



Algorithmes de couplage aérothermique pour des applications turbomachines

Rami Salem

► To cite this version:

Rami Salem. Algorithmes de couplage aérothermique pour des applications turbomachines. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPASC035 . tel-02944470

HAL Id: tel-02944470

<https://theses.hal.science/tel-02944470>

Submitted on 21 Sep 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Algorithmes de couplage aérothermique pour des applications turbomachines

Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n° 579, sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et
géosciences (SMEMAG)

Spécialité de doctorat : Mécanique des fluides

Unité de recherche : Université Paris-Saclay, ONERA,

Aérodynamique, Aéroélasticité, Acoustique,

92322, Châtillon, France

Référent : CentraleSupélec

Thèse présentée et soutenue à Meudon, le 15 Juillet 2020, par

Rami SALEM

Composition du Jury

Frédéric MOISY

Professeur des universités, Université Paris-Saclay

Président

Florent DUCHAINE

Docteur (HDR), Cerfacs

Rapporteur & Examineur

Eva DORIGNAC

Professeure des universités, Université de Poitiers

Rapporteur & Examinatrice

Benjamin REMY

Professeur des universités, Université de Lorraine

Examineur

Marc-Paul ERRERA

Docteur (HDR), ONERA

Directeur de thèse

Julien MARTY

Docteur, ONERA

Encadrant

Remerciements

Je voudrais tout d'abord remercier toutes les personnes qui ont rendu ce travail possible, à commencer par mon directeur de thèse Marc Errera et mon encadrant Julien Marty. Merci à eux de m'avoir fait confiance dès le premier jour et d'avoir été présents tout au long de cette thèse. J'ai énormément appris à leurs côtés et je leur en suis très reconnaissant. J'espère que vous trouverez dans ces quelques mots l'expression de ma profonde gratitude.

Je voudrais ensuite remercier tous les membres du jury pour leurs commentaires et les discussions qui ont suivi. Leurs remarques représentent une excellente base d'amélioration pour de futurs développements.

Bien sûr ma thèse ne serait pas la même sans tous les membres de l'unité H2T qui ont contribué à cette thèse d'une façon ou d'une autre. Je souhaiterais commencer par remercier Arnaud Le Pape de m'avoir accueilli dans l'unité, Lionel Castillon pour avoir orienté le sujet quand il le fallait, Jean-Christophe Boniface pour sa connaissance approfondie du code elsA et François Richez pour toutes nos discussions diverses et variées dans le RER.

Je retiendrai aussi de cette expérience toutes les personnes sans qui cette thèse n'aurait pas été aussi amusante à savoir Caroline Lienard et Nabil Ben Nasr pour l'organisation de toutes les soirées "team building" mais aussi Fabrice et Patrick qui sont d'une aide indéniable pour les mots fléchés. Merci aussi à Itham qui sait trouver les bons mots pour remonter le moral des troupes et à tous les doctorants et anciens doctorants avec qui j'ai partagé beaucoup de mes moments de joie mais aussi certaines de mes difficultés. Merci à Cédric, Benjamin, Luis, Camille, Michel, Miguel, Rocco, Amaury et Christophe. Enfin, j'ai une pensée pour tous ceux que j'ai côtoyé au quotidien notamment Ronan, Gilles, Antoine, Biel, Joëlle, Julien (Decours), Benjamin (François), Raphaël et Michel (Costes).

Je remercie aussi vivement tous ceux qui m'ont aidé à trouver les bugs dans les codes et qui ont pris de leur temps pour mener à bien cette thèse notamment Jean-Didier Garaud pour Zset, Eric Quemerais pour CWIPI et enfin toute l'équipe elsA avec particulièrement Julien Mayer. Sans eux le couplage n'aurait pas pu se faire. Merci !

Un grand merci à l'équipe de l'unité de Vincent Couaillier (NUMF) pour avoir été ma deuxième unité autour des méthodes numériques. Les discussions étaient très enrichissantes et ont beaucoup contribué dans mon travail. C'était un véritable plaisir de partager avec eux.

Pour finir, un profond merci à ma famille et mes amis qui ont été d'une constante source d'encouragement et qui n'ont de cesse de me soutenir dans tout ce que j'entreprends. Je n'y serais jamais arrivé sans eux.

Table des matières

Table des figures	ix
Liste des tableaux	xv
Introduction	1
1 État de l'art	7
1.1 Couplage aérothermique stationnaire	7
1.1.1 Solution analytique à l'interface fluide-solide	7
1.1.2 Philosophie pour le couplage aérothermique numérique	8
1.1.3 Méthodes pour la résolution de l'interface fluide-solide partitionnée	9
1.1.4 Temps caractéristiques entre le fluide et le solide	10
1.1.5 Théorème de stabilité de Godunov-Ryabenkii	11
1.1.6 Analyse de stabilité	11
1.2 Impact d'un point chaud sur une aube de turbine haute pression	16
1.2.1 Stratégies expérimentales	16
1.2.2 Effet de ségrégation et clocking	17
1.2.3 Influence de la giration du point chaud	18
1.2.4 Estimation du rendement avec échanges de chaleur	19
1.3 Hétérogénéité de la température de paroi sur des aubes de turbine	20
1.4 Influence de la modélisation de la turbulence	21
1.5 Traitement de l'interface avec barrière thermique	22
1.6 Influence du matériau sur l'écoulement	23
1.6.1 Échange de chaleur avec un jet impactant	23
1.6.2 Calculs transsoniques	24
1.7 Couplage aérothermique pour des écoulements instationnaires	25
1.7.1 Méthodes expérimentales	25
1.7.2 Études numériques des oscillations dans une turbine HP	26
2 Description des outils et méthodes numériques	27
2.1 Résolution des écoulements turbulents compressibles	27
2.1.1 Moyenne temporelle et moyenne pondérée de Favre	27
2.1.2 Équations de conservation	28
2.1.3 Loi d'état	28
2.1.4 Lois de comportement	29
2.2 Discrétisations dans le domaine fluide	30
2.2.1 Approche volumes finis	30

2.2.2	Résidu d'un calcul stationnaire	31
2.2.3	Discretisation temporelle	32
2.2.4	Implication	33
2.2.5	Discretisation spatiale	34
2.2.5.1	Discretisation du flux convectif	34
2.2.5.2	Discretisation du flux diffusif	35
2.3	Modélisation de la turbulence	37
2.3.1	Modèle Spalart-Allmaras	37
2.3.2	Modèle $k - \omega$	38
2.4	Conditions aux limites	38
2.4.1	Conditions d'injection et de sortie	38
2.4.2	Conditions de raccord périodique	39
2.4.3	Conditions de paroi	40
2.4.4	Plan de mélange	40
2.4.5	L'approche chorochronique	41
2.5	Modélisation de la thermique dans le solide	42
2.5.1	Résolution de l'équation de la thermique	42
2.5.2	Discretisation éléments finis	42
2.6	Gestion de l'interface entre les codes couplés - CWIPI	43
2.6.1	Gestion de l'ordonnancement et des échanges de données	43
2.6.2	Stratégie multi-physique adoptée	44
2.6.3	Synchronisation entre les codes	45
2.6.3.1	Approche pour la résolution de l'interface	45
2.6.3.2	Synchronisation des échanges à l'interface fluide-solide	46
2.7	Traitement de l'interface couplée	47
2.7.1	Conditions aux limites thermiques d'interface	47
2.7.2	Critère de convergence	48
3	Étude de la stabilité et formulation d'une condition d'interface pour les interactions thermiques faibles et fortes	49
3.1	Nombres adimensionnés pour la diffusion de la chaleur à l'interface couplée	49
3.1.1	Nombre de Biot	49
3.1.2	Nombre de Fourier	50
3.1.3	Nombre de Péclet	50
3.2	Théorie de stabilité	51
3.2.1	Discretisation différences finies des conditions aux limites à l'interface fluide-solide	51
3.2.2	Décomposition en modes normaux	52
3.2.3	Définition du coefficient de relaxation optimal pour la condition de Dirichlet-Robin	53
3.2.4	Critères numériques caractérisant l'interaction thermiques à l'interface	54
3.2.5	Mise en place du schéma de couplage	57
3.3	Importance du pas de temps de couplage transitoire dans un calcul couplé	58
3.3.1	Présentation conceptuelle du pas de temps de couplage transitoire	58
3.3.2	Configuration académique de démonstration et de validation	59

3.3.3	Synchronisation du pas de temps de couplage transitoire avec le pas de temps fluide	60
3.3.4	Influence du pas de temps de couplage transitoire sur la stabilité	60
3.3.5	LU-SSOR matricielle et scalaire	62
3.4	Approche pour une nouvelle définition du pas de temps de couplage transitoire	65
3.4.1	Modélisation du flux de chaleur dans le fluide	65
3.4.2	Analyse de stabilité de Von Neumann	66
3.5	Validation du nouveau pas de temps de couplage transitoire sur une configuration académique	68
3.5.1	Variation de l'interaction fluide-solide	68
3.5.2	Surface couplée hétérogène	70
3.5.2.1	Maillage et condition numérique	70
3.5.2.2	Deux conditions limites sur une même surface couplée	71
3.5.2.3	Stabilité de la condition de Dirichlet-Robin pour une configuration partiellement protégée	71
3.5.2.4	Résultats pour la condition de Dirichlet-Robin	73
3.5.2.5	Erreurs d'interpolations	75
3.6	Réduction du coût CPU et des erreurs d'interpolations à l'interface	75
3.6.1	Coefficient de relaxation variable	77
3.6.2	Réduction de l'incertitude pour la condition de Dirichlet-Robin	78
4	Couplage aérothermique stationnaire sur des configurations turbomachines	81
4.1	Validation du schéma de couplage sur une turbine transsonique - MT1	81
4.1.1	Stratégie expérimentales	82
4.1.2	Stratégie de maillage et conditions numériques	83
4.1.3	Calculs couplés - Validation 3D du schéma de couplage	84
4.1.3.1	Influence du coefficient de relaxation sur la stabilité d'une configuration 3D	85
4.1.3.2	Influence de la fréquence de couplage	87
4.1.3.3	Accélération de la convergence du processus couplé	88
4.1.4	Validation du schéma de couplage à l'aide de données expérimentales	89
4.2	Influence de la température sur la migration du point chaud - MT1	90
4.2.1	Maillage et paramètres numériques de la configuration étage	91
4.2.2	Influence de la température de paroi sur l'écoulement de point chaud	94
4.2.2.1	Effet de la condition limite thermique sur le frottement	95
4.2.2.2	Estimation de la différence entre une condition adiabatique et isotherme	96
4.2.2.3	Analyse du sillage à l'aval du distributeur	101
4.2.2.4	Vitesse absolue	101
4.2.2.5	Évolution de la couche limite pour différentes conditions limites thermiques	102
4.2.3	Influence de la conductivité thermique sur les échanges de chaleur	107
4.2.4	Conditions d'injection	116
4.3	Couplage stationnaire avec une condition de raccord inter-roue instationnaire	120
4.3.1	Conditions numériques	120
4.3.2	Condition d'interface pour un calcul couplé chorochnique	122

4.3.3	Sensibilité des échanges de chaleur aux effets instationnaires	122
4.3.3.1	Comportement aérodynamique de l'écoulement en fonction de l'alignement du point chaud	122
4.3.3.2	Sensibilité de la condition de raccord sur les échanges de chaleur	125
4.4	Étude de la position de la barrière thermique - MT1	130
4.4.1	Maillages et paramètres numériques	130
4.4.2	Position de la barrière thermique et efficacité de refroidissement	130
4.4.3	Influence de la condition d'injection sur une configuration étage avec barrière thermique	132
4.5	Échange de chaleur par ondes de choc - Rotor 37	135
4.5.1	Maillage et paramètres numériques	135
4.5.2	Variation de la température de paroi et couplage	136
4.5.3	Erreur relative sur la température entre un calcul adiabatique et une paroi refroidie	138
4.5.4	Effet de la température de paroi sur le rendement isentropique	140
4.5.5	Impact du modèle de turbulence sur les échanges de chaleur	142
4.6	Brève synthèse	145
5	Méthode de résolution des effets thermiques instationnaires du fluide à la paroi	147
5.1	Introduction	147
5.1.1	Contexte	147
5.1.2	Le couplage instationnaire classique : délicat et coûteux	147
5.1.3	Stratégie	148
5.2	Conduction instationnaire dans le domaine fréquentiel	148
5.2.1	Reconstruction de la température à la paroi	151
5.2.2	Mise à jour de la condition aux limites	151
5.2.3	Représentation du schéma de couplage	152
5.3	Résultats préliminaires	153
5.3.1	Maillages et condition d'injection	153
5.3.2	Estimation du modèle instationnaire à l'aide d'un couplage fort	154
5.3.3	Évaluation des fluctuations à l'interface à l'aide du modèle semi-analytique fréquentiel	156
5.4	Conclusions et perspectives	157
	Conclusions générales et perspectives	159
	Bibliographie	163
	Annexe A Configuration MT1	171
	Annexe B Configuration rotor 37	173
	Annexe C Développement des expressions de la barrière thermique pour le mo- dèle semi-analytique	175
C.1	Détermination de la température de paroi pour un solide semi-infini avec une barrière thermique	175

C.2 Développement de l'expression de la fonction de transfert pour une barrière thermique	176
---	-----

Table des figures

1	Coupe d'une turbomachine (GP7200) représentant une aube de turbine HP recouverte d'une barrière thermique [18]	2
2	Évolution de la température de sortie de chambre de combustion depuis 1965 en fonction de l'évolution des techniques de refroidissement [18]	3
1.1	Domaines fluide et solide. Γ représente l'interface, Ω_f et Ω_s représentent respectivement le domaine fluide et solide [17].	8
1.2	Schéma de l'intégration en temps illustrant l'approche partitionnée [41]	9
1.3	Représentation des schémas partitionnés : CSS, CPS, GSS [97]	10
1.4	Temps CPU en fonction du coefficient stabilisateur [120]	14
1.5	Variation du nombre de Biot sur un plaque plane [116]	14
1.6	Influence du nombre de Fourier sur la stabilité de la condition d'interface de Dirichlet-Robin [36]	15
1.7	Schéma du montage expérimental [95]	17
1.8	Effet de ségrégation entre un écoulement froid et chaud [103]	18
1.9	Effet de rotation du point chaud à l'injection [73]	19
1.10	Géométrie 2D extrudée du distributeur MT1 refroidi [48]	21
1.11	Comparaison entre une simulation stationnaire et instationnaire [58]	21
1.12	Configuration T120D LES couplée : a) représentation de la vitesse, b) représentation de la fraction entre l'écoulement de veine et l'écoulement interne [27]	22
1.13	Schéma d'une barrière thermique [107]	23
1.14	Champ de température dans le solide pour un calcul sans (gauche) et avec (droite) barrière thermique [4]	24
1.15	Mise en évidence de l'influence des échanges de chaleur sur la topologie de l'écoulement (a- adiabatique, b- acier, c- béton) [1]	25
1.16	Position de l'onde de choc en fonction de la température de paroi [85]	26
1.17	Spectre fréquentiel des oscillations dans une chambre de combustion [81]	26
2.1	Différentes formulations pour la méthode volumes finis sur un maillage structuré.	31
2.2	Représentation du calcul des gradients	36
2.3	Représentation de la paroi couplée [17]	44
2.4	Interface du système couplé	45
2.5	Algorithme CSS (conventionnal serial staggered)	46
3.1	Représentation de la synchronisation temporelle des solveurs (algorithme CSS)	52
3.2	Nombre de Fourier normalisé	55
3.3	Domaine de stabilité pour la condition de Dirichlet-Robin en fonction du coefficient de relaxation α_f	56

3.4	Représentation du schéma de couplage stationnaire	57
3.5	Schéma représentant l'évolution temporelle du flux à la paroi fluide entre deux instants de couplage et définition du pas de temps de couplage transitoire	59
3.6	Maillage de la plaque plane	59
3.7	Relation entre le coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} et le nombre de Fourier D_f	61
3.8	Convergence en fonction du pas de temps de couplage Δt_c à $\lambda_s = 0.05 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	62
3.9	Stabilité en fonction du pas de temps et de la force de l'interaction avec LU-SSOR matricielle (Bleu : stable, Blanc : instable, Jaune : oscillation)	63
3.10	Stabilité en fonction du pas de temps et de la force de l'interaction avec LU-SSOR scalaire (Bleu : stable, Blanc : instable, Jaune : oscillation)	64
3.11	Stabilité en fonction du pas de temps à $\lambda_s = 14 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	64
3.12	Configuration d'une plaque plane entièrement revêtue	68
3.13	Amortissement des oscillations à l'interface entre deux itérations de couplage	69
3.14	Position des sondes sur la configuration métal et barrière thermique	70
3.15	Maillage fluide structuré et solide non structuré	71
3.16	Champ de température dans le solide pour un traitement mixte à l'interface	72
3.17	Convergence pour un traitement mixte à l'interface	72
3.18	Facteur d'amplification temporel maximum à la paroi couplée	73
3.19	Évolution de la température à l'interface pour chacune des sondes	74
3.20	Évolution de la température à l'interface pour chacune des sondes avec $\Delta t_c = \Delta t_D$	74
3.21	Variation (gauche) et convergence (droite) de la température à l'interface avec $\Delta t_c = \Delta t_D$	76
3.22	Évaluation de l'erreur d'interpolation à l'interface, $\lambda_{BT} = 0.1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$	77
3.23	Variation du coefficient de relaxation en fonction d'un pas de temps de couplage linéaire	78
3.24	Convergence du flux et de la température à la paroi avec la correction	79
4.1	Schéma du montage expérimental [3]	82
4.2	Maillage fluide et solide	83
4.3	Convergence en maillage sur le débit traversant la turbine dans la direction radiale et azimutale avec un point chaud aligné avec le bord d'attaque du distributeur	83
4.4	Condition d'injection de point chaud impactant le bord d'attaque du distributeur.	85
4.5	Coefficient de relaxation local sur la surface couplée, $D_f = 0.35$	85
4.6	Influence de la définition du pas de temps de couplage transitoire sur la stabilité	86
4.7	Convergence pour différentes fréquences de couplage (gauche : $\Delta t_c = 1.10^{-6} \text{ s}$, droite : $\Delta t_c = \Delta t_D$)	87
4.8	Résidu sur la densité	88
4.9	Nombre de Nusselt à $h = 50\%$	90
4.10	Comparaison sur le nombre de Mach isentropique en fonction de la conductivité thermique du solide à 50 % de hauteur de veine du distributeur	91
4.11	Effet de ségrégation avec V_a la vitesse absolue et V_r la vitesse relative vue par le rotor (écoulement froid en bleu et chaud en rouge)	91
4.12	Configuration d'un étage de turbine - MT1	93
4.13	Représentation des structures turbulentes avec un point chaud sur le distributeur (haut) et le rotor (Bas) pour un calcul stationnaire	94

4.14 Frottement sur l'extrados du distributeur (haut) et du rotor (Bas) pour un calcul stationnaire	95
4.15 Frottement sur les parois du distributeur pour un calcul stationnaire	97
4.16 Frottement sur les parois du rotor pour un calcul stationnaire	98
4.17 Variation relative de la viscosité turbulente (en %) entre un calcul adiabatique et isotherme.	99
4.18 Variation relative de la pression totale et de la température totale (en %) entre un calcul adiabatique et isotherme à mi-hauteur de veine.	99
4.19 Variation relative de la pression totale, la température totale et de nombre de Mach (en %) entre un calcul adiabatique et isotherme à l'aval du distributeur ($x=0.0415m$).	100
4.20 Représentation du calcul par Zeppelin des caractéristiques du sillage	100
4.21 Analyse du sillage du distributeur pour un calcul stationnaire	102
4.22 Vitesse absolue à $x = 0.044 m$ pour $\lambda_s = 20 W.m^{-1}.K^{-1}$ et $\lambda_s = 147 W.m^{-1}.K^{-1}$	103
4.23 Position sur l'extrados des plans illustrant l'évolution de la couche limite	104
4.24 Couche limite sur l'extrados du distributeur à 50% de hauteur de veine (positions 1,2 et3)	105
4.25 Couche limite sur l'extrados du rotor à 50% de hauteur de veine (positions 4,5 et 6))	106
4.26 Convergence du résidu sur la densité du calcul fluide et de la différence de la température à l'interface fluide-solide pour différentes conductivités thermiques. .	108
4.27 Comparaison du nombre de Nusselt en fonction de la conductivité thermique à 50% de hauteur de veine du distributeur	108
4.28 Comparaison du nombre de Nusselt en fonction de la conductivité thermique du distributeur	109
4.29 Représentation du flux de chaleur négatif (du solide vers le fluide) à la paroi du distributeur.	110
4.30 Représentation de la température totale autour du distributeur à 50% de hauteur de veine. (sonde 1 $T_t = 474 K$ et sonde 2 $T_t = 467 K$)	110
4.31 Flux de chaleur à la paroi du distributeur en fonction de la conductivité thermique du solide.	111
4.32 Température à la paroi du distributeur en fonction de la conductivité thermique du solide.	112
4.33 Flux de chaleur à la paroi du rotor en fonction de la conductivité thermique du solide.	114
4.34 Température à la paroi du rotor en fonction de la conductivité thermique du solide.	115
4.35 Conditions d'injection du point chaud	116
4.36 Flux de chaleur à la paroi du distributeur pour $\lambda_s = 150 W.m^{-1}.K^{-1}$ avec une condition de raccord plan de mélange.	117
4.37 Température à la paroi du distributeur pour $\lambda_s = 150 W.m^{-1}.K^{-1}$ avec une condition de raccord plan de mélange.	118
4.38 Températures totales d'entrée rotor pour un calcul plan de mélange	118
4.39 Flux de chaleur à la paroi du rotor pour $\lambda_s = 150 W.m^{-1}.K^{-1}$ avec une condition de raccord plan de mélange.	119
4.40 Convergence en débit de la simulation URANS avec condition de raccord chorochronique et le spectre du signal	121

4.41	Signal de la température à la paroi et spectre des fréquences au niveau du jeu du rotor	121
4.42	Représentation schématique du couplage fluide-solide pour une condition d'interface chorochronique	123
4.43	Comparaison entre raccord chorochronique et plan de mélange sur le nombre de Mach isentropique à 50% de hauteur de veine du distributeur	124
4.44	Champ de température totale dans le plan d'entrée du rotor.	124
4.45	Comparaison de la pression statique entre un calcul plan de mélange et un calcul chorochronique à 50 % de hauteur de veine du rotor avec un point chaud aligné avec le bord d'attaque	125
4.46	Lignes de courant autour du rotor pour différents alignements du point chaud pour une interface stator-rotor en plan de mélange et champ de température totale	126
4.47	Champ instantané de la température totale et lignes de courant autour du rotor pour différents alignements du point chaud pour une interface stator-rotor en chorochronique	127
4.48	Comparaison entre raccord chorochronique et plan de mélange sur le nombre de Nusselt à 50% de hauteur de veine du distributeur	128
4.49	Comparaison sur le flux de chaleur au niveau de la paroi carter du rotor entre un calcul chorochronique moyenné (gauche) et un calcul plan de mélange (droite) . .	128
4.50	Comparaison sur le nombre de Nusselt à 50% de hauteur de veine du rotor . . .	129
4.51	Position de la barrière thermique sur le distributeur MT1	131
4.52	Température à différentes hauteurs pour différentes position de la barrière thermique	132
4.53	Barrière thermique sur l'étage de turbine HP MT1	133
4.54	Champs de température à la paroi du rotor selon l'alignement du point chaud . .	134
4.55	Iso-contours expérimentaux du nombre de Mach relatif du rotor 37 à $h/H = 95\%$	135
4.56	Position des sondes expérimentales du rotor 37	136
4.57	Maillage du rotor 37	136
4.58	Champs de température statique selon la condition limite thermique adiabatique (gauche) et couplée (droite)	137
4.59	Température statique proche au niveau du jeu pour $h/H = 98\%$ sur une paroi adiabatique	137
4.60	Variation du nombre de Biot par l'onde de choc à la paroi du carter	138
4.61	Résidu sur l'équation de la densité pour des calculs CFD et CHT	139
4.62	Variation relative de la température à la paroi du carter entre un calcul adiabatique et un calcul couplé	139
4.63	Température du carter entre un calcul adiabatique (gauche) et un calcul couplé au carter à $\lambda_s = 100 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (droite).	140
4.64	Courbes caractéristiques en fonction de la température de paroi et du modèle de turbulence	141
4.65	Performances du rotor à $z = 10,67\text{cm}$	143
4.66	Comparaison du rapport μ_t/μ pour deux modèles de turbulence au bord d'attaque	144
4.67	Comparaison du nombre de Mach relatif à $h/H = 95\%$	144
5.1	Représentation d'une plaque semi-infinie avec barrière thermique	150
5.2	Représentation du schéma de couplage instationnaire	153
5.3	Maillage de la plaque plane pour un calcul URANS	154

5.4	Oscillation de la température de paroi en réalisant un couplage fort	155
5.5	Oscillation de la température de paroi en utilisant le modèle semi-analytique . .	157
5.6	Comparaison sur la température de paroi entre un couplage fort et le modèle semi-analytique pour $f = 20 \text{ Hz}$	158
A.1	Nombre de Mach à 50% de hauteur de veine sur la configuration MT1.	172
A.2	Flux de chaleur et température de paroi sur le distributeur du MT1 pour la condition de paroi adiabatique et isotherme.	172
B.1	95 % de hauteur de veine - Spalart-Allmaras	173
B.2	95 % de hauteur de veine - $k-l$ de Smith	174
C.1	Représentation d'une plaque semi-infinie avec barrière thermique	175

Liste des tableaux

2.1	Constantes des lois de comportement et des lois d'état pour l'air.	30
3.1	Comparaison entre les conditions d'interface de Dirichlet-Robin et Neumann-Dirichlet	69
3.2	Critère de stabilité en fonction de la conductivité thermique de la barrière thermique	73
4.1	Paramètres de couplage pour différentes valeurs de Δt_c	87
4.2	Stabilité du processus en fonction de la fréquence de couplage	88
4.3	Efficacité de protection	133
4.4	Comparaison des temps CPU entre les calculs CFD Isotherme, CFD Adiabatique, CHT Carter et CHT toutes les parois (Carter, Moyeu, Aube)	138

Introduction

Contexte

Les turbines à gaz sont un élément essentiel pour le transport aérien mais aussi pour la production d'électricité. Le principal avantage d'une turbine à gaz comparé à un moteur à piston est son rapport poids-puissance et sa fiabilité. Une turbine à gaz est composée principalement de trois sections : un compresseur, une chambre de combustion et une turbine. Le fonctionnement d'une turbine à gaz repose sur le cycle thermodynamique de Brayton. Un cycle idéal peut se décomposer en 4 parties : une compression adiabatique, une combustion isobare en mélangeant l'air et le fuel, une détente adiabatique et un refroidissement isobare qui consiste au retour vers les conditions thermodynamiques à l'altitude et au nombre de Mach de vol. Dans ce cycle idéal, la compression et la détente sont considérées comme adiabatiques, donc sans échange de chaleur, ce qui n'est pas le cas pour un fonctionnement réel.

Les constructeurs cherchent à améliorer les performances des turbines à gaz pour différentes raisons. D'une part cela permet de répondre aux exigences actuelles de l'Union Européenne en termes de réduction des émissions de polluants dans l'atmosphère mais d'autre part cela permet une diminution des coûts de maintenance pour l'opérateur. Pour ce faire, les constructeurs cherchent à augmenter la température en sortie de chambre de combustion afin d'atteindre les performances souhaitées. De nos jours, les températures d'entrée turbine sont bien supérieures à la température de fusion des matériaux utilisés pour la conception des aubes [73]. Il est alors impératif de bien contrôler l'environnement thermique des aubages pour éviter la dégradation des différents composants de la turbine à gaz, une augmentation des coûts de maintenance et une augmentation de la consommation de carburant. Cette thèse vise à développer des outils numériques pour des calculs couplés aérothermiques permettant une estimation plus efficace des échanges de chaleur en maximisant la stabilité numérique tout en minimisant le coût de calcul dans les parties chaudes du moteur en utilisant une approche RANS. À l'heure actuelle cette approche est encore très largement utilisée dans l'industrie et connaît même un regain d'intérêt avec de nouveaux projets de développement en cours par les industriels qui sont entièrement axés sur des modèles RANS. Par ailleurs, une comparaison des approches RANS avec d'autres techniques comme la DES (Detached-Eddy Simulation) a été réalisées par Spalart [111] qui souligne les limitations de ces dernières pour des configurations industrielles.

La partie la plus impactée par cette augmentation de température est la turbine haute-pression (HP) qui se trouve directement après la chambre de combustion. Son principal rôle est d'extraire l'énergie nécessaire du fluide chaud afin de mettre en rotation le compresseur haute-pression. Chaque étage de turbine est composé d'un stator, aussi appelé distributeur, et d'un rotor. Le distributeur va permettre d'accélérer et de modifier la giration du fluide optimisant le fonctionnement du rotor pour le design choisi.

Cette turbine HP est soumise à un écoulement non uniforme et des variations de température importantes provenant de la chambre de combustion. Ces hétérogénéités, appelées points chauds, sont principalement causées par la discrétisation des injecteurs impactant les performances aérodynamiques. Il est alors important de correctement caractériser ces hétérogénéités provenant de la chambre. Ces points chauds génèrent aussi des gradients de température à la paroi qui doivent être pris en compte afin de concevoir un système de refroidissement efficace, répartissant la charge thermique sur l'ensemble de l'aube et limitant la dégradation de l'aube. Enfin, des gradients de température à la paroi peuvent apparaître lors de la formation d'une onde de choc qui se forment sous certaines conditions dans les écoulements de veine entraînant une interaction avec la couche limite et contribuant grandement aux échanges de chaleur. Pour toutes ces raisons, il est primordial de correctement protéger les aubes de turbine des contraintes aérothermiques d'où notre approche couplée afin d'obtenir une bonne estimation des échanges de chaleur.

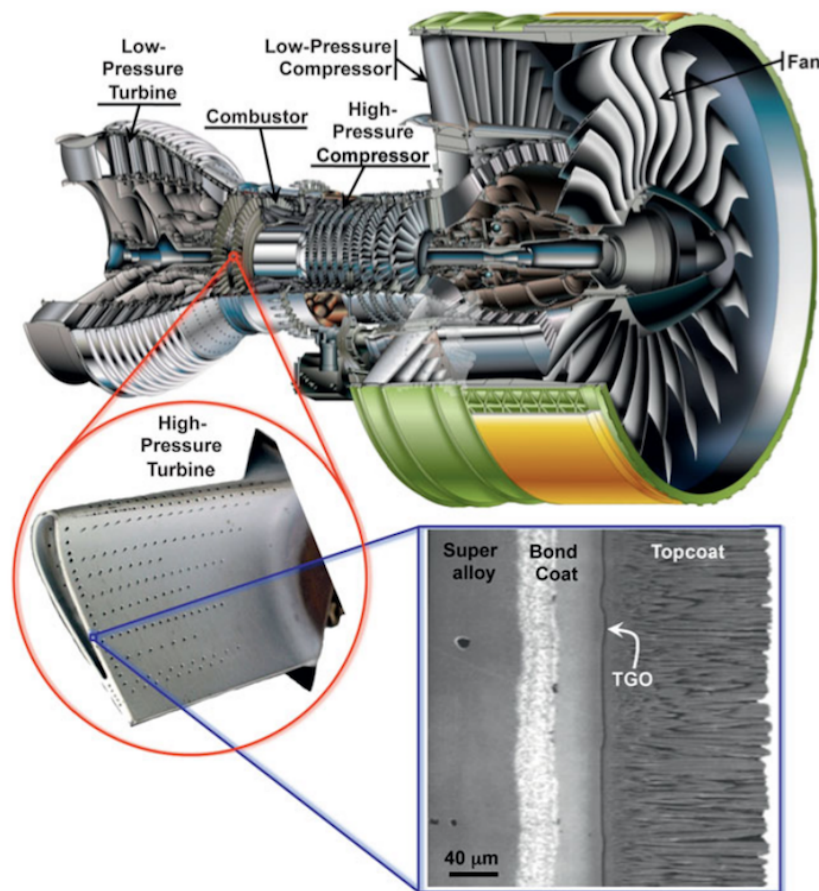


FIGURE 1 – Coupe d'une turbomachine (GP7200) représentant une aube de turbine HP recouverte d'une barrière thermique [18]

Pour protéger les turbines HP de ces conditions extrêmes, un revêtement spécifique est utilisé afin de réduire les flux de chaleur échangés. Ces barrières thermiques sont un élément essentiel dans la protection des aubes de turbine. Ce revêtement permet, non seulement, une augmentation considérable de la durée de vie mais aussi un gain significatif du rendement [18]. Les barrières thermiques étant de très faible épaisseur et de faible conductivité thermique, les interactions aérothermiques à la paroi fluide-solide peuvent alors être substantielles. De plus, ces barrières thermiques sont souvent utilisées conjointement avec d'autres techniques de refroidissement et de

protection comme l'utilisation d'un film protecteur ayant pour principale fonction de former une couche d'air froid entre l'écoulement chaud provenant de la chambre et la paroi de l'aube. Ces différentes techniques engendrent des nombres de Mach, de Reynolds et de Biot très différents d'une région à l'autre de l'écoulement. Les outils numériques doivent donc être capables de capturer les fortes hétérogénéités de la température à la paroi, souvent déstabilisatrices lors d'un calcul couplé.

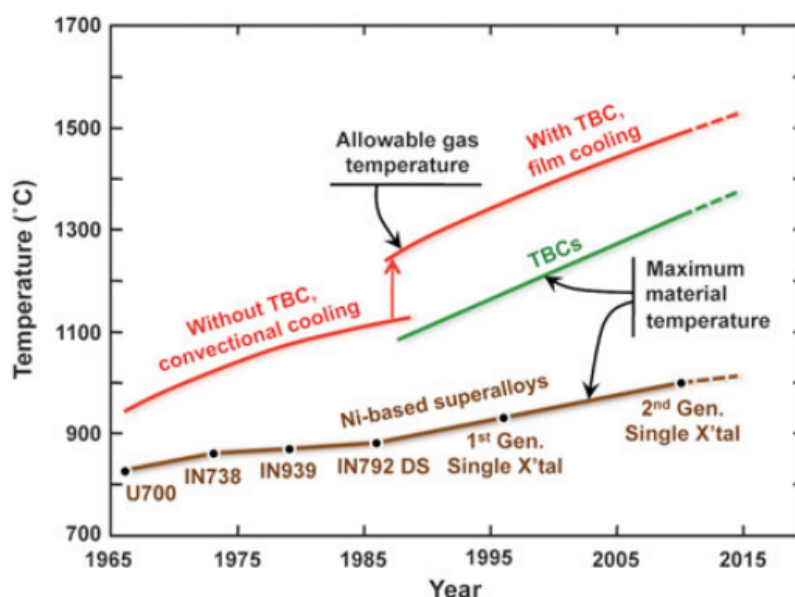


FIGURE 2 – Évolution de la température de sortie de chambre de combustion depuis 1965 en fonction de l'évolution des techniques de refroidissement [18]

Par ailleurs, l'hypothèse d'un écoulement adiabatique est couramment utilisée lors des études numériques [12, 23]. Or dans une turbine, la détente n'est pas adiabatique et échange beaucoup de chaleur avec les différents composants de la turbine à gaz, une hypothèse de détente adiabatique du fluide peut alors conduire à une mauvaise estimation des performances mais aussi des flux de chaleur à la paroi. En effet, la variation de la température de paroi modifie à la fois les flux de chaleur au sein du solide mais aussi l'écoulement dans la couche limite. Il est alors indispensable d'avoir des outils numériques qui permettent de tenir compte des phénomènes multiphysiques dans une turbine à gaz, ce qui est réalisé à l'aide d'un couplage fluide-structure. Cela permet de concevoir des techniques de refroidissement et de protection qui permettent une augmentation de la température d'entrée turbine sans pour autant détériorer les composants de la turbine. Le couplage réalisé dans cette thèse met en jeu plusieurs codes de calcul et propose différentes méthodes de couplage pour les écoulements de veine dans une turbine à gaz afin de garantir la stabilité numérique inconditionnelle tout en maintenant un coût CPU raisonnable. Le traitement de l'interface fluide-solide est différent lorsque l'on réalise un calcul stationnaire ou instationnaire. Ces méthodes de couplage permettent d'estimer les échanges de données, d'un code à l'autre, à chaque pas de temps de couplage et dans chacune des mailles afin de tenir compte de la diversité des nombres de Mach, de Reynolds et de Biot que l'on peut trouver dans une turbine à gaz pour l'ensemble des interactions aérothermiques.

Objectifs et démarche de la thèse

Avant le début de la thèse, des études aérothermiques couplées [17, 40] et non couplées [13, 103] ont été réalisées à l’Onera. Les simulations non couplées portent principalement sur l’étude du refroidissement des turbines HP avec ou sans point chaud, alors que les simulations couplées portent principalement sur l’étude des schémas de couplage sur des configurations simplifiées sur la base des coefficients optimaux. Le cas test de la plaque plane 2D a souvent été employé pour valider la méthodologie de couplage. Nous voulons alors mettre en place un calcul couplé en utilisant les coefficients optimaux sur une configuration d’aube 3D. Pour cela différents verrous devront être levés notamment dans la formulation exacte de certains paramètres à l’interface qui n’ont pas été défini jusqu’à présent.

Cette thèse vise à développer une méthodologie de couplage aérothermique utilisable en bureau d’études. Ainsi, elle devra être optimale du point de vue de la stabilité numérique de convergence, s’adapter aux différentes forces d’interaction pour prendre en compte les barrières thermiques et rester stable en présence d’ondes de choc. On se focalisera principalement sur une configuration de turbine 3D avec point chaud. On précise que l’on veillera à ce que le couplage ne soit pas pénalisant en termes de coût CPU et la méthodologie sera développée en tenant compte des contraintes suivantes. Dans un premier temps, un travail préliminaire indispensable au bon déroulement de la thèse consistera à :

- L’amélioration de la localisation des éléments surfaciques sur une interface 3D curviligne.
- Permettre des calculs parallèle, c’est-à-dire avec des échanges de données sur une interface découpée et répartie sur plusieurs processeurs.
- La réalisation des maillages solides complémentaires aux maillages fluides.
- Uniformiser le jeu de donnée entre les solveurs afin de garantir la cohérence physique et numérique lors du couplage.

Par ailleurs, pour que le schéma de couplage puisse facilement être applicable dans les bureaux d’études, il est important que celui-ci stabilise l’ensemble des interactions aérothermiques présentes dans une turbine tout en évitant des coûts CPU importants. Pour ce faire, le chapitre 3 se focalisera sur le schéma de couplage utilisé qui doit répondre aux différents points suivants :

- Capacité du schéma à stabiliser les échanges sur des maillages surfaciques curvilignes avec ou sans lois de paroi.
- Méthode indépendante du type de maillage (structuré, non-structuré, hybride) et du type de maille à la paroi (triangles, quadrilatères et polyèdres quelconques).
- Définir une condition limite d’interface stable pour les fortes et faibles interactions thermiques à l’interface.

-
- Le coût en temps CPU pour la convergence des simulations couplées doit être équivalent à celui d'un calcul non-couplé.

Après validation du schéma de couplage développé, on l'appliquera sur des configurations de turbomachine avec des échanges de chaleur importants pouvant dégrader les performances du moteur . On approfondira dans le chapitre 4 notamment les points suivants :

- Évaluer l'influence des échanges de chaleur de la migration du point chaud dans une turbine HP.
- Comparer la résolution de l'interface stator-rotor avec un plan de mélange et la résolution chorochronique pour des calculs couplés.
- La position de la barrière thermique dans la protection de l'aube.
- Les échanges de chaleur causés par l'interaction onde de choc - couche limite dans l'estimation des performances aérodynamiques du moteur.

Enfin, cette approche stationnaire aidera à étudier les échanges de chaleur pour des écoulements instationnaires (chapitre 5). En effet, tenir compte des échanges de chaleur instationnaires requiert un coût CPU important et un maillage solide qui puisse correctement capturer les fréquences qui y pénètrent pour éviter les erreurs de troncatures [55]. Ainsi, le dernier objectif de ces travaux de thèse est alors de développer un modèle et une stratégie de calcul tout en tenant compte des échanges instationnaires en s'affranchissant du domaine solide et en réduisant les coûts de calcul.

Chapitre 1

État de l'art

Dans ce chapitre, l'état de l'art sur le couplage aérothermique est résumé et plus particulièrement pour des applications turbomachines. Dans un premier temps, on se focalisera sur des éléments théoriques des schémas de couplage pour les échanges aérothermiques. Il est connu que les échanges thermiques sont particulièrement élevés au niveau des turbines haute pression où les simulations couplées apportent une estimation plus précise de la température de paroi par rapport à un simple calcul CFD. Différentes techniques de protection permettent d'éviter des échanges de chaleur trop importants comme les circuits internes de refroidissement ou les barrières thermiques. Enfin, nous regarderons aussi les approches proposées pour l'étude des échanges thermiques instationnaires à l'interface fluide-solide.

1.1 Couplage aérothermique stationnaire

La majorité des études sur le couplage aérothermique s'intéresse aux échanges de chaleur stationnaires en se focalisant sur l'influence de la température moyenne à l'interface. Pour des configurations industrielles, la température de paroi peut varier de manière significative engendrant de grosses variations de la charge thermique. Cette hétérogénéité de la température à l'interface provoque une variation du nombre de Biot qui quantifie la force de l'interaction thermique entre le fluide et le solide. Afin d'estimer au mieux l'environnement thermique des aubages, il est nécessaire d'utiliser une approche couplée (CHT). Cette section a pour objectif de présenter les différentes approches de couplage aérothermique pour des écoulements stationnaires.

1.1.1 Solution analytique à l'interface fluide-solide

Les problèmes couplés ont été, en premier, traités par Perelman [93] qui montre l'importance de prendre en compte l'influence mutuelle des domaines fluide et solide. En effet, la température de paroi ne peut pas être considérée constante lors de fortes interactions fluide-solide puisque celle-ci varie en fonction des propriétés du solide. Ainsi, une méthode est présentée afin de déterminer analytiquement l'évolution de la température à l'interface en considérant des solutions asymptotiques. Perelman ajoute, qu'utiliser une approche couplée permet de s'affranchir de la complexité expérimentale de déterminer la température de paroi. Luikov a aussi traité des problèmes thermiques simultanés des milieux fluide et solide. Il montre d'abord [84] que déterminer une solution analytique de la température de surface variable n'est pas triviale sur une configuration couplée, sauf pour de rares exceptions. Il propose des solutions analytiques

en tenant compte des échanges de chaleur lors d'écoulements compressibles stationnaires et instationnaires [82, 83].

Par ailleurs, Luikov étudie le coefficient d'échange convectif h [82]. Ce coefficient peut être calculé par la loi dite de Newton où le coefficient h est un coefficient de proportionnalité entre le flux et la différence des températures entre le fluide et le solide. Le coefficient n'a alors une interprétation physique qu'en régime stationnaire et n'a de sens que si le solide a une température constante. En effet, lorsque l'on considère un état instationnaire, la thermique dans la couche limite n'étant pas encore établie, h peut alors devenir négatif ce qui est inconsistant avec son sens physique.

Ce paramètre sera néanmoins utilisé dans les études numériques de couplage aérothermique en tant que paramètre de relaxation entre les différents codes [120]. Les solutions analytiques obtenues pour des écoulements autour d'une interface solide mettent en évidence l'importance des interactions mutuelles entre le fluide et le solide pour des applications aérothermiques.

1.1.2 Philosophie pour le couplage aérothermique numérique

Les approches modernes consistent à résoudre les équations de la dynamique du fluide et celle de la thermique dans le solide simultanément à l'aide d'outils numériques. Cependant pour des configurations industrielles il est difficile de déterminer une solution analytique de la température à l'interface. On développe alors des outils numériques massivement parallèles qui prennent en compte ces effets combinés. Il existe principalement deux différentes méthodes pour la résolution d'un calcul couplé représentées dans la figure 1.1 qui montre le domaine numérique pour la simulation du fluide et du solide. Il existe l'approche monolithique qui consiste à résoudre le domaine fluide et solide via le même outil de calcul. Cette approche convient quand les temps caractéristiques de chacune des physiques sont similaires ou bien quand les pas de temps doivent être cohérents pour les calculs instationnaires. On peut citer Heil [56] et Hubner et al. [61] qui utilisent cette approche afin de résoudre des problèmes instationnaires d'aéro-élasticité où les temps caractéristiques sont du même ordre de grandeur dans chacun des domaines. Cette méthode a l'avantage d'être stable quelle que soit l'interaction. Cette approche peut aussi être utilisée en aérothermique en revanche le coût CPU devient de plus en plus élevé lorsque les temps caractéristiques des physiques étudiées sont différents ce qui peut-être le cas pour certaines problématiques aérothermiques. C'est pour cela que l'on se focalisera sur les approches partitionnées qui sont plus adaptées à la problématique posée.

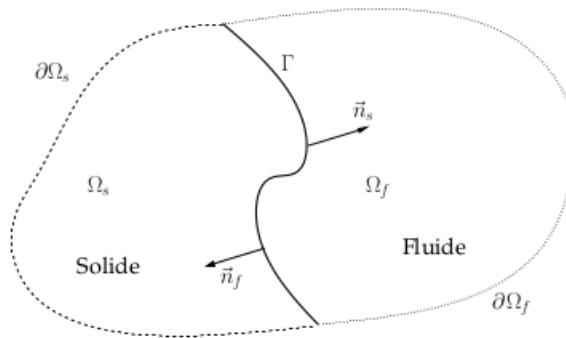


FIGURE 1.1 – Domaines fluide et solide. Γ représente l'interface, Ω_f et Ω_s représentent respectivement le domaine fluide et solide [17].

L'approche partitionnée consiste à calculer les deux domaines séparément avec des codes de calcul dédiés. Chacun des codes évolue avec son propre pas de temps. Cela permet un gain considérable en temps CPU mais le traitement de l'interface est plus compliqué et peut provoquer des instabilités. Felippa et Park [41] proposent un algorithme partitionné afin de résoudre les équations à l'interface (figure 1.2) où S représente la phase de substitution et P représente la prédiction. Cette approche accroît la modularité tout en réduisant considérablement le temps CPU. Très peu de changements sont requis dans les codes de calcul comparé à l'approche monolithique. L'implémentation de la méthode partitionnée doit cependant reposer sur des études de stabilité fiables définissant avec précision les paramètres impliqués dans le couplage. En effet, le critère de stabilité peut considérablement impacter le temps CPU.

1.1.3 Méthodes pour la résolution de l'interface fluide-solide partitionnée

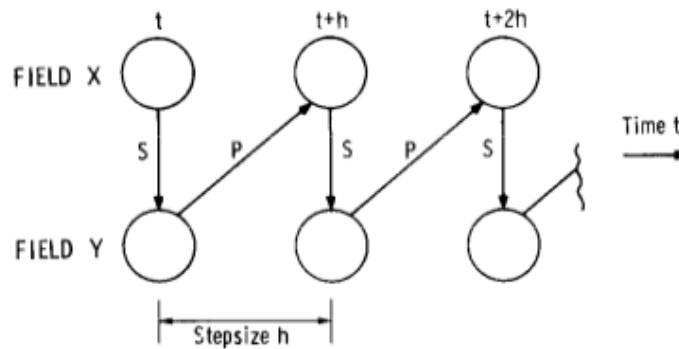


FIGURE 1.2 – Schéma de l'intégration en temps illustrant l'approche partitionnée [41]

Il existe plusieurs algorithmes de couplage partitionnée afin d'améliorer la précision à l'interface. Piperno et al. [94] réalisent une analyse de stabilité et de coût CPU sur différents algorithmes pour l'intégration temporelle entre deux codes.

L'algorithme partitionnée séquentiel de base consiste à échanger des données à chaque pas de temps. Un tel algorithme est du premier ordre à l'interface rendant le calcul structure aussi du premier ordre. Une version sous-cyclé est présentée, CSS (Conventional serial staggered), qui permet d'échanger les données issues du couplage à des instants précis. Cette approche étant séquentielle, la fréquence d'échange est imposée par la physique la plus lente. Le code fluide devra alors réaliser plusieurs sous-itérations intermédiaires entre deux itérations du code solide.

On peut ainsi tenir compte de l'interaction du code avec la physique la plus lente en effectuant une interpolation linéaire à chaque instant de couplage. Cette approche est d'ordre 1 en temps mais contrairement à l'algorithme précédant, l'erreur à l'interface est amplifiée par le nombre de sous-itérations. Ces sous-itérations sont toutefois nécessaires afin de réduire le coût CPU. Une autre variante est décrite consistant à introduire un déphasage temporel lors des échanges de données. Un tel algorithme requiert le même nombre d'instances de couplage que précédemment mais maintient une précision d'ordre deux en temps.

Un algorithme partitionné parallèle est aussi présenté par Piperno et al. [94], qui consiste à intégrer en temps les codes simultanément (Conventional Parallel Staggered, CPS). Ils montrent que cette synchronisation est d'ordre 1 à l'interface avec une erreur plus importante par rapport à un calcul séquentiel mais un gain en temps CPU est constaté. Afin d'améliorer la précision des résultats à l'interface, un demi-pas de temps est introduit (Generalizes Serial Staggered,

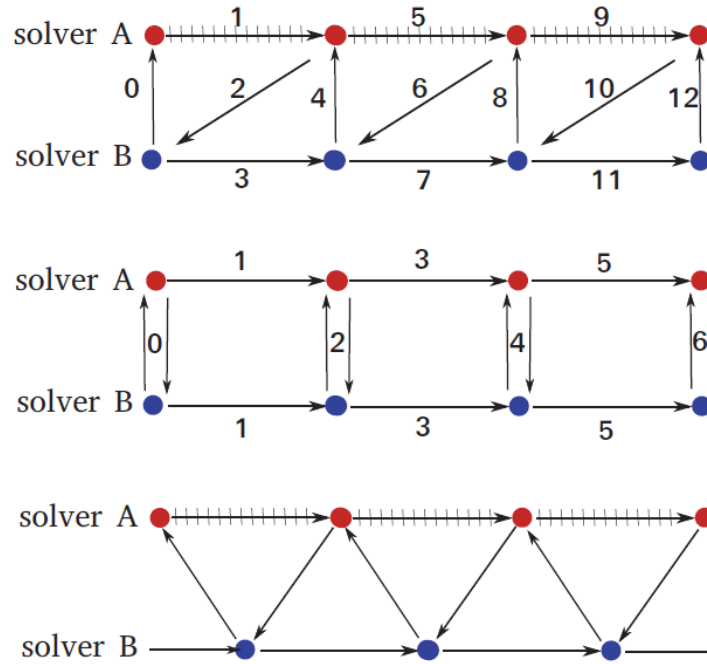


FIGURE 1.3 – Représentation des schémas partitionnés : CSS, CPS, GSS [97]

GSS) lors de l'intégration temporelle. La première moitié s'effectue en parallèle alors que la deuxième est réalisée en mettant à jour les informations provenant de la structure. Cela permet ainsi d'améliorer la précision mais réduit les performances CPU.

1.1.4 Temps caractéristiques entre le fluide et le solide

Afin de réaliser un couplage multi-physique, le coût CPU est souvent imposé par la physique la plus rapide. Dans le cas d'un couplage aérothermique, l'évolution des phénomènes turbulents dans le fluide est souvent plus rapide que celle du phénomène de la diffusion dans le solide. On peut estimer les temps caractéristiques de chacun des domaines à l'aide du nombre de CFL pour les effets convectifs dans le fluide et du nombre de Fourier pour les effets diffusifs dans le solide.

$$\tau_f = \frac{L_f}{U} \quad (1.1)$$

$$\tau_s = \frac{\rho_s C_s L_s^2}{\lambda_s} \quad (1.2)$$

Dans le cas des aubes de turbine, on montre que le rapport τ_s/τ_f peut varier entre 500 et 10000 [55, 120]. En effet, la conductivité thermique des matériaux généralement utilisés pour la fabrication des aubes de turbine étant assez faible, le rapport $\rho C_s/\lambda_s$ peut devenir grand augmentant le temps caractéristique de la diffusion dans le solide. Ce dernier devient alors plus important que les effets turbulents présents autour de cette aube. Dans ces conditions, l'approche partitionnée est alors nécessaire afin d'obtenir des coûts CPU raisonnables.

1.1.5 Théorème de stabilité de Godunov-Ryabenkii

Dans cette thèse, le comportement des conditions aux limites d'interface a été étudié, pour une approche partitionnée, en utilisant une analyse des modes normaux. Ainsi, Gustafsson, Kreiss et Sundstrom (GKS) [51] introduisent une analyse de stabilité tenant compte des conditions aux limites périodiques. La propagation de l'erreur peut alors s'écrire comme l'expression d'une onde processive contrairement à l'analyse de stabilité de Fourier qui n'inclut pas les conditions de bord où la vitesse est considérée comme nulle [50]. C'est la première tentative cherchant à définir un critère de stabilité pour des conditions aux limites temporellement périodiques. Cette analyse de stabilité se base sur le théorème de Godunov et Ryabenkii [46] qui définit les conditions de stabilité en fonction des facteurs d'amplification. Si l'on considère le schéma le plus simple en différences finies :

$$u_j^{n+1} = Qu_j^n \quad (1.3)$$

où Q est une matrice qui agit sur le vecteur u_j^n . La condition de Godunov-Ryabenkii impose que toutes les valeurs spectrales de Q , si elles existent, soient dans le cercle unitaire afin d'assurer la stabilité. Pour un vecteur défini par son facteur d'amplification spatiale κ et temporel z , $u_j^n = \psi z^n \kappa_j$, le théorème de Godunov-Ryabenkii détermine le domaine de stabilité. Si on suppose que $|z| > 1$, l'équation 1.3 admet une solution non triviale de la forme $u_j^n = \psi z^n \kappa_j$ avec $|\kappa| < 1$, alors le système est instable. Cependant cette condition est trop restrictive et ne fournit pas une meilleure stabilité lorsque la taille de première maille tend vers 0 [50].

Par ailleurs, Trefeten [115] tente aussi de donner une interprétation physique de ces instabilités générées par les différentes discrétisations à l'interface, en se basant sur les vitesses de groupe. La direction de la vitesse de groupe permet ainsi, de déterminer les discrétisations des conditions limites stables et instables. Cela revient à une radiation spontanée d'énergie de la condition limite vers l'intérieur du domaine, ce qui dans un cas d'application physique peut provoquer des instabilités. Il est aussi important de mentionner les travaux de Kreiss [75, 76] qui est le premier à définir une théorie contenant toutes les conditions nécessaires afin d'assurer la stabilité en tenant compte des travaux de Godunov et Ryabenkii.

1.1.6 Analyse de stabilité

L'une des premières études de stabilité utilisant l'analyse de stabilité de Godunov-Ryabenkii est réalisée par Giles [45] qui définit des critères de stabilité pour une résolution 1D instationnaire de chacun des domaines garantissant la stabilité du processus couplé à l'interface. Dans un premier temps, il définit un critère de stabilité pour une interface résolue à l'aide d'une méthode monolithique. Son analyse de stabilité montre que ce type de couplage est toujours stable pour des discrétisations explicites et implicites. Il montre alors que pour l'approche monolithique, la température est toujours bornée et que la condition de stabilité 1.4 est toujours vérifiée. Il introduit le paramètre r :

$$r = \frac{c_+ \Delta x_+}{c_- \Delta x_-} \quad (1.4)$$

Où r représente le rapport des capacités calorifiques $c_{\pm}$ et la taille de la première maille $\Delta x_{\pm}$ de chacun des milieux. Il s'intéresse aussi aux discrétisations de l'interface pour l'approche

partitionnée. Il définit des critères de stabilité pour une discrétisation explicite, implicite et hybride en utilisant cette fois la théorie de Godunov-Ryabenkii. Pour cette approche il considère les conditions aux limites naturelles de Dirichlet et Neumann et obtient la condition de stabilité suivante pour une discrétisation explicite :

$$r < \frac{\sqrt{1 - 2D_-}}{1 - \sqrt{1 - 2D_+}} \quad (1.5)$$

où $D_{\pm}$ représente le nombre de Fourier qui quantifie la pénétration de la chaleur dans le milieu. Une condition similaire est obtenue pour une discrétisation hybride, c'est-à-dire pour une discrétisation temporelle implicite d'un côté et explicite de l'autre :

$$r < \frac{\sqrt{1 + 2D_-}}{1 - \sqrt{1 - 2D_+}} \quad (1.6)$$

Pour une discrétisation implicite dans chacun des domaines, on obtient :

$$r < \frac{\sqrt{D_-}}{\sqrt{D_+}} \quad (1.7)$$

On précise toutefois que ces critères de stabilité sont applicables pour des calculs instationnaires dans le fluide et le solide. De plus, il est à noter que Roux et Garaud [101] ont confirmé les résultats de Giles dans le cadre des méthodes de décomposition de domaines basées sur une analyse matricielle du couplage stationnaire thermique fluide-solide. Ils ont souligné aussi, à partir du complément de Schur, que la condition de Dirichlet-Neumann peut présenter de nombreux effets déstabilisants.

Roe et al. [99] utilisent aussi une approche similaire afin de définir un critère de stabilité pour l'équation 1D de la chaleur en mettant en place une nouvelle méthode pour l'intégration temporelle. Une condition de Dirichlet est imposée à l'interface fluide et une condition de Neumann à l'interface solide. Une nouvelle approche est développée afin de tenir compte d'un paramètre de couplage et des gradients de flux de chaleur à l'interface. Pour une interface stationnaire un critère de stabilité est trouvé en utilisant l'analyse de stabilité et le théorème de Godunov-Ryabenkii sur des équations d'ordre élevé à l'interface :

$$r < \frac{\sqrt{1 - 2D_-}(1 - 2\theta_+) + 2\theta_+}{(1 - \sqrt{1 - 2D_+})(2\theta_+ + \sqrt{1 - 2D_+})} \quad (1.8)$$

Où θ_+ représente un paramètre de couplage tenant compte de l'historique à l'interface. Ce schéma apporte une plus grande précision de la température à l'interface et l'auteur précise que la stabilité ne dépend plus que du nombre de CFL lorsque les paramètres initiaux sont bien choisis.

La majorité des analyses de stabilité présente des résultats sur des configurations 1D. Henshaw et al. [57] présentent une méthode stabilisant l'interface fluide-solide pour des calculs incompressibles. Cette méthode est appliquée sur des configurations industrielles et pour un large spectre d'interaction thermique fluide-solide. Les conditions d'interface de Dirichlet-Neumann et de Dirichlet-Robin sont présentées, combinées à une méthode de recouvrement de maillage. Le critère de stabilité est défini comme :

$$|A| \simeq \frac{\lambda_2 \sqrt{a_1}}{\lambda_1 \sqrt{a_2}} < 1 \quad (1.9)$$

où A est le facteur d'amplification, λ représentent les conductivités thermiques de chacun des domaines et a la diffusivité thermique. Un paramètre optimal est aussi défini conduisant à une accélération de la convergence.

La condition de stabilité défini par Henshaw [57] est particulièrement adaptée pour un couplage fort mais ne l'est pas pour un couplage faible. Kazemi-Kamyab et al. [72] ont réalisé une analyse pour la condition de Dirichlet-Neumann et considèrent des équations instationnaires dans chacun des domaines. Le critère de stabilité est défini à partir de l'analyse de stabilité de Godunov-Ryabenkii avec un schéma temporel implicite de Crank-Nicolson afin d'améliorer la stabilité à faible nombre de Biot :

$$r < \frac{(2\theta - 1)\sqrt{1 + 2D_1(2\theta - 1)}}{-1 + \sqrt{1 + 2D_2(2\theta - 1)}} \quad (1.10)$$

où θ est un paramètre de relaxation, égal à 0,5 dans le schéma de Crank-Nicolson. Différents cas tests sont présentés pour différentes interactions thermiques fluide-solide.

Une approche similaire est utilisée par Joshi et Leyland [71] qui appliquent le théorème de Godunov-Ryabenkii afin de déterminer un critère de stabilité pour la condition d'interface de Dirichlet-Robin en considérant les équations instationnaires dans le fluide et dans le solide. Contrairement aux précédents auteurs, le couplage utilise un algorithme de type "conventional parallel staggered" pour l'intégration en temps ce qui permet de définir le critère de stabilité suivant :

$$r < r_{sup} = \frac{\sqrt{1 + 2D_s} + 2\beta}{2 - 2\sqrt{1 - 2D_f}} \quad (1.11)$$

où $\beta = \alpha D_s (\Delta x_s / \lambda_s)$ avec α le coefficient de relaxation dans l'équation de Robin. Un coefficient optimal pour le coefficient de relaxation est donné en soulignant que la vitesse de convergence dépend fortement de la valeur de ce coefficient. Les calculs sont réalisés pour une interaction fluide-solide relativement faible et le coefficient optimal n'est pas explicitement défini. Enfin, la validité du critère de stabilité est testée sur une interface discrétisée en volumes finis côté fluide et en éléments finis côté solide ce qui est particulièrement idéale pour des applications plus industrielles.

Wlassow et al. réalisent plusieurs calculs couplés sur une configuration d'aube de turbine [119–121]. L'aube C3X est utilisée afin de montrer l'efficacité des différentes conditions aux limites à correctement stabiliser le couplage partitionné. Une condition d'interface de Dirichlet-Robin est mise en oeuvre. L'objet de l'étude étant de correctement estimer le coefficient d'échange thermique pour la condition de Robin. Ces études montrent que le choix de ce paramètre n'est pas trivial et influence de façon significative le temps CPU. Ce coefficient est défini à partir de la loi de Newton mais il est plus juste de le considérer comme un paramètre numérique de relaxation qui, s'il est bien choisi, amène des gains non négligeables sur le coût CPU.

Le choix de ce coefficient peut être dicté par le nombre de Biot mais il s'avère alors délicat si ce nombre varie de façon significative, comme c'est le cas dans de nombreuses configurations industrielles [116] car il conduit à des changements de l'interaction thermiques à l'interface. La figure 1.5 montre par exemple l'évolution continue du nombre de Biot le long d'une plaque plane avec un nombre supérieur à 1 au bord d'attaque et inférieur à 1 au bord de fuite.

Verstrate et al. [116, 117] ont défini différentes façons de réaliser un couplage aérothermique sur la base de critères de stabilité reposant sur le nombre de Biot. La méthode FFTB (flux forward temperature back) consiste à imposer une température côté fluide et un flux côté solide.

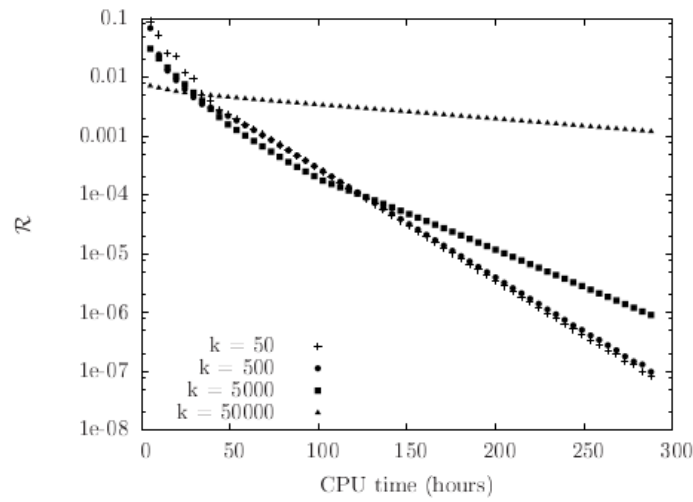


FIGURE 1.4 – Temps CPU en fonction du coefficient stabilisateur [120]

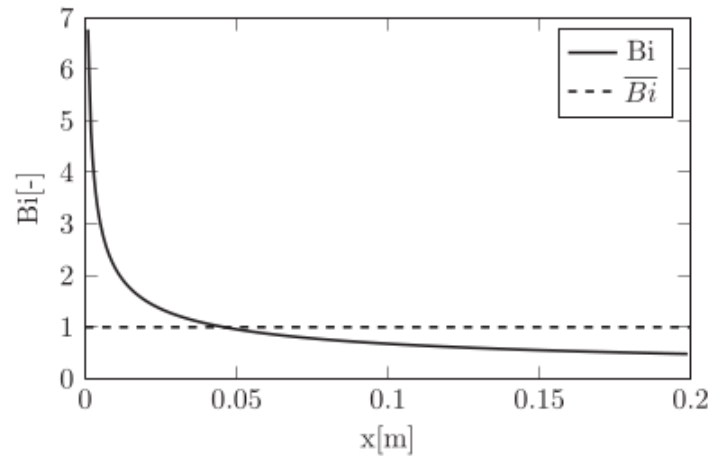


FIGURE 1.5 – Variation du nombre de Biot sur un plaque plane [116]

Ils démontrent que cette méthode est stable lorsque le nombre de Biot est faible. Un coefficient de relaxation purement numérique peut être utilisé afin de faciliter la convergence de cette méthode. Similairement, la méthode TFFB (temperature forward flux back), qui consiste à imposer un flux côté fluide et une température côté solide, est également proposée. Les auteurs démontrent que cette condition est bien adaptée lorsque le nombre de Biot est élevé. Pour les nombres de Biot intermédiaires, deux autres méthodes prenant en compte un coefficient convectif sont proposées. Une analyse de stabilité fournit un critère sur ce coefficient. À noter par ailleurs que l'importance de la fréquence de couplage dans la stabilité du calcul est soulignée par ces études.

Les travaux précédents mettent en évidence la nécessité de disposer de coefficients de relaxation adaptés à la complexité et à la variété des phénomènes aérothermiques rencontrés. Or cela peut s'avérer particulièrement délicat dans des configurations de turbomachines comme l'ont montré Montenay et al. [87, 88] qui montrent la difficulté de déterminer un coefficient de couplage assurant à la fois la stabilité et de bonnes propriétés de convergence.

Le premier à avoir proposé une expression locale pour le choix d'un tel coefficient est Hoselhaus et al. [?] qui suggèrent d'adopter la conductance locale du milieu fluide en proche paroi. Elle s'écrit de la façon suivante dans une approche volumes finis :

$$\alpha_f = K_f = \frac{\lambda_f}{\Delta y_f/2} \quad (1.12)$$

Ce coefficient possède de bonnes propriétés de stabilité, mais le plus souvent au détriment de la convergence, conduisant ainsi à des processus très lents ("overstable" methods).

Au début des années 2010, la Direction de l'Aérodynamique de l'ONERA (DSNA puis DAAA) a obtenu des résultats majeurs et innovants dans le traitement numérique du couplage aérothermique. Ces avancées théoriques ont vu le jour grâce à l'élaboration d'un modèle couplé thermique simplifié. Une transition numérique fondamentale a été identifiée [87, 88] grâce à une analyse de stabilité en mode normal basée sur la théorie de Godunov-Ryabenkii. Cette transition peut être considérée comme un choix optimal en termes de stabilité et de convergence et a conduit pour la première fois à la définition de coefficients de couplage locaux et instationnaires. Ces coefficients ne nécessitent l'emploi d'aucun paramètre arbitraire et s'ajustent automatiquement à la période de couplage ou à tout autre facteur. Dans le cas particulier, mais largement utilisé, de la condition Dirichlet-Robin, le coefficient optimal de relaxation s'écrit :

$$\alpha_f = \frac{K_f}{1 + \sqrt{1 + 2D_f}} \quad (1.13)$$

où K_f représente la conductance fluide et D_f le nombre de Fourier. On peut voir l'influence du nombre de Fourier sur la stabilité à l'interface sur la figure 1.6. Le coefficient optimal est alors dépendant de ce nombre qui doit correctement être estimé pour ne pas déstabiliser le calcul.

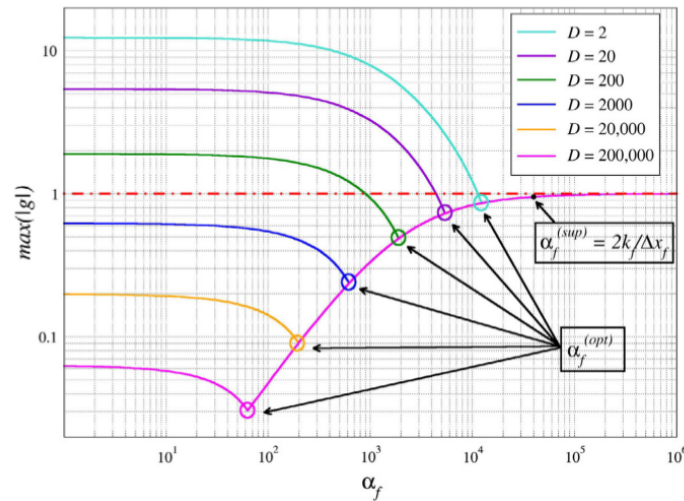


FIGURE 1.6 – Influence du nombre de Fourier sur la stabilité de la condition d'interface de Dirichlet-Robin [36]

Les performances de ce coefficient ont été testées par Errera et Duchaine [37] sur un cas académique, simple du point de vue géométrique mais sévère du point de vue aérothermique. Une stabilité inconditionnelle associée à une convergence rapide et sans oscillation ont été mis en évidence. Puis El Khoury et al. [32, 33] ont appliqué cette méthode dans un four industriel et la pertinence de ce modèle a été pleinement confirmée. Sur la base mathématique de ces

schémas optimaux, l'influence des principaux paramètres numériques et physiques impliquées dans le couplage a été comprise et évaluée et de nouveaux nombres fondamentaux (limite de stabilité, nombre de Biot numérique) ont été introduits. L'importance de ces paramètres a été démontrée par Moretti et al. [89]. Ces schémas ont pu être par la suite adaptés à l'instationnaire et de nouvelles expressions ont été proposées [38]. Ils ont ensuite fait l'objet d'améliorations permanentes pour étendre leur champ d'application [39]. Très récemment, ces schémas ont même montré leur validité pour le couplage d'ordre élevé [90]. Enfin, une collaboration récente avec le Département d'Énergétique de l'ONERA (DMPE) a permis d'étendre ces schémas pour y inclure le rayonnement, prenant ainsi en compte tous les modes de transfert thermique.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de ces nouveaux schémas de couplage et a largement contribué à les améliorer et à les valider comme nous allons le présenter ici. En premier lieu, ces méthodologies seront appliquées dans des configurations de turbomachines. Il sera aussi proposé dans ce mémoire une méthode originale dans les cas délicats de la variation du nombre de Biot, qu'elle soit continue (comme celle de la Figure 1.5) ou brusque (comme celle due à la présence d'une barrière thermique). Cette thèse a aussi contribué à la mise au point de paramètres de sécurité dans des cas complexes. Enfin, c'est dans ce travail que nous avons mis en oeuvre pour la première fois les schémas optimaux pour le traitement des instationnarités périodiques.

Ce bref état de l'art s'est principalement intéressé au traitement de problèmes aérothermiques stationnaires et à la manière dont on pouvait l'optimiser. Il est cependant à noter que dans le cadre de problèmes LES-CHT, d'autres techniques d'accélération ont été proposées [27, 54, 69, 74]

1.2 Impact d'un point chaud sur une aube de turbine haute pression

Cette section se focalise sur la migration du point chaud dans une turbine haute pression (HP). En effet, la proximité du distributeur avec la chambre de combustion et la discrétisation des injecteurs génèrent de fortes hétérogénéités dans l'écoulement d'entrée turbine pouvant considérablement impacter la charge thermique sur l'aube. La présence ou non d'un point chaud peut modifier les propriétés de l'écoulement et l'efficacité du refroidissement.

1.2.1 Stratégies expérimentales

Jusqu'aux années 50, on considérait que seule des expériences aérodynamiques stationnaires présentaient un intérêt, d'où la construction des souffleries avec des durées pour l'acquisition des données suffisamment longues. Le temps caractéristique d'acquisition des données est alors plus long, de plusieurs ordres de grandeur, que les temps caractéristiques des phénomènes aérodynamiques mis en jeu. Or pour reproduire les conditions réelles de vol à haute vitesse, l'énergie nécessaire avec ce type de soufflerie est bien trop importante. Des souffleries à courte durée d'acquisition sont alors développées où le temps caractéristique d'acquisition est plus petit que le temps caractéristique du phénomène étudié [91]. Cette approche fournit des mesures représentatives des conditions réelles de vol. Dans la catégorie de soufflerie à courte durée d'acquisition, il y a le "light piston tunnel" qui conduit à un nombre de Mach, un nombre de Reynolds et un ratio entre la température d'entrée et celle de paroi représentatifs de ceux que l'on retrouve dans les turbines HP [70]. Dans ces turbines, la température dépasse les $1600K$ et la température de paroi de l'aube est approximativement de $1000K$. Ainsi, si l'on considère une température de paroi proche de celle de la température ambiante, avoir un ratio inférieur à 2

semble approprié conduisant à une température expérimentale de l'air à environ $600K$. Afin de correctement exploiter les données expérimentales d'une telle configuration, il est nécessaire de maintenir pendant environ $0.1s$ un important débit volumique de gaz chauffé à une température raisonnable.

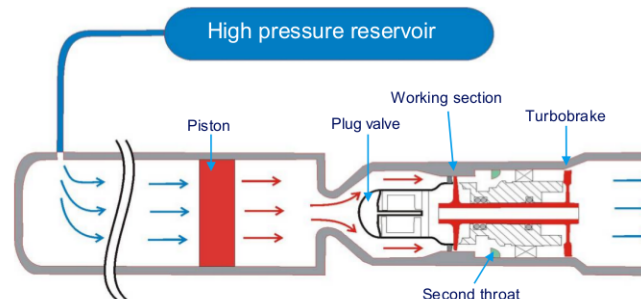


FIGURE 1.7 – Schéma du montage expérimental [95]

Qureshi et al. [95] réalisent des études expérimentales sur le sujet en comparant des conditions d'injection en entrée turbine avec et sans point chaud. Ils montrent que la présence du point chaud conduit à une réduction considérable de la charge thermique sur certaines zones de l'aube. La charge thermique étant plus localisée, un effet non négligeable sur le nombre de Nusselt est alors observé. Les simulations réalisées confirment aussi les tendances trouvées expérimentalement et une plus grande différence sur la température de paroi est observée à 90% de hauteur de veine. D'autres études ont été réalisées sur la configuration MT1 pour l'étude de la condition d'injection et la migration du point chaud au travers de la turbine sur une ou plusieurs roues [3, 14–16]. La méthode expérimentale ainsi décrite permettra d'obtenir les données nécessaires à l'étude des points chauds dans une turbine.

1.2.2 Effet de ségrégation et clocking

L'écoulement de point chaud et particulièrement l'effet de ségrégation a été décrit par Mikolajczak et al. [86] qui montrent l'influence de la température de l'écoulement sur les vitesses relatives vues par le rotor. Ils présentent une théorie sur le transport du sillage qui lie le profil de température avec les pertes dans la turbine. Par la suite Butler et al. [8] réalisent des études expérimentales afin d'étudier l'effet de la variation de la température en entrée de la turbine. Ils imposent une distorsion et montrent que l'écoulement aérodynamique reste inchangé dans le distributeur. En revanche, l'écoulement est différent dans le rotor où l'air chaud a tendance à migrer vers l'intrados alors que l'écoulement froid migre vers l'extrados, mettant en évidence l'effet de ségrégation. Par ailleurs, prendre en compte le point chaud est primordial pour estimer la charge thermique sur le rotor. Burlet et al. [7] réalisent des simulations mettant l'accent sur l'effet combiner des échanges de chaleur avec le point chaud. Ils montrent que la position du point change la répartition des flux de chaleur sur chacune des roues de la turbine où le point chaud augmente légèrement les échanges de chaleur sur le premier étage et réduit les échanges de chaleur sur les étages suivants menant à s'intéresser à la discrétisation des injecteurs afin de limiter les contraintes aérothermiques.

Des études sur la position des injecteurs sont entreprises afin de correctement réduire la charge thermique sur le distributeur. Cet effet est appelé "clocking" pour décrire la position azimutale de l'injecteur, et donc du point chaud, par rapport à la position du distributeur. Plusieurs papiers

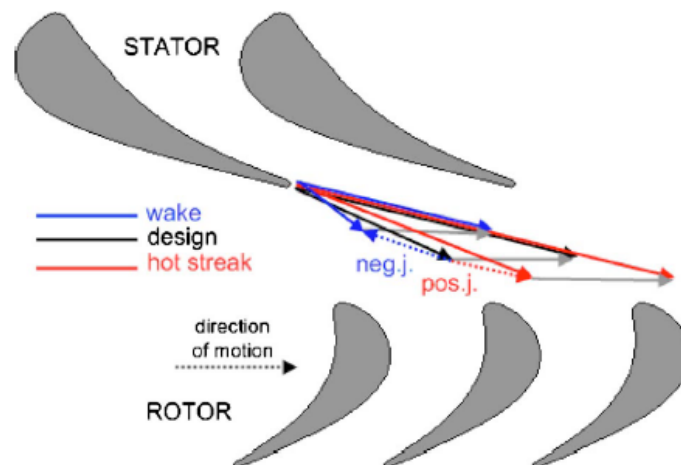


FIGURE 1.8 – Éffet de ségrégation entre un écoulement froid et chaud [103]

[92, 103, 109] présentent cet effet où une importante charge thermique est observée sur l'extrados du distributeur lorsque le point chaud est aligné avec le bord d'attaque. On montre alors que l'on peut réduire la charge thermique sur le distributeur en alignant le point chaud avec le canal inter-aube. Néanmoins cette façon de faire augmente la charge sur le rotor. Il est intéressant de noter que si l'on tient compte de l'effet de ségrégation, avoir un point chaud dans le canal inter-aube accentuera le déficit de vitesse dans le sillage du stator, alors qu'aligner le point chaud avec le bord d'attaque permettrait de compenser l'effet de ségrégation. L'étude combinée de ces effets a mené à des simulations plus réalistes de ces phénomènes.

Salvadori et al. [103] réalisent une étude aérothermique comparative entre différents codes pour la simulation d'un point chaud. Ils étudient quatre conditions d'injection de la température : une condition d'injection uniforme, une condition avec un point chaud venant impacter le bord d'attaque, une condition avec un point chaud aligné avec le passage inter-aube et enfin une configuration avec un point chaud plus intense aligné avec le bord d'attaque. Ils montrent que la position du point chaud a une importance fondamentale sur la durée de vie des aubes mais aussi sur le design de la turbine. Ils observent l'effet de ségrégation généré entre un écoulement froid et un écoulement chaud dans le sillage du distributeur (figure 1.8) puis ils montrent que la condition d'injection influence énormément le nombre de Nusselt modifiant la charge thermique sur l'aube. Il est à noter qu'une injection uniforme influencera les échanges de chaleur près du moyeu et du carter alors qu'un point chaud influence principalement l'aube à mi-hauteur.

Cet effet de ségrégation a aussi été étudié par Papadogianis [92]. Lorsque l'on considère un nombre de Mach et un angle de sillage constant, un fluide chaud aura alors une vitesse absolue plus importante qu'un fluide froid. Cette différence va alors générer une variation de la vitesse relative vue par le rotor. Dans le cas des turbomachines, la présence de points chauds conduit à une migration préférentielle vers l'intrados du rotor. Enfin, la migration du point chaud s'accompagne généralement d'une giration qui influencera aussi les échanges de chaleur.

1.2.3 Influence de la giration du point chaud

Pour avoir des conditions d'injection réalistes, la giration de l'écoulement en sortie de chambre est un élément à considérer lors de la migration du point chaud [104]. Cet effet n'est pas

étudié dans cette thèse mais il est important de le noter. En effet, Qureshi et al. [96] réalisent une étude expérimentale sur la giration de l'écoulement en sortie de chambre de combustion. L'effet de cette giration est non négligeable sur les échanges de chaleur étant donné qu'elle modifie l'écoulement autour du stator et interagit avec les écoulements secondaires. Les lignes de courant sont modifiées comparées à une injection uniforme conduisant à une modification du nombre de Mach isentropique. La charge aérodynamique est considérablement modifiée autour de l'aube et notamment au bord d'attaque. Ces interactions peuvent conduire à des écoulements plus turbulents entraînant une augmentation du flux de chaleur.

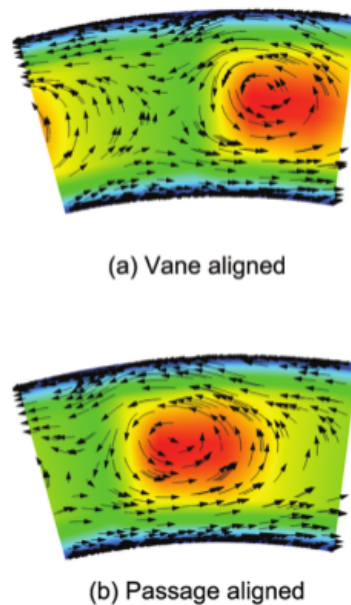


FIGURE 1.9 – Éffet de rotation du point chaud à l'injection [73]

Khanal et al. [73] ont aussi étudié l'influence de la giration du point chaud dans une turbine haute pression. Ils mettent en évidence que la rotation ne peut pas être traitée indépendamment et qu'il est nécessaire de tenir compte de l'effet du point chaud dans le rotor. Ils ajoutent à cela, l'effet du clocking et le sens de la giration montrant l'importance relative de ces derniers dans les études aérothermiques. Ils concluent que les pertes en pression totale peuvent être limitées dans le sillage du stator et que le sens de la giration influence significativement l'écoulement, et donc la charge thermique autour du rotor. Tous ces phénomènes conduisent à de fortes contraintes aérothermiques et donc des échanges de chaleur. Il est alors délicat de calculer un rendement en considérant une transformation adiabatique.

1.2.4 Estimation du rendement avec échanges de chaleur

En présence d'échanges de chaleur, l'écoulement ne peut plus être supposé adiabatique. Or cette hypothèse est essentielle pour le calcul du rendement de la turbine. Casey et al. [12] proposent une approche afin d'inclure les échanges de chaleur dans le calcul du rendement d'un compresseur puisque dans ce cas le calcul du rendement isentropique est mal estimé par les formules habituelles (Dixon [23]) lorsqu'il y a à la fois des échanges de chaleur et de travail. Il montre que le calcul du rendement polytropique n'est pas influencé par les échanges de chaleur et représente plus fidèlement le chemin thermodynamique parcouru dans la machine. On peut

obtenir à partir de la définition du rendement polytropique avec échange de chaleur, la formule du rendement d'un calcul adiabatique et isentropique.

Pour la configuration de l'aube de turbine MT1, plusieurs études expérimentales ont été menées. Beard et al. [3] présentent les données expérimentales obtenues à partir d'une soufflerie de type "light piston tunnel" avec une compression du gaz supposé isentropique (figure 1.7). L'acquisition des données est réalisée avec une précision comprise entre ± 0.25 et ± 2.0 sur les flux de chaleur et un temps d'acquisition de 0.4s. Ils utilisent l'approche de Casey et al. [12] afin de déterminer le rendement de la turbine.

1.3 Hétérogénéité de la température de paroi sur des aubes de turbine

Dans cette section, on s'intéresse principalement aux hétérogénéités de la température de paroi qui peuvent aussi être dues à la technique de protection et de refroidissement utilisée. Ici, la méthode de film-cooling est présentée afin de mettre en évidence les fortes hétérogénéités causées par les écoulements de jet modifiant localement les échanges de chaleur et les propriétés de l'écoulement. Il n'est alors pas adapté de considérer une paroi isotherme ou adiabatique afin de connaître l'efficacité réelle de refroidissement. Une approche couplée semble plus appropriée mais les variations de la température doivent localement être capturées afin d'éviter de potentielles instabilités lors d'un calcul couplé. L'objectif ici n'est pas de réaliser une bibliographie exhaustive des simulations par film-cooling.

Il existe différentes méthodes pour le refroidissement des aubes de turbine dont le refroidissement par film-cooling en fait partie. Cette technique est devenue un élément essentiel dans la protection des aubes de turbine haute pression. L'objectif est d'extraire de l'air plus froid du compresseur et de le réinjecter dans l'aube de turbine afin d'éviter que l'écoulement chaud provenant de la chambre n'impacte l'aube. Cet écoulement produit alors une couche protectrice d'air froid.

Griffini et al. [48] réalisent une étude couplée sur une aube de turbine refroidie (figure 1.10). L'effet du clocking est pris en compte montrant l'élévation de la température lorsque le point chaud est aligné avec le bord d'attaque de l'aube. Ils constatent que la giration et la migration du point ne permettent pas un refroidissement efficace d'où l'importance d'une étude couplée. Insinna et al. [63, 64] présentent des travaux sur le refroidissement du distributeur couplé avec l'écoulement dans la chambre. Ils affirment que modifier uniquement la température totale d'injection n'affecte pas beaucoup le comportement aérodynamique. En revanche, le point chaud accompagné de la giration entraîne une modification de la pression totale et donc de la charge thermique. De plus, le point chaud modifie le comportement et la pression dans les trous conduisant à une variation de l'efficacité du refroidissement.

En effet, l'écoulement des jets débouchant a une influence non négligeable sur l'écoulement externe et doit être considéré dans les simulations [59]. Dans le cas de trous cylindriques, le jet oppose une forte résistance à l'écoulement externe qui peut réduire l'efficacité de protection de l'aube. Hildebrand et al. [58] montrent que les transferts de chaleur sont influencés par l'approche de résolution de l'écoulement, stationnaire ou instationnaire. Ainsi, un calcul plan de mélange n'est pas équivalent à un calcul instationnaire moyenné en temps. Une approche stationnaire ne permet pas de capturer tous les phénomènes impliqués dans les échanges de chaleur (1.11)

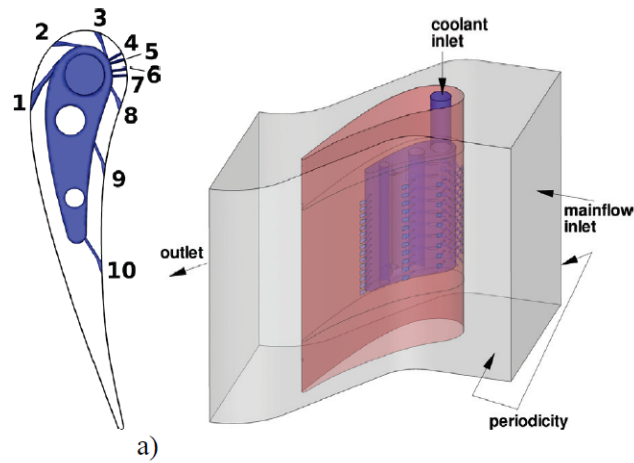


FIGURE 1.10 – Géométrie 2D extrudée du distributeur MT1 refroidi [48]

mais reste tout de même d'une importance capitale dans l'estimation des flux de chaleur dans un premier temps.

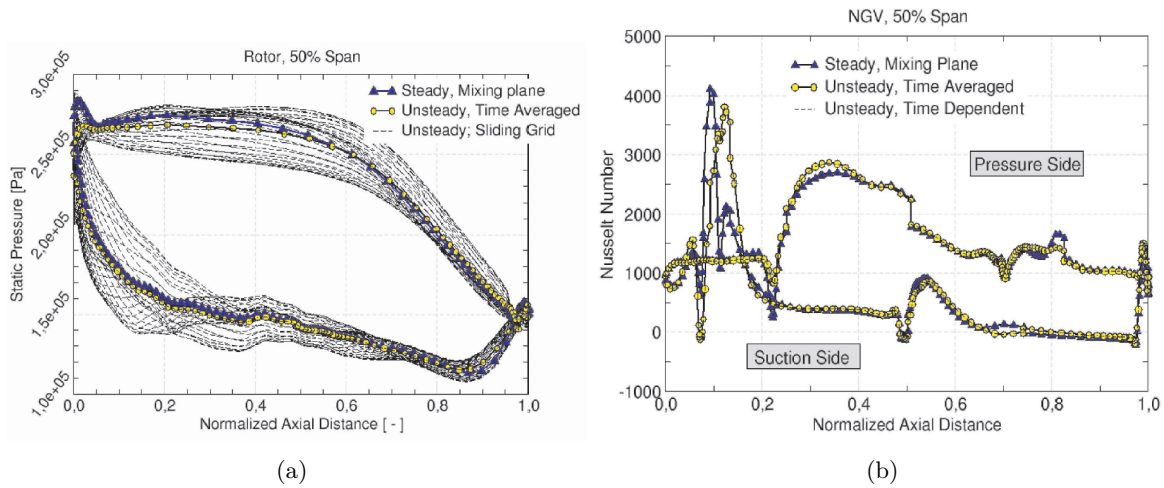


FIGURE 1.11 – Comparaison entre une simulation stationnaire et instationnaire [58]

Il existe d'autres études sur des configurations d'aubes de turbine utilisant une approche couplée pour l'analyse de la charge thermique montrant une amélioration de l'efficacité de refroidissement [47, 77, 78]. La prédiction du champ de température dans le solide n'est pas le seul paramètre entraînant une réduction la charge thermique mais il est aussi nécessaire d'optimiser la disposition des trous [25, 26, 80, 98] et l'estimation de la turbulence. Ces études expérimentales et numériques améliorent considérablement l'efficacité de refroidissement.

1.4 Influence de la modélisation de la turbulence

Le calcul des flux de chaleur à la paroi est fortement dépendant du modèle de turbulence qui est utilisé. Certains auteurs se sont penchés sur la modélisation de l'estimation des flux de chaleur dans des simulations RANS alors que d'autres ont regardé des approches de modélisation de la turbulence en partie résolue. Cette section vise à exposer certains travaux réalisés dans le

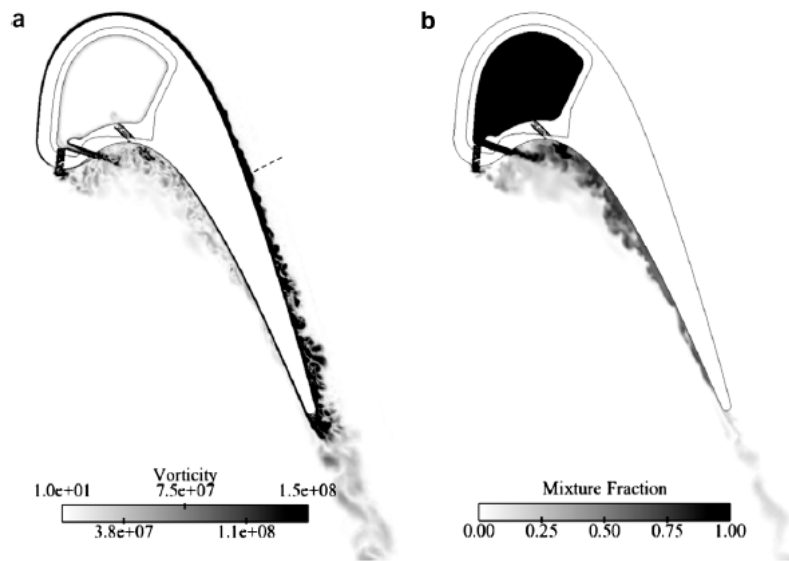


FIGURE 1.12 – Configuration T120D LES couplée : a) représentation de la vitesse, b) représentation de la fraction entre l'écoulement de veine et l'écoulement interne [27]

domaine. Cependant, il a été souligné par Spalart [111] que la modélisation RANS sera encore largement utilisée dans l'industrie. Dans cette thèse on se focalisera alors sur la modélisation RANS.

Iacovides et al. [62] étudient différents modèles de turbulence afin de comparer les viscosités effectives de chacun des modèles. La turbulence et les échanges de chaleur dépendent directement de ce paramètre qui doit être correctement calibré afin d'obtenir le bon niveau du flux de chaleur. Ils montrent le potentiel des modèles DSM (differential stress models) à correctement reproduire l'écoulement et donc les transferts thermiques.

Des simulations LES (Large Eddy Simulations) ont été réalisées sur une configuration d'aube transsonique couplée et refroidie par Duchaine et al. [27, 29]. En effet, l'approche LES conduit à une meilleure prédiction de la température pariétale [42]. Ils montrent l'importance des conditions aux limites d'interface et des temps caractéristiques physiques dans la stabilité du schéma de couplage. La période de couplage maximale requise afin de correctement capturer les flux de chaleur à l'interface fluide-solide sont du même ordre de grandeur que les plus petites fluctuations du fluide.

1.5 Traitement de l'interface avec barrière thermique

Afin de protéger les aubes de turbine, celles-ci sont revêtues d'une barrière thermique. La conductivité thermique de cette barrière est généralement bien inférieure à celle du métal qu'elle recouvre permettant des températures de sortie de chambre plus importantes. Ces barrières, fine couche de céramique d'épaisseur $1\mu m$, conduisent de nos jours à une augmentation de la température de sortie de plus de $250K$. Il est intéressant de noter qu'une élévation de 10 à $15K$ entraîne une diminution de la durée de vie par un facteur deux [107]. On ne peut alors pas négliger les forts gradients de température qui doivent être pris en compte lors des calculs couplés.

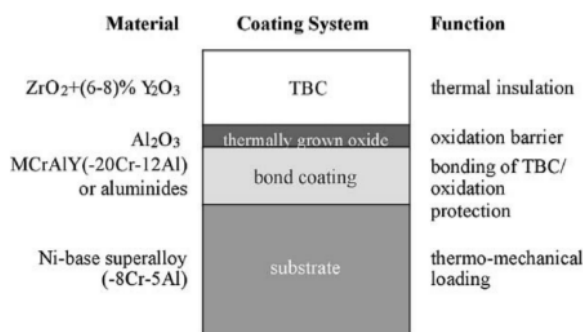


FIGURE 1.13 – Schéma d'une barrière thermique [107]

Les barrières thermiques sont composées de trois couches. La première est une couche de céramique dont la fonction principale est la réduction de la température. Cette couche a une conductivité très faible et diffuse très peu de chaleur, générant un gradient de température important. Entre le substrat et la céramique on trouve une couche anti-corrosive qui empêche l'oxydation et renforce l'adhésion sur le métal. La conductivité des barrières thermiques se situe généralement entre 0.1 et $1 W.m^{-1}.K^{-1}$.

Bohn et al. [4] ont effectué une étude numérique sur les échanges de chaleur dans une turbine HP de la NASA C3X. L'objectif étant de réduire l'impact du jet chaud sur l'aube. Ils réalisent un couplage aérothermique en utilisant un coefficient d'échange convectif. La présence de l'onde de choc et l'épaississement de la couche limite provoque une augmentation de la température de surface. Ils montrent aussi l'influence de la barrière thermique dans la protection de l'aube ainsi que l'effet des phénomènes turbulents dans l'augmentation des flux de chaleur notamment en bord de fuite (figure 1.14). La présence de la barrière thermique provoque de forts gradients de température et permet de réduire la charge thermique proche de certaines zones internes.

1.6 Influence du matériau sur l'écoulement

Il est largement admis que l'écoulement chaud en sortie de chambre impacte le comportement thermo-mécanique de l'aube. En revanche, l'influence de la conductivité thermique des matériaux sur l'écoulement est souvent négligée. On cherche dans cette section à montrer l'influence mutuelle fluide-solide.

1.6.1 Échange de chaleur avec un jet impactant

Abeloff et al. [1] réalisent des simulations couplées instationnaires incluant les échanges de chaleur dans la caractérisation de l'écoulement d'un jet impactant le sol. À l'aide d'un couplage fort, ils imposent à l'interface une continuité du flux et de la température. Ils mettent en évidence que la conductivité thermique du solide influence de façon non négligeable la topologie de l'écoulement. En effet, en fonction du matériau utilisé, les flux de chaleur modifient l'écoulement dans les zones de recirculation soulignant l'importance des transferts thermiques sur l'écoulement de jet 1.15. Nous n'étudierons pas dans cette thèse les jets impactant mais plutôt l'influence du matériau sur l'écoulement. Cette publication est la première à mettre en évidence l'importance de la conductivité thermique sur la topologie de l'écoulement.

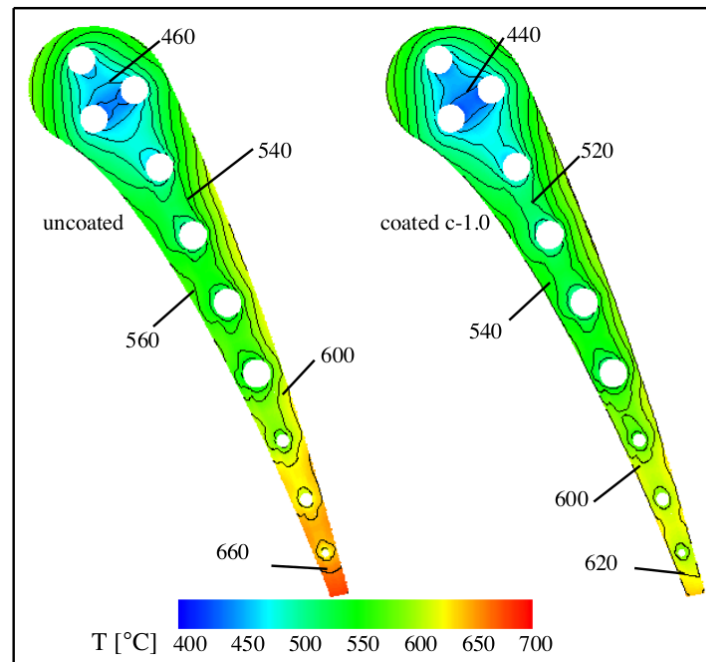


FIGURE 1.14 – Champ de température dans le solide pour un calcul sans (gauche) et avec (droite) barrière thermique [4]

1.6.2 Calculs transsoniques

Des simulations numériques soulignent l'intérêt des calculs couplés pour l'étude des écoulements transsoniques. Maffulli et al. [85] montrent l'importance de correctement estimer la température de paroi afin de mieux calculer la position des ondes de choc dans des écoulements transsoniques. Les échanges thermiques entre le fluide et le solide impactent l'écoulement autour de l'aube et notamment l'épaississement de la couche limite. Ils étudient différents rapports entre la température de paroi et la température d'injection puis montrent que les échanges de chaleur varient d'autant plus que la couche limite se développe. Ainsi, plus la température de paroi est faible et plus les échanges de chaleur augmentent modifiant le développement de la couche limite. Ils soulignent aussi l'influence de la température de paroi sur la position de l'onde de choc pouvant fortement influencer le design des aubes transsoniques modernes 1.16.

Bruna et al. [5, 6] montrent aussi l'importance des échanges de chaleur au passage d'une onde de choc. En effet, les performances du rotor sont mieux estimées lorsque l'on impose une température isotherme à la paroi du carter, et non une condition adiabatique, conduisant à la réduction de la température totale du fluide en sortie. Ils réalisent aussi une étude sur la rothalpie pour montrer l'influence des échanges de chaleur sur le travail.

Suder et al. [113] réalisent des études numériques et expérimentales sur le rotor 37 et soulignent l'influence de l'espacement de jeu sur le rendement global du rotor. Ils montrent bien que l'effet des interactions entre l'onde de choc et la couche limite n'est pas un phénomène trivial à évaluer conduisant à des efforts aérodynamiques très différents. Les phénomènes d'interférences entre les ondes de choc et d'interactions couche limite/onde de choc conduisent souvent à des pics de pression et de température pariétale. Ces phénomènes doivent être correctement capturés pour l'estimation du rendement globale du rotor [20].

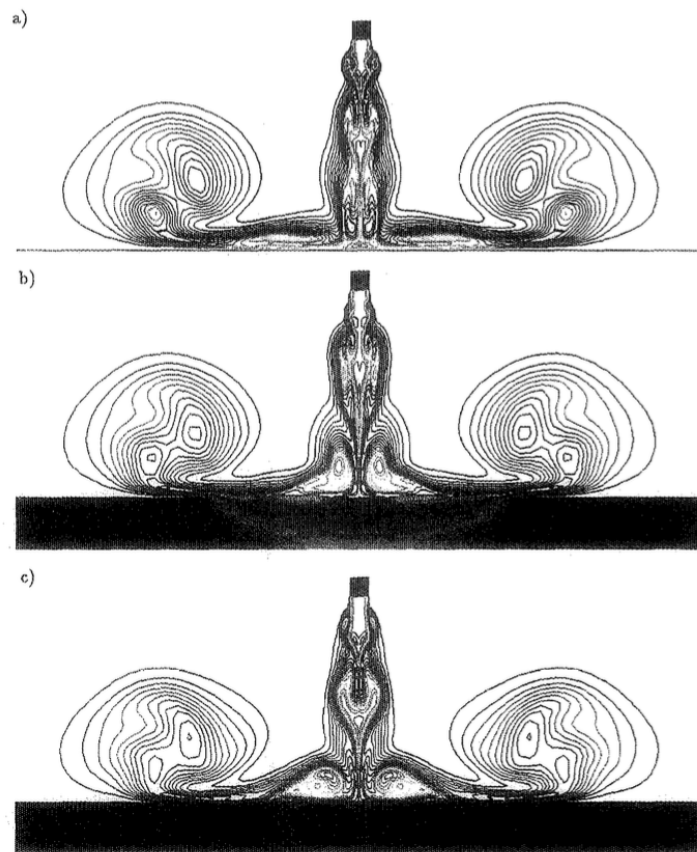


FIGURE 1.15 – Mise en évidence de l'influence des échanges de chaleur sur la topologie de l'écoulement (a- adiabatique, b- acier, c- béton) [1]

1.7 Couplage aérothermique pour des écoulements instationnaires

Les turbines HP sont sujettes à des écoulements oscillants, généralement de très haute fréquence. En effet, les phénomènes sont souvent instationnaires et liés à la fréquence de rotation du rotor. Elles peuvent aussi être sujettes à des oscillations de plus faible fréquence comme les oscillations caractéristiques en sortie de chambre ou bien dans le circuit interne de refroidissement.

1.7.1 Méthodes expérimentales

L'impact des ondes de choc sur les échanges de chaleur est connu depuis longtemps [21, 24, 105, 106]. En effet, Cragol et al. [21] présentent une méthode expérimentale afin de mesurer les échanges de chaleur lors des écoulements supersoniques. Ils montrent que pour des écoulements avec ondes de choc, la théorie classique du calcul des transferts de chaleur en considérant une conductivité et diffusivité constante, donne des résultats différents des données expérimentales en régime variable.

Schultz et al. [106] présentent une autre technique expérimentale qui consiste à partir des données expérimentales afin d'estimer les échanges de chaleur à l'aide d'une transformation de Laplace qui reconstruit le signal dans l'espace fréquentiel. La méthode est issue de l'étude des milieux semi-infinis présentée dans le livre de Carslaw [11]. Il est important de correctement caractériser les phénomènes oscillatoires pouvant influencer les échanges de chaleur et la durée

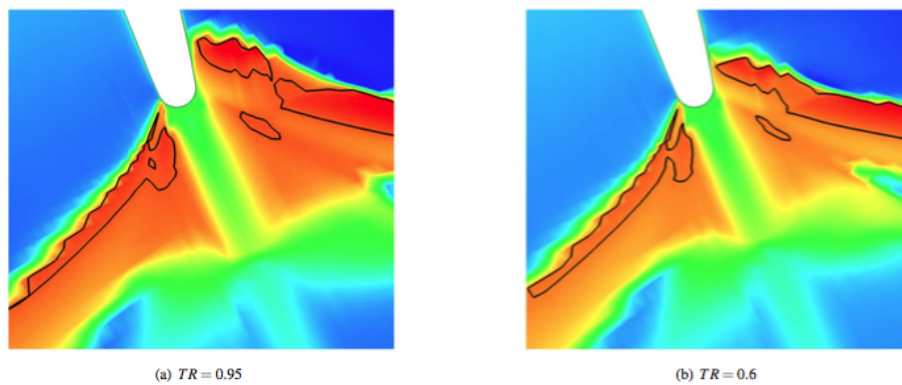


FIGURE 1.16 – Position de l'onde de choc en fonction de la température de paroi [85]

de vie des aubes [19, 31, 108]. Étant donné que les temps caractéristiques entre le fluide et le solide sont largement différents il est nécessaire de définir une méthode de couplage permettant de s'affranchir d'une simulation instationnaire direct dans les deux milieux.

1.7.2 Études numériques des oscillations dans une turbine HP

Des oscillations se produisent dans la chambre de combustion et les études réalisées permettent de comprendre les mécanismes de contrôle. Ces oscillations génèrent des fluctuations de pression totale, des échanges de chaleur et du débit pouvant réduire considérablement la durée de vie des éléments d'une turbine. Lieuwen [81] présente le phénomène qui donne lieu à ces oscillations et les différents mécanismes permettant de les dissiper. Il présente aussi le spectre fréquentiel des oscillations dont la fondamentale est environ de 100Hz (figure 1.17). Baek et al. [2] ont regardé comment les fluctuations en sortie de chambre influence l'efficacité du film cooling sur le refroidissement. Ils étudient plusieurs fréquences et montrent que celles-ci influencent le décollement du film de refroidissement. Ces variations de pression et de température totale entraînent des transferts thermiques instationnaires.

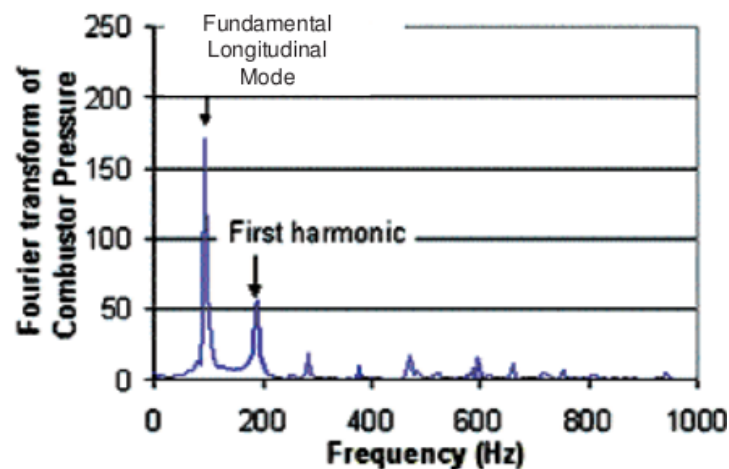


FIGURE 1.17 – Spectre fréquentiel des oscillations dans une chambre de combustion [81]

Chapitre 2

Description des outils et méthodes numériques

Ce chapitre présente les différents outils numériques utilisés pour le couplage aérothermique dans cette thèse. La première partie concerne le code fluide, *elsA* [79], co-développé par l’Onera, Safran et Airbus. On détaillera les différents modèles de turbulence et conditions aux limites imposées, l’objectif étant de rappeler les équations de base, les hypothèses, les modèles et les schémas numériques. On précise que cette section s’inspire du manuel théorique d’*elsA*. Une présentation brève de Zset [123], le code structure, sera ensuite effectuée. Enfin, nous décrirons l’outil utilisé afin de réaliser les interpolations spatiales nécessaires pour les échanges des quantités à la paroi d’un code à l’autre, CWIPI [22]. On définira les différentes conditions d’interface et les méthodes numériques permettant les échanges de données pour le couplage aérothermique.

2.1 Résolution des écoulements turbulents compressibles

L’ensemble des simulations numériques côté fluide ont été réalisées à l’aide du solveur *elsA* [79]. C’est un code de calcul en mécanique des fluides, développé à l’Onera et orienté pour des applications aérodynamiques. Le code est basé sur une architecture logicielle orientée objet et adaptatif. Il est destiné à la simulation de phénomènes aérodynamiques complexes et massivement parallèles (HPC). La résolution des écoulements fluides visqueux compressibles et turbulents pouvant être stationnaire ou instationnaire, sur des maillages tridimensionnels, structurés, non-structurés et hybrides répartis en plusieurs sous-domaines de calcul.

2.1.1 Moyenne temporelle et moyenne pondérée de Favre

À l’aide d’une approche statistique, on peut décomposer un écoulement turbulent en une partie moyenne et une partie fluctuante, c’est la décomposition de Reynolds. En effet, si on considère $q(M, t)$ le champs global on obtient alors :

$$q(M, t) = \bar{q} + q' \quad (2.1)$$

où le champ moyen $\bar{q}$ est obtenu après un grand nombre de réalisations. On considère que cette moyenne est réalisée sur la variable temporelle (principe d’ergodicité), pour les champs dépendant du temps. De plus, les calculs réalisés étant principalement compressibles, il est pratique d’utiliser la moyenne pondérée de Favre où la variable d’état peut être décomposée en

une partie moyennée et une partie turbulente pondérée par la densité. La formulation suivante est alors utilisée :

$$\tilde{q} = \frac{\overline{\rho q}}{\bar{\rho}} \quad (2.2)$$

Cela mène à la décomposition suivante $q(M, t) = \tilde{q} + q''$. Cette décomposition est utilisée pour les grandeurs intensives telles que la vitesse et la température. Contrairement à la décomposition de Reynolds, cette dernière est pondérée par la masse volumique ρ permettant de limiter le nombre de corrélations et ainsi obtenir une modélisation de la turbulence analogue à celle d'un écoulement incompressible.

2.1.2 Équations de conservation

Le code *elsA* modélise des écoulements compressibles, turbulents et mono-espèces. Ces écoulements sont régis par les équations de Navier-Stokes.

— L'équation de continuité :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u}) = 0 \quad (2.3)$$

— L'équation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial \rho \underline{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} \otimes \underline{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \quad (2.4)$$

— l'équation de l'énergie :

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \underline{u} E) = -\nabla \cdot \underline{q} + \nabla \cdot [\underline{u} \cdot (\boldsymbol{\tau} - pI)] \quad (2.5)$$

où t , ρ , $\underline{u}$, p , $\boldsymbol{\tau}$, $\underline{q}$ et I sont respectivement le temps, la masse volumique, le vecteur vitesse, la pression, le tenseur des contraintes visqueuses, le vecteur du flux de chaleur et la matrice identité. On précise que l'énergie totale E comprend l'énergie interne e et l'énergie cinétique par unité de masse :

$$E = e + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{u} \quad (2.6)$$

Les équations (2.3), (2.4) et (2.5) forment un système de 5 équations requérant des informations supplémentaires sur les propriétés du fluide afin de fermer et de résoudre le système.

2.1.3 Loi d'état

Dans cette thèse on considère un fluide gazeux et mono-espèce de type gaz parfait. La pression peut alors s'exprimer en fonction d'autres variables thermodynamiques en utilisant l'équation (2.7).

$$p = \rho r T \quad (2.7)$$

où r est la constante spécifique de l'air définie comme le rapport de la constante universelle des gaz parfaits ($R = 8.314472 J.mol^{-1}.K^{-1}$) à la masse molaire de l'air ($M = 0,0289644 kg.mol^{-1}$).

De plus, les chaleurs spécifiques c_p et c_v sont, respectivement, considérées à pression et à volume constants. L'énergie interne et l'enthalpie peuvent alors s'écrire :

$$e = c_v T \quad h = c_p T \quad (2.8)$$

Les chaleurs spécifiques sont définies à partir de la constante des gaz parfaits r et du rapport des chaleurs spécifiques $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$:

$$c_v = \frac{r}{\gamma - 1} \quad c_p = \frac{\gamma r}{\gamma - 1} \quad (2.9)$$

L'énergie interne e , l'enthalpie h , l'énergie E et l'enthalpie totales H s'écrivent :

$$\begin{aligned} e = c_v T = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad h = c_p T = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad E = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{u} \\ H = h + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{u} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \underline{u} \cdot \underline{u} = E + \frac{p}{\rho} \end{aligned} \quad (2.10)$$

2.1.4 Lois de comportement

Afin de fermer le système formé par les équations (2.3), (2.4) et (2.5), un modèle pour le comportement du fluide sous des contraintes visqueuses est nécessaire. Cette loi de comportement est formulée de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\tau} = \eta (\nabla \cdot \underline{u}) \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{S} \quad (2.11)$$

où μ est la viscosité dynamique du fluide liée au cisaillement, η le second coefficient de viscosité qui intègre la dilatation et $\mathbf{S}$ le tenseur des taux de déformation. Ce tenseur correspond à la partie symétrique du tenseur des gradients de vitesse. On définit également le tenseur des taux de rotation $\boldsymbol{\Omega}$ qui correspond à la partie antisymétrique du tenseur des gradients de vitesse et qui est modifié dans un repère entraîné par une vitesse de rotation de composante Ω_m . Les expressions de ces tenseurs s'écrivent :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \epsilon_{mji} \Omega_m \quad (2.12)$$

On suppose vraie l'hypothèse de Stokes $3\eta + 2\mu = 0$, qui lie la viscosité volumique à la viscosité dynamique, l'équation (2.11) devient alors :

$$\boldsymbol{\tau} = 2\mu \left[\mathbf{S} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \underline{u}) \mathbf{I} \right] \quad (2.13)$$

La loi de Sutherland nous donne une expression de la viscosité dynamique pour un écoulement d'air :

$$\mu = \mu_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} \frac{1 + \frac{C_0}{T_0}}{1 + \frac{C_0}{T}} \quad (2.14)$$

Le vecteur de chaleur $\underline{q}$ est estimée par la loi de Fourier :

$$\underline{q} = -\lambda_T \nabla T \quad (2.15)$$

où λ_T est le coefficient de conductivité thermique. En introduisant le nombre de Prandtl, ce coefficient peut s'exprimer en fonction de la viscosité dynamique et du coefficient de chaleur spécifique à pression constante c_p :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda_T} \quad (2.16)$$

On précise que le nombre de Prandtl est supposé constant dans le calcul. Le tableau 2.1 regroupe les différentes constantes présentes dans les lois de comportement et dans les lois d'état de l'air.

r	287	[J.kg ⁻¹ .K ⁻¹]
γ	1,4	[-]
C_0	110,4	[K]
T_0	288,15	[K]
μ_0	1,78938 10 ⁻⁵	[kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
Pr	0,72	[-]

TABLE 2.1 – Constantes des lois de comportement et des lois d'état pour l'air.

2.2 Discrétisations dans le domaine fluide

elsA est basé sur une discrétisation de type volumes finis pour des maillages initialement structurés. Des développements récents ont permis, cependant, l'utilisation de maillages entièrement non-structurés ou hybrides [10]. Par ailleurs, les discrétisations spatiales et temporelles sont totalement indépendantes l'une de l'autre. De manière générale, on cherche à discrétiser une équation de la forme :

$$\oint_{\Omega(t)} \frac{\partial \underline{W}}{\partial t} + \text{div}(\underline{\mathbf{F}}_c(\underline{W}) + \underline{\mathbf{F}}_d(\underline{W})) = \oint_{\Omega(t)} S(\underline{W}) \quad (2.17)$$

où $\underline{W}$, $\underline{\mathbf{F}}_c$, $\underline{\mathbf{F}}_d$ et S sont respectivement le vecteur d'état des variables conservatives, le tenseur des flux convectifs, le tenseur des flux diffusifs et un terme source potentiel.

2.2.1 Approche volumes finis

Les équations présentées dans la section 2.1.2 peuvent être discrétisées sous la forme intégrale permettant d'assurer la conservation des grandeurs telles que la masse, la quantité de mouvement et de l'énergie. Cette propriété est d'autant plus importante lors de la présence d'un choc ou pour un écoulement transsonique.

Il existe différentes façons pour discrétiser les équations de bilan en volumes finis. On schématise sur la figure 2.1 les trois principales méthodes sur un maillage structuré choisi en fonction de la stabilité, de la précision ou bien par simple commodité.

- Formulation *cell vertex* (figure 2.1(a)). La frontière du domaine de calcul (en noir) coïncide avec les frontières du volume de contrôle (en bleu) et les inconnues sont localisées aux coins du volume de contrôle (cercles rouges) i.e. sur la frontière du domaine de calcul.

- Formulation *cell center* (figure 2.1(b)). La frontière du domaine de calcul coïncide avec les frontières du volume de contrôle et les inconnues sont localisées au centre du volume de contrôle. Celles-ci ne sont donc pas connues sur la frontière du domaine de calcul.
- Formulation *vertex based* (figure 2.1(c)). La frontière du domaine de calcul ne coïncide pas avec les frontières du volume de contrôle et les inconnues sont localisées au centre du volume de contrôle. Il y a donc des inconnues sur la frontière du domaine de calcul.

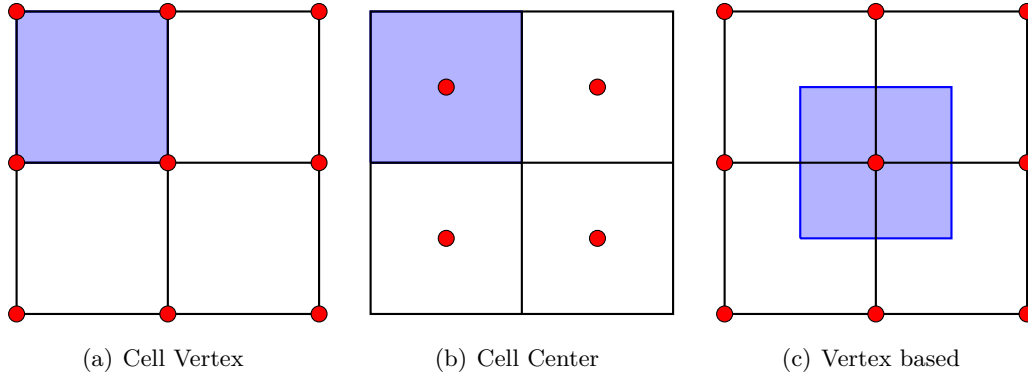


FIGURE 2.1 – Différentes formulations pour la méthode volumes finis sur un maillage structuré.

Dans cette thèse, les calculs sont réalisées avec une formulation *cell center*. Cette approche conduit à une meilleure stabilité du calcul notamment lors de la définition des conditions imposées à la jonction entre une paroi et la frontière d'injection. On précise que les résultats étant extraits au centre des cellules, les données devront être interpolées pour le traitement des quantités pariétales notamment lors d'un calcul couplé. L'utilisation d'une approche volumes-finis assure la conservation des quantités conservatives comme la masse, la quantité de mouvement ou bien l'énergie.

Ainsi, sous forme intégrale, l'équation (2.17) peut s'écrire :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \underline{W} d\Omega + \oint_{\partial\Omega(t)} [\underline{\mathbf{F}}_c(\underline{W}) + \underline{\mathbf{F}}_d(\underline{W})] \cdot \underline{n} d\Sigma = \int_{\Omega(t)} \underline{S}(\underline{W}) d\Omega \quad (2.18)$$

où $\Omega(t)$ est le domaine de calcul, de frontière $\partial\Omega(t)$ de normale sortante $\underline{n}(t)$. Le terme $\underline{S}$ est le terme source. L'équation (2.18) montre que la variation temporelle de la variable d'état $\underline{W}$ est équilibrée par la somme des flux traversants $\partial\Omega$ en l'absence de terme source. Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d}{dt}(V\underline{W}) + \mathcal{R} = 0 \quad (2.19)$$

avec V le volume de contrôle et $\mathcal{R}$ la résultante des flux au travers d'une cellule.

2.2.2 Résidu d'un calcul stationnaire

Lors d'un calcul stationnaire, le résidu permet d'estimer sa convergence. Dans un milieu continu, le volume de contrôle s'écrit :

$$V(\Omega) = \int_{\Omega} d\Omega \quad \text{et} \quad \partial\Omega = \sum_{i=1}^n \Sigma_i \quad (2.20)$$

Ici, l'indice i fait référence à la numérotation des facettes des cellules. À l'état stationnaire, on néglige le terme temporel et la valeur du terme source est pondérée par la taille du volume de contrôle V :

$$\underline{S}_\Omega(t) = \frac{1}{V(\Omega)} \int_\Omega \underline{S}(\underline{W}) d\Omega \quad (2.21)$$

On précise que la valeur moyenne de $\underline{W}$ dans l'équation (2.21) reste constante dans le volume de contrôle. Pour un calcul stationnaire, le résidu $\underline{R}_\Omega$ doit vérifier l'équation suivante :

$$\underline{R}_\Omega = \left[V(\Omega) \underline{S}_\Omega - \sum_{i=1}^n \underline{F}_{\Sigma_i} \right] \quad (2.22)$$

2.2.3 Discrétisation temporelle

Les équations de Navier-Stokes sont discrétisées en espace et en temps séparément. De cette façon, l'état stationnaire du calcul ne dépendra pas de la discrétisation temporelle et donc du pas de temps choisi [60]. L'équation (2.19) conduit alors à écrire la discrétisation temporelle :

$$V \frac{\underline{W}^{n+1} - \underline{W}^n}{\Delta t} + \theta \mathcal{R}(\underline{W}^{n+1}) + (1 - \theta) \mathcal{R}(\underline{W}^n) = 0 \quad (2.23)$$

où n représente l'indice temporel et θ détermine le niveau de l'implication ($0 \leq \theta \leq 1$). Pour $\theta = 1/2$, la méthode est précise au second ordre et pour $\theta = 1$ on obtient une discrétisation backward Euler qui est du premier ordre. La linéarisation à l'instant n , de la résultante des flux donne :

$$\mathcal{R}^{n+1} = \mathcal{R}^n + \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \underline{W}} \Delta \underline{W} + O(\Delta t^2) \quad (2.24)$$

où $\Delta \underline{W} = \underline{W}^{n+1} - \underline{W}^n$. On peut alors écrire :

$$\left(\frac{V}{\Delta t} I + \theta \frac{\partial \mathcal{R}}{\partial \underline{U}} \right) \Delta \underline{U} = -\mathcal{R}(\underline{U}^n) \quad (2.25)$$

avec I la matrice identité. Ce système linéaire représente une matrice creuse qui doit être résolue à chaque pas de temps. Lorsque $\Delta t \rightarrow \infty$, la linéarisation exacte devient la méthode de Newton. On note que pour cette expression, le terme de gauche n'affecte pas la précision de la solution stationnaire où $\Delta \underline{W} = 0$ [118]. Ainsi, le processus de convergence sera alors stable et convergent. La résolution directe de ce système linéaire nécessite l'inversion d'une importante matrice diagonale creuse conduisant à des coûts de calcul conséquents et une taille mémoire importante. On préférera alors utiliser des méthodes d'inversion de matrice approchées pour le système que l'on souhaite résoudre.

Pas de temps local Dans *elsA* on peut définir un pas de temps local permettant d'atteindre rapidement l'état stationnaire. Pour un schéma temporel explicite, le critère de stabilité est défini physiquement en tenant compte de la propagation de l'information d'une maille à l'autre, c'est le nombre de *CFL*. Ce critère de stabilité est défini à partir d'une équation d'onde mono-dimensionnelle :

$$\frac{\Delta t_c}{\Delta x} = \frac{1}{|\lambda|} \quad (2.26)$$

où $|\lambda|$ représente le rayon spectral du Jacobien associé au flux convectif. Ce rayon spectral est déterminé à partir d'une analyse numérique des valeurs propres du schéma associé à l'intégration en temps. Le pas de temps convectif est donc défini comme :

$$\Delta t_c = CFL \frac{\Delta h}{\|U\| + a} \quad (2.27)$$

où Δh représente la taille de première maille et a la vitesse du son. Par ailleurs pour les mailles en proche paroi la diffusion ne peut pas être négligée, c'est pourquoi un pas de temps diffusif Δt_D est défini. On détermine le pas de temps diffusif à partir d'une analyse de stabilité en tenant compte de la discrétisation spatiale et temporelle.

$$\Delta t_D = \frac{\Delta h^2}{2a_f} \quad (2.28)$$

où a_f est la diffusivité dans le fluide. Le pas de temps local sera alors :

$$\Delta t = \min(\Delta t_c, \Delta t_D) \quad (2.29)$$

2.2.4 Implicitation

La décomposition LU est initialement issue des travaux de Jameson et Turkel [67] qui ont montré que la matrice doit être à dominante diagonale. L'inversion d'une matrice décomposée est trop coûteuse pour être résolue directement, seule une décomposition approchée sera considérée pour un problème massivement parallèle tridimensionnel [118]. Le système inversé est résolu par balayages successifs du domaine de calcul utilisant une relaxation successive (SSOR).

LU-SSOR scalaire La méthode consiste à utiliser le rayon spectral afin d'estimer les valeurs des matrices L et U à la facette $i + 1/2$ considérée. La valeur discrète de la résultante des flux en volumes-finis est obtenue à l'aide des cellules adjacentes [112]. Le flux $F_{i+1/2}$ sur la facette $i + 1/2$ est donnée par :

$$F_{i+1/2} = f^+(W_i) + f^-(W_{i+1}) \quad (2.30)$$

avec

$$f^\pm = A^\pm W \quad (2.31)$$

$$A^\pm = P \Lambda^\pm P^{-1} \quad (2.32)$$

Λ^+ et Λ^- représentent, respectivement, la matrice des valeurs propres positives et négatives avec P la matrice de passage. La linéarisation des flux à l'interface peut alors s'exprimer à partir de l'instant précédent :

$$F_{i+1/2}^{n+1} = F_{i+1/2}^n + A^+(W_i, s_{i+1/2}) \Delta U_i + A^-(W_{i+1}, s_{i+1/2}) \Delta U_{i+1} \quad (2.33)$$

où les matrices A^+ et A^- sont évaluées à l'aide du vecteur normal à la surface $s_{i+1/2}$ et le vecteur d'état au centre des cellules i et $i + 1$. On précise que cette discrétisation n'est utilisée que pour trouver une matrice diagonale et non pour le calcul de la résultante des flux. Afin d'éviter

le calcul explicite de la matrice Jacobienne, A , une simplification est apportée en utilisant le rayon spectral r [68, 122] :

$$A^\pm = \frac{1}{2}(A \pm r(A)I) \quad (2.34)$$

avec

$$r(A) \geq \max(|\lambda(A)|) \quad (2.35)$$

où $\lambda(A)$ représente les valeurs propres de la matrice Jacobienne A . Des simplifications peuvent encore être réalisées en évitant une résolution explicite de $A^\pm \Delta \underline{W}$, ce terme est remplacé par :

$$A^\pm \Delta \underline{W} = \frac{1}{2}(\Delta F \pm r(A) \Delta \underline{W}) \quad (2.36)$$

Le système linéarisé est alors mis sous la forme d'une matrice triangulaire supérieure et une matrice triangulaire inférieure facilement inversible par la méthode SSOR.

LU-SSOR matricielle L'approche scalaire entraîne néanmoins une moins bonne estimation des flux aux facettes en fonction du rapport d'aspect des mailles. Cela impacte principalement la convergence et sera particulièrement important lors de la mise à jour de la condition d'interface couplée. Pour certaines applications, on peut remplacer l'approximation du rayon spectral par les termes exacts. $A^\pm$ est alors calculé explicitement avec la matrice diagonale des valeurs propres positives et négatives déterminée par :

$$\Lambda^\pm = \frac{1}{2}(\Lambda \pm |\Lambda|) \quad (2.37)$$

2.2.5 Discrétisation spatiale

On présente la discrétisation des flux convectifs et diffusifs des équations de Navier-Stokes. On s'intéresse particulièrement à la discrétisation des gradients pour une approche volumes finis.

2.2.5.1 Discrétisation du flux convectif

Un schéma spatial est nécessaire afin d'estimer le flux convectif. Dans cette section, on présente la schéma centré de Jameson [65, 66] et le schéma décentré amont de Roe [100].

Schéma de Jameson Pour les écoulement RANS à forte discontinuité, la discrétisation spatiale des flux convectifs peut s'effectuer à l'aide du schéma de Jameson. Cette discrétisation est centrée et fait intervenir une moyenne des flux calculés aux centres des deux volumes de contrôle adjacents. L'utilisation d'un schéma centré entraîne une erreur de troncature d'ordre 2 en espace. Ce schéma est consistant mais instable et nécessite l'introduction d'une viscosité artificielle afin d'accroître la stabilité. L'approximation de la discrétisation du flux convectif centré peut s'écrire comme :

$$\underline{F}_c(\underline{W}_i, \underline{W}_{i+1}) \cdot \underline{N}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} [\underline{F}_c(\underline{W}_i) + \underline{F}_c(\underline{W}_{i+1})] \cdot \underline{N}_{i+\frac{1}{2}} \quad (2.38)$$

où $\underline{W}_i$ représente les inconnues conservatives dans le volume de contrôle Ω . Σ_i représente une face du volume de contrôle. Une viscosité artificielle, $\underline{D}_{\Sigma_i}$, est ajoutée améliorant la stabilité du calcul et évite le découplage pair-impair. Ce découplage conduit à des oscillations dans les

régions à forts gradients de pression pouvant se produire au voisinage des ondes de choc ou des points d'arrêt. Cette viscosité peut s'écrire de la manière suivante :

$$\underline{D}_{\Sigma_i} = \frac{1}{V(\Omega)} \left[\underline{D}_i + \underline{D}_j + \underline{D}_k \right] \quad (2.39)$$

avec $V(\Omega)$ désignant le volume de contrôle et $\underline{D}_i, \underline{D}_j, \underline{D}_k$ représentent les différents termes de l'opérateur de la dissipation artificielle appliqué à la cellule ijk sur un maillage structuré.

Schéma de Roe Le schéma de Roe est un schéma décentré amont prenant en compte les directions de propagation des ondes dans l'écoulement. Ce schéma est du premier ordre et peut être étendu au second et au troisième ordre. Il est basé sur le problème de Riemann qui fournit une estimation du flux à l'interface entre deux cellules en linéarisant un problème complexe exact. Ce schéma consiste à trouver une matrice $\mathbf{A}$ supposée constante entre deux cellules adjacentes.

$$\mathbf{F}_c(\underline{W}_i, \underline{W}_{i+1}) \cdot \underline{N} = \frac{\mathbf{F}_c(\underline{W}_i) \cdot \underline{N}_i + \mathbf{F}_c(\underline{W}_{i+1}) \cdot \underline{N}_{i+1}}{2} - \frac{1}{2} |\mathbf{A}| (\underline{W}_{i+1} - \underline{W}_i) \quad (2.40)$$

où les indices i et $i+1$ représentent les états *left* et *right* (cellules adjacentes) introduit par Roe. $|\mathbf{A}| = M \text{diag}(|\lambda_i|) M^{-1}$ avec $\text{diag}(|\lambda_i|)$ la matrice diagonale du module des valeurs propres λ_i de $|\mathbf{A}|$. L'état intermédiaire est évalué à l'aide des cellules à gauche et à droite. Ainsi, $\underline{W}_{i+\frac{1}{2}}$ est obtenu à partir de la moyenne de Roe :

$$\underline{W}_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{\rho_i} \underline{W}_i + \sqrt{\rho_{i+1}} \underline{W}_{i+1}}{\sqrt{\rho_i} + \sqrt{\rho_{i+1}}} \quad (2.41)$$

Ce schéma résout de façon exacte les chocs et les lignes de glissement. Cependant, il ne conserve pas l'entropie et autorise la formation de chocs de détente. La correction de Harten [52, 53] remédie à ce problème en remplaçant le module des valeurs propres lorsqu'elles se rapprochent de zéro par une fonction parabolique non nulle.

2.2.5.2 Discrétisation du flux diffusif

Pour le flux diffusif, deux discrétisations sont possibles : centre cellule et centre vertex. Pour la discrétisation centre vertex, les gradients sont calculés en utilisant le théorème de Gauss appliqué sur un volume de contrôle autour d'un noeud du maillage (figure 2.2(a)) et la discrétisation centre cellule utilise un volume de contrôle aligné avec les noeuds du maillage (figure 2.2(b)). La discrétisation à 3 points calcule des densités du flux diffusif aux noeuds et des gradients évalués au centres des interfaces. La discrétisation à 5 points calcule des densités du flux diffusif et des gradients aux centres des cellules. Une moyenne est ensuite réalisée afin de connaître le flux aux interfaces.

Il est aussi important de noter que la discrétisation du flux visqueux peut théoriquement conduire à un découplage pair-impair ce qui peut être illustré à l'aide de l'équation 1D de la diffusion :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (2.42)$$

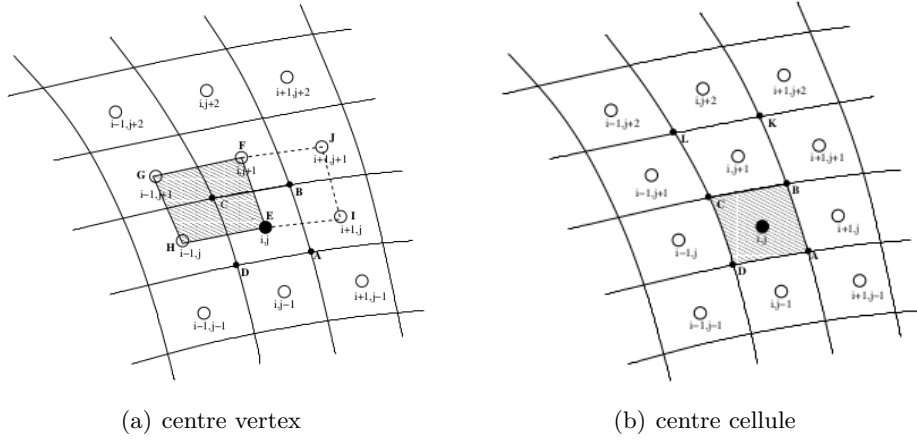


FIGURE 2.2 – Représentation du calcul des gradients

On considère un volume de contrôle $\Omega = [(i - \frac{1}{2}), (i + \frac{1}{2})]$, on obtient la discrétisation suivante pour le calcul des gradients avec une approche centre vertex :

$$\left(\mu(x) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \mu(u)_{i+\frac{1}{2}} \frac{u_{i+1} - u_i}{\Delta x} \quad (2.43)$$

La discrétisation en i s'écrit de la façon suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{1}{\Delta x} \left[\mu(u)_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \mu(u)_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.44)$$

$$= \frac{1}{\Delta x^2} \left[\mu(u)_{i+\frac{1}{2}} u_{i+1} - \left(\mu(u)_{i+\frac{1}{2}} + \mu(u)_{i-\frac{1}{2}} \right) u_i + \mu(u)_{i-\frac{1}{2}} u_{i-1} \right] \quad (2.45)$$

Pour une discrétisation centre cellule, on effectue une moyenne arithmétique sur les noeuds de calcul, ayant pour conséquence d'agrandir le stencil de 3 à 5 points.

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} \quad (2.46)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} = \frac{\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+1} + \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_i \right]}{2\Delta x} \quad (2.47)$$

La discrétisation découplée paire-impair suivante est obtenue pour le stencil à 5 points :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_i = \frac{1}{\Delta x} \left[\mu(u)_{i+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \mu(u)_{i-\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right] \quad (2.48)$$

$$= \frac{1}{4\Delta x^2} \left[\mu(u)_{i+\frac{1}{2}} u_{i+2} + \left(\mu(u)_{i+\frac{1}{2}} + \mu(u)_{i-\frac{1}{2}} \right) u_i + \mu(u)_{i-\frac{1}{2}} u_{i-2} \right] \quad (2.49)$$

L'avantage de cette discrétisation est de tenir compte des noeuds de calcul voisins. D'un point de vue pratique, une discrétisation centre cellule est préférable permettant le calcul simultané des normales et des gradients aux interfaces. Afin d'éviter le découplage pair-impair introduit par le schéma à 5 points, une correction est apportée garantissant la stabilité du schéma. Cette

correction prend en compte des cellules voisines tout en gardant un volume de contrôle centre cellule.

$$(\bar{\nabla}u)_{ij+\frac{1}{2}} = \frac{u_{ij+1} - u_{ij}}{d_{ij+\frac{1}{2}}} \quad (2.50)$$

où $d_{ij+\frac{1}{2}}$ représente la distance entre les centres cellules $\mathbf{r}_{ij+1}$ et $\mathbf{r}_{ij}$. Ainsi, la valeur corrigée pour le calcul des gradient est :

$$(\widetilde{\nabla}u)_{ij+\frac{1}{2}} = (\nabla u)_{ij+\frac{1}{2}} + \left[\bar{\nabla}u_{ij+\frac{1}{2}} - (\nabla \mathbf{u} \cdot \mathbf{d})_{ij+\frac{1}{2}} \right] \mathbf{d}_{ij+\frac{1}{2}} \quad (2.51)$$

où $\mathbf{d}_{ij}$ est un vecteur unitaire.

2.3 Modélisation de la turbulence

Les modèles de turbulence utilisés durant cette thèse sont décrits dans cette section. Ces modèles reposent sur une ou deux équations de transport et sont basés sur l'hypothèse de Boussinesq.

2.3.1 Modèle Spalart-Allmaras

Le modèle de Spalart-Allmaras [110] est composé d'une équation de transport. On écrit directement une équation de transport sur la viscosité cinématique et turbulente ν_t . Pour améliorer le comportement proche paroi et dans la zone logarithmique, Spalart et Allmaras font appel à une viscosité modifiée, $\tilde{\nu}$. Cette quantité $\tilde{\nu}$ varie linéairement dans la couche limite.

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} = \mathcal{P}_{\tilde{\nu}} + \frac{1}{\sigma_{\tilde{\nu}}} \frac{\partial}{\partial x_k} \left[(\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} + C_{b2} \left(\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_k} \right)^2 \right] - \mathcal{D}_{\tilde{\nu}} \quad (2.52)$$

Dans ce modèle la viscosité turbulente est donnée par $\nu_t = \tilde{\nu} f_{v1}$ où f_{v1} est le terme d'amortissement visqueux qui est donné par :

$$f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + C_{v1}} , \quad \chi = \tilde{\nu} / \nu \quad (2.53)$$

Le terme $\mathcal{P}_{\tilde{\nu}} = C_{b1} \tilde{S} \tilde{\nu}$ représente la production de la viscosité turbulente avec :

$$\tilde{S} = S + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2}, \quad S = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}, \quad f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (2.54)$$

Le terme $\mathcal{D}_{\tilde{\nu}} = C_{w1} f_w \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2$ représente le terme de destruction où :

$$f_w = g \left[\frac{1 + C_{w3}^6}{g^6 + C_{w3}} \right]^{1/6}, \quad g = r + C_{w2}(r^6 - r), \quad r = \frac{\tilde{\nu}}{\bar{S} \kappa^2 d^2} \quad (2.55)$$

avec d la distance à la paroi et la constante $C_{w1} = \frac{C_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+C_{b2}}{\sigma_{\tilde{\nu}}}$

2.3.2 Modèle $k - \omega$

Le modèle $k - \omega$ repose sur deux équations de transport, la première est basée sur l'énergie cinétique turbulente k et la seconde est basée sur une équation de transport pour le taux de dissipation par unité d'énergie cinétique $\omega = \epsilon/k$. L'inverse de ω représente l'échelle de temps caractéristique de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente k .

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_k \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \beta^* \rho \omega k \quad (2.56)$$

où l'on définit :

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad \mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (2.57)$$

L'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente k comprend au second membre un terme de diffusion moléculaire et turbulente suivi d'un terme de production et un terme de dissipation de l'énergie cinétique turbulente. Pour l'équation de transport de la dissipation de l'énergie cinétique turbulente on obtient :

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = \frac{\gamma \omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \sigma_\omega \frac{\rho k}{\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] - \beta \rho \omega^2 \quad (2.58)$$

On définit les équations suivantes :

$$f_\beta = \frac{1 + a\chi_\omega}{1 + b\chi_\omega}, \quad f_{\beta^*} = \frac{1 + c\chi_k}{1 + d\chi_k}, \quad \chi_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta^*\omega)^3} \right| \quad (2.59)$$

$$\chi_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (2.60)$$

où $\gamma, \beta, \beta^*, \sigma_k, \sigma_\omega, a, b, c, d$ sont des constantes qui dépendent de la version du modèle utilisé et obtenues à partir de cas où la turbulence est homogène isotrope.

Afin d'améliorer l'apparition de décollement lorsque la couche limite est soumise à des gradients de pression adverse, une correction est proposée par Menter (SST). Cette correction est implémentée dans le code calcul fluide.

2.4 Conditions aux limites

Des conditions aux limites sont imposées sur les frontières d'un domaine d'une simulation numérique. On présente dans cette section toutes les conditions utilisées dans cette thèse.

2.4.1 Conditions d'injection et de sortie

On définit les variables dans le plan d'injection à l'aide des grandeurs primitives pour le calcul des données thermodynamiques. Pour cela, les grandeurs suivantes sont fournies par l'utilisateur : la pression totale, l'enthalpie totale, le vecteur unitaire caractérisant la direction de l'écoulement dans le plan d'injection et les quantités turbulentes :

$$P_{inj} = P_t \quad (2.61)$$

$$H_{inj} = H_t \quad (2.62)$$

$$\underline{d}_{inj} = \left(\frac{v_x}{\|v\|}; \frac{v_y}{\|v\|}; \frac{v_z}{\|v\|} \right) \quad (2.63)$$

$$k_{inj} = k \quad (2.64)$$

$$\epsilon, \omega, l... \quad (2.65)$$

Pour des écoulements dans les turbomachines, la présence d'une giration dans un écoulement de veine s'accompagne d'une variation radiale de la pression statique dans le plan de sortie. Un équilibre radial, c'est-à-dire une pression évoluant selon la hauteur, est alors imposé pour des écoulements subsoniques. C'est la pression pivot qui conditionne le débit dans la veine. Une loi de vanne peut aussi être utilisée au cours du calcul afin de stabiliser l'écoulement et qui sera définie par l'utilisateur. Cette méthode limite les fortes variations de pression et de débit lorsque l'on se trouve proche de la ligne de pompage ou de blocage :

$$p_{pivot}^{n+1} = p_{pivot}^n + \tau \left(p_{ref} \frac{Q^n}{Q_{ref}} - p_{pivot}^n \right) \quad (2.66)$$

À convergence, cette loi aboutit à :

$$\frac{p}{Q} = \frac{p_{ref}}{Q_{ref}} = \left(\frac{p}{Q} \right)_{ref} \quad (2.67)$$

Ainsi, le point de fonctionnement à simuler est sélectionné en fixant $\left(\frac{p}{Q} \right)_{ref}$.

2.4.2 Conditions de raccord périodique

Dans le cas de simulations stationnaires, l'écoulement est supposé périodique par rotation. Les frontières azimutales sont alors raccordées entre elles par une condition de périodicité. Dans notre cas, on considère un raccord périodique coïncident. La périodicité est réalisée autour de l'axe machine, x . La condition de périodicité est obtenue à l'aide de la matrice de rotation suivante, avec θ l'angle de périodicité :

$$\mathbf{R}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

On note $\Sigma(\theta)$ et $\Sigma(-\theta)$ les deux frontières périodiques. La condition aux limites appliquée sur la frontière $\Sigma(\theta)$ est obtenue à partir des grandeurs extraites de la frontière $\Sigma(-\theta)$ et soumises aux traitements suivants :

$$\begin{aligned} q_{\Sigma(\theta)} &= q_{\Sigma(-\theta)} \\ \underline{V}_{\Sigma(\theta)} &= \mathbf{R}(\theta) \cdot \underline{V}_{\Sigma(-\theta)} \\ \underline{T}_{\Sigma(\theta)} &= \mathbf{R}(\theta) \cdot \underline{T}_{\Sigma(-\theta)} \cdot \mathbf{R}(-\theta) \end{aligned} \quad (2.69)$$

où q est un scalaire (densité, pression, température, etc.), $\underline{V}$ un vecteur (vecteur vitesse moyenne, vecteur flux de chaleur, etc.) et $\underline{T}$ un tenseur (tenseur des contraintes visqueuse, tenseur de Reynolds, etc.). Pour déterminer la condition aux limites à appliquer à la frontière $\Sigma(-\theta)$, il suffit de remplacer θ par $-\theta$ dans l'équation (2.69).

Pour les simulations instationnaires, le déphasage entre deux aubes d'une même roue doit être pris en compte. Une hypothèse sur les conditions spatio-temporelles doit être réalisée (cf Chapitre 4).

2.4.3 Conditions de paroi

On présente dans cette section les conditions de paroi qui seront primordiales pour l'étude et la compréhension des algorithmes de couplage.

À la paroi, on impose une condition d'adhérence et une énergie cinétique turbulente k nulle :

$$\underline{u}_p = \underline{s}_p \quad (2.70)$$

où $\underline{s}_p$ représente la vitesse de la paroi. Cette vitesse est nulle pour des parois immobiles et non-nulle pour des parois mobiles. En effet en cas de rotation autour de l'axe x dans le repère cylindrique (x, r, θ) cette condition peut s'écrire :

$$\underline{u}_p = r_g \omega \underline{e}_\theta \quad (2.71)$$

On peut considérer trois conditions aux limites thermiques : un flux imposé, une température imposée et une combinaison linéaire du flux et de la température. On fera référence à cette dernière condition dans cette thèse par la condition de Fourier ou de Robin indifféremment. En turbomachine, les parois sont souvent supposées adiabatiques, c'est-à-dire qu'un flux nul est imposé :

$$\phi_p = -\lambda_f \nabla T = 0 \quad (2.72)$$

où T représente la température, λ_f la conductivité thermique du fluide. La condition de Fourier peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\phi_p = \phi_{ref} - h(T_p - T_{ref}) \quad (2.73)$$

où ϕ_{ref} et T_{ref} représentent respectivement un flux et une température de référence. h est homogène à un coefficient de transfert thermique ($W.m^{-2}.K^{-1}$).

2.4.4 Plan de mélange

En turbomachine, les simulations CFD sont caractérisées par le mouvement d'une roue par rapport à l'autre. Il est alors important de tenir compte de la giration de l'écoulement et du transfert de quantités entre deux roues adjacentes. Ainsi, pour propager l'information d'une roue statique à celle en mouvement, on peut utiliser une interface de plan de mélange. Il s'agit d'un raccord stationnaire entre deux roues. À l'interface, les quantités transmissibles sont des moyennes azimutales des grandeurs aérodynamiques et thermodynamiques. Cette opération filtre les hétérogénéités azimutales et les ondes issues de la roue en aval.

2.4.5 L'approche chorochronique

Cette méthode est exacte pour toutes les instationnarités périodiques et repose sur un déphasage spatio-temporel. Elle consiste à réduire le nombre d'aubes en ne gardant qu'une seule aube pour chacune des roues. Le signal à l'interface entre le stator et le rotor est reconstruit en tenant compte des phénomènes périodiques liés à la rotation de la roue. On peut alors reconstruire toutes les fréquences qui sont liées soit à la fréquence fondamentale soit à ses harmoniques. Toutes les autres ne sont par reconstruites. De même, les frontières périodiques sont traitées en considérant un déphasage en espace et en temps. Cette technique est initialement proposée par Erdos et al. [34] et on parle alors de déphasage spatio-temporel (chorochronique).

Cette méthode permet le calcul des différents flux numériques sur la facette externe de chacune des cellules situées sur l'interface entre deux roues. Pour déterminer cet état, des champs issues de la roue "courante" et de la roue "opposée" sont utilisés. Afin de réduire l'occupation mémoire, seuls les coefficients de Fourier de l'instant courant et précédant sont utilisés pour la reconstruction du signal [44].

On suppose un étage de turbomachine avec N_1 et N_2 aubes par roue. Le pas inter-aube est défini par $\Theta_i = 2\pi/N_i$. On définit la plus petite période instationnaire d'interaction des roues en fonction de la fréquence de rotation de chacune des roues :

$$\Delta t = \text{pgcd}(N_1, N_2) \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2| N_1 N_2} \quad (2.74)$$

En pratique, on choisit un pas de temps plus petit afin d'éviter le repliement spectral lors de la reconstruction du signal à l'interface de deux roues.

$$T_{cur} = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2| N_{op}} \quad (2.75)$$

avec T_{cur} la période de la roue courante et N_{op} le nombre d'aube de la roue opposée. On désigne par $W(\underline{x}_i, t)$ l'état du fluide, dans un système de coordonnées cylindriques $(\underline{x}_i(x, \Theta_i, t))$, dans le référentiel de la roue i et à l'instant t . L'hypothèse chorochronique fournit l'état du fluide à un instant $t + k\Delta t$:

$$W(\underline{x}_i, t) = W(\underline{x}_i + \text{sign}(|\omega_1 - \omega_2|) m \Theta_i e_{\Theta}, t + k\Delta t) \quad (2.76)$$

où m et k sont des constantes. Afin de limiter le volume de stockage, la méthode de décomposition en série de Fourier est utilisée. En effet, une fonction périodique avec $T = 2\pi/\omega$ peut s'écrire sous la forme d'une série de fonctions de cosinus et de sinus $f(t) = f(t + T) \simeq \tilde{f}(t)$ tel que :

$$\tilde{f}(t) = a_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t) \quad (2.77)$$

où les coefficients a_0 , a_n et b_n permettent de reconstruire le signal :

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(u) du \quad (2.78)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(u) \cos\left(\frac{2\pi n u}{T}\right) du \quad (2.79)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(u) \sin\left(\frac{2\pi n u}{T}\right) du \quad (2.80)$$

Ainsi, un seul canal suffit à reconstruire la solution dans l'ensemble des canaux. En effet, un seul canal contient toute l'information des phénomènes instationnaires liée à la rotation d'une roue par rapport à l'autre.

2.5 Modélisation de la thermique dans le solide

Le code utilisé pour décrire l'évolution de la température dans le solide tout au long de cette thèse est Zset [123]. Il est conjointement développé par l'École des Mines, l'Onera et NW Numerics. Ce code est spécialisé dans la résolution de problèmes de mécanique non-linéaire des matériaux utilisant une discrétisation de type éléments finis par une approche de Galerkin. Il autorise l'utilisation de plusieurs éléments tels que des tétraèdres, des prismes ou bien des hexaèdres[43].

2.5.1 Résolution de l'équation de la thermique

Nous traiterons uniquement le cas de la résolution de l'équation de la diffusion de la chaleur dans le solide. Celle-ci peut s'exprimer comme :

$$\rho c_s \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) = S \quad (2.81)$$

où T représente la température, ρ la densité, λ_s la conductivité thermique dans le solide, c_s la capacité massique et S un éventuel terme source. Dans notre cas, S sera toujours nul. Afin de pouvoir résoudre cette équation, une condition initiale et des conditions de bord doivent être imposées. Pour les conditions de bord, le code autorise l'une des trois conditions thermiques, c'est-à-dire une température imposée, un flux imposé ou bien une condition linéaire entre flux et de la température.

Ce code peut aussi directement résoudre des problèmes statiques en négligeant le terme d'inertie. L'équation de la chaleur pour une résolution stationnaire étant linéaire, la diffusion est alors instantanée. L'équation résolue est donc :

$$\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) = 0 \quad (2.82)$$

2.5.2 Discrétisation éléments finis

Pour résoudre l'équation de la thermique en éléments finis, la forme intégrale est utilisée. Afin déterminer la forme variationnelle d'une équation différentielle, on définit Ω un ensemble de fonctions φ arbitraires que l'on applique sur l'équation de la chaleur stationnaire.

$$\int_{\Omega} \varphi \cdot (\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)) d\Omega = 0, \quad \forall \varphi \quad (2.83)$$

L'avantage de cette formulation est de permettre l'utilisation de transformations intégrales et de faire diminuer le degré de dérivations de l'équation. Il est compliqué de chercher à discrétiser directement l'équation (2.83) notamment lorsque le nombre de noeud est important ou bien lorsque le domaine de calcul présente une forme complexe. L'approche consiste à utiliser une méthode d'approximation par sous-domaines permettant de définir une fonction approchée de la température sur chacun de ces sous-domaines à l'aide d'une approximation nodale [35, 114]. Cette approche a l'avantage de réduire la taille du problème aux seules variables nodales concernées et de construire des fonctions approchées satisfaisant la condition de continuité.

2.6 Gestion de l'interface entre les codes couplés - CWIPI

Nous allons particulièrement nous intéresser au traitement de l'interface fluide-solide lors de calculs aérothermiques couplés que nous mènerons à bien tout au long de cette thèse. Cette section se focalise sur les conditions aux limites à l'interface, la localisation des surfaces couplées et la méthodologie de couplage choisie.

2.6.1 Gestion de l'ordonnancement et des échanges de données

Dans cette section, la librairie d'interpolation CWIPI (Coupling With Interpolation Parallel Interface) [22, 28] est présentée. Les domaines fluide et solide étant distincts, des interpolations à l'interface doivent être réalisées. L'ensemble des communications est assurées à l'aide du protocole MPI qui est actuellement la norme pour des calculs massivement parallèles. Les échanges sont réalisés de manière périodique, à une fréquence définie par l'utilisateur.

Dans le solide les maillages sont principalement non-structurés permettant de garder une certaine souplesse pour la discrétisation des frontières. Alors que l'approche fluide est principalement structurée afin de correctement capturer la couche limite et limiter la taille mémoire. De fait, la librairie d'interpolation doit être capable d'échanger des données d'un côté comme de l'autre en effectuant des interpolations sur des surfaces non-conformes. CWIPI est basée sur une représentation non-structurée des éléments surfaciques à interpoler (figure 2.3). Afin de correctement construire le graphe de communication, la librairie d'interpolation doit pouvoir accéder à la surface géométrique de chacun des codes. Pour ce faire, les codes envoient à CWIPI les éléments surfaciques impliqués dans le couplage. *elsA* étant un code parallèle principalement structuré, l'interface est alors renumérotée et une surface unique est transmise à CWIPI. Zset en revanche, n'est pas utilisé en parallèle, les surfaces couplées sont alors directement envoyées à CWIPI qui génère un graphe permettant les interpolations d'une surface à l'autre en début de calcul. À l'initialisation, CWIPI crée un communicateur liant les processus impliqués dans le couplage et construit un graphe de communication qui va être utilisé pour les échanges à l'interface. L'interpolation se base sur ce graphe utilisant une vision non-structurée d'un ensemble de communication de type point à point à l'interface fluide-solide. Cette vision non-structurée est adaptée lors de l'utilisation de maillages surfaciques triangulaires, quadrangulaires et polygonaux.

Le traitement des données en cours de calcul est réalisé à l'aide d'un accès et à l'extraction des quantités surfaciques en mémoire. L'ordonnancement et la fréquence de couplage sont pilotés par un script de couplage. Cela permet à l'utilisateur de définir et de traiter les différents paramètres nécessaires au couplage comme le traitement des quantités surfaciques, le calcul du coefficient de relaxation et les différents co-traitements.

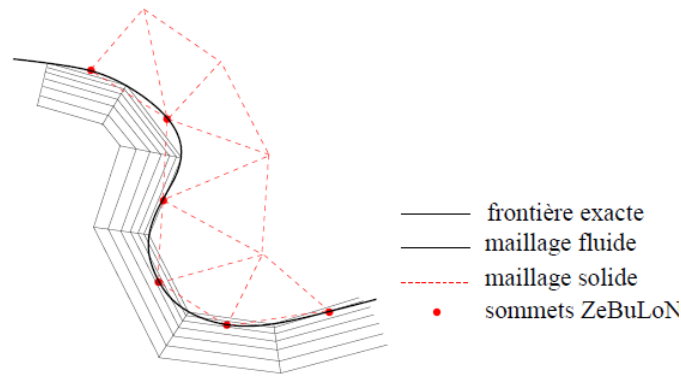


FIGURE 2.3 – Représentation de la paroi couplée [17]

On précise tout de même que CWIPI réalise des interpolations non conservatives et les données échangées dépendent fortement des interpolations réalisées. Une façon de s'assurer que les champs surfaciques sont correctement estimés, est d'effectuer une convergence en maillage à l'interface pour tendre vers des maillages coïncidant limitant l'influence des interpolations. Cependant, lors de calculs sur des géométries complexes, avoir des maillages coïncidant est un challenge en soi.

2.6.2 Stratégie multi-physique adoptée

On précise que pour un calcul couplé le moyen le plus efficace de trouver la solution stationnaire à l'équation de la chaleur, à condition que les conditions aux limites soient indépendantes du temps, consiste simplement à considérer l'équation de Laplace, c'est-à-dire une équation différentielle ordinaire du deuxième ordre. Rien n'interdit bien sûr d'employer un schéma temporel, mais cette procédure serait alors inutilement longue pour le même résultat. Elle fournirait en outre une suite d'états thermiques dans le solide, états qui ne nous intéressent pas ici. En conséquence, la conduction solide en régime permanent sera envisagée dans cette thèse via la résolution d'un Laplacien. Notons que cela revient à annuler ρc_s , c'est-à-dire à négliger l'inertie du matériau. Dans le cas stationnaire, cela se justifie parfaitement car la solution n'en est en rien affectée. Par contre, il en va tout autrement dans un contexte où l'instationnarité du solide est privilégiée comme par exemple dans le couplage LES-conduction.

En ce qui concerne le milieu fluide, on sait que la recherche de l'état stationnaire des équations de Navier-Stokes (RANS) est généralement effectuée par une approche temporelle, souvent très coûteuse, et des ingrédients numériques peuvent alors être utilisés pour accélérer la convergence (pas de temps local, multigrille) vers un état stationnaire.

Le point clé d'une stratégie multiphysique réside dans le fait que ce qui est vrai pour un modèle (sous-système individuel) doit rester vrai pour le modèle couplé, dans lequel le sous-système est impliqué. Cela est clairement indiqué par certains pionniers du couplage, comme Felippa et al. [41] qui soulignent que dans une approche partitionnée, chaque sous-système doit être traité par les techniques de discrétisation et les algorithmes qui sont connus pour bien fonctionner pour le sous-système unique. Dans la plupart des cas, cela n'est pas gratuit et une formulation d'interface appropriée est nécessaire pour éviter une dégradation de la stabilité. On sait par exemple que résoudre une équation de Laplace à chaque pas de temps changera la solution très rapidement et l'impact sur la stabilité sera ainsi loin d'être négligeable.

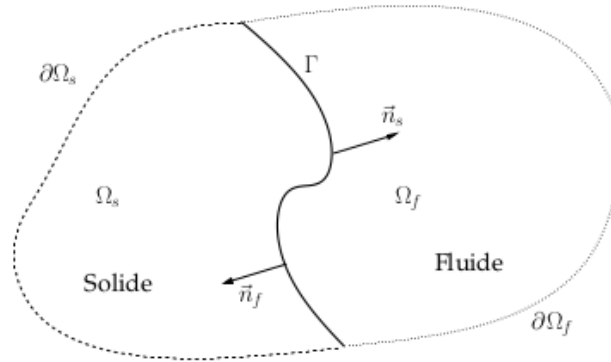


FIGURE 2.4 – Interface du système couplé

En conséquence, en suivant les recommandations précédentes, la stratégie du couplage aérothermique stationnaire consistera à associer à chaque « rencontre » fluide-solide un état pseudo-stationnaire fluide avec un état stationnaire solide. Cela aura pour effet de s'affranchir des disparités temporelles considérables entre les deux milieux. On s'intéressera tout particulièrement à la mise en place de conditions d'interface optimales assurant la stabilité dans tous les cas de figure, même les plus complexes, comme en présence de barrières thermiques. Cette stratégie n'impose pas l'équilibre à l'interface fluide-solide à chaque instant et les états intermédiaires ne sont pas physiques. Elle est cependant largement adoptée dans la littérature lorsque seul un état stationnaire couplé est recherché [36, 88, 116].

2.6.3 Synchronisation entre les codes

Lors d'un couplage aérothermique stationnaire la conservation de l'énergie à l'interface doit être respectée à convergence. On cherche à résoudre simultanément les équations de Navier-Stokes dans le fluide avec l'équation de la diffusion dans le solide. Pour ce faire, il existe différentes méthodes pour le traitement de la condition limite à l'interface. La figure 2.4 montre une représentation d'un calcul couplé avec un domaine fluide et solide pour lesquels leurs interfaces couplées sont traitées soit simultanément (monolithique) soit séparément (partitionné).

2.6.3.1 Approche pour la résolution de l'interface

Il existe principalement deux méthodes pour le traitement de l'interface. L'approche monolithique qui consiste à résoudre les équations de quantité de mouvement et de l'énergie à chaque itération dans les deux domaines simultanément. On utilise alors un seul code qui résout les deux systèmes. En général, cette approche consiste à partir d'un code fluide où l'équation de la chaleur est naturellement calculée, pour l'étendre à un calcul solide. Cette approche demande relativement peu de développements et son avantage principal réside dans la stabilité intrinsèque du processus couplé. En revanche, les deux systèmes évoluent avec le même pas de temps. Or les pas de temps caractéristiques de chacune des physiques simulées étant différents de plusieurs ordres de grandeur, la résolution de la thermique dans le solide ne sera pas adaptée. De plus, cette approche n'est pas forcément la plus adéquate lorsque l'on cherche à traiter un problème de thermique avec des éléments très fins comme dans les barrières thermiques. En effet, l'utilisation

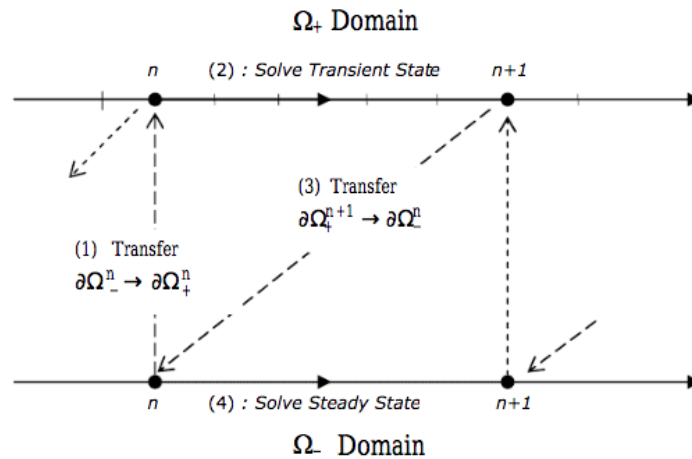


FIGURE 2.5 – Algorithme CSS (conventionnal serial staggered)

d'un code volumes finis avec un pseudo pas de temps rend l'utilisation des éléments de faible épaisseur compliquée.

L'approche partitionnée consiste à résoudre les deux domaines avec des codes dédiés pour chacune des physiques impliquées. Dans notre cas, le fluide est simulé à l'aide d'un code volume finis, et le solide à l'aide d'un code éléments finis. Les méthodes de résolution ainsi utilisées sont adaptées et optimisées pour la physique que l'on cherche à étudier. Étant donné le nombre d'équations et d'opérations nécessaires, la méthode des volumes finis structurés est adaptée pour la résolution des écoulements fluides. Similairement, un code éléments finis non structuré est plus adapté à un calcul solide qui est par ailleurs plus robuste lors des déformations géométriques [35]. La plupart des grands codes de structure reposent tous sur la méthode des éléments finis (Abaqus, Ansys, Zset...). Dans cette thèse on se limitera à un couplage aéro-thermique mais cela peut être un élément à prendre en compte si l'on souhaite réaliser un couplage aéro-thermo-mécanique. L'approche partitionnée est alors privilégiée dans cette thèse bien que la mise en oeuvre soit plus complexe. La communication entre les solveurs est réalisée à l'aide de l'utilisation d'une librairie d'interpolation de maillage surfacique pour les échanges de données à l'interface et d'un schéma de couplage approprié afin éviter les problèmes de stabilité. Des techniques d'accélération peuvent être employées à l'interface afin d'éviter des temps CPU qui augmenteraient considérablement.

2.6.3.2 Synchronisation des échanges à l'interface fluide-solide

Pour des calculs multiphysiques, il est nécessaire de tenir compte des propriétés des différentes physiques en jeu notamment les temps caractéristiques entre le solide et le fluide qui sont très différents. Pour cela, on fait le choix d'utiliser l'algorithme CSS (conventional serial staggered, figure 2.5) pour la synchronisation temporelle des deux codes. Cette méthode détermine l'état du fluide et du solide indépendamment l'un de l'autre puis met à jour la condition limite d'interface. Le code fluide réalise alors des sous-itérations entre deux itérations de couplage augmentant la stabilité et la convergence. Cette méthode étant la plus évidente et la plus simple d'implantation, elle sera utilisée tout au long de cette thèse. On précise néanmoins que cet algorithme ne permet qu'une résolution temporelle au premier ordre.

Le principe de ce schéma consiste à trouver une solution stationnaire à l'interface pour les deux domaines. Le processus peut se décomposer en 4 étapes :

1. Résolution des équations de Navier-Stokes pseudo instationnaires.
2. Envoi des quantités couplées
3. Résolution de l'équation de la conduction stationnaire
4. Envoi du nouveau champ de température

Ce processus est répété jusqu'à la convergence de l'équation de l'énergie à l'interface avec :

$$\begin{cases} T_p^s = T_p^f \\ q_p^s = -q_p^f \end{cases} \quad (2.84)$$

La stabilité d'un calcul couplé n'est pas seulement conditionnée par la stabilité de chacun des sous-domaines mais aussi par la stabilité du processus de couplage. Le choix de la condition d'interface est alors essentiel afin d'éviter la propagation des erreurs de troncature engendrées par les deux maillages. Par ailleurs, la résolution dissociée des physiques, dans un calcul partitionnée, peut aussi conduire à des instabilités liées aux interactions fluide-solide. Une méthode itérative est utilisée pour la résolution de l'état stationnaire dans le domaine fluide. Il est aussi primordial de noter que l'état du fluide atteint entre deux itérations de couplage n'est pas un état convergé mais un état intermédiaire du processus itératif. Dans le solide en revanche, l'équation de la chaleur stationnaire est linéaire. La résolution est alors immédiate et ne dépend que des conditions d'interface. Ainsi à chaque itération de couplage une solution stationnaire est trouvée dans le solide.

2.7 Traitement de l'interface couplée

Nous voulons définir une unique condition d'interface unique adaptée aux contraintes aérothermiques rencontrées dans des applications industrielles. On présente les différentes conditions d'interface thermique que l'on peut imposer lors d'un couplage aérothermique. Chacune de ces conditions présente des avantages et des inconvénients.

2.7.1 Conditions aux limites thermiques d'interface

Pour la résolution des flux à l'interface, une méthode itérative a été utilisée en imposant des conditions limites thermiques à la frontière de chacun des domaines jusqu'à obtenir la convergence du flux et de la température. Le principe d'un algorithme de couplage partitionné est de calculer chacun des sous-domaines de manière indépendante en venant mettre à jour les conditions d'interface à un certain pas de temps de couplage. On définit les interfaces couplées Γ_f et Γ_s sur lesquelles on impose les conditions de raccord thermiques, en l'occurrence un flux ou une température. Nous avons vu qu'il existe trois conditions de raccord thermique différentes : température imposée (Dirichlet), un flux imposé (Neumann) et une combinaison linéaire du flux et de la température (Fourier/Robin). Pour ces conditions de raccord, on définit les systèmes et les dénominations suivants :

— Condition de Dirichlet-Neumann :

$$\begin{cases} T_p^f = T_p^s & \text{sur } \Gamma_f \\ q_p^s = -q_p^f & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \quad (2.85)$$

— Condition de Neumann-Dirichlet :

$$\begin{cases} q_p^f = -q_p^s & \text{sur } \Gamma_f \\ T_p^s = T_p^f & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \quad (2.86)$$

— Condition de Dirichlet-Robin :

$$\begin{cases} T_p^f = T_p^s & \text{sur } \Gamma_f \\ q_p^s + \alpha_f T_p^s = -q_p^f + \alpha_f T_p^f & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \quad (2.87)$$

Dans ces équations le coefficient α_f , qui a la dimension d'un coefficient d'échange convectif, sera à définir. Ce paramètre joue un rôle primordial dans la stabilité et la vitesse de convergence. Les échanges de chaleur entre le fluide et le solide sont souvent pris en compte via un coefficient d'échange convectif h constant qui est calculé en fonction des paramètres de référence pour le fluide. La densité de flux de chaleur dans la condition de Robin transmis au solide est alors proportionnelle à la différence de température entre le fluide et le solide $\Delta T = T_p - T_\infty$. Ce paramètre présente plusieurs inconvénients, notamment qu'il n'est défini qu'à l'état stationnaire et n'a de sens que si la température du solide est constante. Or pour les configurations industrielles, cela n'est pas le cas. Par ailleurs, ce coefficient d'échange convectif h est variable le long de la paroi et dépendra du temps pour des calculs instationnaires. Il ne peut alors pas être constant. Cela est d'autant plus vrai dans le cas de source de chaleur à l'interface ou dans le solide. En effet, ΔT peut alors être négatif conduisant à un coefficient négatif, inconsistant avec son sens physique [82]. D'un point de vue numérique, un coefficient d'échange numérique négatif génère des instabilités pouvant empêcher la convergence du calcul [120]. Il est à noter que le coefficient d'échange h est un outil qui peut être très utile pour les thermiciens mais l'utiliser tel quel pour le couplage peut conduire à des résultats insatisfaisants ou inappropriés et revient à le détourner de sa fonction première [89]. Une définition plus appropriée du coefficient de couplage sera proposée dans cette thèse.

2.7.2 Critère de convergence

On considère que le calcul a convergé lorsque le critère R à l'interface est atteint. Pour la condition de Dirichlet-Robin, ce critère s'écrit :

$$R = \frac{|T_p^{n+1} - T_p^n|_{max}}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_{p(i)}^{n+1}} \quad (2.88)$$

Ici, N représente le nombre d'éléments sur l'interface couplée. Ce paramètre contrôle la variation de la température entre deux couplages successifs. En effet, on estime que la simulation a convergé lorsque non seulement le résidu de chacun des codes a convergé mais aussi que la condition d'interface respecte la condition de continuité de l'énergie, c'est-à-dire que $T_f = T_s$ et $q_f = q_s$. Pour la condition d'interface de Dirichlet-Robin, ce critère R est un indicateur qui fournit une estimation de l'influence de la relaxation sur les flux. Pour que la condition de continuité soit respectée, il est nécessaire que le terme $\alpha_f(T_s - T_f)$ soit aussi petit que possible.

Chapitre 3

Étude de la stabilité et formulation d'une condition d'interface pour les interactions thermiques faibles et fortes

Des interactions thermiques fortes et faibles peuvent être présentes sur une même paroi couplée d'une configuration industrielle. Ce chapitre décrit la théorie de stabilité utilisée, ainsi que ses limites actuelles, pour la définition d'une condition d'interface permettant de prendre en compte simultanément ces interactions sur une même interface de couplage. Cette stabilité est fragile et est influencée par divers paramètres physiques ou numériques. L'objectif est, ici, d'analyser ces paramètres afin d'obtenir une estimation convenable de l'intensité de l'interaction thermique. Dans un premier temps, la théorie de stabilité est présentée pour la condition limite thermique d'interface de Dirichlet-Robin déjà présentée dans différentes publications [17, 33, 36]. On explicitera les limitations actuelles puis comment définir un nouveau coefficient de relaxation assurant la stabilité inconditionnelle tout en limitant le coût CPU. Enfin, une approche est proposée afin d'estimer précisément les échanges de chaleur transitoires à la paroi.

3.1 Nombres adimensionnés pour la diffusion de la chaleur à l'interface couplée

Dans cette section, on introduit les nombres adimensionnés pertinents lors d'un couplage aérothermique. Ces nombres permettent de caractériser les échanges thermiques à l'interface fluide-solide et ils sont obtenus en appliquant le principe de moindre dégénérescence.

3.1.1 Nombre de Biot

Le nombre de Biot permet de caractériser les échanges de chaleur à l'interface fluide-solide. Il est défini comme le rapport entre les effets convectifs et diffusifs dans le solide :

$$Bi = \frac{hL}{\lambda_s} \quad (3.1)$$

où h est le coefficient d'échange convectif, L une longueur caractéristique et λ_s la conductivité thermique du solide. Ainsi, lorsque ce nombre est faible, la chaleur se diffuse rapidement dans le milieu par conduction. Les gradients dans le solide sont négligeables et la température dans le solide peut être considérée comme quasi constante. On dit que le système est thermiquement mince. En revanche lorsque $Bi \rightarrow \infty$, de forts gradients apparaissent dans le solide. La prise en compte de ce nombre permet de caractériser la force de l'interaction fluide-solide à l'interface.

L'approche numérique en vue de l'obtention d'une solution stationnaire s'appuie en générale sur une solution instationnaire fluide couplé à un état stationnaire solide. Dans un problème discrétisé, il peut être intéressant de tenir compte des tailles de la première maille fluide et de la taille du domaine solide. Le nombre de Biot de maille qui en résulte, Bi_Δ , est défini en fonction de la conductance de chacun des milieux.

$$Bi_\Delta = \frac{K_f}{K_s} = \frac{\lambda_f / \Delta y_f}{\lambda_s / L} \quad (3.2)$$

On notera que la discrétisation spatiale est alors importante afin de correctement estimer les échanges de chaleur.

3.1.2 Nombre de Fourier

À partir des équations de la diffusion (eq. 3.6), le nombre de Fourier est défini pour caractériser la pénétration de la chaleur dans un domaine :

$$\frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\tau}{\delta^2} = a \frac{\tau}{\delta^2} \quad (3.3)$$

où λ représente la conductivité thermique du milieu fluide, δ une échelle de longueur, τ représente le temps caractéristique de la diffusion de la chaleur dans le milieu et a la diffusivité. Pour un système couplé, ce temps caractéristique correspond aux effets transitoires lors de la mise à jour de la condition limite à l'interface. On peut aussi définir un équivalent numérique de ce nombre issu des équations discrétisées de la conduction :

$$D_f = \frac{\lambda}{\rho C_p} \frac{\Delta t_c}{\Delta y^2} \quad (3.4)$$

où Δt_c et Δy représentent respectivement la discrétisation temporelle et spatiale du domaine transitoire lors de la mise à jour de la condition limite. Il est important de noter que le pas de temps caractérise le phénomène transitoire de la diffusion au niveau de la première maille. Ainsi, ce pas de temps dépend non seulement des propriétés physiques telles que la conductivité thermique, la viscosité, la température ou bien la turbulence mais aussi de paramètres numériques telle que la taille de la maille adjacente à l'interface couplée.

3.1.3 Nombre de Péclet

Le nombre de Péclet représente le rapport entre le flux convectif et le flux diffusif :

$$Pe = \frac{q_{conv}}{q_{cond}} = \frac{\delta}{a_f} v \quad (3.5)$$

Où a_f est la diffusivité du milieu, δ une longueur caractéristique et v la vitesse. Ce paramètre peut aussi être vu comme le rapport du temps caractéristique de la diffusion et celle de la

convection. En proche paroi, les effets diffusifs l'emportent sur les effets convectifs. Le temps de la diffusion est alors celui que l'on considérera pour les échanges de chaleur à la paroi.

3.2 Théorie de stabilité

À l'interface, différentes conditions de raccord peuvent être utilisées comme nous l'avons montré dans la section 2.7.1. Des études de stabilité ont été réalisées pour ces différentes conditions aux limites d'interface permettant de définir un critère de stabilité pour chacune d'entre elles [45, 57, 71, 72, 99]. On montre alors que les conditions de Dirichlet-Neumann et de Neumann-Dirichlet sont des conditions adaptées, respectivement, pour les interactions faibles et les interactions fortes [36, 89]. Or il est nécessaire d'avoir une condition d'interface qui tienne compte des deux interactions simultanément, notamment pour des applications où les échanges de chaleur sont non-homogènes à la paroi. La condition de Dirichlet-Robin permet de s'adapter localement aux échanges de chaleur. En effet, cette condition permet une certaine flexibilité via un coefficient de relaxation, aidant à traiter les différentes interactions à l'interface et conduisant à une meilleure stabilité pour le couplage aérothermique.

L'analyse de stabilité est basée sur la théorie Godunov-Ryabenkii. Celle-ci est similaire aux modes de Fourier tout en tenant compte des variations temporelles aux conditions limites. Ainsi, on recherche les modes où l'amplitude des oscillations spatiales et temporelles décroissent exponentiellement lors de la mise à jour de la condition limite à l'interface entre deux itérations de couplage. Pour ce faire, on se base dans un premier temps sur les travaux de Errera et Chemin [36, 40] pour la définition de la zone de stabilité pour la condition d'interface de Dirichlet-Robin. Les expressions des modes normaux définissent un coefficient de relaxation, pour la condition de Robin, conduisant à un bon compromis entre stabilité et coût CPU. Le schéma de couplage aérothermique se base sur une étude mono-dimensionnelle discrétisée en différences finies et repose sur la théorie GKS [49, 51, 115] qui permet l'étude, pour des systèmes linéaires, de la stabilité des conditions aux limites grâce à une analyse spectrale afin de définir les conditions de stabilité. On présente, dans cette section, le schéma de couplage et le coefficient de relaxation qui en résulte. On notera que dans cette thèse les calculs sont réalisés sur des maillages fluides suffisamment raffinés pour capturer la couche limite et notamment la sous-couche visqueuse. Le solide ne prend en compte que l'équation de la chaleur stationnaire. On estime que suffisamment proche de la paroi, les équations de la chaleur se ramènent à :

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{\partial T_f}{\partial t} = \lambda_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2} = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

3.2.1 Discrétisation différences finies des conditions aux limites à l'interface fluide-solide

On rappelle la condition de Dirichlet-Robin imposée à l'interface :

$$\begin{cases} T_p^f = T_p^s & \text{sur } \Gamma_f \\ q_p^s + \alpha_f T_p^s = -q_p^f + \alpha_f T_p^f & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \quad (3.7)$$

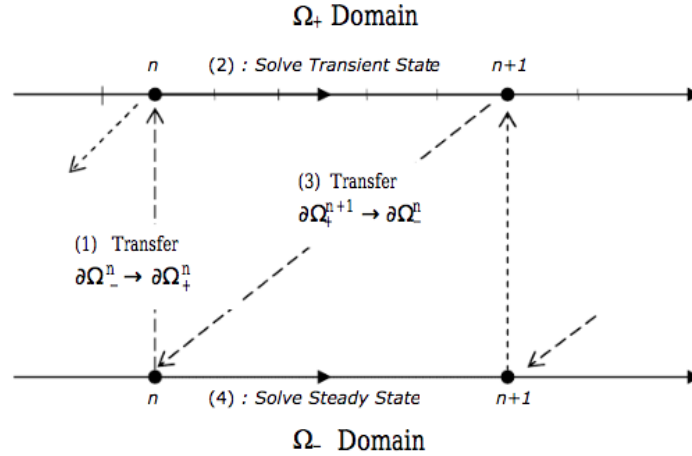


FIGURE 3.1 – Représentation de la synchronisation temporelle des solvers (algorithme CSS)

On choisit d'utiliser l'algorithme CSS (conventional serial staggered, figure 3.1) afin de synchroniser les codes de calcul en temps. Dans cet algorithme, les codes s'exécutent séquentiellement simplifiant l'exécution tout en ayant une résolution temporelle au premier ordre. Les équations discrétisées sont successivement :

$$\begin{cases} T_{0+}^{n+1} = T_{0-}^n & j = 0_+ \\ \frac{\rho C_p}{\Delta t} (T_j^{n+1} - T_j^n) = \frac{\lambda_f}{\Delta y^2} (T_{j+1}^{n+1} - 2T_j^{n+1} + T_{j-1}^{n+1}) & j > 0 \\ \frac{\lambda_s}{\Delta y_s} (T_{0-}^{n+1} - T_{-1}^{n+1}) + \alpha_f T_{0-}^{n+1} = \frac{2\lambda_f}{\Delta y_f} (T_1^{n+1} - T_{0+}^{n+1}) + \alpha_f T_{0+}^{n+1} & j = 0_- \\ T_{j+1}^{n+1} - 2T_j^{n+1} + T_{j-1}^{n+1} = 0 & j < 0 \end{cases} \quad (3.8)$$

Ces relations représentent la résolution successive des équations de part et d'autre de l'interface. Ces étapes sont réalisées à chaque itération de couplage jusqu'à la convergence de la température et du flux à l'interface ($T_f = T_s$ et $q_f = q_s$). Il est important de remarquer que le flux envoyé au solide est relaxé au moyen d'un coefficient α_f . Ainsi, l'état transitoire n'est pas représentatif de la physique à l'interface et l'état stationnaire est atteint lorsque la condition d'arrêt $|T_{0+} - T_{0-}| < \epsilon$ est respectée. Par ailleurs, ce coefficient joue un rôle important non seulement dans la stabilité mais aussi sur la vitesse de convergence de l'algorithme de couplage. Une grande valeur de ce paramètre conduit à une convergence lente mais certaine. En revanche, une trop faible valeur pourra générer des instabilités. L'objectif est de correctement estimer ce paramètre afin de trouver un bon compromis entre stabilité et vitesse de convergence.

3.2.2 Décomposition en modes normaux

La théorie de GKS est appliquée afin d'étudier la stabilité de la condition d'interface [51, 115]. On cherche alors les modes instables provoquant une divergence en temps. L'équation de la chaleur étant une équation parabolique, dont la température est une fonction continue, bornée par ces conditions aux limites et pourvue d'une dérivée première continue, elle peut alors être

résolue à l'aide de séries de Fourier. Par ailleurs, l'équation de la chaleur étant une équation différentielle linéaire, on peut chercher une solution de la forme :

$$T(y, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi_n e^{i(\omega_n t - \xi_n y)} \quad (3.9)$$

Ici ψ est une amplitude complexe, ξ le nombre d'onde et ω la pulsation. La théorie de GKS est basée sur une analyse des modes normaux et on cherche une solution du type équation d'onde. On définit alors l'amplification spatiale κ et temporelle z :

$$\begin{cases} z = e^{i\omega k} \\ \kappa = e^{-i\xi h} \end{cases} \quad (3.10)$$

avec ω, ξ des nombres complexes et h, k respectivement la discrétisation spatiale et temporelle. La température peut alors être discrétisée avec les facteurs d'amplification en ne considérant qu'une seule harmonique :

$$T_j^n = \begin{cases} \psi \kappa_f^j z^{n-1} & j > 0 \\ \psi \kappa_s^j z^n & j \leq 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Le schéma est alors instable au sens de Godunov-Ryabenkii si l'équation admet des solutions κ_f et κ_s bornés lorsque $j \rightarrow \pm\infty$ et $|z| > 1$. Rappelons que $|z| > 1$ conduit à une croissance en temps et donc à une instabilité.

3.2.3 Définition du coefficient de relaxation optimal pour la condition de Dirichlet-Robin

Les travaux de cette thèse reposent sur le travail de Errera et Chemin [36] dont les grandes étapes du raisonnement sont décrites dans cette section. La théorie de stabilité de GKS a permis de définir un domaine, en fonction du coefficient de relaxation α_f , dans lequel l'interaction fluide-solide ne génère pas d'instabilités. Un coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} , est défini pour avoir le meilleur compromis entre rapidité de convergence et stabilité de calcul. On peut utiliser la définition de la température donnée par l'équation 3.11 dans les équations discrétisées à l'interface afin d'obtenir une expression des facteurs d'amplification. Le choix de la solution est alors unique étant donné que $|\kappa_f| < 1$. L'expression du facteur d'amplification spatial est donnée par :

$$\kappa_f = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{z-1}{D_f z} - \sqrt{\left(2 + \frac{z-1}{D_f z} \right)^2 - 4} \right) \quad (3.12)$$

On remarque que le facteur d'amplification spatial κ_f est fonction du facteur d'amplification temporel z et du nombre de Fourier D_f . Le facteur d'amplification temporel a pour expression :

$$z = \frac{\frac{2\lambda_f}{\Delta y_f}}{\frac{\lambda_s}{s} + \alpha_f} \kappa(D_f, z) - \frac{\frac{2\lambda_f}{\Delta y_f} - \alpha_f}{\frac{\lambda_s}{s} + \alpha_f} \quad (3.13)$$

Dans la théorie de stabilité GKS, chaque mode augmente d'un ratio $|z|$. Le modèle est stable au sens de Godunov-Ryabenkii s'il n'y a pas de solution à l'équation $z = g(z)$, avec $|z| \geq 1$. La condition se résume à trouver les solutions de l'équation :

$$|g(z)| = \left| \frac{\frac{2\lambda_f}{\Delta y_f}}{\frac{\lambda_s}{s} + \alpha_f} \kappa(D_f, z) - \frac{\frac{2\lambda_f}{\Delta y_f} - \alpha_f}{\frac{\lambda_s}{s} + \alpha_f} \right| < 1, \text{ avec } |z| \geq 1 \quad (3.14)$$

Errera et Chemin [36] ont mis à profit le principe du maximum d'une fonction holomorphe pour montrer que $\max(|g|)$, pour $|z| \geq 1$, se trouve sur le cercle unité $|z| = 1$. De plus, il a été montré que le minimum de $\max(|g|)$ est obtenu à la transition $|g(z = 1)| = |g(z = -1)|$ ce qui permet de déterminer l'expression du coefficient de relaxation :

$$\alpha_f^{opt} = \frac{\lambda_f}{\Delta y_f} \left(\sqrt{\left(1 + \frac{1}{D_f}\right)^2 - 1} - \frac{1}{D_f} \right) \quad (3.15)$$

Ce coefficient dépend d'un nombre de Fourier de maille. Comme précisé précédemment, ce nombre requiert la définition d'une longueur caractéristique et d'un temps caractéristique. Pour que ce nombre soit correctement estimé nous fixons pour longueur caractéristique, la taille de la maille fluide adjacente à la paroi couplée et essayons alors de définir un pas de temps correspondant à cette taille de maille.

3.2.4 Critères numériques caractérisant l'interaction thermiques à l'interface

Ce chapitre met l'accent sur les interactions fluide-solide fortes qui représentent un défi pour la stabilité thermique fluide-solide. Dans ce but, nous allons introduire et définir un pas de temps τ , différent de la période de couplage afin de garantir la stabilité inconditionnelle dans tous les cas de figure.

Un nombre de Biot numérique tenant compte des tailles de mailles et des échanges thermiques transitoires a été introduit par Moretti et al. [89]. Ce paramètre est défini localement à chaque maille et à chaque instant permettant de caractériser l'interaction thermique localement à l'interface :

$$Bi_\nu = Bi_\Delta \left(\sqrt{\left(1 + \frac{1}{D_f}\right)^2 - 1} - \frac{1}{D_f} \right) \quad (3.16)$$

avec $Bi_\Delta = \frac{\lambda_f / \Delta y_f}{\lambda_s / L}$. Lorsque $Bi_\nu < 1$, l'interaction est alors faible entre le fluide et le solide. Selon la théorie de stabilité présentée (section 3.2) cela revient à un calcul parfaitement stable. Le coefficient de relaxation jouera un rôle mineur dans la stabilité du couplage. En revanche si l'interaction fluide-solide augmente, la valeur de Bi_ν augmente aussi pouvant provoquer des instabilités en fonction du coefficient de relaxation choisi. Dans cette section on s'intéresse particulièrement à l'étude des interactions fluide-solide fortes et on note que les deux paramètres Bi_ν et α_f^{opt} dépendent tous les deux du nombre de Fourier. Afin de mieux saisir l'importance de ce paramètre sur le couplage à l'interface, on peut réécrire ce terme comme :

$$D_f = \frac{a \Delta t_c}{\Delta y_f^2} = \frac{\lambda_{\Delta y} \tau \Delta y^2}{\rho C \Delta y^3 \frac{\tau}{\Delta t_c}} \quad (3.17)$$

Le nombre de Fourier est alors le ratio entre la chaleur traversante et le taux d'accumulation de la chaleur dans une maille où Δt_c est le pas de temps de couplage transitoire. Ce paramètre peut être vu comme l'équivalent du nombre de CFL pour la diffusion. Afin d'éviter les instabilités numériques, le pas de temps Δt_c doit être faible. Cependant, s'il est pris trop petit, l'information ne circule pas assez rapidement ralentissant le calcul. Ce pas de temps intervient dans l'analyse de stabilité pour définir le coefficient de relaxation optimal. Il est nécessaire de tenir compte de ce pas de temps qui va conditionner la stabilité du schéma de couplage. Errera et Duchaine [37] ont montré qu'il était avantageux d'introduire le nombre de Fourier normalisé suivant :

$$\bar{D}_f = \frac{D_f}{1 + D_f + \sqrt{1 + 2D_f}} \quad (3.18)$$

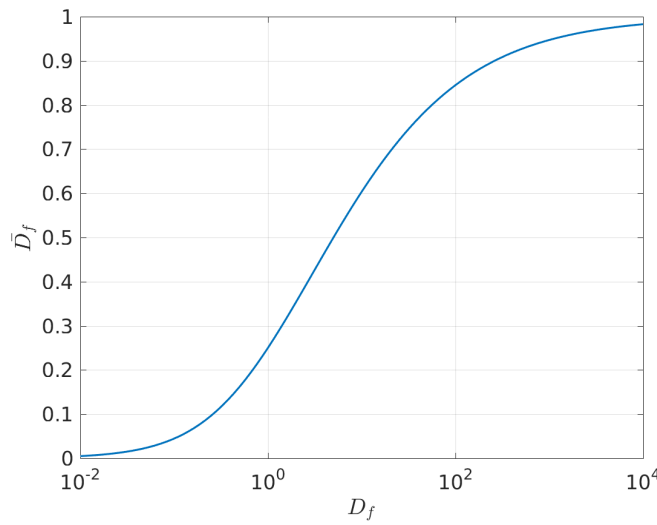


FIGURE 3.2 – Nombre de Fourier normalisé

La figure 3.2 montre l'évolution de ce nombre de Fourier de maille normalisé en fonction du nombre de Fourier de maille et donc du pas de temps de couplage transitoire Δt_c . En effet, ce nombre de Fourier normalisé est égal au facteur d'amplification spatial κ_f (équation 3.12) lorsque $\alpha_f \leq \alpha_f^{opt}$. Il permet en outre de simplifier l'écriture des principaux paramètres intervenant dans l'étude de stabilité. On remarque que $\bar{D}_f$ est une fonction croissante du pas de temps de couplage transitoire Δt_c . À partir de ce nombre, on introduit une expression simplifiée du nombre de Biot numérique Bi_ν , du coefficient de relaxation α_f^{opt} , du coefficient de relaxation minimal α_f^{min} .

Le nombre de Biot numérique peut alors être exprimé à l'aide du nombre de Fourier de maille normalisé et du nombre de Biot de maille.

$$Bi_\nu = Bi_\Delta (1 - \bar{D}_f) \quad (3.19)$$

Le coefficient de relaxation optimal représente le minimum du facteur d'amplification temporel. Il assure, en théorie, la stabilité inconditionnelle. On peut montrer, en utilisant l'équation 3.18 que :

$$\alpha_f^{opt} = \frac{K_f}{2} (1 - \bar{D}_f) \quad (3.20)$$

Introduisons le coefficient de relaxation minimale α_f^{min} qui représente la borne inférieure de la limite de stabilité, $\max(|g|) = 1$. Ce paramètre évolue en fonction de la force de l'interaction thermique à l'interface :

$$\alpha_f^{min} = \frac{K_f}{2}(1 - \overline{D_f}) - \frac{K_s}{2} = \frac{K_s}{2} [Bi(1 - \overline{D_f}) - 1] \quad (3.21)$$

La figure 3.3 montre une représentation graphique de ces paramètres pour un nombre de Biot numérique $Bi_\nu > 1$. Bi_ν est l'ordonnée à l'origine de la figure 3.3. Il représente la force de l'interaction fluide-solide et dépend autant des propriétés du fluide que celles du solide. De plus, un grand nombre de Fourier a théoriquement pour conséquence de stabiliser le calcul en réduisant le nombre de Biot numérique Bi_ν . Cela a pour conséquence d'augmenter la diffusion numérique conduisant à des résultats imprécis à l'interface.

Le coefficient α_f^{min} représente la première valeur dans la zone de stabilité et dépend des propriétés du fluide et celles du solide. On réécrit ce paramètre comme :

$$\alpha_f^{min} = \alpha_f^{opt} - \frac{K_s}{2} \quad (3.22)$$

Sous cette forme, on remarque que lorsque K_s diminue (ce qui revient à augmenter le nombre de Biot), α_f^{min} se rapproche du coefficient optimal, rapprochant la borne inférieure de la limite de stabilité α_f^{min} du coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} . La zone de stabilité est alors d'autant plus petite. Ce paramètre dépend aussi du nombre de Biot numérique Bi_ν . Lorsque la force de l'interaction diminue la borne inférieure de stabilité s'éloigne de la valeur optimale élargissant la zone de stabilité. Pour de faibles valeurs de cette interaction, c'est-à-dire Bi_ν faible, on peut déterminer le domaine de stabilité à l'aide de l'équation 3.21. Ainsi, $Bi_\nu < 1$ alors $\alpha_f < 0$. Cela signifie qu'en théorie, le couplage peut être stable sans nécessiter un coefficient de relaxation, i.e $\alpha_f = 0$ (condition d'interface de Dirichlet-Neumann).

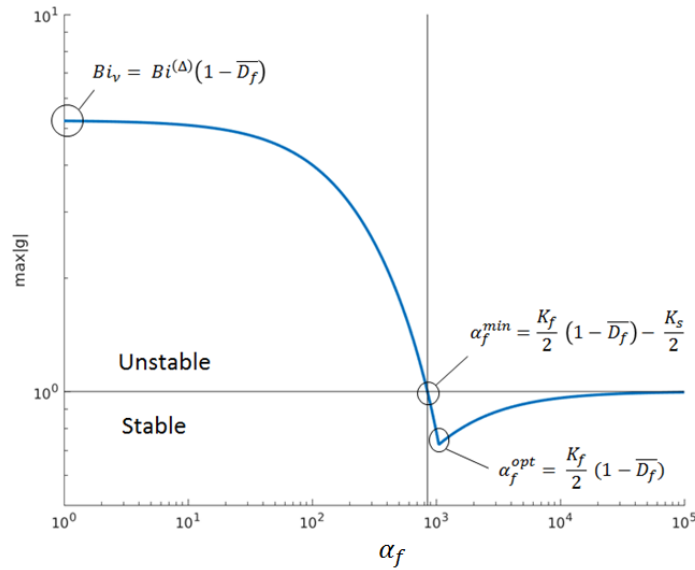


FIGURE 3.3 – Domaine de stabilité pour la condition de Dirichlet-Robin en fonction du coefficient de relaxation α_f

3.2.5 Mise en place du schéma de couplage

La figure 3.4 montre l'implémentation du schéma de couplage stationnaire. Pour ce faire, le calcul commence toujours par le code fluide qui itère jusqu'à atteindre l'instant de couplage prédéfini (it_{cpl}). Le coefficient de relaxation optimal local est calculé par le code fluide. Les quantités fluides sont alors envoyées au code solide. Le solide réactualise ses conditions limites et calcule le nouvel état thermique. Il renvoie la température surfacique au fluide. Le processus est répété jusqu'à atteindre un état d'équilibre à l'interface. Il est à noter que le premier instant de couplage it_{cpl} , ne correspond nullement à un état fluide pseudo-convergé ou à une convergence avec des conditions adiabatiques comme on le voit souvent dans la littérature. La méthode numérique que nous venons de décrire prend en compte les états transitoires du fluide lors du couplage et stabilise le processus à chaque instant. Cette méthode ne nécessite pas non plus l'évaluation d'un coefficient convectif h .

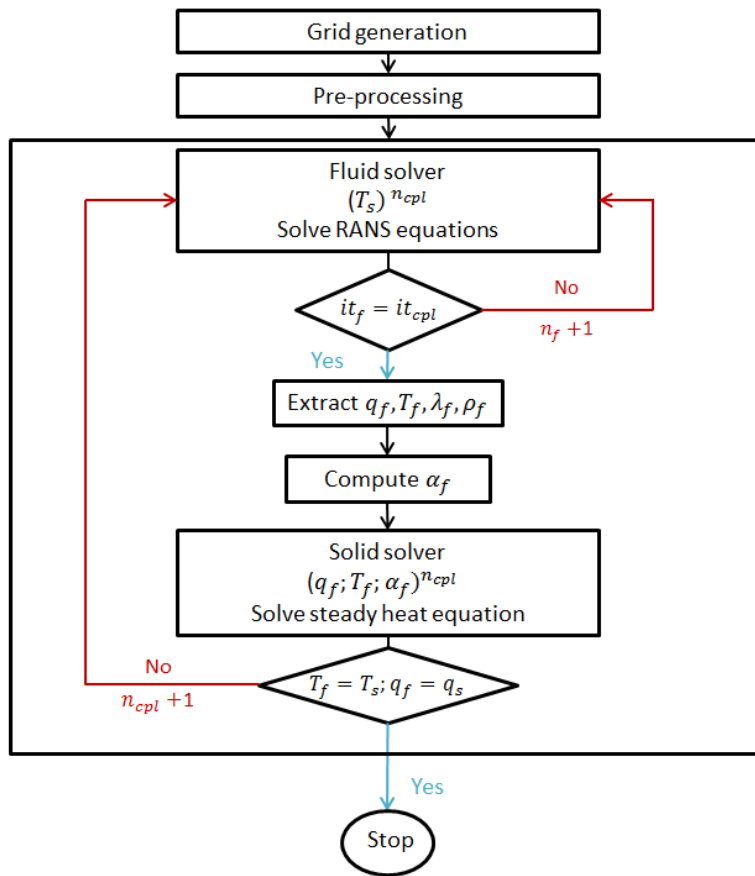


FIGURE 3.4 – Représentation du schéma de couplage stationnaire

3.3 Importance du pas de temps de couplage transitoire dans un calcul couplé

Dans cette section, une première validation de la méthode et de la condition d'interface est présentée permettant de délimiter le domaine de stabilité pour un couplage stationnaire. Pour cela, on considère d'abord un problème simplifié de convection-conduction sur une plaque plane. Cette approche s'appuie sur une méthode présentée par Errera et al. ([33, 36, 37]) qui considère principalement des interactions faible à l'interface. Ces publications ont montré la stabilité des calculs couplés pour la condition d'interface de Dirichlet-Robin basée sur le coefficient de relaxation α_f^{opt} . Cependant l'utilisation de ce coefficient, tel que défini, ne permet pas de stabiliser les fortes interactions thermiques ($Bi_\nu \gg 1$) conduisant à des instabilités de convergence [89]. L'objectif est alors de partir d'une configuration simple et de proposer une solution qui soit adaptée à toutes les interactions, des plus faibles aux plus fortes. Le modèle que l'on développe repose principalement sur la définition d'un nouveau pas de temps dans la définition du nombre de Fourier $\overline{D}_f$. Δt_c qui conditionne la stabilité du processus de couplage.

3.3.1 Présentation conceptuelle du pas de temps de couplage transitoire

Il est assez difficile de cerner la notion du pas de temps transitoire Δt_c dans le schéma de couplage. La figure 3.5 représente l'évolution temporelle schématique du flux de chaleur d'un couplage fluide-structure pour introduire la notion du pas temps de couplage transitoire. On initialise les domaines fluide et solide, chacun à une température donnée, dans notre cas $T_s < T_f$. Lors du premier couplage, la température fluide et le flux sont envoyés au code solide qui va recalculer un état d'équilibre. Une nouvelle température d'interface est alors calculée et envoyée au code fluide. Si les deux systèmes sont initialisés avec des températures très différentes, le saut sur le flux sera conséquent. Le code fluide recalculera un état d'équilibre à l'aide d'une méthode pseudo-stationnaire. Ce processus est répété jusqu'à atteindre le même état d'équilibre des deux côtés. Sur cette figure, on introduit N qui est le nombre de sous-itérations du code fluide entre deux instants de couplage et Δt_f qui est le pas de temps fluide utilisé pour la résolution des équations pseudo-stationnaires. On introduit aussi Δt_c qui est le pas de temps de couplage transitoire pour les conditions limites fixées au dernier couplage. Comme on peut le remarquer sur la figure, ce pas de temps n'est ni le pas de temps du fluide ni $N \times \Delta t_f$. Il est très important de le souligner car Δt_c joue un rôle fondamental dans la stabilité du processus couplé. Ce pas de temps, Δt_c , est idéalement défini comme la durée du pseudo-transitoire et n'est pas lié à la période de couplage $N \times \Delta t_f$. En effet, la période de couplage peut être soit plus grande soit plus petite que Δt_c . Cela n'aura pas d'effet sur la stabilité du couplage tant que Δt_c sera correctement estimé.

Il existe alors deux situations possibles, $N \times \Delta t_f < \Delta t_c$ et $N \times \Delta t_f > \Delta t_c$. La première situation est la plus simple. Si la période de couplage est dans la partie pseudo-transitoire alors on peut prendre $\Delta t_c = N \times \Delta t_f$ mais encore faut-il avoir accès au pas de temps Δt_f . Lorsque l'on réalise un calcul RANS avec un pas de temps local, le CFL est imposé et le pas de temps n'est pas directement accessible dans toutes les mailles. La seconde situation apparaît lorsque N est suffisamment grand. Dans ce cas Δt_c représente uniquement la partie transitoire. On verra que si l'on tient compte de la partie convergée, l'estimation du coefficient de relaxation α_f^{opt} sera erronée (puisque sous-estimé) et ne parviendra pas à stabiliser le processus couplé. Il est alors important d'uniquement considérer la phase pseudo-transitoire $N \times \Delta t_f$ représenté par Δt_c .

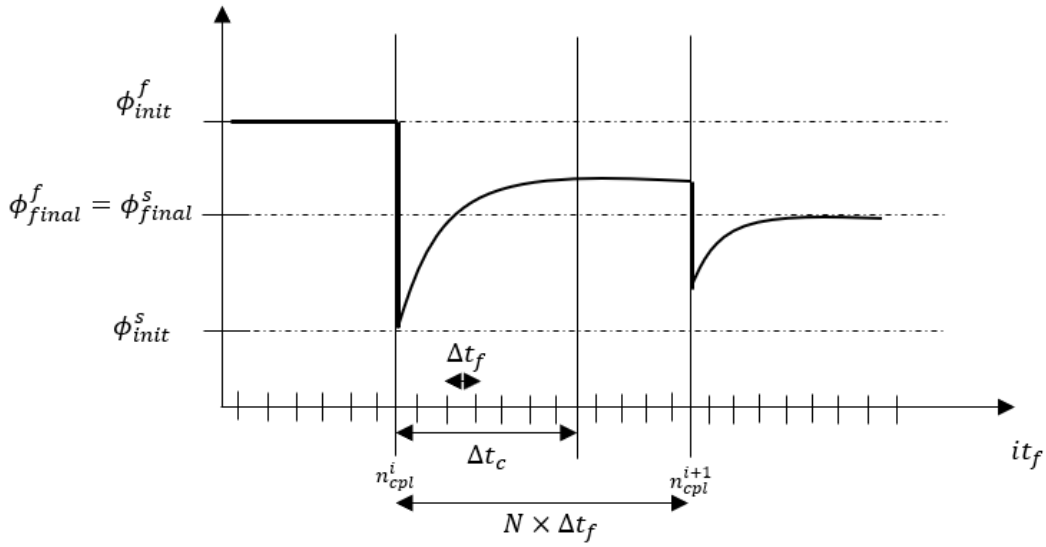


FIGURE 3.5 – Schéma représentant l'évolution temporelle du flux à la paroi fluide entre deux instants de couplage et définition du pas de temps de couplage transitoire

Cette situation est la plus délicate à définir comme l'on ne connaît pas, par avance, le nombre d'itérations fluide requis pour capturer uniquement la partie transitoire.

Bien que la théorie mathématique soit toujours applicable, il n'existe à ce jour aucune publication soulignant ou mentionnant l'importance de la définition de ce pas de temps qui, si mal estimé, conduirait à déstabiliser le calcul comme il sera montré ultérieurement. On proposera une approche pour estimer Δt_c et on la comparera à l'approche classique utilisant $N \times \Delta t_f$.

3.3.2 Configuration académique de démonstration et de validation

Afin de montrer les limitations de la condition de Dirichlet-Robin pour des interactions fortes, on applique différentes approches pour la définition du pas de temps de couplage transitoire conduisant à une modification du coefficient de relaxation.

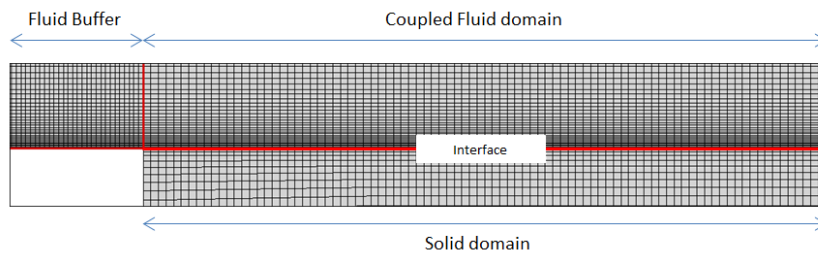


FIGURE 3.6 – Maillage de la plaque plane

On considère une plaque plane de 0.3 m de long et 0.1 m d'épaisseur. Le maillage fluide est suffisamment raffiné afin d'avoir un $y^+ \simeq 1$. Une zone tampon est ajoutée évitant ainsi les instabilités numériques ne provenant pas du couplage. La condition de paroi dans la zone tampon est adiabatique et une condition de symétrie est appliquée sur toute la partie supérieure du domaine fluide. La température d'entrée est de 1200 K . Le domaine fluide est couplé au domaine

solide par l'intermédiaire d'un maillage conforme. Dans le domaine solide, toutes les parois non couplées sont considérées adiabatiques sauf la paroi inférieure où une condition de Dirichlet est imposée avec $T_s = 1000K$.

3.3.3 Synchronisation du pas de temps de couplage transitoire avec le pas de temps fluide

On peut remarquer que la définition du coefficient de relaxation optimal (3.15) dépend de la définition du nombre de Fourier (3.4). Or la connaissance de ce dernier requiert une échelle de temps et une longueur caractéristique. La longueur caractéristique est fixée par la taille de la première maille fluide. Par ailleurs, pour que le problème soit correctement posé il est nécessaire de définir un pas de temps (Δt_c) qui soit représentatif de cette échelle d'espace pour les échanges de chaleur. La première approche considérée est de synchroniser le pas de temps des échanges thermiques transitoires, Δt_c avec le pas de temps de la physique la plus rapide, ici le fluide. Cela signifie alors que le pas de temps de couplage est un multiple N du pas de temps du fluide :

$$\Delta t_c = \sum_i^N \Delta t_i^f \quad (3.23)$$

Cette approche est celle utilisée dans plusieurs publications [37, 89]. En effet, ce pas de temps a l'avantage d'être facile à implémenter car il ne nécessite qu'un accès à la valeur du pas de temps dans la première maille fluide. En revanche cela ne tient pas compte des effets transitoires dans la couche limite et Δt_c devient fortement dépendant de la fréquence de couplage qui est inversement proportionnelle à N . Cette définition du pas de temps Δt_c ne garantit pas de correctement capturer les effets transitoires lors de la mise à jour de la condition limite à l'interface entre deux instants de couplage (section 3.2.4) pouvant conduire à des instabilités.

3.3.4 Influence du pas de temps de couplage transitoire sur la stabilité

On peut montrer que plusieurs paramètres peuvent conduire à des instabilités. On peut citer la fréquence de couplage, la force de l'interaction thermique, le pas de temps de couplage transitoire Δt_c et la méthode de résolution du système d'équations linéarisés. On choisit dans cette section, de fixer la méthode de résolution du système en utilisant la décomposition LU-SSOR matricielle et la conductivité thermique du solide à $\lambda_s = 0.05 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$, ce qui est une valeur très faible fortement déstabilisatrice. Étant donné que la méthode synchronisée du pas de temps est utilisée, il suffit alors d'imposer une fréquence de couplage pour définir le pas de temps de couplage transitoire Δt_c . On réalise une étude paramétrique modifiant la valeur N qui correspond au nombre d'incrément temporels du fluide entre deux couplages successifs.

La figure 3.7 représente l'évolution du coefficient optimal α_f^{opt} (axe de gauche) ainsi que du nombre de Fourier de maille D_f (axe de droite) en fonction du nombre de sous-itérations fluides, N . La période de couplage est définie par $\Delta t_c = N\Delta t_f$, où Δt_f est le pas de temps fluide. Le nombre de Fourier de maille varie donc linéairement avec N . Le coefficient de couplage α_f^{opt} est une fonction décroissante du temps, donc du nombre de Fourier. Les paramètres de couplage sont ainsi interdépendants et la variation d'une seule quantité (physique ou numérique) impliquée dans le couplage, modifie l'ensemble de ces paramètres, ce qui peut déstabiliser le calcul. Le modèle de couplage que nous avons présenté dans ce chapitre permet, en théorie, de tenir compte de ces variations et d'obtenir une stabilité inconditionnelle. Cependant, il est indispensable de bien

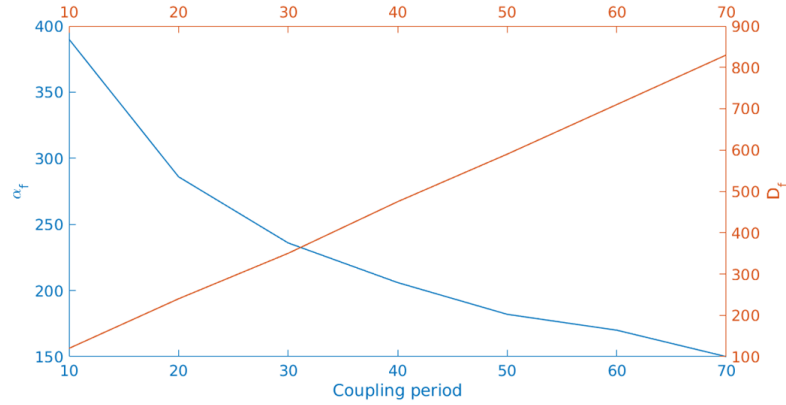


FIGURE 3.7 – Relation entre le coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} et le nombre de Fourier D_f

identifier son domaine de validité d'une part, et de renforcer la méthode dans les cas fortement déstabilisateurs qui nous intéressent (présence de barrières thermiques).

Des essais systématiques ont été menés afin d'évaluer la convergence en fonction de la période de couplage. Le coefficient optimal α_f^{opt} a été adopté dans tous ces simulations numériques couplées sur la base d'un nombre de Fourier de maille D_f calculé (voir eq. 3.4). La figure 3.8 montre l'évolution de la stabilité en fonction des itérations fluides Δt_f pour différentes périodes de couplage Δt_c . On constate qu'à haute fréquence de couplage (soit faibles Δt_c), le calcul est rapide et stable. Cela signifie que les fortes valeurs de α_f^{opt} permettent de stabiliser le couplage. À l'inverse, lorsqu'on diminue la fréquence de couplage (soit Δt_c élevés), le calcul devient de plus en plus lent voire instable pour les valeurs les plus élevées de Δt_c . Ces instabilités montrent clairement que le paramètre D_f est alors surévalué, ce qui correspond à une surévaluation du pas de temps. Ces résultats, a priori surprenants et contre-intuitifs, vont être analysés et vont permettre de proposer une stratégie robuste valable dans tous les cas de figure.

Ces résultats sont contre-intuitifs pour un couplage très fréquent car on sait qu'il est alors fortement déstabilisateur, principalement au début du processus. C'est la raison pour laquelle, les méthodologies proposées jusqu'à présent dans la littérature ont privilégié l'emploi d'un coefficient convectif de relaxation. Cependant cela signifie qu'une solution pseudo-convergente est recherchée dans un premier temps, ce qui ralentit le calcul couplé et fournit une première solution éloignée thermiquement. Le coefficient convectif est de plus difficile à estimer. La méthode développée à l'ONERA permet tout au contraire d'estimer le coefficient adéquat à chaque instant et cela est confirmé par les courbes de la figure 3.8 pour les faibles Δt_c . Ce coefficient est forcément élevé lorsque D_f est faible, c'est-à-dire lorsque $D_f \rightarrow 0$ (voir eq 3.20), puisque l'interaction est forte (voir eq. 3.19).

Ces résultats sont également contre-intuitifs pour un couplage peu fréquent puisque cela correspond à des échanges fluide-solide rares, ce qui naturellement favorise la stabilité. Cependant, nous devons nous souvenir que le modèle théorique repose sur un couplage avec un transitoire fluide et son domaine de validité suppose ainsi une évolution instationnaire entre deux instants de couplage. Adopter une période de couplage trop grande conduit ainsi à décorréler le pas de temps de la physique dans la couche limite.

En résumé, les essais systématiques effectués dans cette thèse et illustrés sur la figure 3.8 nous ont permis de comprendre les subtilités d'un processus couplé et d'interpréter les résultats obtenus sans remettre en cause les conclusions du modèle théorique. Ils nous ont conduits à

mettre en place une stratégie adaptée à tous les cas de figure, basée sur l'utilisation d'un pas de temps diffusif Δt_D dans la définition du nombre de Fourier de maille D_f et donc dans toutes les quantités qui en découlent $\overline{D}_f$, α_f^{min} , α_f^{opt} etc. Ce choix stabilise tous les calculs couplés aérothermiques stationnaires, quelle que soit la nature de l'interaction. Il peut conduire à une légère surestimation du temps CPU dans les cas simples, mais assure en revanche une stabilité inconditionnelle dans les cas compliqués, tout en respectant le modèle théorique. Cette stratégie nous paraît donc idéale dans un contexte industriel. Elle a fait l'objet d'une publication dans *International Journal of Thermal Sciences* [102] et a constitué la base théorique qui nous a servis à mener à bien les calculs couplés les plus complexes (parois couplées hétérogènes, barrières thermiques) de cette thèse. Un choix pertinent de Δt_D sera proposé et validé dans le paragraphe 3.4.

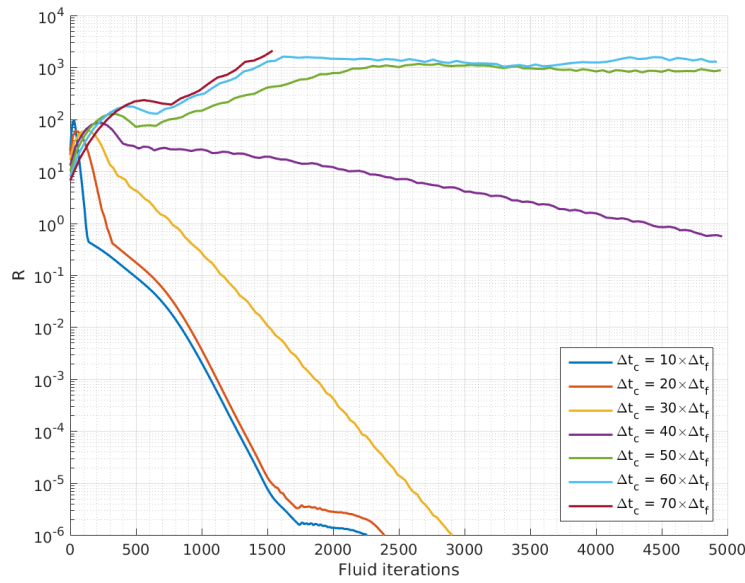


FIGURE 3.8 – Convergence en fonction du pas de temps de couplage Δt_c à $\lambda_s = 0.05 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

3.3.5 LU-SSOR matricielle et scalaire

Nous avons longuement mis l'accent sur l'influence du pas de temps sur la stabilité dans le paragraphe précédent et on a vu que le pas de temps de couplage transitoire influence la stabilité du couplage. Cependant il existe aussi d'autres facteurs déstabilisateurs. Dans cette section, l'influence de la méthode de décomposition LU-SSOR matricielle et scalaire pour la résolution du système d'équations linéarisées est analysée en fonction de la force de l'interaction thermique entre le fluide et solide. La méthode d'implication saura plus ou moins capable absorber les modifications de la condition limite couplée.

Dans un premier temps, on choisit d'utiliser la méthode LU-SSOR matricielle basée sur une décomposition qui tient compte de l'ensemble des blocs de la matrice à inverser. Cette méthode, étant plus précise, permet d'éviter les instabilités numériques dues aux erreurs sur la résolution du système linéaire permettant alors de se focaliser sur l'influence de la force de l'interaction thermique entre le fluide et le solide. On utilise le pas de temps Δt_c défini par l'équation 3.23 pour le calcul du coefficient de relaxation optimal sur la plaque plane.

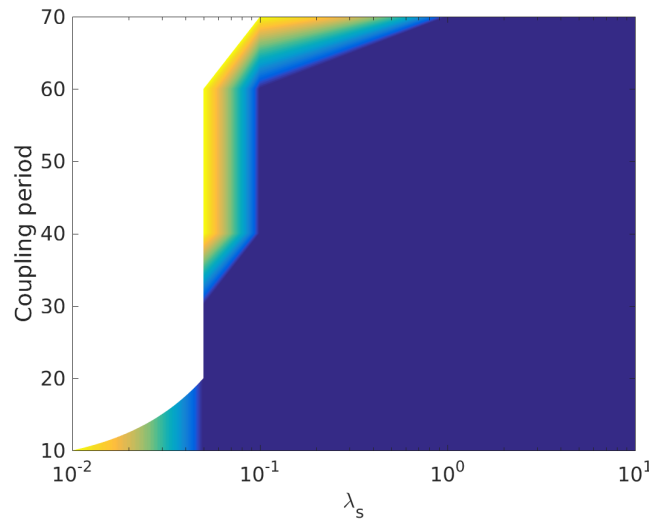


FIGURE 3.9 – Stabilité en fonction du pas de temps et de la force de l'interaction avec LU-SSOR matricielle (Bleu : stable, Blanc : instable, Jaune : oscillation)

La figure 3.9 montre le domaine de stabilité du schéma de couplage en fonction de la période de couplage et de la force de l'interaction fluide-solide. En bleu, le calcul est stable alors qu'en blanc, le calcul ne converge pas. On remarque aussi une zone d'instabilité, en jaune, où le calcul ne converge pas du fait d'instabilités persistantes. On sait que la force de l'interaction thermique est quantifiée par le nombre de Biot numérique. Or ce nombre fait intervenir le ratio entre la conductivité thermique du fluide et celle du solide. Ainsi, faire varier la conductivité thermique du solide conduit à une variation du nombre de Biot et donc de la force d'interaction. Lorsque la conductivité thermique du solide augmente, l'interaction fluide-solide est alors faible et ne produit pas d'instabilités ce qui est bien cohérent avec la condition d'interface de Dirichlet-Robin. En revanche, des instabilités apparaissent lorsque la conductivité thermique diminue.

On peut aussi remarquer une nouvelle fois que la fréquence du couplage influence la stabilité. Cet aspect a déjà été longuement discuté dans le paragraphe précédent. En résumé, diminuer ou augmenter la fréquence de couplage peut stabiliser ou déstabiliser le calcul selon la manière dont la méthode numérique est définie. Toutefois, augmenter la fréquence de couplage conduit toujours à une augmentation des données à échanger en mémoire, ajoutant ainsi un coût CPU à de potentielles instabilités.

Cette approche est totalement décorrélée de la physique dans la couche limite et donc des échanges de chaleur ce qui peut conduire à des instabilités à l'interface. On peut voir sur la figure 3.9, à $\lambda_s = 0.05 W.m^{-1}.K^{-1}$, que le calcul est stable jusqu'à une période de couplage de $30 \times \Delta t_f$ puis la convergence oscille et le calcul diverge à $60 \times \Delta t_f$. Augmenter le nombre de sous-itérations ne contribue pas à stabiliser le calcul. La période de couplage devient beaucoup trop grande pour capturer les effets transitoires dans la couche limite. Par ailleurs, lorsque ce pas de temps augmente, le coefficient de relaxation α_f^{opt} diminue déstabilisant alors le calcul.

On effectue le même exercice que précédemment en utilisant la méthode de décomposition LU-SSOR scalaire. Cette décomposition de la matrice à inverser remplace les éléments diagonaux par le rayon spectral. Le calcul est alors plus sensible aux mises à jour de la condition limite.

La figure 3.10 montre le domaine de stabilité de la condition de Dirichlet-Robin avec l'utilisation du LU-SSOR scalaire. Le calcul est toujours stable lorsque le nombre de Biot est faible

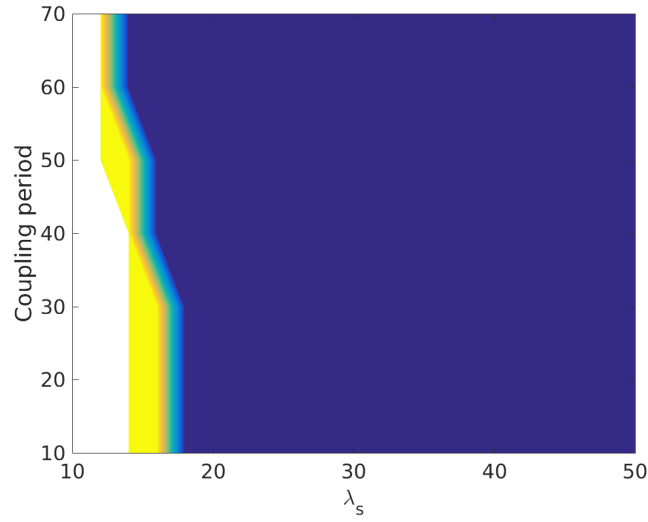


FIGURE 3.10 – Stabilité en fonction du pas de temps et de la force de l'interaction avec LU-SSOR scalaire (Bleu : stable, Blanc : instable, Jaune : oscillation)

(grandes valeurs de λ_s), cela est principalement lié à la nature de la condition limite. À l'inverse, cette approche est moins stable que la décomposition matricielle car cette décomposition ne permet pas d'atteindre d'aussi hauts niveaux d'interaction fluide-solide. En dessous d'une certaine conductivité thermique solide, le calcul devient totalement instable et le domaine de stabilité est moins important qu'avec la décomposition matricielle.

La figure 3.11 montre la dépendance de la définition du pas de temps de couplage Δt_c (eq. 3.23) avec la fréquence de couplage. La stabilité du calcul est fortement liée aux paramètres initiaux de couplage.

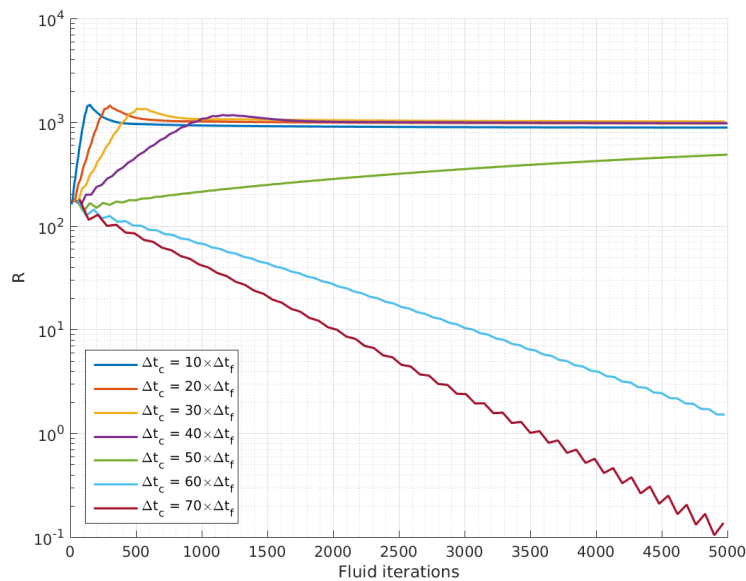


FIGURE 3.11 – Stabilité en fonction du pas de temps à $\lambda_s = 14 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Dans ce paragraphe deux méthodes de décomposition ont été étudiées, l'approche matricielle et scalaire. L'approche matricielle a permis d'étudier la stabilité du schéma de couplage. Cette décomposition ayant moins d'approximations sur la matrice à inverser, elle permet de se focaliser sur les instabilités liées au pas de temps de couplage transitoire Δt_c . De plus, une première approche pour la définition de Δt_c a été étudiée. La définition prise du pas de temps de couplage Δt_c , qui consiste à synchroniser le temps de couplage transitoire avec le pas de temps du fluide (eq 3.23) montre ses limites lorsque la fréquence de couplage est trop faible. Cela est dû à la décorrélation du pas de temps, Δt_c , et de la physique dans la couche limite. Enfin, on a aussi montré que l'approche scalaire est plus sensible aux mises à jour de la condition limite que l'approche matricielle mais permet généralement de réduire considérablement les temps de calcul.

3.4 Approche pour une nouvelle définition du pas de temps de couplage transitoire

Comme on a pu le voir, le pas de temps couplage transitoire Δt_c joue un rôle primordial sur la stabilité du couplage. Il est donc essentiel de correctement le déterminer pour, d'une part éviter les instabilités aux forts gradients de température et d'autre part éviter de trop ralentir le processus couplé. On va aussi chercher à obtenir une méthode générale pour déterminer ce pas de temps de manière à correctement estimer les flux de chaleur à l'interface sans qu'il ne soit arbitrairement défini par l'utilisateur, en se basant sur les propriétés physiques et numériques de chacun des domaines.

Notre approche repose sur l'analyse de stabilité de Godunov-Ryabenkii, en tirant profit du coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} qui en résulte mais en déterminant un pas de temps caractéristique basé sur les phénomènes physiques présents dans le système. Le nombre de Fourier requiert la définition d'une longueur et d'un temps caractéristiques. Pour que ce nombre soit correctement estimé nous fixons la longueur à la taille de la première maille et essayons de définir un pas de temps cohérent avec la longueur imposée. Pour ce faire, une analyse de stabilité de Von Neumann est réalisée sur l'estimation du flux de chaleur discrétisé à l'interface.

3.4.1 Modélisation du flux de chaleur dans le fluide

Dans cette section, une attention particulière est portée sur la modélisation RANS de l'équation de l'énergie.

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho E u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (3.24)$$

où E est l'énergie totale, u est la vitesse, τ le tenseur des contraintes et q le flux de chaleur :

$$\begin{cases} E = e + \frac{u_i u_i}{2} \\ q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \\ \tau_{ij} = -p \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \end{cases} \quad (3.25)$$

où e étant l'énergie interne. La décomposition de Favre est utilisée pour les écoulements compressibles. Les équations sont alors pondérées par la masse :

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{E}) = - \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_j'' E''}) + \frac{\overline{\tau_{ij} u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\lambda \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}) \quad (3.26)$$

où le symbole $(\tilde{\bullet})$ fait référence à la moyenne de Favre et $(\bullet'')$ représente les fluctuations. Une approche basée sur l'hypothèse de Boussinesq est utilisée pour trouver le flux de chaleur turbulent basé sur le nombre de Prandtl turbulent :

$$\overline{\rho u_j'' E''} = - \frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \nabla T \quad (3.27)$$

et le flux de chaleur s'écrit alors :

$$\widetilde{q_j^{tot}} = \widetilde{q_j^{lam}} + \widetilde{q_j^{turb}} \quad (3.28)$$

En se basant sur cette approche pour le flux de chaleur, on écrit la diffusivité thermique à partir des composantes laminares et turbulentes :

$$a_f = \frac{\mu}{\rho} \frac{\gamma}{Pr} \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu} \frac{Pr}{Pr_t} \right) \quad (3.29)$$

3.4.2 Analyse de stabilité de Von Neumann

On réalise une analyse de stabilité de Von Neumann afin de déterminer le pas de temps de couplage transitoire. Par simplification, le schéma utilisé se base sur une approche conduction-conduction. L'équation 3.6 est alors utilisée pour l'analyse de la stabilité.

Dans la section 2.2.5.2, la discrétisation spatiale utilisée dans elsA pour le calcul des flux est décrite. Cette discrétisation repose sur un schéma à 5 points. Cependant une correction est apportée pour palier le découplage pair-impair. En 1D, cette correction revient à appliquer une discrétisation spatiale à 3 points. Ainsi, pour l'analyse de stabilité, on utilise un schéma explicite et une discrétisation spatiale centrée à 3 points :

$$T_i^{n+1} = T_i^n + r(T_{i+1}^n - 2T_i^n + T_{i-1}^n) \quad (3.30)$$

avec $r = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2}$. Cette approche se base sur la décomposition de l'erreur en série de Fourier. On définit l'erreur entre la solution discrétisée T et la solution due aux erreurs d'arrondis N avec :

$$\epsilon_i^n = N_i^n - T_i^n \quad (3.31)$$

L'erreur générée par la discrétisation de l'équation de la chaleur 1D :

$$\epsilon_i^{n+1} = \epsilon_i^n + r(\epsilon_{i+1}^n - 2\epsilon_i^n + \epsilon_{i-1}^n) \quad (3.32)$$

La température est une fonction bornée par ces conditions aux limites et on considère des conditions de bord périodiques. On décompose alors l'erreur en série de Fourier pour des longueurs

d'onde qui sont au maximum de la taille du domaine. On décompose alors l'erreur en un facteur d'amplification spatial et temporel de la manière suivante :

$$\epsilon_m(y, t) = \sum_{m=1}^M e^{at} e^{ik_m y} \quad (3.33)$$

On ne va considérer que la première harmonique et on obtient, après simplification, le facteur d'amplification temporel :

$$e^{a\Delta t} = 1 - \frac{4\alpha\Delta t}{\Delta y^2} \sin^2\left(\frac{k_m\Delta y}{2}\right) \quad (3.34)$$

Pour garantir la stabilité du schéma il est nécessaire que le facteur d'amplitude soit borné et d'amplitude inférieure à 1 :

$$|G| = \left| \frac{\epsilon_j^{n+1}}{\epsilon_j^n} \right| \leq 1 \quad (3.35)$$

Cette condition permet alors d'obtenir la condition de stabilité sur le pas de temps :

$$\frac{\alpha_f \Delta t}{\Delta y^2} \leq \frac{1}{2} \quad (3.36)$$

Ce critère de stabilité, combiné avec la diffusivité, permet d'obtenir un pas de temps qui prend en compte la diffusion dans chacune des cellules à l'interface. Le nouveau pas de temps de couplage Δt_c peut alors être écrit à partir d'un pas de temps diffusif :

$$\Delta t_D = \mathcal{C} \Delta y^2 \frac{\rho}{\mu} \frac{Pr}{\gamma} \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu} \frac{Pr}{Pr_t} \right)^{-1} \quad (3.37)$$

ici $\mathcal{C}$ est un coefficient stabilisateur qui sera précisé dans la section suivante. On impose ce coefficient constant dans un premier temps à $\mathcal{C} = 1/2$. On choisira alors ce pas de temps pour caractériser le phénomène transitoire dans chacune des cellules du maillage. On note aussi que cette formulation du pas de temps est adaptée pour un couplage à chaque itération fluide. Cependant, pour un couplage de type CSS avec des sous-itérations dans le domaine fluide, ce pas de temps diffusif est légèrement sous-estimé. En effet, à l'initialisation le pas de temps estime convenablement les effets transitoires afin de correctement stabiliser le calcul pour les itérations de couplage. En revanche, à mesure que le calcul converge, la stabilité augmente et ce pas de temps sous-estime les échanges de chaleur. Une fonction d'accroissement sera alors défini afin d'augmenter l'information transmise, permettant ainsi une accélération de la convergence.

Au regard des informations explicitées dans la section 3.3.1, le pas de temps de couplage transitoire Δt_c peut alors être exprimé comme :

$$\Delta t_c = \sum_i^N \Delta(t_D)_i \quad (3.38)$$

En effet, le pas de temps de couplage transitoire Δt_c est la somme de tous les pas de temps diffusif Δt_D de la partie pseudo-transitoire. On peut aussi remarquer que le pas de temps minimum acceptable serait d'imposer $N = 1$. Pour toutes les simulations réalisées dans cette thèse, on choisira donc $\Delta t_c = \Delta t_D$ pour le calcul de D_f et de α_f^{opt} . Il existe plusieurs avantages à cette formulation puisque dans ce cas on s'assure de la stabilité inconditionnelle du processus couplé en étant continuellement dans la partie pseudo-transitoire quelque soit la configuration, la

force de l'interaction, la fréquence de couplage ou bien l'état de la convergence. De plus, cette formulation est déterminée à partir des propriétés du calcul et n'est plus arbitrairement définie par l'utilisateur.

3.5 Validation du nouveau pas de temps de couplage transitoire sur une configuration académique

L'objectif de cette validation est de montrer comment s'adapte le pas de temps que nous venons d'introduire au paragraphe précédent, aux fortes variations du nombre de Biot. On sait que le nombre de Biot est inversement proportionnel à la conductivité thermique du solide. Ainsi, deux configurations simples permettront de valider cette approche aux fortes interactions fluide-solide mais aussi pour des variations brutales de l'interaction fluide-solide le long de la paroi couplée.

3.5.1 Variation de l'interaction fluide-solide

Dans un premier temps, une configuration entièrement recouverte d'une barrière thermique (figure 3.12) est présentée afin de valider le pas de temps de couplage basée sur la diffusion (eq. 3.37), à de forts nombres de Biot.

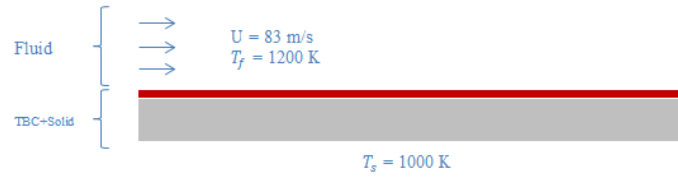


FIGURE 3.12 – Configuration d'une plaque plane entièrement revêtue

On impose une température de 1000 K sur la paroi inférieure du solide. La conductivité thermique est de 20 W/m/K dans la partie métallique et on fait varier la conductivité thermique de la barrière thermique entre 1 et 0.001 W/m/K afin d'augmenter l'interaction fluide-solide de manière conséquente. Pour la partie fluide, les conditions aux limites de la section 3.3.2 restent inchangées. On calcule le nombre de Biot de maille Bi_Δ en tenant compte des différents matériaux utilisés :

$$Bi_\Delta = \frac{K_f}{K_s} = \frac{\frac{\lambda_f}{\Delta x_f}}{1 / \left(\sum_{i=1}^N \frac{\Lambda_i}{\lambda_s^i} \right)} \quad (3.39)$$

Le tableau 3.1 compare les conditions d'interface de Dirichlet-Robin et de Neumann-Dirichlet. En effet, comme on s'intéresse aux forts nombres de Biot, des gradients importants prennent naissance dans le matériau rendant la condition de Neumann à l'interface fluide et de Dirichlet à l'interface solide plus appropriée [17, 45, 117, 119]. On compare notre approche en utilisant le pas de temps de couplage transitoire défini par l'équation 3.37 avec la condition de Neumann-Dirichlet. On considère que le calcul est convergé lorsque la condition $|T_f - T_s| < 10^{-3}$ est respectée. On constate qu'à faibles nombres de Biot la condition de Dirichlet-Robin converge rapidement. Cependant, pour une aussi faible valeur du nombre de Biot la condition limite de Neumann-Dirichlet ne permet pas de converger. Il est important de noter que plus l'interaction

λ_s	λ_{TBC}	Bi_Δ	Itérations à convergence ($\Delta T = 10^{-3}$)	
			Dirichlet-Robin	Neumann-Dirichlet
20	1	3.56	780	×
20	10^{-1}	13.32	880	3390
20	10^{-2}	112.59	920	1670
20	10^{-3}	1106.47	1240	1370

TABLE 3.1 – Comparaison entre les conditions d’interface de Dirichlet-Robin et Neumann-Dirichlet

est forte et plus la condition de Neumann-Dirichlet converge rapidement étant donné qu’elle est plus naturelle à fort nombre de Biot. Le comportement inverse est observé avec la condition de Dirichlet-Robin à l’interface. Cette condition est plus naturelle à faible nombre de Biot et l’est moins lorsque le nombre de Biot augmente [45]. Pour la condition de Dirichlet-Robin, plus le nombre de Biot augmente et plus le calcul converge lentement. Cependant, le coefficient optimal permet tout de même de stabiliser le calcul pour de fortes interactions aérothermiques. On précise que le nombre de Biot étant rarement constant le long d’une paroi couplée d’une configuration industrielle, la condition de Dirichlet-Robin permet alors de s’adapter à de fortes variations du nombre de Biot.

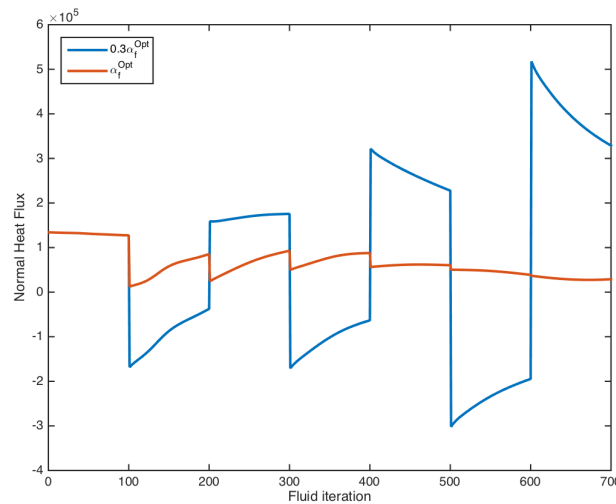


FIGURE 3.13 – Amortissement des oscillations à l’interface entre deux itérations de couplage

La figure 3.13 montre l’amortissement des oscillations entre deux itérations de couplage. Comme on peut le voir, lorsque le coefficient de relaxation n’est pas correctement estimé les oscillations s’amplifient alors que le coefficient de relaxation optimal arrive à correctement stabiliser le calcul, le saut de température entre chaque itération de couplage diminue permettant de converger le processus couplé.

3.5.2 Surface couplée hétérogène

Dans cette section, le schéma de couplage est éprouvé sur une configuration où la surface couplée est partiellement protégée par une barrière thermique. Cette surface présente alors deux conductivités thermiques différentes, celle du métal et celle de la barrière thermique. L'interaction fluide-solide varie alors d'un faible nombre de Biot à un fort nombre de Biot. Un fort nombre de Biot indique qu'un important gradient de température est présent dans le solide.

Les études de stabilité du modèle théorique que nous avons présenté ont montré qu'utiliser une condition de Dirichlet côté fluide et de Neumann côté solide est la plus appropriée à faible nombre de Biot et inversement à fort nombre Biot [17, 117, 119]. Cependant dans une configuration où la surface est partiellement protégée, utiliser deux conditions aux limites différentes sur une même interface complexifie encore plus le couplage. C'est pourquoi nous souhaitons obtenir une condition limite unique de couplage à interface qui puisse s'adapter aux fortes et faibles interactions aérothermiques.

Afin d'augmenter ce nombre de Biot, on peut soit modifier les propriétés du fluide ou bien celles du solide. Modifier les paramètres du fluide est toujours possible, mais délicat. Cela peut revenir à diminuer la taille de la première maille, ce qui n'est pas pratique. Qui plus est, cette taille intervient deux fois dans la définition du Biot numérique puisqu'elle est également présente dans le Fourier de maille. De même, modifier la conductivité fluide est possible, mais cette conductivité fluide joue aussi un rôle dans le Fourier. Il est ainsi beaucoup plus simple de modifier la conductivité du solide. On choisit donc de la diminuer du fait de la barrière thermique afin d'augmenter la force de l'interaction entre le fluide et le solide et de mener une série de tests mettant en oeuvre de faibles et forts nombres de Biot sur une même interface de couplage.

3.5.2.1 Maillage et condition numérique

On utilise une configuration de plaque plane avec une surface couplée partiellement protégée afin d'étudier le comportement de la condition d'interface lors de brutales variations du nombre de Biot. Quatre sondes sont positionnées au bord d'attaque, au bord de fuite et aux interfaces métal/barrière thermique permettant d'extraire la température et le flux comme le montre la figure 3.14.



FIGURE 3.14 – Position des sondes sur la configuration métal et barrière thermique

Le maillage fluide est structuré et multi-blocs et le maillage solide est non-structuré mono-bloc. On considère que le maillage fluide est suffisamment raffiné en proche paroi pour que la sous-couche visqueuse soit correctement capturée. La taille de la première maille fluide est $\Delta y_f = 2.35 \cdot 10^{-5} m$ correspondant à $y^+ < 1$. Une zone tampon (buffer zone sur la figure 3.15) est aussi présente afin de réduire les instabilités numériques qui ne sont pas directement liées aux échanges de chaleur. De plus dans cette zone la paroi est adiabatique. La plaque plane fait $0.3 m$ de large et $0.01 m$ d'épaisseur. La barrière thermique est positionnée au centre de la surface couplée et a pour épaisseur $200 \mu m$.

En entrée, le fluide considéré est l'air avec une température $T_i = 1200 K$ et un nombre de Mach $M = 0.1$. Pour le solide, on impose une température $T_s = 1000 K$ sur la surface du bas

et toutes les autres parois solides sont adiabatiques. La conductivité thermique du métal est $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On fait varier la conductivité thermique de la barrière thermique afin d'influencer l'interaction fluide-solide.

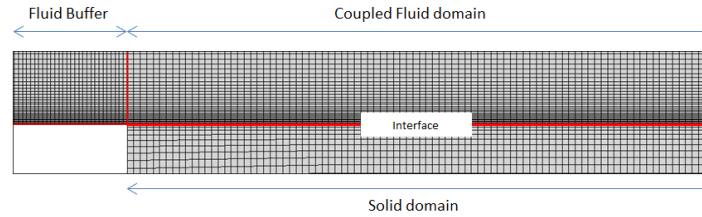


FIGURE 3.15 – Maillage fluide structuré et solide non structuré

On utilise le modèle de Spalart-Allmaras pour la modélisation de la turbulence avec une décomposition LU-SSOR scalaire pour la résolution du système linéarisé. Les flux convectifs sont calculés à l'aide du schéma de Jameson et les flux diffusifs sont calculés à l'aide du schéma à 5 points faisant intervenir une correction pour le découplage pair-impair. Enfin, un pas de temps local est utilisé afin d'accélérer la convergence dans le calcul RANS avec une condition d'injection uniforme de pression et de température.

3.5.2.2 Deux conditions limites sur une même surface couplée

Le traitement d'une telle interface fait intervenir à la fois des interactions fortes et faibles. Moretti et al. [89] ont récemment étudié de telles interactions sur la base des coefficients optimaux et ont suggéré d'utiliser une condition de Dirichlet-Robin pour des interactions faibles et une condition de Neumann-Dirichlet pour des interactions fortes. Cependant, appliquer ces deux conditions sur une même surface présentant des interactions faible et forte peut faire apparaître des difficultés numériques.

La figure 3.16 montre le champ de température dans le solide lorsque l'on applique une condition de Dirichlet-Robin à l'interface du métal (Biot faible) et une condition de Neumann-Dirichlet à l'interface barrière thermique (Biot fort). Comme on peut le voir, cette approche ne permet pas de converger vers une solution physique et génère des oscillations à l'interface métal/barrière thermique. Ces oscillations sont dues au changement brutal de la condition limite à l'interface. On peut constater sur la figure 3.17 que cette approche mixte ne permet pas de converger à l'interface.

Il est alors nécessaire de traiter l'interface avec une seule et même condition limite afin d'éviter la complexité de la mise en donnée et de réduire les erreurs de discrétisation.

On choisit alors de traiter l'interface en utilisant une seule et unique condition d'interface en tenant compte des faibles et forts nombres de Biot avec la condition de Dirichlet-Robin. Pour cela il est nécessaire que le coefficient de relaxation soit correctement estimé pour ne pas déstabiliser le calcul.

3.5.2.3 Stabilité de la condition de Dirichlet-Robin pour une configuration partiellement protégée

On applique la condition de Dirichlet-Robin sur la configuration avec une interface de couplage hétérogène. Cette condition est naturellement adaptée pour des applications à faible nombre de Biot mais pour des applications à fort nombre de Biot, une analyse approfondie est requise. Le

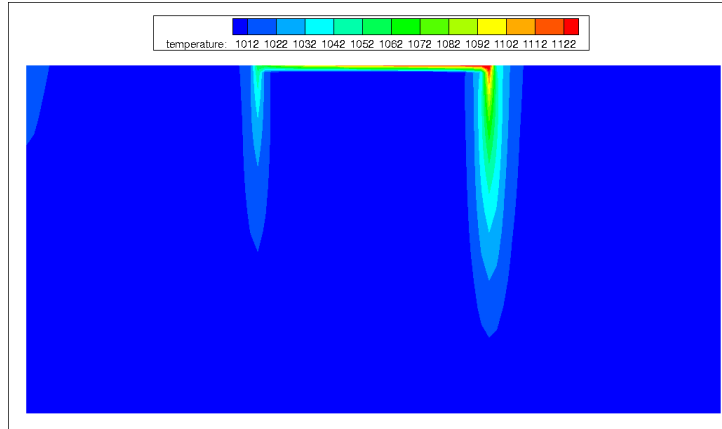


FIGURE 3.16 – Champ de température dans le solide pour un traitement mixte à l'interface

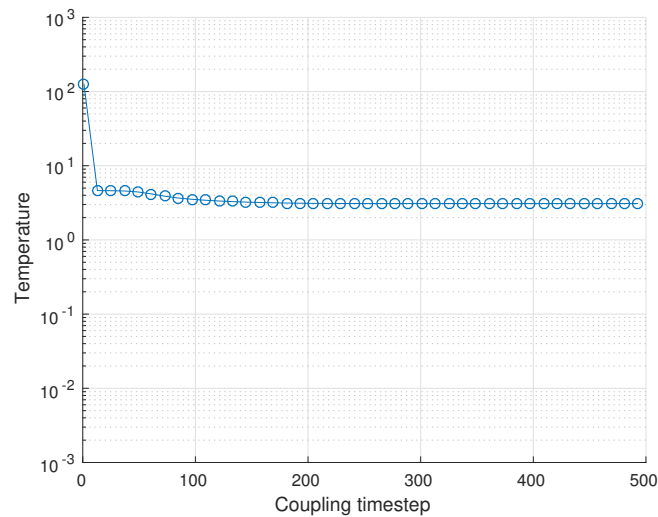


FIGURE 3.17 – Convergence pour un traitement mixte à l'interface

coefficient optimal de relaxation doit être capable de stabiliser à la fois les faibles interactions au niveau du métal et les fortes interactions au niveau de la barrière thermique. La figure 3.18 montre le facteur d'amplification temporel maximum théorique à l'interface pour le métal et la barrière thermique de conductivité thermique $\lambda_{BT} = 0.1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Le coefficient de relaxation est stable tant que le facteur d'amplification, $\max(|g|)$ est inférieur à 1 afin d'atténuer l'amplitude des oscillations. Ce coefficient de relation optimal α_f^{opt} est défini en prenant le minimum du maximum de cette fonction.

Le tableau 3.2 montre les différentes valeurs obtenues pour cette configuration test sur la base du modèle théorique pour différentes conductivités thermiques de la barrière thermique ($\lambda_{BT} = 0.1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $\lambda_{BT} = 0.01 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\lambda_{BT} = 0.001 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$). On remarque que le coefficient de relaxation optimal ne varie pas en fonction de la force de l'interaction thermique à l'interface mais vérifie toujours la condition de stabilité $\max|g| < 1$. Cela ne nous surprend pas puisque ce coefficient optimal est obtenu sur la base de la condition d'interface de Dirichlet-Robin. La condition de Dirichlet signifie une résistance thermique nulle du solide soit une conductance infinie et donc un coefficient $\alpha_s \rightarrow \infty$. Bien que le coefficient optimal ne dépende pas de la force d'interaction, le coefficient minimal α_f^{min} définissant la première valeur

stable, varie en fonction de l'interaction thermique. Lorsque l'interaction fluide-solide s'intensifie, le coefficient minimal α_f^{min} se rapproche de plus en plus de la valeur optimale contribuant à réduire la zone de stabilité lorsque le nombre de Biot augmente. On peut aussi noter que pour $\lambda_s = 0.001 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$, la valeur du coefficient minimal $\alpha_f^{min} = 10512$ est très proche de la valeur optimale définie théoriquement $\alpha_f^{opt} = 10515$. Pour des configurations où le nombre de Biot numérique est très élevé, la zone de stabilité est très réduite et ne laisse pas beaucoup de marge. Il est important de correctement estimer le pas de temps Δt_c afin d'éviter les instabilités. En effet, une nouvelle estimation du pas de temps Δt_c permettra d'augmenter le coefficient α_f^{opt} tout en respectant et en suivant le phénomène de la diffusion transitoire dans la couche limite. Cette augmentation de α_f^{opt} aura pour effet de stabiliser le processus aérothermique de façon optimale.

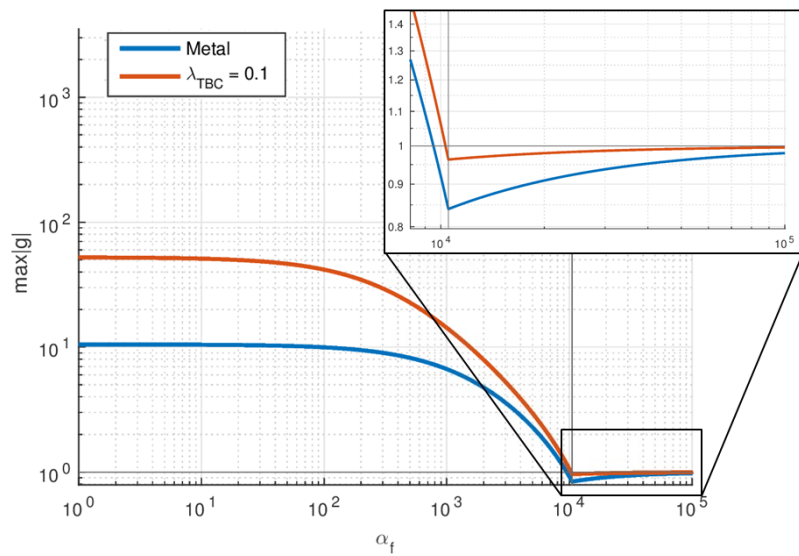


FIGURE 3.18 – Facteur d'amplification temporel maximum à la paroi couplée

λ_{TBC}	0.1	0.01	0.001
$Bi_\nu = Bi(1 - \overline{D_f})$	50	430	4000
$\alpha_f^{min} = K_s[Bi_\nu(1 - \overline{D_f}) - 1]/2$	10314	10490	10512
$\alpha_f^{opt} = K_f(1 - \overline{D_f})/2$	10515	10515	10515

TABLE 3.2 – Critère de stabilité en fonction de la conductivité thermique de la barrière thermique

3.5.2.4 Résultats pour la condition de Dirichlet-Robin

Dans cette section on montre que le coefficient de relaxation α_f doit correctement être défini à la fois pour le métal et la barrière thermique. La figure 3.19 représente l'évolution de la température à l'interface pour des nombres de Biot Bi_ν égaux à 50 et 430 et un coefficient de relaxation fixé à $\alpha_f = 0.5\alpha_f^{opt}$. On peut voir que pour un nombre de Biot numérique modéré $Bi_\nu = 50$, toutes les sondes convergent vers une solution stationnaire. Cependant, en augmentant le nombre de Biot numérique à $Bi_\nu = 430$, l'interaction est alors plus importante conduisant à

des oscillations pour certaines sondes. On constate que les sondes 1 et 4 convergent alors que les sondes 2 et 3 oscillent. En effet, les sondes 1 et 4 correspondent à des zones où l'interaction fluide-solide est faible rendant plus facile la convergence. En revanche, les sondes 2 et 3 sont à la jonction métal/BT où l'interaction est alors plus forte et la valeur du coefficient de relaxation utilisé ne permet pas de converger vers une solution physique. Cela montre l'importance de correctement estimer le coefficient de relaxation α_f , pour l'ensemble des interactions à l'interface, lorsque le nombre de Biot varie le long de la paroi couplée.

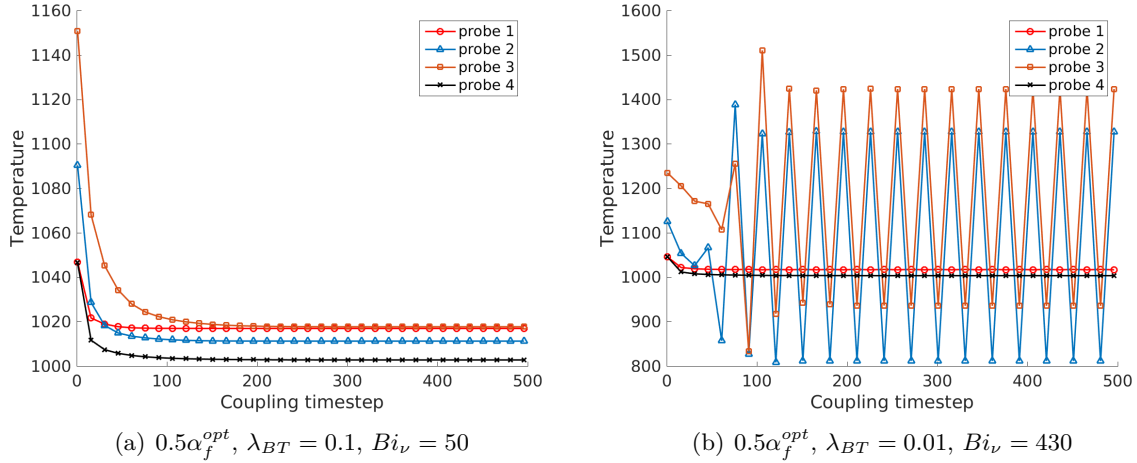


FIGURE 3.19 – Évolution de la température à l'interface pour chacune des sondes

La figure 3.20 montre les convergences de la température de paroi pour $\alpha_f = 2\alpha_f^{opt}$. On peut voir que dans ce cas le coefficient de relaxation choisi permet de converger tous types d'interactions à l'interface. Cela met d'abord en évidence que la condition de Dirichlet-Robin est capable de stabiliser un calcul couplé même avec des interactions thermiques fortes mais aussi qu'une mauvaise estimation du pas de temps de couplage Δt_c peut conduire à une estimation erronée du coefficient α_f^{opt} , ce qui se traduit soit par une convergence lente soit par une instabilité.

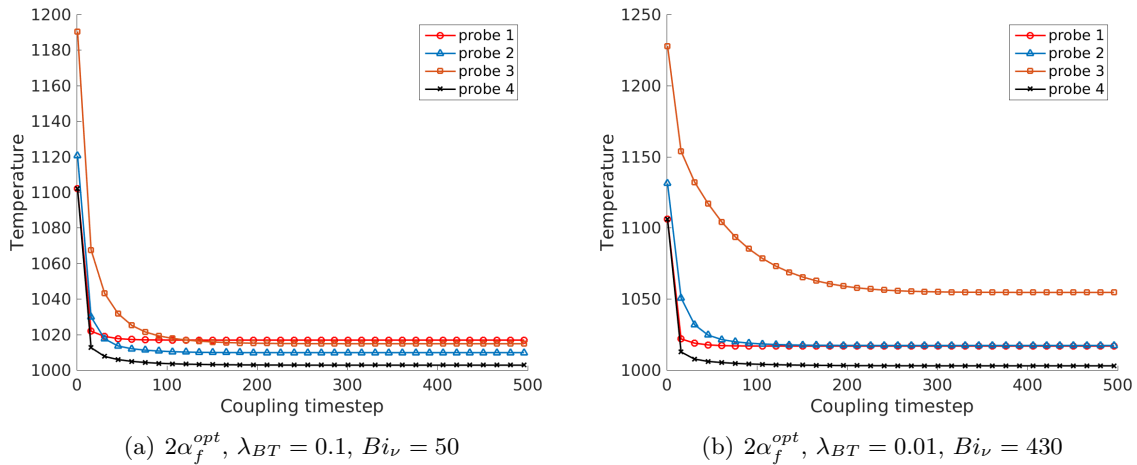


FIGURE 3.20 – Évolution de la température à l'interface pour chacune des sondes avec $\Delta t_c = \Delta t_D$

On choisit de définir le coefficient de relaxation optimal avec le pas de temps de couplage transitoire résultant de l'analyse de stabilité de Von Neumann (eq. 3.37). Cela permet de correctement capturer les échanges thermiques dans la couche limite quel que soit le nombre de Biot. Cela est validé par les résultats de la figure 3.21 qui montre que cette nouvelle définition du coefficient de relaxation entraîne une convergence pour les faibles et fortes interactions fluide-solide. Par ailleurs, la figure 3.21 compare aussi la convergence du coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} , estimé avec le nouveau pas de temps, Δt_c , et celles d'autres coefficients de relaxation. On remarque que ce coefficient stabilise tous les calculs, en assurant, qui plus est, la convergence la plus rapide. Ici, deux paramètres sont à considérer pour la convergence : la force de l'interaction et le coefficient de relaxation qui doit être correctement défini. Si ce dernier est surestimé, le calcul sera stable mais lent et s'il est sous-estimé, le calcul ne convergera pas. Ainsi, l'approche utilisée pour la définition de Δt_c permet de tenir compte de la force d'interaction à l'interface afin d'assurer la stabilité quel que soit le type d'interaction que l'on considère. Dans un contexte industriel, cette approche permet de définir une unique condition d'interface qui stabilisera l'ensemble des interactions thermiques fluide-solide.

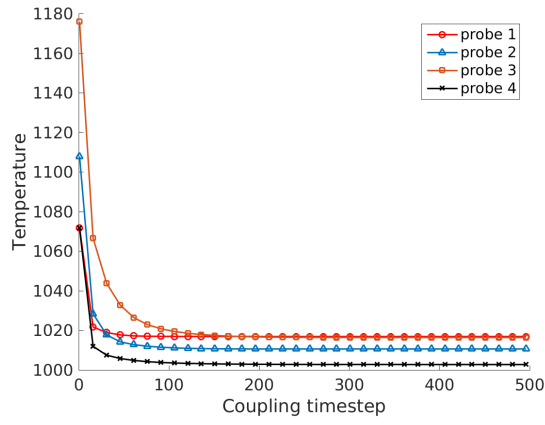
3.5.2.5 Erreurs d'interpolations

La différences de stratégie de maillage entre le fluide et le solide nécessite d'effectuer des interpolations spatiales à l'interface fluide-solide. Cependant, à l'heure actuelle, CWIPI ne génère pas un graphe d'interpolation conservatif ce qui peut engendrer des erreurs non négligeables à l'interface. Ici, les forts gradients de température dans le solide génèrent des erreurs sur la solution de la température finale d'interface. Dans cette thèse on ne traite pas les erreurs liées à ces interpolations CWIPI mais il est nécessaire de les souligner. Ces erreurs ne remettent pas en cause la méthode de stabilité mais détériorent légèrement la précision des résultats.

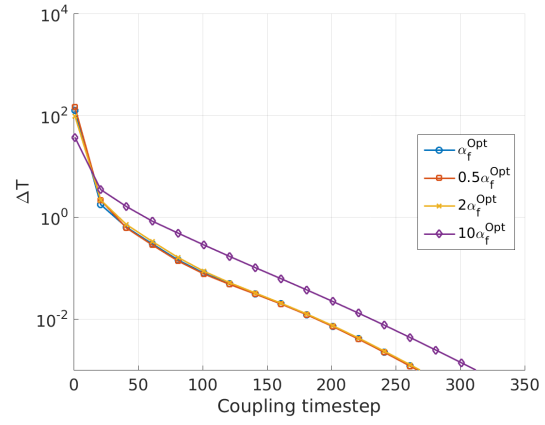
À $\lambda_{BT} = 0.1 W.m^{-1}.K^{-1}$, ce qui correspond à un matériau en céramique, la figure 3.22 montre que la température ne converge pas vers une solution stationnaire unique. En effet, le terme $\alpha_f^{opt}(T_s - T_f)$ devrait tendre 0 quel que soit le coefficient de relaxation et ainsi obtenir une convergence du flux $\phi_s = \phi_f$, ce qui n'est ici pas le cas. Cela est dû aux interpolations non conservatives. De plus, sur la figure 3.22, on remarque que diminuer le nombre de Biot entraîne une réduction des ces erreurs d'interpolation. Ainsi pour des nombres de Biot raisonnables, les erreurs peuvent être négligées.

3.6 Réduction du coût CPU et des erreurs d'interpolations à l'interface

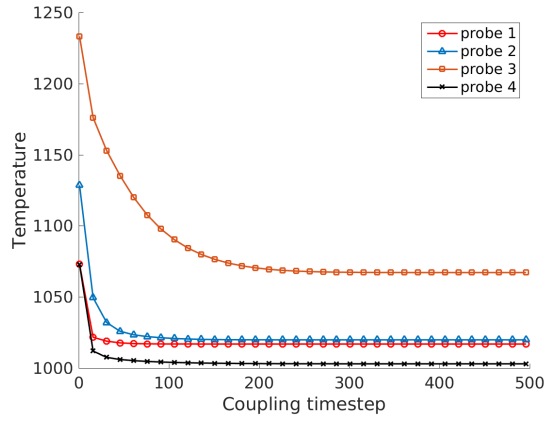
Le coefficient stabilisateur défini dans l'équation du pas de temps du couplage transitoire 3.37 résulte d'un compromis idéal entre stabilité et coût CPU. Ce paramètre est important à l'initialisation du calcul. En revanche, lorsque le calcul tend vers une état convergé, le coefficient de relaxation est de moins en moins nécessaire pour la stabilité du calcul. Pour accélérer le processus couplé on peut alors, soit faire varier la fréquence de couplage soit diminuer le coefficient de relaxation. Lorsque l'on augmente la fréquence de couplage, on diminue rapidement le terme $T_s^n - T_f^n$, faisant tendre vers 0 le flux relaxé en augmentant le nombre des échanges. Une autre approche consiste à diminuer directement le coefficient de relaxation α_f au cours du calcul afin de réduire le flux relaxé. Dans cette section, on opte pour la seconde option en cherchant à définir une fonction permettant de réduire le coefficient de relaxation sans déstabiliser le calcul. Par



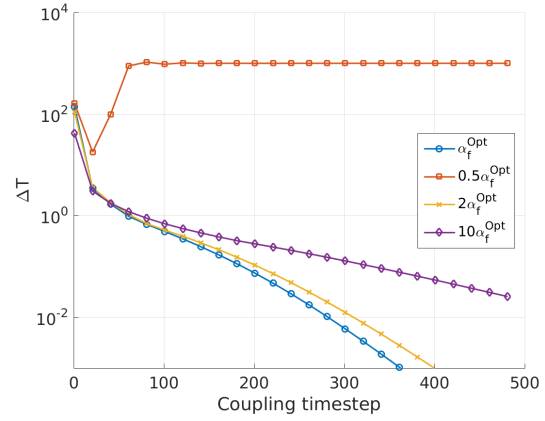
(a) α_f^{opt} , $\lambda_{BT} = 0.1$, $Bi_\nu = 50$



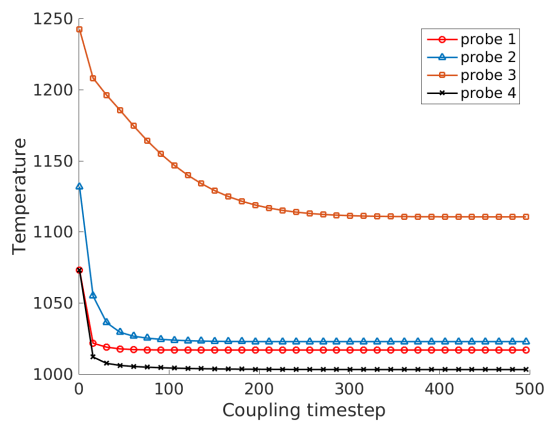
(b) $\lambda_{BT} = 0.1$, $Bi_\nu = 50$



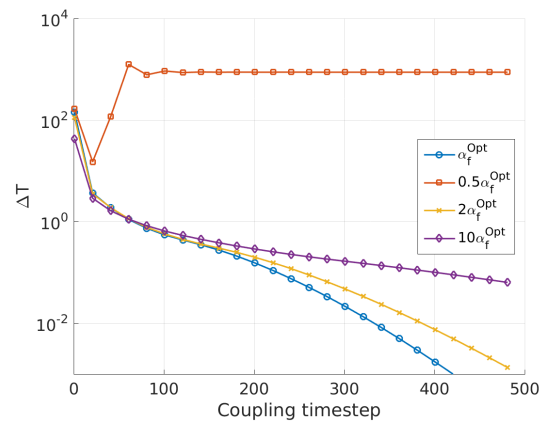
(c) α_f^{opt} , $\lambda_{BT} = 0.01$, $Bi_\nu = 430$



(d) $\lambda_{BT} = 0.01$, $Bi_\nu = 430$

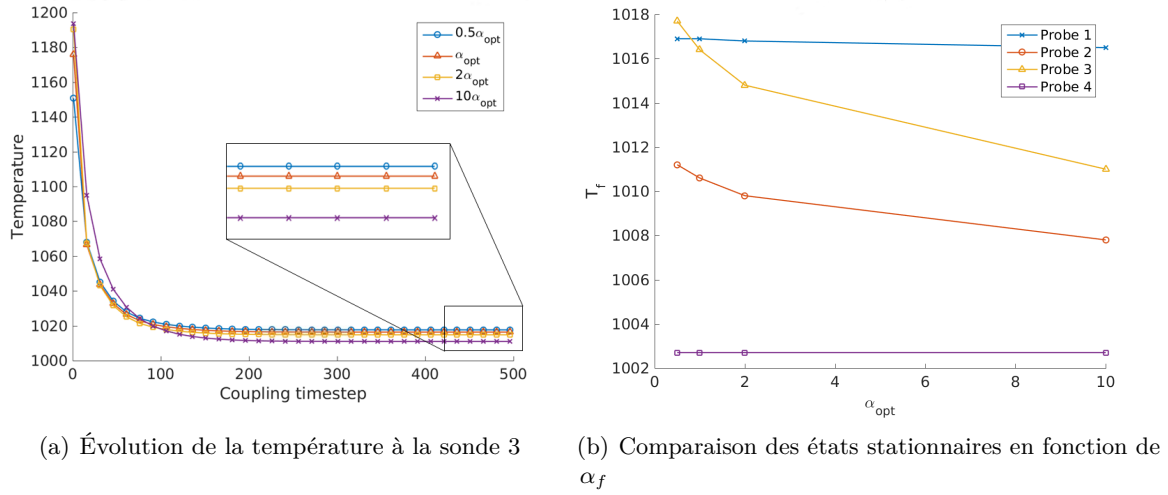


(e) α_f^{opt} , $\lambda_{BT} = 0.001$, $Bi_\nu = 4000$



(f) $\lambda_{BT} = 0.001$, $Bi_\nu = 4000$

FIGURE 3.21 – Variation (gauche) et convergence (droite) de la température à l'interface avec $\Delta t_c = \Delta t_D$

FIGURE 3.22 – Évaluation de l'erreur d'interpolation à l'interface, $\lambda_{BT} = 0.1 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

ailleurs, on sait que les interpolations ne sont pas conservatives ce qui peut entraîner des erreurs lors des échanges de données. On définit alors, dans un second temps, une approche permettant de réduire les erreurs d'interpolation pour la condition de Dirichlet-Robin.

3.6.1 Coefficient de relaxation variable

Cette partie introduit une fonction d'accroissement afin d'accélérer la convergence à l'interface. En effet, il est mentionnée dans la section 3.2, que le coefficient de relaxation influence non seulement la stabilité du calcul mais aussi le temps CPU. Ainsi, le pas de temps de couplage transitoire Δt_c doit tenir compte de l'avancement du calcul. Un pas de temps Δt_c petit convient en début de calcul où les échanges entre les deux domaines sont importants alors qu'un pas de temps Δt_c grand, a pour conséquence de réduire le coefficient de relaxation accélérant ainsi la convergence du processus de couplage. On considère ici $\Delta t_c = \Delta t_D$.

On définit $\mathcal{C}$ un paramètre permettant de faire varier au cours du calcul la valeur du pas de temps Δt_D (eq. 3.37). Lorsque le calcul s'approche de la convergence, il est suffisamment stable pour diminuer le coefficient de relaxation (i.e augmenter les échanges de chaleur à l'interface) entraînant une réduction du coût CPU. Pour cela, on construit une fonction basée sur un accroissement linéaire de ce paramètre :

$$\mathcal{C}(it) = \min(\max(\frac{i - A}{N \times B}, 1), N) \quad (3.40)$$

A et B sont des paramètres constants définis par l'utilisateur et N est le nombre de sous-itérations entre deux instants de couplage. Cette fonction augmente progressivement la valeur du pas de temps de couplage Δt_c conduisant à une diminution de α_f^{opt} . Les paramètres A et B sont basés sur les échanges convectifs pour que le temps caractéristique transitoire, Δt_c , tende vers l'infini lorsque les conditions à l'interface de température et de flux sont respectées (eq. 2.84). Si la couche limite est correctement maillée, la première maille se trouve dans la sous couche visqueuse. Cela signifie que les temps caractéristiques de la convection et de la conduction sont du même ordre de grandeur. On sait que pour un calcul stationnaire le pas de temps fluide est fixé par le nombre de CFL dans chacune des cellules et qu'une rampe en CFL linéaire est utilisée

afin de stabiliser et d'accélérer les effets convectifs. Le nombre de Péclet permet de comparer les temps caractéristiques des effets diffusifs et convectifs :

$$Pe = \frac{\tau_D}{\tau_C} = \frac{\delta}{a}v \quad \Rightarrow \quad \tau_D = \frac{\delta^2}{a}CFL \quad (3.41)$$

Avec a la diffusivité et δ une longueur caractéristique. Ainsi, le temps caractéristique de la diffusion peut aussi être exprimé en fonction des effets convectifs. Notre approche consiste à utiliser la rampe en CFL afin de réduire le coefficient de relaxation α_f . Pour cela, on applique au pas de temps de couplage transitoire Δt_c une augmentation linéaire proportionnelle à l'augmentation en CFL à l'instant de couplage donné. La figure 3.23 montre l'évolution du coefficient de relaxation en fonction d'une variation linéaire du pas de temps de couplage transitoire Δt_c basé sur l'accroissement du CFL .

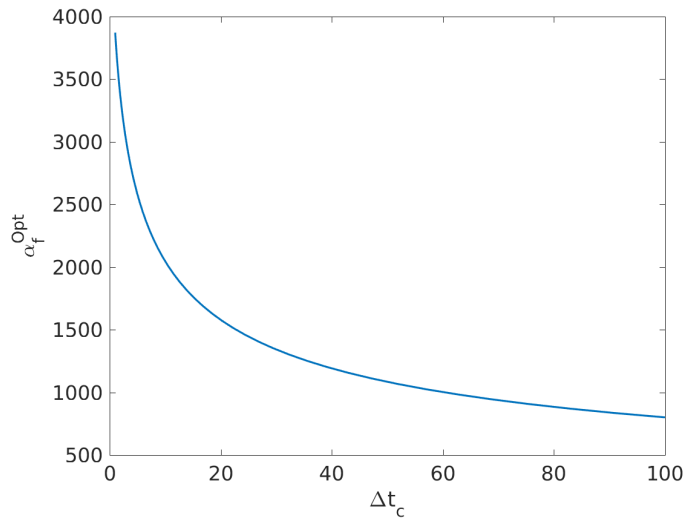


FIGURE 3.23 – Variation du coefficient de relaxation en fonction d'un pas de temps de couplage linéaire

Lors des premières itérations d'un calcul CFD, une rampe en CFL est généralement utilisée afin de stabiliser l'écoulement convectif. Comme on sait que les effets transitoires de la diffusion dans la couche limite sont dépendants de la convection, on augmente le pas de temps Δt_c en fonction du CFL . Cela a pour effet de diminuer le coefficient de relaxation de façon progressive tout en restant cohérent avec les effets convectifs. En effet, plus le CFL augmente et plus les échanges de chaleur dûs aux effets convectifs sont importants permettant d'atteindre un état stationnaire rapidement.

3.6.2 Réduction de l'incertitude pour la condition de Dirichlet-Robin

Une particularité de la condition de Dirichlet-Robin est de pouvoir récupérer la température du solide à l'instant $n - 1$. Cette thèse repose principalement sur la condition de température imposée côté fluide et d'une combinaison linéaire entre la température et le flux issus du fluide côté solide. Or, comme nous l'avons signalé dans la section précédente, les interpolations dans CWIPI ne sont pas conservatives et chaque interpolation engendre une perte ou un gain potentiels d'énergie.

Afin de réduire les échanges entre le fluide et le solide, il est nettement préférable, dans le cadre de la condition de Dirichlet-Robin d'employer la température du solide à l'instant $n - 1$ comme température de référence de la condition de Robin imposée côté solide. Cette procédure permet de récupérer la bonne température de référence sans passer par des interpolations. La condition 2.84 est alors modifiée de la manière suivante afin de prendre pour référence l'instant $n - 1$ à la place de la température provenant du fluide :

$$\phi_s^n = -\phi_f^n + \alpha_f^n (T_s^n - T_s^{n-1}) \quad (3.42)$$

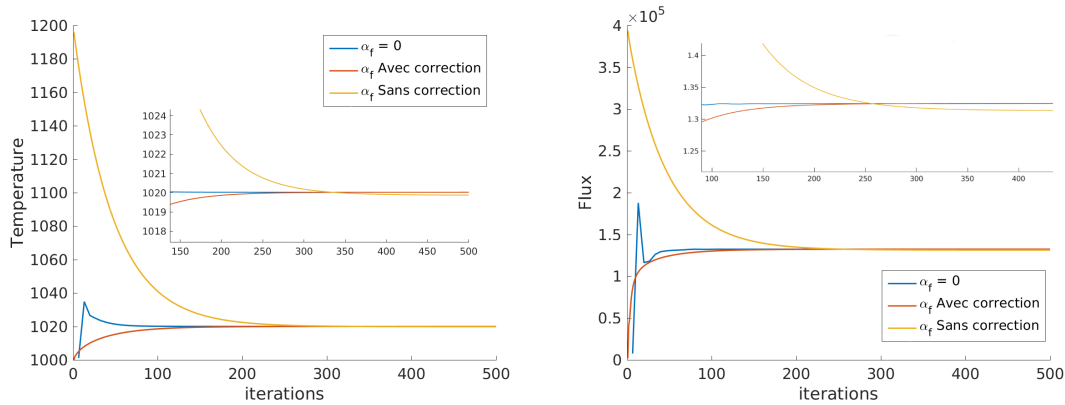


FIGURE 3.24 – Convergence du flux et de la température à la paroi avec la correction

La figure 3.24 montre la convergence de la température et du flux à l'interface avec la correction que nous venons d'évoquer. Les conditions de fonctionnement ont été choisies de sorte que le calcul couplé soit stable sans coefficient de relaxation, i.e $\alpha_f = 0$. En effet, le terme de relaxation n'intervenant pas, cela permet d'obtenir une solution de référence fiable pour valider la correction.

Une validation a été réalisée pour vérifier la convergence de cette approche avec un nombre de Biot numérique modéré. On compare les résultats avec et sans la correction pour la condition de Robin. À convergence, la correction permet d'obtenir la même solution stationnaire que la condition avec $\alpha_f = 0$. En effet, la méthode de couplage que l'on utilise repose sur la réduction du terme $\alpha_f (T_s - T_{ref}) \rightarrow 0$, ce qui est parfaitement valable à convergence. Cependant, lors de très fortes hétérogénéités de température à l'interface couplée les erreurs d'interpolation peuvent générer des solutions erronées. L'approche proposée ici permet de réduire considérablement les erreurs d'interpolation pour la condition d'interface de Dirichlet-Robin. Il est à noter que nous avons publié récemment un article dans le *Journal of Computational Physics* [39] qui montre que le terme de relaxation peut, à convergence, être du même ordre de grandeur que le flux lui-même. D'où l'intérêt d'employer la formulation (eq. 3.42) d'une part, mais aussi de mettre en oeuvre un coefficient qui soit le plus faible possible, tout en assurant une stabilité inconditionnelle. Cependant, on a vu que lors de l'utilisation d'une barrière thermique, le nombre de Biot numérique augmente fortement ce qui augmente la valeur de α_f^{opt} . Ainsi, l'erreur sur les flux due à la condition de Dirichlet-Robin sera de l'ordre de $|\alpha_f^{opt} (T_s^n - T_s^{n-1})|$.

Chapitre 4

Couplage aérothermique stationnaire sur des configurations turbomachines

Le chapitre précédent a défini avec précision les paramètres de stabilité du schéma de couplage utilisé dans cette thèse et une validation a été menée à bien sur une configuration académique. Le modèle repose cependant sur un prototype de couplage 1D des échanges de chaleur. De nombreux paramètres fluide et solide sont pris en compte, mais le domaine de validité de l'hypothèse monodimensionnelle des échanges thermiques à l'interface reste à préciser dans des configurations industrielles.

Dans un premier temps, une validation sur une configuration industrielle 3D sera réalisée en étudiant une aube de turbine HP tridimensionnelle. Dans un second temps, on s'intéressera aux différentes interactions aérothermiques sur une configuration à nombre de Biot modéré où différentes conditions d'injection, avec ou sans point chaud, seront présentées. Des calculs stationnaires et instationnaires seront effectués afin de mettre en évidence l'effet de ségrégation qui provoque une modification de l'angle d'incidence relatif de l'écoulement modifiant alors le point d'arrêt au niveau du rotor de la turbine.

Afin de tenir compte du comportement instationnaire de l'écoulement, on adaptera ensuite le schéma de couplage présenté dans le chapitre 3 aux effets aérothermiques instationnaires.

Enfin, des configurations à fort nombre de Biot seront présentées, mettant en évidence les difficultés aérothermiques dans une turbine à gaz. Pour cela, la stabilité du schéma de couplage sur une application avec barrière thermique sera étudiée avec une analyse de l'efficacité de protection de cette dernière. De plus, il est important de pouvoir correctement estimer les échanges de chaleur au niveau des interactions couche limite et ondes de choc produisant une variation non négligeable des performances aérodynamiques. On précise que les calculs présentés dans ce chapitre n'ont pas été réalisés dans l'ordre d'apparition. Certaines comparaisons n'ont alors pas pu être réalisées.

4.1 Validation du schéma de couplage sur une turbine transsonique - MT1

La stabilité du schéma de couplage est testée sur une configuration de turbine HP. La discrétisation des injecteurs de carburant situés dans la chambre de combustion génère de fortes hétérogénéités azimutales en entrée de turbine conduisant à des zones thermiquement fortement chargées. Ainsi, cette configuration permettra de valider notre schéma de couplage sur une

configuration 3D mais aussi d'étudier l'influence des échanges de chaleur sur la migration du point chaud. Contrairement à une plaque plane, l'interaction thermique fluide-solide n'est plus le seul paramètre à prendre en compte pour la stabilité du processus de couplage. On sait que l'analyse de stabilité de GKS présentée dans cette thèse ne considère que les échanges de chaleur mono-dimensionnels. Or les travaux de Buttsworth et al. [9] ont montré que les échanges radiaux ont aussi une influence sur les transferts thermiques et peuvent potentiellement jouer sur la stabilité du processus couplé. C'est pourquoi, il est nécessaire de valider la méthode sur une configuration avec des effets de courbure mais il est aussi important de tenir compte des échanges de chaleur générés par l'impact du point chaud au bord d'attaque ou bien par la turbulence au bord de fuite.

4.1.1 Stratégie expérimentales

L'aube MT1 est une aube de distributeur de turbine HP expérimentale conçue par Rolls-Royce. C'est une turbine montée à l'échelle 1, avec des conditions d'opérabilité représentatives d'un moteur en condition réel. Cette aube nous permettra de valider notre méthode numérique sur une configuration réaliste. L'étage de turbine est composé de 32 aubes de stator et de 60 aubes de rotors. Les données expérimentales proviennent de plusieurs campagnes qui comprennent une mesure du nombre de Mach isentropique et du nombre de Nusselt à trois différentes hauteurs de veine pour le stator et des données à mi-hauteur pour le rotor. La figure 4.1 montre l'installation expérimentale où l'air provenant du réservoir haute pression est injecté derrière le piston. Le déplacement du piston va alors compresser et chauffer l'air présent dans la veine en amont de l'injecteur. Quand les conditions d'injections désirées sont obtenues, l'air est relâché dans la veine où se trouve la turbine [3].

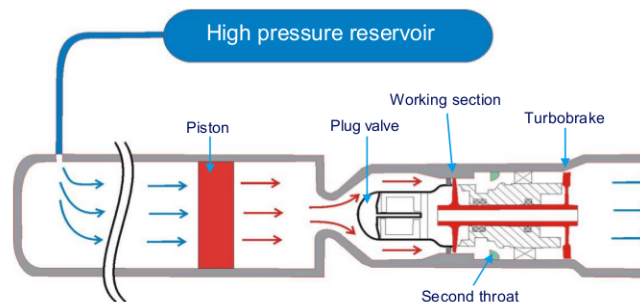


FIGURE 4.1 – Schéma du montage expérimental [3]

Il est important de préciser que les données expérimentales proviennent d'une soufflerie à courte durée d'acquisition, c'est-à-dire que la durée de l'essai est plus courte que le temps caractéristique des échanges de chaleur dans le solide. Par ailleurs, la conductivité thermique du matériau utilisé n'est pas clairement définie lors de la campagne d'essais. Le solide n'ayant pas le temps de réagir à l'élévation de température, une condition de température imposée (Dirichlet) côté fluide semble appropriée. Cela signifie que la paroi est infiniment refroidie. Afin de valider le processus de couplage, il est toutefois nécessaire de valider les résultats numériques avec des données expérimentales. Pour ce faire, on réalise un couplage en considérant que le matériau est infiniment conducteur en augmentant la conductivité thermique du solide afin de n'opposer aucune résistance aux échanges de chaleur. Cela permet alors de valider notre processus de

couplage en se comparant aux données expérimentales tout en gardant les mêmes mécanismes physiques.

4.1.2 Stratégie de maillage et conditions numériques

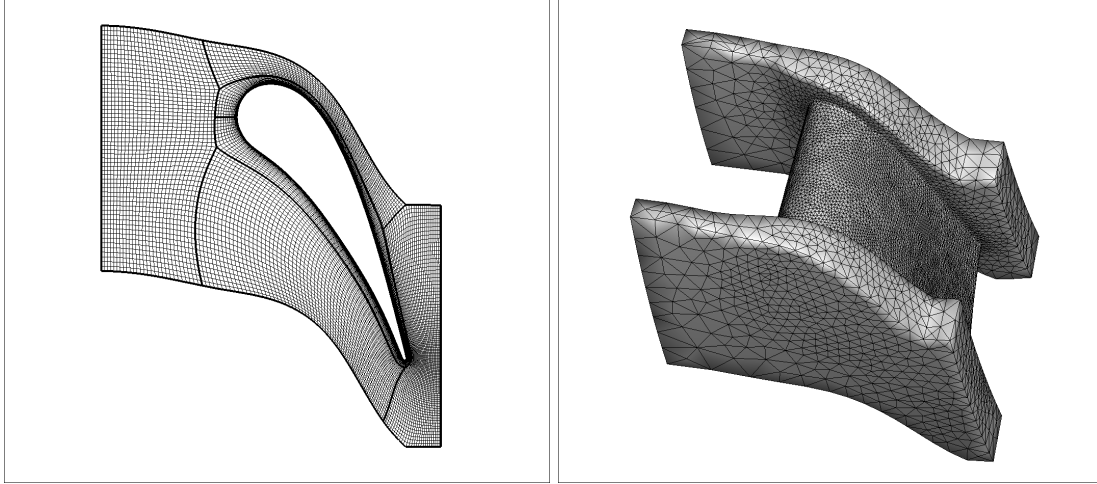


FIGURE 4.2 – Maillage fluide et solide

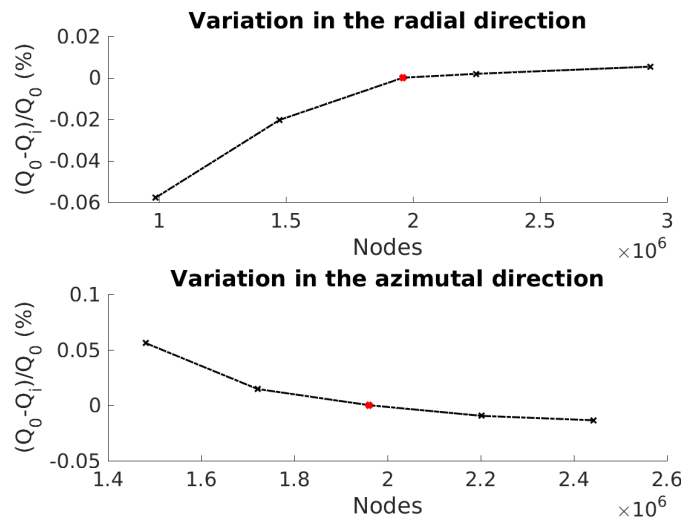


FIGURE 4.3 – Convergence en maillage sur le débit traversant la turbine dans la direction radiale et azimuthale avec un point chaud aligné avec le bord d'attaque du distributeur

La figure 4.2 représente les maillages fluide et solide utilisés. Le maillage fluide est un maillage multi-blocs structuré et composé de 2 millions de points. Le maillage a une topologie de type O4H ce qui fournit aisément un maillage suffisamment raffiné en proche paroi. Une étude de convergence en maillage est réalisée dans la direction radiale et azimuthale pour s'assurer que la physique est correctement représentée dans la première maille c'est-à-dire que la sous-couche visqueuse est correctement capturée avec $y^+ < 1$.

Sur la figure 4.3, une étude de la convergence en maillage radiale et azimuthale est réalisée où Q_0 représente le débit massique (kg/s) pour la configuration choisie (en rouge) et Q_i représente le

débit pour les autres maillages. La variation radiale conduit à une variation du nombre de points dans la couche limite près de la paroi du carter et du moyeu. Cette convergence en maillage est nécessaire afin de s'assurer que la diffusion numérique est négligeable. Avec le maillage retenu, l'erreur liée à la discrétisation radiale est inférieure à 0,02 %. La variation azimutale conduit à une variation du nombre de points dans la couche limite dans le bloc en O autour de l'aube. L'erreur commise est aussi jugée suffisamment faible pour le maillage retenu. On peut alors considérer que le maillage retenu (en rouge) est suffisamment convergé pour capturer la sous-couche visqueuse. En effet, l'hypothèse initiale de l'étude de stabilité de GSK (eq. 3.6) suppose que le maillage est suffisamment raffiné pour ne tenir compte que de la conduction. Dans le solide, le calcul de l'équation de la chaleur étant stationnaire, la résolution est alors linéaire et un raffinement du maillage solide n'est pas nécessaire. On réalise le calcul solide sur un maillage non-structuré d'une géométrie entièrement pleine contenant environ 500000 mailles.

On impose la pression totale, l'enthalpie totale, l'angle d'injection et les variables turbulentes primitives pour la condition limite d'injection en entrée de domaine stator. Pour cela, la température totale mesurée expérimentalement, $T_i = 444 \text{ K}$, est imposée en entrée avec une pression totale de $4,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. On précise que pour les simulations numériques le débit n'est pas imposé et qu'en sortie de domaine, un équilibre radial est imposé pour correspondre aux conditions expérimentales. Un raccord périodique est appliqué sur les frontières latérales. De plus, on impose une température initiale de paroi $T_p = 288 \text{ K}$. Dans le solide, le calcul étant stationnaire, seule la température de paroi doit être définie. On considère une température imposée de $T_p = 288 \text{ K}$ sur les parois externes du carter (R_{max}) et du moyeu (R_{min}). On suppose que les gradients de température sont essentiellement normaux dans le solide et que toutes les autres parois sont adiabatiques. De plus, on choisit un matériau de conductivité thermique suffisamment élevée, $\lambda_s = 147 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, permettant la comparaison des simulations numériques avec les données expérimentales. Cette valeur fera l'objet d'une étude approfondie.

On utilise le modèle $k - \omega$ de Menter pour la modélisation de la turbulence avec la correction SST. La décomposition de la matrice du système d'équations linéarisées est réalisée à l'aide de la méthode LU-SSOR scalaire. Les flux convectifs sont calculés avec le schéma de Roe et une correction de Harten de 0.01 est imposée pour la correction d'entropie. Les flux diffusifs sont calculés avec le schéma à 5 points faisant intervenir une correction pour le découplage pair-impair. Par ailleurs, le pas de temps local est utilisé afin d'accélérer la convergence. On étudiera dans cette section principalement une condition d'injection avec un point chaud aligné avec le bord d'attaque du distributeur (figure 4.4). Toutes les simulations réalisées dans cette thèse ne font pas intervenir de swirl, seule la température totale sur la condition d'injection est modifiée.

4.1.3 Calculs couplés - Validation 3D du schéma de couplage

Il a été établi dans le chapitre 3 que le pas de temps de couplage Δt_c influence la stabilité du calcul et une approche pour la détermination de ce pas de temps a été proposée. L'analyse de stabilité qui a été réalisée ne tient compte que d'une approche mono-dimensionnelle des échanges de chaleur avec des hypothèses sur les quantités pariétales. Ces hypothèses doivent être validées sur une configuration 3D, ici une aube de distributeur isolée. Ainsi, cette section permet de valider le schéma sur une application d'aube de turbine à gaz avec plusieurs effets déstabilisant comme les effets de la turbulence, la courbure, la fréquence de couplage ou bien une hétérogénéité de la température d'interface. Les hypothèses prises lors de l'analyse de stabilité de GKS pourront ainsi être validées.

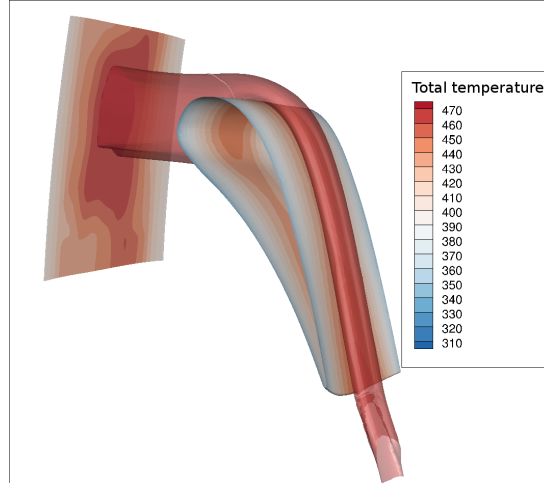
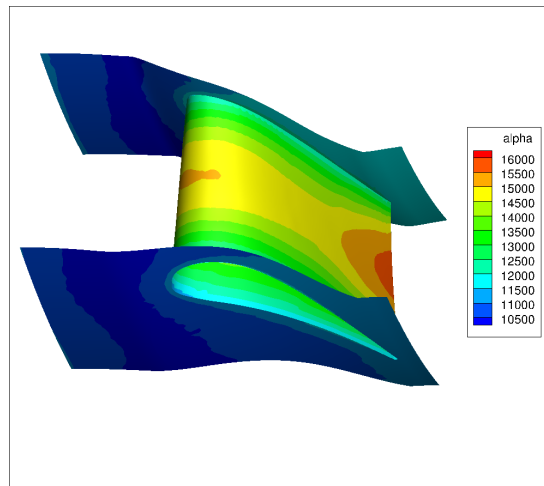


FIGURE 4.4 – Condition d’injection de point chaud impactant le bord d’attaque du distributeur.

4.1.3.1 Influence du coefficient de relaxation sur la stabilité d’une configuration 3D

Cette section met en évidence la sensibilité du coefficient de relaxation sur une configuration d’aube de turbine HP avec un point chaud impactant le bord d’attaque. La figure 4.5 représente la variation du coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} (eq. 3.15) sur la paroi couplée. Ce paramètre dépend des différentes propriétés du fluide comme la conductivité thermique fluide, la taille de la première maille ou bien la densité. On remarque que ce paramètre est élevé au bord d’attaque et au bord de fuite. En effet, au bord d’attaque le point d’arrêt est une zone de forts échanges de chaleur et au bord de fuite la majorité des échanges est due à la forte turbulence générée. La dissipation de la chaleur est plus compliquée au bord de fuite à cause de la faible épaisseur. On précise que le paramètre de relaxation est local afin de s’adapter convenablement aux échanges thermiques.

FIGURE 4.5 – Coefficient de relaxation local sur la surface couplée, $D_f = 0.35$

La figure 4.6 montre l’influence du pas de temps Δt_c et du coefficient de relaxation sur la stabilité du couplage et donc la convergence du résidu noté R (cf section 2.7.2). La figure de gauche 4.6(a) met en évidence l’importance de correctement évaluer le pas de temps de

couplage transitoire Δt_c afin de stabiliser le calcul. En effet, ce paramètre influence le nombre de Fourier et donc le coefficient de relaxation α_f^{opt} . Par ailleurs, lorsque le pas de temps est pris arbitrairement, des comportements très différents sur la stabilité apparaissent. Lorsqu'il est surestimé ($\Delta t_c = 5.10^{-6}s$), les échanges de chaleur sont trop importants conduisant à la divergence du processus couplé. Il est alors nécessaire d'augmenter le coefficient de relaxation afin de stabiliser le calcul. Le pas de temps $\Delta t_c = 1.10^{-6}s$ est suffisamment petit pour que le taux d'accumulation de la chaleur dans la première maille fluide ne déstabilise pas le calcul. Entre ces deux pas de temps, le processus ne converge pas. On note aussi que le pas de temps basé sur une analyse de stabilité de von Neumann permet de correctement prendre en compte les échanges de chaleur à l'interface. En effet, l'utilisation d'un pas de temps diffusif $\Delta t_c = \Delta t_D$ définit un coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} qui stabilise le calcul couplé. La fréquence de couplage peut ainsi être arbitrairement choisie et le pas de temps Δt_D est automatiquement défini par les propriétés du fluide.

La figure 4.6(b) illustre le comportement du schéma lorsque le coefficient de relaxation α_f varie. Ici, le coefficient de relaxation est un multiple du coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} en tenant compte du pas de temps diffusif Δt_D . On montre que si le coefficient de relaxation est trop faible, le calcul ne converge pas alors que si le coefficient de relaxation est trop grand, le calcul converge trop lentement bien qu'il soit stable. La définition du pas de temps de couplage transitoire $\Delta t_c = \Delta t_D$ présentée dans le chapitre 3 assure un bon compromis entre stabilité et vitesse de convergence.

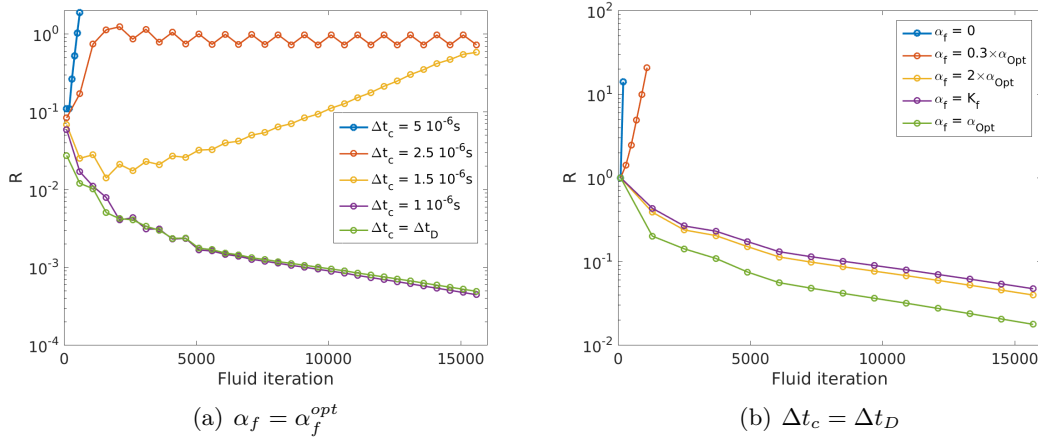


FIGURE 4.6 – Influence de la définition du pas de temps de couplage transitoire sur la stabilité

Le tableau 4.1 décrit l'évolution des différents paramètres mis en jeu dans le couplage en fonction du pas de temps Δt_c , en particulier le nombre d'itérations du code fluide, it_f , nécessaires pour converger à un résidu inférieur à 10^{-3} . Pour des valeurs de Δt_c très faibles, le calcul reste stable. Le nombre de Fourier diminue conduisant à une augmentation du coefficient de relaxation optimal moyen $\overline{\alpha_f^{opt}}$. Cela a non seulement pour effet de stabiliser le processus de couplage mais entraîne une augmentation du nombre d'itérations pour atteindre le niveau de convergence requis (10^{-3} dans le cas présent). Il est alors préconisé d'utiliser le coefficient α_f^{opt} basé sur le pas de temps diffusif Δt_D afin de correctement stabiliser les échanges de chaleur tout en maintenant un temps CPU convenable confirmant les résultats obtenus au chapitre 3.

Δt_c (s)	$1.5 \cdot 10^{-6}$	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
D_f	7.33	4.88	0.48	0.048
α_f^{opt}	10890	12607	22440	26370
it_f ($R = 10^{-3}$)	$\times$	9000	9400	9600

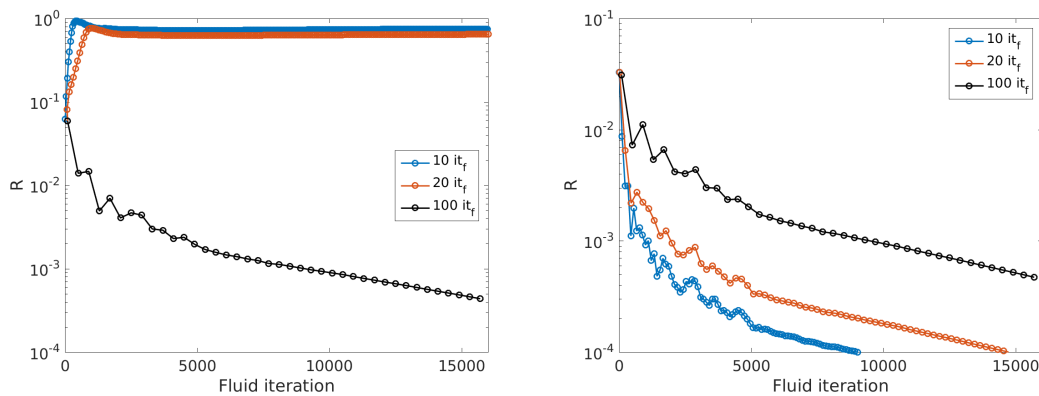
TABLE 4.1 – Paramètres de couplage pour différentes valeurs de Δt_c .

4.1.3.2 Influence de la fréquence de couplage

Dans cette thèse, un algorithme CSS est mis en oeuvre pour la synchronisation des données à l'interface. Or pour notre couplage stationnaire, on utilise un pas de temps local côté fluide et une résolution des équations stationnaires côté solide. Ce pas de temps n'étant pas physique, la fréquence de couplage peut alors être définie arbitrairement.

Une étude sur l'influence de la fréquence de couplage a été menée sur la stabilité du calcul et la vitesse de convergence. Pour ce faire, on impose un pas de temps de couplage $\Delta t_c = 1.10^{-6}s$ (cette valeur est issue de la figure 4.6(a) pour un calcul stable à une fréquence donnée) puis on étudie l'effet de la variation de la fréquence de couplage sur la stabilité. On couple alors toutes les 10, 20 et 100 itérations du code fluide. On peut voir sur la figure 4.7 que pour le pas de temps choisi, la stabilité est bien fonction de la fréquence de couplage. En effet, lorsque celle-ci augmente, c'est-à-dire que l'on diminue l'intervalle entre deux instants de couplage (i.e le nombre d'itérations fluide), le calcul ne converge pas. On note tout de même qu'à basse fréquence (i.e pour $100 \times it_f$) le calcul est stable et converge bien. En outre, la figure 4.7 (droite) montre la convergence du calcul lorsque le pas de temps basé sur une analyse de stabilité de l'équation de la diffusion est utilisé à l'interface. Contrairement à un pas de temps Δt_c fixé par l'utilisateur, on remarque que le pas de temps Δt_D permet au calcul de converger quelle que soit la fréquence de couplage. Définir alors un pas de temps Δt_c qui soit adapté aux effets transitoires dans la couche limite permet d'assurer la stabilité du calcul tout en conservant un temps CPU convenable.

On peut aussi noter la corrélation de la vitesse de convergence avec la variation de la fréquence des échanges entre le fluide et la structure. Effectivement, plus la fréquence augmente et plus l'équilibre thermique à l'interface est atteint rapidement. Le pas de temps Δt_D permet d'augmenter la fréquence de couplage tout en assurant la stabilité du processus couplé.

FIGURE 4.7 – Convergence pour différentes fréquences de couplage (gauche : $\Delta t_c = 1.10^{-6}s$, droite : $\Delta t_c = \Delta t_D$)

$\Delta t_c = 1/f$ (s)	10 it	20 it	100 it
1×10^{-6}	×	×	✓
Δt_D	✓	✓	✓

TABLE 4.2 – Stabilité du processus en fonction de la fréquence de couplage

4.1.3.3 Accélération de la convergence du processus couplé

Nous avons montré que le coefficient de relaxation défini via le pas de temps diffusif modifie le nombre de Fourier dans la première maille fluide conduisant à une meilleure stabilité du processus couplé. Afin d'accélérer le processus et atteindre rapidement la convergence à l'interface, on peut soit augmenter la fréquence de couplage soit diminuer le coefficient de relaxation. Cependant, augmenter la fréquence de couplage conduit à une augmentation de la quantité de données en mémoire, l'extraction des données pariétales et les interpolations pouvant être néfastes pour le coût CPU. Ce paramètre n'est, dans notre cas, pas modifiable au cours du calcul du fait de l'organisation informatique en place. On choisit alors de modifier le coefficient de relaxation afin d'atteindre un état convergé rapidement. Dans ce but, la fonction d'accroissement (section 3.6.1) définie dans le chapitre 3 est utilisée. En effet, plus le calcul se rapproche de la convergence et moins il est nécessaire de relaxer le flux à l'interface.

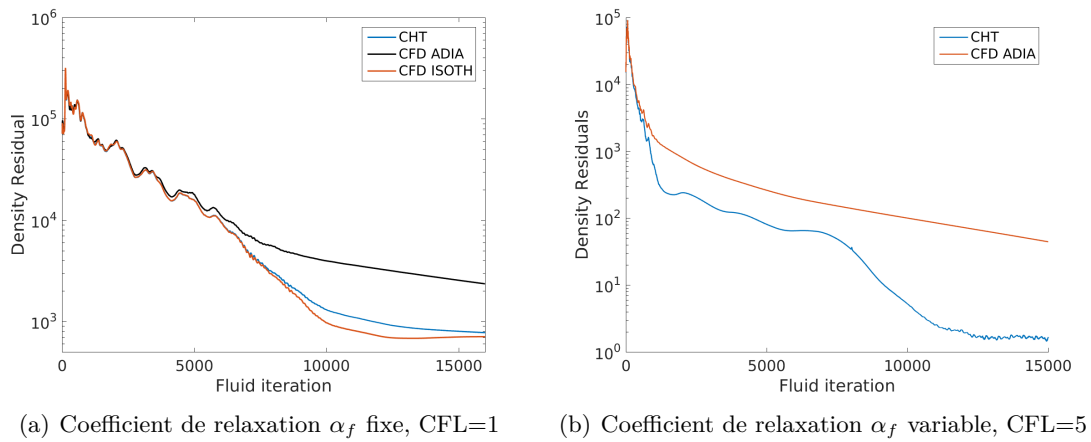


FIGURE 4.8 – Résidu sur la densité

La figure 4.8 présente la convergence du résidu sur la densité pour un calcul CFD adiabatique, un calcul CFD isotherme et un calcul couplé (CHT). On remarque que la vitesse de convergence dépend de la condition limite imposée. On s'intéresse ici aux conditions de paroi thermiques entre un calcul CFD adiabatique, CFD isotherme et CHT. Les conditions adiabatique et isotherme étant des conditions limites idéales et physiquement opposées, il est alors normal que la vitesse de convergence d'une condition limite thermique issue d'un calcul couplé soit bornée par les conditions aux limites adiabatique et isotherme. Cependant, un calcul couplé n'est pas sans coûts supplémentaires. En effet, pour réaliser un calcul couplé, un solveur solide est lancé parallèlement au solveur fluide en utilisant un logiciel intermédiaire pour les interpolations entre les deux solveurs. Ainsi, l'extraction des données surfaciques, le calcul des interpolations à l'interface et le calcul solide se traduisent généralement par une augmentation du temps CPU qui est dans notre cas

triplé comparé à un calcul CFD adiabatique. Le temps CPU est calculé en multipliant le temps de restitution par le nombre de processeurs utilisés lors du calcul, ce n'est alors pas le coût de l'itération fluide. Dans le cas présent, le surcoût est limité par une optimisation du schéma de couplage afin de trouver le meilleur compromis entre le temps CPU et la stabilité. Cela passe par un coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} qui permet de garantir la stabilité avec une fonction d'accroissement (section 3.6.1) évoluant linéairement avec le nombre de CFL.

Par la suite, nous utiliserons uniquement le pas de temps diffusif Δt_D pour la définition du nombre de Fourier de maille avec ou sans la fonction d'accroissement. On fixera aussi la fréquence de couplage à $20 \times it_f$. Cette valeur est fortement dépendante de l'architecture du cluster utilisée et de la configuration étudiée. Dans notre cas, en-dessous de cette valeur les échanges des tableaux sont trop importants et au-dessus de cette valeur l'équilibre thermique à l'interface est moins rapidement atteint.

4.1.4 Validation du schéma de couplage à l'aide de données expérimentales

Jusqu'à présent, seule une validation sur les conditions aux limites d'interface a été réalisée. Or on sait que les interpolations ne sont pas conservatives et il est nécessaire de valider les résultats avec des données expérimentales. Il est important de préciser que les données expérimentales concernant les échanges thermiques sont issues d'une soufflerie à courte période d'acquisition. Pour que l'on puisse réaliser une comparaison entre les données expérimentales et les résultats couplés stationnaires, il est nécessaire de considérer une paroi qui soit infiniment refroidie. On compare alors les données expérimentales avec des calculs CFD à parois isothermes ($T_p = 288\text{ K}$) et un calcul CHT en considérant un matériau de très grande conductivité thermique.

Les échanges de chaleur sont principalement estimés à l'aide du nombre de Nusselt. On définit le nombre de Nusselt comme :

$$Nu = \frac{hL}{\lambda_f} \quad (4.1)$$

où h est le coefficient d'échange convectif, L une longueur caractéristique et λ_f la conductivité thermique du fluide. Ce nombre caractérise les échanges thermiques en comparant les échanges par convection et ceux par conduction à la paroi. Sur cette configuration, on utilisera la définition de nombre de Nusselt issue des données expérimentales :

$$Nu = \frac{q_f C}{\lambda_{Tm}(T_{im} - T_p)} \quad (4.2)$$

où q_f est le flux de chaleur à la paroi, C la corde, T_{im} la température totale moyenne d'injection, T_p la température de paroi et λ_{Tm} la conductivité thermique de l'air. On réalise une validation sur les échanges thermiques à partir des conditions aérodynamiques expérimentales. On peut voir sur la figure 4.9 une comparaison de l'estimation des échanges de chaleur issus de calculs CFD et CHT avec les données expérimentales à 50% de hauteur de veine. Les nombres de Nusselt sont globalement bien estimés. Ici, S représente l'abscisse curviligne avec $S < 0$ représentant l'extrados et $S > 0$ représentant l'intrados. Par ailleurs, les échanges de chaleur sur l'aube sont importants au point d'arrêt ($S = 0\text{ mm}$) et au bord de fuite géométrique ($S = 62\text{ mm}$). Le calcul CFD montre une surestimation des échanges au bord d'attaque entre les simulations numériques et les données expérimentales, probablement due aux effets de transition laminaire-turbulent sur l'extrados. En effet, le calcul est ici réalisé en supposant l'écoulement pleinement turbulent. Pour cette configuration, l'influence de la transition a été mise en évidence

dans d'autres publications ([55, 73, 104]). Les flux de chaleur étant directement liés à la viscosité turbulente, une augmentation de la turbulence au bord de fuite entraîne alors une augmentation des échanges de chaleur. De plus, la comparaison entre le calcul CFD et le CHT montre que le calcul couplé fournit une estimation correcte du nombre de Nusselt à l'interface. Cette vérification a permis de corriger de multiples erreurs lors de la mise en place du couplage et montre que les interpolations CWIPI sont correctement réalisées.

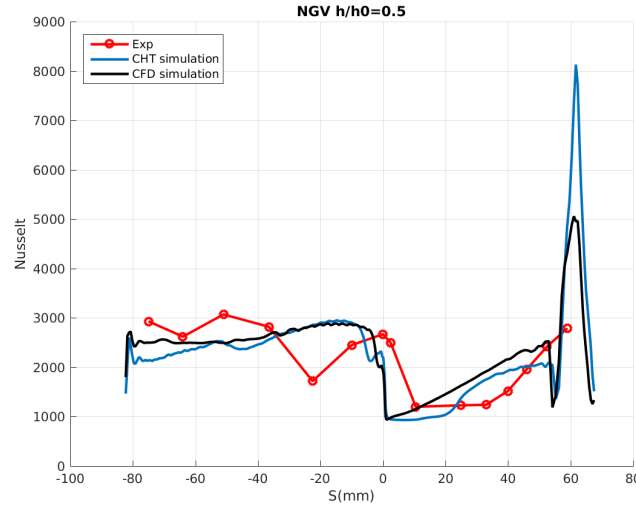


FIGURE 4.9 – Nombre de Nusselt à $h = 50\%$

$$M_{is} = \sqrt{\left(\left(\frac{P_0}{P} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \frac{2}{\gamma-1}} \quad (4.3)$$

La figure 4.10 représente le nombre de Mach isentropique le long du distributeur à 50% de hauteur de veine pour une validation aérodynamique. Ce nombre est calculé à partir de la pression totale infinie amont P_0 et la pression à la paroi P (eq. 4.3). On peut voir que la conductivité thermique ne modifie pas le nombre de Mach isentropique autour de l'aube. Ceci ne nous surprend pas car le nombre de Mach isentropique est lié à la pression statique qui n'est pas influencée par la température de paroi. À $x = 80 \text{ mm}$, une chute du nombre de Mach isentropique est observée sur les données expérimentales due à une diminution de la pression statique à la paroi. En effet, à cette abscisse, un bulbe de recirculation plus important est obtenu que sur les simulations numériques qui recollent aux données expérimentales au bord de fuite. Le calcul étant réalisé sur une configuration du stator isolé, la condition de sortie a du être adaptée ce qui peut, en partie, expliquer les différences sur l'estimation du bulbe.

4.2 Influence de la température sur la migration du point chaud - MT1

L'influence de la température de paroi, via des conditions aux limites thermiques différentes, sur la migration du point chaud et les échanges de chaleur est étudiée dans cette section. La condition limite thermique influence l'épaississement de la couche limite et peut aussi influencer l'amplitude de la vitesse du point chaud en sortie du distributeur. C'est l'effet de ségrégation

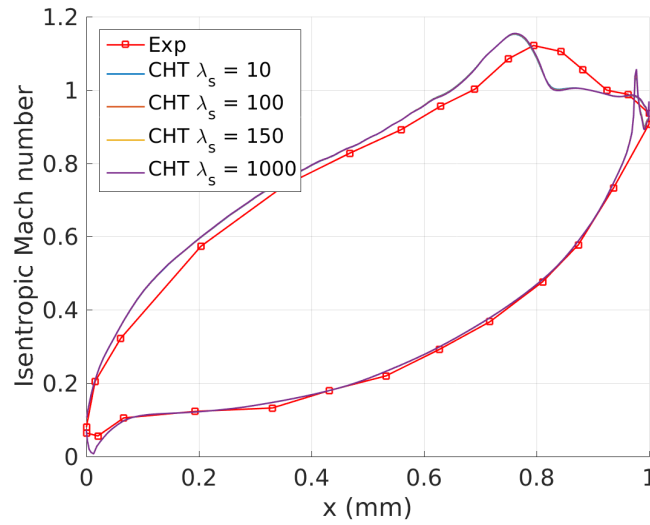


FIGURE 4.10 – Comparaison sur le nombre de Mach isentropique en fonction de la conductivité thermique du solide à 50 % de hauteur de veine du distributeur

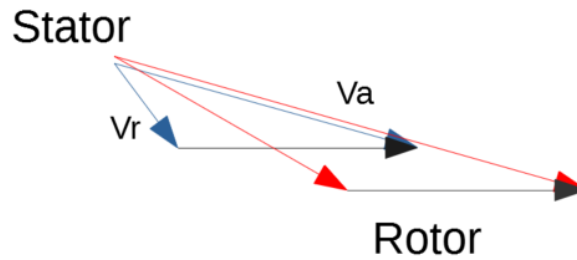


FIGURE 4.11 – Effet de ségrégation avec V_a la vitesse absolue et V_r la vitesse relative vue par le rotor (écoulement froid en bleu et chaud en rouge)

[104] (figure 4.11). C'est un phénomène qui apparaît lorsqu'il existe une migration d'un point chaud, structure chaude cohérente, au travers d'un étage de turbine. En effet, si on considère que le nombre de Mach et l'angle du fluide restent constants, le fluide de température plus forte aura une vitesse absolue plus importante qu'un fluide plus froid. Cela est principalement dû à l'augmentation de la vitesse du son dans l'écoulement. Par conséquent, lorsque l'on tient compte de la vitesse de rotation à l'interface stator-rotor, l'angle de la vitesse relative vu par le rotor diffère conduisant à une migration du fluide chaud vers l'intrados du rotor.

4.2.1 Maillage et paramètres numériques de la configuration étage

On s'intéresse à la migration pour différentes positions azimutales du point chaud sur une configuration étage de turbine. On utilise le maillage du distributeur décrit dans la section 4.1.2 pour lequel on ajoute le rotor. Cette configuration a fait l'objet de plusieurs validations et comparaisons entre différents code de calcul [16, 109, 119] avec notamment une validation sur les échanges thermiques. La taille de première maille est fixée de telle sorte que y^+ soit inférieur à 1. La méthode de décomposition LU-SSOR scalaire est utilisée avec le schéma spatial de Roe pour le flux convectif et un schéma à 5-points centré pour le flux diffusif. On utilise le modèle $k - \omega$ SST de Menter pour la modélisation de la turbulence et un pas de temps local afin

d'accélérer la convergence. En sortie de domaine, un équilibre radial est imposé pour correspondre aux conditions expérimentales et un raccord périodique est appliqué sur les frontières latérales. Dans le domaine solide les parois en R_{min} et R_{max} sont isothermes avec $T_p = 288K$ (figure 4.12). Toutes les autres parois non couplées sont adiabatiques. Les domaines fluide et solide sont complémentaires dans l'espace l'un de l'autre, c'est-à-dire qu'aucune transformation géométrique n'est réalisée pour passer de la paroi fluide à la paroi solide, facilitant les interpolations à l'interface fluide-solide. La condition d'interface fluide-solide de Dirichlet-Robin est employée avec le coefficient de relaxation défini dans le chapitre 3 et les paramètres retenus lors de l'étude sur le stator isolé. Enfin, l'interface stator-rotor est traitée soit en utilisant une approche plan de mélange pour les calculs stationnaires soit avec une approche chorochronique pour les calculs instationnaires.

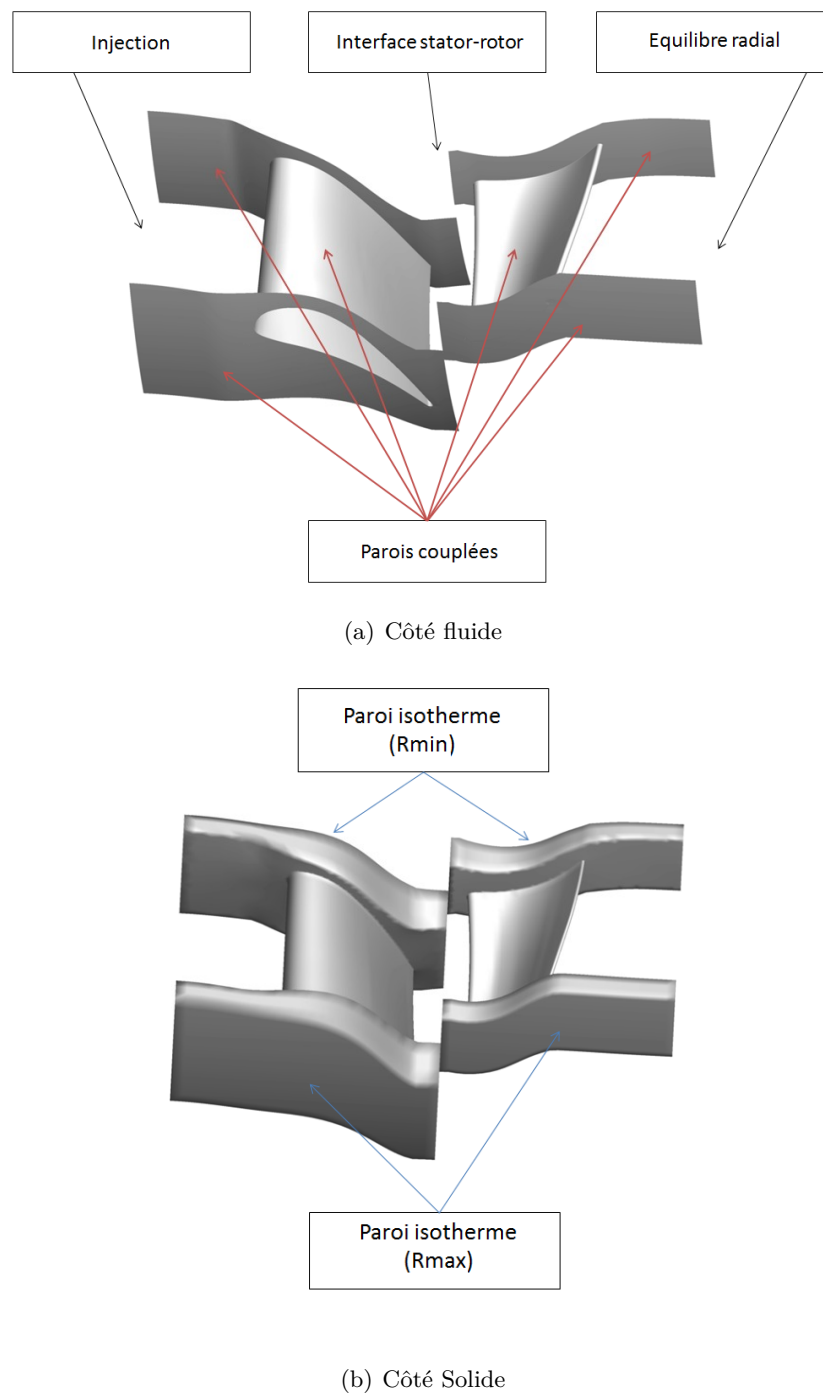


FIGURE 4.12 – Configuration d'un étage de turbine - MT1

4.2.2 Influence de la température de paroi sur l'écoulement de point chaud

On regarde plus précisément l'influence mutuelle de la température de paroi et celle de l'écoulement chaud. En effet, l'effet de ségrégation est directement lié à la température du fluide. Il a été montré que la température de paroi modifie légèrement l'état de la couche limite [85] influençant alors la migration du point chaud dans l'étage de turbine. Pour ce faire, on se fixe une condition d'injection avec un point chaud venant impacter le bord d'attaque du distributeur en s'intéressant à l'influence de la température de paroi sur l'écoulement. On rappelle qu'une condition adiabatique à la paroi revient à avoir un nombre de Biot infiniment grand et une condition de paroi isotherme revient à avoir un nombre de Biot infiniment petit. La figure 4.13 représente l'énergie cinétique turbulente et la viscosité turbulente générées autour du distributeur et du rotor. Des niveaux élevés sont présents dans les écoulements de coin où des structures tourbillonnaires apparaissent. De même, la turbulence est la plus importante dans la zone du jeu côté rotor.

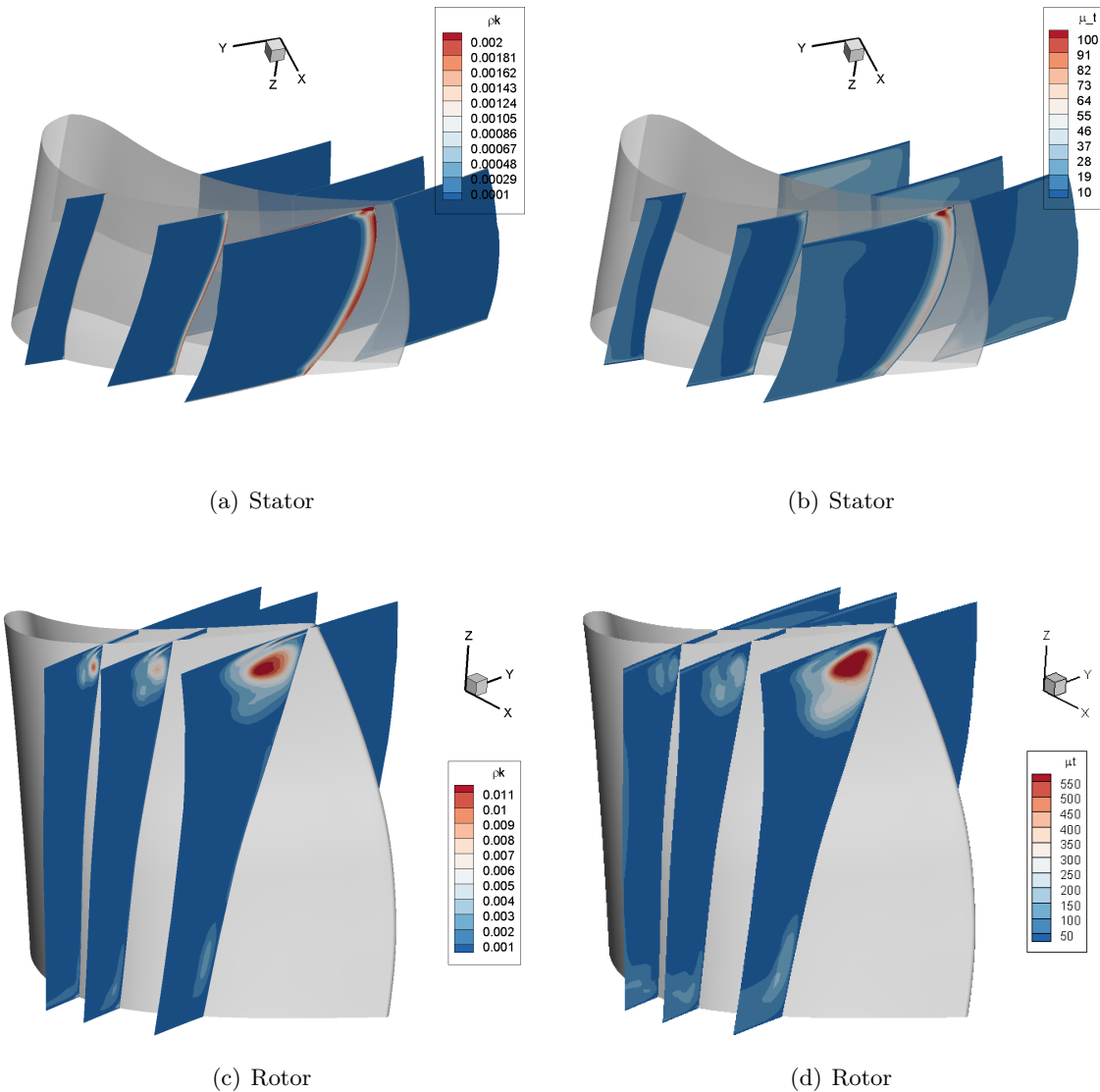


FIGURE 4.13 – Représentation des structures turbulentes avec un point chaud sur le distributeur (haut) et le rotor (Bas) pour un calcul stationnaire

4.2.2.1 Effet de la condition limite thermique sur le frottement

Pour analyser le comportement de l'écoulement avec point chaud, lors de la modification de la condition limite, on réalise une comparaison entre le calcul isotherme et adiabatique. Le frottement à la paroi donne l'influence de la condition thermique pariétale sur les gradients de vitesse et donc le comportement de la couche limite.

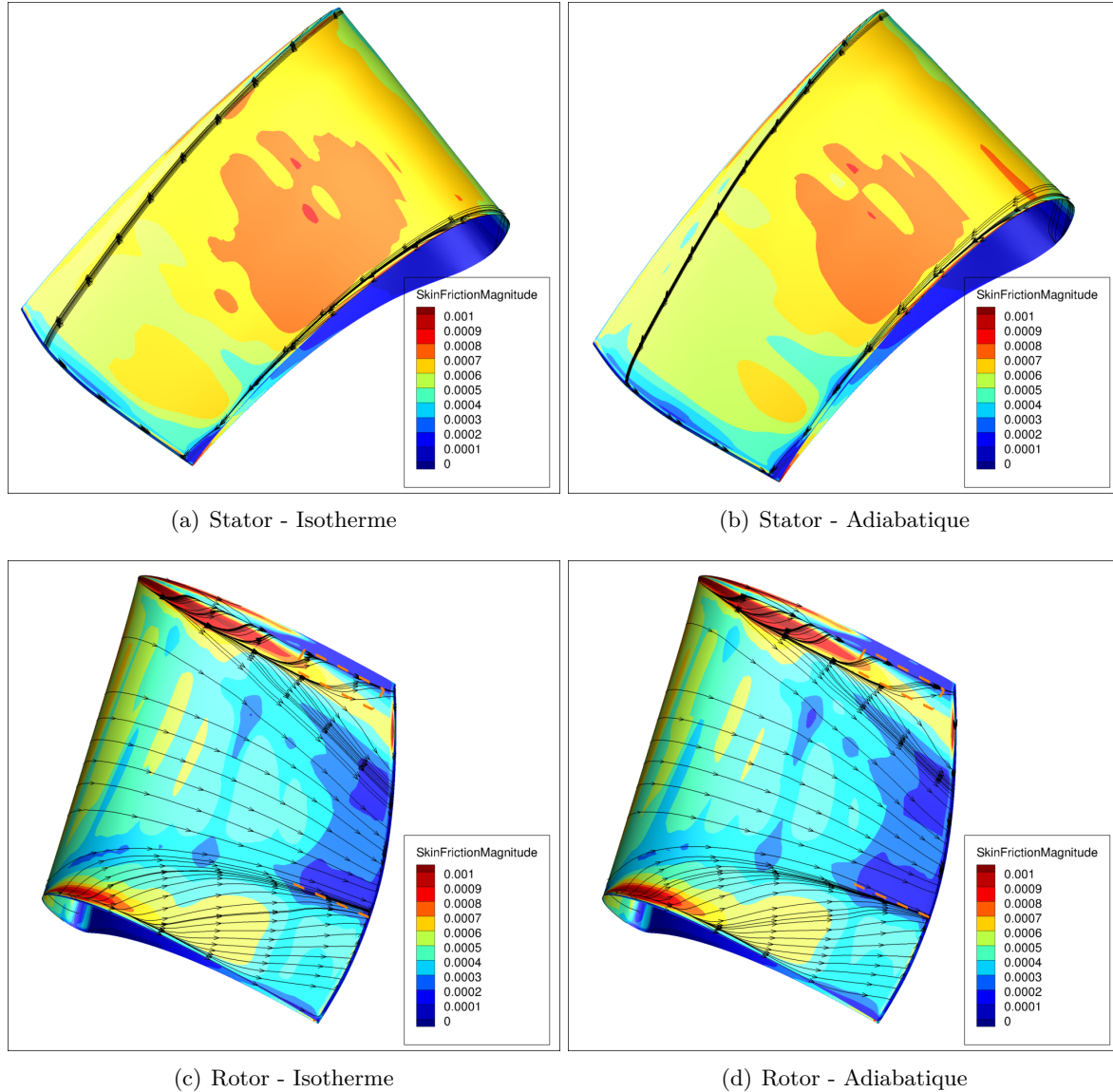


FIGURE 4.14 – Frottement sur l'extrados du distributeur (haut) et du rotor (Bas) pour un calcul stationnaire

La figure 4.14 représente l'amplitude du frottement et les lignes du frottement issues des tourbillons de coin sur l'extrados du distributeur et du rotor. On obtient un spectre pariétal caractéristique des écoulements dans un distributeur de turbine HP ([92]) notamment pour les écoulements de coin. Le changement de la condition limite influence peu la formation de ces tourbillons bien que les échanges de chaleur affectent l'épaississement de la couche limite. En effet, sur le distributeur, il n'y a pas de différence entre un calcul isotherme et un calcul adiabatique comme on peut le voir à l'aide des indicateurs oranges sur la figure. Cependant,

au niveau du rotor la modification de la couche limite thermique entraîne la formation d'un tourbillon légèrement plus large sur l'extrados contrairement à celui obtenu avec une condition adiabatique.

On montre sur la figure 4.15 les lignes de frottement sur les parois du moyeu et du carter à l'aval du distributeur. On remarque que la condition limite agit légèrement sur l'écoulement autour de l'aube. Le sillage de l'aube au niveau du moyeu est plus large pour une condition adiabatique que celui d'une condition isotherme (indicateurs oranges sur le figure 4.15). On remarque aussi que les zones de recirculation et les points cols ne sont pas situés aux mêmes endroits. Par ailleurs, l'intensité du frottement est plus forte en isotherme lorsque la couche limite est moins épaisse conduisant à un taux de déformation plus important. Une analyse similaire peut aussi être menée au niveau du carter où l'intensité et les lignes de frottement ont été modifiées par la condition limite thermique. Cela est principalement dû au développement de la couche limite issue du bord d'attaque de l'aube. Une couche limite plus fine pour le calcul isotherme conduit à un nombre local de Reynolds plus élevé dans la zone proche de la paroi et donc à un écoulement plus turbulent. On note aussi que l'orientation des lignes de frottement est différentes selon la condition limite thermique.

On peut aussi regarder le frottement au niveau du jeu. En effet, la modification de la condition limite entraîne un nombre de Reynolds local plus important. Cela peut provoquer des tourbillons plus intenses avec une condition isotherme qu'avec une condition adiabatique. La figure 4.16 montre le frottement au niveau du jeu et du moyeu pour le rotor. Le changement de la condition limite thermique n'affecte que peu l'écoulement de coin au niveau du moyeu. En revanche, au niveau du jeu, on constate une légère modification de la direction de l'écoulement provoquée par le changement de l'intensité du tourbillon et de l'épaississement de la couche limite. Le frottement donne alors un indicateur sur la modification de la couche limite par le flux de chaleur et la modification de la forme du sillage.

4.2.2.2 Estimation de la différence entre une condition adiabatique et isotherme

Les différences entre la condition isotherme et la condition adiabatique sont analysées en utilisant la relation suivante :

$$dW = \frac{W_t^{isoth} - W_t^{adia}}{W_t^{isoth}} \times 100 \quad (4.4)$$

Avec W le champ solution considéré. Dans notre cas, le flux de chaleur est estimé à partir d'une composante laminaire et turbulente. Or la composante laminaire est obtenue à partir d'une conductivité thermique, d'un nombre de Prandtl et d'une capacité thermique massique. Les variations de température proche de la paroi ne modifient pas de façon significative la conductivité thermique et les deux autres paramètres sont fixés par l'utilisateur. Le changement de la température pariétale n'impactera alors pas énormément la composante laminaire du flux de chaleur. En revanche, la viscosité turbulente μ_t influence plus significativement les échanges de chaleur à la paroi. La figure 4.17 montre les variations de la viscosité turbulente μ_t autour du distributeur et du rotor. On constate que les variations sont principalement proches des parois où l'on peut avoir jusqu'à 5% de différence sur la viscosité turbulente tout en ayant un écoulement similaire loin des parois. Au niveau du rotor les variations sont encore plus significatives. En effet, le calcul adiabatique présente une viscosité turbulente plus importante au coeur de l'écoulement. Cependant en proche paroi, on remarque une augmentation de la viscosité turbulente μ_t avec une

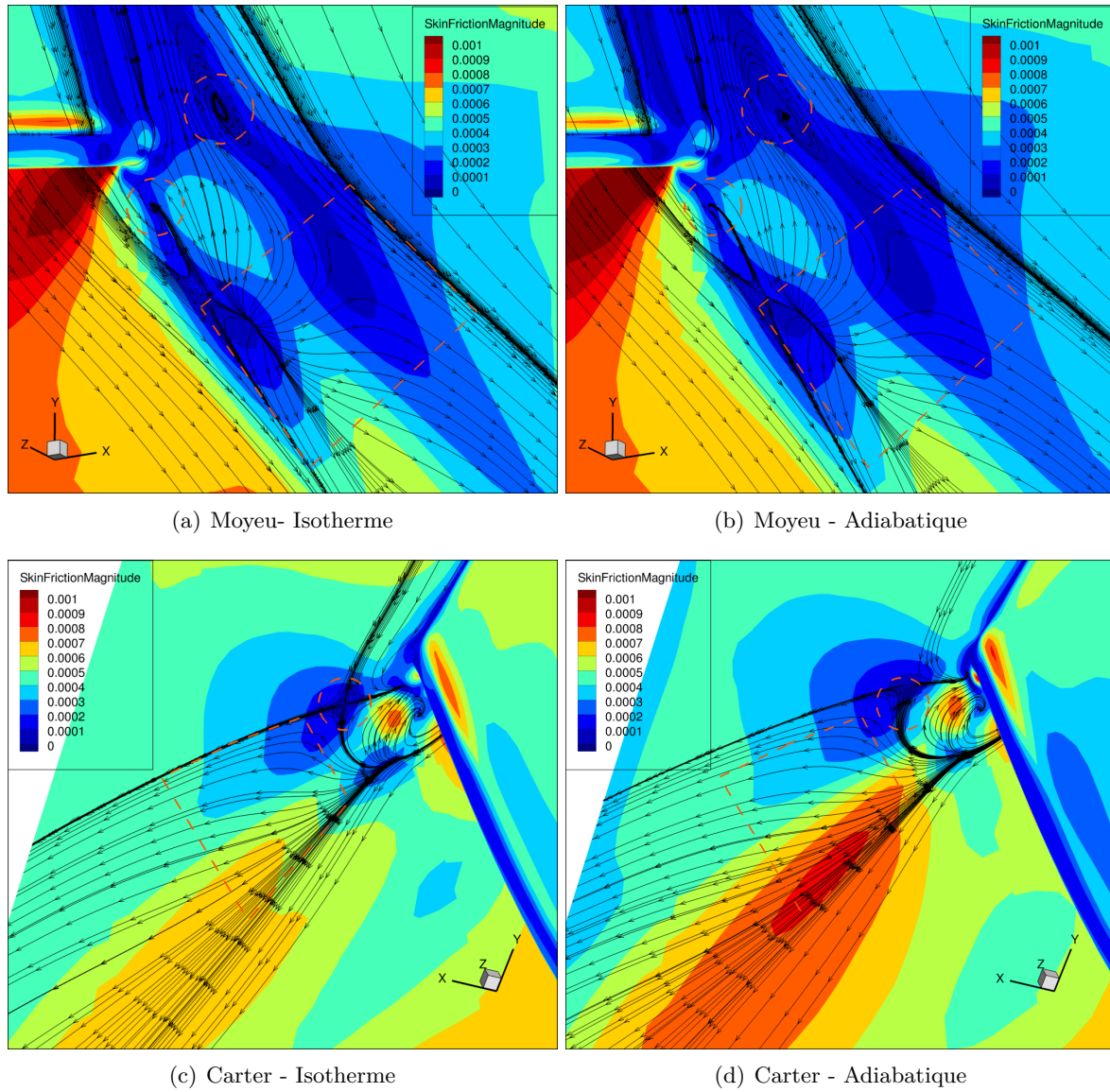


FIGURE 4.15 – Frottement sur les parois du distributeur pour un calcul stationnaire

condition isotherme. Cette augmentation dans la couche limite indique un nombre de Reynolds turbulent local plus important que celui obtenu avec une condition adiabatique. La modification de la condition limite peut alors avoir une influence sur l'intensité et l'orientation du sillage.

De la même façon, on peut étudier les différences entre un calcul adiabatique et un calcul isotherme sur la pression totale et la température totale. La figure 4.18 montre la variation relative entre deux calculs CFD (adiabatique et isotherme) selon l'équation (4.4). On remarque que la condition de paroi entraîne une modification de la pression totale et de la température totale principalement dans la couche limite et dans le sillage. Les champs sont peu affectés par la condition de paroi en dehors de la couche limite et du sillage. Une élévation de plus de 2% peut être observée sur la pression totale d'un calcul adiabatique dans les régions proches de la paroi comparée à un calcul isotherme. De façon similaire, on observe que la température totale dans la couche limite d'un calcul isotherme est plus faible que celle d'un calcul adiabatique étant donné que la température est une fonction continue. La figure 4.19 représente la variation de la température totale et de la pression totale à l'aval du distributeur. On remarque d'une part que

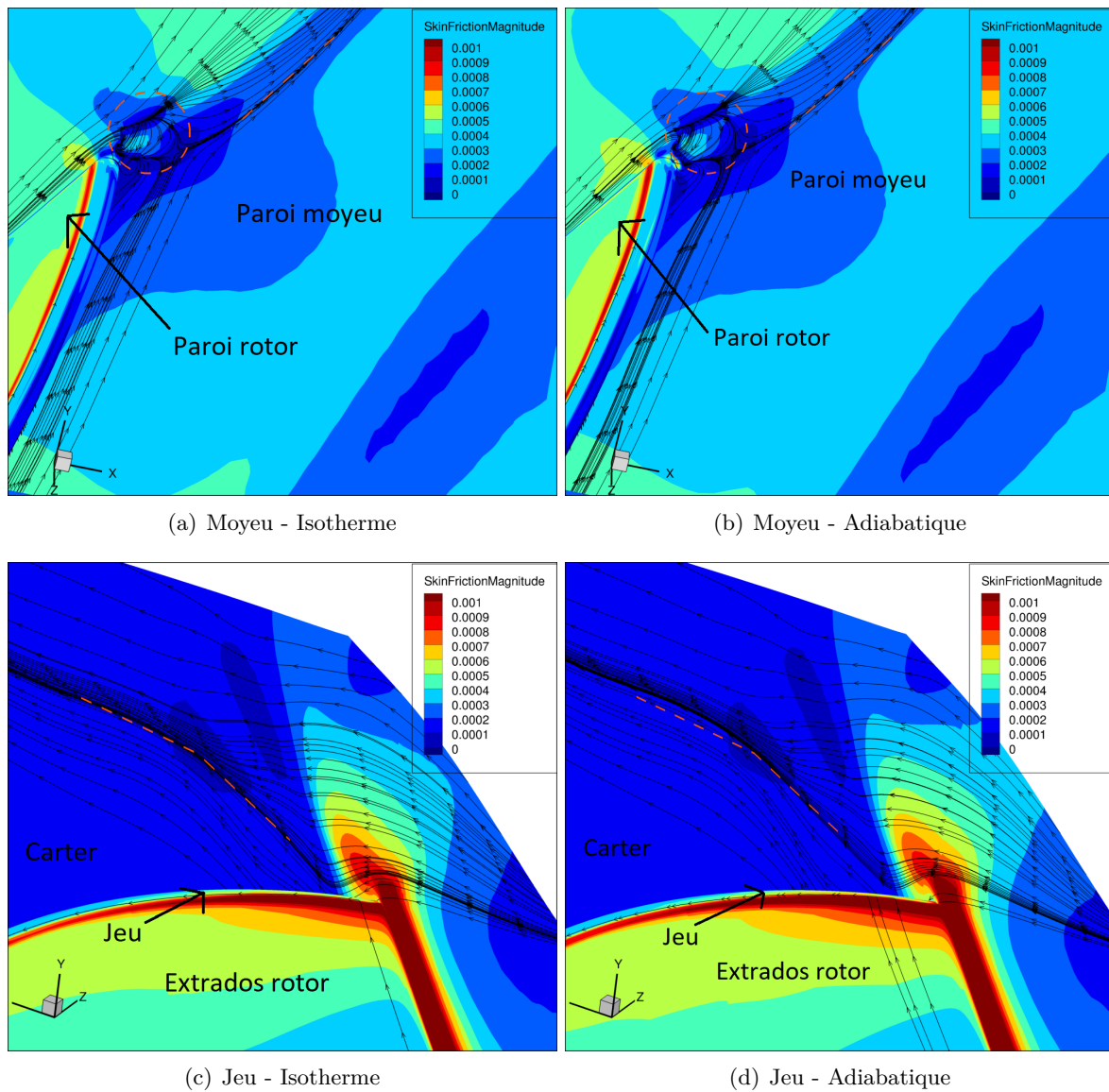


FIGURE 4.16 – Frottement sur les parois du rotor pour un calcul stationnaire

les différences sont principalement localisées dans la région du sillage mais d'autre part que les plus grosses variations sont observées dans les régions des tourbillons issus des écoulements de coin. Une étude plus détaillée sera donnée en analysant le développement de la couche limite.

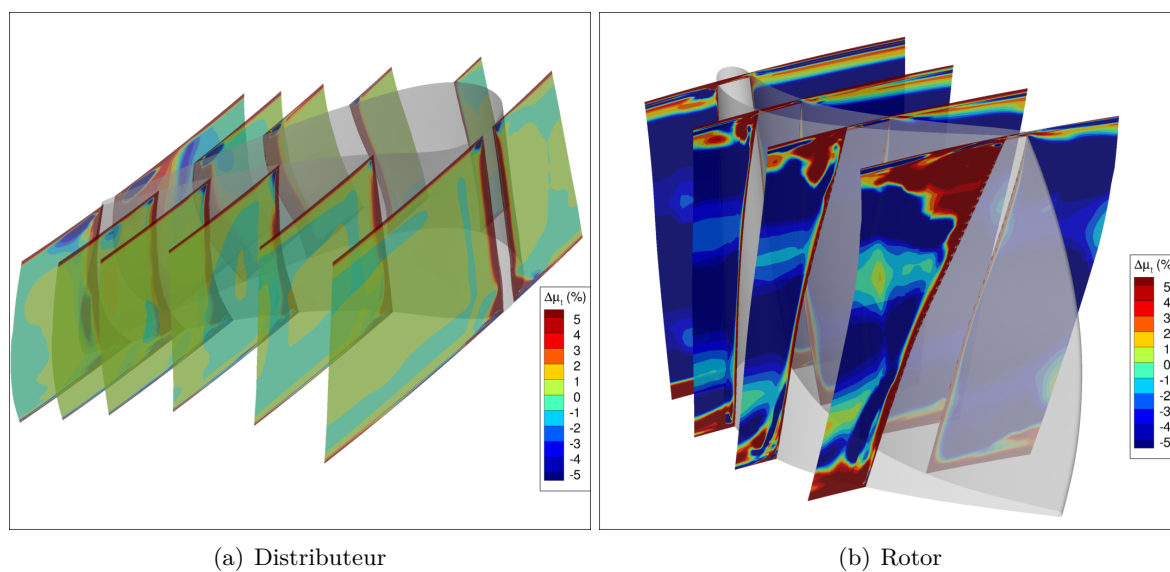


FIGURE 4.17 – Variation relative de la viscosité turbulente (en %) entre un calcul adiabatique et isotherme.

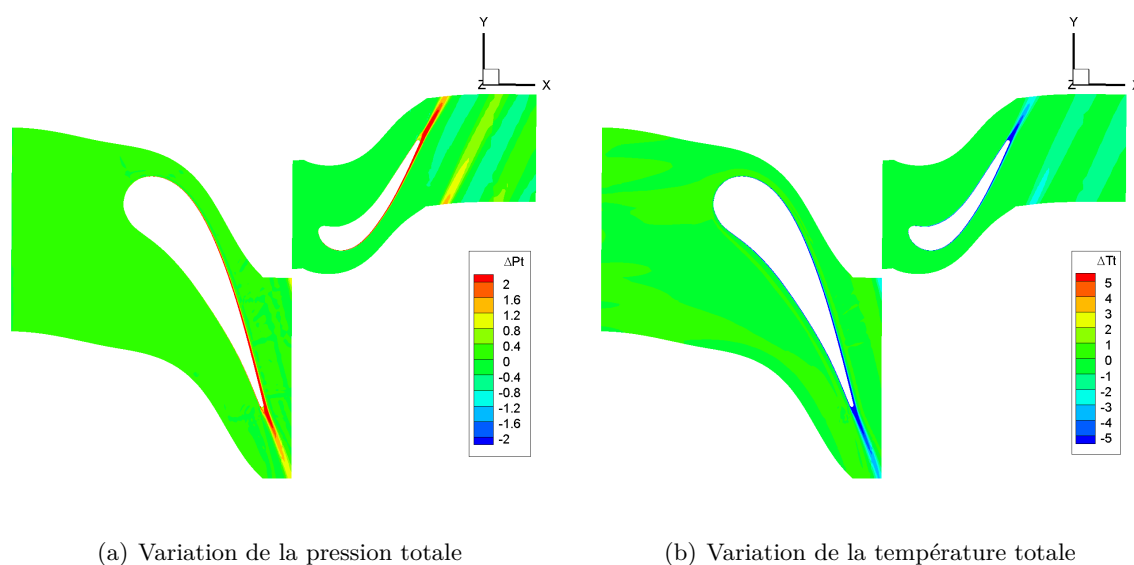


FIGURE 4.18 – Variation relative de la pression totale et de la température totale (en %) entre un calcul adiabatique et isotherme à mi-hauteur de veine.

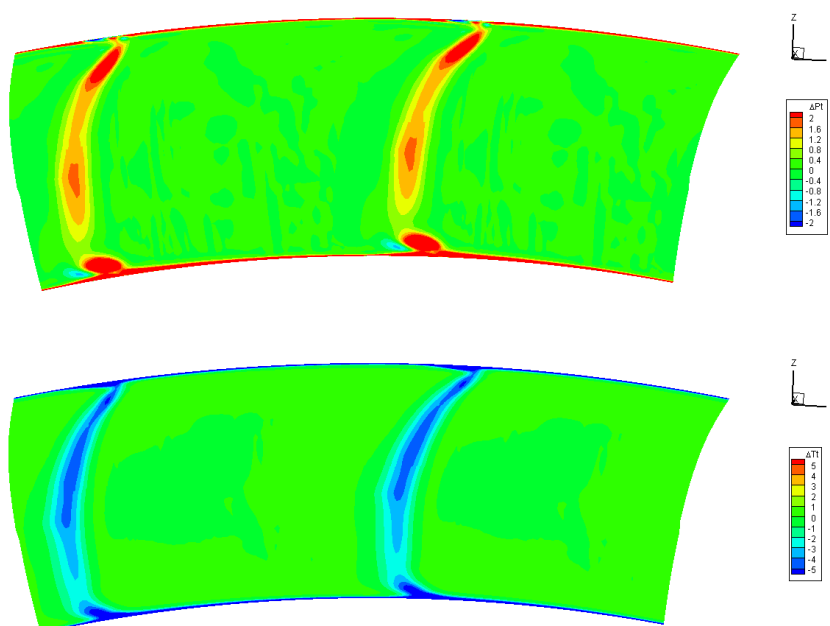


FIGURE 4.19 – Variation relative de la pression totale, la température totale et de nombre de Mach (en %) entre un calcul adiabatique et isotherme à l’aval du distributeur ($x=0.0415\text{m}$).

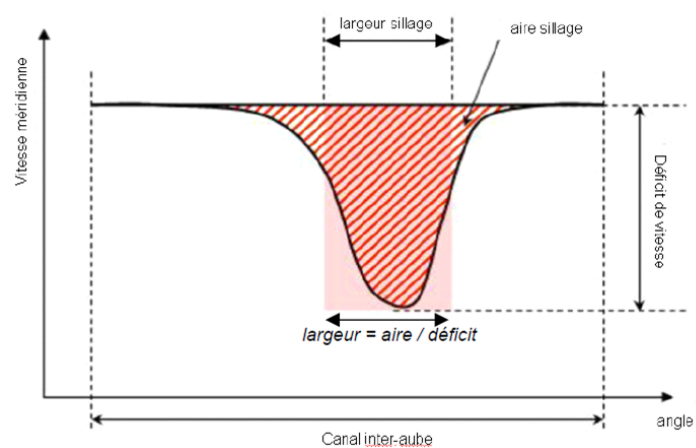


FIGURE 4.20 – Représentation du calcul par Zeppelin des caractéristiques du sillage

4.2.2.3 Analyse du sillage à l'aval du distributeur

La condition limite thermique peut modifier l'écoulement en proche paroi. Une analyse du sillage est menée afin de regarder l'impact de la condition limite thermique pariétale sur le module de la vitesse dans le repère absolu en sortie du distributeur. En effet, la modification de cette vitesse va influencer l'angle de la vitesse relative vu par le rotor. Différents paramètres caractéristiques du sillage sont alors étudiés comme le déficit de vitesse, l'aire, l'allongement et la largeur du sillage pour la configuration de point chaud impactant le bord d'attaque (4.20).

La figure 4.21 illustre le comportement de l'écoulement pour différentes conditions limites à la paroi. Quatre conditions différentes sont étudiées : des calculs CFD avec des conditions limites thermiques adiabatique et isotherme mais aussi deux calculs avec une condition d'interface couplée. On rappelle que la conductivité thermique du solide joue un rôle important dans les flux de chaleur échangés à l'interface. Pour une conductivité thermique $\lambda_s = 147 \text{ W/m/K}$, le solide n'oppose pas beaucoup de résistance aux transferts de chaleur. La paroi couplée peut alors être assimilée à une interface infiniment refroidie avec une température de paroi non-uniforme. Cela montre l'influence de l'hétérogénéité de la température de paroi sur l'écoulement. On s'intéresse aussi à un calcul avec une conductivité thermique $\lambda_s = 20 \text{ W/m/K}$ générant une résistance thermique plus élevée.

On remarque que les principales différences sont situées à mi-hauteur de veine où une légère variation sur le déficit du sillage peut être observée, c'est-à-dire dans la région du point chaud. Il y a 4,5% d'écart entre le calcul isotherme et le calcul adiabatique à 50% de hauteur de veine. On note par ailleurs, que le déficit est moins important à 10% et à 80% de hauteur de veine. En effet, ces hauteurs correspondent aux zones des tourbillons caractéristiques issus du décollement de coin qui se forme sur l'extrados du distributeur. La position des tourbillons n'est pas impactée par la condition limite thermique. En revanche, on voit que le déficit pour un calcul adiabatique est moins important que pour un calcul isotherme dénotant une vitesse absolue plus élevée en adiabatique. La condition isotherme va dissiper de la chaleur contribuant à accélérer l'écoulement. Ceci s'explique par le fait que pour une température totale constante, diminuer la température statique entraîne une augmentation de la vitesse.

On constate aussi que l'aire du sillage n'est pas beaucoup influencée par la température de paroi, celle-ci étant directement liée au débit et à la conservation de la masse. En comparant l'allongement et la largeur du sillage, on remarque que le sillage est plus allongé pour un calcul isotherme que pour un calcul adiabatique mais aussi plus fin mettant en évidence une modification de la couche limite sur le distributeur. Pour les calculs couplés, plus la conductivité thermique diminue, plus le solide oppose une résistance thermique conduisant à une diminution du flux de chaleur. Par conséquent, le calcul CHT avec $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ a un comportement proche d'un calcul adiabatique. Bien que le flux de chaleur à l'interface soit sensiblement identique entre un calcul isotherme et un calcul CHT avec une conductivité thermique $\lambda_s = 147 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (figure 4.27), on constate tout de même une différence sur la forme du sillage. En effet, une température de paroi plus représentative conduit à un allongement plus important et une largeur du sillage plus faible.

4.2.2.4 Vitesse absolue

Afin d'analyser l'effet de ségrégation entre les différentes configurations, on peut regarder les niveaux de la vitesse absolue pour deux conductivités thermiques différentes ($\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\lambda_s = 147 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$). La figure 4.22 représente une coupe à $x = 0,044$ de la vitesse absolue

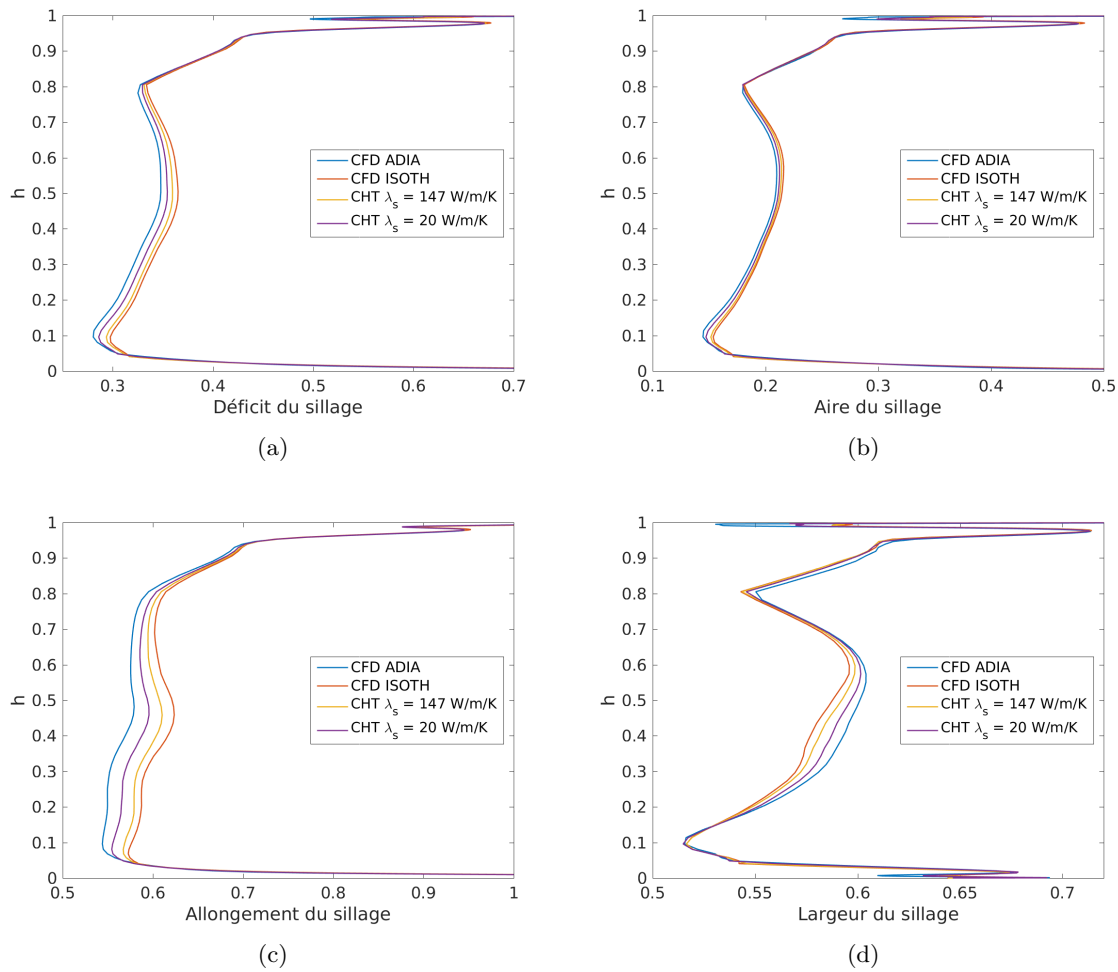


FIGURE 4.21 – Analyse du sillage du distributeur pour un calcul stationnaire

pour les deux conductivités thermiques. Pour que l'effet de ségrégation soit visible, l'amplitude de la vitesse absolue doit changer. Or dans notre cas, on constate très peu de différences entre les deux calculs. Rappelons que $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ conduit à des interactions thermiques fortes et $\lambda_s = 147 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ à des interactions faibles. Ainsi, la modification des flux de chaleur à la paroi n'influence pas significativement l'écoulement et la vitesse absolue reste quasiment inchangée. En considérant le triangle des vitesses, la vitesse relative alors vue par le rotor est identique quelque soit les échanges de chaleur dans le stator.

4.2.2.5 Évolution de la couche limite pour différentes conditions limites thermiques

Dans cette section, on regarde le comportement de la couche limite lors de la modification de la condition thermique. On sait que la condition isotherme conduit à un nombre de Reynolds local turbulent plus élevé qu'une condition adiabatique. Les conditions de paroi isotherme et adiabatique étant des conditions physiquement idéales et opposées, on se focalisera alors uniquement sur ces deux conditions de paroi afin d'analyser les effets de la modification de la condition thermique sur la couche limite. On regarde particulièrement l'écoulement à 50% de hauteur de veine autour du distributeur et du rotor. La figure 4.23 précise la position des plans au travers desquels l'évolution de la couche limite est analysée. Les plans sont choisis sur

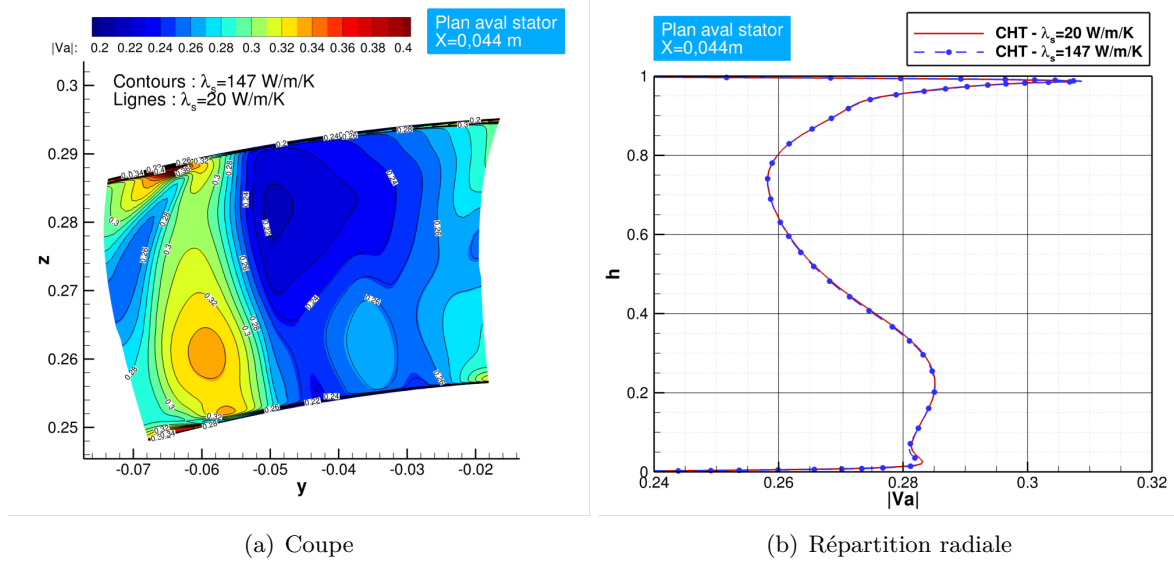


FIGURE 4.22 – Vitesse absolue à $x = 0.044$ m pour $\lambda_s = 20$ W.m⁻¹.K⁻¹ et $\lambda_s = 147$ W.m⁻¹.K⁻¹

l'extrados du distributeur et du rotor afin de montrer l'impact de la température de paroi sur des écoulements où la turbulence joue un rôle important dans les échanges de chaleur. La figure 4.24 et la figure 4.25 montrent l'évolution de la couche limite sur l'extrados du distributeur et du rotor respectivement. On constate qu'à proximité du point d'arrêt (plans 1 et 4) les profils de vitesse sont légèrement différents entre la condition adiabatique et la condition isotherme.

On montre aussi l'évolution des pressions totales dans la couche limite qui suivent les variations de la quantité de mouvement. À une même distance de la paroi, la pression totale pour une couche limite froide est plus importante que pour une couche limite chaude. La température de la couche limite est aussi présentée avec l'évolution de la température totale. En effet la température totale pour une condition de paroi adiabatique, évolue peu au travers de la couche limite et a une température plus importante affectant la vitesse de l'écoulement dans celle-ci. Enfin, on compare aussi l'énergie cinétique turbulente qui est plus élevée pour une condition de température imposée que pour une condition adiabatique, ce qui contribue à accentuer les échanges de chaleur via une augmentation de la viscosité turbulente.

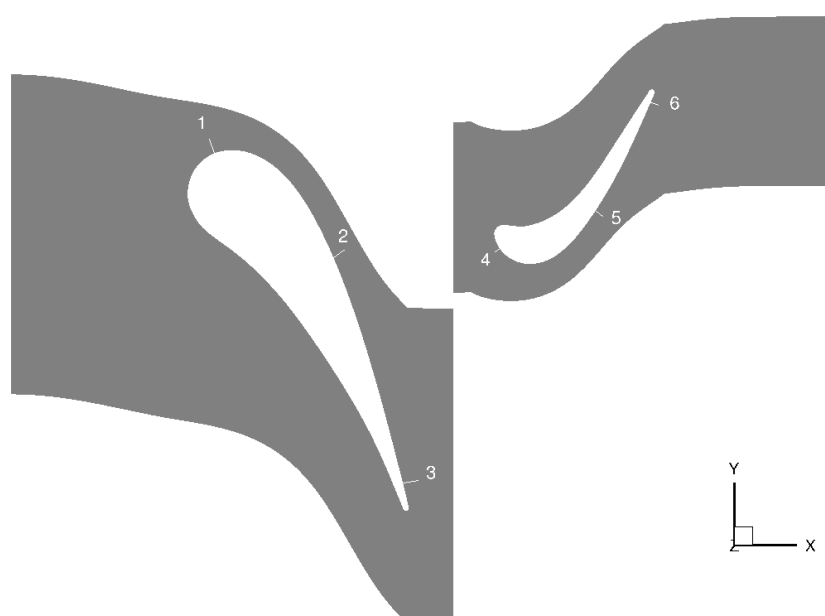


FIGURE 4.23 – Position sur l'extrados des plans illustrant l'évolution de la couche limite

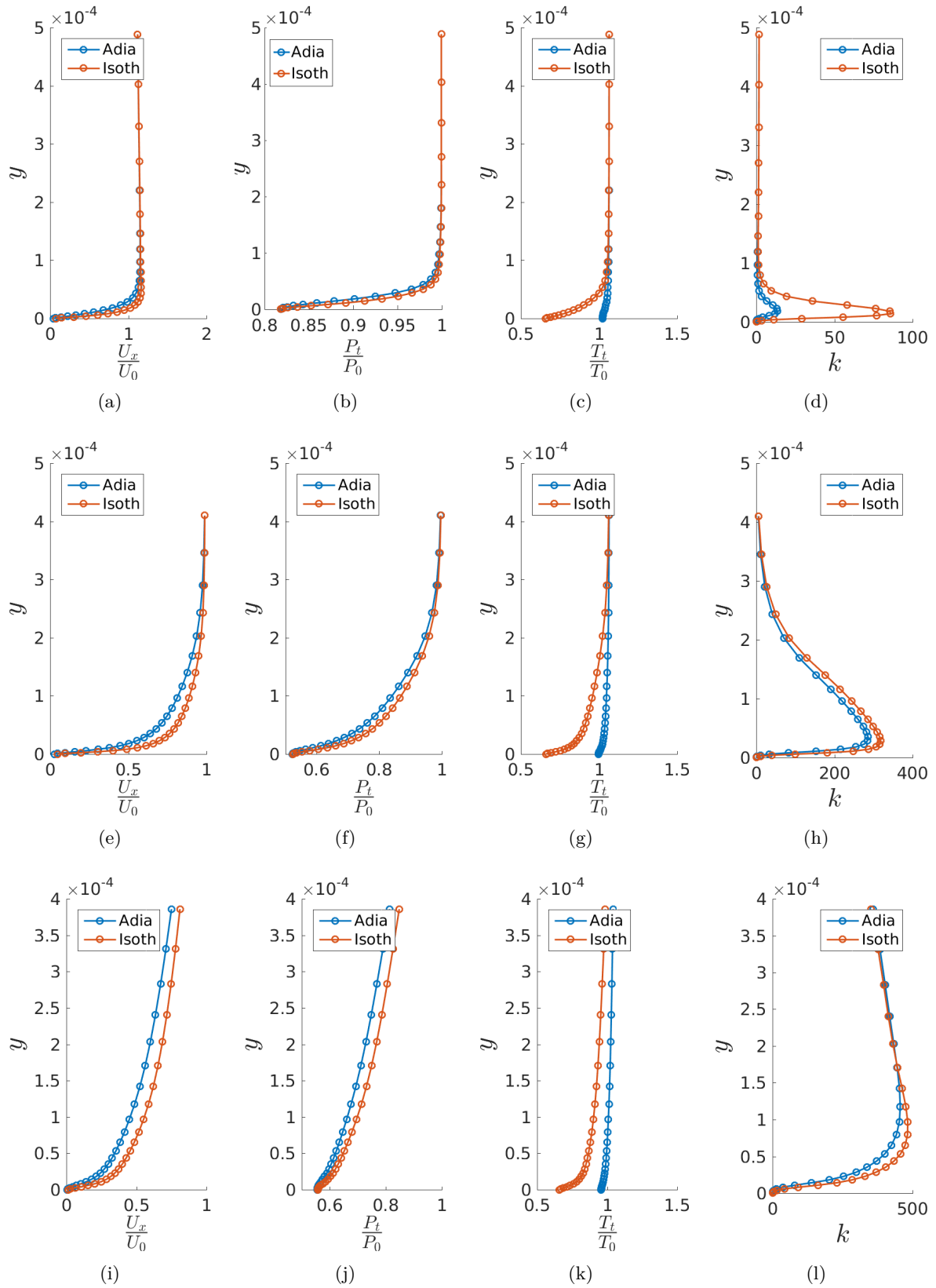


FIGURE 4.24 – Couche limite sur l'extrados du distributeur à 50% de hauteur de veine (positions 1,2 et3)

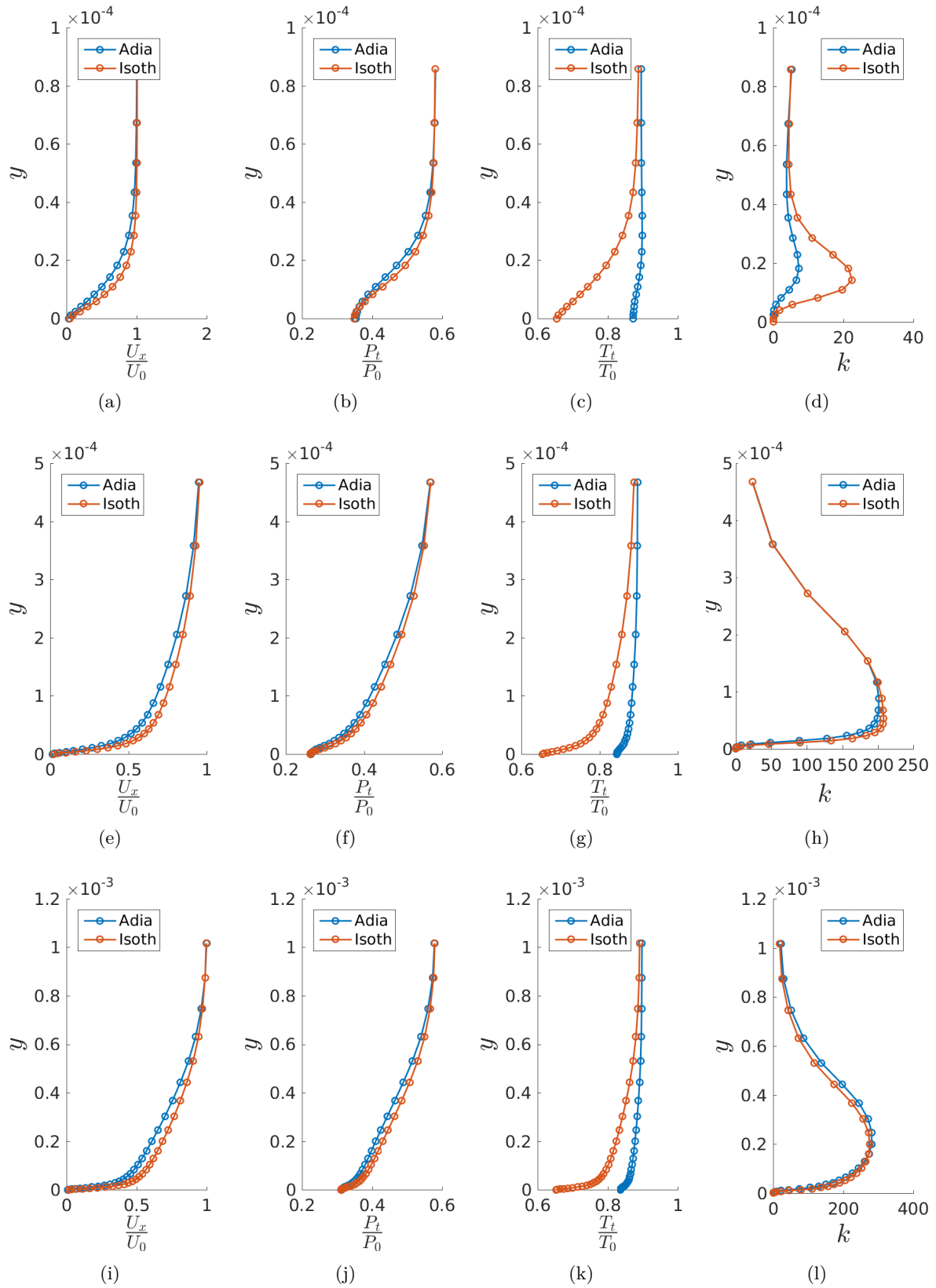


FIGURE 4.25 – Couche limite sur l'extrados du rotor à 50% de hauteur de veine (positions 4,5 et 6))

4.2.3 Influence de la conductivité thermique sur les échanges de chaleur

La conductivité thermique de l'aube λ_s modifie les flux de chaleur et donc la température de paroi. On cherche à étudier l'influence de celle-ci sur les échanges entre le fluide et le solide. Il est important de préciser que les données expérimentales sont issues d'une campagne d'essais à courte durée d'acquisition. Il est alors raisonnable d'utiliser une condition de paroi isotherme pour comparer les calculs numériques et les données expérimentales. Cependant, nous souhaitons aussi analyser comment les échanges de chaleur impacteront le refroidissement de l'aube en utilisant une approche couplée. Pour cela nous modifions la conductivité thermique de l'aube. Rappelons qu'une paroi isotherme équivaut à une paroi infiniment refroidie, c'est-à-dire que la conductivité thermique du solide est suffisamment élevée pour ne pas opposer de résistance aux transferts de chaleur ($\lambda_s \rightarrow \infty$).

La figure 4.26 montre la convergence du résidu sur la densité d'un calcul fluide et la convergence de la différence de la température de paroi entre le domaine fluide et le domaine solide. Cela permet de s'assurer que les champs sont correctement estimés lors du calcul du nombre de Nusselt. Dans notre cas, le résidu de la résolution CFD converge en diminuant de 5 ordres de grandeur. De même, on peut regarder la convergence à la paroi entre la résolution CFD et l'équation de la chaleur dans le solide. Ici aussi, la différence entre la paroi fluide et solide est suffisamment faible pour considérer que le calcul est convergé. Les oscillations viennent probablement de la façon de calculer le nombre de Nusselt, lorsque la conductivité thermique diminue, la paroi se rapproche d'une condition adiabatique où le nombre de Nusselt a de moins en moins de pertinence et les petites fluctuations entre les mailles sont de plus en plus visibles.

La figure 4.27 montre le comportement du nombre de Nusselt pour différentes conductivités thermiques du solide à mi-hauteur du distributeur d'une configuration étage. Le calcul est stationnaire dans les deux domaines avec l'utilisation d'un plan de mélange à l'interface stator/rotor. Ici, S est l'abscisse curviligne avec $S < 0$ représentant l'extrados et $S > 0$ représentant l'intrados. On peut noter qu'une condition isotherme ($T_p = 288 \text{ K}$) permet d'estimer correctement les échanges de chaleur à 50% de hauteur de veine sur la paroi du distributeur. Cependant le calcul étant pleinement turbulent, les simulations au niveau du bord d'attaque côté extrados montrent une légère différence qui est principalement due à la transition laminaire-turbulent [55, 109]. On compare aussi ces résultats avec des calculs couplés. Lorsque $\lambda_s = 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, le nombre de Nusselt à mi-hauteur est surestimé par rapport au calcul CFD isotherme. Le solide oppose une résistance à la circulation du flux de chaleur modifiant la température de paroi. En revanche, plus la conductivité thermique augmente et plus l'on se rapproche de la configuration isotherme avec des différences qui deviennent négligeables sur le nombre de Nusselt au-dessus de $\lambda_s = 100 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. L'influence de la conductivité thermique sur les échanges de chaleur est particulièrement visible au bord de fuite où l'épaisseur du solide est trop faible pour que la chaleur circule conduisant à une surestimation du nombre de Nusselt. En effet, la température de paroi devient proche de celle de l'écoulement et le terme $T_{im} - T_p \rightarrow 0$ ce qui entraîne un pic sur le nombre de Nusselt au bord de fuite géométrique ($S = 62 \text{ mm}$). Par ailleurs, au bord d'attaque on constate très peu de différences entre les différentes simulations sur le nombre de Nusselt mais celles-ci deviennent de plus en plus visibles à mesure que la couche limite se développe.

On peut aussi regarder l'influence de la conductivité thermique sur les échanges de chaleur à 10% et 90% de hauteur de veine. La figure 4.28 représente les différences sur le nombre de Nusselt proche du moyeu et du carter du distributeur. On remarque que les différences concernant les échanges de chaleur sont plus accentuées au fur et à mesure que la couche limite se développe.

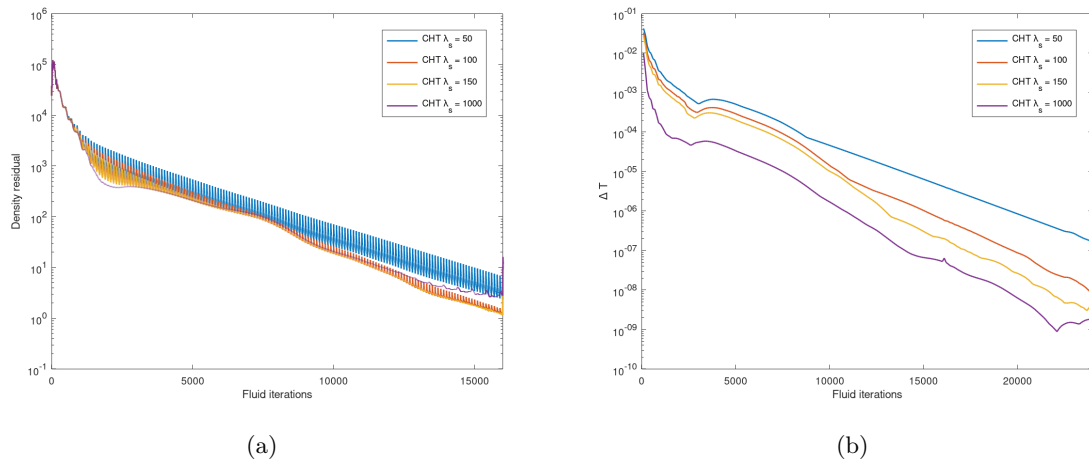


FIGURE 4.26 – Convergence du résidu sur la densité du calcul fluide et de la différence de la température à l'interface fluide-solide pour différentes conductivités thermiques.

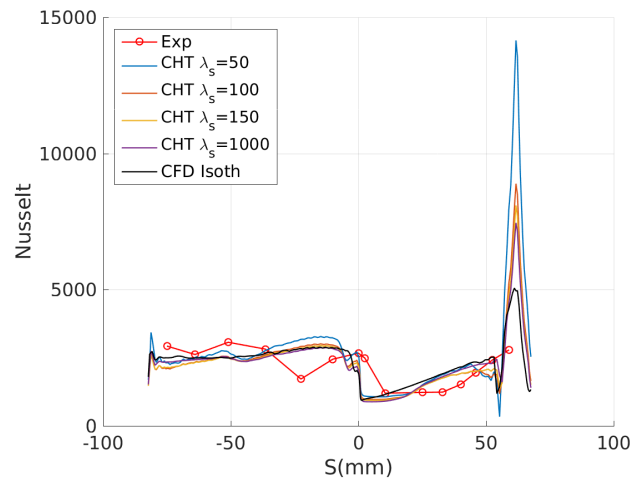


FIGURE 4.27 – Comparaison du nombre de Nusselt en fonction de la conductivité thermique à 50% de hauteur de veine du distributeur

En effet, le flux de chaleur est calculé à partir d'une composante laminaire et d'une composante turbulente (équation 3.28). La valeur de la composante turbulente du flux de chaleur proche du point d'arrêt est très faible. Les flux de chaleur au bord d'attaque dépendent principalement du gradient de la température entre le fluide et le solide. Or ce gradient est faible au point d'arrêt quelle que soit la conductivité thermique du solide. C'est pourquoi le nombre de Nusselt fluctue très peu au bord d'attaque. En revanche lorsque la couche limite se développe, la variation de la conductivité thermique du solide entraîne une modification des échanges de chaleur le long de la paroi du distributeur. Les propriétés de la couche limite sont alors modifiées lorsque la conductivité thermique du solide λ_s change. Il est aussi intéressant de remarquer qu'au bord de fuite, les échanges de chaleur sont principalement dus par un niveau de turbulence élevé. On remarquera par ailleurs que lorsque la conductivité du solide diminue, la turbulence favorise les échanges du solide vers le fluide proche du jeu. Cela est caractérisé par une inversion du signe du nombre de Nusselt dans cette zone.

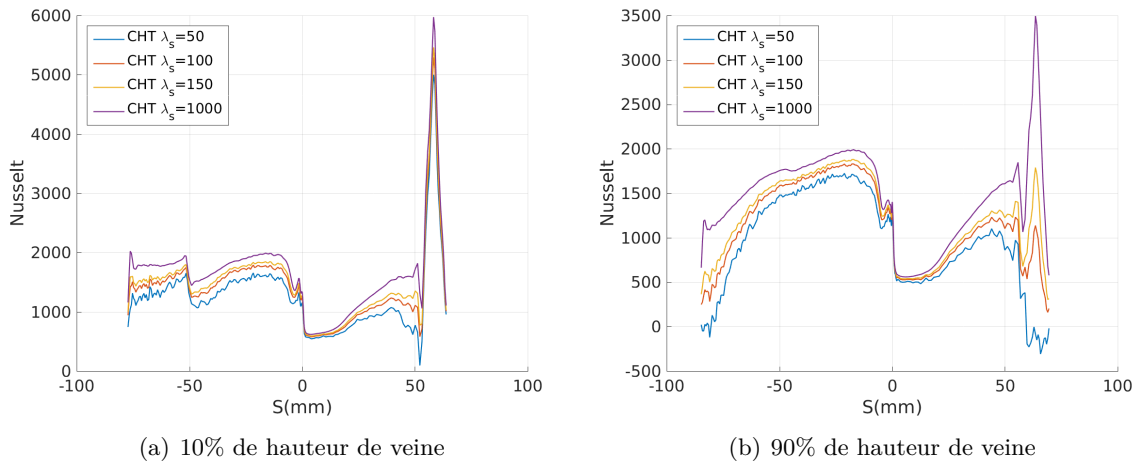


FIGURE 4.28 – Comparaison du nombre de Nusselt en fonction de la conductivité thermique du distributeur

De manière plus qualitative on peut aussi examiner comment la conductivité thermique du solide λ_s impacte les échanges de chaleur à la paroi. Le nombre de Nusselt est calculé à partir de la température de paroi et du flux de chaleur. Or, pour un calcul couplé, le terme $T_{im} - T_p$ de l'équation (4.2) est toujours positif. Le signe dépendra alors du flux de chaleur. En effet, la température maximale de paroi que l'on peut obtenir est celle d'un calcul adiabatique. On observe que plus la conductivité thermique du solide diminue et plus le solide oppose une résistance importante à la circulation du flux de chaleur conduisant à une diminution du flux de chaleur au bord de fuite côté intrados jusqu'à une inversion de signe. Dans notre cas, un signe positif du flux de chaleur signifie que le flux circule du fluide vers le solide et un signe négatif signifie que le solide transmet de l'énergie au fluide. Ainsi, la figure 4.29 montre qu'à $\lambda_s = 50 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ le flux de chaleur est positif presque partout sauf à une zone au bord de fuite. Cette zone proche du carter est située au niveau de l'écoulement tourbillonnaire issu de l'écoulement de coin ce qui peut être confirmé en se référant à la figure 4.15 sur le frottement à la paroi. En effet, la turbulence favorise les échanges de chaleur d'un côté comme de l'autre. Par ailleurs, il est intéressant de voir que si l'on diminue d'avantage la conductivité thermique du solide, cette zone où le flux de chaleur est négatif devient de plus en plus étendue à l'intrados. La figure 4.29 montre que le flux de chaleur au bord de fuite s'agrandit pour $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Afin de mieux comprendre la raison de cette inversion de signe on peut regarder la température de l'écoulement sur la figure 4.30. On remarque que l'écoulement sur l'extrados est plus chaud que l'écoulement sur l'intrados. Cependant, à faible résistance thermique de la part du solide (λ_s grands), on n'observe pas d'inversion de signe. Ce n'est uniquement que lorsque la conductivité thermique devient suffisamment faible que le flux de chaleur traverse le bord de fuite de l'aube. Il existe pour cela plusieurs raisons. D'une part, la faible épaisseur du bord de fuite ne favorise pas la circulation de la chaleur et d'autre part un matériau de faible conductivité empêche la diffusion de la chaleur. Ainsi, à l'état stationnaire, la température du solide atteint un état d'équilibre et le flux chaleur circule de l'extrados vers l'intrados en traversant le bord de fluide.

On peut aussi regarder comment le flux de chaleur et la température évolue sur la paroi du distributeur en fonction de la conductivité thermique. Les figures 4.31 et 4.32 comparent les niveaux de chaleur entre les différentes simulations pour les conditions adiabatique, isotherme, $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. En annexe A les figures des simulations isotherme

et adiabatique sont présentées avec des niveaux moins saturés. On remarque que le flux de chaleur est toujours positif pour la condition isotherme. Cette condition représente une paroi infiniment refroidie et l'épaisseur de l'aube n'est alors pas prise en considération. Inversement, la condition de paroi adiabatique représente une paroi parfaitement isolante. La température de paroi est alors égale à la température du fluide à l'extérieur de la couche limite. On obtient donc la température maximale à la paroi. On remarque qu'à l'exception du point d'arrêt, la température de paroi est inférieure à la température moyenne d'injection, $T_{im} = 444 \text{ K}$. En ce qui concerne les calculs couplés, les principales différences sont notables au bord de fuite. Cette zone correspond à un fort niveau de turbulence (cf figure 4.24 et 4.17) entraînant une augmentation de la température. On souligne que pour la condition $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$, le bord d'attaque ne chauffe pas significativement bien que le point chaud vient impacter le bord d'attaque avec un flux de chaleur important. Ceci montre l'importance de l'épaisseur du matériau dans la diffusion de la chaleur dans le solide. En revanche, lorsque la conductivité thermique du solide diminue, le flux de chaleur diminue dans le solide avec une température de paroi importante notamment à mi-hauteur où l'impacte du point chaud est plus considérable. Il est important de souligner l'inversion du flux de chaleur qui apparaît au bord de fuite qui va redistribuer la chaleur de l'extrados vers l'intrados comme précédemment analysé.

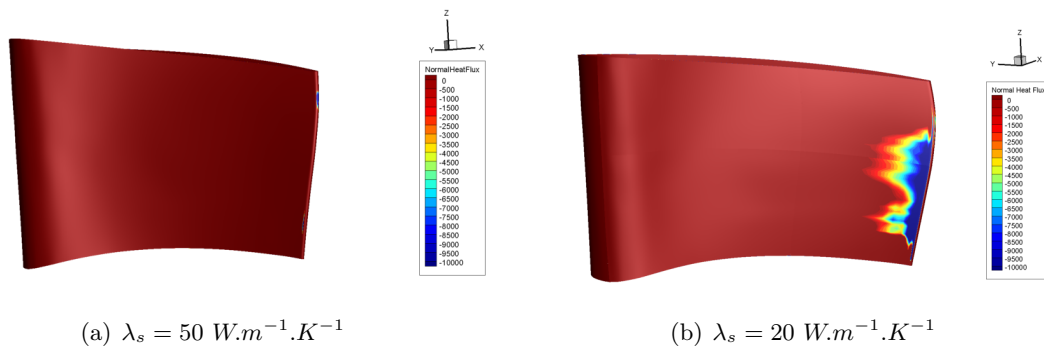


FIGURE 4.29 – Représentation du flux de chaleur négatif (du solide vers le fluide) à la paroi du distributeur.

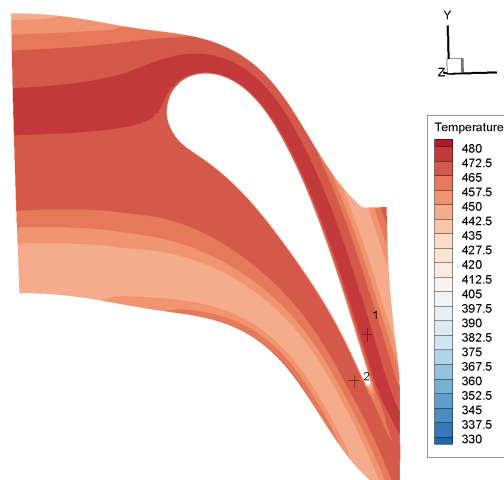


FIGURE 4.30 – Représentation de la température totale autour du distributeur à 50% de hauteur de veine. (sonde 1 $T_t = 474 \text{ K}$ et sonde 2 $T_t = 467 \text{ K}$)

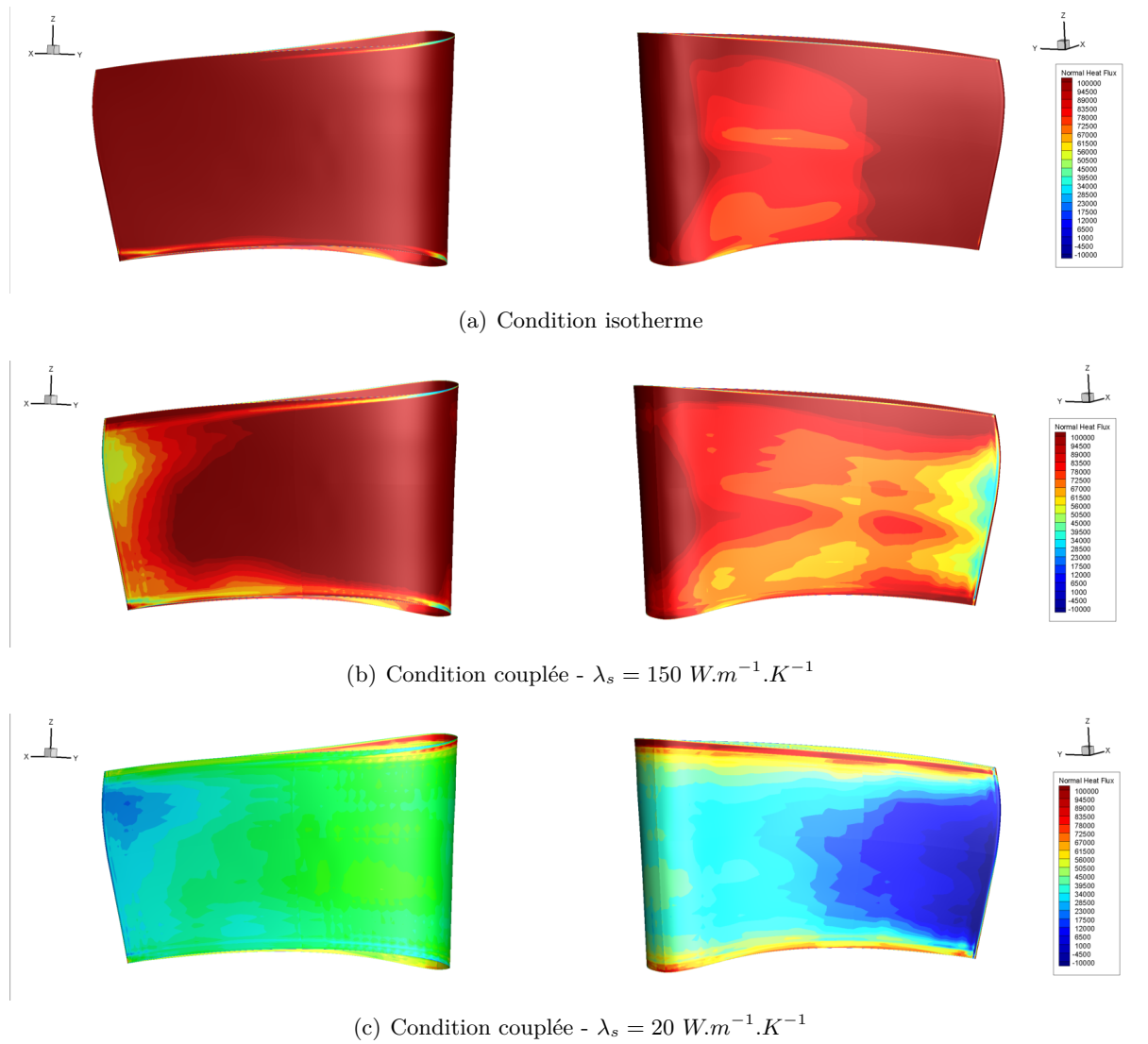


FIGURE 4.31 – Flux de chaleur à la paroi du distributeur en fonction de la conductivité thermique du solide.

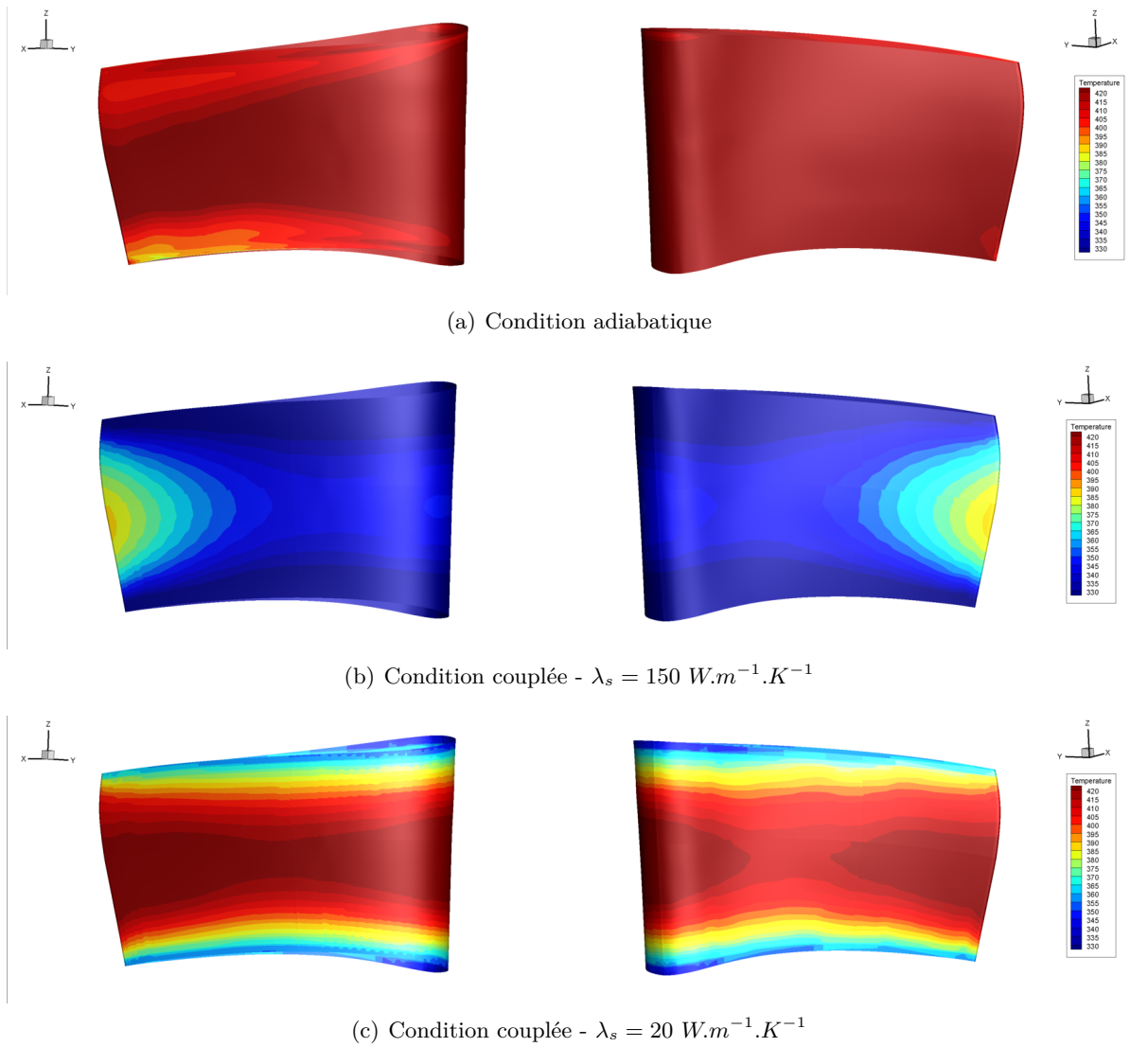


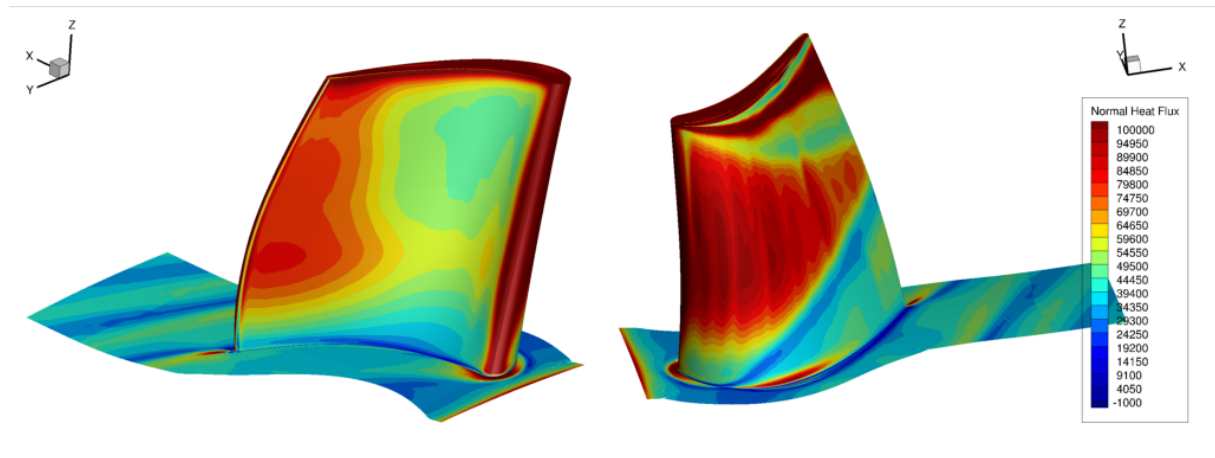
FIGURE 4.32 – Température à la paroi du distributeur en fonction de la conductivité thermique du solide.

Les figures 4.33 et 4.34 indiquent respectivement les niveaux de flux de chaleur et de température à la paroi du rotor. Il y a principalement deux phénomènes qui peuvent modifier les échanges de chaleur : le point chaud qui vient impacter le bord d'attaque et la turbulence générée par la couche limite de l'aube du distributeur.

La figure 4.33 compare les flux de chaleur d'un calcul isotherme avec $T_p = 288\text{ K}$ à ceux des calculs couplés avec $\lambda_s = 150\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ et $\lambda_s = 20\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On peut distinguer l'impact du point chaud et des tourbillons de jeu sur les échanges de chaleur. Les échanges de chaleur ne sont pas générés par les mêmes phénomènes physiques à l'intrados et à l'extrados. En effet sur l'intrados, les échanges de chaleur sont plus importants au bord d'attaque et au bord de fuite, respectivement à cause du point d'arrêt et de la turbulence qui est générée par l'écoulement de jeu. À l'extrados en revanche, le point chaud augmente les échanges de chaleur à mi-hauteur et les tourbillons de jeu génèrent énormément de turbulence en tête d'aube entraînant une augmentation des flux de chaleur. On note également le faible niveau du flux de chaleur dans les régions des tourbillons de coin.

Des calculs couplés ont aussi été réalisés en modifiant la conductivité thermique du solide. Contrairement à un calcul isotherme, où la conductivité thermique du solide est considérée comme étant infinie, un calcul couplé permet de tenir compte de la résistance du solide aux échanges de chaleur. Si une conductivité thermique de $\lambda_s = 150\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ est considérée dans le solide, on remarque que les tourbillons de coin favorisent les échanges dans le sens opposé, c'est-à-dire du solide vers le fluide. Pour cette configuration, les échanges de chaleur les plus importants sur l'intrados se produisent au niveau du moyeu et non plus en tête. À l'extrados, le point chaud contribue toujours aux échanges de chaleur à mi-hauteur mais avec une plus faible intensité comparé à un calcul isotherme. Par ailleurs, on remarque que les tourbillons de coin et de jeu (cf figure 4.16) favorisent les échanges de chaleur du solide vers le fluide, c'est-à-dire que l'écoulement refroidit le solide côté extrados mais continue à chauffer côté intrados. Cette tendance se confirme en diminuant davantage la conductivité thermique de l'aube. Ainsi, le point chaud contribue grandement aux échanges de chaleur du fluide vers le solide alors que les tourbillons favorisent principalement les échanges de chaleur du solide vers le fluide similairement à ce qui été expliqué sur le distributeur.

La figure 4.34 compare la température de paroi de l'aube pour différentes conductivités thermiques. On remarque que la condition adiabatique (c'est-à-dire λ_s infiniment petite) entraîne une augmentation de la température de l'aube principalement en tête et au bord d'attaque à cause du point d'arrêt. En revanche, sur l'extrados le moyeu est moins impacté par l'écoulement provenant de la chambre de combustion. Ainsi, pour une condition adiabatique, l'intrados sera plus impacté par l'écoulement chaud que l'extrados, en particulier au niveau du moyeu. La figure 4.34 permet aussi de comparer les niveaux de température pour des calculs couplés avec la condition $\lambda_s = 150\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ où la température de l'aube la plus importante se situe au niveau du jeu. L'épaisseur du solide à cette hauteur est très faible et ne permet pas à la chaleur de s'évacuer conduisant à un flux de chaleur faible en tête d'aube mais important au voisinage du moyeu. Sur cette même figure, on remarque aussi que si la conductivité $\lambda_s = 20\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, contrairement à une conductivité plus élevée, l'impact du point chaud au bord d'attaque entraîne une augmentation de la température plus importante qu'au niveau des tourbillons d'extrémité. En effet, quand la conductivité thermique diminue, le solide oppose une résistance à la circulation du flux de chaleur au sein de l'aube d'où une température plus importante au point d'arrêt à $\lambda_s = 20\text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.



(a) Condition isotherme

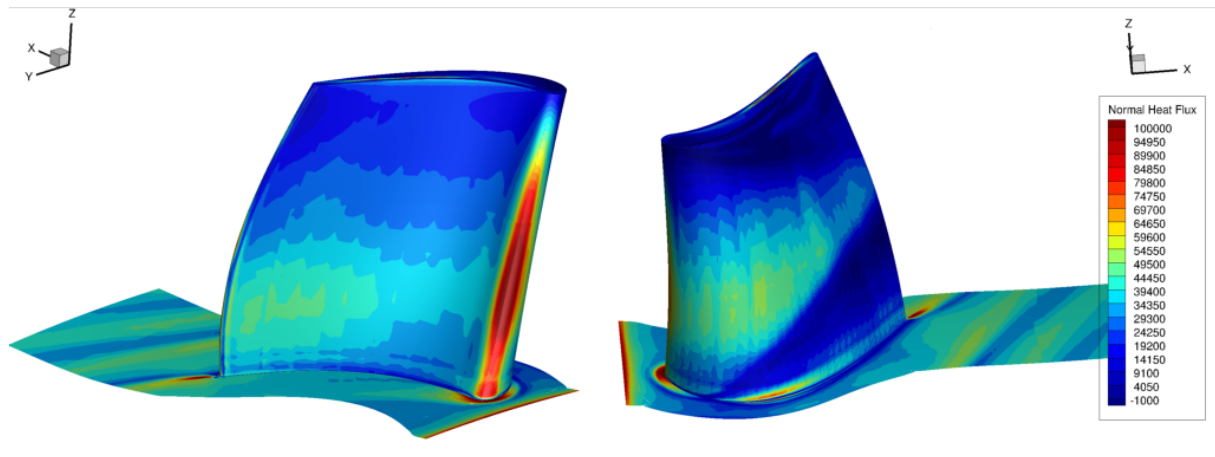
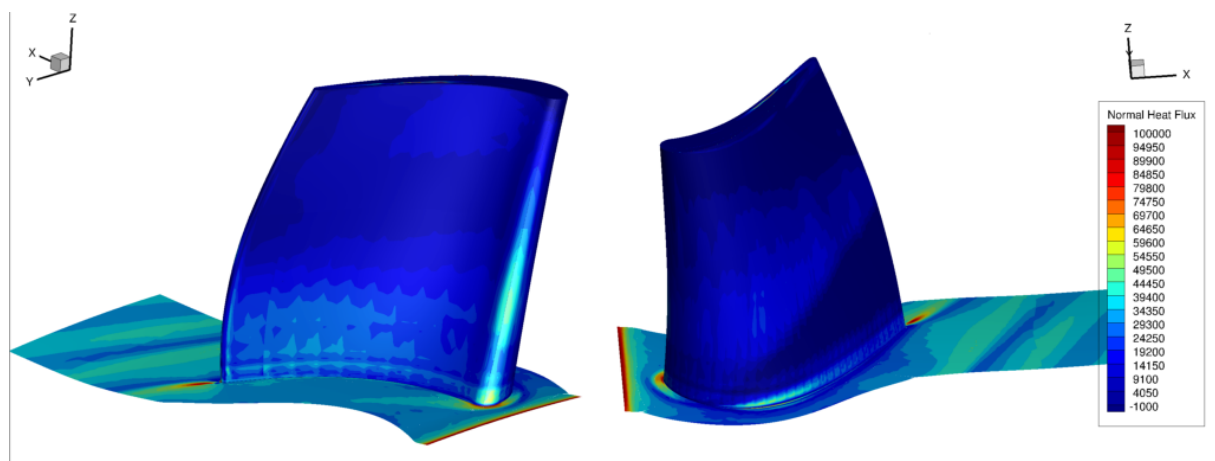
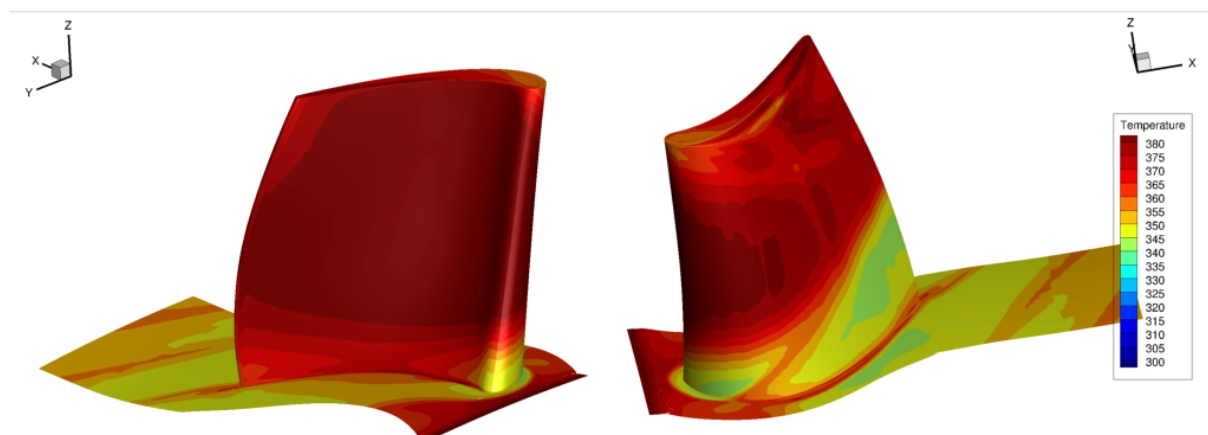
(b) Condition couplée - $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (c) Condition couplée - $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

FIGURE 4.33 – Flux de chaleur à la paroi du rotor en fonction de la conductivité thermique du solide.



(a) Condition adiabatique

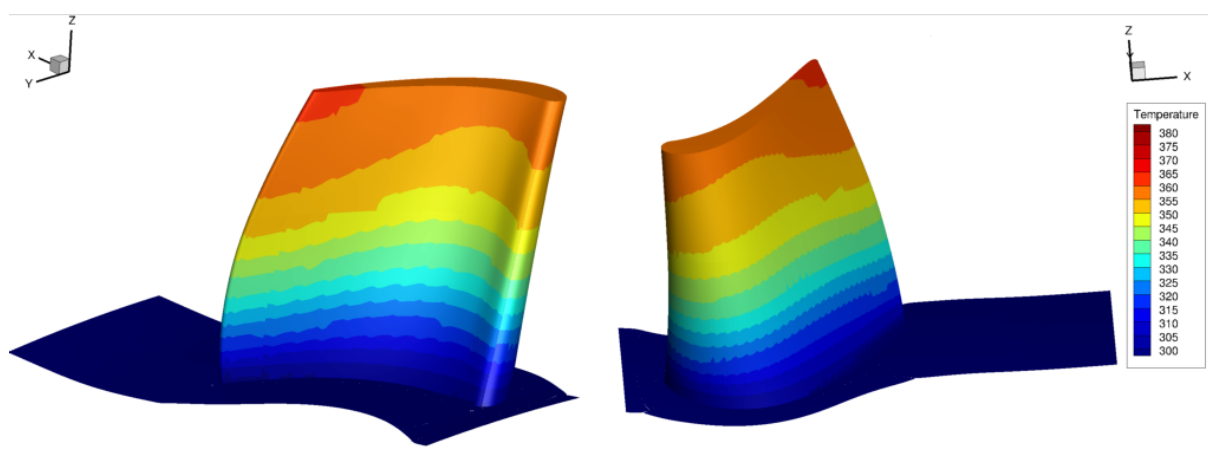
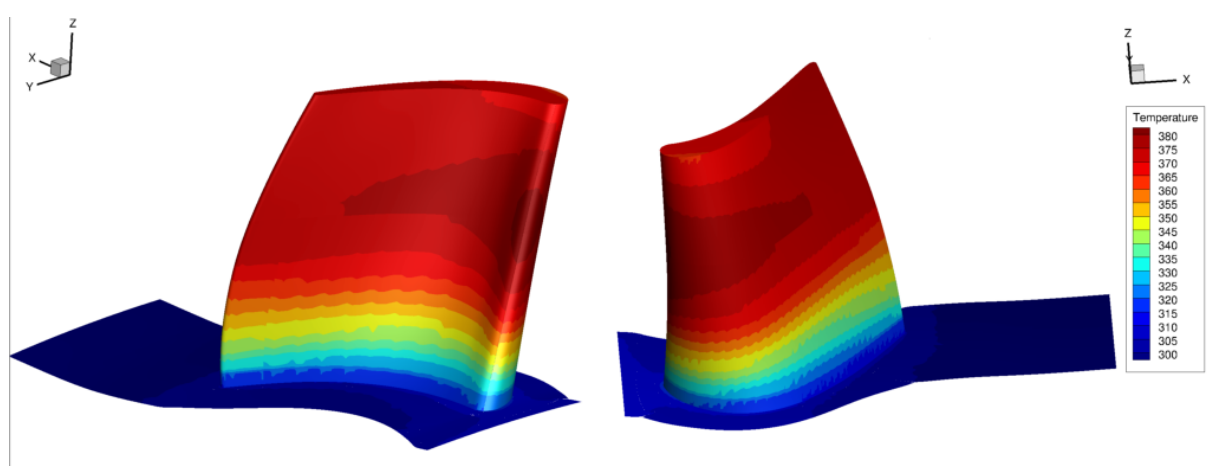
(b) Condition couplée - $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (c) Condition couplée - $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$

FIGURE 4.34 – Température à la paroi du rotor en fonction de la conductivité thermique du solide.

4.2.4 Conditions d'injection

Plusieurs conditions d'injection ont été simulées pendant cette thèse pour étudier l'influence de la présence et de la position du point chaud dans les échanges de chaleur et le refroidissement de l'aube. La figure 4.35 montre les différentes conditions d'injection utilisées. Pour ce faire, on compare trois conditions de température génératrice dans le plan d'injection : une condition uniforme, un point chaud aligné avec le bord d'attaque du distributeur et un point chaud aligné avec le centre du passage inter-aube. La température moyenne sur le plan d'injection reste la même, $T_t = 444K$.

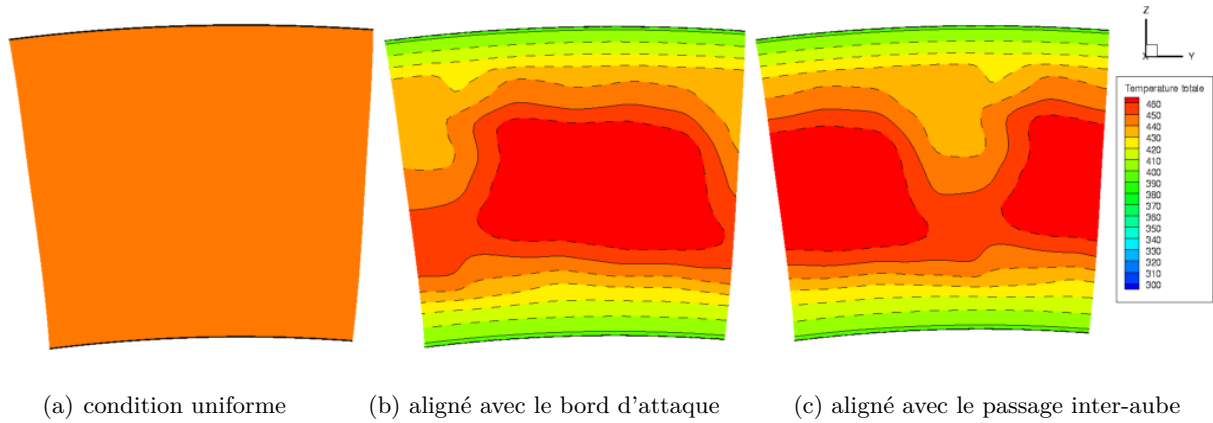


FIGURE 4.35 – Conditions d'injection du point chaud

Les figures 4.36 et 4.37 montrent les champs du flux de chaleur et de la température à la paroi du distributeur pour différentes conditions d'injection. À $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$, la variation de la condition d'injection impacte légèrement le flux de chaleur. On remarque que celui-ci est différent principalement au bord de fuite. On note que le flux de chaleur est plus important au niveau des extrémités (carter et moyen) pour une condition limite uniforme causée par une température plus élevée de la condition d'injection dans ces régions comparée aux conditions avec point chaud. Le bord d'attaque est impacté de la même manière quel que soit la condition limite d'injection. Similairement, on remarque que la température au bord de fuite est plus élevée qu'au bord d'attaque. Cela est principalement dû à l'épaisseur du solide qui ne diffuse pas assez l'énergie. De plus, au bord de fuite, la température est légèrement plus élevée pour une condition limite de point chaud venant impacter le bord d'attaque que pour les deux autres conditions.

La figure 4.38 montre la température totale à l'entrée du rotor. On remarque que le point chaud est advecté dans le rotor en utilisant une approche plan de mélange. La moyenne au niveau du plan de mélange n'est réalisée que sur certaines quantités à l'interface stator-rotor et la température totale reconstruite à partir de ces grandeurs n'est pas axisymétrique. Il faut aussi noter que, le rotor étant traité dans le repère relatif, les deux alignements de points chaud conduisent à un point chaud situé à la même position azimutale dans le rotor. On ne verra pas l'effet de l'alignement côté rotor mais uniquement un effet de niveau de température totale puisque celle-ci est modifiée par un contact prolongé avec les parois refroidies du distributeur.

La figure 4.39 montre le flux de chaleur pour les différentes conditions d'injection lors d'un calcul couplé avec $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$. Bien que la température totale d'injection moyenne soit la même entre les différents calculs, on constate que la condition d'injection uniforme génère un flux de chaleur plus important au niveau du moyeu. Cela provient principalement d'une température plus élevée de la condition d'injection au niveau des extrémités comparé aux

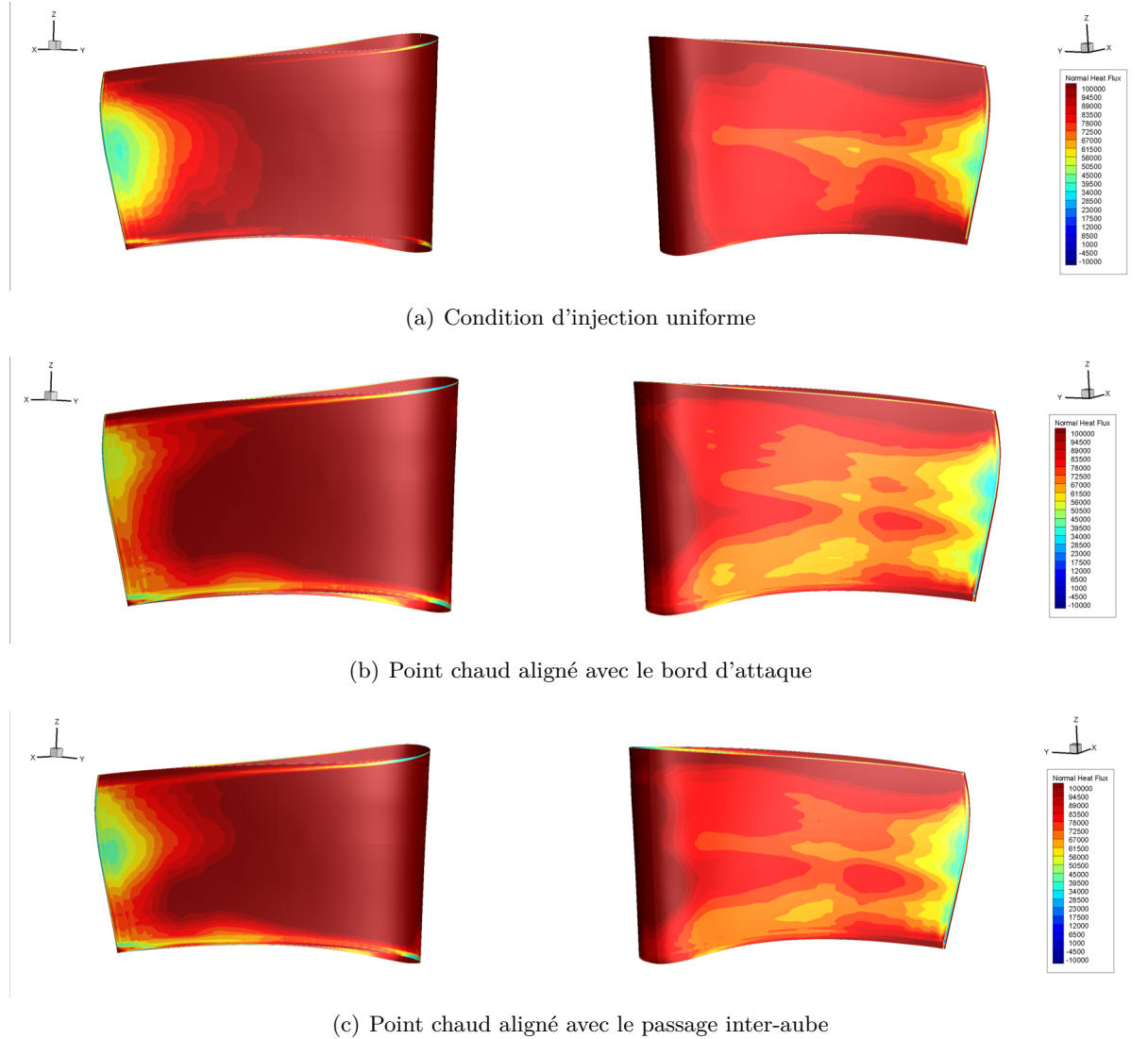


FIGURE 4.36 – Flux de chaleur à la paroi du distributeur pour $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ avec une condition de raccord plan de mélange.

conditions avec point chaud. On remarque aussi que les tourbillons de coin et de jeu génèrent des échanges de chaleur plus importants que pour les calculs avec point chaud. En effet, pour ces derniers le tourbillon de jeu contribue au refroidissement du solide comparé au calcul avec une injection uniforme qui a tendance à chauffer d'autant plus l'extrémité de l'aube. La condition d'injection avec point chaud limite les échanges de chaleur aux extrémités de l'aube.

On réalise à présent une comparaison sur la position azimutale du point chaud. Le point chaud peut être aligné soit avec le bord d'attaque du distributeur soit avec le milieu du passage inter-aube. Les résultats montrent très peu de différences sur les échanges thermiques avec le rotor. Bien que l'alignement avec le bord d'attaque du distributeur génère des contraintes thermiques supplémentaires sur le distributeur [92, 109], cela ne semble pas contribuer à préserver le rotor d'une charge thermique importante.

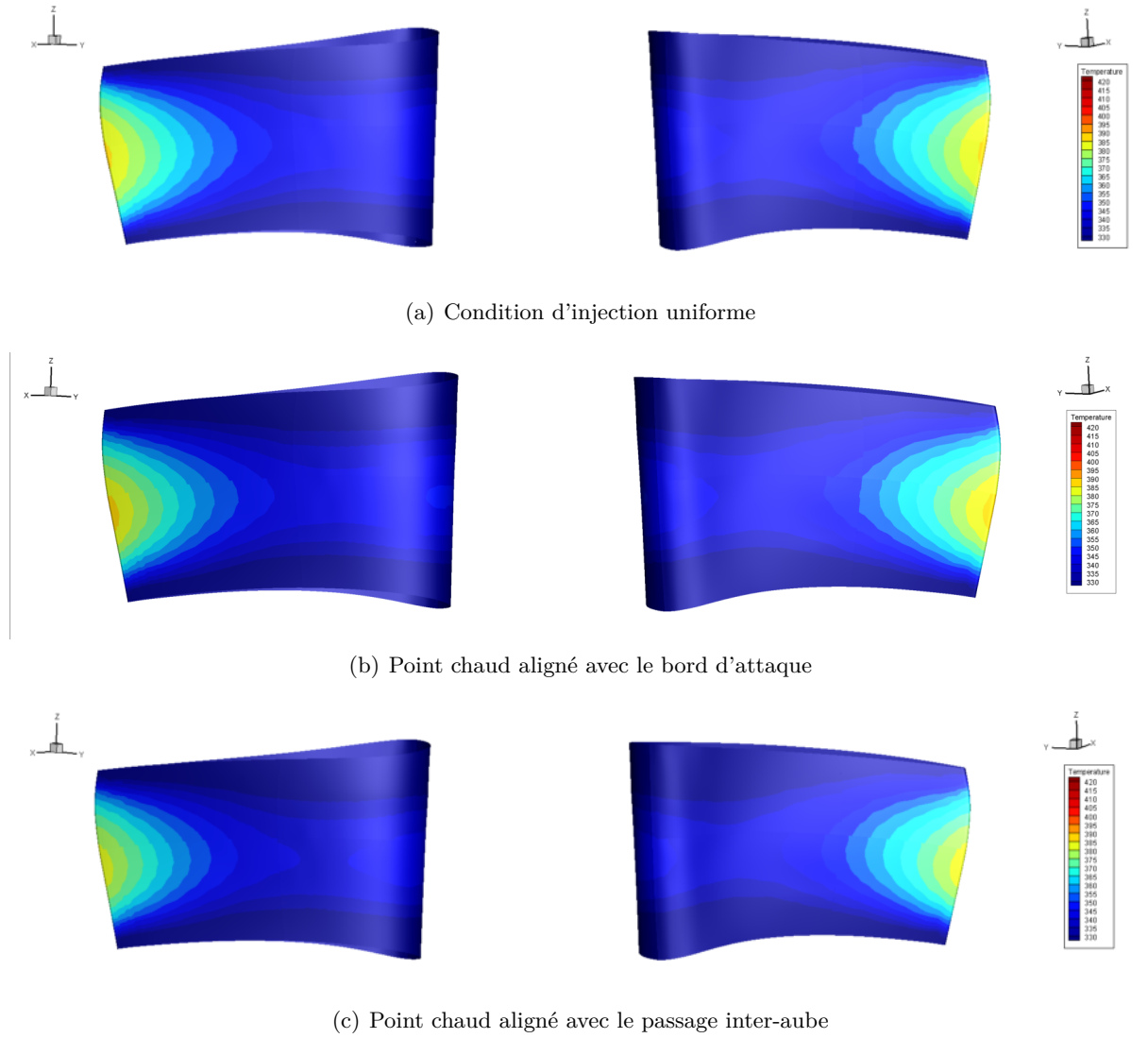


FIGURE 4.37 – Température à la paroi du distributeur pour $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ avec une condition de raccord plan de mélange.

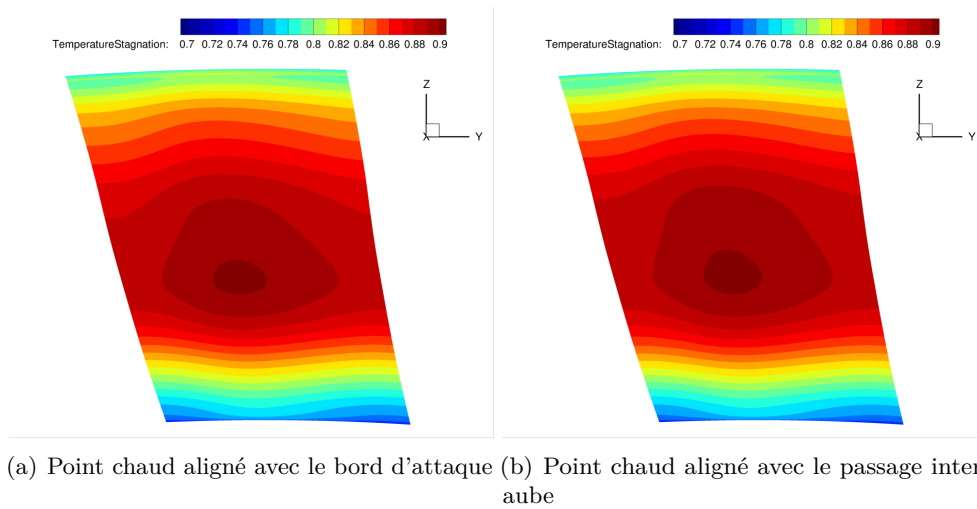
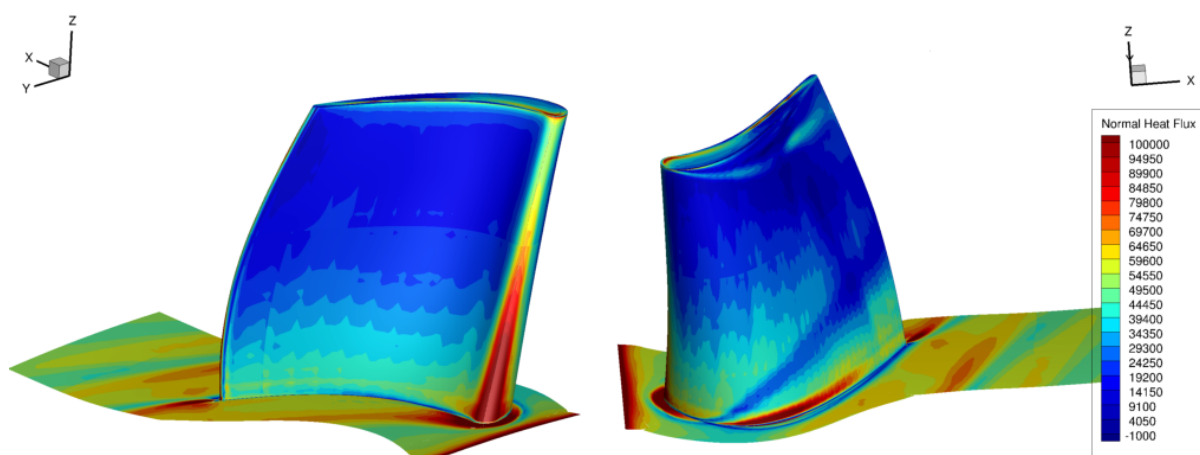
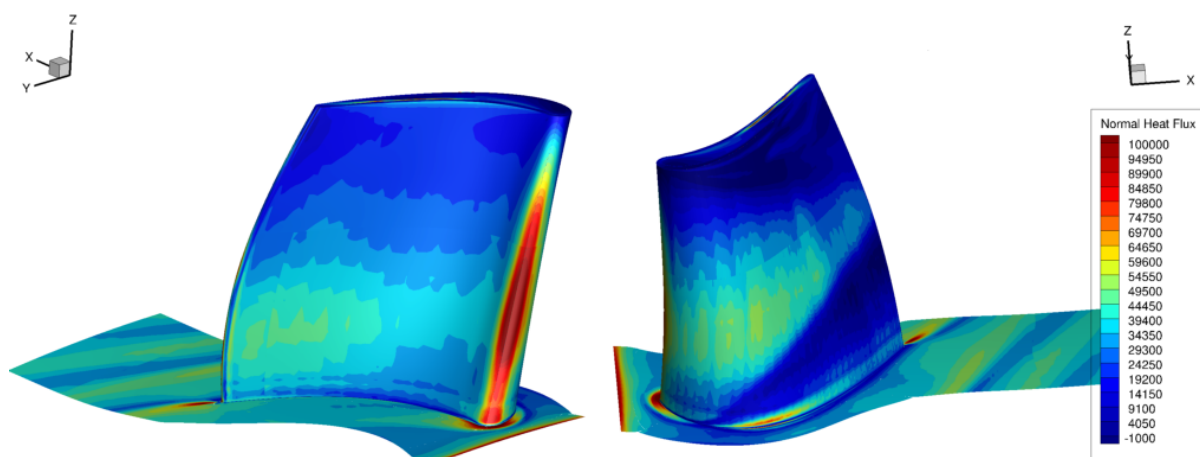


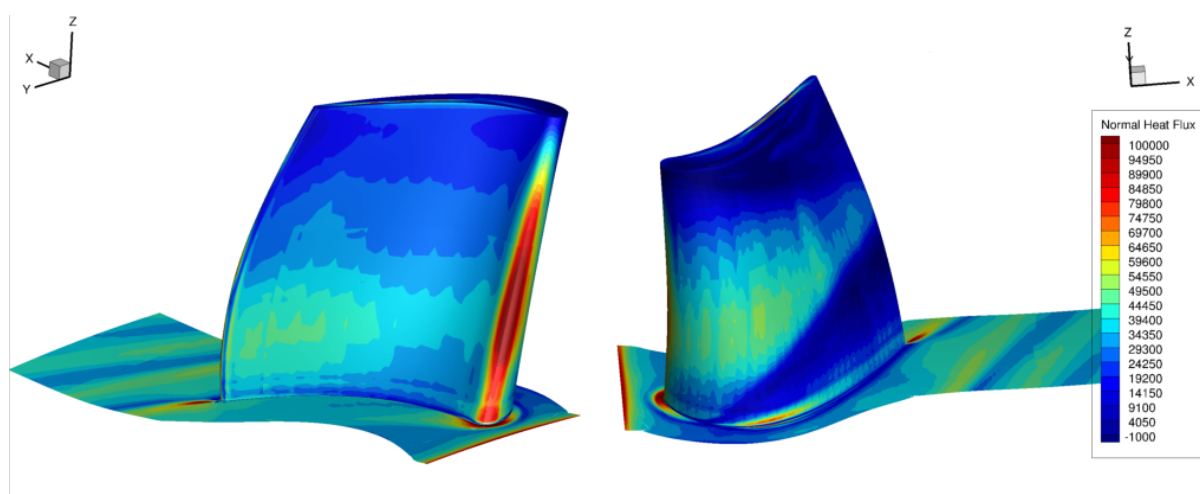
FIGURE 4.38 – Températures totales d'entrée rotor pour un calcul plan de mélange



(a) Condition d'injection uniforme



(b) Point chaud aligné avec le bord d'attaque



(c) Point chaud aligné avec le passage inter-aube

FIGURE 4.39 – Flux de chaleur à la paroi du rotor pour $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ avec une condition de raccord plan de mélange.

4.3 Couplage stationnaire avec une condition de raccord inter-roue instationnaire

Le point chaud est un phénomène complètement instationnaire et les échanges de chaleur peuvent modifier les interactions avec le rotor. On sait que pour un écoulement chaud, la norme de la vitesse absolue en sortie de distributeur augmente comparée à un écoulement froid modifiant ainsi l'angle de la vitesse relative vu par le rotor. C'est l'effet de ségrégation. Bien qu'un écoulement chaud et un écoulement froid aient tous les deux le même angle de sortie pour la vitesse absolue, une augmentation de la norme de la vitesse dans un écoulement chaud conduit à une modification de l'angle de la vitesse relative. Cela a pour conséquence une déviation de l'écoulement vers l'intrados du rotor. On cherche à savoir si les interactions stator-rotor prises en compte via une approche chorochronique modifient l'analyse effectuée précédemment avec le plan de mélange (section 4.2.2.3) sur les échanges de chaleur au niveau du rotor. Pour ce faire, une condition de raccord chorochronique est utilisée afin de tenir compte des interactions stator-rotor sur la configuration étage MT1. Cette approche instationnaire dans le fluide conduit à une approche de couplage différente de l'interface thermique fluide-solide à la paroi. Nous proposons ici une approche de couplage stationnaire basée sur le schéma de couplage développé au chapitre 3 pour un calcul instationnaire dans le fluide.

4.3.1 Conditions numériques

L'étage de la turbine MT1 est composé de 32 distributeurs et de 60 rotors. Dans un premier temps, une conductivité thermique de $\lambda_s = 150 W.m^{-1}.K^{-1}$ est imposée. Le pas de temps est calculé en fonction du plus grand diviseur commun de chacune des roues et de la vitesse de rotation du rotor. Les pas de temps sont alors très petits (ici $3.10^{-7} s$) afin de correctement reconstruire le signal périodique. Cependant, on sait que le pas de temps entre la physique de l'écoulement et celui de la conduction dans le solide diffèrent de plusieurs ordres de grandeur. On adopte alors une approche moyennée à l'interface car la diffusion des fluctuations de la chaleur dans le solide est très lente et dépend de plusieurs paramètres physiques et numériques comme la conductivité thermique ou bien la taille de première maille (effet de troncature). Nous nous intéressons seulement dans cette section à la diffusion du flux moyen dans le solide pour deux raisons. D'une part pour réduire le coût CPU en évitant un calcul instationnaire dans les deux milieux. D'autre part le maillage solide n'est pas suffisamment raffiné pour réaliser un calcul instationnaire.

La vitesse de rotation du rotor est de 9500 *rpm* qui voit alors passer le stator à une fréquence définie par :

$$f_r = \frac{N_{stat}}{2\pi} \Omega_r \quad (4.5)$$

Où N_{stat} est le nombre d'aube du distributeur et Ω_r est la vitesse angulaire. Dans ce cas, la vitesse angulaire est $\Omega_r = 994,8 rad.s^{-1}$ et $f_r = 5065,8 Hz$.

La figure 4.40(a) montre la convergence du débit pour une condition de raccord chorochronique. Le débit moyen est de $17,2 kg.s^{-1}$ avec une période d'environ 660 itérations ($1,98.10^{-4} s$). La figure 4.40(b) montre les fréquences présentes dans le signal du débit intégré sur un plan en aval du rotor. On peut voir que la fréquence fondamentale est correctement retrouvée avec une valeur autour de 5000 Hz. Pour un calcul chorochronique, cette fréquence se retrouvera dans l'ensemble

de la configuration et va impacter les échanges de chaleur à l'interface. De plus, le plan de raccord chorochronique ne tient compte que de la fréquence de passage du rotor par rapport au stator ainsi que de ces harmoniques. Le point chaud n'est donc pas filtré par le raccord étant donné que l'on considère un point chaud par canal, le rotor voit une variation périodique de la température. Toutes les autres fluctuations sont lissées à l'interface stator-rotor. La figure 4.41(a) représente les fluctuations de la température à la paroi du rotor dans le jeu fluctuant avec une fréquence fondamentale d'environ 5000 Hz. Bien que dans le jeu la turbulence joue un rôle important dans les échanges de chaleur, la température de paroi reste principalement impactée par la fréquence chorochronique. 1.5

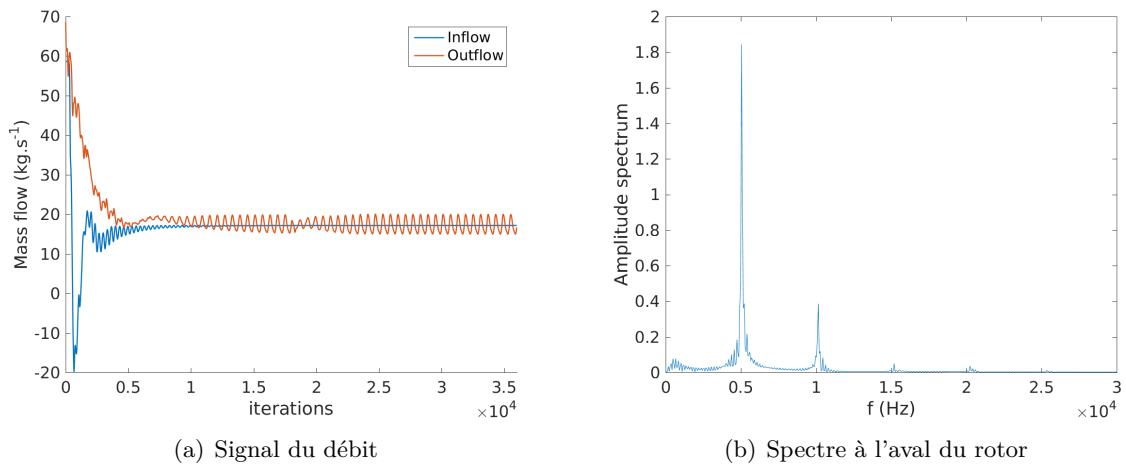


FIGURE 4.40 – Convergence en débit de la simulation URANS avec condition de raccord chorochronique et le spectre du signal

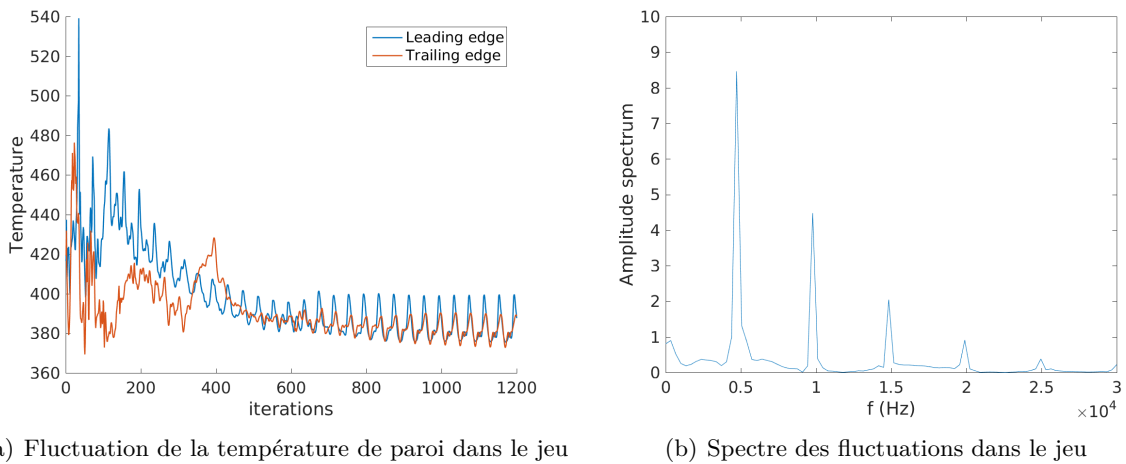


FIGURE 4.41 – Signal de la température à la paroi et spectre des fréquences au niveau du jeu du rotor

Si l'on souhaite tenir compte des fluctuations de chaleur sur la paroi couplée, non seulement le même pas de temps de part et d'autre de l'interface fluide-solide doit être choisi afin de conserver la cohérence en temps mais aussi il est important d'avoir un maillage suffisamment resserré afin d'éviter les problèmes de troncature. Dans notre cas, utiliser le pas de temps du fluide

pour l'incrémentation temporelle dans le domaine solide entraînera un coût CPU beaucoup trop important. En effet, le pas de temps du fluide est de plusieurs ordres de grandeur trop petit pour les effets diffusifs dans le solide. On peut aussi estimer la taille de première maille requise afin d'éviter les effets de troncature en supposant une nombre de Fourier de maille égale à 1 :

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\lambda_s}{\rho_s c_s} \frac{1}{f_r}} \quad (4.6)$$

L'équation (4.6) donne une estimation de la taille de première maille en fonction des paramètres du solide. Ainsi, pour une fréquence $f_r \simeq 5000$ Hz, la taille de première maille est de l'ordre de 10^{-5} m. Afin d'éviter toutes ces contraintes, on choisit dans cette section, de ne pas tenir compte des effets instationnaires thermiques à l'interface fluide-solide mais de s'intéresser plus particulièrement aux effets moyens. Cela permet alors de considérer une approche stationnaire dans le solide. La méthode de couplage développée dans le chapitre 3 sera adaptée avec une modification sur les conditions d'interfaces couplées tout en utilisant le coefficient de relaxation défini pour stabiliser le calcul.

4.3.2 Condition d'interface pour un calcul couplé chorochronique

Afin de réaliser des calculs couplés en utilisant la périodicité chorochronique, on apporte une correction à la condition d'interface de Dirichlet-Robin :

$$\begin{cases} T_p^f = T_p^s & \text{sur } \Gamma_f \\ q_p^s + \alpha_f T_p^s = -\frac{1}{N} \sum_i^N (q_p^f)_i + \alpha_f T_p^f & \text{sur } \Gamma_s \end{cases} \quad (4.7)$$

N est le nombre d'itérations du fluide entre deux couplages. Ainsi, ce n'est plus le flux instantané qui est pris en compte pour le couplage mais une moyenne arithmétique entre deux instants de couplage correspondant à la période chorochronique. Cela permet d'utiliser notre approche précédemment définie avec le coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} permettant de stabiliser le calcul couplé. Le couplage va ainsi filtrer les effets instationnaires tout en donnant accès à l'évolution du flux normal moyen à l'interface. La condition de Dirichlet étant utilisée côté fluide, il n'est alors pas nécessaire de moyenner la température de référence. La figure 4.42 montre le fonctionnement du couplage pour une condition d'interface de Dirichlet-Robin lorsqu'une condition de raccord chorochronique est utilisée. La moyenne glissante sur le flux est réalisée au cours du calcul pour le calcul du coefficient de relaxation local α_f .

On sait que le flux de chaleur dépend fortement de la modélisation de la turbulence. Cette approche permet d'obtenir une température d'interface couplée moyenne avec des méthodes de résolution de la dynamique de l'écoulement de plus haute fidélité tout en ayant une résolution stationnaire dans le solide. Les techniques d'accélération pour un couplage stationnaire peuvent être utilisées à l'interface conduisant à réduire les coûts CPU.

4.3.3 Sensibilité des échanges de chaleur aux effets instationnaires

4.3.3.1 Comportement aérodynamique de l'écoulement en fonction de l'alignement du point chaud

Dans un premier temps, on compare les résultats obtenus avec un raccord chorochronique et un raccord plan de mélange sur le nombre de Mach isentropique pour un point chaud qui

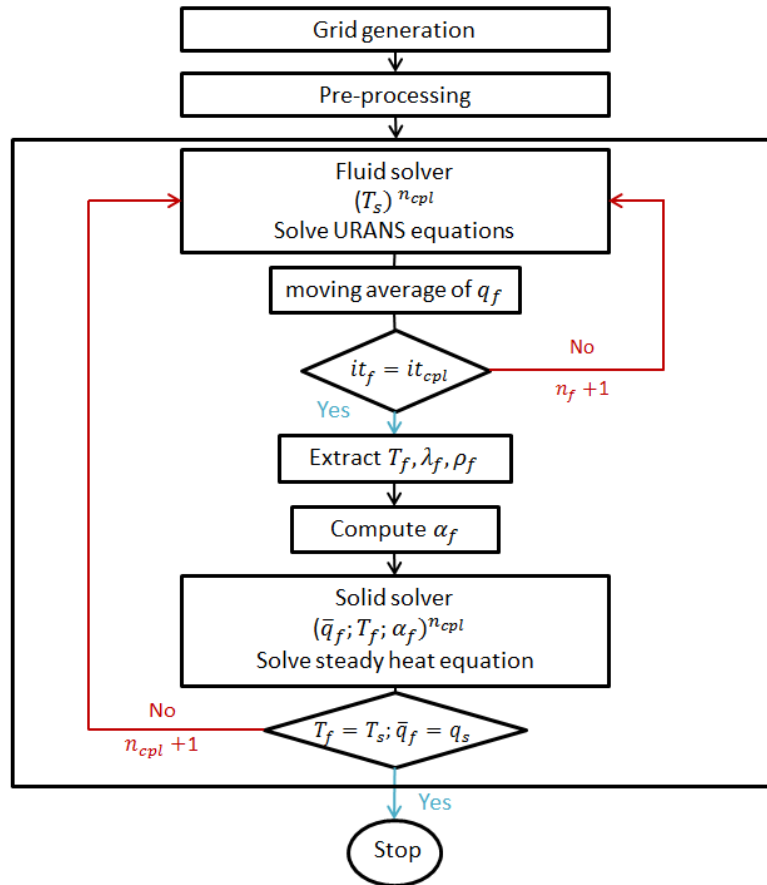


FIGURE 4.42 – Représentation schématique du couplage fluide-solide pour une condition d'interface choro-chronique

vient directement impacter le bord d'attaque du distributeur. Les résultats avec la condition choro-chronique sont moyennés sur 4 périodes de passage afin de les comparer aux données plan de mélange. La figure 4.43 représente le nombre de Mach isentropique à 50% de hauteur de veine sur le distributeur. On remarque qu'à l'intrados on obtient une bonne représentation de la pression statique à la paroi. En revanche, une légère différence apparaît sur l'extrados entre les données expérimentales et les calculs numériques. Cela n'est pas dû aux échanges de chaleur mais bien à la modélisation de l'écoulement dans la veine qui a tendance à surestimer le nombre de Mach isentropique. Les données expérimentales semblent montrer un bulbe de recirculation entre 85 % et 95 % que les simulations numériques ne capturent pas. En effet, les simulations sont basées sur une hypothèse d'un écoulement pleinement turbulent. Une modélisation de la transition laminaire-turbulent apporterait une meilleure représentation de l'écoulement et améliorerait l'accord avec des données expérimentales. On note par ailleurs que le calcul avec un raccord plan de mélange reste cohérent avec le résultat obtenu avec un raccord choro-chronique.

Afin de comparer les résultats à la paroi du rotor, on montre la température totale à l'interface stator-rotor (figure 4.44). Pour les calculs stationnaires côté fluide, l'alignement du point chaud va légèrement modifier la température totale vue par le rotor. Cette approche ne fournit pas une température axisymétrique contrairement à la moyenne temporelle du calcul instationnaire choro-chronique.

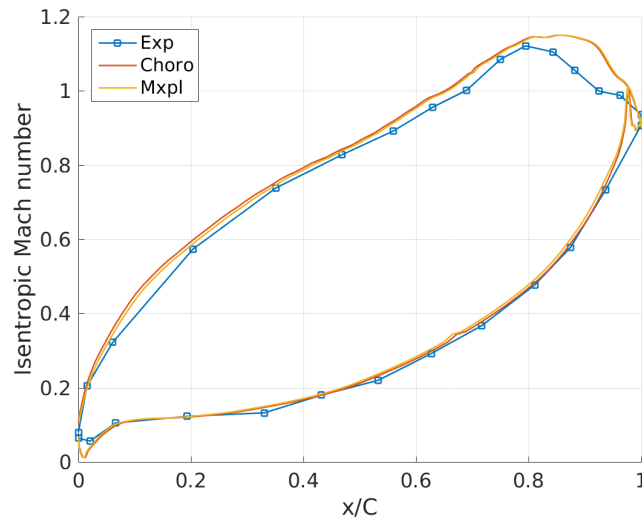


FIGURE 4.43 – Comparaison entre raccord chorochronique et plan de mélange sur le nombre de Mach isentropique à 50% de hauteur de veine du distributeur

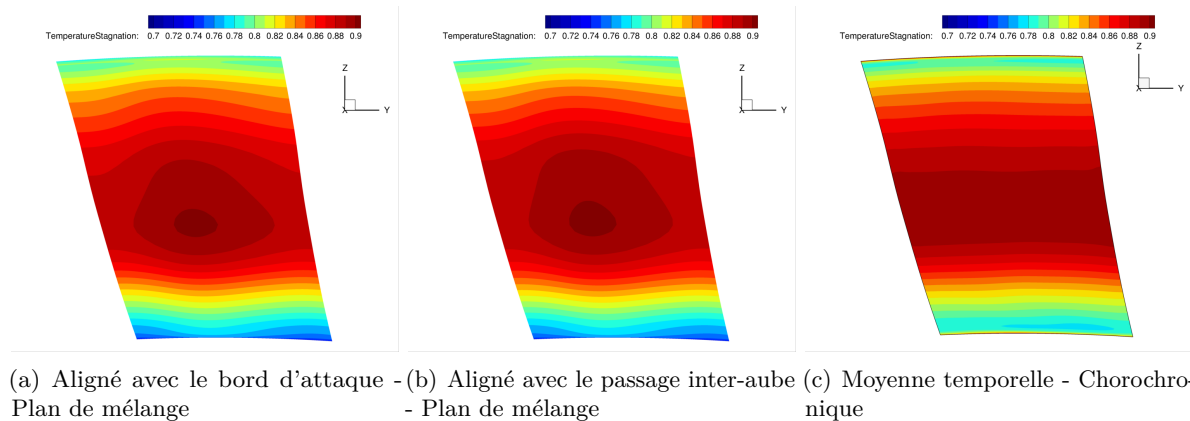


FIGURE 4.44 – Champ de température totale dans le plan d'entrée du rotor.

La figure 4.45 représente la pression statique à la paroi du rotor à 50% de hauteur de veine. Le calcul instationnaire et le calcul stationnaire donnent des résultats similaires pour l'estimation de la pression statique sur l'intrados. Cependant, le champ de pression statique est différent sur l'extrados. Le rotor ne voit pas le même écoulement amont entre calcul plan de mélange et un calcul chorochronique. Cela peut influencer le développement de la couche limite et des écoulements secondaires, en particulier les gradients de pression. Un calcul plan de mélange n'est alors pas suffisant pour correctement estimer le champ de pression statique à la paroi du rotor pouvant modifier les échanges de chaleur.

La figure 4.46, s'intéresse au comportement de l'écoulement autour du rotor et montre les lignes de courant autour du l'aube pour différents alignements du point chaud. On constate que le plan de mélange ne permet pas de prendre en compte les différentes positions du point chaud dans le référentiel du rotor. En effet, la position du point d'arrêt sur le bord d'attaque du rotor et donc l'angle de la vitesse relative vu par le rotor, restent inchangés pour un calcul plan de mélange. Cela est dû à la moyenne azimutale réalisée par la condition de plan de mélange à l'interface stator-rotor. En revanche, la figure 4.47 montre les lignes de courant pour un traitement

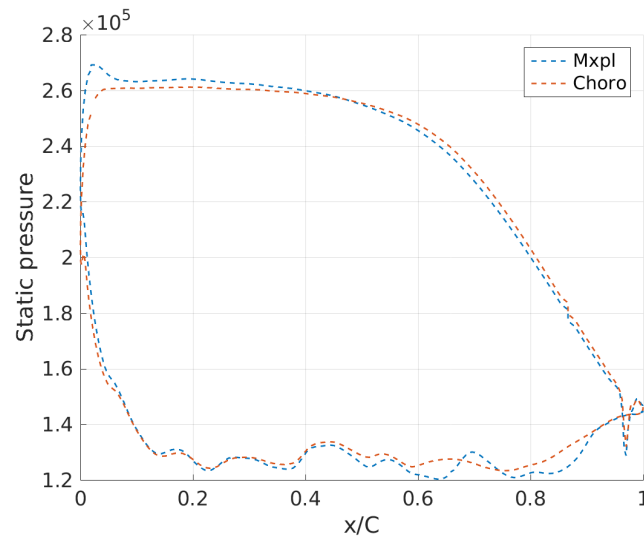


FIGURE 4.45 – Comparaison de la pression statique entre un calcul plan de mélange et un calcul chorochronique à 50 % de hauteur de veine du rotor avec un point chaud aligné avec le bord d’attaque

de l’interface stator-rotor en utilisant une approche chorochronique. On constate alors, sur les champs instantanés, une claire différence sur la position du point d’arrêt. Celle-ci oscille le long du bord d’attaque en fonction de la norme de la vitesse absolue. Lorsque le rotor se trouve dans le sillage du stator, la norme de la vitesse absolue est alors moins importante qu’en dehors du sillage modifiant ainsi l’angle vu dans le repère du rotor. On peut aussi observer que la position du point chaud influence le comportement de l’écoulement au bord d’attaque. Pour la configuration où le point chaud est aligné avec le passage inter-aube, le point d’arrêt est déplacé plus bas vers l’intrados comparé à une configuration où le point chaud est aligné avec le bord d’attaque. Cependant, lorsque le rotor se retrouve dans le sillage du distributeur, le point chaud modifie très légèrement la position du point d’arrêt.

4.3.3.2 Sensibilité de la condition de raccord sur les échanges de chaleur

Dans cette section, une comparaison sur les flux de chaleur entre un calcul instationnaire (raccord chorochronique) et un calcul stationnaire (raccord plan de mélange) est réalisée pour un calcul étage. Le résultat du calcul instationnaire est moyenné sur 4 périodes de passage.

La figure 4.48 montre l’évolution des flux de chaleur via le nombre de Nusselt, entre un calcul stationnaire et un calcul instationnaire. On observe une différence sur l’extrados ($S = -20 \text{ mm}$) en raison de l’hypothèse d’un écoulement pleinement turbulent. On peut aussi voir un niveau moyen plus important du flux de chaleur sur cette zone pour un calcul instationnaire avec une condition de raccord chorochronique comparé au plan de mélange. Au bord de fuite, les effets instationnaires moyens deviennent moins visibles car le niveau des flux de chaleur sont comparables à un calcul stationnaire. On remarque aussi que côté intrados proche du bord de fuite, le niveau moyen d’un calcul chorochronique est plus faible que celui d’un plan de mélange. En effet, le niveau est comparable à celui d’un calcul CFD avec une condition isotherme de paroi. Le flux de chaleur étant dépendant du développement de la couche limite, celle-ci est différente entre les deux calculs notamment côté intrados où les différences sont plus marquées.

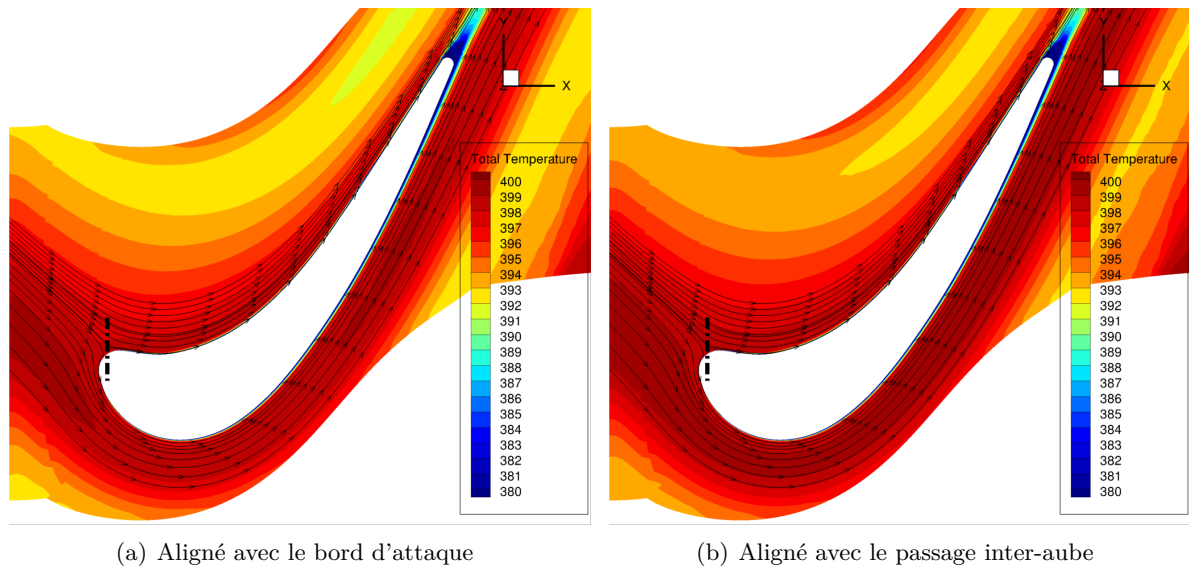


FIGURE 4.46 – Lignes de courant autour du rotor pour différents alignements du point chaud pour une interface stator-rotor en plan de mélange et champ de température totale

La figure 4.49 compare les flux de chaleur moyens, au niveau du carter, entre un calcul instationnaire avec raccord chorochronique et un calcul stationnaire avec raccord plan de mélange. On remarque que pour les deux calculs, le flux de chaleur est plus important au niveau de l'écoulement côté intrados du rotor ce qui est cohérent avec les flux de chaleur à la paroi du rotor (figure 4.33) où le flux de chaleur est plus important côté intrados que côté extrados. Cela est principalement dû à une élévation de la température statique et une réduction du nombre de Mach car la pression totale est plus importante côté intrados. De plus, on remarque que les flux de chaleur sont globalement plus importants pour un calcul stationnaire que pour un calcul instationnaire soulignant l'impacte du développement de la couche limite, avec des facteurs de forme et une turbulence différentes sur les échanges de chaleur. En effet, le flux de chaleur étant calculé à partir d'une composante laminaire et d'une composante turbulente, les structures tourbillonnaires dans le jeu influencent les échanges de chaleur et la condition limite thermique et jouent sur le niveau de la turbulence (figures 4.13 et 4.17). On souligne aussi que les conditions d'interface stator-rotor ne sont pas équivalentes entre un calcul stationnaire et instationnaire (figure 4.44), l'écoulement est alors différent.

La figure 4.50 présente le nombre de Nusselt à 50% de hauteur de veine du rotor entre les calculs plans de mélange et chorochronique pour deux conductivités thermiques du solide. On distingue l'extrados par son caractère très turbulent conduisant à des échanges de chaleur avec énormément de variations et l'intrados par des échanges assez homogènes. Pour une conductivité thermique $\lambda_s = 150 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, les flux de chaleur sont plus importants sur l'extrados que sur l'intrados jusqu'à $x/C = 0.75$, dus principalement à une couche limite plus turbulente, ce qui se caractérise par un niveau plus élevé de viscosité turbulente μ_t , cette viscosité apparaissant dans le calcul du flux de chaleur. Le calcul chorochronique moyenné reproduit le comportement du calcul avec un raccord plan de mélange lorsque la conductivité thermique est élevée, c'est-à-dire lorsque l'on considère une faible résistance thermique de la part du solide. Néanmoins, on remarque quelques différences au bord d'attaque où le flux de chaleur est plus important pour un calcul instationnaire que pour le calcul stationnaire. On rappelle que la turbulence peut être négligée au

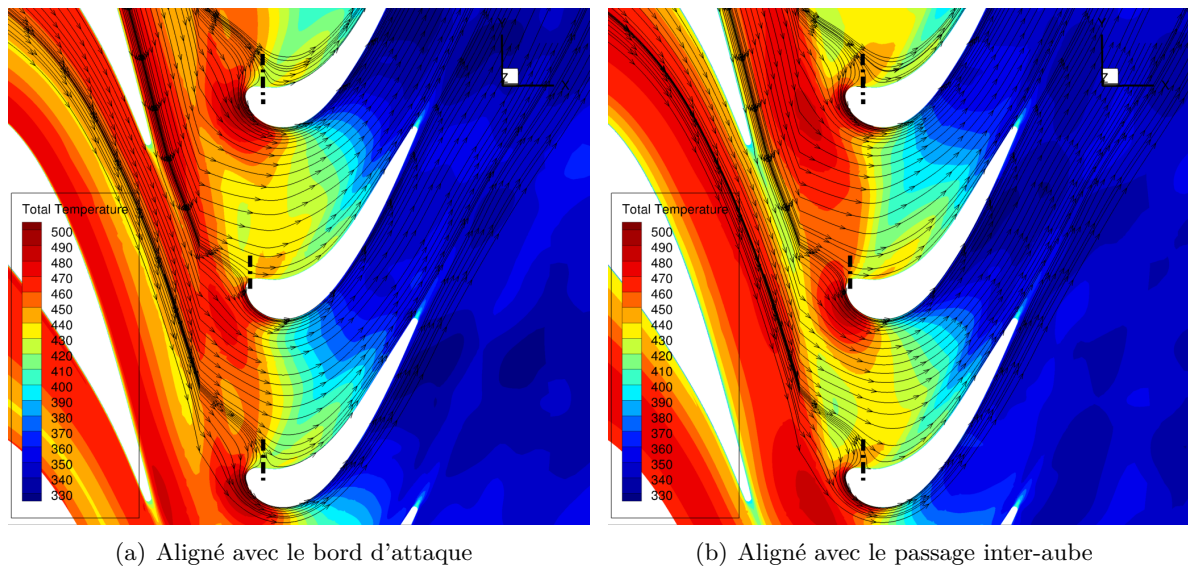


FIGURE 4.47 – Champ instantané de la température totale et lignes de courant autour du rotor pour différents alignements du point chaud pour une interface stator-rotor en chorochronique

point d'arrêt et les températures totales d'entrée rotor sont différentes pour les deux méthodes considérées conduisant à des échanges de chaleur différents.

On compare aussi les résultats obtenus sur le nombre de Nusselt avec une conductivité thermique de $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ générant, dans ce cas, une résistance thermique plus importante. Le nombre de Nusselt est globalement plus important pour un calcul instationnaire que pour le calcul stationnaire. Lorsque la conductivité thermique du solide diminue, la résistance plus importante aux échanges de chaleur réduit le nombre de Nusselt. Par ailleurs, on note qu'au bord de fuite les flux de chaleur sont très différents entre un calcul instationnaire moyenné et un calcul stationnaire. Le calcul instationnaire montre des flux de chaleur qui changent de signe signifiant que le fluide contribue à refroidir le solide et non à le chauffer. Pour les matériaux à forte résistance thermique, c'est-à-dire à faible conductivité, un calcul plan de mélange peut ne pas suffire à bien capturer le profil de nombre de Nusselt.

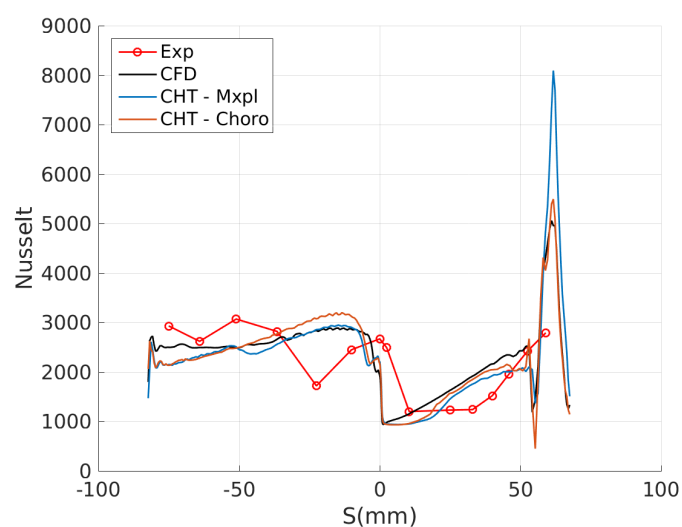


FIGURE 4.48 – Comparaison entre raccord chorochronique et plan de mélange sur le nombre de Nusselt à 50% de hauteur de veine du distributeur

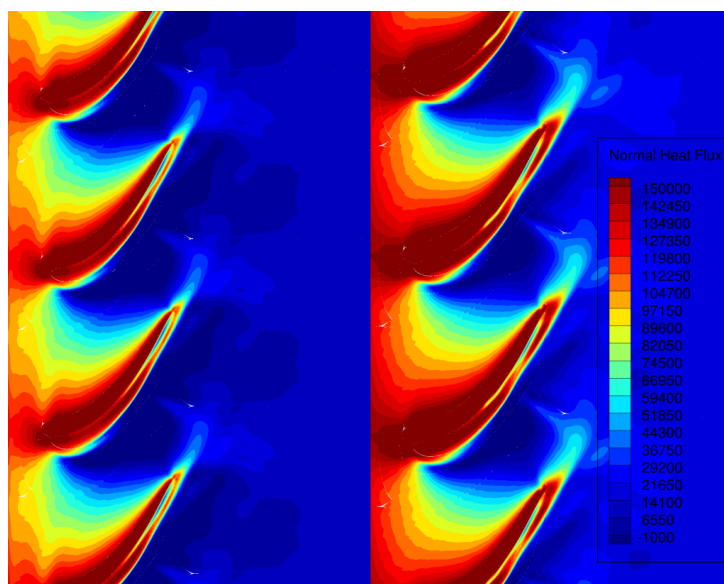


FIGURE 4.49 – Comparaison sur le flux de chaleur au niveau de la paroi carter du rotor entre un calcul chorochronique moyenné (gauche) et un calcul plan de mélange (droite)

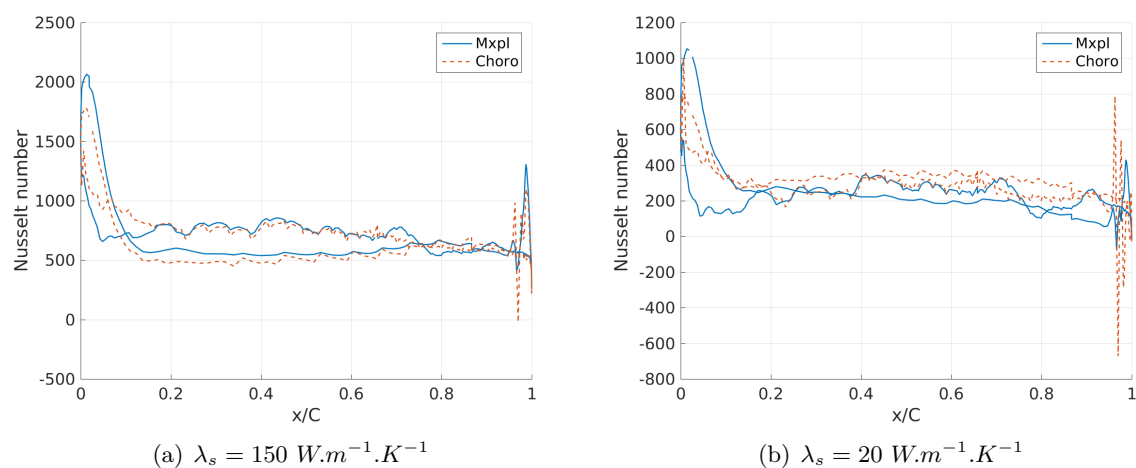


FIGURE 4.50 – Comparaison sur le nombre de Nusselt à 50% de hauteur de veine du rotor

4.4 Étude de la position de la barrière thermique - MT1

La température en sortie de chambre de combustion étant supérieure à la température que les matériaux peuvent endurer, des techniques de refroidissement et de protection sont nécessaires afin d'éviter la détérioration de l'aube. Dans cette section, on se focalise principalement sur la protection des aubes à l'aide de barrières thermiques. Des calculs couplés prenant en compte la barrière thermique sont réalisés afin de correctement estimer la fonction protectrice de celle-ci. On sait que la température sur un distributeur de turbine n'est pas uniforme le long de la paroi couplée et que les échanges de chaleur avec le point chaud peuvent fortement impacter la durée de vie du distributeur. On regarde alors l'influence de la position de la barrière thermique sur la paroi couplée afin de réduire au maximum la charge thermique. Plusieurs configurations de barrières thermiques, recouvrant une partie ou la totalité de la surface couplée, sont étudiées. La méthode de couplage stationnaire développée tient compte des forts gradients de température dans le matériau générés par la présence de la barrière thermique.

4.4.1 Maillages et paramètres numériques

Dans cette section, les maillages fluides et solides représentés sur la figure 4.2 sont employés. Le maillage fluide est le même que celui décrit au paragraphe 4.1.2. On utilisera aussi les mêmes paramètres numériques fluides pour l'initialisation du calcul, c'est-à-dire que l'on considère un point chaud aligné avec le bord d'attaque du distributeur. Pour le solide, on ajoute à cette configuration une barrière thermique d'épaisseur $200 \mu m$ et de conductivité thermique $\lambda_{BT} = 1 W.m^{-1}.K^{-1}$. Ces valeurs sont cohérentes avec les valeurs que l'on trouve dans l'industrie [18, 97]. La conductivité thermique de l'aube est de $\lambda_m = 20 W.m^{-1}.K^{-1}$. Les échanges entre les codes sont réalisés avec CWTPI. On utilise l'algorithme de couplage avec le coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} pour la condition d'interface de Dirichlet-Robin, développé au chapitre 3, afin de correctement stabiliser le calcul pour les différentes conductivités thermiques à l'interface.

Plusieurs positions de la barrière thermique sont étudiées afin d'optimiser au mieux la protection de l'aube. La figure 4.51 précise la position de la barrière thermique sur le distributeur. On effectue d'abord des calculs sans barrière thermique puis trois configurations avec barrière thermique. La première est une configuration où la barrière thermique recouvre la totalité du distributeur, la deuxième recouvre uniquement la zone du bord d'attaque et la troisième uniquement le bord de fuite. On précise que les maillages du domaine solide sont entièrement non-structurés et que la barrière thermique est maillée avec des éléments volumiques. On choisit de ne pas utiliser les éléments de coque thermique [97] puisque celles-ci entraînent une modélisation supplémentaire pouvant jouer à la fois sur la stabilité et sur la précision des résultats. Par ailleurs, le code solide utilisé permet de considérer uniquement la partie stationnaire de l'équation de la chaleur évitant des problèmes de stabilité numérique pour la résolution de la diffusion dans une maille volumique très fine.

4.4.2 Position de la barrière thermique et efficacité de refroidissement

Les échanges de chaleur à la paroi du distributeur proviennent principalement de l'impact du point chaud sur le bord d'attaque et de la turbulence dans la couche limite, en particulier au bord de fuite. Cette section détermine l'influence de chacun des phénomènes sur la température globale de l'aube en plaçant une barrière thermique au bord d'attaque et/ou au bord de fuite. La figure 4.52 illustre la température interne du distributeur à différentes hauteurs de veine

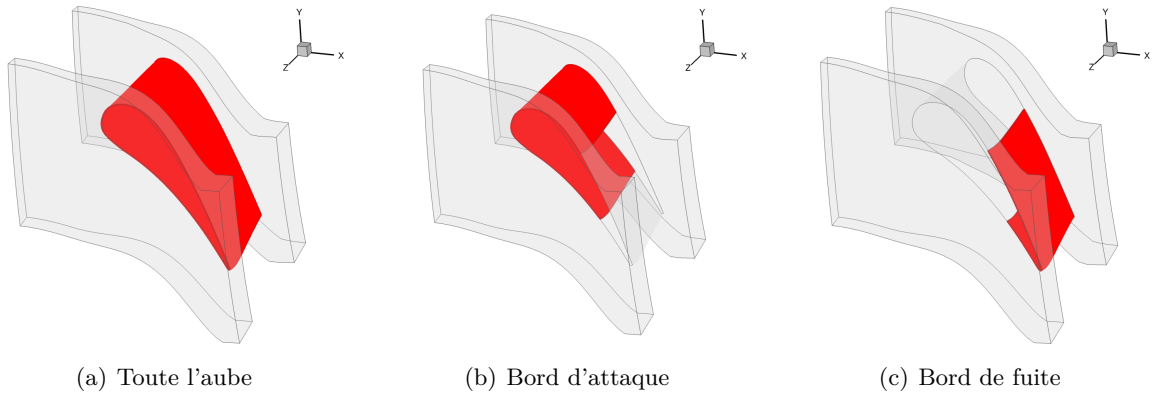


FIGURE 4.51 – Position de la barrière thermique sur le distributeur MT1

pour ces quatre configurations. Il est normal, pour la configuration sans barrière thermique (figure 4.52(a)), que la température interne soit la plus élevée. L'utilisation d'une barrière thermique entraîne une réduction de la température d'environ 5 K au coeur de l'aube mais la barrière thermique n'influence que très peu la température au bord de fuite. On constate le même comportement à toutes les hauteurs définies. Il est aussi intéressant de comparer l'influence d'une aube partiellement protégée à celle d'une aube entièrement protégée. Une barrière thermique recouvrant uniquement le bord d'attaque (figure 4.52(c)) permet une réduction de quelques degrés, empêchant les échanges de chaleur provoqués par le point chaud au point d'arrêt. Cela reste toutefois inférieur à la réduction engendrée par la présence de la barrière thermique sur l'ensemble de l'aube. La protection du bord de fuite (figure 4.52(d)) entraîne une réduction de la température équivalente à la protection de l'ensemble de l'aube. La présence de la barrière thermique uniquement au bord de fuite conduit à une réduction plus importante de la température au bord de fuite que la configuration entièrement recouverte. Cette étude sur la position de la barrière thermique montre alors que la turbulence génère bien plus d'échange de chaleur sur le distributeur que le point chaud au point d'arrêt. Il est impératif de correctement protéger et refroidir cette zone.

Afin d'estimer l'efficacité sur les variations de température dans le solide, on définit l'efficacité de refroidissement en fonction de la température au centre de masse de l'aube :

$$\eta = \frac{T_H - T_g}{T_H - T_C} \quad (4.8)$$

Où T_g est la température au centre de masse. T_H et T_C sont respectivement les températures maximales et minimales dans l'aube avec pour cette configuration $T_H = 470\text{K}$ et $T_C = 288\text{K}$. Le tableau 4.3 indique l'efficacité de la barrière thermique à protéger l'aube de l'écoulement chaud. Les configurations sans barrière thermique et avec une barrière thermique uniquement au bord d'attaque présentent des efficacités de refroidissement les plus faibles alors que protéger toute l'aube ou bien uniquement le bord de fuite conduit à des efficacités supérieures et ainsi des contraintes thermiques moins importantes. Le bord de fuite contribue grandement à l'augmentation de la température intérieure de l'aube. Pour la suite de l'étude sur les barrières thermiques, la configuration entièrement recouverte (b) est conservée.

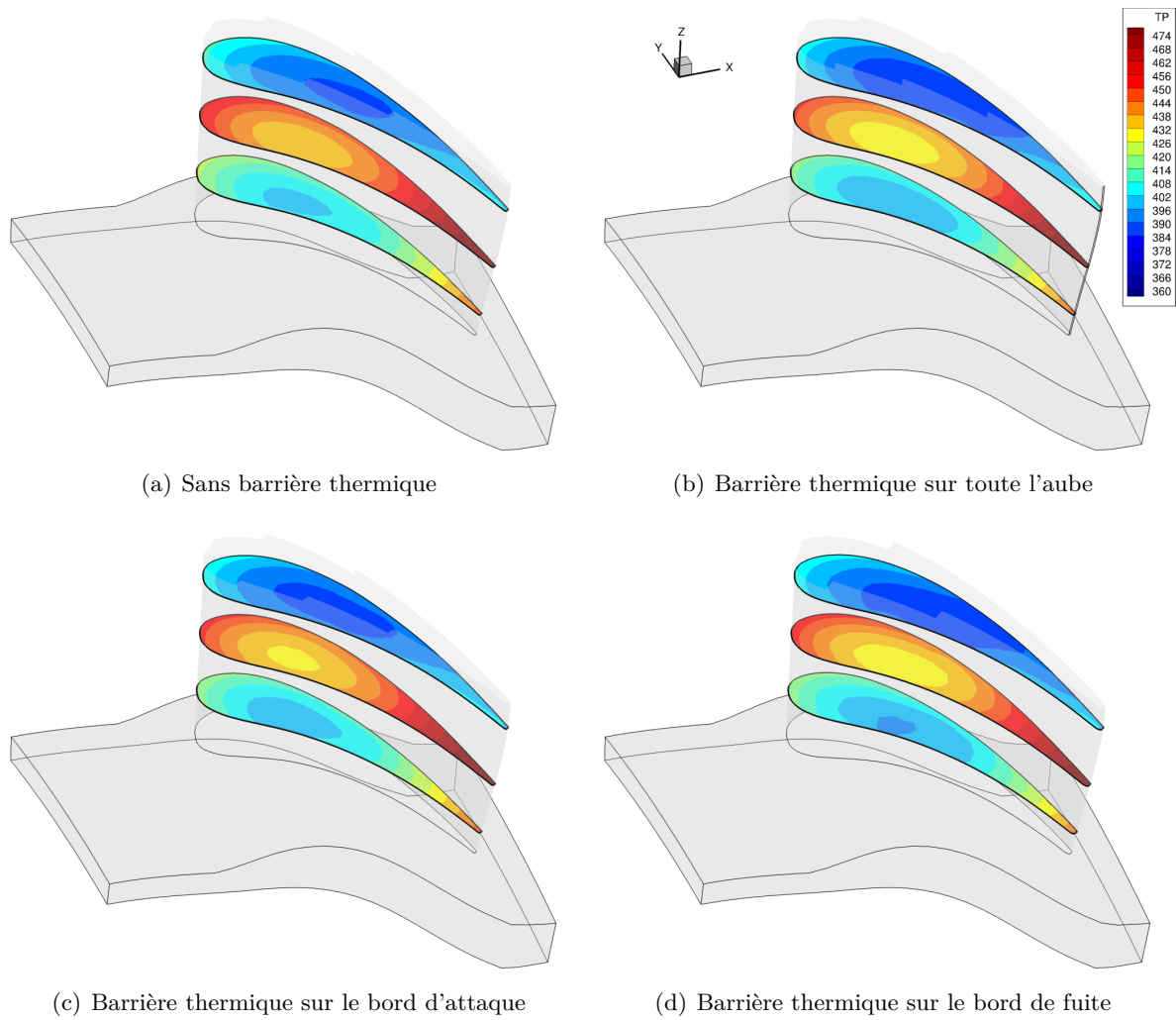


FIGURE 4.52 – Température à différentes hauteurs pour différentes position de la barrière thermique

4.4.3 Influence de la condition d'injection sur une configuration étage avec barrière thermique

La section 4.2.4 a mis en évidence l'influence de la position du point chaud sur les échanges de chaleur sans barrière thermique. Ainsi pour une configuration où la conductivité thermique du solide est élevée ($\lambda_{BT} = 150 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$), les différences sur les échanges de chaleur au niveau du rotor entre un point chaud aligné avec le bord d'attaque et un point aligné avec le passage inter-aube sont moins marquées (figure 4.39). Cette section s'intéresse à l'influence de la condition d'injection sur la température de l'aube lorsque celle-ci est recouverte d'une couche protectrice. La section 4.4.2 montre que la protection de l'ensemble de l'aube est la solution de protection la plus efficace. On étudie alors une configuration étage entièrement recouverte afin d'évaluer les différences sur les échanges de chaleur au niveau du rotor. La figure 4.53 schématise le recouvrement de la barrière thermique sur cette configuration.

Le maillage du domaine solide a été modifié afin d'inclure une barrière thermique d'épaisseur $200 \mu\text{m}$ et de conductivité thermique $\lambda_{BT} = 1 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$. Le métal a une conductivité thermique $\lambda_s = 20 \text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$. L'ensemble des autres paramètres fluide et solide restent inchangés par

	a	b	c	d
η	0.254	0.314	0.267	0.310

TABLE 4.3 – Efficacité de protection

rapport à la section précédente. On utilise un condition plan de mélange pour la résolution de l'interface stator-rotor.

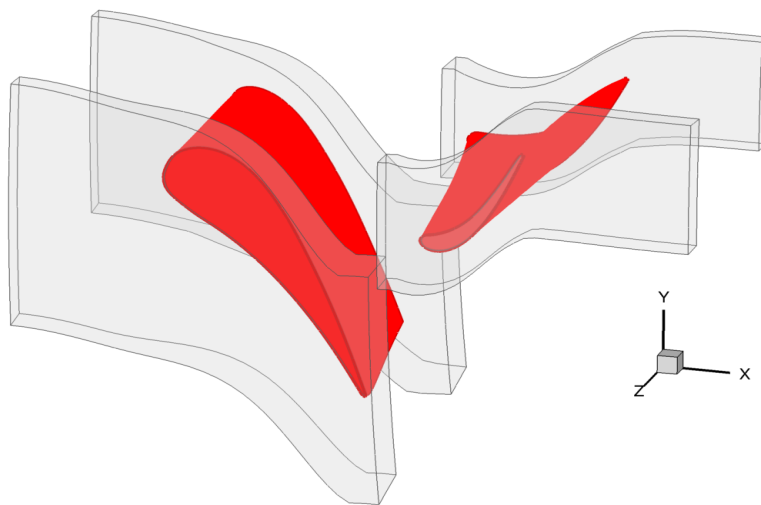
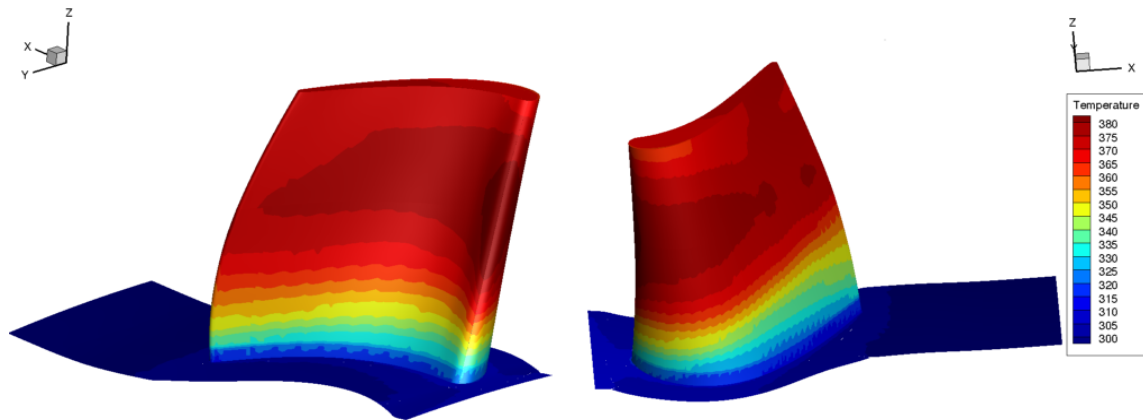


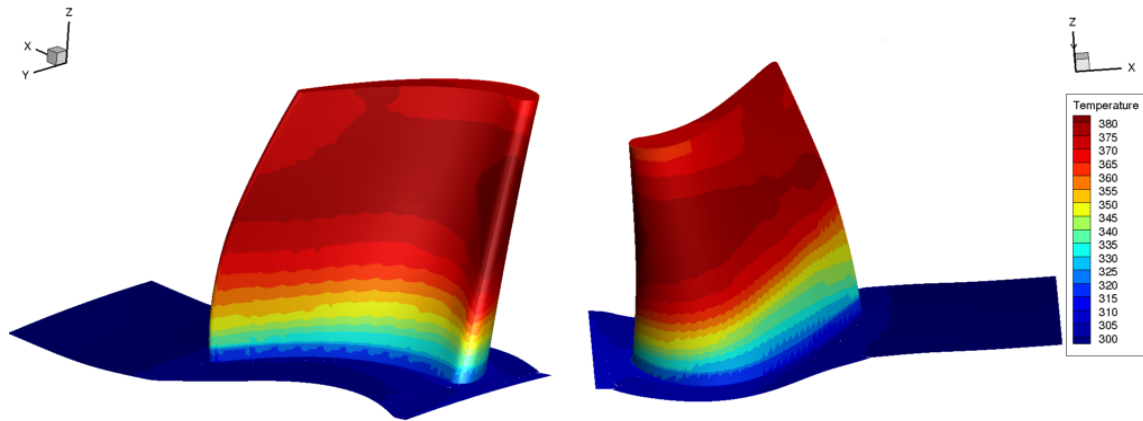
FIGURE 4.53 – Barrière thermique sur l'étage de turbine HP MT1

On peut comparer les échanges entre la condition d'injection où le point chaud impacte le bord d'attaque du distributeur avec la condition où le point chaud est aligné avec le passage inter-aube. La figure 4.54 montre le champ de température pour les deux conditions d'injection. On constate que le point chaud génère de forts échanges de chaleur au bord d'attaque indépendamment de sa position. On remarque, par ailleurs, que la condition d'injection est d'autant plus importante que la conductivité thermique de l'aube diminue. En effet à la section 4.2.4 la condition d'injection n'a pas permis de montrer une différence notable sur les flux de chaleur à la paroi entre les deux conditions d'injection où l'élévation de la température sur le rotor est principalement liée aux effets turbulents au niveau du jeu comme on peut le montrer sur les figures 4.33 et 4.34. Pour les simulations avec la barrière thermique, l'élévation de la température est directement liée à l'écoulement du point chaud au niveau du point d'arrêt. Cela reste cohérent avec la figure 4.34 où le point chaud va entraîner une élévation de la température plus importante au bord d'attaque. On constate alors qu'une condition d'injection alignée avec le bord d'attaque du distributeur réduit les contraintes thermiques sur le rotor par rapport à une condition d'injection avec un point chaud aligné avec le passage inter-aube du distributeur ce qui n'a pas pu être montré à la section 4.2.4. En effet, lorsque le point chaud impacte le distributeur, l'écoulement chaud est alors en contact plus longtemps avec des parois refroidies conduisant à une diminution de la température d'entrée du rotor alors que l'écoulement chaud, pour la condition d'injection alignée avec le passage inter-aube, n'est pas modifié. Il est alors nécessaire de tenir compte de la

conductivité thermique du solide afin de correctement estimer la charge thermique sur le rotor et ce malgré la limitation observée sur la condition de plan de mélange.



(a) Aligné avec le bord d'attaque



(b) Aligné avec le passage inter-aube

FIGURE 4.54 – Champs de température à la paroi du rotor selon l'alignement du point chaud

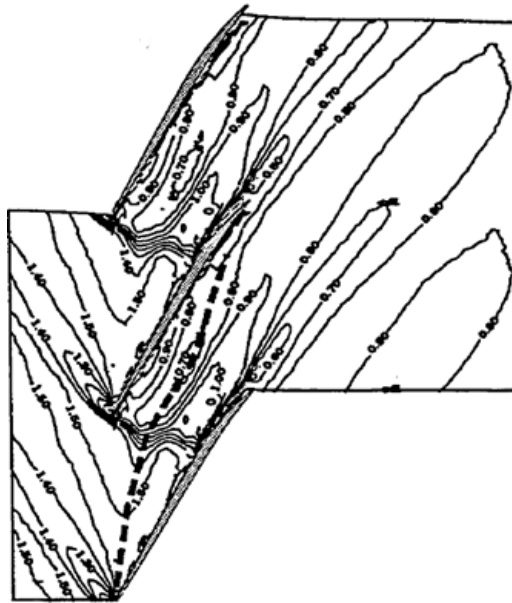


FIGURE 4.55 – Iso-contours expérimentaux du nombre de Mach relatif du rotor 37 à $h/H = 95\%$

4.5 Échange de chaleur par ondes de choc - Rotor 37

Cette section se focalisera sur la stabilité du schéma de couplage et l'analyse des échanges de chaleur provoqués par une élévation brutale de la température de paroi. Contrairement aux conditions de fonctionnement de l'étage de turbine MT1 (figure A.1), le rotor 37 est une aube de compresseur transsonique avec une onde de choc qui se forme au bord d'attaque et vient impacter l'extrados de l'aube adjacente. Cette configuration permettra dans un premier temps de vérifier la robustesse du schéma de couplage et des conditions d'opérabilité puis dans un second temps d'étudier l'influence des échanges de chaleur sur le fonctionnement du rotor. Les phénomènes d'interférences de chocs et d'interactions couche limite-onde de choc conduisent souvent à des pics de pression et de flux de température pariétales et à des pertes d'efficacité qu'il est nécessaire de capturer [21] (figure 4.55). Par ailleurs, Bruna and Turner [5, 6] ont montré l'importance des conditions aux limites thermiques dans l'estimation du rendement sur cette configuration.

4.5.1 Maillage et paramètres numériques

Dans cette section des simulations couplées sont menées afin de correctement estimer la température de paroi au niveau du carter. Les données expérimentales sont obtenues pour l'iso-vitesse nominale $98\% \dot{m}_c$ où $\dot{m}_c$ est le débit de blocage [30]. Le débit de blocage mesuré expérimentalement est de $20.93 \pm 0.14 \text{ kg/s}$ avec des mesures qui inclut des sondes à plusieurs hauteurs de veine pour des points de fonctionnement variant du blocage au pompage (figure 4.56). Pour cette configuration, on se focalise sur les hauts débits afin d'étudier les échanges de chaleur lors de la présence d'un choc, c'est-à-dire à 98% du débit de blocage. Les données expérimentales du nombre de Mach relatif et les profils radiaux sont données pour toutes les stations.

La figure 4.57 présente le maillage du rotor 37 qui est un maillage multi-blocs composé de 1.5×10^6 mailles. Du côté fluide, le modèle de Spalart-Allmaras est dans un premier temps utilisé pour la modélisation de la turbulence. Des conditions uniformes de pression et de température totale, respectivement de $1,013 \times 10^5 \text{ Pa}$ et $288,4 \text{ K}$ sont imposées en injection avec des conditions

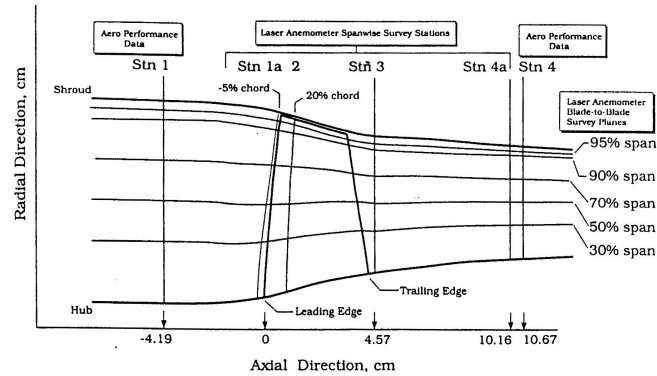


FIGURE 4.56 – Position des sondes expérimentales du rotor 37

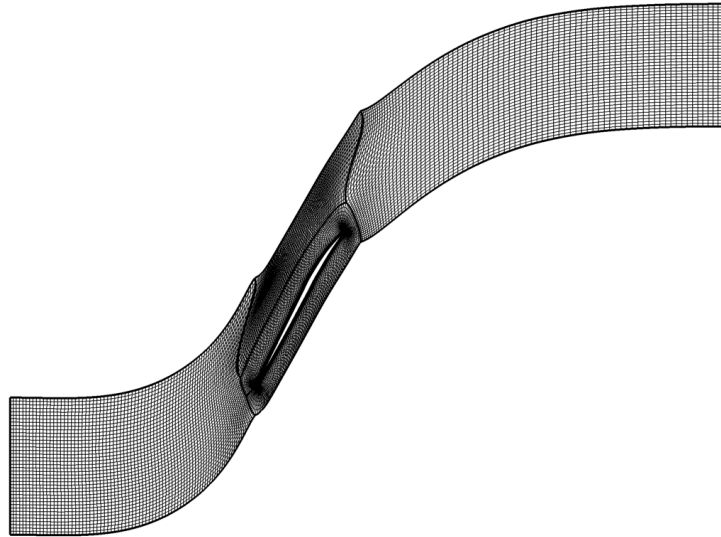


FIGURE 4.57 – Maillage du rotor 37

de périodicité imposées sur les frontières latérales du domaine de calcul. Un équilibre radial avec une pression pivot réglée pour avoir un débit égal à $98\%\dot{m}_c$ est imposé en aval du domaine. Du côté solide, on considère une paroi carter de $2,54\text{ cm}$ d'épaisseur avec une conductivité thermique de $100\text{ W.m}^{-1}.K^{-1}$. Une condition isotherme est utilisée sur la paroi externe du solide, avec une température de 288 K . Toutes les autres conditions limites solides sont adiabatiques. Dans cette section seule la condition de Dirichlet-Robin est utilisée à l'interface afin de stabiliser le calcul. Par ailleurs, le coefficient de relaxation α_f^{opt} est adopté avec le pas de temps diffusif issu de l'analyse de stabilité de von Neumann pour le pas de temps de couplage transitoire (chapitre 3).

4.5.2 Variation de la température de paroi et couplage

Dans un compresseur transsonique, de forts gradients de température statique peuvent apparaître lors de la formation des ondes de choc. Ces ondes de choc peuvent générer de fortes hétérogénéités de température à la paroi et d'autre part les échanges thermiques doivent être pris en compte afin de correctement estimer le rendement isentropique [5, 6]. La figure 4.58 représente le champ de température statique dans l'écoulement. Une élévation de la température peut être

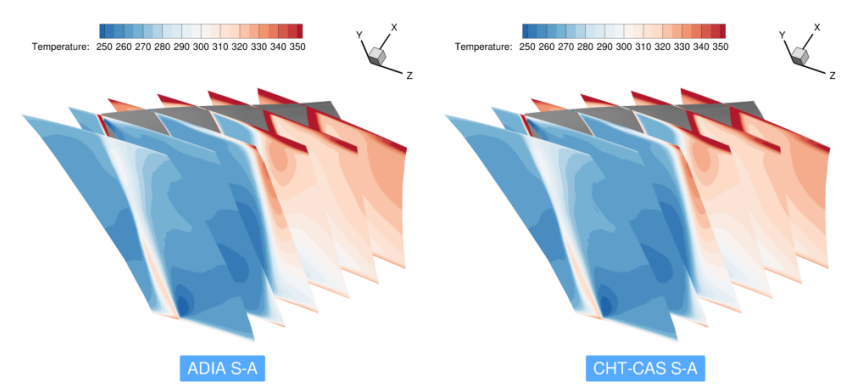


FIGURE 4.58 – Champs de température statique selon la condition limite thermique adiabatique (gauche) et couplée (droite)

observée lors du passage de l'onde de choc avec une variation importante de la température. Cette élévation de la température statique est plus importante au niveau du jeu.

La figure 4.59 illustre l'influence de l'onde de choc sur l'élévation de la température statique proche du carter pour un calcul entièrement adiabatique. La température varie soudainement lors du passage de l'onde de choc provoquant une variation du nombre de Biot. La figure 4.60 montre la variation du nombre de Biot générée par le passage de l'onde de choc. Le nombre de Biot varie soudainement d'une valeur inférieure à 1 à une valeur supérieure à 1. Une valeur inférieure à 1 signifie que les gradients à l'intérieur du solide sont faibles et la température peut être considérée comme uniforme alors qu'une valeur supérieure à 1 signifie que la résistance du solide est non négligeable. Des gradients de température peuvent alors apparaître au sein du solide. Or il est nécessaire d'utiliser un schéma de couplage qui puisse à la fois stabiliser le calcul pour les forts et faibles nombres de Biot et être robuste en présence de discontinuités de température statique. Les développements théoriques réalisés au chapitre 3 permettent de tenir compte de la variation soudaine de la force d'interaction fluide-solide provoquée par l'onde de choc.

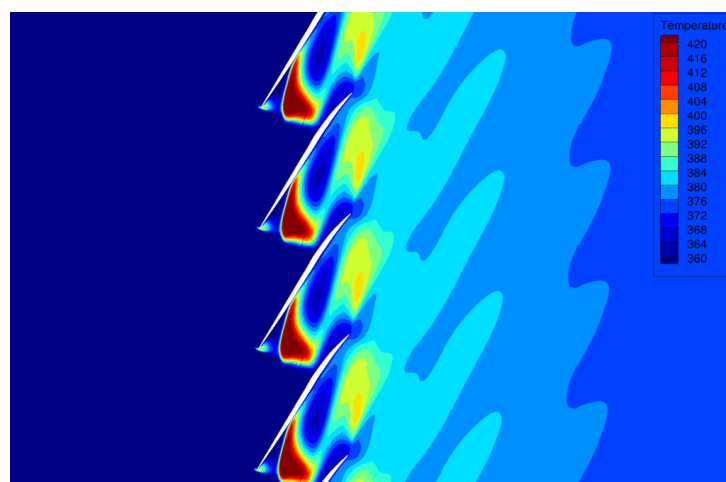


FIGURE 4.59 – Température statique proche au niveau du jeu pour $h/H = 98\%$ sur une paroi adiabatique

La figure 4.61 illustre la convergence entre les calculs CFD isotherme, adiabatique et un calcul CHT en fonction du nombre d'itérations. Dans un premier temps, on remarque que le schéma de

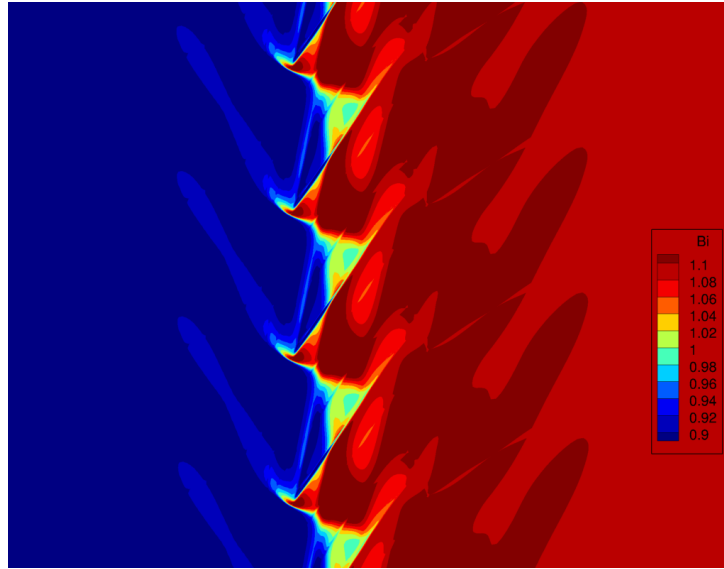


FIGURE 4.60 – Variation du nombre de Biot par l'onde de choc à la paroi du carter

couplage stabilise parfaitement le calcul pour les forts et faibles nombres de Biot. On peut aussi voir que le nombre d'itérations pour le calcul CHT est du même ordre de grandeur que les calculs CFD, se traduisant par un temps CPU global équivalent. Ainsi, le coefficient de relaxation α_f^{opt} permet de correctement stabiliser le calcul sans pour autant consommer beaucoup plus de temps CPU. Le tableau 4.4 montre la consommation en temps CPU des calculs CFD adiabatique et CHT avec soit uniquement la paroi carter ou toutes les parois couplées. On voit que les interpolations CWIPI d'une part et le calcul solide d'autre part impactent de façon significative des temps de calcul.

	Isotherme	Adiabatique	Carter	Toutes les parois
CPU_i/CPU_{isoth}	1	1,27	1,32	2,48

TABLE 4.4 – Comparaison des temps CPU entre les calculs CFD Isotherme, CFD Adiabatique, CHT Carter et CHT toutes les parois (Carter, Moyeu, Aube)

4.5.3 Erreur relative sur la température entre un calcul adiabatique et une paroi refroidie

Le figure 4.62 montre la variation relative de la température à la paroi du carter entre un calcul adiabatique et un calcul couplé. Les échanges de chaleur engendrés par l'onde de choc doivent être pris en compte afin de ne pas fausser l'estimation de la température totale de sortie du domaine fluide. On estime les différences entre le calcul adiabatique et le calcul couplé avec la formule suivante :

$$\Delta T = \frac{T_{ad} - T_{CHT}}{T_{ad}} \times 100 \quad (4.9)$$

Où T est la température statique à la paroi. En amont du rotor, le calcul adiabatique présente une température de paroi inférieure au calcul couplé avec une différence de près de 10%. Or, on

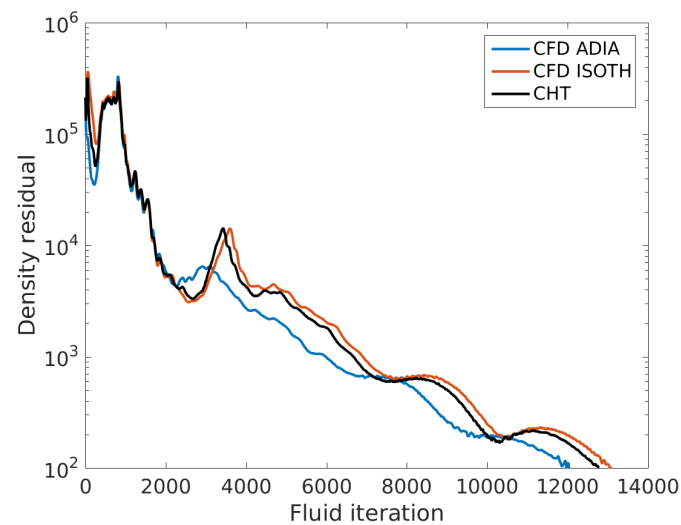


FIGURE 4.61 – Résidu sur l'équation de la densité pour des calculs CFD et CHT

impose une température uniforme d'injection et une température de paroi identiques et égales à la température ambiante 288 K. En amont du rotor, la température de paroi devrait être identique quelle que soit la condition limite thermique mais cette différence est principalement causée par un niveau de viscosité turbulente différent. Dans une couche limite avec paroi refroidie le nombre de Reynolds turbulent est plus important que dans une couche limite avec paroi adiabatique. À l'aval du rotor, en revanche, la température de paroi est plus importante en adiabatique qu'en couplé de près de 18%. Cela est dû à la présence du choc dans la veine. On peut aussi noter que la différence la plus importante entre un calcul couplé et un calcul adiabatique se situe à l'interaction onde de choc/couche limite qui génère une importante quantité de chaleur. Cette chaleur est évacuée pour une condition couplée contribuant à réduire la charge thermique. Ces échanges de chaleur sont importants et peuvent fortement influencer l'estimation des performances aérodynamique du compresseur.

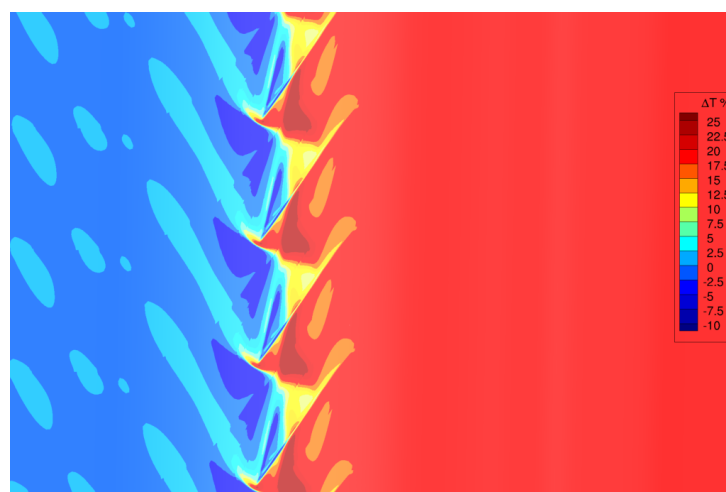


FIGURE 4.62 – Variation relative de la température à la paroi du carter entre un calcul adiabatique et un calcul couplé

La figure 4.63 montre les températures de la paroi au carter entre un calcul adiabatique et un calcul couplé à $\lambda_s = 100 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. L'élévation de la température causée par l'onde de choc est visible lors d'un calcul adiabatique alors que lors d'un calcul couplé, l'énergie dégagée par l'interaction avec l'onde de choc est dissipée au travers de la paroi. On rappelle que la conductivité est choisie arbitrairement et qu'elle est suffisamment élevée pour ne pas opposer beaucoup de résistance à la dissipation de la chaleur. C'est pourquoi nous avons une température de paroi couplée quasi uniforme.

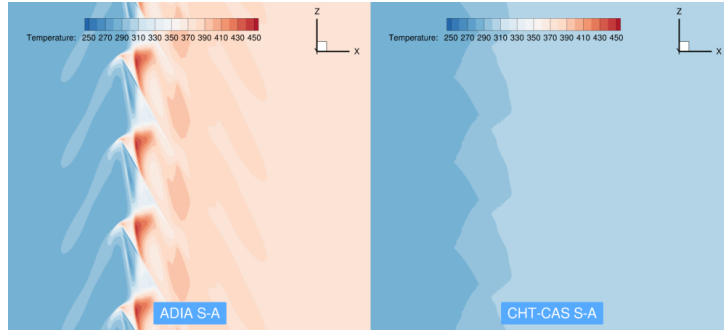


FIGURE 4.63 – Température du carter entre un calcul adiabatique (gauche) et un calcul couplé au carter à $\lambda_s = 100 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ (droite).

4.5.4 Effet de la température de paroi sur le rendement isentropique

Lorsque l'on s'intéresse aux performances globales du moteur, on peut adopter une approche moyenne en regardant le rendement isentropique :

$$\eta_{is} = \frac{\left(\frac{P_i}{P_{i0}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\frac{T_i}{T_{i0}} - 1} \quad (4.10)$$

Avec respectivement P_i et T_i la pression et la température totales issues d'une intégration sur un plan en amont (station 1 avec pour indice 0) et sur un plan situé à $z = 10,67 \text{ mm}$ en aval (station 4) du rotor.

Les figures 4.64(a) et 4.64(b) représentent les caractéristiques du rotor en fonction des conditions aux limites thermiques. Afin de montrer l'influence de la température de paroi sur le rendement, on modifie dans un premier temps la température du carter, puis celle du carter et du moyeu. Toutes les autres parois restent adiabatiques. Par exemple, le calcul isotherme correspond à une paroi isotherme au niveau du carter, $T = 288 \text{ K}$, et toutes les autres parois sont adiabatiques. Pour les calculs couplés, l'effet de la température de paroi de la veine sur l'efficacité du rotor est étudié. Pour cela, le couplage concerne d'abord la paroi du carter puis une deuxième simulation CHT est réalisée afin de tenir compte de la paroi du moyeu avec toutes les autres parois en adiabatique. La température externe du solide est imposée à la température ambiante soit $T = 288 \text{ K}$.

On peut voir sur la figure 4.64(a) que modifier les conditions aux limites thermiques n'a pas beaucoup d'effet sur le taux de compression. La condition limite thermique ne modifie pas suffisamment le champ de pression pour avoir une influence notable sur le taux de compression. En revanche, la température de la paroi du carter influence énormément l'efficacité du rotor. On notera qu'imposer une paroi isotherme côté carter permet de mieux correspondre aux données

expérimentales alors que le calcul adiabatique sous-estime l'efficacité isentropique de presque 1 point. Cependant, il n'est pas toujours aisé de définir la température statique à la paroi du carter. Les échanges de chaleur sur la paroi du carter ne peuvent pas être négligés et doivent être pris en compte afin de correctement estimer le rendement isentropique. Par ailleurs, lorsqu'on réalise des calculs couplés on constate que les échanges de chaleur au niveau du moyeu et du carter peuvent fortement influencer l'estimation du rendement. On rappelle cependant que pour cette configuration, la conductivité thermique du solide est prise arbitrairement et que la température de paroi dépend non seulement des propriétés du fluide mais aussi des paramètres solides que l'on impose. Afin de correctement estimer les flux de chaleur il convient d'imposer la bonne épaisseur et la bonne conductivité du solide.

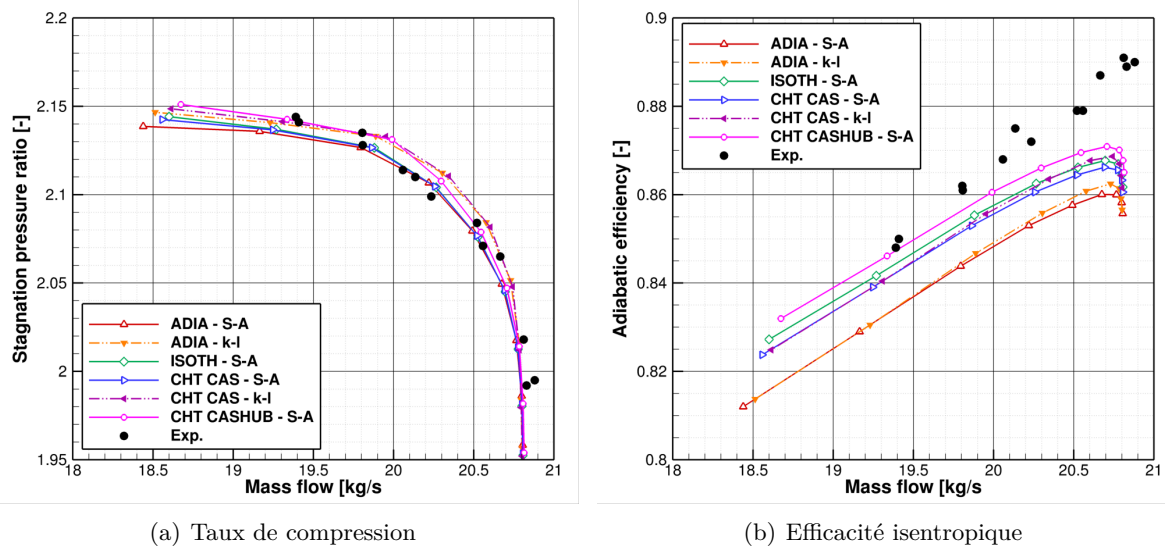


FIGURE 4.64 – Courbes caractéristiques en fonction de la température de paroi et du modèle de turbulence

Par ailleurs, on peut aussi regarder l'évolution des propriétés aérodynamiques en fonction de la hauteur de veine. On choisit le plan axial $z = 10,67\text{cm}$ afin de comparer les simulations CFD et CHT pour le débit de référence, c'est-à-dire $\dot{m}/\dot{m}_c = 0.98$. La figure 4.65 montre le taux de compression, le rapport des températures totales et le rendement isentropique en fonction du rayon pour le débit $\dot{m}/\dot{m}_c = 0.98$. On remarque qu'en dessous de 10% d'envergure, les simulations numériques ne capturent pas la bonne représentation de la pression totale. Cela est principalement dû à un écoulement radial lié à un jeu situé à l'amont du rotor au niveau du moyeu qui n'a pas été pris en compte durant cette étude. Cependant au-dessus de 10%, il y a globalement une bonne concordance des résultats entre les différentes simulations et les données expérimentales sur le taux de compression. En effet, en dehors de la couche limite, moins de 3% d'erreur est réalisée sur l'estimation de la pression totale dans la veine entre les simulations numériques et les données expérimentales. Le changement de la condition limite thermique ne modifie que très peu les gradients de pression.

Pour le rapport des températures totales, l'effet de la condition de paroi appliquée au carter est notable au-dessus de 85% d'envergure. On peut voir qu'une température imposée ou issue d'une condition d'interface couplée au carter abouti à un bien meilleur accord par rapport aux données expérimentales contrairement au calcul adiabatique qui sous-estime les gradients de température. On note aussi que la température au carter n'impacte pas significativement la température au

sein de l'écoulement. En effet, les simulations non couplées et couplées fournissent les mêmes résultats à mi-hauteur. Les différences entre les simulations et les données expérimentales autour de 60% de la hauteur de veine ne sont pas liées à une mauvaise estimation de la condition limite mais plutôt à une mauvaise représentation de la dynamique du fluide par le modèle. L'erreur est néanmoins inférieure à 1%. On peut aussi remarquer qu'imposer une condition couplée au niveau du moyeu impacte particulièrement les gradients en pied d'aube car des échanges de chaleur peuvent aussi se produire au niveau du moyeu conduisant à une mauvaise estimation de la couche limite thermique.

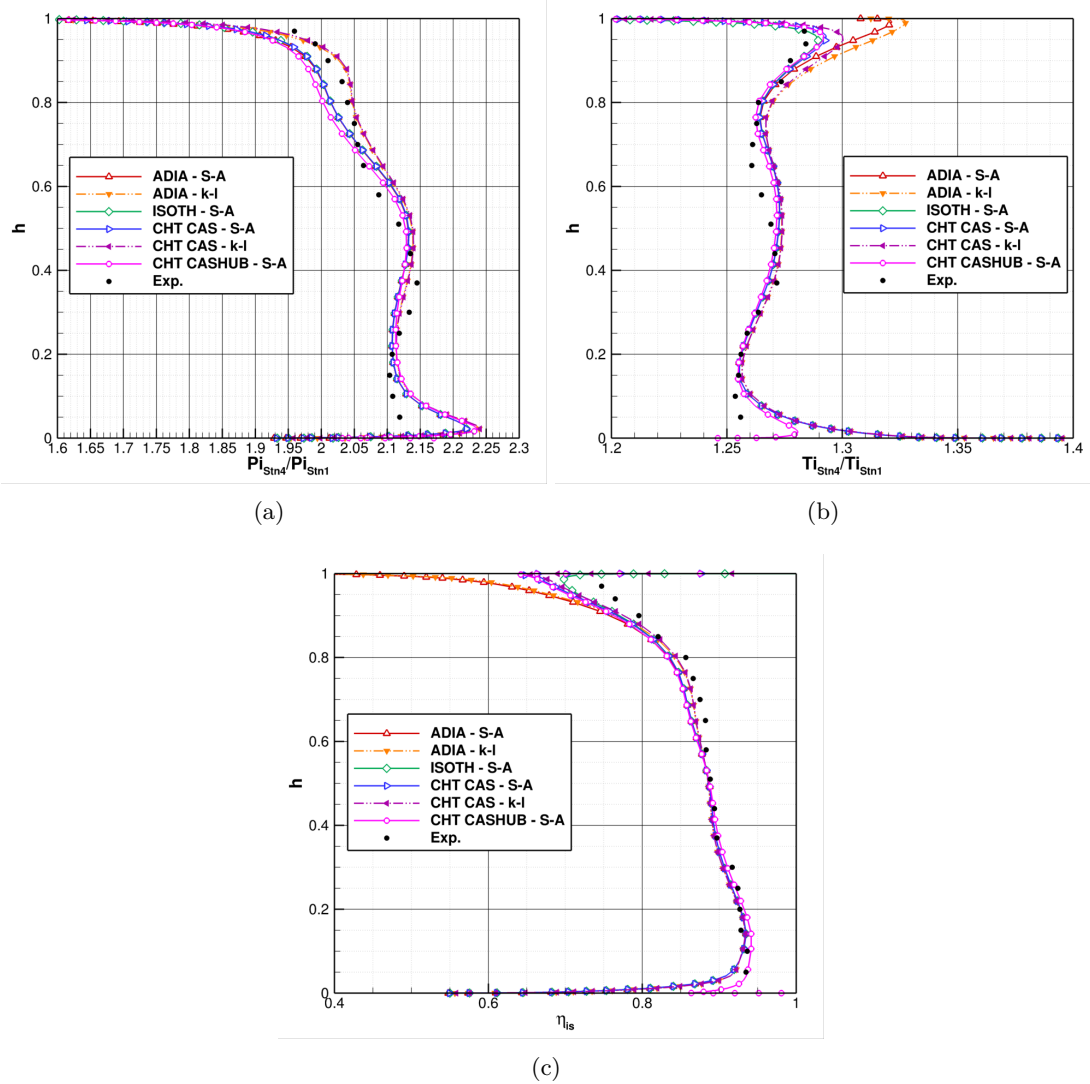
Enfin, on évalue les effets de la condition de paroi couplée sur le rendement isentropique. On remarque que près du carter, les simulations CFD et CHT donnent des estimations différentes pour le rendement isentropique. Le calcul adiabatique semble sous-estimer le rendement à cause d'une température totale trop importante alors que le calcul isotherme semble mieux capturer les gradients de température, et donc le rendement, comparé aux données expérimentales. De plus, une différence entre les calculs isotherme et couplé est notable près du carter. Cette différence est due par un écart sur la température de paroi entraînant des gradients légèrement différents. Au niveau du moyeu, on remarque que les simulations ne tenant pas compte des échanges de chaleur ont tendance à sous-estimer le rendement isentropique alors qu'un calcul couplé semble avoir une meilleure correspondance avec les données expérimentales.

4.5.5 Impact du modèle de turbulence sur les échanges de chaleur

La modification de la condition limite thermique ne permet pas d'expliquer les différences en milieu de veine entre les simulations et les données expérimentales. Bien que le taux de compression semble correctement estimé, la modification de la température n'influence que localement la viscosité turbulente et donc le comportement aérodynamique. On regarde alors comment les échanges de chaleur sont impactés par le modèle de turbulence. Dans cette section, on compare principalement des calculs couplés en utilisant soit le modèle de Spalart-Allmaras soit le modèle $k-l$ de Smith.

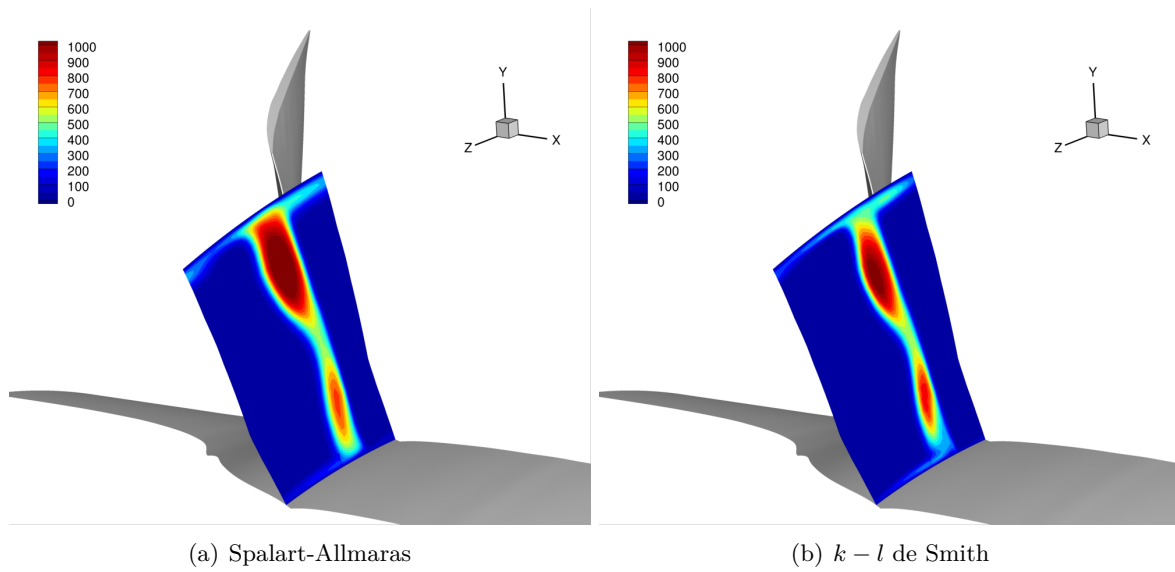
La figure 4.64 compare les courbes caractéristiques entre des calculs couplés pour les deux modèles de turbulence. La viscosité turbulente semble avoir un impact plus important à fort débit et plus particulièrement pour $\dot{m}/\dot{m}_c = 0.98$. En effet, la figure 4.64(a) montre le taux de compression pour les deux modèles de turbulence et on remarque peu de différences pour les points de fonctionnement proche pompage et proche blocage. La figure 4.64(b) montre le rendement isentropique en fonction du modèle de turbulence. Les niveaux restent globalement inchangés entre le modèle de Spalart-Allmaras et $k-l$ de Smith. En revanche, la pente de la caractéristique varie. Cela montre que le type de la condition thermique influence le niveau global du rendement isentropique mais que la modélisation de la turbulence affecte principalement la pente.

La figure 4.65 montre l'évolution radiale à $z = 10,67\text{cm}$ pour les deux modèles. En dessous de 10% de hauteur de veine, les modèles de turbulences de Spalart-Allmaras et $k-l$ de Smith donnent la même estimation du taux de compression mais ne parviennent pas à recoller aux résultats expérimentaux. Cet effet est principalement dû à un écoulement radial de jeu inter-roues qui n'est pas pris en compte ici. De 10% à 50% de hauteur les simulations donnent une estimation assez fidèle du taux de compression. Au-dessus de 50%, le modèle $k-l$ reflète plus fidèlement les données expérimentales quelle que soit la condition thermique de paroi. De plus, modifier le modèle de turbulence n'impacte pas beaucoup la température totale le long du rayon, seule une

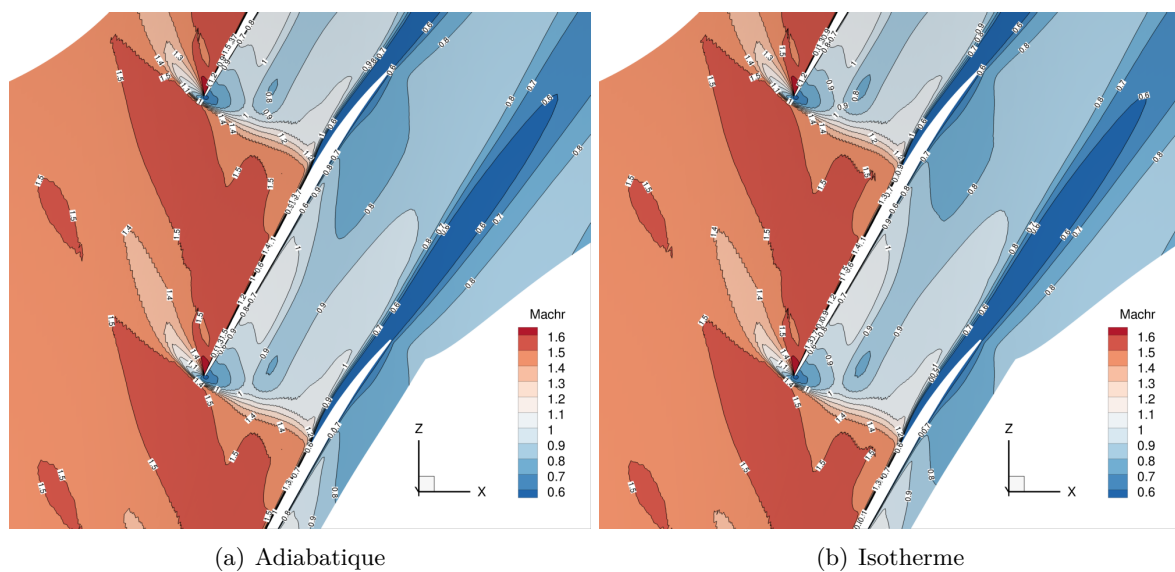
FIGURE 4.65 – Performances du rotor à $z = 10,67cm$

légère amélioration de la température totale est visible proche du jeu. En effet, modifier le modèle de turbulence conduit, entre autres, à la modification de la viscosité turbulente et donc des flux de chaleur turbulents à la paroi. La modification du rendement isentropique sera principalement générée par la variation de la pression proche carter. Or les deux modèles de turbulence donnent une estimation similaire du rendement isentropique. Une variation de température totale, même faible, entraîne une plus grande variation du rendement que la pression totale. Ici, l'écart de la température totale compense la différence de pression totale en tête. D'où le rendement similaire.

La figure 4.66 compare le niveau de μ_t/μ pour le modèle de Spallart-Allmaras et celui de $k-l$ de Smith au bord d'attaque. On constate que ce ratio est plus important pour le modèle avec une équation de transport Spallart-Allmaras. Dans le code elsA, μ est calculée à partir de la loi de Sutherland et des paramètres d'entrée. μ est relativement constante et identique dans les deux cas. L'augmentation est principalement liée à une estimation de la viscosité turbulente élevée par le modèle. Pour les échanges de chaleur, il est important de correctement estimer ce paramètre qui n'est pas négligeable dans le calcul du flux de chaleur à la paroi.

FIGURE 4.66 – Comparaison du rapport μ_t/μ pour deux modèles de turbulence au bord d'attaque

Enfin on regarde comment la condition aux limites thermique impacte l'écoulement et notamment la position du choc. La figure 4.67 compare le nombre de Mach relatif entre une condition adiabatique et une condition isotherme à $h/H = 95\%$. La condition au limite thermique ne semble pas beaucoup affecter le comportement aérodynamique et notamment la position du choc. Ce résultat est différent de ce qui été observé par Maffulli et He [85]. Des comparaisons sur le nombre de Mach, la pression totale relative et l'entropie sont données en annexe B. Les différences entre les deux modèles de turbulence sont finalement assez faibles.

FIGURE 4.67 – Comparaison du nombre de Mach relatif à $h/H = 95\%$

4.6 Brève synthèse

Une validation approfondie du couplage aérothermique a été réalisée dans ce chapitre pour des applications tridimensionnelles. De très nombreux calculs couplés fluide-solide ont été menés à bien et quelques conclusions générales peuvent en être tirées autour de deux axes majeurs : la validité du schéma de couplage d'une part, l'influence des phénomènes thermiques dans les calculs aérodynamiques d'autre part.

Les calculs 3D ont été effectués en utilisant la condition d'interface de Dirichlet-Robin qui ne dépend que d'un seul coefficient issu d'une étude théorique 1D. Des problèmes se posent lorsque l'interaction thermique augmente très fortement comme cela est le cas en présence d'une barrière thermique. Nous avons alors proposé dans cette thèse une modification du coefficient optimal et tous les calculs ont alors montré une stabilité inconditionnelle associée à une convergence rapide dépourvue d'oscillations. De plus, une fois les instabilités maîtrisées, nous avons montré comment diminuer voire annuler le terme de relaxation, assurant de ce fait une précision accrue.

L'influence de la thermique dans les écoulements de veine a été étudiée. Souvent, les échanges de chaleur influencent peu la structure de l'écoulement mais localement des effets subtils ont aussi été relevés modifiant légèrement le sillage et l'écoulement en proche paroi. En outre, il est clair qu'une estimation imprécise des flux thermiques peut entraîner des erreurs significatives sur l'estimation du rendement comme cela a été souligné pour le rotor 37. On a aussi montré que la turbulence entraîne des échanges de chaleur du fluide vers le solide mais il arrive que ce sens soit inversé lorsque l'on tient compte de la conductivité thermique du matériau. Celle-ci peut jouer un rôle plus ou moins important notamment lors de la présence d'une barrière thermique qui impacte de façon prépondérante les flux de chaleur à la paroi modifiant la densité du fluide et donc la vitesse. Une modélisation plus fine de la turbulence lors d'un calcul couplé conduirait à une précision accrue de la charge thermique. Dans ce chapitre on s'est intéressé à une méthodologie pour tenir compte des flux de chaleur issus d'un écoulement instationnaire tout en conservant une approche stationnaire dans le solide. Des différences sensibles sur les flux de chaleur ont alors été relevées par rapport à un calcul CFD. L'approche proposée conserve la précision d'un écoulement instationnaire côté fluide tout en maintenant des temps de calcul raisonnables.

Nous pouvons conclure qu'employer un schéma de couplage reposant sur de solides bases théoriques, comme cela a été fait dans ce travail, conduit à des temps de calcul d'une simulation couplée qui ne sont pas beaucoup plus importants comparés à une simulation non couplée. Cependant, ces méthodes simples à mettre en oeuvre, enrichissent grandement l'analyse de la physique. Tout dépend en fait du degré de précision que l'on désire obtenir. La tendance actuelle étant de réaliser des simulations de plus en plus fines, des calculs couplés pourrait être systématiquement mis en oeuvre.

Chapitre 5

Méthode de résolution des effets thermiques instationnaires du fluide à la paroi

5.1 Introduction

5.1.1 Contexte

Il existe différents phénomènes qui peuvent nécessiter une approche instationnaire. Par exemple les points chauds, structures cohérentes chaudes, provenant de la chambre de combustion et dus à la discrétisation des injecteurs et de leur proximité avec la turbine, entraîne une fluctuation de la température de l'ordre de 1000 Hz . On peut aussi citer les fluctuations de la flamme en sortie de chambre de combustion qui génèrent une oscillation de l'ordre de 100 Hz . Enfin, les écoulements dans un disque de turbine peuvent aussi être à l'origine d'oscillations de plus faible fréquence de l'ordre de 10 Hz [2, 55, 81]. Toutes ces fluctuations peuvent conduire à des durées de vie largement sous-estimées notamment pour les faibles fréquences.

Les propriétés aérodynamiques sont légèrement modifiées et influencées par la température de paroi. Le chapitre 4 a décrit une approche instationnaire dans le fluide tout en restant stationnaire à l'interface et dans le solide. Cela vient du fait que les pas de temps caractéristiques dans l'écoulement fluide sont plus petits de plusieurs ordres de grandeur comparés à ceux dans le solide. Cependant si l'on souhaite réaliser une analyse plus fine des transferts de chaleur et de leur impact sur la couche limite il est nécessaire d'utiliser une approche instationnaire dans le fluide et dans le solide. Celle-ci doit être cohérente en temps avec les échanges de chaleur dans les deux domaines. L'évolution des interactions moyennées à l'interface n'est alors pas suffisante et la synchronisation des pas de temps pour les deux domaines conduit à des temps de calcul extrêmement longs du fait de la disparité des temps caractéristiques de chacun des domaines. Cela limite fortement l'analyse des échanges de chaleur instationnaires. Or cette analyse est primordiale car le fluide impacte le solide mais en retour, la température pariétale influence le nombre de Reynolds local.

5.1.2 Le couplage instationnaire classique : délicat et coûteux

Dans ce chapitre on propose une méthode pour la résolution des échanges de chaleur instationnaires à la paroi de façon à mieux comprendre l'impact des échanges de chaleur sur les effets

instationnaires au travers d'une paroi. Dans ce but, nous allons privilégier l'étude des échanges thermiques avec un écoulement instationnaire. Dans ce cas l'état instantané a une signification physique qui doit être pris en compte lors des échanges avec le solide. On ne peut plus considérer que la fréquence de couplage n'influence pas le résultat et encore moins utiliser un coefficient de relaxation afin de stabiliser le calcul. En effet, la conservation de l'énergie, $\phi_f = \phi_s$ et $T_f = T_s$, doit être vérifiée à chaque instant. La façon la plus simple d'obtenir cette égalité est de réaliser des calculs instationnaires dans les domaines fluide et solide. Cependant, l'énorme disparité entre les temps caractéristiques dans chacun des domaines rend cette solution impraticable. Le temps d'évolution côté solide est beaucoup plus lent que celui côté fluide conduisant à un coût CPU énorme. Par ailleurs, dans le cadre d'une approche partitionnée, échanger des données en suivant les fréquences les plus élevées équivaut à un couplage instationnaire fort nécessitant une discrétisation temporelle identique dans les milieux fluide et solide. Cela engendrerait un coût de calcul prohibitif, augmenterait considérablement le volume des données à échanger, et nécessiterait des interpolations incessantes et donc coûteuses. Cela aurait aussi deux effets néfastes sur le plan numérique. Tout d'abord, les hautes fréquences fluides conduisent à de très faibles pénétrations thermiques dans le solide et engendreraient des erreurs de troncature élevées. D'autre part, le pas de temps fluide, trop faible pour être perçu par le solide, produirait une forte accumulation d'erreurs d'arrondi dans la prévision instationnaire de la température du solide car un nombre considérable de pas de temps serait nécessaire.

5.1.3 Stratégie

Il s'avère donc indispensable d'élaborer une méthodologie tenant compte des échanges instationnaires sans avoir à réaliser un calcul structure instationnaire côté solide. Pour cela, un modèle s'affranchissant de la partie solide va être présenté. Nous développerons d'abord toute la partie théorique en incluant une éventuelle barrière thermique et l'appliquerons dans un deuxième temps sur une configuration simplifiée. La démarche que nous allons présenter dans ce chapitre s'inspire des travaux de He et al. [54, 55]. Nous allons cependant proposer une amélioration dans la partie moyennée en utilisant les schémas optimaux développés dans les chapitres précédents mais aussi mieux comprendre le fonctionnement du modèle et proposer une mise en données pour la reconstructions des harmoniques.

5.2 Conduction instationnaire dans le domaine fréquentiel

Un couplage fort consiste à conserver une égalité des quantités à l'interface à chaque instant de couplage. Le principal inconvénient d'un couplage aérothermique instationnaire fort est la différence importante des pas de temps d'un domaine à l'autre. En effet, le pas de temps fluide est bien trop faible pour un calcul de conduction dans le solide et aurait pour conséquence une augmentation considérable du coût CPU. De manière à contourner ce problème d'échelle, on cherche à résoudre l'équation de la conduction instationnaire dans le domaine fréquentiel pour des instationnarités périodiques. Cela permet alors de s'affranchir d'un domaine solide, qui impose une synchronisation des pas de temps, lors d'un calcul instationnaire dans les deux domaines. La méthode que nous allons développer va s'articuler autour de deux axes distincts et complémentaires. Dans un premier temps, une résolution stationnaire temporelle à l'interface, mettant à profit les propriétés d'accélération de la convergence détaillées dans le chapitre 3, sera

effectuée. Puis, la résolution instationnaire fréquentielle sera menée à bien à l'aide d'un modèle dédié qui va être détaillé dans ce chapitre.

L'équation de la conduction instationnaire dans le solide peut être décomposée en une partie stationnaire et une partie instationnaire à l'aide de la décomposition en série de Fourier :

$$T = T_0 + \sum_{n=1}^N A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t) \quad (5.1)$$

où ω représente la pulsation. La température moyenne T_0 peut être issue d'un calcul stationnaire séparé en considérant que les propriétés du matériau sont indépendantes des fluctuations de température. De plus, à l'interface fluide-solide la condition de la conservation de l'énergie et la continuité de la température doivent être respectées. On impose donc :

$$\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial x} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (5.2)$$

$$T_f = T_s \quad (5.3)$$

Pour une discrétisation au premier ordre des flux à l'interface, l'égalité des flux (eq. 5.3) conduit à une température d'interface T_w définie par l'équation suivante :

$$T_w = \frac{T_s \frac{\lambda_s}{\Delta x_s} + T_f \frac{\lambda_f}{\nu \Delta x_f}}{\frac{\lambda_s}{\Delta x_s} + \frac{\lambda_f}{\nu \Delta x_f}} \quad (5.4)$$

où T_s et T_f sont respectivement la température solide et du fluide avec $\nu = 1/2$ pour une estimation de la température du fluide au centre de la cellule adjacente à la paroi. Il est important de préciser que pour des calculs couplés instationnaires entre le fluide et le solide, les maillages de part et d'autre doivent être suffisamment resserrés afin de capturer les fluctuations de la chaleur. Cela est d'autant plus vrai pour les hautes fréquences qui seront sinon filtrées par le maillage. C'est pourquoi on recherche une approche plus adaptée au couplage aérothermique instationnaire en passant par un modèle semi-analytique. Cette approche semi-analytique évite de résoudre les équations instationnaires dans le solide. Pour cela, on doit tenir compte de la réponse du solide sur le fluide à l'aide de la transformée de Laplace qui associe aux équations aux dérivées partielles (EDP) une équation différentielle ordinaires (EDO) simplifiant la résolution des équations aux dérivées partielles. Considérons l'équation de la diffusion 1D :

$$a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5.5)$$

Avec a est la diffusivité. La figure 5.1 représente la configuration étudiée qui présentera ou non une barrière thermique (TBC). Le solide est considéré comme semi-infini par rapport aux échanges des fluctuations de chaleur.

On considère alors cette équation de la diffusion 1D dans un solide supposé semi-infini sans barrière thermique avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} = q_s & \text{à } x = 0 \\ T_s = 0 & \text{à } x = \infty \end{cases} \quad (5.6)$$



FIGURE 5.1 – Représentation d'une plaque semi-infinie avec barrière thermique

L'équation de la diffusion de la chaleur peut s'écrire dans l'espace de Laplace comme :

$$\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} = \frac{p}{a} \hat{T} \quad (5.7)$$

avec p la variable complexe générique dans l'espace de Laplace.

On notera par ailleurs, que si l'on considère une température de surface oscillante de la forme :

$$T(x, t) = \bar{T}(x) + \hat{T}e^{i\omega t} \quad (5.8)$$

L'équation (5.5) de la diffusion aboutit à une expression similaire à la transformée de Laplace, transformant ainsi l'EDP en EDO :

$$\frac{\partial^2 \hat{T}}{\partial x^2} = \frac{i\omega}{a} \hat{T} \quad (5.9)$$

En tenant compte des conditions aux limites imposées, la transformée de Laplace fournit l'harmonique du signal du flux thermique pour un cas sans barrière thermique qui dépend des propriétés du matériau et de la fréquence de pulsation du signal périodique à la paroi [11, 106] :

$$\hat{q}_s = \sqrt{i\omega} \sqrt{\rho c \lambda_s} \hat{T}_s \quad (5.10)$$

Si l'on souhaite tenir compte de la barrière thermique la fonction de transfert devient alors :

$$\hat{q}_s = \sqrt{i\omega} \sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1} \frac{(1+b)e^\delta - (1-b)e^{-\delta}}{(1+b)e^\delta + (1-b)e^{-\delta}} \hat{T}_s \quad (5.11)$$

avec $\delta = \delta_1 \sqrt{i\omega/a_1}$, $a_1 = \lambda_1/(\rho_1 c_1)$ et $b = \sqrt{(\rho c \lambda)_2/(\rho c \lambda)_1}$. L'ensemble de la démonstration est fournie en annexe C. Ainsi, la transformée de Laplace aboutit à une expression du flux en fonction de la température de paroi via un nombre complexe $\hat{C}_{Tq}$ qui dépend uniquement des propriétés du solide. Cette expression permettra de s'affranchir de la résolution numérique d'un domaine solide et d'éviter la dépendance en maillage côté solide. On obtient alors l'expression suivante du flux à la paroi :

$$\hat{q}_s = \hat{C}_{Tq} \cdot \hat{T}_s \quad (5.12)$$

De plus, en substituant $\hat{T}_s$ par $\hat{T}_w$ dans l'équation (5.12) et en imposant la continuité des flux à l'interface $\hat{q}_f = \hat{q}_s$, on peut définir une température harmonique de paroi comme celle utilisée dans l'équation (5.4) :

$$\hat{T}_w = \frac{\hat{T}_f \frac{\lambda_f}{\nu \Delta x_f}}{\frac{\lambda_f}{\nu \Delta x_f} + \hat{C}_{Tq}} \quad (5.13)$$

5.2.1 Reconstruction de la température à la paroi

Un algorithme de reconstruction du signal doit être codé afin de traiter les fluctuations de la température à l'interface dans le domaine fréquentiel. Il existe pour ce faire différentes méthodes. Les fluctuations de température que nous étudions dans ce chapitre sont périodiques, nous choisissons alors une méthode de reconstruction du signal proche de celle présentée par Gerolymos et al. [44]. En effet, cette méthode a l'avantage de permettre le traitement de plusieurs harmoniques tant que le signal reste périodique et ne requiert que peu de ressources CPU et mémoire.

On présente dans cette section la méthode de reconstruction du signal utilisée. Une fonction périodique peut être approximée par une série de Fourier. La décomposition est réalisée, côté fluide, sur la cellule adjacente à l'interface fluide-solide. On considère alors que la température peut être décomposée avec une fonction du signal moyen de température et un signal fluctuant :

$$T(x, t) = \tilde{T}(x) + \sum_{n=1}^N a_n \cos(\omega_n t) + b_n \sin(\omega_n t) \quad (5.14)$$

On peut alors écrire les harmoniques sous la forme : $\hat{T}_f = a_n - ib_n$. La méthode de reconstruction met à jour les coefficients de Fourier à chaque pas de temps en définissant les coefficients de la façon suivante :

$$a_0^t = a_0^{t-\Delta t} + \frac{\Delta t}{T} ([T(x, t) - \tilde{T}(x, t)]^t - [T(x, t) - \tilde{T}(x, t)]^{t-\Delta t}) \quad (5.15)$$

$$a_n^t = a_0^{t-\Delta t} + \frac{2\Delta t}{T} ([T(x, t) - \tilde{T}(x, t)]^t - [T(x, t) - \tilde{T}(x, t)]^{t-\Delta t}) \cos\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \quad (5.16)$$

$$b_n^t = b_0^{t-\Delta t} + \frac{2\Delta t}{T} ([T(x, t) - \tilde{T}(x, t)]^t - [T(x, t) - \tilde{T}(x, t)]^{t-\Delta t}) \sin\left(\frac{2\pi n t}{T}\right) \quad (5.17)$$

À la première itération, tous les coefficients de Fourier sont initialisés à 0 sauf a_0 qui prend la valeur de la température moyenne imposée à l'interface. Ainsi, lorsque l'on utilise la technique de substitution, on approxime la température à l'interface ce qui conduit une reconstruction du signal à l'interface à chaque pas de temps. Dans notre cas la variation de la température d'injection étant sinusoïdale, une seule harmonique est considérée.

5.2.2 Mise à jour de la condition aux limites

Une fois que le signal est reconstruit, les harmoniques doivent être mises à jour afin de déterminer la variation en amplitude du signal et le déphasage produit par la présence du

matériau. Pour ce faire, on décompose $\hat{T}_w$ (5.13) en une partie réelle et une partie complexe sous la forme :

$$\hat{T}_w = (A + iB)\hat{T}_f \quad (5.18)$$

A et B étant deux constantes. Dans un premier temps, on considère un matériau sans barrière thermique (5.10). Dans ce cas $\hat{C}_{Tq}$ devient :

$$\hat{C}_{tq} = (1 + i)\sqrt{\frac{\omega\rho c_p \lambda_s}{2}} \quad (5.19)$$

on pose $s = \sqrt{\frac{\omega\rho c_p \lambda_s}{2}}$ et $h = \frac{\lambda_f}{\Delta x_f}$ qui représente un coefficient d'échange convectif à la première maille. L'expression de la température à la paroi peut s'écrire comme :

$$\hat{T}_w = \left[\frac{h(h+s)}{(h+s)^2 + s^2} - i \frac{hs}{(h+s)^2 + s^2} \right] \hat{T}_f \quad (5.20)$$

L'expression précédente permet de déduire la valeur du module $A_m = \sqrt{A^2 + B^2}$ et de la phase $\phi = \tan(\frac{B}{A})$ qui fournissent la variation en amplitude et en phase sur le signal d'origine avec comme expression le nouveau signal suivant :

$$T = T_0 + \sum_{n=1}^N (A_n \cdot A_m) \cos(n\omega t + \Phi) + (B_n \cdot A_m) \sin(n\omega t + \Phi) \quad (5.21)$$

L'expression de la variation de l'amplitude et du déphasage pour un matériau avec barrière thermique est développée en annexe C.

5.2.3 Représentation du schéma de couplage

Une représentation du schéma de couplage est illustrée sur la figure 5.2. La méthode se décompose en 2 parties. La première consiste à obtenir une estimation de la température moyenne à l'interface. On impose dans un premier temps une condition d'interface de Dirichlet-Robin où le calcul s'initialise avec le code fluide qui résout les équations URANS. Une moyenne par morceaux est réalisée au cours de calcul sur le terme de flux de chaleur à l'interface à l'image de la méthode de couplage pour les calculs chorochroniques (figure 4.42). La moyenne est arithmétique et est réalisée entre deux instants de couplage. À l'instant de couplage, on utilise le coefficient de relaxation optimal α_f^{opt} à partir des données fluides en proche paroi afin de stabiliser le calcul tout en convergeant rapidement vers une solution stationnaire à l'interface. Une condition d'interface de Robin est imposée côté solide qui reçoit alors la moyenne du flux à l'interface entre deux instants de couplage, la température fluide et le coefficient de relaxation α_f^{opt} (Chapitre 3). On calcule alors un nouvel état stationnaire dans le solide qui renvoie la température réactualisée au code fluide. C'est cette température moyenne qui est requise pour initialiser la méthode de couplage semi-analytique.

Dans un second temps, une fois effectué le calcul stationnaire précédent, les fluctuations de la température à l'interface vont être calculées. Ce modèle semi-analytique, présenté dans le paragraphe 5.2 va alors se substituer au calcul classique de conduction. Pour cela, il est nécessaire d'extraire la température au niveau de la cellule adjacente à la paroi côté fluide afin de réaliser une transformée de Fourier. On obtient alors les harmoniques permettant de mettre à jour la

condition de paroi avec la fonction de transfert définie par l'équation (5.13). Le calcul s'arrête lorsque les harmoniques sont convergés.

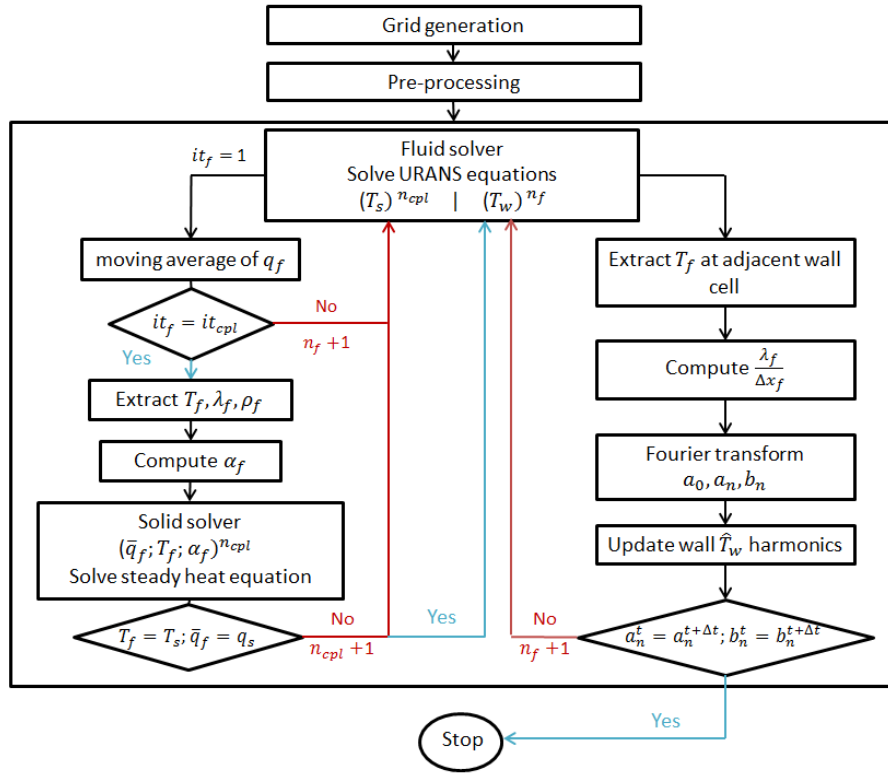


FIGURE 5.2 – Représentation du schéma de couplage instationnaire

5.3 Résultats préliminaires

Dans cette section, on présente des résultats préliminaires sur la mise en place de la méthode de couplage instationnaire et des développements réalisés. On précise que ces résultats sont issus d'une première mise en donnée qui, par manque de temps, n'a pas fait l'objet d'une vérification approfondie bien que le raisonnement théorique reste correct.

5.3.1 Maillages et condition d'injection

Dans cette section, une configuration de plaque plane est utilisée. On rappelle que la méthodologie présentée dans ce chapitre ne considère qu'un domaine fluide couplé à un modèle solide semi-analytique. On se propose ici de comparer les résultats issus de cette approche à ceux obtenus via un modèle classique de couplage instationnaire fluide-solide (figure 5.3). Le domaine fluide et les paramètres numériques sont identiques dans les deux cas.

Le maillage fluide est multi-bloc structuré en adoptant une taille de première maille fluide $\Delta x_f = 2.35 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ suffisante pour correctement capturer la sous-couche la visqueuse. Une zone tampon est placée en amont de la plaque couplée, pour éviter les instabilités qui ne sont pas liées aux échanges de chaleur.

L'air injecté suit la loi des gaz parfaits. La viscosité dynamique est calculée à partir de la loi de Sutherland. Le champ de pression totale à l'injection est uniforme $P_i = 102350 \text{ Pa}$ et

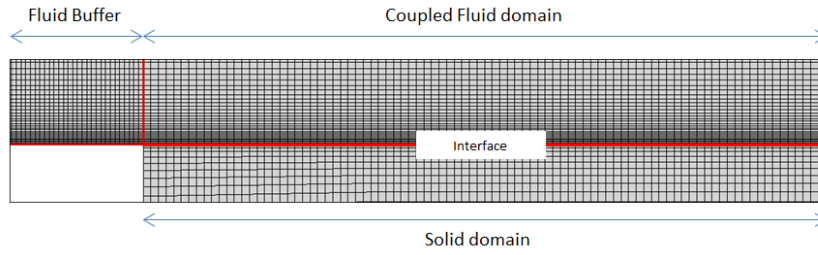


FIGURE 5.3 – Maillage de la plaque plane pour un calcul URANS

une condition de pression en sortie de $P_s = 101325 \text{ Pa}$ est imposée. En revanche la condition d'injection sur la température totale oscille autour d'une température moyenne de $\bar{T}_i = 600 \text{ K}$ avec une d'amplitude 100 K :

$$T_i = \bar{T}_i \left(1 + A_T \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T}\right) \right) \quad (5.22)$$

Le modèle de Spalart-Allmaras est utilisé pour la modélisation de la turbulence avec une décomposition LU-SSOR scalaire pour la résolution des équations linéaires. Le schéma de Jameson est mis en oeuvre pour le calcul des flux convectifs et associé à un schéma à 5 points avec une correction pour le découplage pair-impair pour le calcul des flux diffusifs. Le pas de temps est égal à 10^{-5} s et on impose soit une fréquence d'oscillation faible $f = 20 \text{ Hz}$ soit une fréquence élevée $f = 1000 \text{ Hz}$. Ces choix ont été adoptés afin de pouvoir analyser la pénétration de la chaleur dans le domaine solide et les effets de troncature.

Pour la comparaison avec les calculs URANS, un domaine solide est nécessaire. Le maillage du solide est alors non-structuré, la longueur de la plaque plane couplée est de 0.3 m et d'épaisseur 0.01 m . La conductivité thermique est prise à $\lambda_s = 21 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$, la densité $\rho_s = 7900 \text{ kg.m}^{-3}$ et la capacité thermique massique du solide $c_s = 393 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. On impose une température de paroi de 400 K sur le bord inférieur et toutes les autres conditions aux limites sont considérées adiabatiques. La taille de première maille est de $2.5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ et seule l'équation de la chaleur stationnaire est résolue dans le solide.

5.3.2 Estimation du modèle instationnaire à l'aide d'un couplage fort

On présente dans cette section les résultats issus d'un couplage fort entre le fluide et le solide, c'est-à-dire que la continuité "flux-température" est imposée à l'interface fluide-solide à chaque instant de couplage. Les codes résolvent les équations instationnaires de Navier-Stokes et l'équation instationnaire de la chaleur dans le solide avec le même pas de temps de part et d'autre de l'interface. Le calcul URANS où le domaine fluide et le domaine solide sont simulés vont permettre de disposer de résultats de référence pour évaluer la qualité du modèle semi-analytique. Précisons toutefois que l'obtention de solutions transitoires via un couplage fort nécessite, côté solide, une résolution spatiale et temporelle extrêmement coûteuse et potentiellement de difficultés numériques associés. Nous avons cependant eu recours à cette solution de façon exceptionnelle afin de disposer d'une solution de référence couplée. Il est bien évident qu'un couplage instationnaire fluide-solide est totalement exclu dans des applications industrielles, surtout si des hautes fréquences sont en jeu.

La figure 5.4 montre l'évolution de la température en fonction du temps au bord d'attaque et au bord de fuite. Le comportement des fluctuations à l'interface étant différent à basse et à

haute fréquence, on compare alors deux pulsations différentes. On remarque que la fréquence à la paroi est directement dictée par les oscillations à l'injection. La couche limite n'impacte pas la fréquence des fluctuations de la température à la paroi mais uniquement la phase et l'amplitude des oscillations à cause de l'épaississement de la couche limite. En effet, l'amplitude au bord de fuite est fortement atténuée pour un même signal comparée au bord d'attaque. On peut aussi observer le déphasage entre les deux signaux qui est principalement dû au retard de la propagation de l'information de la condition d'injection le long de la plaque plane.

On peut aussi noter la différence de température à la paroi entre une oscillation à l'injection de 20 Hz et celle de 1000 Hz . Comme on peut le voir la fréquence de 20 Hz pénètre plus dans le solide générant ainsi des oscillations à la paroi de plus forte amplitude alors que celle de 1000 Hz génère des oscillations de faible amplitude.

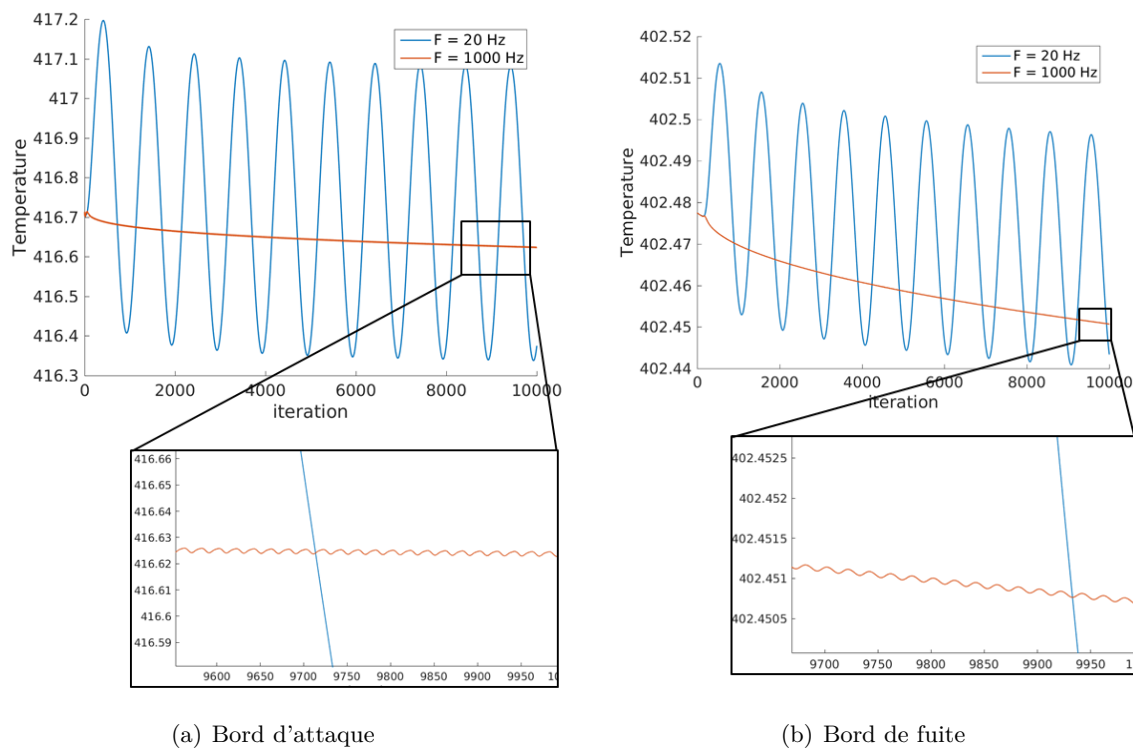


FIGURE 5.4 – Oscillation de la température de paroi en réalisant un couplage fort

On sait que la taille de première maille solide est de $\Delta x_s = 2.5 \cdot 10^{-5}\text{ m}$. Des effets de troncature peuvent apparaître si le maillage du solide n'est pas suffisamment raffiné se comportant comme un filtre passe-bas [55]. On estime la fréquence maximale que peut capturer le maillage à l'aide de l'équation suivante en supposant un nombre de Fourier de maille égal à 1 :

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\lambda_s}{\rho_s c_s f_c}} \quad (5.23)$$

où f_c est la fréquence de coupure. L'équation (5.23) fournit une estimation de la pénétration de la chaleur dans le solide. L'équation (5.23) montre ainsi que le maillage choisi capte toutes les fréquences inférieures à 10000 Hz . On peut alors considérer que les simulations réalisées en URANS avec le maillage utilisé côté solide ont la capacité de capturer toute l'énergie transmise sans que le maillage du solide ne réalise une troncature du signal. Il reste cependant à analyser le

code CWIPI qui effectue les interpolations des quantités pariétales d'un solveur à l'autre. CWIPI est aussi susceptible de filtrer le signal transmis, les interpolations n'étant pas conservatives. Afin de réduire au maximum l'erreur commise par les interpolations, les noeuds des deux maillages sont strictement coïncidents ce qui a pour effet de réduire les erreurs potentielles lors du couplage. On considère alors que les résultats issus des calculs URANS sont convenablement convergés à l'interface sur les quantités thermiques à chaque instant et peuvent donc servir de référence pour valider le modèle semi-analytique.

5.3.3 Évaluation des fluctuations à l'interface à l'aide du modèle semi-analytique fréquentiel

Dans cette section, on cherche à valider notre modèle semi-analytique. Rappelons que ce modèle possède l'avantage de se passer de tout calcul solide et seule une simulation fluide URANS est nécessaire. Le couplage étant souvent une "mécanique" assez lourde, l'utilisation d'un modèle analytique fait apparaître un nombre considérable d'avantages. Il élimine tout d'abord les problèmes d'instabilités numériques, inhérents à la plupart des simulations couplées. Il réduit d'autre part les erreurs de troncature et erreurs d'arrondi. De plus, il ne nécessite pas la génération d'un maillage structuré, maillage qui doit être d'autant plus raffiné que les fréquences en jeu sont élevées. Enfin, il évite la complexité de la mise en donnée d'un couplage fluide-solide.

Dans un premier temps, on réalise une simulation stationnaire couplée entre un code fluide et un code solide en suivant la méthodologie décrite dans la section 5.2.3. Une fois la solution stationnaire obtenue, on peut utiliser la méthode de résolution semi-analytique en appliquant les équations présentées la section 5.2. La figure 5.5 montre les oscillations à la paroi en utilisant le modèle semi-analytique. On peut voir que l'algorithme de reconstruction du signal à la paroi nécessite quelques itérations afin que les harmoniques convergent. Pour le calcul à $f = 20 \text{ Hz}$, l'algorithme de reconstruction du signal converge après 2500 itérations environ. Afin d'éviter le phénomène de repliement spectral, on échantillonne correctement les fluctuations de la température à l'interface pour la reconstruction du signal. On peut voir que le modèle génère des fluctuations autour de la température moyenne trouvée par le calcul stationnaire qui doit être parfaitement convergé. En effet, le modèle analytique n'impacte que l'amplitude et la phase du signal d'origine.

On peut aussi comparer le signal reçu par le modèle et celui obtenu en réalisant une simulation URANS couplée. La figure 5.6 met en parallèle le résultat obtenu entre une simulation URANS et le modèle semi-analytique à $f = 20 \text{ Hz}$. On constate que les températures moyennes entre le modèle semi-analytique et la simulation URANS sont différentes de manière significative. Cette différence provient de l'approche utilisée car l'approche semi-analytique détermine la température moyenne à l'aide d'une approche URANS. Par ailleurs, le signal crête à crête n'est pas le même. La température issue du modèle est surestimée comparée au résultat URANS avec plus de $1K$ d'écart sur l'amplitude du signal. On remarque aussi que la phase n'est pas correctement estimée. Plusieurs causes peuvent expliquer ces écarts :

- une mauvaise estimation des quantités du modèle
- les effets de troncature provenant des interpolations spatiales
- le manque de raffinement du maillage solide
- une mauvaise mise en donnée

5.4 Conclusions et perspectives

Des études complémentaires seront nécessaires afin de vérifier et valider le modèle semi-analytique proposé dans ce chapitre. Cependant, en tout état de cause, les travaux que nous venons de présenter ont abouti à l'élaboration d'une condition limite « dynamique » dans le code elsA fournissant la réponse thermique instantanée d'une paroi à une sollicitation fluide transitoire. Cette condition paraît essentielle dans toutes les applications turbomachines instationnaires et même indispensable si de hautes fréquences interagissent avec la paroi. À notre connaissance, les codes CFD disposant d'une telle condition sont extrêmement rares et on peut même aller jusqu'à dire qu'à l'heure actuelle aucun résultat satisfaisant n'a été publié. C'est pourquoi le travail initié autour d'un modèle semi-analytique devrait être poursuivi à l'ONERA en mettant à profit les méthodologies mises en oeuvre et la programmation qui en a résulté.

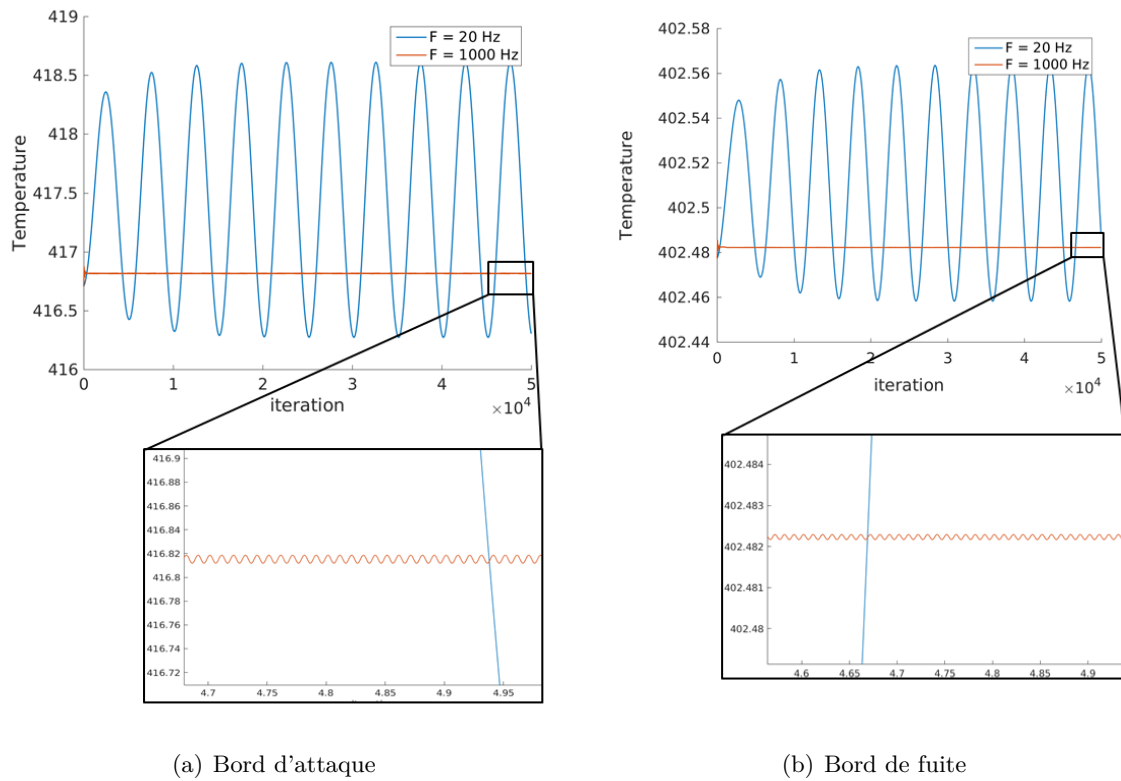


FIGURE 5.5 – Oscillation de la température de paroi en utilisant le modèle semi-analytique

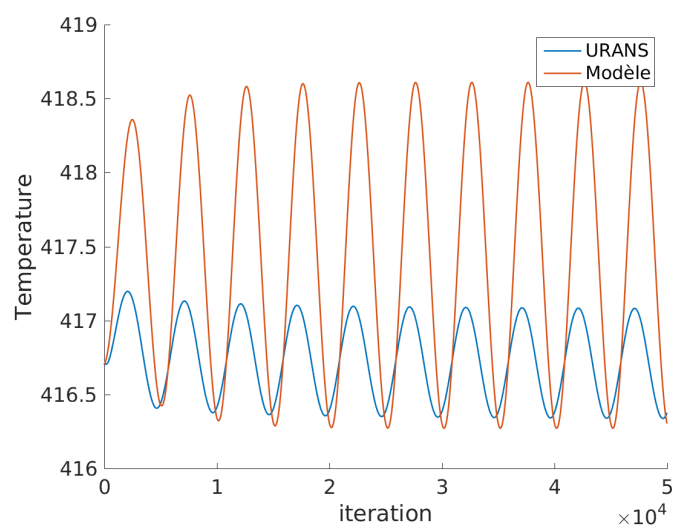


FIGURE 5.6 – Comparaison sur la température de paroi entre un couplage fort et le modèle semi-analytique pour $f = 20 \text{ Hz}$

Conclusions générales et perspectives

Le trafic aérien a connu ces quarante dernières années une croissance fulgurante. Cette croissance, associée à des contraintes environnementales de plus en plus drastiques, conduit les motoristes à améliorer en permanence les performances des turbines à gaz. La prise en compte des valeurs toujours plus élevées du taux de compression et de la température en sortie de chambre, qui entraînent une élévation de la température de paroi, deviennent des facteurs d'importance capitale dans l'amélioration des performances du moteur.

Le développement de nouvelles méthodes pour assurer des calculs couplés stables et précis dans des conditions thermiques de plus en plus sévères s'avère ainsi essentiel. Dans cette thèse, nous nous sommes focalisés sur le couplage aérothermique partitionné qui s'appuie sur une modularité plus importante et sur une méthodologie indépendante des codes considérés.

Les objectifs de ces travaux de thèse portant sur le schéma de couplage aérothermique concernaient (i) sa stabilité quelle que soit la force de l'interaction fluide-solide, (ii) sa robustesse et sa précision dans le cas de configurations complexes, notamment en présence de forts gradients, (iii) son extension aux écoulements instationnaires, (iv) tout en s'assurant d'un faible surcoût CPU pour rendre la méthode utilisable en bureaux d'études. Pour cela une étude bibliographique a été menée afin de sélectionner le schéma de couplage le plus adapté pour des applications de turbomachines. Celles-ci conduisent souvent à de fortes interactions aérothermiques que le schéma de couplage doit être en mesure de stabiliser tout en gardant des temps de calcul raisonnables. Les analyses aérothermiques peuvent aussi être approfondies à l'aide de calculs instationnaires pour lesquels un schéma de couplage adapté est présenté.

Pour répondre au premier objectif, après l'étude de plusieurs approches de couplage à l'interface, l'accent a été mis sur la condition de Dirichlet-Robin afin de stabiliser l'ensemble des interactions à l'aide d'un coefficient de relaxation optimal obtenu à l'aide d'une analyse de stabilité mono-dimensionnelle considérant les modes normaux comme instables. Ce coefficient garantit non seulement la stabilité inconditionnelle du processus couplé mais aboutit aussi à des temps optimaux de simulation. Les méthodes présentées dans cette thèse tiennent compte aussi bien des phénomènes stationnaires que transitoires. Le schéma de couplage repose sur un pas de temps dont la valeur peut affecter sa robustesse. Cette thèse a permis de l'améliorer en proposant une formulation du pas de temps de couplage transitoire basée sur une analyse de stabilité de Von Neumann. Ce travail a fait l'objet de deux présentations dans des conférences internationales et de deux publications dans des journaux dédiés.

Pour ne pas alourdir le temps CPU, une méthode pour l'accélération de la convergence du processus couplé a été en plus proposée. La méthode choisie a consisté à modifier au cours du calcul le coefficient de relaxation, facile à implémenter, et nous avons mis en place une fonc-

tion calibrée sur les propriétés convectives du fluide assurant une cohérence avec les effets diffusifs.

Le deuxième aspect considéré dans ces travaux portait sur la robustesse et la précision du couplage aérothermique. Le premier facteur d'imprécision, dans un couplage, est la qualité des interpolations entre les maillages des parois des domaines fluide et solide. Nous avons traité les potentielles erreurs à l'interface qui apparaissent à forts nombres de Biot. Ces erreurs sont principalement dues aux interpolations spatiales non conservatives. Un traitement à l'interface a été proposé pour la condition de Dirichlet-Robin afin de réduire ces erreurs. L'ensemble de ce travail a abouti à la réalisation de calculs plus précis sur des configurations industrielles avec de forts gradients de température qui incluent les effets de courbure.

Pour la robustesse, il s'est principalement agi d'éprouver la méthode sur des configurations suffisamment complexes, notamment en présence de forts gradients. Pour cela, des simulations numériques ont été réalisées sur une configuration étage d'une turbine HP pour différentes conditions de fonctionnement. Une étude sur la position du point chaud avec des simulations stationnaires et instationnaires a été menée afin de correctement estimer la charge thermique sur le rotor. En effet, lorsque le point chaud est aligné avec le bord d'attaque du distributeur, les échanges de chaleur du point chaud avec le distributeur et la protection du rotor avec la barrière thermique conduisent à une réduction des contraintes thermiques sur l'aube du rotor. Ce résultat n'aurait pas pu être obtenu sans couplage. Par ailleurs, le couplage met en évidence l'importance de la protection au bord de fuite du distributeur dans la réduction des échanges de chaleur. Un important niveau de turbulence est présent au bord de fuite provoquant une augmentation considérable du niveau des échanges thermiques, plus important que celui des échanges au bord d'attaque sur certaines configurations. Il faut noter que l'utilisation d'une protection partielle de l'aube de turbine par barrière thermique a permis de valider le caractère robuste du schéma de couplage en raison de la discontinuité en matériau.

De forts gradients de pression et de température apparaissent lorsque les ondes de choc interagissent avec la couche limite, ce qui peut limiter la robustesse d'un schéma de couplage aérothermique. Ce phénomène a pu être étudié avec le compresseur transsonique NASA Rotor 37. On a constaté que les échanges de chaleur influencent grandement le niveau du rendement isentropique. Afin de correctement estimer les grandeurs caractéristiques du rotor, les échanges de chaleur à la paroi doivent donc être pris en compte pour l'estimation de la température totale et la comparaison avec les données expérimentales. Ces travaux sur la robustesse ont fait l'objet d'une communication dans une conférence internationale et d'une publication dans un journal à comité de lecture.

Enfin, en ce qui concerne la problématique des écoulements instationnaires dans les turbines, des simulations chorochroniques ont été comparées en termes de niveaux de flux de chaleur, avec ou sans point chaud, avec les simulations stationnaires basées sur le condition de plan de mélange. Bien que ces niveaux soient sensiblement les mêmes, les calculs plan de mélange ne tiennent pas compte de l'effet de ségrégation, ce phénomène étant purement instationnaire. Une adaptation du schéma de couplage stationnaire a donc été réalisée afin d'inclure le comportement instationnaire dans le fluide tout en ayant une approche stationnaire dans le solide. Cette adaptation rend l'utilisation du coefficient de relaxation et des techniques d'accélération possibles pour un calcul instationnaire côté fluide. Il faut noter que l'utilisation de l'hypothèse de chorochronicité permet de limiter le coût CPU d'une simulation instationnaire, qu'elle soit couplée ou non.

De plus, une approche a été proposée pour évaluer les fluctuations de la température à la paroi. La réalisation d'un calcul instationnaire des deux côtés fluide et solide conduirait à des temps de simulation beaucoup trop importants, principalement pour les fluctuations thermiques de haute fréquence. Une méthode a été proposée qui, dans un premier temps, a conduit à l'estimation de la température moyenne à l'interface à l'aide d'un couplage stationnaire puis dans un second temps, une méthode analytique a été mise en place. Cette approche devrait réduire les temps de calcul et la complexité d'un couplage instationnaire. En l'état actuel, elle nécessite cependant une validation plus approfondie.

Perspectives

Les perspectives peuvent s'articuler autour de trois grands axes de recherche : modélisation dans le solide mais également dans le domaine fluide et le couplage aérothermique, notamment à travers la réalisation de calculs plus complexes. Ces perspectives se terminent par des préconisations pour faciliter la réalisation de couplage dans un contexte industriel. La modélisation dans le solide est un élément essentiel à prendre en compte. Les études sur la barrière thermique ont été réalisées avec des éléments volumiques de très faible épaisseur. Cela est rendu possible par le code solide qui autorise une résolution de l'équation de la chaleur stationnaire n'engendrant alors pas de problème de stabilité lors de l'utilisation des éléments volumiques fins. Cependant, pouvoir les simuler à l'aide d'éléments coques thermiques simplifierait la mise en données et donnerait lieu à des études paramétriques rapides.

L'influence de la conductivité thermique du solide est non négligeable sur l'estimation de la durée de vie et de l'analyse des phénomènes contribuant aux échanges de chaleur. En effet, lorsque le solide oppose une résistance thermique importante, les échanges de chaleur sont principalement causés par le point chaud au point d'arrêt. Cependant, lorsque cette résistance est faible, l'élévation de la température est principalement liée à la turbulence au bord de fuite. Réaliser des études en considérant une conductivité thermique évoluant avec la température améliorerait la précision des résultats obtenus.

Pour la modélisation des écoulements dans les turbomachines, comme ceux-ci sont intrinsèquement instationnaires, on peut aussi souligner l'importance de réaliser des calculs instationnaires lors d'un couplage aérothermique. La méthode étudiée dans cette thèse pour le couplage instationnaire s'affranchit d'un calcul solide pour l'estimation des interactions fluide-solide fluctuantes. Pour cela, la première phase a consisté à réaliser un calcul stationnaire préalable. Or, à ce stade la précision est cruciale et les erreurs à l'interface doivent être évitées en utilisant des interpolations conservatives. L'utilisation d'une résolution RANS faciliterait la convergence en utilisant un pas de temps local avec un schéma de couplage stationnaire adapté. La seconde phase consiste à résoudre les fluctuations de la température à l'interface. L'estimation de la partie fluctuante nécessitera la vérification de la mise en données utilisée et la validation du modèle semi-analytique avec les simulations entièrement couplées.

En raison de la physique très complexe des écoulements dans les turbomachines, la modélisation du domaine fluide peut requérir l'utilisation d'approches haute-fidélité, des méthodes hybrides RANS/LES aux simulations aux grandes échelles voire même aux simulations numériques directes. Toutes ces approches ont comme point commun de ne pas pouvoir reposer sur un coefficient de relaxation. Il est donc important de développer un schéma de couplage adapté à ces approches qui résolvent partiellement ou totalement la turbulence, notamment dans les couches limites.

Enfin, concernant les performances d'une turbomachine, l'hypothèse isentropique, généralement utilisée dans l'estimation du rendement n'est plus applicable pour des simulations aérothermiques couplées. Une autre formulation du rendement doit donc être employée en tenant compte des échanges de chaleur [3, 12].

Le dernier aspect porte sur le couplage aérothermique. Celui-ci fournit une représentation plus fidèle de la température de paroi que l'on pourrait appliquer sur des configurations plus complexes. On a montré l'importance de correctement estimer les échanges de chaleur au niveau du carter pour le rotor 37, en considérant une seule roue de compresseur. Réaliser une étude des échanges thermiques sur plusieurs étages fournirait une représentation plus fidèle de la température totale de l'écoulement et donc du rendement. D'un point de vue expérimental, il est plus simple de mesurer la température externe de la paroi du carter qui est généralement à température ambiante. Le couplage donnerait alors la température de la paroi interne du carter pour l'estimation des flux.

De plus, il est nécessaire d'accroître encore la précision du couplage aérothermique via l'étape d'interpolation. Dans notre cas, les interpolations spatiales à l'interface fluide-solide ne sont pas conservatives ce qui génèrent des erreurs dans l'estimation du flux de chaleur et impacter la précision du résultat stationnaire. Réaliser une convergence en maillage à l'interface fluide-solide est alors nécessaire. Le développement d'un algorithme basé sur des interpolations conservatives assurerait une parfaite transmission de l'énergie conduisant à résultats d'une plus grande fidélité. Il serait également pertinent de s'orienter vers des interpolations d'ordre élevé, surtout si les équations dans les domaines fluide et solide sont résolues à l'aide de méthodes numériques d'ordre élevé, comme les méthodes de Galerkin discontinues.

Enfin, la mise en place calcul couplé est malgré tout assez fastidieuse. Les calculs couplés aboutissent à un gain en précision mais conduisent aussi à une complexité plus importante et à des temps de calculs plus élevés. Il nous paraît essentiel de terminer ces perspectives par des préconisations, en soulignant les difficultés informatiques générées par la méthode partitionnée et en insistant sur la nécessité d'y remédier dès le stade de la conception de logiciels en mécanique (fluide et solide) dans un futur proche. L'attrait pour cette approche est indéniable car les meilleurs logiciels monophysiques sont directement employés. Cependant, la mise en oeuvre informatique peut être lourde et sujette à de nombreux problèmes (parallélisation, multiplication des pré et post-traitements, multiplication des plugins, reprise délicate, ...). De plus, les algorithmes de couplage, amenés à devenir de plus en plus complexes à mesure que se complexifie la modélisation multiphysique, sont implémentés au cas par cas. En outre, il est fréquent que des problèmes apparaissent lorsqu'une nouvelle architecture de clusters est adoptée. Durant cette thèse, on a dû pallier différentes contraintes inhérentes à une telle organisation informatique du couplage rendant certaines méthodes numériques difficilement accessibles (par exemple : une fréquence de couplage adaptative). Les codes de l'ONERA sont très performants pour des calculs d'écoulements compressibles et de structures dans les turbomachines mais n'ont cependant pas été initialement conçus pour participer à des simulations couplées, complexes et massivement parallèles. Afin de relever les défis de demain, il apparaît clairement que le caractère pluridisciplinaire d'une plateforme de codes doit être pensé dès le départ, ce qui permettrait de l'adapter au couplage dès sa conception. Ce n'est que grâce à cela que le calcul multiphysique pourra être pleinement mis en oeuvre et trouver sa place dans les bureaux d'études.

Bibliographie

- [1] Abeloff, P., Dougherty, F., and Van Dalsem, W. (1990). Thermal interaction between an impinging hot jet and a conducting solid surface. In *Flight Simulation Technologies Conference and Exhibit*, page 3010.
- [2] Baek, S. I. and Yavuzkurt, S. (2018). Effects of oscillations in the main flow on film cooling at various frequencies at a low blowing ratio. In *ASME Turbo Expo 2018 : Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, pages V05AT12A006–V05AT12A006. American Society of Mechanical Engineers.
- [3] Beard, P. F., Povey, T., and Chana, K. S. (2010). Turbine efficiency measurement system for the qinetiq turbine test facility. *Journal of Turbomachinery*, 132(1) :011002.
- [4] Bohn, D. E. and Tummers, C. (2003). Numerical 3-d conjugate flow and heat transfer investigation of a transonic convection-cooled thermal barrier coated turbine guide vane with reduced cooling fluid mass flow. In *ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference*, pages 279–286. American Society of Mechanical Engineers.
- [5] Bruna, D. and Turner, M. G. (2013a). Isothermal boundary condition at casing applied to the rotor 37 transonic axial flow compressor. *Journal of Turbomachinery*, 135(3) :034501.
- [6] Bruna, D. and Turner, M. G. (2013b). A rothalpy analysis for the isothermal boundary condition at casing applied to the rotor 37 transonic axial flow compressor. In *ASME Turbo Expo 2013 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V06BT37A011–V06BT37A011. American Society of Mechanical Engineers.
- [7] Burlet, K. L. G. and Dorney, D. J. (1997). Influence of 3d hot streaks on turbine heat transfer. *International Journal of Turbo and Jet Engines*, 14(3) :123–132.
- [8] Butler, T., Sharma, O., Joslyn, H., and Dring, R. (1989). Redistribution of an inlet temperature distortion in an axial flow turbine stage. *Journal of Propulsion and Power*, 5(1) :64–71.
- [9] Buttsworth, D. R. and Jones, T. (1997). Radial conduction effects in transient heat transfer experiments. *The Aeronautical Journal*, 101(1005) :209–212.
- [10] Cambier, L., Heib, S., and Plot, S. (2013). The onera elsA cfd software : input from research and feedback from industry. *Mechanics & Industry*, 14(3) :159–174.
- [11] Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. (1960). *Conduction of heat in solids*. Clarendon Press.
- [12] Casey, M. V. and Fesich, T. M. (2009). On the efficiency of compressors with diabatic flows. In *ASME Turbo Expo 2009 : Power for Land, Sea, and Air*, pages 785–797. American Society of Mechanical Engineers.
- [13] Castillon, L., Billonnet, G., Riou, J., Péron, S., and Benoit, C. (2014). A technological effect modeling on complex turbomachinery applications with an overset grid numerical method. *Journal of Turbomachinery*, 136(10) :101005.
- [14] Chana, K. S., Hilditch, M. A., and Anderson, J. (2005). An investigation of the effects of film cooling in a high-pressure aeroengine turbine stage. In *ASME Turbo Expo 2005 : Power for Land, Sea, and Air*, pages 591–601. American Society of Mechanical Engineers.

- [15] Chana, K. S., Povey, T., and Jones, T. V. (2003). Heat transfer and aerodynamics of an intermediate pressure nozzle guide vane with and without inlet temperature non-uniformity. In *ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference*, pages 263–271. American Society of Mechanical Engineers.
- [16] Chana, K. S., Singh, U. K., and Povey, T. (2004). Turbine heat transfer and aerodynamic measurements and predictions for a 1.5 stage configuration. In *ASME Turbo Expo 2004 : Power for Land, Sea, and Air*, pages 825–832. American Society of Mechanical Engineers.
- [17] Chemin, S. (2006). *Etude des interactions thermiques fluide-structure par un couplage de codes de calcul*. PhD thesis, Reims.
- [18] Clarke, D. R., Oechsner, M., and Padture, N. P. (2012). Thermal-barrier coatings for more efficient gas-turbine engines. *MRS bulletin*, 37(10) :891–898.
- [19] Coulthard, S. M., Volino, R. J., and Flack, K. A. (2007). Effect of jet pulsing on film cooling—part i : effectiveness and flow-field temperature results.
- [20] Cousteix, J. (2001). *Aérodynamique, cahiers de couche limite*. École nationale supérieure de l’aéronautique et de l’espace.
- [21] Cragol, K. (1961). Transfert de chaleur a une paroi soumise a une onde de choc. Technical report, ONERA (FRANCE).
- [22] CWIPI (2003). <https://w3.onera.fr/cwipi/bibliotheque-couplage-cwipi>.
- [23] Dixon, S. L. and Hall, C. (2013). *Fluid mechanics and thermodynamics of turbomachinery*. Butterworth-Heinemann.
- [24] Doorly, J. and Oldfield, M. (1987). The theory of advanced multi-layer thin film heat transfer gauges. *International journal of heat and mass transfer*, 30(6) :1159–1168.
- [25] Dorignac, E., Vullierme, J.-J., Broussely, M., Foulon, C., and Mekkadem, M. (2005). Experimental heat transfer on the windward surface of a perforated flat plate. *International journal of thermal sciences*, 44(9) :885–893.
- [26] Dorignac, E., Vullierme, J.-J., and Petre, B. (2003). Study of the influence of the number of holes rows on the convective heat transfer in the case of full coverage film cooling etude de l’influence du nombre derangées de trous sur les échanges convectifs dans le cas du refroidissement par multiperforation. *International journal of heat and mass transfer*, 46(18) :3477–3496.
- [27] Duchaine, F., Corpron, A., Pons, L., Moureau, V., Nicoud, F., and Poinot, T. (2009). Development and assessment of a coupled strategy for conjugate heat transfer with large eddy simulation : application to a cooled turbine blade. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 30(6) :1129–1141.
- [28] Duchaine, F., Jauré, S., Poitou, D., Quémerais, E., Staffelbach, G., Morel, T., and Gicquel, L. (2015). Analysis of high performance conjugate heat transfer with the openpalm coupler. *Computational Science & Discovery*, 8(1) :015003.
- [29] Duchaine, F., Mendez, S., Nicoud, F., Corpron, A., Moureau, V., and Poinot, T. (2008). Coupling heat transfer solvers and large eddy simulations for combustion applications. *Proceedings of the Summer Program, Stanford, CA, USA*, 6 :113–126.
- [30] Dunham, J. (1998). Cfd validation for propulsion system components (la validation cfd des organes des propulseurs). Technical report, ADVISORY GROUP FOR AEROSPACE RESEARCH AND DEVELOPMENT NEUILLY-SUR-SEINE (FRANCE).
- [31] El-Gabry, L. A. and Rivir, R. B. (2012). Effect of pulsed film cooling on leading edge film effectiveness. *Journal of Turbomachinery*, 134(4).

- [32] El Khoury, R. (2015). *Development and validation of coupling methods for the modelling of thermal systems*. PhD thesis, PhD Thesis, presented on December 21, 2015, Paris.
- [33] El Khoury, R. R., Errera, M., El Khoury, K., and Nemer, M. (2017). Efficiency of coupling schemes for the treatment of steady state fluid-structure thermal interactions. *International Journal of Thermal Sciences*, 115 :225–235.
- [34] Erdos, J., Alzner, E., and McNally, W. (1977). Numerical solution of periodic transonic flow through a fan stage. *AIAA journal*, 15(11) :1559–1568.
- [35] Ern, A. and Guermond, J.-L. (2002). *Éléments finis : théorie, applications, mise en oeuvre*, volume 36. Springer Science & Business Media.
- [36] Errera, M.-P. and Chemin, S. (2013). Optimal solutions of numerical interface conditions in fluid-structure thermal analysis. *Journal of Computational Physics*, 245 :431–455.
- [37] Errera, M.-P. and Duchaine, F. (2016). Comparative study of coupling coefficients in dirichlet-robin procedure for fluid-structure aerothermal simulations. *Journal of Computational Physics*, 312 :218–234.
- [38] Errera, M.-P., Lazareff, M., Garaud, J.-D., Soubrié, T., Douta, C., and Federici, T. (2017). A coupling approach to modeling heat transfer during a full transient flight cycle. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 110 :587–605.
- [39] Errera, M.-P., Moretti, R., Salem, R., Bachelier, Y., Arrivé, T., and Nguyen, M. (2019). A single stable scheme for steady conjugate heat transfer problems. *Journal of Computational Physics*, 394 :491–502.
- [40] Errera, M.-P. and Turpin, G. (2013). Temporal multiscale strategies for conjugate heat transfer problems. *Journal of Coupled Systems and Multiscale Dynamics*, 1(1) :89–98.
- [41] Felippa, C. and Park, K. (1980). Staggered transient analysis procedures for coupled mechanical systems : formulation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 24(1) :61–111.
- [42] Fransen, R., Collado, E., Duchaine, F., Gourdain, N., Gicquel, L., Vial, L., and Bonneau, G. (2011). Comparison of rans and les in high pressure turbines. In *3ème colloque inca*, ONERA Toulouse.
- [43] Garaud, J.-D. (2008). *Développement de méthodes de couplage aéro-thermo-mécanique pour la prédiction d'instabilités dans les structures aérospatiales chaudes*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI.
- [44] Gerolymos, G., Michon, G., and Neubauer, J. (2002). Analysis and application of chorochronic periodicity in turbomachinery rotor/stator interaction computations. *Journal of propulsion and power*, 18(6) :1139–1152.
- [45] Giles, M. (1997). Stability analysis of numerical interface conditions in uid-structure thermal analysis. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*.
- [46] Godunov and Ryabenkii (1964). *The theory of difference schemes - An introduction*. North Holland, Amsterdam.
- [47] Gottlieb, J., Davis, R., and Clark, J. (2011). Conjugate rotor-stator interaction procedure for film-cooled turbine sections. In *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, page 497.
- [48] Griffini, D., Insinna, M., Salvadori, S., and Martelli, F. (2016). Clocking effects of inlet nonuniformities in a fully cooled high-pressure vane : A conjugate heat transfer analysis. volume 138, page 021006. American Society of Mechanical Engineers.

- [49] Gustafsson, B. (1998). On the implementation of boundary conditions for the method of lines. *BIT Numerical Mathematics*, 38(2) :293–314.
- [50] Gustafsson, B. (2001). The godunov-ryabenkii condition : The beginning of a new stability theory. In *Godunov Methods*, pages 425–443. Springer.
- [51] Gustafsson, B., Kreiss, H.-O., and Sundström, A. (1972). Stability theory of difference approximations for mixed initial boundary value problems. ii. *Mathematics of Computation*, pages 649–686.
- [52] Harten, A. (1984). On a class of high resolution total-variation-stable finite-difference schemes. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 21(1) :1–23.
- [53] Harten, A. and Osher, S. (1987). Uniformly high-order accurate nonoscillatory schemes. i. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 24(2) :279–309.
- [54] He, L. and Fadl, M. (2017). Multi-scale time integration for transient conjugate heat transfer. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 83(12) :887–904.
- [55] He, L. and Oldfield, M. (2011). Unsteady conjugate heat transfer modeling. *Journal of turbomachinery*, 133(3) :031022.
- [56] Heil, M. (2004). An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid–structure interaction problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(1-2) :1–23.
- [57] Henshaw, W. D. and Chand, K. K. (2009). A composite grid solver for conjugate heat transfer in fluid–structure systems. *Journal of Computational Physics*, 228(10) :3708–3741.
- [58] Hildebrandt, T., Ettrich, J., Kluge, M., Swoboda, M., Keskin, A., Haselbach, F., and Schiffer, H.-P. (2006). *Unsteady 3D Navier-Stokes Calculation of a Film-Cooled Turbine Stage with Discrete Cooling Hole*. Springer.
- [59] Hildebrandt, T., Ganzert, W., and Fottner, L. (2000). Systematic experimental and numerical investigations on the aerothermodynamics of a film cooled turbine cascade with variation of the cooling hole shape : Part ii—numerical approach. In *ASME Turbo Expo 2000 : Power for Land, Sea, and Air*, pages V003T01A099–V003T01A099. American Society of Mechanical Engineers.
- [60] Hirsch, C. (2007). *Numerical computation of internal and external flows : The fundamentals of computational fluid dynamics*. Elsevier.
- [61] Hübner, B., Walhorn, E., and Dinkler, D. (2004). A monolithic approach to fluid–structure interaction using space–time finite elements. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 193(23-26) :2087–2104.
- [62] Iacovides, H. and Raisee, M. (1999). Recent progress in the computation of flow and heat transfer in internal cooling passages of turbine blades. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 20(3) :320–328.
- [63] Insinna, M., Griffini, D., Salvadori, S., and Martelli, F. (2014a). Conjugate heat transfer analysis of a film cooled high-pressure turbine vane under realistic combustor exit flow conditions. In *ASME Turbo Expo 2014 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V05AT11A007–V05AT11A007. American Society of Mechanical Engineers.
- [64] Insinna, M., Griffini, D., Salvadori, S., and Martelli, F. (2014b). Film cooling performance in a transonic high-pressure vane : decoupled simulation and conjugate heat transfer analysis. *Energy Procedia*, 45 :1126–1135.
- [65] Jameson, A. (1983). Solution of the euler equations for two dimensional transonic flow by a multigrid method. *Applied mathematics and computation*, 13(3-4) :327–355.

- [66] Jameson, A., Schmidt, W., and Turkel, E. (1981). Numerical solution of the euler equations by finite volume methods using runge kutta time stepping schemes. In *14th fluid and plasma dynamics conference*, page 1259.
- [67] Jameson, A. and Turkel, E. (1981). Implicit schemes and lu decompositions. *Mathematics of Computation*, 37(156) :385–397.
- [68] Jameson, A. and Yoon, S. (1986). Lu implicit schemes with multiple grids for the euler equations. In *24th Aerospace Sciences Meeting*, page 105.
- [69] Jaure, S., Duchaine, F., Staffelbach, G., and Gicquel, L. (2013). Massively parallel conjugate heat transfer methods relying on large eddy simulation applied to an aeronautical combustor. *Computational Science & Discovery*, 6(1) :015008.
- [70] Jones, T., Schultz, D., and Hendley, A. (1973). *On the flow in an isentropic light piston tunnel*. Citeseer.
- [71] Joshi, O. and Leyland, P. (2014). Stability analysis of a partitioned fluid–structure thermal coupling algorithm. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 28(1) :59–67.
- [72] Kazemi-Kamyab, V., van Zuijlen, A., and Bijl, H. (2014). Accuracy and stability analysis of a second-order time-accurate loosely coupled partitioned algorithm for transient conjugate heat transfer problems. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 74(2) :113–133.
- [73] Khanal, B., He, L., Northall, J., and Adami, P. (2013). Analysis of radial migration of hot-streak in swirling flow through high-pressure turbine stage. volume 135, page 041005. American Society of Mechanical Engineers.
- [74] Koren, C., Vicquelin, R., and Gicquel, O. (2017). Self-adaptive coupling frequency for unsteady coupled conjugate heat transfer simulations. *International Journal of Thermal Sciences*, 118 :340–354.
- [75] Kreiss, H.-O. (1970). Initial boundary value problems for hyperbolic systems. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 23(3) :277–298.
- [76] Kreiss, H. O. and Wu, L. (1993). On the stability definition of difference approximations for the initial boundary value problem. *Applied Numerical Mathematics*, 12(1-3) :213–227.
- [77] Kusterer, K., Hagedorn, T., Bohn, D., Sugimoto, T., and Tanaka, R. (2006). Improvement of a film-cooled blade by application of the conjugate calculation technique. *Journal of turbomachinery*, 128(3) :572–578.
- [78] Kusterer, K., Lin, G., Sugimoto, T., Bohn, D., Tanaka, R., and Kazari, M. (2015). Novel gas turbine blade leading edge cooling configuration using advanced double swirl chambers. In *ASME Turbo Expo 2015 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V05AT11A006–V05AT11A006. American Society of Mechanical Engineers.
- [79] Lantos, N., Plot, S., and Heib, S. (2014). elsa, theoretical manuel. Technical Report ELSA/STB-97020, ONERA.
- [80] Lee, S., Yee, K., and Rhee, D.-H. (2017). Optimum arrangement of film cooling holes considering the manufacturing tolerance. *Journal of Propulsion and Power*.
- [81] Lieuwen, T. (2003). Combustion driven oscillations in gas turbines. *Turbomachinery International*, 44(1) :16–18.
- [82] Luikov, A. (1974). Conjugate convective heat transfer problems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 17(2) :257–265.
- [83] Luikov, A., Aleksashenko, V., and Aleksashenko, A. (1971). Analytical methods of solution of conjugated problems in convective heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 14(8) :1047–1056.

- [84] Luikov, A., Perelman, T., Levitin, R., and Gdalevich, L. (1970). Heat transfer from a plate in a compressible gas flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13(8) :1261–1270.
- [85] Maffulli, R. and He, L. (2013). Wall temperature effects on heat transfer coefficient. In *ASME Turbo Expo 2013 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages V03CT14A003–V03CT14A003. American Society of Mechanical Engineers.
- [86] Mikolajczak, A. and Kerrebrock, J. (1970). Intra-stator transport of rotor wakes and its effect on compressor performance. *J. Eng. for Power*, page 359.
- [87] Montenay, A. (2000). *Analyse Numérique de l'Aérodynamique d'Aubages et de Cavités de Turboréacteur*. PhD thesis, Paris 6.
- [88] Montenay, A., Paté, L., and Duboué, J. (2000). Conjugate heat transfer analysis of an engine internal cavity. In *ASME Turbo Expo 2000 : Power for Land, Sea, and Air*. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection.
- [89] Moretti, R., Errera, M.-P., Couaillier, V., and Feyel, F. (2018). Stability, convergence and optimization of interface treatments in weak and strong thermal fluid-structure interaction. *International Journal of Thermal Sciences*, 126 :23–37.
- [90] Nguyen, M., Errera, M., Labbé, O., Moretti, R., Renac, F., and Couaillier, V. (2020). Adaptive interface treatment for aerothermal coupling using a discontinuous galerkin method. *International Journal of Thermal Sciences*, 149 :106208.
- [91] Ozer, I. and Friedrich, S. (2016). *Experimental Methods of Shock Wave Research*. Springer.
- [92] Papadogiannis, D. (2015). *Coupled Large Eddy Simulations of combustion chamber-turbine interactions*. PhD thesis.
- [93] Perelman, T. (1961). On conjugated problems of heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 3(4) :293–303.
- [94] Piperno, S., Farhat, C., and Larrourou, B. (1995). Partitioned procedures for the transient solution of coupled aroelastic problems part i : Model problem, theory and two-dimensional application. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 124(1-2) :79–112.
- [95] Qureshi, I., Beretta, A., and Povey, T. (2011). Effect of simulated combustor temperature nonuniformity on hp vane and end wall heat transfer : An experimental and computational investigation. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 133(3) :031901.
- [96] Qureshi, I., Smith, A. D., and Povey, T. (2013). Hp vane aerodynamics and heat transfer in the presence of aggressive inlet swirl. *Journal of Turbomachinery*, 135(2) :021040.
- [97] Rakotomalala, N. (2014). *Simulation numérique de l'écaillage des barrières thermiques avec couplage thermo-mécanique*. PhD thesis, Paris, ENMP.
- [98] Rhee, D.-H., Kang, Y. S., Cha, B. J., and Lee, S. (2017). Overall cooling effectiveness measurements on pressure side surface of the nozzle guide vane with optimized film cooling hole arrangements. In *ASME Turbo Expo 2017 : Turbomachinery Technical Conference and Exposition*, pages V05AT10A001–V05AT10A001. American Society of Mechanical Engineers.
- [99] Roe, B., Jaiman, R., Haselbacher, A., and Geubelle, P. (2008). Combined interface boundary condition method for coupled thermal simulations. *International journal for numerical methods in fluids*, 57(3) :329–354.
- [100] Roe, P. L. (1981). Approximate riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of computational physics*, 43(2) :357–372.
- [101] Roux, F.-X. and Garaud, J.-D. (2009). Domain decomposition methodology with robin interface matching conditions for solving strongly coupled fluid-structure problems. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 7(1).

- [102] Salem, R., Errera, M., and Marty, J. (2019). Adaptive diffusive time-step in conjugate heat transfer interface conditions for thermal-barrier-coated applications. *International Journal of Thermal Sciences*, 145 :106048.
- [103] Salvadori, S., Montomoli, F., Martelli, F., Adami, P., Chana, K., and Castillon, L. (2011). Aerothermal study of the unsteady flow field in a transonic gas turbine with inlet temperature distortions. *Journal of Turbomachinery*, 133(3) :031030.
- [104] Salvadori, S., Riccio, G., Insinna, M., and Martelli, F. (2012). Analysis of combustor/vane interaction with decoupled and loosely coupled approaches. In *ASME Turbo Expo 2012 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages 2641–2652. American Society of Mechanical Engineers.
- [105] Scagnetti, C. (1968). Mesure des flux de chaleur pendant la phase d’allumage d’un propergol solide. Technical report, ONERA (FRANCE).
- [106] Schultz, D. L. and Jones, T. (1973). Heat-transfer measurements in short-duration hypersonic facilities. Technical report, ADVISORY GROUP FOR AEROSPACE RESEARCH AND DEVELOPMENT PARIS (FRANCE).
- [107] Schulz, U., Leyens, C., Fritscher, K., Peters, M., Saruhan-Brings, B., Lavigne, O., Dorvaux, J.-M., Poulain, M., Mévrel, R., and Caliez, M. (2003). Some recent trends in research and technology of advanced thermal barrier coatings. *Aerospace Science and technology*, 7(1) :73–80.
- [108] Seo, H., Leea, J., and Ligrani, P. (1998). The effect of injection hole length on film cooling with bulk flow pulsations. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 41(22) :3515–3528.
- [109] Simone, S., Montomoli, F., Martelli, F., Chana, K. S., Qureshi, I., and Povey, T. (2012). Analysis on the effect of a nonuniform inlet profile on heat transfer and fluid flow in turbine stages. volume 134, page 011012. American Society of Mechanical Engineers.
- [110] Spalart, P. and Allmaras, S. (1994). A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *La Recherche Aéronautique*, 1 :5–21.
- [111] Spalart, P. R. (2000). Strategies for turbulence modelling and simulations. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 21(3) :252–263.
- [112] Steger, J. L. and Warming, R. (1981). Flux vector splitting of the inviscid gasdynamic equations with application to finite-difference methods. *Journal of computational physics*, 40(2) :263–293.
- [113] Suder, K. L. and Celestina, M. L. (1994). Experimental and computational investigation of the tip clearance flow in a transonic axial compressor rotor. In *ASME 1994 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, pages V001T01A126–V001T01A126. American Society of Mechanical Engineers.
- [114] Taylor, R. and Zienkiewicz, O. C. (2013). *The finite element method*. Butterworth-Heinemann.
- [115] Trefethen, L. N. (1983). Group velocity interpretation of the stability theory of gustafsson, kreiss, and sundström. *Journal of Computational Physics*, 49(2) :199–217.
- [116] Verstraete, T. and Scholl, S. (2016). Stability analysis of partitioned methods for predicting conjugate heat transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 101 :852–869.
- [117] Verstraete, T. and Van den Braembussche, R. (2009). A novel method for the computation of conjugate heat transfer with coupled solvers. In *ICHMT DIGITAL LIBRARY ONLINE*. Begel House Inc.

- [118] Weber, C. (1998). *Développement de méthodes implicites pour les équations de Navier-Stokes moyennées et la simulation des grandes échelles : Application à l'aérodynamique externe*. PhD thesis, Toulouse, INPT.
- [119] Wlassow, F. (2012). *Analyse instationnaire aérothermique d'un étage de turbine avec transport de points chauds ; application à la maîtrise des performances des aubages - th/cfd/12/58*. PhD thesis, ECOLE CENTRALE DE LYON - LMFA.
- [120] Wlassow, F., Duchaine, F., Leroy, G., and Gourdain, N. (2010). 3d simulation of coupled fluid flow and solid heat conduction for the calculation of blade wall temperature in a turbine stage. pages 723–734.
- [121] Wlassow, F., Leboeuf, F., Leroy, G., Gourdain, N., and Boum, G. N. (2012). Numerical investigation of high-pressure turbine environment effects on the prediction of aerothermal performances. In *ASME Turbo Expo 2012 : Turbine Technical Conference and Exposition*, pages 1915–1928. American Society of Mechanical Engineers.
- [122] Yoon, S. (1986). *An LU-SSOR scheme for the Euler and Navier-Stokes equations*. American Institute of Aeronautics and Astronautics.
- [123] Zset (1982). [http ://www.zset-software.com/](http://www.zset-software.com/).

Annexe A

Configuration MT1

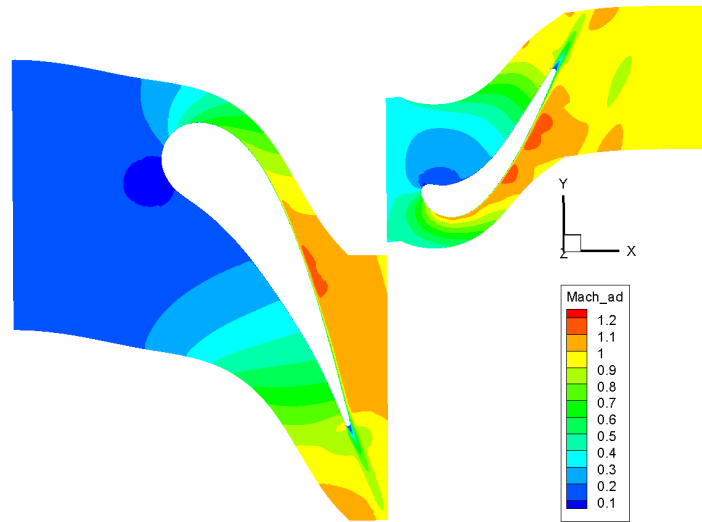


FIGURE A.1 – Nombre de Mach à 50% de hauteur de veine sur la configuration MT1.

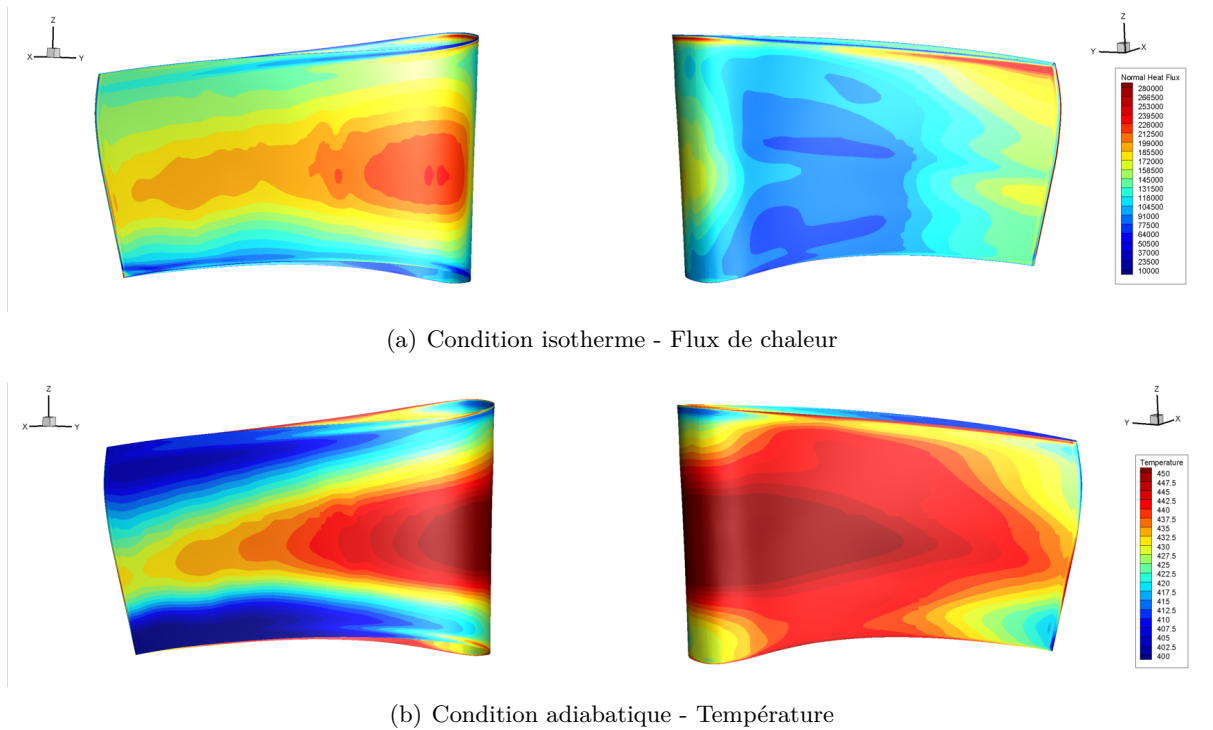


FIGURE A.2 – Flux de chaleur et température de paroi sur le distributeur du MT1 pour la condition de paroi adiabatique et isotherme.

Annexe B

Configuration rotor 37

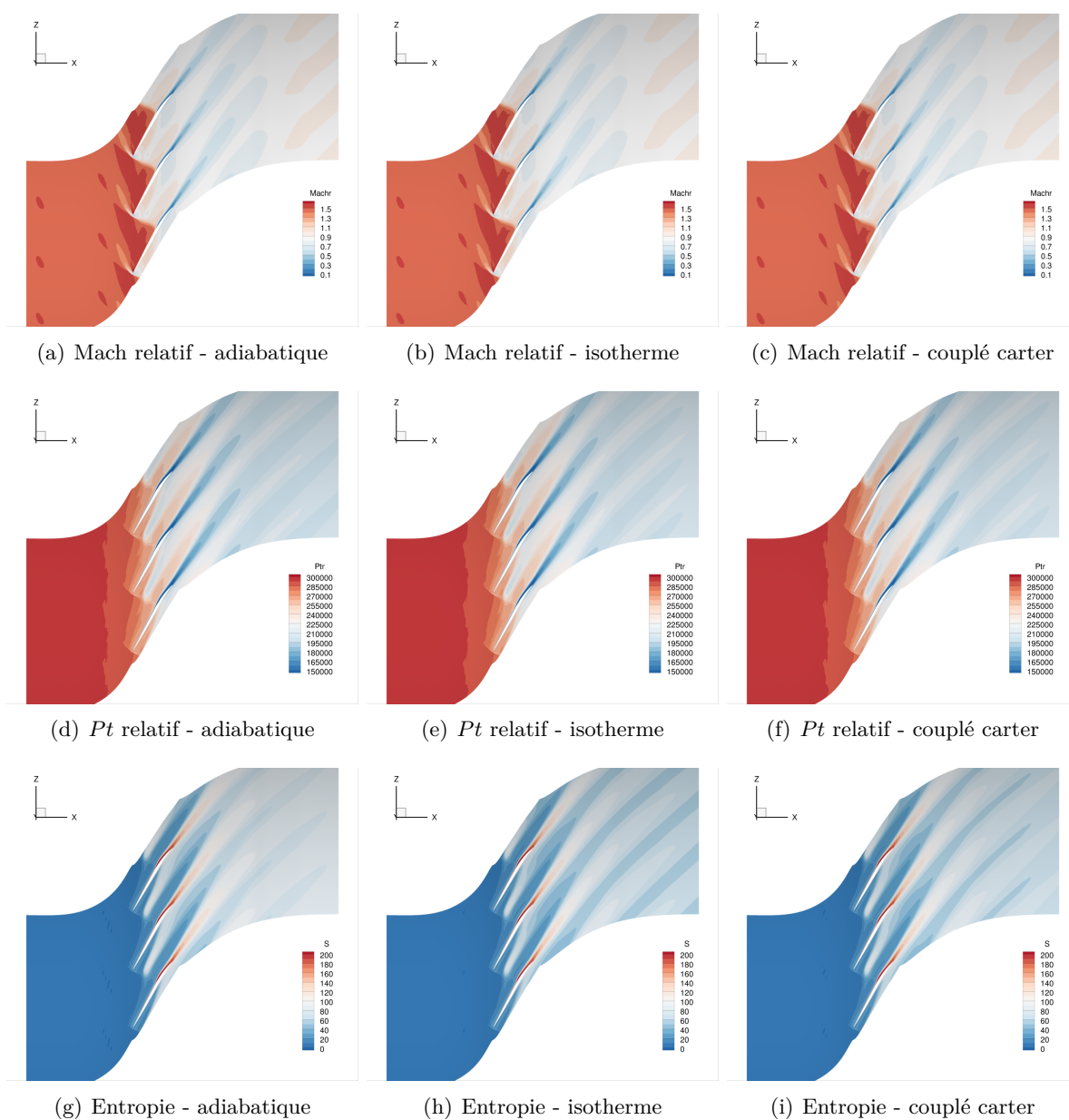
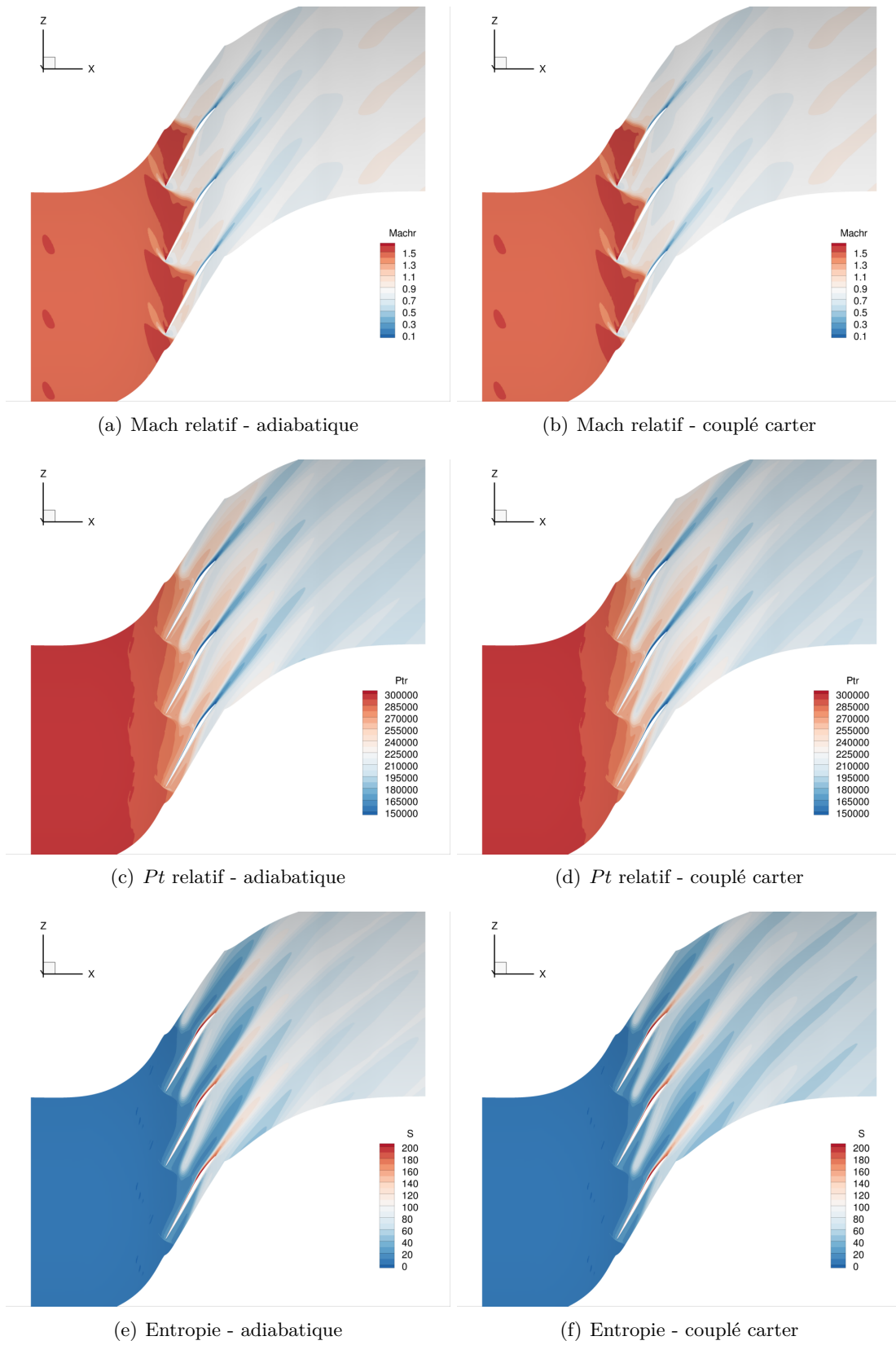


FIGURE B.1 – 95 % de hauteur de veine - Spalart-Allmaras

FIGURE B.2 – 95 % de hauteur de veine - $k-l$ de Smith

Annexe C

Développement des expressions de la barrière thermique pour le modèle semi-analytique

Dans cette annexe, les étapes de résolution des équations de la chaleur dans le solide sont détaillées. Pour cela, on utilise la transformée de Laplace et on développe les expressions à la paroi.

C.1 Détermination de la température de paroi pour un solide semi-infini avec une barrière thermique



FIGURE C.1 – Représentation d'une plaque semi-infinie avec barrière thermique

Dans le solide on considère l'équation de la diffusion dans chacun des domaines (barrière thermique et métal) :

$$\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1}{\partial t} \quad (C.1)$$

$$\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2}{\partial t} \quad (C.2)$$

avec $a_{1,2}$ la diffusivité dans le solide. On considère les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = q_s & \text{à } x = 0 \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} & \text{à } x = \delta \\ T_1 = T_2 & \text{à } x = \delta \\ T_2 = 0 & \text{à } x = \infty \end{cases} \quad (\text{C.3})$$

Lorsque l'on prend la transformée de Laplace, on obtient alors :

$$\frac{\partial^2 \hat{T}_1}{\partial x^2} = \frac{p}{a_1} \hat{T}_1 \quad (\text{C.4})$$

$$\frac{\partial^2 \hat{T}_2}{\partial x^2} = \frac{p}{a_2} \hat{T}_2 \quad (\text{C.5})$$

La transformée de Laplace associe les équations aux dérivées partielles à des équations différentielles ordinaires. On cherche alors des solutions de la forme :

$$\hat{T}_1 = Ae^{x\sqrt{p/\alpha_1}} + Be^{-x\sqrt{p/\alpha_1}} \quad (\text{C.6})$$

$$\hat{T}_2 = Ce^{x\sqrt{p/\alpha_2}} + De^{-x\sqrt{p/\alpha_2}} \quad (\text{C.7})$$

En appliquant les conditions aux limites, on obtient :

$$\begin{cases} A = q_s \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\lambda_1 \sqrt{p}} \frac{1-b}{1+b} \left[e^{2\delta\sqrt{p/\alpha_1}} - \frac{1-b}{1+b} \right]^{-1} \\ B = q_s \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\lambda_1 \sqrt{p}} + A \\ C = 0 \\ D = q_s \frac{\sqrt{\alpha_1}}{\lambda_1 \sqrt{p}} e^{\delta\sqrt{p/\alpha_2}} \left[\frac{2e^{-\delta\sqrt{p/\alpha_1}} + e^{\delta\sqrt{p/\alpha_1}}}{\frac{1+a}{1-a} e^{2\delta\sqrt{p/\alpha_1}} - 1} \right] \end{cases} \quad (\text{C.8})$$

L'expression de l'harmonique de la température à la paroi peut se mettre sous la forme :

$$\hat{q}_s = \sqrt{i\omega} \sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1} \frac{(1+b)e^\delta - (1-b)e^{-\delta}}{(1+b)e^\delta + (1-b)e^{-\delta}} \hat{T}_s \quad (\text{C.9})$$

C.2 Développement de l'expression de la fonction de transfert pour une barrière thermique

L'harmonique du flux s'exprime comme :

$$\hat{q}_s = \sqrt{i\omega} \sqrt{\rho_1 c_1 \lambda_1} \frac{(1+b)e^\delta - (1-b)e^{-\delta}}{(1+b)e^\delta + (1-b)e^{-\delta}} \hat{T}_s \quad (\text{C.10})$$

avec $\delta = \delta_1 \sqrt{i\omega/a_1}$, $a_1 = \lambda_1/(\rho_1 c_1)$ et $b = \sqrt{(\rho c \lambda)_2/(\rho c \lambda)_1}$. On cherche à expliciter la partie réelle et la partie liée la fonction de transfert $\hat{C}_{Tq}$. On sait que :

$$\delta = \delta_1 \sqrt{i\omega/a_1} = \delta_1 (1+i) \sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}} \quad (\text{C.11})$$

On décompose les termes séparément :

$$(1+b)e^\delta = (1+b)e^{\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}} \left[\cos\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) + i \sin\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) \right] \quad (\text{C.12})$$

$$= (1+b)e^{\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}} \cos\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) + i(1+b)e^{\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}} \sin\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) \quad (\text{C.13})$$

$$(1-b)e^\delta = (1-b)e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}} \left[\cos\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) - i \sin\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) \right] \quad (\text{C.14})$$

$$= (1-b)e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}} \cos\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) - i(1-b)e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}} \sin\left(\sqrt{\frac{\omega}{2\alpha_1}}\right) \quad (\text{C.15})$$

En substituant les parties réelles et imaginaires afin de simplifier l'équation, l'expression du flux devient alors :

$$\hat{q}_s = (1+i) \sqrt{\frac{\omega \rho c_p \lambda_1}{2}} \times \frac{A_1 + iA_2 - B_1 + iB_2}{A_1 + iA_2 + B_1 - iB_2} \quad (\text{C.16})$$

$$= (1+i) \sqrt{\frac{\omega \rho c_p \lambda_1}{2}} \times \left[\frac{A_1^2 + B_1^2 + A_2^2 - B_2^2}{(A_1 + B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2} + i \frac{(A_2 + B_2)(A_1 + B_1) - (A_1 - B_1)(A_2 - B_2)}{(A_1 + B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2} \right] \quad (\text{C.17})$$

On cherche la partie réelle et la partie complexe de $\hat{C}_{Tq}$:

$$\begin{cases} \Re(\hat{C}_{Tq}) = \sqrt{\frac{\omega \rho c_p \lambda_1}{2}} \left(\frac{A_1^2 + B_1^2 + A_2^2 - B_2^2}{(A_1 + B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2} - \frac{(A_2 + B_2)(A_1 + B_1) - (A_1 - B_1)(A_2 - B_2)}{(A_1 + B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2} \right) \\ \Im(\hat{C}_{Tq}) = \sqrt{\frac{\omega \rho c_p \lambda_1}{2}} \left(\frac{A_1^2 + B_1^2 + A_2^2 - B_2^2}{(A_1 + B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2} + \frac{(A_2 + B_2)(A_1 + B_1) - (A_1 - B_1)(A_2 - B_2)}{(A_1 + B_1)^2 + (A_2 - B_2)^2} \right) \end{cases} \quad (\text{C.18})$$

Cela permet alors d'obtenir l'expression de la température de paroi $\hat{T}_w$:

$$\hat{T}_w = \left[\frac{h(h + \Re(\hat{C}_{Tq}))}{(h + \Re(\hat{C}_{Tq}))^2 + \Im(\hat{C}_{Tq})^2} - i \frac{h\Im(\hat{C}_{Tq})}{(h + \Re(\hat{C}_{Tq}))^2 + \Im(\hat{C}_{Tq})^2} \right] \hat{T}_f \quad (\text{C.19})$$



Adaptive diffusive time-step in conjugate heat transfer interface conditions for thermal-barrier-coated applications



Rami Salem^{a,*}, Marc Errera^b, Julien Marty^a

^a DAAA, ONERA, Université Paris-Saclay, 8 Rue des Vertugadins, Meudon, France

^b DAAA, ONERA, Université Paris-Saclay, 29 Avenue de la Division Leclerc, Châtillon, France

ARTICLE INFO

Keywords:

Conjugate heat transfer

Dirichlet

Robin

Thermal barrier coating

ABSTRACT

High pressure turbines are subjected to high temperature flow exiting the combustion chamber. This paper presents a reliable method for a conjugate heat transfer (CHT) procedure using different interface treatments. Indeed, a coupled approach is used to properly capture the transient heat load variations at the interface and have a better estimation of the conduction within the solid. The numerical methods developed in this paper are derived from a 1D CHT model problem in which the thermal properties of each domain drive the numerical stability. Thus, from this model, two fundamental parameters are introduced: a “numerical” Biot number, Bi_n , and an optimal coefficient. Even if the optimal coefficient is theoretically unconditionally stable, the stability zone is drastically reduced when the Biot number increases. In this paper, a unified approach applicable to a wide range of Biot numbers is proposed for the case of multiple materials involved in a coupling process. In order to properly estimate the transient variation, an adaptive diffusive time-step has been developed based on physical thermal properties. This time-step is able to capture the transient effects inside the thermal boundary layer. Coupled results demonstrate a fast and steady converging behavior. Special attention is given to properly define the variable relaxation parameter used in this algorithm. The gain in using an adaptive optimal coefficient is discussed.

1. Introduction

In many sectors, such as transportation, energy or defense, gas turbine engines generate hot air to improve efficiencies and power. This hot air needs to be properly estimated and controlled in order to avoid engine failure. This mainly relies on thermal barrier coatings (TBC) that enable modern engines to operate at significantly higher temperatures than the blade material can withstand. TBC provide thermal insulation to the metallic/super-alloy engine part which allow an increase in temperature and efficiency. The efficiency and core power of gas turbine engines, used to propel aircraft and to generate electricity, are directly related to the gas temperature entering the turbine section. Thus, efforts to increase aircraft engine efficiency have led to increasingly high temperatures at the inlet of high pressure (HP) turbines. Such high temperatures dramatically impact the life span of the turbine blades [1]. These temperatures combined with inlet non-uniformities challenge the design of modern HP turbine blade.

Improvements to TBC materials are required to further improve the thrust-to-weight ratio and durability of gas turbines [2]. Thus, a more precise determination of the heat load at the interface is needed and a

coupling procedure is thus necessary to obtain more accurate information at the interface [3].

Moreover, turbine blades must also deal with azimuthal and radial non uniformity known as hot streak [4,5]. This phenomenon focuses the heat load at certain areas of the blade. It is then important to correctly calculate the proper heat fluxes and wall temperatures to estimate the life span of the blade.

Perelman first proposed a formulation for conjugate heat transfer (CHT) [6,7]. The approach used in this paper is a partitioned conjugate heat transfer computation wherein the fluid and the solid domain are resolved separately. A normal mode analysis has been previously studied by Giles [8] to enhance stability for fluid-structure interactions. He proposed a stability criterion for time synchronized coupled simulation based only on the first cell size of each domain. On the basis of the same approach, the behavior of interface conditions in CHT has also been studied using a normal mode analysis [9–12]. This relies on the fact that the nature of instabilities obtained thanks to a mathematical model can give insight into the potential instabilities in realistic coupled computations. Note that other approaches exist such as the energy method [13], the multi-scale time integration for high fidelity computations

* Corresponding author.

E-mail address: rami.salem@onera.fr (R. Salem).

<https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2019.106048>

Received 15 October 2018; Received in revised form 2 August 2019; Accepted 5 August 2019

Available online 13 August 2019

1290-0729/© 2019 Elsevier Masson SAS. All rights reserved.

Nomenclature

α	Coupling coefficient [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
Δt_c	Coupling time step [s]
Δt_D	Diffusive time step [s]
Δy	First cell size [m]
γ	ratio of specific heats
λ	Thermal conductivity [$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$]
Λ_s	Solid thickness [m]
μ	Dynamic viscosity [$kg \cdot m^{-1} \cdot s^{-1}$]
$\overline{D}_f$	Normalized Fourier number
ρ	Density [$kg \cdot m^{-3}$]

a	Thermal diffusivity [$m^2 \cdot s^{-1}$]
Bi	Biot number
Bi^Δ	Mesh Biot number
Bi_v	Numerical Biot number
CFL	Courant–Friedrichs–Lewy number
D_f	Fourier number
g	Temporal amplification factor
K	Thermal conductance [$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$]
q	Heat flux [$W \cdot m^{-2}$]
T	Temperature [K]
t	Time [s]

[14] or a frequency-domain method for periodic unsteady flows [15]. Verstaete [16] proposed a stability criterion based on the Biot number for steady CHT. Indeed, at low Biot numbers, the Dirichlet-Neumann condition is imposed, whereas at high Biot numbers, the Neumann-Dirichlet condition is recommended. He also mentioned that in complex industrial configurations, the Biot number is not uniform over the surface, leading to possible instabilities. In this paper, a stability criterion is proposed to simultaneously compute different Biot numbers on the same coupled surface using a Dirichlet-Robin interface condition.

The critical parameter is the Biot number, i.e. the ratio of external to internal heat transfer coefficients. When TBC are employed, this Biot number can be very high. Based on the normal mode analysis of Godunov-Ryabenkii [17], an optimal relaxation parameter for the Robin condition can be expressed [18]. Errera and Duchaine [19] have then introduced a numerical Biot number. This number takes into account the fluid thermal properties, the time step, the solid conductance, and the mesh size, and is relevant to define the numerical stability zone. The one-dimensional analysis enables the stabilization of the computation at the interface by locally transferring the thermal information needed. This method has been shown to massively improve CPU cost [20–22].

Previous work [23] has shown that Dirichlet-Robin interface conditions based on an optimal relaxation coefficient performed well at low Biot numbers but can lead to instabilities at high Biot numbers. The Dirichlet-Robin and Neumann-Dirichlet conditions are usually used for separated solid materials. For instance, a Dirichlet-Robin condition is often used when a high thermal conductivity material is involved and a Neumann-Dirichlet condition is better suited to low conducting materials such as ceramics. However, it will be shown in this paper that applying separate interface conditions to different parts of the same non-homogeneous surface (implying a variable Biot number across the interface) may generate stability issues.

The main purpose of this paper is to provide a generalized interface treatment over a wide range of Biot numbers on the same coupled surface. This paper will focus on the Dirichlet-Robin boundary condition for stable partitioned CHT strategies based on an optimized coupling scheme. It will be shown that the transition between low and high Biot numbers can be easily treated without having to switch the boundary condition through the use of an adaptive interface condition.

2. Numerical investigations

2.1. CHT approaches

There are two main approaches to CHT computations: a monolithic approach, and a partitioned approach. In the monolithic approach, the equations are solved simultaneously [24–26]. This can be a good solution if both the solid and the fluid evolve simultaneously with similar time scales. The main advantage of a monolithic approach is that the mutual influence between the fluid and the solid is directly taken into account. It also has a positive effect on stability, and no coupling

iterations within a time step are required.

In a partitioned approach, systems are spatially decomposed into different domains. Partitioned techniques are very popular [27–29], since they allow the direct use of specifically designed solvers for different fields. Each solver is dedicated to a specific field which contributes to improve efficiency over the monolithic approach. This approach is considered in this paper.

2.2. Fluid solver

The numerical simulations have been performed using the elsA software developed at ONERA and co-owned by AIRBUS, SAFRAN and ONERA. It is capable of solving both the Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS) and Large Eddy Simulation (LES) on multi-block structured or unstructured meshes [30,31]. The compressible 3D flows are solved using an upwind or central space discretisation and it can compute complex industrial applications taking advantage of modern massively parallel techniques.

The governing equations are the time-dependent Navier-Stokes equations, which express the conservation laws of mass, momentum, total energy and any other scalar quantities written in the conservative form:

$$\partial_t Q + \vec{\nabla} \cdot F(Q) = 0 \quad (1)$$

where Q represents the conservative quantities and F the flux, including inviscid and viscous terms. For this study, a RANS Spalart-Allmaras equation is used as the turbulence model to compute the eddy viscosity. The convective fluxes are computed using the Jameson scheme. For steady flow calculations, an implicit time integration is achieved through a backward Euler scheme combined with a scalar LU-SSOR method.

2.3. Solid solver

The solid solver is based on a finite element method. The solid software package, named Z-set [32], is a comprehensive suite of integrated analysis programs for general structural analysis. It is an advanced object-parallel solver for structural mechanics with many non-linear solution capabilities. It is capable of modeling the non-linear response of materials under various loads.

It can also solve many types of heat problems. Assuming that there are no heat sources, the temperature distribution within the solid body is modeled by the following conductive heat transfer equation

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) = 0 \quad (2)$$

Where $T = T(x, y, z)$ is the unknown temperature field within the body. Since this paper focuses on steady conjugate heat transfer, the unsteady part of equation (2) can be omitted. λ is the thermal conductivity, which in this study, is treated as a constant scalar.

2.4. Coupling library

The exchange of data between the two aforementioned solvers is carried out through the CWIPI (Coupling With Interpolation Parallel Interface) library [33]. This library takes into account the grids, as well as the processes in which the data is located.

CWIPI aims to provide a fully parallel communication layer for mesh based coupling between several solvers through MPI communications. The library takes into account all types of geometrical elements (polygon, polyhedral) with an unstructured description. CWIPI provides functionalities such as the construction of the communication graph between distributed geometric interfaces, interpolation non-coincident meshes, and exchange of coupled fields.

2.5. Temporal steady coupling strategy

The partitioned CHT strategy provides a fast and stable steady solution to fluid-solid thermal problems. The conventional serial staggered algorithm (CSS) is used to minimize the CPU cost since the temperature evolution in the fluid and solid have hugely distinct time-scales [27,28]. It consist of 4 steps:

- Solve solid equations
- Transfer thermal data to the fluid boundary condition
- Solve fluid equations
- Transfer thermal data to the solid boundary condition

and this cycle is repeated until convergence. Since only the steady state is sought, and due to the aforementioned difference in time-scales, the transient computation of the solid diffusion is not required and thus only the Laplace equation needs to be solved. On the fluid side, the steady-state equations are solved by a pseudo-time marching scheme. Particular attention needs to be given to stability issues.

The coupling model used in this paper is based on a 1D analysis. Indeed, it is assumed that possible instabilities come from modes that are normal to the fluid-solid interface. Thus, the 1D model remains generally valid for 2D and 3D configurations.

2.6. Dirichlet-Robin procedure

Interface conditions are needed on either side of the interface, where coupling conditions are applied. Our goal is to ensure a stable CHT process and to avoid destabilizing effects [20,34]. It is well known that Robin conditions have stabilizing features, and thus a Robin condition is applied on the solid side

$$\hat{q}_s + \alpha_f \hat{T}_s = q_f + \alpha_f T_f \quad (3)$$

The subscripts f and s denote the fluid and solid domains respectively and the $(\hat{\cdot})$ notation indicates the sought-after values. q is the interface heat flux ($W \cdot m^{-2}$) and T is the interface temperature. The general Robin condition (3) introduces the numerical coupling parameter α_f ($W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$), which influences both the stability of the coupling process and the precision of the heat flux exchanged. Thus, in order to improve the precision of the heat flux exchanged and therefore accelerate the computation, we can either improve the interpolation order to reduce $(T_f - \hat{T}_s)$ or we can decrease the value of the relaxation parameter α_f .

On the fluid side, a Dirichlet condition is imposed:

$$\hat{T}_f = T_s \quad (4)$$

2.7. Fundamental parameters

The mesh Fourier number is defined as follows:

$$D_f = a_f \frac{\Delta t_c}{\Delta y_f^2} \quad (5)$$

Where, a_f is the fluid thermal diffusivity, Δt_c the coupling time-step and Δy_f the fluid first cell size. At this point, it is interesting to introduce the function $\overline{D}_f$ representing a normalized Fourier number (see Refs. [18,20] for details) in terms of D_f .

$$\overline{D}_f = \frac{D_f}{(1 + D_f + \sqrt{1 + 2D_f})} \quad (6)$$

$\overline{D}_f$ is defined in the domain $[0, \infty[$ and varies in the range $[0,1[$.

The thermal interaction at the fluid-solid interface between the first fluid cell and the steady solid medium is characterized by a local mesh Biot number, which represents the ratio between the conductance of the first fluid cell and the conductance of the solid domain:

$$Bi^\Delta = \frac{K_f}{K_s} \quad (7)$$

Where $K_f = 2\lambda_f/\Delta y_f$ and $K_s = \lambda_s/\Lambda_s$. The stabilizing effect of the coupling time step, represented by the Fourier number, is taken into account by the numerical Biot number defined as follows

$$Bi_v = Bi^\Delta (1 - \overline{D}_f) \quad (8)$$

This dimensionless number results from a balance between the unsteady fluid and steady solid domain properties. Bi_v can be regarded as the “transient” thermal fluid-structure interaction. This number is a key factor in the stability analysis of the CHT procedure [18,23].

2.8. Stability bounds of the Dirichlet-Robin procedure

The Godunov-Ryabenkii (G-R) stability analysis is very similar to the standard Fourier stability method except that the Fourier analysis ignores boundary conditions. A normal mode solution is applied to the model problem. The main results of this stability analysis are summarized in Table 1 ([23]). At high Biot numbers, the amplification factor, $|g(\alpha_f)|$, is partly outside the stability domain (first row in Table 1) and completely inside the stability domain for low numerical Biot numbers (second row in Table 1).

Table 1 shows that the coupling procedure without relaxation can be ensured by increasing D_f (and hence $\overline{D}_f$) such that condition $Bi^\Delta (1 - \overline{D}_f) < 1$ holds. Otherwise, a certain level of relaxation is needed and the optimal level is provided by the choice of the optimal coefficient given by

$$\alpha_f^{opt} = \frac{K_f}{2} (1 - \overline{D}_f) \quad (9)$$

The role of α_f^{opt} in controlling and guiding the behavior of the CHT process is fundamental.

3. Fluid-solid thermal interaction

3.1. Numerical and conventional Biot numbers

The local Biot number Eq. (8), Bi_v , directly takes into account the

Table 1
Numerical characteristics of Dirichlet-Robin procedure [23].

α_f	0		α_f^{min}		α_f^{opt}		∞	condition
$ g $	g^0	UNSTABLE	1	$\searrow$	g^{opt}	$\nearrow$	1	$Bi^{(\Delta)}(1 - \overline{D}_f) \geq 1$
$ g $	g^0	$\searrow$		$\nearrow$	g^{opt}	$\nearrow$	1	$Bi^{(\Delta)}(1 - \overline{D}_f) \leq 1$
$g^0 = Bi_v$				$g^{opt} = \frac{Bi_v}{2 + Bi_v}$				

thermal and dynamic response of the boundary layer and is directly involved in the stability of the coupled process. If a transient fluid flow is employed during the CHT computation, this local parameter will drive and control the stability of the CHT problem. On the other hand, the conventional Biot number measures the resistance of the heat flow within the solid relative to the resistance presented by the convection processes at the surface using a linear assumption. It is clear that this conventional Biot number, not easily defined during the transients, cannot be used to set up a numerical CHT procedure so long as the transient fluent state is involved.

3.2. The effect of the numerical Biot number

The stability condition $|g(\alpha_f)| < 1$ leads to a lower stability bound α_f^{min} , defined as:

$$\alpha_f > \alpha_f^{min} = \frac{K_f}{2}(1 - \overline{D_f}) - \frac{K_s}{2} \quad (10)$$

The lower stability bound can also be defined using the numerical Biot number Bi_v :

$$\alpha_f^{min} = \frac{K_s}{2}(Bi_v - 1) \quad (11)$$

In this case, the coupling procedure exhibits a lower stability bound α_f^{min} . This demonstrates how the stability relies not only on the ratio of thermal resistances, but also on the dynamics of the transient fluid system. The higher the local Biot number, the more difficult it will be to stabilize the coupling process.

3.3. Weak and strong fluid-structure interaction

Special attention must thus be given to the conditions provided by Table 1 from which one can define:

- Weak interaction: $Bi_v = Bi^\Delta(1 - \overline{D_f}) \leq 1$, if this condition holds, the “transient” thermal resistance of the fluid domain at the shared interface is greater than the resistance offered by the whole solid domain. A Dirichlet condition on the fluid side is therefore appropriate.
- Moderate interaction: $Bi_v = Bi^\Delta(1 - \overline{D_f}) > 1$, if on the contrary, this condition holds, then it implies either that the solid thermal gradients are not negligible or that the thermal fluid conductance is larger than that of the solid.
- Strong interaction: $Bi_v \gg 1$, in this case, a Dirichlet condition imposed on the fluid does not provide the most efficient solution. This situation is becoming more frequent in the aerospace industry since TBCs are increasingly used to manage increasing temperatures and higher efficiency.

3.4. Instability, oscillations and low convergence

Low values of α_f ($\alpha_f < \alpha_f^{opt}$) will result in rapid convergence, but $\overline{D_f}$ must be sufficiently large to allow heat diffusion on the solid side. If not, it will then be necessary to enhance stability by increasing the coupling parameter. However, large values of α_f ($\alpha_f \gg \alpha_f^{opt}$) will always lead to an extremely slow convergence since this corresponds to a slow diffusion of heat. The most striking point is that at the remarkable coefficient $\alpha_f = \alpha_f^{opt}$, the modulus of the amplification attains its absolute minimum value, always less than unity.

4. Adaptive relaxation parameter based on the mesh Fourier number

In most aerothermal computations, only the steady state is sought, and a relaxation parameter is often used to stabilize the coupling process. In this paper, the coupling procedure uses a first order

interpolation at the fluid/solid interface. Thus, in order to have the most accurate prediction of the heat flux transferred, we can either implement a higher interpolation order at the interface or reduce the relaxation parameter. The coupling process introduced in Refs. [20,23] is not compatible with a variable relaxation, especially at high fluid/solid interaction. However, the use of a variable relaxation parameter can result in increased convergence speed as well as better stability of the coupling process.

This section focuses on getting a reliable variable relaxation parameter in order to avoid unnecessary uncertainties caused by the low order interpolation method used. As we shall go on to examine, this is done by introducing the fluid diffusive time-step inside the mesh Fourier number D_f equation. This enables the progressive reduction of the optimal value of the relaxation parameter while maintaining stability.

4.1. The diffusive time-step

The total transport energy equation can be written as:

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial \rho E u_j}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i \tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} \quad (12)$$

Where E is the total energy, u is the velocity, τ is the stress tensor, q is the heat flux. They are expressed as:

$$E = e + \frac{u_i u_i}{2} \quad (13)$$

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (14)$$

$$\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (15)$$

Where e is the internal energy. When using the Favre weighted average, the total transport energy equation can be expressed as:

$$\frac{\partial \bar{\rho} \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{E}) = -\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{u}_j \tilde{E}''') + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij} \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_j} \right) \quad (16)$$

Where $(*)$ symbol refers to the Favre average and $(*)''$ refers to the fluctuations. Assuming a Boussinesq-like approach, the turbulent heat flux can be modeled using a gradient approximation for the turbulent heat-flux:

$$\overline{\rho u''_j E''} = -\frac{c_p \mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (17)$$

and the total heat flux is defined as:

$$\tilde{q}_j^{tot} = \tilde{q}_j^{lam} + \tilde{q}_j^{turb} \quad (18)$$

Since we are interested in defining the diffusive time-step Δt_D near the wall for turbulent flows, the thermal diffusivity is then defined as:

$$\alpha_f = \frac{\mu}{\rho} \frac{\gamma}{Pr} \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu} \frac{Pr}{Pr_t} \right) \quad (19)$$

The following space discretisation is used:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \simeq \frac{T_{i+1} - 2T_i + T_{i-1}}{\Delta y^2} \quad (20)$$

Using the Von Neumann stability analysis, the diffusive time-step in this paper is defined as follows:

$$\Delta t_D = C \Delta y^2 \frac{\rho}{\mu} \frac{Pr}{\gamma} \left(1 + \frac{\mu_t}{\mu} \frac{Pr}{Pr_t} \right)^{-1} \quad (21)$$

Where C is practically defined as $C = CFL/2$. Since the fluid solver used is fully implicit, accelerating methods can be used such as local time-

step and *CFL* acceleration where the *CFL* number is locally defined using the local time-step and the local cell-size.

4.2. The variable relaxation parameter

The main focus of this paper is on very strong thermal interactions. As a result, the relaxation parameter can be very high. Thus, a variable relaxation parameter is needed to reduce the uncertainties at the interface as much as possible. The optimal relaxation parameter α^{opt} is defined using a mesh Fourier number, D_f , that appears naturally when solving the Godunov-Ryabenkii problem. In order to properly define the optimal value of this relaxation parameter, the value of the mesh Fourier number has to be correctly estimated. The mesh Fourier number is defined using a particular coupling time-step Δt_c and the first cell-size Δy_f .

Fig. 1 represents the normalized mesh Fourier number (defined by Eq. (6)). As can be seen, when D_f increases, $\overline{D}_f$ also increases, which leads to diminishing the relaxation parameter value as shown in eq. (9). Accordingly, this leads to an increase of the computational speed. The coupling time-step used is defined as:

$$\Delta t_c = \sum_i^n \Delta t_i^f \quad (22)$$

Where Δt_c is the coupling time-step, Δt_i^f is the fluid time-step, n is the coupling iteration and i the current iteration. This means that the coupling frequency influences the stability of the coupling process. In order to avoid this frequency dependency, some basic assumptions are made in this paper in order to simplify the methodology so as to directly take into account the fluid-based time-step instead of a specified coupling time-step. In the current paper, we assume the following three assumptions:

- The unstable modes are considered normal to the wall. Thus a 1D approach can be used for 2D and 3D configurations.
- The near wall mesh is refined so no wall-laws are necessary.
- The diffusive time step is always considered as the fluid local time step.

Under those assumptions, it is reasonable to consider a new mesh Fourier number calculated on the basis of the diffusive time-step:

$$D_f = a_f \frac{\Delta t_D}{\Delta y_f^2} \quad (23)$$

Using this definition, the mesh Fourier number provides a local variation of the relaxation parameter based on the *CFL* number. Indeed, $\alpha_f^{opt} = f(K_f, \overline{D}_f)$ (eq. (9)) and since increasing the *CFL* number leads to an increase in D_f , the optimal relaxation parameter α_f^{opt} decreases, and a more accurate value of the heat flux can be locally transmitted.

5. Validation

It was recommended in a previous paper [23] to use a Dirichlet-Robin condition at low Biot numbers and a Neumann-Dirichlet for high Biot numbers. In this paper, a unified interface treatment is proposed in order to stabilize the computation when using different successive materials at the interface.

To validate this approach for a multi-conductivity coupled interface, an academic test case is used to demonstrate the ability to provide stable computations when different thermal properties are involved at the interface. The test case is a three-block flat plate: metal-TBC-metal. Although this is an academic configuration, it exhibits huge disparities in solid conductivities.

5.1. Flat plate with multiple coupled surface materials

The configuration presents two different materials at the coupled surface. A low conducting material, representing the thermal barrier coating, is placed alongside a more thermally conductive material (Fig. 2). Different conductivities have been studied to ensure the stability condition.

5.1.1. Mesh and computation parameters

The fluid domain is discretized with a multi-block structured mesh and is resolved with a finite volume method, while the solid domain is discretized using an unstructured mesh and resolved using a finite element method (Fig. 3). In order to avoid uncertainties due to spatial interpolation, the solid domain is discretized using quadrilaterals cells with the same evolution ratio as the fluid domain. Indeed, this is done for validation purposes, however for more complex configurations, meshes are not coincident and the coupling library handles the transfer of physical quantities for different mesh densities and element types at the interface. The fluid mesh domain is divided into 2 sub-domains, a coupled domain and a buffer domain. The fluid buffer domain avoids the instabilities generated by the inlet velocity and allows the fluid to stabilize before entering the coupled domain. This domain is $0.06m$ long and it is considered long enough to let the flow restabilize before reaching the coupled interface. In the buffer domain, the bottom wall is adiabatic so no heat is exchanged, whereas the bottom wall of the coupled domain exchanges heat with the solid. This wall is first initialized as Dirichlet condition. The total height of the fluid domain is $0.4m$ with a symmetry condition on the upper boundary. The fluid domain is composed of 11 000 elements and the first cell size is set at $\Delta y_f = 2.5 \cdot 10^{-5}m$ so as $y^+ < 1$ to properly capture all regions of both the momentum and thermal boundary layer without the use of wall-laws. An ideal gas is used with $\gamma = 1.4$ and the Sutherland's law for air is used to compute the dynamic viscosity μ . The fluid Mach number is $M = 0.1$ and the total temperature is $T_t = 1200K$. It should also be pointed out that if the boundary layer is properly captured, convection plays a minor role near the wall and all the heat generated by convection is transferred to the wall through diffusion. The *CFL* number in this case is 20.

For the solid, the top wall is coupled with the fluid whereas an isothermal condition is used at the bottom boundary and all other boundaries are adiabatic. The bottom wall of the solid is set at $1000K$. The solid domain is $0.3m$ long and $0.01m$ thick. The thermal barrier coating is $200\mu m$ thick. The thermal conductivity of the metal is $\lambda_{metal} = 20W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$. The first cell size in the solid domain is $\Delta y_s = 10^{-4}m$. The TBC is directly taken into account by the solid solver

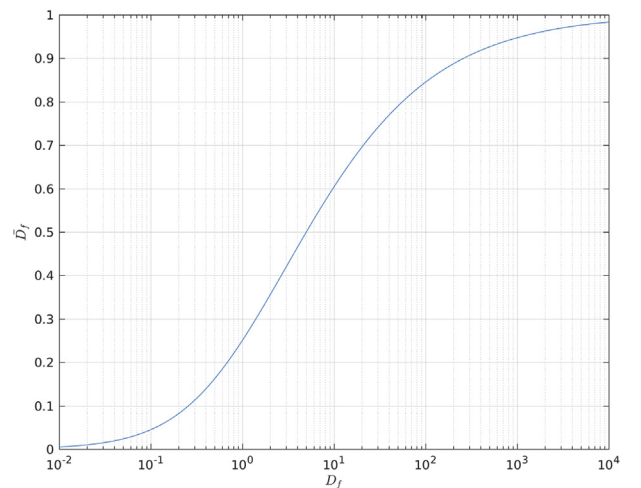


Fig. 1. Normalized Fourier number $\overline{D}_f$.



Fig. 2. Solid (metal-TBC-metal) domain for the coupled heat transfer problem.

where the conductivity matrix is decomposed into two sub-domains (the metal and the TBC). Since the steady conduction equation is solved inside the solid domain, the equation depends fully on the thermal boundary condition and thus few cells are required to properly capture the temperature gradient.

Moreover the computation stability is impacted by the coupling frequency which has been set to every 100 fluid time-steps. This value has been shown to lead to stable and quickly converged results.

5.1.2. Probes positions

The Dirichlet condition is imposed on the fluid side and the Robin condition is in return, imposed on the solid side. Different relaxation coefficient will be tested to ensure stability. Several probes have been set to evaluate the fluctuation of the solution as shown in Fig. 4.

The probes are positioned as follows:

- probe 1: leading edge
- probe 2: transition metal/TBC
- probe 3: transition TBC/metal
- probe 4: trailing edge

The fluid and the solid domains can interact in various ways from low fluid-structure interaction (FSI) characterized by low Biot numbers to high FSI (high Biot numbers). High numerical Biot numbers generally indicate that the solid thermal gradients are predominant and thus, a non-spatially-uniform temperature field within the solid body may be considered. As a result, on a practical level, a Dirichlet condition imposed on the fluid does not provide the most relevant interfacial scheme. It is thus essential to validate such an approach in very high thermal FSI characterized by high Biot numbers. This Biot number can be increased by either modifying fluid thermal properties or decreasing the thermal conductivity. In this paper the solid thermal properties have been decreased in order to increase this Biot number. Indeed, increasing the Biot number by modifying the fluid part leads either to modifying the size of the first cell, which is impractical, or modifying the fluid thermal properties, which is unacceptable. Thus three different thermal conductivities λ_{TBC} , representing three different Biot numbers, are compared: 0.1, 0.01, 0.001 W/m/K.

5.2. Representation of the stability zone

Fig. 5 show the maximum amplification factor for different thermal conductivities of the TBC. As illustrated, when the thermal conductivity of the TBC decreases, it becomes increasingly difficult to stabilize the computation. The representation of the amplification factor based on the Godunov-Ryabenkii stability analysis exhibits a stable zone when $|g| < 1$, $\alpha_f > \alpha_f^{min}$. We can then define a minimum and a maximum value of α_f . As mentioned, $\alpha_f^{min} = K_s [Bi_v(1 - \bar{D}_f) - 1]/2$ and $\alpha_f^{max} = K_f/2$.

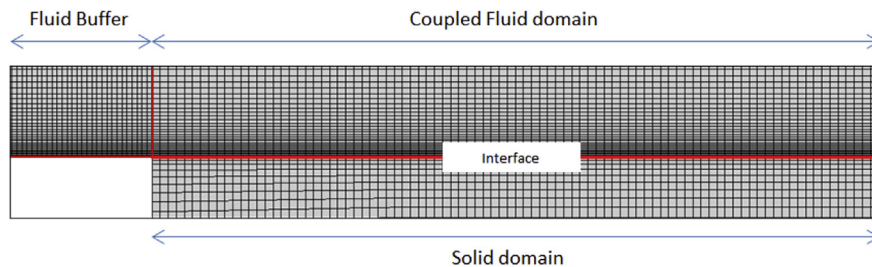


Fig. 3. Mesh for the coupled fluid solid domain.



Fig. 4. Probe positions at the interface of the solid domain for the coupled heat transfer problem.

Considering those minimum and maximum values of α_f , an optimal value can be found to obtain a good compromise between both stability and CPU cost.

The temporal amplification factor is plotted in Fig. 5 as a function of the coupling coefficient α_f , for three different values of the solid conductivity. The vertical lines are defined by the equation $\alpha_f = \alpha_f^{min}$ where α_f^{min} is the lower stability bound (see Eq. (11)). In other words, CHT computations with coefficients lower than are theoretically unstable. As can be seen, the curves are composed of two half-lines and it has been shown [18] that the y-intercept ($\alpha_f = 0$) represents the strength of the thermal fluid-structure interaction. Its mathematical expression is given by (eq. (8)). This strength is also referred in this paper as to the numerical Biot number and, as can be seen, this number is an increasing function of the thermal conductivity. As a result, for large solid conductivities (metallic body), the temporal amplification is totally inside the stability domain.

As Bi_v increases, the amplification factor increases and approaches $|g| < 1$ which leads to more complicated fluid/solid aerothermal computations. For very high Biot numbers, the optimal coefficient α_f^{opt} gets closer to the lower stability bound α_f^{min} , and thus calculations become more prone to instabilities.

5.3. Several conditions at the interface

Previous works [20,23] have shown that at low Biot numbers, the most suitable interface treatment is the Dirichlet-Robin condition, which means a temperature imposed on the fluid side and a Robin condition on the solid side, and at high Biot numbers, the most suitable treatment is the Neumann-Dirichlet condition, consisting of an imposed heat flux on the fluid side and a temperature imposed on the solid side. In the present case, it is complicated to choose a single interface condition since, in the metallic part, the Biot number is low, whereas at the TBC part, the Biot number becomes very large.

It is therefore particularly important and complex to set up a unified interface methodology on the basis of the Dirichlet-Robin interface condition that can be adapted to the requirement of a TBC. The first approach consists of imposing a Dirichlet-Robin condition where the Biot number is low and the Neumann-Dirichlet at the interface of the TBC. Different thermal conductivities have been studied.

5.3.1. CHT results

This CHT procedure converges poorly, especially due to the transition between the metal and TBC, as shown in Figs. 6 and 7. In this configuration, instabilities are generated at the transition between metal and TBC that distort the results. This is thought to be due to the sudden change of the boundary treatment at the interface. Applying

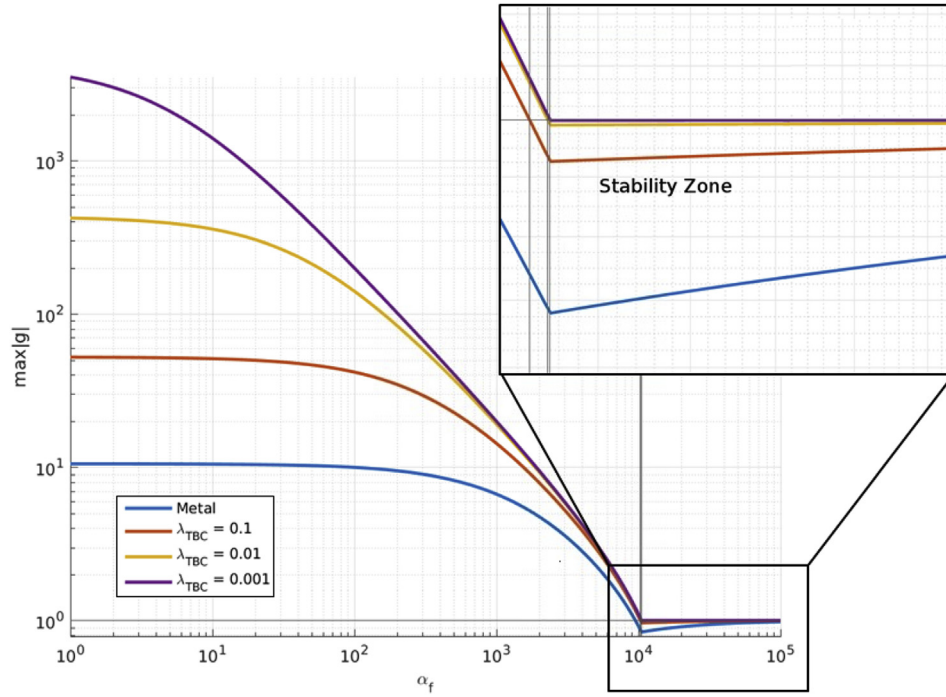


Fig. 5. Plot of the maximum amplification factor ($\max|g|$) compared to the relaxation parameter α_f .

two different boundary conditions at the same coupled surface (Dirichlet-Robin at the metal part and Neumann-Dirichlet at the TBC part) seems to generate a non-physical solution. Having different successive materials makes this approach difficult to apply.

5.4. Dirichlet-Robin condition across the whole interface

In this section, several relaxation coefficients have been tested for various stability conditions. Such coefficients are often compared to the heat transfer coefficient. As it is known, the heat transfer coefficient is inversely related to the distance from the inlet and decreases very rapidly from an infinite value at the leading edge to a small reasonable value at the trailing edge ($1/\sqrt{x}$). A well-suited value of the relaxation coefficient needs to be defined to balance stability and CPU cost.

When the relaxation parameter is outside of the stability zone, oscillations might occur. Either these oscillations die out after some

coupling iterations, or they increase, leading to instabilities. As it was pointed out, $\alpha_f^{\min}$ is directly related to the numerical Biot number. This means that the stability zone gets narrower when the numerical Biot number increases.

In order to avoid instabilities, the Dirichlet-Robin condition is chosen throughout the coupled surface for all numerical Biot numbers. The metal conductivity is maintained at $20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ but the thermal conductivity of the thermal barrier coating is modified and taken to extreme values to enhance the thermal interaction between the fluid and the solid.

5.4.1. Stability conditions

In this section, a thermal conductivity $\lambda_{TBC} = 0.1$ was adopted, and the maximum numerical Biot number is thus $Bi_v \approx 52$. The maximum temporal amplification factor is represented in Fig. 8 while with the representation of the stability zone.

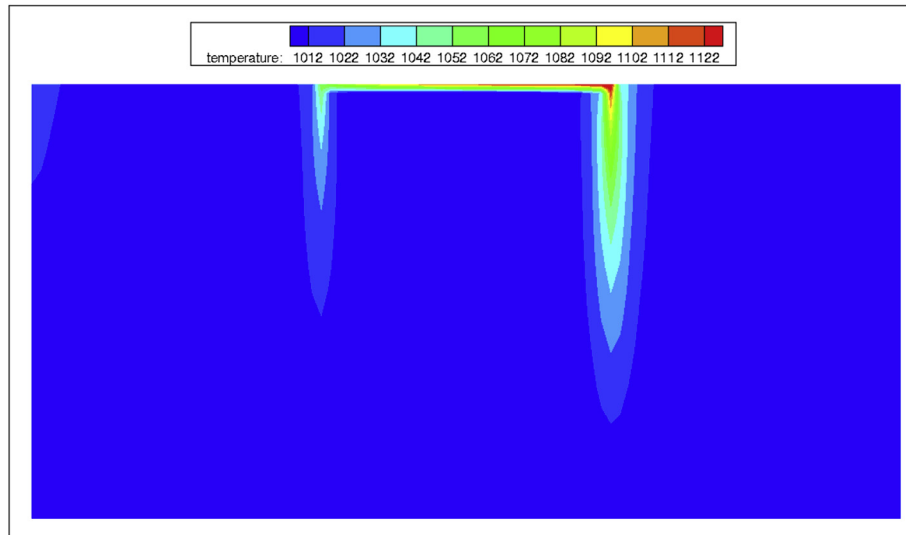


Fig. 6. Temperature inside the solid, $\lambda_{TBC} = 0.001$.

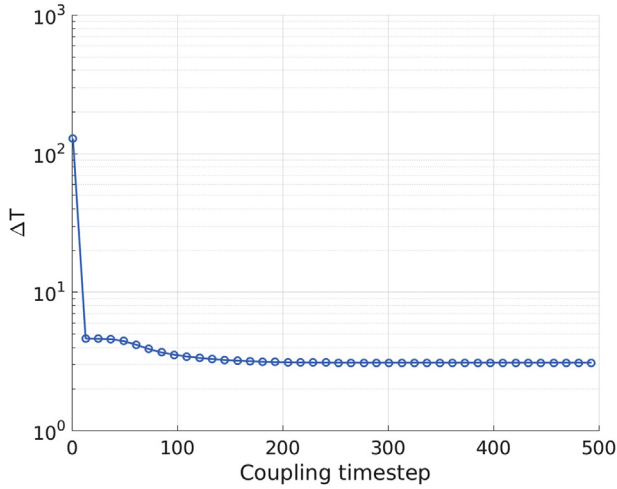


Fig. 7. Convergence history, $\lambda_{TBC} = 0.001$, $Bi_v = 4000$.

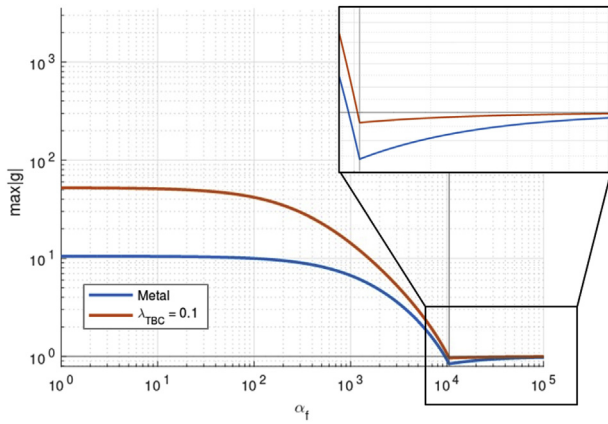


Fig. 8. Maximum amplification factor compared to the relaxation parameter, $\lambda_{TBC} = 0.1$.

As mentioned, the computation is stable if $\max(|g|) < 1$ and this condition must be verified for both materials. This can be seen in Fig. 8, where the coupled surface over the metallic part is stable if $\alpha_f > 9815$. This value is the minimal value that ensures stability for the metallic part. However, we need to take into account the multi-conductivity surface entirely and the minimum value of α_f is the one that ensures stability for both materials. In this case, the minimal value is $\alpha_f = 10314$ for the TBC. On the other hand, the theory predicts that the optimal coupling coefficient is $\alpha_f^{opt} = 10515$.

Similarly, the α_f^{min} and α_f^{opt} values can be calculated for all Bi_v to ensure smooth and fast convergence. It can be seen from Table 2 that the optimal value α_f^{opt} remains unchanged for all Bi_v , while the α_f^{min} varies with the numerical Biot number. Thus the stability zone is increasingly restricted for larger Biot numbers.

5.4.2. Probes comparison

According to the theory coming from the 1D model, choosing α_f outside the stability zone might result in a solution that oscillates or diverges. Indeed, At a relatively low Biot number, the choice of the coefficient $\alpha_f = 0.5\alpha_f^{opt}$, which is outside of the stability zone, does not necessarily lead to oscillatory behavior (Fig. 9). However, for a larger Biot number, oscillatory behavior is shown with the same coefficient, as shown Fig. 10. On the other hand, for both $Bi_v = 50$ and $Bi_v = 430$ taking $\alpha_f = 2\alpha_f^{opt}$ produces, as expected, no oscillations since α_f is inside the stability zone, although this choice leads to a slower computation (Figs. 11 and 12).

Figs. 13–15 point out the ability of the optimal relaxation parameter

α_f^{opt} to stabilize a CHT computation for any Biot number at all probes. It can be also seen that fewer coupling iterations are required.

5.4.3. Convergence

In this section, particular attention is paid to the convergence history using different relaxation parameters. It is shown that using the optimal value α_f^{opt} is the most suitable condition in order to obtain a good compromise between CPU cost and stability. The simulation is considered converged when the temperature difference between the solid and the fluid is less than $\Delta T = (T_f - T_s) < 10^{-3}$ in L_∞ norm. Four different values of α_f are compared: $\alpha_f = 0.5\alpha_f^{opt}$, $\alpha_f = \alpha_f^{opt}$, $\alpha_f = 2\alpha_f^{opt}$ and $\alpha_f = 10\alpha_f^{opt}$.

Figs. 16–18 show the convergence history for each of the values of thermal conductivity of the TBC, i.e. for different numerical Biot numbers. When Bi_v is relatively low, all α_f can slightly be outside the stability zone ($\alpha_f = 0.5\alpha_f^{opt}$), as shown in Fig. 16, but nonetheless, the CHT procedure converges. However, when Bi_v increases, as shown in Figs. 17 and 18, it is particularly important to stay inside the stability bound in order to avoid instabilities. Indeed, if $Bi_v \gg 1$, having a relaxation parameter $\alpha_f < \alpha_f^{min}$ results in a non-converging process. This can be seen when $\alpha_f = 0.5\alpha_f^{opt}$. On the other hand, if $\alpha_f > \alpha_f^{opt}$, the simulation converges, but at a slower rate than with the recommended value in the current paper. At such high Biot numbers, the stability criterion ensures both stability and fast convergence.

5.4.4. Variation of the CFL number

As previously mentioned, the new version of the optimal coupling coefficient α_f^{opt} depends now on the CFL number. Indeed, increasing the CFL number leads to an acceleration of the coupled simulation. The optimal value is further reduced while still remaining within the stability zone. Fig. 19 shows the accelerating effect using the CFL number.

6. Conclusion

A generalized method has been presented for a multi-conductivity coupled interface. The Dirichlet-Robin condition was shown to be suitable for a wide range of Biot numbers based on a theoretical 1D model. This method depends on the use of an optimal coefficient coming from a stability analysis but this coefficient has been enriched by introducing the fluid diffusive-time step and the CFL number. The resulting physics-based approach has shown that unconditionally stable computations can be obtained with a unified interface treatment, suitable for both metallic or ceramic materials.

When different materials are involved, and thus different Biot numbers, the Dirichlet-Robin condition seems to be the most suitable interface treatment. This approach has the ability to stabilize any CHT computation, regardless of the thermal resistance of the material.

It was shown that the stability zone depends mainly on the numerical Biot number, which is a local representation of the strength of the thermal coupling along the fluid-solid interface. This number plays a key role in the stability analysis and has the great advantage of being defined during the fluid transients. Furthermore the relaxation parameter proposed in this paper becomes adaptive and always remains inside the stability zone. Indeed, the fluid diffusive time step gives an excellent approximation of the local time step that can be used in the transient phase of the coupled process. This procedure provides an accurate aerothermal solution while ensuring unconditionally stable

Table 2
Stability criterion.

λ_{TBC}	0.1	0.01	0.001
$Bi_v = Bi(1 - \overline{D_f})$	50	430	4000
$\alpha_f^{min} = K_s[Bi_v(1 - \overline{D_f}) - 1]/2$	10314	10490	10512
$\alpha_f^{opt} = K_f(1 - \overline{D_f})/2$	10515	10515	10515

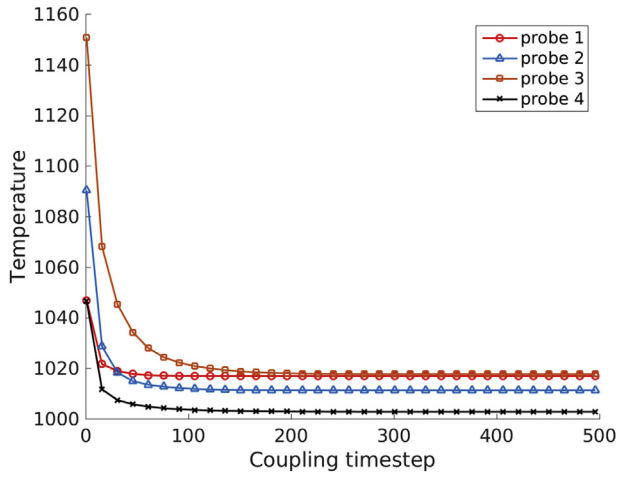


Fig. 9. Variation of the temperature at the interface for each probe at $0.5\alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.1$, $Bi_v = 50$.

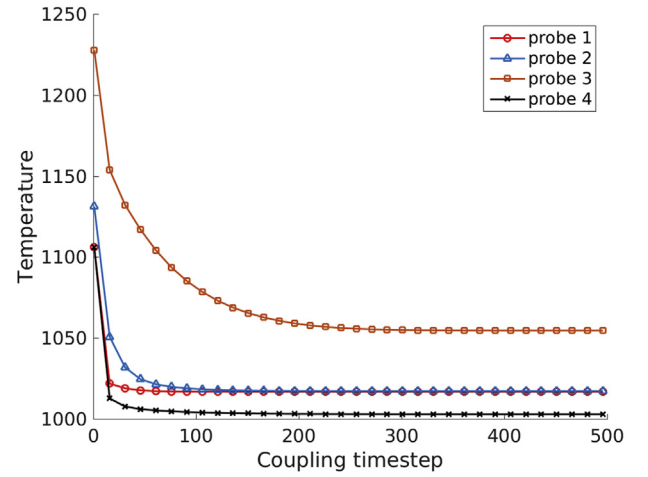


Fig. 12. Variation of the temperature at the interface for each probe at $2\alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.01$, $Bi_v = 430$.

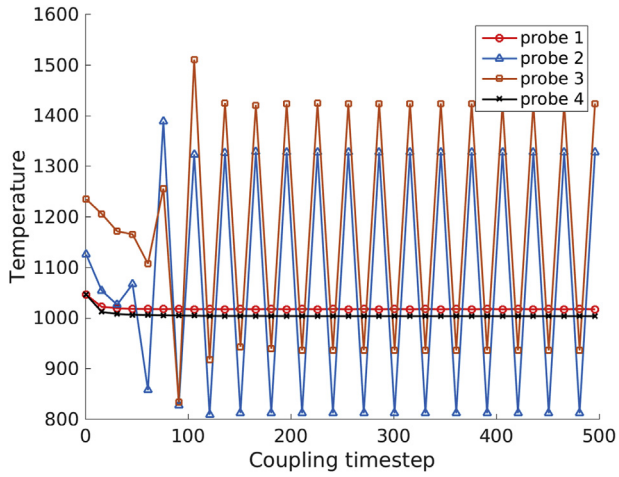


Fig. 10. Variation of the temperature at the interface for each probe at $0.5\alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.01$, $Bi_v = 430$.

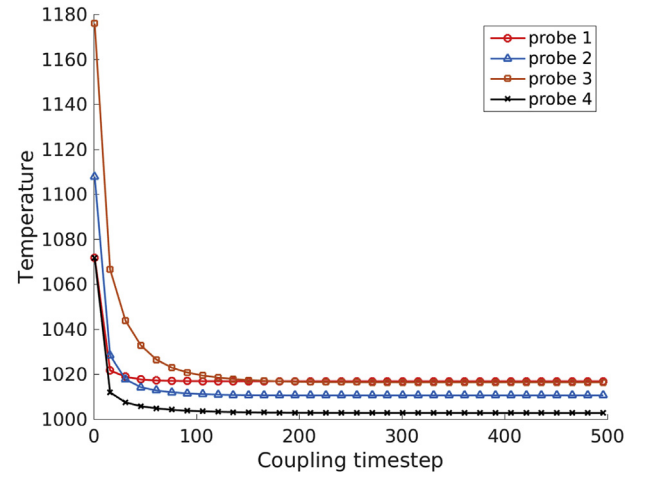


Fig. 13. Variation of the temperature at the interface for each probe at $\alpha_f = \alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.1$, $Bi_v = 50$.

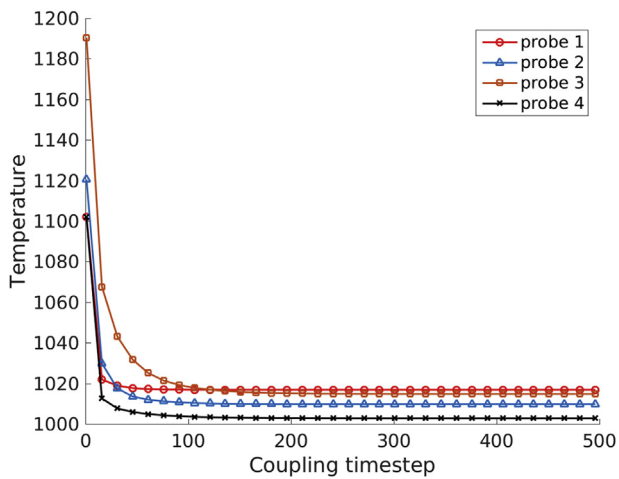


Fig. 11. Variation of the temperature at the interface for each probe at $2\alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.1$, $Bi_v = 50$.

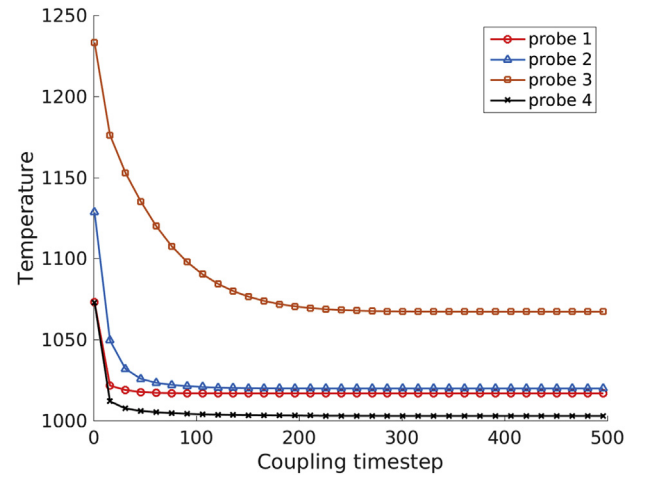


Fig. 14. Variation of the temperature at the interface for each probe at $\alpha_f = \alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.01$, $Bi_v = 430$.

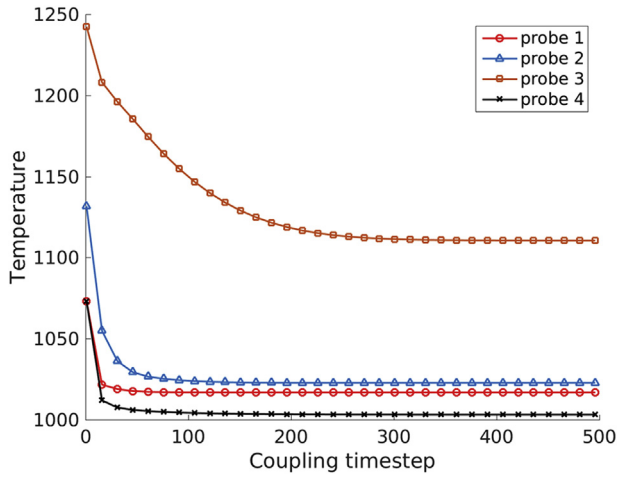


Fig. 15. Variation of the temperature at the interface for each probe at $\alpha_f = \alpha_f^{opt}$, $\lambda_{TBC} = 0.001$, $Bi_v = 4000$.

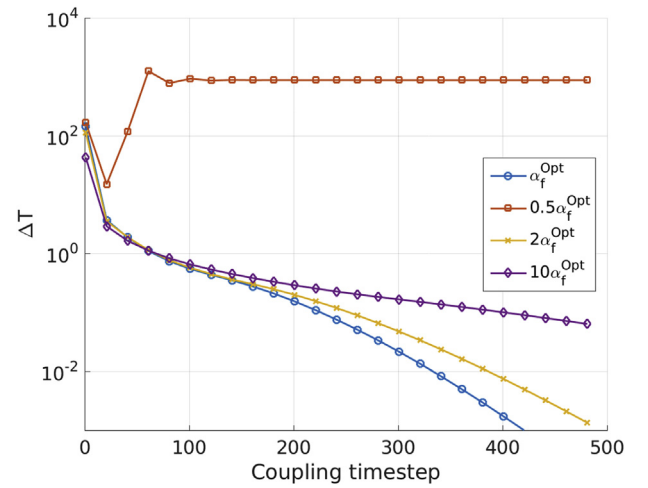


Fig. 18. Convergence of the temperature at the interface, $\lambda_{TBC} = 0.001$, $Bi_v = 4000$.

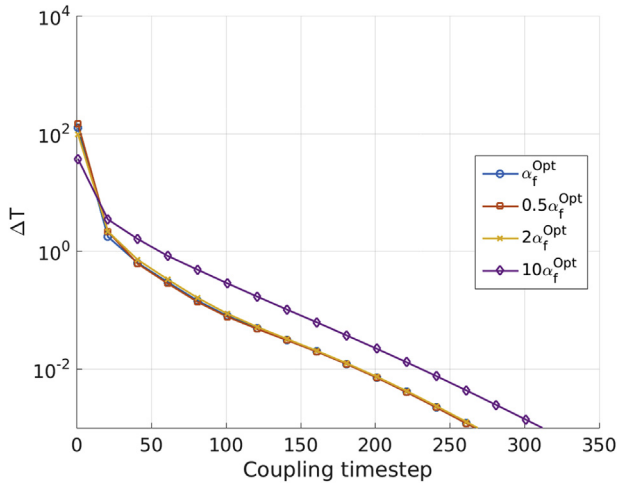


Fig. 16. Convergence of the temperature at the interface, $\lambda_{TBC} = 0.1$, $Bi_v = 50$.

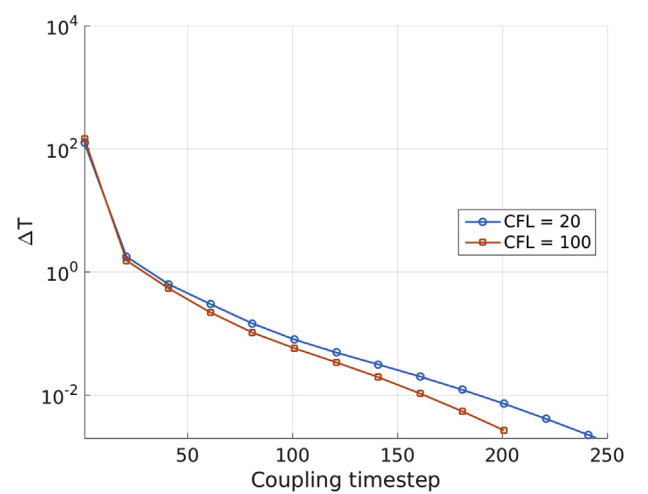


Fig. 19. Accelerating effect with the CFL number at α_f^{opt} , $\lambda_{TBC} = 0.1$.

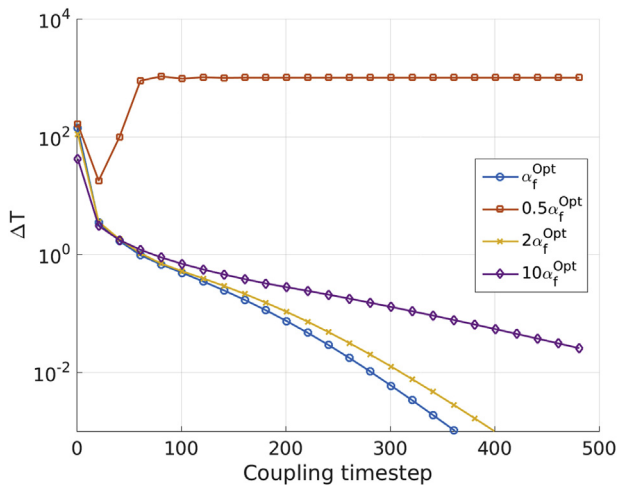


Fig. 17. Convergence of the temperature at the interface, $\lambda_{TBC} = 0.01$, $Bi_v = 430$.

computations.

Acknowledgement

All simulations have been performed in the framework of the elsA three-party agreement between AIRBUS, SAFRAN, and ONERA which are co-owners of this software. The authors would like to acknowledge the “Direction Scientifique Générale” of ONERA for supporting this work. We also would like to thank Amaury Awes and Minh Nguyen for their critical reading of the manuscript.

References

- [1] J.-C. Han, Fundamental gas turbine heat transfer, J. Therm. Sci. Eng. Appl. 5 (2) (2013) 021007.
- [2] D.E. Bohn, C. Tummers, Numerical 3-d conjugate flow and heat transfer investigation of a transonic convection-cooled thermal barrier coated turbine guide vane with reduced cooling fluid mass flow, ASME Turbo Expo 2003, Collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference, American Society of Mechanical Engineers, 2003, pp. 279–286.
- [3] M. Insinna, D. Griffini, S. Salvadori, F. Martelli, Film cooling performance in a transonic high-pressure vane: decoupled simulation and conjugate heat transfer analysis, Energy Procedia 45 (2014) 1126–1135.
- [4] K.L.G. Burtlet, D.J. Dorney, Influence of 3d hot streaks on turbine heat transfer, Int. J. Turbo Jet Engines 14 (3) (1997) 123–132.
- [5] D.J. Dorney, R.L. Davis, D.E. Edwards, N.K. Madavan, Unsteady analysis of hot streak migration in a turbine stage, J. Propuls. Power 8 (2) (1992) 520–529.
- [6] T. Perelman, On conjugated problems of heat transfer, Int. J. Heat Mass Transf. 3

- (4) (1961) 293–303.
- [7] A. Luikov, T. Perelman, R. Levitin, L. Gdalevich, Heat transfer from a plate in a compressible gas flow, *Int. J. Heat Mass Transf.* 13 (8) (1970) 1261–1270.
- [8] M. Giles, Stability analysis of numerical interface conditions in uid-structure thermal analysis, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 25 (4) (1997).
- [9] B. Roe, R. Jaiman, A. Haselbacher, P. Geubelle, Combined interface boundary condition method for coupled thermal simulations, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 57 (3) (2008) 329–354.
- [10] W.D. Henshaw, K.K. Chand, A composite grid solver for conjugate heat transfer in fluid-structure systems, *J. Comput. Phys.* 228 (10) (2009) 3708–3741.
- [11] V. Kazemi-Kamyab, A. van Zuijlen, H. Bijl, Accuracy and stability analysis of a second-order time-accurate loosely coupled partitioned algorithm for transient conjugate heat transfer problems, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 74 (2) (2014) 113–133.
- [12] O. Joshi, P. Leyland, Stability analysis of a partitioned fluid-structure thermal coupling algorithm, *J. Thermophys. Heat Transf.* 28 (1) (2014) 59–67.
- [13] J. Lindström, J. Nordström, A stable and high-order accurate conjugate heat transfer problem, *J. Comput. Phys.* 229 (14) (2010) 5440–5456.
- [14] L. He, M. Fadl, Multi-scale time integration for transient conjugate heat transfer, *Int. J. Numer. Methods Fluids* 83 (12) (2017) 887–904.
- [15] L. He, M. Oldfield, Unsteady conjugate heat transfer modeling, *J. Turbomach.* 133 (3) (2011) 031022.
- [16] T. Verstraete, R. Van den Braembussche, A novel method for the computation of conjugate heat transfer with coupled solvers, *ICHMT Digital Library Online*, Begel House Inc., 2009.
- [17] B. Gustafsson, On the implementation of boundary conditions for the method of lines, *BIT Numer. Math.* 38 (2) (1998) 293–314.
- [18] M.-P. Errera, S. Chemin, Optimal solutions of numerical interface conditions in fluid-structure thermal analysis, *J. Comput. Phys.* 245 (2013) 431–455.
- [19] M.-P. Errera, F. Duchaine, Comparative study of coupling coefficients in dirichlet-robin procedure for fluid-structure aerothermal simulations, *J. Comput. Phys.* 312 (2016) 218–234.
- [20] M.-P. Errera, G. Turpin, Temporal multiscale strategies for conjugate heat transfer problems, *J. Coupled Syst. Multiscale Dyn.* 1 (1) (2013) 89–98.
- [21] R.R. El Khoury, M. Errera, K. El Khoury, M. Nemer, Efficiency of coupling schemes for the treatment of steady state fluid-structure thermal interactions, *Int. J. Therm. Sci.* 115 (2017) 225–235.
- [22] M.-P. Errera, R. Moretti, R. Salem, Y. Bachelier, T. Arrivé, M. Nguyen, A single stable scheme for steady conjugate heat transfer problems, *J. Comput. Phys.* 394 (2019) 491–502.
- [23] R. Moretti, M.-P. Errera, V. Couaillier, F. Feyel, Stability, convergence and optimization of interface treatments in weak and strong thermal fluid-structure interaction, *Int. J. Therm. Sci.* 126 (2018) 23–37.
- [24] M. Heil, An efficient solver for the fully coupled solution of large-displacement fluid-structure interaction problems, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 193 (1–2) (2004) 1–23.
- [25] B. Hübner, E. Walhorn, D. Dinkler, A monolithic approach to fluid-structure interaction using space-time finite elements, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 193 (23–26) (2004) 2087–2104.
- [26] J. Hron, S. Turek, A monolithic fem/multigrid solver for an ale formulation of fluid-structure interaction with applications in biomechanics, *Fluid-structure Interaction*, Springer, 2006, pp. 146–170.
- [27] S. Piperno, C. Farhat, B. Larrourourou, Partitioned procedures for the transient solution of coupled aroelastic problems part i: model problem, theory and two-dimensional application, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 124 (1–2) (1995) 79–112.
- [28] C. Felippa, K. Park, Staggered transient analysis procedures for coupled mechanical systems: formulation, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 24 (1) (1980) 61–111.
- [29] R. Jaiman, P. Geubelle, E. Loth, X. Jiao, Stable and accurate loosely-coupled scheme for unsteady fluid-structure interaction, 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2007, p. 334.
- [30] L. Cambier, S. Heib, S. Plot, The onera elsa cfd software: input from research and feedback from industry, *Mech. Ind.* 14 (3) (2013) 159–174.
- [31] L. Cambier, V. Gleize, M. Julien, Verification and validation of the onera elsa flow solver on rans benchmarks, 52nd Aerospace Sciences Meeting, 2014, p. 0239.
- [32] <http://www.zset-software.com/>.
- [33] <https://w3.onera.fr/cwipi/bibliotheque-couplage-cwipi>.
- [34] F. Duchaine, S. Mendez, F. Nicoud, A. Corpron, V. Moureau, T. Poinot, Coupling heat transfer solvers and large eddy simulations for combustion applications, *Proceedings of the Summer Program*, vol. 6, 2008, pp. 113–126 Stanford, CA, USA.

Titre : Algorithmes de couplage aérothermique pour des applications turbomachines

Mots clés : mécanique des fluides, compresseur, turbine, HPC, Dirichlet-Robin, barrières thermiques

Résumé : Dans certaines configurations, en particulier dans les turbines haute pression, l'aspect thermique dans les performances aérodynamiques est primordial. La recherche d'une température totale en sortie de chambre de combustion i.e. en entrée de turbine, de plus en plus élevée oblige les motoristes à réduire les incertitudes sur l'environnement thermique des aubages, qu'ils soient refroidis ou non. Il est alors important de réaliser des simulations aérothermiques couplées d'application turbomachine. Les problématiques sont alors :

(i) de déterminer la stratégie de couplage à la fois stable, robuste et précise, en particulier de gérer correctement l'interface fluide-solide avec des conditions limites adéquates, (ii) étudier l'influence des flux thermiques sur les performances aérodynamiques et enfin (iii) étendre la méthode de couplage pour une résolution instationnaire de l'écoulement. La méthode ainsi développée conduit à une stabilité inconditionnelle du processus couplé tout en gardant des temps de calculs raisonnables.

Title : Aerothermal coupling algorithms for jet engine applications

Keywords : fluid mechanics, compressor, turbine, HPC, Dirichlet-Robin, thermal barrier coatings

Abstract : For some configurations, especially in high-pressure turbines, the thermal aspect for aerodynamic performances is essential. The need to have an exit total temperature flowing out the combustion chamber, i.e flowing in the high-pressure turbine, higher and higher leads engine manufacturers to reduce uncertainties on the thermal environment of turbine blades, cooled or not. It is therefore important to use a coupled approach for aerothermal simulations in turbomachinery applications. The main purpose of this work focuses on:

(i) finding the right strategy for coupling, both robuste and precise, especially for stabilizing correctly the fluid-solid interface with the right boundary condition, (ii) studying the impact of heat fluxes on aerodynamic performances and finally (iii) extending this coupling method to include unsteady flows. Thus the method developped in this work has led to an unconditionnal stability of the coupling process while having raisonnable compute times.