



**HAL**  
open science

# Dimensionnement vibro-acoustique des machines synchrones à aimants permanents pour la traction ferroviaire: Règles de conception silencieuse

Mathias Fakam Tchakoue

► **To cite this version:**

Mathias Fakam Tchakoue. Dimensionnement vibro-acoustique des machines synchrones à aimants permanents pour la traction ferroviaire: Règles de conception silencieuse. Autre. Ecole Centrale de Lille, 2014. Français. NNT: 2014ECLI0004 . tel-02061254

**HAL Id: tel-02061254**

**<https://theses.hal.science/tel-02061254>**

Submitted on 8 Mar 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 244

ECOLE CENTRALE DE LILLE

THÈSE

Présentée en vue d'obtenir le grade de

DOCTEUR

En

Spécialité : GÉNIE ÉLECTRIQUE

Présentée et soutenue par

**Mathias FAKAM TCHAKOUE**

DOCTORAT DELIVRE PAR L'ECOLE CENTRALE DE LILLE

**Dimensionnement vibro-acoustique des  
machines synchrones à aimants permanents  
pour la traction ferroviaire  
- Règles de conception silencieuse -**

Thèse soutenue le 07 Mars 2014 devant le jury d'examen :

<i>Président :</i>	N. TAKORABET	<i>Professeur</i>	Université de Lorraine (GREEN)
<i>Rapporteurs :</i>	M. GABSI	<i>Professeur</i>	ENS Cachan (SATIE)
	Y. LEFEVRE	<i>HDR CR CNRS</i>	ENSEEIH (LAPLACE)
<i>Invité :</i>	A. RANDRIA	<i>Ingénieur R&amp;D</i>	ALSTOM Transport Ornans
<i>Encadrant :</i>	V. LANFRANCHI	<i>Professeur</i>	UTC (LEC)
<i>Directeurs de thèse :</i>	M. HECQUET	<i>Professeur</i>	EC Lille (L2EP)
	P. BROCHET	<i>Professeur</i>	UTBM (Belfort)

Thèse préparée dans le Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance (L2EP)  
École Doctorale SPI 072 (Lille I, Lille III, Artois, ULCO, UVHC, EC Lille)

**PRES Université Lille Nord-de-France**

*Je dédie ces travaux de thèse*

*A mes parents, **Bernadette** et **Vincent FAKAM**, qui m'ont toujours soutenu, en tout point,  
tout au long de mes études.*

*Au **Professeur Médard FOGUE** (IUT Bandjoun/Cameroun) et au **Professeur Bertrand  
NOGAREDE** (INP Toulouse), pour m'avoir inspiré dans ce choix d'étude.*

*Au **Professeur Michel Hecquet** (EC Lille), au **Professeur Vincent LANFRANCHI**  
(UTC), pour l'accompagnement et l'orientation durant ces années de thèse.*

*Ainsi qu'à mon mentor, Monsieur **Andry RANDRIA** (ALSTOM Transport).*

---

# Remerciements

Les objectifs des travaux de thèse, présentés dans ce mémoire, ont été atteints grâce à l'excellente collaboration entre le laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance de Lille (L2EP), le Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne (LEC), et la société ALSTOM Transport Ornans, dans le cadre d'une Conventions Industrielles de Formation par la Recherche (CIFRE).

J'exprime ma gratitude envers l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT) qui a participé au financement de cette thèse.

Je tiens également à saluer l'engagement de la société ALSTOM Transport Ornans, constructeur de machines électriques pour la traction ferroviaire et auxiliaires, dans la problématique de minimisation des coûts de fabrication et de la nuisance acoustique des-dites machines, essentielle pour répondre aux exigences énergétiques et environnementales actuelles.

J'exprime ma profonde reconnaissance à l'ensemble des personnes qui ont contribué à cette synergie, particulièrement au Professeur Michel HECQUET, responsable de l'équipe optimisation du L2EP et directeur de cette thèse, au Professeur Vincent LANFRANCHI, chercheur au laboratoire LEC et encadrant de cette thèse, et à Andry RANDRIA, chef de service conception moteur à ALSTOM Transport Ornans et tuteur industriel.

J'adresse aussi mes sincères remerciements au Professeur Pascal BROCHET, directeur de l'Université Technologique de Belfort-Montbéliard (UTBM), co-directeur de cette thèse. Merci à lui pour avoir rendu tout ceci possible, pour son encadrement et ses conseils.

Je tiens également à remercier le Professeur Noureddine TAKORABET pour avoir présidé mon jury d'examen le 07 mars 2014. J'exprime ma profonde gratitude envers le Professeur Mohamed GABSI et le Docteur Yvan LEFEVRE. Ils m'ont fait l'honneur d'accepter la tâche longue et difficile de rapporteur de mon mémoire de thèse. Leurs remarques et leurs interrogations m'ont permis de d'améliorer considérablement le contenu de ce mémoire.

Je souhaiterais surtout remercier toute ma famille, notamment Adeline WAGO, Estelle FAKAM, Aude FAKAM, Mylène FAKAM, Manuela TCHAMENI, Ronald TCHAMENI, Christine WAGO, et Serge et Adeline TCHAMGOUE, pour leur soutien et présence pendant les bon et les mauvais moments.

Je remercie enfin tous les doctorants du L2EP, spécialement Aymen AMMAR, Antoine PIERQUIN, Laurent TAYLOR, Pierre CAILLARD, et tous les agents de service de l'École Centrale de Lille, Xavier CIMETIÈRE et Simon THOMY.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	La MSAP dans la traction ferroviaire . . . . .	1
1.2	La problématique acoustique dans la traction ferroviaire . . . . .	3
1.2.1	Les normes internationales . . . . .	5
1.2.2	Le bruit dans les machines électriques . . . . .	7
1.3	Le projet AROMAT et ses objectifs . . . . .	8
1.3.1	Le projet PROSODIE . . . . .	8
1.3.2	Le projet AROMAT . . . . .	9
1.4	Objectifs et orientations scientifiques . . . . .	10
<b>2</b>	<b>État de l'art</b>	<b>12</b>
2.1	Bibliographie sur les entrainements électriques MSAP . . . . .	12
2.1.1	Les topologies stator . . . . .	12
2.1.1.1	Les bobinages distribués. . . . .	14
2.1.1.2	Les bobinages concentrés. . . . .	18
2.1.2	Les topologies rotor . . . . .	22
2.1.2.1	Aimants permanents en surface . . . . .	25
2.1.2.2	Aimants permanents enterrés . . . . .	26
2.1.3	Conclusions sur les topologies candidates AROMAT . . . . .	27
2.2	Modélisation multi-physiques des machines électriques . . . . .	29
2.2.1	Aspects électroniques . . . . .	29
2.2.2	Aspects électromagnétiques . . . . .	32
2.2.2.1	Les méthodes numériques . . . . .	34
2.2.2.2	Les méthodes analytiques et semi-analytiques . . . . .	35
2.2.3	Aspects Vibro-Acoustique . . . . .	37
2.2.3.1	Les méthodes numériques . . . . .	38
2.2.3.2	Les méthodes analytiques . . . . .	40
2.2.3.2.1	Fréquences naturelles et amortissements associés . . . . .	41
2.2.3.2.2	Déplacements statiques et dynamiques . . . . .	43
2.2.3.2.3	Facteur de rayonnement et pression acoustique . . . . .	45
2.3	Méthodes d'optimisation et réduction du bruit dans les MSAPs . . . . .	46
2.3.1	Techniques de réduction du bruit . . . . .	46
2.3.1.1	La combinaison pôles/encoches . . . . .	46
2.3.1.2	L'alimentation à découpage MLI . . . . .	47
2.3.2	Optimisation des modèles vibro-acoustiques . . . . .	47
2.4	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Modélisation électromagnétique et validations expérimentales</b>	<b>51</b>
3.1	Généralités du modèle électromagnétique . . . . .	53
3.2	Tension d'alimentation, $U^n$ . . . . .	55
3.2.1	Les modulations intersectives . . . . .	55
3.2.2	Les modulation calculées . . . . .	58
3.3	Forces magnétomotrices, $f_{mm}(\alpha, t)$ . . . . .	61

3.3.1	Forces magnétomotrices du stator, $f_{mm}^s(\alpha, t)$ . . . . .	61
3.3.1.1	Expression harmonique pour alimentation sinusoïdale . . . . .	64
3.3.1.2	Expression harmonique pour alimentation MLI interceptive . . . . .	65
3.3.1.3	Expression harmonique pour alimentation MLI calculée et Pleine Onde . . . . .	65
3.3.2	Forces magnétomotrices du rotor, $f_{mm}^r(\alpha, t)$ . . . . .	65
3.4	Perméance d'entrefer, $\Lambda(\alpha, t)$ . . . . .	74
3.4.1	Variations de perméance introduites par le stator, $\Lambda_s(\alpha, t)$ . . . . .	75
3.4.1.1	Stator pour bobinage distribué . . . . .	76
3.4.1.2	Stator pour Bobinage dentaire . . . . .	77
3.4.1.3	Expression en séries de Fourier . . . . .	79
3.4.2	Variations de perméance introduites par le rotor, $\Lambda_r(\alpha, t)$ . . . . .	79
3.4.3	Perméance globale . . . . .	82
3.5	Fonctionnement électromagnétique à vide . . . . .	85
3.5.1	Induction dans l'entrefer . . . . .	86
3.5.1.1	Robustesse aux variations de $l_{dent}$ . . . . .	90
3.5.1.2	Robustesse aux variations de $\beta_{APs}$ . . . . .	91
3.5.1.3	Robustesse aux variations de $h_{isthme}$ . . . . .	92
3.5.1.4	Robustesse aux variations de $\mu_{cla}$ . . . . .	92
3.5.2	Force électromotrice . . . . .	93
3.5.3	Couple de détente . . . . .	95
3.6	Résolution schéma monophasé équivalent étendu . . . . .	97
3.6.1	Inductances synchrones . . . . .	98
3.6.1.1	Stator à bobinage distribué . . . . .	99
3.6.1.2	Stator à bobinage dentaire . . . . .	101
3.6.2	Calcul des courants des phases $i(t)$ . . . . .	103
3.7	Validations électromécaniques expérimentales . . . . .	105
3.7.1	Application au prototype ARv0 . . . . .	105
3.7.1.1	Régime continu . . . . .	105
3.7.1.2	Vitesse maximale . . . . .	107
3.7.2	Application au prototype ARv2 . . . . .	108
3.7.2.1	Plein flux . . . . .	108
3.7.2.2	Flux réduit . . . . .	109
3.8	Analyse spectrale des pressions magnétiques d'entrefer . . . . .	111
3.8.1	Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et la force ma- gnétomotrice des APs (Famille 1) . . . . .	112
3.8.2	Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et la force ma- gnétomotrice du bobinage (Famille 2) . . . . .	114
3.8.3	Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et les forces ma- gnétomotrices des APs et du bobinage (Famille 3) . . . . .	116
3.9	Conclusion . . . . .	117
<b>4</b>	<b>Modélisation vibro-acoustique, validations et optimisation</b> . . . . .	<b>119</b>
4.1	Modélisation vibratoire et validations expérimentales . . . . .	119
4.1.1	Les fréquences naturelles et amortissements . . . . .	121
4.1.1.1	Tube en aluminium : modélisation . . . . .	121
4.1.1.2	Tube en aluminium : validations . . . . .	122

4.1.1.3	Stator avec denture : modélisation . . . . .	124
4.1.1.4	Stator avec denture : validations . . . . .	126
4.1.1.5	Stator avec denture et bobinage : modélisation . . . . .	127
4.1.1.6	Stator avec denture et bobinage : validations . . . . .	128
4.1.1.7	Stator avec carcasse et flasque : modélisation . . . . .	130
4.1.1.8	Stator avec carcasse et flasque : validations . . . . .	130
4.1.1.9	Applications aux prototypes ARv0 et ARv2 . . . . .	132
4.1.2	Les réponses mécaniques : les vibrations . . . . .	134
4.2	Modélisation acoustique et validations expérimentales . . . . .	136
4.2.1	Le facteur de rayonnement . . . . .	136
4.2.2	Le niveau de puissance acoustique : Sound Power Level . . . . .	138
4.3	Caractérisation du bruit . . . . .	139
4.3.1	Le moteur ARv0 . . . . .	139
4.3.2	Le moteur ARv2 . . . . .	142
4.4	Réduction du bruit dans les MSAPs . . . . .	144
4.4.1	Règles de conception silencieuse des MSAPs . . . . .	144
4.4.1.1	Règles sur les combinaisons pôles/encoches . . . . .	144
4.4.1.2	Règles sur la fréquence de découpage . . . . .	146
4.4.2	Optimisation des MSAPs . . . . .	148
4.4.2.1	Généralités sur les algorithmes génétiques . . . . .	148
4.4.2.2	Description du problème d'optimisation . . . . .	148
4.4.2.3	Formulation des objectifs . . . . .	149
4.4.2.4	Les variables du problème . . . . .	149
4.4.2.5	Les contraintes du problème . . . . .	149
4.4.2.6	Applications aux prototypes ARv0 et ARv2 . . . . .	150
<b>5</b>	<b>Conclusion, Perspectives</b> . . . . .	<b>153</b>
5.1	Conclusion . . . . .	153
5.2	Perspectives . . . . .	154
5.3	Publications . . . . .	155
<b>A</b>	<b>Formulation analytique de la perméance d'entrefer</b> . . . . .	<b>156</b>
<b>B</b>	<b>Technique d'Analyse Modale Expérimentale (AME)</b> . . . . .	<b>160</b>
B.1	Méthodologie . . . . .	160
B.2	Instrumentation . . . . .	161
<b>C</b>	<b>Analyse des harmoniques du groupe 6 pour un rotor à 12 pôles</b> . . . . .	<b>163</b>
<b>D</b>	<b>Commande vectorielle réalisée sur le moteur ARv2</b> . . . . .	<b>171</b>
D.1	Découplage des commandes des tensions $V_d$ et $V_q$ . . . . .	171
D.2	Schéma bloc . . . . .	172
D.3	Boucle de commande . . . . .	172
D.4	Synthèse des régulateurs . . . . .	173
D.5	Schéma technologique . . . . .	175
	<b>Bibliographie</b> . . . . .	<b>176</b>

# Table des figures

1.1	Comparaison des émissions de $CO_2$ entre différents moyens de transport. . . . .	2
1.2	Réglementation sur les points de mesure du bruit émis par un train. . . . .	4
1.3	Décomposition du bruit émis par un train (Tramway). . . . .	5
1.4	Limitation de la puissance acoustique globale émise par une machine de traction ; CEI 60349 – 2. . . . .	6
1.5	Décomposition du bruit émis par la machine de traction ARv0 (Alimentation à découpage). . . . .	7
2.1	Schéma explicatif d'un bobinage double couche. . . . .	13
2.2	Enroulement concentrique à pôles conséquents, 48 encoches/ 4 pôles. . . . .	14
2.3	Enroulement concentrique à pôles non conséquents, 48 encoches/ 4 pôles. . . . .	14
2.4	Enroulement imbriqué à pôles conséquents, 48 encoches/ 4 pôles. . . . .	15
2.5	Enroulement imbriqué diamétral à pôles non conséquents, simple couche 48 encoches/ 4 pôles. . . . .	15
2.6	Enroulement imbriqué diamétral à pôles non conséquents, double couche 24 encoches/ 4 pôles. . . . .	16
2.7	Enroulement imbriqué <b>raccourci</b> à pôles non conséquents, double couche 24 encoches/ 4 pôles. . . . .	16
2.8	Simulation DIVA de la fonction bobinage, harmoniques injectées par les différents bobinages distribués. . . . .	17
2.9	Illustration du bobinage distribué et bobinage concentré. . . . .	18
2.10	Enroulement concentré, simple couche 6 encoches/ 4 pôles. . . . .	20
2.11	Enroulement concentré, double couche 6 encoches/ 4 pôles. . . . .	20
2.12	Simulation DIVA de la fonction bobinage, harmoniques injectées par les bobinages distribués. . . . .	21
2.13	Rotor à APs montés en surface. . . . .	25
2.14	Rotor à aimants AGV. . . . .	26
2.15	Rotor à APs enterrés. . . . .	26
2.16	Prototypes de rotors à APs enterrés. . . . .	27
2.17	Architecture des méthodes de prédiction de bruit magnétique. . . . .	29
2.18	Exemple de changement de stratégies MLI, traction ferroviaire. . . . .	31
2.19	Analyse numérique des contraintes de Maxwell sur le volume de la structure stator ; en bleue, la surface d'intégration des pressions de Maxwell. . . . .	34
2.20	Analyse des contraintes de Maxwell sur le volume de la structure stator ; en bleue, la surface d'intégration des pressions de Maxwell. . . . .	36
2.21	Exemples de faces vibrantes moteurs de traction. . . . .	38
2.22	Exemple de projection de pression magnétique d'un maillage magnétique sur un maillage mécanique. . . . .	39
2.23	Vibration d'une poutre encastree. Exemple de discrétisation en deux degrés de liberté, modes 1 et 2. . . . .	40
2.24	Exemple de système discret à deux degrés de liberté, modes 1 et 2. . . . .	41
3.1	Démarche de calcul - Variables d'entrée/sortie. . . . .	52

3.2	Calcul de l'induction totale dans l'entrefer dans le repère de PARK. . . . .	54
3.3	Schéma de simulation MATLAB-SIMULINK des tensions $U^n$ . . . . .	56
3.4	MLI Asynchrones, génération du potentiel de phase $U_q$ via l'intersection de la porteuse et de la modulante ( $V_{dc} = 1800$ V, $f_c = 400$ Hz et $f_s = 20$ Hz). . . . .	56
3.5	Tension simple $V_q$ , MLI Asynchrones <b>Asyn</b> et <b>Asyn+3<sup>th</sup></b> ( $V_{q_{eff}} = 400$ V, $f_c = 400$ Hz et $f_s = 20$ Hz). . . . .	57
3.6	MLI Angles Calculés, construction des potentiels de phase $U_q$ via la lecture des angles et tensions simples ( $V_{dc} = 1800$ V et $f_s = 55$ Hz). . . . .	59
3.7	MLI Angles Calculés, tensions simples déduites de l'équation 3.6. . . . .	59
3.8	Simulations DIVA de la tension simple $V_q$ , TFD MLI angles calculés ( $V_{q_{eff}} = 400$ V et $f_s = 55$ Hz) et TFD pleine onde ( $V_{q_{eff}} = 810$ V et $f_s = 55$ Hz). . . . .	60
3.9	Fonction de distribution d'une spire autour d'une dent, $wf(\alpha)$ . . . . .	61
3.10	Décomposition de la fonction de bobinage $N_q^s(\alpha)$ stator. <i>Gauche</i> : cas d'une spire par phase enroulée autour d'une dent ; <i>Milieu</i> : cas d'une spire par phase enroulée autour de deux ou de plusieurs dents ; <i>Droite</i> : cas de deux spires par phase enroulées chacune autour d'une dent. . . . .	62
3.11	Moteur ARv2, $spp = \frac{2}{5}$ encoches par pôle et par phase. . . . .	63
3.12	Moteur ARv0, $spp = 2$ encoches par pôle et par phase. . . . .	63
3.13	Moteur SinV1, $spp = 1.5$ encoches par pôle et par phase. . . . .	64
3.14	Magnétisation parallèle des APs en forme de calotte. . . . .	66
3.15	Projection de la magnétisation des APs dans le repère cylindrique. . . . .	67
3.16	Moteur ARv0 ( $r_c = 0.8$ ), champ magnétique $H_{rI}(r, \alpha)$ radial développé par les APs dans l'entrefer moyen. . . . .	70
3.17	Moteur ARv0 ( $r_c = 0.8$ ), champ magnétique $H_{\theta I}(r, \alpha)$ radial développé par les APs dans l'entrefer moyen. . . . .	71
3.18	Moteur ARv2 ( $r_c = 0.5$ ), champ magnétique $H_{rI}(r, \alpha)$ radial développé par les APs dans l'entrefer moyen. . . . .	71
3.19	Moteur ARv2 ( $r_c = 0.5$ ), champ magnétique $H_{\theta I}(r, \alpha)$ radial développé par les APs dans l'entrefer moyen. . . . .	72
3.20	Forces magnéto-motrices développées par les APs dans l'entrefer, analyse spectrale temporelle (fréquence $f$ ) et spatiale (déformée à $m$ lobes). . . . .	73
3.21	Perméance d'entrefer ARv0, simulations FEMM. . . . .	76
3.22	Composante radiale de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le stator. . . . .	77
3.23	Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le stator. . . . .	77
3.24	Perméance d'entrefer ARv2, simulations FEMM. . . . .	78
3.25	Composante radiale de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le stator. . . . .	78
3.26	Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le stator. . . . .	78
3.27	Perméance entrefer ARv0, simulations FEMM. . . . .	79
3.28	Composante radiale de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le rotor. . . . .	80
3.29	Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le rotor. . . . .	81

3.30	Composante radiale de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le rotor. . . . .	81
3.31	Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le rotor. . . . .	81
3.32	Construction de la perméance d'entrefer totale : composante radiale à $t = 0$ . . . .	83
3.33	Construction de la perméance d'entrefer totale : composante tangentielle à $t = 0$ . . . .	84
3.34	Perméance d'entrefer totale : analyse spectrale temporelle (fréquence $f$ ) et spatiale (déformée à $m$ lobes). . . . .	85
3.35	Induction radiale dans l'entrefer moyen du moteur ARv0 à $f_s = 200$ Hz : comparaison DIVA - Flux2D. . . . .	86
3.36	Induction tangentielle dans l'entrefer moyen du moteur ARv0 à $f_s = 200$ Hz : comparaison DIVA - Flux2D. . . . .	87
3.37	Induction radiale dans l'entrefer moyen du moteur ARv2 à $f_s = 200$ Hz : comparaison DIVA - Flux2D. . . . .	89
3.38	Induction tangentielle dans l'entrefer moyen du moteur ARv2 à $f_s = 200$ Hz : comparaison DIVA - Flux2D. . . . .	89
3.39	Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de la largeur de dents stator des moteurs ARv0 et ARv2 ; composantes radiale et tangentielle. . . . .	90
3.40	Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de l'ouverture des APs à volume d'APs constant des moteurs ARv0 et ARv2 ; composantes radiale et tangentielle. . . . .	91
3.41	Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de la hauteur de l'isthme des dents stator des moteurs ARv0 et ARv2 ; composantes radiale et tangentielle. . . . .	92
3.42	Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de la perméabilité relative des clavettes d'encoche des moteurs ARv0 et ARv2 ; composantes radiale et tangentielle. . . . .	93
3.43	Force électromotrice produite par une phase des moteurs ARv0 à $f_s = 200$ Hz et ARv2 à $f_s = 167$ Hz ; comparaison des calculs DIVA - Flux2D. . . . .	94
3.44	Couple de détente des moteurs ARv0 et ARv2 ; comparaison des calculs DIVA - Flux2D. . . . .	96
3.45	Mesures des inductances directe et inverse, grâce à la méthode d'injection des tensions en haute fréquence. . . . .	98
3.46	Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv0 à vide : $H_c \neq 0$ et $i_d, i_q = 0$ . . . . .	99
3.47	Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv0 sans APs, (a) $i_d$ Seul, (b) $i_q$ Seul. . . . .	100
3.48	Inductances Synchrones du moteur ARv0 : calculs DIVA. . . . .	101
3.49	Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv2 à vide : $H_c \neq 0$ et $i_d, i_q = 0$ . . . . .	102
3.50	Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv2 sans APs, (a) $i_d$ Seul, (b) $i_q$ Seul. . . . .	102
3.51	Inductances Synchrones du moteur ARv2 : calculs DIVA. . . . .	103
3.52	Architecture DIVA de la résolution du Schéma Monophasé Équivalent étendu ; calcul du courant de phase. . . . .	104
3.53	Bilan de puissance d'une MSAPs. . . . .	105
3.54	Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv0 au régime continu. . . . .	106
3.55	Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv0 au régime continu. . . . .	106

3.56	Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv0 à la vitesse maximale. . . . .	107
3.57	Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv0 à la vitesse maximale. . . . .	108
3.58	Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv2 au régime à plein flux. . . . .	108
3.59	Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv2 au régime à plein flux. . . . .	109
3.60	Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv2 au régime à flux réduit. . . . .	110
3.61	Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv2 au régime à flux réduit. . . . .	110
4.1	Modèle mécanique : hypothèse du cylindre creux équivalent. . . . .	119
4.2	Exemples de déformations radiales et axiales d'un cylindre creux. . . . .	120
4.3	Cas test : tube en aluminium en condition libre-libre au-delà de 300 Hz. . . . .	122
4.4	Exemple de coupe 2D d'un stator équipé de dents. . . . .	125
4.5	Cas test : stator avec sa denture en condition libre-libre au-delà de 200 Hz. . . . .	126
4.6	Cas test : stator avec sa denture en condition libre-libre au-delà de 150 Hz. . . . .	128
4.7	Cas test : moteur de traction en condition libre-libre au-delà de 30 Hz. . . . .	131
4.8	Vue des moteurs ARv0 et ARv2. . . . .	132
4.9	Calcul des accélérations des vibrations du moteur ARv0 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA. . . . .	135
4.10	Calcul des accélérations des vibrations du moteur ARv2 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA. . . . .	135
4.11	Application du calcul du facteur de rayonnement aux moteurs ARv0 et ARv2. . . . .	137
4.12	Calcul de la puissance acoustique ( $L_w$ ) du moteur ARv0 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA. . . . .	138
4.13	Calcul de la puissance acoustique ( $L_w$ ) du moteur ARv2 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA. . . . .	139
4.14	Essais avec tension MLI : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0. . . . .	140
4.15	Simulations DIVA avec tension MLI : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0. . . . .	140
4.16	Simulations DIVA avec tension sinusoïdale : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0. . . . .	141
4.17	Simulations DIVA à vide sans alimentation : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0. . . . .	141
4.18	Simulations DIVA avec tension MLI : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv2. . . . .	143
4.19	Simulations DIVA à vide sans alimentation : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv2. . . . .	143
4.20	Comparaison du bruit émis à vitesse variable par le moteur ARv0 et 54s12p ; en charge avec tension MLI du projet ARv0. . . . .	146
4.21	Sonagramme du niveau de puissance acoustique rayonnée du moteur ARv2 : tension MLI synchrone. . . . .	147

4.22	Plans d'expériences pour le moteur ARv0 : situation de la solution optimale par rapport à la solution initiale. . . . .	151
4.23	Plans d'expériences pour le moteur ARv2 : situation de la solution optimale par rapport à la solution initiale. . . . .	151
4.24	Comparaison du bruit émis à vitesse variable entre la solution optimale et la solution initiale du moteur ARv0. . . . .	152
A.1	Perméance radiale d'entrefer pour le moteur ARv0 à $t = 0$ : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM. . . . .	157
A.2	Perméance radiale d'entrefer pour le moteur ARv2 à $t = 0$ : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM. . . . .	157
A.3	Induction radiale d'entrefer pour le moteur ARv0 à $t = 0$ : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM. . . . .	158
A.4	Induction radiale d'entrefer pour le moteur ARv2 à $t = 0$ : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM. . . . .	158
A.5	Harmoniques spatio-temporels de l'induction radiale d'entrefer : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique, DIVA-FEMM, et Flux2D (tout numérique). . . . .	159
B.1	Méthode d'analyse modale expérimentale : marteau mobile, accéléromètre fixe. . . . .	160
B.2	Caractéristiques de accéléromètre utilisé pour réaliser les <b>AMEs</b> . . . . .	161
B.3	Caractéristiques du marteau choc utilisé pour réaliser les <b>AMEs</b> . . . . .	162
C.1	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 0.25. Ordre minimal = 1. Pente fondamental = 30. . . . .	163
C.2	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 1. Ordre minimal = 0. Pente fondamental = 36. . . . .	164
C.3	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 1.25. Ordre minimal = 3. Pente fondamental = 48. . . . .	165
C.4	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 1.5. Ordre minimal = 6. Pente fondamental = 48 – 80. . . . .	166
C.5	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 1.75. Ordre minimal = 3. Pente fondamental = 60. . . . .	167
C.6	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 2. Ordre minimal = 0. Pente fondamental = 72. . . . .	168
C.7	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 2.25. Ordre minimal = 3. Pente fondamental = 84. . . . .	169
C.8	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer. spp = 2.5. Ordre minimal = 6. Pente fondamental = 84 – 96. . . . .	170

---

D.1	Modélisation d'une MSAPs dans le repère de PARK. Entrées $V_d$ et $V_q$ - Sorties $I_d$ , $I_q$ , $\Gamma_{em}$ et $\omega_r$ . . . . .	172
D.2	Modélisation de la régulation d'une MSAPs dans le repère de PARK. . . . .	173
D.3	Réalisation de la commande cascade d'une MSAPs dans le repère de PARK. . . .	175

# Liste des tableaux

1.1	Evolution des exigences acoustiques pour automotrices ; STI 2006/66/CE. . . . .	3
1.2	Pénalisation des raies tonales : CEI 60349 – 2. . . . .	6
1.3	Spécifications techniques des besoins du projet AROMAT : l'objectif <b>bruit rayonné</b> est notre cible. . . . .	9
2.1	Table récapitulative bobinages distribués. . . . .	17
2.2	Comparaison entre simple couche et double couche du bobinage concentré. . . . .	21
2.3	Comparaison famille d'aimants ; principales grandeurs magnétiques. . . . .	24
2.4	Comparaison famille d'aimants ; principales grandeurs mécaniques et physico-chimiques. . . . .	24
2.5	Comparaison entre bobinage distribué et bobinage concentré. . . . .	28
2.6	Comparaison entre rotor équipé des APs en surface et APs enterrés. . . . .	28
2.7	Exemple de changement de stratégies MLI, traction ferroviaire. . . . .	31
3.1	Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, bobinage dentaire ou concentré. . . . .	63
3.2	Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, bobinage distribué à pas entier. . . . .	64
3.3	Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, bobinage distribué à pas fractionnaire. . . . .	64
3.4	Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, alimentation sinusoïdale. . . . .	65
3.5	Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, MLI asynchrone ou synchrone. . . . .	65
3.6	Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, MLI à angles calculés. . . . .	65
3.7	Harmoniques de la force magnéto-motrice rotor, APS montés en surface. . . . .	72
3.8	Harmoniques de la perméance d'entrefer : APs montés en surface, stator à bobinage distribué ou à bobinage dentaire. . . . .	84
3.9	Harmoniques de la perméance d'entrefer : APs montés en surface, stator à bobinage distribué ou à bobinage dentaire. . . . .	84
3.10	Harmoniques de l'induction dans l'entrefer à vide : APs montés en surface, stator à bobinage distribué ou à bobinage dentaire. . . . .	87
3.11	Comparaisons DIVA - ESSAIS des harmoniques de la tension simple à vide du moteur ARv0, à $f_s = 200$ Hz. . . . .	95
3.12	Comparaisons DIVA - ESSAIS des harmoniques de la tension composée à vide du moteur ARv2, à $f_s = 167$ Hz. . . . .	95
3.13	Comparaisons DIVA - ESSAIS - Flux2D du couple de détente du moteur ARv0. . . . .	96
3.14	Comparaisons DIVA - ESSAIS - Flux2D du couple de détente du moteur ARv2. . . . .	97
3.15	Comparaisons DIVA - ESSAIS des inductances synchrones du moteur ARv0, avec $i_d = 400$ A et $i_q = 0$ A. . . . .	101
3.16	Comparaisons DIVA - ESSAIS des inductances synchrones du moteur ARv2. . . . .	103
3.17	Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement en régime continu du moteur ARv0, à $T_{bobinage} = 100^\circ C$ et $T_{APs} = 100^\circ C$ . . . . .	106
3.18	Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement à vitesse maximale du moteur ARv0, à $T_{bobinage} = 100^\circ C$ et $T_{APs} = 100^\circ C$ . . . . .	107
3.19	Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement en régime à plein flux du moteur ARv2, à $T_{bobinage} = 60^\circ C$ et $T_{APs} = 60^\circ C$ . . . . .	109

3.20	Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement en régime à flux réduit du moteur ARv2, à $T_{bobinage} = 60^{\circ}C$ et $T_{APs} = 60^{\circ}C$ . . . . .	110
3.21	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer due à l'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice des APs. . . . .	113
3.22	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer due à l'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice du bobinage. . . . .	115
3.23	Harmoniques de pression magnétique d'entrefer due à l'interaction entre la perméance d'entrefer et les forces magnétomotrices des APs et du bobinage. . . . .	117
4.1	Principales dimensions du tube en aluminium. . . . .	122
4.2	Détermination des fréquences naturelles et des amortissements d'un tube en aluminium en utilisant DIVA et PULSE ; déformations radiales. . . . .	123
4.3	Détermination des fréquences naturelles et des amortissements d'un tube en aluminium en utilisant DIVA et PULSE ; déformations axiales. . . . .	124
4.4	Principales dimensions du stator avec sa denture. . . . .	126
4.5	Comparaison des fréquences naturelles d'un stator denté en utilisant DIVA et PULSE ; déformations radiales. . . . .	127
4.6	Comparaison des fréquences naturelles d'un stator bobiné en utilisant DIVA et PULSE ; déformations radiales. . . . .	129
4.7	Principales dimensions du stator bobiné. . . . .	130
4.8	Principales dimensions du stator bobiné. . . . .	131
4.9	Comparaison des fréquences naturelles et des amortissements d'un moteur de traction en utilisant DIVA et PULSE. . . . .	132
4.10	Principales dimensions du moteur ARv0. . . . .	133
4.11	Principales dimensions du moteur ARv2. . . . .	133
4.12	Comparaison des fréquences naturelles et des amortissements du moteur ARv0 en utilisant DIVA et PULSE. . . . .	133
4.13	Comparaison des fréquences naturelles et des amortissements du moteur ARv2 en utilisant DIVA et PULSE. . . . .	133
4.14	Critère acoustique sur la variable adimensionnelle d'épaisseur $\kappa$ . . . . .	137
4.15	Principaux harmoniques de la pression magnétique d'entrefer à vide (sans alimentation). . . . .	142
4.16	Principaux harmoniques de la pression magnétique d'entrefer du moteur ARv0 en charge (avec alimentation MLI). . . . .	142
4.17	Principaux harmoniques de la pression magnétique d'entrefer en charge, liés à la tension MLI. . . . .	144
4.18	Règles de conception silencieuse : choix du nombre d'encoche du stator pour un rotor à 12 pôles. <b>Famille 1, N° 6</b> . . . . .	145
4.19	Règles de conception silencieuse : choix du nombre d'encoche du stator pour un rotor à 10 pôles. <b>Famille 1, N° 6</b> . . . . .	145
4.20	Variables de la MSAPs utilisée dans le problème d'optimisation. . . . .	149
4.21	Valeurs optimales des variables de la MSAPs utilisées dans le problème d'optimisation : exprimées en pourcentage de leur valeur initial. . . . .	150

# Introduction

---

## Sommaire

<b>1.1</b>	<b>La MSAP dans la traction ferroviaire</b>	<b>1</b>
<b>1.2</b>	<b>La problématique acoustique dans la traction ferroviaire</b>	<b>3</b>
1.2.1	Les normes internationales	5
1.2.2	Le bruit dans les machines électriques	7
<b>1.3</b>	<b>Le projet AROMAT et ses objectifs</b>	<b>8</b>
1.3.1	Le projet PROSODIE	8
1.3.2	Le projet AROMAT	9
<b>1.4</b>	<b>Objectifs et orientations scientifiques</b>	<b>10</b>

---

## 1.1 La MSAP dans la traction ferroviaire

Dans les pays modernes industrialisés, plus de 65 % de l'énergie électrique est consommée par les machines électriques. Ces convertisseurs électromécaniques sont utilisés dans les industries (robotique, machine outil), dans les habitations (machine à laver, aspirateur, ...), dans les secteurs ferroviaire et naval, pour la production de l'électricité ou encore plus récemment dans l'automobile et l'aviation.

De nos jours, pour des raisons économiques, écologiques et environnementales, les constructeurs de machines électriques prennent en compte, en plus du rendement électromécanique, les notions d'aspects environnementaux, de coût et de confort liées à la fabrication et à l'exploitation de ces machines électriques. C'est dans ce contexte d'optimisation de l'énergie utilisée par ces machines et de réduction de leur coût de fabrication que les règles de conception actuelles ont tendance à augmenter leur puissance massique.

Dans ce registre, grâce à l'utilisation des aimants permanents et aux avancées considérables réalisées dans le domaine de l'électronique de puissance, la machine synchrone à aimants permanents (MSAPs) a été identifiée depuis le début des années 1950 comme la réponse technologique en terme d'efficacité énergétique dans la motorisation électrique.

Dans le domaine ferroviaire, basculer vers les MSAPs équivaut à un important changement de cap dans la conception des machines de traction. En effet, c'est la machine asynchrone (MAS) à cage d'écureuil qui est majoritairement choisie dans les nouveaux projets. De conception robuste et simple, le rotor n'ayant aucun contact électrique et mécanique avec le stator, son coût de fabrication et sa maintenance sont très réduits. Le caractère naturel de la génération du champ rotor et de l'interaction magnétique dans l'entrefer fait de la MAS, une machine facile à

piloter (pas besoin d'assurer l'auto-pilotage).

Cependant, par rapport à la MAS, la MSAPs propose à encombrement équivalent, une meilleure puissance massique. De plus, la MSAPs offre une meilleure flexibilité d'intégration aux systèmes (moteurs plats, moteurs roues) en comparaison avec la MAS. Son atout majeur est de pouvoir être exploitée dans des entraînements (traction/freinage) avec des performances élevées sur des plages de vitesses importantes. Tout ceci a été possible grâce notamment aux progrès réalisés dans les techniques d'alimentation à découpage et dans les diverses stratégies de pilotage.

C'est donc pour répondre aux besoins d'augmentation de puissance massique que ALSTOM Transport entreprend sa démarche d'investissement dans l'innovation. Certaines réalisations d'envergure sont la preuve de cette volonté de développement de moteurs de traction innovants et performants, des moteurs types MSAPs, à savoir :

- le moteur VAL208, Véhicule Automatique Léger ;
- le tramway CITADIS ;
- le tram-train CITADIS DUALIS ;
- l'Automotrice à Grande Vitesse (AGV).

Les MSAPs exploitées dans ces projets sont équipées de rotor à aimants permanents montés en surface. Cette technologie se caractérise par des performances et un rendement énergétique élevés, qui permettent entre autre d'améliorer l'efficacité énergétique en terme d'émission de  $CO_2$  par passager et par kilomètre (Figure 1.1).

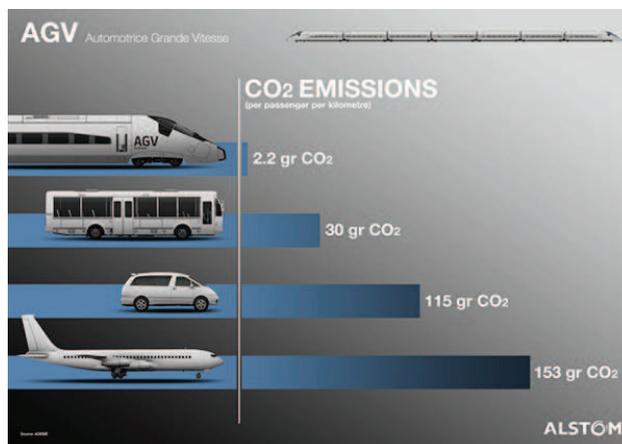


FIGURE 1.1 – Comparaison des émissions de  $CO_2$  entre différents moyens de transport.

Cependant, le coût de cette solution reste élevé par rapport aux solutions classiques (entraînements à MAS). Le cahier des charges des automotrices pour le trafic urbain, interurbain et inter-cité est très contraignant : distances courtes entre les stations (fortes accélérations et décélérations). Par conséquent, en se basant sur les connaissances et les réalisations actuelles, l'application de cette nouvelle technologie (MSAPs) et son déploiement à grande échelle ne peuvent pas être immédiats.

Ce projet a été entrepris en partie pour répondre aux derniers freins dans le déploiement de

la technologie MSAPs. Bien que nos travaux se focalisent sur le bruit magnétique émis par des MSAPs, nous devons rappeler qu'il est important de bien maîtriser les états magnétiques de ces machines afin de prédire leurs comportements vibro-acoustiques. C'est pourquoi des modèles de dimensionnement (calcul de performances électromécaniques) et des modèles comportementaux (prédiction des vibrations et des bruits) vont être réalisés. Les challenges que nous aurons à relever sont les suivants :

- **Challenge 1** : Comparer les topologies possibles pour les MSAPs; rotor interne ou externe, bobinage distribué ou concentré, rotors à APs en surface ou enterrés.
- **Challenge 2** : Prendre en compte le type d'alimentation, alimentation à découpage ou alimentation sinusoïdale, et les diverses stratégies de découpage.
- **Challenge 3** : Faire des simulations de performances et comportement vibro-acoustique sur des plages de vitesse, quelque soit le type d'alimentation et/ou les stratégies de découpage.
- **Challenge 4** : Être capable de définir des topologies MSAPs optimales (émission minimale du bruit) pour un cahier des charges précis, en satisfaisant les performances.
- **Challenge 5** : Capitaliser tous ces points dans un outil de dimensionnement disposant du meilleur compromis rapidité - précision et permettant de donner les tendances acoustiques.

On se propose donc d'apporter des éléments de réponses à ces cinq points sur lesquels nous orienterons nos validations.

## 1.2 La problématique acoustique dans la traction ferroviaire

L'exploitation du matériel roulant et fixe dans la traction ferroviaire est soumise à une réglementation internationale dont un des objectifs est de garantir la sécurité et l'intégrité physique des opérateurs et des clients. Parmi ces normes, c'est la réglementation sur les nuisances sonores qui conditionne et oriente nos travaux de recherche. Les limites de pression acoustique citées plus bas sont des niveaux de bruit extérieur mesurés sur train. Les niveaux de pression acoustique sont mesurés à 7,5 m de l'axe de la voie et 1,2 m au-dessus du plan de roulement (Figure 1.2).

La réglementation sur le bruit émis par les trains évolue considérablement. En effet, depuis 2006 les trains doivent être conformes à la norme **STI 2006/66/CE** relative à l'exigence de bruit des matériels roulants (Tableau 1.1). Cette norme définit les limites de bruits extérieurs en stationnement, au démarrage, au passage, celui en cabine de conduite ainsi que la limite de bruit intérieur pour les passagers.

	STI 2006	Exigence Client 2009	Exigence client > 2010
Bruit extérieur	81 dB(A)	80 dB(A)	77 dB(A)

TABLEAU 1.1 – Evolution des exigences acoustiques pour automotrices ; STI 2006/66/CE.



FIGURE 1.2 – Réglementation sur les points de mesure du bruit émis par un train.

Cependant, depuis 2010, les exigences acoustiques clients sont de plus en plus sévères et vont au-delà de la norme STI 2006 pour le confort des usagers et opérateurs. Ces nouvelles spécifications ont un impact très significatif sur la conception des machines de traction. En effet, le bruit émis par un train a plusieurs origines de nature différente parmi lesquelles :

- le bruit provenant des **vibrations du rail sur les ballasts**, ou encore le bruit émis par la voie ;
- le bruit provenant du **contact de la roue sur le rail**, qui dépend de l'état d'usure ou de rodage de la voie ;
- le bruit provenant de **l'électronique de puissance embarquée**, qui résulte principalement de la commutation des interrupteurs et de leur refroidissement ;
- le bruit provenant du **transformateur et de ses auxiliaires** (ventilateurs et pompes) pour des trains qui en possèdent ;
- le bruit provenant des **bogies**, dont les deux contributeurs principaux sont :
  - le bruit émis par le **réducteur** ;
  - le bruit émis par les **moteurs électriques**, qui est le sujet de notre étude.

La figure 1.3 récapitule la répartition du bruit émis par un train. Chaque élément du train cité ci-dessus reçoit une allocation de bruit à ne pas dépasser pour garantir une certaine valeur de bruit globale émis par le train. Pour rappel, les exigences clients actuelles imposent une réduction du bruit global de **3 dB(A)** (Tableau 1.1).

Pour atteindre cet objectif, le constructeur se doit donc de réduire le bruit global émis par le moteur électrique d'une valeur bien supérieure à 3 dB(A). Cette valeur dépend de la disposition du moteur dans le bogie, et de la présence ou non des écrans acoustiques sur les parois du train. Dans la figure 1.3, un exemple de réduction du bruit pour le moteur est donné.

Pour conclure sur les normes restrictives du niveau de nuisance sonore émis par les trains, nous pouvons dire ici que les contraintes sont et seront vraisemblablement de plus en plus

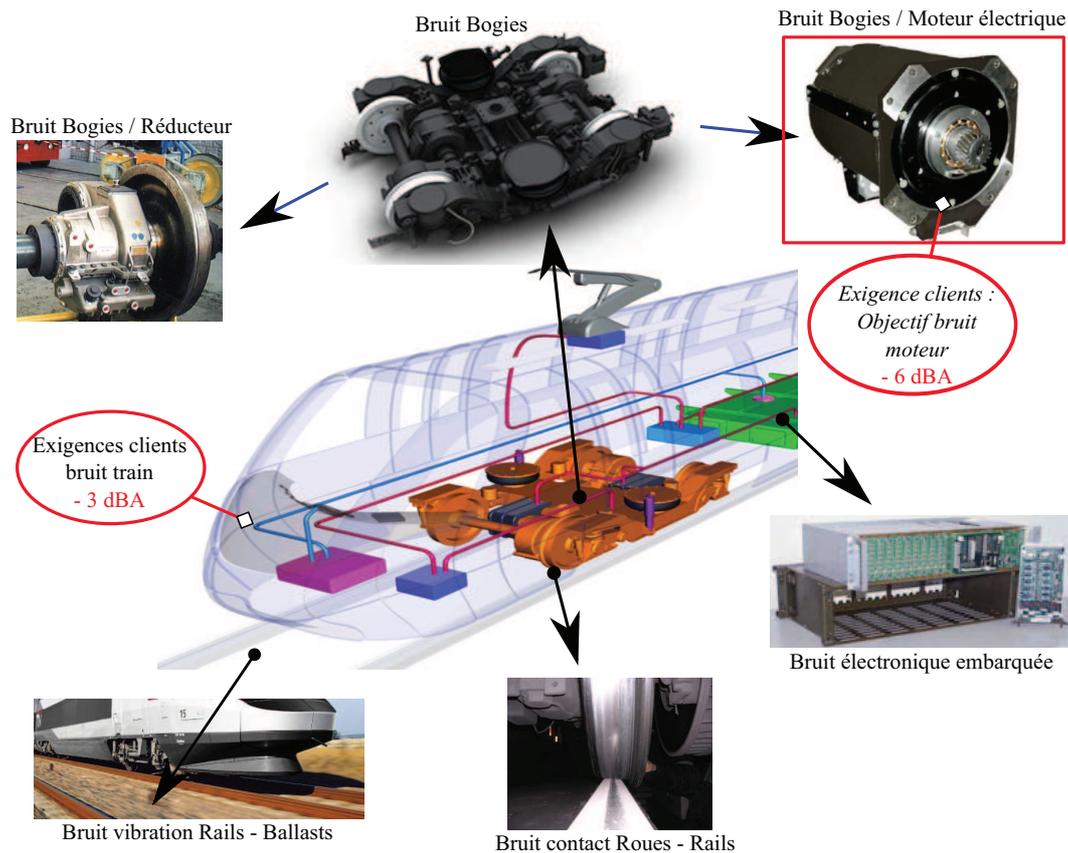


FIGURE 1.3 – Décomposition du bruit émis par un train (Tramway).

sévères. Le secteur des automotrices est également impacté. Nous devons donc être préparés, au niveau de la conception moteur, à répondre aux spécifications acoustiques tout en améliorant les performances des produits proposés. Ceci passera par une bonne compréhension des origines du bruit produit par les machines de traction et une méthode de prédiction la plus précise possible.

*Il est toujours important de rappeler qu'une exposition prolongée à un certain niveau de bruit entraîne très souvent une réduction de l'audition. Cette perte d'audition s'accompagne dans la plupart des cas d'acouphènes, qui entraînent une sensation de gêne permanente causant isolement social, dépression et le suicide dans les cas extrêmes.*

C'est donc dans un registre de prévention que la communauté internationale a défini des niveaux sonores critiques à ne pas atteindre, en fonction de la durée et des conditions de l'exposition au bruit.

### 1.2.1 Les normes internationales

Les normes internationales sur la limitation des nuisances sonores dans la traction ferroviaire, détaillées dans le document CEI 60349 – 2 édition 3 édité en 2010, se présentent en deux parties :

- **Les limitations sur les tons purs** : Ce volet propose de pénaliser l'existence de famille de raies tonales dans le spectre de la pression acoustique moyenne, mesurée sur la face la plus bruyante de la machine sous investigation. La décomposition spectrale de la pression

acoustique moyenne doit être représentée en 1/3 d'octave. Une raie qui émerge de façon significative est définie comme tonale si le niveau de pression acoustique de la bande de 1/3 d'octave qui la contient est supérieur d'au moins 5 dB aux deux bandes de 1/3 d'octave adjacentes.

La réglementation internationale ne s'applique qu'aux fréquences comprises entre 250 Hz et 4000 Hz. Si dans cet intervalle, on enregistre l'existence d'une ou de plusieurs raies tonales, la pénalité définie par le tableau 1.2 devra alors être appliquée. L'amplitude de la pression acoustique de la bande correspondante sera alors augmentée (par pénalisation). Le niveau de pénalité choisi devra correspondre à la plus grande émergence des raies tonales présentes.

Décibel au dessus de la moyenne	Pénalité (dB)
$5 < \Delta L \leq 6$	3
$6 < \Delta L \leq 8$	4
$8 < \Delta L \leq 10$	5
$\Delta L \geq 10$	6

TABLEAU 1.2 – Pénalisation des raies tonales : CEI 60349 – 2.

$\Delta L$  est la différence de pression acoustique entre la bande de 1/3 d'octave contenant la raie tonale et la moyenne des autres bandes de 1/3 d'octave. Cette pénalisation consiste donc à amplifier la contribution des raies tonales dans le calcul du niveau sonore global de la machine de traction.

- **Les limitations sur le bruit global :** Pour les moteurs de traction qui respectent les normes de construction, les pressions acoustiques maximales recommandées en fonction de la vitesse de rotation de la machine, incluant les pénalités sur les raies tonales, sont données par la figure 1.4.

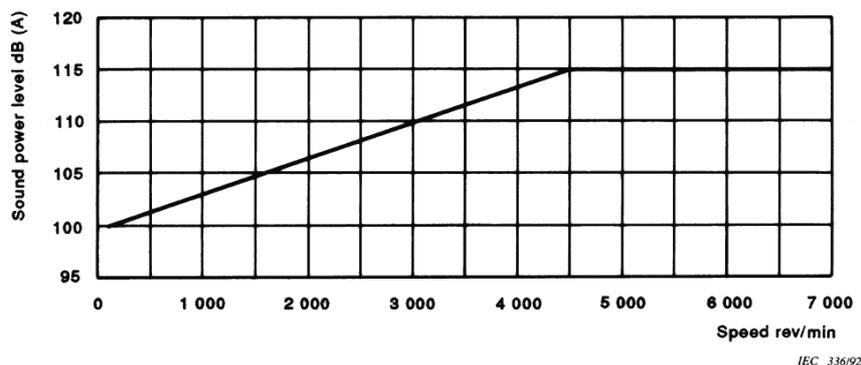


FIGURE 1.4 – Limitation de la puissance acoustique globale émise par une machine de traction ; CEI 60349 – 2.

Le bruit total émis par une machine de traction devra donc respecter cette limitation en fonction du régime de fonctionnement, afin de répondre au besoin de réduction de pollution acoustique.

### 1.2.2 Le bruit dans les machines électriques

Réduire le bruit émis par les machines électriques passe par une compréhension et une maîtrise totale des origines de ce bruit. Le bruit produit par les machines électriques peut être décomposé en trois grandes catégories, suivant leur origine [Timar 1994], [Gieras 2005] :

- **Le bruit d'origine aérodynamique** : il est en général le plus élevé lors du fonctionnement des machines à haute vitesse. Ce bruit est indépendant de la technologie de machine choisie et ne dépend que du type de refroidissement. Il est causé par les turbulences de l'air produites par les structures en rotation (ventilateur externe, brasseur) et augmente avec la vitesse. Plus les flux d'air dans la machine sont importants, plus la machine est bruyante. De ce fait, les machines ouvertes sont potentiellement plus bruyantes que les machines fermées. Les machines refroidies à air (auto-ventilation) sont potentiellement plus bruyantes que les machines refroidies à eau.
- **Le bruit d'origine mécanique** : il croît avec le carré de la vitesse en général, et provient du contact entre les pièces mécaniques en mouvement. Pour un moteur, il provient essentiellement des roulements et de l'accouplement. Il est donc fortement tributaire du type de paliers utilisés dans la machine tournante. Le type d'accouplement (rigide ou élastique) est aussi un paramètre important dans la génération du bruit. Tout comme le bruit d'origine aérodynamique, le bruit mécanique est important à des fréquences relativement basses (quelques multiples de la fréquence de rotation du moteur).
- **Le bruit d'origine électromagnétique** : c'est la partie du bruit qui fait l'objet de nos recherches. La connaissance et la maîtrise de toutes ses causes n'est pas effective. En effet il dépend du type de machine (MAS ou MSAP), de la constitution de la machine (nombre de dents, nombre de pôles), de son alimentation (sinusoïdale ou à découpage), de son état de charge et de sa vitesse. Les forces électromagnétiques présentes dans la machine provoquent des déformations dynamiques (vibrations) de l'enveloppe extérieure de la machine. Ces vibrations provoquent des fluctuations de la pression de l'air en périphérie dont la propagation est source de bruit. Il est donc important de maîtriser toutes ces interactions qui sont sources de bruit magnétique.

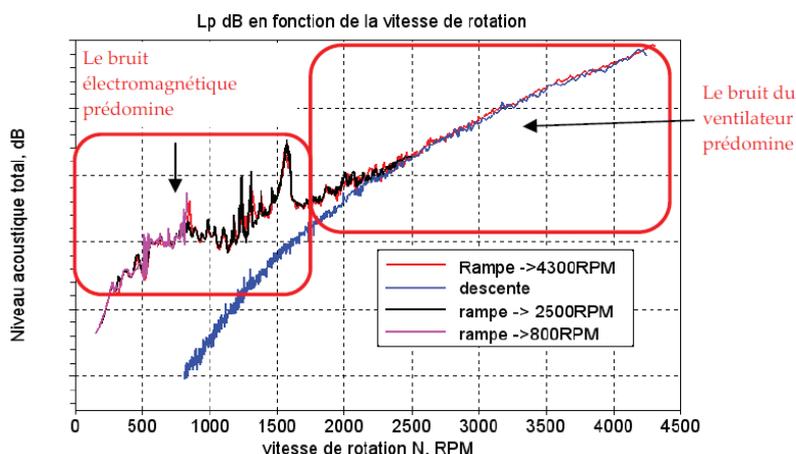


FIGURE 1.5 – Décomposition du bruit émis par la machine de traction ARv0 (Alimentation à découpage).

Dans la plupart des machines de traction refroidies à air et auto-ventilées, le bruit d'origine aérodynamique et mécanique domine le bruit global pour des vitesses importantes. Pour les basses vitesses, c'est le bruit d'origine magnétique qui est très souvent prépondérant. La figure 1.5 illustre cette décomposition. Elle présente les acquisitions de pression acoustique (3 montées en vitesse avec alimentation à découpage et une descente en vitesse sans alimentation) pour le moteur ARv0.

Le bruit magnétique est donc dominant pour les basses vitesses. Dans la traction électrique, les basses vitesses correspondent généralement aux entrées/sorties de gare et traversées de ville, situations pendant lesquelles les contraintes acoustiques sont les plus sévères. La maîtrise de ce bruit s'avère donc primordiale et nos travaux se proposent d'apporter des solutions dans la prédiction acoustique pour des entraînements électriques équipés de MSAPs.

## 1.3 Le projet AROMAT et ses objectifs

Depuis 2002, ALSTOM transport a entrepris d'importants travaux de recherches sur le bruit d'origine électromagnétique émis par les machines électriques. Les premiers travaux, [Ait-Hammouda 2005], ont permis de définir l'architecture principale du processus de prédiction de bruit d'origine électromagnétique dans les machines électriques. Ces travaux ont donné naissance à la première version de l'outil de Dimensionnement Vibro-Acoustique ALSTOM – L2EP, **DIVA.1**. Deux projets ont ensuite fait l'objet d'études ciblées sur les deux principaux types de machines utilisées dans la traction ferroviaire : le projet PROSODIE (Machine ASynchrone) et le projet AROMAT (Machine Synchrone à Aimants Permanents).

### 1.3.1 Le projet PROSODIE

Le projet PROSODIE ou encore PROpulsion Silencieuse Optimisée et Dimensionnée pour l'Environnement, a été mené dans le but de comprendre et prédire le bruit d'origine magnétique émis par l'association machines électriques–convertisseurs statiques de puissance, par les inductances et par les transformateurs dans la traction ferroviaire.

Dans le cadre de ce projet, les travaux de recherches effectués au Laboratoire d'Électrotechnique et d'Électronique de Puissance (L2EP) ([Le Besnerais 2008a], *Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines – low-noise design rules and multi-objective optimisation*, Décembre 2005 – Septembre 2008), se sont focalisés sur l'étude des moteurs de traction type machines asynchrones. Partant des travaux réalisés par [Hubert 2000] sur l'association machines électriques–convertisseurs statiques de puissance, l'auteur de la thèse de doctorat [Le Besnerais 2008a] établit des règles de conception silencieuse des MAS en tenant compte des stratégies d'alimentation à découpage.

Ce projet, qui a entre autres regroupé plusieurs organismes tels que la société ALSTOM-Transport, les laboratoires L2EP and LEC (Laboratoire d'Électromécanique de Compiègne), la société VIBRATEC, a eu pour principal livrable la version 2 de l'outil de Dimensionnement Vibro-Acoustique ALSTOM – L2EP, le **DIVA.2** dédié aux machines asynchrones et état zéro de nos travaux.

### 1.3.2 Le projet AROMAT

Cette thèse de doctorat s'inscrit dans un projet pour le développement du transport ferroviaire que la société ALSTOM Transport a entrepris, le projet AROMAT (**A**Rchitecture **O**ptimisée des **M**oteurs à **A**imants permanents pour la **T**raction ferroviaire). Le projet AROMAT répond aux prévisions de quadruplement des déplacements interurbains et régionaux en France à l'horizon 2020 en respectant les contraintes environnementales (Paragraphe 1.2). ALSTOM Transport poursuit donc ses efforts de recherche industrielle pour améliorer son offre et proposer des solutions innovantes répondant à cette demande croissante de transport attractif tout en minimisant l'impact sur l'environnement.

Le transport Urbain et Interurbain (RER et TER) est le segment d'exploitation concerné. Bien qu'il existe déjà des solutions innovantes dotées de moteur type MSAPs telles que sur l'AGV, la rude concurrence sur ce marché oblige ALSTOM Transport à améliorer son offre également en terme de coût. Dans ce segment, les futures machines ALSTOM seront dotées de moteurs type MSAPs performants, légers, avec un rendement élevé, un faible bruit rayonné, une maintenance réduite, un accroissement de la fiabilité. Cependant le coût devra être très compétitif.

Pour relever ce défi, les architectures existantes ont été remises en cause. Les spécifications techniques des besoins du projet AROMAT sont présentées dans le tableau 1.3. Notre mission dans ce projet est d'analyser et de prédire le comportement vibro-acoustique des topologies de moteurs candidats.

Objectifs	Solution en exploitation	Solution visée
Puissance/Masse	Moteur Asynchrone 400 kW / 1000 kg	Moteur à aimants permanents 450 kW / 600 kg
Plage vitesse	0 - 4000 tr/min	0 - 4500 tr/min
Bruit rayonné	115 dB(A) à vitesse maximale Norme CEI 60349 – 2	–5 db(A) par rapport à la solution en exploitation Réduction des émergences de fréquences pures sur tout le spectre d'octave
Rendement	93 %	98 %

TABLEAU 1.3 – Spécifications techniques des besoins du projet AROMAT : l'objectif **bruit rayonné** est notre cible.

Dans le cadre de ce projet, les travaux de recherches effectués par [Soualmi 2013] du laboratoire FEMTO–ST ont permis de développer des modèles de dimensionnement électromécanique et thermique de toutes les architectures de MSAPs candidates. L'objectif premier de l'auteur était l'évaluation et la minimisation des pertes, ainsi que l'amélioration des capacités d'évacuation de chaleur des structures candidates.

Pour atteindre les objectifs "bruit", le L2EP a pour mission la mise en place des modèles comportementaux de toutes les structures candidates afin de comprendre et de prédire, en collaboration avec le LEC, le bruit magnétique émis par l'association MSAP – convertisseurs

statiques de puissance. Une structure optimisée répondant au mieux aux spécifications techniques des besoins sera alors proposée.

Pour que l'analyse soit complète, la société MicrodB est en charge de l'étude sur les bruits d'origine aérodynamique et mécanique. Elle a pour objectifs de localiser les sources de bruit aéroulrique dominant, d'effectuer les simulations transitoires de l'écoulement de l'air dans la machine et de réduire le bruit en agissant sur les source et sur l'émission. Comme support d'investigation, MicrodB devra proposer des solutions applicables et faciles à l'industrialisation. Les solutions seront alors extrapolées et reprises après vérification sur la solution visée.

## 1.4 Objectifs et orientations scientifiques

L'outil que nous allons développer dans le cadre de cette thèse vient à la suite des deux premiers outils développés respectivement par [Ait-Hammouda 2005] (DIVA.1) et [Le Besnerais 2008a] (DIVA.2). On l'appellera **DIVA.3**. Son objectif premier sera de prédire le bruit audible d'origine électromagnétique produit par les moteurs synchrones à aimants permanents (MSAPs). Il devra prendre en main toutes les topologies candidates de MSAPs retenues dans le cadre du projet, ceci afin de pouvoir apprécier les performances de chacune d'elles dans des conditions de simulations choisies, à savoir les parcours de fonctionnement.

L'outil devra être capable de simuler les niveaux de pressions acoustiques émis par les moteurs en fonction des paramètres suivants :

1. Les données géométriques (les dimensions de la machine, le nombre de dents, le nombre de pôles, les topologies du rotor/stator) ;
2. Le type d'alimentation (sinusoïdale ou à découpage) ;
3. Le profil de la mission (caractéristiques *couple - vitesse* en traction/freinage, vitesse de rotation, tension du bus continu d'alimentation et températures de fonctionnement).

Ces derniers points imposent que DIVA.3 calcule aussi les points de fonctionnement électromécaniques. Nous allons donc développer des modèles multi-physiques "adaptés" à cette problématique (bon compromis temps de calcul / précision), capables de calculer les points de fonctionnement électromécaniques (modèles de dimensionnement) et de prédire le bruit magnétique (modèles comportementaux).

En plus de l'étude des régimes de fonctionnement à vitesses variables, les modèles implantés dans DIVA.3 seront aussi dédiés à l'optimisation. Le temps de simulation pour un point de fonctionnement devra être réduit à son minimum pour pouvoir optimiser la relation bruit/couple-vitesse et établir des règles de conception silencieuse.

Les verrous scientifiques ici concernent donc la modélisation et l'optimisation multi-physiques et multi-objectifs des machines électriques ainsi qu'une meilleure maîtrise du couplage de modèles de complexité différente : analytique, à constantes localisées et éléments finis. En effet, afin de traiter ce problème multi-physique, il nous faut trouver un bon compromis entre le temps de

---

calcul et la précision. Une gestion de la multi-granularité des modèles est indispensable afin de respecter ce compromis.

Dans la suite de ce document, nous allons vous présenter la méthodologie et la démarche utilisées pour atteindre nos objectifs. Un état de l'art sur les techniques de calcul de bruit magnétique des moteurs de traction sera fait. Les différentes formulations et hypothèses seront abordées et discutées. Dans les limites des hypothèses, et ce, en fonction des dimensions et puissances des machines qui sont à développer, nous allons vous présenter ensuite les formulations retenues pour notre problématique.

Des résultats de simulations seront confrontés aux résultats par calculs numériques et aux résultats de tests sur différentes structures, dont un prototype à échelle réduite. Une fois la modélisation validée, une recherche de structure optimale sera entreprise afin de proposer la structure la mieux adaptée à notre cahier des charges (Table 1.3).

# État de l'art

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Bibliographie sur les entraînements électriques MSAP</b>	<b>12</b>
2.1.1	Les topologies stator	12
2.1.2	Les topologies rotor	22
2.1.3	Conclusions sur les topologies candidates AROMAT	27
<b>2.2</b>	<b>Modélisation multi-physiques des machines électriques</b>	<b>29</b>
2.2.1	Aspects électroniques	29
2.2.2	Aspects électromagnétiques	32
2.2.3	Aspects Vibro-Acoustique	37
<b>2.3</b>	<b>Méthodes d'optimisation et réduction du bruit dans les MSAPs</b>	<b>46</b>
2.3.1	Techniques de réduction du bruit	46
2.3.2	Optimisation des modèles vibro-acoustiques	47
<b>2.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>49</b>

## 2.1 Bibliographie sur les entraînements électriques MSAP

Les entraînements à aimants permanents dans la traction ferroviaire sont très récents (Paragraphe 1.1). Dans ce chapitre, afin de comprendre la montée en puissance de la technologie à aimants permanents dans le monde du génie électrique, nous allons discuter de l'évolution observée sur les éléments constitutifs (stator et rotor) de la machine électrique ainsi que leurs influences sur le comportement magnétique, et donc acoustique, de la MSAPs.

### 2.1.1 Les topologies stator

Les différentes topologies de stator se distinguent de par leur bobinage. D'un point de vue électromagnétique, la qualité d'un bobinage sera appréciée suivant sa capacité à satisfaire les points suivants :

- **Le coefficient de bobinage**  $k_{\omega_n}$ , ou la capacité du bobinage à récupérer un maximum de flux magnétique produit par le rotor suivant chaque harmonique d'espace  $n$  ;

*La force électromotrice,  $E_n = \omega_n k_{\omega_n} N_n \Psi_m$ , est la grandeur physique qui renseigne sur la capacité du bobinage à capter le flux magnétique des APs ( $\Psi_m$ ).  $E_n$  dépend directement de  $k_{\omega_n}$ , car  $N_n$  est très facilement ajustable.*

- **Le nombre de tours efficace**  $N_n$  sur chaque harmonique, ou la capacité du bobinage à produire un champ magnétique important pour un courant efficace donné, sur chaque

harmonique d'espace  $n$  ;

*La force magnétomotrice,  $F_{mm_n} = N_n I$ , est la grandeur physique qui renseigne sur la capacité du bobinage à développer un champ magnétique dans l'entrefer pour un courant efficace donné  $I$ .  $F_{mm_n}$  est directement proportionnel à  $N_n$ .*

Les techniques de détermination des coefficients  $k_{\omega_n}$  et  $N_n$  seront détaillés dans le **chapitre 3**. Un bobinage est correct lorsqu'il satisfait ces trois critères :

1. Des valeurs du coefficient de bobinage et de la force magnétomotrice élevées sur le rang de l'harmonique utile ;
2. le contenu du spectre harmonique de la force magnétomotrice injectée par le bobinage dans l'entrefer, car celui-ci a un impact significatif sur le comportement acoustique de la machine ;
3. la facile réalisation du bobinage sera aussi un point primordial.

Il existe deux grandes familles de bobinage : les **bobinages distribués** et les **bobinages concentrés**. Dans les paragraphes suivants, nous allons effectuer une étude bibliographique brève de ces deux grandes familles de bobinages en analysant les 3 critères cités ci-dessus.

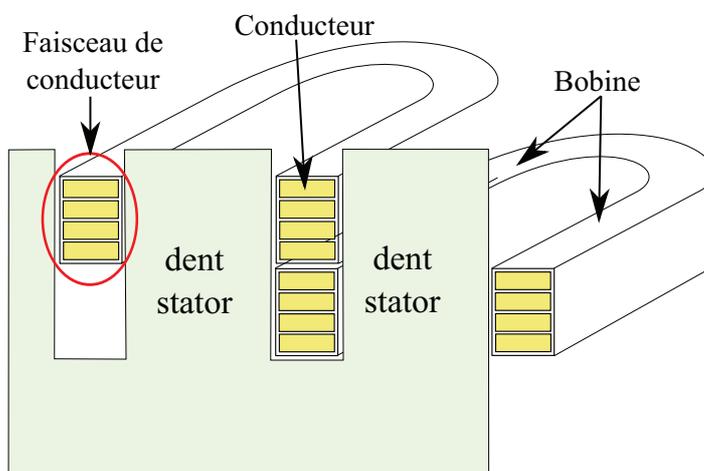


FIGURE 2.1 – Schéma explicatif d'un bobinage double couche.

Nous allons tout d'abord revoir les appellations des éléments de bobinage grâce à la figure 2.1. Le bobinage est constitué d'un agencement de bobines. Un faisceau de conducteurs est un groupement de conducteurs dans une encoche. Une bobine est un ensemble de spires regroupées entre elles qui forment deux faisceaux de conducteurs dans deux encoches différentes. Un bobinage double couche a deux faisceaux de conducteurs par encoche, et un bobinage simple couche un faisceau de conducteurs par encoche.

### 2.1.1.1 Les bobinages distribués.

C'est la technique de bobinage la plus utilisée dans l'industrie. Sa particularité première est de proposer une répartition spatiale quasi-sinusoïdale de la force magnétomotrice du bobinage dans la machine. Lorsqu'on alimente les enroulements distribués avec un système de tensions ou de courants triphasés équilibrés, le champ magnétique spatiale,  $B(\theta)$ , produit par le dit bobinage dans l'entrefer, est tournant et fonction du temps. Dans notre étude, les travaux de [Séguier 2006] et [Kostenko 1969] font office de références dans la compréhension ce type bobinage.

Dans l'article [SAINT-MICHEL 2001], l'auteur propose un résumé très complet du bobinage des machines tournantes à courant alternatif. Ainsi, il regroupe les bobinages distribués en quatre grandes familles (Illustration page 4 de la référence).

- **Le bobinage concentrique à pôles conséquents**, où plusieurs bobines, regroupées de façon concentriques, sont utilisées pour réaliser le bobinage d'une phase.

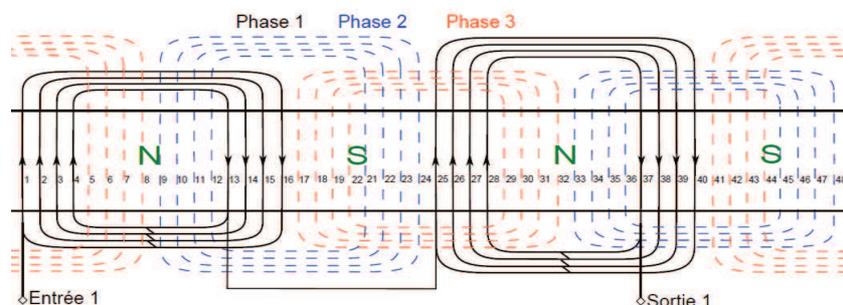


FIGURE 2.2 – Enroulement concentrique à pôles conséquents, 48 encoches/ 4 pôles.

Chaque phase compte un groupement de bobines concentriques par **paire de pôles** (Figure 2.2). Le bobinage concentrique se différencie du bobinage concentré (ou bobinage dentaire) par ses bobines enroulées autour d'un pôle et non autour d'une dent. Aucune bobine n'est identique à l'autre dans le bobinage d'une phase.

- **Le bobinage concentrique à pôles non conséquents**, où plusieurs bobines, regroupées de façon concentriques, sont utilisées pour réaliser le bobinage d'une phase. Chaque phase compte un groupement de bobines concentriques par **pôle** (Figure 2.3).

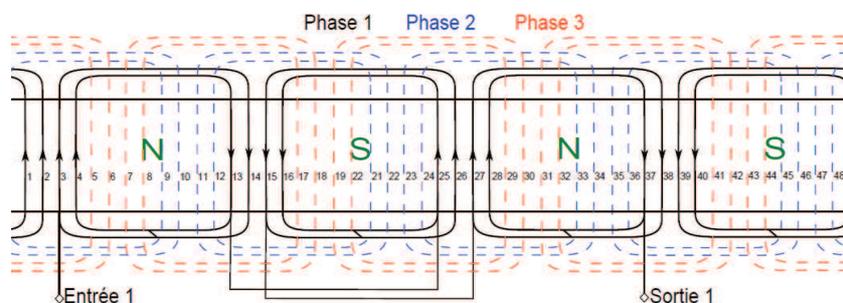


FIGURE 2.3 – Enroulement concentrique à pôles non conséquents, 48 encoches/ 4 pôles.

Dans ce bobinage concentrique, les bobinages des phases (forme des bobines) ne sont pas

identiques. Les groupements de bobines sont identiques par phase, mais aucune bobine n'est identique à l'autre dans un groupement de bobine.

- **Le bobinage imbriqué diamétral à pôles consécutifs**, où plusieurs bobines identiques (Figure 2.9b) décalées (imbriquées) les unes par rapport aux autres sont utilisées pour réaliser le bobinage d'une phase. Chaque phase compte un groupement de bobines imbriquées par **paire de pôles** (Figure 2.4).

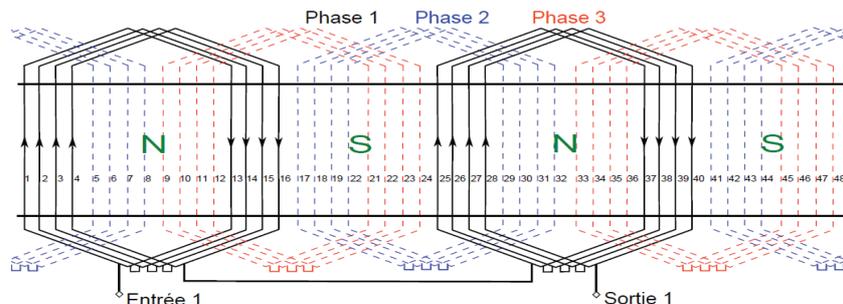


FIGURE 2.4 – Enroulement imbriqué à pôles consécutifs, 48 encoches/ 4 pôles.

Dans le bobinage imbriqué, toutes les bobines constituant les bobinages de toutes les phases sont identiques.

- **Le bobinage imbriqué diamétral à pôles non consécutifs**, bobinage imbriqué où chaque phase compte un groupement de bobines par **pôle** (Figure 2.5).

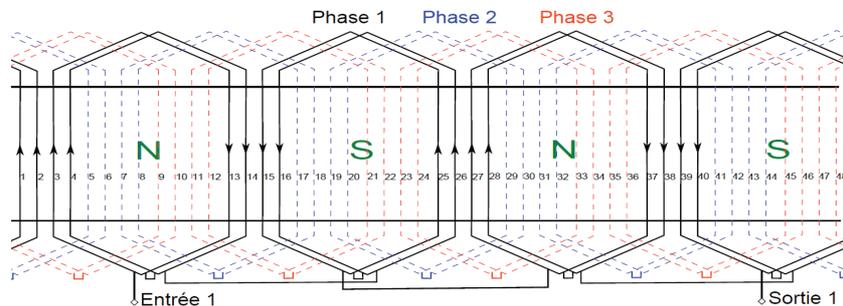


FIGURE 2.5 – Enroulement imbriqué diamétral à pôles non consécutifs, simple couche 48 encoches/ 4 pôles.

Les bobinages cités ci-dessus sont des enroulements simple couche (un faisceau de conducteurs par encoche) et proposent, dans la plupart des cas, des coefficients de bobinages élevés, une isolation électrique importante. Ils ne sont différents que dans leur réalisation et la longueur des têtes de bobine. Enfin, ils sont identiques d'un point de vue magnétique (coefficient de bobinage et nombre de tours).

Dans un bobinage concentrique, toutes les spires ne sont pas identiques. En effet, dans un bobinage consécutif, l'espace occupé par les têtes de bobines est plus important. Ces deux points sont des freins à la facile réalisation d'un bobinage à coût réduit. C'est pourquoi le bobinage imbriqué à pôles non consécutifs s'est imposé dans la traction ferroviaire. Un autre atout important de ce dernier type de bobinage est qu'il peut exister en double couche (Figure 2.6).

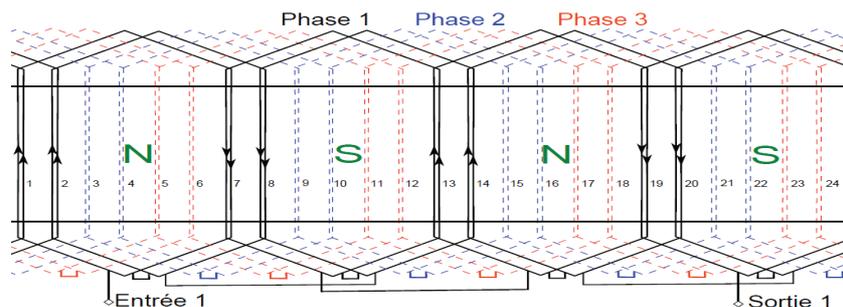


FIGURE 2.6 – Enroulement imbriqué diamétral à pôles non consécutifs, double couche 24 encoches/ 4 pôles.

Un agencement en double couche permet de récupérer le flux magnétique produit par le rotor dans un encombrement plus réduit. Des performances électromagnétiques similaires aux bobinages simple couche peuvent être atteintes. Le passage en double couche du bobinage imbriqué diamétral à pôles non consécutifs réduit le nombre de dents stator nécessaire pour atteindre des performances électromagnétiques importantes.

L'avantage premier de l'agencement en double couche est d'avoir les têtes de bobines plus compactes et plus régulières. Son deuxième avantage est d'offrir la possibilité de réaliser un bobinage à pas raccourci permettant de réduire les harmoniques d'espace introduites à la fois par les encoches dans lesquelles sont logées les spires du bobinage, et par la répartition du bobinage. En somme, le raccourcissement permet de minimiser les inconvénients du double couche (harmoniques indésirables importants), tout en garantissant un gain significatif des performances magnétiques, le tout dans un encombrement plus faible que celui d'un bobinage simple couche.

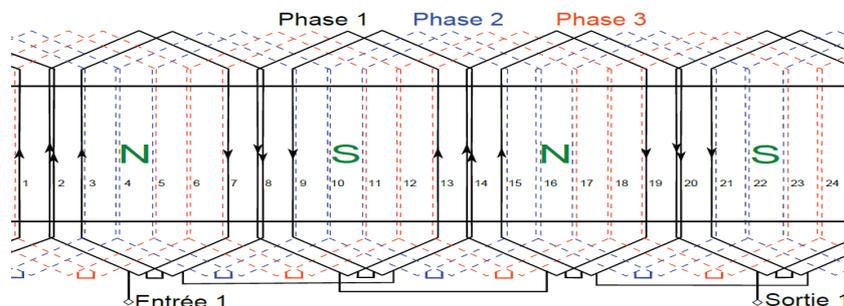


FIGURE 2.7 – Enroulement imbriqué **raccourci** à pôles non consécutifs, double couche 24 encoches/ 4 pôles.

Pour l'enroulement imbriqué à pas raccourci, le pas du bobinage est judicieusement choisi afin de réduire les harmoniques d'espace du bobinage (Figure 2.7). De plus, la réduction du pas de bobinage permet de réduire le périmètre du faisceau de conducteur, et donc, le coût en cuivre du bobinage.

Les spectres harmoniques des fonctions de bobinages de tous les types d'enroulement cités plus haut sont qualitativement identiques. La figure 2.8 compare les harmoniques électriques des fonctions de bobinage totales pour les différents bobinages distribués. Le fondamental électrique est l'harmonique de rang 1. Les harmoniques électriques de bobinage sont de rang  $\nu_e = 1 \pm 2q_s k$ , avec  $k = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$  et  $q_s$  le nombre de phases. Les harmoniques magnétiques (mécaniques)

de bobinage sont de rang  $\nu = p(1 \pm 2q_s k)$ , avec  $p$  le nombre de paires de pôles.

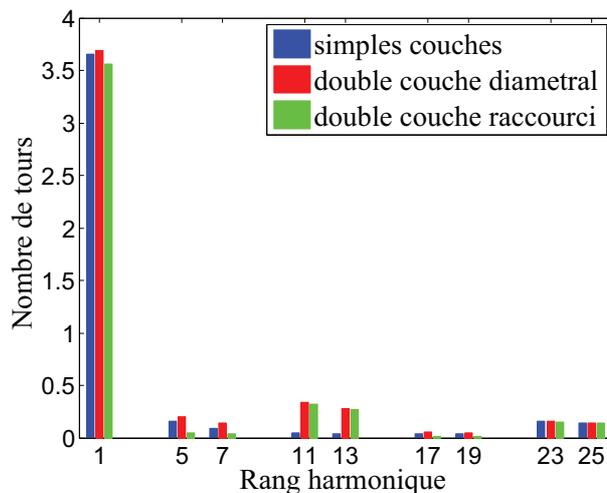


FIGURE 2.8 – Simulation DIVA de la fonction bobinage, harmoniques injectées par les différents bobinages distribués.

	Volume Tête de bobine	Bobine enroulement	Paramètres magnétiques
<b>Concentrique pôles conséquents</b> ( <i>simple couche seulement</i> )	– important et – non compact	Aucune bobine identique par phase	+ $H_{01}$ élevé $H_{05}$ et $H_{07}$ – important
<b>Concentrique pôles non conséquents</b> ( <i>simple couche seulement</i> )	– important et = assez compact	Aucune bobine identique par pôle/phase	+ $H_{01}$ élevé $H_{05}$ et $H_{07}$ – important
<b>Imbriqué diamétral pôles conséquents</b> ( <i>simple couche seulement</i> )	+ réduit mais – non compact	Toutes les bobines sont identiques	+ $H_{01}$ élevé $H_{05}$ et $H_{07}$ – important
<b>Imbriqué diamétral pôles non conséquents</b> simple couche	+ réduit et + compact	Toutes les bobines sont identiques	+ $H_{01}$ élevé $H_{05}$ et $H_{07}$ – important
<b>Imbriqué diamétral pôles non conséquents</b> double couche	+ réduit et + très compact	Toutes les bobines du sont identiques	+ $H_{01}$ élevé $H_{05,07,11,13}$ – important
<b>Imbriqué raccourci pôles non conséquents</b> ( <i>double couche seulement</i> )	+ réduit et + très compact	Toutes les bobines sont identiques	+ $H_{01,03}$ réduit + $H_{05,07}$ coupés = $H_{11,13}$ élevé

TABEAU 2.1 – Table récapitulative bobinages distribués.

Dans nos travaux, le bobinage imbriqué à pôles non conséquents, à pas raccourci ou à pas diamétral, sera considéré comme le bobinage distribué de référence. C'est l'état zero de notre projet car il s'agit de la technique de bobinage le plus utilisé dans la traction ferroviaire.

Toutes les performances des types de bobinage comparés dans ce chapitre sont évaluées pour un rotor à APs à 4 pôles. Le tableau ci-dessus (Table 2.1) récapitule les principales caractéristiques de tous les types de bobinages distribués. Les signes – et + indiquent respectivement si le point considéré est un frein ou un atout à la conception des machines électriques de traction.

### 2.1.1.2 Les bobinages concentrés.

De plus en plus à l'ordre du jour, l'enroulement autour d'une dent est une ancienne technique de bobinage qui regagne de l'intérêt à cause des avancées majeures réalisées en électronique de puissance. Cette technique est appelée bobinage concentré ou encore bobinage dentaire. Les travaux de thèse réalisés par [El-Refaie 2005] ont inspiré et orienté la majeure partie de nos travaux de recherche sur les bobinages concentrés.

Les avantages du bobinage dentaire sont sa facilité de réalisation, la diminution du volume de cuivre utilisé et ses coefficients de bobinage ainsi que le coefficient de remplissage des encoches qui peuvent être très élevés. La constitution des bobines et leur insertion dans le stator deviennent alors beaucoup plus simples (Figure 2.9a).

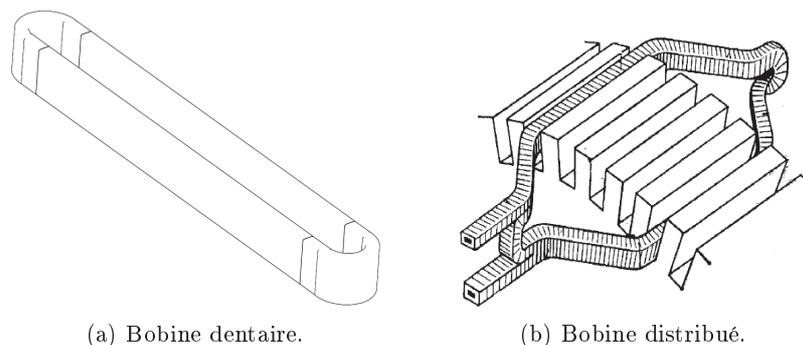


FIGURE 2.9 – Illustration du bobinage distribué et bobinage concentré.

La figure 2.9 illustre bien la différence entre le bobinage distribué et le bobinage concentré ou dentaire, où la forme de la bobine et l'insertion de celle-ci dans les encoches sont plus simples. Cependant, le comportement magnétique du bobinage dentaire est fondamentalement différent de celui du bobinage distribué. En effet, l'harmonique utile d'un bobinage dentaire est généralement de rang élevé (supérieur au rang 1), ce qui impose d'adopter une approche différente à la conception. Quoi qu'il en soit, le bobinage concentré présente des avantages intéressants sur le plan de l'efficacité et des performances :

- **Tête de bobine** : l'encombrement réduit des développantes est un atout majeur de cette technique de bobinage. Il permet de réduire le volume de cuivre utilisé dans la machine, et par conséquent, les pertes Joule et le coût. Les phases ne se chevauchent pas dans les têtes de bobines, ce qui améliore l'isolation et le découplage des phases entre elles ;
- **Coefficient de remplissage** : il peut être particulièrement élevé avec les bobinages concentrés. Il est beaucoup plus important avec l'agencement simple couche, car le volume

de l'isolant peut-être réduit du fait de la séparation mécanique des phases dans les encoches. Le double couche requiert plus d'isolation, ce qui lui confère un coefficient de remplissage moins élevé. Un coefficient de remplissage élevé permet d'obtenir des densités de courants très importantes dans le bobinage. Il est donc possible de développer un maximum de couple avec ce type de bobinage ;

- **La capacité de dé-fluxage** : dans ces machines, l'inductance de fuite est plus élevée que dans les machines à bobinage distribué imbriqué, si l'on suppose que les deux bobinages développent la même valeur d'induction maximale dans l'entrefer [El-Refai 2004]. Les machines à bobinage dentaire possèdent, en général, des inductances différentes suivant les axes  $d - q$ . Le ratio  $L_d/L_q$  est néanmoins atténué par le bobinage dentaire [Chong 2010]. Les inductances élevées et la différence de saillance réduisent le courant nécessaire au dé-fluxage car très souvent  $L_d \neq L_q$ .

Cependant, bien que l'inductance de fuite soit élevée, les inductances mutuelles sont très faibles [Bianchi 2006] et l'inductance totale est très souvent ramenée à des valeurs proches de celles rencontrées dans les bobinages distribués ;

- **La tolérance aux défauts** : Les fuites inter-polaires (via l'entrefer et les dents stator) sont beaucoup plus importantes dans les machines à bobinage dentaire. Bien que cet handicap soit très souvent compensé par un coefficient de bobinage élevé, les machines à bobinage dentaire développent des courants de court circuit moins importants que celles des machines classiques, car leurs inductances de fuites sont plus élevées.

De plus, grâce à l'isolation mécanique des phases, les inductances mutuelles phase-phase sont très faibles. La machine peut donc mieux tenir des défauts apparaissant sur une seule phase, sans affecter de façon considérable le fonctionnement des autres phases ;

- **Le couple de détente** : le nombre de pôles et le nombre d'encoches sont choisis de façon à éviter des combinaisons périodiques entre les deux valeurs. Les facteurs de bobinage harmoniques sont réduits à l'exception de celui de l'harmonique principal (fondamental). Ce choix de combinaison conduit à une réduction du couple de détente et de l'ondulation du couple qui sont dus aux harmoniques de la distribution des forces magnétomotrices dans l'entrefer ;
- **La fabrication** : du fait d'une réalisation du bobinage plus simple et plus automatisable, les coûts de fabrication peuvent être significativement réduits pour des machines équipées de bobinage dentaire.

Il existe deux types de bobinage concentrés : le bobinage simple couche (Figure 2.10) et le bobinage double couche (Figure 2.11). Selon le type de bobinage, plusieurs combinaisons pôles/encoches sont possibles [Libert 2004].

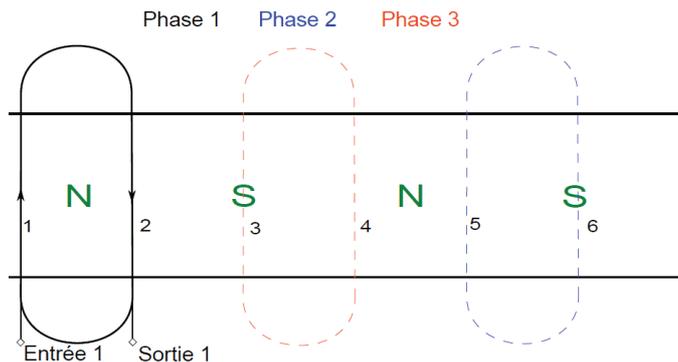


FIGURE 2.10 – Enroulement concentré, simple couche 6 encoches/ 4 pôles.

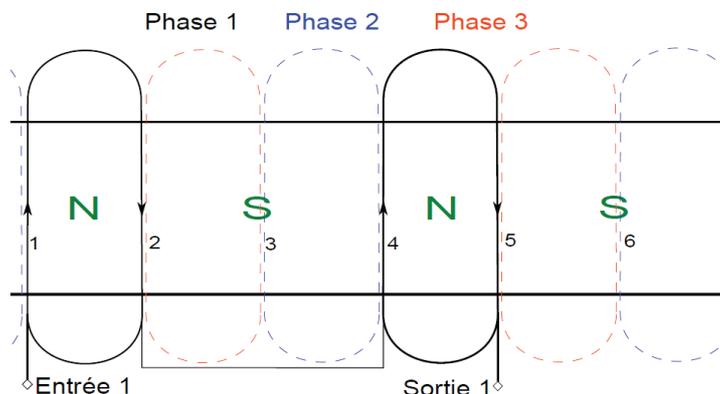


FIGURE 2.11 – Enroulement concentré, double couche 6 encoches/ 4 pôles.

Les harmoniques ici ne peuvent plus être exprimés électriquement. L'harmonique utile est l'harmonique mécanique de rang  $p$  (2 dans notre exemple). Le contenu harmonique du spectre de la fonction de bobinage dentaire est très riche (en comparaison avec les bobinages distribués). C'est pourquoi, le champ magnétique créé dans l'entrefer des machines équipées de bobinage dentaire est plus perturbé.

Les harmoniques qui ont un coefficient de bobinage nul ( $k_\omega = 0$ ) ne produisent pas de couple ou d'ondulation de couple dans l'entrefer, mais sont susceptibles de générer des pertes dans le fer, le cuivre et les APs. L'harmonique de la FEM (ou l'harmonique sur le coefficient de bobinage) le plus proche de l'harmonique fondamental est l'harmonique  $H_{10}$ , soit 5 fois la fréquence fondamentale (contre 3 pour les bobinages distribués). C'est pourquoi, la force électromotrice est beaucoup plus sinusoïdale avec un bobinage dentaire.

La figure 2.12 compare les harmoniques des fonctions de bobinage totales pour les différents bobinages concentrés ou dentaire. Deux topologies ont été analysées.

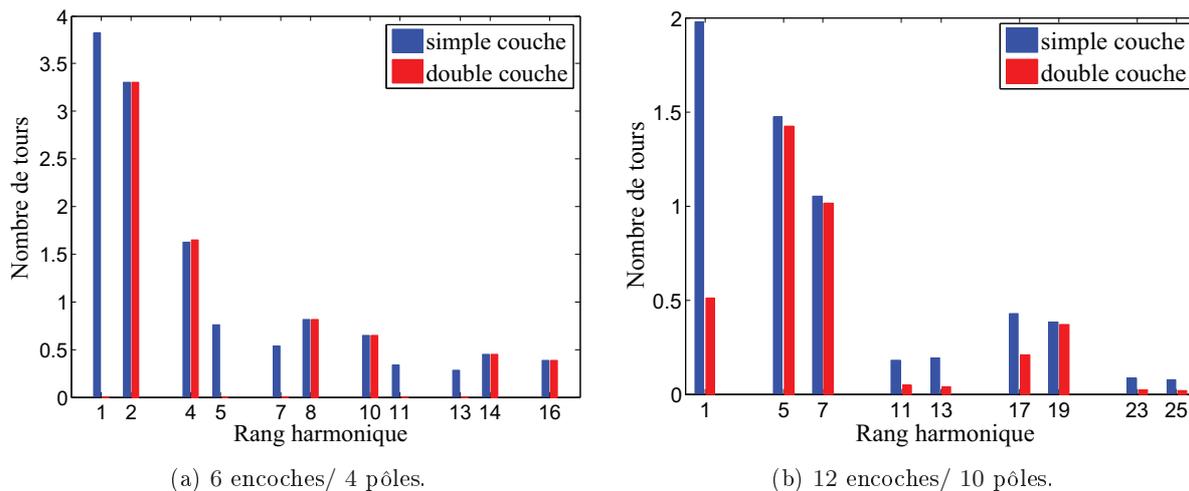


FIGURE 2.12 – Simulation DIVA de la fonction bobinage, harmoniques injectées par les bobinages distribués.

Le tableau 2.2 présente un récapitulatif de la comparaison de ces deux types de bobinage dentaire [EL-Refaie 2010].

	Simple Couche	Double Couche
Tolérance aux défauts [Bianchi 2006] [Shah 2008]	Élevée	Relativement élevée
Inductance de fuite [El-Refaie 2006] [EL-Refaie 2009]	Élevée	Réduite
Contenu sous harmonique de l'induction [Zhu 2009]	Amplitudes harmoniques importantes	Amplitudes harmoniques atténuées
Combinaison pôles/encoches [Libert 2004]	Peu de combinaisons possibles	Beaucoup de combinaisons possibles
Volume tête de bobines [EL-Refaie 2010]	Important	Réduit
Épaisseur isolation	Réduite ( <i>une phase par encoche</i> )	Importante ( <i>plusieurs phases par encoche</i> )
Coefficient remplissage [EL-Refaie 2010]	Élevé	Réduit

TABLEAU 2.2 – Comparaison entre simple couche et double couche du bobinage concentré.

Tous les harmoniques de rang inférieur au rang utile sont appelés sous-harmoniques. Des techniques de réduction des sous-harmoniques (spécialement l'harmonique 1) existent et font l'objet d'études approfondies. Ces techniques consistent entre autre à modifier l'agencement du bobinage ([Dajaku 2011] et [DajaNu ]), ou à utiliser les barrières de flux dans la tôle stator

[Dajaku 2012]. Le challenge qu'impose la problématique des sous-harmoniques (oscillation de couple, pertes magnétiques dans l'aimant et dans le fer) dans le comportement de ce type de machine sera abordé dans le chapitre suivant.

### 2.1.2 Les topologies rotor

L'aimant permanent, élément central de cette technologie, a des propriétés magnétiques et mécaniques présentées dans l'article [LE BRETON 2009]. C'est le potentiel énergétique très élevé de cet élément qui confère à la machine synchrone à aimants permanents son haut rendement énergétique. Un aimant permanent est caractérisé par le second quadrant de son cycle d'hystérésis, appelé **courbe de désaimantation**, qui renseigne sur ses caractéristiques magnétiques suivantes :

- **L'induction rémanente  $B_r$**  : l'induction résiduelle en circuit fermé. Plus  $B_r$  est important, plus l'aimant imposera une induction élevée dans le circuit magnétique. Il s'agit de l'indicateur de puissance potentielle ;
- **Le champ coercitif de l'induction  $H_{cB}$**  : le champ démagnétisant annulant l'induction  $B$ . Plus  $H_{cB}$  est faible, plus un champ magnétique extérieur dans lequel baigne l'aimant sera capable d'annuler l'induction développé par l'aimant. Il s'agit du premier indicateur de stabilité ;
- **Le champ coercitif de l'aimantation  $H_{cJ}$**  : le champ démagnétisant annulant de façon irréversible l'aimantation de l'aimant permanent  $J$ . Plus  $H_{cJ}$  est faible, plus un champ magnétique extérieur dans lequel baigne l'aimant sera capable de le démagnétiser. Il s'agit de la seconde l'indicateur de stabilité ;
- **L'énergie volumique  $BH$**  : la valeur énergétique de l'aimant par unité de volume. Elle représente l'énergie magnétique qu'il est capable de tirer de l'aimant permanent. L'exploitation d'un aimant est optimale, s'il travaille avec un produit  $BH$  maximum ;
- **La température de Curie  $T_c$**  : la température au-delà de laquelle l'aimant perd son aimantation spontanée. Elle n'est pas renseignée par la caractéristique de désaimantation, mais représente le facteur limitant dans le choix du type de matériau. La température maximale de fonctionnement est généralement égale à la moitié de la température de Curie.

Ces cinq points sont les critères qui permettent la classification des différentes familles d'aimants permanents (Table 2.3). En effet, il existe quatre grandes familles d'aimants permanents :

- Les alliages fer-nickel-aluminium, **Alnico** : produits en série depuis plus de 50 ans, il s'agit des aimants permanents métalliques composés d'aluminium (Al), de nickel (Ni), de cobalt (Co), de fer (Fe), ainsi que de cuivre (Cu) et de titane (Ti). Ses avantages sont sa très grande stabilité face aux variations de la température et sa bonne résistance à la corrosion et à l'oxydation. Son induction rémanente est aussi relativement élevée. L'inconvénient ici est la faible valeur du champ coercitif, qui rend l'aimant très sensible à la désaimantation en présence de champs extérieurs importants.

- Les oxydes magnétiques, **Ferrites** : ce sont les plus répandus dans le monde entier et les plus légers. Ces aimants existent en tant que matériaux isotropes ou anisotropes. Les aimants anisotropes de ferrite disposent d'une densité énergétique au-delà de 400 % plus élevée que celle des aimants isotropes. L'usage des aimants ferrites a plusieurs avantages : un grand champ coercitif élevé ; une résistivité quasi infinie permettant le fonctionnement dans les champs magnétiques importants et variables ; une grande résistance à la corrosion ; et surtout un prix pas trop élevé.

Cependant, les aimants ferrites possèdent les inductions rémanentes les plus basses. Pour obtenir une haute densité de flux magnétique, on utilise alors des aimants à grandes sections transversales et des circuits à concentration de flux magnétique.

- Les alliages à base de terre rare, **Samarium-cobalt** : Il s'agit d'une combinaison de samarium (Sm), un métal de terres rares, de cobalt (Co) et d'autres éléments tels que le fer (Fe), le cuivre (Cu) et le zircon (Zr). Ces aimants sont caractérisés par un très grand champ coercitif leur permettant d'être extraordinairement résistants à la désaimantation et aux champs électromagnétiques inverses extrêmes. Les aimants de Samarium-Cobalt sont très durs et d'une grande porosité. En plus de la densité d'énergétique élevée et de l'induction rémanente importante, ces aimants se distinguent surtout grâce à une haute stabilité magnétique aux variations de température. Ce sont des aimants très coûteux.
- Les alliages à base de terres rares, **Néodyme-fer-bore** : qui est composé de néodyme (Nd), un métal de terres rares, fer (Fe) et de bore (B). Ces aimants développent des valeurs énergétiques 40% plus élevées que celles des aimants métalliques les plus connus et utilisés jusqu'à présent. Ces aimants proposent une importante densité volumique et une importante induction rémanente.

Cependant, au contraire des aimants de samarium-cobalt, sa température maximale d'utilisation est plus basse et sa résistance à l'oxydation, et à la corrosion est naturellement médiocre. Pour les applications traction, l'ajout de Dysprosium (Dy) permet d'augmenter la température maximale d'utilisation et le champ coercitif de cette famille d'APs, tout en réduisant son énergie volumique. Les **(Nd,Dy)-Fe-B** sont donc plus robuste. De plus, l'ajout de Cobalt (Co) permet d'améliorer la tenue à la corrosion.

Des recherches importantes permet donc de toujours améliorer les performances des **Néodyme-fer-bore**. Seulement, à cause de la pénurie en Dy, ces APs deviennent très coûteux.

Après une lecture des documents [LE BRETON 2009] et [Gieras 2002], nous avons pu reprendre des tableaux récapitulant les principales grandeurs magnétiques (Table 2.3), et mécaniques (Table 2.4) des grandes familles d'aimants permanents.

L'auteur de la référence [BRISSONNEAU 1990] présente les grands principes d'utilisation et de mise en équation des aimants permanents dans des circuits magnétiques. Les caractéristiques magnétiques des aimants et leur coût conditionneront le choix des topologies rotor dans le cadre de notre projet.

Les différentes topologies de rotors équipés d'aimants permanents se distinguent de par l'emplacement et la forme géométrique des aimants permanents. Il existe deux grandes familles de rotors à aimants permanents : les rotors à aimants permanents montés en surface et les rotors à aimants permanents enterrés.

Propriétés	Alnico	Ferrites	Sm-Co	Nd-Fe-B sans Dy
Induction rémanente $B_r$ (T)	0,7 à 1,2	0,38 à 0,46	1,03 à 1,12	1,2 à 1,35
Champ coercitif de l'induction $H_{cB}$ (kA/m)	50 à 130	250 à 350	600 à 820	900 à 1050
Champ coercitif de l'aimantation $H_{cJ}$ (kA/m)	63 à 103	200 à 400	640 à 2070	1200 à 1510
Énergie volumique ( $BH$ ) $_{max}$ (kJ/m <sup>3</sup> )	36 à 44	26 à 41	180 à 250	280 à 350
Coefficient température <150°C de $B_r$ (%°C)	-0,02	-0,18 à -0,2	-0,03 à -0,035	-0.105 à -0,13
Coefficient température <150°C de $H_{cJ}$ (%°C)	0,03 à -0,07	0,3 à 0,5	-0,15 à -0,19	-0.54 à -0,61
Température Curie $T_c$ (°C)	740 à 860	450 à 460	800 à 850	310 à 330

TABLEAU 2.3 – Comparaison famille d'aimants ; principales grandeurs magnétiques.

Propriétés	Alnico	Ferrites	Sm-Co	Nd-Fe-B sans Dy
Conductivité électrique $\sigma$ ( $\times 10^6 S/m$ )	1,54 à 2,13	$10^{-10}$ à $10^{-12}$	1,18 à 1,33	0,62 à 0,83
Conductivité thermique $\lambda$ (W/(m°C))	10 à 100	5 10	12 à 13	Environ 9
Masse volumique $\rho$ ( $10^{-6} kg/m^3$ )	7,3 à 7,4	4,9 à 5,1	8,1 à 8,5	7,3 à 7,5
Coefficient dilatation linéique ( $10^{-6}/°C$ )	13 à 14	9,2 à 13,3	6 à 11	Environ 5
Module D'Young $E$ ( $10^3$ MPa)	100 à 200	120 à 180	120 à 160	Environ 150
Résistance à l'oxydation	Bonne	Bonne	Moyenne	Médiocre
Résistance à la corrosion	Moyenne	Bonne	Moyenne	Médiocre

TABLEAU 2.4 – Comparaison famille d'aimants ; principales grandeurs mécaniques et physico-chimiques.

### 2.1.2.1 Aimants permanents en surface

C'est la technique de montage des aimants permanents la plus rencontrée dans l'industrie. Les aimants permanents (APs) sont principalement de forme rectangulaire (Figure 2.13a), tuiles (Figure 2.13b) ou calottes (Figure 2.13c). C'est la topologie de rotor qui propose le plus de couple massique, car il y a très peu de fuite entre les aimants permanents [Fodorean 2009]. En effet, les APs développent directement un maximum de flux magnétique sur l'axe de facile aimantation.

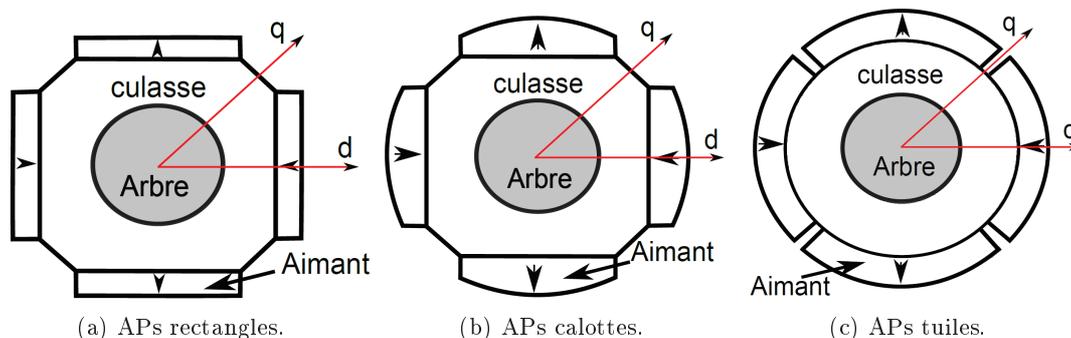


FIGURE 2.13 – Rotor à APs montés en surface.

Les APs sont entourés d'air (entrefer) et placés face aux dents de la tôle stator. Bien que la présence des APs dans l'entrefer augmente l'entrefer effectif, car leur perméabilité est proche de celle de l'air, l'avantage de cet agencement est que le flux magnétique développé par les APs est directement 'aspiré' par les dents stator. La distance magnétique est minimale entre les APs et les dents du stator.

Dans cette configuration et pour obtenir des performances élevées, les APs utilisés sont généralement à base de terres rares. Leur énergie maximale élevée et leur forte induction rémanente permettent d'atteindre des puissances importantes dans des encombrements réduits.

Cependant avec ce positionnement des APs en surface, ils sont plus sensibles au risque de désaimantation directement lié aux effets suivants :

- **un champ magnétique inverse important**, produit par les enroulements du stator, lors de l'alimentation et des variations brusques de courants ;
- **une température d'utilisation élevée**, qui peut être causée par la faible conductivité thermique des terres rares et les faibles échanges thermiques (convectifs) dans l'entrefer.

En plus du défi magnéto-thermique, viennent s'ajouter les contraintes mécaniques de montage et de fabrication des APs. En effet, le risque de décollage des APs est important à grande vitesse. Pour pallier à cela, l'usage d'une frette amagnétique doit être prévue en plus des résines spéciales utilisées pour le collage sur les tôles rotor. Ces solutions mécaniques viennent généralement accroître le coût de fabrication des rotors à APs montés en surface.

La figure 2.14 présente un rotor à APs calottes montés en surface ALSTOM Transport utilisé

dans les Automotrices à Grandes Vitesses (AGV).

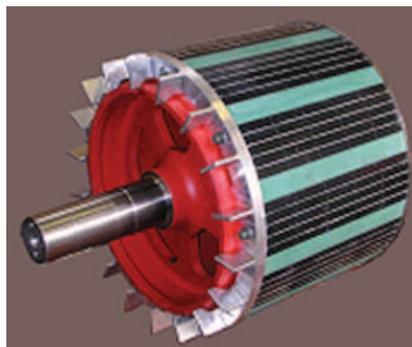


FIGURE 2.14 – Rotor à aimants AGV.

### 2.1.2.2 Aimants permanents enterrés

D'un point de vue mécanique, les machines à aimants enterrés ont un rotor lisse, robuste, capable, dans une certaine mesure, de tenir des vitesses élevées avec de meilleures performances dynamiques. Enterrer les APs dans les tôles rotor permet d'éviter d'éventuels décollages à grande vitesse.

Un moteur équipé d'un rotor à APs enterrés développe des densités de puissance importantes, car, grâce à la saillance du rotor, il génère un couple magnétique d'alignement et un couple magnétique réductant [Kim 2005]. Avec les avancées technologiques réalisées dans la commande des machines électriques, un pilotage adéquat de l'angle entre les champs magnétiques stator et rotor permettra d'atteindre des niveaux de couple intéressants.

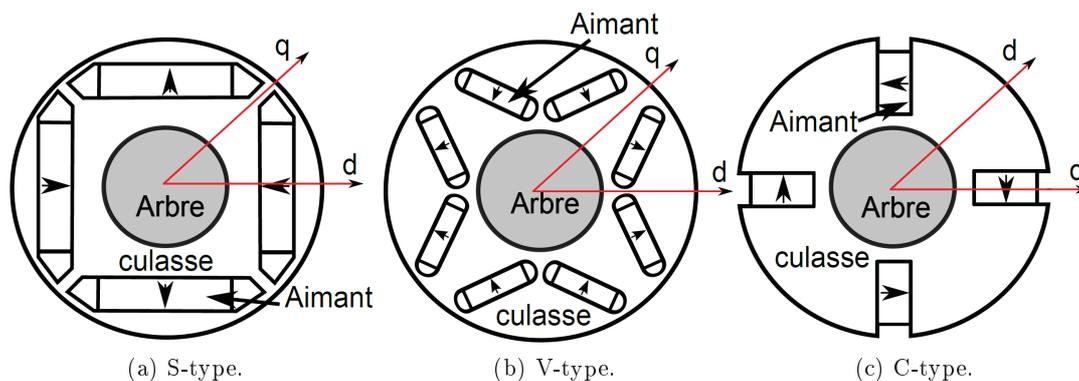


FIGURE 2.15 – Rotor à APs enterrés.

Cependant, il est important de noter que cette technique développe des oscillations de couple plus importantes que celles développées par les APs montés en surface. L'amplitude des oscillations du couple sera tributaire de l'arrangement des APs dans les tôles rotor. Il existe donc plusieurs types de rotors à APs enterrés (Figure 2.15).

Ces configurations des rotors à APs enterrés sont connues depuis plusieurs années. Elles regagnent donc du terrain aujourd'hui, grâce l'électronique de puissance actuelle extrêmement développée et les possibilités de réduction de coût de fabrication. Ce dernier point justifie tout l'intérêt que porte les industriels à cette technologie. En effet, avec des arrangements *V-type* et *C-type* à concentration de flux et la protection magnétique assurée par l'insertion des APs dans les tôles rotor, l'utilisation des aimants moins puissants, moins robustes et moins coûteux devient possible [Jahns 1986].

La figure 2.16 présente des exemples de rotors à APs enterrés pour différentes applications. Les rotors 2.16c, 2.16d et 2.16b ont été réalisés dans le cadre des travaux développés dans les références [El-Refaie 2006] [EL-Refaie 2009].

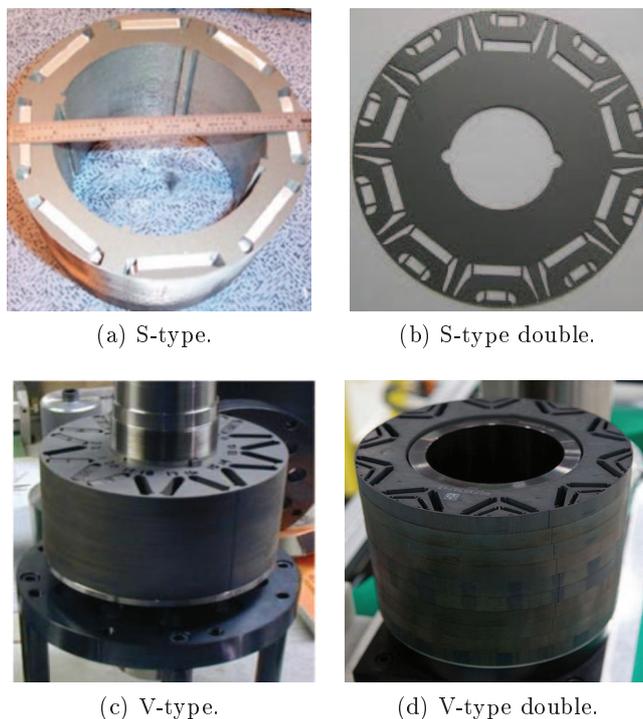


FIGURE 2.16 – Prototypes de rotors à APs enterrés.

### 2.1.3 Conclusions sur les topologies candidates AROMAT

Ce paragraphe est un récapitulatif des 2 sections précédentes. Le projet AROMAT est destiné à fournir une réponse technologique en totale rupture avec l'état de l'art dans la traction ferroviaire. Pour ce faire, nous avons effectué une étude bibliographique des avantages et inconvénients de tous les éléments constitutifs (stator et rotor) des machines électriques possibles (Tables 2.5 et 2.6).

Les signes – et + indiquent respectivement, si le point considéré est un frein ou un atout à la conception des machines électriques de traction.

	Bobinage Distribué	Bobinage Concentré
Nombre encoches stator	<b>Élevé</b> – <i>coûteux</i>	<b>Réduit</b> + <i>moins coûteux</i>
Réalisation du bobinage	– <b>Élaborée</b>	+ <b>Aisée</b>
Encombrement tête bobines (coût en cuivre)	<b>Important</b> – <i>machine Longue</i>	<b>Faible</b> + <i>réduction longueur</i>
Inductance de fuite	<b>faible</b> – <i>courant défaut élevé</i>	<b>Élevée</b> + <i>courant défaut faible</i>
Inductance mutuelle	<b>Importante</b> – <i>fort couplage ph-ph</i>	<b>Faible</b> + <i>faible couplage ph-ph</i>
Tolérance aux fautes	– <b>Faible</b>	+ <b>Importante</b>
Densité puissance	+ <b>Élevée</b>	– <b>Réduite</b>
Contenu harmonique induction entrefer	<b>Faible</b> + <i>pertes fer, cuivre et APs réduites</i>	<b>Important</b> – <i>pertes fer, cuivre et APs importantes</i>
Contenu harmonique pression entrefer	<b>Faible</b> , Ordres spatiaux mini 0 et 2p (paire de pôles) + <i>risque vibrations faible</i>	<b>Important</b> , Ordres spatiaux mini 0, 1, 2, .. – <i>risque vibrations élevé</i>

TABLEAU 2.5 – Comparaison entre bobinage distribué et bobinage concentré.

	APs en surface	APs enterrés
Forme des APs	<b>Tuile ou calotte</b> et souvent segmenté – <i>technique coûteuse</i>	<b>Rectangle</b> et bloc non segmenté + <i>technique moins coûteuse</i>
Besoins en protection des APs	– <b>Importants</b> <i>Terre rare nécessaire exposition à l'air</i>	+ <b>Faibles</b> , <i>Ferrite et ALNICO envisageable pas d'exposition à l'air</i>
Tenue mécanique	<b>Délicate</b> , <i>force centrifuge/attraction stator</i> – <i>fretage nécessaire</i>	<b>Élevée</b> , – <i>ruptures locales tôle rotor possibles</i> + <i>pas de fretage</i>
Pertes magnétiques liées aux APs	<b>Élevées</b> , <i>effet denture stator vu par les APs</i> – <i>segmentation nécessaire</i>	<b>Réduites</b> , <i>champ magnétique stable au centre des APs</i> – <i>pertes dans les zones saturées</i>

TABLEAU 2.6 – Comparaison entre rotor équipé des APs en surface et APs enterrés.

Trois moteurs seront modélisés dans le chapitre suivant. Ces topologies ont été conçues et construites dans le cadre de cette thèse.

- moteur **ARv0** : bobinage distribué - APs montés en surface à échelle réelle (400 kW) ;
- moteur **ARv1** : bobinage dentaire - APs montés en surface à échelle réelle (150 kW) ;
- moteur **ARv2** : bobinage dentaire - APs montés en surface à échelle réduite (1.4 kW).

Les avantages et inconvénients seront quantifiés et, pour des missions de traction ferroviaire

bien précises, le comportement vibro-acoustique sera simulé. Nous pourrions alors proposer la meilleure solution possible.

## 2.2 Modélisation multi-physiques des machines électriques

Analyser le bruit d'origine magnétique est un exercice multi-physique. Ce paragraphe détaille l'architecture du modèle multi-physique de prédiction de bruit magnétique DIVA (Figure 2.17).

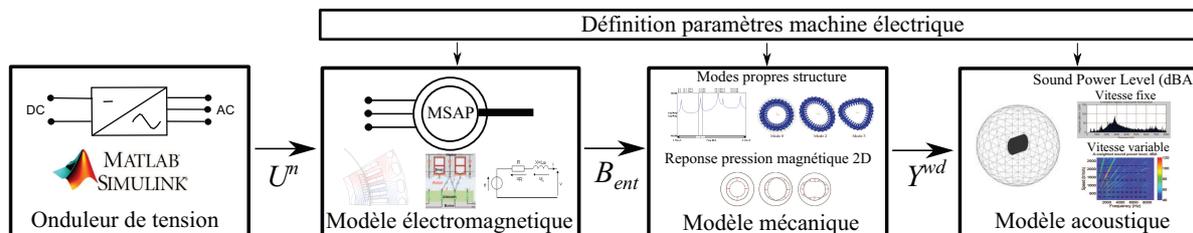


FIGURE 2.17 – Architecture des méthodes de prédiction de bruit magnétique.

La première partie consiste à réaliser une étude électromagnétique permettant de calculer les pressions magnétiques  $P^{m,\omega}$ , qui s'appliquent sur la paroi interne de la tôle stator grâce à l'induction dans l'entrefer  $B_{ent}$ , et ce, en fonction du type de tension d'alimentation électrique  $U^n$ .  $\omega$  est la pulsation des harmoniques de pression magnétique dans l'entrefer, tandis que l'indice  $n$  représente le rang des harmoniques temporels de la tension d'alimentation.

La deuxième partie est l'étude mécanique, qui se décompose en deux sous modules. Le premier sous module calcule les fréquences propres des modes de la structure mécanique vibrante, ainsi que les amortissements associés. Le deuxième sous module calcule la réponse mécanique (vibrations) de la structure vibrante aux sollicitations des pressions magnétiques dans l'entrefer.

Enfin, le dernier module représente la fonction de transfert acoustique. Cette étude acoustique permet de calculer le niveau de puissance acoustique rayonnée, causée par les vibrations de tous les modes sur toutes les fréquences du spectre audible.

Il existe plusieurs types de modélisation pour les 4 modèles cités ci-dessus : numérique, semi-analytique (réseaux de réductances) et analytique. Dans les parties suivantes, nous allons faire un état de l'art sur ces techniques de modélisation pour chaque physique mise en oeuvre ici.

### 2.2.1 Aspects électroniques

Dans les entraînements à vitesse variable telle que la traction électrique, les actionneurs sont très souvent alimentés par des onduleurs de tension. Plusieurs études [Hubert 2000] [Le Besnerais 2010] [Lo 2000] ont été menées sur le bruit acoustique généré par l'association onduleur de tension - machine électrique, car ces onduleurs de tension génèrent des harmoniques temporels autour de la fréquence fondamentale  $f_s$  qui ont un très grand impact sur le fonctionnement du moteur.

En effet, les harmoniques de temps de la tension injectés par l'onduleur produisent des harmoniques de temps dans les courants de phases. Les harmoniques de temps des courants stator viennent se combiner avec les harmoniques d'espace du bobinage pour générer des harmoniques spatio-temporels dans le spectre l'induction magnétique dans l'entrefer et donc, dans le spectre des pressions magnétiques dans l'entrefer. Ses pressions magnétiques développées sont les sources du bruit magnétique. La maîtrise du contenu harmonique de la tension d'alimentation  $U^n$  est donc primordiale.

Dans la traction ferroviaire, la technique de modulation la plus utilisée pour générer la tension d'alimentation est la **Modulation par Largeur d'Impulsion (MLI)**. Il existe plusieurs variantes de MLI [Foch 2000], [Bonat 1997]. Les stratégies de modulation les plus couramment utilisées sont :

- la modulation **Asynchrone** où la fréquence de découpage  $f_c$  est une constante. Cette modulation est la plus adéquate pour des rapports cycliques faibles. Elle est très souvent utilisée au démarrage. Pour garantir une découpe sans défauts, la relation suivante se doit d'être respectée  $f_c \geq 15f_s$ .
- la modulation **Synchrone** où la fréquence de découpage est un multiple de la fréquence synchrone  $f_c = k \times f_s$ . Avec cette modulation, les spectres harmoniques de la tension et du courant d'alimentation évoluent continuellement avec la vitesse de rotation de la machine synchrone à APs.
- la modulation à **Angles Calculés** ou à élimination d'harmoniques. La technique ici consiste à calculer les angles de commutation des interrupteurs (jusqu'à 5 angles possibles), afin de réduire ou d'éliminer les harmoniques  $H_{05,07}$ ,  $H_{11,13}$  et/ou  $H_{17}$ .
- la **Pleine Onde** où la tension d'alimentation est formée de signaux rectangulaires. Avec cette commande, le spectre harmonique de la tension d'alimentation, et donc du courant, est complet ( $H_{05,07,11,13,17,19\dots}$ ). Les ondulations de couple peuvent être très importantes. C'est pourquoi, cette commande n'est appliquée que pour des vitesses importantes où le filtrage mécanique est très important.

Toutes ces techniques présentent des avantages et inconvénients sur le plan énergétique, que nous n'aborderons pas dans cette thèse. Nous allons surtout nous intéresser aux séquences de changement de stratégies de MLI dans la traction ferroviaire.

Contrairement à diverses applications (informatiques et automobiles par exemple), les fréquences de découpage dans le secteur ferroviaire sont assez basses, car les niveaux de tension à bloquer et les courants commutés sont très élevés. Dans le but de maîtriser les pertes dans les convertisseurs, la fréquence de découpage est maintenue à des valeurs acceptables (Table 2.7) grâce aux changements adéquats de stratégies de modulation.

Vitesse de rotation ( <i>fréquence de rotation</i> )	Stratégie MLI <i>fréquence de découpage</i>	Commentaires Exemple d'un projet traction
<b>0 – 500 tr/min</b> (0 Hz – 50 Hz)	<b>Asynchrone</b> $f_c = 750 \text{ Hz}$	$f_c$ assure un couple de démarrage quasi constant
<b>500 – 800 tr/min</b> (50 Hz – 80 Hz)	<b>Synchrone</b> $f_c = 15 \times f_s$	$f_c$ garanti la périodicité $f_{c_{min}}/f_{c_{max}} = 750/1200 \text{ Hz}$
<b>800 – 1200 tr/min</b> (80 Hz – 120 Hz)	<b><math>n_t</math> Angles Calculés</b> $f_c = (2 * n_t + 1) \times f_s$	élimination des harmoniques $n_t = 4$ , pour 4 Angles calculés
<b>1200 – 4000 tr/min</b> (120 Hz – 400 Hz)	<b>Peine Onde</b> $f_c = f_s$	rapport cyclique égal à 1 $f_{c_{min}}/f_{c_{max}} = 120/400 \text{ Hz}$

TABLEAU 2.7 – Exemple de changement de stratégies MLI, traction ferroviaire.

La figure 2.18 schématise la stratégie de pilotage énoncée dans la table 2.7. On peut y apprécier aussi l'évolution du courant de phase et du taux de modulation (image de la tension efficace d'alimentation). Plus on monte en vitesse de rotation, plus on relâche la fréquence de découpage. La fréquence de découpage maximale dans le projet exemple est de 1200 Hz. On note surtout que dans la traction ferroviaire, la fréquence de découpage couvre un très grand spectre.

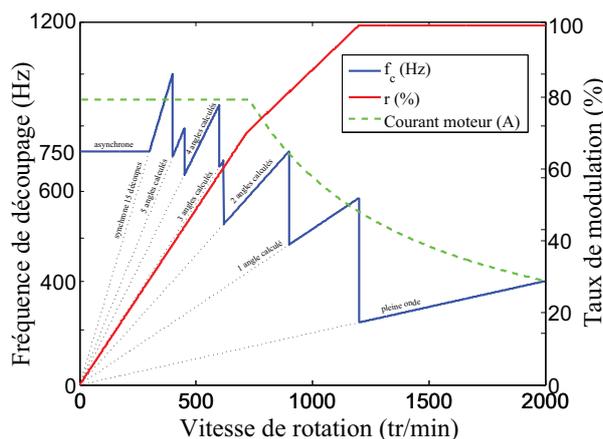


FIGURE 2.18 – Exemple de changement de stratégies MLI, traction ferroviaire.

Les multiples sauts de fréquence de découpage introduisent un challenge supplémentaire. Pour une fréquence de découpage fixe, il est aisé de trouver un bon compromis performance / bruit (**Chapitre 4**). Cependant, avec des sauts de fréquence de découpage, combinés aux stratégies de modulation où cette fréquence évolue avec la vitesse, il devient beaucoup plus compliqué d'éviter les coïncidences avec les fréquences propres de la structure mécanique.

Dans la littérature, la détermination de la tension d'alimentation peut se faire via des simulations MATLAB/SIMULINK ou des calculs analytiques. Les simulations MATLAB/SIMULINK se sont avérées être, avec le solveur adéquat, la méthode de calcul de signaux MLI la plus précise quel que soit la stratégie de modulation utilisée.

### 2.2.2 Aspects électromagnétiques

Dans la prédiction de bruit magnétique émis par des machines électriques, la modélisation électromagnétique a pour but de déterminer les forces magnétiques qui s'appliquent sur la structure vibrante. Rappelons que la structure vibrante des machines électriques classiques est constituée principalement de la tôle stator, de la carcasse mécanique et des flasques. Parmi les éléments cités, seule la tôle stator subit directement le passage du champ magnétique.

L'essentiel des forces magnétiques à l'origine du bruit magnétique est appliquée directement ou indirectement sur la tôle stator, via l'interface fer stator/air ou sur le cuivre du bobinage. Dans ce paragraphe, nous allons analyser la bibliographie afin de comprendre dans quelles directions sont appliquées ces pressions magnétiques et comment il est coutume de les déterminer.

Une analyse magnétique permet de décomposer les forces électromagnétiques présentes dans les machines électriques en trois familles, selon le principe physique qui s'y applique :

- **Les forces de Lorentz** : elles appliquent aux conducteurs baignant dans un champ magnétique et dans lesquels circule un courant. Dans les machines synchrones à APs à flux radial, les conducteurs sont logés dans les encoches et dans les têtes de bobine.

Dans ces zones, le champ magnétique qui circule n'est pas assez conséquent pour générer des vibrations significatives du cuivre capables d'être transmises à toute la structure rayonnante [Delaere 2000a]. Ceci nous amènera à négliger les forces de Lorentz dans la suite de nos travaux.

- **Les forces de Magnétostriction** : elles se définissent comme l'ensemble des forces qui dilatent ou contractent le matériau magnétique (tôle stator) dans la direction du champ magnétique le traversant, à volume constant. Parce qu'elles se produisent à la même fréquence que les forces de Maxwell [Delaere 2002], il est très difficile, sur un spectre, de les distinguer.

Il n'existe pas de moyens analytiques pour quantifier leurs importances relatives aux efforts de Maxwell. Seul l'outil éléments finis peut les distinguer [Delaere 2000b]. Cependant, ces forces sont non négligeables et prennent beaucoup d'ampleur dans les transformateurs [Weiser 2000].

- **Les forces de Maxwell** : elles rassemblent toutes les forces qui s'appliquent sur l'interface tôle stator / entrefer. Dans les machines électriques, l'entrefer est le siège d'interactions importantes des champs magnétiques. Les dents du stator, qui baignent dans cette région, subissent tous les effets liés au passage du champ magnétique d'une région peu perméable à une région infiniment perméable.

Les forces de Maxwell sont donc dépendantes de la forme des encoches (encoches fermées ou ouvertes), de l'état de saturation de ces encoches, et de l'épaisseur de l'entrefer. Plusieurs travaux de thèses ont montré que ces forces étaient les principales causes du bruit d'origine magnétique ([Kloos 1998] [Islam 2009] [Belahcen 2004]).

L'expression des forces de Maxwell résulte d'une utilisation appropriée du tenseur de Maxwell [Nogarède 2005]. Le tenseur des contraintes de Maxwell, qui rend compte, par exemple, du flux d'impulsion "magnétique" entrant dans le volume de la partie stator, considéré par unité de temps, est défini en coordonnées cartésiennes par l'expression ci-dessous :

$$\mathbf{T}_{ik} = \left[ \frac{1}{\mu_0} B_i B_k - \frac{1}{2} \delta_{ik} \frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} \right] \quad (2.1)$$

$$= \frac{1}{\mu_0} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2} \mathbf{B}^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_y B_x & B_y^2 - \frac{1}{2} \mathbf{B}^2 & B_y B_z \\ B_z B_x & B_z B_y & B_z^2 - \frac{1}{2} \mathbf{B}^2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

avec  $\delta_{ik} = 0$  si  $i \neq k$  et  $i, k = x, y$  ou  $z$ . Le tenseur de Maxwell a la dimension d'une force par unité de surface. Grâce à cette formulation, il est possible de calculer la force élémentaire d'origine magnétique qui s'exerce sur tout élément de surface dans la machine.

Dans notre application, il s'agira de la force magnétique élémentaire qui s'applique sur les éléments de surface de l'interface stator/entrefer. Les composantes de la force élémentaire d'origine magnétique sont données par l'équation suivante :

$$d\mathbf{f}_i = \mathbf{T}_{ik} ds_k \quad (2.3)$$

soit,

$$d\mathbf{f} = \begin{cases} T_{xx} ds_x + T_{xy} ds_y + T_{xz} ds_z \\ T_{yx} ds_x + T_{yy} ds_y + T_{yz} ds_z \\ T_{zx} ds_x + T_{zy} ds_y + T_{zz} ds_z \end{cases} \quad (2.4)$$

Dans l'équation ci-dessus,  $ds_k$  est la surface élémentaire dans la direction  $k$ . Calculer la force magnétique qui s'applique sur le stator revient à calculer les forces élémentaires sur toute la surface du stator [Minteer 2012].

$$\mathbf{F} = \iint_S d\mathbf{f} = \iint_S \mathbf{T} dS \quad (2.5)$$

où  $S$  est une surface fermée entourant le volume dans lequel se concentre le flux d'impulsion magnétique. Les techniques de modélisation analytiques et numériques diffèrent fondamentalement dans la précision d'intégration de la force élémentaire sur cette surface.

**L'objectif ultime de la modélisation électromagnétique serait donc de déterminer les contraintes appliquées sur chaque élément de surface.** Ces contraintes sont homogènes à des pressions. C'est pourquoi, les forces de Maxwell sont communément appelées "*pression de Maxwell*". Nous adopterons cette appellation dorénavant. Dans le repère cylindrique, le tenseur

des pressions de Maxwell s'exprime selon l'équation 2.6 avec  $\delta_{r\theta} = 0$  si  $r \neq \theta$  et  $r, \theta = n$  ou  $t$ .

$$\mathbf{T}_{r\theta} = \left[ \frac{1}{\mu_0} B_r B_\theta - \frac{1}{2} \delta_{r\theta} \frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} \right] \quad (2.6)$$

$$\mathbf{B}^2 = B_r^2 + B_\theta^2$$

### 2.2.2.1 Les méthodes numériques

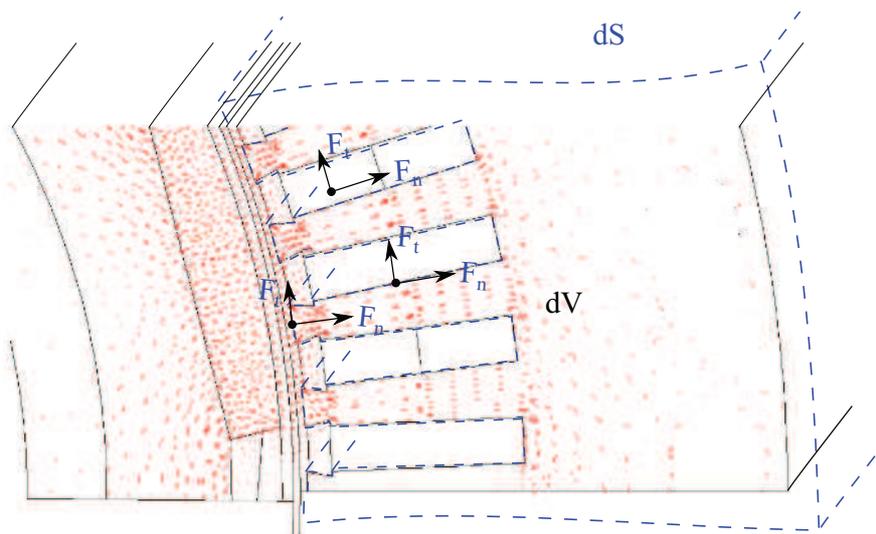


FIGURE 2.19 – Analyse numérique des contraintes de Maxwell sur le volume de la structure stator ; en bleue, la surface d'intégration des pressions de Maxwell.

Les outils numériques sont basés sur des résolutions par éléments finis. Le volume de la machine est complètement maillé. Lors de la résolution, le potentiel magnétique est calculé à chaque point de maillage. Les outils éléments finis sont capables de calculer le tenseur des pressions de Maxwell sur toutes les surfaces élémentaires du maillage. Les outils de calculs numériques sont en constante évolution sur la précision du calcul de ses contraintes de Maxwell.

La figure 2.19 montre un cas de résolution numérique. L'objectif est de calculer les forces magnétiques qui s'appliquent sur la structure stator. La surface en *bleu* représente la surface sur laquelle il faudra intégrer l'équation 2.8, pour déterminer les contraintes s'appliquant sur le stator. Seuls les calculs numériques, grâce à leur solveur magnétique, permettent d'estimer et de localiser les pressions de Maxwell avec une si grande précision.

Dans les outils de simulation les plus performants (Flux2D, OPERA, JMAG, etc.), un modèle électrique est fortement couplé au modèle magnétique. Les précisions de résolution sont inégalées par les autres types de résolutions (analytique et semi-analytique). Cependant, les durées de résolutions numériques dépendent du type d'alimentation :

- Une alimentation par **courant sinusoïdal** : des densités de courant sont directement imposées à des régions maillées du circuit magnétique. La résolution de l'équation aux potentiels est alors directe. C'est dans cette configuration que la résolution numérique

est la plus rapide. Cependant, les machines électriques sont généralement alimentées par des tensions, et les courants sont imposés par le circuit magnétique de la machine elle-même. De plus, l'hypothèse des courants sinusoïdaux n'est pas vérifiée dans la traction ferroviaire, car les machines sont alimentées par des tensions MLI (Paragraphe 2.2.1) avec des fréquences de découpage relativement faibles. L'analyse éléments finis est réalisée sur une ou plusieurs périodes électriques. Pour le cas du moteur ARv0, les résolutions via l'outil Flux2D ont duré en moyenne 2 minutes.

- Une alimentation par **tension sinusoïdale** : cette configuration de résolution est déjà plus proche de la chaîne de traction réelle. Elle permet d'observer le comportement de la machine électrique durant les transitoires électriques. Cependant, l'analyse éléments finis doit être échantillonnée sur un nombre important de périodes électriques. A maillages équivalents, cette configuration est beaucoup plus coûteuse en temps de calcul que celle alimentée par des courants sinusoïdaux (plusieurs dizaines de minutes pour le moteur ARv0). En effet, pour la même période électrique, le nombre de pas de calcul est beaucoup plus important.
- Une alimentation par **tension découpée (MLI)** : c'est la configuration la plus proche de la chaîne de traction réelle. Alimentée en tension, la résolution de l'équation aux potentiels à chaque point du maillage du circuit magnétique est très coûteux en temps de calcul. A cet handicap, vient s'ajouter le temps d'échantillonnage de la résolution, qui doit être de plusieurs périodes de découpage. Ceci fait exploser les temps de calculs (plusieurs heures et parfois plusieurs jours).

Dans le cadre du dimensionnement avec optimisation des machines électriques alimentées par des tensions découpées, l'approche numérique ne semble pas être adéquate. Cette approche (numérique) répond plus à des besoins d'investigations ou de diagnostic sur des topologies déjà bien définies. Malgré l'extrême précision des outils numériques, les spécificités du cahier de charge de notre outil de dimensionnement nous oblige à adopter des méthodes de modélisation électromagnétique plus rapides, tout en dégradant le moins possible la précision de calcul.

### 2.2.2.2 Les méthodes analytiques et semi-analytiques

Dans le dimensionnement vibro-acoustique des machines électriques, les approches analytiques et semi-analytiques (réseaux de réductances) sont très exploitées. Cette approche permet, en effet, grâce à une détermination rapide des pressions de Maxwell, d'apprécier qualitativement le comportement du bruit magnétique émis par un moteur électrique, quelque soit le type d'alimentation électrique ou le type de modulation utilisés.

Analytiquement, il est quasiment impossible d'intégrer les pressions de Maxwell sur toute la surface de l'interface fer stator/air entrefer (Figure 2.19). Une surface plus simple est choisie pour l'intégration (surface en bleue dans la figure 2.20).

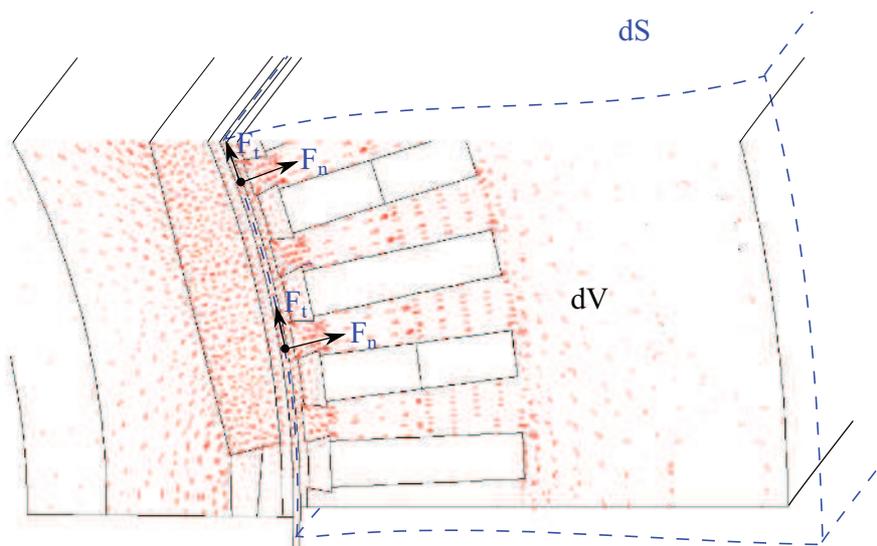


FIGURE 2.20 – Analyse des contraintes de Maxwell sur le volume de la structure stator ; en bleu, la surface d'intégration des pressions de Maxwell.

Seule la surface dans l'entrefer est traversée par un champ électrique. Intégrer sur la surface en bleu revient donc à intégrer l'équation 2.8 sur la surface moyenne de l'entrefer. Dans ces conditions et en coordonnées cylindriques, la surface d'intégration est perpendiculaire à la direction normale, et il vient :

$$d\mathbf{s}_n = \vec{n} ds, \quad d\mathbf{s}_t = 0 \quad (2.7)$$

La force élémentaire sur chaque élément de surface dans l'entrefer moyen s'écrit de façon la suivante :

$$d\mathbf{f} = \begin{cases} T_{nn}d\mathbf{s}_n + T_{nt}d\mathbf{s}_t \\ T_{tn}d\mathbf{s}_n + T_{tt}d\mathbf{s}_t \end{cases} = \begin{cases} \left( \frac{B_n^2}{\mu_0} - \frac{1}{2} \frac{\mathbf{B}^2}{\mu_0} \right) \vec{n} ds \\ \frac{B_n B_t}{\mu_0} \vec{n} ds \end{cases} \quad (2.8)$$

La pression de Maxwell dans la direction radiale, qui est une cause majeure du bruit magnétique, est donnée par l'équation :

$$\sigma_n = \frac{1}{2\mu_0} (B_n^2 - B_t^2) \quad (2.9)$$

La pression de Maxwell dans la direction tangentielle, qui est responsable du couple développé par la machine, est donnée par l'équation :

$$\sigma_t = \frac{1}{\mu_0} B_n B_t \quad (2.10)$$

Une bonne détermination des composantes des pressions de Maxwell dépend de la précision du calcul de l'induction radiale  $B_{ni}$  et tangentielle  $B_{ti}$  sur l'élément de surface  $i$  dans l'entrefer. Cette précision dans la discrétisation sera le critère de choix parmi les modèles analytiques et semi-analytiques.

- Modèle semi-analytique par **réseaux de réductances** : plusieurs travaux ont été entrepris sur ce type de modélisation. [Petrichenko 2007], [Nedjar 2011] et [Roisse 1998] proposent des techniques de construction et de résolution des réseaux de réductances. [Bracikowski 2012] couple cette technique à un processus d'estimation de bruit d'origine magnétique. Après les résolutions numériques, c'est la méthode la plus précise pour le calcul magnétique des machines électriques.

Cependant, cette modélisation se heurte au problème de discrétisation dans l'entrefer. Plus la discrétisation du réseau est importante, plus la résolution du réseau est délicate et coûteuse en temps de calcul. Rappelons que pour bien estimer les pressions de Maxwell (Équation 2.9), la discrétisation dans l'entrefer moyen doit être conséquent.

- Modèle analytique : par élimination, c'est la modélisation adéquate au dimensionnement avec optimisation des machines électriques alimentées par des tensions découpées. Les temps de calcul sont corrects et la précision de la résolution peut être travaillée au cas par cas. Il s'agit de la modélisation la plus utilisée dans le calcul du bruit d'origine magnétique des associations moteurs - variateurs ([Le Besnerais 2008a] et [Ait-Hammouda 2005] par exemple).

Compte tenu des spécificités de notre cahier des charges, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- La **modélisation numérique**, bien que **très précise** est très **coûteuse en temps de calcul** et en ressources.
- La **modélisation semi-analytique** ne permet pas de **discrétiser finement** la région dans l'entrefer, tout en prenant en compte l'évolution de l'état magnétique de la machine avec le temps (rotation du rotor par exemple).

Aux critères cités ci-dessus, vient s'ajouter le temps de recherche du point de fonctionnement électrique. C'est pourquoi, dans le cadre de nos travaux, nous avons décidé d'adopter une modélisation électromagnétique analytique rapide, qui sera renforcée de façon adéquate par un couplage numérique pour en améliorer la précision.

### 2.2.3 Aspects Vibro-Acoustique

Après avoir estimé les contraintes qui s'exercent sur la structure stator rigide, le calcul des vibrations de cette structure est l'étape intermédiaire pour déterminer le bruit. Dans les moteurs électriques, toutes les faces vibrent et génèrent le bruit dans toutes les directions. Avec les moteurs ayant principalement une forme de cylindre ou de prisme (Figures 2.21), les vibrations des faces latérales et des flasques sont les plus importantes.

L'établissement des modèles vibratoires est fortement tributaire des directions dans lesquelles la structure vibrante est sollicitée. Ce qui nous intéresse ici ce sont les vibrations causées par les pressions magnétiques présentes dans l'entrefer. Ces pressions magnétiques s'appliquent sur les interfaces *air - fer*, suivant les directions radiales et tangentielles dans l'entrefer. Dans nos travaux, nous allons faire l'hypothèse que ces pressions s'appliquent donc sur le **diamètre intérieur**

du stator et sur le diamètre extérieur du rotor.

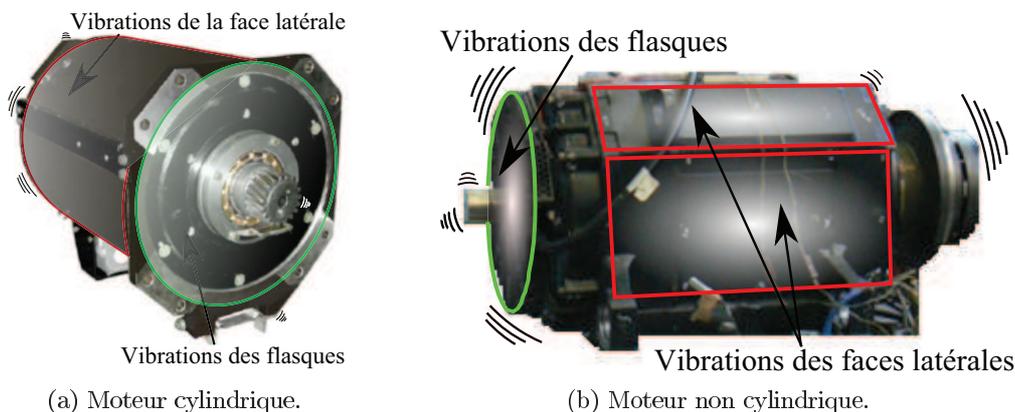


FIGURE 2.21 – Exemples de faces vibrantes moteurs de traction.

La *structure rotor*, constituée de la culasse rotor et de l'arbre, est mécaniquement considéré comme un cylindre plein. Les vibrations du rotor générées par pressions magnétiques dans l'entrefer sont transmises à l'enveloppe externe vibrante (les flasques principalement) via les paliers (roulement) du moteur. En cas de présence de pressions magnétiques tangentielles sollicitant la structure dans la direction axiale de la machine, les vibrations transmises via les paliers moteur peuvent être plus importantes. La transmission de vibration vers le stator via l'entrefer est fortement atténuée par l'amortissement de l'air dans l'entrefer.

La *structure stator*, constituée de la culasse stator, des dents et de la carcasse, est mécaniquement considérée comme un cylindre creux, épais ou fin. Les vibrations du stator générées par pressions magnétiques dans l'entrefer sont directement transmises à l'enveloppe externe vibrante (sur les faces latérales). La surface rayonnante des faces latérales est plus importante que celle couverte par les flasques pour la gamme de machines étudiée. En supposant que les amplitudes et fréquences des pressions magnétiques qui s'appliquent sur les faces latérales et les flasques sont identiques, [Le Besnerais 2008a] a calculé que la différence de pression acoustique rayonnée entre les deux surfaces serait approximativement :

$$\Delta L_{\omega} = 10 \log\left(\frac{L_f}{D_f}\right) \simeq 6dB \quad (2.11)$$

De ce fait, la plupart des études réalisées sur le comportement vibro-acoustique des moteurs électriques se focalise sur les vibrations des faces latérales.

### 2.2.3.1 Les méthodes numériques

Comme nous l'avons dit plus haut, la modélisation vibratoire est fortement tributaire des directions dans lesquelles la structure vibrante est sollicitée. Dans la plupart des cas, c'est la structure stator qui est considérée comme la structure rayonnante. La résolution par éléments finis est de plus en plus utilisée pour ces cas de calcul des vibrations des moteurs électriques.

L'outil numérique mécanique est très souvent à la suite de l'outil numérique électromagnétique. Grâce à la modélisation numérique du comportement électromagnétique de la machine,

il est possible d'estimer les contraintes de Maxwell sur tout élément de surface de l'interface fer stator/air entrefer (Paragraphe 2.2.2.1). Les modèles numériques de la structure mécanique (qui par ailleurs, a la même surface d'interface stator/air entrefer que la structure utilisée pour le calcul magnétique) utilisent de façon adéquate (adaptation du maillage) ces pressions sur le stator pour déterminer les réponses vibratoires de la structure.

L'importance accordée actuellement à la problématique acoustique dans l'exploitation des moteurs de traction électrique dans le ferroviaire ou dans l'automobile (Paragraphe 1.2) oblige les designers d'outil de simulation numérique à se pencher sur la question. Des axes de convergence entre les outils de simulation numérique en électromagnétique et en mécanique sont développés. En France, des sociétés proposent déjà des plates formes communes entre les deux types d'outil numérique capables de réaliser des simulations de vibrations d'origine magnétique. Les principales plates formes commercialisées en France sont les suivantes :

$$\begin{array}{lcl} Flux2D(3D) & \iff & NASTRAN \\ JMAG & \iff & LMS \ Virtual.Lab \end{array}$$

Le premier couplage est commercialisé par le groupe CEDRAT. Il est issu des travaux du projet AVELEC sous l'impulsion du LEC (UTC) avec les différents partenaire (CEDRAT, VIBRATEC et RENAULT) [Pellerey 2012]. Le deuxième couplage est commercialisé par la société POWERSYS. JMAG et Flux2D(3D) sont des outils de simulation numérique en électromagnétisme. NASTRAN et LMS Virtual.Lab sont des outils de simulation numérique en vibration et acoustique.

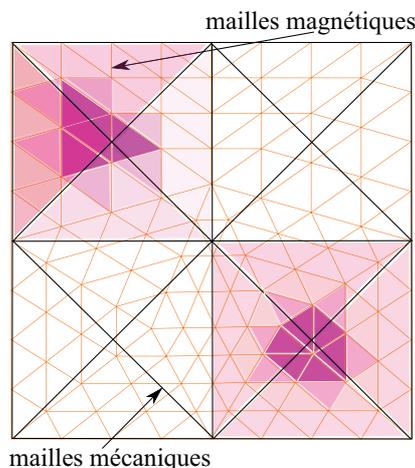


FIGURE 2.22 – Exemple de projection de pression magnétique d'un maillage magnétique sur un maillage mécanique.

Les outils magnétiques communiquent aux outils mécaniques des pressions de Maxwell appliquées sur l'interface air entrefer / fer stator ainsi que le maillage réalisé sur cette surface. Les pressions magnétiques, qui sont calculées suivant des scénarii de résolution bien précis, sont communiquées sous forme fréquentielle. Les inconvénients et avantages liés à la résolution électromagnétique numérique sont pris en considération ici. Les outils mécaniques reçoivent le maillage de l'interface où s'applique les pressions, ainsi que les pressions de Maxwell sous forme fréquentielle. Ils sont capables de réaliser des simulations fréquentielles ou temporelles du

comportement vibratoire de la structure.

Dans les deux cas, le challenge, ici, serait d'adapter les surfaces élémentaires des maillages magnétique et mécanique, afin de minimiser la perte d'information sur l'interface. La figure ci-dessus (Figure 2.22) illustre un exemple de projection de pression magnétique d'un maillage à l'autre. Cet exercice peut être très délicat et reste un des deux maillons faibles de la résolution numérique du modèle vibratoire, en exploitant des pressions issues d'un autre outil numérique :

- La résolution est très dépendante de la taille du maillage. Dans certain cas, les résultats divergent pour des tailles de maillage mécanique différentes.
- Le modèle mécanique doit être recalé à chaque modification de la géométrie. Dans ce cas, il est également nécessaire de refaire les résolutions numériques électromagnétiques.

Malgré ces inconvénients, l'analyse numérique de la réponse vibratoire reste très performante. Cette méthode est donc adaptée aux investigations sur des machines déjà bien définies et non à la recherche de topologies optimales.

### 2.2.3.2 Les méthodes analytiques

Dans la littérature ([Verma 1998], [Timár-P 1989] et [Yang 1981]), les structures vibrantes (culasse/dents stator, carcasse et flasques) des machines électriques sont analysées en utilisant des modèles modaux vibratoires à plusieurs degrés de liberté. Le point important ici est que **chaque degré de liberté correspond à une déformée spatiale (mode) à laquelle est associé une fréquence naturelle, un amortissement, une masse et une raideur.**

Prenons l'exemple d'une poutre encastrée (Figure 2.23), où  $x$  et  $f$  sont respectivement le déplacement et la force appliqués le long de la poutre de masse  $M$  (Figure 2.23a).  $x$  et  $f$  sont des grandeurs spatio-temporelles. En supposant que la poutre n'a que deux degrés de liberté (déformation suivant le mode 1 et 2),  $y_1$  et  $y_2$  sont respectivement les amplitudes des déformés d'ordre 1 et 2 soumises aux forces  $F_1$  et  $F_2$  (Figure 2.23b).  $y$  et  $F$  sont alors des grandeurs temporelles.

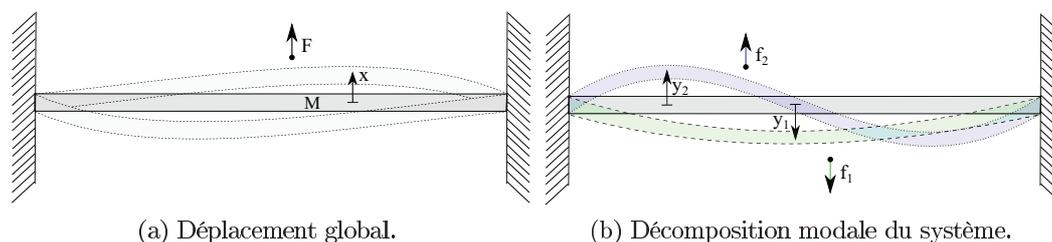


FIGURE 2.23 – Vibration d'une poutre encastrée. Exemple de discrétisation en deux degrés de liberté, modes 1 et 2.

Les vecteurs  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{f}$  représentent respectivement les projections sur chaque degré de liberté, la coordonnée généralisée (déplacement) et de la force appliquée sur la structure. Les vecteurs  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{F}$  représentent respectivement les coordonnées du déplacement et les forces appliqués dans la

base modale. L'analyse modale est régie par l'équation :

$$\begin{aligned}\mathbf{x}(t) &= \sum_{i=1}^N \Psi_i \cdot y_i(t) \\ &= \mathbf{\Psi} \cdot \mathbf{y}(t)\end{aligned}\quad (2.12)$$

$\mathbf{\Psi}$  est la matrice modale constituée des vecteurs des déformées modales.  $N$  est le nombre de degrés de liberté du système (2 dans notre exemple). C'est la matrice de passage qui nous permettra de travailler dans le repère modal, une fois identifiée.

Pour ce faire, analysons la modélisation en système discret de la poutre (Figure 2.24). Les propriétés d'un système continu, à savoir le principe de NEWTON - D'ALEMBERT, le principe de HAMILTON et les équations de LAGRANGE, sont alors applicables ici, pour un nombre de degrés de liberté fini.

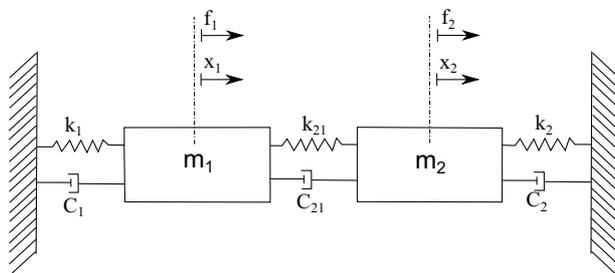


FIGURE 2.24 – Exemple de système discret à deux degrés de liberté, modes 1 et 2.

En reprenant l'exemple d'un système à deux degrés de liberté, l'auteur de la référence [Hubert 2000] (paragraphe 2.3) décrit le comportement vibratoire du système sous forme d'équation différentielle matricielle (Equation 2.14) :

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 + c_{21} & -c_{21} \\ -c_{21} & c_{21} + c_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} \\ + \begin{pmatrix} k_1 + k_{21} & -k_{21} \\ -k_{21} & k_{21} + k_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{Bmatrix}\end{aligned}\quad (2.13)$$

$$[m] \ddot{\mathbf{x}} + [c] \dot{\mathbf{x}} + [k] \mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (2.14)$$

La matrice masse est diagonale et inversible et les matrices amortissement et raideur ne sont pas diagonales. Nous avons donc affaire à un système couplé. Plus concrètement, les déplacements (et vibrations) enregistrés sur les composantes du vecteur  $\mathbf{x}$  ne sont pas indépendants les uns des autres. Pour estimer les vibrations de la structure, nous devons identifier la matrice  $\mathbf{\Psi}$ , grâce à l'équation 2.14.

### 2.2.3.2.1 Fréquences naturelles et amortissements associés :

Pour caractériser la matrice de passage à la base modale (dont la dimension correspond au nombre de degrés de liberté du système mécanique, 2 dans notre exemple), il faut analyser

l'équation différentielle de la structure conservative (sans amortissement) correspondante (Equation 2.15).

$$[m] \ddot{\mathbf{x}} + [k] \mathbf{x} = \mathbf{f} \quad (2.15)$$

Pour résoudre cette équation, nous allons réécrire l'équation homogène de l'équation différentielle 2.15, en tenant compte de la formulation de l'analyse modale (Équation 2.12).

$$\Psi^T \Psi \ddot{\mathbf{y}} = -\Psi^T \overbrace{[m]^{-1} [k]}^{[A]} \Psi \mathbf{y} \quad (2.16)$$

La base modale est un repère orthonormé. En observant l'équation 2.16, et sachant que le vecteur  $\mathbf{y}$  est le vecteur coordonnées du système dans la base modale, il vient que les deux conditions suivantes doivent être satisfaites :

$$\begin{cases} \Psi^T \Psi &= \mathbf{I} \\ \Psi^T [A] \Psi &= \mathbf{D} \end{cases} \quad (2.17)$$

où  $\mathbf{I}$  et  $\mathbf{D}$  sont respectivement la matrice identité et une matrice diagonale. Des équations 2.17, on en déduit l'équation suivante :

$$[A] \Psi = \mathbf{D} \Psi \quad (2.18)$$

Il vient donc que  $\mathbf{D}$  de dimension  $(N \times N)$  et  $\Psi$  de dimension  $(N \times 1)$  sont respectivement la matrice des valeurs propres et le vecteur propre associés à la matrice  $[A]$ . C'est à dire :

$$\det \left( [m]^{-1} [k] - \mathbf{D} \mathbf{I} \right) = 0 \quad (2.19)$$

Pour travailler dans la base modale, il suffit donc de déterminer les valeurs propres de notre système mécanique, homogène à une pulsation au carré  $\mathbf{D} = [\omega^2]$ . L'équation 2.15 devient :

$$\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{D} \mathbf{y} = \Psi^T [m]^{-1} \mathbf{f} = \mathbf{F} \quad (2.20)$$

où  $\mathbf{F}$  est le vecteur force de dimension  $(N \times 1)$  appliqué sur chaque base du repère modale. L'équation 2.14 qui décrit le comportement vibratoire du système se réécrit sous la forme :

$$\ddot{\mathbf{y}} + \overbrace{\Psi^T [m]^{-1} [c] \Psi}^{\mathbf{C}} \dot{\mathbf{y}} + \mathbf{D} \mathbf{y} = \mathbf{F} \quad (2.21)$$

La détermination de la matrice d'amortissement est actuellement l'un des grands challenges dans la caractérisation des systèmes mécaniques. L'analyse modale est valable ici, si et seulement si la matrice  $\mathbf{C}$  est diagonale.

Les retours d'expérience sur les analyses des amortissements des moteurs électriques montrent que les amortissements dans les machines électriques sont très faibles (de l'ordre de 1%). Ce sont donc des structures **faiblement dissipatives**. Sachant que les **vibrations sont de faible amplitude** dans les machines électriques et en supposant que les **forces de dissipation** sont réparties comme les **forces d'inertie**, nous pouvons négliger les termes non diagonaux de la matrice  $\mathbf{C}$ .

C'est pourquoi, dans l'hypothèse des amortissements faibles, l'analyse modale est appliquée et valide dans les machines électriques pour le calcul de la réponse vibratoire. Les pressions de Maxwell seront projetées sur les bases du repère modal. Il ne reste donc qu'à identifier les matrices  $\mathbf{D}$  et  $\mathbf{C}$ .

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} \omega_0^2 & & & & \\ & \omega_1^2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & \omega_N^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} c_1 & & & & \\ & c_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & c_N \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

Dans notre exemple, les composantes de la matrice  $\mathbf{D}$  sont déterminées en résolvant l'équation 2.23. Pour déterminer les  $\omega_i^2$ , il est nécessaire de trouver des équations supplémentaires. Pour ce faire, la détermination du premier mode ( $m = 0$  ou  $m = 1$ ) est souvent requise.

De plus, les modes de rang élevé sont souvent des extensions du premier mode ( $\omega_{m=i} = k(m)\omega_{m=0}$ ). La qualité de l'analyse modale est fortement tributaire de la précision dans la détermination des composantes de la matrice  $\mathbf{D}$ .

$$\left( \frac{k_1 + k_{21}}{m_1} - \omega_1^2 \right) \left( \frac{k_2 + k_{21}}{m_2} - \omega_2^2 \right) - \frac{k_{21}^2}{m_1 m_2} = 0 \quad (2.23)$$

Malgré les géométries très complexes des moteurs de traction, des résultats très satisfaisants ont été obtenus dans la littérature en approximant la structure vibrante du moteur à un cylindre creux équivalent, épais ou fin. Pour des machines électriques, les références [Wang 2000a], [Gladwell 1975] et [Witczak 2011] proposent des méthodes efficaces pour identifier la matrice  $\mathbf{D}$ . Nous allons utiliser ces supports bibliographiques dans notre modélisation du comportement vibratoire de la MSAPs.

La principale source d'amortissement dans les machines électriques est la friction dans le bobinage et entre les laminations des tôles du stator ([Timár-P 1989]). En général, pour garantir l'hypothèse modale dans un système différentiel d'ordre 2 faiblement amorti, nous avons :

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2\xi_1\omega_1 & & & & \\ & 2\xi_2\omega_2 & & & \\ & & \cdot & & \\ & & & \cdot & \\ & & & & 2\xi_N\omega_N \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Les composantes  $\xi_m$  sont déterminées empiriquement sur chaque mode  $m$ . Dans la littérature, les auteurs des références [Yang 1981] et [Gieras 2005] établissent que ces composantes sont fonction de la fréquence propre du mode considéré. Avec  $a$  et  $b$  des entiers naturels, il vient donc que :

$$\xi_m = a f_m + b \quad (2.25)$$

### 2.2.3.2.2 Déplacements statiques et dynamiques :

La force d'excitation et la réponse en déplacement dans la base modale évoluent suivant la même loi temporelle [Ma 2007]. Posons :

$$\begin{cases} \mathbf{F}(t) &= \{F\}e^{j\omega t} \\ \mathbf{y}(t) &= \{y\}e^{j\omega t} \end{cases} \quad (2.26)$$

L'équation 2.21 devient alors :

$$(-\omega^2 + j\omega\mathbf{C} + \mathbf{D}) \{y\}e^{j\omega t} = \{F\}e^{j\omega t} \quad (2.27)$$

Toutes les matrices de l'équation 2.27 sont diagonales.  $\omega$  est la pulsation de rotation de le MSAPs. L'égalité des modules sur chaque mode  $m$  conduit à l'équation suivante :

$$H^{m,\omega} = \frac{y_m}{(F_m/\omega_m^2)} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi_m \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)\right]^2}} \quad (2.28)$$

Les pressions de Maxwell sont exprimées dans la base continue (équivalent à  $\mathbf{f}$ ). Le facteur de participation du mode [Delaere 2002], assimilé à un déplacement static sur le mode, est exprimé comme suit :

$$Y_s^{m,\omega} = \frac{F_m}{\omega_m^2} = \frac{\Psi^T [m]^{-1} \mathbf{f}}{\omega_m^2} \quad (2.29)$$

Le déplacement dans la base modale, est donné par l'équation 2.30 autour de la fréquence naturelle de chaque mode  $m$ .

$$Y_d^{m,\omega} = Y_s^{m,\omega} H^{m,\omega} \quad (2.30)$$

Il vient alors que l'amplitude des vitesses de vibrations de chaque mode  $m$  est :

$$V_{m,\omega} = \omega Y_d^{m,\omega} \quad (2.31)$$

La valeur efficace des vibrations de la structure mécanique sur chaque mode  $m$  est donnée par l'équation suivante :

$$v_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{\infty} V_{m,\omega_i}^2} \quad (2.32)$$

Dans ce paragraphe, nous avons montré qu'il est possible de calculer les vibrations sur chaque mode, pour une machine radialement symétrique et faiblement amortie, rien qu'en estimant correctement les fréquences propres sur chaque mode  $m$  ( $\mathbf{D}$ ) et les amortissements associés ( $\mathbf{C}$ ). Ceci peut s'avérer être une tâche difficile.

Des techniques performantes d'estimation expérimentales de  $\omega_m$  et  $\xi_m$  (Analyse Modale Expérimentale) peuvent permettre de recalculer efficacement les modèles analytiques vibratoires ([Lecoindre 2004]).

### 2.2.3.2.3 Facteur de rayonnement et pression acoustique :

La structure mécanique, qui vibre à la vitesse efficace  $v_m$ , crée des variations de pressions dans le fluide (air) qui l'entoure  $p_m$ . L'impédance acoustique spécifique de l'air ici est ([Timár-P 1989]) :

$$Z_m = \frac{p_m}{v_m} \quad (2.33)$$

La puissance acoustique rayonnée par les vibrations du mode  $m$ , pour un système mécanique de surface  $S$  a pour formulation générale :

$$W_m = v_m^2 \mathbf{Re}(Z_m) S \quad (2.34)$$

Dans l'équation 2.34, le paramètre  $\mathbf{Re}(Z_m)$  varie avec la fréquence  $f$ . Ce paramètre est égal à :

$$\mathbf{Re}(Z_m) = \rho_0 c_0 \sigma_m(f) \quad (2.35)$$

$\rho_0$  et  $c_0$  sont respectivement la masse volumique et la vitesse des particules de l'air.  $\sigma_m(f)$  est le facteur de rayonnement, et représente l'efficacité de transformation de l'énergie acoustique pour le mode  $m$ , pour une vitesse de vibration  $v_m$  à la fréquence  $f$ . Concrètement,

- si  $f$  est faible ( $f < fm_c$ ), seule une petite partie de l'énergie vibratoire du mode  $m$  est transformée en énergie acoustique ;
- si  $f$  est importante ( $f > fm_c$ ), toute l'énergie vibratoire du mode  $m$  est transformée en énergie acoustique.

Le facteur de rayonnement  $\sigma_m(f)$  est obtenu à partir des hypothèses faites sur la géométrie de la structure rayonnante. Deux principales formulations existent pour des structures rayonnantes sphériques ou infiniment cylindriques. Les travaux présentés dans [Wang 2000b] et [Wang 2001] proposent une démarche d'estimation du facteur de radiation que nous adopterons. Des hypothèses seront donc énoncées, pour des gammes de machines ALSTOM Transport, en fonction du rapport de la longueur de la machine sur son diamètre.

Une fois le facteur de radiation  $\sigma_m(f)$  estimé sur chaque mode  $m$ , il est possible de calculer le niveau de puissance acoustique (Sound Power Level),  $L_w$ , comme décrit dans la référence [Crocker 2007] :

$$L_w(\mathbf{dB}) = 10 \log_{10} \left( \frac{W}{W_0} \right) \quad (2.36)$$

où  $W$  est la puissance acoustique totale et  $W_0$  la puissance acoustique de référence. Rappelons que  $N$  est le nombre de degrés de liberté (de modes) du système mécanique.

$$W = \sum_{m=0}^N W_m, \quad W_{ref} = 10^{-12} \mathbf{W} \quad (2.37)$$

## 2.3 Méthodes d'optimisation et réduction du bruit dans les MSAPs

### 2.3.1 Techniques de réduction du bruit

Il existe plusieurs techniques de réduction de bruit magnétique dans les MSAPs. Ces méthodes peuvent être regroupées en deux grandes familles : les méthodes actives et les méthodes passives. Les techniques actives consistent généralement à capter, analyser et corriger le bruit ou les vibrations de la machine électrique. Les composants de correction et d'acquisition sont habituellement des actionneurs piézoélectriques. [Mininger 2005] et [Ojeda 2009] ont travaillé sur les techniques actives de réduction de bruit magnétique appliquées aux machines à réluctance variable.

Les techniques de réduction passives sont les plus employées, car elles sont intégrées dès la conception. Les travaux de réduction de bruit ont plusieurs axes d'orientation. En plus de l'action sur les dimensions de la machine, les deux principales orientations actuelles de réduction de bruit magnétique sont les recherches des combinaisons pôles/encoches et les stratégies d'alimentation électrique les plus silencieuses.

#### 2.3.1.1 La combinaison pôles/encoches

Il s'agit de la combinaison entre le nombre de pôle au rotor et le nombre d'encoches au stator. Ce choix est indépendant des topologies rotor, car celles-ci n'introduisent pas d'harmonique supplémentaire ([Fakam 2011]). Plusieurs travaux ont été entrepris dans cette direction car c'est un levier important dans la réduction de bruit magnétique émis par des machines équipées de bobinage dentaire ou de bobinage distribué.

En effet, dans notre application, l'objectif premier des techniques de réduction du bruit est **d'éviter les résonances des modes mécaniques, dans la bande 400 – 4000 Hz préférentiellement**. Lors d'une résonance, l'énergie vibratoire du mode est fortement amplifiée. Pour certains modes de structure, toute cette énergie est directement transformée en énergie acoustique. Le potentiel de nuisance sonore est alors important. Notons que :

*"Les vibrations du mode mécanique  $m$  rentrent en résonance lorsque les forces d'excitation (pressions de Maxwell appliquées sur la surface interne du stator), d'ordre  $m$  battent à la pulsation  $\omega_m$ ".*

Les modes mécaniques les plus dangereux sont donc les modes qui ont la plus basse fréquence naturelle ( $\omega_m$ ). La technique ici est donc de choisir la combinaison pôles/encoches, dont l'ordre minimal des forces générées dans l'entrefer est le plus élevé possible. On réduit ainsi les risques de résonance dans la machine. Pour cette raison, l'analyse des forces est donc indispensable.

L'article [Zhu 2009] fait une étude récapitulative des ordres des forces magnétiques générées par des bobinages dentaires pour des MSAPs. On peut donc identifier les structures susceptibles de faire du bruit. L'auteur de la référence [Cassat 2010] présente un cas d'étude pour une machine industrielle, et relève la pertinence de l'ordre minimal des forces magnétiques dans le comportement acoustique. Pour des machines à aimants, l'article [Huang 2001] propose une

démarche de calcul et d'identification des forces magnétiques.

Toutefois, il est important de noter que l'analyse des forces magnétiques et l'analyse des modes propres de la structure vibrante doivent être réalisées simultanément. Par exemple :

*Une force d'ordre 2 n'est pas dangereuse si le mode mécanique  $m = 2$  a une fréquence naturelle proche de 10000 Hz, car la bande fréquentielle pertinente est 400 – 4000 Hz*

### 2.3.1.2 L'alimentation à découpage MLI

Bien que l'analyse des forces magnétiques suffise à prédire les résonances, il est souvent impossible de les éviter dans le cadre de la vitesse variable. En effet, les harmoniques des forces magnétiques sont des multiples de la fréquence synchrone, et évoluent avec elle.

Une solution très souvent adoptée par les industriels est de modifier l'alimentation en fonction de la vitesse de résonance. L'objectif ici est d'imposer les ordres des harmoniques de courants (et donc des forces magnétiques), afin d'éviter les résonances mécaniques ([Le Besnerais 2010], [Lo 2000]), tout en garantissant le bon fonctionnement de la machine.

Une autre technique est l'injection d'harmoniques dans le spectre de la tension d'alimentation ([Ruiz-Gonzalez 2010], [Lo 2000]). Ce procédé consiste à injecter des ordres de forces magnétiques déphasés, afin de s'opposer aux ordres auxquels ils sont déphasés. Ainsi, il est possible de réduire l'impact d'une raie de forces magnétiques dans le spectre acoustique.

## 2.3.2 Optimisation des modèles vibro-acoustiques

Les routines d'optimisation ont pour but de trouver les valeurs optimales des variables d'un système qui minimise ou maximise une ou plusieurs fonctions objectifs proposées, tout en satisfaisant les contraintes imposées aux variables. Dans un système "MSAPs de traction pour la traction ferroviaire", les fonctions à optimiser sont souvent des caractéristiques liées au cahier des charges.

La description mathématique d'un problème d'optimisation de MSAPs peut se poser de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min F(X) = \begin{cases} f_1(X) \\ f_2(X) \\ \vdots \\ f_k(X) \end{cases} \\ \text{avec } g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, n \\ \text{et } h_j(X) = 0 \quad j = 1, \dots, l \end{array} \right. \quad (2.38)$$

où  $f_i$  sont les fonctions objectifs à minimiser (le bruit magnétique, le couple de détente, l'inefficacité de la MSAPs, le coût en APs, etc.). L'équation 2.38 possède  $k$  fonctions objectives à minimiser.

Dans la conception des MSAPs, les fonctions objectives à minimiser sont souvent contradictoires (le coût en APs et inefficacité par exemple). Il est donc impossible de trouver des solutions

globales. L'algorithme d'optimisation construira donc des fronts de Pareto [Ilea 2010]. Les variables  $X$  sont les variables de la MSAPs utilisées et pilotées par l'algorithme d'optimisation. Elles doivent satisfaire aux  $n$  contraintes d'inégalités et aux  $l$  contraintes d'égalités. Elles peuvent être :

- **topologique** : nombre de dents stator/nombre de pôles rotor ;
- **géométriques** : diamètre alésage, épaisseur culasse, largeur de la dent, ouverture des APs ;
- **électriques** : fréquence de découpage, type de stratégie de modulation ;
- **magnétiques** : perméabilité des clavettes des encoches.

La quasi totalité des problèmes d'optimisation dans le domaine des machines électriques est **contrainte** et **multi-variable**. Selon la nature des variables du problème, l'optimisation peut être considérée comme **continue** (largeur de la dent), **discrète** (perméabilité des clavettes des encoches) ou **mixte** (nombre de dents stator/nombre de pôles rotor).

La modélisation vibro-acoustique des machines de traction, comme décrit dans le paragraphe 2.2, est un exercice multi-physique (électrique, magnétique, mécanique et acoustique). C'est pourquoi, la recherche d'optimum sur des modèles vibro-acoustiques est classée dans le domaine des optimisations **multi-physiques**. Du fait des différences de constantes de temps entre les différentes physiques, l'optimisation multi-physique est aussi **multi-échelle**.

Les sorties du modèle vibro-acoustique (le bruit magnétique), et notamment celui développé dans le cadre de cette thèse (le bruit magnétique, le couple de détente et couple mécanique, etc...) n'évoluent pas de façon linéaire avec les variables du système. Les méthodes d'optimisation employées pour ce type de problèmes sont **non-linéaires**. Les dynamiques et sens d'évolution des sorties par rapport à l'évolution des variables du système ne sont, a priori, pas connues pour la plupart des cas. Notre modèle sera considéré comme une **boîte noire**. De plus, le couplage avec l'outil numérique FEMM (Finite Element Method Magnetics [Meeker 2006]) introduit du **bruit** lié au remaillage et certaines valeurs des variables à analyser sont **discrètes**.

C'est pourquoi, les processus d'optimisation tels que les **métaheuristiques**, très utilisées pour des systèmes machines électriques [Ilea 2011], seront exploitées dans nos travaux.

Plusieurs types de méthodes métaheuristiques existent ([Pétrowski 2006]). Dans nos travaux, compte tenu du couplage numérique réalisé dans le modèle électromagnétique qui ralentit et bruite la résolution, nous avons choisi de nous focaliser sur des algorithmes robustes tels que les algorithmes génétiques. Dans le **chapitre 4**, nous poserons le problème d'optimisation comme décrit par l'équation 2.38. Dans les grandes lignes, il sera posé :

- **fonctions objectifs** : bruit magnétique, couple de détente ;
- **contraintes d'inégalités** : dimensions géométriques de la MSAPs, volume maximum des APs, densité de courant dans le cuivre ;
- **contraintes d'égalités** : couple de fonctionnement, tension d'alimentation.

## 2.4 Conclusion

Dans le paragraphe 2.1, nous avons fait l'état de l'art de l'entraînement synchrone à APs dans la traction ferroviaire. En appréciant les avantages et inconvénients que propose chaque topologie de MSAPs, nous avons orienté nos recherches vers les machines suivantes, rangées par ordre de priorité :

1. Stator à **bobinage distribué** et rotor équipé **d'APs montés en surface** : MSAPs classique qui nous permettra de prendre en main l'état zéro, d'appréhender les problématiques actuelles liées à cette technologie, afin de mieux comprendre les besoins d'évolution technologique à l'origine de nos travaux.
2. Stator à **bobinage dentaire** et rotor équipé **d'APs montés en surface** : MSAPs avec une évolution de la structure stator. L'analyse de cette topologie nous permettra de quantifier les différences, par rapport à l'état zéro, en terme de contenu fréquentiel dans l'entrefer, de coût de fabrication et de bruit liés au bobinage dentaire.
3. Stator à **bobinage distribué** et rotor équipé **d'APs enterrés** : MSAPs avec une évolution de la structure rotor. Bien que l'insertion des APs dans la tôle du rotor ne change pas fondamentalement le spectre du niveau de la pression acoustique rayonnée (fréquences des harmoniques) [Fakam 2011], l'étude analytique de cette topologie sera en perspective. L'analyse de cette topologie nous permettra de quantifier les apports, par rapport à l'état zéro, en terme de performance, de coût de fabrication et de bruit liés à l'enterrement de APs.

Dans le paragraphe 2.2, nous avons présenté l'architecture générale du processus de détermination du bruit magnétique, en insistant sur son caractère multi-physique. Dans ce contexte, il a été abordé différentes techniques de modélisation proposant des compromis *rapidité de calcul - précision des résultats* différents. Il a été établi que pour un calcul de bruit magnétique d'un moteur sur un profil de mission, le champ magnétique dans l'entrefer et le comportement vibratoire doivent être déterminés avec une bonne précision, dans des délais acceptables.

Notre modélisation a été orienté vers des techniques analytiques très rapides, renforcées par des simulations numériques qui améliorent sa précision dans les calculs. Le but est de prendre en compte les alimentations à découpages dans le calcul du champ magnétique dans l'entrefer. Les grandes hypothèses sont les suivantes :

1. Une modélisation 2D des comportements analytique et vibratoire.
2. Les pressions radiales (Equation 2.9) de Maxwell sont responsables du bruit d'origine magnétique. A l'instar des outils numériques qui déterminent précisément les directions des surfaces d'application de pressions et les pressions de Maxwell, nous allons supposer que les surfaces internes du stator sur lesquelles s'appliquent ces pressions radiales (dans l'entrefer) sont essentiellement dans la direction radiale. *Les pressions tangentielles sur le rayon interne du stator sont négligées.*

3. La structure vibrante, qui est constituée du stator et de la carcasse, sera modélisée comme cylindre creux équivalent. Les effets liés à la non-homogénéité axiale et aux flasques seront pris en compte via des coefficients.
4. La formulation de structures rayonnantes sphériques ou cylindriques pour le calcul du facteur de rayonnement sera adoptée dans nos travaux, compte tenu des encombrements des moteurs de traction analysés.

Dans les paragraphes 2.3 et 4, nous avons vu qu'il existe plusieurs techniques de réduction ou de minimisation du bruit d'origine magnétique. Dans nos travaux, un enrichissement des règles de conception sera proposé. Nous allons identifier les paramètres "machines" les plus influents sur le bruit magnétiques, et proposer une solution optimale au projet AROMAT.

# Modélisation électromagnétique et validations expérimentales

---

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Généralités du modèle électromagnétique</b>	<b>53</b>
<b>3.2</b>	<b>Tension d'alimentation, <math>U^n</math></b>	<b>55</b>
3.2.1	Les modulations intersectives	55
3.2.2	Les modulation calculées	58
<b>3.3</b>	<b>Forces magnétomotrices, <math>f_{mm}(\alpha, t)</math></b>	<b>61</b>
3.3.1	Forces magnétomotrices du stator, $f_{mm}^s(\alpha, t)$	61
3.3.2	Forces magnétomotrices du rotor, $f_{mm}^r(\alpha, t)$	65
<b>3.4</b>	<b>Perméance d'entrefer, <math>\Lambda(\alpha, t)</math></b>	<b>74</b>
3.4.1	Variations de perméance introduites par le stator, $\Lambda_s(\alpha, t)$	75
3.4.2	Variations de perméance introduites par le rotor, $\Lambda_r(\alpha, t)$	79
3.4.3	Perméance globale	82
<b>3.5</b>	<b>Fonctionnement électromagnétique à vide</b>	<b>85</b>
3.5.1	Induction dans l'entrefer	86
3.5.2	Force électromotrice	93
3.5.3	Couple de détente	95
<b>3.6</b>	<b>Résolution schéma monophasé équivalent étendu</b>	<b>97</b>
3.6.1	Inductances synchrones	98
3.6.2	Calcul des courants des phases $i(t)$	103
<b>3.7</b>	<b>Validations électromécaniques expérimentales</b>	<b>105</b>
3.7.1	Application au prototype ARv0	105
3.7.2	Application au prototype ARv2	108
<b>3.8</b>	<b>Analyse spectrale des pressions magnétiques d'entrefer</b>	<b>111</b>
3.8.1	Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice des APs (Famille 1)	112
3.8.2	Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice du bobinage (Famille 2)	114
3.8.3	Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et les forces magnétomotrices des APs et du bobinage (Famille 3)	116
<b>3.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>117</b>

---

La modélisation utilisée dans nos travaux pour la prédiction de bruit d'origine magnétique, modélisation capitalisée dans l'outil DIVA 3, est architecturée en quatre principales fonctions comme décrit dans la figure 2.17.

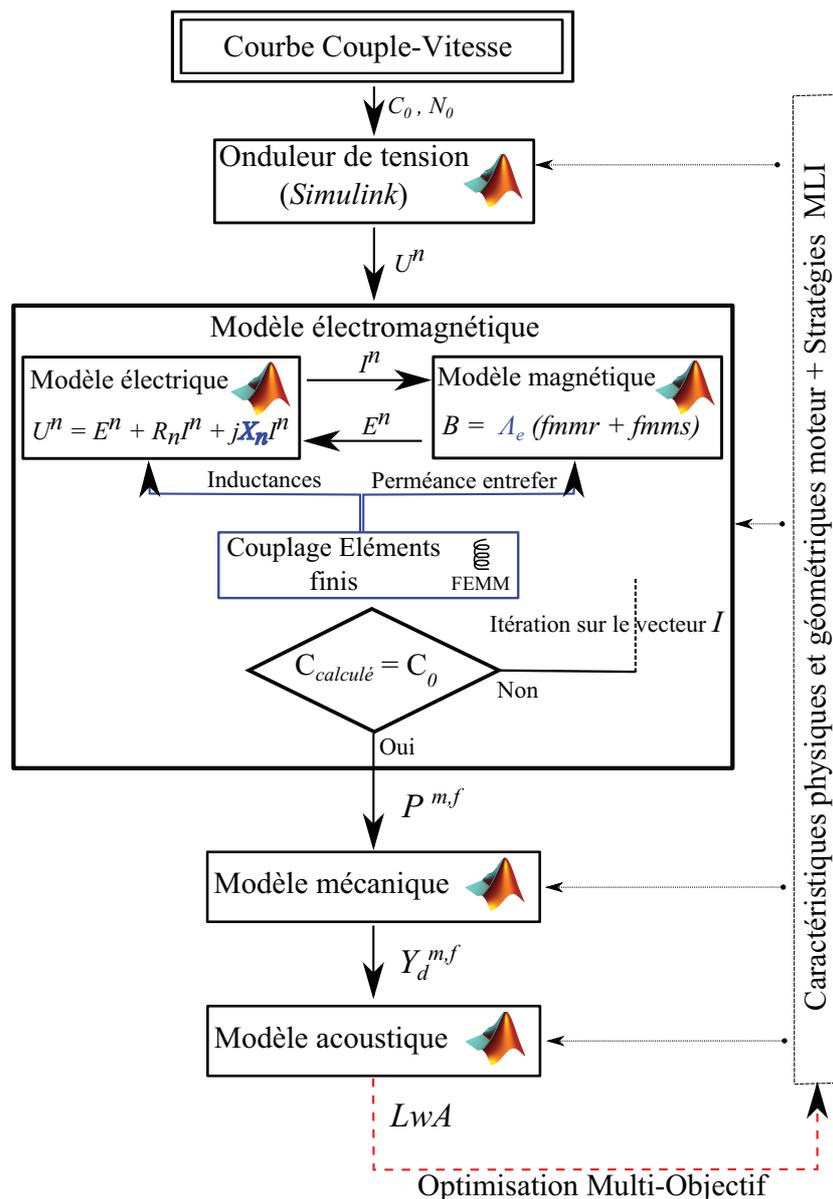


FIGURE 3.1 – Démarche de calcul - Variables d'entrée/sortie.

Les différentes fonctions calculent les grandeurs utiles dans le calcul du bruit magnétique. On peut citer :

1. La fonction '**électronique de puissance**', qui détermine le spectre harmonique de la tension d'alimentation du modèle ( $U^n$ ) ;
2. La fonction '**électromagnétique**', qui calcule pour un point de fonctionnement donné les pressions magnétiques dans l'entrefer ( $P^{m,f}$ ). Notre modèle n'est pas purement analytique, ni purement numérique.

Afin de trouver le meilleur compromis *rapidité-précision* dans la résolution, nous avons renforcé le modèle analytique DIVA par un couplage numérique entièrement paramétré via

des calculs éléments finis statiques très rapides (Connexions en bleues dans la figure 3.1) ;

3. La fonction '**mécanique**', qui simule la réponse de la structure mécanique vibrante sous forme de déplacements dynamiques ou vibrations ( $Y_d^{m,f}$ ), aux sollicitations des forces magnétiques dans l'entrefer ;
4. La fonction '**acoustique**', qui calcule pour un point de fonctionnement donné le niveau de puissance acoustique émis par la machine, le *Sound Power Level* (**Lw**).

Les données d'entrée sont les caractéristiques traction/freinage définies par les courbes *couple/vitesse*, ainsi que les données géométriques et électriques (tension du bus continu et stratégie de modulation) du moteur de traction. Pour chaque point situé dans la zone enveloppée par les courbes couple/vitesse, DIVA calcule le niveau de puissance acoustique (**Lw**) émis par la machine sur un spectre de fréquence défini, sous hypothèses détaillées dans les paragraphes suivants.

La pondération A et les pénalités seront ensuite appliquées au niveau sonore (**LwA**) pour rendre compte de la perception de ce bruit à l'oreille humaine et des raies tonales.

La démarche de calcul du bruit magnétique est présentée par la figure 3.1. Les différentes fonctions, indépendantes et dissociables, s'échangent les informations sous forme fréquentielle.

Dans ce chapitre, nous allons nous concentrer sur les travaux effectués dans cette thèse sur le modèle électromagnétique. Le modèle électromagnétique rassemble les fonctions **électronique de puissance** et **électromagnétique**.

### 3.1 Généralités du modèle électromagnétique

Le modèle électromagnétique a pour but la détermination de la pression dans l'entrefer. L'hypothèse validée et maintenue ici, est que les pressions radiales de Maxwell ( $\sigma_r$ ) sont principalement et majoritairement responsables des vibrations de la machine. Avec cette hypothèse, le flux d'impulsion magnétique qui entre dans le volume stator est correctement quantifié. Bien que la répartition de cette force sur les dents du stator ne soit pas rigoureusement prise en compte (supposée radiale sur le rayon interne du stator), l'analyse du bruit d'origine magnétique s'est avérée satisfaisante et suffisante.

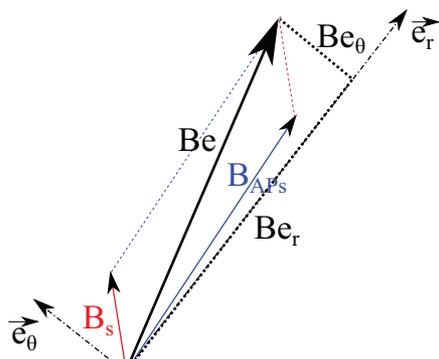
Ces pressions s'expriment comme suit :

$$p_e(\alpha, t) = \sigma_r(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} [B_{e_r}^2(\alpha, t) - B_{e_\theta}^2(\alpha, t)] \quad (3.1)$$

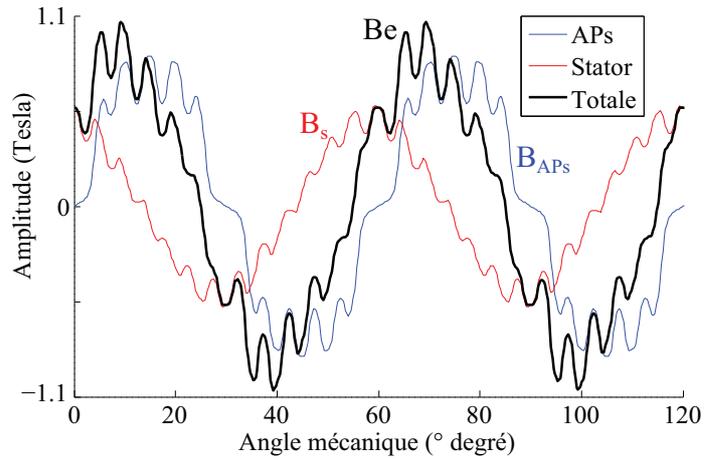
où  $B_{e_r}$  et  $B_{e_\theta}$  sont respectivement l'induction radiale et tangentielle dans l'entrefer.  $\alpha$  est la discrétisation spatiale dans l'entrefer moyen et  $t$  la discrétisation temporelle. La détermination précise de la pression radiale passe par une bonne évaluation des inductions radiale et tangentielle dans l'entrefer moyen et une discrétisation assez fine dans l'espace et dans le temps.

Dans notre modélisation, nous calculons séparément les inductions globales générées respectivement par les bobinages du stator et les APs dans l'entrefer moyen ( $B_s$  et  $B_{APs}$  dans la figure 3.2). Ces inductions sont calculées dans l'espace discret. Pour déterminer l'induction totale dans l'entrefer, une somme des champs magnétiques  $B_s$  et  $B_{APs}$  sur chaque élément de discrétisation est effectuée (Figure 3.2b).

$B_{e_r}$  et  $B_{e_\theta}$  sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'induction dans l'entrefer totale. Le module de l'induction dans l'entrefer ainsi déterminé est égal à la racine carrée de  $B_{e_r}^2(\alpha, t) + B_{e_\theta}^2(\alpha, t)$  (Figure 3.2a).



(a) Diagramme vectoriel dans l'entrefer.



(b) Somme vectorielle dans l'espace discrétisé.

FIGURE 3.2 – Calcul de l'induction totale dans l'entrefer dans le repère de PARK.

Compte tenu du fait que l'induction tangentielle est très faible devant l'induction radiale, nous allons adopter l'expression de l'équation 3.2 pour estimer les pressions radiales de Maxwell dans l'entrefer. Dans ce cas de figure, les pressions dans l'entrefer sont légèrement sur-estimées, ce qui n'est pas un handicap dans les démarches de dimensionnement.

$$p_e(\alpha, t) \simeq \frac{1}{2\mu_0} B_e^2(\alpha, t) \quad (3.2)$$

L'induction totale dans l'entrefer moyen,  $B_e$ , est le produit de la perméance de l'entrefer et la somme des forces magnétomotrices développées par le bobinage du stator et les APs. Il a pour expression :

$$B_e(\alpha, t) = B_{APs}(\alpha, t) + B_s(\alpha, t) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} &= \Lambda(\alpha, t) f_{mm}^r(\alpha, t) + \Lambda_s(\alpha, t) f_{mm}^s(\alpha, t) \\ &= \Lambda(\alpha, t) \{f_{mm}^r(\alpha, t) + f_{mm}^s(\alpha, t)\} \end{aligned} \quad (3.4)$$

$f_{mm}^s(\alpha, t)$  représente la force magnétomotrice développée par le bobinage qui est fonction de  $N_q^s(\alpha)$ , fonction de distribution du bobinage associée à la phase  $q$  du stator, et  $i_q^s(t)$  courant qui circule dans cette phase  $q$ .  $f_{mm}^r$  représente la force magnéto-motrice développée par les aimants permanents (APs).  $\Lambda(\alpha, t)$  est la perméance globale de l'entrefer, qui renseigne sur les variations

de réluctance le long de l'entrefer moyen, en tenant compte de la rotation.

Pour une analyse satisfaisante du bruit magnétique, il est primordiale d'avoir la discrétisation  $(\alpha, t)$  la plus fine possible. Afin d'évaluer précisément l'induction dans l'entrefer, et donc les pressions magnétiques, il nous faut répondre aux deux difficultés suivantes, connues pour être les points faibles de cette formulation (Équation 3.3) :

- **La détermination précise de la perméance entrefer  $\Lambda(\alpha, t)$**  : Nous avons réalisé un couplage entre l'outil numérique FEMM (Finite Element Method Magnetics [Meeker 2006]) et l'outil analytique DIVA afin de déterminer, grâce à des simulations éléments fins statiques très rapides, la perméance globale dans l'entrefer avec la précision voulue. Nous allons estimer les variations de réluctance introduites par les dents du stator et les APs du rotor.
- **La détermination précise du courant de phase  $i_q^s(t)$**  : Déterminer précisément le courant de phase passe par une bonne évaluation des inductances synchrones de la MSAP ( $L_d, L_q$ ). Pour ce faire, un couplage analytique - numérique du même type (des simulations en statiques très rapides) sera utilisé. Une fois les inductances calculées, les courants de phases sont déterminés via la résolution du diagramme de FRESNEL [Gieras 2002] [Séguier 2006].

Les harmoniques de la tension d'alimentation MLI ( $U^n$ ) sont calculées analytiquement et numériquement dans notre modèle. Les courants de phases sont alors calculés en utilisant une extension du schéma monophasé équivalent (SME) à toutes les harmoniques de temps  $n$  (Équation 3.5).  $e(t)$  est l'expression temporelle la force électromotrice.

$$\begin{cases} U^n = (R_s^n + jX_s^n)I_s^n + E^n \\ E^n = \text{TFD} \{e(t)\} \end{cases} \quad (3.5)$$

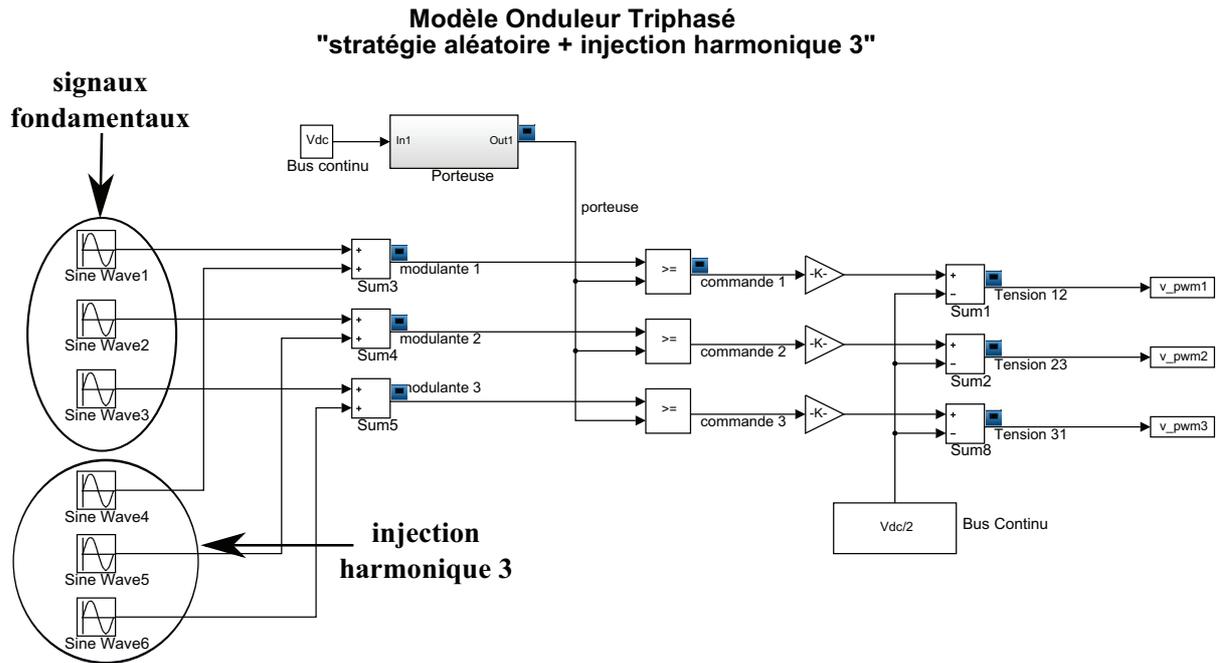
## 3.2 Tension d'alimentation, $U^n$

### 3.2.1 Les modulations intersectives

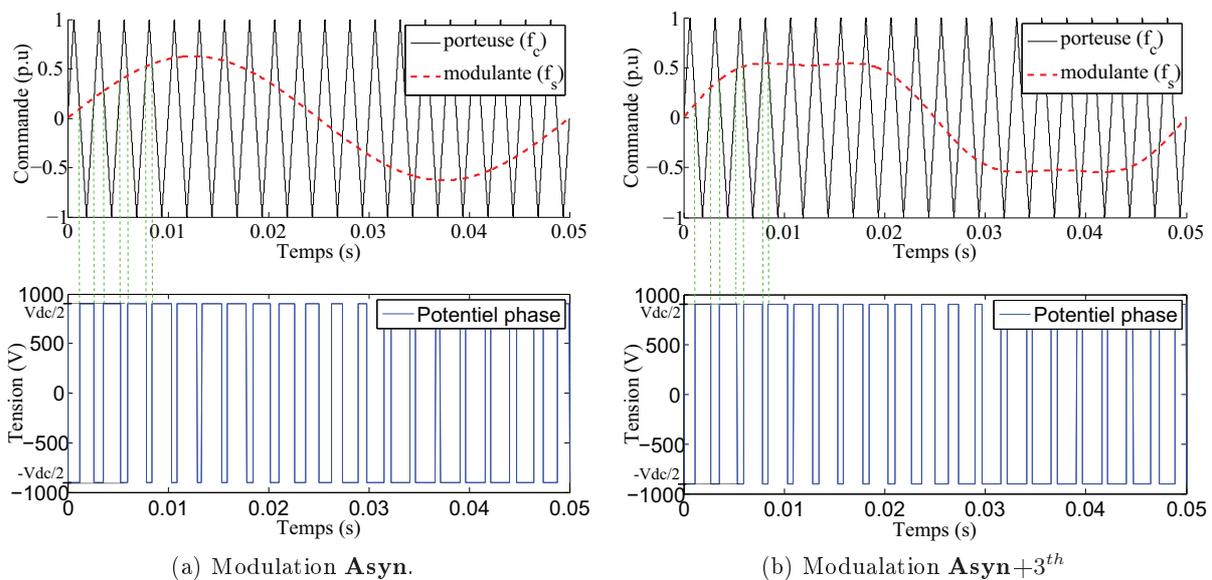
Le schéma implanté sous MATLAB-SIMULINK est illustré par la figure 3.3. Ce modèle numérique nous permet de déterminer les tensions d'alimentation du moteur électrique pour les stratégies de découpage suivantes :

- *Asynchrone* (**Asyn**) ;
- *Asynchrone avec injection d'harmonique 3* (**Asyn+3<sup>th</sup>**) ;
- *Synchrone* (**Syn**).

Les stratégies **Asyn**, **Asyn+3<sup>th</sup>** et **Syn** sont fondamentalement identiques. Elles résultent de l'intersection entre deux signaux, une *modulante* et une *porteuse*, qui permet de générer des signaux de tension sur chaque phase  $q$ .

FIGURE 3.3 – Schéma de simulation MATLAB-SIMULINK des tensions  $U^n$ .

Pour les modulations asynchrones, la fréquence de la porteuse, ou encore fréquence de découpage est fixe. En cas d'injection de l'harmonique 3 dans la modulante, l'amplitude de cet harmonique est judicieusement choisie par les concepteurs afin d'optimiser le taux de modulation et de distorsion de la tension. La fréquence de la modulante est égale à la fréquence synchrone de la machine. Pour les modulations synchrones, la fréquence de la porteuse évolue de façon proportionnelle avec la fréquence de la modulante.

FIGURE 3.4 – MLI Asynchrones, génération du potentiel de phase  $U_q$  via l'intersection de la porteuse et de la modulante ( $V_{dc} = 1800$  V,  $f_c = 400$  Hz et  $f_s = 20$  Hz).

Les figures 3.4a et 3.4b illustrent le calcul des potentiels de phases ( $U_q$ ) générées par la MLI intersective. La modulation **Syn** ne diffère de la modulation **Asyn** que par la nature de la fréquence de la porteuse. Les formes d'ondes des tensions simples (Figure 3.5) sont obtenues grâce aux potentiels de phases (Figure 3.4) via l'équation ci-dessous :

$$V_{q_i} = \frac{1}{3} \left\{ 2U_{q_i} - \left( \sum_{q_n \neq q_i} U_{q_n} \right) \right\} \quad (3.6)$$

Les figures 3.5 présentent l'allure temporelle et les contenus harmoniques des tensions simples MLI pour les modulations **Asyn** et **Asyn+3<sup>th</sup>**.

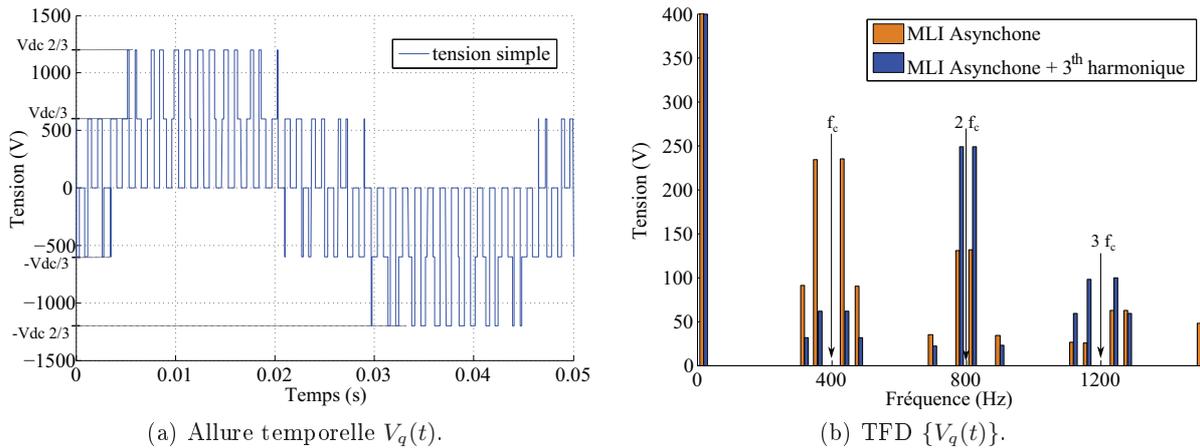


FIGURE 3.5 – Tension simple  $V_q$ , MLI Asynchrones **Asyn** et **Asyn+3<sup>th</sup>** ( $V_{q_{eff}} = 400$  V,  $f_c = 400$  Hz et  $f_s = 20$  Hz).

Les contenus harmoniques sont qualitativement identiques, les allures temporelles aussi. Le premier groupe d'harmoniques de la MLI est fortement réduit avec l'injection de l'harmonique 3.

Dans la suite de nos travaux, nous allons appeler  $m_0$  l'indice de modulation et  $r_0$  le taux de modulation. Les équations 3.7 permettent de déterminer ces grandeurs, où  $V_1$  est la valeur efficace de la tension simple et  $V_{dc}$  la valeur moyenne de la tension du bus continu.

$$\begin{cases} m_0 = \frac{f_c}{f_s} \\ r_0 = \frac{V_1}{V_{dc}} \end{cases} \quad (3.7)$$

En traction ferroviaire, compte tenu du fait que les fréquences de découpage sont relativement faibles, il est recommandé que l'indice de modulation soit supérieur à 10 (dans notre contexte, nous sommes contraints à  $m_0 \geq 15$ ) pour avoir un signal périodique le moins perturbé possible.

Avec une modulation intersective classique, **Syn** et **Asyn**, les déchets de tension ont une valeur minimale de 21.5%. La valeur efficace de la tension simple a donc une valeur maximale de 78,5% de la tension du bus continu  $V_{dc}$ . Ce pourcentage est maximal car on ne

prend pas en compte ici les temps morts nécessaires à la commutation des interrupteurs ( $r_0 < 1$ ).

Avec l'injection de l'harmonique 3, la valeur minimale des déchets de tension passe de 21.5% à 9.3%. Les valeurs efficaces de la tension peuvent donc atteindre 90.7% de la tension du bus continu  $V_{dc}$ . C'est la modulation *suboptimale*.

Les harmoniques de temps introduits par les modulations intersectives dans les potentiels de phase, sont à la fréquence  $n_1 f_c + n_2 f_s$ , avec  $n_1$  et  $n_2$  des entiers naturels de parité opposée. Ils se regroupent en trois principales familles. Au-delà de la troisième famille, les harmoniques sont faibles, l'impédance équivalente de la machine élevée et donc les harmoniques de courants peuvent être négligés. On a :

- La première famille centrée autour de l'harmonique  $f_c$ , qui comprend l'harmonique  $\mathbf{f}_c$ , la paire  $\mathbf{f}_c \pm 2\mathbf{f}_s$  et la paire  $\mathbf{f}_c \pm 4\mathbf{f}_s$ .
- La deuxième famille centrée autour de l'harmonique  $2f_c$ , qui comprend principalement la paire  $2\mathbf{f}_c \pm \mathbf{f}_s$  et la paire  $2\mathbf{f}_c \pm 3\mathbf{f}_s$ .
- La troisième famille centrée autour de l'harmonique  $3f_c$ , qui comprend l'harmonique  $3\mathbf{f}_c$ , la paire  $3\mathbf{f}_c \pm 2\mathbf{f}_s$  et la paire  $3\mathbf{f}_c \pm 4\mathbf{f}_s$ .

Dans les systèmes triphasés équilibrés, l'harmonique  $3\mathbf{f}_c$  n'apparaît pas dans le spectre harmonique des tensions simples. Pour des modulations **Syn** et **Asyn** avec un indice de modulation  $m_0$  multiple de 3, l'harmonique  $\mathbf{f}_c$  disparaît aussi dans le spectre harmonique des tensions simples.

### 3.2.2 Les modulation calculées

Les tensions d'alimentation pour les stratégies de modulation à *Angles Calculés (Calc)* ou *Pleine Onde (PO)* sont déterminées par calculs analytiques. Le support bibliographique qui a permis l'élaboration de ces calculs est [Bonal 1997]. En modulation calculée, les angles de commutation sont déterminés soit pour éliminer les premiers harmoniques, soit pour minimiser le taux d'harmoniques.

Dans notre outil, les angles à appliquer dans la modulation calculée sont donnés dans une table et sont fonction du taux de modulation. Pour le taux de modulation donné, l'algorithme fera une interpolation linéaire entre les angles correspondants au taux de modulation supérieur et au taux de modulation inférieur à celui souhaité. Pour garantir des signaux à alternance symétrique par rapport au point milieu, ces angles sont définis sur un quart (1/4) de période.

Une fréquence de découpage fictive est déduite pour chaque modulation calculée. Sachant que nous avons  $a_c$  angles par quart de période, il est facile de conclure qu'il y a  $a_c$  commutations par quart de période, et donc  $2a_c$  commutations par alternance. Il vient donc que pour une modulation à  $a_c$  angles calculés, la fréquence de découpe fictive est :

$$f_c = 2 a_c + 1 \quad (3.8)$$

Les signaux résultants sont construits comme illustré par les figures 3.6a et 3.6b. En utilisant l'équation 3.6, nous obtenons les tensions simples des figures 3.7a et 3.7b.

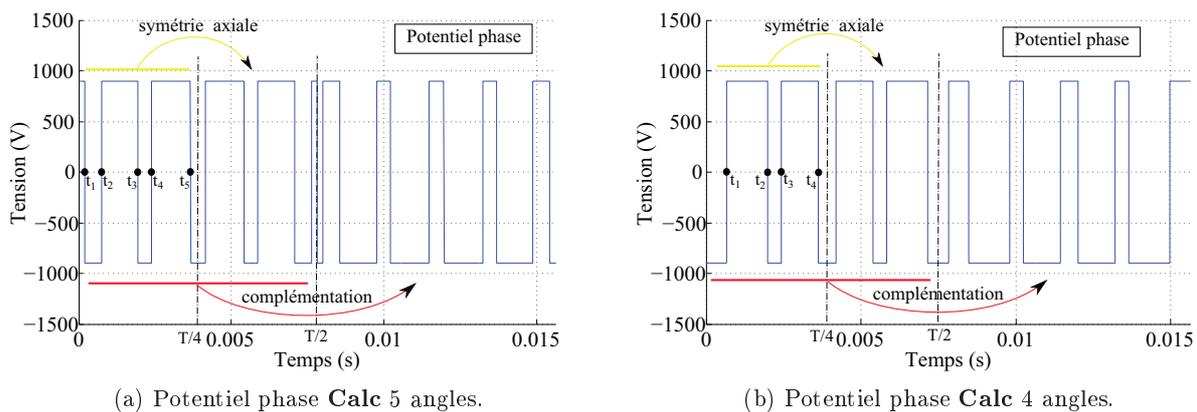


FIGURE 3.6 – MLI Angles Calculés, construction des potentiels de phase  $U_q$  via la lecture des angles et tensions simples ( $V_{dc} = 1800$  V et  $f_s = 55$  Hz).

Le nombre d'angles représente les degrés de liberté de la fonction. Avec  $n_a$  angles calculés, il est possible d'agir sur  $n_a - 1$  harmoniques. Dans notre contexte, les angles seront principalement calculés dans le but d'éliminer les premiers harmoniques.

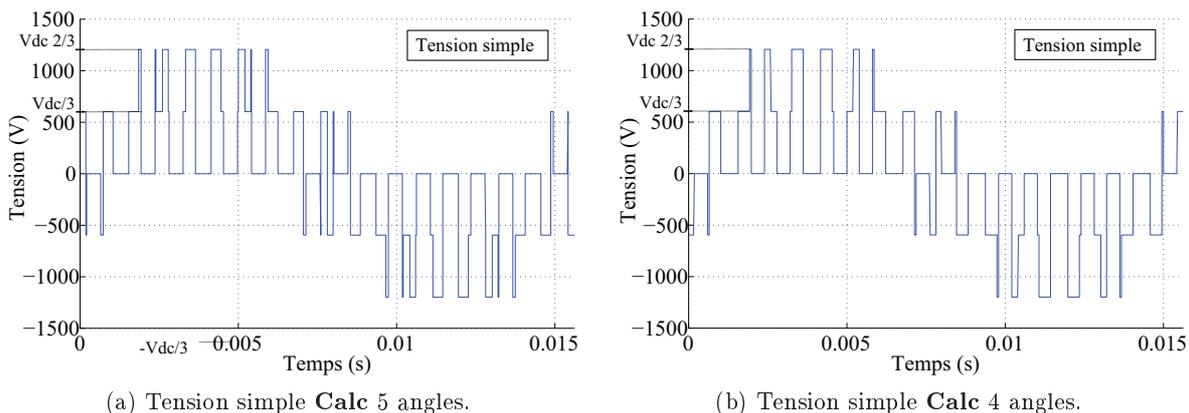


FIGURE 3.7 – MLI Angles Calculés, tensions simples déduites de l'équation 3.6.

Ainsi, avec une modulation à 5 angles calculés *Calc5*, nous éliminons les 4 premiers harmoniques, à savoir les harmoniques  $H_{05}$ ,  $H_{07}$ ,  $H_{11}$  et  $H_{13}$  (Figure 3.8a). De même, avec 4 angles calculés *Calc4*, nous éliminons les harmoniques  $H_{05}$ ,  $H_{07}$  et  $H_{11}$  (Figure 3.8b).

Les figures ci-dessous (Figure 3.8) récapitulent l'analyse sur les tensions simples d'alimentation pour les différentes modulations calculées et la pleine onde. Les modulations calculées et la commande pleine onde introduisent les harmoniques de fréquence  $6k \pm 1$  avec  $k$  entier naturel. Dans l'outil DIVA, la fonction *électronique de puissance* communique à la fonction *électromagnétique*, les tensions harmoniques  $U^n = \text{TFD}\{V_q(t)\}$ .

La fonction électromagnétique a pour objectif de calculer l'induction totale dans l'entrefer. Ceci passe tout d'abord par la détermination des forces magnétomotrices développées par le bobinage stator  $f_{mm}^s$  et les APs du rotor  $f_{mm}^r$ , puis par l'estimation de la perméance d'entrefer

globale  $\Lambda$  dans l'entrefer moyen.

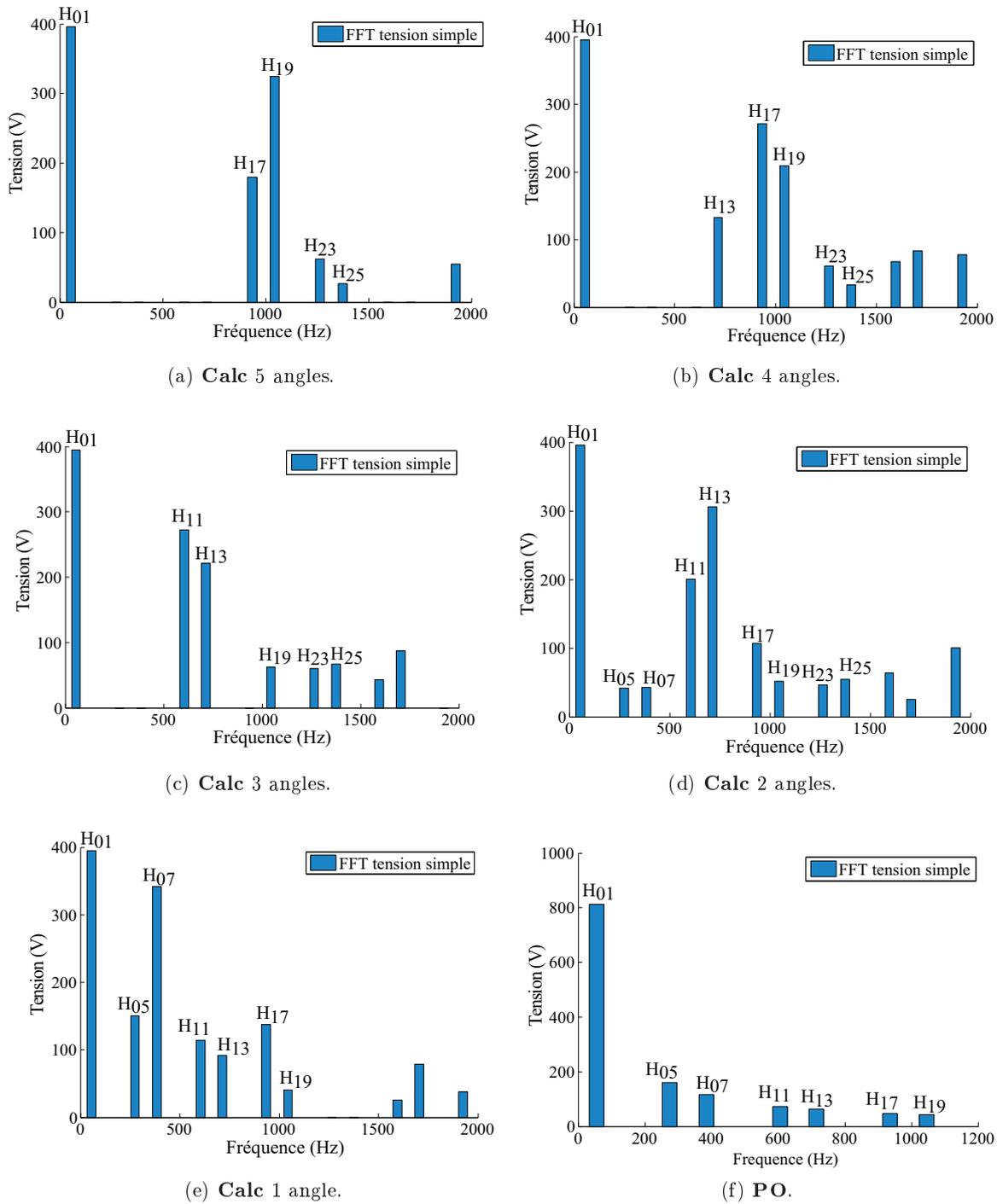


FIGURE 3.8 – Simulations DIVA de la tension simple  $V_q$ , TFD MLI angles calculés ( $V_{q_{eff}} = 400$  V et  $f_s = 55$  Hz) et TFD pleine onde ( $V_{q_{eff}} = 810$  V et  $f_s = 55$  Hz).

### 3.3 Forces magnétomotrices, $f_{mm}(\alpha, t)$

#### 3.3.1 Forces magnétomotrices du stator, $f_{mm}^s(\alpha, t)$

La force magnéto-motrice développée par le bobinage dans l'entrefer,  $f_{mm}^s(\alpha, t)$ , a pour expression [Scuiller 2010] :

$$f_{mm}^s(\alpha, t) = \sum_{q=1}^{q_s} N_q^s(\alpha) i_q^s(t) \quad (3.9)$$

$N_q^s(\alpha)$  est la fonction de distribution du bobinage associée à la phase  $q$  du stator, et  $i_q^s(t)$  courant qui circule dans cette phase  $q$ . Le courant  $i_q^s(t)$  est obtenu par la résolution du SME ( $i_q^s(t) = \text{TFD}^{-1}\{I_q^s\}$ ). Seule la construction de la fonction de distribution du bobinage  $N_q^s(\alpha)$  est discutée dans ce paragraphe.

En effet,  $N_q^s(\alpha)$  représente le nombre de spires de la phase  $q$  qui embrasent les dents du stator à la position angulaire  $\alpha$ . Cette méthode d'estimation de la force magnéto-motrice de l'armature, qui est différente de la formulation issue des équations Laplacien/quasi-Poisson (exploitée dans l'article [Zhu 1993]), est la plus adéquate ici car elle permet de prendre en compte très facilement plusieurs types de bobinages.

La première étape ici consiste à construire la matrice du bobinage  $\mathbf{M}(i, j)$  de dimensions  $(Z_s, q)$ , qui renseigne sur le nombre de spires de la phase  $j$  qui enroulent la dent  $i$ . La construction de cette fonction requiert des méthodologies différentes selon qu'il s'agisse d'un bobinage distribué à pas entier (annexe [Le Besnerais 2008a], [Scuiller 2010]), un bobinage distribué à pas fractionnaire ([Alberti 2011], [Scuiller 2010] et [Liwschitz 1943]) ou d'un bobinage dentaire (bobinage à coefficient de bobinage optimal [Libert 2004], [Zhu 2003], [Cros 2002] et [El-Refae 2005]).

En posant la fonction de distribution  $wf(\alpha)$  d'une spire autour d'une dent, la fonction de bobinage peut s'exprimer comme suit :

$$N_q^s(\alpha) = \sum_{i=1}^{Z_s} \mathbf{M}(i, q) wf(\alpha - (i - 1) \frac{2\pi}{Z_s}) \quad (3.10)$$

Une fois connue le nombre de spires actives par dent et par phase, nous allons supposer une évolution linéaire de l'énergie magnétique dans les encoches du stator [Gojko 1999] [Séguier 2006].

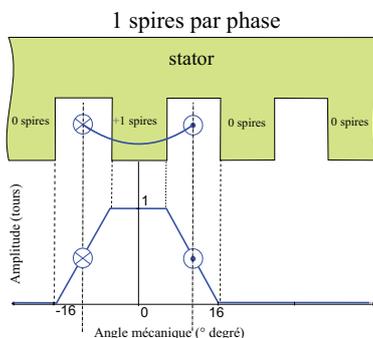


FIGURE 3.9 – Fonction de distribution d'une spire autour d'une dent,  $wf(\alpha)$ .

La figure 3.10 présente la décomposition de la fonction de bobinage globale (*en noir*), qui résulte de la sommation de toutes les fonctions d'enroulement par spires (*en bleue et rouge*).

Toutes les hypothèses de construction de la fonction de bobinage sont illustrées par la figure ci-dessus (Figure 3.10). Nous appliquerons ce principe pour déterminer les fonctions de bobinages plus complexes.

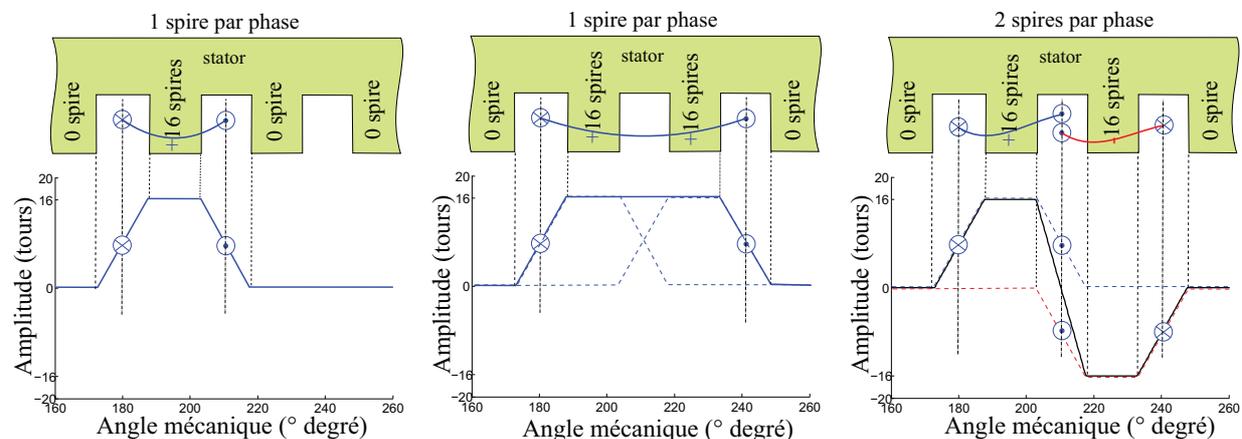


FIGURE 3.10 – Décomposition de la fonction de bobinage  $N_q^s(\alpha)$  stator. *Gauche* : cas d'une spire par phase enroulée autour d'une dent ; *Milieu* : cas d'une spire par phase enroulée autour de deux ou de plusieurs dents ; *Droite* : cas de deux spires par phase enroulées chacune autour d'une dent.

Tous les types de bobinage cités plus haut sont pris en compte dans notre modélisation. C'est la fonction de distribution du bobinage qui est à l'origine des harmoniques spatiaux de la force magnétomotrice du stator.

Les harmoniques temporels sont injectés par les courants  $i_q^s(t) = \text{TFD}^{-1}\{I_s^n\}$ , où  $I_s^n$  sont des solutions du SME étendu générés par les harmoniques de tension  $U^n$ . L'équation 3.9, pour des systèmes triphasés (Équation 3.11), peut se réécrire sous forme discrète comme exprimé dans l'équation 3.12.

$$f_{mm}^s(\alpha, t) = N_1^s(\alpha)i_1^s(t) + N_2^s(\alpha)i_2^s(t) + N_3^s(\alpha)i_3^s(t) \quad (3.11)$$

La formulation de toutes les équations sera sous forme matricielle dans nos travaux. L'équation 3.11 devient :

$$\mathbf{F}_{mm}^s [npe, npt] = \sum_{q=1}^3 \begin{bmatrix} N_q^{\alpha=0} \\ N_q^{\alpha=\alpha_e} \\ \vdots \\ N_q^{\alpha=2\pi-\alpha_e} \end{bmatrix} \left\{ i_q^{t=t_i} \quad i_q^{t=t_i+t_e} \quad \dots \quad i_q^{t=t_f-t_e} \right\} \quad (3.12)$$

où  $npe$  et  $npt$  sont respectivement le nombre de discrétisations dans l'espace (suivant  $\alpha$ ) et dans le temps (suivant  $t$ ). Pour des courants triphasés  $i_q^s(t)$  sinusoïdaux de fréquence  $f_s = 200 \text{ Hz}$  et de valeur efficace  $I_s = 100 \text{ A}$ , nous allons analyser le spectre des forces magnétomotrices pour les trois types de bobinages résultant de l'outil et exploitant la démarche citée.

Avec un **bobinage dentaire**, les harmoniques spatio-temporels de la force magnétomotrice stator (Figures 3.11) sont récapitulés dans le tableau 3.1. Notons que  $k_s$  est un entier naturel.

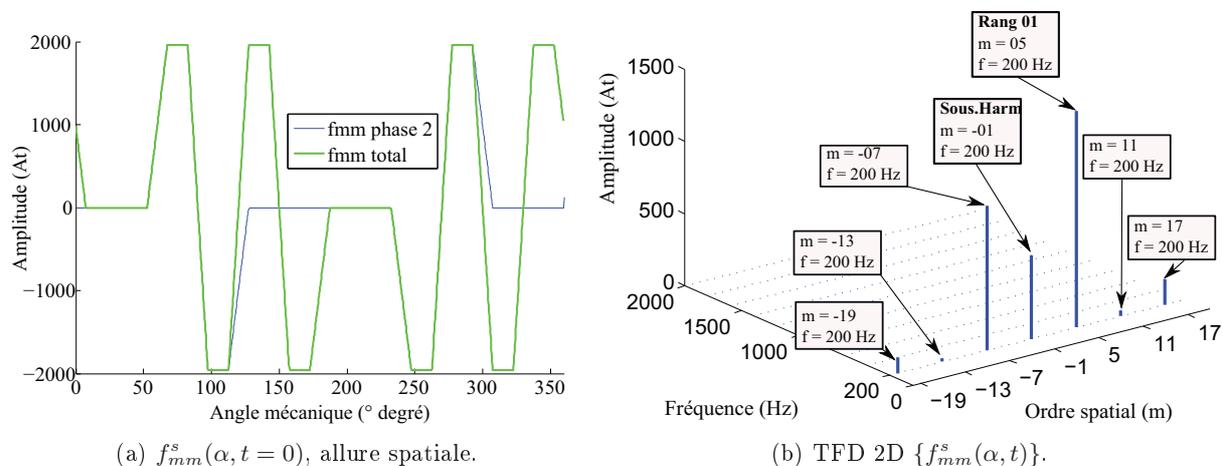


FIGURE 3.11 – Moteur ARv2,  $spp = \frac{2}{5}$  encoches par pôle et par phase.

L'harmonique de rang 5 est l'harmonique utile qui tourne à la vitesse synchrone électrique du moteur, dans le sens direct. Les harmoniques de rang inférieur à 15 sont appelés des sous-harmoniques.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en $Hz$
$\mathbf{F}_s^{m,f}$	$(1 \pm 2q_s k_s)$	$f_s$

TABLEAU 3.1 – Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, bobinage dentaire ou concentré.

Avec un **bobinage distribué à pas entier**, les harmoniques spatio-temporels de la force magnéto-motrice stator (Figures 3.12) sont récapitulés dans le tableau 3.2, avec  $k_s$  est un entier naturel.

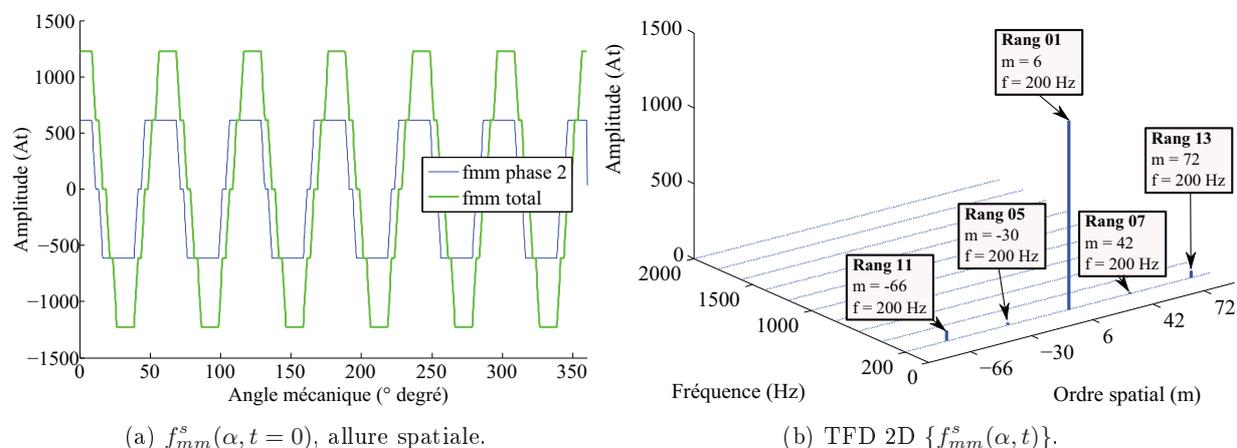


FIGURE 3.12 – Moteur ARv0,  $spp = 2$  encoches par pôle et par phase.

Dans le spectre harmonique de  $f_{mm}^s$  (Figures 3.11b, 3.12b et 3.13b), le signe  $(-)$  traduit la rotation dans le sens inverse de l'harmonique concerné à la pulsation (fréquence) associée.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en $Hz$
$\mathbf{F}_s^{m,f}$	$p(1 \pm 2q_s k_s)$	$f_s$

TABLEAU 3.2 – Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, bobinage distribué à pas entier.

Avec un **bobinage distribué à pas fractionnaire**, les harmoniques spatio-temporels de la force magnéto-motrice stator (Figures 3.13) sont récapitulés dans le tableau 3.3, avec  $k_s$  est un entier naturel.

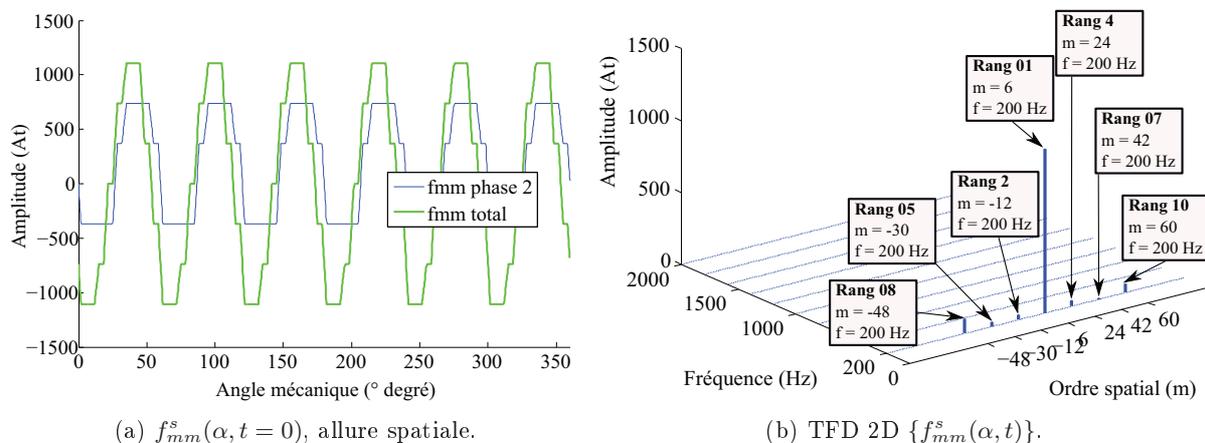


FIGURE 3.13 – Moteur SinV1,  $spp = 1.5$  encoches par pôle et par phase.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en $Hz$
$\mathbf{F}_s^{m,f}$	$p(1 \pm q_s k_s)$	$f_s$

TABLEAU 3.3 – Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, bobinage distribué à pas fractionnaire.

Dans les tables 3.1, 3.2 et 3.3,  $k_s$  est un entier naturel. Quelque soit le type de bobinage, l'ordre spatial des harmoniques de la force magnéto-motrice stator peut s'écrire sous une seule forme,  $\nu p$ . Avec  $k_s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  il vient :

- pour des bobinages distribués à pas entier :  $\nu = (2q_s k_s + 1)$  ;
- pour des bobinages distribués à pas fractionnaire :  $\nu = (q_s k_s + 1)$  ;
- pour des bobinages concentrés ou dentaires :  $\nu = (2q_s k_s + 1)/p$ .

### 3.3.1.1 Expression harmonique pour alimentation sinusoïdale

Pour une alimentation sinusoïdale, les courants sont à la fréquence synchrone  $f_s$ . C'est le cas de figure qui a été étudié jusqu'ici. Le spectre de la force magnéto-motrice du stator se résume dans le Tableau 3.4.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en $Hz$
$\mathbf{F}_s^{m,f}$	$\nu p$	$f_s$

TABLEAU 3.4 – Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, alimentation sinusoïdale.

### 3.3.1.2 Expression harmonique pour alimentation MLI interceptive

Pour une alimentation MLI Asynchrone ou Synchrone, les courants sont à la fréquence  $f_n^s = n_1 f_s \pm n_2 f_c$ , avec  $n_1$  et  $n_2$  des entiers naturels de parité opposée. Le spectre de la force magnétomotrice du stator se résume dans le tableau 3.5.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en $Hz$
$\mathbf{F}_s^{m,f}$	$\nu p$	$n_1 f_s \pm n_2 f_c$

TABLEAU 3.5 – Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, MLI asynchrone ou synchrone.

### 3.3.1.3 Expression harmonique pour alimentation MLI calculée et Pleine Onde

Pour une alimentation MLI à angles calculés, les courants sont à la fréquence  $f_n^s = (2n + 1)f_s$ , avec  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Le spectre de la force magnétomotrice du stator se résume dans le tableau 3.6.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en $Hz$
$\mathbf{F}_s^{m,f}$	$\nu p$	$(2n + 1)f_s$

TABLEAU 3.6 – Harmoniques de la force magnéto-motrice stator, MLI à angles calculés.

## 3.3.2 Forces magnétomotrices du rotor, $f_{mm}^r(\alpha, t)$

Pour le calcul de la force magnéto-motrice développée par aimants permanents (APs) dans l'entrefer  $f_{mm}^r$ , nous allons utiliser une méthode très précise, la résolution des équations Laplacien/quasi-Poisson. C'est cette méthode de résolution qui est utilisée dans les formulations numériques.

Dans notre méthodologie, nous allons supposer le stator lisse, les APs montés en surface, les APs en forme de calotte et le fer infiniment perméable devant l'air. Dans ses conditions, nous allons calculer le champ magnétique dans l'entrefer  $H_I$  pour une MSAPs comme décrit dans les articles [Boules 1985] et [Zhu 2002].

$$\begin{cases} \vec{B}_I &= \mu_0 \vec{H}_I \\ \vec{B}_{II} &= \mu_0 \mu_r \vec{H}_{II} + \mu_0 \vec{M} \end{cases} \quad (3.13)$$

Les équations 3.13 décrivent le couplage entre les composantes du champ électromagnétique ( $\vec{B}, \vec{H}$ ) appliquées à une MSAPs, où ( $\vec{B}_I, \vec{H}_I$ ) et ( $\vec{B}_{II}, \vec{H}_{II}$ ) représentent respectivement les

champs électromagnétiques dans l'entrefer et dans les APs.  $\mu_0$  est la perméabilité de l'air, et  $\mu_r$  la perméabilité relative des APs.

Dans la formulation  $2D$  en coordonnées cylindriques  $(r, \theta)$ , la distribution spatiale du vecteur magnétisation des APs ( $\vec{M}$ ) est donnée par l'équation suivante :

$$\vec{M} = M_r \vec{r} + M_\theta \vec{\theta} \quad (3.14)$$

La précision de cette méthode réside en partie sur la qualité de l'évaluation de la distribution spatiale de la magnétisation des APs. La prise en compte de la forme des APs est primordial. Dans nos travaux, seuls les APs en forme de calottes, et avec une magnétisation parallèle sont utilisés (Figure 3.14).

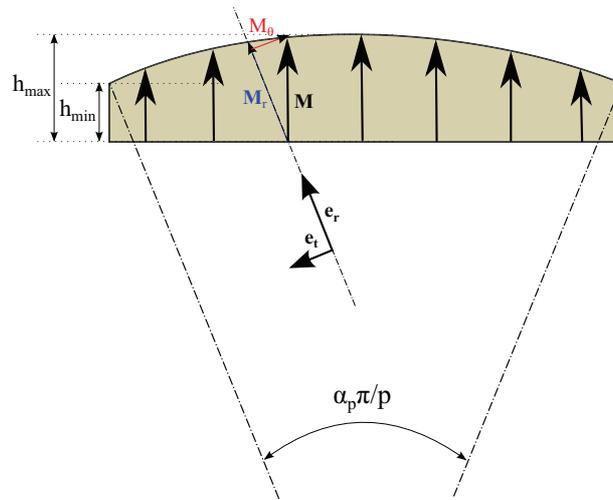


FIGURE 3.14 – Magnétisation parallèle des APs en forme de calotte.

Nous allons introduire un nouveau coefficient, le coefficient  $r_c$  qui renseigne sur la variation de l'épaisseur des APs (Équation 3.15).

$$r_c = \frac{(h_{max} - h_{min})}{h_{max}} \quad (3.15)$$

Pour un rapport  $r_c$  nul, l'AP est considéré en forme de tuile et les équations citées dans la référence [Zhu 2002] sont valides. Pour  $r_c$  proche de 1, la forme en calotte de l'AP doit absolument être prise en compte pour déterminer précisément le vecteur spatial magnétisation.

La distribution spatiale de la magnétisation des APs est adaptée ici aux APs en forme de calotte via des coefficients correctifs du module sur l'axe  $\vec{r}$  ( $Xr_{shape}$ ) sur l'axe  $\vec{\theta}$  ( $X\theta_{shape}$ ). Pour des APs en forme de tuile ( $r_c = 0$ ), l'épaisseur des l'APs dans la direction radiale et son rayon de courbure sont invariants suivant  $\alpha$ . On en déduit donc  $Xr_{shape} = X\theta_{shape} = 1$ .

$$\begin{cases} Xr_{shape} = 1 \\ X\theta_{shape} = 1 \end{cases} \quad (3.16)$$

Cependant pour des APs en forme de calotte, le rayon de courbure est toujours invariant mais l'épaisseur dans la direction radiale est variable suivant  $\alpha$ . Les coefficients correctifs s'expriment

donc comme suit :

$$\begin{cases} X_{r_{shape}} = \frac{R_m}{h_m} \left(1 - \frac{1}{\cos(\alpha)}\right) + \frac{1}{\cos(\alpha)} \\ X_{\theta_{shape}} = 1 \end{cases} \quad (3.17)$$

Les projections dans le repère cylindrique du vecteur magnétisation  $\vec{M}$ , notamment sur l'axe  $\vec{r}$  et sur l'axe  $\vec{\theta}$  sont représentées respectivement par les figures 3.15a et 3.15b.

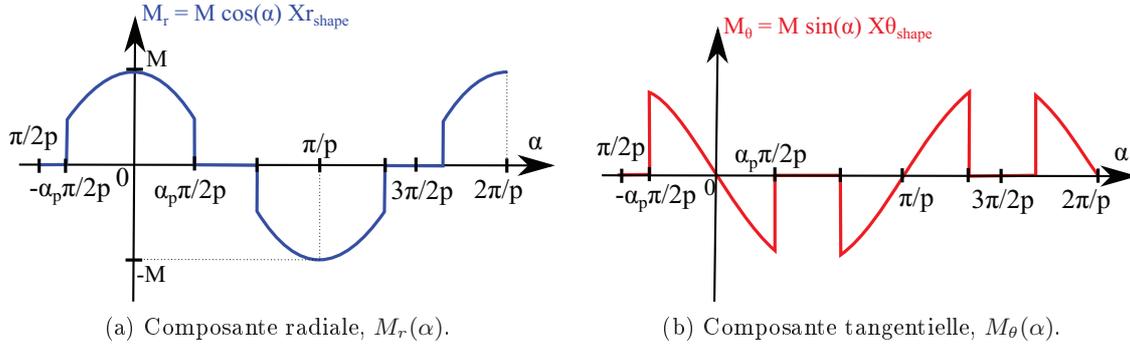


FIGURE 3.15 – Projection de la magnétisation des APs dans le repère cylindrique.

Avec des moteurs équipés des APs en terres rares (avec le second quadrant de la courbe de désaimantation linéaire), le module du vecteur magnétisation est donné par l'équation 3.18, où  $B_r$  est l'induction rémanente des APs.

$$M = \left| \vec{M} \right| = \frac{B_r}{\mu_0} \quad (3.18)$$

En appliquant les coefficients de l'équation 3.17, les projections du vecteur  $\vec{M}$  s'expriment de la manière suivante :

$$\left. \begin{array}{l} M_r = 0 \\ M_\theta = 0 \end{array} \right\} \quad -\frac{\pi}{2p} \leq \alpha < -\alpha_p \frac{\pi}{2p} \quad (3.19)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_r = \frac{B_r}{\mu_0} \left[ \frac{R_m}{h_m} (\cos(\alpha) - 1) + 1 \right] \\ M_\theta = -\frac{B_r}{\mu_0} \sin(\alpha) \end{array} \right\} \quad -\alpha_p \frac{\pi}{2p} \leq \alpha < \alpha_p \frac{\pi}{2p} \quad (3.20)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_r = 0 \\ M_\theta = 0 \end{array} \right\} \quad \alpha_p \frac{\pi}{2p} \leq \alpha < \frac{(2 - \alpha_p)\pi}{2p} \quad (3.21)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_r = -\frac{B_r}{\mu_0} \left[ \frac{R_m}{h_m} \left( \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{p}\right) - 1 \right) + 1 \right] \\ M_\theta = \frac{B_r}{\mu_0} \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{p}\right) \end{array} \right\} \quad \frac{(2 - \alpha_p)\pi}{2p} \leq \alpha < \alpha_p \frac{3\pi}{2p} \quad (3.22)$$

$$\left. \begin{array}{l} M_r = 0 \\ M_\theta = 0 \end{array} \right\} \quad \alpha_p \frac{3\pi}{2p} \leq \alpha \leq \frac{3\pi}{2p} \quad (3.23)$$

Les variables  $M_r$  et  $M_\theta$ , respectivement paire et impaire peuvent s'exprimer sous forme de séries de Fourier (Équations 3.24 et 3.25).

$$M_r = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{rn} \cos(np\alpha) \quad (3.24)$$

$$M_\theta = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} M_{\theta n} \sin(np\alpha) \quad (3.25)$$

En intégrant les variables  $M_r$  et  $M_\theta$  sur les intervalles définis dans les équations 3.20 et 3.22, nous obtenons l'expression des constantes de Fourier suivantes :

$$M_{rn} = \frac{B_r}{\mu_0} \alpha_p \left[ 2 \left( 1 - \frac{R_m}{h_m} A_{0n} \right) + \frac{R_m}{h_m} A_{1n} + \frac{R_m}{h_m} A_{2n} \right] \quad (3.26)$$

$$M_{\theta n} = \frac{B_r}{\mu_0} \alpha_p [A_{1n} - A_{2n}] \quad (3.27)$$

avec les paramètres suivants :

$$A_{0n} = \frac{\sin \left[ np \alpha_p \frac{\pi}{2p} \right]}{np \alpha_p \frac{\pi}{2p}}$$

$$A_{1n} = \frac{\sin \left[ (np + 1) \alpha_p \frac{\pi}{2p} \right]}{(np + 1) \alpha_p \frac{\pi}{2p}}$$

$$A_{2n} = \frac{\sin \left[ (np - 1) \alpha_p \frac{\pi}{2p} \right]}{(np - 1) \alpha_p \frac{\pi}{2p}}$$

Afin d'obtenir l'expression du champ magnétique développé dans l'entrefer par des APs montés en surface, tout en considérant la polarisation des APs uniforme, les effets de bord négligeables et les courants induits dans les tôles magnétiques nuls, [Nogarède 2005] suppose le second membre de l'équation au potentiel (équation de Poisson) identiquement nul dans l'hypothèse des champs quasi-stationnaires. Le problème est alors gouverné par l'**équation de Laplace** ( $\Delta A = 0$ ) dans la zone entrefer comme dans la zone aimantée.

Pour des machines non vrillées, le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  dont dérive le champ magnétique  $\vec{B}$ , est dirigé de façon invariante suivant l'axe de la machine ( $Oz$ ). En coordonnées cylindriques  $(r, \theta)$ , l'équation de Laplace peut donc s'écrire sous forme scalaire comme suit :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial \theta^2} = 0 \quad (3.28)$$

L'équation 3.28 est une équation aux dérivées partielles qui admet une solution de la forme :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \nu_{1\lambda} r^{|\lambda|} + \nu_{2\lambda} r^{-|\lambda|} \right) e^{j\lambda\theta} \quad (3.29)$$

Les composantes de rang  $\lambda$  qui figurent dans la solution 3.29, résultent directement des harmoniques d'espace contenues dans la source du champ :

$$\begin{aligned}
 \mu_0 r \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{M}) &= \mu_0 \left( \frac{M_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} \right) \overrightarrow{e}_z \\
 &= \mu_0 \left( \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{r} (M_{rn} + npM_{\theta n}) \cos(np\theta) \right) \overrightarrow{e}_z \\
 &= \mu_0 \left( \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{r} M_n \cos(np\theta) \right) \overrightarrow{e}_z \tag{3.30}
 \end{aligned}$$

où  $M_n = M_{rn} + npM_{\theta n}$ . Avec le potentiel vecteur  $\mathbf{A}$  suivant l'axe de la machine, l'équation 3.29 peut donc se réécrire dans l'entrefer comme suit :

$$A(r, \theta) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \left( \nu_{1\lambda} r^\lambda + \nu_{2\lambda} r^{-\lambda} \right) \cos(np\theta) \tag{3.31}$$

où  $\nu_{1\lambda}$  et  $\nu_{2\lambda}$  sont des constantes réelles qui sont déterminées en tenant compte des conditions aux limites sur les interfaces suivantes :

$$H_{\theta I}(r, \theta)|_{r=R_s} = 0 \tag{3.32}$$

$$H_{\theta II}(r, \theta)|_{r=R_r} = 0 \tag{3.33}$$

$$B_{rI}(r, \theta)|_{r=R_m} = B_{rII}(r, \theta)|_{r=R_m} \tag{3.34}$$

$$H_{\theta I}(r, \theta)|_{r=R_m} = H_{\theta II}(r, \theta)|_{r=R_m} \tag{3.35}$$

Nous supposons la perméabilité de l'AP proche de celle de l'air, et le fer infiniment perméable devant l'air. Les équations 3.32 et 3.33 sont respectivement les conditions limites sur les interfaces fer rotor / APs et air / fer stator, et les équations 3.34 et 3.35 les conditions limites sur l'interface APs / air.

La distribution du champ magnétique dans la structure est déduite du rotationnel du potentiel vecteur  $\mathbf{A}$ . Les solutions dans l'entrefer moyen sont exprimées par les équations 3.36a et 3.36b.

$$B_{rI}(r, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial \theta} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} K_B(n) f_{B\theta}(r) \cos(np\alpha) \tag{3.36a}$$

$$B_{\theta I}(r, \theta) = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial r} = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} K_B(n) f_{B\theta}(r) \sin(np\alpha) \tag{3.36b}$$

Pour une MSAPs équipée d'un rotor interne avec  $np \neq 1$ , il vient :

$$K_B(n) = \frac{\mu_0 M_n}{\mu_r} \frac{np}{(np)^2 - 1} \left\{ \frac{(A_{3n} - 1) + 2 \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{np+1} - (A_{3n} + 1) \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}}{\frac{\mu_r + 1}{\mu_r} \left[1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2np}\right] - \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \left[\left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{2np} - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{2np}\right]} \right\} \quad (3.37a)$$

$$f_{Br}(r) = \left(\frac{r}{R_s}\right)^{np-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{np+1} + \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^{np+1} \quad (3.37b)$$

$$f_{B\theta}(r) = -\left(\frac{r}{R_s}\right)^{np-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{np+1} + \left(\frac{R_m}{R_r}\right)^{np+1} \quad (3.37c)$$

L'expression finale des champs magnétiques dans l'entrefer est obtenue en injectant les équations 3.37a, 3.37b et 3.37c dans les équations 3.36a et 3.36b. Le champ magnétique produit par les aimants dans l'entrefer moyen d'une MSAPs sans encoches au stator peut donc se déduire via les équations suivantes :

$$\begin{cases} H_{rI}(r, \theta) = \frac{1}{\mu_0} B_{rI}(r, \theta) \\ H_{\theta I}(r, \theta) = \frac{1}{\mu_0} B_{\theta I}(r, \theta) \end{cases} \quad (3.38)$$

Pour valider le calcul du champ magnétique développé par des APs en forme de calotte dans l'entrefer, nous avons réalisé deux calculs numériques via l'outil éléments finis Flux2D.

Nous pouvons constater, en observant les figures 3.16 et 3.17 pour le moteur ARv0 et les figures 3.18 et 3.19 pour le moteur ARv2, la bonne précision de notre calcul DIVA, en comparaison aux résultats des simulations numériques (Flux2D).

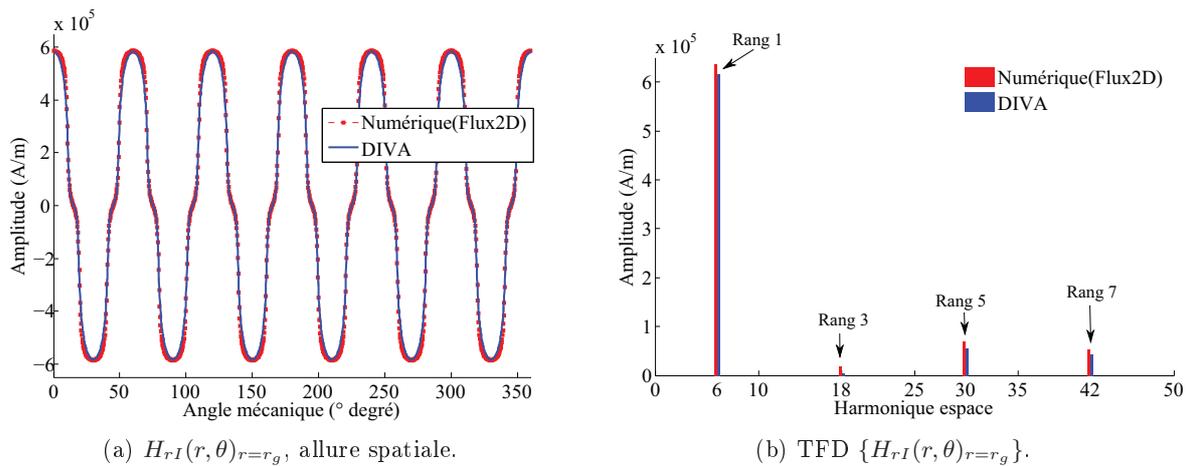


FIGURE 3.16 – Moteur ARv0 ( $r_c = 0.8$ ), champ magnétique  $H_{rI}(r, \alpha)$  radial développé par les APs dans l'entrefer moyen.

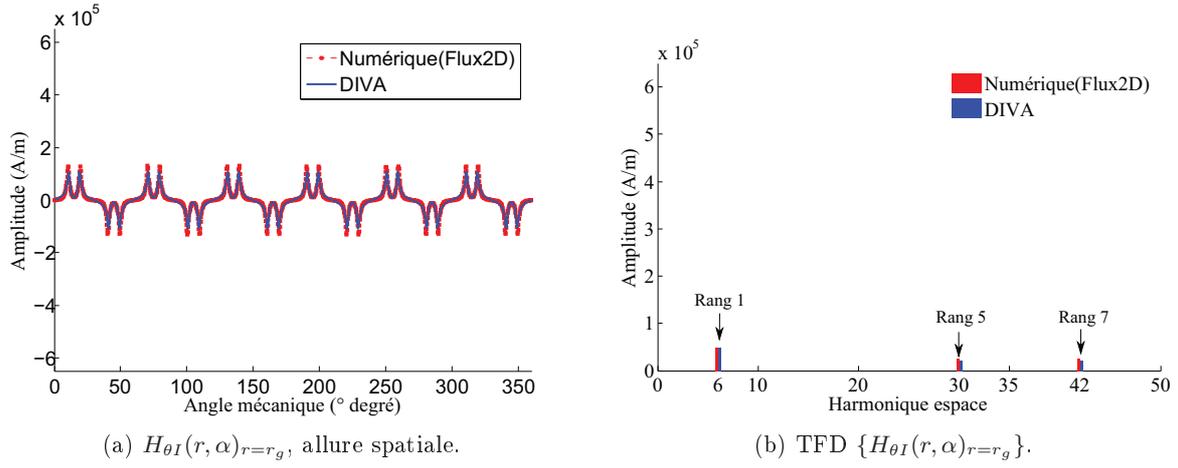


FIGURE 3.17 – Moteur ARv0 ( $r_c = 0.8$ ), champ magnétique  $H_{\theta I}(r, \alpha)$  radial développé par les APs dans l'entrefer moyen.

Une fois les champs magnétiques correctement estimés, et en sachant que les aimants permanents sont des matériaux durs, nous déduisons la force magnéto-motrice  $f_{mm}^r$  développée par les APs dans l'entrefer moyen de l'équation 3.39 ([Fodorean 2009]) où  $h_m$  est l'épaisseur de l'aimant permanent.

$$\begin{cases} f_{mmr}^r(\alpha) = h_m H_{rI}(\alpha) \\ f_{mm\theta}^r(\alpha) = h_m H_{\theta I}(\alpha) \end{cases} \quad (3.39)$$

Dans notre formulation matricielle, le vecteur  $\alpha$  représente la discrétisation dans la direction  $\theta$ . Les forces magnéto-motrices obtenues de l'équation 3.39 sont mises sous forme de vecteurs de longueur  $npe$ , et seront considérées comme les forces magnéto-motrices à l'instant initial (3.40).

$$\mathbf{F}_{mm}^{r0} [npe, 1] = \begin{bmatrix} f_{mm}^r \quad \alpha=0 \\ f_{mm}^r \quad \alpha=\alpha_e \\ \vdots \\ f_{mm}^r \quad \alpha=2\pi-\alpha_e \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

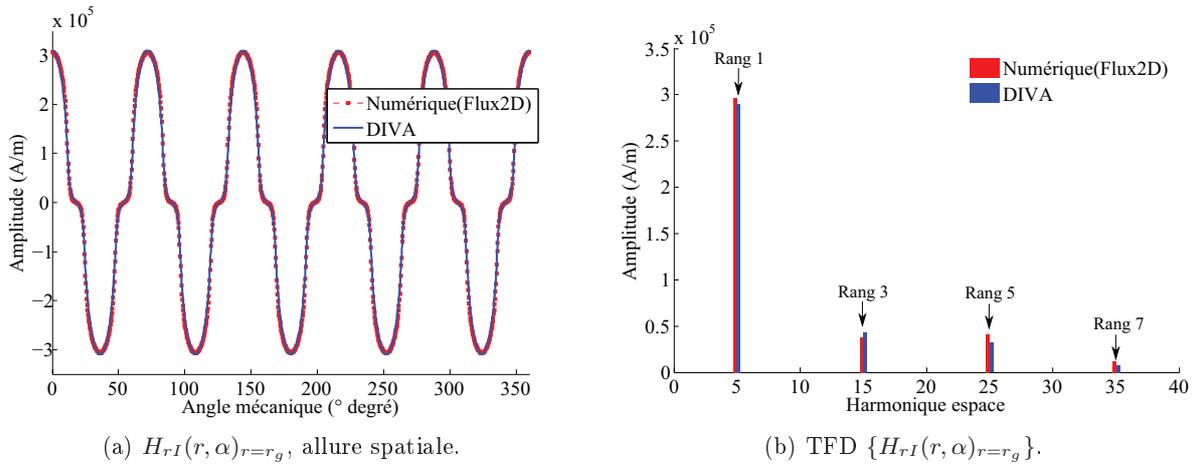


FIGURE 3.18 – Moteur ARv2 ( $r_c = 0.5$ ), champ magnétique  $H_{rI}(r, \alpha)$  radial développé par les APs dans l'entrefer moyen.

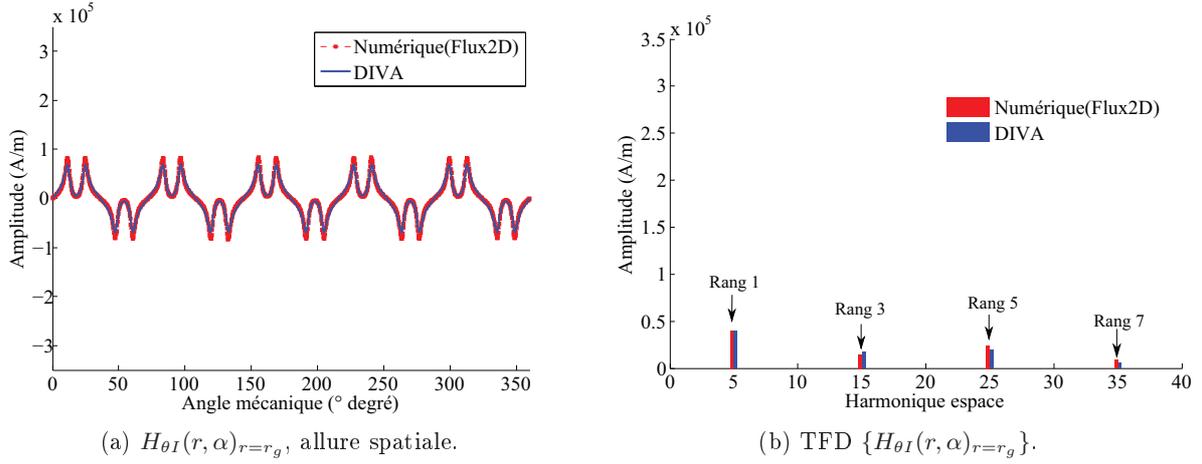


FIGURE 3.19 – Moteur ARv2 ( $r_c = 0.5$ ), champ magnétique  $H_{\theta I}(r, \alpha)$  radial développé par les APs dans l'entrefer moyen.

Le rotor (et donc les APs) tourne à la vitesse de rotation du moteur  $N_s$  ( $\omega_s$ ). La force magnétomotrice  $f_{mm}^r$  est construite sur la période synchrone  $T_s$  discrétisée en  $n_{pt}$  points. Les grandeurs  $n_{pe}$  et  $n_{pt}$  sont donc respectivement les nombres de discrétisations dans l'espace (suivant  $\alpha$ ) et dans le temps (suivant  $t$ ), pour une vitesse de rotation donnée, associées aux valeurs d'échantillonnage  $\alpha_e$  et  $t_e$ .

A l'instant  $t_i = n_t t_e$  avec  $n_t$  un entier naturel, le pas angulaire à cette vitesse de rotation est  $\alpha_s = \omega_s t_e$ . De même, il existe un  $n_e$  entier naturel tel que  $\alpha_s \approx n_e \alpha_e$ . Il vient :

$$\mathbf{F}_{mm}^r [n_{pe}, t = t_i] = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{mm}^{r0}(n_e + 1 : n_{pe}) \\ \mathbf{F}_{mm}^{r0}(1 : n_e) \end{bmatrix} \quad (3.41)$$

La matrice spatio-temporelle de la force magnéto-motrice est donc déduite des équations 3.41 et 3.40, et s'écrit comme suit :

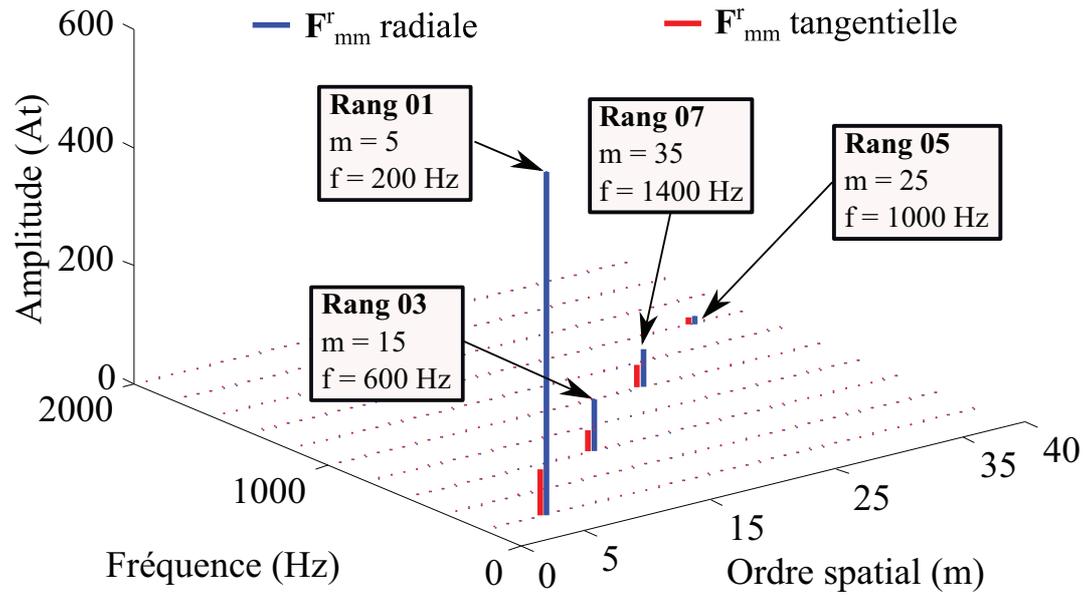
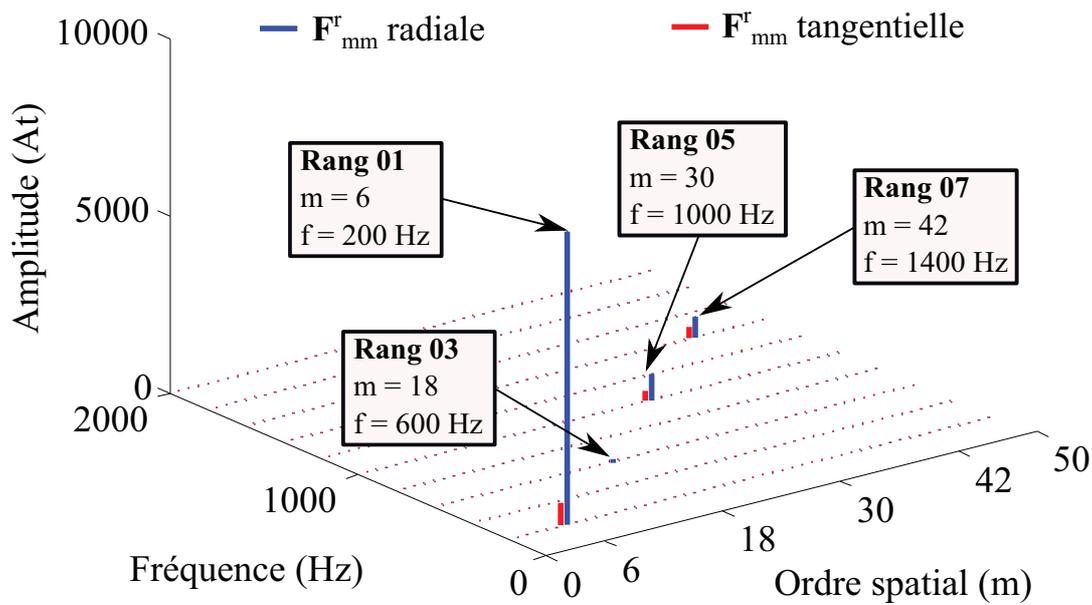
$$\mathbf{F}_{mm}^r [n_{pe}, n_{pt}] = [\mathbf{F}_{mm}^{r0} \quad \mathbf{F}_{mm}^r [n_{pe}, t = t_1] \quad \dots \quad \mathbf{F}_{mm}^r [n_{pe}, t = t_i] \quad \dots] \quad (3.42)$$

Nous avons donc appliqué cette méthodologie pour déterminer la force magnétomotrice des APs pour deux des moteurs sous investigation. Les modules des forces magnétomotrices sont présentés par les figures 3.20a et 3.20a.

Les harmoniques spatio-temporels de la force magnétomotrice développée par les APs (Figures 3.20) sont récapitulés dans le tableau 3.7, où  $\mu = (2k_r + 1)$ , avec  $k_r = 0, 1, 2, 3, \dots$

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en Hz
$\mathbf{F}_r^{m,f}$	$\mu p$	$\mu f_s$

TABEAU 3.7 – Harmoniques de la force magnéto-motrice rotor, APS montés en surface.

(a) Moteur ARv2, TFD 2D  $\{f_{mm}^r(\alpha, t)\}$ .(b) Moteur ARv0, TFD 2D  $\{f_{mm}^r(\alpha, t)\}$ .FIGURE 3.20 – Forces magnéto-motrices développées par les APs dans l'entrefer, analyse spectrale temporelle (fréquence  $f$ ) et spatiale (déformée à  $m$  lobes).

Les forces magnétomotrices radiales et tangentielles développées par les APs, exprimées par les équations 3.39, sont les composantes de la force magnéto-motrice globale des APs ( $f_{mm}^r$  dans l'équation 3.4) qui s'exprime de la façon suivante :

$$f_{mm}^r(\alpha, t) = f_{mmr}^r(\alpha, t) + j f_{mm\theta}^r(\alpha, t) \quad (3.43)$$

### 3.4 Perméance d'entrefer, $\Lambda(\alpha, t)$

Dans les sections précédentes, les techniques de détermination des forces magnétomotrices produites par le bobinage stator et les APs du rotor ont été exposées. L'estimation de la perméance globale d'entrefer reste donc la dernière étape dans le calcul de l'induction globale dans l'entrefer moyen (Équation 3.4).

Dans la formulation analytique, il existe plusieurs méthodologies d'estimation de la perméance d'entrefer. Dans le cas des machines asynchrones, l'outil développé par J. Le Besnerais [Le Besnerais 2008a] utilise une définition analytique de la perméance d'entrefer proposé par BRUDNY [Brudny 1997]. Dans cette référence, l'auteur présente une approche fréquentielle de l'estimation de la perméance d'entrefer en supposant les lignes de champ magnétiques radiales, le fer infiniment perméable devant l'air et un modèle d'encoche à profil rectangulaire. Les résultats obtenus sont satisfaisants et permettent de comprendre les interactions magnétiques dans l'entrefer afin de réduire le bruit magnétique.

Dans le cas des machines synchrones à rotors lisses (APs montés en surface), la formulation analytique la plus adoptée pour estimer la perméance d'entrefer est proposée dans l'article [Wu 2010]. Seule la composante radiale de la perméance d'entrefer est étudiée dans cet article. En supposant la perméabilité du fer infinie, des aimants permanents avec des propriétés linéaires (terre rare) et des effets de bords négligeables, [Zhu 1993] estime la perméance d'entrefer globale, sur le rayon d'alésage comme décrit dans l'annexe A.

Dans ces hypothèses, cette modélisation offre des solutions très satisfaisantes pour des machines ayant un nombre conséquent d'encoches stator. Le même auteur propose une amélioration de son modèle dans l'article [Wu 2010]. En effet, ce nouveau modèle introduit un coefficient permettant de prendre en compte les effets de bord sur les dents du stator. Dans ces deux derniers travaux, la perméance d'entrefer peut aussi être exprimée comme des séries de Fourier (Équation 3.44).

$$\Lambda_r(\alpha) = \Lambda_0 + \sum_n \Lambda_{rn} \cos(nZ_s \alpha) \quad (3.44)$$

Toujours dans l'optique d'améliorer la précision de l'estimation de la perméance d'entrefer, LIPO propose d'exploiter l'écriture complexe de la perméance relative d'entrefer dans les références [Zarko 2006] et [Zarko 2008]. Grâce à la transformation conforme, les composantes réelles et imaginaires de la perméance d'entrefer sont déterminées. Les estimations des fluctuations de champ magnétique dans l'entrefer et des effets de bord sur les dents du stator sont plus précises avec cette formulation. Il vient :

$$\Lambda_r(\alpha) = \Lambda_0 + \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \Lambda_{rn} \cos(nZ_s \alpha) \quad (3.45)$$

$$\Lambda_\theta(\alpha) = \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \Lambda_{\theta n} \sin(nZ_s \alpha) \quad (3.46)$$

Cette modélisation analytique de la perméance d'entrefer est satisfaisante, rapide et facilement paramétrable. La perméance d'entrefer globale ainsi déterminée (Équation 3.47) est valide

principalement dans l'hypothèse du fer infiniment perméable devant l'air (pas de saturation magnétique) et d'un rotor lisse (pas de saillance).

$$\Lambda(\alpha) = \Lambda_r(\alpha) + j \Lambda_\theta(\alpha) \quad (3.47)$$

Avec des topologies de machines dans lesquelles les lignes de flux sont complexes (APs légèrement enterrés, bobinage dentaire, cales d'encoches magnétiques, dents stator intermédiaires), ce modèle est très limité de par ses hypothèses. Pour pallier à cela, nous allons réaliser un couplage numérique afin de prendre en compte les variations de perméance introduites par les APs, les cales magnétiques, et les discontinuités des dents stator.

La perméance globale d'entrefer qui est obtenue du couplage numérique - analytique réalisé dans nos travaux de thèse sera sous la forme complexe (Équation 3.47). **Les composantes réelles et imaginaires de la perméance d'entrefer seront respectivement les composantes radiales et tangentielles identifiées dans notre modèle.** La perméance globale d'entrefer résulte de la combinaison entre les variations de perméance introduites par les dents du stator et les variations de perméance introduites par les APs montés sur le rotor.

### 3.4.1 Variations de perméance introduites par le stator, $\Lambda_s(\alpha, t)$

Dans l'état actuel de la modélisation, c'est sans aucun doute la méthode de détermination de perméance la plus précise. La procédure présentée ici consiste à évaluer les variations du champ magnétique dans l'entrefer moyen introduites par les dents du stator, et ne souffre d'aucune hypothèse majeure.

Pour déterminer les fluctuations de champ magnétique dans l'entrefer moyen causées par la denture du stator, deux simulations éléments finis (EF), en magnéto-statique, sont nécessaires (Figures 3.21 et 3.24). Un aimant fictif permet d'imposer une force magnétomotrice constante sur tous les nœuds de l'entrefer mécanique moyen (ligne verte discontinue).

L'aimant permanent fictif d'épaisseur  $h_{mf}$ , qui a des propriétés magnétiques des terres rares, impose une force magnétomotrice  $f_{ms}$  qui est déterminée par la simulation sans encoches (3.21b et 3.24b). Dans cette simulation, on enregistre les composantes radiale et tangentielle du champ magnétique  $H_s$  sur l'entrefer moyen. Il vient :

$$\begin{cases} f_{ms_r}(\alpha) = h_{mf} H_{s_r}(\alpha) \\ f_{ms_\theta}(\alpha) = h_{mf} H_{s_\theta}(\alpha) \end{cases} \quad (3.48)$$

La force magnéto-motrice globale,  $f_{ms}$ , s'exprime sous forme complexe (Équation 3.49). Sa partie réelle est la composante radiale et sa partie imaginaire, la composante tangentielle.

$$f_{ms}(\alpha) = f_{ms_r}(\alpha) + j f_{ms_\theta}(\alpha) \quad (3.49)$$

Pour quantifier les fluctuations de perméance d'entrefer causées par les dents stator, une simulation EF est réalisée avec le stator réel (3.21a et 3.24a). La perméabilité relative et les formes des cales magnétiques sont prises en compte. Dans cette simulation, on enregistre les composantes radiale et tangentielle de l'induction magnétique  $B_s$  sur l'entrefer moyen. On peut

écrire alors :

$$B_s(\alpha) = [B_{s_r}(\alpha) + j B_{s_\theta}(\alpha)] \quad (3.50)$$

$$= \Lambda^*(\alpha) f_{ms}(\alpha) \quad (3.51)$$

$$= [\Lambda_{s_r}(\alpha) - j \Lambda_{s_\theta}(\alpha)] [f_{ms_r}(\alpha) + j f_{ms_\theta}(\alpha)] \quad (3.51)$$

$$= [\Lambda_{s_r}(\alpha) f_{ms_r}(\alpha) + \Lambda_{s_\theta}(\alpha) f_{ms_\theta}(\alpha)] + j [\Lambda_{s_r}(\alpha) f_{ms_\theta}(\alpha) - \Lambda_{s_\theta}(\alpha) f_{ms_r}(\alpha)] \quad (3.52)$$

La perméance est une grandeur physique qui résulte des différences entre les résistances magnétiques des tubes de flux dans l'entrefer. Une bonne estimation de la perméance globale d'entrefer est obtenue en appliquant l'égalité des parties réelles et imaginaires entre les équations 3.50 et 3.52. On obtient :

$$\begin{cases} \Lambda_{s_r}(\alpha) = \frac{B_{s_r}(\alpha) f_{ms_r}(\alpha) + B_{s_\theta}(\alpha) f_{ms_\theta}(\alpha)}{f_{ms_r}^2(\alpha) + f_{ms_\theta}^2(\alpha)} \\ \Lambda_{s_\theta}(\alpha) = \frac{B_{s_r}(\alpha) f_{ms_\theta}(\alpha) + B_{s_\theta}(\alpha) f_{ms_r}(\alpha)}{f_{ms_r}^2(\alpha) + f_{ms_\theta}^2(\alpha)} \end{cases} \quad (3.53)$$

Pour résumer, les grandeurs  $B_{s_r}(\alpha)$  et  $B_{s_\theta}(\alpha)$  sont obtenues via des simulations numériques statiques avec le stator réel. Les grandeurs  $f_{ms_r}(\alpha)$  et  $f_{ms_\theta}(\alpha)$  sont déduites du champ magnétique obtenu via des simulations numériques statiques avec le stator sans dents.

L'équation 3.53 permet de faire une bonne estimation des composantes de la perméance d'entrefer (Equation 3.47). Cette démarche sera appliquée pour des stators à bobinage distribué et à bobinage dentaire.

### 3.4.1.1 Stator pour bobinage distribué

Les simulations sont réalisées sur un nombre entier de pas dentaire. Le rayon externe de l'aimant permanent fictif est très proche du rayon moyen d'entrefer.

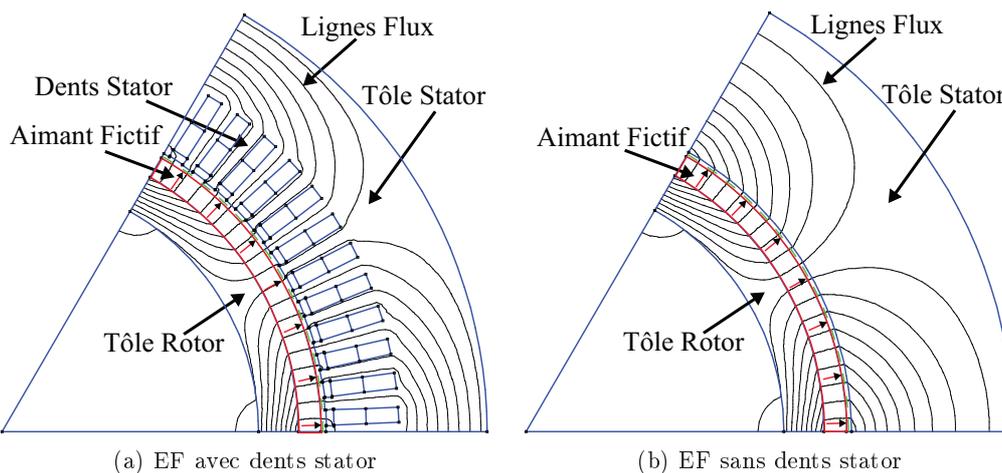


FIGURE 3.21 – Perméance d'entrefer ARv0, simulations FEMM.

Les contributions radiale et tangentielle des dents du stator dans la perméance globale d'entrefer seront appelées ici *perméance d'entrefer stator*. Elles sont calculées via l'équation 3.53.

Pour le moteur à bobinage distribué ARv0, l'évolution spatiale et le contenu harmonique de la perméance radiale et tangentielle d'entrefer stator sont illustrés respectivement par les figures 3.22a et 3.22b.

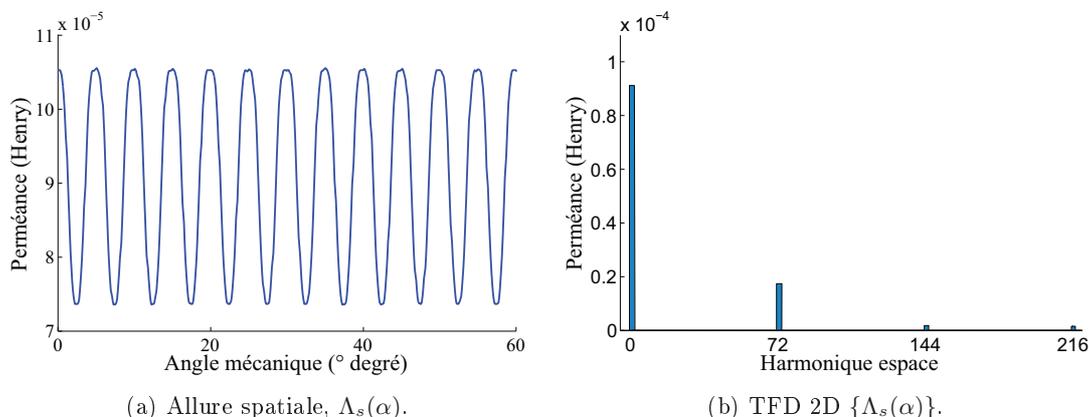


FIGURE 3.22 – Composante radiale de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le stator.

L'évolution spatiale et le contenu harmonique de la perméance tangentielle d'entrefer stator sont illustrés respectivement par les figures 3.23a et 3.23b.

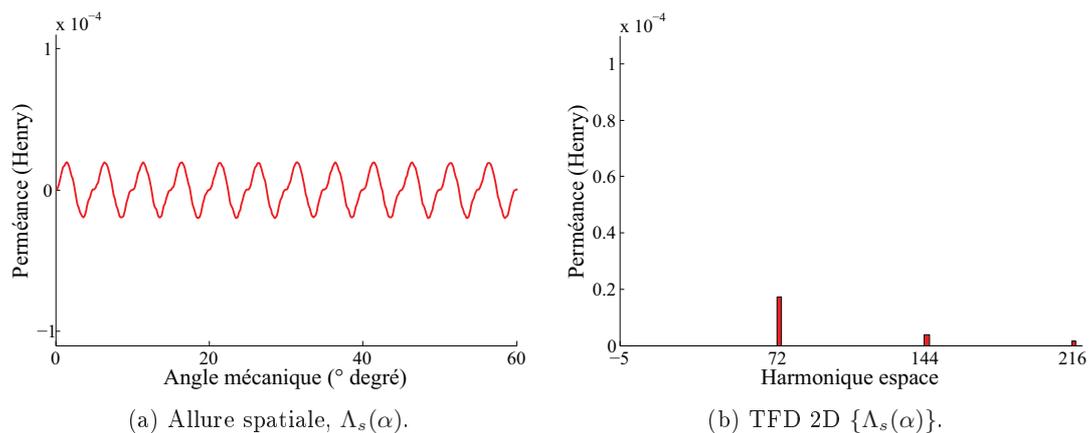


FIGURE 3.23 – Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le stator.

### 3.4.1.2 Stator pour Bobinage dentaire

Les simulations sont réalisées sur un nombre entier de pas dentaire. Le rayon externe de l'aimant permanent fictif est très proche du rayon moyen d'entrefer. Pour le moteur ARv2 qui possède  $Z_s = 12$  encoches, l'évolution spatiale et le contenu harmonique de la perméance radiale et tangentielle d'entrefer stator sont illustrés respectivement par les figures 3.25a, 3.25b et les figures 3.26a, 3.26b.

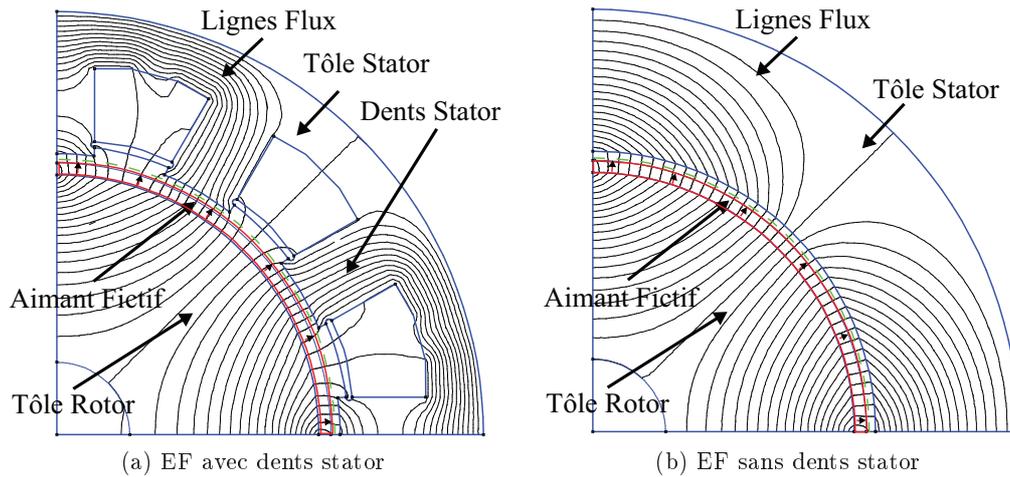


FIGURE 3.24 – Perméance d'entrefer ARv2, simulations FEMM.

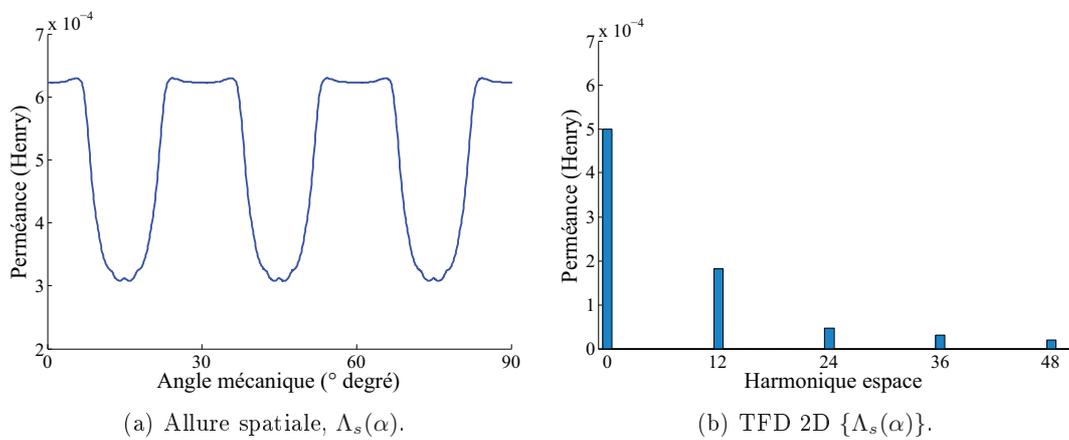


FIGURE 3.25 – Composante radiale de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le stator.

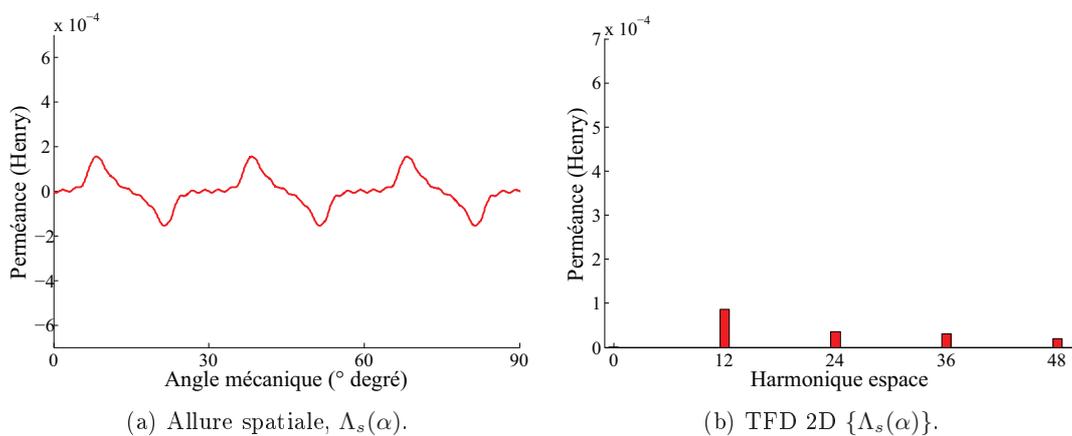


FIGURE 3.26 – Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le stator.

### 3.4.1.3 Expression en séries de Fourier

Les variations de perméance d'entrefer introduites par la denture du stator appelées  $\Lambda_s(\alpha, t)$ , sont indépendantes du temps car le stator est fixe. Son évolution spatio-temporelle peut s'exprimer en séries de Fourier comme défini dans l'équation 3.54. Les coefficients  $\Lambda_s^0$  et  $\Lambda_{k_{sr}}^s$  et  $\Lambda_{k_{s\theta}}^s$  sont identifiés grâce à la figure 3.25b.

$$\Lambda_s(\alpha, t) = \Lambda_{s_r}(\alpha, t) + j \Lambda_{s_\theta}(\alpha, t) \quad (3.54)$$

Avec

$$\begin{cases} \Lambda_{s_r}(\alpha, t) = \Lambda_s^0 + \sum_{k_s=1}^{\infty} \Lambda_{k_{sr}}^s \cos(k_s Z_s \alpha) \\ \Lambda_{s_\theta}(\alpha, t) = \sum_{k_s=1}^{\infty} \Lambda_{k_{s\theta}}^s \sin(k_s Z_s \alpha) \end{cases} \quad (3.55)$$

Dans notre outil, toutes les équations sont écrites dans le formalisme matriciel. Les expressions obtenues via l'équation 3.55 sont les perméances à un instant donné ( $t = 0$  généralement). Dans notre formalisme matriciel, les composantes radiale et tangentielle obtenues via le couplage numérique seront respectivement appelées  $\mathbf{\Lambda}_{s_r}(npe)$  et  $\mathbf{\Lambda}_{s_\theta}(npe)$ .

Les matrices spatio-temporelles sont données par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{\Lambda}_{s_r}[npe, npt] = \left[ \mathbf{\Lambda}_{s_r}^{t=t_i}(npe) \mathbf{\Lambda}_{s_r}^{t=t_i+t_e}(npe) \dots \mathbf{\Lambda}_{s_r}^{t=t_f-t_e}(npe) \right] \\ \mathbf{\Lambda}_{s_\theta}[npe, npt] = \left[ \mathbf{\Lambda}_{s_\theta}^{t=t_i}(npe) \mathbf{\Lambda}_{s_\theta}^{t=t_i+t_e}(npe) \dots \mathbf{\Lambda}_{s_\theta}^{t=t_f-t_e}(npe) \right] \end{cases} \quad (3.56)$$

### 3.4.2 Variations de perméance introduites par le rotor, $\Lambda_r(\alpha, t)$

Comme pour la perméance d'entrefer stator, la détermination des fluctuations de champ magnétique dans l'entrefer moyen causées par les APs du rotor passe par deux simulations éléments finis (EF), en magnéto-statique (Figures 3.27a et 3.27b). Un aimant fictif "terre rare", d'épaisseur  $h_{mf}$ , permet d'imposer une force magnétomotrice constante sur tous les nœuds de l'entrefer moyen (ligne verte discontinue). Les formes géométriques réelles des APs et de la tôle rotor sont prises en compte.

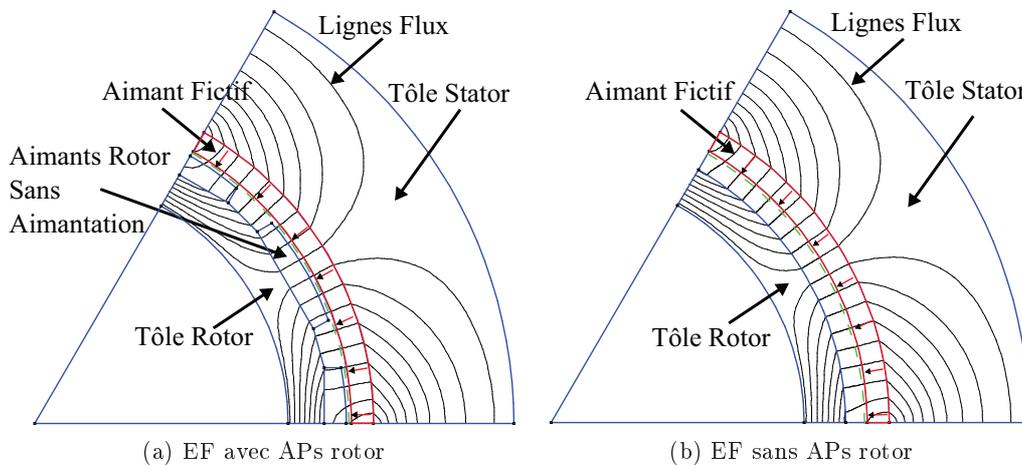


FIGURE 3.27 – Perméance entrefer ARv0, simulations FEMM.

La simulation sans APs (3.27b) permet de déterminer les composantes radiale et tangentielle de la force magnétomotrice,  $f_{ms_r}$  et  $f_{ms_\theta}$  imposée sur l'entrefer moyen par l'aimant permanent fictif. Pour ce faire, il suffira d'enregistrer les composantes radiale et tangentielle du champ magnétique sur l'entrefer moyen (Équation 3.48).

Pour quantifier cette contribution du rotor à la perméance d'entrefer totale, une simulation EF est réalisée avec le rotor réel (3.27a). La perméabilité relative des APs est prise en compte ici. Dans cette simulation, on enregistre les composantes radiale et tangentielle,  $B_{r_r}$  et  $B_{r_\theta}$ , de l'induction magnétique sur l'entrefer moyen. La perméance d'entrefer rotor est déduite grâce à l'équation suivante :

$$\begin{cases} \Lambda_{r_r}(\alpha) = \frac{B_{r_r}(\alpha)f_{mr_r}(\alpha) + B_{r_\theta}(\alpha)f_{mr_\theta}(\alpha)}{f_{mr_r}^2(\alpha) + f_{mr_\theta}^2(\alpha)} \\ \Lambda_{r_\theta}(\alpha) = \frac{B_{r_r}(\alpha)f_{mr_\theta}(\alpha) + B_{r_\theta}(\alpha)f_{mr_r}(\alpha)}{f_{mr_r}^2(\alpha) + f_{mr_\theta}^2(\alpha)} \end{cases} \quad (3.57)$$

Les simulations sont réalisées sur un nombre entier de pas polaire. Le rayon interne de l'aimant permanent fictif est très proche du rayon moyen d'entrefer. Pour un rotor équipé d'APs montés en surface, les simulations EF (via FEMM) sont présentées par la figure 3.27. Les contributions radiales et tangentielles des APs du rotor dans la perméance globale d'entrefer seront appelées ici *perméance d'entrefer rotor*. Elles sont calculées via l'équation 3.57.

Pour le moteur ARv0, l'évolution spatiale et le contenu harmonique de la perméance radiale et tangentielle d'entrefer stator sont illustrés respectivement par les figures 3.28a, 3.28b et les figures 3.29a, 3.29b.

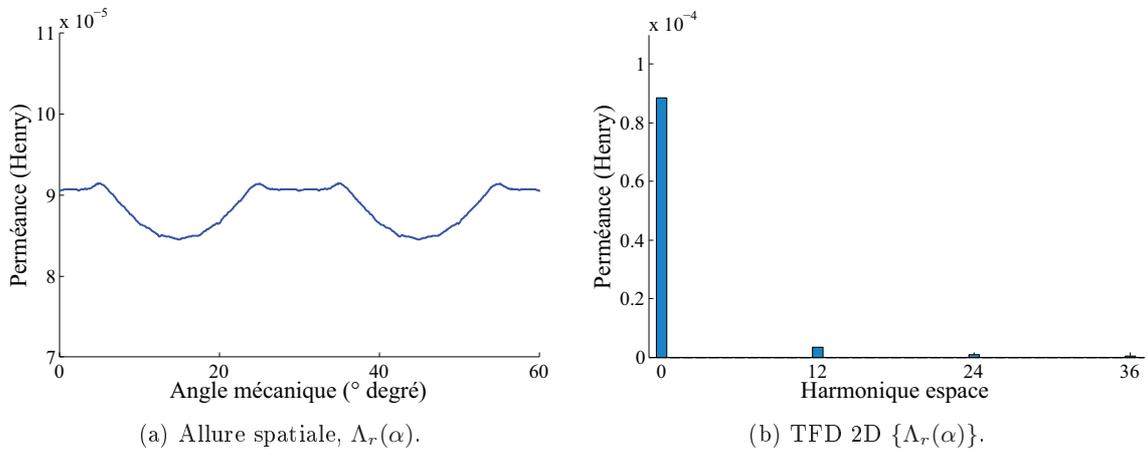


FIGURE 3.28 – Composante radiale de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le rotor.

Pour le moteur ARv2 qui possède  $p = 5$  pôles, l'évolution spatiale et le contenu harmonique de la perméance radiale et tangentielle d'entrefer stator sont illustrés respectivement par les figures 3.30a, 3.30b et les figures 3.31a, 3.31b.

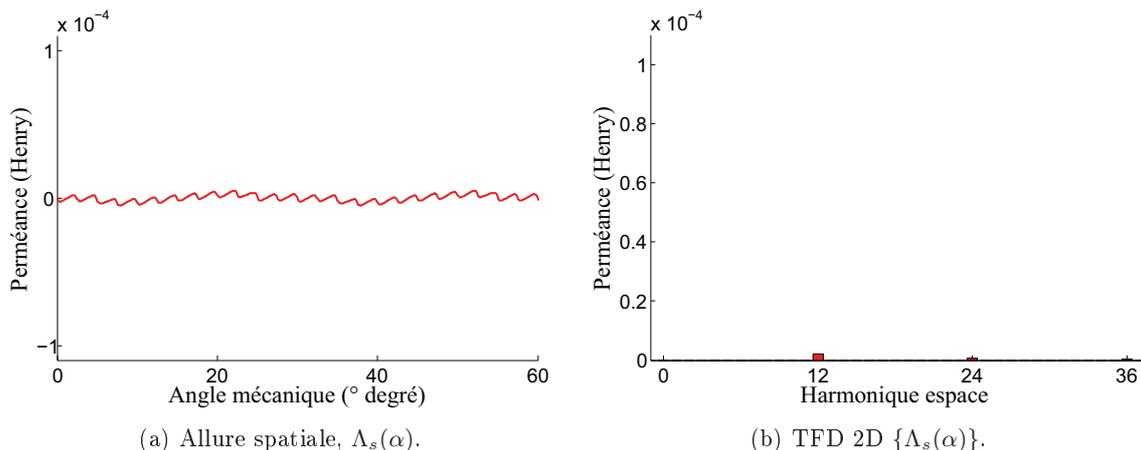


FIGURE 3.29 – Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv0 : variations introduites par le rotor.

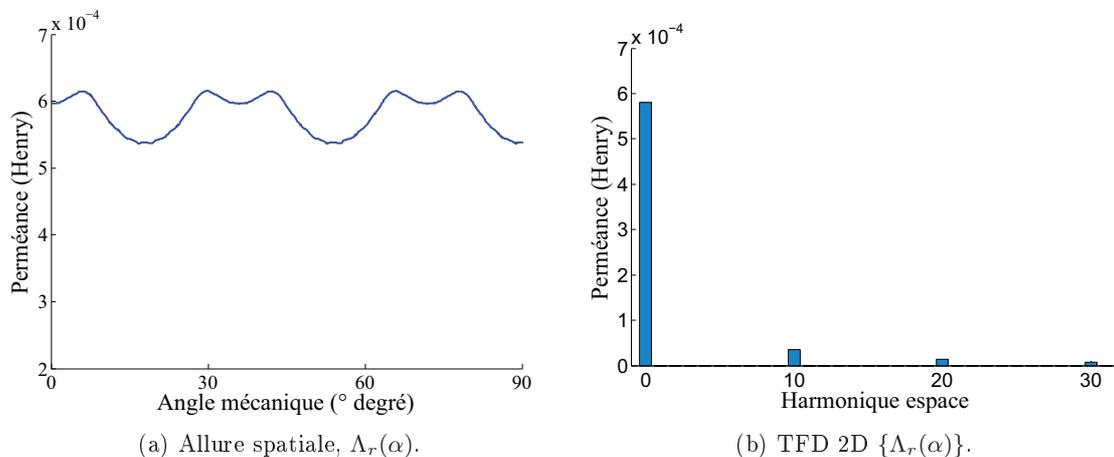


FIGURE 3.30 – Composante radiale de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le rotor.

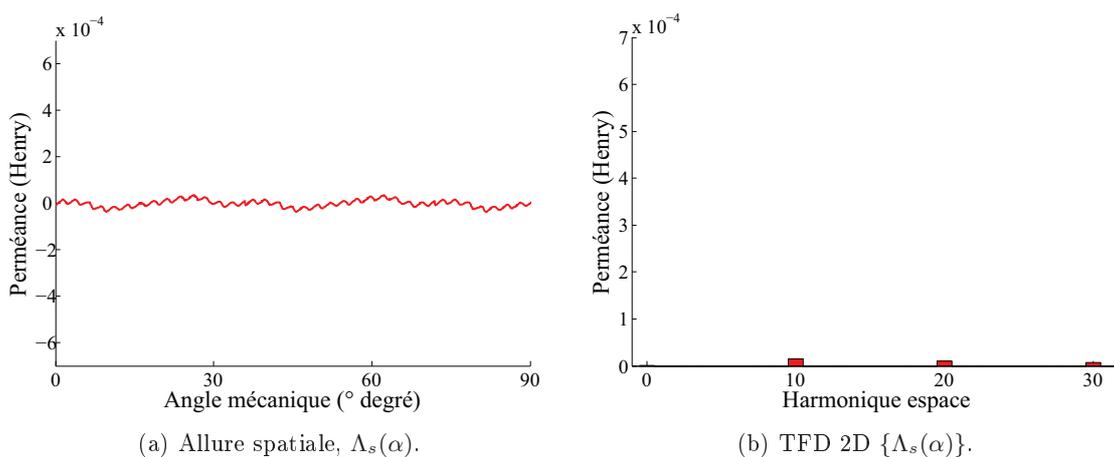


FIGURE 3.31 – Composante tangentielle de la perméance entrefer ARv2 : variations introduites par le rotor.

Les variations de perméance d'entrefer introduites par les APs appelées  $\Lambda_r(\alpha, t)$ , sont dépendantes du temps car le rotor est mobile. Le rotor rote à la vitesse synchrone ( $\omega_s$ ). Les variations de la perméance d'entrefer rotor pulsent à  $2\omega_s$ . L'évolution spatio-temporelle de cette perméance peut s'exprimer en séries de Fourier comme défini dans l'équation 3.58. Les coefficients  $\Lambda_r^0$ ,  $\Lambda_{k_{rr}}^r$  et  $\Lambda_{k_{r\theta}}^r$  sont identifiés grâce aux figures 3.30b, 3.31b ou 3.28b 3.30b.

$$\Lambda_r(\alpha, t) = \Lambda_{r_r}(\alpha, t) + j \Lambda_{r_\theta}(\alpha, t) \quad (3.58)$$

Avec

$$\begin{cases} \Lambda_{r_r}(\alpha, t) = \Lambda_r^0 + \sum_{k_r=1}^{\infty} \Lambda_{k_{rr}}^r \cos(k_r 2p\alpha + k_r 2\omega t) \\ \Lambda_{r_\theta}(\alpha, t) = \sum_{k_r=1}^{\infty} \Lambda_{k_{r\theta}}^r \sin(k_r 2p\alpha + k_r 2\omega t) \end{cases} \quad (3.59)$$

Les expressions obtenues via l'équation 3.59 sont les perméances à un instant donné ( $t = 0$  généralement). Dans notre formalisme matriciel, les composantes radiale et tangentielle obtenues via le couplage numérique seront respectivement appelées  $\mathbf{\Lambda}_{r_r}(npe)$  et  $\mathbf{\Lambda}_{r_\theta}(npe)$ .

A l'instant  $t_i = n_t t_e$  avec  $n_t$  un entier naturel, le pas angulaire à cette vitesse de rotation est  $\alpha_s = \omega_s t_e$ . De même, il existe un  $n_e$  entier naturel tel que  $\alpha_s \approx n_e \alpha_e$ . Il vient :

$$\mathbf{\Lambda}_r [npe, t = t_i] = \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda}_{r_r}(n_e + 1 : npe) \\ \mathbf{\Lambda}_{r_\theta}(1 : n_e) \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

La matrice spatio-temporelle de la perméance d'entrefer rotor est donc déduite des équations 3.60 et 3.59, et s'écrit comme suit :

$$\begin{cases} \mathbf{\Lambda}_{r_r} [npe, npt] = [\mathbf{\Lambda}_{r_r}(npe) \mathbf{\Lambda}_{r_r} [npe, t = t_1] \dots \mathbf{\Lambda}_{r_r} [npe, t = t_i] \dots] \\ \mathbf{\Lambda}_{r_\theta} [npe, npt] = [\mathbf{\Lambda}_{r_\theta}(npe) \mathbf{\Lambda}_{r_\theta} [npe, t = t_1] \dots \mathbf{\Lambda}_{r_\theta} [npe, t = t_i] \dots] \end{cases} \quad (3.61)$$

### 3.4.3 Perméance globale

Une fois tous les coefficients radiaux et tangentiels identifiées, la perméance d'entrefer totale s'exprime comme suit :

$$\Lambda(\alpha, t) = \Lambda_r(\alpha, t) + j \Lambda_\theta(\alpha, t) \quad (3.62)$$

Une bonne approximation de la composante radiale de la perméance totale d'entrefer est donnée par la l'équation 3.63. Les constructions de cette composante radiale, pour les moteurs ARv0 et ARv2, sont illustrées par les figures 3.32a et 3.32b.

$$\begin{aligned} \Lambda_r(\alpha, t) \approx & 2 \frac{\Lambda_s^0 \Lambda_r^0}{\Lambda_s^0 + \Lambda_r^0} + \sum_{k_s=1}^{\infty} \Lambda_{k_{sr}}^s \cos(k_s Z_s \alpha) \\ & + \sum_{k_r=1}^{\infty} \Lambda_{k_{rr}}^r \cos(k_r 2p\alpha + k_r 2\omega t) \end{aligned} \quad (3.63)$$

Dans notre formalisme matriciel, les composantes de l'équation 3.63 sont définies comme suit :

$$\Lambda_s^0 = \langle \mathbf{\Lambda}_{s_r} \rangle \quad (3.64)$$

$$\Lambda_r^0 = \langle \mathbf{\Lambda}_{r_r} \rangle \quad (3.65)$$

$$\sum_{k_s=1}^{\infty} \Lambda_{k_{sr}}^s \cos(k_s Z_s \alpha) = \mathbf{\Lambda}_{s_r} - \langle \mathbf{\Lambda}_{s_r} \rangle \quad (3.66)$$

$$\sum_{k_r=1}^{\infty} \Lambda_{k_{rr}}^r \cos(k_r 2p\alpha + k_r 2\omega t) = \mathbf{\Lambda}_{r_r} - \langle \mathbf{\Lambda}_{r_r} \rangle \quad (3.67)$$

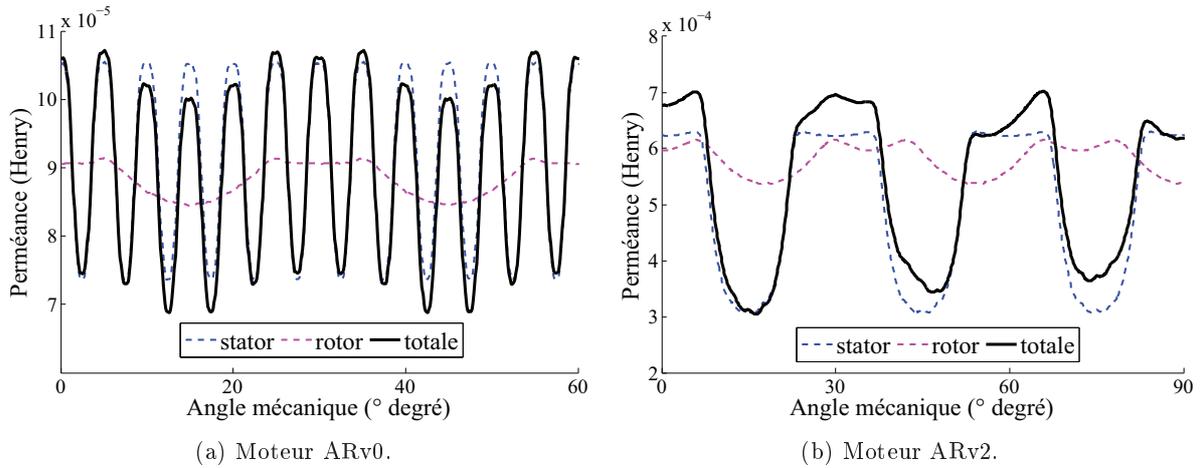


FIGURE 3.32 – Construction de la perméance d'entrefer totale : composante radiale à  $t = 0$ .

Une bonne approximation de la composante tangentielle de la perméance totale d'entrefer est donnée par la l'équation 3.68.

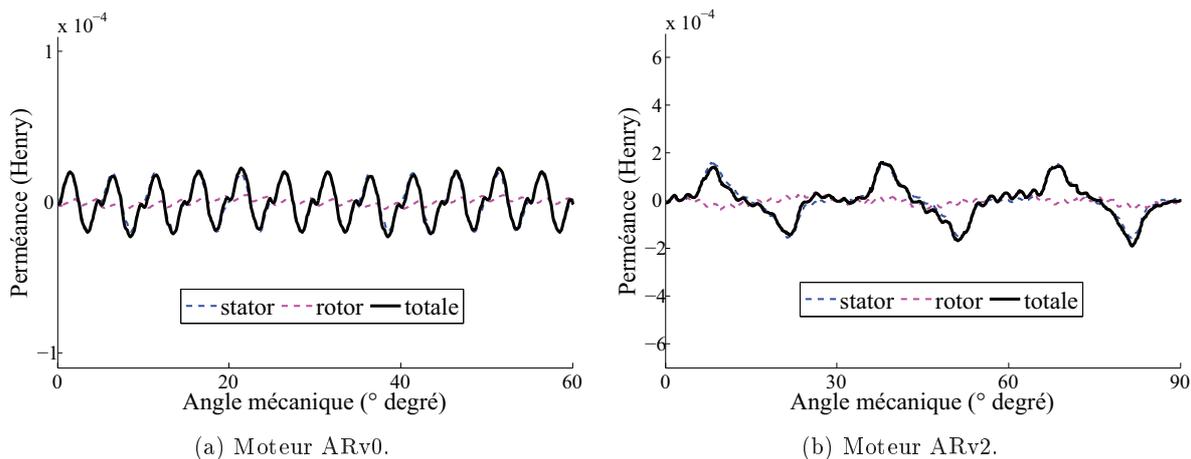
$$\begin{aligned} \Lambda_\theta(\alpha, t) &\approx \sum_{k_s=1}^{\infty} \Lambda_{k_{s\theta}}^s \sin(k_s Z_s \alpha) \\ &+ \sum_{k_r=1}^{\infty} \Lambda_{k_{r\theta}}^r \sin(k_r 2p\alpha + k_r 2\omega t) \end{aligned} \quad (3.68)$$

Dans notre formalisme matriciel, les composantes de l'équation 3.68 sont définies comme suit :

$$\sum_{k_s=1}^{\infty} \Lambda_{k_{s\theta}}^s \sin(k_s Z_s \alpha) = \mathbf{\Lambda}_{s_\theta} \quad (3.69)$$

$$\sum_{k_r=1}^{\infty} \Lambda_{k_{r\theta}}^r \sin(k_r 2p\alpha + k_r 2\omega t) = \mathbf{\Lambda}_{r_\theta} \quad (3.70)$$

Les constructions de cette composante tangentielle, pour les moteurs ARv0 et ARv2, sont illustrées par les figures 3.33a et 3.33b.

FIGURE 3.33 – Construction de la perméance d'entrefer totale : composante tangentielle à  $t = 0$ .

Les figures 3.34a et 3.34b illustrent respectivement les contenus harmoniques spatio-temporels de la perméance d'entrefer totale pour les moteurs ARv0 et ARv2.

Ces harmoniques spatio-temporels de la perméance d'entrefer totale (Figures 3.34) sont récapitulés dans le tableau 3.8.

Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en Hz
$\Lambda_{\mathbf{0}}^{m,f}$	0	0
$\Lambda_{\mathbf{k}_s}^{m,f}$	$k_s Z_s$	0
$\Lambda_{\mathbf{k}_r}^{m,f}$	$2k_r p$	$2k_r f_s$

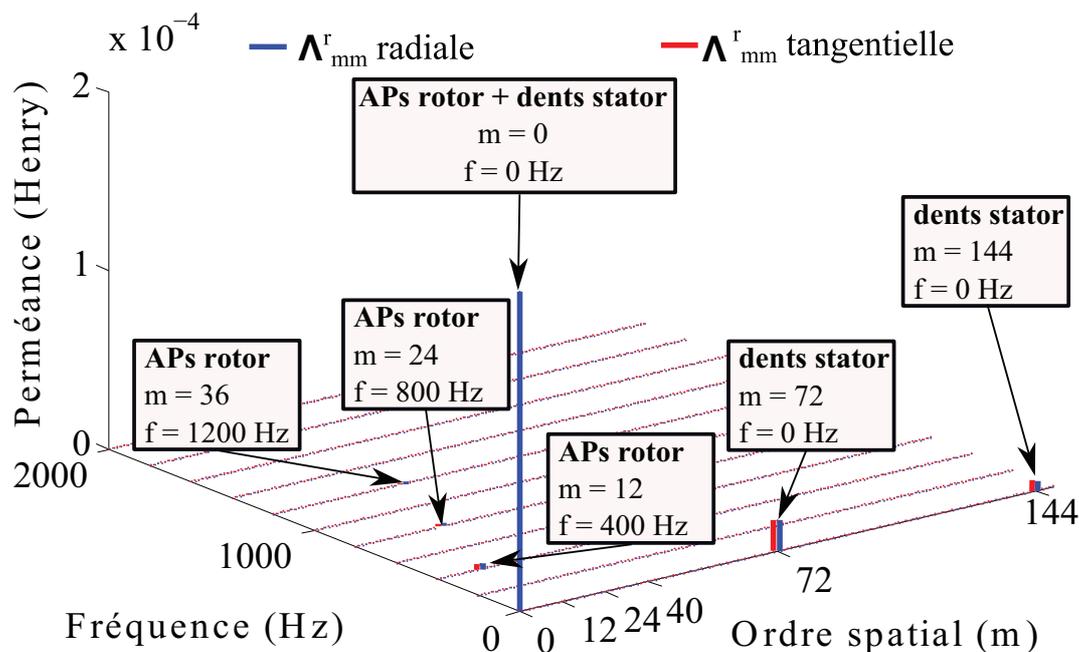
TABLEAU 3.8 – Harmoniques de la perméance d'entrefer : APs montés en surface, stator à bobinage distribué ou à bobinage dentaire.

Dans le tableau ci-dessus, les harmoniques d'interaction entre la perméance stator et la perméance rotor,  $\Lambda_{k_{sr}}$ , ne sont pas pris en compte. En effet, cette contribution peut être négligée pour l'étude des rotors à APs montés en surface. De plus, les harmoniques de saturation,  $\Lambda_{k_a}$ , ne sont pas pris en compte non plus. Selon [Le Besnerais 2008b], ces harmoniques se superposent aux harmoniques introduits par les APs. Avec le couplage numérique réalisé dans notre modélisation, les effet de saturation lié aux APs sont pris en compte.

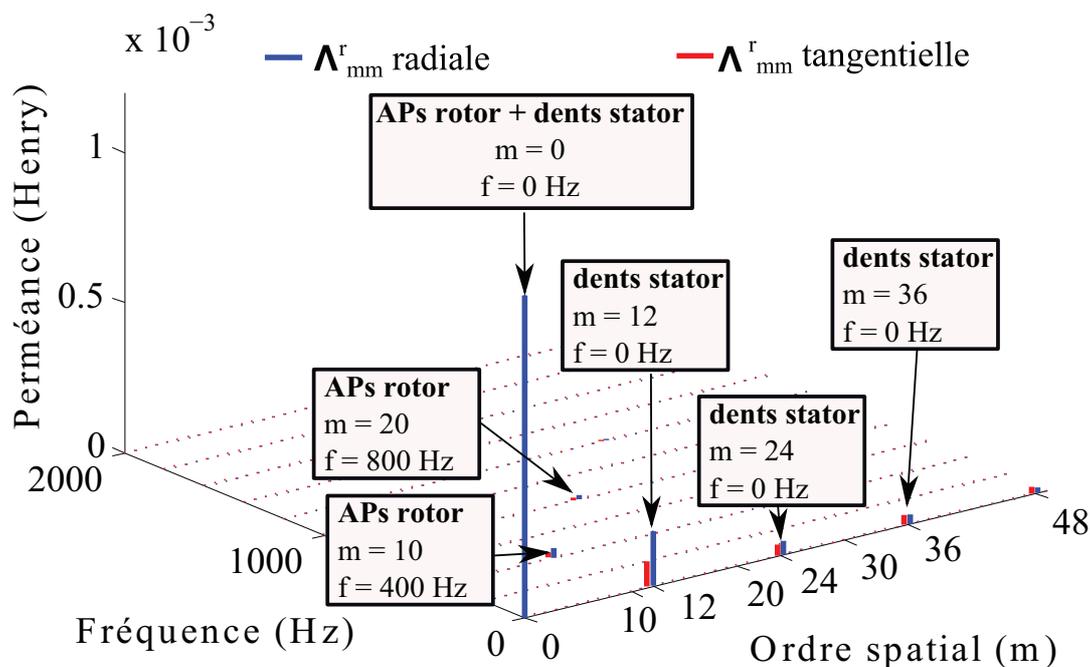
Harmonique	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ ) en Hz
$\Lambda_{\mathbf{k}_{sr}}^{m,f}$	$k_s Z_s \pm 2k_r p$	$\pm 2k_r f_s$
$\Lambda_{\mathbf{k}_a}^{m,f}$	$2k_a p$	$2k_a f_s$

TABLEAU 3.9 – Harmoniques de la perméance d'entrefer : APs montés en surface, stator à bobinage distribué ou à bobinage dentaire.

Le tableau 3.9 vient en complément du tableau 3.8. Enfin, les harmoniques d'excentricité statique ou dynamique peuvent aussi être introduits dans le spectre de la perméance d'entrefer globale [Le Besnerais 2008a].



(a) Moteur ARv0.



(b) Moteur ARv2.

FIGURE 3.34 – Perméance d'entrefer totale : analyse spectrale temporelle (fréquence  $f$ ) et spatiale (déformée à  $m$  lobes).

### 3.5 Fonctionnement électromagnétique à vide

Dans la machine électrique, le fonctionnement électromagnétique est considéré à vide lorsque la force magnéto-motrice développée par le bobinage du stator est nulle,  $f_{mm}^s(\alpha, t) = 0$ .

### 3.5.1 Induction dans l'entrefer

A vide, l'induction dans l'entrefer est égale au produit du conjugué de la perméance d'entrefer et de la force magnéto-motrice développée par les APs du rotor. Il vient :

$$B_{e_{vide}}(\alpha, t) = \Lambda^*(\alpha, t) f_{mm}^r(\alpha, t) \quad (3.71)$$

$$= [\Lambda_r(\alpha, t) f_{mmr}^r(\alpha, t) + \Lambda_\theta(\alpha, t) f_{mm\theta}^r(\alpha, t)] \\ + j [\Lambda_r(\alpha, t) f_{mm\theta}^r(\alpha, t) - \Lambda_\theta(\alpha, t) f_{mmr}^r(\alpha, t)] \quad (3.72)$$

Rappelons que dans l'équation 3.72, les parties réelle et imaginaire sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de l'induction dans l'entrefer.

Pour valider le calcul des inductions dans l'entrefer, les résultats DIVA seront comparés aux simulations purement numériques (outil Flux2D). Les figures 3.35 et 3.36 comparent les résultats obtenus respectivement pour les inductions radiale et tangentielle dans l'entrefer moyen pour une machine équipée d'un bobinage distribué classique.

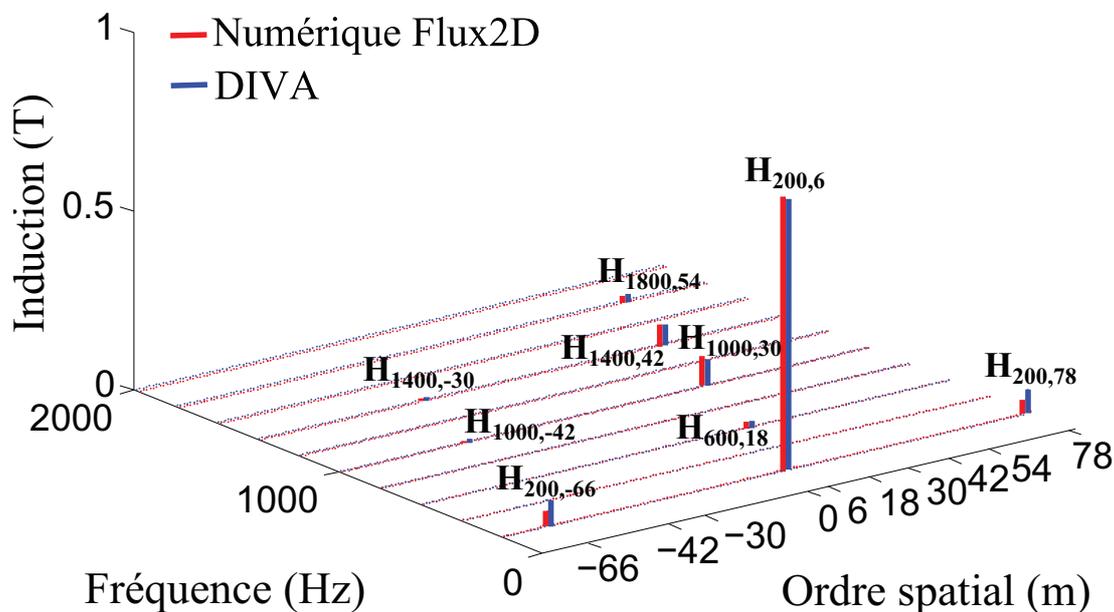


FIGURE 3.35 – Induction radiale dans l'entrefer moyen du moteur ARv0 à  $f_s = 200$  Hz : comparaison DIVA - Flux2D.

Les calculs DIVA ont été réalisés en 8 secondes alors que les simulations numériques Flux2D se sont fait en 25 secondes. À vide, malgré le couplage numérique (avec FEMM) réalisé sous DIVA, notre modèle reste rapide.

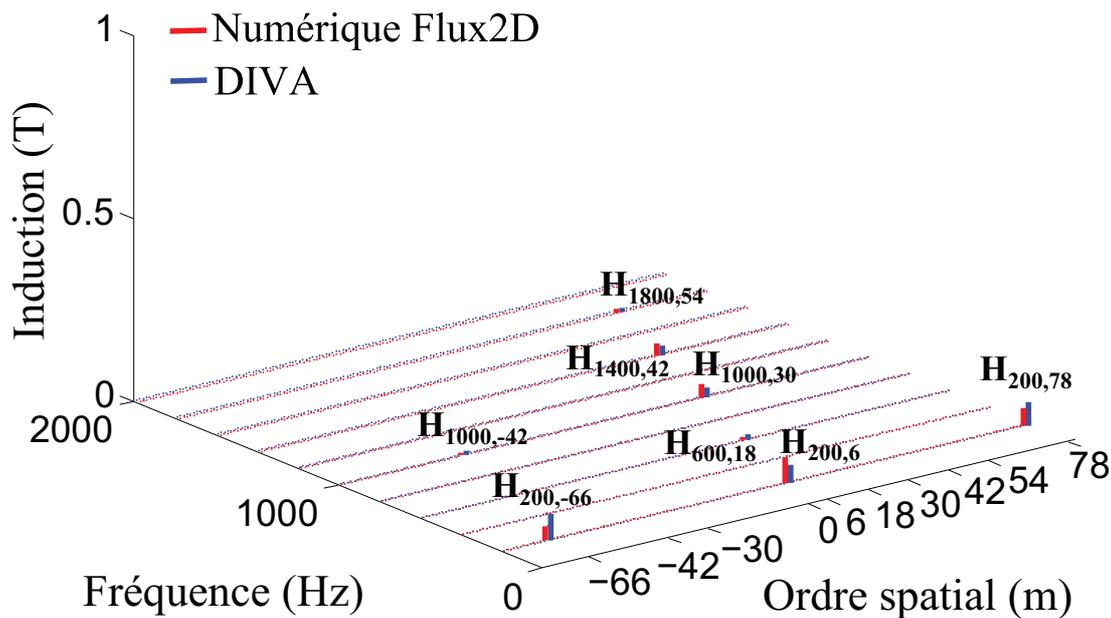


FIGURE 3.36 – Induction tangentielle dans l’entrefer moyen du moteur ARv0 à  $f_s = 200$  Hz : comparaison DIVA - Flux2D.

Dans le but d’étudier le contenu harmonique de l’induction dans l’entrefer, et énoncer les propriétés mathématiques qui seront largement utilisées dans cette thèse, nous allons reprendre l’équation 3.71 et les informations données par les tableaux 3.7 et 3.8. On a :

$$\mathbf{B}_{e_{vide}}^{m,f} = \left[ \Lambda_0^{0,0} + \Lambda_{k_s}^{kZ_s,0} + \Lambda_{k_r}^{2kp,2kf_s} \right]^* \mathbf{F}_r^{\mu p, \mu f_s} \quad (3.73)$$

$$= \Lambda_0 \mathbf{F}_r^{\mu p, \mu f_s} + \frac{1}{2} \Lambda_{k_s} \mathbf{F}_r^{\mu p \pm kZ_s, \mu f_s} + \frac{1}{2} \Lambda_{k_r} \mathbf{F}_r^{\mu p \pm 2kp, \mu f_s \pm 2kf_s} \quad (3.74)$$

Ces harmoniques spatio-temporels de l’induction magnétique dans entrefer moyen (Équation 3.74) sont récapitulés dans le tableau 3.10.

$\mathbf{B}^{m,f}$	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )	Commentaires origine des raies
$\Lambda_0 \mathbf{F}_r$	$\mu p$	$\mu f_s$	APs seuls
$\frac{1}{2} \Lambda_{k_s} \mathbf{F}_r$	$\mu p \pm kZ_s$	$\mu f_s$	APs + Denture stator
$\frac{1}{2} \Lambda_{k_r} \mathbf{F}_r$	$\mu p \pm 2kp$	$\mu f_s \pm 2kf_s$	APs + Saillance rotor

TABLEAU 3.10 – Harmoniques de l’induction dans l’entrefer à vide : APs montés en surface, stator à bobinage distribué ou à bobinage dentaire.

Dans les figures 3.35 et 3.36, nous avons procédé à l’identification des raies pour le moteur ARv0. Les raies identifiées sont en bonne adéquation avec le tableau 3.10. Les résultats sont les suivants :

- L'harmonique  $\mathbf{H}_{200,6}$  : harmonique fondamentale dont les origines sont :
  1. Les APs seuls,  $\mu = 1$  ;
  2. Les APs + la saillance du rotor (soustraction),  $\mu = 3$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{200,78}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs + les dents du stator (addition),  $\mu = 1$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{200,-66}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs + les dents du stator (soustraction),  $\mu = 1$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{400,18}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs seuls,  $\mu = 3$  ;
  2. Les APs + la saillance du rotor (soustraction),  $\mu = 5$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{1000,30}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs seuls,  $\mu = 3$  ;
  2. Les APs + la saillance du rotor (addition),  $\mu = 3$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{1000,-42}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs + les dents du stator (soustraction),  $\mu = 5$  et  $k = 1$  ;
  2. Les APs + la saillance du rotor (addition),  $\mu = 3$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{1400,42}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs seuls,  $\mu = 7$  ;
  2. Les APs + la saillance du rotor (addition),  $\mu = 5$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{1400,-30}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs + les dents du stator (soustraction),  $\mu = 5$  et  $k = 1$  ;
- L'harmonique  $\mathbf{H}_{1800,54}$  : harmonique à la fréquence synchrone dont les origines sont :
  1. Les APs seuls,  $\mu = 9$  ;
  2. Les APs + la saillance du rotor (addition),  $\mu = 7$  et  $k = 1$  ;

Le tableau 3.10 permet d'identifier toutes les raies d'induction d'entrefer. À vide, le spectre harmonique est dominé par les harmoniques introduits par les APs et la denture du stator. Dans le cas de nos rotors à APs montée en surface, les harmoniques introduits par la saillance du rotor sont superposés aux harmoniques des APs et sont négligeables. Dans la suite de nos travaux, nous négligerons cette famille de raies.

Les calculs d'induction magnétique dans l'entrefer via DIVA sont précis. Les comparaisons des contenus harmoniques entre les calculs DIVA et les simulations numériques Flux2D sont qualitativement et quantitativement précis. On peut faire le même constat pour une machine équipée d'un bobinage dentaire (Figures 3.37 et 3.38).

Ces comparaisons permettent donc de conclure que la détermination de l'induction de l'entrefer, via notre méthode d'estimation de la perméance d'entrefer, est très précise et rapide (3 minutes maximum par projet).

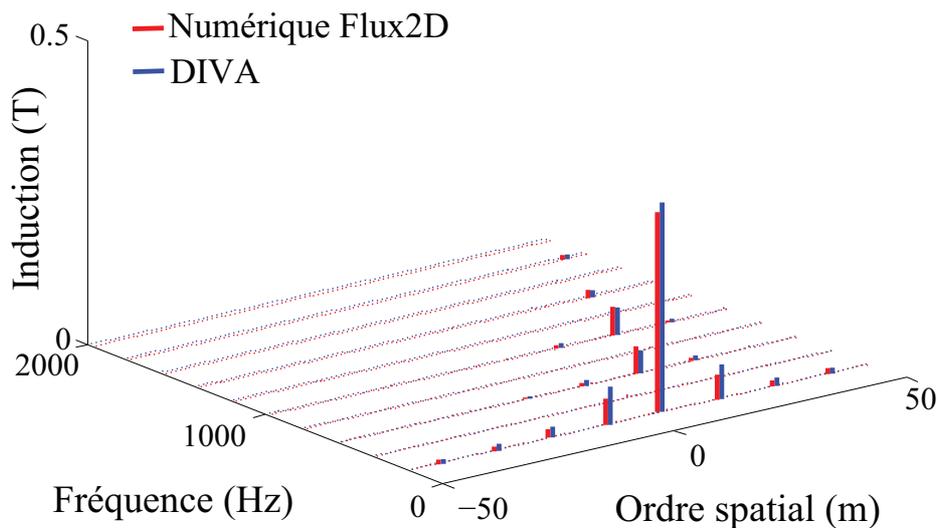


FIGURE 3.37 – Induction radiale dans l’entrefer moyen du moteur ARv2 à  $f_s = 200$  Hz : comparaison DIVA - Flux2D.

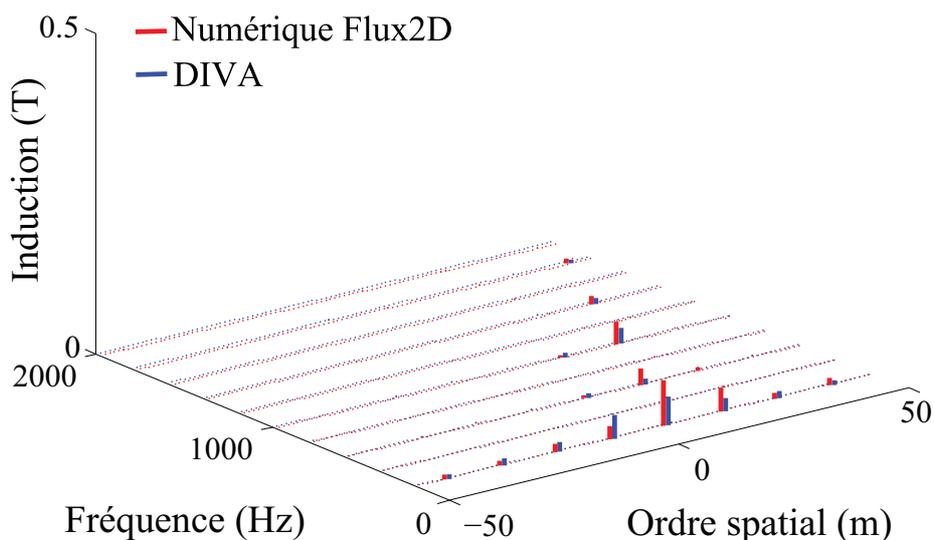


FIGURE 3.38 – Induction tangentielle dans l’entrefer moyen du moteur ARv2 à  $f_s = 200$  Hz : comparaison DIVA - Flux2D.

Pour compléter la validation du calcul de la perméance d’entrefer, nous allons apprécier la sensibilité et la robustesse de notre modélisation par rapport aux variations de certaines variables géométriques influentes dans le dimensionnement électromagnétique à savoir :

- la **largeur des dents** du stator ;
- l’**ouverture des APs** à volume constant ;
- la **hauteur de l’ithme** d’encoche ;
- la **perméabilité des clavettes** magnétiques dans les encoches du stator.

Les deux dernières variables deviennent de plus en plus importantes dans le dimensionnement des MSAPs car elles permettent de réduire les pertes liées aux APs (pertes dans les APs et dans les conducteurs). Ces variables offrent des leviers supplémentaires dans l'optimisation du taux d'harmonique de l'induction magnétique dans l'entrefer et ont donc un impact sur le comportement vibro-acoustique de la MSAPs.

Les résultats de l'étude de sensibilité et de robustesse du modèle DIVA par rapport aux variations de chacune des 4 variables citées ci-dessus, indépendamment les unes des autres, sont présentés dans les paragraphes suivants.

### 3.5.1.1 Robustesse aux variations de $l_{dent}$

La variable  $l_{dent}$  est la largeur des dents du stator. Dans l'optimisation du moteur ARv0, cette variable est une variable continue. Nous avons défini la borne supérieur (122% de  $l_{dent}$ ) et la borne inférieur (78% de  $l_{dent}$ ) de la largeur des dents du stator.

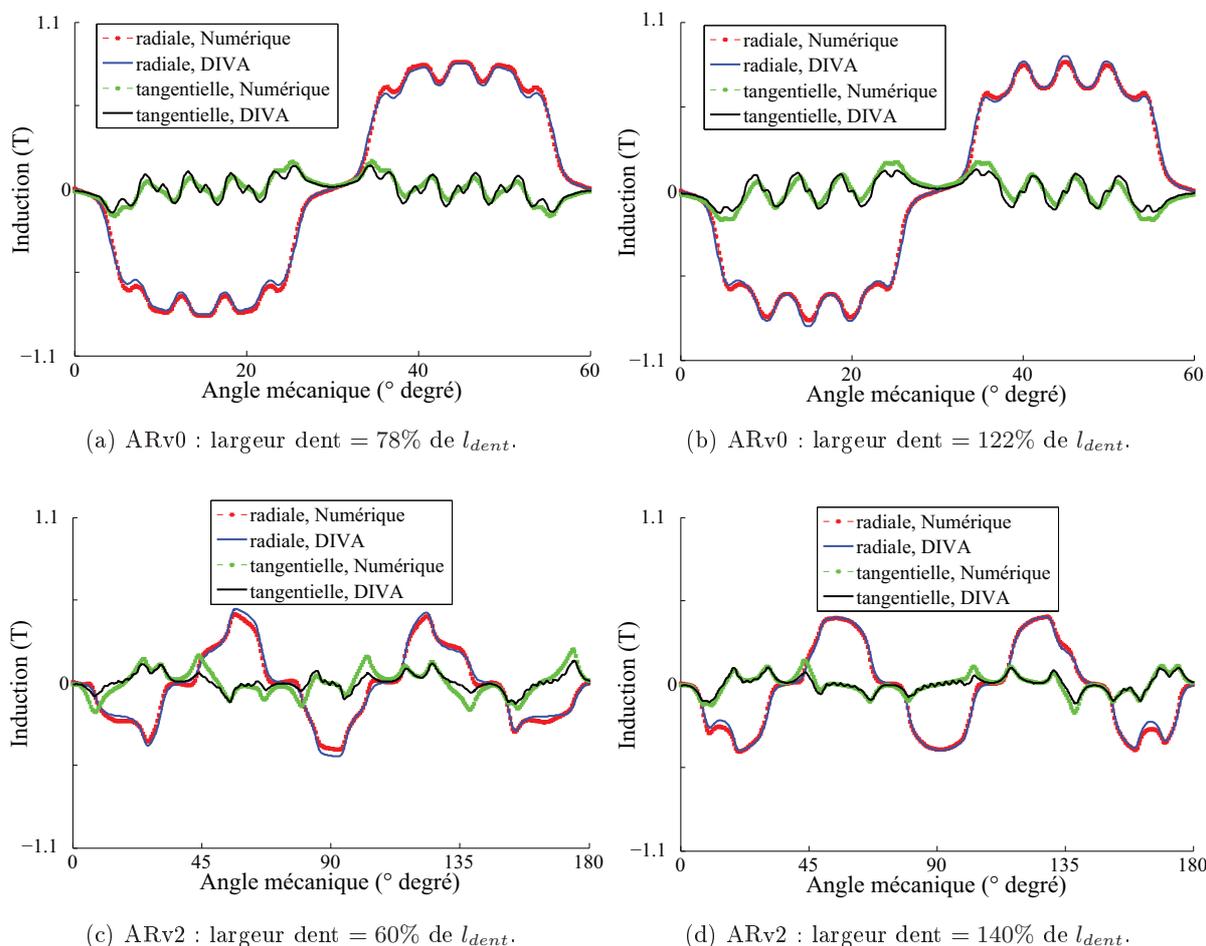


FIGURE 3.39 – Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de la largeur de dents stator des moteurs ARv0 et ARv2 ; composantes radiale et tangentielle.

Les figures 3.39a et 3.39b, puis 3.39c et 3.39d nous disent que le modèle DIVA reste précis

malgré des variations de la largeur des dents. L'erreur relative maximale sur l'harmonique fondamentale est de **4%**. L'erreur relative maximale sur le taux de distorsion harmonique (THD) est de **4.5%**.

### 3.5.1.2 Robustesse aux variations de $\beta_{APs}$

La variable  $\beta_{APs}$  est l'ouverture des APs à volume constant (hauteur de l'APs automatique ajustée). Dans l'optimisation du moteur ARv0, cette variable est une variable continue. Nous avons défini la borne supérieur (130% de  $\beta_{APs}$ ) et la borne inférieur (85% de  $\beta_{APs}$ ) de l'ouverture des APs.

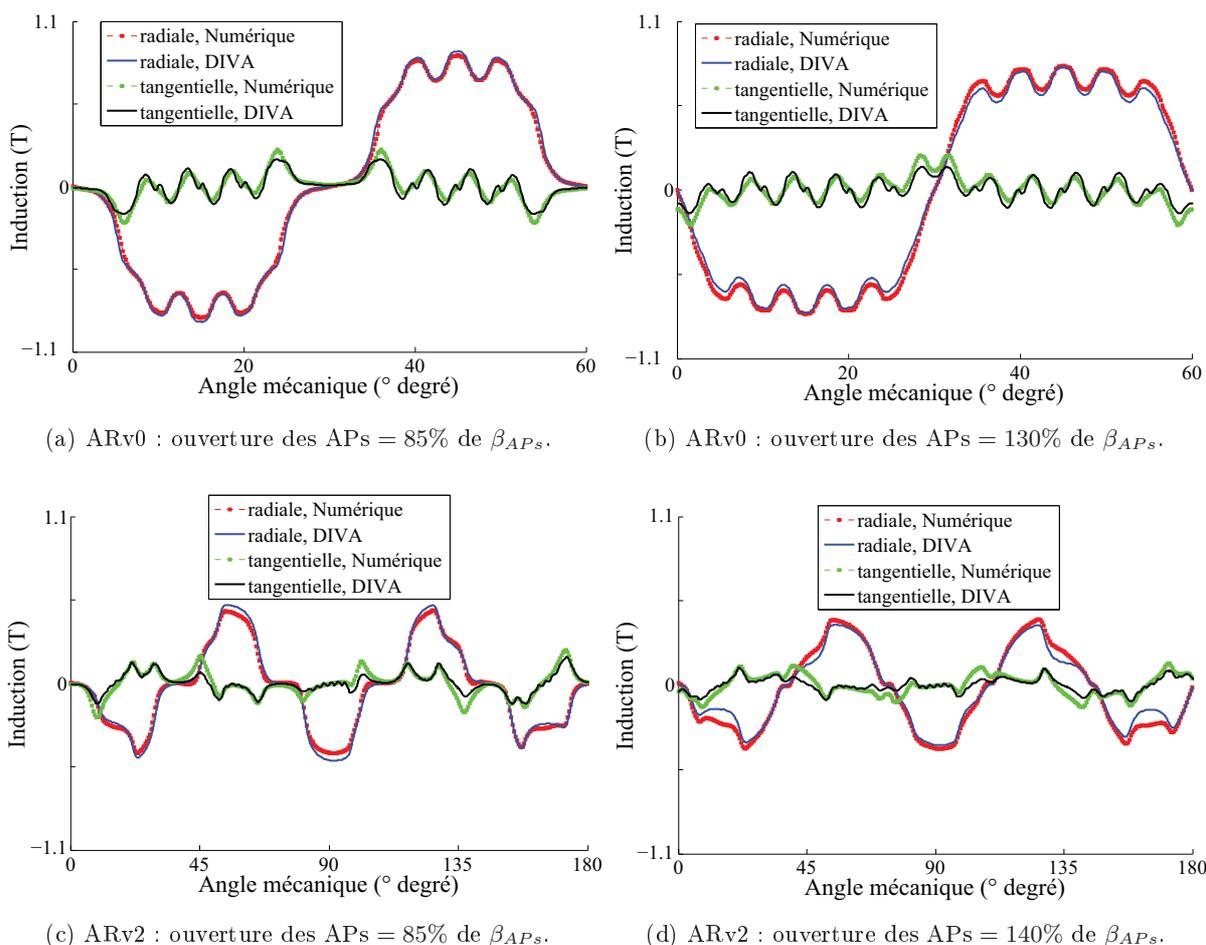


FIGURE 3.40 – Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de l'ouverture des APs à volume d'APs constant des moteurs ARv0 et ARv2; composantes radiale et tangentielle.

Les figures 3.40a et 3.40b, puis 3.40c et 3.40d présentent les comparaisons d'induction dans l'entrefer calculées par notre outil DIVA et par Flux2D pour des ouvertures des APs différentes. L'erreur relative maximale sur l'harmonique fondamentale est de **5%**. L'erreur relative maximale sur le taux de distorsion harmonique (THD) est de **5%**.

### 3.5.1.3 Robustesse aux variations de $h_{isthme}$

La variable  $h_{isthme}$  est la hauteur de l'isthme des dents stator. Dans l'optimisation du moteur ARv0, cette variable est une variable continue. Nous avons défini la borne supérieur (270% de  $h_{isthme}$ ) et la borne inférieur (65% de  $h_{isthme}$ ) de la hauteur de l'isthme des dents stator.

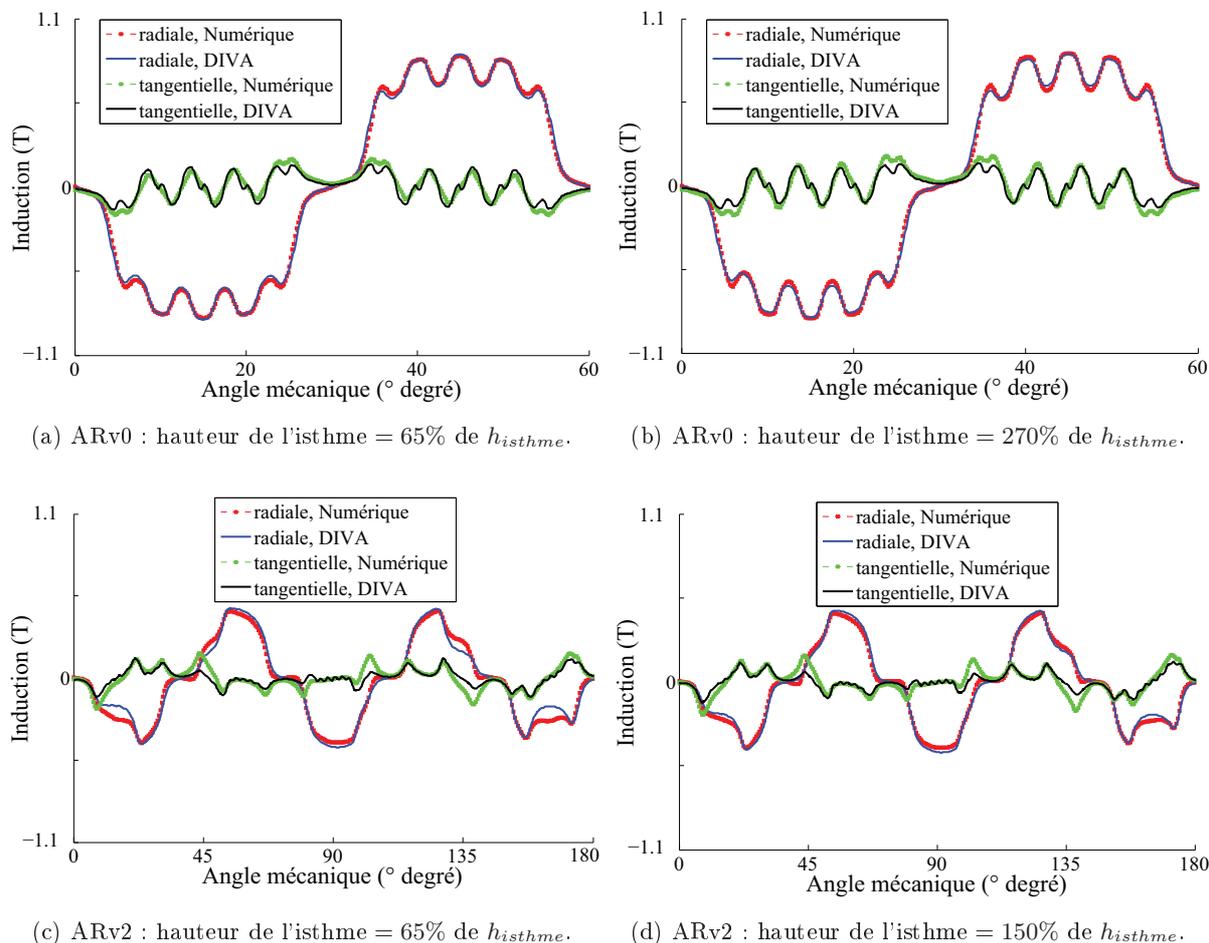


FIGURE 3.41 – Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de la hauteur de l'isthme des dents stator des moteurs ARv0 et ARv2; composantes radiale et tangentielle.

Les figures 3.41a et 3.41b, puis 3.41c et 3.41d présentent les comparaisons d'induction dans l'entrefer calculées par notre outil DIVA et par Flux2D pour des hauteurs de l'isthme des dents stator différentes. L'erreur relative maximale sur l'harmonique fondamentale est de 4%. L'erreur relative maximale sur le taux de distorsion harmonique (THD) est de 4%.

### 3.5.1.4 Robustesse aux variations de $\mu_{cla}$

La variable  $\mu_{cla}$  est la perméabilité des clavettes magnétiques dans les encoches du stator. Dans l'optimisation du moteur ARv0, cette variable est une variable discrète. Nous avons défini la borne supérieur ( $\mu_{cla} = 1$ ) et la borne inférieur ( $\mu_{cla} = 3$ ) de la perméabilité des clavettes magnétiques dans les encoches du stator.

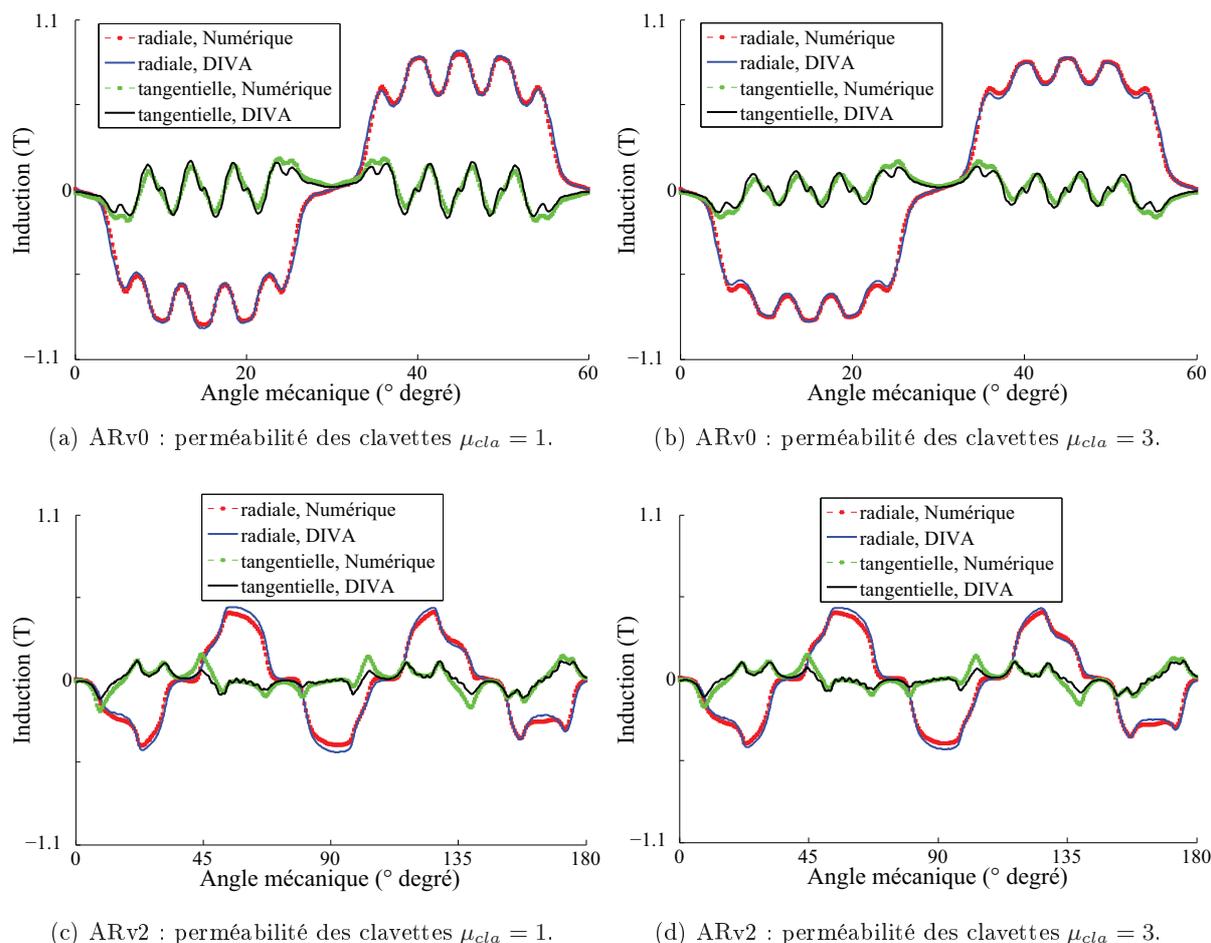


FIGURE 3.42 – Sensibilité du calcul de l'induction totale dans l'entrefer aux variations de la perméabilité relative des clavettes d'encoche des moteurs ARv0 et ARv2 ; composantes radiale et tangentielle.

L'erreur relative maximale sur l'harmonique fondamentale est de **3.5%**. L'erreur relative maximale sur le taux de distorsion harmonique (THD) est de **4.5%**. Nous pouvons donc conclure sur la robustesse de notre modélisation DIVA via le couplage numérique. Le calcul de la perméance d'entrefer, exprimé en complexe et obtenu via le couplage avec l'outil numérique FEMM, est ainsi validé.

### 3.5.2 Force électromotrice

Dans le cas d'un fonctionnement à vide, la force électromotrice est la variable physique qui permet une validation expérimentale rapide et pratique du calcul du champ magnétique dans l'entrefer. Cette force électromotrice,  $e(t)$ , résulte du produit entre l'induction dans l'entrefer à vide et la fonction de bobinage. La force électromotrice, qui est l'image électrique de l'état magnétique de la machine, sera donc la variable de couplage entre le modèle magnétique et électrique. On a :

$$e(t) = -n_s \frac{d\phi_c}{dt} \quad (3.75)$$

où  $\phi_c$  est le flux magnétique embrasé par une spire, et  $n_s$  le nombre de spires par phase. Le flux magnétique vu par une spire est donné par l'expression suivante :

$$\phi_c(t) = R_m L_1 \int_0^{Y \frac{2\pi}{Z_s}} B_{e_{vider}}(\alpha, t) d\alpha \quad (3.76)$$

$R_m$  est le rayon moyen d'entrefer,  $L_1$  la longueur du fer stator et  $Y$  le pas du bobinage. Nous avons validé, via des simulations numériques, le calcul de la force électromotrice. La figure 3.43 montre une bonne correspondance entre les calculs DIVA et les simulations numériques Flux2D.

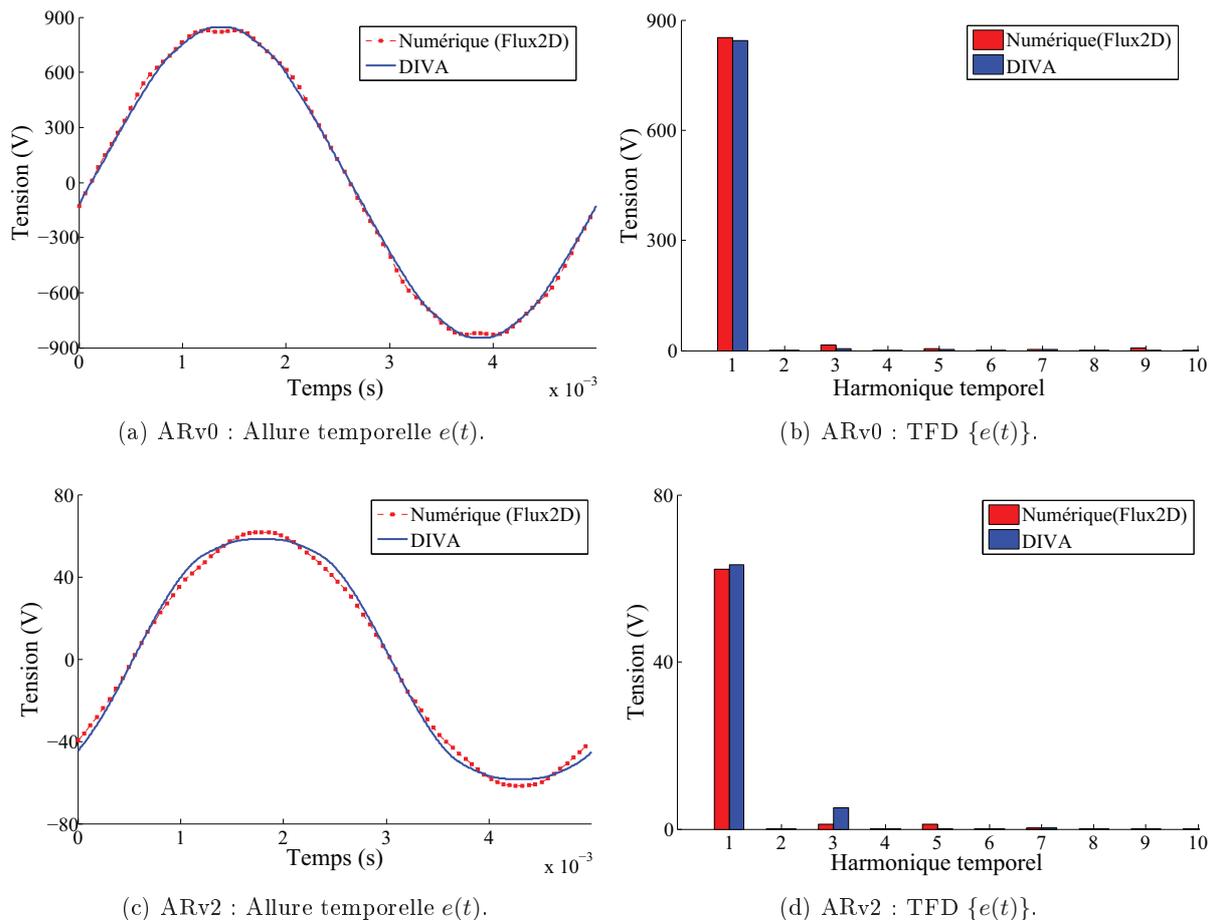


FIGURE 3.43 – Force électromotrice produite par une phase des moteurs ARv0 à  $f_s = 200$  Hz et ARv2 à  $f_s = 167$  Hz ; comparaison des calculs DIVA - Flux2D.

Notre calcul de la force électromotrice par phase est suffisamment précis (le contenu harmonique et l'amplitude du fondamental). Les différences observées avec les résultats des simulations Flux2D viennent principalement du fait que nous estimons le flux magnétique vu par le bobinage de la phase sur le **rayon d'entrefer moyen** et non sur le **rayon moyen des dents** du stator. L'effet des encoches stator est alors atténué dans notre modélisation. Cependant le fondamental est correctement estimé.

Pour compléter et renforcer cette validation, nous allons comparer les tensions à vide calculées avec DIVA aux tensions à vide issues des essais effectués sur les prototypes réalisés dans le cadre

du projet. Les tensions mesurées sont des tensions composées. Les tableaux 3.11 et 3.12 présentent des comparaisons sur chaque harmonique de temps.

Tension (V)	H <sub>01</sub>	H <sub>03</sub>	H <sub>05</sub>	H <sub>07</sub>	H <sub>11</sub>	H <sub>13</sub>
Tests	603.0	1.7	3.9	2.90	7.4	1.00
DIVA	597.4	0.62	3.61	1.98	2.54	0.5

TABLEAU 3.11 – Comparaisons DIVA - ESSAIS des harmoniques de la tension simple à vide du moteur ARv0, à  $f_s = 200$  Hz.

Tension (V)	H <sub>01</sub>	H <sub>05</sub>	H <sub>07</sub>	H <sub>11</sub>	H <sub>13</sub>
Tests	64.18	1.25	0.19	0.19	0.02
DIVA	60.49	0.14	0.18	0.16	0.03

TABLEAU 3.12 – Comparaisons DIVA - ESSAIS des harmoniques de la tension composée à vide du moteur ARv2, à  $f_s = 167$  Hz.

Les tableaux ci-dessus montrent une bonne correspondance entre les calculs DIVA et les résultats d'essais. La détermination des composantes fondamentales est précise. Des erreurs significatives sont enregistrées sur les composantes harmoniques car l'effet de la denture du stator est atténuée dans notre modélisation (l'induction sur le rayon d'entrefer moyen).

### 3.5.3 Couple de détente

Le couple de détente est le couple résistant de la machine à vide. Elle résulte principalement de l'interaction entre les APs et les dents du stator. C'est une variable importante du dimensionnement des MSAPs. Dans ce paragraphe, nous allons valider le calcul de ce couple via le modèle DIVA.

En utilisant les pressions tangentielles de Maxwell (Équation 2.10) dans l'entrefer moyen, nous allons évaluer le couple à vide d'une MSAPs. Le couple de détente est égale à :

$$\Gamma_{vide}(t) = L_1 \int_0^{2\pi} R_m \sigma_\theta(\alpha, t) dl \quad (3.77)$$

Avec  $dl = R_m d\alpha$ . Il vient donc :

$$\Gamma_{vide}(t) = L_1 \frac{R_m^2}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_{e_{vide_r}}(\alpha, t) B_{e_{vide_\theta}}(\alpha, t) d\alpha \quad (3.78)$$

Les calculs des inductions radiale et tangentielle ont été validés dans la section 3.5.1. En appliquant l'équation 3.78 pour les machines ARv0 et ARv2, nous calculons leur couple de détente et le comparons aux simulations numériques éléments finis réalisées sous Flux2D (Les comparaisons sont respectivement présentées dans les figures 3.44a et 3.44b pour un bobinage dsitribué, puis 3.44c et 3.44d pour un bobinage dentaire).

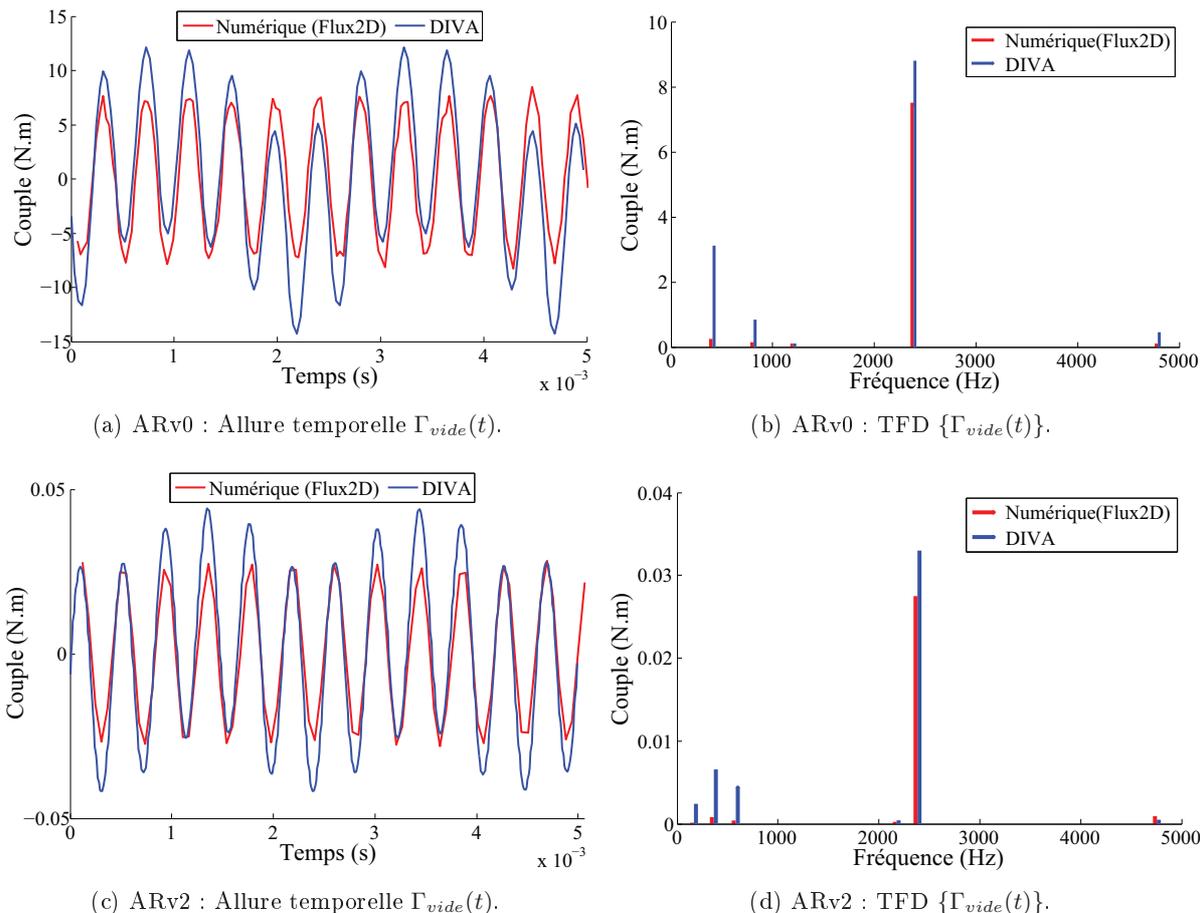


FIGURE 3.44 – Couple de détente des moteurs ARv0 et ARv2 ; comparaison des calculs DIVA - Flux2D.

Dans les deux cas, le couple de détente est porté par l’harmonique dont le rang est égal au nombre de dents du stator au-dessus de la période magnétique ou encore période électrique (le rang 12 dans notre application).

Pour les moteurs ARv0 et ARv2, le couple de "détente (couple crête à crête)" a été mesuré pendant les essais à vide. Les tableaux suivants comparent les mesures du couple de détente aux calculs DIVA et aux simulations numériques Flux2D :

Support	Essais	DIVA	Flux2D
Couple (N.m)	14	15.5	15

TABLEAU 3.13 – Comparaisons DIVA - ESSAIS - Flux2D du couple de détente du moteur ARv0.

Pour le moteur ARv2, le couple de détente est très bas. Le calibre du couple-mètre ne permet pas de mesurer précisément le couple.

Support	Essais	DIVA	Flux2D
Couple (N.m)	$\leq 0.1$	0.063	0.056

TABLEAU 3.14 – Comparaisons DIVA - ESSAIS - Flux2D du couple de détente du moteur ARv2.

Dans notre modélisation, nous sommes donc en mesure de simuler avec une bonne précision les évolutions de l'induction à vide dans l'entrefer (radiale et tangentielle), de la force électromotrice et du couple de détente lors des variations des paramètres géométriques et physiques du moteur.

### 3.6 Résolution schéma monophasé équivalent étendu

Dans la section 3.2, nous avons présenté le calcul des harmoniques de la tension d'alimentation  $U^n$ . Dans le paragraphe 3.5.2, une méthode de détermination des harmoniques de la force électromotrice  $E^n$  a été proposée. Nous allons maintenant procéder à la résolution du schéma monophasé équivalent étendu. Dans le repère de PARK, l'équation 3.5 se réécrit comme suit :

$$U^n = E^n + (R_s^n + j \omega_n L_d) I_d^n + (R_s^n + j \omega_n L_q) I_q^n \quad (3.79)$$

où  $L_d$  et  $L_q$  sont respectivement les inductances synchrones suivant les axes  $d$  et  $q$ .  $R_s^n$  est la résistance électrique du bobinage stator sur chaque harmonique de temps  $n$ . Dans le calcul de  $R_s^n$ , l'effet de peau est pris en compte.  $\omega_n = 2\pi n f_s$  est la pulsation de l'harmonique temporel de rang  $n$ .  $I_d^n$  et  $I_q^n$  sont les courants suivant les axes  $d$  et  $q$ .  $\Psi$  étant l'angle de charge de la machine (angle entre la force électromotrice et le courant), il vient :

$$\begin{cases} I_d^n &= I_s^n \sin \Psi \\ I_q^n &= I_s^n \cos \Psi \end{cases} \quad (3.80)$$

La contrainte de résolution de l'équation 3.79 est le couple utile  $\Gamma_u$  à atteindre pour la vitesse donnée ( $f_s$ ). Avec  $\Gamma_{mec}$  et  $\Gamma_{APs}$  respectivement les couples des pertes mécaniques du rotor et pertes magnétiques totales dans les APs à la fréquence synchrone, le couple utile est donné par la formule suivante :

$$\Gamma_u = \Gamma_{em}^1 - \Gamma_{mec} - \Gamma_{APs} \quad (3.81)$$

avec  $\Gamma_{em}$  le couple électromagnétique :

$$\Gamma_{em}^n = p \frac{q_s}{\omega_n} [I_q^n E^n + I_d^n I_q^n \omega_n (L_d - L_q)] \quad (3.82)$$

Pour calculer notre point de fonctionnement, il est indispensable de résoudre par itération le système composé des équations 3.79 et 3.81. La description du problème est la suivante :

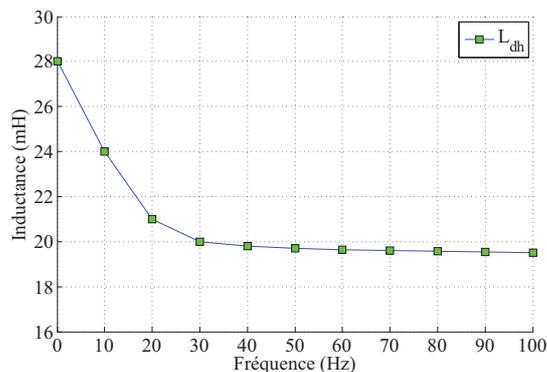
- **les variables** : le courant efficace synchrone  $I_s^1$  et l'angle de charge  $\Psi$  ;
- **l'objectif** : le couple utile  $\Gamma_u$  qui dépend de la vitesse de rotation du point de fonctionnement ;
- **la contrainte** : la tension d'alimentation  $U^1 \leq U_{max}$ , fixée par la valeur de la tension du bus continu ;
- **les données** : la force électromotrice  $E^n$ , la résistance du cuivre  $R_s^n$ , les pulsations  $\omega_n$  et les inductances synchrones  $L_d$  et  $L_q$ .

Le calcul des pertes n'est pas abordé dans cette thèse. Les dernières variables à estimer pour calculer précisément le courant pour le point de fonctionnement sont donc les inductances synchrones. Pour ce faire, un couplage numérique a été réalisé pour déterminer avec une grande précision les inductances synchrones.

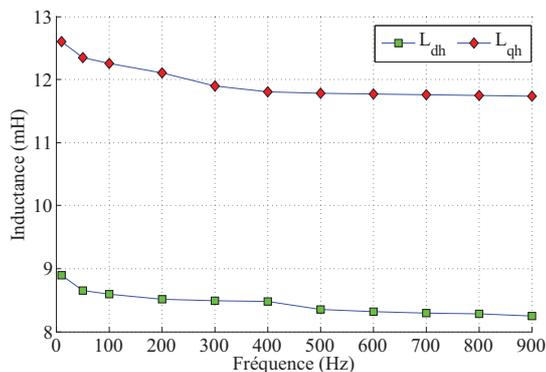
### 3.6.1 Inductances synchrones

Les inductances synchrones sont des variables électromagnétiques qui lient les courants synchrones  $i_d$  et  $i_q$  aux flux magnétiques  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$ . Ces inductances varient avec les paramètres suivants :

- **Les fréquences de la tension d'alimentation  $f_h$**  : Les résultats des travaux [Lu 2010], [Jang 2004] et [Carraro 2013] montrent que les inductances synchrones,  $L_d$  et  $L_q$ , sont dépendantes des fréquences de la tension d'alimentation (la notation  $L_{dh}$  et  $L_{qh}$  est souvent adoptée). Les auteurs de ces études mesurent, grâce aux analyseurs d'impédance, les impédances des MSAPs pour des positions de rotor bien définies (rotor bloqué). Ils démontrent ainsi que les valeurs des inductances synchrones  $L_{dh}$  et  $L_{qh}$  diminuent avec la fréquence (Figures 3.45a et 3.45b).



(a) [Carraro 2013] MSAPs de 1.4 kW : mesures de l'inductance directe  $L_{dh}$ .



(b) [Lu 2010] MSAPs de 0.4 kW : mesures de  $L_{dh}$  ( $I_q = 0$  et  $I_d = 2A$ ) et  $L_{qh}$  ( $I_q = 3$  et  $I_d = 0A$ ).

FIGURE 3.45 – Mesures des inductances directe et inverse, grâce à la méthode d'injection des tensions en haute fréquence.

Seules les fréquences allant de 0 Hz à 1000 Hz ont été testées. Ce domaine de fréquence est adéquat à notre étude car nos fréquences de découpage sont inférieures ou égales à 1000 Hz. Loin des fréquences proches de 0 Hz, les inductances synchrones ne varient que très peu avec la fréquence (dans le domaine testé). C'est pourquoi nous ferons l'hypothèse que **les inductances synchrones sont invariants avec la fréquence des tensions d'alimentation.**

- **L'état de saturation magnétique de la machine** : Plusieurs travaux ont démontré que les inductances synchrones varient avec l'état de saturation de la machine. Pour une valeur de courant efficace totale donnée, ces inductances évoluent avec la position du rotor (avec l'angle de calage). L'auteur de la référence [Stumberger 2003] présente une méthode simple et rapide pour évaluer les inductances synchrones  $L_d$  et  $L_q$ . On voit apparaître les inductances de magnétisation croisée  $L_{dq}$  et  $L_{qd}$ .

Les références [Jianhui 2003] et [Sun 2009] montrent que les inductances de magnétisation croisée  $L_{dq}$  et  $L_{qd}$  sont faibles devant les inductances synchrones  $L_d$  et  $L_q$ , et nous ferons l'hypothèse ici que **seules les inductances synchrones  $L_d$  et  $L_q$  seront pris en compte**. De plus, ils présentent une méthode d'estimation de ces inductances via les outils de résolution en éléments finis (Équation 3.85).

L'objectif dans ce paragraphe sera donc de cartographier le comportement magnétique de la machine pour tous les points de charge possible (pour toutes les valeurs de  $i_d$ , et  $i_q$ ).

### 3.6.1.1 Stator à bobinage distribué

Préalablement, pour une machine à bobinage distribué, les axes  $d$  et  $q$  sont identifiés automatiquement grâce à la connaissance de la position du rotor (Figure 3.46).

Grâce à la matrice de bobinage, les coordonnées des nœuds situés au centre de chaque faisceau dans les encoches sont déterminés. Dans l'outil numérique, nous enregistrons le potentiel magnétique sur chacun de ces nœuds  $A_{node}$ . Le flux magnétique vu par la phase  $ph$  est donné par l'équation 3.83.

$$\varphi_{ph} = n_{sf} \left( \sum_1^{N_f} A_{node_{+ph}} - \sum_1^{N_f} A_{node_{-ph}} \right) L_1 \quad (3.83)$$

où  $L_1$  est la longueur du fer stator,  $n_{sf}$  le nombre spires dans un faisceau dans l'encoche et  $N_f$  le nombre de faisceaux par phase.  $A_{node_{+ph}}$  et  $A_{node_{-ph}}$  sont respectivement les potentiels magnétiques au centre des faisceaux "aller" et "retour" de la phase  $ph$ .

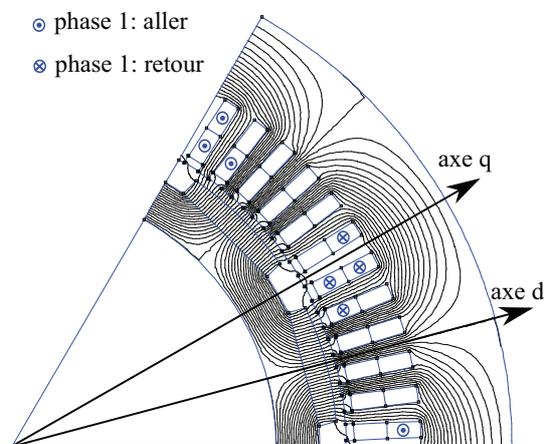


FIGURE 3.46 – Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv0 à vide :  $H_c \neq 0$  et  $i_d, i_q = 0$ .

La valeur de  $\theta$ , qui est l'angle entre l'axe de la phase 1 et l'axe  $d$  des aimants, est aussi calculée. En utilisant les transformations de PARK où  $\mathbf{P}$  est la matrice de passage, les flux  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$  sur les axes  $d$  et  $q$  sont déterminés en fonction du flux dans chacune des phases  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  et  $\varphi_3$ . À vide,  $\varphi_d = \varphi_{magnet}$ . On a :

$$\begin{bmatrix} \varphi_d \\ \varphi_q \end{bmatrix} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} \quad (3.84)$$

En fonction des différentes valeurs du couple  $(i_d, i_q)$ , nous allons donc déterminer les inductances synchrones via le calcul des flux magnétiques sur les axes  $d$  et  $q$  (Équation 3.85).

$$\begin{cases} L_d = \frac{\varphi_d - \varphi_{magnet}}{i_d} \\ L_q = \frac{\varphi_q}{i_q} \end{cases} \quad (3.85)$$

Les figures 3.47a et 3.47a permettent de constater que les axes de PARK ont bien été déterminés.

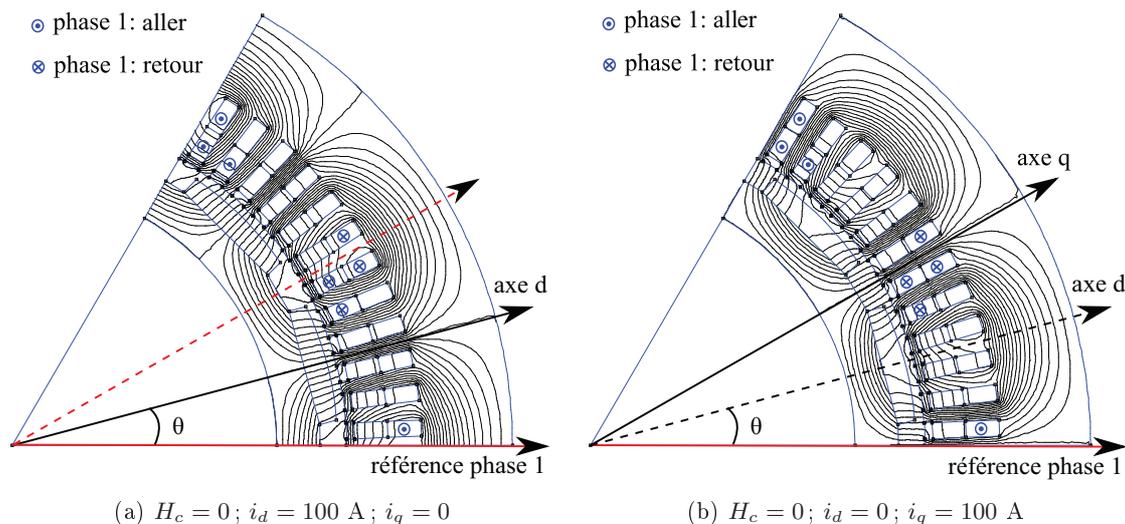


FIGURE 3.47 – Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv0 sans APs, (a)  $i_d$  Seul, (b)  $i_q$  Seul.

$\varphi_{magnet}$  est le champ magnétique développé par les aimants permanents suivant l'axe  $d$ . La mise en place de ce **méta-modèle** (de type surface de réponse) reste très rapide (3 à 5 minutes en moyenne pour un projet) et nous permet de prendre en compte les saturations dans le calcul des inductances synchrones  $L_d, L_q$ .

Les cartes ne sont générées qu'une fois pour une topologie donnée. Lors de l'étude à vitesse variable, l'outil ne fera que des interpolations de l'état magnétique afin de déterminer, en tout point de fonctionnement, les inductances synchrones.

Les figures 3.48a et 3.48b montrent les résultats de cartographie magnétique du moteur prototype ARv0.

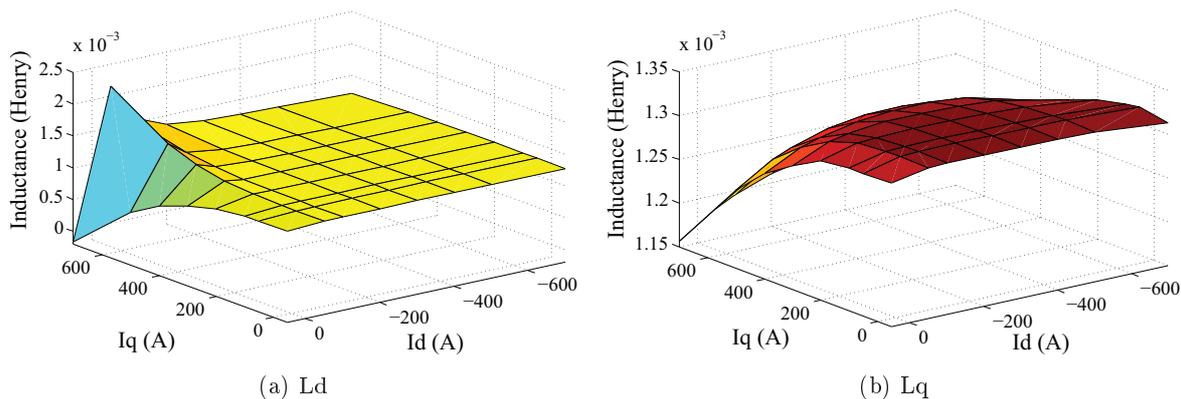


FIGURE 3.48 – Inductances Synchrones du moteur ARv0 : calculs DIVA.

Les calculs des inductances synchrones, pour le moteur ARv0 ont été validés lors des essais. À 1000 tr/min :

- la force électromotrice a été mesurée à  $E = 302$  V
- lors de l’essai en court-circuit, le courant (dans l’axe  $d$ ) est mesuré à  $I = I_d = 375$  A.

L’inductance synchrone suivant l’axe  $q$  est déduite de l’équation suivante :

$$L_q = \frac{E}{2\pi f_s I_d} \quad (3.86)$$

Le tableau 3.15 compare les résultats d’essais au calcul DIVA pour la machine ARv0. Notons que l’inductance suivant l’axe  $d$  n’a pas été mesurée durant les essais sur le ARv0.

Inductances (mH)	Essais	DIVA
$L_d$	--	1.278
$L_q$	1.281	1.287

TABLEAU 3.15 – Comparaisons DIVA - ESSAIS des inductances synchrones du moteur ARv0, avec  $i_d = 400$  A et  $i_q = 0$  A.

### 3.6.1.2 Stator à bobinage dentaire

Pour calculer les inductances synchrones des machines à bobinage dentaire, la démarche présentée pour les bobinages distribués est appliquée. Les axes  $d$  et  $q$  sont déterminés différemment (Figure 3.49).

Grâce à la matrice de bobinage, les flux captés par chaque phase  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  et  $\varphi_3$  sont déterminés via l’équation 3.83. La connaissance de la valeur de  $\theta$ , qui est l’angle entre l’axe de la phase 1 et l’axe  $d$  des aimants, permet d’utiliser les transformations de PARK dans le but d’estimer les flux synchrones  $\varphi_d$  et  $\varphi_q$  (Équation 3.84).

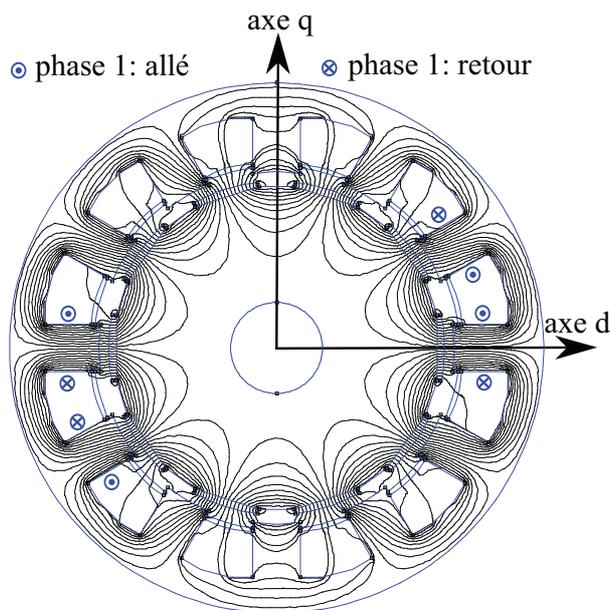


FIGURE 3.49 – Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv2 à vide :  $H_c \neq 0$  et  $i_d, i_q = 0$ .

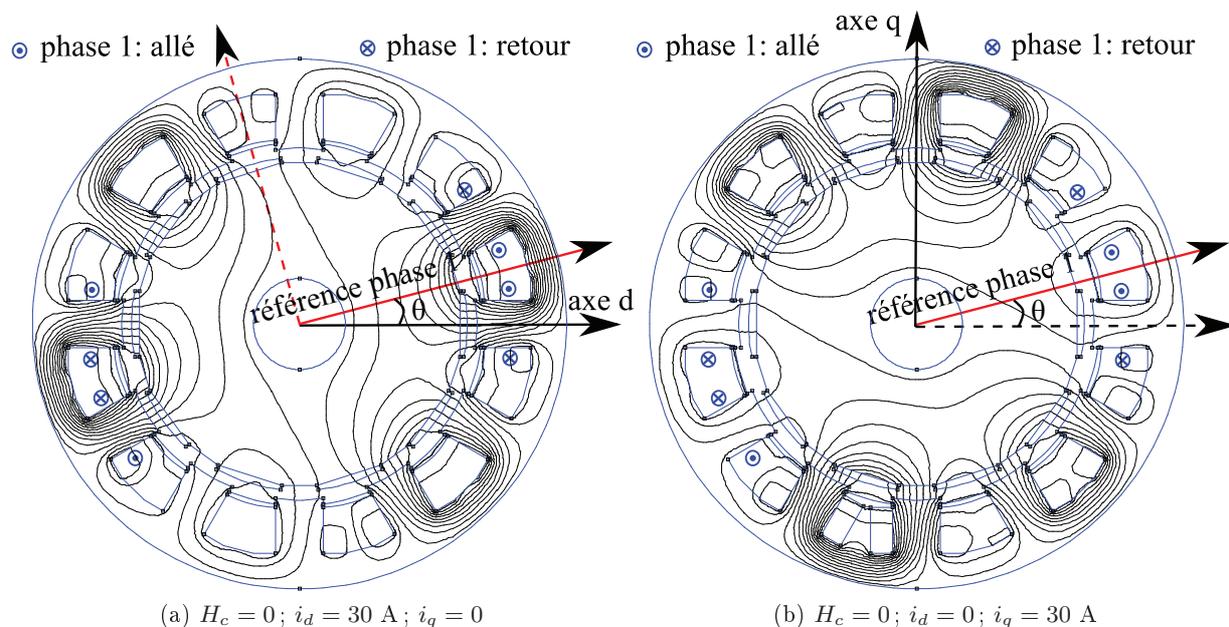


FIGURE 3.50 – Couplage numérique (FEMM) ; moteur ARv2 sans APs, (a)  $i_d$  Seul, (b)  $i_q$  Seul.

Les figures 3.50a et 3.50b permettent de constater que le flux magnétique développé par le bobinage peut être aligné correctement sur les axes de PARK : pour la position du rotor donnée dans la figure 3.49, il s'agit des axes de facile aimantation ( $d$ ) et de difficile aimantation ( $q$ ).

Les figures 3.51a et 3.51b montrent les résultats de cartographie magnétique du moteur prototype ARv2.

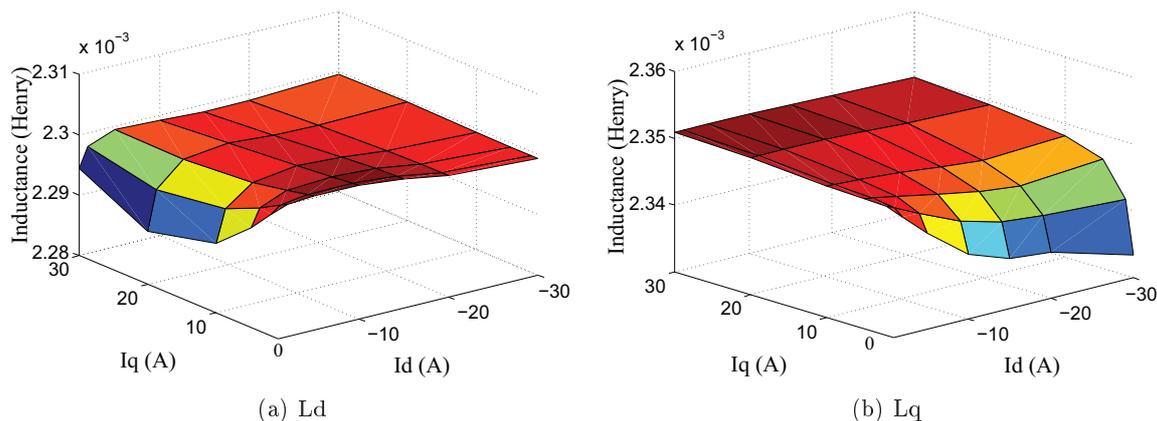


FIGURE 3.51 – Inductances Synchrones du moteur ARv2 : calculs DIVA.

Les calculs des inductances synchrones, pour le moteur ARv2 ont été validés lors des essais à vide, en court-circuit et en charge sur inductance pure. Le tableau 3.16 compare les résultats d'essais au calcul DIVA pour la machine ARv2.

Inductances (mH)	Essais	DIVA
$L_d$ pour $i_d = 1.5$ A et $i_q = 1.4$ A	2.343	2.322
$L_q$ pour $i_d = 26.7$ A et $i_q = 0$ A	1.323	2.322

TABLEAU 3.16 – Comparaisons DIVA - ESSAIS des inductances synchrones du moteur ARv2.

### 3.6.2 Calcul des courants des phases $i(t)$

Le calcul des courants des phases se doit d'être précis car ils influent fortement les forces magnétomotrices développées par les bobinages. Une fois les nappes d'inductances synchrones estimées, les courants de phase sont calculés en fonction de la vitesse de rotation ( $\omega_s$ ), du couple objectif ( $\Gamma_{obj}$ ) et des harmoniques de la force électromotrice ( $E^n$ ) du point de fonctionnement considéré.

Le calcul du courant de phase, via la résolution du schéma monophasé équivalent étendu, se fait en deux étapes :

- **La première étape** consiste à calculer la tension fondamentale efficace nécessaire pour développer le couple utile du point de fonctionnement donné en itérant sur la valeur de l'angle de calage ( $\Psi$ ) et du courant efficace fondamental de phase ( $I_s$ ). Cette tension efficace fondamentale est limitée par la tension du bus continu en amont de l'onduleur :  $U_{max}$  est la tension efficace fondamentale maximale qu'il est possible d'obtenir avec l'onduleur.
- **La deuxième étape** consiste à résoudre le schéma monophasé équivalent étendu, en calculant la tension MLI en fonction de la stratégie d'alimentation MLI et du taux de modulation  $r_0$ .

Pour calculer le couple objectif, le couple des pertes mécaniques et le couple des pertes dans les APs sont calculés. Durant cette première résolution, l'angle de charge,  $\delta$  est déterminé.

Une fois les harmoniques de la tension MLI déterminés ( $U^n$ ), l'équation 3.79 est résolue. Les courants  $I_d^n$  et  $I_q^n$  y sont alors déterminés ainsi que les valeurs de l'angle de calage  $\Psi^n$ . L'hypothèse forte considérée est que l'angle de charge est identique sur tous les harmoniques de temps  $n$ . La figure 3.52 présente l'architecture du calcul DIVA du courant de phase.

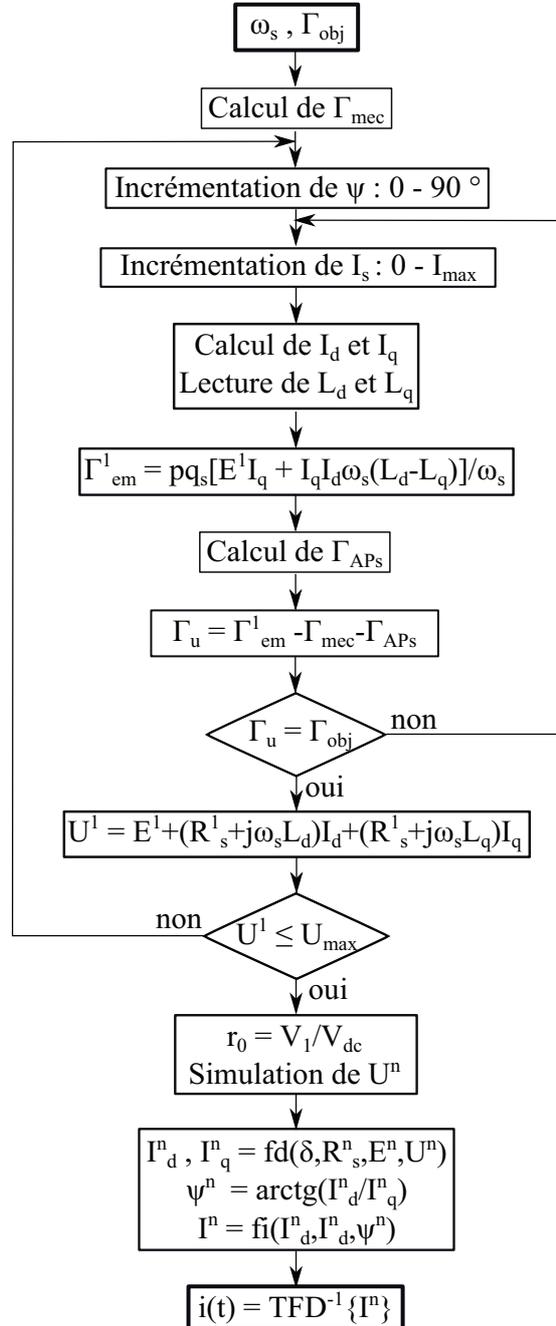


FIGURE 3.52 – Architecture DIVA de la résolution du Schéma Monophasé Équivalent étendu ; calcul du courant de phase.

Les pertes dans les APs et les pertes fer sont calculées grâce à l'induction magnétique spatio-temporelle dans l'entrefer moyen. Avec l'estimation du courant de phase, les pertes Joule et pertes supplémentaires dans le cuivre sont aussi déterminées. Le bilan de puissance est alors établi, et illustré par la figure 3.53.

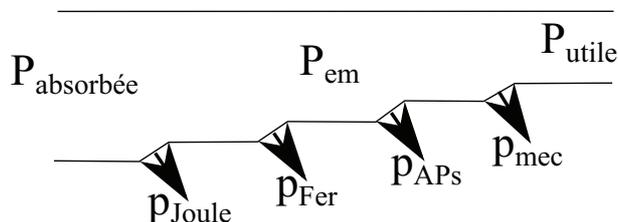


FIGURE 3.53 – Bilan de puissance d'une MSAPs.

La puissance calculée par l'équation 3.82 est la puissance électromagnétique,  $P_{em}$ , dans l'entrefer. La puissance utile s'obtient de la puissance électromagnétique en enlevant les pertes mécaniques  $p_{em}$  et les pertes dans les APs  $p_{APs}$ . Les pertes fer,  $p_{Fer}$ , sont calculées grâce à la détermination de l'induction dans l'entrefer (application du théorème de conservation du flux) et les données constructeur des tôles (pertes massiques par fréquence et par niveau d'induction). Les pertes dans le cuivre,  $p_{Joule}$ , sont la somme des pertes Joule et des pertes supplémentaires. L'effet de peau est pris en compte.

### 3.7 Validations électromécaniques expérimentales

Pour valider les résultats de notre modèle DIVA, nous avons simulé des points de fonctionnement enregistrés lors des essais. Les grandeurs magnétiques telles que les pressions radiales dans l'entrefer seront validées grâce à des simulations éléments finis. Les points de fonctionnement électrique (courant de phase, tension d'alimentation, facteur de puissance, couple utile et rendement) seront validés avec des résultats d'essai.

Nous avons procédé à la validation sur les deux prototypes avec des APs montés en surface, ARv0 qui est une MSAPs équipée d'un bobinage distribué et ARv2 est une MSAPs équipée d'un bobinage dentaire.

#### 3.7.1 Application au prototype ARv0

Les points de fonctionnement à vide ont déjà été validés dans la section 3.5. Les allures des inductions radiale et tangentielle à vide sont respectivement présentées 3.35 et 3.36. Il a été aussi montré que cette modélisation est robuste. Une bonne précision a été aussi enregistrée dans le calcul de la force électromotrice (Figures 3.43a et 3.43b) et dans la détermination de l'harmonique principal du couple de détente (Figures 3.44a et 3.44b).

##### 3.7.1.1 Régime continu

Le régime continu est le point de fonctionnement référence où les performances du moteur sont évaluées. Les contenus harmoniques de la tension d'alimentation et du courant de phase sont illustrés par les figures 3.54.

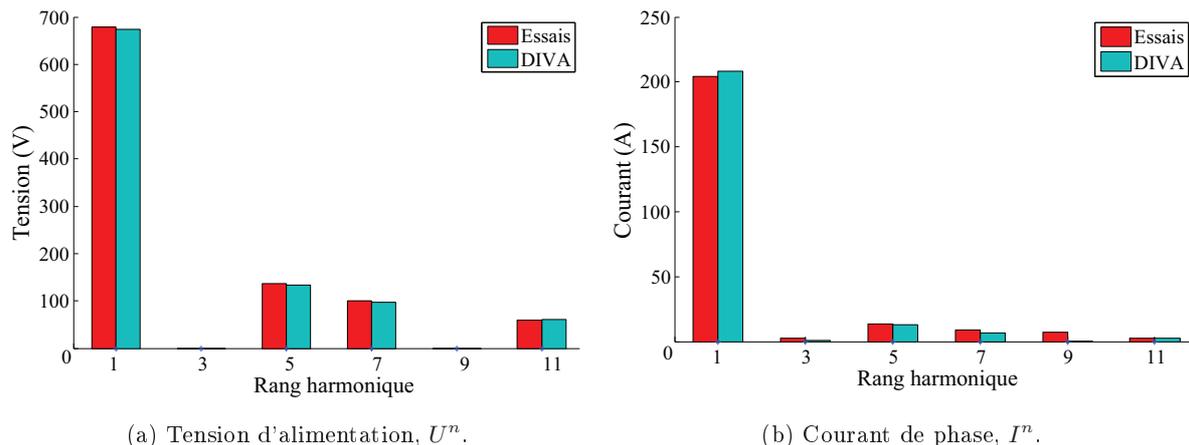


FIGURE 3.54 – Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv0 au régime continu.

Les caractéristiques du point de fonctionnement à régime continu sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Régime continu normal	Essais	DIVA
Tension du bus continu (V)	1500	1500
Tension RMS/fondamentale (V)	714.5/680.2	701.5/675.0
Courant RMS/fondamental (A)	204.9/203.4	209.4/208.9
Facteur de puissance/cosinus phi	0.938/0.991	0.942/0.986
Puissance absorbée (kW)	409.3	410.7
Puissance utile (kW)	400.7	400.7
Rendement (%)	97.9	97.6

TABLEAU 3.17 – Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement en régime continu du moteur ARv0, à  $T_{bobinage} = 100^{\circ}C$  et  $T_{APs} = 100^{\circ}C$ .

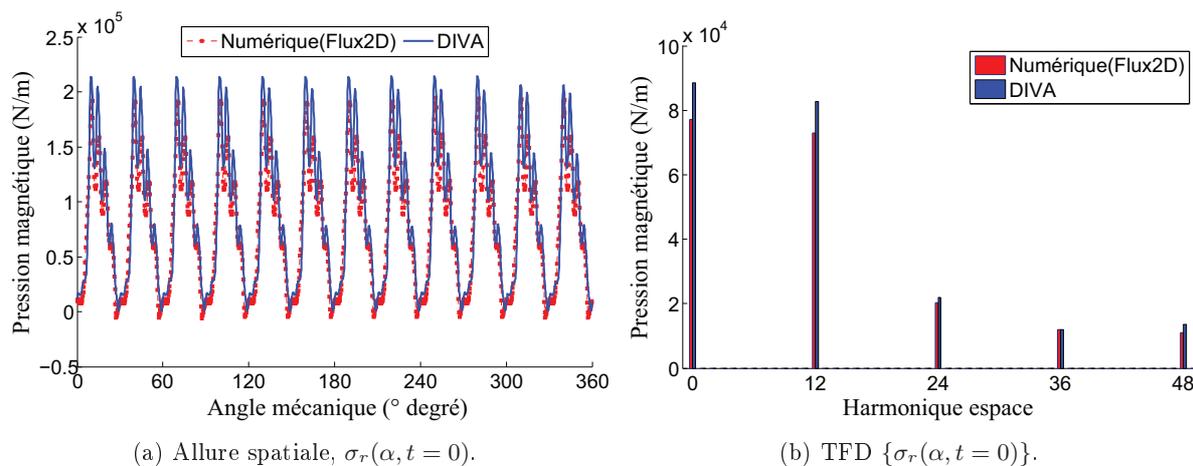


FIGURE 3.55 – Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv0 au régime continu.

La dernière étape de la validation est l'analyse des pressions magnétiques radiales de Maxwell dans l'entrefer moyen. Les pressions magnétiques via l'outil numérique Flux2D sont déterminées en appliquant l'équation 3.1 après avoir enregistré les inductions radiale et tangentielle. L'outil DIVA utilise la valeur absolue de l'induction magnétique globale dans l'entrefer (Équation 3.2). À l'instant initial  $i_1 = 101.55$  A,  $i_2 = -276.47$  A et  $i_3 = 174.92$  A. Les figures 3.55 présentent les résultats des comparaisons avec les éléments finis.

### 3.7.1.2 Vitesse maximale

À la vitesse maximale, la puissance développée par la machine est égale à la puissance nominale. C'est le point de fonctionnement dans lequel le dé-fluxage est maximum. Les contenus harmoniques de la tension d'alimentation et du courant de phase sont illustrés par les figures 3.56.

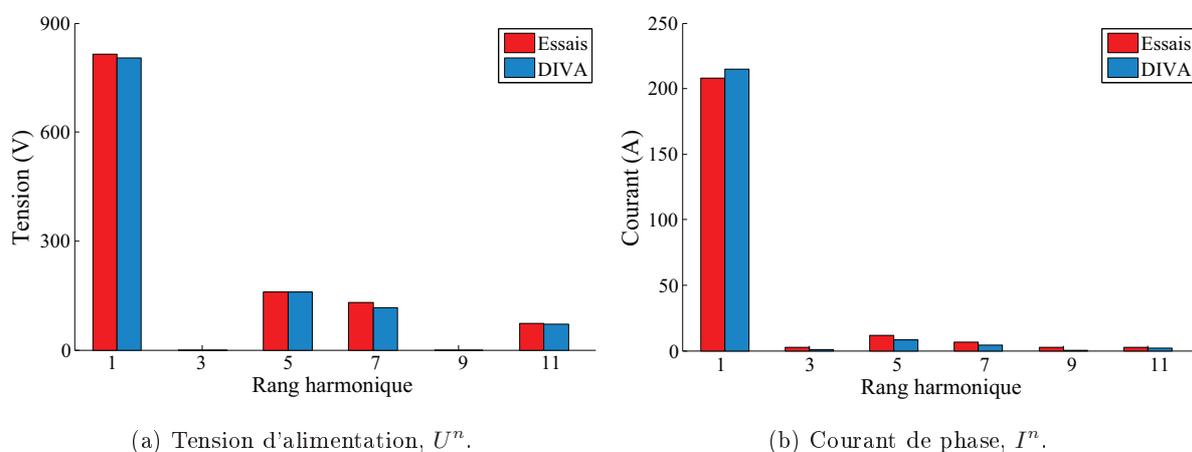


FIGURE 3.56 – Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv0 à la vitesse maximale.

La tension du bus continu ici est de 1800 V. Comme pour les deux points de fonctionnement précédents, la stratégie de découpage est la modulation pleine onde.

Les caractéristiques du point de fonctionnement à la vitesse maximale ont présentées dans le tableau ci dessous.

Vitesse maximale	Essais	DIVA
Tension du bus continu (V)	1800	1800
Tension RMS/fondamentale (V)	869.5/827.2	830.9/804.1
Courant RMS/fondamental (A)	206.6/206.4	214.9/214.7
Facteur de puissance/cosinus phi	0.875/0.921	0.902/0.932
Puissance absorbée (kW)	471.8	468.6
Puissance utile (kW)	450.9	449.8
Rendement (%)	95.6	95.9

TABEAU 3.18 – Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement à vitesse maximale du moteur ARv0, à  $T_{bobinage} = 100^\circ\text{C}$  et  $T_{APs} = 100^\circ\text{C}$ .

À l'instant initial  $i_1 = 232.94$  A,  $i_2 = -261.75$  A et  $i_3 = 28.807$  A. Les figures 3.57a et 3.57b présentent les résultats des comparaisons des simulations numérique (Flux2D) vs DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen.

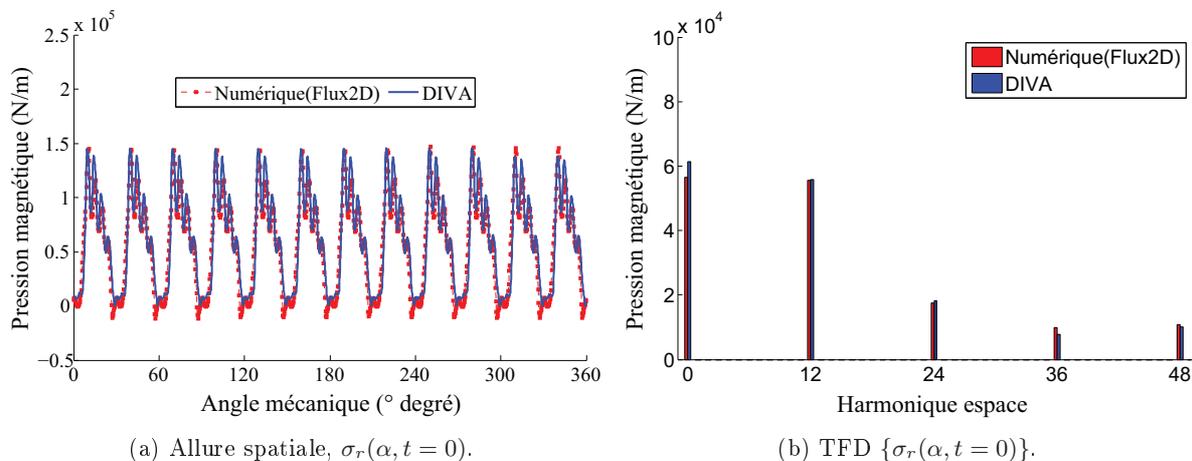


FIGURE 3.57 – Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv0 à la vitesse maximale.

### 3.7.2 Application au prototype ARv2

Comme dans le paragraphe précédent, les points de fonctionnement à vide ont déjà été validés dans la section 3.5. Les allures des inductions radiale et tangentielle à vide sont respectivement présentées 3.37 et 3.38. Une bonne précision a été aussi enregistrée dans le calcul de la force électromotrice (Figures 3.43c et 3.43d) et dans la détermination de l'harmonique principal du couple de détente (Figures 3.44c et 3.44d).

#### 3.7.2.1 Plein flux

Le régime à plein flux est le point de fonctionnement où le couple développé par le moteur est maximal. Les contenus harmoniques de la tension d'alimentation et du courant de phase sont illustrés par les figures 3.58.

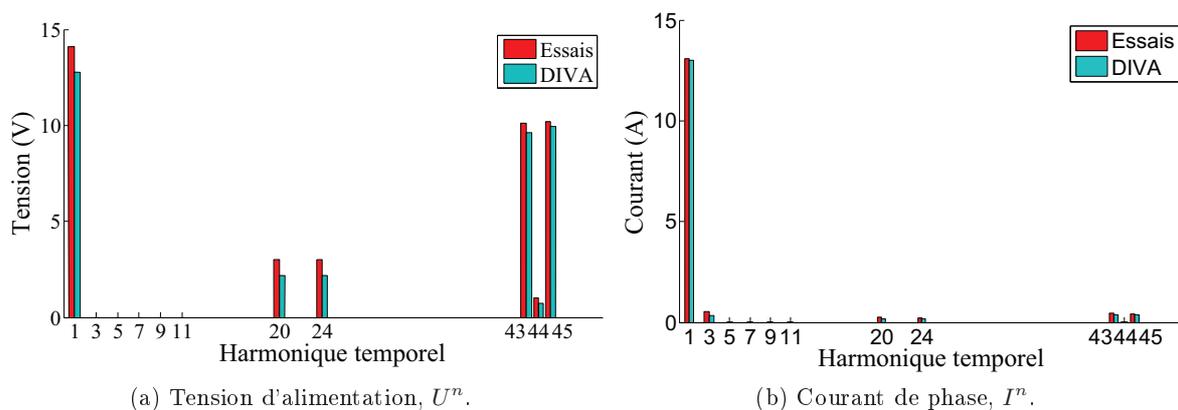


FIGURE 3.58 – Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv2 au régime à plein flux.

Les caractéristiques du point de fonctionnement à plein flux sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Régime à plein flux	Essais	DIVA
Fréquence synchrone (Hz)	45.64	45.41
Tension du bus continu (V)	80	80
Tension RMS/fondamentale (V)	24.56/14.12	21.98/12.77
Courant RMS/fondamental (A)	13.15/13.10	13.03/13.01
Facteur de puissance/cosinus phi	0.539/0.936	0.619/0.923
Puissance absorbée (W)	522.81	537.7
Puissance utile (W)	371.25	368.9
Couple utile (Nm)	6.51	6.46
Rendement (%)	70.9	68.6

TABLEAU 3.19 – Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement en régime à plein flux du moteur ARv2, à  $T_{bobinage} = 60^{\circ}C$  et  $T_{APs} = 60^{\circ}C$ .

La valeur réelle du bus continu n'est pas fixe, ce qui explique en partie la différence sur les valeurs de la tension d'alimentation, du courant de phase et du facteur de puissance.

La dernière étape de la validation est l'analyse des pressions magnétiques radiales de Maxwell dans l'entrefer moyen. Les pressions magnétiques via l'outil numérique Flux2D sont déterminées en appliquant l'équation 3.1 après avoir enregistré les inductions radiale et tangentielle. L'outil DIVA utilise la valeur absolue de l'induction magnétique globale dans l'entrefer (Équation 3.2). À l'instant initial  $i_1 = -2.676$  A,  $i_2 = 19.317$  A et  $i_3 = -16.641$  A. Les figures 3.59 présentent les résultats des comparaisons avec les éléments finis.

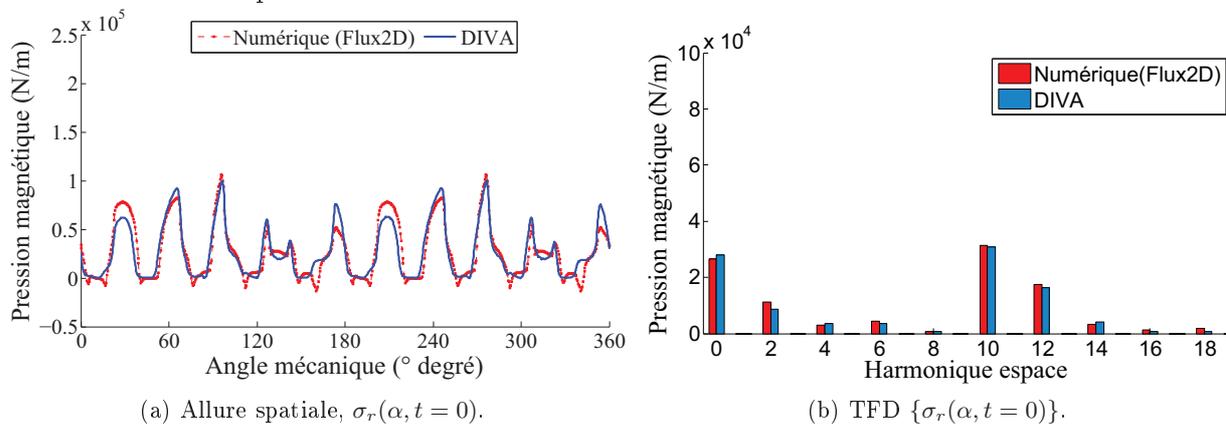


FIGURE 3.59 – Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv2 au régime à plein flux.

### 3.7.2.2 Flux réduit

Le régime continu à flux réduit est le point de fonctionnement où le champ magnétique développé par le bobinage du stator vient réduire le champ magnétique créé par les APs sur l'axe  $d$ . Les contenus harmoniques de la tension d'alimentation et du courant de phase sont illustrés par les figures 3.60.

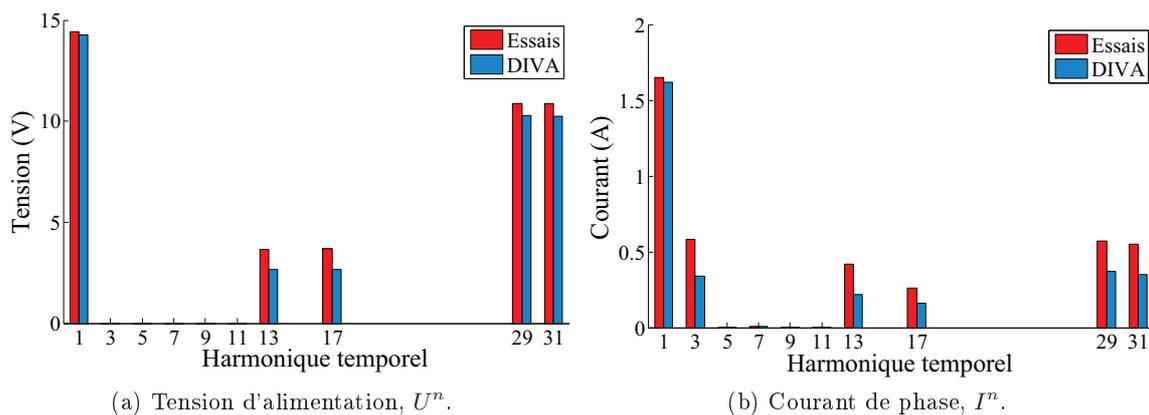


FIGURE 3.60 – Comparaisons ESSAIS-DIVA des contenus harmoniques des paramètres électriques pour le moteur ARv2 au régime à flux réduit.

Les caractéristiques du point de fonctionnement à flux réduit sont présentées dans le tableau ci-dessous.

Régime à flux réduit	Essais	DIVA
Fréquence synchrone (Hz)	66.65	66.66
Tension du bus continu (V)	80	80
Tension RMS/fondamentale (V)	24.89/14.43	23.48/14.27
Courant RMS/fondamental (A)	2.21/1.65	1.86/1.61
Facteur de puissance/cosinus phi	0.424/0.991	0.581/0.998
Puissance absorbée (W)	79.53	75.12
Puissance utile (W)	66.41	65.02
Couple utile (Nm)	0.792	0.779
Rendement (%)	83.6	86.5

TABLEAU 3.20 – Comparaisons DIVA - ESSAIS du point de fonctionnement en régime à flux réduit du moteur ARv2, à  $T_{bobinage} = 60^\circ C$  et  $T_{APs} = 60^\circ C$ .

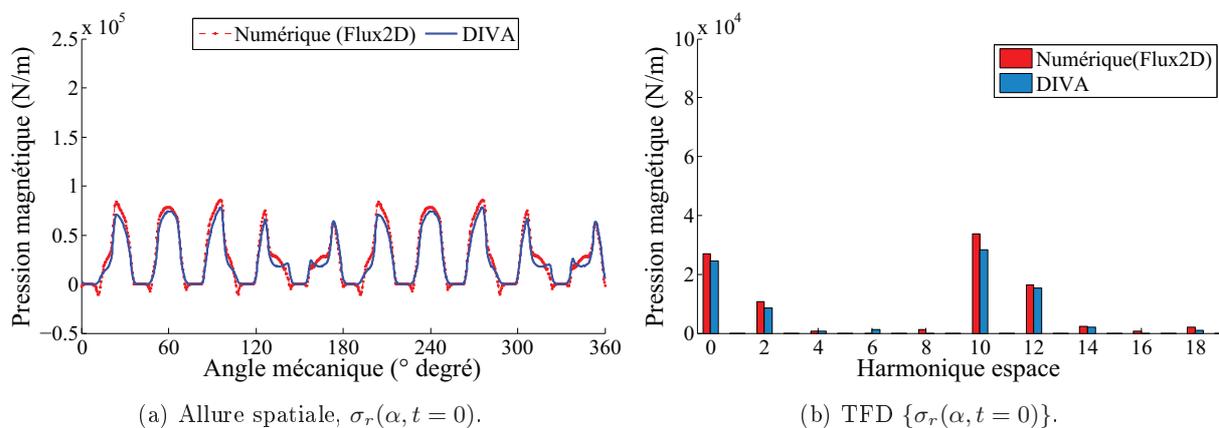


FIGURE 3.61 – Comparaisons Flux2D - DIVA de la pression magnétique radiale de Maxwell dans l'entrefer moyen pour le moteur ARv2 au régime à flux réduit.

La dernière étape de la validation est l'analyse des pressions magnétiques radiales de Maxwell dans l'entrefer moyen. Les pressions magnétiques via l'outil numérique Flux2D sont déterminées en appliquant l'équation 3.1 après avoir enregistré les inductions radiale et tangentielle. L'outil DIVA utilise la valeur absolue de l'induction magnétique globale dans l'entrefer (Équation 3.2). À l'instant initial  $i_1 = -3.02$  A,  $i_2 = 4.23$  A et  $i_3 = 1.21$  A. Les figures 3.61 présentent les résultats des comparaisons avec les éléments finis.

Il est montré dans cette partie que le modèle 'hybride' (couplage analytique - numérique) DIVA permet de calculer correctement les points de fonctionnement électromécaniques. L'estimation de la pression magnétique d'entrefer est précise. Nous validons ainsi le modèle DIVA.

Dans les figures ci-dessus, il est possible de constater que les pressions magnétiques peuvent être négatives. Ceci est susceptible de réduire la composante d'ordre 0 de la pression magnétique d'entrefer. Négliger la composante tangentielle de l'induction magnétique d'entrefer trouve donc ses limites dans les projets où la résonance du mode mécanique 0 est problématique (*fréquence naturelle du mode  $m = 0$  proche de la fréquence de pulsation de la composante d'ordre 0 de la pression magnétique d'entrefer*).

### 3.8 Analyse spectrale des pressions magnétiques d'entrefer

Les trois principales fonctions DIVA (électronique de puissance, électromagnétique et vibro-acoustique) se communiquent des variables sous forme fréquentielle. Nous allons, dans ce paragraphe, faire l'analyse fréquentielle de la variable de sortie du module électromagnétique, les pressions magnétiques radiales d'entrefer.

Dans l'équation 3.88, les harmoniques  $(m_s, f_s)$  proviennent des tableaux 3.4, 3.5 et 3.6. Ceux exprimés sous la forme  $(m_r, f_r)$  sont tirés du tableau 3.7 tandis que les harmoniques  $(m_\Lambda, f_\Lambda)$  proviennent du tableau 3.8. On peut récapituler :

$$\begin{aligned} - \mathbf{F}_s^{m_s, f_s} &= \mathbf{F}_s^{\nu p, f_n^s} ; \\ - \mathbf{F}_r^{m_r, f_r} &= \mathbf{F}_r^{\mu p, \mu f_s} ; \\ - \mathbf{\Lambda}^{m_\Lambda, f_\Lambda} &= \mathbf{\Lambda}_0 + \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{k}_s}^{k_s Z_s, 0} + \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{k}_r}^{2k_r p, 2k_r f_s} . \end{aligned}$$

Dans les formulations ci-dessus, il n'y pas les effets de saturation, d'excentricité et d'interaction entre les perméances du stator et du rotor. Les harmoniques de pressions magnétiques peuvent être classés par amplitude en utilisant les inégalités suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{k}_s}, \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{k}_r} &\ll \mathbf{\Lambda}_0 \\ \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{k}_r} &\ll \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{k}_s} \\ \mathbf{F}_s &\ll \mathbf{F}_r \end{aligned} \tag{3.87}$$

En considérant que les pressions magnétiques ont des harmoniques spatiaux d'ordre  $m$  associés à des harmoniques temporels de fréquence  $f$  et en opérant des opérations fréquentielles (produit de cosinus), l'expression des pressions magnétiques d'entrefer peuvent s'exprimer comme

suit :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}^{m,f} &= \frac{1}{2\mu_0} \left[ \Lambda^{m_\Lambda, f_\Lambda} \left( \mathbf{F}_r^{m_r, f_r} + \mathbf{F}_s^{m_s, f_s} \right) \right]^2 \\
&= \overbrace{\frac{1}{2\mu_0} \left( \Lambda^{m_\Lambda, f_\Lambda} \right)^2 \times \left( \mathbf{F}_r^{m_r, f_r} \right)^2}^{\text{Famille 1 : Perméance Entrefer + APs}} + \overbrace{\frac{1}{2\mu_0} \left( \Lambda^{m_\Lambda, f_\Lambda} \right)^2 \times \left( \mathbf{F}_s^{m_s, f_s} \right)^2}^{\text{Famille 2 : Perméance Entrefer + Bobinage}} \\
&\quad + \overbrace{\frac{1}{\mu_0} \left( \Lambda^{m_\Lambda, f_\Lambda} \right)^2 \times \mathbf{F}_r^{m_r, f_r} \times \mathbf{F}_s^{m_s, f_s}}^{\text{Famille 3 : Perméance Entrefer + APs + Bobinage}} \tag{3.88}
\end{aligned}$$

Le contenu harmonique se décompose en trois principales familles. Il y a des harmoniques nés de l'interaction entre les harmoniques de la perméance entrefer et ceux de la force magnétomotrice des APs, ceux nés de l'interaction entre les harmoniques de la perméance entrefer, ceux de la force magnétomotrice du bobinage et enfin des harmoniques nés du couplage entre les deux familles précédentes.

### 3.8.1 Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice des APs (Famille 1)

Lors de l'opération de multiplication des séries de Fourier, les termes issus du produit d'harmoniques de même rang et ceux issus des multiplications croisées apparaissent. Il vient donc :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{famille_1}^{m,f} &= \frac{1}{2\mu_0} \left( \Lambda_0^2 + 2\Lambda_0 \Lambda_s^{m_{ks}, f_{ks}} + 2\Lambda_0 \Lambda_r^{m_{kr}, f_{kr}} + \Lambda_s \Lambda_r^{m_{ks} \pm m_{kr}, f_{ks} \pm f_{kr}} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \Lambda_s^{2m_{ks}, 2f_{ks}} + \Lambda_s^{m_{ks_2} \pm m_{ks_1}, f_{ks_2} \pm f_{ks_1}} + \frac{1}{2} \Lambda_r^{2m_{kr}, 2f_{kr}} + \Lambda_r^{m_{kr_2} \pm m_{kr_1}, f_{kr_2} \pm f_{kr_1}} \right) \\
&\quad \times \left( \frac{1}{2} \mathbf{F}_r^{2m_r, 2f_r} + \mathbf{F}_r^{m_{r_2} \pm m_{r_1}, f_{r_2} \pm f_{r_1}} \right) \tag{3.89}
\end{aligned}$$

En négligeant les harmoniques injectés par la saillance du rotor ( $\Lambda_r^{m,f}$ ) comme évoqué plus haut, l'équation 3.89 se réduit à :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{famille_1}^{m,f} &= \overbrace{\frac{\Lambda_0^2 \mathbf{F}_r^{2m_r, 2f_r}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 1}} + \overbrace{\frac{\Lambda_0^2 \mathbf{F}_r^{m_{r_2} \pm m_{r_1}, f_{r_2} \pm f_{r_1}}}{2\mu_0}}^{\text{Groupe 2}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s \mathbf{F}_r^{2m_r \pm 2m_{ks}, 2f_r \pm 2f_{ks}}}{16\mu_0}}^{\text{Groupe 3}} \\
&\quad + \overbrace{\frac{\Lambda_0 \Lambda_s \mathbf{F}_r^{2m_r \pm m_{ks}, 2f_r \pm f_{ks}}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 4}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s \mathbf{F}_r^{2m_r \pm (m_{ks_2} \pm m_{ks_1}), 2f_r \pm (f_{ks_2} \pm f_{ks_1})}}{8\mu_0}}^{\text{Groupe 5}} \\
&\quad + \overbrace{\frac{\Lambda_0 \Lambda_s \mathbf{F}_r^{(m_{r_2} \pm m_{r_1}) \pm m_{ks}, (f_{r_2} \pm f_{r_1}) \pm f_{ks}}}{2\mu_0}}^{\text{Groupe 6}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s \mathbf{F}_r^{(m_{r_2} \pm m_{r_1}) \pm 2m_{ks}, (f_{r_2} \pm f_{r_1}) \pm 2f_{ks}}}{8\mu_0}}^{\text{Groupe 7}} \\
&\quad + \overbrace{\frac{\Lambda_s \mathbf{F}_r^{(m_{r_1} \pm m_{r_2}) \pm (m_{ks_2} \pm m_{ks_1}), (f_{r_2} \pm f_{r_1}) \pm (f_{ks_2} \pm f_{ks_1})}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 8}} \tag{3.90}
\end{aligned}$$

La première famille d'harmoniques se décompose en huit groupes d'harmoniques. Une analyse exhaustive du contenu harmonique dû à l'interaction entre la perméance entrefer et la force magnétomotrice développée par les APs est présentée dans le tableau ci-dessous :

N°	Commentaires produit d'harmoniques	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )
1	identiques pour $f_{mm}^r$ × composante $\Lambda_0$	$2\mu p$	$2\mu f_s$
2	différents pour $f_{mm}^r$ × composante $\Lambda_0$	$(\mu_2 + \mu_1)p$ $(\mu_2 - \mu_1)p$	$(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$
3	identiques pour $f_{mm}^r$ × identiques pour $\Lambda_s$	$2\mu p + 2kZ_s$ $2\mu p - 2kZ_s$	$2\mu f_s$
4	identiques pour $f_{mm}^r$ × composantes $\Lambda_0$ et $\Lambda_s$	$2\mu p + kZ_s$ $2\mu p - kZ_s$	$2\mu f_s$
5	identiques pour $f_{mm}^r$ × différents pour $\Lambda_s$	$2\mu p + (k_2 + k_1)Z_s$ $2\mu p + (k_2 - k_1)Z_s$ $2\mu p - (k_2 + k_1)Z_s$ $2\mu p - (k_2 - k_1)Z_s$	$2\mu f_s$
6	différents pour $f_{mm}^r$ × composantes $\Lambda_0$ et $\Lambda_s$	$(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$ $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$	$(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$
7	différents pour $f_{mm}^r$ × identiques pour $\Lambda_s$	$(\mu_2 + \mu_1)p + 2kZ_s$ $(\mu_2 + \mu_1)p - 2kZ_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p + 2kZ_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p - 2kZ_s$	$(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$
8	différents pour $f_{mm}^r$ × différents pour $\Lambda_s$	$(\mu_2 + \mu_1)p + (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu_2 + \mu_1)p + (k_2 - k_1)Z_s$ $(\mu_2 + \mu_1)p - (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu_2 + \mu_1)p - (k_2 - k_1)Z_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p + (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p + (k_2 - k_1)Z_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p - (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu_2 - \mu_1)p - (k_2 - k_1)Z_s$	$(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 + \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$ $(\mu_2 - \mu_1)f_s$

TABLEAU 3.21 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer due à l'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice des APs.

### 3.8.2 Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice du bobinage (Famille 2)

Lors de l'opération de multiplication des séries de Fourier, les termes issus du produit d'harmoniques de même rang et ceux issus des multiplications croisées apparaissent. Il vient donc :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{famille_2}^{m,f} &= \frac{1}{2\mu_0} (\Lambda_0^2 + 2\Lambda_0\Lambda_s^{m_{ks},f_{ks}} + 2\Lambda_0\Lambda_r^{m_{kr},f_{kr}} + \Lambda_s\Lambda_r^{m_{ks}\pm m_{kr},f_{ks}\pm f_{kr}} \\
&+ \frac{1}{2}\Lambda_s^{2m_{ks},2f_{ks}} + \Lambda_s^{m_{ks_2}\pm m_{ks_1},f_{ks_2}\pm f_{ks_1}} + \frac{1}{2}\Lambda_r^{2m_{kr},2f_{kr}} + \Lambda_r^{m_{kr_2}\pm m_{kr_1},f_{kr_2}\pm f_{kr_1}}) \\
&\times \left( \frac{1}{2}\mathbf{F}_s^{2m_s,2f_s} + \mathbf{F}_s^{m_{s_2}\pm m_{s_1},f_{s_2}\pm f_{s_1}} \right)
\end{aligned} \tag{3.91}$$

En négligeant les harmoniques injectés par la saillance du rotor ( $\Lambda_r^{m,f}$ ) comme évoqué plus haut, l'équation 3.91 se réduit à :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{famille_2}^{m,f} &= \overbrace{\frac{\Lambda_0^2\mathbf{F}_s^{2m_s,2f_s}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 9}} + \overbrace{\frac{\Lambda_0^2\mathbf{F}_s^{m_{s_2}\pm m_{s_1},f_{s_2}\pm f_{s_1}}}{2\mu_0}}^{\text{Groupe 10}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s\mathbf{F}_s^{2m_s\pm 2m_{ks},2f_s\pm 2f_{ks}}}{16\mu_0}}^{\text{Groupe 11}} \\
&+ \overbrace{\frac{\Lambda_0\Lambda_s\mathbf{F}_s^{2m_s\pm m_{ks},2f_s\pm f_{ks}}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 12}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s\mathbf{F}_s^{2m_s\pm(m_{ks_2}\pm m_{ks_1}),2f_s\pm(f_{ks_2}\pm f_{ks_1})}}{8\mu_0}}^{\text{Groupe 13}} \\
&+ \overbrace{\frac{\Lambda_0\Lambda_s\mathbf{F}_s^{(m_{s_2}\pm m_{s_1})\pm m_{ks},(f_{s_2}\pm f_{s_1})\pm f_{ks}}}{2\mu_0}}^{\text{Groupe 14}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s\mathbf{F}_s^{(m_{s_2}\pm m_{s_1})\pm 2m_{ks},(f_{s_2}\pm f_{s_1})\pm 2f_{ks}}}{8\mu_0}}^{\text{Groupe 15}} \\
&+ \overbrace{\frac{\Lambda_s\mathbf{F}_s^{(m_{s_2}\pm m_{s_1})\pm(m_{ks_2}\pm m_{ks_1}), (f_{s_2}\pm f_{s_1})\pm(f_{ks_2}\pm f_{ks_1})}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 16}}
\end{aligned} \tag{3.92}$$

La deuxième famille d'harmoniques se décompose aussi en huit groupes d'harmoniques. Une analyse exhaustive du contenu harmonique dû à l'interaction entre la perméance entrefer et la force magnétomotrice développée par le bobinage est présentée dans le tableau ci-dessous.

Avec  $k_s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , rappelons que l'expression de  $\nu$  dans le tableau ci-dessous dépend du type du bobinage :

- Pour des **bobinages distribués à pas entier**,  $\nu = (2q_s k_s + 1)$  ;
- Pour des **bobinages distribués à pas fractionnaire**,  $\nu = (q_s k_s + 1)$  ;
- Pour des **bobinages concentrés ou dentaires**,  $\nu = (2q_s k_s + 1)/p$ .

De même, rappelons que l'expression de  $f_n^s$  dans le tableau ci-dessous dépend du type d'alimentation :

- Avec une alimentation sinusoïdale,  $\mathbf{f}_n^s = \mathbf{f}_s$  ;
- Avec une alimentation MLI asynchrone ou synchrone,  $\mathbf{f}_n^s = \mathbf{n}_1 \mathbf{f}_s \pm \mathbf{n}_2 \mathbf{f}_c$ , avec  $n_1$  et  $n_2$  des entiers naturels de parité opposée ;
- Avec une modulation à angles calculés ou pleine onde, il vient  $\mathbf{f}_n^s = (\mathbf{2n} + \mathbf{1}) \mathbf{f}_s$ , avec  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

N°	Commentaires produit d'harmoniques	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )
9	identiques pour $f_{mm}^s$ × composante $\Lambda_0$	$2\nu p$	$2f_n^s$
10	différents pour $f_{mm}^s$ × composante $\Lambda_0$	$(\nu_2 + \nu_1)p$ $(\nu_2 - \nu_1)p$	$f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$
11	identiques pour $f_{mm}^s$ × identiques pour $\Lambda_s$	$2\nu p + 2kZ_s$ $2\nu p - 2kZ_s$	$2f_n^s$
12	identiques pour $f_{mm}^s$ × composantes $\Lambda_0$ et $\Lambda_s$	$2\nu p + kZ_s$ $2\nu p - kZ_s$	$2f_n^s$
13	identiques pour $f_{mm}^s$ × différents pour $\Lambda_s$	$2\nu p + (k_2 + k_1)Z_s$ $2\nu p + (k_2 - k_1)Z_s$ $2\nu p - (k_2 + k_1)Z_s$ $2\nu p - (k_2 - k_1)Z_s$	$2f_n^s$
14	différents pour $f_{mm}^s$ × composantes $\Lambda_0$ et $\Lambda_s$	$(\nu_2 + \nu_1)p + kZ_s$ $(\nu_2 + \nu_1)p - kZ_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p + kZ_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p - kZ_s$	$f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$
15	différents pour $f_{mm}^s$ × identiques pour $\Lambda_s$	$(\nu_2 + \nu_1)p + 2kZ_s$ $(\nu_2 + \nu_1)p - 2kZ_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p + 2kZ_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p - 2kZ_s$	$f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$
16	différents pour $f_{mm}^s$ × différents pour $\Lambda_s$	$(\nu_2 + \nu_1)p + (k_2 + k_1)Z_s$ $(\nu_2 + \nu_1)p + (k_2 - k_1)Z_s$ $(\nu_2 + \nu_1)p - (k_2 + k_1)Z_s$ $(\nu_2 + \nu_1)p - (k_2 - k_1)Z_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p + (k_2 + k_1)Z_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p + (k_2 - k_1)Z_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p - (k_2 + k_1)Z_s$ $(\nu_2 - \nu_1)p - (k_2 - k_1)Z_s$	$f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s + f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$ $f_{n_2}^s - f_{n_1}^s$

TABLEAU 3.22 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer due à l'interaction entre la perméance d'entrefer et la force magnétomotrice du bobinage.

### 3.8.3 Harmoniques d'interaction entre la perméance d'entrefer et les forces magnétomotrices des APs et du bobinage (Famille 3)

Lors de l'opération de multiplication des séries de Fourier, les termes issus du produit d'harmoniques de même rang et ceux issus des multiplications croisées apparaissent. Il vient donc :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{famille3}^{m,f} &= \frac{1}{2\mu_0} (\Lambda_0^2 + 2\Lambda_0\Lambda_s^{m_{ks},f_{ks}} + 2\Lambda_0\Lambda_r^{m_{kr},f_{kr}} + \Lambda_s\Lambda_r^{m_{ks}\pm m_{kr},f_{ks}\pm f_{kr}} \\
&+ \frac{1}{2}\Lambda_s^{2m_{ks},2f_{ks}} + \Lambda_s^{m_{ks2}\pm m_{ks1},f_{ks2}\pm f_{ks1}} + \frac{1}{2}\Lambda_r^{2m_{kr},2f_{kr}} + \Lambda_r^{m_{kr2}\pm m_{kr1},f_{kr2}\pm f_{kr1}}) \\
&\times \left( \frac{1}{2}\mathbf{F}_r\mathbf{F}_s^{m_r\pm m_s,f_r\pm f_s} \right) \tag{3.93}
\end{aligned}$$

En négligeant les harmoniques injectés par la saillance du rotor ( $\Lambda_r^{m,f}$ ) comme évoqué plus haut, l'équation 3.93 se réduit à :

$$\begin{aligned}
\mathbf{P}_{famille3}^{m,f} &= \overbrace{\frac{\Lambda_0^2\mathbf{F}_r\mathbf{F}_s^{m_r\pm m_s,f_r\pm f_s}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 17}} + \overbrace{\frac{\Lambda_s\mathbf{F}_r\mathbf{F}_s^{(m_r\pm m_s)\pm 2m_{ks},(f_r\pm f_s)\pm 2f_{ks}}}{16\mu_0}}^{\text{Groupe 18}} \\
&+ \overbrace{\frac{\Lambda_0\Lambda_s\mathbf{F}_r\mathbf{F}_s^{(m_r\pm m_s)\pm m_{ks},(f_r\pm f_s)\pm f_{ks}}}{4\mu_0}}^{\text{Groupe 19}} \\
&+ \overbrace{\frac{\Lambda_s\mathbf{F}_r\mathbf{F}_s^{(m_r\pm m_s)\pm(m_{ks2}\pm m_{ks1}), (f_r\pm f_s)\pm(f_{ks2}\pm f_{ks1})}}{8\mu_0}}^{\text{Groupe 20}} \tag{3.94}
\end{aligned}$$

La troisième famille d'harmoniques se décompose en quatre groupes d'harmoniques. Une analyse exhaustive du contenu harmonique dû à l'interaction entre la perméance entrefer et la force magnétomotrice développée par les APs et le bobinage est présentée dans le tableau ci-dessous :

N°	Commentaires produit d'harmoniques	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )
17	produit croisé entre $f_{mm}^r$ et $f_{mm}^s \times$ composante $\Lambda_0^2$	$(\mu + \nu)p$ $(\mu - \nu)p$	$\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$
18	produit croisé entre $f_{mm}^r$ et $f_{mm}^s$ $\times$ harmoniques identiques se $\Lambda_s$	$(\mu + \nu)p + 2kZ_s$ $(\mu + \nu)p - 2kZ_s$ $(\mu - \nu)p + 2kZ_s$ $(\mu - \nu)p - 2kZ_s$	$\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$
19	produit croisé entre $f_{mm}^r$ et $f_{mm}^s$ $\times$ harmoniques $\Lambda_s$ $\times$ composante $\Lambda_0$	$(\mu + \nu)p + kZ_s$ $(\mu + \nu)p - kZ_s$ $(\mu - \nu)p + kZ_s$ $(\mu - \nu)p - kZ_s$	$\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$
20	produit croisé entre $f_{mm}^r$ et $f_{mm}^s$ $\times$ harmoniques différents de $\Lambda_s$	$(\mu + \nu)p + (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu + \nu)p + (k_2 - k_1)Z_s$ $(\mu + \nu)p - (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu + \nu)p - (k_2 - k_1)Z_s$ $(\mu - \nu)p + (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu - \nu)p + (k_2 - k_1)Z_s$ $(\mu - \nu)p - (k_2 + k_1)Z_s$ $(\mu - \nu)p - (k_2 - k_1)Z_s$	$\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s + f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$ $\mu f_s - f_n^s$

TABLEAU 3.23 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer due à l'interaction entre la perméance d'entrefer et les forces magnétomotrices des APs et du bobinage.

### 3.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons détaillé le modèle électromagnétique développé durant ces travaux de thèse. L'objectif de notre modélisation est la détermination fine et précise des pressions magnétiques radiales dans l'entrefer, en tenant compte des différentes stratégie de découpage de la tension d'alimentation du moteur.

La procédure de détermination des harmoniques de la tension d'alimentation  $U^n$  a été exposée dans le paragraphe 3.2. On y montre comment les tensions simples d'alimentation issue des MLI asynchrones, synchrones, angles calculés et de la modulation pleine onde sont créées.

L'originalité de notre modélisation est d'avoir couplé à notre modèle analytique, un modèle numérique reposant sur les calculs éléments finis. La perméance globale d'entrefer (Paragraphe 3.4) et les inductances synchrones sont déterminées numériquement. Ce type modélisation 'hybride' est précise, rapide (par rapport au tout numérique), propose une discrétisation élevée du champ magnétique dans l'entrefer et prend en charge les caractéristiques magnétiques des matériaux dans la MSAPs (tôle, clavette ou frette).

Grâce à la détermination de la perméance d'entrefer et de la force magnétomotrice du rotor, la force électromotrice  $E^n$  est déterminée avec une bonne précision. Avec les tensions  $U^n$ , il devient alors possible de calculer les courants  $I^n$  via la résolution du schéma monophasé

équivalent étendu (Paragraphe 3.6).

Après avoir reconstitué les allures temporelles des courants de phases ( $i(t) = \text{TFD}^{-1}\{I^n\}$ ) et calculé les forces magnétomotrices (Paragraphe 3.3), les inductions dans l'entrefer sont alors calculées. Dans la section 3.7, nous avons montré que nos résultats et l'estimation de la pression d'entrefer sont précis et suffisamment rapides pour être pris en charge par un superviseur d'optimisation.

Enfin, nous avons proposé une analyse spectrale des pressions magnétiques d'entrefer dans le paragraphe 3.8. Le spectre harmonique des pressions magnétiques d'entrefer est la principale variable de sortie de notre modèle électromagnétique. Les pressions magnétiques d'entrefer, calculées sur chaque éléments de discrétisation spatiale et temporelle, sont exprimées sur chaque ordre spatial.

# Modélisation vibro-acoustique, validations et optimisation

## Sommaire

<b>4.1</b>	<b>Modélisation vibratoire et validations expérimentales</b>	<b>119</b>
4.1.1	Les fréquences naturelles et amortissements	121
4.1.2	Les réponses mécaniques : les vibrations	134
<b>4.2</b>	<b>Modélisation acoustique et validations expérimentales</b>	<b>136</b>
4.2.1	Le facteur de rayonnement	136
4.2.2	Le niveau de puissance acoustique : Sound Power Level	138
<b>4.3</b>	<b>Caractérisation du bruit</b>	<b>139</b>
4.3.1	Le moteur ARv0	139
4.3.2	Le moteur ARv2	142
<b>4.4</b>	<b>Réduction du bruit dans les MSAPs</b>	<b>144</b>
4.4.1	Règles de conception silencieuse des MSAPs	144
4.4.2	Optimisation des MSAPs	148

## 4.1 Modélisation vibratoire et validations expérimentales

L'analyse du comportement vibro-acoustique des machines électriques, qui sera développée dans ce chapitre, est inspirée des travaux réalisés par [Timár-P 1989] et [Gieras 2005]. Les géométries des structures vibrantes des machines électriques sont complexes. Autour de la culasse cylindrique du stator de masse  $M_{c_{m,n}}$  et de raideur  $K_{c_{m,n}}$ , vient se greffer un ensemble non-homogène constitué des dents du stator, du bobinage, des flasques et très souvent une carcasse, avec ou sans ailettes.

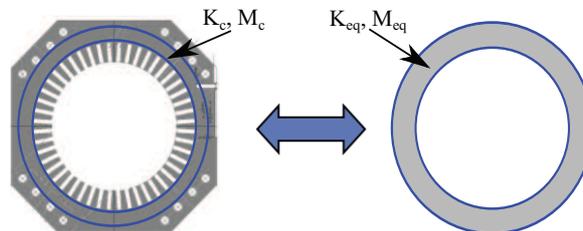


FIGURE 4.1 – Modèle mécanique : hypothèse du cylindre creux équivalent.

Dans les références citées ci-dessus, afin de calculer les fréquences propres de la structure vibrante, tout cet ensemble 'stator' sera considéré comme un cylindre creux équivalent de masse

$M_{eqm,n}$  et de raideur  $K_{eqm,n}$ , épais ou mince d'un point de vue acoustique (Figure 4.1).

Une fois l'hypothèse du cylindre creux équivalent admise, nous allons calculer les masses ( $M_{m,n}$ ) et les raideurs ( $K_{m,n}$ ) pour chaque mode de déformation ( $m, n$ ) de ce cylindre équivalent grâce aux références [?], [Wang 2000a], [Gladwell 1975] et [Timár-P 1989]. Les figures 4.2 présentent des exemples de déformations d'un cylindre creux.

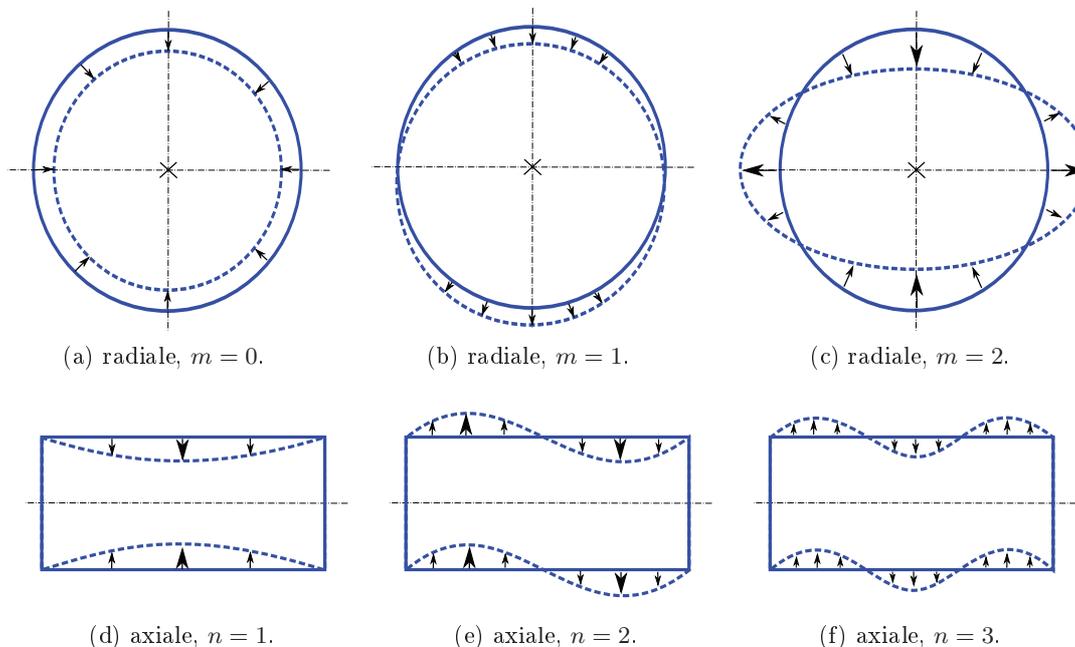


FIGURE 4.2 – Exemples de déformations radiales et axiales d'un cylindre creux.

Les déformations de la structure vibrante (Figures 4.11), causées par les forces d'excitation dans l'entrefer, sont spatiales et temporelles. La déformation peut être stationnaire ou rotative, selon la nature des forces d'excitation dans l'entrefer. La force d'excitation  $\mathbf{P}^{m,f}$  sera considérée comme stationnaire sur le mode de déformation  $m = m_1$ , si ses composantes  $\mathbf{P}^{m_1,f}$  et  $\mathbf{P}^{m_1,-f}$ , qui sont rotatives par définition, existent et ont la même amplitude.

Seules les déformations axiales  $n = 0$  (aucune déformation axiale) et  $n = 1$  sont prises en compte dans notre modélisation. En effet, les forces d'excitation de la structure vibrante (les pressions magnétiques d'entrefer de Maxwell) sont supposées invariantes dans la direction axiale. Les modes propres axiaux ne peuvent donc pas être sollicités. La qualité d'un modèle mécanique analytique se mesure à sa capacité à calculer de façon précise les raideurs et les masses pour chaque mode propre de la structure vibrante.

Dans la suite du chapitre, nous allons tout d'abord déterminer les fréquences naturelles et les amortissements associés pour un cylindre creux. La prise en compte des modifications de masse et de raideur introduites par les ensembles mécaniques non-homogènes tels que les dents du stator, le cuivre et son isolation et la carcasse sera ensuite détaillée.

### 4.1.1 Les fréquences naturelles et amortissements

Le calcul des fréquences naturelles de la structure vibrante et des amortissements associés se fera par étape afin d'évaluer les limites de notre modélisation.

#### 4.1.1.1 Tube en aluminium : modélisation

La première étape est de valider les formulations de l'hypothèse du cylindre creux équivalent, sur un cylindre creux représenté par un tube en aluminium. Pour des cylindres creux en libre-libre, les fréquences naturelles des modes radiaux sont données par l'équation suivante :

$$f_{m,n} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{m,n}}{M_{m,n}}} \quad (4.1)$$

L'expression des raideurs sur chaque mode de la structure est donnée par l'équation 4.2

$$\left\{ \begin{array}{l} K_{m=0,n=0} = 4\pi \frac{E_c h_c L_{fer}}{D_c} \\ K_{m=1,n=0} = 4\pi \frac{E_c h_c L_{fer}}{D_c} \\ K_{m \geq 2, n=0} = 4\pi \frac{E_c h_c L_{fer}}{D_c} \kappa^2 \frac{m^2 (m^2 - 1)^2}{m^2 + 1} \\ K_{m \geq 2, n=1} = 4\pi \frac{E_c h_c L_{fer}}{D_c} \kappa^2 \frac{m^2 (m^2 - 1)^2}{m^2 + 1} \frac{1 + \frac{2(1 - \nu_c)}{m^2 \iota^2}}{1 + \frac{1}{m^2 (m^2 + 1) \iota^2}} \end{array} \right. \quad (4.2)$$

où  $E_c$ ,  $h_c$  et  $\nu_c$  sont respectivement le module d'Young, la hauteur et le coefficient de Poisson du cylindre creux sous investigation (ou de la culasse du stator).  $L_{fer}$  est la longueur de l'empilement des tôles du stator.

$\kappa^2$  et  $\iota^2$  sont respectivement les coefficients adimensionnels d'épaisseur et de longueur. On a :

$$\kappa^2 = \frac{h_c^2}{3D_c^2} \quad (4.3)$$

$$\iota^2 = \frac{L_{fer}^2}{3D_c^2} \quad (4.4)$$

L'expression des masses sur chaque mode de la structure est donnée par l'équation 4.5

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{m=0,n=0} = M_c \\ M_{m=1,n=0} = M_c \frac{1}{F_1^2} \\ M_{m \geq 2, n=0} = M_c \frac{1}{F_m^2} \\ M_{m \geq 2, n=1} \simeq M_c \frac{1}{F_m^2} \end{array} \right. \quad (4.5)$$

où  $M_c$  est la masse du cylindre creux sous investigation (ou de la culasse du stator). Les coefficients  $F$  sont des coefficients de propagation de la masse sur les modes propres de rang supérieur du cylindre creux. Il vient :

$$\frac{1}{F_1^2} = \frac{2(1 - \nu_c^2)}{2 + \kappa^2 - \sqrt{4 + \kappa^4}} \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{F_m^2} = 1 + \frac{\kappa^2(m^2 - 1)(4m^2 + 3)}{m^2 + 1} \quad (4.7)$$

#### 4.1.1.2 Tube en aluminium : validations

La modélisation réalisée ci-dessus a été testée sur un tube en aluminium. La technique d'Analyse Modale Expérimentale (AME) qui a été exploitée est décrite en Annexe B.

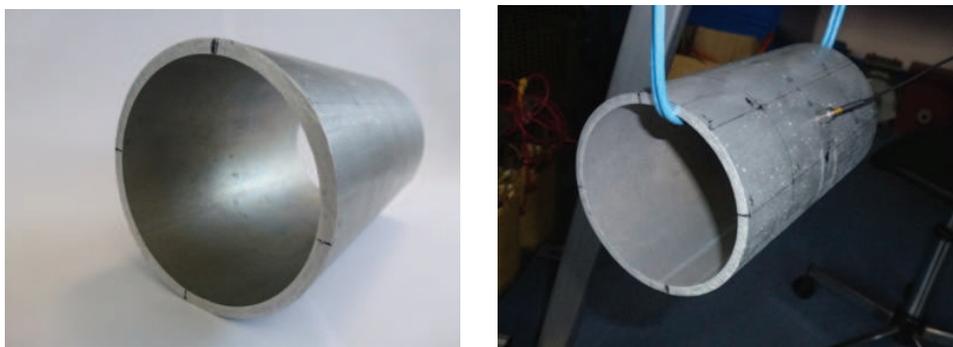


FIGURE 4.3 – Cas test : tube en aluminium en condition libre-libre au-delà de 300 Hz.

Les fréquences naturelles de chaque mode obtenues via l'Analyse Modale Expérimentale (AME) et les calculs analytiques sont comparées dans les tableaux 4.2 et 4.3. L'AME a été réalisé sur la plage fréquentielle allant de 300 Hz à 12.8 kHz, c'est pourquoi le mode (0,0) n'a pas pu être observé. La bande fréquentielle opérationnelle de l'AME est fortement tributaire des matériaux dans lesquels sont réalisés la structure mécanique sous investigation et l'embout de marteau choc.

Pour se rendre compte de la scalabilité du modèle en élaboration, les dimensions principales de chaque cas test seront données. Les dimensions du tube en aluminium sont présentées dans le tableau 4.1.

Dimensions (mm)	$D_c$	$h_c$	$L_{fer}$
	95	5.1	171.45

TABLEAU 4.1 – Principales dimensions du tube en aluminium.

Notons que la grandeur adimensionnelle d'épaisseur est égale à  $\kappa = 0.03$  et la grandeur adimensionnelle de longueur à  $\iota = 1.04$ .

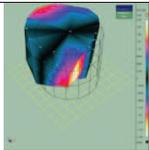
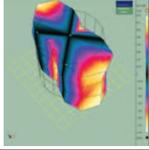
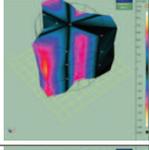
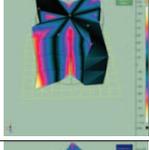
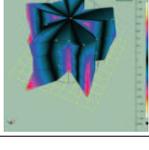
Mode	AME (PULSE) Fréquence $f_{m,n}$	AME (PULSE) Déformation	DIVA Fréquence $f_{m,n}$
(0, 0)	Hors de la bande fréquentielle de l'AME	–	17150 Hz
(1, 0)	300 – 400 Hz		276 Hz
(2, 0)	1408 Hz		1390 Hz
(3, 0)	3956 Hz		3887 Hz
(4, 0)	7492 Hz		7340 Hz
(5, 0)	11930 Hz		11646 Hz

TABLEAU 4.2 – Détermination des fréquences naturelles et des amortissements d'un tube en aluminium en utilisant DIVA et PULSE ; déformations radiales.

Les modes (0, 1) et (1, 1) n'ont pas pu être identifiés. Le système de découplage (suspension), qui garantit les conditions d'analyse en libre-libre au-delà de 300 Hz, peut être mis en cause ici car les points de contact avec le tube cylindrique ne sont pas rigoureusement symétriques.

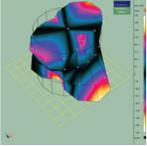
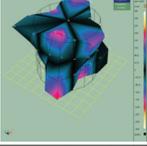
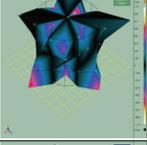
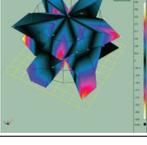
Mode	AME (PULSE) Fréquence $f_{m,n}$	AME (PULSE) Déformation	DIVA Fréquence $f_{m,n}$
(0, 1)	–	–	–
(1, 1)	–	–	–
(2, 1)	1568 Hz		1575 Hz
(3, 1)	4172 Hz		4198 Hz
(4, 1)	7740 Hz		7762 Hz
(5, 1)	12160 Hz		12213 Hz

TABLEAU 4.3 – Détermination des fréquences naturelles et des amortissements d'un tube en aluminium en utilisant DIVA et PULSE ; déformations axiales.

Pour ce cas test, l'examen des tableaux 4.2 et 4.3 permet d'affirmer que le modèle mécanique du cylindre creux est correct.

#### 4.1.1.3 Stator avec denture : modélisation

Maintenant que la précision du calcul des fréquences naturelles d'un cylindre creux simplement supporté à ses extrémités a été prouvée (en plus des validations réalisées dans les références [Wang 2000a] et [?]), nous allons analyser le cas d'un stator équipé de dents (Figure 4.4).

Dans notre application, la dent stator est un prisme (en rouge interrompu 4.4) de largeur moyenne  $b_t$ , de longueur de base  $h_t$  et dont le centre de gravité est sur le rayon  $r_d$ . Les dents forment un ensemble mécanique hétérogène qui vient se 'greffer' sur la culasse du stator.  $d$  est la distance entre le centre de gravité des dents et le centre de gravité de la culasse du stator.

Lors des déformations de la machine, le stator peut se déplacer en translation et/ou en rotation. Pour quantifier l'impact des dents dans la dynamique de l'ensemble mécanique, deux

coefficients vont être introduits : le coefficient d'addition de masse pour la translation  $k_{m_d}$ , et un d'addition d'inertie pour la rotation  $k_{i_d}$  ([Witczak 2011] et [Yang 1981]).

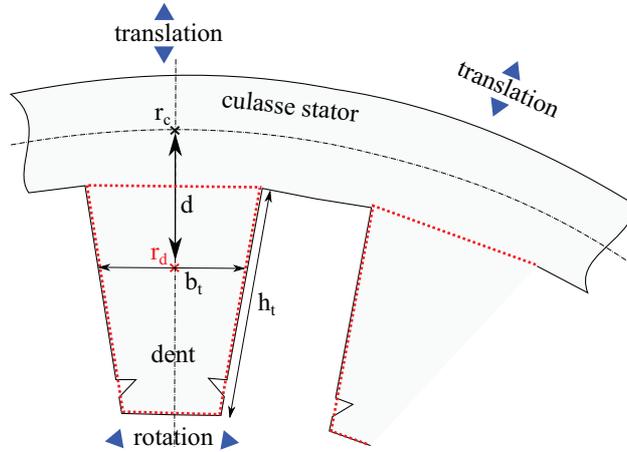


FIGURE 4.4 – Exemple de coupe 2D d'un stator équipé de dents.

En considérant les dents du stator comme des rectangles de longueur  $h_t$ , de largeur  $b_t$  et de masse totale  $M_t$ , le coefficient d'addition de masse pour la translation,  $k_{m_d}$  est donné par l'équation suivante :

$$k_{m_d} = 1 + \frac{M_t}{M_c} \quad (4.8)$$

Suivant l'axe radial, il n'y a en effet qu'une addition de masse. La masse à translater est la masse de la culasse, plus celle des dents. Dans la direction tangentielle, le module d'inertie des dents du stator se transporte sur rayon moyen de la culasse du stator et vient modifier le module d'inertie de celle-ci. Il vient alors :

$$k_{i_d} = 1 + Z_s \frac{b_t h_t^2 L_{fer}}{\pi I_c D_c} (4h_t^2 + 6h_c h_t + 3h_c^2) \quad (4.9)$$

avec

$$I_c = \frac{h_c^3 L_{fer}}{12} \quad (4.10)$$

De plus, les coefficients de propagation de la masse  $F$  sur les modes propres de rang supérieur à 1 sont aussi modifiés. On a :

$$\frac{1}{F_m^2} = 1 + \frac{\kappa^2 (m^2 - 1) \left[ m^2 \left( 4 + \frac{k_{i_d}}{k_{m_d}} \right) + 3 \right]}{m^2 + 1} \quad (4.11)$$

Au final, les coefficients exprimés ci-dessus modifient les masses dans la base modale. L'expression des masses sur chaque mode de la structure, précédemment donnée par l'équation 4.5,

se réécrit comme suit [Witczak 2011] :

$$\begin{cases} M_{m=0,n=0} = M_c k_{m_d} \\ M_{m=1,n=0} = M_c \frac{k_{m_d}}{F_1^2} \\ M_{m \geq 2, n=0} = M_c \frac{k_{m_d}}{F_m^2} \\ M_{m \geq 2, n=1} \simeq M_c \frac{k_{m_d}}{F_m^2} \end{cases} \quad (4.12)$$

où  $M_c$  est la masse de la culasse du stator.

#### 4.1.1.4 Stator avec denture : validations

Dans le but d'apprécier la pertinence de la modélisation précédente, le cas test d'un stator denté sera analysé. Comme avec le tube en aluminium, la technique d'analyse expérimentale est décrite en Annexe B.



FIGURE 4.5 – Cas test : stator avec sa denture en condition libre-libre au-delà de 200 Hz.

Pour ce cas test, les principales dimensions sont données dans le tableau 4.4. La grandeur adimensionnelle d'épaisseur est égale à  $\kappa = 0.06$  et la grandeur adimensionnelle de longueur à  $\iota = 0.21$ .

Dimensions en mm	$D_c$	$h_c$	$L_{fer}$	$h_t$	$b_t$
	123	12.1	44.5	5.5	15.7

TABLEAU 4.4 – Principales dimensions du stator avec sa denture.

Les fréquences naturelles de chaque mode obtenues via l'AME et les calculs analytiques sont comparées dans le tableau ci-dessous. Bien que les proportions géométriques du stator avec sa denture soient significativement différentes de celles du tube en aluminium, le calcul des fréquences naturelles reste très satisfaisant.

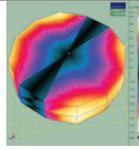
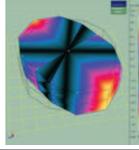
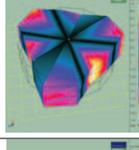
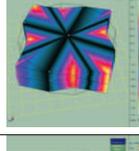
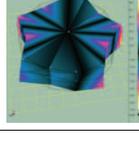
Mode	AME (PULSE) Fréquence $f_{m,n}$	AME (PULSE) Déformation	DIVA Fréquence $f_{m,n}$
(0,0)	10930 Hz		11300 Hz
(1,0)	Non observée lors de l'AME	–	323 Hz
(2,0)	1550 Hz		1623 Hz
(3,0)	4160 Hz		3873 Hz
(4,0)	7190 Hz		7040 Hz
(5,0)	9830 Hz		11117 Hz

TABLEAU 4.5 – Comparaison des fréquences naturelles d'un stator denté en utilisant DIVA et PULSE ; déformations radiales.

#### 4.1.1.5 Stator avec denture et bobinage : modélisation

La prise en compte des modifications introduites par le bobinage est la troisième étape de la modélisation. En effet, les bobines constituées de cuivre et d'isolant sont logées dans les encoches du stator. L'ajout de cet ensemble vient modifier les masses à déplacer lors des déformations.

En considérant  $M_{cu}$  et  $M_{ins}$  comme étant respectivement les masses de cuivre et d'isolants du bobinage, le coefficient d'addition de masse pour la translation,  $k_{m_d}$ , est donné par l'équation suivante :

$$k_{m_d} = 1 + \frac{M_t + \delta_{cu}(M_{cu} + M_{ins})}{M_c} \quad (4.13)$$

$\delta_{cu}$  est le coefficient de couplage du bobinage. Il rend compte de la proportion du bobinage impliqué dans les déformations du stator. Dans nos travaux, seule la proportion du bobinage logée dans les encoches sera considérée comme susceptible de modifier les caractéristiques des dents. Avec cette hypothèse, les résultats du calcul de fréquences naturelles sur différentes structures

ont été améliorés. En supposant que  $L_{spire}$  est la longueur d'une spire, le coefficient de couplage du bobinage est donnée par :

$$\delta_{cu} = \frac{2L_{fer}}{L_{spire}} \quad (4.14)$$

Dans l'axe radial, la masse à translater est la masse de la culasse additionnée à celle des dents du stator, du cuivre et des isolants du bobinage. Dans la direction tangentielle, c'est le module d'inertie de l'ensemble 'dents + bobinage' du stator qui se transporte sur rayon moyen de la culasse du stator et vient modifier le module d'inertie de celle-ci. Il vient alors [Witczak 2011],[Yang 1981] :

$$k_{id} = 1 + Z_s \frac{b_t h_t^2 L_{fer}}{\pi I_c D_c} \left( 1 + \frac{\delta_{cu} (M_{cu} + M_{ins})}{M_t} \right) (4h_t^2 + 6h_c h_t + 3h_c^2) \quad (4.15)$$

#### 4.1.1.6 Stator avec denture et bobinage : validations

Un stator denté et bobiné sera analysé dans cette section (Figure 4.6). Le stator bobiné est maintenu à une température de 90° C pendant l'AME.

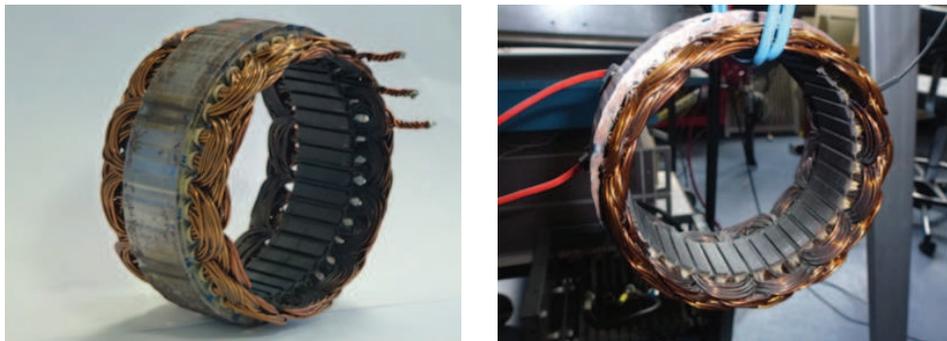


FIGURE 4.6 – Cas test : stator avec sa denture en condition libre-libre au-delà de 150 Hz.

Les fréquences naturelles de chaque mode obtenues via l'AME et les calculs analytiques sont comparées dans le tableau ci-dessous :

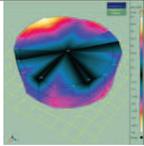
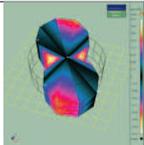
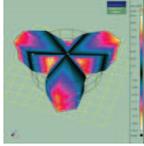
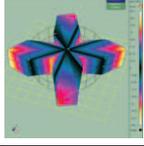
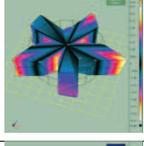
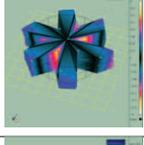
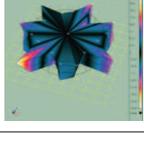
Mode	AME (PULSE) Fréquence $f_{m,n}$	AME (PULSE) Déformation	DIVA Fréquence $f_{m,n}$
(0,0)	7456 Hz		7466 Hz
(1,0)	Non observée lors de l'AME	–	17150 Hz
(2,0)	408 Hz		380 Hz
(3,0)	1096 Hz		1067 Hz
(4,0)	1976 Hz		2029 Hz
(5,0)	2896 Hz		3238 Hz
(6,0)	5432 Hz		4690 Hz
(7,0)	6656 Hz		6357 Hz

TABLEAU 4.6 – Comparaison des fréquences naturelles d'un stator bobiné en utilisant DIVA et PULSE ; déformations radiales.

Pour ce cas test, les principales dimensions sont données dans le tableau 4.7. La grandeur adimensionnelle d'épaisseur est égale à  $\kappa = 0.02$  et la grandeur adimensionnelle de longueur à  $\iota = 0.13$ .

Dimensions	$D_c$	$h_c$	$L_{fer}$	$h_t$	$b_t$
en mm	130	4.3	30.1	10	4.1

TABLEAU 4.7 – Principales dimensions du stator bobiné.

La proportion en épaisseur du stator bobiné est proche de celle du tube en aluminium. Les résultats sont aussi très satisfaisants. Pour les trois cas tests, la fréquence naturelle du mode d'extension ( $m = 0$ ) est déterminée avec une bonne précision. La précision de l'estimation des fréquences naturelles des modes de flexion ( $m = 2, 3, 4, \dots$ ) est bonne, mais se dégrade au fur et à mesure que le rang du mode est élevé. On dira que notre modèle diverge lorsque le rang des modes augmente.

Les validations effectuées jusqu'ici ont été faites sur des structures à taille réduite. Pour statuer sur la scalabilité du calcul des fréquences naturelles des machines électriques, nous allons étudier le cas d'un stator réel de moteur de traction

#### 4.1.1.7 Stator avec carcasse et flasque : modélisation

L'addition d'une carcasse ou des flasques à un stator de machine modifie les fréquences naturelles des modes de structure. L'ensemble carcasse et flasques doit être analysé indépendamment du stator. Il est donc nécessaire de déterminer les raideurs modales  $K_{f_{m,n}}$  et les masses modales  $M_{f_{m,n}}$  de cet ensemble sur chaque mode de déformation ( $m, n$ ).

La carcasse d'un moteur de traction est souvent une pièce cylindrique creuse homogène ou non-homogène (lorsqu'elle abrite un circuit de canaux de refroidissement), sur laquelle sont montés des systèmes de fixation. La carcasse peut être aussi un ensemble de pièces rigides, soudées sur le stator. On parle alors de carcasse mécanosoudée. Dans les deux cas, il est indispensable de connaître la masse totale et l'encombrement de la carcasse. Dans le cadre de nos travaux, des résultats satisfaisants ont été obtenus en approximant cette carcasse à un cylindre creux de masse et de volume équivalents, dont le diamètre intérieur est égale à diamètre extérieur du stator.

En appelant  $K_{c_{m,n}}$  et  $M_{c_{m,n}}$  les raideurs et les masses du stator bobiné, les fréquences naturelles des modes de structure de la machine s'écrit alors [Gieras 2005] :

$$f_{m,n} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{c_{m,n}} + K_{f_{m,n}}}{M_{c_{m,n}} + M_{f_{m,n}}}} \quad (4.16)$$

Bien que leur impact sur les fréquences naturelles a été négligé, les flasques influent sur les amortissements associés aux modes de structure. Une approximation des amortissements (Équation 4.17) est donnée dans la références [Gieras 2005]. Pour les moteurs ALSTOM, l'approximation est valide [Le Besnerais 2008a].

$$\xi_{m,n} = \frac{1}{2\pi} (2.76 \cdot 10^{-5} f_{m,n} + 0.062) \quad (4.17)$$

#### 4.1.1.8 Stator avec carcasse et flasque : validations

La structure vibrante du moteur que nous avons analysé pour valider nos calculs est illustrée par les figures 4.7. Le moteur a été finement maillé lors de l'AME afin de pouvoir mieux observer

les déformations. La technique utilisée pour réaliser l'AME est décrite en Annexe B.

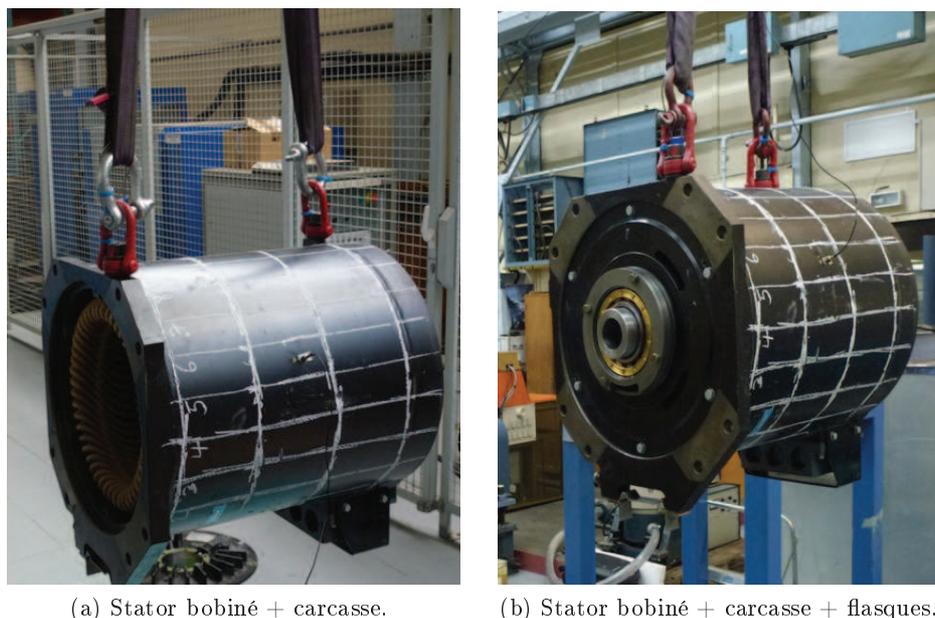


FIGURE 4.7 – Cas test : moteur de traction en condition libre-libre au-delà de 30 Hz.

La carcasse de ce moteur est quasiment cylindrique et abrite des canaux refroidissement (serpentin). Le dispositif (élingues en polyester) de suspension a une fréquence de coupure proche de 27 Hz.

Pour ce cas test, les principales dimensions sont données dans le tableau 4.8. La grandeur adimensionnelle d'épaisseur est égale à  $\kappa = 0.1$  et la grandeur adimensionnelle de longueur à  $\iota = 0.7$ . Les proportions en épaisseur sont complètement différentes pour ce moteur, en comparaison avec les autres cas tests.

Dimensions en mm	$D_c$	$h_c$	$L_{fer}$	$h_t$	$b_t$
	159	30	215	32	9

TABLEAU 4.8 – Principales dimensions du stator bobiné.

Seules les déformations radiales seront pertinentes pour notre validation. En effet, la carcasse présente des asymétries axiales significatives qui génèrent l'apparition de plusieurs modes longitudinaux. Les fréquences naturelles de chaque mode obtenues via l'AME et les calculs analytiques sont comparées dans le tableau ci-dessous :

Mode	stator + carcasse		stator + carcasse + flasque		DIVA $f_{m,n}$
	AME $f_{m,n}$	AME Déformation	AME $f_{m,n}$	AME Déformation	
(0, 0)	3816 Hz (0.914%)		3740 Hz (1.065%)		3846 Hz (2.671%)
(2, 0)	612 Hz (1.318%)		865 Hz (2.321%)		996 Hz (1.152%)
	803 Hz (2.167%)		980 Hz (1.669%)		
(3, 0)	1963.63 Hz (1.277%)		2167.3 Hz (1.597%)		2318 Hz (1.832%)

TABLEAU 4.9 – Comparaison des fréquences naturelles et des amortissements d'un moteur de traction en utilisant DIVA et PULSE.

Le mode  $m = 2$  est observé pour plusieurs fréquences, à cause de la dissymétrie de la structure mécanique. Les déformations du stator avec flasques sont beaucoup plus symétriques. Le modèle développé ici propose une bonne estimation des fréquences naturelles modes propres et les amortissements associés.

#### 4.1.1.9 Applications aux prototypes ARv0 et ARv2



(a) ARv0.



(b) ARv2.

FIGURE 4.8 – Vue des moteurs ARv0 et ARv2.

Les figures 4.8a et 4.8b illustrent respectivement les prototypes ARv0 et ARv2. La carcasse du moteur ARv0 est une carcasse mécano-soudé et celle du moteur ARv2 est cylindrique. Pour ces deux cas tests, les principales dimensions sont données dans les tableaux 4.10 et 4.11.

Dimensions en mm	$D_c$	$h_c$	$L_{fer}$	$h_t$	$b_t$	$\kappa$	$\iota$
	250	30	240	40	10.5	0.07	0.55

TABLEAU 4.10 – Principales dimensions du moteur ARv0.

Dimensions en mm	$D_c$	$h_c$	$L_{fer}$	$h_t$	$b_t$	$\kappa$	$\iota$
	65.3	10	150	14	12.8	0.02	0.34

TABLEAU 4.11 – Principales dimensions du moteur ARv2.

D'un point de vue acoustique (valeur des coefficients  $\kappa$  et  $\iota$ ), le moteur ARv0 est semblable au cas test illustré par la figure 4.7, alors que le moteur ARv2 se rapproche plus du stator avec denture et bobinage (Figure 4.6).

Dans les tableaux, les résultats du calcul analytique (DIVA) des fréquences naturelles et amortissements associés sont comparés avec les résultats expérimentaux (AME). Le mode d'extension ( $m = 0$ ) est correctement estimé. Pour le moteur ARv0, les modes de flexion le sont aussi. Cependant, le calcul des fréquences naturelles pour le moteur ARv2 est moins précis mais reste satisfaisant.

Fréquence (Hz) (amortissement)	(0, 0)	(1, 0)	(2, 0)	(3, 0)	(4, 0)
AME (PULSE)	2300 (1.112%)	– -	428 (1.235%)	903 (2.083%)	1646 (1.525%)
DIVA	2420 (2.051%)	62 (1.014%)	310 (1.122%)	840 (1.356%)	1530 (1.659%)

TABLEAU 4.12 – Comparaison des fréquences naturelles et des amortissements du moteur ARv0 en utilisant DIVA et PULSE.

Fréquence (Hz) (amortissement)	(0, 0)	(1, 0)	(2, 0)	(3, 0)	(4, 0)
AME (PULSE) Sans carcasse/flasque	9512 (2.784%)	– -	1552 (1.394%)	3988 (1.785%)	6372 (2.354%)
DIVA	9535 (5.171%)	258 (1.101%)	1320 (1.621%)	3695 (2.315%)	6018 (3.249%)

TABLEAU 4.13 – Comparaison des fréquences naturelles et des amortissements du moteur ARv2 en utilisant DIVA et PULSE.

### 4.1.2 Les réponses mécaniques : les vibrations

Pour la détermination des vibrations des MSAPs, l'équation 2.31 est utilisée. L'amplitude des vibrations est donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{v}^{m,f} = 2\pi f \mathbf{Y}_s^{m,f} \frac{1}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi_m \left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)\right]^2}} \quad (4.18)$$

où  $\mathbf{Y}_s$  représente les déplacements statiques sur chaque mode de structure. Pour le mode d'extension ( $m = 0$ ), le déplacement statique associé est donné par l'équation 4.19, où  $R_a$  est le rayon d'alésage et  $R_c$  le rayon moyen de la culasse du stator.

$$\mathbf{Y}_s^{0,f} = \mathbf{P}^{0,f} \frac{R_a R_c}{E_c h_c} \quad (4.19)$$

Pour le mode rigide ( $m = 1$ ) créé par des balourds magnétiques ou mécaniques, le déplacement statique associé est donné par l'équation 4.20.  $L_r$  est la longueur du rotor et  $l_b$  la distance entre les paliers du moteur.

$$\mathbf{Y}_s^{1,f} = \mathbf{P}^{1,f} \frac{4R_a L_r l_b^3}{3E_r h_r^4} \quad (4.20)$$

Les déplacements des modes rigides s'appuient sur le rotor. Ces forces asymétriques vont venir exciter les premiers modes de flexion du rotor. C'est pourquoi l'équation 4.20 est basée sur les caractéristiques du rotor. Pour les modes  $m \geq 2$ , l'expression des déplacements statiques est la suivante :

$$\mathbf{Y}_s^{m \geq 2,f} = \mathbf{P}^{m \geq 2,f} \frac{12R_a R_c^3}{E_c h_c^3 (m^2 - 1)^2} \quad (4.21)$$

En injectant l'équation 2.28 dans l'expression 4.18, et en appliquant le théorème de superposition des modes (principe même de l'analyse modale), l'accélération efficace des vibrations de la structure sur chaque mode est égale à :

$$\mathbf{a}(f) = \sqrt{2}\pi f \overbrace{2\pi f \sum_m \mathbf{Y}_s^{m,f} H^{m,f}}^{\mathbf{v}(f)} \quad (4.22)$$

En posant  $a_0 = 10^{-6} \text{ m/s}^2$ , l'accélération de référence, le gain en accélération des moteurs sous investigation est finalement obtenu par l'opération logarithmique suivante :

$$A(f) = 20 \log_{10} \left( \frac{a(f)}{a_0} \right) \quad (4.23)$$

Dans le but de valider le calcul des vibrations (ou accélérations des vibrations), la démarche sera appliquée sur les moteurs de traction ARv0 et ARv2. Les figures 4.9 et 4.10 comparent les résultats DIVA et les acquisitions vibratoires réalisées respectivement sur les moteurs ARv0 et ARv2.

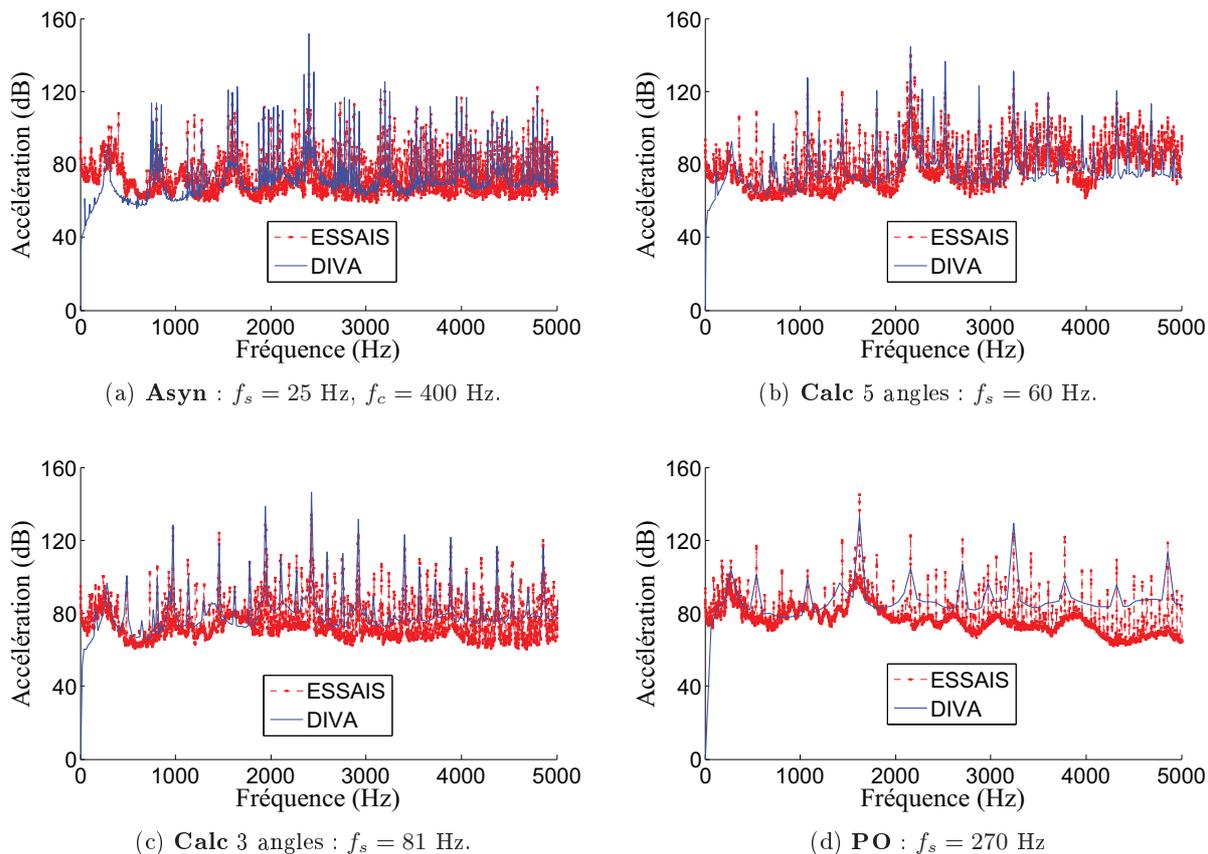


FIGURE 4.9 – Calcul des accélérations des vibrations du moteur ARv0 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA.

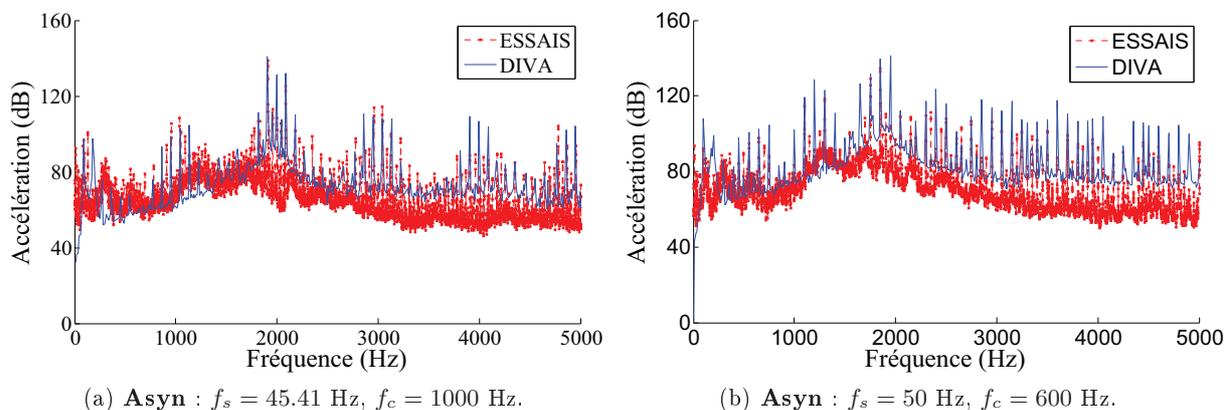


FIGURE 4.10 – Calcul des accélérations des vibrations du moteur ARv2 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA.

Une bonne correspondance qualitative (fréquences émergentes) et quantitative (amplitude des vibrations) entre les calculs DIVA et les essais est observée pour le moteur ARv0 (Figures 4.9) et le moteur ARv2 (Figures 4.10), à des vitesses différentes et pour différentes stratégies d'alimentation. Ceci nous permet de valider le calcul de vibration pour dans notre modèle. En effet, dans le dimensionnement vibro-acoustique, le contenu fréquentiel du spectre vibratoire est

beaucoup plus important que la valeur efficace de l'accélération global des vibrations. Être en mesure de déterminer avec exactitude le contenu harmonique des vibrations suffit à prédire les risques de résonance du moteur électrique.

## 4.2 Modélisation acoustique et validations expérimentales

### 4.2.1 Le facteur de rayonnement

Avant de calculer le facteur de rayonnement sur chaque mode de structure, deux paramètres importants sont à relever [Wang 2000b] : la fréquence d'anneau  $f_r$  (Équation 4.24) et la fréquence critique  $f_c$  (Équation 4.25). La fréquence d'anneau est la fréquence à laquelle la longueur d'onde de la vibration est égale à la circonférence du cylindre creux (mode d'extension). La fréquence critique est la fréquence à laquelle la longueur d'onde acoustique dans le milieu ambiant (air) est la même que dans le cylindre creux. Il vient :

$$f_r = \frac{1}{\pi D_c} \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c}} \quad (4.24)$$

$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi h_c} \sqrt{\frac{12\rho_c(1-\nu_c)}{E_c}} \quad (4.25)$$

Avec ces deux fréquences, il est possible de classer les structures mécaniques en deux groupes selon que  $f_r/f_c > 1$  ou  $f_r/f_c < 1$  (Équation 4.26).

$$\frac{f_r}{f_c} = \kappa \frac{E_c}{c_0^2 \rho_c \sqrt{1-\nu_c^2}} \quad (4.26)$$

- Le cylindre creux équivalent est **fin** d'un point de vue acoustique si  $f_r/f_c < 1$ . Dans ce cas et selon [?], l'évolution du facteur de rayonnement a trois dynamiques. En dessous de  $f_r$ , le facteur de rayonnement augmente de 3 à 6 dB par octave jusqu'à atteindre son maximum à  $f_r$ . Dans l'intervalle  $f_r < 1 < f_c$ , les effets de la courbure deviennent négligeables. La structure vibrante se comporte alors comme une surface plane en vibration. Seules les influences de la longueur et des conditions limites sont observées dans ce domaine fréquentiel. Au-dessus de  $f_c$ , le facteur de radiation est égale à 1.

$$\kappa < \frac{c_0^2 \rho_c \sqrt{1-\nu_c^2}}{E_c} \quad (4.27)$$

- Le cylindre creux équivalent est **épais** d'un point de vue acoustique si  $f_r/f_c > 1$ . Dans ce cas, les effets de la courbure sont très importants dans le calcul des vitesses d'ondes des modes de flexion ( $m = 2, 3, 4, \dots$ ). D'une manière générale, [?] a montré que le facteur de rayonnement augmente légèrement avec la fréquence jusqu'à atteindre la valeur 1 pour les hautes fréquences.

$$\kappa > \frac{c_0^2 \rho_c \sqrt{1-\nu_c^2}}{E_c} \quad (4.28)$$

Le coefficient  $\kappa$  renseigne donc sur le rapport de transmission de la puissance vibratoire à la puissance acoustique, le facteur de rayonnement. Pour des matériaux habituellement rencontrés dans l'industrie, le second membre des équations 4.27 et 4.28 a été évalué et récapitulé dans le

tableau 4.14. On peut donc conclure que toutes les structures analysées dans ce chapitre sont épaisses d'un point de vu acoustique.

Matériaux	Aluminium	M330-35A	M330-50A	M400-50A
$\kappa$ (< ou >)	0.0043	0.00426	0.00426	0.00433

TABLEAU 4.14 – Critère acoustique sur la variable adimensionnelle d'épaisseur  $\kappa$ .

Des expressions du facteur de rayonnement ont été proposées et discutées dans les références [Wang 2000b], [Wang 2001] et [Gieras 2005]. Deux formulations du facteur de rayonnement existent [Timar 1994] ; l'approximation d'un rayonnement sphérique ou d'un cylindre infini. Le modèle d'un rayonnement sphérique sera adopté sur l'équation 4.29 est vérifiée.

$$0.28 < \iota < 1.15 \quad (4.29)$$

Compte tenu des dimensions des structures sous investigations, et des machines ALSTOM en général [Le Besnerais 2008a], les facteurs de rayonnement de toutes les structures analysées dans ce chapitre seront alors approximés avec la formulation sphérique. En supposant que la longueur d'onde de la vibration soit égale à  $\lambda = c_0/f$ , et que le rayon de la sphère équivaut à  $\mathbf{r} = \max(Rc, L_{fer})$ , on peut écrire que :

$$\sigma_m(f) = \Re e \left( \frac{2j\pi\mathbf{r}}{\lambda} \frac{\sum_{i=0}^m \frac{(m+i)!}{(m-i)!} \frac{m!}{i!} \left(\frac{4j\pi\mathbf{r}}{\lambda}\right)^{m-i}}{\sum_{i=0}^m \frac{(m+i)!}{(m-i)!} \frac{m!}{i!} \left(\frac{4j\pi\mathbf{r}}{\lambda}\right)^{m-i} \left(1 + \frac{2j\pi\mathbf{r}}{\lambda} + i\right)} \right) \quad (4.30)$$

Nous avons calculé les facteurs de rayonnement sur chaque mode, pour les moteurs ARv0 et ARv2. Les résultats sont présentés respectivement par les figures 4.11a et 4.11b.

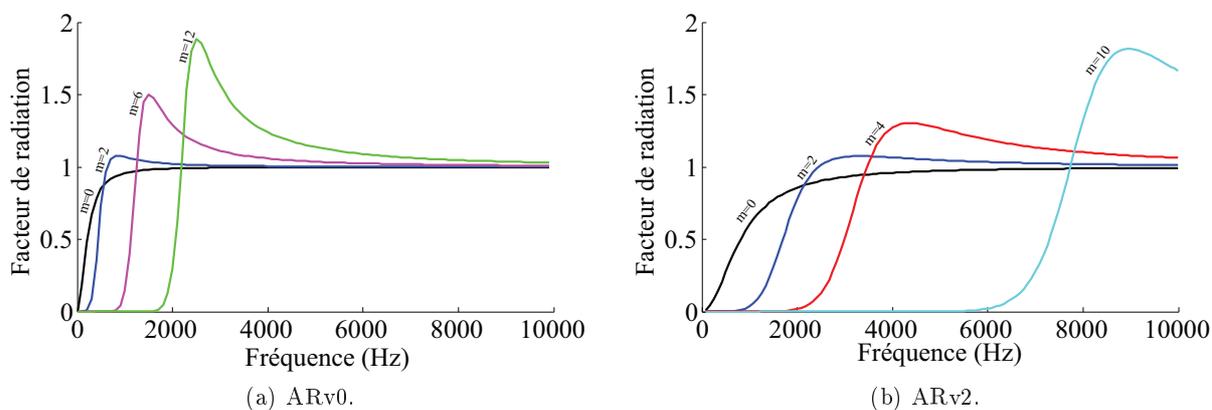


FIGURE 4.11 – Application du calcul du facteur de rayonnement aux moteurs ARv0 et ARv2.

Pour le moteur ARv0, toute la puissance vibratoire du mode 0 est transformée en puissance acoustique à partir de 200 Hz. De même, celle du mode 2 est transformée en puissance acoustique à partir de 500 Hz. S'il existe des pressions magnétiques dans l'entrefer d'ordre 0 à une fréquence supérieure à 200 Hz et d'ordre 2 à une fréquence supérieure à 500 Hz, le moteur sera potentiellement bruyant. C'est ainsi qu'il faut interpréter les figures ci-dessus. Pour le moteur ARv2 par exemple, toute la puissance vibratoire ne pourra être transformée en puissance acoustique qu'à partir de 2000 Hz.

### 4.2.2 Le niveau de puissance acoustique : Sound Power Level

La puissance acoustique rayonnée par les vibration du mode mécanique  $m$ , définie dans le repère modal par l'équation 2.37, a pour expression :

$$W = \sum_{m=0} \frac{1}{2} \rho_0 c_0 S_c \sigma_m(f) \langle \overline{V_{m,\omega}^2} \rangle \quad (4.31)$$

$V_{m,\omega}$  est donné par l'équation 2.31. Le niveau de puissance acoustique  $L_w(f)$ , en décibel (dB), est donné par l'équation 2.36. En appliquant la pondération  $\Delta L_A(f)$ , qui est une fonction renseigne sur la sensibilité de l'oreille humaine, le niveau global de la puissance acoustique rayonnée, en décibel audible (dBA), s'obtient comme suit :

$$L_{wA} = 10 \log_{10} \left( \sum_f 10^{L_w(f) + \Delta L_A(f)} \right) \quad (4.32)$$

Lors des validations pour le calcul du niveau de pression acoustique rayonnée, nous accordons plus d'importance à la fréquence des harmoniques du spectre acoustique qu'à leur amplitude. Dans ce paragraphe, nous allons analyser les contenus harmoniques des puissances acoustiques rayonnées par les moteurs ARv0 et ARv2, pour les points de fonctionnement étudiés dans la section 4.1.2.

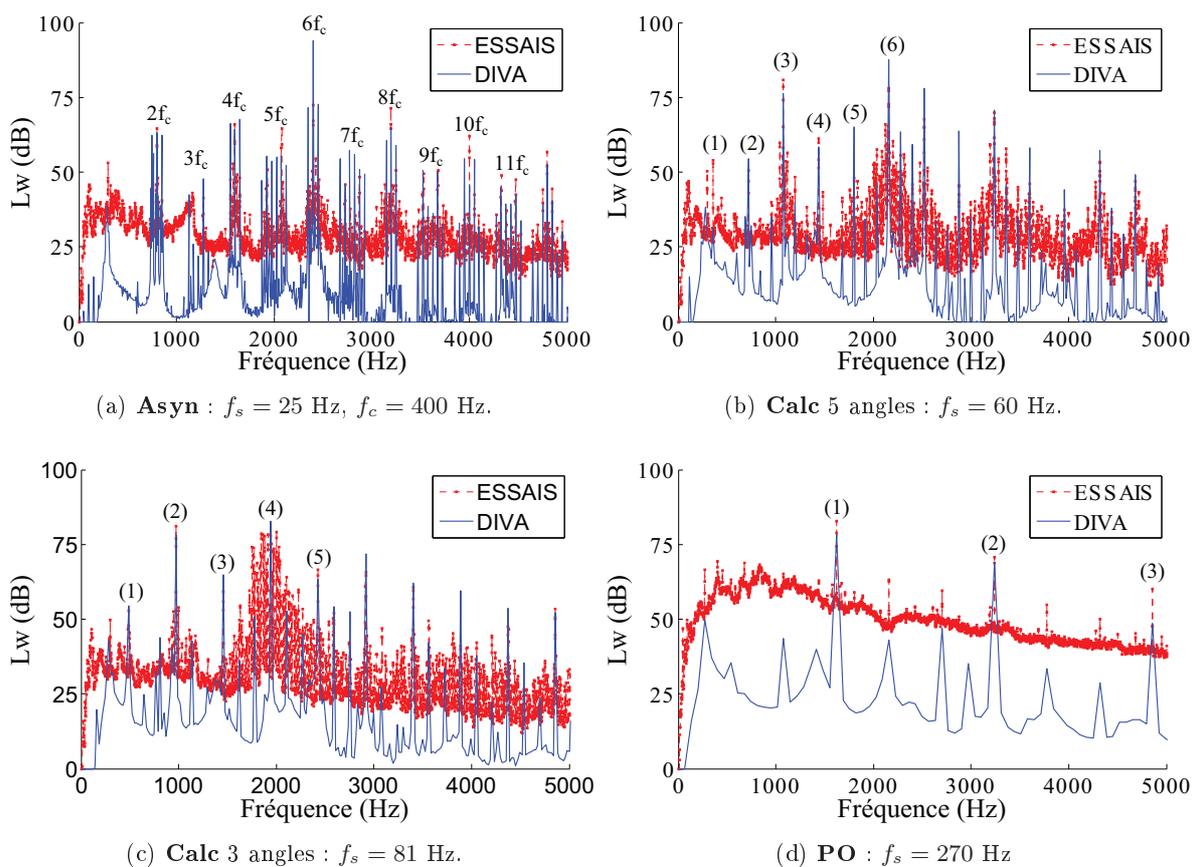


FIGURE 4.12 – Calcul de la puissance acoustique ( $L_w$ ) du moteur ARv0 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA.

Les figures 4.12a, 4.12b, 4.12c et 4.12d représentent les niveaux de puissances acoustiques rayonnées par le moteur ARv0 et générés par les vibrations illustrées respectivement par les figures 4.9a, 4.9b, 4.9c et 4.9d.

Pour le moteur ARv2, les niveaux de puissances acoustiques rayonnées sont donnés par les figures 4.13a, 4.13b et correspondent aux vibrations calculées dans le paragraphe 4.1.2.

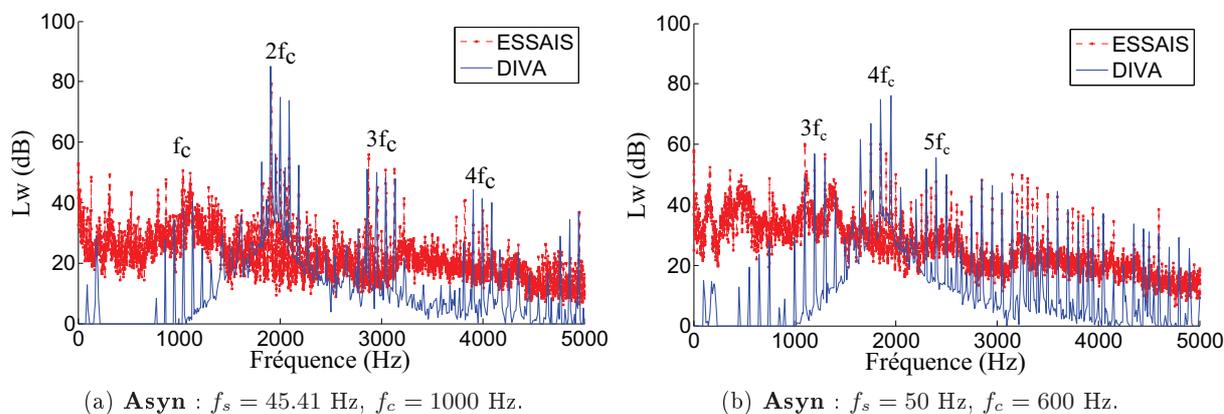


FIGURE 4.13 – Calcul de la puissance acoustique ( $L_w$ ) du moteur ARv2 à vide avec des tensions MLI : comparaisons ESSAIS - DIVA.

Les deux moteurs sont alimentés par des alimentations à découpage. Les observations faites sur les résultats de l'estimation du bruit par DIVA nous montrent que le modèle est correct. Les fréquences des raies émergentes sont bien estimées. Les erreurs sur les amplitudes des harmoniques du spectre acoustique sont principalement dues à une erreur sur le facteur d'amortissement ou sur le facteur de rayonnement.

## 4.3 Caractérisation du bruit

Pour caractériser le bruit émis par une MSAPs, des analyses à vitesse variable sont nécessaires. La figure 4.14 représente le sonagramme de la pression acoustique rayonnée par le moteur, obtenu par mesures expérimentales. Les fréquences de la du contenu spectral de la pression acoustique sont en abscisse. Sur l'axe des ordonnées, c'est la vitesse de rotation de la MSAPs qui est renseignée. Le niveau de pression acoustique pour chaque vitesse de rotation est donné sur l'axe  $Z$ . Le code couleur va du *blanc* pour des faibles niveaux de pression acoustique, au *rouge* pour les niveaux de pression acoustique les plus élevées.

### 4.3.1 Le moteur ARv0

La figure 4.15 représente le sonagramme de la puissance acoustique rayonnée par le moteur, obtenu par calculs DIVA. Les axes abscisse et ordonnée sont identiques à la figure 4.14. Le code couleur va du *bleue* pour des faibles niveaux de puissance acoustique, au *rouge* pour les niveaux de puissance acoustique les plus élevées.

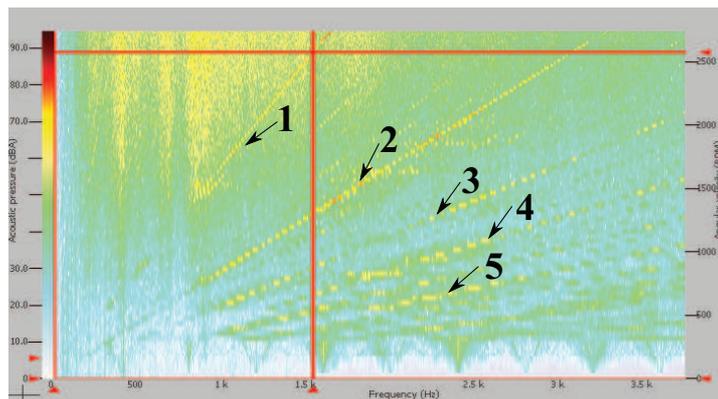


FIGURE 4.14 – Essais avec tension MLI : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0.

Dans le sonagramme expérimental du moteur ARv0, 5 lignes sont prédominantes. Elles ont été numéroté de 1 à 5. Lors de l'étude à des vitesses fixes, ces raies de pression acoustique ont été observées (Figures 4.12).

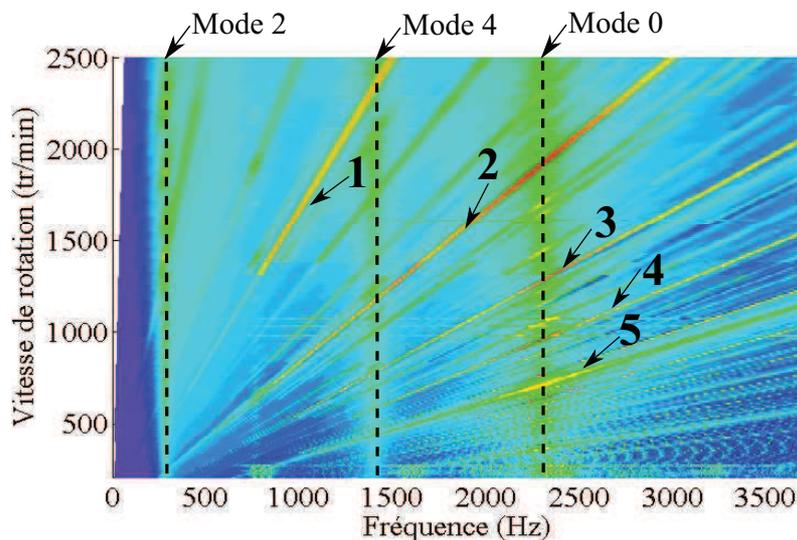


FIGURE 4.15 – Simulations DIVA avec tension MLI : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0.

Le sonagramme simulé du moteur ARv0 est donné par la figure 4.15. Toutes les raies de puissance acoustique sont bien déterminées. Cette étude analytique permettra de comprendre l'origine de ces raies de puissance acoustique, grâce à leur pente et aux modes mécaniques avec lesquelles elles résonnent.

Pour identifier les raies liées à la MLI, le fonctionnement à vitesse variable avec une alimentation sinusoïdale a été simulé (Figure 4.16). Toutes les raies présentes dans le sonagramme avec tension MLI sont présentes ici. Les raies 1 – 3 – 4 sont moins énergétiques, alors que les raies 2 – 5 restent importantes.

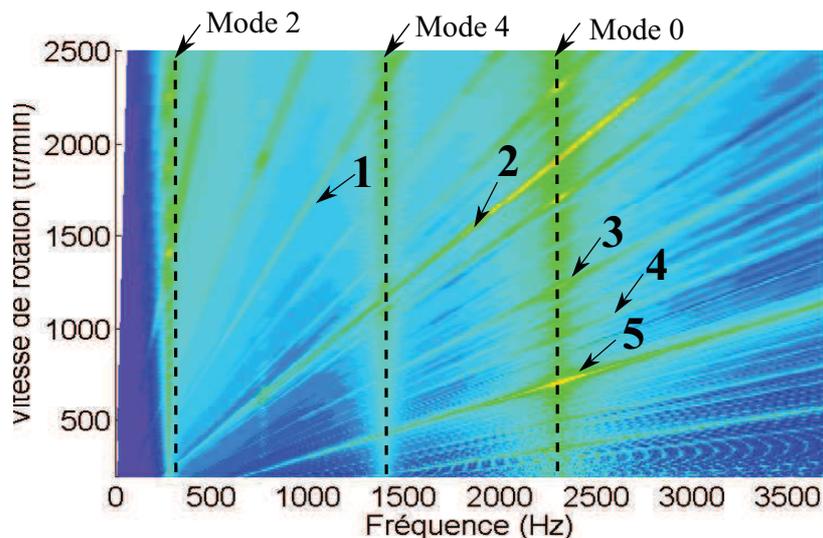


FIGURE 4.16 – Simulations DIVA avec tension sinusoïdale : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0.

La première conclusion serait que les raies liés à la MLI se superposent aux raies causées par le bobinage. L'effet est attendu dans le cas des modulations à angles calculés et à pleine onde (Paragraphe 3.2).

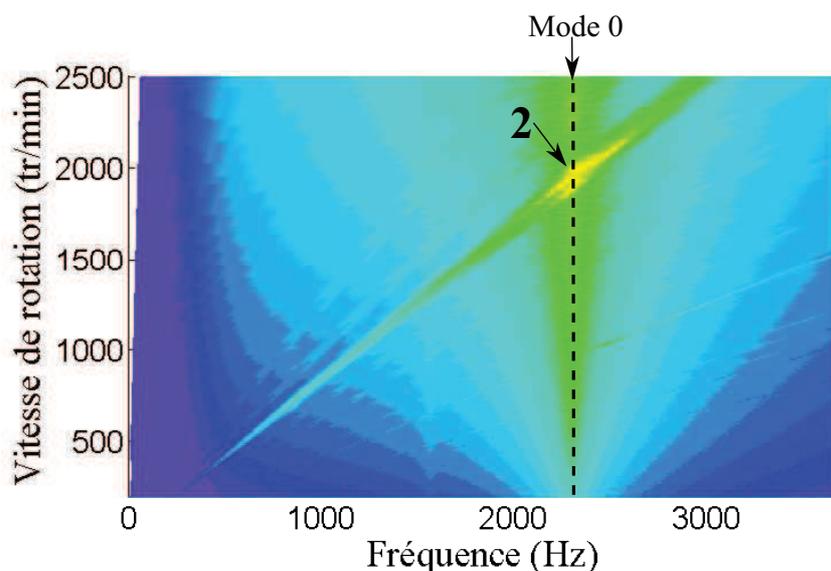


FIGURE 4.17 – Simulations DIVA à vide sans alimentation : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv0.

L'analyse du sonagramme en figure 4.17 nous montre que seule la raie 2 est directement causée par l'interaction entre les harmoniques de la force magnétomotrice des APs et de la perméance d'entrefer. C'est par ailleurs la raie la plus énergétique dans tous les types d'alimentation. Elle résonne avec le mode mécanique 0 et a une pente de 72. Elle est donc causée par une raie de pression magnétique dans l'entrefer d'ordre 0. le tableau 4.15 récapitule les principales contributions qui ont données naissance à la raie 2.

$\mathbf{P}^{m,f}$	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )	Origine des raies
$\mu_1 = 1, \mu_2 = 11$ $k = 1$	$(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$ ( $m = 0$ )	$(\mu_2 + \mu_1)f_s$ pente $(\mu_2 + \mu_1) = 12$	Ligne 2 <b>Groupe 6</b>
$\mu_1 = 1, \mu_2 = 13$ $k = 1$	$(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$ ( $m = 0$ )	$(\mu_2 - \mu_1)f_s$ pente $(\mu_2 - \mu_1) = 12$	Ligne 2 <b>Groupe 6</b>
$\mu_1 = 5, \mu_2 = 7$ $k = 1$	$(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$ ( $m = 0$ )	$(\mu_2 + \mu_1)f_s$ pente $(\mu_2 + \mu_1) = 12$	Ligne 2 <b>Groupe 6</b>

TABLEAU 4.15 – Principaux harmoniques de la pression magnétique d’entrefer à vide (sans alimentation).

Une analyse similaire du contenu de la pression acoustique a été réalisée sur le moteur ARv2. Toutes les autres raies 1 – 3 – 4 – 5 sont causées par l’interaction entre le bobinage, les APs et la perméance d’entrefer. La raie 1 résonne principalement avec le mode mécanique 4 pour une alimentation sinusoïdale et avec le mode mécanique 0 avec une tension MLI. Elle a une pente de 70. Les raies 3–4–5 résonnent avec le mode 0 et ont respectivement des pentes de 108–144–216.

Avec une alimentation MLI, certaines raies de puissance acoustique, identiques aux raies de pression magnétique d’entrefer, viennent se superposer à la raie 2 enregistrée à vide avec tension sinusoïdale. Le tableau 4.16 présente les principales origines de ces raies.

$\mathbf{P}^{m,f}$	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )	Origine des raies
$\mu = 1$ et $\nu = 1$ $n = -3$ ( <b>Calc</b> )	$(\mu - \nu)p$ ( $m = 0$ )	$\mu f_s - (1 + 2n)f_s$ pente : $\mu - (1 + 2n) = 6$	Ligne 1 <b>Groupe 17</b>
$\mu = 1$ et $\nu = 1$ $n = -6$ ( <b>Calc</b> )	$(\mu - \nu)p$ ( $m = 0$ )	$\mu f_s - (1 + 2n)f_s$ pente : $\mu - (1 + 2n) = 12$	Ligne 2 <b>Groupe 17</b>
$\mu = 11, \nu = 1$ $k = 1$	$(\mu + \nu)p - kZ_s$ ( $m = 0$ )	$\mu f_s + f_s$ pente : $\mu - 1 = 12$	Ligne 2 <b>Groupe 19</b>
$\mu = 1$ et $\nu = 1$ $n = -9$ ( <b>Calc</b> )	$(\mu - \nu)p$ ( $m = 0$ )	$\mu f_s - (1 + 2n)f_s$ pente : $\mu - (1 + 2n) = 18$	Ligne 3 <b>Groupe 17</b>
$\mu = 1$ et $\nu = 1$ $n = -12$ ( <b>Calc</b> )	$(\mu - \nu)p$ ( $m = 0$ )	$\mu f_s - (1 + 2n)f_s$ pente : $\mu - (1 + 2n) = 24$	Ligne 4 <b>Groupe 17</b>
$\mu = 1$ et $\nu = 1$ $n = -18$ ( <b>Calc</b> )	$(\mu - \nu)p$ ( $m = 0$ )	$\mu f_s - (1 + 2n)f_s$ pente : $\mu - (1 + 2n) = 36$	Ligne 5 <b>Groupe 17</b>

TABLEAU 4.16 – Principaux harmoniques de la pression magnétique d’entrefer du moteur ARv0 en charge (avec alimentation MLI).

### 4.3.2 Le moteur ARv2

Pour le prototype ARv2, qui est un moteur équipé d’un stator à bobinage dentaire, la raie la plus énergétique (la raie 2) est principalement originaire du **groupe 6**. Les harmoniques du **groupe 6** sont issus de la famille des harmoniques causée par l’interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d’entrefer. Le sonagramme simulé du moteur ARv2, alimenté avec des tensions MLI, est donné par la figure 4.18.

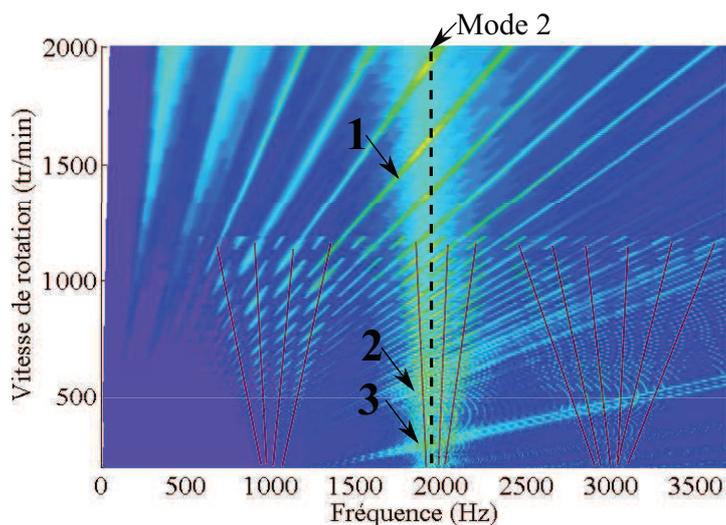


FIGURE 4.18 – Simulations DIVA avec tension MLI : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv2.

Pour identifier les raies liées à la MLI, le fonctionnement à vitesse variable avec une alimentation sinusoïdale a été simulé (Figure 4.19). Les raies 1 – 2 – 3 ne sont pas uniquement dues à la MLI. Elles ont respectivement comme pente 60, 190 et 210. Elles résonnent toutes avec le mode mécanique 2. Ces raies sont issues du **groupe 6** d’harmoniques harmonique de la famille 1 (Paragraphe 3.8), où l’harmonique fondamental est de rang 5.

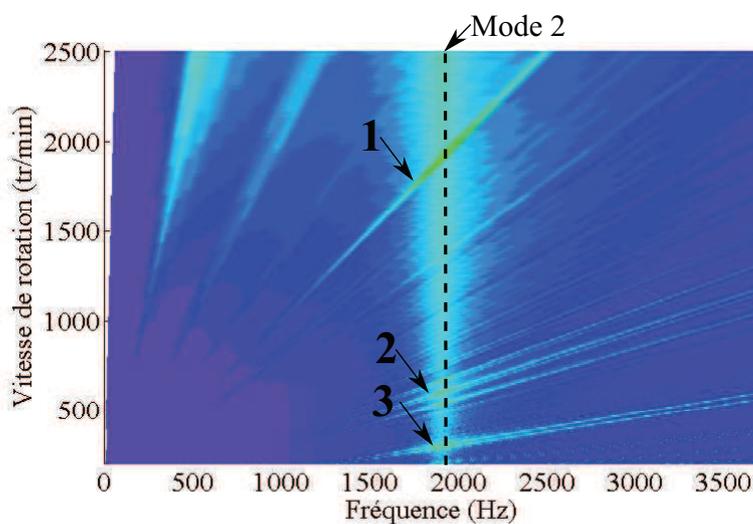


FIGURE 4.19 – Simulations DIVA à vide sans alimentation : sonagramme de la pression acoustique rayonnée en fonction de la vitesse de rotation du moteur ARv2.

Cependant, les palmiers de raies présents dans le sonagramme de la figure 4.18 sont uniquement liés à la MLI asynchrone. Les harmoniques de MLI asynchrone ne se superposent pas généralement aux harmoniques du bobinage. En effet, la fréquence de découpage peut prendre n’importe quelle valeur. Les palmiers de raies sont centrés autour des multiples de la fréquence de découpage (Figures 4.13a et 4.13b).

Ces palmiers de raies sont liés au **groupe 13** (Tableau 4.17) des harmoniques de la famille née de l'interaction entre les le bobinage et la perméance d'entrefer.

$\mathbf{P}^{m,f}$	Ordre spatial ( $m$ )	Fréquence ( $f$ )	Origine des raies
$\nu_1 = 5, \nu_2 = 19$ $k = 1$	$(\nu_2 - \nu_1) + kZ_s$ ( $m = -2$ )	$f_c - f_s$	Palmier <b>Groupe 14</b>
$\nu_1 = 17, \nu_2 = 7$ $k = 1$	$(\nu_2 - \nu_1)p - kZ_s$ ( $m = -2$ )	$f_c + 3f_s$	
$\mu_1 = 11, \mu_2 = 1$ $k = 1$	$(\nu_2 - \nu_1)p - kZ_s$ ( $m = -2$ )	$f_c - 3f_s$	
		$f_c + f_s$	

TABLEAU 4.17 – Principaux harmoniques de la pression magnétique d'entrefer en charge, liés à la tension MLI.

## 4.4 Réduction du bruit dans les MSAPs

Dans le paragraphe précédent, la méthode d'identification des raies à l'origine du bruit magnétique est présentée. Nous allons maintenant proposer des techniques permettant de concevoir des moteurs MSAPs plus silencieux.

### 4.4.1 Règles de conception silencieuse des MSAPs

#### 4.4.1.1 Règles sur les combinaisons pôles/encoches

Lors de la caractérisation du bruit, il s'avère que les harmoniques de puissance acoustique rayonnée nés du **groupe 6** des harmoniques de pression magnétique dans l'entrefer sont les plus problématiques. Ce sont des harmoniques très énergétiques d'ordre faibles liés à l'harmonique fondamental de la force magnétomotrice des APs. À ces harmoniques (**Groupe 6**), viennent se superposer les harmoniques liés à l'alimentation électrique.

Nous partirons du postulat qu'il faut éviter la résonance des harmoniques du **Groupe 6**, si l'on veut concevoir une machine silencieuse. Cette opération se traitera sur deux terrains :

1. **L'ordre minimal des harmoniques appartenant à ce groupe,  $m_{cr}$ , devra être le plus élevé possible.** Ce point a pour but d'éviter les résonances avec les modes mécaniques de rang faible, qui ont généralement les fréquences naturelles les plus basses et donc les plus accessibles. Il vient :

$$m_{cr} = \min [(\mu_2 \pm \mu_1)p \pm kZ_s] \quad (4.33)$$

avec

$$\mu_1 = 1, 3, 5, 7, \dots$$

$$\mu_2 = 1, 3, 5, 7, \dots$$

$$k = 1, 2, 3, 4, \dots$$

2. **La pente des harmoniques appartenant à ce groupe,  $a_{cr}$ , devra être la plus faible possible.** Ce point a pour but d'éviter les résonances avec les modes mécaniques

de rang faible à de faibles vitesses. Cette pente sera appelée dans nos travaux, la **pente fondamentale**.

$$a_{cr} = \min [(\mu_2 \pm \mu_1)p \pm kZ_s] \tag{4.34}$$

Pour des moteurs à 12 pôles et 10 pôles, l'ordre minimal et la pente fondamentale des harmoniques du **groupe 6** ont été analysés, pour diverses valeurs du nombre d'encoche par pôle par phase (**spp**). Le tableau 4.18 récapitule l'analyse exhaustive faite en Annexe C sur les harmoniques du **groupe 6**, avec p=6. Pour un ordre donné, il peut exister plusieurs pentes fondamentales associées. Dans ce cas, sur un sonagramme, on observe alors plusieurs raies groupées d'ordre identique (qui résonnent avec le même mode mécanique).

Les fréquences naturelles  $f_m$  des modes mécaniques, exceptés le mode  $m = 0$ , se classent comme suit :  $f_{m=1} \leq f_{m=2} \leq f_{m=3} \leq f_{m=4} \leq \dots$ . La fréquence  $f_{m=0}$  peut avoir n'importe quelle place dans ce classement. C'est pourquoi il est toujours important de signaler l'existence d'un mode  $m = 0$ . Rappelons que plus la fréquence naturelle d'un mode est bas, plus le dit mode est susceptible d'être excité par une raie de pression magnétique. Une résonance dans la bande de fréquence audible est alors possible.

<i>spp</i>	0.25	0.5	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5
$Z_s$	9	18	36	45	54	63	72	81	90
$m_{cr}$	3 et $0_{(k=4)}$	6 et $0_{(k=2)}$	0	3 et $0_{(k=4)}$	6 et $0_{(k=2)}$	3 et $0_{(k=4)}$	0	3 et $0_{(k=4)}$	6 et $0_{(k=2)}$
$a_{cr}$	2 et 6	2/4 et 12	6	8 et 30	8/10 et 36	10 et 42	12	14 et 54	14/16 et 60
$k_{w1}$	0.945	0.933	0.866	1	0.945	0.965	0.951	0.959	0.953

TABLEAU 4.18 – Règles de conception silencieuse : choix du nombre d'encoche du stator pour un rotor à 12 pôles. **Famille 1, N° 6.**

<i>spp</i>	0.3	0.4	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5
$Z_s$	9	12	15	30	45	60	75	90	105
$m_{cr}$	1 et $0_{(k=10)}$	2 et $0_{(k=5)}$	5 et $0_{(k=2)}$	0	5 et $0_{(k=2)}$	0	5 et $0_{(k=2)}$	0	5 et $0_{(k=2)}$
$a_{cr}$	2 et 18	2 et 12	2/4 et 6	6	8/10 et 18	12	14/16 et 30	18	20/22 et 42
$k_{w1}$	0.945	0.933	0.866	1	0.945	0.965	0.951	0.959	0.953

TABLEAU 4.19 – Règles de conception silencieuse : choix du nombre d'encoche du stator pour un rotor à 10 pôles. **Famille 1, N° 6.**

En observant le Tableau 4.18, la première remarque ici est que l'ordre 0 existe toujours, pour des valeurs de  $k$  différents. Pour chaque combinaison, en plus de l'ordre minimal identifié, il faudra faire attention aux pression magnétique d'ordre 0. Plus la valeur du coefficient  $k$  est importante, plus l'amplitude de la raie de pression magnétique d'ordre 0 est faible.

Le tableau 4.19 récapitule l'analyse faite sur les harmoniques du **groupe 6**, avec  $p=5$ . Dans les tableaux 4.18 et 4.19, le bobinage utilisé est celui qui propose le coefficient de bobinage le plus élevé.

Les moteurs avec un **spp** entier génèrent des pressions magnétiques dans l'entrefer d'ordre 0. Si la fréquence naturelle du mode  $m = 0$  est basse (comprise entre 250 Hz et 4000 Hz), ces pressions magnétiques dans l'entrefer peuvent s'avérer dangereuses d'un point de vue acoustique. Pour des bobinages distribués, il serait intéressant de travailler avec un **spp** non entier. Pour des bobinages dentaires étudiés ici, les modes mécaniques de rang faibles seront toujours excités. Selon la topologie, il s'agira des modes mécaniques pairs ou impairs. Un nombre de pôles plus important offre plus de choix.

La topologie optimale la plus proche du moteur ARv0, proposée par le tableau 4.18, est 54 encoches / 12 pôles (**54s12p**). En appliquant la stratégie d'alimentation MLI du moteur ARv0, suivant sa caractéristique couple/vitesse, le fonctionnement à vitesse variable a été simulé pour cette nouvelle topologie.

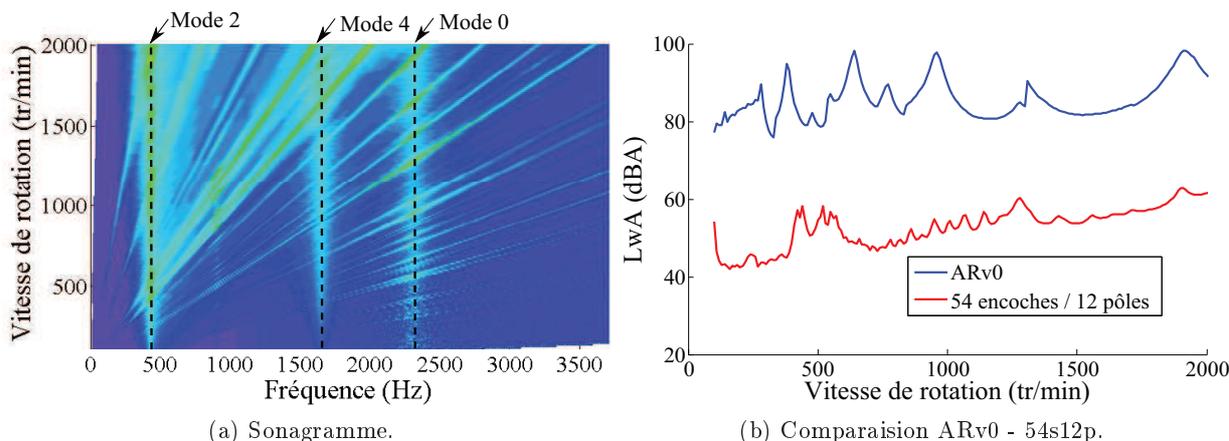


FIGURE 4.20 – Comparaison du bruit émis à vitesse variable par le moteur ARv0 et 54s12p; en charge avec tension MLI du projet ARv0.

Dans le sonogramme 4.20a, aucune raie ne résonne avec le mode mécanique 0. En observant la comparaison avec le moteur ARv0, une réduction de 20 dBA a été enregistrée en simulation (Figure 4.20b). Empêcher la résonance des harmoniques du **groupe 6** permet de réduire de façon significative le bruit magnétique émis par les MSAPs.

#### 4.4.1.2 Règles sur la fréquence de découpage

Lorsqu'un moteur est alimenté avec une tension MLI, les harmoniques temporels introduits par l'alimentation se retrouve dans le spectre de la pression magnétique dans l'entrefer. Les harmoniques de la MLI n'ont aucun impact sur l'ordre des harmoniques de la pression

magnétique d'entrefer (Paragraphe 3.8), mais enrichissent leur contenu fréquentiel. Dans ce paragraphe, quelques règles seront proposées afin d'aider le concepteur à choisir la fréquence de découpage la plus silencieuse pour un projet.

Le choix de la fréquence de découpage est fortement tributaire des fréquences naturelles des modes mécaniques de la structure vibrante. Une fois les ordres des harmoniques du **groupe 13** et du **groupe 18** identifiés, il est impératif de s'assurer que les fréquences de ces harmoniques ne coïncident pas avec les fréquences naturelles de la structure. Deux cas de figure se présentent ici :

- Les modulations synchrones, où la fréquence de découpage est un multiple de la fréquence synchrone. Il s'agit de la MLI synchrone, de la modulation à angles calculés et de la modulation à pleine onde. Dans ce cas, il est quasiment impossible d'empêcher toutes les raies de MLI de résonner avec un mode mécanique car ces raies couvrent tout le spectre fréquentiel de la puissance acoustique rayonnée (Figure 4.21).

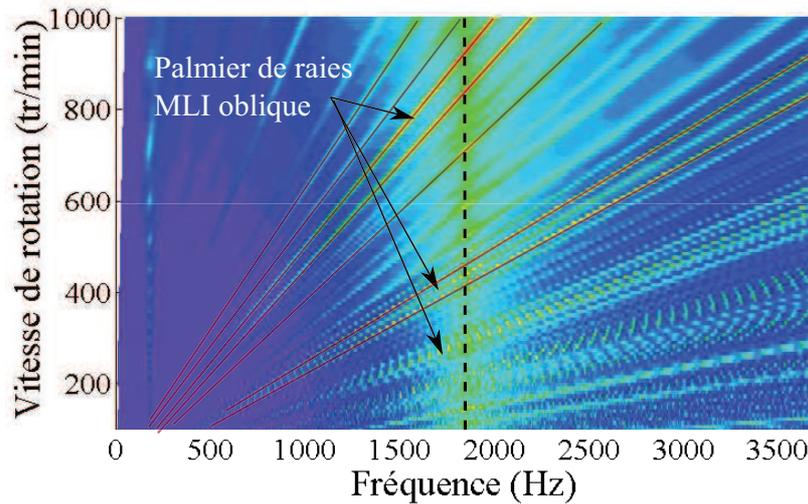


FIGURE 4.21 – Sonagramme du niveau de puissance acoustique rayonnée du moteur ARv2 : tension MLI synchrone.

- Les modulations asynchrones, où la fréquence de découpage est fixe. Les harmoniques temporels de la MLI génèrent des palmiers de raies dans le spectre de la puissance acoustique rayonnée. Dans ce cas, il est possible d'empêcher les raies de MLI de résonner avec un mode mécanique sur une plage de vitesse de rotation donnée. En s'inspirant des travaux réalisés par [Le Besnerais 2008a], si l'on veut éviter la résonance entre les raies de MLI asynchrone et le mode  $m$  sur la plage de vitesse  $0 - f_{s_{max}}$ , la fréquence de découpage doit vérifier l'équation 4.35. Dans cette équation,  $n_1$  et  $n_2$  sont des entiers de parité opposée,  $f_m$  et  $\xi_m$  sont respectivement la fréquence naturelle et l'amortissement associé du mode mécanique  $m$ .

$$n_1 f_c \pm n_2 f_{s_{max}} \in [0, (1 - \xi_m) f_m] \cup [(1 + \xi_m) f_m, \infty] \quad (4.35)$$

### 4.4.2 Optimisation des MSAPs

Une fois la structure de la MSAPs définie (nombre d'encoches / nombre de pôles), il est intéressant de chercher les valeurs des variables géométriques qui permettront de réduire encore le niveau de pression acoustique rayonnée. Nous avons couplé l'outil DIVA à un superviseur d'optimisation (**SOPHEMIS**) afin de rechercher les valeurs optimales grâce à un algorithme génétique.

#### 4.4.2.1 Généralités sur les algorithmes génétiques

Les algorithmes génétiques et ses variantes font partie des méthodes d'optimisation stochastiques (non déterministes). Ces algorithmes utilisent un grand principe de la génétique et de la sélection naturelle, la **théorie de l'évolution naturelle de Darwin** [?]. Darwin postule que les individus d'une population les mieux adaptés à leur environnement ont une plus grande probabilité de survivre et de se reproduire, en donnant des descendants encore mieux adaptés.

Dans l'application aux machines, chaque jeu de valeur des variables du problème est un individu de la population. Les meilleurs individus (dont les sorties sont les plus proches des objectifs) sont croisés entre eux, dans le but d'obtenir des individus encore meilleurs. Des opérateurs génétiques (croisement, mutation) sont ainsi employés pour créer la nouvelle population. Le processus est itéré pour un nombre de générations fixé.

Dans tous nos problèmes d'optimisation, la population '**géniteurs**' est constituée de 15 individus. L'algorithme évalue cette population et génère les populations '**descendants**' suivant les règles de la sélection naturelle. Le nombre de générations sera fixé à 15.

#### 4.4.2.2 Description du problème d'optimisation

Le problème d'optimisation de MSAPs, développé dans ces travaux de thèse, est décrite de la façon suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min F(X) = \begin{cases} f_1(X) \\ f_2(X) \\ f_3(X) \end{cases} \\ \text{avec } g_i(X) \leq 0 \quad i = 1, \dots, n \end{array} \right. \quad (4.36)$$

$f_i$  sont les fonctions objectifs à minimiser ou à maximiser et  $g_i$  sont les contraintes d'inégalité à satisfaire.  $X$  sont les variables du problème. Les diversités des bobinages (nombre de spires, pas de raccourcissement) et des techniques d'alimentation rendent l'optimisation des points de fonctionnement en charge difficile. Nous allons traiter le cas du fonctionnement à vide des MSAPs, alimentés par une tension sinusoïdale.

L'objectif premier de nos travaux est la réduction du bruit émis par les MSAPs. Cependant, compte tenu du fait que ces moteurs fonctionnent à vitesse variable, la réduction du bruit doit en principe être assurée sur toute la plage de vitesse. Sur cette plage de vitesse, la stratégie d'optimisation adoptée ici est de repérer le point de fonctionnement le plus bruyant, qui est généralement la conséquence d'une résonance. Pour ce point de fonctionnement, les valeurs optimales des variables de la MSAPs seront recherchées afin de minimiser le bruit. Enfin, une étude

comparative du fonctionnement à vitesse variable de la solution initiale et de la solution optimale sera proposée.

#### 4.4.2.3 Formulation des objectifs

Les fonctions objectifs de notre problème d'optimisation seront :

- Le **niveau de puissance acoustique rayonnée**,  $f_1(X) = L_w$  : fonction à minimiser.
- Le **couple de détente**,  $f_1(X) = \Gamma_{det}$  : fonction à minimiser.
- La **force électromotrice**,  $f_1(X) = E_v$  : fonction à maximiser.

#### 4.4.2.4 Les variables du problème

Les variables de notre problème d'optimisation seront les dimensions géométriques des encoches du stator et des APs du rotor. Elles sont récapitulées dans le tableau 4.20. Ces variables ont été choisies dans le but d'agir sur la perméance d'entrefer et sur la force magnétomotrice produite les APs. Afin de garantir le niveau de couple électromagnétique développé par la MSAPs, le volume de l'entrefer sera conservé (diamètre d'alésage et épaisseur de l'entrefer).

Variables géométriques	Description	Type (D : discret, C : continue)
$\beta_{APs}$	Ouverture des APs ramenée à 180°	C
$h_{APs}$	Hauteur des APs	C
$H_1$	Hauteur de l'isthme de l'encoche	C
$H_2$	Hauteur de la clavette de l'encoche	C
$H_3$	Hauteur utile de l'encoche	C
$B_3$	Largeur de l'encoche	C
$\mu_{cla}$	Perméabilité de la clavette	D

TABEAU 4.20 – Variables de la MSAPs utilisée dans le problème d'optimisation.

#### 4.4.2.5 Les contraintes du problème

Dans les problèmes d'optimisation, l'exploitation des variables est contrainte par des limites de fabrication, des limites physiques ou encore des performances à atteindre. Dans notre cas, trois contraintes sont utilisées :

- Contrainte sur la **force électromotrice**  $E_{v_{min}} \leq E_v \leq E_{v_{max}}$  : pour une topologie fixée, le bobinage qui propose le coefficient de bobinage maximal est automatiquement généré par DIVA ;
- Contrainte sur la **section utile de l'encoche**,  $S_{enc_{min}} \leq S_{enc} \leq S_{enc_{max}}$  : cette contrainte garantie que les solutions obtenues à vide, auront en charge des densités de courant dans les encoches équivalentes (à une inductance près) ;

- Contrainte sur la **masse totale des APs**,  $M_{APs_{min}} \leq M_{APs} \leq M_{APs_{max}}$  : cette contrainte nous permet de comparer des solutions qui possèdent approximativement une énergie volumique maximale des APs équivalente.

#### 4.4.2.6 Applications aux prototypes ARv0 et ARv2

Les variables les plus influentes dans le calcul du bruit magnétique émis par les MSAPs sont les paramètres géométriques des APs et des encoches du stator. Ce sont les principales variables qui permettent de redéfinir la perméance d'entrefer. Dans le tableau 4.21, les valeurs optimales des variables du problème ont été obtenues après 15 minutes d'itérations.

La réduction du bruit obtenue ici n'est pas toujours significative et les fonctions objectifs ne sont pas toujours contradictoires. Le comportement du modèle vibro-acoustique n'est donc pas continu. La construction d'un front de Pareto reste donc difficile.

Dans le but d'apprécier le comportement général de notre modèle, nous avons généré des plans d'expériences à partir de 300 échantillons, pour le moteur ARv0 et ARv2. Nous allons observer les évolutions du niveau de la puissance acoustique rayonnée, du couple de détente et de la force électromotrice. L'objectif est de situer la solution optimale par rapport à la solution initiale.

Variables géométriques	ARv0	ARv2
$\beta_{APs}$	97.5% $\beta_{APs}$	130% $\beta_{APs}$
$h_{APs}$	98.8% $h_{APs}$	77% $h_{APs}$
$H_1$	100% $H_1$	100% $H_1$
$H_2$	100% $H_2$	100% $H_2$
$H_3$	91.1% $H_3$	115% $H_3$
$B_3$	119.4% $B_3$	74% $B_3$
$\mu_{cla}$	$\mu_{cla}$	$\mu_{cla}$
Objectifs		
Vitesse de rotation	2000 tr/min	500 tr/min
$L_{wA}$	44.47 dBA (-10 dBA)	33.15 dBA (-2 dBA)
$E_v$	586 V (-11 V)	8.45 V (-1.1 V)
$\Gamma_{det}$	13 Nm (-4 Nm)	0.045 Nm (-0.015 Nm)

TABLEAU 4.21 – Valeurs optimales des variables de la MSAPs utilisées dans le problème d'optimisation : exprimées en pourcentage de leur valeur initial.

Les figures 4.22 présentent les solutions obtenues avec le moteur ARv0. Pour le moteur ARv0, la solution optimale et assez proche de la solution initiale. La solution optimale propose une réduction de bruit rayonné à vide d'environ 10 dBA. Le prix à payer est une diminution de la valeur de la force électromotrice -10 V environ.

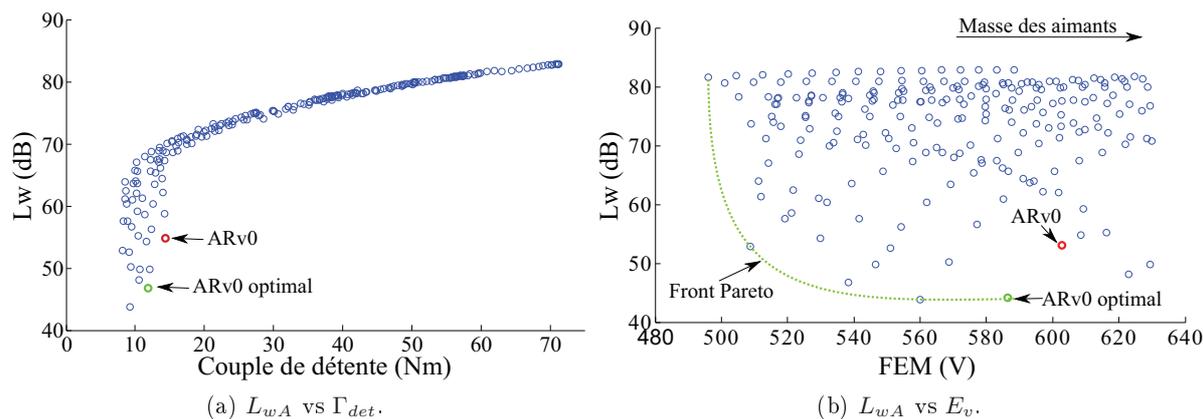


FIGURE 4.22 – Plans d’expériences pour le moteur ARv0 : situation de la solution optimale par rapport à la solution initiale.

L’analyse des solutions de l’optimisation illustrées à la figure 4.22a, montre que pour ce moteur, réduire le bruit magnétique à vide revient à réduire le couple de détente. Un couple de détente minimal (environ 9 Nm) et un niveau de bruit maximal (environ 82 dBA) apparaissent.

L’analyse des solutions de l’optimisation illustrées à la figure 4.22b est différente : aucune dynamique d’évolution entre le niveau de bruit rayonné et la valeur de la force électromotrice. Cependant, si l’objectif de l’optimisation est de réduire le bruit rayonné tout en maximisant la force électromotrice, un front de Pareto se dégage visiblement (les solutions optimales sont sur ce front).

Les figures 4.23 présentent les plans d’expériences réalisés avec le moteur ARv2. Les variations de bruit rayonné dans ce projet sont beaucoup plus faibles que celles enregistrées avec le moteur ARv0. L’échelle de l’axe des ordonnées est plus dilatée.

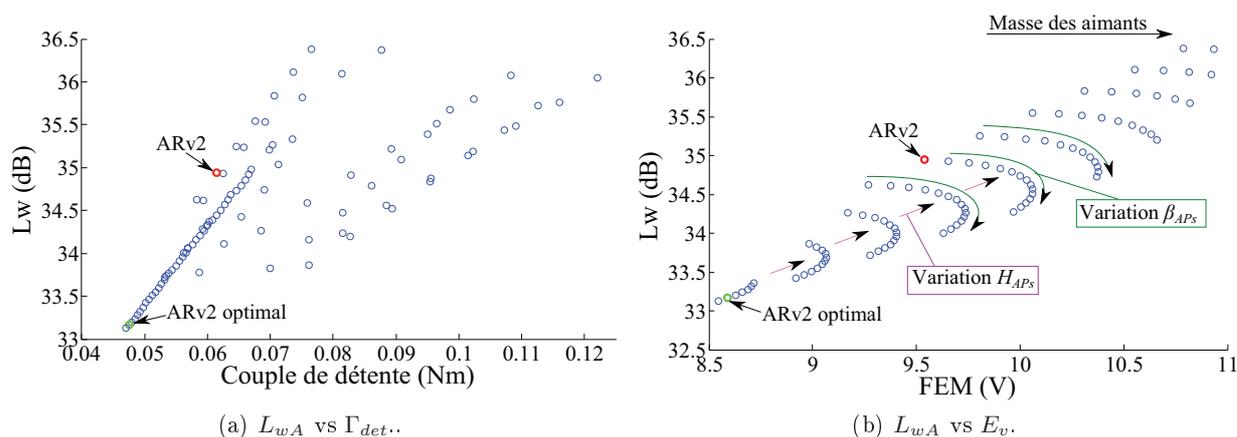


FIGURE 4.23 – Plans d’expériences pour le moteur ARv2 : situation de la solution optimale par rapport à la solution initiale.

L’analyse des solutions de l’optimisation illustrées à la figure 4.23a, montre que, comme pour le moteur ARv0, réduire le bruit magnétique à vide revient à réduire le couple de détente.

L'analyse des solutions de l'optimisation illustrées à la figure 4.23b est beaucoup plus pertinente. On y voit des sauts qui correspondent à la variation de l'épaisseur des APs. Pour une valeur d'épaisseur des APs donnée, une dynamique d'évolution entre le niveau de bruit rayonné et la valeur de la force électromotrice apparaît si l'ouverture des APs varie. Dans ce cas, les contraintes sur la force électromotrice (et donc sur les performances du moteur) et sur la masse maximale admissible des APs seront déterminantes.

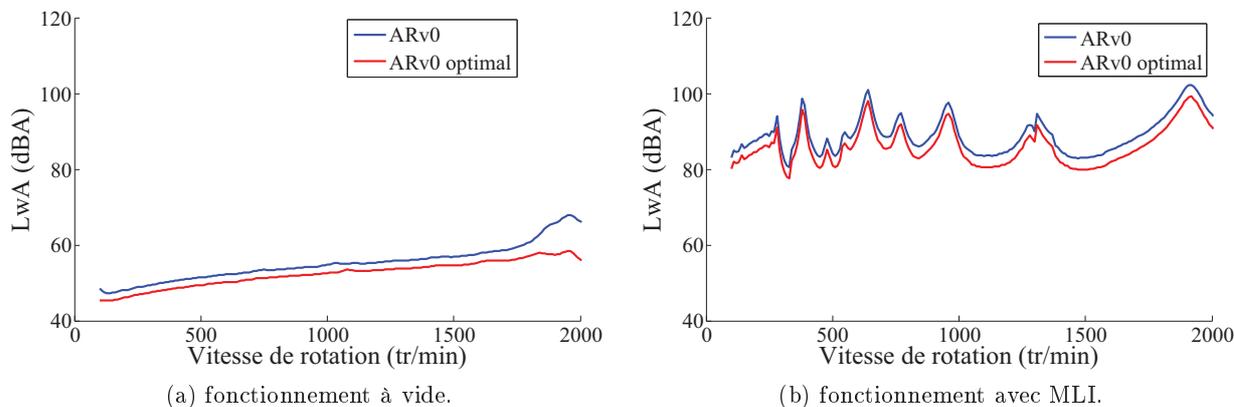


FIGURE 4.24 – Comparaison du bruit émis à vitesse variable entre la solution optimale et la solution initiale du moteur ARv0.

Maintenant que l'algorithme d'optimisation a trouvé les valeurs optimales des variables du moteur qui minimisent le bruit maximal émis à vide, l'analyse à vitesse variable est nécessaire pour garantir une réduction globale du bruit.

La figure 4.24 permet de constater que l'optimisation permet de réduire le bruit émis par le moteur, lors de fonctionnement à vitesse variable. En effet, en optimisant les paramètres de la machine, les amplitudes des raies de la force magnétomotrice des APs et de la perméance d'entrefer qui sont à l'origine des harmoniques du **groupe 6** ont été atténuées.

# Conclusion, Perspectives

---

## Sommaire

<b>5.1 Conclusion</b> . . . . .	<b>153</b>
<b>5.2 Perspectives</b> . . . . .	<b>154</b>
<b>5.3 Publications</b> . . . . .	<b>155</b>

---

## 5.1 Conclusion

Le but de ce travail concernait le développement de modèles électromagnétique et vibro-acoustique de machines synchrones à aimants permanents intégrant différentes topologies de bobinage et de rotor en vue d'établir des règles de conception silencieuse. Ce travail a été réalisé en relation avec ALSTOM Transport dans le cadre du projet ANR nommé '**AROMAT**'. Un outil de prédimensionnement a été établi permettant d'identifier les raies '**dominantes**' au niveau bruit d'origine électromagnétique. Ainsi, lors d'une variation de géométrie, l'outil permet qualitativement d'observer les bonnes tendances au niveau acoustique.

Les effets de la denture, des aimants permanents, de la modulation de largeur d'impulsions, de la perméabilité des clavettes et leurs interactions sont pris en compte et une optimisation a permis de définir des structures optimales. Enfin une analyse approfondie au niveau analytique des harmoniques de forces a permis d'établir des règles de conception silencieuse.

Pour répondre à cette étude et afin d'obtenir un bon compromis entre le temps de calcul et la précision, un des points importants a été la mise en place d'un modèle semi-analytique couplé à un outil éléments finis, '**FEMM**'. Ainsi, il a été par exemple possible d'étudier l'influence d'une cale semi-magnétique au niveau acoustique en déterminant leur impact au niveau de la perméance d'entrefer.

L'exploitation de l'outil éléments finis couplé à l'outil DIVA nous a aussi permis d'évaluer les valeurs des inductances  $L_d$  et  $L_q$  fonction des courants  $I_d$  et  $I_q$ , celles-ci étant réexploitées sous forme de surface de réponse. Ces choix se sont imposés afin d'estimer au mieux l'induction dans l'entrefer qui repose sur la relation multipliant la force magnétomotrice globale fonction du temps et de l'espace avec la perméance d'entrefer (globale) fonction du temps et de l'espace.

Dans le chapitre 3, nous avons ainsi rappelé les différentes procédures de calcul et le schéma monophasé exploité nous permettant ainsi d'estimer les courants en fonction du temps. Ceux-ci sont ensuite '**injectés**' au niveau des sources de forces magnétomotrices du stator. Un travail important a été fait au niveau de l'estimation de la perméance d'entrefer comparant de

nombreuses formulations :

- Une perméance globale exprimée par un réel, qui exploite les formulations du coefficient de Carter ;
- Une perméance sous forme complexe issue de l’exploitation du code éléments finis **'FEMM'**. Les parties réelle et imaginaire sont respectivement les composantes radiale et tangentielle de la perméance d’entrefer.

Nous avons eu la possibilité de tester nos modèles sur plusieurs prototypes : un prototype ARv0 de puissance réduite (1kW) permettant l’exploitation plus **'souple'** en laboratoire, et sur deux moteurs à «**échelle 1**» de forte puissance.

Enfin, nous avons couplé nos modèles à un outil d’optimisation **'SOPHEMIS'** qui est une plateforme d’optimisation du L2EP ([http://l2ep.univ-lille1.fr/page\\_id=1321](http://l2ep.univ-lille1.fr/page_id=1321)) rassemblant différentes méthodologies d’optimisation. Nous avons essentiellement exploité les plans d’expériences, mais aussi les algorithmes génétiques sur des domaines restreints (masse des aimants permanents et section utile des encoches conservées). Cela nous a permis de déduire des fronts de Pareto donnant la possibilité aux concepteurs de faire un choix au niveau d’une des solutions optimales.

## 5.2 Perspectives

Au niveau court terme, nous devons poursuivre l’intégration de la formulation complexe dans notre outil afin d’estimer encore plus précisément l’induction radiale et tangentielle des MSAPs. Pour rendre cette méthodologie performante, nous devons aussi travailler les points suivants :

- Mettre en place la formulation complexe de la force magnétomotrice produite par le bobinage. Dans ces travaux, la formulation globale a été utilisée. Lors des essais en charge et comme il a été constaté, l’induction tangentielle n’est pas estimée avec une grande précision. Améliorer ce point permettrait de travailler entièrement dans le domaine complexe ;
- Étendre la formulation complexe de la force magnétomotrice des aimants permanents montés en surface aux aimants permanents enterrés ;
- Enfin, étendre la formulation complexe de la perméance globale d’entrefer à des rotors équipés d’aimants permanents enterrés.

De plus, une amélioration de l’outil serait de prévoir une passerelle de l’électromagnétique vers le mécanique avec un outil numérique comme **ANSYS**, qui permettant de calculer plus précisément les fréquences naturelles et les amortissements associés de la structure mécanique réelle. Des développements sont en cours dans le cadre de la thèse d’**Haifa Mechmeche** au L2EP et il sera intéressant de voir l’impact des flasques et carcasses au niveau du bruit d’origine

électromagnétique. On peut aussi citer les travaux de **Pierre Pellerey** qui a exploité cet outil pour une investigation de groupe motopulseur.

À long terme, l'un des points serait de coupler un modèle thermique sur lequel nous n'avons pas travaillé. L'estimation des pertes reste relativement aisée ayant une estimation correcte de l'induction dans l'entrefer, nous pourrions estimer l'induction moyenne dans les différentes zones de la machine avec un rapport de section et identifier les pertes fer. En ce qui concerne les pertes Joule, nous estimons de façon précise les courants (fondamental et harmoniques) ce qui nous permettrait d'évaluer précisément ces pertes. Il nous faudra y intégrer une estimation précise de la résistance ( $R_{dc}$  et  $R_{ac}$ ).

### 5.3 Publications

- [Fakam 2011] : M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi, P. Brochet, A. Randria. '**Etude vibro-acoustique de machines synchrones à aimants à bobinage dentaire**'. Conférence nationale EF'2011, Belfort.
- [?] : M. Fakam, D. Verbeke, M. Hecquet, V. Lanfranchi, P. Brochet, A. Randria. '**Electromagnetic noise comparaison between 'SPM' and 'IPM' concentrated winding synchronous machine**'. Conférence internationale ISEF'2011, Madère.
- [?] : N. Bracikowski, M. Fakam, M. Hecquet, P. Brochet, V. Lanfranchi. '**Characterisation of radial vibration force and electromagnetic noise behaviour of a PWM-fed permanent magnet synchronous machine**'. Conférence internationale ICEM'2012, Marseille.
- [?] : M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi, A. Randria. '**Interaction between numerical analysis and analytical approach in order to reduce the magnetic noise produced by a permanent magnet motor**'. Conférence internationale ISEF'2013, Macédoine.
- [?] : M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi, A. Randria. '**Design and optimisation of the Surface Permanent Magnet Synchronous Machine for electrical traction**'. Conférence internationale EVER'2014, Monaco. **Accepté**.

# Formulation analytique de la perméance d'entrefer

Pour le cas des machines synchrones à rotors lisses (APs montés en surface), la formulation analytique développée dans cette annexe permet d'estimer la perméance d'entrefer, comme décrite dans l'article [Wu 2010]. Seule la composante radiale de la perméance d'entrefer est étudiée dans cet article.

En supposant la perméabilité du fer infinie, des aimants permanents avec des propriétés linéaires (terre rare) et des effets de bords négligeables, [Zhu 1993] estime la perméance d'entrefer globale, sur le rayon d'alésage  $R_s$  comme suit :

$$\Lambda(\alpha)_{r=R_s} = \Lambda_0 \begin{cases} 1 - \beta(r) - \beta(r)\cos\left(\frac{\pi}{0.8\alpha_{oa}}\right) & \text{si } 0 \leq \alpha \leq 0.8\alpha_{oa} \\ 1 & \text{si } 0.8\alpha_{oa} \leq \alpha \leq \frac{\tau_t}{2} \end{cases}$$

Où  $\alpha_{oa}$  est l'ouverture angulaire de l'encoche,  $\tau_t$  le pas angulaire dentaire.  $\beta$  est la fluctuation relative du champ déterminée par la transformation conforme, dont la définition peut être réduite à :

$$\begin{aligned} \beta(r)_{r=R_s} &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{B_{e_{min}}(r)}{B_{e_{max}}(r)} \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{b_o}{2e_m}\right)^2 (1 + v^2)}} \right] \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

où  $b_o$  est la largeur de l'encoche, et  $v$  le coefficient qui vérifie l'équation suivante :

$$e_m \frac{\pi}{b_o} = \frac{1}{2} \ln \left[ \frac{\sqrt{a^2 + v^2} + v}{\sqrt{a^2 + v^2} - v} \right] + \frac{2e_m}{b_o} \arctan \left[ \frac{2e_m}{b_o} \frac{v}{\sqrt{a^2 + v^2}} \right] \quad (\text{A.2})$$

avec  $e$  l'épaisseur de l'entrefer,  $h_m$  et  $\mu_{rm}$  respectivement l'épaisseur et la perméabilité relative des APs, il vient :

$$\begin{cases} e_m = e + \frac{h_m}{\mu_{rm}} \\ a^2 = 1 + \left(\frac{2e_m}{b_o}\right)^2 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Dans ces hypothèses, cette modélisation offre des solutions très satisfaisantes pour des machines ayant un nombre conséquent d'encoches stator. Le même auteur propose une amélioration de son modèle dans l'article [Wu 2010]. Le modèle analytique développé plus haut est purement analytique, et permet uniquement le calcul de la composante radiale de la perméance globale d'entrefer.

Les figures A.1 et A.2 présentent des comparaisons des perméances globales d'entrefer obtenues grâce aux les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM, pour différentes valeurs de la perméabilité de la clavette d'encoche.

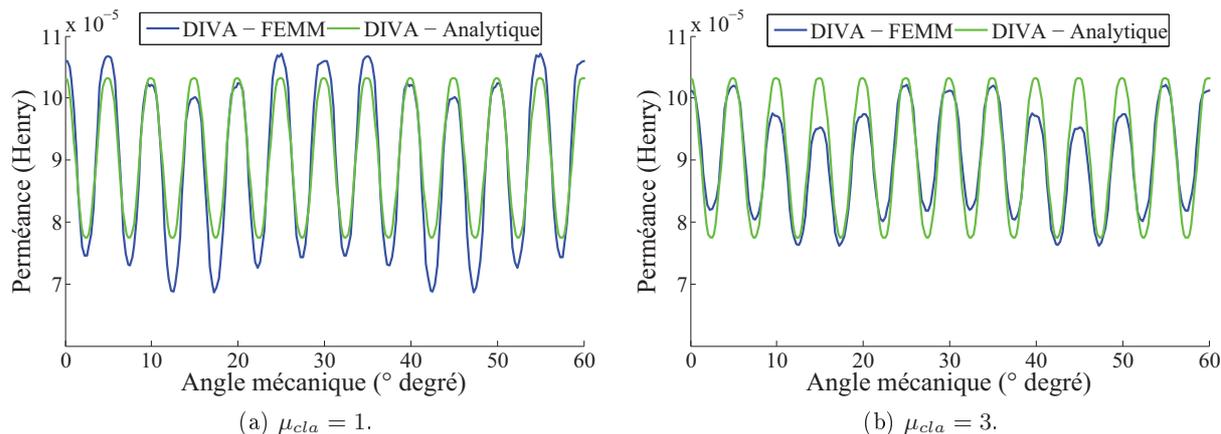


FIGURE A.1 – Perméance radiale d'entrefer pour le moteur ARv0 à  $t = 0$  : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM.

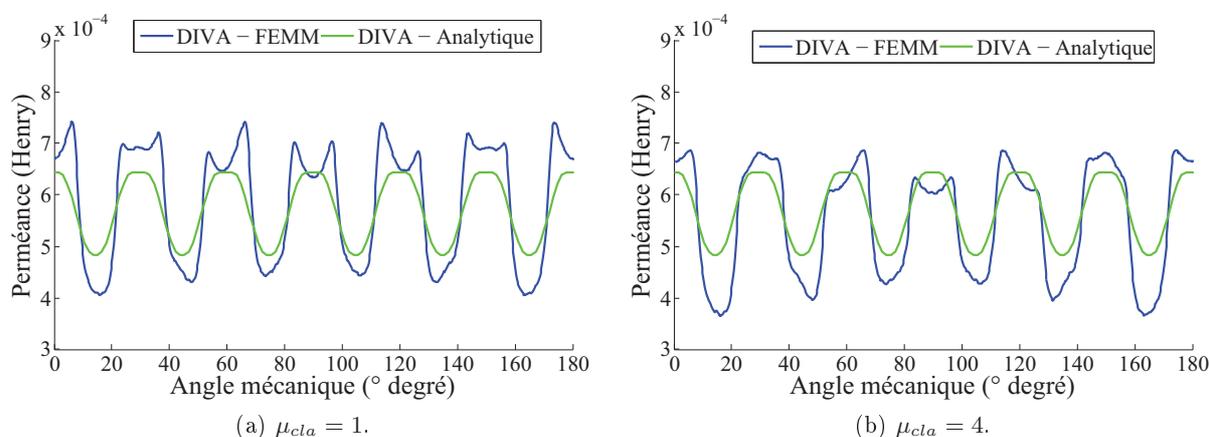


FIGURE A.2 – Perméance radiale d'entrefer pour le moteur ARv2 à  $t = 0$  : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM.

La formulation analytique de la perméance d'entrefer ne prend pas en compte les variations de perméance d'entrefer introduites par le rotor, et les effets liés à la perméabilité des clavettes d'encoche. L'évaluation de la composante continue de la perméance d'entrefer est satisfaisante avec la formulation analytique, mais les harmoniques d'encoche semblent être négligés. La perméance

d'entrefer peut être exprimée comme une série de Fourier.

$$\Lambda(\alpha) = \Lambda_0 + \sum_n \Lambda_{rn} \cos(nZ_s \alpha) \quad (\text{A.4})$$

Pour se rendre compte de la différence entre les deux types de modélisation implantée sous DIVA, nous allons comparer les inductions magnétiques radiales obtenues dans l'entrefer. Pour les deux modélisations, la force magnétomotrice des APs est calculée en utilisant les équations Laplacien/quasi-Poisson (Section 3.3.2).

Les figures A.3 et A.4 présentent des comparaisons des inductions radiales dans l'entrefer obtenues grâce aux méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM, pour différentes valeurs de la perméabilité de la clavette d'encoche.

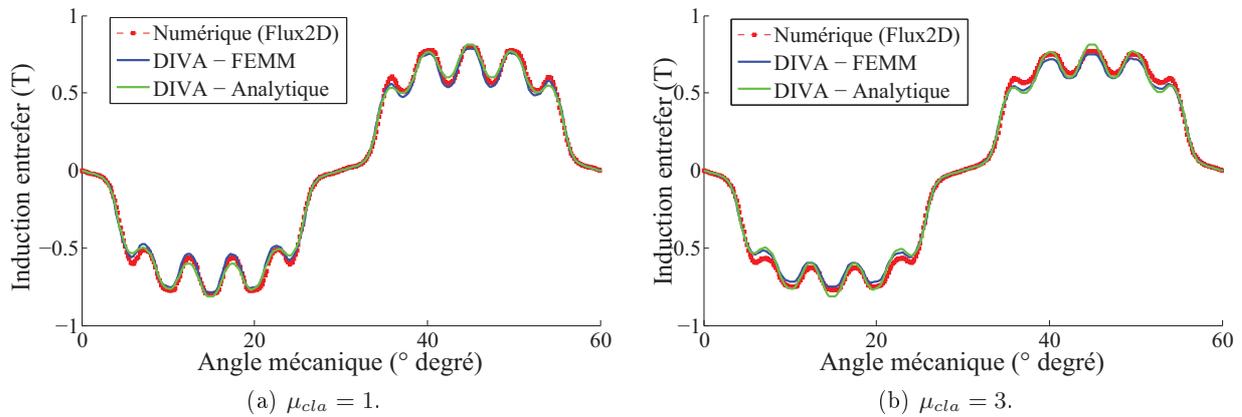


FIGURE A.3 – Induction radiale d'entrefer pour le moteur ARv0 à  $t = 0$  : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM.

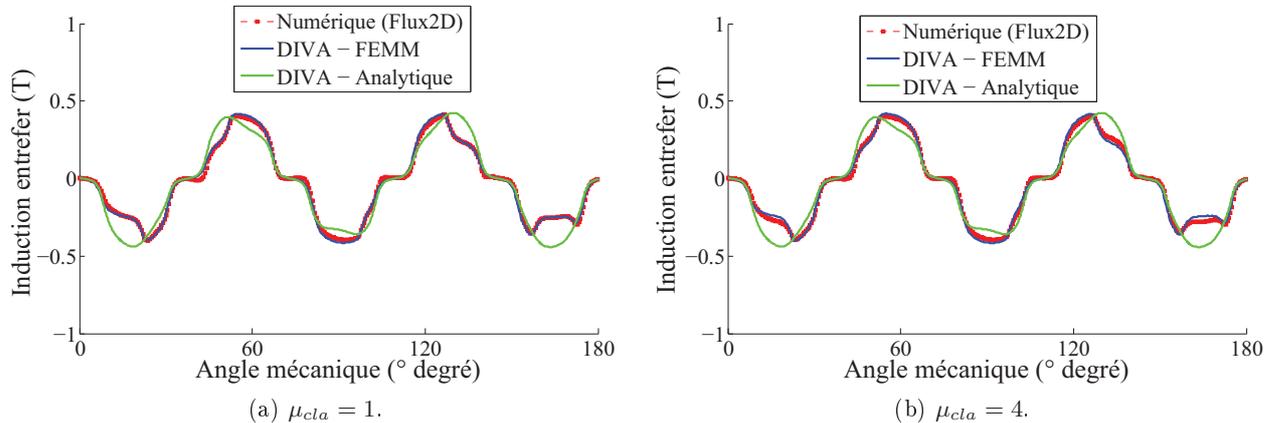


FIGURE A.4 – Induction radiale d'entrefer pour le moteur ARv2 à  $t = 0$  : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique et DIVA-FEMM.

En analysant les allures spatiales (Figures ci-dessus) et les Harmoniques spatio-temporels (Figures A.5) des inductions radiales dans l'entrefer, quatre conclusions majeures peuvent être faites :

1. La formulation analytique de la perméance d'entrefer est plus adaptée aux moteurs équipés de bobinage distribué ;
2. La formulation analytique de la perméance d'entrefer n'est pas très adaptée aux moteurs équipés de bobinage dentaire à dents ouvertes ;
3. La formulation analytique de la perméance d'entrefer ne prend pas en compte les clavettes magnétiques et les asymétries de la denture du stator ;
4. Le modèle 'hybride' est bien adapté à notre problématique. Il est précis et rapide (moins rapide que la formulation analytique). C'est pourquoi il a été adopté dans cette thèse. Le contenu harmonique de l'induction radiale dans l'entrefer, obtenu avec DIVA-FEMM, est très proche des calculs numériques.

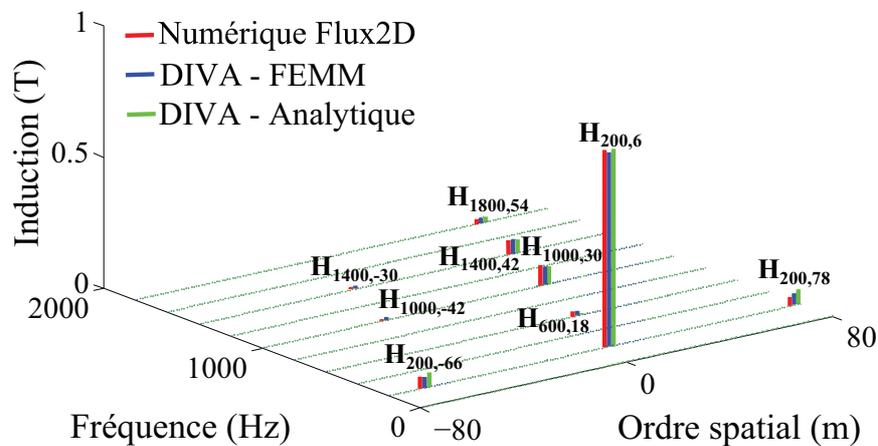
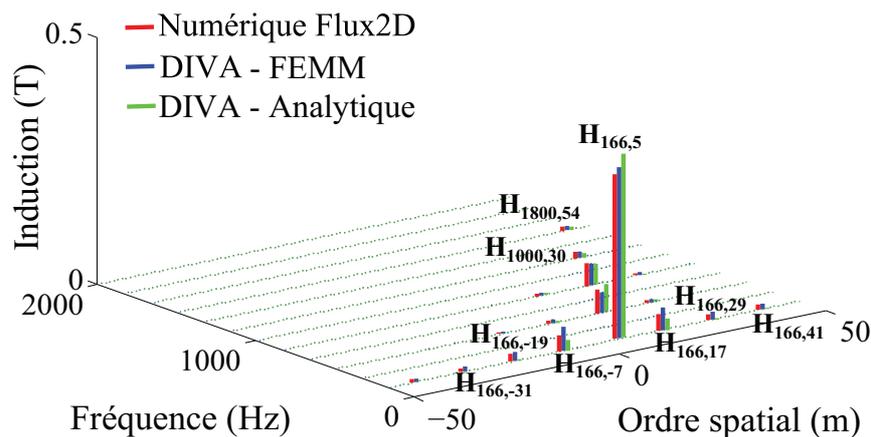
(a) ARv0,  $\mu_{cla} = 3$ .(b) ARv2,  $\mu_{cla} = 1$ .

FIGURE A.5 – Harmoniques spatio-temporels de l'induction radiale d'entrefer : Comparaison entre les méthodes DIVA-Analytique, DIVA-FEMM, et Flux2D (tout numérique).

# Technique d'Analyse Modale Expérimentale (AME)

## B.1 Méthodologie

La méthode d'analyse modale expérimentale choisie consiste à exciter la structure en plusieurs points à l'aide d'un marteau de choc et à mesurer, à l'aide d'un accéléromètre positionner en un unique point, la réponse en accélération sur une plage de fréquence prédéfinie (Figure B.1).

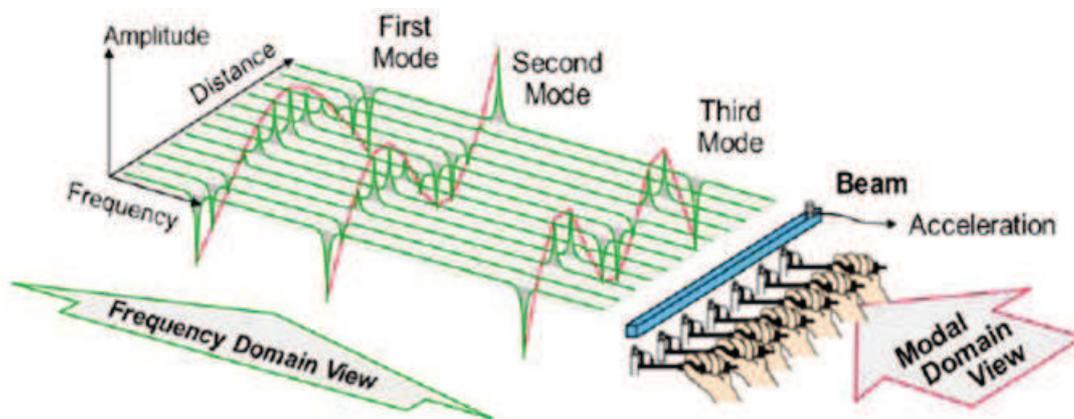


FIGURE B.1 – Méthode d'analyse modale expérimentale : marteau mobile, accéléromètre fixe.

Le logiciel utilisé pour l'analyse, PULSE dans notre cas, calcule alors la fonction de réponse fréquentielle, la « Frequency Response Function » ou **FRF**. Les **FRFs** suivants chaque point d'excitation permettent de déduire les modes de structures, ainsi que leur amortissement. Un maillage adéquat doit être choisi afin d'apprécier les déformés spatio-temporelles de la structure sous investigation. Ce maillage, réalisé avec l'outil d'acquisition acoustique et vibratoire **PULSE**, devra être rigoureusement identique à celui réalisé sur la pièce à analyser. Dans ce document, un maillage sera caractérisé par le couple  $(n, m)$  :

- $m$  est le nombre de points d'impact sur la circonférence  $(0, \theta)$  ;
- $n$  est le nombre de points d'impact suivant l'axe  $(0, z)$  ;
- soit  $n \times m$  nœuds au total...

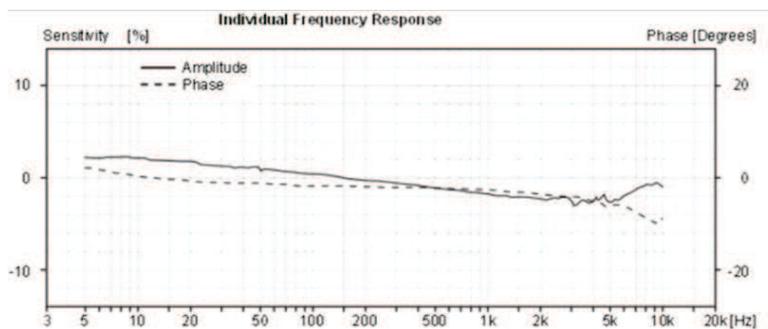
La bande de fréquence est définie par le type de matériau qui constitue la pièce à choquer, et la nature du matériau (aluminium, caoutchouc, plastique) de l'embout utilisé avec le marteau choc. Suivant la nature des matériaux qui rentrent en contact, le signal peut avoir un contenu harmonique suffisant pour une AME sur une plage de fréquence plus ou moins importante.

L'embout du marteau choc est donc choisi dans le but d'avoir une plage de fréquence satisfaisante pour observer plusieurs modes de structure de la pièce étudiée.

## B.2 Instrumentation

Le traitement des données est réalisé à l'aide du logiciel **PULSE version 17.1.0.22**. La chaîne d'instrumentation est composée des modules suivants :

- Un accéléromètre mono-axe **BRUEL & KJAER 4518 – 003** :
  - Sensibilité (à 160 Hz) :  $100 \pm 10\%$  mV/g. L'accéléromètre a été calibré avant le début des essais. Entre chaque essais (différentes pièces), l'accéléromètre n'a pas subi un recalibrage ;
  - Température fonctionnement :  $-51^{\circ}\text{C}$  à  $+100^{\circ}\text{C}$  ;
  - Amplitude réponse  $\pm 10\%$  : garanti sur 0 – 20 kHz.



(a) Reponse fréquentielle de l'accéléromètre.



(b) Accéléromètre.

FIGURE B.2 – Caractéristiques de accéléromètre utilisé pour réaliser les AMEs.

Un point important de l'utilisation de l'accéléromètre est son mode de fixation sur la structure. Dans les conditions de travail actuel, seul quatre modes de fixation sont envisageables :

- Fixation 1** : Collage à la cire d'abeille (bande passante : 0 – 5000 Hz) : montage rapide, mauvaise tenu aux chocs et à la température.
- Fixation 2** : Collage à la colle dure (bande passante : 0 – 4000 Hz) : excellente répétitivité de la mesure.
- Fixation 3** : Collage par ruban adhésif 2 faces : mince (bande passante : 0 – 5000 Hz), épais (bande passante : 0 – 500 Hz).
- Fixation 4** : Collage à l'aimant permanent (bande passante : 0 – 2000 Hz) : c'est le montage le plus rapide. Ce type de montage est limité par les chocs supérieur à 100 g.

Dans nos essais, nous avons opté pour l'utilisation d'une colle dure type **LOCTITE 401** pour la fixation de l'accéléromètre. Les acquisitions seront donc valides jusque 4000 Hz environ. Au-delà de cette fréquence, les amplitudes des FRFs ne seront plus correctes, et la précision du

calcul des amortissements sera dégradée.

- Un marteau choc ENDEVCO 2302 – 100 :
  - Sensibilité : 22,7 mV/N . Le marteau a été calibré avant le début des essais. Entre chaque essais (différentes pièces), le marteau n'a pas subi un recalibrage ;
  - Température fonctionnement :  $-73^{\circ}C$  à  $+60^{\circ}C$  ;
  - Pression maximale : 350 N ;
  - Type embout : Aluminium.

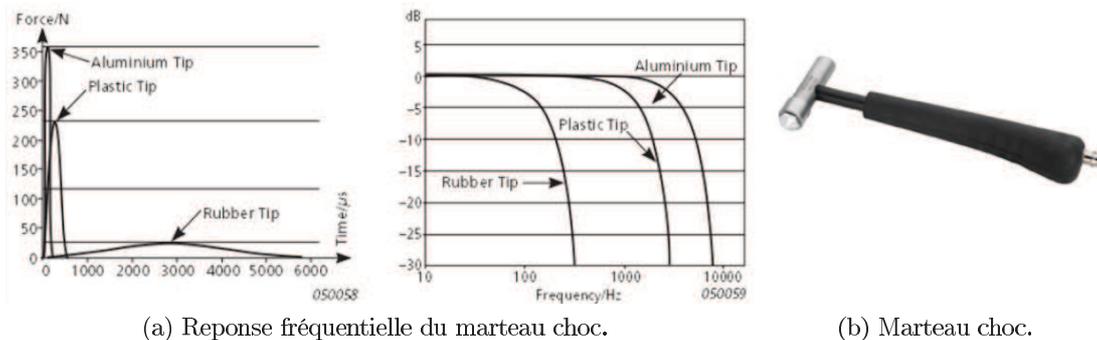


FIGURE B.3 – Caractéristiques du marteau choc utilisé pour réaliser les AMEs.

Avec l'embout en aluminium, il est possible d'exercer sur la structure une pression maximale de 350 N. En analysant la Figure B.3a, il est possible de déduire que l'embout en aluminium permet d'avoir le contenu harmonique de la force le plus riche. Avec un embout en aluminium monté sur le marteau choc, l'atténuation maximale des pressions exercées sur la structure sous investigation est garantie à 10 dB sur la plage de fréquence 0?5000 Hz.

Avec l'association accéléromètre? marteau choc dans leurs configurations respectives, nous sommes donc en mesure d'effectuer une AME et estimer avec précision les fréquences naturelles et les amortissements associés des modes de structure sur la plage de fréquence 0 – 4000 Hz. Au-delà de cette fréquence, les valeurs des amortissements ne seront plus précises.

# Analyse des harmoniques du groupe 6 pour un rotor à 12 pôles

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1) + kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31
3	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33
5	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35
7	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37
9	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39
11	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41
13	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43
15	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45
17	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47
19	29	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49
21	31	33	35	37	39	41	43	45	47	49	51

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1) - kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13
3	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15
5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17
7	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17	19
9	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17	19	21
11	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
13	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
15	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
17	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
19	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31
21	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1) + kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
3	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27
5	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
7	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
9	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17	19	21
11	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17	19
13	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15	17
15	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13	15
17	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11	13
19	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11
21	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1) - kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9	11
3	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7	9
5	-13	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5	7
7	-15	-13	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	5
9	-17	-15	-13	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>	<b>3</b>
11	-19	-17	-15	-13	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>	<b>1</b>
13	-21	-19	-17	-15	-13	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>	<b>-1</b>
15	-23	-21	-19	-17	-15	-13	-11	-9	-7	-5	<b>-3</b>
17	-25	-23	-21	-19	-17	-15	-13	-11	-9	-7	-5
19	-27	-25	-23	-21	-19	-17	-15	-13	-11	-9	-7
21	-29	-27	-25	-23	-21	-19	-17	-15	-13	-11	-9

FIGURE C.1 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 0.25$ . Ordre minimal = 1. Pente fondamentale = 30.

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
3	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
5	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
7	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
9	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
11	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190
13	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
15	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210
17	120	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220
19	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230
21	140	150	160	170	180	190	200	210	220	230	240

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80
3	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
5	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
7	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
9	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
13	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
15	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
17	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160
19	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170
21	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130
3	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
5	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
7	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
11	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70	80
13	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70
15	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60
17	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50
19	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
21	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60	70
3	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50	60
5	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40	50
7	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30	40
9	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20	30
11	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10	20
13	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0	10
15	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10	0
17	-110	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20	-10
19	-120	-110	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30	-20
21	-130	-120	-110	-100	-90	-80	-70	-60	-50	-40	-30

FIGURE C.2 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 1$ . Ordre minimal = 0. Pente fondamentale = 36.

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	57	69	81	93	105	117	129	141	153	165	177
3	69	81	93	105	117	129	141	153	165	177	189
5	81	93	105	117	129	141	153	165	177	189	201
7	93	105	117	129	141	153	165	177	189	201	213
9	105	117	129	141	153	165	177	189	201	213	225
11	117	129	141	153	165	177	189	201	213	225	237
13	129	141	153	165	177	189	201	213	225	237	249
15	141	153	165	177	189	201	213	225	237	249	261
17	153	165	177	189	201	213	225	237	249	261	273
19	165	177	189	201	213	225	237	249	261	273	285
21	177	189	201	213	225	237	249	261	273	285	297

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87
3	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99
5	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99	111
7	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123
9	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123	135
11	27	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147
13	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147	159
15	51	63	75	87	99	111	123	135	147	159	171
17	63	75	87	99	111	123	135	147	159	171	183
19	75	87	99	111	123	135	147	159	171	183	195
21	87	99	111	123	135	147	159	171	183	195	207

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	45	57	69	81	93	105	117	129	141	153	165
3	33	45	57	69	81	93	105	117	129	141	153
5	21	33	45	57	69	81	93	105	117	129	141
7	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117	129
9	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117
11	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93	105
13	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93
15	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81
17	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69
19	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57
21	-75	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75
3	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63
5	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51
7	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39
9	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27
11	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15
13	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>
15	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9
17	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21
19	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33
21	-165	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45

FIGURE C.3 – Harmoniques de pression magnétique d’entrefer causée par l’interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d’entrefer. spp = 1.25. Ordre minimal = 3. Pente fondamentale = 48.

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	66	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186
3	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186	198
5	90	102	114	126	138	150	162	174	186	198	210
7	102	114	126	138	150	162	174	186	198	210	222
9	114	126	138	150	162	174	186	198	210	222	234
11	126	138	150	162	174	186	198	210	222	234	246
13	138	150	162	174	186	198	210	222	234	246	258
15	150	162	174	186	198	210	222	234	246	258	270
17	162	174	186	198	210	222	234	246	258	270	282
19	174	186	198	210	222	234	246	258	270	282	294
21	186	198	210	222	234	246	258	270	282	294	306

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78
3	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90
5	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102
7	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114
9	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126
11	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138
13	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150
15	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162
17	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162	174
19	66	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186
21	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186	198

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162	174
3	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162
5	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150
7	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138
9	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126
11	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114
13	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102
15	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90
17	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78
19	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66
21	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$       Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66
3	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54
5	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42
7	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30
9	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18
11	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>
13	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>
15	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18
17	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30
19	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42
21	-174	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54

FIGURE C.4 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 1.5$ . Ordre minimal = 6. Pente fondamentale = 48 – 80.

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	75	87	99	111	123	135	147	159	171	183	195
3	87	99	111	123	135	147	159	171	183	195	207
5	99	111	123	135	147	159	171	183	195	207	219
7	111	123	135	147	159	171	183	195	207	219	231
9	123	135	147	159	171	183	195	207	219	231	243
11	135	147	159	171	183	195	207	219	231	243	255
13	147	159	171	183	195	207	219	231	243	255	267
15	159	171	183	195	207	219	231	243	255	267	279
17	171	183	195	207	219	231	243	255	267	279	291
19	183	195	207	219	231	243	255	267	279	291	303
21	195	207	219	231	243	255	267	279	291	303	315

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69
3	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81
5	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93
7	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93	105
9	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117
11	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117	129
13	21	33	45	57	69	81	93	105	117	129	141
15	33	45	57	69	81	93	105	117	129	141	153
17	45	57	69	81	93	105	117	129	141	153	165
19	57	69	81	93	105	117	129	141	153	165	177
21	69	81	93	105	117	129	141	153	165	177	189

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	63	75	87	99	111	123	135	147	159	171	183
3	51	63	75	87	99	111	123	135	147	159	171
5	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147	159
7	27	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147
9	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123	135
11	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123
13	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99	111
15	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99
17	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87
19	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75
21	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57
3	-75	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45
5	-87	-75	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33
7	-99	-87	-75	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21
9	-111	-99	-87	-75	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9
11	-123	-111	-99	-87	-75	-63	-51	-39	-27	-15	<b>-3</b>
13	-135	-123	-111	-99	-87	-75	-63	-51	-39	-27	-15
15	-147	-135	-123	-111	-99	-87	-75	-63	-51	-39	-27
17	-159	-147	-135	-123	-111	-99	-87	-75	-63	-51	-39
19	-171	-159	-147	-135	-123	-111	-99	-87	-75	-63	-51
21	-183	-171	-159	-147	-135	-123	-111	-99	-87	-75	-63

FIGURE C.5 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 1.75$ . Ordre minimal = 3. Pente fondamentale = 60.

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204
3	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216
5	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228
7	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
9	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240	252
11	144	156	168	180	192	204	216	228	240	252	264
13	156	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276
15	168	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288
17	180	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300
19	192	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312
21	204	216	228	240	252	264	276	288	300	312	324

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-60	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60
3	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72
5	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72	84
7	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72	84	96
9	-12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
11	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132
15	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144
17	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156
19	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168
21	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192
3	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180
5	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168
7	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156
9	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144
11	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132
13	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
15	-12	0	12	24	36	48	60	72	84	96	108
17	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72	84	96
19	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72	84
21	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36	48	60	72

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36	48
3	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0	12	24	36
5	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0	12	24
7	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0	12
9	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12	0
11	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24	-12
13	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36	-24
15	-156	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48	-36
17	-168	-156	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60	-48
19	-180	-168	-156	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72	-60
21	-192	-180	-168	-156	-144	-132	-120	-108	-96	-84	-72

FIGURE C.6 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 2$ . Ordre minimal = 0. Pente fondamentale = 72.

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	93	105	117	129	141	153	165	177	189	201	213
3	105	117	129	141	153	165	177	189	201	213	225
5	117	129	141	153	165	177	189	201	213	225	237
7	129	141	153	165	177	189	201	213	225	237	249
9	141	153	165	177	189	201	213	225	237	249	261
11	153	165	177	189	201	213	225	237	249	261	273
13	165	177	189	201	213	225	237	249	261	273	285
15	177	189	201	213	225	237	249	261	273	285	297
17	189	201	213	225	237	249	261	273	285	297	309
19	201	213	225	237	249	261	273	285	297	309	321
21	213	225	237	249	261	273	285	297	309	321	333

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 + \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51
3	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63
5	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75
7	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87
9	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99
11	-9	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99	111
13	<b>3</b>	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123
15	15	27	39	51	63	75	87	99	111	123	135
17	27	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147
19	39	51	63	75	87	99	111	123	135	147	159
21	51	63	75	87	99	111	123	135	147	159	171

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	81	93	105	117	129	141	153	165	177	189	201
3	69	81	93	105	117	129	141	153	165	177	189
5	57	69	81	93	105	117	129	141	153	165	177
7	45	57	69	81	93	105	117	129	141	153	165
9	33	45	57	69	81	93	105	117	129	141	153
11	21	33	45	57	69	81	93	105	117	129	141
13	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117	129
15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93	105	117
17	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93	105
19	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81	93
21	-39	-27	-15	<b>-3</b>	9	21	33	45	57	69	81

Ordre de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$						Pente de la raie de force = $(\mu_2 - \mu_1)p$					
mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27	39
3	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15	27
5	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>	15
7	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9	<b>3</b>
9	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21	-9
11	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33	-21
13	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45	-33
15	-165	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57	-45
17	-177	-165	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69	-57
19	-189	-177	-165	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81	-69
21	-201	-189	-177	-165	-153	-141	-129	-117	-105	-93	-81

FIGURE C.7 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 2.25$ . Ordre minimal = 3. Pente fondamentale = 84.

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p + kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	102	114	126	138	150	162	174	186	198	210	222
3	114	126	138	150	162	174	186	198	210	222	234
5	126	138	150	162	174	186	198	210	222	234	246
7	138	150	162	174	186	198	210	222	234	246	258
9	150	162	174	186	198	210	222	234	246	258	270
11	162	174	186	198	210	222	234	246	258	270	282
13	174	186	198	210	222	234	246	258	270	282	294
15	186	198	210	222	234	246	258	270	282	294	306
17	198	210	222	234	246	258	270	282	294	306	318
19	210	222	234	246	258	270	282	294	306	318	330
21	222	234	246	258	270	282	294	306	318	330	342

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p - kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 + \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42
3	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54
5	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66
7	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78
9	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90
11	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102
13	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114
15	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126
17	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138
19	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150
21	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p + kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	90	102	114	126	138	150	162	174	186	198	210
3	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186	198
5	66	78	90	102	114	126	138	150	162	174	186
7	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162	174
9	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150	162
11	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138	150
13	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126	138
15	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114	126
17	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102	114
19	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90	102
21	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30	42	54	66	78	90

Ordre de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p - kZ_s$ Pente de la raie de force =  $(\mu_2 - \mu_1)p$ 

mu 1 / mu2	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
1	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18	30
3	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>	18
5	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>	<b>6</b>
7	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18	<b>-6</b>
9	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30	-18
11	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42	-30
13	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54	-42
15	-174	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66	-54
17	-186	-174	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78	-66
19	-198	-186	-174	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90	-78
21	-210	-198	-186	-174	-162	-150	-138	-126	-114	-102	-90

FIGURE C.8 – Harmoniques de pression magnétique d'entrefer causée par l'interaction entre la force magnétomotrice des APs et la perméance d'entrefer.  $spp = 2.5$ . Ordre minimal = 6. Pente fondamentale = 84 – 96.

# Commande vectorielle réalisée sur le moteur ARv2

---

Commander le couple mécanique que développe une MSAPs est nécessaire pour la piloter. Le couple dépend des courants de phase exprimés dans le repère  $d-q$ . Il faut donc contrôler les courants  $I_d$  et  $I_q$ . Dans le repère de PARK, les courants  $I_d$  et  $I_q$  dépendent des tensions  $V_d$  et  $V_q$ . Ces variables sont indépendantes de la rotation de la machine électrique, et constantes lors du régime permanent.

## D.1 Découplage des commandes des tensions $V_d$ et $V_q$

En négligeant la saturation dans le fer, et avec l'hypothèse du premier harmonique, les équations des tensions exprimées dans le repère de PARK sont données par les relations suivantes :

$$V_d = R_s I_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega_r \Phi_q \quad (\text{D.1})$$

$$V_q = R_s I_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega_r \Phi_d \quad (\text{D.2})$$

$\omega_r$  est la pulsation de rotation du rotor de la MSAPs.  $R_s$  est la résistance fondamentale du bobinage d'une phase.  $\Phi_d$  et  $\Phi_q$  sont respectivement les flux magnétiques vue par le bobinage des phases sur les axes  $d$  et  $q$ . On a :

$$\Phi_d = L_d I_d + \Phi_{APs} \quad (\text{D.3})$$

$$\Phi_q = L_q I_q \quad (\text{D.4})$$

$L_d$  et  $L_q$  sont respectivement les inductances synchrones sur les axes  $d$  et  $sq$ . Ces inductances sont constantes dans le repère de PARK.  $\Phi_{APs}$  est le flux magnétique développé par les APs. En remplaçant respectivement les équations D.3 et D.4, dans les équations D.1 et D.2, on obtient :

$$V_d = R_s I_d + L_d \frac{dI_d}{dt} - \overbrace{\omega_r L_q I_d}^{-E_d} \quad (\text{D.5})$$

$$V_q = R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} + \underbrace{\omega_r L_d I_d + \omega_r \Phi_{APs}}_{E_q} \quad (\text{D.6})$$

Les tensions  $E_d$  et  $E_q$  représentent les termes de compensations sur les axes  $d$  et  $q$ . Ces tensions pilotent directement les flux sur les axes  $d$  et  $q$ . Les tensions à appliquer sur le bobinage, afin de maîtriser les dynamiques des courants, se déduisent donc comme suit :

$$V_d - E_d = V'_d = R_s I_d + L_d \frac{dI_d}{dt} \quad (\text{D.7})$$

$$V_q - E_q = V'_q = R_s I_q + L_q \frac{dI_q}{dt} \quad (\text{D.8})$$

Le couple électromagnétique est donnée par l'équation .  $p$  est le nombre de paires de pôle de la MSAPs. Le premier terme de l'addition représente le couple d'alignement, et le second terme le couple réactif de la MSAPs.

$$\Gamma_{em} = p [\Phi_{APs} I_q + (L_d - L_q) I_d I_q] \quad (D.9)$$

## D.2 Schéma bloc

Pour construire le schéma bloc de la MSAPs, la transformation de Laplace va être utilisée. En réécrivant les équations D.7 et D.8, où  $s$  est l'opérateur de Laplace, on obtient :

$$\frac{I_d}{V'_d} = \frac{1}{R_s + L_d s} \quad (D.10)$$

$$\frac{I_q}{V'_q} = \frac{1}{R_s + L_q s} \quad (D.11)$$

Le modèle de la MSAPs dans le repère  $d - q$  est construit grâce aux équations D.7, D.8, D.10, D.11 et D.9. Le schéma bloc est illustré à la figure D.1.  $C_i$  est une constante,  $f$  et  $J$  sont respectivement le coefficient de frottement visqueux et l'inertie de la masse en rotation (rotor). Les entrées du modèle sont les tensions  $V_d$  et  $V_q$ . Les sorties sont les courants  $I_d$  et  $I_q$ , le couple électromagnétique  $\Gamma_{em}$  et la vitesse de rotation  $\omega_r$ .

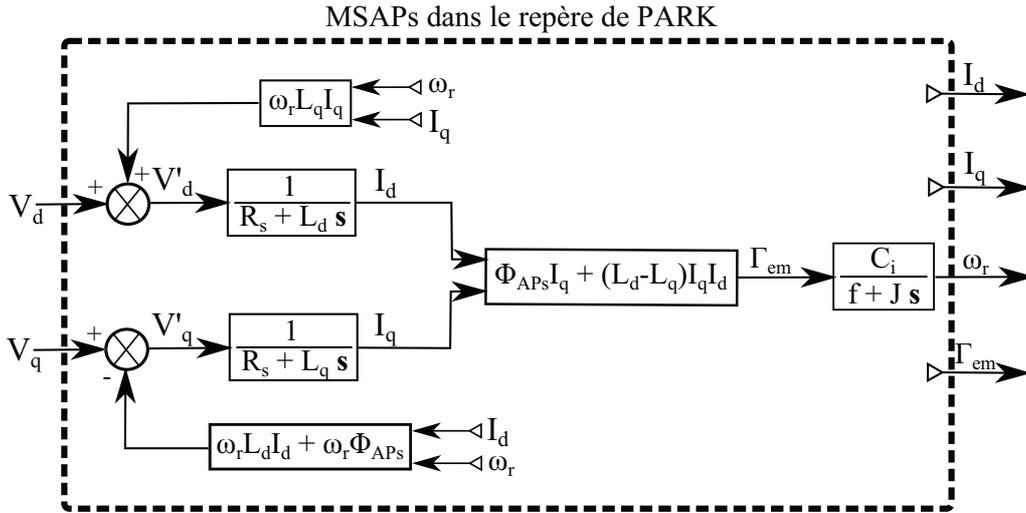


FIGURE D.1 – Modélisation d'une MSAPs dans le repère de PARK. Entrées  $V_d$  et  $V_q$  - Sorties  $I_d$ ,  $I_q$ ,  $\Gamma_{em}$  et  $\omega_r$ .

Contrôler une MSAPs revient donc à piloter les courants  $I_d$  et  $I_q$ . Ce schéma bloc (Figure D.1) sera utilisé sous MATLAB-SIMULINK pour calculer les régulateurs de courant et de vitesse.

## D.3 Boucle de commande

Dans les MSAPs, le couple électromagnétique est directement proportionnel à  $I_q$ . En effet,  $\Gamma_{em} = p [\Phi_{APs} + (L_d - L_q) I_d] I_q$ . Dans la plupart des cas (MSAPs à APs montés en surface) l'inégalité  $\Phi_{APs} \gg (L_d - L_q) I_d$  est vérifiée. C'est donc principalement la valeur de  $I_q$  qui pilote

le couple électromagnétique, et donc, la vitesse de rotation. Lorsque la différence de saillance n'est plus négligeable, il devient intéressant de piloter le couple électromagnétique grâce aux deux courants  $I_d$  et  $I_q$ .

Dans notre étude préliminaire, le couple sera donc piloté essentiellement via le courant  $I_q$ . La référence du courant  $I_q$  ( $I_q^\#$ ) est imposée par le régulateur de vitesse. La référence du courant  $I_d$  ( $I_d^\#$ ) sera choisie manuellement pour minimiser le courant absorbé par la machine. La référence de vitesse  $\omega_r^\#$  sera fixé par l'utilisateur, tout comme le courant  $I_d^\#$ .

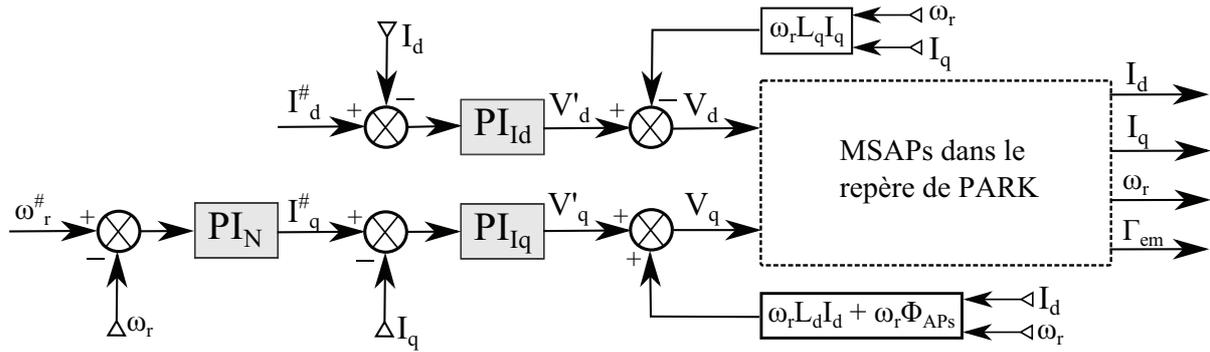


FIGURE D.2 – Modélisation de la régulation d'une MSAPs dans le repère de PARK.

Seuls les régulateurs Proportionnel - Intégral (PI) sont utilisés. Ils permettent de régler les dynamiques des courants et de la vitesse de rotation variable, tout en annulant l'erreur entre les valeurs obtenues en régime permanent et les consignes.

## D.4 Synthèse des régulateurs

Dans ce paragraphe, les deux coefficients des calculateurs PI vont être estimés. Le premier est le coefficient de correction proportionnel  $k_p$ , qui contrôle la dynamique du système à réguler. Le second coefficient est le celui de la correction intégral  $k_i$ , qui fixe la constante de temps du système à réguler, et assure la nullité de l'erreur entre la réponse et la référence.

$$\mathbf{P}_{\text{elec}} = \frac{1}{R_s + L_{dq}s}, \quad \mathbf{P}_{\text{meca}} = \frac{C_i}{f + Js} \quad (\text{D.12})$$

Les systèmes à réguler,  $\mathbf{P}_{\text{elec}}$  et  $\mathbf{P}_{\text{meca}}$ , sont des fonctions du premier ordre (Équations D.12). Les constantes de temps des courants régulés doivent être au moins de 10 fois supérieur à la constante de temps de la vitesse de rotation. Les régulateurs vont être calculés pour que le système régulé se comporte comme un système du deuxième ordre.

$$\mathbf{K}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} \quad (\text{D.13})$$

Le régulateur PI dispose de deux coefficients de réglage, permettant de fixer deux pôles en boucle fermée. Sa fonction de transfert est donnée par l'équation D.13. Avec un fonction processus

du premier ordre,  $\mathbf{P}(s) = \frac{b}{1 + as}$ , la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit comme suit :

$$\mathbf{TBF}(s) = \frac{1 + \frac{K_p}{K_i} s}{1 + \left(\frac{1 + bK_p}{bK_i}\right) s + \left(\frac{a}{bK_i}\right) s^2} \quad (\text{D.14})$$

La fonction de transfert en boucle fermée est d'ordre 2 et possède un zéro et deux pôles, dont trois paramètres à régler. Seuls deux paramètres sont réglables avec un PI. Les pôles vont donc être placés sans se soucier du zéro. En faisant une analogie avec une fonction du second ordre exprimé par sa pulsation propre  $\omega_0$  et son coefficient d'amortissement  $\xi_0$ , il vient :

$$\omega_0^2 = \frac{bK_i}{a}, \quad \frac{2\xi_0}{\omega_0} = \frac{1 + bK_p}{bK_i} \quad (\text{D.15})$$

La pulsation propre  $\omega_0$ , va permettre de régler la '**constante de temps**' du système régulé. Le coefficient d'amortissement  $\xi_0$ , va permettre de régler le '**dépassement**' de consigne du système régulé. Les coefficients  $K_i$  et  $K_p$  du PI sont donnés par les expressions D.17 et D.16.

$$K_i = \frac{a\omega_0^2}{b} \quad (\text{D.16})$$

$$K_p = \frac{2\xi_0 a \omega_0 - 1}{b} \quad (\text{D.17})$$

Le réglage est correct si  $K_p > 0$ , c'est à dire  $\xi_0 \omega_0 > \frac{1}{2a}$ . La pulsation propre est donnée par l'équation  $\omega_0 = \frac{3}{T_r}$ , avec  $T_r$  le temps de réponse du système régulé.

## D.5 Schéma technologique

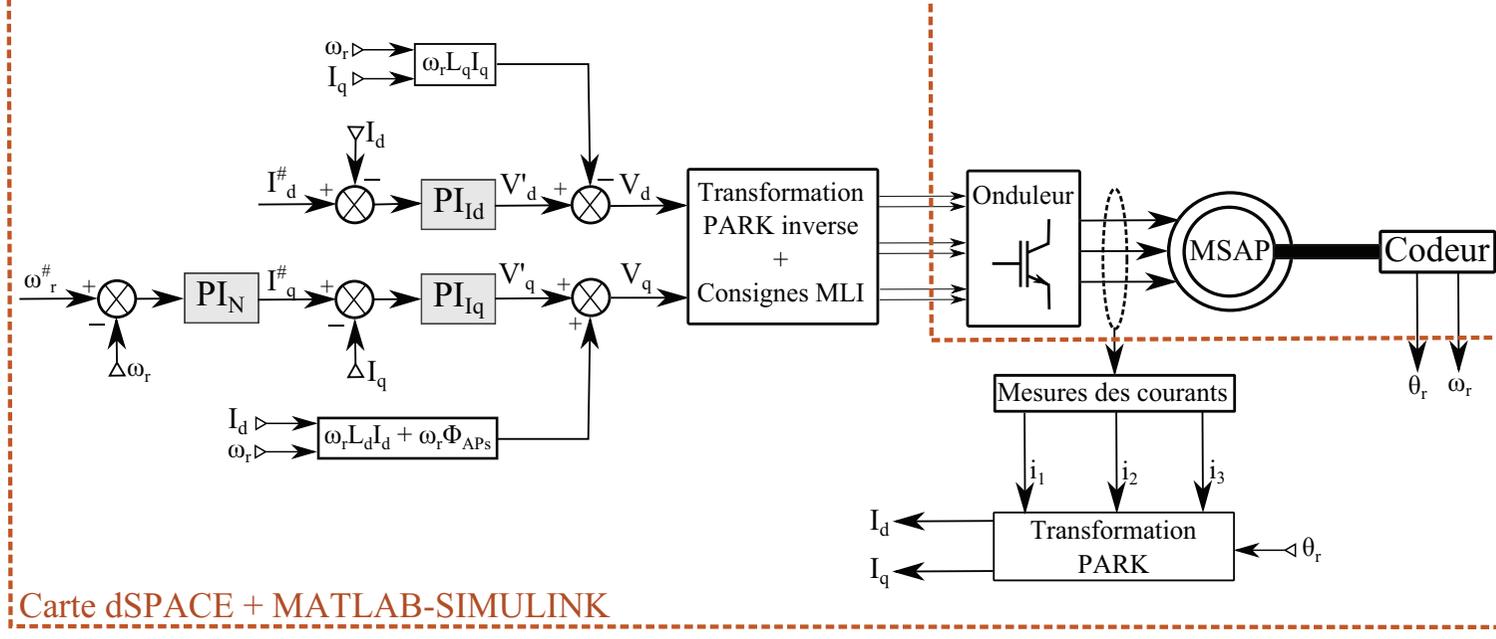


FIGURE D.3 – Réalisation de la commande cascade d'une MSAPs dans le repère de PARK.

# Bibliographie

- [Ait-Hammouda 2005] Amine Ait-Hammouda. *Pre-dimensionnement et étude de sensibilité vibro-acoustique de machines à courant alternatif et à vitesse variable*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, France, 2005. (Cité en pages 8, 10 et 37.)
- [Alberti 2011] Luigi Alberti et Nicola Bianchi. *Theory and design of fractional-slot multilayer windings*. In Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2011 IEEE, pages 3112–3119. IEEE, 2011. (Cité en page 61.)
- [Belahcen 2004] Anouar Belahcen *et al.* Magnetoelasticity, magnetic forces and magnetostriction in electrical machines. Helsinki University of Technology, 2004. (Cité en page 32.)
- [Bianchi 2006] Nicola Bianchi, Silverio Bolognani, MD Pre et GAGG Grezzani. *Design considerations for fractional-slot winding configurations of synchronous machines*. Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 42, no. 4, pages 997–1006, 2006. (Cité en pages 19 et 21.)
- [Bonal 1997] Jean Bonal. *Entraînement a vitesse variable*. Ed. Techniques Ingénieur, 1997. (Cité en pages 30 et 58.)
- [Boules 1985] Nady Boules. *Prediction of no-load flux density distribution in permanent magnet machines*. Industry Applications, IEEE Transactions on, no. 3, pages 633–643, 1985. (Cité en page 65.)
- [Bracikowski 2012] Nicolas Bracikowski. *Modélisation multi-physique par modèles à constantes localisées; application à une machine synchrone à aimants permanents en vue de son dimensionnement*. PhD thesis, 2012. (Cité en page 37.)
- [BRISSONNEAU 1990] Pierre BRISSONNEAU. *Aimants permanents : Principes et circuits magnétiques*. Techniques de l'ingénieur. Génie électrique, vol. 2, no. D2090, pages 2090–1, 1990. (Cité en page 23.)
- [Brudny 1997] JF Brudny. *Modélisation de la denture des machines asynchrones. Phénomène de résonance*. Journal de Physique III, vol. 7, no. 5, pages 1009–1023, 1997. (Cité en page 74.)
- [Carraro 2013] M. Carraro, F. Tinazzi et M. Zigliotto. *Estimation of the direct-axis inductance in PM synchronous motor drives at standstill*. In Industrial Technology (ICIT), 2013 IEEE International Conference on, pages 313–318, Feb 2013. (Cité en page 98.)
- [Cassat 2010] A Cassat, C Espanet, R Coleman, E Leleu, L Burdet, D Torregrossa, J M'Boua et A Miraoui. *Forces and vibrations analysis in industrial PM motors having concentric windings*. In Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE, pages 2755–2762. IEEE, 2010. (Cité en page 46.)
- [Chong 2010] L Chong et MF Rahman. *Saliency ratio derivation and optimisation for an interior permanent magnet machine with concentrated windings using finite-element analysis*. Electric Power Applications, IET, vol. 4, no. 4, pages 249–258, 2010. (Cité en page 19.)
- [Crocker 2007] Malcolm J Crocker. *Handbook of noise and vibration control*. Wiley, 2007. (Cité en page 45.)
- [Cros 2002] Jérôme Cros et Philippe Viarouge. *Synthesis of high performance PM motors with concentrated windings*. Energy conversion, iee transactions on, vol. 17, no. 2, pages 248–253, 2002. (Cité en page 61.)

- [Dajaku 2011] Gurakuq Dajaku et Dieter Gerling. *Eddy current loss minimization in rotor magnets of PM machines using high-efficiency 12-teeth/10-slots winding topology*. In Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2011 International Conference on, pages 1–6. IEEE, 2011. (Cité en page 21.)
- [Dajaku 2012] Gurakuq Dajaku et Dieter Gerling. *Different novel methods for reduction of low space harmonics for the fractional slot concentrated windings*. In Electrical Machines and Systems (ICEMS), 2012 15th International Conference on, pages 1–6. IEEE, 2012. (Cité en page 22.)
- [DajaNu ] G DajaNu et D Gerling. *A Novel Tooth Concentrated Winding with Low Space Harmonic Contents*. (Cité en page 21.)
- [Delaere 2000a] Koen Delaere, Ward Heylen, Ronnie Belmans et Kay Hameyer. *Finite element analysis of electrical machine vibrations caused by Lorentz, Maxwell and magnetostriction forces*. 2000. (Cité en page 32.)
- [Delaere 2000b] Koen Delaere, Ward Heylen, Kay Hameyer et Ronnie Belmans. *Local magnetostriction forces for finite element analysis*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 36, no. 5, pages 3115–3118, 2000. (Cité en page 32.)
- [Delaere 2002] Koen Delaere, Ward Heylen, Ronnie Belmans et Kay Hameyer. *Comparison of induction machine stator vibration spectra induced by reluctance forces and magnetostriction*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 38, no. 2, pages 969–972, 2002. (Cité en pages 32 et 44.)
- [El-Refaie 2004] Ayman M El-Refaie et Thomas M Jahns. *Optimal flux weakening in surface PM machines using concentrated windings*. In Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE, volume 2, pages 1038–1047. IEEE, 2004. (Cité en page 19.)
- [El-Refaie 2005] Ayman M El-Refaie. *High speed operation of permanent magnet machines*. 2005. (Cité en pages 18 et 61.)
- [El-Refaie 2006] Ayman M El-Refaie et Thomas M Jahns. *Impact of winding layer number and magnet type on synchronous surface PM machines designed for wide constant-power speed range operation*. In Industry Applications Conference, 2006. 41st IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2006 IEEE, volume 3, pages 1486–1493. IEEE, 2006. (Cité en pages 21 et 27.)
- [EL-Refaie 2009] Ayman M EL-Refaie, ZQ Zhu, Thomas M Jahns et David Howe. *Winding inductances of fractional slot surface-mounted permanent magnet brushless machines*. COMPEL : The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, vol. 28, no. 6, pages 1590–1606, 2009. (Cité en pages 21 et 27.)
- [EL-Refaie 2010] Ayman M EL-Refaie. *Fractional-slot concentrated-windings synchronous permanent magnet machines : Opportunities and challenges*. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 57, no. 1, pages 107–121, 2010. (Cité en page 21.)
- [Fakam 2011] M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi, P. Brochet et A. Randria. *Etude vibro-acoustique de machines synchrones à aimants à bobinage dentaire*. In Conférence EF2011, Électrotechnique du Futur, EF’2011, 2011. (Cité en pages 46, 49 et 155.)
- [Foch 2000] Henri Foch, François Forest et Thierry Meynard. *Ouduleurs de tension : Mise en oeuvre*. Techniques de l’ingénieur. Génie électrique, vol. 5, no. D3177, pages D3177–1, 2000. (Cité en page 30.)

- [Fodorean 2009] Daniel Fodorean et Abdellatif MIRAOUI. *Dimensionnement rapide des machines synchrones à aimants permanents (MSAP)*. Techniques de l'ingénieur. Génie électrique, vol. 6, no. D3554, 2009. (Cité en pages 25 et 71.)
- [Gieras 2002] J.F. Gieras et M. Wing. Permanent magnet motor technology : design and applications, volume 113. CRC, 2002. (Cité en pages 23 et 55.)
- [Gieras 2005] J.F. Gieras, C. Wang et J.C. Lai. Noise of polyphase electric motors, volume 129. CRC, 2005. (Cité en pages 7, 43, 119, 130 et 137.)
- [Gladwell 1975] GML Gladwell et DK Vijay. *Natural frequencies of free finite-length circular cylinders*. Journal of Sound and Vibration, vol. 42, no. 3, pages 387–397, 1975. (Cité en pages 43 et 120.)
- [Gojko 1999] JM Gojko, DD Momir et OB Aleksandar. *Skew and linear rise of MMF across slot modelling-winding function approach*. Energy conversion, iee transactions on, vol. 14, no. 3, pages 315–320, 1999. (Cité en page 61.)
- [Huang 2001] Surong Huang, Metin Aydin et Thomas A Lipo. *Electromagnetic vibration and noise assessment for surface mounted PM machines*. In Power Engineering Society Summer Meeting, 2001, volume 3, pages 1417–1426. IEEE, 2001. (Cité en page 46.)
- [Hubert 2000] Arnaud Hubert. *Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques - convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone*. PhD thesis, Université Technologique de Compiègne, France, 2000. (Cité en pages 8, 29 et 41.)
- [Ilea 2010] D Ilea, Mircea M Radulescu, Frédéric Gillon et Pascal Brochet. *Multi-objective optimization of a switched reluctance motor for light electric traction applications*. In Vehicle Power and Propulsion Conference (VPPC), 2010 IEEE, pages 1–6. IEEE, 2010. (Cité en page 48.)
- [Ilea 2011] Dan Ilea. *Conception optimale des moteurs à réluctance variable à commutation électronique pour la traction des véhicules électriques légers*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, 2011. (Cité en page 48.)
- [Islam 2009] Mohammed Rakibul Islam. *Cogging Torque, Torque Ripple and Radial Force Analysis of Permanent Magnet Synchronous Machines*. PhD thesis, University of Akron, 2009. (Cité en page 32.)
- [Jahns 1986] Thomas M Jahns, Gerald B Kliman et Thomas W Neumann. *Interior permanent-magnet synchronous motors for adjustable-speed drives*. Industry Applications, IEEE Transactions on, no. 4, pages 738–747, 1986. (Cité en page 27.)
- [Jang 2004] Ji-Hoon Jang, Jung-Ik Ha, M. Ohto, K. Ide et Seung-Ki Sul. *Analysis of permanent-magnet machine for sensorless control based on high-frequency signal injection*. Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 40, no. 6, pages 1595–1604, Nov 2004. (Cité en page 98.)
- [Jianhui 2003] Hu Jianhui, Zou Jibin et Liang Weiyan. *Finite element calculation of the saturation DQ-axes inductance for a direct drive PM synchronous motor considering cross-magnetization*. In Power Electronics and Drive Systems, 2003. PEDS 2003. The Fifth International Conference on, volume 1, pages 677–681. IEEE, 2003. (Cité en page 99.)
- [Kim 2005] Sung-Il Kim, Ji-Young Lee, Young-Kyoun Kim, Jung-Pyo Hong, Yoon Hur et Yeon-Hwan Jung. *Optimization for reduction of torque ripple in interior permanent magnet motor by using the Taguchi method*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 41, no. 5, pages 1796–1799, 2005. (Cité en page 26.)

- [Kloos 1998] G Kloos. *Magnetostatic Maxwell stresses and magnetostriction*. Electrical Engineering, vol. 81, no. 2, pages 77–80, 1998. (Cité en page 32.)
- [Kostenko 1969] M.P. Kostenko et L. Piotrovski. *Machines électriques : tome i : machines à courant continu, transformateurs*. Numeéro v. 1 de Technique soviétique. Mir, 1969. (Cité en page 14.)
- [Le Besnerais 2008a] Jean Le Besnerais. *Reduction of magnetic noise in PWM-supplied induction machines- low-noise design rules and multi-objective optimisation*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, France, 2008. (Cité en pages 8, 10, 37, 38, 61, 74, 84, 130, 137 et 147.)
- [Le Besnerais 2008b] Jean Le Besnerais, Vincent LANFRANCHI, Michel HECQUET et Pascal BROCHET. *Bruit audible d'origine magnétique dans les machines asynchrones*. Techniques de l'ingénieur. Génie électrique, vol. 6, no. D3580, 2008. (Cité en page 84.)
- [Le Besnerais 2010] Jean Le Besnerais, Vincent Lanfranchi, Michel Hecquet et Pascal Brochet. *Characterization and reduction of audible magnetic noise due to PWM supply in induction machines*. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 57, no. 4, pages 1288–1295, 2010. (Cité en pages 29 et 47.)
- [LE BRETON 2009] Jean-Marie LE BRETON, Luc LECHEVALLIER, Philippe TENAUD et Antoine MOREL. *Aimants permanents : Matériaux et propriétés*. Techniques de l'ingénieur. Génie électrique, vol. 2, no. D2100v2, 2009. (Cité en pages 22 et 23.)
- [Lecointe 2004] J-P Lecointe, R Romary, J-F Brudny et T Czapla. *Five methods of stator natural frequency determination : case of induction and switched reluctance machines*. Mechanical systems and signal processing, vol. 18, no. 5, pages 1133–1159, 2004. (Cité en page 44.)
- [Libert 2004] Florence Libert et Juliette Soulard. *Investigation on pole-slot combinations for permanent-magnet machines with concentrated windings*. In International Conference on Electrical Machines (ICEM 04), pages 5–8, 2004. (Cité en pages 19, 21 et 61.)
- [Liwschitz 1943] MM Liwschitz. *Distribution factors and pitch factors of the harmonics of a fractional-slot winding*. American Institute of Electrical Engineers, Transactions of the, vol. 62, no. 10, pages 664–666, 1943. (Cité en page 61.)
- [Lo 2000] WC Lo, CC Chan, ZQ Zhu, Lie Xu, David Howe et KT Chau. *Acoustic noise radiated by PWM-controlled induction machine drives*. Industrial Electronics, IEEE Transactions on, vol. 47, no. 4, pages 880–889, 2000. (Cité en pages 29 et 47.)
- [Lu 2010] Kaiyuan Lu, M. Vetuschi, P.O. Rasmussen et A.E. Ritchie. *Determination of High-Frequency d - and q -axis Inductances for Surface-Mounted Permanent-Magnet Synchronous Machines*. Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, vol. 59, no. 9, pages 2376–2382, Sept 2010. (Cité en page 98.)
- [Ma 2007] Hongzhong Ma, Huamin Li, Weifang Xie et Fen Chen. *Vibration research on winding faults of induction motor based on experiment modal analysis method*. In Power Engineering Conference, 2007. IPEC 2007. International, pages 366–370. IEEE, 2007. (Cité en page 44.)
- [Meeker 2006] David Meeker. *Finite element method magnetics (FEMM)*. A Windows finite element solver for 2D and axisymmetric magnetic, electrostatic, heat flow, and current flow problems with graphical pre-and post-processors, 2006. (Cité en pages 48 et 55.)
- [Mininger 2005] Xavier Mininger. *Réduction des vibrations des machines à réluctance variable à l'aide d'actionneurs piézoélectriques*. PhD thesis, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2005. (Cité en page 46.)

- [Minteer 2012] Timothy Michael Minteer. *Magnetostatic Stress : Insightful Analysis and Manipulation of Maxwell's Stress Equation for Magnetostatics*. 2012. (Cité en page 33.)
- [Nedjar 2011] Boumedyen Nedjar. *Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation*. PhD thesis, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2011. (Cité en page 37.)
- [Nogarède 2005] Bertrand Nogarède. *Électrodynamique appliquée-bases et principes physiques de l'électrotechnique : Bases et principes physiques de l'électrotechnique*. Hachette. com, 2005. (Cité en pages 33 et 68.)
- [Ojeda 2009] Javier Matias Ojeda. *Dimensionnement et commande d'actionneurs piézoélectriques en vue du contrôle des vibrations des machines à réluctance variable rapides*. PhD thesis, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan, 2009. (Cité en page 46.)
- [Pellerey 2012] P Pellerey, V Lanfranchi et G Friedrich. *Coupled Numerical Simulation Between Electromagnetic and Structural Models. Influence of the Supply Harmonics for Synchronous Machine Vibrations*. *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 48, no. 2, pages 983–986, 2012. (Cité en page 39.)
- [Petrichenko 2007] Dmitry Petrichenko. *Contribution à la modélisation et à la conception optimale des turbo-alternateurs de faible puissance*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lille, 2007. (Cité en page 37.)
- [Pétrowski 2006] Alain Pétrowski et Eric Taillard. *Metaheuristics for hard optimization*. Springer, 2006. (Cité en page 48.)
- [Roisse 1998] Hervé Roisse. *Contribution à la modélisation des systèmes électrotechniques par la méthode des réseaux de perméances couplés. Application aux machines synchrones à aimants permanents*. PhD thesis, 1998. (Cité en page 37.)
- [Ruiz-Gonzalez 2010] Antonio Ruiz-Gonzalez, Mario J Meco-Gutierrez, Francisco Perez-Hidalgo, Francisco Vargas-Merino et Juan Ramón Heredia-Larrubia. *Reducing acoustic noise radiated by inverter-fed induction motors controlled by a new PWM strategy*. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 57, no. 1, pages 228–236, 2010. (Cité en page 47.)
- [SAINT-MICHEL 2001] Jacques SAINT-MICHEL. *Bobinage des machines tournantes à courant alternatif*. Ed. Techniques Ingénieur, 2001. (Cité en page 14.)
- [Scuiller 2010] Franck Scuiller, Eric Semail, Jean-Frédéric Charpentier et al. *General modeling of the windings for multi-phase ac machines*. *European Physical Journal- Applied Physics*, vol. 50, no. 3, pages 15–15, 2010. (Cité en page 61.)
- [Séguier 2006] G. Séguier et F. Notelet. *Électrotechnique industrielle*. Tec & Doc Lavoisier, 2006. (Cité en pages 14, 55 et 61.)
- [Shah 2008] MR Shah, AM El-Refaie et K Sivasubramaniam. *Analysis of turn-to-turn faults in surface PM machines with multi-layer fractional-slot concentrated windings*. In *Electrical Machines, 2008. ICEM 2008. 18th International Conference on*, pages 1–4. IEEE, 2008. (Cité en page 21.)
- [Soualmi 2013] Abdessamed Soualmi. *Architecture optimisée des machines synchrones à aimants permanents pour la traction ferroviaire*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, FEMTO-ST Energie, France, 2013. (Cité en page 9.)
- [Stumberger 2003] Bojan Stumberger, Gorazd Stumberger, Drago Dolinar, Anton Hamler et Mladen Trlep. *Evaluation of saturation and cross-magnetization effects in interior*

- permanent-magnet synchronous motor*. Industry Applications, IEEE Transactions on, vol. 39, no. 5, pages 1264–1271, 2003. (Cité en page 98.)
- [Sun 2009] Tao Sun, Soon-O Kwon, Jung-Pyo Hong et Geun-Ho Lee. *Inductance Measurement of Interior Permanent Magnet Synchronous Motor in Stationary Reference Frame*. In Industry Applications Society Annual Meeting, 2009. IAS 2009. IEEE, pages 1–7, Oct 2009. (Cité en page 99.)
- [Tim r-P 1989] L szl  Tim r-Peregrin Tim r-P et PL Tim r. Noise and vibration of electrical machines, volume 34. North Holland, 1989. (Cité en pages 40, 43, 45, 119 et 120.)
- [Timar 1994] PL Timar et JCS Lai. *Acoustic noise of electromagnetic origin in an ideal frequency-converter-driven induction motor*. In Electric Power Applications, IEE Proceedings-, volume 141, pages 341–346. IET, 1994. (Cité en pages 7 et 137.)
- [Verma 1998] SP Verma et A Balan. *Experimental investigations on the stators of electrical machines in relation to vibration and noise problems*. In Electric Power Applications, IEE Proceedings-, volume 145, pages 455–461. IET, 1998. (Cité en page 40.)
- [Wang 2000a] C Wang et JCS Lai. *Prediction of natural frequencies of finite length circular cylindrical shells*. Applied acoustics, vol. 59, no. 4, pages 385–400, 2000. (Cité en pages 43, 120 et 124.)
- [Wang 2000b] C Wang et JCS Lai. *The sound radiation efficiency of finite length acoustically thick circular cylindrical shells under mechanical excitation I : Theoretical analysis*. Journal of sound and vibration, vol. 232, no. 2, pages 431–447, 2000. (Cité en pages 45, 136 et 137.)
- [Wang 2001] C Wang et JCS Lai. *The sound radiation efficiency of finite length circular cylindrical shells under mechanical excitation II : limitations of the infinite length model*. Journal of sound and vibration, vol. 241, no. 5, pages 825–838, 2001. (Cité en pages 45 et 137.)
- [Weiser 2000] B Weiser, H Pfitzner et J Anger. *Relevance of magnetostriction and forces for the generation of audible noise of transformer cores*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 36, no. 5, pages 3759–3777, 2000. (Cité en page 32.)
- [Witczak 2011] Pawel Witczak. *Analytical method for calculation of eigenfrequencies and modes of stator cores in AC machines*. Maszyny Elektryczne : zeszyty problemowe, no. 92, pages 1–6, 2011. (Cité en pages 43, 125, 126 et 128.)
- [Wu 2010] LJ Wu, ZQ Zhu, D Staton, M Popescu et D Hawkins. *Comparison of analytical models for predicting cogging torque in surface-mounted PM machines*. In Electrical Machines (ICEM), 2010 XIX International Conference on, pages 1–6. IEEE, 2010. (Cité en pages 74, 156 et 157.)
- [Yang 1981] SJ Yang. Low-noise electrical motors. Clarendon press Oxford, 1981. (Cité en pages 40, 43, 125 et 128.)
- [Zarko 2006] Damir Zarko, Drago Ban et Thomas A Lipo. *Analytical calculation of magnetic field distribution in the slotted air gap of a surface permanent-magnet motor using complex relative air-gap permeance*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 42, no. 7, pages 1828–1837, 2006. (Cité en page 74.)
- [Zarko 2008] Damir Zarko, Drago Ban et Thomas A Lipo. *Analytical solution for cogging torque in surface permanent-magnet motors using conformal mapping*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 44, no. 1, pages 52–65, 2008. (Cité en page 74.)

- [Zhu 1993] ZQ Zhu et David Howe. *Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors. III. Effect of stator slotting*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 29, no. 1, pages 143–151, 1993. (Cité en pages 61, 74 et 156.)
- [Zhu 2002] ZQ Zhu, David Howe et CC Chan. *Improved analytical model for predicting the magnetic field distribution in brushless permanent-magnet machines*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 38, no. 1, pages 229–238, 2002. (Cité en pages 65 et 66.)
- [Zhu 2003] ZQ Zhu, ZP Xia, YF Shi, D Howe, A Pride et XJ Chen. *Performance of Halbach magnetized brushless AC motors*. Magnetics, IEEE Transactions on, vol. 39, no. 5, pages 2992–2994, 2003. (Cité en page 61.)
- [Zhu 2009] ZQ Zhu, ZP Xia, LJ Wu et GW Jewell. *Influence of slot and pole number combination on radial force and vibration modes in fractional slot PM brushless machines having single- and double-layer windings*. In Energy Conversion Congress and Exposition, 2009. ECCE 2009. IEEE, pages 3443–3450. IEEE, 2009. (Cité en pages 21 et 46.)

## **Dimensionnement vibro-acoustique des machines synchrones à aimants permanents pour la traction ferroviaire. Règles de conception silencieuse**

**Résumé :** Cette thèse de doctorat s'inscrit dans un projet pour le développement du transport ferroviaire piloté par la société ALSTOM Transport. Il répond aux prévisions de quadruplement des déplacements interurbains et régionaux en France à l'horizon 2020 en respectant les contraintes environnementales très sévères, dont les normes restrictives du niveau de bruit émis par les trains. Une réduction importante du bruit émis par le moteur est donc nécessaire. L'objectif de nos travaux a été de développer un outil capable de concevoir et de prédire le bruit d'origine électromagnétique produit par les moteurs synchrones à aimants permanents, équipés d'un bobinage distribué ou concentré, et alimentés par des tensions MLI. Pour cela, un modèle multi-physique a été développé.

Un couplage numérique - analytique a été mis en place pour calculer les forces magnétiques dans l'entrefer. La perméance globale d'entrefer et les inductances synchrones sont ainsi calculées grâce à des simulations par élément fini en statique, et très rapides. Un niveau de compromis précision - rapidité de résolution inégalé est obtenu pour le calcul des forces magnétiques. L'alimentation MLI, la perméabilité des clavettes, la forme du rotor et l'asymétrie des dents du stator sont pris en compte. La rapidité de l'outil permet un couplage avec un superviseur d'optimisation. Deux prototypes ont été dimensionnés et fabriqués dans le but de valider le modèle multi-physique.

**Mots clés :** Bruit magnétique, vibrations, pressions de Maxwell, perméance d'entrefer, modulation de largeur d'impulsion (MLI), bobinage distribué et dentaire, aimants permanents.

### **Vibro-acoustic design of permanent magnets synchronous machines for railways application. Low-noise design rules**

**Abstract :** This thesis is part of a project for the development of rail transportation piloted by ALSTOM TRANSPORT. It meets the forecasts of fourfold increase of the interurban and regional travels in France before 2020, by respecting very severe environmental requirements, among which the restrictive standards of noise level emitted by trains. An important reduction of the noise radiated by motors is required. Our task was to develop a tool capable of designing and of predicting the electromagnetic noise produced by permanent magnet synchronous motors equipped with distributed or concentrated windings, and fed by a PWM converter. For that purpose, a multi-physics model was developed.

A numerical - analytical coupling was set up to calculate the airgap magnetic pressures. Global airgap permeance and synchronous inductances are thus calculated thanks to statics finite element simulations. An unequalled level of precision and speed of resolution is obtained for the computation of airgap magnetic pressures. The PWM supply, the wedge permeability, the rotor shape and the asymmetry of stator teeth are taken into account. The quickness of the resolution allows coupling our tool with an optimization supervisor. Two prototypes were designed and built in order to validate the multi-physics model.

**Key words :** Magnetic noise, vibrations, maxwell pressures, airgap permeance, pulsewidth modulation (PWM), distributed and concentrated windings, permanent magnets.