Analyse multi-échelle de l'approche énergétique de la rupture des grains au sein de matériaux granulaires

Younes Salami

▶ **To cite this version:**

Younes Salami. Analyse multi-échelle de l'approche énergétique de la rupture des grains au sein de matériaux granulaires. Génie civil. École centrale de Nantes; Universitat politècnica de Catalunya - BarcelonaTech, 2016. Français. NNT : 2016ECDN0010 . tel-03224990

HAL Id: tel-03224990

https://theses.hal.science/tel-03224990

Submitted on 12 May 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

Thèse de Doctorat

Younes SALAMI

Mémoire présenté en vue de l'obtention
du grade de Docteur de l'École Centrale de Nantes
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire
du grade de Docteur de l'Université Polytechnique de Catalogne

École doctorale : Sciences pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Discipline : *Génie civil*
Unité de recherche : *Institut de recherche en génie civil et mécanique*

Soutenue le 30 Novembre 2016

Analyse multi-échelle de l'approche énergétique de la rupture des grains au sein de matériaux granulaires

JURY

Président :	**M. François NICOT**, Directeur de recherche, IRSTEA Grenoble
Rapporteurs :	**M Ali DAOUADJI**, Professeur des universités, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon
	M César SAGASETA MILLAN, Professeur, Université de Cantabrie, Espagne
Examinateurs :	**M Ignacio CAROL**, Professeur, Université Polytechnique de Catalogne, Espagne
Directeur de thèse :	**M Pierre-Yves HICHER**, Professeur émérite, École Centrale de Nantes
Co-encadrant de thèse :	**M Christophe DANO**, Maitre de conférences, Université Grenoble Alpes

REMERCIEMENTS

Ce travail de recherche n'aurait pu aboutir sans le support de plusieurs personnes que je souhaite remercier à travers ces quelques lignes:

Je commence par remercier les professeurs Pierre-Yves Hicher, Eduardo Alonso et Christophe Dano pour leur encadrement et supervision. J'ai eu le privilège de pouvoir travailler avec de grands hommes de science qui ont su me communiquer leur passion pour la recherche.

Je remercie aussi les membres de mon jury de thèse, les professeurs François Nicot, Ali Daouadji, César Sagaseta et Ignacio Carol, pour avoir accepté d'expertiser et de juger ce travail de recherche.

J'exprime ma gratitude aux personnes qui ont participé de près ou de loin, à la réussite de cette expérience, tout particulièrement madame Pearl-Angelika Lee, le professeur Ahmed Loukili, le professeur Ali Daouadji et le professeur Erich Bauer.

J'étends ma gratitude à mes collègues et amis avec qui j'ai partagé ces trois ans. Plusieurs idées développées dans ce manuscrit sont probablement nées de nos discussions instructives.

Mes plus vifs remercîments vont à ma petite famille qui a dû se passer de moi pendant mes séjours à l'étranger. J'ai une éternelle dette de reconnaissance et d'appréciation envers mes parents, Driss et Rajae, mon frère Mohammed Yassine, et ma sœur Zainab, pour leur amour, leur confiance et leurs encouragements.

Aux miens.

RÉSUMÉ

Au cours des dernières années, les analyses multi-échelles en mécanique des sols granulaires deviennent de plus en plus répandues. L'avantage de ce type d'approches réside dans leur capacité à établir un lien entre les comportements au niveau du continu et leurs origines au niveau de la particule. Cette transition permet de réévaluer certaines conceptions dans le but d'améliorer la modélisation des milieux granulaires, et d'apporter une base physique pour les lois de comportements. Pour la majorité des études micromécaniques de milieux granulaires, les particules sont généralement considérées comme des corps parfaitement rigides, et leurs interactions se limitent aux roulements, glissements et frottements. En procédant ainsi, la rupture des grains, qui représente le mécanisme dissipatif d'énergie qui génère le plus de déformations plastiques dans les sols granulaires et les enrochements à hautes contraintes, est négligée.

Une connaissance de la résistance et de la rigidité d'un matériau peut être suffisante pour une analyse basique en mécanique des sols, mais d'autres applications nécessitent une compréhension plus profonde du comportement du matériau granulaire, et par conséquent, d'autres paramètres entrent en jeu. Les distributions de taille des grains et leurs formes jouent un rôle important dans toute étude qui requiert une approche multi-échelle. Le but de cette étude est d'améliorer notre connaissance du processus de rupture des grains dans les sols à travers des approches énergétiques. Pour y parvenir, le problème est étudié du point de vue du continu et du grain.

La première partie de ce travail de recherche est une étude théorique des mécanismes énergétiques qui régissent la rupture des grains dans un empilement granulaire. Les résultats de cette analyse nous ont permis de dériver une loi constitutive capable de prédire l'évolution de la rupture en modélisant les changements des granulométries. Ce modèle a été développé dans le cadre de la thermomécanique, où la connaissance des potentiels d'énergie libre et de dissipation suffit pour complètement caractériser le modèle. Le paramètre de rupture a été introduit comme variable interne, en incluant ses effets dans les deux potentiels. Ce modèle fournit une loi d'écrouissage alternative qui

couple les effets de la rupture à l'écrouissage volumétrique. De plus, le modèle est uniquement écrit en termes de paramètres spécifiques aux grains. Afin d'étendre les capacités du modèle aux conditions non saturées, la formulation thermodynamique est modifiée afin d'inclure le couplage entre les effets hydrauliques et ceux de la rupture des grains.

La seconde partie consiste en une étude expérimentale de la micromécanique de la rupture du grain pris individuellement. Cette partie est structurée en trois sections, qui représentent les trois aspects principaux de la fracturation du grain : les effets des particules environnantes, la mécanique de la fissuration et l'effet de l'eau sur le développement de la fissure. La première étude commence par examiner l'influence du nombre de coordination sur la rupture d'un grain individuel, avant d'explorer l'effet du type et de la force de contact sur la rupture du grain. La seconde section est une étude préliminaire des échanges énergétiques de la fissuration, et se concentre plus particulièrement sur la transformation de l'énergie plastique en pointe de fissure en chaleur. La troisième section décrit l'effet du fluide sur l'évolution d'une fissure au sein de la particule. Le concept de développement sous-critique des fissures tel que proposé par Alonso dans le cadre de la mécanique des sols non saturés a servi comme référence. Dans toutes ces études, de nouveaux dispositifs expérimentaux ont été conçus, et des techniques d'imagerie innovantes ont été utilisées.

Mots-clés : sols granulaires, ruptures des grains, analyse multi-échelle, thermomécanique, mécanique de la rupture

ABSTRACTO

En los últimos años el estudio multi-escala de suelos granulares ha evolucionado significativamente. Una de las características más valiosas de este método es que permite establecer el vínculo entre el comportamiento del medio continuo y el de las particulas que forman parte de él. Esta transición permite mejorar la calidad de los modelos constitutivos utilizados, ya que aporta una mejor comprensión de los fenómenos físicos. En el estudio micro-mecánico de un medio granular, las partículas son consideradas perfectamente rígidas. La rotura de partículas es el mecanismo de disipación de energía responsable de gran parte de la deformación plástica en suelos granulares y enrocados bajo altas presiones, sin embargo, este fenómeno no siempre es considerado en los modelos.

La rigidez y resistencia de un material forman parte de los parámetros básicos necesarios para realizar un análisis mecánico de suelo, pero para otro tipo de aplicación es necesario conocer el comportamiento de los granos que constituyen el material. La forma y distribución de tamaño de los granos y su evolución juegan un papel importante en el estudio de suelos vía la modelación multi-escala. El principal objetivo de este estudio es mejorar la comprensión del proceso de ruptura de los granos en el suelo a través de métodos energéticos. Para ello el problema ha sido estudiado desde el punto de vista del medio continuo y del grano.

La primera parte de este trabajo presenta una investigación teórica de la energía de rotura de partículas en un conjunto de granos. Los resultados de este análisis nos han permitido desarrollar un nuevo modelo constitutivo capaz de representar la ruptura de los granos y su evolución. Este modelo está basado en la termo-mecánica, el conocimiento de la energía libre y el potencial de disipación son suficientes para calibrar el modelo. Los parámetros de ruptura están introducidos como variables internas, incluyendo sus efectos en los dos potenciales. Este modelo es una alternativa a la función de endurecimiento que mezcla la ruptura de granos y el endurecimiento volumétrico. Además, el modelo está escrito en términos de parámetros específico de los granos. Para poder extender los límites de este modelo a condiciones parcialmente

saturadas, la formulación termodinámica ha sido modificada con el fin de tener en cuenta el acoplamiento entre los efectos hidráulicos y los de ruptura.

La segunda parte del estudio consiste en un estudio experimental de la micro-mecánica de ruptura de un grano individual, la que está dividida en tres secciones que representan los tres aspectos principales de la ruptura de un grano: el efecto de los granos circundantes, la mecánica y el efecto del agua en el desarrollo de la fisura. El primer estudio consiste en examinar la influencia de la coordinación en la ruptura individual de los granos, mediante el estudio del efecto de contacto sobre la fracturas en una partícula. La segunda sección está compuesta de un estudio preliminar des fracturas energéticas, y la transformación de la energía plástica en el borde de la grieta en calor. La tercera sección, describe los efectos de un fluido en la evolución de la fisura de una partícula. La definición de desarrollo subcrítico de fisura en suelos parcialmente saturados propuesto por Alonso ha sido utilizado como referencia. Durante las diferentes etapas que forman parte de este trabajo, nuevos dispositivos experimentales han sido desarrollados, así como nuevas técnicas de estudio han sido propuestas y aplicadas.

Palabras claves: suelos granulares, ruptura de granos, análisis mult-escala, termo-mecánica, fractura mecánica.

ABSTRACT

In recent years, multiscale analyses in granular soil mechanics have become more prevalent. The beauty of these approaches is that they can establish a link between the behaviors from a continuum level to their origins at the particle level. This transition allows us to reassess certain conceptions to improve the modeling of granular media and to provide a physical basis for constitutive models. In the micromechanical investigation of a granular medium, the particles are usually described as perfectly rigid bodies and their interactions as merely rolling, sliding and friction. Grain crushing however, the energy dissipating mechanism responsible for most of the plastic strains in granular soils and rockfill at higher stresses, is consequently neglected.

Knowledge of the strength and stiffness of the material might be enough for a basic soil mechanics analysis, but other applications require a deeper understanding of the behavior of the granular material, and consequently, other parameters come into play. The grain shapes and size distributions and their evolutions play an important role in any study requiring a multiscale approach. The aim of this study is to improve our understanding of the process of grain crushing in soils through energy approaches. In order to do so, the problem was studied from both the continuum and the grain levels.

The first part of this research work is a theoretical investigation into the energy dynamics of breakage in a granular packing. The results of this analysis allowed us to derive a constitutive law capable of predicting the breakage evolution by modeling the changes in the grain size distribution. This model has been developed within the framework of thermomechanics, where knowledge of the free energy and the dissipation potentials suffices to fully characterize the model. The breakage parameter has been introduced as an internal variable, by including its effects in both potentials. This model provides an alternative hardening function that couples the effects of crushing and volumetric hardening. In addition, the model is written only in terms of specific grain parameters. In order to extend the capabilities of the model to unsaturated conditions, the thermodynamic formulation was modified to include the coupling between the hydraulic effects and breakage.

The second part consists of an experimental study of the micromechanics of single grain fracture, and is structured into three sections, that represent the three main aspects of grain fracture: the effect of the surrounding grains, the mechanics of the crack and the effect of water on the development of the crack. The first study begins by examining the influence of the coordination number on the crushing of individual grains, before investigating the effects of the contact type and contact force on the fracture of a particle. The second section is a preliminary investigation of the energetics of fracture, and deals in particular with the transformation of plastic energy at the tip of the crack into heat. The third section describes the effect of the fluid on the evolution of a crack within a particle. The concept of subcritical crack development as proposed by Alonso in the field of unsaturated soil mechanics has been used here as a reference. In all of these studies, new experimental devices were designed, and novel imaging techniques were used.

Keywords: granular soils; grain breakage; multiscale analysis; thermomechanics; fracture mechanics

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements ..... **I**
Résumé ..... **III**
Abstracto ..... **V**
Abstract ..... **VII**
Table des matières ..... **IX**
Liste des figures ..... **XV**
Liste des tableaux ..... **XXIII**
Liste des symboles ..... **XXV**

Introduction générale **1**

1. Revue de la littérature **5**

1.1. Introduction 5

1.1.1. Introduction générale 5

1.1.2. Perspective historique 6

1.2. Comportement constitutif des sols 7

1.2.1. Élasto-plasticité des sols 8

1.2.1.1. Élasticité 8
1.2.1.2. Plasticité 9
1.2.1.3. Modèles élasto-plastiques en mécanique des sols 12
1.2.1.4. Restrictions et limitations de la théorie de l'élasto-plasticité 14

1.2.2. Théorie de l'état critique et les modèles type Cam-Clay 16

1.2.3. Thermomécanique 20

1.2.3.1. Fonctions d'énergie, variables internes et contraintes généralisées 22
1.2.3.2. Dissipation et contraintes dissipatives 22
1.2.3.3. Le principe d'orthogonalité de Ziegler 24

1.2.3.4. La fonction de charge et la loi d'écoulement 25
1.2.3.5. Le concept de l'énergie plastique stockée 26
1.2.3.6. Résumé de la formulation 32

1.3. Mécanique de la rupture 33

1.3.1. Approche du bilan énergétique 33

1.3.2. Approche de l'intensité de contraintes 35

1.4. Rupture du grain individuel 37

1.4.1. Rupture probabiliste des matériaux fragiles, théorie de Weibull 37

1.4.2. Facteurs influençant la rupture du grain 38

1.4.2.1. Résistance individuelle du grain, effets d'échelle et effet de la minéralogie 38
1.4.2.2. Type de contacts entre les grains 41
1.4.2.3. Nombre de coordination 42
1.4.2.4. Forme du grain 44
1.4.2.5. Environnement extérieur, eau 45

1.5. Rupture des grains dans le milieu granulaire 45

1.5.1. Effets de la rupture des grains sur la mécanique du sol 45

1.5.2. Quantification de la rupture des grains 48

1.5.3. Les fractales et la rupture 50

1.5.4. Rupture dans les lois de comportement 53

1.5.4.1. Mécanique de la rupture des grains et l'approche thermomécanique 53
1.5.4.2. Rupture des grains dans les modèles type Cam-Clay 57
1.5.4.3. Modèles basés sur l'état critique 59

1.5.5. Effets de l'eau sur la rupture des grains 61

1.6. Commentaires 65

I Thermomécanique de la rupture des grains 67

2. Thermomécanique et rupture 73

2.1. Introduction 73

2.2. Le paramètre de rupture 74

2.2.1. Définition 74
2.2.2. Considérations micromécaniques 75
2.2.3. Application à des résultats expérimentaux 76
2.2.4. Comparaison avec d'autres paramètres de rupture 80
2.3. Thermomécanique et rupture 81
2.3.1. L'énergie libre 82
2.3.2. La fonction de dissipation 84
2.4. Dérivation du modèle 86
2.4.1. Les contraintes de déplacement et les contraintes dissipatives 86
2.4.2. Définition des variables du modèle 88
2.4.3. La fonction de charge 89
2.5. La loi d'écoulement 93
2.6. La fonction d'écrouissage 95
2.7. Dérivation du comportement incrémental 97
2.8. Modélisation de résultats expérimentaux 99
2.8.1. Chemin œdométrique 100
2.8.2. Chemin triaxial 102
2.9. Récapitulatif 106
2.10. Conclusions et perspectives 107
3. Thermomécanique et rupture dans les milieux non saturés 109
3.1. Vers une analyse de la rupture dans les milieux non saturés 109
3.2. Simulations sans couplage mécanique/succion 110
3.2.1. Simulation de l'évolution de B 110
3.2.2. Simulation du comportement mécanique 111
3.3. Le concept de contrainte effective 113

3.4. L'équation du travail mécanique en milieu non saturé 114

3.4.1. Équation de travail dans les sols avec un seul fluide saturant 114

3.4.2. Équation de travail dans les sols avec deux fluides saturants non-connectés 115

3.4.3. Équation de travail dans les sols avec deux fluides saturants connectés116

3.5. Thermomécanique en milieu non saturé 117

3.5.1. Les fonctions d'énergies 118

3.5.2. Le concept de contrainte effective 119

3.5.3. Extension de la fonction d'énergie du modèle de rupture 121

3.5.4. Extension de la fonction de dissipation 122

3.5.5. Fonction d'écrouissage 123

3.6. Conclusions 124

II Fracture de particules individuelles 127

4. Effets de la coordination sur la rupture d'un grain..... 131

4.1. Introduction 131

4.2. Dispositif expérimental 133

4.3. La corrélation d'images 135

4.3.1. Technique de corrélation d'images 136

4.3.2. Principes de la corrélation d'images planes 137

4.4. Programme expérimental 140

4.5. Résultats et analyses 141

4.5.1. Résultats généraux 141

4.5.2. Modélisation des résultats obtenus 145

4.5.3. Effet de la présence d'un couple de forces latérales 146

4.5.4. Effet du type de contact 147

4.6. Le processus de fragmentation 148

4.7. Conclusion 153

5. Étude thermographique de la rupture du grain 155

5.1. Introduction 155

5.2. Thermomécanique du comportement thermo-elasto-plastique en pointe de fissure 157

5.3. La thermographie infrarouge 160

5.3.1. Émission électromagnétique et spectre infrarouge 161

5.3.2. Technologie de la thermographie infrarouge 162

5.4. Thermographie infrarouge de la rupture des roches 163

5.5. Résultats et analyses 164

5.5.1. Comportement mécanique 164

5.5.2. L'effet thermoélastique 165

5.5.3. Thermographie du processus de fissuration 167

5.5.4. Origines pétrographiques 169

5.6. Conclusion 175

6. Étude de l'effet de l'eau sur la fracturation 177

6.1. Introduction 177

6.2. Développement sous-critique des fissures 179

6.3. Les mécanismes de développement sous-critique des fissures 181

6.3.1. Corrosion sous contraintes 181

6.3.2. Dissolution 182

6.3.3. Diffusion 182

6.3.4. L'échange d'ions 183

6.3.5. Microplasticité 183

6.4. Essais œdométriques 183

6.5. Essai de rupture sur des particules cylindriques. 186

6.5.1. Matériaux et méthodes 188

6.5.2. Essais de type brésilien 188

6.5.3. Essais de fendage par coin 190

6.6. Conclusions 194

Conclusions et perspectives 195

Références bibliographiques 203

LISTE DES FIGURES

Figure 1.1: (a) Tests de traction sur un fil de cuivre (Taylor et Quinney, 1932). (b) Chargements successifs d'une argile en configuration triaxiale (Wood, 1990). (c) Compression isotrope d'une argile (Roscoe et Burland, 1968). 9

Figure 1.2: Les surfaces de charge de (a) Tresca et de (b) von Mises dans l'espace des contraintes principales.....10

Figure 1.3: Vue déviatorique des surfaces de Tresca et de von Mises et les vecteurs d'incrément de déformation plastique tracés en leur point d'écrouissage. Figure d'après (Wood, 1990) sur la base des données de (Taylor et Quinney, 1932). 11

Figure 1.4: Les surfaces de charge de (a) Drucker-Prager et de (b) Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes principales. 12

Figure 1.5: Vecteurs d'incréments de déformation plastique tracés en leurs points d'écrouissage respectifs pour une argile de Winnipeg (Wood, 1990) 13

Figure 1.6: La ligne de chargement/déchargement (url) et la ligne de consolidation normale (ncl) dans le plan de compression (p,v) pour une argile (Schofield et Wroth, 1968) 17

Figure 1.7: Essai triaxial drainé sur un (a,b) sol normalement consolidé, et un (c,d) sol surconsolidé.....19

Figure 1.8: Série de surface de charges, la ligne de compression normale (ncl) et la ligne d'état critique (csl) pour le modèle Cam-Clay modifié (Schofield et Wroth, 1968) 20

Figure 1.9: Compression uni-axiale de trois grains pour expliquer l'origine micromécanique du concept de l'énergie plastique stockée 28

Figure 1.10: Modèle rhéologique représentant le comportement inhomogène d'un VER de sol (Collins, 2005).....29

Figure 1.11: La décomposition de la contrainte en une partie de déplacement et une partie dissipative (Collins et Hilder, 2002) 32

Figure 1.12:(a) Zones déchargées à proximité de la fissure. (b) Énergie totale associée à la fissure en fonction de la longueur *a*. 34

Figure 1.13: Les trois modes de rupture : mode d'ouverture I, mode de glissement de translation II et mode de glissement de rotation III. 35

Figure 1.14: La structure unidimensionnelle et le milieu continu.....38

Figure 1.15: Tracé de la loi de Weibull pour un volume V_0 constant. La sensitivité de la loi vis-à-vis du paramètre *m* est claire. (Figure après Cavarretta (2009)).....38

Figure 1.16: (a) Force à la rupture de plusieurs minéraux à différentes tailles (Billam, 1971). (b) Résistance moyennes de plusieurs types de roches à différentes tailles (Ovalle, 2013).....40

Figure 1.17: Les essais multipoint de Jaeger (1967), la ligne I représente la limite de la zone de traction et la ligne II la zone ou les contraintes de traction sont le plus concentrées. (a) la configuration des contacts. (b) lignes I et II pour un angle ω de 90°. (c) Lignes I et II pour un angle ω supérieur à 90°.....41

Figure 1.18: Le modèle de contact de Hertz (Johnson, 1985).....42

Figure 1.19: Mesures de la sphéricité d'un grain et classification de Zingg (Krumbein et Sloss, 1951) 45

Figure 1.20: (a) Le modèle DEM de Cheng. (b) Le pourcentage des liaisons rompues et les surfaces de charges (Cheng et al., 2003) 46

Figure 1.21: Le paramètre de rupture de Hardin. 49

Figure 1.22: Le paramètre de rupture d'Einav (Einav, 2007a).....50

Figure 1.23: La distribution des tailles pour plusieurs types de matériaux broyés (Turcotte, 1986).....51

Figure 1.24: Modèles numérique de McDowell (a)(McDowell et al., 1996) et de Steacy et Sammis (b)(Steacy et Sammis, 1991) 52

Figure 1.25: Représentation du critère du développement de la rupture d'Einav (Einav, 2007a).....54

Figure 1.26: Représentation des surfaces de charge dans l'espace des contraintes triaxiales, pour différentes valeurs de B.....56

Figure 1.27: La famille de surfaces de charges dérivées de la fonction de travail. 58

Figure 1.28: Évolution des indices de vides (a) minimaux et (b) maximaux avec l'évolution de la granulométrie. (c) État critique avec l'évolution de la rupture des grains.....59

Figure 1.29: La ligne d'état critique proposée par Russell et Khalili (2002).....60

Figure 1.30: Évolution exponentielle de la rupture avec la contrainte p_c (Wood et al., 2009). 61

Figure 1.31: (a) Résultats de l'essai œdométrique à humidité relative contrôlée pour les chemins de succion (b) (Oldecop et Alonso, 2001). 62

Figure 1.32: Translation de la courbe de vitesse de propagation de la fissure en fonction du facteur d'intensité des contraintes comme résultat de l'augmentation de l'humidité relative (Oldecop et Alonso, 2001) 64

Figure I.1: La translation de la surface de charge dans l'espace des contraintes lors du passage des contraintes dissipatives(a) aux contraintes réelles (b).....70

Figure 2.1: Granulométries considérées pour nos essais. (a) Travaux de Nakata et al. (2001), (b) travaux de McDowell (2002) 76

Figure 2.2: L'évolution du paramètre D_g avec l'augmentation de la surface créée S suivant la formule (2.6), comparée à la valeur expérimentale du Tableau 2.2. (a) Travaux de Nakata, (b) travaux de McDowell.....78

Figure 2.3: Granulométries expérimentales (exp.) et théoriques (th.), déduites des valeurs de D_g trouvées par la formule (2.6). (a) Travaux de Nakata, (b) travaux de McDowell.....79

Figure 2.4: La surface de charge dans le plan (p,q,B).....93

Figure 2.5: Courbes d'évolution du paramètre d'écrouissage p_c suivant les deux mécanismes volumétrique et clastique.....95

Figure 2.6: Effet du couplage entre les deux mécanismes d'écrouissage sur l'évolution du paramètre de rupture B.....96

Figure 2.7: L'algorithme de correction de contraintes.....99

Figure 2.8: Évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale lors d'un essai œdométrique.....100

Figure 2.9: Évolution du paramètre de rupture en fonction de la contrainte verticale..101

Figure 2.10: Évolution de la rupture en fonction de la contrainte verticale lorsque l'écrouissage volumétrique est négligé. 101

Figure 2.11: Évolution de la granulométrie avec la rupture.....102

Figure 2.12: Chemins triaxiaux et surfaces de charges pour les essais modélisés.....103

Figure 2.13: Fraction $\sigma 1/\sigma 3$ tracée en fonction de la déformation axiale, et déformation volumétrique en fonction de la déformation axiale, pour les différentes contraintes de confinement. (a) 9.81MPa, (b) 2.94MPa et (c)4.91 MPa.....105

Figure 2.14: Évolution du paramètre de rupture avec la contrainte verticale pour les trois essais triaxiaux, comparées aux valeurs expérimentales.....105

Figure 2.15: Granulométries expérimentales (pointillés) et granulométries calculées (trais pleins).....106

Figure 3.1: Augmentation de la rupture suite à une saturation brusque.....111

Figure 3.2: Chemins de chargement des quatre essais œdométriques dans l'espace des contraintes-succions (Oldecop et Alonso, 2003).....111

Figure 3.3: Courbes contraintes déformations verticales des quatre essais œdométriques, et résultats de la simulation numérique. 112

Figure 3.4: Évolution de l'énergie de surface de Griffith avec la succion.....113

Figure 3.5: L'évolution du paramètre χ avec la saturation pour plusieurs sols compactés (Bishop et Blight, 1963) 114

Figure 3.6: Déformations du squelette et son effet sur la porosité Lagrangienne (Coussy et al., 2010).....116

Figure 3.7: L'évolution de la variable χ avec la saturation (Coussy et al., 2010).....120

Figure 3.8: Comparaison entre les modèles de rétention du sol de van Genuchten (1980), de Brooks et Corey (1964) et de Buscarnera et Einav (2012). 122

Figure 3.9: Schéma représentatif de la translation composée, permettant la prise en compte de la résistance à la traction apparente à travers la modification de l'énergie libre plastique. 125

Figure 4.1: Critère de rupture suivant (b)Tsoungui et al. (1999a) et (c) Ben-Nun et Einav (2010) comparé à la configuration de référence (a). 133

Figure 4.2: Schéma de l'appareil (gauche) et des deux types de barres de serrage et des additions de contact linéaire (droite) (Salami et al., 2015). 134

Figure 4.3: Exemple de déplacement d'un élément carré de son emplacement dans l'image de référence à son emplacement dans l'image déformée. 137

Figure 4.4: Représentation des schémas d'interpolation utilisés par le logiciel VIC2D. 139

Figure 4.5: Les configurations de contacts testées 140

Figure 4.6: Effet de l'emplacement des contacts secondaires sur la rupture de l'échantillon. 143

Figure 4.7: Courbes force-déplacement caractéristiques associées aux configurations de contacts testées. La fissure diamétrale est représentée par un cercle alors que la fissure secondaire est représentée par un carré. 144

Figure 4.8: Les valeurs expérimentales et les valeurs prédites par l'équation (4.1) de la force critique tracées en fonction du nombre de coordination. 145

Figure 4.9: Courbe force-déplacement caractéristique des essais 4-90 avec précontrainte latérale. 147

Figure 4.10: Courbes force-déplacement pour (a) une compression diamétrale et (b) une configuration 4-90 avec deux types de contacts. 147

Figure 4.11: Fragmentation caractéristique correspondant à chacune des configurations testées 149

Figure 4.12: Distribution des déformations suivant l'axe x (horizontal) et les déformations de cisaillement avant la rupture 151

Figure 4.13: Schéma des déformations principales (a) avant la fissure primaire, (b) au moment de la fissure primaire, (c) au moment de la fissure secondaire. 153

Figure 5.1: La région infrarouge du spectre électromagnétique. 160

Figure 5.2: Rayonnement électromagnétique et températures d'après les lois de Planck, Wien, et Stephan-Boltzmann (Luong, 1993) 162

Figure 5.3: Courbes force-déplacement typiques pour (a) le calcaire, (b) le granite, (c) le schiste et (d) le mortier.....165

Figure 5.4: L'effet thermoélastique observé dans les trois échantillons de roche : la température est tracée en fonction de la force dans la figure (a), et en fonction du temps de chargement dans la figure (b). 166

Figure 5.5: Comparaison entre les images thermographiques (a) au début de l'essai et (b) à la fin de l'essai, juste avant l'initiation de la fissure. L'effet thermoélastique indique une concentration des contraintes de traction a côté des contacts.....166

Figure 5.6: Courbes d'évolution de la température avec la rupture pour (a) le calcaire, (b) le granite, (c) le schiste et (d) le mortier.....168

Figure 5.7: Images thermographiques du processus de fracturation dans un spécimen de calcaire à (a) t=0.025s, (b) t=0.030s et (c) t=0.035s. 168

Figure 5.8: (a), (b) et (c) Observations au microscope de la surface de rupture du calcaire métamorphique, (d) cristaux de calcaire dans les veines.....171

Figure 5.9: Observations au microscope de la surface de rupture du schiste.....172

Figure 5.10: Observations au microscope de la surface de rupture du granite. 173

Figure 5.11: Images microscopiques de (a) la fissure détachant le grain de sable de la pâte de ciment, (b) d'un grain de sable intact sur la surface de la fissure, (c) et d'un grain de sable cassé sur la surface de la fissure.....175

Figure 6.1: Comparaison entre le comportement (a) d'une roche soumise à une compression diamétrale et le comportement (b) d'un enrochement pendant un essai œdométrique, en présence d'eau (Clements, 1981; Sowers et al., 1965).....178

Figure 6.2: L'évolution de la vitesse de fissuration avec les changements du facteur d'intensité de contraintes en présence d'eau.....180

Figure 6.3: La réaction entre la molécule d'eau et une liaison Si-O-Si sous contraintes en pointe de fissure (Michalske et Freiman, 1982).....181

Figure 6.4: Courbes de compression des essais œdométriques initialement saturés, comparées à la courbe de compression de l'essai sec. 184

Figure 6.5: Courbes de compression des essais œdométriques imbibés lors du chargement, comparées à la courbe de compression de l'essai sec et à la courbe de compression de l'essai 3 saturé. 185

Figure 6.6: Distributions granulométriques avant et après les essais œdométriques effectués. 185

Figure 6.7: Les configurations expérimentales les plus utilisées pour étudier le développement sous-critique des fissures (Cai, 2012). 187

Figure 6.8: Courbes force déplacement typiques (a) du mortier et (b) de la pâte de ciment à différentes conditions de saturation. 190

Figure 6.9: Dispositif expérimental pour l'essai de fendage par coin. 191

Figure 6.10: (a) Les échantillons avec entaille utilisés dans les essais de fendage par coin, avant et après fissuration. (b) Échantillon de mortier saturé durant l'essai, après rupture. 191

Figure 6.11: Courbes force-déplacement pour l'échantillon de mortier sec, l'échantillon initialement saturé 2, et de l'échantillon imbibé à t=60s 4. 193

Figure 6.12: Courbes force-déplacement pour l'échantillon de pâte de ciment sec, imbibé à t=45s, et imbibé à t=60s. 193

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 1.1: Les fonctions d'énergie libre utilisées. 22

Tableau 2.1: Les valeurs du paramètre D_g calculées sur la base des courbes granulométriques. 77

Tableau 2.2: Surfaces créées calculées sur la base des courbes granulométriques. 78

Tableau 2.3: Valeurs des paramètres du modèle utilisées pour la modélisation des résultats de Nakata et al. (1999) 103

Tableau 3.1: Les valeurs de l'énergie de surface utilisée pour la simulation 112

Tableau 4.1: Compilation des résultats des tests 141

Tableau 6.1: Résumé des essais œdométriques effectués. 184

Tableau 6.2: Résumé des essais brésiliens effectués sur les échantillons de mortier et de pâte de ciment. 189

Tableau 6.3: Résumé des essais de fendage par coin effectués sur les échantillons de mortier et de pâte de ciment. 192

LISTE DES SYMBOLES

Opérateurs différentiels

dX	Différentielle de X, suivant l'approche de Leibniz
div	Divergence
$grad$	Gradient
$\partial X/\partial Y$	Dérivée partielle de X par rapport à Y

Cinématique, déformations :

V, V_0	Volume, volume de référence
V_S	Volume des solides dans un sol
e	Indice des vides
f	Fonction de charge
g	Potentiel plastique
v	Volume spécifique
y	Fonction de charge
ε	Déformations, tenseur des déformations
ε^e, ε^p	Déformations élastiques et plastiques
ε_a, ε_r	Déformations axiales et radiales
ε_p, $\varepsilon_p{}^e$, $\varepsilon_p{}^p$	Déformation volumétrique, et ses composantes élastique et plastique
ε_p, $\varepsilon_p{}^e$, $\varepsilon_p{}^p$	Déformation de cisaillement, et ses composantes élastique et plastique
λ	Multiplicateur plastique

Forces, contraintes

C	Matrice de rigidité élastique
E	Module de Young
F	Force
F_{crit}	Force critique
f_{CN}, f_D, f_W	Facteur partiels de la force critique
p	Contrainte moyenne isotrope
p_S, p_D	Contrainte moyenne isotrope de déplacement, et dissipative
p_c	Paramètre d'écrouissage
p_{c0}	Contrainte d'initiation de la rupture
q	Contrainte déviatorique
q_S, q_D	Contrainte déviatorique de déplacement, et dissipative
σ	Contrainte, tenseur des contraintes
σ_a, σ_r	Contraintes axiale et radiale
σ_S, σ_D	Contrainte de déplacement, contrainte dissipative

Mécanique des sols

C	Nombre de coordination
G	Module élastique de de cisaillement
K	Module élastique volumétrique
K_0	Coefficient de pression
M	Paramètre d'état critique des modèle Cam-Clay
M'	Paramètre de forme de la surface de charge elliptique
d	Diamètre du grain
d_{max}, d_{min}	Diamètre du grain le plus grand, et du grain le plus petit

η	Coefficient de Poisson
κ	Coefficient de gonflement (pente de la ligne de chargement élastique)
λ	Coefficient de compressibilité (pente de la ligne de compression normale)

Mécanique de la rupture, mécanique de la rupture des grains

B	Paramètre de rupture
E_B	Énergie de rupture
E_{BS}, E_{BD}	Énergie de rupture de déplacement, énergie de rupture dissipative
F_{DB}	Fonction d'évolution de la dissipation avec la rupture
F_{SB}	Fonction d'évolution de l'énergie libre plastique avec la rupture
G_c	Taux de restitution de l'énergie de déformation critique
$K_{I,II,III}$	Facteur d'intensité des contraintes associé aux modes I, II ou II
K_c	Facteur d'intensité des contraintes critique
D_f	Dimension fractale
S	Surface créée
S_u	Surface ultime créée
Γ	Énergie de surface de Griffith
α	Fraction de l'énergie libre stockée après la fin de la rupture

Thermodynamique, thermomécanique

C_p	Chaleur spécifique à pression constante
D	Potentiel de dissipation
D_B	Potentiel de dissipation associé à la rupture des grains
D_S	Potentiel de dissipation associé à la fissuration
D_R	Potentiel de dissipation associé au réarrangement des grains après rupture
Q	Chaleur reçue de l'environnement extérieur

T	Température
W, W^e, W^p	Travail, travail élastique, travail plastique
f	Énergie libre de Helmholtz
g	Énergie libre de Gibbs
h	Enthalpie
k	Conductivité thermique
q	Densité de flux de chaleur
s	Entropie
u	Énergie interne
α	Variable interne
ρ, ρ_0	Densité (ou masse volumique), densité de référence
Λ	Fraction de l'énergie plastique stockée en conditions adiabatiques
Ψ, Ψ^e, Ψ^p	Fonction d'énergie libre, et ses composantes élastique et plastique
χ	Contrainte généralisée
χ_S, χ_D	Contrainte généralisé de déplacement et contrainte généralisée dissipative

Milieux non saturés

F_{DH}	Fonction d'évolution de la dissipation avec la saturation
F_{SH}	Fonction d'évolution de l'énergie libre plastique avec la saturation
F_H	Fonction d'évolution de l'énergie libre hydraulique avec la rupture
S_r	Saturation lagrangienne
n	Porosité Eulérienne
p^B	Contrainte moyenne isotrope de Bishop
$p^B{}_S$, $p^B{}_D$	Contrainte moyenne isotrope de Bishop de déplacement et dissipative
s	Succion

s_r	Saturation eulérienne
u_a	Pression de l'air
u_w	Pression de l'eau
Ψ^H	Fonction d'énergie libre hydraulique
σ_B	Contrainte de Bishop
ϕ	Porosité lagrangienne
ϕ_w, ϕ_a	Porosités lagrangiennes associées à l'eau *w* et à l'air *a*
φ	Déformation hydromécanique
φ_w, φ_a	Déformation hydromécanique liée à l'eau et à l'air
φ^e, φ^p	Déformation hydromécanique élastique et plastique
χ	Paramètre de pondération de Bishop

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1. Contexte

Les matériaux granulaires sont nécessaires pour les applications en génie civil : ils forment l'essentiel de la fondation sur laquelle l'ouvrage sera construit, en plus d'être incorporés dans la plupart des matériaux de construction. Cependant, et bien que la connaissance des paramètres basiques de résistance et de rigidité du matériau peuvent suffire pour une analyse fondamentale en mécanique des sols, certaines applications nécessitent une étude plus approfondie du comportement du matériau granulaire, et l'utilisation de paramètres supplémentaires s'impose. En effet, la taille des grains et leur forme jouent un rôle très important dans toute étude prenant en compte la micromécanique du problème. Dans le domaine des bétons, une granulométrie spécifique du sable permet un remplissage optimal des vides, ce qui contribue à la résistance du béton. Dans d'autres applications comme les barrages ou le secteur ferroviaire, la taille du grain est contrôlée par des procédés de concassage et de broyage, ce qui résulte en un matériau artificiel, avec des propriétés différentes de la roche mère.

Les structures en génie civil sont conçues pour des durées de vie importantes. Cependant, les matériaux s'usent avec le temps, ce qui peut menacer la stabilité de la structure et son aptitude au service. Les barrages par exemple sont construits avec des enrochements provenant de broyage en carrière, mais le processus de fracturation continue durant toute la vie du barrage, variant en intensité suivant les conditions mécaniques et climatiques. Ceci résulte en des tassements importants qui peuvent réduire la durée de fonctionnement de la structure. En général, la rupture des grains affecte la majorité des matériaux granulaires d'origine minérale et est particulièrement prononcée dans les zones de concentration de contraintes, près de l'extrémité d'un pieu, par exemple. Il est clair qu'une analyse multi-échelle est nécessaire pour étudier ce problème, puisqu'il trouve son origine au niveau du grain qui casse en affectant les chaines de forces, ce qui affecte des paramètres macroscopiques comme la compressibilité et la dilatance. Au cours de ces dernières années, la rupture des grains a

suscité un intérêt marqué des chercheurs en mécanique des sols. Des résultats expérimentaux importants ont fourni la base nécessaire pour le développement de théories mécaniques et la formulation de modèles constitutifs qui prennent en compte la rupture des grains.

L'étude de la rupture des grains permet d'améliorer notre compréhension de la mécanique des sols en général, puisque la fracturation des grains est à l'origine de plusieurs comportements spécifiques aux sols qui ont fait l'objet d'études approfondies et sont bien décrites à l'échelle macroscopique. La rupture des grains est mentionnée dans les premiers papiers de mécanique des sols : Terzaghi (1925) explique les déformations différées dans le temps observées dans les enrochements par la rupture des particules. Plus récemment, et avec l'apparition de simulations numériques et les nouvelles opportunités permises, plusieurs chercheurs sont convaincus du rôle de la rupture des grains pour expliquer les comportements fondamentaux de la mécanique des sols. Cheng (2004) par exemple a utilisé la méthode des éléments discrets pour montrer que la rupture des grains est l'idée centrale pour expliquer la transition élastique-plastique. Plusieurs auteurs ont montré que la rupture des grains affecte l'état critique.

La fracturation est un mécanisme de dissipation d'énergie dans un milieu continu. Au niveau du grain, une fissure transforme l'énergie de déformation en surface, et s'accompagne de pertes d'énergie qui peuvent prendre plusieurs formes : énergie cinétique qui déplace les flancs de fissure l'un par rapport à l'autre, ou la production de chaleur due à la dissipation de l'énergie plastique concentrée en pointe de fissure. Cependant, dans un milieu granulaire, le broyage des grains entraine une dissipation d'énergie supplémentaire, qui est en majeure partie due au réarrangement des grains et à la modification des chaines de force, ce qui augmente les déplacements irréversibles. Etudier la rupture des grains dans les sols nécessite une compréhension des mécanismes énergétiques de la rupture et du broyage au niveau du grain et au niveau du continu. Il est donc essentiel de pouvoir faire la transition d'une étude à l'échelle du grain à une vue globale de la structure de l'assemblage granulaire, en surpassant les problèmes liés à la nature granulaire du sol. Une telle analyse permettrait de donner une base physique à certains aspects de la mécanique des sols, et résulterait en une modélisation du milieu granulaire basée sur les propriétés du grain individuel. L'industrie du béton et des matériaux de construction en général et la technologie des poudres sont parmi les domaines qui bénéficieraient des avancées dans la modélisation du broyage des grains.

2. Buts et objectifs

Ce travail de recherche veut contribuer aux avancées dans l'étude de la rupture des grains dans les matériaux granulaires, et de ses effets sur le comportement constitutif des

sols. Plusieurs branches de la science et de l'ingénierie sont explorées et la rupture des grains est étudiée sous plusieurs perspectives, ce qui permet une vue globale des aspects du problème. Les travaux présentés dans ce rapport de thèse consistent en une analyse approfondie du phénomène du broyage des grains en partant du grain et en finissant au niveau de l'assemblage, en utilisant des outils théoriques et expérimentaux. Les buts principaux fixés se résument à :

- Mieux comprendre les mécanismes de dissipation d'énergie dans les sols et intégrer la rupture des grains comme un mécanisme dissipatif qui contribue à la plasticité. Cette analyse devra être basée sur la mécanique des interactions intra granulaires, et constituera une première étape vers une étude multi-échelle. Il est essentiel de comprendre la thermomécanique du problème pour construire un modèle constitutif capable de prédire l'évolution du broyage sur la base de paramètres propres au grain. Un paramètre de rupture permettant de quantifier l'évolution de la rupture des grains devra être défini.
- Etudier la fracturation des grains à travers la mécanique de la rupture et identifier les paramètres qui pourraient affecter l'évolution de la fissure à l'intérieur du grain. Une large compagne expérimentale sera conduite, et impliquera l'utilisation de techniques d'imagerie innovantes pour mesurer les propriétés mécaniques du matériau. L'effet de l'eau sera aussi étudié étant donné que c'est le paramètre principal qui contrôle la vitesse de propagation de la fissure. Les résultats d'une telle étude nous permettraient d'améliorer la loi de comportement développée afin de pouvoir simuler le passage de l'état sec à l'état partiellement saturé et son effet sur la rupture des grains.

3. Structure de la thèse

Cette thèse consiste en six chapitres structurés comme suit :

- Le chapitre 1 fournit une revue de la bibliographie qui traite de la mécanique des sols en général, et la rupture des grains en particulier. Une présentation générale de la plasticité des milieux granulaires est donnée, avant d'introduire le cadre de la thermomécanique comme théorie alternative pour modéliser le comportement des sols. Un résumé des travaux concernant la rupture des grains pris individuellement est exposé après une introduction brève de la mécanique de la rupture. Finalement, la mécanique des milieux granulaires avec considération de la rupture des grains est explorée, et le rôle majeur que la fracturation des grains joue dans la mécanique des sols est mis en évidence.

Les chapitres suivants sont scindés en deux parties. La première partie, qui inclue les chapitres 2 et 3, traite la problématique de rupture des grains dans les sols du point de vue de l'assemblage granulaire.

- Le chapitre 2 consiste en une analyse théorique de la problématique d'un point de vue énergétique. Une loi constitutive basée sur le modèle Cam-Clay modifié est formulée dans le cadre de la thermomécanique. Ce modèle inclura une nouvelle fonction d'écrouissage qui couple l'effet de la rupture et de l'écrouissage volumétrique. Le modèle est mis à l'épreuve en simulant des résultats expérimentaux tirés de la littérature, et montre sa capacité à reproduire le comportement mécanique du sol et à prédire l'évolution de la granulométrie.
- Le chapitre 3 commence par une discussion sur la possibilité d'utiliser le modèle dans son état actuel dans le domaine des milieux non saturés. Ensuite, une formulation thermomécanique complète permet d'étendre le modèle aux sols fins non saturés, et permet de représenter l'effet de la rupture sur le comportement hydromécanique du sol.

La deuxième partie, constituée des chapitres 4, 5 et 6, a pour but d'étudier les différents aspects de la rupture à l'échelle de la particule :

- Le chapitre 4 présente les résultats d'une étude expérimentale de la mécanique de la rupture de particules individuelles. La première partie de l'étude examine l'influence du nombre de coordination sur la rupture du grain, avant d'étudier l'effet du type de contact et de la force de contact sur la fissuration de l'échantillon. La seconde partie s'intéresse à la fragmentation d'une particule sous l'effet de plusieurs forces de contact.
- Le chapitre 5 décrit une étude préliminaire des transformations d'énergie qui ont lieu lorsque la fissure avance dans un échantillon de roche, en insistant sur le mécanisme dissipatif qui consomme le plus d'énergie : la transformation de l'énergie plastique en chaleur.
- Le chapitre 6 décrit les mécanismes qui affectent la propagation de la fissure dans un matériau minéral. Une étude expérimentale est conduite pour comprendre les effets de l'eau et d'autres éléments "corrosifs" sur la fissure qui se développe au niveau du grain. Une tentative est faite pour généraliser les résultats de cette étude au niveau de l'empilement granulaire dans le chapitre 3. Cette approche multi-échelle nous permet de conclure que l'origine de l'effondrement observé après introduction d'eau dans un matériau granulaire est liée au phénomène de corrosion sous contraintes qui contrôle la fissuration au niveau du grain.
- La conclusion générale de la thèse expose les principaux apports de ce travail de recherche et détaille des recommandations pour des travaux de recherche futurs.

Chapitre 1

REVUE DE LA LITTÉRATURE

1.1. Introduction

1.1.1. Introduction générale

Le comportement constitutif des milieux granulaires a toujours posé des problèmes pour les géotechniciens. Ce matériau complexe produit des réponses aux chargements qui peuvent sembler imprévisibles et aléatoires. Il existe cependant un grand nombre de théories et de modèles qui permettent de caractériser la relation contrainte-déformation du matériau. Ces lois et modèles, qui peuvent être validés expérimentalement et prêts à l'emploi, sont ignorés par les ingénieurs qui préfèrent des méthodes de design conventionnelles impliquant des représentations parfois simplistes du sol. Que ce soit pour les problèmes de stabilité des pentes ou de fondations, un comportement élasto-plastique parfait est souvent supposé, alors que les déformations sont calculées séparément avec une loi élastique. Ceci est dû à une idée qui règne au sein de la communauté des ingénieurs, et qui affirme que le sol est un matériau mal compris comparé à d'autres matériaux. Cette impression découle de la constatation que la majorité des études et analyses en mécanique des sols se font par des méthodes continues, ce qui a pour résultat d'éloigner les ingénieurs de la nature granulaire du sol. Les mouvements des grains semblent inhomogènes et les chaines de forces instables ; il est donc admis qu'il est difficile de les mettre en équations. La rupture des grains par exemple, qui apparait à première vue comme un processus désordonné et chaotique, est en effet régie par des lois mathématiques strictes qui permettent de comprendre et de prédire l'évolution des granulométries. La meilleure manière de familiariser les ingénieurs avec des aspects plus avancés du comportement du sol est d'enseigner la discipline aux échelles du grain et du continu.

À travers cette revue de la littérature, on explorera la mécanique des sols en général, et le rôle déterminant que la rupture des grains joue dans le comportement mécanique des sols. La problématique est abordée au niveau du grain et au niveau de l'empilement, afin d'assurer un examen complet des différentes facettes de ce problème multi-échelle.

Étudier la rupture des grains dans un sol et pouvoir la modéliser dans le cadre de la plasticité requiert une connaissance et une compréhension complète du comportement élasto-plastique d'un sol. On commencera donc par exposer les principes de base de la plasticité classique, avant de s'attarder sur son application aux sols à travers les modèles d'état critique. Ensuite, une formulation alternative des lois de comportement plastique basée sur des concepts de travail et d'énergie est présentée. Ce cadre de modèles basé sur la thermodynamique donne un sens physique à la modélisation, et permet de prendre en compte la micromécanique du sol. Par la suite, la mécanique de la rupture est brièvement exposée, avant de se focaliser sur la rupture des grains dans les milieux granulaires. On commencera par une étude du grain pris individuellement, et des facteurs influençant sa rupture avant de le placer dans l'empilement granulaire, et d'étudier l'effet de la rupture sur la granulométrie et la mécanique du milieu.

1.1.2. Perspective historique

Lors de cette étude bibliographique, plusieurs livres, articles scientifiques, rapports de thèses et autres documents ont été passés en revue. Les contributions suivantes sont citées comme repères pour les différents concepts et théories étudiées :

En mécanique des sols :

- Wood (1990) : mécanique des sols et théorie de l'état critique
- Biarez et Hicher (1994) : mécanique des sols en général
- Hicher (2013) : mécanique des sols, modélisation multi-échelle des sols

Concernant la théorie de la plasticité :

- Mises (1913), Tresca (1869) : critères d'écoulement
- Hill (1950) : bases de la théorie de la plasticité
- Drucker (1951), Il'Iushin (1961) : principes de stabilité
- Drucker et Prager (1952) : plasticité des sols
- Roscoe et Burland (1968) : plasticité et théorie de l'état critique

En thermomécanique :

- Truesdell (1977) : thermodynamique rationnelle
- Ziegler (1983) : thermomécanique générale, principe d'orthogonalité de Ziegler
- Maugin (1992) : école Française de la plasticité, matériaux standards (dont le comportement est régi par des lois thermomécaniques)
- Collins (2005) : introduction du concept de l'énergie plastique stockée, développement d'une nouvelle formulation thermomécanique
- Houlsby et Puzrin (2007) : thermomécanique appliquée aux sols

Sur la mécanique de la rupture :

- Griffith (1921) : mécanique de la rupture fragile, approche énergétique
- Westergaard (1939) : mécanique de la rupture, méthode de l'intensité des contraintes
- Irwin (1958) : introduction du concept de rupture quasi-fragile
- Rice (1968) : définition de l'intégrale J

Sur la rupture des grains dans les sols :

- Hardin (1985), Marsal (1967) : quantification de la rupture des grains
- Coop (1990) : observations expérimentales concernant les effets de la rupture
- McDowell et al. (1996) : rupture fractale des grains, écrouissage clastique
- Daouadji et al. (2001) : loi de comportement considérant la rupture des grains
- Einav (2007a; 2007b) : mécanique de la rupture des grains basée sur la thermomécanique, définition d'un paramètre de rupture

1.2. Comportement constitutif des sols

Si on ignore les effets du temps, un modèle constitutif du comportement du sol peut s'écrire, sous sa forme la plus simple, comme :

$$d\varepsilon = F(\sigma, \alpha) d\sigma \tag{1.1}$$

On note que $d\sigma$ représente l'évolution de la contrainte effective, et que α est une variable représentative de l'histoire du chargement du matériau. Les modèles sont généralement développés pour reproduire les résultats obtenus en laboratoire. Les tests les plus connus en mécanique des sols sont axisymétriques (le triaxial et l'œdomètre), il est donc parfois judicieux de travailler avec les paramètres de contrainte et de déformation triaxiales :

$$p = \frac{(\sigma_a + 2\sigma_r)}{3} \quad ; \quad q = (\sigma_a - \sigma_r) \tag{1.2}$$

$$\varepsilon_p = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r \quad ; \quad \varepsilon_q = \frac{2(\varepsilon_a - \varepsilon_r)}{3} \tag{1.3}$$

p étant la contrainte moyenne isotrope (effective), q la contrainte déviatorique. ε_p et ε_q représentent les déformations volumétrique et de cisaillement associées à p et q. Ces contraintes et déformations sont écrites en fonction des contraintes et déformations axiales (σ_a, ε_a) et radiales (σ_r, ε_r).

1.2.1. Élasto-plasticité des sols

En mécanique des sols, les modèles de comportement sont construits à l'aide de théories mathématiques sophistiquées et complexes. Ces modèles restent pour la plupart limités au domaine de la recherche, et sont rarement utilisés dans les pratiques d'ingénierie géotechnique. Des représentations plus simples du sol qui s'adaptent au problème étudié sont généralement favorisées. Les études de stabilité par exemple supposent un comportement parfaitement plastique du milieu, alors que les études de tassement des sols supposent un comportement élastique linéaire.

En réalité, le comportement contrainte-déformation d'un sol est fortement non linéaire. Une grande partie des lois constitutives en mécanique des sols est formulée dans le cadre de la théorie de la plasticité. On a donc jugé nécessaire de présenter les bases de l'élasto-plasticité.

1.2.1.1. Élasticité

Décrire l'élasticité d'un milieu revient à comprendre son comportement réversible dans la phase précédant l'apparition des déformations irréversibles. L'une des premières formulations du comportement fut proposée par Hooke et reste valable et largement utilisée aujourd'hui. C'est ainsi qu'il décrit ce comportement: *ut tensio sic vis* ou l'allongement est proportionnel à la force. Dans sa forme la plus classique, la loi de Hooke nécessite un seul paramètre : le module de Young ou la pente de la relation linéaire entre la contrainte et la déformation. Un autre paramètre est vite devenu nécessaire pour une loi de comportement complète (en deux ou trois dimensions). Le coefficient de Poisson représente la déformation du milieu dans la direction orthogonale à celle du chargement. Ces deux paramètres sont nécessaires pour décrire le comportement élastique d'un matériau isotrope.

L'application d'une contrainte de traction à un sol granulaire pulvérulent n'est pas faisable. Le chargement en compression confinée, comme dans un essai triaxial, permet d'identifier clairement une zone élastique, où les déformations sont réversibles. Ce comportement n'est valable que pour de très petites déformations.

D'un point de vue micromécanique, un comportement élastique d'un volume élémentaire représentatif d'un sol est causé par l'élasticité des grains. Aucun mouvement relatif intra granulaire ne peut être considéré, puisque cela causerait des déformations irréversibles et donc de la plasticité. Aucun autre mécanisme dissipatif d'énergie ne peut être associé à l'élasticité. La rupture des grains ne peut se produire dans le domaine élastique.

Il faut cependant noter que pour certains sols, la zone élastique n'apparait pas. De plus, le comportement élastique, lorsqu'il est présent, est anisotrope et non linéaire. Des lois élastiques plus performantes sont proposées pour ces types de sols, mais dépendent d'un grand nombre de paramètres qui ne peuvent être déterminés par des tests classiques.

1.2.1.2. Plasticité

Le comportement élastique décrit dans la partie précédente ne peut pas être valable pour tous les matériaux dans de larges gammes de contraintes. Taylor et Quinney (1932) décrivent un comportement différent lors de chargements en traction de tubes en cuivre (Figure 1.1). En effet, la courbe de chargement en contrainte-déformation n'est plus linéaire à partir d'un seuil de chargement, et le déchargement/rechargement suit un chemin différent à chaque rechargement. Cependant, la remarque la plus importante est que les déformations subies par le tube ne sont pas entièrement restituées, et que seule une partie des déformations est réversible. Si le tube est rechargé, mais n'atteint pas la contrainte maximale subie au cours des chargements précédents, le comportement reste élastique. Si au contraire, la contrainte dépasse la charge maximale précédente, le comportement cesse d'être linéaire, et des déformations irréversibles sont mesurées.

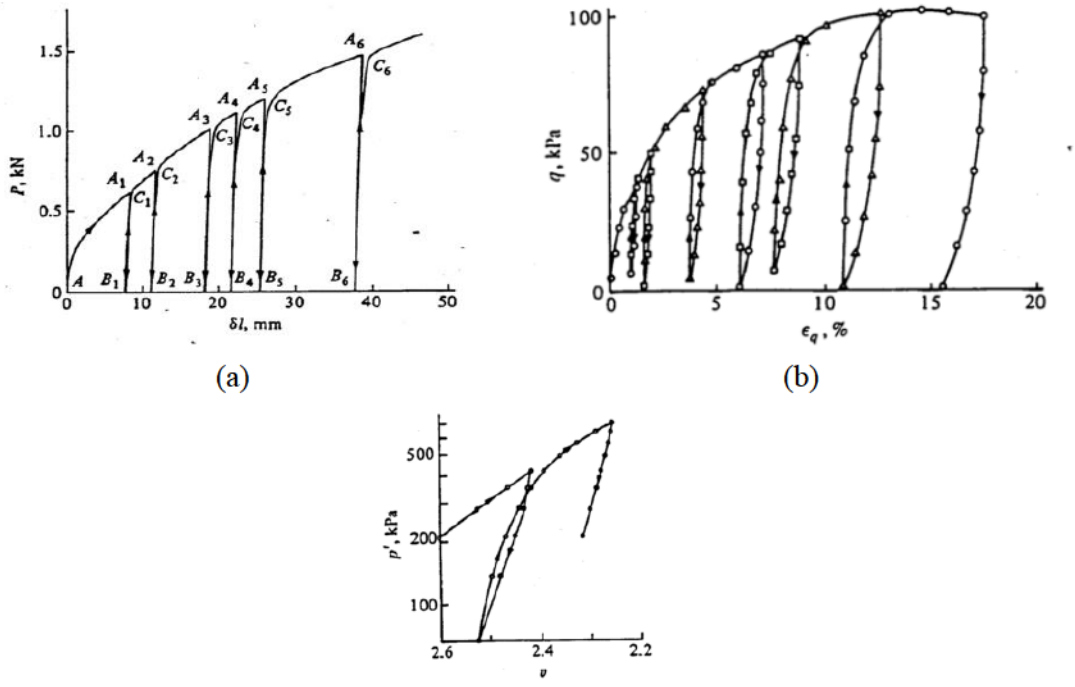
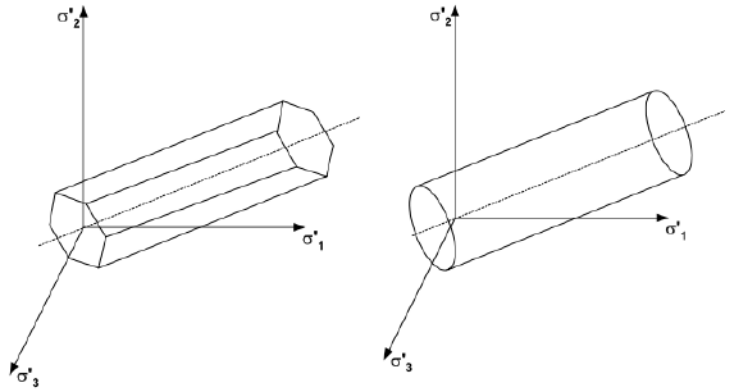


Figure 1.1 : (a) Tests de traction sur un fil de cuivre (Taylor et Quinney, 1932). *(b) Chargements successifs d'une argile en configuration triaxiale* (Wood, 1990). *(c) Compression isotrope d'une argile* (Roscoe et Burland, 1968).

Un comportement similaire est observé dans d'autres configurations de chargements, ce qui permet à Taylor et Quinney de généraliser le comportement observé en traction à tous les chemins de contraintes. Ils s'intéressent alors à la transition entre les deux comportements, qu'ils nomment *yielding* ou limite d'élasticité qui marque le début de l'écrouissage. Ils distinguent aussi un comportement élastique où l'énergie se conserve et les déformations sont réversibles, et un comportement plastique dissipatif où les déformations sont irréversibles.

Il est donc possible de conclure que ce type de comportement peut être généralisé pour tous les chemins de contraintes. Une surface limite d'élasticité, ou surface de charge, est définie comme l'ensemble des points limite d'élasticité tracé dans l'espace des contraintes. À l'intérieur de cette surface fermée est défini le domaine élastique alors que la plasticité commence lorsque l'état des contraintes se place sur la surface. Le but des travaux de Taylor et Quinney était de savoir lequel des deux critères de plasticité correspond le mieux au comportement du cuivre. En effet, les critères de Tresca et de von Mises sont largement acceptés dans la théorie de la plasticité (Figure 1.2). Le critère de Tresca prédit l'écrouissage lorsque la contrainte de cisaillement maximale atteint une valeur critique. Pour le critère de von Mises, la contrainte de cisaillement maximale est remplacée par le deuxième invariant du tenseur des contraintes.



(a) (b)

Figure 1.2 : Les surfaces de charge de (a) Tresca et de (b) von Mises dans l'espace des contraintes principales.

Si on trace les vecteurs d'incrément de déformation plastique en chaque point d'écrouissage, on peut remarquer qu'ils sont orthogonaux à la surface de charge de von Mises, choisie comme étant la surface qui reproduit le mieux l'écrouissage du cuivre. Cette observation nous permet de déduire l'une des propriétés importantes des matériaux plastiques : la direction des vecteurs de déformation plastique est indépendante du

chemin suivi avant d'atteindre l'écrouissage, mais dépend de l'état de contraintes à l'écrouissage.

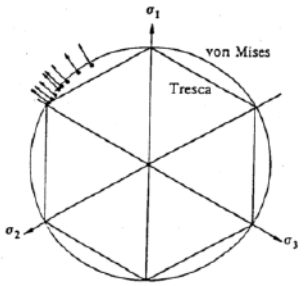


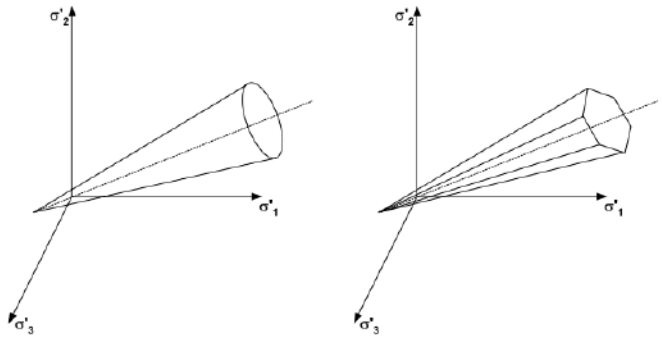
Figure 1.3 : Vue déviatorique des surfaces de Tresca et de von Mises et les vecteurs d'incrément de déformation plastique tracés en leur point d'écrouissage. Figure d'après (Wood, 1990) *sur la base des données de* (Taylor et Quinney, 1932).

Concernant les sols, un comportement similaire est observé lors d'essais de compression isotrope, et d'essais triaxiaux (Figure 1.1). Les courbes de déchargement/rechargement montrent un effet d'hystérésis précédant l'écrouissage qui augmente avec l'augmentation des déformations, et qui résulte de l'histoire immédiate de chargement du sol. Cet effet peut être ignoré à des fins de simplification, ou modélisé par des lois de comportement élastique non linéaire.

Il est aussi possible d'identifier un point caractéristique du changement de la rigidité du milieu, et que l'on peut choisir comme limite d'élasticité. L'essai œdométrique peut être donné comme exemple, où on peut observer un changement brusque de la rigidité du sol lorsque la pression de préconsolidation est atteinte. Pour des pressions inférieures à la pression de préconsolidation, le sol se comporte de manière élastique, et rentre dans le domaine plastique pour des pressions supérieures. On peut donc dire que la pression de préconsolidation correspond au début de l'écrouissage. La validité de la théorie de la plasticité pour étudier la mécanique des sols est vérifiée par les similarités entre les comportements des métaux et des sols, bien que les techniques expérimentales mises en jeu pour obtenir ce type de courbes soient différentes entre les deux types de matériaux (un confinement latéral est nécessaire pour les sols, mais pas pour les métaux).

Les critères de plasticité définis pour les métaux ne sont pas valables pour la majorité des sols. En effet, ils ne prennent pas en compte l'effet de la contrainte moyenne effective p (confinement) sur le comportement du milieu, puisque la forme et la taille de la surface de charge d'un métal ne changent pas le long de l'axe hydrostatique. Une extension de la surface de von Mises introduite par Drucker et Prager (1952) est recommandée pour l'étude des sols. La surface de charge de von Mises reste valable pour certains cas particulier de la mécanique des sols, comme pour l'étude du comportement non drainé d'une argile saturée. Le critère de Mohr-Coulomb, qui peut

être vu comme une extension du modèle de Tresca, est la surface de charge la plus utilisée en mécanique des sols (Figure 1.4). Dans sa forme la plus simple, ce critère nécessite la connaissance de deux paramètres : la cohésion c et l'angle de frottement interne φ.



(a) (b)

Figure 1.4 : Les surfaces de charge de (a) Drucker-Prager et de (b) Mohr-Coulomb dans l'espace des contraintes principales.

Comme pour les métaux, des essais expérimentaux représentant plusieurs chemins de contraintes peuvent servir à déterminer la surface de charge. Le cadre de la plasticité des métaux présente plusieurs bases et principes utiles à l'étude des sols, bien que le comportement du sol soit plus complexe à modéliser.

1.2.1.3. Modèles élasto-plastiques en mécanique des sols

Le type de comportement décrit dans le paragraphe précédent peut être modélisé par une loi de comportement couplant élasticité et plasticité. Il est supposé en plasticité classique que le comportement d'un sol se partitionne en un comportement élastique et un comportement élasto-plastique. Le type de comportement dépend de l'amplitude de la déformation. Le but de la modélisation sera alors de reproduire la partie élastique, la transition entre élasticité et plasticité, et l'évolution de la rigidité avec l'augmentation de l'amplitude des déformations.

L'hypothèse fondamentale de la théorie de la plasticité est que les déformations sont décomposées en deux parties élastique et plastique :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \tag{1.4}$$

Les déformations élastiques sont retrouvées à partir d'une loi élastique définie indépendamment des autres composantes du modèle. Si le comportement élastique dérive d'une fonction d'énergie libre (stockée), on parle alors d'hyperélasticité.

Les observations expérimentales décrites dans le paragraphe précédent nous permettent de déduire la méthodologie suivie pour calculer les déformations plastiques. La surface de charge ($f(\sigma,...)=0$), définie comme une surface dans l'espace des contraintes, s'écrit principalement en fonction des contraintes, mais peut contenir d'autres variables. Les incréments de déformations plastiques sont nuls lorsque l'état de contraintes se trouve à l'intérieur de cette surface $f<0$, et ne peuvent se développer que lorsque le point représentatif de l'état de contraintes se situe sur la surface $f=0$. Il faut cependant noter que la surface de charge n'est pas nécessairement fermée, et dire qu'un point est à l'intérieur de cette surface revient à dire que la fonction f est négative en ce point. Le domaine à l'extérieur de la surface de charge $f>0$ n'est pas défini.

La Figure 1.3 montre que pour le cas du cuivre, les vecteurs d'incrément de déformation plastique sont orientés normalement à la surface de charge. Ceci veut dire que les déformations plastiques dérivent de la fonction de charge, moyennant un coefficient multiplicateur positif (vecteurs orientés vers l'extérieur de la surface). Cette condition, appelée condition de normalité, n'est pas vérifiée pour tous les types de matériaux. Les lois de comportement considérant la condition de normalité sont dites associées, alors que les autres sont non-associées. Les matériaux granulaires suivent des lois non associées (Figure 1.5), quoique cette hypothèse d'associativité reste pertinente dans certains cas.

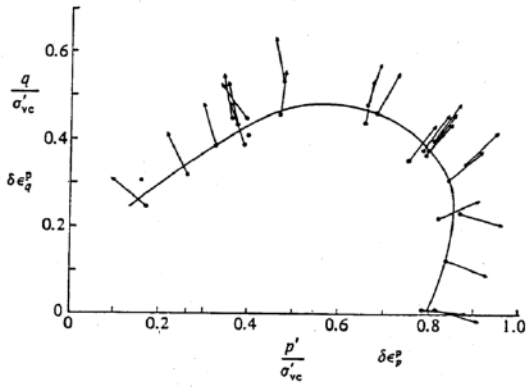


Figure 1.5 : Vecteurs d'incréments de déformation plastique tracés en leurs points d'écrouissage respectifs pour une argile de Winnipeg (Wood, 1990).

Pour un matériau non associé, on définit un potentiel plastique g différent de la fonction de charge. Cette nouvelle fonction dépend principalement des contraintes. La direction du vecteur d'incrément de déformation plastique est donc toujours normale au potentiel plastique. Cette condition est appelée loi d'écoulement et s'écrit :

$$d\varepsilon^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma} \tag{1.5}$$

Le paramètre λ est un multiplicateur plastique positif qui détermine l'amplitude du vecteur d'incrément de déformation plastique. Il est parfois difficile de définir cette fonction potentiel de façon à avoir $f(\sigma)=g(\sigma)=0$ tout en contrôlant la direction du gradient. C'est pourquoi plusieurs auteurs introduisent des variables additionnelles dans cette fonction, sans pouvoir les justifier d'un point de vue physique.

Dans les comportements observés dans la Figure 1.1, on peut voir que la limite d'élasticité évolue au cours du chargement. Il faut donc modéliser le mouvement ou l'évolution homothétique de la surface de charge au cours du chargement, et de relier cette évolution aux déformations plastiques (l'indicateur le plus simple de l'évolution de la plasticité). En général, la surface de charge dépend d'un ou de plusieurs paramètres additionnels en plus des contraintes. Ces paramètres sont des paramètres d'écrouissage, ils peuvent être de forme scalaire ou tensorielle.

Relier le paramètre d'écrouissage à un paramètre indicateur de l'évolution de la plasticité est essentiel, et assure une évolution de la forme et/ou de l'emplacement de la surface de charge au cours de l'écoulement plastique. Plusieurs techniques plus ou moins complexes sont possibles : certains auteurs ont écrit la condition d'écrouissage en fonction des déformations plastiques (*strain hardening*), en fonction de la déformation plastique volumétrique (*volumetric hardening*) ou même du travail plastique (*work hardening*). Si dans le modèle interviennent d'autres paramètres internes associés à la plasticité (variable d'endommagement ou de rupture par exemple), on peut définir un écrouissage en fonction de ces variables. Lorsque l'écrouissage dépend d'une variable de rupture, on parle d'écrouissage clastique.

Ainsi, un modèle élasto-plastique peut être formulé en définissant les quatre composants :

- La loi de comportement élastique
- La fonction de charge
- Le potentiel de plasticité
- La fonction d'écrouissage

1.2.1.4. Restrictions et limitations de la théorie de l'élasto-plasticité

1.2.1.4.1. Restrictions

Certaines restrictions peuvent être posées sur les paramètres et les fonctions d'un modèle plastique afin d'assurer une réponse mécanique stable. Ces restrictions ne peuvent être considérées comme des lois thermodynamiques strictes (bien que certains auteurs choisissent le terme quasi-thermodynamique pour évoquer la similarité avec la seconde

loi de la thermodynamique), mais plutôt comme des critères de classification. On présentera brièvement les trois postulats de stabilité les plus connus.

Le premier postulat de stabilité de Drucker ou le postulat de Hill, (proposé par Hill (1958)) signifie que pour les matériaux qui se déforment de manière inélastique, l'incrément de contrainte multiplié par l'incrément de déformation (ou travail de second ordre) est positif $\delta\sigma\delta\varepsilon \geq 0$. Si le travail appliqué n'est pas causé par un incrément de contrainte (un incrément de chaleur, par exemple), l'incrément de travail doit être positif ou nul. Le second postulat de Drucker (1951) remplace l'incrément de déformation par l'incrément de déformation plastique pour un cycle de chargement déchargement $\delta\sigma\delta\varepsilon^P \geq 0$. On peut directement constater qu'en conditions unidimensionnelles, un comportement adoucissant (écrouissage négatif) est instable lorsqu'il est contrôlé en contraintes. Dans le cas multidimensionnel, un matériau peut être stable sans obéir au postulat de Drucker. Il est aussi possible de prouver que le postulat de Drucker résulte en un modèle associé, avec une surface de charge convexe. Le postulat de Drucker est donc trop restrictif. On prouvera dans le paragraphe 1.2.3 que l'incrément de travail plastique peut être négatif. De plus, un modèle peut être thermodynamiquement consistant, sans être nécessairement associé.

Il'Iushin (1961) propose un postulat basé sur un cycle de déformations (considérées comme homogènes) plutôt que sur un cycle de contraintes. Il est proposé de qualifier un comportement comme plastique si, sur un cycle de déformation, le travail total est strictement positif. Un comportement élastique est associé à un travail nul sur un cycle fermé. L'avantage par rapport au postulat de Drucker est le choix d'un cycle de déformation, ce qui permet de prendre en compte l'écrouissage adoucissant. Cependant, et comme pour le postulat de Drucker, il n'est pas admis qu'il puisse y avoir production d'énergie dans un cycle de déformation (comme lorsque la fonction d'énergie libre dépend de variables plastiques, voir partie 1.2.3.5.3) et que le travail ne peut qu'être positif ou nul. Le postulat d'Il'Iushin résulte aussi en des lois associées.

1.2.1.4.2. Limitations

L'une des critiques les plus pertinentes de la théorie de l'élasto-plasticité concerne l'hypothèse de base de cette théorie : la distinction entre élasticité et plasticité. Des études basées sur l'émission acoustique (Fernandes et al., 2010), et d'autres basées sur la thermographie infrarouge (Luong, 1986) ont montré qu'une dissipation d'énergie se produisait bien avant le début de l'écrouissage. La théorie de l'hypoplasticité permet de contourner ce problème en se passant de concepts tels que la surface de charge, et en utilisant une seule relation entre les incréments du tenseur de contrainte et de déformations (Kolymbas, 1977).

Plusieurs modèles n'adhèrent pas à la méthodologie classique décrite précédemment, et choisissent d'introduire une série d'hypothèses ad hoc, ce qui rend une comparaison entre les modèles difficile (Rubin, 1990; Valanis, 1971). D'autre part, un modèle élasto-plastique défini sur la base de composantes indépendantes résulte généralement en des modèles avec un grand nombre de variables interdépendantes. Une formulation couplée permet de réduire le nombre de variables. De plus, un choix non judicieux de fonctions et de paramètres peut résulter en une théorie inconsistante avec les lois de la thermodynamique.

Les modèles d'état critique, présentés dans le paragraphe suivant, ont eu beaucoup de succès pour l'étude des argiles, et des milieux granulaires sous fortes contraintes ou lorsque la rupture des grains est prise en compte. En plus des problèmes issus de la théorie de l'élasto-plasticité, ce type de modèles ignore l'effet de l'anisotropie et ne permet pas de représenter des comportements plus complexes tels que l'histoire immédiate du chargement lors d'essais cycliques. Les chargements cycliques peuvent être décrits par trois types de modèles (Papon, 2010): un modèle à surfaces de charges multiples couplées à de l'écrouissage cinématique (Mroz, 1967), un modèle basé sur le principe de la surface limite ou *bounding surface* (Dafalias, 1986) et un modèle bulle couplant les deux premières approches (Al-Tabbaa, 1987). Concernant l'anisotropie, plusieurs techniques de prise en compte (écrouissage rotationnel, par exemple) ont été proposées et appliquées post hoc, indépendamment de la méthodologie de dérivation des modèles d'état critique. Toutes les théories citées sont dérivées indépendamment des lois de la thermodynamique.

La nécessité d'une formulation alternative à la théorie de la plasticité est donc établie. Cette nouvelle approche, présentée dans le paragraphe 1.2.3, est consistante avec les lois de la thermodynamique sans être trop restrictive. Elle permet une formulation couplée, et se base sur la thermodynamique des variables internes pour décrire l'état du matériau. Les fondements théoriques solides de cette théorie ne l'empêchent pas d'être assez flexible et lui permettent d'incorporer plusieurs aspects du comportement modélisé.

1.2.2. Théorie de l'état critique et les modèles type Cam-Clay

Le concept de l'état critique en mécanique des sols a été postulé par Casagrande (1936) avant d'être introduit dans des modèles de comportement à l'Université de Cambridge à la fin des années 1950 par Schofield et Wroth (1968) et Roscoe et Burland (1968) dans le cadre d'un effort visant à prédire le comportement d'un sol à travers des modèles qui incorporent l'écrouissage sous des contraintes isotropes, et à reproduire les spécificités des sols qui les distinguent d'autres matériaux, comme leur comportement au cisaillement.

Afin de mieux comprendre ce concept, considérons l'un des premiers modèles développés dans le cadre de la théorie de l'état critique : le modèle Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968), modèle élasto-plastique simple avec une surface de charge elliptique dans le plan *(p,q)* :

$$\frac{p}{p_0} = \frac{M^2}{M^2 + \eta^2} \tag{1.6}$$

Où $\eta=q/p$, M est un paramètre de contrôle de la forme de l'ellipse et p_0 un indicateur de la taille d'un membre particulier de la famille des surfaces de charge elliptiques dont la forme est définie par M. Il est supposé que le modèle Cam-Clay modifié obéit au postulat de normalité, ce qui veut dire que le vecteur d'incrément des déformations plastiques pointe vers la direction extérieure de la surface de charge, et que ce vecteur dérive directement de la surface de charge :

$$\frac{\delta\varepsilon_p^p}{\delta\varepsilon_q^p} = \frac{M^2 - \eta^2}{2\eta} \tag{1.7}$$

Le paramètre p_0 est un paramètre d'écrouissage. On fait l'hypothèse que la surface de charge s'élargit sans changer de forme, et que le grand axe de l'ellipse reste perpendiculaire à l'axe des contraintes de cisaillement. Il est possible de décrire l'écrouissage d'un sol en se basant sur la courbe de consolidation isotrope et de gonflement d'un sol dans le plan de compression (p,v), v étant le volume spécifique du sol :

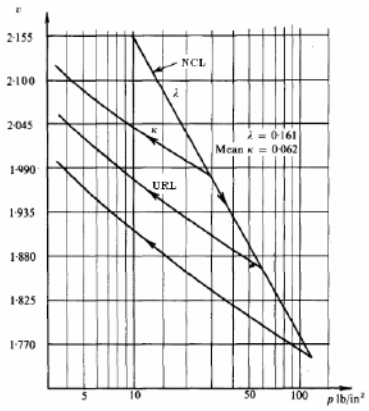


Figure 1.6 : La ligne de chargement/déchargement (url) et la ligne de consolidation normale (ncl) dans le plan de compression (p,v) pour une argile (Schofield et Wroth, 1968).

On peut voir que le comportement du sol change subitement de l'élasticité (non linéaire) à l'élasto-plasticité lorsque la ligne de consolidation normale est atteinte. Si on continue

de charger le milieu le long de cette ligne, un écrouissage se produit et la limite d'élasticité change. Un déchargement suivra une ligne (url sur la Figure 1.6) différente mais parallèle à la première. Il est donc possible d'écrire l'évolution du volume spécifique v en fonction du logarithme de la pression p_0, $v=N-\lambda lnp_0$. Le paramètre N est une constante du sol qui définit la position de la ligne de consolidation normale, et qui peut être reliée au volume spécifique initial. Une relation d'écrouissage entre l'incrément de pression p_0 et l'incrément de déformation plastique volumétrique est obtenue:

$$\delta\varepsilon_p^p = \frac{\lambda - \kappa}{v}\frac{\delta p_0}{p_0} \tag{1.8}$$

À partir de ces éléments, il est possible de dériver la forme incrémentale du modèle Cam-Clay modifié.

Considérons deux spécimens de sol, le premier est normalement consolidé (Figure 1.7, a et b), le second est surconsolidé (Figure 1.7, c et d), et appliquons un chemin triaxial drainé ($dq=3dp$) représenté par les chemins ABC et DEF dans les plans de contraintes (a) et (b). Dans le cas normalement consolidé, la surface de charge initiale est la plus petite ellipse (associée à B), alors que dans le cas surconsolidé, la surface initiale est la plus grande ellipse (associée à E).

Pour le sol normalement consolidé, le chemin AB est élastique puisqu'il est à l'intérieur de la surface de charge. Lorsque le point B est atteint, l'écrouissage commence. Le vecteur d'incrément de déformations plastiques en B montre que les deux composantes du vecteur sont positives. L'incrément de déformation plastique volumétrique est lié à l'incrément du paramètre d'écrouissage δp_0 par une fonction positive (1.8). L'évolution de p_0 est donc croissante, et la surface de charge devient plus grande. L'accroissement de la taille de la surface de charge s'arrête lorsque le point C, intersection entre la ligne de chargement et la ligne d'état critique (CSL), est atteint. En ce point, le vecteur d'incrément de déformation plastique est parallèle à l'axe des incréments de déformations de cisaillement plastiques. Ceci équivaut à dire que l'incrément des déformations plastiques volumétriques est nul, et donc δp_0 devient nul aussi. L'évolution de la taille de la surface de charge s'arrête, et le cisaillement plastique continue indéfiniment, sans que les contraintes p et q, ni que la déformation $\delta\varepsilon_p^p$ ne changent. Le même comportement est observé dans le spécimen surconsolidé, où la surface de charge se contracte entre les points E et F, jusqu'à atteindre sa forme limite au point F, où le vecteur d'incrément des déformations plastiques est parallèle à l'axe des $\delta\varepsilon_q^p$. Ce même type d'évolution est valable pour les essais non drainés. Les courbes (b) et (d) montrent qu'une augmentation de la taille de la surface de charge est associée à un écrouissage

positif (durcissement), et qu'une diminution est liée à un écrouissage négatif (adoucissement).

Dans les modélisations présentées, le modèle Cam-Clay modifié prédit une réponse mécanique qui tend vers une condition ultime lorsque $q/p=M$, où les déformations plastiques de cisaillement se produisent sans changement de volume ou de contraintes effectives. Cette condition, appelée état critique, peut être exprimée par la relation :

$$\frac{\partial p}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial q}{\partial \varepsilon_q} = \frac{\partial v}{\partial \varepsilon_q} = 0 \tag{1.9}$$

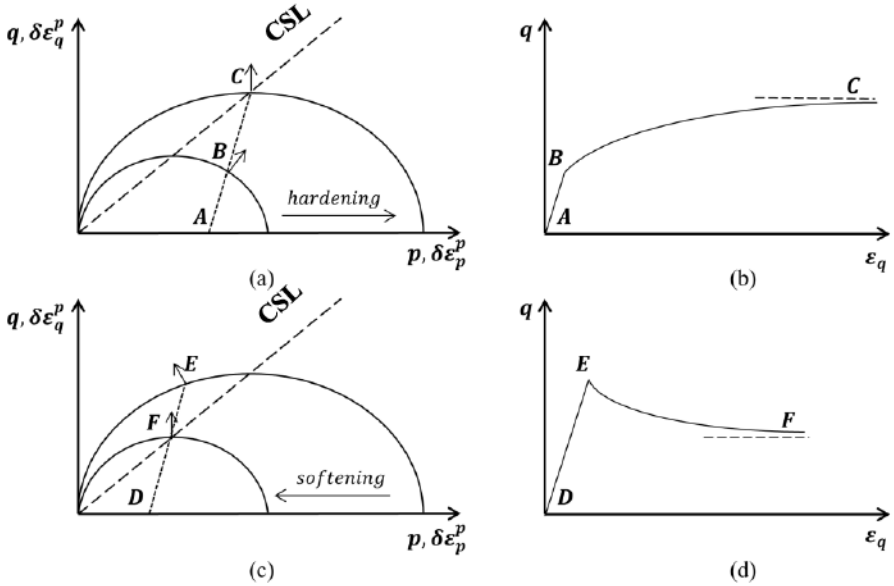


Figure 1.7 : Essai triaxial drainé sur un (a,b) sol normalement consolidé, et un (c,d) sol surconsolidé.

Cet état est bien connu en mécanique des sols et a été largement étudié (Casagrande, 1936). Il a été montré que l'état critique est indépendant du chemin suivi et de la densité, et qu'il constitue une caractéristique unique du sol étudié.

À chaque combinaison de contraintes à l'état critique (p_c,q_c), est associé un volume spécifique critique v_c (Figure 1.6). Dans le plan des contraintes, l'ensemble des points d'état critique est représenté par la ligne CSL reliant l'ensemble des sommets des ellipses. Dans le plan de compression (p,v), cette ligne est parallèle à la ligne de compression normale, et permet de relier p_c et v_c. On peut tracer les surfaces de charge de Cam-Clay, la ligne de compression normale (NCL) et la ligne d'état critique (CSL) dans un espace tridimensionnel (p,q,v) :

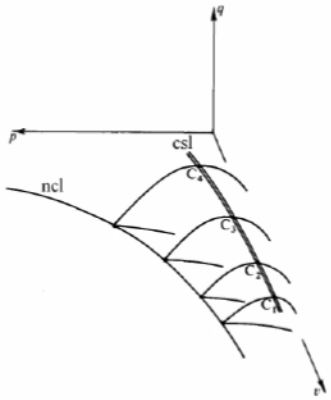


Figure 1.8 : Série de surface de charges, la ligne de compression normale (ncl) et la ligne d'état critique (csl) pour le modèle Cam-Clay modifié (Schofield et Wroth, 1968).

1.2.3. Thermomécanique

Le but de cette partie est de présenter une application du cadre de la thermodynamique pour modéliser la plasticité des sols et d'autres matériaux granulaires. Bien que ces deux disciplines puissent paraitre dissociées, plusieurs travaux ont été réalisés dans le but d'introduire les concepts thermodynamiques dans un contexte mécanique. La théorie de la plasticité, bien qu'étant assez mature et en ayant des bases théoriques solides, reste concentrée sur la prédiction réaliste du comportement du matériau. Cette théorie a été initialement développée pour les métaux, mais s'applique avec succès aux sols et aux milieux granulaires. Ces derniers présentent des comportements spécifiques qui découlent de leur nature granulaire (dilatation, écrouissage volumétrique, …), et dont la modélisation nécessite l'utilisation de lois plastiques non associées.

Dans le cadre de la plasticité classique, les contraintes imposées par la thermodynamique sont ignorées en faveur de théories moins rigoureuses d'un point de vue physique, mais qui donnent des résultats acceptables. Dans certains cas, les principes de la thermodynamique sont appliqués à des lois plastiques formulées dans le cadre classique en imposant des restrictions sur la forme des fonctions caractéristiques et sur les domaines de définition des variables du modèle. Cette approche résulte en des potentiels thermodynamiques conformes aux principes de la thermodynamique, sans pour autant avoir une signification physique (une fonction de dissipation qui ne représente pas les mécanismes dissipatifs, par exemple).

Cependant, certaines théories de la plasticité fondées sur la thermodynamique ont été développées, comme la théorie de la thermodynamique des variables internes (Coleman et Gurtin, 1967). Le but est de se baser sur des hypothèses thermodynamiques pour développer le comportement plastique du matériau. Cette approche alternative offre un

aperçu complet de la théorie derrière la modélisation, et permet donc de généraliser les résultats obtenus à un grand nombre de matériaux qui se comportent de manière similaire (une fonction de dissipation de Coulomb est généralement utilisée pour décrire un matériau frictionnel). Un autre avantage réside dans le peu de restrictions placées par la formulation sur les fonctions et les variables utilisées.

Ziegler (1983) a montré qu'un modèle constitutif d'un solide déformable peut être entièrement défini par deux potentiels : l'énergie libre et la dissipation. Collins et Houlsby (1997) se basent sur les travaux antérieurs pour développer un cadre de modèles qu'ils nomment hyperplasticité. Ce cadre permet de développer une formulation compacte et consistante basée sur les principes de la thermodynamique, qui est particulièrement adaptée à l'étude des milieux granulaires puisqu'elle est capable de modéliser un comportement plastique non associé. Il est bon de noter que les termes hyperplasticité et thermomécanique se réfèrent au cadre de lois de comportement mécaniques développées sur des bases thermodynamiques. La théorie de l'hypoplasticité développée par Kolymbas (1977) est une théorie de la plasticité qui ignore fondamentalement les principes de la thermodynamique, et n'est pas reliée aux théories étudiées. Certains auteurs n'adhèrent pas à la hiérarchisation hypo/hyper et considèrent que ces théories peuvent être unifiées (Einav, 2012). Pour notre part, on choisira d'employer le terme général *thermomécanique*.

Bien que les modèles développés dans le cadre de la thermomécanique ne peuvent enfreindre les lois de la thermodynamique, ce cadre de modèle n'est pas général au sens de la thermodynamique : il dépend de plusieurs hypothèses qui seront expliquées plus loin. Les modèles développés suivant l'approche nommée thermodynamique rationnelle (Truesdell, 1977) par exemple sont en accord avec les lois de la thermodynamique, mais ne peuvent être exprimés par les concepts de la thermomécanique. Ces modèles sont définis sur la base de fonctionnelles représentatives de l'histoire du chargement, alors que la thermomécanique emploie des fonctions d'énergie qui dépendent d'un nombre fini de variables internes. Houlsby et Puzrin (2000) explorent la possibilité de décrire les principes de la thermodynamique rationnelle en fonction de variables internes, et montrent qu'un nombre infini de variables est nécessaire.

Pour conclure cette introduction, l'application des principes de la thermodynamique aux lois de comportement des solides peut se faire de manière *ad hoc* ou *post hoc*. Le cadre de la thermomécanique est basé sur la première approche, où la thermodynamique est appliquée dans les premiers stades de la formulation. Ceci permet de construire, à notre avis, un modèle consistant sur des bases mathématiques rigoureuses, en employant des concepts mécaniques d'énergie et de travail qui donnent un aperçu de la théorie de la plasticité en général, et du modèle étudié en particulier.

1.2.3.1. Fonctions d'énergie, variables internes et contraintes généralisées

L'état thermodynamique d'un matériau dépend de variables cinématiques internes en plus des déformations ε et de la température T (ou de sa conjuguée, l'entropie s). Pour simplifier, on considère une seule variable interne α, qui peut avoir une forme tensorielle ou une forme scalaire. Cette variable peut être identifiée à la déformation plastique, ou à un paramètre d'endommagement ou de rupture (voir chapitre 2).

La fonction d'énergie peut être définie par l'une de ses quatre formes alternatives : l'énergie interne $u=u(\varepsilon,\alpha,s)$, l'énergie libre de Helmholtz $f=f(\varepsilon,\alpha,T)$, l'énergie libre de Gibbs (g) ou l'enthalpie (h). Ces quatre fonctions ne sont pas indépendantes, et sont reliées par des transformations de Legendre.

On définit aussi les contraintes généralisées χ comme les conjuguées thermodynamiques des variables cinématiques du modèle. Les propriétés de la transformée de Legendre impliquent que la contrainte généralisée peut être définie en dérivant l'une des quatre fonctions d'énergie ($\chi=-\partial u/\partial\alpha=-\partial f/\partial\alpha=-\partial h/\partial\alpha=-\partial g/\partial\alpha$). Le tableau suivant résume les fonctions d'énergie et les contraintes généralisées associées à ces fonctions.

Tableau 1.1: Les fonctions d'énergie libre utilisées.

Énergie interne	Énergie libre de Helmholtz	Enthalpie	Énergie libre de Gibbs
$u = u(\varepsilon, s)$	$f = f(\varepsilon, T)$ $f = u - sT$	$h = h(\sigma, s)$ $h = u - \sigma\varepsilon$	$g = g(\sigma, T)$ $g = h - sT$ $= f - \sigma\varepsilon$
$\sigma = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon}$ $T = \frac{\partial u}{\partial s}$	$\sigma = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon}$ $s = -\frac{\partial f}{\partial T}$	$\varepsilon = -\frac{\partial h}{\partial \sigma}$ $T = \frac{\partial h}{\partial s}$	$\varepsilon = -\frac{\partial g}{\partial \sigma}$ $s = -\frac{\partial g}{\partial T}$

Pour le reste du chapitre, on choisira la notation Ψ pour désigner l'une des fonctions d'énergie libre choisies.

1.2.3.2. Dissipation et contraintes dissipatives

L'une des bases de la thermomécanique des variables internes est que les fonctions d'énergie dépendent uniquement d'un nombre fini de variables internes indépendantes. L'état du matériau dépend donc des valeurs de ces variables, et les propriétés sont des fonctions d'état. Le formalisme présenté dans cette partie est introduit par Collins et Houlsby (1997), et diffère des travaux précédents par ses définitions de contraintes stockées et de contraintes dissipatives.

La première loi de la thermodynamique peut être écrite sous sa forme locale :

$$du = \sigma d\varepsilon - divq \tag{1.10}$$

q étant la densité de flux de chaleur et $\sigma d\varepsilon$ le travail mécanique. Cette équation peut être retrouvée en établissant la conservation d'énergie sur un volume V et en appliquant le théorème de la divergence au flux de chaleur à travers la surface limite de V. La seconde loi de la thermodynamique s'écrit :

$$Tds \geq Tds^r = -Tdiv\left(\frac{q}{T}\right) \tag{1.11}$$

s^r représente la partie réversible de l'entropie. Cette équation est retrouvée en appliquant encore une fois le théorème de la divergence sur le flux d'entropie à travers la surface de l'élément de volume V. La partie réversible de l'entropie représente l'échange de l'élément avec l'extérieur alors que la partie irréversible représente la production d'entropie au sein de l'élément. On définit alors la fonction de dissipation D comme :

$$D = Tds^i = T(ds - ds^r) \geq 0 \tag{1.12}$$

L'équation (1.10) peut être réécrite sur la base de la définition de la dissipation :

$$du = \sigma d\varepsilon - divq = \sigma d\varepsilon + Tds - D \tag{1.13}$$

Puisque l'énergie interne est une fonction d'état, on peut écrire :

$$du = \frac{\partial u}{\partial \varepsilon} d\varepsilon + \frac{\partial u}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial u}{\partial s} ds \tag{1.14}$$

On a choisi l'entropie comme variable indépendante puisque les transformations étudiées seront isothermes dans la plupart des cas, nous affranchissant ainsi des dérivées par rapport à la température. À partir des deux équations précédentes, on peut écrire que $\sigma=\partial u/\partial \varepsilon$ et $T=\partial u/\partial s$. De plus, en se basant sur la définition de la contrainte généralisée $\chi=-\partial u/\partial \alpha$, il est possible de déduire :

$$D = \chi d\alpha \tag{1.15}$$

La dissipation dépend uniquement des variables d'état considérées dans la fonction d'énergie libre (σ, ε, s, T, α) et de l'incrément des variables internes $d\alpha$. Elle est donc associée à la fonction d'énergie libre.

On définit les contraintes dissipatives comme la dérivée de la fonction de dissipation par rapport à l'incrément des variables internes :

$$\chi_D = \frac{\partial D}{\partial d\alpha} \tag{1.16}$$

Pour un matériau dissipatif, plastique et non visqueux, la fonction de dissipation est nécessairement homogène de degré 1 en $d\alpha$ puisque l'énergie dissipée doit être proportionnelle à la déformation appliquée. (Une preuve plus complète peut être retrouvée dans (Ziegler, 1983)). Le théorème d'Euler s'applique donc à la fonction de dissipation :

$$\frac{\partial D}{\partial d\alpha} d\alpha = \chi_D d\alpha = D \tag{1.17}$$

En comparant l'équation (1.15) et l'équation (1.17), on déduit :

$$(\chi - \chi_D) d\alpha = 0 \tag{1.18}$$

Ceci ne revient pas à dire que $\chi=\chi_D$, puisque χ_D peut dépendre de $d\alpha$. La seule déduction possible est que $(\chi-\chi_D)$ est toujours orthogonal à $d\alpha$. L'hypothèse plus forte introduite par Ziegler (1983) est nécessaire pour écrire $\chi=\chi_D$.

Il est essentiel de noter que cette analyse est seulement valable pour un matériau où la fonction d'énergie est purement élastique. Si la fonction d'énergie (1.10) contient une partie plastique (ou dépend de α et de $d\alpha$) comme lorsque l'énergie plastique stockée est considérée, il n'est plus possible d'écrire l'égalité (1.17). La partie de la fonction d'énergie libre qui dépend de α apparaitra dans l'équation (1.17). Il sera donc nécessaire d'introduire une nouvelle variable de contrainte dérivant de la partie plastique de l'énergie libre. (Voir le paragraphe 1.2.3.5.3).

1.2.3.3. Le principe d'orthogonalité de Ziegler

La limitation la plus importante introduite par la thermomécanique reste la nécessité d'utiliser le principe d'orthogonalité de Ziegler. Ce principe découle de l'hypothèse que Ziegler a formulé dans son livre (Ziegler, 1983), et qui suppose que la fonction de dissipation se comporte comme un potentiel dont la dérivée est la contrainte dissipative. Ceci signifie que la contrainte dissipative est orthogonale aux surfaces de dissipation. Dans son livre, Ziegler explique que le principe d'orthogonalité peut être vu comme une formulation plus forte du deuxième principe de la thermodynamique. En effet, si la deuxième loi de la thermodynamique prévoit une dissipation d'énergie positive, le

principe de Ziegler estime que cette dissipation doit être maximale. Dans le cadre de la thermodynamique des transformations irréversibles, le principe de Ziegler est équivalent au principe d'entropie maximale. Le débat dans la communauté scientifique quant à la véracité de ce principe persiste à ce jour. Certains auteurs considèrent le principe de Ziegler comme étant "vrai" au sens du deuxième principe de la thermomécanique (universellement accepté), alors que d'autres le considèrent comme trop restrictif, et le regardent comme un principe de classification (comme le postulat de stabilité de Drucker). À ce jour, aucune étude expérimentale n'a donné des résultats violant ce principe ; on considèrera donc que le cadre de la thermomécanique concerne une grande partie des matériaux plastiques, sans participer au débat autour du principe.

Sur cette base, on peut écrire :

$$\chi = \chi_D \tag{1.19}$$

On a choisi de garder les deux variables comme étant distinctes pour pouvoir introduire les contraintes de déplacement. En effet, lorsque l'énergie libre est constituée d'une partie plastique, l'égalité (1.19) n'est plus valable et un nouveau terme, appelé contrainte de déplacement, s'ajoute à la contrainte dissipative (voir le paragraphe 1.2.3.5.).

1.2.3.4. La fonction de charge et la loi d'écoulement

La fonction de dissipation est homogène d'ordre 1 en $d\alpha$. Une transformation de Legendre de cette fonction en $d\alpha$ donne une fonction qui dépend de la variable conjuguée de $d\alpha$, c'est-à-dire χ (ou χ_D). D'après les propriétés de la transformée de Legendre, la transformée de la dissipation s'annule lorsque la dissipation est égale à 0 au moment de l'écrouissage. Cette nouvelle fonction, écrite en terme de contraintes généralisées, et qui s'annule avec le début de l'écrouissage n'est autre que la fonction de charge. L'existence d'une surface de charge est directement associée à l'initiation de la dissipation d'énergie, ce qui constitue la base de la théorie de la plasticité.

Puisque la transformée y est égale à zéro, elle ne peut être déterminée que comme un produit avec un coefficient multiplicatif λ strictement positif :

$$\lambda y = \chi_D d\alpha - D = 0 \tag{1.20}$$

y dépend donc des variables prises en compte dans la fonction d'énergie libre en plus de la contrainte généralisée. On note qu'il est généralement possible d'écrire la contrainte généralisée en fonction des contraintes et des variables internes.

Puisque le paramètre λ est strictement positif, on peut écrire que $\chi_D(\partial D/\partial \chi_D)\geq 0$. Ceci équivaut à dire que la surface de charge est convexe.

Si on dérive la fonction λy, on retrouve la loi d'écoulement dans l'espace des contraintes généralisées:

$$\mathrm{d}\alpha = \lambda \frac{\partial \mathrm{y}}{\partial \chi_D} \tag{1.21}$$

On peut donc voir que la loi d'écoulement est toujours associée dans l'espace des contraintes dissipatives. Collins et Houlsby (1997) ont montré que des lois de comportement non associées peuvent être retrouvées au sein de ce formalisme. Le passage de l'espace des contraintes généralisées χ à l'espace des contraintes σ peut résulter en une loi non associée. Il n'est cependant pas nécessaire que la nouvelle loi d'écoulement dérive d'un potentiel. La loi d'écoulement peut aussi devenir non associée lors du passage des contraintes dissipatives σ_D aux contraintes réelles σ, lorsque les contraintes de déplacement sont définies.

1.2.3.5. Le concept de l'énergie plastique stockée

Il est largement accepté dans le domaine de la mécanique que le travail élastique est récupérable alors que le travail plastique est dissipé et donc définitivement perdu. Jusqu'à récemment, cette distinction a été transposée à l'étude des milieux granulaires en plus d'autres concepts de la théorie de la plasticité. L'incrément de travail plastique est considéré comme étant égal au taux de dissipation d'énergie. Cette supposition, bien que largement utilisée dans les lois de comportement en mécanique des sols, a été critiquée par Collins (2005), qui affirme que la distinction entre l'énergie récupérable comme étant élastique et l'énergie non récupérable comme étant plastique, bien que valide au niveau des grains, perd sa base physique dans le contexte de l'empilement granulaire.

Palmer (1967) est l'un des premiers à noter qu'une partie du travail plastique est stockée lors de son interprétation énergétique des modèles de type Cam-Clay. Il s'est basé sur les travaux de Bjerrum (1966) concernant le comportement des argiles sur-consolidées, qui gardent une partie de l'énergie reçue dans leurs liaisons diagénétiques. Il utilise alors le terme « *locked-in recoverable strain energy* » pour décrire cette partie de l'énergie plastique. Jefferies (1997) a aussi noté la possibilité qu'une partie de l'énergie plastique peut être stockée lors de sa discussion des modèles d'état critique proposés par Nova (1982). Depuis, ce concept trouve sa place dans plusieurs travaux et publications de mécanique des sols et de plasticité en général : Houlsby (1981), Maugin (1992), Ulm et Coussy (2003), Collins (2005) et Einav et Collins (2008) peuvent être cités comme exemples. Le papier de Collins (2005) examine le problème d'un point de vue

microscopique et macroscopique. Il construit alors un cadre de modèles basés sur la thermomécanique, qui différencie la dissipation du travail plastique. Un modèle formulé sur cette base peut produire de la plasticité sans qu'il y ait dissipation d'énergie.

1.2.3.5.1. Origine micromécanique de l'énergie plastique stockée

La réponse mécanique macroscopique d'un sol qui résulte des interactions microscopiques inter-grains est dans la plupart des cas, considérée homogène. Afin d'appliquer la théorie de la plasticité pour modéliser le sol, considéré comme continu, la distinction entre les déformations élastiques et plastiques est nécessaire. Ainsi, les déformations récupérées après un déchargement sont élastiques, et les déformations qui persistent sont plastiques.

Considérons le cas simple d'une compression isotrope. La plasticité est associée aux mécanismes dissipatifs considérés : friction, mouvement entre grains, plasticité au niveau du grain, rupture des grains, … Le comportement élastique est uniquement causé par l'élasticité des grains. On peut donc distinguer entre l'énergie stockée et l'énergie dissipée.

Lorsque l'échantillon est déchargé, certains grains élastiquement comprimés auront la possibilité de revenir à leur état initial, ce qui causera une expansion du Volume Elémentaire Représentatif (VER), et permettra la récupération d'une partie de l'énergie stockée. D'autres grains, par contre, resteront coincés au sein de l'empilement granulaire, et ne pourront pas restituer l'énergie élastique qu'ils stockent par déformation. Cette énergie n'a pas été dissipée, mais reste confinée (*locked in*) dans le système et n'est pas récupérée. Ces grains peuvent cependant potentiellement libérer cette énergie, s'il y a un réarrangement des grains environnants. Macroscopiquement, les déformations associées à cette énergie ne sont pas immédiatement récupérées, et sont donc considérés comme étant plastiques. Afin de récupérer cette énergie, il est nécessaire d'atteindre encore une fois le domaine plastique, pour qu'il y ait mouvement ou rupture de particules, et donc une dissipation d'énergie. Si on considère que la fonction d'énergie libre peut être séparée en deux parties, l'une représentant l'énergie stockée et immédiatement récupérable Ψ^e, et l'autre l'énergie stockée associée à de la plasticité Ψ^p, on peut dire que la première dépend des déformations élastiques et que la deuxième dépend des déformations plastiques. Ce comportement est décrit dans les essais en éléments discrets de Thornton et Liu (2000).

Afin de mieux expliquer ce concept, considérons le cas explicité dans la Figure 1.9, où une compression uni-axiale est appliquée à trois grains placés entre deux murs rigides dans la configuration (a). On considère que les contacts grain/grain et grain/mur se font sans friction. Lorsque la compression est appliquée, les rotations des grains 2 et 3

permettent au grain 1 de se placer entre les deux grains. Les 3 grains se sont déformés élastiquement de façon à permettre la configuration (b) et d'accommoder le chargement. Le travail appliqué est donc stocké élastiquement au niveau des grains, puisqu'aucune dissipation d'énergie ne s'est produite. Lorsque les grains sont déchargés, ils gardent leur position d'équilibre, bien qu'elle soit instable, puisque le grain du milieu peut éventuellement retourner à sa position initiale. D'un point de vue macroscopique, le travail appliqué a résulté en des déformations macroscopiques irréversibles et donc plastiques. On pourrait donc considérer à tort que ce travail a été dissipé au cours du chargement. En réalité, cette énergie plastique est stockée au niveau du grain.

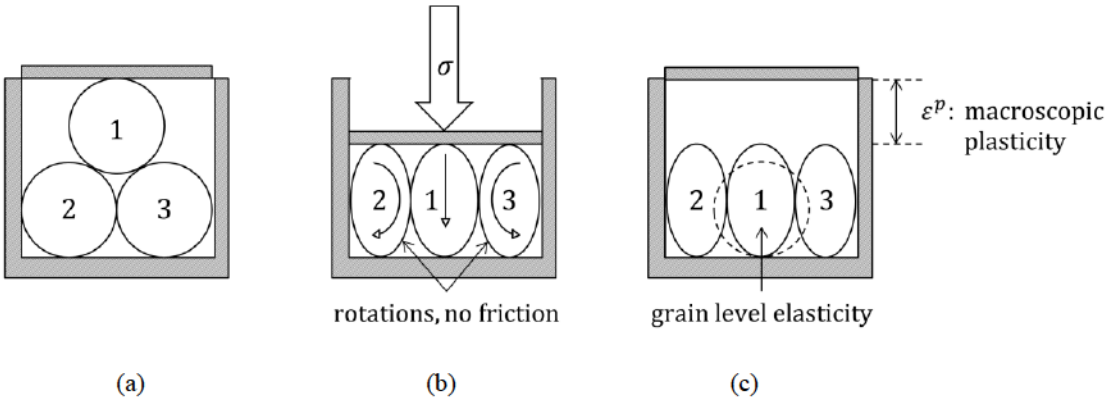


Figure 1.9: Compression uni-axiale de trois grains pour expliquer l'origine micromécanique du concept de l'énergie plastique stockée.

1.2.3.5.2. Le comportement macroscopique et le modèle rhéologique

Dans le paragraphe précédent, il a été montré que l'équivalence généralement faite entre les déformations plastiques et les déformations irrécupérables causées par une dissipation d'énergie lors d'un cycle chargement-déchargement n'était pas toujours vérifiée. En effet, l'inhomogénéité de la structure des grains et de leurs mouvements affecte l'énergie stockée au niveau des grains, et la rend irrécupérable. Certains grains comprimés élastiquement se retrouvent coincés à cause la modification de la structure du sol, et ne sont pas capables de restaurer leur énergie lors du déchargement. Ceci produira des déformations qui seraient macroscopiquement perçues comme étant plastiques, et l'énergie associée à ces déformations serait considérée à tort comme étant dissipée. Afin de mieux comprendre ce concept, un modèle rhéologique simple, généralement utilisé pour décrire le comportement plastique des sols, est proposé comme exemple (Collins, 2005; Einav et Collins, 2008).

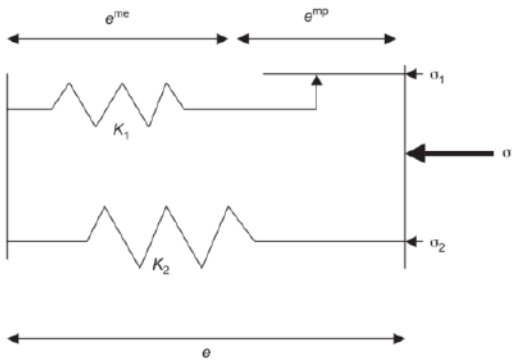


Figure 1.10: Modèle rhéologique représentant le comportement inhomogène d'un VER de sol (Collins, 2005).

La partie haute du modèle est la partie du volume élémentaire représentatif où les déformations plastiques peuvent se développer, et représente un comportement mécanique élastique linéaire parfaitement plastique des grains. Les mécanismes qui causent la dissipation d'énergie (glissements, frottement, rotations, rupture des grains, …) sont pris en compte dans cette partie. Il comporte un ressort et un patin montés en série (modèle de Saint-Venant). Le reste du modèle est constitué d'un ressort élastique monté en parallèle à la première partie et représente l'effet des grains environnants sur le VER. Ce modèle est largement utilisé en mécanique des sols.

Si on applique un premier chargement au modèle, la contrainte σ est reliée à la déformation macroscopique ε et à la déformation méso-plastique ε^{mp} (voir Figure 1.10). Au moment du déchargement, la contrainte s'annule $\sigma=0$, et les déformations résiduelles ε^{r} persistent. Le ressort K_2 bloque le déchargement du ressort K_1, et une partie de l'énergie non restituée (plastique) par le système est stockée dans les deux ressorts K_1 et K_2. Le système est rechargé une seconde fois, et l'énergie stockée dans les deux ressorts est calculée en fonction des déformations élastiques macroscopiques $\varepsilon^{E}=\sigma/(K_1+K_2)$ et des déformations plastiques macroscopiques $\varepsilon^{P}=\varepsilon^{r}+\varepsilon^{mp}$:

$$W^e = \frac{1}{2}K_1\varepsilon^{me\,2} + \frac{1}{2}K_2\varepsilon^2 = \frac{1}{2}(K_1+K_2)\varepsilon^{E\,2} + \frac{1}{2}(K_1+K_2)\left(\frac{K_2}{K_1}\right)\varepsilon^{P\,2}$$
$$= \Psi^e(\varepsilon^E) + \Psi^P(\varepsilon^P) \qquad (1.22)$$

L'énergie stockée est donc la somme de deux termes, l'un dépendant des déformations élastiques macroscopiques $\Psi^e(\varepsilon^E)$ et l'autre dépendant des déformations plastiques macroscopiques $\Psi^p(\varepsilon^P)$. Ce résultat est essentiel à la formulation thermomécanique de modèles en mécanique des sols, et permet d'importants développements théoriques.

Lors de l'étude de la rupture fragile des grains dans un milieu granulaire, on considère que l'incrément de surface créée est directement lié à la consommation d'énergie stockée au niveau du grain. Or, cette énergie n'est pas uniquement élastique, et comporte une partie plastique stockée. Cette partie de l'énergie stockée sera donc aussi disponible pour le processus de fracturation des grains.

1.2.3.5.3. Conséquences sur la thermomécanique

L'équation de base de la thermomécanique est retrouvée en réécrivant l'équation (1.13) en condition isotherme. L'incrément de travail mécanique δW est donc la somme de la différentielle de la fonction d'énergie libre $d\Psi$ et de la fonction de dissipation D.

$$\delta W = d\Psi + D \tag{1.23}$$

Dans cette partie, on travaillera en termes de contraintes réelles (σ), une formulation plus complète en terme de contraintes généralisées et de variables internes est disponible dans Collins et Houlsby (1997). Le plus simple est de considérer la fonction d'énergie libre de Helmholtz, et d'identifier la variable interne à la déformation plastique. On notera que l'incrément d'énergie libre est une différentielle puisque c'est une fonction d'état, dont l'intégrale est indépendante du chemin choisi et s'annule si on intègre sur un chemin fermé. Une intégrale sur chemin fermé de la dissipation sera toujours positive puisque le processus de dissipation est irréversible.

Dans le cadre de la mécanique des sols, l'incrément de travail est généralement associé à l'incrément de travail plastique puisque la contribution élastique est considérée négligeable dans le comportement des sols. D'autres identifient l'incrément de travail élastique à la différentielle d'énergie libre, et estiment que la fonction de dissipation est égale à l'incrément de travail plastique. En réalité, le travail plastique n'est pas entièrement dissipé, et la fonction d'énergie libre peut dépendre des déformations plastiques. Considérons le cas d'un matériau qui obéit au principe de séparation des énergies introduit par Ulm et Coussy (2003). La fonction d'énergie libre s'écrit comme la somme d'une partie élastique et d'une partie plastique :

$$d\Psi(\varepsilon^{e}, \varepsilon^{p}, \dots) = d\Psi^{e}(\varepsilon^{e}, \dots) + d\Psi^{p}(\varepsilon^{p}, \dots) \tag{1.24}$$

On peut maintenant dire que l'incrément de travail élastique est égal à la partie élastique de la fonction d'énergie libre. L'incrément de travail plastique s'écrit donc comme la somme de la différentielle de la partie plastique de l'énergie libre et de la dissipation :

$$\delta W^{p} = d\Psi^{p} + D \tag{1.25}$$

Le terme $d\Psi^p$ peut être positif s'il est dissipé ou négatif s'il est stocké. Une procédure similaire à celle présentée dans la partie 1.2.3.4 permet de définir les contraintes réelles σ, les contraintes dissipatives σ_D et les contraintes de déplacement σ_S (indice s pour *shift stresses)*.

$$\delta W^p = \sigma d\varepsilon^p \quad ; \quad d\Psi^p = \sigma_S d\varepsilon^p \quad ; \quad D = \sigma_D d\varepsilon^p \tag{1.26}$$

$$\sigma = \frac{\partial \Psi^e(\varepsilon^e)}{\partial \varepsilon^e} \quad ; \quad \sigma_S = \frac{\partial \Psi^p(\varepsilon^p)}{\partial \varepsilon^p} \quad ; \quad \sigma_D = \frac{\partial \mathrm{D}}{\partial (d\varepsilon^p)} \tag{1.27}$$

De l'équation (*1.25*) découle l'égalité suivante :

$$\sigma = \sigma_D + \sigma_S \tag{1.28}$$

L'égalité (1.28) ne peut être déduite formellement de l'équation (1.26) puisque la contrainte dissipative dépend de l'incrément des déformations plastiques. Le principe de Ziegler est encore une fois nécessaire pour que cette égalité soit valable.

L'incrément de travail plastique devient alors :

$$\delta W^p = \sigma d\varepsilon^p = \sigma_S d\varepsilon^p + \sigma_D d\varepsilon^p \tag{1.29}$$

Cette équation est très importante. Elle permet de différencier entre les contraintes dissipatives et les contraintes réelles en introduisant le terme de contraintes de déplacement. Si la surface de charge a une forme donnée, elle sera centrée sur l'origine de l'espace des contraintes dissipatives (point O dans la Figure 1.11). L'ajout de la contrainte de déplacement aura comme effet de déplacer le centre de la surface de charge vers le point C. La forme de la surface de charge peut rester inchangée ou évoluer lors de cette transformation. Si la fonction de dissipation ne dépend pas des contraintes réelles (modèle Cam-Clay modifié), la fonction de charge en contraintes dissipatives ne dépendra pas non plus des contraintes réelles, et le déplacement de la surface de charge suite au passage à l'espace des contraintes réelles n'affectera pas la forme de la surface de charge, et la loi d'écoulement restera associée. Si au contraire, la fonction de dissipation dépend des contraintes réelles, le passage de l'espace des contraintes dissipatives à l'espace des contraintes réelles impliquera un changement de la forme de la fonction de charge, et la loi d'écoulement ne sera plus associée.

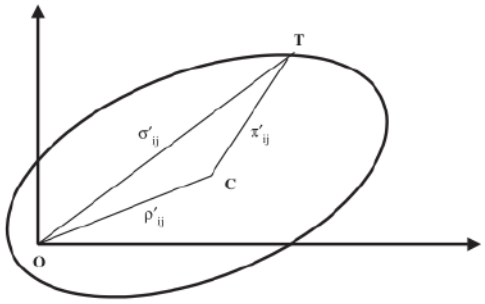


Figure 1.11: La décomposition de la contrainte en une partie de déplacement et une partie dissipative (Collins et Hilder, 2002).

1.2.3.6. Résumé de la formulation

Un modèle peut être défini dans le cadre de la thermomécanique en suivant la formulation suivante :

1. Définir les variables internes et les variables de type contraintes mises en jeu par le modèle.

2. Définir la fonction d'énergie libre Ψ avec ses deux composantes élastique et plastique, et définir la fonction de dissipation en vérifiant les conditions imposées par le type de formulation (toujours positive, homogène de degré 1 pour la plasticité).

3. Déduire la loi d'élasticité en se basant sur la partie élastique de la fonction d'énergie libre.

4. Déduire les contraintes de déplacement de la partie plastique de la fonction d'énergie libre, et les contraintes dissipatives de la fonction de dissipation.

5. Dériver la fonction de charge en appliquant une transformation de Legendre à la fonction de dissipation, ou en éliminant les déformations plastiques des contraintes dissipatives (dans un cas bidimensionnel).

6. Écrire la loi d'écoulement normale dans l'espace des contraintes dissipatives.

7. Passer des contraintes dissipatives aux contraintes réelles en se basant sur les calculs des contraintes de déplacement. Ceci permet de déplacer la surface de charge dans le plan des contraintes et de retrouver la loi d'écoulement réelle.

1.3. Mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture joue un rôle essentiel dans une grande partie des problèmes géologiques : de la fissuration de la roche mère jusqu'à la fracture du grain sous confinement, elle permet, contrairement à la statistique de la rupture, de suivre l'évolution de la fissure et de l'état de contrainte dans le grain au cours du processus de fissuration.

1.3.1. Approche du bilan énergétique

Avant le développement des méthodes numériques qui profitent de la capacité de calcul des ordinateurs d'aujourd'hui, la mécanique des matériaux s'appuyait principalement sur les travaux de mathématiciens qui avaient comme but de résoudre un problème de mécanique classique, et à fournir une solution analytique (*closed form solution*) qui décrit l'état de contrainte du problème. C'est ainsi que Kirsch (1898) est arrivé à calculer les contraintes autour d'un trou circulaire, et Inglis (1913) s'est basé sur ses travaux pour étendre le problème à un trou elliptique et s'approcher donc de la géométrie d'une fissure. Lorsque Griffith (1921) a commencé ses travaux sur la rupture des matériaux fragiles, il a consulté les travaux d'Inglis et a constaté que la solution proposée posait une difficulté mathématique : les contraintes tendent vers l'infini à l'extrémité d'une fissure pointue (ellipse aplatie), ce qui ne correspond évidemment pas à la physique du problème. En réalité, le matériau subit une plastification à la pointe de la fissure, et la formation d'une zone plastique limite les contraintes à des valeurs finies. C'est ainsi qu'il a introduit son approche se basant sur le bilan énergétique, qui constitue la fondation de la mécanique de rupture telle qu'on la connait aujourd'hui.

L'énergie de déformation par unité de volume s'écrit dans le cadre de l'élasticité linéaire :

$$\frac{1}{V}\int \sigma d\varepsilon = \frac{E\varepsilon^2}{2} = \frac{\sigma^2}{2E} \tag{1.30}$$

Lorsqu'une fissure se propage jusqu'à une profondeur a, la région à proximité des surfaces libres de la fissure est déchargée, et voit son énergie de déformation libérée. En utilisant la solution d'Inglis, Griffith a déduit que cette énergie U est égale à l'énergie totale par unité de volume multipliée par la somme des deux volumes des régions déchargées, qu'il a considérées comme des triangles (Figure 1.12-a) :

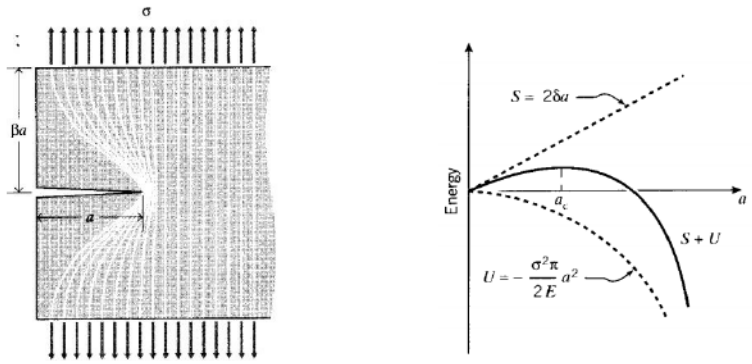
$$U = -\frac{\sigma^2}{2E}\pi a^2 \tag{1.31}$$

Afin de former la fissure, des liaisons doivent être brisées, et l'énergie résultante (de surface) est absorbée par le matériau. L'énergie de surface S associée à une fissure est proportionnelle à sa longueur a:

$$S = 2\Gamma a \tag{1.32}$$

Avec Γ l'énergie spécifique de surface.

L'énergie totale associée à la formation et l'évolution de la fissure est donc la somme de l'énergie de surface absorbée S et de l'énergie de déformation dissipée U. L'évolution de l'énergie totale associée à la fissure en fonction de la longueur a est illustrée dans la Figure 1.12- b. Dépendant de la longueur de la fissure a, la propagation de la fissure peut soit aider le système à réduire son énergie totale ($a>a_c$), et dans ce cas, l'évolution de la fissure est rapide et spontanée, ou être induite par un changement d'énergie du système (une augmentation de la contrainte par exemple) ($a<a_c$).



(a) (b)

Figure 1.12:(a) Zones déchargées à proximité de la fissure. (b) Énergie totale associée à la fissure en fonction de la longueur a.

La longueur critique a_c est généralement associée à une contrainte critique σ_f (puisqu'une contrainte peut être contrôlée, contrairement à la longueur d'une fissure). Cette contrainte peut être retrouvée en dérivant l'énergie totale U+S afin de déterminer son maximum :

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\Gamma}{\pi a_c}} \tag{1.33}$$

Les travaux de Griffith se sont portés sur les matériaux très fragiles comme le verre. Lorsqu'un matériau présente un peu de ductilité, le concept d'énergie de surface n'arrive pas à reproduire à lui seul ce qui se passe dans la réalité. Afin de remédier à ce

problème, Irwin suggère que la plus grande partie de l'énergie de déplacement relâchée est dissipée à cause de la formation d'une zone plastique aux abords du front de fissure, et non par la création de nouvelles surfaces. Il introduit donc un nouveau paramètre : le taux de restitution de l'énergie de déformation critique G_c, qui permet de prendre en compte dans le bilan énergétique l'énergie dissipée par chargement/libération d'énergie plastique à l'extrémité de la fissure. Ce paramètre peut être déterminé expérimentalement par des tests d'étalonnage (*compliance calibration*) ou par calcul de l'intégrale *J* introduite par Rice (1968).

1.3.2. Approche de l'intensité de contraintes

Bien que la méthode du bilan énergétique nous permette de comprendre les mécanismes de fissuration, elle ne nous donne finalement qu'un critère de dimensionnement qui nous permet de calculer la contrainte de rupture d'une fissure de dimension acceptable. La méthode de l'intensité de contrainte nous permet d'avoir directement l'état de contrainte à proximité de la fissure, et nous assure donc une maitrise complète de notre problème et de ces spécificités.

Dans un matériau continu, une fissure peut se propager suivant l'un des trois modes de rupture, ou par une combinaison de ces modes (Figure 1.13) : le mode par ouverture (mode I), par glissement de translation (mode II) et par glissement de rotation (mode III). Il existe des preuves expérimentales qui montrent que pour un matériau fragile, isotrope et homogène, une fissure se propage de façon que les conditions de mode I soient dominantes. Le mode I est aussi le mode de rupture qui nécessite le moins d'énergie pour se propager, et est donc le mode le plus critique. On se limitera donc à ce mode de fissuration pour le reste de nos études.

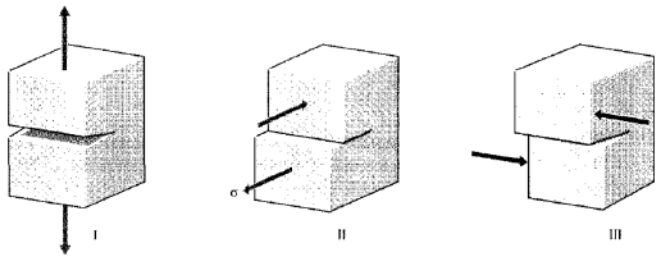


Figure 1.13: Les trois modes de rupture : mode d'ouverture I, mode de glissement de translation II et mode de glissement de rotation III.

Plusieurs chercheurs ont essayé de résoudre analytiquement le problème de la fissuration, et même si la solution d'Inglis du problème de la fissure elliptique reste intéressante, elle est néanmoins difficile à appliquer lorsque l'ellipse s'aplatit pour

représenter une fissure pointue. La méthode semi-inverse de Westergaard (1939) est aujourd'hui largement utilisée. Pour un mode d'ouverture, les contraintes s'écrivent :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) + \varepsilon(r) \tag{1.34}$$

K_I étant le facteur d'intensité des contraintes pour le mode I. Des écritures similaires sont applicables pour les modes II et III. Ces relations sont valables à proximité de la fissure ($r<0.1a$) où le terme $\varepsilon(r)$ est négligeable.

L'importance du facteur d'intensité des contraintes réside dans le fait qu'il représente la dépendance à la contrainte appliquée σ_∞, à la longueur de la fissure a, et à la géométrie du milieu. Plusieurs chercheurs se sont intéressés au calcul de ce facteur pour des géométries ordinaires. Dans le cas d'une fissure centrale ou d'une fissure de bord dans un milieu infini, on peut écrire : $K_I = \beta\sigma_\infty\sqrt{\pi a}$.

Comme dans la méthode du bilan énergétique, un facteur d'intensité des contraintes critique K_{Ic} est un paramètre caractéristique de la résistance d'un matériau : pour des valeurs de $K_I<K_{Ic}$, le matériau résiste aux contraintes au front de fissure et empêche la fissure de se propager, et pour $K_I>K_{Ic}$, une propagation brutale se produit.

La contrainte de rupture peut être reliée à la valeur critique du facteur d'intensité des contraintes. Par exemple, dans le cas d'une fissure centrale de largeur $2a$ ($\beta=1$), la contrainte de rupture est :

$$\sigma_f = \frac{K_{Ic}}{\alpha\sqrt{\pi a}} \tag{1.35}$$

En comparant cette formule à celle donnée par la méthode du bilan énergétique (1.33), on retrouve l'égalité suivante ($\alpha=1$), dans le cas d'une hypothèse de contraintes planes:

$$K_{Ic}^2 = EG_c \tag{1.36}$$

Et dans le cas de déformations planes, la formule est légèrement modifiée, et dépend du coefficient de Poisson η:

$$K_{Ic}^2 = EG_c(1-\eta^2) \tag{1.37}$$

Il faut noter que dans certains cas, la fissure se propage même quand K est inférieur à sa valeur critique. Ce phénomène appelé propagation sous-critique des fissures a été expliqué par le phénomène de fatigue dans le cas de chargements répétés, et par d'autres mécanismes affectant l'intégrité du minéral en cas de présence d'un agent corrosif

comme l'eau. La corrosion sous contraintes étudiée par Michalske et Freiman (1982) constitue l'un de ces mécanismes, où les liaisons atomiques de la zone à proximité du front de fissure d'un matériau tendu sont plus vulnérables vis-à-vis de la corrosion. Le matériau à proximité de la fissure est donc moins résistant et une fissure peut se propager pour des valeurs de K inférieures à la valeur critique.

1.4. Rupture du grain individuel

1.4.1. Rupture probabiliste des matériaux fragiles, théorie de Weibull

La théorie de Weibull (1951) est basée sur une conception du matériau qui le décompose en un ensemble d'éléments identiques et fragiles. Le concept de maillon faible est ensuite utilisé pour lier la rupture de l'ensemble à la rupture de l'un de ses éléments. Cette analyse permet de retrouver une loi statistique avec des applications multiples. Cette loi a été largement employée pour étudier la rupture des matériaux fragiles et quasi-fragiles, et dans certains cas, des matériaux ductiles (Weibull, 1949).

On considère une série d'éléments identiques connectés entre eux, à la façon d'une chaine, en une structure unidimensionnelle (Figure 1.14). Tous les éléments ont la même probabilité de rupture qu'on décrira par une fonction de distribution cumulative des probabilités $P(\sigma)$. Le théorème de probabilité combinée précise que la survie de la chaine P_S dépend de la survie de chacun de ses éléments N :

$$P_S = (1-P)(1-P)\dots(1-P) = (1-P)^N \tag{1.38}$$

En pratique, P est une quantité très petite, on peut donc raisonnablement supposer que $ln(1-P)\approx -P$. Une écriture logarithmique de l'équation (1.37) donne :

$$\ln(P_S) = N\ln(1-P) = -NP \tag{1.39}$$

Ce raisonnement peut être étendu au milieu continu (Figure 1.14) de volume V, en choisissant $N=V/V_r$, V_r étant un volume représentatif du milieu :

$$P_S = \exp\left(-\frac{V}{V_r}P(\sigma)\right) \tag{1.40}$$

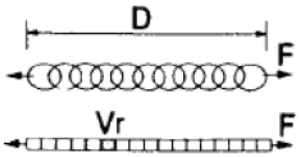


Figure 1.14: La structure unidimensionnelle et le milieu continu.

La distribution statistique $P(\sigma)$ a été introduite par Weibull (1951):

$$P(\sigma) = \left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m \tag{1.41}$$

σ_u et σ_0 sont des paramètres empiriques du matériau, m est un facteur de forme appelé module de Weibull. La forme finale de la probabilité de survie est donc :

$$P_S = exp\left(-\frac{V}{V_r}\left(\frac{\sigma - \sigma_u}{\sigma_0}\right)^m\right) \tag{1.42}$$

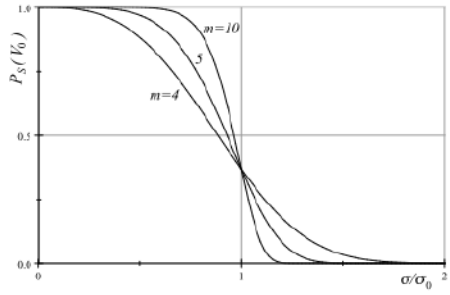


Figure 1.15 : Tracé de la loi de Weibull pour un volume V_0 constant. La sensitivité de la loi vis-à-vis du paramètre m est claire. (Figure après Cavarretta (2009)*).*

1.4.2. Facteurs influençant la rupture du grain

1.4.2.1. Résistance individuelle du grain, effets d'échelle et effet de la minéralogie

Il est largement accepté que le mode de rupture prédominant dans la rupture des grains est un mode de traction I. Les autres modes de cisaillement sont généralement associés à des mécanismes de production de fines tels que l'attrition ou l'abrasion. Cependant, peu d'études traitent le problème par une approche de mécanique à la rupture. La nature fragile de la rupture des roches permet de considérer le grain comme un solide qui rompt sous l'effet de contraintes de traction. La résistance à la traction est généralement mesurée par deux techniques : résistance à deux charges ponctuelles diamétralement

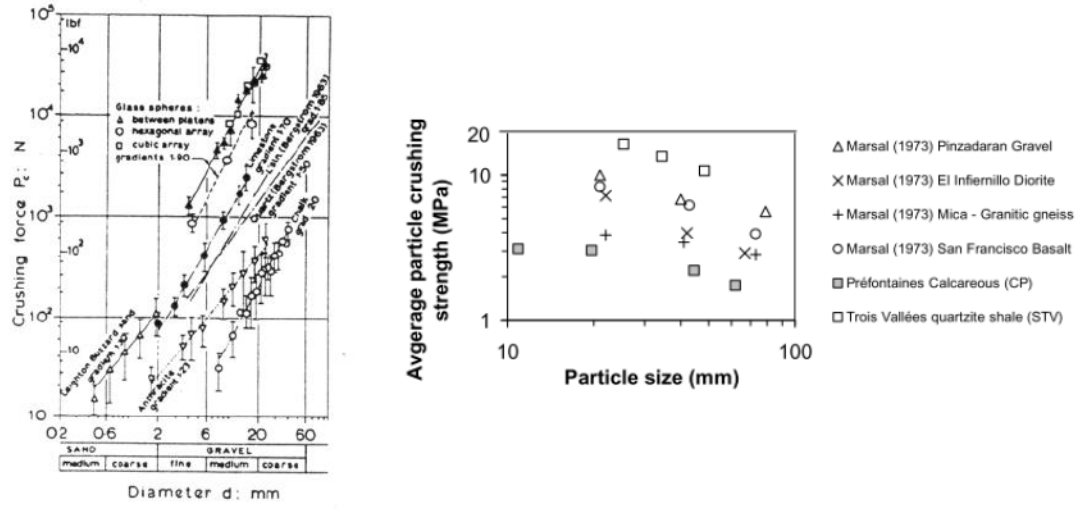
opposées (*point load test*), ou compression diamétrale entre deux plans d'une particule cylindrique. Ces méthodes permettent généralement de retrouver une relation entre la contrainte à la rupture σ_f, la force à la rupture F_f et le diamètre d de la particule de la forme (Jaeger, 1967) :

$$\sigma_f = \left(\frac{F_f}{d^2}\right) \tag{1.43}$$

Cette formule simple, qui décrit l'écrasement de particules de dimensions différentes, permet de conclure que la rupture du grain individuel est, comme pour la majorité des matériaux fragiles, très affectée par l'effet d'échelle. Cependant, les études expérimentales concernant les effets d'échelle dans les roches et les matériaux granulaires grossiers nécessitent des moyens expérimentaux important en termes de capacités et de coûts d'installation et de fonctionnement. Les données concernant ce type de matériaux sont donc rares. Ovalle et al. (2014) ont conduit une large compagne expérimentale sur des agrégats de roches, où ils confirment que la contrainte d'écrasement de la roche décroit avec l'augmentation des tailles. Ils montrent que même si la théorie de Weibull, qui considère un état de contraintes homogène au sein du grain, ne correspond pas aux matériaux hétérogènes étudiés, la distribution statistique peut être calée sur les résultats, et représente bien l'effet d'échelle au niveau du grain. Ils étudient alors l'effet d'échelle pour des assemblages granulaires de plusieurs tailles, à travers des essais triaxiaux (le plus grand au sein d'un bâti de 1000 mm de diamètre, avec une charge verticale maximale de 2000 kN) sur des échantillons de minéralogies similaires, et de distributions granulométriques adaptées. Ils montrent que pour le matériau le plus grossier, la rupture des grains augmente, et l'enveloppe de la résistance au cisaillement décroit. Aucun effet d'échelle n'est observé concernant la compressibilité. Ces données expérimentales sont utilisées pour valider la méthode théorique de Frossard (2009) qui relie la résistance du milieu granulaire à la résistance de la roche.

L'effet de la minéralogie est aussi apprécié à travers ce type de méthodes. Billam (1971) a effectué des essais d'écrasement sur des échantillons de tailles comparables, et de minéralogies différentes. Ses résultats sont présentés sur la Figure 1.16, auprès des résultats de Ovalle (2013) qui a compilé les résistances de plusieurs types de roches dans la Figure 1.16-b. L'effet de la minéralogie est aussi visible pour des essais sur des empilements granulaires. En effet, Lo et Roy (1973) ont effectué des essais triaxiaux sur des matériaux de minéralogie différente, mais de densités et de granulométries initiales équivalentes. Les résultats ont montré des différences considérables dans la réponse mécanique, et dans l'évolution des granulométries. Cependant, et bien qu'il soit possible de classer les espèces minérales en fonction de leurs résistances, il n'est pas possible de conclure sur une classification de la sensibilité à la rupture d'une roche en fonction de sa

composition minéralogique. En effet, d'autres propriétés micro-structurelles affectent la rupture des grains, comme la distribution des microfissures et des pores, le type de liaison entre les minéraux, la taille des minéraux et leur distribution. On peut citer l'exemple des granites, qui peuvent être riches en cristaux de quartz, mais qui deviennent assez fragiles si la présence du feldspath est prononcée. Pour les roches métamorphiques, différents degrés de métamorphisme affectent fortement la taille des minéraux et leurs liaisons, ce qui se traduit par une augmentation ou une diminution de la résistance d'une roche.



(a) (b)

Figure 1.16 : (a) Force à la rupture de plusieurs minéraux à différentes tailles (Billam, 1971). *(b) Résistance moyennes de plusieurs types de roches à différentes tailles* (Ovalle, 2013).

Jaeger (1967) a aussi effectué des essais de résistance sur des échantillons de marbre cylindriques, mais avec deux couples de forces diamétralement opposées, et qui se coupent suivant un angle ω (voir Figure 1.17). Ces études avaient pour but de lier la résistance du grain au nombre de coordination, et de vérifier les résultats expérimentaux face à des prédictions théoriques. Il détermine la force à la rupture et la lie au diamètre de l'échantillon. Il observe aussi les fissures et leur propagation en fonction de l'angle ω. La formule trouvée pour la contrainte à la rupture est similaire à l'équation (1.43) pour des angles ω inférieurs à 60°, mais très dépendante de ω pour des valeurs supérieures. Jaeger explique ceci par le fait que pour des angles supérieurs à 60°, la contrainte au centre du disque est essentiellement compressive, et que la zone de traction est limitée à la zone de contact. Ces conditions sont, selon l'auteur, différentes de celle de l'essai brésilien. Pour des angles plus petits que 60°, une contrainte de traction est présente au centre du disque, et cause sa rupture. La modélisation théorique de Jaeger considère des contacts conformes. Cette même observation est valable pour une rupture sous l'effet de

trois forces. L'angle limite (défini comme le plus petit angle entre les trois contacts) devient alors 120°. En réalité, les contacts entre grains ou entre échantillons et appareillages d'essai sont non-conformes, ce qui favorise une concentration des contraintes au niveau du contact, indépendamment du nombre de coordination ni de l'angle entre les forces de contact.

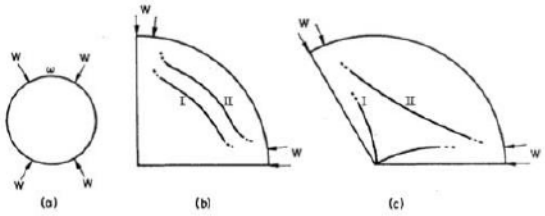


Figure 1.17 : Les essais multipoint de Jaeger (1967)*, la ligne I représente la limite de la zone de traction et la ligne II la zone ou les contraintes de traction sont le plus concentrées. (a) La configuration des contacts. (b) Lignes I et II pour un angle ω de 90°. (c) Lignes I et II pour un angle ω supérieur à 90°.*

1.4.2.2. Type de contacts entre les grains

La transmission de force entre deux grains en contact dépend fortement de la géométrie du contact, ainsi que d'autres paramètres mécaniques qui affectent la contrainte et la déformation au niveau du contact. Il est possible de distinguer deux types de contacts : des contacts conformes où deux surfaces se joignent convenablement, et des contacts non conformes où les surfaces de contact ne peuvent être assemblées. Un contact entre deux surfaces planes est conforme, alors que le contact entre deux grains sphériques, ou entre un grain sphérique et un mur plan sont non conformes. Un contact conforme forme une surface de contact, alors qu'un contact non conforme conduit à la formation d'un point de contact, d'une ligne de contact ou d'une série de points et de lignes.

Un contact non conforme concentre les contraintes dans une zone proche du contact, et favorise une localisation des contraintes, des déformations, de l'endommagement, et de l'initiation des fissures. Ce type de contact est uniquement influencé par la forme et la taille de la surface de contact, et n'est pas affecté par la forme des corps en contact.

Les contacts non conformes sont les plus étudiés dans la mécanique des milieux granulaires. Cependant, les surfaces en contact sont généralement considérées comme étant lisses. Le modèle de Hertz est l'un des modèles de contact les plus utilisés. Cette approche est cependant limitée à la réponse élastique d'un contact non conforme entre deux corps sous un chargement normal à la surface de contact (créée par la déformation élastique des corps en contact), et prédit une distribution hémisphérique des pressions. Lorsque la charge P appliquée augmente, la surface de contact et la pression augmentent jusqu'à atteindre une valeur limite liée à la ténacité du matériau.

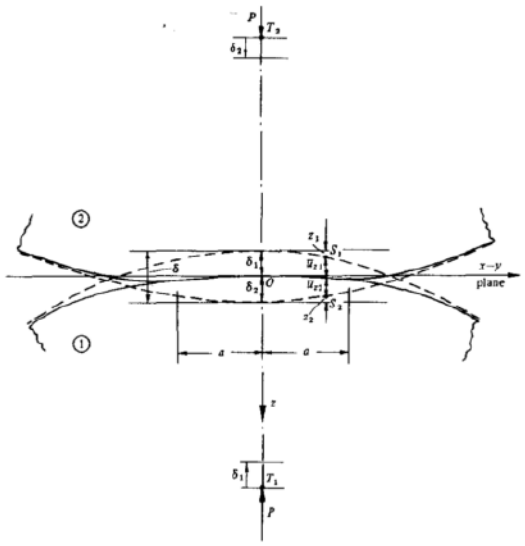


Figure 1.18 : Le modèle de contact de Hertz (Johnson, 1985).

D'autres modèles sont considérés lors de l'étude de surfaces plus rugueuses. On peut notamment citer le modèle de Greenwood et Tripp (1967) qui se base sur des distributions statistiques de la hauteur des aspérités. L'étude du contact se fait alors au niveau de l'aspérité : la surface et la force de contact locale sont données par une formule empirique. Les propriétés du contact entre les deux corps sont retrouvées par une intégration des forces et surfaces de contact locales suivant la fonction de distribution des aspérités le long de la zone de contact. Ce modèle donne des résultats plus réalistes que le modèle de Hertz pour des petites valeurs de l'effort normal P, qui sous-estiment la surface de contact, et donc la pression au niveau du contact. Pour des valeurs de N plus grandes, les deux modèles donnent des résultats comparables.

1.4.2.3. Nombre de coordination

Le nombre des particules en contact avec un grain affecte son comportement à la rupture. Plusieurs auteurs ont noté la compétition entre le nombre de coordination et la taille du grain (ou sa forme, …) pour casser ou protéger un grain de la rupture dans un milieu granulaire. Ce processus est décrit par Bolton et McDowell (1996) lorsqu'ils décrivent l'écrouissage clastique : un grain de petite taille est plus résistant, mais généralement en contact avec très peu de particules, ce qui favorise la rupture. Par contraste, un grain de taille importante est moins résistant, mais il est protégé par le grand nombre de grains en contact (cette conclusion a depuis été intégrée dans plusieurs modèles micromécaniques (Ovalle et al., 2016)). Ben-Nun et Einav (2010) ont prouvé que c'est grâce aux effets opposés de la coordination et de la taille concernant la rupture du grain que la granulométrie tend vers une distribution ultime fractale. Si l'un des deux effets était dominant, la granulométrie ultime devrait être uniforme.

Tsoungui et al. (1999) présentent le premier critère de rupture d'un grain soumis à une distribution aléatoire de forces de contacts lorsqu'il satisfait la condition d'équilibre. Ils considèrent que l'état de contrainte de ce grain est similaire à celui d'un grain comprimé par deux couples de forces de contacts diamétralement opposées, inclinées d'un angle Φ.

$$\sigma_{ij} = \frac{R}{V}\sum_{c=1}^{Nc} n_{c_i} F_{c_j} \tag{1.44}$$

R est le rayon du grain et V est son volume. Nc représente le nombre de contacts, auxquels sont associés une force F_c et un vecteur unitaire normal n_c. Une série de simulations en éléments finis leur permet de retrouver la contrainte de traction au centre du disque où la fissure est supposée prendre origine, et de développer le critère de rupture suivant :

$$2q - p \geq \sigma_{crit} \tag{1.45}$$

q est la contrainte de cisaillement, et p la contrainte isotrope. La contrainte critique $\sigma_{crit} = K_0 R^{\alpha-1}/\pi$ est calculée à partir de la force critique $F_{crit} = K_0 R^{\alpha}$ en deux dimensions. Ben-Nun et Einav (2010) ont choisi de travailler avec une force critique d'une autre forme, lorsqu'ils appliquent une version modifiée de ce critère formulée en termes de forces à leur modèle en éléments discrets. q et p se calculent à partir des formules suivantes :

$$q = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad ; \quad p = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \tag{1.46}$$

$$\sigma_{max,min} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{yy}}{2}\right)^2 + \sigma_{xx}\sigma_{yy}} \tag{1.47}$$

Ce critère reste limité puisqu'il ne prédit pas de rupture en conditions isotropes, ou lorsque les deux couples de contacts appliqués ont la même intensité de la force. Ben-Nun et Einav (2010) formulent un critère différent dans le but de combler cette faiblesse. Ce critère compare la moyenne des composantes normales des forces de contacts F_n à une valeur critique F_{crit}:

$$F_n = \frac{1}{Nc}\sum_{c=1}^{Nc} F_{n_c} \geq F_{crit} \tag{1.48}$$

La valeur critique de la force normale moyenne est calculée sur la base des travaux de Sukumaran et al. (2006). Cette analyse est présentée en détail dans la partie II de la thèse.

Les études expérimentales concernant l'effet du nombre de coordination sur la rupture du grain sont peu nombreuses et relativement simplistes, les travaux de Jaeger présentés dans la partie 1.4.2.1 seront cités comme exemple. Le chapitre 3 présentera un appareil expérimental permettant une analyse plus complète des différents aspects du problème.

1.4.2.4. Forme du grain

Plusieurs aspects caractéristiques de la forme du grain peuvent affecter la rupture. On citera les trois effets principaux : la sphéricité, qui est une propriété 3D du grain, l'arrondissement, et la texture de la surface (aspérités) qui sont associés à une section 2D de la particule.

Concernant la sphéricité et l'arrondissement de la particule, il existe plusieurs formules pour calculer les degrés de ces propriétés. Les mesures de ces propriétés se font par des techniques optiques telles que la microscopie, les projections planes ou la corrélation d'images. Les degrés de sphéricité et d'arrondissement se font suivant trois plans principaux (long, intermédiaire et court). Il est par la suite possible de faire des classifications suivant plusieurs critères différents. La Figure 1.19 montre l'une des classifications possibles sur la base des trois mesures de sphéricité. On peut donc voir que certaines formes sont plus susceptibles de casser, du fait de leur excentricité suivant l'un des trois axes. Des grains avec des facettes planes peuvent avoir une meilleure résistance à la rupture lorsqu'ils sont en contact avec d'autres grains de la même forme : la contrainte ne sera pas concentrée dans la zone de contact, ce qui limitera l'initiation de fissures en mode I. Des grains angulaires ont une probabilité de survie inférieure comparés aux grains sphériques, puisqu'ils sont plus susceptibles de casser suivant les modes de cisaillement II et III (abrasion de la zone angulaire par exemple). Les fissures en mode I sont aussi prononcées dans ce type de grains, puisqu'un grain angulaire est forcément plus excentré dans l'une des directions. De plus, la force à travers des surfaces très petites aura tendance à se concentrer dans cette zone, causant l'apparition des fissures.

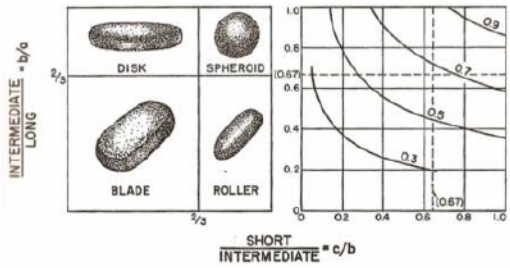


Figure 1.19: Mesures de la sphéricité d'un grain et classification de Zingg (Krumbein et Sloss, 1951).

La distribution des aspérités est étudiée par des méthodes statistiques. Des distributions de la hauteur des irrégularités sont proposées, et des fonctions d'autocorrélation permettent de décrire la topographie de la surface. Il est clair qu'une surface rugueuse sera plus résistante à la friction, et causera une production de fines importante par des mécanismes d'attrition et d'abrasion. Des aspérités de taille importante sur la surface de contact entre les grains peuvent affecter l'initiation des fissures (voir la partie 1.4.2.2).

1.4.2.5. Environnement extérieur, eau

Il est largement accepté que la présence d'eau affecte le comportement du milieu granulaire. Le concept de contrainte effective introduit par Terzaghi définit la mécanique des sols telle qu'on la connaît, et continue d'être un sujet de débat dans la communauté scientifique.

La rupture des grains est également affectée par la présence de l'eau (ou d'un autre agent corrosif au sens de la corrosion sous contraintes). Il a en effet été prouvé que l'effondrement mécanique observé suite à une introduction d'eau est dû à une augmentation de l'intensité de la rupture des grains. Cette augmentation est causée par une fissuration accélérée au niveau du grain. La présence d'eau a comme effet d'affecter la microstructure moléculaire de la zone en pointe de fissure, permettant à la fissure de se développer bien avant que le facteur d'intensité des contraintes K n'ait atteint sa valeur critique. Le concept de développement sous-critique des fissures (« subcritical crack growth ») ainsi que les mécanismes qui y sont attachés sont présentés en détail dans le chapitre 5.

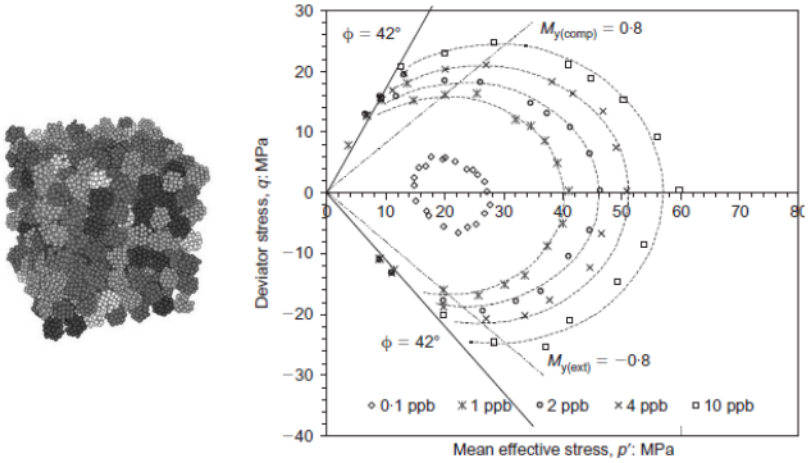
1.5. Rupture des grains dans le milieu granulaire

1.5.1. Effets de la rupture des grains sur la mécanique du sol

L'écrouissage, la plasticité ou l'état critique sont des termes employés dans l'étude et la modélisation du comportement macroscopique d'un sol. Ces comportements, bien décrits d'un point de vue constitutif, sont causés par des interactions granulaires

complexes. On présentera dans cette partie les travaux qui lient le phénomène de la rupture des grains à un comportement constitutif du sol.

La méthode des éléments discrets (DEM) offre la possibilité d'explorer la micromécanique des sols en contrôlant les interactions entre grains. Plusieurs auteurs ont appliqué cette méthode à l'étude de la rupture des grains. Le défi reste cependant d'introduire des particules broyables, un critère de rupture, et une fragmentation réalistes. Les travaux de Cheng et al. (2004; 2003) sont parmi les premiers à avoir utilisé la DEM pour étudier la rupture des grains. Leur modèle, présenté dans la Figure 1.20 (a), considère les grains comme un ensemble de petites particules élémentaires collées entre elles. La rupture est causée par le détachement des liaisons entre les particules élémentaires. Ce modèle simple arrive à reproduire un comportement réaliste du sol.



(a) (b)

Figure 1.20 : (a) Le modèle DEM de Cheng. (b) Le pourcentage des liaisons rompues et les surfaces de charges (Cheng et al., 2003).

Dans la Figure 1.20 (b), les points de pourcentage des liaisons rompues sont tracés auprès des surfaces de charges dans le plan des contraintes. On remarque que les contours d'iso-rupture coïncident avec la surface de charge, impliquant que la rupture de grains est le mécanisme dissipatif principal causant l'écrouissage. Ce même modèle a été réutilisé par Bolton et al. (2008) pour montrer que les résultats d'un essai triaxial sur du sable étaient mieux représentés par un modèle en éléments discrets broyables. Kwok et Bolton (2013) se basent sur ce modèle pour expliquer l'adoucissement qui accompagne le fluage dans un milieu granulaire où le développement sous-critique des fissures est considéré. On comprend donc que la rupture des grains détermine le comportement d'un sol.

Bolton et McDowell (1996) ont montré que la rupture des grains jouait un rôle essentiel dans l'écrouissage des matériaux granulaires. Ils proposent ainsi d'introduire une variable de rupture comme variable d'écrouissage auprès d'autres variables d'écrouissage comme le volume spécifique.

Il est admis que dans un essai triaxial sur un sable, la dilatance et la compressibilité dépendent fortement de la densité relative et de l'état de contraintes. Ces comportements sont liés à la rupture des grains (Bolton, 1986). Biarez et Hicher (1997) ont montré que la rupture des grains causait une diminution de la dilatance, et donc une diminution de la résistance au cisaillement au pic.

La rupture des grains affecte également l'état critique. Coop (1990) montre que le comportement mécanique d'un sable broyable est similaire à celui d'une argile normalement consolidée, et est correctement représenté par des modèles de type état critique. Lee (1991) explique la validité du concept d'état critique pour les matériaux broyables, et prévoit une ligne d'état critique unique pour ce type de matériaux (dans l'espace tridimensionnel (p,q,e)). Cependant, Biarez et Hicher (1994) ont montré que l'évolution de la rupture des grains causait la translation vers le bas de la ligne d'état critique dans le plan (e, p). Les observations de Biarez et Hicher ont été confirmées par la méthode des éléments discrets par Cheng et al. (2004) ou expérimentalement par Li et al. (2013). Ces derniers ont confirmé la translation de la ligne d'état critique dans le plan (e, p), et ont également montré que la pente M de la ligne d'état critique dans le plan (p, q) était indépendante de la granulométrie. Ces observations ont depuis servi de base pour le développement de plusieurs modèles constitutifs (Daouadji et al., 2001; Daouadji et Hicher, 2010; Hu et al., 2011).

D'un point de vue micromécanique, certains auteurs estiment que l'état critique est atteint lorsque la rupture des grains se stabilise, et que la granulométrie atteint sa distribution ultime (Jovicic et Coop, 1997). D'autres considèrent que l'état critique dans ce type de matériaux représente un équilibre entre les effets de la compression volumétrique causée par la rupture des grains et la dilatation causée par le réarrangement des grains et des fragments (Chandler, 1985). Luzzani et Coop (2002) ont effectué des essais de cisaillement annulaires sur plusieurs matériaux granulaires, et ont remarqué que la rupture des grains continuait pour des valeurs de déformations supérieures à celles atteintes dans les essais triaxiaux. Ils confirment ainsi que l'état critique ne peut être lié à la granulométrie ultime, et que la rupture des grains peut continuer même si l'état critique est atteint. Ils privilégient donc l'explication de Chandler qui affirme que la rupture des grains continue au-delà de l'état critique 'apparent', et que cet état représente un équilibre entre les effets de la rupture et l'effet dilatant du réarrangement des fragments. Ils établissent aussi une relation linéaire entre le taux de rupture des grains

calculé suivant la méthode de Hardin (1985) et les déformations volumétriques, et concluent donc qu'un 'vrai' état critique ne peut être atteint que si la rupture s'arrête. Coop et al. (2004) continuent sur le même raisonnement, et expliquent que l'état observé dans les essais triaxiaux n'est pas un état critique au sens rigoureux du terme, mais n'est qu'un état transitoire à volume constant, et que ultérieurement, des déformations volumétriques peuvent se développer avec un angle de résistance au cisaillement constant. Cette conclusion est particulièrement intéressante du point de vue de la modélisation du comportement constitutif, puisqu'elle différentie l'écrouissage volumétrique associé à l'état critique, et l'écrouissage lié à la rupture. Cette distinction n'est pas prise en compte dans plusieurs modèles, comme le modèle d'Einav (2007b), où la ligne d'état critique est atteinte pour B=1. (Voir partie 1.5.4.1)

1.5.2. Quantification de la rupture des grains

Le problème de la quantification du processus de rupture des grains se pose lorsqu'une étude macroscopique du phénomène est abordée. Certaines études choisissent de relier un indicateur de rupture, généralement la surface créée, à l'énergie consommée durant le processus. D'autres préfèrent étudier les évolutions des granulométries pour comprendre la rupture. Dans ce cadre, plusieurs auteurs ont proposé différents paramètres de rupture : (Marsal, 1967), (Lee et Farhoomand, 1967), (Hardin, 1985), (Lade et al., 1996) et (Einav, 2007a). Hardin a défini un paramètre de rupture comme: ''*the degree to which the particles of an element of soil are crushed or broken during loading*''. Le défi est d'introduire un paramètre de forme scalaire dans le but de mesurer la progression du broyage des grains en se basant sur l'évolution des granulométries ou d'un autre paramètre caractéristique de taille. Une distribution initiale doit être prise comme référence.

Marsal (1967) a été le premier à développer un indice de rupture pour mesurer le broyage des grains dans un essai triaxial de grande taille. Cet indice est défini comme la somme des variations positives des pourcentages de masse retenue (refus sur un tamis) du sol, pour toute fraction de taille. Lorsque la granulométrie du sol évolue, les variations négatives ne doivent pas être comptabilisées, puisque les fragments qui résultent des particules initialement dans cette fraction de taille seront pris en compte à travers une évolution positive d'une autre taille de tamis.

$$B = \sum (F_k(d_i) - F_{k+1}(d_i)) \quad for \quad F_k(d_i) - F_{k+1}(d_i) \geq 0 \tag{1.49}$$

L'indice *i* fait référence à une fraction de taille alors que *k* fait référence à l'incrément de variation des granulométries, et *F* représente la fonction granulométrique cumulative.

Lee et Farhoomand (1967) quantifient la rupture des grains en utilisant le diamètre caractéristique D_{15} défini comme le diamètre où 15% des particules en poids ont une taille inférieure. Leur paramètre de rupture est égal à la fraction entre le diamètre caractéristique à 15% de la distribution initiale et ce même diamètre pour la distribution actuelle $B=D_{15(0)}/D_{15}$.

Hardin (1985) suggère que la prédisposition d'un grain à casser dépend de sa taille, et définit un potentiel de rupture B_p pour les fractions de tailles supérieures à 0.074mm puisqu'il considère que la portion des particules plus fines ne contribue pas à la rupture. Hardin définit aussi la rupture totale B_t comme la surface entre la distribution granulaire initiale et finale, en ignorant les tailles inférieures à 0.074mm (Figure 1.21). La rupture totale est divisée par le potentiel de rupture afin de retrouver la rupture relative B_R qui représente le paramètre de rupture de Hardin.

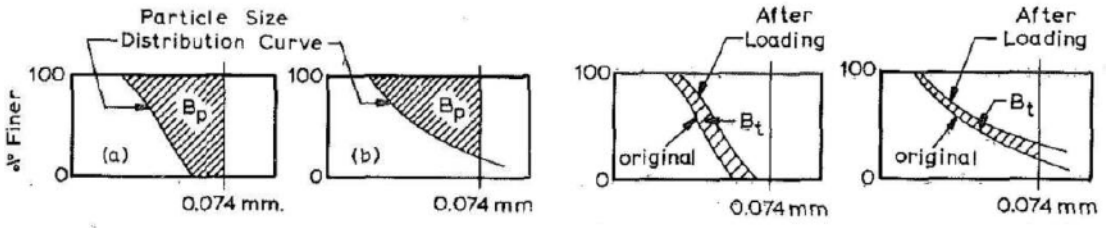


Figure 1.21: Le paramètre de rupture de Hardin.

Einav (2007c), dont la théorie de mécanique de la rupture des particules sera exposée plus loin, a basé sa définition sur le paramètre de rupture relatif proposé par Hardin, et sur les observations de Turcotte (1986) sur le caractère autosimilaire des granulométries pendant un chargement, c'est à dire que les granulométries convergent vers une distribution fractale connue. Ce paramètre de rupture B est introduit dans les modèles d'Einav comme variable interne. Le paramètre de rupture d'Einav représente la proximité relative de la granulométrie actuelle $F(d)$ de la granulométrie initiale $F_0(d)$ et de la granulométrie ultime $F_u(d)$:

$$F(d) = (1 - B)F_0(d) + BF_u(d) \tag{1.50}$$

Einav définit la rupture relative comme un rapport de surfaces (voir Figure 1.22), et en assumant une interdépendance de la rupture par rapport aux fractions de taille $(B=B(d))$, il a pu écrire :

$$B = B_r = \frac{B_t}{B_p} = \int_{dm}^{d_M} \frac{\big(F(d) - F_0(d)\big)d^{-1}\mathrm{d}d}{\big(F_u(d) - F_0(d)\big)d^{-1}\mathrm{d}d} \tag{1.51}$$

F étant la granulométrie cumulative pour l'état initial *i*, l'état actuel et l'état ultime *u*.

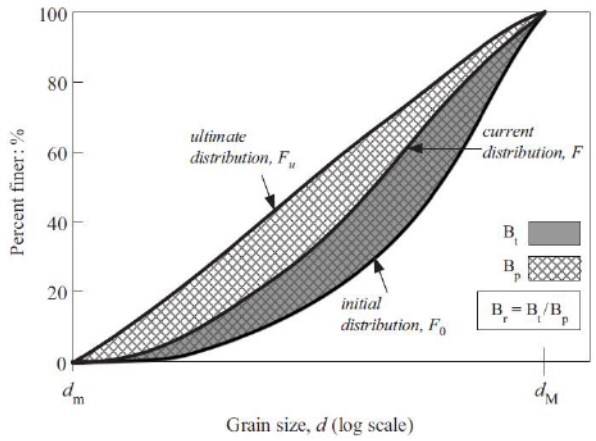


Figure 1.22: Le paramètre de rupture d'Einav (Einav, 2007a).

Miura et O-Hara (1979) ont choisi de mesurer la rupture des grains en suivant les changements dans la surface spécifique ΔS, puisque la surface est directement liée à la rupture, le mécanisme principal de création de surface. Ovalle et al. (2015) ont utilisé des mesures indirectes de la surface spécifique pour suivre la rupture, et ils ont ensuite utilisé la théorie de Griffith pour étudier la dissipation d'énergie causée par la rupture des grains.

1.5.3. Les fractales et la rupture

Le comportement d'un sol à très hautes contraintes est dominé par l'effet de la rupture des grains. Turcotte (1986) a étudié les fragments produits par des explosions et par des impacts de météorite, et a déduit que le phénomène de fragmentation est indépendant de l'échelle d'étude, ce qui revient à dire que la distribution nombre-tailles des grains est autosimilaire et que le processus de fragmentation converge vers une distribution de fragments fractale. Dans ce cas, le nombre d'objets N avec une dimension caractéristique r est donné par la relation suivante :

$$N \propto r^{-D_f} \tag{1.52}$$

D_f dénote la dimension fractale. Cette même fractale peut être définie d'une manière plus adaptée à l'étude de l'évolution des granulométries :

$$N(L > d) \propto d^{-D_f} \tag{1.53}$$

Où $N(L>d)$ est le nombre de fragments avec une taille caractéristique supérieure à d.

La pluparts des matériaux minéraux évoluent vers une distribution de dimension fractale entre 2 et 3. Ceci a été vérifié par Turcotte (1986) sur du charbon, du granite et du basalte (voir Figure 1.23) et par Sammis et al. (1987) sur des matériaux issus de failles géologiques. Coop et al. (2004) a retrouvé des valeurs similaires pour le sable, pour de très grandes déformations.

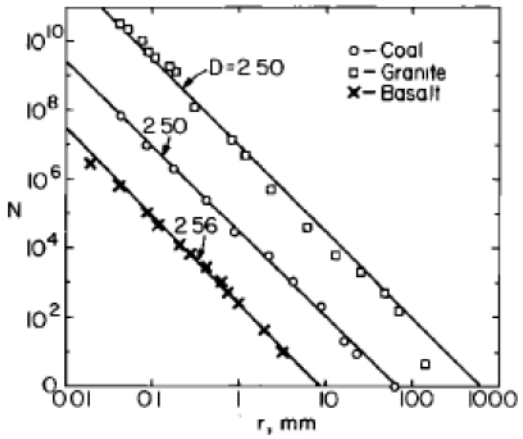


Figure 1.23: La distribution des tailles pour plusieurs types de matériaux broyés (Turcotte, 1986).

McDowell et al. (1996) ont été les premiers à utiliser le concept des fractales pour décrire le comportement plastique des sols en utilisant une loi probabiliste de rupture de Weibull (1951) pour introduire la rupture des grains. Pour une contrainte appliquée donnée, la rupture d'une particule est favorisée par une taille de grain importante et par un nombre de coordination réduit. L'effet déterminant du nombre de coordination sur le processus de rupture permet de retrouver une distribution ultime fractale. Si le cas opposé est considéré, et que la taille du grain est le facteur dominant dans la rupture, les particules de taille supérieure seront les seules à casser, et le processus résulterait en une matrice uniforme de particules fines. En réalité, la probabilité de survie dépend des deux effets opposés. En effet, si les particules fines sont les plus résistantes, elles ont aussi un nombre de contacts plus faible, ce qui représente le cas le plus défavorable d'un point de vue mécanique puisque la contrainte de traction qui cause la rupture est maximale (Jaeger, 1967). Ces particules fines devenues plus solides remplissent les vides et contribuent à protéger les particules plus grandes, par un effet de confinement qui limite les contraintes de traction dans le grain. Les simulations en éléments discrets de Cheng et al. (2004) ont montré que la probabilité de rupture d'un grain dépend plus de la coordination du grain que de sa taille.

McDowell et al. (1996) ont construit un modèle numérique simple constitué de triangles arrangés en carrés. Chaque triangle représente une particule broyable et peut donc casser en deux triangles lorsque la contrainte appliquée excède une valeur limite calculée sur la

base de la statistique de Weibull. Ce modèle simple ne prend pas en compte les variations de volume liées à la rupture. La distribution des contacts est aussi isotrope. Le résultat de simulations avec ce modèle est présenté dans la Figure 1.24-a, et confirme le caractère fractal de la rupture des grains. Ce modèle couplé à l'équation de travail de McDowell qui considère la dissipation d'énergie avec la fracturation en plus des autres formes de dissipation a permis de justifier la forme linéaire de la courbe de compression normale. Une expression a été retrouvée pour relier la dimension fractale au paramètre m de la loi de Weibull, et les valeurs retrouvées pour des matériaux connus s'approchent de la valeur classique de 2.5.

Un autre modèle a été développé par McDowell et Daniell (2001) pour mieux comprendre l'origine micromécanique de la valeur de 2.5 qui émerge lors de l'étude du comportement fractal des milieux granulaires. Le modèle se base sur les travaux de Steacy et Sammis (1991) qui ont construit un modèle composé de carrés. La condition de rupture d'un carré est appelée fracture préférentielle ; elle stipule qu'aucun carré voisin ne peut avoir la même taille que le carré étudié. Un tel modèle converge vers une valeur de la dimension fractale de 1.64 en deux dimensions (Figure 1.24-b) et de 2.6 en trois dimensions. Le concept de voisinage peut être défini de plusieurs manières, et toutes les définitions donnent des valeurs de la dimension fractale proches de 2.5. Une droite de compression normale émerge aussi de ce modèle, et l'index de compressibilité est indépendant de la granulométrie initiale.

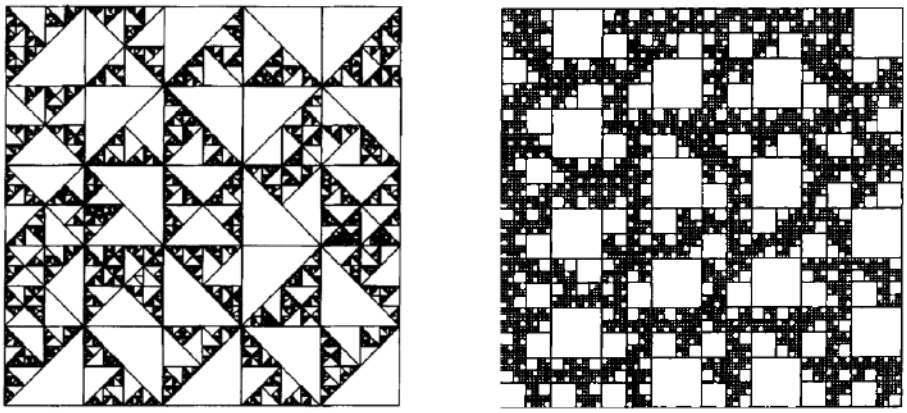


Figure 1.24: Modèles numérique de McDowell (a)(McDowell et al., 1996) *et de Steacy et Sammis (b)*(Steacy et Sammis, 1991).

McDowell (2005) s'est basé sur le concept de fractale pour justifier la forme double linéaire de la courbe $log\ e - log\ \sigma$. Il s'est basé sur la supposition que l'indice des vides e est proportionnel au volume des particules les plus fines ayant une dimension caractéristique d_{min}. Ce volume est défini comme le produit du nombre de particules de taille $N(L = d_{min})$ multiplié par le volume d'une particule qui est proportionnel à d_{min}^3.

Une fois la distribution fractale obtenue, le nombre de grains de taille d_{min} est proportionnel à $d_{min}^{-2.5}$:

$$V(L = d_s) = N(L = d_{min}) d_{min}^3 \propto d_{min}^{\frac{1}{2}} \tag{1.54}$$

D'autre part, et en appliquant la loi de Weibull, on peut écrire que la résistance moyenne du grain σ_0 est proportionnelle à $d^{3/m}$. Pour les sables, le paramètre m varie autour de 3, ce qui nous permet d'écrire :

$$\sigma_0 \propto d^{-\frac{3}{m}} \propto d^{-1} \tag{1.55}$$

La contrainte totale σ est proportionnelle à la résistance moyenne du grain σ_0 (McDowell, 2005). Une combinaison des équations (1.54) et (1.55) permet de relier la contrainte au volume, qui lui-même est proportionnel à l'indice des vides :

$$e \propto \sigma_0^{-\frac{1}{2}} \propto \sigma^{-\frac{1}{2}} \tag{1.56}$$

La pente de la courbe de compression normale est de ½. Ce résultat découle de certaines suppositions sur la dimension fractale et sur le paramètre *m* de la loi de Weibull. Cette même pente est retrouvée dans la partie volumétrique de la fonction d'écrouissage du modèle développé dans le chapitre 2.

1.5.4. Rupture dans les lois de comportement

1.5.4.1. Mécanique de la rupture des grains et l'approche thermomécanique

La théorie de la mécanique de la rupture des grains ou *Breakage mechanics* développée par Einav (2007a; 2007b) se base sur la définition du paramètre de rupture *B* décrite par l'équation (1.51). Une formulation thermomécanique permet de développer un cadre de modèles où le paramètre de rupture *B* constitue une variable interne. Ce type de modèles permet de reproduire le couplage élasto-plasticité et rupture des grains dans un sol à la façon des modèles d'endommagement.

La limite élastique du modèle découle de la supposition que l'écrouissage est toujours accompagné par une évolution de la granulométrie. La dissipation d'énergie par rupture des grains est égale à la perte d'énergie de rupture résiduelle (l'énergie de rupture disponible dans le système pour casser les particules, avant de s'annuler lorsque la granulométrie fractale est atteinte).

$$\delta D_B = E_B \delta B = \delta E_B^* \tag{1.57}$$

Cette énergie E_B^* décroit linéairement de sa valeur initiale E_B, qui représente l'énergie totale disponible à la rupture, jusqu'à atteindre 0 pour $B=1$. L'incrément δE_B^* est représenté dans la Figure 1.25 par la partie bleue alors que l'énergie résiduelle E_B^* est représentée par la partie hachurée et l'énergie de rupture totale E_B est égale à la somme des parties blanche, bleue et hachurée. Si on intègre l'équation (1.57), et qu'on pose $E_B^*=(1-B)\,E_B$, on retrouve la condition d'écrouissage d'Einav :

$$y_B = E_B(1-B)^2 - E_C \leq 0 \tag{1.58}$$

où l'énergie de rupture critique E_c est une constante d'intégration. À partir de cette équation, il est possible de dériver un potentiel de dissipation lié à la rupture des grains :

$$\delta D_B = \frac{\sqrt{E_B E_C}}{1-B}\delta B \tag{1.59}$$

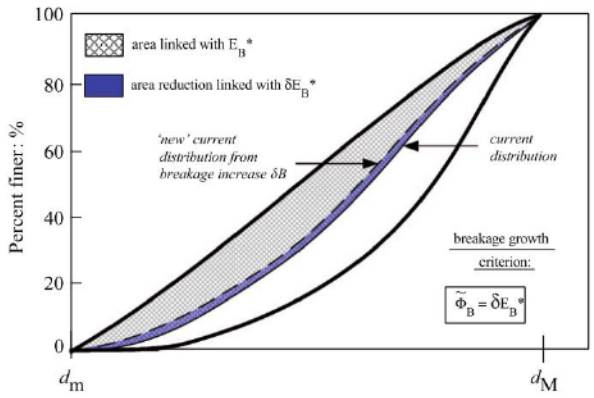


Figure 1.25: Représentation du critère du développement de la rupture d'Einav (Einav, 2007a).

Ce potentiel est strictement positif. Un autre mécanisme dissipatif non pris en compte dans cette équation est la friction. Si on suppose un incrément de dissipation plastique de type Coulomb, on peut écrire cette dissipation comme : $\delta D_P = Mp|\delta\varepsilon_q^p|$. Les incréments de la dissipation plastique et de rupture des grains peuvent être couplés pour donner une dissipation totale :

$$\delta D = \sqrt{\delta D_B^2 + \delta D_P^2} \tag{1.60}$$

L'utilisation d'un type spécial dégénéré des transformations de Legendre permet de conjuguer les termes cinématiques avec leurs conjuguées thermodynamiques. On

retrouve alors l'équation de charge pour une combinaison des dissipations plastique et de rupture :

$$y_{B,P} = \frac{E_B(1-B)^2}{E_C} + \left(\frac{q}{Mp}\right)^2 - 1 \leq 0 \tag{1.61}$$

Pour une compression pure lorsque $q=0$, l'équation de charge se réduit à l'équation (1.58). Lorsque B tend vers 1, le premier terme s'annule, et l'expression d'une loi de friction de Coulomb est retrouvée.

Il faut maintenant spécifier une fonction d'énergie libre qui correspond à une élasticité donnée. Le cas le plus simple reste l'élasticité linéaire dans le cas sans rupture. L'effet de la rupture est pris en compte par une fonction linéaire décroissante $1-\upsilon B$:

$$\Psi = \frac{1}{2}(1-\vartheta B)\left(K\varepsilon_p^{e\,2} + 3G\varepsilon_q^{e\,2}\right) \tag{1.62}$$

Où K et G sont les modules élastiques. L'indice de granulométrie υ résulte d'une étude d'homogénéisation statistique, et représente la proximité relative de la granulométrie initiale à la granulométrie ultime en utilisant leurs moments de second ordre. Les principes de la thermomécanique permettent de définir la contrainte moyenne effective p, la contrainte de cisaillement q et la conjuguée de la rupture, l'énergie de rupture E_B.

$$\mathrm{p} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_p^e} = (1-\vartheta B)K\varepsilon_p^e \tag{1.63}$$

$$\mathrm{q} = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_q^e} = (1-\vartheta B)3G\varepsilon_p^e \tag{1.64}$$

$$\mathrm{E_B} = -\frac{\partial \Psi}{\partial B} = \frac{\vartheta}{2}\left(K\varepsilon_p^{e\,2} + 3G\varepsilon_q^{e\,2}\right) \tag{1.65}$$

Une fonction de charge explicite exprimée en termes de p et q est retrouvée en remplaçant l'énergie de rupture par son expression dans l'équation (1.61) :

$$y_{(p,q,B)} = \frac{\vartheta}{2E_c}\left(\frac{1-B}{1-\vartheta B}\right)^2\left(\frac{p^2}{K} + \frac{q^2}{3G}\right) + \left(\frac{q}{Mp}\right)^2 - 1 \leq 0 \tag{1.66}$$

Cette surface de charge est tracée dans l'espace des contraintes triaxiales (p,q) pour différentes valeurs de B. La taille de la surface de charge augmente avec des valeurs de B croissantes, jusqu'à atteindre la ligne de rupture du critère de Mohr-Coulomb pour

B=1. Il faut aussi noter que cette surface de charge est conditionnée par le choix des constantes élastiques *K* et *G*.

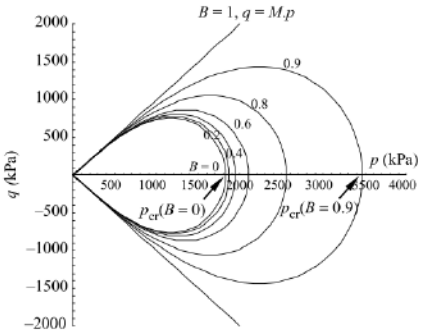


Figure 1.26: Représentation des surfaces de charge dans l'espace des contraintes triaxiales, pour différentes valeurs de B.

Pour un chargement isotrope, la rupture des grains cause la dissipation d'énergie, et est donc responsable de l'écrouissage. Ceci concorde avec les travaux de Bolton et McDowell (1996) sur l'écrouissage clastique. Si on étudie le cas de la comminution confinée, ou la réduction des tailles des particules au sein d'un empilement granulaire contraint pour un chargement isotrope, on peut déduire une pression critique p_{cr} qui signale le début de la rupture des grains et de l'écrouissage, en résolvant l'équation de charge (1.66) pour $q=0$ et $B=0$:

$$p_{cr} = \sqrt{\frac{2KE_c}{\vartheta}} \tag{1.67}$$

On peut directement remarquer la similarité entre cette relation et la relation de Griffith pour le milieu continu (1.33), vu que les deux formules relient de la même manière un module élastique (le module de Young E et le module de compressibilité K), une caractéristique énergétique de la fissuration (l'énergie de surface Γ contre l'énergie de rupture des grains E_c) et une caractéristique géométrique de la fissure (sa taille a et la proximité de la granulométrie de ses valeurs initiales et finales υ).

L'un des reproches fait aux modèles basés sur l'approche d'Einav est l'évolution trop rapide de la rupture. En effet, l'équation d'écrouissage basée sur une évolution hyperbolique de la rupture résulte en des valeurs de la rupture surestimées. De plus, cette fonction est essentielle à la modélisation, puisqu'elle découle de la condition d'écrouissage choisie par Einav. Le modèle présenté dans le Chapitre 2 intègre une fonction d'écrouissage similaire, mais cette fonction découle d'un choix et non d'une condition nécessaire d'écrouissage. Une évolution de l'écrouissage plus réaliste peut être

choisie. De plus, la fonction d'écrouissage du modèle d'Einav dépend uniquement de la rupture. L'écrouissage volumétrique n'est pas représenté.

Le modèle de rupture d'Einav est également problématique du point de vue de la thermomécanique. La fonction de dissipation de ce modèle, écrite en termes de contraintes réelles (E_B et p) doit résulter en un modèle non associé. La loi d'écoulement associée choisie par Einav est donc erronée. Cette constatation, décrite de façon fondamentale en termes d'énergies, a des conséquences importantes du point de vue constitutif, on pourra citer l'évolution irréaliste des déformations volumétriques (lorsque le modèle est calé sur l'évolution du paramètre de rupture B), l'état critique associé à la fin de la rupture (la ligne d'état critique est une tangente à la surface de charge au point (p=0,q=0), et ne l'atteint que lorsque $B=1$), la dilatance non représentée, la prédiction de déformations de cisaillement plastiques au point (p=0, q=1). Ce dernier point est discuté par Roscoe et Burland (1968) dans le cas du modèle de Cam-Clay original. Rubin et Einav (2011) présentent une extension du modèle original d'Einav, qui prend en compte les effets de la dilatation. Ce modèle décrit la compétition entre les effets de la rupture et de la dilatation dans le milieu broyable, et prédit l'évolution de l'état critique avec la rupture.

1.5.4.2. Rupture des grains dans les modèles type Cam-Clay

Le modèle Cam-Clay est le premier modèle basé sur la théorie de l'état critique. Son équation de travail a été dérivée par Schofield et Wroth (1968), et inclut une dissipation de friction à travers le coefficient de friction M qui relie la contrainte moyenne effective p à la contrainte déviatorique q à l'état critique.

$$p d\varepsilon_p^p + q d\varepsilon_q^p = Mp\left|d\varepsilon_q^p\right| \tag{1.68}$$

La dissipation d'énergie causée par la rupture des grains a été introduite dans cette équation de travail par McDowell et al. (1996) et McDowell et Bolton (1998) :

$$p d\varepsilon_p^p + q d\varepsilon_q^p = Mp\left|d\varepsilon_q^p\right| + \frac{\Gamma dS}{V_S(1+e)} \tag{1.69}$$

La dissipation d'énergie par rupture des grains est reliée à l'incrément de surface spécifique créée dans un volume $V_S(1+e)$ par le paramètre d'énergie de surface spécifique à la particule Γ à travers une approche énergétique similaire à celle de Griffith dans les milieux continus. Cette équation de travail apparait comme étant mieux adaptée aux sables qu'aux argiles. Cependant, McDowell et al. (1996) spécifient que cette équation peut être aussi appliquée aux argiles, puisque la rupture dans les argiles

consiste en la destruction de liaisons ioniques qui relient des plaquettes incassables. Dans le but de dériver un modèle constitutif de l'équation (1.69), McDowell a choisi d'éliminer la seconde partie de l'équation en introduisant un nouveau terme de proportionnalité $F(\eta)$ qui relie la dissipation par rupture à la dissipation par friction, η étant le rapport des contraintes q/p :

$$pd\varepsilon_p^p + qd\varepsilon_q^p = Mp\left|d\varepsilon_q^p\right|[1 + F(\eta)] \tag{1.70}$$

L'équation de travail (1.70) est maintenant uniquement exprimée en termes d'incrément de déformation plastique de cisaillement, alors que l'incrément de surface spécifique a été éliminé. Cette procédure permet de simplifier la dérivation, puisque l'alternative nécessiterait l'introduction de la surface comme variable interne du modèle, et obligerait l'utilisation d'une formulation thermomécanique complète afin de dériver les composantes du modèle. Une série de fonctions $F(\eta)$ satisfaisant un certain nombre de conditions (pour le cas de chargement isotrope et l'état critique) ont été testées (1.71), et une fonction de charge généralisée (1.72) est dérivée :

$$F(\eta) = \frac{M^a - \eta^a}{\eta^a} \tag{1.71}$$

$$\eta = M\left[(a+1)\ln\left(\frac{p_0'}{p}\right)\right]^{\frac{1}{a+1}} \tag{1.72}$$

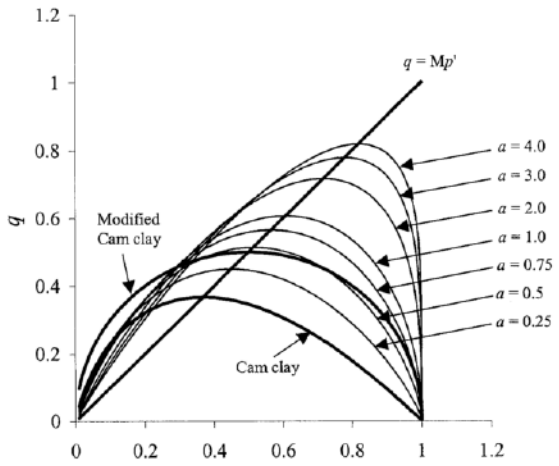


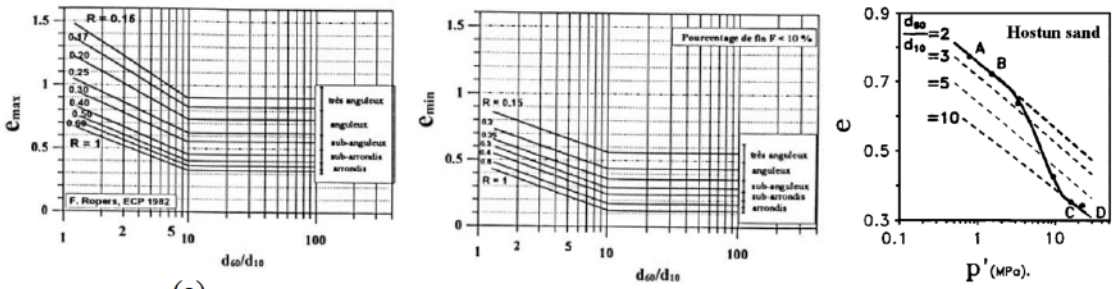
Figure 1.27: La famille de surfaces de charges dérivées de la fonction de travail.

Cette généralisation du modèle Cam-Clay dépend du paramètre a. Cette famille de modèles, comme le modèle Cam-Clay original, ne doit pas être utilisée pour $d\varepsilon_p/d\varepsilon_q<0$, puisque la fonction $F(\eta)$ devient négative, ce qui revient à dire que la dissipation est

négative, ce qui contredit le second principe de la thermodynamique (Voir la partie 1.2.3). La fonction de dissipation dépend des contraintes, ce qui implique que la condition de normalité n'est pas vérifiée. Ceci est encore plus vrai dans le cas des sables sous hautes contraintes où la dissipation d'énergie est dominée par le mécanisme de réarrangement des grains après rupture.

1.5.4.3. Modèles basés sur l'état critique

Biarez et Hicher (1994) ont remarqué que l'évolution de la granulométrie causée par la rupture des grains dans les milieux granulaires se traduit par une translation vers le bas de la ligne d'état critique. Sur la base de cette observation, plusieurs modèles constitutifs qui prennent en compte l'effet de la rupture ont été développés. On citera notamment les modèles de Daouadji et al. (2001), de Wood et al. (2009), de Daouadji et Hicher (2010) et de Hu et al. (2011).



(a) (b) (c)

Figure 1.28 : Évolution des indices de vides (a) minimaux et (b) maximaux avec l'évolution de la granulométrie. (c) État critique avec l'évolution de la rupture des grains.

Dans le modèle de Daouadji et al. (2001), l'indice des vides critique est relié au travail plastique, ce qui rend la ligne d'état critique dépendante de l'évolution de la granulométrie. L'écrouissage de ce modèle couple donc les effets volumétriques et l'effet de la rupture. Sur la base de résultats expérimentaux, une fonction d'écrouissage de rupture de forme hyperbolique est choisie, et permet de relier la pression critique p_c à la pression critique de référence avant rupture p_{c0i} qui correspond à un indice de vides de référence e_0, et au travail plastique W^p, qui dans ce modèle est un indicateur de la rupture et qui permet de quantifier le phénomène :

$$p_c = p_{c0i}\left(1 - \frac{W^p}{B + W^p}\right)\exp(\beta\varepsilon_p^p) \tag{1.73}$$

B est un paramètre qui prend en compte l'effet de la rupture des grains sur l'écrouissage du matériau. Ce paramètre n'est pas un paramètre de rupture au sens défini dans le paragraphe 1.5.1. Ce paramètre caractérise la nature du matériau et sa forme

géométrique. Le paramètre β contrôle la partie volumétrique de la fonction d'écrouissage.

Russell et Khalili (2002) proposent une nouvelle ligne d'état critique qui capture trois modes de déformations au cours d'un chargement (Figure 1.29) : une réponse linéaire entre A et B représente le cas sans rupture ; l'initiation de la rupture au point B affecte la pente qui devient plus raide entre B et C ; pour des indices des vides inférieurs, la ligne d'état critique devient presque horizontale entre les points C et D puisque la rupture n'est plus le mécanisme de déformation principal.

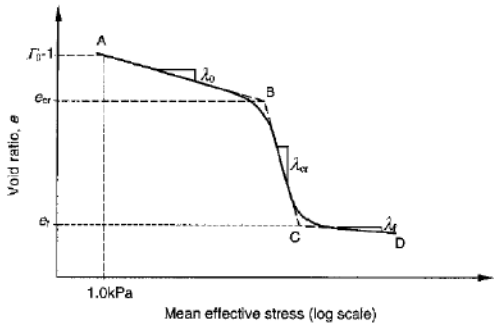


Figure 1.29 : La ligne d'état critique proposée par Russell et Khalili (2002).

Un autre modèle qui introduit la rupture à travers une translation de la ligne d'état critique a été développé par Wood et al. (2009) sur la base du modèle de Severn-Trent. Ce modèle développé dans le cadre de la surface limite ou *bounding surface* est de type Mohr-Coulomb et a une fonction d'écrouissage frictionnel cinématique. Un indice de rupture (équivalent au paramètre de rupture d'Einav) est défini, et son évolution est basée sur l'équation hyperbolique introduite par Hardin (1985), et reprise sous des formes modifiées par Daouadji et al. (2001) et Einav (2007b). De ces considérations découlent deux mécanismes d'écrouissage définis par deux surfaces de charges : l'une linéaire correspondant au comportement frictionnel et l'autre fermée correspondant à la rupture. La fonction d'écrouissage associée à ce deuxième mécanisme est particulièrement intéressante :

$$B = 1 - \exp\left(-\left(\frac{p_c - p_{c0}}{p_r}\right)^{k_2}\right) \tag{1.74}$$

Cette fonction exponentielle relie le paramètre de rupture B à la pression critique p_c (paramètre d'écrouissage du mécanisme lié à la rupture), à sa valeur initiale avant l'initiation de la rupture p_{c0}. p_r est une pression de référence, et k_2 est un paramètre du sol. Cette fonction est différente de la forme hyperbolique généralement utilisée, puisqu'elle évolue sur un domaine de contraintes fini, contrairement aux fonctions

hyperboliques qui tendent vers l'infini lorsque la granulométrie tend vers une distribution fractale. Cependant, elle nécessite la connaissance de deux paramètres (k_2 et p_r) contrairement aux autres fonctions hyperboliques qui n'emploient qu'un seul paramètre (α pour le modèle d'Einav, B pour le modèle de Daouadji et al.).

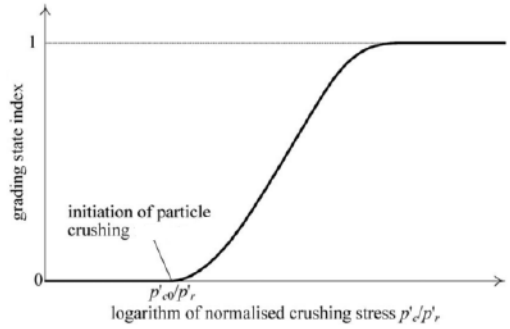


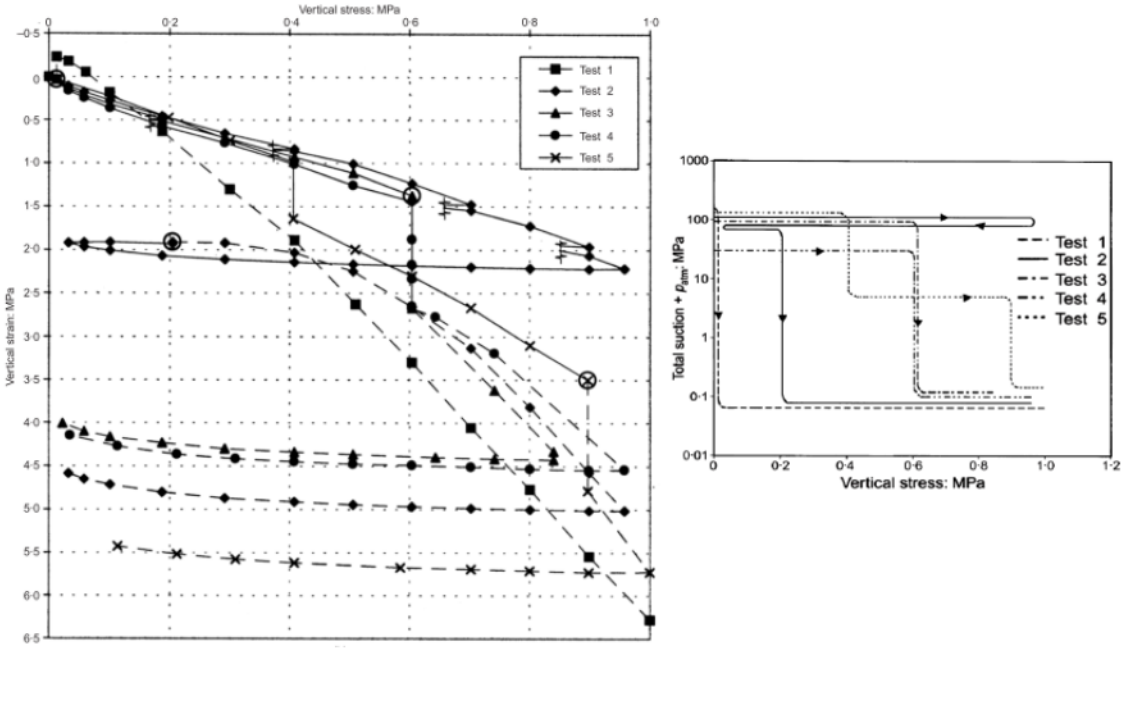
Figure 1.30: Évolution exponentielle de la rupture avec la contrainte p_c (Wood et al., 2009).

1.5.5. Effets de l'eau sur la rupture des grains

Les matériaux granulaires grossiers sont très utilisés dans le domaine de la construction de barrages. Plusieurs données et observations ont été collectées concernant le comportement mécanique de ces structures. L'une des constatations les plus importantes concerne les déformations suite à une submersion du barrage, ou durant les périodes pluvieuses. En effet, un changement de la teneur en eau résulte en une augmentation des déformations du barrage. Cette augmentation, d'amplitude plus ou moins importante, se produit si brusquement, que le terme communément choisi pour la décrire est effondrement. Terzaghi (1960) a expliqué ce phénomène par une augmentation de la rupture au niveau des contacts, ce qui causerait un réarrangement des grains vers une position plus stable. Or, Oldecop et Alonso (2001) ont montré que cet effondrement peut se produire durant toute la durée de vie de l'ouvrage, et ne se stabilisait pas avec le temps. L'intensité de rupture des grains évolue constamment. Depuis, plusieurs travaux ont montré que la rupture des grains augmente en présence d'eau (Chávez et Alonso, 2003; Lee et Farhoomand, 1967; Marsal, 1973; Nobari et Duncan, 1972; Oldecop et Alonso, 2001; Ovalle et al., 2015; Sowers et al., 1965).

Les travaux d'Oldecop et Alonso (2001) ont permis d'établir l'origine micromécanique de l'effet de l'eau sur la rupture des grains. D'une part, ils notent une similarité entre la courbe contrainte déformation d'un grain en configuration diamétrale, et d'un essai œdométrique, lorsqu'une saturation se produit durant l'essai. D'autre part, leurs essais œdométriques et triaxiaux à humidité relative contrôlée ont permis de constater la rupture des grains après les essais, et d'établir un lien entre l'humidité relative et le taux

de déformations lié à l'effondrement. Les valeurs des succions présentées par la suite sont déduites de l'humidité relative par une loi psychométrique.



(a) (b)

Figure 1.31:(a) Résultats de l'essai œdométrique à humidité relative contrôlée pour les chemins de succion (b) (Oldecop et Alonso, 2001).

La Figure 1.31 montre les résultats de 5 essais œdométriques à succion contrôlée effectués par Oldecop et Alonso (2001). La figure (a) présente les résultats mécaniques et la figure (b) les chemins de succion suivis. L'essai 1, initialement saturé, montre une ligne de compressibilité uniforme et plus douce que les essais secs. Les essais 3 et 4, à différentes succions initiales, sont saturés au même point (0.6 MPa). Les courbes associées à ces deux essais sont presque identiques : l'effondrement s'est produit au moment de la saturation, et les deux courbes rejoignent la courbe saturée de l'échantillon 1. Pour la suite du chargement, les deux échantillons suivent les chemins des essais saturés 1 et 2, qui correspondent à la ligne de consolidation normale (NCL) de l'échantillon saturé. L'essai 2 est saturé graduellement lors de son déchargement de 1 MPa à 0.2 MPa. Aucun effondrement ne s'est produit dans la partie élastique, et un rechargement confirme que la courbe suit le chemin de l'essai saturé, c'est-à-dire la ligne de consolidation normale d'un essai saturé. Cet essai confirme que l'effondrement est lié à la rupture. Lors du déchargement élastique, aucune rupture de grain ne se produit, ce qui explique l'absence de l'effondrement. Lors du rechargement, la phase

élastique reste parallèle à la ligne de déchargement (URL). Lors de la phase plastique, par contre, la rupture des grains reprend à un rythme accéléré causé par la présence de l'eau, ce qui explique que la courbe de chargement rejoint celle de l'essai saturé 1. Lors de l'essai 5, un changement de la succion précède la saturation. On peut voir deux effondrements liés à ces deux évènements. De plus, lors de la saturation partielle de l'échantillon, la courbe devient plus douce que celle d'un essai sec, mais ne rejoint pas celle de l'essai saturé. Lorsque la saturation est complète, le second effondrement lie la courbe 5 aux courbes saturées.

Les travaux récents d'Alonso et al. (2016) ont permis de déterminer expérimentalement le comportement hydromécanique de deux graviers broyables en conditions triaxiales. Plusieurs chemins de contraintes et de succion ont été testés sur des granulométries similaires, afin de comprendre l'effet du potentiel de rupture du grain sur le comportement constitutif du matériau. Premièrement, l'effet de la succion sur la dilatance a été étudié, et il a été montré que la dilatance était favorisée pour des humidités relatives faibles (succions élevées). Ce comportement s'explique par une intensité de rupture réduite lorsque la succion bloque l'ouverture d'une fissure. Il a aussi été noté que lorsque la succion est prononcée, il est particulièrement difficile d'atteindre un état critique vu que l'équilibre entre la dilatation et la contractance causée par la rupture n'est pas vérifié. Cet effet est plus apparent dans le matériau composé de grains résistants. L'écrouissage du matériau a aussi été étudié en utilisant le travail plastique comme variable d'écrouissage, et il a été montré que l'ajout de l'eau causait une variation de la granulométrie, qui se rapproche de la distribution fractale. Finalement, la géométrie de la surface de charge et son évolution durant l'écrouissage a été déterminée à l'aide de la méthode de chargement/déchargements successifs. Cette surface prend la forme d'une ellipse irrégulière pivotant suivant l'axe des contraintes isotropes (probablement causée par l'anisotropie des matériaux utilisés). Lors de l'évolution de la succion, la surface se rétrécit en gardant la même forme. Il a ainsi été confirmé que les surfaces de charge elliptiques des modèles d'état critique reproduisent le comportement de matériaux broyables.

Plusieurs mécanismes peuvent accélérer la fissuration au niveau des grains. On peut citer pas exemple la perte de cohésion due à la réduction de l'énergie minérale superficielle, ou la baisse de succion permettant le déplacement des flancs de la fissure (Lama et Vutukuri, 1978). Le développement sous-critique des fissures offre une explication physique à ce problème (Atkinson, 1984). Une définition du développement sous-critique ainsi que les mécanismes physiques qui le causent sont présentées dans le paragraphe 1.4.2.5 et dans le chapitre 5. On se contentera dans cette partie de modéliser cet effet.

Le paramètre d'intensité des contraintes K présenté dans la partie 1.3.2 permet de caractériser l'état de contraintes à proximité de la fissure. Il prend en compte l'effet de la taille de la fissure, de sa forme, des contraintes appliquées et de la géométrie du grain. Dans un cas général, la fissure se propage pour des valeurs de K supérieures à la valeur critique K_c. Cependant, l'eau ou un autre agent chimique peut affecter l'intégrité du matériau dans la zone à proximité de la pointe de la fissure. Cette zone, soumise à de très hautes contraintes subit l'un des mécanismes de développement sous-critique des fissures, et permet à la fissure de se développer pour des valeurs de K inférieures à K_c. Il est possible de calculer la vitesse de propagation d'une fissure V en présence d'eau en se basant sur une formulation thermodynamique de la théorie de taux de réaction (Freiman, 1984):

$$V = V_0 a(H_2O) \exp\left(\frac{-E_+^+ + bK}{RT}\right) \tag{1.75}$$

Où $a(H_2O)$ est l'activité de l'eau, $E_+{}^+$ est l'énergie d'activation, b est une constante, R est la constante des gaz parfaits, T est la température, et V_0 est une constante. Cette équation est validée par un grand nombre d'essais sur des roches, des verres et des céramiques. Wiederhorn et al. (1982) et par la suite Oldecop et Alonso (2001) ont choisi de remplacer l'activité de la molécule d'eau par l'humidité relative.

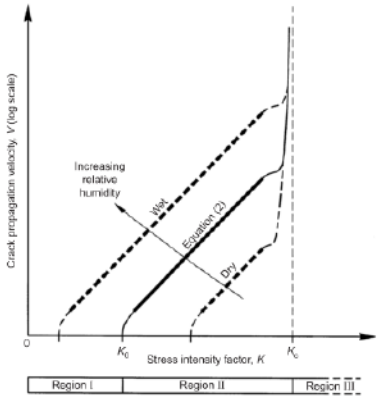


Figure 1.32 : Translation de la courbe de vitesse de propagation de la fissure en fonction du facteur d'intensité des contraintes comme résultat de l'augmentation de l'humidité relative (Oldecop et Alonso, 2001).

D'autres mécanismes que le taux de réaction contrôlent la vitesse de propagation d'une fissure dans les régions I et III de la Figure 1.32 (voir le chapitre 5). Lorsque l'humidité relative augmente suite à l'introduction de l'eau, la ligne représentative de l'équation (1.75) est translatée vers le haut, ce qui a pour effet la réduction de la valeur critique du facteur d'intensité des contraintes. Dans un milieu granulaire, une augmentation de l'humidité relative augmente la vitesse de propagation des fissures dans la région II, ce

qui cause une augmentation des grains cassés dans le milieu. Les fissures dans les régions I ou III passent vers la zone dominante II lorsque les caractéristiques géométriques changent suite à l'évolution de la rupture des grains.

1.6. Commentaires

Le point principal qui marque toutes les parties de ce chapitre bibliographique est l'aspect multi-échelle des problématiques en mécanique des sols. Dans le premier paragraphe qui concerne le comportement constitutif des sols, on a montré que la modélisation du comportement mécanique d'un sol dépend de sa microstructure : que ce soit pour la compacité, l'écrouissage ou l'état critique, il est toujours possible de lier un comportement macroscopique à son origine à l'échelle du grain. La rupture du grain individuel est présentée dans la partie 1.4 avant de généraliser l'étude à l'échelle du milieu granulaire.

Ensuite, on remarque que l'étude de la rupture des grains nécessite une connaissance de plusieurs sous-domaines de la mécanique. En effet, étudier la rupture au niveau du grain peut se faire suivant une approche probabiliste, ou suivant la mécanique de la rupture classique. Lorsqu'on passe à l'échelle du continu, différentes techniques analytiques peuvent servir à introduire l'effet de la rupture dans une étude, mais restent indépendantes de la fissuration du grain. Ainsi, aucun des modèles présentés dans la partie 1.5.4 ne fait intervenir des paramètres propres aux grains pour décrire la rupture. Certains modèles, généralement numériques, choisissent de considérer une rupture probabiliste des grains. Ces modèles restent pour la plupart très simplistes, et se focalisent sur certains aspects du comportement mécanique (modèle de McDowell pour étudier l'aspect fractal de la rupture, par exemple). Dans le chapitre suivant, on proposera un modèle constitutif qui se base sur des considérations micromécaniques pour introduire la rupture des grains. Ce modèle est basé sur le formalisme thermomécanique présenté dans le paragraphe 1.2.2, et adopte une approche énergétique similaire à celle de Griffith pour exprimer la diminution de l'énergie libre avec l'avancement du processus de fissuration et de production de surface.

Il a aussi été montré que la rupture du grain est affectée par plusieurs facteurs qui concernent la forme, la nature minéralogique ou l'environnement extérieur. Les modélisations de la rupture d'un grain sont, pour leur part, assez simplistes. Dans une étude en éléments discrets, par exemple, la forme du grain est représentée par un disque ou une sphère. De plus, les grains sont de nature identique, avec des propriétés homogènes. La rupture est introduite par la suite suivant des critères qui ignorent généralement la mécanique de la rupture, le nombre de coordination ou l'effet de l'environnement extérieur. On a donc choisi d'étudier la rupture du grain de façon à

améliorer ce type d'analyses. Ainsi, les essais présentés dans la partie II de la thèse se font sur des échantillons cylindriques, fabriqués à partir de matériaux dont les propriétés sont contrôlables. On étudiera l'effet du nombre de coordination, du type de contact et de la force de contact sur la rupture d'un échantillon de mortier. On étudiera par la suite des roches naturelles, et on suivra une approche novatrice pour étudier la fissuration de ces matériaux. Finalement, une étude préliminaire de l'effet de l'eau sur la fissuration de spécimens en mortier sera effectuée.

Partie I

THERMOMÉCANIQUE DE LA RUPTURE DES GRAINS

Introduction

Les lois de comportement en mécanique des sols sont généralement développées dans le cadre de la plasticité classique, où les concepts basiques de travail, d'énergie stockée et dissipée prennent la forme d'une fonction de charge, d'une loi d'écoulement et d'une fonction d'écrouissage. La plasticité classique, bien qu'ayant des bases théoriques solides, reste assez flexible, et permet d'ignorer les principes de la thermodynamique afin de favoriser des comportements plus réalistes. Ziegler (1983) a été parmi les premiers à appliquer la thermodynamique des transformations irréversibles à l'étude du comportement mécanique des milieux continus (d'autres approches similaires, mais différentes du formalisme adopté dans cette étude peuvent être citées (Germain, 1973; Nemat-Nasser, 1972)). Ce concept a ensuite été adapté par Houlsby (1981) pour décrire le comportement des sols et ses spécificités, notamment les lois de comportement non associées. Collins (Collins, 2005; Collins et Hilder, 2002; Collins et Houlsby, 1997) a récemment revisité les bases de la thermodynamique des sols établies par Houlsby et, par son introduction du concept de l'énergie plastique stockée, a réussi à retrouver les potentiels thermodynamiques associés à certains modèles classiques. Il a également construit un cadre de modèles basés sur la théorie de l'état critique qui respecte les lois de la thermodynamique. Les notations qui suivent ainsi que les principes de la formulation de notre modèle sont tirés des travaux de Collins et de Houlsby.

Il existe dans la littérature plusieurs modèles adaptés à la représentation du comportement d'un sol avec des grains broyables. Ces modèles sont basés, pour la plupart, sur des considérations purement phénoménologiques, et mettent en jeux des variables dépourvues de sens physique. Il est cependant intéressant de noter que les expérimentateurs choisissent généralement les modèles de Cam-Clay pour modéliser le comportement du sol broyable. Coop (1990), Miura et al. (1984) et Yasufuku et al. (1991) montrent que le comportement du sable broyable est correctement modélisé par le modèle Cam-Clay. Nakata et al. (1999) utilisent une surface de charge elliptique du modèle Cam-Clay modifié, couplée à un écrouissage clastique linéaire pour modéliser la rupture des grains dans les sols.

Les modèles de type Cam-Clay sont parmi les modèles constitutifs les plus courants en mécanique des sols. Les valeurs des paramètres associées à ce type de modèles sont assez bien documentées pour la majorité des argiles et des sols granulaires. Le modèle

Cam-Clay original est basé sur l'équation du travail dans un milieu frottant, où le seul mécanisme dissipatif d'énergie est la friction entre les grains.

$$\delta W^p = \delta D = Mp\left|\delta \varepsilon_q^p\right| \tag{I.1}$$

Les premiers auteurs (Schofield et Wroth, 1968) ont ensuite fait l'hypothèse d'une loi d'écoulement associée, ce qui transforme cette fonction de travail en une équation différentielle de premier degré. De la résolution de cette équation découle la fonction de charge logarithmique du modèle Cam-Clay. Cependant, ce raisonnement est problématique d'un point de vue thermodynamique. D'une part, le potentiel de dissipation de l'équation (I.1) correspond clairement à un modèle de friction linéaire avec une fonction de charge $q=Mp$ et une loi d'écoulement non associée $d\varepsilon_p^p=0$, et non pas à la surface de charge logarithmique du modèle Cam-Clay avec une loi d'écoulement associée. D'autre part, le potentiel de dissipation (I.1) ne peut pas modéliser une compression isotrope plastique, vu qu'il reste nul et qu'aucune dissipation ne se produit, ce qui viole la seconde loi de la thermodynamique. La surface de charge fermée du modèle Cam-Clay, qui est capable de prédire un écrouissage pour un chemin isotrope, ne correspond donc pas à la fonction de dissipation (I.1).

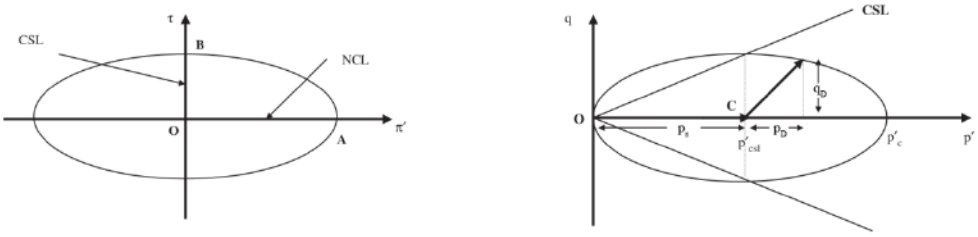
Le modèle Cam-Clay modifié échappe aux objections faites au modèle original. Ce modèle couple entre eux deux mécanismes dissipatifs tout en gardant l'aspect frottant de la fonction de dissipation. Bien que plusieurs études aient correctement identifié le potentiel de dissipation (Houlsby, 1981), l'hypothèse que l'incrément du potentiel est égal à l'incrément du travail plastique entraine toujours des résultats erronés. Ce n'est que récemment que l'incrément du travail plastique du modèle Cam-Clay modifié a été défini par Collins (2005), dans le cadre de ses travaux sur l'énergie plastique stockée. Collins montre qu'il est nécessaire de considérer une fonction d'énergie libre qui dépend des déformations plastiques pour pouvoir correctement identifier les fonctions d'énergie qui régissent ce modèle. En acceptant qu'une partie de l'énergie libre apparaisse dans la fonction incrément de travail plastique, il est admis que les déformations plastiques observées ne résultent pas dans leur totalité d'une dissipation d'énergie :

$$\delta W^p = \frac{1}{2} p_c d\varepsilon_p^p + \sqrt{\frac{1}{2} p_c d\varepsilon_p^p + \frac{1}{2} M p_c d\varepsilon_q^p} = \mathrm{d}\Psi^p + \delta D \tag{I.2}$$

Le premier terme à droite de l'équation (I.2) ($½p_c d\varepsilon_p^p$) est intégrable puisque, dans les modèles Cam-Clay classiques, la pression de consolidation p_c est une fonction des déformations plastiques volumétriques. Il peut également être positif ou négatif, et

s'annule lorsqu'il est intégré sur un chemin fermé. Ce terme peut donc être identifié à l'incrément de la partie plastique de la fonction d'énergie libre. La contrainte de déplacement est donc $p_c/2$. Le second terme, toujours positif, représente l'incrément de la fonction de dissipation.

La fonction de dissipation est représentée par une ellipse centrée à l'origine du repère C=O ($p=0,q=0$) dans l'espace des contraintes dissipatives (Figure I.1-a). Le passage des contraintes dissipatives aux contraintes réelles déplace cette surface dans le plan des contraintes sans affecter sa forme, et permet de retrouver la surface tangente à l'axe des contraintes de cisaillement à l'origine O (Figure I.1-b).



(a) (b)

Figure I.1 : La translation de la surface de charge dans l'espace des contraintes lors du passage des contraintes dissipatives(a) aux contraintes réelles (b).

Le but principal de cette étude est de mieux comprendre les comportements mécaniques liés à la rupture des grains dans le sol, à travers une analyse énergétique. Cette analyse servira de base pour dériver une loi de comportement capable de prédire l'évolution de la rupture, en modélisant les changements de granulométrie. La théorie de la thermomécanique est choisie comme cadre général de dérivation, afin de donner un sens physique aux différentes composantes du modèle. Les fonctions d'énergie du modèle Cam-Clay modifié seront réécrites afin de prendre compte les effets de la rupture des grains. Un nouveau paramètre de rupture est défini et introduit comme variable interne du modèle, en incluant ses effets dans les deux potentiels thermodynamiques. La rupture des grains est donc couplée à la plasticité au niveau de l'énergie libre. Une fonction de dissipation écrite en fonction du paramètre de rupture et de sa conjuguée thermodynamique caractérise la surface de charge, la loi d'écoulement et la loi d'écrouissage. Ce modèle se base sur les développements récents de Collins (2005) dans le domaine de la thermomécanique des modèles d'état critique, ainsi que sur les travaux d'Einav (2007a, 2007b) concernant la mécanique de la rupture des grains. La particularité de ce modèle réside dans le fait que la rupture est introduite sur la base d'un paramètre propre au grain : l'énergie de surface de Griffith.

Afin d'étendre les capacités de ce modèle à la mécanique des milieux non saturés, il était nécessaire de comprendre l'effet du fluide sur l'évolution de la fissuration au sein

des grains. Le concept de développement sous-critique des fissures proposé par Alonso (Chávez et Alonso, 2003; Oldecop et Alonso, 2001) pour expliquer l'augmentation de l'intensité de la rupture des grains en milieu non saturé est utilisé ici comme référence. On se basera sur les résultats expérimentaux décrits dans la partie II pour mieux comprendre les mécanismes énergétiques qui contrôlent le processus de rupture des grains en conditions non saturées. Ensuite, on testera le modèle en conditions non saturées, en incluant l'évolution de l'énergie de surface de Griffith en fonction de l'humidité relative. Cependant, cette procédure est mieux adaptée à la modélisation de matériaux grossiers, où la succion a peu d'effet, voire aucun, sur le comportement mécanique. Pour les matériaux plus fins, la formulation thermomécanique est étendue aux milieux non saturés, ce qui constitue une étape préliminaire vers une modélisation complète du problème.

Chapitre 2

THERMOMÉCANIQUE ET RUPTURE

2.1. Introduction

Il existe dans la littérature plusieurs moyens de modéliser la rupture des grains dans un sol. Que ce soit par une loi d'écrouissage spécifique, par une fonction d'évolution de l'un des paramètres d'état critique, ou par une condition sur l'évolution des granulométries, il est clair que ces techniques s'adaptent plus à l'aspect modélisé, et négligent les autres facettes du problème. Les modèles d'Einav (2007b), par exemple, n'arrivent pas à bien représenter le comportement volumétrique du milieu lorsque la modélisation est calée sur l'évolution de la rupture (voir chapitre 1 pour les avantages et limitations de ce type de modèles). À ce jour, aucune étude théorique n'a couplé la rupture des grains à l'ensemble des variables caractéristiques du milieu broyable.

Dans le cadre de la thermomécanique, le comportement constitutif d'un matériau dissipatif est complétement caractérisé par deux fonctions potentielles : l'énergie libre et la dissipation. Le but de ce chapitre est de comprendre l'effet de la rupture des grains sur l'énergie stockée et dissipée, de modéliser ce comportement et de dériver un cadre de modèles de comportement capables de prendre en compte les effets de la rupture des grains et de prédire l'évolution de la rupture. Les modèles de type Cam-Clay modifié sont particulièrement adaptés aux comportements des sols granulaires broyables. De plus, les modèles d'état critique ont été largement étudiés du point de vue de la thermomécanique : les potentiels d'énergie ont été identifiés pour le modèle Cam-Clay modifié (Houlsby, 1981), et plusieurs tentatives ont permis de modifier le modèle à partir de ses fonctions d'énergie (Collins et Hilder, 2002; McDowell, 2000).

L'idée essentielle de notre modélisation est de prendre les fonctions d'énergie du modèle Cam-Clay modifié comme base, et de les modifier en incluant des fonctions multiplicatives qui représentent les effets de la rupture des grains sur les différentes composantes du modèle. Le choix de ces fonctions caractérise l'écrouissage du modèle. Des relations peuvent être généralement établies entre les différentes fonctions, en

imposant l'une des caractéristiques du modèle de Cam-Clay modifié (une surface de charge elliptique centrée dans le plan des contraintes dissipatives, par exemple).

Pour le modèle décrit dans ce chapitre, un écrouissage asymptotique en rupture est choisi. Cette fonction d'évolution est largement utilisée pour décrire l'écrouissage clastique (Daouadji et al., 2001; Einav, 2007b; Hu et al., 2011; Ovalle, 2013). L'avantage principal de cette fonction est le nombre de variables limité qui caractérise l'évolution : la pression d'initiation de la rupture et un paramètre scalaire α (introduit en détails dans le paragraphe 2.3.1). L'évolution de la variable d'écrouissage vers l'infini lorsque le paramètre de rupture B tend vers 1 illustre la difficulté (l'impossibilité, théoriquement) d'atteindre la granulométrie fractale.

Ce modèle est ensuite mis à l'épreuve de reproduire des résultats expérimentaux reportés dans la littérature. Les résultats montrent que le modèle reproduit correctement le comportement mécanique du sol en prenant en compte le couplage entre rupture et plasticité. L'évolution des granulométries est également bien représentée.

2.2. Le paramètre de rupture

2.2.1. Définition

En se basant sur l'approche de Kachanov (1958) concernant la mécanique de l'endommagement, la rupture des grains est considérée comme un mécanisme de dissipation d'énergie qui résulte en la dégradation des propriétés de déformabilité du milieu granulaire. Cette dégradation, que l'on considère comme un phénomène isotrope par souci de simplification, est prise en compte à travers une quantité scalaire B, le paramètre de rupture, qui sert à quantifier l'intensité de la rupture des grains. Ce paramètre varie entre 0 pour un milieu inaffecté par le broyage des grains, et 1 lorsque la granulométrie atteint sa limite finale : la distribution fractale (McDowell et al., 1996). Ce paramètre peut être choisi parmi plusieurs définitions présentes dans la littérature. On choisira d'introduire un nouveau paramètre de rupture qui s'écrit en fonction de la surface créée par le processus de rupture S, et la surface créée lorsque la granulométrie ultime est atteinte, S_u :

$$B = \frac{S}{S_u} \tag{2.1}$$

Cette définition permet d'établir un lien direct entre la dissipation d'énergie causée par la rupture des grains et ce nouveau paramètre en utilisant l'énergie de surface spécifique du grain Γ introduite par Griffith (1921). Une approche énergétique basée sur le bilan d'énergie au niveau de la fissure, approche couramment utilisée dans la mécanique de la rupture, permet de lier les potentiels d'énergie libre et de dissipation au paramètre de

rupture. La rupture des grains pourra donc être introduite dans notre modèle sur la base de paramètres propres aux grains.

2.2.2. Considérations micromécaniques

L'équation de base pour une distribution fractale de la granulométrie, permet de lier le nombre de grains N de taille L supérieure à une taille caractéristique d de la fraction étudiée, par la relation suivante :

$$N(L > d) = Ad^{-D_f} \tag{2.2}$$

où D_f est la dimension fractale de l'empilement granulaire, avec une valeur qui varie entre 2 et 3 (Turcotte, 1986), et A est un coefficient de proportionnalité. Si on considère que la fonction en puissance (2.2) est valide pour toute distribution granulaire, et non seulement lorsque la granulométrie a atteint sa distribution finale, on peut décrire l'évolution des granulométries en fonction de la puissance D_g, qui devient une variable du problème. On suppose que le coefficient A est constant. La puissance D_g est donc une fonction du paramètre qui quantifie l'évolution du broyage des grains : le paramètre de rupture B ou la surface créée S. Cette évolution est strictement croissante avec l'évolution de la rupture, et tend vers sa valeur ultime, la dimension fractale. Le but de cette partie est de déterminer cette fonction afin de pouvoir lier le paramètre de rupture à la distribution granulaire.

Pour une fraction de grains de taille d, la fonction (2.2) relie d au nombre de grains de cette taille $N=Ad^{-Dg}$. On peut écrire la différentielle de N comme l'incrément du nombre de grains lorsque le coefficient D_g varie de dD_g :

$$dN = -Ad^{-D_g} \ln(d)\, dD_g \tag{2.3}$$

L'incrément de surface créée dS peut être relié à l'incrément du nombre de grains de taille d à travers un facteur de forme α, considéré comme constant pour toutes les fractions de tailles.

$$dS = \alpha d^2 dN = -\alpha A d^{2-D_g} \ln(d)\, dD_g \tag{2.4}$$

Cette équation s'intègre pour donner l'évolution de D_g comme fonction de la surface spécifique créée S :

$$D_g(S) = 2 - \frac{\ln\left(\frac{S}{\alpha A} + \frac{c}{log(d)}\right)}{\ln(d)} \tag{2.5}$$

La constante d'intégration c est obtenue en remplaçant les paramètres de l'équation (2.5) par leurs valeurs finales. Lorsque la granulométrie ultime est atteinte, le paramètre D_g devient la dimension fractale de l'empilement granulaire D_f, et la surface créée S prend sa valeur finale, S_u. La relation entre le paramètre D_g et la surface devient :

$$D_g(S) = 2 - \frac{\ln\left(\frac{S - S_u}{\alpha A} + d^{2-D_f}\right)}{\ln(d)} \tag{2.6}$$

On notera que la surface ultime créée est une constante du problème, qui peut être directement calculée sur la base de la granulométrie fractale.

2.2.3. Application à des résultats expérimentaux

Les travaux de Nakata et al. (2001) et de McDowell (2002) sont pris comme base pour tester la capacité du paramètre de rupture (2.1) à suivre le processus de rupture des grains et l'évolution des granulométries. Les expérimentations retenues consistent en des essais œdométriques à haute pression sur des sables siliceux, où les granulométries pour différents niveaux de contraintes atteints, sont mesurées. Dans ces deux cas, les expérimentations sont suffisamment documentées, et l'évolution de la forme des grains durant les essais est décrite.

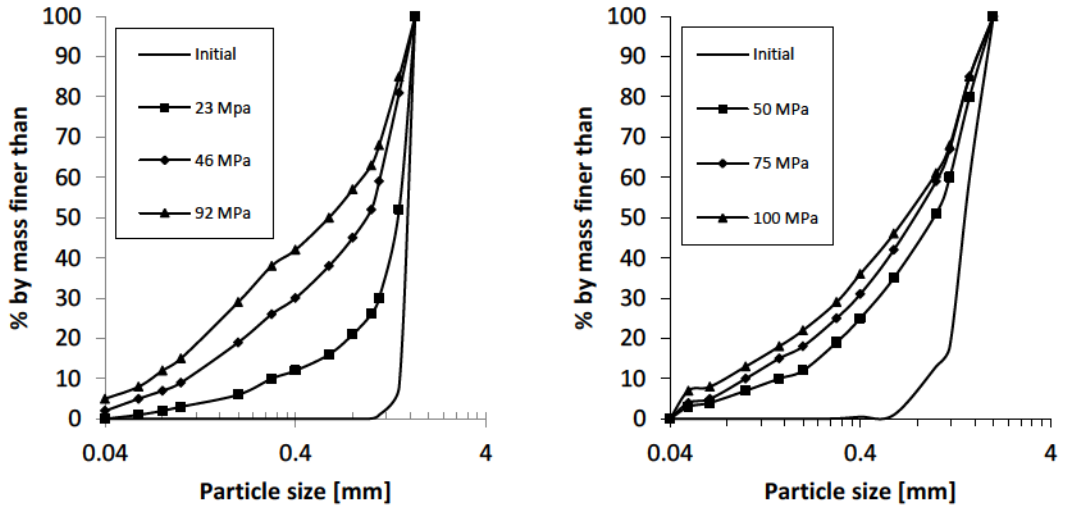


Figure 2.1: Granulométries considérées pour nos essais. (a) Travaux de Nakata et al. (2001). *(b)Travaux de* Mcdowell (2002).

La considération de l'égalité (2.2) proposée par Turcotte, (1986) pour une granulométrie fractale implique que les courbes granulométriques (en fraction de masse passante) sont décrites par la relation suivante :

$$F(d) = \left(\frac{d}{d_{max}}\right)^{3-D_g} \tag{2.7}$$

où d_{max} est le diamètre du plus gros grain. On commence donc par ajuster les granulométries expérimentales pour aboutir à des courbes de tendance de type (2.7), ce qui nous permet d'obtenir les valeurs de D_g qui correspondent le mieux aux courbes granulométriques. Ces valeurs sont obtenues en minimisant une fonction d'erreur définie comme la somme sur les fractions de tailles de la valeur absolue de la différence entre une valeur théorique du cumul par masse donnée par (2.7), et la valeur expérimentale. Les valeurs obtenues (Tableau 2.1) représentent donc la meilleure approximation des distributions granulaires par la fonction (2.7).

Tableau 2.1 : Les valeurs du paramètre D_g calculées sur la base des courbes granulométriques.

	Distributions de Nakata			**Distributions de McDowell**		
$\boldsymbol{\sigma_v}$	23 MPa	46 MPa	92 MPa	50 MPa	75 MPa	100 MPa
$\mathbf{D_g}$	0.4613	2.0709	2.3303	2.1110	2.2552	2.3379

Ensuite, les fractions retenues $f(d)=m(d)/M_t$ pour chaque taille d sont calculées à partir des distributions cumulatives, $m(d)$ étant la masse de la fraction de taille d, et M_t la masse totale. La masse $m(d)$ est reliée au volume des grains $V(d)$ par la masse volumique solide ρ (en supposant une même minéralogie pour toutes les tailles de grain) et le nombre de grains $N(d)$: $m(d)=N(d)\rho V(d)= \rho S(d)d/3$. En appliquant l'hypothèse formulée précédemment, qui dit que le même coefficient de forme α relie la surface d'un grain à sa taille pour toutes les fractions de tailles, on peut donc écrire la surface créée $S(d)$ entre deux fractions retenues $f(d)$ et $f(d)+\Delta f(d)$:

$$S(d) = \frac{3M_t\Delta f(d)}{\rho d} \tag{2.8}$$

La surface totale créée S est la somme de $S(d)$ sur toutes les fractions de tailles. La surface créée pour chaque niveau de contrainte est calculée et présentée dans le Tableau 2.2. On calculera également la surface créée pour une distribution fractale, étant donné que c'est un paramètre essentiel de la formule (2.6). La valeur de la dimension fractale est choisie 2.5 pour les deux essais. Cette valeur moyenne est basée sur les résultats de

Turcotte (1986) pour les matériaux granulaires, et a été reprise par plusieurs auteurs lors de l'étude de la rupture des grains dans les sols. Il est essentiel de bien choisir cette valeur, puisque la sensibilité du calcul à ce paramètre est élevée. Les résultats sont calculés pour une masse totale de 1kg, et une masse volumique solide de 2600 kg/m^3 (masse volumique solide moyenne du sable).

Tableau 2.2 : Surfaces créées calculées sur la base des courbes granulométriques.

	Distributions de Nakata				**Distributions de McDowell**			
σ_v	23 MPa	46 MPa	92 MPa	fractale	50 MPa	75 MPa	100 MPa	Fractale
S (m^2)	141.08	412.95	626.62	968.76	277.03	370.00	459.21	857.08

Il est désormais possible de calculer le paramètre théorique D_g sur la base des surfaces calculées S. On peut procéder de deux manières : calculer la surface créée pour chaque fraction de taille d pour ensuite les additionner et retrouver la surface totale créée S, ou estimer que l'analyse se fait sur une seule fraction de tailles, et remplacer d par d_{min} dans la formule (2.6) (vu que tous les grains ont une taille supérieure à d_{min} dans l'équation (2.2)). Les deux approches donnent des résultats comparables. On procèdera suivant la deuxième technique, qui nécessite moins de calculs.

Les courbes d'évolution de D_g en fonction de S pour les essais de Nakata et de McDowell sont présentées dans la Figure 2.2, ainsi que la valeur des paramètres α, A et d_{min} de l'équation (2.6).

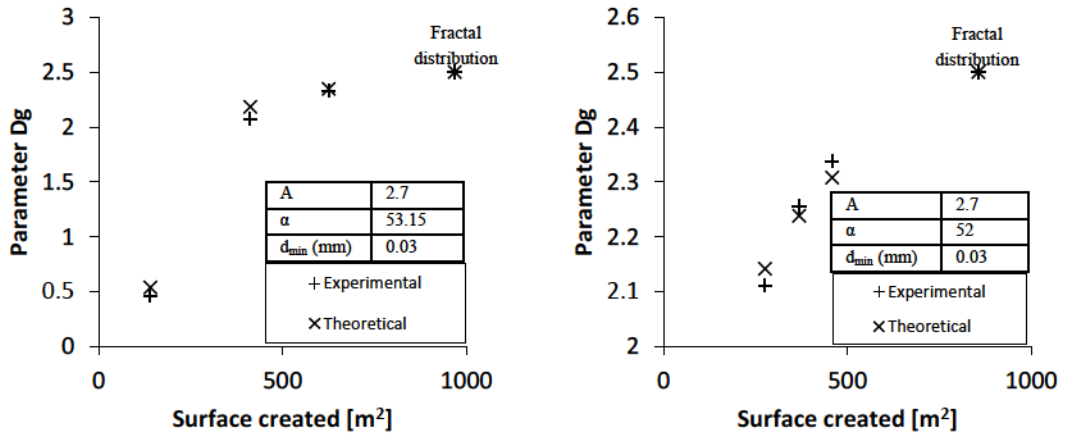
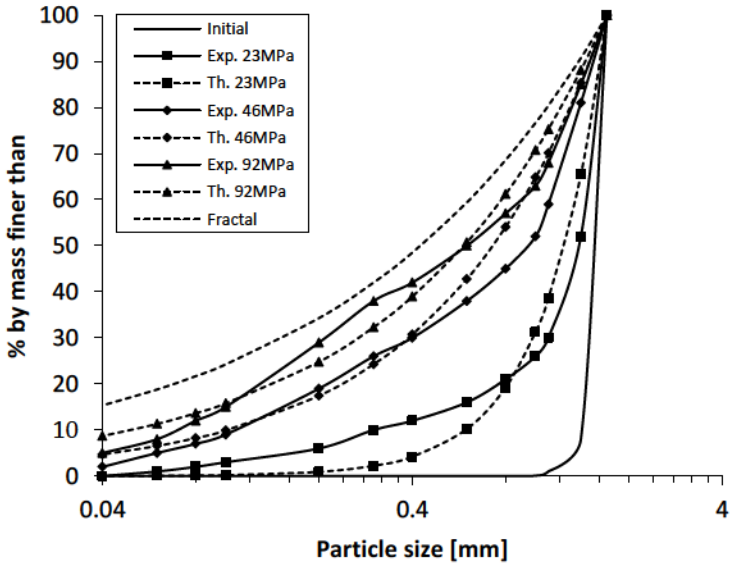
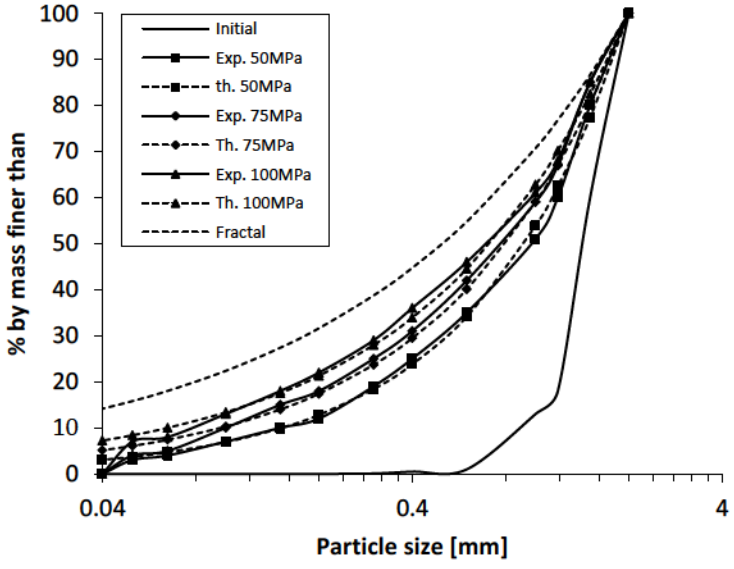


Figure 2.2 : L'évolution du paramètre D_g avec l'augmentation de la surface créée S suivant la formule (2.6), comparée à la valeur expérimentale du Tableau 2.2. (a) Travaux de Nakata, (b) travaux de McDowell.

Les granulométries théoriques estimées sont présentées dans la Figure 2.3. En général, on peut voir que les courbes théoriques et expérimentales s'ajustent relativement bien. Cette méthode nous permet donc de relier le paramètre de rupture B, prédit par notre modèle, à la granulométrie.



(a)



(b)

Figure 2.3: Granulométries expérimentales (exp.) et théoriques (th.), déduites des valeurs de D_g trouvées par la formule (2.6). (a) Travaux de Nakata, (b) travaux de McDowell.

2.2.4. Comparaison avec d'autres paramètres de rupture

Parmi les paramètres de rupture présentés dans le Chapitre 1, seul le paramètre de Miura et O-Hara (1979) est formulé en terme de surface. Il est intéressant de noter que la surface créée finale (fractale dans notre cas) est également présente dans la formule de Miura et O-Hara.

Le seul paramètre de rupture associé à une loi de comportement capable de prédire l'évolution de la granulométrie est le paramètre d'Einav. Ce paramètre scalaire qui évolue entre 0 et 1 mesure la proximité de la granulométrie actuelle à la granulométrie initiale et à la granulométrie ultime fractale (voir le chapitre 1). Afin d'analyser ses modèles de rupture des grains du point de vue de la mécanique de la rupture classique, Einav (2007c) réécrit son paramètre de rupture en terme de surface. Il définit alors le ratio entre la moyenne (dénotée par <.>) des surfaces spécifiques *s(d)* des différentes tailles de grains considérées divisée par leurs volumes *v(d)*, et le relie à son paramètre de rupture *B*. Si on considère que les particules sont de forme sphérique avant et après rupture (hypothèse simplificatrice non représentative de la réalité, également utilisée dans notre modèle), il est possible d'écrire ce ratio comme $s(d)/v(d)=6/d$. Il est donc possible de passer des granulométries aux surfaces en supposant que la fonction représentative de la granulométrie (l'équation (2.7) par exemple), ne dépend que du diamètre *d* comme indice géométrique :

$$\frac{\langle s(d)\rangle}{\langle v(d)\rangle} = \frac{6}{\langle d\rangle} = (1-B)\frac{\langle s(d)\rangle_0}{\langle v(d)\rangle_0} + B\frac{\langle s(d)\rangle_u}{\langle v(d)\rangle_u} \tag{2.9}$$

Les indices *0* et *u* indiquent que ces paramètres sont liés aux granulométries initiales et ultimes. Le paramètre *B* s'écrit donc :

$$B = \left(\frac{\langle s(d)\rangle}{\langle v(d)\rangle} - \frac{\langle s(d)\rangle_0}{\langle v(d)\rangle_0}\right) \Big/ \left(\frac{\langle s(d)\rangle_u}{\langle v(d)\rangle_u} - \frac{\langle s(d)\rangle_0}{\langle v(d)\rangle_0}\right) \tag{2.10}$$

Les égalités $\langle s\rangle_u/\langle v\rangle_u=6/\langle d\rangle_u$ et $\langle s\rangle_0/\langle v\rangle_0=6/\langle d\rangle_0$ simplifient le calcul de *B*.

Si, conceptuellement, le paramètre d'Einav ressemble au paramètre défini dans cette partie, ils restent cependant très différents dans leur définition et leur relation à la granulométrie. Le paramètre d'Einav est basé sur des moyennes de la surface et du volume alors que notre paramètre est écrit en fonction des sommes des surfaces créées. Cependant, la différence la plus importante est dans la façon dont ces deux modélisations sont liées à la granulométrie. Einav estime que le paramètre *B* est lié de façon linéaire à l'emplacement de la granulométrie : pour un $B=0.5$, la fraction retenue

en masse pour toutes les tailles $f(d)$ est égale à la somme de $(1\text{-}0.5)f_0(d)$ plus $0.5f_u(d)$, c'est-à-dire que la courbe granulométrique passe au milieu des courbes initiales et finales. Ceci revient à dire que la surface spécifique créée prédite par le modèle est le résultat d'une rupture uniforme pour toutes les fractions de tailles. Cette relation simpliste, à la base du paramètre de rupture d'Einav, ne représente pas la réalité. Notre modèle représente mieux la physique de la rupture et sa relation avec la granulométrie.

Le modèle de Ovalle et al. (2016) se base sur une représentation de l'évolution des courbes granulométriques différente de celle présentée dans cette partie, mais qui partage certains aspects de la modélisation. Il tient compte des distributions des forces de contact et des probabilités de rupture des grains pour écrire un équilibre de masse pour chaque fraction granulométrique en comminution confinée. Les granulométries sont décrites par des fonctions en puissances similaires à la distribution fractale. Néanmoins, il n'est pas simple de coupler cette analyse à un modèle constitutif continu.

2.3. Thermomécanique et rupture

Le cadre de la thermomécanique a pour avantage de permettre un accès direct aux fonctions d'énergie. Ceci est particulièrement intéressant pour l'étude de la rupture des grains, puisque la rupture est un phénomène dissipatif qui consomme l'énergie stockée. En travaillant dans le cadre de la thermodynamique, on peut lier l'énergie dissipée à l'énergie stockée à travers le paramètre de rupture B, qui est considéré comme variable interne du modèle.

Si on considère que l'état thermodynamique d'un matériau dépend de variables cinématiques en plus des déformations, on peut considérer que le paramètre de rupture B est une variable cinématique interne de forme scalaire. Une autre variable interne que l'on considèrera est la déformation plastique, qui a une forme tensorielle. On notera que le concept de variables internes peut être généralisé pour introduire d'autres paramètres qui affecteront par la suite l'écrouissage du matériau. Les fonctions d'énergie dépendent donc des déformations, de la rupture, des déformations plastiques, et de leurs incréments respectifs. On peut donc généraliser le concept de contraintes, et définir une conjuguée thermodynamique associée à nos variables internes. Au paramètre de rupture B est associée l'énergie de rupture E_B, définie comme l'opposée de la dérivée de l'énergie interne par rapport à B. On peut donc l'écrire comme l'opposée de la dérivée de l'énergie libre par rapport à B:

$$E_B = -\frac{\partial \Psi}{\partial B} \tag{2.11}$$

Dans le cadre de la thermodynamique généralisée, il est admis que l'état d'un matériau est entièrement défini par les valeurs de certaines variables indépendantes, qui sont dans notre cas les variables cinématiques (les déformations et les variables internes). Les fonctions d'état sont donc écrites en termes de ces variables.

L'équation d'énergie de base pour une déformation isotherme et inélastique dans un volume élémentaire représentatif est :

$$\delta W = d\Psi + \delta \mathrm{D} \tag{2.12}$$

Où δW est l'incrément du travail appliqué, Ψ la fonction d'énergie libre ou stockée qui peut être récupérée, et δD l'incrément de dissipation qui représente l'énergie dissipée ou perdue qui ne peut pas être récupérée. Le terme de dissipation doit être toujours positif, conformément à la seconde loi de thermodynamique. On notera que l'incrément d'énergie libre est une différentielle, dont l'intégrale est indépendante du chemin choisi et s'annule si on intègre sur un chemin fermé. Cette fonction est donc une fonction d'état. Une intégrale sur chemin fermé de l'incrément de dissipation sera toujours positive quand des déformations irréversibles ont lieu.

En mécanique des sols, le terme d'énergie libre est généralement ignoré, vu que la majorité du travail appliqué est dissipé. Il est parfois identifié à l'incrément du travail élastique appliqué, ce qui revient à dire que l'incrément du travail plastique appliqué est égal à l'incrément de la dissipation. Or, dans le cas d'un déchargement plastique, l'incrément du travail plastique est négatif, et ne peut donc pas être égal à la dissipation. Cette difficulté peut être résolue en considérant que l'énergie libre est fonction des déformations plastiques en plus des déformations élastiques (Ulm et Coussy, 2003). De cette considération résultera une série de conséquences qui affecteront la formulation du modèle, et qui permettent de mieux comprendre le comportement physique du milieu granulaire.

2.3.1. L'énergie libre

Dans cette partie, on se basera sur les travaux de Lemaitre et Chaboche (1985) sur la mécanique de l'endommagement pour introduire la rupture dans notre modèle au moyen du paramètre de rupture défini. On appliquera également l'approche énergétique de Griffith (1921) pour analyser l'effet de la rupture des grains sur l'énergie stockée.

Si on considère une évolution isotherme, on peut appliquer le principe de séparation d'énergies introduit par Ulm et Coussy (2003) pour séparer la fonction d'énergie libre en une partie élastique et une partie plastique :

$$d\Psi(\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{e}}, \mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{p}}, \mathrm{B}) = d\Psi^{\mathrm{e}}(\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{e}}, \mathrm{B}) + d\Psi^{\mathrm{p}}(\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{p}}, \mathrm{B}) \tag{2.13}$$

Collins et Houlsby (1997) ont démontré que cette décomposition équivaut à dire que les modules élastiques ne dépendent pas des déformations plastiques, et que les lignes de chargement-déchargement restent parallèles. Les termes élastiques et plastiques de l'énergie libre se réfèrent à l'élasticité et plasticité du continu : la partie élastique résulte en des déformations élastiques et la partie plastique en des déformations plastiques. Pour comprendre cette décomposition d'un point de vue physique, il est nécessaire de se référer aux travaux de Collins (2005) concernant le concept d'énergie plastique stockée (ou *Frozen plastic energy*). Cette distinction trouve son origine dans les hétérogénéités au niveau des grains : au cours d'un chargement du milieu granulaire, certains grains se retrouvent "coincés" dans l'assemblage, et ne peuvent restituer l'énergie micro-élastique qu'ils stockent. Au niveau de l'assemblage, ce phénomène résulte en une augmentation des déformations plastiques, et l'énergie associée à ces déformations est considérée par erreur comme étant dissipée. En réalité, cette énergie associée à des déformations plastiques est stockée au niveau du grain et peut être récupérée sous certaines conditions. L'énergie libre plastique, comme l'énergie libre élastique, est disponible pour le phénomène de rupture étant donné qu'au niveau du grain l'énergie est stockée élastiquement.

L'effet de la rupture sur la partie élastique de la fonction d'énergie libre est introduit à la façon de Griffith (1921) par une fonction multiplicative décroissante qui représente le déchargement de la partie du milieu affectée par la fissuration, et la consommation d'énergie élastique pour la création de surfaces. En se basant sur les travaux de Lemaitre et Chaboche (1985) concernant la mécanique de l'endommagement et les travaux d'Einav (2007a) sur la mécanique de la rupture des grains, cette décroissance est considérée comme étant linéaire :

$$d\Psi^{\mathrm{e}}(\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{e}}, \mathrm{B}) = \frac{1}{2}(1 - \alpha B) C d\varepsilon^{e\,2} \tag{2.14}$$

D'après cette équation, les modules élastiques de la matrice de rigidité élastique C décroissent linéairement à partir de leurs valeurs initiales avec l'augmentation de B. Lorsque B atteint sa valeur finale 1, le matériau garde une partie de sa rigidité, ce qui explique le paramètre α. Concernant la partie plastique de l'énergie libre, la rupture des grains affecte l'énergie plastique stockée par deux processus parallèles en compétition : d'une part, la rupture des grains consomme l'énergie élastique stockée au niveau des grains, ce qui inclut les deux termes élastique et plastique de l'énergie libre. D'autre part, le broyage des grains est accompagné par un mouvement important de

réarrangement des grains et des chaines de force (Nguyen et Einav, 2009), ce qui résulte en un sol plus compacté, et augmente donc l'énergie plastique stockée. Une façon simple de prendre en compte ces deux effets est de considérer que la diminution de la partie plastique de l'énergie libre se fait linéairement en B, comme pour la partie élastique. L'effet du réarrangement des grains est représenté par une fonction croissante $F_{SB}(B)$:

$$d\Psi^p(\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{p}}, \mathrm{B}) = (1 - \alpha B) F_{S_B}(B) d\Psi^{p*} \tag{2.15}$$

$d\Psi^{p*}$ représente la partie plastique de l'énergie libre d'un milieu inaffecté par la rupture. Notre loi de comportement est basée sur les fonctions d'énergie du modèle de Cam-Clay modifié. On choisira donc :

$$d\Psi^{p*}(\mathrm{d}\varepsilon^{\mathrm{p}}) = p_{c_0} d\varepsilon_p^p \tag{2.16}$$

2.3.2. La fonction de dissipation

La dissipation d'énergie associée à la rupture des grains dans les milieux granulaires a été étudiée par McDowell et Bolton (1998), qui ont défini cette quantité comme l'énergie nécessaire pour augmenter la surface spécifique d'un incrément δS dans un volume donné V. Ils utilisent le paramètre d'énergie spécifique de surface Γ pour lier l'incrément de surface à l'incrément de dissipation : $\delta D_S = \Gamma\, \delta S/V$. En se basant sur la définition du paramètre de rupture B (2.1), le potentiel de dissipation associé au processus de création de surface par rupture des grains peut s'écrire en fonction de l'incrément du paramètre de rupture $\delta B = \delta S/S_u$:

$$\delta D_S = \frac{\Gamma S_u}{V} \delta B \tag{2.17}$$

Cette formule décrit la dissipation associée à la fracturation du grain et à la création de nouvelles surfaces avec la propagation des fissures dans un milieu composé de grains parfaitement fragiles. Cependant, la rupture des grains est associée à d'autres mécanismes dissipatifs qui ne peuvent être ignorés. L'un de ces mécanismes, qui s'impose comme le mécanisme qui dissipe le plus d'énergie dans un milieu granulaire, résulte de la redistribution des charges suivant un évènement de fracture d'un grain : les chaines de force majeures qui contiennent les grains susceptibles de casser changent avec l'évolution de la rupture des grains dans le milieu, ce qui induit des déformations irréversibles. Cette dissipation, qu'on appellera dissipation de redistribution ou de réarrangement D_R, a été étudiée par Russell (2011) dans le cadre d'une équation d'énergie de type Cam-Clay. Nguyen et Einav (2009) ont démontré que ce mécanisme

est responsable de la dissipation de la plus grande partie de l'énergie plastique en utilisant un modèle de blocs-ressorts unidimensionnel. Une étude expérimentale conduite par Ovalle et al. (2013) a également montré le rôle essentiel que joue le réarrangement des grains après rupture dans la plasticité des milieux granulaires.

Dans le cadre de notre modèle, la dissipation d'énergie par friction est considérée comme une partie de la dissipation de redistribution, étant donné que dans les deux cas les mouvements, translations, rotations et frictions intergranulaires résultent en des déformations irréversibles. Le potentiel de dissipation de réarrangement est pris en compte en multipliant l'équation (2.17) par une fonction $F_{DB}(B)$. Ceci nous permet d'éviter d'écrire le terme de rupture du potentiel de dissipation δD_S en fonction des déformations, ce qui nécessiterait de connaitre les déformations qui résultent de la fracture d'un grain. Cette approche simplificatrice définit la fonction F_{DB} comme la proportion de l'énergie plastique dissipée (par tous les mécanismes considérés) par rapport à l'incrément de dissipation d'énergie de fracture.

$$F_{D_B}(B) = \frac{Dissipation\ plastique}{Dissipation\ par\ fracture} = \frac{\delta D}{\delta D_S} = 1 + \frac{\delta D_R}{\delta D_S} \tag{2.18}$$

Ce qui nous permet d'écrire l'incrément de dissipation :

$$\delta D = \delta D_B = \delta D_S + \delta D_R = \delta D_S F_{D_B}(B) = \frac{\Gamma S_u}{V} F_{D_B}(B) \delta B \tag{2.19}$$

Les mécanismes de dissipation considérés sont couplés en un seul terme qui dépend uniquement de l'incrément du paramètre de rupture δB. La fonction F_{DB} dépend uniquement du paramètre de rupture, et doit être strictement croissante pour représenter l'augmentation de la dissipation d'énergie plastique lorsque le réarrangement est considéré. À l'initiation de la rupture, et comme la fracturation du grain précède la redistribution des grains et des chaines de forces, le seul mécanisme dissipatif est la dissipation par fracturation. La fonction F_{DB} doit donc être égale à 1 pour $B=0$. En effet, l'initiation de l'écrouissage est associée à une fissuration qui n'induit pas de réarrangement (les grains ne sont pas complètement cassés). Le paramètre de rupture reste donc nul, et la fonction F_{DB} est égale à 1.

2.4. Dérivation du modèle

Le but de cette partie est d'introduire un modèle thermomécanique capable de coupler les effets de la plasticité et de la rupture des grains. Les potentiels thermodynamiques présentés dans les parties précédentes sont utilisés pour dériver un modèle constitutif qui reproduit les effets de la rupture des grains sur le comportement mécanique du milieu, et qui prédit l'évolution de la granulométrie qui en résulte. Ce modèle est basé sur le modèle de Cam-Clay modifié (Roscoe et Burland, 1968), et la formulation se base sur les travaux d'Einav sur la mécanique de la rupture des grains ou *Breakage mechanics* (Einav, 2007a, 2007b, 2007c, 2007d).

2.4.1. Les contraintes de déplacement et les contraintes dissipatives

La procédure pour formuler une loi de comportement pour les matériaux plastiques (*rate independent*) suivant les principes de la thermomécanique commence par l'équation de travail pour une déformation inélastique et isotherme où l'incrément de travail est égal à la somme de la différentielle de la fonction d'énergie libre et de l'incrément de dissipation. Il faut cependant noter que la fonction de dissipation doit être strictement positive et homogène de degré 1. La première condition de positivité est un résultat direct de la deuxième loi de la thermodynamique alors que l'homogénéité caractérise un matériau plastique non visqueux.

Les potentiels étant dérivables et homogènes d'ordre 1, il est possible d'appliquer le théorème d'Euler pour écrire les incréments des parties élastique et plastique de l'incrément du travail en fonction des potentiels thermomécaniques :

$$dW^e = \sigma d\varepsilon^e = d\Psi^e = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon^e} d\varepsilon^e \tag{2.20}$$

$$dW^p = \sigma d\varepsilon^p = d\Psi^p + \delta D = \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varepsilon^p} d\varepsilon^p + \frac{\partial (\delta D)}{\partial (d\varepsilon^p)} d\varepsilon^p \tag{2.21}$$

En se basant sur ces deux équations et sur le principe d'orthogonalité de Ziegler (1983), on peut exprimer la contrainte σ de deux manières. La première équation permet d'écrire l'égalité entre la contrainte et la dérivée de la partie élastique de l'énergie libre par rapport aux déformations élastiques. La seconde équation relie la contrainte à la somme de deux dérivées, la dérivée de la partie plastique de l'énergie libre par rapport aux déformations plastiques et la dérivée de l'incrément de dissipation par rapport aux incréments de déformations plastiques. La partie de la contrainte qui dérive de la partie plastique de l'énergie libre est identifiée à la contrainte de déplacement σ_S, puisqu'elle découle de l'énergie plastique stockée, alors que la partie qui découle de l'incrément de

dissipation est identifiée à la contrainte dissipative σ_D (voir chapitre 1 pour plus de détails). Il est important de noter que cette égalité n'est pas directement déduite de l'équation (2.21), mais suppose la validité du principe de Ziegler qui stipule que l'incrément de dissipation agit comme un potentiel dont dérivent les contraintes dissipatives. Ce principe, qui peut être vu comme une limitation plus forte que la seconde loi de la thermodynamique, est présenté dans le premier chapitre.

$$\sigma = \frac{\partial \Psi^e}{\partial \varepsilon^e} = \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varepsilon^p} + \frac{\partial(\delta D)}{\partial(d\varepsilon^p)} = \sigma_S + \sigma_D \tag{2.22}$$

Une fois les potentiels thermodynamiques définis, les parties stockée et dissipative de la contrainte peuvent être dérivées. La fonction de charge peut être retrouvée à partir de la transformation de Legendre de l'incrément de dissipation. La loi d'écoulement est toujours associée dans l'espace des contraintes dissipatives, d'après le principe de Ziegler. La prise en compte de la partie plastique de l'énergie libre ajoute une étape supplémentaire à la formulation : la transition de l'espace des contraintes dissipatives vers l'espace des contraintes en appliquant l'égalité (2.22), et qui se fait en remplaçant la contrainte dissipative par la différence entre contrainte et contrainte stockée dans la fonction de charge et la loi d'écoulement. Si l'incrément de dissipation n'introduit pas de terme de contrainte (au sens thermodynamique, c.à.d. conjuguée d'une variable mesurable), cette transition se résume à une translation de la fonction de charge dans l'espace des contraintes sans affecter la loi d'écoulement qui reste normale. Si au contraire, la dissipation est écrite en termes de contraintes, la surface de charge change de forme, et la loi d'écoulement ne peut plus être associée.

L'énergie de rupture E_B est la conjuguée thermodynamique de la variable interne B. Elle est donc associée à une contrainte et peut aussi s'écrire comme la somme d'une partie stockée dérivée de la partie plastique de l'énergie libre et d'une partie dissipative associée au potentiel de dissipation :

$$E_{B_D} = \frac{\partial(\delta D)}{\partial(\delta B)} \;\; ; \;\; E_{B_S} = \frac{\partial \Psi^p}{\partial B} \;\; ; \;\; E_B = E_{B_S} + E_{B_D} \tag{2.23}$$

On notera que cette décomposition est uniquement faite dans un but d'uniformité dans la dérivation, et ne peut être justifiée d'un point de vue physique. Le paragraphe 2.4.3 discute en détail les implications de la distinction entre les variables de déplacement et les variables dissipatives sur la définition de l'énergie de rupture.

Étant donné que dans ce modèle, la dissipation d'énergie est couplée à un seul terme qui dépend uniquement de l'incrément de rupture, on peut écrire la fonction de charge de façon simple en se basant sur les équations (2.23) et (2.19) :

$$f = \frac{E_{B_D}}{\frac{\partial(\delta D)}{\partial(\delta B)}} - 1 \tag{2.24}$$

2.4.2. Définition des variables du modèle

On se basera sur les fondements de la thermomécanique de la rupture des grains exposés précédemment pour développer un modèle couplant la rupture et le réarrangement des grains comme mécanismes dissipateurs d'énergie. On utilisera pour notre formulation une notation triaxiale, où les contraintes seront représentées dans l'espace des contraintes *(p,q)*, où p est la contrainte effective isotrope moyenne et q la contrainte déviatorique ou de cisaillement. À ces deux contraintes sont associées les déformations volumétriques ε_p et les déformations de cisaillement ε_q.

Dans un premier temps, on commencera par choisir une loi élastique pour développer notre modèle. Il est important de comprendre que le choix de la loi d'élasticité est l'une des étapes les plus déterminantes pour ce type de modèles, puisque l'énergie dissipée par rupture est une fraction de l'énergie stockée élastiquement, qui est calculée sur la base d'une loi de comportement élastique. Dans le cadre de cette étude, on utilisera une loi élastique générale exprimée en fonction des deux modules K et G. Ces deux modules peuvent êtres constants dans le cadre de l'élasticité linéaire ou variables pour une loi élastique non linéaire. On peut désormais écrire la différentielle de la partie élastique de l'énergie libre (2.14) comme :

$$d\Psi^e = (1 - \alpha B)\left(\frac{1}{2} K d\varepsilon_p^{e\,2} + \frac{3}{2} G d\varepsilon_q^{e\,2}\right) \tag{2.25}$$

Puisque la partie plastique de l'énergie libre dépend uniquement des déformations plastiques, on peut donc dériver les contraintes p et q à partir de l'équation précédente :

$$p = (1 - \alpha B) K \varepsilon_p^e \;\; ; \;\; q = 3(1 - \alpha B) G \varepsilon_p^e \tag{2.26}$$

La partie plastique de l'énergie libre est écrite sur la base de la fonction d'énergie libre du modèle de Cam-Clay modifié. Elle est cependant modifiée pour prendre en compte la consommation d'énergie libre plastique associée à la rupture et la contribution à cette même énergie par le processus de réarrangement des grains. Cette énergie peut s'écrire

en s'appuyant sur les équations (2.15) et (2.16), la fonction $F_{SB}(B)$ est introduite et expliquée en détail:

$$d\Psi^p = (1-\alpha B)F_{S_B}(B)p_{c_0}d\varepsilon_p^p \tag{2.27}$$

p_{c0} est la contrainte d'initiation de rupture, qui est associée à la contrainte de préconsolidation dans le modèle de Cam-Clay. Ceci se justifie par le fait qu'un premier évènement d'écrouissage dans notre modèle correspond au début de la rupture des grains. L'équation (2.27) permet de calculer les parties de déplacement p_S et q_S des contraintes p et q:

$$p_S = (1-\alpha B)F_{S_B}(B)p_{c0} \;;\; q_S = 0 \tag{2.28}$$

Les contraintes dissipatives sont écrites comme la différence entre la contrainte réelle et la contrainte de déplacement.

2.4.3. La fonction de charge

La fonction de charge définie dans l'équation (2.24) nécessite la détermination de deux parties : l'énergie de rupture dissipative, et la dérivée de l'incrément de dissipation par rapport à l'incrément du paramètre de rupture. L'énergie de rupture dissipative est égale à la différence entre l'énergie de rupture E_B et l'énergie de rupture de déplacement E_{BS} d'après (2.23).

$$E_{B_D} = E_B - E_{B_S} = \left(-\frac{\partial\Psi}{\partial B}\right) - \left(-\frac{\partial\Psi^p}{\partial B}\right) = -\frac{\partial(\Psi^e+\Psi^p)}{\partial B} + \frac{\partial\Psi^p}{\partial B} = -\frac{\partial\Psi^e}{\partial B} \tag{2.29}$$

L'énergie de rupture dissipative est écrite en termes de contraintes dissipatives. En effet, l'énergie de rupture dissipative par définition doit être égale à zéro tant que la dissipation d'énergie n'a pas eu lieu puisque dans ce modèle, la plasticité est causée par un incrément de rupture, qui dérive d'un incrément d'énergie de rupture dissipative. Les contraintes de déplacement sont stockées au niveau des grains et ne peuvent participer à l'avancement de la rupture des grains.

$$\begin{aligned} E_{B_D} &= -\frac{\partial\Psi^e}{\partial B} = \frac{\alpha}{2(1-\alpha B)^2}\left(\frac{p_D^2}{K}+\frac{q_D^2}{3G}\right) \\ &= \frac{\alpha}{2(1-\alpha B)^2}\left(\frac{\left(p-(1-\alpha B)F_{S_B}(B)p_{c0}\right)^2}{K}+\frac{q^2}{3G}\right) \end{aligned} \tag{2.30}$$

Il est important de comprendre que la distinction entre énergie de rupture stockée et énergie de rupture de déplacement n'est faite que pour un but d'uniformité mathématique dans la dérivation. D'un point de vue physique, la rupture des grains est un phénomène dissipatif d'énergie qui consomme l'énergie stockée, et l'énergie de rupture E_B représente la partie de l'énergie libre consommée par le processus de rupture des grains. Une évolution de la rupture $\delta B \geq 0$ signifie nécessairement que $E_B \geq 0$. Contrairement aux autres variables de déformation, la variable de rupture n'est pas constituée d'une partie élastique et d'une partie plastique, mais uniquement d'une partie plastique. De plus, la rupture des grains ne peut que croitre, c'est-à-dire que l'incrément de la variable de rupture est toujours positif, et s'annule lors d'un déchargement. Ce qui signifie que lors de ce même déchargement, aucun retour d'énergie de rupture n'est possible. L'énergie de rupture ne peut pas donc être stockée, mais ne peut que se dissiper.

On peut confirmer ceci en calculant l'énergie de rupture de déplacement E_{Bs} par la dérivée de la partie plastique de l'énergie libre (2.15) par rapport à l'incrément de rupture. On peut directement constater que cette variable théorique est nulle. Ceci signifie que l'énergie plastique stockée, bien qu'affectée par la rupture des grains, ne contribue pas à l'énergie de rupture E_B. Seule la partie dissipative constitue l'ensemble de l'énergie stockée consommée par le processus de rupture des grains $E_B = E_{BD}$. Il est donc clair qu'appliquer les règles de la thermomécanique à des formulations intégrant des variables associées à des contraintes, et qui sont dépendantes entre elles, peut devenir problématique lorsque des contraintes imposées par la physique du problème interviennent : puisque la variable E_B s'écrit en termes de p et de q, l'incrément δE_B qui dépend des incréments δp et δq doit être négatif lorsque les incréments δp et δq deviennent négatifs (lors d'un déchargement associé à une libération de l'énergie plastique stockée). Or, cet incrément est par définition positif, et une valeur négative reviendrait à dire que la rupture devient réversible et que les fissures se referment, ce qui est évidement inacceptable d'un point de vue physique.

Ce problème ne se pose pas si on considère que E_B n'est pas une variable au sens propre du terme, mais une combinaison des autres variables de contraintes p et q décrite par l'équation (2.30). Un incrément positif du paramètre de rupture δB causerait une augmentation des contraintes par des incréments positifs. Lorsque les incréments de contraintes sont négatifs, la rupture n'est pas affectée puisque les variables de contraintes ne sont pas directement associées à l'énergie de rupture E_B. Cette fonction s'écrit en termes de contraintes dissipatives, qui sont par définition positives.

On a cependant choisi le formalisme thermomécanique à variables internes, qui considère B comme une variable interne à laquelle est associée l'énergie E_B pour deux raisons principales :

- Pouvoir introduire une fonction de dissipation écrite en termes de B : il est nécessaire d'avoir défini une conjuguée thermodynamique à cette variable pour écrire l'équilibre énergétique qui résulte en la fonction de charge.
- Pouvoir écrire la loi d'écoulement, qui nous permet de déterminer l'évolution de B avec le chargement, et donc de lier la mécanique à la granulométrie.

L'énergie de rupture dissipative étant définie, la dérivée de l'incrément de dissipation (2.19) par rapport à un incrément de rupture s'écrit :

$$\frac{\partial(\delta D)}{\partial(\delta B)} = \frac{\Gamma S_u}{V} F_{D_B}(B) \tag{2.31}$$

Les deux composantes de la fonction de charge ont donc étés calculées. On peut donc écrire la fonction de charge (2.24) en fonction des deux fonctions inconnues F_{SB} et F_{DB} :

$$f = \left(\frac{p - (1-\alpha B) F_{S_B}(B) p_{c0}}{(1-\alpha B)\sqrt{\frac{2K\Gamma S_u}{\alpha V} F_{D_B}(B)}} \right)^2 + \left(\frac{q}{(1-\alpha B)\sqrt{\frac{3G}{K}}\sqrt{\frac{2K\Gamma S_u}{\alpha V} F_{D_B}(B)}} \right)^2 - 1 \tag{2.32}$$

La contrainte d'initiation de la rupture p_{c0} peut être retrouvée à partir de cette équation de charge. Le matériau étant non cohésif, la valeur de f pour $p=0$, $q=0$ et $B=0$ doit être égale à zéro. Or, les fonctions multiplicatives F_{SB} et F_{DB} qui prennent en compte l'effet de la friction et du réarrangement des grains dans les potentiels thermomécaniques sont égales à 1 à l'initiation de la rupture (B=0). Ceci nous permet de calculer la contrainte d'initiation de la rupture à partir des paramètres propres au grain :

$$p_{c0} = \sqrt{\frac{8K\Gamma S_u}{\alpha V}} \tag{2.33}$$

Ce résultat est particulièrement intéressant pour les raisons suivantes : il est désormais possible de calculer un des paramètres du modèle à partir des propriétés propres au grain et à l'empilement, et cette formule, qui s'écrit de manière similaire à la formule de Griffith, calcule la contrainte critique sur la base de paramètres du matériau. Comme pour l'équation de Griffith, la formule (2.33) contient un module d'élasticité K,

l'énergie de surface Γ et des caractéristiques géométriques des fissures telles que le volume V et la surface ultime créée S_u. Ce dernier paramètre découle de la définition du paramètre de rupture qui intègre la surface ultime créée. Dans ce modèle, le seul paramètre qui introduit la rupture est le même paramètre qui contrôle la fissuration du grain. L'équation (2.33) peut donc être vue comme une généralisation de la formule de Griffith pour les milieux granulaires. Le paramètre α joue le même rôle que le π dans la formule de Griffith : celui de définir la fraction de l'énergie libre dissipée par la rupture. La longueur critique de la fissure dans la formule de Griffith a_c (chapitre 1, équation (1.33)) est remplacée dans la formule (2.33) par une longueur caractéristique V/S_u.

Les modèles d'Einav (2007b) intègrent une pression critique s'écrivant de manière similaire à l'équation (2.33) (voir chapitre 1, équation (1.67)). Cette pression ne dépend que du module élastique K et de l'énergie de rupture critique E_c (paramètre essentiel des modèles d'Einav). Aucun paramètre lié à la fissuration ni à sa géométrie n'est pris en compte dans cette formule.

Ce modèle, développé sur la base du modèle Cam-Clay, est supposé avoir une surface de charge de forme elliptique tangente à l'axe des contraintes déviatoriques dans l'espace des contraintes (p,q). Une relation entre les deux fonctions F_{SB} et F_{DB} peut être obtenue en écrivant l'équation de charge pour un écrouissage sans changement de contraintes et avec l'évolution du paramètre de rupture seul $f(p=0,q=0,B)=0$. Cette équation donne :

$$F_{D_B}(B) = 4F_{S_B}(B)^2 \tag{2.34}$$

Le choix des fonctions F_{DB} et F_{SB} conditionne l'écrouissage. On peut choisir parmi plusieurs fonctions d'écrouissage clastique disponibles dans la littérature, comme la fonction de forme hyperbolique introduite par Daouadji et Hicher (2010), la fonction exponentielle introduite par Kikumoto et al. (2010) ou la fonction logarithmique utilisée par Nakata et al. (1999). Pour ce modèle, on choisit une fonction d'écrouissage asymptotique où le paramètre de rupture B tend vers la valeur 1 lorsque la contrainte caractéristique isotrope (de préconsolidation isotrope pour les modèles Cam-Clay) p_c tend vers l'infini (cette contrainte est définie dans le paragraphe suivant). Une telle fonction a été employée par Einav (2007b) pour modéliser l'écrouissage dans le cadre de ses modèles. Pour avoir un écrouissage asymptotique en B, le choix suivant s'impose :

$$F_{D_B}(B) = \frac{1}{(1-B)^2} \;\; ; \;\; F_{S_B}(B) = \frac{1}{2(1-B)} \tag{2.35}$$

Une contrainte caractéristique isotrope (de préconsolidation dans le cas des argiles) peut être identifiée au sein de la fonction de charge *f*.

$$p_c = p_{c0}\frac{1-\alpha B}{1-B} \tag{2.36}$$

Cette contrainte représente la moitié du grand axe de l'ellipse, et permet de réécrire la fonction (2.32) sous la forme connue du modèle Cam-Clay modifié :

$$f = \left(\frac{p-\frac{1}{2}p_c}{\frac{1}{2}p_c}\right)^2 + \left(\frac{q}{\frac{1}{2}M'p_c}\right)^2 - 1 \tag{2.37}$$

Le paramètre *M'*, défini comme la racine de la fraction de *3G* par *K*, caractérise la taille et la forme de l'ellipse, mais n'est pas un paramètre d'état critique.

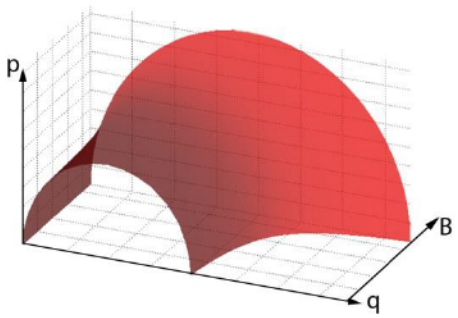


Figure 2.4: La surface de charge dans le plan (p,q,B).

2.5. La loi d'écoulement

D'un point de vue général, la fonction de charge pour un modèle dissipatif avec une fonction de dissipation *D*, qui considère trois variables internes ε_p^p, ε_q^p et *B* auxquelles sont associées les variables de type contraintes p, q et E_B, s'écrit dans le cadre de la thermomécanique :

$$\lambda f = p_D d\varepsilon_p^p + q_D d\varepsilon_q^p + E_{B_D} dB - D = 0 \tag{2.38}$$

Cette équation représente la transformée de Legendre de la fonction de dissipation *D*, qui s'écrit uniquement en termes de variables dissipatives (voir chapitre 1). La transformation de Legendre nous a permis de transformer une fonction de dissipation homogène de premier ordre qui dépend des incréments des variables internes, pour retrouver une autre fonction qui s'écrit en termes de conjuguées par rapport à la

dissipation de ces variables internes. On notera que les conjuguées par rapport à la dissipation (les contraintes dissipatives) sont différentes des conjuguées par rapport à la fonction d'énergie libre (les contraintes réelles). Cette distinction découle de la considération de la partie plastique de l'énergie libre et du principe d'orthogonalité de Ziegler. Une des propriétés de la transformée de Legendre est que la fonction et sa transformée s'annulent lorsque l'une de ces deux fonctions est nulle. La fonction de charge, qui s'annule lorsqu'il y a dissipation d'énergie, ne peut donc être déterminée qu'à travers un multiplicateur arbitraire λ non négatif.

On peut donc retrouver la loi d'écoulement en dérivant la fonction λf par rapport aux incréments des variables internes :

$$d\varepsilon_p^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial p_D} \tag{2.39}$$

$$d\varepsilon_q^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial q_D} \tag{2.40}$$

$$dB = \lambda \frac{\partial f}{\partial E_{B_D}} \tag{2.41}$$

Il est donc possible d'établir un parallèle entre la thermomécanique et la plasticité classique où la loi d'écoulement est également écrite en fonction du même multiplicateur plastique non négatif. On remarque également que la loi de comportement est nécessairement associée dans l'espace des contraintes dissipatives. On peut aussi vérifier que la loi d'écoulement reste associée lors du passage de l'espace des contraintes dissipatives à l'espace des contraintes réelles en comparant les fonctions (2.42), (2.43) et (2.44) et la fonction (2.38), puisque la fonction de dissipation (2.31) ne dépend pas des contraintes réelles :

$$d\varepsilon_p^p = \lambda M'^2(2p - p_c) = \lambda \frac{\partial f}{\partial p} \tag{2.42}$$

$$d\varepsilon_q^p = \lambda(2q) = \lambda \frac{\partial f}{\partial q} \tag{2.43}$$

Le passage vers l'espace des contraintes réelles n'est pas nécessaire pour dériver l'incrément du paramètre de rupture B.

$$dB = \lambda \frac{\partial f}{\partial E_{B_D}} = \lambda \frac{\partial}{\partial E_{B_D}} \left(\frac{E_{B_D} V (1-B)^2}{\Gamma S_u} \right) = \lambda \frac{V(1-B)^2}{\Gamma S_u} = \lambda \frac{8K}{\alpha p_c^2} (1-B)^2 \qquad (2.44)$$

2.6. La fonction d'écrouissage

Le but des calculs dans cette partie est de déterminer l'évolution du paramètre d'écrouissage p_c avec le paramètre de rupture B et les déformations plastiques ε^p. Ces résultats permettront de mieux comprendre le couplage rupture-plasticité de ce modèle, de dériver sa réponse incrémentale et de le comparer avec d'autres modèles.

La fonction d'écrouissage proposée par ce modèle couple un écrouissage volumétrique et un écrouissage lié à la rupture des grains. La fonction (2.36) peut être écrite en termes de volume spécifique v et du paramètre de rupture B :

$$p_c = \sqrt{\frac{8K\Gamma S_u}{\alpha V_S v}} \left(\frac{1-\alpha B}{1-B} \right) \qquad (2.45)$$

La différentiation de cette fonction permet d'écrire:

$$dp_c = -\frac{1}{2v} p_c dv + p_c \frac{1-\alpha}{(1-\alpha B)(1-B)} dB \qquad (2.46)$$

On peut donc constater que l'écrouissage dans ce modèle résulte du couplage entre un écrouissage volumétrique et un écrouissage en rupture. L'évolution de la contrainte p_c avec les deux paramètres d'écrouissage v et B est représentée dans la Figure 2.5 :

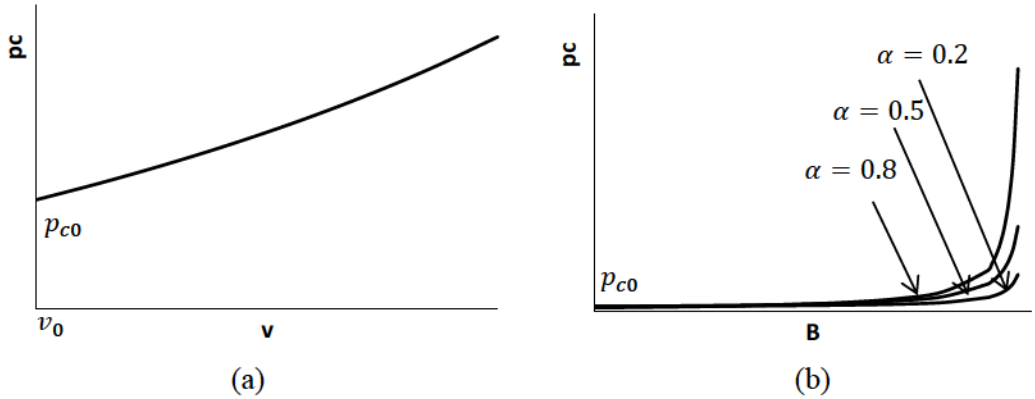


Figure 2.5: Courbes d'évolution du paramètre d'écrouissage p_c suivant les deux mécanismes volumétrique et clastique.

La considération de l'écrouissage volumétrique adoucit la montée de B avec le chargement, surtout pour des valeurs de B inférieures à 0.5 (voir paragraphe 2.8). La Figure 2.6 permet de comparer un écrouissage clastique asymptotique et un écrouissage couplé :

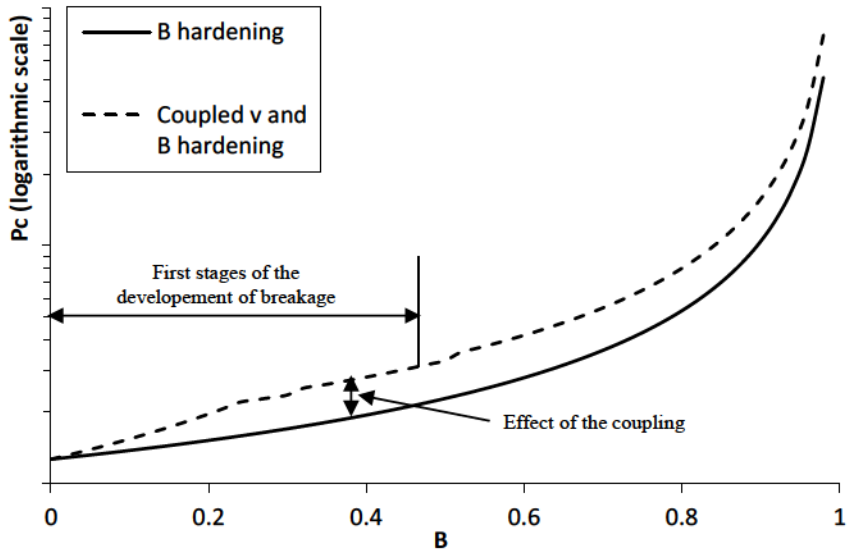


Figure 2.6: Effet du couplage entre les deux mécanismes d'écrouissage sur l'évolution du paramètre de rupture B.

L'incrément de volume spécifique est relié à l'incrément de déformation volumétrique ε_p par la relation : $dv=-v\,d\varepsilon_p$. Sur cette base, on peut déduire l'incrément de déformation volumétrique de l'équation (2.46) :

$$d\varepsilon_p = 2\frac{dp_c}{p_c} - \frac{2(1-\alpha)}{(1-\alpha B)(1-B)}dB \tag{2.47}$$

La déformation volumétrique est décomposée en une partie élastique $d\varepsilon_p^{\,e}=(\kappa/vp_c)dp_c$ et en une partie plastique $d\varepsilon_p^{\,p}$ (une loi élastique non linéaire est choisie). La partie plastique de la déformation volumétrique s'écrit :

$$d\varepsilon_p^p = \left(2-\frac{\kappa}{v}\right)\frac{dp_c}{p_c} - \frac{2(1-\alpha)}{(1-\alpha B)(1-B)}dB \tag{2.48}$$

À partir de cette équation, on peut voir qu'un état critique ne peut être atteint que lorsque l'incrément de rupture s'annule. Ceci correspond aux observations expérimentales de Chandler (1985), de Coop et al. (2004) et de Jovicic et Coop (1997).

2.7. Dérivation du comportement incrémental

La forme incrémentale de la loi de comportement est dérivée dans le but de programmer le modèle, et de pouvoir réaliser des simulations numériques. Dans un premier temps, la forme incrémentale du modèle a été formulée en termes de variables triaxiales sous forme tensorielle, avant d'être codée sur Matlab. Par la suite, une formulation générale en termes d'invariants de contraintes et de déformations a été dérivée et codée sur Fortran dans le but de faciliter une éventuelle intégration dans un code en éléments finis (l'une des perspectives de ce travail de thèse).

On commence par écrire la relation entre les contraintes et déformations triaxiales et les invariants du tenseur de contrainte et de déformation :

$$p = \frac{1}{3}\sigma_{kk} \;;\; q = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \;;\; \varepsilon_p = -\varepsilon_{kk} \;;\; \varepsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}} \tag{2.49}$$

où les termes s_{ij} et e_{ij} sont définis comme :

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{\sigma_{kk}}{3}\delta_{ij} \quad ; \quad e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{\varepsilon_{kk}}{3}\delta_{ij} \tag{2.50}$$

δ_{ij} est le symbole de Kronecker. La loi de comportement élastique du modèle est dérivée de la partie élastique de la fonction d'énergie libre (2.14), peut s'écrire :

$$\sigma_{ij} = (1 - \alpha B)C_{ijkl}\varepsilon^e_{kl} \tag{2.51}$$

où C est la matrice de rigidité élastique. L'incrément de contrainte $d\sigma$ prend la forme :

$$d\sigma_{ij} = (1 - \alpha B)C_{ijkl}d\varepsilon^e_{kl} - \frac{\alpha\sigma_{ij}}{1 - \alpha B}dB \tag{2.52}$$

Si on écrit la condition de consistance de Prager, qui revient à vérifier qu'à chaque instant, la différentielle de la surface de charge est nulle :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\right)^T d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial p_c}dp_c = 0 \tag{2.53}$$

L'incrément de la contrainte p_c est nécessaire pour introduire l'effet de l'écrouissage:

$$dp_c = \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_p^p} d\varepsilon_p^p + \frac{\partial p_c}{\partial B} dB = \frac{v p_c}{2v - \kappa} d\varepsilon_p^p + \frac{1-\alpha}{(1-\alpha B)(1-B)} \frac{2v p_c}{2v - \kappa} dB \tag{2.54}$$

En substituant les incréments de contrainte σ (2.52) et de la contrainte p_c (2.54) dans la condition de consistance (2.53), on retrouve :

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\right)^T \left[(1-\alpha B) C_{ijkl}\left(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p\right) - \frac{\alpha \sigma_{ij}}{1-\alpha B} dB\right] + \frac{\partial f}{\partial p_c}\left(\frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_p^p} d\varepsilon_p^p + \frac{\partial p_c}{\partial B} dB\right) = 0 \tag{2.55}$$

La loi d'écoulement étant associée, il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\right)^T \left[(1-\alpha B) C_{ijkl}\left(d\varepsilon_{kl} - \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}}\right) - \frac{\alpha \sigma_{ij}}{1-\alpha B} \lambda \frac{\partial f}{\partial E_B}\right] \\ &+ \frac{\partial f}{\partial p_c}\left(\frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_p^p} \lambda \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial p_c}{\partial B} \delta\lambda \frac{\partial f}{\partial E_B}\right) = 0 \end{aligned} \tag{2.56}$$

Le multiplicateur plastique λ est ainsi explicité :

$$\lambda = \frac{(1-\alpha B)\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\right)^T C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}}{(1-\alpha B)\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\right)^T C \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}\right)^T \frac{\alpha \sigma_{ij}}{1-\alpha B} \frac{\partial f}{\partial E_B} - \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon_p^p} \frac{\partial f}{\partial p} - \frac{\partial f}{\partial p_c} \frac{\partial p_c}{\partial B} \frac{\partial f}{\partial E_B}} \tag{2.57}$$

La relation contraintes-déformations peut donc être retrouvée :

$$d\sigma_{ij} = (1-\alpha B) C_{ijkl}\left(d\varepsilon_{kl} - \lambda\left(\frac{\partial f}{d\sigma_{kl}}\right)\right) - \frac{\alpha \sigma_{ij}}{1-\alpha B} \lambda \left(\frac{\partial f}{\partial E_B}\right) \tag{2.58}$$

La relation (2.58) permet de retrouver l'incrément de contraintes à partir de la donnée de l'incrément de déformation. Ceci se fait à l'aide d'un algorithme de correction de contraintes (*return mapping algorithm*). Si on suppose que l'état du matériau est connu au point A(σ, ε, B), et que l'écrouissage se produit suite à un incrément de déformations, on considèrera dans un premier temps que le comportement reste élastique, et que l'incrément de contrainte $d\sigma^*$ se calcule à l'aide de la matrice de rigidité élastique C. La valeur de la fonction de charge est donc positive en ce nouveau point B($\sigma+d\sigma^*$,$\varepsilon+d\varepsilon$, B) ($f^*>0$). Puisque les évolutions des fonctions et variables sont infinitésimales, et que la

fonction de charge est dérivable, il est possible d'écrire un développement de Taylor de la fonction de charge *f* entre les points A et B :

$$f = f^* + \frac{\partial f}{\partial B} dB + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_p^p} d\varepsilon_p^p + \left(\frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \sigma_{ij}} \right) d\sigma_{ij} \tag{2.59}$$

En suivant un schéma de dérivation similaire à celui présenté précédemment (équations (2.53) à (2.58)), il est possible de déduire la relation suivante entre l'incrément de contrainte initialement calculé de manière élastique $d\sigma^*$, et l'incrément de contrainte élasto-plastique réel $d\sigma$ représenté dans la Figure 2.7 par le point C:

$$d\sigma_{ij} = d\sigma^* + \lambda \left[(1 - \alpha B) C_{ijkl} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} + \frac{\alpha \sigma_{ij}}{1 - \alpha B} \frac{\partial f}{\partial E_B} \right] \tag{2.60}$$

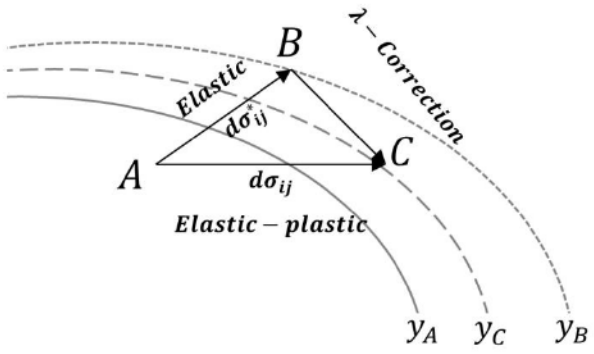


Figure 2.7: L'algorithme de correction de contraintes.

Cet algorithme est codé dans Matlab (R2013a), et utilisé pour reproduire les résultats expérimentaux décrits dans le paragraphe suivant. La plateforme Matlab est choisie puisque la visualisation des variables et de leurs évolutions est aisée. Une version modifiée de ce code est également programmée en Fortran, afin de pouvoir l'implémenter dans le code éléments finis Abaqus (2007) comme loi de comportement VUMAT.

2.8. Modélisation de résultats expérimentaux

Dans cette partie, deux simulations numériques de résultats expérimentaux seront présentées. On commencera par les essais œdométriques de Nakata et al. (2001), avant de passer aux essais triaxiaux de Nakata et al. (1999). Les expérimentations de Nakata sont assez bien documentées pour permettre une modélisation complète. De plus, Nakata et al. (1999) montrent que les résultats des essais triaxiaux sont correctement modélisés avec un modèle Cam-Clay modifié.

2.8.1. Chemin œdométrique

Le modèle développé dans les parties précédentes est utilisé pour simuler les résultats d'essais œdométriques conduits par Nakata et al. (2001). Ces mêmes résultats ont été utilisés pour valider la capacité du paramètre de rupture à suivre l'évolution des granulométries (voir partie 2.2.3).

Les essais ont été conduits sur un sable siliceux de granulométrie initiale quasi-uniforme (les dimensions des grains varient entre un minimum de 1.4mm et un maximum de 1.7mm). La contrainte verticale augmente graduellement de 0 à 92MPa. Le chargement est arrêté aux contraintes 1.7MPa, 9.6MPa, 14MPa, 23MPa, 46MPa et 92MPa pour permettre la mesure de l'évolution des courbes granulométriques. Nakata et al. ont noté qu'aucun changement de granulométrie ne se produisait avant la contrainte 9.6MPa (la zone précédant l'écrouissage).

Pour notre simulation, on a considéré une loi élastique non linéaire :

$$K = \frac{vp}{\kappa} \tag{2.61}$$

Une valeur de $\kappa=0.045$ est déduite à partir de la courbe de compressibilité. Les valeurs de $p_{c0}=9.6MPa$ et de l'indice des vides initial $e_0=0.66$ correspondent aux valeurs proposées par les auteurs. Un coefficient de pression $K_0=0.35$ permet de relier la contrainte isotrope p à la contrainte verticale σ_v. Une valeur du paramètre α de 0.3 est retrouvée en calant la courbe de compressibilité sur les valeurs expérimentales (Figure 2.8).

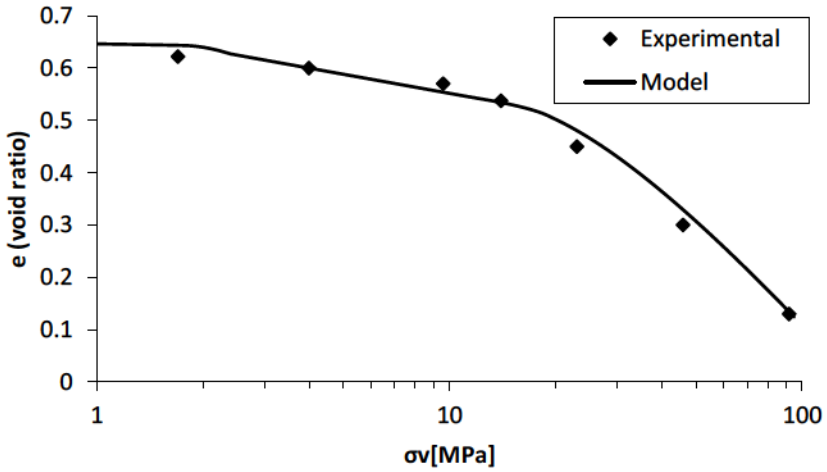


Figure 2.8: Évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte verticale lors d'un essai œdométrique.

L'évolution de la rupture avec le chargement est également calculée. Afin de comparer cette évolution théorique avec les valeurs expérimentales, on s'est appuyé sur les résultats du paragraphe 2.2.3 pour déduire les valeurs du paramètre de rupture B en se basant sur les granulométries aux différents niveaux de chargement. Les résultats sont présentés dans la Figure 2.9. Le modèle décrit assez bien l'évolution de la rupture.

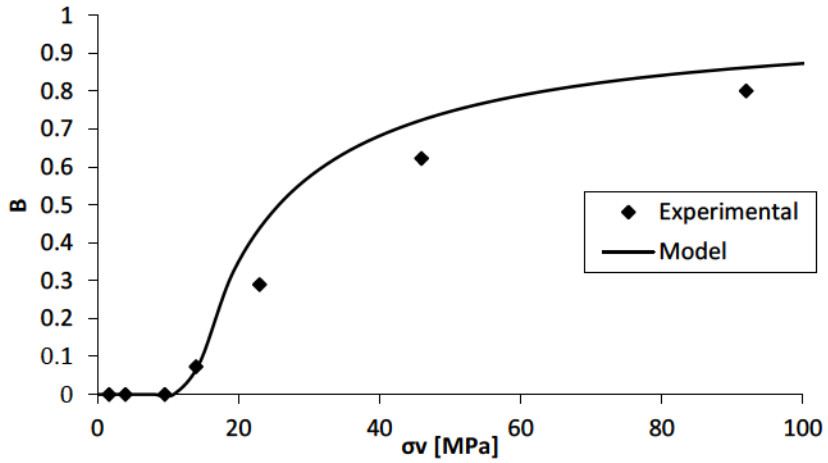


Figure 2.9 : Évolution du paramètre de rupture en fonction de la contrainte verticale.

Une étude comparative a été faite sur les mêmes données expérimentales, mais en négligeant l'écrouissage volumétrique. La fonction d'écrouissage s'écrit donc uniquement en fonction de B. Comme pour les modèles d'Einav avec une fonction d'écrouissage similaire, le taux de rupture est surestimé. La considération d'un écrouissage couplé volumétrique clastique donne des résultats plus réalistes.

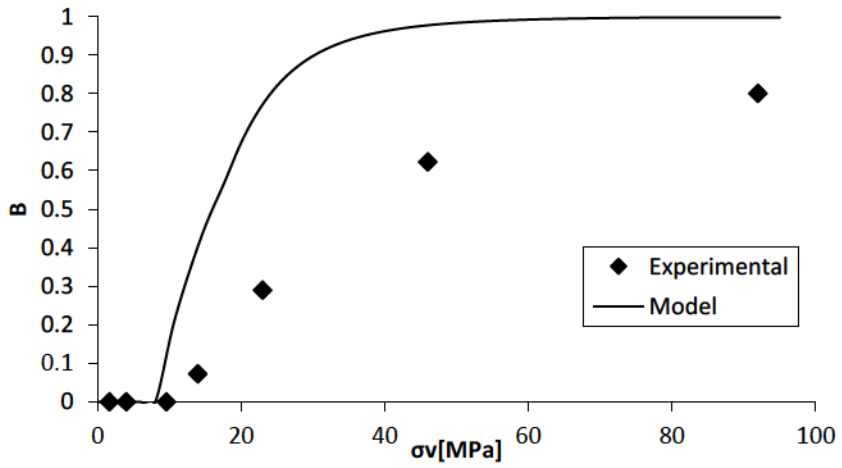


Figure 2.10 : Évolution de la rupture en fonction de la contrainte verticale lorsque l'écrouissage volumétrique est négligé.

La méthode explicitée dans la partie 2.2.3 est appliquée pour passer des valeurs théoriques de B aux granulométries correspondantes : on suppose que les granulométries sont décrites par une loi en puissance, et que le paramètre de puissance D_g varie entre une valeur initiale et sa valeur finale supposée fractale (la dimension fractale choisie est 2.55). L'évolution de D_g avec le paramètre de rupture B est logarithmique (on utilise la même fonction logarithmique que celle du paragraphe 2.2.3). En supposant que la taille du plus gros grain ne change pas durant le chargement (effet de *cushioning*, où les petites particules créées nouent des contacts avec les plus gros grains, les confinant et les protégeant de la rupture), les granulométries suivantes sont calculées :

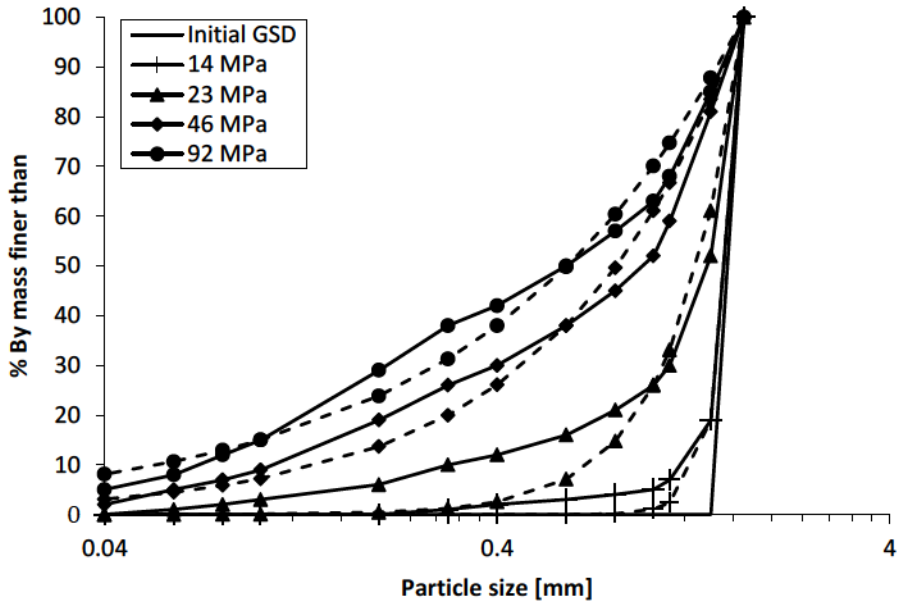


Figure 2.11: Évolution de la granulométrie avec la rupture.

2.8.2. Chemin triaxial

Nakata et al. (1999) étudient l'influence de la rupture des grains sur le comportement mécanique de l'empilement au cours d'un essai triaxial. Trois essais triaxiaux ont été conduits sur trois échantillons similaires à différentes pressions de confinement. Les deux premiers essais sont consolidés à 2.94MPa et 9.81MPa respectivement. Le troisième essai est conduit à une pression de confinement de 4.91MPa, mais a été arrêté lorsque la contrainte σ_v atteint 10.64MPa. Le but de ce dernier test est de comparer le taux de rupture à celui de l'essai à 2.94MPa, afin de mieux comprendre l'effet de la contrainte de confinement sur l'évolution de la rupture des grains. Sur la Figure 2.12 sont tracés les trois chemins de contraintes considérés, et les surfaces de charges elliptiques à la fin du chargement.

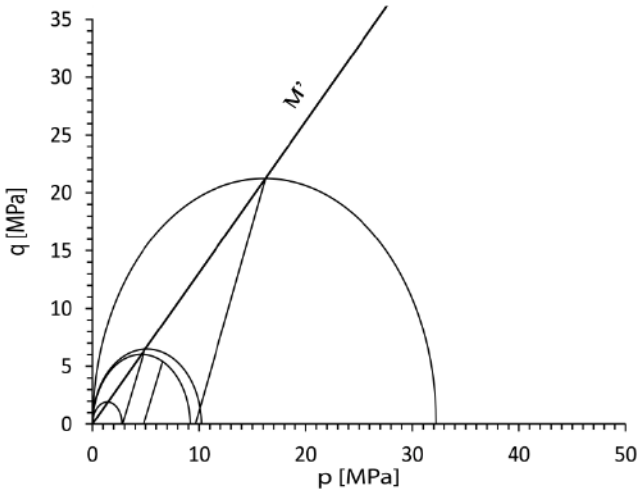


Figure 2.12 : Chemins triaxiaux et surfaces de charges pour les essais modélisés.

Les paramètres nécessaires à la simulation sont extraits des différentes courbes présentées dans la publication expérimentale:

- Les paramètres élastiques sont extraits de la courbe de compressibilité.
- L'équation (2.62) permet de déterminer le paramètre de forme *M'* de l'ellipse.

$$M' = \sqrt{\frac{3G}{K}} \tag{2.62}$$

- Le paramètre α est obtenu par calage des courbes théoriques sur les résultats expérimentaux.

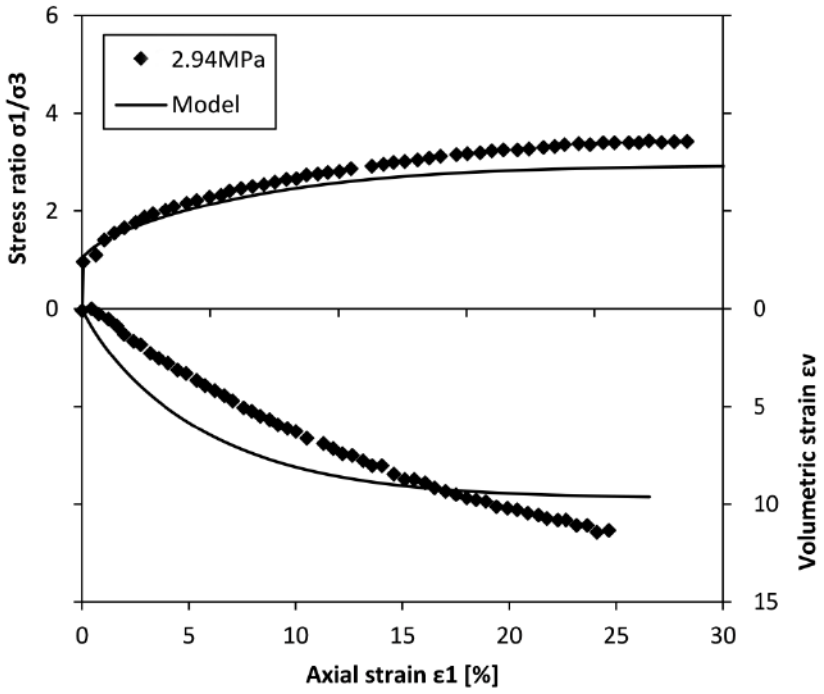
Le Tableau 2.3 résume les différentes valeurs des paramètres du modèle utilisées pour la simulation :

Tableau 2.3 : Valeurs des paramètres du modèle utilisées pour la modélisation des résultats de Nakata et al. (1999).

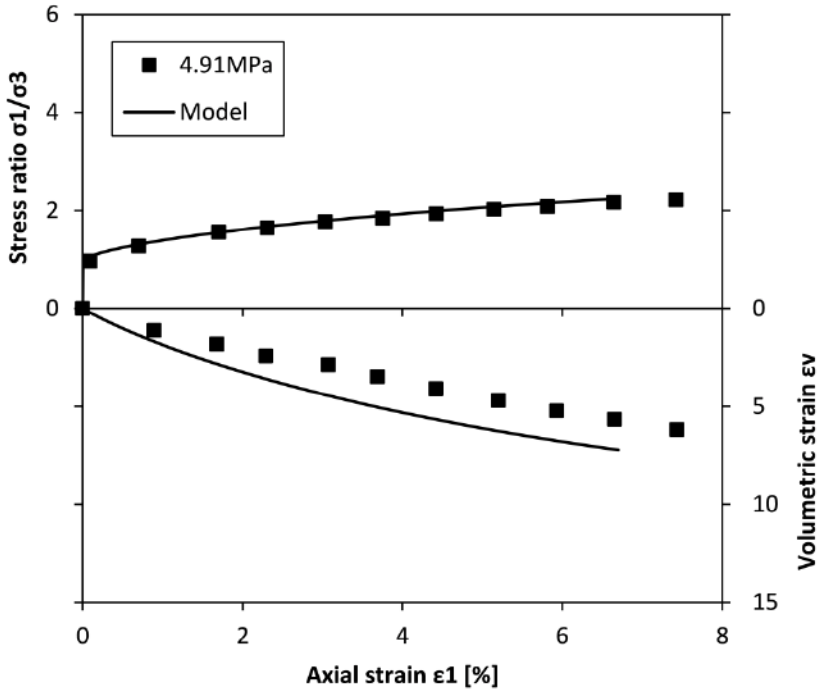
κ	**η**	**M'**	**α**	**p_{c0}**	**v_0**
				2.94 MPa	1.417
0.011	0.2	1.17	0.3	9.81 MPa	1.473
				4.91 MPa	1.330

η est le coefficient de Poisson. η=*0.2* est une valeur classique pour les milieux granulaires. Les valeurs de p_{c0} sont prises égales à la pression de confinement pour chacun des essais.

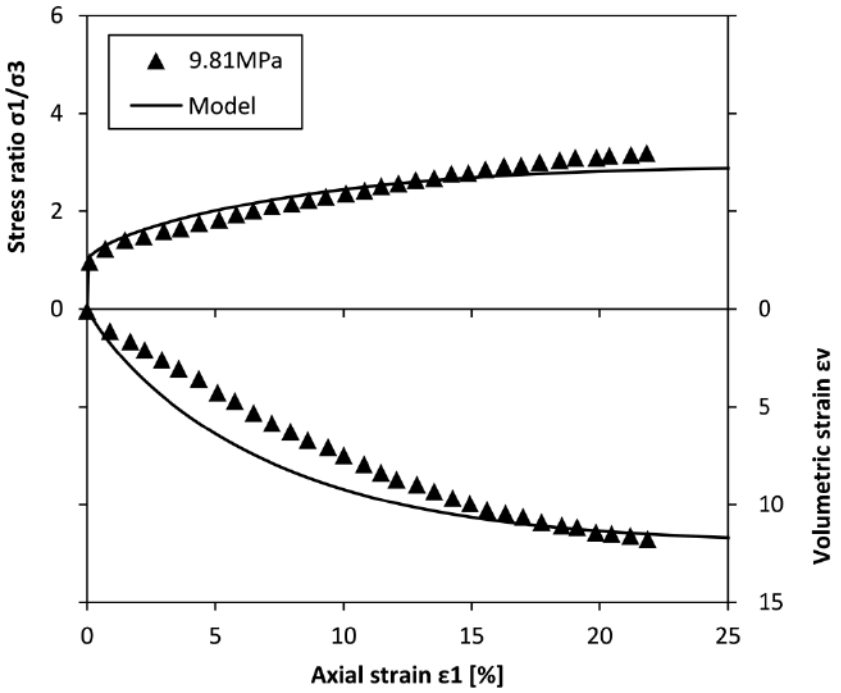
Les résultats des simulations sont tracés dans la Figure 2.13 et comparés aux données expérimentales:



(a)



(b)



(c)

Figure 2.13 : Fraction σ1/σ3 tracée en fonction de la déformation axiale, et déformation volumétrique en fonction de la déformation axiale, pour les différentes contraintes de confinement. (a) 9.81MPa, (b) 2.94MPa et (c)4.91 MPa.

Il est également possible de tracer l'évolution du paramètre de rupture pour obtenir l'évolution des granulométries :

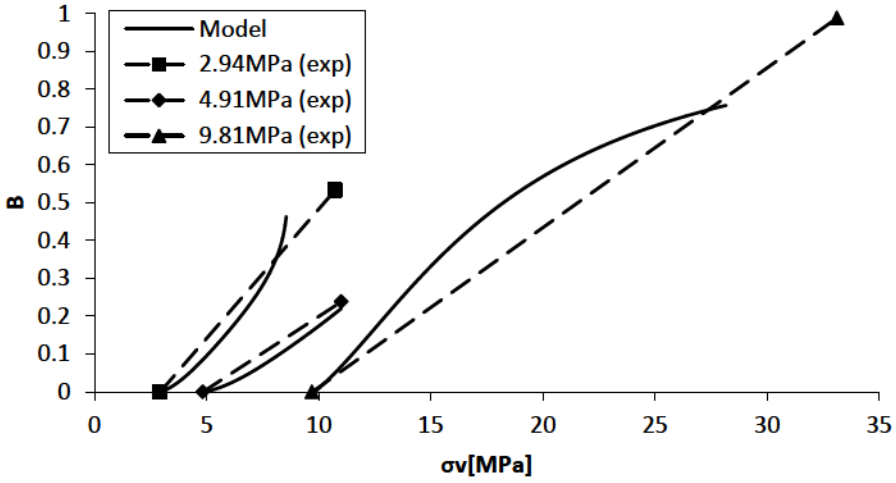


Figure 2.14 : Évolution du paramètre de rupture avec la contrainte verticale pour les trois essais triaxiaux, comparées aux valeurs expérimentales.

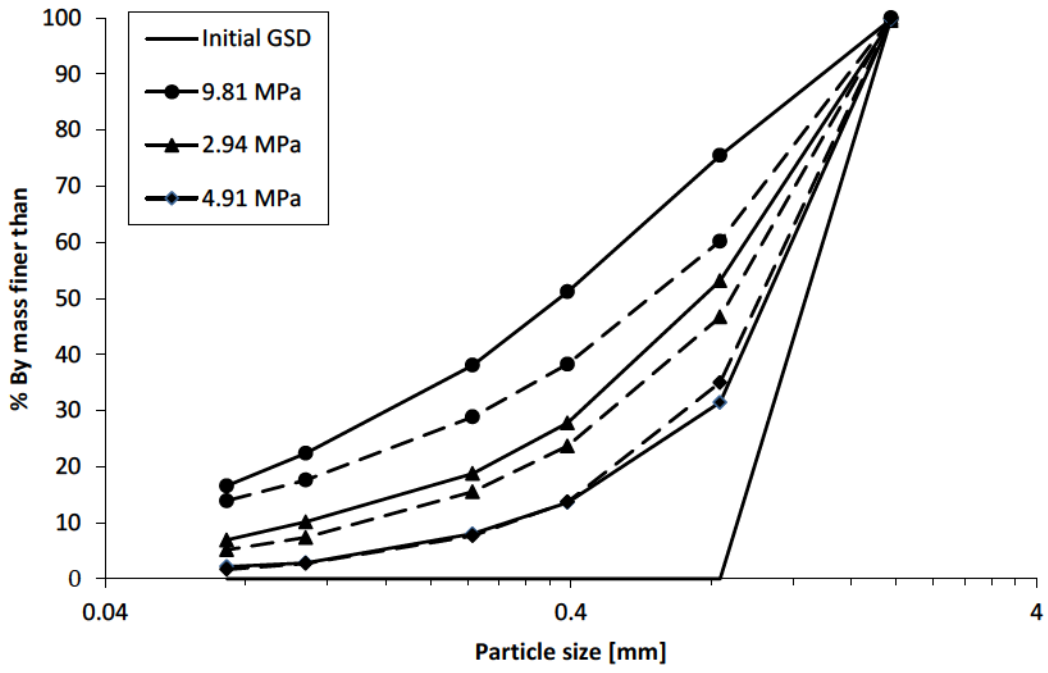


Figure 2.15 : Granulométries expérimentales (pointillés) et granulométries calculées (trais pleins).

On constate que l'évolution de la rupture des grains est également bien représentée, même si le modèle tend à sous-estimer la quantité de rupture des grains pour les forts confinements.

2.9. Récapitulatif

Ce paragraphe réunit les différentes composantes du modèle sous forme de synthèse. On mettra l'accent sur les paramètres du modèle ainsi que les données expérimentales nécessaires pour la calibration.

La surface de charge du modèle est elliptique, et la loi d'écoulement est associée :

$$f = g = \left(\frac{p - \frac{1}{2}\boldsymbol{p_c}}{\frac{1}{2}p_c}\right)^2 + \left(\frac{q}{\frac{1}{2}\boldsymbol{M'}p_c}\right)^2 - 1 \tag{2.63}$$

$$d\varepsilon_p^p = \lambda \boldsymbol{M'^2}(2p - p_c) \tag{2.64}$$

$$d\varepsilon_q^p = \lambda(2q) \tag{2.65}$$

$$dB = \lambda \frac{8\boldsymbol{K}}{\alpha p_c^2}(1-B)^2 \tag{2.66}$$

L'écrouissage du modèle couple les effets de la rupture et les effets volumétriques :

$$p_c = \boldsymbol{p_{c0}}\left(\frac{1-\boldsymbol{\alpha}B}{1-B}\right) = \sqrt{\frac{8\boldsymbol{K\Gamma S_u}}{\boldsymbol{\alpha V_S}v}}\left(\frac{1-\boldsymbol{\alpha}B}{1-B}\right) \tag{2.67}$$

Les paramètres du modèle sont mis en gras dans les équations (2.63) à (2.67).

Les paramètres élastiques K et G sont retrouvés en se basant sur les évolutions des contraintes p et q avec les déformations volumétriques et de cisaillement. Un essai de type triaxial permettrait donc d'identifier ces paramètres. Une fois les paramètres élastiques définis, il est possible de calculer le paramètre M'.

La contrainte d'initiation de la rupture p_{c0} peut être identifiée à la contrainte de début d'écrouissage dans une courbe de compressibilité, par exemple. Il est également possible de calculer cette contrainte en se basant sur l'équation (2.33). Il est donc nécessaire de connaitre l'énergie de surface de Griffith Γ (à partir de la valeur critique du facteur d'intensité des contraintes du matériau étudié, par exemple). La surface créée ultime S_u peut être calculée à partir de la granulométrie initiale suivant la méthode décrite dans la partie 2.2.3, moyennant la connaissance de la dimension fractale D_f (une valeur de 2.5 peut être prise en l'absence de données sur le matériau), et de la densité ρ. Le volume des grains V_S est estimé à partir du volume total, et de l'indice des vides initial e_0 (il peut également être calculé à partir de la granulométrie initiale, ou de la masse totale).

Le paramètre α conditionne l'écrouissage volumétrique et clastique. C'est un paramètre de calage qui est obtenu en ajustant au mieux les évolutions des différents paramètres mécaniques et de rupture.

2.10. Conclusions et perspectives

Le modèle présenté dans ce chapitre est dérivé suivant les lois de la thermomécanique. Il prend en compte l'effet de la rupture des grains sur le comportement mécanique et arrive à modéliser son évolution. Les simulations numériques faites avec ce modèle montrent qu'il est capable de prédire les données expérimentales avec une précision suffisante. Le nouveau paramètre de rupture est également performant pour décrire l'évolution de la rupture et permettre de retrouver l'évolution granulométrique.

Plusieurs aspects intéressant distinguent ce modèle du reste des lois de comportement couplant rupture et mécanique. D'une part, il est formulé suivant une technique unique, qui tire avantage de la théorie de Griffith pour le milieu continu et la généralise au milieu granulaire. Ceci a pour conséquence que le processus de rupture des grains est contrôlé par le paramètre d'énergie de surface de Griffith, un paramètre propre au grain largement utilisé en mécanique de la rupture. D'un autre côté, les paramètres introduits dans ce modèle ont tous un sens physique, et sont nécessaires à un ou plusieurs aspects de la modélisation : le paramètre scalaire α décrit l'évolution du tenseur de rigidité élastique avec l'évolution de la rupture, les autres paramètres Γ, S_u, et V_S sont des caractéristiques propres au grain, et peuvent être vus comme des paramètres géométriques de la fissuration. Le paramètre M' qui joue un rôle de contrôle de la forme de la surface de charge est calculé à partir des constantes élastiques. Ce paramètre est connu dans la littérature, et apparait dans la modélisation de Buscarnera et Einav (2012) du broyage des grains en milieu non saturé. Finalement, la fonction d'écrouissage couple écrouissage volumétrique et écrouissage de rupture. Ceci a pour effet de rendre l'initiation de la rupture moins brutale que ce qui est observé lorsque seul un écrouissage de rupture est considéré.

L'une des perspectives de ce travail peut être de tester différentes formes de la fonction d'écrouissage. Des tentatives sont en cours pour incorporer un écrouissage exponentiel basé sur la fonction d'écrouissage de Wood et al. (2009). Ceci permettra de généraliser le cadre de formulation présenté à plusieurs formes d'évolution de la rupture. Une autre perspective est de formuler une version modifiée de ce modèle qui soit capable de prédire l'évolution de la rupture des grains en milieu non saturé.

Chapitre 3

THERMOMÉCANIQUE ET RUPTURE DANS LES MILIEUX NON SATURÉS

3.1. Vers une analyse de la rupture dans les milieux non saturés

L'étude de la mécanique des sols non saturés est d'une importance majeure pour les applications industrielles. Les couplages entre des analyses mécaniques et hydrauliques pour analyser la fracturation dans les milieux granulaires présentent une piste de recherche majeure pour caractériser et augmenter les durées de vies des structures en génie civil. L'industrie énergétique s'intéresse aussi à cette problématique, puisqu'il est devenu courant d'utiliser des méthodes hydrauliques pour accéder aux réservoirs de pétrole ou de gaz à travers une fissuration de la roche (fracturation hydraulique).

D'un point de vue physique, un couplage entre rupture et plasticité en milieu non saturé permettrait de comprendre les mécanismes d'écrouissage d'un milieu granulaire en présence d'un fluide. En effet, l'étude de l'effet de l'eau sur la mécanique de la rupture de différents types de matériaux a montré qu'une accélération de l'intensité de fissuration suivait l'introduction de l'eau. Dans les milieux minéraux et autres géomatériaux, ce phénomène est connu sous le nom de développement sous-critique des fissures (Atkinson, 1987). En présence d'eau, une fissure initialement présente dans le matériau peut en effet se propager avant que les conditions requises d'un point de vue théorique ne soient atteintes. Pour un milieu granulaire composé de grains broyables, ce phénomène se traduit par une augmentation de l'intensité de la rupture des grains (Oldecop et Alonso, 2001). L'une des perspectives du chapitre précédent était de pouvoir étendre le modèle aux milieux non saturés. Il sera donc nécessaire de considérer les effets de l'eau sur la fissuration dans les analyses qui suivent.

Dans le chapitre 2, le modèle Cam-Clay modifié est utilisé comme base pour les fonctions d'énergie du modèle proposé. Une extension du modèle Cam-Clay en conditions non saturées a été proposé par Alonso et al. (1990), et depuis, plusieurs

modèles explorent les différents aspects des milieux non saturés (effets de l'anisotropie, du degré de saturation, de la teneur en eau, …). Concernant la rupture des grains en milieu non saturé, deux modèles de référence peuvent être cités : le modèle d'Oldecop et Alonso (2001) et le modèle de Chávez et Alonso (2003). Ces deux modèles se basent sur la formule de Wiederhorn et al. (1982) pour décrire l'augmentation de la vitesse de fissuration et sa relation avec l'intensité de broyage. Un autre modèle a été proposé par Buscarnera et Einav (2012). Ce dernier se base sur les travaux d'Einav (2007b) concernant la modélisation de la rupture des grains dans les sols, et les étend au domaine non saturé à l'aide d'une approche thermomécanique.

Ce chapitre constitue une première étape vers une modélisation de la rupture des grains en milieu non saturé. Les travaux récents de Coussy et al. (2010) seront revus dans le cadre de la thermomécanique étendue proposée par Collins (2005). Ensuite une approche similaire à celle suivie dans le chapitre 2, qui consiste en l'introduction de fonctions inconnues représentatives de l'effet de la rupture sur différentes fonctions caractéristiques, sera suivie. Un cadre de modélisation généralisé sera donc présenté.

3.2. Simulations sans couplage mécanique/succion

Pour un matériau granulaire grossier (un enrochement, par exemple), la présence de l'eau affecte essentiellement la rupture des grains, étant donné que la succion est faible et que ses effets peuvent être ignorés. Le développement sous-critique des fissures cause une augmentation de l'intensité de la rupture des grains, et produit des déformations. Le modèle présenté dans le chapitre 2 s'écrit en termes de paramètres propres aux grains. L'énergie de surface de Griffith Γ, qui est présente dans la fonction d'écrouissage du modèle, représente l'énergie nécessaire pour faire avancer la fissure d'un incrément de surface. La présence de l'eau résulte donc en une augmentation de l'énergie de surface. Ceci a été vérifié expérimentalement par Ovalle et al. (2013).

3.2.1. Simulation de l'évolution de B

Une simulation préliminaire a été faite sur la base des résultats expérimentaux de Nakata et al. (1999) pour montrer la capacité du modèle dans son état actuel à simuler l'effondrement qui suit l'introduction de l'eau. La simulation sera effectuée de la manière suivante : le calcul avance normalement tant que B est inférieur à 0.5. Lorsque B atteint 0.5, l'énergie de surface est divisée par deux, ce qui revient à dire que la pression p_c est multipliée par un facteur $\sqrt{\frac{1}{2}} = 0.71$.

On remarque qu'effectivement, une augmentation brusque du paramètre B se produit (Figure 3.1) :

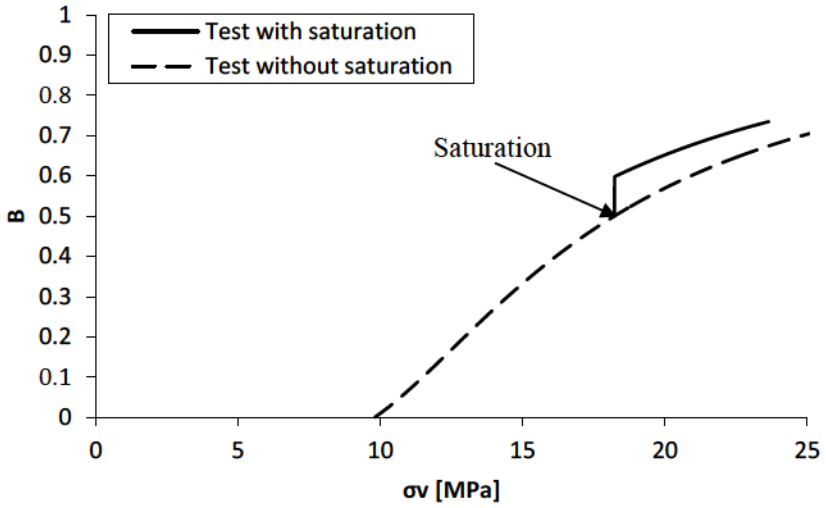


Figure 3.1 : Augmentation de la rupture suite à une saturation brusque.

3.2.2. Simulation du comportement mécanique

Dans cette partie, on essaiera de reproduire les essais expérimentaux d'Oldecop et Alonso (2003), en utilisant le modèle dans sa forme actuelle, et en modifiant la valeur de l'énergie de surface pour s'adapter au mieux aux données expérimentales.

Oldecop et Alonso (2003) ont effectué une série d'essais œdométriques à humidité relative contrôlée. Les quatre essais sont en conditions initiales sèches, ce qui veut dire que la succion initiale est de 100MPa. La contrainte verticale a été appliquée par paliers maintenus pendant 1000 minutes où l'échantillon se déforme sous une contrainte constante. Les changements de succion sont appliqués à l'aide du système de contrôle de l'humidité relative décrit dans Oldecop et Alonso (2001). Les chemins de contraintes suivis sont tracés dans la Figure 3.2 :

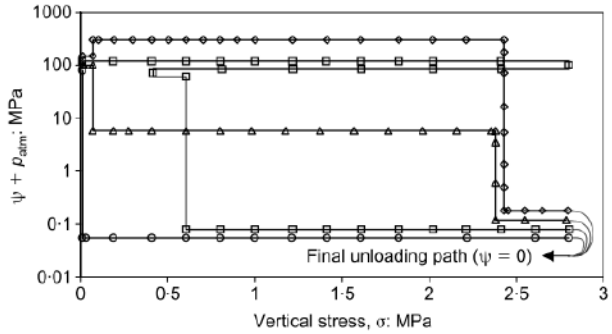


Figure 3.2: Chemins de chargement des quatre essais œdométriques dans l'espace des contraintes-succions. (Oldecop et Alonso, 2003).

Un comportement mécanique typique des enrochements non saturés a été observé. La compressibilité augmente suite à une diminution de la succion. Lorsque l'échantillon est mouillé alors qu'il est soumis à un chargement vertical constant, un effondrement se produit (Tests 2 et 4). Une analyse de la Figure 3.3 permet de remarquer que le comportement dépendant de la succion (qui peut être identifié au comportement plastique) ne commence qu'à partir de la contrainte σ_v=*0.5 MPa*.

Pour nos simulations numériques, les valeurs suivantes de l'énergie de surface ont donné des résultats acceptables :

Tableau 3.1 : Les valeurs de l'énergie de surface utilisée pour la simulation.

	Test 1	Test 4	Test 3	Test 2
Γ [N/m]	2.5	4.62	12.1	26.6
p_{c0} [MPa]	0.500	0.680	1.100	1.600

Les autres paramètres du modèle peuvent être déduits des paramètres utilisés par Oldecop et Alonso (2003) pour simuler les quatre essais à l'aide de leur modèle. Une valeur de 0.3 est considérée pour le paramètre α.

Cette évolution de l'énergie de surface avec la saturation est similaire à celle retrouvée expérimentalement par Ovalle (2013) (une variation de Γ dans l'ordre de grandeur 25-2.5N/m lorsque la roche passe d'un état sec à un état saturé, ce qui permet de ramener la courbe de compressibilité sèche à la courbe de compressibilité saturée).

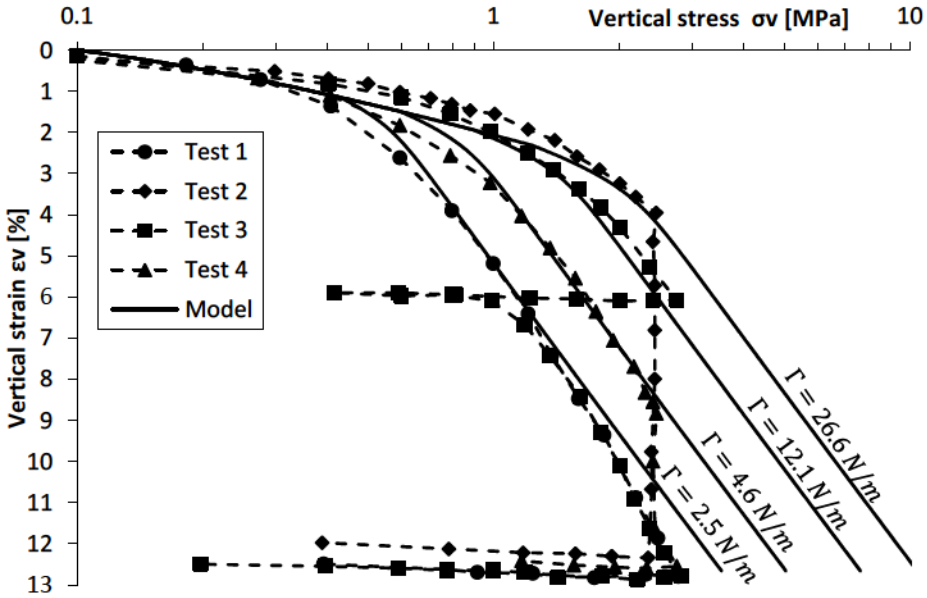


Figure 3.3 : Courbes contraintes déformations verticales des quatre essais œdométriques, et résultats de la simulation numérique.

Une évolution du paramètre Γ en fonction de la succion s peut être tracée :

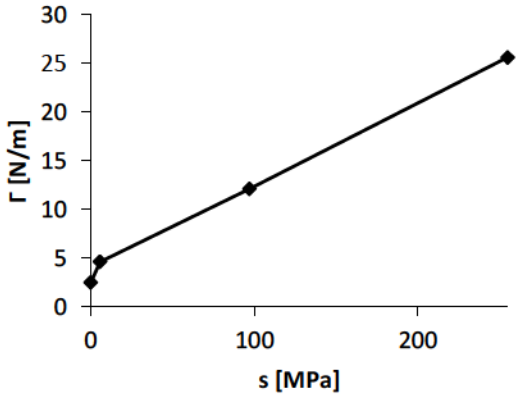


Figure 3.4 : Évolution de l'énergie de surface de Griffith avec la succion.

On remarque que le modèle s'adapte bien aux résultats expérimentaux. Il est cependant important de comprendre que les courbes d'évolution numériques sont déduites par calage des courbes de compressibilité en faisant évoluer le paramètre Γ. Aucune étude n'a été faite concernant l'évolution de ce paramètre avec la saturation, ce qui rend la possibilité de prédiction impossible. De plus, cette technique de modélisation ignore les effets de la succion sur le comportement mécanique, ce qui peut devenir problématique dans le cas de matériaux plus fins.

Dans les parties qui suivent, une modélisation thermomécanique prenant en compte les effets de la succion en milieu broyable sera présentée.

3.3. Le concept de contrainte effective

Le concept de contrainte effective introduit par Terzaghi a été revu par Bishop, qui remplace la pression de l'eau par une moyenne pondérée des pressions de l'eau et de l'air :

$$\sigma^B = \sigma - [u_a + \chi(u_a - u_w)] \tag{3.1}$$

où σ^B est la contrainte de Bishop (Bishop et Blight, 1963), σ est la contrainte totale, u_a et u_w les pressions de l'air et de l'eau et χ le paramètre de pondération. La dépendance de ce paramètre au degré de saturation de l'eau S_r est l'une des problématiques de la mécanique des sols non saturés qui sont encore étudiées à ce jour. Le choix naturel de $\chi(S_r)=S_r$ est largement utilisé pour les études en mécanique des sols, il équivaut à faire l'hypothèse de l'iso-déformation de tous les pores (Chateau et Dormieux, 2002).

D'autres choix sont possibles, et peuvent impliquer des hypothèses importantes, mais ces choix restent peu utilisés. On peut citer les travaux expérimentaux de Khalili et Khabbaz (1998) qui lient le paramètre χ à l'évolution de la succion. Le concept de contrainte effective sera revu dans le cadre de la thermomécanique des sols non saturées, et l'origine physique du paramètre χ sera discutée en détails dans le paragraphe 3.5.2.

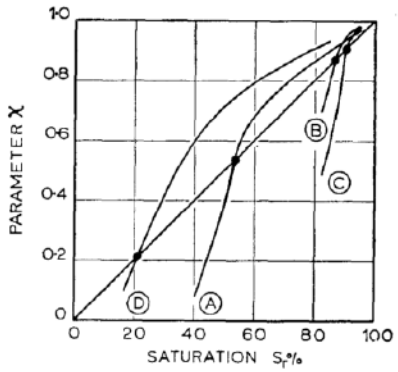


Figure 3.5: L'évolution du paramètre χ avec la saturation pour plusieurs sols compactés (Bishop et Blight, 1963).

3.4. L'équation du travail mécanique en milieu non saturé

Pour cette partie et celles qui suivent, on fera la distinction entre les quantités lagrangiennes et eulériennes. Par exemple, la porosité eulérienne n relie le volume occupé par le liquide nV au volume total V à un moment t. Or, le volume total change avec les déformations du squelette granulaire, et la porosité n telle que définie précédemment ne permet pas de lier le volume des pores au volume initial du squelette V_0. La porosité lagrangienne ϕ est liée à la porosité eulérienne n par la relation : $nV = \phi V_0$. En général, une approche lagrangienne décrit une quantité en fonction de sa configuration initiale. En revanche, une approche eulérienne se réfère uniquement à la configuration actuelle.

3.4.1. Équation de travail dans les sols avec un seul fluide saturant

L'équation de travail d'un milieu avec un seul fluide saturant donne l'incrément de travail fourni au squelette solide δW dans un milieu complétement saturé, et prend en compte les deux contributions : le travail de la contrainte totale et celui appliqué par le fluide sur les surfaces du réseau poreux :

$$\delta W = p d\varepsilon_p + q d\varepsilon_q + u d\phi \tag{3.2}$$

Lorsque les grains du sol sont incompressibles, la contrainte volumétrique a pour seule origine les changements dans le volume poreux ($d\varepsilon_p + d\phi = 0$). Ceci permet d'écrire la fonction de travail en fonction de la contrainte effective de Terzaghi $p'=p-u$:

$$\delta W = p' d\varepsilon_p + q d\varepsilon_q \tag{3.3}$$

3.4.2. Équation de travail dans les sols avec deux fluides saturants non-connectés

Considérons que le milieu étudié comprend deux réseaux poreux non connectés. Cet exemple non représentatif de la réalité des milieux granulaires permet d'introduire des concepts comme la succion ou la saturation, sans considérer les problèmes d'interface air-eau. L'équation de travail reprend la forme de l'équation (3.2), avec en plus l'effet du second fluide sur le milieu solide. Les termes se référant au premier fluide auront comme indice *w* (pour water ou eau), et ceux se référant au second fluide un indice *a* (pour air).

$$\delta W = p d\varepsilon_p + q d\varepsilon_q + u_w d\phi_w + u_a d\phi_a \tag{3.4}$$

Où ϕ_a et ϕ_w sont les porosités partielles relatives à l'air et à l'eau. La porosité totale du milieu est la somme de ces deux porosités partielles. Si on introduit la saturation eulérienne s_r comme la fraction du volume de l'eau sur le volume des vides, on peut relier la porosité partielle de l'air et de l'eau à la porosité totale par $\phi_a = (1 - s_r)\phi$ et $\phi_w = s_r \phi$. Ceci permet de réécrire l'équation (3.4) :

$$\delta W = p d\varepsilon_p + q d\varepsilon_q + [(1 - s_r)u_a + s_r u_w] d\phi - \phi(u_a - u_w) ds_r \tag{3.5}$$

De même que pour le sol saturé, on peut déduire une équation simplifiée pour un milieu solide incompressible :

$$\delta W = [p - (1 - s_r)u_a - s_r u_w] d\varepsilon_p + q d\varepsilon_q - \phi(u_a - u_w) ds_r \tag{3.6}$$

Cette formule a été introduite par Houlsby (1997) pour un sol non saturé. Elle a depuis été reprise par plusieurs auteurs pour imposer la première loi de la thermodynamique à la mécanique des sols non saturés (Buscarnera et Einav, 2012). Bien que cette formule donne des résultats raisonnablement acceptables, il faut noter qu'en plus de l'hypothèse d'incompressibilité des grains et de l'eau, les mouvements relatifs entre les grains sont ignorés, ce qui revient à dire que l'invasion des pores par un autre fluide que celui qu'il contenait initialement n'est pas prise en compte.

3.4.3. Équation de travail dans les sols avec deux fluides saturants connectés

Les milieux granulaires présentent un réseau poreux où les phases fluides sont connectées. Dans ce cas, et contrairement à l'analyse précédente, les changements des porosités lagrangiennes ne sont pas directement liés au changement du volume poreux, mais sont le résultat de deux phénomènes distincts : le processus de déformation et le processus d'invasion (Coussy et al., 2010). Le processus de déformation décrit les changements des volumes poreux remplis par les fluides. Le processus d'invasion décrit les mouvements d'un fluide vers un volume contenant le second fluide.

Ce second effet est pris en compte par Coussy et al. (2010) à travers la distinction entre les saturations lagrangiennes et eulériennes. La saturation eulérienne s_r utilisée jusque-là est définie en termes de volumes actuels, alors que la saturation lagrangienne S_r est définie par rapport à la configuration de référence. Le volume d'eau dans la configuration actuelle $\phi_w V_0 = s_r \phi V_0$ n'est pas égal au volume d'eau dans la configuration initiale non déformée $S_r \phi_0 V_0$ du fait des mouvements de grains et de fluides (Figure 3.6). Le processus d'invasion est pris en compte à travers les paramètres φ_w et φ_a qui représentent le changement causé par les variations des porosités lagrangiennes de l'eau et de l'air.

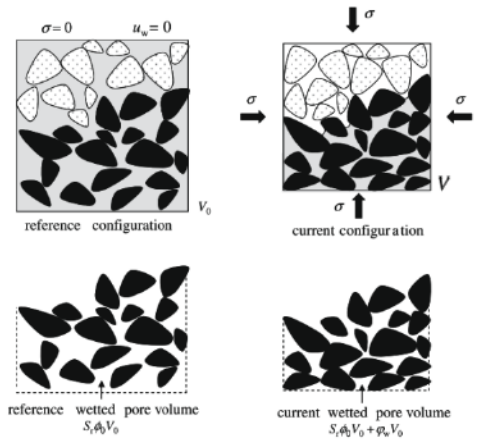


Figure 3.6: Déformations du squelette et son effet sur la porosité lagrangienne (Coussy et al., 2010).

Le volume d'eau dans la configuration actuelle $\phi_w V_0$ est obtenu en ajoutant au volume $S_r \phi_0 V_0$ le terme $\varphi_w V_0$ associé à la seule déformation :

$$\phi_w = s_r \phi = S_r \phi_0 + \varphi_w \tag{3.7}$$

Cette équation, essentielle à cette approche, a permis de diviser le volume d'eau actuel en une partie causée par l'invasion des pores $S_r\phi_0$, et une autre partie causée par la déformation φ_w. Une équation similaire peut être retrouvée pour l'autre fluide, en appliquant le même raisonnement : $\phi_a = (1 - S_r)\phi_0 + \varphi_a$. Ces deux équations nous permettent de lier la porosité lagrangienne aux changements liés aux déformations causées par les deux fluides : $\phi = \phi_0 + \varphi_w + \varphi_a$.

L'équation de travail pour un milieu où les deux fluides saturants peuvent être connectés est retrouvée en substituant les formules retrouvées dans l'équation de travail généralisée (3.5) :

$$\delta W = p d\varepsilon_p + q d\varepsilon_q + u_w d\varphi_w + u_a d\varphi_a + \phi_0(u_a - u_w)dS_r \tag{3.8}$$

Les quatre premiers termes à gauche de l'égalité représentent le travail nécessaire pour déformer le squelette granulaire, alors que le dernier terme représente le travail nécessaire pour qu'une invasion de fluides soit possible. Une équation simplifiée pour un solide incompressible est retrouvée en remplaçant $d\varepsilon_p = -(d\varphi_w + d\varphi_a)$:

$$\delta W = (u_a - p)d\varphi_a + (u_w - p)d\varphi_w + q d\varepsilon_q + \phi_0(u_a - u_w)dS_r \tag{3.9}$$

3.5. Thermomécanique en milieu non saturé

La formulation thermomécanique non saturée introduite dans ce paragraphe est basée sur le modèle de Barcelone (BBM) (Alonso et al., 1990), un modèle largement utilisé, et qui est considéré comme une extension du modèle Cam-Clay modifié aux milieux non saturés. Les travaux concernant la thermomécanique en milieu non saturé de Buscarnera et Einav (2012) et de Coussy et al. (2010) ont également servi de repères pour notre modélisation.

Concernant la définition des fonctions d'énergie, le choix du type de milieu et donc de la fonction de travail impose une série de variables internes qui entreront en jeu dans la modélisation. L'analyse de Houlsby (1997) pour un milieu avec des fluides saturants non connectés, reprise par Buscarnera et Einav (2012) pour des sols broyables, reste plus simple d'utilisation puisqu'elle ne fait intervenir que les déformations et la saturation, mais reste moins représentative de la physique du problème. L'équation (3.9) proposée par Coussy et al. (2010) préconise l'utilisation des variables internes suivantes pour décrire l'état hydromécanique du milieu : φ_a, φ_w, ε_q, S_r. A ces variables sont couplées des variables internes liées au processus de rupture des grains. Or, l'utilisation des variables φ_a et φ_w pour décrire le comportement hydrostatique d'un milieu broyable peut s'avérer difficile. En effet, la rupture des grains et le réarrangement qui s'ensuit

affecte le réseau poreux, et produit des déformations du squelette granulaire additionnelles. L'énergie libre de Helmholtz doit donc être couplée à la dissipation à travers un paramètre lié à la rupture (l'énergie de rupture E_B dans le chapitre 2), qui lui-même dépend des deux paramètres φ_a et φ_w. De plus, les deux variables de déformation ne sont pas directement mesurables, et dans un cas général, ne peuvent être liées à des variables mesurables. Ceci peut rendre le modèle pratiquement inutilisable.

3.5.1. Les fonctions d'énergies

Premièrement, considérons que les paramètres φ se décomposent en une partie élastique liée aux déformations réversibles du squelette et une partie plastique liée aux déformations irréversibles causées par des phénomènes dissipatifs. On peut donc avancer que les parties élastiques dérivent de la fonction d'énergie libre, et que les parties plastiques dérivent de la fonction de dissipation.

L'équation de travail (3.9) permet d'avancer que la fonction d'énergie libre de Helmholtz Ψ est composée d'une partie mécanique et d'une autre partie hydraulique. En effet, cette équation peut être réarrangée de façon à avoir plusieurs séries de variables thermodynamiquement conjuguées. On choisira les variables et leurs conjuguées de la façon suivante :

$$u_w - p = \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi_w^e}; u_a - p = \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi_a^e}; q = \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon_{\mathrm{q}}^e}; \phi_0(u_a - u_w) = -\frac{\partial \Psi}{\partial \mathrm{S_r}}; E_B = -\frac{\partial \Psi}{\partial B} \tag{3.10}$$

De même que pour le chapitre 2, on supposera que les différentes parties de la fonction d'énergie libre se décomposent de manière additive :

$$d\Psi\left(d\varphi_{a,w}^e, d\varepsilon^e, d\varphi_{a,w}^p, d\varepsilon^p, S_r, B\right) = d\Psi^e\left(d\varphi_{a,w}^e, d\varepsilon^e, B\right) + d\Psi^{\mathrm{p}}\left(d\varphi_{a,w}^p, d\varepsilon^p, B\right) + d\Psi^H(S_r, B) \tag{3.11}$$

On notera que la partie hydraulique de la fonction d'énergie libre dépend aussi de la rupture, et que la partie plastique dépend de l'incrément des déformations hydromécaniques plastiques $d\varphi^p$.

L'incrément de dissipation peut être déduit de l'équation de travail (3.9), et de la fonction d'énergie libre (3.11) :

$$\delta D = \delta W - d\Psi = (u_w - p)_D d\varphi_w^p + (u_a - p)_D d\varphi_a^p + q_D d\varepsilon_q^p + E_{B_D} dB \geq 0 \quad (3.12)$$

$$(u_w - p)_D = (u_w - p) - \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varphi_w^p} \quad (3.13)$$

$$(u_a - p)_D = (u_a - p) - \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varphi_w^p} \quad (3.14)$$

On remarque que les variables dissipatives associées à u_w-p et à u_a-p apparaissent dans l'équation de la dissipation.

3.5.2. Le concept de contrainte effective

Coussy (2007) propose des hypothèses simplificatrices permettant de relier les incréments plastiques des deux paramètres de déformations hydromécaniques $d\varphi_a^p$ et $d\varphi_w^p$ à l'incrément de déformation volumétrique plastique $d\varepsilon_p^p$, avant de définir une contrainte effective. On notera que la procédure de dérivation de la contrainte effective développée dans le cadre de cette étude est différente de celle proposée par Coussy, du fait de notre considération de la partie plastique de l'énergie libre, et de la différence faite entre les contraintes réelles et les contraintes dissipatives ; distinction non respectée dans la formulation thermomécanique classique de Coussy. Ce travail reste cependant inspiré des travaux de Coussy, et permet de retrouver des résultats similaires.

Un paramètre χ qui varie entre 0 et 1 est proposé pour lier les déformations plastiques aux déformations hydromécaniques plastiques :

$$d\varphi_a^p = -(1-\chi) d\varepsilon_p^p \quad ; \quad d\varphi_w^p = -\chi d\varepsilon_q^p \quad (3.15)$$

On supposera dans le cadre de cette étude que ce même paramètre lie les déformations volumétriques aux déformations hydromécaniques. :

$$d\varphi_a = -(1-\chi) d\varepsilon_p \quad ; \quad d\varphi_w = -\chi d\varepsilon_p \quad (3.16)$$

Ce paramètre χ représente le paramètre de pondération de Bishop (discuté brièvement dans la partie 3.2). Ce paramètre est généralement assimilé à la saturation χ=S_r, ce qui revient à dire que les déformations des pores remplis par l'eau sont équivalentes aux déformations des pores remplis d'air, bien qu'ils ne subissent pas la même pression. Une autre conception, moins utilisée que la précédente, estime que lorsque le sol n'a pas atteint un état saturé, le volume d'eau reste discontinu et reste limité aux ménisques associés aux contacts entre grains. La déformation due à la phase liquide est donc

négligeable face à la déformation des pores remplis d'air ($\chi(S_r<1)=0$; $\chi(S_r=1)=1$). Ces deux cas sont des cas extrêmes, et des fonctions d'évolution de χ peuvent être définies dans la région entre ces deux cas.

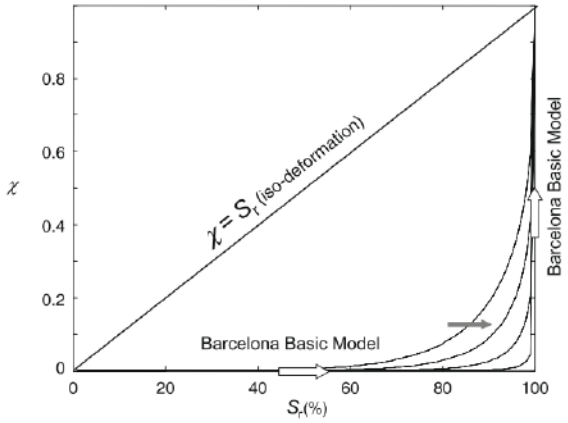


Figure 3.7: L'évolution de la variable χ avec la saturation (Coussy et al., 2010).

L'égalité $d\varepsilon_p = -(d\varphi_w + d\varphi_a)$ est supposée valable pour les déformations plastiques: $d\varepsilon_p^p = -(d\varphi_w^p + d\varphi_a^p)$. En se basant sur cette égalité, sur les équations (3.15) et (3.16), et en écrivant l'incrément du travail et l'incrément de la partie plastique de la fonction d'énergie libre, on retrouve :

$$\delta D = \left(p - \chi u_w - (1-\chi)u_a + \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varphi_w^p}\chi + \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varphi_a^p}(1-\chi)\right) d\varepsilon_p^p + q_D d\varepsilon_q^p + E_{B_D} dB \tag{3.17}$$

$$d\Psi^p = -\left(\chi \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varphi_w^p} + (1-\chi)\frac{\partial \Psi^p}{\partial \varphi_a^p}\right) d\varepsilon_p^p \tag{3.18}$$

À partir de ces deux équations, il est possible de définir une contrainte de Bishop p^B similaire à la contrainte définie dans la partie 3.2 :

$$p^B = p - (1-\chi)u_a - \chi u_w \tag{3.19}$$

Il est également possible de déduire la contrainte de Bishop dissipative et la contrainte de Bishop de déplacement :

$$\delta D = p_D^B d\varepsilon_p^p + q_D d\varepsilon_q^p + E_{B_D} dB = (p^B - p_S^B) d\varepsilon_p^p + q_D d\varepsilon_q^p + E_{B_D} dB \tag{3.20}$$

$$p_D^B = \frac{\partial(\delta D)}{\partial(d\varepsilon_p^p)} \; ; \; p_S^B = \frac{\partial \Psi^p}{\partial \varepsilon_p^p} \tag{3.21}$$

Cette procédure nous a permis de définir une contrainte de Bishop, et de l'associer à la variable interne de déformation plastique volumétrique comme contrainte thermodynamiquement conjuguée. Afin de retrouver cette formule, on s'est basé sur la première loi de la thermodynamique et sur une relation linéaire entre les déformations du squelette et la déformation volumétrique. Notre procédure, qui ressemble à celle suivie par Coussy, a l'avantage de s'inscrire dans le cadre de la thermomécanique des sols formulé par Collins et Hilder (2002), et de pouvoir distinguer les parties de la contrainte de Bishop qui dérivent de la fonction d'énergie libre plastique de celles qui dérivent de la dissipation.

Sur la base de cette analyse, on peut modifier notre série de variables internes, qui devient : ε_p, ε_q, B, S_r, α (α représente le reste des variables internes liées à la plasticité).

3.5.3. Extension de la fonction d'énergie du modèle de rupture

Considérons maintenant la fonction d'énergie libre définie dans le Chapitre 2. À cette fonction d'énergie s'ajoute une partie hydraulique, qui est supposée dépendante de la rupture des grains. On considèrera, comme pour la partie mécanique, que l'évolution de l'énergie libre hydraulique est décrite par le produit de deux fonctions, l'une dépendant de la rupture et l'autre de la saturation :

$$\Psi^H(S_r, B) = F_H(B)\psi^H(S_r) \tag{3.22}$$

La fonction $F_H(B)$ représente l'évolution de l'énergie libre hydraulique avec la rupture B. La partie indépendante de la rupture est notée ψ^H. La fonction F_H remplit le même rôle que les fonctions F_{DB} et F_{SB} dans le chapitre 2, c'est-à-dire qu'elle conditionne l'évolution de l'écrouissage clastique (la raison pour laquelle H est en indice dans la notation).

D'après l'équation (3.10), le rôle de la partie hydraulique de la fonction d'énergie libre est de relier le terme de succion effective $\phi_0(u_a\text{-}u_w)$ à la saturation S_r. Une relation qui décrit l'évolution de la succion avec le séchage pour un sol est appelée courbe de rétention. Plusieurs modèles empiriques de rétention de sols sont disponibles dans la littérature (Brooks et Corey, 1964; Buscarnera et Einav, 2012; van Genuchten, 1980). Afin de choisir entre les différents modèles, une étude comparative a été faite, et les résultats sont exposés dans la Figure 3.8. La fonction discontinue de Brooks et Corey n'est pas intégrable. Il est donc impossible de calculer la fonction d'énergie libre

hydraulique associée. Les modèles de Buscarnera et Einav sont intégrables, et ont l'avantage d'être écrits en fonction d'un seul paramètre K_w. Le modèle logarithmique a une tendance plus réaliste que le modèle quadratique pour les faibles saturations. Le modèle de Van Genuchten permet de mieux s'adapter aux résultats expérimentaux puisque la fonction proposée peut être ajustée à l'aide de deux paramètres (un paramètre multiplicatif α et un paramètre de puissance n). Aucun choix de courbe de rétention n'est effectué à ce stade de l'étude.

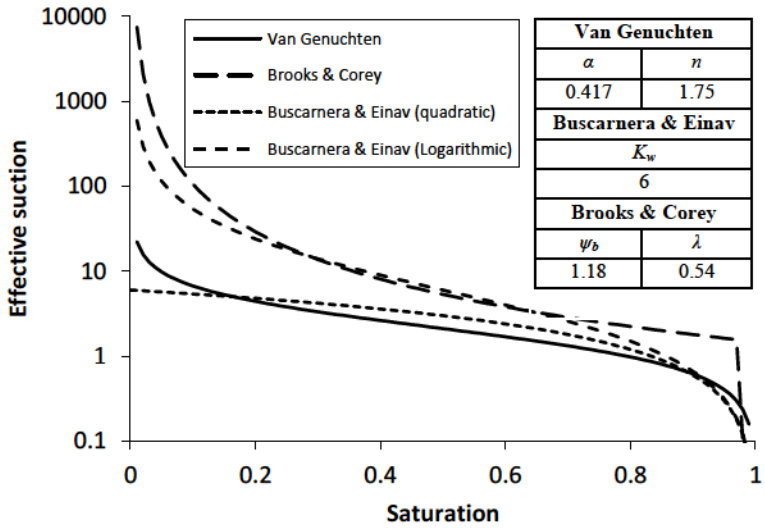


Figure 3.8 : Comparaison entre les modèles de rétention du sol de van Genuchten (1980)*, de* Brooks et Corey (1964) *et de* Buscarnera et Einav (2012).

3.5.4. Extension de la fonction de dissipation

La considération des effets de l'eau dans un milieu granulaire broyable résulte en une augmentation de la dissipation d'énergie. Cependant, il n'est pas possible d'identifier un mécanisme dissipatif lié uniquement à la présence de l'eau. Les autres mécanismes, comme le mécanisme de dissipation par fissuration ou par réarrangement des grains sont amplifiés en milieu non saturé.

Si on considère la fonction de dissipation formulée pour le milieu sec (2.19), on peut introduire l'effet de la rupture en conditions non saturées à travers une fonction multiplicative F_{DH}, exprimée en fonction de la succion :

$$\delta D_S = \frac{\Gamma S_u}{V} F_{D_B}(B) F_{D_H}(s) \delta B \tag{3.23}$$

L'idée derrière l'introduction de cette fonction est de permettre une éventuelle possibilité d'ajouter une partie hydraulique à la fonction d'écrouissage, à la façon de la fonction d'écrouissage du modèle BBM (Alonso et al., 1990), qui est composée d'une partie mécanique h_m et d'une partie hydraulique h_s :

$$p_c = p_{c0} h_s(s) h_m(\varepsilon_p^p, s) \tag{3.24}$$

3.5.5. Fonction d'écrouissage

Comme pour le modèle présenté dans le chapitre 2, la fonction de charge f représente l'équilibre entre l'énergie de rupture dissipative et la fonction de dissipation. Lorsque la rupture est considérée dans le milieu non saturé, l'énergie de rupture dissipative découle des deux fonctions d'énergie mécanique et hydraulique :

$$E_{B_D} = -\frac{\partial \Psi}{\partial B} = \frac{\alpha}{2(1-\alpha B)^2}\left(\frac{{p_D^B}^2}{K} + \frac{q_D^2}{3G}\right) - \frac{\partial F_H}{\partial B}\psi^H \tag{3.25}$$

La fonction de charge s'écrit alors :

$$f = \frac{E_{B_D}}{\frac{\partial(\delta D)}{\partial(dB)}} - 1 = \left[\frac{\alpha}{2(1-\alpha B)^2}\left(\frac{{p_D^B}^2}{K} + \frac{q_D^2}{3G}\right) - \frac{\partial F_H}{\partial B}\psi^H\right]\frac{1}{\frac{\Gamma S_u}{V} F_{D_B} F_{D_H}} - 1 \tag{3.26}$$

Les valeurs dissipatives des contraintes p et q peuvent être facilement calculées :

$$p_D = p^B - (1-\alpha) F_{S_B} F_{S_H} p_{c0} \quad ; \quad q_D = q \tag{3.27}$$

En remplaçant les valeurs des contraintes dissipatives par leurs expressions dans la fonction de charge, on retrouve :

$$f = \frac{\left(p^B - (1-\alpha B) F_{S_B} F_{S_H} p_{c_0}\right)^2 + \left(\frac{q}{M'}\right)^2 - \frac{\partial F_H}{\partial B}\psi^H}{\left((1-\alpha B)\sqrt{\frac{2K\Gamma S_u}{\alpha V} F_{D_B} F_{D_H}}\right)^2} - 1 \tag{3.28}$$

Cette fonction de charge généralisée peut être analysée de plusieurs manières :

- Dans le plan tridimensionnel (p,q,B), la fonction de dissipation ne dépend pas des contraintes et des autres variables associées à des contraintes. On peut conclure que la surface de charge est elliptique dans ce plan.

- Dans le plan (p,q,s), la dissipation dépend (ou peut dépendre) de la succion. La fonction de charge peut donc changer de forme lors de l'écrouissage, et la loi d'écoulement peut devenir non associée.
- L'ellipse n'est plus tangente à l'axe des contraintes de cisaillement. En effet, pour $p=q=0$, la fonction de charge ne s'annule pas, et un terme hydraulique persiste. Ceci correspond à la résistance à la traction apparente qui se développe avec la succion. Dans le modèle BBM, cette pression est proportionnelle à la succion.

3.6. Conclusions

L'analyse présentée dans ce chapitre est préliminaire. Elle permet d'établir les bases de la modélisation de la rupture des grains dans le cadre de la thermomécanique des milieux non saturés. On a commencé par exposer les différentes fonctions d'incrément de travail présentes dans la littérature, avant de choisir la fonction de Coussy. On s'est ensuite basé sur les travaux de Coussy pour introduire les parties dissipatives et de déplacement de la contrainte effective. La fonction d'énergie libre couple les effets mécaniques et les effets hydrauliques. Ces deux effets sont affectés par la rupture des grains. La fonction de dissipation n'intègre pas de phénomène dissipatif additionnel lié à la présence de l'eau, mais les mécanismes considérés dans l'état sec sont accentués en milieu non saturé. Une fonction de charge généralisée a été déduite de cette analyse.

La prochaine étape de ce travail est d'identifier les fonctions d'écrouissage inconnues, et de les intégrer au modèle, permettant ainsi de déduire la forme de la surface de charge. L'écrouissage couple les effets volumétriques, les effets de la rupture des grains et les effets hydrauliques. Le modèle BBM introduit par Alonso et al. (1990) s'inscrit dans le cadre des modèles d'état critique. Sa fonction d'écrouissage exponentielle est particulièrement performante, et constitue une piste pour le choix de nos fonctions d'écrouissage.

Une idée préliminaire de développement du modèle est de considérer que dans des conditions sèches, le modèle est réduit à la formulation décrite dans le chapitre 2. Ceci revient à dire que $F_{DH}(s=0)=F_{SH}(s=0)=1$, et que les fonctions F_{DB} et F_{SB} sont égales à leurs valeurs du chapitre 2 (2.35) pour $s=0$. Ensuite, on choisira les évolutions de F_{DH} et de F_{SH} de façon à retrouver un écrouissage hydraulique h_s similaire à celui présenté dans (Alonso et al., 1990).

$$p_c = p_{c0} h_m(B,v,s) h_s(s) = \sqrt{\frac{8K\Gamma(s)S_u}{\alpha V_s v}} \left(\frac{1-\alpha B}{1-B}\right) h_s(s) \tag{3.29}$$

Un choix de l'énergie libre hydraulique ψ^H et de la fonction d'évolution de cette énergie en fonction de la rupture F_H est nécessaire pour définir la résistance à la traction apparente du modèle p_s (pression liée à la succion dans un état de référence) en fonction de la succion. Une évolution linéaire de cette pression en fonction de la succion peut être envisagée (modèle BBM). Il serait intéressant d'explorer la possibilité d'un couplage entre l'effet de la succion et celui de la rupture des grains dans la fonction d'évolution de la résistance à la traction apparente p_s.

Une autre manière de choisir les fonctions F_{DH}, F_{SH}, F_{DB}, F_{SB} et F_H est de considérer que la résistance à la traction apparente est le résultat d'une translation supplémentaire de la surface de charge elliptique lors du passage de l'espace des contraintes dissipatives à l'espace des contraintes réelles. Ainsi, une translation initiale de $p_c/2$ le long de l'axe des contraintes isotropes place l'ellipse dans sa position tangente à l'axe des contraintes déviatoriques à l'origine, qui correspond à un état sec. Une seconde translation de $-p_s$ suivant le même axe, et dans le sens opposé à la première translation déplace une seconde fois l'ellipse, qui ne reste plus tangente à l'axe des contraintes déviatoriques (Figure 3.9). Dans ce cas, un choix judicieux des fonctions F_{SH} et F_{SB} permet de reproduire ce comportement.

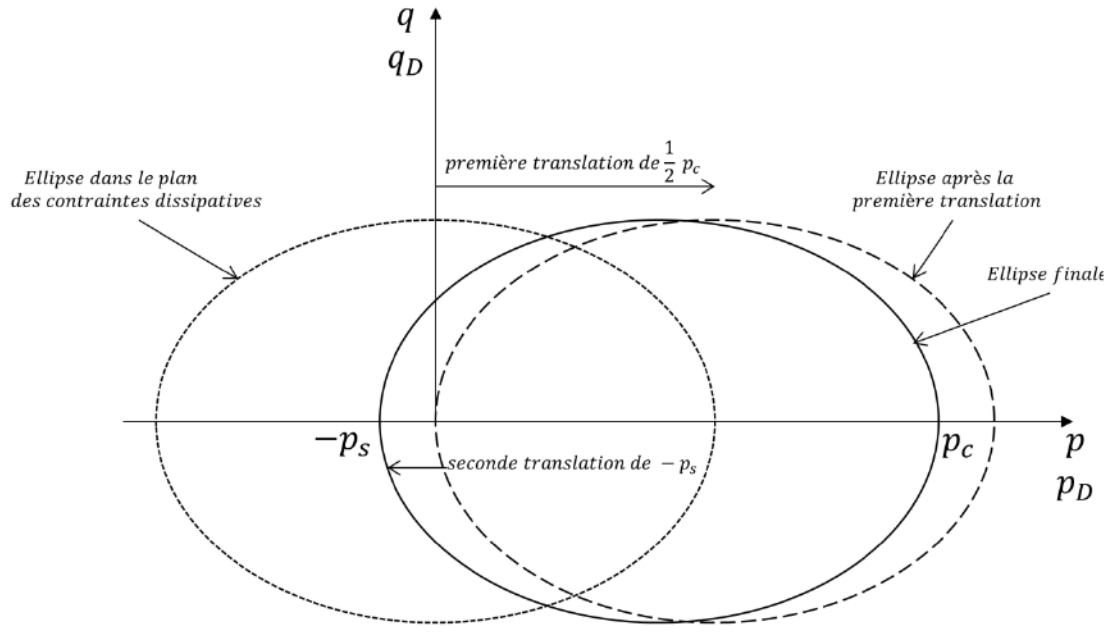


Figure 3.9: Schéma représentatif de la translation composée, permettant la prise en compte de la résistance à la traction apparente à travers la modification de l'énergie libre plastique.

Afin d'améliorer les résultats de cette analyse, il est nécessaire de comprendre et de modéliser l'effet de l'eau sur l'énergie de surface de Griffith. Ceci peut se faire de manière expérimentale ou de manière théorique, en se basant sur la thermodynamique

des taux de réaction en pointe de fissure (Freiman, 1984). Ceci pourrait permettre de lier la vitesse de fissuration à l'évolution du facteur d'intensité des contraintes dans les roches, à différentes humidités relatives. Cependant, et avant de pouvoir procéder suivant cette méthode, il faut correctement identifier le mécanisme de développement sous-critique des fissures ainsi que l'équation chimique auquel le processus obéit. Un programme expérimental, conçu en collaboration avec des collègues en minéralogie à TU Graz, permettrait de mieux comprendre les interactions chimiques qui causent le développement sous-critique des fissures, et reste l'une des perspectives les plus importantes de cette thèse.

Partie II

FRACTURE DE PARTICULES INDIVIDUELLES

Introduction

Dans le cadre de la mécanique des sols, la rupture des grains est l'un des mécanismes de dissipation d'énergie qui affecte significativement le comportement d'un sol. En effet, la mécanique d'un sol soumis à de hautes contraintes dépend de l'évolution de la granulométrie, puisque la rupture des grains qui se produit de manière considérable affecte certaines propriétés du sol comme la compressibilité, la dilatance et la résistance au cisaillement. Cependant, les facteurs micromécaniques à l'origine de la rupture au niveau des grains sont ignorés par les modèles constitutifs, qui favorisent l'utilisation de paramètre macroscopiques.

Une étude multi-échelle en géo-mécanique ne pourra généralement pas, dans l'état actuel, être complète. Elle aura tendance à s'orienter vers l'une des deux échelles micro ou macro, et donc à reproduire certains aspects du comportement mécanique liés à l'une des échelles tout en ignorant d'autres aspects liés à l'autre échelle. Le modèle thermomécanique défini dans la première partie est basé sur des considérations micromécaniques: la fonction d'énergie libre est décomposée en deux parties élastique et plastique pour prendre en compte l'énergie plastique stockée élastiquement au niveau du grain. L'effet de la rupture est introduit à travers un paramètre de rupture défini en fonction de la surface créée lors de la fracturation d'un grain. D'autre part, la dissipation d'énergie est écrite comme la somme de l'énergie consommée par le processus de création de surface au niveau des grains, et de l'énergie perdue par la friction entre les grains et les fragments en réarrangement. Or, ce modèle macroscopique est incapable de prendre en compte des paramètres affectant la rupture du grain individuel tels que la résistance du grain, le nombre de coordination, le type de contact entre les grains (face/face, face/arête, arête/arête), la mécanique de la fissuration au niveau du grain… Il est même difficile d'imaginer un modèle plastique qui prendrait en compte ce type d'effets. Les modèles numériques en éléments discrets introduisent la rupture à l'aide de différents critères, qui prennent rarement en compte les effets des particules avoisinantes ainsi que l'effet de la fissuration, et s'adaptent à la définition de la rupture définie par la modélisation (rupture des liaisons entre les micro-particules qui forment l'agglomérat, transformation du grain en plusieurs grains identiques de taille inférieure, …). De plus, la fragmentation ne dépend pas de la fissuration, et résulte généralement en la production de fragments qui ont la même forme que la particule initiale, puisque dans la

plupart des cas, le grain broyable est formé par un ensemble de particules élémentaires sont liées entre elles par des liaisons rigides/fragiles.

L'aspect multi-échelle de toute problématique en mécanique des sols ne peut être apprécié que par un lien entre le comportement observé au niveau de l'empilement granulaire et son origine au niveau de la particule. Cette transition permet à la fois de réévaluer certaines conceptions qui pourraient résulter en une meilleure modélisation du milieu, et de donner un sens physique à certains comportements qui sont bien connus et bien décrits d'un point de vue constitutif. Le concept de dilatance, par exemple, bien que largement étudié par les géotechniciens, peut être difficile à expliquer sans recourir aux analyses micromécaniques de Reynolds (1885) et de Taylor (1948) : le chevauchement des grains afin de s'adapter au cisaillement appliqué permet une augmentation du volume. Cette description simpliste, qui considère que le sol est formé de particules circulaires (disques ou sphères) en interaction, s'approche le plus de l'idée la plus basique que l'on puisse se faire d'un sol granulaire. Elle reste cependant la modélisation la plus utilisée en mécanique des sols, et peut être utilisée pour décrire des comportements plus complexes. Ainsi, Collins (2005) décrit le concept d'énergie plastique stockée en utilisant des particules circulaires. Son analyse micromécanique lui permet de déduire que la dilatance observée dans les modèles basés sur l'état critique ne correspond pas à la définition de Reynolds, mais est plutôt due à la libération de l'énergie plastique stockée. Cette étude multi-échelle a permis de mieux comprendre l'origine micromécanique d'un comportement observé, et de réexaminer les conséquences de ce comportement sur la modélisation des sols. D'autres auteurs ont eu recours à des explications similaires pour décrire des notions liées au problème de la rupture des grains (Bolton et McDowell (1996) pour l'écrouissage clastique, Ben-Nun et Einav (2010) pour le caractère fractal du processus de rupture des grains). Ainsi, les modèles en éléments discrets (DEM) considèrent pour la plupart des particules circulaires, et arrivent à reproduire un comportement macroscopique acceptable du sol. Le but de cette partie est d'étudier la rupture d'un grain pris individuellement. On a choisi de modéliser le grain par une particule cylindrique.

Si on considère la fracturation d'une particule au sein d'un empilement de grains, on peut étudier le problème sous trois angles : effets des particules voisines, mécanique de la rupture et de la fissuration et effet des autres phases autres que la phase solide sur la rupture. Le premier effet inclut le nombre de coordination ainsi que la force, le type et l'emplacement des contacts. Le second effet concerne la propagation de la fissure au sein du grain, et peut comprendre l'effet de la nature minéralogique de la roche sur le type de fissuration. Le dernier effet concerne la relation entre le processus de fissuration et l'environnement extérieur. Le développement sous-critique de la fissure sous l'effet de l'eau sera étudié.

Chapitre 4

EFFETS DE LA COORDINATION SUR LA RUPTURE D'UN GRAIN

4.1. Introduction

Dans la partie I, plusieurs effets de la rupture des grains sur le comportement constitutif des sols ont étés mis en évidence. Afin de tenir compte de ce phénomène, une étude à l'échelle du grain doit être considérée, et les propriétés des grains ainsi que leurs interactions micromécaniques doivent être analysés. La résistance individuelle de la particule, qui est généralement prise comme la propriété principale affectant la fracturation d'un grain, a été largement étudiée par Jaeger (1967) à travers des essais de compression diamétrale. Cette résistance est reliée à la probabilité de rupture du grain en supposant que la distribution des contraintes à la rupture suit une loi de Weibull (McDowell et Amon, 2000). Cependant, un autre effet devrait être également considéré puisqu'il affecte le broyage des grains au sein d'un empilement granulaire. Le nombre de coordination, qui décrit le nombre de contacts qu'une particule développe avec les particules avoisinantes affecte la rupture de manière significative. Il est communément admis que les particules de taille importante sont moins résistantes que les particules de dimension inférieure, vu qu'une grande particule contient plus de microfissures qui contribuent à sa fragilisation. Si on considère alors que la taille des grains est le seul paramètre qui affecte la rupture, ceci voudra dire que le processus aura tendance à uniformiser les tailles des grains dans le milieu. Or, il est connu que la rupture des grains est un phénomène fractal, et que les grains de toutes les tailles cassent, rendant la distribution des tailles auto-similaire. Le nombre de coordination affecte le phénomène de broyage en égalisant la probabilité de rupture des grains de toutes les tailles. Une particule de grande dimension a un nombre de coordination plus grand à cause de sa grande surface extérieure. Ceci permet de compenser sa plus faible résistance à la rupture puisqu'un grain avec un nombre de coordination élevé se trouve sous l'effet d'un grand nombre de forces de contact, qui deviennent équivalentes à un effet hydrostatique. Les particules de dimensions moins importantes, bien qu'étant plus résistantes, ont une

plus grande probabilité de se retrouver entre deux grains plus grands exerçant deux forces de contacts diamétralement opposées (à cause de leur faible nombre de coordination). Cette situation représente la configuration la plus favorable à la fracturation. Cet effet a été noté par plusieurs auteurs (Auvinet et Marsal, 1975; McDowell et Bolton, 1998; Tsoungui et al., 1999a), mais à ce jour, très peu d'études expérimentales ont traité ce sujet.

Todisco et al. (2015) ont construit un appareil pour tester expérimentalement la rupture multi-particules : un grain de sable siliceux ou de calcaire concassé est broyé sous l'effet d'un ensemble de billes en acier ou de particules de même type, collées au bras de chargement. En utilisant la statistique de Weibull, il a été confirmé que les particules de taille inférieure sont plus résistantes et qu'un nombre de coordination élevé résulte en une diminution de la probabilité de rupture.

D'un point de vue numérique, deux critères de rupture ont été proposés pour un grain en deux dimensions, soumis à une distribution aléatoire de forces de contact. Le premier critère, proposé par Tsoungui et al. (1999a; 1999b; 1998), remplace la distribution des forces par deux ensembles de forces orthogonales et diamétralement opposées, F_{max} et F_{min}, inclinées suivant un angle Φ, sous la forme d'une croix inclinée (Figure 4.1-b). Cette configuration est équivalente d'un point de vue mécanique à la distribution réelle des forces de contact, représentée dans la Figure 4.1-a. Dans ce cas, il a été supposé que la fissuration se produit suivant le mode de traction I, et se propage suivant la direction du couple de forces maximales. Une série de simulations en éléments finis a été menée, et les contraintes au centre du disque, où la fissure est supposée prendre origine, sont calculées. Le critère de rupture admet une valeur limite de ces contraintes. Ce critère, bien que basé sur l'hypothèse simplificatrice qu'une seule fissure se forme au milieu du disque, suggère qu'une configuration proche d'un couple de forces diamétralement opposées augmente la probabilité de rupture, et que le minimum de probabilité de rupture correspond à un grain soumis à une pression hydrostatique.

Le second critère de rupture développé par Ben-Nun et Einav (2010) est basé sur des simulations par la méthode des éléments discrets effectués par Sukumaran et al. (2006). Ils ont appliqué au modèle de grain plusieurs forces de contacts, et ont écrit une équation empirique qui donne la probabilité de survie d'un grain en fonction de son nombre de coordination. Ben-Nun et Einav (2010) ont appliqué une compression uni axiale sur un empilement granulaire constitué de grains broyables, auquel ils ont intégré une version modifiée du modèle de rupture de Sukumaran. Il a ainsi été montré que la distribution ultime des granulométries est fractale. Ce modèle suppose que les fissures résultent d'un mode de rupture de cisaillement dans le plan (mode II) (Figure 4.1-c). En se basant sur ce modèle de fragmentation, un grain sous un chargement isotrope (lorsqu'il subit une

pression uniforme), ou lorsque les forces de contact sont diamétralement opposées, peut casser, chose qui est impossible dans le modèle de Tsoungui. Une moyenne des composantes normales des forces de contact est comparée à une valeur critique basée sur la formule proposée par Sukumaran. Cette formule inclut l'effet de la résistance de la particule, de sa courbure, en plus du nombre de coordination qui est pris en compte à travers un facteur de réduction f_{CN} de forme exponentielle :

$$f_{CN} = (C-1)\exp\left(\left(\frac{D}{d}\right)\frac{(C-2)(C-3)}{4C}\right) \tag{4.1}$$

Avec C le nombre de coordination, d le diamètre du grain cassé et D le diamètre moyen des particules en contact.

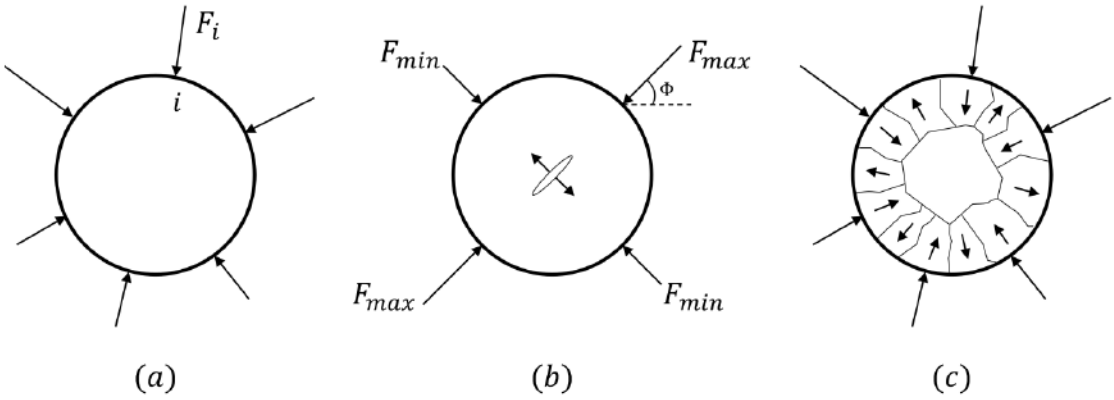


Figure 4.1: Critère de rupture suivant (b)Tsoungui et al. (1999a) et (c) Ben-Nun et Einav (2010) comparé à la configuration de référence (a).

4.2. Dispositif expérimental

Un nouveau dispositif expérimental a été conçu dans le but de simuler l'effet du nombre de coordination sur la fragmentation d'un grain cylindrique (Figure 4.2). L'appareil consiste en un cadre en acier, de forme circulaire, assez rigide pour ne pas se déformer sous l'effet des forces appliquées dans le cadre de cette étude. Le spécimen est placé sur un plateau fixe (en bas), de façon à ce que le centre de l'échantillon coïncide avec le centre du cadre. Un élément amovible permet au spécimen d'être parfaitement aligné avec l'axe vertical de la cellule de chargement. Une seconde plaque en acier, reliée à la cellule de force, permet de fixer le spécimen tout en supportant les deux capteurs de déplacement (élément non représenté dans la Figure 4.2).

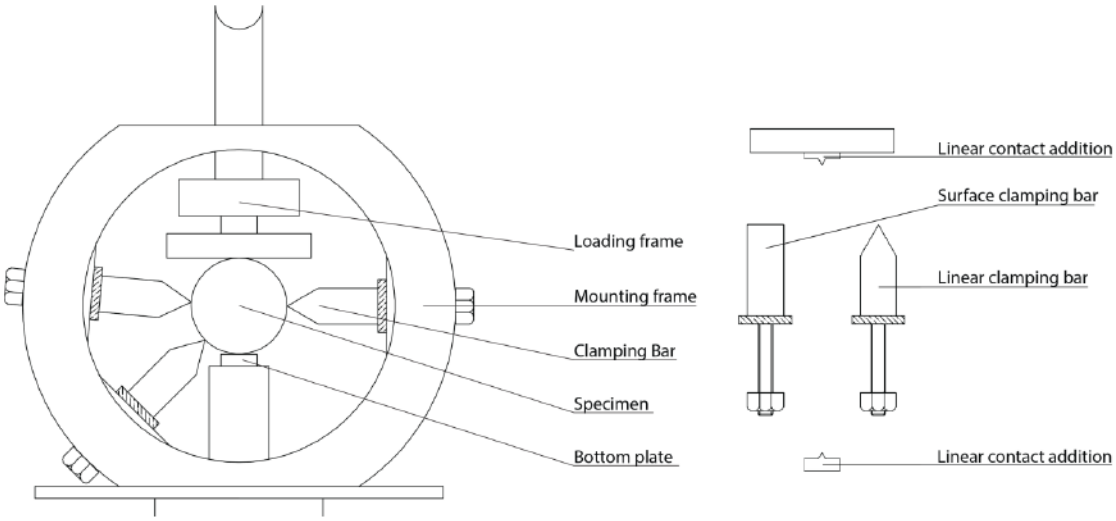


Figure 4.2: Schéma de l'appareil (gauche) et des deux types de barres de serrage et des additions de contact linéaire (droite) (Salami et al., 2015).

Pour représenter les contacts entre particules, des barres de serrage (« clamping bar » sur la Figure 4.2) sont vissées directement sur la surface latérale du cadre, ce qui permet d'appliquer sur l'échantillon, la configuration des contacts désirée. Les barres peuvent pivoter librement autour de la surface latérale du spécimen. Un second boulon permet de contrôler la force de contact appliquée initialement entre une barre de serrage et le spécimen. Dans la plupart des tests conduits, ce contact n'est pas serré autorisant ainsi de faibles déplacements aux points de contact ; les contacts latéraux sont alors dits passifs. Dans certains tests où l'effet de la force de contact est étudié, le second boulon de chaque barre de contact est serré avant l'application de la charge verticale ; les contacts sont alors actifs, de la même façon que les contacts suivant la direction de chargement verticale.

De plus, deux types de barres de serrage ont été produits, dans le but d'étudier l'effet du type de contact sur la rupture du grain. Le contact peut donc être linéaire (pointe triangulaire) ou surfacique (pointe rectangulaire). Le dispositif est placé sur un bâti de chargement, et le spécimen est écrasé sous différentes configurations de contacts. Les tests sont pilotés en déplacement, avec une vitesse constante de chargement de 0.5 mm/min. La presse hydraulique à la base du bâti peut délivrer une force pouvant atteindre 50kN. La force et les déplacements sont suivis respectivement par un capteur de force avec une résolution de 0.06N et un capteur de déplacement de résolution 0.01mm. L'incertitude en termes de force maximale calculée pour la vitesse d'acquisition choisie (1 acquisition toutes les secondes), et pour la rigidité apparente du matériau, est de 0.15kN.

Les premiers essais ont été effectués sur des spécimens de roche naturelle. Cependant, la dispersion importante des résultats causée par la nature hétérogène et variable de la roche impose l'utilisation d'un matériau plus contrôlable. On a choisi de travailler sur des échantillons de mortier et de ciment, bien que les résultats présentés ne concernent que le mortier. Les échantillons cylindriques ont un diamètre de 52mm et une épaisseur de 21mm. Le mortier est préparé selon la norme Française NF EN 196-1 (2006) en lots de 15 unités. Le ciment utilisé est un CEM1 52.5R, qui est mixé avec un sable siliceux d' Hostun HN 0.6/1.6. Le rapport eau/ciment considéré est 0.5. Pour la période de séchage et de cure, les disques de mortiers sont placés dans une salle humide (humidité relative de 100%, et une température de 18°C). En contrôlant toutes les étapes du procédé de fabrication de nos disques de mortier, nous avons réussi à maintenir l'écart type des distributions des forces critiques autour de 0.5kN pour les essais de compression diamétrale, et 0.6kN pour la majorité des autres configurations.

Ce type de spécimen cylindrique est la représentation la plus basique d'un grain en 2 dimensions. En plus, la face plane est particulièrement adaptée aux observations par corrélation d'images.

Les différences entre le dispositif actuel et celui utilisé par Todisco et al. (2015), les seuls à avoir mené une étude expérimentale sur le nombre de coordination à ce jour, se résument en deux aspects : la force appliquée par les contacts latéraux et leurs directions. Dans notre cas, les contacts latéraux sont passifs, et appliquent une force radiale au grain étudié, alors que le dispositif de Todisco et al. distribue la force appliquée de manière égale entre les grains collés au bras de chargement, qui appliquent cette force dans la direction du chargement. Notre appareil permet de mieux reproduire l'effet de la coordination dans un assemblage granulaire polydisperse, où le nombre de coordination est généralement élevé, et où la distribution des contacts sur la surface latérale est aléatoire. La nature des contacts, qui peuvent être linéaires ou surfaciques, peuvent représenter un contact avec une particule de taille relativement supérieure au grain étudié dans le cas d'un contact surfacique, ou avec une particule plus fine dans le cas d'un contact linéique. Un contact linéique ou surfacique peut également représenter un cas réel avec des particules de toutes les formes, où le contact peut se faire avec un bord sous forme d'arête ou avec une face plane d'un grain.

4.3. La corrélation d'images

La corrélation d'images digitales est une technique optique expérimentale qui permet la mesure des déplacements sur une surface. Cette technique a été validée théoriquement et expérimentalement, et devient de plus en plus utilisée dans le cadre de la mécanique expérimentale comme une méthode à la fois robuste et précise. Une caméra digitale

prend des images à intervalles réguliers, et les déformations sont calculées à partir des déplacements mesurés en utilisant la théorie de la mécanique des milieux continus.

Pour les fins de notre analyse, une caméra de type CCD Progressive de la marque AVT Manta G-504 B avec une résolution de 2452 x 2056 pixels qui délivre 256 niveaux de gris a été utilisée. La caméra est placée à 50cm du spécimen et une photo est prise toutes les secondes. Pour cette résolution et à cet emplacement, un pixel représente un carré élémentaire de surface 32µmx32µm. La corrélation d'image a été effectuée avec le logiciel VIC-2D™ (Correlated Solutions, 2009), qui calcule les déplacements avec une précision de 1/20 pixel, qui correspond à ±1.6µm pour notre résolution. La précision de la mesure des déformations est de 50 µdef (0.005%) approximativement. Le logiciel libre nCorr (Blaber et al., 2015) est aussi utilisé pour déterminer les directions des déformations principales.

4.3.1. Technique de corrélation d'images

L'utilisation de la corrélation d'images se fait généralement en trois étapes :

- La préparation de la surface de l'échantillon. Une surface avec un contraste en niveaux de gris permet au logiciel de traitement de bien identifier les déplacements d'un pixel donné. La surface doit avoir une texture qui peut être périodique ou aléatoire. Dans notre cas, on a appliqué un mouchetis à l'aide d'une bombe aérosol. Ceci a donné une surface avec des taches noires d'un diamètre moyen de 500µm sur un fond blanc. Ce motif adhère à la surface et se déforme de la même manière que le matériau lors d'une sollicitation.
- L'acquisition des images. Une caméra CCD est placée à une certaine distance en face de l'échantillon, et est programmée pour capter des images à intervalles de temps réguliers. Une luminosité quasi uniforme est obtenue par un système d'éclairage qui assure une meilleure qualité de la mesure. L'ordinateur relié à la caméra stocke les images au format .pgm (*portable greymap file format*).
- Le post traitement par corrélation d'images. Une séquence d'images successives permet de calculer l'évolution des déplacements des points de la surface étudiée au cours du chargement. Ce calcul se fait en référence à une image initiale choisie comme repère fixe. Le mouvement des repères locaux est suivi à l'aide d'algorithmes numériques qui analysent les niveaux de gris des différentes images, et calculent un déplacement relatif d'un motif local associé à une zone sur la surface de l'objet, entre l'état de référence et l'état déformé.
  Après avoir chargé les images sur le logiciel, on commence par définir une zone d'intérêt (ROI : *Region of interest*) sur l'image de référence (Figure 4.3). Le logiciel décompose alors cette zone en un maillage d'éléments, généralement

carrés. Ces éléments d'images ainsi que leur taille caractérisent la corrélation, puisqu'elle consiste à comparer un élément déformé à un élément initial. Une fois les déformations et rotations définies et associées au centre de l'élément, un champ de déformation est extrapolé en tout point de la zone étudiée. Ces données, jusque-là exprimées en termes de pixels peuvent être converties en millimètres après une procédure d'étalonnage sur une photo de calibration : on trace une ligne de longueur connue sur l'image, et on spécifie cette longueur en millimètre, le logiciel peut alors faire la conversion.
Les résultats sont présentés sous formes de distributions iso couleurs. Le logiciel offre plusieurs techniques d'analyse des résultats.

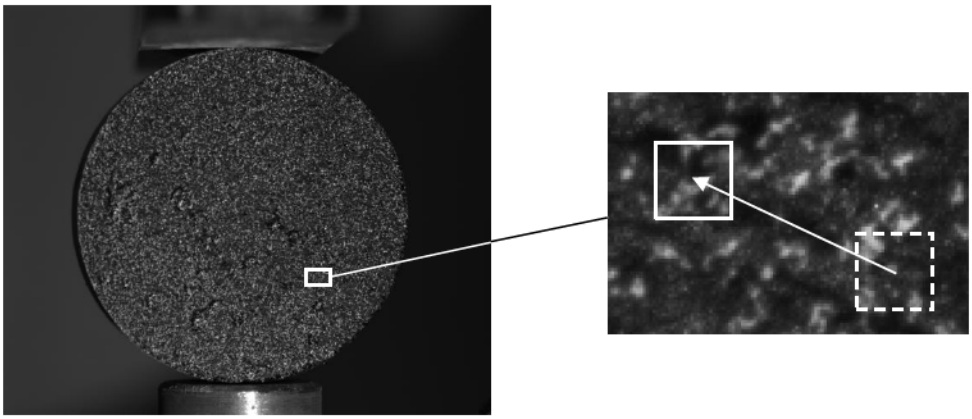


Figure 4.3: Exemple de déplacement d'un élément carré de son emplacement dans l'image de référence à son emplacement dans l'image déformée.

4.3.2. Principes de la corrélation d'images planes

La corrélation d'images consiste en une analyse comparative d'images digitales de la surface étudiée. Ces images, généralement en niveaux de gris, sont constituées de valeurs scalaires associées à chacun des pixels. On représentera alors une image comme une fonction *f(x)*, ou le x est un vecteur d'espace en deux dimensions qui identifie un pixel au sein de la matrice de pixels. *f(x)* représente une valeur (entre 0 et 256 dans notre cas) associée au niveau de gris à l'emplacement du pixel x. Si on suppose que la déformation mesurée est uniquement causée par des déplacements dans le même plan *u(x)*, et que cette déformation n'altère pas les niveaux de gris captés par la caméra, on peut relier le niveau de gris de l'image déformée *g(x)* au niveau de gris de l'image de référence *f(x)* par la relation :

$$g\big(x + u(x)\big) = f(x) + b(x) \tag{4.2}$$

b(x) est un bruit aléatoire. Déterminer la fonction *x+u(x)* revient à calculer le déplacement et les déformations. Cette fonction de transformation appelée fonction de forme *Φ* permet de relier la variable d'espace de l'image de référence à la variable d'espace de l'image déformée, et définit la transformation locale ou la déformation d'un pixel carré. Une fonction de forme simple permet de limiter la variabilité du champ de déplacement. Une discrétisation spatiale de la zone de travail est alors nécessaire pour définir des « zones de corrélation » de petite taille où une approximation de la fonction de forme est possible. Ces zones sont assimilées à des éléments d'images, et la déformation se fait par référence à la déformation du pixel. Si on considère une zone de corrélation de taille assez faible, définie par rapport à son centre de coordonnées x_0, on peut écrire le développement de Taylor de la fonction de forme *Φ(x)* au voisinage du point x_0 :

$$\Phi(x) = x_0 + u(x_0) + \frac{\partial u}{\partial x}(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_0)(x - x_0)^2 + o((x - x_0)^2) \qquad (4.3)$$

$o((x-x_0)^2)$ est un terme négligeable devant $(x-x_0)^2$. Des approximations de Taylor d'ordre 0, 1 et 2 (équation (4.3)) correspondent à différentes transformations de la zone de corrélation considérée : une approximation d'ordre 0 correspond à un simple déplacement uniforme de tous les points de la zone de corrélation, et peut être valable pour de très faibles déplacements et rotations. Une approximation affine d'ordre 1 nécessite l'utilisation de 6 paramètres décrivant la translation, la rotation, l'homothétie et le cisaillement, et reste le choix le plus réaliste et le moins contraignant. Une approximation d'ordre 2 requiert douze paramètres, et sert à décrire des déformations non homogènes et complexes. Le logiciel VIC2D™ utilisé dans le cadre de nos travaux utilise une transformation affine.

Les paramètres de l'approximation de la fonction de forme sont obtenus en minimisant un coefficient de corrélation. Ce coefficient permet de comparer l'image d'origine et l'image déformée, pour déterminer l'état déformé de chacune des zones de corrélation. Puisque la comparaison se base sur les niveaux de gris des deux images, il est clair que des images contrastées facilitent la corrélation, d'où l'utilisation de textures artificielles sur la surface étudiée. Les imperfections de l'outil d'acquisition, de la luminosité et de la surface étudiée (texture, rugosité, grains brillants, …) résultent en une variabilité du champ de luminosité, chose qui est prise en compte dans l'équation (4.2) par le paramètre *b(x)*. Une approche itérative est donc utilisée pour minimiser le coefficient de corrélation dans l'espace des variables de l'approximation. Parmi les coefficients de corrélation disponibles dans la littérature, le logiciel VIC2D™ permet de choisir entre trois types de coefficients : la somme des différences au carré C_{SSD}, la somme des

différences au carrés centrée C_{ZSSD}, et la fonction d'autocorrélation normalisée centrée C_{ZNCC}. Les deux premiers coefficients sont formulés en utilisant les moindres carrés :

$$C_{SSD} = \sum_i \Big(f(x_i) - g\big(x_i + u(x_i)\big)\Big)^2 \tag{4.4}$$

$$C_{ZSSD} = \sum_i \Big(\big(f(x_i) - \bar{f}_i\big) - \big(g\big(x_i + u(x_i)\big) - \bar{g}_i\big)\Big)^2 \tag{4.5}$$

Avec *i* un indicateur de la zone de corrélation, $\bar{f}_i$ et $\bar{g}_i$ les niveaux de gris moyens dans les zones de corrélation de référence et déformées. Ces deux coefficients peuvent être normalisés en divisant par le produit $\bar{f}_i\bar{g}_i$. Le troisième coefficient est formulé sur la base de la fonction d'autocorrélation C_{CC} définie comme la somme des produits scalaires des niveaux de gris des deux zones de corrélation $C_{CC}=\Sigma f(x_i)g(x_i+u(x_i))$, normalisée par le produit $\bar{f}_i\bar{g}_i$, et centrée en utilisant les niveaux de gris moyens $\bar{f}$ et $\bar{g}$ dans les deux images comparées. La fonction d'autocorrélation normalisée centrée C_{ZNCC} s'écrit:

$$C_{ZNCC} = 1 - \frac{\sum_i \big(f(x_i) - \bar{f}\big).\big(g\big(x_i + u(x_i)\big) - \bar{g}\big)}{\sqrt{\sum_i \big(f(x_i) - \bar{f}\big)^2}\sqrt{\sum_i \big(g\big(x_i + u(x_i)\big) - \bar{g}\big)^2}} \tag{4.6}$$

Le logiciel propose également de discrétiser l'espace à une précision subpixel, où les niveaux de gris sont interpolés en utilisant l'une des deux interpolations présentées dans la figure suivante :

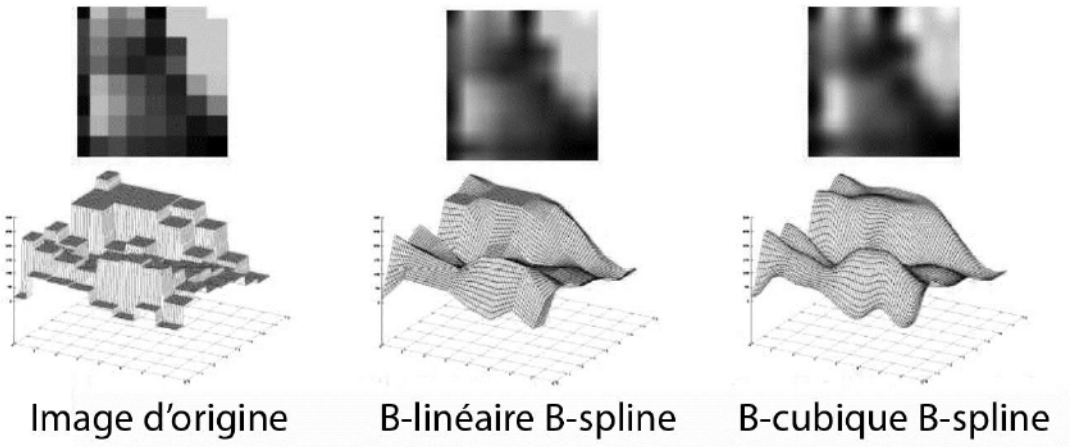


Figure 4.4: Représentation des schémas d'interpolation utilisés par le logiciel VIC2D.

L'interpolation B-linéaire se base sur des polynômes d'ordre 1, et nécessite 4 paramètres pour une interpolation en deux dimensions. L'interpolation polynomiale B-cubique de degré 4 prend en compte 16 coefficients. Une stratégie d'interpolation en morceaux ou en *Spline* est utilisée pour réduire le nombre de points d'interpolation tout en gardant un écart acceptable entre la fonction et son interpolation.

Une fois le champ de déplacement mesuré, le logiciel propose de dériver les déformations sur la base des coefficients de la fonction de forme obtenus en minimisant le coefficient de corrélation.

4.4. Programme expérimental

Les résultats présentés correspondent aux six configurations de contacts testées (Figure 4.5). Le nombre de coordination variable permet d'étudier son effet sur la rupture du spécimen, tandis que l'effet de la position du contact est étudié en déplaçant les barres de serrage autour de la surface latérale du spécimen. Les configurations diamétrales, 4-90, 4-45, 4-90-60, 5-90-60 et 6-45 sont nommées de façon à représenter le nombre de coordination (première partie du nom) et l'angle que font les contacts secondaires avec les contacts verticaux.

15 lots constitués de 15 échantillons ont étés fabriqués, dans le but de tester chacune des configurations de la Figure 4.5: les configurations de contacts sont testées sur un lot de 15 éprouvettes. Chaque lot est fabriqué une semaine avant la date prévue des essais, étant donné qu'un mortier est suffisamment solide au bout de 7 jours pour casser suivant un mode de rupture fragile. Dans chaque série d'essais sur l'un des lots, au moins 3 échantillons sont soumis à la compression diamétrale, dans le but de fournir une référence pour les comparaisons suivantes.

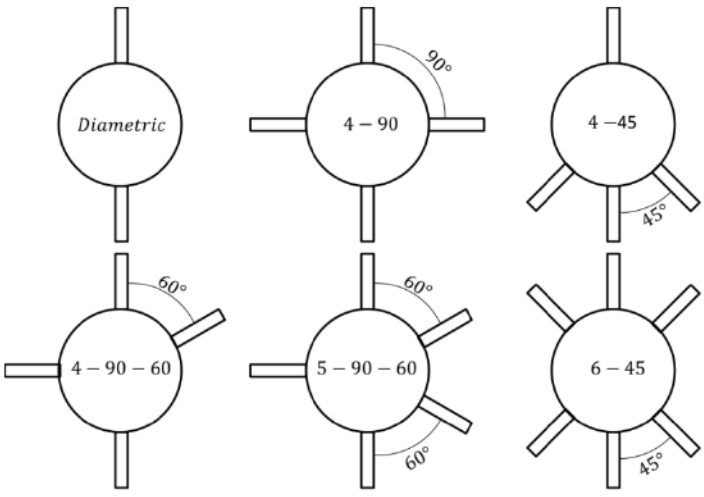


Figure 4.5: Les configurations de contacts testées.

4.5. Résultats et analyses

4.5.1. Résultats généraux

Le Tableau 4.1 résume les résultats obtenus à partir des tests de fendage réalisés. Les 15 séries de tests correspondant aux configurations présentées dans la Figure 4.5 sont exposées avec leurs forces caractéristiques et les spécificités de chaque test. La valeur moyenne de la force caractéristique et son écart type sont caractérisés pour les fissures primaires et secondaires, qui correspondent aux premiers et seconds pics dans les courbes force-déplacement présentées dans la Figure 4.7. Bien que dans la plupart des tests, plusieurs fissures secondaires se sont produites, on a choisi de ne présenter que celles qui se produisent en premier, puisque la distribution force-déplacement des autres fissures présente une dispersion significative. Les lots 1 jusqu'à 7 sont utilisés pour optimiser les résultats en réduisant l'écart type. Le procédé de fabrication du mortier est amélioré dans les séries 1 à 4, alors que l'effet de la vitesse de chargement est évalué dans l'essai 3. Dans les tests 5 et 6, des supports en bois sont intégrés à l'appareil afin de minimiser les petites rotations du disque supposées être à l'origine de l'écart-type élevé. Le test 7 correspond à la première expérimentation avec la corrélation d'images.

Tableau 4.1: Compilation des résultats des tests.

			Premier pic		Second pic		
N° de série	Nombre d'échantillons	Configuration de contacts	Valeur moyenne	Écart type	Valeur moyenne	Écart type	À propos du test
Unités	(-)	(voir Figure 4.5)	kN	kN	kN	kN	
1	14	Diamétrale	6.04	0.48	-	-	Tests préliminaires
2	8	Diamétrale	6.93	0.47	-	-	
3	15	Diamétrale	6.17	0.68	-	-	
4	15	Diamétrale	6.41	0.52	-	-	
5	15	Diamétrale	6.13	0.75	-	-	
6	14	Diamétrale	6.25	0.7	-	-	
7	12 3	Diamétrale 4-90	6.15	0.48	-	-	Expérimentations avec la DIC
8	3 9	Diamétrale 4-90	6.22 6.54	0.67 0.51	- 12.11	- 0.9	

9	3	Diamétrale	6.33	0.37	-	-	
	12	4-90	6.64	0.45	12.78	0.74	
10	3	Diamétrale	7.36	0.27	-	-	
	5	4-90	6.21	0.45	12.60	0.38	
	5	6-45	9.06	0.32	18.49	0.9	
	2	5-aléatoire	8.87	0.39	14.70	0.78	
11	3	Diamétrale	4.28	0.01	-	-	Utilisation des contacts linéaires
	12	4-90	4.58	0.4	5.31	0.44	
12	2	Diamétrale	6.25	0.72	-	-	
	11	4-90	7.12	0.72	13.70	0.92	
13	3	Diamétrale	5.8	0.5	-	-	
	10	4-45	7.28	1.07	9.88	0.99	
14	3	Diamétrale	5.87	0.46	-	-	
	6	5-90-60	8.84	0.39	15.75	0.94	
	6	4-90-60	6.45	0.69	9.70	0.5	
15	3	Diamétrale	5.88	0.24	-	-	
	12	4-90	11.36	0.81	Aucune fissure secondaire observée		Application de la précontrainte latérale

Les forces caractéristiques des essais diamétraux varient entre 5.80kN et 7.36kN. Cette variation, qui peut être causée par des différences légères dans les conditions de curage, restent dans la limite acceptable (un écart type inférieur à 0.5kN).

La comparaison entre les forces caractéristiques des configurations avec 2 contacts (compression diamétrale), 4 contacts (4-90, 4-45 et 4-90-60), et 5 contacts (5-90-60) confirme qu'un nombre de coordination élevé correspond à une plus grande force caractéristique à la rupture. L'exception de l'essai 6-45 est notée, où la force caractéristique est plus grande que celles des tests avec 4 contacts, mais inférieure à la force correspondant à l'essai 5-90-60. Ceci montre l'importance de la position des contacts sur le comportement à la rupture des particules. On notera aussi que la présence de forces diamétralement opposées augmente la force caractéristique de la première fissure. Ceci est mis en évidence par une comparaison entre les configurations 4-90 et 4-90-60, et montre encore une fois que la position des contacts sur la surface latérale affecte la rupture de l'échantillon. La force critique associée aux contacts secondaires dépend de la longueur du trajet de propagation de la fissure : une fissure secondaire qui suit le chemin le plus long aura une force critique plus faible en comparaison avec les fissures qui suivent des chemins plus courts. Une comparaison entre les résultats des tests 4-90, 4-45 et 4-90-60, tous avec un nombre de coordination de 4, mais avec des

chemins de fissure secondaire différents permet de valider cette observation. En effet, la fissure secondaire qui se produit dans une configuration 4-90 a le chemin de propagation le plus court, et une force caractéristique beaucoup plus grande que celles associées aux autre tests 4-45 et 4-90-60, où les fissures secondaires suivent des chemins plus longs. Les forces secondaires sont donc également affectées par le nombre de coordination et la position des contacts. Ceci se peut être expliqué par la proximité des contacts secondaires à l'un des contacts primaires, et par le mode de fissuration que suit une fissure secondaire (on montrera dans les paragraphes qui suivent que les fissures secondaires se produisent selon un mode II de cisaillement, différent du mode I observé pour les fissures primaires) : la contrainte de cisaillement pour un contact secondaire proche d'un contact primaire (qui génère des fissures plus longues) est supérieure à la contrainte de cisaillement au niveau d'un contact secondaire plus loin des contacts primaires (qui génère des fissures plus courtes).

À titre d'exemple, considérons le cas explicité dans la Figure 4.6, où deux configurations de contacts sont étudiées. Ces configurations diffèrent uniquement par l'emplacement de l'un des contacts, le reste des placements de contacts étant identiques. Ainsi, quel que soit la position du contact étudié, une fissure secondaire s'initie à proximité du contact, et se propage vers le contact primaire le plus loin (celui d'en haut, dans ce cas). Si on compare entre les deux configurations de la Figure 4.6, on peut conclure que la fissure causée par le contact dans la position 1 se propage suivant un chemin plus long que celui d'une fissure causée par un contact dans la position 2. En appliquant l'analyse du paragraphe précédent, on peut conclure que la zone au niveau de l'emplacement 1 concentre plus de contraintes de cisaillement que la zone au niveau de l'emplacement 2. La force critique à la rupture associée à l'emplacement 1 est donc inférieure à celle associée à l'emplacement 2.

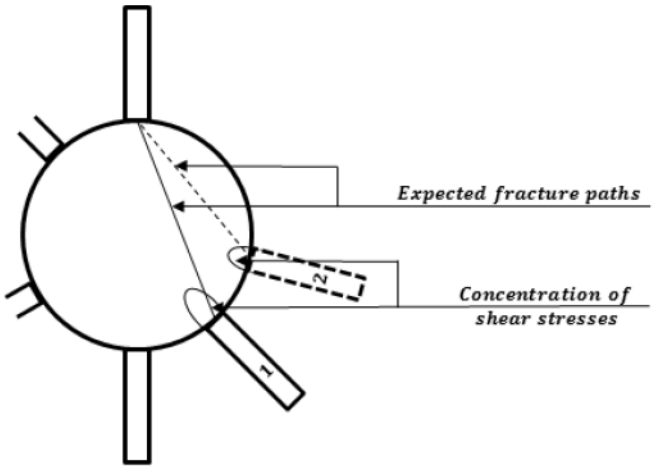


Figure 4.6: Effet de l'emplacement des contacts secondaires sur la rupture de l'échantillon.

Les courbes force-déplacement associées aux configurations testées sont présentés ci-dessous. Les chutes de force correspondent aux forces caractéristiques d'un évènement de rupture.

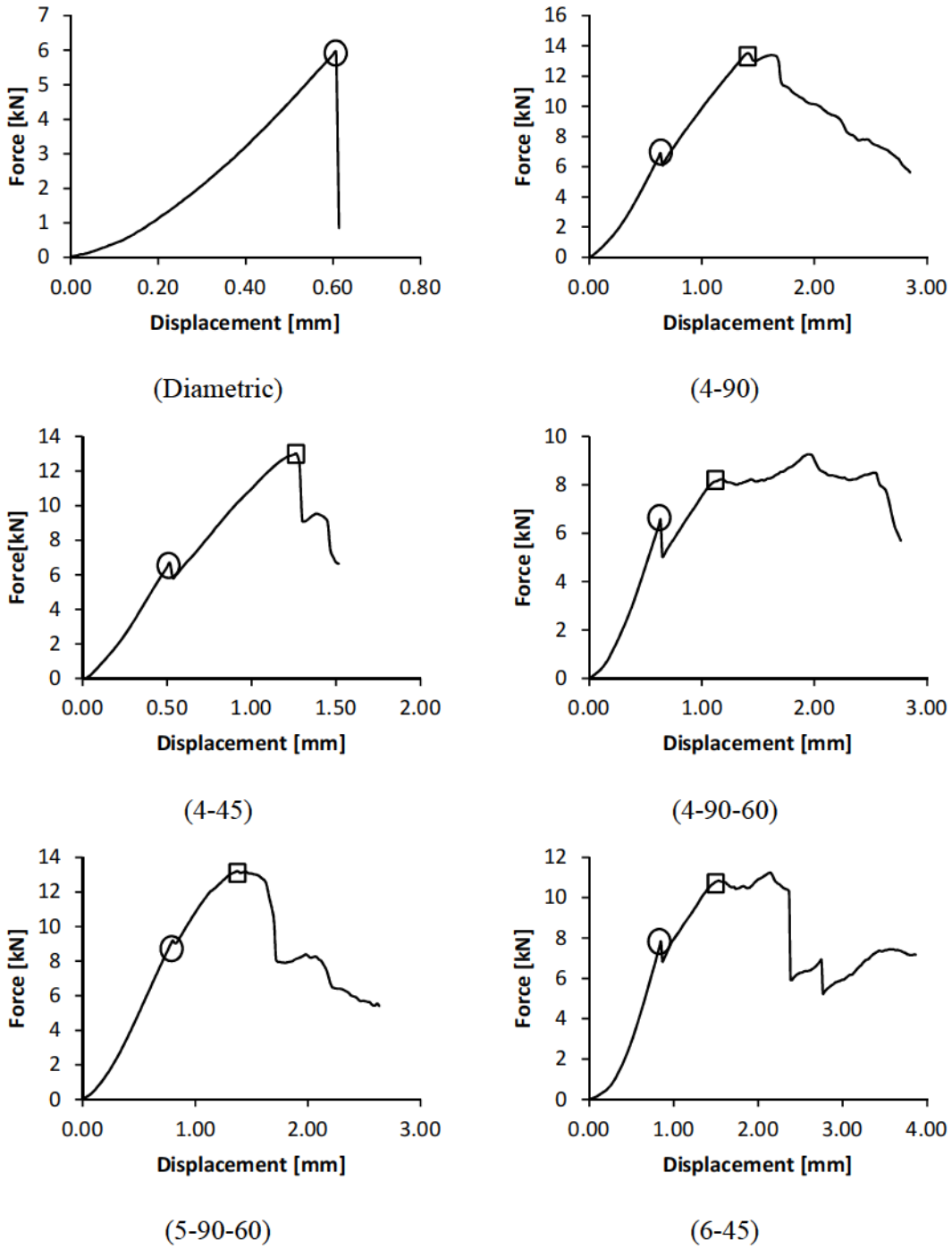


Figure 4.7: Courbes force-déplacement caractéristiques associées aux configurations de contacts testées. La fissure diamétrale est représentée par un cercle alors que la fissure secondaire est représentée par un carré.

4.5.2. Modélisation des résultats obtenus

La validité de l'équation (4.1) à estimer l'effet du nombre de coordination sur la force critique liée à la rupture d'une particule est mise à l'épreuve par une comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus. D'après l'étude numérique de Sukumaran et al. (2006), l'effet de la courbure et l'effet du nombre de coordination sont considérés à travers deux facteurs partiels f_D et f_{CN} respectivement. La force critique F_{crit} s'écrit :

$$\mathrm{F_{crit}} = d^2 \sigma_c f_D f_{CN} \tag{4.7}$$

σ_C est la contrainte de traction critique. La variabilité naturelle des résistances des spécimens peut être représentée en utilisant la statistique de Weibull, et incluse dans l'équation (4.7) à travers un autre facteur lié à cet effet. Concernant le facteur f_D représentant la courbure, Sukumaran et al. proposent la formule suivante en se basant sur la solution analytique de Timoshenko et Goodier (1961) pour un disque élastique comprimé par deux autres disques :

$$\mathrm{f_D} = \frac{(D/d)}{(D/d)+1} \tag{4.8}$$

D étant le diamètre des particules voisines en contact avec la particule étudiée. Pour les fins de cette étude, la valeur de D est fixée à 15mm, qui est la longueur de la surface de contact de la barre de serrage. Une valeur de σ_C de 5.96MPa est déduite à partir d'un calage entre les valeurs calculées de F_{crit} et les valeurs expérimentales. La Figure 4.8 montre une bonne concordance entre les résultats expérimentaux et la tendance prédite par le modèle.

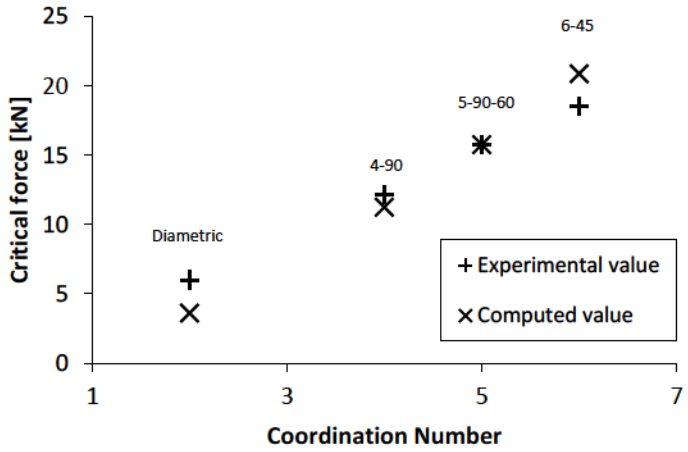


Figure 4.8: Les valeurs expérimentales et les valeurs prédites par l'équation (4.1) de la force critique tracées en fonction du nombre de coordination.

4.5.3. Effet de la présence d'un couple de forces latérales

Les essais sur les échantillons de la série n°15 sont présentés dans le Tableau 4.1. Le but de ces tests est d'étudier l'effet d'une paire de forces de contact secondaires actives sur la rupture d'une particule en appliquant une précontrainte latérale sur le cylindre. 12 essais dans une configuration 4-90 ont été conduits, pour lesquels les deux contacts latéraux sont serrés afin de représenter l'effet des forces de contact causées par les particules avoisinantes qui font partie d'une autre chaine de force. Les barres de serrage sont boulonnées solidement à l'aide d'écrous, et le serrage s'est fait de la même manière (nombre de tours des écrous) pour les 15 essais pour assurer des résultats comparables, puisque la force de contact latérale n'est pas mesurée. Il est important de noter que des études numériques et expérimentales ont montrées que les grains cassaient sous l'effet des forces de contact appartenant à une seule chaine de forces qui se développe généralement suivant la direction du chargement (verticale). Les autres grains en contact qui font partie d'une autre chaine de forces jouent le rôle de contacts passifs, qui ne transmettent qu'une petite partie du chargement auquel ils sont soumis au grain étudié. Cette étude traite alors d'un cas particulier, et les configurations sans force de contact latérale représentent mieux la réalité.

Une courbe force-déplacement typique de la série d'essais n°15 est présentée dans la Figure 4.9. Si on compare cette figure au comportement d'un essai 4-90 sans précontrainte (Figure 4.7), on peut noter qu'un seul pic est observé, qui correspond à une fissure diamétrale. Aucune fissure secondaire n'est observée. En revanche, plusieurs microfissures apparaissent, et des fragments se détachent du matériau qui finit par se briser en plusieurs fragments, ce qui explique le comportement post-pic quasi-ductile à la rupture. La force critique moyenne correspondant à la fissure verticale est de 11.36kN, qui est significativement supérieure aux forces critiques des autres configurations testées, et spécialement supérieure à la valeur de 7.12kN qui correspond à un essai 4-90 sans force latérale appliquée (toujours pour la fissure verticale).

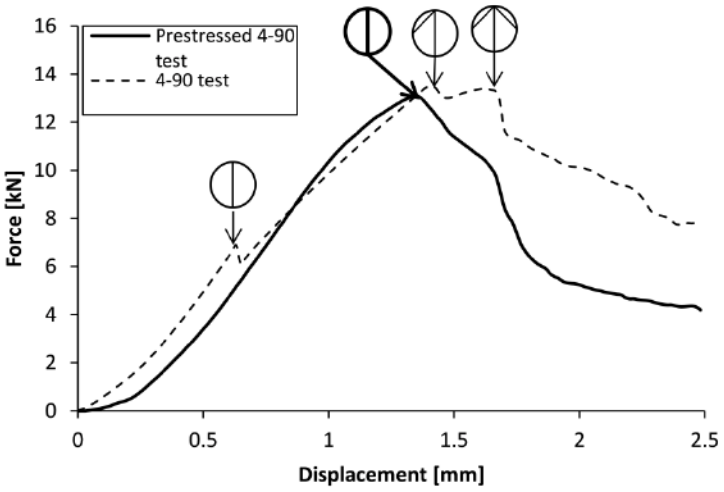
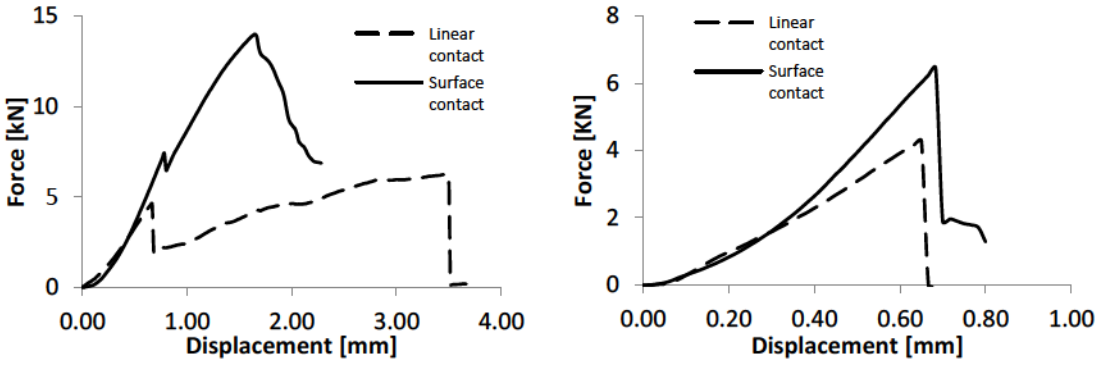


Figure 4.9: Courbe force-déplacement caractéristique des essais 4-90 avec précontrainte latérale.

4.5.4. Effet du type de contact

La série d'essais n°11 a pour but l'étude de l'effet du type de contact sur le comportement à la rupture du grain. Des contacts linéaires sont utilisés à la place des contacts surfaciques pour les contacts primaires et les contacts secondaires (voir Figure 4.2). 3 essais de type brésilien et 12 essais dans la configuration 4-90 ont été menés, et les résultats sont comparés à ceux de la série n°12, où tous les contacts sont surfaciques. Les courbes caractéristiques du comportement mécanique sont présentées dans la Figure 4.10.



(a) (b)

Figure 4.10: Courbes force-déplacement pour (a) une compression diamétrale et (b) une configuration 4-90 avec deux types de contacts.

La force caractéristique associée à une rupture sous l'effet de contacts surfaciques est supérieure à la force associée à des contacts linéaires. Ceci est valable pour la fissuration primaire dans le cas des configurations diamétrales et 4-90, et de la fissure secondaire

dans la configuration 4-90. Pour la compression diamétrale, la force est passée de 6.25kN pour le contact surfacique à 4.28kN pour le contact linéaire. Ceci peut s'expliquer par une concentration plus importante des forces à proximité des contacts pour un contact linéaire comparé à un contact surfacique. En effet, les deux types de contacts sont non conformes (la surface de contact est significativement inférieure aux dimensions caractéristiques des objets en contact, ce qui équivaut à dire qu'au moins un des deux corps se déforme lorsque la surface de contact apparait), et la surface de contact permet de répartir la charge appliquée sur une zone plus grande. Il faut aussi noter que la concentration des contraintes à côté des contacts influence les fissurations primaires et secondaires, comme il sera montré par la corrélation d'images. Les deux types de fissures sont affectés par la concentration des contraintes dans la zone de propagation, bien qu'ils suivent des mécanismes d'initiation et de propagation différents. On notera aussi la différence dans le comportement post-pic qui suit la rupture dans les tests 4-90, et qui peut être expliqué par l'adhérence de l'échantillon aux surfaces de contacts, favorisée par une plus grande surface de friction. Un contact surfacique permet de retenir les fragments ensemble après un évènement de rupture, contrairement au contact linéaire ou les fragments peuvent se déplacer plus librement. Le spécimen fracturé, tenu en place par des contacts surfaciques, continue de supporter la charge appliquée, ce qui résulte en une augmentation de l'endommagement, et explique le comportement quasi-ductile. Lors de certains essais, le spécimen est gardé sous chargement après l'apparition des deux fissures : les disques finissent par se briser en plusieurs petits morceaux lorsqu'ils sont sous contacts surfaciques. Dans le cas de contacts linéaires, la pointe pénètre l'ouverture de fissure, ce qui cause une rupture brusque (phénomène du poinçonnement).

4.6. Le processus de fragmentation

Après avoir conduit les tests, les chemins de fissures et les caractéristiques de fragmentation des disques sont observés. Dans tous les cas, une fissure centrale apparait suivant l'axe de chargement diamétral. Les autres fissures, qu'on a nommé fissures secondaires, se sont développées plus tard. Pour chacune des configurations de contacts, l'essai produit un ensemble de fragments spécifique. Bien que les fragments ne soient pas toujours identiques, il est clair que la rupture se fait suivant un schéma particulier. Si on prend l'exemple de la configuration 4-90 présentée dans la Figure 4.11, la fissuration se produit suivant deux arcs de cercle dans la partie supérieure de l'échantillon. D'autres tests dans la même configuration de contact ont produit une fissuration suivant l'un des quatre arcs reliant les contacts de la particule. Les fissures se propagent donc suivant un chemin imposé par la configuration des contacts. Les fissures secondaires se forment

près des contacts, et se propagent en direction du contact qui transmet la charge qui se trouve le plus loin (contact en haut et en bas).

(a) Brazilian type (b) 4-90 (c) 4-45

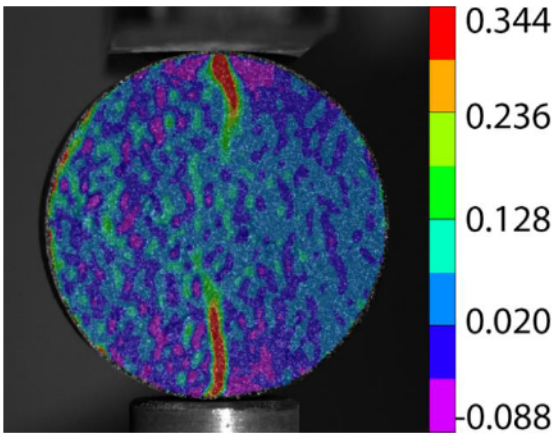
(d) 4-90-60 (e) 5-90-60 (f) 6-45

Figure 4.11: Fragmentation caractéristique correspondant à chacune des configurations testées.

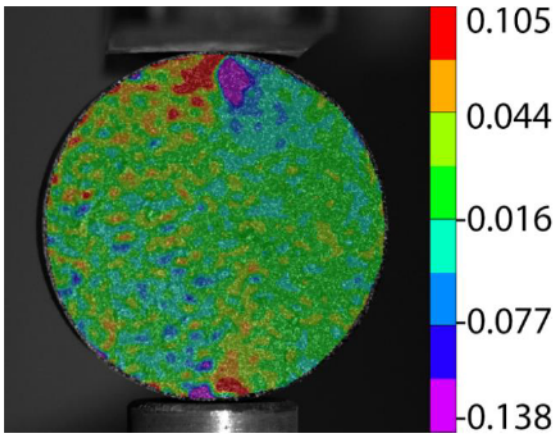
L'effet prédominant de la charge suivant l'axe vertical résulte en la première apparition d'une fissure diamétrale. Ce type de fissures, très étudié dans la littérature, est expliqué par un modèle de fracture volumétrique (Tsoungui et al., 1999b) : une zone de traction se développe à proximité du centre du spécimen, causant la formation d'une fissure qui se propage suivant l'axe de chargement, et qui finit par casser le spécimen en deux. Les fissures secondaires sont décrites par un modèle de fracturation aux contacts (Tsoungui et al., 1999b), où une onde de déformations compressives se propage à partir du point de contact vers l'intérieur du spécimen. Cependant, d'autres auteurs ne sont pas d'accord avec le modèle de fracture volumétrique, et suggèrent que dans un essai de compression diamétrale avec des contacts non conformes (qui ne suivent pas la surface latérale arrondie du cylindre), la fracture prend origine à côté des contacts, et se propage suivant

l'axe de chargement, ce qui cause la rupture du grain. Wang et Xing (1999) ont étudié le cas d'un essai brésilien avec des contacts conformes, et ont déterminé un angle de chargement minimal (angle entre les bords de la surface de contact au centre du spécimen) pour que la fissure se développe au centre du disque. Un spécimen avec des bords aplatis, ou des essais de type arche-arche comme suggéré par l'International Society for Rock Mechanics (1978) devraient reproduire un comportement de type fracture volumétrique, puisque la surface de contact est assez large, et que le chargement est réparti sur cette surface. Dans notre cas, puisque les contacts ne sont pas conformes, la fissure devra se développer dans la zone à proximité des contacts.

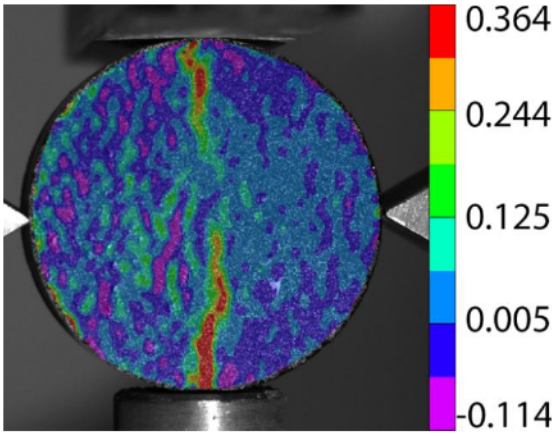
Afin de mieux comprendre la mécanique des fissures observées, une série de tests dans les configurations diamétrale, 4-90 et 6-45 a été suivie par corrélation d'images. Les résultats pour les tests diamétraux et 4-90 sont résumés dans la Figure 4.12. Les fissures dans la configuration 6-45 suivent le même schéma de rupture que la configuration 4-90. Les déformations de traction et de cisaillement mesurées sur la surface nous ont permis de tirer certaines conclusions. Pour la compression diamétrale, les fissures s'initient à côté des contacts et se propagent vers le centre. Les fissures primaires des autres tests se sont produites de la même manière. Les fissures secondaires prennent origine à côté des contacts, et se propagent en direction du contact sous charge (haut ou bas) le plus éloigné, comme le montre la fragmentation des spécimens avec un nombre de coordination supérieur à deux. En effet, chacun des deux demi-disques nouvellement formés après la fissuration primaire est soumis à l'effet d'un ou de plusieurs contacts secondaires latéraux qui bloquent les déformations au niveau des points de contacts, et continue de supporter la charge appliquée par l'un des deux contacts primaires, celui de haut ou du bas. Ceci produit un effet de cisaillement, et une nouvelle fissure (secondaire) apparait près du contact secondaire. Elle se propage suivant un mode de cisaillement jusqu'à atteindre l'un des deux contacts primaires. Ceci est particulièrement évident lorsqu'on compare la distribution des déformations suivant l'axe horizontal (Figure 4.12-e), et des déformations de cisaillement (Figure 4.12-f) pour un essai de type 4-90 (Figure 4.12). Il est clair que les déformations de cisaillement sont très concentrées sur le chemin de la fissure secondaire. Ceci permet de conclure que la fissuration se produit suivant un mode de cisaillement (mode II), comme suggéré par Ben-Nun et Einav (2010). Les contraintes de cisaillement élevées observées sur l'axe vertical sur la Figure 4.12-f sont le résultat de la friction des deux fragments, étant donné que la fracturation primaire s'est déjà produite au moment où la fissure secondaire est observée.



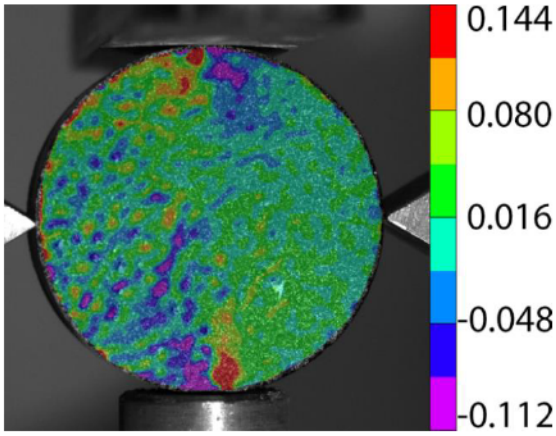
(a)Déformations suivant l'axe horizontal, compression diamétrale



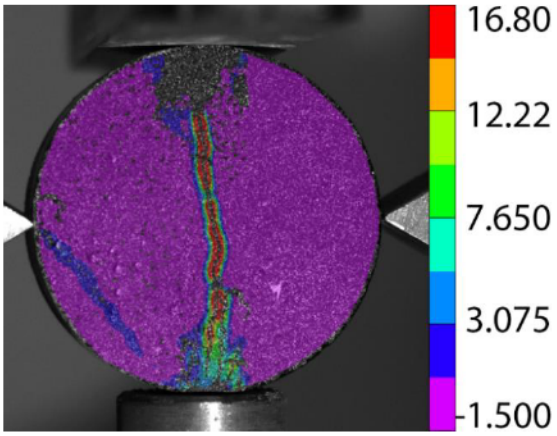
(b) *Déformations de cisaillement, compression diamétrale*



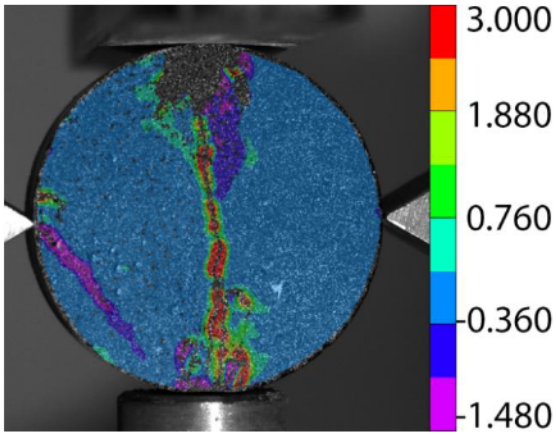
(c) Déformations suivant l'axe horizontal, configuration 4-90, avant la première fissure



(d) Déformations de cisaillement, configuration 4-90, avant la première fissure



(e) Déformations suivant l'axe horizontal, configuration 4-90, avant la seconde fissure

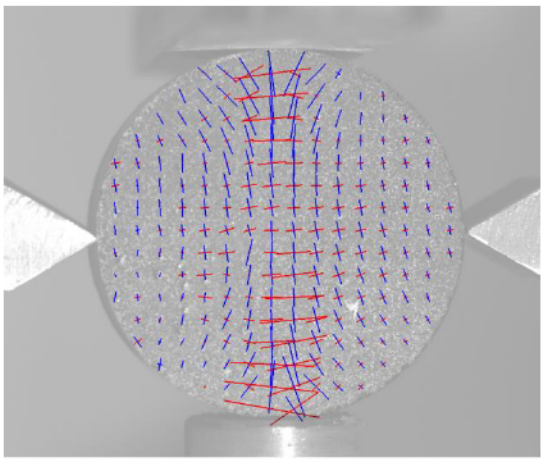


(f) Déformations de cisaillement, configuration 4-90, avant la seconde fissure

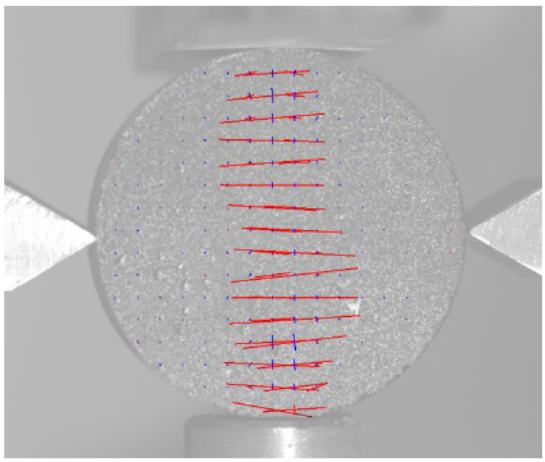
Figure 4.12: Distribution des déformations suivant l'axe x (horizontal) et les déformations de cisaillement avant la rupture.

Il est également possible d'analyser la propagation des fissures en se basant sur une distribution des déformations principales. La Figure 4.13 montre les directions et les intensités des déformations principales au sein du disque avant et durant la propagation de la fissure longitudinale, et durant la propagation de la fissure secondaire. Les lignes en rouge représentent une extension principale alors que les lignes en bleu représentent une compression principale. La longueur de chaque ligne correspond à la valeur de la déformation principale qu'elle représente (les images de la Figure 4.13 sont à échelles différentes). Dans l'image (a), on peut voir que les directions d'extension principale sont orthogonales à la direction de propagation de la fissure. Ceci permet de confirmer que la fissuration se produit suivant un mode d'ouverture I. Il est aussi intéressant de remarquer que l'intensité des extensions principales est plus élevée au voisinage des contacts principaux. Il est donc démontré que la fissuration diamétrale prend origine à côté des contacts. Le moment de la fissuration est schématisé dans l'image (b), où la dominance des déformations de traction dans la zone de fissuration est clairement visible.

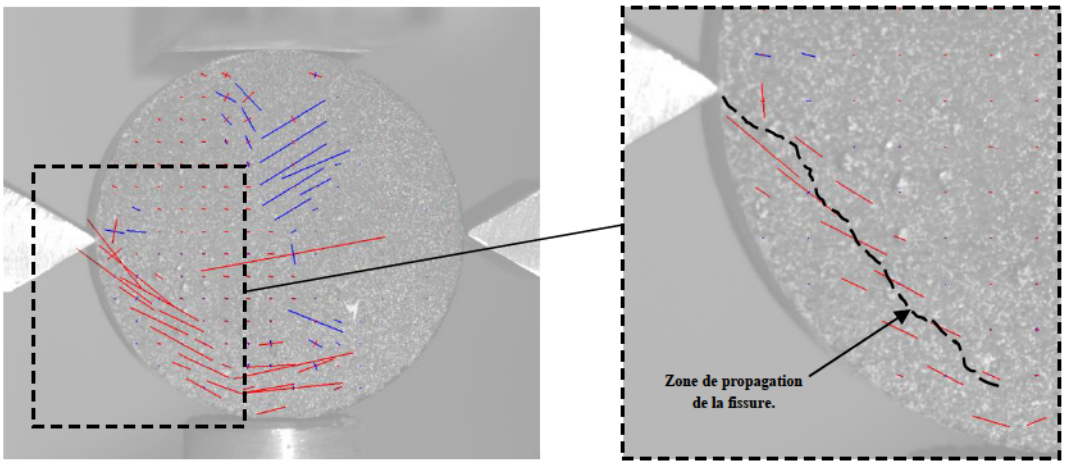
Pour la fissuration secondaire, la Figure 4.12 a montré une concentration des déformations de cisaillement dans la zone de fissuration, ce qui nous a permis de conclure que la fissuration se produit suivant un mode de cisaillement II. L'analyse de la Figure 4.13-c permet de confirmer cette conclusion. Dans cette partie, les extensions sont presque parallèles à la zone de fissuration. La fissure se propage donc suivant un mode de fissuration mixte mode I et mode II, avec une dominance du mode II.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.13: Schéma des déformations principales (a) avant la fissure primaire, (b) au moment de la fissure primaire, (c) au moment de la fissure secondaire.

4.7. Conclusion

Les résultats de cette partie sont en accord avec les travaux théoriques et numériques antérieurs sur le sujet. Il a été montré que le nombre de contacts ainsi que leurs positions jouent un rôle important dans la fragmentation d'un grain individuel. La corrélation d'images a été utilisée pour mesurer les déformations sur la surface du disque, ce qui donne un aperçu des processus d'initiation et de propagation des fissures. On a pu distinguer deux types de fissures, chacune correspondant à un mode de fissuration et dépendant de l'arrangement des contacts. L'effet du type de contacts a été étudié et les résultats montrent que la force critique dépend fortement de la surface de contact.

L'une des nombreuses applications de ces résultats peut concerner l'amélioration des modèles en éléments discrets pour des matériaux broyables. En effet, la majorité des problèmes rencontrés lorsqu'on modélise la rupture des grains concernent les conditions d'initiation de la fissure, le nombre et la taille des fragments. Un modèle basé sur la coordination entre les particules pourra être développé sur la base des résultats obtenus.

Ces résultats peuvent être considérés comme préliminaires, et peuvent conduire vers une étude expérimentale plus poussée sur les effets de la coordination des grains sur leur comportement à la rupture. L'effet de la force de contact est exploré brièvement dans le cadre de cette étude, et peut être examiné en profondeur à travers l'utilisation des contacts latéraux de type ressorts, ou par la mesure des force de contact dans les barres latérales en utilisant des jauges de contraintes.

Chapitre 5

ÉTUDE THERMOGRAPHIQUE DE LA RUPTURE DU GRAIN

5.1. Introduction

La mécanique de la rupture des roches est étudiée en utilisant la thermographie pour caractériser la chaleur générée en pointe de fissure lorsque celle-ci se propage à travers le solide. Le but de cette étude est d'avoir un aperçu plus approfondi du mécanisme qui dissipe le plus d'énergie plastique lors de la fissuration d'un solide continu : la génération de chaleur (Luong, 1993; Weichert et Schönert, 1978). Une caméra infrarouge à haute vitesse d'acquisition est utilisée pour suivre la fissuration de plusieurs spécimens de roche et de mortier dans une configuration de compression diamétrale. Cette technique a permis la détection d'augmentations brusques de température qui accompagnent la fissuration dans certains spécimens. La température maximale et le profil de dissipation de chaleur dépendent du type de roche testé.

Le processus de fracture dans les solides est toujours accompagné par des pertes d'énergie qui peuvent prendre plusieurs formes. L'énergie de déformation élastique, stockée initialement dans le solide, contribue aux trois formes majeures de dissipation d'énergie qui se produisent avec la fissuration : des pertes dues à la rupture des liaisons atomiques au front de fissure, qu'on identifie généralement comme énergie de surface, puisqu'elles résultent en une augmentation de la surface libre ; la transformation de l'énergie de déformation en énergie cinétique qui sépare les flancs de fissure ; et les pertes dues aux déformations excessives que connait la zone proche de l'extrémité de la fissure. Ces déformations, dans la plupart des matériaux, peuvent causer la plastification de la zone en amont de la fissure, et cette énergie sera donc appelée énergie plastique. Il est bien connu dans la littérature que la majeure partie de l'énergie plastique se dissipe en général sous forme de chaleur. En effet, un pourcentage pouvant aller jusqu'à 90% de l'énergie plastique est dissipée par création de chaleur dans les métaux (Quinney et Taylor, 1937). Des pourcentages moins importants ont étés mesurés pour les PMMA (Plexiglas), mais la génération de chaleur demeure le mécanisme de dissipation

d'énergie le plus important pour ce matériau. On peut imaginer que dans le cas des roches, des matériaux généralement fragiles, une augmentation de chaleur accompagnera la fissuration. La motivation principale derrière ce travail est de démontrer la validité de ce mécanisme dans le cadre de la rupture des roches.

Cependant, la plasticité n'est pas le seul processus qui résulte en une production de chaleur, d'autres mécanismes peuvent contribuer aux changements de température d'un matériau sous contraintes ; on peut citer l'effet thermoélastique où l'énergie mécanique se transforme en énergie thermique. Cette transformation reste réversible. La friction entre des fragments détachés de la roche peut aussi causer une augmentation brusque de la température. Néanmoins, le seul mécanisme de génération de chaleur associé au processus de fracturation est la dissipation d'énergie de déformation plastique concentrée en pointe de fissure.

Comprendre le processus de dissipation d'énergie plastique et de génération de chaleur au front de fissure à travers la mesure et le suivi des champs de température en zone de fracture peut conduire à une meilleure conception des processus énergétiques pendant la rupture, et peut éventuellement aider à déterminer certains paramètres de la fissure. Il faut cependant noter que la mesure des champs de température associés à la fissure pose deux problèmes : les températures sont très localisées spatialement, et les évolutions se font très rapidement. L'outil de mesure doit donc avoir une grande résolution spatiale, et un temps de réponse court. Le moyen le plus effectif pour mesurer de tels changements de température est l'utilisation d'une caméra infrarouge à haute vitesse d'acquisition.

Afin de modéliser la montée de la température causée par la propagation d'une fissure, Weichert et Schönert (1978) ont considéré la pointe de la fissure comme une source de chaleur en mouvement. En choisissant la forme de cette source (circulaire ou carrée) ainsi que ses dimensions, ils calculent l'évolution du champ de température à proximité de la zone de fissuration. Il a cependant été montré que cette solution est mieux adaptée aux petites et moyennes vitesses de propagation. Pour des fissures à haute vitesse de propagation (matériaux fragiles), la solution de l'équation de conduction de chaleur proposée par Carslaw et Jaeger (1959) pour une source de chaleur linéaire et instantanée est généralement considérée.

Les premières tentatives pour quantifier expérimentalement les champs de température autour d'une fissure furent conduites par Döll (1973) qui utilisa des thermocouples pour les mesures. Cependant, les thermocouples ont le désavantage de fournir des mesures discrètes de températures en différents points. De plus, les thermocouples ne peuvent pas être placés sur le chemin de la fissure. Ils ne sont donc pas adaptés à la mesure de champs de température très localisés. Kobayashi et al. (1982) ont proposé l'utilisation de films à base de cristaux liquides cholestériques, et a réussi à surmonter le problème de la

localisation spatiale, puisque les films sont sensibles à la chaleur et changent de couleur avec la température, et arrivent donc à générer des tracés de limite de front de température. Cette technique, couplée avec un système électrique qui permet de déclencher une caméra lorsque la fissure atteint une certaine longueur, est l'une des premières tentatives d'imagerie thermique. Fuller et al. (1975) ont introduit la thermographie infrarouge au domaine de la mécanique de la rupture, et ont utilisé une caméra à haute vitesse d'acquisition en plus d'autres techniques pour mesurer les changements de température causés par la fissuration d'un PMMA.

Luong (1986) a appliqué la thermographie infrarouge à l'étude du comportement mécanique des matériaux minéraux comme les granites ou les mortiers. Il modélise le comportement thermo-visco-élasto-plastique à travers l'équation thermomécanique de base qui peut être appliquée au processus de rupture et décrire le processus de génération de chaleur qui accompagne la fracturation.

Le but principal de ce chapitre est d'explorer la mécanique de la rupture des roches à travers la dissipation d'énergie causée par l'inélasticité en pointe de fissure. Ce mécanisme dissipatif généralement associé aux matériaux ductiles est aussi valable pour les roches, considérées comme des matériaux fragiles. On analysera la thermomécanique de la fracturation, avant de présenter la technologie de la thermographie infrarouge et de l'appliquer pour examiner la fracturation de spécimens de roche et de mortier.

5.2. Thermomécanique du comportement thermo-elasto-plastique en pointe de fissure

Les études thermomécaniques qui s'intéressent au comportement constitutif d'un matériau négligent généralement les effets thermiques. Lors de la formulation du modèle thermomécanique adapté à l'étude de la rupture des grains dans le chapitre 2, on a considéré les transformations comme étant isothermes, ce qui nous a permis d'écrire l'énergie libre sans introduire la température ou l'entropie, et d'exprimer certaines hypothèses comme le principe de séparation des énergies qui ne serait pas applicable dans le cadre d'un processus qui génère de la chaleur. Pour justifier ce choix, on a fait l'hypothèse que l'origine micromécanique de l'écrouissage dans un sol était de type clastique (Bolton et McDowell, 1996) : les particules individuelles ne peuvent se déformer que de manière élastique, et la dissipation à l'origine de la plasticité du milieu granulaire est uniquement causée par la friction et la rupture. L'idée est qu'aucune chaleur ne peut être générée si les particules ne se déforment pas de manière plastique. La chaleur dégagée par la friction ou par l'effet thermoélastique est aussi ignorée. Cependant, lorsqu'une fissure se propage à l'intérieur d'un grain, le matériau à la pointe de la fissure subit de très fortes contraintes, et se déforme de manière plastique.

L'énergie plastique associée à cette déformation se dissipe sous forme de chaleur. Il est donc nécessaire d'inclure dans notre étude thermodynamique le couplage thermo-élasto-plastique pour pouvoir prendre en compte l'énergie dissipée par la création de chaleur. Dans cette partie, une formulation conceptuelle couplant les effets thermomécaniques à travers des équilibres énergétiques nous permet de dériver une équation de conduction de la chaleur couplée à la plasticité. On considère que les quantités thermomécaniques suivantes décrivent complétement le processus thermodynamique : le tenseur de contraintes σ, le tenseur des déformations élastiques ε^e, la température T, l'entropie s, l'énergie libre de Helmholtz f, la chaleur reçue Q, la densité de flux de chaleur q, et une série de variables internes qui caractérisent le matériau.

Si on écrit la forme locale de la première loi de la thermodynamique telle qu'exprimée par Kratochvil et Dillon (1969), on peut relier l'incrément d'énergie interne u au travail mécanique appliqué, à la densité de flux de chaleur q et à la chaleur reçue Q :

$$du = \sigma d\varepsilon^e - divq + Q \tag{5.1}$$

L'énergie libre de Helmholtz f, qui s'écrit uniquement en termes de température et de déformations élastiques, est reliée à l'énergie interne u par :

$$f(\varepsilon^e, T) = u - sT \tag{5.2}$$

En dérivant l'équation (5.2), et en développant l'incrément d'énergie interne suivant l'égalité (5.1), on peut écrire :

$$df = \sigma d\varepsilon^e - divq + Q - sdT - Tds \tag{5.3}$$

La seconde loi de la thermodynamique peut s'écrire de deux manières :

$$Tds > dQ \quad ou \quad Tds = dQ + D = divq + Q + D \tag{5.4}$$

La transformation étant irréversible, l'incrément d'entropie dérive de transferts de chaleur externes (dQ) et internes D. L'incrément de chaleur externe ou irréversible peut s'écrire comme la différence d'une valeur initiale Q et de la divergence de la densité de chaleur q (*5.4*). Le terme D doit être strictement positif pour que l'inégalité (5.4) soit vérifiée. Ce terme représente les échanges d'énergie interne, et sera nommé dissipation interne. Le terme Tds dans l'équation (5.3) est remplacé par les termes de chaleur et de dissipation de l'équation (5.4) :

$$df = \sigma d\varepsilon^e - sdT - D \tag{5.5}$$

Puisque l'énergie libre dépend uniquement de la déformation élastique et de la température, on peut écrire :

$$df = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^{e}} d\varepsilon^{e} + \frac{\partial f}{\partial T} dT \tag{5.6}$$

Les définitions de la contrainte et de l'entropie découlent de la comparaison entre les équations (5.5) et (5.6) :

$$\sigma = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^{e}} \tag{5.7}$$

$$s = -\frac{\partial f}{\partial T} \tag{5.8}$$

On écrit *Tds* à l'aide des équations (5.8) et (5.6) :

$$Tds = -T\frac{\partial^2 f}{\partial T \partial \varepsilon^{e}} d\varepsilon^{e} - T\frac{\partial^2 f}{\partial T^2} dT \tag{5.9}$$

On peut alors identifier une partie du premier terme comme le module d'expansion thermique $\beta = -\delta^2 f/\delta T \delta \varepsilon^e$, et une partie du second terme comme la chaleur spécifique C_p multipliée par la densité de référence ρ_0, ou $\rho_0 C_p = -T\,\delta^2 f/\delta T^2$:

$$Tds = \beta T d\varepsilon^{e} + \rho_0 C_p dT \tag{5.10}$$

Cette relation, combinée avec l'équation (5.4) et avec la loi de Fourier qui relie la densité de chaleur à la température par la relation $q = -k\,gradT$, avec k la conductivité thermique du solide, nous permet de retrouver une équation similaire à l'équation de conduction de la chaleur :

$$\rho_0 C_p dT = div(kgradT) - \beta T d\varepsilon^{e} + Q + D \tag{5.11}$$

Le premier terme à droite de cette égalité représente la conduction de la chaleur, et modélise la tendance du matériau à uniformiser sa température en déplaçant la chaleur des zones de concentration vers les zones à température inférieure. Le second terme décrit l'effet thermoélastique, qui stipule que dans le domaine élastique, un matériau qui subit des contraintes de compression ou de tension convertit une partie de son énergie mécanique en une énergie thermique. Cette transformation réversible a été étudiée pour la première fois par Kelvin en 1853. Il a été montré que le changement de température causé par l'effet thermoélastique était lié à la somme des contraintes principales par une

relation linéaire. Le troisième terme permet de prendre en compte les sources de chaleur extérieures. Le terme de dissipation intrinsèque relie une partie de l'énergie plastique à la génération de chaleur. Le processus de rupture des grains étudié dans cette partie est une transformation thermomécanique rapide : la vitesse des changements de température et les évolutions mécaniques brutales nous permettent de considérer que cette transformation est adiabatique. Le terme de conduction peut donc être négligé en faveur du pouvoir calorifique $\rho_0 C_p dT$.

Des études expérimentales ont montré que seule une partie de l'énergie plastique, définie comme le produit de la contrainte et de l'incrément de déformation plastique $\sigma.\varepsilon^p$, se transforme en chaleur. En réalité, une partie de l'énergie plastique est stockée dans le matériau, et seule une fraction se dissipe en chaleur. La différence entre la dissipation intrinsèque et l'énergie plastique a été étudiée par plusieurs chercheurs, qui ont proposé des formules multiplicatives $D=C\sigma\varepsilon^p$ ou additives $D=\sigma.\varepsilon^p+C$. La formule la plus utilisée a été introduite par Nied et Batterman (1972), et s'écrit :

$$D = \big(1 - \Lambda(T)\big)\sigma\varepsilon^p \tag{5.12}$$

Le paramètre Λ est une mesure de la fraction de l'énergie plastique stockée en condition adiabatique. La valeur de ce paramètre augmente avec l'augmentation de la température et varie de 0.1 à 0.9.

5.3. La thermographie infrarouge

La thermographie infrarouge est une technique non destructive et sans contact qui permet de mesurer l'énergie électromagnétique émise dans le spectre infrarouge, et de produire des images thermographiques. Une connaissance de l'émissivité de l'objet et de l'émissivité et de la transmissivité de l'environnement permet de relier l'énergie électromagnétique à la température de l'objet étudié. C'est l'une des rares techniques de mesure à distance de la température. Elle est donc particulièrement adaptée à l'étude de la thermomécanique de la rupture des roches.

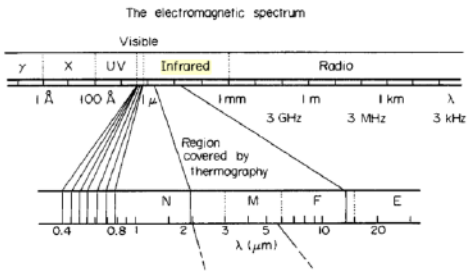


Figure 5.1: La région infrarouge du spectre électromagnétique.

5.3.1. Émission électromagnétique et spectre infrarouge

Une caméra infrarouge ou caméra thermique permet de mesurer le rayonnement infrarouge émis par un corps, qui dépend de sa température. Le rayonnement électromagnétique en général est un transfert d'énergie qui peut être décrit de manière ondulatoire comme un champ électrique couplé à un champ magnétique, ou de manière corpusculaire comme un processus d'émission de photons. La lumière visible, qui est l'une des formes de radiation électromagnétique, ne constitue qu'une tranche du spectre électromagnétique (longueurs d'ondes entre 0.4µm et 0.7 µm). Les longueurs d'ondes supérieures à 1 µm et inférieures à 100 µm rentrent dans le domaine de l'infrarouge. Ce type d'ondes est associé à la chaleur, puisque tout corps de température T émet ce type de radiations.

En réalité, un objet absorbe une partie de l'énergie électromagnétique reçue, et transmet ou réfléchit une autre partie. Il est donc difficile de caractériser le rayonnement uniquement dû à la température. C'est ainsi que le concept de corps noir est introduit pour désigner un objet dont le spectre électromagnétique émis ne dépend que de sa température. Pour un tel objet, l'émission électromagnétique ou radiance spectrale W_λ est reliée à la température absolue T par la loi de Planck :

$$W_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5 \left(e^{\left(h\frac{c}{\lambda}kT\right)} - 1\right)} \tag{5.13}$$

Où λ est la longueur d'onde, h la constante de Planck, c la vitesse de la lumière, k la constante de Boltzmann. Une seconde loi, appelée loi de déplacement de Wien, stipule que la température absolue est inversement proportionnelle au pic de longueur d'onde dans la courbe de rayonnement d'un corps noir (Voir Figure 4.2). Le déplacement du pic de températures est un résultat de la loi de Planck.

$$\lambda_{max} = \frac{2898}{T} \tag{5.14}$$

Cette loi ne doit pas être confondue avec l'approximation de Wien, qui comme la loi de Planck, permet de calculer le spectre du rayonnement thermique d'un corps noir. Cette loi ne marche que pour les courtes longueurs d'ondes, et peut être dérivée de la loi de Planck, moyennant certaines approximations mathématiques. Afin de calculer le flux de puissance total W émis par un corps noir de température T, la loi de Stefan-Boltzmann est généralement utilisée :

$$W = \sigma \varepsilon T^4 \tag{5.15}$$

σ est la constante de Stefan-Boltzmann et ε l'émissivité qui est égale à 1 pour un corps noir. Le facteur d'émissivité ε représente l'aptitude d'un corps à émettre du rayonnement. Il est défini comme la fraction entre l'énergie rayonnée par un matériau et l'énergie prévue par la loi de Planck. Ce paramètre dépend de plusieurs paramètres, notamment de la température et de la longueur d'ondes. On suppose parfois que l'émissivité ne dépend pas de la longueur d'ondes, faisant ainsi l'approximation du corps gris. L'émissivité des matériaux minéraux dépend de leur couleur, mais peut varier entre 0.85 pour un sable siliceux à 0.95 pour un calcaire de couleur noire. Un objet réel ne peut être assimilé à un corps noir que dans certaines conditions et dans certaines tranches du spectre électromagnétique. Afin d'obtenir la température réelle d'un objet par thermographie infrarouge, il est nécessaire de corriger les températures apparentes en introduisant l'émissivité du corps. Celle-ci à une valeur inférieure à 1, et peut être mesurée expérimentalement.

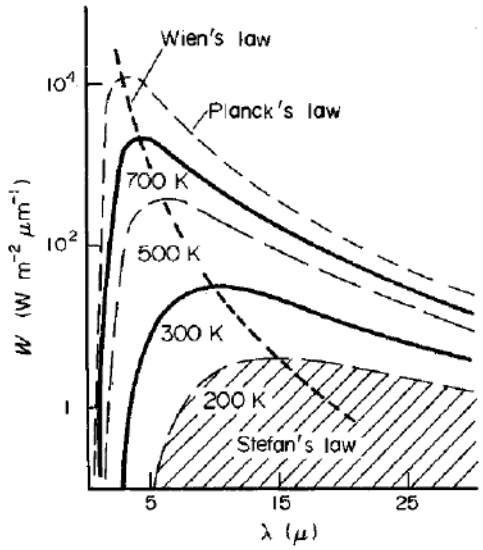


Figure 5.2: Rayonnement électromagnétique et températures d'après les lois de Planck, Wien, et Stephan-Boltzmann (Luong, 1993).

5.3.2. Technologie de la thermographie infrarouge

Les premières caméras infrarouges utilisaient un seul capteur infrarouge. Un dispositif de balayage spatial à deux axes, formé de miroirs et de prismes permettait de scanner une surface et de ramener le rayonnement au capteur (un tel système est décrit dans (Luong, 1993) pour la caméra AGA 782 SW IR scanner unit). Les caméras plus récentes utilisent une matrice de détecteurs, qui peuvent être quantiques et refroidis (InSb), ou des micros bolomètres non refroidis. Ce type de captation matricielle s'appelle système à

plan focal. À ce système radiométrique de mesure spatiale est associé un composant informatique qui convertit les signaux numériques en données de températures, et permet donc d'obtenir des images infrarouges.

Plusieurs types de capteurs infrarouges existent. Le plus utilisé dans le domaine de la recherche est un capteur quantique composé d'indium antimonide (InSb), qui produit un signal électronique qui varie en proportion de la radiation captée, au sein d'une partie du spectre infrarouge. Le détecteur InSb doit rester dans des températures très basses (-196°C pour la majorité des détecteurs, -203°C pour le détecteur de notre caméra). Un système de refroidissement de type Dewar (chambre sous vide) enclot le détecteur et contient un liquide de refroidissement tel que le nitrogène liquide. Les systèmes à détecteur refroidi ont un temps de réponse très court, de l'ordre de quelques microsecondes. Les détecteurs sont optimisés pour s'adapter aux trois fenêtres atmosphériques de transmission d'infrarouge.

Les capteurs CCD utilisés dans les caméras grand public disposent d'un filtre qui bloque le passage du rayonnement infrarouge et laisse passer la lumière visible. Ce procédé améliore la qualité des images prises dans des conditions de forte luminosité. Dans une caméra infrarouge, ce filtre est remplacé par un autre filtre qui, inversement, ne laisse passer que le rayonnement infrarouge.

5.4. Thermographie infrarouge de la rupture des roches

Une caméra infrarouge à haute vitesse d'acquisition est utilisée pour suivre la rupture d'un cylindre de roche soumis à un test de compression diamétrale. La caméra est capable de mesurer le rayonnement électromagnétique dans la gamme des longueurs d'ondes infrarouges, et de produire des images de cette radiation. C'est la seule technique qui produit des images thermographiques sans affecter le système.

Les spécimens de roche consistent en des disques de diamètre 52mm, et d'épaisseur 21mm. Les matériaux testés sont des calcaires métamorphiques, des schistes, des granites et des mortiers. Les spécimens de mortier sont fabriqués suivant la norme Française NF EN 196-1 (2006) en mixant du sable siliceux de Hostun HN 0.6/1.6 avec un ciment CEM1 52.5R et de l'eau (la fraction massique eau/ciment est de 0.5). Les disques de mortier sont ensuite placés dans une chambre humide (humidité relative de 100%, température de 18°C) pendant 28 jours avant de les laisser dans des conditions ambiantes jusqu'à utilisation. Les mortiers utilisés ont séché pendant plus de 50 jours. Les spécimens de mortier sont censés produire de meilleurs résultats que les roches puisqu'il est possible de contrôler les propriétés thermomécaniques du matériau, et puisque la variabilité naturelle des défauts et des microfissures est moins prononcée.

Les spécimens de roche sont extraits de blocs plus grands en utilisant une carotteuse à lubrification. Cette technique permet d'obtenir des échantillons avec la forme cylindrique désirée. Le mortier est le matériau artificiel le plus utilisé dont le comportement mécanique est similaire à celui d'une roche.

Les échantillons sont laissés à température ambiante pendant plusieurs jours avant les essais, pour que leur température soit uniforme (environ 20°C). Le spécimen est ensuite placé dans un dispositif de compression diamétrale, qui lui-même est placé sur une presse hydraulique de 50kN. Les forces sont mesurées à l'aide d'un capteur de force de résolution 0.06kN, et les déplacements à l'aide d'un capteur de déplacement de résolution 0.01mm. La vitesse de chargement est limitée à 0.5mm/min pour tous les tests.

La caméra infrarouge à haute vitesse d'acquisition utilisée est une Jade MWIR de la marque Cedip IR systems. Elle a une résolution maximale de 320x256 pixels produite par 81920 détecteurs dont la longueur d'onde optimale varie entre 2.5 et 5.2µm. La lentille infrarouge est une MWIR avec un F/2 de 25mm (F étant la distance focale). La résolution spatiale mesurée par un pixel peut atteindre 250µm. La caméra est capable de prendre des vidéos avec 1250 images par seconde pour une gamme de températures de 5°- 60°C et une sensitivité de 20 mK. Le nombre d'images par seconde dépend de la résolution choisie. Pour avoir des résultats exploitables, on a travaillé avec les résolutions suivantes : une résolution totale (320x256px) avec 100 images par seconde, une demi-résolution à 200 images par seconde et un quart de résolution à 500 images par seconde. Le quart de résolution (80x64px) est la configuration la plus utilisée pour extraire les courbes de température, alors qu'une meilleure résolution est utilisée pour obtenir de meilleures images. La caméra est placée à 1m des spécimens, et la distance est programmée dans le logiciel qui calcule le champ de température à partir du champ électromagnétique mesuré. La température de tout objet plus loin ou plus proche que cette distance comme les murs dans l'arrière-plan est erronée et ne doit pas être considérée. Les données de la caméra infrarouge ainsi que les forces et déplacements sont acquis par deux ordinateurs. Le traitement des résultats thermiques se fait avec le logiciel Altair 5.0 fourni avec la caméra.

5.5. Résultats et analyses

5.5.1. Comportement mécanique

La technique d'extraction des spécimens de la roche mère résulte en la formation d'une zone endommagée au voisinage de la surface latérale où le matériau a subi le carottage, ce qui affecte l'initiation de la fissure et sa propagation. En effet, une nucléation des

microfissures causées par le carottage favorise l'initiation d'une fissure, et crée un chemin de propagation préférentiel de la fissure principale, ce qui peut fausser les résultats. Plusieurs essais de rupture sous compression diamétrale ont été conduits, mais les résultats ont montré une dispersion importante, et ne peuvent donc pas être exploités. Pour chaque spécimen de roche, nous avons choisi 5 essais parmi les tests effectués, qui présentent des résultats comparables, et qui reproduisent au mieux le comportement thermomécanique de la roche en question. La Figure 5.3 représente le comportement mécanique typique d'un spécimen pour chaque matériau testé.

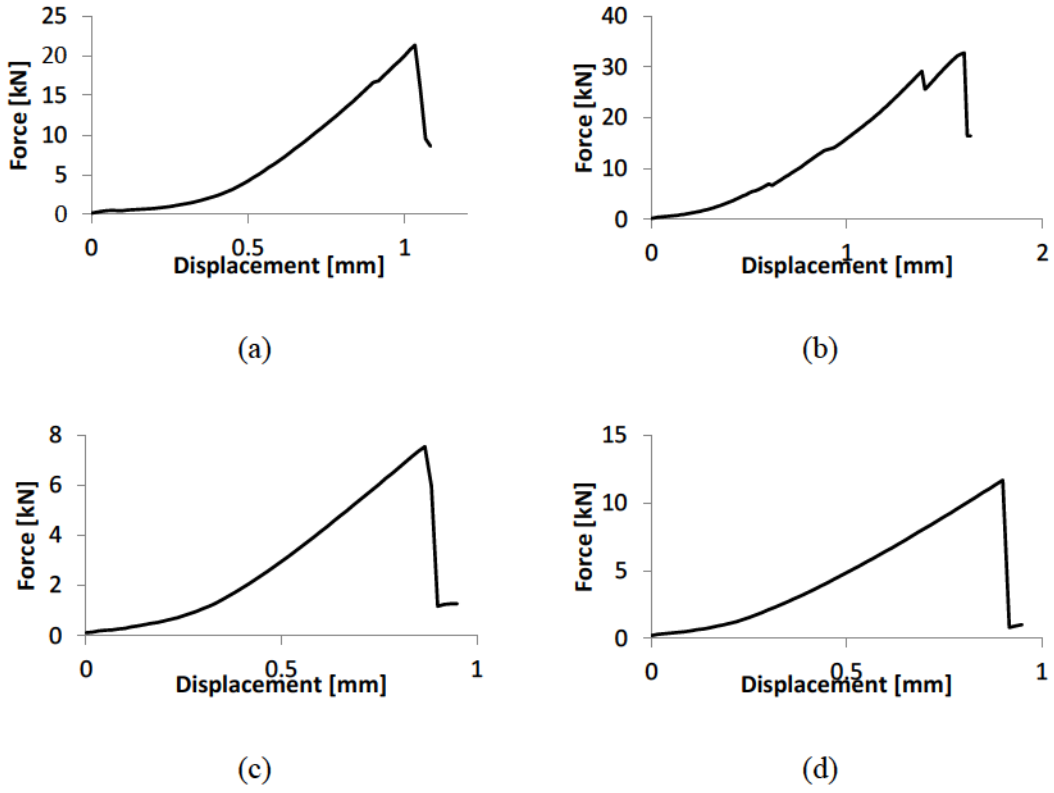
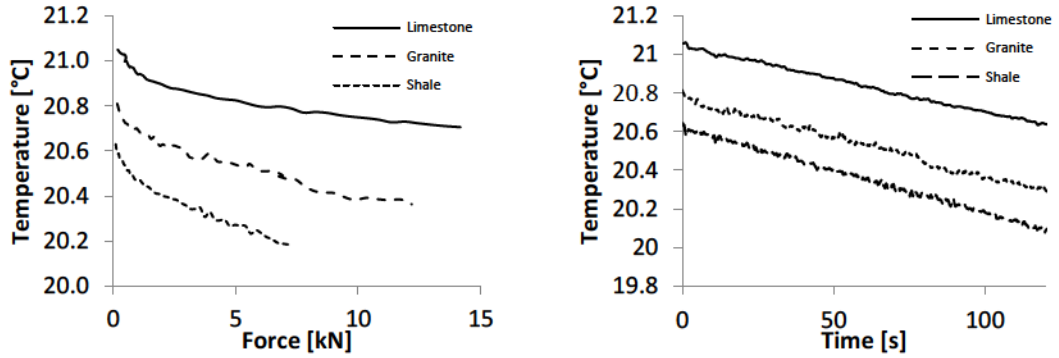


Figure 5.3: Courbes force-déplacement typiques pour (a)le calcaire, (b) le granite, (c) le schiste et (d) le mortier.

5.5.2. L'effet thermoélastique

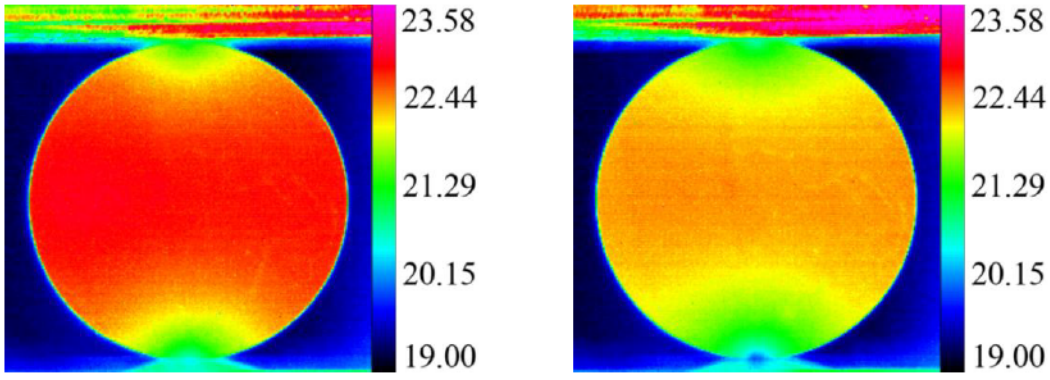
Avant l'initiation de la fissure, le matériau passe par une phase élastique où des échanges thermomécaniques de chaleur se produisent. L'effet thermoélastique, qui représente le couplage entre les déformations élastiques et l'énergie thermique dans une transformation adiabatique, est clairement observé dans les échantillons de calcaire, de granite et de schiste où la température décroit linéairement avec le chargement (Figure 5.4-b et Figure 5.4-a après la première phase de chargement).



(a) (b)

Figure 5.4: L'effet thermoélastique observé dans les trois échantillons de roche : la température est tracée en fonction de la force dans la figure (a), et en fonction du temps de chargement dans la figure (b).

Dans la partie précédente, on a montré que dans le cas d'une compression diamétrale avec des contacts non conformes entre le spécimen et le dispositif de chargement, les fissures se développent à proximité des contacts et se propagent en direction du centre du spécimen. Les images thermographiques de la Figure 5.5 représentent la distribution des températures au début du chargement, et avant l'initiation de la fissure. Une comparaison entre l'image (a) et l'image (b) montre l'évolution des températures au cours du chargement. On observe que les changements de température les plus importants sont mesurés dans les zones de contacts, et que l'évolution de la température au centre du disque est uniforme et comparable au reste de la surface de l'échantillon. Ceci suggère que les contraintes de traction qui sont responsables de l'initiation de la fracture ne sont pas concentrées au centre du spécimen, mais se trouvent plutôt dans la zone de contact, comme il a été montré par la corrélation d'images.



(a) (b)

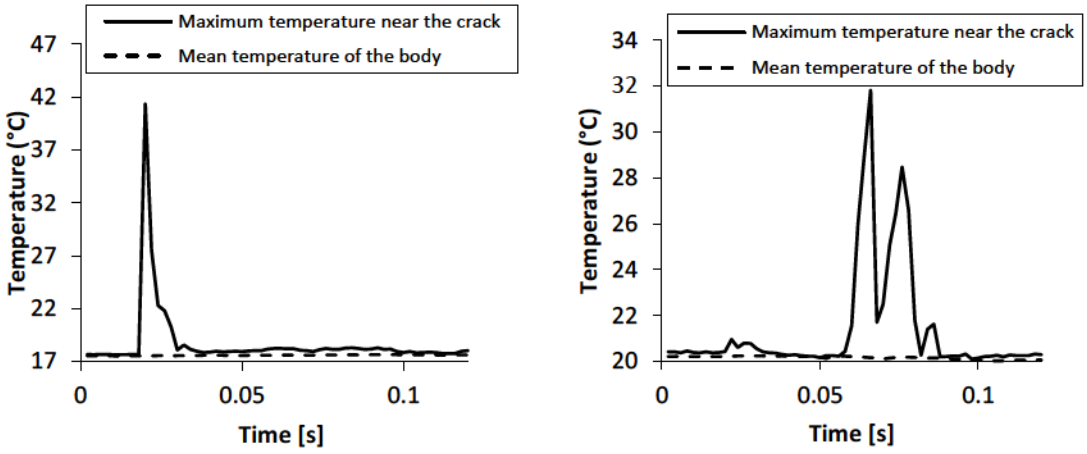
Figure 5.5: Comparaison entre les images thermographiques (a) au début de l'essai et (b) à la fin de l'essai, juste avant l'initiation de la fissure. L'effet thermoélastique indique une concentration des contraintes de traction a côté des contacts.

5.5.3. Thermographie du processus de fissuration

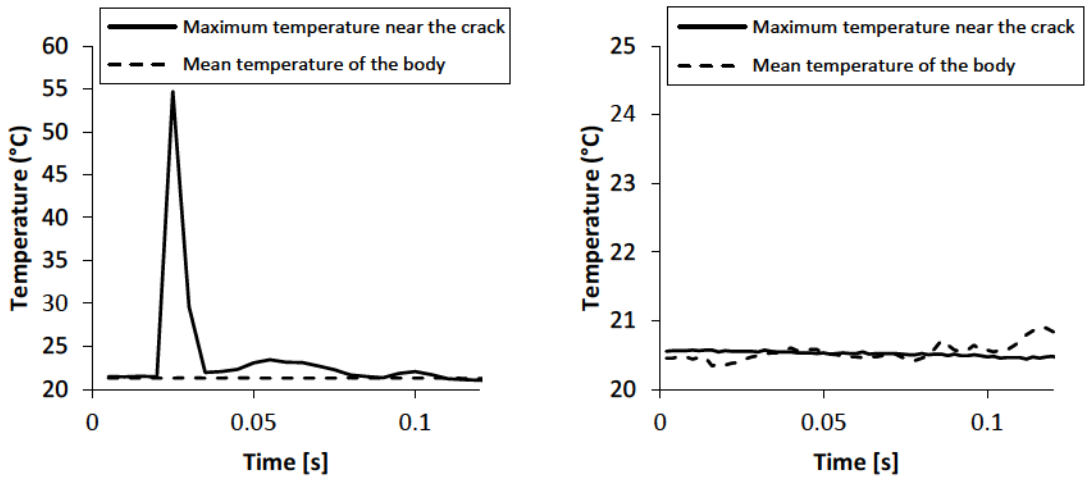
La caméra IR à haute vitesse est capable de détecter l'augmentation de température causée par l'initiation et la propagation de la rupture, et son effet sur la température du corps en entier et des surfaces créées en particulier, bien que la résolution temporelle de la caméra soit insuffisante pour suivre la propagation de la fissure. On notera que les températures présentées dans ce chapitre sont soigneusement extraites des distributions surfaciques obtenues par la caméra, en éliminant les changements de température causés par la friction, et par les collisions entre les petits fragments séparés par la friction et la rupture.

Afin d'extraire les changements de température causés par la rupture, on commence par délimiter une zone autour de la zone de fissuration suivant l'axe de chargement, et on mesure la température maximale à l'intérieur de cette zone. Ensuite, on isole les images pour lesquelles une température supérieure s'introduit dans la zone définie, avant de les corriger en supprimant l'élément causant cette montée indésirable en température (fragment issu de la friction, pixel mort, …). La température moyenne de l'échantillon est mesurée en un point assez loin de la zone de fissuration.

Les résultats sont présentés dans la Figure 5.6, où un pic est observé au moment de la fracturation. Dans les spécimens où plusieurs fissures se développent, des montées de température correspondant à chaque fissure ont été mesurées (voir Figure 5.3-b et Figure 5.6-b correspondant au granite). Les changements de température sont de l'ordre de 20°C dans le cas du calcaire, 30°C dans le cas du schiste, et 10°C dans le cas du granite (valeurs moyennes basées sur les 5 essais considérés). Aucun changement de température pouvant être associé à la fracturation n'est observé dans les spécimens de mortier.



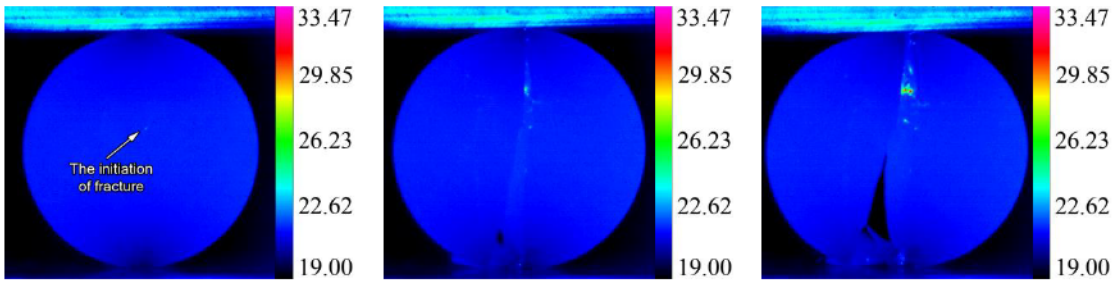
(a) (b)



(c) (d)

Figure 5.6: Courbes d'évolution de la température avec la rupture pour (a) le calcaire, (b) le granite, (c) le schiste et (d) le mortier.

Les images thermographiques de la fracturation d'un spécimen de calcaire sont présentées dans la Figure 5.7. Le spécimen de calcaire a été choisi parce que la fissure se produit de manière moins brutale, et l'image thermique n'est pas perturbée par des fragments issus de l'abrasion et produits par le frottement des deux fragments nouvellement créés. La propagation de la fissure est clairement visible dans l'image (a) où une petite zone à proximité du centre du disque est à une température supérieure à la moyenne. Il est important de noter que la fissure prend naissance à côté des contacts avant de se propager vers le centre du spécimen où l'image thermographique a été prise. Lorsque les flancs de fissure s'écartent, des températures plus importantes, qui se sont développées dans la partie supérieure de la zone de fissuration, peuvent être observées.



(a) (b) (c)

Figure 5.7: Images thermographiques du processus de fracturation dans un spécimen de calcaire à (a) t=0.025s, (b) t=0.030s et (c) t=0.035s.

5.5.4. Origines pétrographiques

Il est intéressant de noter que la montée de température la plus importante est observée dans l'échantillon de schiste. Ce même échantillon avait une résistance mécanique peu élevée. En revanche, le granite qui a la plus grande résistance parmi les roches testées produit moins de chaleur en cassant. Ceci peut être expliqué par les différences de minéralogie et de microstructure entre ces trois échantillons de roche, et les mécanismes de propagation de la fissure au sein de l'échantillon. Il est important de noter que le calcaire (marbre) et le schiste sont des roches métamorphiques, alors que le granite est une roche magmatique plutonique.

Les propriétés pétrographiques qui influencent la réponse mécanique d'une roche en général, et son comportement à la fracturation peuvent être classées en deux types :

- Les propriétés minéralogiques qui correspondent aux différents minéraux qui constituent la roche, leur résistance individuelle ainsi que leur comportement mécanique.
- Les propriétés micro-structurelles, notamment le type de cimentation qui relie les minéraux entre eux, la taille et la forme des minéraux, la distribution des microfissures et des pores dans la roche, …

Concernant les roches étudiées, les principaux minéraux constituants sont le quartz, les feldspaths, la muscovite et la calcite. Le quartz se présente sous forme de grands cristaux incolores, ou de petits cristaux translucides. C'est un matériau silicate très dur (7 sur l'échelle de Mohs), ce qui ne signifie pas que sa présence est toujours bénéfique pour la résistance mécanique de la roche. En effet, il est nécessaire que le quartz joue un rôle actif, et que ses grains ne soient pas dispersés dans un autre ciment (cas du schiste).

Le feldspath est le minéral le plus abondant dans la croute terrestre. Lorsque les cristaux sont bien développés, leur dureté est de 6 sur l'échelle de Mohs. Il est possible de distinguer entre deux grands types de feldspaths : les feldspaths alcalins riches en alcalins (Na^+, K^+), et les plagioclases riches en calcium (Ca^{2+}) et sans potassium (K^+). Il a été montré que les roches à feldspaths alcalins étaient plus résistantes que les roches à feldspath calcique ou à plagioclases. Cette différence n'est cependant pas reliée au feldspath, mais à la nature même de la roche : une roche à feldspath alcalin est très riche en quartz lié par une matrice solide, alors que les roches plagioclases sont pauvres en silice. Un autre aspect qui affecte le comportement du feldspath est sa fragilité. Des études ont montré que dans un granite, le feldspath était la phase cristalline la plus susceptible de développer des microfissures (Freire-Lista et al., 2015). Il a aussi été montré que les mécanismes de microfissuration diffèrent entre les deux types de feldspaths.

La muscovite (mica blanc), bien que peu présente dans les roches étudiées, peut affecter la fissuration d'une roche. Les autres minéraux qui peuvent être présents dans nos échantillons sont des biotites ou des micas noirs, des amphiboles et des pyroxènes. Ce matériau est très stable, mais à une structure en feuillets friable qui favorise la désagrégation. Pour un micaschiste, les lits micacés sont des lignes de faiblesse. La muscovite en général, et la biotite en particulier, ne sont pas aussi fragiles que le feldspath et montrent une fissuration relativement ductile.

D'autres matériaux peuvent être observés en petites quantités, notamment dans les schistes où des minéraux argileux sont présents entre les feuillets. En général, ces matériaux diminuent la résistance de la roche.

La microstructure de la roche affecte ses propriétés mécaniques et son comportement à la rupture. Aucune étude poussée n'a été effectuée pour évaluer son effet dans les spécimens étudiés. On notera cependant les remarques suivantes basées sur les travaux de Chevassu (1969):

- Une roche constituée de grains plus fins est dans un cas général, plus résistante qu'une roche avec des grains plus grands. Des études sur des granites à structure microgrenue et donc à grains très fins ont montré des résistances deux fois supérieures à un granite à structure grenue.
- L'agencement des minéraux peut être favorable ou défavorable à la fissuration. Une structure cornéenne ou doléritique où les grains sont collés les uns aux autres donne des résistances élevées. Une structure en feuillets développera des plans de faiblesse, et donc aura une résistance moins élevée.
- Les matrices cimentaires liant les microcristaux d'une roche jouent un rôle primordial dans la détermination du comportement de la roche à la fissuration. C'est le paramètre le plus important de l'étude de la fissuration d'une roche. En effet, les cristaux plus grands sont liés entre eux par d'autres cristaux interstitiels plus petits. Lors de la fissuration, les grands minéraux dispersés jouent un rôle passif dans le processus alors que la fissure se propage au sein de la matrice cimentaire.

La Figure 5.8 montre des observations de la surface créée par la fissuration du calcaire métamorphique. Le calcaire est un matériau homogène, mises à part les veines blanches qui le traversent. Il est essentiellement constitué de calcite recristallisée distribuée uniformément. Les fissures de taille importante sont remplies de calcaire recristallisé sous forme de grains de taille importante (0.2-0.7mm), ce qui forme les veines blanches dans l'échantillon (Figure 5.8-d). Une observation rapide des images (b) et (c) permet de conclure que les cristaux de calcite sont de petite taille. Ceci permet de conclure que la roche a subi un faible métamorphisme, puisqu'un métamorphisme important produit des

cristaux de taille supérieure (Cashman et Ferry, 1988). On peut donc expliquer la résistance relativement faible du calcaire étudié comparé à d'autres calcaires métamorphiques. De plus, la calcite est peu résistante comparée à d'autres minéraux, et a une dureté de 3 sur l'échelle de Mohs.

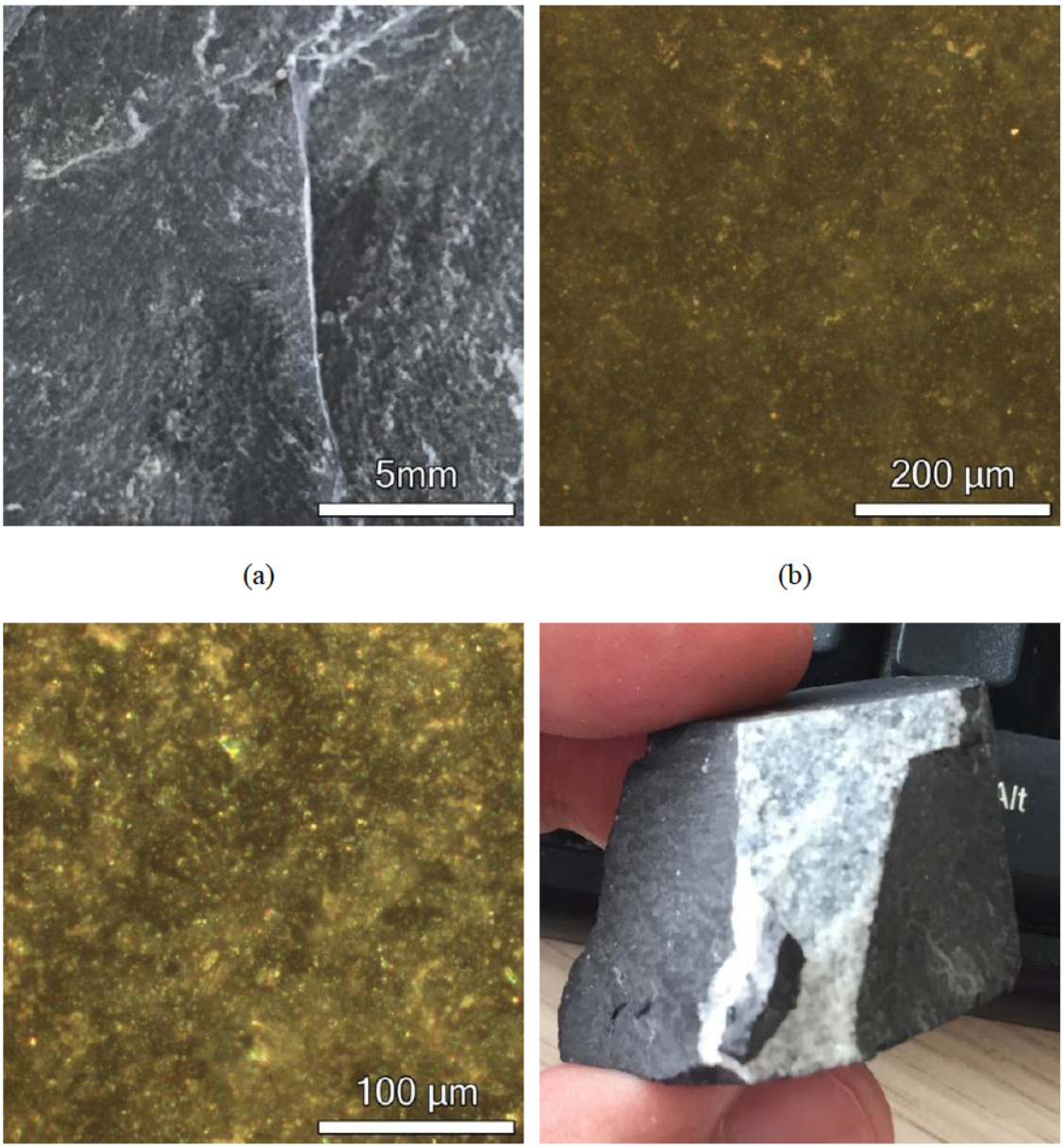


Figure 5.8: (a), (b) et (c): observations au microscope de la surface de rupture du calcaire métamorphique, (d) cristaux de calcaire dans les veines.

Le schiste étudié est un micaschiste formé de micas blancs et noirs ainsi que de quartz et de feldspaths. Cette roche métamorphique est caractérisée par une schistosité plane. Lorsque la fissuration détache le feuilletage dans le sens de la schistosité, aucune élévation de température n'est observée (essai non présenté). La Figure 5.9 montre des observations au microscope optique de la zone de fissuration du spécimen. Sur l'image (a), on peut observer que les cristaux de quartz (brillants) sont de taille importante, mais trop éparpillés pour affecter la résistance de la roche. L'image (b) montre des cristaux de biotite ou de mica noir au sein d'un lit micacé qui représente le plan de faiblesse suivant lequel la fissure s'est produite. Cette structure orientée, la présence de minéraux argileux (zone rouge dans l'image (a)), et l'alternance entre des lits feldspathiques et des lits micacés expliquent la faible résistance de l'échantillon de schiste. Les chargements présentés sont réalisés perpendiculairement au plan de faiblesse. La fissure étudiée s'est propagée dans du mica blanc, un matériau relativement ductile. Ceci explique l'importante montée en température associée à ce matériau.

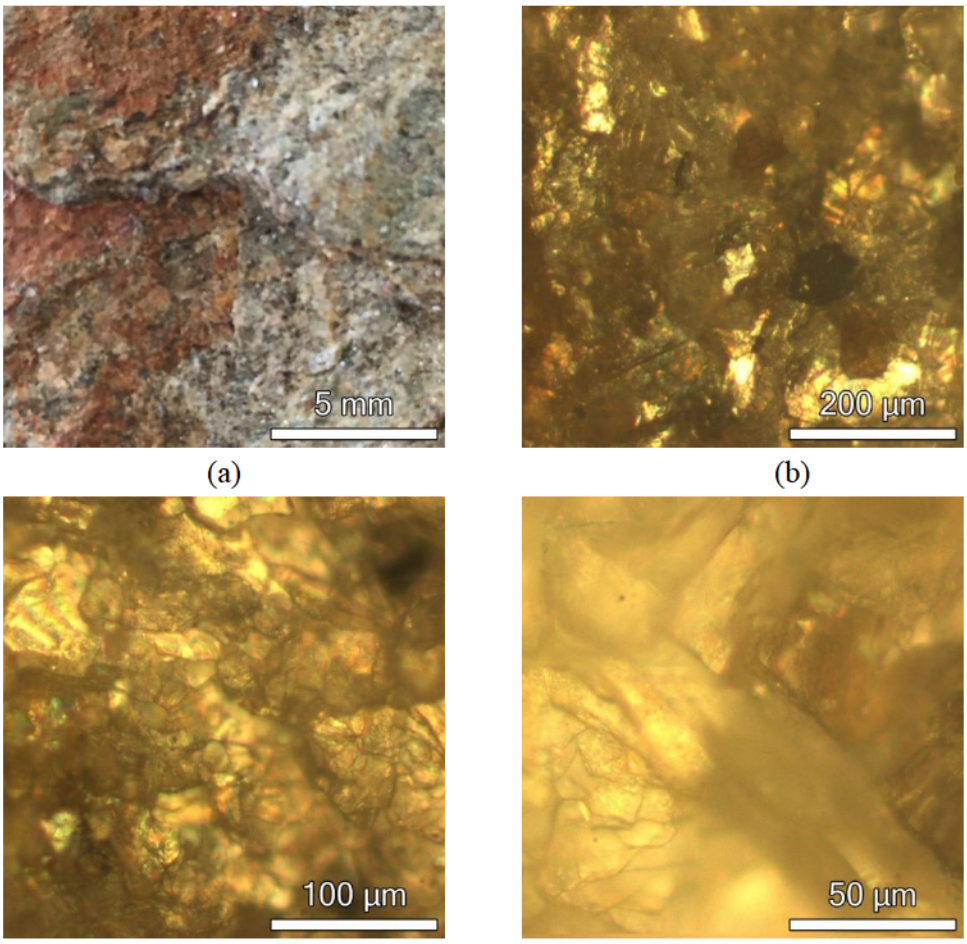


Figure 5.9: Observations au microscope de la surface de rupture du schiste.

Le granite, qui est une roche magmatique plutonique, a une texture grenue puisque les différents minéraux sont visibles à l'œil nu. Il se compose des minéraux suivants : des micas noirs brillants en plaquettes, des feldspaths orthoses (minéraux blancs) et de quartz (minéral gris à éclat mat). On peut aussi observer un minéral blanc et fibreux en petites quantités, qu'on peut identifier comme des plagioclases. Les feldspaths orthoses sont des feldspaths alcalins de type potassique. C'est la phase minérale la plus susceptible de casser. Sur la Figure 5.10, on peut observer que les minéraux de quartz et de mica noir sont restés intacts lors de la fissuration, ce qui signifie que la fissure s'est propagée au sein de la matrice de feldspath. Le feldspath étant un matériau extrêmement fragile, il est possible d'expliquer la faible production de chaleur : en effet, la zone plastique en pointe de fissure est très petite, et l'énergie transformée en chaleur est donc minime. Les figures (b), (c) et (d) montrent un zoom sur un cristal de feldspath cassé, où on peut observer des petits minéraux de quartz (brillants).

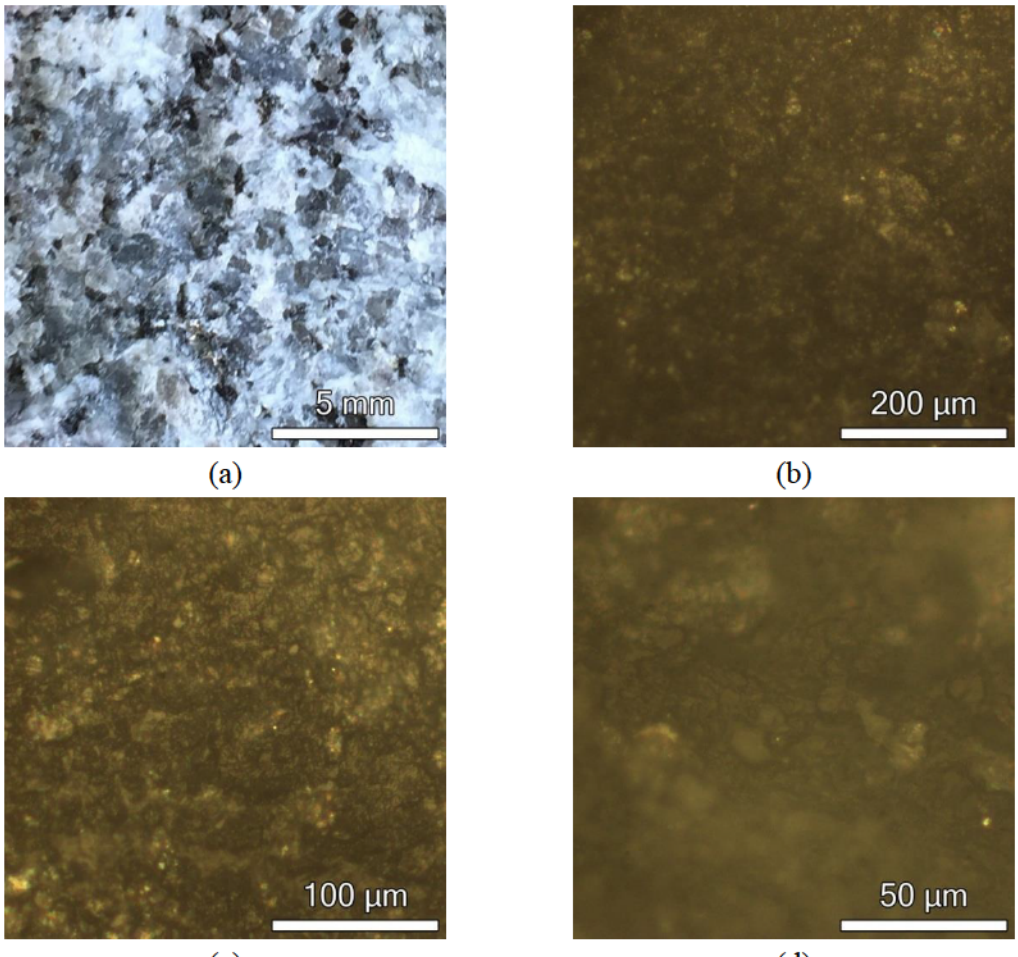


Figure 5.10: Observations au microscope de la surface de rupture du granite.

La microstructure du mortier et sa relation avec le comportement à la rupture peut expliquer l'absence de pic de température dans la Figure 5.6-b. Le mortier, comme les spécimens de roche étudiés, est un matériau fragile. Il est cependant courant d'utiliser le terme quasi-fragile au lieu de fragile, pour décrire l'initiation de la fissure et sa propagation dans ce matériau. Au cours du chargement du mortier, de la fissuration sous-critique précède la rupture. Cette nucléation de microfissures est causée par un processus de dislocation (désenchevêtrement) à la frontière entre le ciment et le sable, et est connue dans la littérature par le terme microplasticité. Pour chaque microfissure, la zone de plasticité en pointe de fissure ne peut se développer entièrement. L'énergie concentrée dans cette zone est dissipée lorsqu'une particule de sable est atteinte, en la détachant de sa matrice cimentaire, et ainsi, la dislocation du grain interrompt la propagation de la microfissure. Les grains de taille importante et ceux qui sont plus faibles peuvent casser, permettant à la fissure d'avancer. Au niveau de la macrofissure, une zone fortement endommagée se développe en amont de la fissure, ce qui cause le développement de microfissures qui finissent éventuellement par se rejoindre entre elles et avec les microfissures préexistantes, causant l'extension de la macrofissure.

Une analyse au microscope optique de la zone de fissuration a été faite. La Figure 5.11-a montre une observation d'une fissure stable qui se propage dans de la pâte de ciment, au cours d'un processus de dislocation d'un grain de sable de sa matrice cimentaire. La surface de la fissure montre que la majorité des grains restent intacts (Figure 5.11-b), bien que certains grains cassés ont été observés (Figure 5.11-c).

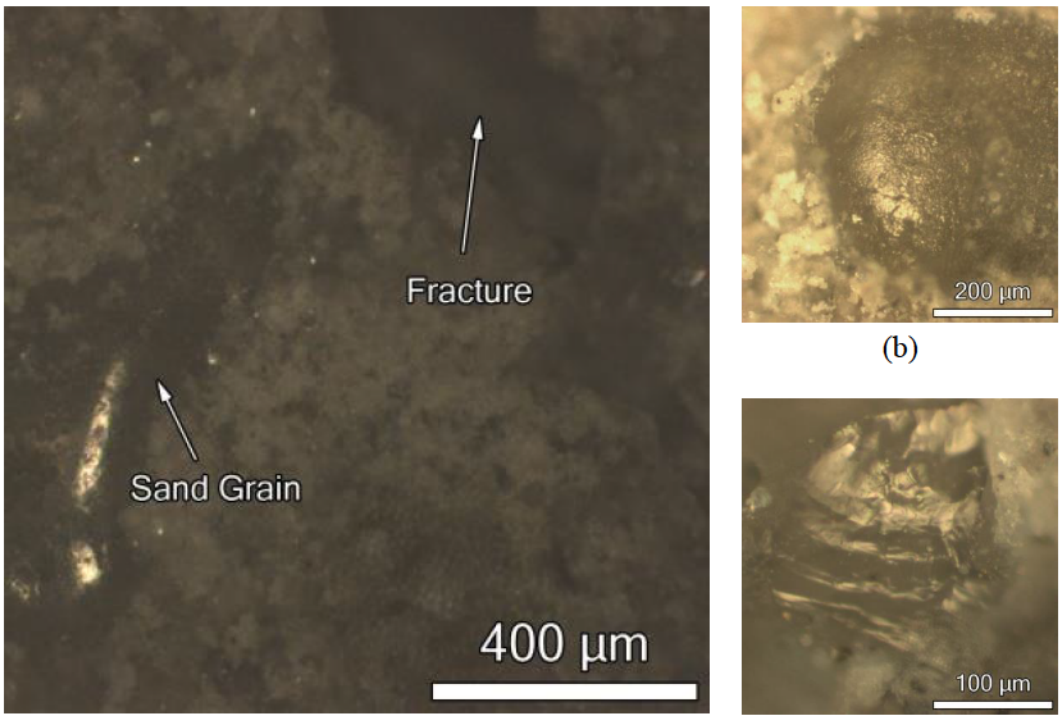


Figure 5.11: Images microscopiques de (a) la fissure détachant le grain de sable de la pâte de ciment, (b) d'un grain de sable intact sur la surface de la fissure, (c) et d'un grain de sable cassé sur la surface de la fissure.

5.6. Conclusion

Le travail présenté dans cette partie s'est focalisé sur une étude à la fois théorique et expérimentale du processus de génération de chaleur qui accompagne la fracturation dans les roches et les matériaux de structure similaire. À part le spécimen de mortier, une montée en température est toujours observée lors de la fracturation des spécimens de roche. Cette hausse de température varie en fonction du spécimen de roche étudié. On a montré que la microstructure de la roche joue un rôle déterminant dans le processus de propagation de la fissure, et affecte donc la température en pointe de fissure qui en résulte. En effet, les paramètres qui contrôlent la fissuration comme la résistance, le facteur d'intensité des contraintes critique (ténacité) ou l'énergie de surface dépendent fortement de la nature minérale de la roche et de l'interaction entre ces minéraux et la matrice cimentaire. En théorie, et en supposant une connaissance complète des paramètres thermiques tels que la chaleur spécifique ou la diffusivité thermique, il est possible de relier la génération de chaleur causée par la plasticité à l'amplitude du changement de température (Carslaw et Jaeger, 1959). La chaleur générée est une fraction de l'énergie dissipée par la plasticité (Sun et Hsu, 1996).

L'une des perspectives de ce travail de recherche est de fabriquer un matériau artificiel dont les propriétés se rapprochent au maximum de celles de la roche. Une pâte de ciment fabriquée avec un ciment de haute performance montre des résultats prometteurs. Les contraintes en pointe de fissure pourraient éventuellement être estimées sur la base de mesures de déformations en utilisant des techniques de corrélation d'images. En reliant la production de chaleur à l'état de contraintes à proximité de la fissure, il est possible de déterminer la fraction de l'énergie plastique dissipée sous forme de chaleur. Par ailleurs, le processus de fracturation doit être mieux contrôlé en testant le spécimen dans une configuration mécanique qui réduit la vitesse de propagation de la fissure. Dans la configuration diamétrale actuelle, on ne peut pas confirmer que la température maximale mesurée dans la zone de fracturation est effectivement la température maximale qui résulte de la dissipation d'énergie en pointe de fissure. Dans le cadre d'un test qui permet un processus de fracturation plus stable, comme l'essai de fendage par coin (*wedge splitting test*), les résultats devraient être plus fiables.

Chapitre 6

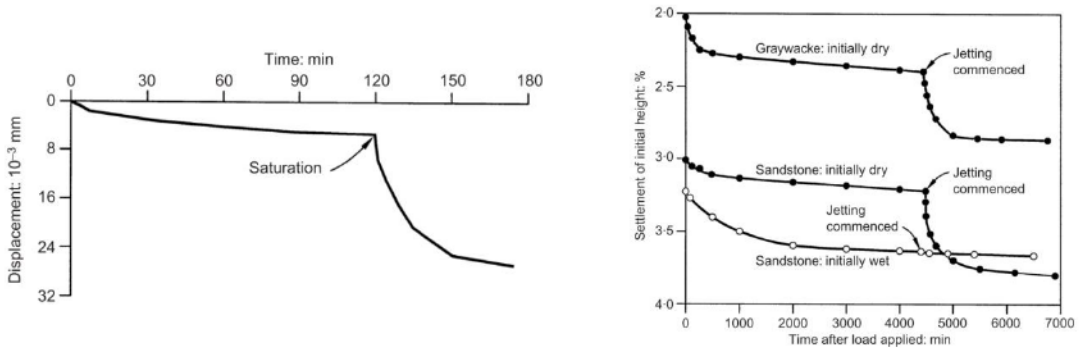
ÉTUDE DE L'EFFET DE L'EAU SUR LA FRACTURATION

6.1. Introduction

La mécanique des sols non saturés traite des interactions mécaniques entre les fluides et le squelette solide, et néglige la dégradation du matériau minéral suite au contact avec le fluide. L'idée générale est que les effets de la dégradation sont différés dans le temps, et n'affectent pas les propriétés mécaniques instantanées. Cette conception reste valable dans une certaine mesure. En effet, des études concernant la mécanique de la croûte terrestre ont montré que des mécanismes physico-chimiques affectent les propriétés des roches lorsque celles-ci sont soumises à de très hautes contraintes dans un milieu corrosif. Ces phénomènes se produisent très rapidement et ne peuvent être ignorés. Les mêmes phénomènes sont observés lorsque la rupture des grains en présence d'eau est étudiée : la concentration de contraintes en pointe de fissure active les processus de dégradation de matériau causés par le fluide, ce qui conduit à une augmentation de la vitesse de fissuration et à une accélération de l'intensité de rupture.

Le comportement à long terme des géomatériaux suscite un intérêt grandissant dans la communauté scientifique au cours de ces dernières années. Cette attention particulière est motivée par les déformations différées observées dans les ouvrages de génie civil durant leur durée de vie. Les barrages en enrochement, par exemple, présentent des tassements considérables pendant les périodes humides, ou après une crue importante. Ces déformations sont parfois tellement brusques qu'elles sont qualifiées d'effondrement dans la littérature. Ces déformations trouvent leur origine dans les interactions micromécaniques au niveau des particules en milieu humide. En effet, il a été montré que la présence d'eau dans le milieu granulaire conduit à une augmentation de l'intensité de rupture des grains, qui à son tour, affecte la compressibilité du matériau (Clements, 1981; Oldecop et Alonso, 2003; Ovalle, 2013; Sowers et al., 1965). L'origine micromécanique du phénomène a été rapportée par Oldecop et Alonso (2001) qui notent une similarité entre l'effondrement qui suit l'imbibition d'un essai œdométrique (basé

sur les résultats de Sowers et al., (1965)), et l'effondrement qui résulte du mouillage des contacts dans des essais de rupture de particules individuelles de roche soumises à une compression diamétrale (basé sur les résultats de Clements (1981)) (Figure 6.1). Ces comportements comparables suggèrent que l'effondrement est causé par une augmentation du taux de rupture des grains.



(a) *(b)*

Figure 6.1. Comparaison entre le comportement (a) d'une roche soumise à une compression diamétrale et le comportement (b) d'un enrochement pendant un essai œdométrique, en présence d'eau (Clements, 1981; Sowers et al., 1965).

Lee (1991) a étudié l'effet de l'introduction de l'eau sur le comportement d'un sol constitué d'un granite altéré en cellule triaxiale. Les échantillons initialement saturés (ayant baignés dans de l'eau avant l'essai) n'ont pas été affectés par un ajout d'eau contrairement aux échantillons initialement secs, qui ont présenté un effondrement. Il a aussi montré que l'amplitude de l'effondrement dépend de la contrainte de confinement et du niveau de compaction du spécimen. Pour mieux comprendre l'origine micromécanique du comportement observé, Lee a séché les particules avant le début des expérimentations, ce qui permet d'affirmer que l'écroulement n'est pas causé par une perte de succion, mais plutôt par une fragilisation des particules individuelles. Il n'a cependant pas négligé la perte de succion comme paramètre affectant ce phénomène.

D'autres auteurs ont considéré que la lubrification est responsable de l'effondrement du matériau granulaire après imbibition (Anthiniac, 1999; Bonelli et Anthiniac, 2000): la lubrification des contacts favorise les glissements entre les grains, et produit les déformations irréversibles obtenues. Cette explication était aussi utilisée pour décrire les glissements de terrain qui ont lieu durant les périodes pluvieuses, et les arguments de Terzaghi (1950) s'opposant à cet avis sont aussi valables pour notre étude de la rupture des grains. Premièrement, l'eau a un effet anti-lubrifiant sur plusieurs minéraux comme le quartz, ce qui augmente la friction. Deuxièmement, une couche mince d'eau suffit pour produire un effet lubrifiant, et une telle couche est toujours présente dans la majorité des sols dans les régions tempérées. Cette deuxième raison est particulièrement

intéressante pour notre cas, puisqu'un effondrement se produit aussi dans des échantillons partiellement saturés. Un autre argument qui va à l'encontre de cette explication peut être trouvé dans les travaux d'Alonso (Chávez et Alonso, 2003; Oldecop et Alonso, 2001), qui montrent que des effondrements comparables sont observés dans un spécimen complétement saturé, et un spécimen dans un environnement avec une humidité relative importante, mais sans présence d'eau liquide.

Le concept de développement sous-critique des fissures est appliqué pour décrire le comportement mécanique d'un sol suite à l'introduction de l'eau. Le développement sous-critique des fissures peut se produire au niveau d'une fissure principale causant la rupture du grain, ou au niveau des micro-aspérités à la surface de contact entre grains, pour produire des déformations différées dans le temps (Michalowski et Nadukuru, 2012). Ce concept, initialement introduit pour les verres, est utilisé dans le cadre de la mécanique de la croûte terrestre pour décrire certains phénomènes physico-chimiques qui affectent le comportement de la roche en général, et de la fissure en particulier. On commencera par décrire le phénomène avant de détailler ses mécanismes. Ensuite, une série d'expériences est conduite pour vérifier la validité du concept de développement sous-critique des fissures comme phénomène de base causant l'augmentation de l'intensité de rupture des grains dans un sol en présence de l'eau.

6.2. Développement sous-critique des fissures

Dans le cadre de la mécanique de la rupture classique, une fissure se développe de manière stable, jusqu'à ce que le facteur d'intensité de contraintes K atteigne une valeur critique au-delà de laquelle la propagation de la fissure est catastrophique et incontrôlée. Pour les applications simples en ingénierie, la valeur critique du paramètre K est considérée comme une constante caractéristique du matériau. Cette considération prend son sens dans des matériaux comme les verres ou les céramiques où les vitesses de propagation des fissures sont élevées, et l'intérêt principal des études est de déterminer l'initiation de la fissure. Pour la mécanique des roches, une partie des recherches portent sur le long terme. Le facteur d'intensité des contraintes et d'autres paramètres caractéristiques de la fissure ne peuvent donc être considérés comme constants, et leur évolution avec l'environnement doit être étudiée. Dans la majorité des matériaux, une évolution considérable de la fissure est observée pour des valeurs de K inférieures aux valeurs critiques. Le développement sous-critique des fissures dépend de l'environnement extérieur en contact avec la fissure, et d'autres paramètres comme la température qui ne seront pas étudiés dans cette partie, bien qu'ils puissent affecter la fissuration dans certains cas.

Les premières études concernant le phénomène de développement sous-critique des fissures se sont concentrées sur les verres et les céramiques (Wiederhorn, 1967; Wiederhorn et Heuer, 1974). Le concept de corrosion sous contraintes (*stress corrosion*) a été introduit comme le mécanisme de base derrière une fissuration prématurée. L'action chimique de l'eau ou d'autres agents casse les liaisons moléculaires du matériau en pointe de fissure qui est soumise à de très hautes contraintes, et permet à la fissure de se propager avant que le facteur d'intensité de contraintes n'ait atteint sa valeur critique. Ce concept sera étendu par la suite à la mécanique des roches par Atkinson (1984) comme mécanisme principal derrière le phénomène de développement sous-critique des fissures dans les roches. D'autres mécanismes contribuant au phénomène ont été identifiés, et certains ne nécessitent pas la présence d'un agent chimique.

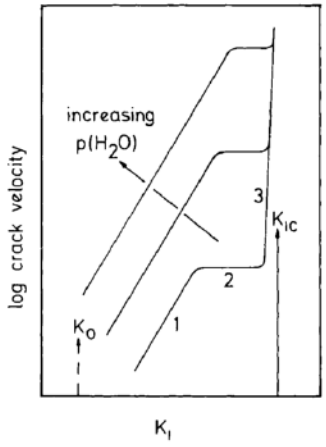


Figure 6.2: L'évolution de la vitesse de fissuration avec les changements du facteur d'intensité de contraintes en présence d'eau.

La Figure 6.2 trace l'évolution de la vitesse de la fissure en fonction du paramètre d'intensité des contraintes en mode I K_I en présence d'eau. Le comportement en trois phases a été étudié par Freiman (1984). Dans la région 1, la vitesse de la fissure dépend du taux de réaction de l'élément actif avec les liaisons moléculaires du matériau en pointe de fissure (Wiederhorn, 1967). Quand le plateau de la région 2 est atteint, l'élément actif du liquide ou du gaz en contact avec le matériau est épuisé et d'autres éléments moins réactifs contrôlent la fissuration. Cependant, la diffusion de l'élément actif vers la pointe contrôle la vitesse de la fissure. Dans la région 3, la propagation rapide et incontrôlée de la fissure ne dépend plus de la concentration de l'élément actif (Wiederhorn, 1967). Ces trois domaines se résument à une augmentation de la vitesse de fissuration avec la diminution de K vers une limite inférieure K_0. Pour les géomatériaux, un débat persiste concernant l'existence de cette limite (Atkinson, 1984; Freiman, 1984).

6.3. Les mécanismes de développement sous-critique des fissures

Atkinson (1987) a identifié les cinq mécanismes de développement sous-critique des fissures préexistantes dans le quartz : la corrosion sous contraintes, la dissolution, la diffusion, l'échange d'ions et la micro-plasticité.

6.3.1. Corrosion sous contraintes

Michalske et Freiman (1982) définissent la corrosion sous contraintes pour les verres de silice en présence de l'eau comme la réaction entre les liaisons Si-O-Si en pointe de fissure (sous contraintes) et la molécule d'eau qui commence par une adsorption de l'eau par une liaison Si-O avant que le transfert d'électrons et de protons ne résulte en la formation d'hydroxyles de surface.

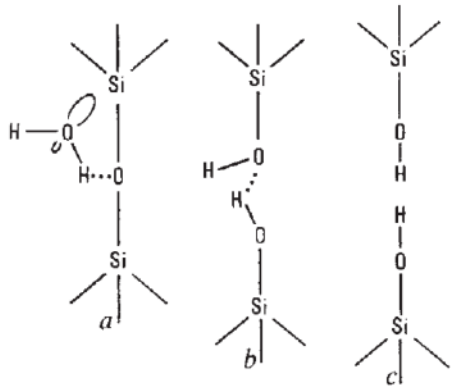


Figure 6.3: La réaction entre la molécule d'eau et une liaison Si-0-Si sous contraintes en pointe de fissure (Michalske et Freiman, 1982).

Dans les milieux basiques, la corrosion se produit suivant l'équation de Charles (1958) :

$$[-\overset{|}{\underset{|}{Si}}-0-\overset{|}{\underset{|}{Si}}-]+OH^- \rightarrow -\overset{|}{\underset{|}{SiOH}}+-\overset{|}{\underset{|}{SiO^-}} \qquad (6.1)$$

Plusieurs auteurs ont considéré que la réaction de la Figure 6.3 est aussi valable pour les roches à base de silicates. En réalité, des réactions plus complexes gouvernent la corrosion sous contraintes des minéraux (Barnett et Kerrich, 1980). Ces réactions ne sont pas suffisamment caractérisées et sont peu étudiées. Pour notre travail de recherche, on considérera que les deux réactions précédentes représentent les réactions principales qui causent la corrosion sous contraintes. Ces réactions minérales peuvent paraitre comme très dépendantes du temps, mais de fait elles sont catalysées par les hautes contraintes présentes en pointe de fissure.

6.3.2. Dissolution

Pour les roches calcaires, le concept de corrosion est généralement abandonné en faveur de théories basées sur la dissolution. On notera cependant que le concept de corrosion sous contraintes reste valable pour de telles roches.

La dissolution a été introduite dans un contexte de développement sous-critique des fissures par Simmons et Freiman (1981) pour expliquer le plateau de la région 2 dans les courbes de vitesse de fissuration-facteur d'intensité des contraintes (Figure 6.2) pour des verres binaires silicates alcalins en solution aqueuse. Il a été montré que la valeur de ce plateau dépend de dissolution de SiO_2 dans la solution. On supposera donc que la propagation de la fissure dans cette région est contrôlée par le taux de dissolution des minéraux dans l'eau.

Les roches calcaires sont naturellement associées à la dissolution, puisque la solubilité de la calcite à température ambiante est élevée comparée à celle du quartz. L'équation suivante décrit le processus de dissolution de la calcite :

$$CO_2 + H_2O + CaCO_3 \leftrightharpoons Ca^{2+} + 2HCO_3^- \tag{6.2}$$

La solubilité de la calcite est affectée par plusieurs paramètres comme la température, la pression du dioxyde de carbone, ou la présence de NaCl dans la solution. En revanche, la solubilité du quartz n'est pas affectée par la présence de sels dissous. La température et la pression ont peu d'effet sur la dissolution. En ce qui concerne l'effet du pH sur la dissolution du quartz, la réaction est indépendant du pH, sauf pour des pH supérieurs à 9. Dans ce cas, le taux de solubilité augmente avec le pH. L'équation qui décrit la dissolution du quartz est la suivante :

$$ySiO_2 + xH_2O \leftrightharpoons ySiO_2.xH_2O_{aq} \tag{6.3}$$

Les coefficients x et y sont généralement pris comme égaux à 2 et 1 respectivement.

6.3.3. Diffusion

Des résultats expérimentaux concernant le développement sous-critique des fissures dans des céramiques à haute température montrent que la diffusion de la masse représente le mécanisme principal de la fissuration sous-critique. Dans la littérature, la vitesse de propagation v d'une fissure est reliée au facteur d'intensité des contraintes par une relation en puissance :

$$v \propto K^n \tag{6.4}$$

La puissance n varie entre 2 et 10 pour une propagation contrôlée par la diffusion, et entre 20 et 50 pour une propagation contrôlée par la corrosion dans la même céramique. La validité de cette théorie pour décrire la fissuration des roches en température ambiante est peu probable puisque les données expérimentales montrent que les mécanismes de diffusion associés au développement sous-critique des fissures ne peuvent se produire qu'à hautes température ou pressions (Dutton, 1974).

6.3.4. L'échange d'ions

L'échange d'ions entre la roche et l'environnement peut résulter en des déformations du réseau cristallin qui facilitent la rupture. Dans le cas des verres de silice où un échange de H^+ avec Na^+ se produit (Wiederhorn, 1967), les efforts de traction qui résultent de la différence de taille de ces deux espèces fragilisent le matériau. Dans certains cas, ces contraintes sont tellement élevées qu'elles peuvent générer une fissure. L'échange d'ions peut aussi affecter la solution : l'échange d'ions alcalins entre le verre et l'eau résulte en une augmentation significative du pH, et la solution attaque le réseau de silicates. Cet effet semble affecter les fissures qui se propagent à une faible vitesse, puisque les ions réactifs qui se retrouvent en contact avec l'environnement suite à l'avancement de la fissure et la libération de surface sont rapidement consommés. Dans le cas des fissures rapides, la vitesse dépend plutôt de la composition chimique de la surface créée.

6.3.5. Microplasticité

Ce dernier mécanisme dépend moins de l'environnement, mais plutôt de la porosité de la roche. Cependant, les mécanismes de propagation sous-critique de la fissure affectent les microfissures dues à la microplasticité, et peuvent résulter en un développement macroscopique d'une fissure causée par la nucléation et la propagation des microfissures, puisque ces mécanismes de nucléation (mobilité de dislocations, …) sont affectés par la présence de l'eau.

6.4. Essais œdométriques

Afin de mieux comprendre l'effet de l'eau sur le comportement d'un sol, plusieurs essais œdométriques ont été conduits sur du calcaire Glageon de la carrière Bocahut (Nord). Les échantillons sont préparés en condition sèche avant d'être saturés. Les conditions des différents essais effectués sont résumées dans le Tableau 6.1. Les tailles de grains varient entre 2 et 2.5mm. La vitesse de déplacement imposée est de 0.5mm/min.

Les essais 1, 2 et 3 sont initialement saturés, alors que les essais 4, 5 et 6, démarrés à l'état sec, sont arrêtés à différentes valeurs de la contrainte verticale, et imbibés d'eau après une période de relaxation. Le chargement est repris par la suite.

Les granulométries sont mesurées à la fin de chaque essai.

Tableau 6.1: Résumé des essais œdométriques effectués.

Numéro de l'essai	Indice des vides initial	Contrainte verticale max (MPa)	Conditions
1	0.816	13.02	Initialement saturé
2	0.952	12.97	Initialement saturé
3	0.844	12.91	Initialement saturé
4	0.870	12.93	Imbibé à σ_v=12.37MPa
5	0.848	13.09	Imbibé à σ_v=2.82MPa
6	0.794	13.11	Imbibé à σ_v=8.52MPa
7	0.791	13.04	Sec

La Figure 6.4 représente les courbes de compression des essais initialement saturés, comparées à la courbe de l'essai sec. Les courbes associées aux spécimens saturés se rejoignent après le développement de l'écrouissage (terme utilisé pour décrire le changement de rigidité dans les courbes de chargement, et peut être considéré comme indicateur de début de la rupture des grains). La courbe associée au spécimen sec montre que l'écrouissage se produit pour des contraintes supérieures aux contraintes d'écrouissage des essais saturés. Les lignes de compression normale restent parallèles.

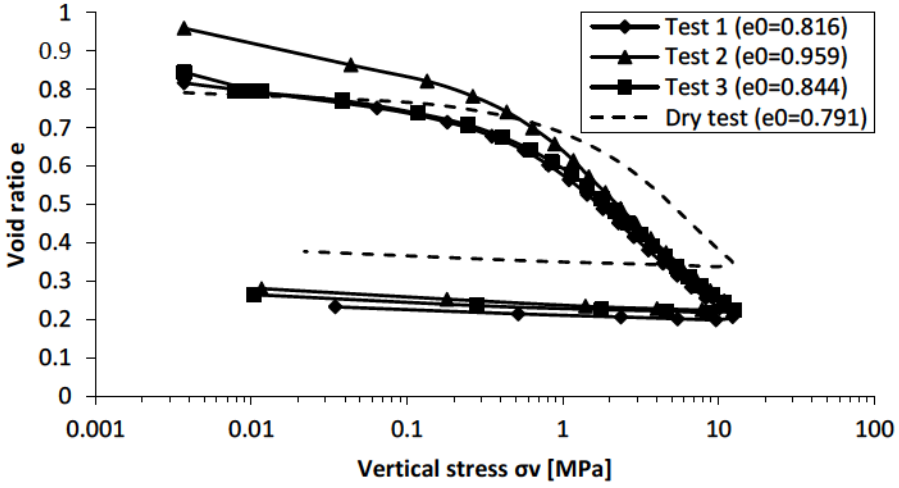


Figure 6.4: Courbes de compression des essais œdométriques initialement saturés, comparées à la courbe de compression de l'essai sec.

Les essais 4, 5 et 6 ont été saturés durant le chargement. On remarque que les trois essais peuvent être décrits par le même processus. Les courbes suivent des lignes de

chargement parallèles à celle de l'essai sec. L'écrouissage se produit au même moment (environ 1MPa) et les courbes rejoignent la ligne de compression normale de l'échantillon sec. Suite à la saturation, le chargement est arrêté pour une durée de relaxation de 8 heures. Le comportement post-saturation observé est typique des essais œdométriques de relaxation, et consiste en une combinaison de fluage et de relaxation. Après la reprise du chargement, les courbes suivent la ligne de compression normale de l'échantillon saturé. Il est donc clair que quel que soit le point d'imbibition, la courbe déviera de la courbe caractéristique sèche, pour rejoindre la courbe caractéristique saturée.

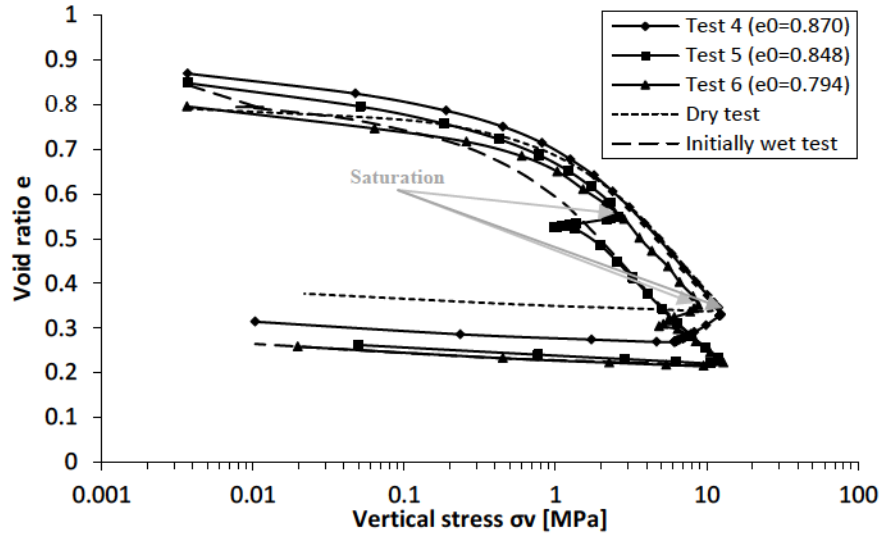


Figure 6.5: Courbes de compression des essais œdométriques imbibés lors du chargement, comparées à la courbe de compression de l'essai sec et à la courbe de compression de l'essai 3 saturé.

Les essais 4, 5 et 6 ont la même courbe granulométrique à la fin de l'essai, suggérant que l'évolution de la rupture avec la saturation est indépendante de l'instant de saturation (Figure 6.6) (conclusion partagée par plusieurs auteurs, dont Ovalle (2013)).

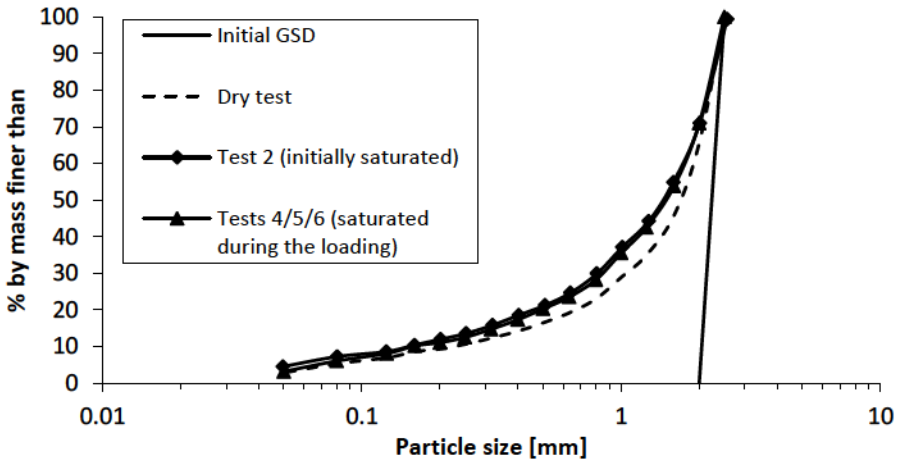


Figure 6.6: Distributions granulométriques avant et après les essais œdométriques effectués.

6.5. Essai de rupture sur des particules cylindriques.

Le comportement décrit dans le paragraphe précédent est expliqué en ayant recours à la micromécanique de la rupture au niveau du grain. Comme pour les chapitres 4 et 5, les essais seront conduits sur des disques de mortier et de ciment, puisque les propriétés mécaniques et géométriques de ces géomatériaux sont contrôlables.

Concernant ce type de matériau, le développement sous-critique des fissures est encore mal compris. Quelques études expérimentales, toutes basées sur l'essai de double torsion, ont permis d'identifier ce phénomène et de le caractériser à l'aide des courbes facteur d'intensité des contraintes-vitesses (K_I-v) (Cai, 2012). Les vitesses, calculées à l'aide de techniques de relaxation de force à déformations constantes, n'ont pas été vérifiées par des méthodes expérimentales (les vitesses sont données par des formules théoriques). De plus, l'étude des effets de l'humidité relative sur la fissuration des matériaux cimentaires est particulièrement compliquée, puisque l'eau est généralement toujours présente au sein du matériau, et affecte les propriétés du matériau à court et à long terme (hydratation, gonflement, contraction, …). Ces études ont permis de démontrer que le comportement de la pâte de ciment est similaire à celui du verre dans la zone I de la courbe (K_I-v) (Figure 6.2), les zones II et III n'étant pas prononcées dans le cas des matériaux cimentaires (Beaudoin, 1985). Cette similarité peut permettre d'avancer que le développement sous-critique est causé par un mécanisme de corrosion sous contraintes.

Il a été montré que les liaisons Si-O-Si dans les structures moléculaires silicatées dans un ciment Portland hydraté cassaient plus facilement sous contraintes en présence d'eau (Beaudoin, 1985; Husak et Krokosky, 1971). Cependant, les avis diffèrent pour les matériaux cimentaires composites comme les mortiers ou les bétons. L'une des premières études concernant la fissuration des bétons en milieu humide a été conduite par Wittmann (1985), qui conclut qu'aucune preuve ne permet de conclure quant à la pertinence du concept de corrosion sous contraintes dans le contexte de la fissuration sous-critique des bétons en présence d'eau. Il a depuis été démontré que la corrosion sous contraintes se produisait dans les bétons, mais pour des agents plus corrosifs que l'eau, tels que les sulfates d'aluminium, ou les nitrates d'ammonium.

La corrosion sous contraintes dépend fortement de la concentration des contraintes en pointe de fissure. Afin d'expliquer les différences rapportées dans la littérature entre la corrosion des ciments et la corrosion des bétons et mortiers, il est nécessaire d'étudier la fissuration de ces deux matériaux. La mécanique de la rupture d'un matériau cimentaire composé de granulats liés par une matrice cimentaire est différente de la mécanique de fissuration de la pâte de ciment. Dans la partie 5.5.4 du chapitre 5, les différences entre

la fissuration quasi fragile observée dans un mortier et la fissuration fragile de la pâte de ciment ont été exposées. Dans un matériau quasi-fragile, plusieurs mécanismes dissipent l'énergie en pointe de fissure, ce qui diminue la contrainte en pointe de fissure, et réduit l'effet de la corrosion. En effet, des microfissures peuvent se produire dans la zone à proximité de la fissure principale. De plus, les fissures détachent les granulats de la matrice cimentaire, et consomment ainsi de l'énergie plastique de fissuration.

Plusieurs techniques sont généralement utilisées pour étudier le phénomène de développement sous-critique des fissures. Ces techniques reposent sur des configurations mécaniques qui permettent à la fissure de se développer de manière stable. Ceci permet de mesurer l'évolution des paramètres géométriques permettant le calcul du paramètre K_I et de la vitesse v. La Figure 6.7 présente les techniques expérimentales les plus utilisées pour étudier la fissuration sous-critique dans un matériau.

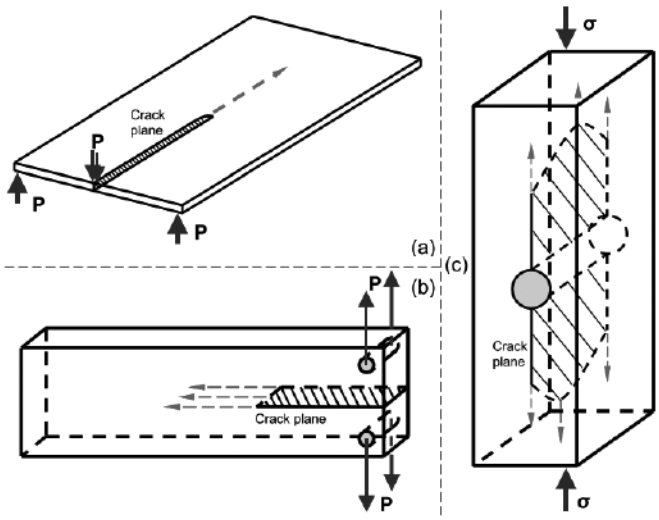


Figure 6.7: Les configurations expérimentales les plus utilisées pour étudier le développement sous-critique des fissures (Cai, 2012).

L'étude présentée dans ce chapitre n'a pas pour but d'établir les évolutions des vitesses de fissuration en fonction du facteur d'intensité des contraintes. L'idée est de simplement montrer qu'une diminution de la résistance du grain accompagne l'introduction de l'eau. L'étude présentée dans ce chapitre consiste en deux séries d'essais, la première en configuration brésilienne classique, la seconde en une configuration moins conventionnelle en mécanique des sols : l'essai de fendage par coin. Les résistances du matériau sec seront alors comparées à celles du matériau initialement saturé, et à celle d'un matériau saturé durant l'essai. Les résultats permettront de conclure quant à l'origine micromécanique des effets hydrauliques observés dans un empilement granulaire broyable.

6.5.1. Matériaux et méthodes

Comme pour les essais présentés dans les autres chapitres de la partie II, des échantillons de mortier et de pâte de ciment cylindriques sont fabriqués, avec un diamètre de 52mm et une épaisseur de 21mm. Le mortier est fabriqué suivant la norme Française NF EN 196-1 (2006), en mélangeant un ciment CEM1 52.5R avec un sable d'Hostun HN 0.6/1.6. Le rapport massique eau/ciment est de 0.5. La pâte de ciment est fabriquée selon ce même rapport. Les échantillons sont ensuite placés dans une chambre humide (100% HR, 18°C) où ils sont restés pendant 1 mois, avant d'être placés en condition ambiante pendant 5 mois. Au moment de l'essai, un échantillon de mortier sec pesait en moyenne 99.59g, et un échantillon de pâte de ciment sec 79.40g.

Afin d'étudier l'effet de l'eau sur la fissuration des deux types d'échantillons, certains cylindres de mortier et de pâte de ciment sont immergés dans de l'eau. Leurs masses sont mesurées tous les jours à la même heure. Au bout d'une semaine, les masses des échantillons ne variaient plus, indiquant qu'ils étaient complètement saturés. La masse moyenne d'un échantillon de mortier saturé est de 103.91g alors que la masse d'un échantillon de pâte de ciment saturé est de 83.08g. Il n'est cependant pas possible de calculer la teneur en eau finale puisque les échantillons n'ont pas été complètement séchés, vu que le processus de séchage détériore les propriétés mécaniques.

6.5.2. Essais de type brésilien

6 séries d'essais brésiliens ont été conduites, dont 4 sur du mortier, et 2 sur de la pâte de ciment. Le Tableau 6.2 résume les résultats des expérimentations. Pour la série d'échantillons 1, l'essai est effectué en condition sèche. La résistance moyenne de 8.40 kN, nettement plus élevée que la valeur 6.40 kN obtenue dans le chapitre 4 pour des mortiers à 7 jours. Cette différence s'explique par le temps de maturation des éprouvettes (plusieurs mois) qui est supérieur au temps de maturation des échantillons du chapitre 4 (7 jours). Pour la série 2, un échantillon est testé en condition sèche pour s'assurer de la concordance des résultats avec ceux de la série 1. Les autres échantillons de cette série sont testés en condition saturée. On remarque que la résistance moyenne des échantillons saturés baisse jusqu'à atteindre la valeur de 5.03 kN. Pour la série 3, les échantillons, initialement secs, sont rapidement trempés dans l'eau (2 secondes) avant le début du chargement (pour simuler une teneur en eau moyenne). La force critique moyenne (7.10 kN) est inférieure à celle obtenue pour la série sèche 1, mais supérieure à celle obtenue pour la série saturée 2. Les échantillons de la série 4 sont également secs au début de l'essai. Lorsque le temps de chargement atteint t=60s (ou un déplacement imposé de 0.1mm), on imbibe l'échantillon à l'aide d'une pipette remplie d'eau. Aucun effondrement brusque n'est observé. La force critique moyenne (7.90 kN), bien

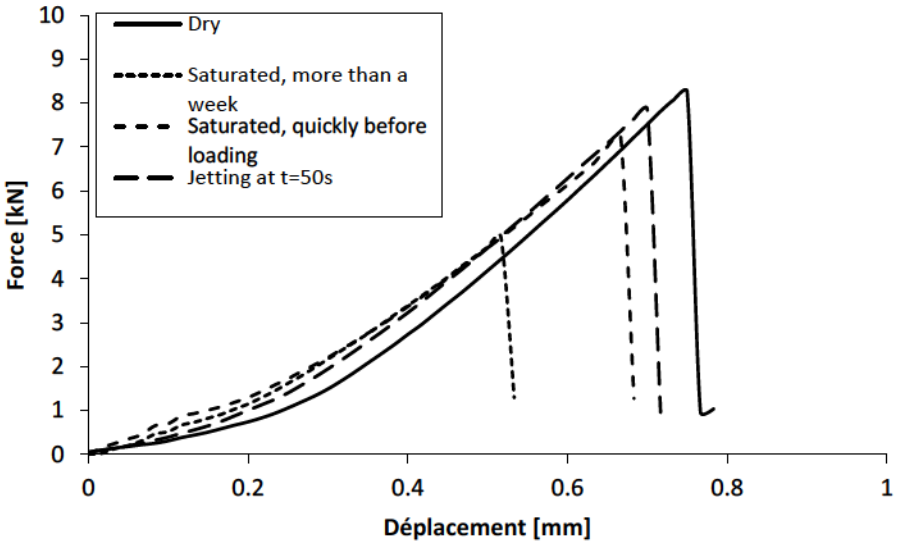
qu'inférieure à celle des échantillons secs, est plus élevée que celle des échantillons saturés des séries 2 et 3. On remarque aussi que la valeur de l'écart type pour ces deux dernières séries est élevée, suggérant une dispersion importante des résistances.

Pour les échantillons en pâte de ciment, la résistance moyenne est inférieure à celle du mortier. Pour ce matériau aussi, l'effet de la saturation se traduit par une diminution de la force critique moyenne, qui passe de 5.10 kN pour un cylindre en pâte de ciment sec, à 2.48 kN lorsqu'il est saturé.

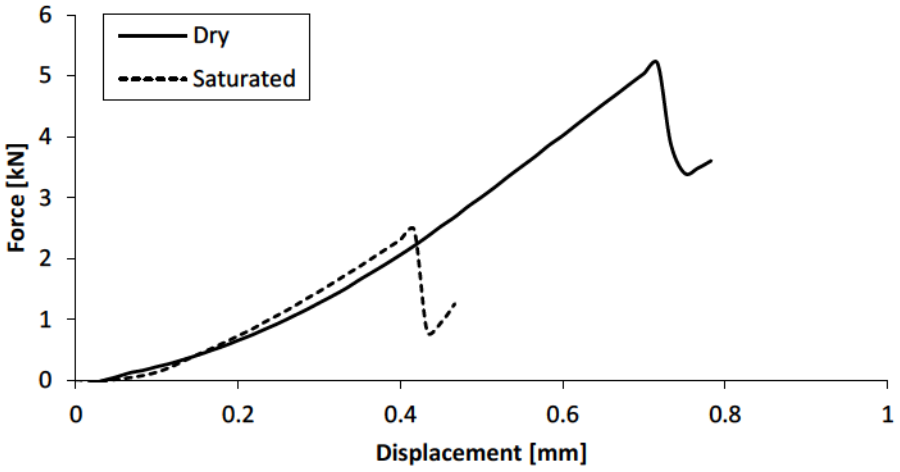
Tableau 6.2: Résumé des essais brésiliens effectués sur les échantillons de mortier et de pâte de ciment.

Numéro de série	Nombre d'échantillons	Matériau	Force critique		État de saturation
			Valeur moyenne	Écart type	
Unités	(-)	(-)	kN	kN	(-)
1	10	Mortier	8.40	0.52	Sec
2	9	Mortier	5.03	0.64	Saturé (plus d'une semaine)
3	9	Mortier	7.10	0.71	Saturé (rapidement, avant le début de l'essai)
4	8	Mortier	7.90	0.78	Imbibé à t=60s
5	5	Pâte de ciment	5.10	0.67	Sec
6	5	Pâte de ciment	2.48	0.8	Saturé (plus d'une semaine)

Les courbes force-déplacement typiques sont présentées dans la Figure 6.8 :



(a)



(b)

Figure 6.8: Courbes force déplacement typiques (a) du mortier et (b) de la pâte de ciment à différentes conditions de saturation.

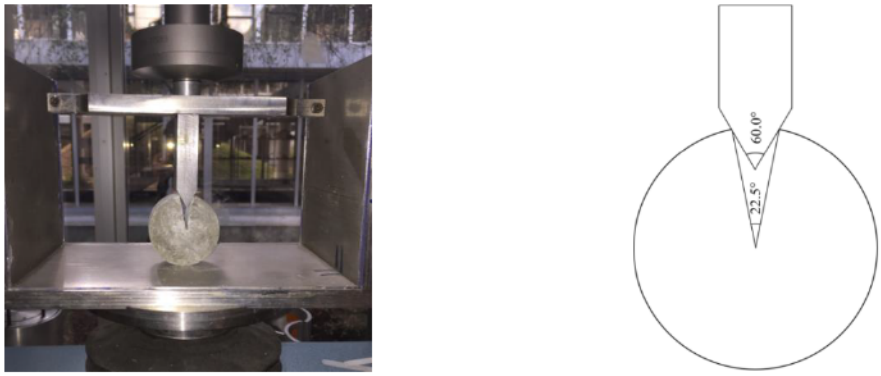
On remarque que pour les deux types de matériaux, une saturation complète du matériau (échantillons ayant baigné dans de l'eau pendant une semaine) causait une réduction de la résistance du cylindre. La force critique est réduite à 50% de sa valeur sèche dans le cas de la pâte de ciment, et à 60% de sa valeur sèche dans le cas du mortier. Il est donc possible de conclure que l'eau affecte la fissuration, et facilite l'initiation et la propagation d'une fissure.

Cependant, l'ajout d'eau ne produit pas d'effet instantané. Ceci peut être expliqué par la faible vitesse de pénétration du fluide dans un milieu poreux, ce qui affecte la saturation à cœur des échantillons. Si on regarde la Figure 6.10-b, qui montre la surface de fissuration des fragments issus de la rupture d'un échantillon de mortier saturé à mi-chargement, on constate que seule une petite couche est complètement saturée, alors que la zone intérieure de l'épaisseur de l'échantillon n'est pas affectée par l'ajout d'eau et reste complètement sèche. L'essai de fendage par coin proposé dans le paragraphe suivant permet un meilleur accès à la zone de fissuration, et résulte donc en une imbibition plus efficace de cette zone.

6.5.3. Essais de fendage par coin

Afin de mieux reproduire l'effet de l'eau sur la fissuration, une série d'essais de fendage par coin a été effectuée. Cet essai a été proposé par Linsbauer et Tschegg (1986) comme technique expérimentale permettant une fissuration plus stable. Depuis, cet essai est largement utilisé en mécanique (Brühwiler et Wittmann, 1990). Il a l'avantage d'employer des échantillons de petite taille comparé aux essais présentés dans la Figure

6.7, et ne requiert pas d'équipement sophistiqué. Cette technique donne également accès à la zone d'initiation de la fissure. La méthode de préparation de l'échantillon proposée par Brühwiler et Wittmann (1990) permet de distribuer la charge uniformément le long de la zone de chargement. Dans notre cas, on a choisi de tailler une entaille triangulaire qui fait un angle de 22.5° par rapport au centre du disque. Cette configuration est adaptée à un échantillon cylindrique fragile. Le coin, qui a une pointe triangulaire de 60°, est fixé sur la barre de chargement (Figure 6.9). Des essais préliminaires ont montré que la zone de contact entre le coin métallique et la surface libre au niveau de l'entaille de l'échantillon résistait au chargement, et que le glissement s'opérait avec peu de frottement. La fissure s'initie au centre du spécimen, et se propage verticalement (Figure 6.10). Contrairement aux essais précédents, le contrôle en déplacement de l'essai se fait à 0.1 mm/min.



(a) (b)

Figure 6.9: Dispositif expérimental pour l'essai de fendage par coin.

(a) (b)

Figure 6.10: (a) Les échantillons avec entaille utilisés dans les essais de fendage par coin, avant et après fissuration. (b) Échantillon de mortier saturé durant l'essai, après rupture.

10 essais ont été conduits suivant cette technique. Les résultats sont résumés dans le Tableau 6.3. On remarque que l'échantillon de mortier initialement saturé casse pour une force critique de 0.51 kN, qui est inférieure à la force critique associée à

l'échantillon sec (0.91 kN). Les deux échantillons 4 et 5 sont imbibés à t=60s. Une pipette est introduite dans l'entaille et mouille la zone de fissuration. Aucun évènement de rupture n'est observé suite à cette saturation. La force critique est cependant affectée par l'ajout de l'eau puisqu'elle a une valeur intermédiaire entre celle de l'échantillon sec et celle de l'échantillon saturé.

Un comportement similaire est observé lors du chargement des échantillons de pâte de ciment. À l'échantillon sec correspond une force critique de 0.32kN. Les échantillons saturés sont tellement peu résistants qu'ils cassent sous l'effet du poids de la cellule de chargement. Lorsqu'on imbibe l'échantillon de la même manière que pour les mortiers, une rupture brusque se produit. Les forces critiques associées aux échantillons 4 et 5 sont naturellement inférieures à la force critique de l'échantillon sec. La force critique de l'échantillon imbibé à t=60s est supérieure à celle de l'échantillon imbibé à t=45s, puisque la rupture se produit au moment de la saturation.

Tableau 6.3: Résumé des essais de fendage par coin effectués sur les échantillons de mortier et de pâte de ciment.

Test n°	Matériau	Force critique (kN)	État de saturation
1	Mortier	0.91	Sec
2		0.51	Initialement saturé (plus d'une semaine)
3		0.60	Initialement saturé (plus d'une semaine)
4		0.77	Imbibé à t=60s
5		0.72	Imbibé à t=60s
1	Pâte de ciment	0.32	Sec
2		-	Initialement saturé (plus d'une semaine)
3		-	Initialement saturé (plus d'une semaine)
4		0.17	Imbibé à t=45s
5		0.27	Imbibé à t=60s

La rupture différée dans le temps observée dans les échantillons de mortier peut être expliquée par la saturation incomplète du cylindre suite à une imbibition rapide à mi-chargement (Figure 6.10-b). En effet, si la zone d'initiation de la fissure est saturée et donc affectée par le développement sous-critique des fissures, une fissure se retrouve rapidement dans un environnement sec, ce qui bloque sa propagation. La fissure ne se propage donc pas immédiatement, mais la force critique à la rupture est affectée.

Pour la pâte de ciment, qui est un matériau plus fragile que le mortier, l'initiation sous-critique de la fissure est suivie par une propagation très rapide de la fissure. Contrairement au mortier, qui est un matériau quasi-fragile où les vitesses de propagation des fissures sont moins élevées, la pâte de ciment est un matériau fragile, et

l'initiation sous-critique de la fissure est suivie par une propagation très rapide de la fissure, ce qui cause une rupture instantanée.

Les courbes force-déplacement sont présentées dans les Figure 6.11 pour le mortier, et Figure 6.12 pour la pâte de ciment :

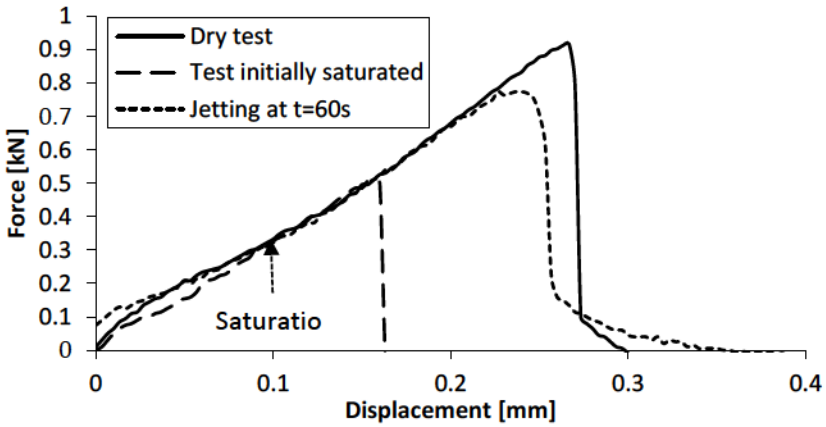


Figure 6.11: Courbes force-déplacement pour l'échantillon de mortier sec, l'échantillon initialement saturé 2, et de l'échantillon imbibé à t=60s 4.

Dans le cas du mortier, la saturation s'est faite à une force (0.30 kN) inférieure à la force critique de l'échantillon saturé (0.51 kN). Cependant, ceci n'explique pas la rupture différée observée dans cet échantillon. En effet, l'échantillon saturé à mi-chargement continue de supporter le chargement pour des forces supérieures à la force critique de l'échantillon saturé. Ceci permet de conclure qu'une saturation à une force supérieure à 0.51 kN aurait également produit une fissuration différée.

La pâte de ciment, contrairement au mortier, casse au moment de l'introduction d'eau :

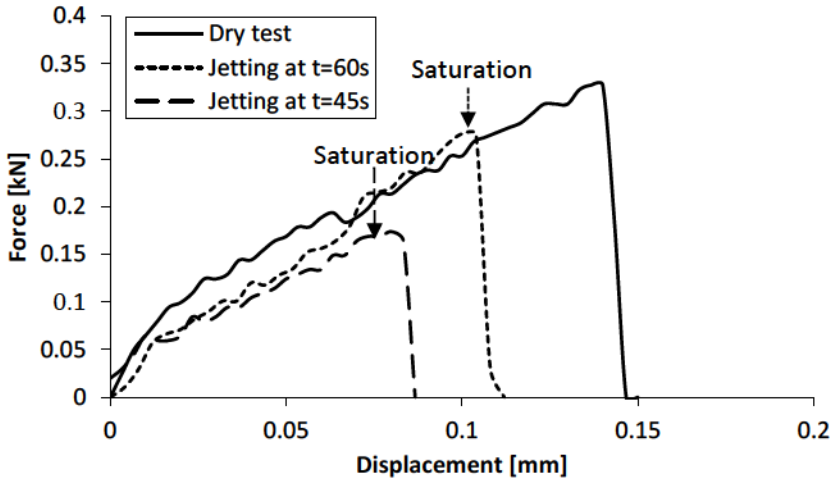


Figure 6.12: Courbes force-déplacement pour l'échantillon de pâte de ciment sec, imbibé à t=45s, et imbibé à t=60s.

6.6. Conclusions

La première partie de ce chapitre introduit le phénomène de développement sous-critique des fissures et présente les différents mécanismes suivant lesquels il se produit. Ce phénomène est directement lié à l'effondrement observé suite à l'imbibition d'un échantillon de sol puisqu'il cause une augmentation de l'intensité de la rupture des grains. On a pu confirmer par une étude multi-échelle que l'eau affecte le comportement du grain et accélère sa rupture, ce qui se traduit au niveau de l'empilement par un effondrement brusque. Pour les échantillons en pâte de ciment, une rupture instantanée accompagne le mouillage. Ce comportement est typique du mécanisme de corrosion sous contraintes.

Plusieurs perspectives sont possibles pour une étude plus complète :

- On a remarqué que l'imbibition rapide ne saturait pas l'échantillon cylindrique à cœur. Il est possible de résoudre ce problème en permettant un temps de saturation plus grand après imbibition, tout en relaxant le chargement durant la saturation. Il est cependant difficile de maintenir un flux d'eau liquide sur un échantillon chargé durant toute la durée nécessaire pour obtenir le degré de saturation souhaité (plusieurs jours, voire semaines). Il est possible de contourner ce problème en travaillant à humidité relative contrôlée. En effet, effectuer des essais de fendage au sein d'une enceinte climatique permet de contrôler l'humidité relative durant les longues périodes nécessaires à l'équilibre hydrique de l'échantillon.
- L'essai de fendage diamétral ou l'essai de fendage par coin ne permettent pas de contrôler la fissuration. En effet, les vitesses de propagation sont très élevées, et l'évaluation des changements dans les paramètres caractéristiques de la fissuration du matériau n'est pas possible. Les configurations de chargement mécanique présentées dans la Figure 6.7 permettraient d'obtenir de mieux contrôler la propagation de la fissure, et d'obtenir des résultats plus fiables.
- Il serait également intéressant d'identifier les mécanismes de développement sous-critique des fissures qui affectent la propagation des fissures dans les roches minérales. Les comportements observés dans cette étude, notamment pour la pâte de ciment, suggèrent que la corrosion sous contraintes joue un rôle essentiel dans la fissuration des matériaux cimentaires. Des essais complémentaires concernant les changements minéralogiques et microstructuraux des roches en présence d'eau sont nécessaires.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

1. Conclusions générales

Ce travail de thèse a permis d'explorer la mécanique de la rupture des grains dans les milieux granulaires à travers des approches énergétiques. Afin de pouvoir appréhender ce problème, il a été nécessaire de s'appuyer sur diverses branches de la mécanique. La première partie de la thèse concerne l'étude du broyage du point de vue du continu et commence par une analyse basée sur les dynamiques énergétiques selon lesquelles la rupture des grains se produit. Les résultats de cette étude ont permis de dériver un modèle constitutif capable de coupler plasticité et rupture. Cette même analyse a été étendue aux milieux non saturés et a permis de définir les bases de la thermomécanique en milieu non saturé, ainsi que de définir les bases d'une modélisation constitutive de la rupture des grains en condition non saturée. La seconde partie s'est intéressée à l'étude de la rupture au niveau du grain individuel. Ainsi, les effets des particules avoisinantes sur la fissuration du grain ont été examinés, avant d'explorer la mécanique de la fissuration des roches à travers la dissipation de l'énergie de rupture plastique sous forme de chaleur, pour ensuite étudier l'effet de l'eau sur l'initiation et la propagation des fissures au sein des grains.

De ces travaux de recherche, il est possible d'extraire les conclusions suivantes :

La rupture des grains est un phénomène multi-échelle

Il est possible de relier une grande partie des comportements mécaniques observés à l'échelle de l'empilement granulaire à la rupture des grains. Il est ainsi connu que les évolutions de la compressibilité, de la dilatance ou de l'état critique sont causées par les changements des distributions granulaires. Certaines études relient même la forme de la surface de charge et l'évolution de l'écrouissage à la rupture des grains. Dans ce contexte, le modèle proposé dans le chapitre 2 considère une fonction de dissipation exprimée uniquement en termes du paramètre de rupture. De cette fonction de dissipation et de la définition de l'énergie de rupture découle une fonction de charge

elliptique, similaire à celle du modèle Cam-Clay. Ce modèle est construit suivant une approche multi-échelle. La considération d'une rupture de grains fragile contrôlée par l'énergie de surface de Griffith nous permet, sans hypothèses supplémentaires, de retrouver la contrainte d'initiation de la rupture dans le milieu granulaire.

D'autre part, les études expérimentales décrites dans la partie II s'intéressent à la fissuration au niveau du grain, et à ses conséquences sur le comportement du milieu granulaire. Ainsi, l'effet des différents paramètres de coordination (nombre, type et force de contact) et la compétition entre ces paramètre et la résistance individuelle du grain, donne au processus de rupture son aspect fractal, et permet de conclure que la distribution des grains est autosimilaire pour les différentes fractions de tailles. Les autres aspects de la fissuration étudiés dans la partie II affectent également le comportement macroscopique du sol.

Il est possible de quantifier la rupture en suivant l'évolution de la surface créée

Afin d'étudier la rupture des grains à travers une fonction de travail qui fait intervenir l'évolution de la surface spécifique avec le chargement, il était nécessaire de trouver un moyen pour quantifier le phénomène de rupture des grains à partir des surfaces créées. Un nouveau paramètre de rupture a été défini comme la fraction de la surface créée sur la surface créée lorsque la rupture s'arrête. Ce paramètre varie entre 0 et 1 et peut être introduit dans une loi de comportement qui fait intervenir l'incrément de surface dans l'une de ses composantes. De l'évolution de ce paramètre de rupture est déduite l'évolution de la granulométrie, en généralisant la formule en puissance qui lie le nombre de grains dans une fraction de tailles à cette même taille pour une distribution fractale. Cette méthode prédit des évolutions réalistes de la granulométrie.

La rupture des grains associée à la friction dissipe l'essentiel de l'énergie plastique

Il est connu que la rupture des grains est l'un des facteurs de dissipation d'énergie les plus importants dans les milieux granulaires. À l'échelle du grain, la propagation d'une fissure transforme une partie de l'énergie stockée au niveau du grain en accroissement de surfaces et dissipe l'autre partie sous différentes formes. Le chapitre 5 explore l'une de ces formes de dissipation, la génération de chaleur en pointe de fissure, à l'aide de la thermographie infrarouge. On a d'abord étudié le couplage élastique-plastique-fissuration d'un point de vue thermodynamique, pour retrouver une équation de conduction de chaleur qui explicite les différents phénomènes pouvant produire de la chaleur. Ensuite, une caméra infrarouge est utilisée pour quantifier la montée en température causée par la rupture d'un grain cylindrique sous chargement diamétral. Cette dissipation d'énergie ne constitue qu'une fraction de la dissipation totale associée à la rupture des grains lorsqu'on considère un milieu granulaire broyable. En effet,

durant le chargement, des chaines de forces majeures se forment dans l'empilement granulaire. Les grains au sein de ces empilement sont les plus susceptibles de casser, et dès qu'un évènement de rupture se produit, un réarrangement des grains et des chaines de forces a lieu, causant une dissipation d'énergie qui induit des déformations irréversibles. Il a été montré que la dissipation par réarrangement était proportionnelle à la dissipation par fissuration. La fonction de dissipation du modèle thermomécanique du chapitre 2 prend en compte ces deux mécanismes, et les fonctions de proportionnalité définissent la forme de la fonction d'écrouissage.

L'écrouissage d'un milieu granulaire broyable est à la fois volumétrique et clastique

Plusieurs auteurs ont étudié l'écrouissage d'un milieu granulaire broyable. Si certains ont trouvé que l'écrouissage volumétrique des modèle Cam-Clay était suffisamment représentatif de l'évolution de la forme de la surface de charge, d'autres ont décidé d'introduire de nouvelles fonctions d'écrouissage écrites en terme de paramètres de rupture. Il est cependant difficile d'introduire un état critique lorsque l'écrouissage n'est pas volumétrique. Le modèle formulé dans la première partie couple un écrouissage en rupture et un écrouissage volumétrique. Cette fonction d'écrouissage découle de la considération que la fonction de dissipation dépend à la fois du paramètre de rupture et du volume spécifique. Cet écrouissage couplé prédit un état critique transitoire lorsque l'effet compressif de la rupture s'équilibre avec l'effet de la dilatation. L'état critique réel n'est atteint que lorsque l'évolution de la rupture s'arrête. Ceci correspond aux observations expérimentales reportées dans la littérature.

En milieu non saturé, la rupture des grains affecte l'énergie libre et la dissipation

Le but du chapitre 3 de cette thèse est d'étendre les capacités du modèle aux conditions non saturées. Il a été montré que le modèle, dans son état actuel, peut modéliser le comportement mécanique broyable d'un enrochement avec des particules grossières, en présence d'eau. En effet, il est possible de négliger les effets de la succion et d'introduire l'effet de l'eau en modifiant l'énergie de surface pour représenter l'accélération du processus de rupture des grains en milieu non saturé. Pour les matériaux plus fins, une étude thermomécanique faisant intervenir les effets de l'eau est nécessaire. Dans le cadre de cette étude, la nouvelle fonction d'énergie libre est constituée d'une partie mécanique et d'une partie hydraulique. La fonction de dissipation représente les mêmes mécanismes que ceux de l'état sec, et les amplifie à l'aide de fonctions de couplage hydraulique. Afin d'effectuer ce travail, les bases de la mécanique des sols en milieu non saturé ont été revues dans le contexte de la thermodynamique des variables internes. On s'est basé sur la nouvelle fonction de travail en milieu non saturé introduite par Coussy pour définir la contrainte de Bishop, avant de définir et de calculer ses parties de déplacement et dissipatives.

La quantité de chaleur générée dépend des propriétés minéralogiques

Les essais de rupture diamétraux décrits dans le chapitre 5 ont été conduits sur différentes roches et sur des spécimens de mortier. Les résultats de l'analyse thermographique ont montré des montées de la température dans les échantillons de roche, mais aucune montée en température pouvant être associée au développement de la fissure n'a été identifiée dans le mortier. Il a aussi été noté que la chaleur dégagée par la rupture ne dépendait pas de la résistance de la roche. Afin d'expliquer les différences entre les profils thermographiques mesurés dans les différentes roches et l'absence de montée en température dans le cas du mortier, une étude pétrographique basée sur des observations au microscope optique a été faite. Il a été montré que les propriétés minéralogiques et micro-structurelles affectaient la fissuration de la roche et que les différences entre les modes de propagation des fissures au sein des différentes roches affectaient le développement de la zone plastique en pointe de fissure, ce qui explique les différences entre les températures maximales mesurées.

Le nombre de grains avoisinants, le type et la force des contacts affecte le comportement à la rupture et détermine la forme des fragments

Afin d'étudier l'effet de la coordination entre grains sur leur comportement à la fissuration, une nouvelle procédure expérimentale a été conçue dans le but de pouvoir effectuer des essais d'écrasement sur un échantillon cylindrique sous l'effet de plusieurs contacts latéraux. Il a été montré que le nombre et l'emplacement des contacts joue un rôle primordial dans la détermination de la force critique à la rupture. De plus, une série de fragments typique peut être associée à chaque configuration de contacts. L'effet du type et de la force de contact a été également examiné. Certains essais d'écrasement dans différentes configurations de contacts ont été suivis par une caméra CCD, et une analyse de corrélation d'images a été effectuée pour mieux comprendre les modes de propagation des différentes fissures observées. On a pu montrer que toutes les fissures observées s'initient au niveau des contacts, avant de se propager au sein de l'échantillon. Il est également possible de différentier deux types de fissuration : une fissuration qu'on appellera primaire, causée par l'effet du chargement vertical et qui se produit suivant un mode de traction I, et une fissuration secondaire associée aux contacts latéraux, qui se produit suivant un mode de cisaillement II.

L'ajout d'eau accélère la rupture des grains, ce qui cause des déformations supplémentaires

Le dernier chapitre de cette thèse concerne les effets de l'eau sur la fissuration des particules de sol. Une série d'essais œdométriques a permis de confirmer les observations décrites dans la littérature concernant la présence d'une ligne de

compressibilité (ligne de consolidation normale) unique pour chaque niveau de saturation, et que l'introduction de l'eau avait pour effet de déplacer la courbe de compression jusqu'à rejoindre la ligne de compressibilité associée à la saturation. Ensuite, l'origine micromécanique de ce comportement est étudiée à travers des essais d'écrasement sur échantillons de mortier et de pâte de ciment, avec introduction d'eau à différentes étapes du chargement. On constate que l'introduction de l'eau a comme effet de diminuer la force critique à la rupture, sans qu'une rupture immédiate ne se produise nécessairement. Ce comportement différé est causé par le temps important que nécessitent les matériaux poreux pour se saturer. Afin de contourner ce problème, l'essai de fendage par coin donne un accès direct à la zone de fissuration. Les résultats de cet essai pour les échantillons de ciment montrent que la fissuration se produit au moment de la saturation. Ce comportement confirme la propagation sous-critique de la fissure, et suggère un mécanisme de corrosion sous contraintes.

2. Perspectives

Il est possible d'améliorer le modèle thermomécanique et de l'intégrer dans un code de calcul en éléments finis

Le modèle présenté dans la partie I se base sur une fonction d'écrouissage en rupture de type asymptotique. Cette fonction estime que le paramètre de rupture B tend vers 1 lorsque p_c tend vers l'infini. La granulométrie ne peut atteindre sa valeur fractale, et l'écrouissage continue indéfiniment. Un vrai état critique ne peut être obtenu, puisque dB ne s'annule jamais. De plus, cette fonction a été largement étudiée dans la littérature, et il a été montré que la montée de la rupture suite à son initiation était très rapide. Ceci produit des déformations volumétriques supérieures aux valeurs réelles. Cet effet est atténué dans ce modèle à cause de la prise en compte de l'écrouissage volumétrique, mais reste très accentué dans certains cas. D'autres fonctions d'évolution de l'écrouissage ont été proposées dans la littérature. Ces fonctions permettraient d'améliorer la modélisation, mais nécessitent la connaissance de paramètres supplémentaires. Une autre piste d'amélioration du modèle réside dans sa fonction de dissipation. Dans un but de simplification, la fonction de dissipation dans sa forme actuelle couple les différents mécanismes dissipatifs dans une seule fonction qui dépend uniquement de l'incrément du paramètre de rupture. Il est possible de considérer une formulation plus complexe qui prend en compte les incréments des déformations plastiques. Une nouvelle fonction de charge découlera d'une telle formulation, et peut permettre d'étendre le domaine de validité du modèle.

Il serait également intéressant d'intégrer le modèle au sein d'un code de calcul en éléments finis pour pouvoir traiter des configurations en sollicitations non homogènes.

Il est nécessaire d'améliorer les configurations mécaniques et les techniques expérimentales afin de mieux contrôler la propagation de la fissure

Dans les essais expérimentaux de la partie II, les échantillons avaient une forme cylindrique, supposée représenter un grain en deux dimensions. Les chargements en compression diamétrale (de type brésilien) sont censés décrire la fissuration d'un grain au sein d'une chaine de force verticale. Cependant, il a été noté que cette configuration générait une fissuration très rapide et incontrôlable. Bien que la propagation de la fissure ait pu être suivie à l'aide de la corrélation d'images et de la thermographie infrarouge, les résultats dépendent beaucoup de la sensibilité des appareils utilisés et de leur vitesse d'acquisition, et la marge d'erreur calculée est importante. Dans les essais du chapitre 4 où la corrélation d'image a été utilisée, les déformations importantes à la proximité des fissures nous a permis de conclure sur la zone d'initiation et le mode de propagation des fissures. La propagation de la fissure n'a cependant pas été capturée. La caméra infrarouge utilisée dans le chapitre 5 a une vitesse d'acquisition nettement supérieure à la caméra de corrélation d'images, mais reste tout de même insuffisante pour suivre la propagation de la fissure. Les températures mesurées évoluent très rapidement, ce qui augmente encore plus la marge d'erreur. L'étude de l'effet de l'eau sur la fissuration proposée dans le chapitre 6 bénéficierait également d'une propagation contrôlée de la fissure. Plusieurs types d'essais mécaniques permettent de caractériser les propriétés d'une fissure en limitant sa vitesse de propagation ; l'essai de double torsion présenté dans le chapitre 6 représente l'exemple le plus utilisé. Avec ce type d'essais, les résultats seront sans doute plus fiables. La corrélation d'image fournirait plus d'informations sur l'état des déformations en pointe de fissures, alors que la thermographie permettrait de lier cet état plastique à la température générée en cette zone. Des courbes (K_I, v) pourraient également être établies pour les roches et matériaux cimentaires.

Pour les essais multipoints du chapitre 4, des études impliquant l'analyse de la corrélation d'images suggèrent que des déplacements en dehors du plan analysé se produisaient. Il serait donc intéressant d'employer deux caméras, afin d'effectuer une corrélation d'images 3D, et de mesurer ces déformations. De plus, le dispositif de chargement multipoints ne permet pas, dans son état actuel, d'appliquer des forces sur les contacts latéraux. Plusieurs suggestions de modifications pourraient être faites afin de tester l'effet des forces de contact. On pourrait par exemple remplacer les contacts latéraux rigides par des ressorts. On pourrait aussi appliquer un pré-chargement initial, et mesurer la force au niveau du contact à l'aide de capteurs de forces.

Correctement identifier les mécanismes de développement sous-critique des fissures dans les roches

Un essai expérimental est conçu en collaboration avec le département de minéralogie de TU Graz. Cet essai a pour but de découpler les effets mécaniques et chimiques dans l'étude du développement sous-critique des fissures. L'expérience consiste en un essai de fendage par coin sur des échantillons de roches, avec introduction d'eau et d'autres éléments corrosifs au niveau de la zone d'initiation de la fissure. L'essai de fendage par coin est choisi puisqu'il est possible d'évaluer et de contrôler l'état de contraintes à la pointe de la fissure, permettant ainsi d'examiner l'influence de la contrainte sur la corrosion. Les spécimens testés consisteront en des échantillons de quartzite, de marbre calcaire, et de pâte de ciment. Le quartzite et le marbre représentent les deux phases minérales les plus représentatives des roches naturelles : les silicates et la calcite. La pâte de ciment est une roche artificielle qui permet de contrôler la mécanique de la rupture.

Des essais concernant l'influence des paramètres mécaniques sur le développement de la fissure sont envisagés. Ainsi, la longueur de pénétration du coin, la taille de l'entaille et d'autres paramètres affectant le facteur d'intensité des contraintes seront étudiés. Ensuite, l'effet de l'eau sera évalué à l'aide d'essais de fissuration à différentes humidités relatives. Ceci aura pour but de construire la courbe $(K_I v)$ pour les roches étudiées, et de déterminer l'évolution de l'énergie de surface de Griffith avec la teneur en eau du matériau. D'autres éléments corrosifs seront également testés : une solution d'hydroxyde de sodium avec des concentrations variant de 0.02 à 0.2 mol/l pour le quartzite, et une solution de chlorure d'hydrogène avec des concentrations variant de 0.001 à 0.01mol/l dans le cas du marbre et de la pâte de ciment. Les solutions résultant de ces essais seront testées à l'aide de la spectroscopie à plasma à couplage inductif (ICPES) afin d'identifier les changements qui se seront produits dans la composition chimique des liquides, et de conclure quant aux mécanismes de développement sous-critique des fissure qui affecte ces types de matériaux. Les surfaces issues de la fissuration seront scannées au microscope électronique et au profilomètre laser, pour mieux comprendre comment les minéraux proches de la pointe de la fissure sont affectés par les hautes contraintes dans un environnement corrosif.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Alonso, E. E., Gens, A., & Josa, A. (1990). A constitutive model for partially saturated soils. *Géotechnique*, *40*(3), 405–430.

Alonso, E. E., Romero, E. E., & Ortega, E. (2016). Yielding of rockfill in relative humidity-controlled triaxial experiments. *Acta Geotechnica*, *11*(3), 455–477.

Al-Tabbaa, A. (1987). *Permeability and stress-strain response of Speswhite kaolin*. Thèse de doctorat, University of Cambridge, UK.

Anthiniac, P. (1999). *Modélisation du comportement hydromécanique des enrochements en éléments finis*. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, France.

Atkinson, B. K. (1984). Subcritical crack growth in geological materials. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, *89*(B6), 4077–4114.

Atkinson, B. K. (1987). *Fracture mechanics of rock*. Academic Press geology series, Academic Press, London.

Auvinet, G., & Marsal, R. (1975). Statistical model of grain breakage. In *Proceedings, Fifth Pan-American Conference on Soil and foundation engineering, Buenos Aires* (Vol. 1, pp. 193–204).

Barnett, R. L., & Kerrich, R. (1980). Stress corrosion cracking of biotite and feldspar. *Nature*, *283*, 185–187.

Beaudoin, J. J. (1985). Effect of humidity on subcritical crack growth in cement paste. *Cement and Concrete Research*, *15*(5), 871–878.

Ben-Nun, O., & Einav, I. (2010). The role of self-organization during confined comminution of granular materials. *Philosophical Transactions. Series A, Mathematical, Physical, and Engineering Sciences*, *368*, 231–247.

Biarez, J., & Hicher, P.-Y. (1994). *Elementary mechanics of soil behaviour: saturated remoulded soils*. A.A. Balkema, Amsterdam, Netherlands.

Biarez, J., & Hicher, P.-Y. (1997). Influence de la granulométrie et de son évolution par ruptures de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires. *Revue Française de Génie Civil*, *1*(4), 607–631.

Billam, J. (1971). Some aspects of the behaviour of granular materials at high pressures. In *Proceedings of the Roscoe memorial symposium* (pp. 69–80).

Bishop, A. W., & Blight, G. E. (1963). Some Aspects of Effective Stress in Saturated and Partly Saturated Soils. *Géotechnique*, *13*(3), 177–197.

Bjerrum, L. (1966). Mechanism of progressive failure in slopes of overconsolidated plastic clays and clay shales. *Third Terzaghi Lecture, ASCE*.

Blaber, J., Adair, B., & Antoniou, A. (2015). Ncorr: open-source 2D digital image correlation matlab software. *Experimental Mechanics*, 55(6), 1105-1122.

Bolton, M. D. (1986). The strength and dilatancy of sands. *Géotechnique*, *36*(1), 65–78.

Bolton, M. D., & McDowell, G. R. (1996). Clastic Mechanics. In *Proceedings of the IUTAM Symposium on Mechanics of Granular and Porous Materials* (pp. 35–46). Springer Netherlands.

Bolton, M. D., Nakata, Y., & Cheng, Y. P. (2008). Micro- and macro-mechanical behaviour of DEM crushable materials. *Géotechnique, 58*(6), 471-480.

Bonelli, S., & Anthiniac, P. (2000). Modélisation hydroplastique du premier remplissage d'un barrage en enrochement. In *53ème conférence de la société canadienne de géotechnique, Montreal* (pp. 255–261).

Brooks, R., & Corey, A. (1964). Hydraulic properties of porous media and their relation to drainage design. *Colorado State University Hydrology Paper No. 3*, 27.

Brühwiler, E., & Wittmann, F. (1990). The wedge splitting test, a new method of performing stable fracture mechanics tests. *Engineering Fracture Mechanics, 35*(1), 117-125.

Buscarnera, G., & Einav, I. (2012). The yielding of brittle unsaturated granular soils. *Géotechnique*, *62*(2), 147–160.

Cai, W. (2012). *Subcritical crack growth in hardened cement paste*. Thèse de doctorat, ETH Zurich, Suisse.

Carslaw, H. S., & Jaeger, J. C. (1959). *Conduction of Heat in Solids* (2nd edn). Oxford University Press.

Casagrande, A. (1936). Characterisitcs of Cohesionless Soils Affecting the Stability of Slopes and Earth Fills. *Journal of the Boston Society of Civil Engineers*, *23*, 13–32.

Cashman, K. V., & Ferry, J. M. (1988). Crystal size distribution (CSD) in rocks and the kinetics and dynamics of crystallization. In *Contributions to Mineralogy and Petrology* (Vol. 99, pp. 401–415). Springer-Verlag.

Cavarretta, I. (2009). *The influence of particle characteristics on the engineering behaviour of granular materials*.Thèse de doctorat, Imperial College London, UK.

Chandler, H. (1985). A plasticity theory without Drucker's postulate, suitable for granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 33*(3), 215-226.

Charles, R. J. (1958). Static Fatigue of Glass. I. *Journal of Applied Physics*, *29*(11), 1549.

Chateau, X., & Dormieux, L. (2002). Micromechanics of saturated and unsaturated porous media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, *26*(8), 831–844.

Chávez, C., & Alonso, E. E. (2003). A constitutive model for crushed granular aggregates which includes suction effects. *Soils and Foundations, 43*(4), 215-227.

Cheng, Y. P., Bolton, M. D., & Nakata, Y. (2004). Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM. *Géotechnique*, *54(2)*, 131-142.

Cheng, Y. P., Nakata, Y., & Bolton, M. D. (2003). Discrete element simulation of crushable soil. *Géotechnique, 53(7)*, 633-642.

Chevassu, G. (1969). Influence des caractéristiques pétrographiques de quelques roches sur leur résistance à l'attrition. *Bulletin de Liaison Des Laboratoires Des Ponts et Chaussés*, *Juil.-Aout*(39), 65–72.

Clements, R. P. (1981). *The deformation of rockfill: inter-particle behaviour, bulk properties and behaviour in dams*. Thèse de doctorat, King's College, University of London, UK.

Coleman, B., & Gurtin, M. (1967). Thermodynamics with internal state variables. *The Journal of Chemical Physics*, *47*(*2*), 597-613.

Collins, I. F. (2005). The concept of stored plastic work or frozen elastic energy in soil mechanics. *Géotechnique*, *55*(5), 373–382.

Collins, I. F., & Hilder, T. (2002). A theoretical framework for constructing elastic/plastic constitutive models of triaxial tests. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, *26*(13), 1313–1347.

Collins, I. F., & Houlsby, G. T. (1997). Application of thermomechanical principles to the modelling of geotechnical materials. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, *453*(1964), 1975–2001.

Coop, M. R. (1990). The mechanics of uncemented carbonate sands. *Géotechnique*, *40*(4), 607–626.

Coop, M. R., Sorensen, K. K., Freitas, T. B., & Georgoutsos, G. (2004). Particle breakage during shearing of a carbonate sand. *Géotechnique*, *54*(3), 157–163.

Correlated Solutions. (2009). Vic-2D Testing Guide.

Coussy, O. (2007). Revisiting the constitutive equations of unsaturated porous solids using a Lagrangian saturation concept. *International Journal for Numerical and*

Analytical Methods in Geomechanics, *31*(15), 1675–1694.

Coussy, O., Pereira, J.-M., & Vaunat, J. (2010). Revisiting the thermodynamics of hardening plasticity for unsaturated soils. *Computers and Geotechnics*, *37*(1–2), 207–215.

Dafalias, Y. F. (1986). Bounding Surface Plasticity. I: Mathematical Foundation and Hypoplasticity. *Journal of Engineering Mechanics*, *112*(9), 966–987.

Daouadji, A., & Hicher, P.-Y. (2010). An enhanced constitutive model for crushable granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, *34*, 555–580.

Daouadji, A., Hicher, P.-Y., & Rahma, A. (2001). An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, *20*(1), 113–137.

Döll, W. (1973). An experimental study of the heat generated in the plastic region of a running crack in different polymeric materials. *Engineering Fracture Mechanics*, *5*(2), 259–268.

Drucker, D. C. (1951). A more fundamental approach to plastic stress-strain relations. In *1st U.S National Congress on Applied Mechanics* (pp. 487–491).

Drucker, D. C., & Prager, W. (1952). Soil mechanics and plastic analysis or limit design. *Quarterly of Applied Mathematics*, *10*(*2*), 157-165.

Dutton, R. (1974). The propagation of cracks by diffusion. In *Fracture Mechanics of Ceramics* (pp. 649-657). Plenum Press, New York.

Einav, I. (2007a). Breakage mechanics—Part I: Theory. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *55*(6), 1274–1297.

Einav, I. (2007b). Breakage mechanics—Part II: Modelling granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *55*(6), 1298–1320.

Einav, I. (2007c). Fracture propagation in brittle granular matter. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, *463*(2087), 3021–3035.

Einav, I. (2007d). Soil mechanics: breaking ground. *Philosophical Transactions of the Royal Society A-Mathematical Physical and Engineering Sciences*, *365*(1861), 2985–3002.

Einav, I. (2012). The unification of hypo-plastic and elasto-plastic theories. *International Journal of Solids and Structures*, *49*(11), 1305–1315.

Einav, I., & Collins, I. (2008). A thermomechanical framework of plasticity based on probabilistic micromechanics. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, *3*(5), 867–892.

Fernandes, F., Syahrial, A., & Valdes, J. (2010). Monitoring the oedometric compression of sands with acoustic emissions. *Geotechnical Testing Journal, 33*(5), 1-5.

Freiman, S. W. (1984). Effects of Chemical Environments on Slow Crack Growth in Glasses and Ceramics. *Geophysical Research*, *89*(B6, June), 4072–4076.

Freire-Lista, D. M., Gomez-Villalba, L. S., & Fort, R. (2015). Microcracking of granite feldspar during thermal artificial processes. *Periodico Di Mineralogia*, *84*(3A).

Frossard, E. (2009). Scale effects in granular fill shear strength and in stability of large rockfill structures. In *17th International Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering,* Alexandria, Egypt, 5-9 October.

Fuller, K. N. G., Fox, P. G., & Field, J. E. (1975). The Temperature Rise at the Tip of Fast-Moving Cracks in Glassy Polymers. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, *341*(1627), 537–557.

Germain, P. (1973). *Cours de mecanique des milieux continu*. Masson, Paris.

Greenwood, J. A., & Tripp, J. H. (1967). The Elastic Contact of Rough Spheres. *Journal of Applied Mechanics*, *34*(1), 153.

Griffith, A. A. (1921). The phenomena of rupture and flow in solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, *221*(582–593), 163–198.

Hardin, B. O. (1985). Crushing of Soil Particles. *Journal of Geotechnical Engineering*, *American Society of Civil Engineers, 111*(10), 1177-1192.

Hicher, P.-Y. (2013). *Multiscale Geomechanics: From Soil to Engineering Projects*. John Wiley & Sons, London.

Hill, R. (1950). *The Mathematical Theory of Plasticity*. Oxford University Press, New York.

Hill, R. (1958). A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *6*(3), 236–249.

Houlsby, G. T. (1981). *A study of plasticity theories and their applicability to soils*. Thèse de doctorat, University of Cambridge, UK.

Houlsby, G. T. (1997). The work input to an unsaturated granular material. *Géotechnique*, *47*(1), 193–196.

Houlsby, G. T., & Puzrin, A. M. (2000). A thermomechanical framework for constitutive models for rate-independent dissipative materials. *International Journal of Plasticity*, *16*(9), 1017–1047.

Houlsby, G. T., & Puzrin, A. M. (2007). *Principles of hyperplasticity: An approach to plasticity theory based on thermodynamic principles*. London: Springer-Verlag.

Hu, W., Yin, Z., Dano, C., & Hicher, P.-Y. (2011). A constitutive model for granular materials considering grain breakage. *Science China Technological Sciences*, *54*(8), 2188–2196.

Husak, A., & Krokosky, E. (1971). Static fatigue of hydrated cement concrete. *Am Concrete Inst Journal & Proceedings, 68,* 263-271.

Il'Iushin, A. A. (1961). On the postulate of plasticity. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 25*(3), 746-752.

Inglis, C. E. (1913). Stresses in a plate due to the presnce of cracks and sharp corners. *Transactions of the Institute of Naval Architects, 55*, 219-241.

International Society for Rock Mechanics. (1978). Suggested Methods For Determining Tensile Strength of Rock Materials. *International Society for Rock Mechanics Commission on Standardization of Laboratory and Field Tests*, *15*, 99–103.

Irwin, G. (1958). The Crack-extension-force for a Crack at a Free Surface Boundary. *US Naval Research Laboratory Report 5120*.

Jaeger, J. C. (1967). Failure of Rocks Under Tensile Conditions. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, *4*, 219–227.

Jefferies, M. (1997). Plastic work and isotropic softening in unloading. *Géotechnique*, *47*(5), 1037–1042.

Johnson, K. L. (1985). *Contact Mechanics*, Cambridge University Press.

Jovicic, V., & Coop, M. R. (1997). Stiffness of coarse-grained soils at small strains. *Géotechnique*, *47*(3), 545–561.

Kachanov, L. M. (1958). Time of the rupture process under creep conditions. *Izv Akad Nauk S S R Otd Tech Nauk*, *8*, 26–31 (En russe); Aussi disponible à: Kachanov, L. M. (1999). Time of the rupture process under creep conditions. *International Journal of Fracture*, *97*(1-4), 11-18.

Khalili, N., & Khabbaz, M. (1998). A unique relationship of chi for the determination of the shear strength of unsaturated soils. *Geotechnique, 48*(5), 681-687.

Kikumoto, M., Wood, D. M., & Russell, A. (2010). Particle Crushing and Deformation Behaviour. *Soils and Foundations*, *50*(4), 547–563.

Kirsch, E. G. (1898). Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre. *Zeitschrift Des Vereins Deutscher Ingenieure*, *42*, 797–807.

Kobayashi, A., Munemura, M., Ohtani, N., & Suemasu, H. (1982). Estimation of heat evolution during viscoelastic crack propagation by liquid crystal film technique. *Journal of Applied Polymer Science*, *27*(10), 3763–3768.

Kolymbas, D. (1977). A rate-dependent constitutive equation for soils. *Mechanics Research Communications*, *4*(6), 367–372.

Kratochvil, J., & Dillon, O. W. (1969). Thermodynamics of elastic-plastic materials as a theory with internal state variables. *Journal of Applied Physics*, *40*(8), 3207–3218.

Krumbein, W. C., & Sloss, L. L. (1951). Stratigraphy and sedimentation. *Soil Science, 71*(5), 401.

Kwok, C. Y., & Bolton, M. D. (2013). DEM simulations of soil creep due to particle crushing. *Géotechnique*, *63*(16), 1–12.

Lade, P. V., Yamamuro, J. A., & Bopp, P. A. (1996). Significance of Particle Crushing in Granular Materials. *Journal of Geotechnical Engineering, 122*(4), 309-316.

Lama, R., & Vutukuri, V. (1978). *Handbook on mechanical properties of rocks*. Transactions of the Technical Publications, Clausthal-Zellerfeld, Switzerland.

Lee, I. K. (1991). *Mechanical behaviour of compacted decomposed granite soil*. Thèse de doctorat, City University London, UK.

Lee, K. L., & Farhoomand, I. (1967). Compressibility And Crushing Of Granular Soil In Anisotropic Triaxial Compression. *Canadian Geotechnical Journal*, *4*(1), 68–86.

Lemaitre, J., & Chaboche, J.-L. (1985). *Mécanique des milieux solides*. Dunod, Paris.

Li, G., Ovalle, C., Dano, C., & Hicher, P. (2013). Influence of Grain Size Distribution on Critical State of Granular Materials. In *Constitutive Modeling of Geomaterials* (pp. 207–210). Springer Berlin Heidelberg.

Linsbauer, H. N., & Tschegg, E. K. (1986). Fracture energy determination of concrete with cube-shaped specimens. *Zement Und Beton*, *31*, 38–40.

Lo, K. Y., & Roy, M. (1973). Response of particulate materials at high pressures. *Soils and Foundations*, *13*(1), 61–76.

Luong, M. P. (1986). Characteristic threshold and infrared vibrothermography of sand. *ASTM Geotechnical Testing Journal, 9*(2), 80-86.

Luong, M. P. (1993). Infrared thermographic observations of rock failure. *Comprehensive Rock Engineering Principles*, *4*, 715–730.

Luzzani, L., & Coop, M. R. (2002). On the relationship between particle breakage and the critical state of sands. *Soils and Foundations*, *42*(2), 71–82.

Marsal, R. J. (1967). Large-scale testing of rockfill materials. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, 93*(2), 27-43.

Marsal, R. J. (1973). Mechanical properties of rockfill. In *Embankment Dam Engineering* (Vol. Casagrande, pp. 109–200). Wiley.

Maugin, G. (1992). *The thermomechanics of placticity and fracture*. Cambridge University Press.

McDowell, G. R. (2000). A Family of Yield Loci Based on Micro Mechanics. *Soils and Foundations*, *40*(6), 133-137.

McDowell, G. R. (2002). On the Yielding and Plastic Compression of Sand. *Soils and Foundations*, *42*(1), 139–145.

McDowell, G. R. (2005). A physical justification for log e –log σ based on fractal crushing and particle kinematics. *Géotechnique*, *55*(9), 697–698.

McDowell, G. R., & Amon, A. (2000). The application of Weibull statistics to the fracture of soil particles. *Soils and Foundations*, *40*(5), 133–141.

McDowell, G. R., & Bolton, M. D. (1998). On the micromechanics of crushable aggregates. *Geotechnique*, *48*(5), 667–679.

McDowell, G. R., Bolton, M. D., & Robertson, D. (1996). The fractal crushing of granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *44*(12), 2079–2101.

McDowell, G. R., & Daniell, C. M. (2001). Fractal compression of soil. *Géotechnique*, *51*(2), 173–176.

Michalowski, R. L., & Nadukuru, S. S. (2012). Static Fatigue, Time Effects, and Delayed Increase in Penetration Resistance after Dynamic Compaction of Sands. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, *138*(5), 564–574.

Michalske, T. A., & Freiman, S. W. (1982). A molecular interpretation of stress corrosion in silica. *Nature, 295,* 511-512.

Mises, R. (1913). Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand. *Nachrichten von Der Gesellschaft Der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse,* 582-592.

Miura, N., Murata, H., & Yasufuku, N. (1984). Stress-strain characteristics of sand in a particle crushing region. *Soils and Foundations*, *24*(1), 77-89.

Miura, N., & O-Hara, S. (1979). Particle-crushing of a decomposed granite soil under shear stresses. *Soils and Foundations*, *19*(3), 1-14.

Mroz, Z. (1967). On the description of anisotropic workhardening. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *15*(3), 163-175.

Nakata, Y., Hyde, A. F. L., Hyodo, M., & Murata, H. (1999). A probabilistic approach to sand particle crushing in the triaxial test. *Géotechnique*, *49*(5), 567–583.

Nakata, Y., Hyodo, M., Hyde, A. F. L., Kato, Y., & Murata, H. (2001). Microscopic Particle Crushing of Sand Subjected to High Pressure One-Dimensional Compression. *Soils and Foundations*, *41*(1), 69–82.

Nemat-Nasser, S. (1972). *Mechanics today (Vol. I, II, III, IV, V)*. Pergamon Press, New York.

NF EN 196-1. (2006). Méthodes d'essais des ciments - Partie 1 : détermination des résistances mécaniques.

Nguyen, G. D., & Einav, I. (2009). The Energetics of Cataclasis Based on Breakage Mechanics. *Pure and Applied Geophysics*, *166*(10–11), 1693–1724.

Nied, H. A., & Batterman, S. C. (1972). On the thermal feedback reduction of latent energy in the heat conduction equation. *Materials Science and Engineering*, *9*, 243–245.

Nobari, E., & Duncan, J. (1972). *Effect of Reservoir Filling on Stresses and Movement in Earth and Rockfill Dams*. A Report of an Investigation (No. TE-72-1), California University Berkley, College of engineering, Department of Civil Engineering.

Nova, R. (1982). A constitutive model for soil under monotonic and cyclic loading. In *Soil mechanics - transient and cyclic loading* (pp. 343–373).

Oldecop, L. A., & Alonso, E. E. (2001). A model for rockfill compressibility. *Géotechnique*, *51*(2), 127–139.

Oldecop, L. A., & Alonso, E. E. (2003). Suction effects on rockfill compressibility. *Géotechnique, 53*(2), 289–292.

Ovalle, C. (2013). *Contribution à l'étude des grains dans les milieux granulaires*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, France.

Ovalle, C., Dano, C., & Hicher, P.-Y. (2013). Experimental Data Highlighting the Role of Surface Fracture Energy in Quasi-Static Confined Comminution. *International Journal of Fracture*, *182*(1), 123–130.

Ovalle, C., Dano, C., Hicher, P.-Y., & Cisternas, M. (2015). Experimental framework for evaluating the mechanical behavior of dry and wet crushable granular materials based on the particle breakage ratio. *Canadian Geotechnical Journal*, *52*(5), 587-598.

Ovalle, C., Frossard, E., Dano, C., Hu, W., Maiolino, S., & Hicher, P.-Y. (2014). The effect of size on the strength of coarse rock aggregates and large rockfill samples through experimental data. *Acta Mechanica*, *225*(8), 2199–2216.

Ovalle, C., Voivret, C., Dano, C., & Hicher, P.-Y. (2016). Population balance in confined comminution using a physically based probabilistic approach for polydisperse granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*.

Palmer, A. C. (1967). Stress-Strain Relations For Clays: An Energy Theory. *Géotechnique*, *17*(4), 348–358.

Papon, A. (2010). *Modélisation numérique du comportement des sols sous très grands nombres de cycles Homogénéisation temporelle et identification des paramètres*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, France.

Quinney, H., & Taylor, G. (1937). The emission of the latent energy due to previous cold working when a metal is heated. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 163*(913), 157-181.

Reynolds, O. (1885). On the dilatancy of media composed of rigid particles. *Philosophical Magazine and Journal of Science*, *20*, 469–482.

Rice, J. R. (1968). A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. *Journal of Applied Mechanics*, *35*, 379.

Roscoe, K. H., & Burland, J. B. (1968). On the Generalized Stress-Strain Behavior of Wet Clays. In *Engineering Placticity* (pp. 535–609).

Rubin, M. B. (1990). Elastic-Viscoplastic Model for Large Deformation of Soils. *Journal of Engineering Mechanics*, *116*(9), 1995–2015.

Rubin, M. B., & Einav, I. (2011). A large deformation breakage model of granular materials including porosity and inelastic distortional deformation rate. *International Journal of Engineering Science*, *49*(10), 1151–1169.

Russell, A. R., & Khalili, N. (2002). Drained cavity expansion in sands exhibiting particle crushing. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, *26*(4), 323–340.

Russell, A. R. (2011). A compression line for soils with evolving particle and pore size distributions due to particle crushing. *Géotechnique Letters*, *1*(1), 5–9.

Salami, Y., Dano, C., Hicher, P.-Y., Colombo, G., & Denain, P. (2015). The effects of the coordination on the fragmentation of a single grain. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, *26*(1), 12-15.

Sammis, C., King, G., & Biegel, R. (1987). The kinematics of gouge deformation. *Pure and Applied Geophysics*, *125*(5), 777–812.

Schofield, A. N., & Wroth, C. P. (1968). *Critical state soil mechanics*. McGraw-Hill, London.

Simmons, C. J., & Freiman, S. W. (1981). Effect of Corrosion Processes on Subcritical Crack Growth in Glass. *Journal of the American Ceramic Society*, *64*(11), 683–686.

Sowers, G., Williams, R., & Wallace, T. (1965). Compressibility of broken rock and the settlement of rockfills. In *Proc. 6th ICSMFE Vol. 2* (pp. 561-565).

Steacy, S. J., & Sammis, C. G. (1991). An automaton for fractal patterns of fragmentation. *Nature*, *353*(6341), 250–252.

Sukumaran, B., Einav, I., & Dyskin, A. (2006). Qualitative Assessment of the Influence of Coordination Number on Crushing Strength using DEM. In *5th World Congress on Particle Technology* (pp. 1–8).

Sun, N. S., & Hsu, T.-R. (1996). Thermomechanical coupling effects on fractured solids. *International Journal of Fracture*, *78*, 67–87.

Taylor, D. W. (1948). *Fundamentals of soil mechanics*. John Wiley & Sons, New York.

Taylor, G., & Quinney, H. (1932). The plastic distortion of metals. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character, 230,* 323-362.

Terzaghi, K. (1925). *Erdbaumechanick auf Bodenphysikalische Grundlage*. Deuticke, Vienne.

Terzaghi, K. (1950). Mechanisms of landslides. In *Application of geology to engineering practice* (pp. 83–123).

Terzaghi, K. (1960). Discussion on salt springs and lower bear river dams. *Transactions of the ASCE*, *125*(2), 139–148.

Thornton, C., & Liu, L. (2000). DEM simulations of uni-axial compression and decompression. *Compaction of Soils, Granulates and Powders, 2,* 251-261..

Timoshenko, S., & Goodier, J. (1961). *Théorie de l'élasticité*. McGraw-Hill, New York.

Todisco, M. C., Coop, M. R., & Guo, Q. (2015). The effect of the coordination number on particle crushing. In *Geomechanics from Micro to Macro* (pp. 1063–1068).

Tresca, H. (1869). Mémoire sur le poinçonnage et la théorie mécanique de la déformation des métaux. *Comptes Rendus Hebdomadaire des Séances de l'Académie des Sciences, Paris, 68*, 1197–1201.

Truesdell, C. A. (1977). *A first course in rational continuum mechanics. Volume 1 - General concepts*. Academic Press, New York.

Tsoungui, O., Vallet, D., & Charmet, J.-C. (1998). Use of contact area trace to study the force distributions inside 2D granular systems. *Granular Matter*, *1*, 65–69.

Tsoungui, O., Vallet, D., & Charmet, J.-C. (1999a). Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials. *Powder Technology*, *105*, 190–198.

Tsoungui, O., Vallet, D., Charmet, J.-C., & Roux, S. (1999b). Size effects in single grain fragmentation. *Granular Matter*, *2*, 19–27.

Turcotte, D. L. (1986). Fractals and fragmentation. *Journal of Geophysical Research*, *91*(B2), 1921-1926.

Ulm, F. J., & Coussy, O. (2003). *Mechanics and durability of solids, Volume I: Solid mechanics*. Prentice Hall, Upper saddle river, NJ.

Valanis, K. (1971). A theory of visco-plasticity with out a yield surface, part I: General theory. *Archives of Mechanics, 23*(4), 517-551.

van Genuchten, M. T. (1980). Closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, *44*(5), 892–898.

Wang, Q.-Z., & Xing, L. (1999). Determination of fracture toughness KIC by using the flattened Brazilian disk specimen for rocks. *Engineering Fracture Mechanics*, *64*(2), 193–201.

Weibull, W. (1949). A statistical representation of fatigue failures in solids. *Transactions of the Royal Institute of Technology Stockholm, Sweden*, (27).

Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 19*(2), 233-234.

Weichert, R., & Schönert, K. (1978). Heat generation at the tip of a moving crack. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, *26*(3), 151–161.

Westergaard, H. M. (1939). Bearing pressures and cracks. *Journal of Applied Mechanics*, *61*, A49–A53.

Wiederhorn, S. M. (1967). Influence of Water Vapor on Crack Propagation in Soda-Lime Glass. *Journal of the American Ceramic Society*, *50*(8), 407–414.

Wiederhorn, S. M., Freiman, S. W., Fuller Jr, E. R., & Simmons, C. J. (1982). Effects of water and other dielectrics on crack growth. *Journal of Materials Science*, *17*(12), 3460–3478.

Wiederhorn, S. M., Johnson, H., Diness, A. M., & Heuer, A. H. (1974). Fracture of Glass in Vacuum. *Journal of the American Ceramic Society*, *57*(8), 336–341.

Wittmann, F. (1985). Influence of time on crack formation and failure of concrete. In *Application of Fracture Mechanics to Cementitious Composites* (pp. 593–615).

Wood, D., Kikumoto, M., & Russell, A. (2009). Particle crushing and deformation behaviour. In *Proc., Prediction and Simulation Methods for Geohazard Mitigation* (pp. 263–268).

Wood, D. M. (1990). *Soil behaviour and critical state soil mechanics*. Cambridge University Press.

Yasufuku, N., Murata, H., & Hyodo, M. (1991). Yield Characteristics of Anisotropically Consolidated Sand under Low and High Stresses. *Soils and Foundations*, *31*(1), 95–109.

Ziegler, H. (1983). *An introduction to thermomechanics*. North Holland, Amsterdam.

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

Thèse de Doctorat

Younes Salami

Analyse multi-échelle de l'approche énergétique de la rupture des grains au sein de matériaux granulaires

Multiscale analysis of the energy approach to the study of grain crushing in granular materials

Résumé

Les analyses multi-échelles en mécanique des sols granulaires deviennent de plus en plus répandues. L'avantage de ce type d'approches réside dans leur capacité d'établir un lien entre les comportements au niveau du continu et leurs origines au niveau de la particule. Pour la majorité des études micromécaniques, les particules sont généralement considérées comme des corps parfaitement rigides. La rupture des grains, qui représente le mécanisme dissipatif d'énergie qui génère le plus de déformations plastiques à hautes contraintes, est donc négligée. Le but de cette étude est d'améliorer notre connaissance du processus de rupture des grains à travers des approches énergétiques. Pour y parvenir, le problème est étudié du point de vue du continu et du grain.

La première partie de ce travail de recherche est une étude théorique des mécanismes énergétiques qui régissent la rupture des grains dans un empilement granulaire. Les résultats de cette analyse nous ont permis de dériver une loi constitutive capable de prédire l'évolution de la rupture. Afin d'étendre les capacités du modèle aux conditions non saturées, la formulation thermodynamique est modifiée afin d'inclure le couplage entre les effets hydrauliques et ceux de la rupture des grains.

La seconde partie consiste en une étude expérimentale de la micromécanique de la rupture du grain pris individuellement. Cette partie est structurée en trois sections : les effets des particules environnantes, la mécanique de la fissuration et l'effet de l'eau sur le développement de la fissure. Dans toutes ces études, de nouveaux dispositifs expérimentaux ont été conçus, et des techniques d'imagerie innovantes ont été utilisées.

Mots clés
Sols granulaires, rupture de grains, analyse multi-échelle, thermomécanique, mécanique de la rupture.

Abstract

In recent years, multiscale analyses in granular soil mechanics have become more prevalent. The beauty of these approaches is that they can establish a link between the behaviors from a continuum level to their origins at the particle level. In the micromechanical investigation of a granular medium, the particles are usually described as perfectly rigid bodies and their interactions as merely rolling, sliding and friction. Grain crushing however, the energy dissipating mechanism responsible for most of the plastic strains in granular soils and rockfill at higher stresses, is consequently neglected. The aim of this study is to improve our understanding of the process of grain crushing in soils through energy approaches. In order to do so, the problem was studied from both the continuum and the grain levels.

The first part of this research work is a theoretical investigation into the energy dynamics of breakage in a granular packing. The results of this analysis allowed us to derive a constitutive law capable of predicting the breakage evolution. In order to extend the capabilities of the model to unsaturated conditions, the thermodynamic formulation was modified to include the coupling between the hydraulic effects and breakage.

The second part consists of an experimental study of the micromechanics of single grain fracture, and is structured into three sections, that represent the three main aspects of grain fracture: the effect of the surrounding grains, the mechanics of the crack and the effect of water on the development of the crack. In all of these studies, new experimental devices were designed, and novel imaging techniques were used.

Key Words
Granular soils, grain breakage, multiscale analysis, thermomechanics, fracture mechanics.