



HAL
open science

Inductances cinétiques et capacités quantiques en régime d'effet Hall dans les conducteurs de Hall

Adrien Delgard

► **To cite this version:**

Adrien Delgard. Inductances cinétiques et capacités quantiques en régime d'effet Hall dans les conducteurs de Hall. Physique Quantique [quant-ph]. Université Montpellier, 2018. Français. NNT : 2018MONT063 . tel-02136205

HAL Id: tel-02136205

<https://theses.hal.science/tel-02136205>

Submitted on 21 May 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR
DE L'UNIVERSITE DE MONTPELLIER**

En Physique

École doctorale : Information, Structures, Systèmes

Unité de recherche : UMR5221 Laboratoire Charles Coulomb (L2C)

**Inductances cinétiques et capacités quantiques en régime
d'effet Hall dans les conducteurs de Hall**

Présentée par Delgard Adrien

Le 30 novembre 2018

Sous la direction de Christophe Chaubet

Devant le jury composé de

Anthore Anne, Maître de conférence, Université Paris Diderot

Fève Gwendal, Professeur, Université Paris-Sorbonne

Mailly Dominique, Directeur de recherche, CNRS-C2N

Dyakonov Michel, Professeur émérite, Université de Montpellier

Chaubet Christophe, Professeur, Université de Montpellier

Chenaud Boris, Maître de conférence, Université de Montpellier

Rapportrice

Rapporteur

Examineur

Invité

Directeur de thèse

Co-encadrant



**UNIVERSITÉ
DE MONTPELLIER**

Remerciements

Mon travail de thèse s'est déroulé au sein de l'équipe de Métrologie Quantique du Laboratoire Charles Coulomb. Je tiens à remercier tout particulièrement mes encadrants, Christophe Chaubet et Boris Chenaud de m'avoir proposer ce sujet de thèse et de m'avoir initié aux choix du transport quantique. Je remercie également André Raymond, autre membre de l'équipe, avec lequel j'ai pu collaboré pendant ces trois ans et avec lequel j'ai pu explorer le monde des donneurs, des accepteurs et de leurs effets sur le régime de Hall Quantique.

Ce travail expérimental nécessite des échantillons de qualité. La base de nos échantillons sont des hétérostructures haute mobilité que nous à très gentilleement fournies Ulf Gennser. Une fois obtenue l'hétérojonction il manque encore quelques étapes dont une cruciale, l'étape de lithographie électronique. Une série de mes échantillons a été réalisée par Dominique Mailly au C2N de Marcoussis. Merci doublement à Dominique pour ces échantillons mais aussi pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse. C'est un grand honneur qu'il m'a fait. L'autre série d'échantillon a été réalisée par Boris Chenaud au sein du laboratoire du professeur Kenji Ikushima de l'Université de Tokyo de Technologie et d'Agriculture. Un grand merci à Kenji de nous avoir permis d'utiliser son masqueur électronique et d'avoir profité du savoir faire japonais dans le domaine. Je tiens à remercier particulièrement H. Yamanami, étudiant de Kenji qui a beaucoup participé à la réalisation de ces échantillon mais qui malheureusement nous a quitté bien trop tôt, emporté par une terrible maladie.

Je remercie les rapporteurs Anne Anthore et Gwendal Fève de m'avoir fait l'honneur d'être les rapporteurs de mon travail de thèse malgré leur emploi du temps très chargé. Je tiens à remercier Michel Dyakonov pour avoir accepté de participer au jury de la thèse.

Juste en face de notre laboratoire, dans l'atelier de mécanique, je tiens à remercier Christian L'Hénoret d'avoir réalisé la partie mécanique de nos cannes de mesure et autres pièces, et pour son aide lorsque nous en avons besoin. Merci également à Christophe Consejo avec qui j'ai pu interagir lors des différentes sessions de mesures.

Je remercie Guilhem Taly et Bertrand Mongellaz du labo du froid, nos fournisseurs officiels, eux qui nous ont fourni notre dose d'hélium liquide nécessaire à nos différentes campagnes de manip.

Je remercie également Christophe Roblin, de la salle blanche à l'IES pour nous avoir aidé à "scriber" et à câbler nos échantillons.

Je remercie bien sûr l'Université de Montpellier, ainsi que le Laboratoire Charles Coulomb, structure dans lesquels j'ai effectué mon travail de thèse. Je remercie également l'école doctorale I2S de m'avoir accompagné durant ces 3 ans ainsi que Lucyna

Firlej, ma responsable à l'école doctorale.

Table des matières

1	De la loi d'Ohm à l'inductance quantique	13
1.1	Loi d'Ohm et diffusion	13
1.1.1	Préambule	13
1.1.2	Cas de la diffusion de matière : la loi de Fick	16
1.1.3	Conductivité électrique : diffusion de charge et loi d'Ohm	17
1.1.4	Analogie électro-mécanique	18
1.1.5	Apparition d'une inductance cinétique en régime <i>AC</i>	19
1.2	Théorie Quantique du transport	22
1.2.1	La théorie de Landauer-Büttiker en <i>DC</i>	22
1.2.2	L'effet Hall Quantique	28
1.2.3	Transport en <i>AC</i>	37
1.3	Capacité et inductance quantique	38
1.3.1	Potentiel électrochimique et capacité quantique	38
1.3.2	Inertie quantique	40
2	Le cadre expérimental	43
2.1	Les échantillons	43
2.1.1	Process de fabrication	44
2.1.2	Les caractéristiques des échantillons	45
2.2	Le montage expérimental	49
2.2.1	Le cryostat : froid et champ B	49
2.2.2	La connectique	51
2.2.3	Mesure à l'impédance-mètre	52
2.3	Propagation dans un câble coaxial	55
2.3.1	L'impédance caractéristique du câble	56
2.3.2	Le coefficient de propagation γ	57
2.3.3	Expression du coefficient de propagation γ dans le cas de nos expériences	58
2.3.4	Mesure d'un potentiel $V_1 e^{j\omega t}$ à l'aide d'un câble coaxial.	59
2.3.5	Mesure d'un potentiel $V_1 e^{j\omega t}$ à l'aide de deux câbles coaxiaux.	61

2.3.6	Mesure d'un courant $i_1 e^{j\omega t}$	62
2.3.7	Mesure d'une impédance avec des câbles coaxiaux.	64
2.4	Influence des câbles sur la mesure de L, C et R.	65
2.4.1	Mesure d'une capacité pure et d'une inductance pure	65
2.4.2	Mesure d'une résistance pure	66
2.5	Calibration du temps τ_c des câbles	66
2.5.1	Mesure du temps τ_c	66
2.5.2	Exemple de "dépollution"	73
2.6	Acquisition et traitement des données	75
2.6.1	Acquisition	75
2.6.2	Traitement pour les mesure à l'impédancemètre	76
3	Inductances quantiques dans le cas $R=0$	79
3.1	Configuration de mesure en 3 points	80
3.2	Calcul de l'impédance dans la configuration 3 points	81
3.2.1	Calcul de la résistance DC	81
3.2.2	Calcul de la matrice d' <i>Émittance</i>	83
3.2.3	Calcul de l'inductance quantique L_K	84
3.3	Première validation expérimentale de ce modèle	85
3.3.1	Mesure d'une inductance	85
3.3.2	Influence du facteur de remplissage ν	86
3.3.3	Influence de la longueur l de l'état de bord	86
3.4	Inventaire des mesures pour nos échantillons	87
3.4.1	Configuration en 4 points de nos échantillons : une longueur en plus	87
3.4.2	Caractérisation en fréquence des états de bords	89
3.5	Barre d'incertitude et "pollution" des mesures	93
3.6	Résultats : L en fonction de $1/\nu$	97
3.7	Résultats : L en fonction de la longueur des états de bord	98
3.8	Temps de transit et vitesse de Fermi	100
3.9	Conclusion	103
4	Capacités quantiques dans le cas $G=0$	105
4.1	Les corbinos	106
4.1.1	Transport en topologie corbino	106
4.1.2	Transport électronique dans un corbino	107
4.2	Résultats	108
4.2.1	Premières topologie d'échantillons : des états de bords trop symétriques	108
4.2.2	La brisure de symétrie permet de révéler la capacité quantique	110
4.2.3	Exploitation des mesures	112
4.3	On mesure aussi des capacités avec les barres de Hall	114
4.3.1	Des barres de Hall transformées en condensateurs quantiques	114

4.3.2	La nouvelle canne de mesure révèle des capacités pour les barres de Hall larges	116
4.4	Conclusion	120
5	Inductances et capacités en fonction du champ magnétique	121
5.1	Vérification du modèle	122
5.1.1	Un comportement différent entre les barres et les corbinos . . .	122
5.1.2	Ecart à la droite classique pour les barres de Hall et corbinos . .	125
5.2	Inductances cinétiques	128
5.2.1	Sur les plateaux	128
5.2.2	Entre les plateaux.	129
5.2.3	Bilan.	131
5.3	Capacités quantiques et géométriques	133
5.4	Inductances cinétiques à chaud	135
5.4.1	Graphes $C(G)$	135
5.4.2	Reconstruction de l'inductance	137
5.5	Temps de relaxation des porteurs en champ magnétique	137
5.6	Conclusion	142
A	Impédancemètre	147
A.1	Principe des mesures à l'impédancemètre	147
A.2	Connexion des masses	148
A.3	Précision des mesures à l'impédancemètre	149
A.4	A propos de la mesure de V_R	151

Introduction

Ce travail de thèse porte sur les mesures de capacités quantiques et d'inductances cinétiques dans les systèmes électroniques quantiques de basse dimensionnalité. Nos systèmes d'études sont des gaz d'électrons bidimensionnels (gaz 2D), que l'on obtient à l'interface des hétérojonctions GaAlAs/GaAs. Ils ont été fabriqués puis processés au Laboratoire de Photonique et de Nanostructures de Marcoussis. A très basse température et sous fort champ magnétique, les excitations de basse énergie se font sur les états de bords chiraux de l'effet Hall quantique, qui sont des conducteurs 1D parfaits [1, 2, 3]. Nos mesures se font en alternatif sur des structures de différentes topologies et de différentes tailles. Nous mesurons l'admittance des échantillons de Hall en fonction de la densité d'états quantiques, que nous contrôlons par le champ magnétique. Nos échantillons ont la particularité de n'avoir aucune grille et nous mesurons les capacités et inductances « intrinsèques ».

Le domaine de fréquence choisi pour les mesures se situe dans les basses fréquences entre 40Hz et 200kHz. Ce domaine de fréquence présente l'avantage de pouvoir être étudié avec des techniques standard électriques dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires. Récemment des mesures d'admittance ont été réalisées dans le domaine du GHz, comme par exemple dans le circuit RL et RC quantique de Gabelli et al.[4, 5], ou dans les travaux de Hashisaka et al. [6, 7]. L'utilisation des hautes fréquences permet de voir des effets beaucoup plus fins, comme la cohérence quantique [8], mais elle nécessite aussi un appareillage beaucoup plus sophistiqué et des techniques complètement différentes. Pour autant, les premières mises en évidence d'inductances et capacités quantiques en régime d'effet Hall ont été réalisées par les métrologues dans le domaine du kHz [9, 10], ce qui montre que les caractéristiques dynamiques du fluide électronique sont observables à basse fréquence.

Depuis la conférence CPEM 1988 [11], la nouvelle définition de l'Ohm est basée sur l'effet Hall quantique. Or, la mesure métrologique de $R_K = h/e^2$, la constante de von Klitzing, s'effectue en comparant la résistance de Hall à un étalon calculable de capacité, le « Lampard », grâce à un pont en alternatif [12, 13, 14]. Un grand nombre d'articles à caractère métrologique ont été publiés depuis les années 1980 sur le fait que la mesure

de R_H dépend en fait de la fréquence, limitant la précision relative sur la détermination de R_K à quelques 10^{-8} [15, 16, 17, 18, 19, 20, 21]. Ces déviations ont été attribuées à des inductances et capacités « intrinsèques » (voir par exemple Ref.[9, 10]). Depuis, le problème a pu être résolu par le dépôt de grilles autour des échantillons [15, 22]. J. schurr et al. [23] ont montré récemment qu'en utilisant ce qu'ils appellent les « double shielded device », ils sont capables de supprimer la dépendance en fréquence de l'étalon de résistance, permettant ainsi une meilleure détermination de R_K . Cette technique a même été appliquée pour des échantillons en graphène récemment [24].

Le problème des inductances et capacités a pu être contourné dans le domaine métrologique, et par ailleurs les mesures de capacités quantiques ont été nombreuses ces dernières années [25, 26, 5, 27, 28, 29]. Par contre, les mesures d'inductances sont finalement très peu présentes dans la littérature. Le seul travail à notre connaissance qui concerne directement les inductances quantiques est le circuit RL quantique de Gabelli [4], et leur échantillon a des grilles ce qui a pour effet de modifier assez drastiquement la vitesse des porteurs le long des canaux.

D'un point de vue chronologique, la première moitié de cette thèse a été consacré à l'élaboration d'un protocole de mesure des paramètres alternatifs. Nous avons entre autre reconstruit une canne « plus précise ». L'autre moitié de la thèse a été consacrée aux mesures.

Dans le premier chapitre j'ai présenté les différents concepts théoriques qui sont nécessaires à l'exposé de ce travail de thèse. D'abord le transport classique et l'inductance cinétique à champ magnétique nul, puis le transport en régime d'effet Hall quantique, avec les capacités et les inductances quantiques.

Le chapitre 2 décrit les échantillons, le système expérimental de mesure, le système cryogénique, la canne, le porte-échantillon, le protocole de mesure et les programmes. Il y est question en détail du rôle des câbles dans la mesure. Les câbles introduisent en effet un déphasage à cause de leur résistance linéique, un déphasage qui produit un terme supplémentaire dans la partie imaginaire de l'admittance lorsque ni la résistance ni la conductance ne sont nulles. Ce terme additionnel s'ajoute donc à la capacité quantique ou bien à l'inductance cinétique, et il faut en quelque sorte « dé-polluer » nos mesures pour y avoir accès.

Le Chapitre 3 présente les mesures dans la configuration où la résistance s'annule. Dans ces cas on peut directement exploiter les mesures d'impédance et extraire l'inductance de la partie imaginaire. Les spectres sont linéaires et on vérifie la dépendance de l'inductance quantique avec le facteur de remplissage ν , ainsi qu'avec la longueur des canaux de bord.

Le chapitre 4 présente les mesures de capacités quantiques pour les corbinos au mi-

lieux des premiers plateaux de Hall ($\nu = 1, \nu = 2$). Sur ces plateaux la résistance est très grande. Le capacité due au retard des câbles $G\tau_c$ est donc négligeable. On extrait des spectres la valeur de la capacité quantique et on vérifie sa dépendance avec le facteur de remplissage ν et la longueur des canaux de bord.

Le chapitre 5 enfin, présente les mesures réalisées sur toute la gamme du champ magnétique. Ces mesures sont les plus délicates puisque la résistance de l'échantillon n'est ni nulle ni infinie. Un terme supplémentaire vient s'ajouter aux inductances quantiques et les masquer, mais nous sommes en mesure de le connaître de manière suffisamment précise. Le temps de "retard" des câbles est évalué à bas champ magnétique, ce qui permet par la suite de retrancher le terme additionnel et de retrouver la partie provenant de l'échantillon.

De la loi d'Ohm à l'inductance quantique

Dans ce chapitre nous introduisons les concepts théoriques nécessaires à la compréhension de cette thèse. Dans une première partie nous partons du modèle de Drude, qui pose les bases du transport "classique" et nous permet d'arriver à l'inductance cinétique par une modélisation microscopique du transport et de son aspect énergétique. Nous présentons ensuite le mécanisme de diffusion qui est à la base du transport "classique" et qui permet une description plus aboutie. L'inductance cinétique est retrouvée dans ce formalisme. Dans une deuxième partie nous présentons le transport quantique et discutons de ses conditions d'apparition. Nous introduisons le modèle de Buttiker, en DC et en AC pour décrire l'effet Hall quantique et les états de bords. Nous terminons par la définition des capacités et des inductances quantiques dans les systèmes unidimensionnels.

1.1 Loi d'Ohm et diffusion

1.1.1 Préambule

Approche classique

Le transport classique d'électrons dû à la présence d'un champ électrique \vec{E} est décrit par le modèle de Drude [30], [31]. En notant pour un électron \vec{v}_g la vitesse moyenne de déplacement, m leur masse et τ la durée entre deux collisions successives, on trouve :

$$\vec{v}_g = \frac{-e \tau}{m} \vec{E} . \quad (1.1)$$

Ce qui donne les expressions suivantes pour la mobilité μ_{mob} et la conductivité électrique σ des électrons :

$$\mu_{\text{mob}} = \frac{e \tau}{m} \quad (1.2)$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m} = n e \mu_{\text{mob}} . \quad (1.3)$$

Une pincée de mécanique ondulatoire

En utilisant les relations de De Broglie, en notant \vec{p} la quantité de mouvement de l'électron et \vec{k} le vecteur d'onde, une approche semi-classique du transport de nos électrons nous donne :

$$\frac{d}{dt}\vec{p} = \vec{F} = \frac{1}{\hbar} \frac{d}{dt}\vec{k}. \quad (1.4)$$

En fait, un électron n'est pas décrit par une onde plane de vecteur d'onde \vec{k} mais par un paquet d'onde, décrit par son spectre $\mathcal{E}(k)$. Sa vitesse est donnée par la vitesse de groupe \vec{v}_g de ce paquet d'onde :

$$\vec{v}_g = \frac{1}{\hbar} \vec{\nabla}_k \mathcal{E}(\vec{k}). \quad (1.5)$$

On a donc d'après ce qui précède :

$$\frac{d}{dt}\vec{v}_g = \frac{1}{\hbar} \frac{d^2}{dk^2} \mathcal{E} \frac{d}{dt}\vec{k}$$

soit

$$\frac{d}{dt}\vec{v}_g = \frac{\vec{F}}{m^*} = -\frac{e}{m^*} \vec{E},$$

avec m^* la masse effective de l'électron qui a pour expression :

$$\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2(\mathcal{E}(k))}{dk^2}.$$

On en déduit alors en *régime stationnaire* :

$$\vec{v}_g = -\frac{e\tau}{m^*} \vec{E} \quad (1.6)$$

Cette approche semi-classique modifie uniquement la masse à prendre en compte pour l'électron qui devient la *masse effective* m^* (qui tient compte de la structure de bande du matériau).

La conductivité électrique s'écrit alors :

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}. \quad (1.7)$$

Une touche de statistique fermionique

Nous allons maintenant tenir compte du caractère fermionique des électrons. Ceux-ci suivent donc la distribution statistique de *Fermi-Dirac* $f(E)$ [32]. A très basse température¹, on a, pour un gaz bidimensionnel, une densité électronique N_s donnée par la relation (E_c est l'énergie du bas de la bande de conduction) :

$$N_s = \int_{E_c}^{\infty} N(E) f(E) dE$$

1. Très basse température signifie que $T \ll (E_F - E_c)/k_B$.

avec dans la limite des basses températures $f(E) = \Theta(E - E_F)$ et $N(E) = m^*/\pi\hbar^2$ la densité d'état "classique" (qui tient compte des deux états de spin). D'où :

$$N_s = \frac{m^*}{\pi\hbar^2}(E_F - E_c)$$

Et comme on définit le vecteur d'onde au niveau de Fermi k_F par :

$$(E_F - E_c) = \hbar^2 k_F^2 / 2m^*, \quad (1.8)$$

on obtient la relation,

$$N_s = \frac{k_F^2}{2\pi} \quad (1.9)$$

Par ailleurs, les électrons participant au transport sont à l'énergie de Fermi $\epsilon_F = E_F - E_c$. On a donc d'après Eq.1.7 et Eq.1.8

$$\sigma = \frac{2 n e^2 \tau \epsilon_F}{\hbar^2 k_F^2}$$

d'où, en utilisant 1.9

$$\sigma = \frac{2 e^2 \tau \epsilon_F}{\pi \hbar^2}. \quad (1.10)$$

Ce résultat correspond précisément au résultat obtenu en utilisant le formalisme semi classique de *l'équation de Boltzmann* [33]. Dans ce formalisme, il est entendu que les électrons qui "conduisent" sont ceux qui se trouvent au niveau de Fermi. Le formalisme de Boltzmann amène en outre le fait de pouvoir calculer le temps de relaxation τ , qui devient alors le temps de relaxation au niveau de Fermi.

Évolution irréversible et diffusion

Les lois de la mécanique, classique (*principe de Newton*) ou quantique (*équation de Schrödinger*) sont invariantes par renversement du temps (invariance de ces équation en changeant t en $-t$). Ces lois, qui s'appliquent à l'échelle microscopique ne peuvent pas rendre compte de l'évolution irréversible d'un système.

De façon générale, l'évolution irréversible d'un système s'accompagne de l'échange de particules et/ou de grandeurs physiques microscopiques (énergie cinétique, quantité de mouvement, charge électrique...) soit entre ce système et l'extérieur, soit entre sous-parties de ce système, soit les deux.

Il y a au cours de ces évolutions *conservation* de ces grandeurs physiques, elles ne sont "que" transportées", d'où le terme de *phénomène de transport*. Pour comprendre plus en détail le transport, il faut l'aborder sous l'angle de la diffusion.

1.1.2 Cas de la diffusion de matière : la loi de Fick

Considérons un système constitué de particules identiques. On note N le nombre total de ces particules dans un système fermé. Ce nombre reste constant au cours du temps. Si l'on note n , la densité de particules, on a la relation de conservation suivante :

$$\frac{dn}{dt} = 0$$

Nous considérons maintenant un système S pouvant échanger des particules avec l'extérieur au travers la surface Σ délimitant le domaine de l'espace Ω occupé par ce système. En notant $\Phi_N(t)$ le flux algébrique de particules sortant du système au travers Σ à la date t , la variation dN du nombre de particules entre l'instant t et $t + dt$, a pour expression :

$$dN = -\Phi_N dt$$

Si on ne considère plus le nombre de particule mais la densité de particules, cette expression devient (Φ_n est le flux de densité de particules avec $\Phi_n = \Phi_N/\Omega$) :

$$dn = -\Phi_n dt$$

La loi de conservation du nombre de particules pour notre système s'écrit alors :

$$\frac{dn}{dt} + \Phi_n(t) = 0 .$$

Le flux sortant de Ω peut s'écrire comme la divergence d'un vecteur \vec{j}_n , *densité de courant*. On retrouve alors la forme canonique de l'équation locale de conservation du nombre de particules :

$$\frac{dn}{dt} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j}_n(t) = 0 .$$

Le système précédent est défini à l'équilibre par son potentiel chimique $\mu(n, \vec{r})$. Si le système est à l'équilibre, le potentiel chimique μ est homogène et ne dépend pas du point M , repéré par sa position \vec{r} . On a $\mu(n)$. Dans ce cas le vecteur densité de courant $\vec{j}_n(t) = \vec{0}$.

En revanche s'il n'y a pas équilibre, ce potentiel chimique μ dépend du point M , on a donc $\vec{\nabla}\mu \neq 0$ et cette fois $\vec{j}_n \neq \vec{0}$. Phénoménologiquement on peut donc penser que la réponse du système à cette situation hors équilibre, est un vecteur densité de courant \vec{j}_n , qui dans l'hypothèse où l'écart à l'équilibre est faible, s'écrit :

$$\vec{j}_n(\vec{r}, t) = -\alpha \vec{\nabla}\mu(\vec{r}, t) \quad \text{avec } \alpha > 0^2 . \quad (1.11)$$

2. Comme les particules se déplacent dans le sens des potentiels chimiques décroissant, on a $\alpha > 0$.

Dans le cas de la diffusion de particule, μ dépend de n qui dépend de \vec{r} , et :

$$\vec{\nabla}\mu(\vec{r}, t) = \frac{\partial\mu}{\partial n}\vec{\nabla}n,$$

expression connue sous le nom de *loi de Fick* :

$$\boxed{\vec{j}_n = -D\vec{\nabla}n} \quad (1.12)$$

avec D le *coefficient de diffusion*, positif, défini par :

$$\boxed{D = \alpha \frac{\partial\mu}{\partial n}}. \quad (1.13)$$

1.1.3 Conductivité électrique : diffusion de charge et loi d'Ohm

Le système considéré ici est un matériau conducteur, contenant un ensemble d'électrons de conduction. On note $-e$ (avec $e > 0$) la charge de ces électrons, $n(\vec{r}, t)$ la densité de particules par unité de volume. Ces électrons sont placés dans un champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$, dérivant d'un *potentiel électrique* $\phi(\vec{r})$ statique (pour simplifier). On va chercher à déterminer le courant électrique causé par ce champ électrique.

Le potentiel chimique d'un tel gaz d'électron s'écrit :

$$\mu(\vec{r}) = \mu_0(n(\vec{r})) - e\phi(\vec{r}). \quad (1.14)$$

On a neutralité électrique au cœur du matériau. La densité d'électron dans le matériau reste donc homogène. On a $n(\vec{r}) = n$, d'où :

$$\mu(\vec{r}) = \mu_0(n) - e\phi(\vec{r}). \quad (1.15)$$

Comme le potentiel chimique n'est pas uniforme dans le matériau, on a l'existence, comme dans le cas de la diffusion de particule, d'un courant de diffusion \vec{j}_n qui s'écrit d'après ce qui précède :

$$\vec{j}_n = -\alpha\vec{\nabla}\mu = -\alpha e\vec{\mathcal{E}}. \quad (1.16)$$

Ce courant d'électrons implique un courant de charge, de vecteur densité \vec{j} tel que :

$$\vec{j} = -e\vec{j}_n = \alpha e^2\vec{\mathcal{E}}.$$

On retrouve donc la *Loi d'Ohm* :

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}. \quad (1.17)$$

où σ est la conductivité électrique du matériau qui a pour expression :

$$\boxed{\sigma = \alpha e^2}. \quad (1.18)$$

Comme c'est la même constante α dans les deux équations, on trouve finalement la relation entre la conductivité et le coefficient de Diffusion :

$$\boxed{D = \frac{\sigma}{e^2} \frac{\partial \mu}{\partial n}}. \quad (1.19)$$

Notre gaz d'électrons est un gaz de Fermion. Les électrons par unité d'espace (volume, surface ou longueur suivant que notre gaz est $3D$, $2D$ ou $1D$) qui transportent le courant sont des électrons situés autour du niveau de Fermi, avec l'énergie ϵ_F sur un intervalle énergétique $\delta\mu$. Le nombre de ces électrons par unité d'espace est δn .

Par définition, le nombre d'états, par unité d'espace, qui participe à ce transport est donc :

$$g(\epsilon_F) = \frac{\delta n}{\delta \mu} = \frac{1}{\frac{\partial \mu}{\partial n}}. \quad (1.20)$$

La relation entre le coefficient de diffusion D et la conductivité électrique σ s'écrit donc :

$$\boxed{\sigma = e^2 D g(\epsilon_F)}. \quad (1.21)$$

Ce résultat peut être également obtenu par la théorie plus générale de *Kubo*. La conduction électrique est bien un mécanisme de diffusion caractérisée par la constante de Diffusion, ce que cache bien sûr la précédente relation (1.10) obtenue par les équations "mécaniques". Le lien entre les grandeur D et v_F^2 est donné par la physique statistique et permet de passer d'une description à l'autre (voir par exemple Ref [32, 34]). Pour terminer, rappelons que d'après cette théorie de la diffusion, les électrons qui conduisent sont ceux au niveau de Fermi, comme dans la théorie de Boltzmann. C'est pourquoi la densité d'états au niveau de Fermi $g(\epsilon_F)$ intervient dans l'expression de σ .

1.1.4 Analogie électro-mécanique

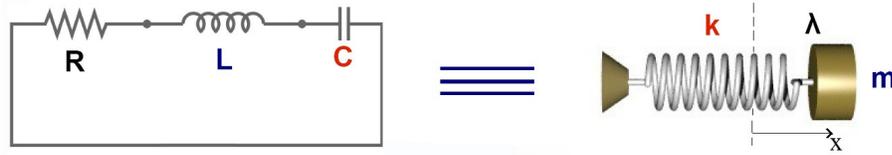
Nous allons faire ici une petite aparté qui nous sera utile dans le paragraphe suivant.

Beaucoup de systèmes physiques sont modélisables au moyen d'un *Oscillateur Harmonique*. Si il s'agit d'un système où l'on doit tenir compte des pertes énergétiques, ce modèle peut être améliorer en introduisant de la dissipation, ce qui conduit au modèle de l'oscillateur pseudo-périodique dont la dynamique est décrit par l'équation différentielle suivante, en notant ξ la grandeur physique, dépendant du temps, décrivant son évolution :

$$\ddot{\xi} + \frac{1}{\tau} \dot{\xi} + \omega_0 \xi = 0$$

On peut alors définir le facteur de qualité de cet oscillateur amorti, nombre sans dimension comparant le temps d'amortissement dont l'ordre de grandeur est donné par le temps τ et la période des oscillations dont l'ordre de grandeur est donnée par $1/\omega_0$, où ω_0 est la pulsation propre de l'oscillateur harmonique correspondant.

$$Q = \frac{\tau}{1/\omega_0} = \omega_0 \tau$$

FIGURE 1.1 – Circuit RLC et système "masse - ressort"

Ce type d'oscillateur est bien connu en mécanique (système masse - ressort, pendule...) et en électricité (RLC série...) avec une physique très semblable et une correspondance analogique entre les différentes grandeurs physiques de ces domaines. En prenant les notation de la figure 1.1, on peut résumer cette analogie *mécanique-électricité* avec le tableau suivant :

Grandeurs électrique	Grandeurs mécanique
q	x
i	\dot{x}
L	m
$1/C$	k
R	α
$\sqrt{\frac{1}{LC}}$	$\sqrt{\frac{k}{m}}$
$\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$	$\frac{1}{\alpha}\sqrt{k m}$
$\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	$\frac{1}{2}k x^2$
$\frac{1}{2}Li^2$	$\frac{1}{2}m \frac{dx^2}{dt}$

1.1.5 Apparition d'une inductance cinétique en régime AC

Inductance cinétique

Pour un fil supraconducteur, on peut introduire assez facilement le concept d'*inductance cinétique* L_K , grandeur caractérisant l'inertie microscopique due aux porteurs de charge circulant dans les conducteurs.

Cette inductance cinétique peut être calculée à partir de l'analogie électro-mécanique ci-dessus, puisque l'énergie stockée dans l'inertie "électrique" des porteurs correspond précisément ici à l'énergie cinétique totale des *paires de Cooper* qui s'écrit (N_{cv} est la densité volumique de paires de Cooper) :

$$E_c = \frac{1}{2} (2m) v^2 (N_{cv} l A) , \quad (1.22)$$

et que l'on va identifier à une énergie d'inertie électrique $E_{i,e}$ reliée au courant I et à

l'inductance cinétique L_K :

$$E_c = E_{i,e} = \frac{1}{2} L_K I^2, \quad (1.23)$$

où m est la masse de l'électron, v est la vitesse moyenne de la paire de Cooper, N_s est la densité des paires de Cooper, l est la longueur du fil, A est la section transversale du fil et I le courant qui traverse ce fil.

Or le courant I a pour expression $I = 2e N_s v A$ où e est la charge électronique, ce qui donne :

$$E_{i,e} = \frac{1}{2} \left(\frac{m}{2e^2 N_{cv}} \right) \frac{l}{A} (2e N_s v A)^2 = \frac{1}{2} L_K I^2.$$

En identifiant ces deux expressions il vient directement :

$$L_K = \frac{m}{2e^2 N_{cv}} \frac{l}{A}. \quad (1.24)$$

L'inertie mécanique microscopique des paires de Cooper, c'est à dire leur masse, induit une inertie électrique que l'on peut décrire au moyen d'une inductance, l'inductance cinétique L_K .

En fait, le même raisonnement peut être utilisé dans le cas d'un fil métallique *non supra*, un fil métallique *normal* ce qui permet d'exprimer son *inductance cinétique* L_K . Cela donne :

$$L_K = \frac{m}{e^2 N_v} \frac{l}{A}. \quad (1.25)$$

Le 2 disparaît puisqu'on a plus affaire ici à des "électrons appariés" sous la forme de paire de Cooper mais à des électrons indépendants. N_v est ici la densité d'électrons, non appariés.

On peut remarquer que l'inductance cinétique augmente lorsque la densité de porteurs diminue. Cela s'explique physiquement par le fait qu'un plus petit nombre de porteurs doit avoir une vitesse supérieure à celle d'un plus grand nombre de porteurs pour obtenir le même courant. Mais dans un fil métallique normal, la résistivité augmentant également lorsque la densité de porteurs diminue, la contribution *résistive* à l'impédance domine la contribution de l'inductance cinétique, et ce, jusqu'aux fréquences de l'ordre du *THz*, ce qui rend très difficile son observation pour les métaux normaux. Pour les fils supraconducteurs on peut observer plus aisément ce phénomène [35, 36] qui n'est pas masqué par la résistance du fil puisqu'elle est nulle.

Beaucoup d'applications, dans les supraconducteurs, font intervenir l'inductance cinétique. L'inductance cinétique est le principe de fonctionnement des photodétecteurs hautement sensibles appelés détecteurs d'inductance cinétique (KID) [37]. La modification de la densité de paires de Cooper provoquée par l'absorption d'un photon unique dans une bande de matériau supraconducteur produit un changement mesurable dans son inductance cinétique. L'inductance cinétique dans les supraconducteurs est utilisée dans des lignes à retard hyperfréquences, dans d'autres applications de l'électronique radiofréquence [38] ou comme paramètre lors de la conception de *qubit* de flux supraconducteur [39].

De Drude à Burke

On peut retrouver l'expression 1.25 à partir du modèle de Drude pour nos électrons.

Jusqu'à présent nous avons étudié le transport des électrons de notre mer de Fermi en régime continu (*DC*). Lorsqu'on travaille en régime alternatif (*AC*) l'approche précédente est quelque peu modifiée et un terme supplémentaire émerge, un terme que l'on peut relier à une inertie, l'inertie cinétique des électrons, c'est à dire à une *inductance cinétique*.

Reprenons l'équation de Drude pour un électron de masse effective m^* , soumis à un champ électrique \vec{E} :

$$m^* \frac{d\vec{v}}{dt} = -e \vec{E} - \frac{m^*}{\tau} \vec{v} \quad (1.26)$$

Si on travaille en régime alternatif *AC*, on a en notation complexe : $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{j\omega t}$. On cherche donc une solution (en notation complexe) sous la forme $\vec{v} = \underline{\vec{v}}_g e^{j\omega t}$. L'équation 1.26 s'écrit alors :

$$j\omega \underline{\vec{v}}_g + \frac{\underline{\vec{v}}_g}{\tau} = -\frac{e \vec{E}(t)}{m^*},$$

ce qui donne l'expression suivante pour la vitesse de déplacement des électrons :

$$\underline{\vec{v}}_g(\omega) = -\frac{e \tau}{m^*} \frac{\vec{E}}{1 + j \omega \tau}.$$

Or $\vec{j} = -N_s e \vec{v}_g = \sigma \vec{E}$ on a donc :

$$\sigma = \frac{N_s e^2 \tau}{m^*} \frac{1}{1 + j \omega \tau}. \quad (1.27)$$

On peut alors écrire la résistance R de notre gaz électronique bidimensionnel de largeur w et de longueur l :

$$R = R_0 + jL_K \omega, \quad (1.28)$$

avec

$$\boxed{R_0 = \frac{m^*}{N_s e^2 \tau} \frac{l}{w}} \quad \text{et} \quad \boxed{L_K = R_0 \tau = \frac{m^*}{N_s e^2} \frac{l}{w}} \quad (1.29)$$

En régime *AC* apparaît donc une inductance cinétique, une inertie électrique reliée à la masse effective m^* des électrons mais inversement proportionnelle à la densité électronique. Burke a mesuré cette inductance sur des gaz électronique bidimensionnels à $B=0$ [40]. Elle est de l'ordre du *nH*. On obtient d'ailleurs cet ordre de grandeur par un rapide calcul numérique. Les temps τ extraits par Burke sont entre 10 et 100 ps suivant la mobilité des gaz 2D.

Le temps L_K/R_0 correspond au *temps τ de diffusion*. Dans le modèle de Drude, ce temps correspond aussi au temps de dissipation de l'énergie. En effet, si on multiplie par \vec{v} l'équation 1.26, on obtient le bilan énergétique pour un électron :

$$\frac{d(mv^2/2)}{dt} = (-e\vec{E}) \cdot \vec{v} - \frac{mv^2}{\tau},$$

le premier terme correspondant à la puissance apporté par le générateur, et le deuxième terme à la dissipation d'énergie cinétique qui se fait donc avec un temps de relaxation τ .

Inductance cinétique et diffusion

Nous revenons maintenant sur la description du transport par la théorie de la diffusion. Si on note τ_F le *temps de diffusion* de l'énergie des électrons près du niveau de Fermi, on peut définir une inductance L de la façon suivante :

$$L = R \tau_F \quad (1.30)$$

où R est la résistance de notre système relié à la diffusion de charge que l'on a vu précédemment (1.21). Cela revient à dire que le temps de relaxation de l'énergie est L/R .

Le coefficient de diffusion pour les électrons au niveau de Fermi peut être modélisé comme une marche aléatoire en $2D$ [32, 34], il vient :

$$D = \frac{1}{2} \langle v^2 \rangle \langle \tau \rangle = \frac{v_F^2 \tau_F}{2} \quad (1.31)$$

On obtient alors en utilisant $v_F = \frac{\hbar k_F}{m^*}$, $k_F^2 = 2\pi N_s$ et $\sigma = e^2 g D$ la même relation pour l'inductance L que l'on a obtenu précédemment :

$$L_K = \frac{l}{w} \frac{m^*}{e^2 N_s} . \quad (1.32)$$

1.2 Théorie Quantique du transport

1.2.1 La théorie de Landauer-Büttiker en DC

Aux échelles mésoscopiques, on ne peut pas appliquer simplement la loi d'Ohm pour étudier le transport des électrons. Le transport se fait par des canaux de conduction. Il est nécessaire d'utiliser de nouvelles approches tenant compte de la taille limitée de ces circuits. Après avoir défini ce que l'on entend par *échelle mésoscopique*, on présentera le *formalisme de Landauer-Büttiker* [41], très utile pour modéliser le transport des électrons notamment en régime d'états de bords.

Des échantillons de taille "mésos"

L'échelle *mésoscopique* est l'échelle intermédiaire entre le *microscopique* (où l'on retrouve les atomes, les molécules) et le *macroscopique* (du *mm* à notre échelle). Dans ce domaine de la physique mésoscopique, on est à la frontière, à mi-chemin (*mésos* en grec signifie "milieu") entre le *Monde Classique* gouverné par la dynamique de Newton et le *Monde Quantique* gouverné par la dynamique de Schrödinger. Le transport mésoscopique comporte des caractéristiques de ces deux mondes : par exemple le transport

concerne un grand nombre d'électrons (Monde Classique) et des phénomènes de cohérence, d'interférences peuvent exister (Monde Quantique). Afin de préciser un peu cette échelle, on va définir et donner quelques ordres de grandeurs.

Dimensions pertinentes et ordres de grandeurs

— **Longueur d'onde de Fermi**

On définit la longueur d'onde de Fermi λ_F par rapport à k_F et donc par rapport à la densité électronique. Ce qui nous donne dans un gaz bidimensionnel :

$$\lambda_F = 2\pi/k_F = \sqrt{2\pi/N_s} \quad (1.33)$$

Pour un gaz d'électrons bidimensionnel, d'une hétérojonction *GaAs/AlGaAs* par exemple, la densité d'état est typiquement de $5.10^{11}e^-.cm^{-2}$. La longueur d'onde de Fermi λ_F est donc de $35nm$. Comme nous allons le voir dans la prochaine section, lorsque la largeur du canal de conduction descend typiquement en dessous de $10\lambda_F$, on a un transport des électrons dans des canaux de conduction similaires aux guides d'onde pour les photons.

— **temps de diffusion et libre parcours moyen**

Un électron se déplace dans un cristal parfait comme dans le vide mais avec une masse différente (cela résulte de la *théorie de Bloch* et de l'introduction du *tenseur de masse effective* [33]). A très basse température, ce sont les électrons très proches de l'énergie de Fermi E_F qui participent au transport. Leur vitesse v_F est :

$$v_F = \frac{\hbar k_f}{m} \quad (1.34)$$

En fait notre électron subit des collisions comme on l'a vu dans le modèle de *Drude-Sommerfeld*. Ces collisions subies par l'électron relaxent ou pas son énergie, selon que ce sont des collisions *élastiques* ou inélastiques. Le temps moyen entre deux collisions élastiques définit le **temps de diffusion élastique** τ_e . Le temps moyen entre deux collisions inélastiques définit le **temps de cohérence de phase** τ_Φ

On définit alors le **libre parcours moyen élastique** ℓ_e comme la distance parcourue par un électron à l'énergie de Fermi pendant le temps τ_e : $\ell_e = v_F\tau_e$. On définit également la **longueur de cohérence de phase** ℓ_Φ comme la distance parcourue par un électron à l'énergie de Fermi pendant le temps τ_Φ : $\ell_\Phi = v_F\tau_\Phi$. Pour un gaz d'électrons d'une densité $n_s = 5.10^{11}e^-.cm^{-2}$, la vitesse de Fermi v_F est de $3.10^7 cm s^{-1}$. Ce qui nous donne un libre parcours moyen ℓ_e de $30\mu m$ pour les hétérojonctions de type *GaAs/AlGaAs*. Par ailleurs, dans les états de bords en régime d'effet Hall quantique, $\ell_\Phi \leq 20\mu m$ [42].

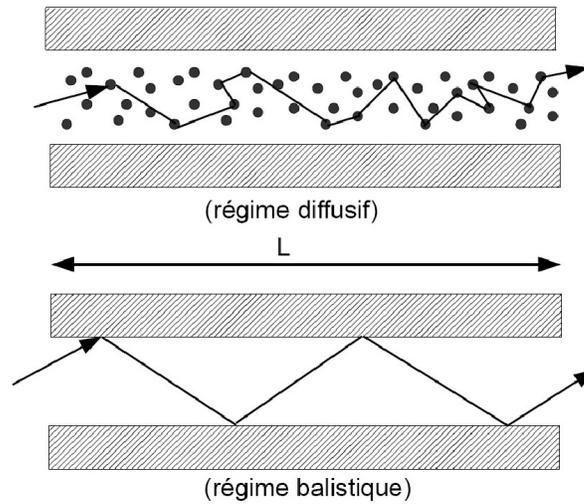


FIGURE 1.2 – Régime diffusif et régime balistique

Régime diffusif ou balistique ?

Si on note L la longueur typique de notre méso-circuit, on peut alors, suivant le rapport de ℓ_e et de l_ϕ avec L , définir plusieurs types de régime de transport mésoscopique [43] (voir figure (1.2)).

- **Régime diffusif** : $\ell_e \ll L$
L'électron subit un nombre important de collisions lors de sa traversée du “méso-circuit”. On retrouve ce régime de transport dans nos échantillons à $B=0$.
- **Régime balistique** : $L \leq \ell_e$
L'électron ne subit que quelques collisions élastiques lors de sa traversée du “méso-circuit”. La vitesse caractéristique du transport des électrons dans ce régime est v_F la vitesse de Fermi. C'est dans ce régime que nous avons réalisé notre étude.
- **Régime cohérent** : $L \leq l_\phi$
L'électron garde sa phase lors de sa traversée du “méso-circuit”. Ce régime est utilisé pour les interférences quantiques dans les circuits[42]. Dans notre étude, nous ne sommes jamais dans ce régime, et donc les phénomènes d'interférences quantiques n'interviennent pas.

Dans ces deux régimes, on a $\lambda_F \ll \ell_e$ c'est-à-dire $\ell_e/\lambda_F \gg 1$. Le rapport ℓ_e/λ_F caractérise le désordre du système. Dans les deux régimes précédents, le *désordre est faible*. Le mouvement des électrons entre deux impuretés est rectiligne. Lorsque $\ell_e/\lambda_F \ll 1$, le *désordre est fort*, on rentre alors dans un *régime isolant* [44].

Le formalisme de Landaüer Büttiker

Quantification de la conductance

Dans des structures mésoscopiques, lorsqu'on diminue latéralement le gaz d'électrons, la conductivité ne diminue pas de manière monotone. Lorsque la température est très basse, la conduction diminue en faisant des sauts de $2e^2/h$, comme on peut le voir sur la figure (1.3) [45, 46]. Le transport se fait par des canaux de conduction ayant une conductivité de $2e^2/h$, ce qui correspond au *quantum de conductance* que l'on retrouve dans l'*effet Hall Quantique en régime d'état de bords*.

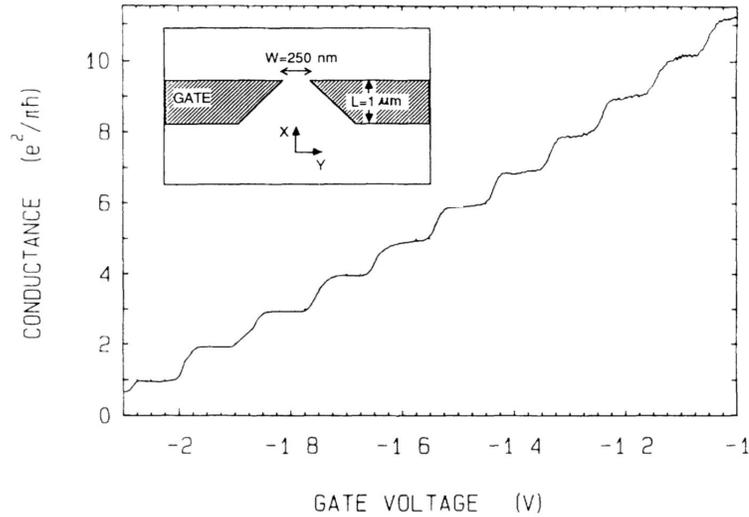


FIG. 2. Point-contact conductance as a function of gate voltage, obtained from the data of Fig. 1 after subtraction of the lead resistance. The conductance shows plateaus at multiples of $e^2/\pi\hbar$.

FIGURE 1.3 – Quantification de la conductance d'après Ref.[46]

Si on reprend l'expérience résumée dans la figure (1.3), en polarisant les grilles métalliques, on crée un potentiel répulsif, on déplete le gaz d'électrons "sous l'ombre électrostatique" de ces grilles. En augmentant la tension des grilles (en valeur absolue), on ferme un par un les canaux de conduction, la conductivité diminue, à chaque canal fermé, d'un quantum de conductance³ $2e^2/h$.

La fermeture du canal de conduction se produit lorsque la largeur latérale du gaz d'électrons est typiquement de l'ordre de quelques $10\lambda_F$. Ces canaux de conduction sont similaires au guide d'onde de l'électromagnétisme. Pour un canal de largeur W , on a M modes de conduction (canaux élémentaire) avec :

$$M \sim \frac{k_F W}{\pi} \quad (1.35)$$

3. $(2e^2/h)^{-1} = 25.81k\Omega$

où k_F est le vecteur d'onde de Fermi.

Formule de Landaüer-Büttiker dans le cas d'un seul canal et de deux contacts

Une conduction qui se fait par des canaux de conduction, c'est le point de départ du *formalisme de Landaüer-Büttiker* [41]. Dans un premier temps, on va s'intéresser à la *formule de Landaüer* reliant la conductivité d'un canal unidimensionnel (1D) et les probabilités de transmission et de réflexion des électrons au niveau de Fermi [47]. On utilisera pour nos canaux, une relation de dispersion linéaire $\varepsilon(k) = \hbar v_F k$ ⁴. Nous reprenons ci-dessous l'idée de Landauer [47], parfaitement présentée dans le livre de S. Datta [48].

On considère le simple système constitué de deux contacts, d'un canal de conduction 1D et d'un diffuseur. Lors de son transport le long de ce canal, l'électron rencontre une zone dans laquelle il a une probabilité T de passer (et $R = 1 - T$ d'être réfléchi afin de satisfaire la conservation du nombre de particules...). Les deux contacts sont des réservoirs parfaits. Il satisfait aux conditions suivantes :

- Tous les électrons incidents sont absorbés par ces réservoirs.
- Ces réservoirs fournissent de manière continue des électrons. Ces électrons sont en équilibre thermodynamique avec les réservoirs, ils ont le même potentiel chimique μ (μ_1 pour les électrons partant du contact (1), par exemple). L'énergie et la phase de ces électrons ne dépend pas des électrons absorbés.

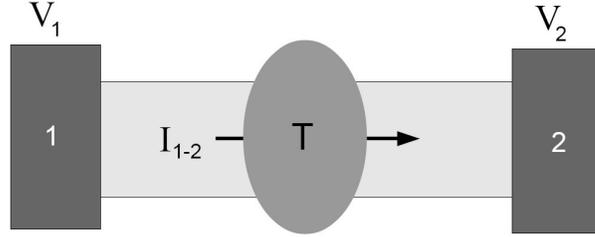


FIGURE 1.4 – Canal 1D avec un simple diffuseur

Les électrons participant au transport sont ceux qui sont proches de l'énergie de Fermi. Ils ont une vitesse $\frac{1}{\hbar} \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = v_F$.

Ils sont compris dans la bande d'énergie $(\mu_1 - \mu_2)$ et la densité d'états des électrons allant du contact (1) vers le contact (2) est $\partial n_+ / \partial E$. L'intensité traversant ce système s'écrit alors :

$$I_{12} = (-e)v_F \frac{\partial n_+}{\partial E} T (\mu_1 - \mu_2) \quad (1.36)$$

on a de plus, en tenant compte des deux états de spin :

$$\left. \frac{\partial n_+}{\partial E} \right|_{Fermi} = \left. \frac{\partial n_+}{\partial k} \right|_{Fermi} \left. \frac{\partial k}{\partial E} \right|_{Fermi} = \frac{2}{\hbar v_F} \quad (1.37)$$

4. Relation que l'on retrouve pour les états de bords du fait du potentiel de confinement

ce qui donne finalement :

$$I_{12} = (-e) \frac{2}{h} T (\mu_1 - \mu_2) \quad (1.38)$$

La différence de potentiel V_{21} entre les deux contacts est telle que :

$$(-e)V_{21} = \mu_1 - \mu_2 \quad (1.39)$$

On obtient alors l'expression de la conductance G de ce système :

$$G = \frac{I_{12}}{V_{21}} = \frac{2e^2}{h} T \quad (1.40)$$

qui est la forme la plus simple de la *formule de Landaüer*.

Formule générale de Landaüer-Büttiker

La formule de Landaüer donnant la conductivité G pour deux contacts reliés par M canaux s'écrit aussi :

$$G = \frac{2e^2}{h} . M . T \quad (1.41)$$

où T est la probabilité de transmission définie comme précédemment.

Dans le cas de N contacts, en considérant toujours un transport incohérent d'électrons dans des conducteurs 1D reliant les contacts entre eux, la conductivité $G_{\alpha\beta}$ entre le contact (α) et le contact (β) s'écrit [49] :

$$G_{\alpha\beta} = \frac{2e^2}{h} \bar{T}_{\alpha\leftarrow\beta} \quad (1.42)$$

Le courant net I_α sortant du contact (α) s'écrit d'après (1.52) :

$$\boxed{I_\alpha = \frac{2e}{h} \sum_{\beta} (\bar{T}_{\beta\leftarrow\alpha} \mu_\alpha - \bar{T}_{\beta\rightarrow\alpha} \mu_\beta)} \quad (1.43)$$

et comme $V_\alpha = -\mu_\alpha/e$, on obtient la *formule de Landaüer Büttiker* :

$$I_\alpha = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} (V_\beta - V_\alpha) \quad (1.44)$$

Compte tenu du fait que $\sum_{\beta} G_{\alpha\beta} = 0$, cette équation se réécrit [41] :

$$\boxed{I_\alpha = \sum_{\beta} G_{\alpha\beta} V_\beta} \quad (1.45)$$

1.2.2 L'effet Hall Quantique

Un petit d'histoire

On connaît l'effet Hall (étiqueté maintenant comme *classique*) depuis la fin du XIX^{ème} siècle. Cet effet permet de mesurer la densité de porteurs de charges impliqués dans la conduction du courant ainsi que la charge de ces porteurs, au moyen de ce qu'on appelle la *tension transverse de Hall*. Mais dans la nuit du 4 au 5 février 1980, sur les coups des 2 heures du matin, pendant une expérience au LCMI à Grenoble, un heureux événement se produisit dans la famille Hall. En effet cette nuit là, Klaus Von Klitzing mesura pour la première fois, sur des MOSFET en silicium (*ie* des gaz d'électron bidimensionnels), la quantification de la tension de Hall V_{Hall} [1], [50], [2]. Pour la première fois, on observait la quantification de la *résistance de Hall* : elle présentait en fonction du champ magnétique des plateaux dont la valeur s'exprime simplement au moyen de constantes fondamentales :

$$R_{Hall} = \frac{1}{\nu} \frac{h}{e^2} \quad (1.46)$$

avec ν entier.

Pour la première fois, on observait simultanément à ces plateaux de R_{Hall} , l'annulation de la résistance longitudinale R_{xx} . L'Effet Hall Quantique entier (EHQ) venait de naître et avec lui un grand nombre de domaines de recherche tant théoriques qu'expérimentaux... A la suite de cette découverte, d'autres mesures furent effectuées confirmant la quantification de $R_{Hall} = h/\nu e^2$ avec une précision relative de 10^{-6} . Ce qui est remarquable dans cet effet, c'est que la valeur de R_{Hall} , sur un plateau ne dépend pas de l'échantillon, ni de sa géométrie, ni des paramètres extérieurs (température...). C'est un effet *universel*.

Du fait de sa robustesse [51, 52], l'effet Hall quantique est un excellent candidat pour la métrologie. En France, dès 1988, l'effet Hall permet la conservation de l'Ohm [53]. Cette technique permet également de déterminer la constante de structure fine $\alpha = e^2/hc$ au moyen de la relation $R_K = h/e^2 = \mu_0 c / 2\alpha$. La constante R_K est la constante de von Klitzing dont la valeur recommandée est $R_K = 25812,807\Omega$. L'effet Hall Quantique joue un rôle important dans la réalisation du *triangle métrologique* visant à vérifier la cohérence de la valeur des constantes fondamentales suivantes : le quantum de flux (h/e) mesuré par *l'effet Josephson*, le quantum de conductance (e^2/h) mesuré par l'effet Hall justement, et la charge de l'électron mesurée par *l'effet tunnel monoélectronique* [54]. Comme on peut en avoir un aperçu, l'effet Hall Quantique a modifié de manière radicale le monde de la métrologie électrique [55], [2] mais également bien d'autres domaines de la physique.

Quelques années plus tard, la famille Hall s'agrandissait de nouveau. En 1982, en faisant des mesures de transport sur des hétérostructures d'arsenure de gallium, Horst Stormer et Daniel Tsui ont découvert que ν pouvait prendre des valeurs fractionnaires $\nu = p/q$ avec p entier et q entier impair [56]. Laughlin donna une fonction d'onde à ce

nouveau venu [57], l'effet Hall Quantique Fractionnaire (EHQF) venait de naître à son tour. Ces plateaux "fractionnaires" sont beaucoup moins "robustes" que les plateaux entiers. Ils sont très vite détruits par le désordre. L'effet Hall quantique entier apparaît lorsque le potentiel de désordre est plus important que les interactions. Pour l'effet Hall quantique fractionnaire, c'est lorsque ces interactions dominent qu'il s'installe. Ces interactions créent un état collectif fortement corrélé qu'on ne peut plus décrire comme un liquide de Fermi. Les excitations élémentaires ou quasiparticules, ont une charge différente de celle d'un électron, la charge est fractionnaire. Dans le cas de l'état fractionnaire $\nu = 1/3$, la charge est $e/3$, comme cela a été mesuré par C.Glatti et L.Saminadayar au cours de la thèse de ce dernier, en 1997 [58].

Le séminaire **Poincaré** du 13 novembre 2004 était consacré à l'effet Hall Quantique[2]. Ce chapitre n'étant là que pour introduire les notions utiles à notre travail, on pourra se reporter au compte rendu de ce séminaire pour une vision plus globale de cet effet quantique macroscopique, ou à des ouvrages consacrés entièrement au sujet [59, 60, 61].

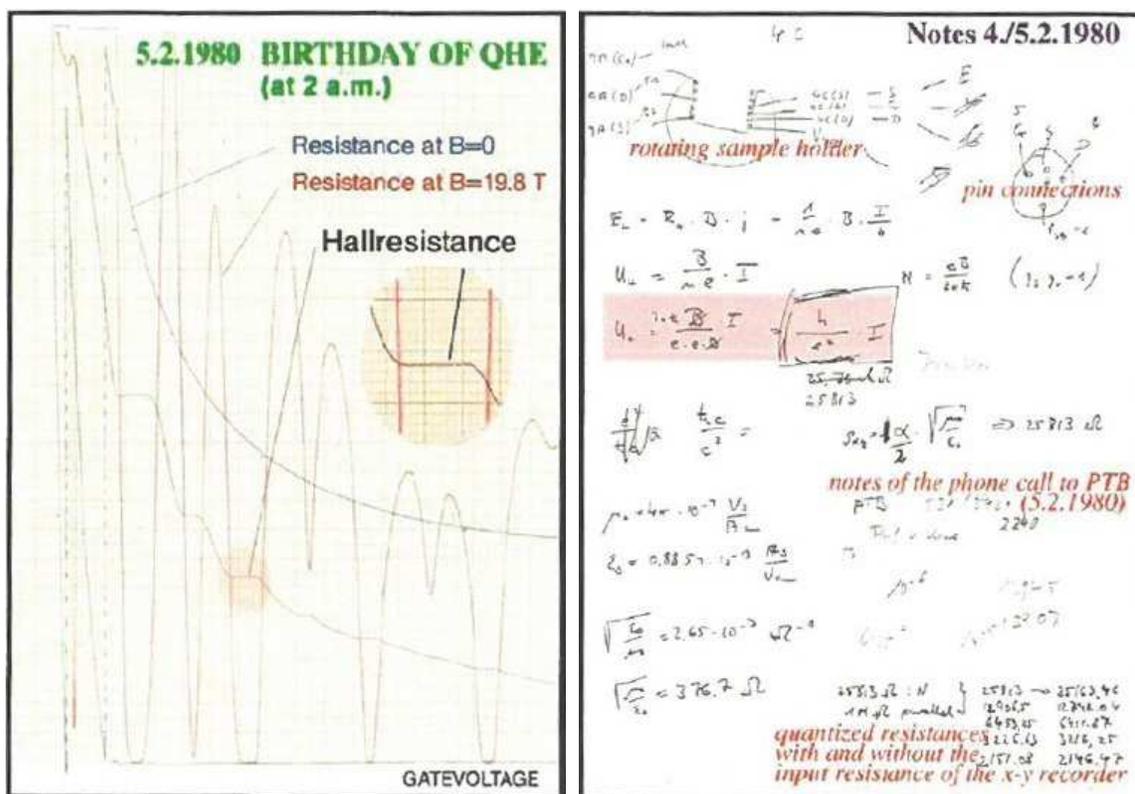


FIGURE 1.5 – Les premières mesures de l'effet Hall quantique par K. von Klitzing [2].

Effet Hall Classique

On peut dans certains conducteurs mesurer un champ électrique appelé champ de Hall. Pour pouvoir l'observer il est nécessaire d'appliquer un champ magnétique perpendiculaire au sens du courant. Le champ magnétique soumet chaque charge à une force $\vec{F}_{\vec{B}} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$, ce qui a pour effet de dévier les électrons en les faisant tourner autour de l'axe.

Si le conducteur est suffisamment étroit, les électrons croiseront durant leur rotation l'une des faces du conducteur et s'y accumuleront. Très rapidement, le nombre d'électrons sera suffisant pour que le champ électrique ainsi créé par cette nouvelle répartition surfacique de charges (*champ de Hall* \vec{E}_H), compense la force magnétique. Les électrons ne sont alors plus déviés et pourront se déplacer directement d'un contact à l'autre de l'échantillon.

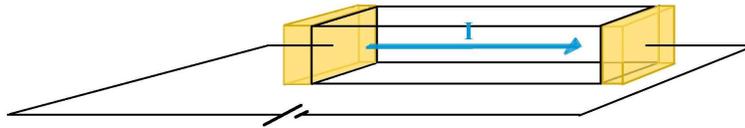


FIGURE 1.6 – Sans champ magnétique le courant va d'un contact à l'autre

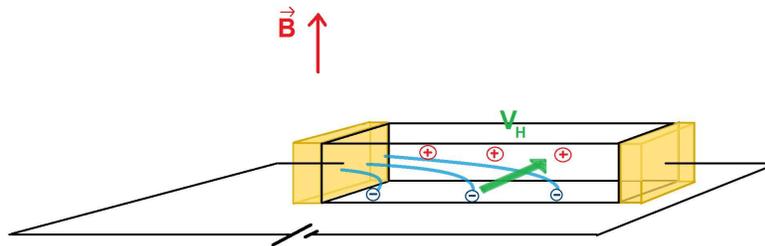


FIGURE 1.7 – Durant un cours régime transitoire, le champ magnétique fait dévier les électrons sur l'une des faces lorsque le rayon de rotation(dû au champ B) est plus grand que la largeur du conducteur

La tension transverse causée par l'accumulation de charges s'appelle la *tension de Hall*. Elle est proportionnelle à la densité, à la charge des porteurs (donc au courant électrique qui traverse dans le conducteur) ainsi qu'au champ magnétique. Cet effet est très utile pour la caractérisation électrique des matériaux ou encore pour des capteurs de champ magnétique (compteur électrique, Sonde *Tesla*).

La *tension de Hall* est inversement proportionnelle à la densité de porteurs du matériau. Ce phénomène est donc plus facile à mesurer dans les semiconducteurs où les densités de porteurs sont plus faibles que dans les métaux. On note R_H la résistance de Hall associée à la mesure du champ de Hall :

$$\boxed{R_H = \frac{B}{nq}} \quad (1.47)$$

où R_H est la *résistance de Hall*, n la densité de porteurs, q la charge électrique des porteurs et B le champ magnétique.

Quantification de l'effet Hall

Les niveaux de Landau

Un électron du gaz d'électrons bidimensionnel (formé par une hétérostructure de $GaAs/AlGaAs$ par exemple) placé dans un champ magnétique \vec{B} a pour Hamiltonien [62] :

$$H_0 = \frac{1}{2m^*}(\vec{p} - e\vec{A})^2 \quad (1.48)$$

où m^* est la masse effective de l'électron dans ce gaz 2D, \vec{p} son impulsion et \vec{A} le potentiel vecteur du champ magnétique \vec{B} .

En posant $\vec{\Pi} = \vec{p} - e\vec{A}$ l'Hamiltonien s'écrit alors $H_0 = \frac{\vec{\Pi}^2}{2m^*}$

Comme pour l'oscillateur harmonique simple, on peut, par un changement de variable, introduire les opérateurs de création et d'annihilation a et a^+ . e qui permet d'écrire H_0 sous la forme :

$$H_0 = \hbar\omega_c(a^+a + \frac{1}{2}) \quad (1.49)$$

On reconnaît bien l'Hamiltonien d'un oscillateur harmonique, qui a pour énergies propres :

$$E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) \quad (1.50)$$

avec n un entier et $\omega_c = eB/m^*$

Dégénérescence des niveaux de Landau et facteur de remplissage

Ces énergies quantifiées sont les énergies des *niveaux de Landau*⁵, dont la dégénérescence est $g = 2eB/h$. Chaque niveau de Landau contient donc $2eB/h$ états. On définit

5. On ne considère pas ici l'effet des bords de l'échantillon. Comme nous allons le voir par la suite, le potentiel répulsif dû au confinement latéral lève la dégénérescence des niveaux de Landau, ce qui donne naissance aux *états de bords*[63]. On ne considère pas non plus l'effet des impuretés et du potentiel de désordre [64, 51].

le facteur de remplissage par le nombre de niveaux de Landau pleins (en tenant compte de la dégénérescence de spin) :

$$\nu = \frac{h}{eB} N_s \quad (1.51)$$

Si seul le niveau de Landau $n = 0$ est plein, alors $\nu = 2$. L'apparition des niveaux de Landau est responsable de l'effet Hall quantique (cf figure 1.8) : les plateaux apparaissent pour les facteurs de remplissage entiers. Pour les pairs mais aussi pour $\nu = 3$ et $\nu = 5$ comme on le voit sur la figure 1.8.

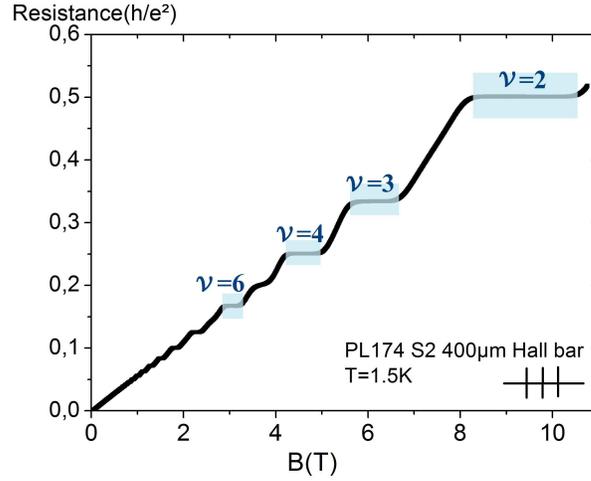


FIGURE 1.8 – Effet Hall quantique à $T = 1.5K$. La pente à bas champ est la pente classique. Les plateaux disparaissent aux alentours de 15K.

Effet du spin

Lorsque la température est suffisamment basse pour que l'interaction *Zeeman* ne soit plus négligeable devant $k_B T$, on doit prendre en compte le spin $S = 1/2$ de l'électron. L'Hamiltonien auquel est soumis l'électron devient :

$$H = \frac{1}{2m^*} (\vec{p} - e\vec{A})^2 + \frac{1}{2} g_L^* \mu_B \vec{\sigma} \cdot \vec{B} \quad (1.52)$$

où g_L^* est le facteur gyromagnétique de Landé *effectif*, $\mu_B = e\hbar/2m_e$ est le magnéton de Bohr et $\vec{\sigma}$ l'opérateur de spin de Pauli. Le facteur de Landé g_L^* dépend du facteur gyromagnétique des électrons dans la bande de conduction g_L (par exemple $g = -0.44$ dans du *GaAs* massif) et de la différence d'occupation des états "spin up" n_\uparrow et "spin down" n_\downarrow . On a $g_L^* = g_L + \alpha(n_\uparrow - n_\downarrow)$. Le coefficient $\alpha \sim e^2/\epsilon_0\epsilon_r l_c$ dépend des interactions coulombiennes et de \vec{B} [65]. Le désordre peut également modifier g_L^* [66].

En tenant compte du terme *Zeeman*, l'énergie des niveaux de Landau devient alors :

$$\epsilon_{n,\uparrow/\downarrow} = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) \pm \frac{1}{2} g_L^* \mu_B B \quad (1.53)$$

on voit apparaître expérimentalement, pour un champ \vec{B} suffisamment élevé, un doublement des “bosses” sur ρ_{xx} et des points d’inflexion au niveau de ρ_{xy} .

En résumé : apparition de la quantification

— Élargissement des niveaux de Landau et quantification :

L'écart entre les niveaux de Landau est $E_c = \hbar\omega_c$. La quantification du gaz d'électron peut être effective quand les niveaux de Landau sont distinguables, c'est à dire lorsque leur élargissement en énergie ΔE est bien inférieure à l'écart E_c .

$$\hbar\omega_c \gg \Delta E \quad (1.54)$$

Cette largeur des niveaux de Landau ΔE provient du couplage de ces états avec l'extérieur notamment les interactions électron-électron, électron-impureté, électron-phonon... L'effet de ce couplage ΔE est relié au temps de libre parcours moyen τ . D'après la relation d'incertitude d'Heisenberg entre le temps et l'énergie on $\Delta E\tau \sim \hbar$. L'élargissement des niveaux de Landau est de l'ordre de :

$$\Delta E \sim \hbar/\tau \quad (1.55)$$

Par conséquent une première condition pour que l'on puisse avoir une quantification de l'énergie est d'après ce qui précède que :

$$\omega_c\tau \gg 1 \quad (1.56)$$

Il faut donc avoir atteint un champ magnétique suffisamment intense pour que la pulsation cyclotron soit assez grande devant $1/\tau$. Plus le gaz bidimensionnel est “propre” (τ assez grand), plus sa mobilité est grande et plus la quantification pourra se faire tôt en champ magnétique. D'un point de vue semi-classique cette relation signifie que pour qu'il y ait quantification il faut que l'électron “ait le temps” d'effectuer quelques tours de l'orbite cyclotron (quelques $1/\omega_c$) avant d'être diffusé (par les impuretés). Dans nos systèmes, c'est au delà de 1 Tesla environ qu'apparaissent les plateaux de Hall.

— Température et quantification :

Il faut également que l'écart entre les niveaux de Landau $\hbar\omega_c$ soit beaucoup plus important que l'exploration énergétique thermique $k_B T$:

$$\hbar\omega_c \gg k_B T \quad (1.57)$$

Dans nos systèmes, $k_B T = 0,12 \text{ meV}$ à $1,5 \text{ K}$ et $\hbar\omega_c \sim 1,6 \text{ meV/Tesla}$. Dans ces conditions on peut observer la quantification *ie* l'existence de plateaux pour la résistance de Hall, simultanément à l'annulation de la résistance longitudinale. C'est dans ces conditions là, en régime d'effet Hall entier que nous avons travaillé afin de réaliser des interférences avec des états de bords.

Le modèle des états de bords

Nous nous sommes intéressés jusqu'à présent à l'effet Hall sans considérer, du moins explicitement, le confinement latéral du gaz d'électrons bidimensionnel. C'est ce à quoi nous allons nous atteler maintenant en présentant la description de l'*effet Hall Quantique* par le modèle des *états de bords*.

Confinement latéral et niveaux de Landau

Le gaz d'électrons est confiné latéralement (voir figure (1.9)). L'existence des bords physiques de ce gaz fait que les électrons sont soumis à un potentiel effectif $V(y)$ qui diverge dès que $|y| > W/2$. Pour plus détails sur le potentiel de Hall sur les bords, on pourra se reporter à la revue [68].

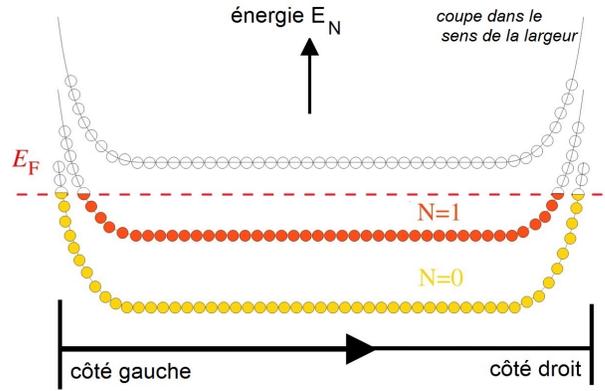


FIGURE 1.9 – Confinement latéral des électrons amenant une hausse des énergies sur les bords. D'après K.von Klitzing[69]

Ce potentiel courbe les niveaux de Landau au voisinage des bords de l'échantillon. Pour des états différents, placés sur un même niveau de Landau, on a des énergies différentes. C'est à dire que l'on a une levée de la *dégénérescence spatiale en énergie* des états d'un même niveau de Landau.

A basse température, les électrons des niveaux de Landau participant au transport ont une énergie très proche de ϵ_F (voir figure 1.9). Ils occupent les états situés au bord du gaz 2D et leur énergie est :

$$E_n = \hbar\omega_c(n + 1/2) + V(y_c), \quad (1.58)$$

avec $y_c = \hbar k/eB$ le centre de l'orbite cyclotron qui dépend du vecteur d'onde k dans la direction x . Comme l'énergie dépend de y_c et que y_c est relié au vecteur d'onde k_y selon : $y_c = (\hbar k_y)/(eB)$ ([48]), on peut connaître la vitesse selon x :

$$v_k = \frac{\partial E_n(y_c)}{\hbar \partial k_y} = \frac{1}{eB} \frac{\partial E_n(y_c)}{\partial y_c} \quad (1.59)$$

Dans l'expression de E_n seul le potentiel V dépend de y_c , ainsi :

$$v_k = \frac{1}{eB} \frac{\partial V}{\partial y_c} \quad (1.60)$$

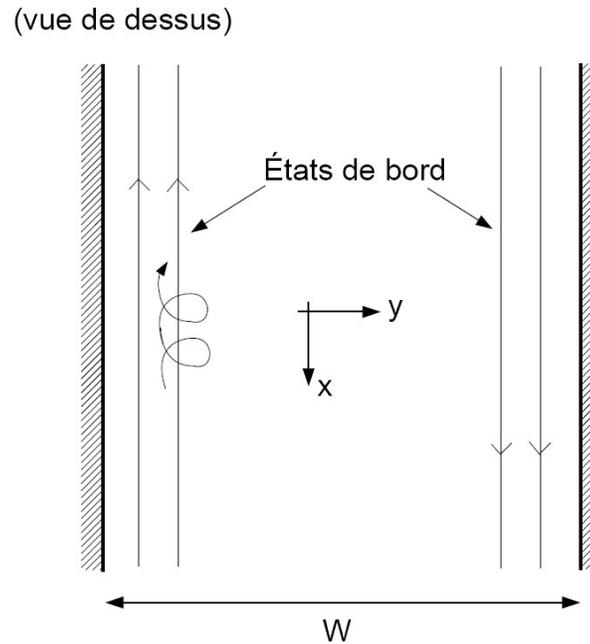


FIGURE 1.10 – Schématisation de la conduction par les états de bords

Cette vitesse parallèle au bord est l'équivalent de la *vitesse de drift* d'une charge dans le vide en configuration de champs croisés (\vec{E}, \vec{B}) : $v_d = E/B$, et la vitesse est orthogonale à la fois à \vec{E} et \vec{B} .

Ici c'est le gradient du potentiel de confinement qui joue le rôle du champ électrique. Du coup la vitesse de ces électrons dépend de la pente de l'énergie en fonction de y . Ceux situés sur la gauche du canal circulent dans un sens et ceux situés sur la droite circulent dans l'autre comme on l'a représenté sur la figure 1.10). On parle de *canaux de conduction chiraux*.

Ces états sont appelés les *états de bords*. Ils ont une taille de l'ordre de 10 à 100 nm. On pourra se référer par exemple à la Ref. [70] dans laquelle les états de bords sont imagés, ou bien à la Ref. [68] qui détaille l'aspect microscopique. Leur nombre dépend du nombre de niveaux de Landau remplis. Pour un champ magnétique donné et une densité électronique donnée, on a en fait ν états de bords qui forment les canaux de conduction de notre gaz en régime d'effet Hall Quantique. C'est le transport des électrons sur les états de bords que nous avons étudié durant ce travail de thèse. Ces états de bords ont une très grande cohérence de phase, supérieure à $20\mu m$ [42], d'où l'intérêt de travailler dans ce régime pour réaliser expérimentalement des interférences quantiques[42, 71].

L'approche de Büttiker et les états de bords en DC

On se place en régime d'effet Hall Quantique à $\nu = 2$ comme cela est représenté sur la figure (1.11). On applique la théorie de Landauer aux états de bords considérés comme des conducteurs 1D parfaits (pour plus de détails voir par exemple Ref. [48, 41, 49]). Les contacts (2), (3), (5) et (6) sont des contacts de mesures parfaits, il y a autant d'électrons qui rentrent que d'électrons qui sortent de ces contacts (le courant total entrant ou sortant est nul). Les contacts (1) et (4) ont un potentiel fixé par la source de courant, respectivement V_1 et V_4 reliés par $V = V_1 - V_4$. Le nombre de canaux de conduction est ν , le nombre d'état de bords. Le courant I qui circule dans notre barre de Hall est

$$I = I_1 = \nu G_0 (V_1 - V_6) = \nu \frac{e^2}{h} (V_1 - V_6) \quad (1.61)$$

De même,

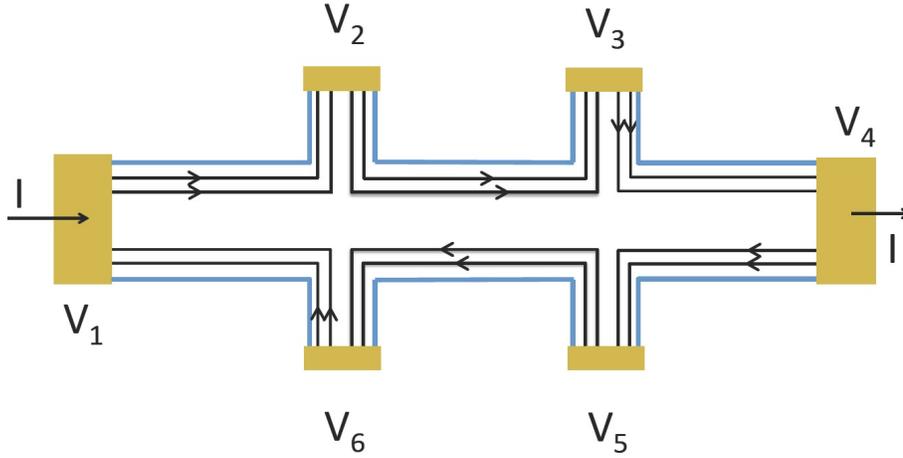


FIGURE 1.11 – Les canaux de bords sont des canaux 1D parfaits qui propagent les porteurs de charge entre réservoirs. Ici le facteur de remplissage des niveaux de Landau est $\nu = 2$. Les réservoirs absorbent tous les électrons et les ré-émettent au potentiel chimique du contact.

$$I_2 = 0 = \nu \frac{e^2}{h} (V_2 - V_1), \quad (1.62)$$

ce qui donne $V_1 = V_2$, et en recommençant par le contact (3), on a finalement $V_1 = V_2 = V_3$. Ce que l'on résume en disant que les contacts de mesure côté "haut" sont en équilibre thermodynamique avec leurs électrons incidents, donc au potentiel V_1 . Pour le côté du bas, en fixant $V_4 = 0$, on obtient l'égalité suivante :

$$V_6 = V_5 = V_4 = 0. \quad (1.63)$$

On a alors la résistance longitudinale R_L qui s'écrit :

$$R_L = \frac{V_2 - V_3}{I} = \frac{V_6 - V_5}{I} = 0. \quad (1.64)$$

R_L est la résistance longitudinale de Hall souvent nommée R_{xx} . Elle est nulle, cela signifie que le transport par les états de bords se fait sans dissipation.

L'expression de la résistance transverse R_H est :

$$R_H = \frac{V_2 - V_6}{I} = \frac{V_3 - V_5}{I} = \frac{V_1 - V_4}{I} = \frac{h}{\nu e^2}. \quad (1.65)$$

On trouve la quantification de la résistance de Hall [48, 1]. La quantification de R_H et l'annulation de R_{xx} sont montrés figure 1.12.

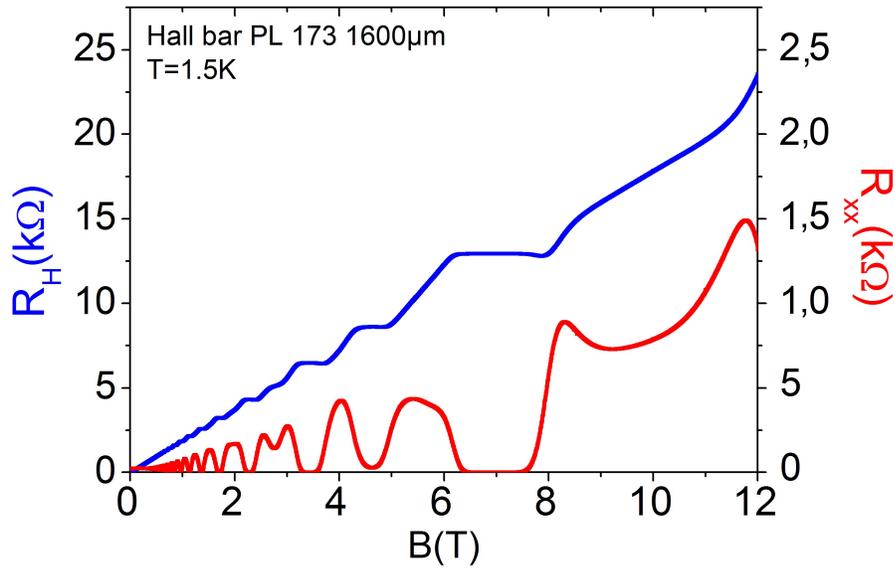


FIGURE 1.12 – Mesure avec 4 contacts en $(-\vec{B})$: plateaux de Hall et oscillations de *Shubnikov – deHaas*

1.2.3 Transport en AC

Le rôle des interactions en régime AC

La théorie précédente de Landauer-Büttiker est une théorie du transport continu, elle ne prend pas en compte les effets d'*interactions* entre électrons. Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à des mesures en régime AC, les tensions, les courants varient sinusoidalement en fonction du temps à la fréquence f . Mais étant donné la taille des systèmes que l'on étudie et des fréquences relativement faibles auxquelles nous travaillons (en dessous de quelques 100 kHz), nous sommes dans l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires. Les interactions entre électrons peuvent donc être décrites au moyen des interactions de l'électrostatique. C'est l'approximation utilisée par Buttiker[72]

Deux conséquences :

- dans l'ensemble de notre système du fait des interactions coulombiennes la charge est conservée et la loi des nœuds est applicable.
- tous les électrons d'un même conducteur voit le même potentiel $V(t)$

Modélisation de nos systèmes : écriture de la matrice émittance

Si on note α et β deux contacts liés à des réservoirs, l'admittance notée $G_{\alpha\beta}(\omega)$ entre ces deux contacts, est alors la réponse linéaire à la pulsation temporelle ω du courant $I_\alpha(\omega) e^{j\omega t}$ à la tension $V_\beta(\omega) e^{j\omega t}$. Pour les réservoirs de type *liquide de Fermi* cette admittance peut être développée en puissance de cette impulsion ω , ce qui donne [72]

$$I_\alpha = \sum_{\alpha} (G_{\alpha\beta}^{DC} + jE_{\alpha\beta}\omega) V_\beta . \quad (1.66)$$

Remarquons que Christen et Büttiker utilisent un signe "-" devant l'émittance. Au contraire nous utilisons dans cette thèse la convention "électrique", dans laquelle les potentiels et les courants s'écrivent $V e^{j\omega t}$ ou $I e^{j\omega t}$. Dans cette convention, l'admittance de la capacité est $+jC\omega$, contrairement à ce qu'utilise Büttiker dans la Ref.[72].

A partir de la géométrie de l'échantillon et de la chiralité des états de bord on définit dans le chapitre 3 la matrice d'émittance $E_{\alpha\beta}$ constituée des capacités mutuelles $C_{\mu,kl}$ entre états de bords k et l . Les matrices $G_{\alpha,\beta}^{DC}$ et $E_{\alpha,\beta}$ dépendent de la configuration de mesure et des fils de connexion entre les contacts et le porte-échantillon.

En utilisant leur formalisme [72] on obtient :

$$E_{\alpha\beta} = \sum_{kl} \Delta_{\alpha k} C_{\mu,kl} \Delta_{l\beta} \quad (1.67)$$

où $\Delta_{l\beta} = 1$ si le contact β injecte dans le canal l , 0 sinon et $\Delta_{\alpha k} = 1$ si le canal k injecte dans le contact α , 0 sinon.

On associe la plupart du temps les capacités électrochimiques aux capacités quantiques car celles-ci sont bien plus petites que la capacité géométrique, ce que nous verrons chapitre 4 et 5.

1.3 Capacité et inductance quantique

1.3.1 Potentiel électrochimique et capacité quantique

Nous reprenons ici l'argumentaire de Christen et Büttiker [72, 73].

On considère un condensateur composé de deux conducteurs 1D. Le potentiel entre les réservoirs est modifié d'une valeur δV . Ce changement de potentiel amène les charges δq et $-\delta q$ sur les plaques. Comme on vient de charger le condensateur d'une valeur δq on vient de changer le potentiel entre les plaques d'une valeur δU reliée à la capacité géométrique de notre condensateur $\delta U = \delta q / C_g$.

D'ordinaire on pourrait considérer que $\delta U = \delta V$. Mais ici δV est relié à la différence de potentiel électrochimique entre les deux réservoirs que constituent les deux conducteurs 1D, et donc à l'énergie de Fermi E_F des électrons de notre système. On ne peut donc pas confondre δU avec δV . L'énergie de Fermi E_F dépend du potentiel entre les deux plaques δU , mais également du remplissage des états du conducteur que l'on peut écrire connaissant le nombre d'électrons $-\delta q/e$ à qui l'on associe une énergie $1/g$ où g est la densité d'états de notre système. L'énergie ainsi stockée par ces électrons s'écrit $(-\delta q/e) \times (1/g)$.

On peut alors écrire la différence de potentiel chimique :

$$-e\delta V = -\frac{\delta q/e}{g} - e\delta U . \quad (1.68)$$

On a alors :

$$\delta V = \left(\frac{1}{C_g} + \frac{1}{e^2 g} \right) \delta q , \quad (1.69)$$

qui peut s'écrire :

$$\delta V = \frac{1}{C_\mu} \delta q \quad (1.70)$$

Cette expression montre que la capacité d'un tel système ne se cantonne pas à la capacité géométrique. On définit alors ce que l'on appelle la *capacité électrochimique* C_μ qui comprend la capacité géométrique C_g mais également une capacité de nature quantique C_Q .

$$\boxed{\frac{1}{C_\mu} = \frac{1}{C_g} + \frac{1}{C_Q}} , \quad (1.71)$$

où

$$\boxed{C_Q = e^2 g} . \quad (1.72)$$

Des équations précédentes on déduit que dans le cas d'un conducteur où la densité d'états g est très grande, la contribution de la capacité quantique est négligeable. On mesure uniquement la contribution de la capacité géométrique C_g . En revanche dans nos système de gaz électronique bidimensionnel en régime d'états de bords, les densités d'états devenant faibles on augmente la contribution de la partie quantique, ce qui permet au final de pouvoir observer la capacité quantique des états de bords.

Calculons à présent cette capacité quantique dans le cas des canaux de bords. Si la relation de dispersion est $\varepsilon = \hbar k v_F$, alors la densité d'états est $g(\varepsilon) = 1/\hbar v_F$ par canal. On obtient donc dans le cas de ν états de bords :

$$C_Q = \frac{\nu e^2 l_{es}}{\hbar v_F} = \frac{\nu l_{es}}{R_K v_F} \quad (1.73)$$

Cette équation montre que dans le cas d'un seul canal, le temps de transit dans le conducteur 1D, $\tau_t = l_{es}/v_F$, est égal au temps de charge $R_K C_Q$ de charge du canal. C'est le résultat auquel arrive Buttiker dans "Mesoscopic Capacitors"[74] : le temps de charge d'une capacité quantique c'est $R_K C_Q$.

1.3.2 Inertie quantique

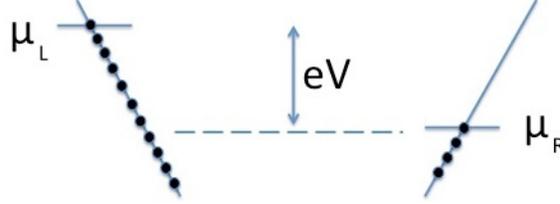


FIGURE 1.13 – États quantiques sur les bords chiraux de l'EHQ. La relation de dispersion est linéaire : $\epsilon = \hbar v_F k$. L'inertie quantique provient de l'énergie stockée dans les états quantiques situés entre μ_L et μ_R .

En s'inspirant de la démarche classique de Burke [40], on peut introduire une inertie quantique, analogue à l'inertie cinétique. On comptabilise l'énergie E de tous les états quantiques, lorsque l'on impose une tension V entre les états de bords chiraux de l'effet Hall quantique. L'écart des potentiels chimiques est $\Delta\mu = eV$, et donc :

$$E = \sum_k \epsilon(k) = \nu \times g(\epsilon) l_{es} \times (eV)^2 / 2 \quad (1.74)$$

où $g(\epsilon) = 1/\hbar v_F$ est la densité d'états (*DOS*) par unité de longueur pour un canal de conduction 1D, ν le nombre de canaux (facteur de remplissage de l'effet Hall Quantique), l_{es} la longueur des canaux de bords.

La chute de potentiel le long de l'échantillon s'écrit :

$$V = R_H I = R_K I / \nu, \quad (1.75)$$

où l'on note I le courant traversant l'échantillon, R_H la résistance de Hall, R_K la constante de von Klitzing.

Par analogie avec la définition précédente de l'inductance cinétique, on peut écrire $E = L_K I^2 / 2$, ce qui permet en identifiant l'inductance quantique L_K , de trouver sa formulation :

$$E = \frac{\nu e^2}{\hbar v_F} \times \frac{l_{es}}{2} \times \left(\frac{R_K I}{\nu} \right)^2 \quad (1.76)$$

qui peut s'écrire :

$$E = \frac{h}{e^2} \times \frac{l_{es}}{\nu v_F} \times \frac{I^2}{2}, \quad (1.77)$$

ce qui donne :

$$L_K = \frac{R_K}{\nu} \times \frac{l_{es}}{v_F}. \quad (1.78)$$

Le temps de transit des porteurs est l_{es}/v_F et s'il y a un seul canal, c'est aussi le temps de dissipation de l'énergie. En effet dans le cas d'un canal 1D parfait, l'énergie se

libère dans le contact, donc après le temps de parcours dans le canal. En présence de ν canaux toutefois, si le temps de transit reste le même (l_{es}/v_F), le temps de dissipation de l'énergie est plus court puisque ν canaux en parallèle permettent cette dissipation, qui se fait donc donc ν fois plus vite. On a alors :

$$\tau_E = \frac{l_{es}}{\nu v_F} = \frac{L_K}{R_K}. \quad (1.79)$$

On retrouve le fait que pour les conducteurs quantiques, τ_E n'est plus égal à L/R comme en classique. Au contraire, le temps de relaxation des conducteurs quantiques est $\tau_E = L/R_K$.

Remarquons enfin que dans l'expression de l'inductance, nous n'avons pas pris en compte, contrairement au cas de la capacité, les interactions électrostatiques. Les interactions auraient pour effet de renormaliser la vitesse v_F [71].

Le cadre expérimental

2.1 Les échantillons

L'objectif de ma thèse est d'étudier les phénomènes de capacités quantiques et d'inductances quantiques des états de bord de l'effet Hall quantique. Il nous faut donc un gaz d'électrons bidimensionnel (2DEG). Nous avons choisi de travailler à partir d'une hétérojonction III/V , communément utilisée dans notre équipe.

Afin de pouvoir observer le régime d'effet Hall Quantique où se situe notre étude, nous avons choisi des hétérostructure $GaAs/AlGaAs$ de moyenne mobilité (de l'ordre de quelques dizaines de m^2/Vs). Comme nous souhaitons de plus pouvoir étudier le transport quantique de ces électrons au facteur de remplissage entier $\nu = 1$ et $\nu = 2$, nous avons choisit des hétérostructures à faible densité (autour de quelques 10^{11} électrons cm^2) pour travailler à des champ magnétiques inférieur à $14 T$, limite de notre système expérimental.

hétérojonctions	$\mu(m^2/Vs)$	$n_s(cm^{-2})$
PL 175	42,5	$4,3 \cdot 10^{11}$
PL 173	50	$3,3 \cdot 10^{11}$
LEP 514	30	$5,1 \cdot 10^{11}$
P4	50	$3,1 \cdot 10^{11}$
P5	30	$3,3 \cdot 10^{11}$
1	35	$3,9 \cdot 10^{11}$
2	30	$3,6 \cdot 10^{11}$

TABLE 2.1 – mobilité et densité de porteurs des hétérojonctions

2.1.1 Process de fabrication

Réalisation de l'hétérojonction $GaAs/AlGaAs$

Ces hétérostructures, véritables sandwichs atomiques, sont réalisées par MBE (Molecular Beam Epitaxy) au LPN de Marcoussis (Laboratoire de Photonique et de Nanostructures) par l'équipe de Ulf Gennser.

Pour faire cet empilement, un substrat de GaAs est chauffé entre $600\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $700\text{ }^{\circ}\text{C}$ dans un bâti sous ultra-vide afin d'éviter toute contamination. On injecte alors des flux gazeux d'arsenic, de gallium et d'aluminium ultra-pur. En ajustant ces flux, on réalise la croissance souhaitée. Typiquement dans les hétérostructures sur lesquelles nous avons travaillé, le gaz électronique bidimensionnel est à une profondeur d'une centaine de nanomètre.

C'est à partir de ces couches épitaxiées que l'on va graver par lithographie nos échantillons.

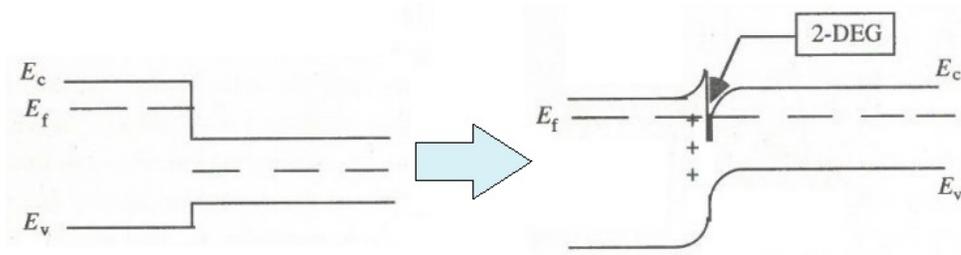


FIGURE 2.1 – structure de bande à de l'interface de l'hétérojonction $AsGa/AlGaAs$ d'après Ref. [48]

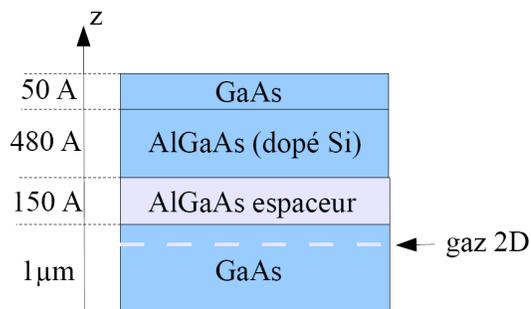


FIGURE 2.2 – structure des hétérojonctions $GaAs/AlGaAs$

La lithographie

Pour ma thèse, ont été réalisées par lithographie électronique et gravure humide, deux séries d'échantillons à partir d'hétérostructures fournies par l'équipe de U. Gennser du LPN. La première série a été réalisée au LPN par Dominique Mailly. La seconde

a été fabriquée à l'Université de Technologie et d'Agriculture de Tokyo (TUAT) en collaboration avec l'équipe de recherche de Kenji Ikushima.

La fabrication de ces échantillons se passe en deux étapes :

- le *mésa*
- les *contacts ohmiques*

Pour chacune de ces étapes on commence de la même manière à partir d'un masque dessiné à l'ordinateur.

Puis on dépose une fine couche homogène (qq centaines de *nm*) de résine (*PMMA*) sur le morceau d'hétérostructure sur lequel on travaille, au moyen d'un tournette. Au moyen d'un masqueur électronique, on insole les parties de l'échantillon que l'on veut fragiliser en utilisant le dessin. Pour révéler l'insolation, on plonge l'échantillon dans un mélange de propanol et de MIBK à 20 °C.

Une fois l'insolation révélée, deux possibilités selon qu'on réalise le *mésa* ou les contacts ohmiques.

- Pour la réalisation du *mésa*, on passe directement, vu les dimensions de nos échantillons dont les plus petits détails sont de l'ordre du micromètre, à l'étape de gravure humide au moyen d'une solution d'acide phosphorique (H_3PO_4). La profondeur de gravure pour nos échantillons est comprise entre 50 *nm* et 100 *nm*.
- Pour la réalisation des *contacts ohmiques*, on place l'échantillon dans un bâti sous vide secondaire. On dépose alors l'alliage Or - Germanium (pour plus détails sur l'alliage voir Ref. [75]). Le dépôt métallique se fait sur toute la surface : directement sur l'hétérojonction lorsque le *PMMA* a été fragilisé par la lithographie électronique, sur le *PMMA* sinon.

Ensuite on passe au lift-off qui consiste à plonger l'échantillon dans de l'acétone chauffée. Ce bain permet d'enlever la résine aux endroits où on n'a pas insolé. L'alliage métallique recouvre alors uniquement les zones préalablement insolées. Le dépôt métallique réalisé pour les contacts ohmiques n'est pas suffisant. On vient de réaliser une barrière de Schottky ; le courant ne peut passer que difficilement dans le *mésa*. On réalise alors un recuit, typiquement à 450 °C pendant une minute afin de diffuser l'alliage au sein de l'hétérostructure. Des îlots de Germanium pénètrent alors dans le substrat et le dope *n*. On a un abaissement de la barrière Schottky, ce qui permet de réaliser les contacts ohmiques et donc de transporter des électrons vers le *mésa*.

2.1.2 Les caractéristiques des échantillons

Dans mon bestiaire se distinguent deux topologies pour les *mésa* : les barres de Hall et les corbinos (schémas figure 2.3).

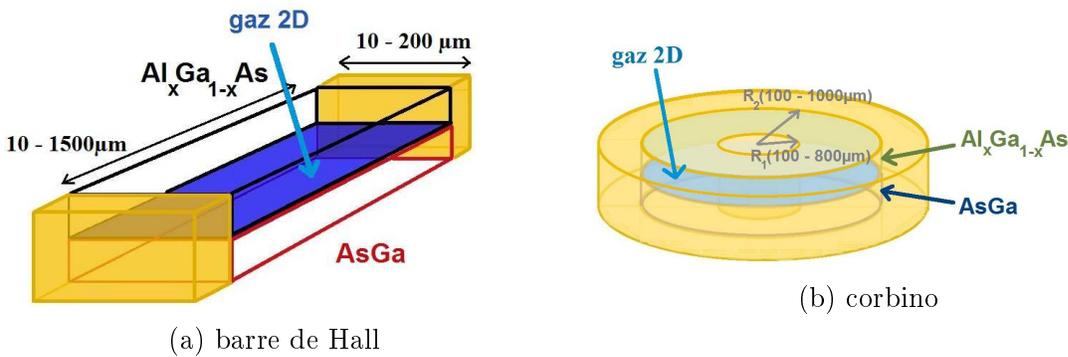


FIGURE 2.3 – Les deux topologies d'échantillons. En bleu est représenté le gaz bi-dimensionnel d'électron, au milieu de l'hétérojonction GaAs/AlGaAs. En jaune sont représentés les contacts ohmiques pour le transport d'électrons.

Les canaux de bords en régime d'effet Hall quantique relient les contacts dans le cas des barres de Hall : cette configuration permet d'étudier l'inductance quantique des états de bord. Les canaux de bord dans les corbinos ne relient pas les contacts d'injection : on a des zones conductrices en vis à vis : cette topologie permet de mener une étude sur la capacité quantique entre les états de bord. Dans le bilan des échantillons (tableau 2.2 et figures 2.6, 2.7, 2.8) on distingue les barres de Hall multicontacts (PL) des barres de Hall à 2 contacts (BL).

La particularité de nos échantillons réside dans le fait qu'ils n'ont aucune grille, ni sur le dessus, ni sur le côté, ni même une grille arrière sous l'échantillon. Les échantillons sont en effet collés au vernis sur le porte-échantillon céramique, et aucun plan de masse n'est situé à proximité de l'échantillon. Ce parti pris était nécessaire dans la mesure où on s'intéressait aux capacités internes des échantillons [9] car la présence des grilles induit des interactions électrostatiques, qui d'une part engendre des capacités géométriques importantes [25, 27, 29] et d'autre part modifie la vitesse des porteurs de charges [71].



FIGURE 2.4 – Photographie d'échantillons. À gauche des corbinos et à droite des barres de Hall.

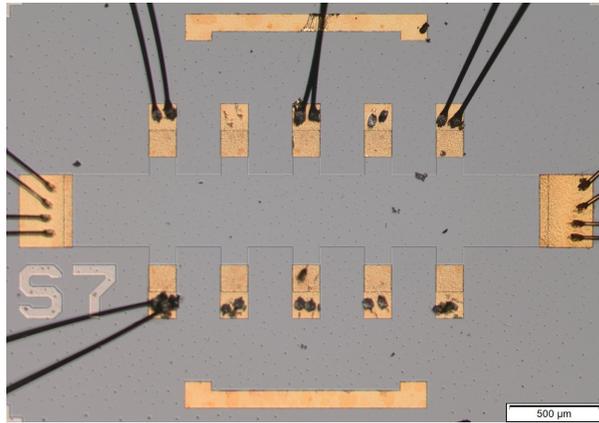


FIGURE 2.5 – Photographie de la barre de Hall PL 174 S7

Les barres de Hall multicontacts nous permettent de varier les configurations de mesures et de mener des études sur l'influence de la longueur des canaux de bords sur l'inductance quantique. Les dimensions des séries de barres PL 173, 174, 175 et du LEP 514 sont illustrées figures 2.6 et 2.7. Le tableau 2.3 récapitule les dimensions de nos échantillons.

barre de Hall LEP 514	Corbinos CO2 et CO3 portion P4 1c
barre de Hall PL 173 400 μ m	Corbino CO2 portion P4 3a
barre de Hall PL 173 1600 μ m	Corbinos CO3 portion P4 3c
barre de Hall PL 174 S2	Corbinos CO1 et CO2 portion P5 3d
barre de Hall PL 174 S7	Corbino CO2 portion P5 3a
barre de Hall PL 175 200 μ m	barres de Hall BL1 et BL2 portion P4 2c
barre de Hall PL 175 400 μ m	barres de Hall BL2 et BL3 portion P4 1a
barre de Hall PL 175 800 μ m	barres de Hall BL4 et BL6 portion P4 1b

TABLE 2.2 – Échantillons mesurés lors de la thèse. Colonne de droite : les barres et les corbinos gravées au LPN de Marcoussis ainsi que les corbinos gravés à l'Université de Tokyo. Colonne de gauche : échantillons obtenus par une collaboration avec le LNE.

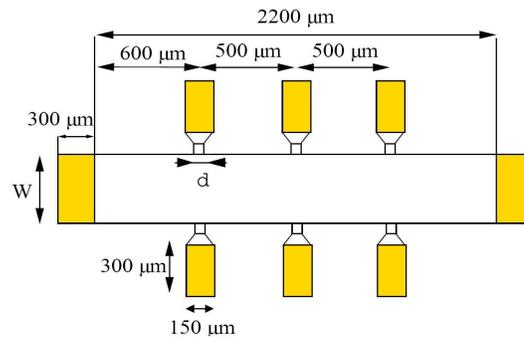


FIGURE 2.6 – Dimensions des séries de barres PL 173, 175 et du Lep 514. d vaut $50\mu\text{m}$ et W est la largeur indiquée en μm dans le nom de l'échantillon

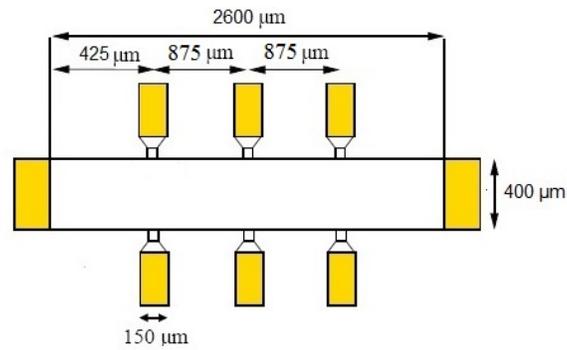


FIGURE 2.7 – Dimensions de la barre de Hall PL 174 S2

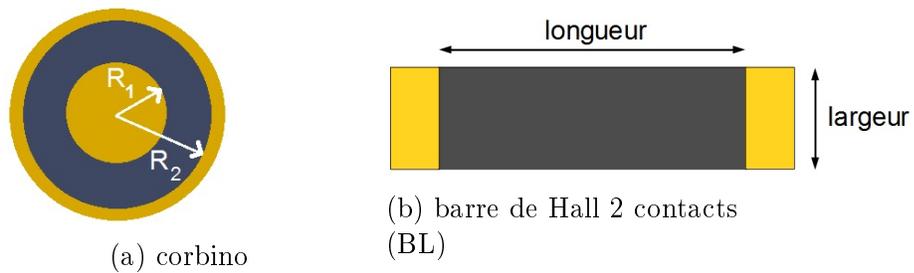


FIGURE 2.8 – Représentation des 2 topologies d'échantillon avec leurs grandeurs caractéristiques

nom corbino	$R_1(\mu\text{m})$	$R_2(\mu\text{m})$
CO2 P4 1c	444	493
CO3 P4 1c	247	297
CO2 P4 3a	203.9	208.5
CO3 P4 3c	643	692
CO1 P4 3c	643	692
CO1 P5 3d	298	419
CO2 P5 3d	197	247
CO2 P5 3a	100	150

nom barre de Hall	largeur(μm)	longueur(μm)
BL1 P4 2c	200	1565
BL2 P4 2c	200	1165
BL2 P4 1a	100	190
BL3 P4 1a	40	190
BL4 P4 1b	8	8
BL6 P4 1b	1	8

TABLE 2.3 – dimensions des échantillons. Dans le tableau de gauche on a les dimensions des contacts ohmiques des corbins et dans le tableau de droite, la longueur et la largeur des barres de Hall.

2.2 Le montage expérimental

La quantification des niveaux d'énergie des électrons, nécessaire à l'observation de l'effet Hall quantique nécessite un refroidissement de l'échantillon (1,5 K) et un fort champ magnétique (0 T \rightarrow 14 T).

2.2.1 Le cryostat : froid et champ B

Pour abaisser la température de l'échantillon j'ai utilisé comme fluide cryogénique l'hélium liquide. L'échantillon n'est pas directement inséré dans le cryostat, il est placé dans un VTI (Variation Temperature Insert) qui lui est placé dans le cryostat. Le VTI est un système isolé thermiquement du bain d'hélium du cryostat mais en contact avec ce bain par un drain (figure 2.10).

L'hélium liquide introduit dans le cryostat est à 4,2 K. Pour travailler à 1,5 K on commence par remplir le VTI d'hélium grâce à une vanne aiguille et un drain puis on pompe sur le mélange hélium liquide/hélium gaz. On suit la courbe de vaporisation de l'hélium (figure 2.9a) vers les pressions plus basses. On abaisse alors la température de changement d'état, ce qui permet à l'hélium de s'évaporer à plus basse température. Cette évaporation, phénomène endothermique, va "coûter" à l'hélium de l'énergie et va faire descendre encore plus sa température. Le système permet ainsi d'atteindre 1,5 K. Nous arrivons à maintenir cette température onze heures sans faire de plein d'hélium.

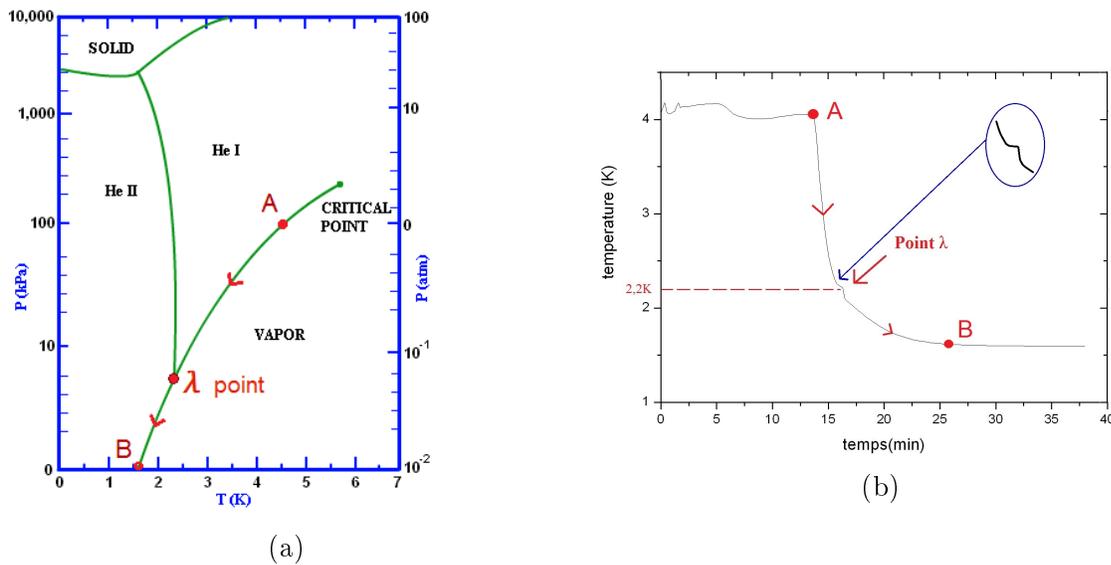


FIGURE 2.9 – (a) : diagramme de phase de l'hélium. Au point A, le mélange d'hélium est à pression atmosphérique et à 4,2 K. Puis on commence à pomper, on suit la courbe d'évaporation. Au point lambda l'hélium liquide devient superfluide. Le système se stabilise au point B, après quelques minutes, à 4 mbar et à 1,5 K. (b) : température de l'hélium en fonction du temps lorsqu'on baisse la pression. Au point A on commence à pomper, on suit la courbe d'évaporation. A 2,2 K on observe le point lambda : l'hélium liquide devient superfluide. Le système se stabilise au point B, après quelques minutes, à 4 mbar et à 1,5 K.

A noter que vers 2,2 K, l'hélium liquide subit un changement de phase : il devient superfluide. Cela se caractérise par la présence d'un plateau en température (la variance du système est 1) suivit d'une discontinuité de la pente dans la courbe de la température en fonction du temps (figure 2.9b).

L'effet Hall quantique apparait en présence d'un fort champ magnétique. Un champ magnétique d'une dizaine de Tesla est nécessaire à la quantification de l'orbite cyclotron. Pour cela la manip est équipée d'une alimentation Oxford mercury qui peut délivrer un courant dans 100 ampères dans une bobine supraconductrice incorporée dans le cryostat (figure 2.10).

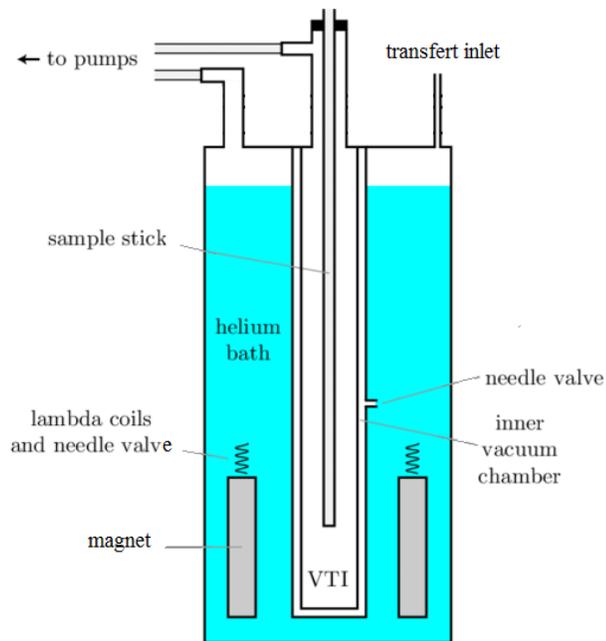


FIGURE 2.10 – Schéma du cryostat et du VTI

L'alimentation possède un système de sécurité en cas de "quençh". Elle est pilotée pendant les expériences par les programmes que j'ai mis en place sous Labview.

2.2.2 La connectique

La canne de mesure

La bobine qui génère le champ magnétique est placée au fond du cryostat. La partie supérieure du cryostat est accessible en salle de manip pour introduire l'échantillon et faire le plein d'hélium. La canne de mesure permet d'introduire l'échantillon dans le fond du cryostat. Il est relié à la tête de canne par des câbles coaxiaux de deux mètres.

Lors des mesures, le signal est atténué durant sa propagation par la résistivité des câbles. Cette atténuation n'aboutit pas à une diminution notable de l'amplitude, mais à un déphasage qui, bien que petit, est suffisamment grand pour interférer avec nos mesures de parties imaginaires. L'impédance mesurée Z_{mesure} est différente de l'impédance Z que l'on veut mesurer. Nous montrons dans le paragraphe suivant qu'elle vaut : $Z_{mesure} = Ze^{-j\omega\tau_c}$ où τ_c est le "retard" introduit par les câbles. Ce déphasage induit la présence d'un terme qui vaut respectivement $-R\tau_c\omega$ ou $G\tau_c\omega$ suivant que l'on mesure l'impédance Z ou l'admittance Y (voir partie 2.4). Ce terme additionnel agit comme une inductance (respectivement capacité) qui vaut $R\tau_c$ (respectivement $G\tau_c$). Le "temps de retard" dans les câbles est proportionnel à la résistance R des câbles et à leur capacité comme expliqué plus loin.

Au début de la thèse nous avons commencé à faire nos mesures avec une canne ayant des câbles coaxiaux de $25 \Omega/m$ et 335 pF . La capacité introduit par le retard vaut alors

quelques dixièmes de pico Farad. C'est l'ordre de grandeur des capacités quantiques des corbinos. Dans le cas des barres de Hall, lorsque la résistance mesurée est de l'ordre de quelques centaines de Ohm, l'inductance introduite par le retard vaut quelques micro Henry. C'est l'ordre de grandeur des inductances quantiques des barres de Hall. Le temps de retard dans les câbles induit rapidement des termes non négligeables lors de nos mesures.

Nous avons donc réalisé une nouvelle canne pour laquelle les termes introduits par le retard des câbles sont d'ordre inférieur au signal de l'échantillon. Pour cela on a pu jouer surtout sur la résistivité des câbles. La nouvelle canne est dotée de câbles coaxiaux de $1 \Omega/m$. La capacité des nouveaux câbles est de $110 \text{ pF}/m$. On réduit d'environ un facteur 50 les termes dus au retard.

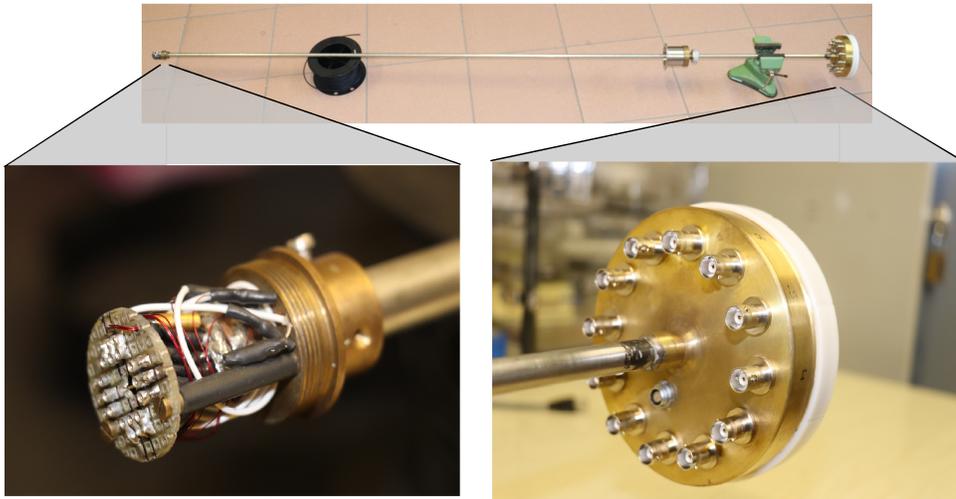


FIGURE 2.11 – Nouvelle canne de mesure, avec à gauche un zoom sur le bas de canne et à droite un zoom sur le haut de la canne.

Sur la figure 2.11 est présentée en photographie la nouvelle canne de mesure. Cette canne mesure deux mètres de long. Le bas, correspondant au zoom de gauche, permet de connecter le porte-échantillon dans les douzes récepteurs de pinoches. On aperçoit les câbles coaxiaux qui relient les douzes contact du porte-échantillon aux douze entrées en haut de canne. Les fils blancs sont les fils de la sonde en température (une résistance reliée en 4 points).

2.2.3 Mesure à l'impédance-mètre

La convention pour une mesure d'impédance est présentée figure 2.12 [76]. On utilise 4 câbles coaxiaux qui sont connectés aux sources et appareils de mesure. Cela implique pour l'échantillon d'être câblé en "4 fils" : 2 fils doivent partir de chaque contact ohmique. Ces 4 connections sont nommés *HP* (High Potential, où est mesuré le potentiel Haut), *LP* (Low potential, le potentiel bas est maintenu à $V = 0$), *HC*

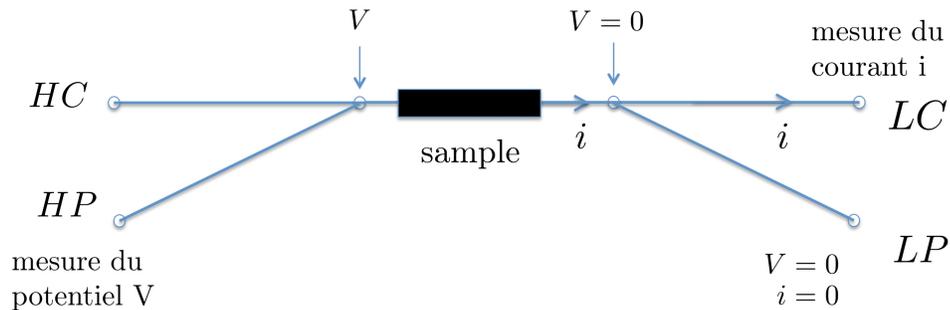


FIGURE 2.12 – Convention pour une mesure d'impédance.

(High Current, où est injecté le courant), *LC* (Low Current, où se mesure le courant qui traverse l'échantillon). La mesure peut se réaliser directement en utilisant des sources et appareils de mesure standards, mais l'impédance-mètre automatise ce protocole. Pour obtenir l'impédance, il applique le protocole suivant : la borne *LP* est maintenu à $V = 0$ et $i = 0$, mais sans pour autant que la borne *LP* soit connecté à la terre ; c'est une terre fictive. Un côté de l'échantillon est donc maintenu à $V = 0$, et l'autre côté est connecté à la borne *HC* qui injecte un courant, en appliquant un potentiel $V \neq 0$. Le potentiel en amont de l'échantillon est mesuré par la connection *HP*. Il reste à mesurer le courant. C'est le rôle du connecteur *LC* : un courant opposé au courant i de l'échantillon est généré dans l'impédance-mètre par l'application d'un potentiel V_R au travers d'une résistance de polarisation R_r (voir annexe). Le potentiel V_R est choisi de manière à maintenir $i = 0$ et $V = 0$ sur la borne *LP*.

Dans ces conditions, l'impédance-mètre mesure V_{HP} et V_R , puis il réalise l'opération :

$$Z = R_r \frac{V_{HP}}{V_R} \quad \text{qui vaut} \quad Z = \frac{V}{i} \quad (2.1)$$

Plus de détails sur le fonctionnement et la précision de l'impédancemètre sont donnés en Annexe. Nous signalons enfin que toutes les mesures à l'impédancemètre ont été réalisées en utilisant la plus petite valeur disponible pour la polarisation de l'échantillon : $V_{AC} = 5mV$. Une telle ddp en régime d'EHQ à $\nu = 2$ génère un courant de l'ordre de 500nA, suffisamment faible pour garantir d'être en régime quantifié. En tout cas nous avons pris le parti de ne pas rajouter un pont diviseur entre l'échantillon et l'impédancemètre (qui nous aurait permis de travailler à plus faible excitation) pour ne pas rajouter d'éléments perturbant la mesure.

Le porte échantillon

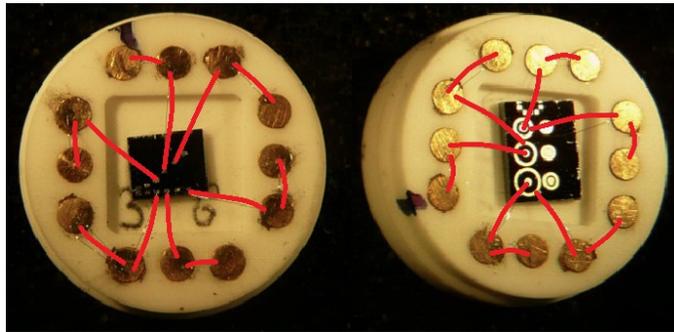


FIGURE 2.13 – Deux exemples de porte-échantillon en céramique avec douze contacts. A gauche sont collés six barres de Hall et à droite six corbinsos. En rouge ont été surlignés les fils reliant les contacts des échantillons aux plots dorés du porte-échantillon. Chaque contact ohmique est relié à deux plots d'or pour permettre une mesure en 4 fils.

Pour pouvoir brancher l'échantillon à la canne de mesure nous le collons à un support en céramique avec douze plots. Les échantillons y sont câblés en 4 points (figure 2.13). On distingue sur la figure 2.13 les fils surlignés en rouge reliant les contacts des échantillons aux plots dorés du porte-échantillon. Chaque contact des échantillons est relié à deux plots d'Or du porte-échantillon.

Ce support, appelé porte-échantillon n'est pas magnétique. Il introduit dans la mesure une capacité notée C_h . Nous avons mesuré les capacités de nos porte-échantillon à vide dans les configurations de mesure des échantillons. Les configurations où les contacts sont proches possèdent les plus grandes capacités, de l'ordre du pico Farad (figure 2.14a). Les configurations où les contacts sont éloignés ont elles les plus petites capacités : quelques centaines ou dizaines de femto Farads (figure 2.14b).

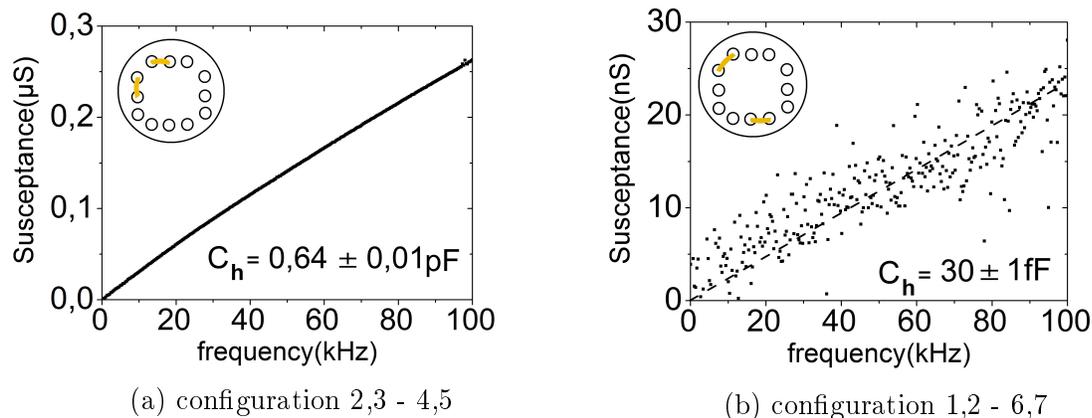


FIGURE 2.14 – Spectres des parties imaginaires de l'admittance pour deux configurations du porte échantillon.

configurations	C(pF)	δC (pF)
1,2 - 7,8	0,036	0,001
1,2 - 3,4	1,05	0,04
2,3 - 4,5	0,64	0,01
1,2 - 6,7	0,03	0,001
2,3 - 5,6	0,441	0,001
1,2 - 6,7	0,09	0,003

FIGURE 2.15 – Capacités du porte-échantillons mesurées dans différentes configurations.

Nous avons mesuré plusieurs porte-échantillons dans plusieurs configurations afin de vérifier la reproductibilité. Par ailleurs, des études en champ magnétique ont également été menées afin de vérifier que la capacité du porte-échantillon ne variait pas en champ magnétique. Sur la figure 2.16 on voit que la capacité du porte-échantillon ne dépend strictement pas du champ magnétique. Nous avons observé plusieurs configurations qui toutes étaient très stables en fonction de B.

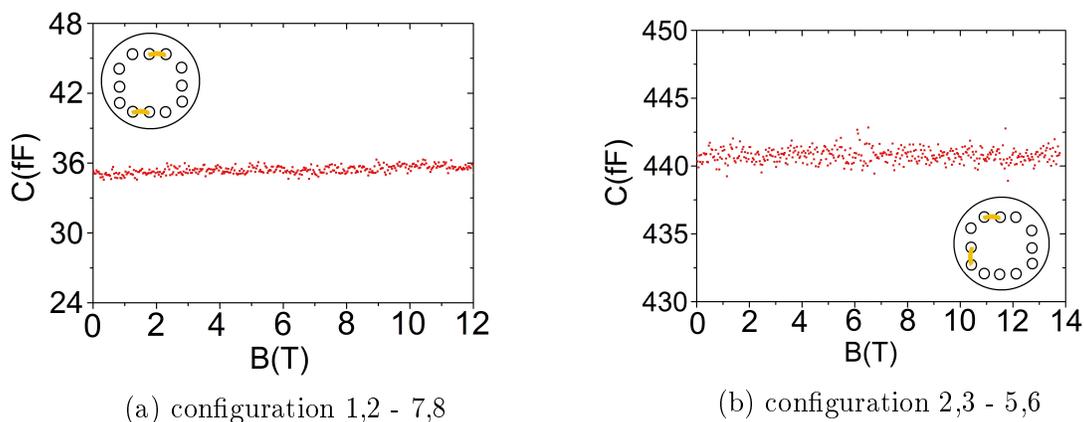


FIGURE 2.16 – Capacité du porte-échantillon en fonction du champ magnétique pour deux configurations du porte échantillon.

2.3 Propagation dans un câble coaxial

L'objectif de ce paragraphe est de montrer comment les câbles influencent la mesure de l'impédance ou de l'admittance. Les très basses fréquences que nous utilisons dans nos expériences sont à l'origine de phénomènes particuliers, qui sont finalement assez peu discutés dans la littérature.

Je commencerai par rappeler les deux grandeurs qui caractérisent un câble, son impédance caractéristique Z_c et son coefficient de propagation γ (pour plus de détails

sur la théorie générale des câbles, voir par exemple [77]). Ensuite, je montre comment un câble résistif comme ceux utilisés dans notre cryostat, introduit une phase lors de la mesure d'un potentiel ou d'un courant. Ce déphasage n'existe pas dans le cas d'un câble non résistif. Il n'existe pas non plus à plus haute fréquence, dès que le terme inductif $L\omega$ dépasse la résistance R . Finalement on obtient la formule qui lie l'impédance que nous cherchons à mesurer en utilisant les câbles de la canne porte échantillon, à l'impédance qui est réellement mesurée. Bien sûr les effets que nous discutons sont très faibles et affectent uniquement la partie imaginaire, mais les inductances quantiques que nous voulons mesurer le sont tout autant.

2.3.1 L'impédance caractéristique du câble

L'impédance caractéristique d'un câble est la quantité (complexe) Z_c qui relie le potentiel $V e^{j(\omega t - kx)}$ d'une onde propagative au courant transporté $i e^{j(\omega t - kx)}$. On peut retrouver l'expression de cette impédance assez simplement, à partir des éléments constitutifs du câble G, R, L et C , et de considérations générales [77].

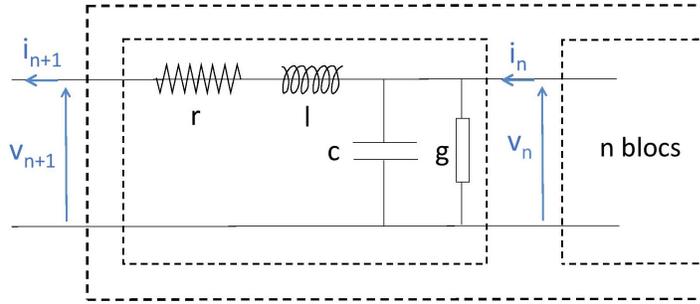


FIGURE 2.17 – Bloc élémentaire d'un câble coaxial

On considère que le câble coaxial est constitué d'un nombre N de blocs élémentaires ayant les paramètres $g = G/N$, $r = R/N$, $l = L/N$ et $c = C/N$. La figure 2.17 représente un bloc élémentaire. Soit Z_n l'impédance du câble au niveau n ; on a

$$V_n = Z_n i_n, \quad V_{n+1} = Z_{n+1} i_{n+1}.$$

Par ailleurs on peut écrire

$$V_{n+1} = V_n - (r + j\omega l) i_{n+1}, \quad (2.2)$$

$$V_n = Z_n i_n = Z_n (i_{n+1} + (g + j\omega c) V_n). \quad (2.3)$$

En exprimant V_n en fonction de i_{n+1} (Eq 1.2) et en injectant dans l'équation 1.1, on obtient la relation de récurrence

$$Z_{n+1} = \frac{Z_n}{1 - (g + j\omega c) Z_n} - (r + j\omega l).$$

Or l'impédance du câble est indépendante de la longueur du câble, et reste la même en tout point. En d'autre terme, l'ajout d'un bloc ne modifie pas l'impédance. Ainsi, en posant $Z_n = Z_{n+1}$, l'équation précédente a une solution stable $Z_n = Z_c$ pour tout n , qui vaut :

$$Z_c = \frac{1}{2} \left(-(r + jl\omega) + \sqrt{(r + jl\omega)^2 + 4 \frac{r + jl\omega}{g + jc\omega}} \right).$$

Pour retrouver le cas de la ligne continue, on fait tendre le nombre N de blocs vers l'infini ; on retrouve alors le résultat bien connu de l'impédance du câble

$$\boxed{Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}}}. \quad (2.4)$$

2.3.2 Le coefficient de propagation γ

Au fur et à mesure que le signal se propage dans le câble, il subit une atténuation dans le cas où le câble est résistif. C'est cette atténuation qui est la source du déphasage que l'on observe dans nos mesures d'admittance à basses fréquence.

On reprend le schéma précédent d'un bloc supplémentaire juxtaposé au câble considéré. Le câble est caractérisée par la fonction de propagation H , qui contrairement à l'impédance caractéristique, est elle définie par unité de longueur.

La fonction H relie la tension en un point, à la tension en un point en amont. Pour le bloc ajouté, le facteur de transmission élémentaire est $h = V_{n+1}/V_n$. On reprend les équations précédentes, mais cette fois, on exprime i_{n+1} en fonction de V_n . L'eq. 2.3 permet d'écrire :

$$i_{n+1} = V_n \left(\frac{1}{Z_c} - (g + jc\omega) \right),$$

et l'équation 2.2 donne cette fois,

$$V_{n+1} = V_n - (r + jl\omega) \left(\frac{V_n}{Z_c} - (g + jc\omega)V_n \right).$$

On a donc,

$$h = \frac{V_{n+1}}{V_n} = 1 - (r + jl\omega) \left(\frac{1}{Z_c} - (g + jc\omega) \right).$$

La fonction de propagation du câble s'obtient en calculant d'abord $H = V_N/V_0 = h^N$ puis en faisant tendre le nombre de blocs vers l'infini. On obtient :

$$H = \lim_{N \rightarrow +\infty} \left(1 - \left(\frac{R + jL\omega}{N} \right) \left(\frac{1}{Z_c} - \frac{G + jC\omega}{N} \right) \right)^N.$$

En négligeant le terme en $1/N^2$ devant le terme en $1/N$ quand N est grand, et en utilisant,

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{a}{N} \right)^N = e^{-a},$$

on obtient : $H = e^{-\frac{R+jL\omega}{Z_c}}$, soit :

$$H = e^{-\sqrt{(R+jL\omega)(G+jC\omega)}} \quad (2.5)$$

On définit le coefficient de propagation γ en écrivant H sous la forme [77] $H = e^{-\gamma(\omega)}$. On identifie donc :

$$\boxed{\gamma(\omega) = \sqrt{(R + jL\omega)(G + jC\omega)}} \quad (2.6)$$

2.3.3 Expression du coefficient de propagation γ dans le cas de nos expériences

Le coefficient de propagation s'écrit :

$$\gamma(\omega) = \sqrt{RG - LC\omega^2 + j\omega(LG + RC)} \quad (2.7)$$

Habituellement le terme RG est négligeable devant $LC\omega^2$ et on a toujours $LG \ll RC$. Par ailleurs, c'est le terme $LC\omega^2$ qui est largement prépondérant devant le terme $RC\omega$. D'une part parce que les expériences impliquant la propagation se font le plus souvent à haute fréquence (MHz, centaine de MHz voir GHz) mais aussi parce que d'ordinaire, la résistance des câbles est très faible. Un câble coaxial standard a une résistance de l'ordre de $0,1 \Omega/m$ à $0,3 \Omega/m$. Dans le cadre de nos expériences, c'est le contraire qui se passe. Le terme $RC\omega$ est largement plus grand que le terme $LC\omega^2$. Nous avons en effet utilisé deux cannes lors de cette thèse et les deux avaient des câbles résistifs pour freiner l'apport de chaleur dans le cryostat. La première canne avait des câbles ayant une résistance de $25 \Omega/m$, la seconde des câbles de $1 \Omega/m$. Nous avons construit la seconde pour une meilleure précision des mesures réalisées sur les échantillons à deux contacts seulement (n'ayant ni $R = 0$, ni $G = 0$).

— **canne 1 (pour un câble de 2m) :**

$R_a = 47\Omega$ et $C_a = 335\text{pF}$; par ailleurs $\tau_e = \sqrt{LC} \approx 10\text{ns}$

A 100kHz , $RC\omega \approx 2.10^{-2} \gg LC\omega^2 \approx 4.10^{-4}$.

A plus basse fréquence, le terme $RC\omega$ est encore plus prépondérant.

— **canne 2 (pour un câble de 2m) :**

$R_a = 4,2\Omega$ et $C_a = 220\text{pF}$; par ailleurs $\tau_e = \sqrt{LC} \approx 10\text{ns}$
 A 100kHz, $RC\omega \approx 3.10^{-4} \gg LC\omega^2 \approx 4.10^{-5}$.

Pour les deux cannes, nous sommes donc dans le régime où le terme $RC\omega$ est prépondérant devant $LC\omega^2$. Ceci a une conséquence notable sur nos mesures comme nous le montrons par la suite.

2.3.4 Mesure d'un potentiel $V_1 e^{j\omega t}$ à l'aide d'un câble coaxial.

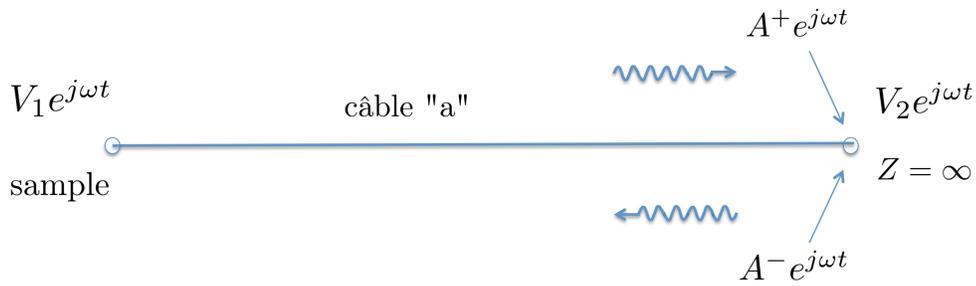


FIGURE 2.18 – Le câble coaxial de la canne perturbe la mesure du potentiel V_1 . Le potentiel mesuré V_2 est déphasé par rapport à V_1 si la résistance du câble est non nulle.

Un câble coaxial de paramètres Z_a et γ_a , est utilisé pour mesurer le potentiel $V_1 e^{j\omega t}$ au point 1 du côté de l'échantillon. Le voltmètre connecté au point 2 à l'autre bout du câble coaxial, est supposé avoir une impédance d'entrée infini. Il mesure $V_2 e^{j\omega t}$. Nous cherchons la relation entre V_1 et V_2 .

L'existence d'un potentiel alternatif au point 1 entraîne la propagation d'une onde EM (notée "+") se propageant vers le point 2, et une onde réfléchi (notée "-") se dirigeant vers 1. A^+ et A^- désignent les amplitudes complexes de ces deux ondes au point 2. Le courant en 2, ainsi que les potentiels aux points 1 et 2 s'expriment en fonction de A^+ et A^- et des paramètres du câble γ_a et Z_a :

$$i_2 = \frac{A^+ - A^-}{Z_a} = 0 \quad (2.8)$$

$$V_2 = A^+ + A^- \quad (2.9)$$

$$V_1 = A^+ e^{\gamma_a} + A^- e^{-\gamma_a}. \quad (2.10)$$

On obtient la relation entre V_1 et V_2 :

$$V_1 = V_2 \text{ch}(\gamma_a) \quad (2.11)$$

Cas d'un câble non résistif

Dans le cas où $R = 0$, $\gamma_a = j\omega\tau_p$, avec $\tau_p = \sqrt{LC}$ le temps de parcours de l'onde dans le câble. L'équation 2.11 se réécrit dans ce cas :

$$V_1 = V_2 \cos(\omega\tau_p). \quad (2.12)$$

Il n'y a donc aucun déphasage entre les potentiels de part et d'autre du câble. Par ailleurs, l'amplitude est la même à basse fréquence. En effet dans le cadre de nos expériences, $\omega < 10^6$ rad/s et pour 2 mètres de câble, le temps de parcours vaut $\tau_p \approx 10^{-8}$ sec, si bien qu'on est toujours dans le cas $\omega\tau_p < 10^{-2}$. Donc $V_1 = V_2$ à 10^{-4} près si on mesure avec un câble non résistif. Le potentiel est toujours, partout le même.

Remarquons que dans le cas "haute fréquence", lorsque le terme $\omega\tau_p$ devient comparable à 1, on observe des ondes stationnaires sur le câble. Le potentiel n'est plus le même partout, il varie en amplitude le long du câble, mais sans être déphasé. On observe des résonances chaque fois que le terme $\omega\tau_p = (2k+1)\pi/2$, c'est à dire chaque fois que la longueur du câble est un multiple impair du quart de la longueur d'onde : $L = (2k+1)\lambda/4$. Dans ce cas là nous ne sommes plus dans l'A.R.Q.S.

Cas d'un câble résistif

Dans le cas où $R \neq 0$, et à basse fréquence, $\gamma_a = \sqrt{j\omega(R_a C_a + G_a L_a)}$. Par ailleurs, le terme $R_a C_a \omega$ est toujours très petit devant 1 dans nos expériences puisque $\omega < 10^6$ rad/s et que par ailleurs $RC \approx 50$ nsec pour la canne 1 et $RC \approx 1$ nsec pour la canne 2. On peut donc faire l'approximation :

$$\operatorname{ch}(\gamma_a) = 1 + \frac{\gamma_a^2}{2} = 1 + j \frac{(R_a C_a + G_a L_a)\omega}{2}$$

Par conséquent, en posant $\tau_a = (R_a C_a + G_a L_a)/2$, l'équation 2.11 se réécrit :

$$V_1 = V_2 e^{j\omega\tau_a}. \quad (2.13)$$

Il y a donc dans ce cas, un déphasage entre les potentiels de part et d'autre du câble, même si encore une fois l'amplitude est la même -à basse fréquence. Le potentiel n'est plus toujours, partout le même. Il ne vibre pas en phase en tout point. Le déphasage est certes faible mais il suffit à masquer les inductances et capacités quantiques dans nos expériences. Le déphasage introduit dans la mesure est proportionnel à la fois à la capacité et à la résistance des câbles. Cependant, les capacités des câbles coaxiaux ne varient pas beaucoup d'un câble à l'autre. Elles sont toujours plus ou moins de 100 pF/m. Par contre la résistance varie sur plusieurs ordres de grandeurs suivant l'alliage utilisé et le diamètre du fil intérieur. Les câbles de la première canne avaient pour résistance 25 Ω /m, les câbles de la deuxième canne, 1 Ω /m.

2.3.5 Mesure d'un potentiel $V_1 e^{j\omega t}$ à l'aide de deux câbles coaxiaux.

Nous reprenons le calcul précédent dans le cas de deux câbles coaxiaux différents. En effet, entre l'impédancemètre et la tête de canne nous utilisons des câbles coaxiaux différents, très peu résistifs cette fois, et de longueur également 2m. La capacité linéique de ces câbles "standards" est toujours de l'ordre de 100 pF/m, par contre la résistance est $0,1 \Omega/m$.

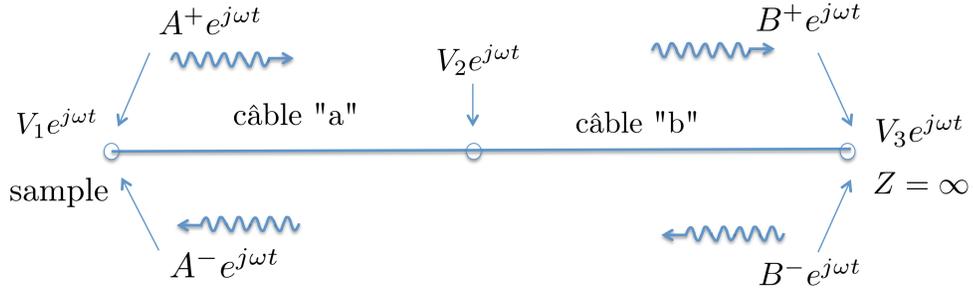


FIGURE 2.19 – Deux câbles coaxiaux en cascade, le câble "a" près de l'échantillon est le câble de la canne, résistif, le câble "b" est un câble "standard". A^+ et A^- désignent les amplitudes complexes au point 1. B^+ et B^- désignent les amplitudes complexes au point 3.

Les relations de continuité du courant et du potentiel imposent :

$$i_3 = 0 = (B^+ - B^-)/Z_b \quad (2.14)$$

$$i_2 = (B^+ e^{\gamma_b} - B^- e^{-\gamma_b})/Z_b = (A^+ e^{-\gamma_a} - A^- e^{\gamma_a})/Z_a \quad (2.15)$$

$$V_1 = A^+ + A^- \quad (2.16)$$

$$V_2 = B^+ e^{\gamma_b} + B^- e^{-\gamma_b} = A^+ e^{-\gamma_a} + A^- e^{\gamma_a} \quad (2.17)$$

$$V_3 = B^+ + B^- \quad (2.18)$$

On définit $\alpha = Z_a/Z_b$ et on obtient les relations suivantes entre les coefficients :

$$B^+ = B^- ; A^+ e^{-\gamma_a} = B^+ (ch(\gamma_b) + \alpha sh(\gamma_b)) ; A^- e^{\gamma_a} = B^+ (ch(\gamma_b) - \alpha sh(\gamma_b)), \quad (2.19)$$

puis la relation entre le potentiel réellement mesuré V_3 et le potentiel que l'on cherche à mesurer V_1 s'écrit :

$$V_1 = V_3 (ch(\gamma_a) ch(\gamma_b) + \alpha sh(\gamma_a) sh(\gamma_b)) \quad (2.20)$$

Encore une fois, dans le cadre de nos expériences, γ_a et γ_b sont très faibles et on prends le DL de l'expression 2.20 :

$$V_1 = V_3(1 + \gamma_a^2/2 + \gamma_b^2/2 + \alpha\gamma_a\gamma_b).$$

le terme entre parenthèse est très proche de 1 et, à basse fréquence, on peut écrire la relation entre V_1 et V_3 sous la forme d'un déphasage :

$$V_1 = V_3(1 + j\omega\tau_{cc}) = V_3e^{j\omega\tau_{cc}},$$

où τ_{cc} est le "temps" caractéristique de la paire de câbles, qui s'exprime en fonction des paramètres des deux câbles :

$$\tau_{cc} = \frac{R_a C_a + R_b C_b}{2} + R_a C_b + \frac{G_a L_a + G_b L_b}{2} + G_b L_a$$

2.3.6 Mesure d'un courant $i_1 e^{j\omega t}$.

Cas d'un seul câble.

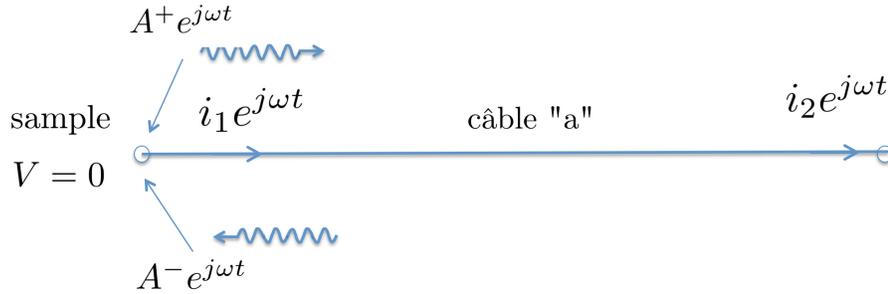


FIGURE 2.20 – Le potentiel à l'extrémité gauche du câble coaxial est maintenu à $V = 0$ par l'impédancemètre. Un courant i_1 traverse l'échantillon. A l'autre extrémité du câble, la mesure du courant donne i_2 .

Un câble coaxial de paramètres Z_a et γ_a , est utilisé pour mesurer le courant $i_1 e^{j\omega t}$ au point 1 du côté de l'échantillon. Le potentiel en ce point est maintenu à $V = 0$ par l'appareil sans être connecté à la terre. On note A^+ et A^- les amplitudes complexes des ondes aller et retour, au point 1. Le courant en 2, ainsi que les potentiels aux points 1 et 2 s'expriment en fonction de A^+ et A^- et des paramètres du câble :

$$i_1 = \frac{A^+ - A^-}{Z_a} = 0 \quad (2.21)$$

$$V_1 = A^+ + A^- = 0 \quad (2.22)$$

$$i_2 = \frac{A^+ e^{-\gamma_a} - A^- e^{\gamma_a}}{Z_a}. \quad (2.23)$$

On obtient la relation entre i_1 et i_2 :

$$i_2 = i_1 ch(\gamma_a) \quad (2.24)$$

Cette équation est identique à l'équation des potentiels 2.11, à ceci près que les indices 1 et 2 sont inversés. Encore une fois, dans le cadre de nos expériences à basse fréquence avec des câbles résistifs, on s'attend à mesurer un déphasage entre i_1 et i_2 , puisque $\gamma_a = \sqrt{jR_a C_a \omega}$. Ce déphasage est le même que précédemment : c'est $\omega\tau_a$ avec $\tau_a = (R_a C_a \omega)/2$.

Cas de deux câbles

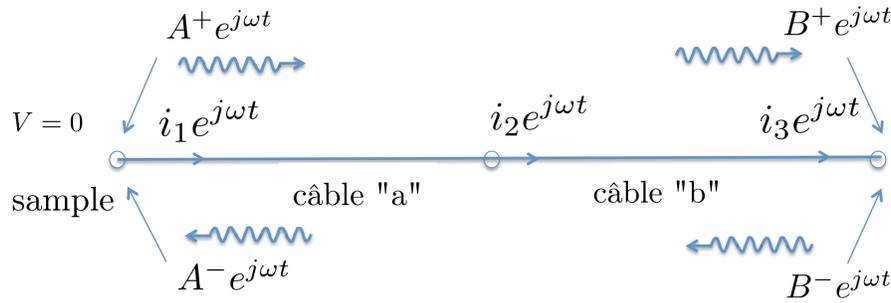


FIGURE 2.21 – Le potentiel à l'extrémité gauche du câble coaxial est maintenu à $V = 0$ par l'impédance-mètre. Un courant i_1 traverse l'échantillon. A l'autre extrémité du câble, la mesure du courant donne i_3 .

Dans ce cas les relations de continuité du courant et du potentiel s'écrivent :

$$i_1 = (A^+ - A^-)/Z_a \quad (2.25)$$

$$i_2 = (B^+ e^{\gamma_b} - B^- e^{-\gamma_b})/Z_b = (A^+ e^{-\gamma_a} - A^- e^{\gamma_a})/Z_a \quad (2.26)$$

$$i_3 = (B^+ - B^-)/Z_b \quad (2.27)$$

$$V_1 = 0 = A^+ + A^- \quad (2.28)$$

$$V_2 = B^+ e^{\gamma_b} + B^- e^{-\gamma_b} = A^+ e^{-\gamma_a} + A^- e^{\gamma_a} \quad (2.29)$$

$$(2.30)$$

On obtient les relations suivantes entre les coefficients :

$$A^+ = -A^- ; B^+ e^{\gamma_b} = A^+ (ch(\gamma_a)/\alpha - sh(\gamma_a)) ; B^- e^{-\gamma_b} = -A^+ (ch(\gamma_a)/\alpha + sh(\gamma_a)) \quad (2.31)$$

et finalement la relation entre i_1 et i_2 est

$$i_3 = i_1 (ch(\gamma_a)ch(\gamma_b) + \alpha sh(\gamma_a)sh(\gamma_b)). \quad (2.32)$$

C'est à dire la même équation que Eq.2.20 si on intervertit les indices 1 et 3. On ramène donc le problème des câbles au même déphasage jouant cette fois dans l'autre sens. On retrouve le "temps" des câbles $\tau_{cc} = (R_a C_a + R_b C_b)/2 + R_a C_b + (G_a L_a + G_b L_b)/2 + G_b L_a$, et

$$i_3 = i_1(1 + j\omega\tau_{cc}) = i_1 e^{j\omega\tau_{cc}}, \quad (2.33)$$

2.3.7 Mesure d'une impédance avec des câbles coaxiaux.

Nous avons vérifié, en allongeant volontairement un par un les câbles utilisés, que seuls les câbles connectés sur les bornes *HP* et *LC* ont un effet sur la mesure. Rallonger les câbles n'a aucun effet sur les câbles connectés sur *LP* et *HC*. D'une part le câble connecté sur la borne *LP* se voit imposer $V = 0$ et $i = 0$ à cette extrémité. Ceci impose aux amplitudes A^+ et A^- des ondes EM d'être identiquement nulles à cet endroit. Donc sur toute la longueur de ce câble on a $V = 0$ et $i = 0$ tout le temps. Ainsi sa longueur ne joue pas. D'autre part, le câble connecté à *HC* délivre un courant sans mesurer quoi que soit. Sa longueur n'a pas d'effet non plus.

Sur la figure 2.12 est résumé la mesure de l'impédance. L'appareil mesure cette fois les potentiels $V_{HP} = V \times (1 - j\omega\tau_{cc})$ et $V_R = R_r i_R = i \times (1 + j\omega\tau_{cc})$. Ensuite il réalise l'opération :

$$Z_{mesure} = R_r \frac{V_{HP}}{V_R} = \frac{V}{i(1 + j\omega\tau_{cc})^2}.$$

On obtient finalement la relation entre l'impédance mesurée, et l'impédance réelle :

$$\boxed{Z_{mesure} = Z e^{-j\omega\tau_c}} \quad (2.34)$$

où le temps $\tau_c = 2\tau_{cc}$ est le "retard" introduit par la canne de mesure (en fait, par 2 câbles), qui fait apparaître une partie imaginaire additionnelle dans toute mesure d'une impédance ayant une partie réelle non nulle. En effet pour une résistance pure par exemple, l'impédance mesurée est $Z = R - j(R\tau_c)\omega$. Dans le paragraphe suivant, nous explicitons ce résultat à travers nos mesures de calibration.

Pour l'admittance, on obtient une équation symétrique :

$$\boxed{Y_{mesure} = Y e^{+j\omega\tau_c}} \quad (2.35)$$

et la mesure d'une conductance G donne le résultat

$$Y = G + j(G\tau_c)\omega.$$

Ainsi, si $R=0$ ou $G=0$ il n'y a pas de terme additionnel. Enfin, le "retard" de la canne s'exprime en fonctions des paramètres des câbles :

$$\tau_c = R_a C_a + R_b C_b + 2R_a C_b + G_a L_a + G_b L_b + 2G_b L_a \quad (2.36)$$

$$\boxed{\tau_c \simeq R_a C_a + R_b C_b + 2R_a C_b} \quad (2.37)$$

2.4 Influence des câbles sur la mesure de L , C et R .

2.4.1 Mesure d'une capacité pure et d'une inductance pure

Le premier composant mesuré est une capacité pure. C'est une capacité en céramique multicouche pour laquelle le constructeur annonce $2,9 \pm 0,1 \text{ pF}$.

On place la capacité au bout de la canne et on mesure son admittance. Les résultats pour les parties réelles et imaginaires de l'admittance sont présentés en figure 2.22.

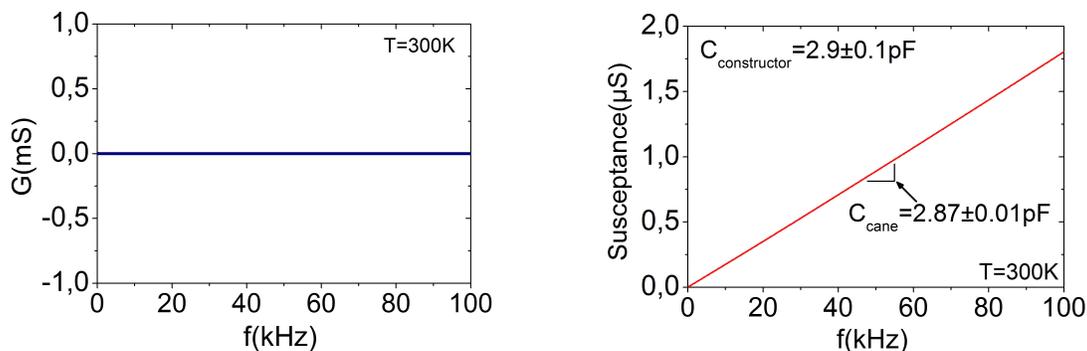


FIGURE 2.22 – parties réelle et imaginaire de l'admittance d'une capacité pure de $2,9\text{pF}$ au bout de la canne de mesure

La mesure de la capacité au bout de la canne fournit comme résultat : $G = 0 \text{ S}$ et $C_{\text{canne}} = 2,87 \pm 0,01 \text{ pF}$. On trouve donc un résultat qui est dans l'intervalle de confiance fournit par le constructeur. La canne n'a pas d'influence sur la mesure d'une capacité pure.

Le second composant mesuré est une inductance pure de $10 \mu\text{H}$ connu à $0,5 \mu\text{H}$ près. On place l'inductance au bout de la canne de mesure et on mesure son impédance. Les résultats pour les parties réelles et imaginaires de l'impédance sont présentés en figure 2.23.

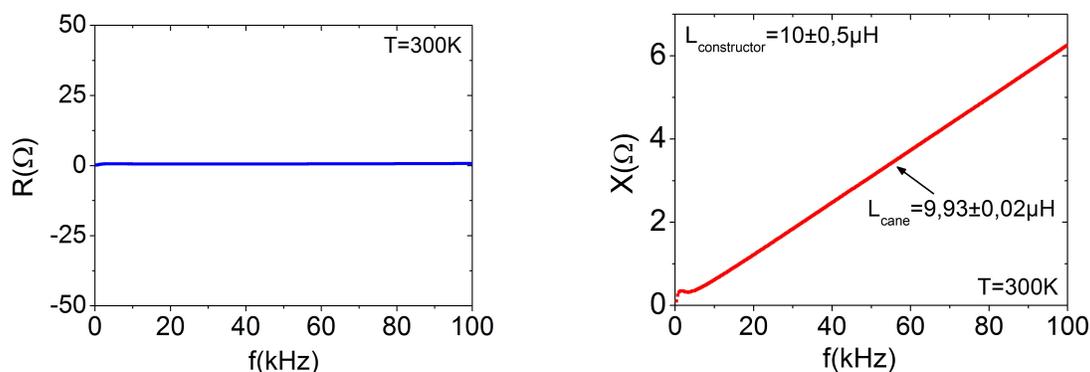


FIGURE 2.23 – parties réelle et imaginaire de l'impédance en fonction de la fréquence pour une inductance de $10 \mu\text{H}$. $T=300\text{K}$

On trouve bien une partie réelle nulle. La mesure de l'inductance au bout de la canne fournit comme résultat : $L = 9,93 \pm 0.02 \mu\text{H}$. La canne n'a donc pas d'influence sur la mesure d'une inductance pure.

Les composants dont l'admittance ou l'impédance n'ont pas de parties réelles peuvent être mesurés directement au bout de la canne de mesure. Il n'y a aucun effet de la canne si $R=0$ ou $G=0$.

2.4.2 Mesure d'une résistance pure

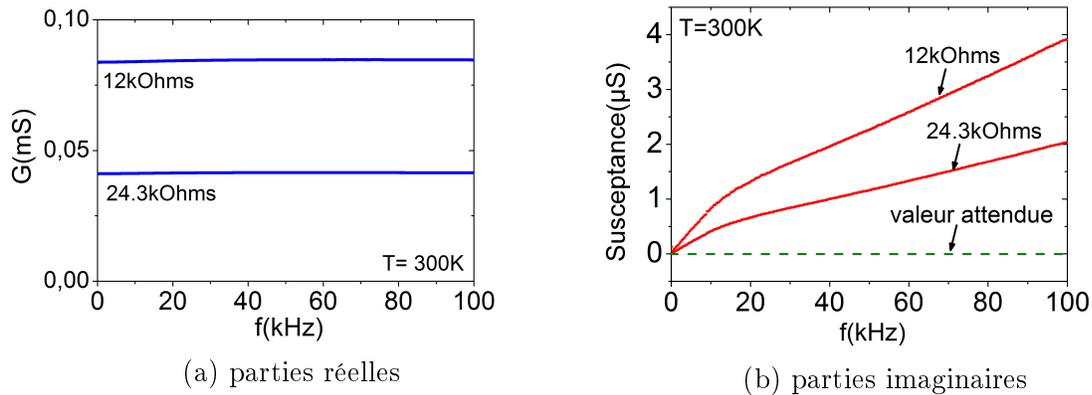


FIGURE 2.24 – parties réelle et imaginaire de l'admittance en fonction de la fréquence pour différentes résistances métalliques. Les composants sont placés au bout de la canne de mesure. $T=300\text{K}$

Ici nous mesurons partie réelle et imaginaire des résistances métalliques placées au bout de la canne, qui sont connues pour ne pas avoir de partie imaginaire.

On voit que la valeur de la partie réelle est la bonne. Elle correspond bien à la valeur annoncée par le constructeur. Par contre la partie imaginaire dépend fortement de la résistance. Ici c'est le terme $G\tau$ qui s'ajoute à la partie imaginaire de l'admittance qui est observé. On peut donc obtenir τ_c en divisant cette partie imaginaire par $G\omega$. C'est ce qui est fait dans le paragraphe suivant.

2.5 Calibration du temps τ_c des câbles

2.5.1 Mesure du temps τ_c

La mesure du temps τ_c introduit par les câbles nous a occupé de longs moments durant cette thèse. Certes, la maîtrise de ce temps τ_c n'est pas indispensable pour les systèmes qui ont une résistance nulle ou bien une conductance nulle (car dans ce cas les termes additionnels $R\tau_c$ ou $G\tau_c$ sont nuls). Ces deux cas sont étudiés dans les chapitres 3 et 4. Mais si la résistance ou la conductance est finie, comme c'est le cas tout au

long du chapitre 5, il faut, pour obtenir le vrai signal, retrancher le terme additionnel $R\tau_c$ ou $G\tau_c$ avec précision -vu les ordres de grandeurs de nos parties imaginaires. Là, les mesures de τ_c doivent être suffisamment précises, et c'est la raison pour laquelle nous avons construit une deuxième canne. La canne 1, présente au début de la thèse, ne permet pas en effet une précision suffisante. La canne 2 par contre, a un temps τ_c suffisamment stable et reproductible, connue avec suffisamment de précision.

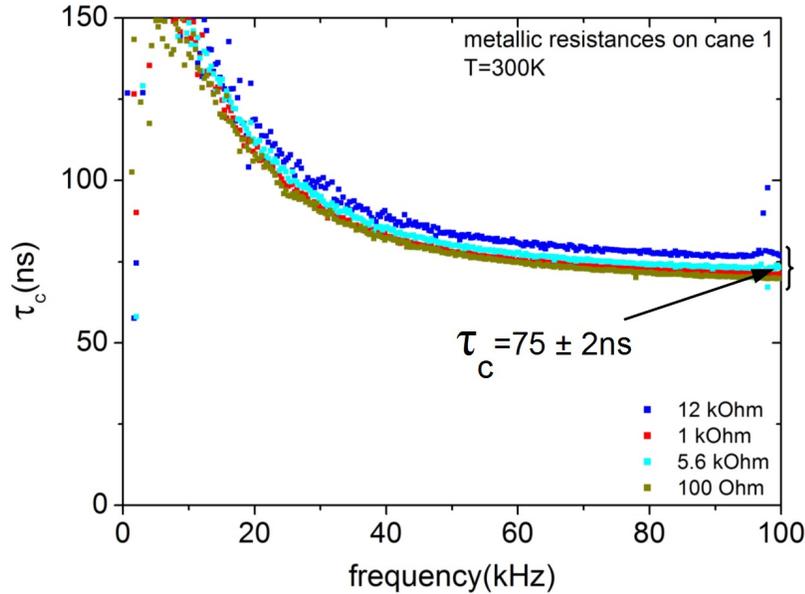
Dans l'introduction de sa thèse qui porte sur l'atténuation et le déphasage causé par les câbles coaxiaux [78], Hatem Mokhtari explique en 1992 : "beaucoup de questions relatives aux conditions d'exploitation des liaisons coaxiales, simples ou multiples, en vu de mesures industrielles n'ont pas été résolues par des modélisation simples ; on peut citer notamment la 'perturbation introduite dans les mesures par des inhomogénéités de température". La thèse de H. Mokhtari est à caractère théorique et porte justement sur la difficulté de modéliser les pertes. Elle conclut toutefois sur une application pratique de capteur d'"anomalie thermique" dans un câble. Il est donc clair, que même si on ne comprends pas tout, des lois physiques s'imposent de manière stable dans le problème de la propagation des ondes dans les câbles, bref les résultats sont reproductibles. C'est ce que l'on a en effet observé lors de l'utilisation de nos cannes, pour lesquelles nous avons encadré la valeur du "retard" introduit par les câbles : $\tau_c = 75 \pm 2$ ns pour la première canne, $\tau_c = 1,3 \pm 0,1$ ns pour la deuxième. Ces résultats ont été obtenus à travers plusieurs séries de mesures. Pour autant notre modèle théorique simple exposé au paragraphe précédent échoue à prédire les bonnes valeurs pour τ_c . Nous n'avons qu'une grossière approximation. Par contre, nous montrons que l'origine de ce déphasage réside bien dans la résistances des câbles et nous encadrons sa mesure de manière fiable. C'est ce que nous exposons ci dessous.

La mesure de $Y = G + jC\omega$ avec la canne entraine un déphasage et on mesure finalement $Y = Ge^{j\omega\tau_c} = [G + j(G\tau + C)\omega]$. La présence de ce déphasage introduit dans la mesure de la partie imaginaire une capacité qui vaut $G\tau_c$. En prenant des systèmes pour lesquels $C = 0$ F, la partie imaginaire se réduit à $G\tau_c$ et donc on peut connaître τ_c en divisant cette partie imaginaire par $G\omega$. Un gaz d'électrons bidimensionnel placé à $B=0$ T a une inductance cinétique de l'ordre du nanoHenry [40]. Dans ce cas la partie imaginaire intrinsèque à l'échantillon est inférieure à 1 milliOhm à 100 kHz et on peut donc obtenir τ_c à partir des gaz 2D. On a mesuré également τ_c à partir de résistances métalliques dont les parties imaginaires sont connues pour être nulles. Les mesures de τ_c obtenues pour la canne 2 sont quasiment identiques selon que l'on utilise un gaz 2D ou bien une résistance métallique.

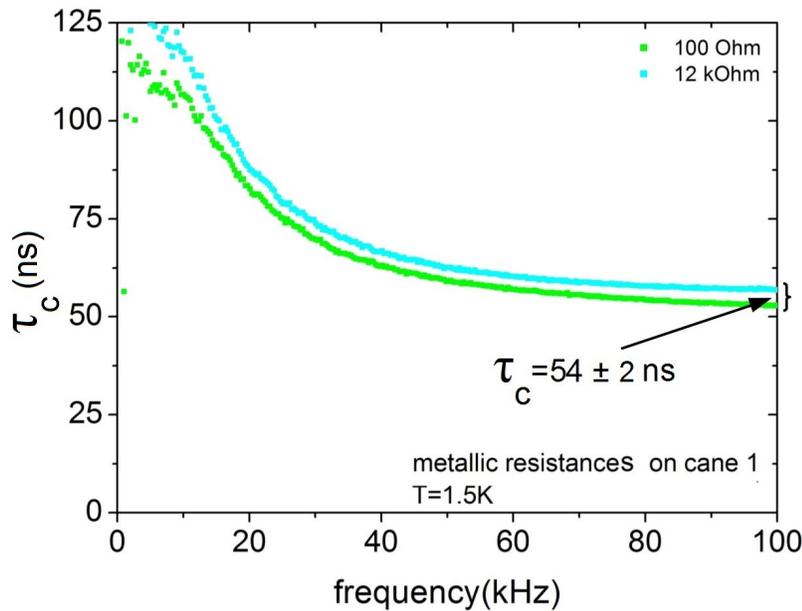
Canne 1

Nous avons tracé figure 2.25a les mesures effectuées à 300K sur des résistances métalliques. Un spectre $\tau_c(\omega)$ est obtenu pour une résistance donnée, en divisant la partie imaginaire $R\tau_c\omega$ par $R\omega$. Le spectre $\tau_c(\omega)$ n'est pas complètement plat d'une

part, et d'autre part, les valeurs à hautes fréquences (où le spectre est plutôt plat) sont dispersées suivant les résistances. On ne peut établir ce "temps de retard" des câbles qu'à une certaine précision, $\tau_c = 75 \pm 2 \text{ ns}$. A basse température, ce temps est réduit, à cause de la baisse de la résistance de l'âme des câbles. Il vaut, comme le montre la figure 2.25b, $54 \pm 2 \text{ ns}$.



(a)



(b)

FIGURE 2.25 – temps de "retard" dû aux câbles de la canne 1 mesuré à chaud et à froid. Les mesures ont été faites avec des résistances métalliques.

Canne 2

Examinons les valeurs obtenus pour la canne 2. Cette canne 2 a été construite pour améliorer la précision dans la mesure de ce temps de retard, et in fine la précision des mesures de la partie imaginaire de l'admittance ou de l'impédance. Les câbles utilisés sont largement moins résistifs et le déphasage introduit est bien plus faible. On reporte figure 2.26 les résultats obtenus à 300K avec des gaz 2D. La première constatation est que les mesures sont bien plus stables en fréquence que pour la canne 1, notamment au dessus de 50 kHz. Pour les basses fréquences, on remarque une dispersion notable des points expérimentaux, ce qui est compatible avec le fait que les mesures à l'impédancemètre sont moins fiables à basse fréquence (voir annexe sur l'impédancemètre). On obtient la valeur de $\tau_c = 3 \pm 0,2$ ns. A basse température (figure 2.27 on observe la même diminution que pour la canne 1, liée à la diminution de la résistance : on mesure cette fois avec les gaz 2D la valeur : $\tau_c = 1,3 \pm 0,1$ ns (on reviendra sur la détermination de cette valeur au chapitre 5).

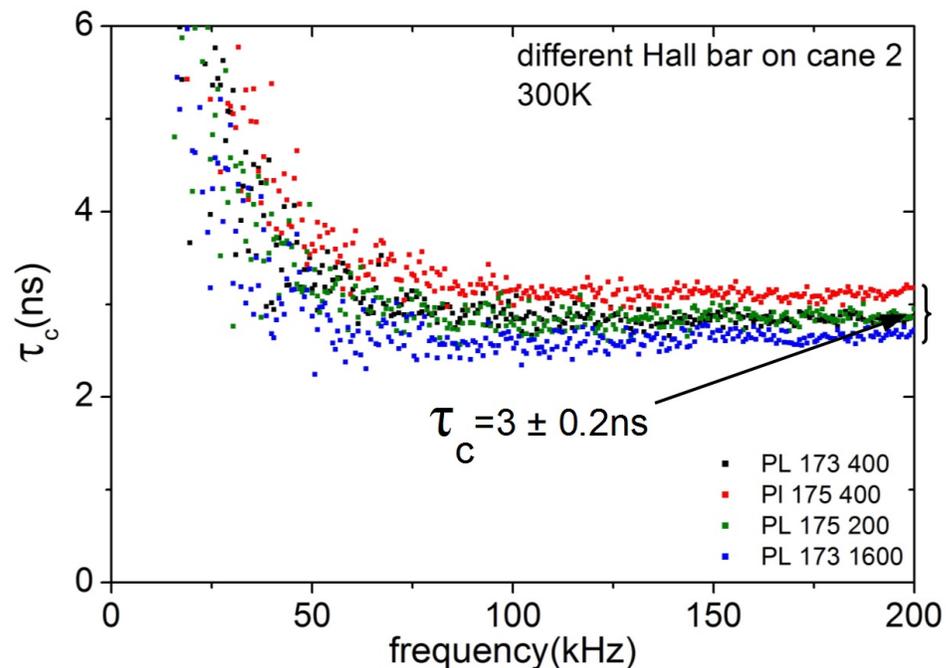


FIGURE 2.26 – retard dû aux câbles de mesure de la canne 2 à 300 K. Les mesures sont faites à partir de barres de Hall.

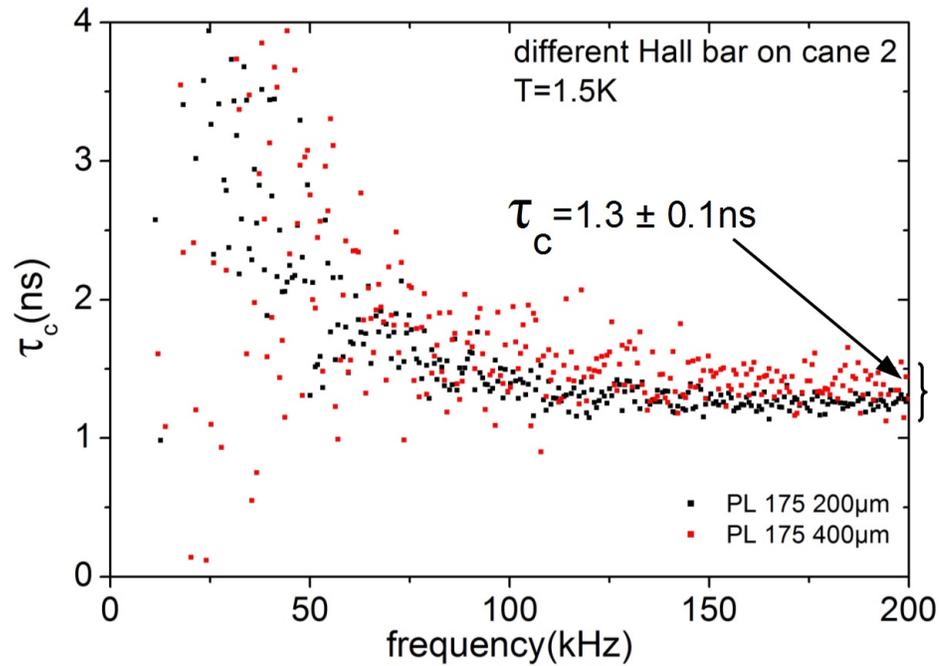
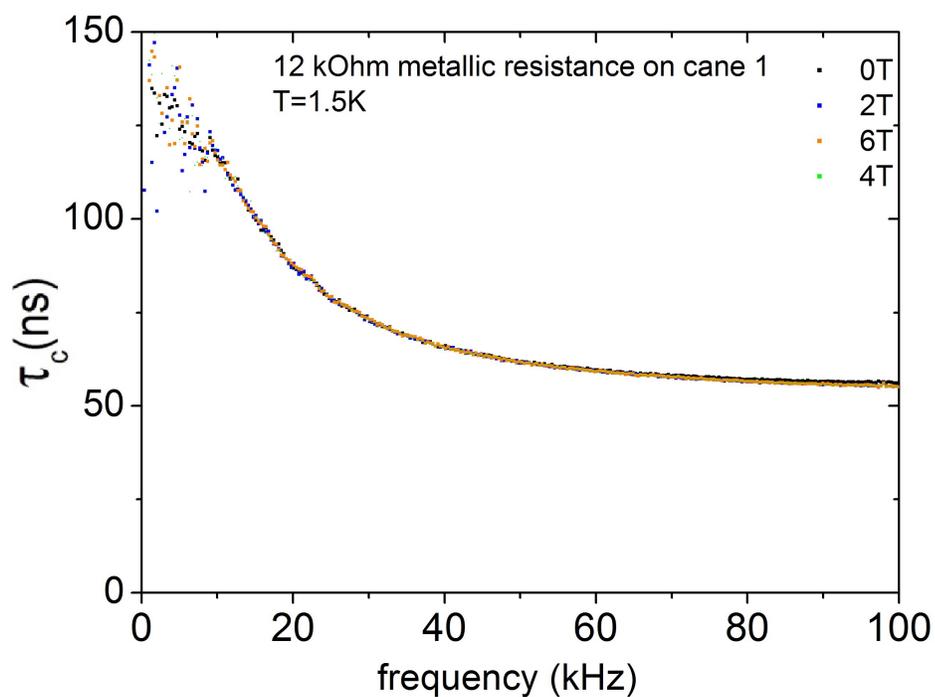


FIGURE 2.27 – retard du aux câbles de mesure de la canne 2 à 1,5 K Les mesures sont faites à partir de gaz 2D

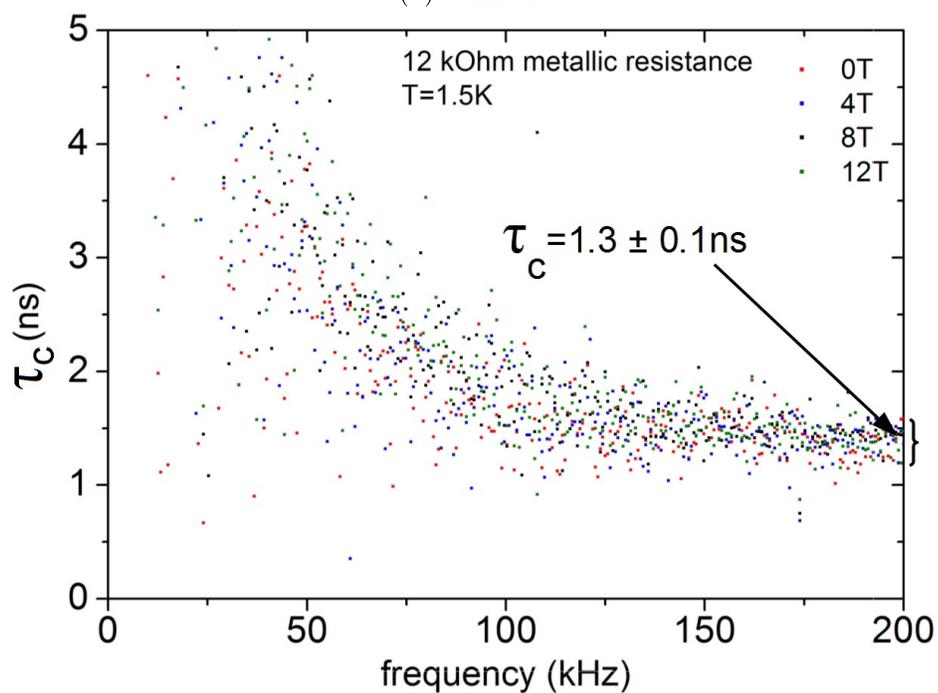
Non dépendance du temps τ_c avec le champ magnétique

Une propriété nécessaire à la précision de nos mesures, est que le temps τ_c ne dépende pas du champ B , en tout cas jusqu'à des niveaux acceptables. Nous avons reporté dans la figure 2.28 les valeurs de τ_c en fonction de la fréquence pour plusieurs valeurs du champ magnétique. La courbe du haut montre $\tau_c(\omega)$ sur la canne 1. Celle du bas, $\tau_c(\omega)$ sur la canne 2. Sur chacune des figures, les courbes $\tau_c(\omega)$ se superposent complètement et permettent de définir τ_c convenablement.

Pour la canne 2, celle utilisée en particulier dans le chapitre 5, on voit d'après les figures 2.27 et 2.28 que pour toutes les valeurs du champ magnétique on a $\tau_c = 1,3 \pm 0,1$ ns, que l'on utilise des résistances ou des gaz 2D.



(a) canne 1



(b) canne 2

FIGURE 2.28 – temps de "retard" dû aux câbles en fonction du champ magnétique pour les 2 cannes de mesure. Les mesures sont faites à 1,5 K

La variabilité de ce temps τ_c , certes dans un intervalle acceptable de valeurs, peut certainement être expliqué par des variations de la température le long des câbles. En effet, les câbles extérieurs sont à la température de 300 K et les câbles de la canne sont, au niveau de l'échantillon, à la température de 1,5 K. La différence de température entre les extrémités des câbles est donc toujours la même. Par contre, la répartition des températures le long des câbles est différente suivant le niveau d'Hélium dans le cryostat, que ce soit le niveau dans le VTI ou bien dans le bain d'Hélium. A noter que la tête de canne, attachée au cryostat, est elle aussi soumise à des variations de température. Comme les résultats expérimentaux de mesure de τ étaient suffisamment stables et fiables (en tout cas pour la canne 2), nous avons mené nos études sur les échantillons à deux contacts et utilisé le principe de "dépollution" qui sera exposé au chapitre 5.

Comparaison des valeurs théoriques et expérimentales

Nous comparons à présent nos mesures du temps τ_c aux valeurs "attendues" obtenues avec notre modèle (Eq. 2.37). Les valeurs sont consignées dans le tableau ci dessous :

		300K	1,5K
câble "a" canne 1 (2m)	R(Ω)	47	37
	C(pF)	335	-
	L(μ H)	1,4	1,6
câble "a" canne 2 (2m)	R(Ω)	2,1	1,0
	C(pF)	206	-
	L(μ H)	1	1
câble "b" extérieur (2m)	R(Ω)	0,15	-
	C(pF)	200	-
	L(μ H)	0,7	-

TABLE 2.4 – Caractéristiques électriques des câbles.

			300K	1,5K
C1	τ_c canne 1 (+ 2 câbles extérieurs)	τ_{mesure} (ns)	75	50
		τ_{calcul} (ns)	53	42
C2	τ_c canne 2 (+ 1 câble extérieur)	τ_{mesure} (ns)	3	1,3
		τ_{calcul} (ns)	1,3	0,6

TABLE 2.5 – Valeur du "retard" des câbles pour les deux configuration C1 et C2 utilisées.

La formule obtenue au paragraphe précédent (Eq. 2.37) donne des résultats différents des mesures, à près d'un facteur 2. Certes on peut évoquer la simplicité de notre modèle et le fait que plusieurs points ont été omis : la résistance de la gaine des câbles n'a pas été prise en compte, ni la conductance de l'isolant des câbles et sa dépendance en fréquence, ni la dépendance en fréquence des autres grandeurs caractéristiques. Mais surtout le gradient de température nécessite une modélisation comme celle utilisée dans la thèse de H. Mokhtari.

Malgré ce désaccord, il est clair que c'est la résistance des câbles qui est la cause du déphasage. On constate en effet que les rapports des valeurs de τ_c (prises à différentes températures et prises sur les 2 cannes) sont toujours identiques aux rapports des résistances. On compare ci-dessous chaque canne avec elle même, à deux températures différentes, et on compare les deux cannes entre elles à la même température (C1 désigne la canne 1 et C2 désigne la canne 2) :

$$\left(\frac{\tau_{300K}}{\tau_{1K}}\right)_{C1} = 1,5 \quad \text{et} \quad \left(\frac{R_{300K}}{R_{1K}}\right)_{C1} = 1,3 \quad (2.38)$$

$$\left(\frac{\tau_{300K}}{\tau_{1K}}\right)_{C2} = 2,3 \quad \text{et} \quad \left(\frac{R_{300K}}{R_{1K}}\right)_{C2} = 2,1 \quad (2.39)$$

$$\left(\frac{\tau_{C1}}{\tau_{C2}}\right)_{300K} = 25 \quad \text{et} \quad \left(\frac{R_{C1}}{R_{C2}}\right)_{300K} = 24 \quad (2.40)$$

$$\left(\frac{\tau_{C1}}{\tau_{C2}}\right)_{1K} = 40 \quad \text{et} \quad \left(\frac{R_{C1}}{R_{C2}}\right)_{1K} = 37. \quad (2.41)$$

Comme nous n'avions pas comme objectif principal cette modélisation, et puisque les mesures semblaient fiables, nous avons pris le parti de faire confiance en nos mesures de calibration du déphasage, d'encadrer notre erreur, et de nous concentrer sur les mesures d'admittance. Dans le chapitre 5, nous utilisons le temps τ_c pour retirer le terme additionnel de nos mesures, c'est ce que nous appelons "dépolluer" le signal. Nous expliquons alors comment ce temps τ_c est mesurée à très bas champ, pour chacun des échantillons, mais est toujours dans l'intervalle $[1, 2 - 1, 4]$ nsec.

2.5.2 Exemple de "dépollution"

A présent nous expliquons le principe de "dépollution" qui consiste à retrouver la vraie valeur d'une capacité ou d'une inductance lorsque la partie imaginaire contient le terme $G\tau_c$ ou $R\tau_c$. Plaçons en parallèle d'une capacité une résistance métallique connue pour avoir une faible partie imaginaire. Nous avons utilisé deux résistances : 12kOhm et 24,3kOhm. Sur la figure 2.29 sont présentés les spectres des parties réelles et imaginaires des différentes associations capacité/résistance.

On voit figure 2.29 que la partie réelle du dipôle (RC) dépend de R. Mais on voit également que la partie imaginaire dépend de R. C'est moins normal ! On observe en fait le terme additionnel $G\tau_c$ comme sur la figure 2.24b.

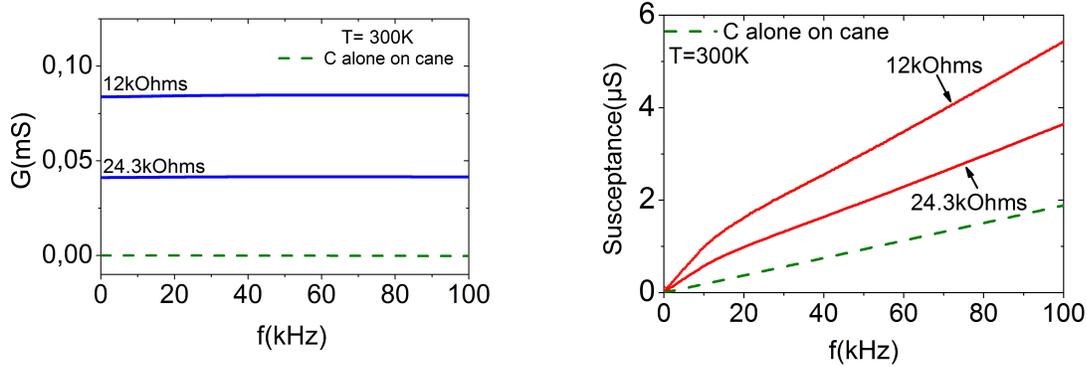


FIGURE 2.29 – parties réelle et imaginaire de l'admittance en fonction de la fréquence pour les 2 dipôles résistance/capacité constitué chacun de la même capacité de 2,9pF mais de résistance différentes. Les dipôles sont placés au bout de la canne de mesure.

L'objectif ici est de montrer que si on enlève le terme additionnel ajoutée par le temps de "retard" des câbles, alors on peut retrouver la vraie valeur de la capacité en parallèle des résistances métalliques.

On utilise le τ_c de la canne 2 mesuré à chaud précédemment (figure 2.25a). On retranche à la valeur brute de la capacité, le produit de τ_c par la conductance mesurée dans le circuit RC. Le résultat de la dépollution est visible figure 2.30. On retrouve à quelques pourcents près la valeur de la capacité au bout de la canne après dépollution.

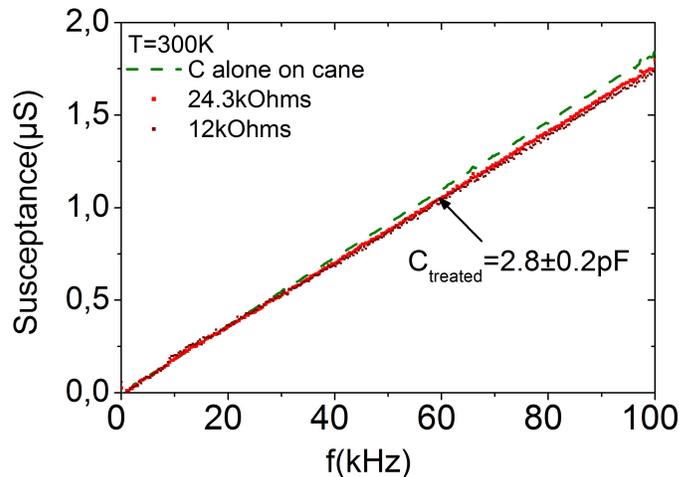


FIGURE 2.30 – partie imaginaire de l'admittance en fonction de la fréquence pour les associations capacité/résistance après dépollution

On obtient le résultat de 2,8pF. Cependant l'incertitude est cette fois plus im-

portante que pour la capacité mesurée toute seule. En effet le temps τ_c utilisé ici est 75 ± 2 ns et donc l'incertitude sur le terme $G\tau_c$ vaut $10^{-4} \times 2.10^{-9}$ pour la 12 kOhm, soit $0,2$ pF. Le résultat est donc $2,8 \pm 0,2$ pF et reste en accord avec la donnée constructeur $2,9 \pm 0,1$ pF. La nouvelle canne permet toute fois une meilleure précision comme cela sera détaillé au chapitre 5.

2.6 Acquisition et traitement des données

Afin d'étudier mes échantillons il a fallu mettre au point un protocole fiable et efficace qui permette de mesurer les échantillons et de traiter les nombreuses données obtenues.

2.6.1 Acquisition

J'ai conçu différents programmes Labview lors de ma thèse pour pouvoir caractériser les échantillons et mesurer les admittances. Ces programmes permettent de tester les échantillons, les contacts, vérifier l'effet Hall et de faire les mesures de capacités et d'inductances.

Caractérisation des échantillons

Lors de la mesure d'un échantillon, on débute par la caractérisation des contacts ohmiques. Sur un porte-échantillon on a douze contacts à vérifier. On a utilisé un scrutateur de voies afin de réaliser les différents I(V) des contacts sans avoir à débrancher les appareils de mesure. J'ai réalisé un programme qui enregistre les différentes caractéristiques I(V) et qui retranscrit dans le nom de chaque courbe les contacts tels qu'ils sont véritablement numérotés sur le porte-échantillon(et non sur le scrutateur)(figure 2.31). Sur la face avant sont affichées les résistances des différentes paires de contacts testées (figure 2.31), cela permet de vérifier rapidement les contacts.

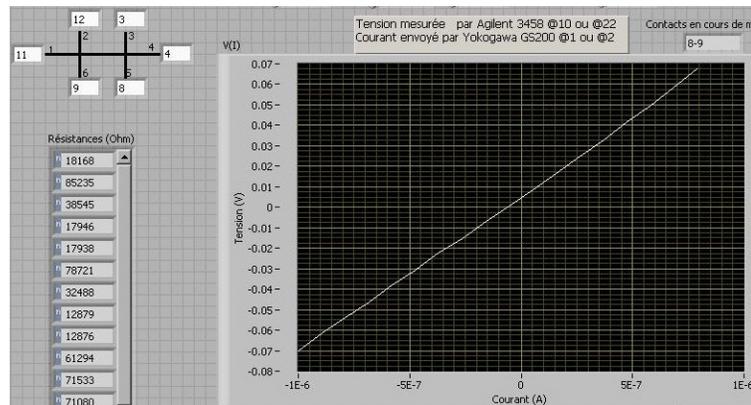


FIGURE 2.31 – Programme Labview pour tester les contacts par I(V) avec un scrutateur de voie

Mesure en champ magnétique

Une fois les contacts vérifiés on réalise une mesure de la tension de Hall en fonction du champ magnétique afin de visualiser le transport en régime d'effet Hall quantique dans notre échantillon. J'ai conçu un programme qui permet d'imposer le courant injecté dans l'échantillon et de gérer la vitesse d'acquisition des points pour la mesure de tension. Le programme communique avec les différents appareils afin de rapatrier la valeur de la tension ainsi que la valeur du champ magnétique à laquelle se fait chaque point de mesure. La valeur du courant ainsi que la valeur de la température sont indiquées dans le nom du fichier automatiquement.

Mesure en régime AC à l'impédancemètre

Une fois la position exacte des plateaux de Hall identifiées on peut réaliser les mesures d'impédance au centre des plateaux ou sur l'ensemble du champ magnétique.

Avec l'impédancemètre on réalise des spectres de la partie réelle et imaginaire de l'impédance. Le but est d'extraire de ces spectres la valeur moyenne de la partie réelle et la pente de la partie imaginaire. Chaque spectre est enregistré pour une valeur du champ magnétique.

Si on fait un balayage en champ magnétique il est nécessaire de faire varier très lentement le champ B afin d'avoir une bonne résolution pour les paramètres extraits en fonction de B. Le temps d'acquisition d'un spectre est d'une minute pour 300 points de mesures entre 40Hz et 200kHz : c'est la durée pour les mesures dans la gamme de précision maximale de l'impédancemètre [76]. Si on veut une centaine de spectres pour un plateau de Hall il faut donc au minimum 1h40 d'acquisition. Balayer tout les plateaux de 14T à 0T peut donc prendre un certain temps puisque dans ce cas on prend environ 600 spectres pour autant de valeur de champ B. La température de 1,5K pouvait en effet être maintenue plus de douze heures avec l'ancienne canne. Avec la nouvelle canne, et les câbles moins résistifs, l'apport de chaleur dans le VTI était plus important et la durée à laquelle on pouvait rester à 1,5K était de l'ordre de huit heures. Dans ce cas on enregistrerait plus que 400 spectres entre 0 et 14T.

J'ai fait un programme Labview qui permet de gérer de façon automatisée la vitesse de balayage du champ B en fonction de la position des plateaux. Le programme peut accélérer le balayage en champ B, si par endroits on nécessite moins de résolution, et ralentir à nouveau lors de l'arrivée sur un nouveau plateau par exemple. A la fin du balayage du champ magnétique on a emmagasiné plusieurs centaines de fichiers correspondant chacun à un spectre.

2.6.2 Traitement pour les mesure à l'impédancemètre

Une fois les spectres enregistrés il faut les analyser pour en extraire les paramètres électriques de nos circuits. Dans le cas d'un balayage en champ magnétique on se retrouve à devoir étudier des centaines de spectres. J'ai conçu des programmes Python pour automatiser ce traitement.

Types de données récupérés

Chaque spectre mesuré à l'impédancemètre est constitué d'un tableau contenant les valeurs de la fréquence de mesure, les valeurs de la partie réelle et les valeurs de la partie imaginaire. Dans le nom du fichier de chaque spectre est indiquée la valeur du champ B lue sur l'alimentation des bobines, ainsi que la valeur de la température lue sur un multimètre.

Concaténation des données

Dans le cas d'une étude des paramètres en fonction du champ B, on souhaite obtenir un tableau regroupant les valeurs de B, les valeurs de la moyenne de la partie réelle et les valeurs de la pente de la partie imaginaire. Le programme de traitement Python extrait du nom de chaque spectre la valeur du champ B et lui associe les valeurs extraites du spectre associé.

Extraction des capacités et inductances brutes

Les parties réelles des spectres sont suffisamment constantes en fonction de la fréquence pour pouvoir les moyenner sur tout l'ensemble du spectre. Pour les parties imaginaires il faut à chaque fois visualiser quelques spectres pour plusieurs valeurs du champ magnétique pour s'assurer de la bonne linéarité du spectre. Dans certains cas, on détermine un gamme de fréquences sur laquelle on peut appliquer notre modèle théorique. On détermine alors la pente de la partie imaginaire en fonction de la pulsation ω sur cette région. Cette pente correspond à la mesure de la capacité "brute" ou de l'inductance "brute" selon la topologie. Le terme "brute" signifie que l'on a pas encore tenu compte des termes introduits par le système de mesure (capacité du porte-échantillon, temps de "retard" dans les câbles, ...).

Ce que l'on souhaite au final, c'est extraire la capacité quantique et l'inductance quantique à partir des spectres mesurés à l'impédancemètre. Pour cela il faut tenir compte du modèle complet dans lequel intervient le système de mesure.

Le porte-échantillon ajoute en effet une capacité C_h dans la mesure de la partie imaginaire et le temps de retard dans les câbles τ_c ajoute un terme égal à $G\tau_c\omega$. La partie imaginaire mesurée de l'admittance S_{mesure} se modélise donc par : $S_{mesure} = C_\mu\omega + G\tau_c\omega + C_h\omega$. Pour obtenir la valeur de la capacité électrochimique C_μ il faut donc retrancher à la capacité "brute" la capacité du porte-échantillon et le terme ajouté par le temps de "retard" dans les câbles : $C_\mu = S_{mesure}/\omega - G\tau_c - C_h$. C'est ce qui sera fait chapitre 4 et chapitre 5.

Dans le chapitre 3, nous mesurons l'impédance Z. Comme nous sommes dans le régime R=0, d'une part le terme $R\tau_c$ n'intervient pas, et d'autre part, le terme inductif $-R^2C_h$ dû à la capacité C_h du porte-échantillon est négligeable.

Inductances quantiques dans le cas $R=0$

Dans ce chapitre nous exposons nos mesures d'inductances quantiques des canaux de bords. Les premières mesures d'inductances en régime d'effet Hall quantique ont été réalisées au Laboratoire Pierre Aigrain (ENS, Paris) en 2007. Dans le "R-L quantum circuit" ([4]) les auteurs mesurent la partie réelle et imaginaire d'une barre de Hall 2 contacts dans la gamme du GHz. En faisant varier la tension de grille d'un QPC, ils varient la résistance et montrent que la partie imaginaire s'écrit $L = R_H\tau$ où R_H est la résistance de l'échantillon et τ (constant) est identifié au temps de parcours dans l'échantillon.

Nos mesures viennent compléter ce travail en nous plaçant dans le régime $R = 0$, c'est à dire en configuration de 3 contacts minimum. Dans ce cas, on ne peut plus écrire $L = R\tau$, puisqu'ici $R = 0$. Mais on a toujours $L = R_H\tau = \nu R_K\tau$. L'inductance apparaît alors d'avantage sous son aspect "quantique" ou "cinétique" (comme dans les supra) que sous l'aspect capacité électrochimique (comme dans le "quantum R-L circuit"). Une autre caractéristique de notre travail est l'absence de grilles. Les capacités électrochimiques sont alors prépondérantes puisque ce sont les seules.

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, par analogie avec l'inductance cinétique [40], l'inductance quantique caractérise l'énergie stockée dans l'échantillon du fait de la circulation balistique des électrons dans les états de bords de l'effet Hall Quantique. Contrairement au régime diffusif où l'énergie cinétique des charges est stocké pendant un petit temps τ correspondant au *temps de libre parcours moyen*, en régime balistique, dans les supraconducteurs [36, 35] comme dans notre système, l'énergie quantique est stockée pendant tout le temps de transit τ_t de la particule au travers l'échantillon.

Il nous fallait donc trouver une configuration sur nos échantillons pour qu'entre deux contacts le transport des électrons soit balistique et que donc leur résistance électrique soit nulle.

3.1 Configuration de mesure en 3 points

Les électrons se déplacent de façon balistique dans les canaux de bord et de façon chirale. Chacun de ces canaux de bords est thermalisé par le contact d'injection d'où proviennent les électrons. Lorsque ce contact est flottant il est lui-même thermalisé par les électrons qui y arrivent (voir figure 3.1).

Regardons sur un exemple, dans la configuration de champ magnétique et de polarisation de l'échantillon décrite figure 3.1. Tous les contacts du haut de la barre de Hall sont au potentiel $V = 0 V$, puisqu'ils sont thermalisés par le contact de gauche où le potentiel imposé par le générateur est $V = 0 V$. Les contacts placés sur le côté du bas de la barre de Hall sont thermalisés par le contact de droite où le potentiel imposé par le générateur est V_H , la tension de Hall¹.

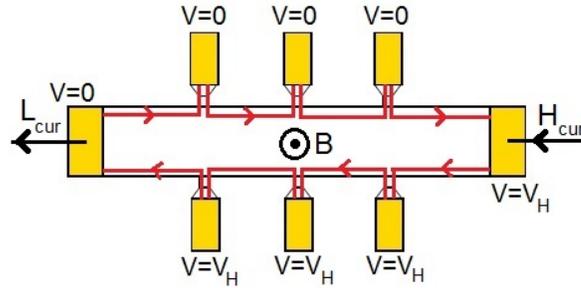


FIGURE 3.1 – Thermalisation des contacts

La résistance longitudinale peut se mesurer des deux côtés de l'échantillon [55]. Elle s'annule sur les plateaux de l'effet Hall Quantique. En *courant continu* on observe aucune différence si on mesure R_{xx} d'un côté ou de l'autre [79, 80]. En revanche, si l'on mesure en *courant alternatif* l'impédance de notre échantillon, la partie imaginaire est très différente suivant si l'on se place d'un côté ou de l'autre de l'échantillon. En effet si l'on mesure l'impédance d'une barre de Hall du côté V_H , comme l'ont montré C. Hernandez et al. [81], on a la présence dans la mesure de l'admittance d'une inductance fantôme égale à $R_H^2 C_0$, où C_0 est la capacité des câbles coaxiaux qui relient l'impédancemètre à l'échantillon. C'est effectivement ce qu'ont observé également Desrat et al. [82] donnant lieu à des problèmes d'interprétation de leur mesure. Il ont mesuré une inductance de l'ordre du milli Henry, proportionnelle à $1/\nu^2$, qui est en fait due aux câbles comme l'ont explicité les métrologues dans leur commentaire [83], ou comme l'on mis en évidence Hernandez et al. [84]. L'origine de cet effet réside dans la "fuite" de courant dans la capacité C_0 des câbles (voir Fischer et Grayson [85]).

1. Si on inverse le sens du champ magnétique, on inverse le sens de déplacement des électrons, sur l'exemple précédent, en ne changeant rien à la polarisation électrique de l'échantillon $V_{\text{gauche}} = 0 V$ et $V_{\text{droite}} = V_H$, les contacts du haut de la barre seront alors au potentiel V_H et les contacts du bas de la barre au potentiel $V = 0 V$

Toutes nos mesures ont par conséquent été faites sur les plateaux afin de s'assurer que $R = 0$ et que donc le transport des électrons est balistique mais également en prenant comme troisième contact de mesure un contact thermalisé au potentiel $V = 0$. Puisque nous mesurons une inductance avec $R \sim 0$, nous présentons les résultats sous la forme (R,X).

Dans le but de minimiser l'effet des câbles, nous avons fait nos mesures en ne câblant à chaque fois que 3 contacts afin de relier un nombre minimum de ses contacts ohmiques à nos appareils de mesure (voir également [81]). Pour obtenir une longueur supplémentaire, nous avons quelques fois câblé l'échantillon en 4 points. Enfin, nous signalons que la capacité C_h du porte échantillon dans la configuration utilisée ici est très faible (36fF). Cette capacité C_h entraîne l'apparition d'une inductance $-R^2 C_h$ négligeable puisque l'on est en régime $R=0$.

3.2 Calcul de l'impédance dans la configuration 3 points

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, le transport des électrons en régime AC peut être décrit par une *matrice admittance* $G_{\alpha\beta}(\omega)$ où α et β sont deux contacts de notre échantillon et ω la pulsation temporelle à laquelle on travaille.

On a, en notant $I_\alpha e^{j\omega t}$ le courant entrant dans le contact α et $V_\beta e^{j\omega t}$ le potentiel du contact β la relation suivante [72, 74] :

$$I_\alpha = G_{\alpha\beta}(\omega) V_\beta \quad (3.1)$$

où la *matrice admittance* se décompose en une partie réelle $G_{\alpha\beta}^{(DC)}$, correspondant au régime DC et une partie imaginaire $E_{\alpha\beta}$, l'*émittance*.

$$G_{\alpha\beta}(\omega) = G_{\alpha\beta}^{(DC)} + jE_{\alpha\beta}\omega \quad (3.2)$$

Nous rappelons que nous utilisons ici la convention "électrique" ($V(t)=V_0 e^{j\omega t}$). Büttiker utilise la convention $V(t)=V_0 e^{-j\omega t}$ et écrit de son côté $G_{\alpha\beta}(\omega) = G_{\alpha\beta}^{(DC)} - jE_{\alpha\beta}\omega$

3.2.1 Calcul de la résistance DC

La configuration à 3 contacts est obtenue en connectant la barre multicontact (figure 3.2) uniquement à 3 plots d'or. 3 contacts sont reliés chacun à 1 ou 2 plots d'or permettant les mesures en 4 fils. Le schéma équivalent pour l'application du formalisme de Büttiker est finalement représenté figure 3.3.

Dans cette configuration à trois contacts, la matrice de conductance en DC, d'après le modèle de Büttiker est (avec $G_0 = e^2/h$) [41] :

$$G^{(DC)} = G_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

L'impédancemètre impose un potentiel nul au niveau de la connexion L_{pot} et un courant nul au niveau de la connexion H_{pot} du fait de la présence d'une forte impédance (cf annexe).

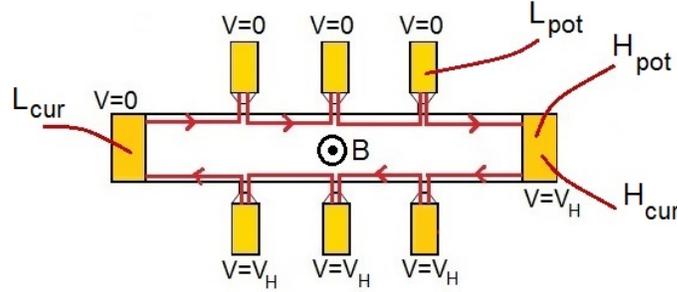


FIGURE 3.2 – configuration de mesure en 3 points. Les fils rouges représentent les fils d'or qui relient les contacts ohmiques aux plots du porte-échantillon. Seuls 3 contacts ohmiques sont reliés.

On a donc, d'après la figure 3.3, $V_2 = 0$ et $I_3 = 0$.

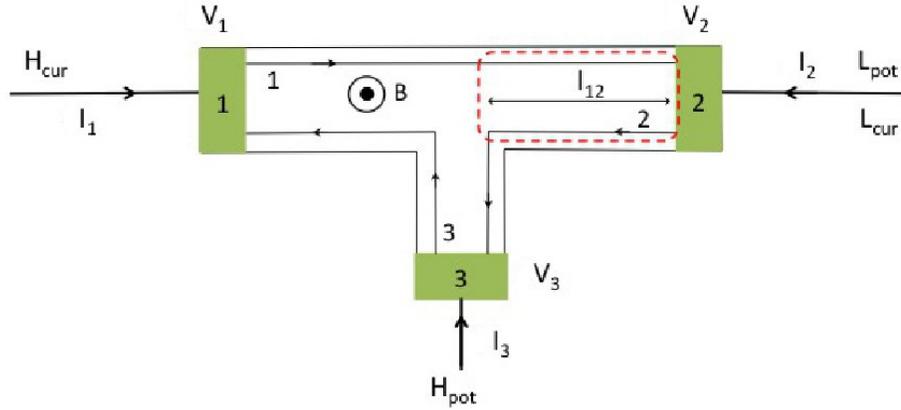


FIGURE 3.3 – Schéma de connexion de notre échantillon. l_{12} est la longueur sur laquelle les états de bords 1 et 2 sont en influence mutuelle.

En régime *DC* :

$$I_3 = 0 = G_0(-V_2 + V_3)$$

ce qui entraîne

$$V_3 = V_2 = 0 \quad (3.4)$$

et parallèlement

$$V_1 = -R_H I_2 \quad (3.5)$$

La résistance de l'échantillon, la partie réelle de son admittance, est donc R_H si on mesure au contact (1) et 0 si on mesure au contact (3). On retrouve la propriété bien

connue du transport à 3 contacts en régime d'effet Hall Quantique où suivant le sens du champ magnétique on mesure soit la résistance longitudinale R_{xx} , soit la résistance transverse $R_{xy} = R_H$ [48].

3.2.2 Calcul de la matrice d'Émittance

Pour obtenir l'impédance en AC il faut d'abord calculer les éléments de la matrice d'émittance définis au chapitre 1. En suivant la modélisation de Büttiker [72] pour notre système on obtient dans la configuration de la figure 3.3 :

$$\begin{aligned}
 E_{11} &= \Delta_{13} C_{31} \Delta_{11} = C_{31} \\
 E_{12} &= \Delta_{13} C_{32} \Delta_{22} = C_{32} \\
 E_{13} &= \Delta_{13} C_{33} \Delta_{33} = C_{33} \\
 E_{21} &= \Delta_{21} C_{11} \Delta_{11} = C_{11} \\
 E_{22} &= \Delta_{21} C_{12} \Delta_{22} = C_{12} \\
 E_{23} &= \Delta_{21} C_{13} \Delta_{33} = C_{13} \\
 E_{31} &= \Delta_{32} C_{21} \Delta_{11} = C_{21} \\
 E_{32} &= \Delta_{32} C_{22} \Delta_{22} = C_{22} \\
 E_{33} &= \Delta_{32} C_{23} \Delta_{33} = C_{23}
 \end{aligned}$$

Ici les C_{kl} représentent les capacités électrochimiques entre états de bord que l'on assimile aux capacités quantiques. Ce faisant nous considérons que les capacités quantiques sont inférieures aux capacités géométriques de l'échantillon et de son environnement, ce qui sera justifié par la suite.

Ainsi,

$$E = \begin{pmatrix} C_{31} & C_{32} & C_{33} \\ C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Pour avoir une idée des C_{kl} nous donnons ici une expression canonique de ces éléments de matrice. Cette expression canonique se base d'une part sur l'égalité $\sum_k C_{kl} = \sum_l C_{kl} = 0$, et d'autre part sur le fait que $C_{kk} = e^2 g(\epsilon) l_{kk}$ où l_{kk} est la longueur de l'état de bord numéro k et $g(\epsilon)$ la densité d'états. En supposant que les états de bord sont en influence totale deux à deux on peut donc proposer comme expression canonique :

$$C_{kl} = -e^2 g(\epsilon) l_{kl} \quad (3.7)$$

où l_{kl} est la longueur sur laquelle le canal k et le canal l sont en influence mutuelle totale

$$\text{et si } k = l, C_{kk} = e^2 g(\epsilon) l_{kk} . \quad (3.8)$$

3.2.3 Calcul de l'inductance quantique L_K

Le courant circulant au niveau du contact 3 est nul, ce qui s'écrit :

$$I_3 = 0 = G_0(V_3) + jC_{21}\omega V_1 + jC_{23}\omega V_3$$

on en déduit la relation suivante entre V_3 et V_1 :

$$jC_{21}\omega V_1 = -(G_0 + jC_{23}\omega)V_3$$

et comme :

$$I_2 = -G_0V_1 + jC_{11}\omega V_1 + jC_{13}\omega V_3$$

on obtient une expression de I_2 uniquement en fonction de V_3 :

$$I_2 = (-G_0 + jC_{11}\omega) \times \left(-\frac{(G_0 + jC_{23}\omega)}{jC_{21}\omega} \right) V_3 + jC_{13}\omega V_3$$

Or l'impédance que nous mesurons est définie par $Z = V_3/I_m$ où le courant mesuré est d'après ce qui précède $I_m = -I_2$. On obtient donc l'impédance mesurée en fonction des paramètres de la matrice d'admittance :

$$Z = \frac{jC_{21}\omega}{(-G_0 + jC_{11}\omega)(G_0 + jC_{23}\omega) + C_{13}C_{21}\omega^2}$$

ce qui, en se limitant au développement à l'ordre 2, donne l'expression suivante :

$$Z = j(-R_H^2)C_{21}\omega \times (1 + jR_H\omega(C_{11} - C_{23})) . \quad (3.9)$$

Puisque $-R_H^2 C_{21}$ est positif d'après Eq. 3.7, par analogie avec l'expression de l'impédance d'une inductance en fonction de ω , on peut écrire :

$$Z = jL_K\omega \quad (3.10)$$

avec :

$$L_K = -R_H^2 C_{21} . \quad (3.11)$$

Or C_{21} est la capacité électrochimiques entre les états de bords 1 et 2 ($C_{21} = -(\nu e^2 l_{21})/(h\nu_F)$), on a donc finalement comme expression de l'inductance quantique L_K :

$$L_K = \frac{R_H^2 \nu l_{21}}{R_K \nu_F} = \frac{R_K l_{12}}{\nu \nu_F} \quad (3.12)$$

On constate que cette inductance trouvée par le formalisme de Büttiker correspond très exactement à l'inductance quantique tel que définie dans le chapitre 1 (paragraphe 1.3.2). Cette inductance est donc l'analogie de l'inductance cinétique observée dans les supraconducteurs [36, 35]. Une barre de Hall est donc bien une inductance comme annoncé par Büttiker [72], et vérifié en 2007 par Gabelli et al. [4].

On constate également la présence d'un terme du deuxième ordre qui s'écrit :

$$R_H^2 C_{21} \times (C_{11} - C_{23}) \omega^2, \quad (3.13)$$

et qui se rajoute à la partie réelle de l'impédance. Ce terme est faible (de l'ordre de 10^{-3} Ohm à 100kHz) étant donné les ordre de grandeur des capacités intrinsèques qui interviennent dans cette expression, nous n'en tiendrons pas compte dans la suite.

On remarque dans l'équation 3.12 que l'inductance cinétique est proportionnelle à la longueur du canal de bord et inversement proportionnelle au facteur de remplissage ν . Afin de vérifier la dépendance en longueur j'ai réalisé plusieurs mesures d'impédance avec différentes configurations. La dépendance en $1/\nu$ a elle été vérifiée avec des mesures à d'autre champs magnétiques.

3.3 Première validation expérimentale de ce modèle

3.3.1 Mesure d'une inductance

L'impédancemètre permet de mesurer les parties réelle $R(Z)$ et imaginaire $\text{Im}(Z)$ de l'impédance $Z(\omega)$ de notre échantillon. Lorsqu'il s'agit d'une inductance, la partie réelle est nulle et la partie imaginaire est linéaire en ω , avec une pente positive.

Comme le montre la figure 3.4a nous avons une résistance R , partie réelle de Z , de l'échantillon très faible, en dessous de $0,5 \Omega$. Le système est en régime d'effet Hall quantique avec un facteur de remplissage $\nu = 6$.

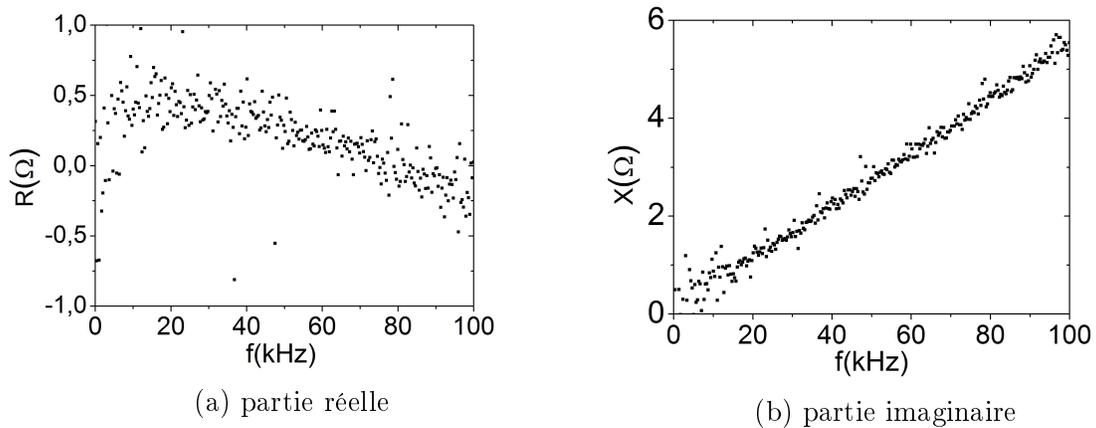


FIGURE 3.4 – parties réelle et imaginaire de l'admittance de la barre de Hall LEP 514 pour $\nu = 6$

Quant au spectre de la partie imaginaire X de Z il est linéaire en ω , avec une pente positive. Notre système à 3 contacts se comporte bien comme une inductance en mesure AC .

La self mesurée ici est de $9,1 \pm 0,4 \mu\text{H}$. Comme vu au chapitre 1 cette inductance est $L_K = R_H \tau_t$. Ce qui nous permet d'obtenir le temps de transit $\tau_t = 2\text{ns}$. Soit des vitesses de l'ordre de 10^6m.s^{-1} . Nous y reviendrons avant la fin de ce chapitre.

3.3.2 Influence du facteur de remplissage ν

Nous avons fait ces mesures pour différentes valeurs du facteur de remplissage sur plusieurs échantillons. La figure 3.5 montre un exemple toujours pour le *LEP* 514 pour $\nu=2,4,6,8$

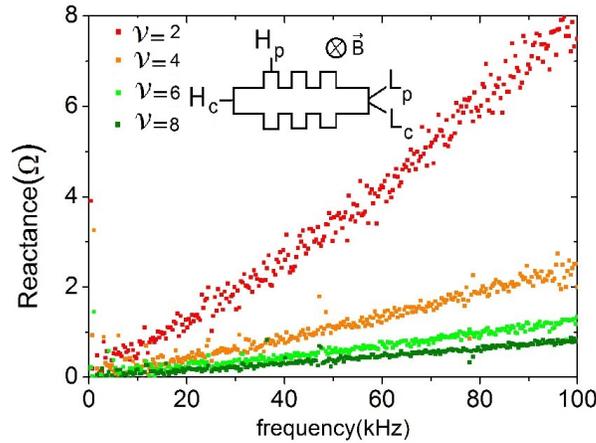


FIGURE 3.5 – Influence du facteur de remplissage ν sur la réactance X pour $\nu=2,4,6,8$ pour la barre de Hall Lep 514. B est dans le sens contraire à l'axe de croissance de l'hétérojonction.

Dans notre modèle l'inductance quantique L_K , proportionnelle à la pente du spectre de $X(\omega)$, décroît quand ν augmente. C'est bien ce que nous observons sur la figure 3.5.

3.3.3 Influence de la longueur l de l'état de bord

Comme on peut le voir dans la relation 3.12 la longueur l_{12} , qui dépend de la position relative du contact (3), influence la valeur de l'inductance quantique L_K . Comme nos échantillons sont des barres de Hall, nous avons pu mesurer leur impédance et notamment le spectre de sa partie imaginaire pour différentes positions de ce contact (3) en décahlant puis recablant le contact ohmique sur le côté de la barre. Ceci nous a permis de mesurer l'inductance quantique L_K pour différentes longueurs l_{12} .

Comme on peut le voir sur la figure 3.6, plus la longueur augmente, plus la pente du spectre de $X(\omega)$ augmente. Nous pouvons dire que, comme prévu par le modèle de Büttiker, l'inductance quantique L_K augmente avec l_{12} .

Ceci nous donne une validation semi-quantitative de l'application de ce modèle à notre système.

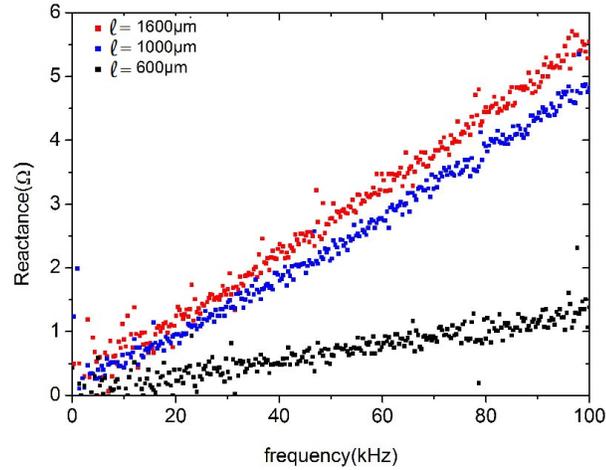


FIGURE 3.6 – Influence de la longueur l de l'état de bords sur la réactance X pour $\nu=6$ pour la barre de Hall Lep 514. B est dans le sens de croissance de l'hétérojonction.

3.4 Inventaire des mesures pour nos échantillons

Dans cette section nous présentons l'ensemble des mesures d'impédance que nous avons réalisé en 3 points : pour différents échantillons (différentes hétérostructures, différentes gravures de méso) ; pour différentes valeurs de champ magnétique (différents facteurs de remplissage ν) ; pour différentes configurations, c'est-à-dire différentes positions du contact intermédiaire (différentes longueurs) du même échantillon a pu donner lieu à différentes mesures (+B/-B), de même en décâblant puis en recâblant les contacts.

3.4.1 Configuration en 4 points de nos échantillons : une longueur en plus

Afin d'étoffer les mesures, nous avons réalisé des mesures en quatre points au milieu du bon côté ($V=0$), pour avoir à disposition d'autres longueurs de canal. Pour pouvoir mesurer dans cette configuration nous avons du également recâbler l'échantillon, de même que pour les autres différentes configurations. Nous avons ainsi réchauffé l'échantillon avant de le refroidir à nouveau à 1,5 Kelvin.

Quel changement pour l'inductance L_K ?

Dans ce cas, selon le schéma fig 3.8, la *matrice de conductance* en DC G^{DC} est :

$$G^{DC} = G_0 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

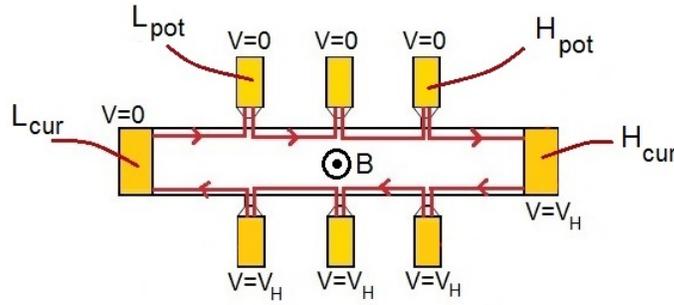


FIGURE 3.7 – configuration de mesure à 4 contacts

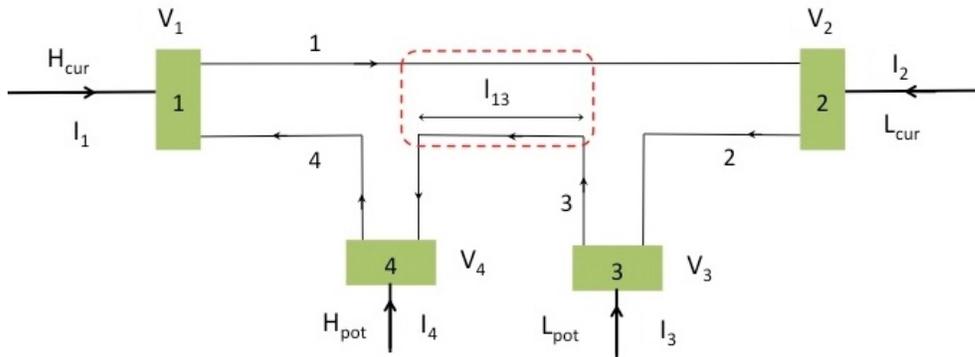


FIGURE 3.8 – schéma de connexion à 4 contacts

Pour obtenir l'impédance en AC il faut calculer la *matrice d'émittance* (E) définie au chapitre 1. En suivant, là encore, les règles données par Büttiker on obtient :

$$E = \begin{pmatrix} C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \\ C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \end{pmatrix} \quad (3.15)$$

La mesure à l'impédancemètre impose, comme dans le cas à 3 contacts, la condition $V_3 = 0$, puisque le contact (3) étant connecté à la connexion L_{pot} , elle-même reliée au potentiel $V=0$. Quant aux courants I_3 et I_4 , puisque ces contacts (3) et (4) sont connectés à une forte impédance, $I_3 = I_4 = 0$.

On calcule le courant au contact (3) :

$$I_3 = G_0(-V_2) + jC_{21}\omega V_1 + jC_{22}\omega V_2 + jC_{24}\omega V_4 = 0$$

Puis le courant au contact (4) :

$$I_4 = G_0(V_4) + jC_{31}\omega V_1 + jC_{32}\omega V_2 + jC_{34}\omega V_4 = 0$$

ce qui nous donne le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} -jC_{21}\omega V_1 + (G_0 - jC_{22}\omega)V_2 & = jC_{24}\omega V_4 \\ -jC_{31}\omega V_1 - jC_{32}\omega V_2 & = (G_0 + jC_{34}\omega)V_4 \end{cases}$$

Ce système permet de trouver V_2 en fonction de V_4 et des paramètres de notre système.

$$V_2 = -V_4 \times \frac{C_{21}}{C_{31}}$$

et donc V_1 s'écrit :

$$V_1 = \frac{G_0 + j(C_{34} - C_{22})\omega}{-jC_{31}\omega} V_4 .$$

Or le courant I_2 a pour expression d'après ce qui précède :

$$I_2 = G_0(V_2 - V_1) + jC_{11}\omega V_1 + jC_{12}\omega V_2 + jC_{14}\omega V_4$$

ce qui donne en fonction uniquement de V_4 :

$$I_2 = V_4 \left(jC_{14}\omega + (G_0 + jC_{12}\omega) \frac{-C_{21}}{C_{31}} + (-G_0 + jC_{11}\omega) \frac{G_0 + j(C_{34} - C_{22})\omega}{-jC_{31}\omega} \right) .$$

En négligeant les termes d'ordres 2, on obtient l'expression suivante

$$-jC_{31}\omega I_2 = V_4 (-G_0^2 + jG_0\omega(C_{11} + C_{21} + C_{22} - C_{34})) \quad (3.16)$$

ce qui permet de trouver l'impédance de notre échantillon mesurée par l'impédancemètre $Z = -V_4/I_2$ à basses fréquences :

$$Z = \frac{V_4}{-I_2} = \frac{jC_{31}\omega}{-G_0^2} = j(-R_H^2 C_{31}\omega) \quad (3.17)$$

A présent, l'inductance est $L = -R_H^2 C_{31}$, et la longueur de l'état de bord concerné est la longueur l_{31} représentée dans la figure 3.8.

3.4.2 Caractérisation en fréquence des états de bords

Ici sont présenté l'ensemble des spectres de réactance des barres de Hall dans le cas où $R=0$ ($|R| < 0,5\Omega$). Les spectres sont bruts et non moyennés. Nous avons mesuré l'impédance à plusieurs reprises aux centres des plateaux : les spectres sont très stables et ne varient pas si on reste près du centre des plateaux. Ils ne varient non plus d'une fois sur l'autre si un même échantillon avec la même configuration est réchauffé puis refroidi. Par contre, si on décâble puis recâble les échantillons, on a pu observer quelques différences dans les inductances. Nous revenons sur ce point à la fin du chapitre.

On a observé que lorsque l'on quitte les plateaux on est perturbé par la pollution. Quelques fois aussi, si la résistance longitudinale aux centres des plateaux n'est pas totalement nulle la pollution prend le dessus sur le signal.

Pour ne pas avoir à tenir compte de la "pollution" nous n'avons gardé pour le paragraphe sur les résultats que les spectres de réactance pour lesquels la résistance était limitée à $0,5\Omega$. L'inductance a été ensuite obtenue en faisant une régression linéaire sur les 300 points en fréquence ou seulement sur une partie de ces points.

Échantillon *PL 173*

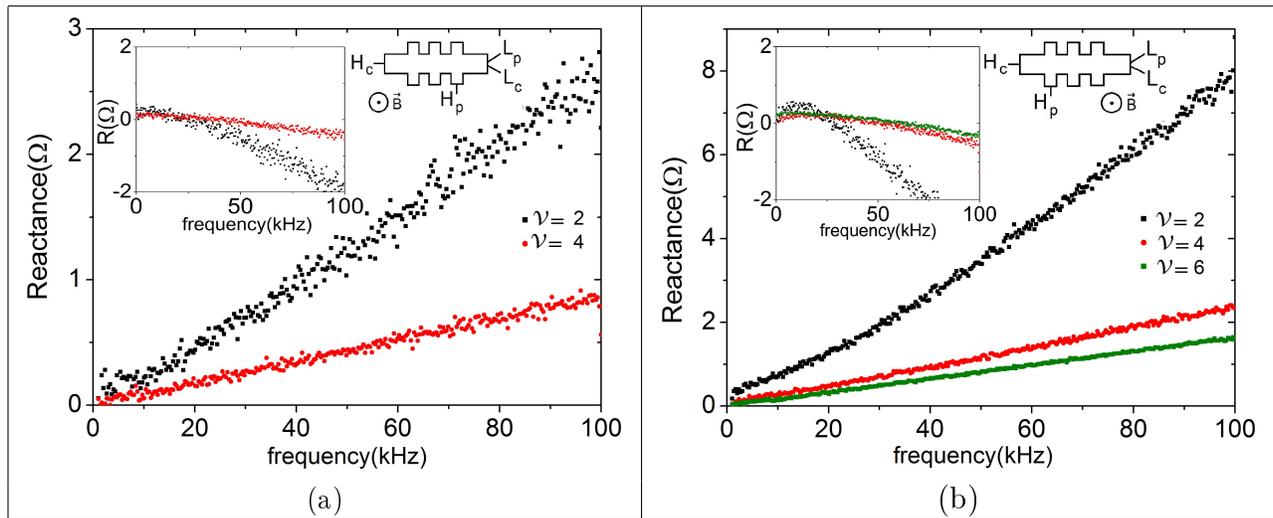


TABLE 3.1 – Partie imaginaire de l'admittance en fonction de la pulsation ω pour différentes configurations du *PL 173*. En insert de chaque figure est représenté la résistance en fonction de ω pour chaque facteur de remplissage ν associé. Les spectres sont linéaires et de pente positive. Ce qui indique que nous mesurons bien des inductances.

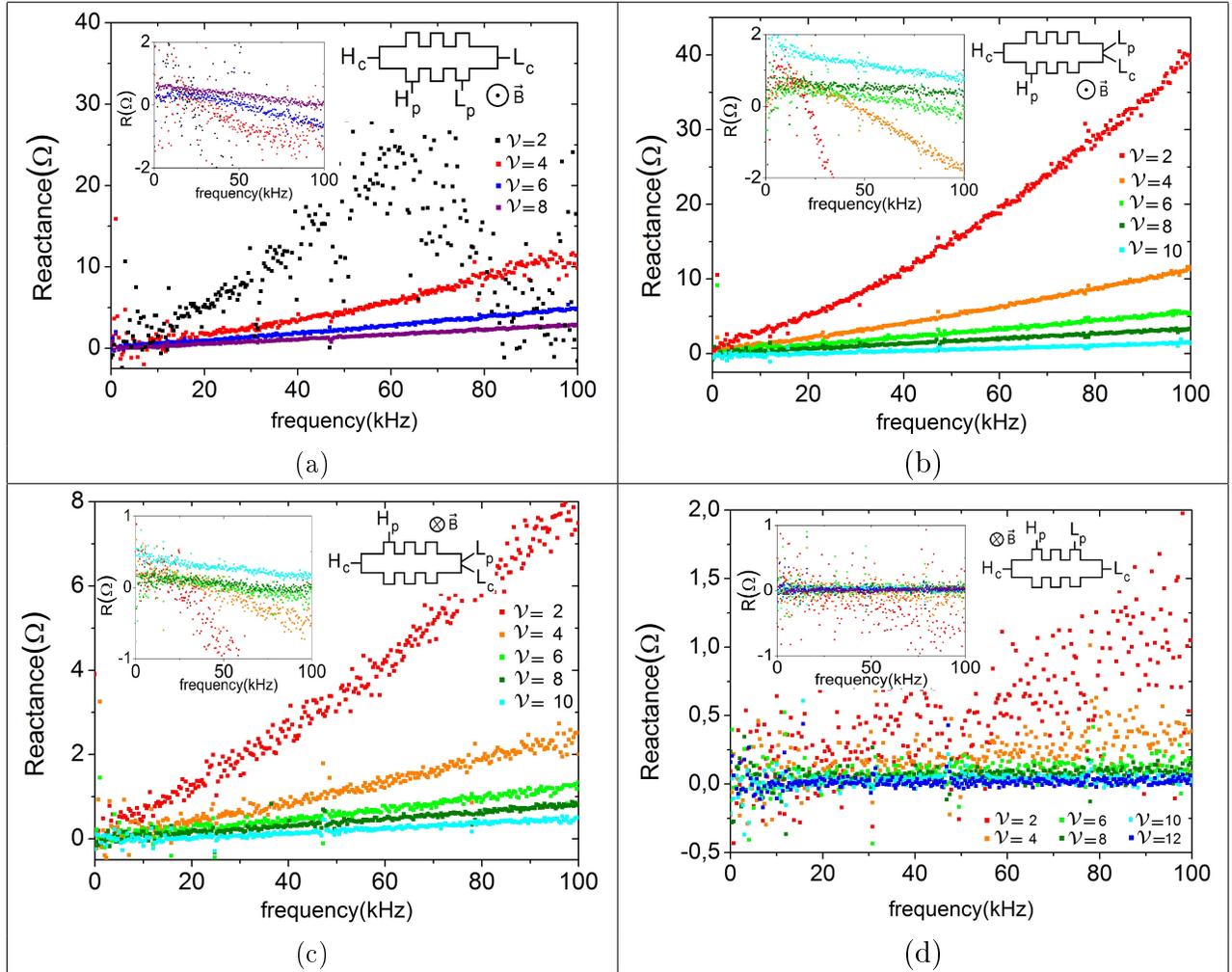
Échantillon *LEP* 514

TABLE 3.2 – Partie imaginaire de l’admittance en fonction de la pulsation ω pour différentes configurations du *LEP* 514. En insert de chaque figure est représentée la résistance en fonction de ω pour chaque facteur de remplissage ν associé. Dans l’ensemble, les spectres sont linéaires et de pente positive. Ce qui indique que nous mesurons bien des inductances. A noter que pour certains spectre comme celui à $\nu = 2$ de la configuration b apparaît une surlinéarité lorsque la résistance est de l’ordre de plusieurs Ohms.

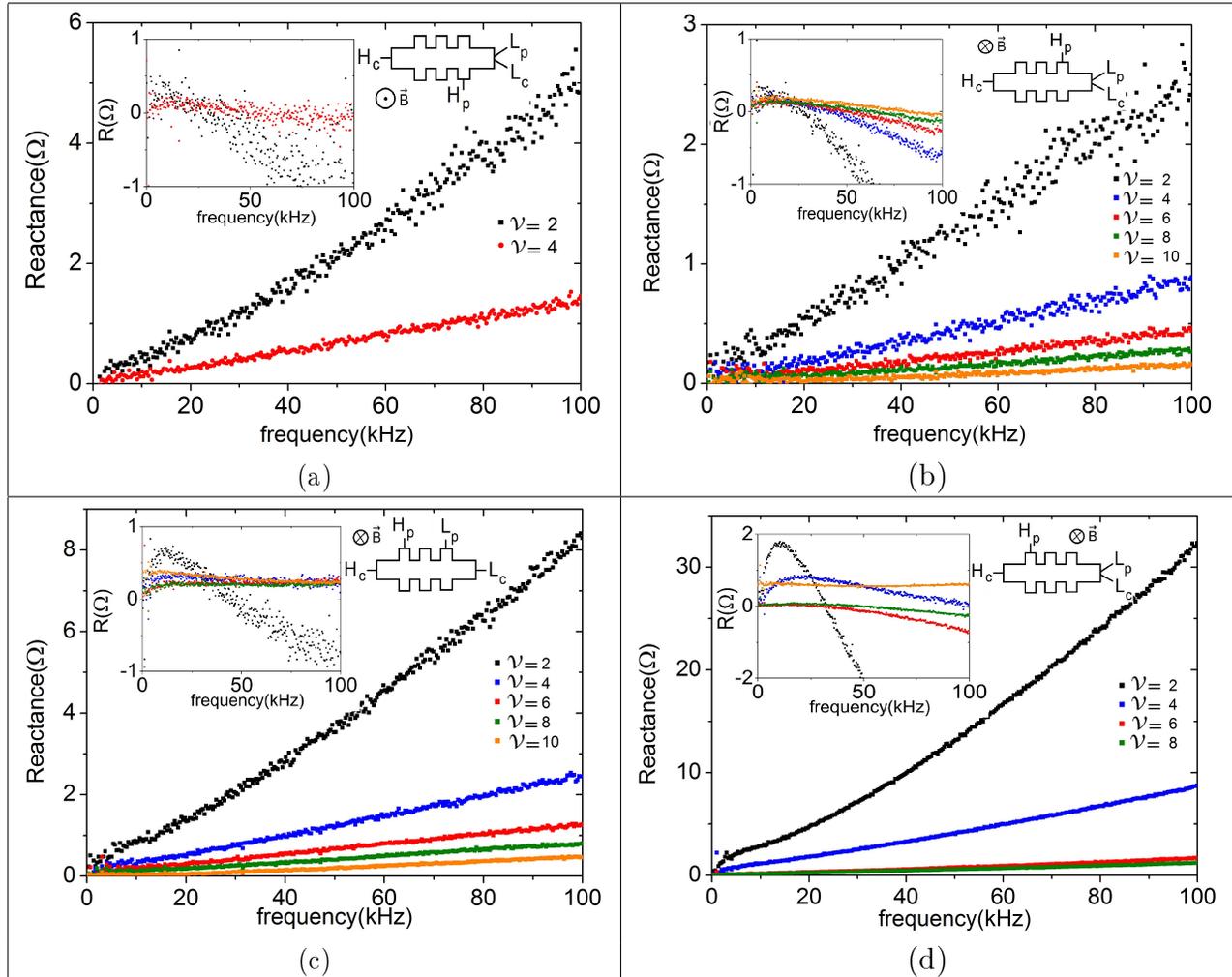
Échantillon *PL 174*

TABLE 3.3 – Partie imaginaire de l’admittance en fonction de la pulsation ω pour différentes configurations du *PL 174*. En insert de chaque figure est représenté la résistance en fonction de ω pour chaque facteur de remplissage ν associé. Les spectres sont linéaires et de pente positive. Ce qui indique que nous mesurons bien des inductances. Les résistances sont proches de zéro.

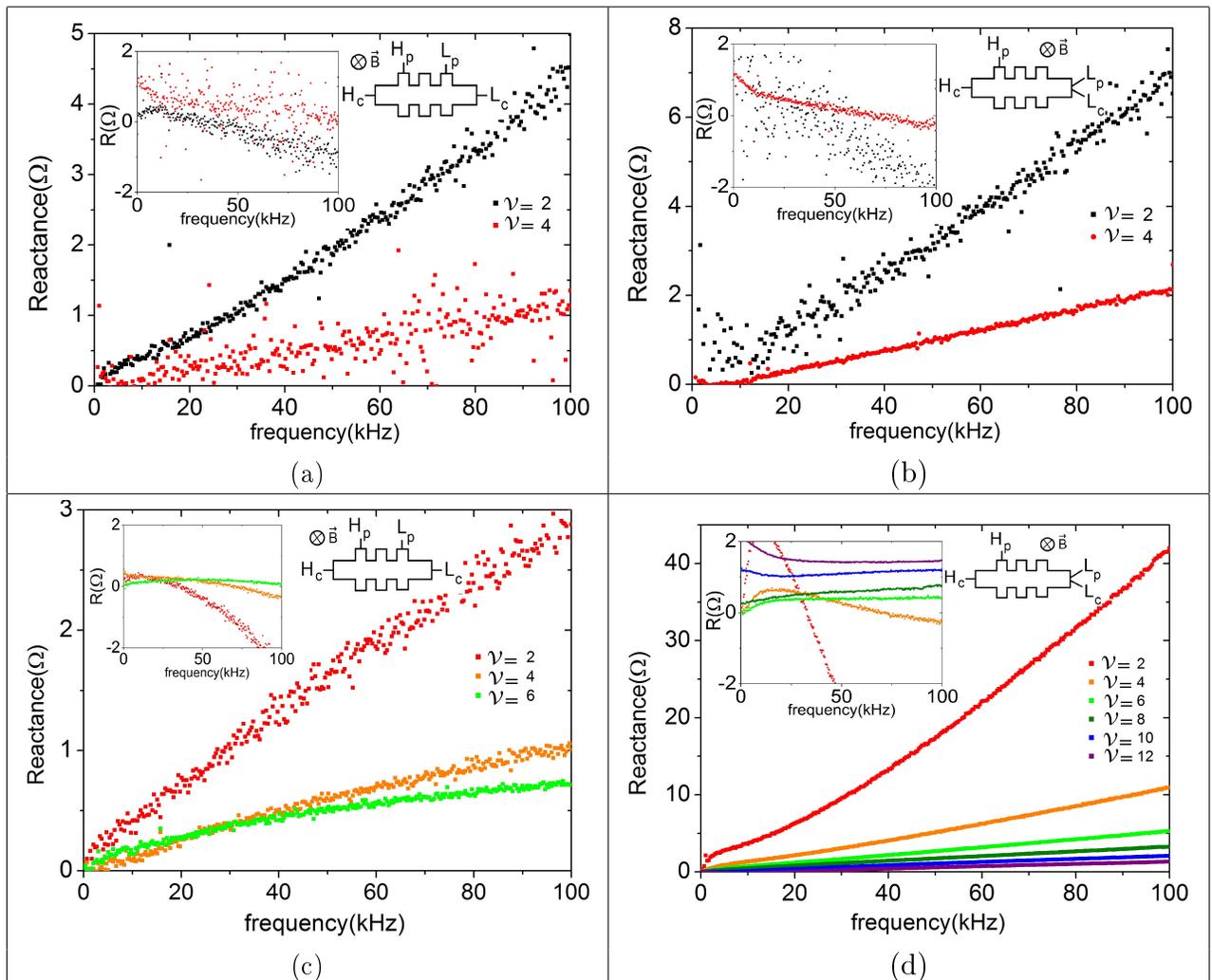
Échantillon *PL 175*

TABLE 3.4 – Partie imaginaire de l'admittance en fonction de la pulsation ω pour différentes configurations du *PL 175*. En insert de chaque figure est représenté la résistance en fonction de ω pour chaque facteur de remplissage ν associé. Dans l'ensemble, les spectres sont linéaires et de pente positive. Ce qui indique que nous mesurons bien des inductances. Les résistances sont proches de zéro.

3.5 Barre d'incertitude et "pollution" des mesures

Dans certains cas, une pollution est observable même en mesurant du bon côté. Cela vient de la résistance qui n'est plus tout à fait nulle.

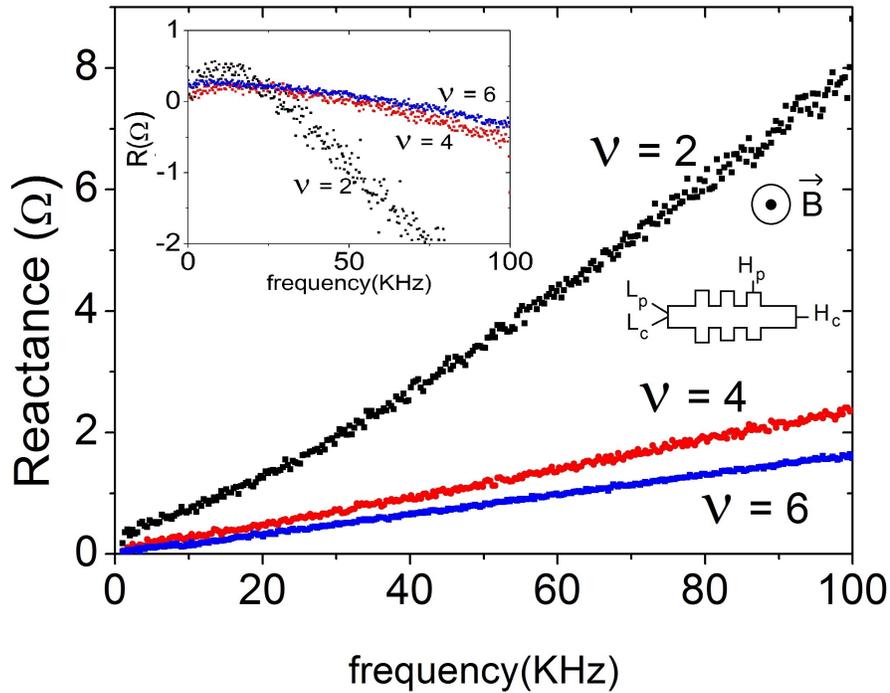


FIGURE 3.9 – Partie imaginaire de l'admittance en fonction de la fréquence pour une configuration et différents facteurs de remplissage, pour la barre de Hall *PL 173 1600*. En insert est représentée la résistance en fonction de ω pour chaque facteur de remplissage ν associé.

On voit par exemple apparaître une sur-linéarité sur la figure 3.9 dans le cas $\nu = 2$. R est négatif et le terme additionnel est positif, entraînant une sur-linéarité. Il existe des cas où R augmente d'avantage et où la pollution est majeure. Par exemple dans la figure 3.10, on voit nettement la contribution de la pollution pour les configurations $\nu = 4$ et $\nu = 6$. R est positif cette fois, et la self est négative. On retrouve la forme de R ($\nu = 2, 4$) dans la réactance ($\nu = 2$ ou 4).

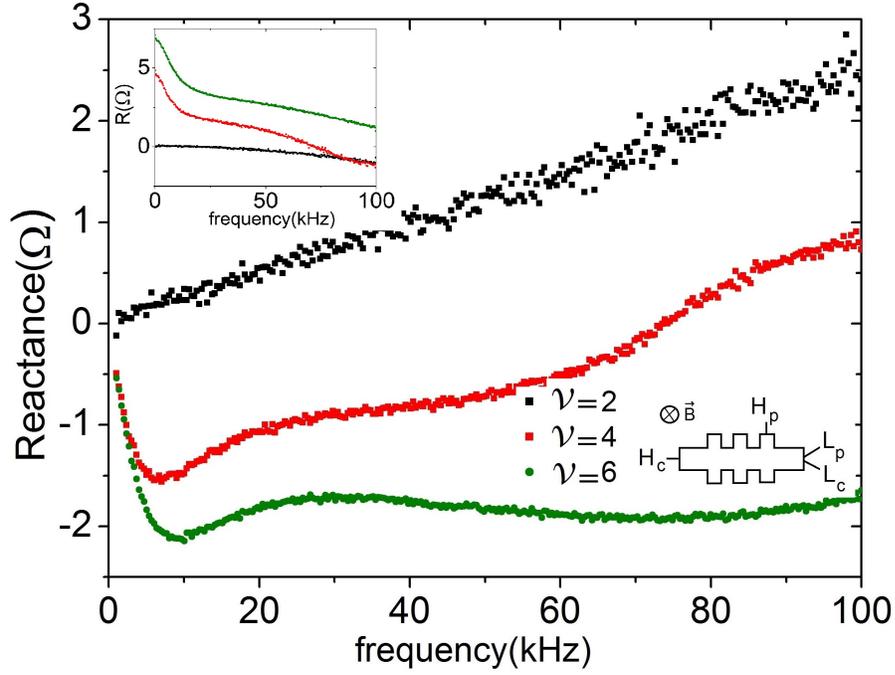


FIGURE 3.10 – Partie imaginaire de l'admittance en fonction de la fréquence pour différents facteurs de remplissage pour une configuration du *PL 173 1600*. En insert est représentée la résistance en fonction de la fréquence pour chaque facteur de remplissage ν associé.

Pour comprendre cette "pollution", nous considérons ici la présence des câbles dans le calcul de l'impédance décrit en 3.2.3 : nous prenons en compte la fuite au niveau du contact 3. Cela impose (C_0 est la capacité des câbles) $I_3 = -jC_0 \omega V_3$ (voir Hernandez et al. [81, 84, 85]). S'agissant de la même configuration, on peut reprendre les résultats pour les matrices de conductance et d'émission (équations 3.3 et 3.6). On retrouve pour le courant au contact (3) :

$$I_3 = G_0 V_3 + jC_{21} \omega V_1 + jC_{23} \omega V_3 = -jC_0 \omega V_3$$

on en déduit la relation suivante entre V_3 et V_1 :

$$jC_{21} \omega V_1 = -(G_0 + jC_0 \omega) V_3 \text{ car } C_{23} \text{ est faible comparé à } C_0$$

On peut maintenant calculer I_2 en utilisant seulement de V_3 :

$$I_2 = -G_0 V_1 + jC_{11} \omega V_1 + jC_{13} \omega V_3$$

$$I_2 = (-G_0 + jC_{11} \omega) \times \frac{-(G_0 + jC_0 \omega)}{jC_{21} \omega} V_3 + jC_{13} \omega V_3$$

L'impédance est définie par $Z = V_3/I_m$ où le courant mesuré est $I_m = -I_2$. On obtient :

$$Z = \frac{jC_{21}\omega}{(-G_0 + jC_{11}\omega)(G_0 + jC_0\omega) + C_{13}C_{21}\omega^2}$$

ce qui donne le développement suivant à basses fréquences,

$$Z = j(-R_H^2)C_{21}\omega \times (1 - jR_H\omega C_0) \quad (3.18)$$

On définit à nouveau l'inductance comme $L = -R_H^2C_{21} > 0$, et au final on trouve pour l'impédance

$$Z = jL\omega \times (1 - jR_H\omega C_0) \quad (3.19)$$

Si on a une résistance R, l'impédance totale devient

$$Z = (R + jL\omega)(1 - jR_H C_0 \omega) . \quad (3.20)$$

La partie imaginaire contient donc deux termes : l'inductance cinétique $L_K = -R_H^2C_{21}$ et une inductance négative "fantôme" $L_g = -R(R_H C_0)$. C'est ce terme que l'on observe sur la figure 3.10.

		valeur mesurée	valeur attendue
PL 174	$\nu = 2$	$4 \mu H/\Omega$	$5,6 \mu H/\Omega$
	$\nu = 4$	$4 \mu H/\Omega$	$2,8 \mu H/\Omega$
PL 173	$\nu = 2$	$2,5 \mu H/\Omega$	$5,6 \mu H/\Omega$
	$\nu = 4$	$3 \mu H/\Omega$	$2,8 \mu H/\Omega$
LEP 514	$\nu = 2$	$2,5 \mu H/\Omega$	$5,6 \mu H/\Omega$
	$\nu = 14$	$1,8 \mu H/\Omega$	$0,8 \mu H/\Omega$

TABLE 3.5 – Valeur de la "pollution" ($R_H C_0$) en $\mu H/\Omega$ observée et calculée pour plusieurs échantillons à différents ν . On a pris $C_0 = 435$ pF (câble "a" canne 1 + câble extérieur 1 m) correspondant aux conditions expérimentales.

Dans le tableau ci-dessus nous avons reporté les valeurs approximatives du terme additionnel que l'on a calculées et celles que l'on a mesurées sur plusieurs échantillons pour plusieurs facteurs de remplissage. Ces valeurs concordent à peu près, ce qui montre bien que l'origine de la pollution observée réside dans le terme $L_g = -R(R_H C_0)$ que l'on a mis en évidence dans le calcul. La valeur de C_0 utilisée ici est celle de la canne 1 complétée d'un câble d'une longueur d'un mètre. Nous avons volontairement raccourcis les câbles extérieurs pour diminuer cette pollution. Ainsi, ayant encadré notre erreur dû au terme additionnel nous pouvons extraire les valeurs de l'inductance avec une barre d'erreur maîtrisée. Cette barre d'erreur est due la plupart du temps à l'incertitude de mesure, mais nous avons veillé à prendre en compte également le terme additionnel dans cette incertitude lorsque la résistance n'était pas complètement nulle.

3.6 Résultats : L en fonction de $1/\nu$

Dans cette partie nous avons regroupé tous les résultats d'inductance cinétique obtenus sur le LEP 514 et nous avons représenté L_k en fonction de $1/\nu$:

Les résultats sont présentés à la figure 3.11. Chaque série de points correspond à une configuration de mesure. On observe que pour chaque configuration, les points s'alignent en fonction de $1/\nu$. On a inversé le sens du champ magnétique afin de réaliser d'autres mesures d'inductance sur la même barre. Ces autres résultats sont présentés sur la figure 3.12.

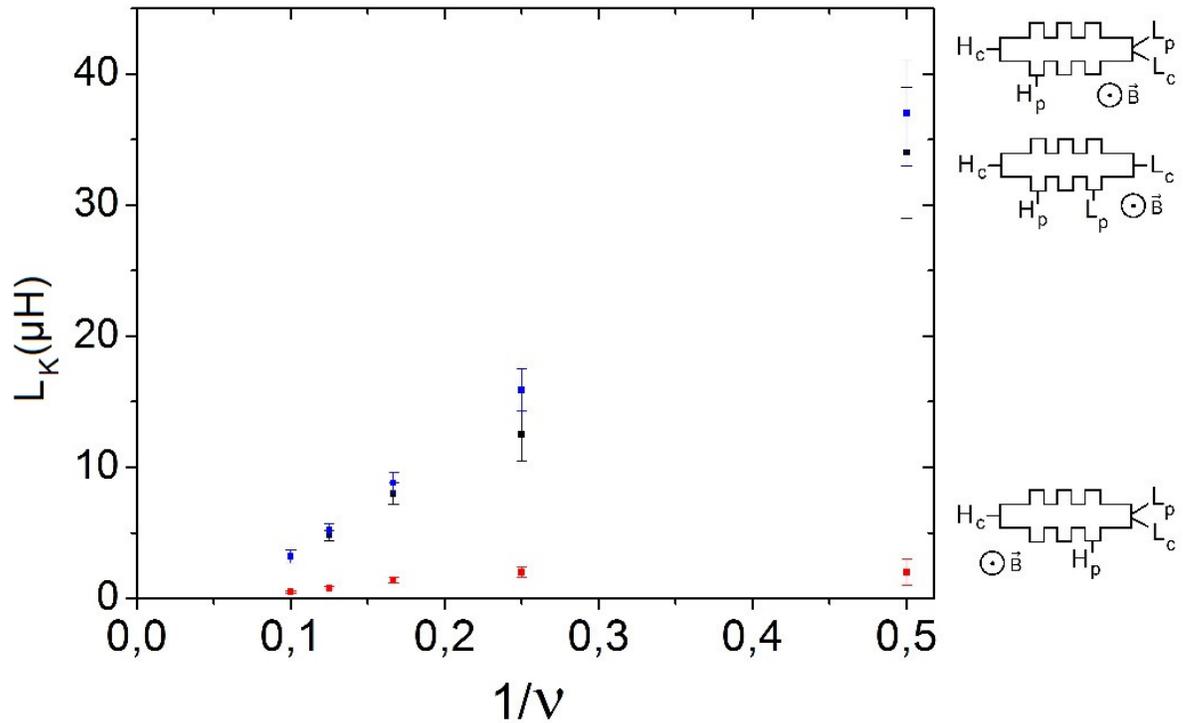


FIGURE 3.11 – Inductance en fonction de l'inverse du facteur de remplissage pour différentes configuration du Lep 514. Le champ magnétique est dans le sens de croissance de l'hétérojonction. Chaque couleur correspond à une configuration.

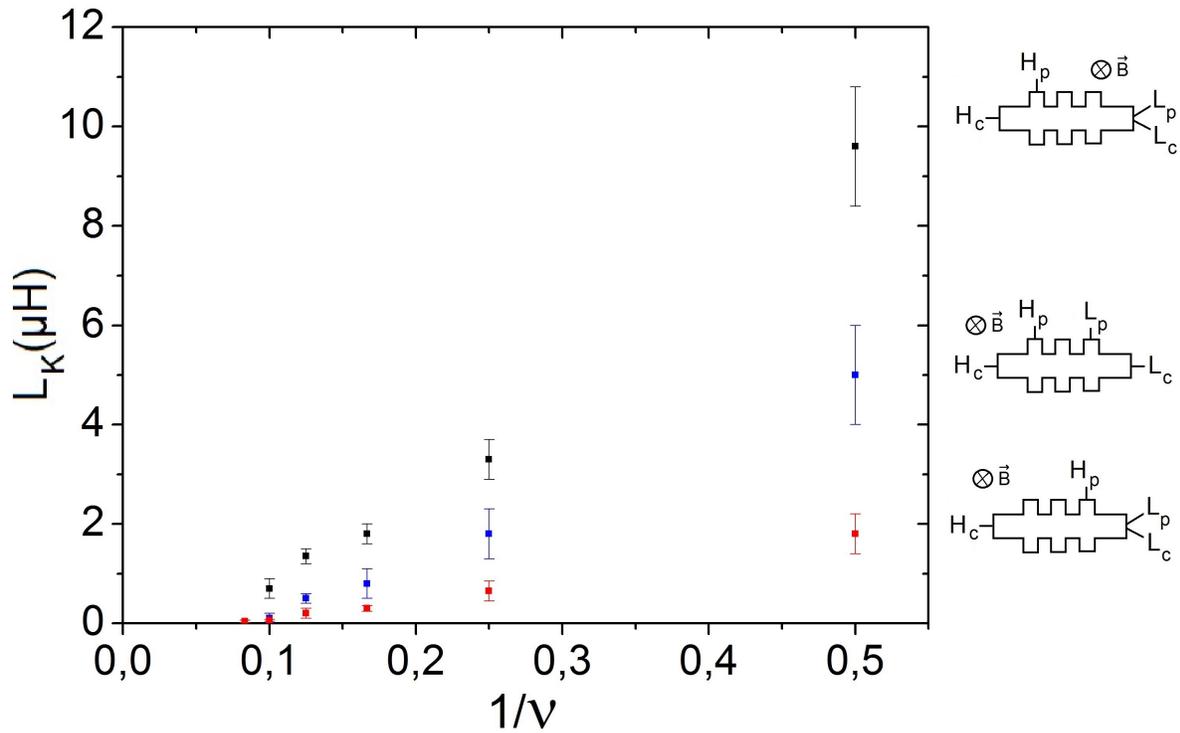
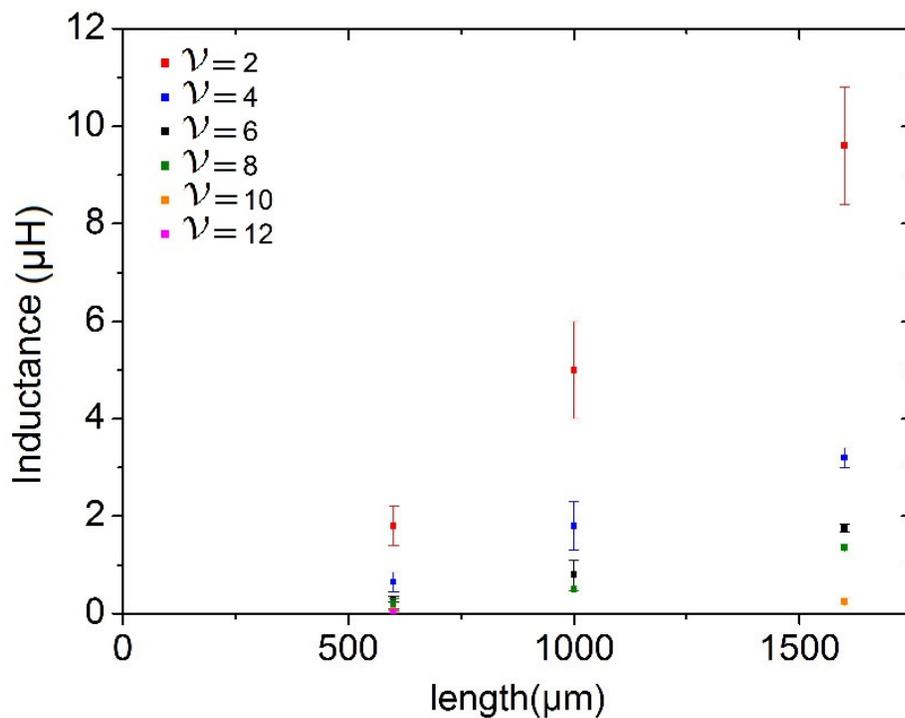


FIGURE 3.12 – Inductance en fonction de l'inverse du facteur de remplissage pour différentes configuration du Lep 514. Le champ magnétique est dans le sens inverse de croissance de l'hétérojonction. Chaque couleur correspond à une configuration.

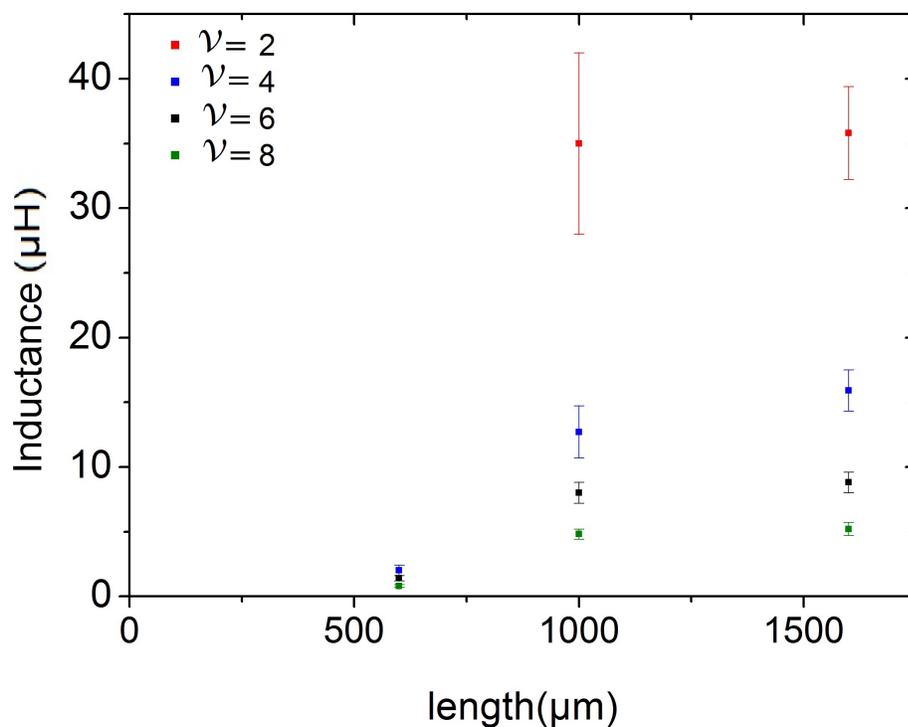
Sur les figures 3.11 et 3.12 on voit également que l'inductance augmente avec la longueur des canaux de bord. Les 3 configurations ont en effet des longueurs différentes. C'est cette dépendance en longueur qui est représentée dans la partie suivante.

3.7 Résultats : L en fonction de la longueur des états de bord

Les mesures d'impédance effectuées pour différentes longueurs de canal, soit différentes configurations, sont ici traitées en fonction de la longueur pour différents ν .



(a) Champ magnétique dans le sens inverse de l'axe de croissance de l'hétérojonction.



(b) Champ magnétique dans le sens de l'axe croissance de l'hétérojonction.

FIGURE 3.13 – Inductance en fonction de la longueur des canaux de bord pour les 2 sens de champ magnétique et dans différentes configuration du LEP 514. Les couleurs correspondent à différents facteurs de remplissage.

On voit sur la figure 3.13 que l'inductance augmente avec la longueur des canaux de bord. Tous ces résultats sont consistants entre eux et compatibles avec la formule $L_k = (lR_K)/(vv_F)$. On a donc mis en évidence une inductance cinétique fonction de la densité d'états. Nous trouvons des inductances de l'ordre de $5-20 \mu\text{H}/\text{mm}$. C'est l'ordre de grandeur annoncé par Burke pour l'inductance des nanotubes [86]. Plus précisément il prédit $16 \mu\text{H}/\text{mm}$. C'est largement supérieur aux inductances magnétiques de ces circuits qui sont de l'ordre de $1 \text{nH}/\text{mm}$ [86]. Dans le cas des nanotubes Burke suppose une vitesse de $8 \cdot 10^5 \text{m/s}^{-1}$. Dans le paragraphe suivant on extrait la vitesse des porteurs, la vitesse du "signal électrique".

3.8 Temps de transit et vitesse de Fermi

Le temps de transit est (d'après Eq. 3.12) $l_{es}/v_F = L_K/R_K$ pour un seul canal. Comme le transport est ballistique et que l'énergie est dissipée dans le contact, ce temps est aussi le temps de dissipation de l'énergie. On constate que le temps de dissipation de l'énergie est ici L_K/R_K et non pas L/R comme en classique. On aurait en effet $\tau = \infty$ puisque ici $R=0$.

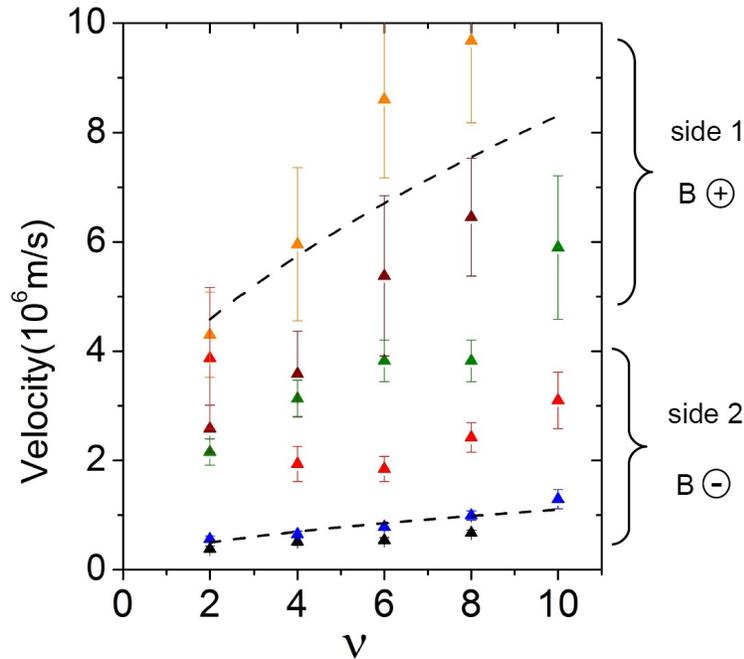


FIGURE 3.14 – Vitesse de Fermi en fonction du facteur de remplissage pour la barre de Hall LEP 514. Les 3 séries de points du dessus correspondent au côté 1 de la barre avec le champ magnétique dans l'axe de croissance de l'hétérojonction. Chaque série correspond à une configuration (une longueur). Les 3 séries du dessous correspondent au côté 2 avec le champ magnétique dans le sens inverse.

Sur les figures 3.14 et 3.15, nous avons reporté les vitesses en fonction du facteur

de remplissage. Chaque série de points (couleur et forme des marques) correspond à une configuration donnée pour un échantillon donné. Un échantillon peut donc fournir plusieurs valeurs de la vitesse, suivant la configuration étudiée, suivant la polarité du champ magnétique et suivant le refroidissement. Chaque configuration étant le fruit d'un câblage (re-câblage) spécifique, il a fallu réchauffer et refroidir le même échantillon plusieurs fois, et à chaque fois, l'échantillon n'était plus tout à fait le même ni tout à fait différent. Chaque configuration peut être considéré comme un nouvel échantillon, en tout cas un nouvel équilibre électrostatique des charges.

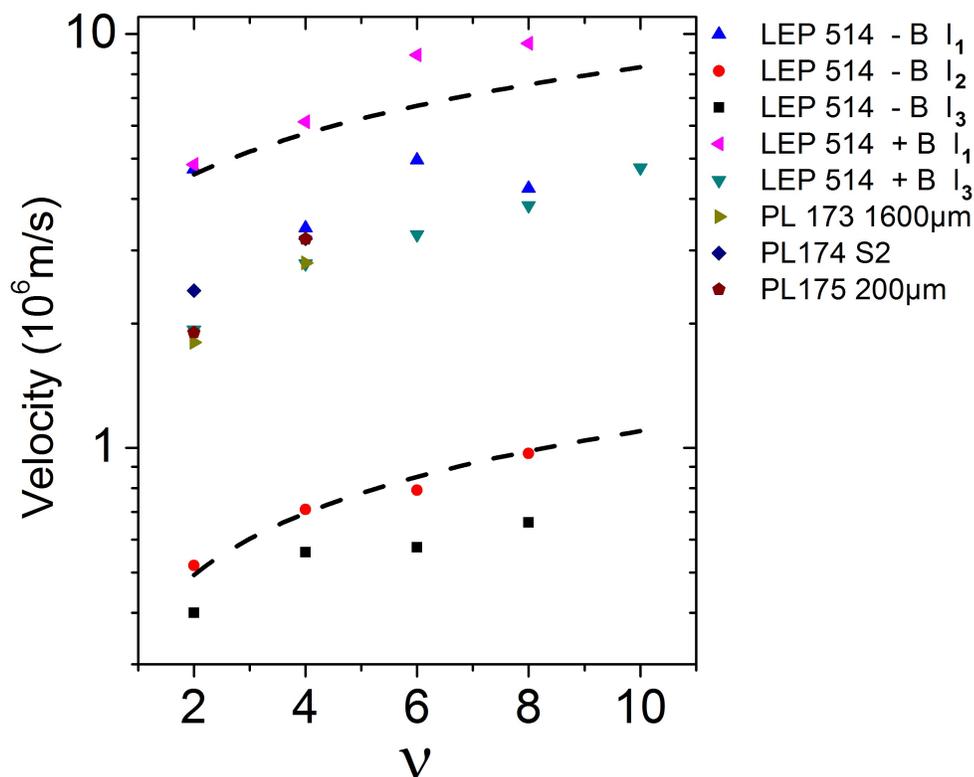


FIGURE 3.15 – Vitesse de Fermi en fonction du facteur de remplissage pour tous les échantillons LEP 514/PL 175/PL 173/PL 174. Chaque couleur correspond à un échantillon.

La première observation c'est la variation globale de la vitesse en fonction de ν : elle augmente quand le facteur de remplissage augmente, comme attendue. On peut s'attendre a priori à ce que la vitesse de dérive sur les bords de l'échantillon soit E/B , et donc augmente quand B diminue : c'est à dire que l'on s'attend à ce que la vitesse augmente avec ν [4]. Cette dépendance en $1/B$ n'est cependant pas totalement établie. On trouve dans la bibliographie des résultats différents : Mac Clure et al.[87], par exemple trouvent une augmentation sous linéaire en $1/B$.

La deuxième remarque concerne l'étalement des valeurs de la vitesse. Ces valeurs s'étaient pour $\nu = 2$ de $4 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$ à $3 \cdot 10^6 \text{ ms}^{-1}$. Elles reflètent la dispersion des valeurs

du potentiel de confinement sur les bords de l'échantillon dues à des arrangements de charges spécifiques propres à chacun des échantillons et refroidissements.

Enfin la troisième constatation, c'est la différence de la dépendance de la vitesse avec ν suivant les configurations : plus les valeurs de la vitesse sont importantes, plus l'augmentation de V avec ν est elle même importante. Lorsque les vitesses sont grandes, la dépendance est plutôt en $1/B$, dans le cas des vitesses plus faibles, V augmente de manière sous linéaire.

On a donc l'impression qu'une loi générale régit la dépendance en champ magnétique, des valeurs de la vitesse. Cependant en même temps, on voit bien qu'il n'y a pas de valeur fixe et établie attendue pour cette valeur de la vitesse sur les bords de l'échantillon.

Nos valeurs des vitesses sont comparables à celles obtenues par Kumada et al. [88] sur leurs échantillons sans grille. Elles sont par contre pour la plupart supérieures jusqu'à un facteur 5, à celles obtenues par Gabelli et al. [4] et McClure et al. [87] sur des échantillons avec grilles latérales. Kumada et al. [88] ont mesuré également des vitesses plus faibles dans les échantillons avec grilles, et ont clairement mis en évidence le rôle des grilles dans la vitesses des porteurs de charge. Par conséquent, nous attribuons nos valeurs élevées de la vitesse au fait que nos échantillons n'ont aucune grille, ni sur le dessus, ni sur le côté. Comme expliqué en Ref. [89], la propagation des porteurs de charge se fait à travers des magnéto-plasmons de bords (EMP) [90, 91, 92], dont la vitesse -dans nos systèmes 1D ou 2D- est modifiée par les interactions électrostatiques (cf Ref [88] et références citées). Les grilles jouent donc un rôle majeur dans ces interactions.

Dans une revue récente, S. Mikaelov enrichit sa théorie initiale des EMP [93] mais en prenant en compte la nature quantique des états de bords. Il montre que plusieurs modes de plasmons peuvent se propager. Ces modes ont pour vitesses respectivement v_F (qui dépend très peu de B) pour le mode "acoustique" , et $v_P = 1/(R_H\epsilon_0)$ (v_P est directement proportionnel à ν) pour le mode "optique". Nos résultats suggèrent que les EMP dans notre système se propagent avec une vitesse moyenne des modes acoustiques et optiques.

En l'absence de modèle d'interaction de plasmons spécifique et adapté à notre système quantique, comme cela a été fait par exemple Ref.[71], nous utiliserons ici une description plus simple, certes moins satisfaisante, mais qui permet tout de même de saisir la physique du phénomène.

Dans la Ref.[86], S. Burke propose de décrire la propagation des charges dans un nanotube comme si c'était une ligne de transmission (L, C). La vitesse est donnée par $v = 1/\sqrt{LC}$. Les interactions électrostatiques sont cachées dans la capacité C , qui est la mise en série de la capacité géométrique et quantique. Transposé sur notre système d'états de bords, on a donc :

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_K C_\mu}} = \sqrt{\frac{1}{L_K C_Q} + \frac{1}{L_K C_g}}. \quad (3.21)$$

En exprimant L_K et C_Q en fonction du facteur de remplissage, et en prenant pour la capacité géométrique $\alpha\epsilon_0$ avec α , un paramètre géométrique proche de 1, on obtient une vitesse qui s'exprime :

$$v = \sqrt{v_F^2 + \frac{\nu v_F}{\alpha\epsilon_0 R K}} = v_F \sqrt{1 + \frac{\nu}{\alpha\epsilon_0 v_F R K}} \quad (3.22)$$

C'est cette formule qui a été utilisée pour tracer les courbes en pointillée sur les figures 3.14 et 3.15. En variant les paramètres α et v_F on peut encadrer en effet le faisceau de points expérimentaux. Le point fort de cette description est que cette seule formule permet de rendre compte de l'ensemble des points expérimentaux. Les modélisations représentées figure 3.14 ont été obtenues en utilisant ($\alpha = 0,2$, $v_F = 0,6 \cdot 10^5$ m/s) pour la courbe du bas et ($\alpha = 0,2$, $v_F = 3 \cdot 10^6$ m/s) pour la courbe du haut. Le point faible de cette description réside dans le fait que les valeurs de la vitesse de Fermi qu'il faut injecter dans le modèle, s'insèrent dans un très large intervalle : de $0,6 \cdot 10^5$ ms⁻¹ à $3 \cdot 10^6$ ms⁻¹.

Un modèle plus élaboré de plasmons en interaction permettrait sans doute d'utiliser une moins grande dispersion des valeurs de v_F . Car ce sont les plasmons qui semblent propager les charges ici. La propagation des plasmons a surtout été étudiée dans le domaine du GHz [71, 94, 88]. Récemment Hiyama et al. ont même montré que des systèmes interférentiels pouvaient être réalisés avec des plasmons, grâce à leur grande longueur de cohérence [94].

3.9 Conclusion

Pour résumer, nous avons observé l'inductance d'un canal de bord 1D parfait de résistance nulle. Nous l'avons observé dans le régime des basses fréquences en dessous de 200 kHz. Cette inductance est la conséquence de l'inertie quantique des porteurs de charge le long des états de bords. Mais elle peut être vue aussi, dans le formalisme de Büttiker, comme une capacité électrochimique négative entre des états de bords qui se font face. Cette inductance dépend du nombre de canaux, de leur longueur et de la vitesse des porteurs le long de ces canaux. Les mesures montrent la variabilité de la vitesse de Fermi, et certainement qu'une théorie plus élaborée, qui ferait intervenir les plasmons, permettrait une meilleure interprétation.

Capacités quantiques dans le cas $G=0$

A l'échelle macroscopique une capacité est constitué de deux conducteurs en regard. En régime continu la résistance d'un tel système est infini, dit autrement sa conductance électrique est nulle $G = 0$. La capacité électrique d'un tel système est donnée par la géométrie de ces deux conducteurs. Lorsqu'on diminue les dimensions du système, ses dimensionnalités (de $3D$ à $2D$ puis à $1D$), que l'on rentre dans le domaine mésoscopique autour de quelques micromètre, il faut prendre en compte la nature quantique des porteur de charge mobile et notamment la densité d'état de ces particule, comme nous l'avons vu au chapitre 1.

La capacité électrique d'un tel système peut alors être vu comme l'association de deux capacités de nature différentes : l'une géométrique de nature classique dépendant des dimensions du système, l'autre de nature quantique, faisant intervenir la densité de particules que l'on peut mettre dans notre système. L'ensemble fait la capacité électrochimique C_μ défini par [73] :

$$\frac{1}{C_\mu} = \frac{1}{C_g} + \frac{1}{C_Q} \quad (4.1)$$

En d'autres termes, la capacité quantique, dans les systèmes de basse dimensionnalité, limite la capacité géométrique. Inversement, habituellement, c'est la capacité géométrique des systèmes conducteurs macroscopiques qui s'impose, puisque la densité d'état des métaux 3D est très grande et que dans ce cas $C_{Q3d} \gg C_g$.

Plusieurs bels exemples de mesures de capacités existent dans la littérature [26, 27, 28, 29], qui exploitent ce principe : en utilisant des grilles, la capacité géométrique est "shuntée" par la capacité quantique, qui peut alors être mesurée.

En régime d'effet Hall quantique un circuit RC a même été réalisé dans lequel la capacité C est celle d'un "quantum dot" [5]. Les auteurs mettent en évidence les effets de la cohérence dans ce RC quantique.

Mais les premières tentatives de mesures de la capacité des états de bords de l'effet Hall quantique ont été faites dans les années 90. Takaoka et al. [25] ont pu mesurer la capacité des états de bords sur des barres de Hall 2 contacts avec grille sur le dessus.

La forte capacité géométrique de leurs échantillons (près de 1nF) s'annule quasiment sur les facteurs de remplissage entiers, mettant en évidence la capacité quantique des états de bords.

Des métrologues ont également entrepris de mesurer le caractère capacitif de l'effet Hall quantique [10]. Dans cette étude les métrologues s'étaient intéressés à des systèmes avec des topologie de type Corbino. Ces méthodes sans contact, par couplage capacitif n'avaient pas permis une mesure suffisamment précise de la capacité des anneaux Corbino dont une modélisation basique [9] donne un ordre de grandeur de quelques dixième de pF et qui, nous le verrons, correspond aux résultats expérimentaux que nous avons obtenus.

4.1 Les corbinos

4.1.1 Transport en topologie corbino

Afin de pouvoir mesurer des capacités quantiques nous avons utilisé une autre topologie : les corbinos. Cette topologie a une symétrie cylindrique : au centre se situe un contact intérieur circulaire autour duquel se trouve le gaz 2D d'électrons, le tout encerclé par le second contact d'injection circulaire creux. La figure 4.1 représente la forme des canaux de bord en régime d'effet Hall quantique : les canaux circulent autour des contacts. Ils interagissent ainsi comme des armatures de tailles nanométriques en vis à vis, ce qui constitue notre capacité géométrique. Ils ont une densité d'état limitée, ce qui constitue notre capacité quantique. Les canaux ne conduisant pas entre les deux contacts, on mesure des pics de résistance sur les plateaux de Hall (exemple figure 4.1) Ces états de bord ne vont donc pas d'un contact à l'autre, il ne traverse pas le méso (voir figure 4.1).

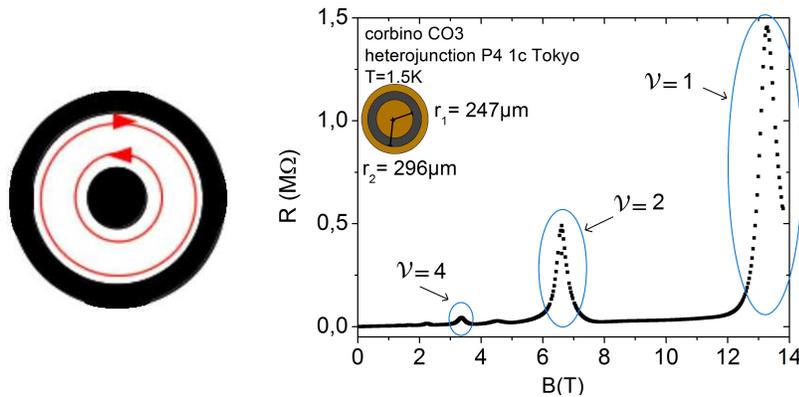


FIGURE 4.1 – À gauche : schéma des états de bord dans un corbino dans la configuration $\nu = 1$. À droite : Résistance de Hall en fonction du champ magnétique pour un corbino

4.1.2 Transport électronique dans un corbino

Nous modélisons d'abord le transport électronique classique dans un corbino. Pour obtenir la résistance on exprime la loi d'Ohm en 2D et en coordonnées cylindriques.

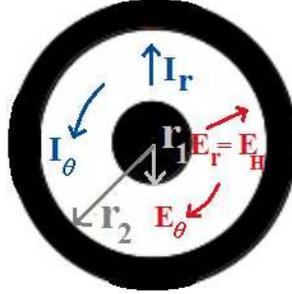


FIGURE 4.2 – Étude du courant dans un corbino

Le vecteur densité de courant $\vec{j}(r, \theta)$ et $\vec{E}(r, \theta)$ le champ électrique dans le méso vérifient :

$$\begin{cases} j_r &= \sigma E_r + \sigma_H E_\theta \\ j_\theta &= -\sigma_H E_r + \sigma E_\theta \end{cases}$$

Du fait de la symétrie cylindrique de notre système, en statique on a $E_\theta = 0$. Ce qui implique (avec $\sigma < 0$ vu l'orientation de nos axes) :

$$\begin{cases} j_r(r) &= \sigma E_r(r) \\ j_\theta(r) &= -\sigma_H E_r(r) \end{cases}$$

Or $I_r = 2\pi r j_r$. D'où :

$$\begin{cases} E_r(r) &= \frac{I_r}{2\pi\sigma r} \\ j_\theta(r) &= \frac{-\sigma_H I_r}{2\pi\sigma r} \end{cases}$$

On intègre chaque équation du système entre les r_1 et r_2 , c'est à dire entre les deux contacts. On obtient :

$$\begin{cases} \int_{r_2}^{r_1} E_r dr &= \frac{I_r}{2\pi\sigma} \log \frac{r_1}{r_2} = V_r \\ \int_{r_1}^{r_2} j_\theta dr &= \frac{-\sigma_H I_r}{2\pi\sigma} \ln \frac{r_2}{r_1} = I_\theta \end{cases} \quad (4.2)$$

ce qui donne au final :

$$\begin{cases} R &= \frac{1}{2\pi|\sigma|} \ln \frac{r_2}{r_1} \\ I_\theta &= \sigma_H R I_r \end{cases} \quad (4.3)$$

On voit bien que lorsque la conductivité longitudinale σ (que l'on note σ_{xx} en géométrie de type *barre de Hall*) tend vers zéro, la résistance devient infini. En réalité un processus de conduction par saut permet aux électrons de passer [95]. La résistance est donc finie, mais très grande (figure 4.1). Remarquons enfin que l'existence d'un courant I_θ implique que la topologie corbino présente classiquement une inductance magnétique $L_{\text{corbino}} = \frac{\mu_0 \alpha \pi}{2}$, de l'ordre de 10^{-10} H compte tenu des dimensions de nos échantillons, et que donc nous négligerons dans la suite.

Le modèle quantique du transport dans un corbino consiste en deux états de bord autour de chacun des contacts. En régime d'état de bord, la résistance de notre échantillon tend vers l'infini : $G=0$. La matrice conductance est donc identiquement nulle mais pas la matrice émittance. Cette dernière s'écrit comme une matrice 2×2 dans le cas du corbino [72], mais avec un seul paramètre :

$$E_{\alpha,\beta} = \begin{pmatrix} C_\mu & -C_\mu \\ -C_\mu & C_\mu \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

Le paramètre C_μ représente la capacité électrochimique mutuelle entre les deux états de bords, et l'admittance est donc : $Y = +jC_\mu\omega$ [72]. On s'attend à mesurer une capacité, et les mesures sont par conséquent présentées ici sous la forme (G,B), c'est à dire que l'on mesure l'admittance. En réalité, comme on vient de le voir, G n'est jamais complètement nul et sur les plateaux on mesure $Y = (G + jC\omega)e^{j\omega\tau_c}$ avec G petit. La mesure renvoie donc :

$$Y = (G - \omega^2 C \tau_c) + j(C_\mu + G \tau_c)\omega$$

Le terme $-\omega^2 C \tau_c \sim 10^{12} 10^{-13} 10^{-9} \sim 10^{-10}$ est largement plus petit que G, lui même très faible sur les plateaux. Le terme $G \tau_c$ est très petit car sur les plateaux $G \sim 0$. On mesure donc idéalement $Y = jC_\mu\omega$.

4.2 Résultats

4.2.1 Premières topologie d'échantillons : des états de bords trop symétriques

Pour chaque corbino nous avons mesuré les parties réelle et imaginaire de l'admittance au centre des plateaux de Hall avec un impédancemètre. C_μ est la pente de la susceptance en fonction de la pulsation ω . C_μ est l'association en série de la capacité géométrique et de la capacité quantique des états de bord. La capacité quantique, reliée à la densité d'état, donne accès à la vitesse des électrons v_F situés au niveau de Fermi. C_Q est proportionnel au facteur de remplissage ν et à la longueur l des canaux de bord : $C_Q = \frac{\nu e^2 l}{h v_F}$. Ainsi pour un échantillon on peut tracer la capacité quantique en fonction du facteur de remplissage ν et voir si on a bien une droite. On peut aussi grâce à ce modèle

vérifier l'influence des dimensions sur la capacité quantique. Les premières mesures de capacités quantiques, réalisées avec des corbins qui avaient des contacts parfaitement circulaires n'ont pas été concluantes (tableau de figures 4.1).

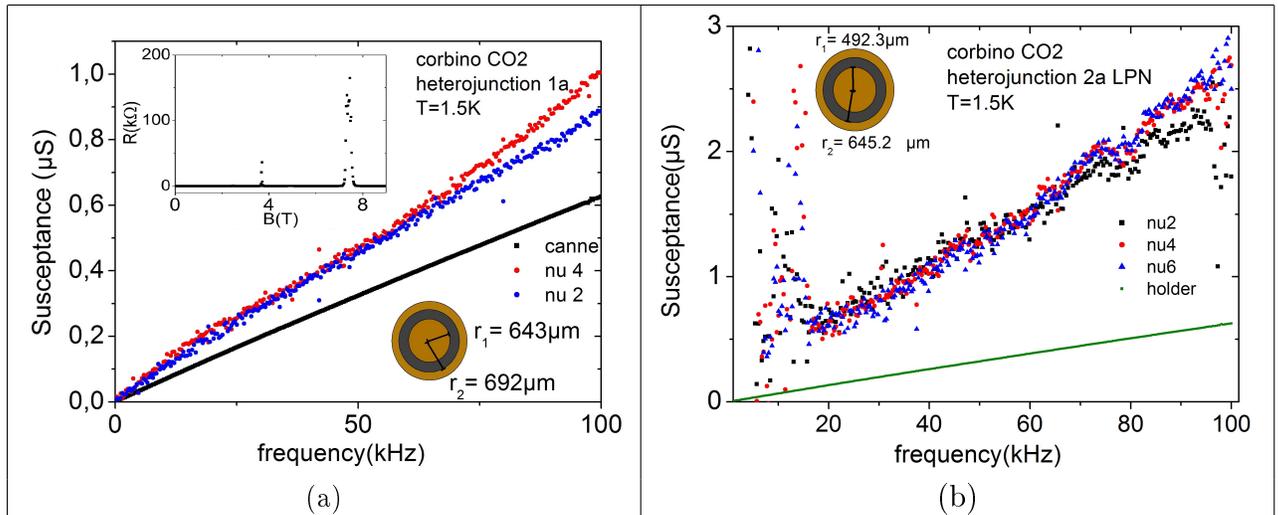


TABLE 4.1 – Partie imaginaire de l'admittance pour deux corbins aux contacts circulaires. Le spectre continu correspond à la capacité du porte-échantillon, il s'agit de la référence. On voit que les états de bord ont du mal à se mettre en place puisque les spectres pour les différents facteurs de remplissage sont confondus. En insert(figure de gauche) est représentée la résistance. Le transport est "standard".

On voit sur les figures du tableau 4.1 que la technologie aux contacts circulaires n'aboutit pas à la mesure de capacités distinctes entre les différents plateaux : les courbes pour les différents facteurs de remplissage sont confondues. Pour autant, le transport électronique est conforme aux attentes et la géométrie "corbino" fonctionne correctement. Ce constat nous a amené à étudier une autre géométrie de contacts tout en gardant la topologie.

4.2.2 La brisure de symétrie permet de révéler la capacité quantique

Une autre série de corbinos a été réalisée. Leurs contacts d'injection ne sont plus en cercle. Ce sont des "pads" carrés en or reliés à l'intérieur et à l'extérieur du disque que constitue le gaz 2D d'électrons (voir figure 4.3). Il s'agit des échantillons gravés au Japon à l'université de Tokyo TUAT, sur les plaquettes P4 et P5.

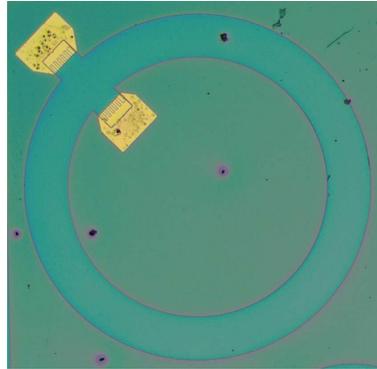


FIGURE 4.3 – Contacts ohmiques des corbinos réalisés au Japon

Les résultats obtenus avec ces échantillons sont présentés table 4.2.

Cette nouvelle géométrie de contacts semble permettre aux états de bord de mieux se former puisque sur les courbes on peut différencier cette fois la capacité en fonction des plateaux. Les spectres sont suffisamment linéaires pour voir que sur les plateaux une capacité s'ajoute à celle du porte-échantillon. Les capacités sur les plateaux augmentent avec le facteur de remplissage ν . Dans le modèle de Büttiker, la capacité quantique C_Q est proportionnelle à ν : $C_Q = \frac{\nu e^2 l}{h v_F}$ où e est la charge de l'électron, l est la longueur des canaux de bord, h la constante de Planck et v_F la vitesse de Fermi. Ces suggèrent que la capacité électrochimique se réduit ici à la capacité quantique. Cela signifie que la capacité géométrique est plus grande. Nous le confirmerons au chapitre 5.

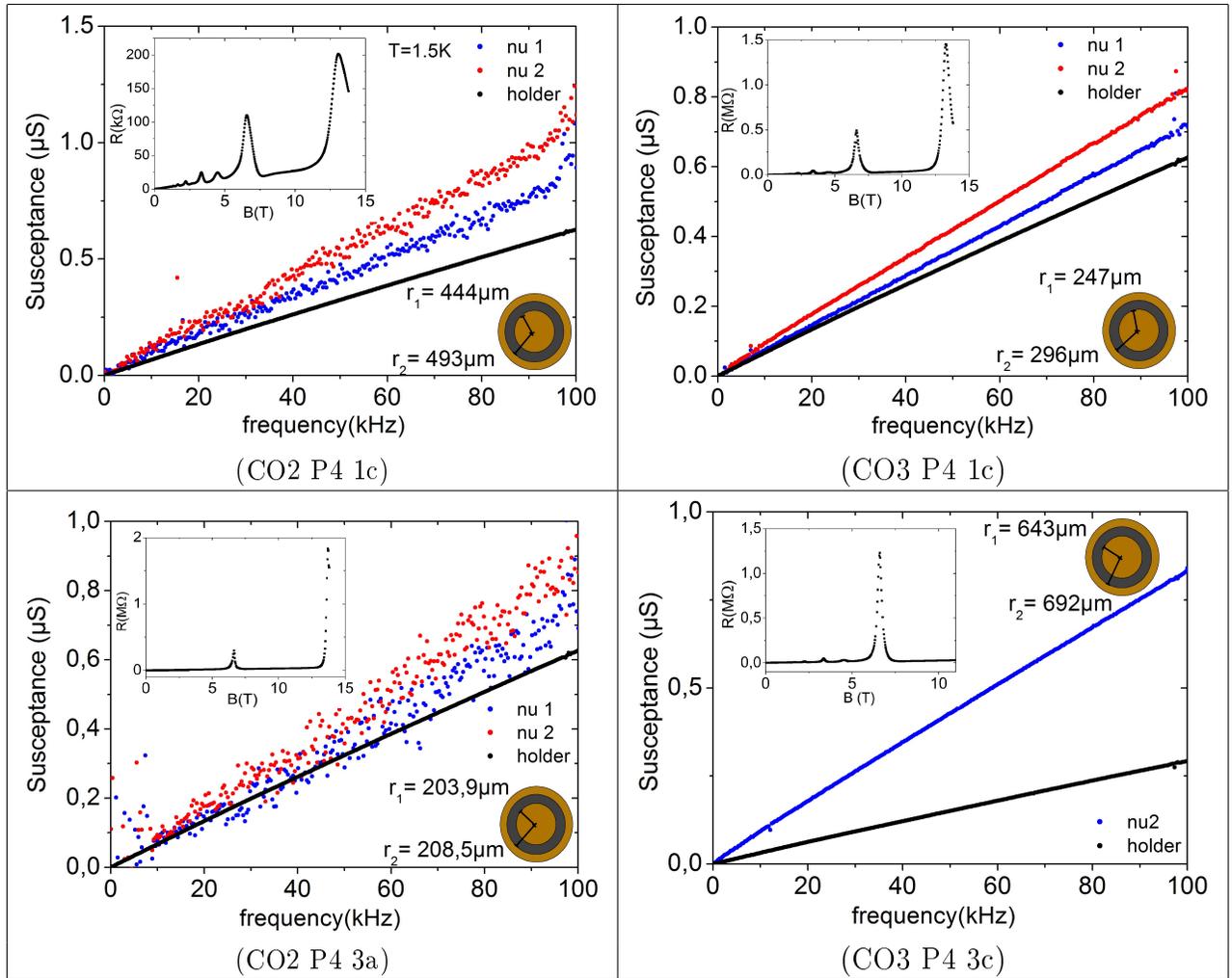


TABLE 4.2 – Partie imaginaire de l’admittance pour 4 corbins aux contacts non circulaires, déportés

4.2.3 Exploitation des mesures

Le modèle de Büttiker n'est pas strictement suffisant pour traiter nos résultats. La présence des câbles coaxiaux qui relient l'échantillon à l'impédancemètre introduit un terme dans la susceptance, proportionnel au temps de retard τ dans les câbles et à la conductance G . La mesure de la capacité du porte-échantillon a été préalablement faite durant une étape de calibration dans les mêmes conditions expérimentales. Le temps de retard également a été mesuré en amont. Le modèle complet pour la susceptance est le suivant :

$$S = C_\mu\omega + C_h\omega + G\tau\omega$$

Certes G est faible aux ν entiers, mais on déduit tout de même la valeur de $G\tau$ de nos mesures. Ici $G\tau \sim 10^{-6} \times 5 \cdot 10^{-8} \sim 50 \text{ fFarad}$ (canne 1). On reporte ensuite les valeurs sur la figure 4.4.

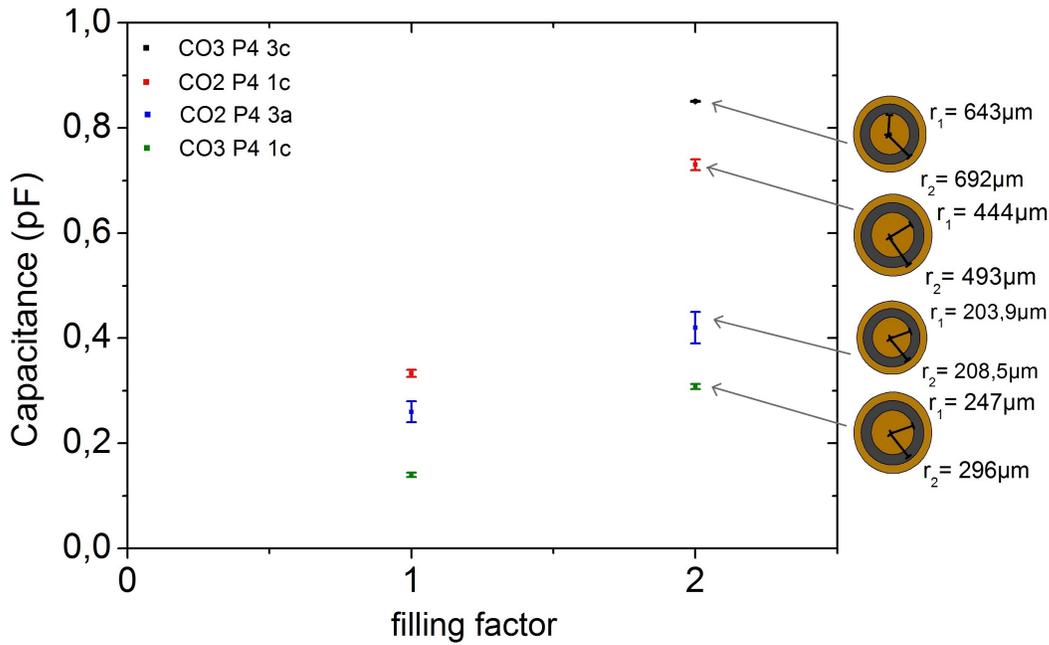


FIGURE 4.4 – Capacité quantique mesurée en fonction du facteur de remplissage pour différents corbinos

On observe premièrement que la capacité augmente avec le facteur de remplissage pour tous les échantillons. On retrouve donc le fait que la capacité électrochimique équivaut à la capacité quantique qui est proportionnelle au facteur de remplissage ν . Deuxièmement, on observe également que la capacité quantique est plus grande pour les corbinos de grandes tailles. Les canaux de conduction étant plus longs, on peut avoir plus d'états disponibles.

Finalement ces résultats montrent que la capacité quantique est proportionnelle à la fois à la longueur et au facteur de remplissage validant ainsi la formule $C_Q = \frac{\nu e^2 l}{h\nu_F}$.

Ces mesures sont certes limitées à $\nu = 1$, $\nu = 2$, et on ne voit pas ce qui se passe pour les plus grands facteurs de remplissage. Mais on peut affirmer que la capacité géométrique est bien plus grande que la capacité quantique et qu'elle limitera in fine la capacité électrochimique dans les échantillons aux grands ν .

Nos mesures montrent que nous obtenons une capacité d'états de bords moyenne de $0,15 \text{ pF} \cdot \text{mm}^{-1} \cdot \nu^{-1}$ et une capacité géométrique moyenne des états de bords de $0,5 \text{ pF}/\text{mm}$ (évaluée à partir des figures 5.2, 5.4 et 5.13). Cet ordre de grandeur est celui attendu par Cage [9] dans sa modélisation (qui ne prend pas en compte le formalisme de Buttiker). C'est ce que Jeanneret et al. [10] s'attendaient à trouver dans leurs mesures de capacité en topologie corbino. Ils ont obtenus une valeur de $0,7 \text{ pF}/\text{mm}$, un peu au-dessus de la modélisation. Quant aux mesures de Takaoka et al., elles sont largement au-dessus de ces valeurs avec $1,5 \text{ pF}/\text{mm}$. Mais ni les métrologues suisses, ni Takoka et al. n'ont interprété leurs mesures avec le formalisme de Buttiker, comme nous le faisons ci-dessous.

Si on interprète la capacité quantique dans le formalisme de Buttiker on relit les valeurs obtenues à une vitesse de Fermi. On peut extraire pour chacun de ces points la vitesse des porteurs sur les états de bord. C'est ce que nous avons fait dans la figure ci-dessous en calculant la vitesse pour chaque échantillon et pour chaque ν .

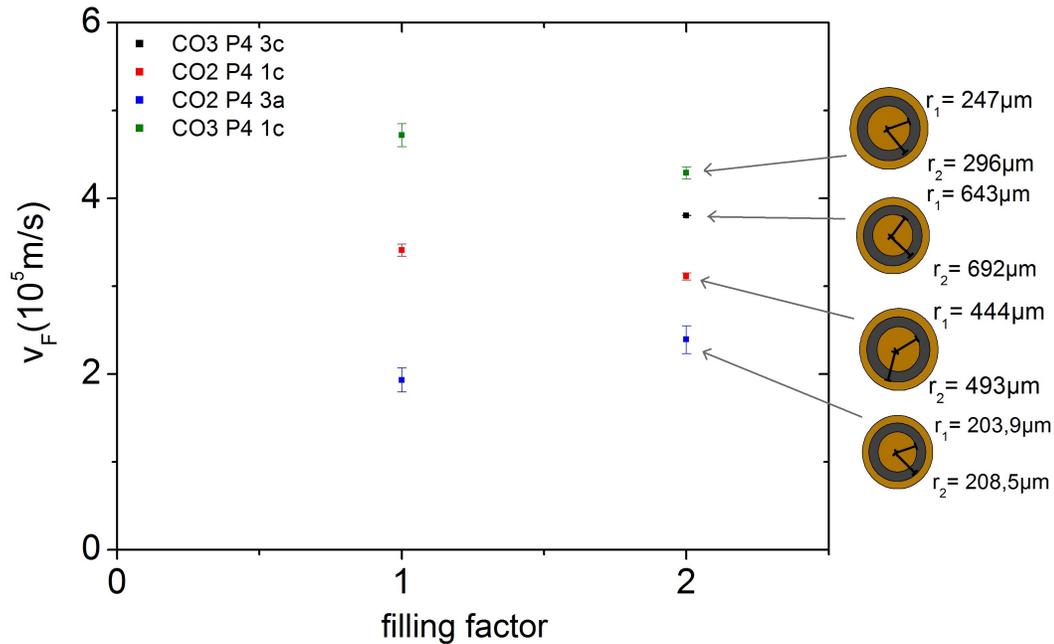


FIGURE 4.5 – v_F en fonction du facteur de remplissage pour différents corbinos

Les vitesses que nous obtenons sont de quelques $10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Un ordre de grandeur que l'on retrouve dans la littérature pour la vitesse de Fermi des électrons en régime d'états de bords [4, 87]. Ces vitesses correspondent aussi aux vitesses les plus basses que nous avons obtenues sur les barres de Hall du chapitre 3.

4.3 On mesure aussi des capacités avec les barres de Hall

4.3.1 Des barres de Hall transformées en condensateurs quantiques

Dans cette section il sera question d'une étude réalisée sur un échantillon particulier né d'une collaboration avec le groupe de Bertrand Reulet à l'Université de Sherbrooke. Nous avons scindé le gaz 2D d'électrons en 2 en faisant une gravure, le but étant de mettre en vis à vis les canaux de bord issus de chaque contact et d'étudier leur influence capacitive. Keyan Bennaceur, de l'Université de Sherbrooke a réalisé pour nous un premier test en faisant une gravure en forme de serpent au milieu du gaz 2D (figure 4.6).

Une des barres a montré des résultats intéressants pour la capacité quantique : la capacité en fonction du champ magnétique contient des creux sur les régions des plateaux de Hall (courbe de la figure 4.7).

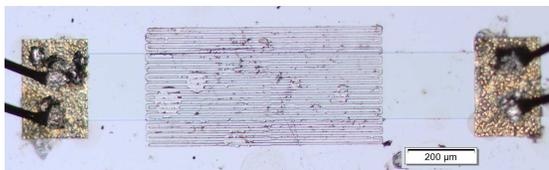


FIGURE 4.6 – Photographie de la barre de Hall BL2 de la série d'échantillon P4 2c. Une gravure en zig zag a été gravée sur l'échantillon par méthode lithographique. La longueur "en regard" est de douze aller retour.

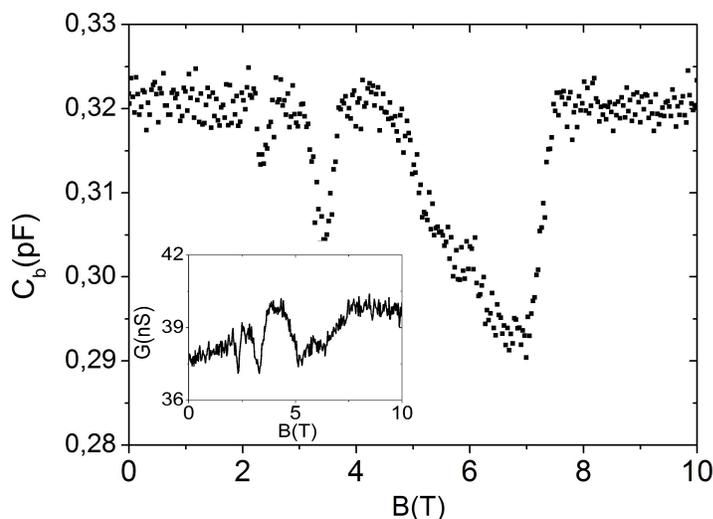


FIGURE 4.7 – Capacité en fonction du champ magnétique pour la barre de Hall BL2 P4 2c gravée. Inset : la conductance est quasi nulle.

L'allure général de cette figure rappelle les courbes de l'article de Takaoka [25] où des creux de capacité ont été mesuré en fonction du champ magnétique lorsqu'on se situe en régime d'états de bords. Une grosse différence entre nos résultats et les leurs, notre « capacité de base » n'est que de $0,32 \text{ pF}$ alors que celle de l'équipe japonaise est de quelques centaines de pF . Notre ligne de base nous permet ainsi d'être suffisamment précis pour mesurer de façon quantitative la capacité quantique des états de bords, ce que la présence de la grille Schottky sur les barres de Takaoka empêche.

Cette mesure est analysée comme suit : d'une part une capacité bien établie, fixe ($0,32 \text{ pF}$), qui correspond à la capa géométrique entre les deux gaz $2D+$ la capa du porte échantillon (qui est en parallèle). $C_h + C_g = 0,32 \text{ pF}$ avec $C_h = 0,09 \text{ pF}$. On a donc $C_g = 0,23 \text{ pF}$, valeur compatible avec une capa géométrique $\approx 2\pi\epsilon_0\epsilon_r l$, qui vaut $0,6 \text{ pF}$ pour $l=1 \text{ mm}$ [9, 96]. Bien sûr il est difficile d'être plus précis dans la comparaison avec la théorie, car le calcul de la valeur de C_g paraît peu accessible.

Sur les plateaux, lorsque la densité d'état ne permet plus de stocker des charges, la capacité quantique limite la capacité géométrique, et on voit des "creux". Sur les creux, on a toujours en parallèle la capa C_h , qui s'ajoute à C_μ . C_μ est par ailleurs solution de :

$$\frac{1}{C_\mu} = \frac{1}{C_Q} + \frac{1}{C_g} \quad (4.5)$$

Le tableau suivant regroupe les valeurs relevées sur le graphe et donne les valeurs de C_Q . Les résultats sont compatibles avec la formule $C_Q = \nu e^2 l / h v_F$ si on prend $l = 8,6 \text{ mm}$ (6 aller-retour de $718 \mu\text{m}$, cf photo) et $v_F = 2.10^5 \text{ m}^{-1}$, même s'il semble hasardeux de fixer l .

facteur de remplissage	$C_{mesure}(\text{pF})$	$C_{mesure} - C_h(\text{pF})$	$C_Q(\text{pF})$
$\nu = 2$	0,292	0,202	1,5
$\nu = 4$	0,303	0,213	2,9
$\nu = 6$	0,312	0,222	6,3

TABLE 4.3 – Capacité relevée sur les plateaux et entre les plateaux pour la barre de Hall BL2 P4 2c gravée et scindée en 2. On a pris $C_h = 0,09 \text{ pF}$ et $C_g = 0,322 \text{ pF}$.

Les barres de Hall réalisées dans l'équipe du professeur Ikushima de l'Université de Technologie et d'Agriculture de Tokyo ont été utilisées pour faire ces premiers tests de gravure. Le tableau précédent résume les premiers résultats issus de ce test. Ces premiers résultats sont encourageant quant aux ordres de grandeurs des capacités mesurées et des vitesse de Fermi que l'on peut en extraire. Une étude à poursuivre donc, ce que nous allons faire prochainement avec des échantillons directement réalisés et dédiés pour cette étude par Dominique Mailly au laboratoire C2N du plateau de Saclay.

4.3.2 La nouvelle canne de mesure révèle des capacités pour les barres de Hall larges

La nouvelle canne de mesure contient des câbles coaxiaux moins résistifs. Ces nouveaux câbles permettent de réduire le temps de retard dans les câbles par rapport à l'ancienne canne de mesure, comme expliqué au chapitre 2.

La diminution de la pollution avec la nouvelle canne permet d'identifier plus aisément le signal provenant des inductances et des capacités quantiques. Ceci sera expliqué en détail au chapitre 5. Ici nous ne faisons que discuter d'une particularité de ces courbes. Avec surprise nous avons mesuré pour les configurations $\nu=3$ et $\nu=5$ des inductance négatives. Elles ont la particularité d'être d'autant plus importantes que l'échantillon est large.

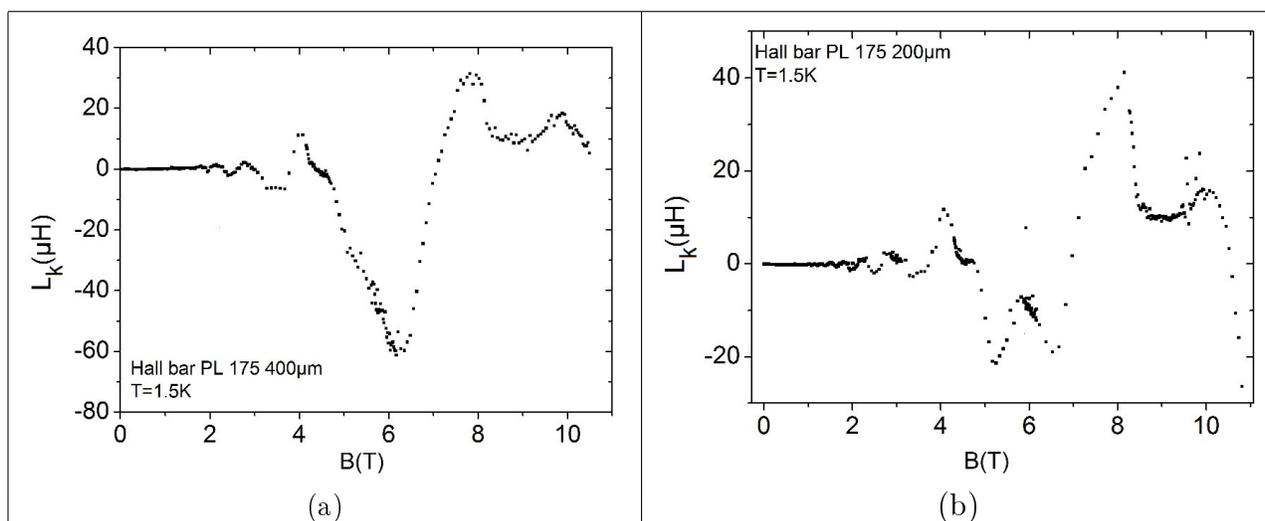


TABLE 4.4 – Inductance en fonction du champ magnétique pour les barres de Hall PL 175 400 et 200 micro mètres. On voit la présence de pics négatifs pour l'inductance entre $\nu = 2$ et $\nu = 4$ et entre $\nu = 4$ et $\nu = 6$. La valeur absolue des creux d'inductance négative est bien plus importante dans la barre la plus large.

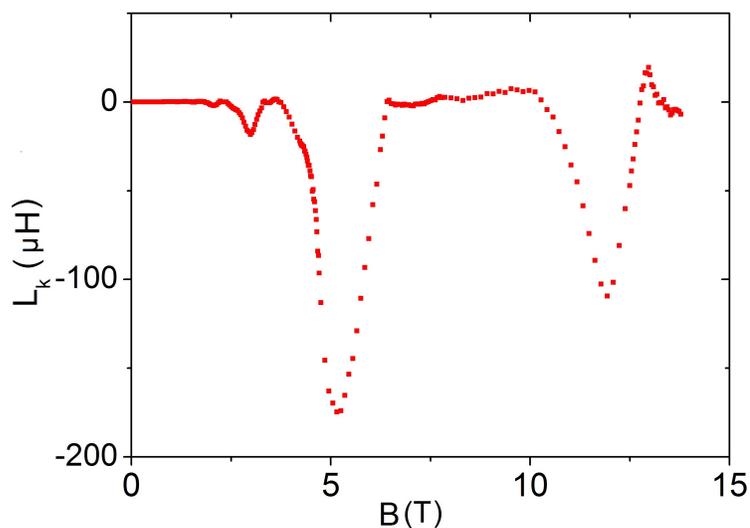


FIGURE 4.8 – Inductance en fonction du champ magnétique pour la barre de Hall PL 173 1600 micro mètres. On voit la présence de pics négatifs pour l'inductance entre $\nu = 2$ et $\nu = 4$ et entre $\nu = 4$ et $\nu = 6$

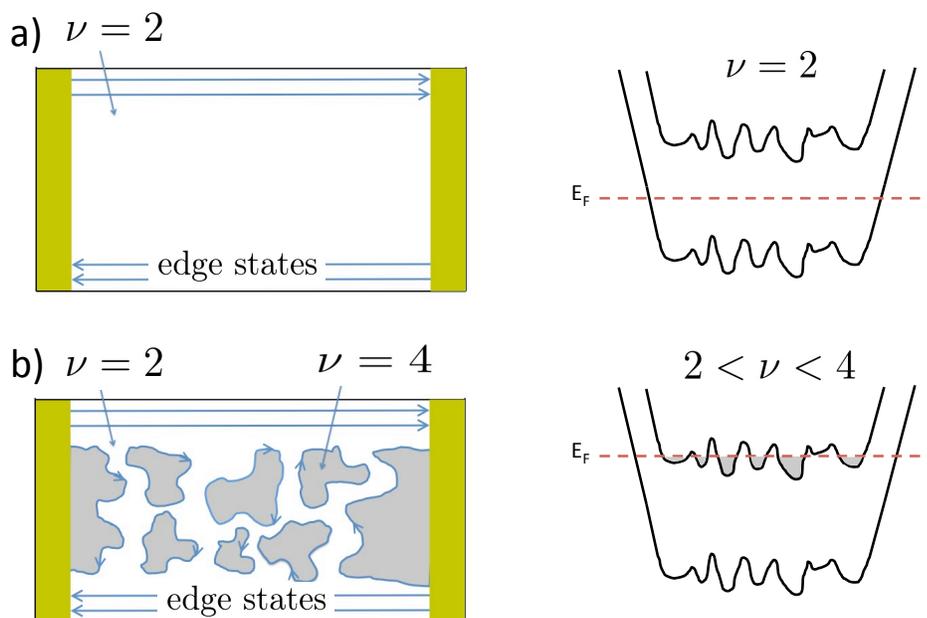


FIGURE 4.9 – Figure a) : en régime des plateaux, le fluide électronique est incompressible et la seule capacité quantique réside dans les états de bords. C'est une inductance ici. Figure b) : entre les plateaux des îlots incompressibles apparaissent, créant une capacité en parallèle sur l'inductance.

Nous interprétons cette inductance négative comme une capacité positive qui apparaît entre les plateaux du fait de l'apparition d'îlots incompressibles à $\nu = 4$ au milieu d'un fluide électronique à $\nu = 2$ (voir figure 4.9 et Ref. [97, 98]). Lorsque le niveau de Fermi traverse le niveau de Landau $n = 1$, le potentiel de désordre induit en effet un facteur de remplissage inhomogène. Des états accessibles apparaissent alors sur les bords des îlots qui peuvent du coup stocker des charges à faible excitation. Ces états de bords ont une relation de dispersion spécifique qui reflète les variations du potentiel de désordre. En d.c. cette in-homogénéité du fluide électronique ne se voit pas dans la résistance, mais elle apparaît en a.c. sous la forme d'une capacité.

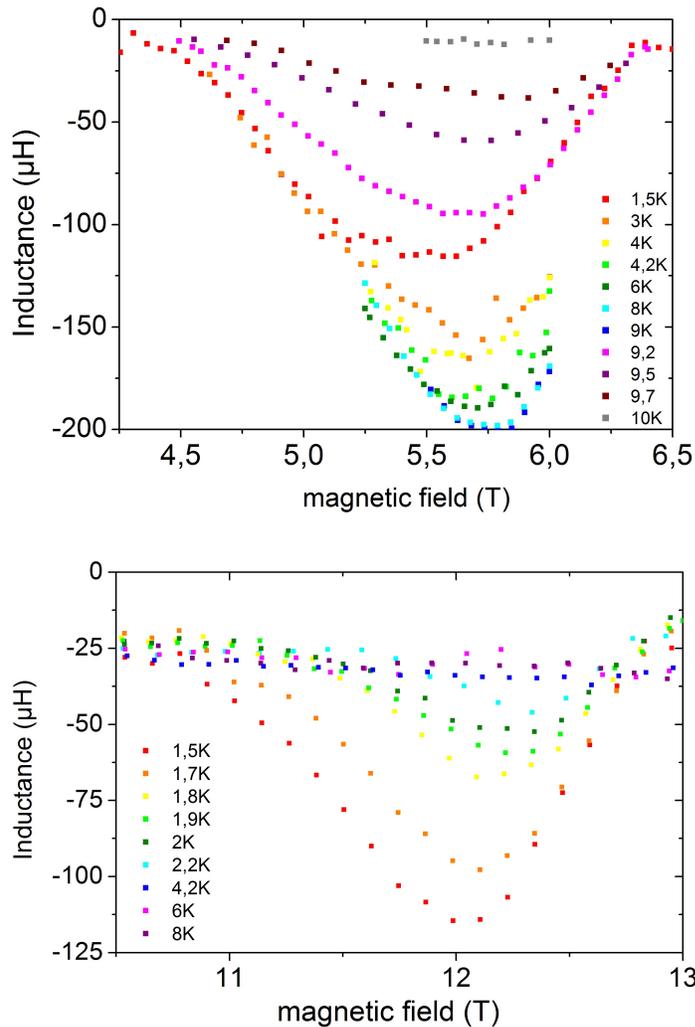


FIGURE 4.10 – Inductance en fonction du champ magnétique pour les deux creux de la barre de Hall PL 173 1600 micro mètre, à différentes températures. En haut (respectivement bas) sont présentées les mesures pour le creux entre $\nu = 2$ et $\nu = 4$ (resp. entre $\nu = 1$ et $\nu = 2$)

Afin de vérifier notre interprétation et la nature physique de ces pics négatifs on a scanné à nouveau ces régions en faisant varier la température. Ainsi, si l'effet s'atténue autour de 10 Kelvin, cela signifie que ces pics sont de nature quantique donc reliés aux états de bord. Les résultats sont présentés figure 4.10.

Les mesures d'inductance en température montre que cet effet n'est plus présent dès 10 Kelvin (ou 5K pour entre $\nu = 1$ et $\nu = 2$), la température à laquelle les états de bord de l'effet Hall quantique s'évanouissent. Cela nous laisse donc de bonne raisons de penser que ces capacités mesurées proviennent de la quantification du gaz d'électrons 2D. On remarque que l'effet disparaît plus tôt pour lorsque l'on est situé entre $\nu = 1$ et $\nu = 2$, car on est plus proche de l'état $\nu = 1$ qui est moins stable.

L'inductance négative étant une capacité positive, nous avons donc transformé ces résultats pour obtenir l'ordre de grandeur de cette capacité, en faisant $C = -L/R^2$. Elle vaut plus de 1 pF entre $\nu = 2$ et $\nu = 4$ et 0,2 pF entre $\nu = 1$ et $\nu = 2$. Nous traçons $C(T)$ sur les figures suivantes. On observe parfaitement la disparition du phénomène aux alentours de 10K lorsque l'on est situé entre $\nu = 2$ et $\nu = 4$ (5K entre $\nu = 1$ et $\nu = 2$) et on remarque que cette disparition est brutale. En clair le fluide quantique n'est plus stable au-delà d'une température critique. La séparation de phase entre des îlots de ν différents n'est plus possible énergétiquement, et la capacité disparaît.

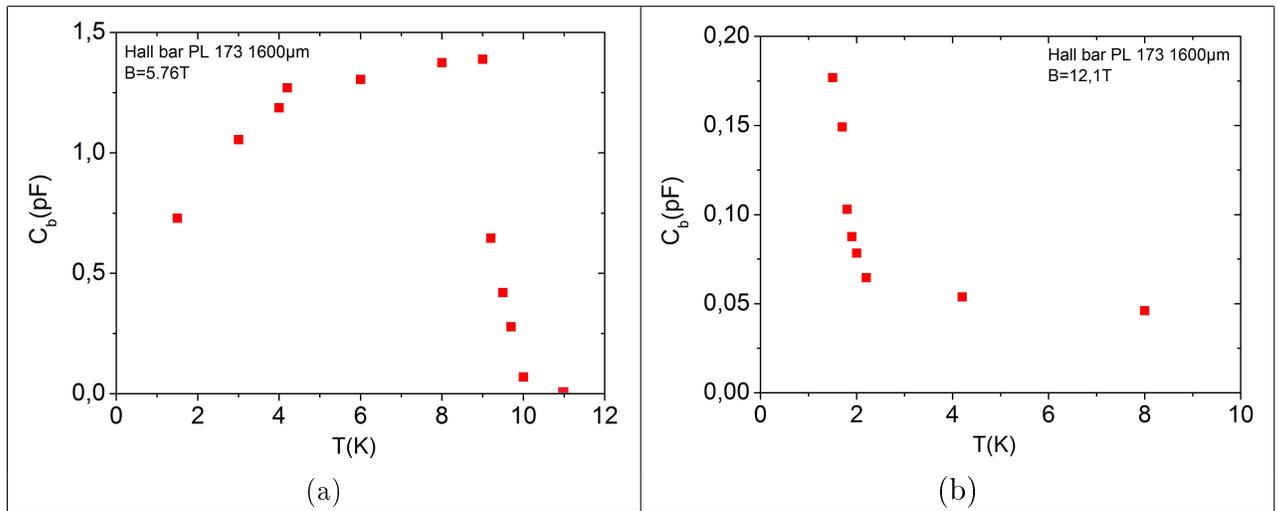


TABLE 4.5 – Capacité brute en fonction de la température pour les 2 creux de la barre de Hall PL 173 1600 μm . A gauche(respectivement droite) il s'agit du creux entre entre $\nu = 2$ et $\nu = 4$ (resp. entre $\nu = 1$ et $\nu = 2$).

4.4 Conclusion

Les anneaux de Corbino offrent une topologie des plus intéressantes pour la mesure de la capacité quantique des états de bords [10].

Dans notre étude un premier point important a été la conception de nos échantillons. Après avoir réalisé nos premières mesures sur géométrie « classique » Corbino, c'est à dire complètement symétrique, nous avons opté pour une version di-symétrisée de nos anneaux afin de permettre une injection et une réception des états de bords bien localisées au niveau des contacts. C'est d'ailleurs la géométrie que préconise Büttiker et ses co-auteurs.

Nous avons pu ainsi déterminer quantitativement la capacité quantique des états de bords sur nos échantillons dépourvus de grille et à basse fréquence. Nous avons pu montré que ces capacités quantiques suivaient bien, comme attendu dans la littérature, une loi linéaire en fonction du facteur de remplissage ν . Les valeurs que l'on obtient pour les capacités sont inférieures aux valeurs obtenues par Takaoka et Jeanneret. Mais elles sont proches des valeurs attendues par Cage et al. Dans le formalisme de Buttiker ces valeurs de capacité sont compatibles avec des valeurs de vitesses de Fermi de l'ordre de 10^5 m.s^{-1} .

Par contre nous n'avons pas montré pour l'instant qu'elles tendaient, lorsque ν augmente, vers une valeur de capacité que l'on peut identifier à la capacité géométrique des états de bords.

Enfin un point important qui ressort de ce travail est que le temps de transit des électrons d'un contact l'autre des Corbinos n'est pas le temps classique RC que l'on trouve dans la charge des condensateurs classiques, car ici $R = 0$. Nous avons au contraire montré que ce temps était lié à la constante de von Klitzing, $\tau = R_K C_Q$ [5].

Inductances et capacités en fonction du champ magnétique

Dans cette partie est présentée une étude en champ magnétique de la capacité et de l'inductance de nos échantillons qui ont été câblés en deux points (barres et corbino). Ce câblage en deux contacts ohmiques seulement permet d'une part d'éliminer la pollution décrite par Hernandez et al.[84] dans les échantillons multi-contacts (en $R_H C_0 \omega$). Ils permettent d'autre part de réaliser l'expérience de pensée de Buttiker décrite dans l'article [72]. On souhaite en effet observer l'asymétrie entre les corbinos et les barres de Hall dans tout le domaine de champ magnétique : le corbino dont l'admittance s'écrit $Y = G + jC_\mu \omega$ (c'est une capacité) et la barre de Hall dont l'admittance s'écrit [72] $Y = G - jC_\mu \omega$ (c'est une capacité négative ou bien une inductance).

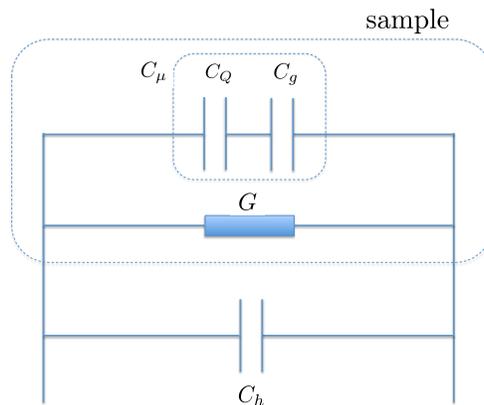


FIGURE 5.1 – Représentation d'un échantillon de conductance G et de capacité électrochimique C_μ . C_h est la capacité du porte échantillon, C_Q la capacité quantique, C_g la capacité géométrique.

Cette configuration en deux points génère tout de même un terme additionnel dans la partie imaginaire à cause du "retard" introduit par les câbles, comme on l'a montré dans le chapitre 2 : on mesure $Y e^{j\omega\tau_c}$ au lieu de Y . C'est à dire que la mesure de l'échantillon (G, C_μ) renvoie le résultat :

$$Y = G + j(C_\mu + C_h + G\tau_c)\omega. \quad (5.1)$$

La capacité électrochimique est $C_\mu > 0$ pour les corbinos et $C_\mu < 0$ pour les inductances. On appellera dans la suite C_b la capacité brute issue directement de nos mesures, obtenue en divisant la partie imaginaire par ω :

$$\frac{Im(\omega)}{\omega} = C_b = C_\mu + C_h + G\tau.$$

La difficulté de l'expérience vient du fait que ces 3 termes sont du même ordre de grandeur. En effet, on s'attend à trouver des capacités électrochimiques de l'ordre de $C_\mu \approx 0.1 - 1 \text{ pF}$. Par ailleurs, suivant les configurations utilisées sur le porte échantillon -qui est toujours le même- la capacité C_h varie entre 30 fF et 1,4 pF (cf Chap.2). Enfin en considérant une résistance typique pour nos échantillons autour de 1 - 10 k Ω , comme $\tau_c \approx 1 \text{ ns}$ avec la nouvelle canne (cf Chap. 2), on a finalement :

$$C_\mu \approx C_h \approx G\tau \approx 0.1 - 1 \text{ pF}$$

La méthode que nous avons utilisée pour distinguer les trois termes consiste à tracer la partie imaginaire en fonction de la partie réelle, lorsque la conductance G varie du fait de la variation du champ magnétique. En l'absence de partie quantique dans la mesure (si $C_\mu = 0$), alors $C_b = C_h + G\tau_c$. Ainsi, si la partie réelle G évolue lorsque l'on varie le champ B , C_b évoluera également de manière affine. On s'appuie pour dire cela, sur le fait que ni τ_c ni C_h ne dépendent du champ magnétique (cf chapitre 2). En traçant C_b en fonction de la partie réelle, on obtient donc une droite de pente τ_c et d'ordonnée à l'origine C_h . Et si on s'écarte de cette droite "classique", c'est donc à cause d'une partie "quantique" dans le signal, C_μ .

5.1 Vérification du modèle

5.1.1 Un comportement différent entre les barres et les corbinos

Non dépendance en fréquence de la partie réelle

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 1 lorsque nous sommes parti du modèle de Drude en alternatif (voir Eq. 1.29), la résistance R ne dépend pas de ω en dessous de la fréquence $1/\tau$, qui est bien au delà du GHz. C'est ce que nous retrouvons dans nos spectres de la partie réelle de nos mesures d'impédances. Les spectres de R et de G sont plats en fréquence.

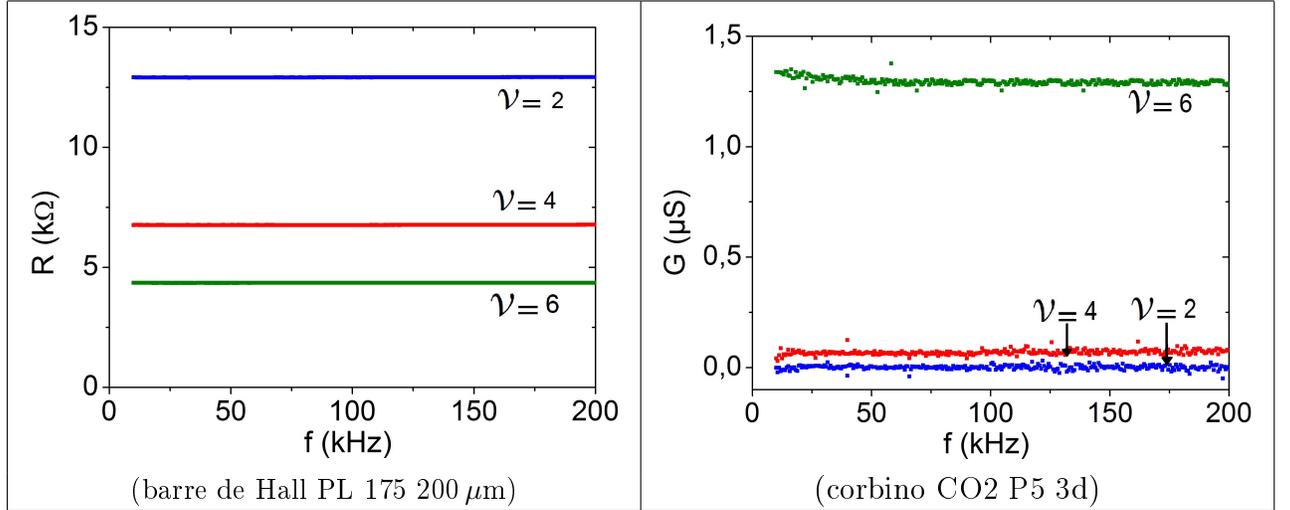


TABLE 5.1 – Parties réelles sur les plateaux pour une barre de Hall et un corbino.

La partie imaginaire

On présente figure 5.2, les courbes obtenues pour un corbino et une barre de Hall respectivement. Dans chacun des cas, on observe alors deux régimes. Un premier régime lorsque G est grand (qq 10^{-3} S), à B faible, dans lequel les points de mesure s'alignent sur la droite $C_h + G\tau_c$. Un deuxième régime, dans lequel G est petit (moins de 10^{-5} S), qui correspond à la région où l'on est quantifié. Les paramètres de la droite de référence tracée en pointillé, sont indiqués sur les courbes : on a pris pour C_h la valeur de la capacité correspondante à la configuration du porte-échantillon. On a pris $\tau_c = 1,4$ ns pour le corbino et $\tau_c = 1,3$ ns pour la barre de Hall, de sorte que $C_\mu(B = 0) = 0$ F.

On définit alors C_μ comme l'écart à la droite de référence $C_b = C_h + Re(Y)\tau_c$. On observe clairement que dans le cas du corbino, les points expérimentaux se décalent au dessus de la droite de référence, alors que pour la barre de Hall, les points expérimentaux se décalent en dessous de la droite de référence. En d'autres termes, C_μ est positif dans le cas des corbinos, et C_μ est négatif pour les barre de Hall.

Dans le cas de la barre de Hall, on peut interpréter ce résultat en terme de retard comme l'on fait Gabelli et al. [4] : le signal met plus du temps à parcourir la distance entre les 2 contacts. En effet, une nouvelle droite affine caractérise le rapport entre C_b et G : $C_b = (\tau_c - \tau_s)G + C_h$ où τ_s est le retard dans l'échantillon ($\tau_s > 0$). Ce temps "dans l'échantillon" est ajouté au temps des câbles. L'inductance qui en résulte est $L = -R^2C = R^2G\tau_s = R\tau_s$.

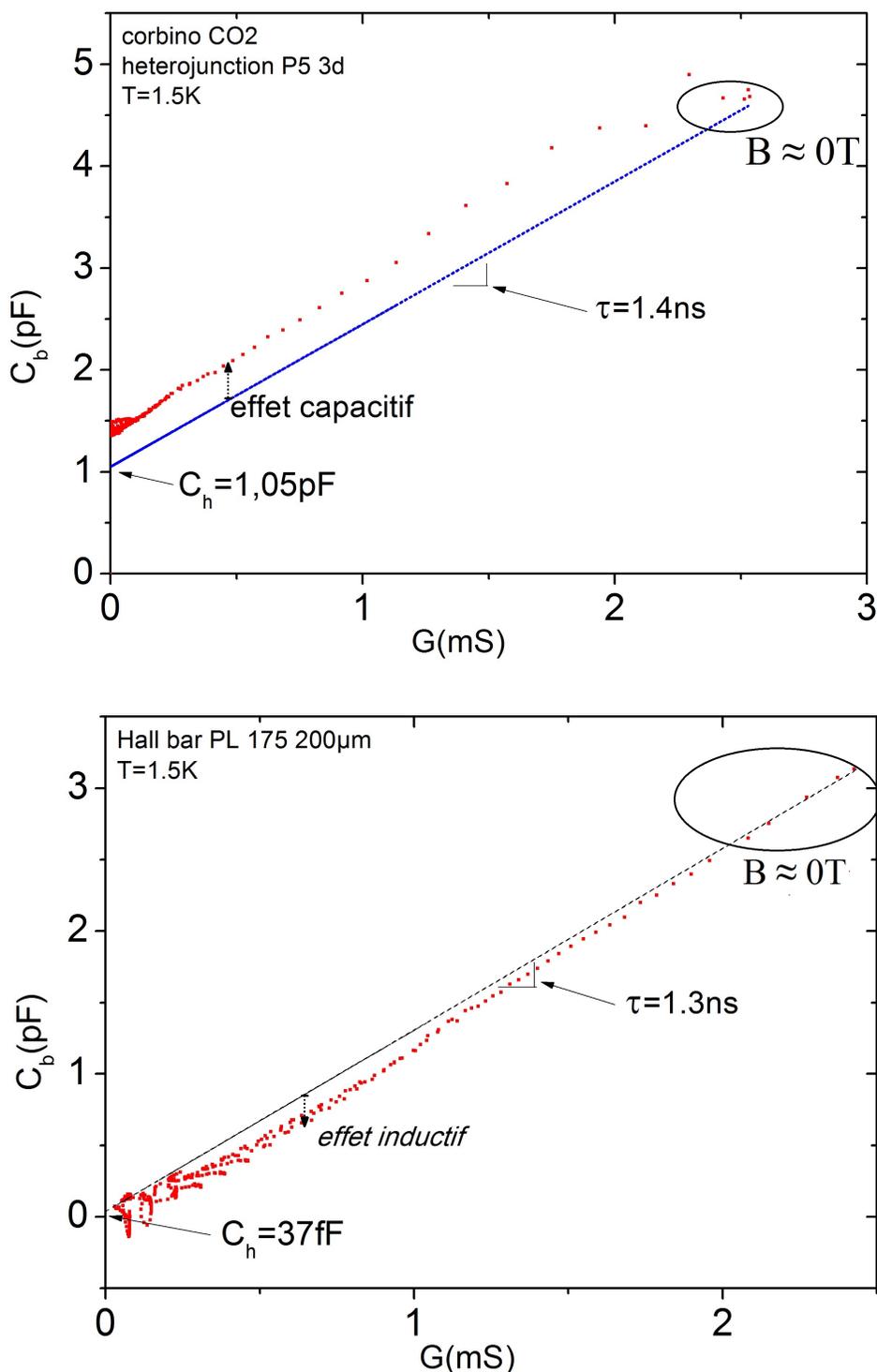


FIGURE 5.2 – Parties imaginaires de l’admittance divisées par ω pour un corbino et une barre de Hall. La droite du modèle classique $C = G\tau_c + C_h$ à bas champ (fort G) coïncide avec les points expérimentaux. L’ordonnée à l’origine est fixée par la valeur de la capacité du porte échantillon que l’on mesure indépendamment. La partie qui s’écarte de la droite en pointillée correspond à la partie quantique. Cette partie est positive pour les corbins et négative pour les barres.

5.1.2 Ecart à la droite classique pour les barres de Hall et corbins

Barres de Hall

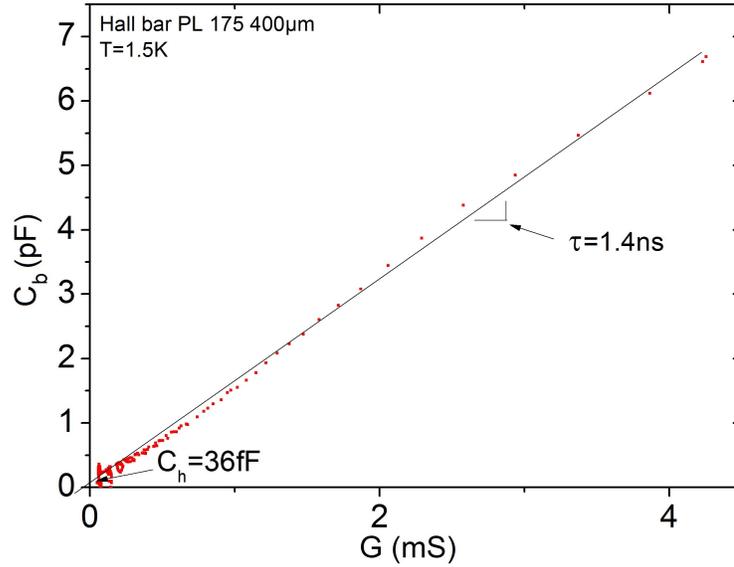
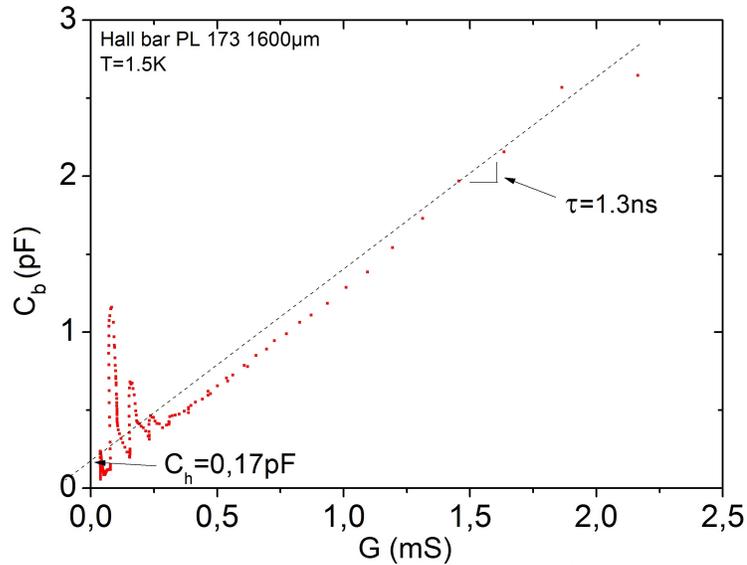
(a) PL 175 400 μ m(b) PL 173 1600 μ m

FIGURE 5.3 – Partie imaginaire de l’admittance en fonction de la partie réelle pour 2 barres de Hall de la série PL. On retrouve la droite du modèle classique $C = G\tau_c + C_h$ à bas champ (fort G). On détermine à l’origine la même valeur de capacité du porte échantillon que lorsqu’on la mesure indépendamment.

Nous présentons ici les mesures réalisées sur d'autres barres de Hall. On a de nouveau tracé sur les figures, la droite "classique" $C_b = Re(Y) * \tau_c + C_h$, en prenant le C_h mesuré en l'absence d'échantillon. Cette droite n'est pas la même pour tous les échantillons. Comme discuté au chapitre 2, on détermine τ_c pour chaque échantillon en égard aux conditions expérimentales. τ_c reste dans l'intervalle $[1, 2 - 1, 4]$ ns. Sur chacun des graphes, la droite classique est bien en accord avec les points expérimentaux pour lesquels la partie réelle est importante ($B = 0 T$).

En se rapprochant de l'origine, les points expérimentaux s'écartent de la courbe, montrant l'existence d'une partie quantique négative dans la capacité électrochimique. Cette capacité négative s'interprète donc comme une inductance. Ces résultats montrent qu'il sera possible d'en extraire la partie quantique en retranchant la "droite classique". C'est ce qui sera discuté dans le paragraphe suivant.

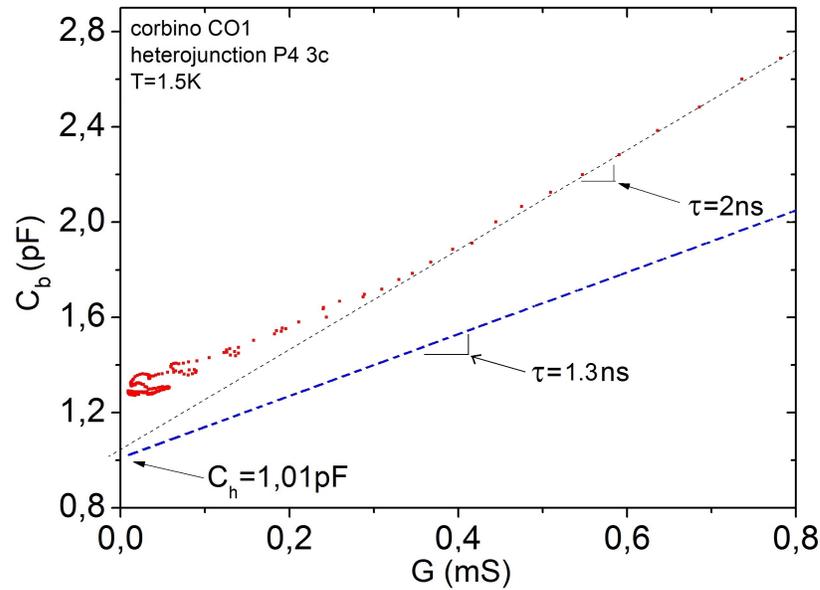
Corbinos

Ci dessous sont présentées les mesures qui ont été réalisées sur d'autres corbinos. L'interprétation est ici plus délicate. En effet les points à bas champ, ceux pour qui G est le plus grand, ne s'alignent pas sur la même droite classique que précédemment. Lorsque les points s'alignent à fort G comme c'est le cas sur la figure 5.4 (on a représenté en pointillé une droite qui s'aligne sur les points), la pente de la droite classique est alors bien plus grande que celle obtenue pour les barres de Hall à $B = 0$ et pour les résistances métalliques. Pour autant, les valeurs des résistances et des capacités (au signe près) sont exactement du même ordre de grandeur que celles des barres de Hall, et les mesures sont faites dans les mêmes conditions. Il s'agit donc bien d'une "propriété" inhérente aux corbinos.

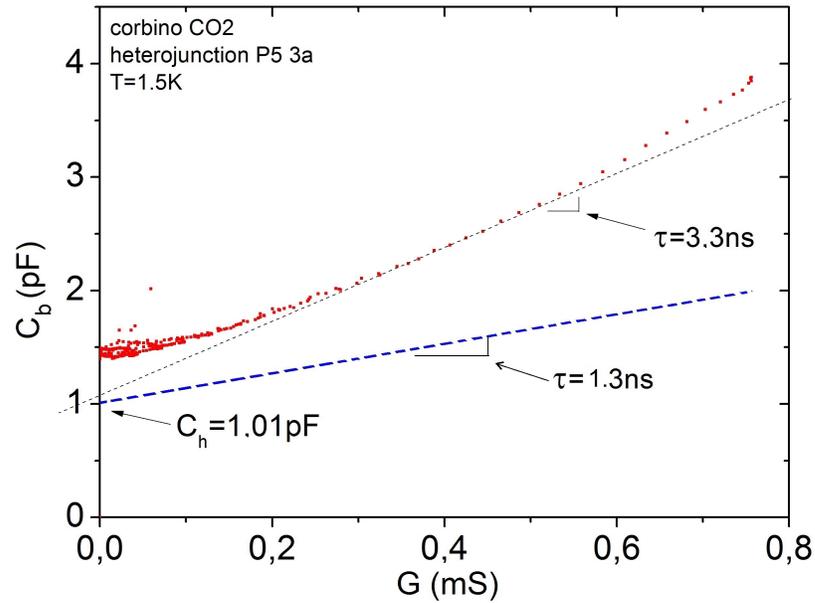
Plutôt que de considérer que pour une certaine raison τ_c ne serait plus le même dans le cas des corbinos, nous avons pris l'option inverse de dire que puisque τ_c est encore le même, alors c'est qu'il apparaît une capacité géométrique à très bas champ et peut être même à champ nul. Regardons de plus près les conséquences de cette affirmation. Mais remarquons tout d'abord que la valeur mesurée par ailleurs de C_h est bien en accord, elle, avec les mesures. Elle est inférieure comme prévue à la valeur mesurée C_b et laisse apparaître une capacité quantique de l'ordre de 0,1 pF conforme aux attentes. Il faut noter que changer la pente de la droite classique dans l'intervalle $[1, 3 - 1, 8]$ ns a une grosse conséquence sur la présence ou pas d'une capacité géométrique à bas champ mais finalement une assez faible conséquence sur la valeur de la capacité quantique à fort champ, près de l'axe gauche sur la figure 5.4. Nous reviendrons là dessus au paragraphe 5.3.

On a donc tracé sur les figures la droite "classique" $C_b = Re(Y) * \tau_c + C_h$, en prenant le C_h mesuré en l'absence d'échantillon, et $\tau_c = 1,3$ ns. Cette droite est bien en dessous des points expérimentaux, signe d'une capacité géométrique positive à bas champ (fort G).

Cette capacité diminue avec le champ magnétique, c'est à dire que la capacité quantique 2D vient limiter la capacité géométrique, nous reviendrons la dessus.



(a) Corbino CO1 P4 3c



(b) Corbino CO2 P5 3a

FIGURE 5.4 – Pente de la partie imaginaire de l'admittance en fonction de la partie réelle pour les corbins CO1 P4 3c et CO2 P5 3a. En pointillés bleus, la droite classique $C = G\tau + C_h$ avec $\tau_c = 1,3$ ns. En gris, les points expérimentaux à fort G s'alignent sur une droite de pente $\tau \neq \tau_c$. L'ordonnée à l'origine est la valeur de la capacité du porte échantillon mesurée indépendamment.

5.2 Inductances cinétiques

5.2.1 Sur les plateaux

On présente ici les résultats dépollués des inductances cinétiques, en fonction du champ magnétique, à basse température. Pour obtenir cette inductance, nous avons commencé par retrancher le terme $C_h + G\tau(\omega)$ à la valeur de $S(\omega)/\omega$. Nous obtenons ainsi C_μ , puis nous reconstruisons l'inductance en faisant $L_K = -R^2 C_\mu$.

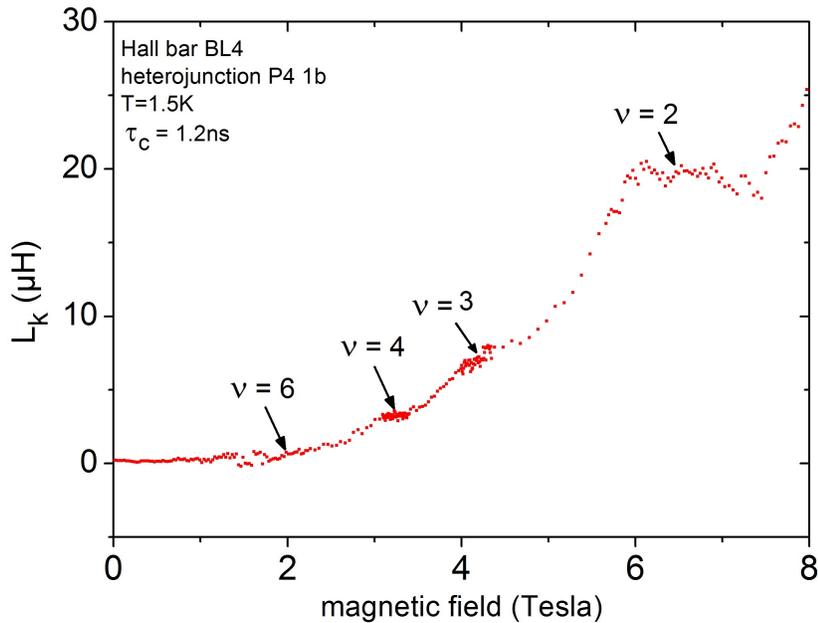


FIGURE 5.5 – Inductance cinétique pour l'échantillon BL4, de largeur $8,7 \mu\text{m}$

On observe sur la figure 5.5 une inductance cinétique positive, qui augmente avec le champ magnétique. Cette augmentation s'accompagne d'une part d'oscillations et d'autre part de plateaux au niveau des ν entiers. L'inductance se quantifie donc aux niveaux des plateaux de Hall, mettant en évidence d'une part la reproductibilité des mesures autour des facteurs de remplissage entier, et d'autre part la robustesse du fluide électronique qui présente alors une résistance nulle et une inductance fixée par la vitesse de propagation des ondes plasmoniques sur les états de bords. Par ailleurs, il est clair que nous retrouvons ici les résultats du chapitre 3, à savoir que l'inductance croît lorsque ν diminue. Ces résultats sont d'ailleurs analysés plus loin comme nous l'avons fait précédemment, en traçant les inductances en fonction de $1/\nu$, ce qui nous permettra aussi d'en extraire les vitesses. Cette double tendance d'une inductance proportionnelle à $1/\nu$ et de la présence de plateaux dans la courbe $L(B)$ est observée également sur la série des PL (voir Figure 5.6).

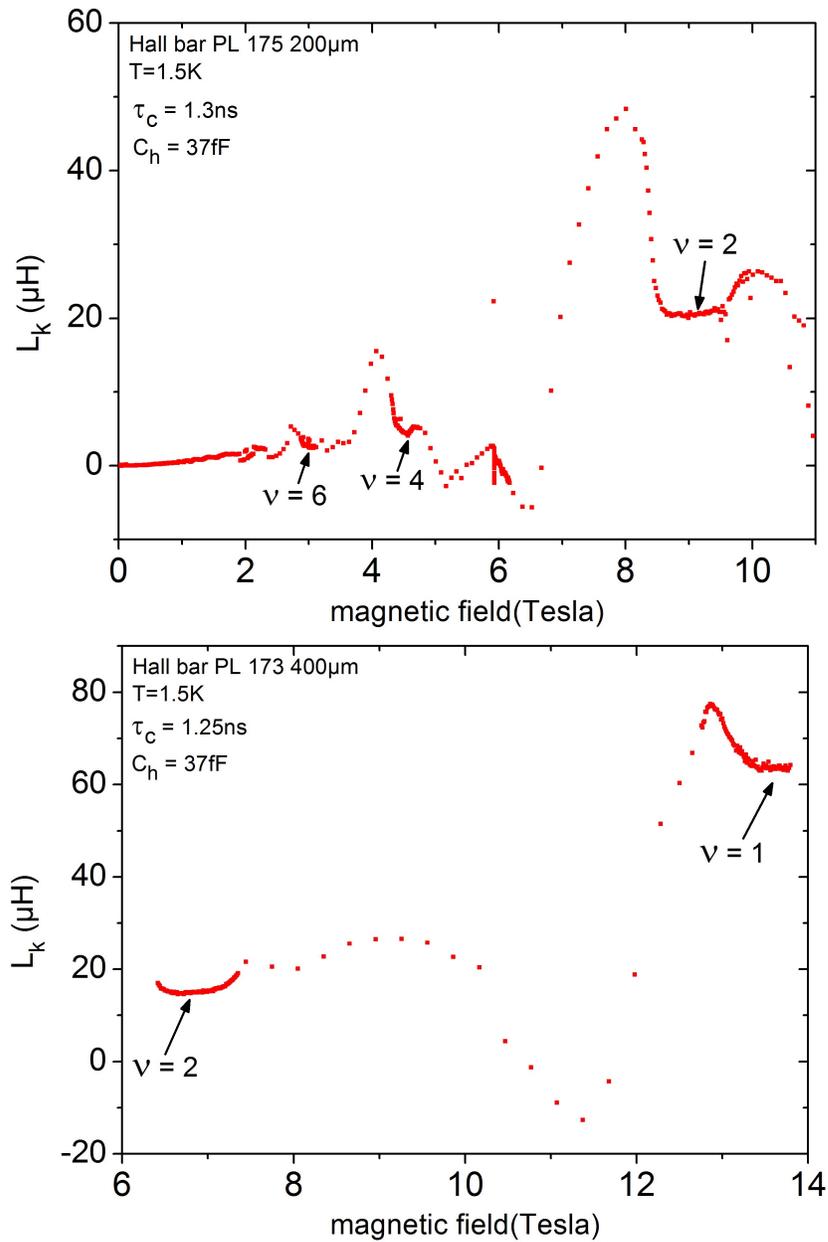
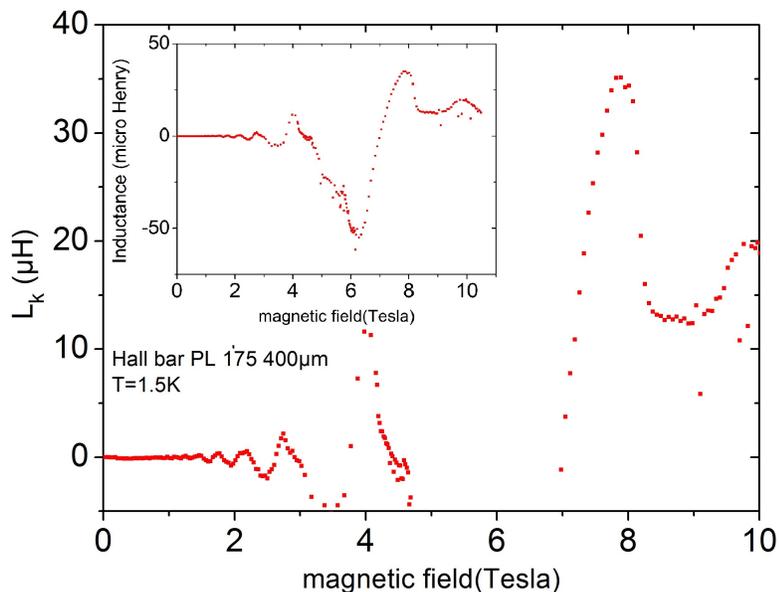


FIGURE 5.6 – Inductance en fonction du champ magnétique pour les barres de Hall PL 175 400 μm et PL 175 200 μm . On observe la quantification de l'inductance sur les plateaux de Hall. En dehors des plateaux l'inductance n'est pas nulle.

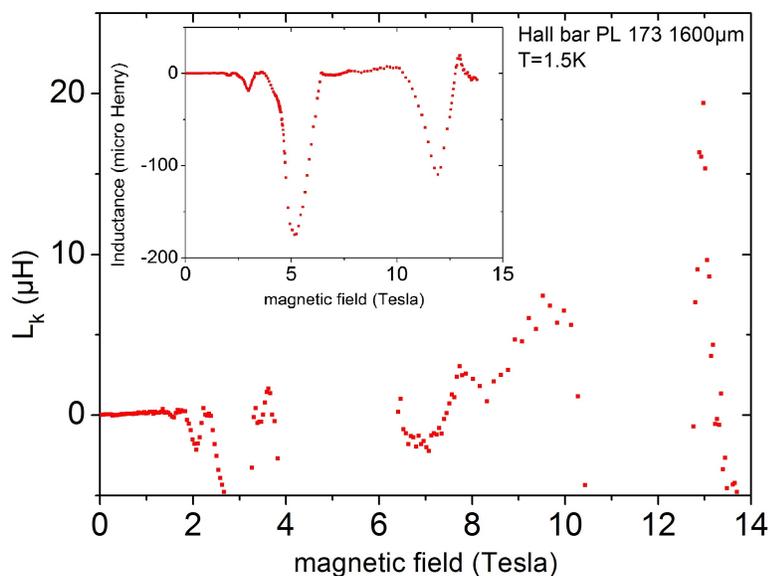
5.2.2 Entre les plateaux.

Mais un autre phénomène est observable sur ces barres de Hall : ce sont les "creux" observés entre les plateaux. Le "creux" est à peine négatif sur la courbe du PL175-200 ($-5\mu\text{H}$ à 6,5 T) mais commence à se creuser d'avantage sur la courbe du PL175-400 ($-15\mu\text{H}$ à 11 T). Sur les autres échantillons le creux est encore plus profond comme le

montrent la figure 5.7. Bien sûr cette inductance négative L est le signe d'une capacité positive $C_\mu = -L_K/R^2$ placée en parallèle de la résistance et de l'inductance comme indiqué sur le schéma équivalent suivant :



(a) Barre de Hall PL 175 400 μm



(b) Barre de Hall PL 173 1600 μm

FIGURE 5.7 – Inductance en fonction du champ magnétique pour les barres PL 173 400 μm et PL 173 1600 μm. On observe la quantification de l'inductance sur les plateaux de Hall. On observe également que plus les barres sont larges, plus elles donnent lieu à des "creux" importants

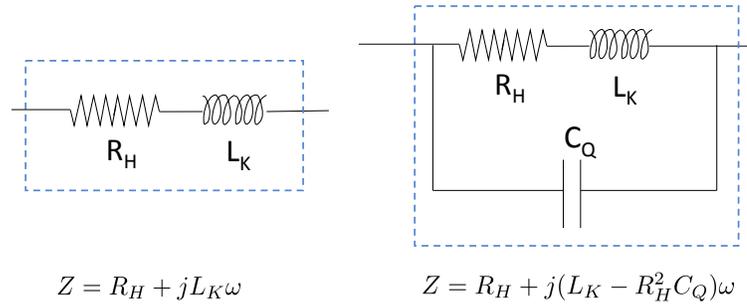


FIGURE 5.8 – Schéma équivalent du gaz 2D en régime des plateaux (à gauche) : une inductance L_K est en série avec R_H . Schéma équivalent du gaz 2D entre les plateaux (à droite) : une capacité s'est rajouté en parralèle de R_H et L_K .

Nous interprétons la capacité supplémentaire qui apparaît entre les plateaux par l'apparition d'îlots incompressibles à $\nu = 4$ au milieu d'un fluide électronique à $\nu = 2$ (nous avons discuté ce point au chapitre 3). Plus l'échantillon est large plus cette "capacité" à stocker les charges est grande. Pour les quatre échantillons que l'on a montré les capacités correspondantes sont : 0,2 pF, 0,6 pF, 2 pF et 6 pF. Inversement, sur les barres étroites comme la BL4, on n'observe aucune inductance négative. Il y a peu ou pas de formation d'îlots et donc pas de capacité "interne" au gaz 2D : on est pleinement en régime d'états de bords sur les échantillons fins.

5.2.3 Bilan.

Si on revient à présent sur les valeurs de l'inductance au centre des plateaux, on remarque d'une part que l'inductance est constante sur une large plage de champ magnétique et d'autre part que la hauteur des plateaux augmente avec le champ magnétique. Dans la figure 5.9, nous avons reporté la valeur de l'inductance sur les plateaux en fonction de $1/\nu$, pour l'ensemble des résultats montrés ci dessus. Nous observons clairement la même tendance que dans le chapitre 3. L'inductance croît en fonction de $1/\nu$ mais de manière pas totalement linéaire comme nous l'avons déjà observé. Cela se traduit par une vitesse qui n'est pas uniforme en fonction de ν . Connaissant les dimensions des échantillons nous avons extrait la vitesse de Fermi que l'on a reporté en fonction de ν sur la figure 5.9. Nous retrouvons ici une augmentation sous linéaire de la vitesse avec ν comme vu au chapitre 3.

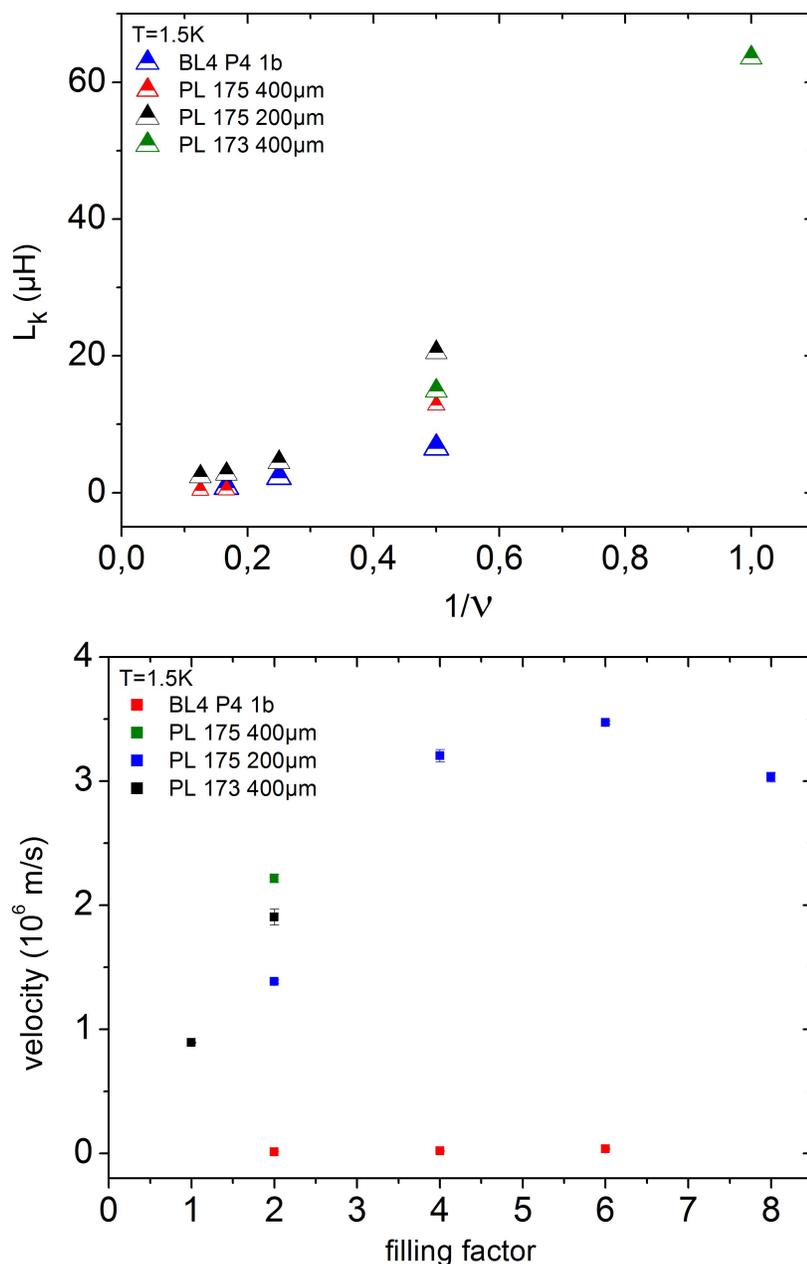


FIGURE 5.9 – Résultats des mesures sur les barres de Hall en deux points. Haut : inductance en fonction de $1/\nu$. Bas : vitesse de Fermi en fonction ν .

Dans cette figure nous pouvons voir deux familles d'échantillons : la première comprenant les échantillons métrologique de type *PL* avec des vitesses de l'ordre de quelques 10^6 m s^{-1} , ce qui correspond aux vitesses attendus de propagation des plasmons de l'effet Hall quantique ; la seconde avec l'échantillon BL4 où les vitesses sont de l'ordre de $1 - 4 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$, des vitesses beaucoup plus faibles. Cela peut s'expliquer par la dimension très petite du méso en regard des contacts ohmiques très présents dans le voisinage

et qui jouent un rôle électrostatique de grille sur cette échantillon. Les valeurs que nous obtenons sont en tout cas semblables à celles que présentent Kumada et al. [88] sur les facteurs de remplissage entiers des échantillons avec grilles. Les grilles amènent, comme l'ont montré ces auteurs, une renormalisation des vitesses de propagation des plasmons pouvant descendre à quelques 10^4 m.s^{-1} .

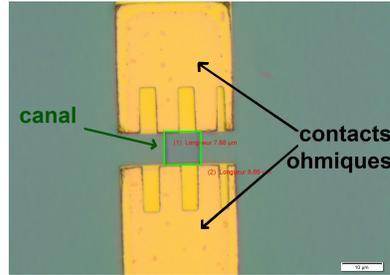


FIGURE 5.10 – Photographie de la barre de Hall BL4 P4 1b

5.3 Capacités quantiques et géométriques

On reporte ici les résultats de la dépollution pour les corbinos. Connaissant la capacité du porte échantillon C_h et le temps de retard dans les câbles τ , on détermine la valeur de la capacité électrochimique. Sur les figures suivantes, on a reporté les valeurs de C_μ en fonction du champ magnétique. A bas champ, on mesure une capacité géométrique, puis le champ magnétique induit une diminution drastique de la capacité due à l'apparition d'une capacité quantique. Cette capacité qui oscille est la capacité du gaz 2D en régime quantique, plus faible que la capacité géométrique.

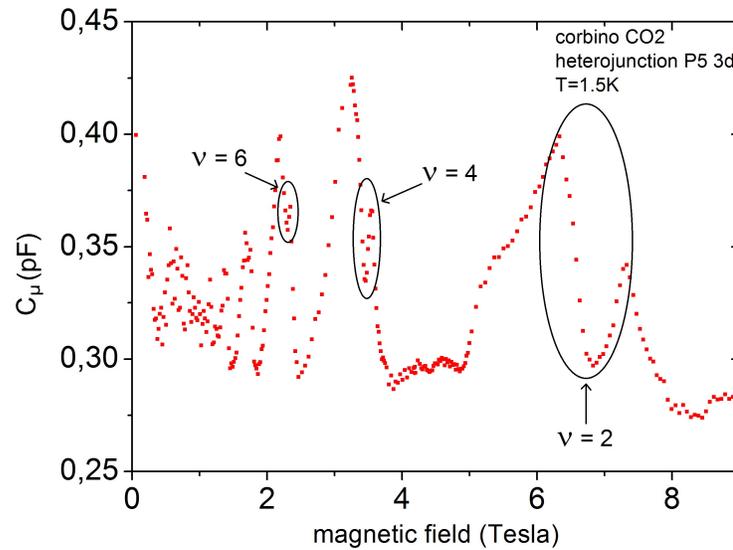


FIGURE 5.11 – Capacité en fonction du champ magnétique pour l'échantillon CO2 P5 3d

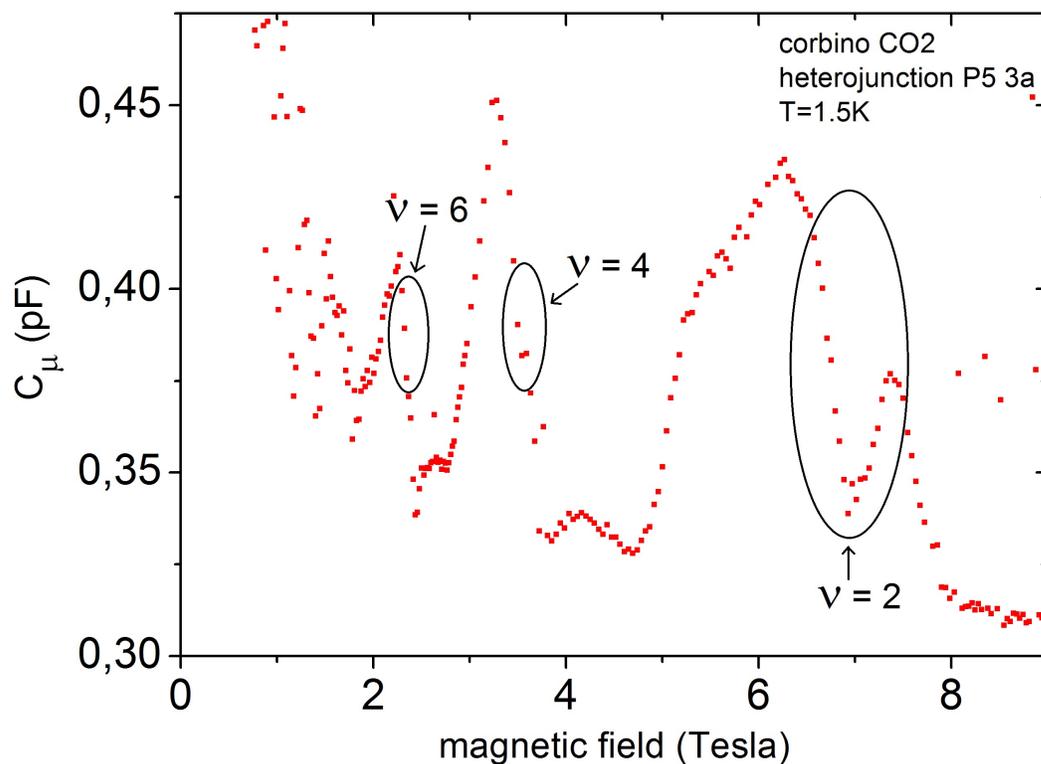


FIGURE 5.12 – Capacité en fonction du champ magnétique pour le corbino CO2 P5 3a

Sur chacune de ces courbes nous avons repéré les facteurs de remplissage entiers. On observe à chaque ν entier, un creux dans la courbe $C(B)$. Ce creux est de forme assez "carré" sur les plateaux $\nu = 2$, et plus étroit pour les autres facteurs de remplissage. Pour ces champs magnétiques, clairement, la capacité quantique change de nature. D'une capacité 2D on passe à une capacité 1D. On vérifie cette hypothèse en reportant les valeurs des capacités lues sur les plateaux en fonction du facteur de remplissage. Sur la figure 5.13 on voit les résultats pour les deux corbinos. La capacité augmente en fonction de ν puis sature. Les valeurs pour les facteurs de remplissage élevé ne sont pas accessibles à ces températures et niveau d'excitation. Malgré tout on voit clairement la tendance que la capacité quantique augmente jusqu'à être limitée.

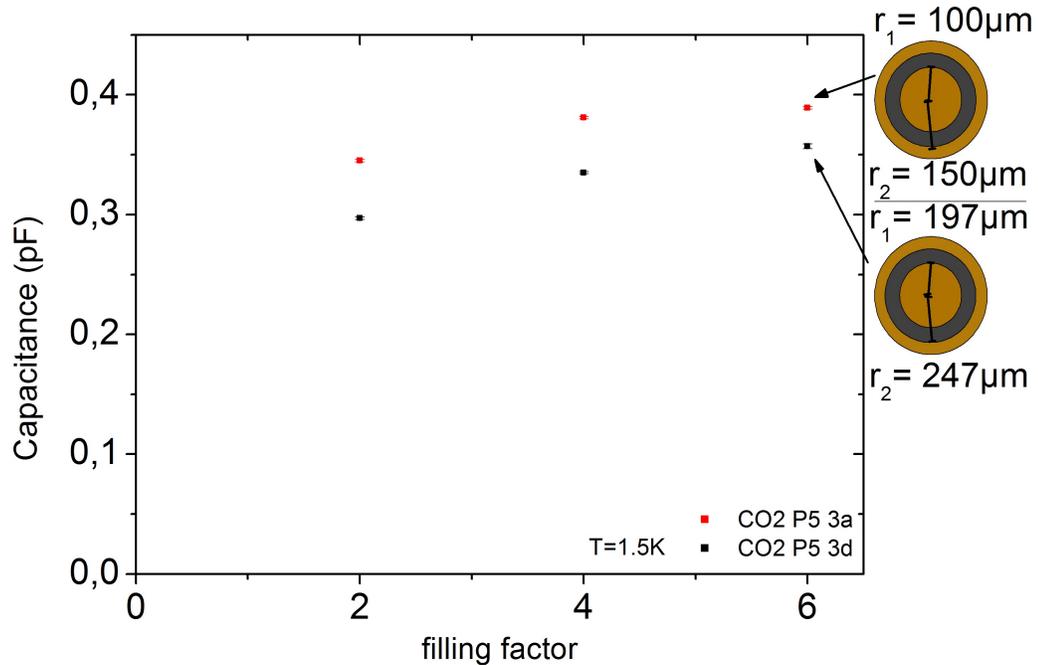


FIGURE 5.13 – Capacité en fonction du facteur de remplissage

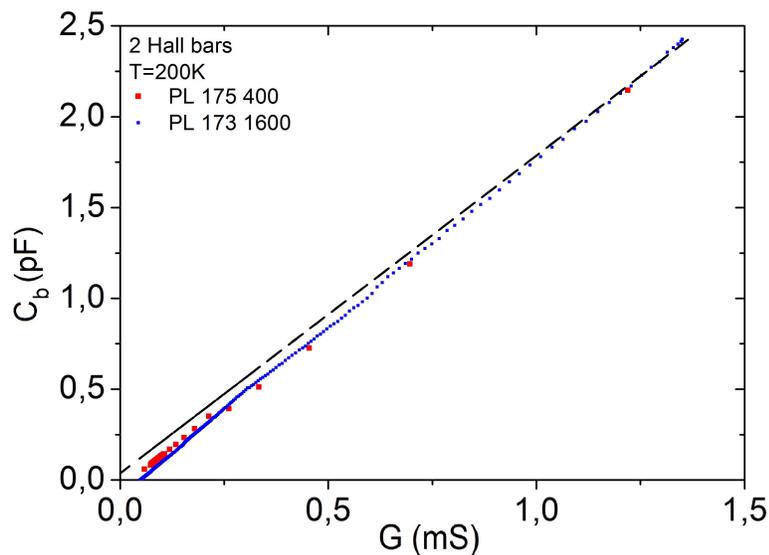
5.4 Inductances cinétiques à chaud

Dans cette partie sont exposés les derniers travaux que nous avons réalisés au cours de cette thèse, à savoir les mesures d'inductance cinétique en régime d'effet Hall classique à température élevée (200 K). La question était de savoir si la self quantique tend elle aussi vers la self classique de la même manière que la résistance quantique tend vers la résistance classique ? Et quelle serait cette inductance classique ? La motivation principale de cette étude est de connaître un peu mieux l'effet Hall, qui est connue pour faire apparaître une capacité (différence de potentiel dans la direction perpendiculaire au courant en stockant les charges sur un côté de l'échantillon) mais pas une inductance. Cependant une capacité se transforme en inductance en régime d'effet Hall comme l'ont montré Hernandez et al. [81]. Pour essayer de voir plus clair sur cette question, nous avons donc entrepris les mesures de la partie imaginaire de l'impédance mais à $T = 200$ K.

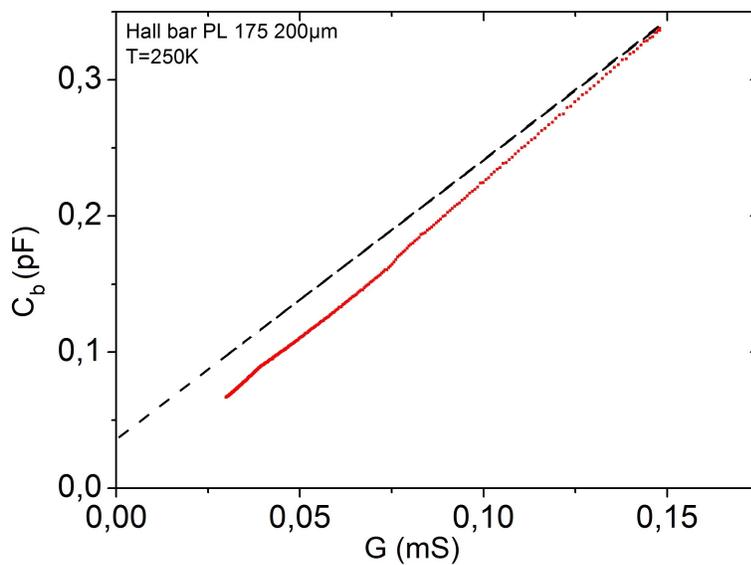
5.4.1 Graphes $C(G)$

De la même manière que précédemment nous avons commencé par tracer les graphes $C(G)$ pour les barres de Hall à chaud. Sur chaque figure, est tracée en pointillé la droite $G\tau_c + C_h$ qui correspond à l'asymptote lorsque G est grand (faibles champs magnétiques). Nous observons que les points expérimentaux des barres de Hall (figure

5.14a) s'alignent sur une droite classique de même pente qui définit τ_c à $T = 200$ K. On observe par ailleurs un décalage par rapport à la pente classique. Ce décalage est vers le bas, signe d'une capacité négative ou d'une inductance positive. Sur la figure 5.14b obtenue à $T = 250$ K, on observe également une capacité électrochimique négative. On a pris ici $\tau = 2$ ns.



(a)



(b)

FIGURE 5.14 – Capacité en fonction du champ magnétique pour 3 barres de Hall. Haut : les mesures sont faites à $T = 200$ K. La droite classique a été obtenue avec les paramètres $\tau_c = 1,75$ ns et $C_h = 36$ fF. Bas : les mesures sont faites à $T = 250$ K. Pour la droite classique on a pris $C_h = 36$ fF et $\tau_c = 2$ ns.

5.4.2 Reconstruction de l'inductance

A partir de la représentation de la capacité brute en fonction de la conductance, on peut dé-polluer notre signal et déterminer la valeur de la capacité électrochimique. La formule $L_K = -R^2 C_\mu$ nous permet ensuite de remonter à l'inductance cinétique. Nous avons donc tracé l'inductance en fonction du champ magnétique pour les trois échantillons, sur la même courbe. Nous retrouvons des valeurs comparables avec celles mesurées à froid. Bien sûr l'augmentation est monotone, et aucun plateau n'est visible, mais on observe bien une inductance d'une dizaine de microHenry.

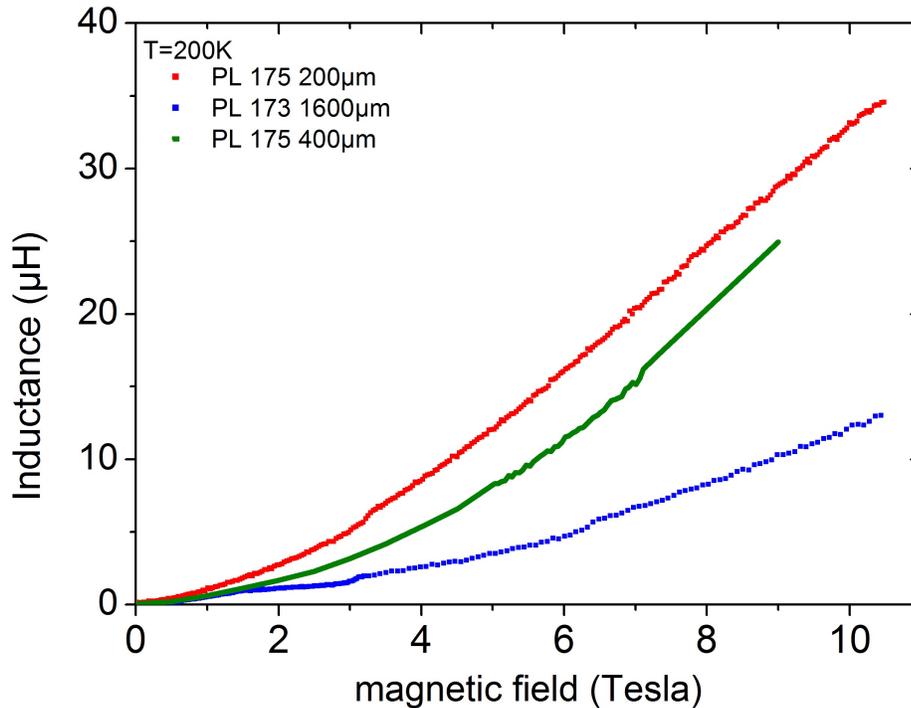


FIGURE 5.15 – Inductance en fonction du champ magnétique pour les barres de Hall PL 173 1600µm, PL 175 200µm et PL 175 400µm

5.5 Temps de relaxation des porteurs en champ magnétique

Pour boucler enfin ce travail de thèse, nous revenons ici sur l'interprétation de l'inductance cinétique mesurée à chaud sur nos échantillons. Nous avons vu au chapitre 1 que l'inductance était liée au temps de relaxation de l'énergie dans le système, $\tau_E = L/R$. Ainsi l'apparition d'une inductance avec le champ magnétique peut être vue comme l'augmentation drastique du temps de relaxation avec le champ magnétique. A champ nul, comme l'a montré Burke[40], le temps de relaxation est très faible (10ps) et l'inductance aussi (1nH) : elle est d'ailleurs non mesurable avec notre système expé-

rimental, il faudrait augmenter largement la fréquence jusqu'au GHz pour l'observer, comme l'a fait Burke. Mais dès que le champ magnétique prend une valeur non nulle, le temps de relaxation augmente rapidement et l'inductance avec. Elle devient observable même aux très basses fréquences de l'ordre du kiloHertz car elle atteint la dizaine de microHenry.

Le temps de relaxation $\tau_E = L/R$ est reporté sur la figure 5.17 en fonction du champ magnétique, pour nos trois échantillons. L'augmentation paraît à peu près linéaire en champ magnétique, et τ atteint une nanoseconde à fort champ. Remarquons alors que l'incertitude sur le temps τ_c de la canne, qui est de l'ordre de 0,1 nanosec, est largement inférieur à la valeur que l'on obtient pour le temps de relaxation, qui est de l'ordre de 1 nsec. Par ailleurs on ne peut pas attribuer l'existence de ce temps à la présence de la capacité C_h , car d'une part on a enlevé C_h pour obtenir justement l'écart aux conditions classiques avant de reconstruire l'inductance puis L_K/R et d'autre part, la présence d'une capacité parasite induirait une inductance négative.

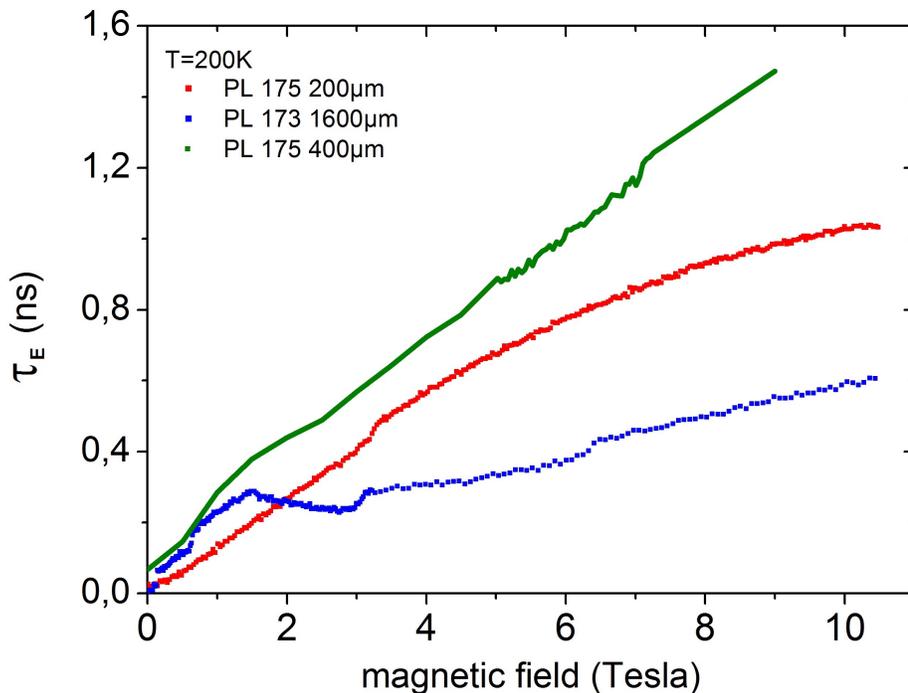


FIGURE 5.16 – PL 173 1600 μm

FIGURE 5.17 – Temps de relaxation de l'énergie en fonction du champ magnétique à 200K pour les barres de Hall PL 173 1600 μm , PL 175 200 μm et PL 175 400 μm

Cette augmentation du temps de relaxation avec le champ magnétique a été observé également par Smirnov et al.[99]. Les expériences décrites dans cette référence ont été réalisées sur des systèmes identiques aux nôtres, un gaz d'électrons 2D dans une matrice

AsGa, de caractéristiques tout à fait comparables aux structures que nous avons utilisées. La technique utilisée par Smirnov et al. est de mesurer le signal de photoconductivité du gaz d'électrons sous irradiation d'ondes EM dans la gamme (10kHz-100MHz). Ce signal est indépendant de la fréquence jusqu'à une fréquence de coupure, à partir de laquelle il décroît exponentiellement. En fait le gaz 2D arrive à disperser rapidement l'énergie tant que la fréquence reste inférieure à $1/\tau_E$. Au delà de l'inverse du temps de relaxation de l'énergie, le signal de photoconductivité s'écroule, le système est un filtre passe bas. Les auteurs en déduisent donc τ_E pour plusieurs valeurs du champ magnétique entre 0 T et 4 T.

Smirnov et al. observent un temps de relaxation qui augmente avec le champ magnétique (figure 5.18). Ces auteurs expliquent cette augmentation par la modification de l'efficacité de l'interaction électrons-phonons causée par le champ magnétique. Les états quantiques en champ B imposent des contraintes nouvelles sur cette interaction (voir Ref. [100, 101]), réduisant considérablement les possibilités d'émettre des phonons et réduisant par conséquent les taux de transition. Finalement on peut comprendre l'origine de l'inductance en champ magnétique comme l'augmentation du temps de relaxation de l'énergie causé par un changement radical de l'interaction electron-phonon.

L'interprétation des résultats à haute température appellent bien sûr à ré-interpréter ceux obtenus à basse température, puisque $\tau = L/R$ garde évidemment sa signification dans le régime quantique. On a tracé sur les figures 5.19 et 5.20, les temps de relaxation obtenus pour deux barres de Hall, à $T = 200$ K et $T = 1,5$ K. L'échelle logarithmique permet d'une part de mieux observer la diminution du temps de relaxation à bas champ jusqu'à devenir non mesurable en dessous de 10 picosec, et d'autre part de comparer notre courbe à celles publiées par Smirnov et al. qui ont également représenté leurs résultats en échelle logarithmique (figure 5.18), à la différence qu'ils tracent $1/\tau_E$ et non pas directement τ_E comme nous.

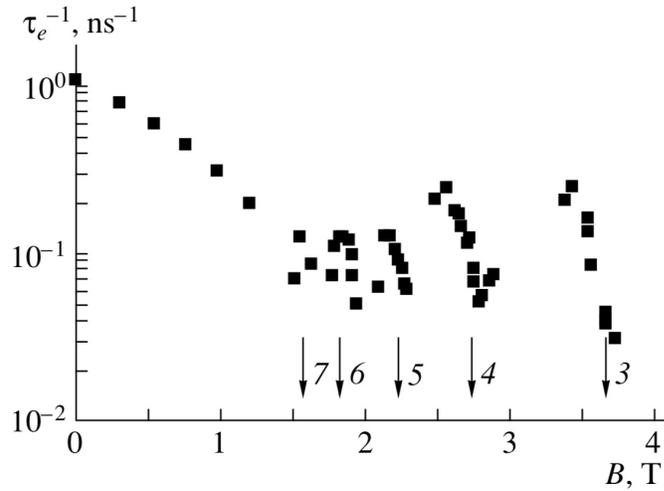


Fig. 3. Dependence of the inverse relaxation time of the photoconductivity signal τ_e^{-1} on the magnetic field B . The arrows indicate the values of B at which R takes its minimum values. The numbers near the arrows show the values of the filling factor ν corresponding to the given magnetic fields.

FIGURE 5.18 – D'après Smirnov et al.[99].

On observe nous aussi une augmentation générale du temps de relaxation en fonction du champ magnétique et, à basse température, on observe également des oscillations. Ces oscillations de τ_E sont visibles également figure 5.18 (Smirnov), où l'on voit que τ_E est maximal aux ν entiers (et faibles). Ces oscillations sont attribués aux oscillations de la densité d'états électroniques au niveau de Fermi, ce qui affectent les processus intra-niveaux de Landau dans la relaxation électronique sur les phonons ([100], [101]).

Les oscillations que l'on observe (figures 5.19 et 5.20) ont toutefois une particularité supplémentaire : sur les plateaux, de la même manière que nous l'avons vu au chapitre 4 avec la capacité, la courbe se creuse de manière abrupte. Sans cela, nous aurions bien un τ_E maximal aux ν entiers comme dans la Ref. [99]. Nous interprétons ce comportement par un changement brutal du temps de relaxation dans le système. Ce temps de relaxation change car il dépend d'un système 2D en dehors des plateaux, et d'un système 1D en régime d'états de bords. La mise en place des états de bords semble abrupte en champ magnétique. Nous avons donc superposition de deux phénomènes quand le champ magnétique varie : d'une part une oscillation de la densité d'état 2D qui induit des oscillations "de type Shubnikov" et d'autre part un changement brutal du processus de conduction de 2D à 1D sur les plateaux, qui forme un "creux" dans la courbe de $\tau_E(B)$.

A noter toutefois que les temps mesurés par Smirnov et al. sont supérieur aux notres

d'un facteur 10 environ : 1ns à $B = 0$ T et 10 ns à champ magnétique quantifiant. Pourtant, les temps de relaxation de l'énergie dans les gaz 2D sont largement plus faibles. Ainsi que le mesure Burke [40], ces temps sont de l'ordre de 10 picoseconde à $B = 0$ T dans des échantillons de mobilité moyenne ($200\,000\text{ cm}^2/\text{Vs}$). La raison de cet écart réside probablement dans le fait que les expériences de photoconductivité de Smirnov et al. ainsi que celle de phonoconductivité de Kent et al. [100] impliquent l'absorption de phonon aussi bien que celle d'émission en créant une population de phonons hors d'équilibre. Alors que dans nos expériences à basse température, l'absorption de phonons n'est pas possible du fait qu'il n'existe quasiment pas de phonon à basse température (à cause de la statistique) et que le seul processus d'interaction électron-phonon concerne l'émission de phonon. Or il y a une réelle dissymétrie dans le tau de transition entre l'absorption et l'émission d'un phonon.

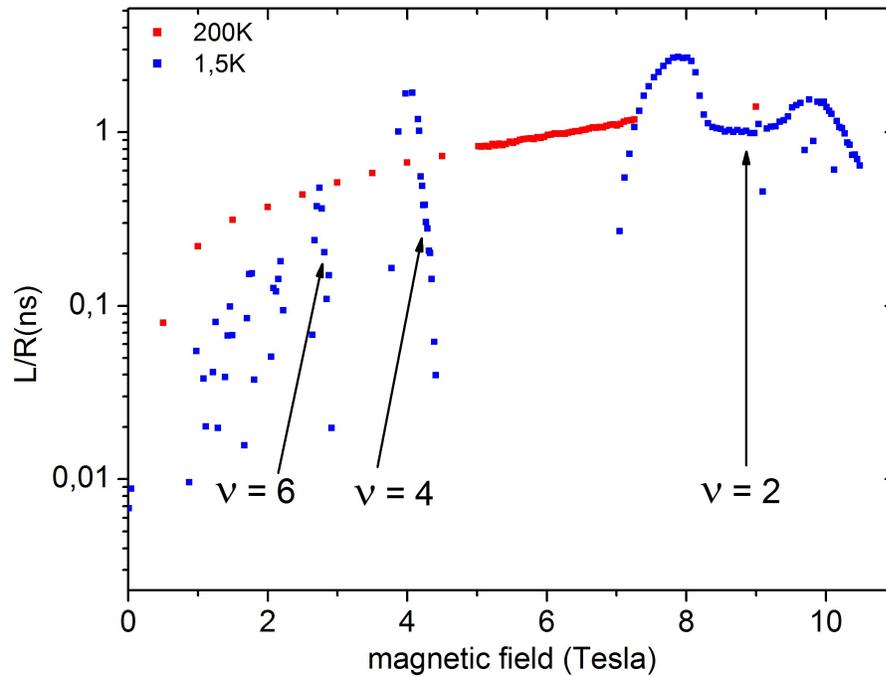


FIGURE 5.19 – Temps de relaxation pour la barre de Hall PL 175 400 μm en fonction du champ B . On a mesuré à froid et à chaud.

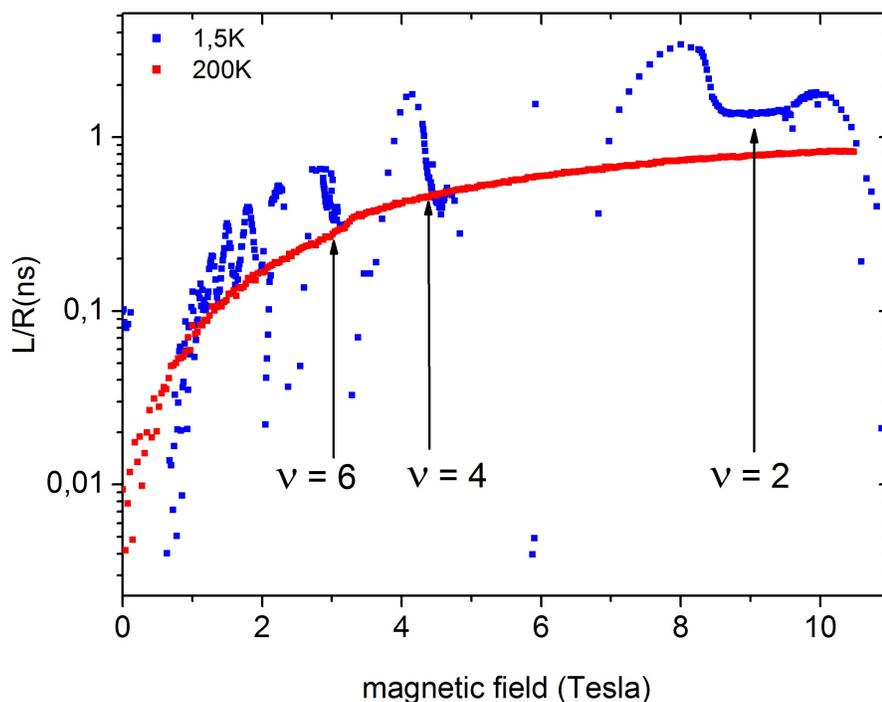


FIGURE 5.20 – Temps de relaxation pour la barre de Hall PL 175 200 μm en fonction du champ B . On a mesuré à froid et à chaud.

Enfin, signalons que des travaux récents sur le graphène indiquent également une augmentation du temps de relaxation de l'énergie avec le champ magnétique [102]. Les auteurs montrent aussi que cette tendance est susceptible de s'inverser dans le graphène, aux très basses densités électroniques.

5.6 Conclusion

Dans ce dernier chapitre nous avons présenté nos mesures sur les systèmes « écoles » présentés par Büttiker et Christen [72], des systèmes à deux contacts où les émittances se réduisent des matrices 2×2 . Ces mesures sont présentées pour des champs magnétiques allant jusqu'à 14 T mais pas uniquement pour le régime d'états de bords.

Contrairement aux mesures du chapitre 3 où la résistance entre les contacts de prise du potentiel, est nulle du fait de la configuration choisie, ou aux mesures du chapitre 4 pour lesquelles la conductivité G est nulle, nous avons mesuré ici des systèmes pour lesquels la résistance ou la conductivité étaient finies. Il est alors obligatoire de prendre en compte le temps de « retard » τ_c dû aux câbles de mesures. Avec nos mesures nous avons montré qu'il était possible de montrer le comportement inductif des barres et capacitif des corbinos.

L'inductance des barres s'observe au niveau des plateaux de l'effet Hall quantique, en régime d'états de bords. La valeur de cette inductance diminue lorsqu'on augmente

le facteur de remplissage ν . Nous avons retrouvé les résultats du chapitre 3 et ceux de Gabelli et al. Nous avons pu également observer entre les plateaux, des propriétés capacitives de notre gaz électronique bidimensionnel. Un comportement capacitif que l'on peut relier à l'existence d'états localisés dans le bulk.

Pour les corbinos nous avons observé des creux de capacitance pour chacun des facteurs de remplissage ν entier. Ceci nous a permis de retrouver des résultats similaires à ceux du chapitre 4, avec une augmentation de la capacité quantique avec le facteur de remplissage ν .

Enfin ce chapitre se termine sur les propriétés inductives du gaz électronique bidimensionnel non quantifié, à chaud. Nous avons pu mesurer le temps de relaxation $\tau_E = L_K/R$ des porteurs de charge en champ magnétique via la détermination de l'inductance et de la résistance de nos barres. Ce temps de relaxation augmente avec le champ magnétique comme l'avait montré Smirnov [99].

Conclusion et perspectives

Au cours de cette thèse j'ai eu l'opportunité de mettre en place l'ensemble de la chaîne de mesure du transport de l'effet Hall quantique en alternatif et à basses fréquences au sein de l'équipe « métrologie quantique » de l'axe Physique Appliquée du Laboratoire Charles Coulomb. J'ai pu acquérir de solides connaissances des techniques de cryogénie, de mesure bas bruit, de mesure en régime alternatif, d'automatisation des mesures et de leur traitement. Nous avons également, fort de l'expérience de nos premières mesures de début de thèse, conçu et réalisé une nouvelle canne qui nous a permis de faire un bond considérable dans la précision de nos mesures et donc de pouvoir observer et mesurer quantitativement la capacité quantique et l'inertie quantique des états de bords, dans toute la gamme de champ magnétique. Nous avons clairement mis en évidence le rôle de la topologie dans le signe de C_μ .

L'originalité de ce travail réside dans le fait que nous avons étudié le transport d'électrons en régime d'effet Hall Quantique en alternatif (AC), à basses fréquences (inférieures à 200 kHz), sur des échantillons sans grille. Notre dispositif nous a ainsi permis d'effectuer une mesure quantitative de la capacité quantique C_Q et de vérifier sa variation linéaire en fonction du facteur de remplissage. En revanche la mesure quantitative et la modélisation de la capacité géométrique est plus compliquée et nos mesures ne permettent pas vraiment de conclure. Un autre résultat important de cette thèse est la mise en évidence et la mesure de l'inductance quantique des états de bords. Dans les micro-circuit supraconducteurs cet effet est bien connu, des applications existent d'ailleurs, qui utilisent l'inertie mécanique microscopique des paires de Cooper. Nous avons montré ici que les états de bords ont également une inertie électrique, une inertie que l'on a appelé quantique du fait de son origine liée aux niveaux d'énergies sur les bords de l'échantillon. Notre étude a pu montrer que cette inertie quantique est inversement proportionnelle au facteur de remplissage.

Tous nos résultats ont été interprétés dans le formalisme de Buttiker. Cette inertie et capacité quantique sont intimement reliées au temps de transit des électrons entre les deux contacts de nos échantillons, ce qui nous a permis de déterminer quantitativement la vitesse des électrons participant au transport. Ces vitesses des états de bords

ouvrent sur une problématique intéressante : est ce que cette vitesse est la vitesse de Fermi des électrons (la vitesse de la structure de bande) ou est ce que cette vitesse est la vitesse de propagation des plasmons. Il serait sans doute éclairant de décrire notre système en terme de plasmons et prendre en compte l'interaction électrostatique. Cette modélisation dépasse largement le cadre expérimental de cette thèse. Enfin, nous avons montré l'existence d'une inductance cinétique à chaud en régime d'effet Hall classique. Une inductance que l'on attribue à la modification drastique du temps de relaxation de l'énergie par le champ magnétique.

Comme perspective et suite à cette thèse, il serait intéressant d'appliquer nos méthodes de mesures au graphène et aux nanotubes. Nous verrions si la vitesse dans les structures carbonées est la même que dans l'AsGa, et si elle varie d'un échantillon à l'autre. Ou bien, si elle est fixée par la structure de bande linéaire du matériau, auquel cas elle serait toujours la même. Ces travaux pourraient être menés à basse température mais aussi à température élevée compte tenu des propriétés particulières du graphène [103]. Finalement ces inductances et capacités quantiques sont les paramètres électriques ultimes des structures électroniques quantiques et ce sont leurs valeurs qui détermineront les temps d'accès aux nano-circuits. Notre méthode est simple à mettre en oeuvre et pourrait permettre une caractérisation efficace des nanocomposants, à froid comme à température ambiante.

Impédancemètre

A.1 Principe des mesures à l'impédancemètre

L'appareil utilisé pour les mesures d'impédance est un Impédancemètre Agilent 4294A. Cet appareil automatise les mesures d'impédance selon la convention rappelée figure A.1. Son principe de mesure est représenté figure A.2. Il comprend une source, un pont autobalancé et un détecteur de rapport vectoriel. Comme précisé dans la notice de l'appareil, le pont autobalancé comprend un convertisseur courant-tension (Ampli Op avec boucle de retroaction) qui permet d'injecter au niveau de LC exactement le courant opposé à celui qui traverse l'échantillon, tout en maintenant le point LP (L_{pot}) au potentiel nul. C'est une terre fictive car il n'y circule aucun courant. En HP, la tension est mesurée et donc $i = 0$ A. La résistance de charge R_r est grande et choisie en fonction du calibre. Le voltmètre vectoriel mesure alternativement V_{HP} et V_R , partie réelle et imaginaire, puis l'impédance est extraite en faisant le rapport de ces deux grandeurs (d'où le nom de "détecteur de rapport vectoriel" couramment utilisé) :

$$R_r \frac{V_{HP}}{V_R} = R_r \frac{V_X}{R_r i} = \frac{V_X}{i} = Z.$$

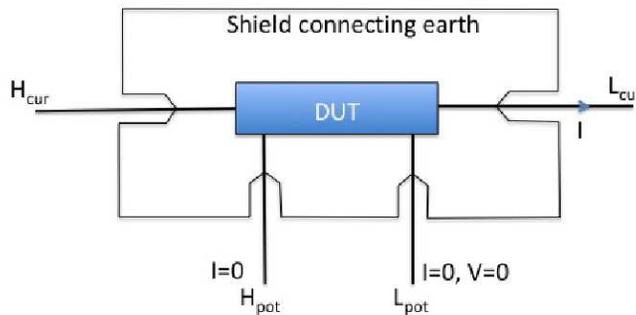
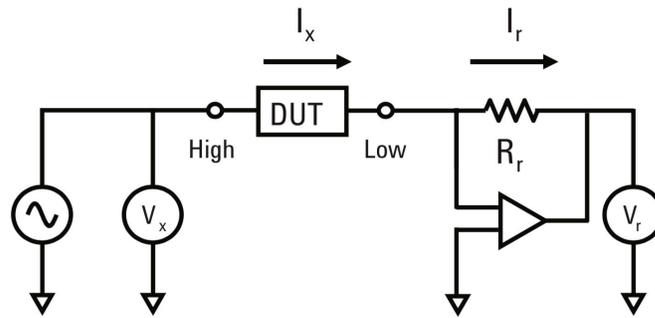


FIGURE A.1 – convention pour mesure d'impédance, (Agilent Impedance Measurement Handbook).



$$Z_x = \frac{V_x}{I_x} = R_r \frac{V_x}{V_r}$$

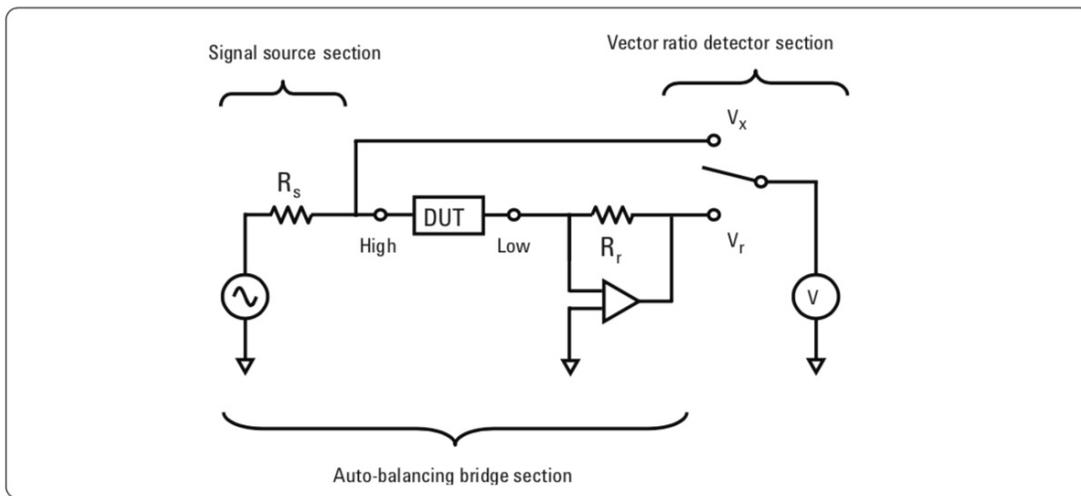


Figure 2-3. Impedance measurement using a single vector voltmeter

FIGURE A.2 – Schéma du haut : principe de mesure de l'impédancemètre, , (Agilent Impedance Measurement Handbook) DUT= Device Under Test. Schéma du bas : Le détecteur de rapport vectoriel permet de réduire les erreurs en mesurant alternativement V_x et V_R .

A.2 Connexion des masses

La bonne utilisation de l'impédancemètre nécessite de connecter entre elles les gaines des câbles de mesure, à chaque étage de la propagation du signal, ce potentiel étant à la terre. En bas de la canne, près de l'échantillon toutes les gaines des câbles ont été reliées entre elles. Au niveau de la tête de canne les passages coax sont vissés sur le support métallique qui connecte donc entre elles toutes les gaines et impose le potentiel de la terre (relié au cryostat). Au niveau de l'impédancemètre là aussi, nous avons relié

entre elles les gaines extérieures des 4 câbles coaxiaux. Ce protocole nous permet de coller à la définition des inductances précisée sur le schéma ci-dessous (figure A.3).

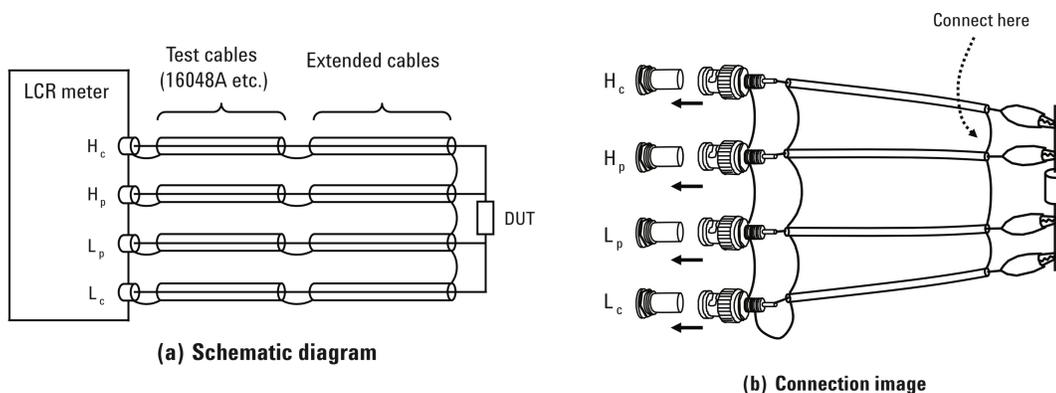


FIGURE A.3 – Connexions des masses de l'impédancemètre, (Agilent Impedance Measurement Handbook)

A.3 Précision des mesures à l'impédancemètre

La précision des mesures dépend de la gamme de fréquence utilisée, de la valeur des inductances et capacités mesurées. Le diagramme suivant fourni par le constructeur montre des zones de précision garantie dans une représentation (f, L, C) . On peut alors avoir une idée de la précision de nos mesures. Du point de vue de la fréquence, elles sont au centre du diagramme et donc bien positionnée. Par contre les faibles valeurs de nos capas et inductances placent nos mesures à la limite des 10 % pour des fréquences en dessous du kHz, à 3 % aux fréquences plus élevées et à 1 % pour les fréquences proches de la centaine de kiloHertz. L'appareil renvoie donc des résultats moins fiables en dessous de 10 kHz. C'est effectivement ce que l'on observe à basse fréquence sur les courbes $\tau_c(\omega)$ présentées au chapitre 2. C'est donc l'intervalle [20 kHz-200 kHz] que nous avons la plupart du temps utilisé pour extraire les pentes des susceptances et reactances dans les résultats du chapitre 5. Sur cet intervalle les données brutes de susceptances sont bien linéaires en fonction de la fréquence, et peu bruitées.

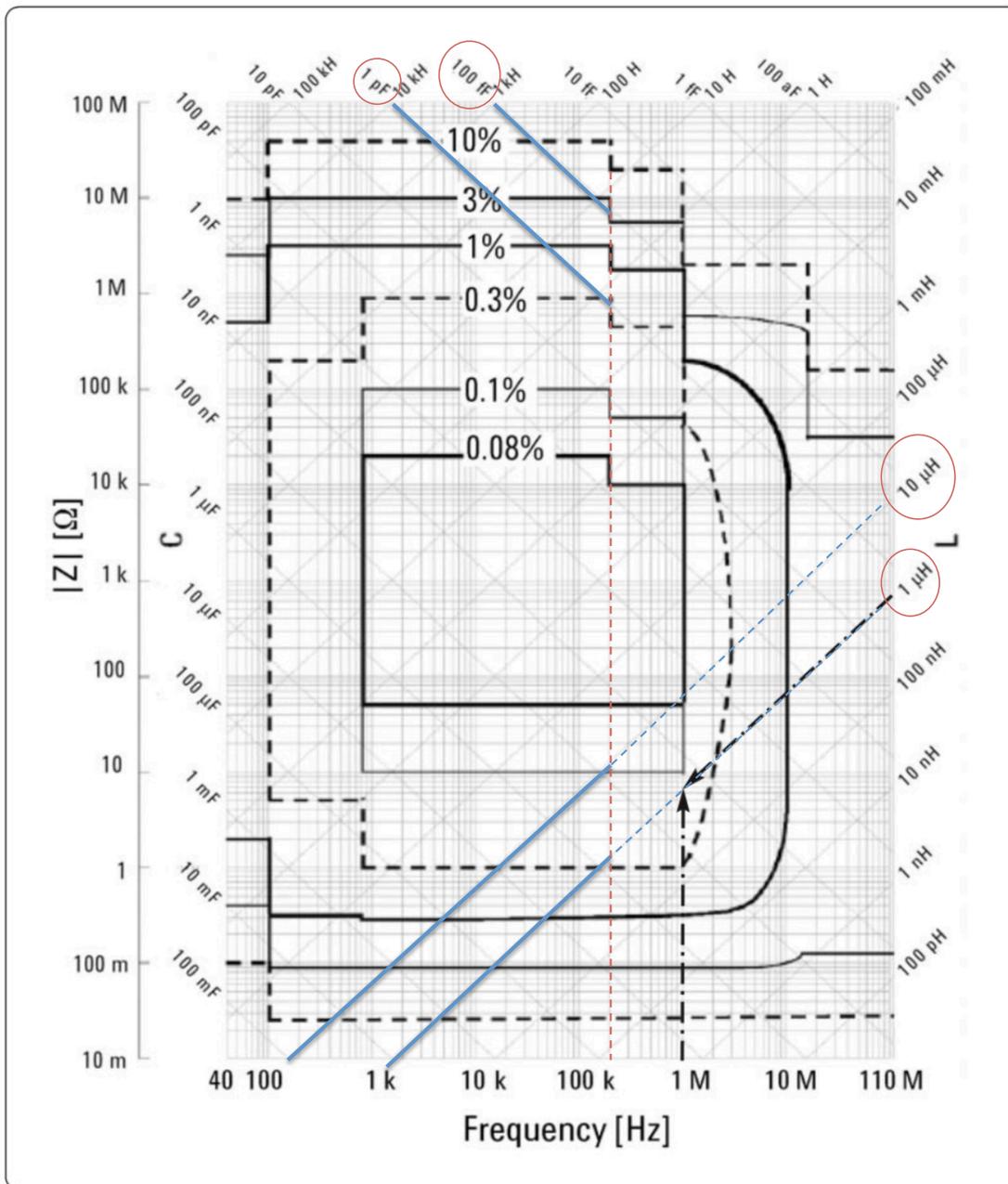


Figure 1-21. Example of measurement accuracy indicated on a reactance chart

FIGURE A.4 – Précision des mesures à l'impédancemètre en fonction des paramètres (f, L, C) (d'après Agilent Impedance Measure Handbook). On a entouré en rouge les valeurs typiques de L et de C qui nous concernent. Le trait bleu permet de situer la précision de la mesure de telle ou telle valeur de L ou de C , à une fréquence donnée. Le trait pointillé rouge vertical indique notre limite haute pour les fréquences, 200 kHz.

A.4 A propos de la mesure de V_R

L'impédancemètre obtient le courant qui traverse l'échantillon, en injectant un courant opposé au travers de la borne LC . Ce courant est généré par un potentiel V_R au travers d'une résistance de polarisation R_r . Comme le point bas de l'échantillon est à $V = 0$ imposé par la borne LP , le courant est $i = V_R/R_r$.

Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, l'existence d'un long câble modifie quelque peu la donne : d'une part le courant n'est plus tout à fait le même (et on sait précisément comment il diffère), mais d'autre part la borne LC n'est plus à $V = 0$ en sortie de l'impédance-mètre. Dans le câble connecté à LP , on a $V = 0$ en tout point car on a aussi $i = 0$. Mais dans le câble LC , le courant est non nul, et le potentiel V_3 de la figure 2.32 reproduite ci dessous, est non nul également, alors que l'impédance-mètre le suppose nul pour calculer i . En réalité l'impédance-mètre devrait calculer $i = (V_R - V_3)/R_r$ au lieu de V_R/R_r . Au courant obtenu par l'appareil, il faut donc rajouter $-V_3/R_r$ pour obtenir le vrai courant qui parcourt l'échantillon.

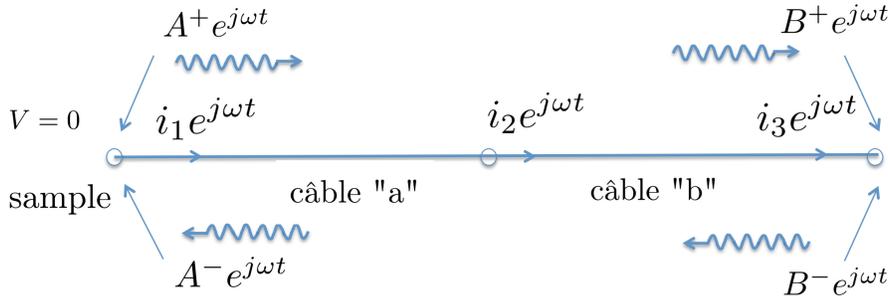


FIGURE A.5 – Le potentiel à l'extrémité gauche du câble coaxial est maintenu à $V = 0$ par l'impédancemètre. Un courant i_1 traverse l'échantillon. A l'autre extrémité du câble, la mesure du courant donne i_3 . Le potentiel en ce point est $V_3 = B^+ + B^- \neq 0$.

Pour obtenir la correction à V_R , nous devons reprendre les équations du chapitre 2 et calculer $V_3 = B^+ + B^-$, ce qui n'avait pas été fait. On utilise les relations entre coefficients déjà obtenues :

$$V_3 = A^+ \left(\frac{ch(\gamma_a)}{\alpha} - sh(\gamma_a) \right) e^{-\gamma_b} - A^+ \left(\frac{ch(\gamma_a)}{\alpha} + sh(\gamma_a) \right) e^{\gamma_b},$$

et on obtient l'expression de V_3 en fonction du courant qui traverse l'échantillon $i_1 = 2A^+/Z_a$:

$$V_3 = -i_1 (Z_b sh(\gamma_b) ch(\gamma_a) + Z_a sh(\gamma_a) ch(\gamma_b)) \quad (\text{A.1})$$

En désignant à présent par i le courant dans l'échantillon, la tension V_R s'écrit :

$$V_R = R_r i (1 + j\omega\tau_c) + V_3 = R_r i (1 + j\omega\tau_c) - i (Z_b sh(\gamma_b) ch(\gamma_a) + Z_a sh(\gamma_a) ch(\gamma_b)) \quad (\text{A.2})$$

Les termes $Z_b sh(\gamma_b) ch(\gamma_a)$ et $Z_a sh(\gamma_a) ch(\gamma_b)$ se réécrivent simplement en fonction des paramètres des câbles car $Z\gamma = R + jL\omega$. On obtient finalement :

$$V_R = R_r i (1 + j\omega\tau_c) - i(R_a + jL_a\omega + R_b + jL_b\omega_b), \quad (\text{A.3})$$

qui se réécrit plus explicitement :

$$V_R = R_r i \left(\left(1 - \frac{R_a + R_b}{R_r} \right) + j\omega \left(\tau_c - \frac{L_a + L_b}{R_r} \right) \right). \quad (\text{A.4})$$

Il apparaît par conséquent deux effets. Le premier effet porte sur l'amplitude de Z , car on voit qu'on mesure $Z(1 - R_{cable}/R_r)$ et non directement Z . Cependant la résistance R_r est bien plus grande que la résistance des câbles (10^3 à 10^5 fois plus grande) et donc l'effet n'est pas visible (cf figure A.6). Le deuxième effet porte sur la phase. En fait, par rapport au retard précédemment calculé, un terme du deuxième ordre est retranchée. Le terme L_{cables}/R_r est en effet plus faible que le terme $\tau_c \approx 1$ ns : il vaut environ 0.1 ns à 0.001 ns. Ce terme entre dans le retard "total" des câbles, que l'on détermine de toute façon de manière expérimentale. Par souci de simplification donc, nous n'en faisons pas état dans le corpus de la thèse.

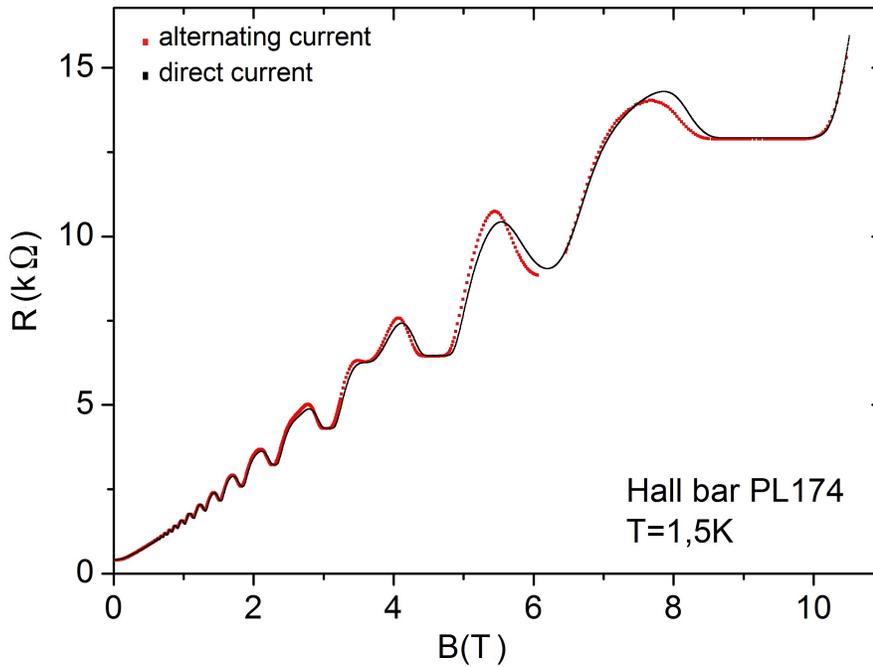


FIGURE A.6 – transport en continu et en alternatif dans la barre de Hal PL 174. Sur les plateaux, les valeurs AC et DC correspondent complètement. Quelques différences sont observées en dehors des plateaux, mais elles sont dues à la différence entre les vitesses de balayage en AC et en DC. En AC la vitesses de balayage est beaucoup plus lente par nécessité puisqu'il faut prendre les spectres. En DC nous balayons beaucoup plus vite.

Bibliographie

- [1] K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980)
- [2] Séminaire Poincaré, *L'effet Hall Quantique*, (13 nov. 2004)
- [3] M.E. Suddars, A. Baumgartner, M. Henini and J.C. Mellor, New Jour. Phys. **14**, 083015 (2012)
- [4] J. Gabelli, G. Feve, T. Kontos, J.M. Berroir, B. Placais, D.C. Glattli, B. Etienne, Y. Jin and M. Büttiker, Phys. Rev. Lett. **98**, 166806 (2007)
- [5] J. Gabelli, G. Feve, J-M. Berroir, B. Placais, A. Cavanna, B. Etienne, Y. Jin and D. C. Glattli, Science **313**, 49 (2006)
- [6] M. Hashisaka, H. Kamata, N. Kumada, K. Washio, R. Murata, K. Muraki, T. Fujisawa, Phys. Rev. B **88**, 235409 (2013)
- [7] M. Hashisaka, K. Washio, H. Kamata, K. Murabi and T. Fujisawa, Phys. Rev. B **85**, 155424 (2012)
- [8] C. Grenier, R. Hervé, E. Bocquillon, F. Parmentier, B. Plaçais, J.-M. Berroir, G. Fève, and P. Degiovanni, New Journal of Physics 13, 093007 (2011)
- [9] M.E. Cage and A. Jeffery, J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol. **101**, 733 (1996)
- [10] B. Jeanneret, B.D. Hall, H.-J. Buhlmann, R. Houdré, and M. Ilegems, B. Jeckelmann and U. Feller, Phys. Rev. B **51**, 9752 (1995); B. Jeanneret, B. Jeckelmann, and B.D. Hall, IEEE Trans. Inst. Meas. **48** (1999)
- [11] Comité International des Poids et Mesures Représentation de l'ohm à partir de l'effet Hall quantique Recommandation 2 (CI-1988) 77th Session (1988)
- [12] B. Jeckelmann and B. Jeanneret, Rep. Prog. Phys. **64**, 1603 (2001)
- [13] F. J. Ahlers, B. Jeanneret, F. Overney, J. Schurr and B. M. Wood, Metrologia **46**, R1 (2009)
- [14] Coaxial AC Bridges, B. P. Kibble, G. H. Rayner, Taylor & Francis, (1984)
- [15] F. Delahaye, B. P. Kibble and A. Zarka, Metrologia **37**, 659 (2000)
- [16] F. Delahaye, Metrologia **31**, 367 (1994)

- [17] S.W. Chua, A. Hartland, and B.P. Kibble, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **48**, 309 (1999)
- [18] J. Schurr, B. M. Wood, and F. Overney, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **54**, 512 (2005)
- [19] J. Melcher, P. Warnecke and R. Hanke, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **42**, 292 (1993)
- [20] J. Schurr, J. Melcher, A. von Campenhausen, K. Pierz, G. Hein and F. J. Ahlers, *IEEE Trans. Instrum. and Meas.* **50**, 214 (2001)
- [21] A. Hartland, B. P. Kibble, P. J. Rodgers and J. Bohacek, *IEEE Trans. Instrum. and Meas.* **44**, 245 (1995)
- [22] F. Overney, B. Jeanneret and B. Jeckelmann, *IEEE Trans. Instrum. and Meas.* **52**, 574 (2003)
- [23] J. Schurr, J. Kucera, K. Pierz and B. P. Kibble, *Metrologia* **48**, 47 (2011)
- [24] J. Schurr, C.-C. Kalmbach, F. J. Ahlers, F. Hohls, M. Kruskopf, A. Müller, K. Pierz, T. Bergsten, and R. J. Haug, *Phys. Rev. B* **96**, 155443 (2017)
- [25] S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, K. Murase, K. Gamo, S. Nishi, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3080 (1994)
- [26] S. Ilani, *Nature Phys.* **2**, 687 (2006)
- [27] S. Droscher, P. Roulleau, F. Molitor, P. Studerus, C. Stampfer, and T. Ihn, and K. Ensslin, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 152104 (2010)
- [28] M. Hashisaka, K. Washio, H. Kamata, K. Muraki and T. Fujisawa, *Phys. Rev. B* **85**, 155424 (2012)
- [29] G.L.Yu, R. Jalil, B. Belle, A.S. Mayorov, P. Blake, et al., *PNAS* **110**, 3282 (2013)
- [30] P. Drude, *Annalen der Physik* **1**, 566 (1900)
- [31] P. Drude, *Annalen der Physik* **3**, 369 (1900)
- [32] B. Diu, C. Guthmann, D. Lederer, B. Roulet *Thermodynamique*, (Hermann, 2007)
- [33] N. W. Aschcroft, N. D. Mermin, *Physique des solides*, (EDP Sciences, 2002)
- [34] V. Palenskis *American Journal of Modern Physics.* **2** 2013, 155 (2013)
- [35] A.J. Annunziata, D.F. Santavicca, L. Frunzio, G. Catelani, M. J Rooks, A. Frydman and Daniel E Prober, *Nanotechnology* **21**, 445202 (2010)
- [36] J. Luomahaara, V. Vesterinen, L. Gronberg and J. Hassel, *Nature Comm.* **5**, 4872 (2014)
- [37] M. Calvo, A. Benoit, A. Catalano, J. Goupy, A. Monfardini, N. Ponthieu, et al., *Journal of Low Temperature Physics*, **184**, 816 (2016).
- [38] E. Siegel, "The Last Barrier To Ultra-Miniaturized Electronics Is Broken, Thanks To A New Type Of Inductor", *Forbes* (2018)
- [39] D. A. Cardwell, *Handbook of superconducting materials*, CRC Press, 157 (2002)

- [40] P.J. Burke, I.B. Spielman, and J.P. Eisenstein, L.N. Pfeiffer, K.W. West, *Applied Phys. Lett.* **76**, 745 (2000)
- [41] M. Büttiker, *Phys. Rev. B* **38**, 9375 (1988).
- [42] Y. Ji, Y. Chung, D. Sprinzak, M. Heiblum, D. Mahalu, H. Shtrikman, *Nature* **422**, 415 (2003).
- [43] C. W. J. Beenaker, H. van Houten, *Quantum transport in Semiconductor Nanostructure*, *Sol. Stat. Phys.* **44**, 1 (1991)
- [44] P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958)
- [45] T. Ando, Y. Arakawa, K. Furuya, S. Komiyama, H. Nakashima, *Mesoscopic physics and electronic*, (Springer, Berlin, 1998)
- [46] B. J. van Wess, H. van Houten, C. W. Beenaker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.* **60**, 848 (1988)
- [47] R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.* **1**, 223 (1957)
- [48] S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic system*, Cambridge University Press, 1997)
- [49] M. Büttiker, Y. Imry, R. Landauer, S. Pinhas, *Phys. Rev. B* **31**, 6207 (1985)
- [50] K. v. Klitzing, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 519 (1986)
- [51] R. E. Prange, *Phys. Rev. B* **23**, 4802 (1981)
- [52] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. B* **23**, 5632 (1981)
- [53] Comité International des Poids et Mesures, recommandation 2 (CI-1988), 77ème session, (4-6 Octobre 1988)
- [54] F. Picquemat, *Bulletin du BNM* **116** 2 (1999)
- [55] B. Jekelmann, B. Jeanneret, *The quantum Hall effect as an electrical resistance standard*, *Rev. Mod. Phys* **64**, 1-53 (2001)
- [56] D.C. Tsui, H.L. Stormer, A.C. Gossard, *Phys. Rev. Lett.* **48**, 1559 (1982)
- [57] R. B. Laughlin, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1395 (1983)
- [58] L. Saminadayar, C. Glattli, Y. Jin, B. Etienne, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2526 (1997)
- [59] C. L. Chien, C. R. Westgate, *The Hall Effect and its application*, (Plenum Press, New-York and London, 1980)
- [60] T. Chakraborty, P. Pietiläinen, *The Quantum Hall Effect*, (Springer, Berlin, 1995)
- [61] R. E. Prange, S. M. Girvin, *The Quantum Hall Effect*, (Springer-Verlag, New-York, 1987)
- [62] M. Le Bellac, *Physique quantique*, (EDP Sciences, 2003)
- [63] B.I. Halperin, *Phys. Rev. B* **25**, 2185 (1982)
- [64] E. Brezin, D. J. Gross and C. Itzykson, *Nuclear Physics B*, **235**, 24 (1984)
- [65] T. Ando, A. B. Fowler, F. Stern, *Rev. Mod. Phys.* **54**, 437 (1982)

- [66] P. Pfeffer, W. Zawadski, Phys. Rev. B **41**, 1561 (1990)
- [67] R.J. Haug, Semicond. Sci. Technol. **8**, p. 131 (1993)
- [68] J. Weis and K. v. Klitzing, Philosophical Transactions of the Royal Society A - Mathematical Physical and Engineering Sciences, 369, 3954-3974 (2011), and references there in.
- [69] K. v. Klitzing, Philosophical Transactions of the Royal Society A - Mathematical Physical and Engineering Sciences, 363, 2203 (2005)
- [70] M.E. Suddards, A. Baumgartner, M. Henini and C.J. Mellor, New Journal of Physics **14**, 083015 (2012)
- [71] E. Bocquillon, V. Freulon, J.-M. Berroir, P. degiovanni, B. Plaçais, A. Cavanna, Y. Jin and G. Fève, Nat.Comm. **4** 1839 (2013)
- [72] T. Christen and M. Buttiker, Phys. Rev. B **53**, 2064 (1996)
- [73] M. Buttiker, H. Thomas and A. Prêtre, Physics Letters A **180**, 364 (1993).
- [74] A. Pretre, H. Thomas, M. Buttiker Phys. Rev. B **54**, 8130 (1996).
- [75] C. Chaubet, O. Couturaud and D. Mailly, Journal of Applied Physics, **110**, 114512 (2011)
- [76] Agilent impedance measurement handbook, Agilent Technologies, Inc., (2009)
- [77] H. Johnson, "High Speed Signal Propagation : Advanced Black Magic", Prentice Hall
- [78] "Simulation de la Perturbation Thermique dans un Cable Coaxial : Proposition d'un Nouveau Type de Capteur de Temperature", Thèse de doctorat de Hatem Mokhtari, Université de Metz (23 Janvier 1992).
- [79] J. Schurr, F. J. Ahlers, G. Hein, J. Melcher, K. Pierz, F. Overney and B. M. Wood, Metrologia **43**, 163 (2006)
- [80] F. Delahaye and B. Jeckelmann **40**, 217 (2003)
- [81] C. Hernández and C. Chaubet, Rev. Mex. Fis. **55**, 432 (2009)
- [82] W. Desrat, D.K. Maude, L.B. Rigal, M. Potemski, J.C. Portal, L. Eaves, M. Henini, Z.R. Wasilewski, A. Toropov, G. Hill and M.A. Pate, Phys. Rev. B **62**, 12990 (2000)
- [83] J. Melcher, J. Schurr, F. Delahaye and A. Hartland, Phys. Rev. B **64**, 127301 (2001)
- [84] C. Hernandez, C. Consejo, C. Chaubet, Jour. of Appl. Phys. **115**, 123710 (2014)
- [85] F. Fischer and M. Grayson, J. Appl. Phys. **98**, 013710 (2005)
- [86] P.J. Burke, IEEE Trans. Nanotech. **1**, p.129 (2002)
- [87] D.T. Mc Clure, Y. Zhang, B. Rosenov, E.M. Levenson-Falk, C.M. Marcus, L.N. Pfeiffer and K.W. West, Phys. Rev. Lett. **103** 206806 (2009)
- [88] N. Kumada, H. Kamata and T. Fujisawa, Phys. Rev. B **84**, 045314 (2011).

- [89] P. Degiovanni, Ch. Grenier, G. Fève, C. Altamiras, H. Le Sueur, and F. Pierre, *Phys. Rev. B* **81** 121302 (2010)
- [90] D.C. Glattli, E.Y. Andrei, G. Deville, J. Poitrenaud, and F.I.B. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 1710 (1985)
- [91] G. Sukhodub, F. Hohls and R.J. Haug, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 196801 (2004)
- [92] S.A. Govorkov, M.I. Reznikov, A.P. Senichkov and V.I. Tal'yanski, *JETP Lett.* **44**, 487 (1986); E.Y. Andrei, D.C. Glattli, F.I.B. Williams and M. Heiblum, *Surf. Science* **196**, 501 (1988)
- [93] S.A. Mikhailov Chap 1. of the book « Edge Excitations of Low Dimensional Charged Systems », p.1-49, collection « Horizons in World Physics » **236**, edited by O. Kirichek Editor, Nova science Publishers, Inc, Hutungton, New York (2000)
- [94] N. Hiyama, M. Hashisakaa, and T. Fujisawa "An edge-magnetoplasmon Mach-Zehnder interferometer, *Appl. Phys. Lett.* **107**, 143101 (2015)
- [95] J. L. Robert, A. Raymond, J. Y. Mulot, C. Bousquet, W. Zawadzki, M. Kubisa, and J. P. Andre, *Phys. Rev. B* **39**, 1832 (1989).
- [96] H. Hirai and S. Komiyama, *Phys. Rev. B* **49**, 14012 (1994)
- [97] S. Ilani, J. Martin, E. Tetelbaum, J. H. Smet, D. Mahalu, V. Umansk and A. Yacobi, *Nature* **427**, 328 (2004)
- [98] O. Couturaud, S. Bonifacie, B. Jouault, D. Maily, A. Raymond, and C. Chaubet, *Phys. Rev. B* **80**, 033304 (2009)
- [99] K. V. Smirnov, N. G. Ptitsina, Yu. B. Vakhtomin, A. A. Verevkin, G. N. Gol'tsman, and E. M. Gershenzon, *JETP Letters* **71**, 31 (2000)
- [100] A.J. Kent, R.E. Strickland, K.R. Strickland, and M. Henini, *Phys. Rev. B* **54**, 2019 (1996)
- [101] D.J. McKitterick, A. Shik, A.J. Kent, and M. Henini, *Phys. Rev. B* **49**, 2585 (1994)
- [102] H. Ramamoorthy, R. Somphonsane, G. He, D. K. Ferry, Y. Ochiai, N. Aoki, and J. P. Bird, *Appl. Phys. Lett.* **104**, 193115 (2014)
- [103] K. S. Novoselov et al., Room-Temperature Quantum Hall Effect in Graphene, *Science* Vol. 315, Issue 5817, pp. 1379, 09 March 2007

Résumé

Le sujet de cette thèse concerne le transport en alternatif à basse fréquence dans les états de bords de l'effet Hall quantique. L'objet d'étude est la partie imaginaire de l'admittance, inductive ou capacitive, des échantillons de Hall. Dans un gaz d'électrons bidimensionnel, le transport à très basse température sous champ magnétique quantifiant, se fait dans des canaux de bord unidimensionnels. Ces canaux ont une capacité quantique propre et sont par ailleurs couplés par l'interaction électrostatique. Nos échantillons sont fabriqués à partir d'hétérojonctions GaAlAs/GaAs et n'ont pas de grille pour n'exhiber que leur propriétés capacitives intrinsèques. Deux topologies sont étudiées dans cette thèse : les barres de Hall et les Corbinos, de géométrie circulaire. La topologie permet de distinguer 2 comportements dans le transport en alternatif. Sont d'abord présentées les mesures à l'impédancemètre de la partie imaginaire de l'impédance et les spectres de réactance, pour les barres de Hall en fonction de la fréquence. Nous utilisons des mesures 3 points ou bien 2 points, mais toujours en 4 fils, et révélons la nature inductive des états de bords. Nous montrons que l'inductance est inversement proportionnelle à la densité d'état, comme le prévoit le calcul de l'inductance quantique d'un canal 1D. Le formalisme de Buttiker permet en outre de comprendre cette dépendance en terme de capacité mutuelle des états de bords. Nous mesurons également la partie imaginaire de l'admittance et traçons les spectres de susceptance des Corbinos, qui s'avèrent être des capacités parfaites. Nos résultats s'interprètent en faisant intervenir la capacité quantique des états de bords. Enfin, nous montrons que l'effet Hall dans un échantillon type barre, peut être vu comme l'effet d'apparition d'une inductance, et ceci même à haute température. Cette inductance cinétique est le résultat de l'augmentation du temps de dissipation de l'énergie sur les phonons, avec le champ magnétique.

Abstract

In a two dimensional electron gas, low energy transport in presence of a magnetic field occurs in chiral 1D channels located on the edges of the sample. In the Buttiker's description of a.c. quantum transport, the "emittance" determines the amplitude of the imaginary part of the admittance, whose sign and physical meaning are determined by the topology : in the case of an Hall bar the emittance is an inductance, while it is a capacitance in the case of a corbino sample. Emittance is related to the density of states and to the drift velocity of carriers. So quantum capacitances and inductances give access to the velocity of the charge carriers through the transit time/dwell time of charges in the quantum circuit. We performed systematic studies on samples with different topologies : Hall bars and Corbino disks. Our samples have no gate, which makes us able to observe the inner properties of the quantum states. We have measured the ac admittance of quantum Hall samples using standard electrical techniques in the [0.1-100] kHz frequency range, at low temperature under high magnetic field. We measured kinetic inductances of Hall bars with three contacts and showed the perfect inductive nature of edge states. We measured quantum capacitances of Corbino disks as well. In both topologies we observed the close relation between the emittance and the density of states. We show also the proportionality between the emittance and the length of the circuit. We obtain the transit time of electrons through the device, and finally the drift velocity on edge states. At high temperature we still observe an inductive behavior of Hall bars, induced by increase of energy relaxation time with magnetic field.