# Contrôle non destructif par reconstruction en tomographie térahertz

Alexandre Duhant

# THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE MONTPELLIER

En Systèmes Automatiques et Microélectronique

École doctorale : Information, Structures, Systèmes

Unité de recherche : Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier

# Contrôle non destructif par reconstruction en tomographie térahertz


Présentée par Alexandre Duhant


Le 13 juin 2019

Sous la direction de Olivier Strauss et Meriam Triki

Devant le jury composé de

| | |
|---|---|
| M. Varani Luca, Professeur des universités, IES, Montpellier | Président du jury |
| Mme. Rolland du Roscoat Sabine, Maître de conférences HDR, L3SR, Grenoble | Rapporteur |
| M. Visvikis Dimitris, Professeur des universités, INSERM, Brest | Rapporteur |
| M. Chen Weidong, Professeur des universités, LPCA, Dunkerque | Membre du jury |
| Mme. Triki Meriam, Chef de projet R&D, T-Waves Technologies, Montpellier | Co-directeur de thèse |
| M. Strauss Olivier, Maître de conférences HDR, LIRMM, Montpellier | Directeur de thèse |

UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

# Rencontre du troisième type

Dans la vie, au début on naît, à la fin on meurt. Entre les deux il se passe des trucs, bref c'est l'histoire d'un mec entre les deux.

J'emprunte ces mots à Otis, grand scribe egyptien: "Si je devais résumer ma vie aujourd'hui avec vous, je dirais que c'est d'abord des rencontres, des gens qui m'ont tendu la main, peut-être à un moment où je ne pouvais pas, où j'étais seul chez moi. Et c'est assez curieux de se dire que les hasards, les rencontres forgent une destinée." Ces mots résonnent en moi car c'est justement une succession de rencontres qui m'ont amené à écrire ces mots à 4H du matin.

La première rencontre, c'est bien évidemment celle de mon père et de ma mère. Grâce à eux, je peux me vanter d'être le premier dans au moins un domaine. Alors certes, le monde est peut être passé à coté d'un prix nobel, d'un médecin qui trouverait un remède miracle ou que sais-je d'autre ? Mais cette chance d'exister est une force, car elle décuple la volonté du dépassement de soi. Papa, Maman, merci pour tout ce que vous m'avez apporté, j'espère pouvoir vous le rendre un jour au centuple. On ne peut rêver meilleurs parents que vous, et comme si cela ne suffisait pas, vous m'avez fait partager mon nom avec une petite soeur dont je suis extrêmement fier, a qui je souhaite plein de réussite, même si à mes yeux, elle est déjà la meilleure des petites soeurs. Je sais que je ne vous le dis pas assez, mais je vous aime tous les trois.

La deuxième rencontre, c'est celle de tous mes amis. Ce qui fait la force de notre groupe, ce sont nos différences, que je perçois comme une complémentarité. Chacun posant sa pierre sur l'autel de l'amitié, nous avons construit quelque chose d'immuable. On ne partage pas toujours la même vision du monde, mais n'oubliez jamais une chose, peu importe nos points de discorde, vous êtes ma seconde famille. Merci pour votre soutien pendant cette thèse, vous m'avez permis de m'évader ! Et promis, à partir de maintenant, je ne pourrai plus vous sortir l'excuse de la thèse.

La troisième rencontre est une des plus importantes à mes yeux. J'ai souvent entendu des femmes ou des hommes dire que leur vie a changé de cap suite à la rencontre d'une personne qui leur a fait découvrir un univers dont ils n'avaient, jusque là, pas connaissance. Je peux moi aussi me vanter d'avoir rencontré cette personne. Au début, ce n'était que des blagues échangées pendant les fameuses pauses déjeuner de 15 min entre deux cours. Puis très vite, c'est la passion pour les sciences que tu m'as transmis Olivier. Tu as su me transmettre une part de ton savoir, tu as toujours répondu présent quand je n'étais pas au mieux de ma forme, quitte à cuisiner un gâteau pour me donner des forces quand elles me faisaient défauts. Je sais que tu n'aimes pas quand je cherche à détourner la lumière vers toi, mais sans toi, je n'aurai pas pu écrire ce manuscrit. Je ne pourrai jamais assez te remercier. Je suis fier de pouvoir dire que j'aurai été ton doctorant. Tu es le meilleur directeur de thèse. Et je pèse mes mots.

La quatrième rencontre, c'est bien évidemment toute l'équipe et le comité scientifique de T-Waves. Et dire que tout a commencé par un stage où l'on m'encourageait à me lancer dans cette thèse alors que j'y étais réticent. Merci à Dominique et tout le comité scientifique pour ces

collaborations qui ont débouché sur des publications. Au fil des années, de nouvelles têtes ont rejoint l'équipe, contribuant de plus en plus à la bonne ambiance qui règne dans le monde merveilleux des terahertz. Je souhaiterai remercier particulièrement Thierry, pour la confiance qu'il m'a porté toutes ces années, mais aussi Christophe qui, jour après jour, a su tirer le meilleur de moi même avec les fameux challenges 24h et qui m'a fait découvrir le monde du jeu de rôle papier. J'aimerai aussi remercier Pierre, avec qui dès le départ le courant est passé. Je te souhaite le meilleur dans ta vie, car tu es quelqu'un d'exceptionnel. Il y a aussi Benoit que je me dois de remercier, l'époque ou on été au rez de chaussé fait partie de mes meilleurs souvenirs dans l'entreprise, époque à laquelle les conversations les plus alambiquées pouvaient avoir lieu. Je remercie aussi Mickaël, Matthieu et Tristan pour la bonne ambiance qui règne dans notre bureau, on ne peut rêver meilleur cadre de travail ! Tu as cru que je t'avais oublié Morgan ? Et bien non. Tu t'es toi aussi lancé dans l'aventure de la thèse et je sais qu'elle sera pleine de réussite. Tu as bien mérité de devenir calife à la place du calife ! On dit souvent qu'on garde le meilleur pour la fin, cette fois-ci encore ce sera vrai. Je tiens à remercier Meriam qui a su me transmettre un savoir infini, mais aussi des conseils très importants à mes yeux. Si je devais faire un contrôle qualité à ton égard, sache qu'il n'y aurait nullement besoin de remplir une fiche de non-conformité.

La cinquième rencontre, c'est aussi les membres de l'équipe ICAR. Que dis-je ? La famille ICAR. Merci à William pour son accueil chaleureux, Gérard pour sa bienveillance, Fred pour toutes ces blagues toutes plus poilantes les unes que les autres. J'ai bien sur une pensée pour tous les doctorants de l'équipe, d'avoir traversé cette épreuve à vos cotés aura permis d'alléger mon fardeau. Je n'oublierai jamais toutes ces discussions autour d'un bon café, ni celles sur la passerelle. Je vous réserve à tous une place dans mon coeur. Vous êtes géniaux ! Je souhaite bon courage à tous ceux qui se lancent dans la rédaction et surtout, n'oubliez pas de mettre du beurre dans vos épinards.

Je tiens aussi à remercier Mme. Rolland du Roscoat, M. Visvikis, M. Varani et M. Chen d'avoir accepté d'évaluer ce travail de thèse.

Bon allez, c'est pas tout mais il serait peut être temps que je songe à me coucher, vous ne pensez pas ? Bonne nuit !

# Résumé

La tomographie et ses algorithmes associés sont désormais bien connus dans le domaine des rayons X. En revanche tous ces outils s'appuient sur une modélisation qui diffère de celle qui pourrait être envisagée dans le domaine des ondes Térahertz (THz). On retrouve, dans l'état de l'art, des modèles de propagation de l'onde THz au sein d'un objet. Ces modèles génèrent une onde THz qui est soit éloigné d'une vérité terrain, soit d'une complexité algorithmique trop élevée pour être utilisée au sein d'une reconstruction tomographique dans des temps de calcul acceptables. Un des objectifs de ce travail de thèse est donc d'obtenir un modèle de propagation de l'onde THz permettant une meilleure modélisation du processus d'acquisition et pouvant être calculé dans des temps relativements courts. Lors de la mesure d'une projection d'un objet, le phénomène d'absorption n'est pas le seul phénomène responsable de l'atténuation de l'onde THz. Les phénomènes de réfraction et de réflexion sont aussi responsables d'une atténuation de l'onde THz mesurée. Lors d'une reconstruction tomographique THz, si ces phénomènes ne sont pas pris en compte, l'algorithme attribue cette atténuation au phénomène d'absorption. Cela se traduit par une reconstruction des coefficients d'absorption de l'objet éloignée de leur valeur réelle. Sous l'effet de ces phénomènes, le problème de la reconstruction tomographique THz est non linéaire. Cela empêche ainsi l'utilisation directe des méthodes de reconstruction classiques puisque ces méthodes impliquent que la relation liant un objet à ses projections soit linéaire.

# Abstract

Tomography and its associated algorithms are now well known in the field of X-rays. On the other hand, all these tools are based on a modeling that differs from which could be envisaged in the field of Terahertz (THz) waves. We find, in the state of the art, models of propagation of the THz wave within an object. These models generate a THz wave that is either far from a ground truth, or of an algorithmic complexity that is too high to be used within a tomographic reconstruction in acceptable computing times. One of the objectives of this thesis work is therefore to obtain a propagation model of the THz wave allowing better modeling of the acquisition process and which can be calculated in relatively short times. When measuring the projection of an object, the absorption phenomenon is not the only phenomenon responsible for the attenuation of the THz wave. The phenomena of refraction and reflection are also responsible for attenuation of the measured THz wave. During a THz tomographic reconstruction, if these phenomena are not taken into account, the algorithm attributes this attenuation to the absorption phenomenon. This results in a reconstruction of the absorption coefficients of the object far from their real value. Under the effect of these phenomena, the problem of THz tomographic reconstruction is non-linear. This prevents the direct use of classical reconstruction methods since these methods imply that the relationship between an object and its projections is linear.

# Table des matières

# Liste des figures

# Liste des tableaux

# Chapitre 1

# Introduction

*« - Et dites moi, qu'est ce que vous fichez ici ?*
*- Rien monsieur, on était juste monté sur la colline.*
*- Quoi faire ?*
*- Pour voir.*
*- Ouais ?*
*- Voir ce qu'il y a derrière.*
*- Ah ah ah, misère. Depuis que l'Homme est Homme, c'est son idée fixe voir ce qu'il y a derrière. Alors il fait la guerre, il fait des enfants, il fait des voyages et même il se fait curé, tout ça pour voir ce qu'il y a derrière. »*

Edmond des Papillons dit Mond des Parpaillouns

## 1.1 Préambule

Ce travail de thèse s'inscrit dans le cadre d'un partenariat entre le Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier et l'entreprise T-Waves Technologies.

Nous proposons une méthode innovante de reconstruction tomographique dédiée à des applications de Contrôle Non Destructif (CND) utilisant des ondes Térahertz (THz). La nouveauté de cette proposition se situe à deux niveaux :

- d'une part dans la modélisation de la propagation des ondes THz et de leur interaction avec la matière, plus proche de la réalité que ce qui a été proposé à ce jour dans la littérature.
- d'autre part, dans l'utilisation de la Conception Assistée par Ordinateur (CAO) de l'objet à contrôler comme information a priori.

## 1.2 Contexte de ce travail : le contrôle non destructif

L'entreprise T-Waves Technologies conçoit et développe des équipements très innovants pour la résolution de problématiques présentes dans un contexte de Contrôle Non Destructif (CND) des matériaux [1]. Ce contexte inclut toutes les méthodes permettant d'une part de caractériser l'état d'intégrité des matériaux et d'autre part d'évaluer leurs propriétés sans aucun endommagement. En particulier, l'entreprise développe des systèmes d'imagerie et de spectroscopie [2][3] basés sur les ondes THz (qui seront introduites dans la section 1.3 puis approfondies dans la section 2.9) pour le contrôle de la qualité, des performances et des procédés de fabrication de la matière. Ce qui implique que les équipements développés peuvent être destinés d'une part pour des usages en laboratoire et d'autre part pour des usages en production ou en exploitation dans un contexte industriel. Ce développement implique nécessairement la définition de différents moyens technologiques et de différentes méthodes de traitement des données.

Dans un contexte industriel, de nombreux efforts sont réalisés pour améliorer la qualité et les performances des matériaux pour les applications associées. Cela implique une évolution constante dans le temps de la nature des matériaux, de leur processus de fabrication et de leurs processus d'assemblage. Leur contrôle avant et après intégration est essentiel. Par ailleurs, de nombreux efforts sont également réalisés pour réduire les coûts et le temps de fabrication. Pour répondre à toutes ces exigences plusieurs solutions technologiques sans contact, non destructives, non invasives et non nocives ont vu le jour.

L'imagerie à l'aide des ondes THz en est un exemple à fort potentiel, étant donné les propriétés fortement intéressantes des ondes THz (voir section 1.4). Les informations obtenues peuvent être dans le cœur ou à la surface de la matière [4][5] impliquant ainsi 2 types de configurations possibles : transmission et réflexion. La spectroscopie THz [6] [7] [8] peut être un outil complémentaire de l'imagerie THz puisqu'elle permet la caractérisation des propriétés optiques et structurelles de la matière et l'identification de composés chimiques dans les matériaux. Au-delà, la spectroscopie THz peut être également une solution technologique pour la mesure de l'épaisseur de matériaux [9].

La matière composant un échantillon d'étude dans un contexte CND peut être déclinée sous forme de matériaux séparés (homogènes et hétérogènes mono-couches ou multi-couches) ou d'assemblages. Le champ des applications est ainsi très large. On peut citer comme exemples de problématiques pouvant être traitées par l'imagerie THz : la détection et quantification de défauts (corps étrangers [10][11], délaminations [12][13], humidité [14][15], porosité [16], etc.), la caractérisation des propriétés d'un matériau (physico-chimique [17][18], comportement mécanique [19][20], comportement thermique [8][21], etc.) et le contrôle de qualité pour assemblages de matériaux. Dans ce dernier domaine (en particulier pour les polymères [22]), certains procédés tels que le collage [23][24] ou le soudage [25][26] ont eu tendance à se développer pour remplacer les processus comme le rivetage ou le boulonnage. Le but est de simplifier et réduire le temps de fabrication pour une meilleure productivité et réduire les masses des produits assemblés notamment dans le contexte du transport.

Lors des premières années de recherche et développement de l'entreprise, il a été fait le choix d'en concentrer les activités sur l'étude des polymères et des composites étant donné leur forte présence dans différents secteurs concernés par le CND. L'utilisation des polymères a augmenté significativement dans différents secteurs tels que l'industrie chimique, para-chimique ou de transformation, l'industrie textile, le bâtiment, les constructions automobiles et aéronautiques. Généralement, les polymères ont comme propriétés d'avoir une masse volumique inférieure à $1500 kg.m^{-3}$, d'être souples et stables pour des températures modérées et d'être transparent dans la gamme des ondes THz [22]. Cependant, les propriétés des polymères sont encore à l'heure actuelle sous exploitées, et particulièrement est sous-exploité la possibilité de les combiner, permettant ainsi l'amélioration de la qualité de la matière.

Un matériau composite peut être défini d'une manière générale comme l'assemblage de deux ou plusieurs matériaux, l'assemblage final ayant des propriétés supérieures aux propriétés de chacun des matériaux constitutifs [27]. Il est constitué d'une matrice, d'un renfort (généralement constitué de fibres) et éventuellement une charge et/ou un additif. Il existe deux grandes familles de ces matériaux. Elles se différencient par les caractéristiques de leur matrice de renfort. Les composites de grande diffusion sont peu onéreux et occupent une large part du marché. Les composites à hautes performances, généralement renforcés de fibres continues de carbone ou d'aramide, sont quant à eux réservés à des secteurs de forte valeur ajoutée : aéronautique, médical, sports et loisirs. Les matériaux composites apportent de nombreux avantages : légèreté, résistance mécanique et chimique, maintenance réduite, liberté de formes. Ils permettent d'augmenter la durée de vie de certains équipements grâce à leurs propriétés mécaniques (rigidité, résistance à la fatigue), mais aussi grâce à leurs propriétés chimiques (résistance à la corrosion). Ils renforcent également la sécurité grâce à une bonne résistance aux chocs et au feu. Ils offrent une bonne isolation thermique ou phonique et, pour certains d'entre eux, une bonne isolation électrique. Ils enrichissent aussi les possibilités de conception en permettant d'alléger des structures et de réaliser des formes complexes, aptes à remplir plusieurs fonctions.

En fonction de la problématique visée et de la géométrie de l'objet d'étude, il est possible de considérer l'imagerie THz en deux ou trois dimensions (2D, 3D). Le cas du 3D correspond à la tomographie dont le grand intérêt réside dans la possibilité de visualiser, avec une haute résolution, un plan transverse dans l'objet sans destruction des parties contrôlées. Parmi les trois principales modalités de la tomographie, (tomographie par résonance magnétique [28], tomographie en transmission [29] et tomographie par émission [30]), seule la tomographie par transmission est utilisée pour le CND [31].

Le principe de la tomographie par transmission consiste à reconstruire la structure interne d'un objet grâce à une série de mesures obtenue suivant différents angles de prise de vue autour de l'objet. Les mesures sont habituellement obtenues en orientant une source vers un objet selon différentes orientations. L'atténuation de l'onde émise est alors mesurée grâce à un détecteur positionné à l'opposé de la source. Ces mesures ayant traversé l'objet, la reconstruction tomographique permet de retrouver les propriétés internes de l'objet.

Au cours de la dernière décennie, la tomographie par transmission utilisant les rayons-X a été largement employée et s'est développée en tant que technique de CND des matériaux [32]. Plusieurs publications ont rapporté des résultats de recherche sur des composites dont la matrice est à base de métal, céramique, polymère, élastomère et bois [33]. Tous ces matériaux composites sont très largement utilisés pour la fabrication de pièces d'automobiles, d'avions, des navires et de pales d'éoliennes [34]. Par contre, lors de leur fabrication, de nombreux défauts peuvent apparaître tels que la délamination, la fissuration matricielle et la microfissuration des stratifiés polymères renforcés de fibres [35]. D'autres travaux se sont intéressés à la qualité des capteurs optiques incorporés dans un stratifié polymère renforcé de fibres de carbone [31] et la fissuration par fatigue dans les composites Ti / SiC [36]. Toutefois, l'implémentation de la tomographie à rayons-X dans un contexte industriel reste limitée et la tomographie THz s'avère aujourd'hui être une alternative intéressante [3][37][38] tirant profit à la fois des propriétés des ondes THz et des avancées technologiques dans ce domaine.

## 1.3 Tomographie THz versus tomographie à rayons-X

Dans ce paragraphe, nous discutons de différents points de comparaison entre la tomographie à rayons-X et la technologie émergente des ondes THz.

La Fig. 1.1 montre où se situe les ondes THz dans le spectre électromagnétique entre l'infrarouge lointain et les hyperfréquences. Les ondes THz sont associées à une gamme de fréquences comprise entre 0.1 THz et 10 THz ou encore à des longueurs d'ondes comprises entre 30 µm et 3 mm. Cette gamme spectrale permet ainsi l'accès à un grand nombre de matériaux qui ne peuvent pas être sondés par les méthodes optiques [12] [39] ou les rayons-X. Par contre, les ondes THz peuvent être absorbées par les matériaux conducteurs et les liquides polaires tel que l'eau ce qui limite son utilisation pour des applications médicales in vivo.

Comme dans d'autres gammes spectrales, il existe 2 types d'émissions dans la gamme spectrale THz: impulsionnelle et continue.

- **Émission impulsionnelle**: Grâce au développement de sources laser ultra rapides, la génération d'impulsions THz ultra courtes a été développée [40][41]. La technique *Time Domain Spectroscopy* (TDS), basée sur l'échantillonnage temporel de l'impulsion THz générée (typiquement de puissance inférieure ou égale à 1 mW), est devenue l'application la plus fréquente pour la caractérisation des propriétés optiques des matériaux. Étant donné que la référence de temps est connue avec précision, les informations de phase sont conservées et, par conséquent, les parties réelle et imaginaire de la fonction diélectrique peuvent toutes deux être obtenues sur toute la gamme spectrale engendrée par l'impulsion THz. Cette possibilité d'avoir accès à la fonction diélectrique complexe sur toute la gamme spectrale considérée forme le principal intérêt du TDS. Plusieurs travaux de recherche ont été publiés en utilisant cette technologie dont le premier article sur la tomographie THz par ondes pulsés a été publié dans [38]. Toutefois le couplage de la tomographie THz à la technique TDS augmente le temps de reconstruction [42]. Il est important de noter qu'en rayons-X, cette technique n'est pas disponible.

- **Émission continue**: Le développement des sources à émission continue a été rendue possible grâce à l'amélioration des performances des composants électroniques. Plusieurs paliers ont été franchis à plusieurs échelles : fréquences d'accès, gammes de balayage en fréquence, fonctionnement à température ambiante, rapidité, stabilité, sensibilité, compacité et coût. Les progrès réalisés ont permis l'obtention des niveaux d'émission, de détection, de contraste, de rapport signal à bruit intéressants pour le développement de

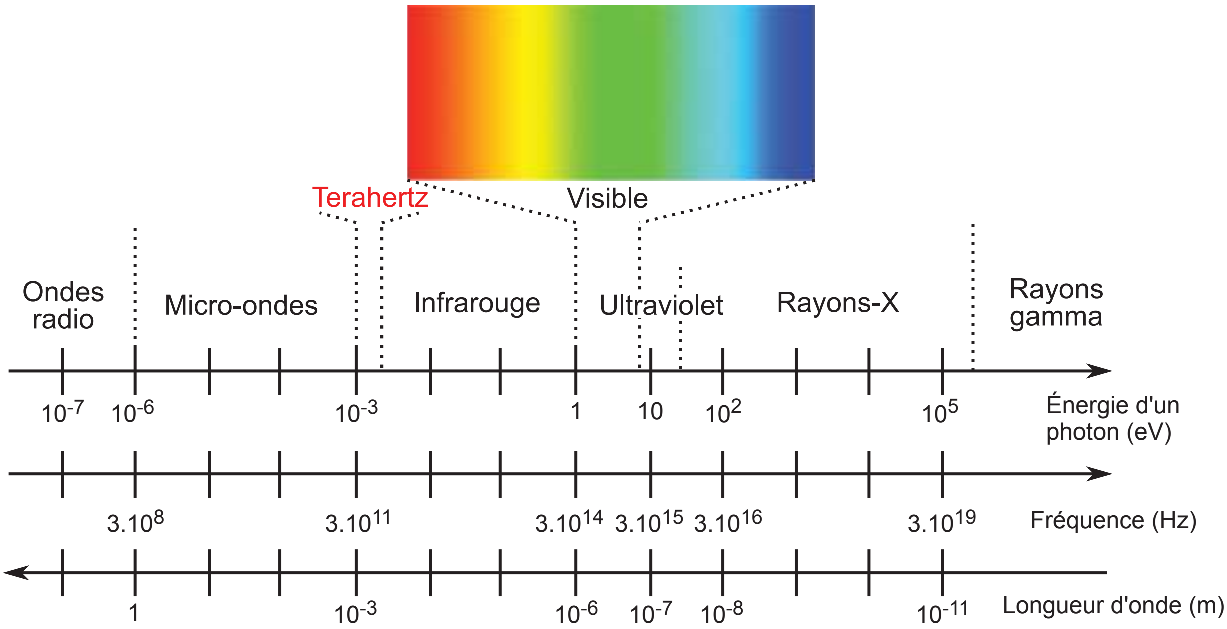



FIGURE 1.1 – Localisation des ondes THz dans le spectre électromagnétique: énergie d'un photon (eV), fréquence (Hz) et longueur d'onde (m) de la bande spectrale comprise entre les ondes radios et les rayons gamma.

plusieurs applications utilisent les ondes THz et particulièrement en imagerie. Les puissances atteintes sont nettement supérieures à celles des ondes à émission impulsionnelle.

Pour un atome ou une molécule, l'absorption d'un photon incident de fréquence $f$ se produit par le passage d'un niveau d'énergie $E_1$ à un autre plus élevé $E_2$, tel que $E_2 - E_1 = hf$ où $h$ est la constante de Planck. D'un point de vue corpusculaire, un photon entre en collision avec les électrons liés aux atomes du milieu traversé (électrons des couches internes). Si l'énergie du photon incident est suffisante, un électron du cortège atomique peut se voir arraché. Cet électron, appelé **photo-électron**, est éjecté avec une énergie cinétique qui peut être transférée au milieu en provoquant des ionisations. Pour les atomes individuels, la différence d'énergie est trop grande pour que les ondes THz puissent provoquer un changement d'état électronique. Par contre, dans les molécules, les atomes peuvent vibrer ou tourner les uns par rapport aux autres, et de manière plus globale, tout le squelette de la molécule peut se déformer de manière à osciller aux fréquences THz.

L'énergie des photons THz est de l'ordre du meV. C'est une énergie très faible, environ 1000 fois plus petite que celle des transitions entre les niveaux électroniques des atomes. L'interaction entre l'onde THz et la matière ne peut donc mettre en jeu que des phénomènes peu énergétiques. Le fait que l'onde THz soit faiblement énergétique lui permet d'une part de ne pas être ionisante à la différence des rayons-X et d'autre part de pénétrer la matière organique ou non-organique sans induire de dommages. Un dispositif utilisant des ondes THz peut être utilisé par un opérateur sans précaution sanitaire particulière, quelle que soit sa formation de base, après une simple action informative.

En comparaison, les rayons-X sont constitués de photons dont la longueur d'onde est comprise approximativement entre 10 pm et 10 nm, correspondant à des fréquences de 30 PHz à 300 EHz. L'énergie de ces photons est élevée, elle s'étend d'une centaine d'eV à environ un MeV. Les rayons-X pénètrent facilement la matière solide peu dense et constituée d'éléments légers comme le carbone, l'oxygène et l'azote, et sont facilement absorbés par la matière solide dense constituée d'éléments lourds. C'est ce qui permet l'imagerie médicale (radiographie, scanner, densitométrie osseuse) : les rayons-X traversent la chair et sont arrêtés par les os. Ils sont facilement absorbés par l'atmosphère. De fait, les télescopes à rayons-X (qui détectent les rayons-X émis par les étoiles) doivent être placés dans des satellites. L'ordre de grandeur de leur longueur d'onde étant celui des distances inter-atomiques dans les composés, la diffraction de rayons X sur les cristaux constituant les métaux ou roches est exploitée pour faire de l'analyse chimique (minéralogique) par le biais d'une technique de radiocristallographie.

De part leur relative grande longueur d'onde, comparé aux rayons-X, les ondes THz interagissent avec des matériaux qui sont transparents aux rayons-X [43][44]. En effet, les rayons-X étant à haute énergie, il faut un fort écart de densité pour discerner un contraste sur une image de l'objet. C'est pour cela que les os et muscles sont visibles en imagerie à rayons-X (forte différence de densité) tandis que des matériaux peu denses tels que les céramiques et les composites (proches en densité) sont indiscernables avec cette technologie. Contrairement aux ondes THz, l'utilisation des rayons-X impose des contraintes sanitaires drastiques dû à leur fort pouvoir ionisant.

Par ailleurs, dans le contexte CND, certains objets peuvent être de grande dimension, représentant ainsi un frein à la conception de dispositifs de contrôle avec les technologies à rayons-X. Et, même quand cela est possible, les dispositifs sont trop onéreux pour que leur utilisation puisse être envisagée. Par contre dans le cas des ondes THz, la dimension de l'objet n'est pas une contrainte et les prix des systèmes THz sont plus avantageux que ceux des systèmes à rayons-X.

Concernant la propagation des ondes, les rayons-X présentent une propagation rectiligne sous la forme d'un faisceau fin avec une distribution d'intensité souvent supposée homogène. Les ondes THz focalisées (que nous considérons dans nos systèmes optiques) sont assimilées à des faisceaux Gaussien dont la distribution d'intensité n'est pas homogène. Les ondes THz divergent plus rapidement que les rayons X. La résolution spatiale n'est donc pas identique le long de l'axe optique et doit être mise en relation avec la largeur de l'onde. La résolution spatiale des ondes THz reste limitée par rapport à celle des rayons X dont la longueur d'onde est bien inférieure.

D'un point de vue interactions onde-matière, dans le cas des ondes THz, il est très important de prendre en compte des phénomènes optiques qui sont mineurs dans le cas des rayons-X tels que la réfraction et la réflexion. La réfraction fait référence au fait que l'onde est déviée de son axe de propagation lors de la traversée dans l'objet. La réflexion correspond à une portion de l'onde qui est réfléchie au contact d'une des interfaces de l'objet. Ces deux phénomènes vont perturber la propagation de l'onde THz. De ce fait, il n'est pas possible de considérer que la propagation des rayons-X et des ondes THz soit identique.

## 1.4 Sujet de thèse

L'objectif de ce travail de thèse est le développement d'algorithmes pour réaliser une reconstruction tomographique par transmission dans le domaine des ondes THz pour le CND des matériaux. Ces algorithmes nécessitent une modélisation fiable du processus d'acquisition. Pour obtenir une telle modélisation, il est impératif de tenir compte de plusieurs paramètres : la nature de la propagation le long de l'axe optique, la distribution d'intensité de l'onde THz, l'étendue géométrique de la source et les phénomènes d'interactions entre l'onde THz et un objet. L'utilisation de ce modèle au sein d'une reconstruction tomographique, comme il est envisagé dans ce travail de thèse, implique cependant que son implantation algorithmique soit de faible complexité. Nous devons donc réussir à trouver un bon compromis entre fiabilité de la modélisation des interactions onde-matière et leur mesure, d'une part, et simplicité de cette modélisation d'autre part.

Dans l'état de l'art, certaines méthodes permettent de prendre en compte une représentation fidèle de la propagation et de la distribution d'intensité des ondes THz au détriment de l'interaction entre l'onde THz et un objet. Ces méthodes ne permettent pas de modéliser, par exemple, la déviation de l'onde THz sous l'effet des phénomènes de réfraction. D'autres méthodes ont réussi à tenir compte de l'interaction onde-matière en décomposant l'onde THz en un ou plusieurs rayons et en traitant la propagation de chaque rayon indépendamment des autres. Cependant, cette simplification peut mener à un modèle qui est éloigné de la façon dont l'onde THz se propage et donc potentiellement biaiser la reconstruction. Nous avons cherché à enrichir le modèle d'interaction onde-matière dans le cas des ondes THz afin d'obtenir une modélisation du processus de mesure de l'atténuation que nous utilisons plus proche de la réalité. Pour cela nous avons élaboré une méthode permettant de prendre en compte différentes caractéristiques des ondes THz jusqu'ici traitées séparément dans l'état de l'art.

Comme nous le verrons dans la section 2.10, les méthodes de reconstruction classiques, héritées de la tomographie à rayon-X, ont été jusqu'à présent directement transposées au problème de la tomographie THz [45]. Ces méthodes de reconstruction tomographique classiques nécessitent une modélisation linéaire du processus d'acquisition. Or, dans le cas des ondes THz, le processus d'acquisition semble ne pas pouvoir être modélisé de façon linéaire de par la présence de phénomènes de réfraction et de réflexion. L'élaboration de nouvelles techniques de reconstruction dédiées au cas des ondes THz semble donc nécessaire. Ce travail de thèse a aussi pour but de répondre à cette spécificité. Nous signalons que, dans ce cadre, nous considérons uniquement les phénomènes de réfraction et de réflexion car ils sont prédominants. Ce travail de thèse représente une étape importante dans la jeune histoire de la tomographie THz mais ce travail devra être poursuivi: la prise en compte des phénomènes de diffraction en est une suite très intéressante.

## 1.5 Système d'imagerie THz expérimental

En reconstruction tomographique par transmission, une série de mesures est obtenue suivant différents angles de prise de vue autour de l'objet. Les mesures sont habituellement obtenues en orientant une source vers un objet selon différentes orientations. L'atténuation de l'onde émise est alors mesurée grâce à un détecteur positionné à l'opposé de la source. L'onde émise ayant traversé l'objet, la reconstruction tomographique à partir de ces mesures permet de retrouver les propriétés internes de l'objet.

Dans la Fig. 1.2, nous présentons la configuration expérimentale [46] utilisée pour l'acquisition de tous les jeux de données que nous présenterons dans le manuscrit. Nous utilisons deux sources électroniques à émission continue, l'une émettant à 106 GHz et l'autre à 165 GHz (correspondant respectivement à une longueur d'onde de 2.82 mm et 1.81 mm dans l'air), générant des puissances de plusieurs dizaines de mW. Cette fréquence est générée par un synthétiseur radio-fréquence avec une excursion en fréquence de 100 MHz. Toutes les lentilles utilisées dans la configuration expérimentale sont plano-convexes. L'onde est d'abord collimatée par une lentille $L_1$ puis focalisée dans l'objet d'étude par la lentille $L_2$. Ces deux lentilles, en polyméthylpentène, ont un diamètre égal à 50 mm et leurs focales respectives sont égales à 150 et 100 mm. Après traversée de l'objet, l'onde est collectée puis collimatée à travers les lentilles $L_3$ et $L_4$ pour être finalement focalisée sur le détecteur par la lentille $L_5$. Les lentilles $L_3$, $L_4$ et $L_5$ sont en polyéthylène et ont respectivement un diamètre égal à 140 mm, 160 mm et 100 mm. Leurs focales sont respectivement égales à 185 mm, 240 mm et 100 mm. Le détecteur est basé sur un transistor à haute mobilité électronique dont la réactivité est de 40 kV/W à 0.3 THz et dont la puissance équivalente au bruit est de l'ordre de 50 pW/Hz comme formulé dans [47].

L'objet est placé sur une platine de rotation positionnée au point focal du système optique. Cela permet de concentrer à la fois l'énergie de l'onde THz et d'avoir une meilleure résolu-

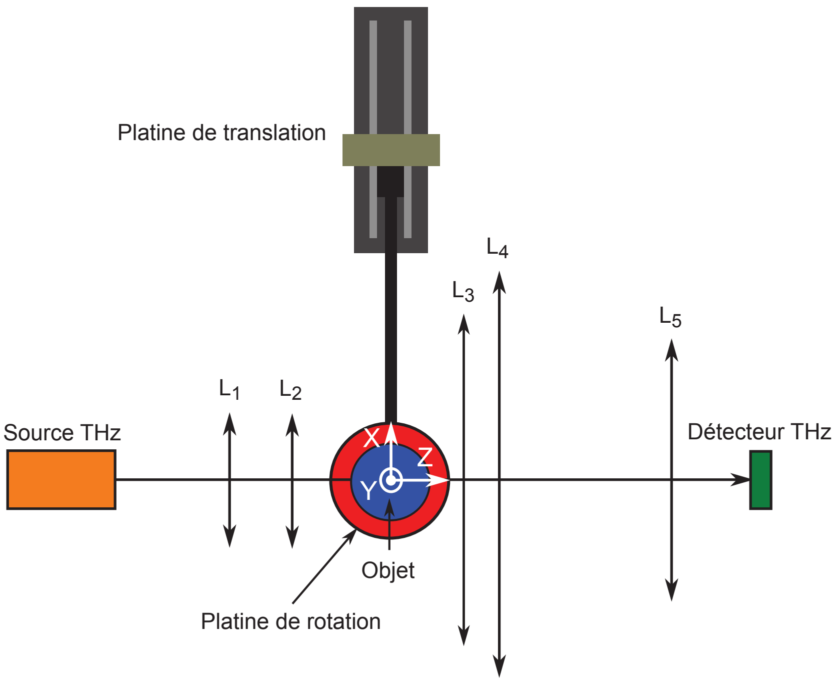



FIGURE 1.2 – Système d'imagerie THz expérimental pour l'acquisition des projections d'un objet : l'onde THz émise depuis la source THz est focalisée au centre de l'objet par les lentilles $L_1$ et $L_2$. Après avoir traversé l'objet, l'onde est focalisée sur un détecteur THz par les lentilles $L_3$, $L_4$ et $L_5$. Toutes les lentilles sont plano-convexe. Les platines de translation et de rotation sont utilisées pour déplacer l'objet et le faire tourner autour de l'axe de rotation de la platine.

tion spatiale. En effectuant le déplacement de l'objet selon les axes X et Y via des platines de translation, il est alors possible d'obtenir une image 2D de la structure interne de l'objet. En appliquant à l'objet une rotation selon l'axe Y et en répétant cette opération, il est alors possible d'obtenir l'ensemble des mesures nécessaires à la tomographie.

Dans le chapitre 2, nous commencerons par présenter le principe d'une reconstruction tomographique classique à la fois dans le domaine continu et dans le domaine discret. Cela nous permettra de mettre en évidence la nécessité de modéliser le processus d'acquisition et comment notamment dans le cas des rayons-X cette modélisation permet d'aboutir à un modèle linéaire. Nous aborderons ensuite en quoi le problème de la reconstruction tomographique correspond à un problème inverse. Nous présenterons comment la résolution de ce problème inverse peut être réalisée par l'utilisation de *méthodes directes* ou de *méthodes par optimisation*. Un bilan sur ces méthodes sera présenté, nous permettant d'introduire la notion de convergence des méthodes par optimisation. Nous présenterons comment est modélisé, dans la littérature, la distribution d'intensité et la propagation d'une onde THz. Enfin, nous présenterons comment le problème de la reconstruction tomographique THz a été traité dans la littérature. Nous avons préféré présenter l'état de l'art sur la reconstruction tomographique THz dans ce chapitre afin d'en faciliter la compréhension.

Dans le chapitre 3, nous introduirons les méthodes Monte Carlo et présenterons comment ces méthodes peuvent être utilisées au sein des méthodes par lancer de rayons pour améliorer la modélisation des interactions ondes/matières dans le cas des ondes THz. A partir des méthodes Monte Carlo, nous proposerons deux nouveaux modèles d'interactions onde-matière. Nous présenterons ensuite comment, en utilisant les méthodes par lancer de rayons, il est possible de simuler d'une part la distribution d'intensité et la propagation d'une onde THz se propageant dans l'air et, d'autre part, de simuler les projections d'un objet à partir de son modèle CAO. Nous présenterons une étude comparative portant sur la capacité des modèles de l'état de l'art et de la technique que nous proposons à modéliser les interactions onde-matières et la propagation de l'onde THz. Enfin, nous présenterons comment utiliser un modèle d'interaction onde-matière au sein des méthodes de reconstruction classiques. Cela nous permettra d'introduire le fait que, avec l'algorithme de reconstruction que nous proposons ce n'est plus une carte des coefficients d'absorption d'un objet qui est reconstruite, mais l'écart des coefficients d'absorption de l'objet par rapport à son modèle CAO.

Dans le chapitre 4, nous présenterons une comparaison entre les résultats de reconstruction obtenus avec les algorithmes de reconstruction de l'état de l'art et notre proposition. Cette comparaison permettra d'une part la mise en évidence de la nécessité de considérer les phénomènes de réfraction et de réflexion au sein de la reconstruction tomographique THz, d'autre part, de démontrer la nécessité de prendre en compte la distribution d'intensité de l'onde THz au sein de la reconstruction tomographique THz. La comparaison sera réalisée en considérant des objets de forme cylindrique et cubique, dont les matériaux qui les composent présentent un indice de réfraction élevé.

# Chapitre 2

# La tomographie du point de vue des ondes Térahertz

« *Quand les lois des hommes tentent de te dicter ta voie, souviens-toi qu'aucune voix ne peut prétendre à prévaloir sur la tienne, puisse-t-elle venir de ceux qui disent citer ton Dieu. En cela rappelle-toi que* ***rien n'est vrai****.*

*Quand les chaînes d'un asservissement quelconque te retiennent, souviens-toi que tu es libre de tes actes, et que personne ne peut retenir l'élan de la liberté. En cela rappelle-toi que* ***tout est permis****.* »

Altaïr Ibn-La'Ahad

## 2.1 Introduction du deuxième chapitre

Dans la littérature romanesque, on retrouve souvent l'envie de voir à travers les objets, que ce soit par le biais de pouvoirs pour les super héros, ou de la technologie pour des héros plus ordinaires. En 1869 furent découvert les rayons cathodiques par Johann Wilhelm Hittorf, ouvrant ainsi la porte aux fantasmes les plus fous, jusque là cantonnés dans l'imaginaire collectif. Ces rayons cathodiques se présentaient sous la forme d'une éjection continue d'électrons au sein d'un tube de verre sous vide équipé d'une anode et d'une cathode. En chauffant la cathode, une radiation est émise jusqu'à l'anode. En appliquant un matériau phosphorescent sur la paroi interne du verre situé derrière l'anode, il est alors possible de capter un scintillement induit par les électrons émis. Il aura fallu attendre la fin du XIXème siècle pour que Wilhelm Conrad Röntgen nomme ce rayonnement "rayons-X" et réalise une des premières radiographies réalisée sur un corps humain vivant (voir Fig. 2.1) [48].

Très vite ce rayonnement a été perçu comme un moyen révolutionnaire pour appréhender ce qu'il n'était pas possible de voir jusqu'alors. Cependant, une radiographie n'est qu'une projection de l'objet imagé. Toute notion de profondeur à l'intérieur même de l'objet n'est pas directement accessible. Franchir cette limite pouvant révolutionner le diagnostic médical, de nombreux travaux se sont orientés sur la possibilité de retrouver cette information de profondeur.

La mesure effectuée lors d'une radiographie représentant l'ensemble des atténuations subies par les électrons dans une direction donnée, cette information de profondeur n'est en fait pas totalement perdue. Cependant, une seule mesure n'est pas suffisante pour la retrouver. Il faudra attendre 1919 pour que Johann Karl August Radon établisse sa transformée reliant une fonction continue à deux variables à l'ensemble continu de ses projections. La mise en regard de cette transformation avec le principe d'acquisition physique des radiographies a rendu alors possible d'envisager de retrouver une information de profondeur à partir d'un ensemble de mesures obtenues autour de l'objet radiographié: la tomographie était née.

La tomographie s'apparentant à un problème inverse. De nombreux algorithmes ont été proposés pour inverser le modèle d'acquisition et obtenir la structure interne des objets inspectés [29]. La plupart des algorithmes permettant de réaliser une reconstruction tomographique sont basés sur une modélisation linéaire de l'atténuation que l'onde subit lors de sa traversée dans l'objet.

FIGURE 2.1 – Radiographie réalisée par W. C. Röntgen sur la main gauche de sa femme Bertha (Image fournie par: Wikimedia Commons, the free media repository. Fichier: First medical X-ray by Wilhelm Röntgen of his wife Anna Bertha Ludwig's hand - 18951222.gif).

## 2.2 Tomographie et transformée de Radon

Le terme "tomographie" provient du grec ancien "tomos" et "graphō" signifiant l'écriture des coupes. En d'autres termes la tomographie revient à reconstruire, coupe par coupe, les propriétés d'un objet. Ces propriétés peuvent prendre diverses formes: activités méthaboliques, distribution de densités, coefficient d'atténuation ou de refraction. En rayon-X, par exemple, c'est le coefficient d'absorption qui fait office de propriété d'un objet. Considérant des coupes bidimensionnelles, nous nous intéressons dans ce manuscrit, à la tomographie 2D.

Une telle reconstruction nécessite des informations sur les propriétés de l'objet. Ces informations sont obtenues en émettant une onde au travers d'un objet. Lors de sa traversée, l'onde interagit avec l'objet et subit une perturbation. Une *mesure* de l'onde perturbée par l'objet correspond à une projection de l'objet. Les propriétés considérées en tomographie peuvent être diverse: activité métabolique, densité des matériaux etc. Dans ce travail de thèse, c'est surtout la répartition du coefficient d'atténuation qui va nous intéresser. Cependant ce chapitre se voulant un peu général, nous utiliserons ici le terme plus générique de *propriétés*.

Reconstruire une propriété d'un objet implique de modéliser l'interaction entre une onde et cette propriété. Dans le domaine de la tomographie, c'est la transformée de Radon continue qui a été la plus utilisée pour modéliser cette interaction. Cette transformée linéaire permet de modéliser une interaction linéaire continue entre une onde et les propriétés de l'objet. Elle considère la propagation d'une onde rectiligne d'épaisseur nulle. Comme la transformée de Radon admet une inverse, il est envisageable de reconstruire une coupe de la propriété à laquelle on s'intéresse, si tant est que l'interaction entre le faisceau et la propriété de l'objet soit linéaire. Pour que l'explication soit plus claire, nous distinguons les *projections* qui sont obtenues par la transformée de Radon et les *mesures* qui sont obtenues par un processus d'acquisition.

Le principe de la transformée de Radon continue est présenté sur la Fig. 2.2. Elle met en relation une fonction continue $\mathrm{J} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dans un espace cartésien avec ses projection $\mathrm{S} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dans un espace polaire. Soit la droite $\mathrm{L}$ caractérisée – en coordonnées polaires – par un angle $\phi \in [0, \pi[$ et un module $\rho$ défini dans $\mathbb{R}$, nous définissons $\mathrm{S}(\phi, \rho)$ comme étant la projection de J le long de la droite L par :

$$\mathrm{S}(\phi, \rho) = \mathscr{R}(\mathrm{J}(x, z)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{J}(x, z) \delta(x \sin\phi + z \cos\phi - \rho) \mathrm{d}x \mathrm{d}z, \tag{2.1}$$

où $\mathscr{R}$ est la transformée de Radon et $\delta$ est l'opérateur correspondant à la distribution de Dirac.

L'existence d'une inverse pour la transformation de Radon garantit que, si on connaît S, il est possible de retrouver J. Cette transformation inverse n'est pas immédiate. Elle utilise la transformation duale de Radon qui s'exprime à l'aide de l'opérateur adjoint de la façon suivante :

$$\mathrm{J}'(x, z) = \mathscr{R}^*(\mathrm{S}(\phi, \rho)) = \int_{0}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{S}(\phi, \rho) \delta(x \sin\phi + z \cos\phi - \rho) \mathrm{d}\rho \mathrm{d}\phi, \tag{2.2}$$

Il existe deux façons de reconstruire J à partir de S. La première utilise la relation forte entre transformée et transformée duale. Elle s'appuie sur le fait que l'application de l'opérateur adjoint sur la fonction de projection S ($\mathscr{R}^*(\mathrm{S}(\phi, \rho))$) produit une version passe-bas de J. Ce filtrage passe-bas peut être contrecarré par l'utilisation d'un filtre rampe dans l'espace de Fourier. Le filtre rampe rétablit la balance des fréquences dans la fonction de projection. On écrit alors:

$$\mathrm{J}(x, z) = \mathscr{R}^*(\mathrm{S}'(\phi, \rho)), \tag{2.3}$$

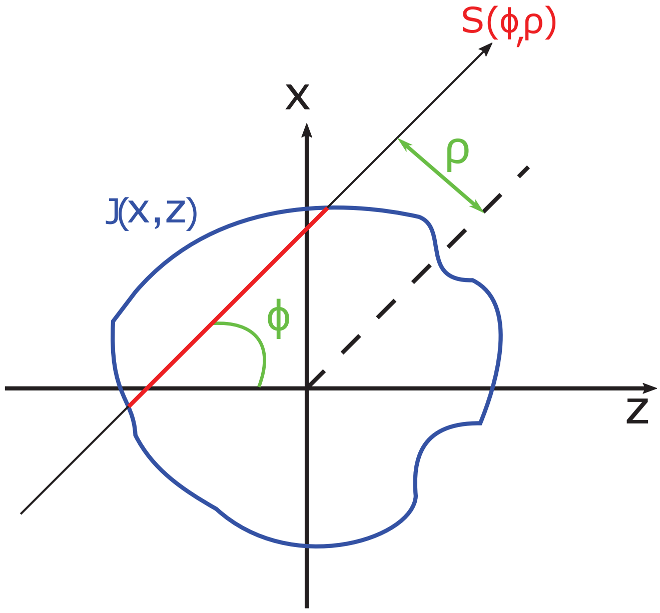



FIGURE 2.2 – Représentation du principe de la transformée de Radon pour une droite caractérisée en coordonnées polaires par une orientation $\phi$ et un module $\rho$.

où S′ est obtenue par : $S'(\phi,\rho) = \mathscr{F}^{-1}(\mathscr{F}(S(\phi,\rho)).|\rho|)$, $\mathscr{F}$ étant la transformation de Fourier et $\mathscr{F}^{-1}$ la transformée inverse de Fourier.

La seconde utilise le théorème de la coupe centrale [29]. Elle consiste à utiliser la relation liant dans l'espace de Fourier la propriété de l'objet considérée et la transformée de Fourier de la fonction de projection. Le théorème de la coupe centrale indique que [49]:

*La transformée de Fourier 1D des projections obtenues à partir de $J(x,z)$ pour un angle $\phi$ donné, correspond à une droite orientée selon le même angle dans l'espace de Fourier 2D*

On peut donc calculer la transformée de Fourier de J en remplissant l'espace de Fourier par l'ensemble des transformées de Fourier 1D de S en fixant $\phi$. Soit $S_\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $\forall(\phi,\rho) \in [0,\pi] \times \mathbb{R}$, $S_\phi(\rho) = S(\phi,\rho)$, et soit $\mathscr{S}_\phi = \mathscr{F}(S_\phi)$ on a :

$$J(x,z) = \mathscr{F}^*(\mathscr{S}_\phi(\rho).\delta(x\sin\phi + z\cos\phi - \rho)). \tag{2.4}$$

Dans certains cas, une transformation de la mesure est nécessaire afin d'obtenir S. Dans le cas de la tomographie par transmission, par exemple, une transformation par logarithme permet de passer de l'espace des mesures à celui des projections. L'utilisation directe de la transformation inverse de Radon pour reconstruire l'image désirée pose un certain nombre de problèmes dû au fait que la reconstruction tomographique entre dans la catégorie des problèmes mal posés. Le premier de ces problèmes est que, pour reconstruire l'image J, la fonction S doit-être connue dans le domaine continu. Le second problème vient du manque de robustesse de la transformation de Radon inverse à une perturbation aléatoire des valeurs de la fonction de projection.

## 2.3 Tomographie discrète

Les systèmes d'acquisition ne donnent accès qu'à un ensemble fini de mesures et donc de projections. La fonction S est échantillonnée. En tomographie de transmission, les mesures sont obtenues en plaçant B détecteurs régulièrement sur une ligne de détection. Chaque détecteur est indexé par une variable $b$ et la position de son centre $\rho_b$, $b = 1,\ldots,B$. Il arrive qu'il n'y ait qu'un seul détecteur, dans ce cas B représente le nombre de fois où le détecteur est déplacé.

Les mesures sont acquises en plaçant la barre de détecteurs dans A orientations différentes (si possible régulières) indexées par $a = 1, \ldots, A$. On obtient ainsi A.B projections rassemblées dans une matrice **S** $A \times B$ appelée *sinogramme* :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_{1,1} & \ldots & S_{1,b} & \ldots & S_{1,B} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ S_{a,1} & & S_{a,b} & & S_{a,B} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ S_{A,1} & \ldots & S_{A,b} & \ldots & S_{A,B} \end{bmatrix}. \tag{2.5}$$

De façon analogue, la reconstruction étant réalisée à l'aide d'un ordinateur, ce n'est pas la fonction J qui est reconstruite mais une version échantillonnée sur une grille de $C \times D$ pixels. La matrice image **J** s'écrit :

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{1,1} & \ldots & J_{1,d} & \ldots & J_{1,D} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ J_{c,1} & & J_{c,d} & & J_{c,D} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ J_{C,1} & \ldots & J_{C,d} & \ldots & J_{C,D} \end{bmatrix}. \tag{2.6}$$

Une première vision naïve serait de considérer que $S_{a,b} = S(\phi_a, \rho_b)$. Ce serait ignorer le fait que la mesure effectuée par le détecteur n'est pas ponctuelle. Cette mesure est généralement modélisée par une réponse impulsionnelle $\mathscr{K}$, en supposant bien sûr que tous les détecteurs puisent être modélisés par la même réponse impulsionnelle (invariance par translation). Une vision plus correcte de la relation entre la projection continue et la projection échantillonnée serait donc :

$$\begin{aligned} S_{a,b} &= \int_{-\infty}^{\infty} S(\phi_a, \rho)\mathscr{K}(\rho - \rho_b)\mathrm{d}\rho \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \mathscr{K}(\rho - \rho_b) \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} J(x,z)\delta(x\sin\phi_a + z\cos\phi_a - \rho)\mathrm{d}x\mathrm{d}z\mathrm{d}\rho \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} J(x,z) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x\sin\phi_a + z\cos\phi_a - \rho)\mathscr{K}(\rho - \rho_b)\mathrm{d}\rho\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} J(x,z)\mathscr{K}(x\sin\phi_a + z\cos\phi_a - \rho_b)\mathrm{d}z\mathrm{d}x. \end{aligned} \tag{2.7}$$

Si on compare l'équation 2.7 avec l'équation 2.1, il apparaît que la fonction δ associée à la distribution de Dirac est remplacée par la réponse impulsionnelle du détecteur.

Pour obtenir la version discrète de la transformée de Radon, il faut, dans un premier temps, associer au sinogramme d'une part et à l'image à reconstruire d'autre part un vecteur représentant l'ensemble de leurs valeurs. La façon classique consiste à indexer les valeurs de façon lexicographique. Nous définissons ainsi le vecteur des projections P dont chaque élément $P_k$ ($k = 1 \ldots K$, $K = A.B$) est défini par : $P_k = S_{a,b}$ avec $k = (a-1) * B + b$. De même nous associons à l'image discrète **J** le vecteur I de ses valeurs dont chaque élément $I_n$ ($n = 1 \ldots N$, $N = C.D$) est défini par : $I_n = I_{c,d}$ avec $n = (c-1) * D + d$.

Dans un second temps, nous définissons une relation d'interpolation entre l'image discrète et l'image continue via un noyau d'interpolation $\mathscr{V}$ [50] :

$$J(x,z) = \sum_n \mathscr{V}(x - x_n, z - z_n) I_n, \tag{2.8}$$

où $(x_n, z_n)$ est la position physique du $n^{\text{ième}}$ pixel. Pour simplifier, nous notons $\mathcal{V}^n : (x,z) \in \mathbb{R}^2 \to \mathcal{V}^n(x,z) = \mathcal{V}(x - x_n, z - z_n)$.

Des équations (2.8), et (2.7) on déduit:

$$\begin{aligned}
\mathrm{P}_k &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\sum_n \mathcal{V}^n(x,z)\mathrm{I}_n\mathcal{K}(x\sin\phi_a + z\cos\phi_a - \rho_b)\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\
&= \sum_n \mathrm{I}_n \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{V}^n(x,z)\mathcal{K}(x\sin\phi_a + z\cos\phi_a - \rho_b)\mathrm{d}x\mathrm{d}z \\
&= \sum_n \mathrm{R}_{kn}\mathrm{I}_n,
\end{aligned} \tag{2.9}$$

où $\mathrm{R}_{kn} = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\mathcal{V}^n(x,z)\mathcal{K}(x\sin\phi_a + z\cos\phi_a - \rho_d)\mathrm{d}x\mathrm{d}z$ représente la contribution du pixel $\mathrm{I}_n$ à la projection $\mathrm{P}_k$. Lorsque l'on considère l'ensemble des projections,l'équation (2.9) peut être synthétisée sous forme matricielle :

$$\mathrm{P} = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{1,1} & \dots & \mathrm{R}_{1,\mathrm{N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{R}_{\mathrm{K},1} & \dots & \mathrm{R}_{\mathrm{K},\mathrm{N}} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \mathrm{I}_1 \\ \vdots \\ \mathrm{I}_\mathrm{N} \end{bmatrix} = \mathbf{R}\mathrm{I}, \tag{2.10}$$

où **R** appelée matrice de Radon contient l'ensemble des contributions $\mathrm{R}_{kn}$. L'Eq. (2.10) est souvent appelée *transformation de Radon discrète*.

Comme on peut le voir, la matrice de Radon dépend de la réponse impulsionnelle du détecteur mais aussi d'un noyau d'interpolation arbitraire. Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature.

- Le modèle de l'activité uniforme (Fig. 2.3.a) considère que la contribution est proportionnelle à l'intersection entre le domaine du $n^{ème}$ pixel de l'image discrète et le $k^{ème}$ faisceau de largeur égale à celle du détecteur. Ce modèle est obtenu en prenant $\mathcal{V}^n(x,z) = \frac{1}{4\Delta x \Delta z}.\Pi_0(\frac{|x|}{\Delta x}).\Pi_0(\frac{|z|}{\Delta z})$, où $\Pi_0(.)$ est une distribution uniforme telle que $\Pi_0(x) = 1$ si $\mathrm{x} \in [0,1]$ et 0 partout ailleurs. $2\Delta x$ et $2\Delta z$ représentent les dimensions du $n^{ème}$ pixel de l'image discrète. Concernant la réponse impulsionnelle, il est nécessaire de prendre $\mathcal{K}(\rho) = \frac{1}{2e}\Pi_0(\frac{|\rho|}{e})$, où $e$ est la demi largeur du détecteur.
- Le modèle de Dirac (Fig. 2.3.b) suppose que la contribution du $n^{ème}$ pixel de l'image discrète est concentrée au centre de ce dernier. Ce modèle revient de fait à considérer une contribution totale (i.e. $\mathrm{R}_{kn} = 1$) du $n^{ème}$ pixel, du moment qu'il est traversé par le $k^{ème}$ faisceau. Ce modèle est obtenu en utilisant le noyau de Dirac tel que $\mathcal{V}^n(x,z) = \delta(x).\delta(z)$. La réponse impulsionnelle est modélisée en prenant $\mathcal{K}(\rho) = \frac{1}{2e}\Pi_0(\frac{|\rho|}{e})$
- Le modèle de longueur de raie (Fig. 2.3.c) modélise l'activité du $n^{ème}$ pixel de l'image discrète par la distance traversée en son sein par le $k^{ème}$ faisceau centré sur le détecteur. Ce modèle revient à prendre en compte la distance traversée par le $k^{ème}$ faisceau dans ce pixel. La distance traversée par le faisceau est normalisée par rapport à la diagonale d'un pixel. Ce modèle est obtenu en prenant $\mathcal{V}^n(x,z) = \frac{1}{4\Delta x \Delta z}.\Pi_0(\frac{|x|}{\Delta x}).\Pi_0(\frac{|z|}{\Delta z})$ et $\mathcal{K}(\rho) = \delta(\rho)$.
- Le modèle du disque concave (Fig. 2.3.d) considère l'activité comme limitée à un disque inclut dans le pixel et réparti de telle sorte que sa projection corresponde à une distribution uniforme, quelque soit la direction de projection. Ce modèle est obtenu en utilisant le noyau concave pour $\mathcal{V}^n(x,z)$ et $\mathcal{K}(\rho) = \frac{1}{2e}\Pi_0(\frac{|\rho|}{e})$.

Dans le cadre de notre travail, utiliser une de ces représentations n'est possible que s'il existe un couple de $(\mathcal{V},\mathcal{K})$ permettant de modéliser l'interaction entre l'onde THz et l'objet inspecté.

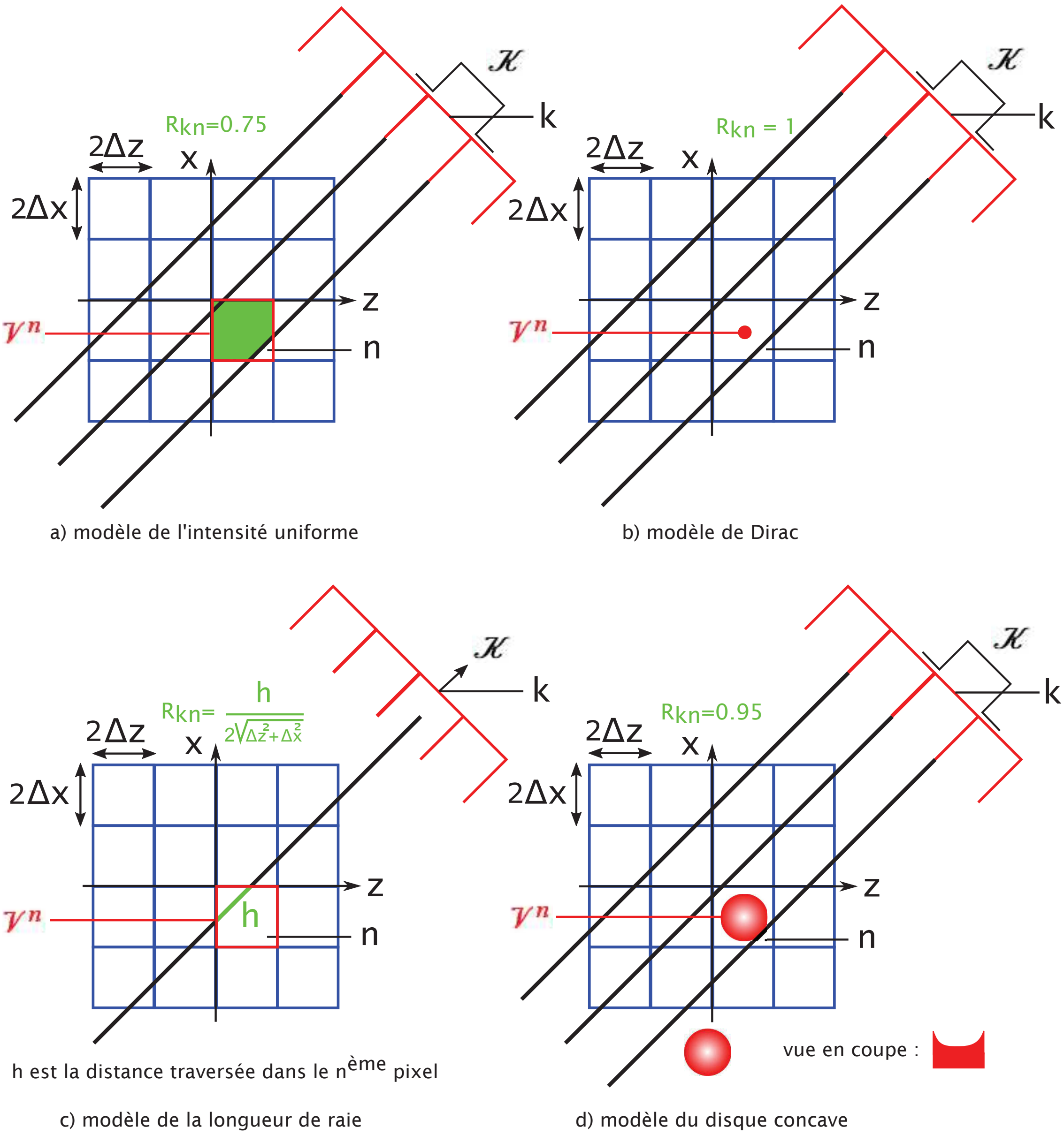



FIGURE 2.3 – Représentation des modèles d'interpolation et de la réponse impulsionnelle du détecteur.

## 2.4 Tomographie et problème inverse

Dans le cas de la reconstruction tomographique, la résolution du problème (Eq. (2.10)) revient à trouver l'image discrète à partir de ses projections. Plus précisément, cela revient à retrouver I tel que $P = \mathbf{R}I$ où $\mathbf{R}$ est mal conditionnée. On parle alors d'inversion du problème.

On dit qu'un problème est bien posé au sens d'Hadamard lorsque l'estimation vérifie à la fois les conditions habituelles d'existence et d'unicité mais aussi la condition moins classique de stabilité. En d'autres termes, cela signifie que l'estimation dépend de manière continue des projections. Ainsi, une petite variation dans les projections ne doit impliquer qu'une petite variation de l'estimation. Ces trois conditions se traduisent respectivement par :

- **existence** : il existe $I \in \mathbb{R}$ tel que $P = \mathbf{R}I$, soit $P \in Im(\mathbf{R})$ (P est dans l'espace image de l'opérateur $\mathbf{R}$).
- **unicité** : le noyau de $\mathbf{R}$ est réduit à zéro.
- **stabilité** : L'inversion du problème s'exprime $I = R^{-1}P$

Ces conditions ne sont pas respectées dans le cas de la tomographie [51]. D'une part $Im(\mathbf{R})$, l'ensemble des images possibles en l'absence de bruit, est plus petit que l'espace des données bruitées auquel appartiennent les projections. En imagerie par exemple, $Im(\mathbf{R})$ est un espace vectoriel ne contenant aucune fréquence supérieure à la fréquence de coupure du système d'acquisition, contrairement au bruit d'acquisition [51]. Le principe d'existence n'est donc pas respecté. D'autre part, l'unicité de la solution ne peut être vérifiée que dans le domaine continu. En effet, dans le domaine discret, il existe plusieurs valeurs de I telles que $\mathrm{P} = \mathbf{R}\mathrm{I}$. Enfin, le fait que les projections soient issues des mesures, est généralement modélisé par $\mathrm{P} = \mathbf{R}\mathrm{I} + b$ où $b$ représente un bruit de mesure. L'inversion de cette expression s'écrirait alors $\mathbf{R}^{-1}\mathrm{P} = \mathbf{R}^{-1}\mathbf{R}\mathrm{I} + \mathbf{R}^{-1}b$ où $\mathbf{R}^{-1}b$ représente ce que l'on nomme *artefacts*. Ainsi, en présence de bruit, l'inversion du problème permet de retrouver $\mathrm{I} + \mathbf{R}^{-1}b$ en lieu et place de I. La moindre variation dans les mesures, produite par le bruit de mesure, induit potentiellement une grande variation de la solution dû au mauvais conditionnement de R. La condition de stabilité n'est donc pas respectée. Ces conditions n'étant pas respectées, le problème de la reconstruction tomographique est un problème mal posé. Le problème étant mal posé, la matrice de Radon est mal conditionnée [52]. En plus d'être mal conditionnée, la matrice de Radon est de grande dimension, rendant difficile son inversion. Quand bien même elle puisse l'être, l'utilisation de son inverse ne permet pas d'obtenir une solution stable. Le bruit de mesure est en fait amplifié de manière non contrôlée lors de l'inversion, conduisant à une estimation bruitée.

D'après le théorème de Radon, il est nécessaire d'avoir accès à un nombre infini de projections prises selon un nombre d'angle de projections lui aussi infini. La mesure étant discrète, il faut donc trouver une alternative à la transformée inverse de Radon pour réaliser la reconstruction. Il existe, dans la littérature, deux principales familles d'algorithmes de reconstruction.

La première, que l'on nomme **méthodes directes**, utilise la transformée de Radon et permet de reconstruire directement l'image discrète en utilisant la relation qui la lie aux projections. Ces méthodes font appel à des approximations. D'une part, la largeur du faisceau n'est pas considérée comme nulle. D'autre part, la transformée de Radon discrète est assimilée à son équivalent dans le domaine continu en supposant avoir accès à suffisamment d'angles de projection pour respecter le théorème de Radon.

La seconde, que l'on nomme **méthodes d'estimation**, considère un schéma d'optimisation. De par le mauvais conditionnement de la matrice de Radon, ce schéma d'optimisation est réalisé de manière itérative pour la plupart des algorithmes. Par ailleurs, les données seules ne suffisant pas à obtenir une estimation acceptable, ces méthodes incorporent des contraintes supplémentaires imposant à l'estimation une cohérence avec la connaissance à priori des propriétés de l'objet. On parle alors de méthodes d'estimation régularisées.

## 2.5 Méthodes directes

Dans cette section, nous supposons que l'on peut appliquer le théorème de Radon. Nous assimilons la transformation de Radon discrète à la discrétisation de la transformée de Radon continue. Nous supposons aussi que les faisceaux sont de largeur nulle et qu'un nombre suffisant d'angles de projection est accessible. Enfin, nous supposons que le rapport signal sur bruit est tel que les effets du bruit peuvent être négligés.

### 2.5.1 Méthode par rétro-projection filtrée

L'algorithme de rétro-projection filtrée – Filtered Back Projection (FBP) en anglais [53] – fut pendant de nombreuses années l'une des méthodes de reconstruction les plus populaires en imagerie médicale. La transformée de Radon étant inversible seulement dans le domaine continu, la FBP correspond à une approximation de l'inversion de cette transformée. Cette approximation considère que suffisamment d'angles de projections sont accessibles pour permettre l'utilisation de l'inversion de la transformée de Radon sous sa forme discrète. La méthode FBP utilise le fait que la rétro-projection permette de reconstruire l'image $I'$, une version lissée de l'image discrète, telle que $I' = \mathbf{R}^T P = \mathbf{R}^T \mathbf{R} I$ où $.^T$ est l'opérateur de transposition. La matrice $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$ étant définie non négative, $\mathbf{R}^T \mathbf{R} I$ correspond à appliquer un filtre passe bas à l'image discrète.

Pour compenser les effets de ce filtrage passe bas, la méthode consiste à appliquer un filtrage passe haut à chaque ligne du sinogramme. Dans le domaine continu, le filtre à appliquer aux données de projection est le filtre dont la transformée de Fourier est une rampe (voir section 2.2). Une première solution consiste donc à réaliser la même opération dans le domaine discret. Réaliser un tel filtrage revient à calculer $I = R^T P'$, $P'$ correspondant à une version filtrée de $P$. Cependant, l'expression du filtre rampe n'existe que dans le domaine fréquentiel. Il est donc nécessaire, pour obtenir $P'$, d'appliquer le filtre rampe dans le domaine fréquentiel : $\mathscr{F}(P') = g\mathscr{F}(P)$, où $g = |\rho|$ est l'expression du filtre rampe dans le domaine fréquentiel.

De par sa faible complexité algorithmique, la méthode FBP est la plus rapide des méthodes de reconstruction. Elle est toujours utilisée dans le domaine des rayons-X de par le bon rapport signal/bruit présent dans les projections. Dans les domaines où le rapport signal/bruit est moins bon, cette méthode est de moins en moins utilisée pour deux raisons.

D'une part, l'utilisation d'un filtre passe-haut amplifie le bruit plus que le signal contenu dans les projections. Une méthode pour atténuer cette limitation réside dans l'utilisation d'une fenêtre d'apodisation qui compense l'amplification des hautes fréquences. Un compromis doit être trouvé entre réduction du bruit et perte de détails dans l'image discrète reconstruite, équivalant à une dégradation de la résolution spatiale. De manière générale, le filtre de Hann et le filtre de Butterworth sont privilégiés pour réaliser ce lissage apodisé [54].

D'autre part, cette méthode peut, en théorie, être utilisée comme opérateur discret si le filtre rampe est appliqué aux projections continues et que le résultat est par la suite échantillonné. Or, appliquer le filtre rampe échantillonné sur les projections elles mêmes échantillonnées, ne correspond pas au même protocole. En cela, la méthode FBP est une approximation dont l'utilisation se traduit généralement par l'apparition d'artefacts.

### 2.5.2 Méthode par utilisation du théorème de la coupe centrale

Dû au théorème de la coupe centrale, la transformée de Fourier de la $j^{ème}$ ligne du sinogramme n'est autre que la coupe 1D sur la droite d'orientation $\phi_j$ de la transformée de Fourier de l'image à reconstruire (voir Fig. 2.4). Avec une infinité d'orientations, il serait possible de connaître, en tout point du plan fréquentiel, la transformée de Fourier de l'image à reconstruire

Ces droites orientées sont exprimées en coordonnées polaires. L'espace de Fourier discret correspondant à une grille cartésienne, il est nécessaire de répartir ces droites sur cette grille cartésienne. Une étape d'interpolation est nécessaire pour réaliser cette opération. Cependant, le fait d'avoir accès à un nombre limité d'angles de projection peut être critique dans le cas où ce nombre est trop faible, ou s'il ne sont pas pris à pas constant. Ce nombre limité d'angles de projection se traduit par une interpolation réalisée sur un voisinage plus petit au centre par rapport aux extrémités de l'espace de Fourier discret. Il en résulte alors des zones sans information qui seront comblées par l'étape d'interpolation, donnant lieu à une information inhomogène sur la propriété de l'objet reconstruites après l'application d'une transformée de Fourier inverse. L'étape d'interpolation dans le domaine fréquentiel est responsable de l'apparition d'artefacts de reconstruction.

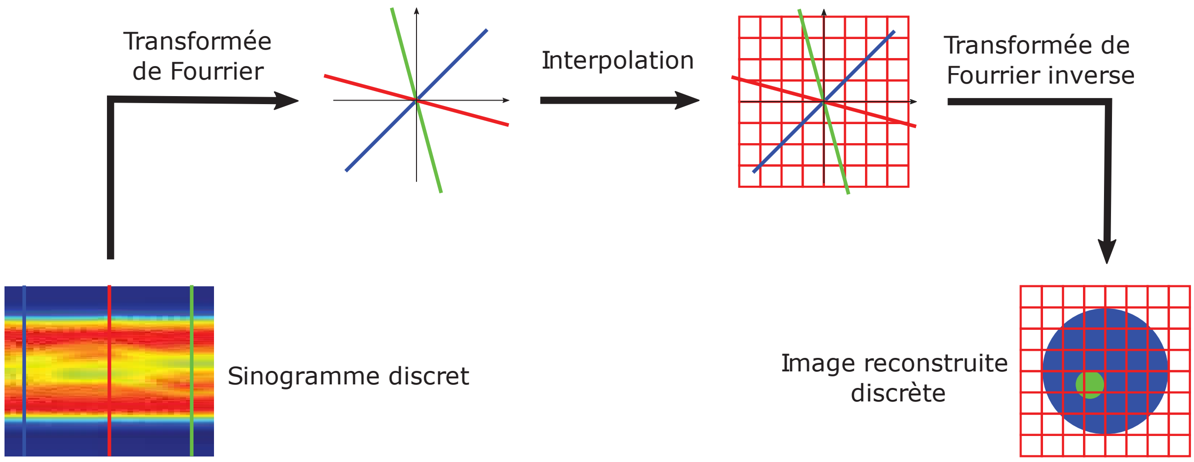



FIGURE 2.4 – Théorème de la coupe centrale : la transformée de Fourier du sinogramme donne accès à la grille polaire. Après une étape d'interpolation, la grille polaire est insérée dans une grille cartésienne représentant l'espace de Fourier 2D (rouge). En appliquant la transformée de Fourier inverse on obtient l'image discrète reconstruite.

## 2.6 Méthodes par optimisation

Résoudre un problème inverse par optimisation, c'est estimer une solution de ce problème inverse en maximisant un critère d'adéquation entre données et paramètres. Appliqué à la tomographie, une telle résolution consiste à définir un critère d'adéquation entre mesure de projection et image à reconstruire et trouver un schéma d'optimisation de ce critère. Si $\mathscr{C}(\mathrm{I},\mathrm{P})$ est le critère de vraisemblance à optimiser, alors l'image optimale est $\mathring{\mathrm{I}}$ définie par $\mathring{\mathrm{I}} = \max\limits_{\mathrm{I}} \mathscr{C}(\mathrm{I},\mathrm{P})$.

Le calcul de la solution ne peut généralement pas être réalisé directement. C'est pourquoi, les méthodes de calcul de $\mathring{\mathrm{I}}$ sont basées sur une estimation itérative d'une solution $\hat{\mathrm{I}}$ de l'Eq. (2.10) via un schéma d'optimisation. Le critère d'adéquation entre I et P est généralement remplacé par $\mathscr{C}(\hat{\mathrm{I}},\hat{\mathrm{P}})$. Les méthodes par optimisation se décomposent en 5 étapes :

- Étape 1 : Initialisation de l'image à reconstruire.
- Étape 2 : Projection de l'image à reconstruire, donnant accès aux projections estimées.
- Étape 3 : Estimation de l'erreur entre les sinogrammes estimé et mesuré.
- Étape 4 : Rétro-projection de l'erreur par le biais de l'opérateur dual.
- Étape 5 : Correction de l'image initiale à partir du résultat de la rétro-projection.

Les différentes méthodes d'optimisation diffèrent principalement dans le choix du critère de vraisemblance. Ce critère repose généralement sur l'hypothèse prise quant à la nature du bruit de mesure dans les projections.

### 2.6.1 Méthodes algébriques

La première famille se base sur une vision normale de l'erreur de mesure [55]. En d'autres termes, cela revient à trouver la solution $\hat{\mathrm{I}}$ qui minimise la distance euclidienne entre P et $\hat{\mathrm{P}}$. Nous nommons cette famille Algebraic Reconstruction Technique (ART) d'après les travaux de Kaczmarz sur la méthode ART [55] qui fait figure de méthode historique [56]. De nombreuses variantes à la méthode ART ont été proposées dans la littérature :

- Simultaneous Iterative Reconstruction Technique (SIRT) [57].
- Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique (MART) [58].
- Simultaneous Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique (SMART) [59].

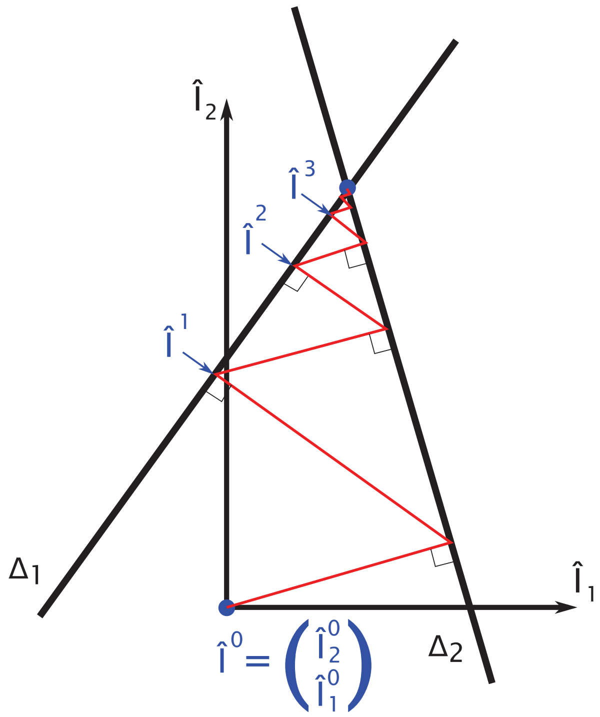



FIGURE 2.5 – Représentation de l'estimation de l'intersection des droites $\Delta_1$ et $\Delta_2$.

Avec ces méthodes, l'image initiale est corrigée par addition d'un terme correcteur basé sur une rétro-projection de la différence entre les projections mesurées P et estimées $\hat{P}$. Leur vitesse de convergence est plus lente que les méthodes directes. Nous détaillons ici seulement la méthode historique ART et sa variante SIRT.

**Méthode ART**

Considérons un problème de reconstruction simple où l'on cherche à reconstruire une image I composée de deux pixels $I_1$ et $I_2$ à partir de deux projections $P_1$ et $P_2$. Cela revient à rechercher la solution d'un système composé de deux équations linéaires à deux inconnues :

$$\begin{cases} \Delta_1 : P_1 = R_{11}I_1 + R_{12}I_2 \\ \Delta_2 : P_2 = R_{21}I_1 + R_{22}I_2 \end{cases}. \tag{2.11}$$

Ces deux équations peuvent être assimilées à deux droites $\Delta_1$ et $\Delta_2$. La résolution de ce système peut alors être effectuée en cherchant l'intersection entre ces deux droites (voir Fig. 2.5). Déterminer ce point d'intersection peut être obtenue en définissant arbitrairement une estimation initiale $\hat{I}^0$ de l'image de coupe, puis en projetant successivement sur les droites $\Delta_1$ et $\Delta_2$. Une itération est réalisée dès lors que l'estimation a été projetée sur l'ensemble des droites (i.e. projections). L'estimation $\hat{I}$ est affinée au fur et à mesure des itérations jusqu'à converger vers la solution recherchée (i.e l'intersection).

La méthode ART se base sur ce principe. Cette estimation est réalisée en prenant en compte une seule projection à la fois. Pour chaque projection $P_k$, l'algorithme ART actualise l'image estimée $\hat{I}^i$ à l'itération $i$ ainsi :

$$\hat{I}^{i+1} = \hat{I}^i + \kappa \frac{P_k - r_k\hat{I}^i}{||r_k||^2} r_k^T, \tag{2.12}$$

où $r_k$ désigne la $k^{ième}$ ligne de la matrice R (i.e le $k^{ième}$ faisceau), $||r_k||^2$ sa norme euclidienne au carré permettant la normalisation par rapport à la longueur du faisceau traversant l'image I. $\kappa$ est un paramètre de relaxation permettant d'assurer la convergence de l'algorithme tout en gérant la vitesse de convergence [60]. Les K itérations de l'Eq. (2.12) sont répétées un nombre arbitraire de fois.

L'inconvénient majeur de cette méthode réside dans le fait qu'elle ne considère qu'une seule projection à la fois. Le bruit de mesure étant différent d'une projection à l'autre, considérer une projection à la fois peut être responsable de l'apparition d'artefacts de reconstruction. En effet, cette variation d'une projection à l'autre peut générer une incohérence entre deux projections. Prenons l'exemple d'un cube homogène que l'on souhaiterait imager. On pourrait s'attendre à ce que la projection obtenue en traversant perpendiculairement le cube dans un sens soit identique à celle obtenue dans le sens contraire. En présence d'un bruit de mesure, cette hypothèse n'est plus vraie , entraînant l'apparition d'artefacts de reconstruction que l'on nomme artefacts de non compensation du bruit de mesure. Ceci montre l'intérêt de considérer l'ensemble des mesures, chose que la méthode SIRT permet.

**Méthode SIRT**

L'algorithme SIRT [57] est une ré-écriture de l'algorithme ART où cette fois-ci l'activité liée à chaque pixel est corrigée en utilisant l'ensemble des projections en même temps. Cela revient à résoudre l'équation de la droite de projection en se basant sur une solution des moindres carrés. Le critère à minimiser correspond à $||\mathrm{P}-\hat{\mathrm{P}}||_2$ qui est la norme $\mathrm{L}_2$ de la différence entre projections mesurées et projections estimées. L'équation de reconstruction de l'algorithme SIRT pour l'image $\hat{\mathrm{I}}$ s'écrit de la façon suivante :

$$\hat{\mathrm{I}}^{i+1} = \hat{\mathrm{I}}^{i} + \kappa \mathrm{R}^{+}(\mathrm{P} - \mathrm{R}\hat{\mathrm{I}}^{i}). \tag{2.13}$$

où $\mathrm{R}^{+} = \mathrm{A}\mathrm{R}^{\mathrm{T}}\mathrm{M}$ est l'opérateur de rétro-projection normalisé. A et M sont des matrices diagonales compensant la distance traversée par chaque faisceaux dans l'image à reconstruire. Ces matrices sont construites telles que :

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & a_{2,2} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & a_{\mathrm{N,N}} \end{bmatrix} \quad \mathrm{M} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & m_{2,2} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & m_{\mathrm{K,K}} \end{bmatrix},$$

où $a_{nn} = \frac{1}{\sum_k \mathrm{R}_{kn}}$ et $m_{kk} = \frac{1}{\sum_n \mathrm{R}_{kn}}$. La multiplication opérée entre l'erreur et l'opérateur de rétro-projection normalisé est réalisée membre à membre. Il est important d'apporter cette compensation afin de respecter la loi de conservation d'énergie dans l'Eq. (2.13).

Un des avantages de l'algorithme SIRT est qu'il permet d'obtenir une solution plus stable que l'algorithme ART. Le fait de considérer l'ensemble des projections en même temps a pour effet de réduire l'impact de la variance du bruit de mesure contenu dans les projections. Cette méthode est donc mieux adaptée aux projections ayant un mauvais rapport signal sur bruit [61]. En revanche, en absence de bruit, l'algorithme SIRT converge moins rapidement que l'algorithme ART [61].

### 2.6.2 Méthodes par maximisation de l'espérance

Dans le cas des méthodes par maximisation de l'espérance, l'estimation de $\hat{\mathrm{I}}$ est réalisée en prenant comme hypothèse que le bruit de mesure suit une distribution de Poisson [62]. Une telle hypothèse oblige à considérer que I et P sont positif. Nous nommons cette famille Expectation Maximization (EM) et présentons deux de ses variantes :

- Maximum Likelihood Expectation Maximisation (MLEM) [63].

- Ordered Subset Expectation Maximisation (OSEM)[64].

**Méthode MLEM**

Le but de la méthode MLEM est de prendre en compte la nature des fluctuations statistiques affectant les mesures de projection. Pour chaque itération de l'algorithme, l'image est calculée de telle sorte que la vraisemblance ne diminue pas. Ainsi, à chaque itération, le paramètre estimé vise une augmentation de la vraisemblance jusqu'à ce qu'un maximum local soit atteint. Une fois ce maximum local atteint, la vraisemblance ne peut plus ni augmenter ni diminuer [65].

Dans le cas de la méthode MLEM, l'erreur d'adéquation entre P et $\hat{\mathrm{I}}$ est obtenue en divisant terme à terme les projections mesurées par les projections estimées. La rétro-projection de cette erreur est ensuite multipliée à l'estimation courante $\hat{\mathrm{I}}$. Du fait que l'on calcule un rapport, il est important de veiller à ce que l'image d'initialisation contienne suffisamment de valeurs non nulles. Pour que P soit positif, on choisit généralement une image d'initialisation uniforme dont la valeur est obtenue en répartissant uniformément l'énergie mesurée sur l'image. La matrice de Radon étant positive, l'Eq. 2.10 implique si $\hat{\mathrm{I}}$ est positif, alors $\hat{\mathrm{P}}$ est positif. L'équation de reconstruction – sous forme matricielle – de la méthode MLEM pour l'image $\hat{\mathrm{I}}$ est la suivante:

$$\hat{\mathrm{I}}^{i+1} = \hat{\mathrm{I}}^{i}.\mathrm{R}^{*}\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{R}\hat{\mathrm{I}}^{i}}, \tag{2.14}$$

où $\mathrm{R}^{*} = \frac{\mathrm{R}^{\mathrm{T}}}{\mathrm{R}^{\mathrm{T}}\mathscr{U}}$ représente l'opérateur de rétro-projection normalisé, $\mathscr{U}$ représente un vecteur unitaire composé de K éléments, la division étant réalisée terme à terme. L'opération $\mathrm{R}^{\mathrm{T}}\mathscr{U}$ fait office de normalisation de l'opérateur de rétro-projection, afin que la loi de conservation d'énergie – de part et autre de l'égalité – soit respectée.

L'algorithme MLEM produit des reconstructions plus robustes au bruit que les méthodes directes et algébriques de par le fait que la présence d'artefacts de reconstruction est diminuée autour des régions où le rapport signal sur bruit est élevé [66]. Concernant la vraisemblance, l'algorithme est garanti comme étant stable et convergeant. Cependant, l'existence de plusieurs maximas locaux implique que le maximum local atteint dépend de l'image d'initialisation considérée [65]. Dans le cas où une convergence rapide est nécessaire, il est préférable d'employer la méthode OSEM.

**Méthode OSEM**

La méthode OSEM a été développée afin d'améliorer la rapidité de convergence de la méthode MLEM. Pour cela les mesures de projections sont réparties, en fonction de l'angle de projection, en sous-ensembles avant d'appliquer la méthode MLEM. Il est possible, par exemple, de regrouper au sein d'un même sous-ensemble des projections – presque – orthogonales les unes par rapport aux autres [64]. Par exemple, dans le cas où l'on obtient des projections aux angles 0°, 45°, 80° et 120° il est possible de regrouper les projections aux angles 0° et 80° (respectivement 45° et 120°) au sein d'un premier (respectivement second) sous-ensemble. Il est conseillé de sélectionner les sous-ensembles de manière équilibrée afin que l'activité des pixels $\mathrm{I}_n$ contribue également à chaque sous-ensemble. Enfin, il faut veiller à éviter tout recouvrement des projections entre chaque sous-ensembles et choisir un nombre des sous-ensembles de telle sorte qu'il soit un diviseur du nombre d'angles de projection.

Avec cette méthode, l'idée est que l'image estimée à partir du premier sous-ensemble sert d'initialisation à l'algorithme OSEM appliqué au deuxième sous-ensemble et ainsi de suite jusqu'au dernier sous-ensemble. L'ordre dans lequel les sous-ensembles sont traités est lui choisi arbitrairement. L'image d'initialisation du premier sous-ensemble est choisit comme pour l'algorithme MLEM.

L'utilisation de sous-ensembles permet ainsi d'améliorer la vitesse de convergence d'un facteur approximativement égal au nombre de sous-ensembles [64]. La qualité de la reconstruction est en revanche équivalente à celle obtenue par l'algorithme MLEM.

## 2.7 Bilan sur les méthodes de reconstruction

Au vu de l'état de l'art sur les méthodes de reconstruction, il semble que les méthodes d'estimation l'emportent sur les méthodes directes. Bien qu'elles soient plus rapides, les méthodes directes produisent des reconstructions plus artefactées que les méthodes d'estimation. Enfin, les méthodes directes nécessitent un nombre de projections important pour respecter le théorème de Radon, obtenues pour des angles de projections régulièrement espacés.

Concernant la tomographie THz, une autre raison de préférer les méthodes d'estimation vient d'un point de discorde entre le modèle de Radon et la modélisation des ondes THz. Dans le modèle de Radon, le rayonnement est représenté par un faisceau fin et rectiligne. Cette représentation diffère du modèle physique dans le cas des ondes THz comme nous le verrons dans la section 2.9. De ce fait, il est nécessaire d'inclure dans la reconstruction un modèle adéquat de l'onde THz afin d'éviter une reconstruction artéfactée.

Les méthodes d'estimation ne sont pas exemptes de défauts. Les mesures obtenues par le système d'acquisition comportent une information à basse et haute fréquence, chacune d'elles entachée par un bruit de mesure. Il est courant de penser que l'information basse fréquence est reconstruite lors des première itérations et que l'information haute fréquence est reconstruite au cours des itérations suivantes. Lorsque l'on analyse l'image reconstruite au fur et à mesure des itérations, on remarque que les zones homogènes de l'image sont d'abords reconstruites, suivies par les niveaux de détails de l'image, pour finir par être de plus en plus bruitées. Ceci s'explique par le fait que le rapport signal/bruit pour les basses fréquences est meilleur que celui contenu dans les hautes fréquences. Au fur et à mesure des itérations, le bruit haute fréquence est amplifié, dégradant de plus en plus le rapport signal/bruit des hautes fréquences, ce qui provoque l'apparition d'artefacts dans l'image en reconstruction. Suivant ce schéma, c'est ainsi que l'algorithme de reconstruction va, dans un premier temps, converger vers une solution optimale puis dans un second temps s'éloigner de cette solution optimale. On parle alors de divergence. Cette divergence est problématique puisqu'au fur et à mesure des itérations, l'erreur entre projections estimées et projections mesurées est minimisée tandis que la vraisemblance entre I et Î est dégradée. Or, l'objectif en reconstruction tomographique est d'obtenir une vraisemblance entre I et Î la plus forte possible. Une solution courante pour limiter la divergence consiste à employer des méthodes dites de *régularisation*.

## 2.8 Régularisation de la reconstruction

Au fur et à mesure des itérations, la solution estimée converge vers la solution optimale – correspondant au plus faible écart entre I et Î – pour ensuite s'en éloigner (voir Fig. 2.6.a). La vérité terrain n'étant généralement pas accessible, il n'est pas possible d'estimer la vraisemblance entre I et Î. L'estimation de la vraisemblance entre les projections mesurées et estimées est en revanche possible. Cependant, au fur et à mesure des itérations, l'écart entre les projections mesurées et estimées ne cesse de décroître (voir Fig. 2.6.b). Cet écart ne peut donc pas être utilisé pour définir un point d'arrêt. Les méthodes de régularisation permettent de palier à cette limitation. Il est possible de définir deux catégories de régularisation :

- Méthodes de régularisation par arrêt précoce
- Méthodes de régularisation par utilisation d'un critère

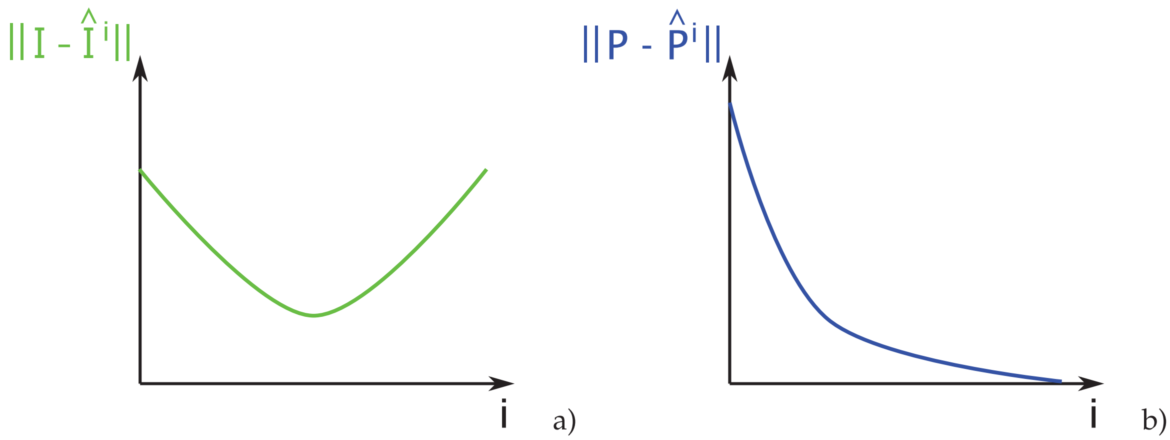



FIGURE 2.6 – Évolution au cours des itérations i de l'écart entre vérité terrain et solution estimée a) et de l'écart entre projections mesurées et estimées b).

La première catégorie consiste à définir de manière empirique le nombre d'itérations réalisant le meilleur compromis entre convergence et optimisation. Pour cela, on analyse l'image reconstruite et selon des critères visuels subjectifs, on défini à partir de quand l'algorithme commence à diverger. Cette méthode est nommée *early stopping* [67]. Les inconvénients de ce type de régularisation sont qu'elle implique une bonne connaissance de la solution attendue ainsi que l'intervention d'un utilisateur.

La seconde catégorie nécessite une information à priori sur l'image à reconstruire. Chaque itération génère une image où les informations basse et haute fréquence ne sont pas reconstruites à l'identique. Chacune de ces images est plus ou moins éloignée de la solution optimale. La vraisemblance entre projections estimées et projections mesurées n'étant pas un critère suffisant pour estimer si la solution optimale est atteinte, il a été proposé de considérer un critère supplémentaire. Le but est, en considérant la somme pondérée de ces deux critères, de limiter l'ensemble des images reconstruites à chaque itération. Une des premières méthodes utilisées est la régularisation de Tikhonov [68] qui vise à obtenir des images comportant peu d'information haute fréquence. Partant de la fonctionnelle à minimiser $||P - RI||_2$ – que l'on nomme *terme d'attache aux données* – l'idée est d'y ajouter un *terme de régularisation* pour définir une nouvelle fonctionnelle. Ce terme de régularisation introduit l'information à priori, ayant pour effet de restreindre les solutions possibles. L'expression générale de la fonctionnelle régularisée s'écrit :

$$||P - RI||_2 + \tau||\mathscr{B}I||_{1ou2} \qquad (2.15)$$

où $\tau$ est un paramètre de régularisation gérant la souplesse de la reconstruction, $\mathscr{B}$ la matrice de régularisation généralement prise comme une discrétisation d'un opérateur différentiel mettant en évidence la divergence d'un pixel par rapport à son voisinage.

Dans le cas de la régularisation de Tikhonov par exemple, $||\mathscr{B}I||_1$ est un dérivateur qui permet d'estimer le gradient de l'image $\hat{I}$. Un exemple d'évolution de ce terme de régulation pour une valeur de $\tau$ donnée est présentée dans la Fig. 2.7. La Fig. 2.8 représente l'évolution de la fonctionnelle régularisée pour $\tau_1$ (en pointillés vert) et $\tau_2$ (en pointillés rouge) tel que $\tau_1 > \tau_2$. Comme on peut le remarquer sur la Fig. 2.8, la fonctionnelle régularisée admet un minimum qu'il est facile de détecter et qui est différent en fonction du $\tau$ choisi. Plus $\tau$ est petit, plus les détails sont préservés. Plus $\tau$ est grand, plus l'image est lissée au détriment des détails. Lorsque $\tau = 0$, la reconstruction n'est pas régularisée. Le compromis entre niveau de détails et présence de bruit est donc définit par le choix de $\tau$.

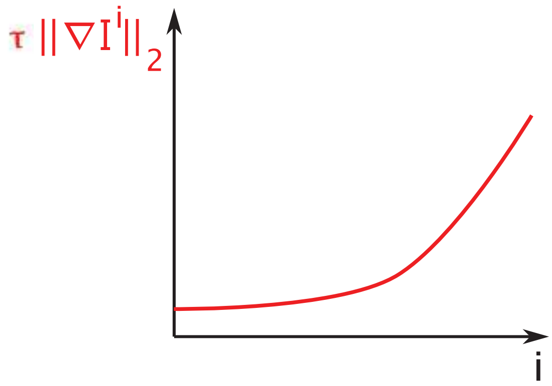



FIGURE 2.7 – Terme de régularisation pour une valeur de $\tau$ donnée.

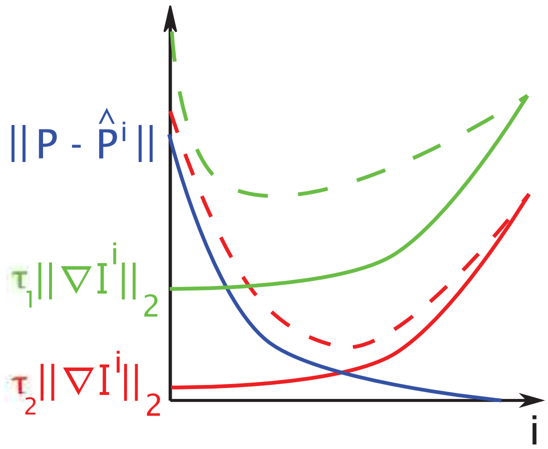



FIGURE 2.8 – Fonctionnelle régularisée pour $\tau_1$ et $\tau_2$ tel que $\tau_1 > \tau_2$.

## 2.9 Modèle d'interaction entre une onde THz et un objet

Si l'on souhaite utiliser les méthodes présentées, il est nécessaire de définir un modèle d'interaction entre une onde THz et un objet (voir section 2.3).

La transformée de Radon permet de modéliser l'interaction entre un onde et un objet dans le cas de faisceaux très fins. Cependant, cette représentation souvent utilisée pour les rayons-X ne peut pas l'être lorsque l'on considère une onde THz, leur propagation étant généralement assimilée à celle des faisceaux Gaussien. Pour bien comprendre les enjeux de la modélisation d'une onde THz, nous représentons dans la Fig. 2.9 l'enveloppe d'une onde THz (en rouge). Cette enveloppe correspond aux limites de l'onde, définies par la modélisation de la largeur de l'onde THz. Généralement, l'épaisseur d'une onde THz s'obtient sur un profil d'intensité, selon l'axe $x$ en $z = 0$, à $\frac{1}{exp(2)} = 0.135$ de l'intensité maximale. Selon cette hypothèse, 95.4% de l'intensité de l'onde est contenue dans l'enveloppe. La représentation schématique de l'onde THz est complétée par ce que l'on nomme les fronts d'ondes (en vert). Les fronts d'ondes permettent d'illustrer la propagation de l'onde THz en représentant des positions (x,z) de phase égale. Chacun des fronts d'onde sont espacés les uns des autres à hauteur de la longueur d'onde. Ainsi, on peut distinguer deux zones :

- une première zone – que l'on nomme zone de divergence – où les fronts d'ondes sont circulaires. Plus on s'éloigne du centre de l'onde, plus cette dernière s'élargit. Dans cette zone, l'onde diffracte progressivement générant la divergence de l'onde responsable de cet élargissement. L'ouverture numérique permet d'exprimer la divergence de l'onde à partir du rayon et de la distance focale de la lentille de focalisation.
- une seconde zone – que l'on nomme zone de Rayleigh – où les fronts d'ondes sont parallèles les uns aux autres, et perpendiculaires à l'axe optique $z$. L'onde se propage alors

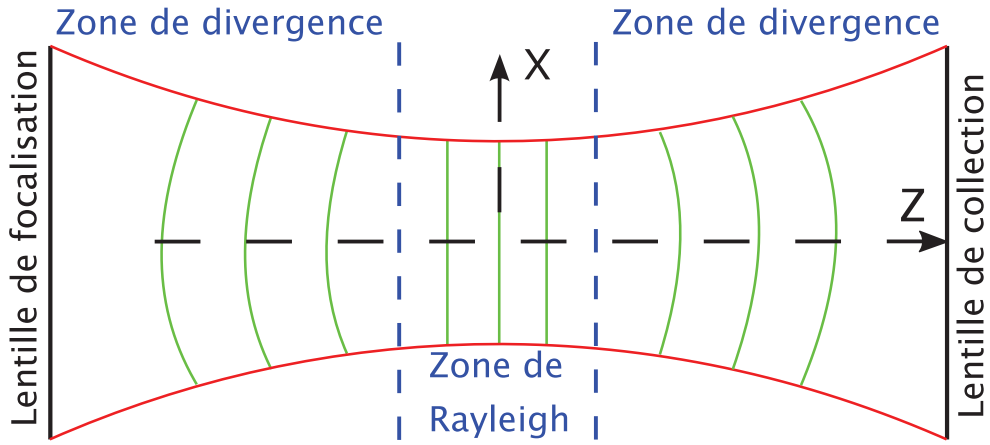



FIGURE 2.9 – Représentation des zones de divergence et de Rayleigh

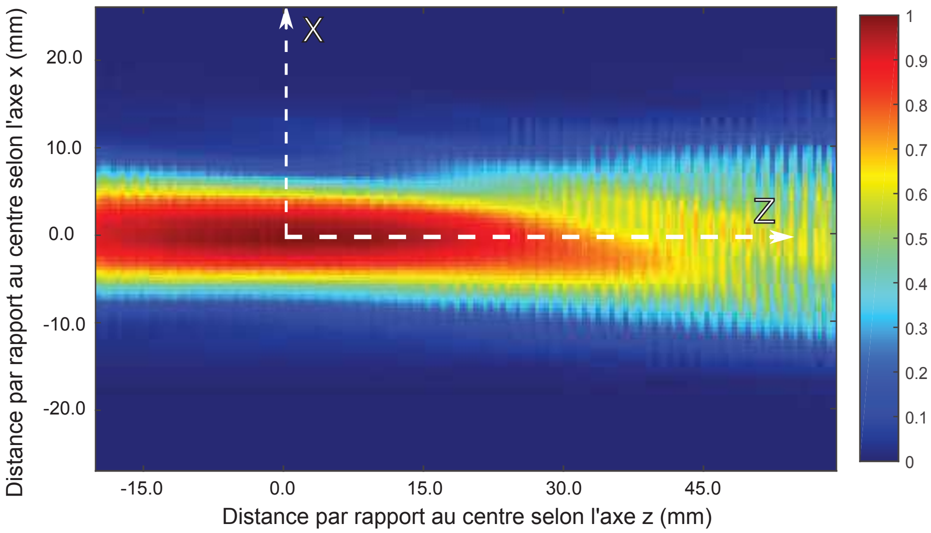



FIGURE 2.10 – Carte mesurée de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz à 106 GHz.

de façon tubulaire dans la direction de l'axe optique. Elle est caractérisée par une largeur minimale que l'on nomme *waist*. Le *waist* dépend de la fréquence ainsi que de l'ouverture numérique du système optique.

Avec le système d'imagerie présenté dans la Fig.1.2, nous avons mesuré la carte des distributions d'intensité d'une onde THz se propageant dans l'air. Une telle acquisition est indispensable pour valider la capacité d'un modèle donné à simuler cette distribution. Cette carte a été obtenue en retirant les lentilles $L_3$, $L_4$ et $L_5$ du système d'acquisition, et en mesurant l'intensité de l'onde THz à différentes positions dans le plan XZ. Pour mesurer l'onde dans le plan XZ, le détecteur est déplacé tous les 0.5 mm dans chaque direction. La Fig. 2.10 représente cette carte où les intensités ont été normalisées par rapport à l'intensité maximale mesurée dans l'onde THz. On peut remarquer sur la Fig. 2.10 que la mesure de l'onde n'est pas parfaite. La mesure semble hachurée sur les bords de l'onde. Nous pensons que ces hachures sont dues l'interaction entre l'onde et le capteur lors de la mesure.

### 2.9.1 Modélisation de la distribution d'intensité d'une onde THz

En faisant une approximation paraxiale, le modèle Gaussien du faisceau permet de représenter à la fois la zone de divergence et la zone de Rayleigh d'une onde THz. On considère, comme Recur *et al.* [69], que l'intensité $C(x, y, z)$ à la position $(x, y, z)$ de l'onde THz, lorsqu'elle se propage dans l'air, peut être modélisée de manière appropriée par l'équation suivante :

$$C(x,y,z) = C_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 exp\left(\frac{-2r^2}{w^2(z)}\right), \tag{2.16}$$

où z est l'axe de propagation, $(x, y)$ le plan perpendiculaire à $z$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ est la distance du point considéré par rapport à l'axe z, $w(z) = w_0\sqrt{1 + (\frac{z}{z_r})^2}$ est appelé le rayon de l'onde à la position $(z)$, $C_0$ est l'intensité au centre de l'onde (position $(0, 0, 0)$), $z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ est la zone de Rayleigh, $\lambda$ est la longueur d'onde et $w_0$ le *waist*.

Le modèle Gaussien du faisceau permet la mise en équation de la distribution d'intensité au sein d'une onde THz en 3D. Comme nous nous intéressons à une reconstruction tomographique 2D (i.e. une coupe de l'objet reconstruite à la fois), nous considérons l'expression dans le plan XZ. Cela revient à considérer dans l'Eq. (2.16) que $y = 0$. Dans la Fig.2.11 nous représentons dans un même repère métrique une simulation basée sur l'Eq.(2.16) de la mesure présentée dans la Fig.2.10. En comparant les Fig. 2.10 et 2.11, il semble que les distributions d'intensité de l'onde THz mesurée et simulée soient proches. Cependant, l'ouverture de l'onde simulée semble moins grande que celle de l'onde mesurée.

La Fig. 2.12 présente les profils selon l'axe x pour z = 0 des ondes présentées dans les Fig. 2.10 (en bleu) et 2.11 (en rouge). Comme on peut le voir dans la Fig. 2.12, les deux courbes sont proches, montrant la capacité du modèle Gaussien du faisceau à modéliser le *waist*. La Fig. 2.13 présente les profils selon l'axe x à l'extrémité de la zone de Rayleigh des ondes présentées dans les Fig. 2.10 (en bleu) et 2.11 (en rouge). L'écart entre les ondes mesurée et simulée est plus important par rapport aux profils pris en z = 0. Cela est encore plus visible dans la Fig. 2.14 qui représente les mêmes profils pris cette fois-ci à l'extrémité de la mesure de l'onde THz. Les Fig. 2.13 et 2.14 montrent les limites du modèle Gaussien du faisceau pour modéliser l'ouverture de l'onde THz.

Malgré une modélisation de l'ouverture éloignée de celle présentée dans la Fig. 2.10, le modèle Gaussien du faisceau semble être pertinent pour modéliser la distribution d'intensité d'une onde THz. La question est : peut-on utiliser ce modèle pour représenter la propagation d'une onde THz au sein d'un objet ? Dans le cas des ondes THz, des phénomènes de réfraction sont responsables d'une déviation de l'onde. Cette déviation, qui dépend des propriétés de l'objet traversé (notamment le coefficient de réfraction), modifie la propagation de l'onde THz au sein de l'objet. Dans l'Eq. (2.16), le coefficient de réfraction de l'objet n'apparaît pas. La déviation de l'onde ainsi que les différentes réflexions aux interfaces de l'objet ne peuvent donc pas être prises en compte avec le modèle Gaussien du faisceau. Ce modèle ne peut donc pas être utilisé pour modéliser la propagation de l'onde THz dans un objet. Dans l'état de l'art, on trouve des méthodes permettant de modéliser à la fois la distribution d'intensité ainsi que la propagation d'une onde THz.

### 2.9.2 Propagation de l'onde THz dans un objet

L'utilisation des méthodes d'inversion classiques nécessitent un modèle linéaire d'interaction. Obtenir un modèle linéaire d'interaction nécessite de disposer d'un modèle linéaire de propagation de l'onde dont la direction n'est pas modifiée par les objets se trouvant sur le trajet de l'onde. Dans le cas des rayons-X, l'absorption étant l'interaction principale entre l'onde et la matière, l'onde n'est pas déviée permettant ainsi une modélisation linéaire de cette interaction. Dans le cas des ondes THz, des phénomènes de réfraction et de réflexion peuvent être prédominants. Ces phénomènes n'étant plus négligeables, la direction de propagation de l'onde THz dépend du matériau traversé. Dans la section 3.5.4, nous montrons que cette dépendance rend le modèle d'interaction non linéaire. Nous proposons de voir comment cette propagation est modélisée dans la littérature correspondante. Étant donné que le modèle d'interaction peut

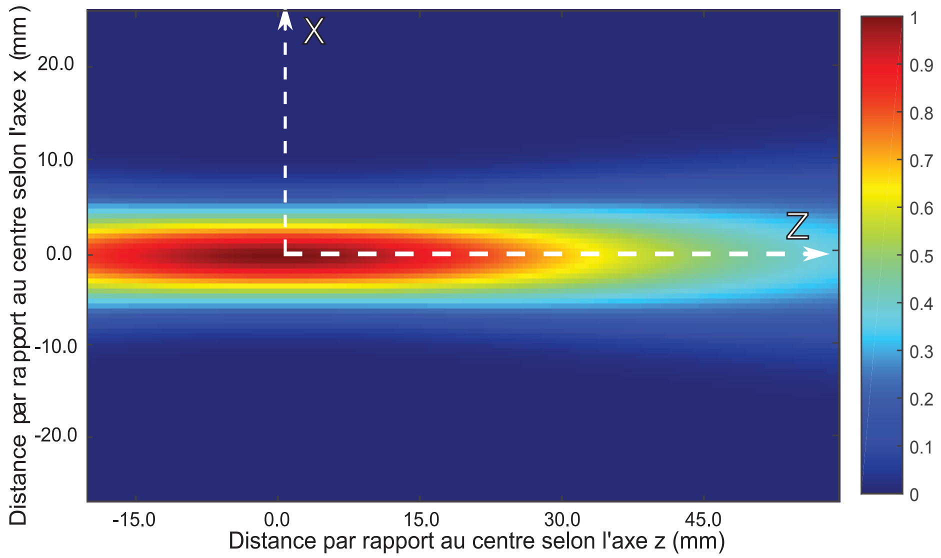



FIGURE 2.11 – Modèle Gaussien du faisceau (Eq. (2.16)): Carte simulée de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz mesurée à 106 GHz présentée dans la Fig. 2.10.

être calculé de nombreuses fois au sein des méthodes d'inversion itératives, on ne retient en tomographie généralement que des méthodes de faible complexité algorithmique.

Considérons un objet (représenté en rouge dans la Fig. 2.15) traversé par une onde THz F. Lorsque les phénomènes de réfraction et de réflexion sont négligés (comme en rayons-X), le rapport entre l'intensité mesurée et l'intensité incidente est directement relié aux coefficients d'absorption de l'objet. La perturbation subie par l'onde THz correspond à une atténuation $A_F$ le long de l'onde F (i.e. l'ensemble des points $(x,z)$ tel que $(x,z) \in F$) suivant une loi de Beer-Lambert :

$$A_F = \frac{\mathcal{I}}{\mathcal{I}_0} = \exp\left(-\int\int_{x,z\in F} \alpha(x,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}z\right), \tag{2.17}$$

où $\mathcal{I}$ et $\mathcal{I}_0$ représentent respectivement l'intensité mesurée et initiale de l'onde THz et $\alpha(x,z)$ est le coefficient d'absorption au point $(x,z)$. Lorsque l'on considère un système d'imagerie dans une configuration par transmission, l'intensité incidente de l'onde THz peut être obtenue par une mesure à vide.

Contrairement à l'Eq. (2.1), l'Eq. (2.17) ne modélise pas de façon linéaire l'atténuation subie par l'onde THz. Pour que les techniques de reconstruction s'appuyant sur un modèle d'interaction linéaire puissent être utilisées, une linéarisation de l'Eq. (2.17) est nécessaire. On obtient ainsi la mesure de projection associée au à l'onde F :

$$P_F = \log(A_F) = -\int\int_{x,z\in F} \alpha(x,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}z. \tag{2.18}$$

Si on identifie les Eq. (2.1) et (2.18), J correspond à l'image continue des coefficients d'absorption de l'objet et P correspond au logarithme de l'atténuation mesurée [70].

Dans le cas des rayons-X, la modélisation par une loi de Beer-Lambert de l'interaction entre l'onde et l'objet est suffisante car les phénomènes de réfraction et de réflexion sont limités et leur impact est est négligeable. Dans le cas des ondes THz, l'interaction onde-matière ne peut pas être modélisée seulement par une loi de Beer-Lambert car la refraction dévie l'onde incidente tandis que la réflexion provoque une atténuation partielle ou totale dépendant de la direction de l'onde incidente.

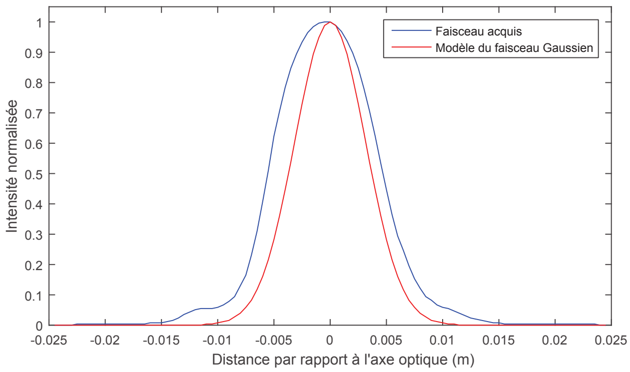



FIGURE 2.12 – Profil d'intensité normalisée selon l'axe x en $z = 0$ de l'onde THz mesurée (en bleu) et de l'onde THz simulée en utilisant l'Eq. (2.16) (en rouge).

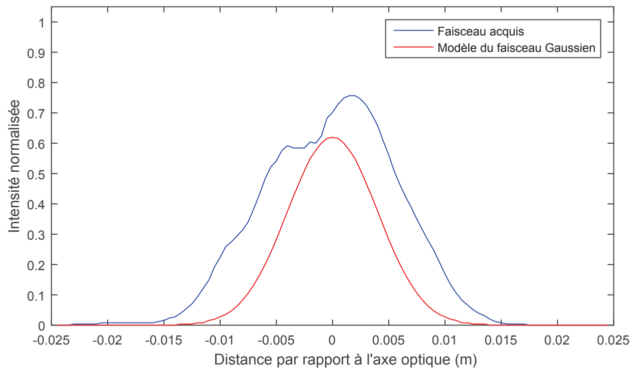



FIGURE 2.13 – Profil d'intensité normalisée selon l'axe x à l'extrémité de la zone de Rayleigh de l'onde THz mesurée (en bleu) et de l'onde THz simulée en utilisant l'Eq. (2.16) (en rouge).

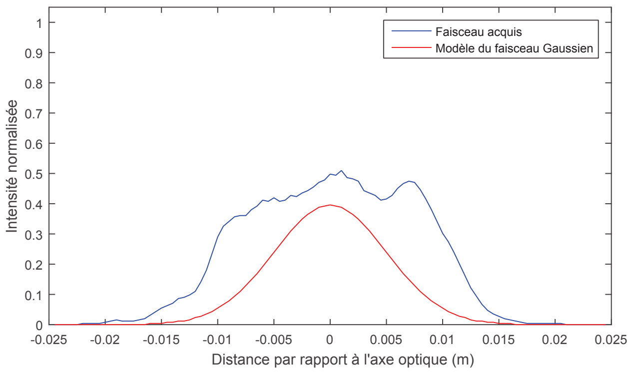



FIGURE 2.14 – Profil d'intensité normalisée selon l'axe x dans la zone de divergence de l'onde THz mesurée (en bleu) et de l'onde THz simulée en utilisant l'Eq. (2.16) (en rouge).

Dans la littérature, on retrouve deux familles de méthodes pour modéliser l'interaction des onde THz avec la matière: les méthodes **par résolution d'équations** et les méthodes **par lancer de rayons**.

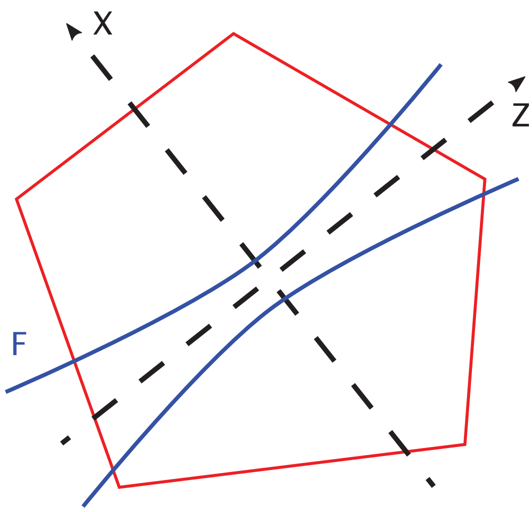



FIGURE 2.15 – Représentation d'un objet (en rouge) traversées par une onde THz F.

La première famille correspond à des méthodes de modélisation de l'onde THz décrivant de la façon la plus proche possible la réalité des interactions onde-matière d'une onde THz. On peut notamment citer les méthodes à éléments finis [71] et celles des moments [72]. Le principe consiste à résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles linéaires. L'utilisation de ces méthodes permet de représenter la distribution d'intensité d'une onde THz se propageant au travers d'un objet. Une simulation des mesures peut être obtenue en calculant la perturbation de l'onde, mesurée au niveau du détecteur. Cependant, ces méthodes sont coûteuses en temps de calcul. Leur utilisation au sein d'une reconstruction tomographique est potentiellement limitée, notamment dans un contexte CND, de par la contrainte de temps imposée.

La seconde famille regroupe des méthodes basées sur une formulation approchée de la propagation de l'onde THz. Ces méthodes de faible complexité algorithmique proposent d'approximer la propagation d'une onde THz en un seul (Tepe *et al*. [73]) ou plusieurs (Mukherjee *et al*. [74]) rayon(s). Les méthodes par lancer de rayons sont des méthodes d'optique géométrique qui permettent potentiellement de modéliser, en plus de la propagation, la distribution d'intensité au sein de l'onde THz.

Un des objectifs de ce travail de thèse est de définir un modèle d'interaction onde-matière réalisant un compromis entre la finesse de la modélisation et la complexité algorithmique du modèle. Les méthodes par lancer de rayons semblent être un bon compromis. Il existe différentes approches pour lancer ces rayons, que l'on retrouve notamment dans l'état de l'art sur la reconstruction tomographique THz (voir Section 2.10). Dans la suite du chapitre, nous nommons faisceau THz, toute onde THz simulée à partir d'une méthode par lancer de rayons.

### 2.9.3 Méthodes par lancer de rayon

Pour simplifier le calcul de la propagation d'une onde THz au sein d'un objet, les méthodes par lancer de rayons décomposent l'onde THz en un ensemble discret de rayons dont l'interaction avec l'objet se base sur les équations de Snell-Descartes. Avec ces méthodes, la propagation globale de l'onde THz est assimilée à la propagation de l'ensemble des rayons. La propagation de chaque rayon repose sur le principe de Fermat:

*Un rayon se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours soit minimale.*

En d'autres termes, cela signifie que la propagation d'un rayon peut être considérée comme localement rectiligne entre deux interfaces d'un objet homogène. La prise en compte des phénomènes de réfraction et de réflexion est rendue possible en décomposant un rayon en plusieurs segments, chaque point d'impact sur les interfaces d'un objet représentant la jointure entre deux segments rectilignes. Nous considérons dans cette étude des objets dont les matériaux sont homogènes et délimités par des interfaces franches et discrètes. C'est pourquoi les méthodes par lancer de rayons sont parfaitement adaptées. Cependant, cette approche d'optique géométrique peut mener à un modèle d'interaction dont la distribution d'intensité est éloignée de celle présentée dans la Fig. 2.10, cet écart pouvant potentiellement biaiser la reconstruction de l'objet. Dans le chapitre 3, nous présentons un nouveau modèle d'interaction onde-matière s'inspirant de ces méthodes par lancer de rayons et permettant de réduire l'écart entre faisceau simulé et onde mesurée.

Dans cette section, nous présentons différentes modélisations de l'onde THz par lancer de rayons. Afin de faciliter la distinction entre les différents modèles, il est essentiel de préciser les caractéristiques d'une méthode par lancer de rayon :

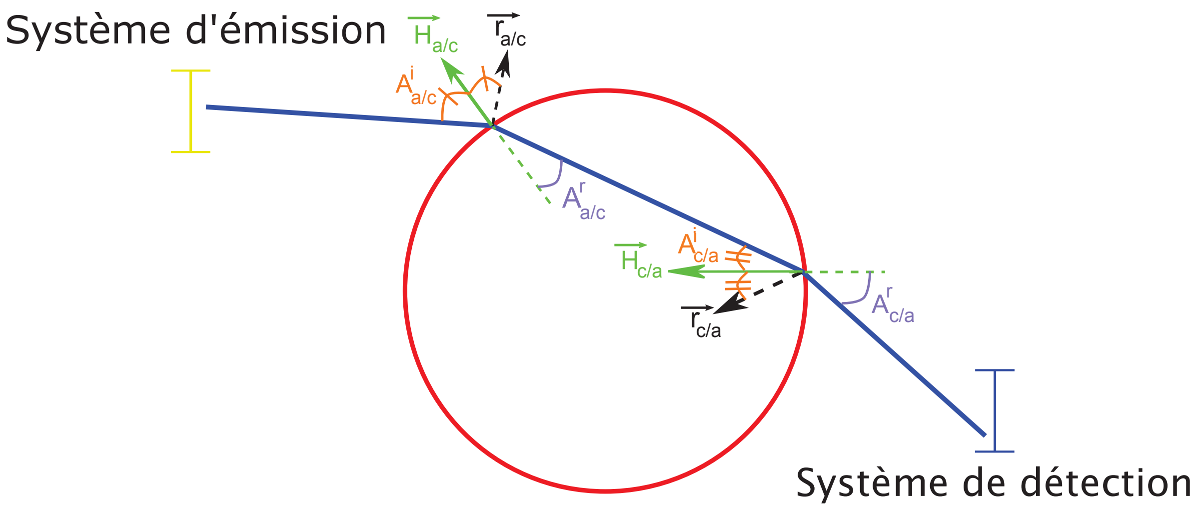



FIGURE 2.16 – Représentation de la propagation d'un rayon dans un objet basée sur les équations de Snell-Descartes

- L'intensité associée à chaque rayon.
- La distribution de l'orientation de chaque rayon incident.

Nous abordons dans un premier temps la méthode du lancer de rayon unitaire. Cette méthode pose les bases du lancer de rayons. Elle repose sur l'utilisation d'un seul rayon contentant l'ensemble de l'intensité. Dans un second temps, nous abordons les méthodes qui utilisent plusieurs rayons selon une répartition de l'intensité uniforme (*Fan Ray Tracing Uniform* (FRTU)) ou selon un modèle Gaussien (*Fan Ray Tracing Gaussien* (FRTG)).

**Lancer de rayon unitaire**

Une première idée pour représenter les interactions entre l'onde THz et un objet à partir du lancer de rayon serait de modéliser la propagation de l'onde THz à l'aide d'un seul rayon se propageant selon son axe optique.

Cette méthode a pour avantage de facilement modéliser les phénomènes de réfraction, réflexion et d'absorption puisqu'il n'y a qu'un seul rayon à considérer. La procédure globale est illustrée dans la Fig.2.16: le rayon entre en contact avec la première interface selon un angle d'incidence $\mathrm{A}^{i}_{a/c}$ par rapport à la normale $\overrightarrow{\mathrm{H}_{a/c}}$ au point d'impact. Une portion de l'intensité du rayon est réfléchie selon le vecteur $\overrightarrow{r_{a/c}}$ orienté par rapport à $\overrightarrow{\mathrm{H}_{a/c}}$ d'un angle égal à $\mathrm{A}^{i}_{a/c}$. Le rayon est dévié de son axe de propagation selon un angle $\mathrm{A}^{r}_{a/c}$ par rapport à $-\overrightarrow{\mathrm{H}_{a/c}}$. Le même principe se produit lors de la traversée de la seconde interface. Entre chaque interface, le rayon est atténué alors qu'il se propage au travers de l'objet. Cette atténuation est connue si le coefficient d'absorption est connu.

Comme reconnu par Tepe *et al.* [73], ce modèle ne peut pas produire un opérateur de projection fiable puisque le profil d'intensité de l'onde THz est négligé. De plus, l'onde THz ayant une certaine épaisseur, il est possible d'être confronté à un effet de volume partiel où l'onde traverse à la fois plusieurs matériaux ce que cette modélisation ne peut représenter. La Fig. 2.17 illustre ce propos en représentant un objet cylindrique (représenté en vert) comportant une inclusion cylindrique (représenté en jaune) illuminé par une onde THz dont l'enveloppe est représentée en rouge. Le rayon correspondant à la méthode du lancer de rayon unitaire est représenté en bleu. Tandis que l'onde THz passe à la fois dans l'objet, l'inclusion et l'air, on voit clairement que le rayon lui ne passe que par l'objet. Ainsi, l'atténuation subie par l'onde THz est différente de celle obtenue par cette modélisation. Cette représentation est donc très limitée.

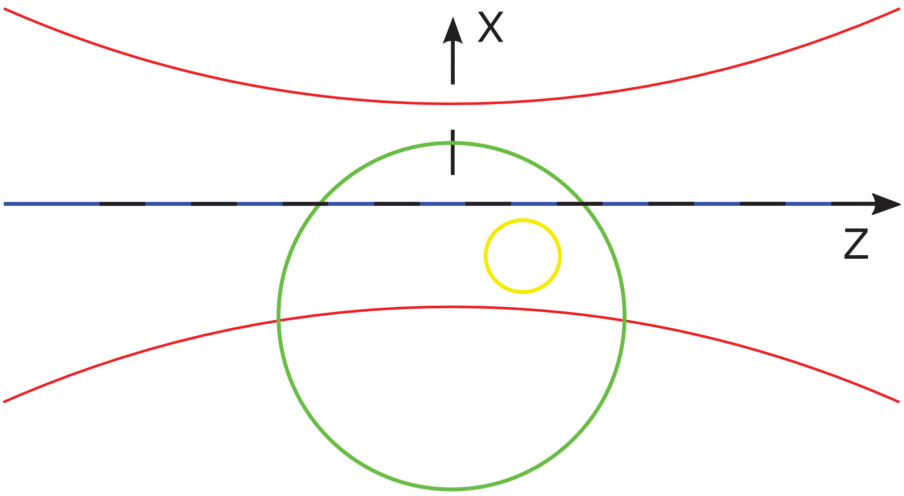



FIGURE 2.17 – Mise en évidence des limitations du lancer de rayon unitaire.

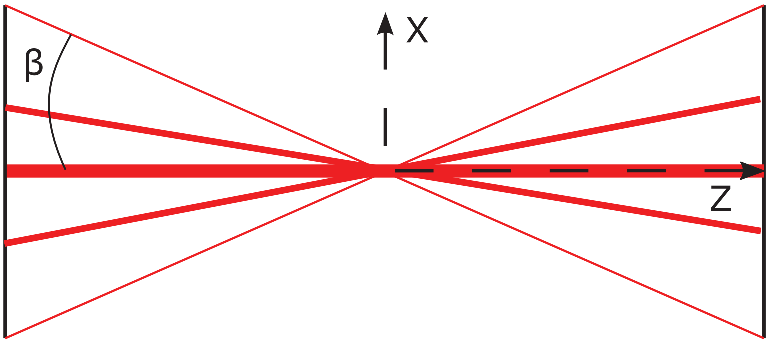



FIGURE 2.18 – Modèle FRT: L'onde THz est régulièrement échantillonnée en plusieurs rayons, qui s'intersectent tous à la position (0,0,0). Dans cette illustration, la largeur de chaque rayon est reliée à son intensité incidente. Plus un rayon est large, plus son intensité incidente est élevée. L'ouverture numérique $\beta$ correspond à l'orientation des rayons dont la distance angulaire par rapport à l'axe optique est la plus grande.

Pour contrer ce défaut de modélisation, d'autres méthodes proposent de modéliser une onde par un ensemble de rayons.

**Modèle du Fan Ray Tracing**

Mukherjee *et al.* [74], proposent de considérer à la fois les pertes par réflexion et par réfraction en représentant l'onde THz en utilisant plusieurs rayons. De manière générale, ces rayons sont régulièrement espacés les uns des autres. On représente dans la Fig. 2.18 le cas où une onde THz se propageant dans l'air, d'ouverture numérique $\beta$, est représentée par 5 rayons (numérotés de 1 à 5). Dans ce cas, l'orientation du premier (respectivement du cinquième) rayon est égale à $\beta$ (respectivement $-\beta$). L'orientation du deuxième (respectivement du quatrième) rayon est égale à $\frac{\beta}{2}$ (respectivement $\frac{-\beta}{2}$). L'orientation du troisième rayon est égale à 0. La propagation de chaque rayon au sein d'un objet est identique à celle de la méthode du lancer de rayon unitaire.

En ce qui concerne la répartition de l'énergie, une première solution serait d'allouer la même intensité initiale à chaque rayon (méthode FRTU [1]). Si on représente l'onde THz par $\mathscr{L}$ rayons, l'énergie initiale de chaque rayon est égale à $\frac{\mathscr{I}_0}{\mathscr{L}}$. La Fig. 2.19 représente une simulation de la mesure présentée dans la Fig. 2.10 en utilisant la méthode FRTU.

1. FRTU: Fan Ray Tracing Uniform.

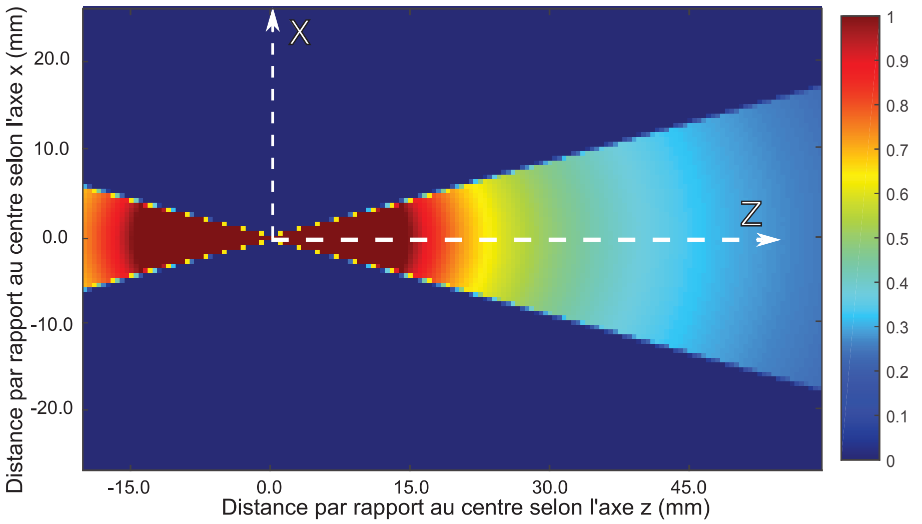



FIGURE 2.19 – Modèle FRTU: Carte simulée de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz mesurée à 106 GHz présentée dans la Fig. 2.10.

Une autre solution serait d'attribuer une intensité différente pour chaque rayon. Comme les rayons sont lancés depuis la lentille de focalisation, la méthode FRTG considère que l'intensité initiale d'un rayon est égale à l'intensité sur la lentille de focalisation. On définit la position normalisée $\zeta$ sur cette lentille selon l'axe x. La normalisation de la position est réalisée par rapport au rayon de la lentille : $\zeta = \pm 1$ correspond aux bords de la lentille tandis que $\zeta = 0$ correspond au centre de la lentille. L'intensité sur la lentille de focalisation, dans le cas des faisceaux Gaussien, s'écrit:

$$\mathscr{I}_{\text{lentille}}(\zeta) = \mathscr{M} \exp(-2G\zeta^2), \tag{2.19}$$

où G un coefficient d'apodisation représentant un ratio entre la taille du faisceau avant et après son passage au travers de la lentille de focalisation et $\mathscr{M}$ un coefficient de normalisation. Le coefficient G permet de définir quel pourcentage de l'intensité initiale est présente sur les bords de la lentille (i.e. $\zeta = \pm 1$). Dans notre cas, nous considérons qu'il persiste 2% de l'intensité nominale sur les bords de la lentille. La Fig. 2.20 représente, pour différentes valeurs d'apodisation, l'intensité normalisée sur la lentille en utilisant l'Eq. (2.19). La normalisation est réalisée par rapport à l'intensité maximale (i.e. l'intensité en $\zeta = 0$). En choisissant $G = 2$ l'intensité sur les bords de la lentille est de 1,8% ce qui permet une très bonne approximation. La Fig.2.21 représente une simulation de la mesure présentée dans la Fig.2.10 en utilisant la méthode FRTG pour cette valeur de $G = 2$.

D'après le modèle Gaussien du faisceau (voir section 2.9.1), l'enveloppe de l'onde THz de la Fig. 2.10 peut être assimilée à deux hyperboles. Dans le cas de la méthode FRT, l'enveloppe du faisceau THz simulé correspond aux tangentes à ces hyperboles. De ce fait, comme l'aspect hyperbolique n'est pas conservé, l'ensemble des rayons s'intersectent à la position $(0,0,0)$. La forme du faisceau obtenue avec la méthode FRT diffère donc grandement de la forme de l'onde mesurée. Comme la zone de focus contient la plupart de l'intensité, une telle focalisation se traduit par une différence dans l'atténuation du faisceau simulé comparé à l'onde mesurée. De plus, l'échantillonnage régulier du faisceau dans la méthodes FRT rend cette approximation très dépendante du pas d'échantillonnage. Ces deux limitations sont directement imputables à la façon dont les rayons sont lancés dans la méthode FRT.

En comparant les Fig. 2.10 et 2.19, on remarque que la distribution d'intensité du faisceau THz obtenue avec la méthode FRTU diffère de la mesure présentée dans la Fig. 2.10. La distribution d'intensité obtenue avec la méthode FRTG (voir Fig. 2.21) semble en revanche plus proche de la mesure. Ceci semble indiquer que dans le cas des ondes THz, considérer une

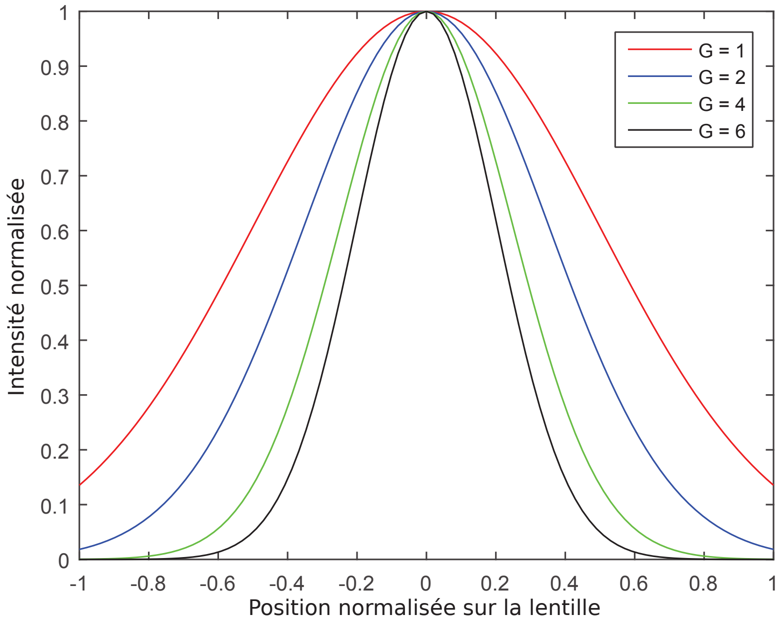



FIGURE 2.20 – Intensité normalisée par rapport à l'intensité maximale sur la lentille de focalisation pour différentes valeurs d'apodisation. La position sur la lentille de focalisation est normalisée par rapport au rayon de la lentille de focalisation.

répartition de l'intensité des rayons suivant un modèle Gaussien est nécessaire.

Maintenant que nous avons abordé la modélisation de l'interaction entre une onde THz et un objet, nous proposons d'étudier comment la reconstruction tomographique THz a été abordée dans l'état de l'art.

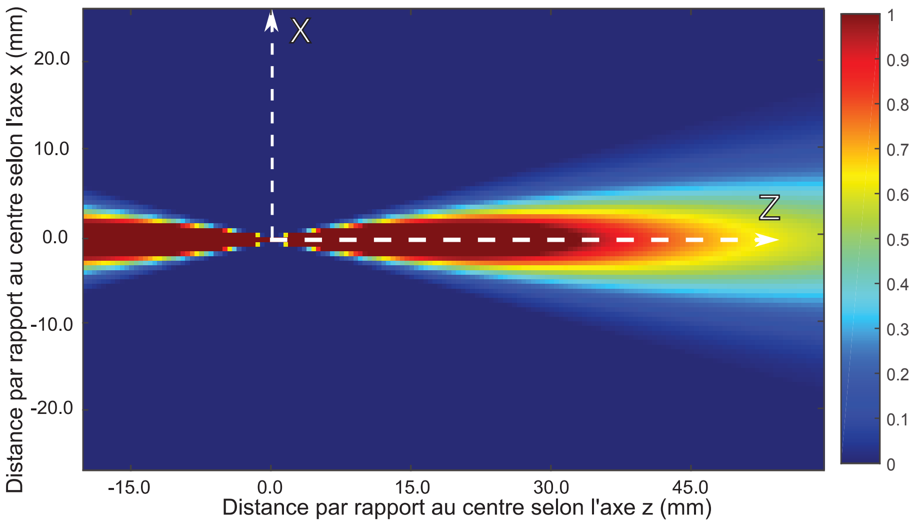



FIGURE 2.21 – Modèle FRTG: Carte simulée de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz mesurée à 106 GHz présentée dans la Fig. 2.10.

## 2.10 Etat de l'art de la tomographie THz

Après les travaux préliminaires proposés dans [38], la tomographie THz est devenue populaire grâce à l'émergence de nouveaux détecteurs et sources. Cependant, reconstruire une carte des densités basée sur une mesure THz n'est pas simple puisque des phénomènes comme la déviation de l'onde (i.e. réfraction) ou les pertes par réflexion ne peuvent pas être négligés. L'apparition de ces phénomènes dépend fortement à la fois de la forme et de la nature des matériaux de l'objet inspecté. La relation entre l'atténuation de l'onde et les densités à reconstruire ne peut plus être représentée par une relation linéaire, ce qui empêche l'utilisation directe des algorithmes de reconstruction conventionnels [74]. Nous abordons plus en détail ce point dans la section 3.5.4.

Malgré cette non-linéarité, des tentatives de reconstruction d'une carte d'atténuation à l'aide de mesures THz en utilisant des méthodes conventionnelles ont été proposées dans la littérature qu'il est possible de catégoriser sous 2 modalités. Certains des travaux proposent d'ignorer les phénomènes de réflexion et de réfraction tandis que d'autres utilisent une information à priori de l'objet à inspecter afin de considérer les pertes par réfraction et par réflexion.

La **première modalité** est adaptée pour reconstruire des objets dont la forme et les matériaux les composant induisent peu de réfraction et de réflexion. Cette modalité permet la reconstruction d'un objet en se basant sur la seule distribution d'intensité de l'onde THz, permettant l'utilisation des méthodes classiques de reconstruction.

Ferguson *et al.* [75] proposent de reconstruire, comme propriétés de l'objet, une fonction diélectrique de l'objet inspecté, sans considérer d'information à priori sur cet objet. La fonction diélectrique est une fonction complexe $\hat{n}(x,z) = n(x,z) + i\mathcal{G}(x,z)$ composée d'une partie réelle renvoyant à l'indice de réfraction ($n(x,z)$) et d'une partie imaginaire renvoyant à l'indice d'absorption ($\mathcal{G}(x,z)$). Pour réaliser une telle reconstruction, Ferguson *et al.* [75] utilisent une source THz pulsée ainsi qu'une méthode FBP sans considérer la nature Gaussienne de l'onde THz. L'information sur le temps de vol sert à reconstruire $n(x,z)$ tandis que l'information d'atténuation sert à la reconstruction de $\mathcal{G}(x,z)$ [75]. La reconstruction séparée de l'information de temps de vol et de l'information d'absorption vise à contrer le fait que le modèle d'interaction ne soit pas linéaire. La fonction diélectrique est obtenue en sommant les reconstructions de $n(x,z)$ et de $\mathcal{G}(x,z)$.

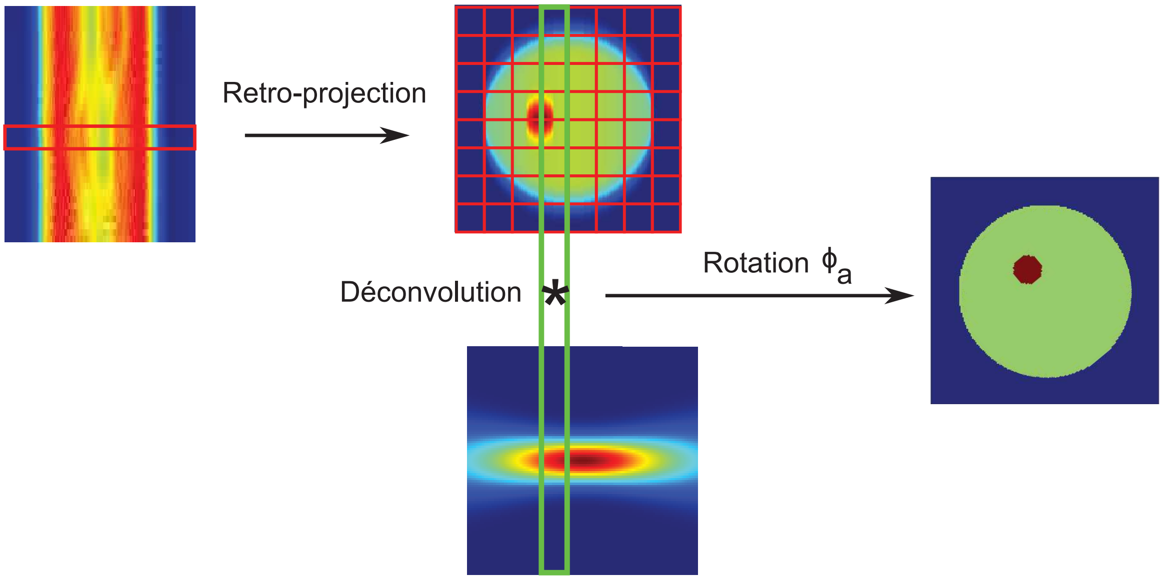



FIGURE 2.22 – Prise en compte de la nature Gaussienne de l'onde THz au sein de la méthode FBP.

L'intérêt de cette méthode réside dans l'utilisation complémentaire de l'information de temps de vol et d'atténuation pour enrichir la reconstruction et tenter de limiter l'apparition d'artefacts, liés aux phénomènes de réfraction et de réflexion. Cependant, cette méthode assimile l'onde THz à un rayon fin, ce qui est éloigné du modèle physique des ondes THz. En ne tenant pas compte de la nature Gaussienne de l'onde THz, le modèle d'interaction onde-matière considéré ne permet pas une bonne prise en compte de la distribution d'intensité au sein de la zone de Rayleigh. Le modèle d'interaction étant éloigné du modèle physique, la rétro-projection réalisée par la méthode FBP n'est pas cohérente avec le modèle physique.

Recur *et al.* [69] ont proposé, au lieu d'assimiler l'onde THz à un rayon fin, de considérer la nature Gaussienne de la propagation de l'onde THz dans le modèle d'interaction onde-matière. Si on admet que la distribution d'intensité de l'onde THz se rapproche d'une distribution Gaussienne, Recur *et al.* [69] proposent d'utiliser le modèle présenté dans la section (2.9.1) dans les méthodes FBP, SART et OSEM. Les reconstructions sont effectuées à partir de mesures d'atténuation obtenues grâce à une source continue.

Afin de tenir compte de la nature Gaussienne de l'onde THz, ils ont considéré une nouvelle écriture de la transformée de Radon continue intégrant le modèle de propagation Gaussien :

$$\mathrm{S}(\phi,\rho) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{J} * \mathrm{C}(x-x_0, z-z_0)\delta(x\sin\phi + z\cos\phi - \rho)\mathrm{d}x\mathrm{d}z, \tag{2.20}$$

où, $\mathrm{C}(x,z)$ est la distribution d'intensité de l'onde THz en utilisant le modèle Gaussien de l'onde (Eq. (2.16)), $*$ est le produit de convolution et $(x_0, z_0)$ est le centre de l'onde.

Dans le cas de la méthode FBP la procédure consiste, pour un angle de projection donné, à retro-projeter les projections acquises afin d'obtenir une image qui est ensuite déconvoluée, colonne par colonne, avec le faisceau simulé à partir de l'Eq. (2.16). Une rotation d'un angle égal à l'angle de projection est ensuite appliquée au résultat de la déconvolution pour être stocké dans l'image résultat. L'opération est répétée pour chaque angle de projection jusqu'à obtenir le résultat final. La Fig. 2.22 illustre cette procédure.

Dans le cas des méthodes itératives (SART et OSEM), la procédure consiste dans un premier temps à convoluer l'image estimée à l'itération précédente avec la distribution d'intensité de l'onde THz simulée à partir de l'Eq. (2.16). La projection de cette convolution est alors cohérente avec les mesures. Dans un second temps, l'erreur entre les projections mesurées et estimées est déconvoluée avec l'onde simulée à partir de l'Eq. (2.16), avant d'être ajoutée à l'estimation à l'itération courante.

L'utilisation de ce modèle permet de diminuer la présence d'artefacts dans les reconstructions [69], notamment pour la méthode FBP où la réduction des artefacts d'épandage est clairement visible. Cela démontre la nécessité d'une bonne modélisation du modèle de propagation en reconstruction tomographique. Cependant, l'inconvénient des méthodes proposées par Ferguson *et al.* [75] et Recur *et al.* [69] est qu'elles ne permettent pas de prendre en compte les phénomènes de réfraction et de réflexion.

La **seconde modalité** nécessite une information à priori sur l'objet pour permettre la reconstruction. L'information à priori sert à la prise en compte des phénomènes de réfraction et de réflexion lors de la reconstruction de l'objet. Cette modalité prend tout son sens dans un contexte de CND puisque cette information a priori est généralement accessible.

Mukherjee *et al.* [74] ont proposé d'améliorer la reconstruction, via une méthode FBP, d'objets cylindriques dont les propriétés géométriques et optiques sont proches d'un modèle connu. Des mesures de ces objets sont obtenues à l'aide d'une source pulsée. Mukherjee *et al.* [74] ont proposé d'utiliser l'information à priori d'un cylindre homogène pour définir la correction des phénomènes de réfraction et de réflexion à apporter à ces mesures. Selon eux, l'intensité de l'onde THz transmise jusqu'au détecteur, dans ce cas, peut s'écrire :

$$\mathscr{I}(l_r) = \mathscr{I}_0(l_r)\mathrm{T}_{\mathrm{steer}}(l_r)(1 - r_{a/c})(\exp - \alpha h_r)(1 - r_{c/a}), \tag{2.21}$$

où $\mathrm{T}_{\mathrm{steer}}$ représente les pertes liées par réfraction, $r_{a/c}$ (respectivement $r_{c/a}$) représente les pertes par réflexion à l'entrée (respectivement sortie) du cylindre, α est le coefficient d'absorption du matériau composant le cylindre, $h_r$ est la distance traversée dans le cylindre et $l_r$ est la distance par rapport au centre du cylindre selon l'axe transversal. $l_r$ est normalisée par rapport au rayon du cylindre de telle sorte que $l_r = \pm 1$ correspond aux bords du cylindre et $l_r = 0$ correspond au centre du cylindre. La version corrigée de la mesure sur laquelle la méthode FBP est appliquée s'exprime :

$$\alpha h_r = -ln\left(\frac{\mathscr{I}(l_r)}{\mathscr{I}_0(l_r)}\right) + ln(\mathrm{T}_{steer}(l_r)) + ln(1 - r_{a/c}) + ln(1 - r_{c/a}). \tag{2.22}$$

L'atténuation $ln(\mathrm{T}_{steer}(l_r))$ induite par les pertes par réfraction est obtenue en utilisant un logiciel de lancer de rayon basé sur le modèle FRTG (présenté dans la section 2.9.3). Comme précisé dans la section 2.9.3, le modèle FRTG résulte en une focalisation ponctuelle de l'onde THz simulé. Sachant que cette représentation ne tient pas compte de l'effet de volume partiel, Mukherjee *et al.* [74] proposent de modifier, sur les bords du cylindre, les mesures simulées $ln(\mathrm{T}_{steer}(l_r))$. Cette modification est obtenue en considérant que l'atténuation sur les bords d'un cylindre de diamètre $\mathscr{D}$ s'écrit :

$$\mathrm{A}_{edge}(l_r) = -ln\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}erf\left(\frac{\sqrt{\mathscr{D}}}{w_0}(l_r - 1)\right)\right]. \tag{2.23}$$

Pour les pertes par réflexion, de par le fait que dans leur système optique la polarisation de l'onde THz incidente est parallèle au plan d'incidence, Mukherjee *et al.* [74] définissent les coefficients de réflexion $r_{a/c}$ – interface d'entrée dans le cylindre – et $r_{c/a}$ – interface de sortie du cylindre – tels que :

$$r_{a/c} = \left( \frac{n_c\sqrt{1-l_r^2} - n_a\sqrt{1-\frac{n_a^2 l_r^2}{n_c^2}}}{n_a\sqrt{1-\frac{n_a^2 l_r^2}{n_c^2}} + n_c\sqrt{1-l_r^2}} \right), \tag{2.24}$$

$$r_{c/a} = \left( \frac{n_a\sqrt{1-\frac{n_a^2 l_r^2}{n_c^2}} - n_c\sqrt{1-l_r^2}}{n_a\sqrt{1-\frac{n_a^2 l_r^2}{n_c^2}} + n_c\sqrt{1-l_r^2}} \right), \tag{2.25}$$

où $n_a$ (respectivement $n_c$) est l'indice de réfraction de l'air (respectivement du matériau composant le cylindre).

Les simulations des mesures présentées par Mukherjee *et al*. [74] semblent correspondre aux mesures du cylindre homogène qu'ils ont effectués. On retrouve, à la fois dans les simulations et les mesures du cylindre, une forte atténuation autour de $l_r = \pm 0.5$, indiquant que la déviation du faisceau THz simulé est proche de celle de l'onde mesurée. La valeur d'atténuation simulée au centre du cylindre est proche de celle mesurée, indiquant que la modélisation des phénomènes de réflexion et d'absorption est cohérente avec le processus d'acquisition.

Cette méthode est très adaptée à un contexte CND car elle permet de compenser les projections d'un objet déviant d'un modèle connu, ce qui permet d'améliorer la qualité de la reconstruction. Cependant, comme indiqué par Tepe *et al*. [73], cette méthode implique que l'objet à reconstruire soit de forme cylindrique. De plus, cette méthode ne peut être utilisée dans un contexte CND que pour reconstruire un défaut situé au centre de l'objet [74]. Enfin, bien que les phénomènes de réfraction et de réflexion soient pris en compte dans la correction des mesures, ils ne sont pas pris en compte dans le modèle d'interaction onde-matière lors de la reconstruction. Prendre en compte ces phénomènes lors de la reconstruction est pourtant essentiel pour assurer une rétro-projection des projections cohérente avec le processus d'acquisition.

Tepe *et al*. [73] proposent de prendre en compte les phénomènes de réfraction et de réflexion dans le modèle d'interaction onde-matière pour toute forme d'objet. Ils utilisent les informations de temps de vol et d'amplitude dans un algorithme de reconstruction tomographique se basant sur l'algorithme ART. Leur proposition consiste en l'utilisation de deux algorithmes ART successifs, le premier reconstruisant l'information obtenue sans connaissance des interfaces de l'objet, le second reconstruisant l'information en connaissance des interfaces de l'objet. Connaissant le temps de vol (et donc la distance traversée via la célérité de la lumière) entre deux interfaces de l'objet successives, ils estiment le trajet le plus cohérent avec ce critère de temps de vol. Une compensation est apportée aux mesures d'atténuation afin de tenir compte des pertes par réflexion.

Afin de simplifier leur algorithme, Tepe *et al*. proposent de modéliser l'onde THz comme un seul rayon sur lequel la déviation est calculée à chaque interface traversée dans l'objet à reconstruire. Cette approche est similaire à ce qui a été présenté dans la partie 2.9.3. L'algorithme se déroule en deux étapes. Dans un premier temps, ils calculent la matrice de Radon sans tenir compte des interfaces de l'objet (i.e. dans l'air) puis reconstruisent via une méthode ART une première estimation de la fonction diélectrique. Une fois l'estimation de la solution réalisée, cela leur permet d'obtenir une solution initiale pour la seconde utilisation de la méthode ART. Dans un second temps, la matrice de Radon est calculée en tenant compte des interfaces de l'objet. Les pertes par réflexions aux différentes interfaces de l'objet sont compensées dans la mesure d'atténuation. Cette compensation des pertes par réflexion est similaire à celle apportée par Mukherjee *et al*. La méthode ART est utilisée une seconde fois pour reconstruire l'indice complexe de réfraction de l'objet.

Cette méthode a pour avantage de pouvoir être directement applicable pour différentes formes d'objets. Cependant, comme précisé dans la section 2.9.3, représenter l'onde THz par un seul rayon n'est pas cohérent avec le modèle de propagation des ondes THz. De plus, la méthode ART repose sur un modèle de projection linéaire. Les interactions entre l'onde THz et un objet ne semblant pas pouvoir être modélisées de façon linéaire, l'utilisation directe d'un modèle non-linéaire de projection au sein d'une méthode de reconstruction classique est donc incohérente.

# Chapitre 3

# D'une reconstruction d'objet à une reconstruction d'écart

*« S'il est vrai que le temps passe, ne devrait-il pas s'user et être victime de son propre passage ? »*

Étienne Klein

## 3.1 Introduction du troisième chapitre

Effectuer une reconstruction tomographique implique de modéliser l'interaction entre un faisceau et un objet pour pouvoir reconstruire les propriétés de cet objet. Ce modèle d'interaction doit permettre de prendre en compte d'une part la distribution d'intensité du faisceau et d'autre part la propagation du faisceau au sein de l'objet. Dans le cas des rayons-X, la direction de propagation du faisceau au sein de l'objet peut être considérée identique pour chaque angle de projection car non déviée par l'objet. Dans le cas des ondes THz, les phénomènes de réfraction et de réflexion rendent la direction de propagation dépendante des propriétés de l'objet et de l'angle de projection.

Comme nous l'avons mentionné, des deux façons de concevoir un modèle de propagation (les méthodes à éléments finis et les méthodes par lancer de rayons) de part leur faible complexité algorithmique, ce sont les méthodes par lancer de rayons qui sont principalement utilisées pour définir un modèle d'interaction approché. Cependant, nous identifions deux limitations aux méthodes par lancer de rayons de l'état de l'art.

Une première limitation de ces méthodes, est qu'elles se basent sur un échantillonnage régulier du faisceau THz. L'orientation de chaque rayon est sélectionnée de façon régulière impliquant que certains détails d'un objet puissent être mal pris en considération lors de la simulation de la propagation du faisceau THz. Il en résulte un biais lié à l'échantillonnage. Afin de supprimer ce biais, nous proposons d'utiliser les méthodes Monte-Carlo [76]. Cette nouvelle proposition, que nous nommons Monte Carlo Fan Ray Tracing (MCFRT) [46], repose sur une sélection aléatoire de l'orientation des rayons lancés.

Une seconde limitation, concerne le fait que l'ensemble des rayons s'intersectent au centre du faisceau THz. Une telle représentation du faisceau THz n'est pas conforme aux observations dans la zone de Rayleigh. Le faisceau THz étant focalisé, la zone de Rayleigh comporte la majeur partie de l'intensité du faisceau. Le fait que l'ensemble des rayons s'intersectent au centre se traduit par une représentation du faisceau qui néglige une part de l'intensité contenue dans la zone de Rayleigh. Afin d'obtenir une distribution d'intensité du faisceau THz plus proche d'une vérité terrain (comme celle proposée dans la Fig. 2.10), nous proposons de modifier ce modèle MCFRT pour tenir compte de l'épaisseur du faisceau. On nomme ce nouveau modèle, Monte Carlo Slash Ray Tracing (MCSRT) [46].

Nous attirons l'attention de notre lecteur sur le fait que les méthodes de reconstruction classiques nécessitent, pour pouvoir être utilisées, un modèle linéaire d'interaction. En rayons-X, le modèle d'interaction est linéaire du au fait que l'absorption est l'interaction majoritaire entre le faisceau et l'objet. Comme nous allons le montrer dans ce chapitre, l'interaction entre le faisceau THz et l'objet ne peut être représentée de façon linéaire à cause des phénomènes de réfraction et de réflexion [46]. Afin de tenir compte de cette non-linéarité, nous proposons une nouvelle méthode de reconstruction tomographique THz basée sur l'utilisation d'un modèle CAO comme point de fonctionnement. Une telle utilisation d'un modèle CAO permet de reconstruire l'écart d'absorption et donc de densité entre un objet et son modèle CAO et non de reconstruire, comme en tomographie classique, la densité de l'objet inspecté.

## 3.2 Un nouveau modèle d'interaction pour les ondes THz

Dans un premier temps, nous présentons comment utiliser les méthodes Monte Carlo afin de supprimer le biais lié à l'échantillonnage des méthodes par lancer de rayon. L'idée est de définir aléatoirement l'orientation de chaque rayon suivant une loi de probabilité respectant la nature présupposée Gaussienne de la distribution d'intensité du faisceau THz.

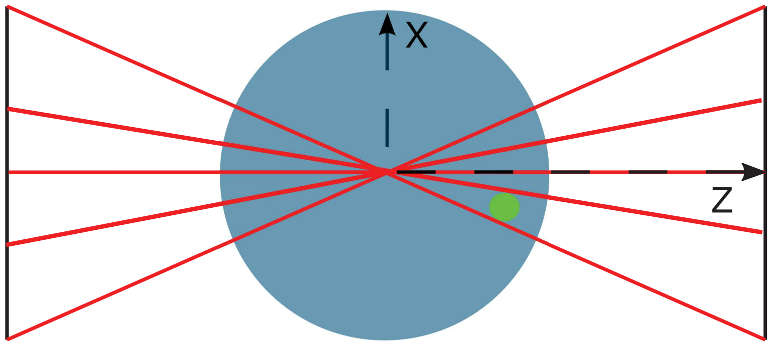



FIGURE 3.1 – Mise en évidence du biais lié à l'échantillonnage.

Dans un second temps, nous présentons comment modifier cette méthode afin d'obtenir une distribution d'intensité en régime permanent plus proche de la distribution d'intensité dans l'air. Nous montrons par la suite, grâce à une série d'expérimentations, que ce modèle est aussi pertinent lorsque le faisceau se propage dans un matériau.

Dans une première expérience, nous proposons d'évaluer la capacité des modèles MCFRT et MCSRT à représenter la distribution d'intensité d'un faisceau THz se propageant dans l'air. Les faisceaux simulés obtenus avec les méthodes MCFRT et MCSRT sont comparés à la vérité terrain présentée dans la section 2.9.3. Dans une seconde expérience, nous comparons la fiabilité de ces deux modèles à simuler les mesures d'un objet.

### 3.2.1 Modèle Monte Carlo Fan Ray Tracing

Pour un pas d'échantillonnage trop grand, avec le modèle FRTG, il se peut que certains détails de l'objet soient mal pris en compte lors de la simulation des mesures. Un détail est considéré comme mal pris en compte dès que peu voire aucun rayon n'interagit avec. Si aucun rayon n'interagit avec ce détail, les mesures simulées obtenues ne contiennent aucune information sur ce détail. Un écart existe alors entre les mesures simulées et les mesures acquises dû à l'échantillonnage et non au modèle. La Fig. 3.1 illustre ce propos en représentant le faisceau THz selon le modèle FRTG (en rouge) se propageant au travers d'un objet cylindrique (en bleu pastel) comportant une inclusion cylindrique (en vert). Pour simplifier la représentation, on considère que l'objet n'induit pas de réfraction. Comme on peut le voir sur la Fig. 3.1, le pas d'échantillonnage choisi n'étant pas assez fin, aucun rayon ne traverse l'inclusion cylindrique. L'inclusion cylindrique n'étant pas parcourue, elle n'est pas prise en compte dans le calcul de l'atténuation des rayons. Les mesures simulées obtenues avec ce pas d'échantillonnage correspondent alors à celle obtenues dans le cas d'un cylindre sans l'inclusion cylindrique. Le modèle FRTG risque, à cause de la régularité de l'échantillonnage, d'être responsable de l'apparition d'artefacts de modélisation si ce modèle est utilisé pour une reconstruction tomographique.

Dans le cas représenté dans la Fig 3.1, afin de s'assurer que l'inclusion cylindrique soit parcourue par un rayon, il faudrait affiner le pas d'échantillonnage. La Fig. 3.2 représente un faisceau THz selon le modèle FRTG décomposé en 5 rayons (en rouge), ainsi qu'un rayon correspondant à une orientation intermédiaire du pas d'échantillonnage choisi (en bleu). L'orientation du rayon intermédiaire est choisie de telle sorte que les angles entre ce dernier et les rayons qui l'entourent soient identiques. Pour lancer ce rayon supplémentaire, il est nécessaire de représenter le faisceau non pas par 5, mais par 9 rayons, doublant ainsi la complexité algorithmique de la simulation des mesures. Or, parmi les rayons supplémentaires qui sont lancés, seul le rayon représenté en bleu interagit avec l'inclusion cylindrique. Est il alors indispensable de sur-subdiviser le faisceau, tout en sachant que cela augmenterait le temps de calcul du modèle FRTG? Comme alternative, on pourrait envisager un pas d'échantillonnage irrégulier. Le pas d'échantillonnage pourrait être affiné seulement dans les zones de l'objet où la présence

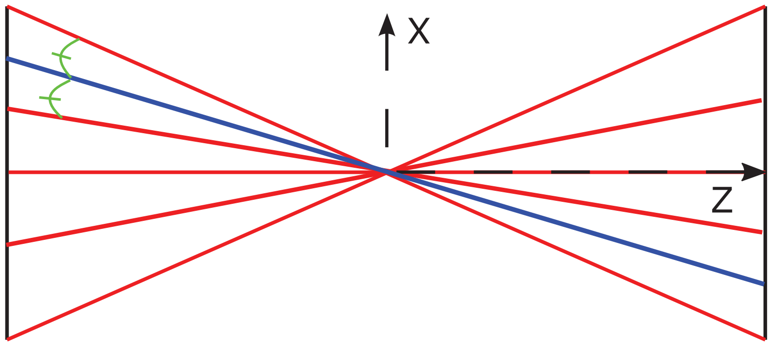



FIGURE 3.2 – Orientation limitée par le pas d'échantillonnage.

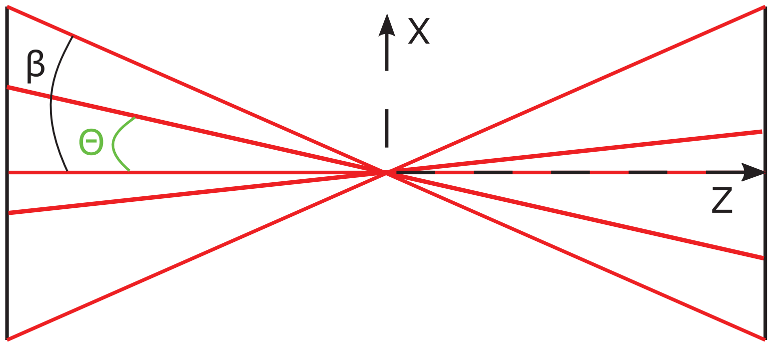



FIGURE 3.3 – Représentation du paramètre d'orientation d'un rayon selon le modèle MCFRT.

de détails est supposée. Cette solution nécessiterait alors une bonne connaissance de l'objet, et un pas d'échantillonnage dépendant de la position du détail dans l'objet (et donc de l'angle de projection considéré). Le pas d'échantillonnage irrégulier ne pourrait donc pas être le même pour tous les angles de projections. De plus, considérer un échantillonnage irrégulier impliquerait une concentration de rayons plus importante dans certaines régions du faisceau que d'autres. Il serait nécessaire d'adapter la répartition de l'intensité des rayons en fonction du pas d'échantillonnage irrégulier, complexifiant la méthode pour simuler les mesures.

Nous proposons de contrer le biais lié à l'échantillonnage en réalisant une sélection aléatoire de l'orientation de chaque rayon, une solution couramment employée dans les méthodes dites de Monte-Carlo. Ce sont des méthodes algorithmiques visant à calculer la valeur numérique approchée (ici la mesure) en utilisant un choix aléatoire de paramètres (ici l'orientation des rayons).

Pour réaliser la sélection aléatoire de l'orientation d'un rayon, il suffit de sélectionner un paramètre $\Theta$ correspondant à une portion de l'ouverture numérique $\beta$ (voir Fig. 3.3). Cette sélection aléatoire de l'orientation repose sur un principe proche de la définition de l'intensité initiale d'un rayon dans le modèle FRTG. La différence est que, cette fois ci, ce principe est appliqué directement à l'orientation du rayon. A la différence du modèle FRTG, l'utilisation d'un modèle MCFRT implique que chaque rayon ait la même intensité initiale, c'est la sélection aléatoire qui réalise la répartition de l'intensité.

Afin de respecter la nature Gaussienne de la distribution d'intensité du faisceau THz, le modèle FRTG définit l'intensité de chaque rayon à partir de la distribution d'intensité sur la lentille de focalisation. Nous proposons d'utiliser cette distribution d'intensité pour définir – à la place de l'intensité – l'orientation des rayons. L'objectif est de définir une distribution de l'orientation des rayons en fonction de la distribution d'intensité sur la lentille. La distribution d'intensité des rayons (respectivement de l'orientation des rayons) étant centrée sur la lentille de focalisation (respectivement autour de l'axe z), la moyenne des deux distributions est nulle.

Il ne reste plus qu'à estimer la variance de ces deux distributions.

Une précision est nécessaire concernant l'ouverture $\beta$ du système optique utilisé au cours de cette thèse. Cette ouverture est de 17.0° ≃ 0.3 rad, ce qui semble correspondre à un petit angle. Afin de simplifier l'estimation des variances, nous proposons, d'après la théorie des petits angles, de considérer que $\tan\theta \approx \theta$ rad. Il est cependant important de quantifier l'erreur de cette approximation. Un développement limité au premier ordre de la fonction tangente permet d'écrire que $\tan\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3}$, où $\frac{\theta^3}{3}$ représente l'erreur induite par l'approximation $\tan\theta \approx \theta$. Pour une ouverture de 17.0° (représentant la plus grande orientation qu'il peut être attribué à un rayon), l'erreur maximale de cette approximation est de 0.3°. L'erreur maximale étant de 2%, nous considérons que cette approximation est acceptable.

Soit $\Theta$ une variable aléatoire, de variance $\sigma_\Theta^2$ et de moyenne nulle, représentant l'orientation d'un rayon et $\mathscr{X}$ une variable aléatoire, de variance $\sigma_{\mathscr{X}}^2$ et de moyenne nulle, correspondant à la position sur la lentille de focalisation de ce rayon. La relation qui lie $\Theta$ et $\mathscr{X}$ s'exprime: $\mathscr{X}(\Theta) = D_F \tan\Theta$, où $D_F$ est la distance focale de la lentille de focalisation. La moyenne de $\mathscr{X}$ étant nulle, calculer la variance $\sigma_{\mathscr{X}}^2$ revient à calculer l'espérance (notée E[.]) de $\mathscr{X}^2$. La variance $\sigma_{\mathscr{X}}^2$, pour de petits angles $\Theta$, s'exprime :

$$\begin{aligned}
\sigma_{\mathscr{X}}^2 &= E[(D_F \tan\Theta)^2] \\
&= \left(\frac{\partial D_F \tan\Theta}{\partial\Theta}(0)\right)^2 \sigma_\Theta^2 \\
&= D_F(1+\tan^2 0)\sigma_\Theta^2 \\
&= D_F \sigma_\Theta^2.
\end{aligned} \tag{3.1}$$

L'enveloppe du faisceau étant définie à $\frac{1}{\exp(2)} = 0.135$ de l'intensité maximale du faisceau, cela revient à considérer 95.4% de l'intensité sur la lentille. Comme 95.4% de l'intensité sur la lentille correspond à l'intervalle [$-2\sigma_{\mathscr{X}}$ , $2\sigma_{\mathscr{X}}$], la variance $\sigma_{\mathscr{X}}^2$ est égale à $\frac{\zeta_{0.135}^2}{4}$, où $\zeta_{0.135} = \sqrt{-\frac{log_n(0.135)}{2G}}$ représente la position sur la lentille correspondant à 0.135 de l'intensité maximale sur la lentille. En utilisant l'Eq. (3.1), la variance $\sigma_\Theta^2$ s'exprime :

$$\sigma_\Theta^2 = \frac{\zeta_{0.135}^2}{4D_F^2} \tag{3.2}$$

Pour un angle de projection $\phi_a$ donné, le modèle MCFRT consiste alors en la sélection aléatoire d'un rayon dans une distribution $\mathscr{N}(\phi_a, \sigma_\Theta)$. La simulation via le modèle MCFRT du faisceau de la Fig.2.10 est présentée dans la Fig. 3.4.

L'orientation étant sélectionnée aléatoirement, la méthode MCFRT supprime le biais induit par un échantillonnage régulier de la méthode FRTG. On peut voir dans la Fig. 3.4 que la distribution d'intensité est similaire à celle obtenue avec le modèle FRTG (voir Fig. 2.21). Comme pour le modèle FRTG, l'ensemble des rayons lancés selon le modèle MCFRT s'intersectent au centre du faisceau. La sélection aléatoire de l'orientation des rayons ne permet pas de résoudre cette limitation. A notre connaissance, les modèles utilisés dans l'état de l'art définissent seulement l'orientation d'un rayon. Le modèle MCFRT semble permettre une bonne simulation du faisceau THz dans la zone de divergence, mais pas dans la zone de Rayleigh. Or, dans nos applications de CND, c'est justement dans la zone de Rayleigh que sont situés les objets à contrôler. L'utilisation du modèle MCFRT comme du modèle FRTG créent donc un biais de modèle induisant potentiellement des artefacts de reconstruction.

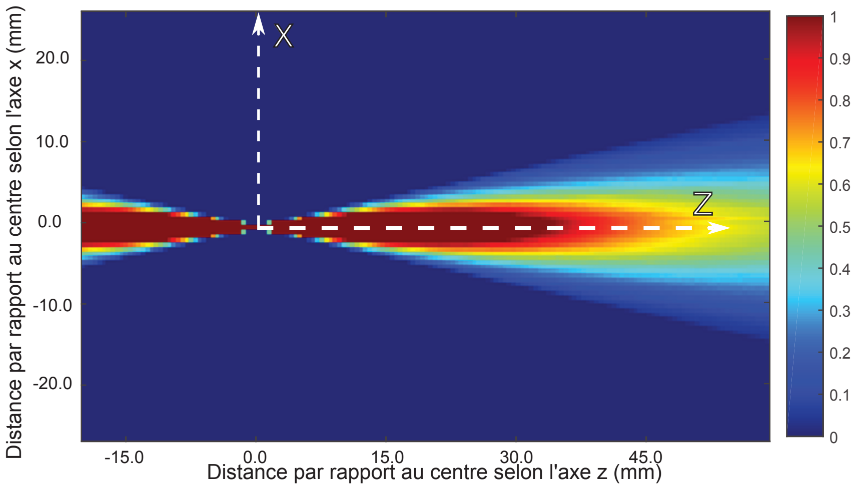



FIGURE 3.4 – Modèle MCFRT: Carte simulée de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz mesurée à 106 GHz présentée dans la Fig. 2.10.

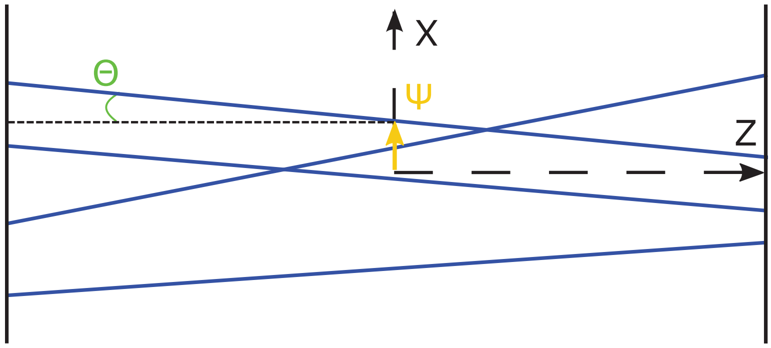



FIGURE 3.5 – Représentation des paramètres d'un rayon selon le modèle MCSRT

Afin de contrer la focalisation ponctuelle des faisceaux simulés avec les modèles FRTU, FRTG et MCFRT, nous proposons un nouveau modèle basé sur une méthode de Monte Carlo. Ce modèle a pour but d'obtenir une distribution d'intensité en régime permanent, plus proche de la distribution d'intensité dans la zone de Rayleigh et donc potentiellement être plus fiable que les modèles FRTG et MCFRT pour simuler l'interaction entre le faisceau THz et un objet.

### 3.2.2 Modèle Monte Carlo Slash Ray tracing

Avec l'approche que nous proposons, chaque rayon est défini par deux paramètres $\Theta$ et $\psi$ – et non plus un seul comme dans le cas du modèle MCFRT – sélectionnés aléatoirement, comme représenté dans la Fig. 3.5. L'ajout d'un paramètre supplémentaire vise à supprimer le fait que l'ensemble des rayons s'intersectent au centre du faisceau. Dans l'air, chacun des rayons lancés peuvent être considérés comme des droites puisqu'ils ne sont pas déviés. Partant de l'expression d'une droite dans un repère lié à l'axe optique, on définit un rayon tel que $x = \Theta z + \psi$. $\Theta$ et $\psi$ sont aléatoirement sélectionnés en utilisant deux distributions normales centrées sur l'orientation du faisceau pour $\Theta$ et centrée sur 0 pour $\psi$. Comme pour le modèle MCFRT, il est donc nécessaire de définir les variances liées à ces deux paramètres.

La valeur de variance $\sigma_\psi^2$ de $\psi$ peut être déduite en mettant en correspondance le profil transverse au centre du faisceau et l'écart type d'une loi normale centrée. La Fig. 3.6 représente un profil d'intensité Gaussien découpé en plusieurs intervalles de largeur égale à l'écart type. Pour rappel, la mesure du waist s'obtient sur le profil d'intensité à $\frac{1}{\exp(2)} = 0.135$ de l'intensité maximale du faisceau. Selon cette hypothèse, 95.4% de l'intensité est contenue dans l'intervalle $[-\omega_0, \omega_0]$. Comme 95.4% de l'aire sous la courbe correspond à l'intervalle [-2$\sigma_\psi$ , 2$\sigma_\psi$], la va-

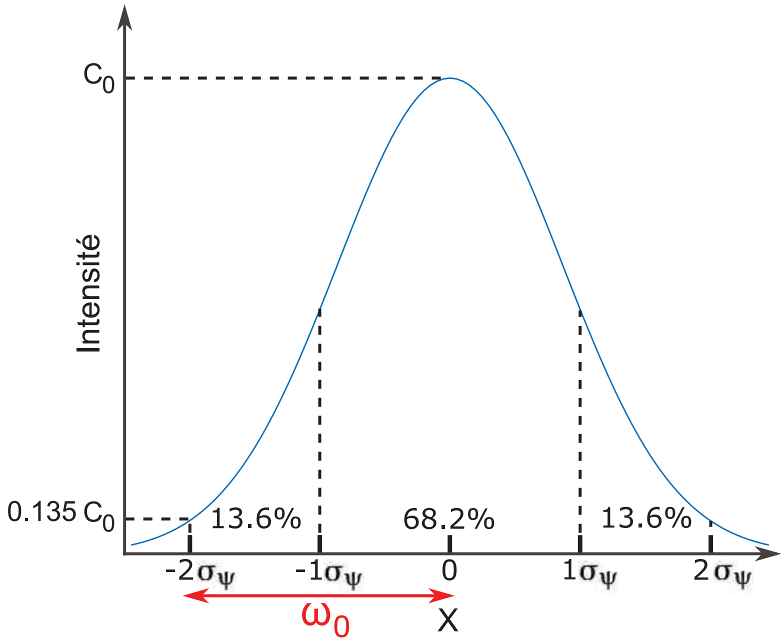



FIGURE 3.6 – Mise en relation du waist $w_0$ du faisceau THz avec l'écart type $\sigma_\psi$ de la loi normale centrée. L'intervalle [-2$\sigma_\psi$ , 2$\sigma_\psi$] = $[-\omega_0, \omega_0]$ correspond à une aire sous la courbe de 95.4%.

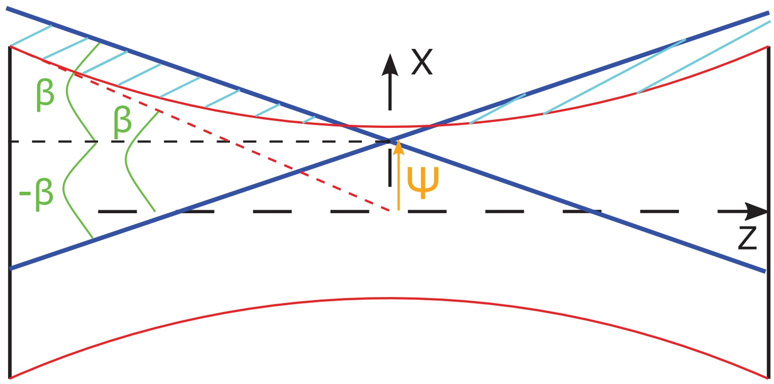



FIGURE 3.7 – Mise en évidence de la corrélation de Θ et ψ.

riance de ψ s'exprime donc $\sigma_\psi^2 = \frac{\omega_0^2}{4}$.

Intuitivement, on pourrait croire que la variance $\sigma_\Theta^2$ pourrait être prise comme identique à celle du modèle MCFRT. En réalité, il faut considérer une orientation Θ de telle sorte qu'un rayon ne se retrouve pas – même partiellement – en dehors de l'enveloppe du faisceau. La Fig. 3.7 représente deux rayons à un même offset ψ donné, l'un ayant comme orientation β, l'autre −β. La zone hachurée en cyan représente la zone interdite pour les rayons, car en dehors de l'enveloppe du faisceau (en rouge).

Pour prendre en compte la modification de la forme du faisceau induite par la sélection aléatoire de ψ, nous proposons de définir l'orientation d'un rayon confondu avec l'enveloppe du faisceau en fonction de ψ. La Fig. 3.8 représente un rayon, pour un ψ donné, orienté de telle sorte qu'il soit confondu avec l'enveloppe du faisceau. L'orientation de ce rayon s'exprime :

$$\Theta(\psi) = \arctan\left(\frac{\mathscr{X} - \psi}{D_F}\right). \tag{3.3}$$

En utilisant l'Eq. (3.3), la relation qui lie Θ et $\mathscr{X}$ devient : $\mathscr{X}(\Theta) = D_F \tan\Theta + \psi$. En appliquant la même démarche que pour la méthode MCFRT, la variance $\sigma_{\mathscr{X}}^2$ s'exprime :

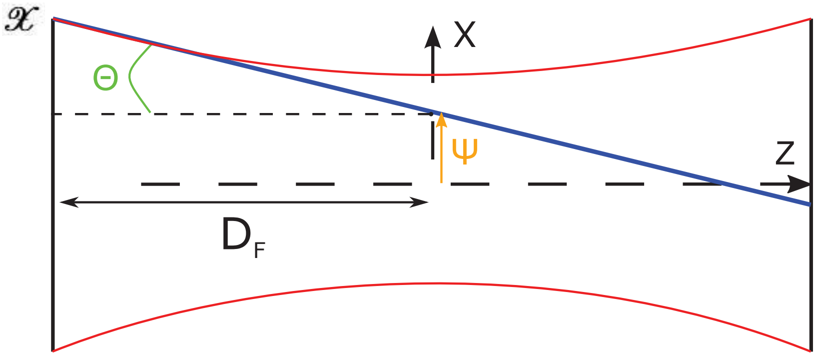



FIGURE 3.8 – Orientation $\Theta$ d'un rayon en fonction de $\psi$.

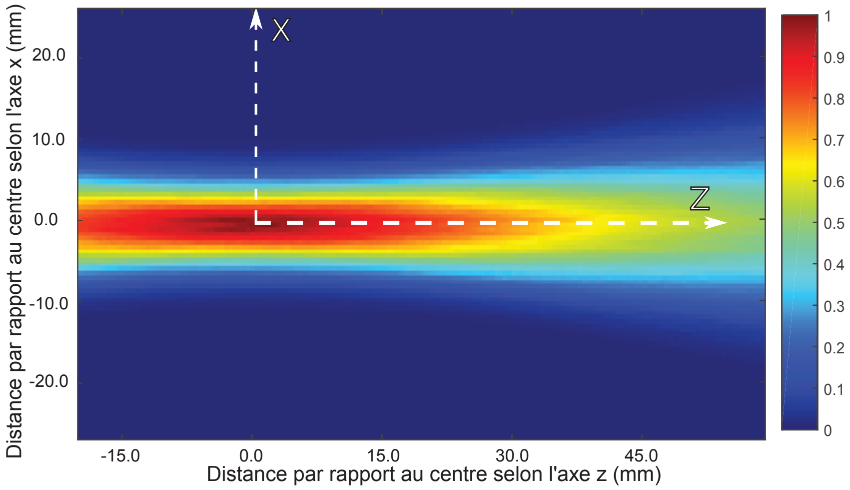



FIGURE 3.9 – Modèle MCSRT: Carte simulée de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz mesurée à 106 GHz présentée dans la Fig. 2.10.

$$
\begin{aligned}
\sigma_{\mathscr{X}}^2 &= \mathrm{E}(\mathscr{X}^2) \\
&= \mathrm{E}((\mathrm{D_F}\tan\Theta + \psi)^2) \\
&= \mathrm{E}(\mathrm{D_F^2}\tan^2\Theta) + \mathrm{E}(2\mathrm{D_F}\psi\tan\Theta) + \mathrm{E}(\psi^2) \\
&= \mathrm{D_F^2}\sigma_\Theta^2 + 0 + \sigma_\psi^2
\end{aligned}
\tag{3.4}
$$

A partir de l'Eq. (3.4), la variance $\sigma_\Theta^2$ s'exprime : $\sigma_\Theta^2 = \frac{\sigma_{\mathscr{X}}^2 - \sigma_\psi^2}{\mathrm{D_F^2}} = \frac{\zeta_{0.135}^2 - \omega_0^2}{4\mathrm{D_F^2}}$. Pour un angle de projection donné, la méthode MCSRT consiste alors en la sélection aléatoire d'un rayon dans une distribution $\mathcal{N}(\phi_a, \sigma_\Theta, \sigma_\psi)$. La simulation obtenue via le modèle MCSRT du faisceau acquis (voir la Fig. 2.10) est présentée dans la Fig. 3.9.

On peut voir, dans la Fig. 3.9, qu'avec le modèle MCSRT l'ensemble des rayons ne s'intersectent pas au centre du faisceau simulé. Le modèle MCSRT semble permettre d'obtenir une distribution d'intensité visuellement proche de celle obtenue avec le modèle Gaussien du faisceau (voir Fig. 2.11).

## 3.3 Utilisation d'un modèle de propagation pour simuler une mesure

A partir du modèle de propagation, il est possible de simuler la mesure que l'on obtiendrait si l'on réalisait une acquisition dudit objet. La procédure nécessite d'estimer le trajet d'un rayon lorsqu'il traverse l'objet depuis sa position initiale sur la lentille de focalisation. Nous

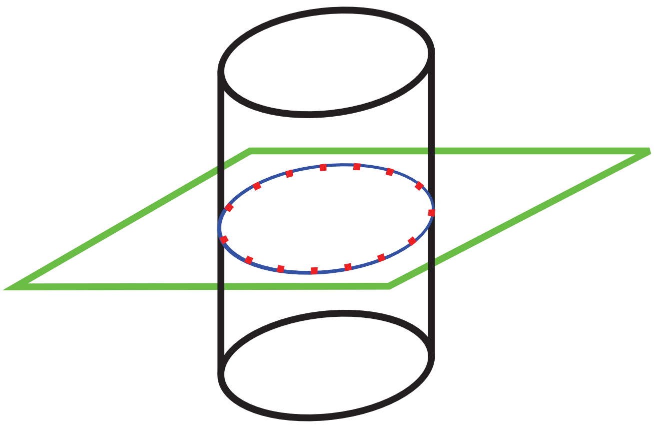


FIGURE 3.10 – Obtention du collier à partir du modèle CAO.

proposons d'utiliser le modèle CAO d'un objet pour estimer ce trajet. Une fois ce trajet estimé, il est nécessaire de calculer l'atténuation subie par le rayon pour obtenir la mesure simulée.

Un modèle CAO est une représentation 3D de l'objet, composé d'un ensemble fini de points que l'on nomme vertex qui, lors de l'affichage du modèle CAO, sont utilisés pour définir des triangles servant à la représentation des interfaces de l'objet. Chaque triangle peut être définit par trois sommets, trois arrêtes et une normale à sa surface représentant son orientation dans l'espace. Cette normale est attribuée à chaque sommet. Nous définissons un plan 2D du modèle CAO 3D de l'objet. Pour obtenir ce plan 2D, la méthode consiste à identifier quels sont les arrêtes des différents triangles qui intersectent le plan 2D, et calculer les positions correspondantes à ces intersections. Dans le cas où une arrête est coplanaire avec le plan 2D, les deux sommets définissant le segment sont conservés. L'information sur l'orientation du triangle considéré est attribuée à chacun des points retenus. En reliant par des segments ces nouveaux points, en fonction de leur proximité, on obtient ce que l'on nomme **collier**. Ce collier représente les interfaces de l'objet dans le plan 2D considéré, sur lequel le lancer de rayon est appliqué. La Fig. 3.10 représente un modèle CAO d'un cylindre (en noir) dans lequel un plan 2D (en vert) est définit. Les points d'intersection entre le modèle CAO et le plan 2D sont représentés en rouge. Les segments du collier, correspondant à ces points, sont représentés en bleu.

Afin de définir la déviation d'un rayon lors de la traversée du collier, il est nécessaire de définir l'angle d'incidence au point d'impact. Ce point d'impact se situant sur un des segments du collier, la normale au niveau du point d'impact est interpolée à partir des normales des deux points définissant le segment. L'inconvénient de cette solution est que l'angle d'incidence est dépendant de la finesse du modèle CAO considéré. Plus ce modèle est fin, meilleure est l'estimation de l'angle d'incidence. Une mauvaise estimation de l'angle d'incidence peut conduire à une déviation du rayon erronée, pouvant avoir un impact négatif sur la simulation des projections de l'objet.

Dés lors que le rayon a traversé le collier, deux scénarios sont possibles. Soit le rayon atteint la lentille de collection, soit il ne l'atteint pas. Cependant, le fait qu'un rayon atteigne la lentille de collection ne garantit pas qu'il atteigne le détecteur. La Fig. 3.11 représente deux cas pour illustrer ce point :

- Un premier rayon – atteignant le détecteur – (en vert) avec un angle d'incidence $\theta_{Ray1}$ faible sur la lentille de collection.
- Un second rayon – n'atteignant pas le détecteur – (en bleu) ayant une forte incidence $\theta_{Ray2}$.

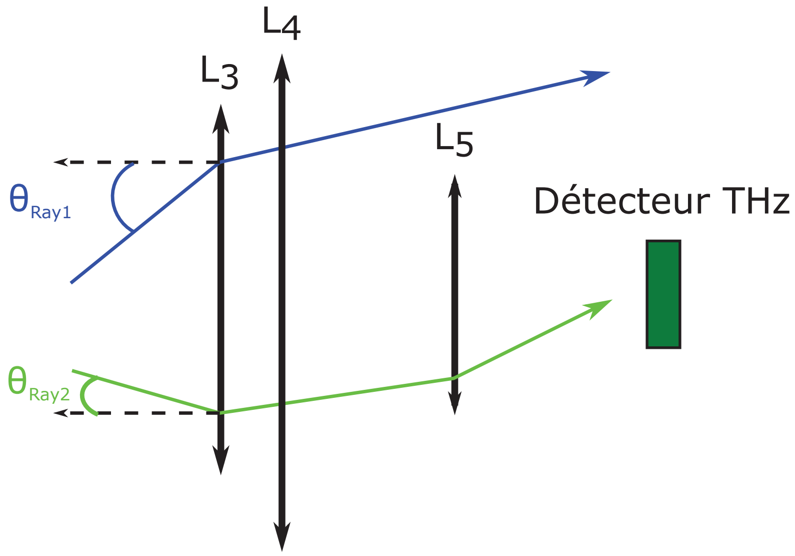



FIGURE 3.11 – Propagation des rayons jusqu'au détecteur THz: en fonction de l'angle d'incidence au niveau de la lentille $L_3$, un rayon peut ne pas atteindre le détecteur THz.

Ainsi, il est nécessaire de calculer la propagation de chaque rayon jusqu'au détecteur. Une fois que l'on a déterminé si le rayon atteint le détecteur, il est nécessaire de définir les pertes d'intensité subies par le rayon au cours de son trajet dans l'objet. Ces pertes sont dépendantes des propriétés optiques de l'objet. Un modèle CAO pouvant être composé de plusieurs colliers, nous proposons d'attribuer à chaque collier l'information relative à ces propriétés optiques. Ce choix implique qu'entre deux colliers, les propriétés optiques sont considérées comme constantes. Étant donné que l'évaluation des paramètres optiques d'un matériaux correspond à la moyenne de ces propriétés, nous considérons que cette approximation est acceptable. Les pertes que peut subir un rayon sont :

- Les pertes par réflexion à chaque interface de l'objet.
- L'atténuation subie lors du passage dans l'objet.

Concernant les pertes par réflexions, il est possible d'utiliser les coefficients de Fresnel qui définissent la portion d'intensité réfléchie – coefficient de réflexion – et celle transmise – coefficient de transmission. La pondération s'effectue en multipliant le coefficient de transmission à l'intensité du rayon au moment de sa traversée d'une interface selon un certain angle d'incidence. Ces coefficients de Fresnel dépendent de la polarisation du champ électromagnétique et sont définis selon deux cas généraux :

- Les ondes Transverses Électriques (TE) où le champs électrique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, le champ magnétique étant contenu dans le plan d'incidence.
- Les ondes transverses magnétiques où le champ magnétique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, le champ électrique étant contenu dans le plan d'incidence.

La polarisation de l'onde THz que nous considérons étant réalisée en mode TE, les coefficients de réflexion $r_h$ et de transmission $t_h$ à considérer lors de la traversée de la $h^{ième}$ interface s'expriment (voir Fig. 3.12) :

$$r_h = \frac{n_1 \cos(\mathrm{A}_h^i) - n_2 \cos(\mathrm{A}_h^r)}{n_1 \cos(\mathrm{A}_h^i) + n_2 \cos(\mathrm{A}_h^r)}, \tag{3.5}$$

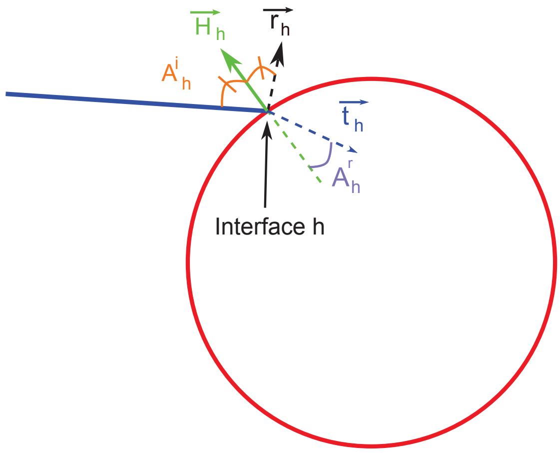



FIGURE 3.12 – Transmission et réflexion d'un rayon sur la $h^{ième}$ interface.

$$t_h = \frac{2n_1\cos(\mathrm{A}^i_h)}{n_1\cos(\mathrm{A}^i_h) + n_2\cos(\mathrm{A}^r_h)}, \tag{3.6}$$

où $n_1$ (respectivement $n_2$) est l'indice de réfraction du matériaux avant (respectivement après) la $h^{ième}$ interface et $\mathrm{A}^i_h$ (respectivement $\mathrm{A}^r_h$) est l'angle d'incidence (respectivement l'angle réfracté) du rayon par rapport à la normale à la $h^{ème}$ interface.

Concernant les pertes par absorption subies par un rayon, connaissant l'intensité initiale $\mathscr{I}_0$ de ce dernier, il est possible de considérer que l'absorption subie par un segment $s$ du rayon traversant un objet (i.e. l'ensemble des points $(x,z)$ tel que $(x,z) \in$ s) suit une loi de Beer-Lambert (Voir Eq. 2.17). En négligeant l'absorption induite par l'air et les différentes lentilles qui composent le système d'acquisition, l'intensité $\mathscr{I}_{Detecteur}$ d'un rayon mesurée par le détecteur s'exprime :

$$\mathscr{I}_{Detecteur} = \mathscr{I} = \mathscr{I}_0 \exp\left(-\int\int_{x,z\in s} \alpha(x,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}z\right)\prod_h t_h \tag{3.7}$$

En répétant l'opération pour l'ensemble des rayons lancés, la projection simulée est accessible en effectuant une moyenne arithmétique de l'intensité de chaque rayon, pour chaque projection de l'objet. Le choix d'une moyenne arithmétique permet de respecter la loi de conservation d'énergie.

## 3.4 Comparaison des différents modèles

Nous proposons d'analyser la capacité des modèles présentés dans les sections 2.9 et 3.2 à modéliser l'interaction onde-matière. Deux comparaisons nous semblent importantes afin de juger de l'efficacité de ces modèles :

- La capacité à simuler la distribution d'intensité du faisceau THz de la Fig. 2.10 se propageant dans l'air. Afin de faciliter la comparaison, nous rassemblons dans la Fig. 3.13 les faisceaux simulés obtenus avec les différents modèles ainsi que la mesure. Dans la Fig. 3.14.a) nous indiquons des positions, selon l'axe z, qui nous semblent pertinentes pour qualifier les faisceaux simulés. Les profils des faisceaux simulés et mesuré selon l'axe x, correspondant à ces positions, sont présentés dans les Fig. 3.14.b), 3.14.c) et 3.14.d). La méthode du rayon unitaire n'est pas analysée car elle ne prend pas en compte la distribution d'intensité d'un faisceau THz.

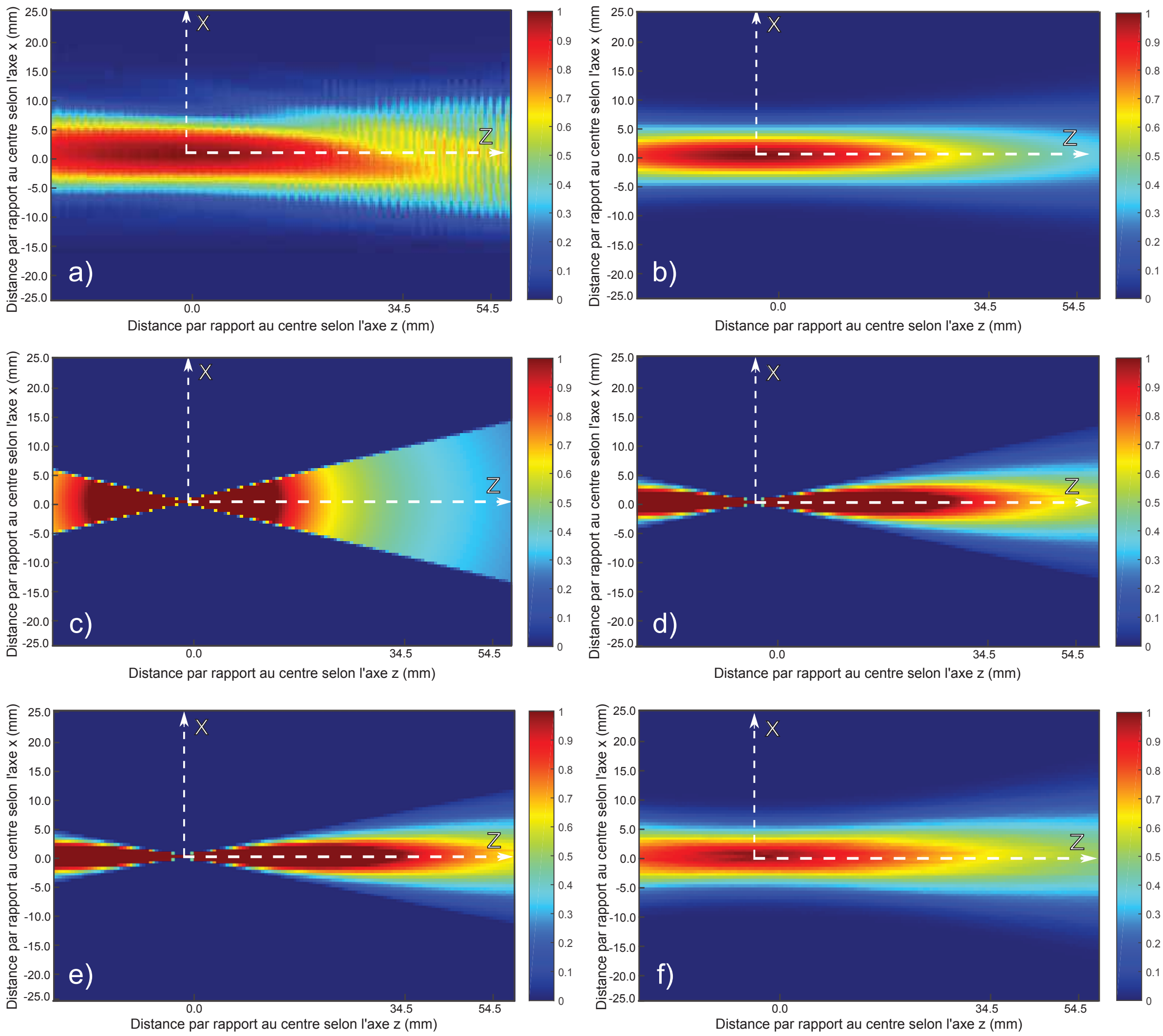



FIGURE 3.13 – Carte de la distribution d'intensité dans le plan XZ de l'onde THz: vérité terrain a), modèle Gaussien du faisceau b), FRTU c), FRTG d), MCFRT e) et MCSRT f).

- La capacité à simuler des projections à partir d'un modèle CAO de l'objet. Pour cette comparaison, nous utilisons les projections acquises d'un cylindre dont les propriétés optiques sont connues comme vérité terrain. Le modèle Gaussien du faisceau n'étant pas un modèle de propagation, il n'est pas analysé dans cette comparaison.

### 3.4.1 Analyse des faisceaux simulés

Une précision est nécessaire concernant l'intensité des faisceaux. Afin de pouvoir comparer les faisceaux mesuré et simulés, l'intensité du faisceau mesurée est normalisée par rapport à l'intensité maximale mesurée.

La Fig. 3.13.a) sert d'élément de référence pour qualifier et quantifier l'erreur de modélisation des différents modèles selon deux points d'analyse :

- Une analyse qualitative de la forme des faisceaux. Dans un premier temps, à partir de la Fig. 3.13, nous analysons l'aspect général des faisceaux simulés obtenus avec les différents modèles. Dans un second temps, à partir de la Fig. 3.14, nous analysons le centre, la zone de Rayleigh et la zone de divergence des différents faisceaux simulés.
- Une analyse quantitative sur l'erreur des faisceaux simulés par rapport à la vérité terrain. Cette analyse a pour but de définir, à partir de différents critères, quel modèle permet d'obtenir le faisceau simulé le plus proche de la mesure. Les critères retenus sont :

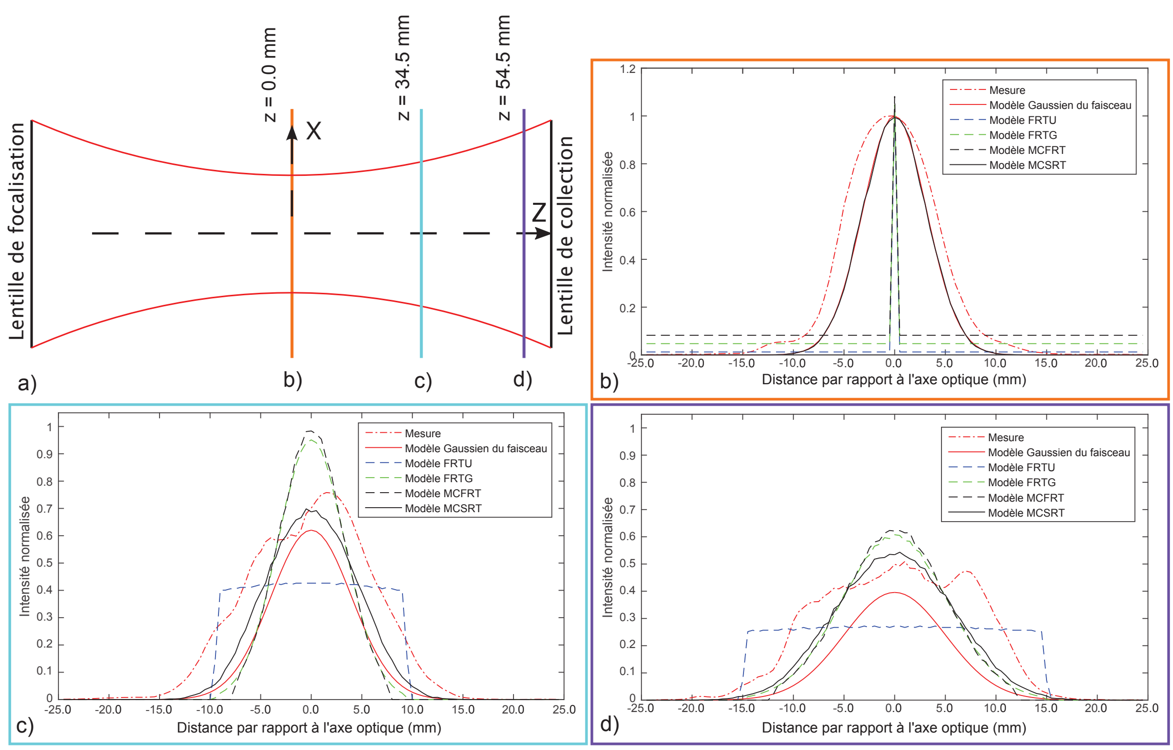



FIGURE 3.14 – Profils selon l'axe x des faisceaux mesurés et simulés via les modèles Gaussien, FRTU, FRTG, MCFRT et MCSRT pour différents z a): au centre du faisceau b), à l'extrémité de la zone de Rayleigh c) et dans la zone de divergence d). Afin de distinguer les profils pris au centre du faisceau obtenus avec les méthodes FRTU, FRTG et MCFRT, un offset a été ajouté

l'erreur quadratique moyenne, l'erreur absolue moyenne, l'erreur absolue maximale et l'information mutuelle normalisée.

### Analyse qualitative

- Modèle Gaussien du faisceau: en comparant les Fig. 3.13.a) et 3.13.b), on remarque que la forme des deux faisceaux est proche. La forme hyperbolique de l'enveloppe du faisceau simulé, propre aux faisceaux THz focalisés, est visible. La zone de Rayleigh est représentée avec une intensité proche de 1 au centre du faisceau, intensité qui décroît avec la distance au centre. Cependant la surface de la zone de Rayleigh semble moins grande que celle mesurée. Étant donné que la zone de Rayleigh comporte la majeur partie de l'intensité du faisceau, il est important d'obtenir une modélisation de cette zone proche d'une vérité terrain.
- Modèle FRTU : en comparant les Fig. 3.13.a) et 3.13.c), il apparaît évident que le modèle FRTU ne permet pas de représenter fidèlement la zone de Rayleigh. Bien que la nature Gaussienne semble respectée le long de l'axe z, cette nature ne semble pas respectée selon l'axe x. Cette limitation provient du fait que l'intensité des rayons est identique. Concernant l'enveloppe du faisceau simulé, l'aspect hyperbolique n'est pas respecté. En réalité, il semble que l'enveloppe correspond aux tangentes de deux hyperboles. On peut attribuer ce point au fait que les rayons s'intersectent au centre du faisceau.
- Modèle FRTG et MCFRT: en comparant les Fig. 3.13.a) et 3.13.d), on peut remarquer l'amélioration apportée par le modèle FRTG sur la distribution d'intensité du faisceau. Cette fois-ci, la nature Gaussienne semble être respectée à la fois selon l'axe x et z. Ce point montre l'intérêt de considérer une intensité différente selon l'orientation d'un rayon. Concernant l'enveloppe du faisceau simulé, on retrouve la même forme que pour la méthode FRTU. Comme le modèle FRTU, le modèle FRTG implique que les rayons s'intersectent au centre du faisceau. En comparant les Fig. 3.13.d) et 3.13.e), il est difficile

visuellement de noter une différence entre les modèles FRTG et MCSRT. Cette similarité provient du fait que le modèle MCFRT a pour seul but de supprimer le biais lié à l'échantillonnage induit par le modèle FRTG. La ressemblance des Fig. 3.13.d) et 3.13.e) montre que considérer aléatoirement l'orientation des rayons lancés – avec la même intensité – ou définir l'intensité d'un rayon à partir de son orientation, permet d'obtenir une distribution d'intensité proche.

- Modèle MCSRT : en comparant les Fig. 3.13.a) et 3.13.f), on peut remarquer l'amélioration apportée par ce modèle sur la forme du faisceau. Avec le modèle MCSRT, on retrouve la forme hyperbolique de l'enveloppe du faisceau, montrant l'intérêt de considérer un paramètre supplémentaire pour le lancer de rayons. Bien que le faisceau simulé avec le modèle MCSRT ne soit pas totalement identique à la mesure, on peut voir que le modèle MCSRT produit une simulation proche de celle obtenue via le modèle Gaussien du faisceau (voir Fig. 3.13.b). En comparant les Fig. 3.13.b) et 3.13.f), on peut voir qu'avec le modèle MCSRT, la zone de Rayleigh semble s'étaler sur une plus grande distance (conformément à la vérité terrain) qu'avec le modèle Gaussien du faisceau.
- Analyse au centre des faisceaux : sur la Fig. 3.14.b), on constate que les modèles Gaussien et MCSRT se traduisent par un profil au centre du faisceau identique. Ceci provient du fait que l'estimation du paramètre $\psi$ est réalisée à partir du modèle Gaussien. On constate cependant un écart entre le *waist* obtenu avec ces deux méthodes (6.2 mm) et celui du faisceau mesuré (7.9 mm). En réalité, la mesure est impactée par la réponse impulsionnelle du détecteur, qui produit un effet grossissant sur la mesure. La prise en compte de cette réponse impulsionnelle pourrait réduire cet écart. Concernant les modèles FRTU, FRTG et MCFRT, les profils étant identiques, nous avons appliqué un décalage de $0.05$ entre chaque profil afin de les distinguer. Ces profils sont très éloignés du profil mesuré. Le *waist* obtenu avec ces 3 modèles est égal à $0.5mm$, ce qui correspond au pas d'échantillonnage de la mesure.
- Analyse dans la zone de Rayleigh : sur la Fig. 3.14.c), on remarque que le profil mesuré n'est pas symétrique par rapport à l'axe optique. Cette asymétrie correspond aux artefacts visibles sur la Fig. 3.13.a). Cette fois-ci, un écart est visible entre les modèles Gaussien et MCSRT. La largeur du faisceau simulé avec le modèle MCSRT est plus proche de la vérité terrain qu'avec le modèle Gaussien. Un écart est aussi visible pour l'intensité au centre de ces profils. A cause des artefacts de mesure, il est difficile de définir quel modèle est le plus proche de la vérité terrain. On peut remarquer que les profils correspondant aux modèles FRTG et MCFRT sont similaires. L'épaisseur des faisceaux avec ces modèles est proche de celle obtenue avec le modèle Gaussien. Cependant, l'intensité au centre dépasse celle mesurée. Enfin, on peut voir que le modèle FRTU génère un profil éloigné de celui mesuré. D'une part, l'allure rectangulaire confirme que la nature Gaussienne n'est pas respectée selon l'axe x. D'autre part, l'intensité au centre simulée par le modèle FRTU est presque 2 fois inférieure à la mesure.
- Analyse dans la zone de divergence : sur la Fig. 3.14.d), on remarque que les modèles FRTG et MCFRT génèrent des profils similaires. Cela confirme la ressemblance des Fig. 3.13.d) et 3.13.e). Dans la zone de divergence, les modèles FRTG et MCFRT semblent générer une épaisseur du faisceau proche de celle obtenue avec le modèle MCSRT. Cependant, l'intensité au centre du profil est plus proche de l'intensité mesurée avec le modèle MCSRT, qu'avec les modèles FRTG et MCFRT. Concernant le modèle FRTU, comme dans la zone de Rayleigh, on retrouve une allure rectangulaire et une intensité presque 2 fois inférieure à la mesure.

#### Analyse quantitative

Nous proposons ici de compléter cette analyse visuelle subjective par une analyse quantitative (pour établir la finesse d'un modèle). Nous présentons, dans le Tableau 3.1, l'écart entre la vérité terrain et les intensités estimées obtenues avec les différents modèles. Pour caractériser

| | Erreur quadratique moyenne | Erreur absolue moyenne | Erreur absolue maximale | Information mutuelle normalisée |
|---|---|---|---|---|
| Gaussien (Eq. (2.16)) | 0.02 | 0.08 | 0.39 | 0.49 |
| FRTU | 0.04 | 0.11 | 1.00 | 0.29 |
| FRTG | 0.05 | 0.12 | 1.00 | 0.32 |
| MCFRT | 0.05 | 0.12 | 1.00 | 0.30 |
| MCSRT | 0.01 | 0.06 | 0.38 | 0.48 |

TABLEAU 3.1 – Comparaison entre les cartes de distribution d'intensité mesurée et simulées dans le plan XZ de l'onde THz à 106 GHz en utilisant les modèles Gaussien du faisceau, FRTU, FRTG, MCFRT et MCSRT.

ces liens entre modèles et vérité terrain, nous proposons d'utiliser des paramètres d'écart ainsi que des calculs d'information mutuelle normalisée [77] qui sont moins sensibles que les mesures d'écart aux normalisations. Plus l'information mutuelle normalisée entre deux signaux est proche de 1, plus ces deux signaux partagent la même information.

La Table 3.1 nous permet de tirer deux conclusions :

- Les écarts obtenus avec les modèles FRTU, FRTG et MCFRT sont équivalents. Ceci confirme donc l'analyse visuelle sur ces 3 modèles. L'erreur absolue maximale met en évidence l'écart que génère le fait que l'ensemble des rayons s'intersectent au centre du faisceau. L'intensité du faisceau autour du centre du faisceau est proche de 1 pour la mesure tandis qu'elle est proche de 0 pour les modèles FRTU, FRTG et MCFRT. C'est donc autour du centre du faisceau que l'erreur est la plus grande.
- Le modèle Gaussien du faisceau et le modèle MCSRT se traduisent eux aussi par des écarts similaires ce qui confirme donc l'analyse visuelle. L'erreur quadratique moyenne étant bien inférieure par rapport aux méthodes FRTU, FRTG et MCFRT, cela confirme l'intérêt de considérer un paramètre supplémentaire dans la définition d'un rayon.

### 3.4.2 Analyse des projections simulées

La simulation dans l'air, si elle est nécessaire, est insuffisante pour garantir que l'utilisation de ces modèles pour effectuer une reconstruction est adéquate. Comme il serait impossible d'effectuer le même type de vérification dans un matériau autre que l'air, et surtout en présence de réfraction, nous proposons de valider (et de comparer) les méthodes de simulation de la propagation d'un faisceau dans un matériau autre que l'air en utilisant ces modèles pour simuler des projections. Le modèle du faisceau Gaussien présenté dans la section 2.9.1 ne permettant pas de modéliser les phénomènes de réfraction et de réflexion, nous ne l'incluons pas dans cette partie.

Pour réaliser cette expérience, nous avons acquis les mesures d'un cylindre en Polyoxymethylene (POM) de 40 mm de diamètre à 106 GH$z$ à l'aide du dispositif expérimental décrit dans la section 1.4. L'indice de réfraction (respectivement coefficient d'absorption) est de 1.7 (respectivement 0.35 $cm^{-1}$) à 106 GH$z$.

Une précision est nécessaire. Avec les modèles par lancer de rayons, on considère que l'intensité maximale émise est de 1. Lors de l'acquisition, à cause de la puissance de la source, l'intensité maximale émise est supérieure à 1. Pour permettre la comparaison, les projections mesurées sont normalisées par rapport à la valeur d'intensité maximale.

La vérité terrain et les mesures simulées pour l'ensemble des méthodes par lancer de rayon sont représentées dans la Fig. 3.15. Au vu des résultats, nous pouvons définir deux zones d'analyse :

- Une première zone où le faisceau THz est entièrement à l'intérieur du cylindre, correspondant à l'intervalle $[-12.0mm; 12.0mm]$.

- Une seconde zone où le faisceau est partiellement en dehors de l'objet, correspondant aux bords du cylindre. Cette zone permet de mettre en évidence des effets de volume partiel.

Dans la première zone, les modèles FRTU, FRTG et MCFRT ont des résultats similaires. Bien que l'on retrouve une allure proche de la mesure, il semble y avoir un fort écart d'intensité entre les projections mesurées et simulées avec ces modèles. On peut aussi voir les limitations du modèle du rayon unitaire: le fait de considérer un seul rayon est responsable de la transition brutale aux alentours de $\pm$12mm. Avant cette position, on peut remarquer que l'intensité augmente à mesure que l'on s'éloigne du centre du cylindre. Ceci s'explique par le fait que le trajet du rayon au sein de l'objet est de plus en plus court à mesure que l'on s'éloigne du centre du cylindre. Après cette position, l'intensité est nulle. Bien que cela semble cohérent avec la mesure, qui elle aussi est presque nulle, la transition brutale n'est pas cohérente avec la vérité terrain. Cette transition représente la position à partir de laquelle le rayon n'atteint plus le détecteur. A la différence, le modèle MCSRT semble le mieux correspondre à la vérité terrain. L'allure des courbes obtenues via le modèle MCSRT et la vérité terrain ont exactement la même allure et sont presque confondues par endroits.

En ce qui concerne la seconde zone, les modèles du rayon unitaire, FRTU, FRTG et MCFRT donnent sensiblement les mêmes résultats. La principale limitation de ces modèles est ici mise en évidence. Ces modèles ne prennent pas en compte l'épaisseur du faisceau THz et ne permettent donc pas de modéliser l'effet de volume partiel. C'est pour cette raison que la transition entre le cylindre et l'air est brutale avec ces modèles. Cette transition brutale n'est pas cohérente avec la vérité terrain puisque elle est plus progressive dans le cas de la mesure. En revanche, le modèle MCSRT – malgré un écart entre les intensités mesurées et simulées – permet de simuler cette transition progressive.

Ces constats, on les retrouves aussi sur la Fig. 3.16. La Fig. 3.16 représente la différence absolue entre la vérité terrain et les projections obtenues via les différents modèles. On peut remarquer que l'erreur sur les bords du cylindre, entre le modèle MCSRT et la vérité terrain, est plus faible qu'avec les autres modèles. Il est aussi plus aisé de visualiser l'erreur obtenue à l'intérieur du cylindre via les différents modèles.

Afin de quantifier les performances des différents modèles, nous proposons d'utiliser les mêmes critères que lors de l'analyse statistique réalisée dans la section 3.4.1. Les résultats présentés dans le Tableau 3.2 montrent que, du point de vue de ces critères, le modèle MCSRT surpasse l'ensemble des modèles pour la simulation de mesures de projection. Le modèle MCSRT présente notamment une erreur presque deux fois inférieur à celle obtenue via les autres modèles. L'information mutuelle indique qu'il y a une forte ressemblance entre la mesure et la simulation obtenue avec le modèle MCSRT.

En reconstruction tomographique, une bonne modélisation de l'interaction entre faisceau et objet est essentielle. Nous avons montré que le modèle MCSRT permet une bonne modélisation de la distribution d'intensité du faisceau THz dans l'air. La représentation approximée de la propagation du faisceau THz selon la méthode que nous proposons permet d'obtenir des projections simulées d'un objet proches de celle mesurées. Cependant, le modèle d'interaction entre le faisceau THz et l'objet ne peut pas être modélisé de façon linéaire. Les méthodes de reconstruction classiques nécessitant que l'opérateur de projection soit linéaire, nous proposons de le considérer linéaire autour d'un point de fonctionnement.

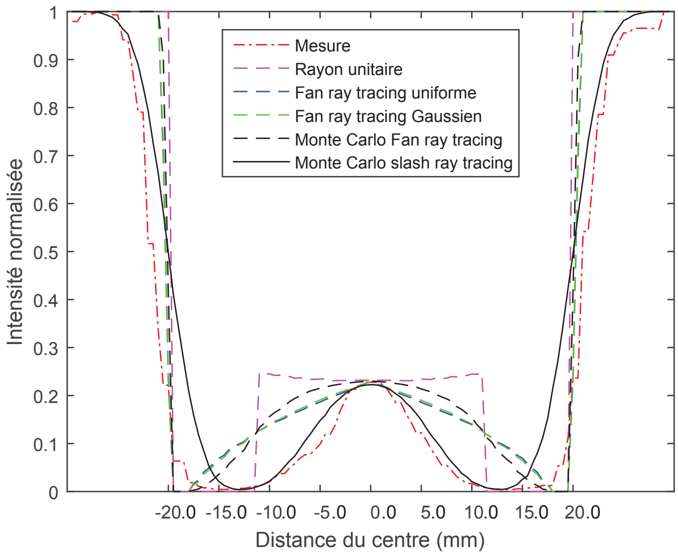



FIGURE 3.15 – Projections simulées d'un cylindre homogène ($n = 1.7$, $\alpha = 0.35\ cm^{-1}$ à 106 GHz) en utilisant les modèles du rayon unitaire (en pointillé rose), FRTU (en pointillé bleu), FRTG (en pointillé vert), MCFRT (en pointillé noir) et MCSRT (en noir). Les projections simulées sont comparées avec les projections mesurées (en pointillé rouge). Les projections simulées et mesurées sont normalisées au regard de l'intensité maximale mesurée.

| | Erreur quadratique moyenne | Erreur absolue moyenne | Erreur absolue maximale | Information mutuelle |
|---|---|---|---|---|
| Rayon unitaire | 0.04 | 0.12 | 0.78 | 0.48 |
| FRTU | 0.02 | 0.09 | 0.67 | 0.58 |
| FRTG | 0.02 | 0.09 | 0.67 | 0.59 |
| MCFRT | 0.02 | 0.10 | 0.68 | 0.60 |
| MCSRT | 0.01 | 0.06 | 0.36 | 0.80 |

TABLEAU 3.2 – Comparaison entre les projections mesurées et simulées à 106 GHz du cylindre homogène en utilisant les modèles du rayon unitaire, FRTU, FRTG, MCFRT et MCSRT.

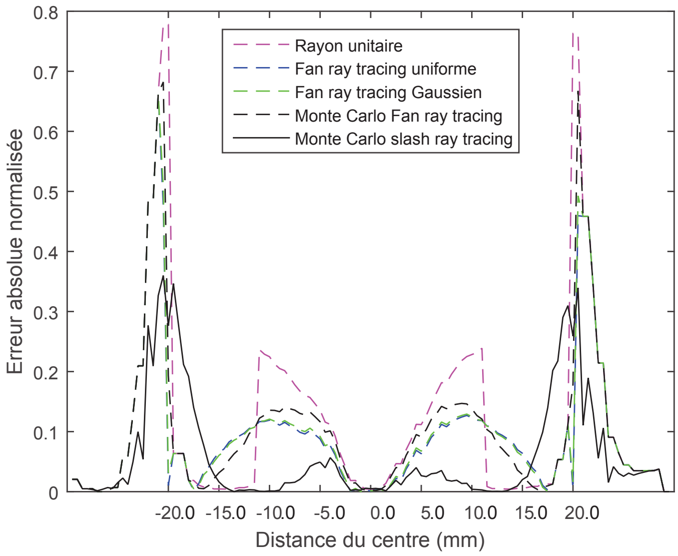



FIGURE 3.16 – Erreur absolue normalisée, au regard de l'intensité maximale mesurée, entre les projections mesurées et simulées d'un cylindre homogène ($n = 1.7$, $\alpha = 0.35\ cm^{-1}$ à 106 GHz) en utilisant les modèles du rayon unitaire (en pointillé rose), FRTU (en pointillé bleu), FRTG (en pointillé vert), MCFRT (en pointillé noir) et MCSRT (en noir).

## 3.5 De la reconstruction d'objet à la reconstruction de défauts

Dans cette partie, nous montrons comment il est possible d'utiliser une des techniques de reconstruction faites pour inverser des modèles linéaires pour réaliser une reconstruction à partir des ondes THz alors que l'interaction entre des ondes THz et des matériaux est non-linéaire. Pour aboutir à cette proposition nous abordons, dans un premier temps, l'impact de la discrétisation sur les reconstructions, que ce soit dans le cas général ou plus spécifiquement dans le cas du THz. Dans un second temps, nous abordons l'aspect non linéaire du modèle d'interaction entre le faisceau THz et les coefficients d'absorption d'un objet. Nous identifions ces deux aspects comme responsables de l'apparition d'artefacts d'épandage et de modélisation dans les reconstructions.

Nous cherchons à rendre cette situation moins délicate. Nous présentons comment utiliser, au sein des méthodes de reconstruction classiques, un opérateur non-linéaire de projection. Notre proposition consiste à considérer que cet opérateur est linéaire autour d'un point de fonctionnement calculé grâce au modèle CAO échantillonné de l'objet. Cette nouvelle méthode permet d'obtenir l'écart entre les propriétés optiques de l'objet et son modèle CAO échantillonné.

Il est possible de résumer cette partie en utilisant le dicton "*mettre du beurre dans les épinards*". Une des interprétations de ce dicton pourrait être que les épinards représentent une situation délicate, tandis que le beurre renvoie à une solution pour rendre cette situation moins délicate.

### 3.5.1 Importance de l'échantillonnage

Le problème de la tomographie numérique a jusqu'à présent toujours été ramené à la résolution d'un système linéaire d'équations à plusieurs inconnues. Chaque inconnue correspond à la valeur de la propriété à reconstruire en un point particulier de l'objet et chaque équation représente l'interaction d'un faisceau avec ces propriétés. Dans notre cas, la propriété que l'on cherche à reconstruire correspond aux coefficients d'absorption des matériaux qui composent l'objet. La reconstruction des coefficients d'absorption étant obtenues à partir des mesures de projection, l'inversion du système linéaire est dépendante du nombre de projections considéré.

Afin de mettre en évidence l'importance du nombre de projections considéré, nous représentons dans la Fig. 3.17 les différents faisceaux permettant la mesure des projections discrètes pour $\phi_a = 0.0°$. Dans ce cas, chaque faisceau traverse plusieurs pixels de l'image discrète. Étant donné qu'il y a seulement 3 faisceaux pour 9 pixels à reconstruire, le système linéaire est sous déterminé. Une solution pour contrer ce problème est alors de considérer non pas un, mais plusieurs angles de projections (i.e. en faisant varier $\phi_a$). La Fig. 3.18 représente la projection du domaine selon 3 angles de projections. Étant donné qu'il y a autant de projections que de pixels, le problème est potentiellement résoluble s'il n'y a pas de redondance dans les équations.

Comme vu dans la section 2.3, le système d'acquisition donne accès à un nombre fini de projections, fonction du nombre de détecteurs utilisés et du nombre d'angles de projections considérés. Bien que l'on puisse penser qu'il soit suffisant que le système linéaire soit résoluble, il est préférable d'avoir accès à un plus grand nombre de projections pour réduire l'impact du bruit de mesure sur les reconstructions. Plus ce nombre de projections est élevé, plus l'impact du bruit de mesure est réduit statistiquement, améliorant la qualité de l'inversion. Dans le cas contraire, un faible nombre de projections se traduit par l'apparition, dans les images reconstruites, d'artefacts d'épandages. Ces artefacts prennent la forme de lignes rectilignes dans les images reconstruites, entravant l'analyse des coefficients d'absorption reconstruits.

Une question persiste : est-il indispensable de faire une acquisition à 360° autour de l'objet, ou bien une acquisition sur 180° est-elle suffisante ? Pour un temps d'acquisition équivalent, une acquisition sur 180° permet d'obtenir un échantillonnage angulaire plus fin que sur 360°.

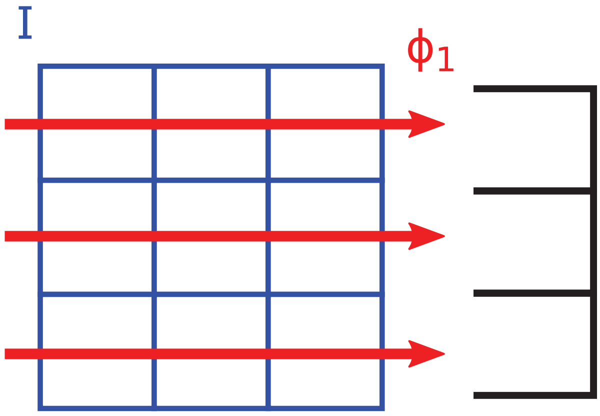



FIGURE 3.17 – Mise en évidence de la sous détermination du système linéaire.

Avec un tel échantillonnage, une information plus précise sur les détails de l'objet est accessible, améliorant la qualité de l'inversion. De plus, lors d'une acquisition sur 360°, si deux projections espacées de 180° sont identiques il y a redondance d'information. Bien que cette redondance d'information permet de réduire statistiquement l'impact du bruit de mesure, elle n'apporte pas d'information supplémentaire sur l'objet.

### 3.5.2 Importance de la prise en compte de l'épaisseur et de la distribution d'intensité du faisceau THz

En tomographie numérique, la qualité de l'image obtenue par reconstruction dépend autant de la méthode d'inversion choisie (voir chapitre 2) que de la justesse du modèle d'interaction onde-matière. Un point important doit être gardé en mémoire qui est que l'utilisation des méthodes classiques nécessitent un modèle linéaire. Dans l'approche classique, s'inspirant de la transformée de Radon, le faisceau électromagnétique est assimilé à une droite.

Le faisceau THz ayant une épaisseur variable le long de l'axe optique, ne pas tenir compte de cette caractéristique peut induire une différence entre les projections acquises et celles simulées à partir du modèle d'interaction. La Fig. 3.19 illustre ce propos en représentant l'enveloppe d'un faisceau THz (en bleu) dont l'interaction avec l'image discrète est représentée en vert. On représente en noir un faisceau de largeur nulle, centré sur l'enveloppe du faisceau THz. Comme on peut le remarquer sur la Fig. 3.19, certains pixels interagissent avec le modèle défini par l'enveloppe du faisceau THz alors qu'ils n'interagissent pas avec le modèle défini par un faisceau de largeur nulle. Ces pixels sont indiqués par une étoile orange. On se retrouve avec deux modèles d'interaction différents, auxquels on attribue la même projection. Si l'on considère un faisceau de largeur nulle comme modèle d'interaction, l'atténuation provoquée par les pixels marqués d'une étoile orange sera répercutée à tort uniquement sur les pixels traversés par le faisceau de largeur nulle. Considérer un faisceau de largeur nulle est incohérent avec la réalité de l'interaction entre le faisceau THz et l'objet.

En rayons-X, il est parfois d'usage que le faisceau soit considéré, non pas comme une droite, mais comme un faisceau de largeur constante par le biais du modèle du disque concave (voir section 2.3). Sachant que l'épaisseur d'un faisceau THz est variable, quelle épaisseur devrait-on considérer si on souhaitait modéliser l'interaction onde-matière par un faisceau de largeur constante ? La Fig. 3.20.a) représente le cas d'un faisceau (en noir) dont l'épaisseur constante est égale à 95% du diamètre de la lentille de focalisation. Nous représentons un faisceau THz (en bleu) illuminant un détail d'un objet (en vert). Le fait de considérer une telle épaisseur se traduit par une zone (en rouge) qui est prise en compte à tort par le faisceau d'épaisseur constante. Dans ce cas de figure, une partie de l'atténuation induite par le détail sera attribuée à tort à la zone représentée en rouge. Une reconstruction basée sur un tel modèle d'interaction

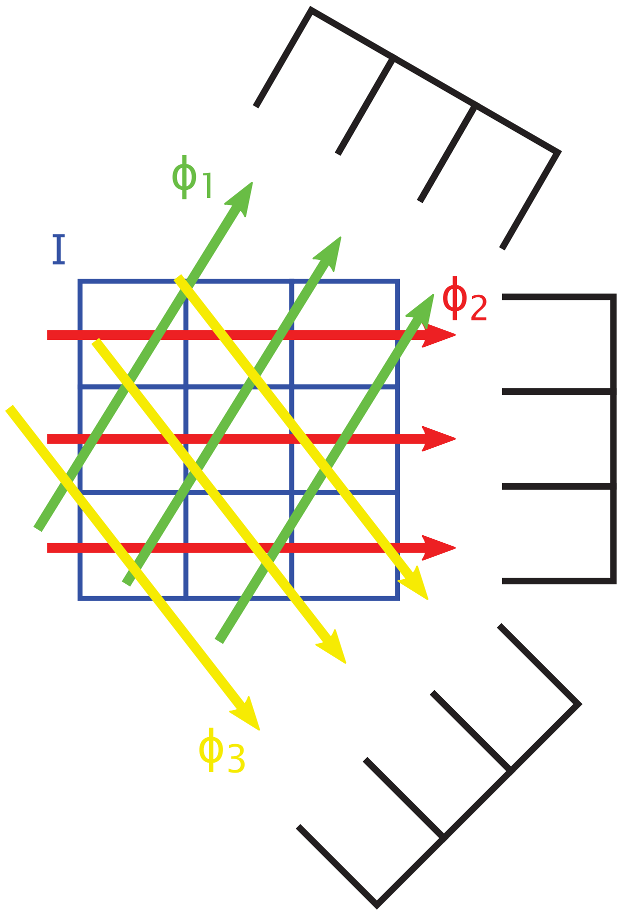



FIGURE 3.18 – Projection du domaine pour plusieurs angles de projection.

se traduit par un détail reconstruit dont les coefficients d'absorption et les dimensions sont éloignés d'une vérité terrain. La Fig. 3.20.b) représente le cas ou l'épaisseur constante est plus petite que dans la Fig. 3.20.a). Nous représentons un faisceau THz (en bleu) illuminant un détail d'un objet (en vert). Le fait de considérer une telle épaisseur se traduit par une zone (en rouge) qui n'est pas prise en compte par le faisceau d'épaisseur constante. Si un détail de l'objet est situé dans cette zone, sa contribution à la projection sera attribuée à tort au faisceau d'épaisseur constante. Une reconstruction basée sur un tel modèle d'interaction onde-matière se traduirait par une mauvaise localisation de ce détail.

Il apparaît donc indispensable de prendre en compte l'épaisseur variable du faisceau THz. Une précision est cependant nécessaire. Le fait que cette épaisseur soit variable implique que la résolution spatiale ne soit pas identique en tout point du faisceau. Cela signifie qu'un même détail situé au centre ou en périphérie de l'objet ne sera pas reconstruit avec la même précision. Même si cette spécificité est prise en compte dans le modèle d'interaction, elle ne sera pas corrigée. La seule façon de corriger cette spécificité serait d'utiliser un faisceau THz collimaté (voir section 1.4) dont l'épaisseur serait constante selon l'axe de propagation. Nous avons préféré considérer un faisceau focalisé permettant de concentrer l'intensité au centre du faisceau afin de palier au faible niveau d'intensité des faisceaux THz. Considérer un faisceau d'épaisseur constante se traduirait par un contraste amoindri dans les projections.

Le fait que le faisceau soit focalisé implique une distribution d'intensité non uniforme du faisceau THz. Plus on s'éloigne du centre du faisceau, plus l'intensité du faisceau décroît. Cette non uniformité implique que, en fonction de la position d'un détail d'un objet, l'atténuation du faisceau THz ne génère pas la même projection. Au contraire, considérer une distribution d'intensité uniforme du faisceau THz revient à considérer qu'un même détail localisé au centre

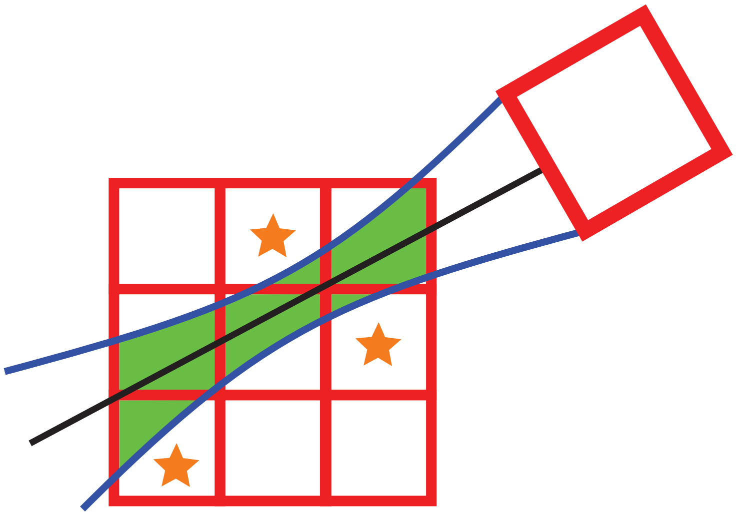


FIGURE 3.19 – Interaction avec l'objet en considérant un faisceau d'épaisseur nulle (en noir) ou un faisceau avec une épaisseur variable (en bleu).

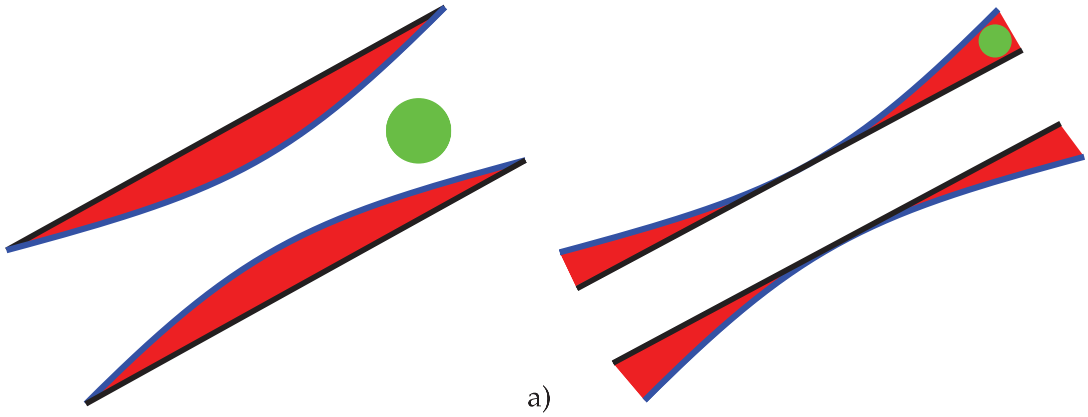



FIGURE 3.20 – Erreur de modélisation de l'interaction (en rouge) en considérant un faisceau d'épaisseur égale à 95% du diamètre de la lentille de focalisation a) et d'épaisseur plus petite b) (en noir) d'un faisceau THz (en bleu) interagissant avec un détail d'un objet (en vert).

ou au bord du faisceau génère une projection identique. Les Fig. 3.21.a) (respectivement 3.21.b)) représente un faisceau THz dont la distribution d'intensité est considérée comme uniforme (respectivement non uniforme), illuminant 2 détails d'un objet (représentés en bleu et en vert). Si on fixe le diamètre du détail bleu, il existe un diamètre du détail vert tel qu'il provoque la même atténuation que le détail rouge lorsque l'on considère une distribution d'intensité non uniforme. En considérant une distribution d'intensité uniforme, l'atténuation provoquée par ces deux détails sera différente du cas non uniforme. Les projections simulées avec une distribution uniforme et une distribution non uniforme sont donc différentes.

La même analyse peut être faite dans le cas où deux détails d'un objet sont alignés sur la même droite perpendiculaire à l'axe de propagation. La Fig. 3.22.a) (respectivement 3.22.b)) représente un faisceau THz dont la distribution d'intensité est considérée comme uniforme (respectivement non uniforme), illuminant 2 détails d'un objet (représentés en bleu et en vert) situés dans la zone de divergence du faisceau. Dans le cas uniforme, l'interaction entre le faisceau THz et les détails de l'objet n'est pas dépendante de leur position car la même intensité est allouée à chaque détail. Au contraire, considérer une distribution d'intensité non uniforme implique que la majeure partie de l'intensité soit concentrée sur le détail rouge, tandis qu'une infime portion de cette intensité illumine le détail vert. L'atténuation provoquée par ces deux détails sera différente si l'on considère une distribution d'intensité uniforme ou non uniforme. Les projections simulées avec une distribution uniforme et une distribution non uniforme sont

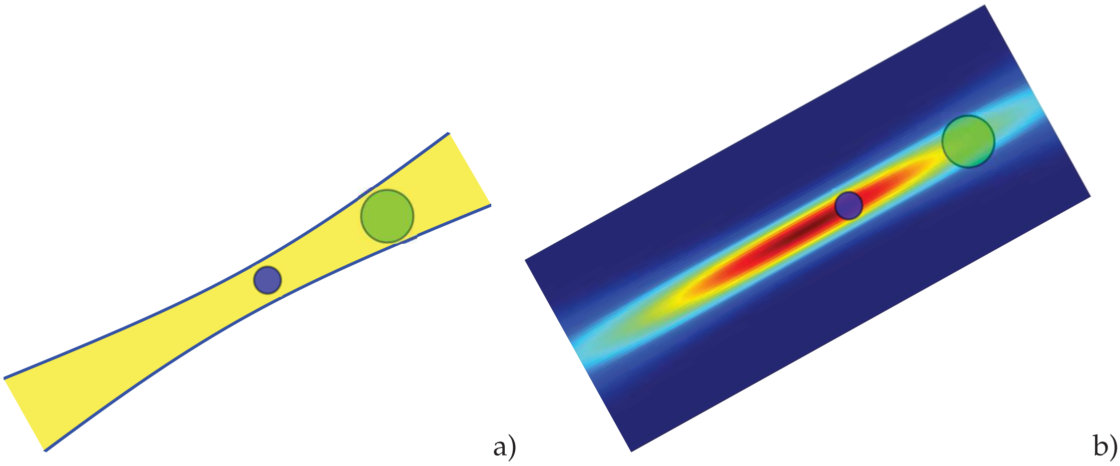



FIGURE 3.21 – Interaction entre un faisceau THz et deux détails d'un objet situés au centre (en bleu) et à l'extrémité (en vert) du faisceau THz, en considérant une distribution d'intensité uniforme a) et non uniforme b).

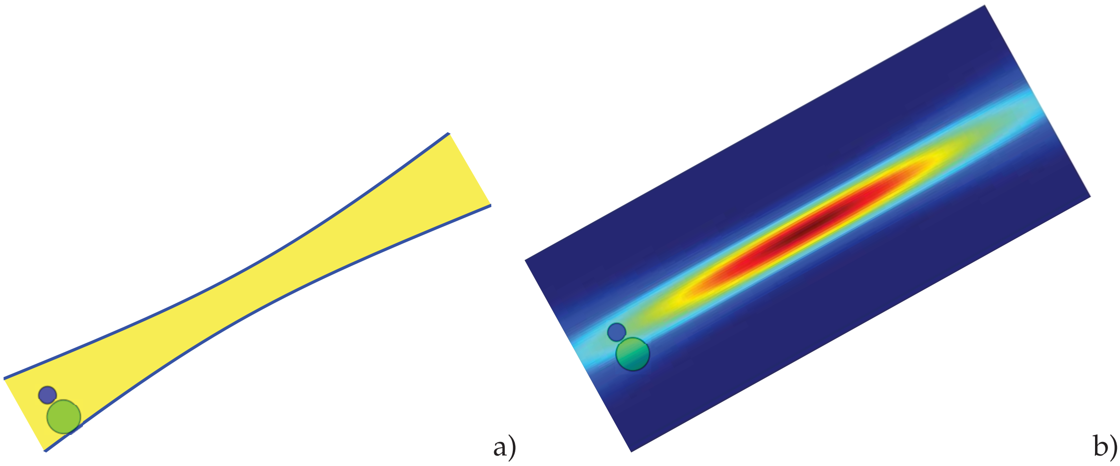



FIGURE 3.22 – Interaction entre un faisceau THz et deux détails d'un objet situés au centre (en bleu) et en périphérie (en vert) du faisceau THz dans la zone de divergence, en considérant une distribution d'intensité uniforme a) et non uniforme a).

donc différentes.

### 3.5.3 Importance de la prise en compte de la déviation du faisceau

En présence de phénomènes de réfraction, le faisceau THz peut être dévié lors de sa propagation au sein d'un objet. Afin de mettre en évidence l'impact de la déviation du faisceau THz, nous présentons deux cas. La Fig. 3.23.a) représente un premier cas où le trajet du faisceau THz – décomposé en rayons représentés en bleu – se propage au centre d'un cylindre dont le coefficient de réfraction est homogène (en vert). Le faisceau – se propageant de gauche à droite – est mis en forme à partir d'une lentille de focalisation pour ensuite être capté par une lentille de collection (représentées en noir). Dans ce cas, le faisceau THz ne subit que très peu l'influence de la réfraction et n'est pas dévié. Le point de focalisation est situé au centre du cylindre et l'ensemble du faisceau est capté par la lentille de collection. Ne pas prendre en compte les phénomènes de réfraction semble, dans ce cas, ne pas impacter la modélisation de l'interaction onde-matière. La Fig. 3.23.b) représente un second cas où le faisceau est excentré dans le même cylindre. On représente en rouge l'enveloppe du faisceau THz dans le cas où l'on ne prend pas en compte les phénomènes de réfraction. On constate un écart évident entre la propagation du faisceau avec et sans prise en compte de la réfraction. Avec et sans prise en compte réfraction,

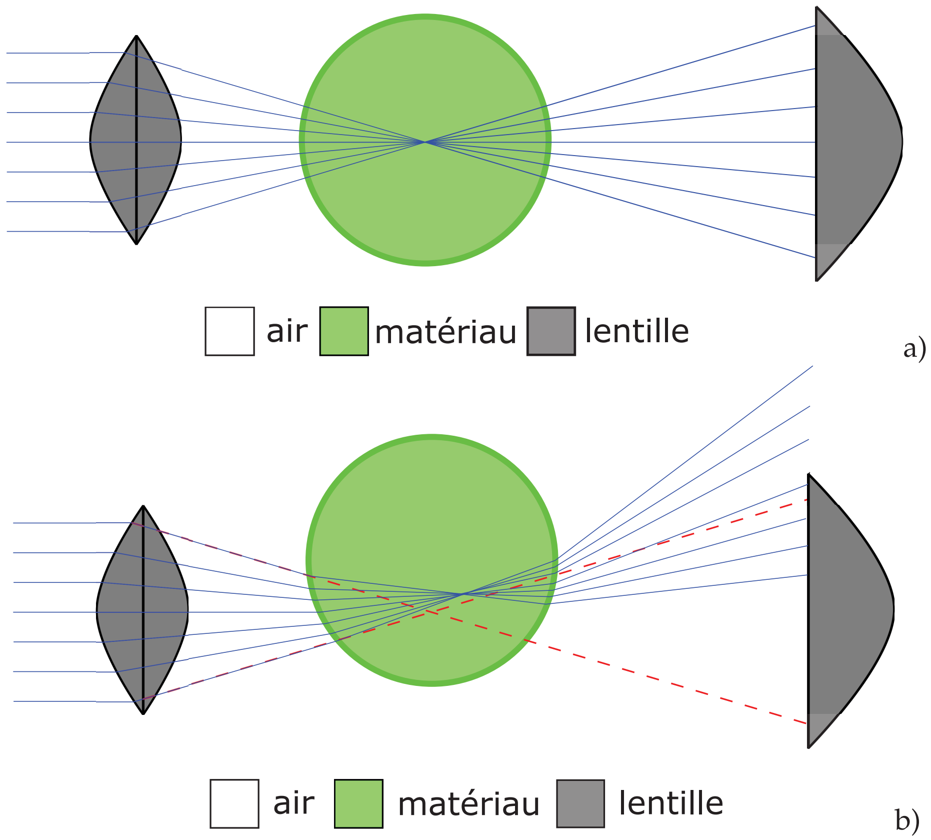



FIGURE 3.23 – Impact de la réfraction sur la zone de l'objet imagée.

la zone imagée dans l'objet n'est pas identique et le point de focalisation n'est pas localisé au même endroit. Si un détail de l'objet est localisé au point de focalisation du faisceau sans prise en compte de la réfraction, il ne sera pas traversé par le faisceau dévié. De plus, une portion des rayons ne sont pas captés par la lentille de focalisation lorsque l'on considère la réfraction, et ne sont donc pas mesurés par le détecteur. Ces écarts impliquent que les projections obtenues avec et sans considération de la réfraction, ne sont pas identiques. Ne pas prendre en compte la réfraction lors de la modélisation de l'interaction onde-matière crée une incohérence dans les projections induisant des erreurs systématiques dans la reconstruction de l'objet, tant pour son coefficient d'absorption, sa localisation et sa forme.

La déviation du faisceau THz peut être responsable d'une mauvaise interprétation de l'information contenue dans les projections. Prenons le cas d'un objet atténuant de moitié le faisceau THz et que la moitié du faisceau atteigne la lentille de collection. Dans ces conditions, l'atténuation mesurée du faisceau THz correspond au quart de l'intensité initiale. Sans prise en compte de la portion du faisceau non mesurée, l'ensemble de l'atténuation subie par le faisceau THz sera attribuée à tort aux coefficients d'absorption de l'objet. Les coefficients d'absorption reconstruits seront potentiellement plus élevés par rapport à la vérité terrain.

La tomographie numérique s'apparente à la résolution d'un système linéaire d'équations. La précision de la reconstruction des coefficients d'absorption des détails d'un objet est dépendante de l'information accessible sur ces détails. En d'autres termes, plus il y a d'équations (i.e. de projections) qui renseignent sur les détails d'un objet, meilleure sera la précision des détails reconstruits. La déviation du faisceau provoque l'apparition d'une zone morte dans l'objet. Cette zone morte correspond, pour un angle de projection donné, à une partie de l'objet qui n'est pas traversée par le faisceau THz. Dans le cas d'un cylindre, par exemple, la zone morte correspond à la périphérie du cylindre. Cette particularité fait que tout détail de l'objet, situé dans cette **zone morte**, ne sera visible que suivant certains angles de projections. En consé-

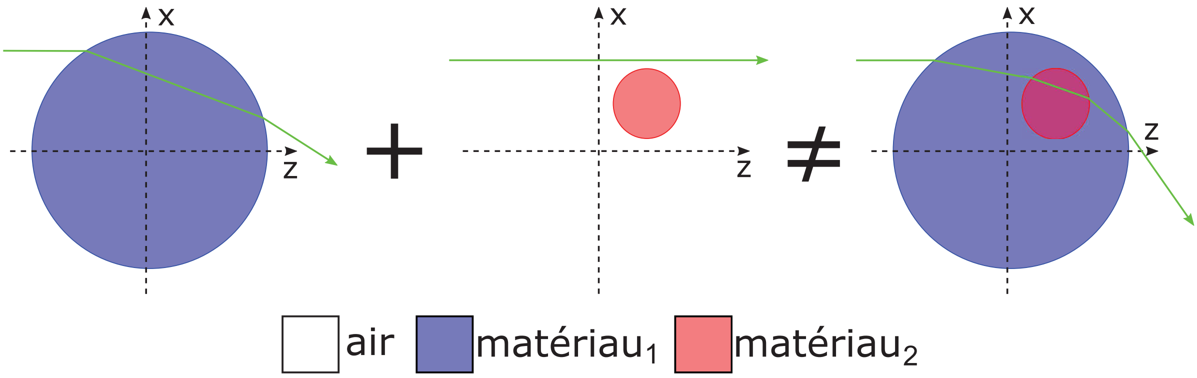



FIGURE 3.24 – Non séparabilité de l'interaction onde-matière.

quence, si un détail de l'objet est situé dans la zone morte, l'information accessible sur ce détail peut être insuffisante pour en assurer sa reconstruction, tant pour son coefficient d'absorption que sa localisation ou sa forme. La précision de la reconstruction de ce détail s'en voit d'autant réduite que le nombre de projections contenant une information sur ce détail est faible.

### 3.5.4 Non-linéarité de l'interaction onde-matière

Le trajet optique d'un faisceau THz au sein d'un objet est dépendant des propriétés optiques et de la géométrie de ce dernier. Cette dépendance empêche toute modélisation linéaire de l'interaction onde-matière car le principe de superposition n'est pas applicable. Un système entrée-sortie relève du principe de superposition (i.e. est linéaire) si:

"*à la somme de deux entrées quelconques correspond la somme des deux sorties correspondantes.*"

En d'autres termes, un système est considéré linéaire s'il est possible de traiter indépendamment deux éléments d'un objet. En présence de phénomènes de réfraction, l'interaction entre le faisceau et les éléments de l'objet ne peuvent pas être analysés séparément. La Fig. 3.24 illustre ce propos : on représente l'axe optique d'un faisceau THz au travers de trois éléments (cylindre homogène, inclusion cylindrique homogène et la combinaison additive des deux). Il est clairement visible que le principe de superposition n'est pas respecté. La somme des mesures obtenues pour le cylindre et l'inclusion est différente de la mesure du cylindre avec une inclusion. Le modèle d'interaction entre un faisceau THz et un objet ne peut donc pas être représenté de façon linéaire.

Appliquer une des méthodes précédemment décrites dans les sections 2.5 et 2.6 pour réaliser une reconstruction tomographique THz n'est pas possible puisqu'elles nécessitent un modèle linéaire d'interaction entre le faisceau THz et un objet. Le fait d'utiliser un modèle non linéaire d'interaction onde-matière au sein des méthodes de reconstructions classiques n'assure pas une reconstruction de l'objet proche d'une vérité terrain, tant pour son coefficient d'absorption, sa localisation et sa forme.

Nous venons de présenter des caractéristiques à prendre en compte dés lors que l'on souhaite réaliser une reconstruction tomographique THz. Nous avons notamment montré que le principe de superposition ne s'applique pas lorsque le faisceau servant à reconstruire la distribution d'atténuation, par mesure de l'atténuation subie dans la direction de propagation, était soumis à des phénomènes de réfraction. Le modèle reliant la mesure d'atténuation à l'interaction entre le faisceau THz et l'objet ne peut être représenté de façon linéaire. De fait, il est impossible de définir un opérateur linéaire de projection à partir de ce modèle non-linéaire d'interaction.

Pour effectuer une reconstruction tomographique THz, il faudrait s'orienter vers les méthodes d'inversion de problèmes non linéaire. La méthode consisterait à modifier, à chaque itération de la reconstruction, le trajet optique du faisceau jusqu'à obtenir des projections simulées proches de celles mesurées.

### 3.5.5 Linéarisation de l'interaction entre le faisceau THz et l'objet

Le modèle d'interaction onde-matière est non linéaire. Son utilisation au sein des méthodes classiques de reconstruction tomographique est donc potentiellement prohibé. Ce que nous proposons ici, c'est de nous servir de la connaissance a priori disponible sur l'objet inspecté pour linéariser le modèle d'interaction onde-matière et permettre l'utilisation des méthodes classiques de reconstruction tomographique.

Dans la section 3.3 nous avons présenté comment, à partir du modèle CAO de l'objet inspecté, le vecteur regroupant les projections simulées de cet objet peut être obtenu via le modèle MCSRT. On nomme ce vecteur $P_0$. Afin de valider la capacité du modèle MCSRT à simuler les projections d'un objet, nous avons comparé les projections simulées aux projections mesurées de l'objet inspecté. On nomme le vecteur regroupant ces projections mesurées $P$. Lorsque le modèle CAO utilisé pour simuler les projections est proche du modèle de l'objet inspecté, nous avons montré que l'écart entre les projections simulées et mesurées est négligeable (voir section 3.4.2). Deux raisons peuvent justifier cet écart. La première raison est que le bruit de mesure n'est pas pris en compte lors de la simulation des projections. La seconde raison est que certains phénomènes optiques ne sont pas pris en compte dans le modèle MCSRT, notamment les phénomènes de diffraction et de diffusion.

De par la nature des procédés de fabrication, l'objet inspecté peut présenter un défaut de fabrication. Dans ce cas, le modèle de l'objet ne correspond pas à son modèle CAO. Ce défaut n'étant pas représenté dans le modèle CAO, il n'est pas pris en compte lors du calcul des projections simulées. Dans ce cas, l'écart entre les projections simulées et les projections mesurées n'est plus seulement lié au bruit de mesure. Nous proposons d'utiliser cet écart pour estimer l'écart entre l'objet inspecté et son modèle CAO.

La modélisation du processus d'acquisition établit comment, à partir d'un modèle de l'objet, les projections de cet objet peuvent être calculées. Soit $J(X, Z)$ la fonction continue 2D de répartition des coefficients d'absorption et des indices de réfraction de l'objet inspecté. Soit $S(\phi, \rho)$ la projection continue obtenue pour une orientation $\phi$ et une distance $\rho$ par rapport au centre du repère. $\mathscr{P}$ est un opérateur non linéaire de projection qui associe $J$ à $S(\phi, \rho)$ par :

$$S(\phi, \rho) = \mathscr{P}(J). \tag{3.8}$$

$J$ étant inconnue, il n'est pas possible de calculer les projections continues. En revanche, le modèle CAO de l'objet inspecté sans défaut est connu. En utilisant une des méthodes par lancer de rayons présentées dans la section 2.9.3 il est possible de calculer, pour chaque paire $(\phi, \rho)$, une projection simulée que nous notons $S_0(\phi, \rho)$. Cette projection correspond à la fonction continue 2D de répartition des coefficients d'absorption et des indices de réfraction du modèle CAO que nous notons $J_0$. Ce que nous proposons, c'est de modéliser dans l'espace continu la relation liant l'écart entre $J$ et $J_0$ avec l'écart entre $S$ et $S_0$ et d'utiliser cette relation pour reconstruire une version échantillonnée de l'écart entre $J$ et $J_0$ à partir de l'écart entre les mesures simulées (à partir de $J_0$) et les mesures réelles de l'objet inspecté. On définit $\Delta J$ comme étant la fonction continue de l'écart entre $J$ et $J_0$ tel que :

$$J = J_0 + \Delta J. \tag{3.9}$$

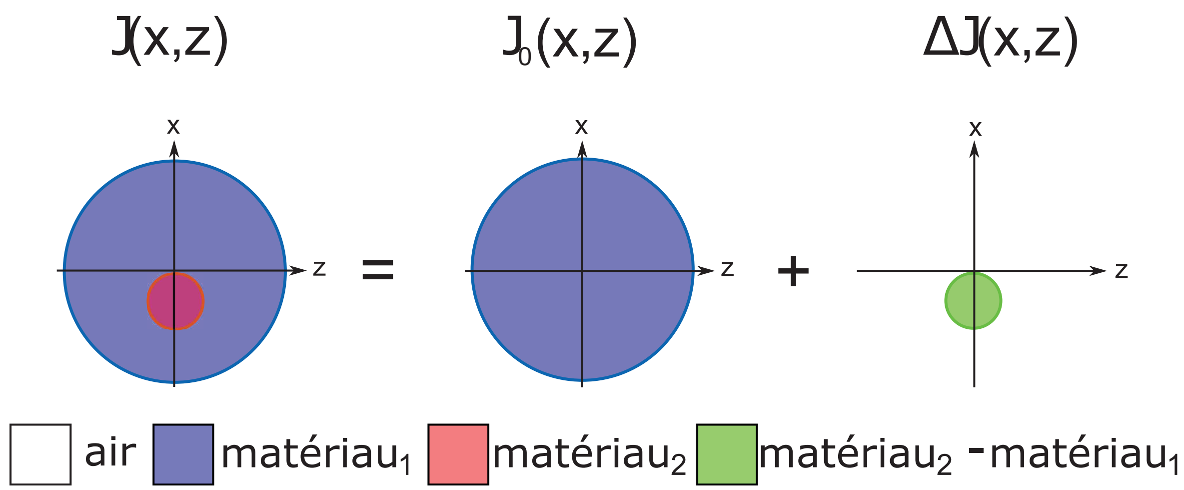



FIGURE 3.25 – Mise en relation entre la fonction continue J de l'objet inspecté, la fonction continue $J_0$ du modèle CAO de l'objet inspecté et la fonction continue $\Delta J$ de l'écart entre J et $J_0$.

Prenons l'exemple d'un objet cylindrique comportant une inclusion cylindrique et défini par la fonction J représentée dans la Fig. 3.25. Si l'on considère que l'inclusion cylindrique correspond à un défaut de fabrication, la fonction $J_0$ correspond à l'objet cylindrique sans l'inclusion (voir Fig. 3.25). La fonction $\Delta J$ correspond à l'inclusion cylindrique (voir Fig. 3.25).

Dans notre travail, nous nous plaçons dans le cas où le défaut induit une déviation de l'onde THz négligeable par rapport à celle provoquée par l'objet. Cela revient à considérer que l'onde THz se propage dans les matériaux de la même manière que l'objet soit avec ou sans défaut. Cela nous permet de linéariser le modèle d'interaction onde-matière en réalisant un développement limité de l'Eq.(3.8) autour d'un point de fonctionnement correspondant à $J_0$ :

$$S = \mathscr{P}(J_0) + \left[\frac{\partial \mathscr{P}(J)}{\partial J}\right]_{J_0} \Delta J + O^2, \tag{3.10}$$

où $\mathscr{P}(J_0) = S_0$, $\left[\frac{\partial \mathscr{P}(J)}{\partial J}\right]_{J_0}$ est la dérivée première de $\mathscr{P}(J)$ en $J_0$ et $O^2$ est un terme d'ordre 2 négligeable si $\Delta J$ est petit. En négligeant ce terme du second ordre, l'Eq. (3.10) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\Delta S = \left[\frac{\partial \mathscr{P}(J)}{\partial J}\right]_{J_0} \Delta J, \tag{3.11}$$

où $\Delta S = S - S_0$ est l'écart entre les projections continues mesurées de l'objet et les projections continues simulées du modèle CAO. De par la linéarisation proposée, l'Eq. (3.11) correspond à un système linéaire représentant le système non linéaire au voisinage du point de fonctionnement $J_0$. Le système étant linéaire, l'utilisation de l'Eq. (3.11) au sein des méthodes classiques de reconstruction est possible.

### 3.5.6 Tomographie différentielle discrète

Afin de pouvoir être utilisée au sein d'une reconstruction tomographique, l'Eq. (3.11) doit être échantillonnée en une équation de reconstruction discrète. Pour obtenir cette équation, il est nécessaire d'échantillonner les fonctions continues $\Delta S$ et $\Delta J$ ainsi que de trouver un moyen de calculer la version discrète de la dérivée première de l'opérateur de projection.

L'échantillonnage de $\Delta S$ est direct car la fonction S est échantillonnée par le système d'acquisition, i.e. correspond au vecteur de projection **P** dont chaque élément $P_k$ ($k = 1 \ldots K$, où K est le nombre de projections acquises) est défini par : $P_k = S(\phi_k, \rho_k)$ (voir 2.3). Échantillonner $S_0$ est similaire à échantillonner la fonction S. On définit ainsi le vecteur des projections $\mathbf{P_0}$ dont

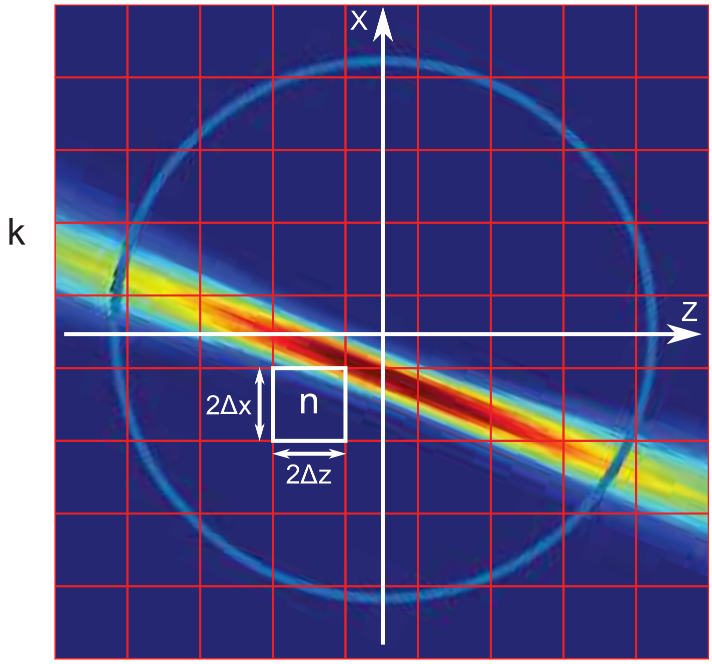



FIGURE 3.26 – Cas linéaire sur un cylindre homogène : distribution de l'intensité du $k^{\text{ième}}$ faisceau sur l'image discrète (dont les cotés d'un pavé mesurent $2\Delta x$ et $2\Delta z$).

chaque élément $\mathrm{P}_{0_k}$ ($k = 1\ldots\mathrm{K}$) est défini par : $\mathrm{P}_{0_k} = \mathrm{S}_0(\phi_k, \rho_k)$. Nous proposons d'utiliser le modèle MCSRT au sein de la méthode décrite dans la section 3.3 pour obtenir $\mathbf{P_0}$. On définit alors $\Delta\mathbf{P} = \mathbf{P} - \mathbf{P_0}$ comme étant le vecteur regroupant les échantillons de la fonction continue $\Delta\mathrm{S}$.

La technique de reconstruction que nous proposons a pour but de reconstruire une version échantillonnée de $\Delta\mathrm{J}$ sur une grille de $\mathrm{C} \times \mathrm{D}$ pixels (voir section 2.3). On associe à la version échantillonnée de $\Delta\mathrm{J}$ le vecteur $\Delta\mathbf{I}$ de ses valeurs dont chaque élément $\Delta\mathrm{I}_n$ ($n = 1\ldots\mathrm{N}$, $\mathrm{N} = \mathrm{C.D}$) est défini par : $\Delta\mathrm{I}_n = \Delta\mathrm{I}_{c,d}$ avec $n = (c-1) * \mathrm{D} + d$.

On définit $\mathrm{R}_{kn}$ comme étant la contribution de $\Delta\mathrm{I}_n$ dans la variation de projection $\Delta\mathrm{P}_k$. Cette contribution correspond à l'intégrale de l'intensité du $k^{\text{ième}}$ faisceau sur le $n^{\text{ième}}$ pixel de l'image discrète. Une intensité égale à 0 indique que le pixel $\Delta\mathrm{I}_n$ ne contribue pas sur la variation de projection $\Delta\mathrm{P}_k$. Plus $\mathrm{R}_{kn}$ est élevé, plus l'absorption du pixel $\Delta\mathrm{I}_n$ aura une importance sur la variation de projection $\Delta\mathrm{P}_k$.

Comme l'équation (3.11) est linéaire, lorsque l'on considère l'ensemble des projections, elle peut être synthétisée sous forme matricielle :

$$\Delta\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{1,1} & \ldots & \mathrm{R}_{1,\mathrm{N}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathrm{R}_{\mathrm{K},1} & \ldots & \mathrm{R}_{\mathrm{K},\mathrm{N}} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \mathrm{I}_1 \\ \vdots \\ \mathrm{I}_\mathrm{N} \end{bmatrix} = \mathbf{R}\Delta\mathbf{I}, \tag{3.12}$$

où $\mathbf{R}$ est une matrice correspondant à la version échantillonnée de $\left[\frac{\partial\mathscr{P}(\mathrm{J})}{\partial\mathrm{J}}\right]_{\mathrm{J}_0}$ et contenant l'ensemble des contribution $\mathrm{R}_{kn}$. La $k^{\text{ième}}$ ligne de $\mathbf{R}$ définit la distribution de l'intensité du $k^{\text{ième}}$ faisceau (correspondant à la $k^{\text{ième}}$ projection) sur l'image discrète. La matrice $\mathbf{R}$ ainsi définie est donc analogue à une matrice de Radon mais dans un espace différentiel.

Nous proposons de calculer la contribution $\mathrm{R}_{kn}$ du $n^{ème}$ pixel sur la $k^{ème}$ projection par :

$$\mathrm{R}_{kn} = \int_{\mathrm{IR}^2} \mathrm{C}_k(x,z)\mathscr{W}(x - x_n, z - z_n)\,dx\,dz, \tag{3.13}$$

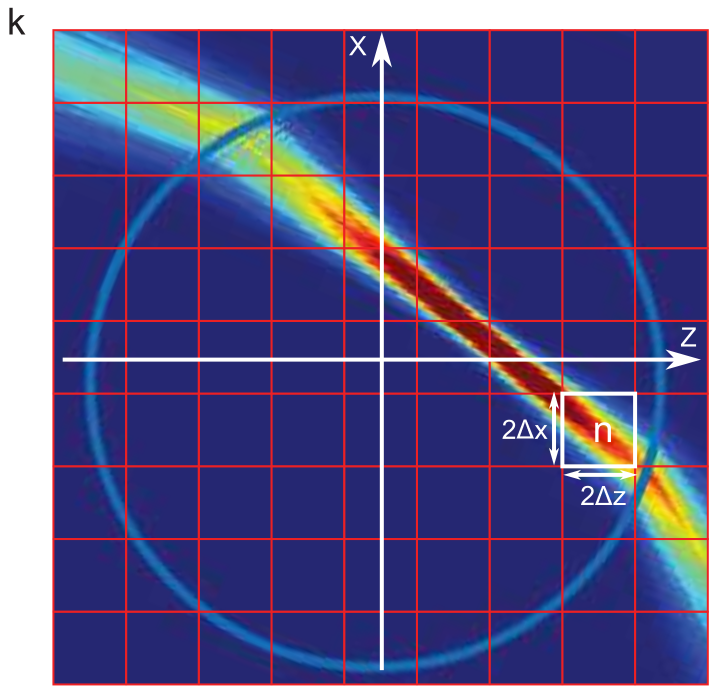



FIGURE 3.27 – Cas non linéaire sur un cylindre homogène : distribution de l'intensité du $k^{\text{ième}}$ faisceau sur l'image discrète (dont les cotés d'un pavé mesurent $2\Delta x$ et $2\Delta z$).

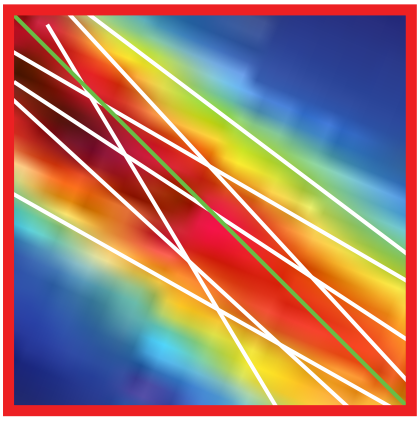


FIGURE 3.28 – Agrandissement sur le $n^{ème}$ pixel de la Fig. 3.27. L'énergie du faisceau contenue dans ce pixel est obtenue en considérant la distance traversée par les rayons (en blanc) lancés avec le modèle MCSRT. La diagonale de ce pixel (en vert) correspond à la distance maximale qu'un rayon peut traverser.

où $C_k$ est la distribution d'intensité du $k^{ème}$ faisceau, $(x_n, z_n)$ correspond à la position du $n^{ème}$ pixel de dimension $2\Delta x$ et $2\Delta z$ et $\mathscr{W}(x - x_n, z - z_n) = \frac{1}{4\Delta x \Delta z}\mathscr{C}(\frac{x-x_n}{\Delta x}, \frac{z-z_n}{\Delta z})$ est le noyau d'intégration du pavé de dimension $[-1,1] \times [-1,1]$, permettant de sélectionner seulement l'énergie au niveau du $n^{ème}$ pixel tel que :

$$\mathscr{C}(x,z) = \begin{cases} = 0, & \text{si } |x| > 1 \text{ ou } |z| > 1 \\ = 1, & \text{sinon.} \end{cases} \tag{3.14}$$

Si l'on ramène l'expression de $R_{kn}$ proposée dans l'Eq. (3.13) au cas classique présenté dans la section 2.3, $C_k$ définit la forme (et l'intensité) du faisceau considérée dans le modèle de projection. Pour rappel, contrairement au cas classique, l'intensité du faisceau n'est pas considérée uniforme. Le noyau d'intégration $\mathscr{W}(x - x_n, z - z_n)$ est similaire au noyau d'interpolation $\mathscr{V}$ utilisé dans le modèle de la longueur de raie.

Dans la section 2.10, nous avons présenté comment Recur *et al.* [69] proposent de tenir compte de la distribution d'intensité des faisceaux Gaussien (Eq. (2.16)) dans une reconstruction tomographique. Cependant, à cause des phénomènes de réfraction et de réflexion, le calcul des contributions ne peut être réalisé à partir de l'Eq. (3.13). La Fig. 3.26 représente la distribution d'intensité du $k^{\text{ième}}$ faisceau sur l'image discrète (dont les pavés sont représentés par une grille rouge) lors de la traversée d'un cylindre homogène (représenté en bleu).

Nous avons proposé dans la section 3.2 que le faisceau THz soit considéré comme la superposition d'un nombre infini (dans la pratique simplement très grand) de rayons tirés aléatoirement selon une procédure définie par les deux paramètres de la méthode MCSRT. D'après l'analyse des faisceaux simulés réalisée dans la section 3.4.1, cette proposition semble raisonnable.

La Fig. 3.27 représente la distribution d'intensité du $k^{\text{ième}}$ faisceau sur l'image discrète (dont les pavés sont représentés par une grille rouge) lors de la traversée d'un cylindre homogène (représenté en bleu). La Fig. 3.28 représente un agrandissement sur le $n^{ème}$ pixel de la Fig. 3.27. L'intensité du faisceau au niveau de ce pixel est obtenue à partir des rayons qui ont été lancés selon le modèle MCSRT. Quelques uns de ces rayons sont représentés en blanc sur la Fig. 3.28. En vert, nous représentons la diagonale du $n^{ème}$ pixel qui correspond à la distance maximale qu'un rayon peut traverser au sein de ce pixel.

Pour estimer la contribution $\mathrm{R}_{kn}$, et donc l'intégrale définie par l'Eq. (2.16), nous proposons d'utiliser la même procédure Monte Carlo que celle utilisée pour la simulation des projections. Cela revient à définir $\mathrm{R}_{kn}$ comme étant la limite, quand le nombre de rayons lancés tend vers l'infini, de la moyenne des longueurs de l'intersection de chaque rayon avec le pavé associé au $k^{\text{ième}}$ pixel.

### 3.5.7 Algorithme du calcul de la matrice de Radon dans le cas non linéaire

En assimilant la matrice **R** à une matrice de Radon, le problème est donc ici de calculer chacun de ses coefficients. Considérons le $r^{ème}$ rayon du $k^{ème}$ faisceau (i.e. de la $k^{ème}$ projection). L'utilisation du modèle CAO de l'objet nous permet de décomposer son trajet dans l'objet en segments rectilignes pour l'assimiler localement à une droite. Dans un premier temps, on identifie quels pixels de l'image discrète sont traversés par un segment du $r^{ème}$ rayon. Dans un second temps, on estime la distance $h_{rkn}$ (voir Fig. 3.30) traversée par ce segment dans le $n^{ème}$ pixel.

On définit le point $\mathrm{M}(x_c, z_c)$ comme étant le centre du $n^{ème}$ pixel de l'image discrète et le segment AB entre deux points $\mathrm{A}(x_a, z_a)$ et $\mathrm{B}(x_b, z_b)$ (voir Fig. 3.29). Le segment AB est assimilé à une droite d'équation $az + bx + c = 0$ telle que :

$$\begin{aligned} a &= x_a - x_b \\ b &= z_b - z_a \\ c &= z_b x_a - z_a x_b \end{aligned} \tag{3.15}$$

Au vu du nombre de pixels dans l'image à reconstruire et du nombre de rayons lancés, tester l'ensemble des pixels complexifierait l'algorithme. Afin de réduire le temps de calcul, nous proposons de réduire le nombre de pixels à tester. Le segment AB peut être inclut dans un rectangle comme représenté en vert dans la Fig. 3.29. Ce rectangle permet de restreindre le nombre de pixels potentiellement traversés par le segment. La méthode consiste, pour chaque pixel, à définir si le centre de ce pixel est inclut dans le rectangle. En considérant que les cotés des pixels mesurent $2\Delta z$ et $2\Delta x$, cela revient à vérifier si $x_a - \Delta x < x_c < x_b + \Delta x$ et si $z_a - \Delta z < z_c < z_b + \Delta z$.

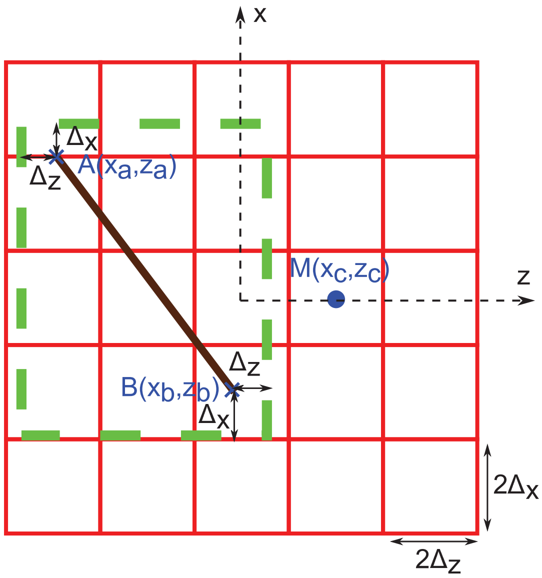



FIGURE 3.29 – Réduction du nombre de pixels à tester pour le calcul des coefficients de la matrice de Radon.

Une fois la définition des pixels potentiellement traversés effectuée, nous proposons de réduire encore le nombre de pixels à tester. Pour cela, nous définissons un critère de distance entre le centre du pixel et le segment. Le $n^{ème}$ pixel est potentiellement traversé par le segment AB si la distance $m$, entre le point M et le segment AB est inférieure à $2\sqrt{\Delta z^2 + \Delta x^2}$. Selon ce critère, cela revient à vérifier si le segment AB passe par un cercle de centre M et de rayon $2\sqrt{\Delta z^2 + \Delta x^2}$ (voir Fig. 3.30). La distance $m$ s'exprime :

$$m = \frac{|az_c + bx_c + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \tag{3.16}$$

Le cercle étant plus grand que le $n^{ème}$ pixel, il est nécessaire de confirmer que le segment traverse bien ce pixel, puis de calculer la distance traversée. Nous proposons de calculer les points $p_j(x_{p_j}, z_{p_j})$ tels que j = [1...4] (voir Fig. 3.30) afin de confirmer que le segment traverse le $n^{ème}$ pixel et pour déterminer $h_{rkn}$. En considérant une précision $\epsilon$ des calculs numériques, les positions de ces quatre points sont :

$$\begin{aligned}
p_1 &: \boldsymbol{x_{p_1}} = x_1,\ \boldsymbol{z_{p_1}} = \frac{c - bx_{p_1}}{a} \Leftrightarrow |a| > \epsilon \\
p_2 &: \boldsymbol{x_{p_2}} = \frac{c - az_{p_2}}{b} \Leftrightarrow |b| > \epsilon,\ \boldsymbol{z_{p_2}} = z_1 \\
p_3 &: \boldsymbol{x_{p_3}} = x_2,\ \boldsymbol{z_{p_3}} = \frac{c - bx_{p_3}}{a} \Leftrightarrow |a| > \epsilon \\
p_4 &: \boldsymbol{x_{p_4}} = \frac{c - az_{p_4}}{b} \Leftrightarrow |b| > \epsilon,\ \boldsymbol{z_{p_4}} = z_2.
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Parmi ces quatre points, si deux appartiennent au $n^{ème}$ pixel (i.e. $\exists$ 2 valeurs de j telles que $x_1 \leq x_{p_j} \leq x_2$ et $z_1 \leq z_{p_j} \leq z_2$), alors cela signifie que le segment traverse le $n^{ème}$ pixel et que $h_{rkn}$ correspond à la distance entre ces deux points. Le coefficient de la matrice de Radon $\mathrm{R}_{kn}$ reliant la $k^{ème}$ projection au $n^{ème}$ pixel pour $\mathscr{L}$ rayons s'écrit :

$$\mathrm{R}_{kn} = \frac{1}{2\mathscr{L}\sqrt{\Delta z^2 + \Delta x^2}} \sum_{r=1}^{\mathscr{L}} h_{rkn} \tag{3.18}$$

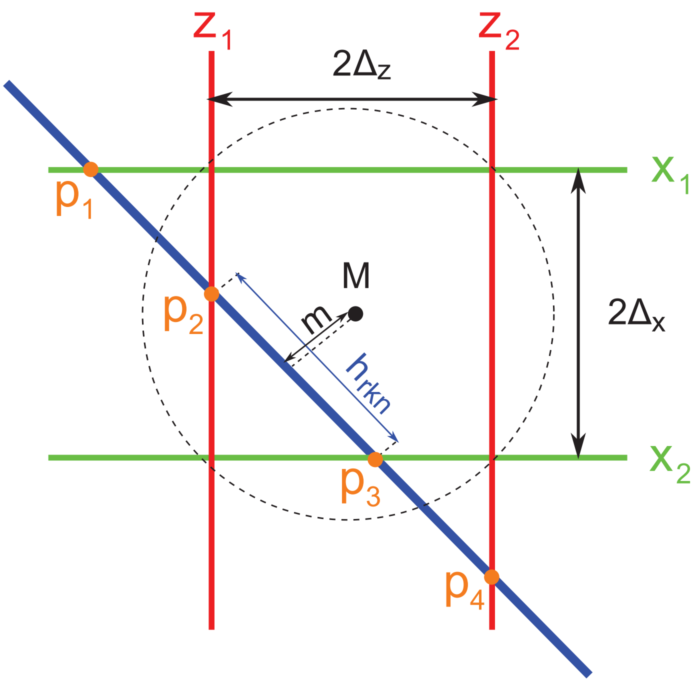



FIGURE 3.30 – Calcul des coefficients de la matrice de Radon.

### 3.5.8 Méthode de reconstruction

La relation entre $\Delta\mathbf{P}$ et $\Delta\mathbf{I}$ étant linéaire, il est donc envisageable d'utiliser une des méthodes proposées dans les sections 2.5 et 2.6. Aucune des méthodes directes ne peut être utilisée car le modèle $\Delta\mathbf{P} = \mathbf{R}\Delta\mathbf{I}$ n'est pas en adéquation avec le théorème de Radon. Pour les méthodes par optimisation, notre choix s'est porté sur la famille ART car les variations $\Delta\mathbf{I}$ sont signées (les méthodes EM ne pouvant reconstruire que des valeurs positives). Dans la famille ART, la méthode SIRT (voir section 2.6.1) présente l'avantage de tenir compte de l'ensemble des projections en même temps. Ce fait a comme conséquence que les reconstructions obtenues bénéficient d'un meilleur rapport signal sur bruit que les autres méthodes de la famille ART. Dans le cas présent l'équation de reconstruction donnée par l'algorithme SIRT est :

$$\Delta\hat{\mathrm{I}}^{i+1} = \Delta\hat{\mathrm{I}}^{i} + \kappa \mathrm{R}^{+}(\Delta\mathrm{P} - \mathrm{R}\Delta\hat{\mathrm{I}}^{i}).$$

Une précision est nécessaire concernant $\Delta\hat{\mathbf{I}}$. En effet, en théorie, $\Delta\hat{\mathbf{I}}$ représente à la fois une variation de l'indice de réfraction et du coefficient d'absorption induit par le défaut. Si l'on souhaitait prendre en compte la variation de l'indice de réfraction induit par le défaut, la méthode consisterait à calculer à chaque itération une image $\hat{\mathbf{J}}^{i}$ qui serait plus proche de $\mathbf{J}$ que $\hat{\mathbf{J}}^{i-1}$. On serait alors amené à recalculer la matrice $\mathbf{R}$ à chaque itération. Cependant, une telle méthode impliquerait de pouvoir appliquer un modèle par lancer de rayons sur une version échantillonnée de $\hat{\mathbf{J}}^{i}$. Les méthodes de calcul dont nous disposons actuellement ne permettent pas de le faire. Dans notre proposition, la matrice $\mathbf{R}$ n'est donc pas recalculée à chaque itération, ce qui signifie que la déviation du faisceau ne varie pas à mesure que $\Delta\hat{\mathbf{I}}$ est reconstruit. De fait, notre méthode ne peut reconstruire que la variation d'indice du coefficient d'absorption induit par le défaut.

Les méthodes par optimisation présentent la particularité de converger pendant les premières itérations vers une solution optimale pour ensuite s'en éloigner (voir section 2.8). Cette divergence est due principalement aux bruits de mesures et de modèle. Une solution pour éviter cette divergence serait d'utiliser une des méthodes de régularisation présentées dans la section 2.8. Le principe de ces méthodes est d'utiliser une information a priori sur l'image à reconstruire (par exemple en limitant la dynamique) et d'intégrer cette information au critère à optimiser dans la reconstruction. Dans le cas qui nous intéresse, une telle information est manquante et par exemple limiter la dynamique du défaut à reconstruire est potentiellement une source de biais de reconstruction. Nous proposons donc de simplement régulariser la reconstruction par arrêt précoce.

### 3.5.9 Utilisation de notre proposition basée seulement sur des acquisitions

Les projections simulées avec le modèle MCSRT ne tiennent pas compte de l'ensemble des phénomènes optiques impliqués dans le processus d'acquisition, notamment les phénomènes de diffraction et de diffusion. Si l'objet induit des phénomènes optiques non pris en compte par le modèle MCSRT, les projections mesurées et simulées de cet objet peuvent présenter un écart. Calculer $\Delta \mathbf{P}$ à partir des projections simulées peut se traduire par un écart qui n'est, en partie, pas lié au défaut. Prenons le cas d'un cylindre homogène (étalon) et du même cylindre avec une inclusion (objet à inspecter). Sur les bords de l'étalon et de l'objet à inspecter, un phénomène de diffraction est présent. En considérant les projections simulées de l'étalon dans le calcul de $\Delta \mathbf{P}$, l'atténuation induit par la diffraction est attribuée à tort au défaut. Dans ce cas, la reconstruction de $\Delta \mathbf{I}$ peut se traduire par une reconstruction erronée des coefficients d'absorption de la variation induit par l'inclusion. De fait, le modèle MCSRT induit un biais de modélisation.

Dans certains cas, il est possible d'avoir accès à une version de l'objet à inspecter ne présentant pas d'écarts par rapport au modèle CAO. On nomme étalon cette version sans défaut de l'objet. Considérons par exemple la situation où l'on souhaite étudier le vieillissement ou l'usure d'un objet par rapport à un étalon. Il est envisageable, pour calculer $\Delta \mathbf{P}$, d'utiliser les projections mesurées de cet étalon en lieu et place des projections simulées. Les projections mesurées de l'étalon étant obtenues sans le biais du modèle MCSRT, leur utilisation peut avoir un impact positif sur le processus de reconstruction.

L'utilisation d'une double acquisition présente cependant un inconvénient. Chaque projection est soumise à un bruit de mesure. De ce fait, l'utilisation de projections acquises d'un étalon au lieu de celles simulées à partir du modèle CAO aura pour conséquence de doubler l'impact du bruit de mesure sur la reconstruction. Le choix d'utiliser l'algorithme SIRT est donc conforté, puisque le bruit supplémentaire sera moyenné sur l'ensemble des projections de l'étalon.

# Chapitre 4

# Expérimentations

*« Vous aurez beau dire que votre fils a réussi, n'oubliez jamais que je ne suis que la moitié de vous deux. J'espère qu'un jour je pourrai atteindre votre niveau. »*

Alexandre Duhant

## 4.1 Introduction du quatrième chapitre

Dans ce chapitre, nous proposons d'évaluer les performances et les limitations de la méthode que nous avons proposée dans la section 3.5.8. Pour cela, nous proposons de comparer les résultats de reconstruction obtenus avec notre méthode à celles de l'état de l'art présentées dans la section 2.10. Étant donné que les méthodes proposées par Ferguson *et al*. et Tepe *et al*. nécessitent l'utilisation de mesures de temps de vol (auxquelles nous n'avons pas accès), nous ne les incluons pas dans cette comparaison. Nous comparons donc notre méthode à celles proposées par Recur *et al*. (distribution d'intensité des faisceaux Gaussien, voir Section 2.9.1 prise en compte, phénomènes de réfraction et de réflexion non pris en compte) et Mukherjee *et al* (prise en compte de la distribution d'intensité du faisceau THz selon le modèle FRTG, voir section 2.9.3 et des phénomènes de réfraction et de réflexion). Il y a deux objectifs implicites à cette comparaison. Il s'agit d'une part de démontrer l'intérêt de la prise en compte des phénomènes de réfraction et de réflexion au sein de la reconstruction tomographique THz. D'autre part, il s'agit de démontrer la nécessité de prendre en compte la distribution d'intensité du faisceau THz ainsi que l'aspect non linéaire du problème de la reconstruction tomographique THz.

Une mise en forme des résultats obtenus avec notre méthode est nécessaire afin de réaliser cette comparaison. Les méthodes proposées par Recur *et al*. et Mukherjee *et al*. permettent de reconstruire directement le coefficient d'absorption d'un objet. Notre proposition, permet de reconstruire l'écart entre les coefficients d'absorption d'un objet et son modèle CAO. Afin de faciliter la comparaison, nous proposons d'ajouter le modèle CAO de l'objet aux reconstructions obtenues via notre proposition. De ce fait, nous n'affichons pas une reconstruction des écarts par rapport au modèle CAO, mais bel et bien une reconstruction des coefficient d'absorption de l'objet.

La comparaison est réalisée, dans un premier temps, en considérant des objets de forme cylindrique composés de différents matériaux induisant des phénomènes de réfraction et de réflexion non négligeables. Ces phénomènes sont d'autant plus importants que les interfaces sont incurvées. Nous considérons des objets de forme cylindrique de différents diamètres.

Dans un deuxième temps, nous considérons des objets de forme cubique, afin de montrer que notre proposition peut être utilisée pour des objets dont la forme n'est pas exclusivement cylindrique. Le choix de la forme cubique est motivé par le fait que, selon certains angles de projection, le faisceau THz peut être totalement réfléchi par les faces de l'objet. Ceci a lieu lorsque l'angle d'incidence entre l'axe optique du faisceau et la normale d'une face de l'objet est proche de 45°. Avec notre proposition, les pertes par réflexion sont prises en compte. Nous souhaitons vérifier que la modélisation de ces pertes permet effectivement la prise en compte des fortes réflexions et donc la reconstruction souhaitée.

Enfin, dans un troisième temps, nous nous plaçons dans le cadre industriel du contrôle de Filtres A Particules (FAP). Ces FAP sont généralement utilisés pour réduire les émissions nocives notamment des moteurs diesel. Des particules de suie peuvent s'accumuler dans les FAP, diminuant ainsi leur efficacité. Une analyse de la distribution des particules de suie dans le FAP est nécessaire en vue d'une optimisation de leur conception. L'enjeu dans ce cas applicatif est, du point de vue de l'industriel, de faciliter la visualisation de cette distribution des particules de suie et de notre point de vue de valider l'intérêt d'une reconstruction d'un écart par rapport à un modèle.

Une remarque préliminaire est nécessaire pour mieux comprendre les reconstructions que nous présentons dans ce chapitre. De part la différence d'indice de réfraction entre l'air et les matériaux composant l'objet inspecté, une zone aveugle est présente où, dépendant de l'orientation du faisceau par rapport à l'objet, l'énergie incidente peut ne pas atteindre le détecteur.

Donc, si le défaut est situé dans cette zone aveugle, il peut apparaître une différence entre les projections mesurées et celles attendues, puisqu'une partie de l'information est perdue. Ainsi, la qualité du défaut reconstruit peut dépendre de la position relative de ce dernier dans l'objet [74].

Les expériences que nous présentons sont basées sur l'acquisition de 36 projections à 106 GH$z$ pour les objets de forme cylidrique et 165 GH$z$ pour les objets de forme cubique et les FAP. Les algorithmes de reconstruction sont arrêtés après 50 itérations puisque, durant les expériences que nous avons menées, il semble que cela soit un bon compromis entre l'apparition d'artefacts de reconstruction et la convergence des algorithmes.

L'ensemble des défauts que nous considérons dans ces expériences sont de forme cylindrique et sont localisés à différents endroits dans l'objet: au centre, légèrement décentré et dans la zone aveugle. Nous nous attendons à ce que la transition entre les coefficients d'absorption reconstruits de deux matériaux différents (nommés M$at_1$ et M$at_2$) ne soit pas franche. Nous définissons la mesure à mi-hauteur des coefficients d'absorption comme étant la mesure du coefficient d'absorption moyen au niveau de cette transition. Pour établir la comparaison entre les reconstructions et le résultat attendu, nous choisissons d'analyser, d'une part, la mesure à mi-hauteur de la surface des objets et de leurs défauts après reconstruction et, d'autre part, la position du centre des défauts reconstruits. Pour mesurer à mi-hauteur la surface d'un objet ou d'un défaut reconstruit (que nous assimilons au matériau M$at_2$), la méthode consiste à seuiller l'image reconstruite à partir de la mesure à mi-hauteur des coefficients d'absorption au niveau de la transition puis de compter le nombre de pixels dont les coefficients d'absorption reconstruits sont inférieurs (respectivement supérieurs) à ce seuil dans le cas où le coefficient d'absorption de M$at_2$ est inférieur (respectivement supérieur) à celui de M$at_1$. Pour mesurer la position du centre d'un défaut reconstruit, nous proposons de considérer un profil de ligne horizontal au niveau du défaut. La méthode consiste, si l'allure de ce profil de ligne est concave (respectivement convexe), à considérer que le pixel de l'image reconstruite dont le coefficient d'absorption est le plus élevé (respectivement faible) correspond au centre du défaut.

## 4.2 Objet cylindrique sans défaut

Le 1$^{er}$ objet que nous considérons est le cylindre en POM de 40 mm de diamètre, soit une surface de 1256.64 mm$^2$, présenté dans la section 3.4.2. Nous disons qu'il est sans défaut car, lors de sa fabrication, nous avons veillé à ce qu'il soit proche de son modèle CAO. Pour effectuer la reconstruction, nous avons acquis (sur 360°) 36 projections de cet objet à 106 GH$z$. A cette fréquence, l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption du POM sont respectivement de 1.7 et 0.35 cm$^{-1}$. Afin d'illustrer le résultat attendu, un fantôme représentant la carte des coefficients d'absorption de cet objet est présenté dans la Fig. 4.1. Afin de faciliter l'interprétation de ce fantôme, un profil de ligne (tracé en noir sur la Fig. 4.1) est présenté dans la Fig. 4.7. Ce profil de ligne sert de référence pour la comparaison entre notre méthode et celles proposées par Recur *et al*. et Mukherjee *et al*. Nous établissons donc la convention suivante : dans chaque image reconstruite nous indiquons par un trait de couleur le profil de ligne qui est représenté de la même couleur dans la Fig. 4.7.

Une précision sur la relation entre l'objet fabriqué et son modèle CAO est ici nécessaire. Pour fabriquer le cylindre, la matière est chauffée. Lors du refroidissement, la dissipation thermique au centre et en périphérie de l'objet ne s'effectue pas de la même manière, se traduisant par une variation des propriétés de la matière. Cela signifie que les coefficients d'absorption au centre et en périphérie de l'objet ne sont pas identiques. Il est d'usage de nommer "effet de coeur" cette différence des coefficients d'absorption. Pour illustrer ce phénomène, nous avons découpé une tranche, d'une épaisseur de 2.0 cm, du 1$^{er}$ objet pour mesurer les projections transversales de cette tranche. La surface de cette tranche étant plane, la mesure transversale n'en

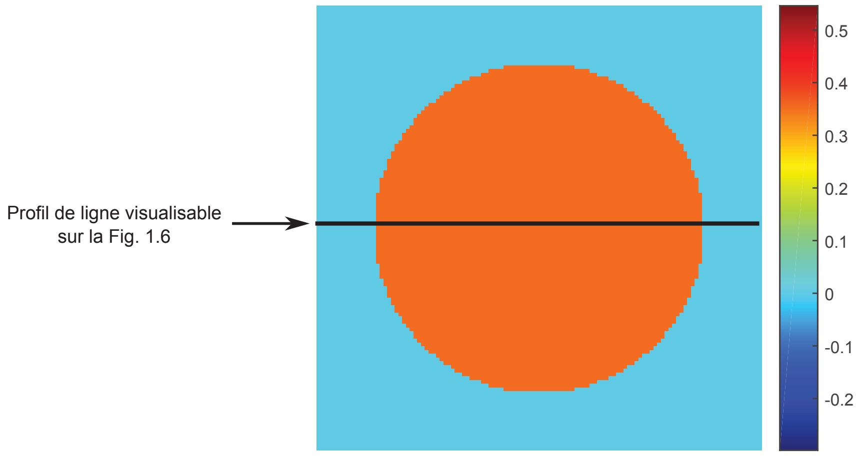



FIGURE 4.1 – Fantôme des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet(cm$^{-1}$).

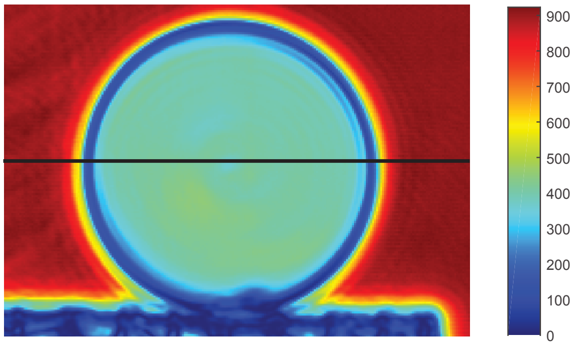



FIGURE 4.2 – Image acquise d'une coupe transversale du $1^{er}$ objet (cm$^{-1}$) à 106 GHz. L'échelle des couleurs est indiquée en mV. L'effet de coeur est visible au centre du cylindre.

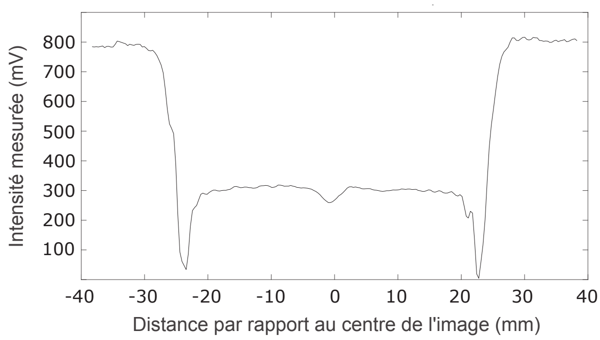



FIGURE 4.3 – Profil de ligne horizontal de la Fig. 4.2 centré sur l'effet de coeur. L'intensité mesurée au niveau de l'effet de coeur est plus faible que dans le reste du cylindre.

est pas impactée par le phénomène de réfraction. Seul le phénomène d'absorption entre en jeu. Dans la Fig. 4.2 nous présentons cette mesure dont un profil de ligne horizontal (en noir) centré sur l'effet de coeur est présenté dans la Fig. 4.3. Sur la Fig. 4.3, nous remarquons que l'intensité mesurée au centre du cylindre est inférieure à celle mesurée sur la périphérie. Cela signifie que le coefficient d'absorption au centre du cylindre est plus élevé qu'en périphérie. A partir de la loi de Beer-Lambert, nous estimons que le coefficient d'absorption au centre du cylindre est d'environ 0.4 cm$^{-1}$.

Dans le cas de la méthode de Recur *et al.*, puisque les phénomènes de réfraction et de réflexion ne sont pas pris en compte, nous nous attendons à voir apparaître un artefact en anneaux en périphérie de l'objet comme indiqué par Mukherjee *et al.* dans [74]. En effet, les phénomènes de réfraction et de réflexion étant responsables d'une atténuation de l'onde THz plus importante sur la périphérie par rapport au centre de l'objet, l'algorithme de reconstruction interprète généralement cette différence d'atténuation par la présence d'un matériau plus dense sur la périphérie par rapport au centre.

La Fig. 4.4 représente la reconstruction des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet obtenue après 50 itérations de la méthode proposée par Recur *et al.* Comme attendu, on remarque l'apparition d'un artefact en anneaux sur la périphérie de l'objet. On peut remarquer que l'effet de coeur n'est pas visible: les coefficients d'absorption reconstruits au centre de l'objet semblent homogènes.

La Fig. 4.5 présente la reconstruction des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet obtenue avec la méthode proposée par Mukherjee *et al*. On peut remarquer que les coefficients d'absorption reconstruits au centre de l'objet sont différents de ceux reconstruits sur la périphérie de l'objet. On pourrait penser que cela correspond à l'effet de coeur attendu. Comme les coefficients d'absorption reconstruits au centre de l'objet sont inférieurs à ceux reconstruits en périphérie de l'objet ainsi qu'à la valeur attendue (0.4 $cm^{-1}$), nous ne pouvons confirmer ce point. On peut remarquer que la reconstruction obtenue avec cette méthode présente de nombreux artefacts qu'il est d'usage de nommer artefacts d'épandages. Ces artefacts d'épandages correspondent à des résidus de la rétro-projection dans l'image reconstruite où, à cause du nombre d'angles de projection limité, l'information pour reconstruire le coefficient d'absorption est insuffisante. Ces artefacts étant principalement localisés sur la périphérie de l'objet reconstruit, ils déforment le contour de l'objet. La mesure à mi-hauteur de la surface de l'objet reconstruit peut donc être impactée par ces artefacts. Un artefact en anneau (moins marqué que dans la Fig. 4.4) est visible sur la périphérie de l'objet. Ce dernier artefact laisse à penser que la correction apportée aux projections n'est pas suffisante pour compenser les phénomènes de réfraction.

Si l'on compare le résultat présenté dans la Fig. 4.5 à celui présenté dans [74] (Section 4, Fig. 7.a), nous constatons que cet artefact en anneau n'est pas présent dans leur reconstruction d'un cylindre sans défaut. Pour implanter leur méthode, nous avons pourtant appliqué la même correction des projections que celle présentée dans [74] et avons utilisé, comme Mukherjee *et al.*, la méthode d'inversion du logiciel Matlab. Nous n'arrivons pas à expliquer cet écart.

La Fig.4.6 présente la reconstruction des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet obtenue après 50 itérations de notre proposition. On peut remarquer, autour de l'objet, que les artefacts d'épandage dans l'air sont beaucoup moins prononcés que dans la Fig. 4.5. Comme attendu, les coefficients d'absorptions au centre du cylindre sont différents de ceux en périphérie, mais il est difficile d'identifier s'ils sont plus élevés que ceux en périphérie.

La Fig. 4.7 représente les profils horizontaux au centre du fantôme (comme indiqué par le trait noir sur la Fig. 4.1) et des images reconstruites selon les méthodes de Recur *et al*. (tracé en vert sur la Fig. 4.4), Mukherjee *et al*. (tracé en rouge sur la Fig. 4.5) et notre proposition (tracé en bleu sur la Fig. 4.6). On peut remarquer sur le profil correspondant à la méthode de Recur *et al*. que les coefficients d'absorption reconstruits sont très éloignés des valeurs attendues (tant au niveau de l'effet de coeur que dans le cylindre). On peut remarquer que la transition entre les bords de l'objet reconstruit et l'air est plus douce que dans le cas de l'objet réel. La mesure à mi-hauteur de la surface de l'objet reconstruit est donc dépendante de la position, dans cette transition, où l'on réalise la mesure de la surface. Si l'on effectue une mesure à mi-hauteur dans la transition, la surface du cylindre reconstruit est de 1885.74 $mm^2$, mesure qui est éloignée de la surface attendue (1256.64 $mm^2$). Puisque les coefficients d'absorptions et la surface de l'objet reconstruit sont éloignés de l'objet réel, nous n'incluons plus la méthode de Recur *et al*. dans la suite de la comparaison. La non prise en compte des phénomènes de réfraction disqualifie cette méthode de reconstruction.

Si l'on s'intéresse au profil correspondant à la méthode de Mukherjee *et al*., on peut remarquer que les coefficients d'absorption reconstruits au niveau de l'effet de coeur sont éloignés de la valeur attendue. A cause de l'artefact en anneau, plus on s'éloigne du centre de l'objet plus le coefficient d'absorption reconstruit augmente. Ce profil n'est donc pas cohérent avec celui de l'objet réel. On peut remarquer que, comme pour la méthode de Recur *et al*., la transition entre les bords de l'objet reconstruit et l'air est plus douce que dans le cas de l'objet réel. La mesure à mi-hauteur de la surface de l'objet reconstruit est donc dépendante de la position où l'on réalise cette mesure. La mesure à mi-hauteur de la surface du cylindre reconstruit est de 1213.03 $mm^2$, mesure qui est proche du résultat attendu (1256.64 $mm^2$).

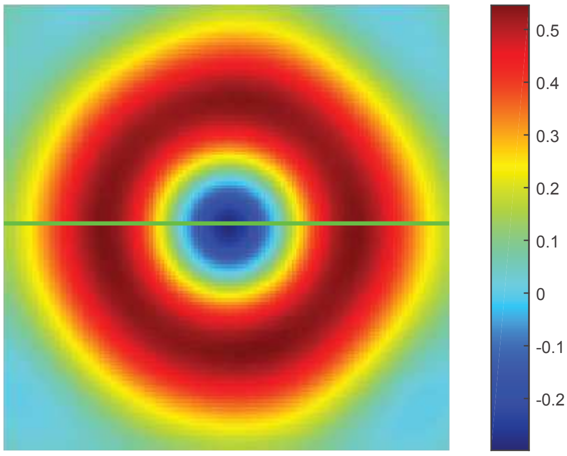



FIGURE 4.4 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet après 50 itérations en utilisant la méthode de Recur *et al.* ($cm^{-1}$).

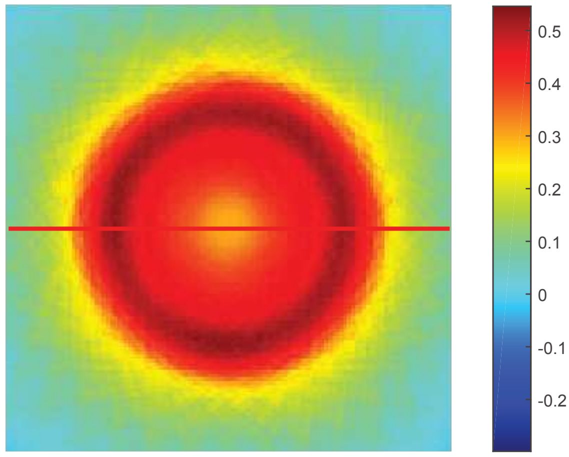



FIGURE 4.5 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet après 50 itérations en utilisant la méthode de Mukherjee *et al.* ($cm^{-1}$).

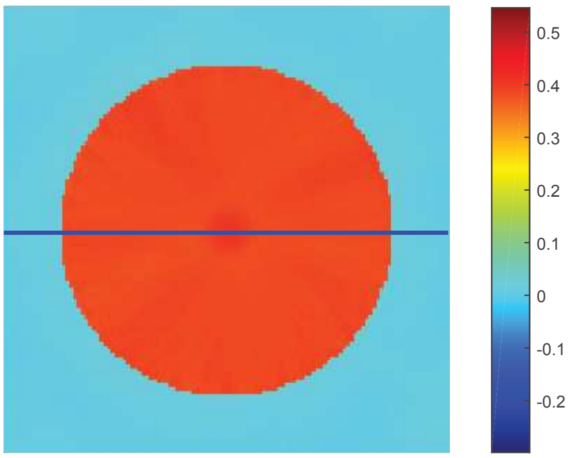



FIGURE 4.6 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $1^{er}$ objet après 50 itérations en utilisant notre proposition ($cm^{-1}$).

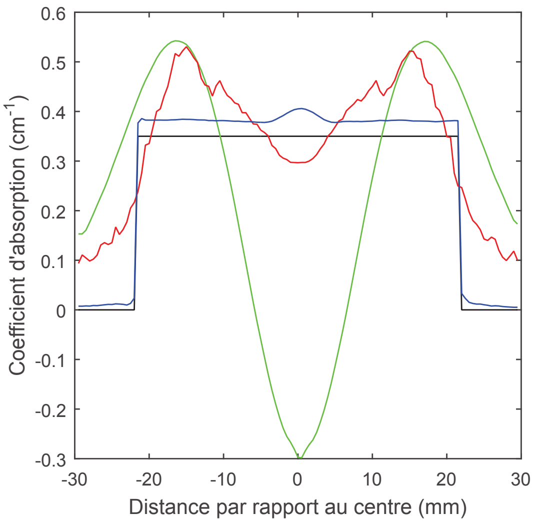



FIGURE 4.7 – Profils horizontaux au centre du fantôme (en noir) et des images reconstruites selon les méthodes de Recur *et al.* (en vert), Mukherjee *et al.* (en rouge) et notre proposition (en bleu) ($cm^{-1}$).

Avec notre proposition, le profil de ligne semble plus proche du résultat attendu (indiqué en noir) que celui des autres méthodes. Les coefficients d'absorption reconstruit en périphérie de l'objet sont proches de la valeur attendue (0.35 $cm^{-1}$). On peut remarquer que l'effet de coeur au centre de l'objet est plus clairement identifiable que dans la Fig. 4.6. Les coefficients d'absorption reconstruits au niveau de l'effet de coeur sont plus élevées que sur la périphérie de l'objet. Dans la Fig. 4.3, la mesure transversale d'intensité au niveau de l'effet de coeur est inférieure à celle en périphérie. Le fait que les coefficients d'absorption reconstruits au niveau de l'effet de coeur soient plus élevés que sur la périphérie est donc cohérent avec la mesure transversale d'intensité. De plus, les coefficients d'absorption reconstruits de cet effet de coeur sont proches du résultat attendu (0.4 $cm^{-1}$). La transition entre les bords de l'objet reconstruit et l'air étant similaire à celle de l'objet réel, la mesure à mi-hauteur de la surface de l'objet reconstruit est moins impactée par la position où l'on effectue cette mesure. La mesure à mi-hauteur de la surface du cylindre reconstruit est de 1269.24 $mm^2$, mesure qui est très proche du résultat attendu (1256.64 $mm^2$).

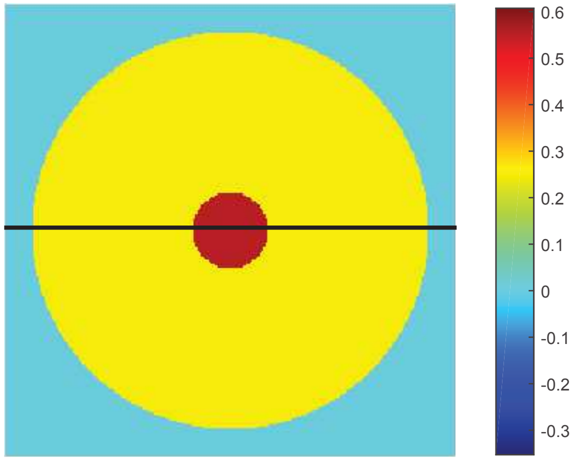



FIGURE 4.8 – Fantôme des coefficients d'absorption du $2^{ème}$ objet($cm^{-1}$).

## 4.3 Objet cylindrique avec un défaut central

Le deuxième objet d'étude est un cylindre en PolyCarbonate (PC) de 100.0 mm de diamètre, correspondant à une surface de 7853.98 $mm^2$, avec une inclusion cylindrique de 20.0 mm de diamètre, correspondant à une surface de 314.16 $mm^2$, en Acrylonitrile Butadiene Styrene (ABS) située au centre de l'objet. Les paramètres optiques du PC et de l'ABS sont connus à 106 GHz: respectivement, les indices de réfraction sont de 1.6 et 1.5 et les coefficients d'absorption sont de 0.25 $cm^{-1}$ et 0.55 $cm^{-1}$. Afin d'illustrer le résultat attendu, un fantôme représentant la carte des coefficients d'absorption de cet objet est présentée dans la Fig. 4.8 dont le profil de ligne est tracé en noir sur la Fig. 4.12. Cet objet ne présente pas d'effet de coeur.

La Fig. 4.9 représente la reconstruction des coefficients d'absorption du $2^{ème}$ objet obtenue avec la méthode proposée par Mukherjee *et al*. On peut remarquer que cette fois-ci les artefacts d'épandages sont moins marqués que dans le cas du $1^{er}$ objet. Cependant, ces artefacts semblent générer une ondulation au niveau du contour de l'objet reconstruit, rendant ce contour moins régulier que dans le cas du $1^{er}$ objet et impactant donc la mesure à mi-hauteur de la surface de l'objet reconstruit. Si l'on compare la Fig. 4.9 à la Fig. 4.5, il est difficile de savoir si il y a un défaut ou non. Contrairement au $1^{er}$ objet, l'artefact en anneau est cette fois-ci localisé autour de ce que l'on pense être le défaut reconstruit, pénalisant la visualisation de ce défaut.

La Fig. 4.10 représente la reconstruction des coefficients d'absorption du $2^{ème}$ objet obtenue après 50 itérations de notre proposition. Comme pour la méthode de Mukherjee *et al*. un artefact en anneau est présent autour du défaut. Contrairement au résultat présenté dans la Fig. 4.9, le défaut est clairement identifiable. On peut remarquer que les coefficients d'absorption en périphérie du défaut reconstruit sont plus élevés qu'au centre du défaut reconstruit, ce qui n'est pas cohérent avec le défaut réel. De plus, l'image reconstruite avec notre proposition comporte plus d'artefacts d'épandage que dans le cas du $1^{er}$ objet. Nous pensons que ces deux points sont dus au fait que l'algorithme de reconstruction diverge et reconstruit donc le bruit de mesure. Arrêter l'algorithme de reconstruction plus tôt (au bout de 20 itérations par exemple) peut permettre de limiter la divergence de l'algorithme, comme montré dans la Fig.4.11, mais se traduit par des coefficients d'absorption du défaut reconstruits plus faible et donc plus éloignés de ceux du défaut réel.

La Fig.4.12 représente le profil de ligne horizontal au centre du fantôme (tracé en noir sur la Fig 4.8) et des images reconstruites selon la méthode de Mukherjee *et al*. (tracé en rouge sur la Fig 4.9) et notre proposition pour 50 itérations (tracé en bleu sur la Fig 4.10) et 20 itérations (tracé en vert sur la Fig 4.11). Pour la méthode de Mukherjee *et al*., la mesure a mi-hauteur de la surface du cylindre en PC reconstruit est de 8075.43 $mm^2$, mesure qui est proche du résultat attendu (7853.98 $mm^2$). La mesure à mi-hauteur de la surface de ce qui pourrait être le défaut central est de 819.40 $mm^2$, mesure qui est très éloignée du résultat attendu (314.16 $mm^2$). Les coefficients d'absorption en périphérie de l'objet reconstruit sont proches de ceux en périphérie du fantôme (0.25 $cm^{-1}$), alors que les coefficients d'absorption de ce qui pourrait être le défaut reconstruit sont très éloignés de ceux du défaut présent dans le fantôme (0.55 $cm^{-1}$).

Après 50 itérations de notre proposition, la différence entre les coefficients d'absorption reconstruits en périphérie et au centre du défaut semble correspondre à ce qu'il est usage de nommer artefacts de Gibbs, confirmant que l'algorithme diverge. La mesure à mi-hauteur de la surface du cylindre en PC reconstruit est de 8187.31 $mm^2$ tandis que celle du défaut reconstruit est de 304.80 $mm^2$. Ces mesures sont proches du résultat attendu (respectivement 7853.98 $mm^2$ et 314.16 $mm^2$). Après 20 itérations de notre proposition, les coefficients d'absorption reconstruits sur la périphérie de l'objet varient moins qu'après 50 itérations, confirmant que les artefacts d'épandages sont atténués. La reconstruction semble ne pas comporter d'artefacts de Gibbs. Les coefficients d'absorption du défaut reconstruit (qui sont proches de ceux obtenus avec la méthode proposée par Mukherjee *et al.*) sont éloignés de la valeur attendue (0.55 $cm^{-1}$). Si nous ne nous intéressons qu'à la détection d'un défaut, un arrêt anticipé peut être envisagé. Il peut, par exemple, être décidé si un objet dévie de son modèle CAO en appliquant un seuil sur l'image reconstruite. Le seuil peut être déterminé à partir d'un ensemble d'objets connus pour ne pas trop dévier du modèle CAO. La procédure consiste à effectuer la reconstruction de l'ensemble des objets et d'estimer le niveau moyen des écarts reconstruits. Le fait d'utiliser un ensemble d'objets permet de réduire l'impact du bruit de mesure sur le choix du seuil.

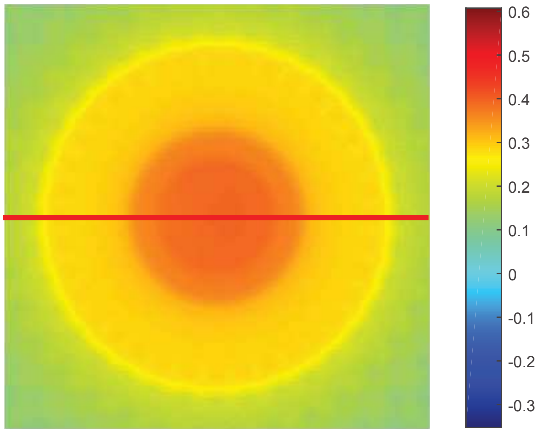



FIGURE 4.9 – Reconstruction des coefficients d'absorption du 2$^{ème}$ objet après 50 itérations en utilisant la proposition de Mukherjee *et al.* (cm$^{-1}$).

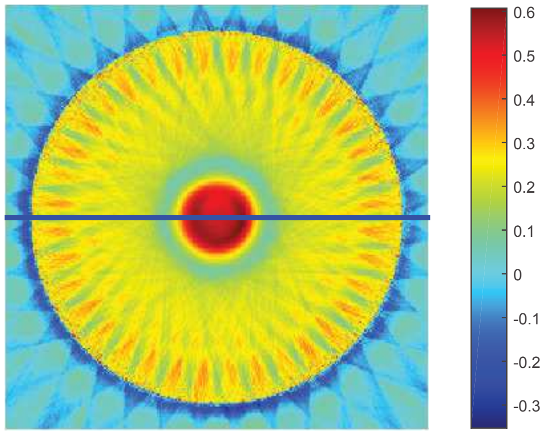



FIGURE 4.10 – Reconstruction des coefficients d'absorption du 2$^{ème}$ objet après 50 itérations en utilisant notre proposition (cm$^{-1}$).

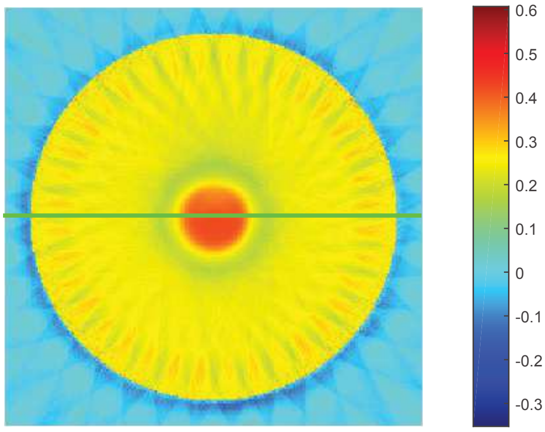



FIGURE 4.11 – Reconstruction des coefficients d'absorption du 2$^{ème}$ objet après 20 itérations en utilisant notre proposition (cm$^{-1}$).

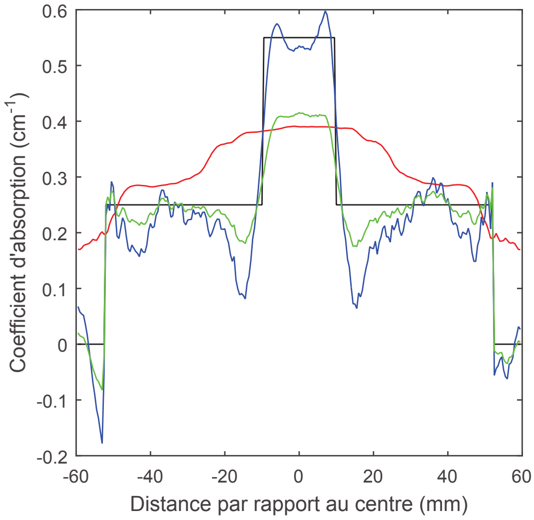



FIGURE 4.12 – Profils horizontaux au centre de l'image du modèle (en noir) et des images reconstruites selon la méthode de Mukherjee *et al.* pour 50 itérations (en rouge) et notre proposition pour 50 itérations (en bleu) et 20 itérations (en vert) (cm$^{-1}$).

## 4.4 Objet cylindrique avec un défaut proche du centre

Le troisième objet d'étude est un cylindre en POM de 44.0 mm de diamètre avec un trou cylindrique (rempli d'air) de 5.0 mm de diamètre, soit une surface de 19.64 mm$^2$, situé à 1.0 mm du centre. Les paramètres optiques de ce cylindre en POM sont différents de ceux du 1$^{er}$ cylindre car le fabriquant est différent. Son indice de réfraction à 106 GHz est 1.7 et son coefficient d'absorption est 0.55 cm$^{-1}$. Contrairement au 1$^{er}$ objet, il n'y a pas eu d'effet de coeur lors de sa fabrication. Nous ne tenons pas compte de l'humidité de l'air (i.e. nous supposons que l'onde THz n'est pas absorbée par les molécules d'eau contenues dans l'air), ce qui nous amène à considérer que l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption de l'air sont respectivement de 1.0 et de 0.0 cm$^{-1}$. Puisque l'air et le POM ont des indices de réfraction très éloignés, le trou d'air va induire de la réfraction. Afin d'illustrer le résultat attendu, un fantôme représentant la carte des coefficients d'absorption de cet objet est présentée dans la Fig. 4.13 dont le profil de ligne est tracé en noir sur la Fig. 4.17.

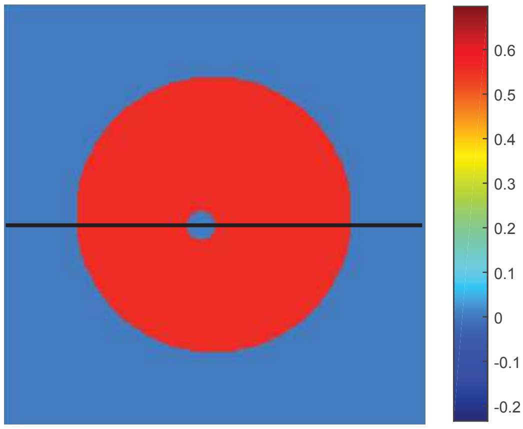



FIGURE 4.13 – Fantôme des coefficients d'absorption du $3^{ème}$ objet ($cm^{-1}$).

Cette expérience a pour but de mettre en évidence la limitation de la linéarisation opérée au problème de la reconstruction tomographique THz. Cette linéarisation considère que le problème de la reconstruction tomographique est linéaire autour d'un point de fonctionnement. Ce point de fonctionnement, rattaché au modèle CAO de l'objet, implique que les défauts de fabrication ou d'usure de l'objet à qualifier n'induisent pas une interaction entre l'onde et la matière qui soit trop éloignée de celle induite par un objet sans défaut – correspondant au modèle CAO utilisé pour sa fabrication. Dans le cas contraire, l'approximation induite par la linéarisation n'est plus appropriée et peut se traduire par l'apparition d'artefacts de reconstruction dans l'image reconstruite – car les indices de réfraction du POM et de l'air sont très éloignés. De plus, le diamètre du défaut étant inférieur au *waist*, et donc au pouvoir de résolution de l'imageur THz, nous nous attendons à l'apparition d'un effet de volume partiel au niveau du défaut. Cet effet correspond au cas où l'onde THz se propage à la fois au travers du défaut et du cylindre. Dans ce cas, les mesures représentent l'atténuation de l'onde induite à la fois par le cylindre en POM et le défaut. L'utilisation de ces mesures au sein d'une reconstruction tomographique peut se traduire par des coefficients d'absorption du défaut reconstruit qui sont éloignés de ceux contenus dans le fantôme. L'effet de volume partiel au niveau du défaut n'est pas pris en compte dans la méthode de Mukherjee *et al*. Notre proposition prend en compte les effets de volume partiel via le modèle MCSRT de tous les éléments contenus dans le modèle CAO. Le défaut n'étant pas contenu dans le modèle CAO, notre proposition ne prend pas en compte les effets de volume partiel au niveau du défaut. Nous pensons que cet effet de volume partiel peut avoir un impact sur la forme du défaut reconstruit.

La Fig. 4.14 représente la reconstruction des coefficients d'absorption du $3^{ème}$ objet obtenue après 50 itérations de la méthode proposée par Mukherjee *et al*. On peut remarquer, d'une part, la présence d'artefacts d'épandages autour de l'objet reconstruit et, d'autre part, que les coefficients d'absorption moyen reconstruits du cylindre (0.31 $cm^{-1}$) et du défaut (0.42 $cm^{-1}$) sont éloignés des valeurs attendues (respectivement 0.55 $cm^{-1}$ et 0.0 $cm^{-1}$). Comme attendu, la forme du défaut reconstruit ne correspond pas à la forme cylindrique attendue. La mesure à mi-hauteur de la surface du défaut reconstruit est proche de 22.1 $mm^2$ ce qui est éloigné de celle attendue (19.64 $mm^2$). La position correspondant au coefficient d'absorption reconstruit le plus élevé au niveau du défaut est située à 3.2 mm du centre du cylindre en POM ce qui est éloigné du résultat attendu (1.0 mm).

La Fig. 4.15 représente la reconstruction des coefficients d'absorption du $3^{ème}$ objet obtenue après 50 itérations de notre proposition. Comme pour le deuxième objet, on peut remarquer la présence d'artefacts d'épandage. La valeur moyenne du coefficient d'absorption reconstruit dans le trou d'air est proche de 0.11 $cm^{-1}$ ce qui, bien que éloigné de la valeur attendue de 0.0 $cm^{-1}$, est plus cohérent que le résultat obtenu avec la méthode de Mukherjee *et al*. La mesure à mi-hauteur de la surface du défaut reconstruit est proche de 21.24 $mm^2$. La position correspondant au coefficient d'absorption reconstruit le plus faible au niveau du défaut est située à 2.1 mm du centre du cylindre en POM. Avec notre proposition, le défaut reconstruit semble plus proche du résultat attendu par rapport à la proposition de Mukherjee *et al*. On peut remarquer qu'avec notre proposition, l'objet reconstruit est moins flou qu'avec la méthode proposée par Mukherjee *et al*. ce qui facilite la mesure du défaut reconstruit. Comme avec la méthode proposée par Mukherjee *et al*., le défaut reconstruit présente des différences tant par sa surface que sa localisation et sa forme, par rapport au fantôme de l'objet. Cependant, avec notre proposition, le défaut reconstruit semble plus proche du résultat attendu tant par sa surface que par son emplacement.

En plus de l'effet de volume partiel au niveau du défaut, nous pensons que la mauvaise reconstruction de la forme du défaut peut être due au fait que certains phénomènes optiques (e.g. la diffraction induite par les interfaces air/POM aux bords du cylindre) ne sont pas pris en compte par le modèle que nous utilisons (ni par la méthode de Mukherjee *et al*.). Dans notre proposition, en ne tenant pas compte de ces phénomènes optiques, l'écart entre les projections simulées et mesurées est potentiellement attribué à tort à l'écart entre les coefficients d'absorption de l'objet et du défaut.

Afin de prendre en compte des effets optiques induits par le cylindre en POM, nous proposons de remplacer dans l'Eq. (3.10) les projections simulées par des projections acquises d'un cylindre en POM de même diamètre que le $3^{ème}$ objet, mais ne contenant pas de trou d'air (comme mentionné dans la Section 3.5.9). Le résultat de la reconstruction tenant compte de cette modification est présenté dans la Fig.4.16. On peut remarquer que la forme du défaut reconstruit est plus proche de la forme cylindrique attendue. La mesure de la position du coefficient d'absorption reconstruit le plus faible au niveau du défaut reconstruit est proche de 1.1 mm. Si on considère que cette position correspond au centre du défaut reconstruit, cette mesure est plus proche du résultat attendu (1.0 mm) que lorsque l'on considère les mesures simulées de l'objet sans défaut. La mesure à mi-hauteur de la surface du défaut reconstruit est de 20.15 $mm^2$, ce qui confirme que le défaut reconstruit est plus proche du résultat attendu (19.64 $mm^2$). Cette expérience suggère que le remplacement des projections simulées par des projections mesurées est pertinent pour améliorer la qualité de la reconstruction.

La Fig. 4.17 présente les profils de ligne horizontaux centrés sur le défaut contenu dans l'image du fantôme (en noir) et des images reconstruites selon la méthode de Mukherjee *et al*. (en rouge) et notre proposition en utilisant les projections simulées (en bleu) et mesurées (en vert) de l'objet sans défaut. On peut remarquer que, en considérant les projections mesurées de l'objet sans défaut, les coefficients d'absorption du cylindre en POM reconstruit sont plus proches de la valeur attendue que lorsque l'on considère les projections simulées. On peut remarquer que le profil de ligne correspondant à la proposition de Mukherjee *et al*. est très éloigné de celui correspondant au fantôme de l'objet. Les profils de lignes correspondant à notre proposition en considérant les projections mesurées et simulées sont proches du résultat attendu. Il apparaît donc clairement que notre proposition est plus à même de reconstruire le défaut du $3^{ème}$ objet que la proposition de Mukherjee *et al*. Dans la suite de ce chapitre, nous présentons donc seulement les résultats obtenus avec notre proposition.

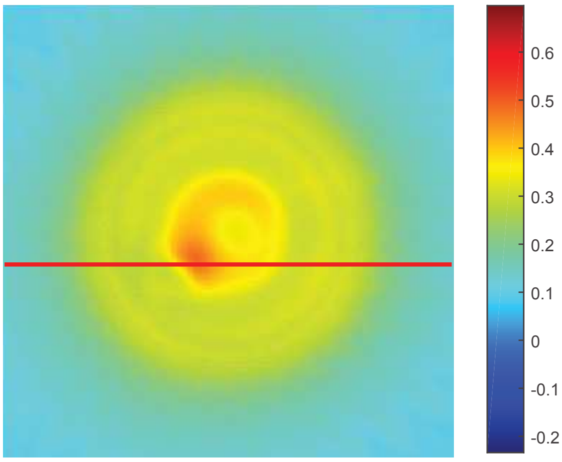



FIGURE 4.14 – Reconstruction des coefficients d'absorption du 3$^{ème}$ objet après 50 itérations de la méthode de Mukherjee *et al.* (cm$^{-1}$).

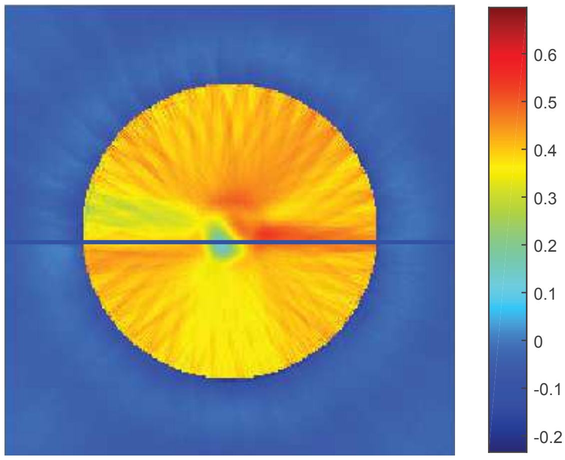



FIGURE 4.15 – Reconstruction des coefficients d'absorption du 3$^{ème}$ objet après 50 itérations de notre proposition en utilisant les projections simulées de cet objet sans défaut (cm$^{-1}$).

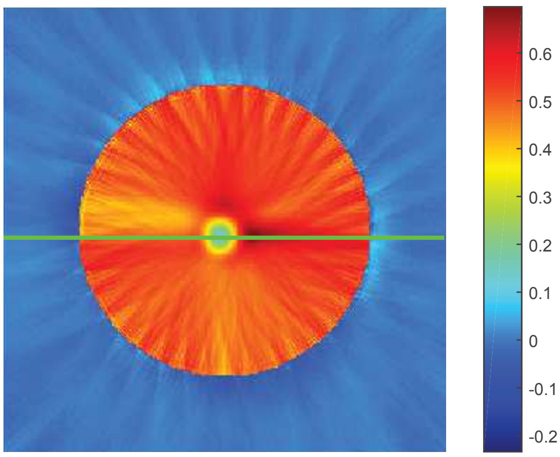



FIGURE 4.16 – Reconstruction des coefficients d'absorption du 3$^{ème}$ objet après 50 itérations de notre proposition en utilisant les projections mesurées de cet objet sans défaut (cm$^{-1}$).

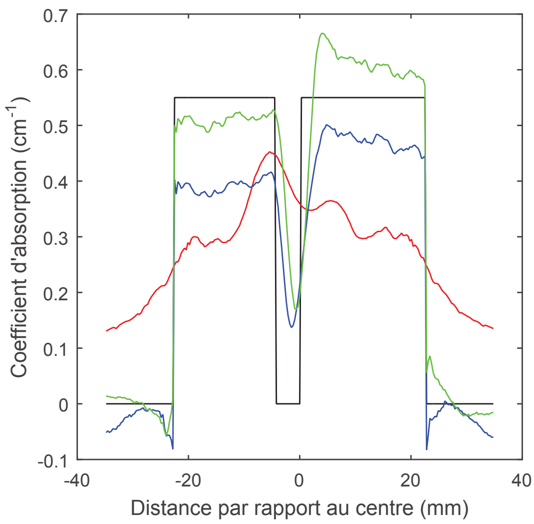



FIGURE 4.17 – Profils horizontaux au centre du défaut sur l'image du fantôme (en noir) et des images reconstruites après 50 itérations selon la méthode de Mukherjee *et al.* (en rouge) et notre proposition en utilisant les projections simulées (en bleu) et mesurées (en vert) de l'objet sans défaut (cm$^{-1}$).

## 4.5 Objet cylindrique avec un défaut proche de la périphérie

Le $4^{ème}$ objet d'étude est aussi un cylindre en POM de 44.0 mm avec comme défaut un trou cylindrique de 5.0 mm de diamètre (correspondant à une surface de 19.64 $mm^2$) rempli d'air. Cette fois, le défaut est situé à 10.0 mm du centre, c'est à dire dans la zone aveugle. Afin d'illustrer le résultat attendu, un fantôme représentant la carte des coefficients d'absorption de cet objet est présentée dans la Fig. 4.18 dont le profil de ligne est tracé en noir sur la Fig. 4.21.

La Fig.4.19 présente la reconstruction des coefficients d'absorption du $4^{ème}$ objet obtenue après 50 itérations de notre proposition en considérant les projections mesurées du $4^{ème}$ objet et les projections simulées de l'objet sans défaut. Dans cette expérience, la forme cylindrique du défaut n'est pas correctement reconstruite. A l'emplacement du cylindre d'air – qui est indiqué par un cercle rouge – un artefact en forme de camembert est reconstruit.

Nous pensons que la mauvaise reconstruction de la forme du défaut est dû au manque d'information sur le défaut – i.e. l'incomplétude des mesures – induit par la réfraction dans la zone aveugle [74]. En effet, le défaut étant situé dans la zone aveugle, l'information sur le défaut est manquante pour certains angles de projections. Cette information manquante résulte du fait qu'une portion de l'onde émise – ayant traversé l'objet – n'atteint pas le détecteur. Il en résulte alors une incomplétude des mesures, puisqu'un défaut peut être visible seulement sur certains angles de projection.

Pour confirmer cette interprétation, c'est à dire que ceci ne provient pas d'autres phénomènes que ceux de réfraction, réflexion et absorption, nous proposons de remplacer les mesures du $4^{ème}$ objet avec défaut par des simulations. Ceci permet de s'assurer que les projections du $4^{ème}$ objet et celles de l'objet sans défaut sont obtenues dans les mêmes conditions. Le résultat de cette simulation est présenté dans la Fig. 4.20. La forme du défaut reconstruit ainsi que son emplacement sont similaires au résultat présenté dans la Fig. 4.19. Cela confirme donc que la mauvaise reconstruction de la forme du défaut n'est pas induite par des phénomènes qui ne sont pas pris en compte par le modèle MCSRT, mais plutôt par le manque d'information induit par le fait que l'objet se trouve dans la zone aveugle.

La Fig. 4.21 présente les profils de ligne horizontaux centrés sur le défaut contenu dans l'image du fantôme (en noir) et des images reconstruites selon notre proposition en utilisant les projections mesurées (en bleu) et simulées (en vert) du $4^{ème}$ objet. Que ce soit en utilisant les projections mesurées ou simulées de l'objet, on peut remarquer que le défaut présent dans le fantôme semble inclut dans l'artefact en forme de camembert.

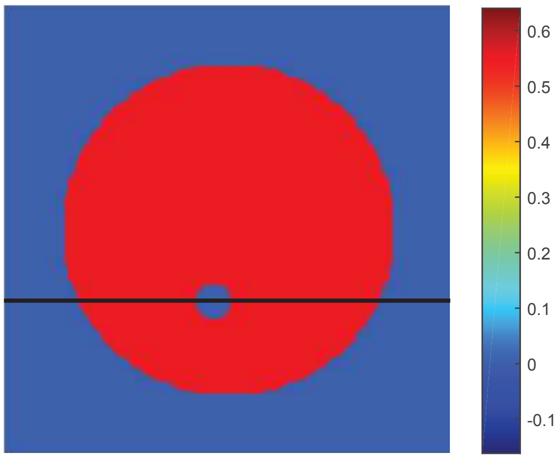



FIGURE 4.18 – Fantôme des coefficients d'absorption du $4^{ème}$ objet ($cm^{-1}$).

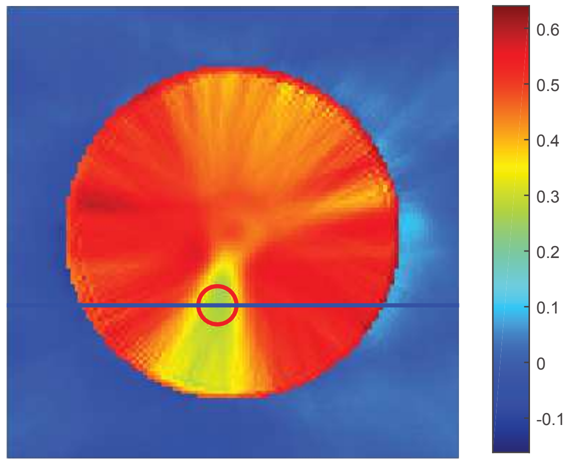



FIGURE 4.19 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $4^{ème}$ objet après 50 itérations de notre proposition en utilisant les projections mesurées du $4^{ème}$ objet et les projections simulées de cet objet sans défaut ($cm^{-1}$).

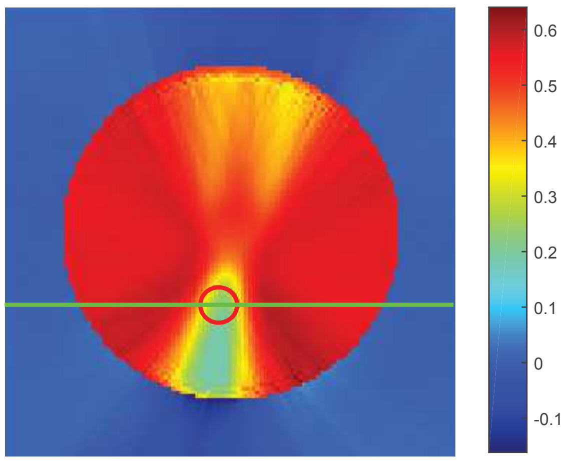



FIGURE 4.20 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $4^{ème}$ objet après 50 itérations de notre proposition en utilisant des projections simulées du $4^{ème}$ objet et les projections simulées de cet objet sans défaut ($cm^{-1}$).

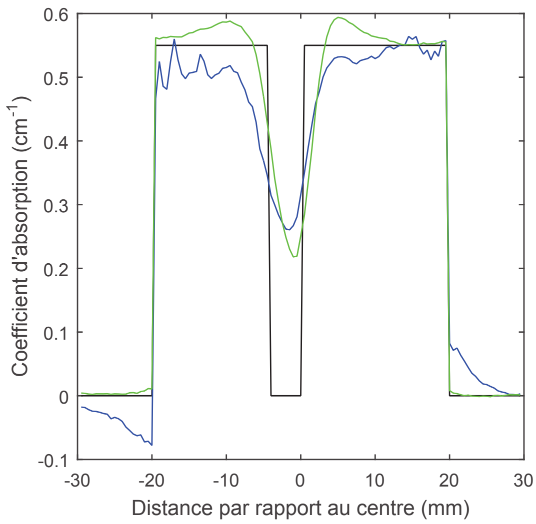



FIGURE 4.21 – Profils horizontaux au centre du défaut sur l'image du fantôme (en noir) et des images reconstruites après 50 itérations de notre proposition en utilisant les projections mesurées du $4^{ème}$ objet et les projections simulées de cet objet sans défaut (en bleu) et en utilisant que des projections simulées (en vert) ($cm^{-1}$).

## 4.6 Réduction de l'incomplétude des mesures

Nous pensons que la reconstruction d'un défaut situé dans la zone aveugle peut être améliorée en réduisant l'incomplétude des mesures par le biais d'une modification du processus d'acquisition. Afin de réduire l'incomplétude des mesures, il serait nécessaire de mesurer l'énergie de la totalité de l'onde THz ayant traversé l'objet. Au début de nos travaux, le diamètre des lentilles de focalisation et de collection étaient identiques. Afin de mieux mesurer l'atténuation de l'onde THz transmise pour l'ensemble des expériences présentées, nous avons considéré une lentille de collection dont le diamètre est plus grand que celui de la lentille de focalisation (voir Fig. 1.2). Cette modification s'apparente à considérer un détecteur plus large que dans le cas où les lentilles de focalisation et de collection sont de même diamètre. Les résultats présentés dans la section 4.5 semblent indiquer que cette modification n'est pas suffisante pour obtenir une mesure représentative de l'atténuation subie par l'onde THz.

Actuellement, nous ne disposons pas de lentilles de collection d'une taille suffisante pour mesurer l'atténuation de l'onde incidente quand il y a des phénomènes de réfraction. Nous proposons ici de simuler les projections du $4^{ème}$ objet et les projections obtenues à partir du modèle CAO en considérant que l'ensemble des rayons lancés avec le modèle MCSRT atteignent le détecteur. Cela revient à considérer un détecteur de largeur infinie. Avec cette proposition, on obtient un vecteur de projections de même taille que le vecteur des projections mesurées du $4^{ème}$ objet. Comme plus de rayons sont retenus lors de la simulation, la matrice de Radon est moins creuse. Cette modification permet de réduire l'incomplétude des mesures et donc d'obtenir un résultat plus proche du fantôme présenté dans la Fig. 4.18.

Nous présentons dans la Fig. 4.22 la reconstruction des coefficients d'absorption du quatrième objet après 50 itérations de notre proposition. La position attendue du défaut est représentée par un cercle vert. Comme on peut le voir, l'artefact visible sur les Fig. 4.19 et 4.20 n'est plus présent. En lieu et place, on obtient un défaut reconstruit dont la forme est plus proche de celle du défaut représenté dans la Fig. 4.18. La mesure à mi-hauteur de la surface du défaut reconstruit est de 29.22 $mm^2$, ce qui reste éloigné du résultat attendu (19.64 $mm^2$). La mesure du coefficient d'absorption minimum du défaut reconstruit, si on considère que cela correspond au centre du défaut reconstruit, indique que le centre du défaut reconstruit est localisé à 8.3 mm du centre de l'objet, ce qui est éloigné de la valeur attendue (10.0 mm). Cet écart est principalement dû au manque de spécificité de la mesure (mesure dont l'orientation est imprécise). Bien que le défaut reconstruit n'ait ni la forme attendue, ni la bonne surface et qu'il ne soit pas localisé à l'endroit attendu, il est plus facile d'en déterminer la nature du défaut. Cela permet de mettre en évidence l'impact de l'incomplétude des mesures.

Une autre solution pour supprimer l'incomplétude des mesures serait d'augmenter le nombre de mesures en déplaçant, en plus de l'objet, le détecteur. Cette solution implique pour chaque projection de l'objet de déplacer le détecteur de telle sorte à mesurer l'intégralité de l'onde THz transmise. Nous détaillerons cette solution dans la conclusion.

Jusqu'à présent nous avons testé notre proposition sur des objets de forme cylindrique. Afin de vérifier que notre proposition soit utilisable pour d'autres formes d'objets, nous proposons de nous intéresser à des objets de forme cubique.

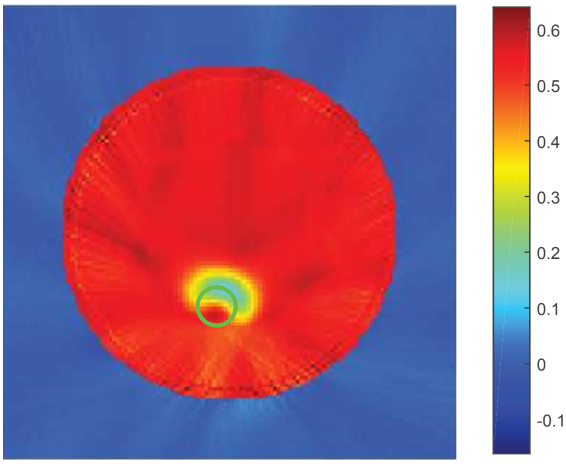



FIGURE 4.22 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $4^{ème}$ objet après 50 itérations de notre proposition en utilisant des projections simulées cohérentes du $4^{ème}$ objet et les projections simulées cohérentes de cet objet sans défaut ($cm^{-1}$).

## 4.7 Objet cubique sans défaut

Le $5^{ème}$ objet d'étude est un cube homogène en POM de 40.0 mm de hauteur, 30.0 mm de largeur et 30.0 mm de profondeur (correspondant à une surface de $30 * 30 = 900.0$ mm$^2$). Les projections de cet objet ont été mesurées pour une fréquence proche de 165 GHz, fréquence à laquelle l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption du POM sont respectivement de 1.649 et 0.78 $cm^{-1}$. Comme pour le $1^{er}$ objet, nous avons veillé à ce que le $5^{ème}$ objet soit proche de son modèle CAO et donc qu'aucun effet de coeur n'apparaisse lors de sa fabrication. Afin d'illustrer le résultat attendu, un fantôme représentant la carte des coefficients d'absorption de cet objet est présentée dans la Fig. 4.23 dont le profil de ligne est représenté en noir sur la Fig. 4.26.

Une précision est nécessaire dû au fait que nous considérons des formes cubiques. Lorsque l'angle entre l'axe optique de l'onde THz et la normale d'une face du cube est proche de 45°, le faisceau est fortement réfléchit. Cette forte réflexion induit une mesure de la projection de l'objet qui est proche du niveau de bruit du détecteur. Lors d'une reconstruction tomographique, si elle n'est pas prise en compte (voir Section 3.3), cette forte réflexion risque d'être attribuée à tort à une forte absorption induite par l'objet. Dans le cas où les réflexions ne sont pas prises en compte, les coefficients d'absorption sur les bords de l'objet reconstruit peuvent donc être plus élevés que ceux attendus.

Nous présentons dans la Fig. 4.24 la reconstruction des coefficients d'absorption du $5^{ème}$ objet obtenue après 50 itérations de notre proposition. On peut remarquer que la reconstruction comporte plus d'artefact en épandage que lors de la reconstruction du $1^{er}$ objet (voir Fig. 4.6). Un artefact en forme de croix est visible à l'intérieur de l'objet reconstruit. Nous pensons que l'algorithme de reconstruction diverge. Nous proposons, comme dans la Section 4.3, de diminuer le nombre d'itérations de l'algorithme de reconstruction.

Nous présentons dans la Fig. 4.25 la reconstruction des coefficients d'absorption du $5^{ème}$ objet obtenue après 30 itérations de notre proposition. En comparant la Fig. 4.24 et la Fig. 4.25, on peut remarquer que l'artefact d'épandage et l'artefact en croix sont atténués. La méthode par arrêt anticipé semble donc dépendre de la forme de l'objet à reconstruire: le nombre d'itérations doit être estimé pour chaque objet. Une solution consisterait à estimer le nombre d'itérations avant divergence en se basant sur la présence d'artefact d'épandage dans les images reconstruites d'un objet sans défaut. On peut remarquer que l'artefact d'épandage semble être principalement localisé au niveau des arrêtes du cube. Nous pensons qu'un phénomène de

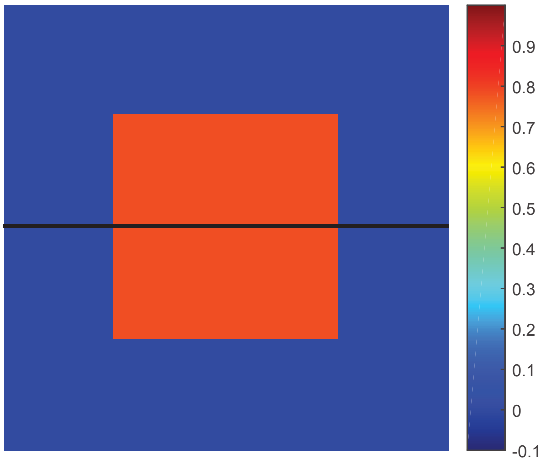



FIGURE 4.23 – Fantôme des coefficients d'absorption du $5^{ème}$ objet ($cm^{-1}$).

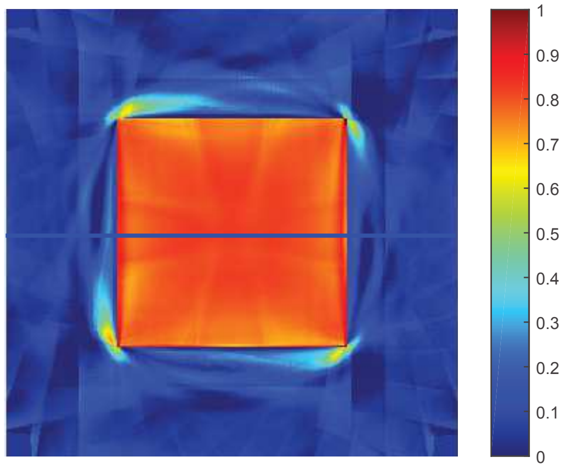



FIGURE 4.24 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $5^{ème}$ objet après 50 itérations de notre proposition ($cm^{-1}$).

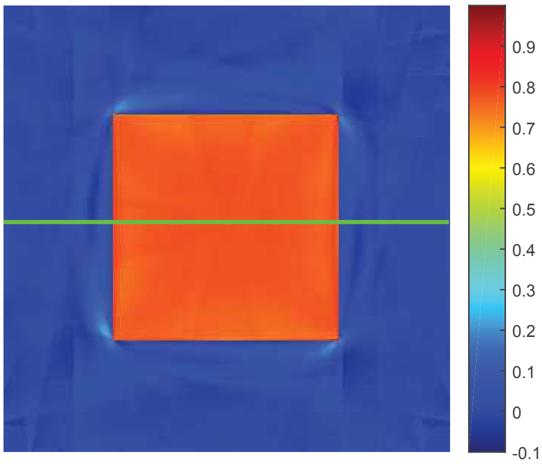



FIGURE 4.25 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $5^{ème}$ objet après 30 itérations de notre proposition ($cm^{-1}$).

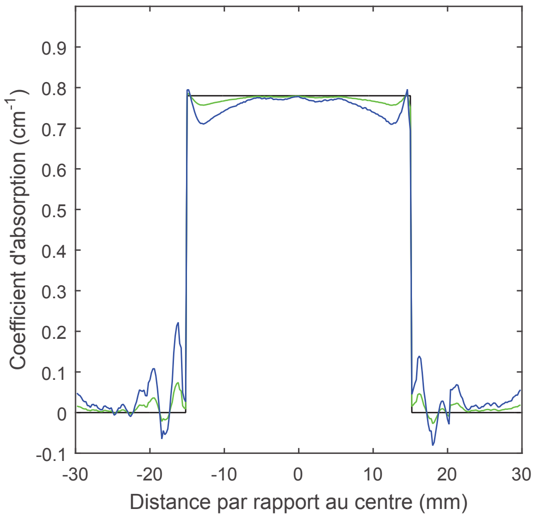



FIGURE 4.26 – Profils horizontaux au centre de l'objet sur l'image du fantôme (en noir) et de l'image reconstruite après 30 itérations (en vert) et 50 itérations (en bleu) de notre proposition ($cm^{-1}$).

diffraction au niveau des arêtes en est le principal responsable.

La Fig. 4.26 présente les profils horizontaux au centre du fantôme (tracé en noir sur la Fig. 4.23) et de l'image reconstruite du $5^{ème}$ objet après 30 itérations (tracé en vert sur la Fig. 4.25) et 50 itérations (tracé en bleu sur la Fig. 4.24) de notre proposition. Au bout de 30 itérations, le profil de ligne semble plus proche du résultat attendu qu'au bout de 50 itérations. Après 30 itérations de notre proposition, le coefficient d'absorption moyen reconstruit à l'intérieur du $5^{ème}$ objet est de 0.77 $cm^{-1}$, valeur qui est proche celle attendue (0.78 $cm^{-1}$). La mesure à mi-hauteur de la surface de l'objet reconstruit est de 907.1 $mm^2$ ce qui correspond au résultat attendu (900.0 $mm^2$).

## 4.8 Objet cubique avec un défaut proche du centre

Le $6^{ème}$ objet d'étude correspond au $5^{ème}$ objet dans lequel nous avons créé un trou cylindrique (rempli d'air) sur toute la hauteur du cube de 5.0 mm de diamètre (correspondant à une surface de 19.64 $mm^2$) situé à 1.0 mm du centre. Comme dans la section 4.4, nous considérons que l'indice de réfraction et le coefficient d'absorption de l'inclusion à 165 GHz sont respectivement de 1.0 et de 0.0 $cm^{-1}$. Comme le $6^{ème}$ objet est fabriqué à partir du $5^{ème}$, nous proposons comme dans la section 4.4 de remplacer dans l'Eq. (3.10) les projections simulées de l'objet sans défaut par les projections acquises du $5^{ème}$ objet. Afin d'illustrer le résultat attendu, un fantôme représentant la carte des coefficients d'absorption de cet objet est présentée dans la Fig. 4.27 dont le profil de ligne est représenté en noir dans la Fig. 4.29.

Nous présentons dans la Fig. 4.28 la reconstruction des coefficients d'absorption du $6^{ème}$ objet obtenue après 30 itérations de notre proposition. On peut remarquer la présence d'artefacts d'épandage moins marqués que dans la Fig. 4.25. Ceci semble confirmer que le nombre d'itérations nécessaire pour obtenir la convergence de la reconstruction en limitant l'apparition d'artefacts d'épandage soit propre à chaque objet. Comme dans la Fig. 4.24, à l'intérieur de l'objet reconstruit, un artefact en forme de croix est visible, dont le centre semble être situé à l'emplacement de l'inclusion. Cet artefact pénalise la visualisation de la forme cylindrique de l'inclusion. Pour les angles de projection où les phénomènes de forte réflexion sont présents, aucune information sur l'inclusion n'est obtenue, ce qui provoque une incomplétude des mesures. Nous pensons que cet artefact en forme de croix est dû à cette incomplétude des mesures.

La Fig. 4.29 présente les profils horizontaux centrés sur l'inclusion contenue dans l'image du fantôme (tracé en noir sur la Fig. 4.27) et dans l'image reconstruite du $6^{ème}$ objet obtenue après 30 itérations de notre proposition (tracé en vert sur la Fig. 4.28). On peut remarquer, sur le profil vert à l'intérieur de l'objet reconstruit, la présence de 3 minima locaux. Les deux minima situés sur les bords de l'objet reconstruit semblent correspondre aux extrémités de l'artefact en forme de croix. Si l'on compare le profil bleu de la Fig. 4.26 et le profil vert de la Fig. 4.29, on peut remarquer que ces deux minima sont présents sur ces deux profils. Il semblerait que ces deux minima correspondent donc bien à l'artefact en forme de croix. Le minimum local près du centre visible sur le profil vert n'étant pas présent sur le profil bleu, nous pensons qu'il s'agit du défaut reconstruit. La mesure du coefficient d'absorption minimum reconstruit au niveau du défaut est situé à 1.2 mm du centre de l'objet. La mesure à mi-hauteur de la surface du défaut reconstruit est de 23.51 $mm^2$. Ces mesures sont proches du résultat attendu (19.64 $mm^2$), ce qui semble confirmer que le défaut est reconstruit au centre de l'artefact en forme de croix.

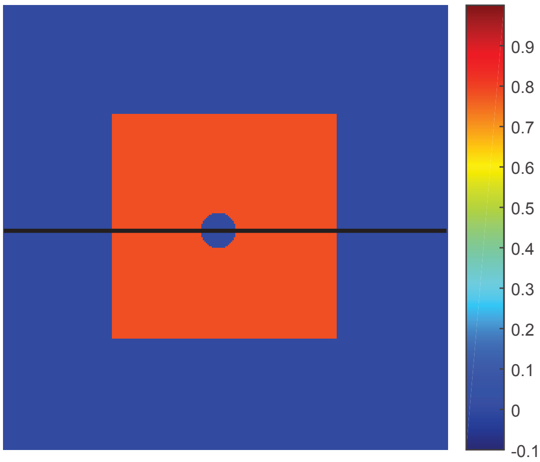



FIGURE 4.27 – Fantôme des coefficients d'absorption du $5^{ème}$ objet ($cm^{-1}$).

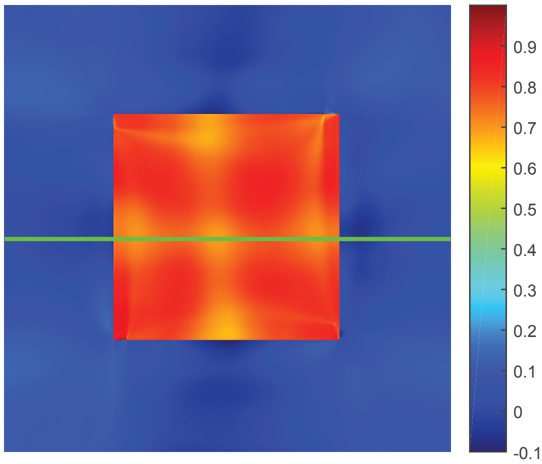



FIGURE 4.28 – Reconstruction des coefficients d'absorption du $6^{ème}$ objet après 30 itérations de notre proposition ($cm^{-1}$).

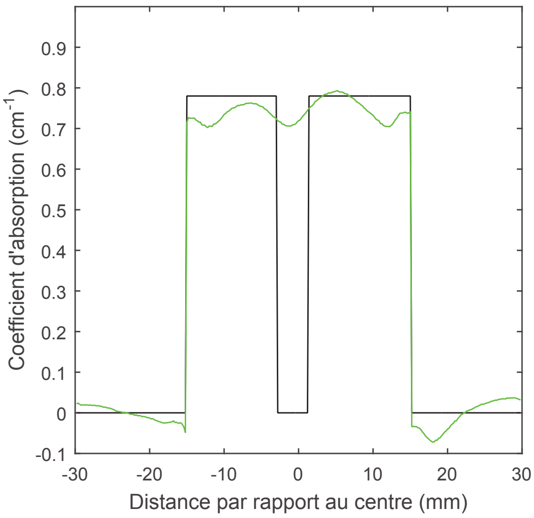
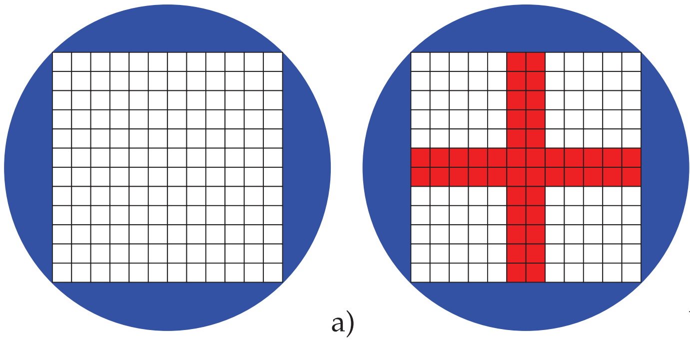



FIGURE 4.29 – Profils horizontaux au centre de l'objet sur l'image du fantôme (en noir) et de l'image reconstruite après 30 itérations de notre proposition (en vert) ($cm^{-1}$).

## 4.9 Cas applicatif industriel : taux de suie dans un filtre à particule

Nous considérons le cas d'un filtre à particule (FAP), objet de forme cylindrique de 120mm de diamètre composé d'un réseau interne de cavités cubiques mesurant 1mm de coté. Un FAP est considéré comme défectueux dès lors qu'il atteint un certain pourcentage d'encrassement. Cet encrassement résulte de l'accumulation, au cours du temps, de particules de suie au sein des cavités cubiques. Afin de déterminer l'encrassement d'un FAP, il est nécessaire de retrouver la structure interne de ce dernier. Une fois la structure interne reconstruite, il est nécessaire de faire la distinction entre le FAP et la suie qui le compose. N'ayant aucune information sur les propriétés de la suie, reconstruire l'écart par rapport à un modèle CAO – représentant le FAP sans suie – semble prendre tout son sens.

L'expérience que nous proposons consiste à acquérir les projections d'un FAP sain et d'un FAP défectueux. La Fig. 4.30.a) représente une coupe orthogonale schématique du FAP sain. La Fig. 4.30.b) représente la coupe orthogonale schématique du FAP défectueux chargé en suie



a) b)

FIGURE 4.30 – Vue en coupe schématique des FAP sain a) et défectueux b).

(rouge). Afin de juger de la qualité des reconstruction, la suie a été injectée de façon homogène de telle sorte à ce qu'une croix de suie soit formée au sein du FAP. Chaque bande composant la croix mesure 25.0 mm.

Une précision est nécessaire. N'ayant pas accès au modèle CAO du FAP pour des raisons de confidentialité, nous avons considéré le modèle CAO d'un cylindre homogène de dimension identique au FAP. Cette simplification a beau ne pas tenir compte du réseau interne de cavités qui compose le FAP, nous pensons que cela n'est pas contraignant car la dimension d'une cavité est très inférieure au pouvoir de résolution de notre imageur c'est à dire au *waist* de l'onde considérée. N'ayant pas pu caractériser les matériaux composant le FAP, nous ne connaissons pas l'indice de réfraction à attribuer au cylindre homogène considéré comme modèle CAO. Pour palier à ce manque d'information, nous avons effectué plusieurs reconstructions du FAP en considérant différents indices de réfraction pour le cylindre homogène. D'après une analyse subjective de la qualité des images reconstruites, nous estimons qu'en considérant un indice de réfraction de 1.1 nous obtenons le meilleur résultat possible avec notre proposition. Cette valeur nous semble cohérente puisque les FAP s'apparentent à des céramiques poreuses (i.e. se caractérisent par un indice de réfraction faible). Concernant le coefficient d'absorption du cylindre homogène, puisque nous utilisons les mesures des FAP sain et défectueux, il n'est pas nécessaire d'en connaître la valeur.

Dans cette expérience, puisque l'indice de réfraction est faible, nous proposons de comparer notre proposition à celle de Recur *et al*. Avec la proposition de Recur *et al*., nous nous attendons à retrouver un artefact en anneau sur la périphérie de l'objet mais, du fait que l'indice de réfraction est faible, nous pensons que la zone aveugle dans le FAP n'empêchera pas la visualisation de la suie. Concernant notre proposition, le modèle CAO considéré ne tenant pas compte des cavités cubiques, l'ajouter à l'écart reconstruit ne serait pas exact. Pour effectuer la comparaison entre notre proposition et celle de Recur *et al*., nous proposons de calculer la différence entre les reconstructions des FAP sain et défectueux obtenues avec la méthode proposée par Recur *et al*. et de comparer cette différence à l'écart reconstruit via notre proposition.

Que ce soit en effectuant la différence des reconstructions des FAP sain et défectueux ou en reconstruisant l'écart entre les FAP sain et défectueux, nous cherchons à supprimer les éléments perturbants la visualisation de la suie. Cette opération revient à supprimer tout élément (cylindre, réseau interne) du FAP afin de ne visualiser que la suie. Le résultat attendu correspond donc à la croix rouge représentant la suie comme représenté dans la Fig.4.31.

Dans les Fig. 4.32 et 4.33 sont respectivement présentées les reconstructions des FAP sain et défectueux après 30 itérations de la méthode proposée par Recur *et al*. On peut remarquer un artefact en anneau sur la périphérie de l'objet reconstruit qui comme attendu est moins marqué que lors des expériences réalisées avec d'autres objets de forme cylindrique (voir Section 4.2). Concernant le FAP sain, le réseau interne semble être visible. Le fait qu'il ne soit pas reconstruit

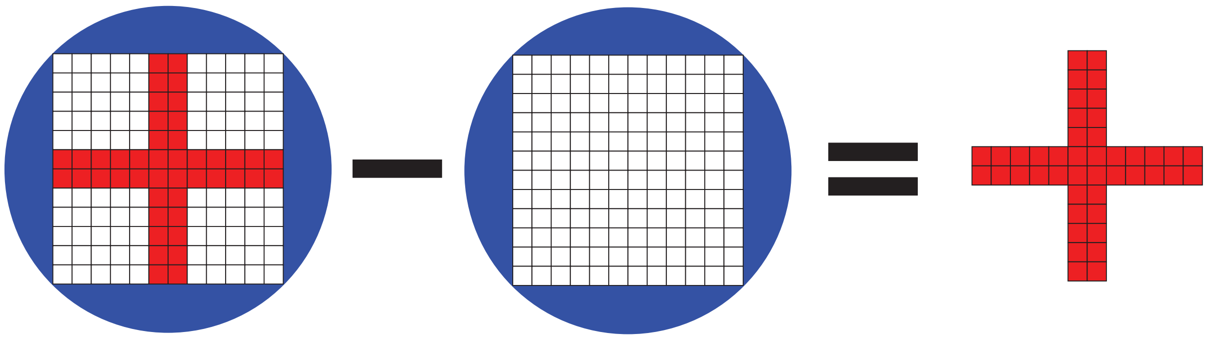


FIGURE 4.31 – Résultat attendu : en retranchant la structure du FAP sain au FAP défectueux, nous cherchons à visualiser la suie.

de façon précise peut se justifier par le fait que la taille des cavités est inférieure à la résolution du système optique ce qui induit un effet de volume partiel. Dans le cas du FAP défectueux, on distingue ce qui s'apparente à la croix de suie. La croix de suie n'est pas reconstruite de façon homogène ce qui ne correspond pas au résultat attendu. La mesure à mi-hauteur de la largeur des bandes de suie reconstruites est proche de 25.0 mm ce qui est cohérent avec le résultat attendu (25.0 mm).

La Fig. 4.34 présente le résultat obtenu en calculant la différence entre les reconstructions, après 30 itérations de la méthode de Recur *et al.*, des FAP sain (voir Fig. 4.32) et défectueux (voir Fig. 4.33). Le profil de ligne indiqué par le trait vert dans la Fig. 4.34 est présenté dans la Fig. 4.35. Le résultat de cette différence présente le même problème d'homogénéité que le résultat présenté dans la Fig. 4.33. Sur la Fig. 4.35, on peut remarquer que les coefficients d'absorption reconstruits au centre et sur l'extrémité de la croix de suie sont éloignés. On peut remarquer, autour de la transition entre le FAP et l'air, une variation brutale des coefficients d'absorption reconstruits. Cette variation brutale résulte de la soustraction des artefacts en anneau visibles sur la Fig. 4.32 et la Fig. 4.33.

La Fig. 4.36 présente l'écart des coefficients d'absorption reconstruits apès 30 itérations de notre proposition, en considérant les projections mesurées du FAP défectueux et du FAP sain. Le profil de ligne indiqué par le trait bleu dans la Fig. 4.36 est présenté dans la Fig. 4.37. Si l'on compare le résultat présenté dans la Fig. 4.36 à celui présenté dans la Fig. 4.34, la croix de suie semble plus facilement identifiable et semble être plus homogène qu'avec la méthode de Recur *et al*. On peut remarquer la présence d'artefacts d'épandages dans la zone correspondant à l'air. La mesure à mi-hauteur de la largeur des bandes est proche de 25.0 mm ce qui correspond au résultat attendu. La Fig. 4.37 confirme le fait que la croix de suie reconstruite est plus homogène. Si l'on compare le profil de la Fig. 4.37 à celui présenté dans la Fig. 4.35, on remarque que les coefficients d'absorption reconstruits avec notre proposition varient moins sur l'extrémité de la croix de suie que ceux reconstruits avec la méthode proposée par Recur *et al*. On peut remarquer que les coefficients d'absorption reconstruits au centre de la croix de suie sont différents de ceux reconstruits sur l'extrémité de la croix.

On peut remarquer, que ce soit avec notre proposition ou celle de Recur *et al.*, que les coefficients d'absorption reconstruits au centre paraissent plus élevés que sur les extrémités de la croix de suie. Puisque la suie a été répartie de façon homogène lors de l'injection, le taux de suie est censé être identique dans toute la croix. Nous pensons que cette différence entre le centre et les extrémités de la croix provient du fait que l'onde THz est focalisée. La différence de résolution entre le centre et les extrémités de l'onde THz focalisée peut être responsable de cette différence dans les reconstructions.

Le FAP étant composé d'une matrice carrée de cavités, des phénomènes de forte réflexion

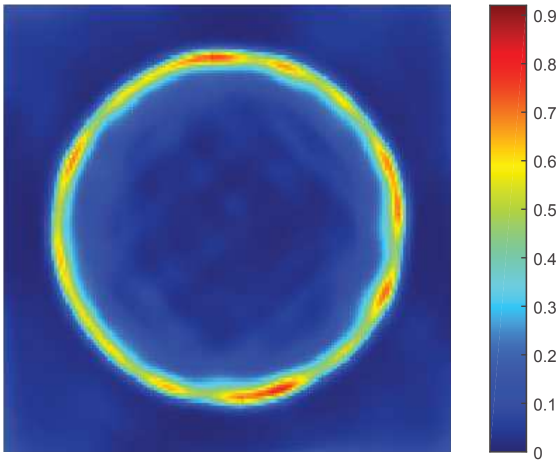



FIGURE 4.32 – Reconstruction des coefficients d'absorption du FAP sain après 30 itérations de la méthode proposée par Recur *et al*. ($cm^{-1}$).

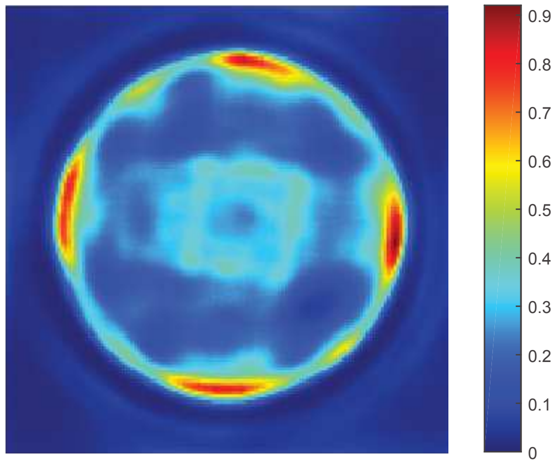



FIGURE 4.33 – Reconstruction des coefficients d'absorption du FAP défectueux après 30 itérations de la méthode proposée par Recur *et al*. ($cm^{-1}$).

sont aussi présents et peuvent expliquer le problème d'homogénéité. Selon certains angles de projections, les mesures des FAP sain et défectueux correspondent seulement au bruit du détecteur, provoquant une incomplétude des mesures. Une solution pour supprimer l'incomplétude des mesures serait de ne pas tenir compte, lors de la reconstruction, des angles de projections dont la mesure est proche du niveau de bruit du détecteur. Une telle solution aurait pour conséquence de réduire le nombre d'angles de projections considérés. Réduire le nombre d'angles de projections impliquerait que l'impact du bruit de mesure sur la reconstruction serait augmenté, et pourrait être responsable de l'apparition d'artefacts d'épandage dans les reconstructions. Avec notre proposition, l'écart entre les projections du FAP sain et du FAP défectueux est presque nul (soustraction entre les bruits de mesure du cas sain et défectueux) pour les angles de projections correspondant à une réflexion totale. Cet écart étant presque nul, cela revient à considérer – pour ces angles de projections – que l'objet ne dévie pas de son modèle CAO. Considérer, sur certains angles de projections, que l'objet ne dévie pas de son modèle est incohérent puisque sur le reste des angles de projection, un écart est visible. Cependant, cela permet de ne pas considérer une très forte atténuation pour les angles de projections où une forte réflexion apparaît. Avec notre proposition les coefficients d'absorption reconstruits sont moins impactés par les forte réflexion qu'avec la proposition de Recur *et al*. Nous pensons que cela explique en partie la meilleure homogénéité de la croix de suie reconstruite avec notre proposition.

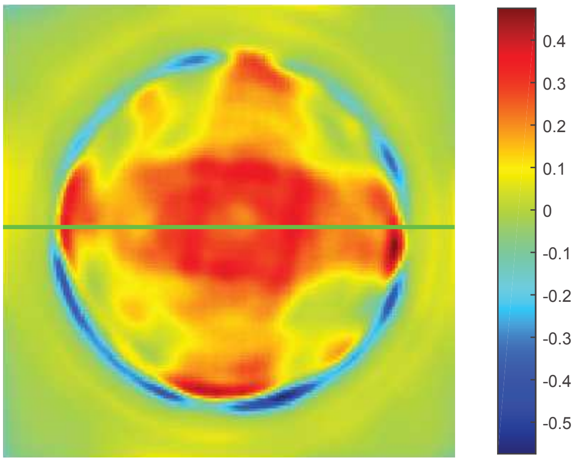



FIGURE 4.34 – Différence de reconstruction entre les FAP défectueux et sain après 30 itérations de la méthode de Recur *et al*. ($cm^{-1}$).

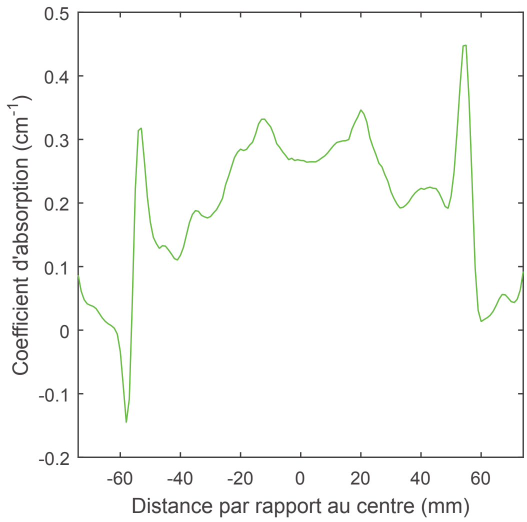



FIGURE 4.35 – Profil horizontal au centre du FAP sur l'image de la différence de reconstruction entre les FAP défectueux et sain après 30 itérations de la méthode de Recur *et al*. ($cm^{-1}$).

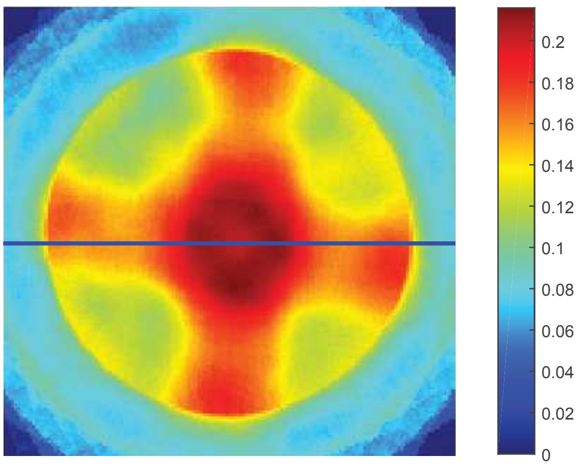



FIGURE 4.36 – Écart des coefficients d'absorption reconstruits entre les FAP défectueux et sain en utilisant notre proposition ($cm^{-1}$).

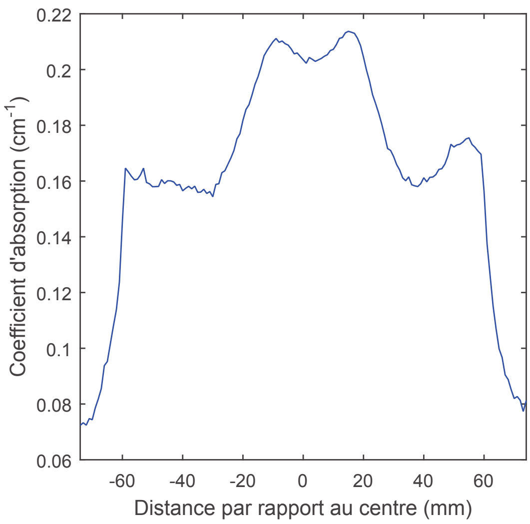



FIGURE 4.37 – Profil horizontal au centre du FAP sur l'image de l'écart des coefficients d'absorption reconstruits entre les FAP défectueux et sain après 30 itérations de notre proposition ($cm^{-1}$).

# Conclusion et perspectives

Dans ce travail de thèse, nous avons proposé une nouvelle méthode de reconstruction tomographique dédiée au contrôle non destructif d'objets manufacturés par ondes THz.

Dans le premier chapitre, nous avons présenté le contexte de ce travail de thèse. Nous avons présenté les enjeux du CND, introduit les ondes THz et proposé une étude comparative sur des points de divergence entre les ondes THz et les rayons-X. Nous avons mis en évidence d'une part le fait que la distribution d'intensité des ondes THz diffère de celle des rayons-X et, d'autre part, le fait que certains phénomènes optiques, mineurs dans le cas des rayons-X, ne peuvent être négligés dans le cas des ondes THz ce qui nous mène à conclure que les techniques développées dans le cadre de la tomographie par rayons-X ne peuvent être transposées directement à la tomographie par ondes THz. Enfin, nous avons présenté le système d'imagerie THz expérimental qui a été utilisé pour mesurer les projections d'un objet, nécessaires à la reconstruction tomographique.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté la modélisation exacte de la transformée de Radon ainsi que les principales approximations induites par l'échantillonnage de cette transformée. Nous avons établit en quoi le problème de la reconstruction tomographique est un problème inverse et comment ce problème peut être résolu par le biais des méthodes directes et des méthodes par optimisation. Par la suite, nous avons présenté comment est modélisé, dans la littérature, la distribution d'intensité et la propagation d'une onde THz. Le modèle Gaussien du faisceau génère une distribution d'intensité de l'onde THz qui est proche de la réalité, mais ne permet pas la prise en compte des phénomènes de réfraction. Les méthodes par lancer de rayons permettent la modélisation de la propagation de l'onde THz avec une faible complexité algorithmique, mais génèrent une distribution d'intensité de l'onde THz éloignée de la réalité ainsi qu'un biais d'échantillonnage. Enfin, nous avons présenté comment le problème de la reconstruction tomographique THz a été traité dans la littérature et quelles sont les limitations des méthodes proposées. Nous avons vu que négliger les phénomènes de réfraction et de réflexion ou la distribution d'intensité peut se traduire par l'apparition d'artefacts de reconstruction. A notre connaissance, aucune des proposition pour reconstruire un objet ne permet de tenir compte des phénomènes de réfraction et de réflexion tout en générant une distribution d'intensité de l'onde THz qui soit proche de la réalité.

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé deux nouveaux modèles d'interaction onde-matière se basant sur le modèle FRTG. Nous avons cherché à supprimer le biais d'échantillonnage et à améliorer la distribution d'intensité de l'onde THz simulée par la méthode FRTG. Pour cela, nous avons présenté les méthodes Monte Carlo qui offrent l'avantage d'éviter les biais induits par un échantillonnage régulier. Le premier modèle que nous avons proposé (MCFRT) tire profit des méthodes Monte Carlo en définissant aléatoirement l'orientation d'un rayon, nous permettant de supprimer le biais d'échantillonnage du modèle FRTG. Cependant, la distribution d'intensité du modèle MCFRT est proche de celle du modèle FRTG et est donc éloignée de la réalité. En effet, que ce soit avec le modèle MCFRT ou le modèle FRTG, l'ensemble des rayons s'intersectent au centre de l'onde THz. Pour supprimer le fait que l'ensemble des rayons s'intersectent au centre de l'onde THz et donc améliorer la distribution d'intensité générée par le modèle MCFRT, nous avons proposé d'introduire un paramètre aléatoire supplémentaire dans la manière dont les rayons sont lancés. Cette modification correspond au modèle MCSRT. Nous avons ensuite présenté comment, à partir d'un modèle par lancer de rayons, il est possible de simuler les projections d'un objet en utilisant son modèle CAO. Afin d'analyser la capacité à modéliser l'interaction onde-matière des méthodes par lancer de rayons de l'état de l'art et nos propositions, nous avons proposé, dans un premier temps, de quantifier l'écart entre la mesure et la simulation de la distribution d'intensité d'une onde THz. Dans un second temps, nous avons proposé de quantifier l'écart entre la mesure et la simulation des projections d'un objet. Les résultats présentés semblent indiquer que le modèle MCSRT est le plus à même de modéliser les interactions onde-matière. Par la suite, nous avons présenté comment utiliser un modèle par lancer de rayons au sein d'une reconstruction tomographique THz. Nous avons d'abord montré que la modélisation des interactions onde-matière ne peut pas être représentée de façon linéaire dans le cas des ondes THz puis nous avons proposé de linéariser le modèle d'interaction onde-matière autour d'un point de fonctionnement correspondant à une version échantillonnée du modèle CAO d'un objet. Avec notre proposition, ce n'est plus l'objet qui est reconstruit, mais l'écart entre les coefficients d'absorption de l'objet et ceux de son modèle CAO échantillonné. Ainsi, avec notre proposition, il est possible de reconstruire les défauts d'un objet qui ne sont pas présents dans son modèle CAO. Cependant, la linéarisation proposée repose sur l'hypothèse que la déviation induite par le défaut est négligeable par rapport à celle induite par l'objet.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté un protocole pour comparer notre algorithme de reconstruction tomographique THz à ceux de l'état de l'art. Pour cela, nous avons analysé la qualité des images reconstruites d'objets de forme cylindrique et cubique avec et sans défaut. Les résultats semblent indiquer que notre proposition est pertinente pour reconstruire des objets ne présentant pas d'écart avec leur modèle CAO ainsi que des défauts qui ne sont pas localisés dans la zone aveugle de l'objet. Dans le cas où le défaut est situé dans la zone aveugle de l'objet, sa détection est possible mais sa caractérisation est difficile. Ces résultats sont très satisfaisants. Il existe des pistes d'amélioration qui pourraient être envisagées, notamment au niveau de l'incomplétude des mesures, la différence de résolution spatiale de l'onde THz au sein d'un objet, la prise en compte du phénomène de diffraction et effectuer le lancer de rayons non plus sur le modèle CAO échantillonné mais directement sur l'image reconstruite obtenue à chaque itération de l'algorithme de reconstruction.

Dans la section 4.6, nous avons mis en évidence l'incomplétude des mesures induite par le fait que la totalité de l'onde THz ayant traversé un objet n'est pas mesurée. Au cours d'une simulation, nous avons montré que mesurer avec un détecteur de largeur infinie la totalité de l'onde THz peut significativement améliorer la forme du défaut reconstruit. Cependant, cette modification n'est pas suffisante pour que la forme du défaut reconstruit soit proche de celle du résultat attendu. Nous pensons qu'il est nécessaire, en plus de mesurer la totalité de l'onde THz ayant traversé l'objet, que les mesures obtenues soient plus spécifiques. Pour cela, deux solutions pourraient être envisagées:

- Considérer une barrette de détecteurs composée d'un nombre suffisant de détecteurs afin de collecter un échantillonnage représentatif de l'onde THz après déviation et atténuation. L'espacement entre deux détecteurs doit être identique au pas d'échantillonnage du déplacement de l'objet afin d'assurer une cohérence de la résolution de la reconstruction. Chaque détecteur ayant potentiellement une réponse impulsionnelle différente, il est nécessaire de prendre en compte cette différence en normalisant la mesure de chaque détecteur. Pour cela, il peut être envisagé de réaliser des mesures sans objet sur l'ensemble des détecteurs. En divisant ces mesures par l'intensité mesurée la plus faible, on obtient un vecteur de normalisation à appliquer aux mesures des détecteurs tenant compte du fait que la réponse impulsionnelle des détecteurs soit différente. L'inconvénient majeur de cette solution réside dans le fait qu'un tel système implique de concevoir une lentille de collection suffisamment large permettant d'illuminer de façon homogène l'ensemble des détecteurs.

- Déplacer un seul détecteur selon l'axe x. Le pas d'échantillonnage du déplacement du détecteur doit être identique à celui du déplacement de l'objet afin d'assurer une cohérence de la résolution lors de la reconstruction. L'inconvénient majeur de cette solution réside dans le temps d'acquisition qui est augmenté d'un facteur égal au nombre de déplacements du détecteur.

Que ce soit pour la première ou la deuxième solution, ce n'est plus une, mais plusieurs mesures qui serraient obtenues pour une projection donnée. Considérer ces mesures supplémentaires se traduit par une matrice de Radon plus grande d'un facteur proportionnel au nombre de mesures supplémentaires pour chaque projection. Le temps de calcul étant lié à la taille de la matrice de Radon, cette modification du processus d'acquisition se traduirait par un temps de reconstruction plus élevé.

Dans la section 1.3, nous avons mis en évidence le fait que, dans le cas des ondes THz focalisés, la résolution spatiale n'est pas identique le long de l'axe optique. Cette spécificité implique, par exemple, qu'un défaut situé au centre ou en périphérie de l'objet peut ne pas être reconstruit avec la même finesse. Pour supprimer cette limitation, nous envisageons de déplacer le point focal de l'onde THz dans l'objet. La méthode consisterait, pour chaque angle de projection, à déplacer l'objet à la fois selon l'axe X et l'axe Z et de mesurer l'onde THz une fois l'objet traversé. Avec cette proposition, le nombre de projections (et donc la taille de la matrice de Radon) serait augmenté d'un facteur proportionnel à l'échantillonnage selon l'axe Z choisi.

Dans la section 2.9.2, nous avons présenté comment les méthodes par lancer de rayons modélisent les pertes par absorption, par réfraction et par réflexion subies par l'onde THz lors de sa propagation au travers d'un objet. Cependant, il existe d'autres phénomènes optiques tel que la diffraction qui, s'ils sont pris en compte dans le modèle d'interaction onde-matière, peuvent améliorer la qualité des images reconstruites. Dans la section 4.3, nous avons montré qu'il est pertinent de remplacer les projections simulées à partir du modèle CAO échantillonné par les projections mesurées d'un objet ne présentant pas d'écart par rapport à ce modèle CAO. Cependant, bien que cette modification assure que les phénomènes optiques non pris en compte ne soient pas attribués à tort à l'écart entre les coefficients d'absorption de l'objet et du défaut, elle ne permet pas de prendre en compte ces phénomènes optiques dans le calcul de la matrice de Radon. Or, ne pas prendre en compte un phénomène optique dans le calcul de la matrice de Radon peut être responsable de la présence d'artefacts de reconstruction, comme le montre les artefacts en anneaux présents dans les reconstruction lorsque l'on ne tient pas compte des phénomènes de réfraction et de réflexion.

Dans la section 3.5.6, nous avons présenté comment, avec les méthodes par lancer de rayons, la matrice de Radon peut être calculée à partir du modèle CAO échantillonné. Cependant, l'hypothèse que la déviation induite par le défaut soit négligeable face à celle induite par l'objet n'est pas toujours exacte. Dans ce cas, la matrice de Radon calculée à partir du modèle CAO échantillonné ne tient pas compte de la déviation induite par le défaut et peut être responsable de la présence d'artefacts de reconstruction dans les images reconstruites. Une solution serait de recalculer, à chaque itération de l'algorithme de reconstruction, la matrice de Radon non plus à partir du modèle CAO échantillonné, mais directement à partir de l'image reconstruite à l'itération précédente. Une telle solution impliquerait de reconstruire, en plus de l'écart des coefficients d'absorption, l'écart des indices de réfraction entre l'objet et son défaut pour pouvoir calculer la nouvelle déviation de l'onde THz. Effectuer un lancer de rayons sur l'image reconstruite est un défi car contrairement au modèle CAO échantillonné, cette image ne représente pas les interfaces de l'objet à reconstruire. Actuellement nous ne connaissons pas de méthodes permettant d'effectuer un lancer de rayon sans connaissance de ces interfaces. Nous pensons que la définition d'une nouvelle stratégie permettant d'effectuer un lancer de rayon sans connaissance de ces interfaces pourrait faire l'objet d'un nouveau sujet de thèse.

Pour reconstruire un objet certaines méthodes de l'état de l'art utilisent, en plus de la mesure d'atténuation, la mesure de phase de l'onde THz. Nous pensons que la mesure de phase pourrait être utilisée pour une toute nouvelle approche qui permettrait non plus de reconstruire un objet, mais de le "construire". La mesure de phase permettant de retrouver les interfaces d'un objet, nous pensons qu'il serait intéressant de se servir de cette information pour "construire" l'objet. Contrairement à une reconstruction tomographique, l'objet ne serait pas translaté. Le point focal serait placé au centre de l'objet et une mesure de phase serait réalisée pour différents angles de projections. La méthode consisterait à identifier la position des interfaces puis, après une étape d'interpolation, de situer ces positions dans une image correspondant au plan XZ. L'avantage de cette solution résiderait dans le fait que chaque mesure pourrait être réalisée au centre de l'objet, limitant potentiellement les phénomènes optiques tels que la réfraction et assurant la complétude des mesures.

# Bibliographie


[1] Y.K. Zhu, G.Y. Tian, R.S. Lu, and H. Zhang. A review of optical ndt technologies. *Sensors*, 11:7773–7798, 2011. 2

[2] M. Triki, A. Duhant, C. Poulin, B. Moulin, C. Archier, T. Antonini, F. Teppe, and W. Knap. Real-time nondestructive imaging with thz waves. In *21st International Conference on Microwave, Radar and Wireless Communications*, Cracovie, Poland, 2016. 2

[3] D. Coquillat, V. Nodjiadjim, A. Duhant, M. Triki, O. Strauss, A. Konczykowska, M. Riet, N. Dyakonova, and W. Knap. High-speed inp-based double heterojunction bipolar transistors and varactors for three-dimensional terahertz computed tomography. In *42nd International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, Cancun, Mexico, 2017. 2, 4

[4] B.B. Hu and M.C. Nuss. Imaging with terahertz waves. *Optics Letters*, 20:1716–1718, 1995. 2

[5] D.T. Petkie, C. Casto, F.C. De Lucia, S. R. Murill, B. Redman, R.L. Espinola, C.C. Franck, E.L. Jacobs, S.T. Griffin, C.E. Halford, J. Reynolds, S. O'Brien, and D. Tofsted. Active and passive imaging in the thz spectral region: phenomenology, dynamic range, modes and illumination. *Journal of the Optical Society of America B*, 25:1523–1521, 2008. 2

[6] R. M. Smith and M. A. Arnold. Terahertz time-domain spectroscopy of solid samples : Principles, applications, and challenges. *Applied Spectroscopy Reviews*, 46(8):636–679, 2011. 2

[7] J.F. Roux, F. Garet, , and J.L. Coutaz. Principles and applications of thz time domain spectroscopy. *Physics and Applications of Terahertz Radiation*, 173:203–231, 2014. 2

[8] S. Wietzke, C. Jansen, T. Jung, M. Reuter, B. Baudrit, M. Bastian, S. Chatterjee, and M. Koch. Terahertz time-domain spectroscopy as a tool to monitor the glass transition in polymers. *Optics Express*, 1721:19006–19014, 2009. 2, 3

[9] S. Krimi, J. Klier, J. Jonuscheit, G. von Freymann, R. Urbansky, and R. Beigang. Highly accurate thickness measurement of multi-layered automotive paints using terahertz technology. *Applied Physics letters*, 109:021105, 2016. 2

[10] C. Jördens and M. Koch. Detection of foreign bodies in chocolate with pulsed terahertz spectroscopy. *Optical Engineering*, 47(3):037003, 2008. 3

[11] G. Ok, H.J. Kim, H.S. Chun, and S.W. Choi. Foreign-body detection in dry food using continuous sub-terahertz wave imaging. *Food control*, 42:284–289, 2014. 3

[12] I. Duling and D. Zimdars. Terahertz imaging: Revealing hidden defects. *Nature Photonics*, 3(11):630–632, 2009. 3, 4

[13] J. Dong, B. Kim, A. Locquet, P. McKeon, N. Declercq, and D.S. Citrin. Nondestructive evaluation of forced delamination in glass fiberreinforced composites by terahetz and ultrasonic waves. *Composites Part B*, 79:667–675, 2015. 3

[14] J.F. Federici. Review of moisture and liquid detection and mappingusing terahertz imaging. *Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, 33:97–126, 2012. 3

[15] C. Jördens, S. Wietzke, M. Scheller, and M. Koch. Investigation of water absorption in polyamide and wood plastic composite by terahertz time-domain spectroscopy. *Polymer testing*, 29:209–215, 2010. 3

[16] P. Bawuah, A. Pierotic Mendia, P. Silfsten, P. Pääkkönen, T. Ervasti, J. Ketolainen, J. A. Zeitler, and K.-E. Peiponen. Detection of porosity of pharmaceutical compacts by terahertz radiation transmission and light reflection measurement techniques. *International Journal of Pharmaceutics*, 45:70–76, 2014. 3

[17] L. Tian, Q. Zhou, B. Jin, K. Zhao, S. Zhao, Y. Shi, and C. Zhang. Optical property and spectroscopy studies on the selected lubricating oil in the terahertz range. *Science in China Series G*, 5212:1938–1943, 2009. 3

[18] J. El Haddad, F. de Miollis, J. Bou Sleiman, L. Canioni, P. Mounaix, and B. Bousquet. Chemometrics applied to quantitative analysis of ternary mixtures by terahertz spectroscopy. *Analytical Chemical Society*, 86:4927–4933, 2014. 3

[19] C.D. Stoik, M.J. Bohn, and J.L. Blackshire. Nondestructive evaluation of aircraft composites using transmissive terahertz time domain spectroscopy. *Optics Express*, 1621:17039–17051, 2008. 3

[20] F. Destic and C. Bouvet. Impact damages detection on composite materials by thz imaging. *Case studies in nondestructive testing and evaluation*, 6:53–62, 2016. 3

[21] C. Poulin, M. Triki, K. Bousmaki, A. Duhant, H. Louche, and B. Wattrisse. Terahertz thermometry system to measure temperature in the thickness of a solid polymer. *Quantitative InfraRed Thermography Journal*, 15(1):37–53, 2017. 3

[22] Y.S. Jin, G.J. Kim, and S.G. Jeon. Terahertz dielectric properties of polymers. *Journal of the Korean Physical Society*, 49(2):513–517, 2006. 3

[23] S.F. Dürrschmidt, S. Wietzke, C. Jansen, H. Wang, G. Zhao, and M. Koch. Terahertz testing of adhesive bonds. In *IEEE International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves (IRMMW-THz)*, Houston, USA, 2011. 3

[24] U. Schmidhammer and P. Jeunesse. Pulsed thz imaging for nondestructive testing of adhesive bonds. In *IEEE 39th International Conference on Infrared, Millimeter, and Terahertz waves (IRMMW-THz)*, Tucson, USA, 2014. 3

[25] S. Wietzke, C. Jördens, N. Krumbholz, B. Baudrit, M. Bastian, and M. Koch. Terahertz imaging : a new non-destructive technique for the quality control of plastic weld joints. *Journal of the European Optical Society Rapid Publications*, 2:07013, 2007. 3

[26] S. Wietzke, C. Jansen, N. Krumbholz, O. Peters, N. Vieweg, C. Jördens, M. Scheller, D. Romeike, T. Jung, M. Reuter, S. Chatterjee, and M. Koch. Terahertz spectroscopy a powerful tool for the characterization of plastic materials. In *International Conference on Solid Dielectrics*, Potsdam, Germany, 2010. 3

[27] F. Campbell Jr. *Manufacturing processes for advanced composites*. Elsevier, 2003. 3

[28] M. F. Reiser, W. Semmler, and H. Hricak. *Magnetic Resonance Tomography*. Springer Science & Business Media, 2007. 3

[29] A. C. Kak and M. Slaney. *Principles of Computerized Tomographic Imaging*. Society of Industrial and Applied Mathematics, 2001. 3, 12, 14

[30] D. L. Bailey, D. W. Townsend, P. E. Valk, and M. N. Maisey. *Positron Emission Tomography: Basic Sciences*. Springer Science & Business Media, 2006. 3

[31] G. Chiesura, G. Luyckx, E. Voet, N. Lammens, W. van Paepegem, J. Degrieck, M. Dierick, L. van Hoorebeke, P. Vanderniepen, S. Sulejmani, C. Sonnenfeld, T. Geernaert, and F. Berghmans. A micro-computed tomography technique to study the quality of fibre optics embedded in composite materials. *Sensors*, 15(5):10852–10871, 2015. 3, 4

[32] S.R. Stock. X-ray microtomography of materials. *International Materials Reviews*, 44(4): 141–64, 2015. 4

[33] E. Bayraktar, S. Antolonovich, and C. Bathias. Multiscale study of fatigue behaviour of composite materials by x-rays computed tomography. *International Journal of Fatigue*, 28 (10):1322–1333, 2006. 4

[34] F. Stig and S. Hallström S. Assessment of the mechanical properties of a new 3d woven fibre composite material. *Composites Science and Technology*, 69(11):1686–1692, 2009. 4

[35] P. J. Schilling, B. R. Karedla, A. K. Tatiparthi, M. A. Verges, and P. D. Herrington. X-ray computed microtomography of internal damage in fiber reinforced polymer matrix composites. *Composites Science and Technology*, 65(14):2071–2078, 2005. 4

[36] S.A. Mcdonald, M. Preuss, E. Maire, J.Y. Buffiere, P.M. Mummery, and P.J. Withers. X-ray tomographic imaging of ti/sic composites. *J Microsc*, 209(2):102–12, 2003. 4

[37] D. Coquillat, A. Duhant, M. Triki, V. Nodjiadjim, A. Konczykowska, M. Riet, N. Dyakonova, O. Strauss, and W. Knap. Inp double heterojunction bipolar transistors for terahertz computed tomography. *AIP Advances*, 8:085320, 2018. 4

[38] D. Mittleman, S. Hunsche, L. Boivin, and M. C. Nuss. T-ray tomography. *Optics Letters*, 22 (12):904–906, 1997. 4, 36

[39] R. Appleby and H. B. Wallace. Standoff detection of weapons and contraband in the 100 ghz to 1 thz region. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, 55:2944–2956, 2007. 4

[40] D.H. Auston, K.P. Cheung, J.A. Valdmanis, and D.A. Kleinmann. Cherenkov radiation from femtosecond optical pulses in electro-optic media. *Physical review letters*, 53(1):1555, 1984. 4

[41] B. Pradarutti, G. Matthäus, C. Brückner, S. Riehemann, G. Notni, S. Nolte, and A. Tünnermann. Electrooptical sampling of ultra-short thz pulses by fs-laser pulses at 1060 nm. *Applied Physics B*, 85(1):59–62, 2006. 4

[42] L. Duvillaret, F. Garet, and J. Coutaz. The interaction between terahertz radiation and biological tissue. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2(3):739, 1996. 4

[43] M. Bessou, H. Duday, J. Caumes, S. Salort, B. Chassagne, A. Dautant, A. Ziéglé, and E. Abraham. Advantage of terahertz radiation versus x-ray to detect hidden organic materials in sealed vessels. *Optics Communications*, 285(21-22):4175–4179, 2012. 6

[44] E. Abraham, M. Bessou, A. Ziéglé, M.-C. Hervé, L. Szentmiklósi, Z. S. Kasztovszky, Z. Kis, and M. Menu. Terahertz, x-ray and neutron computed tomography of an eighteenth dynasty egyptian sealed pottery. *Applied Physics A*, 117(3):963–972, 2014. 6

[45] M. Jewariya, E. Abraham, T. Kitaguchi, Y. Ohgi, M.-A. Minami, T. Araki, and T. Yasui. Fast three-dimensional terahertz computed tomography using real-time line projection of intense terahertz pulse. *Optics express*, 21:2423–33, 01 2013. 7

[46] A. Duhant, M. Triki, and O. Strauss. Terahertz differential computed tomography: a relevant nondestructive inspection application. *Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, 40(2):178–199, 2019. 7, 42

[47] F. Schuster, D. Coquillat, H. Videlier, M. Sakowicz, F. Teppe, L. Dussopt, B. Giffard, T. Skotnicki, and W. Knap. Broadband terahertz imaging with highly sensitive silicon cmos detectors. *Optics express*, 19(8):7827–7832, 2011. 7

[48] A. S. Panchbhai. As. wilhelm conrad röntgen and the discovery of x-rays: Revisited after centennial. *Journal of Indian Academy Oral Medicine and Radiology*, 27(1):90–95, 2015. 12

[49] L. A. Shepp and B.F. Logan. The fourier reconstruction of a head section. *IEEE Transactions in Nuclear Science*, 21(2):21–43, 1974. 14

[50] O. Strauss. La transformation floue imprécise : une façon de gérer les aspects discret-continu en traitement numérique imprecise fuzzy transform or how to handle properly discrete representation of continuous problems. *Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications*, 1:235–242, 2010. 15

[51] P. Léna et coll. *Des données à l'objet : le problème inverse*. EDP Sciences, 2008. 17, 18

[52] F. Natterer. *The Mathematics of Computerized Tomography*. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2001. 18

[53] J. P. Guillet, B. Recur, L. Frederique, B. Bousquet, L. Canioni, I. Manek-Hönninger, P. Desbarats, and P. Mounaix. Review of terahertz tomography techniques. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 35(4):382–411, 2014. 18

[54] D.R. Gilland, B.M. Tsui, W.H. McCartney, J.R. Perry, and J. Berg. Determination of the optimum filter function for spect imaging. *Journal of Nuclear Medicine*, 29:643–650, 1988. 19

[55] R. Gordon, R. Bender, and G.T. Herman. Algebraic reconstruction techniques (art) for three-dimensional electron microscopy and x-ray photography. *Journal of Theoretical Biology*, 29(3):471–476, 1970. 20

[56] S. Kaczmarz. Approximate solution of systems of linear equations. *International Journal of Control*, 57(6):1269–1271, 1993. 20

[57] A.V.Lakshminarayanan and A. Lent. Methods of least squares and sirt in reconstruction. *Journal of Theoretical Biology*, 76:267–295, 1979. 20, 22

[58] K. Kouris, H. Tuy, A. Lent, G.T. Herman, and R.M. Lewitt. Reconstruction from sparsely sampled data by art with interpolated rays. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1:161–168, 1982. 20

[59] X.L. Xu, J.S. Liow, and S.C. Strother. Iterative algebraic reconstruction algorithms for emission computed tomography : A unified framework and its application to positron emission tomography. *Medical physics*, 20:1675–1684, 1993. 20

[60] T. Elfving, P. C. Hansen, and T. Nikazad. Semiconvergence and relaxation parameters for projected sirt algorithms. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 34(4):A2000–A2017, 2012. 22

[61] D.T. Nguyen. *Développement d'algorithmes de reconstruction tomographique pour l'analyse PIXE d'échantillons biologiques*. PhD thesis, Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, 2008. 22

[62] S. Vandenberghe, Y. D'Asseler, R. Van de Walle, T. Kauppinen, M. Koole, L. Bouwens, K. Van Laere, I. Lemahieu, and R.A. Dierckx. Iterative reconstruction algorithms in nuclear medicine. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 25:105–111, 2001. 22

[63] L. A. Shepp and Y. Vardi. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1(2):113 – 122, 1982. 22

[64] H.M. Hudson and R.S. Larkin. Accelerated image reconstruction using ordered subsets of projection data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 13:601–609, 1994. 23, 24

[65] T.K. Moon. The expectation-maximization algorithm. *IEEE Signal Processing Magazine*, 13 (6):47–60, 1996. 23

[66] A. Hassoun. *Quantification des erreurs de reconstruction dues aux variations aléatoires des mesures en tomographie d'émission. Comparaison expérimentale des techniques intervallistes et statistiques*. PhD thesis, Université Montpellier II, 2012. 23

[67] H.E. Flemming. Equivalence of regularization and truncated iteration in the solution of ill-posed image reconstruction problems. *Linear Algebra and its Applications*, 130:133–150, 1990. 25

[68] A. N. Tikhonov. On the stability of inverse problems. *Doklady Akademii Nauk*, 39(5):195–198, 1943. 25

[69] B. Recur, J.P. Guillet, I. Manek-Hönninger, J.C. Delagnes, W. Benharbone, P. Desbarats, J. P. Domenger, L. Canioni, and P. Mounaix. Propagation beam consideration for 3d thz computed tomography. *Optics Express*, 20(6):5817–5829, 2012. 27, 37, 38, 68

[70] J. Hsieh. *Computed Tomography: Principles, Design, Artifacts, and Recent Advances*. SPIE Press, 2003. 29

[71] J.-M. Jin. *The Finite Element Method in Electromagnetics, 3rd Edition*. Wiley-IEEE Press, 2014. 31

[72] R.F. Harrington. *Field Computation by Moment Methods*. Wiley-IEEE Press, 1993. 31

[73] J. Tepe, T. Schuster, and B. Littau. A modified algebraic reconstruction technique taking refraction into account with an application in terahertz tomography. *Journal Inverse Problems in Science and Engineering*, 25(10):1448–1473, 2016. 31, 32, 39

[74] S. Mukherjee, J. Federici, P. Lopes, and M. Cabral. Elimination of fresnel reflection boundary effects and beam steering in pulsed terahertz computed tomography. *Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves*, 34(9):539–555, 2013. 31, 33, 36, 38, 39, 75, 76, 77, 85

[75] B. Ferguson, S. Wang, D. Gray, D. Abbot, and X.-C. Zhang. T-ray computed tomography. *Optics Letters*, 27(15):1312–1314, 2002. 36, 38

[76] C. Robert and G. Casella. *Monte Carlo statistical methods*. Springer, 2004. 42

[77] A. Lancichinetti, S. Fortunato, and J. Kertesz. Detecting the overlapping and hierarchical community structure in complex networks. *New J. Phys.*, 11(3):033015, 2009. 55