

Convertisseurs DC-DC piézoélectrique avec stockage provisoire d'énergie sous forme mécanique

Benjamin Pollet

▶ **To cite this version:**

Benjamin Pollet. Convertisseurs DC-DC piézoélectrique avec stockage provisoire d'énergie sous forme mécanique. Autre. Université Paris Saclay (COmUE), 2019. Français. NNT : 2019SACLN045 . tel-02415837

HAL Id: tel-02415837
https://theses.hal.science/tel-02415837

Submitted on 17 Dec 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

université PARIS-SACLAY

NNT : 2017SACLE035

Thèse de doctorat

école normale supérieure paris-saclay

Convertisseurs DC-DC piézoélectriques avec stockage provisoire d'énergie sous forme mécanique

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay
préparée à l'École Normale Supérieure Paris-Saclay

École doctorale n°575 :
Electrical, Optical, Bio and Engineering (EOBE)
Spécialité de doctorat : Génie électrique

Thèse présentée et soutenue à Grenoble, le 15 novembre 2019 par

Benjamin POLLET

Composition du Jury :

Yves Bernard Professeur, Université Paris-Sud (GeePs)	Président
Adrien Badel Professeur, Université Savoie-Mont-Blanc (SYMME)	Rapporteur
Lionel Petit Professeur, INSA de Lyon (LGEF)	Rapporteur
Guylaine Poulin-Vittrant Chargée de recherche CNRS, Université de Tours (GREMAN)	Examinatrice
François Costa Professeur, Université Paris-Est Créteil (SATIE)	Directeur de thèse
Ghislain Despesse Directeur de recherche CEA, Université Grenoble-Alpes (LETI)	Co-Directeur de thèse

TABLE DES MATIERES

Remerciements 5
Introduction 7
1. Principes de conversion d'énergie 11
1.1 Conversion DC-DC à stockage magnétique 12
1.1.1 Convertisseur boost 12
1.1.2 Convertisseur buck-boost 16
1.1.3 Convertisseurs boost ZVS quasi résonnant 18
1.2 Convertisseurs piézoélectriques 23
1.2.1 Généralités sur la piézoélectricité 23
1.2.2 Convertisseur piézoélectrique en demi pont 29
1.2.3 Convertisseur piézoélectrique à stockage mécanique 32
1.2.4 Commande du transformateur piézoélectrique 33
Bilan chapitre 1 35
2. Convertisseur DC-DC piézoélectrique 36
2.1 Structure et fonctionnement 37
2.1.1 Principe de conversion et topologie de base 37
2.1.2 Étude analytique du mode élévateur 42
2.1.3 Mode abaisseur de tension 50
2.1.4 Modèle mécanique 53
2.2 Simulation de l'élévateur de tension pour étude en régime dynamique 56
2.2.1 Élaboration du modèle 56
2.2.2 Résultats 59
2.3 Résultats expérimentaux pour l'élévateur de tension 63
2.3.1 Présentation de la structure expérimentale 63
2.3.2 Résultats expérimentaux 65
2.3.3 Analyse et discussion 70
Bilan chapitre 2 73
3. Influence et dimensionnement du résonateur piézoélectrique 74

3.1 Influence des dimensions géométriques 75
3.1.1 Choix de la géométrie et du mode de résonnance 75
3.1.2 Étude théorique de l'influence des dimensions du résonateur 76
3.1.3 Comparaison expérimentale de cinq disques de tailles différentes 84
3.1.4 Puissance et Densité de puissance : étude aux limites 89
3.2 Dimensionnement du résonateur piézoélectrique 95
3.2.1 Cahier des charges 95
3.2.2 Méthodologie de dimensionnement 96
3.2.3 Exemples de dimensionnement 101
Bilan chapitre 3 105
4. Déclinaisons et perspectives 106
4.1 Généralisation V_3 non nulle 107
4.1.1 Adaptation du modèle analytique 107
4.1.2 Influence de V_3 110
4.2 Quelques déclinaisons de la topologie de base 115
4.2.1 Amélioration de la puissance transmissible 115
4.2.2 Ajout de fonctionnalités 120
4.3 Perspectives 127
4.3.1 Rendement, densité d'énergie et comparaison magnétique 127
4.3.2 Miniaturisation du convertisseur 131
Bilan chapitre 4 133
Conclusion Générale 134
Bibliographie 137
Annexes 141
Liste des publications 142
Communications nationales 142
Conférences internationales avec actes 142
Articles de revue internationale 142
Brevets 142
Calcul détaillé mode abaisseur 143

Modèle sans pertes 143
Modèle avec pertes mécaniques 145
Calcul de la résistance de charge maximale 147
Calcul Complémentaires mode élévateur 148
Maximum de rendement à V_{out} constant 148
Maximum de gain à R_L fixe 150
Calcul du gain statique 152
Résolution cycle de conversion V_3 non nulle 153
Cycle élévateur 153
Cycle abaisseur 156
Résolution mécanique du cycle de conversion pour l'élévateur 159
Mode 31 159
Mode 33 163
Propriétés du matériau C-213 165
Résultats complémentaires pour l'étude de l'influence des dimensions du résonateur piézoélectrique en forme de disque 166
Courbes à gain constant 166
Courbes par disque 167

REMERCIEMENTS

Pour tous ceux qui en ont fait l'expérience, la thèse est une période unique dans une vie. Malgré les difficultés inhérentes, elle permet d'approfondir un sujet avec une grande liberté propice à satisfaire sa curiosité. Cette période restera dans ma mémoire comme trois années d'épanouissement professionnel. C'est pourquoi je tiens à remercier chaleureusement tous ceux qui ont contribué au bon déroulement de ce travail. Nous sommes des nains sur des épaules de géants. Cette célèbre métaphore appliquée à la science renvoie à une évolution incrémentale de la connaissance mais aussi à une transmission du savoir entre générations.

Merci donc à Ghislain et François qui m'ont prêté leurs épaules pour me permettre de voir plus loin. Tout d'abord Ghislain, qui est à l'origine de cette thèse, pour m'avoir encadré au quotidien, fait partager son immense savoir-faire et son incroyable culture technique et scientifique, pour la rapidité déconcertante à laquelle il a trouvé des solutions élégantes à mes problèmes. Un grand merci également à François pour son profond investissement, pour la richesse des idées apportées, pour tous ses précieux conseils, sa rigueur scientifique et sa grande disponibilité. Merci à eux pour leur gentillesse et honnêteté, pour l'intelligence et la pertinence de leur encadrement, pour leurs relectures attentives et plus généralement le plaisir d'avoir travaillé ensemble.

Je remercie Adrien Badel et Lionel Petit d'avoir accepté de rapporter mon manuscrit de thèse et d'avoir permis son amélioration par leurs remarques. Merci à Guylaine Poulin-Vittrant d'avoir accepté d'examiner ce travail et à Yves Bernard d'avoir accepté d'en présider le jury.

Merci à toute l'équipe du L2EP (de Grenoble !), avec qui il est particulièrement agréable de travailler. Merci à Othman Ladhari, Thierry Boudet et Stéphanie Riché de m'avoir accueilli dans leur laboratoire et service. Merci à Marc, expert parmi les experts en électronique analogique, CEM et électrotechnique (rien que ça !), pour son indifférence pour la paperasse et pour m'avoir indiqué entre deux invectives anti-informatique la meilleure façon de truander un compteur Linky. Je suis également très reconnaissant à Pierre, qui combine la sagesse des temps reculés et la connaissance pointue des avancées technologiques modernes, pour son assiduité remarquable quand sonne l'heure du repas. Merci à Sylvain qui m'a appris que l'on pouvait commander des (cartes) esclaves en gardant bonne conscience. Je remercie Vincent H. pour m'avoir sensibilisé à l'écologie, aux vertus du bio et à la pause-café (sans oublier son exceptionnelle faculté à ressortir la filmographie complète des actrices les plus méconnues), Remy et sa femme Lila que je n' ai jamais eu le plaisir de rencontrer mais qui tout en ignorant mon existence a su, grâce à sa savoureuse pâtisserie, me donner l'énergie nécessaire pour mener à bien mes travaux de recherche, mais aussi Sébastien C. , Xavier, Eric, Marco, Yan, Yanis, Romain, Charley, Thierry C., Paul-Henri, Antoine, Maxime et Cédric. Merci aussi à mes collègues thésards et alternants (et ancien

thésards) pour les agréables et multiples discussions que nous avons eu durant ces 3 ans: Rawad le doctorant high-tech le plus international et le plus couteux de l'histoire du CEA (celui qui a fait frémir le service compta du LITEN), Léo le plus gourmet et gourmand des anciens jeunes du labo et collègue indispensable pour tout conseil technique, Mustapha, doté d'une exceptionnelle connaissance technique, qui a brillamment repris le flambeau et avec qui j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler, Andres, Thibaut, Vincent M., Ibrahima et enfin Aurélie R. qui n'a pas eu la tâche facile, étant la seule présence féminine dans un laboratoire composé de virils électroniciens de puissance. Merci également à Jules qui a contribué de manière significative à la mise en place du convertisseur AC-DC piézoélectrique.

Je remercie également parmi mes collègues du CEA, Aurélie T. qui a toujours été impeccable, Sébastien B., Pierre G., Adrien, Olivier Adrien et David pour toutes les conversations enrichissantes que l'on a pu avoir sur la piézoélectricité mais aussi Philippe qui tel un loup au milieu des agneaux assure l'ingrate mission de commercial dans un labo dévoué à la noble recherche scientifique.

Un grand merci également à Pascal Lazarbal de m'avoir accueilli au sein du SATIE et bien que souvent éloigné géographiquement, j'ai beaucoup apprécié mes passages à Cachan. Je remercie toute l'équipe EPI et notamment Thomas et Yoann pour leur aide et pour les échanges que nous avons eus.

Je tiens aussi à exprimer ma sincère reconnaissance envers ma famille, mes amis et copains du sport pour m'avoir toujours permis de trouver le bon équilibre entre travail et vie privé. Je remercie tout particulièrement Blandine qui pendant ces 3 ans a rendu mon quotidien beaucoup plus agréable par sa présence et son sourire.

INTRODUCTION

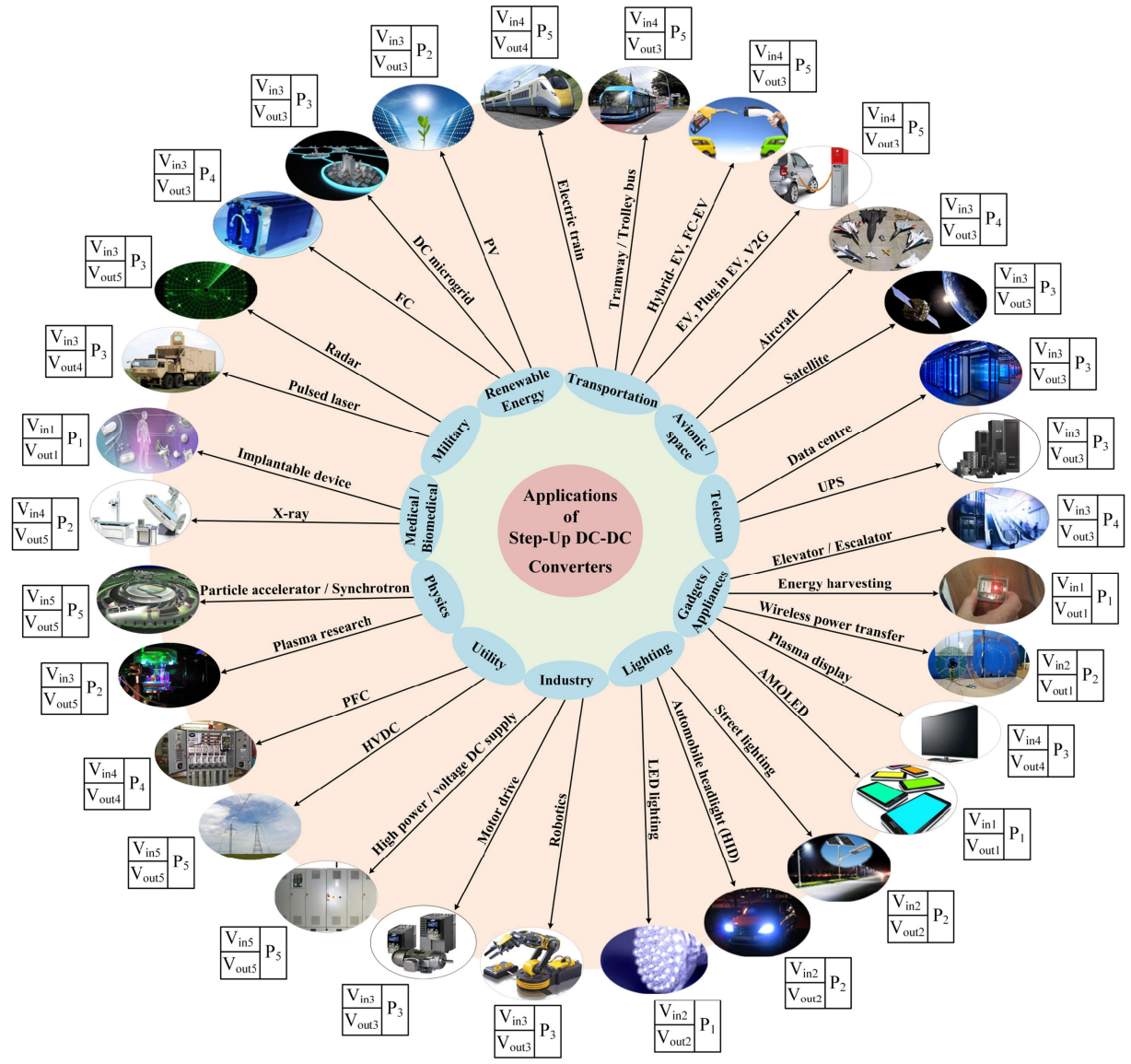
Introduction

Avec le développement majeur des semis conducteurs et notamment des transistors de puissance au cours des cinquante dernières années, l'électronique de puissance est devenue incontournable pour la gestion des systèmes d'énergie. Il s'agit de contrôler et d'adapter les échanges d'énergie entre une source d'entrée et une charge en fournissant à celle-ci de l'énergie sous une forme adaptée (courant, tension, fréquence, phase …). Les convertisseurs trouvent des applications pour une très grande gamme de puissance allant des très petites (< μW [1]) à très élevées (> GW [2]). Le rendement, le volume, le poids, la fiabilité, la disponibilité de service, la compatibilité électromagnétique et le coût constituent les enjeux majeurs des convertisseurs avec des contraintes plus ou moins sévères selon les applications. Par exemple, la fiabilité et le poids sont prépondérants dans les applications aéronautiques. De même, le critère de rendement maximisé des convertisseurs intégrés dans des systèmes autonomes, par exemple sur des batteries (type téléphone portable) est d'importance car cela permet d'augmenter l'autonomie de ces systèmes (mais aussi de limiter la quantité de chaleur à évacuer).

Le marché des convertisseurs DC-DC est en croissance et est évalué à trois milliards de dollars américains pour l'année 2017. Il est par ailleurs estimé à quatre milliards pour 2023 selon un rapport de Techsci research ® [3]. À titre de comparaison, le marché global des onduleurs, lui aussi en plein essor avec l'augmentation de la surface de panneaux solaires installés s'élèvera à 7,1 milliards de dollars en 2020 selon une étude de GTM Research ® rapporté par le magazine hebdomadaire l'écho du solaire [4]. Les besoins en conversion DC-DC sont donc considérables avec de nombreuses applications dans des domaines très variés et pour divers niveaux de puissance. La figure ci-dessous, extraite de la figure 33 de [5], présente un panorama des principales applications des convertisseurs DC-DC en mode élévateur (cette liste est non exhaustive) en fonction du niveau de puissance, du niveau de tension et du secteur d'activité. Les puissances et tensions affichées correspondent cependant aux cas usuels d'applications et doivent donc être lues comme des indications et non comme des limites absolues.

Cette large diversité de puissances et de domaines d'applications implique une multitude de contraintes spécifiques et exige donc des solutions technologiques particulières. Les convertisseurs majoritairement utilisés pour la conversion DC-DC sont à base d'éléments magnétiques que ce soit de type inductance ou transformateur. Cependant, d'autres alternatives existent comme les convertisseurs à base de capacités commutés ou ceux utilisant les matériaux piézoélectriques. Les convertisseurs piézoélectriques possèdent plusieurs avantages inhérents par rapport à la solution magnétique comme de meilleures possibilités d'intégration. Ils permettent également d'obtenir des densités de puissance élevées, de forts gains en tension, d'avoir une géométrie fine et plane, de rayonner un champ magnétique très réduit ce qui est favorable en terme de la compatibilité électromagnétique (CEM) et d'obtenir des rendements élevés grâce à leur facteur de qualité potentiellement très élevé (> 1000 pour matériaux PZT). La gamme de puissance des convertisseurs piézoélectriques s'étend de quelques milliwatts à plusieurs dizaines de Watts pour des tensions généralement inférieures à quelques centaines de volts ce qui correspond

approximativement aux niveaux P_2 et P_1 de la figure ci-dessus. L'application du transformateur piézoélectrique la plus emblématique est sans doute l'alimentation des lampes fluorescentes à cathode froide pour le rétroéclairage des écrans LCD (transformateurs piézoélectriques de type Rosen). La Figure 0.2 représente l'onduleur utilisé dans l'Apple MacBook Pro 15" et 17" au milieu des années 2000 [6]. Le transformateur piézoélectrique étant préféré pour son faible encombrement, sa topologie planaire et pour son rendement supérieur de l'ordre de 10 % en comparaison d'un transformateur magnétique [7].



	V_{in1}	V_{in2}	V_{in3}	V_{in4}	V_{in5}		V_{out1}	V_{out2}	V_{out3}	V_{out4}	V_{out5}		P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
V_{in}	<5V	<20V	<200V	<600V	>600V	V_{out}	<20V	<100V	<750V	<2 kV	>2 kV	P	<10W	<200W	<1kW	<20kW	>20kW

Figure 0.1 : Illustration des applications des convertisseurs élévateurs de tension [5]



Figure 0.2 : Convertisseur DC-AC pour rétroéclairage LCD [6]

En conclusion, les applications des convertisseurs DC-DC sont très nombreuses et nous avons vu que la majorité des convertisseurs DC-DC sont réalisés avec des éléments magnétiques. Pourtant, les matériaux piézoélectriques peuvent constituer une alternative très intéressante pour certaines applications comme ce fut le cas pour le rétroéclairage des écrans LCD.

Dans cette optique, nous présentons dans ce manuscrit de thèse un nouveau type de convertisseur piézoélectrique. Ce travail est le fruit d'une collaboration entre le CEA-LETI et le SATIE et a donné lieu à plusieurs communications, articles et dépôts de brevets. La liste et les références de l'ensemble de ces publications figurent en annexe, voir *Liste des publications*.

Le manuscrit est divisé en quatre principaux chapitres. Nous rappelons dans le chapitre 1, le fonctionnement des convertisseurs DC-DC avec stockage magnétique puis celui des convertisseurs piézoélectriques les plus utilisés afin de positionner notre nouveau principe de conversion piézoélectrique objet de cette thèse. Nous détaillerons ensuite, dans le second chapitre, les principes et le fonctionnement de notre nouveau convertisseur. Un modèle analytique du convertisseur est développé et le concept est validé expérimentalement. Au chapitre 3, il s'agit de comprendre l'influence de la géométrie du résonateur piézoélectrique sur les performances générales du convertisseur présenté au chapitre 2 afin de pouvoir le dimensionner de manière optimale au regard d'un cahier des charges donné. Enfin, le chapitre 4 présente plusieurs possibilités d'évolutions de cette structure permettant soit d'améliorer certaines performances (comme la puissance ou le rendement) soit d'ajouter certaines fonctionnalités (par exemple : conversion AC-DC ou inversion de tension). Ce dernier chapitre est aussi l'occasion de proposer quelques perspectives pour les recherches à venir.

1.PRINCIPES DE CONVERSION D'ÉNERGIE

1. Principes de conversion d'énergie 11
1.1 Conversion DC-DC à stockage magnétique 12
1.1.1 Convertisseur boost 12
1.1.2 Convertisseur buck-boost 16
1.1.3 Convertisseurs boost ZVS quasi résonnant 18
1.2 Convertisseurs piézoélectriques 23
1.2.1 Généralités sur la piézoélectricité 23
1.2.2 Convertisseur piézoélectrique en demi pont 29
1.2.3 Convertisseur piézoélectrique à stockage mécanique 32
1.2.4 Commande du transformateur piézoélectrique 33
Bilan chapitre 1 35

1.1 CONVERSION DC-DC A STOCKAGE MAGNETIQUE

Les convertisseurs à découpage, se sont très largement développés à partir des années 70-80 bénéficiant des progrès des semi-conducteurs. Contrairement aux régulateurs linéaires dissipatifs, ils permettent d'obtenir de bons rendements même pour des rapports de tension élevés, ils peuvent fonctionner en élévateur et en abaisseur de tension et sont généralement plus compacts grâce aux avancées technologiques qui permettent notamment une fréquence de découpage élevée et ainsi une réduction de taille des éléments passifs de stockage ou de filtrage. Nous allons rappeler ici le fonctionnement de base des convertisseurs à découpages magnétiques pour les convertisseurs boost et buck-boost et ensuite nous introduirons les convertisseurs quasi-résonants à travers l'exemple du convertisseur boost quasi-résonnant avec commutations à zéro de tension.

Du point de vue des échanges énergétiques entre les sources d'entrée et de sortie et l'élément de stockage, le fonctionnement du convertisseur buck-boost est similaire à celui du convertisseur piézoélectrique présenté dans cette thèse aux chapitres 2 et 3 (*Figure 2.1*) et le convertisseur boost est similaire au convertisseur de la *Figure 4.8*, introduit au chapitre 4.

1.1.1 CONVERTISSEUR BOOST

La topologie du convertisseur élévateur (ou boost) est représentée en Figure 1.1, le but d'une telle structure est de pouvoir élever la tension d'entrée V_{in} en une tension supérieure V_{out}. Cette structure associe une cellule de commutation, constituée par un interrupteur commandé *k* et une diode *D* à l'inductance *L* connectée à la source d'entrée.

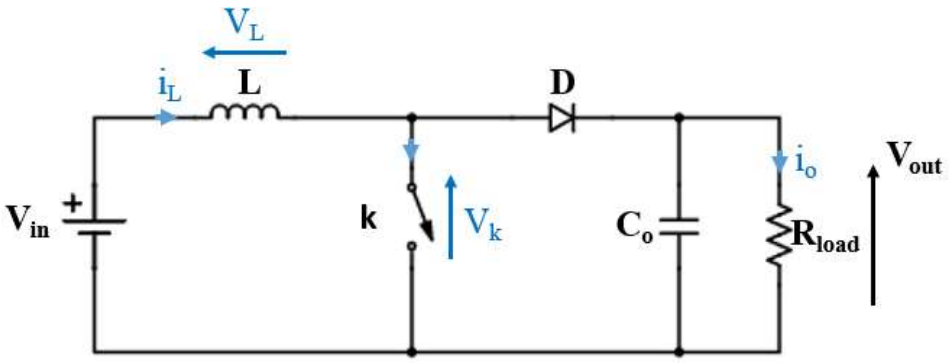


Figure 1.1 : Convertisseur boost

Le principe du convertisseur consiste à faire commuter l'interrupteur k à haute fréquence et selon un certain rapport cyclique α. Le rapport cyclique α est la proportion de la période pendant laquelle k est fermé Ainsi, au début de chaque période T, l'interrupteur k est fermé pour une durée αT et ouvert le reste de la période. Au début de la période lorsque k est fermé ($t \in [0 : \alpha T]$), la tension aux bornes de D est négative et donc la diode est bloquée, l'énergie stockée dans le

condensateur C_0 est transmise à la résistance R_{load}. La tension aux bornes de l'inductance est égale à la tension d'entrée et le courant i_L croit linéairement (pente de V_{in}/L). L'inductance reçoit donc de l'énergie de la source d'entrée qu'elle stocke temporairement sous forme magnétique. Durant la seconde phase ($t \in [\alpha T : T]$), k est ouvert, et la continuité du courant dans L impose la mise en conduction de la diode D et on a donc $i_L = i_o$. Pendant cette phase, l'énergie précédemment stockée dans l'inductance sous forme magnétique est transmise à la charge $R_{load}C_0$ assimilable à une source de tension. Pendant cette phase de transfert d'énergie, la source d'entrée est également connectée, en série avec l'inductance, à la charge. L'énergie transmise sur une période est donc supérieure à l'énergie E_m stockée dans la bobine : il s'agit d'un transfert direct. On représente ci-dessous les formes d'ondes de tension et de courant de l'inductance en régime de conduction continue (le courant dans l'inductance ne s'annule pas au cours de la période).

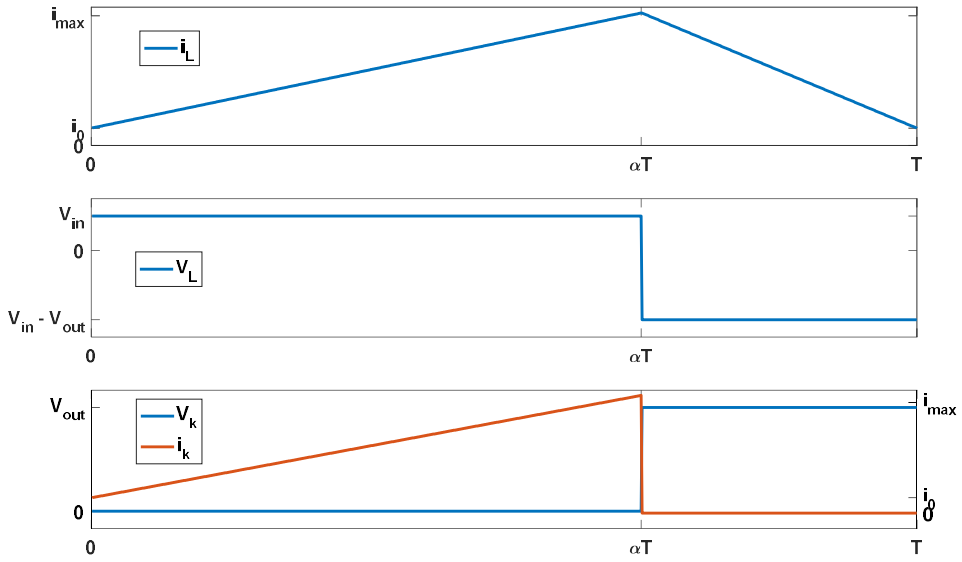


Figure 1.2 : Formes d'ondes convertisseur boost

En régime permanent (et en conduction continue), la tension moyenne V_L aux bornes de l'inductance doit être nulle. Cela permet d'en déduire la relation entre les tensions d'entrée et de sortie :

$$V_{in}.\alpha.T = (V_{in} - V_{out}).(T - \alpha.T) \tag{1.1}$$

Par suite on obtient :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{1-\alpha} \tag{1.2}$$

Ainsi, on peut déterminer le rapport cyclique α, de façon à obtenir la tension de sortie Vout souhaitée. L'équation (1.2) stipule que le gain en tension est d'autant grand que le rapport cyclique est grand. Cependant un rapport cyclique tendant vers 1 ne donnera pas une tension de sortie infinie dans un convertisseur réel. Cela provient du fait que cette expression a été obtenue en négligeant les pertes (pertes dans inductance, l'interrupteur, la diode). Dans un système physique, la tension de sortie obtenue est toujours inférieure à celle calculée théoriquement. On observe en pratique un rapport cyclique donnant un gain maximum G_{max}. En appelant r la résistance en série avec l'inductance L (r modélise les pertes de l'inductance), on peut calculer la nouvelle expression du gain et en déduire le rapport cyclique α_{max} théorique donnant le gain le plus fort G_{max} [8]:

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{(1-\alpha) + \frac{r}{R_{load}.(1-\alpha)}} \tag{1.3}$$

$$\alpha_{max} = 1 - \sqrt{\frac{r}{R_{load}}} \tag{1.4}$$

$$G_{max} = \frac{1}{2.\sqrt{\frac{r}{R_{load}}}} \tag{1.5}$$

La figure ci-dessous compare l'allure observée en pratique et la courbe théorique du gain en fonction du rapport cyclique D.

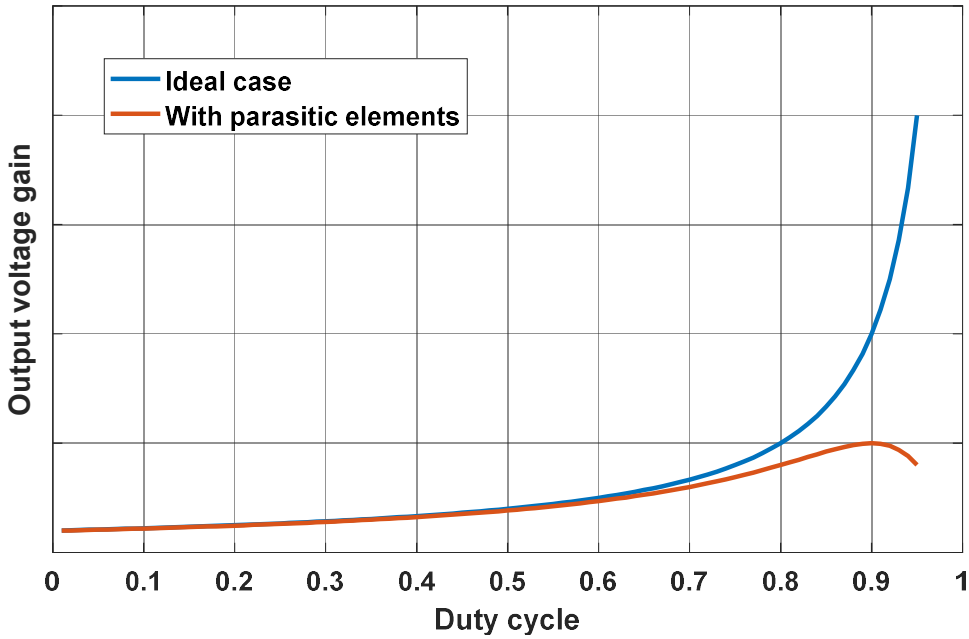


Figure 1.3 : Effets des éléments parasites sur le gain

De plus, à chaque fermeture (en $t = 0$) ou ouverture (en $t = \alpha T$) de l'interrupteur k, des pertes dites de commutation ont lieu dans l'interrupteur. En effet, pour la fermeture de k par exemple, la tension aux bornes de l'interrupteur passe de V_{out} à 0 V mais contrairement aux formes d'ondes idéales de la Figure 1.2 cette transition n'est pas instantanée et il existe un transitoire pendant lequel la tension diminue et où le produit $i_k * V_k$ est non nul ce qui induit des pertes dans l'interrupteur. De même des pertes ont lieu à chaque ouverture de l'interrupteur puisque le courant ne s'annule pas instantanément. Ces pertes par commutation ayant lieu à chaque ouverture et fermeture des interrupteurs, elles sont donc proportionnelles à la fréquence.

On se place maintenant à la limite entre conductions continue et discontinue ($i_0 = 0$: le courant s'annule uniquement à la fin de la période) et dans le cas idéal sans pertes. L'énergie provenant de la source de tension d'entrée et stockée dans la bobine pendant la première phase sous la tension d'entrée V_{in} s'écrit :

$$E_m = \frac{V_{in}.i_{max}.\alpha.T}{2} \tag{1.6}$$

L'énergie totale E_{out} transférée à la sortie pendant la seconde phase, en notant I_0 le courant de sortie moyen, vaut :

$$E_{out} = V_{out}.I_0.T = \frac{V_{out}.i_{max}.(1-\alpha).T}{2} \tag{1.7}$$

Ainsi, en combinant ces deux équations avec (1.2) on trouve :

$$\frac{E_m}{E_{out}} = \frac{V_{in}}{V_{out}}.\frac{\alpha}{1-\alpha} = \alpha \tag{1.8}$$

La proportion de l'énergie stockée provisoirement dans la bobine par rapport à l'énergie totale distribuée est donc directement reliée au rapport cyclique.

À puissance de sortie constante, plus la fréquence de hachage est élevée, plus l'énergie à stocker magnétiquement dans l'inductance par cycle est faible ce qui permet généralement de réduire la taille de cet élément. Pour une puissance P_{out} et une fréquence f données, (1.8) donne :

$$E_m = \frac{1}{2}.L.{i_{max}}^2 = \frac{\alpha.P_{out}}{f} \tag{1.9}$$

Or, puisque nous sommes à la limite entre conduction continue et discontinue nous pouvons écrire :

$$i_{max} = \frac{V_{in}.\alpha}{L.f} \tag{1.10}$$

En combinant ces équations, on peut à partir de la puissance de sortie désirée et de la fréquence déterminer la valeur de l'inductance et le courant maximal obtenu :

$$L = \frac{{V_{in}}^2.\alpha}{2.f.P_{out}} \tag{1.11}$$

$$i_{max} = \frac{2.P_{out}}{V_{in}} \tag{1.12}$$

Par exemple, pour une conversion 10 - 20 V (α = 0.5) de 1 W à 100 kHz, on trouve L = 250 µH et i_{max} = 0,2 A.

Nous allons maintenant étudier le convertisseur buck-boost dont le fonctionnement est proche du convertisseur boost mais où la gestion des échanges d'énergies présente des différences.

1.1.2 CONVERTISSEUR BUCK-BOOST

La topologie du convertisseur buck-boost magnétique est représentée en Figure 1.4, comme son nom l'indique, elle permet à la fois d'abaisser ou d'augmenter la tension d'entrée.

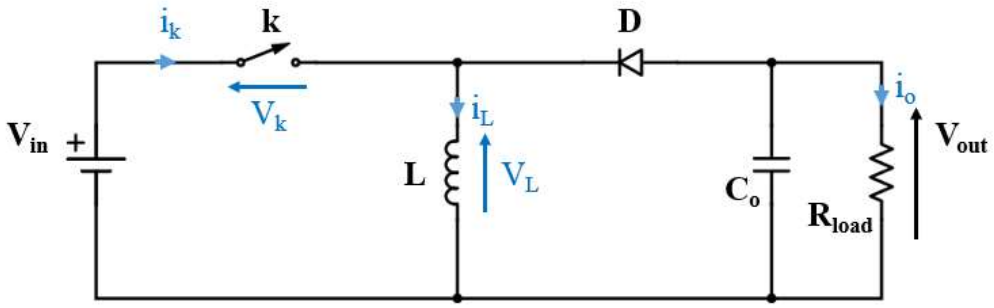


Figure 1.4 : Convertisseur buck-boost

Le principe de fonctionnement du convertisseur buck-boost est proche de celui du convertisseur boost, la différence étant qu'il réalise une conversion indirecte en deux temps. L'interrupteur k est fermé sur un intervalle de temps [0 αT]. La diode D est alors bloquée et l'inductance se charge en courant sous le potentiel V_{in}. Sur l'intervalle [αT T], k est ouvert et la diode D conduit. Durant cette phase, l'inductance restitue à la sortie l'énergie prélevée à la source d'entrée dans la première phase. Comme, i_L est toujours positif, i_o est négatif ce qui signifie que la tension V_{out} obtenue est négative et donc que le convertisseur effectue une inversion de la tension d'entrée. La Figure 1.5 montre les formes d'ondes dans la bobine.

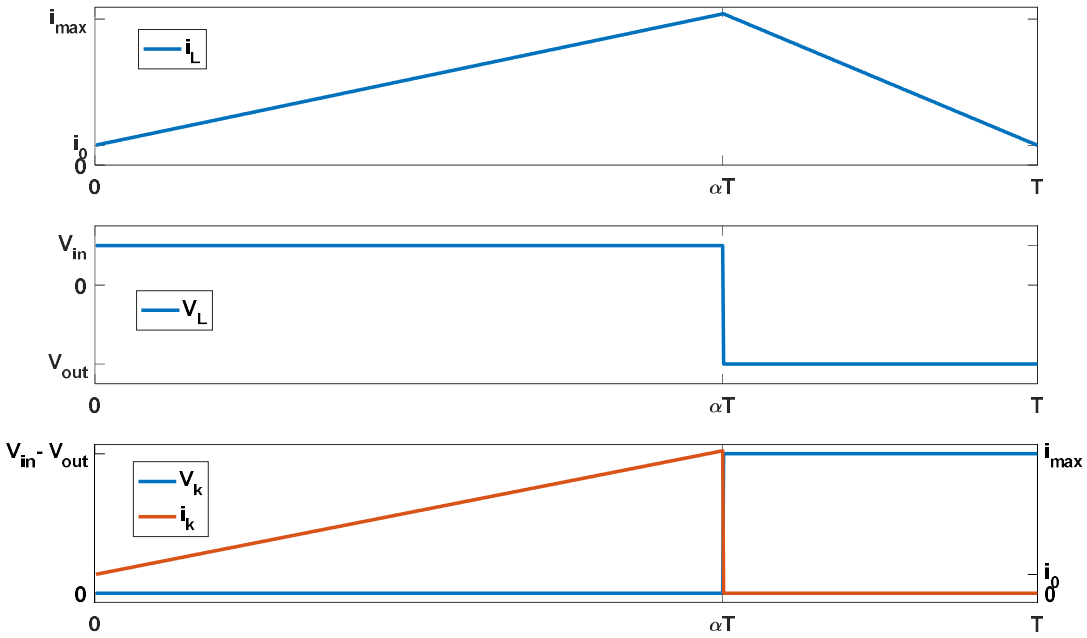


Figure 1.5 : Formes d'ondes convertisseur Buck-boost

En écrivant que la tension moyenne aux bornes de l'inductance est nulle en régime permanent, on obtient directement la relation :

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{\alpha}{1-\alpha} \tag{1.13}$$

Ainsi, en prenant un rapport cyclique inférieur à 0,5, la structure fonctionne en mode abaisseur ($|V_{out}/V_{in}| < 1$) et s'il est supérieur à 0,5 le convertisseur fonctionne en élévateur.

Contrairement au convertisseur boost, l'énergie que la sortie reçoit correspond exactement à l'énergie stockée dans la bobine pendant la première phase. Si 1 µJ sont fournies sous forme électrique à la sortie, l'inductance devra donc stockée 1 µJ sous forme magnétique. En reprenant la méthode utilisée pour le convertisseur boost on détermine la valeur de l'inductance et le courant maximal qui la traverse :

$$L = \frac{{V_{in}}^2 . \alpha^2}{2 . f . P_{out}} \tag{1.14}$$

$$i_{max} = \frac{2 . P_{out}}{\alpha . V_{in}} \tag{1.15}$$

Ainsi, pour une conversion de 1 W 10 / -20 V (α = 2/3) à 100 kHz, cela donne L = 222 µH et i_{max} = 0,3 A. Dans les mêmes conditions de puissance, de gain en tension et de fréquence de hachage, on a donc besoin d'un courant plus important pour le buck-boost (ce qui engendre plus de pertes) et l'inductance est plus faible en valeur mais plus grosse en taille car l'énergie qu'elle doit stocker est deux fois plus grande.

Pour la suite, nous présentons une amélioration de la structure permettant d'augmenter le rendement et d'augmenter la fréquence de hachage.

1.1.3 CONVERTISSEURS BOOST ZVS QUASI RÉSONNANT

Nous avons mis en évidence que pour les convertisseurs boost et buck-boost, présentent des pertes par commutation, pertes qui sont naturellement proportionnelles à la fréquence de commutation. Ces structures ne sont donc pas adaptées pour conserver de bons rendements à des fréquences élevées. Pour réduire au maximum ces pertes par commutations, la solution non dissipative classiquement utilisée consiste à mettre en œuvre une topologie permettant d'ouvrir ou de fermer l'interrupteur uniquement lorsque la tension à ses bornes ou le courant le traversant sont nuls. On parle ainsi de commutation à zéro de tension (ZVS) ou de commutation à zéro de courant (ZCS). La Figure 1.6 ([9]) représente le diagramme tension/ courant au niveau de l'interrupteur pour les commutations dites dures des systèmes conventionnels (convertisseur boost et buck-boost par exemple) et les commutations dites douces en mode ZVS ou ZCS. On remarque qu'effectivement les pertes sont largement diminuées en commutation douce car le courant ou la tension de l'interrupteur ne sont jamais élevés au moment de la commutation (produit courant tension réduit).

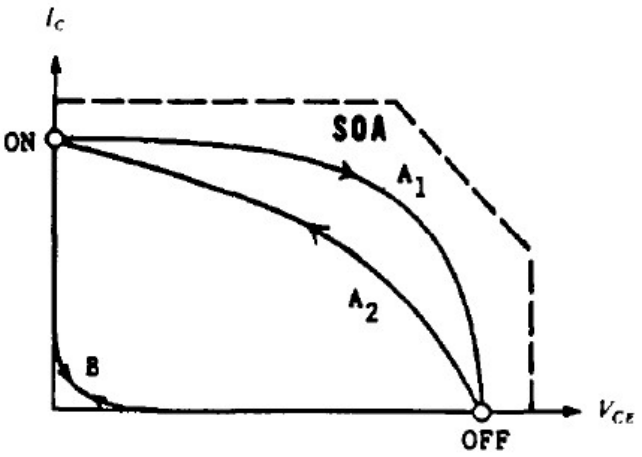


Figure 1.6 : Représentation des commutations dans le plan courant/tension de l'interrupteur: comparaison des commutations conventionnelles (A1 et A2) et avec celles des structures quasi résonantes (B) [9]

Comme la plupart de ces topologies utilisent une forme de résonance de type *LC*, ces structures sont dites à résonance. Plusieurs types de convertisseur à résonance sont présents dans la littérature. Nous présentons ici uniquement le principe de base des convertisseurs quasi-résonants, qui utilisent des interrupteurs dits quasi résonants [10], dont le fonctionnement sera plus proche du nouveau principe de conversion à base d'éléments piézoélectriques objet de ce manuscrit de thèse.

Il est donc possible d'élever la fréquence des structures vues plus haut, et de réduire les pertes par commutations (mais aussi de réduire à même fréquence les problèmes de CEM), en adaptant leurs topologies. La Figure 1.7 présente le convertisseur boost ZVS quasi résonant (la version ZCS existe également avec un interrupteur quasi résonant différent où C_r est en parallèle de k et L_r).

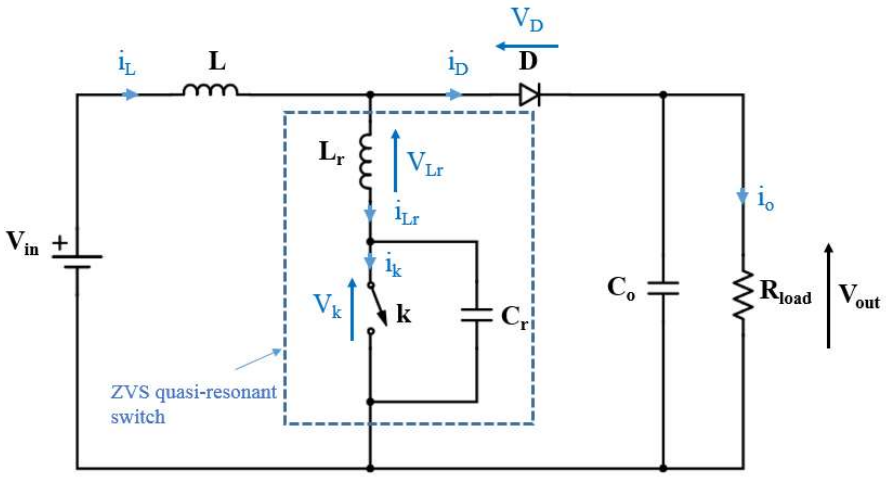


Figure 1.7 : Convertisseur boost ZVS quasi résonant

On constate que la structure est celle du boost mais avec deux éléments supplémentaires L_r et C_r. L'inductance résonante L_r et la capacité résonante C_r sont inférieures à L et C_0. Dans certains cas, C_r peut directement être la capacité parasite de l'interrupteur k. C'est la résonance L_r C_r qui va permettre d'engendrer une tension nulle aux bornes de l'interrupteur pour garantir le mode ZVS. Chaque période se divise en quatre étapes clefs en fonction des semi-conducteurs qui conduisent et du circuit équivalent correspondant. La Figure 1.8 montre la configuration correspondant à chacune des quatre phases en régime permanent. L'interrupteur k est commandé à la fermeture de 0 à t_2. Les formes d'ondes des grandeurs principales sont représentées en Figure 1.9 pour le cas où le courant initial dans l'interrupteur est nul (V_{GS} représente la commande de l'interrupteur k). De par la présence de l'inductance L, on peut supposer le courant d'entrée constant et égal à la valeur moyenne de i_L noté I_{in}.

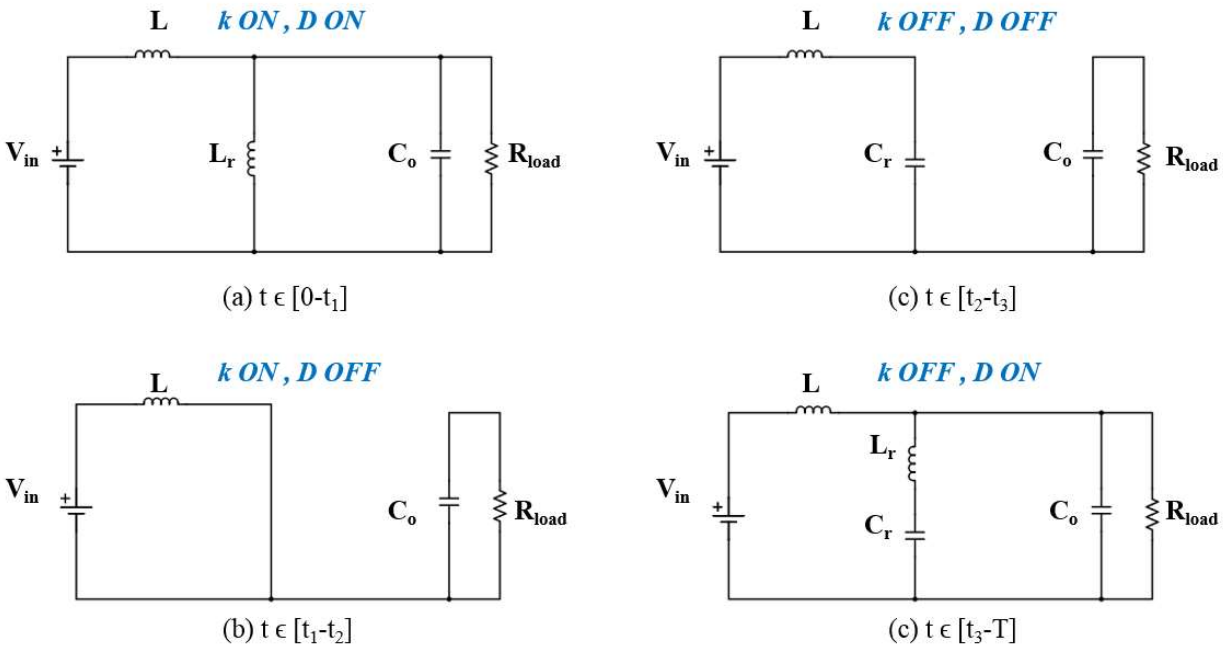


Figure 1.8 : Circuit équivalent pour chaque intervalle de temps du circuit boost ZVS quasi résonant

Au début de la période, la tension aux bornes de l'interrupteur V_k est nulle on peut donc fermer l'interrupteurs en commutation douce (mode ZVS). Pendant la première phase ($t \in [0\ t_1]$), la diode D conduit également, le courant d'entrée I_{in} se réparti entre la diode et l'interrupteur. Le courant dans l'interrupteur croit de manière linéaire puisque la tension aux bornes de L_r est constante (V_{out}). Pendant cette phase, on a donc une charge de l'inductance de résonance L_r. Une fois que l'inductance est chargée et que le courant dans l'inductance atteint le courant d'entrée, la diode se bloque en t_1. Le courant traversant L_r étant constant, la tension aux bornes de celle-ci devient nulle. Cette phase dure jusqu'à ce que l'on ouvre l'interrupteur k en t_2. Durant cette troisième phase ($t \in [t_2\ t_3]$), la capacité résonante prend le relais de l'interrupteur et se charge à courant constant (sous I_{in}). Ainsi, la tension à ses bornes augmente linéairement. En parallèle, la tension aux bornes de la diode augmente progressivement et devient passante en t_3 quand la tension à ses bornes devient nulle. La quatrième et dernière phase constitue la partie résonante du cycle. C_r et L_r résonnent ce qui fait varier sinusoïdalement la tension aux bornes de l'interrupteur V_k et lorsque celle-ci devient nulle en $t = T$, l'interrupteur se ferme (commutation douce) et une nouvelle période commence.

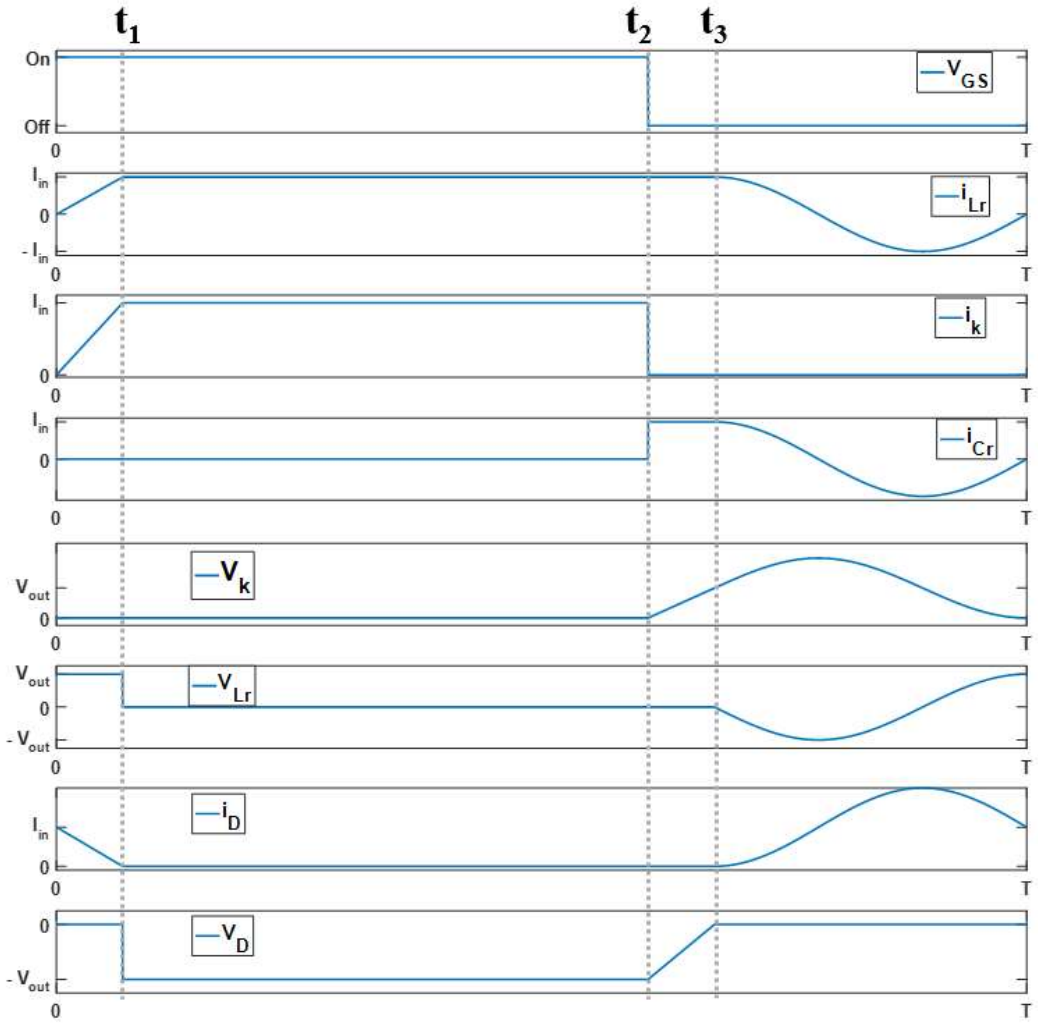


Figure 1.9 : Formes d'ondes du boost ZVS quasi résonant

La tension de sortie dépend directement de la fréquence de commutation (notamment du rapport entre cette fréquence et la fréquence f_0 de résonance du couple L_r C_r choisi). Le réglage de cette fréquence constitue donc le moyen de commande du convertisseur. L'ouverture de l'interrupteur à l'instant t_2 est déterminée en fonction de cette fréquence de façon à avoir exactement une tension V_k nulle en T. Le gain en tension peut se calculer analytiquement et on représente ci-dessous l'allure des courbes du gain M en fonction du facteur de qualité Q ($R_{load} / \sqrt{\frac{L_r}{C_r}}$) et du rapport entre la fréquence de commutation et la fréquence de résonance [10]. Le nombre h correspond au rapport entre le courant initial dans l'interrupteur et le courant moyen d'entrée. Si h est positif, l'interrupteur k doit tenir au cours de la période des tensions positives et négatives et on dit que le convertisseur fonctionne en pleine onde (demi onde si h négatif).

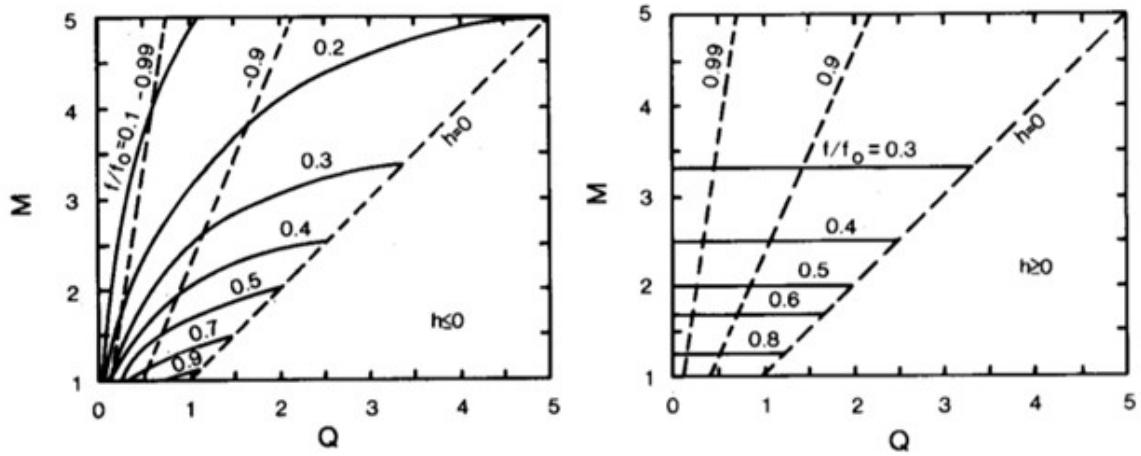


Figure 1.10 : Gain en tension pour le convertisseur boost ZVS quasi résonant [10]

Pour *h* négatif, plus le rapport entre les deux fréquences est faible et plus le facteur de qualité est élevé, plus le gain en tension est grand. Pour *h* positif, le gain ne dépend quasiment pas du facteur de qualité mais principalement de la fréquence de commutation.

Les formes d'ondes de la Figure 1.9 mettent en évidence une surtension au niveau de la tension de l'interrupteur *k* et un surcourant dans la diode. Cela veut dire que par rapport à un boost classique non résonant, le calibre des semi-conducteurs doit être plus important. L'expression du courant maximal dans la diode et l'expression de la tension maximale de l'interrupteur s'écrivent [10]:

$$V_{kmax} = \left(1 + \frac{M}{Q}\right).V_{out} > V_{out} \tag{1.16}$$

$$i_{Dmax} = 2.I_{in} > I_{in} \tag{1.17}$$

Cette structure permet bien de commuter en mode ZVS et donc de réduire drastiquement les pertes par commutations et donc d'augmenter le rendement ou la fréquence. Une inductance et une capacité sont rajoutées par rapport à la structure initiale et un contrôle en fréquence permet d'ajuster la tension de sortie. C'est toujours l'inductance *L* qui assure la fonction de stockage d'énergie et non l'inductance L_r. En revanche, cette solution mène à une commande plus complexe et les surtensions induites par la phase résonante amènent à augmenter le calibre des interrupteurs.

Nous allons maintenant nous focaliser sur les convertisseurs piézoélectriques dont le fonctionnement est différent des convertisseurs magnétiques présentées dans cette section.

1.2 CONVERTISSEURS PIEZOELECTRIQUES

1.2.1 GÉNÉRALITÉS SUR LA PIÉZOÉLECTRICITÉ

1.2.1.1 PRÉSENTATION

Pour rappel, les matériaux piézoélectriques possèdent la propriété de se polariser électriquement lorsque qu'ils reçoivent une contrainte mécanique (effet piézoélectrique directe) et de se déformer lorsque qu'ils sont soumis à un champ électrique (effet piézoélectrique inverse). Cela revient à dire qu'en utilisant ces deux effets, on peut convertir de l'énergie mécanique en énergie électrique et inversement. La découverte de la piézoélectricité est attribuée aux frères Pierre et Jacques Curie en 1880. Parmi les grandes dates de la piézoélectricité, figure également l'invention du sonar par les français Paul Langevin et Constantin Chilowski pendant la première guerre mondiale permettant de détecter des sous-marins. Un historique de la piézoélectricité et de son utilisation est disponible en référence [11].

L'intérêt suscité par les matériaux piézoélectriques s'est accru depuis plusieurs décennies avec notamment les progrès considérables dans les procédés de fabrication des matériaux piézoélectriques et des performances associées comme l'amélioration du couplage électromécanique. Ils sont aujourd'hui utilisés dans de nombreux domaines. Parmi eux figurent les sonars, la récupération d'énergie les scanners à ultrason pour le médical, les horloges à quartzs et aussi en électronique de puissance [12]–[15]. Les recherches sur la piézoélectricité se sont intensifiées en particulier à partir des années 90. La Figure 1.11 montre l'évolution du nombre de publications dans les domaines de la piézoélectricité en général et appliquée à l'électronique de puissance au cours de ces cinquante dernières années (de 1965 à 2018). Les données de ces courbes correspondent au nombre de publications référencées sur Scopus®. Il faut donc être prudent puisque d'une part le résultat affiché ne correspond pas au nombre réel notamment pour les articles anciens où le référencement à posteriori est difficile et d'autre part les pratiques des chercheurs ont évolué sur cette période en termes de stratégie de publication. Néanmoins, cela permet d'observer des tendances. Pour mieux se situer, on rappelle que le transformateur de Rosen sur lequel la recherche en conversion d'énergie piézoélectrique s'est fortement appuyée a été présenté en 1954 [16].

On observe que le nombre de recherches relatives à la piézoélectricité semble s'être très fortement accru avec, pour la piézoélectricité en général, une progression constante à partir des années 90 et une stabilisation dans les années 2010. L'application de la piézoélectricité en électronique de puissance a commencé à se développer à partir du milieu des années 90, ce qui correspond à l'introduction sur le marché de convertisseurs piézoélectriques pour le rétroéclairage des écrans LCD. Aujourd'hui on dénombre un peu plus d'une cinquantaine de documents référencés sur Scopus® par année ce qui représente une petite communauté (on trouve à titre de comparaison un peu plus de sept mille articles référencés en électronique de puissance en 2018).

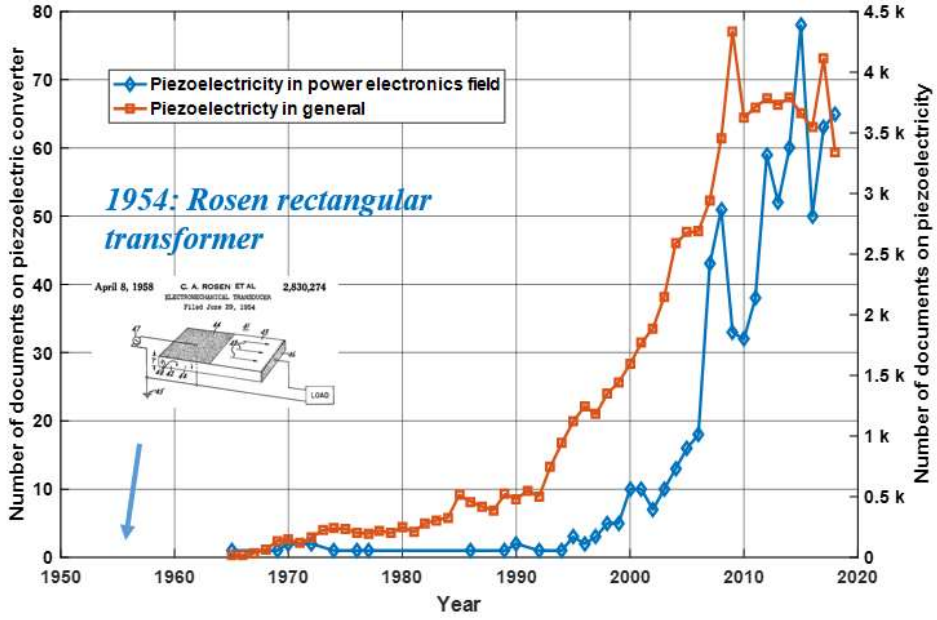


Figure 1.11 : Évolution des recherches en piézoélectricité

Les pays les plus actifs en termes de publications dans le domaine de la piézoélectricité sont les états unis la Chine et le Japon. La France est bien positionnée se situant à la sixième place mondiale. La figure ci-dessous expose les dix pays publiant le plus dans ce domaine. Conjointement aux activités universitaires, de nombreux industriel travaillent autour des matériaux piézoélectriques.

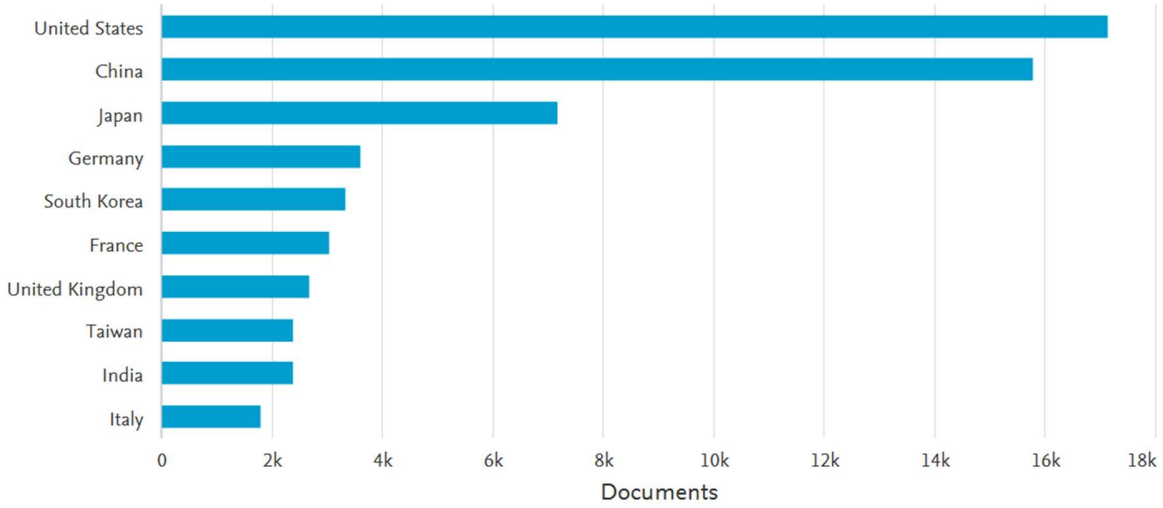


Figure 1.12 : Publications en piézoélectricité par pays

Les effets directs et inverses de la piézoélectricité peuvent se traduire localement par des équations reliant au moyen de coefficients la déformation mécanique notée *S*, la contrainte mécanique *T*, l'induction électrique *D* et le champ électrique *E* (deux grandeurs électriques et deux grandeurs mécaniques). Par exemple, pour un barreau dont la déformation est perpendiculaire à la polarisation (mode 31 = polarisée suivant l'axe 3 et qui se déforme suivant l'axe 1) on écrit :

$$\begin{cases} S_1 = s_{11}^E . T_1 + d_{31} . E_3 \\ D_3 = d_{31} . T_1 + \mathcal{E}_{33}^T . E_3 \end{cases} \quad (1.18)$$

Le terme d_{31} relie directement une grandeur électrique avec une grandeur mécanique c'est donc une constante piézoélectrique exprimé en (C/N), s_{11}^E est la souplesse (m^2/N) et $\mathcal{E}_{33}^T$ est la permittivité (F/m). Concrètement, à contrainte et champs électrique constant, plus d_{31} est grand en amplitude, plus son effet sur la déformation du matériau et l'induction électrique sera important. La référence [17] donne les équations fondamentales et la signification de tous les coefficients pour chacun des modes de déformations classiquement utilisés.

Pour l'utilisation des matériaux piézoélectriques en conversion de puissance, il faut travailler autour de la résonance mécanique du matériau pour que les vibrations soient de plus grande amplitude et qu'ainsi la puissance de sortie soit plus élevée. Dans ce contexte, il faut donc que le facteur de qualité soit le plus élevé possible. Un autre aspect important est le coefficient de couplage. Il donne la propension du matériau à transformer l'énergie électrique en énergie mécanique et inversement. Par exemple, si un matériau possède un facteur de qualité mécanique élevé mais un faible couplage (par exemple les quartz), cela veut dire que l'on ne pourra récupérer qu'une faible quantité d'énergie sous forme électrique et que ce matériau n'est donc pas adapté à la conversion d'énergie. Les moyens de calcul du coefficient de couplage ainsi que la manière de le mesurer sont également précisés en référence [17] pour chacun des différents modes. Ce coefficient est intrinsèque et ne dépend donc pas de la géométrie du matériau.

1.2.1.2 Materiaux

Il existe plusieurs types de matériaux piézoélectriques. Pour notre application en conversion de puissance, il faut donc trouver un matériau piézoélectrique possédant à la fois un bon couplage et un bon facteur de qualité. Les matériaux de type quartz présentent les facteurs de qualité les plus élevés facilement supérieure à 10^4 mais des coefficients de couplage faibles (< 10%). C'est pourquoi ils ne sont pas adaptés à la conversion de puissance. Les céramiques type PZT affichent les meilleurs coefficients de couplages tout en ayant de bons facteurs de qualité. D'autres gammes de matériaux comme les céramiques monocristallines PZN-PT possèdent des propriétés très intéressantes en termes de densité de puissance mais leur fabrication à l'échelle centimétrique présente des difficultés [7]. On peut également, pour une contrainte donnée et en fonction du mode de déformation utilisé, exprimer la puissance volumique. On montre que cette dernière est

proportionnelle au produit $d_{31}*g_{31}$ pour le mode 31 [7]. Ce produit caractérise donc la densité d'énergie du matériau (pour le mode 31).

1.2.1.3 SCHEMA ELECTRIQUE EQUIVALENT

Un résonateur piézoélectrique peut être représenté par le schéma électrique équivalent de la Figure 1.13. Il est composé de deux branches : une dite motionnelle composée d'une capacité, d'une inductance et d'une résistance (à la résonance, l'impédance est réduite à la résistance et tous le courant passe dans cette branche), la deuxième branche est électrique et comporte uniquement une capacité.

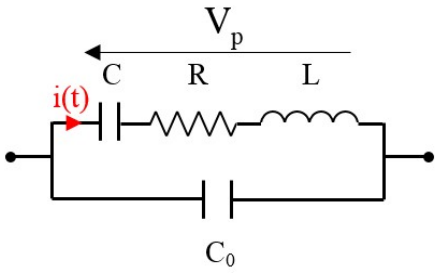


Figure 1.13 : Schéma équivalent d'un résonateur piézoélectrique

Chacun des éléments de ce schéma équivalent à une signification physique. C_0 est directement la capacité électrique mesurée au niveau des deux électrodes du résonateur piézoélectrique à déformation nulle. Pour la branche motionnelle, L est directement relié à la masse, C est inversement proportionnelle à la raideur du matériau et R représente les pertes mécaniques dans les vibrations du résonateur. Enfin, le courant i est une image de la vitesse de vibration. À la résonance, la capacité et l'inductance motionnelles résonnent et peuvent être considérés comme une source de courant sinusoïdale. Ainsi, en négligeant la résistance R et en supposant qu'on a excité le résonateur, le courant dans la branche motionnelle est sinusoïdal lorsque la tension aux bornes du résonateur est maintenue constante. De même, si le résonateur est isolé (circuit ouvert, courant externe nul), aucune charge ne sort du résonateur et la source de courant sinusoïdale vient charger et décharger la capacité C_0. Dans ce cas la tension du résonateur varie sinusoïdalement.

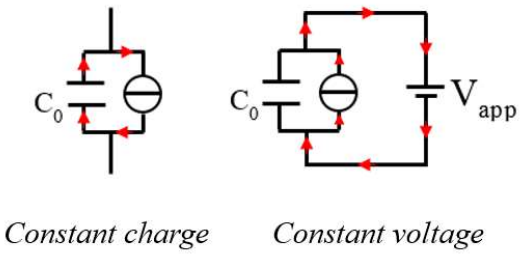


Figure 1.14 : Résonateur piézoélectrique à tension constante et à charge constante

L'allure des courbes de phase et d'amplitude de l'impédance théorique d'un résonateur autour de la résonance est représentée en Figure 1.15. Elle est superposée à une mesure expérimentale effectuée avec un résonateur C-213 (disque de diamètre 25 mm et d'épaisseur 0,75 mm). La concordance des deux courbes prouve la pertinence du modèle équivalent électrique.

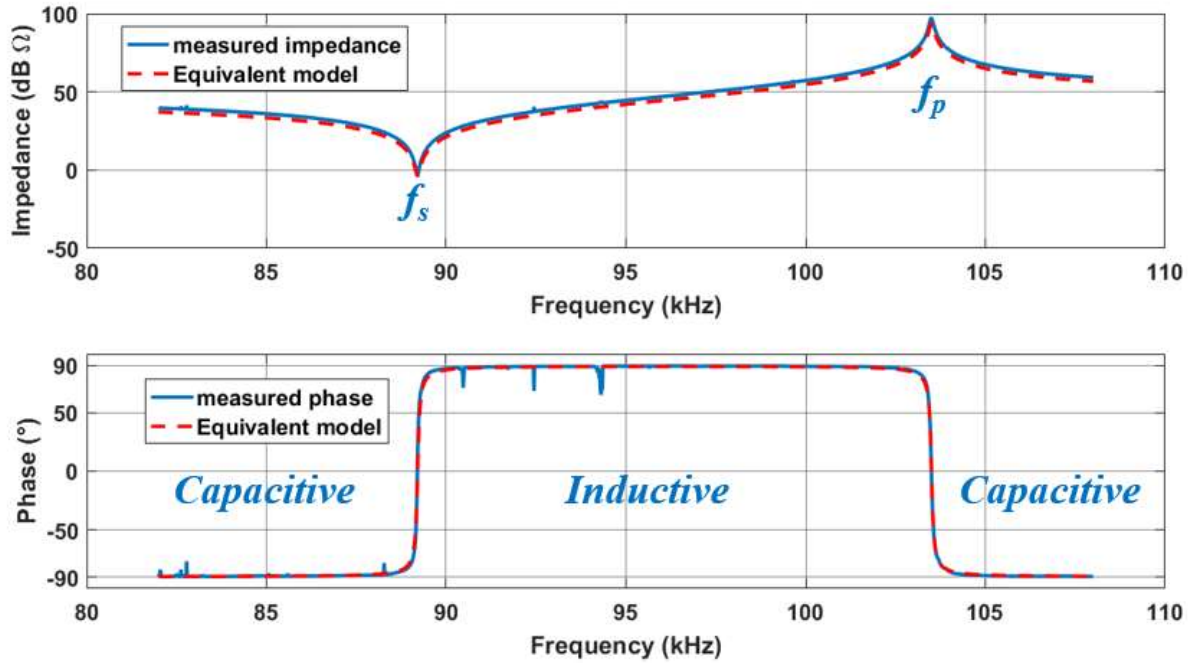


Figure 1.15 : Impédance d'un résonateur piézoélectrique

La fréquence de résonance f_s (ou résonance série) correspond à la fréquence où l'impédance est la plus faible. La fréquence f_p donnant l'impédance la plus élevée est appelée antirésonance ou résonance parallèle. La fréquence de résonance du matériau C-213 testé est de 88,9 kHz et l'antirésonance est de 104 kHz. Il est important de noter qu'en dehors de la résonance, le matériau piézoélectrique a un comportement capacitif, ce qui constitue une difficulté en électronique de puissance pour obtenir des commutations ZVS. La phase est nulle à la fréquence exacte de résonance (comportement résistif tout comme pour la fréquence d'antirésonance) ensuite le matériau a un comportement inductif entre la résonance et l'antirésonance. On peut à partir des points remarquables de la courbe d'impédance, retrouver chacune des valeurs des éléments du circuit équivalent ainsi que le facteur de qualité du résonateur et son coefficient de couplage. La table ci-dessous décrit le mode de calcul d'identification de ces grandeurs ainsi que les résultats obtenus pour un disque en PZT C-213 de Fuji-ceramics ® pour une caractérisation en mode radial (diamètre 25 mm et épaisseur 0,75 mm). Nous choisirons par la suite ce matériau pour la partie expérimentale de cette thèse (facteur de qualité annoncé de 2500 et couplage en mode radial de 0,58, cf spécifications disponible en annexe *: Propriétés du matériau C-213)*.

TABLE 1.I : Calcul des éléments du schéma équivalent

Name	Notation	Physical correspondence	Identification	Tested C-213 value
Electrical Capacitance	C_0	Electrical Capacitance	Direct measure	8.4 nF
Motional capacitance	C	Inverse of stiffness	$C_0.((\frac{f_p}{f_s})^2 - 1)$	2.9 nF
Motional inductance	L	Mass	$\frac{1}{C.4.\pi.{f_s}^2}$	1.1 mH
Motional resistance	R	Mechanical losses	Minimum impedance (measured at f_s)	0.6 Ω
Quality factor	Q	Characterize resonance	$\frac{L.2.\pi.f_s}{R}$	1030
Coupling factor	k	Ability to convert mechanical to electrical energy (and vice versa)	$\sqrt{\frac{{f_p}^2 - {f_s}^2}{{f_p}^2}}$ [1]	52 %

On remarque que la valeur d'inductance équivalente obtenue et le coefficient de qualité sont élevés et seraient difficiles à obtenir dans des conditions similaires avec un résonateur *LC* électrique classique. Le schéma équivalent permet donc de caractériser notre résonateur avec un simple impédance-mètre. Pour tenir compte des autres modes de résonances, il suffit de rajouter en parallèle de la capacité C_0 des branches R_n L_n C_n correspondant à chacun des modes. 2

Le facteur de qualité diminue avec la température [18], [19]. Pour prendre en compte cet effet, on peut faire dépendre *R* de la température. Pour notre application de conversion de puissance, cela signifie qu'à partir d'un certain niveau de pertes (et donc d'échauffement), la résonance ne sera plus suffisante pour permettre la conversion.

[1] Cette formule correspond au calcul général explicité dans les standards IEEE [17], pour le calcul particulier du couplage en mode radial (k_p) du résonateur C-213, la formule donnée par le fabriquant (Fuji ceramic ®) dans sa notice d'utilisation est : $k_p = 0.395 \frac{f_s}{f_p - f_s} + 0.574 = 57$ %.

1.2.2 CONVERTISSEUR PIEZOELECTRIQUE EN DEMI PONT

Nous avons vu que les céramiques de type PZT avec un grand facteur de qualité et un bon facteur de couplage sont favorables aux applications de type électronique de puissance. La grande majorité des convertisseurs piézoélectriques utilisent des transformateurs piézoélectriques. La topologie en demi-pont est la structure en électronique de puissance la plus couramment utilisée [6]. Les topologies Class E et Push-Pull sont aussi régulièrement employées [20]. La structure Push-Pull est notamment utilisée pour les élévateurs de tension avec un grand gain de conversion et la structure en classe E est utilisée en mode abaisseur et présente une plage de commande plus importante, des contraintes CEM moindres et des plus faibles pics de courants. Cependant, la structure en demi pont donne de meilleurs performances pour des puissances élevées [20]. Des exemples de réalisations sont disponibles dans la littérature : pour la topologie Push Pull [21] et pour la classe E [22]. Dans cette thèse, nous mettrons au point un convertisseur sans inductance afin d'avoir un fort potentiel d'intégrabilité pour des puissances les plus élevées possibles. Or, nous verrons que la topologie en demi pont peut, moyennant une commande particulière, aussi se faire sans inductance tout en assurant des commutations douces (contrairement aux structures Push-Pull et class E [20]). Nous allons donc étudier plus en détail cette structure, son principe de fonctionnement et plusieurs stratégies de contrôles de l'état de l'art. La Figure 1.16 montre le schéma de cette topologie pour un convertisseur DC-DC.

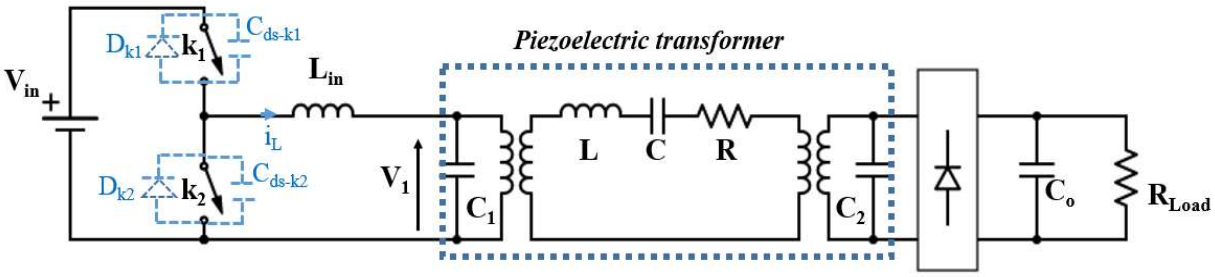


Figure 1.16 : Convertisseur DC-DC en demi-pont piézoélectrique

1.2.2.1 FONCTIONNEMENT GÉNÉRAL

Les formes d'ondes associées en régime permanent sont exposées en Figure 1.17, chaque période se décompose en six phases. La tension V_1 vue au primaire du transformateur est sinusoïdale. La tension en sortie du transformateur est donc également sinusoïdale et est redressée par un pont de diode. Les deux interrupteurs k_1 et k_2 permettent de générer un signal carré à une fréquence proche de la fréquence de résonance du transformateur. L'inductance L_{in}, en résonant avec la capacité C_1 permet d'effectuer des commutations douces (elle compense la nature capacitive du transformateur), et de filtrer le signal carré d'entrée (diminution de l'excitation des modes supérieurs de résonances). Le courant i_L est sinusoïdal. Un temps mort (dead time) pendant lequel les interrupteurs ne sont pas commandés entre l'ouverture d'un interrupteur (k_1 ou k_2) et la

fermeture de l'autre est nécessaire pour assurer la décharge des capacités des interrupteurs et permettre ainsi des commutations en mode ZVS. Puisque les capacités $C_{ds\text{-}k1}$ et $C_{ds\text{-}k2}$ se chargent et se déchargent pendant les deux temps morts, il faut que le courant chargeant ou déchargeant la capacité et les temps mort soient suffisamment élevés pour garantir les commutations douces. Le détail des phases est expliqué ci-dessous :

Phase 1, $t \in [0\text{-}t_1]$

Au début de la période, k_1 est fermé jusqu'à l'instant t_1. La tension V_{k2} aux bornes de l'interrupteur k_2 vaut alors V_{in}.

Phase 2, $t \in [t_1\text{-}t_2]$

k_1 est ouvert en t_1 (et k_2 reste ouvert). Puisque les deux interrupteurs sont ouverts, la tension d'entrée n'apporte pas d'énergie au primaire du transformateur. Cette phase permet de réaliser la commutation à zéro de tension mais ne transfère pas directement de l'énergie, c'est pourquoi cet intervalle de temps est appelé temps mort (ou dead- time). Pendant cette phase, le courant i_L est positif, ainsi la capacité du $C_{ds\text{-}k2}$ se décharge jusqu'à ce que la tension V_{k2} aux bornes de l'interrupteur k_2 atteigne 0 V en t_2. De même la capacité $C_{ds\text{-}k1}$ se charge pendant ce temps et la tension V_{k1} vaut V_{in} en t_2.

Phase 3, $t \in [t_2\text{-}t_3]$

Lorsque la tension V_{k2} s'annule, la diode inverse D_{k2} se met à conduire jusqu'à ce que l'on ferme k_2 à l'instant t_3 (fin du temps mort).

Phase 4, $t \in [t_3\text{-}t_4]$

k_2 est fermé à zéro de tension en t_3, la tension aux bornes de k_1 reste donc égale à V_{in} jusqu'à l'ouverture de k_2 à l'instant t_4.

Phase 5, $t \in [t_4\text{-}t_5]$

En t_4, k_2 est ouvert et un autre temps mort commence. Le courant i_L étant cette fois négatif, $C_{ds\text{-}k1}$ se décharge jusqu'à ce que la tension V_{k1} aux bornes de l'interrupteur k_1 atteigne 0 V en t_5. De même la capacité $C_{ds\text{-}k2}$ se charge pendant ce temps et la tension V_{k2} vaut V_{in} en t_5.

Phase 6, $t \in [t_5\text{-}T]$

Dans cette phase, c'est la diode inverse D_{k1} qui devient passante quand la tension de l'interrupteur devient nulle. Une nouvelle période commence en T lorsque l'on ferme à nouveau k_1.

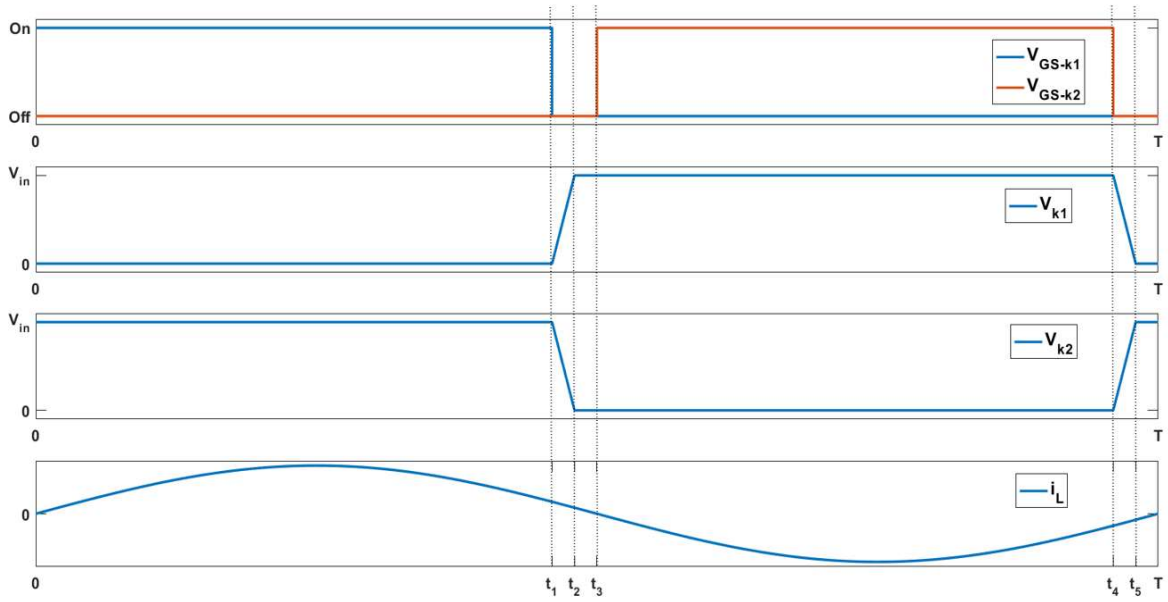


Figure 1.17 : Formes d'ondes convertisseur en demi-pont avec inductance

1.2.2.2 Adaptation des structures

L'inductance L_{in} permet donc de compenser la nature capacitive du transformateur piézoélectrique et permet ainsi d'effectuer des commutations à zéro de tension avec une résonance série *LC*. Cependant, il est également possible d'obtenir des commutations en mode ZVS en plaçant l'inductance L_{in} en parallèle du transformateur avec une capacité en série [23]. Cette configuration est moins optimale dans le sens ou la tension vue par le primaire du transformateur est carré (et non sinusoïdale pour le cas de l'inductance série) mais en fonction de la nature du transformateur, cela peut permettre d'utiliser une inductance de plus petite taille. Enfin, il est également possible de supprimer l'inductance L_{in} en cherchant à bénéficier de la nature inductive d'un résonateur piézoélectrique fonctionnant autour de sa fréquence de résonance pour charger ou décharger la capacité parallèle C_1 et assurer les commutations douces [24]. Cette dernière solution à l'avantage d'être sans inductance (potentiellement moins couteuse et de meilleurs intégrabilité) mais restreint les possibilités de fonctionnement (gain en tension, plage de fréquence). Plusieurs études permettent de définir grâce à des calculs analytiques les plages d'utilisation du convertisseur en mode ZVS [25]–[28]. La Figure 1.18 représente ces trois alternatives.

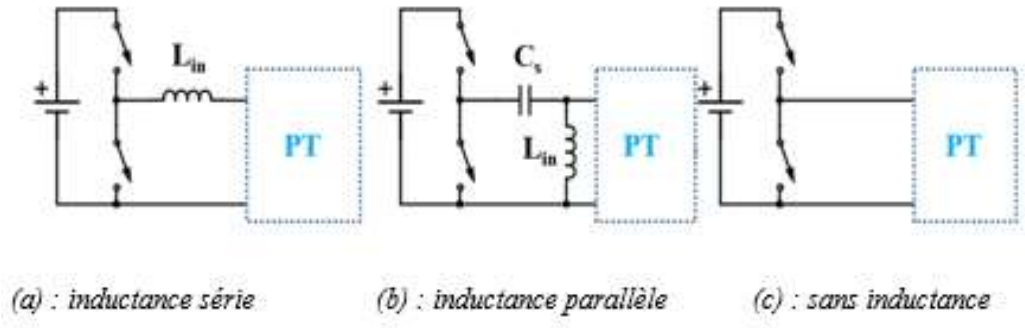


Figure 1.18 : Trois alternatives pour commander le transformateur piézoélectrique (PT) en demi-pont

1.2.3 CONVERTISSEUR PIÉZOÉLECTRIQUE À STOCKAGE MÉCANIQUE

Les convertisseurs piézoélectriques présentés jusqu'à maintenant sont tous à base de transformateurs. Ces transformateurs, utilisés à la résonance, permettent d'avoir des grands gains de conversion et garantissent l'isolation galvanique. Contrairement aux convertisseurs boost et buck-boost vus précédemment, ils n'ont pas de fonction de stockage d'énergie. Des convertisseurs utilisant un résonateur piézoélectrique comme moyen de stockage d'énergie ont déjà été proposé [29], [30] (ce sont les seuls à la connaissance de l'auteur), le schéma de l'élévateur de tension est représentée en Figure 1.19. Il s'agit d'une adaptation d'un convertisseur à base de capacités commutées [31]. Le résonateur piézoélectrique n'est pas un transformateur mais un simple disque piézoélectrique, de ce fait, ce convertisseur n'est pas isolé.

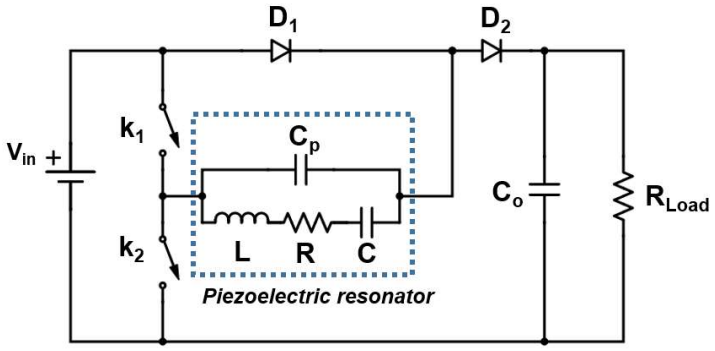


Figure 1.19 : Convertisseur élévateur piézoélectrique à stockage mécanique

Le principe de fonctionnement de ce convertisseur consiste pour chaque période à prélever de l'énergie à la source d'entrée V_{in}, de la stocker sous forme mécanique par l'intermédiaire du résonateur piézoélectrique puis de la restituer sous forme électrique à la sortie. Pour chaque période, on va alterner des phases à tension constante et des phases où le résonateur piézoélectrique est isolé des sources d'entrées et de sortie. Les phases à tension constantes permettent au résonateur

de prélever de l'énergie à la source d'entrée ou bien de redistribuer l'énergie stockée à la sortie. Les phases à charges constantes permettent de charger ou décharger les capacités parasites des Mosfets k_1 et k_2 et donc d'assurer des commutations à zéro de tension malgré la nature capacitive du piézoélectrique. Les deux interrupteurs sont commandés en faisant varier la fréquence avec un rapport cyclique fixe de 50 %. En revanche le gain en tension de ce convertisseur est limité à 2 et il faut donc les mettre en cascade pour obtenir des gains plus élevés (gain maximum de seulement n+1 avec n résonateurs [29]). Même si des bons rendements sont obtenus pour un point de fonctionnement particulier (96 % pour une puissance de 5 W et conversion 50 - 100 V), le rendement chute en changeant la charge (89 % pour 1 W et conversion 50 - 100 V) ou en changeant le gain (88 % pour 5 W et gain de 1,2).

1.2.4 Commande du transformateur piezoelectrique

La commande la plus répandue des convertisseurs piézoélectriques (avec transformateur mais aussi celui de la Figure 1.19 consiste à commander les interrupteurs avec un rapport cyclique fixe de 50 % et de réguler le gain en tension en faisant varier la fréquence (proche de la fréquence de résonance du résonateur piézoélectrique). Or, le gain en tension dépend fortement de la fréquence de pilotage. Pour une charge donnée, une fréquence particulière permet d'obtenir la tension de sortie désirée. Or une variation de la tension d'entrée ou de la charge, peut conduire à un décalage de cette fréquence de pilotage pouvant l'éloigner de la fréquence de résonance du système. Si l'on opère trop loin de la résonance, la régulation n'est plus possible et le rendement se dégrade. Ainsi l'inconvénient de cette méthode de contrôle est que l'on a une plage limité de tension d'entrée pour réguler en tension une charge donnée [6]. Par exemple, pour un abaisseur DC-DC de 10 W, la plage de gain reportée à la figure 7 de [30] ne se situe que entre 0,31 et 0,5. Pour augmenter les capacités de régulation, d'autres méthodes de contrôle ont donc été présentées, la référence [32] présente une topologie de convertisseur où la tension de sortie est régulée en faisant varier le rapport cyclique (le gain du transformateur piézoélectrique est quasi proportionnel au rapport cyclique). De même, on peut utiliser une combinaison de ces deux méthodes en changeant la fréquence à rapport cyclique constant et inversement [33]. Ces techniques ont permis d'élargir les possibilités de régulation et notamment la plage de tension d'entrée permettant la régulation de la tension de sortie.

Même avec ce contrôle hybride (fréquence et rapport cyclique), la fréquence de fonctionnement n'est pas nécessairement proche de la fréquence de résonance, cette dernière n'étant pas fixe puisqu'elle dépend notamment de la charge, du gain et de la température. En conséquence, il y a des chutes de rendement pour certains points de fonctionnement lorsque la fréquence opérationnelle est trop éloignée de la fréquence de résonance. Certaines stratégies de commande permettent donc de travailler au plus proche de la fréquence de résonance. Par exemple la solution « quantum » [34] permet une commande simple : on commande les interrupteurs à une fréquence et rapport cyclique fixe, lorsque la tension de sortie dépasse une tension de seuil haute,

on arrête de commander les interrupteurs et la tension de sortie redescend. Lorsqu'elle passe en dessous d'un seuil bas on recommence à commander les interrupteurs. En revanche cette solution nécessite une inductance et une forte capacité de sortie. Plus récemment, une stratégie de commande permettant le mode ZVS et ne nécessitant pas d'inductance a été présenté [35]. Il s'agit de trouver dynamiquement la fréquence optimale en réglant la phase entre le courant et la tension du transformateur piézoélectrique ($\pi/2$ dans la région inductive). Cette méthode nécessite en revanche un contrôle numérique et une estimation précise du courant résonant. Les résultats (figure 10 de [35]) montrent une plage de gain importante (0,5 à 3) mais un rendement très modérés (< 45 %). Une stratégie de commande utilisant un transformateur piézoélectrique ajustable en ratio (« tunable piezoelectric transformer ou TPT ») avec un terminal du transformateur destiné à la commande a été présenté [36]. Cette méthode permet de fonctionner à la fréquence optimum, et de permettre une régulation pour des variations à la fois de charge et de tension d'entrée. En revanche, cela nécessite une inductance et une capacité supplémentaire par rapport à la solution en demi-pont classique. De plus l'utilisation d'un TPT, où une partie du transformateur est utilisée pour la régulation de tension, limite la plage de charge possible (par rapport à un même volume utilisé pleinement pour la conversion). La Table 1.II synthétise les résultats obtenus pour les modes de contrôle évoqués ci-dessus.

TABLE 1.II : Tableau comparatif de stratégies de commande

Control method	**Range of Line and Load regulation**	**Inductorless**	**Able to operate at optimum frequency for all operating range**
PFM [30]	Low	Yes	No
PWM [32]	Medium	No	No
PFM+PWM [33]	High	No	No
Quantum [34]	High	No	Yes
Optimum phase loop [35]	High	Yes	Yes
TPT [36]	High	No	Yes

En conclusion, la régulation de la tension de sortie en ajustant la fréquence à rapport cyclique constant est simple à mettre en œuvre mais n'est pas bien adapté aux variations de charge ou de tension d'entrée. Il existe donc une pluralité de systèmes de commande pour contrebalancer ces

limites avec des avantages et des inconvénients pour chacune d'elles. Pour bénéficier pleinement du fort potentiel d'intégration des matériaux piézoélectriques, il est avantageux d'avoir un convertisseur sans inductance. Travailler au plus près de la fréquence de résonance du système complet permet de conserver des bons rendements sur une grande plage d'utilisation. Cette thèse présente un convertisseur qui est donc sans inductance, qui conserve un bon rendement pour une large plage de charge et de gain. Le convertisseur à stockage mécanique de la Figure 1.19 est le plus proche de celui exposé dans cette thèse mais par une nouvelle topologie et un nouveau système de contrôle, nous arriverons à dépasser les limites mentionnées.

BILAN CHAPITRE 1

Dans ce premier chapitre, nous avons décrit le fonctionnement de convertisseurs électriques DC-DC utilisant une inductance pour, stocker temporairement à chaque période de l'énergie sous forme magnétique et puis la redistribuer sous forme électrique à la sortie. L'utilisation de structures résonantes ou quasi résonantes est nécessaire pour garantir des commutations douces et garder un bon rendement à fréquence élevé. La piézoélectricité peut constituer une alternative avantageuse par rapport aux solutions magnétiques, c'est pourquoi on observe une recherche croissante sur les convertisseurs piézoélectriques. Malgré la nature capacitive du résonateur piézoélectrique, on peut néanmoins dans certain cas effectuer des commutations en mode ZVS. Nous avons observé que la plupart de ces convertisseurs piézoélectriques utilisent un transformateur piézoélectrique associé à une inductance et n'utilisent pas cette fonction de stockage temporaire d'énergie (les phases d'apport et de restitution de l'énergie ne sont pas séparées). Le pilotage classique en fréquence est simple d'utilisation mais limite les performances en termes de rendement et de possibilités de régulations.

Dans cette thèse, nous présentons un nouveau type de convertisseur piézoélectrique avec un nouveau mode de contrôle qui fonctionne proche de la fréquence de résonance du système quelle que soit la condition d'utilisation (tension d'entrée, tension de sortie, niveau de puissance) et ceci sans inductance. Il permet, avec le même dispositif de conserver des rendements élevés pour une large plage de gains et de puissances tout en assurant des commutations douces. Comme une inductance pour un convertisseur boost ou buck-boost, le résonateur piézoélectrique assure une fonction de stockage provisoire d'énergie à la différence que cette énergie est stockée sous forme mécanique et non plus sous forme magnétique.

2.CONVERTISSEUR DC-DC PIEZOELECTRIQUE

2. Convertisseur DC-DC piézoélectrique 36
2.1 Structure et fonctionnement 37
2.1.1 Principe de conversion et topologie de base 37
2.1.2 Étude analytique du mode élévateur 42
2.1.3 Mode abaisseur de tension 50
2.1.4 Modèle mécanique 53
2.2 Simulation de l'élévateur de tension pour étude en régime dynamique 56
2.2.1 Élaboration du modèle 56
2.2.2 Résultats 59
2.3 Résultats expérimentaux pour l'élévateur de tension 63
2.3.1 Présentation de la structure expérimentale 63
2.3.2 Résultats expérimentaux 65
2.3.3 Analyse et discussion 70
Bilan chapitre 2 73

2.1 STRUCTURE ET FONCTIONNEMENT

2.1.1 PRINCIPE DE CONVERSION ET TOPOLOGIE DE BASE

2.1.1.1 PRINCIPE GENERAL

Cette thèse présente un nouveau principe de conversion DC-DC piézoélectrique. La philosophie de cette nouvelle gamme de convertisseurs s'inspire des principes de conversion basés sur l'usage de matériaux magnétiques de type buck-boost. Nous avons vu que pour ce type de convertisseurs, un cycle de conversion a lieu à chaque période de découpage donnant lieu à un transfert d'énergie sous forme magnétique via une inductance. Dans notre cas, l'élément piézoélectrique fonctionne à sa fréquence de résonance et on applique un cycle de conversion à chaque période de résonance dans lequel l'élément piézoélectrique assure une fonction de stockage d'énergie sous forme mécanique. Les convertisseurs proposés sont sans inductance, non-isolés (pas de transformateur piézoélectrique), et fonctionnent en commutation douce. En régime permanent, à chaque période de résonance, le cycle de conversion alterne des phases à tension constante (le résonateur est connecté à une source de tension) et des phases à charge constante en circuit ouvert. Les phases à tensions constantes permettent un transfert d'énergie entre le résonateur piézoélectrique et la source de tension et les phases à charge constante permettent de faire varier la tension sinusoïdalement pour commuter sans pertes en mode ZVS et donc de conserver des rendements élevés. Par ailleurs, le cycle doit être synchronisé avec le courant interne du résonateur. Aux pertes près, l'énergie apportée au résonateur à chaque période par la source d'entrée est égale à l'énergie restituée à la sortie (équilibre d'énergie en régime permanent) ce qui correspond d'un point de vue mécanique à des oscillations auto-entretenues.

Ce convertisseur a pour principaux avantages, d'être sans inductance, d'autoriser des commutations en mode ZVS, de fonctionner très près de la fréquence de résonance et donc de bénéficier pleinement du facteur de qualité élevé de l'élément piézoélectrique. Par conséquent, ceci permet une conversion à haut rendement dans une large gamme de puissance pour une large gamme de gain. La contrepartie est une commande complexe nécessitant de suivre en temps réel les formes d'ondes du système durant la période de résonance. Ce procédé est proche de celui employé en conversion électrostatiques utilisant notamment une capacité variable comme élément de stockage transitoire d'énergie [37], [38]. Cependant, il ne s'agit pas de remplacer la capacité variable par le matériau piézoélectrique puisque le cycle de conversion que l'on propose est adapté aux matériaux piézoélectriques (facteur de qualité meilleur et capacité parallèle plus élevée) et ne pourrait être appliqué avec une structure électrostatique. En effet, dans le cas de l'électrostatique, le passage par une tension nulle impose que la structure soit ensuite polarisée à nouveau pour qu'elle puisse générer une variation de tension, ce qui n'est pas le cas pour le matériau piézoélectrique qui lorsqu'il subit une déformation mécanique, peut générer une variation de tension quelle que soit sa tension initiale. Par ailleurs, les matériaux piézoélectriques présentent

une permittivité diélectrique significativement supérieure à celle de l'air, ce qui permet à même tension et volume de transférer plus d'énergie à la structure.

2.1.1.2 STRUCTURE ET CYCLES DE CONVERSION

La *Figure 2.1* présente la topologie de base du convertisseur DC-DC piézoélectrique. Elle est constituée d'une source d'entrée, d'une source de sortie (avec une masse commune) d'un résonateur piézoélectrique et de trois interrupteurs. Cette structure peut être utilisée tout aussi bien en abaisseur qu'en élévateur et donc en buck-boost selon la façon dont on commande les interrupteurs. La présence d'un troisième interrupteur est nécessaire pour assurer l'équilibre du bilan d'énergie à chaque période et avoir un degré de liberté pour pouvoir effectuer une régulation de sortie en courant, tension ou puissance. Chacun des trois interrupteurs est fermé puis ouvert une fois par période donnant un cycle de conversion en 6 phases. Les cycles de conversion sont expliqués ci-dessous phase par phase pour les modes abaisseur et élévateur. Le courant interne $i(t)$ du résonateur piézoélectrique est supposé purement sinusoïdal, la déformation mécanique est déphasée de $\pi/2$ avec le courant. Les Figure 2.2 et 2.3 synthétisent les cycles de conversion complets ainsi que les courants et tensions aux bornes de chacun des interrupteurs mettant en évidence les commutations en mode ZVS.

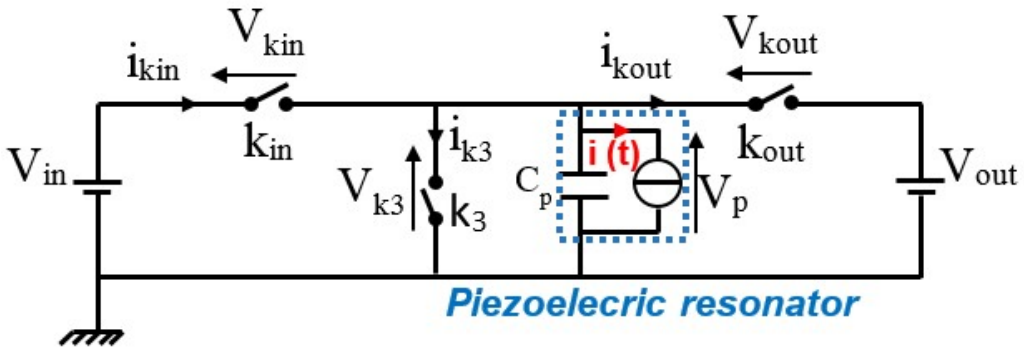


Figure 2.1 : Topologie de base convertisseur DC-DC piézoélectrique

CYCLE DE CONVERSION EN ABAISSEUR DE TENSION

Phase 1, t ϵ [0-t_1]

Le cycle démarre quand le courant interne du résonateur atteint 0 A ($i(0^-) < 0$). k_{in} est fermé et k_{out} et k_3 sont ouverts. Le résonateur reçoit de l'énergie de la source d'entrée jusqu'à l'ouverture de k_{in} en t_1. t_1 est contrôlé de façon à obtenir la grandeur de sortie souhaitée (tension, courant ou puissance). La valeur de t_1 constitue le degré de liberté du système et est donc la variable de contrôle.

Phase 2, t ϵ [t_1-t_2]

Tous les interrupteurs étant ouverts dans cette phase, la tension aux bornes de l'élément piézoélectrique V_p varie sinusoïdalement. Comme i est positif, C_p se décharge jusqu'à ce que V_p atteigne 0 V en t_2.

Phase 3, t ϵ [t_2-t_3]

Quand V_p atteint 0 V en t_2, k_3 est fermé à zéro de tension (V_{k3} est nulle). On maintient k_3 fermé jusqu'à ce que le courant atteigne 0 A à la demi-période en t_3 (t_3=$T/2$).

Phase 4, t ϵ [t_3-t_4]

k_3 est ouvert en t_3, dans cette phase à charge constante, i est négatif impliquant que C_p se charge et que V_p augmente. Ceci se poursuit jusqu'à ce que V_p atteigne V_{out} en t_4.

Phase 5, t ϵ [t_4-t_5]

En t_4, k_{out} est fermé en commutation douce (V_{kout} vaut 0 V en t_4). V_p est donc égal à V_{out} jusqu'à t_5. Durant cette phase, l'énergie prélevée par le résonateur pendant la phase 1 est redistribuée à la sortie. t_5 est choisi de manière à atteindre V_{in} en T.

Phase 6, t ϵ [t_5-T]

k_{out} est ouvert en t_5. Dans cette phase à charge constante, et puisque i est toujours négatif, V_p augmente jusqu'à atteindre V_{in} en T où un nouveau cycle de conversion commence.

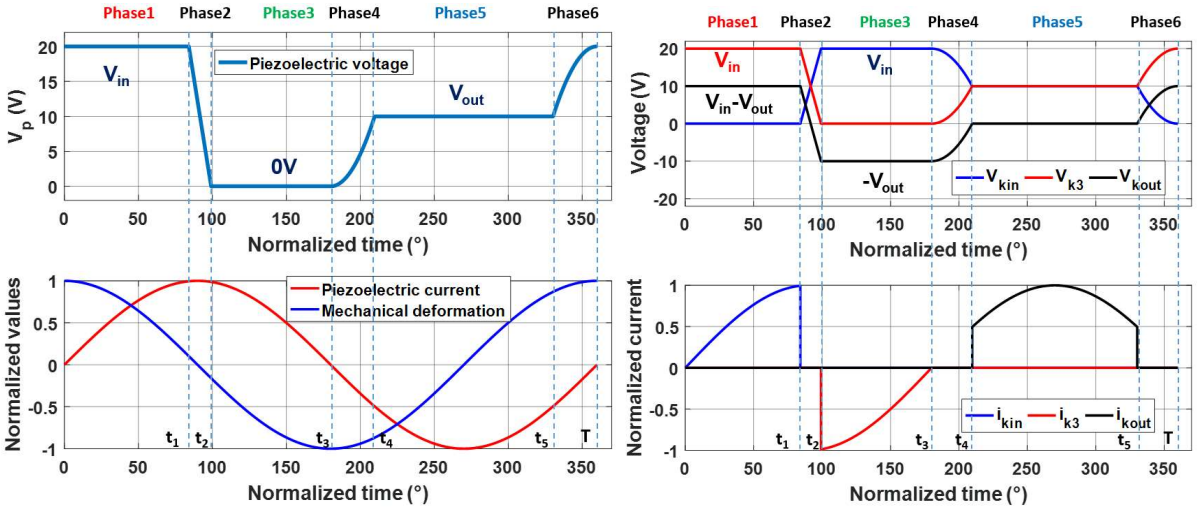


Figure 2.2 : Formes d'ondes cycle abaisseur de tension

CYCLE DE CONVERSION EN ELEVATEUR DE TENSION

Phase 1, $t \in [0\text{-}t_1]$

Le cycle démarre quand le courant interne du résonateur atteint 0 A ($i(0^-) < 0$). Dans cette phase, tous les interrupteurs sont ouverts et *i* est positif. Ainsi V_p décroit sinusoïdalement jusqu'à atteindre V_{in} en t_1.

Phase 2, $t \in [t_1\text{-}t_2]$

On ferme k_{in} en t_1 (mode ZVS). Dans cette phase, V_p est directement connecté à la source d'entrée. Le résonateur accumule donc de l'énergie jusqu'à t_2 qui est choisi de manière à ce que V_p soit nulle en t_3.

Phase 3, $t \in [t_2\text{-}t_3]$

On ouvre k_{in} en t_2, *i* étant positif, V_p décroit jusqu'à atteindre 0 V en t_3 à la demi période.

Phase 4, $t \in [t_3\text{-}t_4]$

k_3 est fermé en t_3 (commutation douce), V_p est donc court-circuité jusqu'à t_4 qui est contrôlé de façon à obtenir la grandeur de sortie souhaitée (tension, courant ou puissance). La valeur de t_4 constitue le degré de liberté du système et est donc la variable de contrôle.

Phase 5, $t \in [t_4\text{-}t_5]$

En t_4, k_3 est ouvert. Comme *i* est négatif, V_p augmente jusqu'à atteindre V_{out} en t_5.

Phase 6, $t \in [t_5\text{-}T]$

k_{out} est fermé à zéro de tension en t_5. Durant cette phase, l'énergie prélevée par le résonateur pendant la phase 2 est redistribuée à la sortie. Lorsque le courant atteint 0 A en T, k_{out} est ouvert et un nouveau cycle commence.

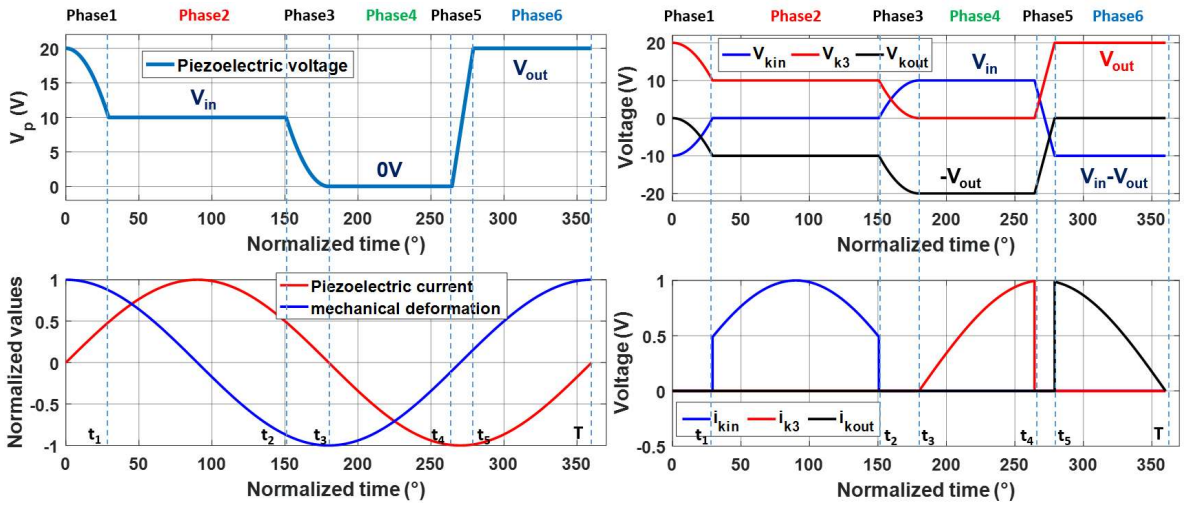


Figure 2.3 : Formes d'ondes cycle élévateur de tension

2.1.1.3 Choix des interrupteurs et strategie de commande

En regardant les formes d'ondes des interrupteurs, on remarque que dans le cas de l'abaisseur, k_{out} doit tenir des tensions positives ($V_{in} - V_{out}$) et négatives ($-V_{out}$) ce dernier doit donc être bidirectionnel en tension. k_3 peut être un MOSFET et k_{in} une diode. De la même façon, pour l'élévateur, k_{in} doit être bidirectionnel en tension et k_{out} peut être une simple diode. Dans cette thèse, pour s'affranchir des chutes de tensions, on fonctionnera en redressement synchrone, on remplacera les diodes par des interrupteurs MOSFET et on utilisera deux MOSFET tête bêche pour l'interrupteur bidirectionnel.

Une commande adaptée est nécessaire pour respecter les commutations à zéro de tension et la régulation. La *Figure 2.4* expose une stratégie de commande possible pour obtenir le cycle en élévateur de tension. Un comparateur est utilisé pour commander la fermeture de k_{in} lorsque V_p atteint V_{in}. On a vu que k_{in} devait être ouvert en t_2 de manière à ce que V_p atteigne 0 V en t_3. Une boucle de régulation est alors utilisée (si le zéro est atteint avant la demi-période, il faut augmenter t_2 à la période suivante et réciproquement, si V_p n'atteint pas 0 V, il faut diminuer t_2). Cette régulation doit être rapide comparée à la boucle assurant la régulation de sortie. La fermeture de k_3 peut se faire avec une horloge en détectant la demi-période. Cette horloge est synchronisée avec un comparateur qui compare V_p avec V_{out} (V_p devient inférieur à V_{out} au tout début de la période). L'ouverture de k_3 en t_4 constitue le seul degré de liberté du système. Plus t_4 est grand, plus le résonateur échangera de charges au cours d'une période. Une boucle de régulation suffisamment lente pour considérer t_2 fixé est instaurée pour permettre la régulation de sortie tout en compensant les pertes. Enfin, on utilise également un comparateur pour fermer k_{out} quand V_p vaut V_{out} et k_{out} est ouvert à la fin de la période. Pour synchroniser parfaitement les commandes d'interrupteurs avec le courant, on peut laisser conduire la diode inverse du MOSFET k_{out} un peu avant la fin de la

période jusqu'au changement de signe du courant interne du résonateur piézoélectrique en T (cf. Figure 2.3).

Pour le mode abaisseur, une stratégie de commande similaire peut être mise en œuvre. Dans ce cas, t_1 sera le degré de liberté et aura donc le rôle de t_4 ; t_5 sera choisi de manière à ce que V_p atteigne précisément V_{in} à la fin de la période (rôle de t_2 pour l'élévateur).

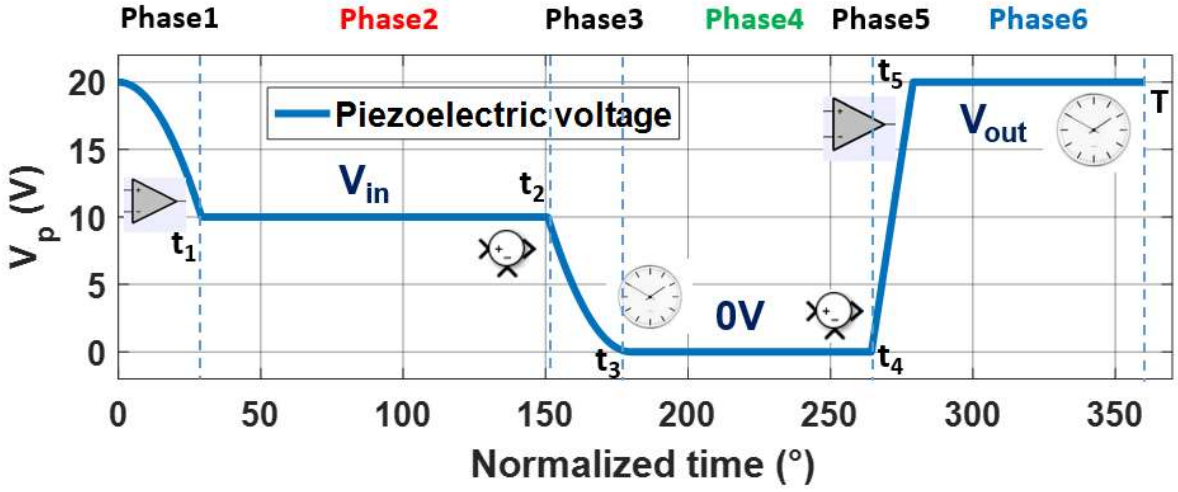


Figure 2.4 : Stratégie de commande pour cycle élévateur

Par ailleurs, d'autres stratégies de commande permettant de réaliser ce cycle de conversion sont possibles. Il est par exemple envisageable de placer un capteur sur le résonateur piézoélectrique afin d'avoir une image en temps réel du courant $i(t)$ et de baser les ordres de commande à partir de ce signal.

2.1.2 Étude analytique du mode elevateur

Dans cette partie, un modèle analytique est développé pour le mode élévateur afin d'une part de mieux comprendre le fonctionnement du convertisseur et d'autre part d'anticiper les performances en termes de puissance et de rendement. Selon les paramètres d'entrées du cahier des charges, le modèle peut également viser à optimiser le dimensionnement du matériau piézoélectrique.

2.1.2.1 Modele sans pertes

La modélisation du convertisseur est effectuée avec une approche énergétique, la charge est résistive et notée R_L et la tension à ses bornes (tension de sortie) est notée V_{out}. Il est construit à partir des trois principes du convertisseur piézoélectrique en régime permanent : équilibre énergétique (2.1), équilibre de charge (2.2) et commutations douces. Q_{in}, Q_3, Q_{out} sont respectivement les charges algébriques en Coulomb échangées pendant les phases 2, 4 et 6 (par

convention, on considère que les charges sont apportées pendant la phase d'apport d'énergie avec $Q_{in} > 0$ et donc Q_3 et $Q_{out} < 0$). Le courant résonant est supposé parfaitement sinusoïdal à la fréquence de résonance du résonateur compte tenu de la valeur très grande de son facteur de qualité. En toute rigueur, la fréquence de fonctionnement du convertisseur est légèrement supérieure à la résonance du système globale. En effet, le point de fonctionnement doit se situer dans la partie inductive de l'impédance du résonateur piézoélectrique pour permettre les commutations en mode ZVS malgré sa nature capacitive (à la fréquence de résonance, le comportement est résistif). De plus cette fréquence de résonance varie avec la charge. En régime établie, la fréquence est fixe et on peut, pour le modèle, considérer cette fréquence fixe égale à la valeur de résonance sans que cela ne pose de problèmes (cette hypothèse sera validée expérimentalement). On note ω la pulsation de résonance et I l'amplitude du courant piézoélectrique.

$$V_{in}.Q_{in} + 0.Q_3 + V_{out}.Q_{out} = 0 \tag{2.1}$$

$$Q_{in} + Q_3 + Q_{out} = 0 \tag{2.2}$$

$$V_p(t_1) - V_p(0) = V_{in} - V_{out} \tag{2.3}$$

$$V_p(t_3) - V_p(t_2) = 0 - V_{in} \tag{2.4}$$

$$V_p(t_5) - V_p(t_4) = V_{out} - 0 \tag{2.5}$$

$$i(t) = I.sin(\omega.t) \tag{2.6}$$

Pour résoudre le système, il faut également écrire l'influence de la résistance de charge sur le système (2.7). Comme le résonateur reçoit de l'énergie de la source d'entrée et la redistribue à la sortie, la variation d'énergie vue par le résonateur piézoélectrique est négative durant la phase 6 (entre t_5 et T) et correspond à l'opposé de la variation d'énergie sur la source de sortie (qui est positive). On écrit :

$$P_{out} = -V_{out}^2/R_L = V_{out}.I_{out} \tag{2.7}$$

$$I_{out} = \frac{1}{T}\int_{t_5}^{T} I.\sin(\omega.t).dt = \frac{I}{2.\pi}.(\cos(\omega.t_5) - 1) \tag{2.8}$$

En combinant toutes ces équations, on peut exprimer toutes les grandeurs et tous les instants de transition en fonction du paramètre de contrôle t_4. Le gain G du convertisseur ainsi que l'amplitude du courant piézoélectrique s'expriment comme suit :

$$G = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{2 + R_L.C_0.\omega.(1 + \cos(\omega.t_4))/(2.\pi)}{1 - \cos(\omega.t_4)} \tag{2.9}$$

$$I = \frac{-2.\pi.P_{out} + C_0.\omega.V_{out}.V_{in}}{2.V_{in}} \tag{2.10}$$

Si on suppose la tension de sortie constante, la formule ci-dessus indique que I est proportionnel à la puissance de sortie et donc proportionnel à la résistance de charge R_L.

2.1.2.2 EFFET DE L'AMORTISSEMENT MECANIQUE

Dans cette partie, on modélise les pertes mécaniques dans le matériau en considérant la résistance R du modèle équivalent de la Figure 1.13. En revanche, les autres pertes comme les pertes par conduction dans les semi-conducteurs sont négligées. Ce modèle donne donc les meilleures performances atteignables avec un résonateur piézoélectrique donné. Pour toutes les courbes issues de ce modèle théorique, nous nous baserons sur le résonateur caractérisé au chapitre 1 à la Figure 1.15 et à la TABLE 1.I (fréquence de résonance de 90 kHz et R = 0.6 Ω).

Toutes les équations constitutives de la partie précédente restent valables à l'exception de (2.1) qui est remplacée par (2.11) pour prendre en compte l'énergie perdue sur une période.

$$V_{in}.Q_{in} + 0.Q_3 + V_{out}.Q_{out} = \frac{R.I^2.T}{2} \tag{2.11}$$

On peut alors déterminer de la même manière les nouvelles expressions de I et G par les équations ci-dessous. g_1 est un terme d'admittance (Ω^{-1}) reliant la tension de sortie à l'amplitude du courant piézoélectrique.

$$G = \frac{2.g_1 - C_0.\omega}{2.\frac{\pi}{R_L} + g_1^2.R.\pi} \tag{2.12}$$

$$avec\ g_1 = \frac{I}{V_{out}} = \frac{R_L.C_0.\omega + 2.\pi}{R_L.(1 - \cos(\omega.t_4))} \tag{2.13}$$

Si on considère maintenant que la tension de sortie est connue et constante, le courant est régie par l'équation polynomiale d'ordre 2 (2.14).

$$R.\pi.I^2 - 2.V_{in}.I + C_0.\omega.V_{out}.V_{in} + \frac{2.\pi.V_{out}^2}{R_L} = 0 \tag{2.14}$$

Cette équation n'admet cependant qu'une seule solution physiquement acceptable que l'on trouve par continuité de I avec (2.10) quand R tends vers 0. On obtient alors :

$$I = \frac{(2.V_{in} - \sqrt{\Delta_I})}{2.\pi.R} = \frac{V_{in}}{R.\pi}.(1 - \sqrt{1 - \frac{R.\pi}{{V_{in}}^2}.\left(C_0.\omega.V_{out}.V_{in} + \frac{2.\pi.{V_{out}}^2}{R_L}\right)}) \tag{2.15}$$

$$\text{Avec } \Delta_I = 4.{V_{in}}^2 - 4.R.\pi.\left(C_0.\omega.V_{out}.V_{in} + \frac{2.\pi.V_{out}^2}{R_L}\right) \quad (2.16)$$

Les modèles avec et sans pertes sont comparés à la Figure 2.5 pour une tension d'entrée de 10 V en fonction de Cos(ω.t4) qui est une image croissante (ω.t4 > π) de la commande t_4 . On utilise pour cela les paramètres physiques de l'élément piézoélectrique décrit dans la TABLE *I*.I et l'on regarde le gain obtenu pour une résistance de charge donnée de 400 Ω. On constate tout d'abord qu'à faible gain et donc à faible puissance (R_L est fixe) les deux modèles sont très proches mais que l'écart augmente au fur et à mesure que cette puissance augmente. Un effet analogue est observé lorsque l'on considère les pertes dans l'inductance d'un Boost classique comme en témoigne la Figure 1.3. Selon nos hypothèses, la courbe en rouge indique que pour une charge de 400 Ω, la tension de sortie peut être jusqu'à cinq fois plus grande que la tension d'entrée avec ce résonateur. Mais des valeurs de gains plus élevés peuvent être obtenues avec une résistance de charge R_L plus élevée.

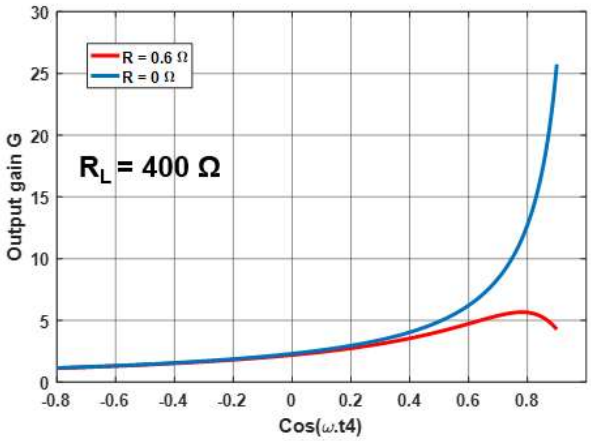


Figure 2.5 : Comparaison des Rapports de conversion obtenus avec et sans pertes en fonction de la commande

D'un point de vue énergétique, le rendement η du convertisseur se calcule par la relation décrite en (2.17) en divisant l'énergie récupérée pendant la phase 6 par celle fournie durant la phase 2. Bien sûr, ce calcul ne prend pas en compte les pertes associées à la commande et dans les interrupteurs.

$$\eta = \frac{-Q_{out}.V_{out}}{Q_{in}.V_{in}} = 1 - \frac{R.I^2.\pi}{V_{in}.(2.I - C_0.\omega.V_{out})} = \frac{1}{1 - \frac{R.I^2}{2.P_{out}}} \quad (2.17)$$

2.1.2.3 Charge R_L fixee

En utilisant (2.12), (2.13) et (2.17), on peut obtenir les valeurs clefs du convertisseur en fonction de la variable de réglage t4 pour une charge résistive R_L donnée. La Figure 2.6 représente

ces valeurs pour une résistance de charge de 1000 Ω et une tension d'entrée de 10 V. Toutes les courbes varient doucement au début mais changent plus radicalement pour les fortes valeurs de Cos(ω.t4). L'amplitude du courant piézoélectrique I de même que les pertes mécaniques (proportionnelles au carré de cette amplitude) augmentent avec t_4 (puisque la fonction cosinus est croissante sur la plage considérée). Pour une charge donnée, la puissance augmente donc avec t_4 jusqu'à atteindre un maximum puis décroitre. La partie à droite de ce maximum doit être évitée puisque l'on peut obtenir la même puissance convertie dans la partie gauche avec un meilleur rendement. Ce maximum de puissance en fonction de t_4 peut ne pas être atteignable expérimentalement. Par exemple, on observe sur la figure que l'amplitude de courant correspondant est supérieure à 4 A. Cependant, un tel courant ne sera pas supporté par le résonateur choisi pour cette simulation. Néanmoins, en réduisant la tension d'entrée on peut atteindre ce maximum car le courant correspondant sera plus faible, l'observabilité de ce maximum dépend donc du cahier des charges.

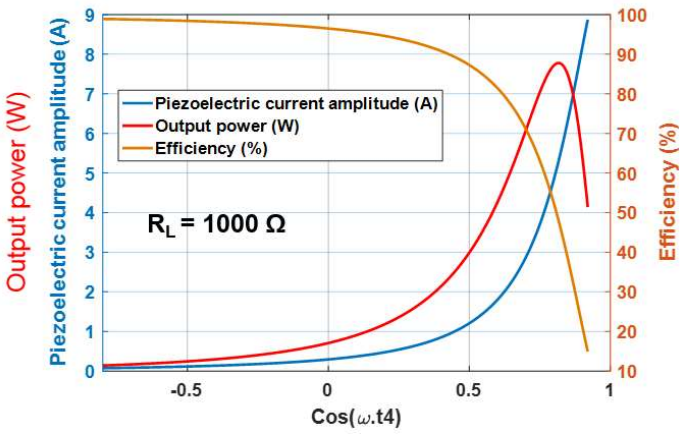


Figure 2.6 : Impact de la commande sur les grandeurs clefs du convertisseur

Il est possible de déterminer la valeur de cette puissance maximale ainsi que le temps t_{4_opt} permettant de l'obtenir. La puissance étant égale au quotient du carré de la tension par la résistance de charge, et que cette dernière est supposée constante dans cette partie, la puissance maximale correspond au point de fonctionnement où le gain en tension est le plus élevé. Ainsi, la puissance maximale est déterminée en déterminant la valeur de t_4 qui annule la dérivée de la tension de sortie par rapport à t_4. Le détail du calcul se trouve en annexe (*Maximum de gain à RL fixe*). Les résultats obtenus sont donnés ci-dessous. En posant :

$$\Delta_g = (C_0.\omega)^2 + \frac{8}{R.R_L} \tag{2.18}$$

$$g_{1_opt} = \frac{C_0.\omega + \sqrt{\Delta_g}}{2} \tag{2.19}$$

On trouve alors :

$$t_{4_opt} = \frac{1}{\omega}.(-arccos(1 - \frac{2.R_L.C_0.\omega + 4.\pi}{R_L.(C_0.\omega + \sqrt{\Delta_g})}) + 2.\pi) \quad (2.20)$$

$$V_{out_max} = \frac{2.V_{in}.g_{1_opt} - C_0.\omega.V_{in}}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.{g_{1_opt}}^2} \quad (2.21)$$

$$I\,(V_{out_max}) = \frac{V_{in}}{R.\pi} \quad (2.22)$$

$$\lim_{R_L \to \infty} \frac{V_{out_max}}{V_{in}} = \frac{1}{R.\pi.C_0.\omega} = \frac{k^2.Q}{\pi.(1-k^2)} \quad (2.23)$$

Le gain en tension maximum, quelle que soit la charge, pouvant être atteint théoriquement avec un résonateur donné est établi par (2.23). En reprenant les expressions de la TABLE 1.I , l'expression de ce gain maximum peut être exprimée en fonction du couplage effectif et du facteur de qualité. Le gain est proportionnel à la quantité $k^2.Q/(1-k^2)$ qui est une figure de mérite donnée par les standards IEEE [17]. Avec le résonateur choisi, ce gain théorique est de 112. Il est à noter que l'amplitude du courant piézoélectrique à la puissance maximale ne dépend ni de la résistance de charge ni de la valeur de cette puissance maximale.

2.1.2.4 TENSION DE SORTIE FIXÉE

Dans cette partie, nous étudions le comportement du système lorsque la tension V_{out} est imposée (et donc connue) et notamment son rendement en fonction de la puissance (et donc de la charge résistive) associée. La courbe théorique rendement-puissance est tracée à la Figure 2.7 pour deux tensions de sortie et deux amortissements mécaniques différents.

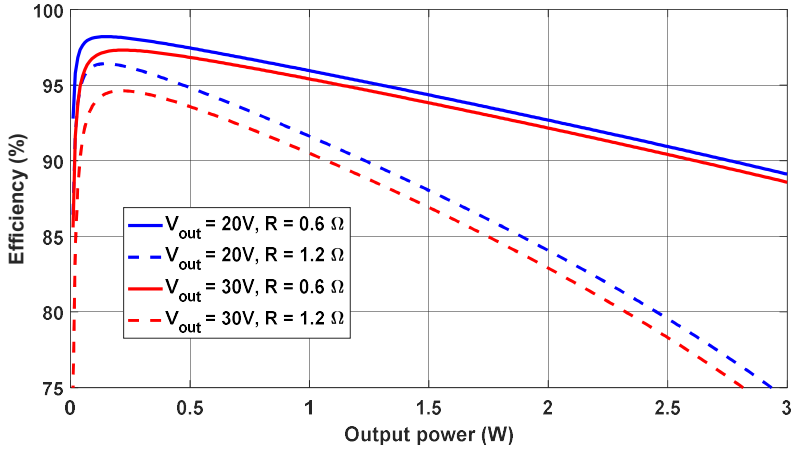


Figure 2.7 : Courbe rendement puissance théorique pour deux tensions de sortie et deux valeurs de *R*

Les rendements théoriques obtenus sont excellents et dépassent 95 % sur une grande plage de puissance allant jusqu'à plus de 1,2 Watt pour le cas où R vaut 0,6 Ω (résonateur caractérisé au chapitre 1 *TABLE* 1.I). Ces rendements sont logiquement d'autant meilleurs que R est faible. À même puissance et pour une même valeur de R, le rendement baisse lorsque le gain augmente comme le montre la comparaison entre les courbes bleues et rouges. Ces courbes sont tout d'abord très fortement croissantes jusqu'à arriver à un maximum de rendement, ensuite le rendement diminue légèrement puis plus brusquement au fur et à mesure que la puissance augmente. L'existence de ce maximum de rendement provient du fait qu'une énergie minimale est nécessaire pour assurer une variation de 0 V à V_{out} de la capacité C_0. La compensation des pertes mécaniques, nécessaire pour maintenir l'oscillation mécanique, impose une consommation d'énergie minimale même lorsqu'aucune charge n'est transférée à la sortie. Pour les puissances élevées, cette énergie « de mise en service » est négligeable et les pertes prépondérantes sont liées à l'amplitude du courant interne. Ainsi, le rendement augmente dans un premier temps au fur et à mesure que cette énergie minimum de consommation devient négligeable par rapport à l'énergie transmise à la sortie. Ensuite, le rendement chute quand l'augmentation des pertes mécaniques devient prépondérante. Plus la tension de sortie est grande (à V_{in} constant), plus cette énergie de mise en service est élevée (et donc le maximum de puissance à lieu pour une puissance plus élevée). L'allure de la courbe de rendement est similaire à celle observée pour le convertisseur avec un transformateur piézoélectrique en demi pont [39]. Il est possible de déterminer analytiquement ce maximum de rendement ainsi que la puissance associée en dérivant l'expression du rendement par rapport à la puissance. Après calculs (détails disponibles en annexe : *Maximum de rendement à Vout constant*) on trouve les expressions suivantes :

$$\eta_{max} = 1 - C_0.\omega.R.\pi.G = 1 - \frac{\pi.(1-k^2).G}{k^2.Q} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned} Pout(\eta_{max}) &= \frac{C_0.\omega.V_{out}}{2.\pi}.(V_{out}.C_0.\omega.R.\pi - V_{in}) \\ &= \frac{-C_0.\omega.V_{out}.V_{in}.\eta_{max}}{2.\pi} \end{aligned} \tag{2.25}$$

$$I(\eta_{max}) = C_0.\omega.V_{out} \tag{2.26}$$

Les expressions obtenues sont donc relativement simples. Le rendement maximum ne dépend pas de la tension d'entrée mais seulement du gain et fait intervenir directement les paramètres principaux de l'élément piézoélectrique (C_0, R, ω ou directement k et Q). Ces formules permettent la connaissance rapide de grandeurs d'intérêt au moyen d'un calcul simple, et pourront donc être utilisées pour du pré dimensionnement. Plus le gain est élevé, plus la puissance à laquelle on obtient ce maximum de rendement est grande mais plus ce rendement maximal sera faible. Le maximum maximorum en termes de rendement correspond donc à un gain de 1 et 99,1 % pour notre résonateur témoin.

Du fait des pertes mécaniques, ce cycle de conversion en mode élévateur n'est possible que jusqu'à une certaine puissance P_{out_max} traduisible en termes de résistance de charge minimum R_{Lmin}. Cette limite se traduit mathématiquement par le fait que l'équation du second ordre en I (2.14) doit toujours admettre une solution réelle. Autrement dit, la puissance limite est atteinte lorsque que le discriminant Δ_I vaut 0, ce qui nous conduit aux expressions ci-dessous :

$$\left|P_{out_max}\right| = \frac{\frac{V_{in}^2}{R.\pi} - C_0.\omega.V_{in}.V_{out}}{2.\pi} \tag{2.27}$$

$$\eta\left(P_{out_max}\right) = \frac{\frac{1}{2} - \frac{C_0.\omega.G.R.\pi}{2}}{1 - \frac{C_0.\omega.G.R.\pi}{2}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{G.\pi.(1-k^2)}{2.k^2.Q}}{1 - \frac{G.\pi.(1-k^2)}{2.k^2.Q}} \tag{2.28}$$

$$R_{Lmin} = \frac{2.\pi.V_{out}^2}{\frac{V_{in}^2}{R.\pi} - C_0.\omega.V_{in}.V_{out}} \tag{2.29}$$

Le terme commun au numérateur et dénominateur de (2.28) est petit devant 1, ainsi à puissance maximale, le rendement est très proche de 50 % (adaptations d'impédances). Avec notre résonateur, la puissance maximum atteignable avec une tension d'entrée de 10 V est de 8,37 W (en prenant G égal à 1). Cette puissance maximale peut être approximée en négligeant le second terme du numérateur (on aurait alors dans ce cas une puissance maximale de 8,44 W). Ce calcul de P_{out_max} est idéal et ne prend pas en compte les aspects liés aux autres pertes et à la thermique. Ainsi, la puissance maximale théorique est (approximativement) proportionnelle au carré de la tension d'entrée alors que comme nous le verrons par la suite, on observe une évolution linéaire en pratique.

2.1.2.5 Plage de fonctionnement

Les possibilités de conversion théoriques de ce convertisseur en termes de gain et de puissance sont synthétisées dans les figures suivantes pour une tension d'entrée de 10 V et une résistance de charge entre 100 et 1500 Ω. La couleur des points de fonctionnement représente le rendement en ces points. Ces courbes confirment que ce convertisseur permet de garder des bons rendements pour une grande plage de gain et de puissance.

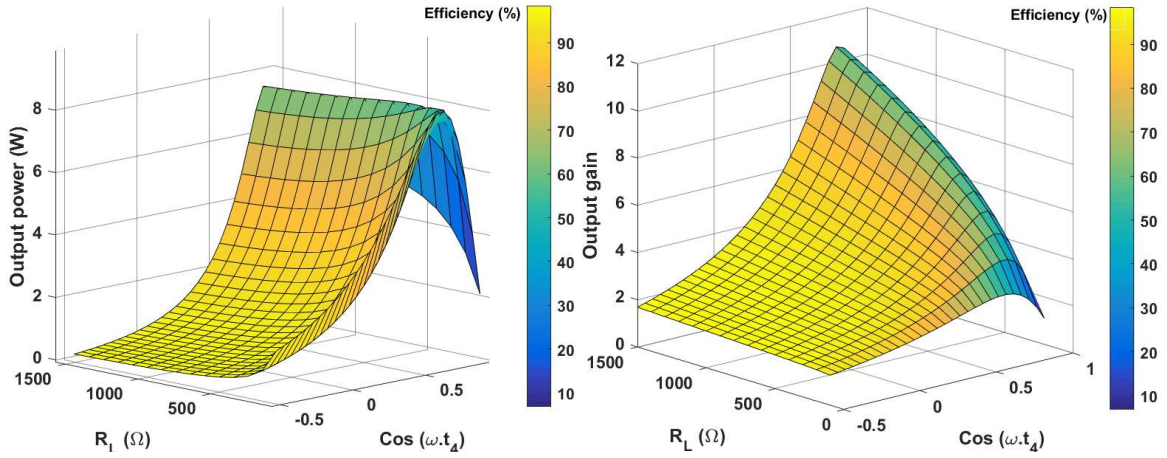


Figure 2.8 : Plages de fonctionnement théorique élévateur de tension

2.1.3 Mode abaisseur de tension

On peut avec la même démarche, et à partir du cycle de conversion de la Figure 2.2 établir le modèle analytique pour l'abaisseur de tension. Ce modèle est détaillé en annexe : *Calcul détaillé mode abaisseur*. Les fonctionnements de l'abaisseur et de l'élévateur étant très proches, le modèle analytique met en avant lui aussi un certain nombre de similarités. La Figure 2.9 représente la tension aux bornes du résonateur piézoélectrique sur une période pour l'abaisseur et l'élévateur de tension dans des conditions équivalentes (conversion de rapport 2 et 0,5 et puissance de 1 W).

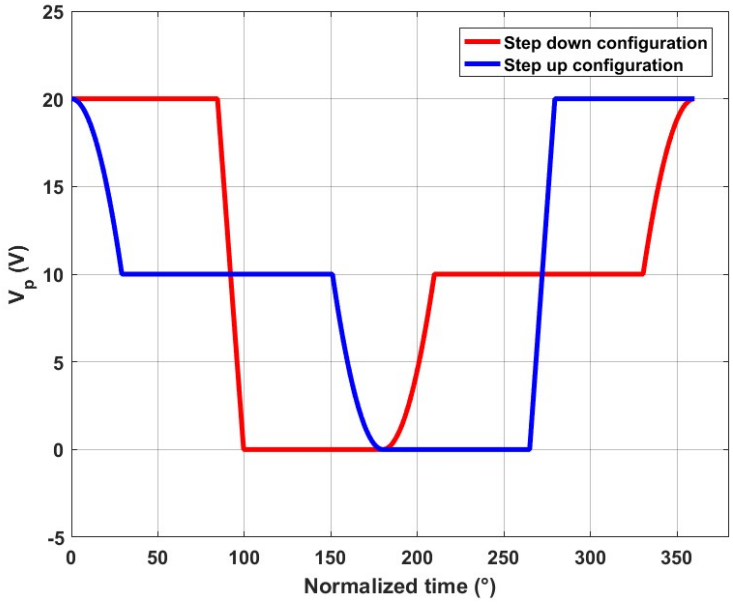


Figure 2.9 : Comparaison élévateur et abaisseur pour une conversion de 1W

Cette figure illustre bien que les bilans d'énergie sont très proches et que les durées des phases équivalentes sont quasiment les mêmes ce qui correspond à un courant piézoélectrique presque identique et que à l'ordre 1 il est possible d'obtenir les formes d'ondes de l'un à partir de l'autre par symétrie. Il y a toutefois des différences entre les deux et d'autant plus élevée que la puissance est grande comme le montre la Figure 2.10 et la symétrie n'est pas parfaite. La gestion de l'énergie n'est pas la même, dans le cas abaisseur, c'est la durée du prélèvement sur la source d'entrée qui est contrôlé, tandis que pour l'élévateur il s'agit de la durée de connections à la source de sortie.

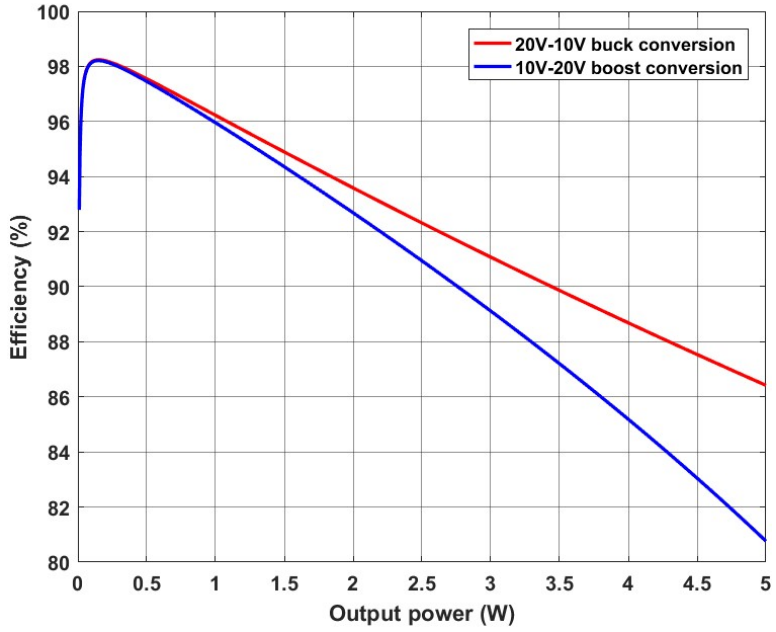


Figure 2.10 : Comparaison courbe rendement puissance

Une différence remarquable entre les deux configurations réside dans l'expression de l'amplitude du courant piézoélectrique. Les calculs en annexe (voir *Calcul détaillé mode abaisseur*) montrent en effet que pour l'abaisseur le courant s'exprime comme suit :

$$I = \frac{\pi . V_{out}}{R_L} + \frac{C_0 . \omega . V_{in}}{2} \tag{2.30}$$

Le courant piézoélectrique ne dépend donc pas, à V_{out} constant, de l'amortissement mécanique traduit mathématiquement par R. Au contraire, pour l'élévateur, R a une influence directe sur I (cf (2.15)). Pour bien comprendre cela, regardons le cycle abaisseur (courbe rouge de la *Figure 2.9*) et particulièrement les phases 4, 5 et 6 (deuxième moitié du cycle). L'énergie transférée à la sortie se fait au niveau de la phase 5 entre t_4 et t_5 et dépend donc de I et de la durée $t_5 - t_4$. Or le cycle impose deux commutations douces en t_4 (relation entre t_3 et t_4) et T (relation entre t_5 et T) dont la traduction mathématique permet d'obtenir une autre relation entre $t_5 - t_4$ et I car t_3 et T sont connus. Ces trois équations s'écrivent :

$$\frac{{V_{out}}^2}{R_L} = \frac{-V_{out}.I}{2.\pi}.(\cos(\omega.t_5) - \cos(\omega.t_4)) \quad (2.31)$$

$$\cos(\omega.t_4) = \frac{C_0.\omega.V_{out}}{I} - 1 \quad (2.32)$$

$$\cos(\omega.t_5) = 1 - \frac{C_0.\omega.(V_{in} - V_{out})}{I} \quad (2.33)$$

Ainsi on obtient deux équations pour deux inconnues et on peut trouver *I* sans même écrire le bilan d'énergie et donc sans faire intervenir *R*. C'est ce lien entre *I* et le bilan énergétique qui fait que l'on avait une puissance limite dans le cas de l'élévateur. En conséquence, pour l'abaisseur de tension, il n'y a pas de puissance de conversion limite et on peut théoriquement atteindre des puissances très élevées mais avec un rendement très faible. En résumé, pour l'abaisseur, on peut convertir (théoriquement) n'importe quelle puissance à condition de fournir suffisamment d'énergie via la source d'entrée en revanche pour l'élévateur on ne peut pas perdre plus que la moitié de ce que l'on fournit (cf (2.28), rendement de 50 % à puissance maximale). En pratique, la puissance de sortie est évidement limitée par les échauffements thermique et par les pertes de conduction.

On ne peut donc pas mettre en évidence une résistance minimum limite comme dans le cas de l'élévateur. En revanche, V_{out} étant une fonction croissante de R_L (comme le montre (Ann. 19) en annexe, voir *Calcul détaillé mode abaisseur*), il existe une résistance limite R_{Lmax} à ne pas dépasser pour rester en mode abaisseur (*G* doit être inférieur à 1). Elle peut se calculer simplement dans le cas où l'on néglige les pertes et après simplification (voir annexe *Calcul de la résistance de charge maximale*), on obtient :

$$R_{Lmax} = \frac{(1 + \cos(\omega.t_1)).2.\pi}{(1 - \cos(\omega.t_1)).C_0.\omega} \quad (2.34)$$

L'existence de cette résistance maximale peut être également vue sous un autre angle : la plage de valeur possible pour la commande $t_1$est conditionnée par la résistance de charge. La Figure 2.11 montre les plages de fonctionnement de l'abaisseur pour une tension d'entrée V_{in} de 20 V. La couleur des points de fonctionnement correspond à leur rendement. Les rendements restent, comme pour le cas de l'élévateur, globalement très élevés et pour les faibles valeurs de R_L, on peut balayer des grands intervalles de puissance et de gains. On remarque dans le graphique de gauche que la plage de commande pour une résistance de charge de 1500 Ω est étroite ($t_1/T < 0{,}2$) mais qu'elle augmente sensiblement pour des résistances plus faibles. De même, la puissance maximale convertie augmente lorsque cette résistance diminue. De même si on regarde le gain, on arrive à abaisser la tension d'entrée d'un facteur plus élevé lorsque la résistance est faible. Cela confirme que la plage de commande est d'autant plus grande que R_L est petite.

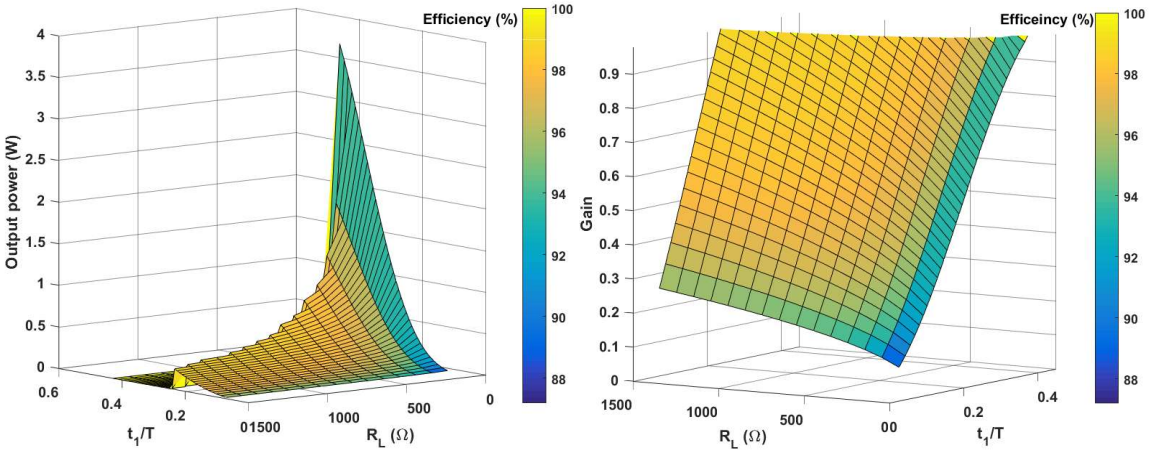


Figure 2.11 : Plages de fonctionnement théorique pour l'abaisseur de tension

2.1.4 MODÈLE MÉCANIQUE

Dans cette section, une variante de ce modèle analytique est présentée pour l'élévateur de tension sans pertes. Il s'agit de décrire le cycle de conversion d'énergie en élévateur de tension à partir des équations fondamentales de la piézoélectricité. Cela permet d'avoir des indications sur le fonctionnement d'un point de vue mécanique (contraintes, déformations …).

Nous supposons que le résonateur piézoélectrique est exploité en mode 31. Pour le modèle basse fréquence en régime quasi-statique, les équations régissant le comportement du matériau sont les suivantes (en utilisant les notations usuelles de la piézoélectricité, voir chapitre 1) :

$$\begin{cases} S_1 = s_{11}^E . T_1 + d_{31} . E_3 \\ D_3 = d_{31} . T_1 + \mathcal{E}_{33}^T . E_3 \end{cases} \tag{2.35}$$

Nous supposons également que la déformation S_1 est sinusoïdale d'amplitude S_{max} (ω est la pulsation de résonance) :

$$S_1(t) = S_{max} . \cos(\omega . t) \tag{2.36}$$

Le principe de résolution du système est le suivant. Si on considère une phase à tension constante V, alors on connait S_1 et E_3 (qui est constant et vaut V/th où th est l'épaisseur). On a donc deux équations pour deux inconnus et on peut en déduire D_3 et T_1. De même, si on considère une phase à charge constante (circuit ouvert), alors D_3 est constant et on peut en déduire T_1 et E_3. L'allure du cycle D_3-E_3 sur une période est représentée ci-dessous :

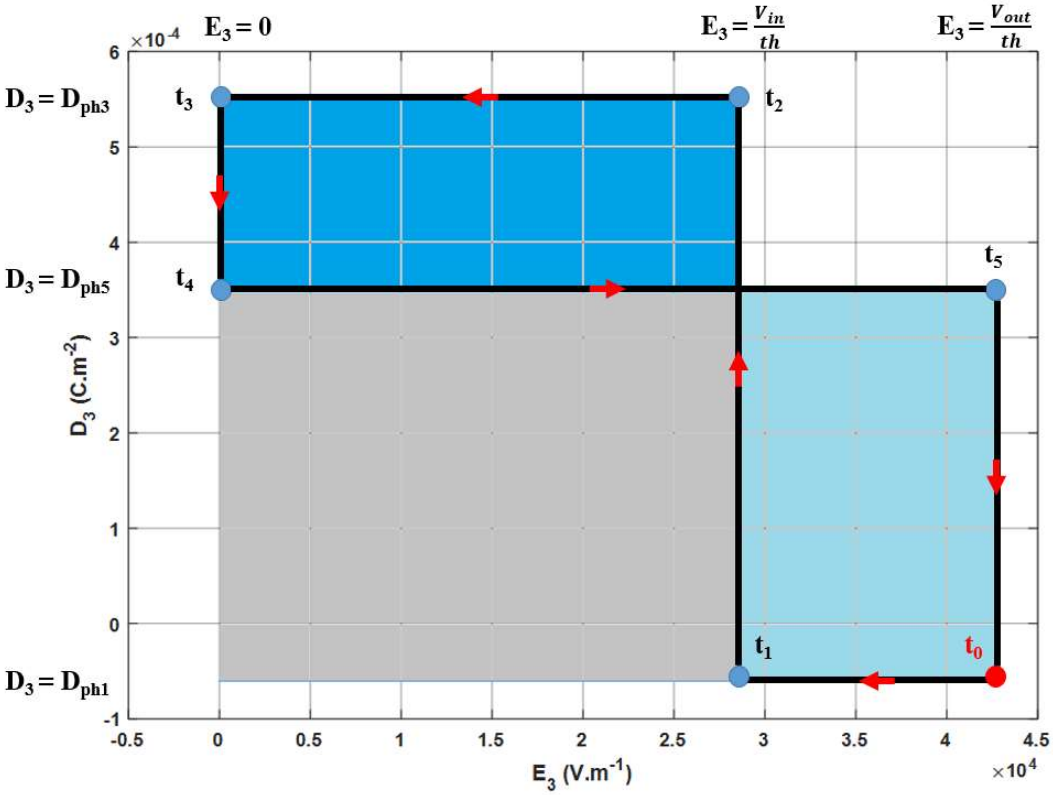


Figure 2.12 : Diagramme D-E du cycle de conversion

L'énergie reçue par le résonateur piézoélectrique pendant la phase 2 correspond à l'aire bleu foncé plus l'aire grise et l'énergie redistribuée pendant la phase 6 correspond à l'aire bleu claire plus l'aire grise. L'équilibre d'énergie s'écrit donc en égalisant les deux aires colorées. Les inconnues restantes sont donc pour résoudre le système sont donc : $D_{ph1,}$ D_{ph3} *et* D_{ph5} (valeur de l'induction électrique pendant la phase 1 3 et 5) et les temps t_1 ,t_2 t_4 *et* t_5. En écrivant les conditions de commutations douces (annulation de la tension des interrupteurs à un instant fixé) et l'équilibre d'énergie, on peut donc résoudre entièrement le système. Le détail de la résolution du système est disponible en annexe, voir annexe *Résolution mécanique du cycle pour l'élévateur*.

Les expressions de la puissance volumique *pe* et du courant piézoélectrique vu par l'extérieur i_m *(t)* sont développées ci-dessous avec A_3 la surface de l'électrode et E_{in} et E_{out} les champs électriques appliqués à l'élévateur de tension pendant les phases respectivement 2 et 6 :

$$pe = f.\frac{V_{in}\,.\,(D_{ph3} - D_{ph1})}{th} = f.\mathrm{E}_{in}(\frac{-2.d_{31}.S_{max} + {d_{31}}^2.\mathrm{E}_{out}}{s_{11}^E} - \mathcal{E}_{33}^T.\mathrm{E}_{out}) \tag{2.37}$$

$$i_m(t) = A_3.\frac{dD_3}{dt} \tag{2.38}$$

La puissance volumique est donc pour un cycle de conversion donné, proportionnelle à la déformation (d_{31} est négatif). Pour certaines conditions d'applications (par exemple si la déformation est suffisamment élevée par exemple > 10^{-4} et le champ électrique E_{out} appliqué pendant la phase à tension de sortie est assez petit (< 100 V.mm^{-1}), le terme prépondérant pour augmenter la densité de puissance dans le matériau est d_{31}/s_{11}^{E}. Cette grandeur peut constituer un autre indicateur que celui habituellement utilisé pour le mode 31 qui est d_{31}*g_{31} [7]. La *Figure 2.13* montre l'allure des grandeurs mécaniques et électriques au cours d'un cycle de conversion pour une conversion 10 - 15 V résonant à 90 kHz et un taux de déformation de 5*10^{-5}.

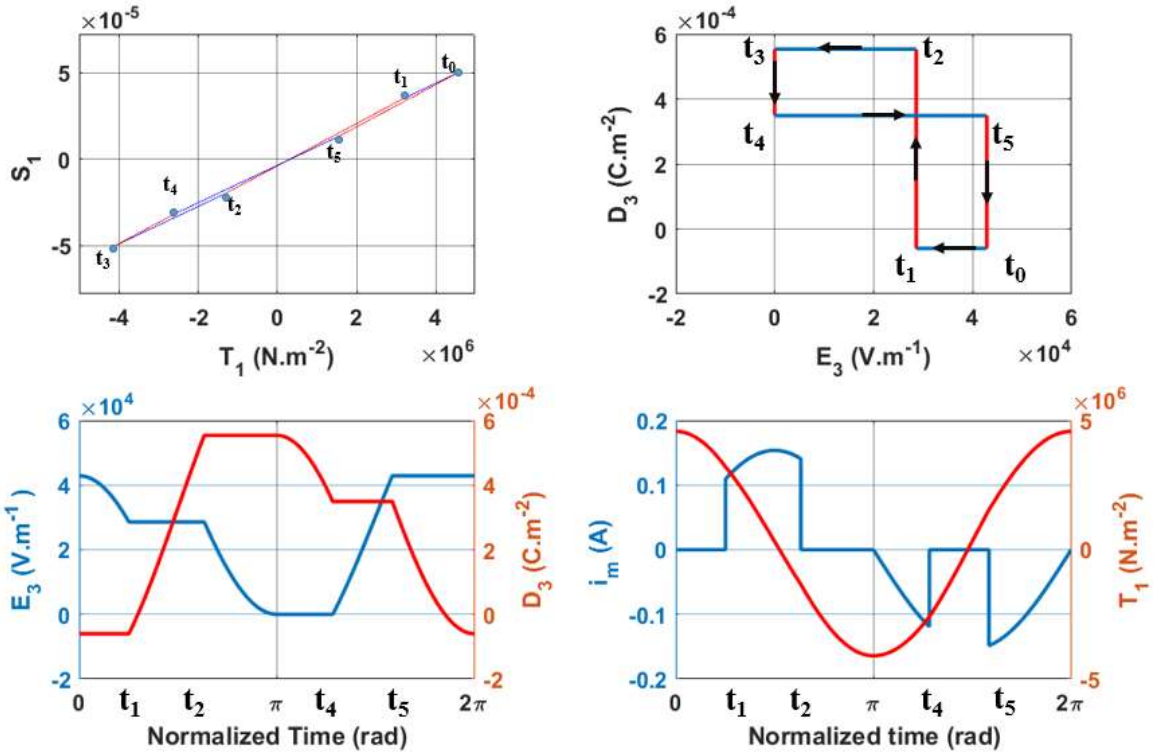


Figure 2.13 Représentation mécanique du cycle de conversion

Ainsi, nous avons accès, à partir de l'amplitude de déformation S_{max}, au comportement mécanique du système sans caractérisation au préalable. Ce modèle permet de prendre en compte les modes de résonance et de mieux comprendre l'influence des coefficients piézoélectrique sur notre convertisseur. Si l'on connait les limites du matériau (champs électrique maximale, contrainte maximale, déformation maximale …), on peut alors maximiser l'aire bleu foncé (ou bleu claire) du diagramme *D-E* telle que ces contraintes soient respectées. On obtient alors la limite fondamentale de densité d'énergie et de puissance, de la même manière que dans [40] où une limite fondamentale de 330 W.cm^{-3} a été mis en évidence pour un transformateur piézoélectrique fonctionnant à 100 kHz avec du PZT-5H. En procédant de la même façon, mais avec notre cycle de conversion et en prenant les mêmes limites que pour [40] à la même fréquence, on trouve une

densité de puissance maximale de 135 W.cm^{-3} (à 100 kHz). La différence vient du fait que le calcul donnant une densité de puissance maximale de 330 W.cm^{-3} est effectué à partir d'un cycle différent de notre cycle en 6 phases. En effet, le champ électrique appliqué a la forme créneau (donc pas de commutations en mode ZVS) et seule la phase d'apport d'énergie est considérée (alors que dans notre cycle pour une période de résonance, on considère l'apport d'énergie et sa restitution).

Enfin, on peut facilement adapter ce modèle mécanique pour le cas où la résonance est en mode 33 (cf annexe : *Mode 33*). En revanche, le calcul est plus compliqué pour le mode radial, étant donné que la déformation n'est pas unidirectionnelle (suivant $\mathbf{u_r}$ et $\mathbf{u_\sigma}$).

Dans la suite de cette thèse, nous nous focaliserons surtout sur le premier modèle qui part du schéma électrique équivalent.

2.2 Simulation de l'elevateur de tension pour etude en regime dynamique

Le modèle présenté dans la partie précédente n'est valable qu'en régime permanant et ne nous renseigne ni sur le régime transitoire, ni sur la dynamique de contrôle. Pour étudier ces deux problématiques, on présente dans cette partie un modèle de simulation dynamique réalisé dans l'environnement Matlab/Simulink. Dans toute cette partie, nous simuleront avec les paramètres du résonateur caractérisé au chapitre 1 (valeurs numériques de la *TABLE* 1.I).

2.2.1 Élaboration du modele

Le matériau piézoélectrique est modélisé en exprimant son impédance par la fonction de transfert ci-dessous :

$$H_p\,(j.\omega) = \frac{V_p(j.\omega)}{I(j.\omega)} = \frac{1}{j.C_0.\omega}.\frac{R + j.L.\omega(1-(\frac{\omega_s}{\omega})^2)}{R + j.L.\omega(1-(\frac{\omega_p}{\omega})^2)} \tag{2.39}$$

ω_s est la pulsation de résonance et ω_p celle de l' antirésonance. Leurs expressions en fonction des éléments du circuit équivalent sont rappelées ci-dessous :

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L.C}}\,, \qquad \omega_p = \sqrt{\frac{C + C_0}{L.C.C_0}} \tag{2.40}$$

Une machine à états finis (machine de Moore) est utilisée pour réaliser le cycle de conversion et donc pour piloter la succession des phases et définir l'état des interrupteurs à chaque instant. Cette machine à états est codée avec un fichier Matlab qui communique avec le modèle Simulink.

Des capteurs (de tension, de courant, temporel) sont placés en amont du block d'entrée de la machine à états et permettent à celle-ci de décider pour chaque période d'échantillonnage de rester dans l'état actuel ou de changer. La période d'échantillonnage doit être sensiblement inférieure à la période de résonance (qui est la durée d'un cycle de conversion), on prend donc un facteur 100. L'état de chacun des interrupteurs, obtenu par la machine de Moore, constitue la donnée d'entrée du block représentant le système électromécanique qui permettra lui-même d'obtenir en sortie le courant et la tension instantanée du résonateur piézoélectrique. Ces grandeurs sont ensuite réanalysées par les capteurs pour l'instant suivant. On effectue en parallèle la régulation de la tension de sortie V_{out} avec un correcteur permettant d'ajuster correctement la valeur de t_4. La Figure 2.14 schématise le fonctionnement général du modèle et la Figure 2.15 présente le fonctionnement de la machine à états. Cette dernière reprend la stratégie de commande proposée en 2.1.1.3. t_2' est obtenu de façon à ce que la tension V_p soit nulle en t_3. Pour le déterminer, on initie t_2' par la valeur t_2 théorique donnée par le modèle analytique en fonction de la conversion désirée (gain, puissance, V_{in}) et du résonateur choisit. Ensuite, si à l'instant t_3 la tension V_p est négative, alors on incrémente t_2' pour la prochaine période, et inversement. Une résistance R_L en parallèle avec une capacité C_L constituent la charge de sortie. Seules les pertes imputables au résonateur piézoélectrique sont considérées dans ce modèle au travers de la résistance R du circuit équivalent. Les interrupteurs sont donc considérés parfaits et les aspects thermiques ne sont pas pris en compte.

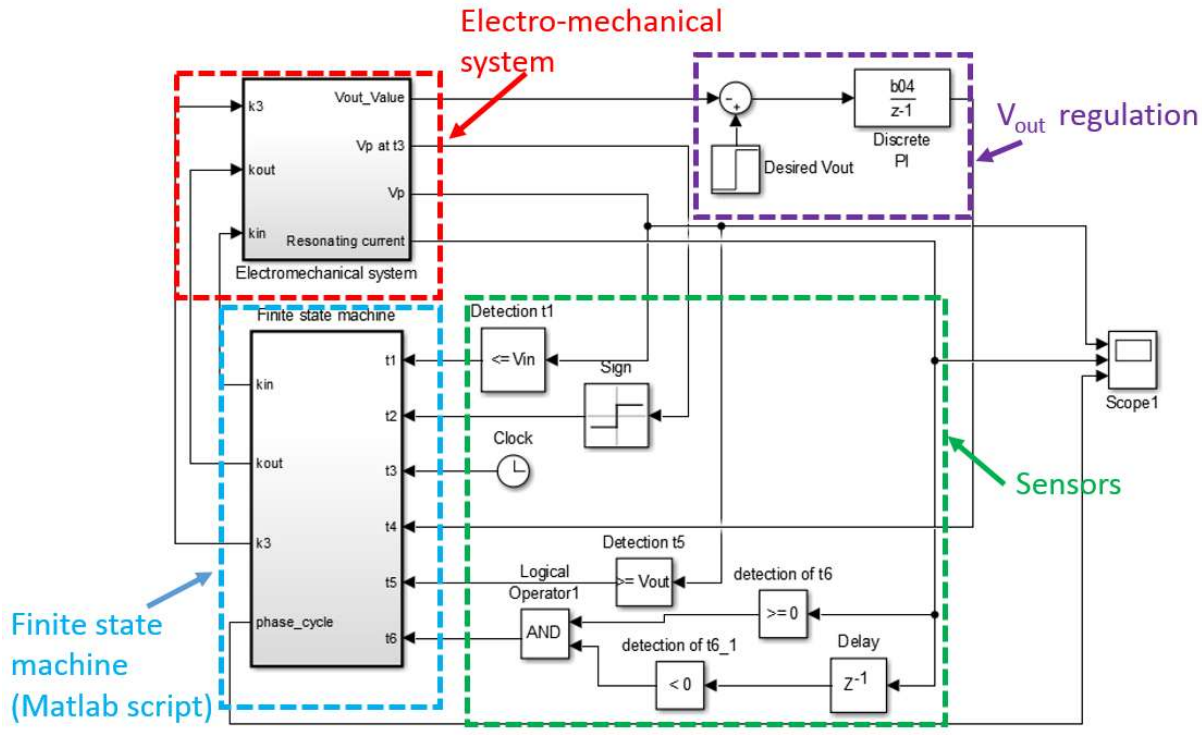


Figure 2.14 : Fonctionnement général du modèle Simulink

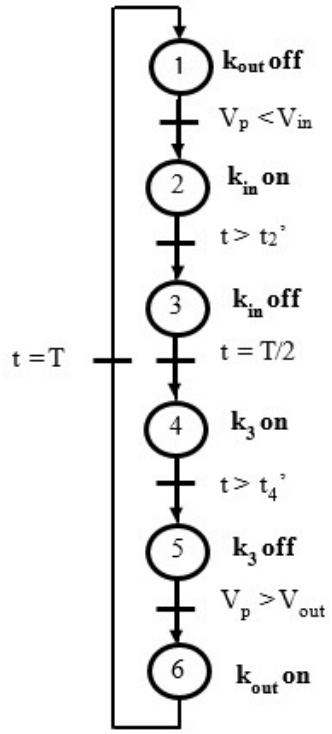


Figure 2.15 : Principe général de la machine à états

Pour la régulation de la tension de sortie, un correcteur proportionnel intégral (PI) discret est utilisé. Le système étant non linéaire, la régulation de la tension de sortie est réalisée en linéarisant le système autour d'un point de fonctionnement. L'expression de la variation de la tension de sortie pour une petite variation de la commande est donnée ci-dessous (2.42). Le calcul permettant de trouver ce résultat est disponible en annexe, voir *Calcul du gain statique*.

$$A = \frac{-\Delta g_1}{\Delta t_4} = \frac{(R_L.C_0.\omega + 2.\pi).\sin(\omega.t_4).\omega}{R_L.(1-\cos(\omega.t_4))^2} = g_1(t_4).\omega.\cot\left(\frac{\omega.t_4}{2}\right) \quad (2.41)$$

$$\frac{\Delta V_{out}}{\Delta t_4} = \frac{V_{out}\,(t4+\Delta t_4) - V_{out}(t_4)}{\Delta t_4}$$

$$= \frac{2.A.Vin}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.\ g_1(t_4)^2}\left(-1 + \frac{R.\pi.g_1(t_4).(2.g_1(t_4) - C_0.\omega)}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.g_1(t_4)^2}\right) \quad (2.42)$$

Cette dernière expression donne pour une résistance de charge R_L de 400 Ω, une tension d'entrée de 10 V et un produit $\omega.t_4$ de 3π/2 (point de fonctionnement) un gain de 13 MV.s^{-1}. Le correcteur choisi *C(z)* s'écrit de la manière suivante en notant T_e la période d'échantillonnage et τ la constante de temps désirée du système :

$$C(z) = \frac{1-z_0}{\frac{\Delta V_{out}}{\Delta t_4}(t_4)} \cdot \frac{1}{z-1} \quad avec\ z_0 = e^{-\frac{T_e}{\tau}} \tag{2.43}$$

Pendant le régime transitoire, l'amplitude du courant n'est pas suffisante pour permettre de réaliser le cycle de conversion en 6 phases. La durée nécessaire pour que le courant atteigne son amplitude maximale de résonance depuis 0 A est de l'ordre de Q fois la période de résonance où Q désigne le facteur de qualité. C'est pourquoi, les interrupteurs sont dans un premier temps ouverts et fermés à leurs temps théoriques calculés avec le modèle présenté à la section 2.1.2 pour la conversion désirée et le résonateur caractérisée au chapitre 1. Pendant cet intervalle de temps, les commutations douces ne sont pas assurées. Le résonateur étant ainsi excité à sa fréquence de résonance, l'amplitude du courant piézoélectrique s'accroit et devient, au bout d'un certain nombre de périodes, suffisante pour réaliser le cycle. On choisit d'effectuer cette transition après vingt périodes (la machine à états de la Figure 2.15 n'est pas utilisée avant, c'est un simple compteur qui prend en charge la transition).

2.2.2 RESULTATS

La Figure 2.16 montre l'évolution de la tension de sortie et des échanges d'énergies pour une puissance de sortie de 0,5 W, et une conversion 10 - 20 V. La ligne rouge verticale en pointillé est placée 20 périodes après le départ. À gauche de cette ligne, les interrupteurs sont commandés en prenant les valeurs théoriques et à droite en fonction des formes d'ondes du résonateur piézoélectrique de façon à obtenir le véritable cycle de conversion conformément à la Figure 2.3.

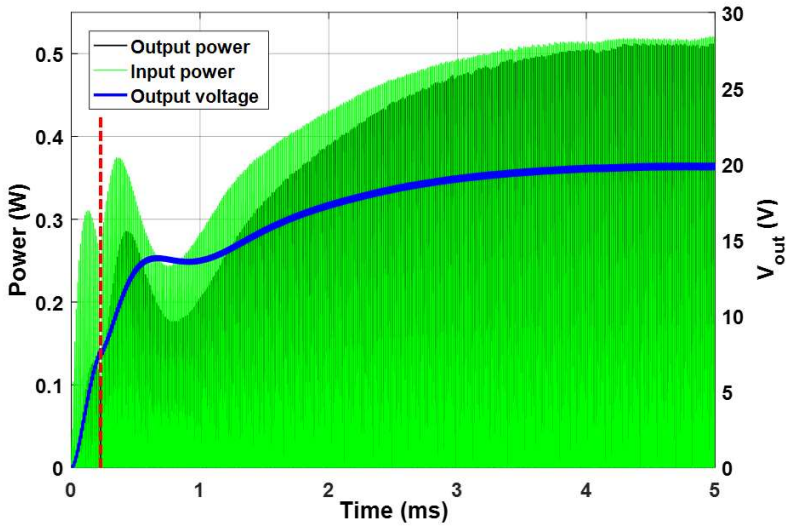


Figure 2.16 : Échanges d'énergie et tension de sortie en régime transitoire

On remarque tout d'abord que la régulation fonctionne correctement puisque la tension de sortie se stabilise à 20 V sans dépassement en moins de 5 ms. Au début du régime transitoire, la puissance d'entrée est beaucoup plus importante que celle de sortie. Cet écart correspond (aux pertes près) au fait que l'élément piézoélectrique accumule de l'énergie ce qui lui permet d'entrer en résonance. En régime permanent, la puissance d'entrée (en vert) est légèrement supérieur à la puissance de sortie (en noir) ce qui veut dire que l'on a un très bon rendement. L'énergie qui transite à chaque cycle n'est qu'un faible pourcentage de l'énergie totale stockée sous forme mécanique dans le matériau.

La *Figure 2.17* étudie l'effet d'une variation brutale de la résistance de charge sur la tension de sortie ainsi que l'allure du courant piézoélectrique. Après 4 ms, la résistance de charge passe brusquement de 800 à 1200 Ω.

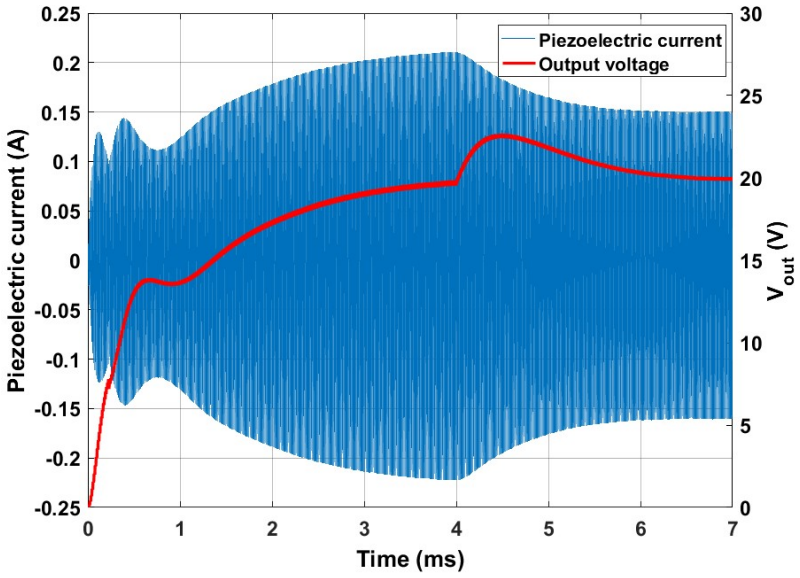


Figure 2.17 : Effet d'une variation brusque de charge sur le courant piézoélectrique et la tension de sortie

La tension de sortie retourne bien à 20 V après la perturbation, ce qui valide le système de régulation après 2 ms. Le courant piézoélectrique augmente en amplitude rapidement pendant la phase d'entrée en résonance, évolue plus doucement ensuite et se stabilise en régime permanent. La valeur finale de l'amplitude du courant est de 0,15 A ce qui est très conforme à la valeur que donne le modèle théorique (en utilisant (2.15), on trouve 0,14 A). Cette adéquation valide notre hypothèse d'un courant *i(t)* sinusoïdal dans le modèle analytique (car on considère le schéma équivalent complet du résonateur dans le modèle de simulation). La figure ci-dessous présente le comportement du système après une variation brutale de la tension d'entrée (elle passe de 10 à 12 V). Encore une fois, la boucle de régulation est efficace car la tension se stabilise à 20 V au bout de quelques millisecondes.

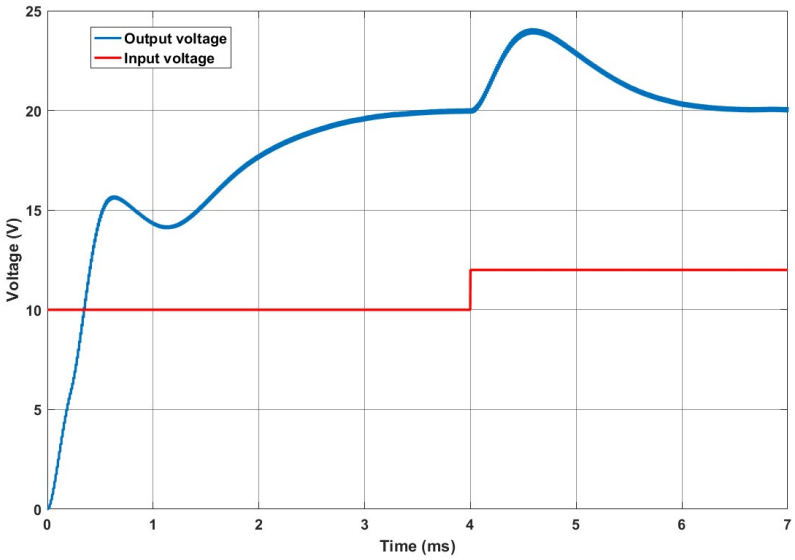


Figure 2.18 : Réponse à une variation brutale de la tension d'entrée

Le modèle de simulation dynamique permet aussi d'étudier l'impact du coefficient de couplage et du facteur de qualité sur le rendement du convertisseur. En effet, dans le modèle analytique statique, on assimile le circuit résonant LC à une source de courant sinusoïdal. Nous avons vu que cette simplification se justifie bien et permet de simplifier les calculs. En revanche, elle ne permet pas de faire apparaitre dans les formules le facteur de qualité Q et le coefficient de couplage k (sauf pour certaines expressions particulières comme le rendement maximal ou le gain maximal). Une série de simulations est effectuée dans les mêmes conditions (conversion de 10 – 20 V de 0,5 W à la même fréquence de résonance) mais en faisant varier ces deux paramètres. Pour étudier l'impact du facteur de qualité, on modélise des résonateurs fictifs qui ont tous le même coefficient de couplage (0,57) et on observe l'évolution du rendement. Du point de vue du modèle équivalent, cela revient à faire varier R en gardant les autres paramètres constants. Les résultats obtenus sont représentés en Figure 2.19. On observe bien évidement que le rendement obtenu est d'autant plus élevé que le facteur de qualité Q est grand et que pour obtenir un fort rendement (> 95 %) avec un coefficient de couplage de 0,57, il est nécessaire d'avoir un facteur de qualité d'au moins 500 qui correspond à une valeur de R proche de 1 Ω. En dessous d'une certaine valeur (Q = 300) le rendement chute très fortement et la conversion est compromise.

On étudie maintenant l'influence du couplage à facteur de qualité constant (Q =1000). Pour faire varier ce couplage, il faut changer C_0 (les autres paramètres restent constants). Plus C_0 est élevé, moins bon sera le couplage. La figure ci-dessous montre le rendement obtenu en fonction du coefficient de couplage k_p. En gardant le critère de 95 %, il faut un facteur de couplage supérieur à 40 % avec un facteur de qualité de 1000. Le rendement chute drastiquement en dessous de 25 % de coefficient de couplage.

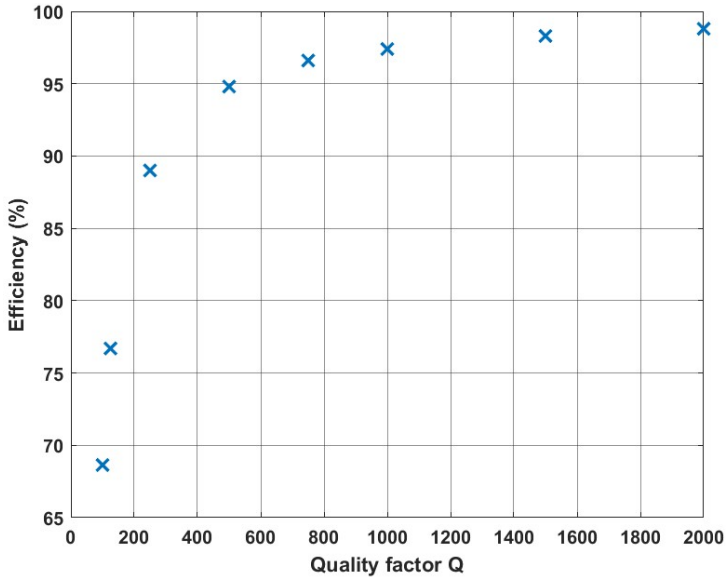


Figure 2.19 : Influence du facteur de qualité sur le rendement

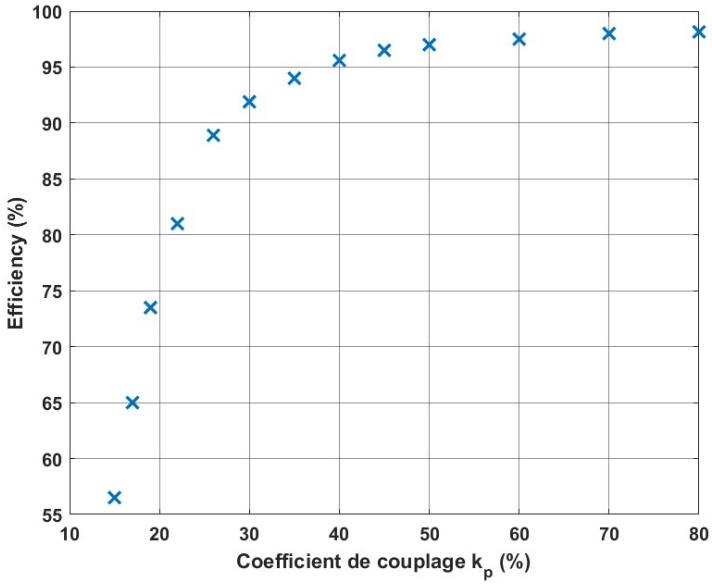


Figure 2.20 : Influence du facteur de couplage sur le rendement

En combinant ces deux séries de simulations, nous proposons une figure de mérite faisant intervenir ces deux paramètres. La Figure 2.21 montre que le rendement est étroitement lié à la grandeur $\mathcal{F} = Q*(k_p)^2$. Cette grandeur constitue donc une figure de mérite et pour cette application, elle doit être au moins égale à 100 ce qui constitue une vraie contrainte technologique. Cette même figure de mérite est souvent utilisée dans les applications de récupération d'énergie à base d'éléments piézoélectriques [41].

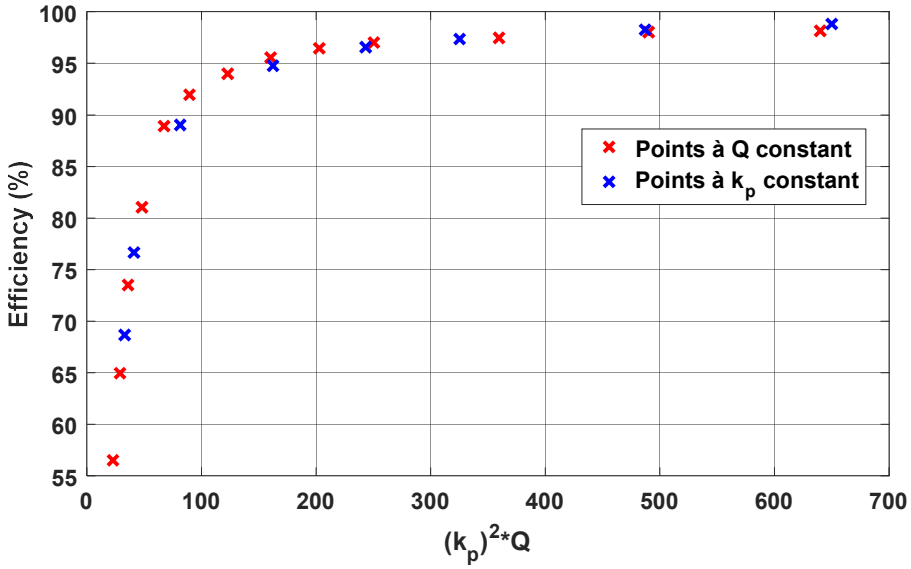


Figure 2.21 : Mise en évidence de la figure de mérite

Ce modèle de simulation dynamique permet de valider le modèle analytique (et les hypothèses adoptées) présenté en 2.1.2 mais surtout de valider la possibilité de réguler la tension de sortie et d'observer et comprendre l'état transitoire. En prenant le résonateur de la *TABLE 1.I* , le temps de réponse obtenu (sans dépassement de la tension de sortie) est de l'ordre de 2 ms soit une vingtaine de périodes de résonances. Par ailleurs, une figure de mérite en $Q*(k_p)^2$ a pu être mise en évidence pour déterminer les choix technologiques de résonateurs afin de garantir une conversion à haut rendement.

2.3 Resultats experimentaux pour l'elevateur de tension

2.3.1 Presentation de la structure experimentale

La preuve de concept de ce nouveau convertisseur DC-DC piézoélectrique a été réalisée et présentée pour la première fois dans [42] et sans redressement synchrone (avec une diode pour k_{out} et un MOSFET canal N et une diode pour k_{in}). Pour une conversion 10 - 20 V à 90 kHz, une puissance légèrement inférieure à 1 W a été convertie pour un rendement de l'ordre de 70 % et le meilleur rendement obtenu était de 87 % pour une puissance de 300 mW. Les résultats présentés dans cette partie, et publié plus récemment dans [43] ont été obtenus en utilisant un redresseur synchrone pour k_{out} et en minimisant les longueurs de pistes du circuit de puissance. Les interrupteurs utilisés sont des MOSFET canal N choisi pour leur faible résistance à l'état passant (IRLML0040TRPbF, Infineon®, $R_{ds\text{-}on}$ de 56 mΩ pour une tension de commande de 10 V). La commande est réalisée avec une machine à états finis implémentée numériquement au moyen d'un FPGA (Field Programmable Gate Array). Comme pour le modèle de simulation, une machine à

états finis est utilisée pour gérer la succession des phases du cycle et la régulation de la tension V_{out} au moyen d'un CAN (Convertisseur Analogique Numérique). Une diode Schottky $D_{out,}$ plus performante que la diode inverse des transistors, est placée en parallèle sur k_{out} afin de se synchroniser avec le courant piézoélectrique. En pratique, k_{out} est fermé pendant la durée de la phase de transfert d'énergie en sortie mais on laisse conduire D_{out} à la fin de cette phase pour être parfaitement synchronisé avec le courant piézoélectrique (qui change de signe en fin de période à l'instant T). Enfin un driver isolé, reçoit les ordres de commande du FPGA et les transmet aux interrupteurs en délivrant une tension grille source adaptée (10 V pour la commande à la fermeture). Le fonctionnement général est représenté en Figure 2.22 ainsi qu'une photographie du convertisseur opérant une conversion 10 - 20 V (cf cycle en 6 phases sur l'oscilloscope).

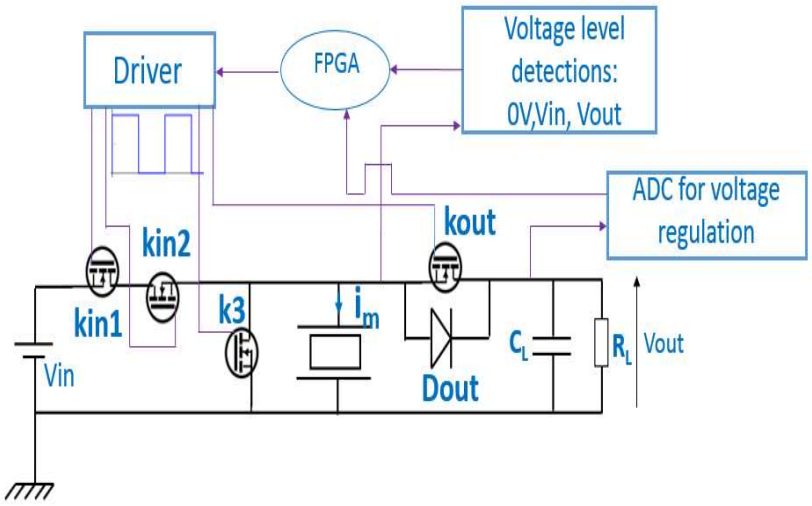


Figure 2.22 : Description du dispositif expérimental

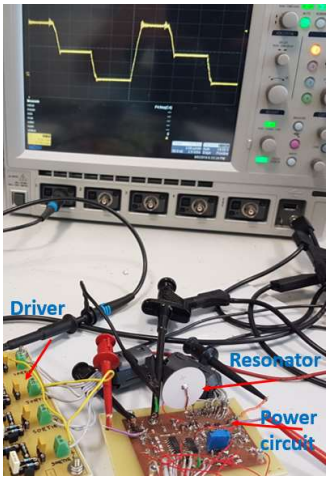


Figure 2.23 : Photographie du montage expérimentale

Dans ce montage et dans tous ce chapitre, nous continuons d'utiliser le même résonateur caractérisé en partie 1 (cf TABLE 1.I). Celui-ci est relié au circuit par deux soudures au centre de chacune des électrodes (puisqu'on exploite le résonateur piézoélectrique en mode radial).

2.3.2 Resultats experimentaux

2.3.2.1 Validation du modèle analytique

Le cycle de conversion de l'élévateur en 6 phases a été obtenu avec succès avec des formes d'ondes souvent proches de la théorie. La Figure 2.24 compare les formes d'ondes obtenues expérimentalement avec la théorie (modèle analytique avec pertes mécaniques) pour une conversion de 10 - 20 V à 310 mW et à 90 kHz. Le courant piézoélectrique ne peut pas être observé directement mais il est égal à i_m pendant les phases à tension constante. La ligne rouge verticale en pointillé représente la transition entre la conduction de k_{out} et D_{out}.

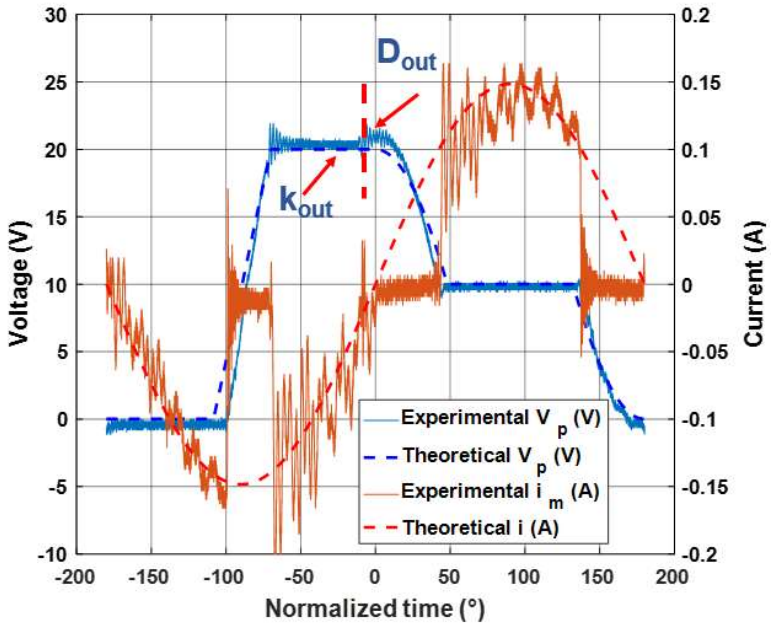


Figure 2.24 : Courant et tension expérimentaux du résonateur comparés au modèle analytique pour une conversion de 310 mW.

Ces courbes valident le modèle analytique puisque l'amplitude du courant mais aussi les temps de transition entre les phases semblent bien prédits par ce dernier. De plus, le cycle est bien synchronisé sur le fondamental du courant. Cette figure nous renseigne également sur la présence d'harmoniques bien visibles notamment dans le courant piézoélectrique. Ce contenu harmonique provient de l'excitation des modes de résonances supérieurs du résonateur et des éléments parasites (inductances et capacitances) de la carte entrant en résonance.

2.3.2.2 ESTIMATION DE LA REPARTITION DES PERTES

On montre maintenant en Figure 2.25 pour un point de fonctionnement (conversion 10 - 20 V, puissance d'entrée de 900 mW la tension relevée aux bornes de chacun des interrupteurs ainsi que le courant i_m. On obtient un rendement de 95,2 % (rendement obtenu sans considérer la puissance nécessaire à la commande). La tension aux bornes de V_{kin1} est toujours négative alors que la tension aux bornes de V_{kin2} est toujours positive. Leur somme, égale à V_{kin} conduit bien à la forme d'onde théorique de V_{kin}. Le courant i_m a un contenu harmonique important, il vaut i_{kin}, $-i_{k3}$ et $-i_{kout}$ pendant les phases à tensions constantes respectivement 2, 4 et 6. On peut observer que le convertisseur opère bien en mode ZVS pour chaque fermeture d'interrupteurs.

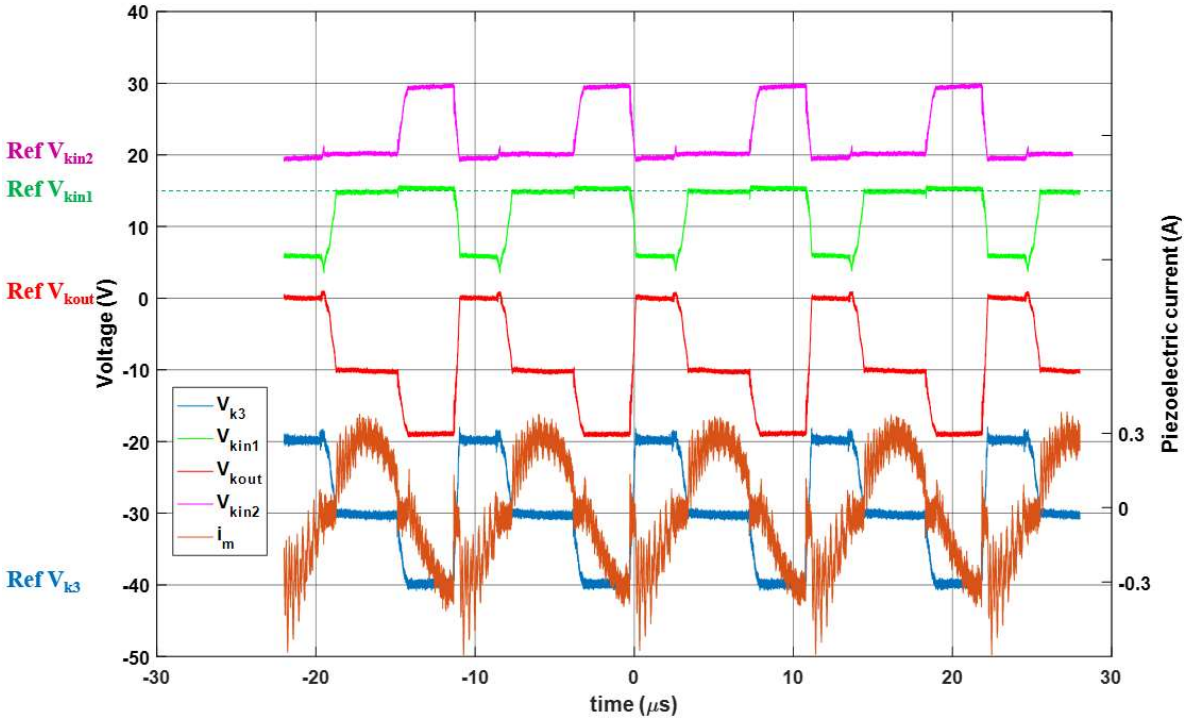


Figure 2.25 : Tensions expérimentales aux bornes des interrupteurs

En utilisant ces formes d'ondes, on peut calculer les pertes par conduction (calcul réalisé à partir de la résistance à l'état passant des interrupteurs) pour chacun des interrupteurs et effectuer un bilan des pertes. Les pertes mécaniques sont calculées analytiquement à partir du modèle analytique. Le diagramme de la Figure 2.26 montre la répartition des pertes pour ce point de fonctionnement entre les pertes mécaniques, les pertes par conductions et autres (liées aux harmoniques, courant de fuite, pertes par commutations, pertes mécaniques supplémentaires liées à la thermique …). On remarque tout d'abord que la majorité des pertes est imputable au résonateur piézoélectrique. Or pour la même puissance d'entrée, une estimation similaire des pertes avait été réalisée avec un convertisseur sans redressement synchrone. Les pertes mécaniques ne représentaient que 20 % tandis que les pertes par conduction étaient de 60 % à cause de la chute

de tension dans les diodes. En introduisant un redresseur synchrone, dix points de rendement ont été gagné. Les pertes dans l'interrupteurs k_{in} sont les plus élevées car il est composé de deux transistors MOS. De même, les pertes par conductions pour k_{out} sont plus importantes que pour k_3 (alors que la durée des deux phases de conduction et le courant moyen les parcourant sont similaires) à cause de la diode D_{out} utilisée pour la synchronisation sur le courant résonateur.

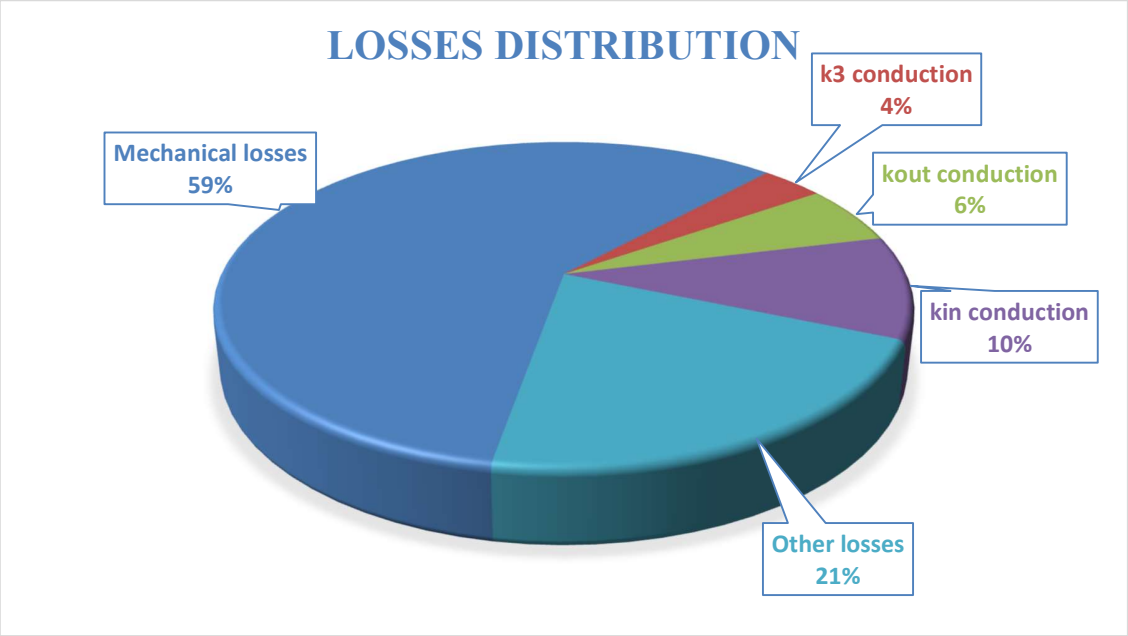


Figure 2.26 : Estimation de la répartition des pertes

2.3.2.3 Rendements obtenus

Le rendement a été mesuré pour plusieurs points de fonctionnement et pour plusieurs tensions de sortie (pour une tension d'entrée de 10 V). La puissance utilisée pour la commande des interrupteurs n'est toujours pas prise en compte. La Figure 2.27 met en évidence les très hauts rendements obtenus. Une valeur de 98,4 % a été mesurée pour une conversion 10 - 15 V à une puissance de 160 mW et la puissance maximale convertie est de 1,45 W (avec un rendement de 78 % toujours pour une conversion 10 - 15 V). Ces résultats démontrent nettement l'intérêt d'utiliser le redressement synchrone notamment quand les tensions d'entrée et de sortie sont faibles (les chutes de tension dans les diodes deviennent plus importantes en proportion). Comme attendu, on obtient des rendements élevés dans une grande plage de fréquence et pour plusieurs gains de conversion.

Globalement, à une puissance donnée, plus le gain est faible, meilleur est le rendement. La Figure 2.28 indique la fréquence de travail pour chacun de ces points de fonctionnement. On remarque que celle-ci se situe bien entre 89 et 104 kHz et donc entre la fréquence de résonance série et l'antirésonance. Pour une puissance donnée, la fréquence de résonance est donc plus faible

lorsque le gain est faible. Dans le modèle analytique, on suppose que la fréquence de résonance est constante quel que soit le gain et la puissance ce qui est contredit par cette figure. Cependant, si l'on corrige le modèle avec la véritable fréquence mesurée expérimentalement, les nouvelles valeurs de rendement théorique obtenus et les nouvelles valeurs d'amplitude du courant restent pratiquement inchangés ce qui nous permet de conserver avec confiance cette hypothèse. La puissance maximale convertie est de 1,45 W mais on pourrait, avec la même structure, obtenir des puissances largement supérieures (et donc augmenter la densité de puissance) en augmentant la tension d'entrée comme le démontre l'équation (2.27).

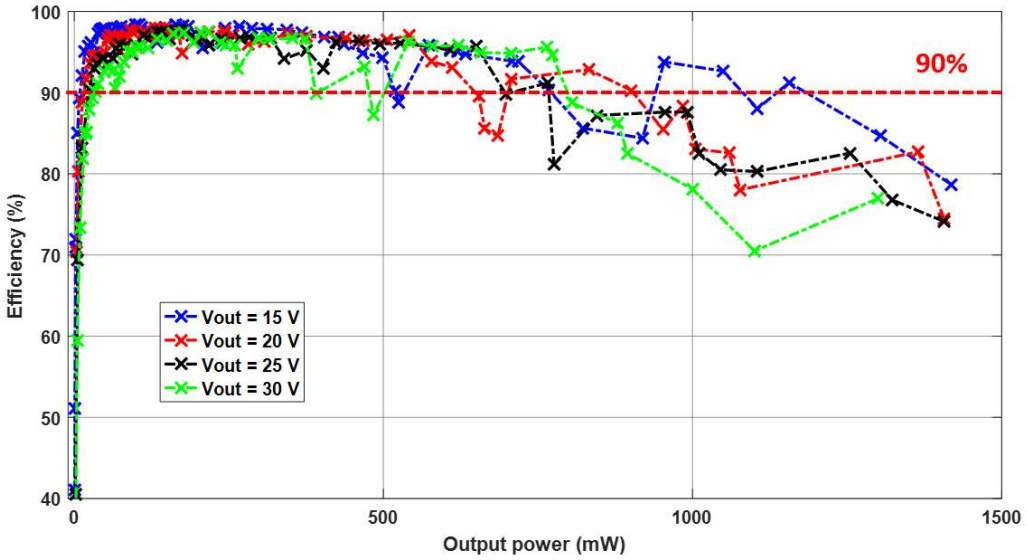


Figure 2.27 : Courbe rendement puissance pour quatre tensions de sortie

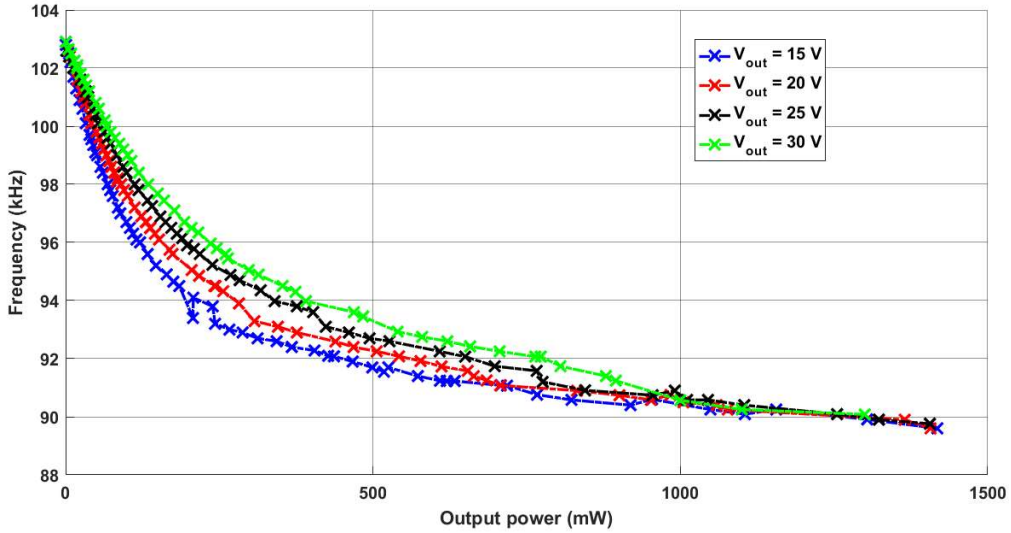


Figure 2.28 : Fréquence de fonctionnement selon la puissance de sortie pour quatre tensions de sortie

Le modèle analytique avec pertes mécanique est donc parfaitement en accord avec les résultats expérimentaux notamment pour les basses puissances comme le montre la Figure 2.29. Cependant, à partir de 500 mW, l'écart augmente et le rendement baisse significativement. Cet écart est cohérent puisque à mesure que la puissance augmente, l'amplitude du courant piézoélectrique, la durée des phases de conductions et les pertes par conduction (non prises en compte dans le modèle analytique théorique) augmentent. De plus, pour les puissances plus élevées les pertes conduisent à un échauffement qui a pour effet de diminuer le facteur de qualité ([18]).

La courbe expérimentale contient des irrégularités (points rouges sur la courbe) où le rendement chute brutalement pour certaines valeurs particulières de la puissance. Ce phénomène est étudié dans la section suivante et relève des effets liés à l'existence d'harmoniques.

Pour parfaire le modèle, et pour notamment mieux prévoir les formes d'ondes pour les puissances plus élevées, il y a plusieurs possibilités comme prendre en compte les pertes par conduction. *R* peut par exemple dépendre de la température (comme dans [44]) pour modéliser la dégradation du facteur de qualité à température plus élevée. Une telle étude permettrait de mieux prédire la puissance maximale atteignable et connaitre le courant maximal acceptable par le matériau.

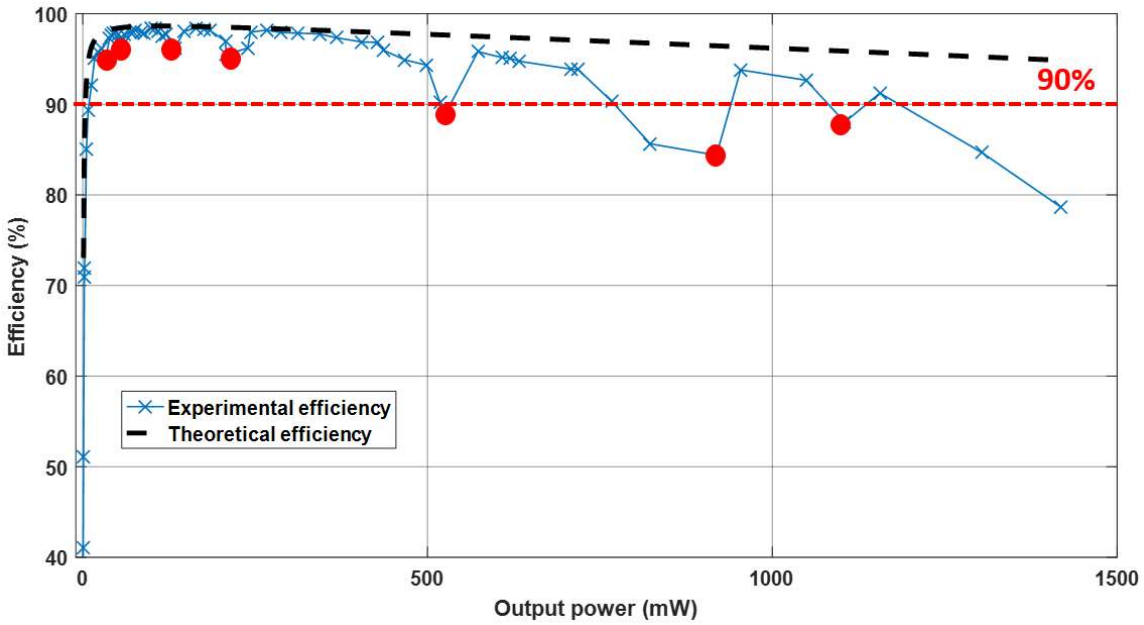


Figure 2.29 Comparaison des courbes rendement-puissance expérimentales et théoriques

Enfin, la température du matériau a été observée au moyen d'un thermomètre infrarouge. Pour une conversion 10 - 20 V à 1,2 W, une élévation de 11 °C a été observée (sans système de ventilation). Malgré cette élévation, on reste loin de la température de curie (315 °C pour du C213).

2.3.2.4 CONVERSION À FORT GAIN

Le convertisseur a été testé pour faire une conversion à fort gain. La figure ci-dessous présente le cycle de conversion avec un gain de 20 (1,5 - 30 V) et de 30 (1- 30 V) prouvant que la structure est très élévatrice grâce aux grands facteurs de qualité offerts par les résonateurs piézoélectriques. Ceci est d'autant plus remarquable, qu'elle ne possède qu'un seul étage de conversion et n'a pas de transformateur. En revanche, les puissances de sorties sont faibles (respectivement 70 et 10 mW) et le rendement s'effondre (respectivement 36 % et 7 %). Cependant la chute du rendement s'explique aussi en grande partie par le fait qu'avec 1 V de tension d'entrée, les chutes de tension à l'état passant sont prédominantes.

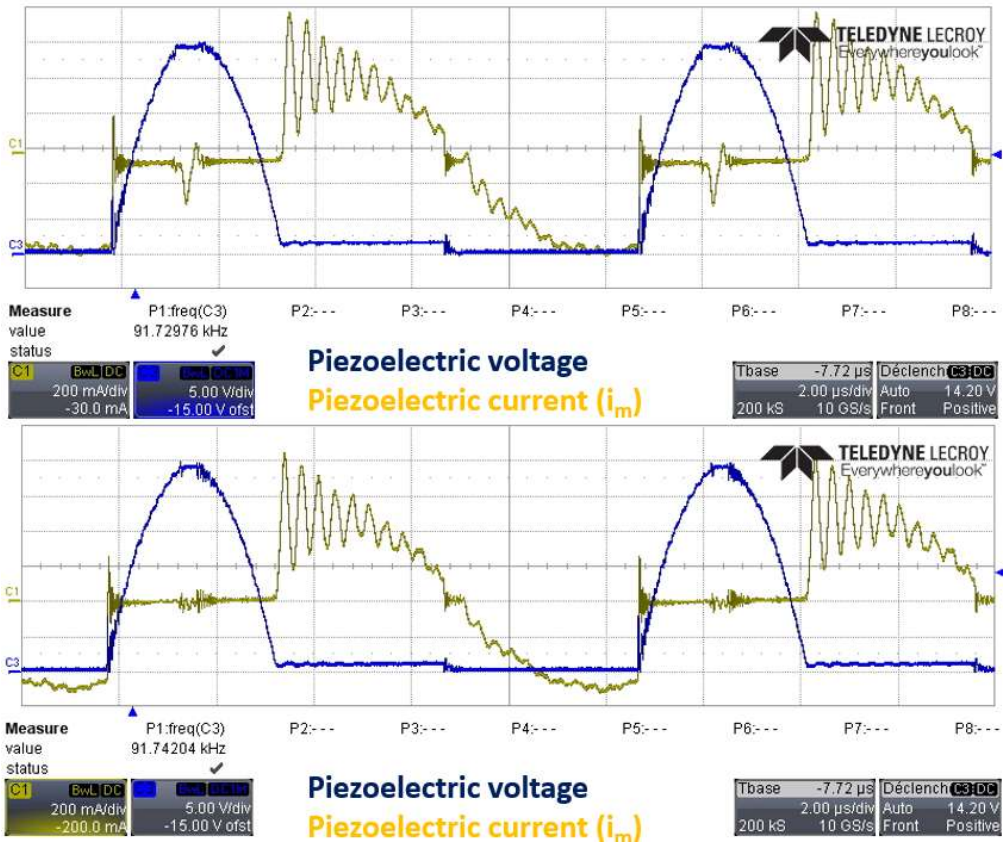


Figure 2.30 : Courant et tension du résonateur piézoélectrique pour une conversion à fort gain (1,5 - 30 V en haut et 1 – 30 V en bas)

2.3.3 ANALYSE ET DISCUSSION

Comme observé à la Figure 2.29, il y a des ruptures dans la courbe rendement-puissance où le rendement diminue subitement avant de rejoindre la tendance moyenne. Ces irrégularités ne sont pas prédites par notre modèle analytique et semblent être d'autant plus sensibles (chute de rendement plus élevée) que la puissance est élevée. L'explication de ce phénomène est que la

tension V_p appliquée à chaque cycle contient des harmoniques susceptibles d'exciter les modes de résonance supérieures du résonateur piézoélectrique. Plus la puissance de sortie est grande, plus le contenu harmonique de V_p est grand ce qui augmente la probabilité de rencontrer ce problème. Supposons que le courant piézoélectrique possède un contenu harmonique conséquent, le cycle en six phases basé sur des commutations douces est alors modifié par rapport au cas idéal sinusoïdal. Par exemple, la transition entre la phase 3 et la phase 4 ou V_p atteint 0 V en t_3 ne correspond plus à la moitié de la période ce qui abaisse les performances intrinsèques du convertisseur. De plus, ce contenu harmonique a pour effet d'augmenter la valeur efficace du courant (à même puissance convertie) et donc rajoute des pertes supplémentaires.

Pour éviter ces effets, une condition est donc de ne pas exciter ces modes supérieurs. Pour illustrer cela, prenons deux cas : un cas dit « normal » (cas A : conversion 10 - 20 V, 960 mW) et un cas avec perte de rendement où le mode épaisseur du résonateur piézoélectrique est excité (cas B : conversion 10 – 20 V, 580 mW). Les formes d'ondes du matériau piézoélectrique en courant et tension sont représentées ci-dessous.

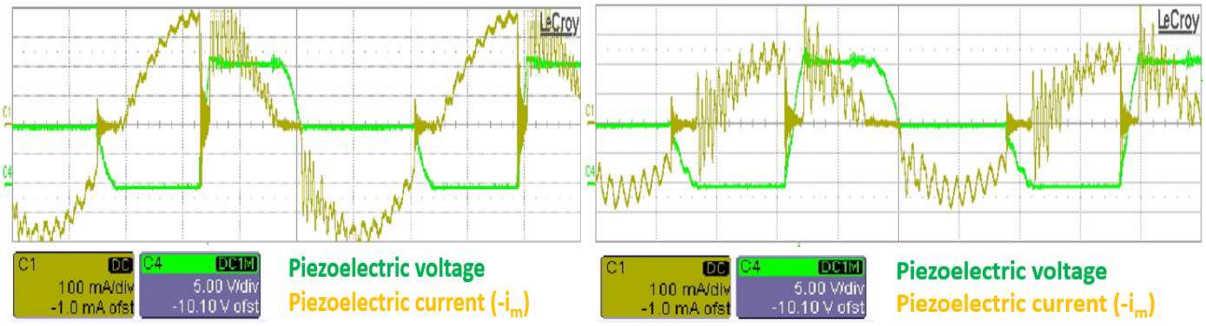


Figure 2.31 : Formes d'ondes courant tension cas A 960 mW (G) et cas B 580 mW (D)

Le courant dans le cas B a effectivement un contenu harmonique important (relativement à l'amplitude du fondamental) correspondant au mode épaisseur. Ainsi, alors que la puissance et le contenu harmonique général est plus élevé dans le cas A, le rendement est néanmoins supérieur car contrairement au cas B, aucun harmonique du cycle de conversion ne vient exciter un mode supérieur. La Figure 2.32 montre le contenu harmonique du courant pour les deux cas. On observe que dans le cas B, il existe un harmonique à 2,8 MHz qui correspond parfaitement au mode épaisseur mais non pour le cas A.

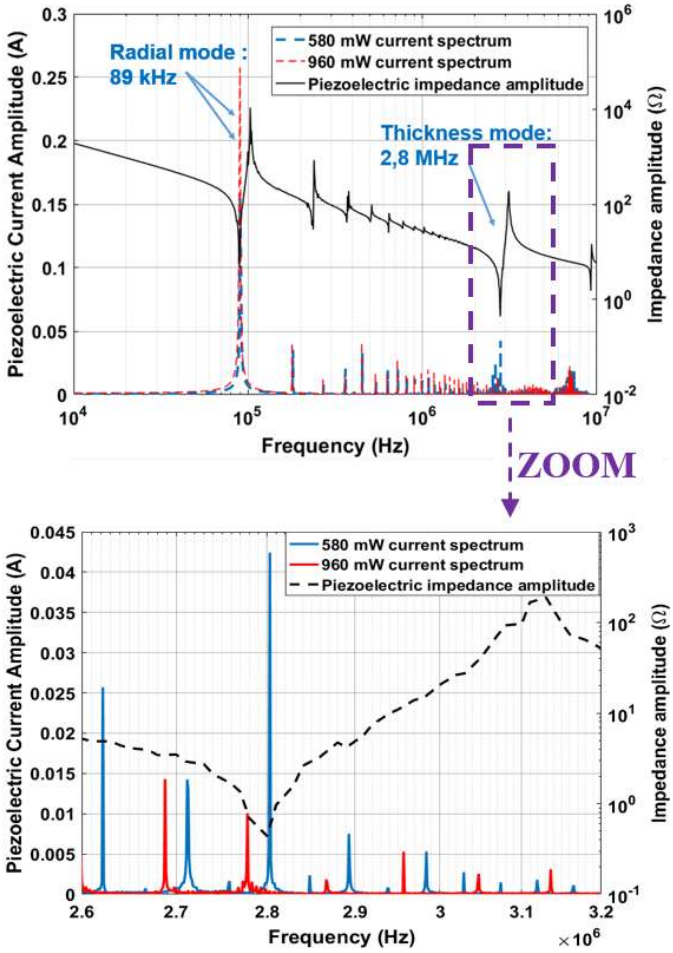


Figure 2.32 : Comparaison des Spectres en courant du résonateur piézoélectrique pour les cas A et B sur une plage étendue puis centrée autour du mode épaisseur

Ce phénomène étant à présent identifié, la question qui se pose est celle de la prédiction de ces irrégularités. Il est possible de prédire théoriquement le contenu harmonique du cycle de conversion par la décomposition en série de Fourier de la tension V_p. Si l'on connait l'impédance en fonction de la fréquence du matériau piézoélectrique, on en déduit alors le courant théorique. La comparaison entre le spectre théorique de V_p et celui obtenu expérimentalement pour une conversion 10 - 20 V et une puissance de 960 mW est présenté à la Figure 2.33. Les premières fréquences observées sont parfaitement en accord avec la théorie. Quelques différences subsistent en amplitude, notamment parce que le cycle appliqué en pratique n'est pas parfaitement identique au théorique et parce que certaines pertes ne sont pas prises en considérations dans le modèle analytique (les pertes par conduction par exemple). Certaines (hautes) fréquences sont observées expérimentalement mais ne sont pas prédites par la théorie. Cela est dû aux éléments parasites du circuit comme les inductances parasites (liées à la connectique) qui résonnent avec la capacité C_0 du résonateur. En conclusion, si l'on veut éviter les cas où le rendement chute (par rapport à la

tendance moyenne), il faut vérifier que pour la puissance et le gain souhaité, aucun harmonique ne correspond avec les modes supérieurs de résonance.

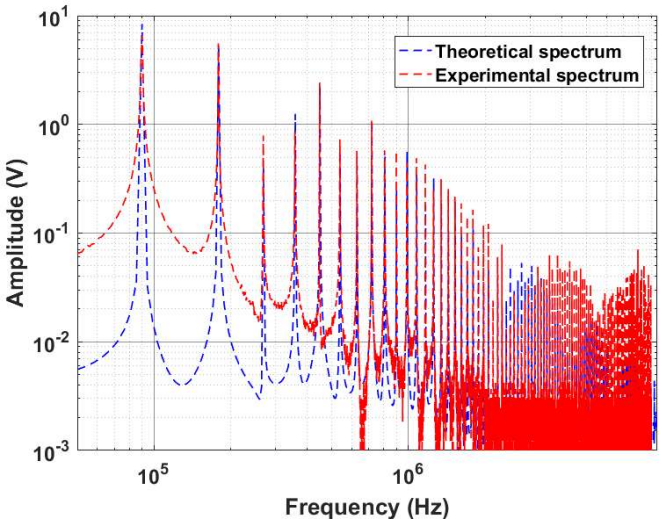


Figure 2.33 : Comparaison du spectre théorique et expérimentale de la tension aux bornes du résonateur piézoélectrique

BILAN CHAPITRE 2

Dans ce chapitre, un nouveau type de convertisseur totalement original par rapport à l'état de l'art a été introduit. Le matériau piézoélectrique assure la fonction de stockage provisoire d'énergie. Des modèles analytique et dynamique complets pour l'élévateur de tension ont été décrits. Un prototype a été réalisé, d'excellents rendements ont été obtenus en accord avec les modèles analytiques et dynamique mais des effets de dégradation du rendement liés à l'excitation des modes supérieurs ont été observés à certains points de fonctionnement. Dans l'ensemble de ce chapitre, un seul résonateur piézoélectrique a été utilisé, l'objectif principal étant la preuve du concept. L'objet du chapitre suivant est de proposer une méthodologie de dimensionnent pour donner des critères de sélections du résonateur en fonction d'un cahier des charges.

3.Influence et dimensionnement du résonateur piézoélectrique

3. Influence et dimensionnement du résonateur piézoélectrique 74
3.1 Influence des dimensions géométriques 75
3.1.1 Choix de la géométrie et du mode de résonnance 75
3.1.2 Étude théorique de l'influence des dimensions du résonateur 76
3.1.3 Comparaison expérimentale de cinq disques de tailles différentes 84
3.1.4 Puissance et Densité de puissance : étude aux limites 89
3.2 Dimensionnement du résonateur piézoélectrique 95
3.2.1 Cahier des charges 95
3.2.2 Méthodologie de dimensionnement 96
3.2.3 Exemples de dimensionnement 101
Bilan chapitre 3 105

3. Influence et dimensionnement des dimensions du résonateur piézoélectrique

3.1 INFLUENCE DES DIMENSIONS GEOMETRIQUES

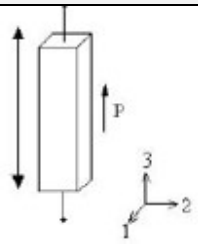
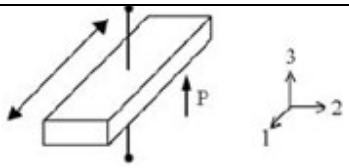
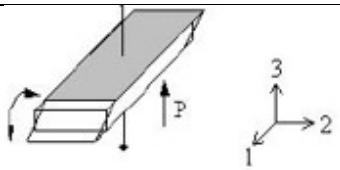
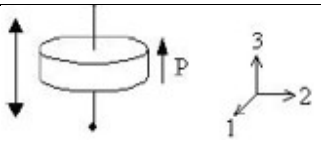
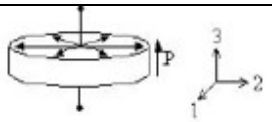
3.1.1 CHOIX DE LA GEOMETRIE ET DU MODE DE RESONNANCE

Cette section vise à donner un cadre général à partir duquel on se placera pour dimensionner de manière optimale le résonateur. Pour rappel, le modèle de simulation présenté en 2.2.2 a mis en avant une figure de mérite en k^2*Q, classiquement utilisée en récupération d'énergie (avec k le coefficient de couplage et Q le facteur de qualité). Pour ses propriétés avantageuses vis-à-vis de cette figure de mérité, nous continuons d'utiliser le matériau C213. Le fonctionnement de notre convertisseur au-delà du Mégahertz est possible, mais nous choisissons dans un premier temps de nous limiter à plusieurs centaines de kilohertz.

D'une manière générale, le couplage en mode 33 (aussi appelé longitudinal) est élevé. Le couplage en mode de cisaillement (mode 15) est aussi très bon mais la fréquence de résonance associée à ce mode est supérieure au mégahertz si l'épaisseur est inférieure au millimètre. On recherche en effet une géométrie plane et d'épaisseur fine pour faciliter l'intégration du résonateur. La Table 3.I, inspirée par celle du manuscrit de thèse de Mme Guylaine Poulin [45], illustre les modes de résonance classiquement utilisés et donne les coefficients de couplages correspondant pour le matériau C213.

Le mode 33 correspondant à des géométries épaisses de type barreau (ou fine mais de fréquence de résonance élevée) et le coefficient de couplage en mode 31 étant inférieur au couplage en mode radial, nous avons choisi de faire résonner un disque piézoélectrique en mode radial. Pour le C213, des disques de diamètre compris entre 1 et 5 cm ont une fréquence de résonance respectivement entre 220 et 44 kHz. Cela permet de rester dans des gammes de fréquences non audibles sans monter trop haut en fréquence (ce qui complique le contrôle du convertisseur). Un disque de dimensions centimétriques vibrant en mode radial est par conséquent très adapté pour notre application et c'est dans ce cadre que nous nous placerons dans la suite de ce chapitre.

TABLE 3.I : Modes de déformation et couplage associée

Vibration mode	Schema	Dimensions	Coupling factor C-213 (%)
Longitudinal (33)		L_1 , L_2 << L_3	70
Transversal (31)		L_2 , L_3 << L_1	34
Thickness-shear (15)		L_1 >> L_3	70
Thickness		D_3 >> L_3	48
Radial		D_3 >> L_3	70

3.1.2 Étude theorique de l'influence des dimensions du resonateur

3.1.2.1 Expression des elements du schema equivalent en fonction de la geometrie

Nous cherchons à expliciter l'influence de la géométrie du résonateur piézoélectrique sur le convertisseur. Pour cela, nous allons partir du modèle analytique présenté en 2.1.2, toujours dans le cadre de l'élévateur de tension. Ce modèle, parfaitement validé expérimentalement, caractérise le résonateur par sa résistance motionnelle *R* et par sa capacité bloquée C_0 : il est donc purement

électrique. Cependant, les paramètres du modèle équivalent peuvent être exprimés en fonction d'une part des dimensions géométriques du disque (rayon *r* ou diamètre *D* et épaisseur notée *th*) et d'autre part en fonction des coefficients mécaniques et piézoélectriques pour connaitre leurs influences. De telles formules ont été développées par M. Lin dans le cadre de sa thèse sur les transformateurs piézoélectriques appliqués au rétroéclairage et aux ballasts [46]. Ces formules utilisant les notations standards de la piézoélectricité sont représentées ci-dessous :

$$R = \frac{th.(1-\sigma)^2.{S_{11}^E}^2}{32.Q_m.{d_{31}}^2.r}.\sqrt{\frac{2.\rho}{S_{11}^E.(1-\sigma)}} \tag{3.1}$$

$$C_0 = \frac{\pi.r^2}{th}.\mathcal{E}_{33}^T.(1-\frac{{d_{31}}^2}{S_{11}^E.(1-\sigma).\mathcal{E}_{33}^T}) \tag{3.2}$$

$$L_m = \frac{th.(1-\sigma)^2.{S_{11}^E}^2.\rho}{16.\pi.{d_{31}}^2} \tag{3.3}$$

$$C_m = \frac{32.r^2.{d_{31}}^2}{S_{11}^E.(1-\sigma).\pi.th} \tag{3.4}$$

Q_m est le facteur de qualité mécanique du matériau, σ le coefficient de Poisson et ρ est la densité du matériau, s_{11}^E est la souplesse (m^2/N), $\mathcal{E}_{33}^T$ est la permittivité (F/m) et d_{31} est une constante piézoélectrique (C/N). On peut maintenant déterminer la pulsation de résonance du convertisseur :

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L_m.C_m}} = \frac{\pi}{r.\sqrt{2.\rho.S_{11}^E.(1-\sigma)}} \tag{3.5}$$

Ces expressions ne sont pas rigoureusement exactes (en les développant, on arrive à un facteur de couplage effectif légèrement supérieur au coefficient de couplage en mode radial ce qui est incohérent). Par ailleurs, l'application de ces formules en prenant les spécifications du constructeur ne permet pas d'obtenir des valeurs précises. En revanche, elles donnent une bonne indication de comment évoluent les paramètres électriques en fonction des dimensions géométriques du résonateur. Par exemple, la résistance motionnelle *R* qui doit être la plus faible possible, est proportionnelle à l'épaisseur du disque mais inversement proportionnelle au rayon. Les formules permettent aussi d'analyser l'influence des paramètres intrinsèques des matériaux. Pour un résonateur donné, *R* est d'autant plus petit que le module de d_{31} est grand. On note aussi que la fréquence de résonance est inversement proportionnelle au rayon du disque.

3.1.2.2 INTEGRATION DE LA GEOMETRIE DANS LE MODELE ANALYTIQUE

On peut intégrer ces équations dans le modèle analytique. Cependant, un point important à souligner est que ce modèle ne prend pas en compte les effets thermiques et n'est donc pertinent que lorsque le système opère loin de la puissance maximale théorique. En intégrant par exemple les expressions de R, C_0 et ω dans les équations donnant l'amplitude du courant et le rendement [(2.15) et (2.17)] que l'on rappelle ci-dessous, on a alors accès au rendement théorique en fonction de la géométrie et des coefficients du matériau piézoélectriques. L'équation (3.8) donne le rendement maximal en reprenant l'équation (2.24)).

$$I = \frac{V_{in}}{R.\pi}.\left(1 - \sqrt{1 - \frac{R.\pi}{{V_{in}}^2}.\left(C_0.\omega.V_{out}.V_{in} + \frac{2.\pi.{V_{out}}^2}{R_L}\right)}\right) \tag{3.6}$$

$$\eta = 1 - \frac{R.I^2.\pi}{V_{in}.(2.I - C_0.\omega.V_{out})} \tag{3.7}$$

$$\eta_{max} = 1 - C_0.\omega.R.\pi.G = 1 - \frac{\pi^3.G}{32.Q_m.{d_{31}}^2}.(S_{11}^E.(1-\sigma).\mathcal{E}_{33}^T - {d_{31}}^2) \tag{3.8}$$

Le rendement maximal obtenu pour un gain donné dépend uniquement des caractéristiques du matériau et est indépendant des dimensions géométriques du résonateur.

On étudie à présent l'influence d'une diminution des dimensions sur la plage complète de conversion. On part d'un cas dit standard où l'on aurait une fréquence de résonance f de 100 kHz, une résistance motionnelle R de 1 Ω et une capacité bloquée C_0 de 10 nF. Les formules présentées au début de ce chapitre indiquent qu'avec une division par deux du rayon, les paramètres électriques changent comme suit : R = 2 Ω, C_0 = 2,5 nF et f = 200 kHz. De même, une division par deux de l'épaisseur entraîne R = 0,5 Ω, C_0 = 20 nF et f = 100 kHz. La Figure 3.1 montre la courbe rendement-puissance de ces trois résonateurs pour une conversion 10 - 20 V.

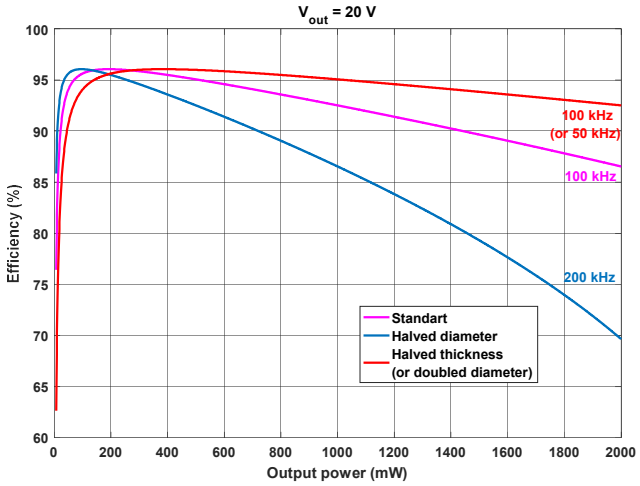


Figure 3.1 : Effets de la diminution des dimensions du résonateur

Ainsi, avec nos hypothèses (c'est-à-dire sans intégrer les limites thermiques qui influent sur le modèle, notamment sur la valeur de R), il est avantageux de réduire l'épaisseur et/ou d'augmenter le diamètre puisque cela permet de diminuer la résistance R.

Le modèle analytique développé au chapitre 2, montre que les courbes rendements puissance sont identiques à gain constant pour deux résonateurs de même résistance motionnelle R, et ayant le même produit $C_0.\omega$ (voir (2.15) et (2.17)). Ainsi, une diminution par deux de l'épaisseur donne la même courbe rendement-puissance qu'en doublant le rayon (mais à fréquence plus faible). En effet, par rapport au cas standard présenté ci-dessus, on obtient en doublant le rayon R = 0,5 Ω, C_0 = 40 nF et f = 50 kHz. Nous verrons cependant qu'en pratique, un diamètre plus élevé permet de convertir des puissances plus grandes mais pour des densités de puissance plus faible.

Conformément à l'expression **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, le maximum de rendement ne dépend pas des dimensions géométriques choisies, cependant l'augmentation du produit $C_0.\omega$ implique, dans le cas où l'épaisseur est divisée par deux, que l'énergie nécessaire pour entretenir la résonance soit plus élevée, et donc que le maximum de rendement arrive pour des puissances plus grandes. Ainsi, pour les basses puissances, le résonateur de rayon plus petit est préférable (produit $C_0.\omega$ plus faible) même si l'amortissement mécanique (R) est plus élevé.

On se place maintenant à puissance constante. La Figure 3.2 représente le rendement théorique pour une conversion 10 - 20 V à une puissance de 1 W en fonction du diamètre et de l'épaisseur d'un résonateur Fuji C213.

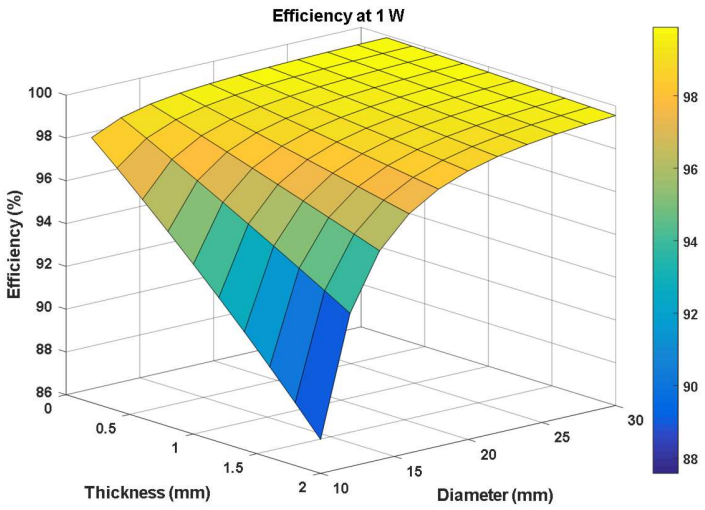


Figure 3.2 : Rendement théorique en fonction du diamètre et de l'épaisseur pour une conversion de 1W

On retrouve que pour une épaisseur donnée, le rendement est meilleur quand le rayon est plus grand et de même, à diamètre constant, l'efficacité augmente en diminuant l'épaisseur.

Observons maintenant le gain maximal qu'il est possible d'obtenir pour une charge donnée, ce qui nous donne une image des qualités élévatrices du convertisseur. La Figure 3.3 représente le gain maximal obtenu à partir de (2.21) pour une charge de 1000 Ω et une tension d'entrée de 10 V en fonction des dimensions géométriques.

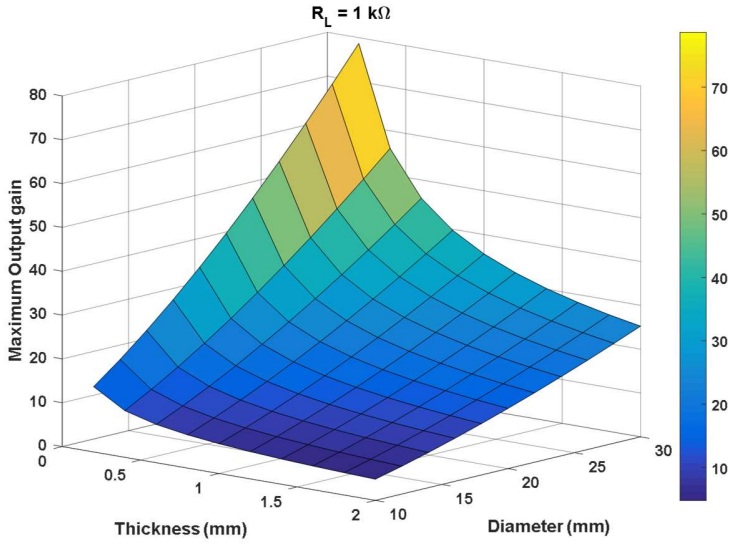


Figure 3.3 Gain maximum théorique en fonction des dimensions du résonateur

3. Influence et dimensionnement des dimensions du résonateur piézoélectrique

Ici encore, la diminution de l'épaisseur et l'augmentation du rayon ont, selon nos hypothèses, des impacts positifs sur le gain maximum, c'est-à-dire sur la puissance maximale convertible (puisque l'on considère une charge résistive constante). L'effet global, notamment sur les autres éléments du convertisseur doit être pris en compte pour évaluer s'il est bénéfique de réduire le volume du disque. La Table 3.II synthétise les effets d'une diminution de diamètre ou d'épaisseur sur plusieurs aspects du convertisseur.

TABLE 3.II : Effet de la réduction de taille sur les propriétés du convertisseur

Quantity	Thickness diminution	Diameter diminution
Damping (R)	-	-
$C_0.\omega$	+	-
Frequency	=	+
Maximum power	+	-
Maximal efficiency	=	-
Efficiency for fixed output power	+	-
Power density	+	+
Switching losses	=	+
Voltage limit	-	=
Current limit	=	-

On a vu que la commande du convertisseur se fait notamment en suivant la forme d'onde en tension du résonateur piézoélectrique. Ainsi, une augmentation de la fréquence de résonance (par une diminution du rayon) implique une commande plus rapide ce qui complexifie sa mise en œuvre. Même si l'on travaille en mode ZVS, il subsiste toujours des pertes par commutations ou à minima de commande qui augmentent avec la fréquence. Lorsque l'on diminue le diamètre, la surface de chacune des électrodes étant proportionnelle au carré de celui-ci, le courant maximal qui passe dans le résonateur diminue. De même, puisque le disque est polarisé en épaisseur, une réduction de celle-ci diminue la tension maximale applicable. La puissance maximale convertible

diminue avec le rayon et ce d'autant plus que la surface pour évacuer les pertes diminue. En revanche, à même rayon, une diminution de l'épaisseur diminue R et les pertes mécaniques ce qui entraine une augmentation de la puissance maximale. Même si la résonance motionnelle R augmente en diminuant le rayon, nous verrons que la densité de puissance maximale obtenue en pratique augmente néanmoins en diminuant le rayon (par densité de puissance maximale, nous entendons ici la puissance maximale convertie pour une tension d'entrée V_{in} et une tension de sortie V_{out} divisée par le volume du matériau piézoélectrique).

Ainsi, une diminution de l'épaisseur ou du rayon a globalement un effet positif sur la densité de puissance et aussi sur le rendement à basse puissance (diminution du produit $C_0.\omega$). Le changement des dimensions géométriques a des conséquences directes sur la tenue en tension et en courant du résonateur piézoélectrique. La limite la plus contraignante est celle en courant (650 mA pour l'amplitude maximale de I observée pour D = 25 mm et th = 0,75 mm). Pour la tension, la limite est très élevée au regard de notre application puisque le champ électrique limite pour le matériau C213 est d'environ 1600 V/mm..

3.1.2.3 Comparaison de 3 céramiques PZT

Les équations donnant la valeur des éléments du schéma équivalent permettent aussi de comparer les matériaux entre eux. Cela à un intérêt notamment pour départager deux matériaux aux propriétés similaires comme le 841 d'APC International ® et le NCE41 de Noliac ®. On cherche à comparer ces deux matériaux avec le C213 de Fuji Ceramic® en utilisant les données du constructeur correspondantes. Pour les matériaux NCE41 et 841, le coefficient de Poisson σ n'est pas indiqué. On peut néanmoins le déterminer théoriquement en combinant et résolvant les deux équations suivantes issues de [17] et de [47].

$$k_p{}^2 = \frac{2.{d_{31}}^2}{\mathcal{E}_{33}^T.(s_{11}^E - s_{12}^E)} \tag{3.9}$$

$$\sigma = \frac{-s_{12}^E}{s_{11}^E} = 1 - \frac{2.{d_{31}}^2}{{k_p}^2.\mathcal{E}_{33}^T.s_{11}^E} \tag{3.10}$$

On trouve pour le NCE41 σ = 0,33 et pour le 841 σ = 0,59. On effectue maintenant la comparaison entre les deux matériaux à dimensions constantes (D = 20 et th = 1 mm).

TABLE 3.III : Comparaison (calcul théorique) de 3 matériaux piézoélectrique au regard des performances du convertisseur

	Condition	C213	NCE41	841
k_p (%)	NA	58	57	60
Q_m	NA	2500	1400	1400
R (Ω)	NA	0,13	0.24	0.5
Frequency (kHz)	NA	136	135	137
η_{max} (%)	10 - 20 V conversion	99.7	99,6	99,1
$-P_{out}\ at\ \eta_{max}$ (mW)	10 - 20 V conversion	94	84	92
$G_{_max}$	R_L = 1000 Ω	19	14	9.8

La table 3.III montre que le matériau le plus avantageux est le C213 qui possède le meilleur facteur de qualité pour un couplage équivalent (on a donc un produit $k_p^2.Q$ plus élevé). En revanche, il semble préférable de choisir le NCE41 au lieu du 841, bien que ce dernier ait un meilleur coefficient de couplage pour un même facteur de qualité. La raison est que le NCE41 possède un coefficient de piézoélectrique d_{31} de module plus élevé ce qui a pour effet de diminuer la résistance motionnelle (cf. (3.1)). Même si, contrairement au facteur de qualité, le couplage n'apparait pas directement dans les expressions mathématiques des éléments du circuit équivalent (*R, C_0, Lm, Cm*), il est pris en compte indirectement à travers le rapport entre les valeurs de *Cm* et C_0. En revanche, ce que notre modèle ne représente pas, c'est le fait que pour obtenir une certaine puissance électrique, une puissance mécanique est nécessaire. Or, pour une même puissance électrique, la puissance mécanique est d'autant plus grande que le coefficient de couplage est faible. Ainsi, à niveaux élevés, le matériau est susceptible de travailler en régimes de déformations non linéaires.

Intégrer les expressions du modèle équivalent dans le modèle analytique a permis de mieux comprendre l'influence de la géométrie sur les performances du convertisseur mais aussi l'influence des coefficients piézoélectriques. Il faut toutefois garder en tête que ces expressions ne sont pas rigoureusement exactes, que les données indiquées sur les spécifications des matériaux ont une tolérance de l'ordre de 10 % et que la thermique n'est pas prise en compte. De plus, le résonateur piézoélectrique doit être connecté au circuit et cette connexion induit des conséquences importantes sur la résistance motionnelle. Des caractérisations expérimentales sont donc

nécessaires pour connaitre les limites réelles du matériau et établir une méthodologie de dimensionnement.

3.1.3 COMPARAISON EXPERIMENTALE DE CINQ DISQUES DE TAILLES DIFFERENTES

3.1.3.1 PRESENTATION DES DISQUES ET SYSTEME DE FIXATION

Dans cette partie expérimentale, cinq disques C213 de Fuji Ceramics ® sont utilisés et testés en mode radial. La figure ci-dessous montre une photographie des cinq résonateurs. Les disques sont numérotés du plus volumineux au plus réduit.

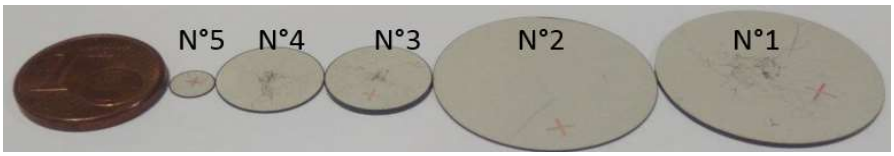


Figure 3.4 : Photographie des résonateurs piézoélectriques testés

Tous les paramètres du modèle équivalent dont la résistance motionnelle *R*, sont déterminés avec un impédancemètre. La table 3.IV donne les dimensions et les principales caractéristiques pour chacun des disques.

TABLE 3.IV : Présentation des disques piézoélectriques testés

Resonator	**N°1**	**N°2**	**N°3**	**N°4**	**N°5**
D (mm)	25	25	12	12	5
th (mm)	0.75	0.35	0.75	0.35	0.15
R (Ω)	0.4	0.2	0.8	0.5	1.8
C_0 (nF)	8.5	15	1.6	3	1.2
Frequency (kHz)	90	90	190	190	450
Q	1280	1080	1190	800	235
k_p (%)	58	54	54	53	52
Volume (mm^3)	368	172	84.8	39.6	2,95

3. Influence et dimensionnement des dimensions du résonateur piézoélectrique

Deux paires de résonateurs piézoélectriques ont le même diamètre mais pas la même épaisseur (disques N°1-2 et N°3-4) et également deux paires possèdent la même épaisseur mais des rayons différents (disques N°1-3 et N°2-4). Le résonateur N°5 correspond au plus petit modèle standard de Fuji C213 disponible et que nous avons pu nous procurer.

À rayon constant, on observe bien, conformément à la théorie, une augmentation de la résistance motionnelle R avec l'épaisseur. De même, une diminution du rayon à épaisseur constante engendre une augmentation de R. Dans cette logique, le disque N°5 affiche la résistance motionnelle la plus élevée. Par ailleurs, les valeurs de résistances obtenues sont supérieures à celles que donne (3.1) et *TABLE 3.III* et contrairement à notre modèle, les coefficients de couplage et les facteurs de qualité effectifs ne sont pas constants et dépendent des dimensions. La fixation imparfaite du résonateur piézoélectrique augmente l'écart entre la résistance R calculée avec l'équation (3.1), et celle observée expérimentalement. D'une part, la zone de contact n'est pas rigoureusement ponctuelle ce qui induit de la friction au niveau de la surface de contact. D'autre part, la fixation n'est en pratique pas rigoureusement centrée sur le disque et cela a pour effet de changer son centre de gravité et provoque un mouvement lorsque le disque résonne ce qui augmente l'amortissement et diminue la qualité de la résonance (le disque résonne en mode radial, seul le centre ne se déplace pas, c'est pourquoi la fixation doit se faire au centre). Cet effet est d'autant plus prononcé que le rayon du disque est faible. Le matériau C213 affiche un facteur de qualité théorique très élevé (Qm = 2500), mais le facteur de qualité effectif après fixation se situe entre 235 et 1280 selon le diamètre du disque. La prise de contact influe donc très fortement sur la baisse du facteur de qualité.

Un soin particulier doit donc être apporté pour la fixation des résonateurs piézoélectriques notamment pour les disques de faible diamètre. Un léger décentrage peut en effet amoindrir considérablement la résonance et donc le rendement du convertisseur. Nous avons choisi d'utiliser des contacts à ressorts avec une fine pointe plaquée or plutôt qu'une soudure au centre (la fixation utilisée pour la partie expérimentale du chapitre précédent était à l'étain). Une photographie de ce montage est proposée en Figure 3.5.

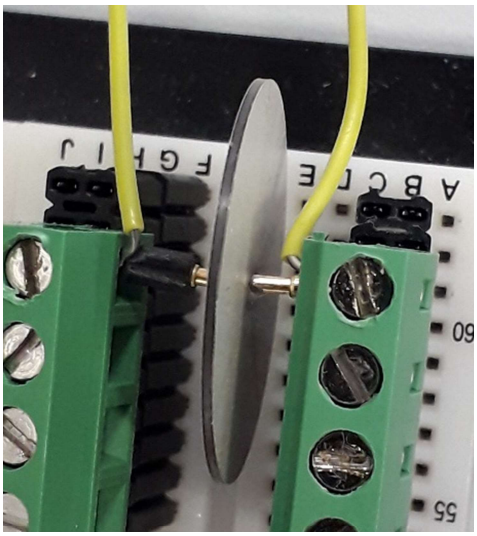


Figure 3.5 : Photographie montage à ressorts

Cette façon de connecter le résonateur piézoélectrique a donné les meilleurs résultats en termes de facteur de qualité et d'amortissements. Mais évidemment, des systèmes de fixations plus précis et élaborés permettraient de réduire encore cette résistance motionnelle. La Figure 3.6 compare les résultats obtenus pour le disque N°1 (D = 25 mm et th = 0,75 mm), pour une conversion 10 - 30 V et avec les deux systèmes de fixations. Les rendements affichés ne prennent pas en compte l'énergie associée à la partie commande.

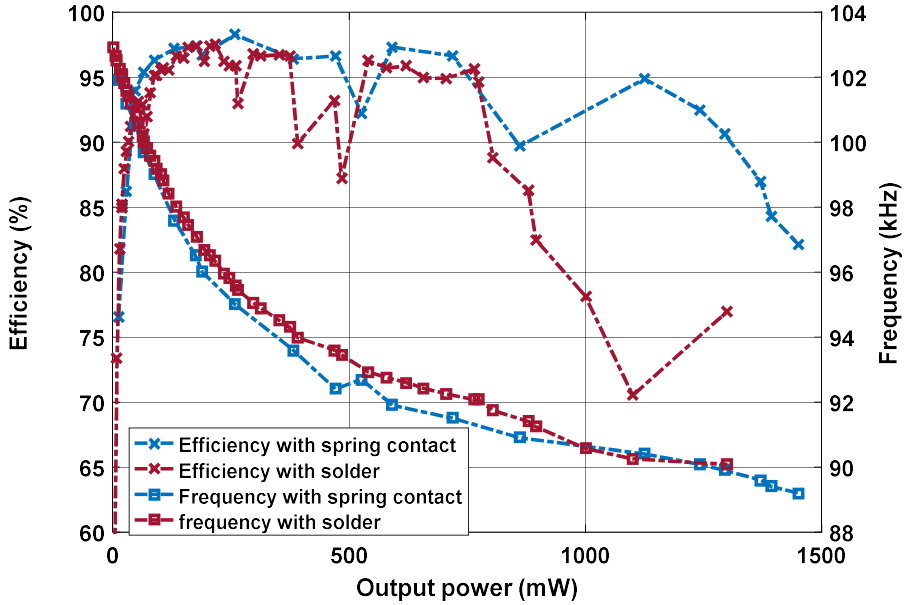


Figure 3.6 : Comparaison entre la fixation par soudure et par contact à ressort

La fixation par contact à ressort a amélioré significativement les rendements (courbe bleue). D'une part on obtient des rendements meilleurs à iso-puissance, mais il est également possible de convertir des puissances plus élevées. La fréquence de résonance du système complet est plus faible à puissance donnée lorsque l'amortissement diminue. Cette amélioration est donc nettement visible pour le disque N°1 qui est pourtant le plus volumineux. Le même effet est constaté pour les autres résonateurs en constatant que le bénéfice est encore plus grand pour les disques de rayons inférieurs.

3.1.3.2 Courbes rendement-puissance

Le convertisseur est testé avec les cinq disques pour une tension d'entrée de 10 V et des gains en tension de 1,5 ; 2 ; 2,5 et 3. La Figure 3.7 compare les courbes rendements puissances obtenues pour chacun des disques pour une conversion 10 - 20 V. Les derniers points de chaque courbe correspondent à la puissance maximale convertie dans les conditions indiquées (t_4 est augmenté pour augmenter la puissance, à partir d'une certaine valeur de t_4, les échauffements font diminuer le facteur de qualité et la puissance baisse). Des courbes complémentaires avec des valeurs différentes de gain sont présentées en annexe : *Résultats complémentaires pour l'étude de l'influence des dimensions du résonateur piézoélectrique en forme de disque*.

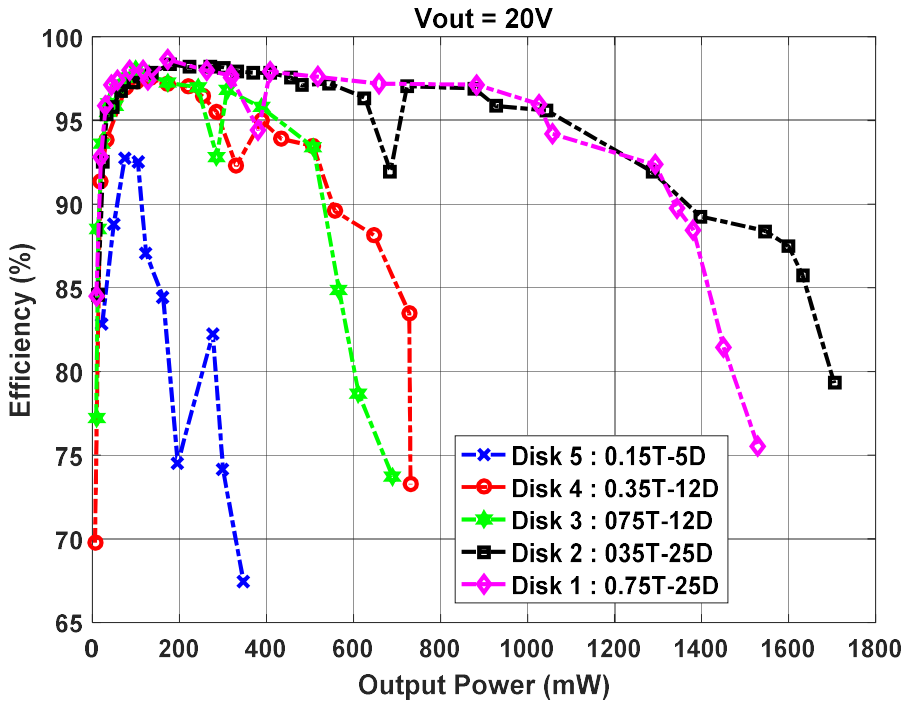


Figure 3.7 : Comparaison des cinq disques à gain constant (G = 2)

Ces courbes présentent la même allure que la figure classique théorique déjà observée au chapitre précédent (en Figure 2.27 par exemple) avec un rendement qui croit rapidement jusqu'à

atteindre un maximum avant de redescendre ensuite ainsi que la présence de chutes brutales de rendement à certaines puissances. Cette campagne de mesures a également donné lieu à des conversions de rendement élevé voire très élevé (> 95%) sur une large plage de puissance et indépendamment du gain pour chacun des disques à l'exception du disque N°5 qui affiche un rendement très inférieur à cause de sa résistance motionnelle élevée. Les disques de rayons plus élevés (disque N°1 et N°2) permettent de convertir des puissances nettement plus grandes.

On observe dans un deuxième temps qu'à rayon constant, c'est le résonateur le plus fin qui permet d'atteindre les plus grandes puissances. Cela s'explique par sa plus faible valeur de R, qui engendre moins de pertes à iso-puissance. Ainsi, cela confirme que le paramètre prépondérant concernant la puissance est le rayon. Il faut en effet que le matériau arrive à dissiper les pertes au niveau des électrodes (dont la surface est proportionnelle au carré du diamètre) pour ne pas subir d'élévation de la température trop sévère et donc de dégradation du facteur de qualité.

Si on observe le début de la courbe, on retrouve bien l'allure théorique (cf. Figure 3.1). En effet, si l'on prend deux résonateurs de rayons identiques, on peut remarquer que le plus épais est plus intéressant à faible puissance mais qu'à plus haute puissance, le résonateur le plus fin conduit à de meilleurs rendements (pour une même puissance).

La Figure 3.7 ci-dessus est représentative du comportement général observé. Cependant la figure suivante montre un comportement contraire ; rappelons que la théorie montre que la puissance maximale convertie est d'autant plus grande que le gain est faible.

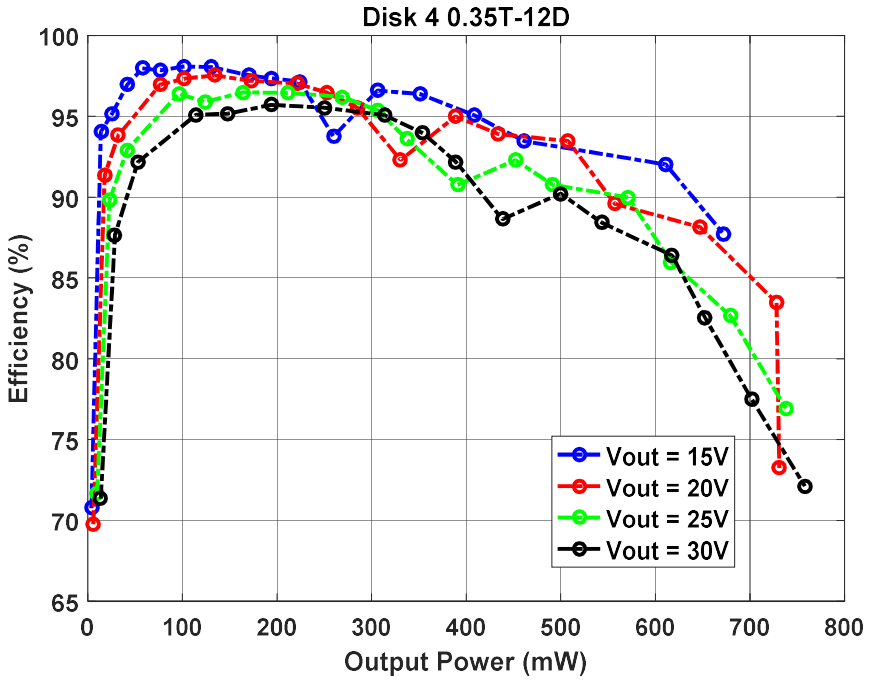


Figure 3.8 : Courbes rendement-puissance disque N°4 (V_{in} = 10 V)

Ici, au contraire, même si le maximum de puissance est proche pour chaque gain, la puissance maximale a été obtenue avec le gain le plus élevé (conversion 10 - 30 V). Nous avons vu que cette puissance est limitée par la dégradation du facteur de qualité avec la température (qui elle-même augmente quand les pertes à évacuer augmentent). Si la puissance maximale la plus élevée est obtenue avec le gain le plus élevé, cela provient du fait qu'à ce gain, les modes de résonances plus élevés sont moins excités. La figure ci-dessus constitue ainsi un contre-exemple prouvant qu'une augmentation de gain ne diminue pas systématiquement la puissance convertible.

Enfin l'ensemble des résultats (courbes disponibles en annexe *Courbes à gain constant* et *Courbes par disque*) montrent qu'à même diamètre, la courbe rendement-puissance du disque le plus fin (disques N°2 et N°4) est plus lisse et moins impactée par les singularités que pour les disques plus épais (disques N°3 et N°1). Une des raisons est que la fréquence de résonance du mode épaisseur est plus élevée (relativement au mode radial) quand le disque est plus fin, et comme l'amplitude des harmoniques décroit globalement avec la fréquence, la probabilité d'exciter le mode est plus faible.

Un idéal pour de la conversion basse tension serait d'avoir un disque piézoélectrique très fin, de grand diamètre et libre de se déplacer en mode radial, malheureusement ce type de disque est difficile à obtenir en raison de sa fragilité mécanique. Une autre option consiste à utiliser le mode épaisseur car il est relativement facile de déposer une couche mince sur un substrat, mais dans ce cas, le couplage électromécanique est un peu plus faible et la fréquence de résonance est très élevée (> 10 MHz). Le pilotage doit alors être fait plutôt en mode circuit intégré de type ASIC. Il s'agit de perspectives réalistes à terme mais dont la mise en œuvre immédiate dans le cadre de cette thèse est difficile.

3.1.4 Puissance et Densite de puissance : etude aux limites

3.1.4.1 Densité de puissance

Nous étudions à présent l'évolution de la densité volumique de puissance en fonction des dimensions des résonateurs. La table 3.V reporte les puissances maximales converties pour chacun des disques avec une tension d'entrée de 10 V ainsi que la densité de puissance volumique et massique correspondante (ρ = 7,8 g.cm-3). Ici la tension d'entrée est fixée, mais les densités de puissance obtenues peuvent être améliorées en se rapprochant des limites de tenue en tension et/ou de tenue mécanique du résonateur piézoélectrique.

Dans la partie expérimentale du chapitre 2, nous avons vu que la puissance maximale est limitée par le facteur de qualité qui diminue lorsque la température augmente. La limite en densité de puissance du convertisseur (relative à une tension d'entrée constante et loin du champ électrique maximal) n'est donc pas un problème de tenue mécanique en température mais de dégradation progressive du facteur de qualité à mesure que la température augmente.

3. Influence et dimensionnement des dimensions du résonateur piézoélectrique

Les puissances maximales ont été obtenues pour des conversions 10 - 15 V pour les disques 1, 2 et 5, une conversions 10 – 20 V pour le disque N°3 et une conversion 10 – 30 V pour le disque N°4. La plus grande densité de puissance est obtenue avec le disque N°5 qui est le plus petit et dont la résistance motionnelle est pourtant la plus élevée.

Table 3.V: Power density measurements (V_{in} = 10V)

Resonator	**N°1**	**N°2**	**N°3**	**N°4**	**N°5**
Maximum output power (mW)	1550	1860	690	758	354
Power density (W.cm^{-3})	4.21	10.8	8.13	19.2	120
Power per Kilogram (kW.kg^{-1})	0.54	1.38	1.04	2.46	15.4

Nous constatons que la densité de puissance augmente avec la réduction du volume même si la puissance maximale convertie diminue quand le volume décroit. Les densités obtenues sont très élevées, proches des puissances maximales obtenues avec des convertisseurs utilisant des transformateurs piézoélectriques. Par exemple, pour une fréquence de 100 kHz, la densité maximale de puissance obtenue pour la structure en demi pont avec transformateur piézoélectrique ne dépasse pas 35 W.cm-3 sans système de refroidissement ([19], [44]). Or la limite fondamentale à 100 kHz est de 330 W.cm-3 pour le convertisseur en demi pont classique [40]. Les densités massiques de puissances sont aussi très intéressantes avec des conversions de l'ordre du kW.kg ce qui peut rendre ce convertisseur adapté pour des applications embarquées de type spatiale/aéronautique (à titre de comparaison, le convertisseur DVPL053S de VPT ® certifié pour l'aéronautique pèse 8 g pour une puissance de 10 W). Pourtant dans cette série d'expérience, nous n'avons pas de système de refroidissement et la tension appliquée (10 V) est loin de la limite en tension puisque l'on peut appliquer un champ électrique de 1600 V.mm^{-3} pour le matériau C213 (Fuji-ceramic ®). Ces densités peuvent être largement plus élevées si la tension d'entrée est augmentée, car à même courant piézoélectrique et donc à même pertes, la puissance transférée sera plus élevée.

Pour vérifier, nous avons augmenté la tension d'entrée à 25 V (limite par rapport à la tenue en tension des composants semi-conducteurs choisis). Pour le disque N°5, une puissance de 1080 mW a été obtenue pour une conversion 25 - 30V. Cela correspond à des densités de puissance volumique et massique exceptionnelles de 366,7 W.cm^{-3} et 47 W.kg^{-1}. Les formes d'ondes de courant et tension sont reportées en Figure 3.9. Le courant a un contenu harmonique important mais le cycle de conversion est bien respecté ce qui garantit des commutations en mode ZVS.

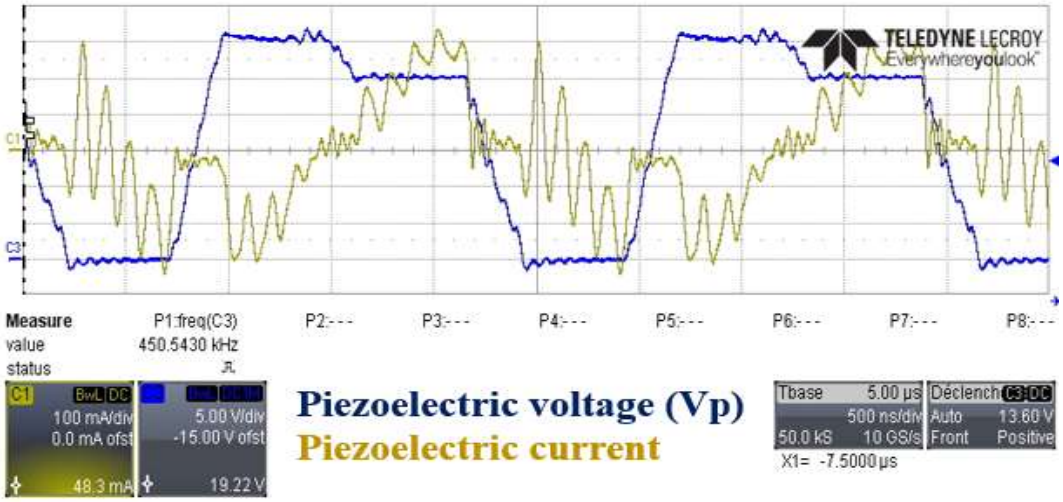


Figure 3.9 : Formes d'onde pour conversion à forte densité de puissance

La densité de puissance a donc augmenté comme prévu avec la tension et elle pourrait être encore plus élevée en se rapprochant de la limite de tenue en tension du résonateur piézoélectrique. Pour les disques à 90 kHz (disques N°1 et N°2) la puissance maximale est de 5,09 W et a été obtenue avec le disque 2 avec une conversion 25 - 30 V. Cela correspond à une densité de puissance de 29,6 W.cm^{-3}, ce qui est proche des 35 W.cm^{-3} [19], [44] alors que l'on est de même loin de la limite en tension. Cependant les densités annoncées concernent uniquement l'élément de stockage c'est-à-dire le disque piézoélectrique et non pas le convertisseur dans sa globalité.

3.1.4.2 Puissance maximale effective

Nous avons vu que la puissance maximale observée est très inférieure à la limite théorique de l'équation (2.27) car le modèle analytique ne prend pas en considération ni la limite thermique, ni les pertes dans les transistors de puissance, et n'est pertinent seulement lorsque l'on est éloigné de cette puissance maximale. Ainsi, nous ne disposons pas à ce stade d'un moyen pour évaluer la puissance maximale que l'on peut convertir avec un résonateur donné. Nous allons néanmoins chercher une loi empirique nous permettant d'estimer cette puissance maximale afin de pouvoir dimensionner correctement le résonateur.

Pour ce faire, une première hypothèse consiste à considérer que la puissance maximale est indépendante du gain. La Figure 3.10 illustre la puissance maximale obtenue pour le disque N°1 avec deux tensions d'entrée différentes pour plusieurs valeurs de gain.

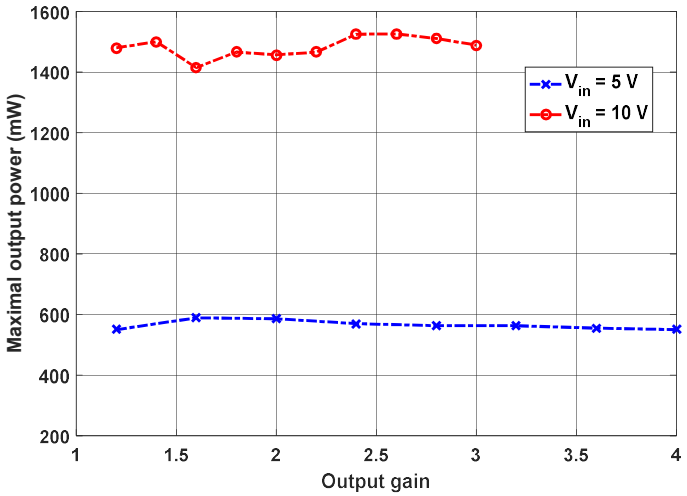


Figure 3.10 : Puissance maximale en fonction du gain

Cette puissance à tension donnée est quasi-constante quel que soit le gain. La Figure 3.11 montre, pour le disque N°1 et avec une tension d'entrée de 5 V, le pourcentage de la puissance maximale obtenue pour chaque gain par rapport à la puissance maximale observée.

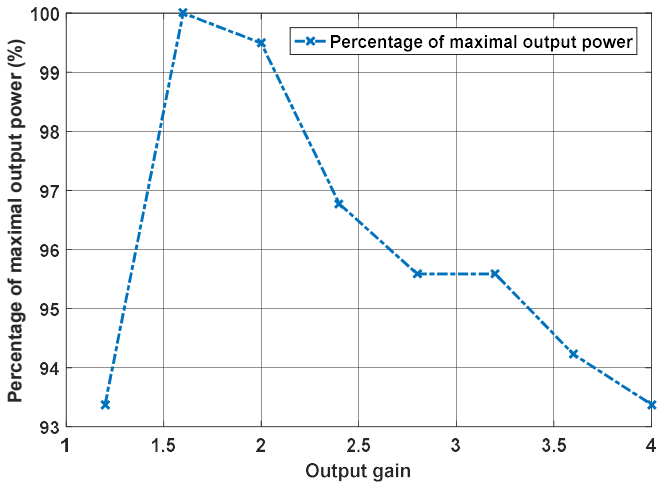


Figure 3.11 : Variation de la puissance maximale mesurée en fonction du gain

La puissance maximale fluctue de seulement 7 % sur la plage de gain, elle peut donc être considérée constante.

Nous avons déjà observé que cette puissance maximale dépend fortement du diamètre du disque mais aussi de la tension d'entrée. Les cinq disques, sont maintenant testés pour plusieurs tensions d'entrée. Pour chaque disque, on teste la puissance maximale convertie pour cinq tensions d'entrée : 5, 10, 15,20 et 25 V et nous reportons à chaque fois la puissance maximale convertie

(plusieurs gains sont testés). La Figure 3.12 montre pour les cinq résonateurs piézoélectriques l'évolution de la puissance maximale en fonction de la tension d'entrée.

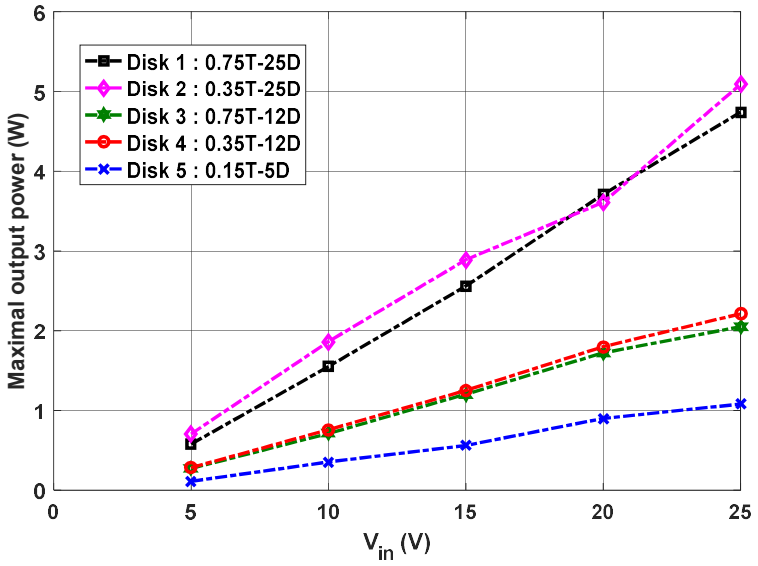


Figure 3.12 : Puissance maximale en fonction de la tension d'entrée

On remarque que cette évolution est quasi linéaire pour chacun des disques là où le modèle analytique sans pertes thermiques prévoyait une évolution quadratique de la tension (cf (2.27)). La pente de ces droites est d'autant plus grande que le diamètre du disque est élevé (plus le rayon est grand plus la croissance en tension augmente la puissance) et on remarque que les courbes semblent converger vers un même point au niveau de l'axe des abscisses. En revanche, le prolongement des droites ne coupe pas l'origine du repère contrairement au système physique. Cela veut dire que cette partie linéaire n'est valable qu'à partir d'une certaine tension d'entrée. La puissance maximale convertie est globalement légèrement ou très légèrement supérieure pour les disques plus fins. Ainsi, en supposant la puissance maximale également proportionnelle à la fréquence de fonctionnement f et au carré du diamètre D (puisque la limite est fixée par la surface de l'électrode) et indépendante de l'épaisseur, on obtient une équation de la forme :

$$P_{out_max} = k.f.\ (V_{in}. - \beta).D^2 \tag{3.11}$$

Comme la fréquence est inversement proportionnelle au diamètre, l'expression de la puissance maximale se met sous la forme :

$$P_{out_max} = \alpha.(V_{in} - \beta).D \tag{3.12}$$

Cette expression donne une densité de puissance $P_{owerdensity_max}$ de la forme :

$$P_{owerdensity_max} = \frac{\alpha'.(V_{in}. - \beta)}{D.th} \tag{3.13}$$

α', β, α et *k* sont des coefficients à déterminer. Ils ne dépendent pas de la température mais uniquement du matériau choisi et de la réalisation du convertisseur (fixation du résonateur, éléments parasites …). La valeur de *β* correspond au point où les droites de Figure 3.12 se rejoignent au niveau de l'axe des abscisses. La formule (3.13) traduit bien que l'on augmente la densité de puissance en réduisant la taille du résonateur (pour une conversion V_{in} donnée). Elle stipule également qu'une diminution par deux en diamètre aura le même effet au niveau de la densité de puissance qu'une division par deux de l'épaisseur. Dans le premier cas, le volume et la puissance sont plus petits (mais le rapport entre les deux est le même qu'avec une diminution par deux de l'épaisseur). Pour vérifier la pertinence de ces équations empiriques et déterminer les coefficients, on recherche l'adéquation entre ces formules et les données expérimentales (cinq disques pour cinq tensions d'entrée) en utilisant la « curve fitting toolbox » de Matlab. La Figure 3.13 montre la surface extrapolée de la puissance maximale en fonction du diamètre et de la tension d'entrée.

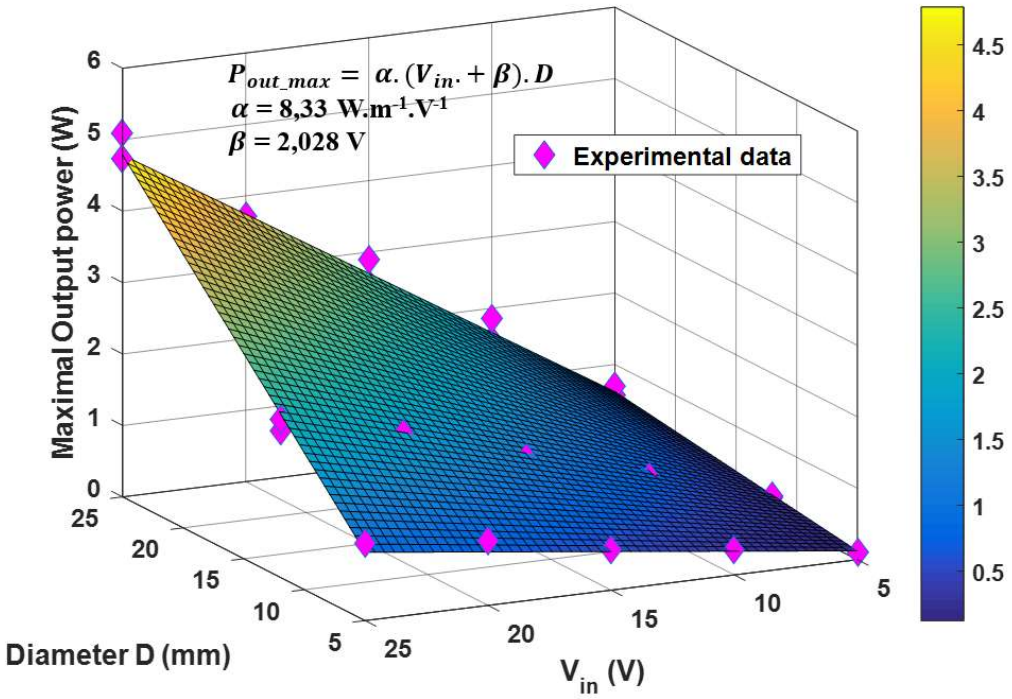


Figure 3.13 : Validation de l'expression empirique de la puissance maximale

La formule est bien en adéquation avec les données expérimentales et permet donc bien d'estimer l'ordre de grandeur de la puissance maximale pour une tension d'entrée donnée. On

obtient un coefficient de détermination de 0,992 et un coefficient de détermination ajusté de 0,9918. Les valeurs des coefficients ainsi obtenues sont de α = 8,33 W.m^{-1}.V^{-1} et β = 2,028 V (cela correspond à α' = 10,6 W.m^{-1}.V^{-1} et k = 3,7 mW.s.V^{-1}.m^{-2}). On peut donc obtenir au moyen de ces formules et à partir de la tension d'entrée et du diamètre du disque, une estimation de la puissance maximale. On sait que ce modèle est valable dans la plage de diamètre et de tension utilisée et à la différence du modèle analytique, cette formule englobe les pertes liées à la thermique. En revanche, on ne sait pas pour l'instant jusqu'où l'on peut extrapoler. On sait par exemple qu'en dessous de $V_{in} = \beta = 2$, 03 V, cette formule ne peut plus être vraie.

En conclusion, réduire les dimensions du résonateur piézoélectrique a plusieurs effets sur le convertisseur. La puissance maximale pour une conversion V_{in} _ V_{out} donnée diminue lorsque l'on diminue le rayon mais la densité de puissance associée augmente. La fréquence de résonance étant inversement proportionnelle au diamètre, elle augmente lorsque le diamètre diminue. Pour un diamètre donné, réduire l'épaisseur semble produire des effets très positifs comme une meilleure densité de puissance et une puissance maximale légèrement supérieure (mais du même ordre de grandeur). Un soin particulier doit être pris pour la fixation du piézoélectrique notamment pour les petites dimensions pour ne pas trop dégrader la résonance et le facteur de qualité associé.

Dans la suite, les connaissances acquises dans cette partie sur l'influence des dimensions géométriques sont utilisées pour dimensionner le résonateur piézoélectrique par rapport à un cahier des charges.

3.2 DIMENSIONNEMENT DU RESONATEUR PIEZOELECTRIQUE

Nous avons montré au chapitre 2, en analysant la courbe rendement-puissance (cf. *Figure 2.27*), que la dégradation du facteur de qualité causée par une élévation de température a lieu autour de la puissance maximale obtenue en pratique. Or il n'est pas intéressant d'un point de vue du rendement de travailler proche de cette puissance maximale. Ainsi, durant toute cette partie, la prise en compte de la température n'est pas incluse dans le processus de dimensionnement. En effet, nous considérons que le rendement est suffisamment élevé pour que l'élévation de température du résonateur piézoélectrique soit négligeable.

3.2.1 CAHIER DES CHARGES

3.2.1.1 DEFINITION DU CAHIER DES CHARGES

Pour définir le cahier des charges, on se fixe les contraintes suivantes :

- Fonctionne pour une plage de tension d'entrée $[V_{in1_} - V_{in2}]$ pour une tension de sortie V_{out}
- Assure la conversion pour toute une gamme de puissance $[P_1 – P_2]$

- Le rendement doit être supérieur à une valeur η_{min} sur l'ensemble de cette gamme de puissance.
- La fréquence de résonance ne doit pas excéder une valeur f_{max}.

La contrainte la plus forte correspond à la puissance la plus grande avec le gain le plus élevé, c'est-à-dire avec la tension d'entrée la plus faible puisqu'en théorie le rendement est plus faible à même puissance lorsque le gain est plus élevé. On se propose de dimensionner le résonateur piézoélectrique qui respecte l'ensemble de ces contraintes et qui soit de taille minimale (donc de densité de puissance plus élevée).

3.2.2 MÉTHODOLOGIE DE DIMENSIONNEMENT

Le dimensionnement revient à chercher le diamètre et l'épaisseur du résonateur afin de répondre au mieux au cahier des charges. Une méthodologie est donc proposée dans cette section à la lumière des analyses issues de la théorie et des résultats empiriques précédents. Nous avons constaté que pour un diamètre donné, nous avons toujours intérêt à réduire l'épaisseur. Parmi les avantages, figurent : la diminution de l'amortissement mécanique, l'élévation de la fréquence de résonance du mode épaisseur, l'amélioration du rendement à même puissance et l'accroissement de la puissance maximale (pour une tension appliquée loin du champ électrique maximal). Ainsi, pour un rayon donné, nous prendrons l'épaisseur la plus fine proposée par le fabriquant. Pour les dimensions standards du C213 de Fuji-ceramic®, la notice d'application indique un rapport maximal entre l'épaisseur et le diamètre. Nous nous basons sur cette valeur pour déterminer l'épaisseur :

$$th = 0{,}03.D \tag{3.14}$$

Réduire l'épaisseur présente toutefois deux inconvénients : le matériau est plus fragile et la tension maximale que l'on peut appliquer au résonateur piézoélectrique est réduite. En vue de ce critère, l'épaisseur du disque doit être suffisante pour ne pas dépasser le champ électrique maximal E_{max} (1600 V.mm^{-1} pour le C213) du matériau, c'est à dire vérifier l'inégalité suivante :

$$th > \frac{V_{out}}{E_{max}} \tag{3.15}$$

Dans le cadre de cette thèse, cette condition a toujours été largement respectée puisque le champ le plus élevé appliqué a été de 200 V/mm pour le disque N°5 (épaisseur de 0,15 mm pour 30 V en sortie). Ainsi, si l'on admet que cette condition est vérifiée, dimensionner le résonateur consiste à déterminer le diamètre minimal pour répondre au cahier des charges.

3. Influence et dimensionnement des dimensions du résonateur piézoélectrique

Nous savons déterminer grâce à la formule empirique (3.12) la puissance maximale en fonction du diamètre. Or d'après les courbes rendement – puissance, il est toujours avantageux d'opérer assez loin de la puissance maximale afin de garder des rendements élevées (le rendement chute brutalement vers la puissance maximale). Ainsi il faut que la puissance maximale convertible avec le résonateur P_{out_max} soit supérieure à la puissance maximale du cahier des charges (puissance P_2 pour un rendement supérieur à η_{min}). On fixe un rapport à 3/2. Ainsi, en reprenant l'équation (3.12) on trouve une valeur minimum de diamètre D_{min} pour respecter ce critère. On obtient :

$$P_{out_max} > \frac{3}{2}.P_2 \tag{3.16}$$

$$D_{min} = \frac{3.P_2}{2.\alpha.(V_{in1} - \beta).} \tag{3.17}$$

Cela nous donne donc une première condition sur le diamètre. Connaissant le diamètre, nous pouvons en déduire la fréquence de résonance. La pulsation de résonance peut être calculée par (3.5). Cependant, la plupart des constructeurs fournissent la valeur du coefficient N_p qui permet d'obtenir précisément la fréquence de résonance en mode radial :

$$f = \frac{N_p}{D} \tag{3.18}$$

Pour le C213 N_p vaut 2230 m.Hz. On vérifie alors en prenant $D = D_{min}$ que la fréquence obtenue est bien inférieure à f_{max}. Dans le cas contraire, il faut augmenter le diamètre pour faire diminuer la fréquence de résonance jusqu'à un diamètre minimum qui vaut :

$$D_{min} = \frac{N_p}{f_{max}} \tag{3.19}$$

Avec cette augmentation (éventuelle) du diamètre D_{min}, le critère de puissance est toujours respecté car la puissance maximale est proportionnelle au diamètre. Cela amène à un surdimensionnement en puissance. Il reste maintenant à garantir le rendement η_{min} fixé par le cahier des charges sur la plage de puissance. Pour calculer le rendement, il faut connaitre la résistance motionnelle R. Or il faut pouvoir prédire cette valeur en fonction de la géométrie et nous avons vu que la formule (3.1) n'est pas utilisable dans des conditions réelles (avec fixation du résonateur piézoélectrique). Un travail sur le système de fixation du résonateur est nécessaire pour calculer analytiquement cette résistance.

Nous utilisons la « curve fitting toolbox » de Matlab pour essayer de dégager une formule permettant de trouver une valeur approchée de R connaissant le rayon et l'épaisseur du disque. Nous prenons donc les résistances obtenues lorsque le diamètre vaut 0.03 fois l'épaisseur (disque N°1, N°4 et N°5). Cependant, notre nombre de mesures étant extrêmement limité (seulement 3 points), cette formule ne donne qu'une indication de la résistance motionnelle et plus de points de

mesures donneraient des résultats plus justes. Cette expression intègre cependant les problèmes liés à la fixation et conduit à des erreurs moindres que la formule théorique (3.1). Cette formule nous a donc été nécessaire pour notre étude, mais elle pourra changer significativement si un processus de fixation plus abouti est mis en place. En revanche, la méthodologie de dimensionnement décrite en fin de chapitre pourra être appliquée sans modifications. On recherche le résultat sous la forme d'une fonction avec une puissance négative afin de prendre en compte que la résistance tend vers l'infini quand le diamètre tend vers 0 et varie moins brutalement pour des diamètres élevés :

$$R = a * D^b + c \tag{3.20}$$

On impose $a > 0$ *et* $b < 0$ pour que la valeur de R diminue avec le diamètre. La figure ci-dessous illustre la valeur de R ainsi obtenue en fonction du diamètre et fournit la valeur des coefficients.

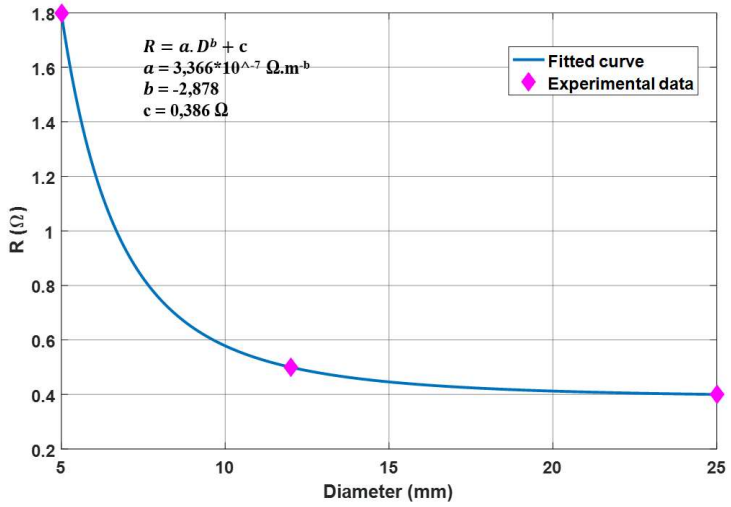


Figure 3.14 : Estimation de la résistance motionnelle obtenue en pratique en fonction de la géométrie.

Les valeurs des coefficients sont les suivants : a = 3,366*10^{-7} Ω.m-b, b = -2,878 m, c = 386 m Ω.

Nous avons choisi d'utiliser cette formule pour le calcul de R pour notre méthode de dimensionnement. Connaissant maintenant la valeur de R, ω et de C_0 par l'équation (3.2), nous pouvons à l'aide du modèle analytique présentée en 2.1.2.2 et notamment des équations (2.15) et (2.17) , calculer le rendement dans le cas le plus défavorable ($V_{in} = V_{in1}$ et $P_{out} = P_2$). Comme nous travaillons assez loin de la puissance maximale (< 2/3), le modèle analytique est fiable comme l'a attesté la partie expérimentale du chapitre 2. Si le rendement obtenu est inférieur à η_{min}, il faut augmenter le diamètre pour faire diminuer R jusqu'à ce que la condition de rendement soit remplie. Les critères validés précédemment (puissance et fréquence) seront bien sûr d'autant mieux

respectés. On est alors certain de répondre à tous les critères imposés par le cahier des charges et en prenant D_{min} comme valeur de D on a dimensionné notre résonateur.

Nous avons vu que, à diamètre constant, la courbe rendement-puissance commence à augmenter jusqu'à un maximum de rendement à la puissance $Pout(\eta_{max})$ que nous avons déterminé au chapitre 2 (cf (2.25). Or dans notre cahier des charges, nous avons spécifié que le rendement η_{min} devait être garanti pour toute la plage de puissance entre P_1 et P_2. Ainsi, il se peut que notre méthodologie appliquée et le diamètre D déterminé, P_1 se trouve en dessous de cette puissance qui maximise le rendement et que le rendement à la puissance P_1 soit inférieur à η_{min}. Si tel est le cas, cela signifie que les exigences du cahier des charges ne peuvent être respectées car augmenter D accroitrait ce problème. Dans le cas contraire, si $Pout(\eta_{max})$ est inférieur à P_1, on est assuré que le plus mauvais rendement sera en P_2 et que le cahier des charges sera respecté. La Figure ci-dessous, montre l'évolution de la valeur de la puissance donnant le maximum de rendement en fonction du diamètre (en prenant toujours le même rapport diamètre/épaisseur) pour une conversion 12 – 25 V.

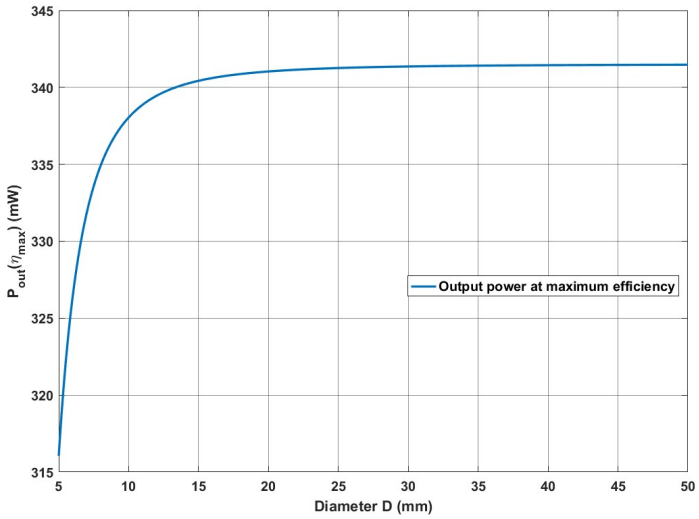


Figure 3.15 : Puissance telle que le rendement est maximal en fonction du diamètre

On remarque que pour les petits diamètres cette puissance augmente rapidement tandis qu'à partir d'un certain diamètre (environ 20 mm), cette puissance n'augmente pratiquement plus. Ainsi cette courbe nous montre que si P_1 est supérieur à 340 mW et D supérieur à 15 mm, le critère de rendement sera respecté sur toute la plage de puissance.

En conclusion, cette méthode permet de dimensionner le disque de manière optimale puisque le résonateur obtenu est le plus petit possible (aux marges près prises pour R et pour la puissance maximale) qui respecte le cahier des charges. La **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** résume de manière schématique la procédure de dimensionnement du résonateur piézoélectrique.

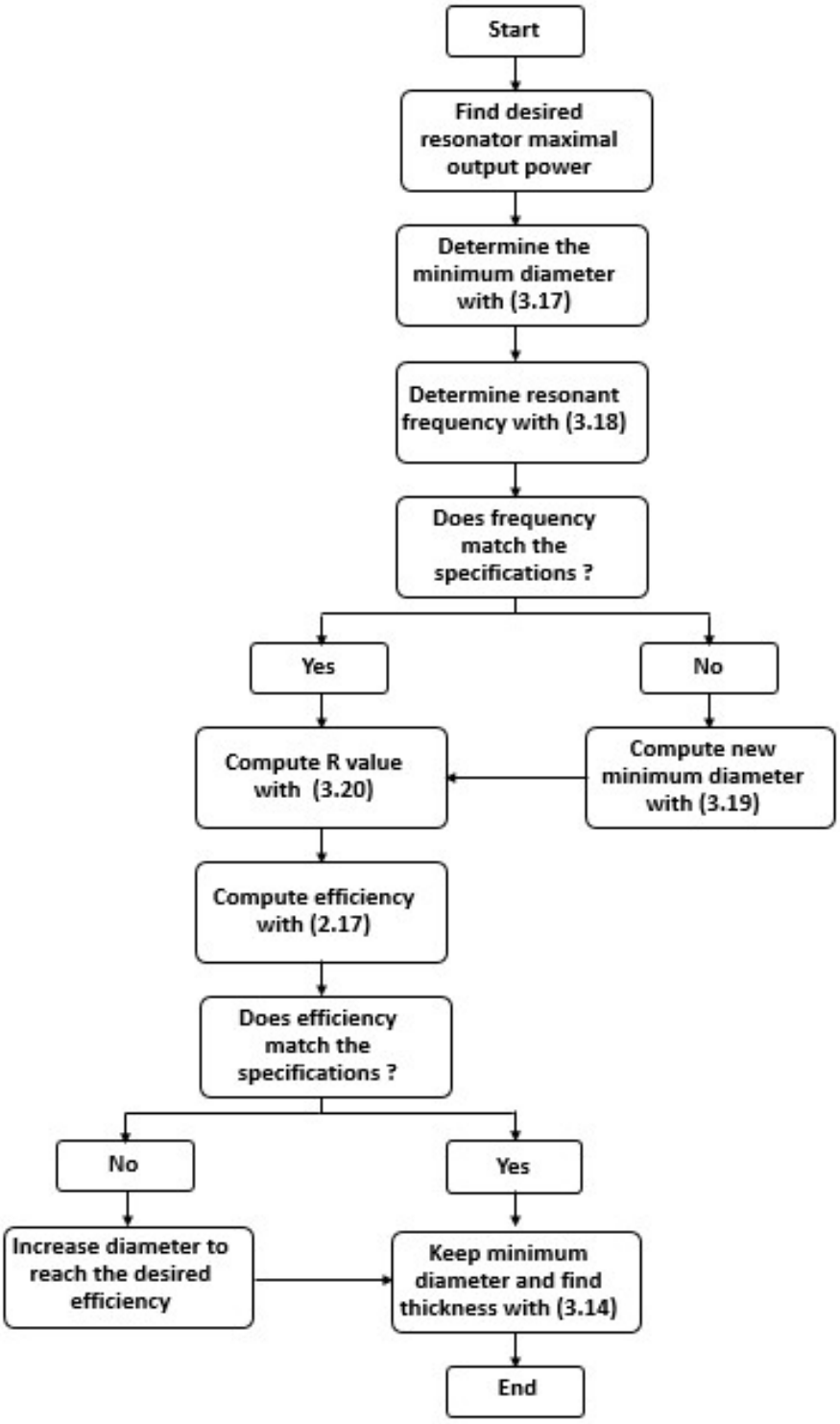


Figure 3.16 : Méthodologie de dimensionnement

Cependant, il faut noter que certaines des étapes du dimensionnement sont issues de caractérisations empiriques. Ainsi, ce dimensionnement est valable en toute rigueur uniquement pour le C213 en élévateur de tension et avec notre système de fixation non optimal. Toutefois, la méthode est parfaitement extensible. Si l'on considère un abaisseur de tension, l'expression de la puissance maximale empirique, la fréquence le modèle thermique et R restent inchangées. Il faut juste utiliser le modèle du convertisseur en mode abaisseur pour le calcul du rendement. Si nous choisissons un autre matériau du même type que le C213 et un autre système de fixation, les coefficients des expressions de la puissance maximale empirique et de la résistance seront différents mais seront probablement du même ordre de grandeur. On pourrait alors utiliser cette méthodologie en prenant à chaque étape une certaine marge de sécurité.

Un des inconvénients de cette méthode est qu'elle ne prend pas en compte les problèmes de diminution du rendement, à certaines puissances, liés à l'excitation de modes supérieurs de résonance. Ainsi, le respect du cahier des charges sur le critère de rendement n'est pas garanti en chaque point de la plage de puissance considérée.

3.2.3 Exemples de dimensionnement

On donne un exemple de dimensionnement en prenant un cahier des charges arbitraire défini ci-dessous :

- $V_{in} \in$ [9 V - 15 V] pour une tension de sortie V_{out} = 25 V
- $P_{out} \in$ [300 mW – 600 mW]
- η_{min} = 94 %
- f_{max} = 200 kHz.

En appliquant la méthode ci-dessus, on se place dans le pire des cas (V_{in} = 9 V et P_{out} = 600 mW). Cela donne :

- Une puissance maximale désirée de 900 mW
- Un diamètre minimum de 15,5 mm (fréquence associée de 130 kHz < f_{max})
- Une valeur de R estimée à 0,45 Ω
- η (V_{in} = 9 V et P_{out} = 600 mW) = 96,6% > η_{min}

On respecte donc tous les critères et on peut garder cette valeur de D. Ainsi, un résonateur de diamètre D = 15,5 mm et d'épaisseur th = 0,46 mm répond au cahier des charges (compatible avec le catalogue de Fuji-ceramic).

La Figure 3.17 montre les variations du diamètre obtenues en utilisant cette méthodologie pour plusieurs puissances P_2 et pour plusieurs rendements minimum η_{min} exigé pour une tension V_{in1} de 12 V une fréquence f_{max} de 150 kHz, et une tension de sortie de 24 V. Sur la figure, la coordonnée de rendement correspond au rendement minimum à respecter (le η_{min} du cahier des charges). Il s'agit de montrer quel diamètre est nécessaire si on veut garantir au moins tel rendement. Ainsi, par construction le rendement obtenu en pratique est systématiquement supérieur à η_{min}.

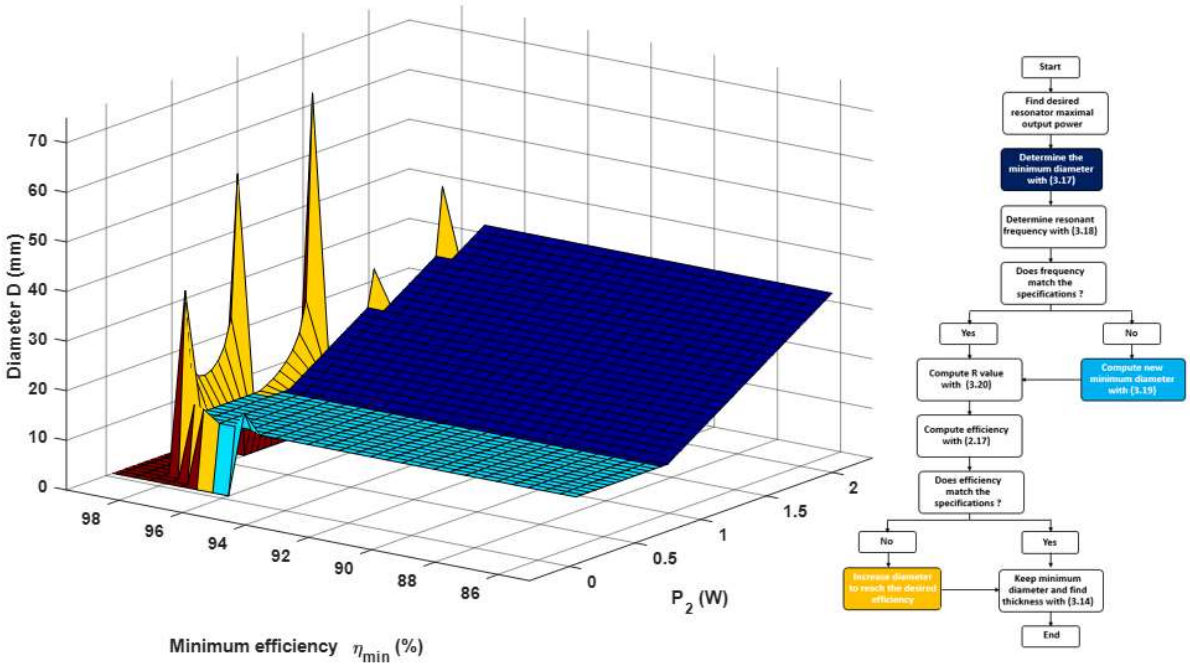


Figure 3.17 : Dimensionnement du résonateur en fonction de la puissance et du rendement exigé

Chaque couleur représente une situation différente : la partie rouge correspond au cas où le cahier des charges ne peut pas être respecté car les spécifications sont trop exigeantes. La partie en bleu foncé correspond au cas de dimensionnement du résonateur à partir de la puissance P_2 et que les critères de rendement et de fréquence sont vérifiés après coup. Dans la partie bleu clair, c'est la fréquence maximale qui est la limite dimensionnante. En effet, un petit diamètre peut suffire à convertir des petites puissances mais cela implique une fréquence de fonctionnement élevée susceptible de dépasser f_{max}.

Enfin, la zone en jaune correspond au cas où le diamètre a dû être augmenté pour satisfaire le critère de rendement. Ce diamètre est augmenté pour faire diminuer la résistance motionnelle (et donc augmenter le rendement) pour deux situations : soit lorsque des petits diamètres suffisent pour convertir de faibles puissances, mais en contrepartie leurs petite taille implique une résistance

motionnelle trop élevée (à cause des problèmes évoqués de connectique), soit lorsque le rendement demandé est très élevé et exige une petite valeur de résistance motionnelle.

Tous les points en bleu clair sont donc à iso-diamètre et fonctionnent à f_{max}. Travailler à des fréquences plus élevées consiste à diminuer la valeur de cet iso-diamètre. Dans la partie bleu foncé, le diamètre exigé par (3.12) est devenu suffisamment important pour que le critère de fréquence soit respecté ($f < fmin$). Conformément à l'équation (3.12) et (3.17), la puissance est proportionnelle au diamètre. En revanche, si le rendement minimal à garantir η_{min} est trop important, le diamètre obtenu par les équations (3.12) et (3.17) conduit à une résistance motionnelle trop importante. Pour respecter ce critère, il faut donc augmenter le diamètre pour réduire la valeur de R. On peut donc trouver pour une même puissance P_2 du cahier des charges, un « saut » de diamètre à rendement élevé, c'est ce que l'on observe sur la partie jaune de la surface.

Une coupe à rendement minimal η_{min} constant est représentée en Figure 3.18. On retrouve les deux zones avec leurs limites propres (pour le plateau c'est f_{max} qui impose la valeur de D, sinon c'est la puissance). On trace également le profil de rendement associé. Conformément au cahier des charges, le rendement est toujours supérieur à η_{min}. Le rendement augmente au début jusqu'à son maximum théorique, ensuite il diminue lorsque le diamètre se met à varier autour de $P_2 = 0{,}75$ W, R diminue et donc on observe un léger saut de rendement. Ensuite, le rendement diminue petit à petit malgré l'augmentation du diamètre.

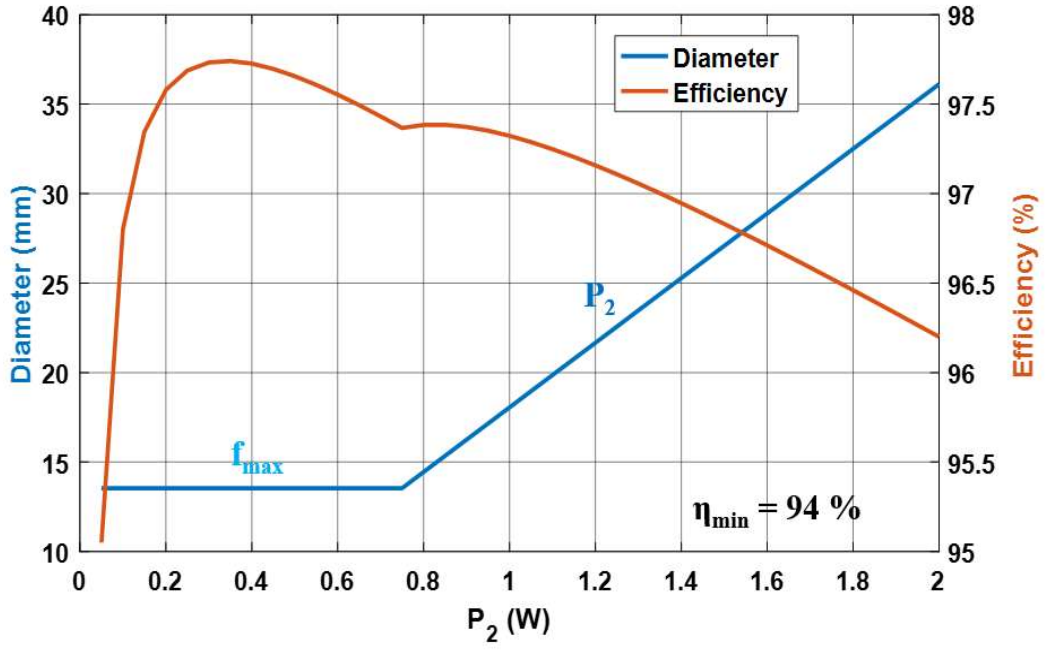


Figure 3.18 : Diamètre nécessaire en fonction de la puissance à rendement désiré constant

On cherche maintenant à évaluer notre méthode à la lumière de nos résultats expérimentaux. On montre à la figure ci-dessous le diamètre nécessaire pour le dimensionnement d'un convertisseur 10 – 25 V en fonction de η_{min} et de P_2. On a ajouté un plan défini par : D = 25 mm (f_{max} est conservée à 150 kHz).

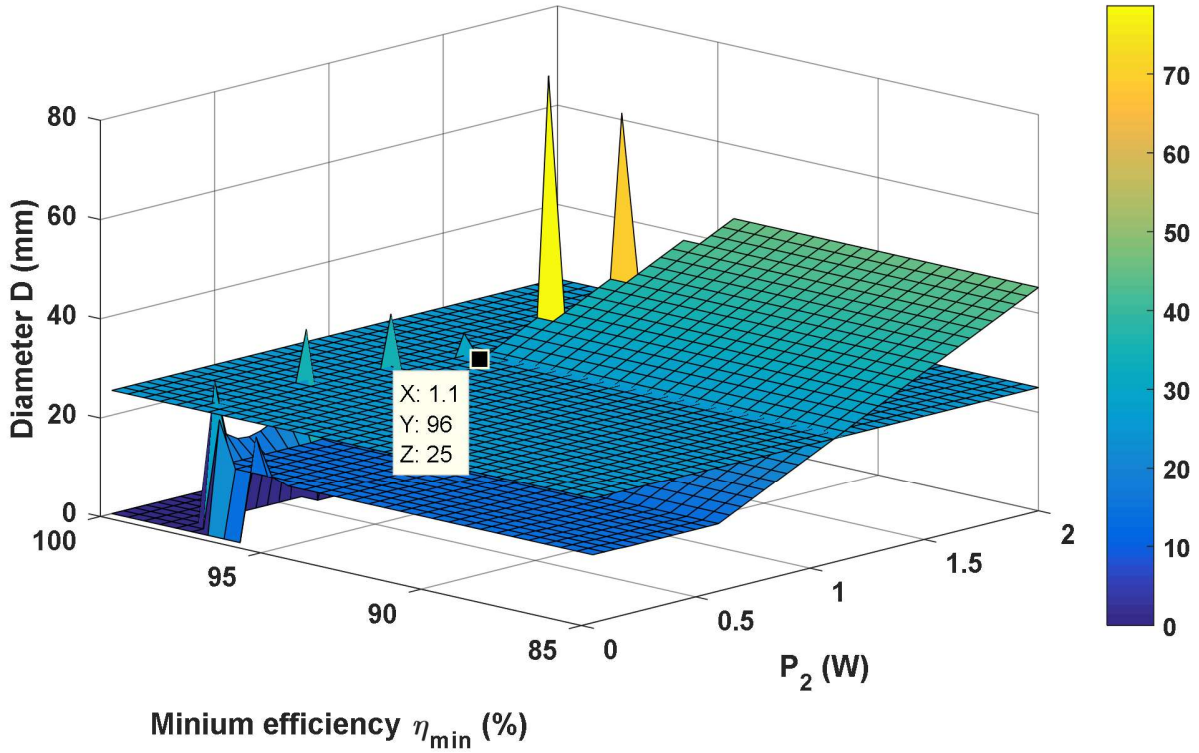


Figure 3.19 : Diamètre nécessaire en fonction de la puissance maximale désirée et du rendement minimal à garantir pour une tension d'entrée de 10 V

En regardant le point de puissance et de rendement maximal pour D = 25 mm (correspond au disque N°1), on voit que l'on peut garantir un rendement de 96 % jusqu'à 1,1 W. Dans la pratique, nous n'avons pas exactement atteint cette valeur de rendement pour ce niveau de puissance (on obtient 95 % à 1,1 W). Ce léger décalage vient du modèle analytique dont on se sert pour calculer le rendement qui bien que fiable, ne prend pas en compte l'ensemble des pertes, notamment celles des transistors. Il faut donc surdimensionner légèrement le résonateur pour être certain d'atteindre toutes les spécifications même si la méthode donne un bon ordre de grandeur.

BILAN CHAPITRE 3

Dans ce chapitre, nous avons établi une méthodologie de dimensionnement du résonateur piézoélectrique en forme de disque pour notre convertisseur. Pour ce faire, nous avons étudié l'influence de la géométrie sur les performances du système à travers des résultats théoriques et expérimentaux.

Nous observons que l'augmentation du diamètre permet grâce à la diminution de la résistance motionnelle, de convertir des puissances plus élevées mais diminue la densité de puissance (à tension constante). Pour un même rayon, nous avons montré qu'il est toujours avantageux de réduire l'épaisseur (en respectant la limite de tenue en tension) ce qui permet de considérer uniquement le diamètre du disque lors du dimensionnement.

L'étude aux limites a permis de compléter le modèle analytique pour pouvoir notamment prédire la puissance maximale en fonction des dimensions.

C'est en se basant sur ces connaissances, que la méthodologie de dimensionnement répondant à un cahier des charges donné a été établie. À terme, une expression plus précise pour le calcul de la résistance motionnelle sera nécessaire.

Nous avons étudié en détail, dans les chapitres 2 et 3 la topologie de la *Figure 2.1*. Nous allons maintenant aborder d'autres variantes de convertisseurs piézoélectriques, toujours basés sur le principe d'un résonateur piézoélectrique apte à stocker/ déstocker de l'énergie.

4.DECLINAISONS ET PERSPECTIVES

4. Déclinaisons et perspectives 106
4.1 Généralisation V3 non nulle 107
4.1.1 Adaptation du modèle analytique 107
4.1.2 Influence de V3 110
4.2 Quelques déclinaisons de la topologie de base 115
4.2.1 Amélioration de la puissance transmissible 115
4.2.2 Ajout de fonctionnalités 120
4.3 Perspectives 127
4.3.1 Rendement, densité d'énergie et comparaison magnétique 127
4.3.2 Miniaturisation du convertisseur 131
Bilan chapitre 4 133

Les deux chapitres précédant présentent une topologie permettant d'effectuer une conversion DC-DC de manière nouvelle et originale avec une alternance de phase à tension et à charge constante, permettant de stocker puis de restituer de l'énergie avec un résonateur piézoélectrique tout en assurant des commutations douces sans éléments magnétiques. Cette topologie constitue la brique de base pour ce système comme le sont le boost et le buck magnétiques pour les convertisseurs classiques. Nous étudions dans ce chapitre, certaines possibilités de topologies différentes pouvant s'avérer préférables pour certaines applications. Nous donnons ensuite des perspectives en termes de rendement du convertisseur complet (avec sa commande), de miniaturisation ainsi que des éléments de comparaison avec les convertisseurs magnétiques.

4.1 Généralisation V_3 non nulle

Le cycle de conversion vu dans les chapitres 2 et 3 comprend six phases dont trois à tension constante. Pour assurer l'équilibre de charge et d'énergie à chaque période, nous avons montré que au moins 6 phases sont nécessaires (on ne peut pas garantir l'équilibre d'énergie si l'on transfère des charges à l'élément piézoélectrique seulement sous V_{in} puis sous V_{out}). C'est pourquoi le convertisseur des chapitres précédant possède une troisième phase à tension constante où le matériau piézoélectrique est court-circuité ($V_3 = 0$ V). Avoir cette troisième tension V_3 nulle permet de limiter le nombre d'interrupteurs et d'avoir la source de k_3 référencée à la masse. Elle permet aussi de connecter électriquement une face du résonateur piézoélectrique au potentiel de référence du circuit imprimé. Cependant, il est possible d'imaginer des cycles un peu plus complexes où la tension V_3 est non nulle. L'ajour d'une troisième tension V_3 est permet d'envisager des échanges d'énergies entre plusieurs sources. Par exemple pour contrôler la gestion des flux entre un chargeur de batterie (V_3) avec une source renouvelable (V_{in}) et une charge connectée (V_{out}) en fonction de la disponibilité de la source renouvelable. Nous allons dans un premier temps réadapter notre modèle analytique pour une tension V_3 quelconque. Nous passerons ensuite en revue quelques topologies particulières permettant notamment d'appliquer une tension V_3 non nulle.

4.1.1 Adaptation du modèle analytique

On cherche à modéliser le cycle de conversion représentée en Figure 4.1.

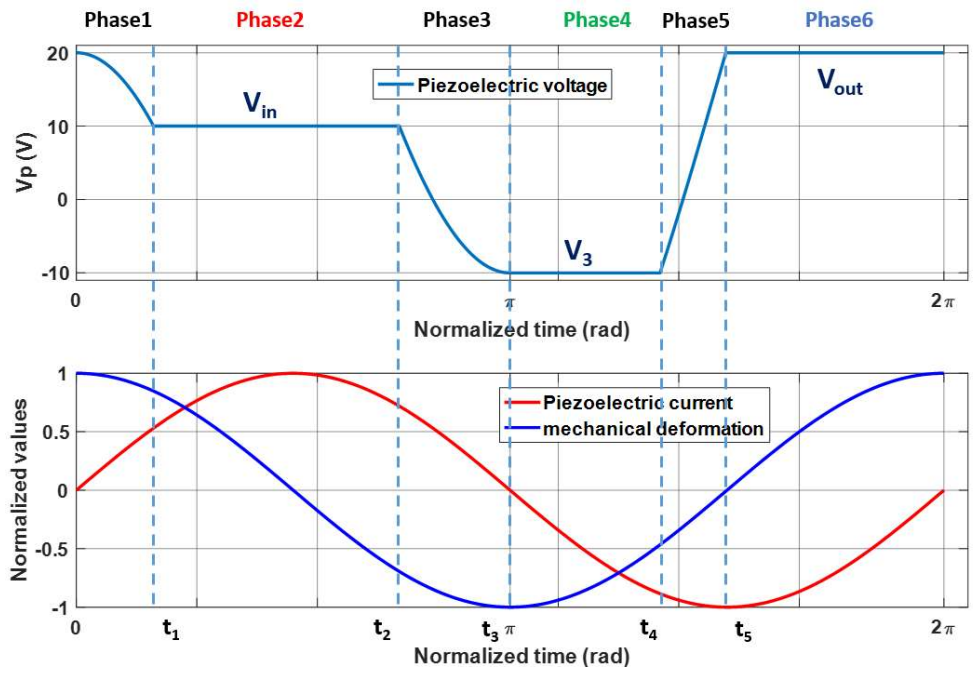


Figure 4.1 : Cycle élévateur généralisé

On reprend les équations constitutives du cycle (équilibre de charge, équilibre d'énergie, commutations en mode ZVS et expression de la puissance) du chapitre 2 dans le cadre d'un cycle élévateur mais en prenant V_3 non nulle. Pour respecter l'allure du cycle, on doit avoir $V_3 < V_{in}$. Si la tension V_3 est positive, le résonateur piézoélectrique distribue de l'énergie durant cette phase, sinon c'est le contraire. Le détail de la résolution est disponible en annexe (voir *Résolution cycle de conversion V_3 non nulle)* pour le cas avec et sans pertes. Pour le modèle sans pertes ($R = 0$) on trouve comme expression de l'amplitude du courant interne piézoélectrique :

$$I = \frac{\frac{-2.\pi.V_{out}}{R_L}(V_{out} - V_3) + C_0.\omega.(V_{out} - V_3).(V_{in} - V_3)}{2.(V_{in} - V_3)} \tag{4.1}$$

Nous cherchons maintenant à déterminer la tension de sortie à partir de la valeur de t_4 (t_4 étant toujours le paramètre de commande du convertisseur). On peut exprimer l'amplitude du courant interne I comme suit :

$$I = g_1.V_{out} + g_2.V_3 \tag{4.2}$$

$$avec\ g_1 = \frac{R_L.C_0.\omega + 2.\pi}{R_L.(1 - \cos(\omega.t_4))}\ et\ g_2 = \frac{-C_0.\omega}{1 - \cos(\omega.t_4)} \tag{4.3}$$

Pour trouver la tension de sortie, il faut résoudre l'équation du second degré ci-dessous :

$$V_{out}{}^2.\left(\frac{2.\pi}{R_L}\right) + V_{out}.\left[(V_{in}-V_3).(C_0.\omega - 2.g_1) - \frac{2.\pi.V_3}{R_L}\right] - (V_{in}-V_3).V_3.(2.g_2 + C_0.\omega) = 0 \quad (4.4)$$

On montre que la solution physiquement acceptable, en utilisant les notations classiques d'un polynôme du second degré[2], est :

$$V_{out} = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2.a} \quad (4.5)$$

On vérifie à partir de ces formules qu'en prenant $V_3 = 0$ V, on retombe bien sur les formules du chapitre 2. De même, le système est résolu en en incluant les pertes mécaniques (voir annexe (voir *Résolution cycle de conversion V_3 non nulle)*. Comme pour le cas où V_3 est nulle, pour une certaine conversion V_{in} vers V_{out} et pour un amortissement mécanique dans le résonateur (modélisé par R), on peut mettre en évidence une résistance de charge minimale et donc une puissance maximale (en sortie) que l'on peut exprimer en fonction de V_3 :

$$R_{Lmin} = \frac{2.\pi.(V_{out}^2 - V_3.V_{out})}{\frac{(V_{in}-V_3)^2}{R.\pi} - C_0.\omega.(V_{in}-V_3).(V_{out}-V_3)} \quad (4.6)$$

$$\left|P_{out_max}\right| = \frac{V_{out}.\left[\frac{(V_{in}-V_3)^2}{R.\pi} - C_0.\omega.(V_{in}-V_3).(V_{out}-V_3)\right]}{2.\pi.(V_{out}-V_3)} \quad (4.7)$$

$$I\left(P_{out_max}\right) = \frac{V_{in}-V_3}{R.\pi} \quad (4.8)$$

L'amplitude du courant interne I est donc d'autant plus élevée que - V_3 est grand. Nous verrons ci-dessous que de même la puissance maximale est plus grande lorsque V_3 diminue.

Le calcul du rendement s'effectue au cas par cas. Si V_3 est positive, cela revient à avoir deux sources de sortie (V_{out} et V_3) et le résonateur piézoélectrique leurs distribue les charges prises à la source d'entrée de façon à garantir l'équilibre énergétique. En effet, le courant interne du piézoélectrique est négatif pendant la phase 4 (phase où la tension V_3 est appliquée) et la phase 6 (phase pendant laquelle V_{out} est appliquée). À l'inverse, si V_3 est négative, cela revient à avoir deux sources d'entrées (V_{in} et V_3) et donc deux phases à accumulation d'énergie qui seront redistribuée à la sortie. Les pertes sont cependant dans tous les cas égales à $R.I^2/2$ en vertus de nos hypothèses

[2] Cela donne : $a = \frac{2.\pi}{R_L}$, $b = \left[(V_{in}-V_3).(C_0.\omega - 2.g_1) - \frac{2.\pi.V_3}{R_L}\right]$, c $=-(V_{in}-V_3).V_3.(2.g_2 + C_0.\omega)$ et $\Delta = b^2 - 4.a.c$

et l'amplitude I peut se calculer avec l'équation $(Ann.3.10)$. Nous pouvons donner l'expression du rendement dans le cadre de charges résistives R_L pour le potentiel V_{out} et $R_L{}'$ pour V_3 :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{R.I^2}{2.P_{out}}} \quad avec \begin{cases} P_{out} = \frac{-V_{out}{}^2}{R_L} & si\ (V_3 \leq 0) \\ P_{out} = \frac{-V_{out}{}^2}{R_L} + \frac{-V_3{}^2}{R_L'} & si\ (V_3 \geq 0) \end{cases} \tag{4.9}$$

La répartition des puissances distribuées par chacune des sources (V_{out}, V_{in}, V_3) s'obtient en écrivant l'équilibre de charge et d'énergie en régime permanent pour le cas sans pertes :

$$Q_{in}.V_{in} + Q_3.V_3 + Q_{out}.V_{out} = 0 \tag{4.10}$$

$$Q_{in} + Q_3. + Q_{out} = 0 \tag{4.11}$$

Q_{in}, Q_3 et Q_{out} sont respectivement les charges algébriques en Coulomb échangées pendant les phases 2 4 et 6. Deux coefficients α et k sont introduits :

$$V_3 = \alpha.V_{in} \tag{4.12}$$

$$V_{out} = k.V_{in} \tag{4.13}$$

Le rapport entre l'énergie apportée par la première source sous le potentiel V_{in} et l'énergie apportée sous V_3 s'écrit :

$$\frac{Q_{in}.V_{in}}{Q_3.V_3} = \frac{(\alpha - k)}{\alpha.(k-1)} \tag{4.14}$$

Par exemple, si de l'énergie est transféré au résonateur piézoélectrique durant la phase 4 sous $-V_{in}$ (α = -1) pour une conversion avec un gain en tension de 2 (k = 2), alors ¾ de l'énergie reçue par le résonateur est transféré sous V_{in} pendant la phase 2 (et ¼ est apporté pendant la phase 4, soit un rapport de 3 entre les deux). Plus V_3 est petite (mais d'amplitude élevée car V_3 négative si deux sources d'entrée), plus la proportion de l'énergie distribuée pendant la phase 2 par la source V_{in} est faible. De même, à tension V_3 négative et constante, plus le gain en tension est grand, plus cette proportion est petite.

4.1.2 Influence de V_3

En utilisant les résultats obtenus par notre modèle analytique, nous allons maintenant étudier l'effet de V_3 sur le fonctionnement du convertisseur. Comme pour notre analyse du chapitre 2, nous étudions deux cas : le premier consiste, à partir d'une commande t_4 et d'une charge résistive de valeur R_L donnée, à estimer la tension de sortie V_{out} puis la puissance de sortie, et le second, suppose que la tension de sortie est régulée (et donc connue) et la puissance dépend alors directement de la valeur de la résistance de charge.

4.1.2.1 CHARGE R_L FIXEE

Nous étudions d'abord l'effet de V_3 sur la tension de sortie et donc son impact sur le gain du convertisseur. La Figure 4.2 montre la tension de sortie obtenue en fonction de V_3 pour trois commandes t_4 différentes pour une tension d'entrée de 10 V et une résistance de charge de 400 Ω. Nous prenons pour les simulations à suivre, les paramètres du résonateur piézoélectrique utilisant le matériau C213 caractérisé au chapitre 1 (*TABLE* 1.I .

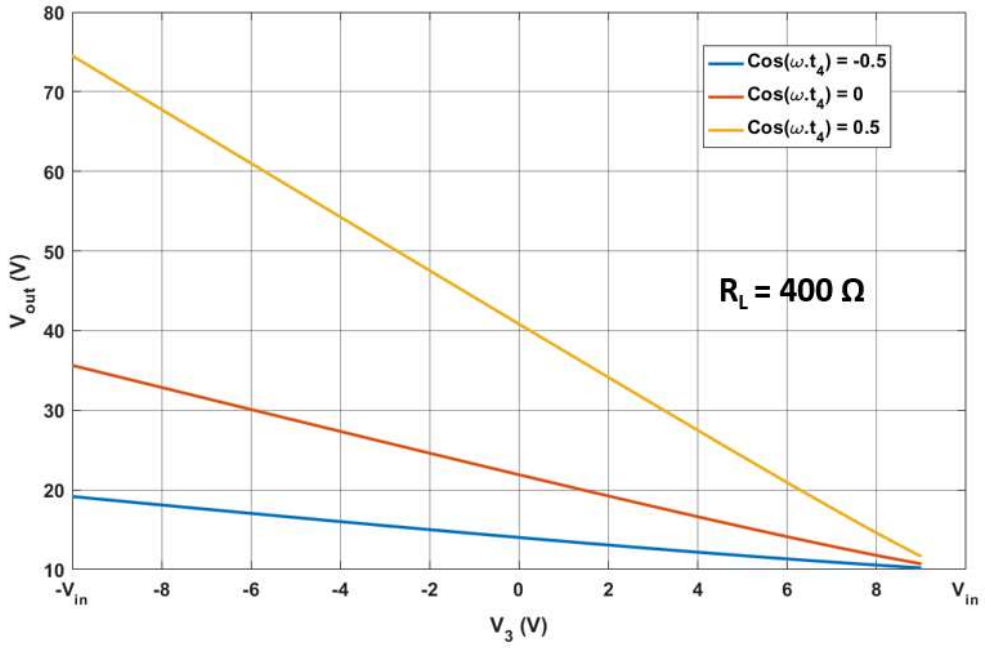


Figure 4.2 : Tension de sortie obtenue en fonction de V_3

On remarque que plus V_3 est petit, plus le gain en tension est élevé. Cette augmentation du gain est d'autant plus importante que la commande t_4 est grande. Les cycles de conversions avec une tension V_3 négative semblent donc bien adaptés aux applications où l'on cherche des gains élevés. Comme nous avons fixé la valeur de la charge résistive, la puissance est directement au carré de la tension de sortie. La puissance de sortie est donc d'autant plus élevée que V_3 est négative.

La Figure 4.3 montre, pour deux tensions V_3 (0 V et $-V_{in}$), l'évolution des valeurs clefs du convertisseurs (rendement, amplitude du courant et tension de sortie) en fonction de $\cos(\omega.t_4)$, qui est une image de la commande pour une tension d'entrée de 10 V.

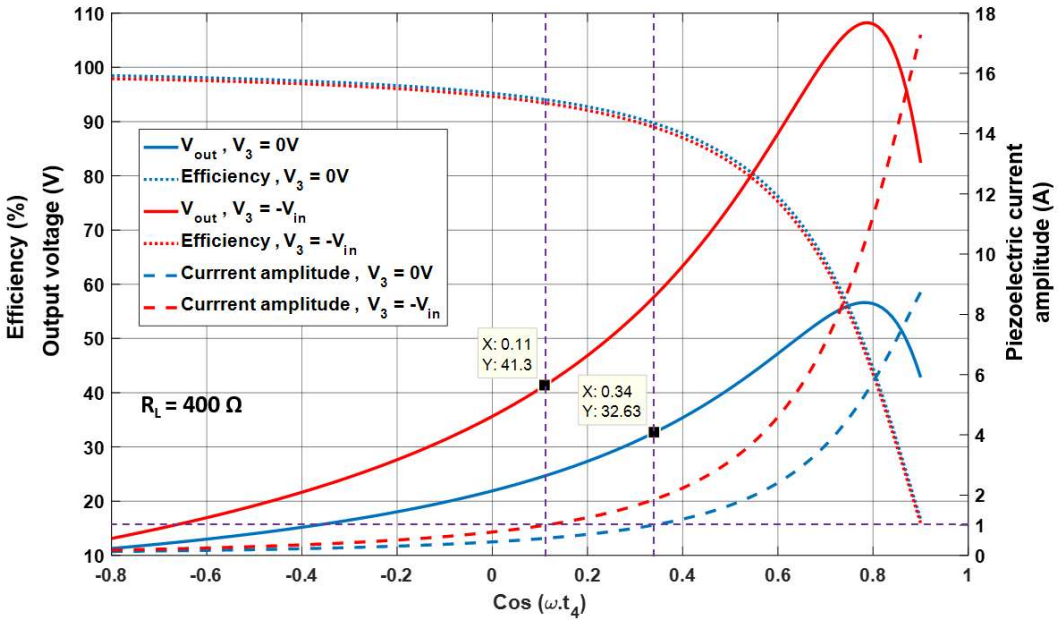


Figure 4.3 : Impact de V_3 sur les grandeurs clefs du convertisseur

On retrouve également dans ce graphique que la tension de sortie (et donc la puissance) est plus importante quand V_3 est négative. Pour V_3 non nulle, on observe, comme avec V_3 nulle, un maximum théorique pour la tension de sortie. Ces maxima ne peuvent toutefois être atteint en pratique avec notre résonateur car il n'accepte pas un courant piézoélectrique supérieur à 1 A (échauffement) alors que les pics de puissances correspondent à des courants théoriques de $I(V_{out_max}) = (V_{in} - V_3)/(R.\pi)$ soit 5,3 A pour $V_3 = 0$ V et 10,6 A pour $V_3 = -10$ V. Pour atteindre un gain maximum en tension, il faudrait baisser la tension d'entrée de telle sorte à réduire le courant interne du résonateur piézoélectrique.

Regardons maintenant la tension de sortie obtenue pour les deux valeurs de V_3 lorsque l'amplitude I du courant piézoélectrique est la même. Sur la *Figure 4.3*, on a tracé la ligne horizontale correspondant à $I = 1$ A. Pour le cas où $V_3 = -V_{in}$, le gain en tension obtenu est de 4,1 contre 3,3 lorsque $V_3 = 0$ V. Ainsi, pour la même amplitude de courant (et donc pour le même dimensionnement du résonateur), on obtient une puissance significativement plus élevée lorsque V_3 est non nulle. De plus, le rendement associé est plus élevé. Vu du résonateur piézoélectrique, ce cycle est avantageux, en contrepartie, il faut placer des interrupteurs supplémentaires pour générer cette troisième tension (par exemple un pont en H pour appliquer $V_3 = V_{in}$). Pour une même valeur de commande t_4, les rendements sont très proches pour les deux valeurs de V_3.

4.1.2.2 Tension de sortie fixee

On se place maintenant dans le cas où la tension de sortie est fixée. Nous avons vu dans le développement du modèle analytique que dans ce cas, il existe une valeur de résistance de charge

R_L qui maximise la puissance de sortie (équation (4.7)). La Figure 4.4 montre l'évolution de ce point de puissance théorique maximale pour une conversion 10 -20 V en fonction de V_3.

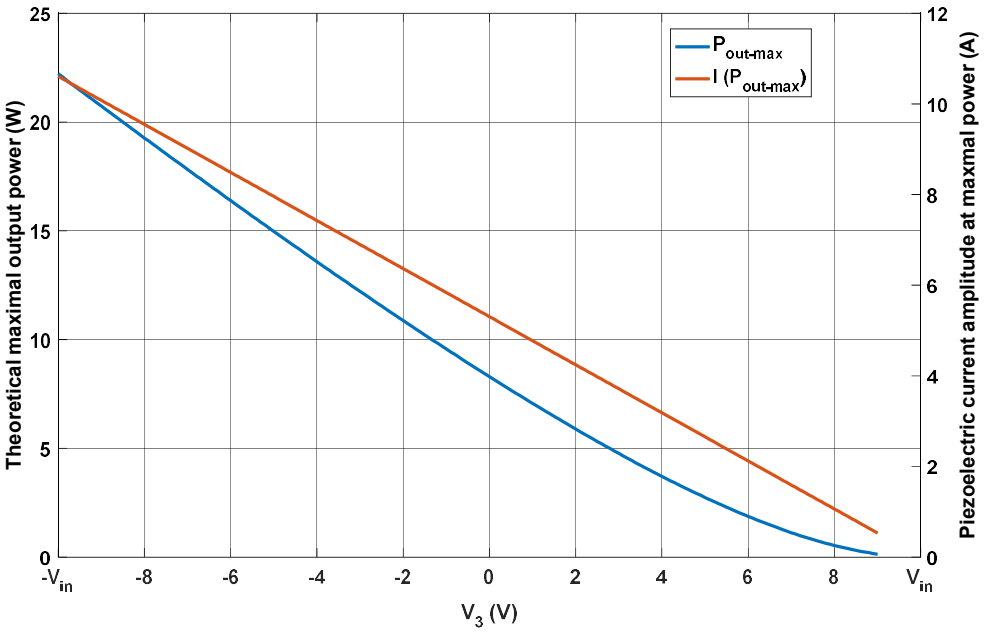


Figure 4.4 : Puissance maximale en fonction de V_3

Comme attendu, on observe que la puissance théorique maximale augmente lorsque V_3 diminue mais l'amplitude du courant piézoélectrique correspondant à ce maximum augmente lui aussi. Ce graphe donne donc le potentiel théorique de conversion mais compte tenu des limitations thermiques, ces puissances ne sont en pratiques jamais atteintes. Pour pouvoir observer réellement l'effet de V_3, la Figure 4.5 compare les courbes de rendements et de courant en fonction de la puissance de sortie pour $V_3 = 0$ V et $V_3 = -V_{in}$ (toujours pour une tension V_{in} de 10 V et V_{out} de 20 V).

On observe qu'à partir d'une certaine puissance, le cycle de conversion avec la tension V_3 négative possède un meilleur rendement à iso-puissance grâce à une amplitude de courant plus faible. Cela veut également dire que si on se fixe une valeur minimale de rendement, par exemple 95 %, la puissance convertible est plus importante avec V_3 négative.

Comme le passage d'une tension à une autre se fait par la charge de la capacité C_0, via le courant interne du résonateur piézoélectrique, plus le courant possède une amplitude élevée, plus ces phases en circuit ouvert sont courtes et donc plus les phases de conduction sont longues. Par ailleurs, plus l'amplitude du courant est élevée, plus les pertes dans les interrupteurs pendant les phases de conduction sont élevées. Or on remarque qu'à même puissance, plus V_3 est petit, plus I est faible. Autrement dits, à iso-puissance, les pertes par conductions, non prises en compte dans ce modèle, sont aussi plus faibles lorsque V_3 est petit.

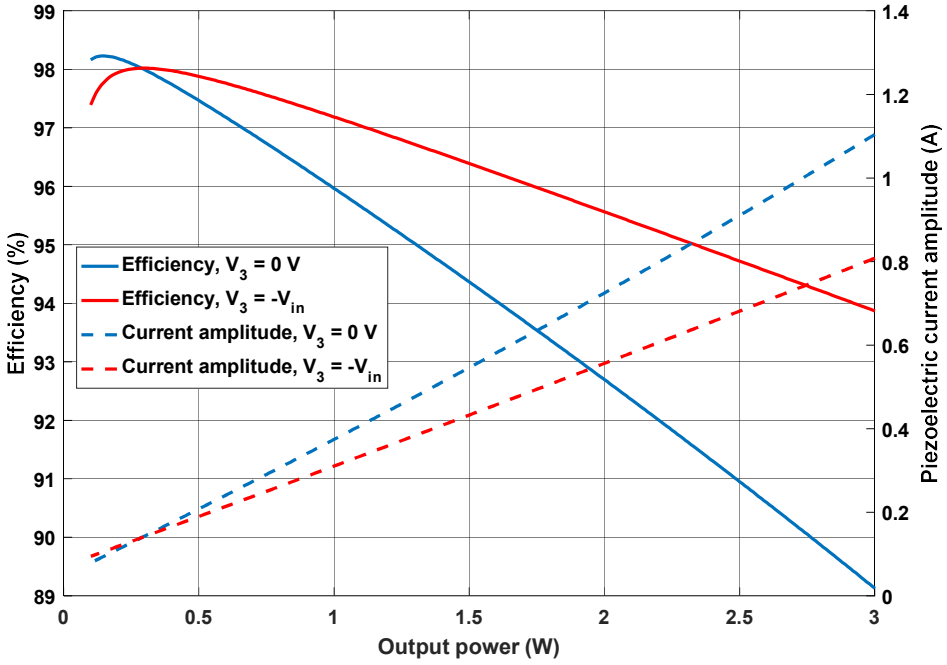


Figure 4.5 : courbes rendement puissance en fonction de V_3

La figure suivante compare la tension aux bornes du résonateur piézoélectrique pour une puissance de 1 W, toujours pour $V_3 = 0\ V$ et $V_3 = -V_{in}$.

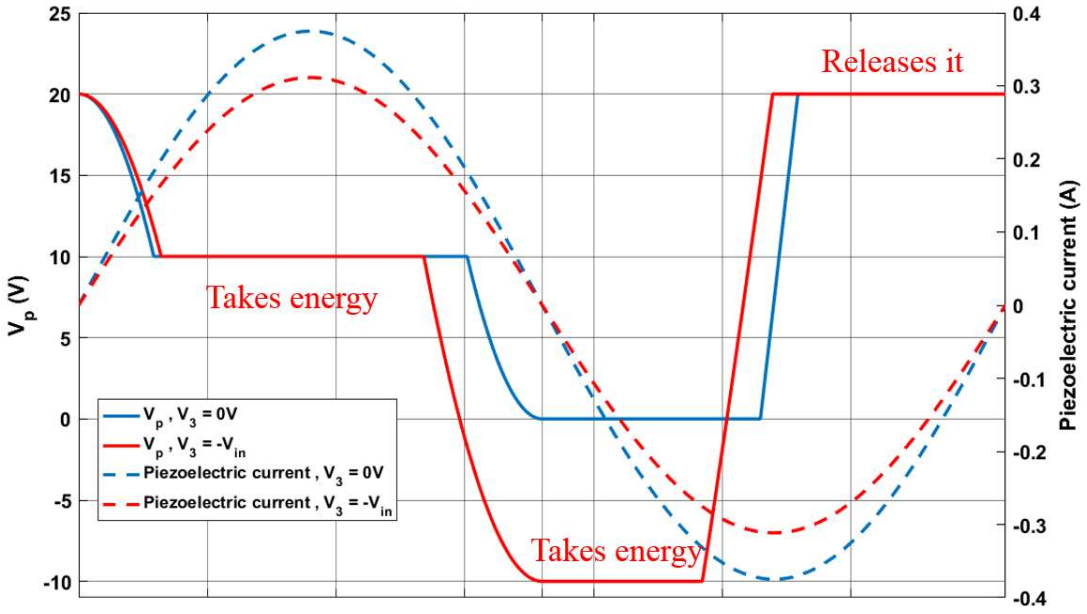


Figure 4.6 : Formes d'ondes du résonateur piézoélectrique pour deux valeurs de V_3

Quand $V_3 = -V_{in.}$, on observe que les deux premières phases à tension constante sont plus courtes. Cependant, la phase 6 de restitution de l'énergie est plus longue, la même puissance est délivrée sur une durée plus longue et donc sous un courant moyen plus faible. Au global, il y a bien réduction des pertes de conduction puisque le courant à transiter est plus faible et les phases à tension constante représentent 70,7 % de la période de résonance pour $V_3 = -V_{in}$ contre 79,8 % avec une amplitude de courant plus élevée lorsque V_3 est nulle. Toutefois, il faut disposer d'une tension d'entrée supplémentaire négative (typiquement $-V_{in}$), qu'il faudra générer en rajoutant des interrupteurs et donc des pertes supplémentaires.

Ainsi, nous avons vu grâce à notre modèle analytique que diminuer V_3 permet d'augmenter le gain et la puissance de sortie pour une charge donnée et d'augmenter la puissance ou le rendement à puissance constante à tension de sortie fixée. Les mêmes types d'observations peuvent être faits pour l'abaisseur de tension dont le modèle généralisé avec V_3 non nulle est disponible en annexe *Cycle abaisseur*. La différence majeure est que pour le cycle abaisseur la phase où l'on applique la tension V_3 se déroule avec un courant négatif. Autrement dit, contrairement à l'élévateur si V_3 est positive, le résonateur piézoélectrique prélève de l'énergie et cela revient à avoir deux sources d'entrée, et si V_3 est négative, le résonateur fourni de l'énergie sous le potentiel V_3 et c'est comme si on avait deux sorties. Il est par exemple assez facile, à partir d'une source de tension d'entrée V_{in}, de fournir une sortie symétrique de $+ V_{out}$ et $- V_{out}$.

4.2 Quelques declinaisons de la topologie de base

Nous avons présenté un modèle analytique qui permet de modéliser un convertisseur piézoélectrique à 6 phases de fonctionnement avec des tensions V_{in} , V_{out} et V_3 quelconques. En pratique, les tensions auxquelles le résonateur piézoélectrique sera généralement soumis à une combinaison de la tension d'entrée et de la tension de sortie via des interrupteurs. Ainsi, la première phase peut ne pas être égale uniquement à V_{in} (par exemple $V_{in} - V_{out}$), et la dernière peut être différente de V_{out} (par exemple $V_{out} - V_{in}$). Dans cette partie, nous exposons et étudions quelques variantes de la topologie présentée au chapitre 2 et 3.

4.2.1 Amélioration de la puissance transmissible

4.2.1.1 Élevateur de tension a transfert direct (en 2/3)

La Figure 4.7 montre une topologie proche du convertisseur piézoélectrique présenté en [29] où M_3 remplace une diode (mais le cycle de conversion est fondamentalement différent). Le cycle de conversion correspondant est représenté en Figure 4.8 our une conversion 10 - 25 V. Comme une même source (V_{in}) est sollicitée dans deux phases à tension constantes sur trois, on dit que cette topologie est de type 2/3.

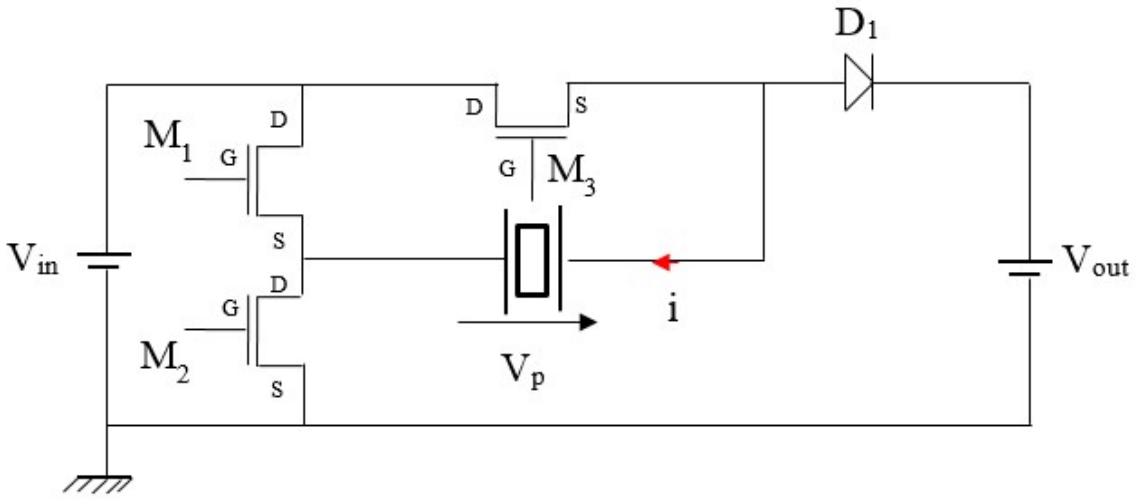


Figure 4.7 : Élévateur de tension avec transfert direct (en 2/3)

CYCLE DE CONVERSION ELEVATEUR DE TENSION AVEC TRANSFERT DIRECT 2/3 (BOOST)

Phase 1, t ϵ [0-t_1]

Le cycle démarre quand le courant interne du résonateur atteint 0 A (i (0^-) < 0). Dans cette phase, tous les interrupteurs sont ouverts et *i* est positif. Ainsi V_p décroit sinusoïdalement jusqu'à atteindre V_{in} en t_1.

Phase 2, t ϵ [t_1-t_2]

k_{in} est fermé en t_1 (mode ZVS). Dans cette phase, V_p est directement connecté à la source d'entrée. Le résonateur accumule donc de l'énergie jusqu'à t_2 qui est choisi de manière à ce que V_p soit nulle en t_3.

Phase 3, t ϵ [t_2-t_3]

k_{in} est ouvert en t_2, *i* étant positif, V_p décroit jusqu'à atteindre 0 V en t_3 à la demi période.

Phase 4, t ϵ [t_3-t_4]

k_3 est fermé en t_3 (commutation douce), V_p est donc court-circuité jusqu'à t_4 qui est contrôlé de façon à obtenir la grandeur de sortie souhaitée (tension, courant ou puissance). La valeur de t_4 constitue le degré de liberté du système et est donc la variable de contrôle.

Phase 5, t ϵ [t_4-t_5]

En t_4, k_3 est ouvert. Comme i est négatif, V_p augmente jusqu'à atteindre $V_{out} - V_{in}$ en t_5.

Phase 6, t ϵ [t_5-T]

k_{out} est fermé à zéro de tension en t_5. Durant cette phase, l'énergie prélevée par le résonateur pendant la phase 2 est redistribuée à la sortie. Par ailleurs, à l'instar du convertisseur boost, un transfert d'énergie se fait directement entre la source d'entrée et la charge via le résonateur piézoélectrique. Lorsque le courant atteint 0 A en T, k_{out} est ouvert et un nouveau cycle commence.

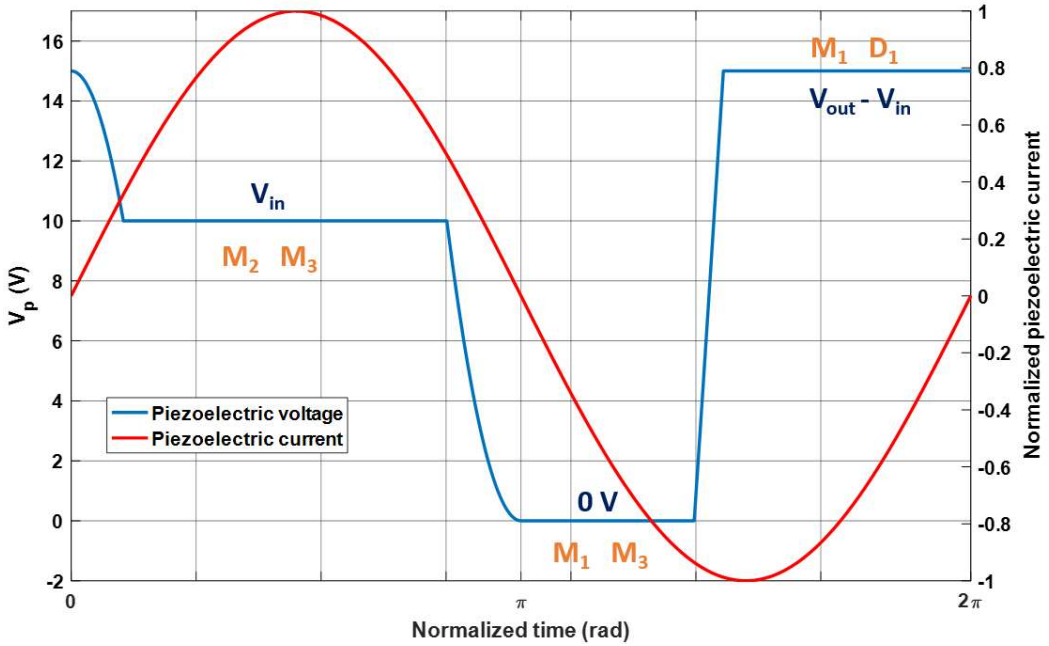


Figure 4.8 : Cycle de conversion élévateur avec transfert direct (2/3)

L'avantage de cette topologie 2/3 par rapport à la topologie de base, est que le résonateur piézoélectrique, lors de la phase de restitution de l'énergie est polarisé sous $V_{out} - V_{in}$ au lieu de V_{out}. Ainsi, en régime permanent, l'énergie reçue par la sortie correspond à l'énergie stockée dans le résonateur piézoélectrique sous V_{in} plus celle transférée directement de l'entrée V_{in} à la sortie lorsque le piézoélectrique est connectée en série entre l'entrée et la sortie. Cela correspond au convertisseur magnétique boost où l'énergie stockée dans la bobine n'est qu'une proportion (dépendant du rapport cyclique) de l'énergie totale transférée sur une période de découpage. Cela permet de diminuer, à puissance de sortie constante, l'énergie stockée dans le résonateur piézoélectrique et donc son courant interne (ou bien de convertir plus de puissance à même courant interne). Par rapport à notre convertisseur piézoélectrique classique de référence (étudié aux chapitres 2 et 3), quatre interrupteurs au lieu de trois sont également nécessaires. De plus, dans ce convertisseur à transfert direct, chaque phase à tension constante, nécessite la fermeture de deux

interrupteurs ce qui augmentent les pertes par conductions. Enfin, pour que le cycle de conversion de la Figure 4.8 puisse avoir lieu, on remarque que $V_{out} - V_{in}$ doit être supérieure à V_{in}, autrement dit, la conversion ne peut se faire avec cette topologie que pour des gains supérieurs à 2.

Pour modéliser le convertisseur, il suffit de modifier le modèle analytique en remplaçant dans les équations constitutives V_{out} par $V_{out} - V_{in}$ à l'exception de l'écriture de la puissance (2.7) et (2.8) que l'on maintient identiques (la puissance de sortie est toujours le courant moyen de sortie multiplié par la tension de sortie et non $V_{out} - V_{in}$). La Figure 4.9 montre pour une conversion 10 – 30 V, la courbe rendement puissance obtenue en la comparant avec celle obtenue avec la structure de base de la *Figure 2.1* (structure en transfert indirect de type buck-boost). Les résultats sont obtenus en prenant le résonateur caractérisé en *TABLE 1.I*. À iso-puissance, un meilleur rendement est obtenu avec le convertisseur boost à transfert direct comparé à la topologie de base (et une amplitude plus faible du courant piézoélectrique). La puissance convertible est également plus élevée.

On peut également obtenir un convertisseur similaire fonctionnant en mode abaisseur (en modifiant un peu la structure et en plaçant notamment M_1 et M_2 coté sortie) avec un transfert d'énergie sous $V_{in} - V_{out}$.

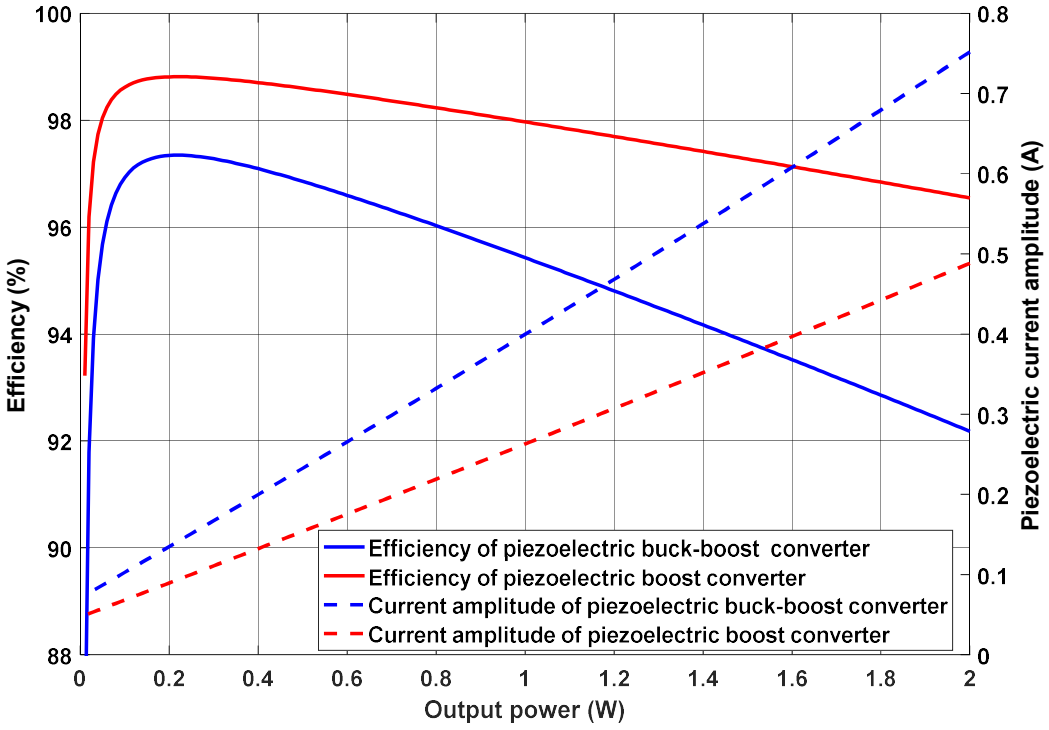


Figure 4.9 : Comparaison de la structure de base et du convertisseur avec transfert direct (2/3) pour une conversion 10 - 30 V

4.2.1.2 Abaisseur de tension a transfert direct (en 3/3)

Une autre topologie de convertisseur DC-DC est présentée à la figure ci-dessous pour abaisser la tension de sortie. Sa spécificité est que chacune des phases à tension constante fournit des charges en sortie (topologie appelée 3/3) ce qui favorise le transfert de puissance à la sortie lorsque la tension de sortie est très inférieure à la tension d'entrée ($V_{out}/V_{in} < 1/3$). Le cycle de conversion correspondant est décrit en Figure 4.11 pour une conversion 30 - 10 V.

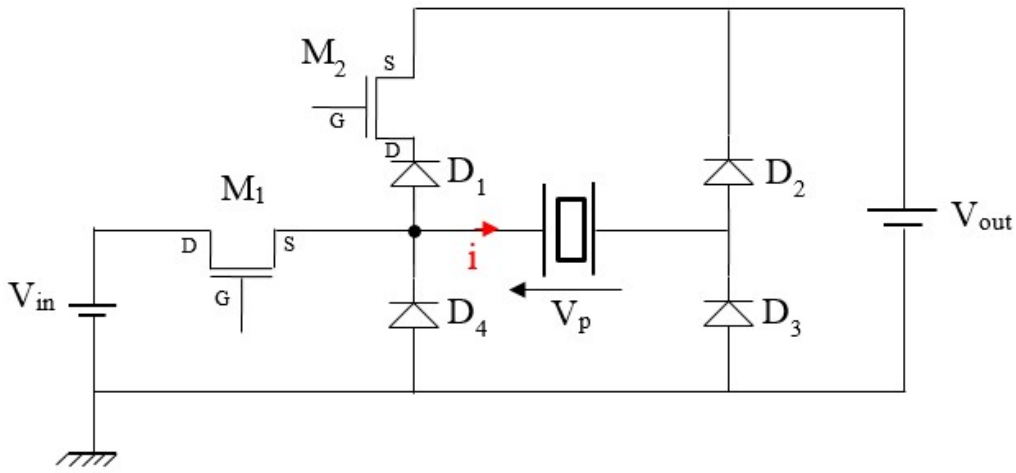


Figure 4.10 : Abaisseur avec transfert direct (3/3)

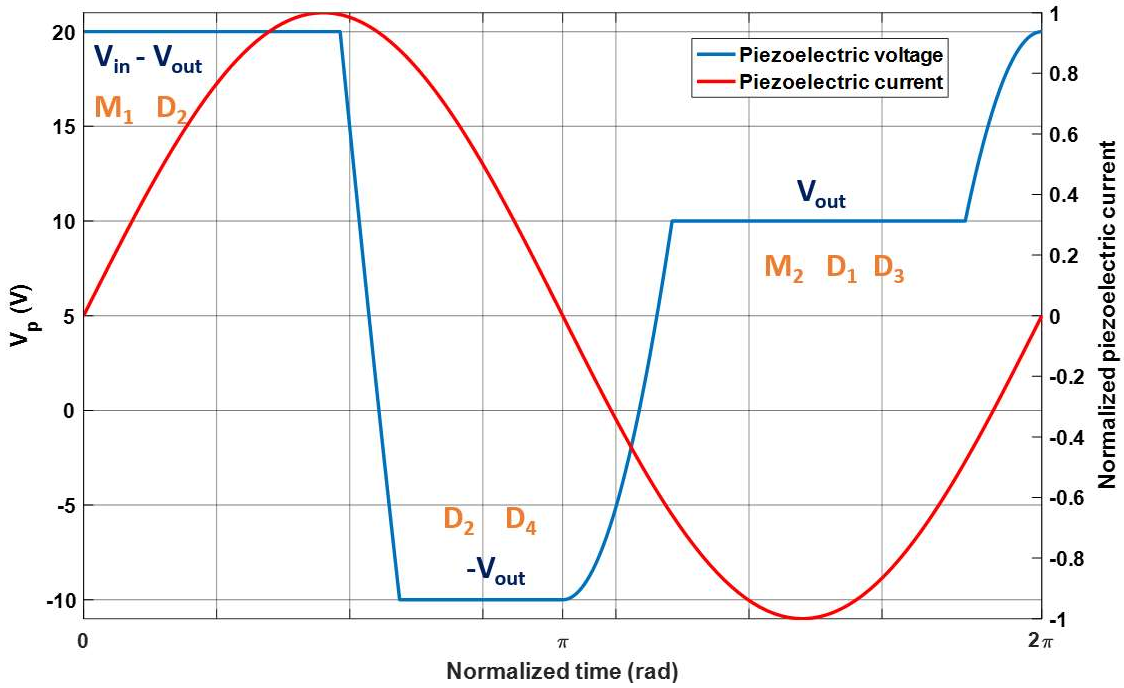


Figure 4.11 : Cycle de conversion abaisseur avec transfert direct (3/3)

Chaque phase à tension constante transfère de l'énergie en sortie (à travers la connexion de la source de sortie V_{out}). La puissance convertible est encore plus élevée que celle de la structure 2/3. Cette topologie est bien adaptée lorsque l'on cherche à fortement abaisser la tension de sortie (V_{out}/V_{in} < ½). Comparé à la structure de référence, elle permet, pour ces facteurs élevés d'abaissement de tension, d'augmenter sensiblement la puissance convertie à iso-courant interne. En revanche, bien que le nombre d'interrupteurs à commander soit le même que pour la structure de base (2 N-MOSFET), 4 diodes sont nécessaires et comme pour le convertisseur en 2/3, au moins deux interrupteurs en série conduisent durant les phases à tension constante ; les pertes dans les semis-conducterus représentent donc un point de sensibilité de cette structure. De même, pour que l'on puisse appliquer le cycle de conversion de la Figure 4.11 , il faut que $V_{in} - V_{out}$ soit supérieure à V_{out}, ce qui revient à dire qu'il faut au moins que la tension de sortie soit deux fois moindre que la tension d'entrée (contrairement à la topologie de base). Pour modéliser le convertisseur en 3/3, on peut reprendre le modèle analytique avec V_3 non nulle. Il faut alors remplacer V_{in} par $V_{in} - V_{out}$ dans les équations constitutives et changer l'expression du courant moyen de sortie $I_{out.}$ Le courant de sortie du convertisseur en mode 3/3 étant nul seulement pendant les phases en circuit ouvert, celui-ci s'exprime en reprenant les notations de l'abaisseur par :

$$\begin{aligned} I_{out} &= \frac{1}{T}\left(-\int_0^{t_1} I.\sin(\omega.t).dt - \int_{t_2}^{\frac{T}{2}} I.\sin(\omega.t).dt + \int_{t_4}^{t_5} I.\sin(\omega.t).dt\right) \\ &= \frac{-I}{2.\pi}.[\,2 + \cos(\omega.t_5) + \cos(\omega.t_2) \\ &\quad - \cos(\omega.t_4) - \cos(\omega.t_1)] \end{aligned} \tag{4.15}$$

On remarque que pour une même amplitude de courant interne I, on a un courant de sortie moyen toujours négatif mais plus élevée en valeur absolue par rapport à la topologie de base (cf (Ann. 8)) donc une puissance plus élevée. Cette structure est étudiée actuellement (2019) par Mustapha Touhami dans le cadre de sa thèse sur les convertisseurs AC-DC piézoélectriques et a été introduit dans [48]. Il est également possible d'adapter la structure 3/3 pour un élévateur de tension en permutant V_{in} et V_{out}.

4.2.2 Ajout de fonctionnalites

Nous avons vu avec les topologies 2/3 et 3/3 des variantes à la topologie de base intéressantes pour augmenter la puissance dans certaines plages de gain en tension, en contrepartie d'une augmentation du nombre de transistors/diodes. Nous allons voir maintenant d'autres structures permettant d'autres fonctionnalités.

4.2.2.1 Inversion de tension et redresseur

Les topologies que nous avons présentées jusqu'à maintenant fonctionnent uniquement avec des tensions d'entrée positives. La topologie présentée en Figure 4.12 permet de réaliser une

conversion DC-DC même si V_{in} est négative et V_{out} positive. Cette nouvelle structure est pratiquement la même que celle présentée précédemment pour la conversion 3/3 avec en revanche deux N-MOSFET supplémentaires M_{1b} permet de former avec M_{1a} un interrupteur bidirectionnel en tension et de même pour M_3 associé à D_4. Ainsi, si V_{in} est positif (> 2*V_{out}), on applique le cycle de conversion de la Figure 4.11 sinon (V_{in} < - V_{out}) on applique le cycle décrit en Figure 4.13. Ce cycle est représenté pour une conversion -20 V / +5 V.

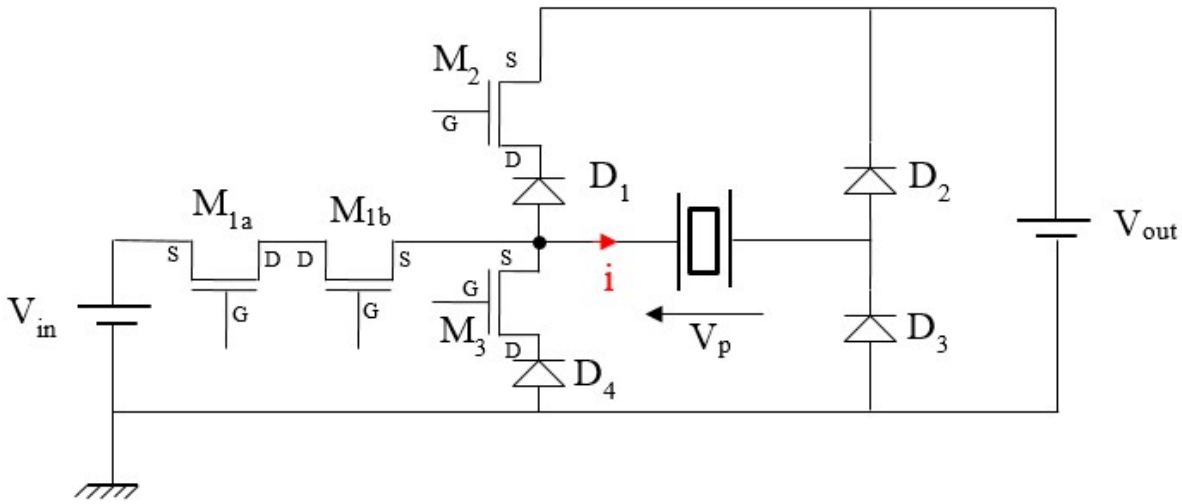


Figure 4.12 : Structure inverseuse

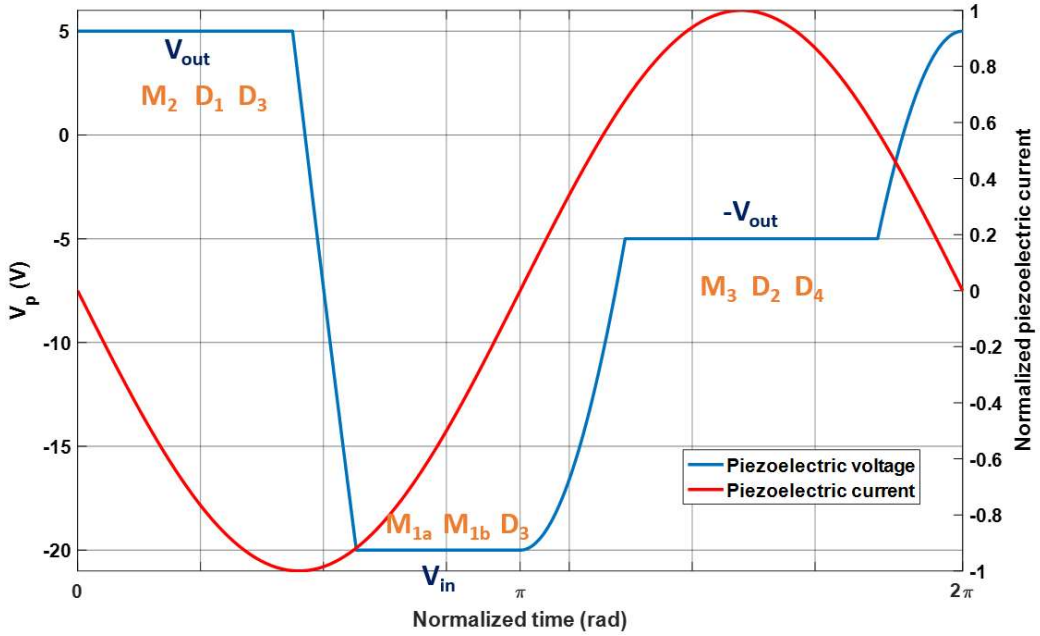


Figure 4.13 : Cycle de conversion en inverseur de tension

Encore une fois, l'élargissement des possibilités entraîne un nombre plus important d'interrupteurs. Pour inverser la tension, trois interrupteurs conduisent à chaque phase à tension constante ce qui augmente les pertes par conduction. On remarque également que le cycle inverseur fonctionne en mode 2/3 puisque le résonateur piézoélectrique restitue de l'énergie à la sortie pendant deux des trois phases à tension constante. Pour que le cycle de conversion en mode inverseur soit respecté, il faut toutefois que la tension V_{in} soit plus petite que $-V_{out.}$

Cette structure pouvant convertir les tensions positives et négatives, permet d'effectuer de la conversion AC-DC. En effet, la fréquence de résonance du résonateur piézoélectrique étant très grande par rapport à la fréquence du réseau de distribution électrique, on peut faire une succession de conversion DC-DC en suivant la valeur de la tension sinusoïdale du secteur. Pour chaque période de résonance, on considère la tension d'entrée alternative constante et on applique les cycles de conversions correspondant. Par exemple, avec la structure de la Figure 4.12, on applique le cycle de la Figure 4.10 lorsque $V_{in} > 2*V_{out}$ et le cycle en inverseur lorsque $V_{in} < -V_{out}$. Cette stratégie peut être visualisée sur la Figure 4.14 où la tension d'entrée de type secteur est découpée en plusieurs intervalles suivant sa valeur. Pendant la période où la tension d'entrée est comprise entre $-V_{out}$ et $2*V_{out}$, il n'y a pas de cycle de conversion équilibré énergétiquement. Néanmoins, cet intervalle de temps est suffisamment court pour que le matériau continue de résonner jusqu' à la sortie de cet intervalle. En effet, la résonance s'atténue au bout de $Q*T$ soit environ 14 ms pour le disque N°1. Par exemple, pour une tension réseau 50 Hz de valeur efficace 230 V, et pour une tension de sortie de 24 V, cette durée sans cycle de conversion équilibré représente moins de 2 ms.

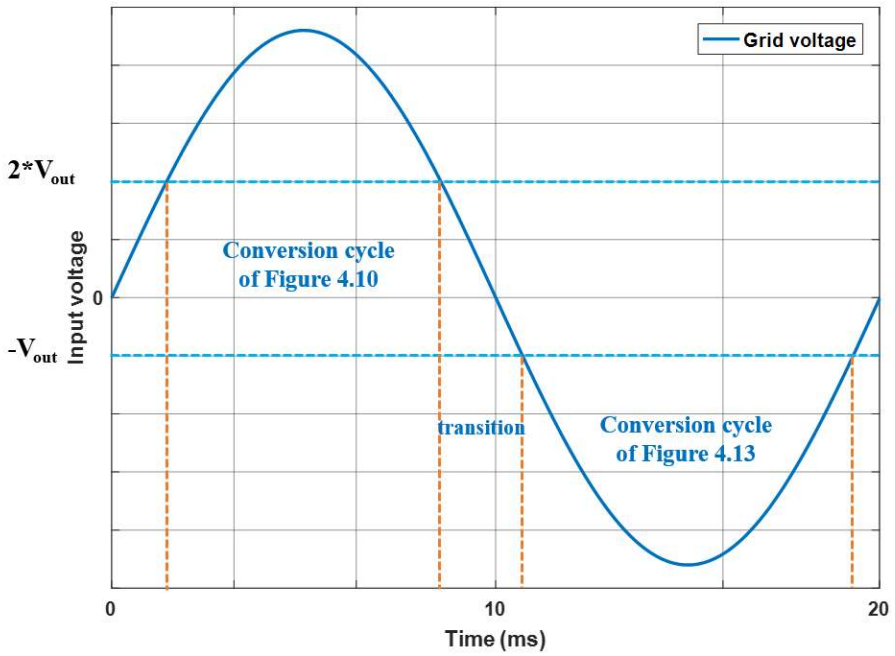


Figure 4.14 : Exemple de stratégie de conversion pour suivre une tension d'entrée sinusoïdale

L'utilisation de la structure inverseuse n'est toutefois pas obligatoire pour la conversion AC-DC, on peut en effet redresser la tension du réseau avec un pont de diodes et utiliser la structure de base (*Figure 2.1*) qui fonctionne en mode élévateur et en mode abaisseur. On utilise dans ce cas le cycle abaisseur lorsque $V_{in} > V_{out}$ et élévateur autrement.

4.2.2.2 Isolation et multi resonateurs

Tous les convertisseurs présentés jusqu'à maintenant sont non isolés. Or nous avons vu au chapitre 1 que de nombreux convertisseurs piézoélectriques de l'état de l'art sont isolés. Cette isolation est généralement obtenue au moyen d'un transformateur piézoélectrique (électrodes primaire et secondaire du transformateur séparées par le matériau piézoélectrique lui-même qui est un isolant diélectrique). Nous proposons ci-dessous un convertisseur fonctionnant selon notre principe de conversion en 6 phases mais présentant aussi une isolation :

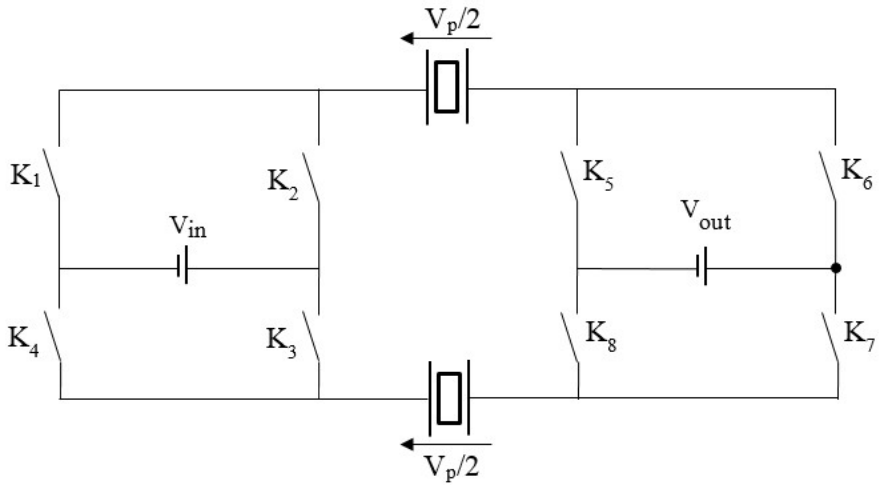


Figure 4.15 : Convertisseur isolé

Cette topologie nécessite deux résonateurs piézoélectriques, ou un résonateur piézoélectrique et une capacité de liaison. La disposition des interrupteurs génériques est telle que pour chaque phase à tension constante, on peut appliquer aux résonateurs piézoélectriques les tensions suivantes : 0 V, $\pm V_{in}$, $\pm V_{out}$, $\pm V_{in} - V_{out}$, $\pm V_{in} + V_{out}$. On peut donc reproduire avec cette topologie chacun des cycles de conversions (cycle inverseur inclus) présentées dans ce mémoire. L'isolation est capacitive et ne se fait donc pas avec un transformateur qui est source de pertes, mais par le fait que l'impédance du résonateur piézoélectrique est très élevée en basse fréquence et bloque toute propagation de la tension à basse fréquence du secteur vers la sortie. En effet, un signal basse fréquence de type 50/60 Hz, sera filtré par la haute impédance (3,1 MΩ pour C_0 = 1 nF à 50 Hz) de chacune des capacités bloquées des deux résonateurs piézoélectriques créant ainsi une isolation entre les parties entrées et sortie du convertisseur. En revanche, à chacune des phases à tension constante, les deux résonateurs sont placés en série. Les deux résonateurs doivent donc

être identiques. La mise en série permet de travailler avec des tensions plus basses pour chacun des résonateurs et la capacité bloquée équivalente formée par les deux résonateurs piézoélectriques est divisée par deux mais la résistance motionnelle est doublée. De plus, les résonateurs ne pouvant pas être exactement identiques, leurs fréquences de résonance ne le seront pas non plus et le facteur de qualité des deux résonateurs en série sera inférieur au facteur qualité d'un seul (rendement inférieur).

La topologie de base développée aux chapitres 2 et 3 ainsi que leurs extensions proposées dans ce chapitre peuvent à leurs tours être déclinées pour des convertisseurs intégrants plusieurs résonateurs piézoélectriques sensiblement identiques. On peut classiquement réaliser des convertisseurs en cascade pour augmenter le gain en tension. La sortie du $n^{ième}$ étage correspond à l'entrée de l'étage n+1. L'ensemble des résonateurs pouvant être en phase, on peut donc mutualiser leur commande. Bien sûr, plus le nombre d'étages est élevé, plus le gain en tension l'est aussi mais le rendement diminue d'autant. Une autre possibilité est de mettre les deux résonateurs en parallèles. Ainsi, à même puissance, seule la moitié du courant traverse chacun des résonateurs. Comme nous avons vu que le courant maximum constituait la limite en puissance, on peut donc théoriquement doubler la puissance en mettant deux résonateurs en parallèles, ou par n en plaçant n résonateurs piézoélectriques en parallèle. Enfin, au lieu de les mettre simplement en parallèle, on peut choisir d'utiliser une structure entrelacée qui permet d'utiliser des composants de calibres plus faibles et de diminuer l'ondulation de courant en sortie (on peut alors réduire la capacité de sortie). La Figure 4.16 montre la topologie pour un convertisseur entrelacé piézoélectrique avec deux cellules de commutations. Pour que l'on réduise au mieux les ondulations de courant, il faut que les deux résonateurs soient en opposition de phase. La Figure 4.17 montre le cycle de conversion en mode élévateur 10 - 20 V le courant de sortie étant la somme des courants i_{out1} et i_{out2}.

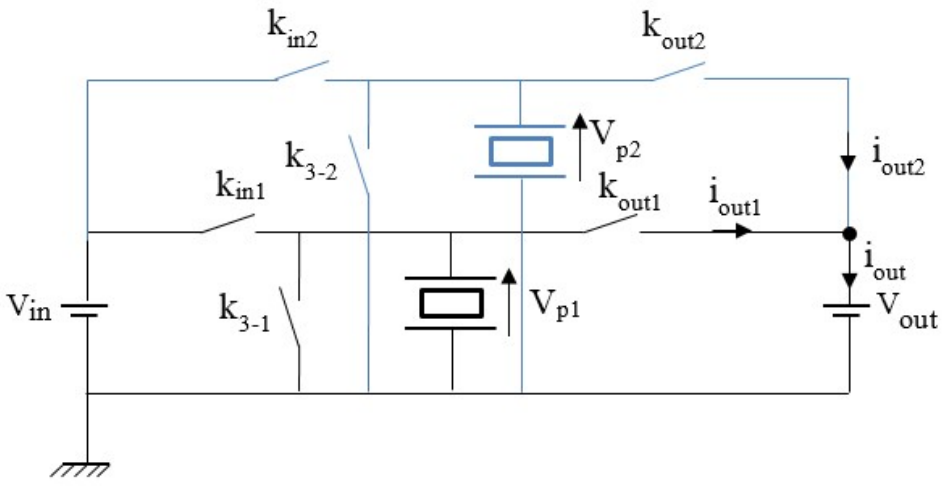


Figure 4.16 : Convertisseur entrelacé

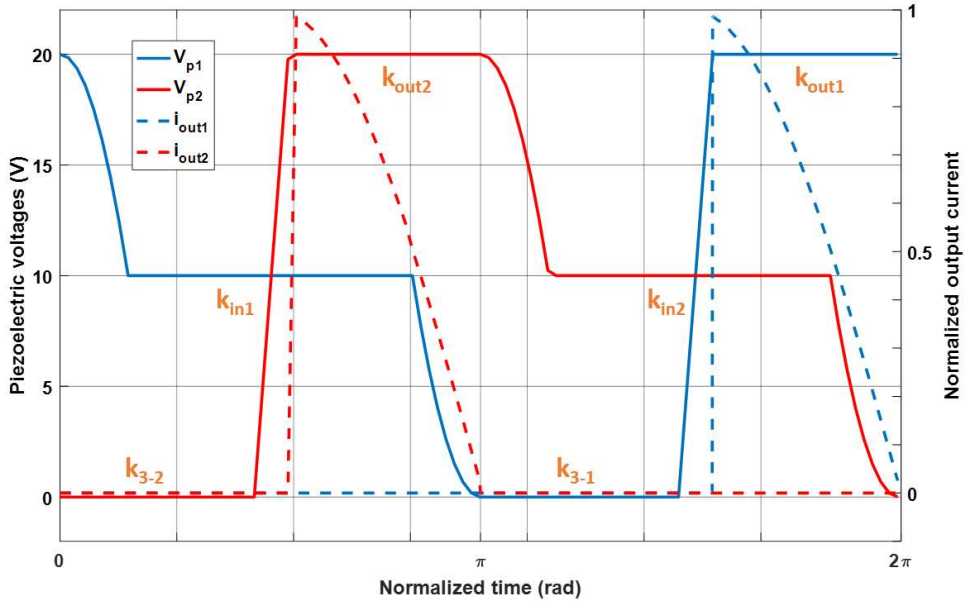


Figure 4.17 : Formes d'onde convertisseur entrelacé en opposition de phase

La charge et la décharge du condensateur de sortie s'effectuent à une fréquence deux fois plus élevée permettant ainsi de réduire l'ondulation de courant.

Ces variantes comportant plusieurs résonateurs imposent néanmoins des contraintes supplémentaires. En effet, ces résonateurs doivent fonctionner en phase (convertisseur isolé, convertisseur avec mise en parallèle de résonateurs et structures en cascades avec commande mutualisées) ou en décalage de phase (structure entrelacée). Les résonateurs ne sont en pratique jamais rigoureusement identiques et le contrôle de la phase ne va donc pas de soi. La synchronisation peut se faire par un lien mécanique entre les résonateurs. Ce lien peut par exemple être réalisé par collage ou avec une réalisation sur un même substrat. Néanmoins, la mise en série ou en parallèle de résonateurs piézoélectriques pour de la conversion de puissance a déjà été validée avec succès notamment pour des transformateurs piézoélectriques [49]–[51].

4.2.2.3 Conversion multi-sortie

Une topologie pour une conversion multi-sortie est proposée en Figure 4.18. Il s'agit de redistribuer l'énergie prise à la source d'entrée sous trois potentiels. Nous avons vu que le cycle de conversion devait contenir au minimum six phases. Cependant, il est possible d'en générer plus pour augmenter le nombre de sorties. La Figure 4.19 présente le cycle de conversion en dix phases associé à cette topologie pour une tension d'entrée de 36 V.

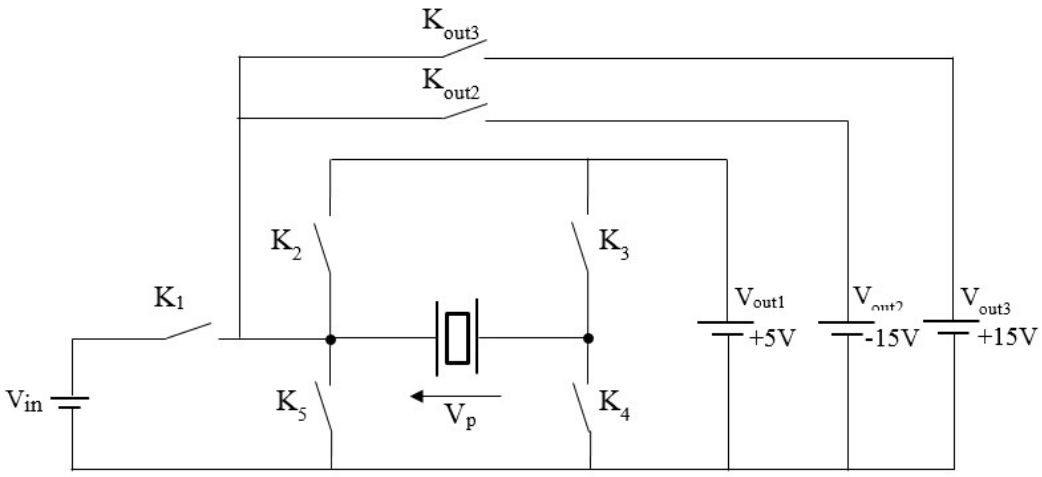


Figure 4.18 : Structure multi-sortie

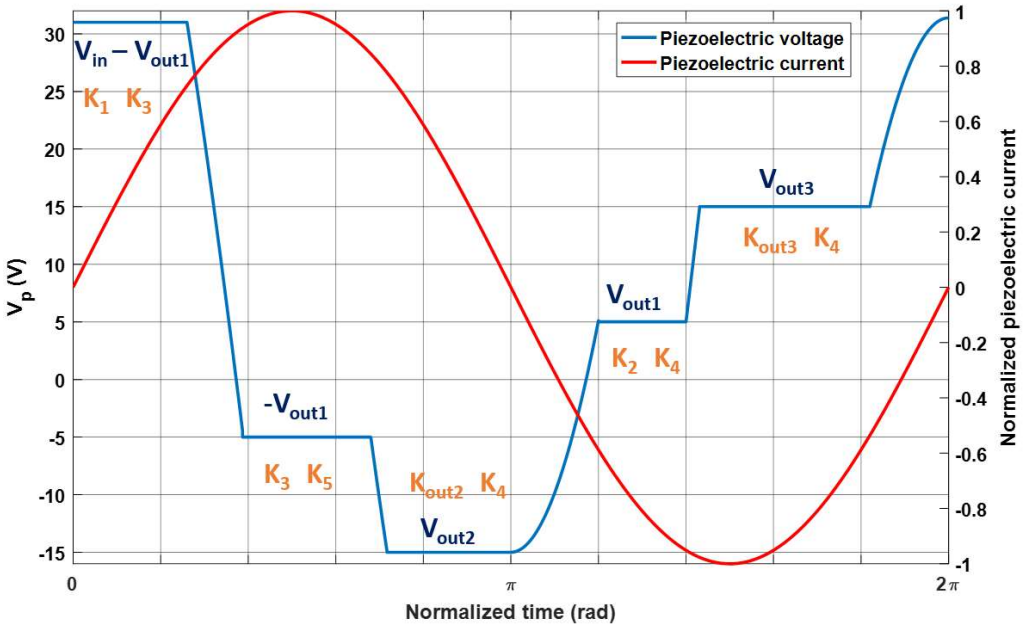


Figure 4.19 : Cycle de conversion multi-sortie

Ce cycle de conversion permet de réaliser une conversion 36 V vers 5 V et $\pm 15\,V$. L'augmentation du nombre de sortie s'effectue logiquement en multipliant le nombre d'interrupteurs nécessaires. Par ailleurs, la structure est très proche de l'abaisseur 3/3 présenté en Figure 4.10 mais avec deux interrupteurs K_{out2} et K_{out3} supplémentaires et donc deux phases à tension constante supplémentaires (V_{out2} et V_{out3}) pour gérer les sorties correspondantes. On peut bien sûr en suivant ce principe augmenter le nombre de sorties (ou d'entrées) à condition d'augmenter le nombre d'interrupteurs et la complexité du cycle. Augmenter le nombre de phases peut aussi permettre de diminuer le contenu harmonique du cycle et de rapprocher la forme d'onde

de la tension aux bornes du matériau piézoélectrique d'une sinusoïde ce qui diminue les problèmes d'excitation des modes de résonances supérieurs. La régulation de plusieurs tensions de sortie dans une même échelle de temps constitue néanmoins une difficulté supplémentaire.

Nous avons donc décrit dans cette section une pluralité de structures utilisant le principe de base de conversion décrit au chapitre 2 (résonateur piézoélectrique utilisé comme élément de stockage puis restitution d'énergie tout en assurant des commutations douces). Chacune des topologies a ses avantages et ses inconvénients à l'instar des convertisseurs magnétiques classiques où il coexiste un grand nombre de topologie différentes selon le contexte applicatif (abaisseur, élévateur, fort/faible gain en tension, convertisseur isolé, inversion de tension, conversion AC-DC et convertisseur multi-entrées/sorties).

4.3 Perspectives

4.3.1 Rendement, densite d'energie et comparaison magnetique

4.3.1.1 Estimation du rendement complet

Pour rappel, le calcul des rendements présentés dans cette thèse, se base uniquement sur les pertes dans le matériau piézoélectrique pour ce qui est des modèles, complété des pertes dans les transistors de puissance et les éléments de câblage pour ce qui est des résultats expérimentaux. Or, la quantité d'énergie pour faire fonctionner le circuit de commande est non négligeable. Dans le cadre de cette thèse, nous avons surtout cherché à mettre en avant le fonctionnement et les performances du circuit de puissance et nous avons donc développé une commande numérique garantissant les bons signaux mais sans se soucier de sa consommation. À terme, il est évident que la mise au point d'une commande basse consommation sera nécessaire pour obtenir un convertisseur complet et industrialisable. Nous cherchons ici à estimer la puissance nécessaire pour une commande de type numérique. Il s'agit d'établir l'ordre de grandeur de la consommation du FPGA, des comparateurs nécessaires pour assurer la synchronisation du cycle de conversion sur le mouvement mécanique du résonateur piézoélectrique, du convertisseur analogique numérique pour la régulation de la tension de sortie, des drivers assurant la commande des interrupteurs.

La consommation du convertisseur analogique numérique (CAN) et des comparateurs est calculée à partir des datasheets (MCP3004/3008 Microship® et MCP6561/1R/1U/2/4 Microship ®) pour une alimentation de 3,3 V, la puissance dissipée à cause de la charge et décharge des capacités C_{GS} des quatre interrupteurs (IRLML0040TRPbF International rectifier ®) pour une tension de commande de 4,5 V à 100 kHz. La consommation du FPGA est estimée en utilisant l'interface Xilinx power estimator pour un Spartan-3A xc3s700an avec une horloge à 50 MHz, dix-sept entrées sorties LVCMOS 3,3 V (quatre pour le driver, cinq pour le comparateur et huit pour le CAN) et deux-milles portes logiques (estimée par rapport à mon propre code). Pour le

driver, on se base sur la consommation à partir d'un Fan 3111 d'On Semiconductor ® pour une fréquence de 100 kHz et 4,5 V en sortie et une charge de 470 pF. En additionnant toutes les pertes, la consommation de la partie commande s'élève à 58 mW.

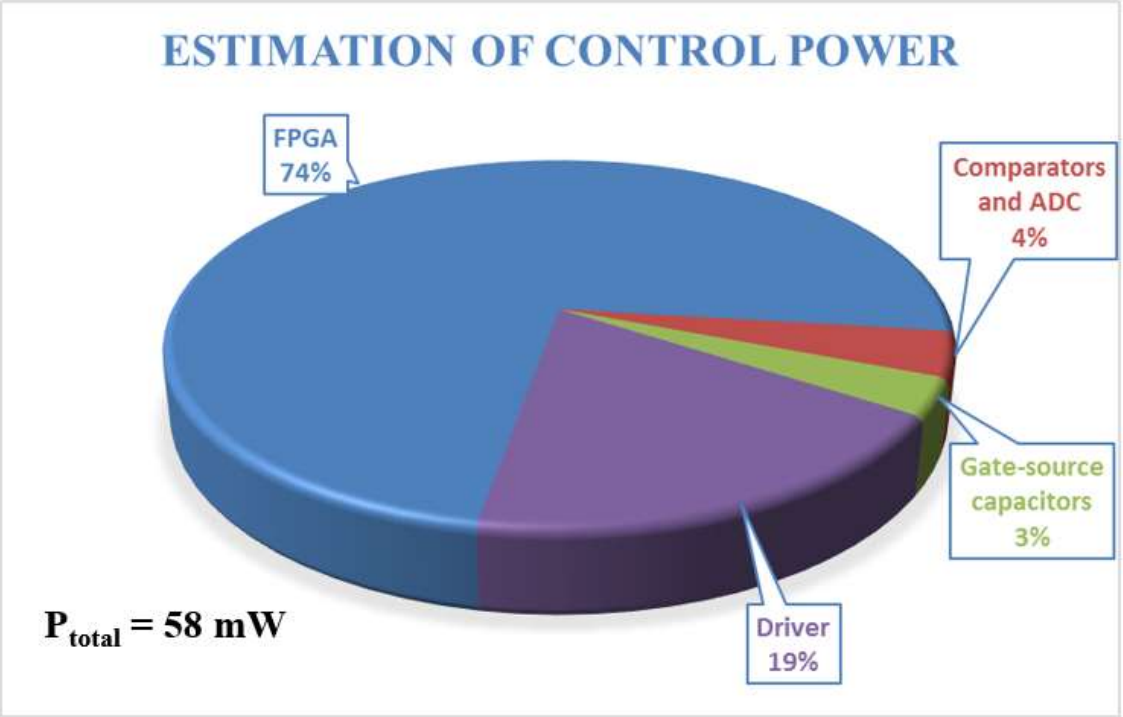


Figure 4.20 : Répartition de la puissance nécessaire pour la consommation de la commande à 100 kHz

Cette figure montre que le FPGA et les drivers sont les éléments les plus énergivores. La consommation du FPGA est en effet estimée à 43 mW contre 10,8 mW pour les drivers. Cette puissance de commande sera d'autant plus grande que la fréquence sera élevée ce qui empêche d'avoir des bons rendements pour des petits disques résonants à des fréquences très élevées (> 1 MHz). Cependant, il est possible de diminuer une partie de la consommation pour une fréquence donnée en diminuant la tension de commande des interrupteurs. Une commande 100 % analogique et basse consommation pourrait réduire drastiquement la consommation sachant que le FPGA représente 74 % de celle-ci. Pour une application commerciale à grande échelle, un ASIC serait justifié et permettrait de réduire très fortement la consommation globale de la commande (de l'ordre de quelques mW).

En prenant en compte ces 58 mW et en reprenant la courbe rendement-puissance obtenue avec le disque N°2 (D = 25 mm et th = 0,35 mm), cela donne un rendement de l'ordre de 90 % pour l'ensemble du convertisseur à 1 W pour une conversion 10 – 15 V (cf annexe *Courbes par disque*). À titre de comparaison, le rendement reporté du convertisseur Traco power ® TSR 0.5-2425

abaisseur non-isolé pour une conversion 4,75 - 2,5 V, 1,25 W est de 87 % (fréquence de 330 kHz, prix catalogue 5,7 € et dimensions en mm 11,5*10,2*7,55).

4.3.1.2 DENSITÉ VOLUMIQUE D'ÉNERGIE

On cherche maintenant à comparer la solution piézoélectrique à celle magnétique au regard de sa capacité de stockage temporaire, c'est-à-dire au regard des densités d'énergie stockable dans une inductance et dans un résonateur piézoélectrique. En pratique, seule une partie de l'énergie stockée dans le matériau piézoélectrique est échangée à chaque période. Nous considérons ici uniquement cette part d'énergie échangée. Nous avons, avec le disque N° 2, converti 1,7 W pour une conversion 10 – 20 V à 90 kHz. Cela représente une densité volumique d'énergie échangée par période, au niveau du matériau piézoélectrique, de 103 $\mu J.cm^{-3}$. Dans la littérature, un convertisseur élévateur magnétique conçu pour des gains élevées et opérant dans des conditions proches des nôtres a été présenté récemment [52]. Une conversion de 7 – 20 V de 1,6 W avec un rendement de 81 % et une fréquence de 100 kHz est reportée. L'inductance utilisée est une ELC16B220L de Panasonic ® de 22 µH, elle présente une densité d'énergie de 3,5 $\mu J.cm^{-3}$ ce qui est sensiblement plus faible (cependant, pour la puissance maximale reportée, la même inductance permet d'atteindre une densité volumique de l'ordre de 20 $\mu J.cm^{-3}$). Nous avons donc par rapport à ce papier un rendement et une densité d'énergie meilleure dans des conditions d'opérations proches.

On cherche maintenant à dimensionner une inductance pour les convertisseurs magnétiques classiques opérant dans les mêmes conditions. Pour cela, on reporte la puissance maximale obtenue expérimentalement avec la solution piézoélectrique pour chacune des trois fréquences de résonance (90, 190 et 450 kHz) pour une conversion 10 - 20 V. On utilise ensuite les formules décrites au chapitre 1 ((1.14),(1.15)) pour calculer la valeur de l'inductance et de son courant maximal en considérant un convertisseur buck-boost de puissance identique (équivalent magnétique du convertisseur piézoélectrique présenté au chapitre 2). Enfin on cherche dans les catalogues commerciaux l'inductance la plus petite en volume répondant à ces deux conditions (valeur d'inductance et permettant d'atteindre le courant maximum) et l'on compare la densité d'énergie. La Table.I ci-dessous reporte pour chacune de fréquences les inductances retenues.

On constate que pour une fréquence de 90 kHz, on peut trouver une inductance de plus petit volume permettant de convertir la même puissance dans une structure de type buck-boost. Le stockage magnétique présente donc à cette fréquence la meilleure densité d'énergie. Néanmoins, dans certaines applications présentant une contrainte d'épaisseur, la solution piézoélectrique peut être préférable puisque le disque N°2 a une épaisseur de 0,35 mm alors que la hauteur de l'inductance correspondante est de 4 mm. Lorsque la fréquence de résonance augmente, la densité d'énergie devient plus élevée pour la solution piézoélectrique (la transition se fait autour de 190 kHz) et pour une fréquence de 450 kHz, le volume du résonateur piézoélectrique est plus de cinq fois plus faible.

Table 4.I : Comparaison de l'énergie stockée dans l'élément piézoélectrique par rapport à la solution magnétique

Frequency (kHz)	**Piezoelectricity**			**Corresponding requirements**		**Commercial inductors**		
	Disc number	Volume (mm^3)	Power (mW)	L (µH)	i_{Lmax} (mA)	Reference	Volume (mm^3)	Ir (mA)
90	2	172	1710	144	513	74404054151 Wurh®	98	600
190	4	39.6	731	160	219	74404043151A Wurh®	40	390
450	5	2.95	347	142	42.6	0819R-76K *API Delevan*®	15.6	51

Toutefois, l'inductance est dimensionnée pour opérer proche de ses limites, alors que le résonateur piézoélectrique est très surdimensionné (facteur 10) par rapport aux tensions de fonctionnement de notre convertisseur 10 – 20 V. Autrement dit, à même puissance et à même gain nous pouvons potentiellement encore largement augmenter la densité volumique du matériau piézoélectrique.

Au niveau de la densité massique d'énergie, il faut tenir compte du fait que la densité des PZT est souvent plus élevée que celle des ferrites (environ 7-8 $g.cm^{-3}$ contre 5 $g.cm^{-3}$). Ainsi, à même volume, le résonateur piézoélectrique sera plus lourd. Enfin, la commande est beaucoup plus complexe pour le convertisseur piézoélectrique ce qui se traduit par des capteurs en supplément (et des volumes et coûts de la partie commande plus importants).

4.3.1.3 Discussion et elements de comparaison avec les convertisseurs magnetiques

Nous avons au cours de cette thèse, commencé à explorer les possibilités d'un nouveau type de convertisseur à base de matériaux piézoélectrique. Même si nous n'avons pas pu en étudier tous les aspects, nous avons vu certaines de ses potentialités. Nous cherchons à donner des éléments de comparaisons entre notre topologie de base présentée au chapitre 2 (cf *Figure 2.1*) et certaines des topologies classiques magnétiques et piézoélectriques vues au chapitre 1. Nous rappelons que la gamme de puissance envisagée se situe entre des dizaines de milliwatt et des dizaines de Watt.

Les convertisseurs magnétiques boost et buck-boost sont relativement faciles à commander avec un seul interrupteur actif en revanche, le rendement chute à fréquence élevée à cause des pertes par commutations importantes (commutations dures). Les convertisseurs quasi-résonants

magnétiques permettent de garantir un haut rendement pour des fréquences élevées en effectuant des commutations en mode ZVS ou ZCS. En contrepartie, la mise en œuvre de la commande est plus complexe et il faut rajouter deux éléments passifs. Contrairement à la solution quasi résonante, les interrupteurs de notre convertisseur piézoélectrique ne voient pas la surtension ou surcourant due à la résonance (cf (1.16), (1.17)) et sont donc soumis à des contraintes plus faibles pour des conditions similaires (le stress maximale en mode élévateur est de V_{out}). Ainsi, même si le nombre d'interrupteurs commandés est supérieur, leur calibre et donc le volume associé sont potentiellement plus faibles pour notre convertisseur piézoélectrique. Si l'on compare maintenant avec le convertisseur avec transformateur piézoélectrique classique en demi-pont (Figure 1.16), notre convertisseur à l'avantage d'être sans inductance. Même si de très bons rendements peuvent être obtenus avec des transformateurs piézoélectriques, comme pour les composants magnétiques, le rendement en version non isolé est souvent plus élevé qu'avec la version transformateur. Nous avons de plus déjà montré au chapitre 1 les limitations de la solution avec transformateur piézoélectrique (PT) en termes de plage de puissance et de gain par rapport à notre convertisseur. En revanche, la mise en œuvre de la commande de notre convertisseur est plus complexe que pour la solution avec transformateur. Enfin, en termes de miniaturisation et de facteur de forme la solution piézoélectrique est avantageuse par rapport à une solution bobinée si l'on cherche à réaliser un dispositif très fin.

En conclusion, notre nouveau type de convertisseur possède tous les avantages des matériaux piézoélectriques classiques par rapport aux solutions inductives. Au détriment d'une commande plus complexe, il permet de faire de la conversion DC-DC sans transformateur piézoélectrique avec de très bons rendements et pour une grande plage de conversion (en gain et puissance). Le coût des matériaux piézoélectrique reste relativement élevé mais le succès de la commercialisation à grande échelle des alimentations pour le rétro-éclairage des écrans plats LCD dans les années 2000 prouve leur viabilité économique. L'avantage d'une géométrie plane et d'un faible encombrement ainsi que des rendements élevés constituent des atouts attractifs pour de futures applications. Par ailleurs, par rapport à une inductance, le piézoélectrique se comporte comme un circuit ouvert en basse fréquence, typiquement à 50 Hz, ce qui réduit drastiquement tous risque de court-circuit passant par l'élément de stockage et permet d'imaginer des systèmes isolés vis-à-vis de la tension secteur sans pour autant recourir à des transformateurs.

4.3.2 MINIATURISATION DU CONVERTISSEUR

La miniaturisation du convertisseur piézoélectrique est envisageable. Pour un convertisseur classique magnétique (convertisseur avec inductance), la difficulté d'intégration de l'inductance (ou du transformateur) constitue un obstacle majeur à sa miniaturisation [53]. Parmi les difficultés, figurent la structure enroulée d'une bobine et l'augmentation des pertes fers à haute fréquence. De plus, l'alternative piézoélectrique rayonne beaucoup moins en termes de champ magnétique. Le dépôt en couche mince de structures piézoélectriques est un axe de recherche important dans le

domaine de la microélectronique. Actuellement, pour un résonateur en forme de disque, un facteur de qualité de 875 [54] avec du PZT et de 217 avec de l'AlN [55]. Cependant les facteurs de couplages associés restent encore modestes (couplage inférieur à 10 % et par suite le facteur de mérite $k^2.Q < 10$). L'utilisation d'un matériau piézoélectrique déposé en couche mince reste donc difficile actuellement, mais est envisageable avec l'amélioration des facteurs de qualité et de couplages [56].

Beaucoup de MEMS piézoélectriques sont réalisés à partir des matériaux PZT mais aussi des matériaux avec des couplages plus faibles comme des matériaux piézoélectriques de types ZnO et AlN [57]. La Table 4.II reprenant la TABLE I de [58] expose les avantages et inconvénients de ces trois familles de matériaux piézoélectriques. Les coefficients d_{33} et d_{31} sont directement en lien avec le couplage du matériau. Les matériaux PZT, qui présentent les facteurs de couplages les plus élevées, restent à priori les plus intéressants pour notre application. Cependant, les matériaux type AlN ou ZnO ne possèdent pas de plomb, ce qui facilite leur utilisation vis-à-vis des risques environnementaux et l'AlN a l'avantage d'être CMOS compatible ce qui facilite l'intégration du système complet.

Table 4.II : Comparaison de plusieurs matériaux piézoélectrique déposables en couche mince

Property	**PZT**	**ZnO**	**AlN**
d_{33}	High	Moderate	Low
d_{31}	High	Moderate	Low
Dielectric constant	Huge	High	Low
Density	Heavy	Medium	Light
Environment	Unfriendly	Medium	Friendly
CMOS compatibility	Not	Not fully	Fully

En cas de production de masse, la mise au point d'une commande de type ASIC dédié permettrait d'avoir un système pleinement intégré. On peut également imaginer un résonateur piézoélectrique non intégré mais disposé dans le même boitier que le circuit de commande, lui-même complètement intégré (System in Package). Par ailleurs, rappelons que la forme planaire des disques piézoélectriques est avantageuse comparée à la solution magnétique, par exemple pour une intégration dans des objets fins : tablettes, téléphone ou patch médicale.

BILAN CHAPITRE 4

Plusieurs variantes et pistes d'améliorations ont été explorées dans ce chapitre par rapport au principe de conversion présenté au chapitre 2. Nous avons présenté de nouvelles topologies fonctionnant toutes sur le même principe, c'est à dire avec un cycle de conversion cadencé et synchronisé sur la résonance du matériau piézoélectrique et alternant phases à tension constantes et à charge constantes avec des commutations douces. Nous avons généralisé le modèle analytique pour l'adapter à ces nouvelles structures. Nous avons ainsi pu mettre en évidence des structures permettant d'augmenter le gain en tension et/ou la puissance de sortie et/ ou le rendement sur la base des propriétés du matériau piézoélectrique. Nous avons aussi démontré la possibilité de faire d'autres fonctions de conversion (AC-DC, inverseur, isolation …). Nous avons ensuite estimé la puissance nécessaire à la commande pour évaluer ce que pourrait être le rendement du système complet (environ 90 % à 1 W) et avons vu qu'il était du même ordre de grandeur que certains convertisseurs du commerce.

Nous avons également mis en évidence les grands axes de travail restant pour obtenir un convertisseur complet et optimisé. Le premier axe est la mise en œuvre d'une commande plus compacte et basse consommation (circuit dédié par exemple). Il s'agit également d'étudier la miniaturisation du convertisseur et la mise en place d'un ASIC. On peut également envisager le dépôt en couche mince du résonateur piézoélectrique, de trouver un moyen de fixation préservant au mieux la résonance, ou encore de réaliser des piézoélectriques couplés mécaniquement pour qu'ils opèrent de manière synchronisée ou avec un déphasage souhaité.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Le besoin croissant en électronique de puissance touche des domaines très variés aux contraintes spécifiques comme l'aéronautique, le médical, les tablettes ou la téléphonie mobile. Dans ce contexte, les matériaux piézoélectriques constituent une excellente alternative pour des convertisseurs compacts et avec un facteur de forme plan et des puissances de l'ordre du milliwatt à plusieurs dizaines de Watts. Ces matériaux possèdent en effet de nombreux avantages comme un facteur de qualité très élevé, des densités de puissances importantes, et une géométrie fine et plane. Ils sont notamment plus faciles à intégrer comparé aux inductances magnétiques classiquement utilisées.

Une nouvelle topologie (Figure 2.1) ainsi qu'un nouveau principe de pilotage de convertisseur piézoélectrique est présenté. Contrairement à la majorité des convertisseurs piézoélectriques, son principe ressemble aux convertisseurs magnétiques de type buck-boost ou Flyback. Le matériau piézoélectrique prélève à chaque période de résonance de l'énergie à la source d'entrée, la stocke provisoirement sous forme mécanique (contrairement au stockage magnétique dans une inductance) et la restitue à la charge sous forme électrique. Les commutations douces sont réalisées pour chacun des interrupteurs ce qui permet d'augmenter le rendement et la structure est dépourvue d'inductance. Contrairement au contrôle en fréquence classique utilisé habituellement pour ajuster la puissance de sortie des convertisseurs piézoélectriques, la stratégie de pilotage des interrupteurs utilisée permet de toujours fonctionner proche de la fréquence de résonance du système et de conserver un bon rendement pour une grande plage de puissance et une grande plage de gain. Un modèle analytique complet est développé et permet de connaitre quantitativement les principales grandeurs du convertisseur (courant interne image des vibrations du résonateur, temps de transitions, rendement …). Ce nouveau principe ainsi que le modèle analytique sont pleinement validés expérimentalement. Des rendements très élevés sont obtenus (> 98 %) et une puissance de quelques Watt ont été convertis. Ces bons résultats ont été obtenus alors même que le résonateur piézoélectrique a opéré loin de ses limites de tenue en tension. Avec le même résonateur, une puissance significativement plus élevée (> 10 W) peut être convertie en augmentant la tension d'entrée.

Le choix des dimensions des résonateurs est déterminant puisqu'il conditionne les caractéristiques du convertisseur. Un faible rayon augmente la fréquence de résonance et donc la fréquence de fonctionnement ce qui augmente la densité de puissance mais diminue la puissance maximale atteignable (pour une tension d'entrée et de sortie donnée). À rayon constant, un rapport épaisseur sur diamètre très petit (< 0,1) est globalement préférable. Le moyen de fixation du résonateur piézoélectrique est lui aussi essentiel car il peut drastiquement réduire le facteur de qualité si il est mal conçu/réalisé. En se basant sur notre modèle analytique ainsi que sur des caractérisations expérimentales, nous avons proposé une méthodologie de dimensionnement du résonateur satisfaisant les exigences du cahier des charges et maximisant la densité de puissance.

Il est possible d'utiliser ce principe de conversion pour d'autres topologies (type 2/3 ou 3/3) qui permettent d'optimiser le cycle de conversion, dans le cas de conversions à facteur de tension entré-sortie élevé, pour transférer plus de puissance. Nous avons aussi présenté des topologies permettant d'assurer l'isolation galvanique ou l'inversion de tension. Nous avons exploré une partie des potentialités de ce nouveau principe de convertisseurs. Pour tendre vers un produit complet, plusieurs axes de travail doivent être encore approfondis comme la mise au point d'une commande compacte et basse consommation. Par ailleurs, avec les progrès de la micro-électronique, et notamment les progrès de l'intégration piézoélectrique sur silicium (AlN, PZT), il est envisageable à terme d'imaginer des convertisseurs complétement intégrés et présentant des rendements élevés.

BIBLIOGRAPHIE

[1] M. Wieckowski, G. K. Chen, M. Seok, D. Blaauw, and D. Sylvester, "A hybrid DC-DC converter for sub-microwatt sub-1V implantable applications," in *2009 Symposium on VLSI Circuits*, 2009, pp. 166–167.

[2] D. Jovcic, "Step-up DC–DC converter for megawatt size applications," *IET Power Electron.*, vol. 2, no. 6, pp. 675–685, Nov. 2009.

[3] TechSci Research, "Global DC-DC converter market: report description," 2017. [Online]. Available: https://www.techsciresearch.com/report/global-dc-dc-converter-market/3431.html. [Accessed: 14-May-2019].

[4] "Onduleurs : vers un marché de 90 GW d'ici 2020 ?," *L'écho du Solaire*, 2016. [Online]. Available: https://www.lechodusolaire.fr/onduleurs-vers-marche-de-90-gw-dici-2020/. [Accessed: 14-May-2019].

[5] M. Forouzesh, Y. P. Siwakoti, S. A. Gorji, F. Blaabjerg, and B. Lehman, "Step-Up DC–DC Converters: A Comprehensive Review of Voltage-Boosting Techniques, Topologies, and Applications," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 32, no. 12, pp. 9143–9178, Dec. 2017.

[6] A. Vazquez Carazo, "Piezoelectric Transformers: An Historical Review," *Actuators*, vol. 5, no. 2, p. 12, Apr. 2016.

[7] D. Vasic and F. Costa, "Applications des éléments piézoélectriques en électronique de puissance," *Tech. L'ingénieur Compos. Act. En Électronique Puissance Tech. L'ingénieur*, pp. 235–24, 2011.

[8] T. Roy Choudhury and B. Nayak, "Comparative Steady State Analysis of Boost and Cascaded Boost Converter with inductive ESR losses & Capacitor Current Behaviour," *Int. J. Power Electron. Drive Syst. IJPEDS*, vol. 7, no. 1, p. 159, Mar. 2016.

[9] F. C. Lee, "High-frequency quasi-resonant converter technologies," *Proc. IEEE*, vol. 76, no. 4, pp. 377–390, 1988.

[10] M. K. Kazimierczuk, "Design-oriented analysis of boost zero-voltage-switching resonant DC/DC converter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 3, no. 2, pp. 126–136, Apr. 1988.

[11] W. P. Mason, "Piezoelectricity, its history and applications," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 70, no. 6, pp. 1561–1566, Dec. 1981.

[12] C. Degel *et al.*, "3D sonar system based on mills cross antenna configuration," in *Oceans-St. John's, 2014*, 2014, pp. 1–6.

[13] D. Guyomar, A. Badel, E. Lefeuvre, and C. Richard, "Toward energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 52, no. 4, pp. 584–595, 2005.

[14] M. J. Prieto, J. Diaz, J. A. Martin, and F. Nuno, "A very simple DC/DC converter using piezoelectric transformer," in *Power Electronics Specialists Conference, 2001. PESC. 2001 IEEE 32nd Annual*, 2001, vol. 4, pp. 1755–1760.

[15] T. L. A. van den Heuvel, D. J. Graham, K. J. Smith, C. L. de Korte, and J. A. Neasham, "Development of a Low-Cost Medical Ultrasound Scanner Using a Monostatic Synthetic Aperture," *IEEE Trans. Biomed. Circuits Syst.*, vol. 11, no. 4, pp. 849–857, Aug. 2017.

[16] C. . Rosen, K. . Fish, and H. . Rothenberg, "Electromechanical Transducer," 2,830,274, 1954.

[17] "176-1987 -IEEE Standard on Piezoelectricity," 1988.
[18] S. Tashiro, M. Ikehiro, and H. Igarashi, "Influence of Temperature Rise and Vibration Level on Electromechanical Properties of High-Power Piezoelectric Ceramics," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 36, no. Part 1, No. 5B, pp. 3004–3009, May 1997.
[19] W. W. Shao, L. J. Chen, C. L. Pan, Y. B. Liu, and Z. H. Feng, "Power density of piezoelectric transformers improved using a contact heat transfer structure," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 59, no. 1, pp. 73–81, 2012.
[20] M. Ekhtiari, Z. Zhang, and M. A. E. Andersen, "State-of-the-art piezoelectric transformer-based switch mode power supplies," in *IECON 2014 - 40th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Dallas, TX, USA, 2014, pp. 5072–5078.
[21] H.Schwartzmann, T. Erlbacher, A.J Bauer, and H. Ryssel, "Amplitude Modulated Resonant Push-Pull Driver for Piezoelectric Transformers in Switching Power Applications," presented at the 2012 7th International Conference on Integrated Power Electronics Systems: (CIPS 2012) ; Nuremberg, Germany, 6 - 8 March 2012, Piscataway, NJ, 2012.
[22] F. E. Bisogno *et al.*, "Comparison of resonant topologies for step-down applications using piezoelectric transformers," in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.04CH37551)*, Aachen, Germany, 2004, pp. 2662–2667.
[23] M. Sanz, P. Alou, R. Prieto, J. A. Cobos, and J. Uceda, "Comparison of different alternatives to drive piezoelectric transformers," in *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2002. APEC 2002. Seventeenth Annual IEEE*, 2002, vol. 1, pp. 358–364.
[24] R. L. Lin, F. C. Lee, E. M. Baker, and D. Y. Chen, "Inductor-less Piezoelectric Transformer Electronic Ballast for linear fluorescent lamp," presented at the APEC, 2001, vol. vol 2, pp. 664–669.
[25] S. Bronstein and S. Ben-Yaakov, "Design considerations for achieving ZVS in a half bridge inverter that drives a piezoelectric transformer with no series inductor," in *Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual*, 2002, vol. 2, pp. 585–590.
[26] M. Ekhtiari, Z. Zhang, and M. A. E. Andersen, "Analysis of Bidirectional Piezoelectric-Based Converters for Zero-Voltage Switching Operation," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 32, no. 1, pp. 866–877, Jan. 2017.
[27] E. L. Horsley, A. V. Carazo, Nam Nguyen-Quang, M. P. Foster, and D. A. Stone, "Analysis of Inductorless Zero-Voltage-Switching Piezoelectric Transformer-Based Converters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 27, no. 5, pp. 2471–2483, May 2012.
[28] M. P. Foster, J. N. Davidson, E. L. Horsley, and D. A. Stone, "Critical Design Criterion for Achieving Zero Voltage Switching in Inductorless Half-Bridge-Driven Piezoelectric-Transformer-Based Power Supplies," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 31, no. 7, pp. 5057–5066, 2016.
[29] J.-H. Park, G.-S. Seo, B.-H. Cho, and K.-P. Yi, "A Resonant-type Step-up DC/DC Converters with Piezoelectric Transducer," *Trans. Korean Inst. Power Electron.*, vol. 14, no. 5, pp. 343–354, 2009.
[30] S. Moon and J.-H. Park, "High Power DC–DC Conversion Applications of Disk-Type Radial Mode Pb(Zr,Ti)O$_{3}$ Ceramic Transducer," *Jpn. J. Appl. Phys.*, vol. 50, no. 9, p. 09ND20, Sep. 2011.
[31] K. W. E. Cheng, "Zero-current-switching switched-capacitor converters," *IEE Proc. - Electr. Power Appl.*, vol. 148, no. 5, p. 403, 2001.

[32] T. Zaitsu, T. Shigehisa, M. Shoyama, and T. Ninomiya, “Piezoelectric transformer converter with PWM control,” in *Proceedings of Applied Power Electronics Conference. APEC ’96*, San Jose, CA, USA, 1996, vol. 1, pp. 279–283.

[33] S. Hamamura, T. Ninomiya, M. Yamamoto, and M. Katsuno, “Combined PWM and PFM control for universal line voltage of a piezoelectric transformer off-line converter,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 18, no. 1, pp. 270–277, Jan. 2003.

[34] J. A. Martin-Ramos, M. A. J. Prieto, F. N. Garcia, J. D. Gonzalez, and F. M. F. Linera, “A new full-protected control mode to drive piezoelectric transformers in DC-DC converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 17, no. 6, pp. 1096–1103, Nov. 2002.

[35] M. Ekhtiari, T.-G. Zsurzsan, M. A. E. Andersen, and Z. Zhang, “Optimum Phase Shift in the Self-Oscillating Loop for Piezoelectric-Transformer-Based Power Converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 33, no. 9, pp. 8101–8109, Sep. 2018.

[36] M. Khanna, R. Burgos, Q. Wang, K. D. T. Ngo, and A. Vazquez Carazo, “New Tunable Piezoelectric Transformers and Their Application in DC–DC Converters,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 32, no. 12, pp. 8974–8978, Dec. 2017.

[37] S. Ghandour, G. Despesse, and S. Basrour, “Design of a new MEMS DC/DC voltage step-down converter,” in *NEWCAS Conference (NEWCAS), 2010 8th IEEE International*, 2010, pp. 105–108.

[38] J. Mark Noworolski and Seth R. Sanders, “Microresonant devices for power conversion,” 1998, vol. 3514, pp. 3514–6.

[39] Y.-P. Liu, D. Vasic, F. Costa, W.-J. Wu, and C.-K. Lee, “Design of fixed frequency controlled radial-mode stacked disk-type piezoelectric transformers for DC/DC converter applications,” *Smart Mater. Struct.*, vol. 18, no. 8, p. 085025, Aug. 2009.

[40] A. M. Flynn and S. R. Sanders, “Fundamental limits on energy transfer and circuit considerations for piezoelectric transformers,” *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 17, no. 1, pp. 8–14, 2002.

[41] Y. Wu, A. Badel, F. Formosa, W. Liu, and A. E. Agbossou, *Piezoelectric Vibration Energy Harvesting by Optimized Synchronous Electric Charge Extraction.*, vol. 24. 2013.

[42] B. Pollet, F. Costa, and G. Despesse, “A new inductorless DC-DC piezoelectric flyback converter,” presented at the ICIT, Lyon, 2018, pp. 585–590.

[43] B. Pollet, G. Despesse, and F. Costa, “A new non-isolated low power inductorless piezoelectric DC-DC converter,” *IEEE Trans. Power Electron.*, pp. 1–1, 2019.

[44] Yu-Hao Su, Yuan-Ping Liu, D. Vasic, Wen-Jong Wu, F. Costa, and Chih-Kung Lee, “Power enhancement of piezoelectric transformers by adding heat transfer equipment,” *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control*, vol. 59, no. 10, pp. 2129–2136, Oct. 2012.

[45] G. POULIN, “Contribution au developpement d’un generateur piezoelectrique pour applications nomades,” Ph.D. Dissertation, Université Paris XI Orsay, 2004.

[46] R.-L. Lin, “Piezoelectric transformer characterization and application of electronic ballast,” PhD Dissertation, Virginia Tech, 2001.

[47] A. H. Meitzler, H. M. O’Bryan, and H. F. Tiersten, “Definition and measurement of radial mode coupling factors in piezoelectric ceramic materials with large variations in Poisson’s ratio,” *IEEE Trans. Sonics Ultrason.*, vol. 20, no. 3, pp. 233–239, 1973.

[48] M. Touhami, B. Pollet, G. Despesse, and F. COSTA, “A New DC-DC Piezoelectric Converter,” presented at the 9th National Days on Energy Harvesting and Storage (JNRSE), Blois, 2019.

[49] Y. Li and W. Chen, “AC-DC converter with worldwide range input voltage by series and parallel piezoelectric transformer connection,” in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No. 04CH37551)*, 2004, vol. 4, pp. 2668–2671.

[50] S. Bronstein, G. Ivensky, and S. Ben-Yaakov, “Parallel connection of piezoelectric transformers,” in *2004 IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No. 04CH37551)*, 2004, vol. 3, pp. 1779–1785.

[51] J.-P. M. Angel, D. Juan, N. Fernando, G. David, and P. J. Villegas, “Parallel connection of resonant converters based on piezoelectric transformers,” in *2009 13th European Conference on Power Electronics and Applications*, 2009, pp. 1–10.

[52] L. Colalongo, G. Duina, A. Richelli, and Z. M. Kovacs-Vajna, “A Modular Boost Converter with Low Switch Stress and High Conversion Ratio for Automotive Applications,” in *2018 International Conference of Electrical and Electronic Technologies for Automotive*, 2018, pp. 1–4.

[53] D. Vasic, F. Costa, and E. Sarraute, “Comparing piezoelectric and coreless electromagnetic transformer approaches in IGBT driver,” *Eur. Phys. J.-Appl. Phys.*, vol. 34, no. 3, pp. 237–242, 2006.

[54] R. Q. Rudy, J. S. Pulskamp, S. S. Bedair, J. M. Puder, and R. G. Polcawich, “Piezoelectric disk flexure resonator with 1 dB loss,” in *2016 IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS)*, New Orleans, LA, USA, 2016, pp. 1–4.

[55] A. Camarda *et al.*, “Fabrication and Electromechanical Modeling of a Flexural-Mode MEMS Piezoelectric Transformer in AlN,” *J. Microelectromechanical Syst.*, vol. 26, no. 5, pp. 1110–1121, Oct. 2017.

[56] Allain M *et al.*, “Piezoelectric actuators, next driver for MEMS market?,” *TechConnect Briefs*, Danville, CA, U.S.A, pp. 64 – 67, 2017.

[57] O. Mareschal, “Étude d’un résonateur piézoélectrique à ondes acoustiques de volume en technologie film mince,” Ph.D dissertation, Université Paris-EST, 2011.

[58] Mahmoud Al Ahmad and R. Plana, “Piezoelectric Coefficients of Thin Film Aluminum Nitride Characterizations Using Capacitance Measurements,” *IEEE Microw. Wirel. Compon. Lett.*, vol. 19, no. 3, pp. 140–142, Mar. 2009.

ANNEXES

LISTE DES PUBLICATIONS

COMMUNICATIONS NATIONALES

1. Benjamin Pollet, Francois Costa, Ghislain Despesse. Inductor-less DC-DC converter using a piezoelectric transducer. *7 èmes Journées sur la Récupération et le stockage d'Energie (JNRSE)*, May 2017, Lyon, France. hal-01680314v1
2. Mustapha TOUHAMI, Benjamin Pollet, Francois Costa, Ghislain Despesse. A new DC-DC piezoelectric converter. *9 èmes Journées sur la Récupération et le stockage d'Energie (JNRSE)*, May 2019, Blois, France. hal-02172117v1

CONFERENCES INTERNATIONALES AVEC ACTES

1. Benjamin Pollet, Ghislain Despesse, François Costa. A new inductorless DC-DC piezoelectric flyback converter. *The 19th International Conference on Industrial Technology (ICIT IEEE 2018)*, February 2018, Lyon, France. hal-01719979v1
2. Benjamin Pollet, Touhami Mustapha, Ghislain Despesse, Francois Costa. Effects of disc-shaped piezoelectric size reduction on resonant inductorless DC-DC converter. *The 20th International Conference on Solid-State sensors, actuators and Microsystems, (Transducers/ eurosensors),* June 2019, Berlin, Germany. hal-02172105v1

ARTICLES DE REVUE INTERNATIONALE

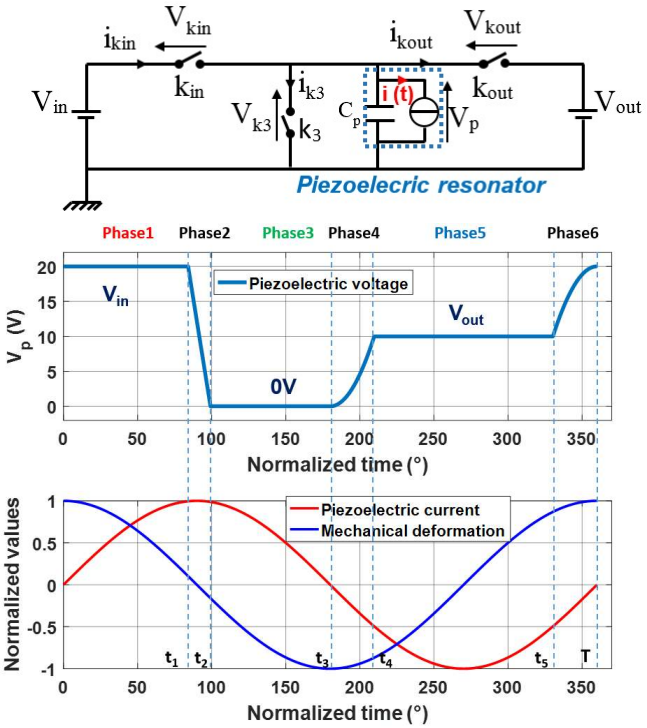
1. Benjamin Pollet, Ghislain Despesse, François Costa. A new non-isolated low power inductorless piezoelectric DC-DC converter. *IEEE Transactions on Power Electronics (TPEL)*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. ⟨10.1109/TPEL.2019.2900526⟩. ⟨hal-02155230⟩

BREVETS

1. Benjamin Pollet, Ghislain Despesse, DC-DC converter. *FR3064850*, EP3382875, US20180287503 2017.
2. Benjamin Pollet, Ghislain Despesse, Convertisseur de puissance. (soumis en 2018).
3. Benjamin Pollet, Ghislain Despesse, Convertisseur de puissance. (soumis en 2018).

CALCUL DETAILLE MODE ABAISSEUR

On rappelle le cycle de conversion pour l'abaisseur de tension de la topologie de la Figure *2.1*.



On suppose le courant *i(t)* complètement sinusoïdal et une charge résistive, on a donc :

$$i(t) = I.\sin(\omega.t) \qquad \text{(Ann.1)}$$

Pour simplifier les notations, on note pour chaque temps de changement de phases t_i :

$$ai = \cos(\omega.t_i) \qquad \text{(Ann.2)}$$

MODELE SANS PERTES

Entre t_1 et t_2 (phase 2), la tension doit passer de V_{in} à 0 V en déchargeant la capacité C_p (noté également C_0) du résonateur. On a alors :

$$0 - V_{in} = \frac{1}{C_0}\int_{t_1}^{t_2} -i(t)dt \qquad \text{(Ann.3)}$$

Ceci nous amène à la relation suivante :

$$(a2 - a1) = \frac{-C_0.\omega.V_{in}}{I} \quad \text{(Ann.4)}$$

En procédant de la même façon pour les phases 4 et 6 on trouve :

$$a4 = \frac{C_0.\omega.V_{out}}{I} - 1 \quad \text{(Ann.5)}$$

$$a5 = 1 - \frac{C_0.\omega.(V_{in}-V_{out})}{I} \quad \text{(Ann.6)}$$

Comme on considère une charge résistive, et que l'énergie est distribuée à la sortie uniquement pendant la phase 5 la puissance s'écrit,

$$P_{out} = \frac{-V_{out}^2}{R_L} = V_{out}.\frac{1}{T}\int_{t_4}^{t_5} i(t).dt \quad \text{(Ann.7)}$$

En intégrant, on trouve :

$$P_{out} = V_{out}.I_{out} = \frac{-V_{out}.I}{2.\pi}.(a5 - a4) \quad \text{(Ann. 8)}$$

En combinant avec (Ann.6) - (Ann.5), on en déduit l'expression de *I* :

$$I = \frac{\frac{2.\pi.V_{out}}{R_L} + C_0.\omega.V_{in}}{2} \quad \text{(Ann. 9)}$$

On écrit maintenant l'équilibre de charge :

$$Q_{in} + Q_3 + Q_{out} = 0 \quad \text{(Ann. 10)}$$

Chacune de ces trois valeurs est déterminée en calculant l'intégrale de courant sur les phases à tensions constantes correspondantes. On obtient après simplification :

$$a2 = a1 + a5 - a4 - 2 \quad \text{(Ann. 11)}$$

Ceci permet d'obtenir :

$$a2 = a1 - 2 + \frac{2.\pi.V_{out}}{R_L.I} \quad \text{(Ann. 12)}$$

On écrit enfin l'équation d'équilibre d'énergie : on trouve :

$$V_{in}.Q_{in} + V_3.Q_3 + V_{out}.Q_{out} = 0 \quad \text{(Ann. 13)}$$

On trouve alors :

$$a1 = 1 - \frac{2.\pi.V_{out}^2}{R_L.I.V_{in}}. \qquad \text{(Ann. 14)}$$

Ainsi, si on connait V_{out}, on peut maintenant déterminer chacune des durées des phases du cycle de conversion. Cherchons maintenant à déterminer la relation entre le paramètre de commande t_1 (a_1) et la tension de sortie V_{out}. On utilise (Ann. 14) pour exprimer I en fonction de V_{out} et on obtient avec (Ann. 9) deux expressions pour I. En écrivant l'égalité des deux expressions, on obtient l'équation du second degré suivante :

$$4.\pi.V_{out}^2 - 2.\pi.(1-a1).V_{in}.V_{out} - V_{in}^2.R_L.C_0.\omega.(1-a1) \qquad \text{(Ann. 15)}$$

Le discriminant de cette équation s'écrit :

$$\Delta_{V_{out}} = 4.\pi^2.((1-a1).V_{in})^2 + 16.\pi.V_{in}^2.R_L.C_0.\omega.(1-a1) \qquad \text{(Ann. 16)}$$

Comme le deuxième terme de (Ann. 16) est positif, on a avec a, b et c les coefficients de l'équation d'ordre deux :

$$\Delta_{V_{out}}{}^2 \geq b^2 \quad ou\ encore\ \Delta_{V_{out}} \geq |b| \qquad \text{(Ann. 17)}$$

On a donc :

$$-b - \sqrt{\Delta_{V_{out}}} \leq 0 \qquad \text{(Ann. 18)}$$

Or comme a est positif et que $V_{out} > 0$, la seule solution physique est :

$$V_{out} = \frac{-b+\sqrt{\Delta_{V_{out}}}}{2.a} = \frac{V_{in}.(1-a1)}{4}.\left(1+\sqrt{1+\frac{4.R_L.C_0.\omega}{\pi.(1-a1)}}\right) \qquad \text{(Ann. 19)}$$

MODELE AVEC PERTES MECANIQUES

En prenant en compte les pertes mécaniques (on considère maintenant la résistance motionnelle R non nulle), toutes les équations jusqu'à (Ann. 12) restent valables, en revanche, (Ann. 13) est substituée par :

$$V_{in}.Q_{in} + V_3.Q_3 + V_{out}.Q_{out} = \frac{R.I^2.T}{2} \qquad \text{(Ann. 20)}$$

Et (Ann. 14) devient :

$$a1 = 1 - \frac{2.\pi.V_{out}^2}{R_L.I.V_{in}} - \frac{I.R.\pi}{V_{in}} \qquad \text{(Ann. 21)}$$

En procédant de même que pour (Ann. 15), on obtient l'équation quadratique suivante :

$$V_{out}^2 \left(\frac{2.}{R_L.R} + g_1^2\right) + V_{out} \left(\frac{2.\pi.I_1}{R_L} - \frac{g_1.(1-a1).V_{in}}{R.\pi}\right) + I_1^2 - \frac{I_1.(1-a1).V_{in}}{R.\pi} \qquad \text{(Ann. 22)}$$

Avec :

$$\begin{cases} I = g_1.V_{out} + I_1 \\ g_1 = \dfrac{\pi}{R_L} \\ I_1 = \dfrac{C_0.\omega.V_{in}}{2} \end{cases} \qquad \text{(Ann. 23)}$$

Si on multiplie (Ann. 22) par $2.R.R_L.\pi$, et que l'on fait tendre R vers 0, on retombe sur l'équation d'ordre 2 (Ann. 16) du modèle sans perte. On obtient alors comme solution physique :

$$V_{out} = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'_{V_{out}}}}{2.a'} \qquad \text{(Ann. 24)}$$

Avec

$$\begin{cases} a' = \dfrac{2.}{R_L.R} + g_1^2 \\ b' = \dfrac{2.\pi.I_1}{R_L} - \dfrac{g_1.(1-a1).V_{in}}{R.\pi} \\ c' = I_1^2 - \dfrac{I_1.(1-a1).V_{in}}{R.\pi} \\ \Delta'_{V_{out}} = b'^2 - 4.a'.c' \end{cases} \qquad \text{(Ann. 25)}$$

Le rendement se calcule de la manière suivante :

$$\eta = \frac{-Q_{out}.V_{out}}{Q_{in}.V_{in}} = -\frac{2.\pi.P_{out}}{V_{in}.I.(1-a1)} \qquad \text{(Ann. 26)}$$

L'expression du rendement peut aussi s'écrire en utilisant (Ann. 21) $puis$ (Ann. 9) :

$$\eta = \frac{1}{1 - \dfrac{R.I^2}{2.P_{out}}} = \frac{1}{1 + R.\left(\dfrac{-P_{out}.\pi^2}{2.V_{out}^2} + \dfrac{(C_0.\omega.V_{in})^2}{8.(-P_{out})} + \dfrac{C_0.\omega.\pi}{2.G}\right)} \quad ,$$

$$\text{avec G} = \frac{V_{out}}{V_{in}} \qquad \text{(Ann. 27)}$$

La courbe rendement puissance à tension de sortie constante passe par un maximum η_{max} que l'on trouve en dérivant η par - *Pout* . On trouve alors que la dérivée s'annule si :

$$\frac{-\pi^2}{2.V_{out}^2} + \frac{(C_0.\omega.V_{in})^2}{8.(-P_{out})^2} = 0 \qquad \text{(Ann. 28)}$$

Cela donne donc :

$$-P_{out}(\eta_{max}) = \frac{C_0.\omega.V_{in}.V_{out}}{2.\pi} \quad \text{(Ann. 29)}$$

En remplaçant cette valeur de puissance dans (Ann. 27), on trouve alors :

$$\eta_{max} = \frac{1}{1+\frac{R.C_0.\omega.\pi}{G}} \quad \text{(Ann. 30)}$$

CALCUL DE LA RESISTANCE DE CHARGE MAXIMALE

Pour fonctionner en mode abaisseur, il faut que la résistance de charge ne dépasse pas une certaine valeur maximale à partir de laquelle la tension de sortie serait supérieure à la tension d'entrée. La limite se calcule donc en cherchant la valeur de R_L donnant un gain G unitaire. Comme le gain dépend de R_L mais aussi de a_1, R_L doit dépendre lui aussi de la commande t_1 (a1). On doit donc résoudre numériquement :

$$\frac{-b' + \sqrt{\Delta'_{V_{out}}}}{2.a'.V_{in}} = 1 \quad \text{(Ann. 31)}$$

Dans le cas sans pertes, il est possible de résoudre analytiquement le problème et de trouver la charge maximale R_{Lmax} en partant de (Ann. 19):

$$\frac{V_{in}.(1-a1)}{4.V_{in}}.\left(1+\sqrt{1+\frac{4.R_{Lmax}.C_0.\omega}{\pi.(1-a1)}}\right) = 1 \quad \text{(Ann. 32)}$$

On trouve,

$$R_{Lmax} = \frac{(1+\mathrm{a}\,1).2.\pi}{(1-a1).C_0.\omega} \quad \text{(Ann. 33)}$$

Bien que cette formule soit donnée pour le cas où les pertes mécaniques ne sont pas prises en comptes, elle peut constituer une excellente approximation car à tension constante, la puissance et donc les pertes proportionnelles à I^2 sont plus faibles quand R est grand.

CALCUL COMPLEMENTAIRES MODE ELEVATEUR

Cette annexe détaille le calcul permettant d'obtenir certains résultats présentés en 2.1.2. On garde les mêmes notations.

MAXIMUM DE RENDEMENT A V_{OUT} CONSTANT

On rappelle (et renomme) les équations (2.15), (2.16) et (2.17) :

$$I = \frac{(2.V_{in} - \sqrt{\Delta_I})}{2.\pi.R} \quad \text{(Ann2.1)}$$

$$\Delta_I = 4.{V_{in}}^2 - 4.R.\pi.(C_0.\omega.V_{out}.V_{in} + \frac{2.\pi.V_{out}^2}{R_L}) \quad \text{(Ann2.2)}$$

$$\eta = \frac{-Q_{out}.V_{out}}{Q_{in}.V_{in}} = 1 - \frac{R.I^2.\pi}{V_{in}.(2.I - C_0.\omega.V_{out})} \quad \text{(Ann2.3)}$$

Pour trouver le maximum de rendement, on doit donc déterminer la valeur de la puissance annulant la dérivée du rendement par rapport à la puissance. Pour trouver cette condition, on décompose le calcul ainsi :

$$\frac{d\eta}{d(-P_{out})} = \frac{d\eta}{d\Delta_I}.\frac{d\Delta_I}{d(-P_{out})} \quad \text{(Ann2.4)}$$

Or puisque V_{out} est constant et que l'on suppose une charge résistive, on a :

$$\frac{d\Delta_I}{d(-P_{out})} = -8.R.\pi^2 < 0 \quad \text{(Ann2.5)}$$

Ainsi trouver ce maximum revient à résoudre :

$$\frac{d\eta}{d\Delta_I} = 0 \quad \text{(Ann2.6)}$$

On exprime alors η en fonction de Δ_I qui s'écrit sous la forme 1-u/v:

$$\eta = 1 - \frac{\left(2.V_{in} - \sqrt{\Delta_I}\right)^2}{4.R.\pi.V_{in}.\left(\frac{\left(2.V_{in} - \sqrt{\Delta_I}\right)}{R.\pi} - C_0.\omega.V_{out}\right)} \quad (Ann2.7)$$

On doit donc dériver une fonction de forme u/v et donc la dérivée s'annule si u'v-v'u s'annule. On obtient :

$$\frac{-\left(2.V_{in}-\sqrt{\Delta_I}\right).V_{in}}{4.(R.\pi)^3.\sqrt{\Delta_I}}.\left(\frac{\left(2.V_{in}-\sqrt{\Delta_I}\right)}{R.\pi}-C_0.\omega.V_{out}\right)+\frac{\left(2.V_{in}-\sqrt{\Delta_I}\right)^2.V_{in}}{8.(R.\pi)^4\sqrt{\Delta_I}}$$
$$=0 \qquad \text{(Ann2.8)}$$

On factorise et on trouve donc deux grandeurs susceptibles de s'annuler :

$$\frac{\left(2.V_{in}-\sqrt{\Delta_I}\right).V_{in}}{4.(R.\pi)^3.\sqrt{\Delta_I}}=0 \qquad \text{(Ann2.9)}$$

Ou

$$-\left(\frac{\left(2.V_{in}-\sqrt{\Delta_I}\right)}{R.\pi}-C_0.\omega.V_{out}\right)+\frac{\left(2.V_{in}-\sqrt{\Delta_I}\right)}{2.R.\pi}=0 \qquad \text{(Ann2.10)}$$

Dans le premier cas, on obtient :

$$\Delta_I = 2.V_{in} \qquad \text{(Ann2.11)}$$

Ceci n'est pas possible puisque d'après l'expression même de Δ_I, celui-ci est inférieur à $2.V_{in}$, c'est donc la deuxième équation qu'il faut résoudre, ce qui donne :

$$\sqrt{\Delta_I}=2.V_{in}-2.C_0.\omega.V_{out}.R.\pi \qquad \text{(Ann2.12)}$$

On a donc réussi à trouver une condition pour être au maximum de rendement et il ne reste plus qu'à écrire l'égalité entre cette valeur particulière de $\sqrt{\Delta_I}$ et son expression générale :

$$2.V_{in}-2.C_0.\omega.V_{out}.R.\pi=\sqrt{4.{V_{in}}^2-4.R.\pi.(C_0.\omega.V_{out}.V_{in}-2.\pi.P_{out})} \qquad \text{(Ann2.13)}$$

En passant au carré et en isolant P_{out}, on retrouve l'équation (2.25) :

$$Pout(\eta_{max})=\frac{C_0.\omega.V_{out}}{2.\pi}.(V_{out}.C_0.\omega.R.\pi-V_{in}) \qquad \text{(Ann2.14)}$$

Pour trouver la valeur du maximum de rendement il suffit maintenant d'écrire l'expression du rendement avec la condition donnée par (Ann2.12). On retombe après calcul sur l'expression simple présenté au chapitre 2 (2.24) :

$$\eta_{max}=1-C_0.\omega.R.\pi.G \qquad \text{(Ann2.15)}$$

On peut déterminer l'amplitude I du courant piézoélectrique au maximum de rendement. Pour cela, il suffit d'injecter (Ann2.12) dans (Ann2.1) et on obtient :

$$I(\eta_{max}) = C_0.\omega.V_{out} \quad \text{(Ann2.16)}$$

MAXIMUM DE GAIN A R_L FIXE

On rappelle (et renomme) l'expression du gain obtenue avec le modèle analytique ((2.12))

$$G = \frac{2.g_1 - C_0.\omega}{2.\frac{\pi}{R_L} + g_1^2.R.\pi} \quad \text{(Ann2.17)}$$

Avec toujours :

$$g_1 = \frac{I}{Vs} = \frac{R_L.C_0.\omega + 2.\pi}{R_L.(1-\cos(\omega.t_4))} \quad \text{(Ann2.18)}$$

Pour trouver le maximum de gain et donc la tension de sortie maximale, il faut dériver le gain avec le paramètre de commande. En conservant les notations de l'annexe *Calcul détaillé mode abaisseur*, on note $a_4 = \text{Cos}(\omega.t_4)$. Cela revient donc à résoudre :

$$\frac{dG}{da4} = \frac{dG}{dg_1}.\frac{dg_1}{da4} = 0 \quad \text{(Ann2.19)}$$

Puisque la dérivée de g_1 par rapport à a_4 est toujours strictement positive, cela revient à résoudre :

$$\frac{dG}{dg_1} = 0 \quad \text{(Ann2.20)}$$

La fonction $G(g_1)$ étant sous la forme d'un quotient u/v il suffit de trouver la condition pour que le numérateur de la dérivé u'v-v'u s'annule. On obtient après simplification une équation d'ordre 2 :

$$g_1{}^2 - C_0.\omega.g_1 - \frac{2}{R.R_L} = 0 \quad \text{(Ann2.21)}$$

Le discriminant de cette équation s'écrit :

$$\Delta_g = (C_0.\omega)^2 + \frac{8}{R.R_L} \quad \text{(Ann2.22)}$$

D'après l'expression du discriminant et puisque g_1 est positif par définition, la seule solution possible de cette équation d'ordre deux est :

$$g_{1_opt} = \frac{C_0.\omega + \sqrt{\Delta_g}}{2} \quad \text{(Ann2.23)}$$

La tension maximale s'écrit donc conformément à (2.21) à savoir :

$$V_{out_max} = \frac{2.V_{in}.g_{1_opt} - C_0.\omega.V_{in}}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.{g_{1_opt}}^2} \quad \text{(Ann2.24)}$$

On écrit l'égalité entre cette expression particulière maximisant le gain et la formule générale de g_1 :

$$\frac{C_0.\omega + \sqrt{\Delta_g}}{2} = \frac{R_L.C_0.\omega + 2.\pi}{R_L.(1-\cos(\omega.t_4))} \quad \text{(Ann2.25)}$$

Cela nous permet de déterminer pour quelle commande la tension et donc la puissance est maximale :

$$a4_{_opt} = 1 - \frac{2.R_L.C_0.\omega + 4.\pi}{R_L.\left(C_0.\omega + \sqrt{\Delta_g}\right)} \quad \text{(Ann2.26)}$$

On a donc démontré la formule de (2.20). Nous allons maintenant prouver que l'amplitude *I* du courant piézoélectrique à puissance maximale ne dépend ni de la résistance de charge ni de la puissance. On peut écrire :

$$I\left(V_{out_max}\right) = g_{1_{_opt}}.V_{out_max} = \frac{g_{1_{_opt}}.V_{in}.\sqrt{\Delta_g}}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.{g_{1_{_opt}}}^2} \quad \text{(Ann2.27)}$$

On insère l'expression de $g_{1_{_opt}}$, puis on exprime la résistance de charge R_L en fonction du discriminant Δ_g on obtient :

$$I\left(V_{out_max}\right) = \frac{V_{in}.\frac{C_0.\omega + \sqrt{\Delta_g}}{2}.\sqrt{\Delta_g}}{\frac{2.\pi}{8} + \frac{R.\pi.((C_0.\omega)^2 + \Delta_g + 2.\sqrt{\Delta_g}.C_0.\omega}{4}}{R.(\Delta_g - (C_0.\omega)^2)} \quad \text{(Ann2.28)}$$

Après simplification et factorisation on trouve :

$$I\left(V_{out_max}\right) = \frac{V_{in}}{R.\pi} \tag{Ann2.29}$$

CALCUL DU GAIN STATIQUE

Nous allons démontrer l'expression mathématique donnant pour une petite variation de la commande, la variation de la tension de sortie de l'élévateur de tension correspondant à l'équation (2.42). En utilisant l'expression (2.12) et en notant $\widetilde{t_4}$ une petite variation de t_4 autour d'un point de fonctionnement, on a :

$$V_{out}\left(t_4 + \widetilde{t_4}\right) = V_{in}.\frac{2.g_1(t_4 + \widetilde{t_4}) - C_0.\omega}{\frac{2.\pi}{R_L} + g_1(t_4 + \widetilde{t_4})^2.R.\pi} \tag{Ann2.30}$$

On va donc dans un premier temps regarder l'impact d'une petite variation de t_4 sur g_1.

$$g_1(t_4 + \widetilde{t_4}) = \frac{(R_L.C_0.\omega + 2.\pi)}{R_L.(1 - \cos(\omega.(t_4 + \widetilde{t_4}))} \tag{Ann2.31}$$

En faisant un développement limité d'ordre un, on obtient :

$$\begin{aligned} g_1(t_4 + \widetilde{t_4}) &= g_1(t_4) - \frac{(R_L.C_0.\omega + 2.\pi).\sin(\omega.t_4).(\omega.\widetilde{t_4})}{R_L.(1 - \cos(\omega.t_4))^2} \\ &= g_1(t_4) - g_1(t_4).\omega.\cot\left(\frac{\omega.t_4}{2}\right).\widetilde{t_4} \end{aligned} \tag{Ann2.32}$$

On retombe sur l'équation (2.41) en écrivant :

$$g_1(t_4 + \widetilde{t_4}) = g_1(t_4) - A.\widetilde{t_4} \tag{Ann2.33}$$

En gardant uniquement les termes d'ordre un on peut écrire pour le calcul de V_{out} :

$$V_{out}\left(t_4 + \widetilde{t_4}\right) = V_{in}.\frac{2.(g_1(t_4) - A.\widetilde{t_4}) - C_0.\omega}{\frac{2.\pi}{R_L} + (g_1(t_4)^2 - 2.A.g_1(t_4).\widetilde{t_4}).R.\pi} \tag{Ann2.34}$$

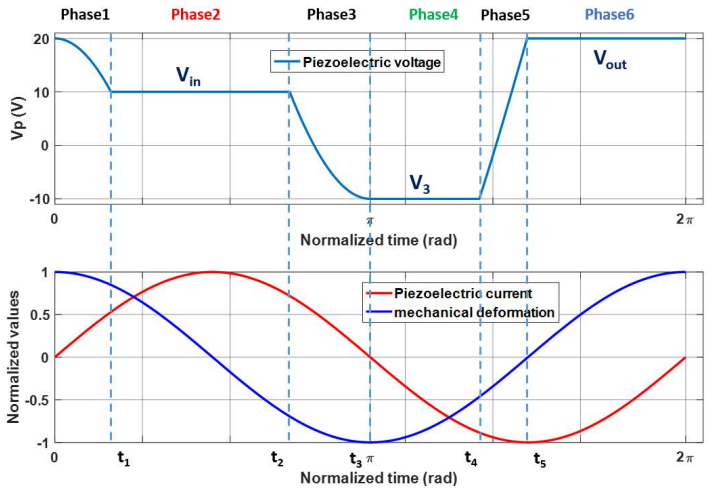
En écrivant le développement limité et en gardant uniquement le terme d'ordre un, on trouve la formule ci-dessous qui correspond donc à (2.42).

$$\begin{aligned} V_{out}\left(t_4 + \widetilde{t_4}\right) &= V_{out}\left(t_4\right) \\ &+ \frac{2.A.Vin}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.\ g_1(t_4)^2}\left(-1 + \frac{R.\pi.g_1(t_4).(2.g_1(t_4) - C_0.\omega)}{\frac{2.\pi}{R_L} + R.\pi.g_1(t_4)^2}\right) \end{aligned} \tag{Ann2.35}$$

RESOLUTION CYCLE DE CONVERSION V_3 NON NULLE

CYCLE ELEVATEUR

On rappelle le cycle de conversion du cycle en six phases en mode élévateur avec V_3 non nulle :



En reprenant les notations de l'annexe *: Calcul détaillé mode abaisseur,* les trois équations traduisant les commutations en mode ZVS généralisées à V_3 non nulle s'écrivent :

$$a_1 - 1 = \frac{C_0.\omega(V_{in} - V_{out})}{I} \qquad (Ann3.1)$$

$$a_2 + 1 = \frac{-C_0.\omega(V_3 - V_{in})}{I} \qquad (Ann3.2)$$

$$a_5 - a_4 = \frac{C_0.\omega(V_{out} - V_3)}{I} \qquad (Ann3.3)$$

L'équilibre de charge pour chaque période donne :

$$a_5 - a_4 = 2 - 2a_1 + \frac{C_0.\omega[2.V_{in} - (V_{out} + V_3)]}{I} \qquad (Ann3.4)$$

L'équilibre d'énergie pour chaque période s'écrit en prenant en compte les pertes mécaniques :

$$V_{in}.Q_{in} + V_3.Q_3 + V_{out}.Q_{out} = \frac{R.I^2.T}{2} \qquad (Ann.3.5)$$

En combinant avec les autres équations, on obtient :

$$I = \frac{1}{R.\pi}\left(2.V_{in} - V_{out} - V_3 + a_4.(V_{out} - V_3) + \frac{C_0.\omega(V_{out} - V_3).(V_{out} - V_{in})}{I}\right) \qquad (Ann.3.6)$$

Enfin, l'équation faisant intervenir la résistance de charge s'écrit toujours :

$$P_{out} = -V_{out}^2/R_L = \frac{V_{out}.I}{2.\pi}(a_5 - 1) \qquad (Ann.3.7)$$

Cette équation permet de trouver :

$$a_4 = \frac{P_{out}.2.\pi}{V_{out}.I} + 1 - \frac{C_0.\omega(V_{out} - V_3)}{I} \qquad (Ann.3.8)$$

En injectant (Ann3.8) dans (Ann3.6) on trouve une équation d'ordre 2 pour le courant :

$$R.\pi.I^2 - 2.I.(V_{in} - V_3) + C_0.\omega(V_{out} - V_3).(V_{in} - V_3) - \frac{P_{out}.2.\pi}{V_{out}}.(V_{out} - V_3) = 0 \qquad (Ann.3.9)$$

La solution physique de cette équation s'écrit avec Δ_I le discriminant de (Ann.3.9) est :

$$I = \frac{2.(V_{in} - V_3) - \sqrt{\Delta_I}}{2..R.\pi} \qquad (Ann.3.10)$$

Dans le cas sans pertes ($R = 0$), l'amplitude du courant piézoélectrique s'écrit :

$$I = \frac{\frac{-2.\pi.V_{out}}{R_L}(V_{out} - V_3) + C_0.\omega.(V_{out} - V_3).(V_{in} - V_3)}{2.(V_{in} - V_3)} \qquad (Ann.3.11)$$

Pour le cas avec pertes, on retrouve comme dans le cas ou $V_3 = 0$ V, une résistance minimale et donc une puissance maximale car il faut que le discriminant Δ_I soit positif on trouve :

$$R_{Lmin} = \frac{2.\pi.(V_{out}^2 - V_3.V_{out})}{\frac{(V_{in} - V_3)^2}{R.\pi} - C_0.\omega.(V_{in} - V_3).(V_{out} - V_3)} \qquad (Ann.3.12)$$

$$\left|P_{out_max}\right| = \frac{V_{out}.[\frac{(V_{in} - V_3)^2}{R.\pi} - C_0.\omega.(V_{in} - V_3).(V_{out} - V_3)]}{2.\pi.(V_{out} - V_3)} \qquad (Ann.3.13)$$

Comme pour le cas où V_3 est nulle, l'amplitude du courant I s'exprime facilement à ce maximum de puissance, on trouve :

$$I(P_{out_max}) = \frac{(V_{in} - V_3)}{R.\pi} \qquad (Ann.3.14)$$

Les pertes par cycle étant de $R.I^2/2$, le rendement ce calcul par la formule suivante :

$$\eta = \frac{1}{1 - \frac{R.I^2}{2.P_{out}}} \quad avec \begin{cases} P_{out} = \dfrac{-V_{out}{}^2}{R_L} & si\ (V_3 \leq 0) \\ P_{out} = \dfrac{-V_{out}{}^2}{R_L} + \dfrac{-V_3{}^2}{R_L'} & si\ (V_3 \geq 0) \end{cases} \qquad (Ann.3.15)$$

Supposons maintenant que l'on ne connaisse pas la tension de sortie V_{out} et que l'on désire connaitre sa valeur en fonction de la commande t_4. On peut écrire à partir de (Ann3.8) :

$$I = g_1.V_{out} + g_2.V_3 \qquad (Ann.3.16)$$

$$avec\ g_1 = \frac{R_L.C_0.\omega + 2.\pi}{R_L.(1 - \cos(\omega.t_4))}\ et\ g_2 = \frac{-C_0.\omega}{1 - \cos(\omega.t_4)} \qquad (Ann.3.17)$$

En utilisant la relation $(Ann.3.15)$ dans la formule $(Ann.3.10)$, on obtient une nouvelle équation d'ordre deux en V_{out} :

$$V_{out}{}^2.\left(R.\pi. + \frac{2.\pi}{R_L}\right) + V_{out}.\left[V_3.\left(2.g_1.g_2.R.\pi + 2.g_1 - C_0.\omega - \frac{2.\pi}{R_L}\right) + V_{in}.(C_0.\omega - 2.g_1)\right] + V_3{}^2(R.\pi.g_2{}^2 + 2.g_2 + C_0.\omega) + V_3.V_{in}.(-2.g_2 - C_0.\omega) = 0 \qquad (Ann.3.18)$$

On a donc une équation de la forme $ax^2 + bx + c$ de discriminant Δ_V. On peut montrer que :

$$\lim_{V_3 \to 0} -b - \sqrt{\Delta_V} = 0 \qquad (Ann.3.19)$$

Cette solution n'est donc pas physique, la véritable tension s'écrit donc :

$$V_{out} = \frac{-b + \sqrt{\Delta_V}}{2.a} \qquad (Ann.3.20)$$

On obtient aussi une équation polynomiale d'ordre deux de la forme $a'x^2 + b'x + c'$ simplifiée pour le cas sans pertes, on trouve :

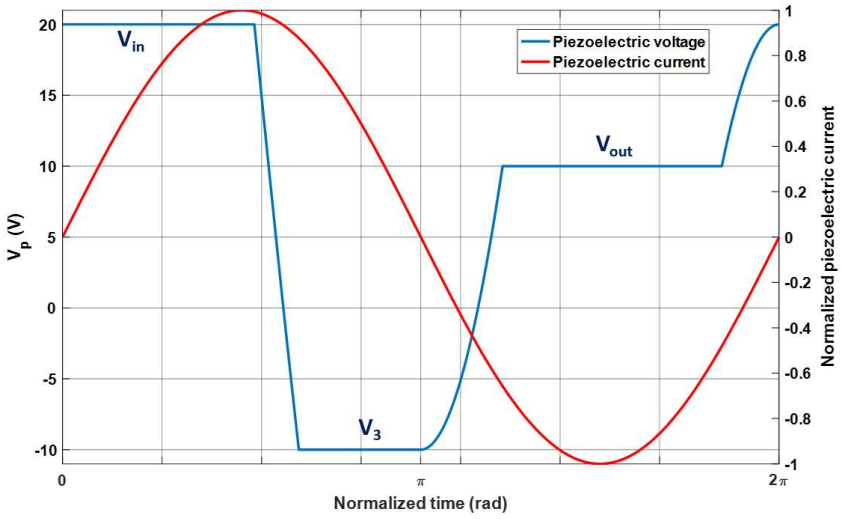
$$V_{out}{}^2.\left(\frac{2.\pi}{R_L}\right) + V_{out}.\left[(V_{in} - V_3).(C_0.\omega - 2.g_1) - \frac{2.\pi.V_3}{R_L}\right] - (V_{in} - V_3).V_3.(2.g_2 + C_0.\omega) = 0 \qquad (Ann.3.21)$$

Dans cette situation également, la solution physique nécessite d'ajouter le discriminant :

$$V_{out} = \frac{-b' + \sqrt{\Delta_V{}'}}{2.a'} \qquad (Ann.3.22)$$

CYCLE ABAISSEUR

On rappelle le cycle de conversion en six phases en mode élévateur avec V_3 non nulle :



En reprenant les notations de l'annexe Calcul *détaillé mode abaisseur*, les trois équations traduisant les commutations en mode ZVS généralisées à V_3 non nulle s'écrivent :

$$a_2 - a_1 = \frac{C_0.\omega(V_3 - V_{in})}{I} \qquad (Ann\ 3.23)$$

$$a_4 + 1 = \frac{C_0.\omega(V_{out} - V_3)}{I} \qquad (Ann\ 3.24)$$

$$a_5 - 1 = \frac{C_0.\omega(V_{out} - V_{in})}{I} \qquad (Ann\ 3.25)$$

L'équilibre de charge pour chaque période donne :

$$a_2 - a_1 = -2 + a_5 - a_4 \qquad (Ann\ 3.26)$$

L'équilibre d'énergie pour chaque période s'écrit en considérant les pertes mécaniques :

$$V_{in}.Q_{in} + V_3.Q_3 + V_{out}.Q_{out} = \frac{R.I^2.T}{2} \qquad (Ann.3.27)$$

L'écriture de la puissance pour une charge résistive est la même que pour le cas où V_3 est nulle, on a donc encore la relation :

$$P_{out} = \frac{-V_{out}{}^2}{R_L} = V_{out}.I_{out} = \frac{-V_{out}.I}{2.\pi}.(a5 - a4) \qquad (Ann.3.28)$$

En combinant avec les équations traduisant les commutations en mode ZVS on trouve l'amplitude du courant piézoélectrique I :

$$2.I = \frac{2.\pi.V_{out}}{R_L} + C_0.\omega(V_{in} - V_3) \qquad (Ann.3.29)$$

Si on se place dans le cas où la tension de sortie V_{out} est connu, l'équilibre d'énergie donne :

$$a_1 = 1 - \frac{2.\pi.V_{out}}{R_L.I}\left(\frac{V_{out} - V_3}{V_{in} - V_3}\right) + \frac{R.I.\pi}{V_3 - V_{in}} \qquad (Ann.3.30)$$

La formule ci-dessus permet donc de connaitre la commande nécessaire en fonction de la tension de sortie V_{out} souhaitée. Pour avoir l'expression sans pertes, il suffit de prendre $R = 0$. Une fois qu'a_1 est déterminé, il est très facile d'obtenir les autres temps de transition avec les équations du mode ZVS. On cherche maintenant à résoudre le système dans le cas où la commande a_1 est connue et que l'on souhaite connaitre la tension V_{out} obtenue pour une charge résistive R_L donnée. En reprenant l'équation (Ann. 3.28), on note :

$$I = g_1.V_{out} + I_1 \quad avec\ g_1 = \frac{\pi}{R_L} \quad et\ I_1 = \frac{C_0.\omega(V_{in} - V_3)}{2} \qquad (Ann.3.31)$$

Le développement de (Ann. 3.29) avec cette expression de I permet de tomber sur une équation polynomiale d'ordre deux en V_{out}. On trouve pour le cas sans perte :

$$4.\pi.{V_{out}}^2 - 2.\pi.V_{out}.\left(2.V_3 + (1 - a_1).(V_{in} - V_3)\right) - (V_{in} - V_3)^2.R_L.C_0.\omega.(1 - a_1) = 0 \qquad (Ann.3.32)$$

On a donc une équation de la forme $ax^2 + bx + c$ de discriminant Δ_V. On peut montrer que l'expression $-b - \sqrt{\Delta_V}$ est négatif. Or comme V_{out} est positif on a :

$$V_{out} = \frac{-b + \sqrt{\Delta_V}}{2.a} \qquad (Ann.3.33)$$

Si l'on prend maintenant en compte les pertes mécaniques, on retombe sur une autre équation du second degré qui se résout de la même manière cependant, les nouveaux coefficients deviennent :

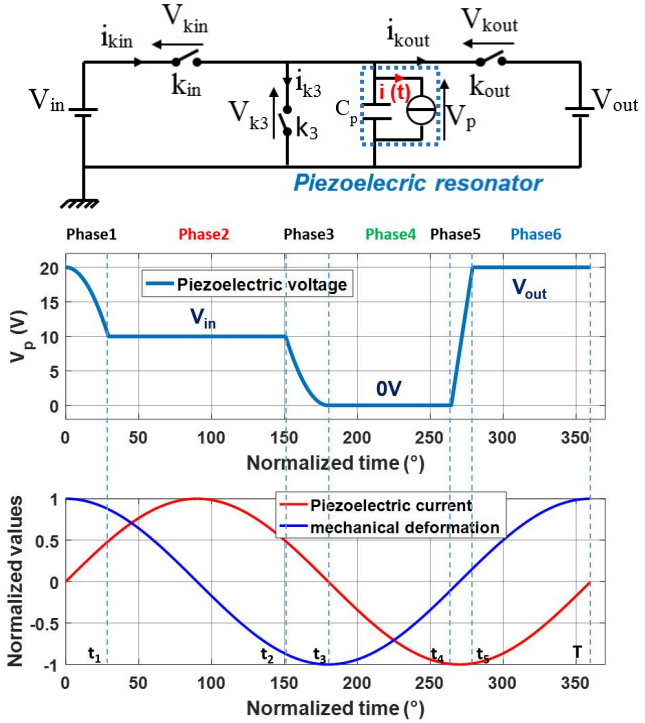
$$a = \frac{2}{R.R_L.} + {g_1}^2 \qquad (Ann.3.34)$$

$$b = \frac{2.\pi}{R_L}.\left(I_1 - \frac{V_3}{R.\pi}\right) + \frac{g_1}{R.\pi}(1 - a_1).(V_3 - V_{in}) \qquad (Ann.3.35)$$

$$c = {I_1}^2 + \frac{I_1}{R.\pi}.(1 - a_1).(V_3 - V_{in}) \qquad (Ann.3.36)$$

RESOLUTION MECANIQUE DU CYCLE DE CONVERSION POUR L'ELEVATEUR

On rappelle le cycle de conversion pour l'élévateur de tension de la topologie de la Figure *2.1*. On cherche à déterminer pour une déformation donnée, les durées de chacune des phases et la densité de puissance.



MODE 31

Equations fondamentales simplifiées modèle basse fréquence et régime quasi statique et linéaire :

$$\begin{cases} S_1 = s_{11}^E . T_1 + d_{31} . E_3 \\ D_3 = d_{31} . T_1 + \mathcal{E}_{33}^T . E_3 \end{cases} \qquad (Ann\ 4.1)$$

Hypothèse de déformation sinusoïdale à la pulsation de résonance ω :

$$S_1(t) = S_{max} . \cos(\omega . t) \qquad (Ann\ 4.2)$$

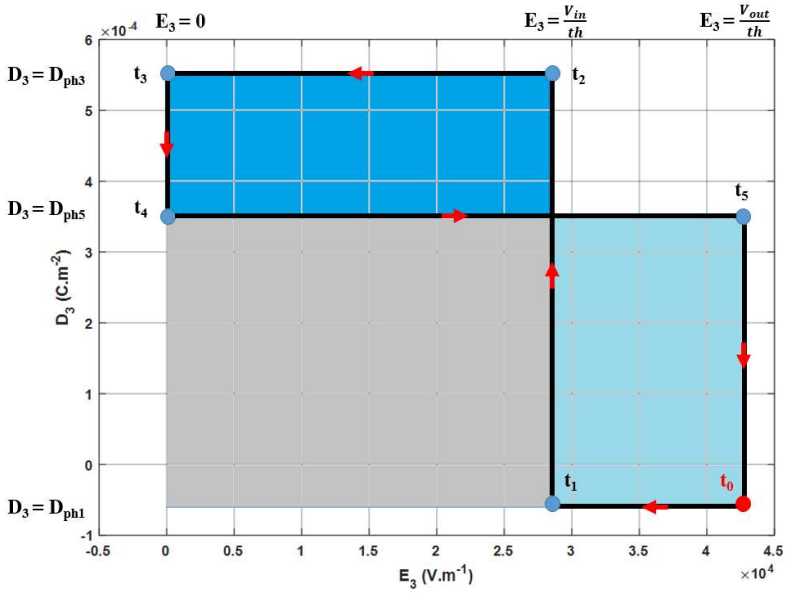
En circuit ouvert (phase 1, 3 et 5), on connait S_1 (la déformation) et D_3 (déplacement électrique) est constant. Les inconnues restantes se trouvent en écrivant :

$$\begin{cases} T_1(t) = \dfrac{S_1(t) - \dfrac{d_{31}.D_3}{\mathcal{E}_{33}^T}}{s_{11}^E - \dfrac{{d_{31}}^2}{\mathcal{E}_{33}^T}} \\ E_3(t) = \dfrac{D_3 - d_{31}.T_1(t)}{\mathcal{E}_{33}^T} \end{cases} \qquad (Ann\ 4.3)$$

De même pour les phases à tension constant, E_3 (champ électrique) est connu et on note :

$$\begin{cases} T_1(t) = \dfrac{S_1(t) - d_{31}.E_3}{s_{11}^E} \\ D_3(t) = d_{31}.T_1(t) + \mathcal{E}_{33}^T.E_3 \end{cases} \qquad (Ann\ 4.4)$$

Le cycle D_3-E_3 du cycle de conversion est représenté ci-dessous :



Au cours d'une période de résonance, le matériau piézoélectrique reçoit autant d'énergie qu'il en redonne, on a donc :

$$\oint E(D).dD = 0 \qquad (Ann\ 4.5)$$

Or, l'énergie volumique échangée est nulle pendant les phases où l'induction électrique D est constante ou lorsque E_3 est nul. Ainsi, l'équilibre d'énergie s'écrit :

$$\int_{D_{ph1}}^{D_{ph3}} \frac{V_{in}}{th}.dD = -\int_{D_{ph5}}^{D_{ph1}} \frac{V_{out}}{th}.dD \qquad (Ann\ 4.6)$$

L'équilibre d'énergie s'écrit donc en égalisant les aires des deux rectangles colorés. On trouve :

$$\boldsymbol{D_{ph5}} = \frac{D_{ph3}.V_{in} + D_{ph1}.(V_{out} - V_{in})}{V_{out}} \qquad (Ann\ 4.7)$$

On écrit maintenant, pour écrit maintenant les équations particulières aux points t_0 , t_1, t_2 , t_3 ,t_4 et t_5.

En $t = 0$ on a :

$$\begin{cases} S_1 = S_{max} \\ E_3 = \frac{V_{out}}{th} \\ D_3 = D_{ph1} \end{cases} \qquad (Ann\ 4.8)$$

On en déduit :

$$\boldsymbol{D_{ph1}} = d_{31}.\left(\frac{S_{max} - d_{31}.\frac{V_{out}}{th}}{s_{11}^E}\right) + \varepsilon_{33}^T.\frac{V_{out}}{th} \qquad (Ann\ 4.9)$$

En $t = t_1$ on a :

$$\begin{cases} D_3 = D_{ph1} \\ E_3 = \frac{V_{in}}{th} \end{cases} \qquad (Ann\ 4.10)$$

On en déduit :

$$\boldsymbol{cos\ (\omega.t_1)} = \frac{\frac{(D_{ph1} - \varepsilon_{33}^T.\frac{V_{in}}{th}).(s_{11}^E - \frac{d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T})}{d_{31}} + \frac{d_{31}.D_{ph1}}{\varepsilon_{33}^T}}{S_{max}} \qquad (Ann\ 4.11)$$

En $t_3 = T/2$ on a :

$$\begin{cases} S_1 = -S_{max} \\ E_3 = 0 \\ D_3 = D_{ph3} \end{cases} \qquad (Ann\ 4.12)$$

On en déduit :

$$\boldsymbol{D_{ph3}} = \frac{-d_{31}.S_{max}}{s_{11}^E} \qquad (Ann\ 4.13)$$

En $t = t_2$ on a :

$$\begin{cases} D_3 = D_{ph3} \\ E_3 = \frac{V_{in}}{th} \end{cases} \quad (Ann\ 4.14)$$

On en déduit :

$$\boldsymbol{cos\ (\omega . t_2)} = -1 + \frac{\frac{V_{in}}{th} . (d_{31} - \frac{s_{11}^E . \mathcal{E}_{33}^T}{d_{31}})}{S_{max}} \quad (Ann\ 4.15)$$

En $t = t_4$ on a :

$$\begin{cases} D_3 = D_{ph5} \\ E_3 = 0 \end{cases} \quad (Ann\ 4.16)$$

On en déduit :

$$\boldsymbol{cos\ (\omega . t_4)} = \frac{D_{ph5} . s_{11}^E}{d_{31} . S_{max}} \quad (Ann\ 4.17)$$

En $t = t_5$ on a :

$$\begin{cases} D_3 = D_{ph5} \\ E_3 = \frac{V_{out}}{th} \end{cases} \quad (Ann\ 4.18)$$

On en déduit :

$$\boldsymbol{cos\ (\omega . t_5)} = \frac{\frac{(D_{ph} - \mathcal{E}_{33}^T . \frac{V_{out}}{th}) . (s_{11}^E - \frac{d_{31}^2}{\mathcal{E}_{33}^T})}{d_{31}} + \frac{d_{31} . D_{ph5}}{\mathcal{E}_{33}^T}}{S_{max}} \quad (Ann\ 4.19)$$

Le cycle peut donc être à ce stade entièrement reconstitué à partir de S_{max} et des paramètres figurant sur les spécifications du fournisseur. L'énergie *we* volumique convertie et la puissance volumique *pe* s'écrivent :

$$\mathbf{we} = \frac{V_{in} . (D_3 - D_{in})}{th} \quad (Ann\ 4.20)$$

$$\mathbf{pe} = \frac{V_{in} . (D_3 - D_{in})}{th} \quad (Ann\ 4.21)$$

Enfin, on calcul classiquement le courant piézoélectrique *i* par la formule suivante (A_3 est la surface de l'électrode).

$$i(t) = A_3.\frac{dD_3}{dt} \qquad (Ann\ 4.22)$$

MODE 33

On résout de manière similaire pour une résonance en mode 33. Les équations fondamentales s'écrivent :

$$\begin{cases} S_3 = s_{33}^E.T_3 + d_{33}.E_3 \\ D_3 = d_{33}.T_3 + \mathcal{E}_{33}^T.E_3 \end{cases} \qquad (Ann\ 4.23)$$

Il s'agit exactement des mêmes équations mais avec les nouveaux coefficients et en utilisant T_3 au lieu de T_1 comme variable intermédiaire. Comme d_{33} est positif, le cycle est décalé de π par rapport au mode 31 (où d_{31} est négatif) et on a donc :

$$S_3(t) = S_{max}.\cos(\omega.t + \pi) = -S_{max}.\cos(\omega.t) \qquad (Ann\ 4.24)$$

Ainsi, avec la même méthode on trouve les temps de transition de phase et les inductions suivantes :

$$\boldsymbol{\cos\ (\omega.t_1)} = \frac{\frac{(D_{ph1} - \mathcal{E}_{33}^T.\frac{V_{in}}{th}).(s_{33}^E - \frac{d_{33}^2}{\mathcal{E}_{33}^T})}{d_{33}} + \frac{d_{33}.D_{ph}}{\mathcal{E}_{33}^T}}{S_{max}} \qquad (Ann\ 4.25)$$

$$\boldsymbol{\cos\ (\omega.t_2)} = -1 + \frac{\frac{V_{in}}{th}.\left(d_{33} - \frac{s_{33}^E.\mathcal{E}_{33}^T}{d_{33}}\right)}{S_{max}} \qquad (Ann\ 4.26)$$

$$\boldsymbol{\cos\ (\omega.t_4)} = \frac{D_{ph5}.s_{33}^E}{d_{33}.S_{max}} \qquad (Ann\ 4.27)$$

$$\boldsymbol{\cos\ (\omega.t_5)} = \frac{\frac{(D_{ph5} - \mathcal{E}_{33}^T.\frac{V_{out}}{th}).(s_{33}^E - \frac{d_{31}^2}{\mathcal{E}_{33}^T})}{d_{33}} + \frac{d_{33}.D_{ph5}}{\mathcal{E}_{33}^T}}{S_{max}} \qquad (Ann\ 4.28)$$

$$\boldsymbol{D_{ph1}} = d_{33}.\left(\frac{S_{max} - d_{33}.\frac{V_{out}}{th}}{s_{33}^{E}}\right) + \mathcal{E}_{33}^{T}.\frac{V_{out}}{th} \qquad (Ann\ 4.29)$$

$$\boldsymbol{D_{ph3}} = \frac{-\,d_{33}.S_{max}}{s_{33}^{E}} \qquad (Ann\ 4.30)$$

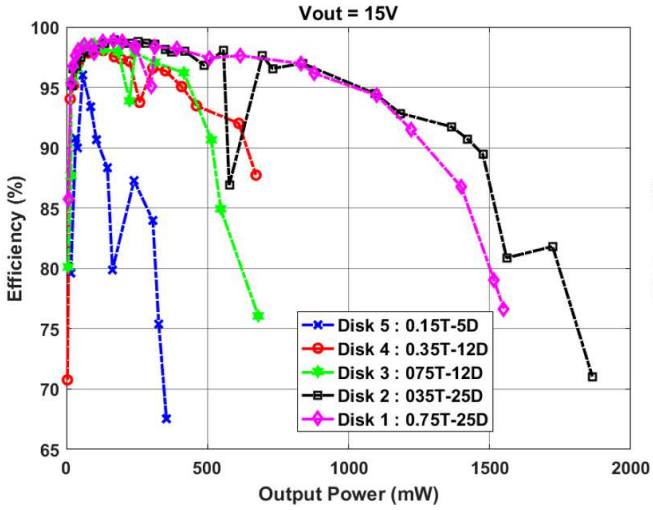
$$\boldsymbol{D_{ph5}} = \frac{D_{ph3}.V_{in} + D_{in}.(V_{out} - V_{in})}{V_{out}} \qquad (Ann\ 4.31)$$

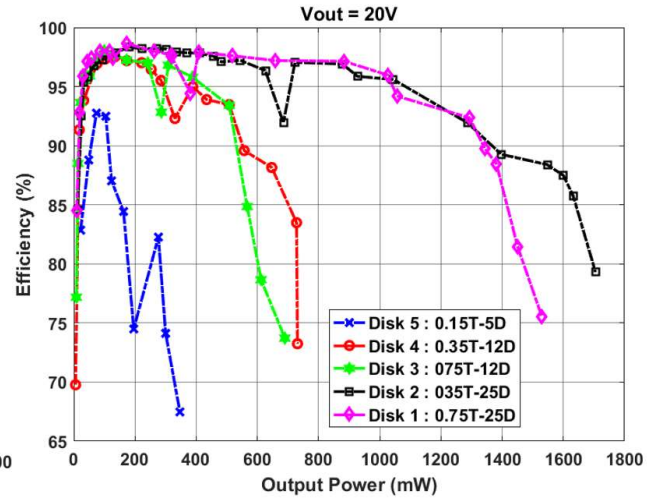
PROPRIETES DU MATERIAU C-213

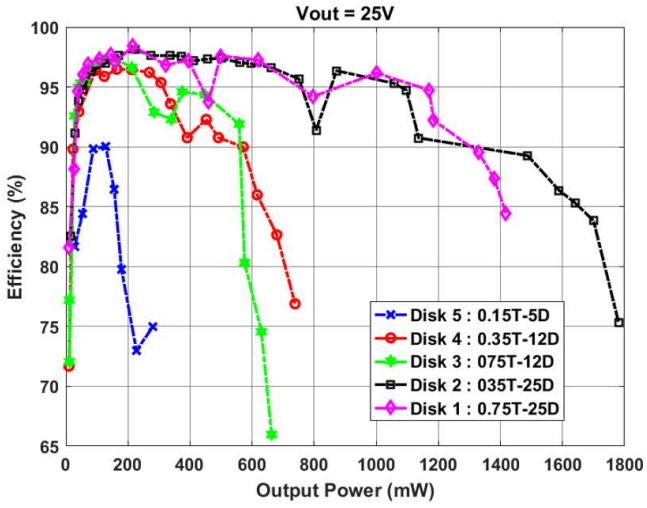
Material No.			C-205	C-213	C-213P	C-3	C-4
Use exampls.			Ultrasonic washing machines & welding machines, Medical nebulizers & scalpels, Dental scalers, Ultrasonic motors, & for other ultrasonic equipments			Ultrasonic test equipments & Thickness indicators Bolt axial tension meters	
Coupling factors.	$\times 10^{-2}$	k_p	58	58	60	45	36
		k_{31}	34	34	35	26	23
		k_{33}	70	70	70	64	57
		k_t	49	48	47	49	39
		k_{15}	68	70	69	64	53
Frequency constants.	m・Hz	N_p	2270	2230	2210	2460	2520
		N_{31}	1660	1620	1630	1810	1840
		N_{33}	1560	1540	1540	1710	1760
		N_t	2110	2090	2070	2140	2150
		N_{15}	990	960	950	1060	1100
Dielectric constants.		$\varepsilon_{11}^T/\varepsilon_0$	1650	1590	1750	820	560
		$\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$	1580	1470	1470	510	330
Piezoelectric charge constants.	$\times 10^{-12}$ m/V(C/N)	d_{31}	-136	-135	-139	-55	-39
		d_{33}	322	310	306	154	110
		d_{15}	492	510	542	381	201
Piezoelectric voltage constants.	$\times 10^{-3}$ V・m/N(m²/C)	g_{31}	-9.7	-10.2	-10.7	-12.0	-12.8
		g_{33}	22.7	23.4	23.5	32.4	33.7
		g_{15}	33.6	36.4	34.9	43.5	40.8
Yungs mdulus.	$\times 10^{10}$ N/m²	$Y_{11}^E=1/s_{11}^E$	8.6	8.2	8.4	10.0	10.3
		$Y_{33}^E=1/s_{33}^E$	6.8	6.6	6.7	8.2	8.7
		$Y_{55}^E=1/s_{55}^E$	2.7	2.6	3.3	2.5	3.5
Poisson's ratio.		σ	0.29	0.29	0.28	0.28	0.29
Mechanical Q		Qm	2140	2500	1520	1900	1700
Dissipation factor.	%	$\tan\delta$	0.40	0.30	0.10	0.20	0.35
Curie point.	℃	Tc	280	315	318	270	330
Density.	$\times 10^3$kg/m³	ρ	7.8	7.8	7.9	7.60	7.60
Temp. coefficient.	frTC ppm/℃	-40~+20℃	30	200	150	10	20
		+20~+80℃	200	100	20	-180	-170
	CTC ppm/℃	-40~+20℃	2490	2100	1900	2670	2250
		+20~+80℃	3230	3400	3900	5370	4360
Characteristics.			High Qm & d_{33}.		Low $\tan\delta$	Low ε_{33}^T	

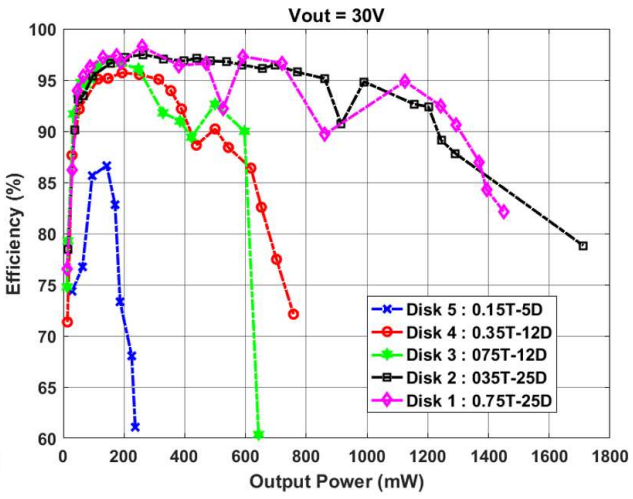
RESULTATS COMPLEMENTAIRES POUR L'ETUDE DE L'INFLUENCE DES DIMENSIONS DU RESONATEUR PIEZOELECTRIQUE EN FORME DE DISQUE

COURBES A GAIN CONSTANT

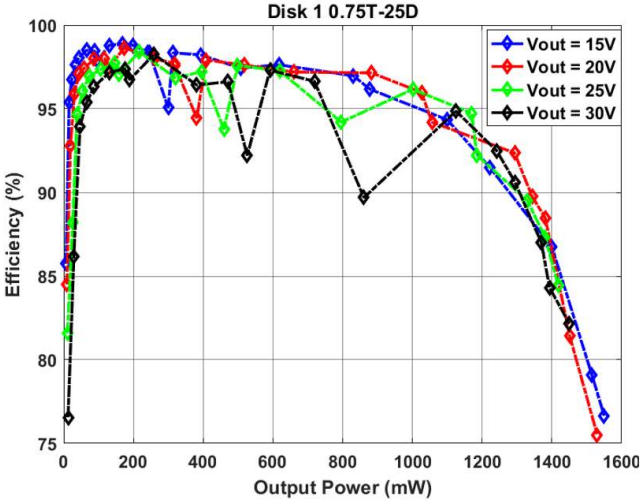


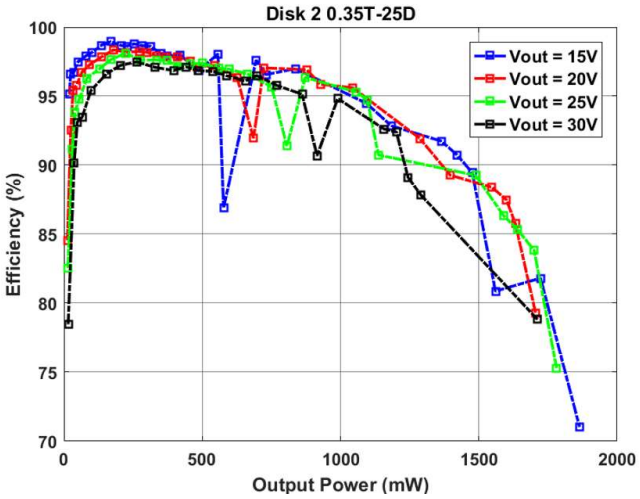


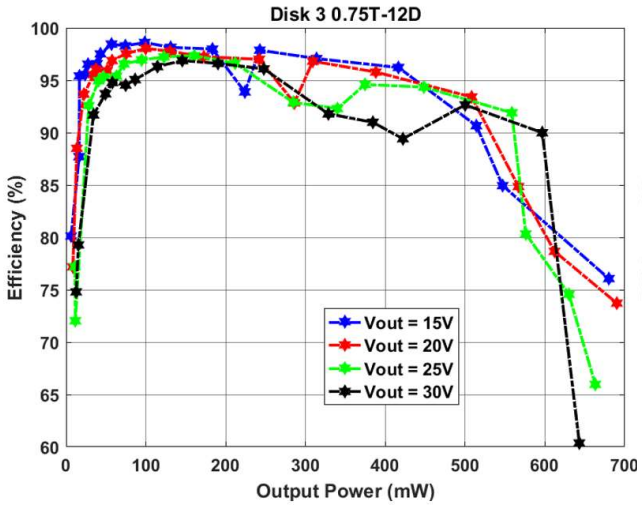


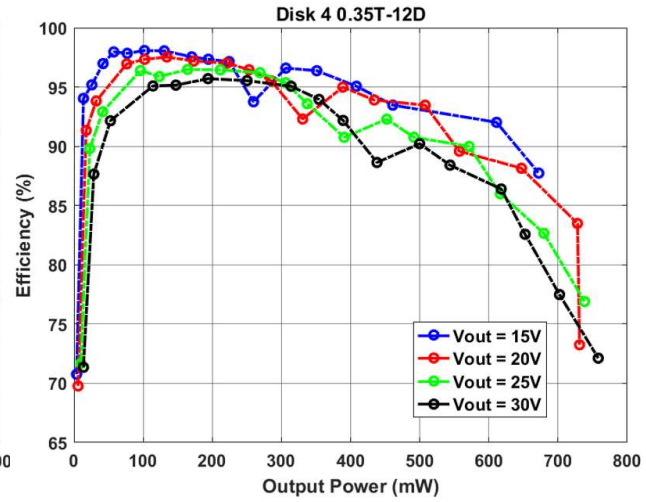


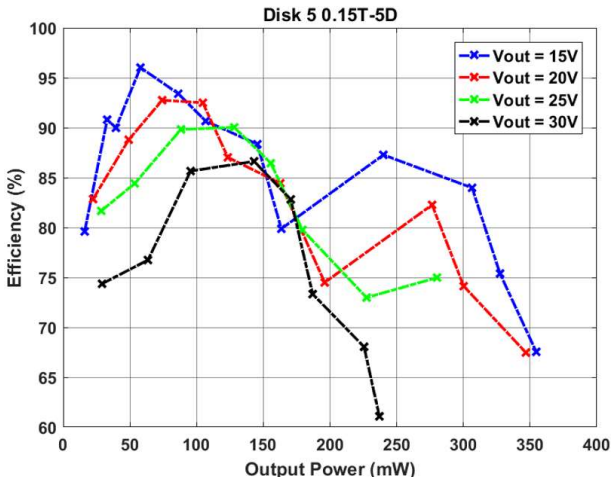
COURBES PAR DISQUE











université PARIS-SACLAY

ÉCOLE DOCTORALE
Physique et ingénierie : électrons, photons, sciences du vivant (EOBE)

Titre : Convertisseurs DC-DC piézoélectriques avec stockage provisoire d'énergie sous forme mécanique..... ....

Mots clés : électronique de puissance, piézoélectricité , convertisseurs résonnants

Résumé : Les convertisseurs de puissance sont de plus en plus utilisés, notamment avec l'explosion des objets nomades/connectés, où les contraintes de volume, d'épaisseur ou de rendement sont fortes. Dans ce contexte, l'utilisation des matériaux piézoélectriques constitue une excellente alternative aux convertisseurs à base d'inductances. Ces matériaux possèdent en effet de nombreux avantages comme des densités de puissances élevées, une géométrie fine et plane et sont notamment plus faciles à intégrer comparé aux inductances magnétiques.
.

Un nouveau type de convertisseurs piézoélectriques, sans inductance, dans lequel le résonateur piézoélectrique assure une fonction de stockage d'énergie, est présenté à travers l'étude d'une nouvelle topologie. Des commutations à zéros de tension sont garanties pour assurer des rendements élevées à des fréquences élevées. L'étude de cinq résonateurs de dimensions différentes renseigne sur l'influence de la géométrie sur les performances des convertisseurs. D'autres topologies plus complexes sont explorées et des perspectives d'améliorations et de mises sur le marché sont présentées.

Title : DC-DC piezoelectric converters using transient mechanical energy storage..... ....

Keywords : power electronics, piezoelectricity, resonant converters

Abstract : The increasing demand for power convertors in various application fields implies specific constraints and specific technological solutions. In this context, working with piezoelectric materials constitutes an excellent alternative of classical inductor-based converter. Indeed, these materials enable a high-power density, thin and planar geometry and can be integrated on silicon more easily than popular wire-wound magnetic components.

A new kind of piezoelectric inductorless converters with a new topology, in which the piezoelectric material acts as an energy storage element, is presented. Soft switching is performed to ensure very high efficiencies even for high frequencies. The study of five different-size piezoelectric resonators enables to understand the impact of geometric parameters of the resonator on the converter performances. Alternative topologies are also described and improvement possibilities and perspectives to get a complete and industrialized converter are discussed.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France