



Etude de la notion d'angle sous le point de vue des conceptions

Lucile Vadcard

► To cite this version:

Lucile Vadcard. Etude de la notion d'angle sous le point de vue des conceptions. Education. Université Joseph Fourier (Grenoble I), 2000. Français. NNT : . tel-01988332

HAL Id: tel-01988332

<https://theses.hal.science/tel-01988332>

Submitted on 21 Jan 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE 1
SCIENCES ET GEOGRAPHIE

ETUDE DE LA NOTION D'ANGLE SOUS LE POINT DE VUE DES CONCEPTIONS

THESE

présentée par

Lucile VADCARD

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : Didactique des Mathématiques

Présentée et soutenue publiquement le 12 Juillet 2000

devant le jury composé de

Nicolas BALACHEFF, *Directeur de Recherche au CNRS, Directeur de thèse*

Maria-Alessandra MARIOTTI, *Professeur à l'Université de Pise, Rapporteur*

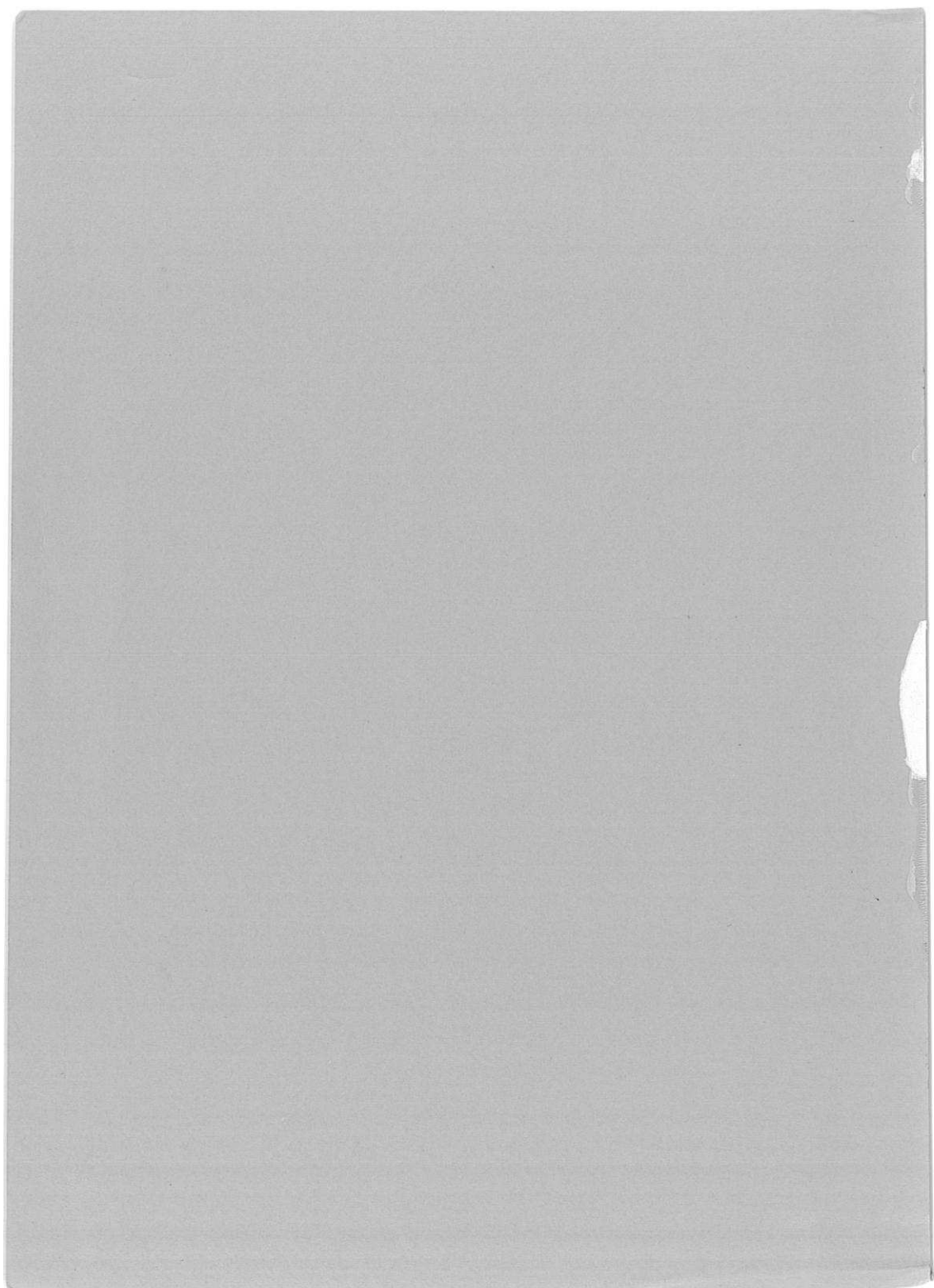
Sylvette MAURY, *Professeur à l'Université René Descartes - Paris V, Rapporteur*

Denise GRENIER, *Maître de Conférence à Université Joseph Fourier - Grenoble 1*

Colette LABORDE, *Professeur à l'IUFM de Grenoble*

Marie-Hélène SALIN, *Maître de conférence à l'IUFM d'Aquitaine*

Thèse préparée au sein du Laboratoire Leibniz IMAG CNRS - UJF - INPG



UNIVERSITE JOSEPH FOURIER - GRENOBLE 1
SCIENCES ET GEOGRAPHIE

ETUDE DE LA NOTION D'ANGLE SOUS LE POINT DE VUE DES CONCEPTIONS

THESE

présentée par

Lucile VADCARD

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

Spécialité : Didactique des Mathématiques

Présentée et soutenue publiquement le 12 Juillet 2000

devant le jury composé de

Nicolas BALACHEFF, *Directeur de Recherche au CNRS, Directeur de thèse*
Maria-Alessandra MARIOTTI, *Professeur à l'Université de Pise, Rapporteur*
Sylvette MAURY, *Professeur à l'Université René Descartes - Paris V, Rapporteur*
Denise GRENIER, *Maître de Conférence à Université Joseph Fourier - Grenoble 1*
Colette LABORDE, *Professeur à l'IUFM de Grenoble*
Marie-Hélène SALIN, *Maître de conférence à l'IUFM d'Aquitaine*

Thèse préparée au sein du Laboratoire Leibniz IMAG CNRS - UJF - INPG

Merci...

... à Nicolas Balacheff, qui m'a guidée et soutenue depuis mes premiers pas dans la recherche en Didactique des mathématiques ;

... à Maria-Alessandra Mariotti et Sylvette Maury qui ont bien voulu rapporter sur ce travail ;

... à Denise Grenier, Colette Laborde et Marie-Hélène Salin d'avoir accepté de faire partie du jury ;

... à Vanda Luengo, Paula Moreira-Baltar et Cileda Couthino qui ont participé très efficacement aux expérimentations ;

... aux professeurs de lycée et collège qui m'ont accueillie dans leurs classes, ainsi qu'à tous leurs élèves. Je tiens tout particulièrement à remercier Bernard Capponi et Philippe Clarou ;

... aux nombreux enseignants qui ont répondu par courrier électronique à mon questionnaire ;

... aux thésards et ex-thésards en Didactique du laboratoire Leibniz, pour les réunions de travail et surtout pour leur amitié ;

... à ma mère et à Muriel qui ont bien voulu relire une partie des épreuves de ce mémoire ;

... à Maël qui s'est si gentiment occupé de Nathan pendant que je travaillais.

SOMMAIRE

CHAPITRE 1	3
Problématique et cadre théorique	
I. La Problématique	3
I.1. L'angle, une notion peu étudiée	3
I.2. L'angle, une notion du macro-espace	6
I.3. Une alternative : les micromondes de géométrie.....	8
II. Le cadre théorique.....	10
II.1. Situation générale	10
II.2. Une définition du concept, par Vergnaud.....	12
II.3. La prise en compte des contrôles, par Balacheff.....	13
III. Présentation de l'étude.....	18

PARTIE THEORIQUE

CHAPITRE 2	23
Etat de l'art des recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle	
I. Gillian Susan CLOSE : l'angle, paire de segments de même origine.....	25
I.1. Présentation	25
I.2. Méthodologie.....	26
I.3. Limites du travail	28
I.4. Conclusion.....	34
II. Jean PIAGET & Dina et Pierre M. VAN HIELE : approches du développement du concept d'angle en termes de stades	35
II.1. Jean Piaget.....	35
II.2. Dina et Pierre M. van Hiele.....	36
II.3. Conclusion	40

III. Michael MITCHELMORE et Sandra MAGINA : « the informal knowledge of angle »	40
III.1. Michael Mitchelmore.....	40
III.2. Sandra Magina.....	42
IV. René BERTHELOT et Marie-Hélène SALIN : à la recherche d'une situation fondamentale pour l'angle.....	43
V. LOGO : la géométrie de la Tortue.....	45
V.1. Présentation.....	46
V.2. Caractéristiques.....	46
V.3. La géométrie et l'angle dans LOGO.....	48
V.3. Conclusion.....	52
VI. Conclusion de l'état de l'art des recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle.....	53

CHAPITRE 3 57

Bilan historique et étude de pratiques

I. Présentation historique de l'évolution de la notion d'angle.....	58
I.1. Apparition et développement de la notion d'angle en mathématiques.....	58
I.2. Conclusion.....	63
II. Etude de pratiques.....	63
II.1. La mesure des distances inaccessibles.....	63
II.2. Euclide : une axiomatisation de la géométrie.....	68
II.3. La topographie.....	71
III. Conclusion.....	76

CHAPITRE 4 79

Examen de manuels scolaires

I. Le primaire.....	80
I.1. C.E.1 - Collection Diagonale - Nathan - 1994.....	80
I.2. C.E.2 - Collection Diagonale - Nathan - 1994.....	82
I.3. C.M.1 - Collection Diagonale - Nathan - 1993.....	83
I.4. C.M.2 - Collection Diagonale - Nathan - 1994.....	87
I.5. Conclusion : les angles au primaire.....	89
II. De la 6 ^{ème} à la 2 ^{nde}	93

II.1. 6 ^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1990.....	93
II.2. 5 ^{ème} - Collection Pythagore, édition pour le professeur - Hatier - 1991	102
II.3. 4 ^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1992.....	108
II.4. 3 ^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1993.....	110
II.5. 2 ^{nde} - Collection Pyramide - Hachette - 1998.....	111
II.6. Conclusion : les angles de la 6 ^{ème} à la 2 ^{nde}	111
III. Conclusion : une sphère de pratiques pour l'angle inclinaison	112
III.1. Une définition	112
III.2. Une sphère de pratiques	112
III.3. Des conceptions.....	113
III.4. Conclusion	114

CHAPITRE 5

117

Les environnements informatiques

I. Cabri-géomètre 1	118
I.1. Caractéristiques	118
I.2. Illustrations	120
II. Géoplan	121
II.1. Caractéristiques	121
II.2. Illustrations	125
III. Cabri-géomètre II.....	126
III.1. Caractéristiques.....	126
III.2. Illustrations.....	130
IV. Geometer Sketchpad.....	133
IV.1. Caractéristiques.....	133
IV.2. Illustrations	134
V. Bilan.....	135
VI. Une situation expérimentale.....	135
VII. Conclusion	140

PARTIE EXPERIMENTALE

CHAPITRE 6

145

Introduction aux expérimentations

I. Bilan des travaux	145
II. Présentation des expérimentations	149
II.1. Les conditions de la situation	149
II.2. Le problème posé	150
III. Les outils théoriques	153
III.1. Les caractéristiques de la situation	153
III.2. L'analyse des données	154
IV. Conclusion	162

CHAPITRE 7

163

Analyse a priori de la pré-expérimentation

I. Présentation de la situation	163
I.1. La situation de communication	163
I.2. Le problème	164
I.3. Le niveau scolaire	165
I.4. Les conditions de l'observation	166
II. Analyse a priori	167
II.1. Connaissances requises	167
II.2. Variables de la situation	169
II.3. Les conceptions mobilisables	176
II.4. Les stratégies de résolution attendues	178
III. Mise en place de la situation	187
III.1. Conditions	187
III.2. Résultats	189

CHAPITRE 8

191

Présentation de la situation expérimentale

I. Résultats de la pré-expérimentation	191
I.1. Bilan	191

I.2. Résultats : contournement et résistance.....	193
II. Un retour sur la situation.....	194
II.1. Constats.....	194
II.2. Conséquences.....	195
II.3. Conclusion	202
III. Analyse a priori de l'expérimentation	202
III.1. Présentation de l'expérimentation.....	203
III.2. Les stratégies de résolution attendues.....	209
III.3. Mise en place de la situation	213

CHAPITRE 9 215

Analyse des résultats de la campagne d'expérimentations

I. De la décomposition en triangles sans chevauchement à l'intersection.....	215
I.1. Ombeline et Jérémie, protocole BE2.....	215
I.2. Romain et Pauline, protocole BE1	227
II. Du cheminement à l'intersection	240
II.1. Jordan et Christophe, protocole PE2	240
II.2. Eric et Sarah, protocole PE4.....	250
III. Entre la décomposition en triangles sans chevauchement et le cheminement.....	261
III.1. Elodie et Stéphanie, protocole PE6.....	261
IV. L'exploration instrumentée de la figure	278
IV.1. Ibrahim et Carine, protocole BE3	278
IV.2. Florent et Yoann, protocole PE1	290
V. Conclusion des expérimentations	303

CONCLUSION 307

BIBLIOGRAPHIE 313

ANNEXES 319

INTRODUCTION

Problématique et cadre théorique

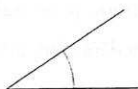
CHAPITRE 1

Problématique et cadre théorique

I. La Problématique

I.1. L'angle, une notion peu étudiée

Les travaux sur les conceptions de l'angle sont assez rares. La référence principale dans ce domaine est le travail de Close (1982), qui regroupe de nombreux résultats à des questionnaires posés à des élèves de 10-12 ans, en Grande-Bretagne. Ces questionnaires portent sur des comparaisons et des évaluations d'angles représentés par des paires de segments de même origine, et marqués par un arc de cercle :



L'auteur joue sur les différentes variables de cette représentation pour mettre à jour certains comportements maintenant bien connus, comme par exemple la prise en compte de la taille des côtés des angles lors de leur comparaison. A partir de ces travaux, Berthelot et Salin (1992) ont aussi montré une prise en compte de l'encombrement de la figure pour la comparaison : tout se passe comme si certains élèves, pour comparer deux angles, comparent les aires des triangles que les angles considérés délimitent.

Nicolas Balacheff (1988), en s'appuyant notamment sur les travaux de Close, décrit une conception qui associe l'angle à sa représentation :

« L'angle est alors conçu comme la donnée de deux segments ayant une extrémité commune et des supports distincts. Avec une telle conception deux figures qui diffèrent par la seule longueur des segments qui les constituent, apparaissent comme représentant deux angles différents » (Balacheff 1988 p.371)

Si les travaux de recherche sont assez rares, il n'en est pas de même du constat de la difficulté qu'il y a à enseigner cette notion. L'angle est depuis longtemps repéré comme une notion problématique :

« La notion d'angle est sans doute celle qui soulève le plus de discussions et de difficultés dans l'enseignement de la géométrie » (Choquet 1964, p.96)

Une enquête que nous avons menée sur des listes électroniques internationales auprès de professeurs de mathématiques montre que cette opinion est partagée hors du territoire français. Sur une trentaine d'enseignants étrangers qui ont répondu à nos questions, seuls les deux professeurs japonais déclarent n'avoir aucune difficulté pour enseigner cette notion. L'un d'entre eux déclare également que ses élèves ne rencontrent aucune difficulté. Tous les autres, nord américains et australiens pour la plupart, signalent des difficultés, avec notamment un manque de situations concrètes à présenter aux élèves pour introduire les angles. Beaucoup notent aussi des problèmes au niveau de la mesure, que les élèves ont du mal à distinguer de la mesure linéaire. La diversité des acceptions de la notion est aussi un point qui est signalé. Les enseignants déclarent manquer de temps pour traiter correctement ce concept. Ils sont conscients de l'écart qui existe entre la définition qu'eux donnent de l'angle (majoritairement, rotation ou ensemble de deux demi-droites de même origine) et celle que pourraient donner leurs élèves (couple de segments de même origine, ce qui rejoint la conception de l'angle en tant que figure décrite plus haut).

Un autre reflet de ces difficultés, Berdonneau (1981) montre dans sa thèse la diversité des définitions qui ont été utilisées dans les manuels en usage dans l'enseignement au cours du vingtième siècle. En introduction à une présentation des différents manuels qu'elle examine dans son travail, elle note que :

« L'angle se révèle, à travers les manuels en vigueur au vingtième siècle, un objet insaisissable, très récalcitrant à une définition soignée » (Berdonneau 1981 p.215)

Par des articles parus dans des revues destinées aux professeurs ou aux chercheurs en didactique, nous avons pu repérer de nombreuses tentatives pour contourner ou résoudre ces difficultés d'enseignement. Wilson et Adams (1992) prônent l'introduction de la notion d'angle en tant que rotation. Les mouvements du corps, la manipulation de tiges articulées, amènent les élèves à appréhender la notion d'angle comme une quantité de rotation. Les erreurs comme la prise en compte de l'orientation ou de la longueur des côtés de l'angle lors de son évaluation, sont évitées.

Telatin (1997) et Navez (1998) prennent un peu le contre-pied de ce courant. Pour eux, l'angle en tant que rotation, bien qu'étant la meilleure définition de l'angle, est trop complexe pour pouvoir être introduite au primaire. Navez précise :

« La définition e) [Un angle orienté est une rotation] est très valable à condition de ne voir que des angles orientés et aussi à condition de la réserver à des élèves ayant acquis un certain niveau. » (Navez 1998 p.22)

En revanche, l'angle en tant que portion de plan leur paraît à tous deux satisfaisant à ce niveau, compréhensible et à même d'évoluer vers une notion plus complète. Telatin propose donc d'introduire la notion d'angle en tant que secteur, ce qui lui permet de prendre en compte quelques obstacles connus, notamment d'éviter la conception de l'angle en tant que figure, citée plus haut. Puis, dans une optique constructiviste elle suggère que cette définition va évoluer vers une autre, plus générale, dès lors que les élèves seront confrontés à des obstacles qui provoqueront chez eux des conflits cognitifs. La somme des angles est en particulier à même de provoquer ces conflits.

*« La considération d'un angle comme **portion de plan**¹ permet de concevoir une pédagogie unifiée et d'enrichir progressivement la notion étudiée » (Navez 1998 p.22)*

Rubenstein et al. (1993) ainsi que Owens (1996) font manipuler des formes à des élèves assez jeunes (premières années du primaire). Des pièces de Tangram chez Owens, des blocs en bois de différentes formes et couleur chez Rubenstein. Les enfants sont amenés à observer, comparer, classer les angles de ces différentes pièces. Dans l'étude menée par Rubenstein, les élèves arrivent jusqu'à l'énonciation de « règles », comme par exemple :

« deux petits angles blancs coïncident avec le petit angle bleu, de la même façon que deux fois 30 est égal à 60 »² (Rubenstein et al. 1993 p.35)

¹ En gras dans le texte

Enfin, Maze et Chataing (1991) proposent au collège un travail sur l'angle par un parcours d'orientation sur le terrain. La notion d'angle, à travers les activités préalables et le parcours, « est abordée, tantôt comme un angle de rotation, tantôt comme un angle de demi-droites » (Maze et Chataing 1991 p.6).

Les résultats de ces différentes tentatives d'introduction de la notion d'angle sont la plupart du temps présentés dans le cadre de l'activité proposée. Seuls Maze et Chataing expliquent qu'un test écrit portant sur la comparaison d'angles représentés par une paire de segments de même origine, passé après les activités d'orientation à la classe concernée et à une autre, témoin, donne des résultats contraire à ceux qu'ils attendaient. La classe qui a travaillé sur les angles a des résultats moins bons que celle qui n'a pas encore abordé la notion en cours. Ce résultat peut être attribué à différentes causes, notamment à ce que les auteurs appellent une « association conceptuelle », qui lie ici encore la taille d'un angle à celle de ses côtés:

« lors de chaque étape [du parcours d'orientation], il faut non seulement repérer l'angle avec la boussole, mais aussi mesurer la longueur à parcourir. Cette association, nécessaire pour l'action, a pu ainsi renforcer une " association conceptuelle " » (Maze et Chataing 1991 p.8)

On voit donc que les résultats sont pour le moins nuancés. L'angle reste une notion problématique pour l'enseignement, ainsi que pour la recherche qui ne semble pas parvenir à se rassembler autour d'une problématique claire.

Dans la suite nous allons nous intéresser à la recherche d'une situation fondamentale de la notion d'angle, avec en particulier les travaux de Berthelot et Salin qui vont nous éclairer sur la nature de cette notion.

1.2. L'angle, une notion du macro-espace

Balacheff (1988) présente dans son travail quatre principaux types de définitions de l'angle.

- l'angle, inclinaison d'une droite sur une autre
- l'angle, figure formée par deux demi-droites
- l'angle, région du plan

² « two small white angles match the small blue angle, just as two times 30 equals 60 » (Rubenstein et al. 1993 p.35)

- l'angle, rotation.

Berthelot et Salin notent le travail de Balacheff, mais n'utilisent pas la même classification. Ils lui préfèrent une catégorisation plus adaptée à l'enseignement, fournie par le document MOTS³ de l'APMEP qui distingue le secteur (partie du plan), l'angle de secteur (une classe de secteurs isométriques), et l'angle de paires de demi-droites. Mais, au-delà de ces différences, ce qui nous intéresse est qu'ils repèrent bien, comme nous le ferons aussi par la suite, que l'angle en tant que moyen de repérer une direction par rapport à une autre prend du sens dans les pratiques de mesures de distances inaccessibles. Ils nomment cet angle couple de demi-droites, nous le nommerons, à la suite de Balacheff (1988 p.368), l'angle inclinaison.

Berthelot et Salin nous montrent, dans leur recherche d'une situation fondamentale, que cet angle inclinaison prend du sens dans l'espace du macro-espace ou du meso-espace, et qu'il est très difficile à mettre en place dans le micro-espace. Après avoir tenté de construire une situation adidactique prenant appui sur ces pratiques, les auteurs renoncent finalement à traiter cette facette de l'angle :

« la conceptualisation de l'angle dans l'espace réel n'est nécessaire que dans des cas très particuliers [...], toutes situations impossibles à adapter au micro-espace si on ne veut pas se contenter de les évoquer mais en faire le centre de situations adidactiques » (Berthelot et Salin 1992 p.177)

La mise en situation de l'angle se heurte à deux obstacles majeurs. Le premier est celui de l'adaptation des pratiques du macro-espace, qui lui donnent du sens, à l'espace de la classe. Pour conserver le sens de la situation, travailler dans le macro ou le meso-espace est indispensable, mais ces espaces ne se laissent pas maîtriser pour une situation qui est destinée à des élèves. Berthelot et Salin notent, à propos d'une réflexion sur une situation de guidage à la boussole :

« la situation n'est pas favorable à une exploration adidactique : si le maître veut éviter que les enfants ne se perdent, il sera tenté de les placer dans un espace qu'ils connaissent déjà, ce qui biaisera fondamentalement leur recherche. » (Berthelot et Salin 1992 pp.252-3)

On peut remarquer ici que le travail de Maze et Chataing (1991) évoqué plus haut semble avoir résolu ce problème, au moins pour cette situation.

³ MOTS (1980), Tome V, Publication de l'APMEP n°37.

Le deuxième obstacle tient à la nature de l'angle. C'est une notion dont on peut le plus souvent faire l'économie dans le micro-espace. En effet, dès lors que la mesure des distances est disponible, l'angle devient inutile :

« Si la géométrie ne devait servir qu'à la technologie du micro-espace, elle pourrait fort bien se passer de la notion d'angle » (Chevallard et Jullien 1991 p.61)

Nous proposons alors, pour remédier à ces obstacles, d'étudier la possibilité de présenter aux élèves des situations dans un espace qui n'est ni le macro-espace, ni le meso-espace, ni le micro-espace. Un espace différent, qui est offert par les environnements informatiques.

1.3. Une alternative : les micromondes de géométrie

Nous reprenons les termes de Balacheff (1999) pour exposer en quoi un micromonde de géométrie tel que Cabri-géomètre⁴ constitue un espace différent, dans lequel l'angle va pouvoir être mis en situation, et les deux obstacles cités ci-dessus, contournés :

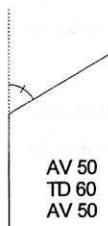
« Disposer d'un monde dont les lois ne seraient plus dictées par la nature mais par les mathématiques elles-mêmes est aujourd'hui un rêve qui peut devenir réalité. Les technologies informatiques permettent d'inscrire dans la matière la liaison entre un modèle formel et un domaine phénoménal accessible aux sens et par là à l'expérience. On a donné le nom de micromonde⁵ à ces environnements » (Balacheff 1999 p.223)

Balacheff cite alors Logo et Cabri-géomètre comme étant les deux plus « fameux » exemples de ces micromondes (p.224). La géométrie de la tortue est un environnement dans lequel l'angle en tant que rotation, changement de cap, a été étudié de façon approfondie. Les travaux de Hoyles et Noss en Grande Bretagne, ou ceux de Rouchier en France⁶, montrent différents aspects de l'apprentissage et de l'enseignement de la notion d'angle avec Logo. Nous examinerons ce point plus en détail dans le chapitre 2 (Etat de l'art). Ce qu'ils montrent aussi et qui nous intéresse plus particulièrement ici, c'est que la géométrie de la tortue est une

⁴ Cabri-géomètre est un logiciel de construction et de manipulation d'objets géométriques développé par le Laboratoire LSD2 à Grenoble.

⁵ En italique dans le texte

géométrie particulière. Chaque action de l'utilisateur dépend de la nouvelle position de la tortue, les mesures des angles et des longueurs sont des caractéristiques de son trajet. Ce sont donc les angles extérieurs d'une figure qu'il faut considérer lorsqu'on veut la tracer (voir figure ci-dessous).



Pour que la tortue effectue le trajet en trait plein, il faut lui indiquer de tourner à droite (TourneDroite) de 60° , ce qui correspond à l'angle marqué sur la figure

La construction d'un simple triangle équilatéral nécessite des connaissances sur les angles extérieurs, et sur ce que Rouchier (1985 pp.6-7) appelle le « théorème du trajet total » (lorsqu'on trace une figure polygonale fermée, la somme des angles du trajet est égale à 360°). Cette différence avec la géométrie traditionnellement enseignée, qui s'occupe des angles intérieurs de la figure, ne laisse pas de poser des problèmes. Simmons et Cope (1990) notamment, relèvent des confusions chez les élèves entre les angles intérieurs et extérieurs d'une figure, à la suite d'un travail sur Logo.

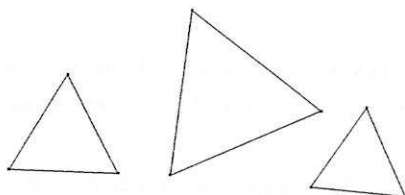
Dans Cabri-géomètre, c'est la géométrie euclidienne qui est « embarquée » dans l'environnement. La conception de ce micromonde, très orientée vers l'enseignement, en fait un outil évolutif au service de l'enseignant. Les menus peuvent ainsi être modifiés de façon à invalider l'accès aux mesures de distances.

Nous contournons alors grâce à Cabri-géomètre les deux obstacles cités plus haut. Cet environnement offre un espace différent du micro-espace, tout en en faisant partie. Les objets présentés par Cabri-géomètre sont accessibles via un écran d'ordinateur. Cet écran est une fenêtre ouverte sur le macro-espace. Les objets qu'on y manipule ont des caractéristiques qui

⁶ Hoyles et Noss 1987, Rouchier 1985, par exemple.

sont de cet espace : les droites se prolongent à l'infini, un point peut être placé à des kilomètres d'un autre (par l'outil « report de mesure »), les distances réelles sont respectées. Les objets que l'élève manipule sont donc bien différents selon qu'ils font partie du micro-espace, comme lorsqu'il travaille en papier-crayon où ils héritent alors de caractéristiques non pertinentes (de par la limitation de la représentation), ou bien qu'ils sont accessibles dans le micro-espace, comme dans Cabri-géomètre : il existe une relation étroite entre la représentation des objets et le traitement de ces objets.

Les objets de Cabri-géomètre, définis en fonction de leurs caractéristiques géométriques, peuvent échapper à la contrainte d'avoir une dimension fixe : ils sont alors définis à une similitude près.



Dans cet espace, les angles deviennent une caractéristique pertinente de la caractérisation des figures. Il est alors possible de placer les élèves dans une situation où l'utilisation des angles est le moyen le plus efficace de résoudre le problème posé.

II. Le cadre théorique

II.1. Situation générale

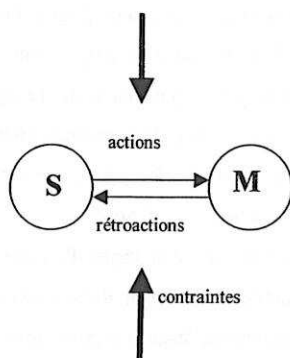
La théorie des situations didactiques (Brousseau 1998) modélise les interactions entre les divers systèmes en jeu lors d'un apprentissage sous contraintes. Dans le cadre de l'institution scolaire, ces contraintes sont principalement de deux types : temporelle (l'apprentissage doit se faire dans un temps déterminé et limité) et épistémologique (le savoir à acquérir est contrôlé par l'institution).

Dans cette théorie l'élève, le sujet, est considéré comme un des acteurs du système didactique, qui comprend aussi le savoir, l'enseignant et le milieu. Cette dernière composante précise le

triangle didactique « élève-maître-savoir » dès lors que l'on considère les hypothèses qui sont faites sur l'apprentissage : l'apprentissage est un processus dynamique dont l'apprenant est acteur, les connaissances se construisent par interaction du sujet et de son environnement. Le milieu est défini comme la composante de cet environnement qui est spécifique de la connaissance à acquérir. Il doit être organisé par l'enseignant afin que les apprentissages voulus puissent avoir lieu. L'apprentissage peut alors être décrit en terme d'actions du sujet sur le milieu, et de rétroactions du milieu sur le sujet.

D'autres éléments interviennent dans la définition du système didactique. Notamment le contrat didactique, qui gère les relations entre l'élève et le maître dans ce qui est spécifique de la connaissance mathématique en jeu. Le milieu doit être tel que la « réponse de l'élève ne doit pas être motivée par des obligations liées au contrat didactique mais par des nécessités didactiques de ses relations avec le milieu » (Brousseau 1998 pp.93-94). La connaissance visée par l'enseignement va alors « apparaître comme la solution optimale et découvrable » (Brousseau 1998 p.49) au problème posé.

Un état de connaissance est ainsi caractérisé par un état d'équilibre du système sujet/milieu, sous les contraintes évoquées plus haut :



Le résultat d'une perturbation de l'équilibre de ce système correspond à un problème qui se pose au sujet. Et c'est par l'activité de résolution de problèmes que l'élève construit sa connaissance.

Pour pouvoir évaluer, et contrôler l'évolution des états de connaissance du sujet, la question se pose de savoir caractériser un état de connaissance. Pour cela, on s'appuie sur l'analyse des rapports entre les comportements du sujet et ses connaissances :

« Les manifestations des connaissances construites par les élèves et celles de leurs relations aux objets d'enseignement et aux savoirs de référence, sont les indicateurs du bon ou du mauvais fonctionnement du système didactique. Mais de telles évaluations ne sont possibles et recevables que pour autant que l'on sache établir une relation valide entre ces manifestations et les connaissances elles-mêmes. Entre comportements et connaissances. » (Balacheff 1995b p.216)

II.2. Une définition du concept, par Vergnaud

Vergnaud aborde cette question dans la théorie des champs conceptuels qu'il présente en 1991. A travers la caractérisation des schèmes, il met en avant le rôle crucial que jouent les invariants opératoires dans l'élaboration de la connaissance par le sujet :

« Appelons "schème" l'organisation invariante de la conduite pour une classe de situations donnée⁷. C'est dans les schèmes qu'il faut rechercher les connaissances-en-acte du sujet, c'est-à-dire les éléments cognitifs qui permettent à l'action du sujet d'être opératoire » (Vergnaud 1991 p.136)

Les invariants opératoires sont principalement de deux types : les théorèmes-en-acte, invariants de type « proposition » qui sont tenus pour vrais dans le fonctionnement de l'activité ; et les concepts-en-acte, invariants de type « fonction propositionnelle » qui ne sont pas susceptibles d'être vrais ou faux mais sur lesquels repose l'activité du sujet. Il peut s'agir par exemple du concept de cardinal, du théorème en acte de la commutativité (Vergnaud 1991 p.143). Outre ces invariants, le schème comporte des règles d'actions et d'anticipations, et des inférences qui permettent au sujet d'utiliser le schème en situation.

Vergnaud définit alors un concept comme un triplet d'ensembles :

S : l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept,

I : l'ensemble des invariants sur lesquels repose l'opérationnalité des schèmes,

□ : l'ensemble des formes langagières et non langagières qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement.

Il ajoute :

« Etudier le développement et le fonctionnement d'un concept, au cours de l'apprentissage ou lors de son utilisation, c'est nécessairement considérer ces trois plans à la fois » (Vergnaud 1991 p.146)

Vergnaud traite donc le problème des liens entre comportements et connaissances du sujet en explicitant les représentations du problème qui sont élaborées par le sujet, et les traitements qui sont effectués par le sujet sur le problème. En revanche il laisse ouverte la question des contrôles exercés par le sujet sur ses propres actions.

Brousseau relève l'importance et la difficulté de ce point dès 1986 :

« Les différents types de représentations ou théorèmes en acte qui régissent les décisions du sujet ne sont pas très faciles à identifier, même lorsqu'ils paraissent formulables ou explicites par le sujet. [...] L'étude des rapports qui s'établissent entre ces types de contrôles dans l'activité du sujet et du rôle qu'ils jouent dans les acquisitions, est un secteur de la psychologie, essentiel pour la didactique, étude à laquelle la didactique prétend d'ailleurs contribuer. » (Brousseau 1998 p.101)

II.3. La prise en compte des contrôles, par Balacheff

Balacheff (1995a et 1995b) propose de prendre en compte les contrôles, qu'il juge « implicites dans la formalisation de Vergnaud » (Balacheff 1995a p.226). Il construit un modèle dans lequel il redéfinit la notion de *conception*, qui fonctionnait jusque là, et fonctionne toujours d'ailleurs, comme un outil non défini de la recherche en didactique des mathématiques (Artigue 1990). Une conception est ainsi définie comme l'instanciation de la connaissance d'un sujet dans une sphère de pratique⁸. La connaissance d'un sujet, en référence à un savoir donné, est alors modélisable comme un ensemble de conceptions ayant chacune son domaine de validité, une sphère de pratique. Une conception est caractérisée par son domaine de validité, mais aussi par les systèmes de représentation qu'elle met en œuvre (langagier, symbolique et graphique, voire même kinesthésique), les opérateurs (règles d'action, règles de réécriture, règles d'inférence) et la structure de contrôle qu'elle mobilise (choix, décision, validation). Cette dernière a pour fonction la sélection des opérateurs et les jugements sur l'état de la résolution d'un problème. On retrouve bien chez Balacheff la proposition d'une caractérisation pragmatique qui était présentée par Vergnaud.

⁷ En italique dans le texte

⁸ La notion de sphère de pratique est reprise de Bourdieu (1980), *Le sens pratique*, Paris : Editions de Minuit.

II.3.1. La notion de conception

Une conception sera ainsi caractérisée par un quadruplet (P, R, L, Σ) dont les termes représentent respectivement le domaine de validité de la conception (P), ses opérateurs (R), les systèmes de représentation (L) sur lesquels elle s'appuie et une structure de contrôle (Σ).

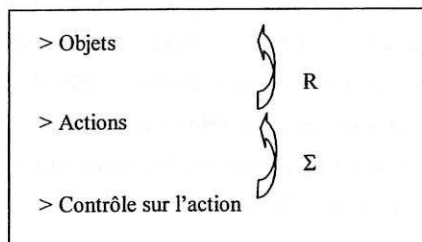
Pour cette dernière composante, nous nous référons principalement aux travaux de Vergnaud. Les théorèmes en acte et les inférences sont des modes de validation qui peuvent être mis en œuvre par le sujet pour contrôler sa propre activité.

« Ces structures [de contrôle] sont implicites dans la formalisation de Vergnaud, elles sont par exemple impliquées de fait par le recours au concept de théorème en acte ou celui d'inférence qui n'ont de sens qu'associés à la reconnaissance chez le sujet de procédures permettant de s'assurer de la légitimité et de la correction de la mise en œuvre des conduites correspondantes. » (Balacheff 1995a p.226)

On remarque que les théorèmes en acte, par exemple, se situent dans notre description à la fois comme des opérateurs et comme des structures de contrôle. Il faut en effet distinguer, dans la résolution, deux niveaux :

- celui des actions sur les représentations, des manipulations pour la résolution. Les connaissances interviennent ici pour l'action. C'est le niveau des opérateurs, de R.
- le contrôle (Σ), lui, est une action sur l'action (niveau méta-cognitif). C'est un niveau de décisions, de choix et de jugements.

On peut schématiser ces niveaux de la façon suivante :

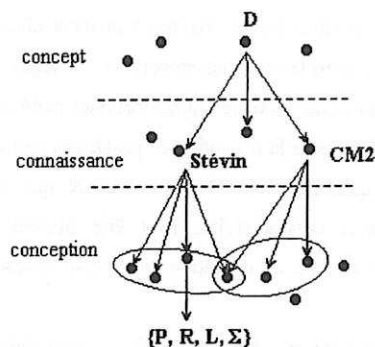


Un même théorème en acte peut ainsi être à la fois, selon l'activité du sujet, un énoncé (une déclaration sur le monde) ou bien un opérateur.

II.3.2. Concept, connaissance et conception

Nous allons dans ce paragraphe préciser les liens qu'entretient le niveau pragmatique des conceptions avec celui des connaissances et des concepts. Brièvement, nous dirons que le concept est le niveau mathématique, la connaissance est le niveau épistémique, et la conception est le niveau pragmatique, du sujet en situation.

Balacheff (1995a p.234) propose le schéma suivant pour résumer la structure des trois niveaux :



« Le concept de "nombre décimal" (D) est déterminé par son extension, les connaissances D-selon-Stévin et D-en-CM2. Chaque connaissance est elle-même déterminée par un ensemble de conceptions qui sont chacune caractérisées par un quadruplet $\{P, R, L, \Sigma\}$ »

Le concept est le niveau conceptuel de la notion. Remarquons que ce niveau n'a de sens que si le niveau des conceptions existe. Dans l'exemple ci-dessus, il s'agit de l'ensemble D. Dans notre cas il s'agira de « angle ».

La connaissance est le niveau épistémique. Ce niveau renvoie aux rapports complexes qu'un sujet cognitif entretient avec le concept. Ce sujet peut être un individu, un groupe d'individus, voire un sujet artificiel. Il s'agit de l'instanciation de la notion par un sujet connaissant : connaissance (Stévin, D), connaissance (CM2, D),... toujours dans l'exemple ci-dessus.

Enfin la conception (C, X, notion) où $C=\{P, R, L, \Sigma\}$ et X est le sujet, c'est le niveau pragmatique. Il renvoie à la connaissance en situation, ou encore en contexte d'usage. Cet usage est caractérisé par P mais aussi par les moyens, représentations et contrôles que l'on peut observer. C'est l'instanciation d'un concept par un sujet et par une situation.

Balacheff présente une formalisation assez avancée de ce modèle. Nous nous limiterons, pour notre travail, à une présentation moins formelle, mais le lecteur intéressé pourra s'y reporter (Balacheff 1995a et b).

II.3.3. Les conceptions, un modèle cohérent avec les incohérences

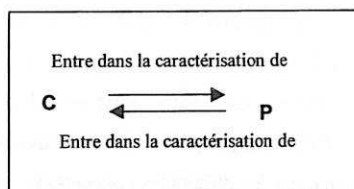
Dans le cas de savoirs complexes, et notamment en mathématiques, l'étude des pratiques d'une société, voire d'un individu, peut attester de conceptualisations contradictoires aux yeux d'un observateur, mais qui cependant sont opératoires et pérennes. Nunes *et al.*⁹ montrent que des problèmes arithmétiques n'appellent pas les mêmes traitements chez de jeunes enfants selon qu'ils sont posés à l'école ou dans la rue, dans un contexte de vente sur un marché. De même, Maury (1984) étudie l'influence du contexte (caractéristiques matérielles) dans les procédures mises en œuvre par les élèves lors de la résolution de problèmes pourtant identiques sur le plan de la structure mathématique. Fischbein (1982) a montré que chez un même sujet, la coexistence de connaissances contradictoires peut être présente sur des aspects aussi fondamentaux que celui des moyens de validation (voir aussi Vadcarr 1999 pour un exemple sur la géométrie).

Ce phénomène paraît, au premier abord, en contradiction avec l'idée d'une construction des connaissances par adaptation qui suggère la non contradiction : « la connaissance rationnelle est opératoire ou n'est pas » (Vergnaud 1991 p.136). La contradiction enlèverait ce caractère opératoire.

Le modèle des conceptions, parce qu'il associe chaque manifestation de la connaissance à une sphère de pratique, permet d'expliquer la contradiction qui existe aux yeux de l'observateur : la non cohérence qui est attribuée au sujet est modélisée par une disjonction des sphères de pratiques. Ce modèle permet donc de préserver le caractère rationnel des connaissances opératoires tout en fournissant une explication à la coexistence d'états contradictoires chez un même sujet.

II.3.4. La caractérisation de P, méthodologie adoptée

La définition de l'ensemble des problèmes qui caractérisent une conception est une des difficultés de ce modèle. Il faut des problèmes pour définir les conceptions, et réciproquement, les conceptions doivent renseigner sur l'ensemble de problèmes sur lequel elles sont opératoires, leur domaine de validité.



Brousseau propose la notion de situation fondamentale :

« Chaque connaissance peut se caractériser par une (ou des) situation adidactique qui en préserve le sens et que nous appellerons situation fondamentale¹⁰ » (Brousseau 1998 pp.59-60)

La difficulté est ici de montrer l'existence d'une telle situation pour chaque connaissance. En particulier pour la notion d'angle, nous verrons que les situations qui donnent du sens au concept sont des situations du macro-espace qui ne se laissent pas facilement traduire dans le micro-espace de la classe.

Vergnaud, lui, parle de « l'ensemble des situations qui donnent du sens au concept » (1991 p.145). La situation n'est pas prise ici dans le sens de situation didactique, mais dans celui de tâche (p.146). Comme le dit Balacheff, cette proposition « a le désavantage de renvoyer à un ensemble trop peu spécifique » (1995a p.227).

Quant à nous, nous opterons dans ce travail pour une caractérisation pragmatique des problèmes relatifs aux conceptions étudiées. Nous partirons d'une étude historique des pratiques relatives à la notion d'angle, qui nous permettra de définir des problèmes qui semblent définitoires de la notion. L'examen de ces problèmes nous fournira des éléments des conceptions de l'angle qui s'y rattachent. Puis nous élaborerons, à partir de ces problèmes caractéristiques, une tâche « générique » de la conception choisie. Comme le précise Brousseau, il ne s'agit pas d'une situation fondamentale, mais de l'adaptation à l'enseignement d'une situation fondamentale :

« L'élève ne peut pas résoudre d'emblée n'importe quelle situation adidactique, le maître lui en ménage donc qui sont à sa portée. Ces situations adidactiques aménagées à des fins didactiques déterminent la

⁹ Nunes et al. (1983), *Mathematics in streets and schools*, Cambridge University Press.

¹⁰ En italique dans le texte

connaissance enseignée à un moment donné et le sens particulier que cette connaissance va prendre du fait des restrictions et des déformations ainsi apportées à la situation fondamentale. » (Brousseau 1998 p.60)

Nous observerons alors des élèves en situation de résolution de ce problème, et nous donnerons, à partir du corpus des données recueillies, des éléments d'un diagnostic des conceptions de l'angle chez ces élèves. Car notre situation n'est pas une situation d'apprentissage, mais de diagnostic. Notre analyse portera donc moins sur le sens de la notion d'angle qui pourrait être construit que sur les différentes conceptions qui sont mobilisées au cours de la résolution par les élèves : c'est le diagnostic des conceptions initiales, et l'évolution de ces conceptions qui est notre objet d'étude.

Cette méthodologie, très pragmatique, est dépendante de la notion que nous avons choisi d'étudier. Le peu de travaux de recherches qui ont été menés sur les angles nous conduit à obtenir des données empiriques puisque rien, ou presque, ne nous est fourni par les recherches antérieures. Notre démarche aurait sans aucun doute été très différente si nous avions choisi d'étudier les décimaux, par exemple.

II.3.5. Le modèle des conceptions, un outil pour la didactique

La suite de ce mémoire présente une étude de la notion d'angle menée avec les outils fournis par le modèle des conceptions, proposé par Balacheff et qui vient d'être présenté. Nous montrerons par ce travail le caractère d'outil de ce modèle pour la didactique.

III. Présentation de l'étude

Nous commencerons par présenter les travaux que nous avons conduits dans le cadre de la recherche qui vient d'être présentée. L'état de l'art des recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle d'abord, puis une étude des pratiques qui ont donné naissance à la notion, et qui lui donnent du sens. Nous poursuivrons en présentant l'examen d'une série de manuels, du C.E.2 à la seconde, ce qui nous permettra de délimiter le type de situation sur laquelle nous porterons notre attention par la suite. Nous étudierons alors quelques environnements informatiques du point de vue de la transposition informatique et des situations, ce qui nous permettra d'aborder la partie expérimentale de ce travail. Celle-ci se déroule en trois temps : la présentation de la mise en place d'une pré-expérimentation, les retours effectués et la présentation de la campagne d'expérimentations, et enfin l'analyse et la synthèse des résultats obtenus. Nous concluons alors en montrant que la conception de l'angle

en tant qu'inclinaison, moyen de repérer une direction par rapport à une autre, peut être l'enjeu d'une situation, dans le sens où elle est l'outil efficace et abordable pour résoudre le problème posé dans la situation, à savoir le repérage de la position de points dans l'espace de la figure de Cabri-géomètre. C'est donc une facette de l'angle qu'il ne faudra plus contourner, ou abandonner, comme l'avaient fait Berthelot et Salin. Les micromondes de géométrie, et Cabri-géomètre en particulier, ouvrent de nouveaux espaces pour la conception de situations adidactiques dédiées à l'apprentissage de l'angle.

PREMIERE PARTIE

Etude théorique

CHAPITRE 2 : ETAT DE L'ART

CHAPITRE 3 : BILAN HISTORIQUE ET ETUDE DE PRATIQUES

CHAPITRE 4 : EXAMEN DE MANUELS SCOLAIRES

CHAPITRE 5 : ENVIRONNEMENTS INFORMATIQUES

CHAPITRE 2

Etat de l'art des recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle

Le premier constat que l'on est amené à faire lorsqu'on se lance dans une recherche bibliographique sur les travaux en didactique portant sur la notion d'angle est un constat de rareté. Très peu de chercheurs se sont penchés sur cette notion, dont l'enseignement est pourtant reconnu comme problématique (voir Introduction). Le premier travail dans ce domaine, aux sens de la chronologie et de l'influence est le Master de Gillian Susan Close qui date de 1982, *Children's understanding of angle at the primary/secondary transfer stage*. Par le moyen de questionnaires et d'interviews passés à des élèves de 11-12 ans, elle y relève différents résultats maintenant bien connus sur les angles, comme le lien que font certains élèves entre la longueur des côtés de l'angle et sa taille, l'influence de l'orientation dans le plan lors de la reconnaissance d'angles égaux (sur ce point mais uniquement pour les angles droits, voir aussi Wallrabenstein 1973). Ces résultats ont depuis été repris par les quelques auteurs qui abordent la notion d'angle dans leur travaux : Noss (1987), Balacheff (1988 pp.372-373), Johnson (1995), Berthelot et Salin (1992 pp.240-241) qui reprennent même certaines analyses de Close. Ces derniers émettent l'hypothèse que l'aire délimitée par la représentation de l'angle, « l'encombrement », est aussi un critère utilisé par les élèves lors de la comparaison dans les questionnaires de Close, ce dont elle ne parle pas dans son travail. La thèse de Berthelot et Salin porte sur la construction des rapports de l'élève avec l'espace, et l'angle est une des notions qui leur sert d'exemple, et sur laquelle ils ont porté une partie de leur attention. Ils dégagent notamment un problème majeur de l'enseignement de cette notion, dans une optique de construction de situations adidactiques : l'incompatibilité entre le macro-

espace dans lequel « vit » l'angle et le micro-espace de la classe. Nous reviendrons sur ce point au cours de notre travail.

Dans un deuxième paragraphe nous parlerons des recherches de Piaget et de celles des van Hiele. Nous les considérerons dans la même section car ces auteurs présentent des similarités dans leur travaux. Ils développent chacun une théorie de l'apprentissage en termes de niveaux ou de stades. En revanche si les van Hiele pensent que l'évolution au travers ces niveaux peut être provoquée, facilitée par l'enseignement ou par l'intervention d'un enseignant, Piaget, lui, parle de structures internes et ne prend pas en compte ce qui pourrait être de l'ordre de l'environnement socio-culturel du sujet.

Enfin, tous deux traitent d'un savoir scolaire, aucun de ces auteurs ne considère les savoirs construits hors l'école par le sujet, ce que Magina (1994) et Mitchelmore (1997) appellent le « savoir informel » (*informal knowledge*, voir le paragraphe suivant).

La référence que nous utilisons dans ce texte pour les travaux des van Hiele est une Monographie du *Journal for Research in Mathematics Education* intitulée « The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents », et parue en 1988. Cette étude s'appuie elle-même sur la thèse de Dina van Hiele soutenue en 1984. Quant aux études menées par Piaget, nous regardons celles qui sont relatées dans l'ouvrage paru en 1973, *La géométrie spontanée de l'enfant*.

Un autre courant de recherche se dégage de l'examen des travaux concernant les angles. L'auteur phare est cette fois un australien, Michael Mitchelmore, qui a écrit de nombreux articles sur l'étude de cette notion chez des élèves en âge préscolaire. Il s'intéresse à des enfants de 7 ans qui n'ont eu aucun enseignement sur les angles. L'auteur parle alors de « savoir informel » de l'angle. Le cadre théorique est issu de Skemp¹, et de ce que Mitchelmore appelle sa « théorie de l'abstraction » (Mitchelmore 1997 par exemple). Il s'agit de l'hypothèse que les concepts mathématiques se développent par une abstraction grandissante chez un sujet, par abandon des différences de surface entre plusieurs situations, et reconnaissance de similarités, plus profondes. L'auteur présente alors aux enfants diverses situations dans lesquelles l'angle est une variable (jeu de rebonds d'une balle, virages d'un circuit de voiture...), et analyse quels sont les indices de la notion d'angle qu'ils y repèrent, et quelles sont les situations qu'ils associent le plus facilement entre elles.

Sandra Magina est l'auteur d'une thèse sur les conceptions de cette notion chez des élèves âgés de 6 à 14 ans, en utilisant un cadre théorique issu de Piaget, Vigotsky, van Hiele, Nunes et Vergnaud. Elle se préoccupe, comme Mitchelmore, du savoir informel de l'angle chez les élèves. De même que lui elle utilise une méthodologie basée sur la confrontation des élèves avec diverses activités, chacune définie grâce à un ensemble de variables déterminé a priori. Ses activités impliquent six groupes de variables, notamment deux perspectives, angle dynamique et angle statique, et trois cadres², Logo, quotidien et papier-crayon. Cette dernière variable s'avère très importante, puisque Magina montre que les élèves réagissent tout à fait différemment face à des situations dont la seule variable distincte est justement celle-ci. Elle cite l'exemple de la notion de quart de tour, appréhendée de façon statique en papier-crayon par les élèves, alors qu'ils arrivent à faire un lien explicite avec la rotation de l'aiguille d'une montre en travaillant dans Logo (Magina 1994 p.287).

Un dernier courant, plus connu, est celui qui s'occupe des recherches faites dans le cadre de l'utilisation du logiciel LOGO. Nous faisons dans le paragraphe V une revue des principales recherches de ce domaine.

1. Gillian Susan CLOSE : l'angle, paire de segments de même origine

1.1. Présentation

L'objectif de la recherche de Close (1982) est de mieux comprendre ce que retiennent les élèves de l'enseignement qu'ils reçoivent au primaire sur les angles, afin d'adapter l'enseignement qui en est fait en 6^{ème}.

Les caractéristiques importantes de ce travail, de notre point de vue, sont les suivantes :

- lors de l'analyse historique, l'angle est considéré uniquement au sein de la sphère des mathématiques. L'auteur ne se préoccupe pas de l'apparition de la notion dans les pratiques.
- l'angle présenté aux élèves est entièrement ancré dans le micro-espace de la feuille de papier, les tâches demandées dans les questionnaires sont spécifiques : comparaison intuitive (c'est-à-dire, non instrumentée), évaluation (mesure non instrumentée), mesure.

¹ Mitchelmore fait référence à : Skemp R. (1986), *The psychology of learning mathematics* (2nde édition), Harmondsworth : Penguin.

Le système de représentation de cet angle est lui aussi très spécifique ; c'est sa représentation classique comme paire de segments de même origine. Ce point est très important pour nous, car il délimite en partie le domaine de validité des résultats issus de cette recherche. Il est clair que certaines « misconceptions », pour reprendre les termes de l'auteur, ne fonctionneraient pas dans un autre système de représentation. Que l'on pense par exemple à des angles formés de paires de demi-droites dans l'environnement Cabri-géomètre, dans ce cas la longueur des côtés ne pourrait pas être une caractéristique pertinente de leur comparaison. L'intérêt du modèle des conceptions que nous utilisons est qu'il intègre dans sa définition même cette dépendance au système de représentation qui est en jeu. Dans les paragraphes qui suivent il va nous servir d'outil pour la lecture des résultats, en permettant de définir leur domaine de validité.

1.2. Méthodologie

Une analyse historique de la notion en mathématiques amène Close à faire une distinction entre les aspects statiques et dynamiques de l'angle (repris notamment de Heath 1956). Elle prend ensuite en compte quelques résultats déjà mis en évidence par des recherches antérieures (Holloway 1967 pour le lien entre taille des côtés et taille de l'angle³ ; Giles 1981 qui montre que l'angle est difficilement identifié lorsque plus de deux demi-droites sont représentées sur un même sommet⁴ ; Wallrabenstein 1973 qui relève un problème de reconnaissance par les élèves de l'angle droit dans diverses situations, contrairement au parallélisme qui est bien reconnu). Enfin, à la suite de Freudenthal (1973⁵) elle préconise de mener de front les approches statique et dynamique, ainsi que les développements du concept d'angle et de celui de sa mesure dès l'école primaire. L'unité standard (le degré) et le rapporteur étant introduits le plus tard possible, lorsque la notion de mesure est bien acquise. L'auteur part de ces trois approches pour mettre au point un premier questionnaire, accompagné d'interviews pour éclaircir et approfondir les réponses obtenues. Elle le fait passer à des élèves de dernière année de primaire (11 ans). L'objectif de cette partie de son travail est de mettre à jour certaines « misconceptions » des élèves de primaire relativement aux tâches de comparaison, d'évaluation et de mesure des angles aigus, obtus et rentrants (nous le noterons objectif O1). Les hypothèses formulées sur ces « misconceptions »

² cadre est pris ici dans le sens commun, il est la traduction de *setting*.

³ Close fait référence à : Holloway (1967), *An introduction to the child's conception of geometry*, Routledge and Kegan Paul : Londres

⁴ Close fait référence à : Giles (1981), *Scholl mathematics under examination : 3. Factors affecting the learning of mathematics*, University of Stirling.

découlent directement des résultats déjà cités, et de constats empiriques faits en classe. Le questionnaire (associé à l'interview) va permettre de les valider et de les affiner.

A la suite de cette première série d'expérimentation, l'auteur est conduite à analyser les manuels scolaires les plus fréquemment utilisés par les enseignants du primaire, car :

« Les réponses de chaque élève au test et à l'entretien ne dépendaient pas uniquement de leur compréhension de la notion d'angle, mais aussi de la présentation et de l'approche de l'angle desquelles ils étaient le plus familiers »⁶ (Close 1982 p.72)

Elle tire de cette étude des manuels certains points positifs (l'approche de la mesure, par exemple, progressive et évitant d'introduire trop tôt le degré et le rapporteur), certaines faiblesses (présentation prototypique des angles, avec un côté vertical), et dresse une liste de « recommandations aux auteurs » qui reprend ses hypothèses sur l'introduction simultanée des aspects statique et dynamique de l'angle.

Cette première phase du travail lui permet de réaliser en partie l'objectif O1, mais de façon incomplète pour certaines hypothèses (comme l'influence de la position relative de deux angles sur la feuille lors de leur comparaison, Close posant l'hypothèse que certains enfants choisissent le plus haut pour le plus grand). Elle propose donc une deuxième série d'expérimentations, constituée de deux tests (un sur les angles, l'autre sur la mesure des angles) et toujours accompagnés d'interviews individuelles avec les élèves. Ces tests sont conçus à partir du premier questionnaire, en tenant compte des lacunes et des défauts qui sont apparus dans la première phase. Les classes testées sont cette fois en première année du secondaire (12 ans), et l'une d'entre elles a suivi un mois auparavant un module d'enseignement sur les angles, dispensé par l'auteur elle-même. Ce point méthodologique est relatif au deuxième objectif de la recherche (noté O2), qui est de mettre au point un module d'enseignement sur les angles en première année du secondaire qui puisse remédier aux « misconceptions » recherchées dans l'objectif O1. Les résultats obtenus dans cette classe sont comparés avec ceux des quatre autres, qui n'ont pas revu les angles à l'école depuis le primaire. L'analyse révèle qu'ils sont sensiblement meilleurs, bien que loin d'être parfaits. Le module « amélioré » n'a finalement pas été construit dans le cadre de cette recherche, mais l'auteur donne quelques indications sur les résultats et des directions de travail à venir (notamment une analyse plus fine de la comparaison des résultats des deux classes).

⁵ Freudenthal (1973). *Mathematics as an educational task*, Reidel Publishing Company, Dordrecht-Holland.

⁶ « Each pupil's test and interview responses were not only dependent upon their understanding of angle but also upon the presentation and approach to angle with which they were most familiar » (Close 1982 p.72)

Cependant, les résultats obtenus sur les comportements des élèves face à ce genre de tâches sont très fournis (objectif O1), et ce travail est une référence classique pour les travaux sur l'enseignement de la notion d'angle en didactique des mathématiques. Les résultats qui étaient pressentis sont prouvés : absence de caractéristique stable pour la comparaison des angles chez certains élèves, incompréhension de la notion de mesure d'angle qui se manifeste par exemple par la donnée de plusieurs valeurs différentes pour un même angle lorsqu'il est mesuré avec des rapporteurs différents. Certains résultats sont aussi apparus sans qu'ils soient attendus, comme l'étonnante facilité d'utilisation du rapporteur plein face au rapporteur semi-circulaire, y compris pour des élèves qui n'avaient toujours travaillé qu'avec ce dernier.

1.3. Limites du travail

Les interviews que l'auteur mène aboutissent à des réflexions assez globales sur chaque enfant. Il s'agit d'extraire des comportements, l'auteur ne fait pas d'analyse fine des procédures utilisées pour répondre au test. Elle suppose d'ailleurs a priori que les élèves mobilisent bien des conceptions pour répondre :

« Dans l'analyse statistique les effets dus aux réponses données au hasard aux questions à choix multiples n'ont pas été considérés. Les élèves étaient avertis qu'il ne s'agissait pas de tester leur compétence mais de s'assurer de ce qu'ils avaient appris à l'école élémentaire »⁷ (Close 1982 p.141)

Mais le caractère non évaluatif de la situation ne suffit pas pour assurer la non contingence des réponses fournies. Elle ajoute :

« Ils étaient encouragés à éviter les items non familiers, bien que beaucoup d'entre eux ne l'aient pas fait. En conséquence, il se peut que quelques réponses non interprétables ainsi que quelques réponses correctes soient de simples réponses au hasard »⁸ (Close 1982 p.141)

Le problème est donc finalement soulevé par l'auteur, mais pas traité. Close aborde aussi à quelques reprises ce que nous appellerions des effets de contrat. Elle les note surtout par rapport à la question 5 du premier test. Il s'agit de répondre à la question suivante : « Which angle is **BIGGER** or are they the **SAME** size ? Answer this question for each pair of angle »⁹. Cinq paires d'angles sont présentées, dont quatre sont des paires d'angles égaux. Close note

⁷ « In the statistical analysis the effects due to guessing in multiple choice items were not considered. Pupils were informed that this was not a test of their ability and was administered only to ascertain what they had learned in primary school. » (Close 1982 p.141)

⁸ « They were encouraged to omit unfamiliar items, although many did not do so. It may therefore be that some of the uninterpretable, as well as the correct responses, were in fact mere guesses » (Close 1982 p.141)

⁹ les différences de fonte de caractères figurent dans l'original

que certains élèves ont été dérangés par le fait que beaucoup d'angles leur semblaient égaux, ils avaient envie d'un meilleur équilibre entre les réponses des deux types (égaux ou l'un plus grand que l'autre) et ont « trouvé » des paires d'angles inégaux supplémentaires pour cette raison. Dans le deuxième test ce comportement a voulu être empêché par l'ajout du terme « environ » dans la consigne : « Which angle is **BIGGER** or are they **ABOUT THE SAME SIZE** ? Answer this question for each pair of angle »¹⁰. Cependant certains élèves réagissent encore comme lors du premier test :

« Pendant le test quelques élèves exprimèrent qu'ils avaient l'impression que la réponse « égal » apparaissait trop fréquemment, et ils s'évertuèrent alors à trouver des paires inégales. »¹¹ (Close 1982 p.138)

Ici la contingence des réponses obtenues est claire.

Sans remettre en cause le travail de Close, qui a permis de mettre à jour beaucoup de problèmes relatifs à l'enseignement de la notion d'angle, j'aimerais tout de même soulever une question d'ordre méthodologique. Le questionnaire fermé suppose un nombre limité de cas possibles a priori, et les discrimine si l'on reste à l'intérieur de ce domaine. C'est-à-dire que les hypothèses sur les possibilités de réponses et leurs interprétations sont faites lors de la construction du questionnaire, et que les résultats obtenus seront envisagés uniquement dans ce cadre. Il me semble que cette méthodologie présente des limitations. Tout d'abord le problème de la contingence possible des réponses, que nous avons souligné. Une situation de résolution de problème prête moins le flanc à ce genre de biais : d'une part l'engagement d'un élève dans la résolution est une garantie de la mise en œuvre de conceptions, d'autre part le non engagement d'un élève dans le problème est plus aisément repérable en examinant son travail. On peut alors si la dévotion semble avoir échoué, émettre la possibilité que ses réponses soient contingentes, mais surtout on peut, si ce n'est pas le cas, poser l'hypothèse qu'elles ne le sont pas. Le questionnaire demande une information à l'élève. Il ne le contraint pas à être cohérent dans son comportement, à mobiliser une conception pour répondre. L'élève, face au questionnaire, va chercher dans les questions qu'on lui pose des éléments de réponse. Or ici ces éléments sont particuliers puisqu'ils sont fonctions des erreurs attendues (les branches de l'angle sont de tailles variables, l'arc qui marque certains angles aussi). Le

¹⁰ les différences de fonte de caractères figurent dans l'original

¹¹ « During the test some pupils commented that they felt that the 'same' was occurring too frequently and then sought hard to find some pairs unequal. » (Close 1982 p.138)

questionnaire risque alors de provoquer chez l'élève le type d'erreurs qu'il est censé détecter. Berthelot et Salin relèvent ce point dans leur thèse lorsqu'ils examinent le travail de Close, à propos de l'item de comparaison de deux angles identiques, mais marqués par des arcs de taille différente :

« la lecture micro-spatiale de la figure réapparaissait face à une question non conforme au contrat didactique usuel » (Berthelot et Salin 1992 p.241)

J'aimerais maintenant soulever un autre point délicat qui peut être illustré par cette phrase de Close :

« Le grand nombre de misconceptions élémentaires mises à jour par le premier test uniquement donne assez de matière à travailler pour le second test. Il a donc été décidé qu'il n'y aurait pas d'items autres que les plus élémentaires dans le second test. »¹² (Close 1982 p.47)

Les objectifs du second questionnaire sont donc restreints à l'étude de quelques « misconceptions » repérées par le premier test. Le questionnaire est conçu en fonction de ces comportements attendus. Mais que se passe-t-il dans le cas d'un élève qui ne répond pas comme il est prévu ? Une incohérence dans le comportement d'un élève si l'on reste dans le modèle délimité par Close peut très bien être l'indice d'une autre stratégie, non envisagée a priori. Mais dans ce cas la difficulté est de valider cette hypothèse, ce qui ne peut pas être fait à l'intérieur du test puisqu'il ne la prend pas en compte. Pour illustrer ce point je citerai d'abord et encore Berthelot et Salin, qui avancent une nouvelle interprétation de l'un des résultats obtenus par Close. Il s'agit du premier item du second questionnaire (voir figure 1), et des élèves qui y répondent (b).

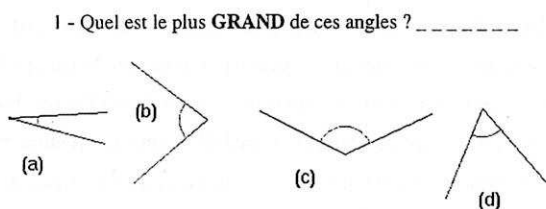


Figure 1, extrait du questionnaire de Close 1982, traduit

¹² « The large number of basic misconceptions brought to light by the primary test alone suggested sufficient material for use in the secondary test. [...] It was therefore decided that items other than the most basic should not appear in the secondary test » (Close 1982 p.47)

« Contrairement à Close qui attribue cette erreur à la difficulté de comparer mentalement b et c, nous l'attribuons à la prise en compte de la place occupée par l'intérieur de la figure, manifestement plus grande pour b que pour c » (Berthelot et Salin 1992 p.240)

C'est une hypothèse que l'auteur n'avait pas envisagée.

Je prendrai ensuite l'exemple d'une des élèves à qui nous avons fait passer le deuxième questionnaire sur les angles, traduit en français. Cette élève est en licence de langue, elle suit un module d'ouverture en géométrie en vue de devenir professeur des écoles. Les élèves de cette classe n'ont plus reçu d'enseignement de géométrie depuis la dernière année du collège (donc depuis plus de 5 ans). Il faut signaler ici que nous avons fait passer ce questionnaire à deux classes en France, celle-ci et une classe de 5^{ème} (44 élèves en tout). Les résultats que nous avons obtenus ne sont bien entendu pas comparables à ceux de Close, d'autant plus que nous n'avons pas fait passer d'interview à ces élèves. Mais ils nous ont donné un aperçu de ce que pouvait être le comportement d'élèves issus d'une autre institution scolaire face à ce questionnaire qui date déjà de plus de 15 ans. Nous avons retrouvé dans nos analyses des résultats globaux, comme une meilleure performance des élèves dans les items de comparaison que de mesure, et aussi quelques résultats plus locaux, concernant ce que Close nomme des « misconceptions » : prise en compte de la taille des branches de l'angle, de la longueur de l'arc, problèmes dans le traitement des angles rentrants.

Revenons à l'exemple annoncé, qui nous sert à soulever un point de discussion. Cette élève répond correctement à la première question du questionnaire (réponse (c), voir Annexe 1). D'après Close (pp.107-108), trois procédures différentes peuvent conduire à ce choix : (i) la prise en compte de la longueur de l'arc qui représente l'angle (qu'il y ait ou non de lien avec la rotation, puisque le rayon des deux arcs est le même) ; (ii) la comparaison de la distance entre les extrémités des segments cotés de l'angle ; (iii) la prise en compte de l'acuité de l'angle. Regardons maintenant la réponse que cette même élève donne à la deuxième question (figure 2).

2 - Quel est le plus **GRAND** de ces angles ? _____

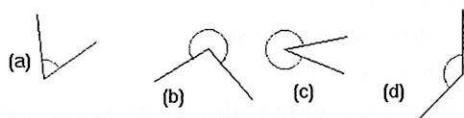


Figure 2, extrait du questionnaire de Close 1982, traduit

Elle répond (b), alors que la réponse correcte est (c). Notons que c'est la seule erreur qu'elle fait dans le questionnaire. Cette erreur n'est pas prise en compte par Close lorsqu'elle détaille chaque item, les réponses attendues et leurs interprétations (pp.108-109). Examinons alors ce que conduit à répondre pour ce deuxième item chacune des procédures envisagées pour le premier item : (i), qui consiste à prendre en compte la longueur de l'arc, conduit à choisir la bonne réponse, (c) ; (ii) conduit à répondre (d) puisque c'est l'angle qui a la plus grande distance entre les extrémités de ses branches ; et (iii) amène également à répondre (d) car c'est l'angle qui est le plus ouvert. Aucune de ces trois procédures n'a donc été utilisée telle quelle dans cette deuxième question. Considérons alors une nouvelle règle d'action (iv) : « lorsque je compare un angle rentrant et un angle saillant, l'angle rentrant est le plus grand », on se rend compte qu'associée à la procédure (iii) elle conduit bien à la réponse (b). En effet, la règle (iv) fait en quelque sorte un tri entre les angles saillants et rentrants. Par cette règle on ne conserve donc que les rentrants, plus grand que les saillants. Ici, (b) et (c) sont rentrants. Pour choisir le plus grand des angles parmi les rentrants, la règle (iii) qui compare l'acuité des angles l'amène à choisir le plus ouvert, c'est-à-dire (b). Cette règle d'action (« l'angle le plus ouvert est le plus grand ») valide pour la comparaison des angles saillants n'est pas opératoire pour les angles rentrants. Cette nouvelle procédure composée de (iv) et (iii) sera désignée par (iii') dans la suite.

Poursuivons l'examen des réponses fournies par cette élève. Les questions 3 et 4 ne sont clairement pas significatives de ce qui nous occupe (voir le questionnaire complet en Annexe 1). Elles font appel à la mémoire et à la perception de l'espace plus qu'à une résolution de problème. Pour la question 5 (voir figure 3), la procédure (iii') aurait dû la conduire à trouver une évaluation pour (e) inférieure à (d). Or elle ne se trompe pas dans ses évaluations. La procédure qu'elle met en œuvre pour répondre à cette question n'est donc pas la même. Il semble bien qu'ici elle fasse une référence aux angles plat, plein et droit par l'expérience mentale de superposition. Pour les 4 derniers items cela est assez clair (nous avons placé entre des guillemets les réponses de l'élève) :

« (b) = 80° », soit $90^\circ - 10^\circ$

« (c) = 170° », soit $180^\circ - 10^\circ$

« (d) = 270° », soit $360^\circ - 90^\circ$ ou $180^\circ + 90^\circ$

« (e) = 350° », soit $360^\circ - 10^\circ$

5 - Combien de degrés y a-t-il ENVIRON dans chacun de ces angles ?

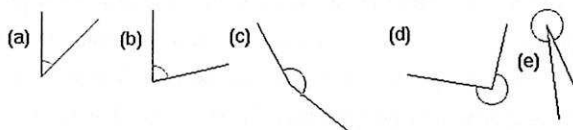


Figure 3, extrait du questionnaire de Close 1982, traduit

Enfin, la question 6 devrait appeler la mise en œuvre de cette règle (iii') puisqu'il s'agit du même type de tâche que dans la question 2 (voir figure 4). Mais en fait aucune des paires d'angles à comparer ne conduit à mobiliser la procédure (iii') complète, puisqu'il n'y a aucun cas de comparaison de deux angles rentrants.

6 - Quel est l'angle le plus **GRAND** ou sont-ils **ENVIRON DE LA MEME TAILLE** ?

Réponds à cette question pour chaque paire d'angles.

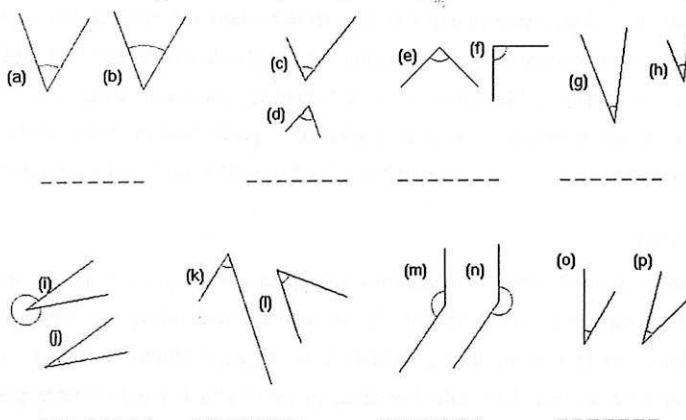


Figure 4, extrait du questionnaire de Close 1982, traduit

Dans les deux items i-j et m-n, le tri entre angles saillants et rentrants (règle d'action (iv)) fonctionne, et dans les autres items c'est le choix du plus ouvert qui permet de décider (règle d'action (iii)).

Cette élève met ainsi en œuvre une règle qui est juste dans un certain domaine de validité (règle (iii) valide pour les angles saillants), hors de ce domaine. La généralisation de cette règle peut correspondre à la cohabitation de deux volontés : celle de donner un angle rentrant comme réponse à la question (car tout angle rentrant est plus grand qu'un angle aigu), et celle d'utiliser le critère d'acuité pour la comparaison des deux angles concernés, (b) et (c). Mais dans la comparaison entre angles rentrants, ce critère fonctionne « à l'envers ». Cette

interprétation est cohérente avec les réponses données aux autres items de la question 6 (6ij et 6mn), mais n'a pas été appliquée dans les évaluations, puisqu'elle donnerait une mesure plus grande à l'angle (e) qu'à l'angle (d). Cette élève ne mobilise donc pas les mêmes règles d'actions pour la comparaison et pour l'évaluation. Pour cette dernière il semble qu'elle utilise une référence perceptive aux angles plat, plein et droit pour estimer la mesure des angles. La procédure de résolution de ce type de tâche serait alors plutôt du côté de l'expérience mentale de superposition, avec une analyse perceptive différente de celle qu'elle utilise pour les tâches de comparaison.

Pour cette analyse que nous venons de faire, il est évident que nous avons fait l'hypothèse d'une cohérence dans le comportement de l'élève (d'une non contingence de ses réponses), ce qui n'est peut-être pas juste mais indispensable pour travailler. Nous avons fait une conjecture sur ses stratégies de résolution. Mais cette conjecture ne peut pas être validée à l'intérieur du questionnaire. Il faudrait mettre en œuvre ce type de tâche dans une situation de résolution de problème pour voir fonctionner des conceptions de l'angle chez cette élève, et repérer des indices de ses conceptions. Mais qu'en est-il de la mise en situation de l'angle comme paire de segments de même origine ? La question pourrait se poser. Une interview pourrait nous éclairer, mais uniquement si la procédure est explicitable par l'élève, ce qui n'est pas évident.

1.4. Conclusion

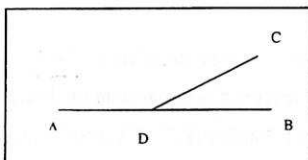
En conclusion je reviendrai sur l'outil des conceptions, en rappelant que le terme de conception fait référence à un quadruplet. La description d'une conception renseigne sur le type de tâche, sur le système de représentation, les règles d'actions et les structures de contrôle qui interviennent. Une telle formalisation paraît tout à fait pertinente pour bien délimiter le domaine de validité des résultats obtenus. Ici les résultats de Close sont des résultats sur le comportement des élèves face à un questionnaire qui porte sur des comparaisons et des évaluations d'angles représentés par des paires de segments de même origine. Ces résultats révèlent ce que les élèves mettent en œuvre dans une classe de situations qui portent sur des entités spatio-graphiques (Capponi et Laborde 1996). Ces entités ne sont pas complètement étrangères à la notion d'angle car les élèves mettent bien en œuvre certains opérateurs qui y sont relatifs (par exemple lorsqu'ils ne traitent pas les rentrants et les saillants de la même façon), mais ne peuvent pas non plus être considérées comme des angles. Le travail de Close apporte donc des résultats intéressants à propos de ces entités, mais laisse un peu en suspens la question de leur relation avec la notion d'angle.

II. Jean PIAGET & Dina et Pierre M. VAN HIELE : approches du développement du concept d'angle en termes de stades.

Alors que Piaget est un auteur de référence pour les recherches françaises en didactique, les travaux des van Hiele sur les niveaux de pensée en géométrie sont très utilisés ailleurs (recherches anglo-saxonnes, notamment), mais peu connus en France. Nous nous efforcerons alors de détailler un peu plus les travaux des van Hiele, moins familiers de la communauté didactique française.

II.1. Jean Piaget

A propos de l'angle, Piaget n'a fait que peu de travaux. Il observe, avec Inhelder et Szeminska dans *La géométrie spontanée de l'enfant* (1973), quelles sont les stratégies qui sont mises en œuvre par des sujets d'âges variés pour reproduire deux angles complémentaires :



Les enfants peuvent examiner et mesurer ce modèle autant de fois qu'ils le désirent, mais ne doivent pas le regarder au moment où ils dessinent. Différents instruments sont laissés à leur disposition : compas, règles, ficelles, papiers, gabarits de triangles. Piaget *et al.* ne donnent pas plus de détails sur la nature de ces instruments (s'agit-il par exemple, de triangles dont les angles sont congruents avec $\widehat{ADC}$ et $\widehat{CDB}$?).

Les auteurs relèvent différents comportements, selon les stades de développement de l'enfant. Du stade I jusqu'au stade IIA (donc jusqu'à 6 ans environ), l'enfant reproduit la figure au jugé, sans prendre de mesure. Puis, au stade IIB, il mesure les deux segments AB et DC, mais sans tenir compte de la position de D sur AB ni de l'ouverture de l'angle. Au niveau suivant (IIIA), l'enfant mesure séparément AD et DB, et essaie de conserver l'inclinaison de DC lors de son déplacement du modèle à la feuille de dessin. Mais aucune mesure de l'ouverture de l'angle n'est faite. Enfin, aux stades IIIB et IV (9 - 10 ans environ), l'enfant mesure des segments qui ne sont pas représentés sur la figure : AC et BC d'abord, puis CK, où K est la projection orthogonale de C sur AB.

C'est donc à partir du stade IIIB (environ 9 ans) qu'on observe la mesure de l'ouverture des angles. Piaget *et al.* notent (1973 p.222) que c'est à ce même stade que la notion d'égalité des angles par superposition est disponible. L'enfant accède à ce stade à une possibilité de mesure bidimensionnelle, qui permet celle des angles.

Dans ce même ouvrage, les auteurs observent aussi la progression des enfants face au résultat classique de la somme des angles du triangle. Ils présentent aux enfants des triangles, prédécoupés ou non, de différentes tailles et différentes formes. Les angles de ces triangles sont ensuite détachés du triangle, découpés selon un arc de cercle de rayon constant. L'assemblage des trois angles d'un même triangle forme alors un demi-cercle, représentation accessible de la notion d'angle plat (Piaget *et al.* 1973 p.239).

Ils notent les différences de comportement entre les enfants selon leur âge et donc selon leur appartenance à un stade, en regardant leurs capacités d'abstraction de l'angle (considérer la partie isolée du triangle comme un angle et non comme une figure) et de généralisation du résultat à d'autres triangles.

Les résultats obtenus varient progressivement du niveau IIA où l'enfant n'arrive pas à abstraire l'angle du triangle, il y a pour lui une hétérogénéité totale entre le triangle et le demi-cercle, jusqu'au stade des opérations formelles (IV) où le résultat apparaît à l'enfant comme général et nécessaire.

II.2. Dina et Pierre M. van Hiele

Les élèves observés par les van Hiele sont âgés de 12 ans, du point de vue de Piaget ils ont donc atteint le stade des opérations formelles, et ont ainsi la capacité de constater des égalités d'angles par superposition. Rappelons que les niveaux de développement de la pensée tels qu'ils sont développés par les van Hiele ne sont pas uniquement dépendants de l'âge, comme chez Piaget, mais aussi de l'enseignement qu'a reçu le sujet :

« La progression d'un niveau à un autre, assure van Hiele (1959/1984), dépend plus de l'enseignement que de l'âge ou du développement biologique, et différents types d'expériences éducatives peuvent influencer les progrès (ou l'absence de progrès). »¹³ (van Hiele 1988 p.7)

¹³ « Progress from one level to the next, asserts van Hiele (1959/1984), is more dependent upon instruction than on age or biological maturation, and types of instructional experiences can affect progress (or lack of it) » (van Hiele 1988 p.7)

Rappelons aussi brièvement la description des niveaux de van Hiele de développement de la pensée en géométrie :

Niveau 0 : le sujet identifie, nomme, compare, opère sur des figures géométriques en fonction de leur apparence (triangles, angles, droites sécantes ou parallèles).

Niveau 1 : le sujet analyse les figures en termes de composantes et de relations entre ces composantes, découvre empiriquement (par pliage, mesure) des propriétés, des lois d'une classe de figures.

Niveau 2 : le sujet relie les propriétés, les lois précédemment découvertes à des arguments simples.

Niveau 3 : le sujet prouve de façon déductive certains théorèmes, et établit des réseaux de théorèmes.

Niveau 4 : il établit des théorèmes dans différents systèmes d'axiomes, et compare et analyse ces systèmes.

Chaque niveau peut se caractériser par son objet de pensée : le niveau 0, qui opère par expérience sensorielle sur des figures isolées, produit des objets, des classes de figures qui deviennent objet pour le niveau 1, qui lui va produire des propriétés de ces classes, qui elles-mêmes sont les objets sur lesquels porte la réflexion au niveau 2. Le niveau 3 porte sur l'agencement des relations que le niveau 2 a produites à partir des propriétés.

A chaque changement de niveau l'implicite de l'un devient donc l'explicite du suivant. En outre, chaque niveau possède son propre système de représentation, le langage est un facteur important du passage des structures concrètes (niveau 0) aux structures visuelles/géométriques (niveaux 1 et 2) et jusqu'aux structures abstraites (niveaux 3 et 4).

Dans l'ouvrage que nous étudions ici, les auteurs présentent une séquence proposée aux élèves, et construite dans le but de permettre aux professeurs de diagnostiquer eux-mêmes le niveau de développement de leurs élèves. L'ouvrage présente :

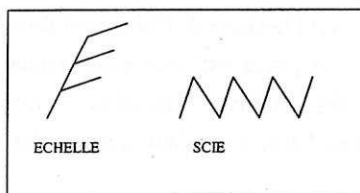
- la séquence proposée aux élèves (12 ans) ;
- une formation de professeurs à l'évaluation de leurs élèves au moyen de cette séquence d'enseignement ;
- une analyse de manuels.

Nous ne présentons ici que le premier de ces trois points. La séquence est composée de trois modules, qui traitent de différentes notions. Nous n'examinerons que le module 2, qui traite des angles.

Les questions qui sont posées aux élèves sont construites de façon à refléter chaque niveau et chaque phase de chaque niveau (il y a 5 phases par niveau : information, orientation guidée, explicitation, orientation libre et intégration). Les réponses des élèves doivent ainsi renseigner directement sur l'état dans lequel il se trouve par rapport à la progression établie.

Nous allons par la suite donner quelques détails des huit étapes du module concernant les angles de façon à pouvoir tracer une sorte de profil des caractéristiques de l'angle tel qu'il est présenté dans le module.

- la première étape est destinée à faire un constat de l'état des connaissances et des savoir-faire du sujet relativement à la mesure des angles et à l'usage du rapporteur. Au vu des difficultés de certains élèves, les auteurs décident d'utiliser un instrument de mesure non standard (disque de plastique transparent sur lequel sont dessinés quelques angles) qui est suffisant pour la suite de la séquence. On remarque ici que la mesure des angles n'est pas un objectif de la recherche.
- la deuxième étape présente une approche des pavages ; les élèves manipulent des formes (rectangle, parallélogramme, triangles rectangle et quelconque). A partir des pavages effectués on leur fait repérer des sous-figures ouvertes qui vont servir de structure pour la reconnaissance des angles égaux par la suite. Il s'agit des échelles et des scies :



- l'égalité des angles dans un pavage est constatée par superposition avec les angles d'un modèle de tuile découpé et dont chaque angle est coloré d'une couleur.
- de la même façon on fait ensuite repérer à l'élève les angles égaux des configurations « échelle » et « scie » ; ces outils sont utilisés dans les étapes suivantes (modèles dessinés sur du plastique transparent).
- l'élève repère les angles égaux d'un réseau de droites parallèles, le professeur lui fait faire le lien avec les parallélogrammes, des propriétés sont énoncées.
- le théorème de la somme des angles du triangle est découverte par le moyen des pavages : à partir d'un pavage avec un triangle quelconque, on fait reconnaître et colorer à l'élève tous les angles égaux aux trois angles du triangle modèle. On lui fait ensuite constater

qu'à un sommet du pavage ; les trois angles sont juxtaposés et que leur somme fait un angle plat (c'est-à-dire que les côtés sont alignés).

- organisation de tout ce qui précède en un graphe orienté.
- « test » de réinvestissement avec un exercice sur l'angle extérieur du triangle.

Le module est très orienté vers la notion d'égalité des angles, où l'angle est une caractéristique d'un polygone. Parmi les polygones étudiés, le triangle joue le rôle particulier de figure élémentaire (il permet la décomposition des quadrilatères, par exemple). En revanche aucune mesure n'intervenant dans cette situation, le triangle ne joue pas de rôle particulier quant à la relation entre les angles et les côtés.

L'égalité des angles est établie par superposition avec un modèle (gabarit). Le pavage est la structure de base de tout ce module. Cela implique certaines spécificités de cette situation : les « échelles » et les « scies », qui sont des structures secondaires, vont entraîner les élèves à repérer des angles égaux en leur fournissant des signifiants aux propriétés d'égalités des angles correspondants et alternes internes (qui ne sont pas énoncées sous cette forme) ; l'activité sur la somme des angles du triangle, caractéristique car elle utilise le report « naturel » du triangle dans le pavage pour constater le rapprochement des trois angles à un sommet.

La construction assez particulière de ce module illustre ce que Dina van Hiele avançait dans sa thèse :

« les van Hiele proposent la présentation d'un dispositif structuré - "quand la preuve est donnée de façon correcte, le résultat est d'abord lu dans une structure, après quoi la preuve est donnée en arrangeant les éléments de la structure de façon logique" (voir la thèse de Dina van Hiele-Gedolf, chapitre 14). Un exemple est donné par la technique utilisée par Dina van Hiele-Gedolf, et son projet de modules, où les triangles sont présentés dans la structure d'une grille, et la preuve est lue à partir de la grille en utilisant le langage des "scies" et des "échelles". »¹⁴ (van Hiele 1988 p.174)

A partir de l'observation des élèves qui ont suivi ce module, les auteurs notent chez les élèves certaines caractéristiques relatives aux angles :

¹⁴ « the van Hieles propose presentation of the material in a structure - "When proof is given in the right way, the result is first read from a structure, afterwards proof is given by arranging the elements of the structure in a logical way" (See Dina van Hiele-Gedolf's thesis, Chapter 14). An example of this is given in the technique used by Dina van Hiele-Gedolf, and in this Project's modules, where triangles are presented in the structure of a grid, and the proof is read from the grid using the language of "saws" and "ladders" » (van Hiele 1988 p.174)

- sur le plan du langage, ils parlent de l'influence du langage commun : les élèves se réfèrent plus volontiers à des régions finies du plan plutôt qu'illimitées, ce qui se traduit par une fréquente utilisation du mot « triangle » à la place de « angle », ainsi que « right triangle » pour « right angle », qui n'a pas d'équivalent en français.
- ils relèvent aussi différentes caractéristiques relatives à la perception : les positions prototypiques, les « misconceptions » qui en découlent : un angle droit doit avoir un côté horizontal, un angle droit est un angle qui pointe vers la droite.

II.3. Conclusion

Nous retiendrons des recherches de Piaget et van Hiele que la notion d'angle est une notion difficile à acquérir pour l'enfant. Piaget note que c'est à 10 ans que l'enfant est apte à construire une abstraction de l'angle (Piaget et al. 1973). Quant à Dina van Hiele (citée dans van Hiele 1988 p.173), elle précise elle-aussi que l'angle est une notion difficile pour le niveau 0.

Chacun de ces auteurs a mis en place une méthodologie de recherche pour comprendre la progression de la pensée géométrique chez l'enfant relativement à cette notion. Tous deux modélisent la pensée par des stades, ou niveaux, que les sujets acquièrent progressivement.

III. Michael MITCHELMORE et Sandra MAGINA : « the informal knowledge of angle »

III.1. Michael Mitchelmore

Michael Mitchelmore est un australien dont le premier article sur l'enseignement de la notion d'angle date de 1983, et qui en a publié de nombreux autres depuis sur ce même sujet. L'objectif de sa recherche est de déterminer quelle compréhension de la notion d'angle les enfants construisent dès leur plus jeune âge, dans les situations quotidiennes qu'ils rencontrent hors de l'école. Il s'agit pour lui de montrer que le concept d'angle est formé de différentes facettes, et qu'un enseignement classique qui ne prend en compte qu'une seule de ses composantes ne peut être efficace.

Le cadre théorique de la formation des connaissances qu'il utilise considère que le développement d'un concept mathématique chez un individu se fait dans un processus d'abstraction grandissante. Par exemple, l'angle pourra être extrait de situations diverses comme plier le bras, conduire une petite voiture dans des virages, faire pivoter un petit robot sur son socle, faire rebondir une balle. L'angle est une variable de ces situations, c'est-à-dire

que la valeur qu'il prend influence sur le déroulement de l'action : au plus on plie le bras, au plus la distance de la main à la bouche s'amoindrit.

Il est entendu, dans le cadre de cette théorie de l'abstraction, qu'au plus les enfants rencontreront de situations différentes liées à l'angle, au plus le concept qu'ils construiront sera complet. L'auteur met en place six situations différentes, qui prennent en compte différentes facettes de l'angle : rotation, pente, croisement, virage, rebond et coin (voir Mitchelmore 1997 p.5 pour une illustration de ces différentes situations).

Il semble que ce soit sur la composante de la représentation que l'auteur « attrape » les similarités entre les situations qui sont perçues et exprimées par les enfants. C'est en tout cas par cette entrée qu'il interroge les enfants. Il étudie la compréhension qu'ils ont de ces situations au travers de la modélisation qu'ils arrivent à en faire. Différents modèles leur sont présentés, et ils doivent choisir ceux qui leur semble pouvoir représenter la situation, puis désigner celui qui en est le meilleur représentant. Les modèles sont des dispositifs physiques divers, comme des bouts de pailles fixés entre eux pour former un angle isolé () ou un angle et son supplémentaire () , ou bien encore des disques de plastique fixés en leur centre et dont les moitiés sont colorées (). L'auteur demande ensuite aux enfants s'ils trouvent des points communs entre les différentes situations qui leur ont été présentées, et note ainsi quelles sont les situations qu'ils associent le plus facilement. A partir de ces données il détermine les caractéristiques des situations qui semblent faciliter la reconnaissance de l'angle par les élèves, comme le fait que les côtés de l'angle soient physiquement présents dans la situation, et celles qui semblent la bloquer, comme d'avoir à ignorer certaines variables non pertinentes (longueur des côtés, partie courbe d'un virage, prolongement d'un côté au-delà du sommet).

Nous retiendrons des recherches de Mitchelmore qu'elles prennent en compte la possibilité d'une connaissance formée de plusieurs sous-ensembles. Pour lui cette diversité marque une étape vers la formation du concept, qui est unique et rassemble en un tout cohérent cette diversité. Pour nous, la connaissance d'un sujet est constituée d'une pluralité de conceptions qui ne sont pas destinées à ne former qu'un tout. Les conceptions vont pouvoir évoluer, certaines pouvant être amenées à disparaître ou à se confondre avec d'autres, ou encore à former avec une autre une troisième conception, encore différente. Ces évolutions sont fonction des situations rencontrées par le sujet, qui vont peut-être permettre à plusieurs conceptions contradictoires d'être mobilisées simultanément et d'évoluer pour dépasser la contradiction (c'est l'évolution la plus intéressante du point de vue de l'enseignement).

III.2. Sandra Magina

Sandra Magina, dans sa thèse intitulée *Investigating factors which influence the child's conception of angle* (1994), utilise un peu la même méthodologie que Mitchelmore, mais dans un cadre théorique différent. Elle se propose de regarder à la fois le savoir informel, ou spontané, et le savoir scolaire de l'angle, dans leurs composantes statique et dynamique. Elle prend en compte des variables développementales (Piaget), socio-culturelles (Vygotsky, Nunes), et scolaires (Van Hiele). Cela l'amène à construire 92 activités qui instantient six groupes de variables : la perspective, statique ou dynamique ; le cadre¹⁵, quotidien, papier-crayon ou Logo ; le contexte, navigation, rotation ou comparaison ; la mise en scène, c'est-à-dire les conditions matérielles du jeu, par exemple une montre, ou une carte ; et enfin les conditions, qui sont ce que l'on demande aux élèves de faire, reconnaissance, action et articulation. Les activités sont présentées à 54 élèves âgés de 6 à 14 ans. Rappelons qu'elle prend en compte les facteurs développementaux autant que scolaires dans l'analyse des résultats.

Un des résultats de cette recherche est l'influence considérable qu'a eu la variable de cadre (quotidien, papier-crayon ou Logo) sur les performances des élèves. Ces derniers ne prennent pas en compte les mêmes caractéristiques des angles selon le cadre dans lequel ils sont engagés, indépendamment de la mise en scène. La forme de la figure dans le cadre quotidien, la longueur des côtés dans le cadre papier-crayon et la quantité de rotation dans le cadre Logo sont les caractéristiques qui leur semblent pertinentes au sein de chaque cadre.

« les résultats qui précèdent montrent qu'un invariant opératoire peut changer d'un cadre à un autre parce qu'il n'est pas encore une conception. »¹⁶ (Magina 1994 p.289)

Les derniers mots de cette citation montrent que l'auteur explique la variété des invariants opératoires utilisés par les élèves par une non-organisation de la connaissance. En fait, il s'agit pour nous de la mobilisation de différentes conceptions de l'angle, distinctes par le système de représentation et les règles d'actions qui sont mis en œuvre. Un registre différent (papier-crayon, Logo) fait ainsi appel à des opérateurs et à des contrôles différents. De notre point de vue, la connaissance de l'angle chez ces élèves est formée de plusieurs conceptions, et des cadres différents sont autant de systèmes de représentations différents, qui font appel

¹⁵ cadre est pris ici dans le sens commun, il est la traduction de *setting*.

¹⁶ « the above report shows that an operational invariant can change from one setting to another because it is not yet a conception » (Magina 1994 p.289)

chez eux à des opérateurs et des structures de contrôles distincts. L'auteur énonce d'ailleurs cette idée d'une diversité de conceptions :

« Ce résultat montre que les enfants (et aussi les adultes) n'ont pas une conception unique d'un contenu donné. De plus, derrière la conception, les enfants maintiennent aussi leurs concepts spontanés relatifs au contenu, ce qui leur permet de résoudre les problèmes pas uniquement avec leur connaissance, mais aussi avec leur compétence (à différents niveaux). »¹⁷ (Magina 1994 p.284)

Encore une fois, si nous regardons les résultats de Magina du point de vue des conceptions, nous dirions plutôt que le concept d'angle est formé chez un sujet de plusieurs conceptions, qui ont chacune une sphère de pratique, un domaine de validité. Contrairement à Magina qui semble placer les conceptions issues des pratiques devant celles issues de l'école, nous ne posons pas de hiérarchie entre ces différents domaines de validité. La conception scolaire est seulement celle qui est souhaitée par l'institution.

Par rapport à notre cadre théorique, nous retenons des travaux de Magina que les résultats qu'elle obtient montrent bien que les registres de représentation, les contrôles et les opérateurs mis en œuvre sont liés, même si elle n'interprète pas ses résultats comme nous pourrions le faire.

IV. René BERTHELOT et Marie-Hélène SALIN : à la recherche d'une situation fondamentale pour l'angle

Le travail de thèse de Berthelot et Salin (1992) est issu du même paradigme de recherche que le nôtre : la théorie des situations (Brousseau 1986). Il y a donc, d'un point de vue méthodologique, beaucoup de points communs entre nos deux recherches. Mais pour nous l'angle est une notion centrale, alors que Berthelot et Salin le prennent comme un exemple qui illustre leur propos sur les relations entre le spatial et le géométrique, et la prise en charge qui en est faite dans l'enseignement. On remarque que dans la série des 41 mots clés que les auteurs donnent à propos de leur thèse, le mot « angle » est l'avant-dernier. L'angle est pris comme terrain d'étude par ces chercheurs en raison de la difficulté persistante de son enseignement, difficulté dont ils posent l'hypothèse qu'elle relève de cette problématique des rapports entre l'espace et la géométrie. A partir de l'examen de quelques résultats (le travail

¹⁷ « This finding indicates that children (and adults, as well) have not only one conception of a given content. Moreover, beside the conception children also maintain their spontaneous concepts about the content, which

de Close, les questionnaires des EVAPM) ils annoncent que la conception de l'angle comme paire de segments de même origine est un obstacle cognitif d'origine didactique. Cette conception empêche notamment les élèves de considérer l'angle comme une sous-figure d'une autre figure, lorsqu'il est engagé dans un polygone.

Une analyse mathématique et épistémologique de la notion les conduit à retenir l'angle de secteur (classe d'équivalence du secteur de plan) comme la notion autour de laquelle ils vont mettre en place deux processus d'enseignement. Leur choix est guidé par des contraintes matérielles comme la gestion des élèves, les limites de la classe. Ils renoncent ainsi à étudier des situations qui mettent en jeu l'angle dans le macro ou le meso-espace, et se restreignent à l'étude d'objets du micro-espace. En particulier, ils examinent deux situations susceptibles de mettre en jeu l'angle inclinaison, le guidage à la boussole et l'étude de la position de l'ombre de bâtons. Mais ces deux situations nécessitent un dispositif très lourd, alors que l'angle de secteur peut être mis en scène dans la classe. Cependant, les auteurs précisent que les connaissances élaborées par les élèves au cours de ce processus risquent d'être limitées aux objets du micro-espace, et que la question du transfert de ces connaissances vers des problèmes du meso ou du macro-espace reste posée (Berthelot et Salin 1992 p.259). Leur premier processus est basé sur la reproduction de quadrilatères quelconques à l'aide d'instruments de report d'angles, le deuxième concerne le pavage du plan par des polygones, et est conçu pour être plus facile à réaliser en classe que le premier. L'objectif principal de ces processus est de permettre la construction par les élèves de la notion d'angle de secteur, notamment en donnant un sens à la représentation « couple de segments » de l'angle, en invalidant chez les élèves la comparaison des angles par la longueur des côtés et en donnant du sens à la comparaison par superposition, et en présentant l'angle comme caractéristique d'une figure fermée. Les processus qu'ils construisent réalisent ces objectifs, et les auteurs signalent que le deuxième processus fait depuis effectivement partie du cursus d'enseignement au CM2 de l'école Michelet à Talence (académie de Bordeaux).

Le travail de Berthelot et Salin met bien en avant un problème fondamental de l'enseignement de l'angle. L'angle est une notion qui prend du sens dans les pratiques du macro et du meso-espace, mais ces situations ne sont pas transférables dans le micro-espace de la classe. Dès qu'on les y traduit, elles perdent du sens et l'angle n'est plus un outil nécessaire pour leur résolution. Certains environnements informatiques comme Cabri-géomètre ouvrent une

allow them to solve problems not only through their knowledge but also throughout their competence (in

nouvelle possibilité dans la recherche de situations pour lesquelles des problèmes du meso-espace comme le repérage des points dans l'espace prendrait du sens, tout en respectant les contraintes de temps et d'espace qui sont celles de la classe. Rappelons que nous ne nous intéressons pas, au moins directement, à la mise en place d'une ingénierie pour l'enseignement de la notion d'angle. Mais nous cherchons à voir comment la notion fonctionne chez les élèves, et pour cela nous avons besoin de leur présenter une situation pour laquelle l'angle est l'outil de sa résolution.

V. LOGO : la géométrie de la Tortue

Pour des raisons pratiques, nous n'avons pas eu accès au logiciel Logo tel qu'il est utilisé dans la plupart des recherches auxquelles il sera fait référence ici. Mais nous avons pu obtenir une version de démonstration de la dernière version du logiciel, SuperLogo¹⁸. Les commandes utilisées sont similaires à celles de la version originale, mais un changement important concernant les angles a été fait. Il s'agit du rajout d'un outil graphique de manipulation directe de la rotation de la tortue, sorte de boussole graduée en degrés dont on peut « attraper » l'aiguille, et qui est orientée en fonction de l'état actuel de la tortue ; les manipulations effectuées sur cette boussole sont traduites simultanément en termes de commandes. Il est bien sûr possible de ne pas manipuler cette boussole et de ne se servir que des instructions de commande classiques du logiciel.

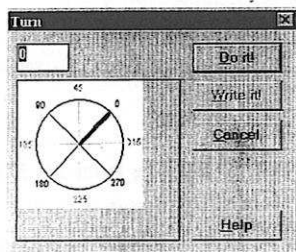


Fig. 5, la « boussole » de SuperLogo, version 1.1

different levels) » (Magina 1994 p.284)

¹⁸ URL du site pour récupérer une version de démonstration : <http://www.logo.com/>

V.1. Présentation

Créé par Papert¹⁹, Logo est avant tout un langage de programmation destiné à l'apprentissage de la programmation. Mais Logo est aussi associé à la « géométrie de la tortue », dans un environnement qui intègre le langage Logo et une représentation graphique des commandes effectuées : la tortue laisse une trace à l'écran du chemin qu'elle parcourt en suivant les instructions de l'utilisateur. L'action pour l'utilisateur n'est possible que dans le registre symbolique de la programmation, et les retours qu'il perçoit de ses actions se situent dans le registre graphique. Les instructions de base sont celles de déplacement rectiligne, FD et BK (pour forward et backward) accompagnées d'un nombre qui correspond au nombre de pas de tortue qui seront effectués, et celles de rotation, RT et LT (pour right turn et left turn) accompagnées d'un nombre qui sera traité comme une mesure d'angle en degrés. La figure ci-dessous donne un aperçu de l'interface à double registre, et du graphisme de la tortue :

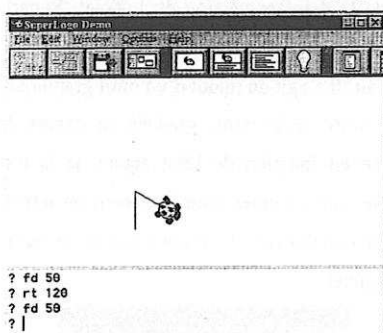


Fig. 6, aperçu de l'écran de SuperLogo, version 1.1

V.2. Caractéristiques

Logo est un micromonde, aux sens donnés à ce terme par Laborde et Laborde (1991) ou Hoyles (1994). Il offre à l'utilisateur la possibilité de le faire évoluer selon ses besoins : variation du nombre de commandes disponibles, intégration de procédures (macro-constructions) dans l'ensemble des commandes, possibilité d'appeler des sous-procédures permettant par exemple d'intégrer des moyens de validation des constructions comme la superposition (Gallou-Dumiel 1987).

C'est un espace où cohabitent deux systèmes de représentation, l'un graphique, l'autre symbolique. Au sens de Duval (1995 p.21), la partie symbolique constitue un registre de représentation, qui sert d'interface pour agir sur un milieu graphique. En revanche pour la

partie graphique on ne peut parler de registre puisqu'aucun traitement n'est possible à l'intérieur du système. L'écran est donc partagé en deux parties, un espace de programmation et un espace où la tortue exécute les instructions rentrées par l'utilisateur (voir la figure 6 ci-dessus). Le travail sur Logo permet aux élèves de mettre en œuvre leurs intuitions de l'espace de la tortue. La composante visuelle est essentielle dans ce travail, elle permet de donner un sens aux commandes formelles et de fournir des rétroactions à l'élève, qui peut alors prendre en charge la validation de son travail. Cette dialectique entre visuel et formel permettrait même d'après Clements et Battista (1990) de favoriser l'évolution des élèves d'un niveau de pensée visuel à un niveau caractérisé de descriptif / analytique (respectivement, niveaux 1 et 2 de la classification de van Hiele).

La géométrie de Logo est spécifique des longueurs et des angles. Pour faire effectuer un tracé à la tortue, il faut expliciter la longueur de chacun de ses tronçons rectilignes et la mesure (en degrés) d'un angle à chaque changement de direction. Logo place ainsi l'angle comme outil de construction de la figure. En cela il peut être considéré comme spécifique de l'angle. Mais l'angle qu'il faut considérer comme variable est celui de la rotation que doit effectuer la tortue, et non l'angle qui est formé par la trace du chemin qu'elle doit parcourir :

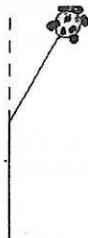


Fig. 7 : pour parcourir le chemin représenté en trait plein, l'instruction de changement de direction donné à la tortue est RT 30, où 30 correspond à la mesure en degrés de l'angle formé par la deuxième partie du parcours de la tortue et le trait pointillé qui représente le prolongement de sa direction initiale

Un travail entre les composantes globales et locales de la figure est essentiel : les valeurs des rotations à faire effectuer à la tortue (local) sont directement liées à une prise en compte de la rotation globale de la tortue pour effectuer tout le trajet (c'est une caractéristique du tracé des polygones réguliers par exemple, avec le théorème du trajet total, voir Rouchier 1985 pp.6-7). D'autre part, le calcul du supplément de l'angle de la figure pour faire tourner la tortue passe

¹⁹ Papert S. (1980), *Mindstorms Children, Computers, and Powerful Ideas*, Basic Books, New York.

par la mise en œuvre de la relation ternaire : angle tortue + angle figure = 180 (Gallou-Dumiel 87).

Logo est donc un milieu spécifique de l'angle de rotation, mais qui par sa nature et la façon dont l'élève interagit avec cette connaissance, est très particulier. Nous reviendrons sur ce point par la suite.

De nombreuses recherches ont porté sur l'usage de ce logiciel dans les classes depuis sa création. Dans le paragraphe suivant nous regardons quelques-unes des recherches qui traitent de l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle avec Logo.

V.3. La géométrie et l'angle dans LOGO

Les résultats des travaux de recherche concernant Logo et l'enseignement et l'apprentissage de la géométrie sont assez partagés. Nous allons détailler les différents points de vue rencontrés dans la littérature, sans prendre parti dans ce débat. La confrontation de ces recherches souffre en effet d'un manque de communication sur une analyse a priori et théorique des tâches proposées, et du peu de précisions sur les méthodologies que les articles fournissent. Rouchier (1985) va plus loin dans cette critique, et note que cette absence d'information empêche de lire les résultats des recherches de façon satisfaisante, puisque seul le côté de l'élève est pris en compte. Or les caractéristiques de la situation sont pour beaucoup dans ce qui va pouvoir se construire comme savoir chez l'élève, et ce côté n'est pas pris en compte :

« Cela a pour conséquence le renvoi du côté des capacités de l'élève des éléments qui interviennent dans l'élaboration de ces réponses » (Rouchier 1985 p.9)

Ayant pris connaissance de ces caractéristiques méthodologiques, nous allons examiner ce que disent ces recherches de l'angle dans Logo.

D'une manière générale, les caractéristiques de l'environnement Logo en font un logiciel qui est assez répandu, et dont les effets sur l'enseignement et l'apprentissage sont reconnus comme globalement positifs. Nous avons déjà parlé de l'articulation entre les deux registres, graphique et symbolique. Hoyles et Noss (1987) le relèvent à propos d'une séquence d'enseignement sur les parallélogrammes avec des élèves de 13-14 ans, et retrouvent plus récemment cette problématique dans un environnement assez semblable à Logo, Boxer, développé à Berkeley (Noss et Hoyles 1995). Ils montrent comment cette articulation permet à des élèves de 11 ans de construire une *abstraction située* de la notion de symétrie (pour un

éclairage sur la notion d'abstraction située, voir leur article de 1995 et leur livre²⁰). Certains auteurs en revanche suggèrent que la composante visuelle du micromonde de la tortue tel qu'il est conçu empêche une approche analytique des problèmes et en favorise plutôt une approche approximative. Les stratégies d'essais/erreurs sont assez payantes, et rien ne pousse alors les élèves à modifier leur conduite. Il arrive même que les élèves négocient eux-mêmes à la baisse les attentes qu'ils ont sur le résultat de leurs travaux (Hillel et Kieran 1987). Mais il me semble que cette dernière remarque peut être tempérée si l'on considère les possibilités d'une validation par la superposition du travail de l'élève avec le résultat attendu dont parle Gallou-Dumiel (1987) dans son travail. Cela montre encore une fois que les caractéristiques de la situation sont pour beaucoup dans le comportement des élèves.

En ce qui concerne la notion d'angle, il semble admis que Logo permet d'invalider les erreurs du type « prise en compte de la longueur des côtés de l'angle pour sa comparaison » car il permet aux élèves de voir l'angle comme une rotation (Noss 1987, par exemple). De même, l'angle tend à être considéré comme une paire de segments de même origine plus aisément par les élèves travaillant sur Logo que par ceux qui ne reçoivent qu'un enseignement « classique », et qui considèrent majoritairement l'angle comme un segment incliné, occultant implicitement la base de l'angle qui est toujours représentée horizontalement (Clements et Battista 1990). C'est encore ce que Clements et al. (1996) nomment le « protractor scheme », lorsque l'élève a une image mentale d'un rapporteur en position prototypique, et évalue la taille de l'angle en fonction de cette image sans tenir compte de l'autre côté de l'angle.

L'angle devient ainsi par le travail avec Logo une caractéristique des figures ouvertes autant que fermées. On reconnaît là un des objectifs de Berthelot et Salin (1992), mais ces derniers précisent dans leur travail qu'ils n'ont pas pris en compte les recherches concernant les angles dans Logo (ibid. p.255).

On note d'autres apports de la composante dynamique de l'angle de la tortue : Gallou-Dumiel (1987) utilise le fait que l'angle de Logo soit orienté pour introduire l'idée d'antidéplacement chez des élèves de classe de quatrième (14 ans) à propos de la symétrie orthogonale. Avec Logo elle place l'orientation comme un outil de construction de la figure.

Les tâches d'évaluation de la mesure des angles en degrés sont aussi sensiblement améliorées, du fait de l'habitude qu'ont les élèves Logo de manier la variable de commande de rotation. Cannon (1994) associe à l'ordinateur un modèle physique de la tortue, et met en place avec des élèves très jeunes (8 ans) une situation d'estimation de la mesure des angles par un jeu de

²⁰ Hoyles C., Noss R. (1997), *Windows on mathematical meanings - learning cultures and computers*, Dordrecht

paris. Elle observe que certains élèves développent des stratégies de repérages de valeurs clés pour améliorer leurs paris en graduant le cercle sur lequel se déplace la tortue au sol.

A côté de ces résultats, d'autres sont plus réservés. Simmons et Cope (1990) remarquent que Logo entraîne une confusion entre l'angle de la figure et son supplémentaire, provoquée par la difficulté qu'il y a à lier le mouvement de la tortue avec la trace qu'elle laisse. Hoyles et Sutherland (1989) notent elles-aussi que le lien entre la valeur de l'angle calculée par les élèves et la valeur d'entrée de la variable de commande de rotation n'est pas forcément fait. Elles observent des élèves qui, ayant correctement traité des tâches dans Logo et semblant avoir compris ce lien entre angle extérieur et angle intérieur, marquent l'angle intérieur d'un hexagone régulier quand on leur demande à quoi correspond le « turn of 60 ». A titre de remarque, on peut noter que l'élève n'a pas tout à fait tort lorsqu'il répond de cette façon : c'est bien l'instruction RT ou LT 60 qui lui permet de tracer l'hexagone, et donc ses angles.

Dans ces travaux, les auteurs avancent des raisons possibles aux difficultés que rencontrent les élèves. Ces derniers ne feraient pas le lien entre les deux cadres de la figure géométrique et de la figure « tortue » de l'écran. Ils utilisent des relations géométriques lors du travail de caractérisation de la figure à reproduire, mais leur travail sur l'ordinateur ne se base ensuite que sur des indices perceptifs. Simmons et Cope (1990) pensent que les auteurs qui ont avancé des résultats positifs du travail avec Logo sur la notion d'angle ont peut-être trop promptement considéré que les actions des élèves reflétaient des connaissances conceptuelles, alors qu'il ne s'agissait pour eux que de connaissances procédurales (p.381). Cette notion de connaissance procédurale semble rejoindre la notion d'application d'un algorithme dont parle Rouchier (voir plus bas). Dans leur recherche ils testent les capacités de reconnaissance et d'évaluation des angles d'une soixantaine d'élèves de 9 à 12 ans qui proviennent de classes qui utilisent Logo dans leur curriculum classique. Ils leur font passer des questionnaires sur papier dont certains items portent sur des situations faisant référence à Logo (le dessin d'un angle accompagné du programme de construction Logo), et d'autres non (comme d'évaluer la mesure de quelques angles). Au vu des résultats obtenus, les auteurs concluent à une absence de lien entre l'angle du programme Logo (en fait, le nombre qui accompagne l'instruction RT ou LT) et l'angle de la figure. Ils avancent l'hypothèse d'un conflit entre le chemin parcouru par la tortue et la trace qu'elle laisse, qui fait apparaître d'autres angles sur la figure, celui qui correspond à la rotation de la tortue étant le moins évident graphiquement :

« Déplacer une tortue consiste à changer sa direction de façon appropriée, mais dès que la tortue laisse une trace derrière elle, il y a un conflit. D'autres angles deviennent des candidats pour les nombres que l'enfant a entré dans l'ordinateur et ces angles sont plus évidents que l'angle dont la tortue a tourné. »²¹ (Simmons et Cope 1990 p.382)

La communication de Simmons et Cope est courte, et l'enjeu n'est pas ici de prendre parti dans ce débat pour ou contre Logo. Néanmoins il faut noter le fait que les élèves observés par Simmons et Cope utilisent Logo dans un contexte qui est autre que celui de la recherche, ce qui peut influencer les résultats obtenus. On sait en effet qu'il ne suffit pas de placer les élèves devant Logo pour qu'ils apprennent ce qu'est un angle (voir Hoyles 1994 et 1996 à ce sujet). Or la plupart des chercheurs qui travaillent sur Logo mettent en place eux-mêmes la formation que les élèves testés suivent sur Logo. Cette différence dans les populations observées est importante. Simmons et Cope ne précisent rien des objectifs des enseignants de leurs classes quant au travail sur Logo. Ils signalent simplement qu'un seul ordinateur est disponible par classe, et que les enseignants jugent que chacun de leurs élèves est au moins capable de dessiner un carré et un triangle. Il me semble alors que les résultats que Simmons et Cope obtiennent sont à nuancer.

Quant à Rouchier (1985), il s'intéresse à la nécessité qu'il y a dans Logo à coordonner des aspects locaux et globaux de la figure. Une difficulté majeure pour les élèves est de composer des changements d'orientation effectués en des positions différentes, comme c'est le cas pour la construction d'un polygone régulier. Dans ce cas il faut pour arriver à écrire un programme de construction, tenir compte d'une propriété globale de la figure, que Rouchier nomme le théorème du trajet total de la tortue, et qui s'énonce comme suit :

« ... lorsqu'elle [la tortue] a tracé un polygone régulier en se remplaçant dans son orientation initiale, la variation totale de l'incrément angulaire est 360° » (Rouchier 1985 p.8)

Au terme d'une série de leçons portant sur cette notion (niveau CM1, environ 10 ans), il se pose la question de la nature des savoirs construits. S'agit-il de savoirs ou de savoir-faire ? Cette interrogation rappelle celle de Simmons et Cope sur les connaissances procédurales ou conceptuelles. Mais alors que ces derniers affirment que les connaissances construites dans Logo sont procédurales, Rouchier, lui, laisse la question en suspens faute d'éléments de

²¹ « Moving a turtle around is a matter of changing its bearings appropriately but as soon as the turtle leaves lines behind it, there is a conflict. Other angles become candidates for the numbers which the child has entered into the computer and these angles are more obvious than the angle turned by the turtle. » (Simmons et Cope 1990 p.382)

réponses suffisants. Les enfants ont-ils construits des savoirs relatifs à l'angle qui était en jeu dans ces leçons ou ont-ils construits des savoir-faire qui leur permettent d'appliquer avec succès un algorithme de construction des polygones réguliers dans cet environnement ?

Ces travaux qui nuancent les résultats positifs des apprentissages dans Logo posent en fait tous la même question : quel est le domaine de validité des savoirs construits lors du travail sur Logo ? Les auteurs posent la question du transfert des connaissances entre géométrie scolaire et géométrie Logo.

V.3. Conclusion

En conclusion nous reprendrons la question du transfert, qui n'est peut-être pas la bonne question. Elle se pose parce que la plupart des chercheurs ont placé les élèves devant Logo, et ont regardé ce qui se passait du point de vue des apprentissages mathématiques. Sutherland en parle à propos d'un projet auquel elle participe :

*« Dans les débuts du « Logo Math Project », les étudiants étaient libres de construire leurs propres problèmes, projets ou buts. La situation n'était pas organisée autour d'un savoir visé, au sens institutionnel. Quelques élèves apprenaient des idées mathématiques, par exemple les notions de nombres décimaux, ou des notions relatives à l'angle, mais ceci était très hasardeux et très dépendant du type de projets que les élèves s'étaient choisis. »²²
(Balacheff et Sutherland 1994 p.12)*

Si l'on considère au contraire Logo comme la composante d'un milieu construit pour un apprentissage, la question se pose alors en termes de transposition informatique et de domaine de validité épistémologique (Balacheff 1994). Quel est le savoir que peut construire un utilisateur lorsqu'il manipule Logo dans le cadre d'une situation d'enseignement ? Quel est l'ensemble des problèmes que cet environnement permet de proposer relativement à un savoir mathématique ? Quelle est la nature des réponses qu'il permet de leur donner ? Quelle est la nature de son interface et des feedbacks qu'elle rend à l'utilisateur, pour reprendre les termes de Balacheff et Sutherland (1994 pp.14-15) ?

²² « In the early days of the Logo Math Project [...], students were allowed to construct their own problems, projects or goals. No intentional knowledge, in academic terms, influenced the situation organized. Some pupils learned some mathematical ideas, for example notions of decimal numbers, or notions related to angle, but this was very haphazard and depended very much on the types of projects which pupils had chosen for themselves. » (Balacheff et Sutherland 1994 p.12)

En abordant ces questions à propos de l'angle en nous appuyant sur les recherches que nous avons évoquées dans les paragraphes précédents, nous pouvons faire émerger quelques caractéristiques de l'angle tel qu'il apparaît dans Logo.

L'angle de Logo est dynamique. Il est l'angle d'un changement de direction, d'une déviation par rapport à une direction initiale. C'est une rotation dans le sens où le changement de direction s'effectue de manière locale par le mouvement du curseur-tortue. Par sa nature il est doublement hors du contexte scolaire. D'une part parce qu'il est dynamique : de fait, l'angle étudié en milieu scolaire a beau être relié à la rotation dans le chapitre qui traite des transformations, il est bel et bien présenté comme une notion statique dans les manuels, au primaire et au collège (voir l'étude des manuels, au chapitre 4). D'autre part, l'angle de Logo n'est pas celui qu'on étudie à l'école. Cette distinction est flagrante dans les figures fermées, où la géométrie scolaire s'occupe des angles intérieurs alors que Logo nécessite un changement de point de vue par rapport à la figure. On a aperçu plus haut les confusions qui ont été relevées par certains auteurs chez les élèves entre rotation de la tortue et angle d'une figure.

Logo est donc un environnement qui met en jeu les angles. Mais la nature de l'angle qui est embarqué dans le logiciel en fait un environnement difficile à manipuler pour la création de situations destinées à un apprentissage mathématique dans le cadre de l'institution scolaire.

VI. Conclusion de l'état de l'art des recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle

Dans ce chapitre nous avons voulu faire un tour d'horizon des différentes recherches qui portent sur l'enseignement et l'apprentissage de la notion d'angle. Ces travaux sont issus de paradigmes divers, il est difficile de les confronter. Nous nous contenterons d'en retenir certains résultats qui nous sont utiles pour notre propre recherche.

En premier lieu, les recherches de Piaget et van Hiele viennent confirmer ce que nous énoncions dans l'Introduction : l'angle est une notion difficile, une réflexion sur son enseignement n'est pas un travail inutile.

Les résultats obtenus par Close dans son travail sont désormais bien connus. Nous avons soulevé dans ce chapitre la question de la délimitation de leur domaine de validité. S'il est entendu que beaucoup d'élèves, face à deux angles représentés comme des paires de segments sur une feuille de papier, auxquels on demande de choisir le plus grand, optent pour celui qui

a les plus grands côtés, il n'est pas juste de conclure que ces élèves considèrent que la taille des angles, hors de ce contexte, dépend de celle de leurs côtés. La notion d'angle ne se laisse pas réduire à celle qui est en jeu dans les questionnaires de Close, qui est une facette parmi d'autres. La conception « angle figure du plan » dont parle Balacheff (1988 p.371) à la suite de Close fait partie de la connaissance de l'angle chez les élèves, mais ne la compose sans doute pas exclusivement. Le cadre théorique présenté au chapitre précédent permet ici de jeter un regard neuf sur le travail de Close. Il montre qu'il est pertinent de poursuivre un travail sur une autre facette de la notion d'angle.

C'est ce que font Magina et Mitchelmore, dans des travaux qui sont assez similaires du point de vue méthodologique. Tous deux abordent la notion d'angle dans un ensemble de ses différents aspects : inclinaison, rotation, secteur, statique et dynamique. Leurs recherches montrent la diversité de la notion, et illustrent le cadre théorique présenté. Selon les caractéristiques des situations proposées aux élèves, ces derniers ne mobilisent pas les mêmes opérateurs pour la résolution des tâches. La connaissance de l'angle est formée d'une pluralité de conceptions.

Berthelot et Salin, eux, travaillent sur un aspect déterminé de la notion, l'angle de secteur. Ils présentent une situation adidactique pour l'apprentissage de cette notion, et montrent la difficulté de construire une telle situation pour l'angle inclinaison. Ce dernier, opératoire dans le macro-espace (repérage à la boussole, mesure des terrains), est très difficile à mettre en œuvre dans le micro-espace sans que ce soit artificiel.

Quant aux recherches autour de « l'angle de la tortue » dans Logo, nous avons présenté dans ce chapitre l'essentiel des courants qui en sont issus. Cet environnement est un espace spécifique des angles, mais dont les caractéristiques très particulières en font l'objet de controverses que nous n'avons pas étudié plus avant.

Ce chapitre nous confirme deux points essentiels de notre travail. D'une part, l'angle est une notion complexe, qui est loin d'avoir été examinée sous tous ses aspects. Notamment, l'angle inclinaison est absent de ces recherches, et Berthelot et Salin soulèvent la difficulté de la construction d'une situation adidactique autour de cette notion.

D'autre part, les travaux que nous avons présentés confirment la pertinence de notre cadre théorique, parce qu'il permet la lecture des recherches existantes, même si elles sont issues de paradigmes de recherche différents et parce que ces recherches montrent la diversité des conceptions qui est rattachée à la connaissance de l'angle.

Nous poursuivrons alors dans la suite de ce mémoire la présentation d'une étude de l'angle d'inclinaison en nous appuyant sur le cadre théorique des conceptions.

CHAPITRE 3

Bilan historique et étude de pratiques

Barbin, dans son article de 1993, illustre son propos sur la démonstration par un aperçu de la genèse de la notion d'angle, et par les définitions qu'en donnent trois géomètres, Euclide, Arnould et Clairaut. Elle montre, en s'appuyant sur la thèse de Maurice Caveing (1977), comment la notion d'angle a été utilisée avant d'être théorisée, dans les pratiques, pour résoudre des problèmes de mesure de distances inaccessibles.

Dans ce chapitre, nous reprenons l'ouvrage de Caveing pour développer plus en avant la genèse de la notion d'angle. Car si chez Barbin ce point sert d'illustration, il est en revanche central dans notre travail.

A l'aide de cet ouvrage, donc, mais aussi de quelques autres nous avons élaboré une synthèse des jalons historiques repérés à propos de la naissance et de l'évolution du concept d'angle. Nous présentons les résultats de cette étude dans la première partie de ce chapitre. Puis nous présenterons plus en détail certaines parties de cette genèse, qui correspondent au choix que nous avons fait de regarder l'angle en tant qu'inclinaison. Ces périodes seront présentées en faisant fonctionner l'outil des conceptions pour décrire les différents fonctionnements de la notion d'angle. Nous concluons en montrant que l'angle est une notion « pleinement instrumentale du macro-espace » (Chevallard et Jullien 1991), et qu'il est dans les pratiques de mesures de terrain une inclinaison mise en œuvre au moyen de la visée.

I. Présentation historique de l'évolution de la notion d'angle

I.1. Apparition et développement de la notion d'angle en mathématiques

Il semble que ce soient les astronomes babyloniens (aux environs de 2000 ans avant J.C.) qui les premiers ressentent la nécessité de définir et de mesurer l'angle, pour le repérage de la position des étoiles et l'établissement de cartes du ciel destinées aux astrologues. L'angle est mesuré en degrés. La division du cercle en 360 parties semble justifiée d'une part par l'usage de la base 60 chez les babyloniens (en raison sans doute de ses nombreux diviseurs) d'autre part par le nombre de jours d'une année (hypothèse corroborée par le fait que les géomètres chinois ont, eux, utilisé pendant un temps une division du cercle en 365 parties).

Avant cette période, on trouve des notions qui palliaient l'absence du concept. C'est le cas de la « se-qet »¹, chez les égyptiens, qui permettait aux architectes de conserver une inclinaison constante lors de la construction des pyramides. La se-qet correspond à la cotangente de la pente de la pyramide, elle est égale au rapport de la demi-base de la pyramide par sa hauteur.

La période suivante s'étend de 700 à 300 avant J.C., en Grèce. Thalès en est un des plus illustres représentants. On lui attribue quatre théorèmes. La dichotomie du cercle par son diamètre, l'égalité des angles à la base du triangle isocèle, l'égalité des angles opposés par le sommet et le cas d'égalité des triangles par deux angles et un côté. Les problèmes les plus célèbres de l'activité de Thalès sont les mesures de distances inaccessibles. L'évaluation de la distance d'un navire en mer et de la hauteur des pyramides d'Egypte sont les plus connus. Leur solution repose sur la congruence des triangles.

La résolution du premier problème consiste à reporter une visée en conservant son inclinaison par rapport à la verticale. La distance cherchée (la distance séparant un navire en mer de la côte) est ainsi reportée au sol, où elle peut être mesurée.

Pour le deuxième, il attendit que l'ombre d'un bâton ait la même taille que le bâton lui-même, et mesura alors l'ombre de la pyramide à ce moment.

¹ Heath le traduit par « that which makes the nature » (1931 p79, cité par Matos 1990).

Les angles considérés ne peuvent être ni nuls ni plats, de par les contraintes du milieu matériel (visée). Ils sont saillants et non orientés.

Cette période pré-euclidienne de la géométrie grecque aboutit en 300 avant notre ère avec la parution des *Eléments* d'Euclide, qui restera pendant près de deux siècles la référence en matière de géométrie.

Caveing parle d'Enodipe de Chio pour la mise en forme définitive du point de vue opératoire des concepts d'angle et d'égalité d'angles, même si la définition de l'angle sera l'objet encore longtemps d'un désaccord (quantité, qualité ou relation). Il introduit aussi une première unité angulaire, l'angle droit. Celui-ci provient de l'introduction de l'usage du « gnomon », sorte de cadran solaire dont la tige est perpendiculaire à l'horizon. Enodipe est considéré comme le découvreur d'une grande partie des résultats du livre I des *Eléments* d'Euclide. Cependant nous associerons à ce dernier cette période d'explicitation du concept d'angle, en raison de l'exposé qu'il en a fait dans les *Eléments*.

L'additivité des angles est disponible. Elle proviendrait des Pythagoriciens, qui ont démontré dans le cas général le théorème de la somme des angles du triangle. Chez Euclide les notions d'angle plat et d'angle nul sont absentes (l'angle plat est remplacé, quand il est nécessaire, par deux droits). Cela peut être interprété comme le fait que la notion d'angle est encore très rattachée à celle de forme : les angles mixtes (comme l'angle formé par une circonférence et sa tangente), eux, sont considérés, alors qu'ils sont maintenant vus comme étant plus éloignés de la notion d'angle que le plat².

La période d'usage de l'angle qui précède les géomètres grecs (usage de l'angle par Thalès) semble bien justifier cette restriction de l'angle : les problèmes présentés ci-dessus de mesures de distances inaccessibles n'utilisent que des angles inférieurs à 180°. L'angle plat n'y est d'aucune utilité puisqu'il ne permet pas de définir trois côtés distincts, nécessaires pour mettre en œuvre les procédés de mesure indirecte.

Par la suite (de 276 avant J.C. avec Eratosthène jusqu'à 150 après J.C. avec Héron) se développe à Alexandrie l'astronomie grecque. D'abord sans innovation, se contentant, d'après Bourbaki (1960 p.174) de suivre les méthodes de leurs prédécesseurs babyloniens. Ce n'est que vers la moitié du deuxième siècle avant J.C. que les études sur les lignes et les cercles des

² Pour une étude sur ces angles mixtes, voir Friedelmeyer (1992) De l'angle de contingence au rayon de courbure : comment penser, comparer, mesurer le courbe, *Sciences et techniques en perspective* vol XX, pp.51-75

astronomes grecs aboutissent à des résultats nouveaux, qualifiés de trigonométriques. Hipparque organisa les résultats de ses prédécesseurs et établit la première table de correspondance entre cordes et arcs d'une circonférence. Il est considéré comme le fondateur de la trigonométrie (Boyer 1968). Ptolémée, son successeur, écrivit l'Almageste, un ouvrage de référence en astronomie qui comprend de nombreuses tables et qui servit aux astronomes pendant près d'un siècle après lui. Il faut noter que ce sont encore des tables de lignes trigonométriques (corde et arc) et non de rapports (sinus et cosinus).

En Inde apparaissent aux environs du IV^{ème} siècle les Siddhantas (« systèmes astronomiques »), ouvrages qui ont probablement commencé à être élaborés dès le II^{ème} siècle. Ces ouvrages recèlent la plus grande contribution en matière de trigonométrie depuis Ptolémée, à savoir l'avancée vers le rapport au détriment de la ligne. Les tables qui y sont présentées établissent les correspondances entre la demi-corde et le demi-angle au centre qui soutient la demi-corde.

« Ceci est de fait l'équivalent de la fonction sinus en tant que rapport et c'est la contribution majeure des Siddhantas à l'histoire des mathématiques » (Collette 1973 p.111)

Les tables sont très précises, et comportent de nombreuses valeurs. Elles ne sont pas parfaites, mais comme le souligne Collette, sont suffisantes pour l'usage qui en est fait :

« leur trigonométrie possède une précision suffisante pour leurs besoins pratiques en astronomie » (op.cit. p.114)

L'élaboration de la trigonométrie est assujettie aux besoins de la pratique astronomique.

La période hindoue s'étend jusqu'à la moitié du VII^{ème} siècle et ne comporte pas d'autres avancées significatives dans le domaine qui nous intéresse.

Les arabes, du IX^{ème} siècle au début du XIII^{ème}, ont perfectionné les tables de sinus héritées des hindous, et les ont complétées par des tables de la fonction tangente. Un mathématicien de la fin du X^{ème} siècle, Aboûl Wafâ, à même établi des tables des six fonctions trigonométriques que nous connaissons aujourd'hui. Mais ces tables n'ont pas eu de répercussions immédiates. Cet auteur introduisit avec le même insuccès l'utilisation d'un rayon égal à l'unité.

Au 13^{ème} siècle, Nasir Al-Dîn rédigea le premier exposé de trigonométrie qui soit indépendant de l'astronomie. Encore une fois, ce travail fût ignoré des européens. Il faut attendre

Régiomontanus (ou Johann Müller) au XVI^{ème} siècle, pour que ces innovations soient reprises, dans un ouvrage qu'il publie en 1533 et qui traite de la trigonométrie indépendamment de l'astronomie. Il y introduit des tables de sinus, et prépare « la voie vers l'usage des fractions décimales avec un rayon unitaire » (Collette 1973 pp.170-171). Cet auteur avait eu accès aux traités de trigonométrie arabes, ainsi qu'à l'Almageste, traduit en latin par Adélard de Bath au XI^{ème} siècle.

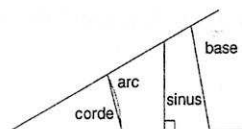
C'est à Rheticus que l'on doit l'innovation suivante en trigonométrie, puisqu'il abandonne l'usage de l'arc de cercle et établit des tables pour les six fonctions de base définies en termes de rapport des côtés d'un triangle rectangle. Peu de temps après sa mort, l'invention des logarithmes par Napier (1550-1617) fit oublier ces tables de valeurs, en changeant considérablement les méthodes de travail des astronomes. Mais la trigonométrie s'est alors déjà érigée en discipline autonome. François Viète (1540-1603) développe la trigonométrie analytique, et utilise les formules trigonométriques pour la résolution d'équations. C'est finalement avec Newton, puis Euler que l'angle est généralisé et que les fonctions trigonométriques deviennent des fonctions d'une variable réelle. On note alors un détachement de l'angle géométrique :

« [...] après que la découverte par Newton des développements en séries de $\sin x$ et $\cos x$ eut fourni des expressions de ces fonctions, valables pour toutes les valeurs de la variable, on trouve enfin chez Euler, à propos de logarithmes des nombres « imaginaires », la conception précise de la notion de mesure d'un angle quelconque. » (Bourbaki 1960 p.175)

La trigonométrie s'est ainsi développée d'abord en fonction des besoins de l'astronomie, puis de façon indépendante à partir du XVI^{ème} siècle. La géométrie, elle, reste en quelque sorte figée après la parution des *Eléments*. Ce n'est qu'à partir du XVII^{ème} siècle que certains auteurs vont revenir sur ces résultats, et écrire de nouveaux *Eléments* de géométrie.

Arnauld³, en 1667, publie un ouvrage dans lequel il présente l'angle comme « une surface comprise entre deux lignes droites qui se rejoignent en un point du côté où elles s'approchent le plus » (p.142). Il lui associe une grandeur, la « partie proportionnelle des circonférences qui ont pour centre le point où les côtés se joignent » (p.143). Mais compte tenu de la difficulté qu'il y a à mesurer un arc de cercle, Arnauld présente trois alternatives possibles à la mesure

de l'angle, qui peuvent être utilisées selon les problèmes que l'on se pose. Il s'agit de la corde, du sinus et de la base (cette dernière est un segment quelconque joignant les deux côtés de l'angle) :



En 1741, Clairaut reprend l'exposé des résultats des *Eléments* en les plaçant dans un contexte de mesure de terrains. L'angle y retrouve une fonction d'outil de mesure des distances inaccessibles, il est opératoire dans les problèmes de construction de triangles lorsqu'un des côtés est inconnu. Il est défini comme « l'inclinaison d'une ligne sur une autre » (Clairaut⁴ p.27).

Hilbert en 1899 présente une nouvelle axiomatisation de la géométrie. L'angle y est défini comme une figure formée de deux demi-droites :

« Soient h et k deux demi-droites différentes d'un plan α , issues d'un point O et appartenant à des droites différentes. L'ensemble des demi-droites h et k est appelé un angle [...]

Les demi-droites h et k sont les côtés de l'angle et le point O est le sommet »
(Hilbert 1899 p.21)

Choquet et Dieudonné, en 1964, présentent l'angle comme une rotation. Choquet propose de définir la notion

« en identifiant les angles aux rotations autour d'un point O ; on montrera ensuite que le choix de O n'importe pas. » (Choquet 1964 p.97)

Dieudonné, lui, précise dès l'introduction de son ouvrage que

« du point de vue de l'Algèbre linéaire, ce [l'angle] n'est pas autre chose que l'étude du groupe des rotations dans le plan. » (Dieudonné 1964 p.13)

³ Arnauld A. (1667), *Nouveaux éléments de géométrie*, réédition de l'IREM de Dijon.

⁴ Clairaut A.-C. (1741), *Eléments de géométrie*, reproduction de l'édition de 1765.

I.2. Conclusion

Les éléments du développement du concept d'angle que nous venons d'exposer nous permettent de délimiter notre objet d'étude. L'angle est une notion qui possède différentes facettes : inclinaison, rotation, secteur.

Nous faisons le choix, dans ce travail, de nous intéresser à l'angle en tant qu'inclinaison, qui ressort de notre étude comme étant premier dans le développement de la notion. Nous allons ainsi restreindre notre travail à cet aspect de l'angle, et laisser de côté les aspects, plus classiques, de l'angle en tant que rotation ou partie du plan.

D'abord d'un usage implicite dans des pratiques qui remontent à l'antiquité, nous verrons que l'angle inclinaison est finalement un outil explicite de repérage des points dans les pratiques actuelles des topographes. Entre temps, nous avons signalé une théorisation de la notion par Euclide. L'angle, défini comme une inclinaison, n'y est opératoire qu'au travers un autre objet, le triangle. Ce qui se rapproche effectivement d'une explication des procédés de mesures de distances inaccessibles de Thalès, qui reposent sur des cas d'égalités de triangles.

Nous développerons dans la suite de ce chapitre l'étude des pratiques de mesures de distances inaccessibles, que Barbin à la suite de Caveing s'accorde à considérer comme étant à l'origine du concept. Puis nous examinerons l'angle dans le premier livre des *Eléments* d'Euclide. Enfin, nous regarderons comment l'angle intervient dans la pratique de la topographie, en nous appuyant sur un manuel d'enseignement de cette discipline (Dubuisson 1971).

II. Etude de pratiques

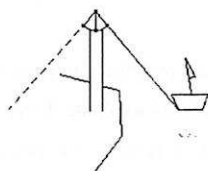
II.1. La mesure des distances inaccessibles

II.1.1. L'évaluation de la distance à la côte d'un navire en mer

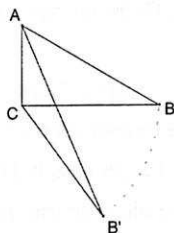
On attribue donc à Thalès la découverte d'un procédé qui permet de connaître la distance à la côte d'un navire en mer. Dans sa thèse, Caveing (1977 pp.546-550) présente et examine trois versions différentes de ce procédé. Nous présentons ici celle qu'il considère comme la plus vraisemblable.

Un guetteur est placé en haut d'une tour, elle-même située en bord de mer. Il scrute l'horizon pour y repérer d'éventuels navires. Un navire étant aperçu, il le vise à l'aide d'un instrument

qui « doit comporter un angle de bois ou de métal à ouverture variable, mais susceptible d'être bloquée, et un fil à plomb fixé au sommet de l'angle » (ibid. p.549). Il repère ainsi la direction de visée par rapport à la verticale, matérialisée par le fil à plomb. Il se tourne ensuite vers la terre et vise de nouveau, de façon à reporter la distance du navire à la côte sur la terre. Sur ce support, elle peut être mesurée. En fait, Caveing explique qu'il est probable que les ioniens se soient servis de repères naturels du terrain, dont la distance à la tour était connue du viseur. Il lui suffit alors de parcourir le terrain à la recherche du repère le plus proche du point de visée pour évaluer la distance du bateau en mer.



La visée est conservée par rotation autour de l'axe vertical :



Notons que lorsque Caveing parle dans son texte de repères naturels dont l'éloignement à la tour était connu, il fait référence à des distances mesurées :

« La distance de la tour au repère terrestre peut être rapidement connue, si des repères ont été classés d'avance et si l'observateur dispose d'un répertoire où figurent leurs distances » (Caveing 1977 p.549)

II.1.2. L'évaluation de la hauteur d'une pyramide

Nous allons maintenant présenter un autre procédé d'évaluation d'une distance inaccessible, qui repose cette fois sur la similitude des triangles rectangles isocèles. Il s'agit de la mesure, toujours par Thalès, de la hauteur des pyramides.

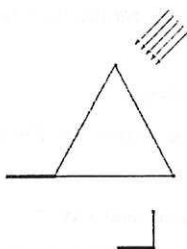
Plusieurs hypothèses ont été faites sur le procédé qu'utilisa Thalès pour évaluer la hauteur d'une pyramide. Caveing (pp.567-573) en discute les validités respectives, et expose celle qui

lui paraît la plus vraisemblable. Thalès attendit simplement que l'ombre d'un bâton soit de la même longueur que le bâton lui-même, et mesura alors l'ombre de la pyramide. La réalisation de ce procédé suppose des connaissances en astronomie, pour déterminer les positions du soleil pour lesquelles l'ombre est dans l'axe médian de la pyramide, et « dépasse » de la base de celle-ci. Nous ne détaillons pas ici cette partie, que Caveing discute dans son ouvrage (ibid. pp.570-573).

Thalès constate, en s'appuyant sur les propriétés suivantes, que le triangle formé par la hauteur d'un objet et son ombre est au même moment pour tous les objets assez proches un triangle rectangle isocèle :

- le parallélisme des rayons solaires dans un voisinage proche,
- la perpendicularité du sol avec la hauteur de la pyramide et du bâton (et donc le parallélisme de cette hauteur et du bâton) ;

Le procédé repose ensuite sur la similitude de ces triangles rectangles isocèles.



On remarque qu'ici encore le passage à la mesure est présent, lorsque Thalès mesure l'ombre de la pyramide et l'associe à sa hauteur.

II.1.3. Description des procédures

Nous allons regarder dans ce paragraphe sur quoi repose la résolution du problème de la mesure d'une distance inaccessible en considérant le système de pensée que Caveing attribue à Thalès.

Tout d'abord, précisons le domaine où ces problèmes se rencontrent. Il s'agit du meso-espace, que nous entendons ici dans le sens de mesurable, de dimension humaine. Le contrôle perceptif y est accessible, contrairement au macro-espace, qui s'applique aux distances plus grandes, astronomiques par exemple. L'inaccessibilité est due à la configuration du terrain, non à la distance elle-même.

La mesure de ces distances inaccessibles passe par une instrumentation : l'instrument de visée dans le cas du bateau, le bâton planté verticalement dans le sol dans le cas de la pyramide. On remarque que ces instruments ne possèdent pas de graduation. Le passage au registre numérique se fait lors de la mesure des longueurs. La mesure des angles n'est pas présente.

L'évaluation de la distance d'un navire en mer

L'action mise en œuvre dans le cas de l'évaluation de la distance du navire est la visée : il faut que le guetteur place son œil à l'une des extrémités de l'axe, aligne l'autre extrémité avec le navire, et fixe l'axe dans cette position. Puis il faut que le guetteur change de position, et effectue en quelque sorte une visée « à l'envers » : il doit placer son œil à l'autre extrémité de l'axe, et parcourir latéralement le rivage et les terres jusqu'à placer un des repères connus dans son champ de vision.

Lors de ces actions, la perception joue un rôle crucial : l'alignement, la visée, reposent sur un contrôle perceptif. Les connaissances qui guident la perception - qui ne saurait être un contrôle de l'action si elle n'était pas sous-tendue par des connaissances, même implicites, en actes - sont les suivantes :

- deux points déterminent une droite (visée),
- l'inclinaison est conservée par un mouvement sans déformation (report),
- deux triangles rectangles qui ont un côté (la tour) et un angle (l'angle de la visée) égaux sont égaux, et leurs côtés sont alors tous égaux entre eux.

Comme nous l'avons signalé plus haut, le registre numérique est en jeu ici selon Caveing qui parle d'un « répertoire des distances ».

L'évaluation de la hauteur d'une pyramide

Le cas de l'évaluation de la pyramide est un peu différent du précédent. Les actions qui sont mises en œuvre se situent plus du côté de la mesure des longueurs. Il faut planter un bâton dans le sol, perpendiculairement à celui-ci, mesurer le bâton, reporter cette mesure au sol (en faisant par exemple un arc de cercle à l'aide d'une ficelle), mesurer l'ombre de la pyramide au moment où celle du bâton coïncide avec la marque faite au sol, et ajouter la mesure de l'ombre qui « dépasse » de la base de la pyramide à la mesure de sa demi-base.

Rappelons que nous ne prenons pas en compte ici les considérations astronomiques qui permettent la réalisation du procédé.

On remarque que la mesure des longueurs occupe une place bien plus importante que dans le procédé précédent. Les actions ne concernent pas directement les angles. Ceux-ci sont présents dans les connaissances sous-jacentes à la réalisation de ce procédé :

- l'égalité des angles correspondants,
- la similitude des triangles rectangles isocèles.

En fait, si la validité du procédé repose effectivement sur ces deux propositions, ce n'est pas pour autant qu'elles aient été explicitement considérées par Thalès. Caveing explique en effet que la connaissance de Thalès « semble relever pour une grande part de l'intuition empirique » (ibid. p.576). Il précise, à propos des propositions que nous venons d'énoncer :

« La vraie question est donc celle-ci : lorsque l'ombre d'un objet fait un triangle rectangle isocèle avec l'axe vertical de celui-ci, en est-il de même pour tous les autres ? C'est la question physique du parallélisme des rayons solaires et c'est à elle que Thalès a donné une réponse positive, sans doute à la suite de l'observation, courante dans les pays méditerranéens, de rais de lumière pénétrant par d'étroites fentes dans l'intérieur des édifices, qu'il aura corroborée par des mesures faites au même moment sur divers objets » (Caveing 1977 pp.568-569)

Ce que Caveing annonce ici, c'est que le parallélisme des rayons solaires, et la propriété d'égalité des angles correspondants, n'étaient pas des propositions explicitement énoncées par Thalès, mais dont il avait une connaissance intuitive. Quant à la similitude des triangles rectangles isocèles, c'est une proposition qui fait cette fois partie du champ des connaissances qu'on attribue à Thalès :

« le triangle rectangle isocèle, figure régulière, symétrique, toujours semblable à elle-même quelle que soit sa taille : l'égalité des côtés de l'angle droit résulte de la nature de la figure, sans que pour deux exemplaires la proportionnalité ait à intervenir. » (Caveing 1977 p.568)

Le contrôle des actions engagées par Thalès lors de la mesure de la hauteur de la pyramide est donc d'une part géométrique, avec la proposition de la similitude des triangles rectangles isocèles, d'autre part empirique et inductif.

Quant au système de représentation, il fait intervenir le registre numérique, lors de la mesure des longueurs des ombres.

II.1.4. Conclusion

Les procédés que nous venons d'examiner reposent, on l'a vu, sur deux propriétés mathématiques qui font partie des connaissances géométriques attribuées à Thalès. Elles sont

ainsi explicitement à l'œuvre dans ces pratiques. Il s'agit de l'égalité des triangles rectangles, et de la similitude des triangles rectangles isocèles. Elle impliquent l'angle dans le sens où l'égalité des triangles rectangles repose sur l'égalité de deux de ses angles (dont l'angle droit), et que la similitude des triangles rectangles isocèles implique la connaissance de l'égalité des angles à la base du triangle isocèle (par ailleurs connue de Thalès).

A partir de l'étude de ces procédés nous pouvons regarder de quelle manière ces pratiques engagent la notion d'angle.

Dans le cas de l'évaluation de la distance d'un navire en mer, l'angle est une inclinaison, qui à travers la visée permet le repérage d'une direction par rapport à une autre (la verticale, donnée par le fil à plomb). L'angle est manipulé par le moyen d'un instrument de visée. Il est repéré, et reporté, et ainsi, explicitement pris en compte. C'est sur l'angle, représenté par l'instrument, que portent les actions du « guetteur ».

Dans le cas de la pyramide, les choses sont un peu différentes. Les actions ne portent pas sur l'angle. En revanche la validité du procédé repose d'une part sur l'égalité des angles correspondants, donc sur une proposition angulaire relative aux parallèles, d'autre part sur la similitude des triangles rectangles isocèles, propriété cette fois relative au triangle. L'angle est donc ici encore une inclinaison, mais il n'est pas engagé dans une visée. Les rayons solaires et leurs propriétés (rectilignes et parallèles) assurent l'égalité des angles à la base des deux triangles, ce qui nécessitait un report de l'angle dans l'autre procédé.

II.2. Euclide : une axiomatisation de la géométrie

Nous nous référons ici au premier livre des *Eléments* d'Euclide. Sauf indication contraire, les citations seront extraites de la traduction de Kayas (1978).

II.2.1. Les angles dans les *Eléments*

On distingue dans ce livre I des *Eléments* trois périodes qui caractérisent la notion d'angle.

Une première période se limite à la définition qu'Euclide en donne :

« L'angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes coplanaires qui se rencontrent sans être colinéaires. »

L'angle est donc présenté en tant que relation, inclinaison d'une droite sur une autre. Pour qu'il soit opératoire, c'est-à-dire qu'il puisse être reproduit, comparé, il faut lui associer une grandeur. Dans d'autres traductions que celle de Kayas, cette idée de grandeur apparaît dès la

deuxième partie de la définition : celle d'un angle rectiligne. A cette occasion nous citons Heath (1956) et Vitrac⁵ (c'est nous qui soulignons) :

« Et quand les lignes contenant l'angle sont droites, l'angle est appelé rectiligne » (Vitrac 1990)

« And when the lines containing the angles are straight, the angle is called rectilineal » (Heath 1956 p.153)

On remarque que ce n'est pas le cas dans la traduction de Kayas, qui utilise l'expression « *les lignes formant l'angle* ».

L'angle est ensuite associé au triangle. Euclide définit la façon de les comparer par la proposition I.4 :

« Si deux triangles ont deux côtés égaux respectivement et les angles compris entre ces côtés égaux, ils auront de même égaux les troisièmes côtés et les triangles seront aussi égaux, ainsi que leurs angles restants opposés aux côtés égaux » (proposition I.4)

A propos de cette proposition, Peyrard⁶ note :

« Proclus interprète l'égalité des triangles mentionnée dans cette proposition comme l'égalité de leurs aires. [...] Ce théorème jouera ultérieurement un rôle fondamental dans l'équivalence en mesure des figures ; la démonstration consiste simplement à vérifier la congruence de la totalité du triangle ABC et de la totalité du triangle DEF, congruence inférée de celles de leurs éléments respectifs successifs » (Peyrard 1966 p.202)

C'est donc en tant que grandeur associée au triangle que l'angle sera opératoire dans les Eléments.

Dans une troisième partie de ce premier livre (de la proposition I.27 à la proposition I.31), Euclide étudie les caractéristiques angulaires du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants. Il considère alors l'angle hors du triangle, bien qu'il le replace dans le triangle pour le besoin des démonstrations (qui reposent sur les résultats précédents du livre, ces derniers concernant justement l'angle engagé dans le triangle). L'angle retrouve dans l'étude du parallélisme son aspect d'inclinaison d'une droite sur une autre.

⁵ Vitrac B. (1990), *Euclide d'Alexandrie. Les Eléments*, Paris : P.U.F.

⁶ Peyrard F. (1966), *Les œuvres d'Euclide*, Paris : Librairie scientifique et technique Albert Blanchard.

Enfin, la proposition I.32, qui établit le théorème de la somme des angles du triangle, combine les deux approches, et constitue l'aboutissement de la dialectique angle - triangle de ce premier livre. Les 14 propositions suivantes concernent les aires des parallélogrammes, des triangles et des carrés, et les deux dernières du livre sont les démonstrations du théorème de Pythagore et de sa réciproque.

L'engagement de l'angle dans le triangle chez Euclide a déjà été pointé, notamment par Barbin (1993). A partir de son travail et de notre propre lecture des *Eléments*, nous allons décrire les composantes d'une conception de l'angle engagé dans un triangle chez Euclide.

La sphère de pratiques est composée de différentes tâches. Notamment, des problèmes de comparaisons (égalité et relations d'ordre).

Les opérateurs relatifs à cette conception comportent tous les résultats du premier livre qui concernent l'angle dans le triangle. Rappelons que chez Euclide, la résolution de chaque proposition ne peut utiliser que les résultats qui ont été précédemment établis. Il s'agit de :

- trois cas d'égalités des triangles,
- la somme de deux des angles d'un triangle est inférieure à deux droits,
- la somme des angles d'un triangle est égale à deux droits,
- etc.

Le système de représentation utilise une complémentarité du dessin et du langage naturel.

La structure de contrôle des *Eléments* repose sur la validité des déductions dans le système d'axiomes, et sur l'intégration de chaque résultat dans la construction de l'ouvrage. Plus spécifiquement aux angles, tous les résultats précédemment cités qui peuvent être utilisés comme des énoncés font partie de cette structure. Nous citerons en particulier le théorème de la somme des angles du triangle.

II.2.2. L'angle chez Thalès et Euclide

Après avoir présenté les caractéristiques de la notion d'angle dans ce premier livre des *Eléments* d'Euclide, nous allons reprendre celles des pratiques vues dans le paragraphe précédent. Nous allons alors suggérer quelques liens qui semblent exister entre ces deux périodes, et qui nous amènent à poser l'hypothèse que les pratiques de Thalès constituent une période d'usage de l'angle dont Euclide apporte une théorisation.

- l'angle est une inclinaison
- il est opératoire dans un triangle

- l'égalité des angles correspondants caractérise le parallélisme, implicite chez Thalès et explicite chez Euclide

- l'angle est strictement compris entre l'angle nul et l'angle plat chez Euclide, et entre l'angle nul et l'angle droit chez Thalès : c'est une généralisation du domaine de définition de l'angle (les cas d'égalité chez Thalès étaient réduits aux triangles rectangles, ce qui est un cas particulier des résultats d'Euclide)

- l'angle n'est pas mesuré

En revanche il n'y a jamais de passage au numérique chez Euclide, alors que les pratiques de Thalès sont destinées à produire une mesure (de longueur). Cette distinction est fondée par les différentes structures de validation relatives à ces procédés. La période précédente est caractérisée par l'empirisme de la pratique, alors que celle-ci repose sur une axiomatique.

II.3. La topographie

Dans la continuité de l'usage de l'angle auquel nous nous intéressons se situe la pratique de la topographie. Celle-ci est constituée de deux branches, la topométrie (la technique d'exécution des mesures de terrain) et la topologie (la science des formes du terrain), dont nous ne regarderons que la première. L'objet principal de la topographie est d'établir des cartes.

Toutes les citations de ce paragraphe sont extraites d'un même manuel de topographie (Dubuisson 1971).

Signalons dès à présent le souci de contrôle du topographe par rapport à ses mesures. Les mesures de détail sont précédées de mesures qui permettent d'effectuer un canevas du plan. Celui-ci permet d'encadrer et ainsi de contrôler les relevés ultérieurs. De plus, le topographe est invité à procéder à des « déterminations surabondantes » (p.21), sachant que :

« en topographie, aucune détermination n'est réputée avoir de valeur si elle ne comporte une vérification » (p.18)

A propos du système de représentation, il faut noter que les angles ne sont pas systématiquement mesurés. Selon le contexte (nature du plan à établir, nature du relevé), l'angle peut être « graphiqué », c'est-à-dire directement reporté sur le plan, à l'aide d'une *planchette*. La planchette est un instrument qui permet d'effectuer une visée et de matérialiser cette direction graphiquement, en traçant un trait. L'angle de visée n'est donc pas mesuré : comme lors des pratiques décrites plus haut pour l'évaluation de la distance d'un navire en mer, il est repéré, et reporté (ici, graphiquement, sur le plan).

Nous allons dans le paragraphe suivant détailler quelques procédés de relevés de mesures des topographes.

II.3.1. Procédés de mesures

Nous ne nous occupons ici que des relevés les plus simples, ceux de planimétrie. Nous laisserons de côté l'étude des relevés d'altimétrie.

Le manuel cite trois rubriques différentes : les relevés par des mesures linéaires seules, par des mesures angulaires seules ou enfin par des mesures d'angles et de distances combinées. Chacune de ces rubriques présente trois procédés.

Relèvements par des mesures linéaires seules

Les trois procédés de relèvement par des mesures linéaires seules ne nous intéressent pas puisqu'elles n'engagent pas les angles. Notons que le principal procédé consiste à mesurer des triangles, et à obtenir la position d'un point inconnu à partir de deux autres connus en traçant deux arcs de cercle.

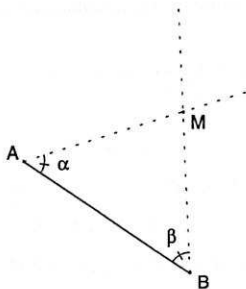
Relèvements par des mesures angulaires seules

Nous allons maintenant présenter les procédés de relèvement par des mesures angulaires.

Tout d'abord, *l'intersection*.

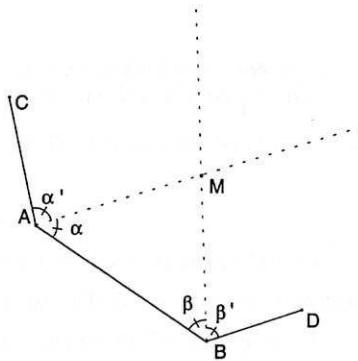
« L'intersection consiste à déterminer la position d'un point inconnu, grâce à des visées orientées effectuées depuis des points connus. Une visée orientée est une direction d'un rayon de visée, repérée par rapport au nord ou au système de coordonnées du plan. » (p.19)

Il s'agit de mesurer les angles $\widehat{BAM}$ et $\widehat{ABM}$, le point M est alors déterminé par l'intersection des demi-droites AM et BM :



Ce procédé repose sur un cas d'égalité des triangles. Mais lorsque le point B n'est pas visible de A, et inversement, une variante du procédé montre qu'il repose avant tout sur la définition d'un point comme intersection de deux lieux :

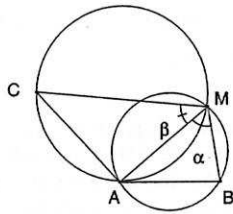
*« Il se peut que, du point A, on ne voie pas le point B et réciproquement. Dans ce cas, on peut orienter la visée AM sur un autre point connu C et mesurer l'angle CAM, soit α' . La visée BM est alors orientée par rapport à un autre point connu D, par la mesure de l'angle DBM, c'est-à-dire β' »
(p.20)*



La visée fournit donc un ensemble de points (une demi-droite), le point à repérer (M) est déterminé par l'intersection de deux demi-droites, soit par deux visées.

Les deux autres procédés qui permettent de déterminer la position d'un point par des mesures angulaires présentent les mêmes caractéristiques.

Le *relèvement* consiste à stationner au point inconnu M, et de là, de mesurer les trois angles faits avec trois points connus A, B et C. Le point M est alors l'intersection des deux arcs capables tracés sur AB et AC :



L'auteur précise :

« Le point M peut être considéré comme l'intersection des deux segments capables tracés sur les côtés connus AB et AC. » (p.20)

Ici encore, donc, le point inconnu M est obtenu comme l'intersection de deux ensembles de points, ici des cercles.

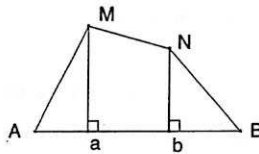
Le dernier procédé de cette catégorie est le *recoupement*, un procédé qui tient à la fois du relèvement et de l'intersection. Une station se fait d'un point connu A, duquel une visée d'intersection AM est obtenue, par rapport à AC. On stationne ensuite au point inconnu M, ce qui donne l'angle $\widehat{AMB}$:

« le lieu du point M est un arc de cercle, segment capable de l'angle b $\widehat{AMB}$ et passant par A et B. C'est le deuxième lieu du point M qui permet de le fixer » (p.20)

L'angle, dans ces procédés, est ainsi une inclinaison qui permet d'obtenir un lieu de points, nécessaire pour déterminer la position d'un point dans le plan. Dans ces pratiques, le principe de la détermination d'un point comme étant l'intersection de deux lieux est explicite.

Relèvements par des mesures d'angles et de distances combinées

Le levé par *abscisses et ordonnées* consiste à repérer chaque point inconnu par sa projection orthogonale sur une « ligne de base AB ». Les distances Aa (abscisse) et aM (ordonnée) sont relevées.



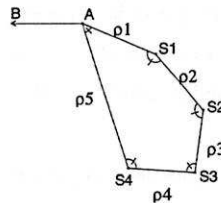
De plus,

« Chaque point [...] doit être contrôlé par une mesure surabondante qui peut être soit une diagonale AM, BN, soit un chaînage entre les points à définir MN, soit encore par ces deux contrôles à la fois. » (p.21)

Le levé par *rayonnement direct* correspond aux coordonnées polaires. Chaque point inconnu est déterminé à partir d'un point connu A, par la distance qui le sépare de ce point A et par l'angle que forme AM avec une direction connue AB.

Le *cheminement*, enfin, consiste en une succession de rayonnements :

« [...] un côté S_1S_2 sera orienté à partir de la direction du côté précédent AS_1 et de l'angle mesuré $\widehat{AS_1S_2}$. L'opération se poursuivra de proche en proche jusqu'au point final [...]. Le cheminement pourra aussi être fermé sur lui-même et constituer un polygone. » (Dubuisson 1971 p.22)



II.3.2. Conclusion

Les procédés de relèvement, qu'ils soient effectués à l'aide de mesures angulaires seules ou de mesures de distances et d'angles combinées, présentent certaines caractéristiques communes :

- Le point inconnu est déterminé par l'intersection de deux lieux. Dans le cas des mesures combinées, un des lieux est une demi-droite définie par un angle, l'autre est un cercle, défini par une distance. Dans le cas des relevés par des mesures angulaires seules, les deux lieux sont des demi-droites, définies par les angles qu'elles font avec une direction connue.

- L'angle est l'outil de repérage d'une direction par rapport à une autre, connue. Il est l'inclinaison relative de deux demi-droites.

Ces caractéristiques sont celles que nous retiendrons comme faisant partie d'une conception de l'angle chez le topographe. Rappelons d'autres éléments de cette conception. Au niveau de la structure de contrôle des actions engagées, on trouve le principe de déterminations surabondantes, et celui d'une économie de pratique, qui tend à minimiser le nombre de relevés à effectuer. Le système de représentation est un registre graphique spécifique, le plan. Le topographe coordonne des actions dans l'espace et dans le champ de la représentation.

Dans la suite de ce travail, nous parlerons de la visée comme d'une action qui permet d'obtenir une demi-droite à partir de la mesure d'un angle, et qui considère cette demi-droite, dans la stratégie engagée, comme un ensemble de points.

III. Conclusion

L'étude de la notion d'angle comporte différentes facettes, dont nous avons choisi de ne regarder que celle qui a trait à l'angle inclinaison, outil pour l'évaluation de mesures de distances inaccessibles. Ce choix n'est pas arbitraire, il découle de l'étude du développement de la notion, qui montre que cet aspect de l'angle est premier dans la naissance du concept.

Nous avons dans un premier temps détaillé l'intervention de l'angle dans les pratiques de mesures de distances inaccessibles attribuées à Thalès. L'angle y est une inclinaison, il est repéré et reporté, mais jamais mesuré. Il permet d'obtenir une direction.

Puis, nous avons regardé de quelle manière l'angle était abordé dans le premier livre des Éléments d'Euclide. Défini comme l'inclinaison mutuelle de deux droites, il est rattaché au triangle dans les propositions. C'est à travers ce dernier qu'Euclide opère sur l'angle : qu'il le reporte, qu'il le divise, qu'il le compare à un autre. Nous avons décrit plus haut les éléments d'une conception de l'angle engagé dans un triangle chez Euclide.

Enfin, nous avons voulu examiner quelle était l'existence de l'angle inclinaison dans les pratiques actuelles. Nous avons choisi le domaine de la topographie, car les problématiques de cette profession se rapprochent de celles évoquées chez Thalès : l'accès à des distances inaccessibles. A partir de l'étude des différentes méthodes de repérage d'un point inconnu à

partir de points connus, nous avons là encore donné les éléments d'une conception, celle de l'angle inclinaison chez le topographe.

L'objectif de notre recherche est alors de chercher s'il est possible de fonder une approche de la notion d'angle en tant qu'inclinaison à partir de l'étude des pratiques que nous venons de présenter.

Dans la suite de notre travail nous prendrons ainsi appui sur l'étude des pratiques des topographes pour rechercher une situation fondamentale de l'angle inclinaison. Nous verrons dans le chapitre suivant que cet angle a une existence à travers la méthode de cheminement. Une existence qui n'est bien entendu pas similaire en tous points à celle du topographe. Nous verrons alors plus précisément quels peuvent être les moyens d'une émergence de l'angle en tant qu'inclinaison dans des tâches accessibles à des élèves de 2^{nde}, tant au niveau de la mise en place matérielle qu'au niveau de la résolution. L'outil théorique des conceptions sera un apport important dans la recherche d'une réponse à cette question.

CHAPITRE 4

Examen de manuels scolaires

Dans cette section, nous allons examiner un manuel scolaire par niveau depuis le primaire jusqu'à la seconde, afin de déterminer comment est abordée la notion d'angle dans l'enseignement actuel en France.

Les manuels ont été choisis parmi les plus répandus dans l'enseignement (renseignements pris auprès des libraires pour le primaire, pourcentages donnés par les EVAPM pour le collège et le lycée). Il s'agit de la Collection Diagonale pour le primaire, Pythagore pour le collège et Terracher pour la classe de 2^{nde}.

Dans cette étude, nous nous attacherons à examiner les différentes tâches qui sont proposées aux élèves, cela dans le but de définir une sphère de pratiques de l'angle inclinaison de ces manuels.

La présentation des tâches qui figurent dans les manuels et la description du déroulement de chacun des chapitres que nous avons regardés sont données en annexe (Annexe 2).

I. Le primaire

Les manuels que nous utilisons pour cette analyse se rapportent tous au même programme, celui de 1985. Nous reprenons l'aperçu des programmes que font Berthelot et Salin dans leur thèse (1992 pp247-248) pour citer la compétence qui est exigible en cours moyen :

« Reproduire des angles avec calque, gabarit ou compas »

I.1. C.E.1 - Collection Diagonale - Nathan – 1994

I.1.1. Présentation

A ce niveau, seuls les angles droits sont étudiés. Ils apparaissent dans deux chapitres, relativement en fin de manuel (dernier tiers), intitulés : « **Reconnaître des angles droits** » et « **Utiliser la règle et l'équerre** ». On trouvera une description de ces deux chapitres en annexe. Nous examinons ici trois types de tâches.

Construction d'une équerre en papier

Cette tâche n'est pas un problème pour l'élève, dans le sens où le travail qu'il fournit est complètement guidé : il suit les instructions de l'enseignant, et son attention sera portée (par l'enseignant) plus sur le résultat obtenu, un angle droit, que sur les étapes de sa réalisation.

Reconnaissance des angles droits d'une figure complexe

Cette tâche confronte le registre graphique de la figure et le domaine de la matérialité du gabarit papier. Lors de cette rencontre, plusieurs opérateurs sont en jeu, qui vont permettre à l'élève d'accomplir au moins deux sous-tâches :

- repérer ce qui dans la figure, est candidat à être un angle droit
- répondre à la question : est-ce un angle droit ?

Le premier point va permettre à l'élève de construire une définition en acte de l'angle, notion qui n'a pas été explicitement définie mais dont il a besoin pour repérer ces objets dans la figure. En effet pour trouver des angles qui sont droits, il faut repérer des objets candidats à l'être, mais qui ne le seront peut-être pas. Ces objets ne sont pas des angles droits mais partagent avec eux certaines caractéristiques qui font qu'ils ont été des candidats à être droits. Les opérateurs qui correspondent à une définition en acte de l'angle peuvent alors être les suivants, compte tenu de ce que l'on a vu de l'angle dans ce manuel :

- une figure correspond à la zone intérieure des segments qui sont tracés

- à chaque sommet de la figure correspond au moins un angle
- un angle a deux côtés matérialisés par des segments de la figure

Cette définition associe plus ou moins l'angle à un coin de la figure, sur lequel on va pouvoir appliquer le gabarit.

Lors de la sous-tâche de comparaison avec le gabarit, d'autres opérateurs sont en jeu. Il s'agit de faire fonctionner le principe de l'égalité par superposition, avec une règle d'action qui est issue du contrat didactique : « les longueurs des côtés de l'angle ne sont pas une caractéristique de sa taille mais uniquement de sa représentation ». Je parle ici de contrat pour la mise en place de cette règle. Il semble en effet nécessaire que l'enseignant intervienne pour fournir à l'élève quelques règles d'actions qu'il puisse mettre en œuvre lors de cette comparaison par superposition afin d'engager une stratégie de base pour résoudre le problème de décider si il est en présence d'un angle droit ou non : faire coïncider les sommets et un des côtés, observer la coïncidence de l'autre côté (ici une intervention de l'enseignant est aussi requise pour mettre en place, explicitement ou implicitement, une certaine tolérance vis-à-vis des imprécisions).

Reproduction de figures

Cette tâche participe au transfert de l'angle droit en tant qu'objet physique vers sa représentation graphique. L'élève utilise le gabarit pour laisser une trace sur le papier qui sera elle aussi considérée comme un angle droit. Cette activité fournit à l'élève un nouveau signifiant de l'angle droit, appartenant à un autre système de représentation.

Ici encore, la présence de l'enseignant est indispensable pour établir certaines règles qui seront les règles de l'art (Balacheff 1999 p.214) du tracé des angles : la précision du tracé (immobilité du gabarit, positionnement du crayon par rapport au gabarit) ; une règle d'action pour ne pas tracer le contour complet du gabarit : « seuls les deux côtés adjacents au sommet du gabarit définissent la figure angle » ; et dans un deuxième temps le prolongement éventuel des côtés avec la règle où l'on retrouve la règle d'action précédemment énoncée : « les longueurs des côtés de l'angle ne sont pas une caractéristique de sa taille mais uniquement de sa représentation ». Si cette règle d'action n'est pas forcément disponible chez l'élève sous cette forme, elle peut être explicitement énoncée par une règle du type : « on ne change pas la taille d'un angle en changeant la longueur de ses côtés ».

I.1.2. Conclusion

L'angle du C.E.1, dans cet ouvrage, se limite à l'angle droit, sans notion de mesure. On apprend aux élèves à reconnaître les angles droits d'une figure, et ainsi à se familiariser avec la notion d'angle d'une figure de façon plus générale. Les angles saillants du C.M.2 seront une généralisation du travail fait à ce niveau avec l'angle droit.

Parallèlement à la progression choisie par ce manuel, nous pouvons nous référer ici à ce que dit Piaget à propos des angles, et de l'angle droit en particulier. Piaget et Inhelder (1947) montrent que c'est au cours du sous-stade IIIA, de 7 ans et demi à 9 ans environ (soit de la moitié du C.E.1 à la fin du C.E.2), que débute et se construit chez l'enfant la prise en compte des inclinaisons dans l'analyse d'une figure. La notion d'égalité des angles par la superposition spontanée de figures se construit à ce même âge (pp.371-408). En revanche, il note dans ce même ouvrage que les enfants, dès 4ans, ont une intuition de l'angle droit. Un exemple classique de ceci est fourni par le dessin de bonhommes gravissant une pente, tous dessinés à cet âge perpendiculairement au flanc de la montagne. Cette intuition de l'angle droit serait issue de la prégnance dans l'environnement physique de l'enfant des directions horizontales et verticales - bien que ces notions ne soient pas pour autant opératoires à cet âge (pp.435-487).

L'angle droit est introduit dans ce manuel en tant qu'objet physique, par la feuille de papier pliée. L'élève y repère une région précise, plus ou moins assimilée à un coin. La manipulation de ce gabarit, sa comparaison avec des secteurs représentés sur le papier déplace l'objet angle droit du domaine de la matérialité vers sa représentation graphique. Dans ce déplacement le principe d'égalité par superposition joue un rôle crucial. Il permet l'assimilation entre ces deux objets qui n'appartiennent pas aux mêmes registres de représentation, et qui constitueront alors deux signifiants de l'objet angle droit. De cette activité va émerger une définition en acte de l'angle, qui va permettre à l'élève de repérer les angles d'une figure : l'angle est associé à un sommet de la figure, et a deux côtés qui sont des segments représentés sur la figure.

I.2. C.E.2 - Collection Diagonale - Nathan - 1994

Il y a assez peu de parties du manuel consacrées à l'angle, mais on note quelques changements importants par rapport au niveau précédent :

- l'introduction de la notion de droites perpendiculaires ; le lien avec l'angle droit est fait par ostension, au niveau du registre graphique, en « dépliant » la feuille qui sert de gabarit pour l'angle droit :

*« Déplie la feuille (figure 2). Avec ta règle, trace au crayon les deux droites d et m marquées par les plis. Elles sont **perpendiculaires**. Combien y a-t-il d'angles droits ? » (p.114)*

- l'introduction d'un symbole pour l'angle droit :



On introduit donc à ce niveau l'angle en tant que relation, ce qui est fondamentalement différent de l'angle en tant que région du plan qui était vu en C.E.1.

En revanche, comme au niveau précédent, on se restreint encore au cas de l'angle droit.

I.3. C.M.1 - Collection Diagonale - Nathan – 1993

I.3.1. Présentation

Dans un premier temps, la notion de droites perpendiculaires qui avait été introduite en C.E.2 est revue dans le chapitre intitulé « **L'équerre : droites perpendiculaires et droites parallèles** ». Puis les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires réapparaissent tout au long du manuel, dans divers chapitres. Nous examinons dans la suite les différentes tâches qui ont été repérées dans ces chapitres, en nous posant la question de savoir quels sont les opérateurs en jeu dans leur résolution, et quel est l'aspect de la notion d'angle qui pourra émerger de ces activités.

Construction guidée

Nous reprenons ici les activités du chapitre « **L'équerre : droites perpendiculaires et droites parallèles** », qui consistent pour les élèves à suivre des instructions qui les guident dans la construction de figures. Une des activités propose la construction de deux droites perpendiculaires, une autre la construction d'un trapèze rectangle (Figure 1).

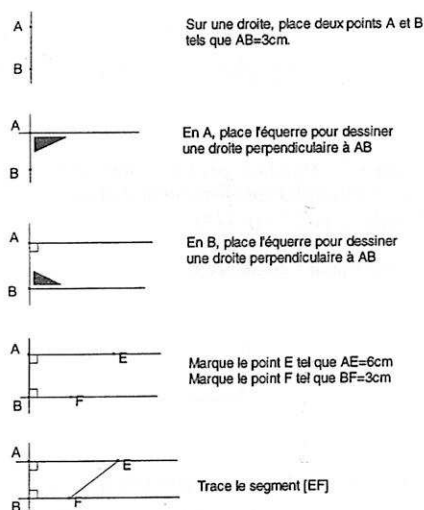


Fig.1, reproduction de l'exercice 1 p.62, C.M.1

L'objectif de la construction du trapèze est :

« le respect de consignes livrées chronologiquement pour produire une figure » (livre du maître p.123)

On voit apparaître dans cette activité l'angle comme caractéristique d'une figure, caractéristique que l'on utilise pour sa construction. La mesure des angles et les longueurs des côtés sont les informations nécessaires pour construire la figure. L'angle droit est présenté dans cette construction comme un outil qui permet d'obtenir la droite qui portera un segment côté du trapèze. La notion d'angle comme inclinaison d'une demi-droite sur une autre apparaît donc ici. Mais on voit aussi apparaître une restriction que l'enseignement va imposer à cette conception en ne traitant cette notion qu'à l'intérieur des polygones. Nous reviendrons sur ce point (obstacle didactique) plus loin dans ce chapitre.

Rosaces et mesure

La première activité de cette rubrique (remplir le tableau à partir des rosaces présentées) n'est pas problématique puisque l'élève doit appliquer une procédure qu'on lui montre sur un exemple (l'angle A du triangle équilatéral) à d'autres cas similaires. Il doit alors :

- compter le nombre de figures élémentaires dans la rosace (il obtient un nombre n)
- repérer le label inscrit dans la figure élémentaire et inscrire le nombre n dans la case correspondante du tableau (« nombre de fois pour faire un tour »)

- inscrire dans la deuxième ligne de la même colonne le label « $1/n$ »

Remarquons qu'ici le terme de tour se réfère moins à la notion de rotation autour d'un point qu'à une notion de zone « partout autour d'un point ». Il s'agit en effet de paver la zone qui entoure le point O avec le gabarit. Dans cette activité c'est donc la notion d'angle comme coin d'une figure qui est opératoire. Le polygone (gabarit) dans lequel il est engagé sert en quelque sorte de « part de tarte », le but étant de reconstituer la tarte. En ce sens, c'est bien un réinvestissement de la notion de fraction qui est en jeu ici et non une introduction de la notion d'angle en tant que rotation, comme pouvait le faire penser l'emploi du terme de « tour » :

« Cette activité est un bon réinvestissement de la notion de fraction » (Livre du maître, p.372)

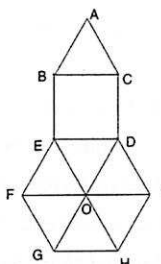
Dans la deuxième activité que propose le manuel relativement aux rosaces, il est demandé à l'élève de manipuler un gabarit pour résoudre le même problème : savoir combien de fois il faut faire « pivoter l'angle E autour de son sommet » pour faire un tour complet. Ce gabarit est un demi-triangle équilatéral, il va permettre de rajouter l'angle de 30° ($1/12$ de tour complet) à l'ensemble des angles déjà disponibles. La construction du gabarit relève du respect de la consigne et de la précision des manipulations. En revanche, la réalisation de la rosace est beaucoup plus délicate. Le gabarit est en effet assez petit (ses côtés mesurent 3 cm, 1,5 cm et 2,6 cm), et le nombre de reports assez élevé (12). Des erreurs de manipulation semblent inévitables. Nous avons fait effectuer cette rosace à partir d'un gabarit aux dimensions, découpé dans du papier fort (consignes du manuel), à 11 adultes : 4 ont trouvé 12 (3 ont trouvé 11, 4 entre 11 et 12). Le contrat didactique va jouer un rôle important à ce niveau pour que l'enseignant obtienne un consensus sur le résultat qui sera considéré comme correct par toute la classe.

La manipulation effective du gabarit peut être destinée à introduire la notion d'angle comme région du plan. Mais ce gabarit dont les dimensions sont bien déterminées semble plutôt renforcer l'idée d'un angle qui serait un coin de la figure.

Repérage d'angles dans une figure complexe

Le lecteur pourra se reporter en annexe pour une présentation détaillée de ces activités. Rappelons ici la figure qui est proposée aux élèves :

a. Décris cette figure en nommant des polygones que tu connais
 b. - Marque en rouge deux angles égaux à $1/6$ de tour.
 - Marque en bleu deux angles égaux à $1/4$ de tour.
 - Marque en vert deux angles égaux à $1/3$ de tour.



Deux méthodes de résolution sont envisagées par les auteurs du manuel pour cette activité :

« Pour reconnaître un angle déjà étalonné dans la figure proposée, les élèves disposent de deux possibilités :

- reconnaître (le nommer) le polygone et l'angle qui a déjà été mesuré précédemment ;
- utiliser un papier calque pour prélever l'un des angles et le comparer à A, B, C, D ou E. » (livre du maître p.372).

On remarque que cette figure est composée d'un triangle équilatéral, d'un carré et d'un hexagone régulier qui est lui-même composé de six triangles équilatéraux. Ce sont uniquement des polygones réguliers, qui ont donc tous leurs angles égaux. Le triangle rectangle isocèle et le demi-triangle équilatéral, qui ont été manipulés dans les activités précédentes (pour les angles de 45° et 30°) ne sont pas utilisés ici. On peut y voir un intérêt pour les auteurs du manuel, celui de ne pas aborder le problème du choix d'un des angles du polygone repéré, et donc celui de la comparaison des angles. Comment faire en effet pour savoir quel est l'angle du demi-triangle équilatéral qui mesure $1/12$ de tour complet si on ne veut pas utiliser de relation d'ordre ? Grâce aux polygones réguliers l'angle et le gabarit peuvent continuer à être associés globalement.

Examinons maintenant les deux stratégies qui sont envisagées pour la résolution de cet exercice.

La première méthode consiste à reconnaître un polygone déjà étudié par l'élève. Cette méthode repose sur une appréhension perceptive opératoire de la figure, qui permet à l'élève de la décomposer en sous-figures. L'élève doit ensuite associer le polygone reconnu avec le label « $1/n$ » du tableau de la première activité. Il peut alors nommer la « mesure » de ces angles de la figure.

La deuxième méthode consiste à prélever l'un des angles de la figure à l'aide de papier calque pour la comparer aux angles des figures élémentaires étudiées dans l'activité précédente (carré, triangle équilatéral, etc.). Cette stratégie est plus complexe que la première du point de

vue des manipulations que doit effectuer l'élève, et paraît plus intéressante du point de vue de la notion d'angle qui est en jeu, si l'on regarde les opérateurs qui interviennent dans la résolution de la tâche :

- le principe d'égalité des angles par superposition de gabarits ; lorsque l'élève fait coïncider le relevé qu'il a fait d'un angle sur papier calque avec les angles étudiés, sur les illustrations du manuel ou sur les gabarits qu'il possède.
- une règle d'action « la longueur des côtés de l'angle ne sont pas une caractéristique de sa taille mais uniquement de sa représentation », puisque les longueurs des côtés de la figure à étudier ici et celles des côtés des figures élémentaires de la première activité ne sont pas les mêmes.

Cette deuxième méthode semble plus propice à faire évoluer la notion d'angle de coin d'un polygone vers une région du plan, dans le sens où elle fait appel à des opérateurs qui sont cohérents avec cette conception.

I.3.2. Conclusion

La présentation des nouveaux angles en C.M.1 passe par les polygones. On retrouve l'objet gabarit, évoqué (première activité) ou construit et manipulé (activité autour de l'angle E du demi-triangle équilatéral). Mais ici, contrairement au gabarit de l'angle droit en C.E.1 dont un bord était indéterminé, le gabarit est un polygone dont toutes les dimensions sont bien déterminées. L'angle est alors plus vu en tant que coin d'un polygone qu'en tant que région du plan.

On familiarise l'élève avec une notion de mesure par le moyen de rosace et des fractions de tour complet, mais sans que l'accent soit mis sur la possibilité d'obtenir une même mesure avec des polygones de tailles différentes mais de même nature. Le seul gabarit à construire par l'élève dans le chapitre a une taille imposée (« *construis un triangle équilatéral de 3 cm de côté* »).

Cependant il s'agit d'une première approche de ces notions, qui sont reprises au C.M.2.

I.4. C.M.2 - Collection Diagonale - Nathan – 1994

I.4.1. Présentation

Encore une fois pour ce manuel, le lecteur pourra se reporter en annexe pour avoir une idée précise des activités qui sont proposées aux élèves. Nous les regroupons ci-dessous en différentes tâches, et analysons le rôle et les caractéristiques de l'angle dans leur résolution.

Construction de gabarits

Comme en C.E.1, les élèves vont obtenir un gabarit en papier de quelques angles. Mais les gabarits s'obtiennent maintenant par des constructions géométriques, et non plus par pliage. L'origami laisse la place à la géométrie.

La notion de bord, de côté d'un angle prend alors une nouvelle importance dans cet engagement dans un polygone. Seuls les deux côtés de l'angle sont connus, or un gabarit est une forme qui doit être close. Il se pose alors la question de savoir comment représenter l'ouverture de l'angle, la partie de la forme qui n'est pas connue. Si l'on n'y prend garde, l'angle est vite représenté comme un triangle. Dans ce manuel les auteurs ont recours à quelques astuces graphiques (ce qui n'était pas le cas au C.M.1) :

- les côtés de l'angle dépassent de ceux du polygone ;
- les extrémités des côtés de l'angle sont reliées par un trait ondulé, dont l'intérêt est qu'il n'a aucun statut en géométrie, les élèves doivent alors percevoir qu'il ne s'agit pas d'un troisième côté de la figure « angle » ;
- l'angle est coloré en dégradé, plus dense vers le sommet.

On remarque que les côtés d'un même angle sont égaux, mais que cette longueur d'une part n'est pas la même pour tous les angles représentés, d'autre part n'est pas conservée au cours des différentes représentations de ce même angle dans le chapitre. Un effort est donc fait pour éviter que les élèves ne considèrent cette longueur comme une caractéristique de l'angle.

Les auteurs sont confrontés ici au problème de l'angle particulier qu'on veut dégager du polygone qui lui donne naissance. L'engagement dans le polygone est un moyen efficace d'exhiber des angles particuliers, mais l'objectif visé est d'arriver à une notion plus générale de l'angle. En outre, en étant assimilé au polygone, l'angle risque d'hériter de certaines de ses propriétés, que l'on ne souhaite pas qu'il ait : la taille des côtés, et l'idée d'un angle dont toutes les dimensions sont déterminées, y compris celles de ses côtés.

Manipulation des gabarits

On remarque un changement de vocabulaire par rapport au manuel de C.M.1 où l'on parlait de « rosaces ». Ici le report du gabarit n'est pas destiné à produire une figure. On sort de la notion de figure (rosace) pour s'occuper de la zone centrale du gabarit. Mais l'on ne se trouve pas non plus du côté de la rotation puisque c'est d'un pavage dont il s'agit.

Ici comme au C.M.1, le contrat didactique va jouer un rôle crucial lors de l'établissement dans la classe d'un résultat commun : si le gabarit ne pave pas exactement le disque pour certains élèves, dans quelle mesure faut-il ignorer ou considérer cet écart ?

La tâche de remplissage du tableau est identique à celle qui avait été rencontrée au C.M.1. Un label, « $1/n$ », sera désormais associé à chacun des gabarits.

Construction d'un rapporteur simplifié

Cette tâche n'est pas problématique pour les élèves puisqu'il s'agit de manipulations guidées : rassembler les cinq gabarits et les positionner correctement (les sommets et un côté confondus), puis les coller.

Repérage des angles dans une figure complexe

Nous considérons ici le repérage avec ou sans le gabarit - rapporteur.

En reprenant une tâche qui est maintenant non problématique pour les élèves (repérage d'angles d'une figure, principe d'égalité par superposition), les auteurs vont associer la fraction du tableau précédent à l'angle. Les élèves s'habituent à désigner plusieurs angles égaux par un même nom.

Dans le dernier exercice le nom des angles est institutionnalisé puisqu'on demande aux élèves de trouver « des angles égaux à $1/12$ de tour complet, $1/8$, $1/6$, $1/4$ et $1/3$ de tour complet ».

I.4.2. Conclusion

De la connaissance du seul angle droit au cours élémentaire (C.E.1 et C.E.2), on passe à ce niveau à celle de cinq angles particuliers (30° , 45° , 60° , 90° , 120°). Ces angles sont des régions du plan dont un bord est indéterminé, et sont aussi une des caractéristiques des polygones.

Les tâches à effectuer sont les mêmes que pour l'angle droit (construction de gabarit, reconnaissance d'angles de cette taille dans une figure donnée). Cependant, il n'y a ici aucune tâche de construction en utilisant le « rapporteur », comme c'était le cas au cours élémentaire (tracé d'un angle droit à partir du gabarit).

A un angle va désormais être associé un nombre, plus exactement une fraction unitaire dont le dénominateur représente le nombre de fois qu'il faut juxtaposer l'angle autour d'un point pour obtenir un tour complet. Cette façon de mesurer les angles présente la limitation évidente de n'être possible qu'avec les angles qui sont des fractions rationnelles unitaires du cercle.

I.5. Conclusion : les angles au primaire

Au vu de ce que nous avons détaillé dans les sections précédentes, nous allons donner une définition de l'angle au primaire, et ses caractéristiques. Nous décrirons ensuite une sphère de

pratique de cet angle, et donnerons un aperçu des opérateurs et des structures de contrôles qui sont mis en œuvre pour la résolution des tâches qui la constituent.

I.5.1. Définition

L'angle vu au primaire dans les manuels de cette collection est un secteur angulaire, une partie du plan qui se situe vers l'intersection des deux côtés qui la délimitent.

Il est une caractéristique des polygones, et garde ainsi un lien avec la notion de coin - région du plan située à l'intérieur du polygone et située vers son sommet.

Le lien entre ces deux facettes de l'angle est assez naturel, comme le soulignent Berthelot et Salin :

« Les théorèmes classiques sur les propriétés angulaires des polygones peuvent s'exprimer facilement et avec rigueur en terme d'angles de secteurs » (Berthelot et Salin p.246)

Il sert d'outil de caractérisation de polygones, et en cela ce sont uniquement les angles aux sommets du polygone qui sont utilisés. Il y a très peu d'exercices impliquant des angles isolés. L'angle apparaît aussi, moins fréquemment, comme outil dans la construction d'une figure, ou dans le repérage d'une direction par rapport à une autre. L'angle en tant qu'inclinaison existe donc, mais une longueur lui est toujours associée, qui place ainsi la tâche de construction de points plus du côté du repérage en coordonnées polaires (une direction plus une distance) que du côté de la visée (deux directions). De plus, cette tâche est le plus souvent restreinte à l'intérieur d'un polygone : on appellera alors cette stratégie de repérage des points le *cheminement*, en référence aux pratiques des topographes que nous avons présentées au chapitre précédent. Rappelons que cette méthode consiste à reporter successivement les mesures des côtés et des angles du polygone. L'élève trace d'abord un segment (longueur), puis utilise un angle du polygone pour tracer la demi-droite qui portera le côté adjacent au segment, il utilise alors à nouveau la mesure des longueurs pour déterminer la position du sommet sur cette demi-droite, et ainsi de suite (voir Figure 1 p.80 pour un exemple).

I.5.2. Caractéristiques

L'angle est représenté par un sommet et deux segments. Il est caractérisé par sa taille, et elle-même ne dépend pas de la longueur de ses côtés. Sa taille est relative à sa coïncidence avec un angle gabarit en papier. Compte tenu de l'évolution qui est proposée par cette collection de manuels, on peut penser que l'angle droit sera prégnant chez les élèves.

La coïncidence d'un angle avec un gabarit, par superposition, est devenue non problématique. Grâce à elle, l'angle est une classe d'équivalence de secteurs. En revanche la réciproque de l'égalité par superposition, qui permet la construction d'angles par le report des côtés du gabarit, n'est pas travaillée (pas d'exercice en CM). Paradoxalement, on remarque que c'est justement ce que demandent les programmes.

Une « mesure » des angles est introduite par le biais d'une valeur numérique associée à un gabarit. C'est une fraction de tour, ce qui pourrait faire croire à l'introduction d'un angle de rotation. En fait, l'élève n'effectue pas de rotation, mais un pavage de la zone qui entoure un point donné à l'aide du gabarit. Ici encore l'angle est une région du plan, située vers son sommet. De plus, la « mesure » - la fraction de tour complet - que fournit le manuel ne fait pas partie du registre numérique, mais du registre symbolique graphique, car elle fonctionne comme un label et non comme une mesure.

La présentation du rapporteur est introduite par le moyen d'un gabarit en papier calque sur lequel sont reproduits tous les angles vus dans le chapitre (120° , 90° , 60° , 45° et 30°). Son rôle est le même que celui des gabarits séparés, il est présenté comme un support plus pratique pour la mesure, tous les angles étant rassemblés en un seul gabarit.

1.5.3. Description d'une sphère de pratiques

La tâche principale qui ressort de l'étude des manuels de primaire de la collection Diagonale est un **problème de repérage et de mesure d'un angle dans une figure**. Pour le premier problème, repérer un angle dans la figure, l'élève va utiliser la perception. Il n'y a pas d'instrumentation dans l'accomplissement de cette première tâche. Le système de représentation dans lequel l'élève se situe lors de la résolution de ce problème est entièrement graphique. C'est en regardant la figure que l'élève va décider si une zone de la figure, avec certains éléments de cette même figure, constituent un angle. En revanche, s'il n'engage comme action que la perception, celle-ci est guidée par une définition en acte de la notion d'angle qui s'est construite dans l'action, au cours des activités que propose le manuel. Cette définition en acte est constituée des invariants suivants :

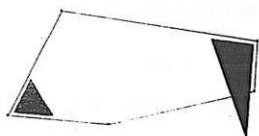
- une figure correspond à la zone intérieure des segments tracés
- à chaque sommet de la figure correspond au moins un angle
- un angle a deux côtés matérialisés par des segments de la figure

L'action que l'élève met en œuvre a donc pour support la perception, et la définition en acte de la notion d'angle qui s'est construite au cours de l'action lui permet de guider sa perception : que faut-il regarder dans la figure, comment l'appréhender. Ces invariants

interviennent donc en tant qu'éléments de la structure de contrôle des actions qui sont engagées par l'élève pour répondre au problème posé.

Le deuxième problème consiste à mesurer l'angle de la figure qui a été repéré, à l'aide d'un gabarit en papier fort. L'action que va effectuer l'élève est d'appliquer le gabarit sur l'angle. Il met ainsi en œuvre au travers d'une action sensori-motrice le principe de l'égalité par la superposition, qui est défini chez l'élève par deux issues possibles : si le gabarit et l'angle coïncident alors ils sont égaux ; si le gabarit et l'angle ne coïncident pas alors ils ne sont pas égaux. Pour décider si l'une ou l'autre issue est réalisée, il engage encore une action au niveau de la perception, qui va être guidée, contrôlée par certaines règles :

- les longueurs des côtés de l'angle ne sont pas une caractéristique de sa taille, mais uniquement de sa représentation. Dans l'application de cette règle on remarque que la notion d'angle comme coin d'une figure permet à l'élève de répondre positivement à la question de la coïncidence du gabarit et de l'angle lorsque les côtés de l'un ne sont pas de la même taille que les côtés de l'autre :



- la perception est aussi guidée par le contrat, qui détermine quelle est la tolérance que l'élève doit exercer face à certaines imprécisions (précisions du geste, du graphisme et du découpage).

Ces règles fonctionnent ainsi comme des contrôles de l'action qui a été mise en œuvre par le sujet. Elles lui permettent de guider sa perception en fonction du problème posé, de lui donner du sens. Ici on remarque qu'au système de représentation graphique de la figure est associé le domaine de la matérialité de l'instrument.

Si l'issue est positive (si le gabarit et l'angle coïncident), l'élève attribue alors à l'angle mesuré le label, de la forme $1/n$ (« fraction de tour complet »), qui est associé au gabarit. Cette « mesure » amène ici le registre numérique, quoiqu'il ne fonctionne pas encore comme tel. Je le qualifierais encore de symbolique graphique.

Dans le cas où le gabarit utilisé ne coïncide pas avec l'angle, le problème du choix d'un autre gabarit pour évaluer la mesure du même angle fait appel à des notions de tri et de relation

d'ordre. L'élève peut aussi se reposer sur les mesures des gabarits, exprimées en fractions de tour, pour choisir un gabarit plus grand ou plus petit, selon le cas, que celui qu'il vient d'essayer.

II. De la 6^{ème} à la 2^{nde}

Nous avons choisi les manuels étudiés en fonction de la certaine stabilité des programmes qui a existé entre 1990 et 1995. Les manuels de collège choisis se rapportent ainsi tous au programme de 1989, lui-même dépendant des instructions officielles de 1985. Au collège un changement est survenu en 1995. En seconde, c'est à la rentrée 2000 qu'il apparaîtra.

II.1. 6^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1990

Pour la classe de 6^{ème}, le programme précise :

*« 1. Reproduction de figures planes simples
Sur papier blanc et sans méthode imposée : [...] Reproduire un angle

3. Dans le plan, transformation de figures par symétrie orthogonale par rapport à une droite
Mise en évidence de la conservation des angles
Exemples d'utilisation de ces propriétés ; Construction d'axes de symétrie (médiatrice, bissectrice...) »*

La partie « Travaux géométriques » représente près de la moitié de ce manuel, en nombre de chapitres et en volume, soit autant que la partie « Travaux numériques ». Les angles y apparaissent explicitement dans deux de ces huit chapitres, intitulés « **Angles** » (chapitre 14) et « **Symétries : Triangles et losanges** » (chapitre 15).

II.1.1. Le cours du chapitre « Angles »

Ce manuel présente l'angle comme une paire de demi-droites de même origine, figure isolée ou bien engagée dans un polygone, le plus souvent un triangle. La mesure est présentée dès le début du cours. Elle permet de caractériser les différentes catégories d'angles (rentrant, aigu, obtus, plat et droit), et de définir l'égalité. On ne parle en effet jamais dans ce manuel d'angles égaux, mais d'angles de même mesure.

La présentation de la bissectrice comme axe de symétrie de l'angle confère à ce dernier un statut de figure du plan. Dans d'autres activités de ce chapitre il apparaît comme la caractéristique d'une figure fermée. Enfin, certaines activités présentent une double approche en travaillant le passage de l'une à l'autre des définitions, et en utilisant le report de l'angle au

compas. Par exemple, une activité de construction d'un triangle dont deux angles et un côté sont donnés graphiquement (voir en annexe, le détail des activités du chapitre « Angles »).

II.1.2. Les exercices du chapitre « Angles »

La soixantaine d'exercices du chapitre est regroupée en deux parties. Une première, intitulée « Savoir faire », reprend les éléments du cours. Dans la deuxième partie, « Chercher », les exercices sortent des limites strictes du cours. Il ne suffit plus d'appliquer les définitions, mais de les utiliser en tant qu'outils pour la résolution.

Nous choisissons de ne pas suivre cette présentation proposée par le manuel. Nous avons regroupé les exercices par thème (mesure, construction, etc.), ce qui montre mieux dans quels types de situations les angles sont utilisés.

Reconnaissance des angles saillants et rentrants

Les premiers exercices du chapitre proposent à l'élève de nommer les angles rentrants et les angles saillants de différentes figures, sur lesquelles aucun angle n'est marqué. Les figures sont indifféremment des couples de demi-droites (angle figure), des triangles (angle engagé dans le triangle) ou des figures polygonales quelconques (angle engagé dans un polygone).

Mesures et constructions avec le rapporteur

C'est dans cette section que nous retrouvons une dernière fois les angles rentrants. Dans l'exercice 17, p.164, on demande à l'élève de construire des angles au rapporteur, de mesures données. Deux d'entre eux ont une mesure supérieure à 180° .

Une autre série d'exercices porte sur la mesure d'angles, représentés par des paires de demi-droites.

Dans toute cette section utilisant le rapporteur, l'angle est une figure du plan, couple de demi-droites de même origine.

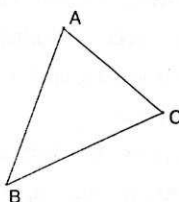
Reproductions, comparaisons et constructions d'angles avec le compas

Plusieurs types d'exercices se retrouvent sous cette rubrique.

Quelques exercices proposent de repérer des égalités de mesures d'angles dans différentes figures, des configurations de droites, des angles isolés – représentés par deux demi-droites, ou des figures fermées. Ces tâches de comparaison au compas semblent propices à invalider chez l'élève la prise en compte de la taille des côtés de l'angle dans son évaluation. La caractéristique pertinente est l'ouverture, que l'on mesure grâce à un couple de points équidistants du sommet de l'angle.

D'autres exercices proposent à l'élève une figure, un triangle ou un polygone, et lui demandent de reproduire les angles de cette figure. Ici on travaille donc le passage de l'angle engagé dans une figure fermée vers l'angle figure du plan. Par exemple, l'exercice 15 p.163 :

- a) Construire un triangle ABC
 b) Construire à la règle et au compas :
 1° Un angle $\widehat{x'Xx}$ qui a la même mesure que $\widehat{BAC}$
 2° Un angle $\widehat{y'Xy}$ qui a la même mesure que $\widehat{ABC}$
 3° Un angle $\widehat{z'Xz}$ qui a la même mesure que $\widehat{ACB}$



Dans cette section qui regroupe les exercices de reproductions et de comparaisons d'angles avec le compas, on rencontre donc des angles qui sont des figures du plan, mais aussi des angles engagés dans des figures fermées, triangles ou polygones. On rencontre également des exercices qui font effectuer à l'élève un passage de l'angle engagé dans une figure fermée à l'angle figure du plan, représenté par deux demi-droites. La diversité des présentations de l'angle, et l'usage du compas, semblent pouvoir permettre aux élèves de considérer un angle comme une figure isolée aussi bien que comme caractéristique d'une autre figure. On se rappelle que cette double approche est l'un des objectifs de Berthelot et Salin (1992) dans leur travail (voir chapitre 2).

Enfin, une série d'exercices propose des constructions au compas d'angles de mesures données. L'élève doit construire au rapporteur un angle de mesure donnée, puis, au compas cette fois, il doit construire d'autres angles, dont les mesures sont liées à celle du précédent par des relations connues, et que l'élève doit savoir construire : multiples de 2 (symétrie), moitié (bissectrice), complémentaire et supplémentaire. Pour exemple, voici l'énoncé du premier des quatre exercices de ce type (57 p.168) :

- a) Avec un rapporteur, construire un angle de 42°
 b) Sans rapporteur, construire alors un angle de 48° , de 138° et de 69° .¹

Ces exercices, assez peu nombreux, font donc travailler la construction d'angles, et non plus le report.

¹ Aide au lecteur : $48^\circ = 90^\circ - 42^\circ$; $138^\circ = 180^\circ - 42^\circ$; $69^\circ = \frac{1}{2} 138^\circ = 48^\circ + \frac{1}{2} 42^\circ$.

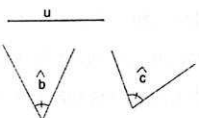
Constructions de triangles

Les exercices de constructions de triangles sont nombreux, et se retrouvent à différents endroits de cette section d'exercices.

Une partie de ces constructions se fait avec le rapporteur, l'autre au compas. Différents cas sont traités. Quatre cas différents pour les constructions au rapporteur, cinq cas pour les constructions au compas. Il s'agit toujours de construire un triangle connaissant certaines de ses caractéristiques :

- un côté et les deux angles adjacents,
- deux côtés et l'angle qu'ils forment,
- un côté et deux angles, dont un est l'angle opposé au côté,
- deux côtés et un angle qui n'est pas celui qu'ils forment,
- trois angles (ce cas n'est pas traité avec le rapporteur ; il donne lieu à un constat : des triangles qui ont mêmes mesures d'angles ne sont pas « forcément superposables » (p.167)).

Notons que pour le troisième cas cité, un problème va sans doute se poser à l'élève. Il ne connaît pas la propriété de l'égalité des angles correspondants, qui sera étudiée en 5^{ème}. Or il est nécessaire d'utiliser cette propriété pour mener à bien la construction. Sans doute pour cette raison, il est fourni un « Coup de pouce » à l'élève à propos de l'un de ces exercices :

Enoncé (n°40 p.166)		Coup de pouce
Construire un triangle ABC tel que : $AB = u$ $mes(\widehat{ABC}) = mes(\widehat{b})$ $mes(\widehat{BCA}) = mes(\widehat{c})$.		Commencer par construire $[AB]$ puis une demi-droite $[Bx)$ telle que $\widehat{Abx}$ ait même mesure que $\widehat{b}$. Choisir un point X sur $[Bx)$ et construire une demi-droite $[Xy)$ telle que $\widehat{BXy}$ ait même mesure que $\widehat{c}$...

Mais les indications s'arrêtent par trois points de suspension au moment même où l'élève devrait être aidé pour utiliser une règle qu'il ne connaît pas : tracer une parallèle à $[Xy)$ qui passe par A.

Lorsque les constructions sont à faire au rapporteur, ce sont des mesures qui sont données. Pour les constructions au compas, les données sont fournies graphiquement (comme dans l'exemple donné ci-dessus). L'angle est donc, dans ce dernier cas, considéré successivement comme une figure isolée, couple de demi-droites de même origine (dans l'énoncé), et comme

caractéristique d'un triangle (dans la figure que doit produire l'élève). On retrouve ainsi la double approche qui était déjà présente dans les exercices de reproductions.

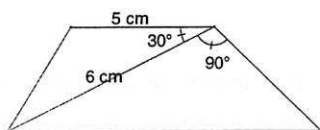
Reproductions de polygones avec le rapporteur

Cette section comporte 9 exercices. Une série de reproductions de trapèzes, puis la reproduction d'un polygone quelconque.

Les constructions des trapèzes, à la règle et au rapporteur, peuvent être rassemblées en deux groupes, selon les données qui sont fournies à l'élève.

Une première série d'exercices fournit, en plus de quelques mesures de côtés et d'angles, des données sur une des diagonale du trapèze :

Construire un trapèze avec les mesures indiquées
(La figure est volontairement fausse)



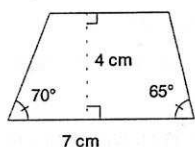
Exercice 52 p.167, 6^{ème}

Le problème se ramène alors à la construction de deux triangles, dans un des quatre premiers cas qui ont été vus plus haut (le cas de la construction par trois angles ne se présente pas).

La stratégie de reproduction de ces trapèzes dont on donne la diagonale est donc une stratégie de *décomposition en deux triangles*.

Les exercices 48, 49 et 51 présentent des trapèzes dont sont indiquées quelques mesures de côtés, une ou deux mesures d'angles selon les exercices, et la longueur de la hauteur du trapèze :

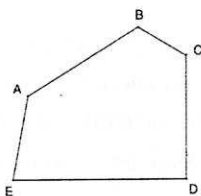
Construire un trapèze avec les mesures indiquées
(La figure est volontairement fausse)



Exercice 49 p.167, 6^{ème}

Pour la construction, les mesures d'angles permettent de construire les demi-droites qui porteront les côtés non parallèles du trapèze, et la hauteur donne une indication pour la construction du côté parallèle à la base. Cet exercice est à rapprocher du prochain qui sera présenté. C'est la stratégie de cheminement qui est employée pour la reproduction, avec une décomposition du trapèze selon les données qui sont fournies (ici en deux trapèzes rectangles).

Un dernier exercice demande à l'élève de reproduire une figure en respectant ses dimensions. C'est un pentagone quelconque, dont les seules indications sont les noms des sommets (ABCDE) :



L'élève doit relever lui-même les mesures dont il a besoin pour la construction de ce pentagone. Ici les longueurs des côtés sont disponibles, la décomposition en triangles n'est donc pas une stratégie nécessaire. La méthode la plus simple est de reporter successivement un côté et un angle, jusqu'à finir la construction : construire $[ED]$, puis l'angle $\widehat{DEA}$, construire ensuite $[EA]$ puis $\widehat{EAB}$, etc. Cette méthode était présentée en détail dans un manuel de primaire (C.M.1). Nous avons proposé de la désigner par le terme de *cheminement*, en référence aux pratiques des topographes.

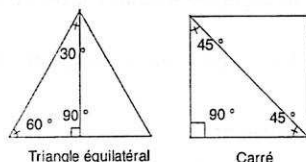
L'angle est ici une caractéristique du polygone. Il est l'inclinaison relative de deux côtés consécutifs, et permet de construire, à partir de l'un des côtés, la demi-droite qui portera l'autre côté.

II.1.3. Le cours du chapitre « Symétries : triangles et losanges »

Ce chapitre est une application de la symétrie axiale. Le cours sur cette transformation a eu lieu deux chapitres avant. La plupart des activités sur les angles dans ce cours sont des applications directes de la propriété de conservation. Pour les résoudre, l'élève n'a pas besoin de mobiliser une définition de l'angle. Il lui suffit la plupart du temps de mettre en correspondance les sommets d'une figure avec ceux de son image. Ce qui se résume parfois à associer des couples de lettres : A avec A', B avec B', etc.

La dernière activité du chapitre est intitulée « Angles particuliers », et mérite cette fois que l'on s'y attarde un peu. On y retrouve en effet la construction d'angles au compas, qui était assez présente au chapitre précédent. C'est une activité assez longue, dans laquelle l'élève doit utiliser ses connaissances sur les axes de symétries d'une figure et la propriété de conservation des angles pour évaluer la mesure de certains angles issus du carré et du triangle équilatéral : 45° , 60° et 30° . L'activité débouche sur une construction d'angles de mesures données, sans rapporteur : 75° , 15° , 105° et 120° . Il s'agit donc pour l'élève de réutiliser la construction des angles particuliers (issus du carré et du triangle équilatéral) dans une somme d'angles, qui se traduit graphiquement par une juxtaposition. Il doit aussi, pour l'angle de 15° , réinvestir la définition de la bissectrice.

Dans le cours de ce chapitre, l'angle est principalement vu comme étant une caractéristique d'un triangle. Mais on retrouve quand même, avec cette dernière activité, la notion d'angle particulier extrait d'un polygone régulier, vue au primaire. A cette occasion le passage de l'angle engagé dans une figure fermée à l'angle couple de demi-droites est encore travaillé. Dans la rubrique « L'essentiel », qui clôt le chapitre, les angles de 90° , 60° , 45° et 30° sont repérés dans les deux figures étudiées, le carré et le triangle équilatéral (p.175) :

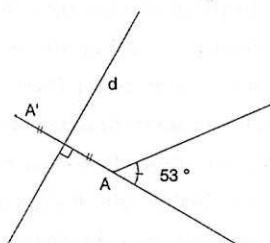


II.1.4. Les exercices du chapitre « Symétries : triangles et losanges »

Comme pour le chapitre précédent, nous regroupons les exercices en différentes catégories, qui ne respectent pas forcément l'ordre de présentation du manuel. De plus, nous ne prenons en compte que les exercices qui intéressent notre étude.

La conservation des angles

La propriété de conservation des angles géométriques par une symétrie axiale est travaillée dans quelques exercices. Trois d'entre eux proposent à l'élève de construire le symétrique d'une figure, et cette construction passe par celle d'un angle dont on connaît la mesure grâce à la propriété. La construction se fait au rapporteur, et l'angle est engagé dans une figure ouverte :



Exercice 2 p.176, 6^{ème}

Deux autres exercices mettent en œuvre la conservation des angles par une symétrie axiale dans une activité de reconnaissance d'angles de même mesure d'une figure et de son symétrique. L'angle est cette fois engagé dans une figure fermée, un losange et un triangle.

Le théorème de la somme des angles d'un triangle

Cette rubrique regroupe les exercices où la mise en œuvre de cette propriété est nécessaire pour la résolution du problème posé. Il y en a trois, deux d'entre eux sont des problèmes de construction (un triangle rectangle et un losange, par décomposition en deux triangles), le dernier est un exercice dans lequel on demande à l'élève de décider si une phrase est vraie ou fausse. En l'occurrence, il s'agit de la proposition suivante (ex.26 p.178) :

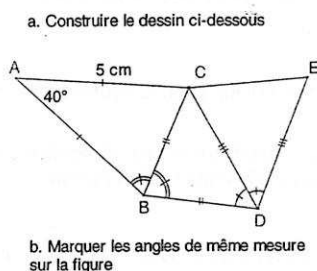
« Un triangle ayant un angle droit peut être un triangle isocèle »

Constructions et reproductions de figures

On distingue deux types d'exercices sous cette rubrique.

Une première série propose des constructions de triangles isocèles. L'élève doit dans un premier temps mobiliser ses connaissances sur le triangle isocèle pour déduire les données qu'il lui manque pour la construction, puis effectuer cette construction, qui se ramène à l'un des cas « classiques » de constructions de triangles. La construction se fait au rapporteur.

Une deuxième série d'exercices porte sur la constructions de figures plus complexes : des losanges, et un polygone. Dans tous ces exercices, la stratégie de reproduction est la décomposition en triangles. La construction se rapporte alors à l'un des cas de construction des triangles isocèles vus dans les exercices précédents. Pour exemple, nous reproduisons ci-dessous le polygone à reproduire, qui est clairement présenté de manière à ce que la stratégie envisagée soit la décomposition en triangles. On remarque le codage des points, qui ne serait pas correct si la figure était considérée comme un pentagone et non comme trois triangles :



Exercice 13 p.177, 6^{ème}

Constructions d'angles au compas

Cette activité se rapporte à la dernière partie du cours, qui présentait des angles issus du carré et du triangle équilatéral. L'élève doit construire des angles de 45° et $22,5^\circ$ puis de 75° et $37,5^\circ$. Pour 75° , une indication est donnée : $75 = 45 + 30$. Ici les angles sont des couples de demi-droite, ils ne sont pas engagés dans des figures fermées.

II.1.5. Conclusion : les angles en 6^{ème}

Ce manuel consacre un chapitre entier aux angles (« Angles »). La notion y est présentée selon une double approche. L'angle est d'abord une figure du plan, représenté par un couple de demi-droites de même origine et caractérisé par sa mesure en degrés. L'angle est aussi un élément caractéristique des polygones, en particulier du triangle. Des allers-retours sont effectués entre ces deux notions d'angle comme figure du plan et comme caractéristique du polygone, par des exercices de reproductions et de constructions au compas.

La constructibilité du triangle est très travaillée, cinq cas différents sont traités. L'angle, dans le cadre des reproductions de figures, est associé à un sommet, il est l'inclinaison relative de deux côtés consécutifs de la figure. Les stratégies de reproductions des polygones sont le *cheminement* ou la *décomposition en triangles*. Dans les deux cas, les mesures d'angles sont combinées aux mesures de longueurs.

Le compas et le rapporteur sont utilisés dans une proportion assez équivalente. On ne parle que d'égalités de mesures des angles, mais on les compare cependant avec le compas.

Dans le chapitre suivant, qui est une application de la notion de symétrie axiale (« Symétries : triangles et losanges »), on retrouve les angles particuliers extraits de polygones réguliers qu'on avait rencontrés au primaire. Cependant l'angle n'est pas vu comme un coin de la figure, comme c'était le cas avec les gabarits. L'angle est engagé dans une figure fermée, mais le chapitre des angles a su introduire l'angle comme figure du plan, inclinaison relative de deux côtés du polygone.

II.2. 5^{ème} - Collection Pythagore, édition pour le professeur - Hatier - 1991

« • Dans le plan, transformation de figures par symétrie centrale [...] Mise en évidence de la conservation des angles ; Caractérisation angulaire du parallélisme

• Triangles : somme des angles » (extraits du programme, 1989)

Conformément aux extraits cités ci-dessus, on trouve dans les travaux géométriques de ce manuel deux chapitres relatifs aux angles. « Symétries et angles », qui traite de la conservation des angles par une symétrie axiale ou centrale, et qui débouche sur les propriétés angulaires des configurations de droites, avec les notions d'angles correspondants, alternes internes et opposés par le sommet. Un autre chapitre, intitulé « Triangles », étudie différentes propriétés angulaires des triangles. On y trouve aussi, et cela nous intéresse particulièrement, des exercices simulant des situations d'arpentage, dans lesquels l'angle sert à accéder à la mesure de distances inaccessibles.

II.2.1. Le cours du chapitre « Symétries et angles »

Dans ce cours on présente la propriété de conservation des angles par les deux symétries, axiale et centrale. L'élève mesure les angles d'un polygone et de son symétrique, et conclut :

Que peut-on dire de deux angles symétriques ?

Le manuel introduit ensuite par ostension les termes d'angles adjacents, opposés par le sommet, complémentaires, supplémentaires, alternes internes et correspondants. Dans un deuxième temps, l'élève est guidé dans les différentes étapes d'un raisonnement déductif qui utilise la conservation des angles pour prouver l'égalité de certains de ces angles remarquables (opposés par le sommet, alternes internes et correspondants).

II.2.2. Les exercices du chapitre « Symétries et angles »

Evaluation de mesures d'angles

Ces exercices constituent un réinvestissement des propriétés angulaires des configurations de droites. Les élèves doivent repérer des égalités d'angles, et s'en servir pour déduire des mesures d'angles de la figure, à partir de quelques unes qui sont données. Par exemple, l'exercice 17 p.154 :

<i>Les droites d et d' sont parallèles.</i> <i>a) Donner les mesures des angles $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{i}$, $\hat{j}$ en expliquant dans chaque cas.</i> <i>b) Que dire de la droite d pour l'angle rouge² ?</i>	
--	--

Constructions

Notons qu'un seul exercice de ce chapitre nécessite que l'élève reproduise un angle au compas. C'est un exercice qui figure dans une rubrique de révision.

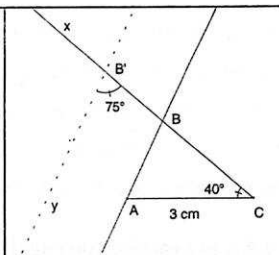
On trouve ensuite des constructions de triangles dont trois caractéristiques sont données : les mesures de deux angles et d'un côté, ou bien celles de deux côtés et d'un angle. Ce type d'exercice a déjà été traité en 6^{ème}. Le manuel reprend dans le détail la méthode de construction d'un triangle connaissant un côté et deux angles, dont un est l'angle opposé à ce côté :

Problème : <i>Construire un triangle ABC tel que : $AC = 3\text{cm}$, $\widehat{ABC} = 75^\circ$ et $\widehat{ACB} = 40^\circ$.</i> Programme de construction : <i>1. Tracer $[AC]$ tel que $AC = 3\text{cm}$</i>	
--	--

² L'angle rouge est formé par les deux angles $\hat{i}$ et $\hat{j}$

2. Tracer (Cx) telle que $\widehat{ACx} = 40^\circ$
3. Marquer un point B' sur (Cx)
4. Tracer $(B'y)$ telle que $\widehat{CB'y} = 75^\circ$
5. Tracer la parallèle à $(B'y)$ passant par A
6. Cette parallèle coupe (CB') en B

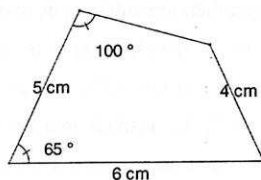
- a) Faire cette construction
- b) Le triangle ABC est-il comme on le demandait ? Pourquoi ?



On se rappelle que cette méthode avait été abordée en 6^{ème}, mais que l'égalité des angles correspondants n'était pas connue alors. Ici on reprend la construction, et on demande à l'élève d'utiliser cette propriété pour justifier la méthode donnée. L'angle apparaît dans cette construction comme un outil pour obtenir une direction, qui n'est plus directement un côté du triangle. Il apparaît ainsi bien comme l'inclinaison relative de deux directions, et comme un outil de construction. Mais l'étude de l'angle n'est pas l'objectif de ces constructions, et l'élève va sans doute considérer cette méthode comme un algorithme.

Enfin, on trouve sous cette rubrique de constructions des exercices de reproductions de quadrilatères dont quelques mesures de longueurs de côtés et d'angles sont données :

Construire un quadrilatère ayant les mesures indiquées sur la figure : (2 cas sont possibles)



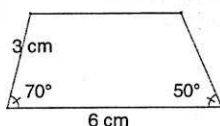
Exercice 6 p.152, 5^{ème}

La stratégie de reproduction attendue est le cheminement : l'élève construit successivement un côté, un angle, un autre côté, etc. L'angle est engagé dans le polygone, associé aux sommets. Il est l'inclinaison relative de deux côtés du polygone. Chaque sommet s'obtient par report de la longueur du côté sur une droite définie par l'angle du polygone au sommet précédent. Ainsi les mesures d'angles sont toujours celles des angles aux sommets, et sont

toujours accompagnées de mesures des côtés. Rappelons que c'est ce qui caractérise le cheminement.

On remarque, dans un autre exercice de reproduction, qu'on apprend aux élèves à se servir de propriétés de la figure pour accéder à des données supplémentaires :

Construire le trapèze suivant :



Exercice 5 p.152, 5^{ème}

Ici le parallélisme des côtés du trapèze apporte une indication angulaire, qui permet de mener à bien la reproduction par cheminement. La stratégie de reproduction est alors un *cheminement amélioré* : les données utilisées pour la reproduction ne sont pas exclusivement les mesures des côtés et des angles du polygone. Cependant le principe reste bien le même. Il s'agit de construire successivement les côtés du polygone en utilisant ses caractéristiques directes (mesures d'angle et de côtés, et ici, définition du polygone).

II.2.3. Le cours du chapitre « Triangles »

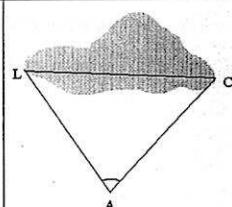
Le cours de ce chapitre « Triangles » débute par une approche expérimentale et statistique du théorème de la somme des angles du triangle. L'élève doit mesurer les angles de huit triangles, dont deux sont dessinés par lui sur son cahier, et constater la propriété. On le guide ensuite dans un raisonnement déductif qui montre ce théorème en utilisant la propriété d'égalité des angles alternes internes, vue au chapitre précédent.

Une autre activité, intitulée « Arpentage », nous intéresse plus particulièrement. Nous avons noté, dans l'étude historique de la notion, que la mesure des distances inaccessibles sur le terrain était à l'origine de la naissance du concept d'angle. Dans cette partie du manuel, un effort est fait pour replacer la notion d'angle dans son domaine d'opérationnalité.

Trois exercices sont proposés. Ils présentent tous les mêmes caractéristiques. Un dessin représente une situation réelle et pose un problème de mesure : la longueur d'une mare, la distance d'un point à un autre lorsqu'une rivière les sépare, ou bien la hauteur d'une tour. Un triangle est représenté sur le dessin, et l'on donne à l'élève quelques unes de ses caractéristiques : la mesure d'un angle et de ses deux côtés adjacents, ou la mesure d'un côté et de ses deux angles adjacents. On propose ensuite à l'élève de tracer le triangle sur sa

feuille, « en choisissant une échelle » convenable, de mesurer sur ce plan le côté inaccessible, puis de le ramener à l'échelle utilisée et ainsi de trouver la distance cherchée :

Pour mesurer la longueur LC de la mare, on mesure $LA = 19m$; $AC = 21m$ et $\widehat{LAC} = 110^\circ$.
Choisir une échelle convenable pour représenter le triangle LAC sur une feuille.
Mesurer sur le plan et déterminer la longueur LC de la mare.



L'objectif de cette activité est de

« faire construire des triangles dont on connaît certaines caractéristiques (angles, longueur de côtés...) » (p.172, livre du maître)

Il s'agit ainsi de faire travailler à l'élève les différents cas de constructions de triangles qu'il rencontre depuis la 6^{ème}. Le contexte concret est ici un simple habillage du problème. La construction du triangle devient celle d'un « plan », et nécessite un travail de changement d'échelle. Ce type d'exercice permet de signaler aux élèves le caractère concret de l'usage de l'angle et de la triangulation dans les métiers de l'arpentage. Mais le statut de l'angle, pour l'élève, reste le même que dans les problèmes plus classiques de construction de triangles. La traduction des problèmes du macro-espace dans le micro-espace ne permet pas de conserver à l'angle son caractère opératoire. « L'angle est une notion pleinement instrumentale de la technologie du macro-espace » (Chevallard et Jullien 1991 p.61).

II.2.4. Les exercices du chapitre « Triangles »

Une partie importante des exercices de ce chapitre traitent du théorème de la somme des angles d'un triangle. Certains en sont des applications directes, d'autres nécessitent que l'élève mobilise d'autres propriétés angulaires de la figure pour résoudre le problème.

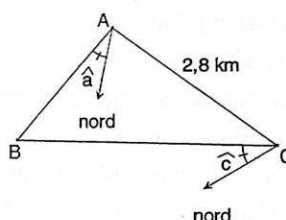
Constructions et reproductions

Les exercices de constructions sont assez nombreux. Ils se regroupent en différentes catégories.

- des exercices « classiques » de constructions de triangles dont on connaît certaines caractéristiques (mesures d'angles et de côtés). Nous ne revenons pas sur ces exercices, très présents depuis la 6^{ème}.

- des exercices similaires à celui qui est présenté dans la partie cours (longueur de la mare). Ce sont en fait les mêmes exercices que les précédents, mais habillés sous un jour concret. Un de ces exercices est toutefois un peu différent, et mérite que nous le détaillions. Il s'agit du problème du point en mer. Les données qui sont fournies ne sont alors plus les angles du triangle qui est à construire, mais les angles que font ses côtés avec une direction fixe, le nord³ :

Un bateau B croise au large du phare des Dames situé en A.
 Pour connaître sa position le capitaine du bateau mesure les angles $\hat{a}$ et $\hat{c}$ (voir dessin) : $\text{mes}(\hat{a}) = 24^\circ$; $\text{mes}(\hat{c}) = 56^\circ$.
 La distance entre la Balise C et le phare des Dames A est lue sur la carte marine : 2,8 km ; ainsi que la mesure de l'angle entre (AC) et la direction du Nord : 90° .
 Construire un plan précis à l'échelle 1:50 000.
 Mesurer et en déduire la distance entre le bateau B et le phare des Dames A.



Le travail de l'élève consiste donc à construire le triangle ABC, en se servant des angles que forment AB et CB avec une direction perpendiculaire à AC, qu'il doit construire en A et en C. Les angles considérés ne sont pas ceux du triangle : on se rapproche de la visée, B est déterminé par l'intersection de deux demi-droites. Malheureusement ici le travail de l'élève est très guidé, notamment par le dessin. De plus l'exercice est le seul de ce type dans tout le chapitre.

- des reproductions de quadrilatères, qui passent par une stratégie de décomposition en triangles, et qui se ramènent donc à un problème de la première catégorie de cette rubrique (constructions de triangles).

II.2.5. Conclusion : les angles en 5^{ème}

Le cours du chapitre intitulé « Symétries et angles » utilise l'angle figure du plan, couple de demi-droites, pour introduire les notions d'angles opposés par le sommet, correspondants et

³ Dans le manuel, le dessin est illustré (bateau, phare, balise, mer et côte sont représentés). Nous avons en revanche respecté la donnée de deux directions différentes en A et C pour la flèche indiquant le Nord.

alternées internes. Mais dans les exercices, l'angle est la plupart du temps engagé dans une figure fermée, un triangle ou un quadrilatère.

Dans le chapitre « Triangles » l'angle est bien entendu engagé dans le triangle.

Au niveau des problèmes, on rencontre encore beaucoup de constructions de triangles, comme en 6^{ème}, mais ici seul l'outil rapporteur est utilisé. Certains de ces exercices sont habillés de façon à évoquer le problème de la mesure des terrains, mais on a vu que l'objectif de ces exercices reste bien la construction de triangles, et non le travail sur le rôle de l'angle dans le repérage de points dans le plan.

A côté de ces constructions de triangles on trouve des exercices de reproductions de quadrilatères. Les stratégies attendues sont la décomposition en triangles ou le cheminement. Cette dernière stratégie, dont le nom est emprunté aux topographes, consiste à construire successivement les côtés et les angles du polygone.

L'angle est ainsi toujours engagé dans un polygone. Son aspect d'inclinaison est restreint à celui d'un côté d'un polygone par rapport à un autre. En outre, dans ce type d'exercices ce rôle d'inclinaison peut très bien être ignoré des élèves, qui pourraient concevoir l'angle comme le coin d'un polygone.

L'angle, par rapport à ce que l'on avait vu en 6^{ème}, perd de sa double nature figure du plan / angle d'un polygone. Il n'y a plus d'aller-retour entre ces deux notions. L'angle devient presque uniquement l'angle au sommet d'un polygone, caractéristique de la position relative de deux côtés consécutifs. Il n'existe que par sa mesure, les exercices de reproduction des angles au compas n'apparaissent plus. On ne trouve qu'un seul exercice (celui du point en mer) qui présente un angle en tant que caractéristique d'une direction par rapport à une direction fixe.

II.3. 4^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1992

Le programme précise :

« • *Projection orthogonale ; cosinus d'un angle comme opérateur de projection orthogonale*

Savoir utiliser dans un triangle rectangle la relation entre le cosinus d'un angle et les longueurs des deux côtés adjacents.

Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur approchée : du cosinus d'un angle aigu donné ; de l'angle aigu de cosinus donné

• *Dans le plan, transformation de figures par translation ou rotation »*

Pour le dernier point (rotation), il est précisé qu'il s'agit d'un travail d'initiation.

Ainsi, quatre chapitres nous intéressent dans ce manuel. Deux d'entre eux reprennent des notions qui avaient été vues en 6^{ème} et en 5^{ème} : la conservation des angles par les symétries, la caractérisation angulaire du parallélisme, le théorème de la somme des angles d'un triangle et les propriétés angulaires des triangles particuliers. Ce sont les chapitres intitulés « **Symétries et Angles** » et « **Triangles** ». Au niveau des exercices, on retrouve les constructions de triangles dont on connaît quelques-unes des caractéristiques, qui apparaissent à chaque niveau. L'angle dans ces deux chapitres est surtout considéré comme engagé dans un triangle. On note toutefois un exercice un peu particulier, qui apparaît dans le chapitre « Symétries et Angles ». Cet exercice propose de construire d'un parallélogramme, sans indiquer de mesures de longueurs. Il s'agit de l'exercice 6 p.208 :

Construire un parallélogramme ayant un angle de 60° et un angle de 120°

C'est la deuxième fois qu'un tel exercice apparaît dans cette série de manuels (en 6^{ème}, un exercice portait sur la construction d'un triangle dont on ne connaît que les mesures des angles). L'attention est portée ici uniquement sur les angles. L'élève doit mobiliser une propriété du parallélogramme pour savoir que ces deux angles doivent être consécutifs, puisque les angles opposés sont égaux. La construction ne dépend pas de la longueur des côtés. C'est une tâche que les élèves n'ont pas l'habitude de résoudre. Ils vont devoir choisir arbitrairement la longueur des côtés de leur parallélogramme. Mais l'accent n'est pas mis sur ce point, et il est évident que ce n'est pas l'objectif de cet exercice que d'étudier la similitude. On note que les angles se construisent au rapporteur.

Les deux autres chapitres de ce manuel qui traitent des angles introduisent de nouvelles notions : « **Cosinus d'un angle aigu** » et « **Translations et rotations** ». Dans ces deux chapitres, l'angle est très fortement associé à sa mesure. Le cosinus d'un angle est présenté comme un rapport de longueurs, dans le cas d'un angle isolé d'abord, puis dans celui d'un angle d'un triangle rectangle. La suite du cours, et les exercices de ce chapitre, consistent à entraîner l'élève à utiliser sa calculatrice pour calculer des longueurs de côtés ou des mesures d'angles d'un triangle rectangle. La rotation est présentée par ostension dans le cadre d'objets familiaux, sur lesquels l'élève peut repérer les positions antécédent et image d'un point (les ailes d'un moulin, par exemple). La suite du cours de ce chapitre et les exercices qui suivent proposent de construire des images de points, de droites et de cercles par des rotations d'angles assez connus : 30° , 45° , 60° et 90° . L'angle de rotation est donné sur la figure par sa

mesure, accompagnée d'une flèche qui indique le sens de la rotation. L'angle n'est plus présent ici que par sa mesure ; le rapporteur est l'outil de construction d'une image par une rotation.

Cette analyse en forme de conclusion ne sera pas plus détaillée. Quelques activités sont présentées en annexe, mais l'angle inclinaison n'apparaît plus beaucoup à ce niveau. Les exercices proposés n'apportent rien de nouveau pour la description d'une sphère de pratique associée à cet angle par rapport aux classes précédentes. L'angle en tant que rotation est introduit. Nous l'avons signalé, mais rappelons que nous avons choisi de ne pas étudier cette facette de l'angle dans notre travail.

II.4. 3^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1993

Le programme stipule que les élèves devront connaître :

« • Effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur longueurs, aires et volumes : utiliser, dans l'agrandissement d'un objet géométrique du plan ou de l'espace, la propriété : si les longueurs sont multipliées par k , alors les aires sont multipliées par k^2 , les volumes le sont par k^3 , et les angles sont conservés.

• Angles - Relations trigonométriques dans le triangle rectangle
Angles inscrit dans un cercle et angle au centre »

Ce manuel comporte deux chapitres qui concernent les angles : « Angles et trigonométrie » et « Transformations géométriques ». L'angle y poursuit l'évolution amorcée en 4^{ème} : l'angle inclinaison laisse la place à l'angle rotation. Dans le chapitre sur la trigonométrie on trouve cependant l'étude des angles inscrits dans un cercle. On aborde notamment la propriété de l'angle au centre, et l'égalité des angles inscrits qui interceptent un même arc. Dans cette activité l'angle est plutôt du côté de l'inclinaison relative de deux directions, de l'ouverture. Dans l'étude de la rotation, il semble que l'on évite à l'élève l'effort de travailler sur l'angle. Car bien que les angles dont l'élève a à se servir soient choisis parmi des angles facilement constructibles au compas (180° , 90° et 120°), le travail de l'élève consiste uniquement à lire ou reporter cette mesure d'angle avec son rapporteur.

Encore une fois, l'étude de ce manuel ne nous apporte pas d'élément nouveau pour notre objectif, qui est la description d'une sphère de pratiques associée à l'angle en tant qu'inclinaison.

II.5. 2^{nde} - Collection Pyramide - Hachette - 1998

« A. Calcul vectoriel

[...]

c) Orthogonalité, mesure des angles orientés

- Cercle trigonométrique ; mesure de l'angle orienté de deux vecteurs unitaires, mesure principale.

- Définition du cosinus et du sinus, relation $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$. Définition de la tangente par $\tan x = \frac{\sin}{\cos}$. Valeurs remarquables du cosinus, du sinus et de la tangente

B. Transformations et configurations

a) Effet d'une réflexion, d'une rotation, d'une translation ou d'une homothétie sur le parallélisme, l'alignement, les distances, les angles et les aires. »

La lecture de l'extrait du programme ci-dessus nous indique que l'angle en tant qu'inclinaison n'apparaît plus à ce niveau. Nous n'allons pas ici détailler les différents chapitres dans lesquels l'angle intervient dans ce manuel. Le lecteur pourra se reporter en annexe pour en prendre connaissance.

II.6. Conclusion : les angles de la 6^{ème} à la 2^{nde}

En 6^{ème}, l'angle est présenté dans une double approche, engagé dans un polygone et comme figure, couple de demi-droites. Le passage de l'une à l'autre de ces approches est travaillé dans de nombreux exercices, ce qui favorise la prise en compte par l'élève de critères pertinents pour la définition des angles (critères qui se rapportent bien à l'ouverture de l'angle, et non à la longueur de ses côtés, par exemple).

Les exercices de constructions de triangles sont très présents, aussi bien en 6^{ème} qu'en 5^{ème}. En 5^{ème}, l'étude des angles alternes internes permet d'aborder le cas de la construction d'un triangle connaissant les mesures d'un côté et de deux angles, l'un des angles étant opposé à ce côté. Dans l'exposé de cette méthode l'angle en tant qu'inclinaison prend du sens, en ce qu'il est bien l'outil de la construction d'une direction, qui se distingue dans ce cas du côté du triangle.

Enfin, en 6^{ème} comme en 5^{ème} de nombreux exercices de reproductions de polygones (qui ne sont pas des triangles) sont proposés. Les stratégies de résolution de ces tâches sont la *décomposition en triangles* ou le *cheminement*. Rappelons que cette dernière stratégie consiste à construire successivement les côtés et les angles du polygone. Dans ces deux stratégies, mesures d'angles et de longueurs sont combinées.

Seuls deux exercices, l'un en 6^{ème} et l'autre en 4^{ème}, proposent de construire une figure (un triangle et un parallélogramme, respectivement) en utilisant uniquement des mesures d'angles.

III. Conclusion : une sphère de pratiques pour l'angle inclinaison

III.1. Une définition

Au primaire, nous avons extrait de l'évolution des angles dans la série de manuels regardée une définition en acte de la notion d'angle, qui se rapproche d'un angle qui serait vu en tant que coin d'un polygone. Cette définition en acte est constituée des invariants suivants :

- une figure correspond à la zone intérieure des segments tracés
- à chaque sommet de la figure correspond au moins un angle
- un angle a deux côtés matérialisés par des segments de la figure

Dans les problèmes de repérage et de mesure d'angle, cet angle coin d'un polygone est opératoire.

Au collège, et notamment en 6^{ème}, un autre aspect de la notion est abordée. L'angle est aussi présenté comme un couple de demi-droites. Mais l'approche du primaire n'est pas abandonnée pour autant, et des allers-retours entre ces deux aspects de la notion sont travaillés. La définition de l'angle va y gagner une extraction de la figure.

En 5^{ème}, ce double aspect est un peu perdu, et l'angle redevient principalement engagé dans un polygone. A partir de la classe de 4^{ème}, l'angle inclinaison disparaît peu à peu des activités, alors que l'angle rotation apparaît.

III.2. Une sphère de pratiques

Les tâches principales qui ressortent de l'étude des manuels sont :

- le repérage et la mesure des angles au primaire
- les problèmes de construction de triangles et de reproductions de polygones, au collège

Au primaire, nous avons vu que l'angle en tant que coin d'une figure fermée semblait être l'aspect de la notion que les élèves pouvaient retenir de la présentation des angles qui est faite dans ces manuels (collection Diagonale).

Au collège, le double aspect de l'angle présenté en 6^{ème}, et les nombreux exercices de reproductions de polygones nous font entrevoir la possibilité d'une existence de l'angle en tant qu'inclinaison. Dans la présentation de l'angle comme couple de demi-droites, l'ouverture de l'angle est une caractéristique que les élèves peuvent retenir de l'angle. Ce qui

est déjà un pas vers l'inclinaison. En outre, l'angle inclinaison est présent dans la stratégie de reproduction d'un polygone par cheminement. L'angle γ est l'inclinaison relative de deux côtés consécutifs du polygone. Mais, du fait que les angles considérés sont dans cette stratégie uniquement ceux aux sommets du polygone, l'aspect d'inclinaison de l'angle reste sous-jacent. L'angle coin du polygone est opératoire, et l'élève n'a alors aucune nécessité de changer de point de vue. Le plus économique pour lui est de conserver la définition qu'il s'était forgée au primaire.

Nous pensons que la restriction de l'angle aux sommets du polygone est un obstacle à ce que l'angle inclinaison parvienne à émerger des tâches de reproductions de polygones.

Nous n'avons pas encore évoqué les constructions de triangles dans cette conclusion. En effet, nous avons vu que la résolution de ces tâches était assez algorithmique. Seule la méthode de construction d'un triangle dont on connaît les mesures d'un côté et de deux angles, dont un est l'angle opposé au côté connu, laisse entrevoir le rôle de l'angle comme outil de construction d'une direction. C'est parce que cette direction est dans un premier temps distincte du côté du triangle que ce rôle apparaît, et qu'il peut se distinguer de l'angle en tant que coin d'une figure.

S'extraire des caractéristiques directes des figures (côtés et angles aux sommets) permet d'accéder au rôle de l'angle en tant qu'inclinaison.

En conclusion, nous dirons que les **problèmes de reproductions de polygones** sont traités dans les manuels d'une manière restreinte, qui permet à l'élève de conserver la définition de l'angle en tant que coin d'une figure fermée qu'il s'était construite au primaire.

Cependant, ces problèmes **sont aptes à faire émerger l'angle en tant qu'inclinaison**. Cet aspect de l'angle est bien présent dans ces problèmes, et peut devenir explicite si l'on fait considérer à l'élève des angles qui ne sont plus uniquement les angles aux sommets du polygone.

III.3. Des conceptions

Les manuels, par les tâches qu'ils proposent aux élèves, rendent viables certaines conceptions de l'angle, qui ne sont d'ailleurs pas obligatoirement celles qui sont visées par l'enseignement.

Les stratégies de résolution de problèmes sont des suites d'opérateurs et de contrôles. Par ces éléments, nous pouvons décrire partiellement ces conceptions, opératoires dans les tâches proposées. De l'étude qui précède, nous pouvons extraire deux conceptions :

- une conception de l'angle engagé dans un triangle (étudiée par ailleurs, voir notamment Barbin 1993)
- une conception de l'angle engagé dans un polygone, où le polygone est compris comme n'étant pas un triangle. Cette distinction, fautive d'un point de vue mathématique, ne nous semble pas éloignée de ce que pensent les élèves.

Les caractéristiques de ces conceptions que nous pouvons extraire des stratégies de résolution présentées ci-dessus (cheminement, décomposition en triangles et construction de triangles) sont les suivantes :

Conception « angle engagé dans un triangle » :

- l'angle est une caractéristique du triangle, associée à un sommet
- un point est un sommet du triangle
- un triangle se caractérise par ses trois mesures d'angles
- un angle nommé par trois noms de points est engagé dans le triangle du même nom
- la somme des angles d'un triangle est égale à 180°

Conception « angle engagé dans un polygone » :

- un point est un sommet du polygone, il est un point commun à deux côtés adjacents du polygone
- à chaque sommet est associée une mesure d'angle qui définit la demi-droite qui portera le côté
- signalons ici un élément de la structure de contrôle de cette conception : pour les problèmes de reproduction, un contrôle perceptif global est exercé entre le modèle et le polygone produit, pour valider sa « bonne » forme. C'est de cette façon que se résolvent les problèmes de choix d'une orientation lors du report des angles

III.4. Conclusion

De cette étude de manuels, nous retiendrons pour la suite de notre travail que l'angle inclinaison, sans avoir une existence explicite dans l'enseignement, est cependant sous-jacent à la résolution de certaines tâches. La reproduction des polygones, en particulier, est une tâche qui peut permettre d'exhiber le rôle de l'angle comme outil de repérage des points en tant qu'inclinaison relative de deux directions. D'autre part, ces tâches sont proposées dans les

manuels d'une façon particulière, qui implique des stratégies de résolution particulières : le fait de ne considérer que les angles aux sommets du polygone entraîne que les stratégies de décomposition en triangle et de cheminement sont efficaces. Et ces stratégies peuvent être associées à des conceptions, qui sont rendues viables par l'existence de ces tâches : la conception de l'angle engagé dans un triangle et de l'angle engagé dans un polygone semblent à même d'être mobilisées par les élèves.

Mais l'étude de manuels ne nous permet pas de caractériser ces conceptions : c'est par le biais des stratégies de résolution que nous les avons partiellement décrites.

CHAPITRE 5

Les environnements informatiques

Dans le chapitre 2 (Etat de l'art des recherches sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle), nous avons parlé du problème soulevé par Berthelot et Salin dans leur travail de thèse à propos de la construction d'une situation fondamentale pour l'angle. La notion d'angle prend du sens dans des situations du macro-espace ou du meso-espace, alors qu'une situation d'apprentissage doit faire partie du micro-espace de la classe, avec toutes les contraintes que cela lui impose. Ils soulevaient ainsi le problème de l'adaptation des problèmes du macro-espace qui donnent du sens à la notion d'angle dans la classe. Ils déclarent eux-mêmes avoir été contraints d'abandonner la construction d'une situation fondamentale de la notion d'angle inclinaison en raison de ces difficultés :

« A priori, ce sont les problèmes macro-spatiaux qui apparaissent les plus aptes à nous fournir des propositions, puisque les seuls à nécessiter une conceptualisation de la notion d'angle [...] En renonçant, pour ces raisons, à utiliser ce problème, devons-nous pour autant renoncer à l'introduction de l'angle à partir du repérage d'une direction par rapport à une direction fixe ? » (Berthelot et Salin 1992 pp.252-253)

Or, comme nous l'avons montré dans l'étude historique de la notion, l'angle de repérage d'une direction par rapport à une autre, que nous avons appelé l'angle inclinaison, est une des facettes de l'angle qui est à l'origine de la notion.

A la question que posent Berthelot et Salin, nous répondons alors que les Environnements Informatiques d'Apprentissages Humains pourront nous permettre de définir un nouvel espace, qui ne sera ni le micro-espace - mais y sera intégré, ni le macro-espace, et dont les possibilités nous permettront de mettre en place dans la classe une situation qui nécessitera la mise en œuvre de la notion d'angle en tant qu'inclinaison. A l'image de Logo qui offre un nouvel espace pour la mise en situation de la notion d'angle de rotation, nous posons

l'hypothèse que nous pouvons construire à l'aide de Cabri-géomètre II une situation qui met en jeu l'angle en tant qu'inclinaison.

L'étude des manuels nous a montré que l'angle inclinaison existe dans l'institution, mais dans un cadre qui est restreint par son engagement dans le polygone. Nous pensons pouvoir le faire exister dans une situation de reproduction d'un polygone, mais en ne considérant plus uniquement les angles du polygone : la mesure des distances invalidée va placer l'angle au centre de la résolution du problème de la reproduction du polygone, en donnant du sens à la visée qui met en œuvre l'angle comme inclinaison en permettant le repérage de points dans le plan de la figure.

Dans ce chapitre, nous faisons l'étude de quatre logiciels : Cabri-géomètre 1, Géoplan, Cabri-géomètre II, Geometer Sketchpad. Ces logiciels ont été choisis pour leur représentativité dans les institutions scolaires : Géoplan, Cabri-géomètre 1 et II en France, Geometer Sketchpad aux Etats-Unis. Le plan de l'étude sera le suivant : pour chacun des logiciels, nous ferons une présentation des caractéristiques des angles et de leur mesure, et nous illustrerons leur usage par l'étude de la propriété de la somme des angles d'un triangle et de celle de l'angle inscrit. Nous ne reviendrons pas ici sur les caractéristiques des angles dans le logiciel Logo, nous en avons déjà parlé dans la section V du chapitre 2. Nous présenterons ensuite brièvement la situation que nous mettons en place dans Cabri-géomètre II, et qui sera détaillée dans la partie expérimentale. Cela nous permettra de signaler quelques caractéristiques de la représentation des connaissances de Cabri-géomètre qui en font un logiciel adapté à la mise en place de situations d'apprentissages complexes. Nous reviendrons alors rapidement sur les autres logiciels pour y examiner ces caractéristiques. Dans cette partie nous examinerons aussi le logiciel Logo, que nous n'avons pas analysé de ce point de vue.

I. Cabri-géomètre 1

Cabri-géomètre 1 est la première génération du logiciel Cabri. Il a été commercialisé en France par Nathan-Logiciels, en 1988 pour sa version Macintosh et en 1989 pour la version MS-DOS. Nous utilisons la version 1.8 pour P.C. (MS-DOS).

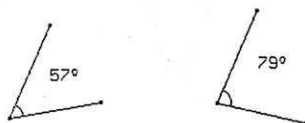
I.1. Caractéristiques

Les fonctionnalités de Cabri-géomètre 1 relatives aux angles sont assez peu nombreuses. Dans sa thèse, Bellemain précise que l'objet « angle » a été rajouté au logiciel lors de la mise au

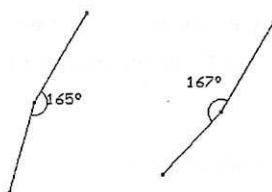
point de sa version allemande, cette notion ayant dans l'enseignement allemand une place beaucoup plus importante que dans l'enseignement français¹ (Bellemain 1992 p.169).

On marque un angle en désignant trois points, le deuxième point étant le sommet de l'angle. On le mesure en désignant sa marque. On ne peut donc mesurer que les angles qui sont marqués. La marque d'angle est un arc de cercle, sauf pour les angles droits qui sont marqués d'un petit carré, signe conventionnel en France pour les désigner. L'ordre de désignation des points lors du marquage n'est pas pris en compte par le logiciel : marquer l'angle $\widehat{ABC}$, puis $\widehat{CBA}$ provoque l'apparition de ce message : « un objet identique a déjà été créé ! ». En revanche, mesurer plusieurs fois la même marque ne provoque pas de réaction aussi explicite : la nouvelle mesure se substitue à celle qui était déjà affichée, un seul objet existe sur l'écran.

Les angles dans Cabri-géomètre 1 sont ainsi saillants et non orientés. Ils existent à travers leur marque, et on ne les mesure que s'ils sont marqués. La mesure d'un angle est donnée par défaut en degrés, elle est comprise entre 0 et 180. Elle s'affiche à proximité de la marque d'angle considérée, et fonctionne comme un compteur, en se réactualisant de façon simultanée en fonction des manipulations de l'utilisateur :



Il y a donc un basculement de la marque et de la mesure qui l'accompagne lorsque l'on passe l'angle plat :



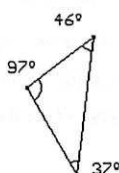
¹ Nous n'avons pas étudié les caractéristiques de l'enseignement des angles en Allemagne, faute de temps.

I.2. Illustrations

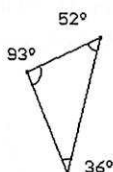
I.2.1. La somme des angles d'un triangle

La propriété de la somme des angles d'un triangle s'illustre parfaitement dans le logiciel Cabri-géomètre 1 puisque les angles qui sont considérés sont toujours les angles intérieurs du triangle, quels que soient les déplacements qu'on lui impose.

Cette version de Cabri n'offre pas la possibilité d'effectuer le calcul de la somme, mais les trois mesures peuvent être affichées à l'écran :



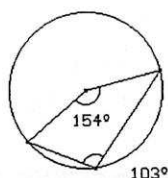
Toutefois, l'affichage des mesures étant une approximation, certaines valeurs peuvent mettre la propriété en défaut :



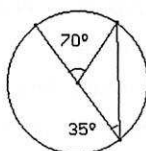
La lecture des mesures des angles d'un triangle pour illustrer la propriété de leur somme reste une démarche empirique, même lorsqu'elle est faite sur un ordinateur. Il faut donc relativiser l'importance accordée aux valeurs numériques, et procéder par exemple comme sur papier crayon, par des études statistiques au sein de la classe. On retrouvera alors certainement une moyenne de 180 degrés. L'intérêt de l'outil informatique est ici l'accès immédiat à une très grande quantité de cas.

I.2.2. Angle inscrit et angle au centre associé

Le cas général de la propriété de l'angle inscrit et de l'angle au centre associé ne peut pas être illustré dans ce logiciel car les angles rentrants n'y sont pas définis. On peut alors observer des cas où la propriété n'est pas vérifiée :



En revanche, si l'on se restreint au cas particulier du demi-cercle, on ne rencontre aucune difficulté, si ce n'est celle des arrondis signalée plus haut (voir Vadcard 1996 pp.40-45 pour des exemples de réactions d'élèves face à l'exploration de cette situation, notamment face à des cas « d'arrondis ») :



II. Géoplan

Géoplan est un logiciel développé par le CREEM (Centre de Recherche et d'Expérimentation pour l'Enseignement des Mathématiques). Nous utilisons une préversion de la version Windows, qui date de Septembre 1996².

II.1. Caractéristiques

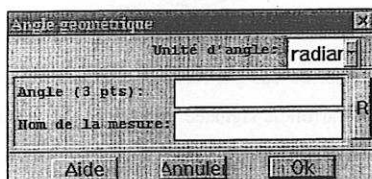
Caractéristiques générales

Les angles dans Géoplan sont de deux types : « angles géométriques » ou « angles de vecteurs ». Les premiers se définissent par la donnée de trois points (le deuxième étant le sommet), les seconds par deux vecteurs (qui sont eux-mêmes définis par des couples de points). Le radian est l'unité donnée par défaut. Mais il est possible de choisir d'obtenir une mesure en degré lors de la définition de la mesure (choix dans la boîte de dialogue, voir ci-dessous) et aussi de modifier ce choix a posteriori, en agissant sur le texte de la figure (voir un peu plus bas pour des détails sur cette possibilité).

L'angle géométrique n'est pas orienté, sa mesure est donc toujours positive, et comprise entre 0 et π radians.

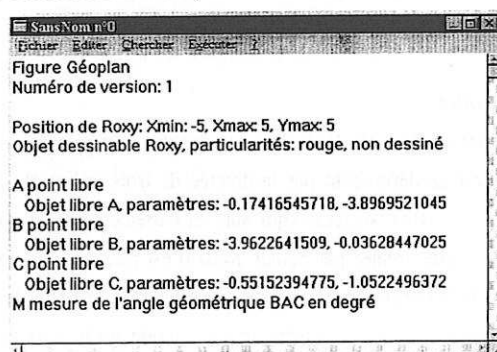
L'angle de vecteurs est orienté, sa mesure est comprise entre $-\pi$ et π radians.

Nous présentons ci-dessous la boîte de dialogue de création d'une mesure d'angle géométrique :



Les mesures, d'angles mais aussi de longueurs, ne s'affichent pas à l'écran lors de leur création, mais sont visibles à la demande de l'utilisateur dans une zone réservée. Elles peuvent apparaître avec un nombre de décimales variable (de 0 à 6, selon le choix de l'utilisateur). Une fois affichée, une mesure fonctionne comme un compteur, en se réactualisant simultanément en fonction des déplacements des points de la figure.

On remarque encore dans la boîte de dialogue de mesure d'un angle géométrique que la mesure doit être nommée par l'utilisateur. Cette particularité permet au logiciel de gérer les différents affichages auxquels l'utilisateur peut accéder : affichage des mesures à sa demande, comme nous l'avons déjà signalé ; affichage de rappel des objets existants de la figure ; et enfin affichage du texte de la figure, qui indique les différentes étapes de la construction, et sur lequel l'utilisateur peut agir (nous avons parlé plus haut du changement possible de l'unité d'une mesure dans cette fenêtre de texte) :



² URL du site pour récupérer une version de démonstration de la version Windows : <http://www2.cnam.fr/creem/GeoplanW/geoplanw.htm>

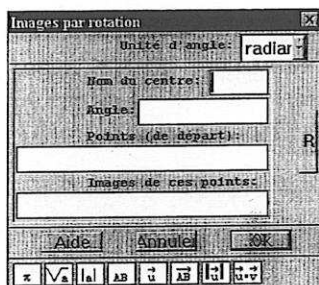
Le menu « Exécuter » permet de rendre effectifs les changements faits à l'intérieur de cette fenêtre, le logiciel exerçant à ce moment-là un contrôle sur la cohérence globale du texte modifié.

Cette particularité qu'a le logiciel de demander à l'utilisateur de nommer chaque objet qu'il construit a aussi comme conséquence que l'on peut effectuer autant de mesures qu'on le désire d'un même angle, du moment qu'elles sont distinctement nommées. Géoplan les prend toutes en compte (il ne les reconnaît pas comme scalaires identiques, et ne les confond pas). En revanche il refuse que deux objets aient le même nom, et dans ce cas il demande : « voulez-vous redéfinir m ? ». Plusieurs mesures peuvent donc correspondre à plusieurs scalaires égaux. C'est une différence importante avec Cabri-géomètre (toutes versions confondues) au niveau de la conception de l'environnement, dans le sens où il n'y a pas dans Géoplan d'intervention du logiciel dans les manipulations de l'utilisateur : on le laisse mesurer plusieurs fois le même angle s'il le désire, tant qu'il ne provoque pas de contradiction au sein du logiciel en nommant de la même manière plusieurs objets. Ici encore on remarque une différence fondamentale avec Cabri-géomètre qui lui, au contraire, permet que tous les points de la figure portent le même nom. Il ne gère pas les objets de la figure en fonction des labels fournis par l'utilisateur, mais en fonction de leurs propriétés dans la figure.

Occurrences d'apparition des angles dans les menus

L'angle n'a d'existence que par l'intermédiaire d'autres actions : mesurer un angle, définir ou effectuer une rotation ou une similitude. Nous avons déjà présenté les caractéristiques de la mesure des angles, nous allons examiner les propriétés de l'angle dans ses autres utilisations.

Dans la définition d'une rotation ou la création d'un point image par une rotation, on remarque une distinction entre un angle désigné par « 3 points » ou un « angle mesuré ». La rotation définie par un « angle 3 points » suit les comportements de cet angle (saillant et positif). La rotation s'effectue dans le sens direct. La rotation dont l'angle est un « angle mesuré » offre plus de possibilités : dans le champ « angle » de la boîte de dialogue on peut entrer un scalaire, ou le nom d'un scalaire déjà défini, quel qu'il soit (mesure d'un angle ou pas).



L'unité dans laquelle ce scalaire sera pris en compte est choisie par l'utilisateur dans cette même boîte de dialogue (radians ou degrés). On peut donc créer l'image d'un point par une rotation d'angle en degrés, de la valeur d'une mesure d'aire, par exemple. Ceci est assez cohérent avec le fait que les scalaires s'affichent sans unité. Ils sont séparés de leur définition et de leur unité, qui n'apparaissent que dans le rappel et dans le texte de la figure. Ces deux zones de texte ne peuvent pas être présentes lors de la construction.

Ce qui précède est valable pour les menus de définition d'une transformation autant que pour ceux de construction de l'image d'un objet par une transformation.

Pour la similitude (définie par centre, angle et rapport), les propriétés de l'angle sont les mêmes, sauf que l'on ne peut pas entrer directement les noms de trois points dans le champ « angle » de la boîte de dialogue. On y inscrit directement un scalaire, ou le nom d'un scalaire :



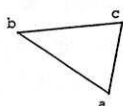
II.2. Illustrations

II.2.1. La somme des angles d'un triangle

Ce théorème peut parfaitement être illustré dans Géoplan, puisque seuls les angles saillants sont pris en compte.

Ce comportement est le même que dans Cabri-géomètre I ou dans Cabri-géomètre II lorsqu'on ne marque pas les angles.

A: 64.6	S: 180
B: 40.82	
C: 74.58	



La somme peut s'effectuer dans le logiciel, et elle gère alors les approximations des mesures.

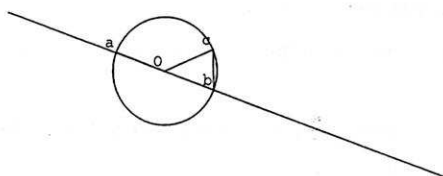
La somme est donc toujours égale à 180° , même si le calcul effectué de façon externe ne rendrait pas ce résultat :

A: 26	S: 180
B: 116	
C: 37	

II.2.2. Angle inscrit et angle au centre associé

Pour le cas restreint aux angles saillants (étude dans le demi-cercle), Géoplan fonctionne bien : aucune contradiction, ni discontinuité dans les résultats (on affiche la mesure de l'angle aOb, celle de l'angle acb, et $P = \text{mes}(aOb)/2$).

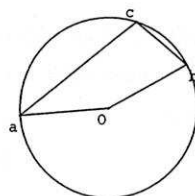
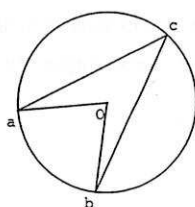
m:136.07
m':68.03 P:68.03



En revanche comme dans Cabri-géomètre 1 le cas général de cette propriété ne peut pas être illustré convenablement puisque les mesures d'angles sont comprises entre 0 et π :

m:78.37 P:39.19
m':39.19

m:156.38 P:78.19
m':101.81



III. Cabri-géomètre II

Deuxième génération du logiciel Cabri-géomètre, cette version est commercialisée depuis 1996 en France. Plus récemment, en janvier 1998 est sortie la version Windows. C'est celle que nous utilisons³. Elle a les mêmes fonctionnalités que la version MS-DOS, en ce qui concerne les angles.

III.1. Caractéristiques

Fonctionnement général

Contrairement à ce qui se passait dans la première version du logiciel, il est possible dans Cabri-géomètre II de mesurer un angle qui n'est pas marqué. Il est alors saillant. La marque

³ URL du site pour récupérer une version de démonstration : <http://www.cabri.net/>

de l'angle permet de dépasser cette limite, et d'amener la mesure d'un angle (via sa marque) à être comprise entre 0 et 360 degrés :

« On peut mesurer un angle sans le marquer ; cette mesure est comprise entre 0° et 180°, alors que la mesure d'un angle marqué peut varier entre 0° et 360°. » (Cabri-Géomètre II - Guide de l'utilisateur p.113)

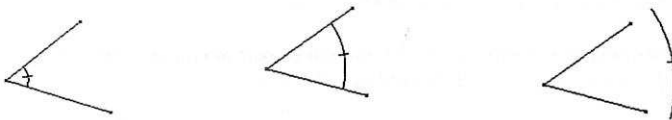
La marque, et la mesure d'un angle non marqué, se définissent en désignant trois points, dont le second est le sommet de l'angle. L'unicité d'une marque ou d'une mesure est dépendante de ces trois points.

Détails

La marque de l'angle est un arc de cercle de longueur $2\pi r$, r étant calculé en fonction du point de désignation de l'angle le plus proche du sommet, par un pourcentage de la distance au sommet (la marque est située, au moment de sa création, à 1/8 du plus petit des deux segments à partir du sommet, avec des limites de 10 à 50 pixels). La marque permet, on l'a dit, de considérer des angles rentrants.

Dans le cas des angles droits la marque prend la forme standard de désignation de cet angle. Il n'est pas nécessaire d'avoir construit deux perpendiculaires avec les outils de Cabri : un angle qui mesure 90° sans y être contraint sera marqué ainsi (ce qui est cohérent avec le menu « perpendiculaire ? » de la boîte à outils propriétés, qui répond positivement en fonction de la position des droites au moment du questionnement).

La marque de l'angle est manipulable en tant qu'objet, pouvant s'agrandir jusqu'à sortir des limites de l'écran.



La marque permet de considérer des angles rentrants, de plusieurs façons :

- directement s'il est désigné dans le sens indirect et qu'il est compris entre 180 et 205 degrés.

La marque est perceptivement du « mauvais côté » (côté saillant) jusqu'au dernier click souris :



C'est la seule considération de l'orientation des angles qui ait été intégrée dans Cabri-géomètre. Elle découle de la volonté de considérer la plus grande probabilité de volonté de l'utilisateur au travers de sa manipulation, tout en gardant le modèle de l'angle engagé dans le triangle (donc saillant). Du coup, quand l'angle saillant est nettement marqué, il est pris en compte, et dans les cas limites (à partir de 205°), Cabri-géomètre tient compte de l'orientation.

- en marquant l'angle rentrant dans le sens indirect, on obtient la marque de l'angle saillant. En amenant ensuite le rentrant à être supérieur à 155° (par manipulation d'un des trois points de définition), la marque « saute » du côté de l'angle rentrant. Cela ne se produit qu'une seule fois, si on la ramène sur le saillant, elle y reste définitivement.

- en marquant un angle saillant, et en « attrapant » la marque. On peut l'amener à représenter l'angle rentrant associé en passant au voisinage proche du sommet ($1/20$ de la distance sommet/point, avec un minimum de trois pixels quand cette distance est petite). L'intention de l'utilisateur est alors comprise comme un acte volontaire, et prise en compte :

« Pour marquer un secteur rentrant

1. Marquer d'abord le secteur saillant correspondant comme ci-dessus
[référence au paragraphe précédent, « Pour marquer un secteur saillant »]

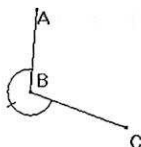
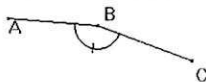
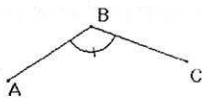
2. Activer l'outil **Pointer**

3. Sélectionner la marque de l'angle créée

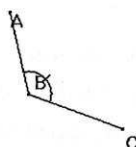
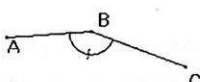
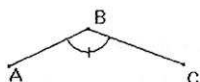
4. Faire glisser cette marque en passant sur le sommet de l'angle. La marque "se retourne" et désigne le rentrant désiré

*L'opération de transformation d'un saillant en rentrant est réversible. »
(Cabri-géomètre II - Guide de l'utilisateur, p.134)*

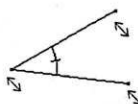
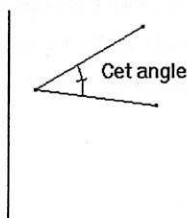
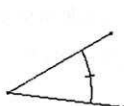
- en marquant un angle saillant et en déplaçant un des 3 points qui le définissent de façon à le rendre rentrant. Ici l'intention de l'utilisateur est évaluée en fonction de la vitesse de déplacement du point. S'il passe lentement la zone limite du changement, l'action sera considérée comme étant une volonté de passage du saillant au rentrant :



En passant rapidement cette zone, l'angle reste saillant :

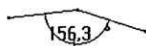


La marque est composée de deux objets. Graphiquement elle est constituée d'un arc de cercle et d'un petit segment qui coupe l'arc de cercle. Au niveau des manipulations, ces deux objets sont distincts : l'arc de cercle est désigné par le terme « angle », le petit trait est la « marque ». Le rôle de la marque est de permettre de manipuler la représentation de l'angle (l'ensemble arc de cercle + trait), celui de l'angle de manipuler l'objet angle (ensemble des trois points et de la marque). Cette dernière manipulation fonctionne comme tous les déplacements dans Cabri-géomètre : les points ne pourront bouger que s'ils sont libres, et les objets qui sont liés à ces points bougeront en fonction. On remarque que l'angle prend dans cette version du logiciel une existence en tant que figure, qu'il n'avait pas dans Géoplan par exemple, où il n'existe qu'au travers de sa mesure.



Pour mesurer un angle marqué, il est indifférent de désigner la « marque » ou « l'angle ».

Lorsque la marque d'un angle saillant subit une discontinuité (pour rester saillant lors du déplacement d'un des point, la marque « saute » d'un angle à l'autre), l'emplacement d'affichage de la mesure de cet angle suit la discontinuité, et change de demi-plan. Ce n'est valable que dans le cas où la position de cette mesure n'a pas été modifiée depuis son apparition.



Rotation

L'outil rotation permet de construire l'image d'un objet par une rotation donnée.

L'angle de la rotation est donné par un nombre. Si on l'édite, on peut faire ce qu'on veut : donner un nombre négatif, supérieur à 360,... La rotation est orientée, et s'effectue en fonction de ce nombre. Si c'est une mesure, elle suit les comportements de cette mesure.

Remarque :

Dans la version précédente, Cabri-géomètre 1 (P.C, 1.8), la rotation n'existait pas.

III.2. Illustrations

III.2.1. La somme des angles d'un triangle

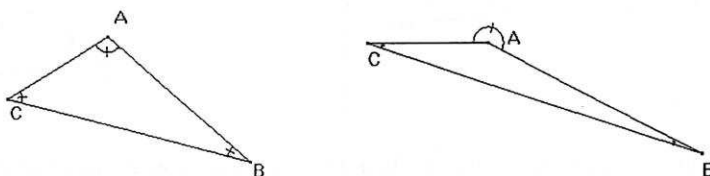
Premier cas : les angles ne sont pas marqués

On retombe alors dans le même cas que pour Cabri-géomètre I, où les angles sont toujours saillants : la propriété s'illustre très bien.

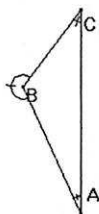
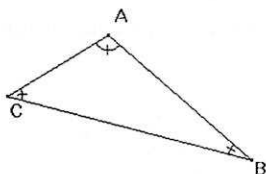
Deuxième cas : les angles sont marqués avant d'être mesurés

Apparaissent alors les comportements associés aux remarques qui ont été faites plus haut.

Voici ce qui se passe si l'angle en A a été marqué dans le sens direct (B, A puis C), et que l'on manipule un des sommets jusqu'à amener cet angle à être plus grand que 155° .



Deuxième possibilité, les angles ont été marqués dans le sens qui correspond aux angles intérieurs, mais le déplacement des sommets modifie la configuration s'il est effectué trop lentement (il est alors compris comme une volonté de l'utilisateur de faire passer le secteur de saillant à rentrant) :

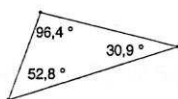


Les mesures des angles marqués suivant toujours la marque, la somme des angles de ces triangles ne sera pas toujours égale à 180° .

Pour observer cette propriété dans de bonnes conditions il faut donc mesurer les angles sans les marquer.

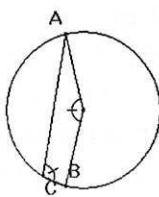
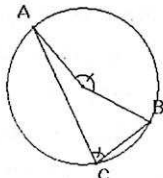
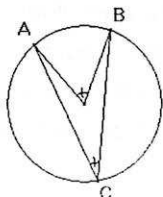
De la même façon que dans Géoplan, le calcul effectué en interne, avec la calculatrice du logiciel, rend un résultat constant, alors que les valeurs affichées des mesures des trois angles ne correspondent pas forcément à ce résultat :

Résultat : $180,00^\circ$

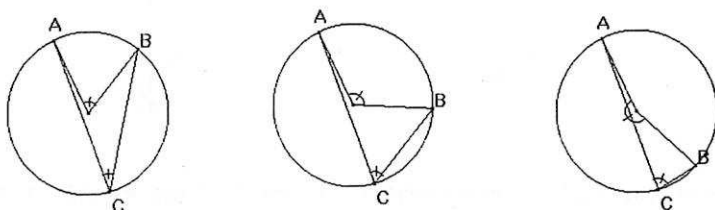


III.2.2. Angle inscrit et angle au centre associé

Dans ce cas les angles ont été marqués de cette façon : B, O et A pour l'angle au centre, et B, C et A pour l'angle inscrit. Si le déplacement du point B sur le cercle s'effectue trop vite, l'angle au centre reste saillant, et la propriété n'est plus vraie.



Ici l'angle inscrit a été marqué en prenant l'ordre inverse des points (A, O, B). Lorsque B arrive dans la zone où l'angle est supérieur à 155° , la marque (et sa mesure) « saute » de l'autre côté :



Dans le cas plus fréquent au collège de l'étude de cette propriété restreinte au demi-cercle, le problème existe encore. Dans l'illustration qui suit l'angle $\widehat{AOB}$ a été marqué dans l'ordre des points de son nom : A, O, B :



III.2.3. Conclusion

Dans les deux cas illustrés, on remarque que pour avoir un comportement cohérent des angles marqués de la figure, il faut tenir compte de l'ordre de désignation des points, et donc avoir une idée de l'orientation du plan. D'autre part, il faut manipuler les points de manière continue et assez lente dans le cas de la propriété de l'angle inscrit, et au contraire effectuer des déplacements rapides et saccadés lors de l'étude de la somme des angles du triangle.

Il me semble que l'angle de Cabri-géomètre II est destiné en premier lieu à être saillant et non orienté (ceci est d'ailleurs confirmé par la version précédente). Mais l'angle saillant est trop restrictif, il entraîne des discontinuités fréquentes lorsque l'on ne travaille pas dans un polygone. Il a donc été pris en compte d'une part des besoins de continuité perceptive - l'angle marqué appartient à l'intervalle $[0^\circ, 360^\circ]$ - et des besoins d'utilisateurs. Ces derniers sont uniquement pris en compte si leurs intentions sont exprimées, par différents détails de manipulation (ordre de désignation, vitesse de passage dans les zones limites).

Mais ces nouvelles fonctionnalités s'accompagnent d'effets de bord pour des utilisateurs non avertis, qui peuvent très bien utiliser ou non ces détails de manipulation sans le savoir.

En effet les finesses de manipulation (vitesse de déplacement, zone limite de prise en compte de l'orientation) n'apparaissent pas dans le manuel de l'utilisateur. Peut-être aurait-il mieux fallu insérer ces détails de manipulations au clavier. Il paraît alors impossible qu'un élève effectue par hasard une manipulation combinée à la souris et au clavier - je pense par exemple à appuyer sur une touche en même temps que l'on marque un angle pour l'orienter. Il y a un chapitre entier consacré aux raccourcis clavier dans le manuel, c'est donc un type de manipulation qui a déjà une existence dans le fonctionnement de Cabri.

IV. Geometer Sketchpad

La première version de ce logiciel, développé aux U.S.A, date de 1991. Nous utilisons la version 3.0 du logiciel⁴.

IV.1. Caractéristiques

Un angle dans le logiciel Geometer Sketchpad se définit en sélectionnant trois points, le deuxième étant le sommet de l'angle.

Mais il ne se définit pas pour lui-même : on peut soit demander de le marquer, et dans ce cas on obtient une marque furtive, qui tient compte de l'ordre de sélection des points (apparition brève à l'écran d'un trait qui part d'un côté de l'angle et semble se déplacer vers l'autre) ; soit demander sa mesure. Celle-ci est donnée par défaut en degrés. L'angle considéré est alors saillant et non orienté, sa mesure est positive et comprise entre 0 et 180 degrés.

On peut, dans les menus de préférence du logiciel, demander que la mesure des angles soit effectuée en radians, ou en « degrés orientés ». Lorsqu'un tel changement est demandé, toutes les mesures qui sont déjà faites sont aussi modifiées. Ces mesures en radians ou en « degrés orientés » considèrent un angle saillant et orienté. La mesure varie donc de -180° à 180° (ou de $-\pi$ à π radians).

Dans la boîte de dialogue de la rotation, il faut entrer un scalaire, l'unité étant celle qui est utilisée à ce moment-là par l'utilisateur dans sa figure. On peut ainsi rentrer toutes les valeurs

⁴ URL du site pour récupérer une version de démonstration : <http://www.keypress.com>

possibles, la rotation s'effectue dans le sens direct en fonction de la valeur de l'angle de rotation qui a été défini.

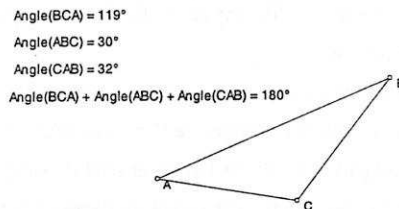
L'angle de Geometer Sketchpad est donc saillant, orienté ou non selon le souhait de l'utilisateur, qu'il transmet explicitement au logiciel par le choix de l'unité de mesure.

Il existe dans Geometer Sketchpad une mesure de l'arc associé à un angle, qui considère les angles rentrants et qui n'est pas orientée. La présence de cette fonctionnalité a peut-être des fondements institutionnels, mais nous n'avons pas approfondi ce point.

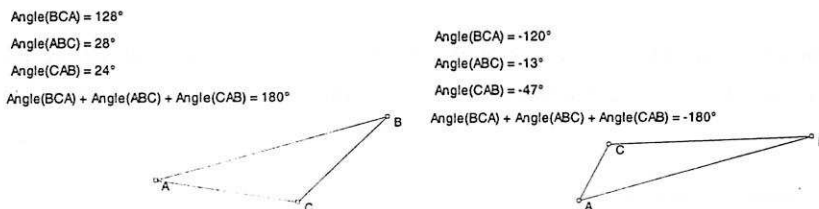
IV.2. Illustrations

IV.2.1. La somme des angles d'un triangle

Lorsque les mesures sont demandées en degrés, cette propriété du triangle est bien illustrée par ce logiciel. La valeur du calcul de la somme des trois mesures d'angles est affichée à l'écran. Comme dans les précédents logiciels qui possèdent leur propre outil de calcul, la somme affichée n'est pas toujours égale à la somme réelle des mesures affichées à l'écran :



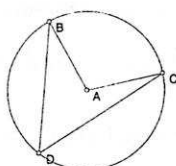
Lorsque les mesures sont demandées en degrés orientés, il faut bien entendu tenir compte de l'orientation et mesurer les angles du triangle en sélectionnant les points dans le sens direct. Dans ce cas, la somme des mesures des trois angles du triangle est égale à 180° ou -180° selon les manipulations : lorsqu'un sommet change de demi-plan par rapport aux deux autres sommets, le signe de la somme change. Dans l'illustration ci-dessous, on manipule le point C :



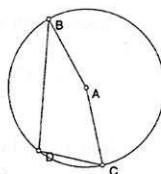
IV.2.2. Angle inscrit et angle au centre associé

En degrés comme en degrés orientés, la restriction de Geometer Sketchpad pour l'illustration de cette propriété du cercle est la même que pour Cabri-géomètre 1 et Géoplan : la propriété est vérifiée tant qu'il n'y a pas d'angle rentrant, la restriction au demi-cercle permet d'éviter ce cas.

Angle(CAB) = 106°
Angle(CDB) = 53°



Angle(CAB) = 163°
Angle(CDB) = 98°



V. Bilan

Nous avons montré ci-dessus le comportement de quatre logiciels de géométrie dynamique relativement aux angles. Au travers des réactions que peut percevoir un utilisateur à l'interface, nous avons ainsi délimité en quelque sorte le domaine de définition de l'angle dans l'environnement. C'est un premier pas vers la connaissance du logiciel, mais il ne suffit pas. L'univers interne est composé du modèle de la connaissance, mais aussi d'un modèle de l'apprentissage (Balacheff 1994). Dans la section suivante nous examinerons cette question au moyen de la mise en place d'une situation expérimentale dans laquelle l'angle est un outil opératoire pour la résolution du problème. Nous présenterons d'abord la situation en question et les contraintes qu'elle impose, puis nous examinerons les caractéristiques de chacun des logiciels relativement à ces contraintes.

VI. Une situation expérimentale

La présentation de cette situation fera l'objet des prochains chapitres de la thèse. Nous allons donc dans un premier temps nous contenter de la présenter brièvement, en ne retenant de ses caractéristiques que ce qui est relatif au sujet qui nous intéresse dans cette section.

Nous avons choisi de construire notre situation dans le logiciel Cabri-géomètre II. Ce logiciel, on va le voir, offre des caractéristiques essentielles pour la construction de situations d'apprentissage complexes.

La situation se déroule de la façon suivante. On présente à un binôme d'élèves de classe de seconde un polygone dans Cabri-géomètre. Les menus sont modifiés, le principal changement étant la suppression de la mesure des distances. La consigne qu'ils reçoivent est la suivante :

Rédigez un message sans dessin qui devra permettre à vos récepteurs de reproduire cette figure.

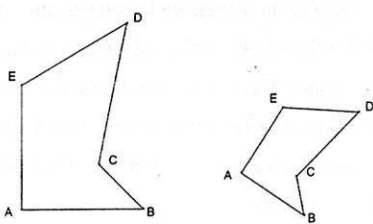
Attention : Ils n'ont jamais vu la figure et ils n'ont pas la mesure d'angle dans leur menu.

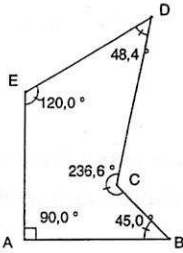
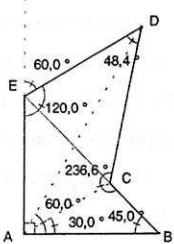
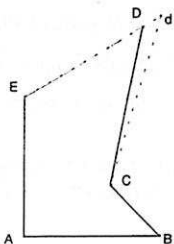
Le groupe « récepteur » dont parle la consigne est un autre binôme d'élèves, de la même classe, qui a pour consigne de suivre les instructions qu'il recevra du binôme « émetteur ».

Une fois le premier message envoyé, la communication est ouverte : les récepteurs peuvent renvoyer un message (pour une question, une précision, ou pour demander la suite), auquel les émetteurs répondront, etc.

Une fois le travail achevé, c'est-à-dire lorsque les récepteurs considèrent avoir suivi les instructions correctement, ils font appel à l'expérimentatrice qui leur ouvre une macro-construction qu'elle applique sur leur construction : les récepteurs peuvent alors décider de la validité de leur construction en la comparant avec la « bonne » figure, par superposition.

Nous présentons ci-dessous quelques illustrations de cette situation :

Le polygone présenté aux élèves « émetteurs ». Les points A et B sont libres et permettent de faire varier la taille et la position du polygone dans l'espace de la figure	
--	---

Les caractéristiques angulaires du polygone	
Caractéristiques angulaires pour la construction du polygone	
La validation par superposition, la macro-construction s'applique sur les points A et B (ici le point d des élèves est faux)	

A partir de la situation qui vient d'être présentée, nous nous attarderons ici sur quelques points qui sont directement liés aux possibilités offertes par le logiciel :

- les menus sont modifiés, pour enlever aux élèves la possibilité de mesurer les longueurs, et pour créer une dissymétrie dans les menus (les récepteurs n'ont pas la mesure d'angle, et les émetteurs doivent en tenir compte)
- le polygone présenté aux élèves est le résultat de l'application d'une macro-construction

- les élèves récepteurs peuvent prendre en charge la validation de leur travail grâce à l'application d'une macro-construction qui superpose la figure qui était demandée à leur construction

La configuration des menus

Dans notre situation, la configuration des menus permet d'invalider la mesure des distances. L'angle devient alors l'outil le plus efficace pour résoudre le problème de repérer la position des sommets du polygone dans l'espace de la figure.

On note que cette fonctionnalité était présente dans Cabri-géomètre dès la première version du logiciel. Elle existe aussi dans Géoplan, en revanche elle n'existe que sous une forme assez limitée dans Geometer Sketchpad puisque ce logiciel ne permet pas d'agir sur les menus item par item, mais uniquement par blocs d'items. Il y a quatre menus qui peuvent être supprimés à la demande de l'utilisateur, *constructions*, *transformations*, *mesures*, *graphique*. Cela signifie que pour supprimer la mesure des longueurs il faut supprimer tout le menu des mesures, y compris celle des angles. La situation n'a alors plus de sens.

Les macro-constructions

Les macro-constructions de Cabri-géomètre II ont la particularité de produire des objets de base pour le logiciel. C'est-à-dire que ce sont des outils de production de nouveaux objets, qui auront le même statut que les objets prédéfinis - comme les segments ou les points :

« Les outils de la boîte Macros permettent de créer de nouveaux outils à partir de ceux offerts par Cabri II. » (Cabri-Géomètre II - Guide de l'utilisateur p.94)

Ceci présente un double avantage pour notre situation. Tout d'abord, la macro-construction permet de présenter aux élèves une figure qui ne comporte pas de traits de construction, et ainsi de laisser disponible l'outil « Cacher/Montrer » dont les élèves ont besoin pour clarifier leur propres constructions. Cela permet en outre que la figure ne soit pas dépendante de ses constructions antérieures (parentes). Pour illustrer ce point, imaginons un élève qui va construire la droite perpendiculaire à AB qui passe par A, puis l'effacer. Il ne verra alors que la droite s'effacer, ce qui lui paraîtra naturel. Si la figure fournie n'était pas le résultat d'une macro-construction de Cabri-géomètre, mais seulement une figure dont on aurait caché les traits de construction, tout le polygone disparaîtrait, car cette droite perpendiculaire est précisément une des constructions parentes du polygone. Dans ce cas on comprend bien que la situation n'a plus de sens telle qu'elle est présentée.

Dans Géoplan, il n'y a pas d'équivalent à la notion de macro-construction. De plus, les traits de construction restent visibles. La situation perd alors tout son sens puisque la construction du polygone présenté avec ses traits de construction serait transparente pour les élèves.

Dans Geometer Sketchpad, les scripts permettent de faire évoluer les primitives du logiciel, mais ils ne produisent justement pas d'objets de base, le résultat reste ainsi dépendant des constructions antérieures.

D'autre part, la macro-construction intervient dans la phase de validation de notre situation : elle permet d'effectuer une validation par superposition alors que la reproduction fournit une figure semblable au modèle (au sens mathématique du terme), ce qui n'est pas possible dans l'environnement papier-crayon (Laborde et Capponi 1994 p.184). L'observateur applique à la demande des élèves-récepteurs qui jugent avoir terminé leur travail la macro-construction sur leur segment [AB] (les variables de la situation sont telles que ce segment a toutes les chances d'être construit, même chez les élèves en échec). Les élèves peuvent alors prendre en charge la validation de leur travail en s'appuyant sur des indices perceptifs, et décider eux-mêmes de la réussite ou de l'échec du « jeu ».

Le cas de Logo

Dans Logo notre situation ne peut être envisagée, puisque la visée n'y a pas de sens : relier deux points s'effectue par « essais - erreurs ». Le repérage de la position d'un point dans le plan de la figure ne permet pas pour autant de s'y positionner. La construction d'un polygone dans cet environnement ne fait pas appel aux notions que l'on mobilise habituellement pour ce genre de tâches. Par exemple, construire un triangle nécessite de connaître et d'utiliser la propriété d'invariance de la somme de ses mesures d'angles. D'une manière plus générale, il faut connaître le « théorème du trajet total » et les relations entre un angle et son supplémentaire (Rouchier 1985).

Par rapport aux caractéristiques que nous regardons, remarquons qu'il est possible dans Logo de modifier la liste des commandes disponibles. Quant aux macro-constructions, c'est le rôle des procédures de produire des objets à partir des commandes déjà disponibles :

« [...] on peut étendre les possibilités de construction offertes par le logiciel, mais aussi le fait de permettre, à l'image du Logo, la création de nouveaux objets. » (Bellemain 1992 p.118)

Encore une fois, la situation de reproduction du polygone dans Logo n'est pas envisageable telle que nous l'avons construite, le problème des traits de construction ou de la suppression d'objets ne se pose pas.

VII. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons dans un premier temps décrit une utilisation un peu naïve des primitives relatives aux angles de quatre logiciels de géométrie. Cela nous a permis de cerner les différents domaines de validité des angles dans ces logiciels, en les illustrant à l'aide de deux exemples. Le modèle de l'angle qui est présent dans ces environnements n'est pas forcément identique d'un logiciel à l'autre, on le voit par exemple en examinant les deux générations du logiciel Cabri-géomètre. D'une version à l'autre il y a une extension du domaine de validité de l'angle. Cabri-géomètre I se restreint aux angles saillants, non orientés. Dans Cabri-géomètre II une prise en compte des angles rentrants a été implémentée, pour répondre aux besoins de nombreux utilisateurs qui ne pouvaient pas se contenter dans leur travail du seul modèle euclidien.

Dans la deuxième partie de ce chapitre nous avons présenté brièvement notre situation expérimentale, qui sera reprise plus en détails dans les chapitres suivants. Nous avons montré que la mise en place d'une telle situation était possible aussi grâce à des capacités du logiciel qui ne sont plus liées au modèle de la connaissance mathématique qui est pris en compte, mais à des caractéristiques de la conception du logiciel qui engagent plutôt un modèle de l'apprentissage. Avoir la possibilité de configurer les menus du logiciel en fonction des besoins de la situation, pouvoir étendre les possibilités de construction au fur et à mesure des apprentissages effectués, sont des caractéristiques qui sont liées à la volonté de considérer le logiciel comme un outil au service de l'enseignant. On a pu montrer à ce propos que le logiciel Cabri-géomètre était particulièrement satisfaisant.

Pour conclure, nous dirons que les situations peuvent être un outil d'analyse des logiciels, en pointant des spécifications de l'univers interne du logiciel qui prennent du sens à travers l'utilisation (donc, au niveau de l'interface) qui en est faite pour la construction d'une situation (univers externe).

Dans le cas que nous avons présenté, la possibilité de gérer les menus et l'utilisation des macro-constructions - aux niveaux de l'exploration et de la validation - ont permis de

construire un milieu dans lequel l'angle en tant qu'inclinaison employé dans une stratégie de visée comme moyen de repérer la position de points dans le plan, va pouvoir apparaître, alors que c'est une notion qui n'est a priori pas adaptable au micro-espace. Le logiciel, avec toutes ses caractéristiques, constitue ici un nouvel espace pour l'apprentissage.

DEUXIEME PARTIE

Partie expérimentale

CHAPITRE 6 : INTRODUCTION AUX EXPERIMENTATIONS

CHAPITRE 7 : PRE-EXPERIMENTATIONS

CHAPITRE 8 : EXPERIMENTATIONS

CHAPITRE 9 : RESULTATS

CHAPITRE 6

Introduction aux expérimentations

Dans ce chapitre nous allons faire un bilan des travaux qui ont été présentés dans la première partie de ce mémoire. Nous reviendrons notamment sur les conclusions à retenir de l'analyse historique de la notion d'angle, et de l'analyse des manuels scolaires.

Nous poursuivrons en présentant, de façon générale mais assez détaillée, les différentes phases de la partie expérimentale de notre travail. Le lecteur aura ainsi une bonne connaissance du déroulement global des expérimentations avant de lire la suite du mémoire, qui en détaille les différentes parties.

Enfin, nous présenterons les outils théoriques que nous avons utilisés pour la conception et l'analyse de nos dispositifs expérimentaux.

I. Bilan des travaux

L'état de l'art (chapitre 2) montre la pertinence du choix de notre objet d'étude. D'une part, les travaux sur l'apprentissage et l'enseignement de la notion d'angle sont assez peu nombreux, et pour la plupart assez anciens. Rappelons que le travail de référence a été mené en Grande Bretagne en 1982 (Close 1982). D'autre part, en exposant ces travaux nous avons pu montrer que l'outil théorique des conceptions offre un cadre d'analyse pertinent pour la lecture de recherches présentant des cadres théoriques et des méthodologies variées. Considérer la connaissance comme une pluralité de conceptions permet de répondre à certaines questions qui sont soulevées dans ces travaux.

En particulier, les résultats obtenus par Close (1982) trouvent par cette approche une nouvelle signification. Les élèves raisonnent en mobilisant une conception, « l'angle en tant que figure du plan ». C'est sur cet angle-là que Close les interroge. Toutes les questions de ses questionnaires mettent en scène la représentation de l'angle qui correspond à cette

conception : une paire de segments de même origine. Le diagnostic de la connaissance de l'angle chez ces élèves que fait Close est donc selon nous à nuancer : ce diagnostic porte sur une des facettes de la connaissance de l'angle chez ces élèves, ce diagnostic porte sur une conception de l'angle. Cette conception pourrait être caractérisée par une étude des manuels scolaires et des programmes en vigueur en Grande Bretagne à cette époque. Nous n'avons pas fait une telle étude. Mais à partir du travail de Close, nous pouvons supposer qu'à cette conception se rattache une représentation, la paire de segments ; une sphère de pratique, dont font partie les tâches de comparaisons et d'évaluations sur papier-crayon que l'on trouve dans les questionnaires ; des opérateurs pour l'action ; et une structure de contrôle dans laquelle interviennent des théorèmes en acte tels que « l'angle qui a les plus grands côtés est le plus grand », qui peut être la spécialisation d'un principe : la plus grande forme est plus grande du point de vue de toutes ses caractéristiques. Les théorèmes en acte de ce type vont agir comme des énoncés vrais lors de l'action du sujet, lui permettant de contrôler son action et de décider s'il répond correctement à la question qui lui est posée.

Le chapitre intitulé « Bilan historique et étude de pratiques » nous permet de délimiter notre objet d'étude. Nous avons choisi de ne pas étudier l'angle en tant que rotation. L'étude historique montre qu'il est légitime de s'intéresser à un « autre » angle, l'angle en tant qu'inclinaison, car il est premier dans le développement de la notion, et encore présent aujourd'hui dans des pratiques professionnelles telles que celles des topographes. Dans ce chapitre, nous avons mis à jour les éléments d'un quadruplet qui caractérise la conception de l'angle inclinaison chez les topographes :

P - Repérage d'un point inconnu à partir de points connus

R - Le point inconnu est déterminé par l'intersection de deux lieux. Dans le cas des mesures combinées, un des lieux est une demi-droite définie par un angle, l'autre est un cercle, défini par une distance. Dans le cas des relevés par des mesures angulaires seules, les deux lieux sont des demi-droites, définies par les angles qu'elles font avec une direction connue.

- L'angle est l'outil de repérage d'une direction par rapport à une autre qui est connue. Il est l'inclinaison relative de deux demi-droites.

L - Registre graphique spécifique du plan

Σ - Principe des déterminations surabondantes (contrôle des mesures par les mesures)

- Principe d'économie de pratique (minimiser le nombre de relevés)

L'étude des manuels nous éclaire sur ce que peut être la sphère de pratique de l'angle inclinaison qui est véhiculée par l'enseignement. Elle nous montre que les problèmes de reproduction de polygones peuvent favoriser l'émergence de conceptions de l'angle, par des stratégies de résolution comme la décomposition en triangles ou le cheminement. Cette dernière stratégie, proche de celle des topographes, se rapporte pourtant dans les manuels à un angle qui est plus vu comme le « coin » du polygone que comme l'inclinaison relative de deux de ses côtés. La mesure d'un angle dans cette stratégie est toujours celle d'un angle au sommet du polygone, et est combinée aux mesures des côtés du même polygone pour la reproduction.

Mais l'angle inclinaison est potentiellement présent dans ces problèmes de reproductions de polygones.

Par rapport à une stratégie de repérage de points par des visées, comme nous l'avons vue chez les topographes, la reproduction par cheminement des manuels considère les côtés comme des éléments de la figure et non comme des ensembles de points, comme c'est le cas quand c'est la visée qui est à l'œuvre. Laborde montre que les élèves considèrent plus facilement les points comme appartenant à une figure (extrémités de segments, par exemple) plutôt que comme appartenant à deux ensembles de points (Laborde 1982 pp.230-272). Il faut, pour changer de point de vue, se détacher de l'appréhension de la figure.

La question à résoudre était alors de trouver un problème qui ait un sens pour les élèves, et qui leur permette d'accéder à la notion d'angle en tant qu'outil pour le repérage de points. Tout en partant de l'idée qu'une tâche de reproduction d'un polygone était à même de répondre à cette question, il nous fallait faire en sorte que les stratégies classiques de reproductions, repérées dans les manuels, ne soient pas gagnantes pour résoudre le problème posé, et que les élèves évoluent vers des stratégies plus proches des opérateurs mis en œuvre par les topographes dans leurs pratiques.

Nous avons alors examiné la possibilité d'utiliser un environnement informatique comme milieu pour notre situation. Cet espace va nous permettre de mettre en scène un problème de reproduction de polygone qui devra être résolu par un repérage des points de la figure dans l'espace de l'écran, à l'image des topographes qui repèrent les points dans l'espace. En invalidant la mesure des distances, la stratégie d'*intersection* qui consiste à repérer un point à l'aide de deux visées sera alors la stratégie correcte et optimale de la résolution de ce problème. Nous avons vu que ce type de problème fait partie de la sphère de pratiques

véhiculée par les manuels, les élèves ont donc les moyens de s'engager dans une stratégie de résolution, qu'elle soit la décomposition en triangles ou bien le cheminement. A nous de construire une situation qui invalide ces stratégies de base, et qui soit telle que les élèves accèdent à la stratégie d'intersection, qui engage l'angle en tant qu'inclinaison de deux demi-droites. Nous pourrions alors examiner l'évolution de leurs conceptions initiales vers la conception de l'angle inclinaison.

Le passage du cheminement (des manuels) à la visée implique, on l'a dit, un changement de point de vue par rapport à la notion de point. La notion de point comme intersection de deux ensembles de points est difficile, mais peut être facilitée par le travail dans le logiciel Cabri-géomètre. Dans cet environnement, les points peuvent avoir différents statuts : point libre, point sur un objet ou point sur deux objets. Ce dernier type de point est tout à fait à même de montrer la notion de point comme intersection de deux lieux de points. Dans la première version du logiciel (Cabri-géomètre 1) il fallait, pour définir un point d'intersection, désigner explicitement deux objets auxquels il appartient. Dans la deuxième version de Cabri-géomètre la configuration par défaut du logiciel crée implicitement un point à l'intersection de deux objets si l'utilisateur construit un point dans une zone assez proche de cette intersection. Le logiciel anticipe alors l'action de l'utilisateur en lui fournissant une rétroaction lorsqu'il s'approche de cette zone : « point à cette intersection ». Il n'est donc plus obligatoire de désigner les deux objets auxquels appartient le point. Cependant le travail des figures dans Cabri-géomètre en général nécessite de distinguer et de connaître ces trois types de points, qui même s'ils ne sont plus distincts à leur création, ont des comportements tout à fait différents lors des manipulations : un point libre se déplace dans toute la figure, un point sur objet ne se déplace que sur cet objet, et un point d'intersection ne peut pas se déplacer, en revanche il suit les déplacements des objets dont il dépend.

La notion de point comme intersection de deux droites pourra ainsi être mobilisée plus facilement par les élèves dans ce contexte que dans l'environnement papier-crayon.

A partir de tous ces éléments, nous avons construit une situation de communication dans Cabri-géomètre II qui porte sur la reproduction d'un polygone sans accès aux mesures des distances. Nous présentons en détail dans le paragraphe suivant les différentes étapes de la réalisation de la partie expérimentale de notre travail.

II. Présentation des expérimentations

La partie expérimentale de notre travail se déroule en trois phases. D'abord, la mise en place d'une pré-expérimentation et sa réalisation. Ensuite, l'analyse des données recueillies et le retour qu'elle fournit, ainsi que la conception et la mise en œuvre de l'expérimentation. Enfin, l'analyse des données, qui fait l'objet d'un chapitre distinct dans ce mémoire (chapitre 9).

Nous présentons ici la situation qui a été proposée, de manière assez générale, sans entrer dans le détail des distinctions entre la pré-expérimentation et l'expérimentation.

II.1. Les conditions de la situation

Les expérimentations que nous avons faites se sont déroulées au cours de l'année scolaire 1998/1999 auprès d'élèves de 2^{nde} classique qui n'avaient pas encore abordé les chapitres qui concernent les angles cette année-là (trigonométrie, rotation). Les classes choisies travaillent régulièrement sur Cabri-géomètre II en classe de mathématiques.

Nous avons mis en place une situation de communication, sur Cabri-géomètre II : les élèves d'une même classe sont répartis en deux catégories, les Émetteurs et les Récepteurs. Les élèves travaillent en binômes, à chaque binôme émetteur correspond un binôme récepteur, et chaque binôme travaille sur un micro-ordinateur.

Nous fournissons aux binômes émetteurs une figure dans Cabri-géomètre, à explorer. La consigne donnée aux binômes émetteurs est d'écrire un message, sur papier et sans dessin, qui permette à leur binôme récepteur de construire cette figure. Les binômes récepteurs n'ont, bien sûr, jamais vu la figure, ils ont pour consigne de suivre les instructions reçues.

Une fois le premier message envoyé par les émetteurs, la communication est « ouverte », et les récepteurs peuvent à leur tour envoyer un message. La consigne pour la communication est de toujours attendre une réponse avant d'envoyer un nouveau message. Ceci, pour assurer une cohérence dans le déroulement de la communication. Les messages sont transmis par l'observatrice, qui peut s'assurer ainsi du respect des consignes (notamment, l'absence de dessin sur les messages).

La validation du travail se fait par l'application d'une macro-construction par l'observatrice, à la demande des récepteurs lorsqu'ils considèrent avoir terminé la construction. La décision de l'issue du jeu est alors à leur charge, par un contrôle perceptif sur la superposition des deux figures, la leur, et celle qui est produite par la macro-construction.

II.2. Le problème posé

La figure proposée est un pentagone non convexe. Il n'a pas été présenté de la même manière lors de la pré-expérimentation et lors de l'expérimentation. Les raisons de ces choix sont détaillés dans les analyses a priori respectives de ces deux phases de la partie expérimentale. Mais ses caractéristiques restaient les mêmes :

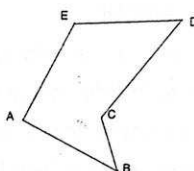
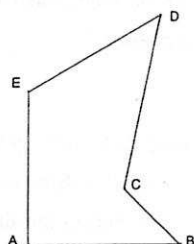


Figure fournie aux élèves
(expérimentation)

Déplacements possibles des points libres A et B

Nous montrons dans la figure ci-dessus les possibilités de déplacements de ce polygone, qui peut varier de taille et de position. Laborde et Capponi (1994) soulignent l'intérêt d'une tâche de reproduction d'une figure semblable :

« La reproduction dans une autre taille peut être un moyen de permettre que le détour par la géométrie soit plus économique qu'une autre solution ou même indispensable. » (Laborde et Capponi 1994 p.184)

Un intérêt de l'environnement informatique est ici la possibilité de validation par superposition qu'il offre. Ce même type de validation est très difficile à mettre en œuvre dans l'environnement papier-crayon. Laborde et Capponi ajoutent :

« La reproduction à l'identique possède [...] un type de validation pragmatique, la superposition que ne permet pas une reproduction dans une autre taille [...] un EIAO comme Cabri-géomètre parce que contenant des connaissances, est susceptible d'offrir des éléments de validation pragmatique sur l'objet géométrique même. » (ibid. p.184)

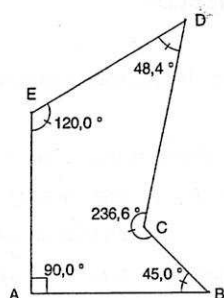
Les menus de Cabri-géomètre peuvent être modifiés en fonction des besoins de chaque situation. Nous avons enlevé des menus l'item « distance et longueur ». L'impossibilité de

mesurer des distances implique une résolution par des mesures angulaires seules. La méthode d'intersection est alors à même d'apparaître chez les élèves, en réaction à l'invalidation de leurs stratégies de base, repérées dans les manuels : la décomposition en triangles et le cheminement.

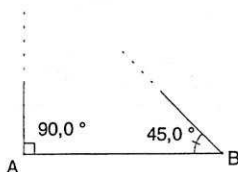
Pour qu'une évolution puisse avoir lieu, il faut que l'élève puisse engager ses connaissances disponibles :

« L'enseignement consiste à provoquer chez l'élève les apprentissages projetés en le plaçant dans des situations appropriées auxquelles il va répondre "spontanément" par des adaptations » (Brousseau 1998 p.301)

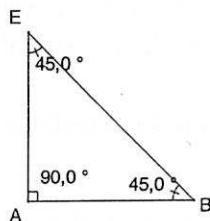
Il faut donc que les stratégies qu'il connaît lui permettent de commencer la résolution du problème. Les caractéristiques angulaires du polygone sont les suivantes :



Ce sont les caractéristiques angulaires que les élèves considèrent dans un polygone : les mesures de ses angles aux sommets. On remarque que certains de ces angles (aux sommets C et D) n'appartiennent pas au répertoire des angles classiques, constructibles de façon élémentaire. Néanmoins, les caractéristiques du polygone leur permettent d'engager une stratégie de cheminement :



Ou encore, une stratégie de décomposition en triangles :



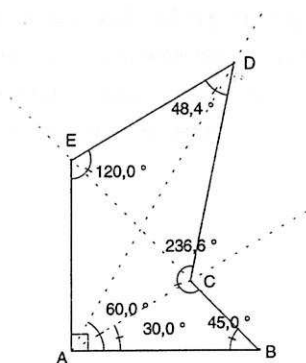
Mais ces stratégies ne permettent pas d'aboutir :

- où placer E sur la demi-droite AE, et C sur la demi-droite BC ?
- comment construire le triangle BCD ?

Un détachement de la figure doit être effectué pour changer de point de vue par rapport à ses éléments caractéristiques :

- les sommets doivent être considérés comme des points à construire
- les côtés du polygone comme des ensembles de points, des directions

La stratégie d'intersection est alors la stratégie optimale pour la résolution du problème. A partir de points connus (A et B d'abord, puis A et E), des visées permettent de déterminer la position des sommets C, D et E :



III. Les outils théoriques

Nous allons présenter dans cette partie les principaux outils théoriques que nous avons utilisés pour la conception de notre situation, ainsi que pour l'analyse des données recueillies au cours des campagnes d'expérimentation.

III.1. Les caractéristiques de la situation

Dans les paragraphes qui précèdent, nous avons rappelé en quoi une situation de reproduction de polygone, dans Cabri-géomètre II, était pertinente pour notre étude. Le choix de cette situation découle de l'analyse historique de la notion, de l'étude de manuels, et de celle de l'environnement informatique.

Dans son travail de thèse, Laborde (1982) utilise une situation de description d'une figure, sur papier-crayon. Elle note que la description d'une figure en vue de sa reconstruction est une tâche qui fait appel à des savoirs et des savoir-faire mathématiques. Elle ajoute :

« La fabrication de la description de la figure est [donc] très liée à son analyse géométrique » (Laborde 1982 p.210)

Cela souligne encore une fois la pertinence du choix de notre situation. Elle devrait être à même d'amener les élèves à engager leurs connaissances géométriques, et à mobiliser leurs conceptions de l'angle.

Nous ne reviendrons pas plus sur le fond de notre situation. En revanche, nous allons détailler ici le principe de la situation proposée, qui est un jeu de messages.

Pour accéder à des indices des conceptions qui sont mobilisées par les élèves lors de la résolution du problème, il est indispensable d'avoir accès au processus de la résolution, et non simplement au résultat final rendu par l'élève, à sa solution. Une situation d'interaction et de communication entre élèves permet d'accéder à une extériorisation de la part des élèves de leurs prises de décision, et nous donne des informations sur l'élaboration de la résolution.

Le principe du jeu de messages oblige les élèves à une formulation des actions de la résolution. Les élèves, même dans le cas d'une résolution qui n'aurait pas été planifiée, qui serait le résultat d'une exploration un peu aléatoire de la figure, sont contraints à rechercher dans leurs actions celles qui sont pertinentes pour la reconstruction, pour la reproduction du polygone. Ainsi, par ce dispositif nous « forçons » la réflexion des élèves sur la figure.

Nous avons, en outre, placé les élèves en binômes. Ils doivent donc rédiger, à deux, un seul message. La confrontation entre différents points de vue, entre différentes stratégies est favorable à l'apparition de conflits socio-cognitifs. Et le conflit cognitif créé par l'interaction sociale est le lieu privilégié où le développement intellectuel trouve sa dynamique (Perret-Clermond 1979). Les élèves sont ainsi placés dans des conditions qui favorisent l'explicitation de leur démarche, ils doivent, face au partenaire, justifier leurs actions et éventuellement le convaincre. On provoque par là une certaine planification de l'action de la part des élèves.

A partir de ces éléments, nous posons l'hypothèse que les conditions de la situation que nous proposons sont pertinentes pour le recueil de données sur les conceptions de l'angle qui sont mobilisées par les élèves au cours de la résolution.

III.2. L'analyse des données

Les données que nous recueillons lors de notre expérimentation sont les dialogues de chaque binôme d'élèves, les messages qui sont transmis au cours de la résolution du problème, et les sessions du travail dans Cabri-géomètre II. Une session est une sorte de journal de bord, qui rend compte de toutes les actions effectuées par l'utilisateur, y compris les différents états de la figure lors des déplacements des objets. Elle se présente sous la forme d'une suite de fichiers de figures minutés. Nous avons recueilli en moyenne environ 160 figures pour chacun des binômes émetteurs, et 100 figures pour chacun des binômes récepteurs. Les dialogues audio sont retranscrits, et mis en correspondance avec les figures et les messages transmis. On obtient ainsi des protocoles complets, qui retracent assez précisément le déroulement de la séance.

Notre outil principal d'analyse de ces protocoles est celui qui est fourni par le travail de Richard sur la résolution de problèmes (Richard 1994). Les outils qu'il y propose nous permettent d'effectuer un découpage de nos protocoles qui ait un niveau de granularité adapté à notre objectif : dégager les conceptions mobilisées par les élèves au cours de la résolution.

Le grain d'analyse est une variable très importante dans l'analyse des protocoles. Avec un niveau trop fin, toutes les résolutions des élèves apparaissent différentes, il est alors impossible de dégager des régularités. Avec un niveau trop large, le phénomène inverse se produit. Tout est au même niveau, et rien ne se dégage d'intéressant.

Il faut se placer à un niveau où les opérateurs sont visibles, et où, même avec des mises en œuvre différentes, certaines résolutions peuvent être relatives à une même conception.

A partir de ce premier découpage, des outils plus locaux ont alors pu être utilisés dans une analyse pas à pas, qui, rattachée à une structure plus globale du protocole, est pertinente. Nous détaillerons ces outils dans la suite, après avoir présenté le cadre de Richard.

III.2.1. La résolution de problèmes

Dans son article, Richard (1994) présente d'abord la recherche sur la résolution de problèmes d'un point de vue historique. Il note que c'est relativement tardivement que cette problématique a acquis un statut d'objet d'étude en psychologie, à partir des années 1910 pour les premières approches (béhavioriste et gestaltiste), et plus récemment pour les deux dernières (l'approche fonctionnelle de l'école genevoise, et celle du traitement de l'information de Newell et Simon¹).

Richard présente ensuite quelques phénomènes caractéristiques de la résolution de problèmes qui sont unanimement reconnus par l'ensemble de ces approches. Nous présentons ci-dessous les deux phénomènes que nous avons utilisés dans nos analyses :

- L'impasse

« Au plan empirique, l'impasse se manifeste par les trois caractéristiques comportementales suivantes : de longs temps d'arrêts pouvant aller jusqu'à l'abandon du problème, des retours en arrière, des violations de consigne. Ces phénomènes sont souvent liés : on peut observer à la fois un temps long avec un retour en arrière et/ou une violation de consigne. » (Richard 1994 p.540)

L'impasse est due au fait que la représentation que le sujet s'est faite du problème l'empêche momentanément d'agir. Richard donne l'exemple d'un problème simple : « construire 4 triangles équilatéraux avec 6 allumettes ». La solution consiste à construire une pyramide. Beaucoup de sujets se font une représentation du problème comme devant être résolu dans le plan.

- Le transfert analogique

¹ Newell et Simon (1972), *Human problem solving*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall.

« Le transfert analogique repose sur l'hypothèse implicite que si la nouvelle situation a le même but que les situations connues, la même procédure doit y être applicable. » (Richard 1994 p.542)

Le sujet applique alors à une situation nouvelle une procédure qu'il connaît, en conservant en particulier les sous-buts qui étaient adéquats dans la situation d'où est issue cette procédure.

*« Sa mise en œuvre est extrêmement rapide et n'est pas conceptualisée »
(Richard 1994 pp.542-543)*

Cette dernière remarque nous intéresse particulièrement. Repérer dans les protocoles les transferts analogiques nous permet de discriminer dans les actions des élèves celles qui sont un indice de la mise en œuvre d'une conception de celles qui ne le sont pas.

L'auteur poursuit en présentant les processus en jeu dans la résolution de problèmes. Ces outils sont utiles pour le découpage des protocoles. Ce ne sont pas des outils qui apparaissent dans la présentation des analyses qui est faite au chapitre 9 : cette composante du travail sur les protocoles fait partie d'une composante privée, en quelque sorte, du travail du chercheur. Nous présentons néanmoins les grandes lignes de ces processus, pour que le lecteur ait une idée des outils qui sont à l'origine des interprétations que nous donnons aux dialogues dans les analyses de résultats.

Richard (1994 p.549) distingue différents processus à l'aide desquels on peut décrire le déroulement de la recherche de la solution d'un problème, dont nous retiendrons les trois suivants : l'interprétation de la situation ou représentation du problème, l'élaboration de buts intermédiaires et la planification, l'évaluation des résultats de l'action.

Le premier processus, celui de la représentation du problème, se rapporte pour nous à la dévolution du problème. C'est en fonction de la dévolution que les élèves vont élaborer une interprétation du problème, de ce que l'on attend d'eux.

« La dévolution est l'acte par lequel l'enseignant fait accepter à l'élève la responsabilité d'une situation d'apprentissage » (Brousseau 1998 p.303)

L'élaboration de buts intermédiaires dans la résolution peut se faire de différentes façons. Par l'évocation de procédures connues, comme le transfert analogique, par l'utilisation de règles générales de construction de buts, ou par un raisonnement à partir de constats faits au cours de l'action. Les règles générales de productions de buts peuvent être des heuristiques variées, très complexes ou bien élémentaires :

« L'heuristique la plus élémentaire veut que, dans le cas où une action est à faire sur un objet composite, il faut se donner pour objectif de la faire sur chaque composante » (Richard 1994 p.551)

Dans notre cas, cette heuristique peut être repérée chez les élèves qui ont procédé à une décomposition du polygone en plusieurs triangles : « pour reproduire ce polygone, reproduisons chacun des triangles qui le composent ». L'analyse du type de décomposition effectuée relève d'un autre niveau d'analyse, plus local, que nous menons à l'aide des outils fournis par les travaux de Duval. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe suivant.

Enfin, l'élaboration de buts peut se faire par des raisonnements qui sont basés sur des constats. Les buts produits peuvent aussi bien être positifs – « faire telle action » – que négatifs – « ne pas faire telle action ». Richard donne l'exemple de la course à 20 : le fait de devoir jouer 17, ou celui de ne pas jouer 18 ou 19, sont des sous-buts qui émergent de l'action, des parties précédentes. Ce type de raisonnement nous intéresse parce qu'il est lié aux rétroactions que le milieu procure à l'élève, et à la lecture que ce dernier en a. Il offre donc un retour intéressant sur les caractéristiques de la situation.

En dernier lieu, l'évaluation des résultats de l'action est un processus de la résolution de problème qui nous intéresse. C'est dans ces phases que nous pouvons repérer la mise en œuvre d'éléments de la structure de contrôle de la conception qui est mobilisée par le sujet.

Il faut noter que si ces trois processus – représentation du problème, planification et évaluation – peuvent être présentés de façon linéaire, il n'en est pas de même de leur mise en œuvre effective. En particulier, les évaluations des résultats de l'action peuvent intervenir à tout moment, y compris avant la fin du déroulement de l'action.

Les outils que nous venons de présenter nous ont servi à effectuer un découpage des protocoles recueillis. Ce découpage fournit une trame assez précise pour que soient utilisés ensuite des outils plus fin, dans une analyse pas à pas du protocole. Nous présentons ces outils dans le paragraphe suivant.

III.2.2. Quelques outils d'analyse plus locale

La tâche que nous proposons aux élèves est une description de figure. Les travaux de Duval, notamment ses articles de 1988 et de 1994, fournissent des outils tout à fait adaptés à notre étude : quelles appréhensions sont possibles de ce polygone, quels types de stratégies en découlent (l'extraction de sous-figures, par exemple) ? Nous nous référerons souvent à ces

travaux dans la présentation des résultats (chapitre 9), pour en citer des résultats qui éclairent la compréhension des démarches des élèves.

D'autre part, notre situation se déroule dans l'environnement Cabri-géomètre II. Son usage implique la création d'outils adaptés pour la description des actions entreprises dans cet environnement. En particulier, Soury-Lavergne (1998) propose de distinguer quatre sortes de vérifications d'une propriété qui utilisent la figure dans Cabri-géomètre.

En premier lieu, la vérification *perceptive*, qui consiste simplement à constater la propriété sur un Cabri-dessin (c'est-à-dire, « une représentation graphique sur l'écran de Cabri-géomètre », Laborde et Capponi 1994). Puis, la *perception instrumentée*² qui reprend le contrôle précédent en « assistant et contrôlant la perception par l'utilisation de constructions géométriques annexes » (Soury-Lavergne 1998 p.150). Dans ces deux premiers cas, précise l'auteur, les divers Cabri-dessins sur lesquels s'applique ces contrôles ne sont pas liés entre eux, ils sont chacun considérés indépendamment les uns des autres.

La troisième vérification, elle, opère sur un ensemble de Cabri-dessins qui sont vus par l'utilisateur comme les représentants d'une même figure géométrique. La *perception augmentée* « consiste à contrôler perceptivement la propriété sur une série de Cabri-dessins » (ibid. p.150). L'auteur ajoute :

« Le choix des points déplacés et des déplacements effectués permet de contrôler la représentativité des Cabri-dessins obtenus par rapport à la figure géométrique au niveau de laquelle s'opère la vérification. En particulier, le déplacement de tous les points de base de la figure dans deux directions indépendantes est un critère de représentativité » (Soury-Lavergne 1998 p.150)

Ainsi, si le contrôle reste quand même basée sur la perception, la vérification porte sur l'objet géométrique, et non plus sur le seul représentant de cette figure à l'écran, le Cabri-dessin.

Soury-Lavergne présente ensuite une vérification liée à l'oracle de Cabri-géomètre II. Mais nous avons supprimé ce menu dans nos expérimentations. Ce choix sera explicité dans l'analyse a priori de la situation. Nous utiliserons donc uniquement les trois premiers types de vérifications qui sont proposés par Soury-Lavergne et que nous venons de présenter.

² Soury-Lavergne emprunte ici un terme introduit par Rollet (1997), *Dessin et figure en géométrie : analyse des conceptions de futurs enseignants dans le contexte Cabri-géomètre*, Thèse de l'Université Claude Bernard, Lyon.

Les caractéristiques de notre situation, nous l'avons souligné plus haut, incitent les élèves à expliciter leurs actions. Ils doivent dégager de toutes les actions effectuées celles qui sont pertinentes pour la résolution du problème, qui passe par la rédaction d'un message. La distinction que fait Margolinas (1993) entre *procédé* et *procédure* est tout à fait pertinente pour renseigner le chercheur sur le niveau de conceptualisation de la situation qu'à élaboré l'élève :

« Le procédé de résolution associé à un processus de résolution donné est ce qui dans le processus est consciemment retenu par le sujet comme ayant contribué à obtenir le résultat.

[...]

Nous appellerons procédure de résolution la méthode générale qui conduit au résultat » (Margolinas 1993 p.186)

L'élève doit considérer sa propre résolution comme objet d'étude. Dans le cas où il dégage une procédure, ce recul est encore plus important :

« Il doit considérer ce qui est nécessaire dans le processus pour conduire au résultat, et se dégager ainsi des caractères temporels et personnels du processus » (ibid. p.186)

Enfin, après le recueil des données de nos expérimentations il est apparu nécessaire de construire une typologie des différents messages transmis par les émetteurs à leurs récepteurs. En effet, le niveau de prise en compte et d'explicitation des objets mathématiques en jeu dans les messages est étroitement lié à l'analyse de la situation qu'ont engagée les élèves. Dans cette typologie, nous utiliserons les termes de construction et de constructibilité. Il est important ici de définir précisément dans quels sens nous entendons ces termes. Nous nous référons d'abord à ce qu'en disent Chevallard et Jullien :

« [...] un problème de constructibilité (par exemple : est-il possible de construire le point cherché à la règle et au compas, à partir des données que je me suis rendues disponibles ?) et un problème de construction (s'il en est bien ainsi, comment construire le point en question ?) » (Chevallard et Jullien 1991 p.61)

Nous retenons de cette citation que la constructibilité s'occupe de la possibilité théorique de construire l'objet, alors que la construction s'occupe de la réalisation effective de l'objet. La théorie à prendre en compte se restreint pour nous à celle des élèves de 2^{nde}, auprès desquels se déroulent les expérimentations. Un angle constructible ne sera ainsi pas tout angle que l'on peut tracer à la règle et au compas, mais tous les angles que les élèves de ce niveau scolaire

sont censés savoir tracer : 90° , 60° et ceux qui en découlent par la construction d'une symétrie (180° , 120° , en particulier) ou d'une bissectrice (45° , 30° , 15°). Le niveau de la construction sera celui de la prise en compte des outils offerts par l'environnement pour construire, ou envisager la construction, de ces angles.

Ces précisions étant faites, nous pouvons présenter les quatre niveaux que nous avons distingués pour décrire les différents messages transmis par les émetteurs. Nous n'avons pas pris en compte dans cette hiérarchie des niveaux qui n'engageraient pas d'une façon ou d'une autre des connaissances mathématiques des élèves. Pour exemple, un message qui a été envoyé en fin de séance, par un binôme récepteur, visiblement de manière humoristique :

Message 10, Re $\rightarrow$ Em :

« Ce pauvre polygone ressemble à une tête de renard »

Le terme de polygone avait été introduit au début de l'interaction (soit 10 messages auparavant) par les émetteurs. Nous ne considérons donc pas que les élèves engagent une quelconque connaissance mathématique dans cette description.

Niveau 1 • Niveau définitoire

Les élèves prennent en compte dans leur description la définition des objets qu'ils manipulent, mais ne prennent pas en charge la constructibilité de ces objets. Ainsi, les instructions données sont relatives à des objets qui peuvent être théoriquement construits avec les caractéristiques données, mais il n'y a pas de prise en compte de la constructibilité de ces caractéristiques.

Par exemple ce message du groupe 1 de l'expérimentation du 2 mars 1999. Les élèves caractérisent le triangle par la donnée des mesures de ses trois angles (définition d'un triangle : trois angles), mais les valeurs de ces mesures ne font l'objet d'aucun contrôle au niveau de leur constructibilité, et le triangle ne peut pas être construit :

Message 3, Em $\rightarrow$ Re :

« Faire un triangle EDC sachant que C est un point de [EB] et que les côtés [EC] et [EB] sont confondus.

l'angle $\widehat{DEC}$ mesure 75°

l'angle $\widehat{ECD}$ mesure $56,6^\circ$

l'angle $\widehat{CDE}$ mesure $48,4^\circ$ »

Niveau 2 • Niveau mathématique théorique

Il y a ici prise en compte de la constructibilité des caractéristiques fournies, mais pas de prise en compte de la construction, c'est-à-dire de la réalisation effective de ce qui est décrit.

Nous donnons comme exemple l'une des instructions du message 1 du groupe 2 (6 mars 1999) :

« placer le point C de sorte que $CB=1/3EB$ »

Ou encore, la première instruction du message 1 chez Ibrahim et Carine (groupe 3, 2 mars 1999) :

« tracer un triangle isocèle rectangle EAB de sommet A »

Niveau 3 • La constructibilité et la construction sont prises en compte

Par exemple, une des instructions du premier message du groupe 6 du lycée Pablo Neruda (expérimentation du 6 mars 1999) :

« Tracer un angle de 120° en E en utilisant les angles de 60° »

Le terme « angles de 60° » se réfère à un outil qui est disponible dans les menus : les élèves ont ici bien pris en compte les caractéristiques de la situation particulière dans laquelle ils sont engagés pour envisager la construction de l'angle de 120° .

Niveau 4 • Liste d'actions à réaliser dans Cabri

Comme dans le précédent niveau, construction et constructibilité sont prises en compte, mais les données transmises ne sont pas les mêmes, car les caractéristiques géométriques de la figure ne sont pas explicitées.

Exemple, le message 9 du groupe 2 (Pablo Neruda) dont la première partie porte sur le même objet que l'exemple donné pour le niveau 3, l'angle de 120° en E :

« A partir de [EA] faire la macro $\boxed{60^\circ}$ 2 fois

Utilisation : - cliquer sur A puis E

→ ça donne une demi-droite, y placer point X

- réutilise $\boxed{60^\circ}$ en cliquant sur X puis E.

↗ Utilisez $\boxed{60^\circ}$ en cliquant B puis A. Cette droite coupe la 2^e droite en D. »

Ici le message ne va pas permettre au récepteur d'avoir un contrôle sur son action car il ne sait pas que l'angle $\widehat{AED}$ mesure 120° et que $\widehat{BAD}$ mesure 60° (il l'aurait su par un message de niveau 3).

IV. Conclusion

Nous avons fait dans ce chapitre un bilan des travaux théoriques qui nous ont mené à la conception et à la réalisation d'une situation expérimentale qui va permettre d'identifier les conceptions de l'angle qui sont mobilisées par les élèves lors de la résolution du problème posé.

Cette situation a pour objectif d'étudier les conditions d'émergence de la notion d'angle inclinaison en tant qu'outil pour le repérage des points dans l'espace de la figure.

Cet objectif sera analysé en termes d'opérateurs et de contrôles mis en œuvre. Nous regarderons dans quelle mesure les élèves évoluent de leurs conceptions initiales vers la conception de l'angle inclinaison grâce à l'examen de l'évolution des opérateurs qu'ils mettent en œuvre.

Notamment, la prise en compte des points comme des intersections de deux demi-droites (et non plus uniquement comme des sommets du polygone), et la notion de demi-droite comme ensemble de points, sont des indices d'une évolution vers la conception cible.

Les stratégies d'*intersection*, de *cheminement* et de *décomposition en triangles* ont été définies dans les chapitres qui précèdent. Leur mise en œuvre apporte aussi des indices de la mobilisation des opérateurs qui leur correspondent. En particulier, la *visée* désigne le fait de déterminer une demi-droite en fonction d'une autre direction connue, en mesurant l'angle qu'elles font entre elles.

Nous avons présenté les outils théoriques dont nous nous sommes servis dans la conception et l'analyse de la situation expérimentale. Par la suite, nous présenterons la mise en place de cette situation. Nous commencerons par l'analyse a priori de la pré-expérimentation, et les résultats que nous avons obtenu. Nous poursuivrons par l'analyse a priori de l'expérimentation. Enfin, nous présenterons les résultats obtenus lors de la réalisation de nos campagnes d'expérimentations.

CHAPITRE 7

Analyse a priori de la pré-expérimentation

I. Présentation de la situation

I.1. La situation de communication

La situation proposée met en scène des équipes d'élèves constituées chacune de deux binômes qui vont interagir entre eux. Un des binômes sera « émetteur », l'autre « récepteur ». Les deux binômes travaillent sur Cabri-géomètre II. Les élèves émetteurs ont sur leur écran une figure (voir plus bas) qu'ils doivent explorer dans le but d'écrire un message qui devra permettre sa reconstruction par les récepteurs. Les récepteurs, qui ne connaissent pas la figure, ont pour consigne de suivre les instructions qu'ils reçoivent du groupe émetteur. Ils peuvent demander des précisions au groupe émetteur s'ils le jugent nécessaire, toujours par l'intermédiaire de messages écrits.

Il est précisé aux élèves que les messages ne devront comporter aucun dessin. Chaque message étant transmis par l'observatrice, elle peut s'assurer d'un coup d'œil que cette consigne est bien respectée.

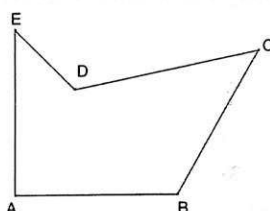
Les menus de Cabri-géomètre sont modifiés, mais sont les mêmes pour les deux groupes.

La validation du travail se fait par l'utilisation d'une macro-construction « polygone » que l'observatrice ouvre à la demande des élèves récepteurs, lorsque ceux-ci ont jugé que leur travail est terminé. Les objets initiaux de cette macro-construction sont les points A et B (voir la figure ci-dessous). Elle construit un polygone semblable au modèle, basé sur le segment [AB] de la figure récepteur. La superposition des deux polygones est le critère de décision de la réussite du travail.

En cas d'échec – perçu par les élèves – et en fonction du temps qu'il reste avant la fin de la séance, on leur demande de relancer la communication avec les émetteurs pour essayer de comprendre pourquoi le jeu a échoué, et d'essayer de rectifier les erreurs commises. La séance dure d'une heure et demi à deux heures.

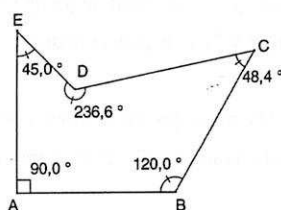
1.2. Le problème

Le polygone présenté aux élèves émetteurs est le suivant :

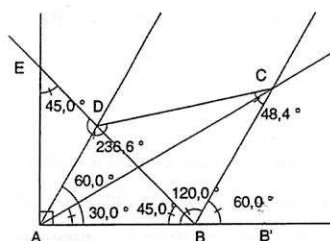


Les menus de Cabri-géomètre sont réduits, la principale modification étant l'impossibilité de mesurer des distances. La rotation et l'édition de nombre ont aussi été supprimés (voir plus loin, le paragraphe II.2.)

Examinons les caractéristiques angulaires de cette figure. Tout d'abord, la mesure de ses angles intérieurs :



On remarque que si les angles correspondants aux sommets A, B et E sont constructibles à la règle et au compas, les autres ne le sont pas. En revanche, d'autres angles de la figure permettent de construire les sommets E, C et D :



Ainsi c'est la prise en compte de directions qui ne sont pas supportées par les côtés du polygone qui permet de le construire. Les points C, D et E s'obtiennent comme les intersections de demi-droites issues de A et B, et construites par les angles qu'elles font avec

$$AB : \begin{cases} C = (AB, 30^\circ) \cap (BA, 120^\circ) \\ D = (AB, 60^\circ) \cap (BA, 45^\circ) \\ E = (AB, 90^\circ) \cap (BA, 45^\circ) \end{cases}$$

I.3. Le niveau scolaire

Le niveau scolaire choisi est la classe de seconde, avant enseignement des angles orientés. Ce choix tient compte de plusieurs paramètres. D'une part, nous avons choisi de restreindre notre étude à la géométrie plane et non orientée. Cela pour des raisons évidentes de temps. D'autre part, pour des raisons matérielles : les classes travaillant régulièrement avec Cabri-géomètre ne sont pas encore une majorité. Il faut de plus que le professeur accepte de « prêter » sa classe quelques heures, ce qui n'est pas évident pour lui selon le niveau et la période concernés.

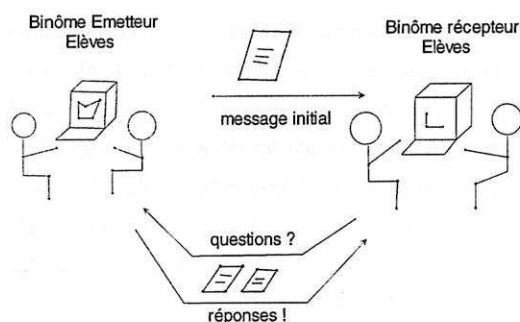
La classe de seconde satisfait bien à toutes ces exigences. En effet, il est possible d'effectuer l'expérimentation avant l'enseignement des angles orientés. De plus c'est une classe plus disponible que la classe de troisième, surtout en fin d'année en raison du BEPC. Par rapport à la connaissance des angles, il est certain que des élèves de fin de troisième ou des élèves de seconde ne sont pas équivalents, même si l'enseignement qu'ils ont reçu sur cette notion est le même. En troisième l'enseignement est récent, et plusieurs chapitres impliquent les angles : les transformations, notamment la rotation, la trigonométrie, avec le théorème de l'angle inscrit. Les connaissances d'un élève de seconde sont les mêmes que celle d'un élève de fin de troisième, mais avec un temps de latence grâce auquel on peut supposer que les réactions des élèves seront moins dépendantes du contexte scolaire immédiat dans lequel est plongé

l'élève. Ils chercheront moins à rattacher le problème sur les angles à l'un des chapitres de leur cours.

I.4. Les conditions de l'observation

La communication entre les binômes émetteur et récepteur d'un même groupe se fait par des messages rédigés sur papier, transmis par l'observatrice. Chaque binôme travaille sur un P.C. avec Cabri-géomètre II. La version utilisée permet d'enregistrer des sessions, qui sont des traces du travail des élèves dans le logiciel. Chaque action (utilisation d'une primitive) donne lieu à un enregistrement de fichier. De plus, les déplacements des objets que fait l'utilisateur sont aussi pris en compte, avec un enregistrement toutes les 2 secondes de l'état de la figure. Nous recueillons donc un ensemble de fichiers qui retrace pas à pas les actions effectuées par les élèves durant la séance.

Pour ces premières expérimentations, nous avons choisi de ne pas enregistrer les dialogues des élèves. En effet ces pré-expérimentations servent d'exploration de la situation telle qu'elle a été conçue. Nous verrons qu'elle a dû être modifiée dans un deuxième temps. Pour alléger un dispositif déjà assez lourd, nous nous sommes donc restreints dans un premier temps aux sessions et aux messages transmis comme données recueillies. Cela nous permettra d'accéder aux explorations que les élèves émetteurs ont faites sur la figure, aux stratégies qu'ils ont élaborées et à la manière qu'ils ont eu de les communiquer. Du côté récepteur nous voulons surtout recueillir leurs réactions face aux messages des émetteurs, dans le but d'en établir une classification qui nous permettra par la suite de simuler des récepteurs (voir chapitre suivant). Voici un schéma de la campagne de pré-expérimentation :



II. Analyse a priori

II.1. Connaissances requises

Les connaissances qui sont nécessaires au niveau de la construction pour pouvoir résoudre le problème proposé en utilisant les angles sont de savoir construire les angles suivants : 120° , 90° , 60° , 45° et 30° .

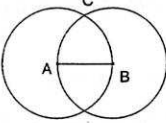
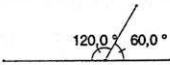
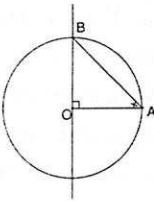
La construction d'un angle droit est une notion qui est complètement acquise au niveau de la seconde. De plus les élèves savent que la bissectrice d'un angle permet d'obtenir deux angles de même mesure, donc chacun de la moitié de la mesure initiale. La construction d'un angle de 45° ne pose donc pas de difficulté. Pour obtenir un angle de 60° , les élèves devront mobiliser les propriétés qu'ils connaissent du triangle équilatéral pour les mettre en œuvre en tant qu'outils de construction de l'angle de 60° . Nous avons fait l'hypothèse à cette étape de notre recherche que ce travail était accessible pour des élèves de seconde. Cette hypothèse s'est avérée fausse, c'est en grande partie cela qui nous a conduit à modifier par la suite notre situation. Nous reviendrons sur ce point après l'examen des résultats de cette première campagne, au chapitre suivant.

Par ailleurs, les élèves connaissent les propriétés de la symétrie axiale, et savent ainsi doubler un angle en effectuant la symétrie de l'un de ses côtés par rapport à l'autre. Enfin, ils savent additionner graphiquement les angles, en les construisant de part et d'autre d'un côté commun.

En considérant pour le moment l'hypothèse précédente (la réciprocity du lien entre la construction de l'angle de 60° et celle du triangle équilatéral), les élèves de seconde sont donc en mesure de construire tous les angles qui sont utilisés dans cette situation.

Voici les différentes possibilités de construction dans Cabri-géomètre II, au niveau scolaire considéré et compte tenu des remarques qui viennent d'être faites :

ANGLE	CONSTRUCTION	COMMANDES CABRI	ILLUSTRATION
90°	• droites perpendiculaires • bissectrice d'un angle plat • $60^\circ + 30^\circ$	• droite perpendiculaire • trois points alignés, puis commande bissectrice • voir ces angles	

60°	• triangle équilatéral	• 2 points (A et B) • 2 cercles pour déterminer C • chaque angle du triangle ABC mesure 60°	
120°	• $2 \times 60^\circ$ • $90^\circ + 30^\circ$ • supplémentaire d'un angle de 60°	• symétrie axiale d'un des côté d'un angle de 60° (voir cet angle) par rapport à l'autre • voir ces angles • 60° (voir cet angle) puis prolonger un de ses côtés pour obtenir le supplémentaire	
45°	• bissectrice d'un angle droit • angle à la base d'un triangle rectangle isocèle	• $90^\circ +$ bissectrice	
30°	• bissectrice d'un angle de 60°	• 60° (voir cet angle) + bissectrice	

Les propriétés qu'il faut connaître sont donc les suivantes :

- 3 points alignés forment un angle de 180°
- 2 droites perpendiculaires forment un angle de 90°
- les angles d'un triangle équilatéral mesurent tous 60°
- les angles à la base d'un triangle isocèle sont égaux
- la somme des angles d'un triangle est égale à 180°
- la bissectrice est une droite qui coupe un angle en deux parties égales
- la symétrie axiale conserve les angles (non orientés)

Au niveau des constructions,

- savoir construire deux droites perpendiculaires

- savoir construire un triangle équilatéral
- savoir construire un hexagone régulier
- savoir construire une bissectrice
- savoir construire l'image d'un objet par une symétrie axiale

Ce sont les mesures des angles qui vont fournir aux élèves des indices pour la construction du polygone. Mais la construction des angles elle-même ne doit pas être une difficulté du travail qui leur est proposé, car l'objectif n'est pas là. Il est important qu'ils aient assez de temps pour réfléchir au moyen de faire construire les points C et D, inaccessibles directement. C'est cette partie qui est importante dans l'expérimentation que nous nous proposons de faire, et elle ne doit pas être entravée par des difficultés annexes. Notons alors que les constructions qui sont requises sont grandement facilitées par les commandes de Cabri (items « droite perpendiculaire », « bissectrice », « symétrie axiale »). Quant aux connaissances plus théoriques, elles font en principe partie des connaissances de base des élèves de ce niveau.

II.2. Variables de la situation

Nous allons maintenant regarder quelles sont les variables de la situation, les valeurs qu'elles peuvent prendre et lesquelles nous avons choisies.

II.2.1. Définitions et valeurs possibles

VD1 type de situation	1• groupe récepteur fictif 2• les deux groupes fonctionnent simultanément en Emetteur et Récepteur 3• un groupe Emetteur et un groupe Récepteur	
VD2 menus de Cabri	1• mesure des distances 2• items « droite perpendiculaire » et « bissectrice » 3• mesure des angles 4• marque d'angle 5• items « cercle » et « compas »	• oui • non • oui • non • oui • non • oui • non • oui • non

VD3 préférences de Cabri	1• unité de mesure angulaire	• degré • radian • grade
	2• nombre de chiffres après la virgule	• 0 • 1 • plus d'1
VD4 définition du polygone	1• nombre de côtés	• 3 ou 4 • 5 • plus de 5
	2• nature	• convexe • concave
VD5 valeur des angles du polygone	1• tous les angles sont constructibles* 2• aucun des angles n'est constructible* directement 3• trois des angles sont constructibles*, les deux autres ne le sont pas	

* rappelons que les angles dits constructibles dans ce texte sont ceux de 90°, 60° et ceux qui en dérivent (par divisions par une puissance de 2 et par additions)

II.2.2. Justification des choix

Les choix retenus pour la situation sont indiqués en gras dans le tableau qui précède.

VD1 : type de situation

1 • un groupe récepteur fictif, utilisé par exemple par Balacheff 1988 (situation expérimentale « les polygones », portant sur le lien entre le nombre de ses sommets et de ses diagonales, p.75 et suivantes)

Le fait que le groupe récepteur ne soit pas identifié peut rendre la dévolution difficile. De plus il faut dans ce cas que le message transmis par les émetteurs soit complet et définitif. Or il nous paraît intéressant, compte tenu de la difficulté de la situation - sur le plan du contrat comme sur celui du contenu - d'introduire la réaction des récepteurs en temps réel pour provoquer chez les émetteurs un retour, une réflexion sur leur propre message.

2 • chaque groupe est émetteur pour un polygone et récepteur pour un autre, utilisé par exemple par Blanc 1986 (situation de reproduction d'un solide, p.20 et suivantes)

Ici comme dans la situation précédente, le groupe émetteur doit produire un message complet et définitif. Il n'y a pas d'interaction entre les deux groupes pendant la construction du message initial.

Le groupe récepteur risque de suivre les indications du message en voulant, même inconsciemment, obtenir une figure semblable à celle qu'ils ont dû décrire. Il va alors se poser moins de questions, par exemple sur le choix d'une orientation. D'une manière générale je pense qu'un groupe récepteur qui n'a aucune idée a priori de la figure à réaliser sera plus exigeant sur la formulation du message.

3 • chaque groupe est émetteur ou récepteur.

Ici, comme précédemment, une validation sera possible puisque le groupe récepteur devra en principe produire un polygone.

Chaque groupe n'ayant qu'un rôle, il sera plus exigeant que s'il jouait les deux successivement.

Il est tout de même indispensable que le groupe émetteur rédige dans un premier temps un message complet, pour éviter que la situation ne se déroule par essais/erreurs. Les interactions entre les deux groupes ne devront être possibles qu'une fois que le groupe récepteur a reçu le message, s'il en ressent le besoin.

VD2 : menus de Cabri-géomètre

1 • mesure des distances (item « distance et longueur »)

C'est un item qui sera enlevé des menus pour cette expérimentation. Nous voulons faire émerger l'usage des angles comme moyen de repérer des positions. Dès lors que la mesure des distances est inaccessible (par la nature du terrain dans le macro-espace, par le choix des menus ici), l'usage des angles devient indispensable.

2 • items « droite perpendiculaire » et « bissectrice »

Ce sont des constructions que les élèves sont censés savoir faire sans difficulté en 2nde. Ces items en sont des raccourcis. Nous les laissons car notre objectif n'est pas d'observer si oui ou non ils savent réaliser ces constructions, et dans quelles conditions (les EVAPM apportent

quelques éléments de réponse à ce type de question, comme par exemple un résultat à propos de la construction d'une bissectrice d'un angle isolé ou de l'angle d'un triangle).

3 • mesure des angles

Nous laissons cet item car sans lui la stratégie la plus adaptée serait celle des coordonnées (voir plus loin). Il est en effet difficile de déterminer des constructions permettant d'obtenir certains angles sans connaître avant la mesure de ces angles.

4 • marque d'angle

La présence de la marque d'angle n'est pas toujours souhaitable, je l'ai signalé dans le chapitre sur les environnements informatiques (chapitre 5), car elle n'est pas toujours cohérente avec la mesure. Ici, nous la laissons disponible car les utilisateurs n'auront en principe pas de manipulations importantes (au sens de l'amplitude) à faire, ces incohérences ont alors peu de chance d'apparaître.

De plus, le polygone considéré possède un angle rentrant, qui ne peut pas être mesuré sans être marqué (la marque doit quand même être manipulée pour marquer l'angle rentrant, il n'est pas possible de le marquer directement, voir encore à ce sujet le chapitre 5).

2 • items « cercle » et « compas »

Ces items ont été conservés pour des raisons évidentes de construction des angles. Sans le cercle il n'est pas possible de construire d'angle de 60° ni ceux qui en dérivent.

Mais ce sont ces items qu'il a été nécessaire d'enlever dans un deuxième temps, en rajoutant une macro-construction pour la construction des angles de 60° . En effet les élèves ont utilisé le cercle et le compas pour des explorations de la figure assez poussées et qui leur ont permis de contourner la notion d'angle. Nous reviendrons sur ce point de manière plus détaillée lors de l'analyse des résultats de cette expérimentation.

Nous avons effectué d'autres modifications dans les menus de Cabri-géomètre. Certains items enlevaient du sens à la situation. C'est le cas de l'item « polygone régulier », qui aurait été susceptible d'être utilisé par les élèves pour la résolution. Mais la situation serait alors beaucoup trop orientée vers l'angle engagé dans une figure fermée en laissant cet item. De plus, s'il est assez facile de construire un polygone régulier à partir de son centre avec cet

D'une manière générale pour les autres items, le choix des menus est un équilibre entre l'invalidation des procédures non souhaitées et la conservation d'un nombre raisonnable d'items, pour éviter des comportements de type combinatoire. D'autre part, le choix de laisser certains items disponibles ou non dans les menus est issu d'une négociation avec l'enseignant, qui permet d'établir un équilibre entre les exigences de la situation et les coutumes de la classe. Voici finalement les menus qui étaient disponibles lors de cette pré-expérimentation :

		Droite	
		Segment	
		Demi-droite	
Pointer	Point	Triangle	Cercle
Tourner	Point sur un objet	Polygone	Arc
	Point(s) sur deux objets		

Droite perpendiculaire
Droite parallèle
Milieu
Médiatrice
Bissectrice
Compas
Report de mesure
Lieu
Redéfinir un objet

Symétrie axiale
Symétrie centrale

Objet(s) initial(x)
Objet(s) final(x)
Valider une macro

Nommer
Texte
Nombre
Marquer un angle

Couleur
Remplir
Épaisseur
Pointillé
Aspect

Aire
Mesure d'angle
Calculatrice

1 • unité de mesure angulaire

Le degré est l'unité qui est la plus fréquemment utilisée dans l'enseignement français pour l'angle géométrique. Le grade est réservé aux métiers de l'arpentage, car il permet d'avoir des fractions décimales de l'angle plat qui soient entières. Le radian est surtout utilisé en physique.

2 • nombre de chiffres après la virgule

Garder un chiffre après la virgule permet aux élèves de distinguer clairement les valeurs qui « tombent pile » (comme 120.0° ; 90.0°) des autres (comme 48.4° et 123.4°). En effet si l'on choisit de n'avoir aucune décimale, ces valeurs non constructibles (48° et 123° dans ce cas) peuvent plus facilement être considérées par les élèves comme « presque 120° » ou « presque 45° ».

D'un autre côté garder plus d'une décimale risque de focaliser les élèves sur la précision des mesures, et donc sur des démarches plutôt empiriques, ce qui n'est pas souhaitable non plus.

Nous retenons donc le choix d'un seul chiffre après la virgule, ce qui apporte la précision nécessaire pour ne pas induire des stratégies d'approximation, sans focaliser les élèves sur la précision des mesures.

VD4 : définition du polygone

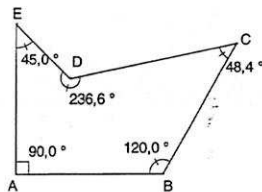
Le triangle et le quadrilatère sont des figures très classiques dans l'enseignement français. Les élèves les connaissent bien, et sont assez familiers avec leur reproduction. La figure à reproduire devra donc au minimum être un pentagone.

Nous avons choisi de proposer un pentagone non convexe aux élèves. La complexité de la reproduction de cette figure nous est apparue suffisante, compte tenu des valeurs des angles que nous avons choisies (voir paragraphe suivant).

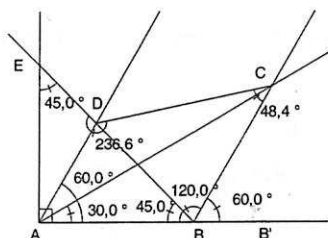
VD5 : valeur des angles du polygone

Si tous les angles sont constructibles, le principe de visée apparaîtra difficilement dans les stratégies des élèves. Si au contraire tous les points doivent être construits par des visées, donc par des reports d'angles ne faisant pas partie de l'ensemble des angles du polygone, la tâche est trop ardue. Un polygone dont quelques angles sont repérables et constructibles assez facilement pour les élèves permet de les placer dans le contexte des angles. *Les stratégies de report des sommets qui ne sont pas directement constructibles ont alors plus de chances de faire intervenir les angles.*

Nous choisissons de proposer aux élèves un polygone à cinq sommets dont trois angles sont directement constructibles.

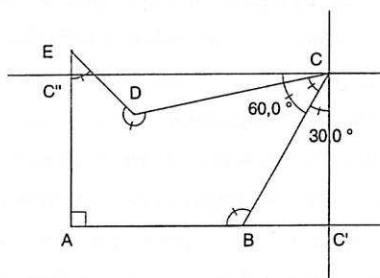


L'angle $\widehat{BAE}$ est droit, pour mettre les élèves sur la piste des angles (l'angle droit est facilement reconnaissable, surtout si la figure est présentée de façon à ce que AB soit horizontal). L'angle $\widehat{ABC}$ mesure 120° . C'est un angle obtus, mais dont le supplémentaire est aussi constructible (60°). Nous verrons si les élèves se détachent de l'intérieur du polygone pour faciliter la construction (en faisant l'hypothèse qu'ils savent plus facilement construire un angle de 60° que de 120°). Nous posons l'hypothèse que des élèves mobilisant une conception de l'angle en tant qu'inclinaison seront plus à même de considérer le supplémentaire que des élèves ayant une conception de l'angle très liée au triangle, qui ne considéreront pas l'extérieur du polygone. Enfin, $\widehat{AED}$ mesure 45° , qui est un angle relativement facile à construire. Les élèves peuvent donc assez aisément construire les deux points A et B ainsi que les directions AE et BC. Les autres sommets (C, D et E) doivent être construits en utilisant des angles de visée. Une visée dans cet environnement correspond à la prise en compte d'une direction qui n'est pas supportée par un des côtés du polygone. Cette direction peut être matérialisée ou non. Les sommets E et D peuvent être construits par l'intermédiaire d'une visée unique ($\widehat{ABE} = 45^\circ$ et $\widehat{BAD} = 60^\circ$ si on considère l'alignement de E, B et D). Le dernier, C, doit faire l'objet de deux visées pour être repéré : $\widehat{ABC} = 120^\circ$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$; ou en considérant le supplémentaire de $\widehat{ABC}$: $\widehat{B'BC} = 60^\circ$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Cette dernière possibilité correspond forcément à une stratégie de visée, alors que la première peut être conduite par des élèves considérant l'angle comme élément d'un triangle (ABC).



Les autres visées possibles de ces points à partir des autres sommets de la figure ne donnent pas de valeurs constructibles : $\widehat{DEC} = 39.9^\circ$, $\widehat{BDC} = 56.6^\circ$ et la mesure de l'angle que fait DC avec une parallèle à AB menée par D est 11.6° .

On peut aussi mener par C des parallèles à AB et AE. Les angles $\widehat{BCC''}$ et $\widehat{C'CB}$ sont constructibles, mais n'apportent aucune information pertinente pour la reproduction. En effet s'il s'agit de construire C, les points C' et C'' ne sont d'aucune utilité puisqu'ils ne sont pas repérables sur les droites AB et AE. Si par contre C est déjà construit, alors C' et C'' sont constructibles mais ne servent à rien.



II.3. Les conceptions mobilisables

Compte tenu de l'étude des manuels et de celle des pratiques que nous avons présentées aux chapitres 3 et 4 de ce mémoire, nous pouvons envisager trois conceptions de l'angle pour lesquelles le problème posé a un sens :

- conception « angle engagé dans un triangle »

- conception « angle engagé dans un polygone »¹
- conception « angle inclinaison »

Notons que ces trois conceptions ont non seulement quelque chose à dire sur un problème de reproduction de polygone, mais qu'elles ont un sens dans le système de représentation que constitue l'environnement Cabri-géomètre II. Ce n'est par exemple pas le cas de la conception « angle figure du plan », qui est par définition ancrée dans la représentation de l'angle comme une paire de segments, dans l'environnement papier-crayon.

Nous considérons donc le problème posé comme faisant partie des sphères de pratiques de ces trois conceptions. Le système de représentation est constitué par Cabri-géomètre. Rappelons les deux autres composantes de chacune de ces trois conceptions : leurs opérateurs, et leur structure de contrôle.

Nous l'avons évoqué lors de la présentation du cadre théorique (chapitre 1) : les opérateurs et les éléments de la structure de contrôle se distinguent dans l'action. Un même énoncé (le théorème de la somme des angles d'un triangle, par exemple), pourra être engagé dans une action pour la résolution (c'est le cas d'un élève qui l'utilise pour calculer le troisième angle d'un triangle plutôt que de le mesurer) comme dans une action de contrôle en tant qu'oracle de décision (on peut utiliser ce théorème comme un moyen pour vérifier que les mesures obtenues sont correctes). Nous n'allons donc pas fournir, pour ces conceptions, une liste « R » et une liste « Σ ». C'est une liste d'énoncés que nous voulons établir, qui pourra au cours de l'action, prendre différentes formes dans le quadruplet.

Conception « angle engagé dans un triangle » :

- l'angle est une caractéristique du triangle, associée à un sommet
- un point est un sommet du triangle
- un triangle se caractérise par ses trois mesures d'angles
- un angle nommé par trois noms de points est engagé dans le triangle du même nom
- la somme des angles d'un triangle est égale à 180°

Conception « angle engagé dans un polygone » :

¹Rappelons que sous cette dénomination, à l'image de ce que pensent les élèves, nous considérons ici qu'un polygone ne peut pas être un triangle.

- un point est un sommet du polygone, il est un point commun à deux côtés adjacents du polygone
- à chaque sommet est associée une mesure d'angle qui définit la demi-droite qui portera le côté
- signalons un élément de la structure de contrôle ici : pour les problèmes de reproduction, un contrôle perceptif global est exercé entre le modèle et le polygone produit, pour valider sa « bonne » forme. C'est de cette façon que se résolvent les problèmes de choix d'une orientation lors du report des angles

Conception « angle inclinaison » :

- un point est l'intersection de deux droites
- un angle caractérise la position relative de deux demi-droites

Rappelons que les deux premières conceptions sont probablement mobilisables par les élèves (l'une, l'autre, ou les deux), compte tenu de ce que nous avons vu dans les manuels scolaires (chapitre 4). La troisième conception considérée, l'angle en tant qu'inclinaison, est en quelque sorte la conception cible de notre situation. Nous cherchons à savoir si elle est accessible par les élèves.

L'objectif de notre situation est donc d'étudier les conditions d'émergence chez les élèves de 2^{nde} d'une conception de l'angle en tant qu'inclinaison.

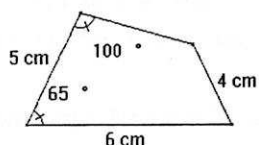
Pour répondre à cet objectif, proposer un problème qui ait un sens pour les trois conceptions citées plus haut est indispensable. C'est le cas d'un problème de reproduction d'un polygone dans Cabri-géomètre.

Ces trois conceptions induisent des stratégies différentes pour la résolution du problème posé. Nous allons les examiner dans le paragraphe suivant.

II.4. Les stratégies de résolution attendues

Pour les élèves, un polygone a comme caractéristiques numériques des longueurs de côtés et des mesures d'angles. Ce sont les caractéristiques qui sont pertinentes pour sa reproduction avec la méthode du cours, qui combine ces valeurs. C'est une méthode que j'appelle de « cheminement », puisqu'il s'agit de partir d'un sommet, et d'obtenir le suivant en utilisant les données fournies. En voici un exemple, tiré d'un manuel scolaire :

Construire un quadrilatère ayant les mesures indiquées sur la figure :

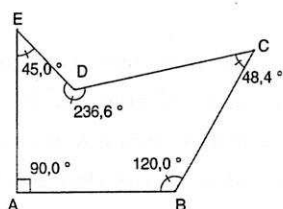


(Pythagore 1991, 5^{ème}, p.152)

Dans notre situation, les élèves vont se heurter à l'impossibilité de mesurer les côtés du polygone. Je pose l'hypothèse qu'ils vont tout de même en mesurer les angles. C'est donc par l'intermédiaire d'une perception instrumentée qu'ils vont accéder aux caractéristiques de la figure.

II.4.1. La mesure des angles du polygone

Nous avons signalé, dans le chapitre 5 de ce mémoire, quelques particularités d'utilisation de la marque et de la mesure d'angle dans Cabri-géomètre II. Ici la seule difficulté réside dans la mesure de l'angle rentrant du polygone, en D.



Pour obtenir la mesure de cet angle, il faut marquer l'angle saillant $\widehat{CDE}$, manipuler cette marque pour l'amener à marquer l'angle rentrant $\widehat{CDE}$, et enfin mesurer cette marque (c'est-à-dire, mesurer l'angle en désignant la marque et non trois points).

« Faire glisser cette marque en passant sur le sommet de l'angle. La marque "se retourne" et désigne le rentrant désiré. » (Cabri-géomètre II - Guide de l'utilisateur p.134)

Si les élèves n'effectuent pas cette manipulation, ils vont obtenir la mesure de l'angle saillant en D. Ils peuvent alors remarquer l'incohérence entre l'angle qu'ils voulaient mesurer et la

valeur qu'ils obtiennent (la mesure s'affiche dans la zone du plan qui correspond à l'angle, donc hors du polygone), et utiliser par exemple leur connaissance de l'angle « plein » pour calculer la mesure du bon angle ($360^\circ - \alpha$). Ils peuvent aussi ne rien remarquer. On diagnostiquera alors un manque de lien entre la représentation d'un angle et sa mesure.

Pour les autres angles du polygone aucune particularité ne se produit pour leur mesure. On peut toutefois noter que la marque de l'angle en A prendra la forme conventionnelle de l'angle droit, ce qui pourra éventuellement venir conforter une conjecture perceptive.

II.4.2. L'exploration au service de la reproduction

Une fois mesuré les cinq angles du polygone, les élèves vont chercher à se servir de ces données pour reproduire le polygone (l'appréhension opératoire suit l'appréhension perceptive, Duval 1988). Dans cette analyse a priori nous considérons le travail d'élèves émetteurs qui seraient assez consciencieux pour prendre en compte la reproduction effective du polygone dans leur exploration. Tout se passe comme si ces élèves fictifs reproduisaient eux-mêmes le polygone à partir de leurs propres indications. Cela a d'ailleurs effectivement été le cas de certains élèves. Cette remarque justifie la présentation que nous allons adopter par la suite. Nous considérerons simultanément l'exploration et la reconstruction du polygone.

Posons ici une autre hypothèse, celle d'une attirance plus forte de la part des élèves pour l'angle droit que pour les autres angles. Compte tenu de cette hypothèse, du fait que le sommet qui correspond à l'angle droit soit nommé A, et de la position initiale du polygone (AB horizontal), nous pensons que le premier objet construit (c'est-à-dire cité dans le message) sera un segment AB. Dans toutes les constructions que nous examinerons, nous considérerons le même point de départ.

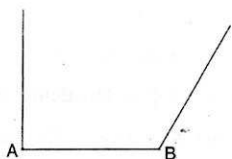
II.4.3. Les stratégies attendues

Les stratégies de base que les élèves vont mettre en œuvre reposent sur les conceptions que nous avons repérées : conception « angle engagé dans un triangle » et « angle engagé dans un polygone ».

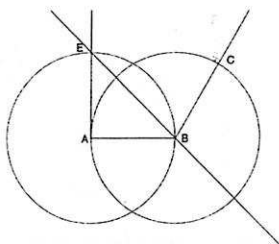
Le cheminement

Cette dernière conception est associée à la stratégie de cheminement repérée dans les manuels. Cette stratégie permet de s'engager dans la résolution du problème puisqu'on peut

construire les points A et B, et les deux demi-droites qui porteront les côtés AE et BC du polygone :



Pour la construction des points E et C, les élèves peuvent utiliser le fait que les segments AB, AE et BC sont égaux. Avec le cercle, ils peuvent donc construire trois côtés du polygone. Puis la demi-droite qui porte le côté DE ($\widehat{AED}$ mesure 45°) :



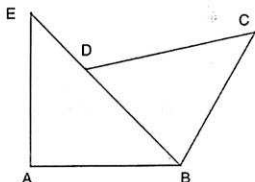
Mais ensuite, les caractéristiques du polygone bloquent la résolution : les angles aux sommets D et C ne sont pas constructibles, et aucune indication sur la longueur des côtés DE et CD n'est disponible. Cette stratégie, qui associe mesures d'angles et de longueurs, n'est pas opératoire lorsqu'on ne dispose que de mesures angulaires.

La décomposition en triangles

L'autre conception repérée, celle de l'angle engagé dans un triangle, induit une stratégie de reproduction par décomposition en triangles. La stratégie de base qui a été repérée dans les manuels est de type « puzzle », c'est-à-dire que les triangles considérés constituent exactement le polygone. Compte tenu de l'hypothèse de prégnance de l'angle droit et d'association du nom de l'angle au triangle dans lequel il est considéré, la décomposition du polygone est la suivante : AEB et BCD. Mais, de même que pour la stratégie de cheminement, les variables de la situation sont telles que l'élève peut s'engager dans cette résolution (AEB est constructible) mais ne peut pas aboutir (BCD ne l'est pas, les valeurs de ses angles sont 75° , 48.4° et 56.6°).

Dans ce problème, les stratégies de décomposition qui sont « gagnantes » font intervenir le chevauchement des triangles considérés. Il ne s'agit donc plus du même type de stratégie « puzzle ». Détaillons cette stratégie :

L'angle droit $\widehat{EAB}$ est rattaché au triangle EAB. C'est donc par la construction de ce triangle que les élèves vont commencer. Il y a deux possibilités de construction, selon que les élèves vont se servir des mesures des angles seulement : $\widehat{EAB} = 90^\circ$ et $\widehat{ABE} = 45^\circ$, ou bien utiliser le fait que EAB est un triangle isocèle : $\widehat{EAB} = 90^\circ$ et $AB = AE$ (cercle). Les élèves, lors de l'exploration, peuvent remarquer que D appartient au côté BE du triangle EAB. Il est en effet très probable qu'ils aient tracé le segment BE sur le polygone de départ, pour matérialiser le triangle EAB :



L'appartenance d'un point à une droite fait partie des données que les élèves ont en général le « droit » de lire sur la figure (Laborde et Capponi 1994 p.182). Au mieux, ils vont donc peut-être accompagner cette perception d'un déplacement (perception augmentée). Mais il y a fort à parier qu'aucun élève ne va mesurer l'angle $\widehat{EDB}$ pour vérifier qu'il est plat, ou les angles $\widehat{ABD}$ et $\widehat{ABE}$ pour vérifier qu'ils sont égaux.

Pour construire le point D, il faut considérer le triangle ABD, et mesurer l'angle $\widehat{BAD}$ (60°). Signalons que cette étape nécessite de considérer une figure homogène à celle qui a déjà été appréhendée (triangle ABE et triangle ABD), mais qui est dans une relation partie-tout avec celle-ci (ABD est contenu dans ABE). Or Duval (1988) signale que cette appréhension est difficile, plus difficile que l'appréhension d'une figure homogène et juxtaposée, comme le triangle BCD. Il est donc probable que les élèves considèrent d'abord la possibilité de construire celui-ci avant d'y renoncer (il n'est pas constructible, nous l'avons vu plus haut). Cette remarque est aussi valable pour la prochaine étape, la construction du point C. Là encore, la décomposition du polygone en triangles sans chevauchement n'est pas opératoire. Il faut pour arriver à construire C, considérer un triangle dont la base est encore AB. Ce triangle ABC n'est cette fois ni juxtaposé, ni contenu, ni contenant des deux autres. Il peut être difficile à prendre en compte.

Cette stratégie de décomposition avec recouvrements n'est pas une stratégie qui est usitée dans l'enseignement. Nous comptons la voir apparaître chez les élèves en réaction à l'invalidation de la stratégie de décomposition classique, de type puzzle.

Pour construire le point C il faut donc considérer le triangle ABC, ce qui n'est pas évident. Néanmoins c'est le seul qui permette de construire ce point, puisqu'aucun autre des triangles qui l'admettent pour sommet (BCD, CED, AEC, ADC) n'est constructible dans les conditions de la situation. Le triangle ABC se construit en considérant les angles $\widehat{BAC}$ (30°) et $\widehat{ABC}$ (120°).

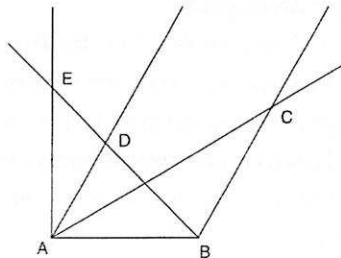
Nous posons ici l'hypothèse que la stratégie de décomposition en triangles avec chevauchement est une avancée vers la stratégie de visée, qui est associée à la conception de l'angle en tant qu'inclinaison. Elle s'en rapproche par certains points, que nous détaillerons après la présentation de cette stratégie de visée.

L'intersection

La stratégie d'intersection est donc induite par une conception de l'angle en tant qu'inclinaison. Elle consiste à construire le segment AB, puis :

- les demi-droites AE (définie par l'angle de 90° qu'elle fait en A avec AB) et BE (définie par l'angle de 45° qu'elle fait en B avec AB) pour obtenir E ;
- les demi-droites AC (définie par l'angle de 30° qu'elle fait en A avec AB) et BC (définie par l'angle de 120° qu'elle fait en B avec AB) pour obtenir le point C ;
- les demi-droites AD (définie par l'angle de 60° qu'elle fait en A avec AB) et BD (définie par l'angle de 45° qu'elle fait en B avec AB) pour construire le point D.

Voici une figure qui correspond à cette construction :



Dans cette stratégie le polygone n'est pas vu en tant que figure, mais comme un ensemble de points à déterminer. Les côtés n'ont pas de statut particulier dans la reproduction. L'angle est une inclinaison relative de deux directions. L'une, fixe, est portée par le segment AB, l'autre est matérialisée par une demi-droite qui permettra de déterminer la position du point à construire. Le point est ainsi déterminé par l'intersection de deux demi-droites.

Nous avons retrouvé certains aspects de cette stratégie dans la décomposition du polygone en triangles avec chevauchement : un détachement de la figure polygone, avec une moindre prise en compte de ses côtés ; le triangle devient un outil au service de la construction de points de la figure, il perd un peu le statut de figure élémentaire de la décomposition qu'il a dans les stratégies de décompositions sans chevauchement, de type « puzzle ». Le côté AB du polygone joue le rôle de base commune aux trois triangles, de la même manière que les visées se font toutes à partir de la direction connue AB (les topographes parleraient de « stations » aux points A et B).

La stratégie « coordonnées »

L'angle droit en A, que nous supposons être l'élément que les élèves vont considérer en premier pour commencer la résolution du problème qui leur est posé, et les positions de départ des segments AB et AE peuvent les inciter à penser à utiliser un repère orthogonal pour faire reproduire ce polygone. Piaget *et al.* (1973) remarquent que les coordonnées rectangulaires sont la première méthode développée par l'enfant dès qu'il comprend la nécessité de repérer un point par deux directions. Nous ne souhaitons pas que cette stratégie apparaisse, car elle ne met pas en jeu les angles, hormis l'angle droit. Nous avons donc fait en sorte qu'elle ait le moins de chances possible d'apparaître, tout en conservant dans les caractéristiques du polygone cet angle droit qui nous permet de mettre les élèves sur la voie angulaire, et sa position initiale qui en facilite sa reconnaissance.

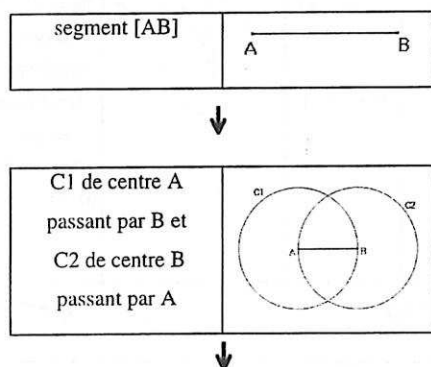
Tout d'abord, il faut noter que c'est en classe de 4^{ème} que les élèves commencent à utiliser des repères pour représenter des fonctions affines, et que ce n'est qu'en 3^{ème} qu'ils commencent la « géométrie dans le plan repéré » proprement dite. Il n'est pas évident que les élèves mobilisent une telle stratégie. Néanmoins nous avons ôté quelques items des menus de Cabri-géomètre dans le but de la rendre plus coûteuse. Il s'agit des items concernant les axes et les coordonnées. Nous avons par contre laissé les items « milieu », « médiatrice » et « symétrie centrale », qui facilitent pourtant la procédure de graduation des segments. En effet d'une part les élèves savent de toute façon diviser un segment en deux parties égales par la construction de deux cercles, d'autre part nous avons déjà signalé dans la présentation des variables de la

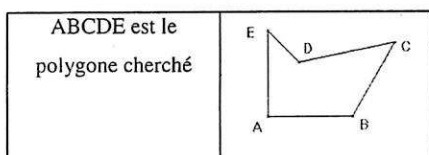
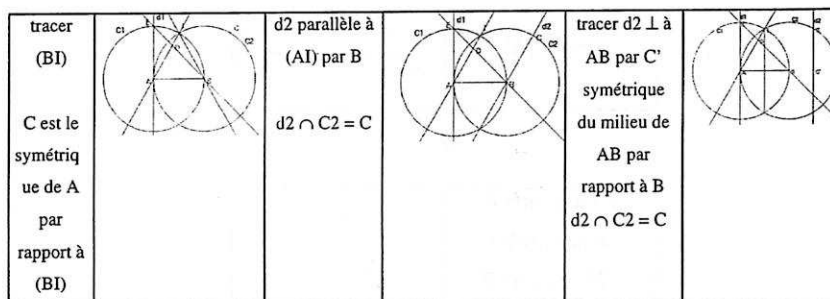
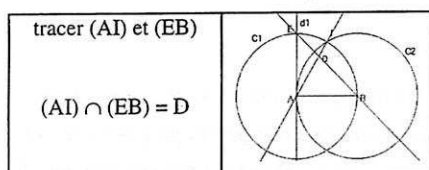
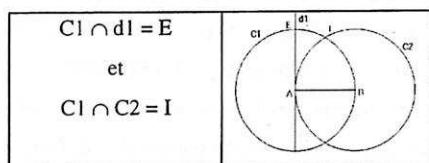
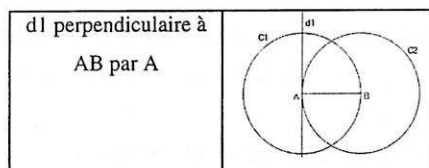
situation que le choix des menus résulte de l'étude des stratégies de résolution, mais aussi d'autres facteurs qui ne sont pas directement liés au problème (coutume de la classe, nombre raisonnable d'items à conserver).

Enfin, si les élèves graduent les segments AB et AE de façon à utiliser une telle stratégie, il est assez improbable qu'ils les graduent assez finement pour que les deux sommets à repérer (C et D) aient des coordonnées entières (ou même des demi unités) dans ce repère. Cela posera des problèmes d'une part pour la détermination de ces coordonnées (de façon approximative), d'autre part pour la construction de cette position lors de la rédaction du message. Dans le cas où cette stratégie serait menée à son terme, ce serait alors à la validation par superposition (utilisation de la macro-construction de vérification) de l'invalidier. En supposant bien entendu que les récepteurs perçoivent la différence entre les deux polygones superposés.

Stratégie non angulaire

Il est une stratégie qui est correcte, accessible aux élèves, et qui n'utilise pas directement les angles. Des pas y sont forcément liés, puisque les propriétés de la figure dépendent de ses caractéristiques, notamment angulaires. Mais les élèves peuvent très bien suivre cette stratégie sans se placer dans le cadre des angles :





Nous pouvons faire quelques remarques à propos de cette dernière stratégie.

Tout d'abord nous avons indiqué dans la résolution l'intersection de deux cercles, et celle d'un cercle et d'une droite. On aurait pu préciser que ces points doivent tous se situer dans le même demi-plan défini par (AB). Il est peu probable que les élèves fassent ce genre de précisions. Nous posons l'hypothèse que les élèves ne considèrent pas que le polygone à construire puisse être croisé. C'est un objet avec lequel ils ne sont pas familiers, et qui est soigneusement évité dans les manuels.

Ensuite, la stratégie est encore valable en tenant compte de l'autre intersection des deux cercles, appelons la J. En ce cas, c'est BJ qui est d'abord tracée, et AD est sa parallèle passant par A. Néanmoins nous pensons que l'alignement des points B, C et J est plus difficile encore à percevoir que celle des points A, D et I, car J ne se trouve justement pas dans le même demi-plan que les autres points du polygone par rapport à AB.

Enfin, la résolution présentée au centre dans le tableau, qui utilise pour construire C le parallélisme de AD et BC, semble plus accessible aux élèves car le parallélisme est plus facilement perceptible que la symétrie.

III. Mise en place de la situation

III.1. Conditions

Cette pré-expérimentation a été faite dans deux classes. L'une d'entre elles était une classe de 2^{nde} classique d'un lycée de la banlieue grenobloise qui travaille régulièrement sur Cabri-géomètre II. Vingt six élèves y ont participé (presque toute la classe). Elle s'est déroulée en deux séances d'une heure et demi, le 5 décembre 1998. Lors de la première séance 14 élèves étaient présents : 4 binômes émetteurs, 3 binômes récepteurs. Les deux élèves du quatrième binôme récepteur prévu initialement étaient absents ce jour là. Une des observatrices, présente pour surveiller la classe, a fait office de récepteur pour le binôme émetteur isolé. Cette observatrice était à l'époque doctorante en didactique des mathématiques. La deuxième séance a eu lieu immédiatement après et concernait 12 élèves, donc cette fois trois binômes émetteurs et trois binômes récepteurs. Les élèves étaient placés de façon à ce qu'il soit impossible à un binôme récepteur de voir un écran émetteur, quel qu'il soit (c'est-à-dire, son binôme émetteur ou un autre). De plus, un binôme émetteur ne pouvait pas voir l'écran de son propre récepteur. En revanche les émetteurs entre eux et les récepteurs entre eux étaient placés de la manière la plus isolée possible, mais les contraintes matérielles

de l'espace de la salle de classe couplée à la disposition des ordinateurs ont fait qu'il n'est pas assuré que les élèves n'aient pas un peu regardé le travail de leurs camarades.

Le professeur de la classe n'était pas présent puisqu'il s'occupait de la partie de la classe qui n'était pas observée. Les élèves avaient pour consignes de sa part de poursuivre un travail de TP lors des moments d'attente de la situation. Il s'agissait d'un TP sur les vecteurs.

L'autre pré-expérimentation a eu lieu dans une classe un peu particulière. Il s'agissait d'étudiants en licences littéraires qui suivent des modules optionnels dits « d'ouverture », en vue de se réconcilier avec la discipline (ici, la géométrie) dans le cadre de leur projet professionnel, qui est de postuler à l'entrée à l'IUFM pour la préparation au concours de Professeur des Ecoles. C'est donc un public relativement âgé (21 ans en moyenne), et non scientifique. Les souvenirs que ces élèves avaient des mathématiques remontaient à leur classe de troisième, donc 5 ou 6 ans auparavant. Il faut préciser que cet enseignement s'est fait sur le logiciel Cabri-géomètre 1. L'expérimentation, elle, s'est faite sur la version II du logiciel. Les élèves n'ont pas éprouvé de difficulté au passage d'une version à l'autre (ils ont eu plus de mal à revenir à la version I après l'expérimentation).

L'expérimentation s'est déroulée le 30 novembre 1998 auprès de 22 élèves (effectif total de la classe). La séance a duré deux heures, les élèves étaient répartis dans deux salles. La première contenait 10 élèves (2 binômes émetteurs, 3 binômes récepteurs – un des binômes émetteur envoyait son message en double, et gérant ensuite les interactions avec les deux groupes récepteurs), la deuxième 12 (3 binômes émetteurs, 3 binômes récepteurs). La disposition des élèves suivait les mêmes règles que celles explicitées pour la pré-expérimentation en classe de seconde. Pendant les temps d'attente ils avaient à résoudre quelques exercices de géométrie démontrée, en utilisant Cabri-géomètre comme support pour la construction.

Nous posons l'hypothèse que le travail que les élèves avaient à faire lors des temps d'attente (attente d'une réponse ou d'une réaction à un message envoyé) n'a pas influencé de façon remarquable pour notre étude leur comportement vis-à-vis de la situation expérimentale. En effet, les élèves auraient pu tout d'abord rechercher dans le contrat des indices d'une possibilité de transfert entre les deux types de travail demandé. Mais la grande distance entre la situation de communication, complètement hors contrat de par le problème posé (reproduction sans mesure des longueurs) et les conditions de résolution (le « jeu des messages »), et le travail auxiliaire, très classique, même pour les élèves de licence qui avaient déjà eu ce genre de travail à faire, a empêché cette lecture de la situation. Les deux

tâches sont restées indépendantes chez les élèves. Le travail auxiliaire semble avoir été effectivement compris comme étant destiné à les occuper durant les périodes d'attente. D'autre part, les élèves auraient pu effectuer un transfert, inconscient ou non, des stratégies et des notions utilisées dans les deux travaux. Mais les contenus étaient assez éloignés pour que ce ne soit pas le cas. De plus il faut remarquer que les élèves n'ont pas eu l'air de déceler un quelconque contenu précis dans la situation de reproduction du polygone.

Enfin, il faut noter que la plus grosse partie du travail s'est fait par les émetteurs avant qu'ils aient travaillé sur ces exercices supplémentaires. En fait la plupart des groupes émetteurs n'ont pas quitté le travail sur le polygone, cherchant à trouver la suite de la construction tandis que les récepteurs suivaient le début de leurs consignes.

III.2. Résultats

Les résultats des deux campagnes de pré-expérimentation que nous avons faites seront présentés de façon détaillée dans le chapitre suivant.

Signalons en guise d'introduction que ces résultats ont été très fortement inattendus. La notion d'angle n'est que peu ou pas utilisée par les élèves, et la construction des angles reste anecdotique.

Nous concluons, à la suite de la présentation de ces résultats, à une très grande résistance de la notion, qu'il faudra gérer dans la suite de notre dispositif expérimental.

CHAPITRE 8

Présentation de la situation expérimentale

Dans ce chapitre, nous exposons les résultats obtenus lors des campagnes de pré-expérimentation présentées dans le chapitre précédent.

Ces résultats montrent différentes choses :

- la recherche privilégiée des élèves de stratégies qui reposent sur des propriétés spatiales de la figure (propriétés d'incidence, d'alignement, d'égalités de longueurs)
- le caractère non opératoire de la notion d'angle dans cette tâche de construction : les contournements qu'ont effectués les élèves pour résoudre le problème sans y avoir recours sont parfois surprenants

Après l'exposé de ces résultats, nous présenterons les modifications et les adaptations de la situation qui en découlent.

Le chapitre se conclura sur l'analyse a priori de la situation expérimentale, et la présentation de sa mise en place.

Les résultats des expérimentations font l'objet d'un chapitre distinct (chapitre 9).

I. Résultats de la pré-expérimentation

I.1. Bilan

Nous avons observé 7 groupes de 2^{nde}, et 5 de licence. Les résultats obtenus étant tout à fait similaires pour ces deux catégories, nous les présenterons dans la suite sans les distinguer.

Sur ces 12 groupes, notons que tous ont fait construire les trois points A, B et E. E est obtenu chez 11 groupes comme l'intersection du cercle de centre B passant par A et de la perpendiculaire à AB en A. Le dernier groupe n'utilise pas le cercle, mais fait construire l'angle de 45° en B (perpendiculaire et bissectrice).

Précisons encore qu'un groupe n'ira pas plus loin dans la résolution. Il semble que les élèves émetteurs de ce groupe aient des difficultés dans la manipulation de certains items de Cabri-géomètre, notamment ceux de mesure des angles et de construction de la bissectrice d'un angle. Nous ne prendrons plus en compte ce groupe dans l'exposé des résultats qui vont suivre.

Sur les 11 groupes que nous allons examiner, 6 n'utilisent aucune mesure. Trois de ceux-là suivent une stratégie correcte de reproduction du polygone, du type non angulaire présentée dans l'analyse a priori (chapitre précédent). Un autre groupe utilise quelques éléments de cette stratégie (AD est parallèle à BC), mais une construction erronée du point D, ce qui fait que leur figure est finalement fautive, mais robuste (elle résiste au déplacement des points libres). Un groupe utilise une stratégie de type coordonnées, en utilisant des droites perpendiculaires à AB pour déterminer la position des points C et D. Le dernier, enfin, gradue le segment BE pour approcher la position de D, en faisant des dichotomies successives de ce segment.

Les 5 autres groupes utilisent chacun au moins une mesure d'angle. Trois groupes mesurent d'emblée les cinq angles du polygone. Deux d'entre eux s'engagent dans une stratégie de décomposition du polygone en deux triangles : AEB et BCD. L'un de ces groupes est celui qui a fait construire le point E en utilisant l'angle de 45° en B. Le troisième de ces groupes va effacer les deux mesures des angles aux sommets C et D dès l'affichage des mesures des cinq angles du polygone. Les élèves exercent ainsi un contrôle sur l'affichage de ces mesures, dont on ne sait pas s'il relève de la théorie ou du contrat (on ne se sert pas des mesures non entières, par exemple). Ces élèves n'utilisent ensuite plus les angles, et poursuivent avec succès une stratégie non angulaire de résolution.

Les deux autres groupes ne mesurent pas tous les angles du polygone, mais quelques angles en fonction des besoins de leur construction. Un groupe mesure les angles $\widehat{DCA}$ ($18,4^\circ$) et $\widehat{ACB}$ (30°) et utilise ces mesures comme une indication pour fixer les positions des points C et D :

« Tracer un cercle de centre B et passant par A. C est sur ce cercle. Donc $EA=AB=BC$. L'angle $\widehat{ACB} = 30^\circ$. $D \in \text{à } BE$. L'angle $\widehat{DCA}$. »

L'autre groupe mesure les angles $\widehat{DEA}$, $\widehat{DBA}$ et $\widehat{ABC}$ et utilise la mesure de ce dernier (120°) comme précédemment, pour fixer la position du point C sur le cercle. On note que c'est à la demande des récepteurs :

Emetteurs : « Cercle de centre B et rayon [AB]. C est un point du cercle »

Récepteurs : « Où se trouve C sur le cercle ? »

Emetteurs : « $\widehat{ABC} = 120^\circ$ »

Les récepteurs vont effectivement construire l'angle de 120° en B, ce qui est la deuxième construction d'un angle, exceptée celle de l'angle droit, que l'on observe au cours de ces pré-expérimentations (un groupe avait fait construire un angle de 45° en B).

1.2. Résultats : contournement et résistance

Les résultats de ces pré-expérimentations nous ont conduit à réaliser plus encore que ce que nous le pensions, la résistance de la notion d'angle.

L'hypothèse que nous avons posée, qui postulait que face à l'impossibilité de mesurer les côtés du polygone, les élèves mesureraient ses angles, s'est avérée fausse dans trois quarts des cas observés. Par conséquent, les stratégies correspondant à la reproduction de polygone (cheminement et décomposition en triangles) n'ont pas non plus été utilisées. Seuls deux groupes repèrent le triangle rectangle isocèle EAB, et se heurtent ensuite à la construction de BCD. L'un de ces groupes va écrire :

« Le triangle BCD doit être quelconque. »

L'autre groupe va changer de stratégie, et opte pour un quadrillage de la figure (stratégie de type coordonnées).

Le cercle et le compas, outils de construction du triangle équilatéral, ont été des outils d'exploration efficaces pour les élèves. Tous les groupes qui ont élaboré une stratégie complète et correcte pour la reproduction du polygone ont suivi une résolution classée non angulaire dans l'analyse a priori.

De ces résultats on conclut à une grande résistance de la notion d'angle. Les angles ne font pas partie de la culture des élèves, malgré ce que nous avons pu voir dans les manuels.

D'autre part, il faut observer que les résolutions engagées par les élèves sont hors contrat : la dichotomie d'un segment, le quadrillage de la figure. Plus qu'une résistance, il y a ici un contournement de l'usage des angles de la part des élèves.

II. Un retour sur la situation

II.1. Constats

Les résultats qui viennent d'être exposés nous conduisent à quelques réflexions sur la construction de notre situation expérimentale.

II.1.1. L'outil « cercle » au service d'une analyse spatiale de la figure

Le cercle, que nous avons laissé disponible pour permettre la construction des angles (60°), s'est avéré être un outil très utilisé dans l'exploration. Il a notamment permis à certains groupes de construire le point I, intersection des cercles de centres A et B et de rayon AB. La construction de ce point I a entraîné la découverte d'une stratégie « non angulaire » de reproduction que nous avons présentée dans l'analyse a priori.

Outre que cette stratégie n'emploie pas les angles, nous ne sommes pas en mesure de dire si les élèves qui l'ont suivie ont mobilisé une analyse géométrique de la figure. Ils peuvent tout à fait en être restés à une analyse spatiale de la figure (Laborde et Capponi 1994).

Si nous voulons voir apparaître une analyse géométrique de la figure, et, par là, une utilisation de la notion d'angle comme outil de la résolution du problème, il est indispensable d'invalider la possibilité d'avoir recours à cette stratégie.

III.1.2. L'angle, une notion hors contrat

Le deuxième constat que l'on peut faire à la suite des résultats obtenus est le suivant : l'angle est une notion que les élèves ne mobilisent pas dans cette situation d'exploration et de construction d'une figure.

L'hypothèse que nous avons faite sur une certaine réciprocité du lien entre les constructions d'un triangle équilatéral et celle d'un angle de 60° s'est avérée fausse. Ce lien n'est pas réciproque. Si les élèves savent très bien construire un triangle équilatéral, et qu'ils connaissent la valeur des angles de ce triangle, ils ne savent pas pour autant mobiliser ces connaissances pour construire un angle de 60° .

La résistance à l'utilisation des angles va même plus loin : certains élèves n'ont pas mesuré les angles du polygone. Cela signifie que la connaissance de ces mesures leur semble hors de propos par rapport à l'objectif de la situation.

L'angle est une notion qui n'est pas opératoire chez les élèves.

II.2. Conséquences

A partir des deux pôles de réflexion présentés ci-dessus, les caractéristiques de la situation et le contrat, nous allons avancer dans la modification du milieu de cette situation expérimentale.

II.2.1. Caractéristiques de la situation

Le cercle et le compas

Le cercle et le compas sont des outils qui doivent être supprimés des menus, nous l'avons vu plus haut. L'égalité des longueurs n'est ainsi plus une caractéristique pertinente de la reproduction, et les possibilités de résolution convergent alors toutes vers une utilisation des angles.

Cependant se pose alors le problème de la reconstruction du polygone. Sans les cercles on ne peut plus construire de triangle équilatéral, donc plus d'angle de 60° ni tous ceux qui en découlent. La mise en place des nouveaux menus n'est pas une chose évidente. Il nous faut exploiter un peu plus les possibilités offertes par Cabri-géomètre II en insérant dans les menus des nouveaux items, par le biais de macro-constructions.

Un premier essai a été fait en créant un menu « polygones réguliers » qui comprenait trois items : triangle équilatéral, carré et hexagone régulier. L'aide de ces items précise « désignez un segment pour le côté du polygone ». Rappelons que l'item « polygone régulier » de Cabri-géomètre II construit un polygone à partir de son centre et d'un de ses sommets. Ce qui ne permet pas d'utiliser le polygone régulier pour construire un angle à partir d'un côté.

Nous avons fait plusieurs constats (lors de tests de ces menus passés au sein du laboratoire sur des volontaires) :

- la présence d'items « spéciaux » attire beaucoup l'attention, les élèves risquent de chercher à n'utiliser que ceux-là ;
- le nombre réduit d'items (3) accentue cet effet, et amène en plus l'idée que chaque item doit au moins être utilisé une fois (comme dans le problème de l'âge du capitaine, tout les éléments de l'énoncé doivent servir) ;

- la stratégie de résolution risque de dériver vers la recherche d'un pavage du polygone avec ces polygones réguliers ou des parties bien déterminées de ceux-ci (le demi-carré par exemple).

En prenant en compte ces remarques, il s'ensuit deux possibilités :

Une première possibilité est d'augmenter de manière significative le nombre d'items de ce menu « polygones réguliers ». Cela invaliderait le deuxième point. Mais il reste le premier, et le troisième risque d'être renforcé. La problématique des angles risque ainsi de s'éloigner. De plus nous privilégions de façon importante (voire incontournable) l'idée de l'angle engagé dans un polygone, associé aux sommets.

Examinons alors une deuxième possibilité qui consiste à créer un item qui indique clairement la raison de sa présence : un item de construction d'un angle de 60° . L'avantage de ce menu par rapport au précédent est que les élèves risquent d'être moins intrigués puisqu'il explicite de lui-même sa raison d'être. Cet item peut permettre de contourner l'obstacle de la construction d'un angle, visiblement indisponible chez les élèves. Et contrairement au précédent, il présente l'avantage de conserver à la situation son double aspect de l'angle engagé dans un polygone - car c'est de la reproduction d'un polygone qu'il s'agit - et de l'angle inclinaison au travers des menus de construction.

L'introduction de cet item risque évidemment d'inciter les élèves à « chercher où placer cet angle », ce qui peut les amener sur la voie de la résolution par intersection. C'est un biais qui semble inévitable en situation expérimentale (voire même en situation de classe ordinaire).

La macro-construction « angle de 60° » sera présentée dans le menu des constructions (avec droite perpendiculaire, droite parallèle, bissectrice, etc.). A partir de deux points, elle construit une demi-droite qui a pour origine le deuxième point désigné et qui forme un angle de 60° avec la direction définie par ces deux points. L'angle est construit dans le sens direct.



Les élèves n'ont pas encore abordé la notion d'angle orienté, ils ont juste vu l'utilisation d'un sens pour l'étude de la rotation. Compte tenu de cette remarque, nous avons décidé de ne pas mentionner d'indication à propos du sens de construction de l'angle dans l'aide de cet item (tous les items de Cabri-géomètre sont accompagnés d'une aide disponible à la demande de l'utilisateur). Le texte d'aide est le suivant : « Désignez deux points, le deuxième étant le sommet de l'angle à construire ».

L'introduction de cet item dans les menus sera justifiée par une activité préliminaire que nous présentons un peu plus loin (paragraphe II.2.2, p.194)

La mesure des angles, côté récepteur

Lors des pré-expérimentations, nous avons relevé un certain nombre de stratégies impliquant des constructions non robustes, c'est-à-dire qui ne conservent pas leurs propriétés lors du déplacement des points libres de la figure.

Si ce type de construction est toujours susceptible d'apparaître lors du travail avec Cabri-géomètre (Laborde et Capponi 1994), nous voulons tout de même introduire une dissymétrie dans les menus émetteur et récepteur pour éviter que l'utilisation des angles ne se limite à cette stratégie : nous supprimons du menu récepteur l'item « mesure d'angle », et insérons dans la consigne écrite donnée aux émetteurs cette indication, « attention, vos récepteurs n'ont pas la mesure d'angle dans leur menu ».

Le but de cette modification est double :

- du côté émetteur, éviter les messages du type « construisez un angle de $48,4^\circ$ en C », qui seront invalidés, soit directement par les émetteurs, soit en retour par les récepteurs (« on n'a pas mesure d'angle », écrira un binôme).
- du côté récepteur, éviter les constructions « approchées » des angles.

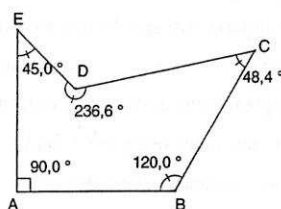
Cela devrait conduire les élèves à prendre davantage conscience du fait que la construction des angles doit être géométrique, et résister au déplacement.

Nous allons donc créer une différence entre les menus des deux parties. Nous posons l'hypothèse qu'il ne faut pas que la différence entre les menus dépasse un item, sinon il est trop complexe pour les émetteurs de gérer la situation en tenant compte des menus des récepteurs. C'est donc la seule différence que nous introduirons.

La présentation du polygone

Une conséquence de ces modifications a été de changer la position de présentation du polygone. Celle-ci est bien entendu relative à la position des points A et B, qui sont mobiles. Mais la position initiale, celle que le polygone a lorsque les élèves ouvrent leur figure, joue un rôle important dans la situation. Les points nommés A et B (les deux premières lettres) forment un segment horizontal, sorte de base du polygone ; l'angle droit en A est présenté dans la position de plus forte reconnaissance, un côté horizontal et l'autre vertical. Lors de l'analyse a priori de la pré-expérimentation, nous avons souligné l'importance pour la validation que le premier objet construit par les élèves soit le segment AB. C'est en effet sur cet objet que s'applique la macro-construction qui permet aux élèves de valider leur travail, par la superposition d'un polygone modèle avec le leur. Cette exigence reste la même dans la situation.

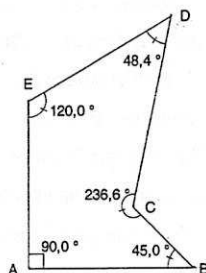
Rappelons quelle était la position du polygone lors des pré-expérimentations :



Sans le cercle, les élèves n'ont d'autre moyen pour déterminer la position du point E sur la demi-droite AE que celui de prendre en compte l'angle $\widehat{ABE}$, égal à 45° . Or cet angle n'est pas un angle au sommet du polygone. C'est donc seulement dans un deuxième temps que les élèves peuvent y avoir accès, et non d'emblée (en fonction des hypothèses que nous avons faites sur les stratégies de base des élèves). Mais l'angle au sommet E mesure lui aussi 45° , et il est fort probable que les élèves veuillent le construire puisque c'est, après l'angle droit, un des angles qu'ils savent le mieux construire. Les élèves risquent fort alors, après avoir construit AB et la droite perpendiculaire à AB en A, de placer un point E sur cette droite pour construire ensuite l'angle de 45° en ce point (perpendiculaire puis bissectrice). La construction est alors fautive, car E n'est pas placé correctement. Cette erreur est assez difficile à percevoir pour les élèves. Le statut du point E, point sur objet et non point d'intersection, est repérable dans le déplacement. C'est une analyse qui rendrait compte de

l'erreur, mais c'est une analyse assez fine que nous ne nous attendons pas à voir apparaître chez les élèves.

En revanche, nous pouvons contourner cette difficulté en modifiant la position initiale du polygone :



Nous conservons alors :

- le segment AB horizontal
- l'angle droit en A en position prototypique

L'angle de 45° est désormais au sommet B, il peut ainsi être construit dès que les points A et B sont tracés. La position du point E a alors moins de chance d'être déterminée sans une analyse de la figure : décomposition en triangles (AEB triangle rectangle isocèle), ou simplement en constatant l'alignement des points B, C et E.

De plus, dans cette position du polygone l'utilisation de l'outil « angle de 60° » pose le moins de difficulté possible : les angles $\widehat{AED}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BAD}$, pour lesquels il est nécessaire d'utiliser cet outil, sont directs.

En revanche, nous perdons en partie le rôle de base du segment AB. En effet, si toutes les visées s'effectuaient à partir de A et de B lors de la pré-expérimentation ($C=AC \cap BC$, $D=AD \cap BD$, $E=AE \cap BE$), une visée se fait désormais à partir du point E :

$$\begin{cases} E=AE \cap BE \\ C=AC \cap BC \\ D=AD \cap ED \end{cases}$$

Cela introduit un ordre dans la construction des points qui est différent de celui qui est indiqué par les noms de ces points. Mais la demi-droite AE est construite dans les premiers objets de la figure : le point E est alors naturellement construit avant les points C et D. Puis, la

construction de E fournit la demi-droite BC, ainsi C sera construit avant D. Cet ordre est celui qui est le plus naturel pour effectuer la construction du polygone.

II.2.2. Contrat et milieu

Les contraintes du milieu n'ont pas suffi à faire entrer les élèves dans une problématique qui engage les angles. Au vu des résultats obtenus, nous pouvons dire que ce phénomène n'est pas uniquement dû à un mauvais choix des variables de la situation.

Il y a un problème de dévolution de la problématique des angles. La présentation d'un « bon » problème ne suffit pas. Pour faire entrer les élèves dans la sphère de pratique de l'angle, un processus long s'avère nécessaire. Plus long que la simple présentation d'une situation.

Nous allons, par un jeu sur le contrat didactique, amener les élèves à reconnaître les angles, et leur construction, comme un outil disponible pour la résolution du problème que nous leur posons.

Reprenons l'une des raisons identifiées de l'absence des angles dans les résolutions des élèves. Ces derniers ne savent pas utiliser leurs connaissances sur les valeurs des angles des polygones réguliers pour construire ces angles.

Dans les manuels, nous avons pourtant vu apparaître ce type d'exercices. Au primaire, avec la construction de gabarits à partir de polygones. En classe de C.M.2, cinq angles sont ainsi manipulés : 90° , 45° , 60° , 30° et 120° . En 6^{ème}, on travaille beaucoup le passage de l'angle engagé dans une figure fermée vers l'angle couple de demi-droites, par des reproductions d'angles au compas. Quelques exercices font construire à l'élève des angles de mesure donnée, à partir d'un angle fourni. L'élève doit mobiliser dans cette tâche la construction d'une bissectrice, d'un angle complémentaire et d'un angle supplémentaire, de la somme et de la différence d'angles par juxtaposition. Dans le chapitre « Symétries : triangles et losanges » de ce même manuel de 6^{ème}, une activité débouche sur la construction, au compas, des angles de 75° , 15° , 105° et 120° . Les angles de 90° , 60° , 45° et 30° sont à plusieurs reprises présentés comme des angles du carré et du triangle équilatéral (avec diagonale et hauteur). En 5^{ème}, les constructions ne se font plus au compas mais au rapporteur. Les tâches précédentes – constructions d'angles, extraction d'angles de polygones – sont de moins en moins présents, jusqu'à disparaître complètement dès la classe de 4^{ème}.

En nous basant sur ces éléments, nous proposons aux élèves une séance d'une heure sur la construction d'angles particuliers. Les objectifs de cette séance sont les suivants :

- Initier les élèves à la construction d'angles particuliers ;
- Placer les élèves dans un « contexte angulaire » ;
- Amener et justifier l'item de construction d'angle que nous leur fournissons dans la situation de communication.

La séance est menée par le professeur de la classe, qui la présente comme entrant dans la catégorie « Travaux Pratiques ». Elle se déroule en quatre temps, dont les durées ont un peu varié selon les classes, en fonction de l'avancée des élèves dans le travail et des habitudes de chacun des professeurs. Globalement, les différentes phases et leur durée sont les suivantes :

a - 5 minutes de **recherche libre individuelle** sur papier pour répondre à la question suivante : « Quels sont les angles que l'on sait construire ? »

b - 10 minutes de **mise en commun** des résultats à l'oral, avec organisation des informations au tableau par le professeur. Celui-ci fait en sorte que les notions de bissectrice, de symétrie et de somme soient abordées, pour qu'elles soient disponibles dans la partie de travail personnel des élèves.

c - 30 minutes de travail personnel sur **Cabri-géomètre**, chaque élève ayant reçu une fiche de travail comportant les questions suivantes :

1) Dans Cabri, sur une même feuille, construisez un angle de 90° , de 60° , de 45° et de 30° .

Si vous avez le temps construisez un angle de 15° .

2) Construisez un angle de 120° , de 75° et de 150° .

Si vous avez le temps construisez un angle de 135° .

3) Bilan des travaux : notes sur les angles et les constructions (vous pouvez utiliser le verso de cette feuille)

Les **menus** de Cabri sont modifiés : les items « polygone régulier », « nombre », « rotation », « mesure d'un segment » ont été supprimés car ils enlèvent du sens à la situation. Les items « vecteur » et « somme de deux vecteurs » ont été supprimés car les élèves étudient les vecteurs en classe, et ils risquent de chercher à employer ces outils. Ils joueraient donc le rôle de distracteurs. Les items « compas » et « report de mesure » sont enlevés pour que la cohérence avec les menus de l'expérimentation soit la plus grande possible. De même pour les trois items qui concernent les axes et la grille. L'item « cercle » figure dans le menu disponible.

d - 10 minutes d'**institutionnalisation** par le professeur, portant sur la liste de tâches précédente et les notions suivantes :

- le triangle équilatéral (angle de 60°)
- le carré ou la perpendiculaire (angle de 90°)
- la bissectrice d'un angle
- la somme d'angles (construction d'un angle adjacent à un autre)
- la symétrie d'un côté d'un angle par rapport à l'autre

Ce T.P. s'est déroulé dans chacune des deux classes environ un mois avant la situation principale, le jeu des messages. Dans l'une des deux classes, le professeur a demandé aux élèves d'effectuer un bilan de cette séance sous la forme d'un devoir maison à rendre (ce bilan occupait une seule question de ce devoir qui en comportait d'autres, portant sur d'autres notions).

II.3. Conclusion

Rappelons dans ce paragraphe de conclusion les résultats issus de nos pré-expérimentations, et les conséquences que nous avons envisagées.

Le constat principal que l'on peut faire au vu des comportements observés lors des pré-expérimentations est que la construction des angles, bien que présente dans les manuels scolaires jusqu'à la 5^{ème}, n'est pas disponible chez les élèves. Par conséquent, l'item « cercle » du menu de Cabri-géomètre II, adapté à la construction des angles de 60° , à surtout servi d'outil d'exploration de la figure. Les stratégies observées ont été très riches, mais aucune n'utilisait les angles (excepté l'angle droit).

Nous avons alors revu les caractéristiques de la situation, tant au plan matériel (menus disponibles) qu'au niveau de la dévolution (mise en place d'une activité préliminaire destinée à faire entrer les élèves dans une problématique angulaire, dans une sphère de pratique de l'angle).

Dans le paragraphe suivant nous exposons l'analyse a priori de cette nouvelle situation : conditions de mise en place, stratégies envisagées.

III. Analyse a priori de l'expérimentation

Nous avons présenté dans les paragraphes qui précèdent les modifications que nous avons effectuées à partir de la situation initiale en fonction des résultats obtenus lors de la mise en place des pré-expérimentations. Nous allons maintenant présenter l'analyse a priori de la

situation. Pour ne pas nous répéter par rapport à celle de la pré-expérimentation, nous ne présenterons que les éléments nouveaux de cette analyse. Des rappels du chapitre précédent aideront le lecteur à en suivre le déroulement.

III.1. Présentation de l'expérimentation

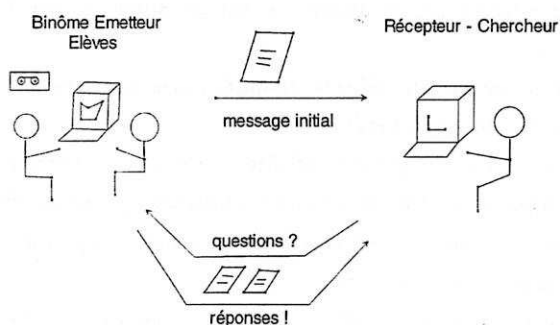
III.1.1. La situation de communication

La situation principale, le jeu des messages, reste inchangée dans son principe par rapport à la pré-expérimentation.

En amont, les élèves ont suivi un T.P. sur la construction des angles. La présence de l'observatrice lors des deux séances (T.P. et jeu de messages) ne manquera pas de faire faire un lien aux élèves entre ces deux phases.

Les consignes orales rappellent cette séance. Nous présentons et justifions, également à l'oral, l'introduction du nouvel item de construction : « Comme nous avons enlevé les cercles des menus, nous avons rajouté une macro « angle de 60° » dans le menu des constructions, puisque nous avons vu qu'il faut des cercles pour le construire ».

Nous avons annoncé dans le chapitre précédent une simulation éventuelle des récepteurs. Pour des raisons matérielles (manque d'élèves), nous avons eu recours à ce dispositif dans la deuxième expérimentation que nous avons mise en place. Le schéma représentant cette situation est le suivant :



La simulation des récepteurs

Les récepteurs ont été simulés par trois jeunes chercheurs en didactique des mathématiques.

Les élèves émetteurs n'étaient pas au courant, pendant la séance, de l'identité de leurs récepteurs. Ils se trouvaient dans deux salles séparées par une porte. On a du leur dire, face à leur insistance, qu'il s'agissait d'élèves de 2^{nde} d'un autre lycée. Ce « mensonge » a été justifié auprès des élèves au cours de mathématiques suivant sur une feuille de correction que nous avons rédigée et que le professeur leur a distribué. Le professeur a déclaré par la suite que cela n'avait pas provoqué de réaction négative de la part des élèves.

Cette phase de notre travail peut se discuter d'un point de vue déontologique. Mais il est indispensable que les élèves se comportent dans la communication comme avec des pairs : ils répondent ainsi moins en fonction d'attentes extérieures qu'ils pensent deviner qu'en fonction des critères internes de la situation. Remarquons que c'est une mise en scène à laquelle nous n'avons eu recours que par manque de moyens matériels, et dans une seule des deux expérimentations.

Pour la mise en place de cette simulation des récepteurs, nous avons établi une classification des messages des récepteurs recueillis lors des deux pré-expérimentations, et lors de l'expérimentation qui s'est déroulée en classe entière (avec des récepteurs élèves).

a. Messages transmis avant la validation de la construction par la macro-construction

- message précisant que les instructions ont été suivies, et qui demande la suite éventuelle.
- question portant sur l'objectif de la construction « *que faut-il obtenir comme figure ?* » « *faut-il relier les points A et D ?* »
- demande de précision quand le message émetteur est visiblement incomplet : « *la perpendiculaire à AB passant par quoi ?* ». Ici la remarque est en relation directe avec l'utilisation de l'outil perpendiculaire dans Cabri, mais cela peut être aussi syntaxique (s'il manque un mot par exemple).
- demande d'explicitation des actions à effectuer : « *comment obtenir $ABC = 120^\circ$?* » ou « *précisez la construction de C et D* » (remarque : les récepteurs n'ont pas de mesure d'angle)

- demande de précision face à une incohérence du message émetteur : « où se trouve C sur le cercle ? » car le message comportait deux phrases contradictoires : « C est un point fixe » et « C est sur le cercle »

b. Après validation de la construction par la macro-construction

- déclaration de succès
- explicitation des différences entre la construction effectuée et celle rendue par la macro-construction

En plus de ces informations, les consignes suivantes étaient données aux trois réceptrices :

- Vous êtes censées savoir construire les **angles** suivants :

90° (droite perpendiculaire)

60° (item « angle de 60° »)

45° (bissectrice de l'angle droit)

30° (bissectrice de l'angle de 60°)

15° (bissectrice de l'angle de 30°)

120°, 150°, 75°, 135° : je ne vous dit pas comment, si vous hésitez vous enverrez un message pour demander une explication.

- Vous ne savez pas construire sans explications un **triangle rectangle isocèle**, ni d'une manière générale vérifier que des **longueurs** sont **égales**.

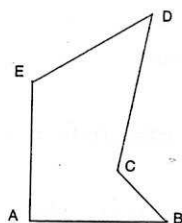
Les conditions matérielles de cette séance seront détaillées dans le paragraphe III.3. (Mise en place de la situation).

Par la suite, nous considérerons les résultats obtenus lors de cette expérimentation de la même façon que les autres. Nous posons ainsi l'hypothèse que le comportement des élèves émetteurs n'a pas été modifié par ce dispositif de simulation.

III.1.2. Le problème posé

La figure proposée

Le problème posé reste le même que lors de la pré-expérimentation. Il s'agit pour chacun des binômes émetteurs d'explorer une figure dans Cabri-géomètre II de façon à rédiger un message, sans dessin, qui permette à leurs récepteurs (des pairs) de la construire. La figure est la suivante :



Les menus de Cabri-géomètre II

Les menus disponibles sur Cabri-géomètre II lors de l'expérimentation sont les suivants. Pour les binômes émetteurs :

Pointer Tourner Dilater/Réduire Tourner et dilater	Point Point sur un objet Point(s) sur deux objets	Droite Segment Demi-droite Triangle Polygone	Angle de 60°
			Droite perpendiculaire Droite parallèle
			Milieu Médiatrice
			Bissectrice Lieu Redéfinir un objet
Symétrie axiale Symétrie centrale	Objet(s) initial(x) Objet(s) final(x) Valider une macro	Mesure d'angle	Nommer Texte Nombre
			Marquer un angle Panser/Dépanser
			Trace Animation Animation multiple
			Cacher/Montrer Couleur Remplir Épaisseur Pointille Aspect

La barre d'outils des binômes récepteurs est similaire, sauf qu'elle ne comporte pas la mesure d'angle. C'est une dissymétrie qui avait été annoncée dans l'introduction (chapitre 6).

Certains items ont été conservés pour ne pas perturber les élèves, qui connaissent bien l'environnement Cabri, et pour garder un nombre conséquent d'items et éviter ainsi le plus possible des stratégies de résolution par des essais de combinaisons de menus (Laborde et Capponi 1994). Parmi ceux-ci :

- les trois derniers items de la boîte à outils pointeurs et les deux derniers de la boîte à outils construction (« Lieu » et « Redéfinir un objet »), qui sont neutres par rapport à la résolution du problème

- « Milieu » et « Médiatrice » sont des items qui favorisent une stratégie de résolution par coordonnées (quadrillage du polygone selon les directions AB et AE). Mais ce sont surtout des items très connus et utilisés par les élèves.

Les élèves

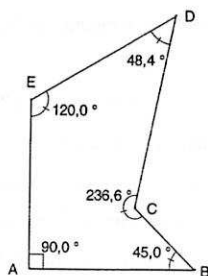
Les expérimentations se sont déroulées dans deux classes de seconde classique. Une de ces deux classes est l'une de celles chez qui nous avons fait passer la pré-expérimentation, quatre mois auparavant. Nous allons montrer que les conséquences de cette contrainte matérielle ne sont pas négatives. Bien que le polygone soit présenté différemment, il y a fort à parier que les élèves le reconnaîtront. La présence de l'expérimentatrice contribue à cette reconnaissance, par un effet de contrat. D'autre part, les menus sont modifiés et les récepteurs sont cachés dans une autre salle : ces différences dans la situation, ainsi que la reconnaissance d'une situation déjà connue, vont inciter les élèves à s'engager dans la résolution du problème plus que les décourager.

Au niveau de la résolution, nous trouverons sans doute dans la communication au sein du binôme des rappels à la situation précédente. Mais ces rappels ne passeront pas dans la communication aux récepteurs, puisque ces derniers n'ont pas participé à la pré-expérimentation (il s'agit des récepteurs fictifs).

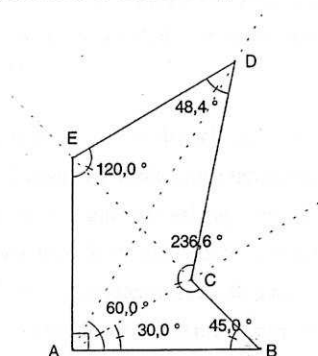
Tous les élèves concernés (sauf un, et cela sera signalé dans les analyses) connaissent l'environnement Cabri-géomètre et ont l'habitude de travailler avec ce logiciel en classe de mathématiques.

Les caractéristiques angulaires du problème

Rappelons enfin les caractéristiques angulaires du polygone. La mesure de ses angles aux sommets :



Et la mesure des angles qui permettent de résoudre le problème de sa reconstruction :



Comme pour la pré-expérimentation, les stratégies de décomposition du polygone en triangles, et la stratégie de cheminement sont envisageables, mais ne sont pas gagnantes : les caractéristiques du polygone sont telles que la résolution du problème passe par un changement de point de vue par rapport à la figure, et une évolution des stratégies. Les résolutions correctes sont la décomposition en triangles avec chevauchement, ou bien l'intersection, qui passe par la prise en compte de visées à partir des sommets A, B et E. Ces différentes stratégies sont détaillées dans le paragraphe III.2 p.203.

Les types de stratégies attendues

Rappelons les trois grands types de stratégies que nous attendons :

- les stratégies de décomposition en triangles,
- les stratégies de cheminement,
- les stratégies d'intersection.

Compte tenu du dispositif mis en place pour ces expérimentations (activité préliminaire), nous n'envisageons plus de voir apparaître des stratégies entièrement au jugé, comme la stratégie de coordonnées.

La stratégie non angulaire qui avait été exposée dans le chapitre précédent, à propos de la pré-expérimentation, n'est plus envisageable ici car le cercle était un outil indispensable de sa réalisation. En revanche nous ne pouvons éviter, comme dans toute situation avec Cabri-géomètre, que des stratégies d'essais de combinaisons de menus apparaissent. La durée des séances (de une heure et demi à deux heures), choisie assez longue pour que les élèves aient le

temps de s'engager dans le problème, et qu'une véritable interaction ait lieu au sein du binôme ainsi qu'avec le binôme récepteur, joue ici en notre défaveur. Les élèves ont en effet un temps long d'exploration libre de la figure, qui peut les conduire à ce type de stratégie.

III.2. Les stratégies de résolution attendues

Ce paragraphe sera particulièrement bref, car il reprend de nombreux points exposés au chapitre précédent : choix et justification des variables de la situation, connaissances requises. Les connaissances requises pour la construction de ce polygone sont les mêmes que pour la pré-expérimentation : savoir construire les angles de 120° , 90° , 60° , 45° et 30° ; connaître le principe de la construction d'une somme d'angles par la juxtaposition. Ces connaissances ont été travaillées et institutionnalisées lors de l'activité préliminaire proposée aux élèves (voir plus haut, le paragraphe II.2.2.). La construction de l'angle de 60° doit être effectuée en utilisant l'outil « angle de 60° ».

Quant aux variables de la situation, certaines sont restées inchangées, et d'autres l'ont été, le détail de ces modifications a été donné au paragraphe II.2.1.

Nous examinons dans la suite les différentes stratégies envisagées.

III.2.1. Stratégies de décomposition en triangles

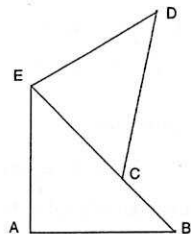
Il s'agit des stratégies qui utilisent une décomposition du polygone en triangles.

On rappelle que le polygone est nommé et présenté de façon à ce que les élèves perçoivent d'abord les deux points A et B et l'angle droit en A. Ceci pour nous assurer que tous les groupes récepteurs aient au moins construit en fin de séance les points A et B, qui sont les points de base de la macro-construction qui sert à la validation. Lors de la pré-expérimentation, cette hypothèse s'est vérifiée : tous les élèves arrivent à faire construire le segment AB et l'angle droit en A. A partir de là, le triangle est une sous figure qui prend en compte les trois points A, B et E. Le triangle rectangle AEB a de fortes chances d'apparaître dans ce type de résolutions.

Plusieurs décomposition sont possibles, certaines étant opératoires pour la construction du polygone, d'autres pas.

AEB et ECD

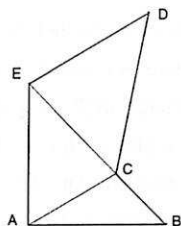
La décomposition la plus élémentaire est celle qui considère les deux sous figures AEB et ECD. En traçant la droite EB pour matérialiser le triangle ABE on remarque que C est aligné avec E et B, et que le triangle ECD complète ainsi le polygone.



Mais cette décomposition n'est pas opératoire, car le triangle ECD n'est pas constructible : $\widehat{ECD} = 56.6^\circ$ et $\widehat{EDC} = 48.4^\circ$. De plus elle ne permet pas de déterminer le point C.

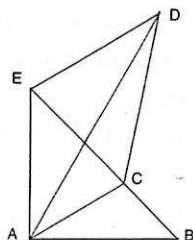
ABC, ACE et ECD

Cette décomposition est une variante de la précédente, en ce sens que c'est aussi une décomposition du polygone sans chevauchements. Les triangles ABC et ACE sont constructibles, mais le même problème se pose pour ECD. Ici par contre le point C est construit.



ABE, ABC et AED ou ABC, ACE et AED

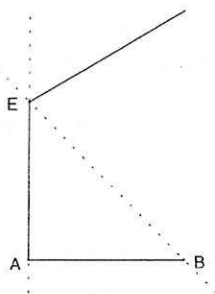
Ce sont des stratégies de décomposition avec chevauchements. Il ne s'agit plus là d'un pavage, mais d'utiliser le triangle comme outil de construction des points du polygone.



L'appréhension de figures juxtaposées est plus aisée que celle de figures qui se superposent en partie (Duval 1988). Il est ainsi nécessaire d'effectuer un pas de côté par rapport à la figure pour envisager ce type de stratégies de décomposition du polygone en triangles avec chevauchement. Dans ce déplacement, les segments de la figure perdent un peu de leur statut de côté du polygone, et les points sont un peu moins des sommets du polygones. En cela on peut dire que ce type de stratégie se rapproche de la stratégie d'intersection.

III.2.2. Stratégie de cheminement

La stratégie de cheminement consiste à construire successivement les côtés et les angles du polygone à reproduire. Ici, elle permet de construire le segment AB, l'angle droit en A, l'angle de 45° en B. Certains élèves peuvent constater l'alignement des points B, C et E et ainsi construire le point E, et l'angle de 120° en ce point. La stratégie est ensuite bloquée, elle ne permet pas de construire les points C et D.



III.2.3. Les stratégies d'intersection

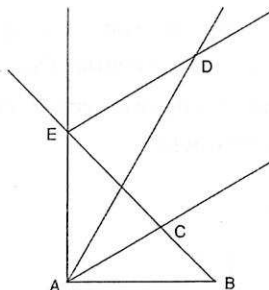
Il s'agit de stratégies utilisant les droites comme outils de construction des sommets du polygone, et les angles comme outils de construction de demi-droites. Ces droites ne sont pas forcément supportées par les côtés du polygone.

Les demi-droites à considérer pour construire les sommets du polygone sont les suivantes (A et B étant déjà construits) :

$$\begin{cases} E = AE \cap BE \\ C = AC \cap BC \\ D = AD \cap ED \end{cases}$$

La stratégie de construction par intersection est donc la suivante (à un ordre près) :

- segment AB
- droite perpendiculaire à AB en E ($\widehat{BAE} = 90^\circ$)
- droite perpendiculaire à AB en E et bissectrice ($\widehat{ABE} = 45^\circ$)
- angle de 60° en A et bissectrice ($\widehat{BAC} = 30^\circ$)
- angle de 60° en A ($\widehat{BAD} = 60^\circ$)
- angle de 60° en E et symétrie axiale ($\widehat{AED} = 120^\circ$) OU droite parallèle à AC passant par E



III.2.4. Les stratégies de combinaison de menus

Notons que ce type de stratégie a voulu être évité le plus possible, notamment en laissant un nombre conséquent d'items dans les menus des élèves. L'item « angle de 60° », nouveau, peut inciter les élèves à chercher à le placer dans la résolution. Il peut alors être utilisé non pas comme un outil de construction d'un angle, mais comme une sorte de boîte noire qui produit

une demi-droite. La résolution précédente, par intersection, peut ainsi être menée sans mobilisation de connaissances géométriques.

Notons encore quelques éléments qui rendent ces stratégies opératoires :

- le projeté orthogonal D' de D sur AE est le symétrique du milieu de AE par rapport à E .
- C est sur la bissectrice de $\widehat{BAD}$

Rappelons encore une fois que ce type de stratégie n'est pas souhaitable pour notre travail, et que nous avons cherché à minimiser ses chances d'apparaître. Sans aller jusqu'à un calcul des probabilités (Laborde et Capponi 1994 p.190), nous pouvons dire que ces stratégies ne sont pas découvrables d'emblée. Elles nécessitent un travail d'exploration assez poussé de la figure. En outre, la construction des angles en A et B doit pouvoir être faite par tous les élèves en mobilisant des connaissances géométriques : c'est un engagement vers une résolution angulaire qui peut inciter les élèves à poursuivre dans cette voie.

III.3. Mise en place de la situation

L'expérimentation a été mise en place dans deux classes de 2nde classiques de lycées de la banlieue grenobloise, les 2 et 6 mars 1999.

La première de ces deux expérimentations s'est déroulée avec 16 élèves, répartis en 4 binômes émetteurs et 4 binômes récepteurs. La séance a duré de 1h30 à 2h00, selon les groupes : les élèves portaient une fois le travail fini. Nous avons recueilli les sessions de Cabri-géomètre II et les enregistrements audio des dialogues de chaque binôme, et bien entendu les messages transmis au cours de la séance.

Les élèves sont placés selon les mêmes contraintes que pour la pré-expérimentation : aucun binôme récepteur ne peut voir d'écran émetteur, quel qu'il soit. Un binôme émetteur doit pas pouvoir voir l'écran de ses propres récepteurs. Malheureusement, 6 postes de la salle informatique étaient en panne le jour de l'expérimentation. Nous n'avons pas pu placer les élèves comme prévu, et ils étaient plus proches les uns des autres que ce qu'ils auraient dû. En particulier, trois binômes émetteurs ($E1$, $E2$ et $E3$) ont pu interagir quelquefois, et le binôme émetteur $E1$ a réussi au cours de la séance à voir l'écran de son binôme récepteur.

Les données du quatrième groupe ne sont pas exploitables, pour deux raisons : l'enregistrement du binôme émetteur n'a pas fonctionné pendant la première demi-heure, et

nous avons découvert en dépouillant le reste de la bande que les émetteurs de ce groupe ont réussi à faire passer un croquis du polygone à leur récepteurs.

Nous avons donc pu exploiter les données de trois groupes, soit 12 élèves.

Lors de la deuxième expérimentation, nous avons observé 12 élèves travaillant tous par binômes en position émetteur. La salle informatique de ce lycée est conçue de telle manière que nous avons pu disposer les élèves de façon à ce que chaque binôme ne puisse voir l'écran d'aucun autre.

Les récepteurs sont situés dans une autre salle, qui communique avec la première par une porte. Il s'agit de trois jeunes chercheurs en didactique des mathématiques, qui gèrent chacune deux binômes émetteurs. Elles ouvrent deux figures distinctes dans Cabri-géomètre II, et travaillent sur l'une ou l'autre en fonction de l'arrivée des messages de la part des émetteurs. Cette gestion assez difficile du travail a permis de rendre leur rôle plus crédible auprès des élèves : le temps d'attente des messages est similaire à celui de l'expérimentation précédente, avec des récepteurs élèves.

Après dépouillement, nous avons constaté que pour deux des binômes émetteurs, les dialogues et les sessions n'étaient pas cohérents : la session de Cabri-géomètre II n'a pas fonctionné correctement, et des données essentielles manquent (notamment, les mesures des angles de la figure). Il nous était impossible d'asseoir une analyse sur des comportements présumés. Nous n'avons donc pas exploité le travail de ces deux groupes.

C'est donc sur 7 groupes que porteront nos analyses, présentées dans le prochain chapitre. Ces analyses seront menées du côté émetteurs. Le travail des récepteurs ne sera examiné que par rapport à l'influence qu'il a sur celui des émetteurs. Les conceptions des élèves seront donc diagnostiquées seulement chez les élèves émetteurs. C'est dans l'exploration de la figure et l'élaboration de stratégies de reproduction que nous cherchons les indices des conceptions mobilisées.

CHAPITRE 9

Analyse des résultats de la campagne d'expérimentations

Les protocoles émetteurs complets figurent en annexe (Annexe 2).

I. De la décomposition en triangles sans chevauchement à l'intersection

I.1. Ombeline et Jérémie, protocole BE2

I.1.1. Présentation et analyse du protocole BE2

Après avoir ouvert la figure, le menu et enregistré leur session, Ombeline et Jérémie mesurent les angles $\widehat{AEB}$ et $\widehat{EDC}$, respectivement égaux à 120° et $48,4^\circ$. L'angle $\widehat{BAE}$ est perceptivement repéré comme droit, et n'est pas mesuré pour le moment :

49. O : t'as pas mesuré quoi, celui bon il fait 90
50. J : bien sûr

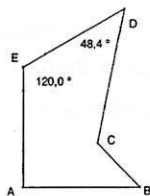


Figure 1, protocole BE2

Ombeline est engagée, on le voit dans l'intervention 49, dans un processus de caractérisation du polygone par la mesure. Dans une première phase de cette caractérisation elle s'est intéressée aux mesures de ses angles, elle va à présent vouloir mesurer ses côtés :

51. O : où c'est que je fais pour mesurer les longueurs ?

52. J : qu'est-ce ça peut changer ça ?

53. O : ouais mais faut quand même

54. J : ben non ça sert à rien, regarde

55. O : ouais mais j'aimerais bien mesurer pas les angles, mais on peut pas mesurer les longueurs, t'as vu ça, pourquoi y'a angle de 60 ? Ca c'est un triangle ABC, ça c'est un triangle euh

On peut faire plusieurs remarques à la suite de l'introduction de la problématique de la mesure des longueurs. D'une part, on note qu'Ombeline va introduire, dans l'intervention 55, l'objet triangle (ABC) dans le dialogue. On peut penser que c'est l'association des mesures d'angles (effectives) et des mesures de longueurs (souhaitées) qui l'a amenée à appréhender un triangle. Le triangle est une figure qui a toutes les chances d'apparaître dans les résolutions des élèves en ce qu'elle est une figure qu'ils savent caractériser en fonction de certaines de ses caractéristiques, qui peuvent varier selon les situations (ici, par ses trois angles). En tous les cas le travail d'Ombeline relève d'une appréhension opératoire de la figure, de type méréologique, non triviale puisqu'il s'agit de l'extraction d'une sous-figure non congruente du polygone (Duval 1988). Il est trop tôt à ce moment du protocole pour avancer l'hypothèse qu'Ombeline est engagée dans une stratégie de décomposition du polygone en triangles.

D'autre part, on note la réaction de Jérémie à l'introduction de la problématique de mesure des longueurs (interventions 52 et 54). Il semble qu'il ait bien intégré le fait que le polygone doit être reconstruit à une similitude près. Le contrat en vigueur lors du travail sur Cabri-géomètre facilite la compréhension de cette consigne, par les manipulations que les élèves prennent l'habitude de faire sur les figures.

Enfin, on remarque dans l'intervention 55 qu'Ombeline a repéré l'outil « angle de 60° » dans le menu des constructions de Cabri-géomètre. Rappelons que l'ajout de cet item est noté dans la fiche qui est distribuée aux élèves en début de séance, et signalé par l'expérimentatrice à l'oral lors de la présentation de la séance.

Dans la suite du protocole nous voyons apparaître une action de la part d'Ombeline, relative à sa proposition sur le triangle ABC en 55 : « Ca c'est un triangle ABC, ça c'est un triangle ». Elle construit le segment AC et mesure l'angle $\widehat{BCA}$. Cette action sera suivie d'une phase de

vérification commune aux deux élèves portant sur les mesures des angles du triangle, puis d'une phase de rectification de la part de Jérémie :

59. O : ouais, cet angle, j'veais faire un truc
 60. J : tu fais quoi là, pourquoi tu fais ça ?
 61. O : je mesure l'angle qu'il y a là
 62. J : et pourquoi pas l'angle tout entier ?
 63. O : ben j'sais pas attends, 90 plus 105 plus 45 ça fait pas 180 ?
 64. J : ben
 65. O : Y'a un truc qui cloche là
 66. J : ça fait
 67. O : ben non 150 plus 90
 68. J : ah ben ça le fait pas
 69. O : c'est pas normal

et

81. J : mais c'est normal là c'est pas 90 degrés c'est là

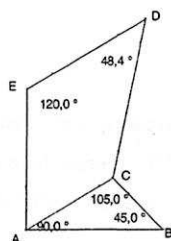


Figure 4, protocole BE2

Ombeline pense donc mesurer les angles du triangle ABC : la mesure de $\widehat{ABC}$ est déjà affichée (45°), elle mesure $\widehat{EAB}$, puis $\widehat{ACB}$. Plusieurs remarques sont à faire sur ces deux dernières mesures. D'abord, le fait qu'elle mesure $\widehat{EAB}$ comme angle du triangle ABC au lieu de mesurer $\widehat{BAC}$ est étonnant. Ce n'est pas un angle du triangle. Or elle le considère bien comme tel puisqu'elle l'utilise lors de la mise en œuvre d'un contrôle sur l'action, avec l'application du théorème de la somme des angles du triangle. Nous proposons une interprétation à cette confusion entre les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{BAC}$. Ombeline peut avoir fait une confusion entre sa stratégie première qui était de mesurer les angles du polygone, et sa stratégie actuelle de caractérisation du triangle ABC. Cela nous amène à faire une deuxième remarque, sur la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ qui étonne Jérémie qui pensait justement qu'Ombeline suivait toujours la première stratégie. L'angle « tout entier » dont il parle est

l'angle $\widehat{BCD}$ du polygone. La confusion chez Ombeline est d'autant plus possible que le triangle ABC n'a pas encore de rôle opératoire dans la résolution du problème. Pour le moment, Ombeline n'est pas engagée dans une stratégie de décomposition en triangles du polygone. Elle a seulement repéré une sous-figure non congruente et connue. Ce n'est qu'après la phase de rectification, par Jérémie à l'intervention 81, que le triangle ABC va être introduit dans la formulation d'un message pour les récepteurs, et prendra ainsi une place dans la résolution :

84. O : c'est bon là ? ben voilà, on leur dit qu'il faut qu'ils construisent un triangle ABC, avec euh, euh, l'angle A 30 degrés, l'angle C 105 et l'angle B 45 !

Le message est rédigé comme suit :

« Construire un triangle ABC tel que :

$$\widehat{CAB}=30^\circ$$

$$\widehat{ABC}=45^\circ$$

$$\widehat{ACB}=105^\circ \text{ »}$$

On remarque un peu plus loin de nouveau à quel point l'angle droit est prégnant chez Ombeline, et aussi qu'elle n'a pas encore de stratégie complète de résolution pour le moment. Ici elle utilise la droite perpendiculaire à AB en A pour définir le demi-plan dans lequel le triangle ABC doit être construit :

86. O : non mais faudrait p't'être dire quand même là qu'il faut qu'ils fassent un

87. J : un quoi ?

88. O : ben là, là, faut dire d'abord qu'ils font, qu'ils fassent un segment AB, et puis une, une perpendiculaire, autrement là l'angle ils vont pas le faire pareil là ici ils vont p't'être mettre le point A là, le point B là le point C là, euh, faut qu'ils tracent d'abord ça, un angle droit

Ombeline poursuit l'appréhension opératoire de la figure et extrait un nouveau triangle, ACE. Elle a auparavant construit le segment CE, qui guide clairement la perception en divisant le polygone en trois triangles :

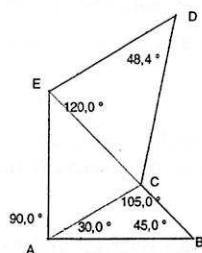


Figure 5, protocole BE2

Puis elle poursuit la phase de formulation du message :

110. O : construire un triangle ACE

111. J : t'es intelligente !

On remarque que Jérémie adhère à la stratégie mise en œuvre par sa camarade.

A la suite de cet échange, les trois angles du triangle ACE sont mesurés. $\widehat{AEC}$ d'abord,

117. O : regarde là t'as un angle de 45 là

puis $\widehat{EAC}$,

132. O : si voilà, 60

et $\widehat{ACE}$:

136. O : combien t'as dit, 75 ?

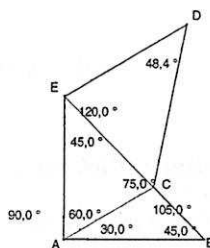


Figure 7, protocole BE2

On voit que ces trois mesures ne sont pas simultanées. Entre-temps ce binôme se pose des questions sur la constructibilité des angles et sur le niveau de granularité du message à transmettre :

119. O : oui mais faut dire, faut leur dire comment faut qu'ils construisent un angle de 30, comment ils construisent un angle de 105, faut tout leur expliquer

120. J : ils se démerdent !

121. O : eh, est-ce qu'il faut expliquer comment ils doivent construire un angle de 45, un angle de machin, ou alors ils le savent

122. Obs : c'est à vous de voir, vous pouvez essayer de ne pas leur expliquer et s'ils n'y arrivent pas ils vous demanderont, ou alors si vous croyez que ça va leur poser problème vous détaillez

et

134. O : ben 60 là déjà ils peuvent le construire avec euh, le cercle

On remarque dans cette dernière intervention qu'Ombeline a d'un côté intégré la construction d'un angle de 60°, mais d'un autre côté n'a justement pas intégré la particularité des menus de cette situation. La construction des angles est regardée pour le moment au niveau de la constructibilité et non de la construction effective (aux sens donnés à ces termes au paragraphe III.2.2. du chapitre 6).

Jérémie vient de rédiger la partie du message qui porte sur la construction du triangle ACE, à la suite de ce qui avait déjà été rédigé. Il ne dit rien pendant cette rédaction, et présente le texte une fois rédigé à Ombeline :

« Construire un triangle ACE tel que :

$[AB] \perp [AE]$

$\widehat{ACE} = 75^\circ$ »

Ce qui va suivre est très important du point de vue du diagnostic des conceptions de l'angle qui sont en jeu chez ces élèves.

140. O : AB parallèle, perpendiculaire à AE [cf. message 1]

141. J : c'est quoi le point là-haut ?

142. O : c'est E mais faut que tu dises le point E aussi combien il fait là, 45°

Jérémie, bien qu'il ait considéré le triangle ACE comme figure élémentaire à construire à la suite de ABC, ne l'a pas pour autant caractérisé par ses trois mesures d'angles, comme l'avait fait Ombeline pour ABC et comme elle l'aurait probablement fait pour ce triangle si elle avait

rédigé le message (c'est ce qu'elle exprime dans l'intervention 142). Plus que de la construction du triangle ACE, Jérémie s'occupe de celle du point E, qui est le seul sommet de ce triangle à ne pas être construit. Et il le fait construire par l'intersection de deux directions qu'il peut déterminer : AE qui est perpendiculaire à AB, et CE qui est telle que $\widehat{ACE}$ mesure 75° .

Il ne semble pas avoir remarqué que les points B, C et E sont alignés. S'il l'avait remarqué, il aurait pu faire l'économie de la construction de l'angle de 75° en C. On note cependant que Jérémie n'est pas du tout gêné par la construction des angles - voir l'intervention 120 plus haut, et aussi :

142. O : c'est E mais faut que tu dises le point E aussi combien il fait là, 45°
/ ouais mais comment ils vont construire un angle de 45° ?¹

143. J : on s'en bat, c'est pas notre problème !

A ce moment de la séance, on peut avancer l'hypothèse qu'Ombeline mobilise une conception de l'angle engagé dans un triangle, qui lui fait mobiliser les opérateurs et les contrôles suivants (r et σ représentant des éléments de R et Σ) :

r : je mesure les trois angles de chaque triangle à construire

σ : la somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°

On fait aussi l'hypothèse que Jérémie mobilise une conception de l'angle comme inclinaison, bien qu'il nous manque encore des éléments pour préciser cette hypothèse.

Les deux triangles que ce binôme a considéré jusqu'à présent (ABC et ACE) vont naturellement les amener à considérer le dernier triangle de la décomposition en triangles sans chevauchement, à savoir ECD :

168. J : là, alors faire construire EDC

Presque simultanément, Jérémie a mesuré les deux angles de ce triangle qui ne l'étaient pas déjà :

¹ Le caractère / signale un temps de silence. Pour de plus grands silences, nous l'avons doublé, voire triplé (// et ///).

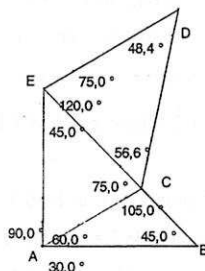


Figure 8, protocole BE2

L'angle $\widehat{CED}$ mesure 75° , $\widehat{EDC}$ égale $48,4^\circ$ et $\widehat{ECD}$ $56,6^\circ$.

Jérémie ne va pas l'exprimer explicitement dans un premier temps, mais il a perçu à la suite de ses mesures l'inconstructibilité du triangle ECD. On s'en rend compte par quelques interventions, disséminées dans le dialogue :

182. J : comment on fait pour leur dire de construire ça ?

puis

189. J : bon comment, comment on fait ça ? / comment on fait pour leur faire faire dessiner ce triangle ?

et

191. J : comment on fait pour leur faire faire dessiner ce triangle là ? j'vois pas

et aussi, en réponse à une intervention d'une observatrice :

222. Obs2 : ça avance là

223. J : on n'arrive pas à leur faire faire tracer ce triangle là

224. O : parce qu'il a des mesures trop, vagues quoi

On note un comportement très différent de la part des deux élèves. Ombeline, face à la difficulté qui se présente, la contourne, change de sujet, trouve de nouvelles caractéristiques du polygone. Jérémie lui se concentre sur le problème, et y revient sans cesse, après chaque détour que lui fait faire sa camarade. C'est lors d'un de ces détours qu'Ombeline va faire rédiger dans leur message une note sur le triangle ABE qu'elle place comme une vérification

de la construction. Le triangle ABE est en effet le triangle qui résulte de la construction de ABC et ACE :

194. O : oui mais tu marques, euh, pour vérification, le triangle EAB, est, est un triangle euh, rectangle en A avec un angle E de 45 degrés un angle B de, on leur donne tout plein de trucs après ils se démerdent

Le message indiquera alors :

« Ainsi vous avez un triangle ABE tel que :

$$\widehat{EAB} = 90^\circ$$

$$\widehat{AEB} = \widehat{EBA} = 45^\circ \text{ »}$$

Un peu plus tard, Jérémie va tracer une droite supplémentaire pour tenter de trouver une construction du point D. Encore une fois on remarque que dans la construction du triangle ECD c'est le point D qui l'intéresse, puisque c'est le seul qui manque. Il est capable pour le construire de sortir du triangle dans lequel il le considère. Il trace la droite DC, et mesure l'angle qu'elle fait avec AB. Or cet angle est égal à $101,2^\circ$, ce qui invalide sa stratégie :

220. J : non c'est vrai j'te jure j'ai une idée, regarde tu prends, ça, droite, par ce point, et ce point, là, et là tu mesures l'angle

221. [silence]

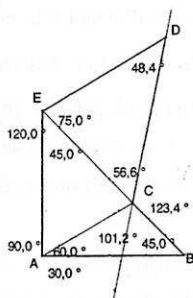


Figure 12, protocole BE2

Ici il met en œuvre la construction d'un point comme l'intersection de deux directions déterminées par les angles qu'elles font avec une direction connue : ED avec $\widehat{CED}$ qui mesure 75° , et CD avec cet angle qu'il pensait constructible mais qui ne l'est pas, d'où le silence qui suit.

C'est un peu plus tard encore que Jérémie va trouver la solution : il construit la droite AD, et découvre ainsi le moyen de construire D :

238. J : ouais ben ouais, seulement / eh Ombeline j'ai trouvé regarde, oh mesure là et là

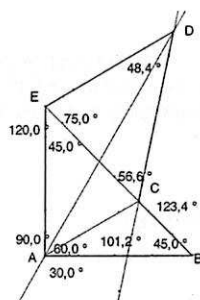


Figure 13, protocole BE2

Il rédige la fin du message,

« Construire un triangle EDC tel que $\widehat{EDA} = 30^\circ$ »

à propos duquel il faut faire plusieurs remarques. D'une part, Jérémie note « $\widehat{EDA} = 30^\circ$ » alors que c'est l'angle $\widehat{EAD}$ qu'il a mesuré. Deux explications sont possibles. Ou bien il s'est simplement trompé, ou bien il a mobilisé le théorème de la somme des angles d'un triangle dans EAD et en a conclu que $\widehat{EDA}$ était égal à 30° aussi. Cette interprétation est plausible, mais n'explique pas pourquoi il a choisi d'indiquer la mesure de $\widehat{EDA}$ plutôt que celle de $\widehat{EAD}$ dans le message. Nous ne possédons pas plus d'éléments pour trancher. D'autre part, on note que Jérémie oublie dans le message de préciser que $\widehat{CED} = 75^\circ$. Focalisé depuis un moment sur la recherche d'un deuxième lieu de points constructible pour déterminer D, il finit par omettre de signaler aux récepteurs la première droite, ED.

En plus de ce message qui semble rédigé hâtivement, on voit dans l'intervention 238 que Jérémie est assez peu explicite sur les détails de sa résolution. Un peu plus loin dans le dialogue, il va développer un peu plus sa stratégie en l'expliquant à Ombeline :

256. Obs2 : vous avez trouvé un moyen de dessiner

257. J : ouais on a tracé ça

258. O : ouais mais comment il sait la longueur de là à là ?

259. J : il le sait pas, il fait ça et ça se croise avec ça, avec ça / non si j'te jure

Jérémie exprime ici le fait qu'un point est l'intersection de deux droites caractérisées par l'angle qu'elles font avec une direction connue. Ici, D est l'intersection de ED et AD.

Lorsque Ombeline parle de « la longueur de là à là » elle pense à la longueur d'un des côtés du polygone, DE ou DC. Elle a du mal à intégrer la détermination du point D en tant qu'intersection de deux droites.

Ombeline et Jérémie envoient alors leur message complet aux récepteurs :

« Construire un triangle ABC tel que :

$$\widehat{CAB}=30^\circ$$

$$\widehat{ABC}=45^\circ$$

$$\widehat{ACB}=105^\circ$$

Construire un triangle ACE tel que :

$$[AB] \perp [AE]$$

$$\widehat{ACE}=75^\circ$$

Ainsi vous avez un triangle ABE tel que :

$$\widehat{EAB}=90^\circ$$

$$\widehat{AEB}=\widehat{EBA}=45^\circ$$

Construire un triangle EDC tel que

$$\widehat{EDA}=30^\circ$$

Il s'ensuit quelques échanges de messages avec les récepteurs, qui portent sur la construction effective des angles. Ombeline et Jérémie sont alors contraints de modifier leur niveau de formulation. De leur premier message, de type 2 qui prenait en compte la constructibilité théorique des angles, ils passent à des messages de type intermédiaire entre les niveaux 2 et 3 (en suivant la typologie présentée plus haut, pp.154-155). Par exemple, le message suivant :

« Tracer 2 angles de 60° vous obtenez un angle de 120°

Faire la bissectrice d'un angle de 60° puis la bissectrice de l'angle de 30° vous obtenez 15° .

Donc vous avez un angle de 75° ($15^\circ+60^\circ$) »

Ce message ne prend pas complètement en compte la construction des angles, dans le sens où il ne précise pas les outils qu'il faut utiliser pour la construction dans Cabri-géomètre de ces angles, dans ce contexte précis. Mais il est quand même plus détaillé que le message de type 2 qui ne faisait que prendre en compte la constructibilité, puisqu'il la détaille : $75^\circ = 60^\circ + (60^\circ/4)$, ou, comme ils le marquent eux-mêmes : $75^\circ = 15^\circ+60^\circ$. Il faut noter que les réceptrices attendent en fait un message de niveau 4, car ce n'est pas au niveau théorique qu'elles sont gênées, mais au niveau de la réalisation effective de la construction.

L'explication que donnent Ombeline et Jérémie de la construction de l'angle de 75° reprend celle qui avait été vue en TP, et aussi en devoir à la maison, qui est présent à l'esprit des élèves puisqu'ils devaient le remettre à leur professeur le jour même de l'expérimentation (jour de rentrée de petites vacances scolaires).

La période d'interaction avec le binôme récepteur est assez difficile pour ces élèves, car les temps d'attentes entre deux messages sont particulièrement longs. Cela s'explique en partie par le fait que le premier message qu'Ombeline et Jérémie ont transmis était complet, c'est-à-dire qu'il est censé mener la construction du polygone à son terme. Les émetteurs n'ont ainsi plus rien à rédiger après le premier envoi. D'autre part, ce groupe n'arrive pas à se placer à un niveau de message satisfaisant, puisque les récepteurs attendent une liste d'instructions et que les émetteurs se placent au-dessus dans la hiérarchie des niveaux de messages, entre les niveaux 2 et 3. En fait, il aurait fallu que les émetteurs construisent effectivement la figure, sans quoi ils ne peuvent pas se rendre compte des difficultés rencontrées par les récepteurs, qui sont liées à la configuration particulière du menu.

Nous ne présentons pas toute cette partie, qui ne comporte rien de significatif du point de vue des conceptions mobilisées par les élèves. Nous reprenons le protocole au niveau du dernier message envoyé par Ombeline et Jérémie, qui reprend et corrige la construction du point D du premier message :

« Tracer $\widehat{EAD} = 30^\circ$
et $\widehat{AED} = 120^\circ$
Intersection $\rightarrow D$ »

et aussi les interventions qui s'y rapportent, où Jérémie exprime encore une fois le principe de visée, mis en œuvre dans une stratégie de construction des points par intersection :

556. J : non mais je leur ai dit déjà, et après une fois que j'aurais ça pour avoir, pour avoir euh, j'aurais E là, j'aurais ma droite là comme ça / et ben, AED égal 120 degrés, ben j'ai oublié de vous mettre un truc, vous avez pas, euh, renvoyez ! Ah j'peux vous le dire, madame j'peux leur dire ?

557. Obs : non non

558. [il rédige un nouveau message]

559. J : tracer E, A, D égal 30 degrés, A, E, D égal 120 degrés / là t'es d'accord

560. O : je vois pas le rapport ?

561. J : ben si, AED, A, E, D ça fait 120, quand elles ont un truc comme ça, EAD ça fait 30 ça leur donne un truc comme ça et à l'intersection y'a D

562. O : ben marque intersection truc

563. J : intersection / D. Bon.

I.1.2. Conclusion de l'analyse du protocole BE2

En premier lieu on remarque que ces élèves ont d'abord été confrontés à l'échec de la stratégie de décomposition en triangles sans chevauchement du polygone. Ce n'est donc que pour la construction du point D que la décomposition en triangle n'a plus été opératoire dans la résolution. Cependant dès la construction du triangle ACE on a pu noter une différence de comportement entre les deux élèves quant à la caractérisation des constructions. Ombeline caractérise un triangle par ses trois mesures d'angles, et considère ainsi la construction du triangle dans son ensemble - comme la construction d'un seul objet, le triangle. Jérémie, lui, ne considère dans le triangle que les sommets qu'il doit construire, et utilise ainsi le triangle comme un outil pour accéder à la construction de ces points. Il ne caractérise alors pas forcément la construction par la donnée des trois mesures d'angles du triangle, mais par des angles constructibles qui lui permettent d'obtenir des droites qui se croisent au point voulu. Cette stratégie sera celle qui leur permettra de dépasser l'obstacle de la décomposition en triangles sans chevauchement, et de construire le dernier sommet D du polygone comme étant l'intersection des droites ED et AD.

On peut noter alors que les deux élèves de ce binôme ne mobilisent pas les mêmes conceptions de l'angle. Ombeline mobilise une conception de l'angle engagé dans le triangle, alors que Jérémie mobilise une conception de l'angle comme inclinaison d'une direction par rapport à une autre. Les opérateurs et les contrôles qu'ils mettent en œuvre ne sont pas toujours les mêmes, bien que la conception de Jérémie lui permette de mobiliser les opérateurs de la conception de l'angle engagé dans le triangle.

I.2. Romain et Pauline, protocole BE1

I.2.1. Présentation et analyse du protocole BE1

Avant que le travail individuel de ce binôme ne commence, en début de séance le professeur intervient pour s'assurer que le contrat relatif au travail dans Cabri-géomètre est bien en place. Il fait manipuler la figure à Romain et lui précise que la figure qui doit être reconstruite par les récepteurs doit non seulement avoir la même forme, mais aussi avoir les mêmes caractéristiques que l'original dans le déplacement :

55. Prof : Romain, tu sais que ce sont des figures de Cabri donc elles doivent résister au déplacement, c'est-à-dire par exemple, si par exemple tu prends le point A et que tu le tires, essaye voir de tirer le point A, le point
56. R : c'est comment qu'il faut faire ?

57. Prof : ça c'est son nom, le point A, il est où ?
 58. R : c'est bon, je l'ai.
 59. Prof : non ça c'est le nom du point, le point il est où ?
 60. R : ah ouais !
 61. Prof : il est où le point ? ben si tu le tires, tu vois cette figure, c'est une figure de Cabri, elle bouge, mais c'est cette figure là qu'ils doivent reproduire.
 62. R : ouais ok
 63. Prof : d'accord ? c'est-à-dire tu sais que dans Cabri quand tu fais une figure il faut que quand on déplace faut qu'elle résiste ok ?
 64. R : ouais ouais

Le travail de Romain et Pauline commence alors. Pauline repère immédiatement l'angle droit en A. Cette perception a sans doute été *augmentée* par le déplacement précédent (Soury-Lavergne 1998 p.151). Très rapidement, Romain et Pauline mesurent les cinq angles du polygone :

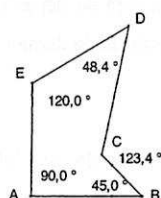


Figure 3, protocole BE1

Pauline trace alors la droite EB :

88. P : ben pour savoir si c'est un, euh / ça se rejoint ça ou pas ?
 89. R : en faisant une droite tu veux dire ?
 90. P : ouais
 91. R : ah ouais !
 92. P : ben ouais.
 93. R : toi t'es pas bête toi

Il n'est pas clair de savoir si Pauline trace cette droite pour matérialiser le triangle EAB ou pour vérifier l'alignement des points B, C et E qu'elle aurait perçu : « ça se rejoint ça ou pas ? » est une interrogation difficilement interprétable. En revanche dans la suite, c'est clairement du triangle EAB dont il est question :

94. P : comme ça tu leur dis de faire un triangle déjà
 95. R : mm, mais est-ce qu'on peut le faire au moins ?
 96. P : j'sais pas
 97. R : non mais là déjà on va leur dire de faire un triangle équilatéral

ABE, ça te va ?

98. P : rectangle en A

99. R : rectangle en A

Les deux élèves sont donc en accord à cet instant du protocole sur un premier élément de la figure à faire construire aux récepteurs (l'erreur de Romain sur la nature du triangle, dans l'intervention 97, semble se situer sur le plan langagier uniquement, on le verra dans l'intervention 101, un peu plus loin). Le triangle est une figure connue des élèves pour sa constructibilité. A fortiori ici, le triangle rectangle. L'appréhension opératoire nécessaire à l'extraction de la sous-figure EAB est non triviale car le triangle est une figure non congruente au polygone, mais est cependant facilitée par la prégnance de l'angle droit et la direction EB qui est déjà en partie matérialisée par le côté BC.

Pour caractériser ce triangle EAB, Romain et Pauline vont s'orienter dans un premier temps vers la mesure de ses côtés :

100. P : et il faut leur donner la mesure des côtés

101. R : non, triangle ouais, triangle rectangle ouais, en A, ah ouais, il faut leur donner la mesure des côtés

La rétroaction du milieu agit alors, comme un obstacle à l'action :

123. P : donc je mets quoi donc, faire un triangle rectangle en A

124. R : ouais, en A / attends je vais les mesurer, attends il faut les mesurer / merde on peut pas les mesurer

125. P : ah ouais

126. R : oh c'est pas possible

Face à cette difficulté, Romain et Pauline vont progressivement basculer vers les mesures d'angles. Cette progression est marquée de retours à la problématique des longueurs (130, 133, 139, 140). A la fin de l'échange, Pauline fait un lien entre ces deux caractérisations (angles et côtés), et les deux élèves semblent se rejoindre :

127. P : ben si on a déjà B hein, après ça se fera tout seul hein

128. R : comment ça ?

129. P : ben B il fait 45 on le sait

130. R : ouais mais c'est des degrés ça / d't'façon c'est obligé que ça fasse 45 / allez c'est parti

131. /

132. P : alors on leur met quoi ?

133. R : on peut pas mesurer les côtés ?

134. Obs : vous n'avez pas la mesure des distances

135. R : ok

136. P : d'accord

137. R : eh, ça ça doit faire la même mesure que ça ?

138. P : ben B et E ils font la même mesure hein

139. R : non AE et BE tu veux dire, AE et AB ?

140. P : ouais, ouais parce que si les angles ils sont égaux à mon avis les côtés aussi

On remarque au passage qu'il est difficile de savoir si les élèves utilisent le théorème de la somme des angles du triangle dans l'intervention 130, puis 138 pour calculer le dernier angle du triangle (il s'agit de l'angle $\widehat{AEB}$). Il se peut en effet aussi qu'ils déduisent la mesure de cet angle d'une connaissance qu'ils auraient de la figure triangle rectangle isocèle, un peu comme cela se passe lorsqu'on affirme sans aucun calcul que le dernier angle d'un triangle dont on sait que les deux autres mesurent 60° , est de 60° également. C'est la connaissance des caractéristiques de l'objet triangle équilatéral, que l'on identifie comme tel grâce aux caractéristiques qui sont fournies, qui permet de donner la valeur du dernier angle.

On note encore que Romain est engagé dans une problématique du vrai (Margolinas 1993) lorsqu'il énonce cette mesure de l'angle $\widehat{AEB}$, dans l'intervention 130.

Les deux élèves sont donc de nouveau arrivés à un accord. Le triangle rectangle EAB est isocèle, il a deux côtés et deux angles égaux. Ils vont cependant éprouver le besoin de valider leur conjecture, de mesurer les côtés :

141. R : attends, madame ! comment on fait pour reporter, en fait pour euh, parce que ça on pense que c'est la, ça c'est les mêmes, c'est les mêmes, c'est la même mesure. Comment on fait pour euh, pour euh, pour savoir, pour vérifier ?

142. Obs : pour vérifier que c'est la même mesure ?

143. P : ouais

144. Obs : ben il faut se débrouiller, tu n'as pas la mesure des distances

Il est intéressant de noter que Romain et Pauline n'ont pas mesuré l'angle $\widehat{AEB}$. Ils semblent donc être convaincus de ce résultat, mais en revanche on voit qu'ils aimeraient vérifier par la mesure l'égalité des côtés AB et AE du triangle. Et alors que Pauline avait avancé dans l'intervention 140 (voir plus haut), un argument qui aurait pu être un début de validation, elle va avancer un argument tout à fait différent maintenant que le problème de la validation est posé :

150. P : je sais, c'est obligé qu'ils aient la même mesure, parce que si tu rejoins comme ça, ça fera un angle de 90° degrés là et ça fera un carré, donc, un carré ça a forcément les côtés égaux

Cet argument sera accepté par Romain. Le raisonnement n'est pourtant pas valide, pour deux raisons possibles. Ou bien Pauline utilise dans ses hypothèses la conclusion, à savoir que les côtés AE et AB sont égaux, ou bien c'est un glissement au niveau de la conclusion qu'elle fait, qui la fait passer du rectangle (4 angles droits) au carré (4 côtés égaux).

Mais lors de la formulation du message, Pauline va se détacher de l'objet carré qui lui a servi dans la validation :

153. R : mais, tu crois ouais mais comment alors, comment on leur dit de faire ?

154. P : ben on leur dit de faire un triangle euh, rectangle, sachant que, E, les angles E et B font 45 degrés et que EA égal AB

Le message suivant est envoyé :

« Faire un triangle AEB rectangle en A.
Sachant que $\hat{E}$ et $\hat{B}$ font 45° et que $AE=AB$. »

Romain et Pauline adoptent donc une méthode d'envoi d'un message incomplet, ce qui va leur permettre de continuer leur réflexion en attendant la réponse des récepteurs.

Pauline mesure les trois angles du triangle ECD, en exprimant clairement qu'elle suit une des stratégies de décomposition en triangles sans chevauchement repérées dans l'analyse a priori (EAB et ECD) :

196. P : mais on peut pas regarder les mesures de C...

197. R : ah si bien ouej [=bien joué]

198. P : après ils auront qu'à faire l'autre triangle et voilà.

199. R : et regarde c'est encore un triangle ça

200. P : ben oui justement c'est ça, si on arrive à mesurer celui-là et celui-là après c'est bon, facile ! Voilà, ouh la, déplace-le !

201. R : ouh là ! Toc, toc, toc, toc, ok

202. P : ok tout va bien

203. R : on va prendre le point D, on va prendre le point / ça ça saoule ça

204. P : bon c'est pas grave on va virer l'autre là, E

205. R : quoi ?

206. P : mesure E

207. R : ouais / ouais / t'y arrives ou pas / il fait 75 ?

208. P : mmm

209. R : ça c'est bien ça

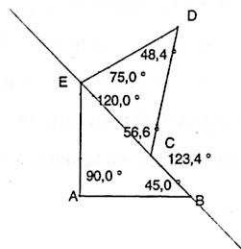


Figure 6, protocole BE1

On note dans la dernière intervention de cet échange la réflexion de Romain à l'affichage de la mesure de l'angle $\widehat{CED}$ (75°). Il porte un jugement sur la constructibilité de cet angle. Cette phrase semble se placer en contrepoids des deux autres mesures des angles de ce triangle ECD qui sont affichées et qui ont dû être perçues comme problématiques par Romain (et sans doute aussi par Pauline, voir l'intervention 208).

Romain et Pauline sont en train de réaliser l'échec de la deuxième partie de leur stratégie : le triangle ECD n'est pas constructible.

Une des étapes de cette prise de conscience va être une sorte de vérification des mesures qui sont affichées. Tout se passe comme si face à ce triangle trop quelconque, les élèves ressentent le besoin de mobiliser des connaissances géométriques pour vérifier ses mesures :

217. P : voilà, ben on est content maintenant
 218. R : attends ça fait combien celui-là, 56.6 ? cela est logique
 219. P : mais si parce que 56.6 plus 48.4 ça fait 75
 220. R : ouais non c'est logique
 221. P : donc voilà, ben ils vont faire euh, ces angles-là et puis voilà
 222. R : bon ça et ça ça fait 105 ça
 223. P : et ben oui ben alors, oui ici

En 219, Pauline applique le théorème de la somme des angles du triangle, en annonçant directement la mesure du troisième angle ($56,6 + 48,4 = 105$; $180 - 105 = 75$).

La réflexion de ces élèves va ensuite s'arrêter là pour un moment, Romain et Pauline se dispersent, parlent d'autre chose, jusqu'à l'arrivée du message des récepteurs qui les replonge dans le problème :

« C'est bon, et la suite ? »

Ils vont alors entrer dans une phase assez pragmatique, où la plupart des interventions sont des évocations de l'action des récepteurs : « quand ils vont faire EC », « après ils vont faire un angle comme ça », « après ils vont varier le point C », « et après, ils vont nous envoyer des questions ». Ce ne sont que des évocations de l'action : Romain et Pauline ne cherchent pas à reconstruire la figure (contrairement à d'autres binômes, qui ont adopté cette stratégie spontanément). La seule construction qu'ils feront pendant cette phase est celle du segment AC.

Finalement, le deuxième message qu'ils enverront est rédigé comme suit :

« Faire un triangle EDC sachant que C est un point de [EB] et que les côtés [EC] et [EB] sont confondus.

l'angle $\widehat{DEC}$ mesure 75°

l'angle $\widehat{ECD}$ mesure $56,6^\circ$

l'angle $\widehat{CDE}$ mesure $48,4^\circ$ »

En suivant la typologie que nous avons proposée plus haut (chapitre 6), ce message est de niveau 1. Il prend en compte la constructibilité de l'objet triangle par ses trois angles, mais pas celle des angles eux-mêmes. Romain et Pauline ajoutent une indication sur la position du point C par rapport à la figure déjà construite - le triangle EAB. Ces instructions ne sont pas réalisables par les récepteurs puisqu'ils n'ont pas l'item de mesure des angles dans leur menu. Rappelons que c'est précisément pour empêcher la faisabilité de tels messages que nous l'avons supprimé (voir le paragraphe II du chapitre précédent). En revanche le message de Romain et Pauline serait réalisable sur leur propre figure, car ils ont la mesure des angles. Mais la construction ne serait pas robuste. En examinant le dialogue des élèves on se rend bien compte que d'une part ils considèrent l'action dans leur propre environnement, puisqu'ils évoquent la mesure des angles, et que d'autre part, ils savent que la construction ne sera pas robuste :

285. P : ouais / mais non mais, regarde, après ils vont faire un angle comme ça, on leur dit de faire l'angle C, qui fait 56 6, donc ça donnera la droite comme ça

286. R : ouais mais là, j'sais pas si ils vont y arriver

287. P : après ils font D, ça donnera la droite comme ça, et il faut leur dire que D et E, se rejoindre, après ils font varier le point C pour /

On note la réserve de Romain dans l'intervention 286. C'est au moment même où Romain et Pauline appellent l'observatrice pour transmettre leur message, que Romain va sembler

considérer leur résolution d'un autre point de vue et prendre conscience de l'inconstructibilité d'un des angles du triangle ECD, l'angle $\widehat{ECD}$ ($56,6^\circ$) :

332. R : ouais mais ça va pas le faire hein

333. P : ben on verra s'ils comprennent pas

334. R : ils vont pas arriver à faire, euh, 56 virgule 6

On peut rappeler ici que l'échec de la stratégie de décomposition en triangles sans chevauchement a été long à être perçu par Romain et Pauline. D'abord dubitatifs face aux mesures des angles du triangle ECD qui leur apparaissaient trop quelconque, ils ont occulté ce problème par la suite et rédigé un message de niveau 1, qui ne respecte pas le contrat Cabri (construction non robuste) et n'est pas réalisable par les récepteurs, qui n'ont pas l'item de mesure des angles dans leur menu. Romain réalise finalement l'inconstructibilité du triangle ECD par l'intermédiaire de celle d'un de ses angles.

Romain va alors élaborer une nouvelle stratégie, et passer progressivement de la stratégie de décomposition en triangles sans chevauchement à une stratégie qui engage la visée, grâce à la rétroaction du milieu - l'inconstructibilité de l'angle $\widehat{ECD}$ - qui lui a montré l'échec de la première stratégie.

L'angle était jusqu'à présent une caractéristique du polygone et des triangles. Il va dorénavant être considéré par Romain comme la caractéristique de la position d'une droite par rapport à une autre.

Nous allons examiner dans le détail les différentes étapes de cette évolution chez Romain.

Il commence par tracer le segment AD, et mesure l'angle $\widehat{DAE}$ (30°). Il considère clairement cet angle au niveau de sa constructibilité :

339. R : eh mais ! si on fait une droite comme ça, l'angle il sera p't'être, non ? On va tester

340. P : ouais. Là c'est un seg

341. R : 30 ! c'est de la balle ça ! [=c'est trop cool]

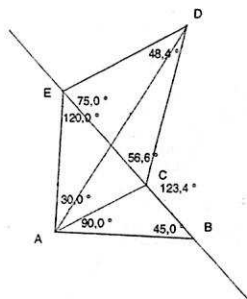


Figure 9a, protocole BE1

Face aux interrogations de Pauline, il va expliquer qu'il recherche les angles constructibles de la figure :

344. P : vas-y vas-y explique

345. R : ça ça fait trente, parce que 56 virgule 6 elles vont pas arriver à le faire

346. P : lequel qui fait 30, celui là ?

347. R : ouais, attends qu'est ce qu'on pourrait arriver à faire après, ah ouais mais celui-là

Le message des récepteurs arrive peu après, et conforte Romain dans ce qu'il avait anticipé :

« Comment faire pour l'angle $\widehat{ECD}=56,6^\circ$ et $\widehat{CDE}=48,4^\circ$ parce qu'on n'a pas "mesure d'angle" »

Pour le moment, Romain n'a pas vraiment de nouveau plan de résolution, il est plutôt engagé dans une nouvelle phase heuristique. Il recherche dans la figure des angles qui sont constructibles. Dans cette recherche on note toutefois que l'angle change déjà de statut. Il n'est plus la caractéristique d'un polygone ou d'un triangle, puisque Romain va considérer des angles formés par des droites et des segments qu'il construit dans la figure :

379. R : je sens que ça va être compliqué ça / ça ça fait combien ? / 105, est-ce que c'est possible de faire un angle de 105 ?

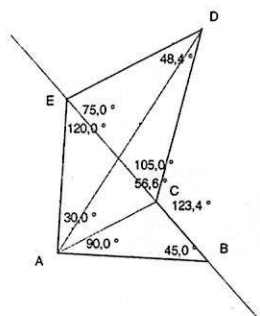


Figure 9b, protocole BE1, l'angle de 105° est formé par la droite EB et le segment AD

Mais cette recherche sans stratégie ne va pas aboutir. Romain n'arrive pas à élaborer une résolution à partir des données qu'il recueille sur la figure :

404. Obs : Vous en êtes où vous, vous attendez un message ?

405. P : non, on est bloqués

406. R : non non, on réfléchit là

407. Obs : bon ben réfléchissez alors

408. R : on n'y arrive pas

C'est Pauline qui va relancer la réflexion, ce qui va permettre à Romain d'aboutir :

415. P : Romain, tu sais combien il fait l'angle D

416. R : il fait 30 degrés, ça ça fait 30 degrés

Puis :

430. R : bon, il faut faire 30, 30, 30, après tu traces ça

431. /

432. Prof : vous avez compris pourquoi ils n'ont pas compris ?

433. P : ouais, mais c'est pas pour ça qu'on arrive à leur expliquer

Et :

441. P : on peut leur dire de découper l'angle A en trois fois trente ?

442. R : ouais ça c'est possible ouais

443. Prof : est-ce qu'ils savent le faire

444. R : ouais j pense qu'ils vont se démerder

445. Prof : est-ce que vous pensez qu'ils savent le faire, c'est tout

446. R : ouais

447. P : ben ouais on a appris ça l'autre fois

448. R : ben oui parce que ça ça fait 60 là

449. Prof : si vous pensez qu'ils savent le faire vous pouvez leur dire, le

problème c'est qu'ils comprennent

450. P : ouais

Romain et Pauline considèrent donc à ce moment-là que les récepteurs vont pouvoir construire la droite AD. Romain se pose alors la question de savoir comment déterminer la position de D sur AD, et répond :

451. R : ouais mais ça après comment tu leur dis que ça ça arrive là ?

452. [changement de face]

453. R : on leur dit, celle-là normalement ils l'ont déjà fait tout à l'heure

454. P : ouais

La droite à laquelle il fait allusion dans l'intervention 453 est la droite ED. Pour comprendre pourquoi il considère qu'elle est construite sur la figure des récepteurs, il faut se rappeler le dernier message que Romain et Pauline ont reçu des récepteurs. Il indiquait : « Comment faire pour l'angle $\widehat{ECD}=56,6^\circ$ et $\widehat{CDE}=48,4^\circ$ ». L'angle $\widehat{DEC}$ de 75° n'était pas signalé dans ce message comme posant problème. Romain, peu après la réception du message, s'était même exprimé à ce propos : « mais ils y arrivent au 75 ? » (intervention 381), question qui est restée sans réponse orale, mais à laquelle il semble donc bien qu'il ait répondu, légitimement, par la positive.

Il mobilise donc ici la notion de point comme intersection de deux droites, en utilisant les angles pour pallier l'absence de mesure de longueurs. Le message qu'il rédige expose clairement ce point de vue :

« L'angle $\widehat{DAB}$ doit faire 60° . (On annule les angles $56,6^\circ$ et $48,4^\circ$) Le point D n'a pas été encore construit. Tracer la droite dont l'angle $\widehat{DAB}$ mesure 60° . La droite de l'angle $\widehat{DEC}$ et de l'angle $\widehat{DAB}$ s'entrecoupent. Le point d'intersection est le point D »

Romain a mis en œuvre le principe de visée dans une stratégie d'intersection pour déterminer la position du point D. Il n'est pas évident qu'il en soit conscient à ce point de la séance. La résolution s'est en effet élaborée par étapes, un peu par essais-erreurs, sans que la stratégie globale ait été forcément perçue par les élèves. La formulation du message joue ici un rôle important dans le sens où elle oblige Romain à extraire de ses actions les éléments qui sont pertinents pour la résolution. Il s'agit de la construction d'un procédé de résolution au sens de Margolinas (1993 p.186).

Un peu plus tard Romain va réinvestir ce procédé pour déterminer le point C, et fait ainsi un pas vers la décontextualisation du procédé :

497. R : eh mais l'angle, le C ils peuvent le tracer aussi, le C ils peuvent le trouver, vu que ça ça fait 30 degrés

Il rédige le message suivant :

« Maintenant il faut trouver le point C. L'angle $\widehat{CAB}$ mesure 30° donc il faut l'angle, puis tracer la droite qui coupera (EB) en C. Après il faut rejoindre les points AEDCB... et effacer tout le reste. »

A ce moment là on peut dire que Romain mobilise explicitement le principe de la visée dans une stratégie d'intersection, et que l'angle est une inclinaison d'une droite sur une autre et non plus la caractéristique d'un triangle ou du polygone.

1.2.2. Conclusion de l'analyse du protocole BE1

Dans la première partie de ce protocole le binôme Romain et Pauline présente une certaine homogénéité. Ils mobilisent tous les deux la mesure des angles comme un outil de caractérisation du polygone. C'est à un niveau définitoire et non opératoire qu'ils se placent puisque aucune stratégie de construction ne s'appuie sur cet angle (ça n'aurait pas été le cas par exemple s'ils avaient amorcé une stratégie de cheminement). Puis, Romain et Pauline mobilisent une conception de l'angle engagé dans un triangle, qui est cette fois opératoire pour la résolution du problème : le triangle AEB d'abord, puis le triangle ECD. Chacun de ces triangles est caractérisé par la mesure de ses trois angles. Le théorème de la somme des angles d'un triangle fonctionne dans cette phase d'abord comme outil pour le calcul du troisième angle du triangle AEB, puis comme un moyen de contrôle des mesures affichées dans le cas du triangle ECD.

C'est à partir de l'envoi de leur second message que les deux membres de ce binôme vont évoluer de manière distincte. C'est Romain qui va dès lors mener la réflexion, initiée par la prise de conscience de la rétroaction négative du milieu à propos de la construction du triangle ECD, dernière étape de la stratégie adoptée de décomposition en triangle sans chevauchement.

D'une recherche assez pragmatique et spontanée des angles de la figure qui sont constructibles, Romain en vient à élaborer une stratégie d'intersection pour le repérage des points D et C du polygone qui met en œuvre le principe de la visée. Les points C et D sont alors vus comme l'intersection de deux droites et non plus comme sommets de triangles. Et l'angle n'est plus la caractéristique d'un triangle mais celle de la position relative de deux droites de la figure.

De la conception de l'angle engagé dans le triangle que mobilisaient Romain et Pauline dans la première partie de la séance, Romain est donc passé à la mobilisation d'une conception de l'angle comme inclinaison d'une demi-droite sur une autre. Quant à Pauline, nous n'avons pas assez d'éléments dans le protocole pour savoir si elle a oui ou non modifié sa conception.

II. Du cheminement à l'intersection

II.1. Jordan et Christophe, protocole PE2

Avant de commencer l'analyse de ce protocole, il faut faire quelques remarques concernant l'expérimentation. Ce binôme avait déjà pris part à la première campagne d'expérimentation du 5 décembre 1998 (3 mois auparavant). Le polygone à reproduire était le même, présenté dans une autre orientation. D'autre part, rappelons que les récepteurs sont ici des jeunes chercheurs du laboratoire. Elles étaient préparées aux types de réponses à donner en fonction des messages qu'elles recevraient, et géraient deux binômes chacune.

Ces remarques et leurs conséquences ont été traitées dans l'analyse a priori de la situation. Nous y avons conclu que les protocoles des deux classes seraient traités de la même manière du point de vue de l'analyse. Nous n'avons pas relevé d'effet notable des différences méthodologiques entre les deux classes dans les données recueillies.

II.1.1. Présentation et analyse du protocole PE2

Jordan et Christophe entrent très rapidement dans la résolution du problème. On distingue dès les premiers tours de parole ce que seront leur méthodologie de travail d'une part, et leur stratégie initiale de résolution d'autre part. La méthodologie est annoncée à la dixième intervention :

10. J : bon alors euh, mais déjà faut pouvoir nous la reproduire pour pouvoir leur faire des messages

11. C : non mais ça c'est facile, ensuite

Jordan annonce une intention de valider les messages par la reconstruction effective de la figure. Il semble au contraire que Christophe pense que reconstruire la figure est inutile une fois qu'ils l'ont analysée. L'intervention de Christophe n'est pas très explicite, c'est donc une hypothèse que nous faisons là. Cependant, nous verrons par la suite que c'est bien sur ces opinions que resteront les deux élèves pendant toute la première partie de la séance, qui va durer jusqu'à l'envoi du premier message : Jordan va reconstruire la figure dans Cabri-géomètre alors que Christophe rédigera le message, les deux élèves travaillant de façon presque indépendante.

Cette remarque sur les méthodologies adoptées par chacun des élèves est importante car cette différence va les placer à deux niveaux très distincts d'analyse de la situation. Alors que Christophe raisonnera sur le plan de la constructibilité, Jordan sera bien entendu sur le plan de la réalisation effective, de la construction.

Quant à la stratégie de résolution, on va voir petit à petit dans le déroulement du début du protocole que c'est d'une stratégie de cheminement dont il s'agit. Dans un premier temps, Jordan et Christophe mesurent les angles du polygone, et commentent chacune des mesures qui s'affiche :

14. J : mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, non ce point je le veux pas [mesure de l'angle $\widehat{BAE}=90^\circ$]
 15. C : ensuite
 16. J : attends attends, juste pour voir, hop [il manipule la mesure affichée]
 17. C : non non mais, euh, allez arrête-toi voilà c'est bon, ça ça suffit, ensuite, mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, 45 [mesure de l'angle $\widehat{ABC}=45^\circ$]
 18. J : oh, facile ! Voilà si celui-ci fait 45 degrés, moi je dis que ça va être du gâteau
 19. C : Jordan, veux-tu te taire
 20. J : ce point, ce point, ah ben c'est encore plus du gâteau [mesure de l'angle $\widehat{AED}=120^\circ$]
 21. C : et enfin ici, ce point, ce point, ce point
 22. J : aïe aïe aïe [mesure de l'angle $\widehat{BCD}=123,4^\circ$]
 23. C : non mais là ce sera bon, on y va, on va dire, bon que, message

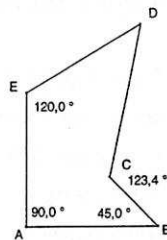


Figure 4, protocole PE2

Pour les angles $\widehat{ABC}$, $\widehat{AED}$ et $\widehat{BCD}$ Jordan effectue un contrôle sur la mesure qui s'affiche, et une anticipation de l'action : « ça va être du gâteau » (intervention 18). Les deux premières mesures (et aussi celle de l'angle droit $\widehat{BAE}$ dont il ne parle pas) lui renvoient une rétroaction positive par rapport à l'action de reconstruction qu'il envisage. Mais la mesure de $\widehat{DCB}$ (123,4°) est une rétroaction négative. Elle marquera la fin de la procédure de mesure des angles du polygone ($\widehat{EDC}$ ne sera mesuré que bien plus tard). Cela indique que cette procédure était sous-tendue par une stratégie envisagée pour la reconstruction. L'apparition d'une mesure non constructible a bloqué la stratégie, et non la procédure, qui aurait très bien

pu être menée à son terme. C'est l'invalidation de la stratégie qui entraîne celle de la procédure de mesure des angles du polygone qui lui était liée.

Or nous avons vu dans l'analyse a priori que la stratégie qui utilise les angles du polygone pour sa reconstruction est le cheminement. Il se peut donc que ce soit une telle stratégie que Jordan mettait derrière la mesure des angles. On verra par la suite que la façon dont il commence à reproduire la figure confirme cette hypothèse.

Christophe réagit différemment face aux mesures qui se sont affichées : « non mais là ce sera bon, on y va, on va dire, bon que, message ». Il semble engagé dans une procédure de description de la figure, mais tout en exerçant un contrôle théorique sur la constructibilité des angles. Il n'est donc pas situé à un niveau définitoire de la caractérisation du polygone (qui aurait été de donner ses 5 mesures d'angles).

Le binôme va alors s'engager dans la résolution : la rédaction du message pour Christophe, et la reconstruction de la figure pour Jordan. Dans un premier temps il y aura quelques interactions entre les deux élèves.

27. C : tracer, tracer une droite, placer dessus

28. J : mais non regarde, regarde, premièrement, une droite, on va l'appeler, euh y'a combien de points, un deux trois quatre cinq, donc on va l'appeler, le premier point

Lors d'une reproduction de figure dans Cabri-géomètre, la première étape est de repérer les points libres de la figure modèle : ce sont eux qu'il faudra construire en premier pour la reproduction. Ils peuvent se repérer de deux manières. Soit en manipulant la figure, ce sont les seuls points qui peuvent parcourir tout le plan de la figure, soit en tenant le bouton de la souris enfoncé quelques secondes, ils se mettent alors à clignoter.

Jordan et Christophe ne vont pas suivre cette méthode. Ils construisent le segment EA comme objet de base, ce qui entraîne que ce sont les points E et A qui seront libres dans leur figure (alors que ce sont les points A et B dans le polygone modèle). Les élèves ne se rendront pas compte de cette différence, qui ne les gênera pas dans la suite de leur construction.

Il faut noter aussi avant d'aller plus avant dans l'examen du protocole que Jordan va coder les points de la figure qu'il reconstruit de manière tout à fait étrange, utilisant indifféremment des noms déjà utilisés dans le polygone, mais sans les placer de manière cohérente avec celui-ci, ou des noms encore inédits (L, N). Cette remarque est liée à la construction de EA comme premier objet de la figure. Alors que les élèves sont pour la plupart sensibles aux noms des points, et construisent d'abord AB, Jordan semble indifférent au codage. Nous reproduirons

toujours sa figure avec le polygone modèle à côté, ce qui facilite la compréhension de ses actions, et qui est en outre la configuration que les élèves ont sous les yeux.

Jordan construit l'angle droit en A, et se pose ensuite le problème de la détermination de la position du point B. C'est une prémisse de la problématique des longueurs qui va suivre, et cela renforce notre hypothèse d'une stratégie initiale de cheminement, dans laquelle les angles et les côtés de la figure sont construits successivement :

34. J : bon euh, droite perpendiculaire
 35. C : mais qu'est ce que tu nous fais toi ?
 36. J : ben quoi je suis en train de refaire la figure
 37. C : mais tu, mais tu appelles ça E et tu appelles ça A, et puis
 38. J : mais non
 39. C : mais si
 40. J : on s'en fout c'est pas grave
 41. C : respecte les points !
 42. J : c'est pareil, franchement, ah tiens je viens de me poser une question, donc là

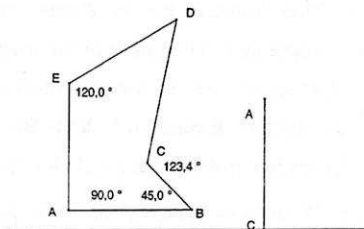


Figure 5, protocole PE2

La rétroaction du milieu va arriver, dans le dialogue, avant l'explicitation des conjectures des élèves. On remarque qu'encore une fois ils ne vont pas réagir de la même façon :

43. C : attends regarde regarde à cercle là, va au menu cercle, vas-y
 44. J : je sais ce que tu veux faire
 45. Obs2 : il y a pas cercle, c'est enlevé
 46. C : hein? vous l'avez enlevé ?
 47. J : oh ! Y'a pas arc de cercle alors
 48. C : non par contre ce qu'il doit y avoir / marquer un angle punaiser
 dépunaiser remplir épaisseur pointillé aspect [lecture des menus]
 49. J : oui mais justement la question est, est-ce que AB
 50. C : EA est égal à ED
 51. J : EA est-il égal à AB
 52. C : non, EA est égal à ED

53. J : et qu'est-ce qui te fait dire ça ?

54. C : ce qui me fait dire ça c'est très simple, le A, si jamais ils ont retiré le cercle c'est pas pour rien, je te parie ce que tu veux que EA est égal à ED

55. J : cercle par contre c'est ça, euh, juste un truc, droite, passe par B, ce point

56. C : ouais

57. J : donc EA égal EB

58. C : placer, alors, ouais, exact

59. J : we are the champions ! [il chante]

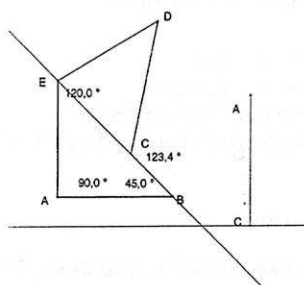


Figure 6, protocole PE2

Signalons que les deux conjectures avancées par les élèves, $AE=AB$ et $AE=ED$, sont correctes. Christophe, face à l'absence du cercle dans le menu, avance un argument de type contractuel (intervention 54). Jordan, lui, met en œuvre immédiatement des actions dans Cabri-géomètre pour valider sa conjecture. Il construit la droite BE, et constate ainsi que les points B, E et C sont alignés (perception instrumentée). Cela lui permet de connaître l'angle $\widehat{ABE}$, égal à $\widehat{ABC}$ (45°), et ainsi la nature du triangle AEB, rectangle isocèle en A. Il conclut alors à l'égalité de ses côtés AE et AB.

Ce raisonnement se déroule rapidement chez Jordan, puisqu'il construit la droite lors de l'intervention 55, et conclut en 57. Il utilise la perception pour l'alignement des points E, B et C. Quant à l'inférence « $\widehat{ABE} = 45^\circ$ alors $AE = AB$ », il me semble que Jordan n'applique pas le théorème de la somme des angles d'un triangle pour calculer la mesure de l'angle $\widehat{AEB}$, et ainsi se rendre compte de l'égalité des angles à la base du triangle. En fait, la construction de la droite BE a matérialisé le triangle AEB, et Jordan utilise alors sa connaissance de l'objet triangle rectangle isocèle pour inférer directement les propriétés angulaires et métriques de AEB. Nous avons déjà repéré un tel comportement lors de l'analyse du protocole BE1 (Romain et Pauline).

Ici l'angle est donc utilisé par Jordan comme un outil pour valider une conjecture qui porte sur l'égalité de deux côtés du polygone. Il est mis en œuvre à travers la figure triangle rectangle isocèle (AEB).

Jordan, après avoir validé sa conjecture, poursuit la construction et utilise l'angle de 45° en E ($\widehat{AEB}$) pour construire B. On voit ici que si l'angle est apparu comme engagé dans le triangle dans la phase précédente (validation), ce n'est pas pour autant qu'il l'est lors de la construction. Jordan passe de la stratégie de cheminement classique à une stratégie de cheminement améliorée où l'angle est un outil pour la construction de droites qui vont servir à déterminer la position des sommets de la figure, en l'absence de mesure de longueurs. Il se trouve dans un état intermédiaire entre le cheminement et l'intersection. Cette évolution a été provoquée par la rétroaction négative du milieu - l'absence du cercle - qui a bloqué la stratégie initiale de cheminement.

A partir de l'intervention suivante nous entrons dans une période du protocole qui sera cruciale pour la compréhension de la suite de la séance. Christophe va rédiger le premier message qu'ils enverront aux récepteurs, sans tenir compte des actions de Jordan qui, lui, poursuit la reconstruction de la figure. On va alors voir se dérouler dans le même temps la construction correcte de la figure, et la rédaction d'un message sans rapport avec cette figure, et surtout irréalisable, car il ne tient pas compte de la construction effective des objets (message de niveau 1). Cela aura surtout des conséquences dans la suite de la séance lors de l'arrivée des retours des récepteurs. Les messages qu'ils enverront seront en effet difficilement compréhensibles pour Jordan.

Nous allons présenter les différentes étapes de la construction de Jordan, puis nous indiquerons le texte du message qui a été rédigé par Christophe et envoyé aux récepteurs.

J'exposerai le déroulement de la construction en nommant les points relativement à leurs correspondants sur le polygone modèle, même lorsqu'il s'agit de points que Jordan a codés différemment.

A la suite de la phase de validation précédente ($AE=AB$), Jordan construit donc un angle de 45° en E : il construit une droite perpendiculaire à AE en E, puis la bissectrice de cet angle droit. Il construit et code le point B (L sur sa figure) :

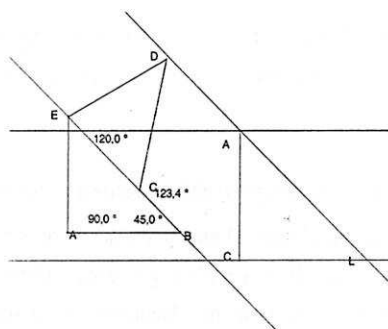


Figure 7, protocole PE2

Il utilise ensuite la macro-construction « angle de 60° » pour construire l'angle de 120° en E

(AED) :

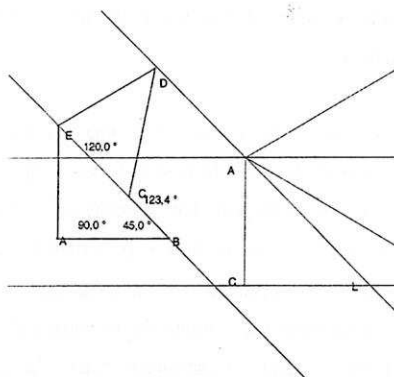


Figure 9, protocole PE2

Il a donc maintenant construit tous les angles constructibles du polygone. Nous avons désigné sa stratégie par le terme de cheminement amélioré, dans laquelle les angles considérés sont encore principalement ceux du polygone, mais dans laquelle l'angle est déjà un outil pour pallier l'absence de mesure des longueurs.

Il reste à déterminer les sommets C et D. Jordan émet alors une conjecture sur les longueurs, ce qui montre qu'il n'est pas encore complètement sorti de la stratégie de cheminement. Il s'agit de la position du point C sur EB :

89. J : voilà, ensuite on dirait que ça c'est placé aux deux tiers

90. C : ouais ! et ben essaye justement c'est ce que je te proposais, mesure

91. J : attends comment j'avais fait l'autre fois

92. C : mesure ! d'abord là et d'abord va sur mesure, mesure EC et ensuite tu mesures CB

93. J : où tu vois mesure ? On peut pas les mesurer les longueurs

94. C : si

95. J : y'a mesure d'angle mais

96. C : mesure, non, va là-bas

A la suite de cet échange, Jordan et Christophe vont explorer le menu de Cabri-géomètre, sans succès. Jordan va alors reprendre la réflexion, alors que Christophe se remet à la rédaction du message, dans lequel sera intégrée la proposition $CB = 1/3 EB$.

Jordan va élaborer un raisonnement qui utilise de nouveau les angles comme un outil pour accéder aux longueurs du polygone. Le raisonnement cette fois est faux, mais la conclusion est juste :

113. J : c'est un angle de 90, donc les deux tiers ça fait 60 degrés donc

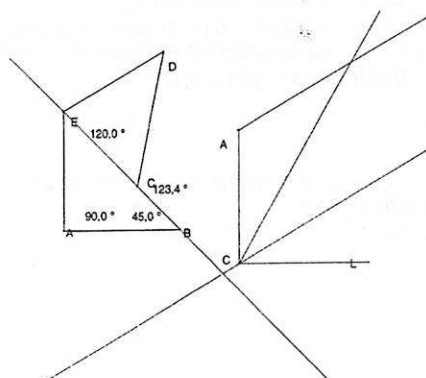


Figure 10, protocole PE2, angle de 60° sur L et C puis bissectrice (les droites CL et AL ont été cachées)

119. J : le point on sait qu'il est sur la droite / trouver / euh

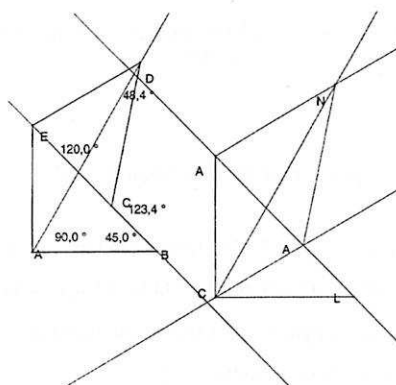
Dans cette dernière intervention (119), Jordan formule le fait qu'il a obtenu une des droites qui lui permettront de déterminer la position du point C. Il s'agit de la droite qui fait un angle de 30° avec AB (avec CL, sur sa figure). Il va ensuite mesurer l'angle $\widehat{EDC}$, sans doute dans une exploration instrumentée de la figure autour du point C.

121. J : ce point, et pourquoi faut qu'il mette des virgules [mesure de $\widehat{EDC}$]

La suite ira assez vite. Jordan réfléchit à voix haute alors que les interventions de Christophe sont complètement indépendantes, il murmure en rédigeant. Cependant, au moment même où Christophe en vient à rédiger la construction de D (intervention 122), il observe Jordan qui justement est en train de construire ce point (123). Cette partie du message sera donc en rapport avec la construction :

123. J : oui ! trouvé ! / par contre euh, bon déjà j'ai trouvé ça, déjà ça, on va le nommer euh K euh, N, euh, maintenant [construction de [AD] par « angle de 60° » sur B et A et construction de N]

131. J : *et voilà !*



Détaillons un peu le monologue de Jordan. C'est en 123 qu'il va placer le point D sur sa figure (point N). Il semble que ce soit par la comparaison perceptive des deux figures qu'il a

remarqué que la demi-droite issue de C sur sa figure correspond à AD sur le polygone. Il valide cette conjecture en construisant la même demi-droite sur le polygone modèle avec l'outil « angle de 60° » appliqué sur B puis A, et en validant perceptivement la superposition de cette demi-droite et de AD. C'est donc par une perception instrumentée qu'il valide sa construction du point D (N). La remarque « bon, déjà j'ai trouvé ça... maintenant... » (intervention 123) rappelle que Jordan était plutôt en train de chercher à construire le point C. C'est bien par une perception un peu involontaire qu'il a trouvé entre temps la construction du point D.

Puis, en 127, Jordan découvre, toujours par la comparaison perceptive des deux figures, la deuxième droite qui va lui permettre de déterminer C : LA, qui correspond à EB et qu'il avait cachée après la construction de L (voir figure 10, plus haut). En 131, Jordan conclut : « et voilà ». Il s'inquiète alors de la rédaction. On remarque à quel point il a manqué d'interaction entre les deux élèves dans la phase précédente :

141. J : tu veux que je t'aide pour la rédaction ?

142. C : non non c'est bon, l'intersection des deux droites marque, le point D, enfin, relier, A, E, D, AED, C, B

Le message qui sera envoyé est finalement le suivant :

« Tracer un segment EA puis tracer le segment AB perpendiculaire à EA et de même longueur.

Placer le point C de sorte que $CB = \frac{1}{3}EB$

tracer la droite (d) passant par E de sorte que $\widehat{AE(d)} = 120^\circ$ puis tracer la droite (d') passant par A de sorte que $\widehat{BA(d')} = 60^\circ$. L'intersection des deux droites marque le point D

Enfin relier AEDCB »

C'est un message de niveau I selon la typologie proposée. Christophe n'a indiqué que des objets constructibles (il n'a pas indiqué les mesures des angles du polygone aux sommets C et D, par exemple), mais qui ne peuvent pas être construits compte tenu des contraintes de la situation.

II.1.2. Conclusion de l'analyse du protocole PE2

Jordan a élaboré une stratégie pas à pas, par des comparaisons perceptives entre la figure modèle et la figure reconstruite. Sa stratégie initiale était le cheminement, où l'angle intervient en tant qu'inclinaison, comme caractéristique du polygone. Il donne la position relative de ses côtés. Face à l'échec de cette stratégie qui combine les mesures d'angles et de

longueurs, il utilise l'angle comme un outil pour accéder aux caractéristiques des longueurs des côtés du polygone : $AE = AB$, $CB = \frac{1}{3}EB$.

Pour la validation de $AE = AB$, l'angle est engagé dans le triangle. Lors de la construction des points C et D, il sera une inclinaison. C'est par la comparaison perceptive du polygone modèle et de sa figure reconstruite que Jordan découvre la stratégie de construction par intersection, et le principe de visée. On note cependant que le type de contrôle exercé par Jordan lors de la construction correspond plutôt à une stratégie de cheminement (contrôle perceptif global).

Mais plus loin dans le protocole, Jordan et Christophe vont devoir reprendre la construction pour détailler les instructions données au récepteur. Jordan va alors devoir effectuer un travail d'extraction des éléments pertinents pour la construction parmi toutes ses actions dans Cabri-géomètre. Il en ressortira que la construction du point C sera bien exprimée puis rédigée en termes de visée :

Message 6, R → E:

On fait comment $CB = \frac{1}{3}EB$?

Message 7, E → R:

- (Sur message 1) commence par faire le point D

- trace bissectrice $\widehat{DAB}$. Le point C est l'intersection de cette droite avec [EB]

II.2. Eric et Sarah, protocole PE4

II.2.1. Présentation et analyse du protocole PE4

Après le démarrage technique de la séance (mise en marche du magnétophone, rappel oral des consignes), Eric et Sarah commencent leur travail. Dès les premiers échanges, Sarah repère l'angle droit en A :

50. S : ben déjà déjà y'a un angle droit

51. E : je pense que là on a la bissectrice de l'angle droit

La réplique d'Eric est ambiguë. Parle-t-il du même angle droit que Sarah, de $\widehat{BAC}$, et dans ce cas la bissectrice serait la droite AD (ce qui est faux), ou parle-t-il de la droite BE, qui est la bissectrice d'un angle droit en B qui n'est pas un angle du polygone ? Dans les deux cas, un des éléments - l'angle ou la bissectrice - n'est pas matérialisé sur la figure. Il faut chercher

plus loin dans le protocole pour découvrir que c'est l'angle $\widehat{ABC}$ que Eric a perçu comme étant un demi-angle droit. En effet, Sarah va construire la droite BC, et Eric réagira immédiatement :

83. E : ah ah, je t'avais bien dit que c'était la bissectrice, 45, alors tu dis on trace un rectangle ok ? Non ! Un rect ouh, quelle maîtrise !

Il est frappant de remarquer que les angles du polygone ont déjà été mesurés à cet instant, mais que l'affichage de la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ (45°) n'a pas fait réagir Eric :

62. E : c'est lequel celui là, c'est E ?

63. S : mmm ?

64. E : c'est E lui ?

65. S : c'est l'angle E, ou l'angle AED, déjà on sait que ça c'est perpendiculaire

66. E : attends ben replace les bien

67. S : oh tu me saoules ! Il veut pas

68. E : mais si !

69. /

70. S : celui-là

71. E : vas-y mets-le là voilà, ensuite là lui ouais

72. S : oh !

73. E : voilà là c'est bon

74. S : oh !

75. E : et lui en B ouais, et A ?

76. S : mais 90 degrés vu que c'est parallèle / que c'est perpendiculaire

77. E : ah c'est parallèle

78. S : non c'est perpendiculaire vu que c'est 90 degrés

79. E : non c'est pareil, c'est un angle droit / bon allez, bon alors qu'est-ce qu'on peut leur dire

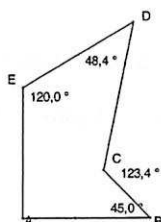


Figure 3, protocole PE4, mesures de $\widehat{CDE}$, $\widehat{CBA}$, $\widehat{DCB}$ et $\widehat{AED}$

Nous proposons une explication au comportement d'Eric. Chez lui, la bissectrice est un objet lié à une figure, et non à un angle. C'est une diagonale, plus qu'une droite qui coupe un angle

en deux parties égales. Nous verrons à deux reprises, un peu plus loin dans le protocole, des interventions qui vont venir renforcer et préciser cette hypothèse.

Eric et Sarah ont donc mesuré quatre angles du polygone, et savent que le dernier mesure 90° ($\widehat{BAE}$). La perception de l'angle droit est assez forte pour qu'elle ne soit pas mise en doute. Sarah va alors considérer ces mesures, et exercer un contrôle théorique sur leur constructibilité :

82. S : on peut faire un angle de 120 et un angle de 45

Elle fait un tri parmi les valeurs affichées, ce qui montre que ces mesures sont prises en compte dans le cadre d'une stratégie de résolution du problème de la construction du polygone. Juste après, on l'a évoqué plus haut, Sarah construit la droite BC :

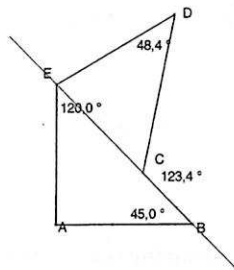


Figure 4, protocole PE4

Elle ajoute :

86. S : attends, j'ai une autre idée, lui

87. E : ouais lui

88. S : lui, lui

89. E : 75 ah on peut faire sortir 75 degrés, je sais plus ce qu'on fait pour 75 / c'est quoi 56 6

90. S : c'est euh attends justement je vais replacer / c'est cet angle-là, c'est ça

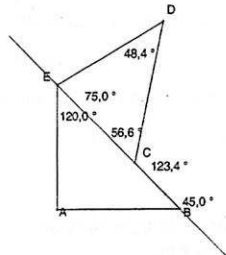


Figure 5, protocole PE4

La construction de BC a amené Sarah à percevoir le polygone comme la juxtaposition de deux triangles, EAB et ECD. Elle mesure alors les angles du triangle ECD : $\widehat{CED} = 75^\circ$, $\widehat{ECD} = 56,6^\circ$. Encore une fois, un contrôle est exercé sur les mesures: dans l'intervention 89 Eric parle de « faire sortir 75° » ; il exprime bien l'idée de tri des valeurs qui pourront être opératoires pour la construction.

Après cette phase d'exploration du polygone, Eric et Sarah vont entrer dans une phase de formulation de leur message. On va voir apparaître une conjecture perceptive sur la nature du triangle rectangle AEB :

105. E : bon alors, on leur dit de tracer un rec, un triangle rectangle, ok ?
 106. S : attends je note, ouais un triangle rectangle euh
 107. E : on leur dit de tracer un
 108. S : mais attends, il est pas isocèle
 109. E : nommé, A, ABECD
 110. S : il est pas isocèle ? oh, mais si il est isocèle

Puis, une phase de validation de cette conjecture :

111. E : euh, vas-y je sais pas, ah oui il est isocèle, parce que la bissectrice elle coupe les deux angles en, les deux droites en, euh
 112. S : ce serait le rêve de pouvoir faire des cercles, [à l'observatrice] oh on peut pas faire de cercles !
 113. Obs : non, il n'y est pas le cercle
 114. S : c'est fait exprès ?
 115. Obs : oui
 116. S : c'est chiant / bon alors là c'est isocèle déjà

Eric tente de se servir de la droite BE. Mais il ne fait qu'évoquer la propriété angulaire de la bissectrice. Sa tentative ne va pas aboutir. Sarah, elle, semble avoir une idée précise de la manière dont il faudrait procéder pour valider cette conjecture. Elle recherche l'outil

« cercle » dans le menu, et face à son absence, abandonne la validation. Elle modifie alors le statut de la proposition « AEB isocèle », qui passe de conjecture à proposition vraie.

L'échange suivant va finir de nous éclairer sur la conception de la bissectrice que mobilise Eric, et dont nous avons parlé plus haut :

117. E : ouais / donc, tu écris ?
118. S : et ben non, on le fait au brouillon, ça fait euh
119. E : ouais, donc on dit euh, tracer un
120. S : un angle
121. E : non, on dit un rectangle d'abord
122. S : un triangle rectangle
123. E : ben non, un rectangle, puisqu'on dit, si on veut
124. S : un triangle rectangle !
125. E : non, un rectangle, un rectangle on dit de tracer la bissectrice
126. S : mais non regarde !
127. E : mais si !
128. S : triangle rectangle, euh, EAB, rectangle, en A [elle rédige au brouillon] Voilà / oh les mesures !
129. E : non moi je suis sûr que
130. S : moi je suis sûre que j'ai raison

C'est donc par un débat entre les deux élèves sur la méthode de construction de triangle EAB que l'on voit apparaître plus clairement ce que pense Eric. Il veut passer par la construction d'un rectangle. C'est une stratégie lourde : tracer un rectangle d'abord, ce qui est possible avec les outils disponibles, puis la bissectrice en B qui permet de déterminer la position du point E. On peut voir dans cette insistance à passer par un rectangle le statut de diagonale que la bissectrice a chez Eric, qui ne semble pas à l'aise avec ses propriétés angulaires (voir plus haut l'intervention 111). On note que le statut de diagonale de cette droite semble être assez fort chez Eric pour lui faire considérer une sur-figure du polygone, ce qui n'est pas évident (Duval 1988).

Revenons maintenant à la résolution du problème de la construction du polygone. Eric et Sarah ont d'abord mesuré les angles du polygone, et extrait de ces valeurs celles qui étaient constructibles. A ce moment-là, on aurait pu penser que c'était vers une stratégie de cheminement qu'ils allaient s'engager. Mais Sarah a construit la droite BC, ce qui a exhibé dans la figure la présence de deux triangles, AEB et ECD. Ils ont alors mesuré les angles du triangle ECD, et caractérisé le triangle EAB : rectangle et isocèle. Enfin, ils ont rédigé, au brouillon, la partie du message qui concerne le triangle EAB :

« - triangle rectangle EAB rectangle en A et isocèle »

L'angle jusqu'à présent est donc intervenu dans la caractérisation du polygone, puis dans celle du triangle ECD. Il est difficile à ce moment du protocole de définir dans quel type de stratégie les élèves vont s'engager. Il faut attendre la réplique suivante pour voir que Sarah n'est pas engagée dans une stratégie de décomposition en triangles :

132. S : non ! regarde, après ils tracent, après on leur dit de tracer un angle AED de 60, de 120 degrés

Le triangle rectangle isocèle est intervenu dans la résolution comme une figure constructible, mais n'a donc pas pour autant incité Sarah à poursuivre une reproduction du polygone par décomposition en triangles. Elle revient ici - intervention 132 - à une stratégie de cheminement. Elle va contrôler la constructibilité de l'angle de 120°,

136. S : mais je sais c'est même sûr, c'est moi qui aie raison arrête de contester mon autorité / et ben, allez, tu sais dessiner un angle de 120 degrés toi ?

137. E : un angle de 120 degrés ?

138. S : ben oui, ça fait deux fois un angle de 60, c'est possible donc

et rédiger une autre partie du message, toujours au brouillon :

« - tracer un angle $\widehat{AED}$ de 120° »

Eric et Sarah vont alors faire sur papier un bilan des objets décrits de la figure, ce qui correspond à un aperçu de l'état fictif de la figure d'un récepteur qui aurait suivi les instructions du message :

146. S : elle est magnifique ta figure ! Mais non regarde écoute-moi, écoute moi, écoute-moi, ils vont faire ça, ils vont faire ça, pour commencer, après on leur dit de tracer un angle de 120 degrés, ils vont faire ça

A la suite de ce bilan, Sarah reprend la problématique des triangles, en effectuant un transfert analogique (Richard 1994) de la notion de triangle isocèle, qui a été utilisée lors de la construction du triangle précédent, EAB. Elle considère maintenant EAD.

148. S : attends, mais faut voir si ça c'est isocèle, si ce triangle-là il est isocèle

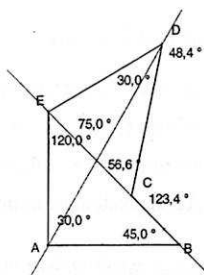


Figure 6, protocole PE4, droite AD, mesure de $\widehat{EAD}$ puis $\widehat{EDA}$

153. S : ouais c'est un angle isocèle !

154. E : un angle isocèle !

155. S : c'est un triangle isocèle

156. E : parce que triangle, en fait t'as trois angles, tri-angle

157. S : le, triangle, AED, est isocèle en, E [elle écrit] c'est un triangle isocèle

L'utilisation d'un triangle isocèle lui fournit une information supplémentaire sur la figure qui permet la poursuite de la stratégie de cheminement, qui n'est pas abandonnée : Sarah vient de regarder où elle en est par rapport au polygone, et la prochaine étape après la construction de la demi-droite ED est de déterminer la position du point D (ou la longueur du côté ED). L'utilisation du triangle va donc compléter la stratégie de cheminement en fournissant des données relatives aux longueurs des côtés du polygone.

Le choix du triangle EAD est peut-être guidé par le nom du dernier angle considéré (c'est une hypothèse que nous avons posée à de nombreuses reprises, et qui semble encore se confirmer ici, voir en particulier Vadcard 1996). Sarah met en œuvre une action pour la validation de cette conjecture : la mesure des angles $\widehat{EDA}$ et $\widehat{DAE}$, et la mobilisation d'une définition du triangle isocèle pour conclure (un triangle qui a deux angles égaux est isocèle). Lors de l'intervention 155 la conjecture est validée, en 157 elle est formulée et rédigée :

« - le triangle AED est isocèle en E »

Nous venons de voir que Sarah utilise l'objet triangle isocèle comme un outil pour poursuivre sa stratégie de cheminement, qui ne peut pas être menée sous sa forme initiale car elle nécessite des mesures de longueurs. L'angle engagé dans le triangle (isocèle) lui permet donc d'accéder à des informations métriques de la figure. Cela l'a amenée à considérer les deux triangles EAB et EAD. Il faut insister sur le fait que ce n'est pas parce que ces deux triangles,

qui se chevauchent, sont utilisés dans la résolution, que l'on peut conclure à une stratégie de décomposition du polygone en triangles avec chevauchement. Cependant, l'appréhension de triangles chevauchés peut favoriser l'accès à l'intersection (voir l'analyse a priori).

Il est d'ailleurs intéressant à ce propos de voir qu'Eric n'est pas du tout engagé dans la même stratégie, ce qui montre bien que la stratégie adoptée par chaque élève dépend de la conception de l'angle qu'il mobilise :

189. E : attends 30 degrés, t'as deux angles de 30 degrés, ah mais attends

190. S : donc il est isocèle

191. E : eh regarde ! T'as un énorme triangle isocèle ici

192. S : mais c'est ce que je viens d'écrire ! Le triangle AED est isocèle en E, et il fait 120 degrés

193. E : moi je voyais EAB, et EDC, regarde, EDC aussi

194. S : EDC quoi ?

195. E : EDC

196. S : non allez

Eric, qui, on l'a vu au travers sa vision de la bissectrice, est très axé sur la figure, semble mobiliser ici une conception de l'angle engagé dans le triangle qui l'a amené à considérer une décomposition sans chevauchement du polygone à la suite de la caractérisation du triangle EAB. Sarah va user tout au long de la séance d'arguments d'autorité pour imposer son point de vue, ce qui fait que nous manquons un peu d'informations pour approfondir l'analyse d'Eric.

Sarah va maintenant se poser le problème de la construction du dernier sommet du polygone, le point C :

208. S : comment on fait pour tracer C ?

Cette intervention montre encore une fois que Sarah est engagée dans une stratégie de cheminement. Elle raisonne en termes de sommets à construire, et le triangle (isocèle) n'est qu'un outil qui intervient en tant que figure élémentaire constructible. Elle va d'ailleurs tenter de reproduire le même type de stratégie pour C :

243. S : ah j'ai une idée ! 30 plus 75 / 105

244. E : 105

245. S : c'est pas logique, non non, 105 et euh, 80, 180 moins 105, 95, non, 75

246. E : non mais je vois pas

247. S : regarde, ça fait, voilà, 105, 180 moins 105 ça fait 5, ça fait 7, ouais

ça fait 75 [elle a posé l'opération au brouillon] donc le truc il est isocèle le triangle AB / ça sert peut-être à tchi en fait [tchi = rien]

Elle considère dans cet échange le triangle EDX, où X est l'intersection de AD et EB (le point X n'est pas construit sur la figure, c'est moi qui le nomme pour plus de clarté). C'est donc encore un transfert analogique de la stratégie gagnante dans laquelle le triangle isocèle est opératoire pour la résolution du problème. Mais ici la recherche du triangle isocèle est faite sans véritable stratégie sous-jacente, comme c'était en revanche le cas pour les triangles AEB et AED où cette propriété servait la stratégie engagée en déterminant des sommets du polygone. Sarah marque cette différence lorsqu'elle dit que « ça sert peut-être à rien ».

Peu après, Sarah va construire la droite CA. Cette action semble relever d'une exploration instrumentée de la figure portant sur le point C. Cela va provoquer l'apparition d'une nouvelle stratégie de construction du sommet C :

252. S : et mais attends, attends, et cette droite-là non ?

253. E : ah si non mais

254. S : ah mais si ! ah ! [mesure de $\widehat{CAB}$]

255. E : ah regarde

256. S : attends ttends ttends, elle vaut tchi cette droite ? c'est un angle de 90, et ben oui ! L'angle de 90, ils tracent un angle de 30 ! De manière à ce que ACB, que C il soit sur EB, et que ACB égal 30 degrés

257. E : ouais mais le C, non mais moi je disais que par euh

258. S : j'ai trouvé j'ai trouvé ! Regarde, là ça va être égal à 30 degrés !

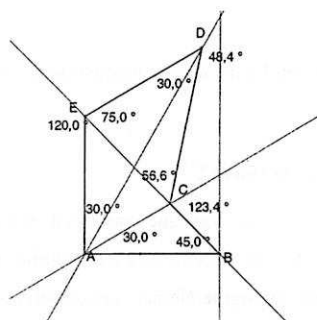


Figure 7, protocole PE4, construction de AC et mesure de $\widehat{CAB}$ - la droite perpendiculaire à AB en B a été faite quelques minutes avant

La partie du message relative à la construction du point C sera :

« - tracer C (de manière à ce qu'il soit sur [EB], avec $\widehat{CAB} = 30^\circ$) »

La construction du point C s'appuie sur celle de l'angle $\widehat{BAC}$ (30°), sans que cette fois l'objet triangle n'intervienne. Cette stratégie relève alors plus de l'intersection que du cheminement puisqu'il n'y a plus d'intervention de notions de longueurs des côtés du polygone. Le point C est vu comme l'intersection de deux ensembles de points : EB et AC. Et l'angle $\widehat{BAC}$ est un outil de construction de la droite AC en ce qu'il caractérise la position de AC par rapport à AB. C'est une inclinaison, mise en œuvre ici dans une visée au service d'une stratégie d'intersection.

Il n'est pas possible à ce moment du protocole de savoir si cette stratégie, élaborée dans l'action, peut être réinvestie par Sarah. Elle n'est en effet pas décontextualisée. Mais il semble que l'évolution de Sarah du cheminement vers l'intersection se soit déroulée assez progressivement et naturellement pour que l'aboutissement en soit stable. On va en effet noter lors de la formulation d'un des messages qui vont suivre, un réinvestissement de la notion de point comme intersection de deux droites à propos de la construction du point D :

Message 7, E → R:

Trace un angle $\widehat{EAD}$ de 30° . Là où se coupe [AD] et [ED] c'est D.

Les dialogues relatifs à l'envoi de ce message n'ont malheureusement pas pu être récupérés, Eric et Sarah ayant interrompu l'enregistrement pendant environ une demi-heure.

II.2.2. Conclusion de l'analyse du protocole PE4

Pendant une première partie de la séance (jusqu'à l'intervention 132), Eric et Sarah ne sont pas clairement engagés dans une des résolutions repérées dans l'analyse a priori. Ils mesurent les angles du polygone (sauf l'angle en A qui est perçu comme droit), exercent sur ces valeurs un contrôle mathématique qui leur permet d'extraire celles qui sont opératoires pour la construction. Les actions du binôme le situent à ce moment du côté du cheminement.

Mais ensuite, Sarah trace la droite BC, et semble considérer les deux triangles EAB et ECD. Elle mesure les angles du triangle ECD, puis ils caractérisent ensemble le triangle EAB : rectangle et isocèle. Ce triangle sera le premier élément de la reconstruction, et le binôme semble se placer alors plutôt du côté de la décomposition en triangles.

C'est finalement vers une stratégie de cheminement que Sarah va s'engager. Dans cette stratégie, l'objet triangle isocèle (EAB d'abord, puis AED) est un outil opératoire qui lui apporte les informations relatives aux longueurs dont elle a besoin pour poursuivre la stratégie

de cheminement : égalité des côtés AB et AE, puis des côtés AE et ED. Sarah construit la droite AD, et prend en compte des angles qui ne font pas partie des cinq angles du polygone. Cette stratégie de cheminement améliorée n'est plus opératoire pour le point C. Mais elle a permis à Sarah d'évoluer sans blocage vers le principe de la visée : la construction de ce dernier sommet du polygone, le point C, ne sera plus liée à un triangle, mais à la prise en compte d'une direction qui n'est pas un côté du polygone. Le point est considéré comme l'intersection de deux droites, et la droite AC est caractérisée par l'angle qu'elle fait avec AB.

III. Entre la décomposition en triangles sans chevauchement et le cheminement

III.1. Elodie et Stéphanie, protocole PE6

III.1.1. Présentation et analyse du protocole PE6

Dès le début de la séance, Stéphanie prend une décision pour l'action :

24. S : *déjà on va calculer les angles non ?*

Il faut rappeler que quelques interventions avant, la consigne orale de la séance contenait un appel à l'utilisation des angles :

8. Obs : *vous vous rappelez qu'on a fait un TP sur la construction des angles, j'ai rajouté dans ce menu un item angle de 60, parce que comme il n'y a pas les cercles, on avait vu tous ensemble, enfin, avec Monsieur X, qu'il fallait les cercles pour construire un angle de 60, donc je l'ai rajouté. J'aimerais que vous commenciez la séance par donner vos prénoms dans le micro, comme ça quand je vais écouter les enregistrements je sais repérer les voix. D'accord ?*

Elodie adopte une autre stratégie, puisqu'elle procède à l'extraction de sous-figures - AEB et ECD, et marque sa réticence à la mesure des angles :

25. E : *ben là on peut faire un, un rectangle non ? et puis euh*

26. S : *mais attends, on mesure les angles déjà non ? merde ! comme ça au moins on sait les angles.*

27. E : *ben si tu veux / on a tous les mêmes machins ?*

28. S : *j'sais pas.*

29. E : *ah mais en fait regarde, tu fais, comme ça, y'a deux triangles là, t'as un triangle rectangle, et là c'est un triangle quoi ? par exemple, tu peux pas faire une droite là ?*

30. S : *attends, merde merde merde*

31. E : *hum*

32. Obs : *[à tous] je vous rappelle le principe, comme la dernière fois c'est que vos messages ils doivent avoir aucun dessin, bien sûr, et les récepteurs d'une part ils n'ont jamais vu la figure, et d'autre part eux, dans leur menu il n'y a pas les mesures d'angles, il faut en tenir compte*

33. S : *ah y'a pas mesure d'angle dans leur menu*

34. E : *ben nous c'est pas la peine alors de faire*

35. S : *si parce, pour qu'on sache t'sais*

L'intervention 32 est un rappel oral de la consigne. En fait, comme pour tous les groupes de cette classe il ne s'agit pas d'un rappel car aucun n'a lu la feuille d'énoncé distribuée. Elodie réagit en pensant qu'il ne sert à rien de se servir de la mesure si les récepteurs n'y ont pas

accès (intervention 31), alors que Stéphanie exprime que se servir des mesures n'implique pas forcément que la reconstruction devra y faire appel, mais peut donner des informations utiles sur la figure.

En 29, on a vu apparaître la décomposition du polygone en deux triangles AEB et ECD. Cette stratégie est reprise, après que Stéphanie a mesuré les angles du polygone :

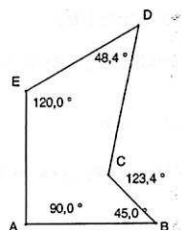


Figure 2, protocole PE6

36. E : ben déjà là y'a 90° donc là on pourrait faire un triangle, et on dit après euh, euh
 37. S : alors attends, on va dire qu'il faut faire un rectangle
 38. E : et non plus simplement on fait un triangle rectangle comme ça, simplement, et puis après on raccroche un triangle
 39. S : ouais, un triangle rectangle isocèle aussi, eh eh, parce qu'il fait 45° celui là

Stéphanie adopte donc la stratégie proposée par Elodie. Elle y mêle les informations angulaires du polygone, pour caractériser le triangle AEB : rectangle et isocèle. L'introduction du terme isocèle semble provoquer chez Elodie une problématique des longueurs, alors que chez Stéphanie elle est attachée à une problématique des angles (en 39) :

40. E : et là t'as mesuré les, la longueur là
 41. S : mmm
 42. E : oui ?
 43. S : mmm
 44. E : oui ?
 45. S : non la longueur j'ai pas mesuré, mais on peut pas mesurer les longueurs, non on peut pas mesurer la longueur
 46. E : ouais
 47. S : mesure d'angle c'est tout

Les deux élèves reviennent sur la caractérisation du triangle EAB :

48. E : ouais, et ben déjà y'a 90 et 45 , là aussi donc après si tu fais, si tu traces
 49. S : ouais donc ça va être obligé euh, attends on va tracer on va faire un

truc, un segment, pour voir, comme ça après on va mesurer l'angle, on va mesurer

50. E : ouais, mesure d'angle

51. S : normalement il devrait faire 45

52. E : si t'as, ouais / ouais

53. S : 45

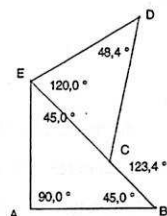


Figure 3, protocole PE6

Détaillons un peu ce dernier échange. Elodie commence par énoncer les deux mesures d'angles du triangle AEB qui sont affichées : $\widehat{BAE}$ et $\widehat{CBA}$. Stéphanie revient sur la proposition qu'elle avait formulée dans l'intervention 39 : « isocèle, parce qu'il fait 45° ». Stéphanie semble convaincue que le dernier angle mesure 45° - « ça va être obligé » - mais ressent quand même le besoin de le mesurer (action de contrôle pragmatique). Elle construit le segment EB, et mesure l'angle $\widehat{AEB}$. On remarque au passage la matérialisation du côté de l'angle, qui ferme aussi le triangle AEB.

En 53, la lecture de la mesure qui s'affiche contient la conclusion de cette phase. La validation est positive, la proposition « AEB triangle rectangle isocèle » est donc vraie.

Elodie va immédiatement traduire ce résultat en une action à engager :

54. E : et ben ouais donc on fait un triangle rectangle isocèle

Les deux élèves vont alors entrer dans une phase assez longue, où elles vont tenter de construire ce triangle. L'absence de l'item « cercle » va bloquer leur stratégie initiale :

55. S : ouais mais alors comment on fait pour tracer un triangle rectangle isocèle aussi, faut qu'ils sachent le tracer hein, parce que mon rectangle euh

56. E : et euh, ils ont pas de cercle ?

et

70. E : si ? construction, d'un, triangle [elle rédige au brouillon]
 71. S : rectangle
 72. E : rectangle, isocèle, alors
 73. S : mais isocèle comment ça faut leur dire comment on calcule, comment le construire
 74. E : ouais ben alors
 75. S : alors, tracer deux droites perpendiculaires mais après pour isocèle je sais pas comment on peut faire hein
 76. /
 77. E : mais, ils ont pas de cercle ?
 78. S : non

Stéphanie va introduire l'objet carré pour construire le triangle AEB, et le binôme va alors raisonner par champ de connaissances associé au carré. On verra apparaître dans une première étape le carré, donc, en tant que « double » du triangle rectangle isocèle, puis la bissectrice, en tant que diagonale. Il semble d'ailleurs que le statut de diagonale attribué à la bissectrice occulte sa définition angulaire, et empêche Stéphanie de la considérer relativement à un angle isolé. On avait déjà noté ce comportement chez Eric (protocole PE4).

86. S : ouais mais ils peuvent pas avoir, pile, poil, non je sais ! Ils font un grand carré, ils font un grand carré, ouais mais ils peuvent pas eux, ils savent pas combien, ah si ils font deux droites perpendiculaires, après une droite perpendiculaire à celle-là et, un carré, et après ils prennent la bissectrice, est-ce qu'il y a la bissectrice ? la bissectrice de l'angle
 87. E : pas la bissectrice
 88. S : non, la bissectrice de l'angle, là comme ça, après ça donne euh, après ils effacent le reste
 89. E : de quel angle ?
 90. S : ben diagonale ! La bissectrice, ou la diagonale du carré c'est la même chose

Mais Elodie et Stéphanie vont se heurter à la même difficulté que précédemment pour la construction du carré, celle des longueurs :

94. S : ouais, alors attends, euh, triangle, attends attends, tu fais, on fait un carré
 95. E : oui un carré, mais comment ils vont faire le carré aussi, pour savoir euh
 96. S : bon alors euh tracer, euh, construire euh, alors
 97. E : oui mais comment ils font le carré parce que je veux dire ils ont pas les longueurs
 98. S : ben tu sais tu fais deux droites perpendiculaires, après une droite perpendiculaire à ça, puis une droite perpendiculaire à ça.
 99. E : oui mais comment tu sais les longueurs parce que des fois ça peut faire un rectangle les perpendiculaires
 100. S : ah oui, euh
 101. E : il faut que les, que les longueurs elles soient identiques

102. S : ouais
 103. E : et en fait euh, sans cercle on peut pas
 104. S : c'est trop dur

Elles vont alors faire appel à des notions associées au carré et lues dans les menus de Cabri-géomètre, mais sans intention précise :

106. S : ah ! et si, là il y a symétrie axiale, par rapport à un axe
 107. E : oui mais déjà faudrait déjà qu'il y ait, qu'il y ait au moins deux angles, euh, égaux
 108. S : mmm
 109. E : symétrie centrale
 110. S : autrement t'sais si ils tracent euh, j'sais pas hein, t'sais si ils tracent comme ça, deux droites comme ça, perpendiculaires
 111. E : droite perpendiculaire
 112. S : et après
 113. E : ouais mais il faut qu'elles aient la même longueur aussi
 114. S : non on s'en fout, deux droites perpendiculaire n'importe comment, et après euh, ils prennent un point là
 115. E : ouais
 116. S : ils mettent symétrie axiale, donc ça te le met de l'autre côté après
 117. E : ouais
 118. S : après ils, euh, ah ouais mais par rapport à ce point on, ils pourront pas faire
 119. E : et ben après on fait symétrie axiale de l'autre côté et après on relie parce que ce sera pareil, ah ouais mais, ils seront pas les mêmes longueurs

Elodie et Stéphanie abordent un peu toutes les propriétés du carré qui pourraient effectivement servir à sa construction, mais sans qu'elles soient opératoires : la diagonale et la bissectrice sont confondues, les diagonales sont des axes de symétrie, l'intersection des diagonales - leur milieu - est centre de symétrie.

Ces élèves savent que le triangle est constructible avec les outils disponibles, mais qu'elles n'arrivent pas à trouver sa construction. Elles ont, un peu plus haut, construit un triangle qui est perceptivement rectangle et isocèle, en se servant de l'outil « triangle » de Cabri-géomètre :

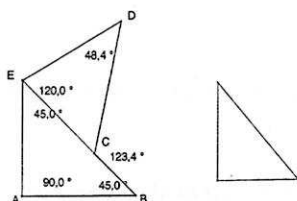


Figure 4, protocole PE6

Cette construction n'est pas robuste, elles le savent, mais vont néanmoins s'appuyer dessus pour la suite de la construction. Elles vont laisser de côté le problème de la construction de triangle AEB pour le moment :

129. S : ouais. Et puis surtout que le pire il n'y a pas de rond, normalement on aurait déjà tracé, on aurait déjà mis le triangle

Et alors que Elodie et Stéphanie étaient engagées dans une stratégie de décomposition du polygone en deux triangles sans chevauchement, la difficulté de la construction du premier triangle AEB va les amener à modifier leur stratégie :

131. S : mm, déjà on peut peut-être tracer l'angle de 120 degrés là

Stéphanie considère maintenant l'angle $\widehat{AED}$, ce qui dénote une stratégie de cheminement. Elle va s'appuyer sur le triangle construit (voir figure 4) pour passer à une problématique de la construction effective de cet angle :

132. E : mais comment ? On n'a pas de, ils ont pas les trucs de mesure d'angle

133. S : oui, comment on fait pour tracer un angle de 120 déjà, il faut un cercle, obligé, ah non on a un angle de 60

Pour le moment, elles ne vont pas parvenir à se servir correctement de l'outil « angle de 60° ». Elles ne font pas appel à l'aide de l'item, ni à l'observatrice :

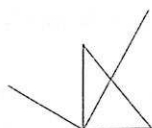


Figure 6, protocole PE6, partiellement reproduite (je ne présente ici que la partie de la figure sur laquelle les élèves travaillent : le polygone est en fait toujours présent)

Face à ce nouvel échec, elles vont revenir en arrière, sur la construction de AEB :

168. E : déjà faudrait réussir à trouver ce triangle, rectangle

169. S : ouais, autrement viens on essaye de commencer par autre chose parce que là, et si on fait un rectangle comme ça là

170. E : faudrait

171. S : t'sais, un rectangle comme ça, mais un rectangle c'est pareil on va pas pouvoir faire

Mais la stratégie de cheminement est toujours présente, elle intervient encore dans la réflexion :

172. E : mais il faut des longueurs aussi, euh, déjà on pourrait faire deux droites perpendiculaires, après euh, après à partir de c'te droite perpendiculaire on fait un truc de 120, de 60 et de 60

Elle est reprise et mise en œuvre par Stéphanie qui efface leur précédente construction, trace deux droites perpendiculaires et va vouloir construire l'angle de 120° en E :

189. S : bon alors attends, si on essaye de, tracer, tracer deux droites perpendiculaires

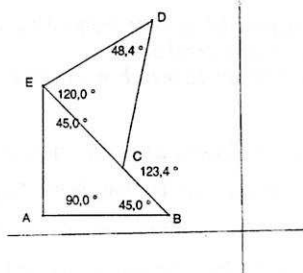


Figure 8, protocole PE6

202. S : bon alors attends, droite perpendiculaire, après on essaye de tracer un angle de 120, par exemple par là

203. E : ouais mais il faudrait la longueur là aussi / est-ce que c'te longueur là c'est pareil que celle ci ?

Mais Elodie est gênée par l'absence des mesures de longueurs, et bloque la stratégie engagée (E ne peut pas être placé correctement). L'angle de 120° en E ne sera pas construit pour le moment.

Elodie et Stéphanie vont de nouveau revenir sur le problème de la construction du triangle AEB. La construction du polygone est mise de côté pendant cette phase. L'objectif est d'obtenir l'égalité des côtés EA et AB, et la stratégie de ces élèves est de passer par une figure, le carré, plutôt que par les angles.

Elles vont finalement réussir à construire le carré, mais sans s'en apercevoir. Elles pensent avoir obtenu un rectangle. Elles ont tracé la bissectrice de l'angle droit obtenu précédemment (figure 8), puis une droite parallèle à l'un des côtés par un point de l'autre côté. Par l'intersection de cette parallèle avec la bissectrice, elles ont tracé le dernier côté du carré, en utilisant encore l'item « droite parallèle » :

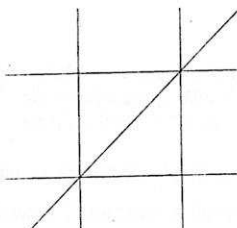


Figure 10, protocole PE6, partiellement reproduite (je ne présente ici que la partie de la figure sur laquelle les élèves travaillent : le polygone est en fait toujours présent)

236. S : parallèle à, ah non, parallèle à, cette droite, donc là on a, pas obligé, on n'a pas spécialement un carré mais on a

237. E : on a, ouais, on a un rectangle, mais bon, t'es sûre ?

238. S : ouais

On voit dans cet échange qu'elles ne pensent pas avoir construit de carré, car elles ne relient aucune de leurs actions à des actions sur les longueurs. Cependant elles se contentent d'obtenir un rectangle alors que le but recherché est d'avoir un carré pour en extraire le triangle rectangle isocèle (demi-carré). Peut-être est-ce parce que le fait d'avoir finalement un carré est implicitement perçu par les élèves. Elles s'en rendront compte un peu plus loin, lors de la formulation. Elles extraient en effet pour les besoins de la rédaction du message le

procédé de construction du « rectangle » de leurs actions. C'est un message de niveau 4 (liste d'instructions) qu'elles rédigent, d'abord au brouillon :

- « - Construction d'un Δ rect iso
- Tracer deux droites $\perp$ a et b
- bissec. de l'angle
- prendre 1 pt sur une des droites $\perp$ (pas sur la bissectrice)
- tracer $\perp$ par ce point à a
- prendre l'intersection de la bissectrice et de la $\perp$ et tracer la // à la droite a
- tracer la 2 diagonale du carré
- on obtient 1 Δ rect $\widehat{EAB}$ »

C'est à propos des deux dernières instructions que Elodie et Stéphanie vont réaliser la nature de leur construction. A partir d'une conjecture perceptive issue du tracé de la deuxième diagonale, elles mettent en œuvre une action sous-tendue par un contrôle théorique :

- 266. S : on trace la, segment là encore
- 267. E : ouais mais là ça montre pas que c'est un carré, si ?
- 268. S : non, ouais c'est là ouais on sait pas si c'est un carré
- 269. E : ils risquent d'attendre encore un moment les autres à côté hein, ouh là !
- 270. S : milieu, ah, si on essaie de tracer le milieu pour voir si c'est un carré, le milieu de ce segment, oh, en fait c'est pile un carré en plus !

Elles valident par une perception instrumentée le fait que les diagonales se coupent en leur milieu, ce qui ne prouve rien car c'est aussi une propriété du rectangle. Mais Elodie et Stéphanie sont maintenant convaincues du résultat, et elles ont donc passé la première étape de leur résolution du problème, qui était la construction du triangle EAB. On remarque les différences de réactions des deux élèves lorsqu'elles réalisent qu'elles ont construit le carré :

- 272. S : on a eu de la chance
- 273. E : et ben si ça se trouve c'est fait exprès, si ça se trouve euh, c'est obligatoire non ?
- 274. S : j'sais pas / bon c'est un carré déjà mais comment on fait pour tracer, attends
- 275. E : oh mais on n'a pas su, si ça se trouve c'est
- 276. S : ouais ça s'est fait comme ça en fait, on a eu de la chance
- 277. E : et après, bon on continue hein

Elodie semble chercher à trouver une explication géométrique, théorique, alors que Stéphanie se contente de rester du côté de la perception instrumentée.

Elodie et Stéphanie rédigent la suite du message, qui sera cette fois de niveau 3, pour la construction de l'angle de 120° en E :

« Angle de 120° en E en utilisant l'angle de 60° »

Nous pouvons donner une explication à ce changement de niveau au sein du même message. Elles en restent à ce niveau car elles n'ont pas réussi la construction. Mais elles ont validé que la construction était possible (prise en compte de la constructibilité et de la construction) par le fait que 120 est égal à deux fois 60, et que l'item « angle de 60° » est disponible, même si elles n'ont pas réussi à l'utiliser correctement.

Le binôme effectue alors un bilan des actions entreprises, et Stéphanie formule le prochain sous-but de la résolution, qui est de construire le point C :

357. E : ça fait, ça fait qu'ils auront ça, ça ça, ils auront ça, ça, ça et ça

358. S : il manque le point C maintenant en fait / le point C, comment on peut dire ça, oh c'est merdique hein / viens on essaye de le tracer déjà l'angle de 120° degrés

Stéphanie reste donc engagée dans la stratégie de cheminement. Elle ne revient pas à la stratégie de décomposition en deux triangles sans chevauchement qui avait été proposée au début de la séance par Elodie, et dont elles ont déjà suivi une première étape.

Mais la proposition de Stéphanie de construire le point C se situe au niveau de la planification de l'action, sans stratégie pour l'action. Elle se détourne alors de ce sous-but et revient en arrière, à la construction effective de l'angle $\widehat{AED}$. Elles vont réaliser la construction, cette fois sans aucun problème, mais ne changeront pas le niveau de cette partie du message, même lors de la rédaction au propre.

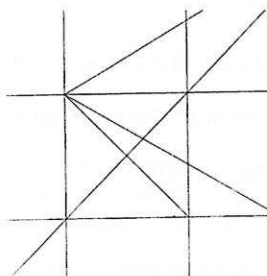


Figure 12, protocole PE6, partiellement reproduite

Pendant que Elodie rédige le message définitif, Stéphanie va reprendre la stratégie de décomposition en deux triangles : elle mesure les angles du triangle ECD, $\widehat{ECD}$ puis $\widehat{CED}$.

380. S : ouais alors attends, euh, ça fait combien, 56, 75, et le dernier il fait combien / 48 virgule 4 ouh !

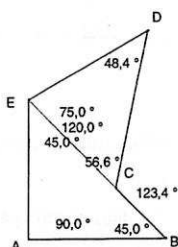


Figure 13, protocole PE6, partiellement reproduite

Stéphanie semble exercer un contrôle (de nature théorique, ou de l'ordre du contrat) sur ces mesures, « ouh ! », et traduit ainsi la rétroaction négative du milieu par rapport à la construction du triangle ECD. Le dialogue suivant illustre bien la réaction du binôme :

415. E : [bas] on leur dit de tracer un triangle n'importe comment on s'en fout

416. [rires]

417. E : non non non y'a pas, là on peut pas faire les angles ? là ça fait combien tu m'as dit, 48 virgule 4, mon dieu !

418. S : ben oui c'est pour ça que c'est chiant

419. E : ah là là, c'est horrible, et comment on peut faire 48 on peut pas faire.

420. S : ben non, j'sais pas, et virgule 4

445. E : c'est pas ça
 446. S : mais si c'est bon
 447. E : mais non, c'est ça, non c'est pas ça qu'il faut chercher c'est, euh, c'est ça, ça, et ça, ah mais tu l'avais déjà regardé
 448. S : ah, c'est pas ça, ouh là là
 449. E : et pourtant ça avait bien l'air d'être un, triangle isocèle

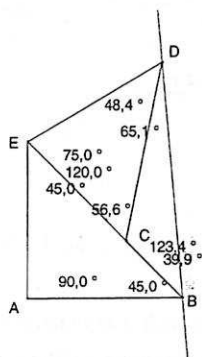


Figure 15, protocole PE6, partiellement reproduite

Elles mesurent donc les angles de ce triangle, et invalident leur conjecture en mobilisant la propriété d'égalité des angles à la base d'un triangle isocèle.

On note un peu plus loin une intervention d'Elodie qui marque un retour momentané à la stratégie de cheminement :

459. E : et oui c'est ça, j'en suis à avoir euh, ça là, maintenant il faut faire, il faut trouver ça, ça et ça, enfin on a fait l'angle mais il faut trouver les longueurs

Elodie et Stéphanie oscillent toujours entre cheminement et décomposition en triangles sans chevauchement. Or les deux stratégies sont perdantes, et elles passent de l'une à l'autre à chaque rétroaction négative du milieu, sans parvenir à en sortir. Elles vont ainsi finir la séance sans aboutir, malgré toutes les explorations instrumentées qui vont suivre.

Stéphanie construit la droite CD, pour voir si elle ne coupe pas AB en son milieu, ce qui aurait permis de construire un des points C ou D à partir de l'autre :

637. S : attends, on va voir, j'essaye un truc là

638. E : non tu vois ça va pas

639. S : t'sais je me disais si ça se trouve ça va être au milieu là comme ça on aurait pu leur dire il passe par le milieu, mais non, même pas.

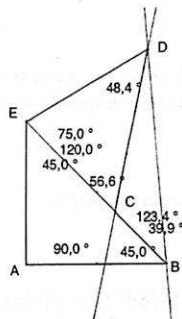


Figure 16, protocole PE6, partiellement reproduite

Puis, elle mesure l'angle formé par les droites ED et AB :

653. S : je sais pas moi on peut peut-être trouver quelque chose parce que là autrement on trouve rien alors tu sais hein, merde !

654. E : qu'est-ce que t'as fait ?

655. S : j'sais pas / ah voilà, alors attends, mesure d'angle / ah il fait 30 degrés tu vois ça nous avance

656. E : et tu veux faire quoi ?

657. S : trente degrés c'est la moitié de 60 ça

658. E : ouais et alors ? Tu veux chercher quoi ? Ah, non, ben non parce qu'on l'a déjà c'te longu, c'te machin

659. S : oui mais alors attends, ah ben oui, ça nous sert à rien j'suis conne

660. E : en gros ça sert à rien, c'est ce que je te dis depuis tout à l'heure

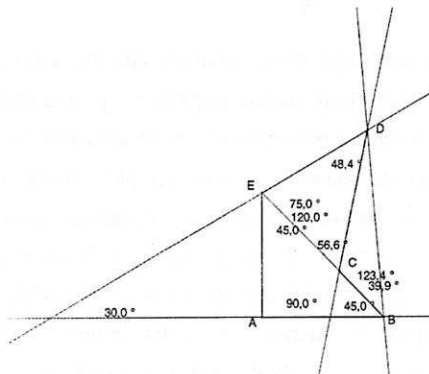


Figure 17, protocole PE6, partiellement reproduite

Elles finissent par rédiger un message ad hoc pour les récepteurs, qui demandent des explications pour la construction des points C et D:

Message 5, $E \rightarrow R$:

② Tracer un triangle ECD.

le pt C se trouve sur la (EB) après le milieu en partant E.

le pt D se trouve sur la droite passant par E (pas la droite (EA))

Message 6, $R \rightarrow E$:

Le point D : vous pouvez donner plus de précisions ?

Message 7, $E \rightarrow R$:

Le pt D ne se trouve pas sur la droite (EA) mais sur la droite E.

lorsque l'on trace la perpendiculaire à (AB) qui passe par B le pt D se

trouve avant la perpendiculaire, du côté de la figure

On ne peut rien vous dire d'autre car on n'arrive pas à trouver une construction.

III.1.2. Conclusion de l'analyse du protocole PE6

Elodie et Stéphanie oscillent entre deux stratégies qui sont perdantes pour cette situation : la décomposition en deux triangles AEB et ECD, et le cheminement.

Chacune de ces stratégies va leur permettre de construire un élément du polygone, la nature même de cet « élément » étant bien entendu dépendante de la stratégie : le triangle AEB et l'angle de 120° en E.

Elle procèdent ensuite et jusqu'à la fin de la séance à une exploration instrumentée de la figure, sans parvenir à aboutir.

Elodie et Stéphanie ont conscience de la constructibilité des angles, puisqu'elles savent « trier » les angles de la figure qui peuvent être opératoires pour la construction : lorsqu'elle envoie le message sur la construction du triangle ECD, elles savent que ses angles ne sont pas constructibles et ne les mentionnent pas ; et lorsque Stéphanie mesure l'angle formé par les droites ED et AB, elles marquent leur contentement d'obtenir un angle constructible.

Mais ces élèves sont aussi très focalisées sur les mesures de distances, et ne font pas de lien entre les angles et les longueurs : pour la construction du triangle AEB, l'égalité des côtés ne semble chez elles ne rien devoir à la nature des angles, au niveau de la construction. Elles n'essayent jamais de construire l'angle de 45° en B, mais cherchent par le carré à obtenir des

côtés égaux. On voit d'ailleurs de nouveau à l'occasion de la construction du carré qu'elles ne lient pas leurs actions, situées du côté des angles par la nécessité du milieu - perpendiculaires, bissectrice - aux longueurs des côtés, puisqu'elles pensent avoir construit un rectangle.

Elodie et Stéphanie ont donc engagé deux procédures de résolution du problème de la reconstruction du polygone, mais les suites d'actions qu'elles entreprennent ne sont pas assez stables pour que nous puissions avancer des hypothèses quant à leurs éventuelles conceptions de l'angle.

IV. L'exploration instrumentée de la figure

IV.1. Ibrahim et Carine, protocole BE3

IV.1.1. Présentation et analyse du protocole BE3

Dès le début du travail (après la mise en place du dispositif technique de la séance et le rappel oral de la consigne) Ibrahim propose de construire la droite EB, et avance l'hypothèse que AEB est un triangle rectangle isocèle :

35. I : *Vas-y on met quoi Carine, on met, en fait si on prenait une droite, par là, passant par là, en fait la ça fait un triangle isocèle rectangle, j'crois bien hein, y'a pas les longueurs*

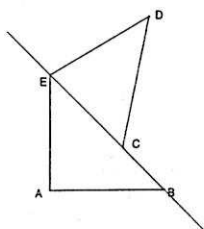


Figure 1, protocole BE3

Dès l'émission de cette conjecture, il se préoccupe de sa validation et pense d'abord aux mesures de longueurs, on le voit à la fin de son intervention. Ibrahim a bien saisi la consigne, sur le point de l'absence des mesures de longueurs. Ce n'est pas le cas de Carine, qui va aller dérouler le menu des mesures, où cet item devrait se trouver. Elle ne le trouve pas, et propose alors d'utiliser celui des mesures d'angles :

36. C : *c'est là*

37. I : *là ?*

38. C : *mesure d'angle*

La réaction que va avoir Ibrahim à cette proposition est intéressante. On remarquera d'une part qu'il ne cherche pas à valider le fait que l'angle en A est droit. La proposition « AEB est un triangle rectangle » est d'emblée considérée comme une proposition vraie. D'autre part, il ne considère pas la mesure des angles comme un outil opératoire pour la validation de la proposition « AEB isocèle ». Il va en revanche expliciter et mettre en œuvre un procédé de

validation de cette conjecture par construction de la bissectrice de l'angle $\widehat{EAB}$ et du milieu de EB. Il constate perceptivement que le milieu appartient à la bissectrice :

39. I : non c'est pas ça, marquer un angle, couleurer, cacher, mesure d'angle, nom. C'est simple, tu fais comme ça, tu prends bissectrice, tu fais ce point, ce point, ce point, tu dis milieu, et si le milieu de c'te droite à c'te droite, attends, ouais mais pas c'te droite, ben non, édition annuler, ce point, ce point, voilà, donc c'est bien un triangle isocèle rectangle. T'écris, ou j'écris ?

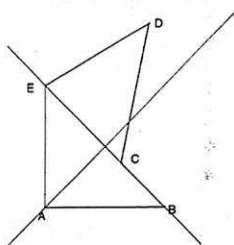


Figure 2, protocole BE3

Cette validation repose sur un contrôle théorique qui mobilise une propriété du triangle isocèle : la bissectrice et la médiane issues du sommet sont confondues, la bissectrice passe donc par le milieu de la base du triangle. Ibrahim l'utilise dans ce que Laborde et Capponi ont appelé une expérimentation dans le modèle (1994 p.177). L'élève vérifie une propriété équivalente à celle qu'il cherche à établir, par une expérimentation qui mêle les contrôles théoriques et perceptifs.

Ibrahim et Carine vont alors rédiger une partie de leur premier message, de niveau 2 :

« Faire un triangle isocèle rectangle EAB de sommet A. »

La résolution qui s'est engagée va naturellement amener ces élèves à considérer l'autre partie du polygone : ECD. Mais on va voir qu'ils ne vont pas pour autant s'engager dans une décomposition en deux triangle sans chevauchement du polygone :

48. I : et après on fait quoi Carine ? Donc là on a prouvé que c'était un triangle isocèle rectangle et faut trouver un moyen de faire faire ça maintenant. Tu vois ?

49. C : mettre un point C sur EB

50. I : Non mais faut vraiment qu'il soit à la bonne distance, et t'as pas euh, mesure d'angle, ah si si tu fais mesure d'angle c'est euh, tu fais tu fais tu fais, faire un triangle, euh, faire un angle d'une certaine longueur, tu fais

tracer la perpendiculaire et après tu fais rejoindre D à C, en fait attends c'est un angle de combien ?

Il est utile de détailler cet échange pour comprendre de quel objets parlent Ibrahim et Carine.

Dans l'intervention 48, Ibrahim parle de « faire faire ça ». Il est évident qu'il s'agit de ECD, mais on ne sait pas à ce moment s'il va considérer le triangle ECD dans la résolution.

Carine formule une stratégie de construction du point C qui ne serait pas robuste, ce que lui fait immédiatement remarquer son camarade (échange 49 et début de 50). Ibrahim, pendant ce temps, a tracé la droite perpendiculaire à EB qui passe par D :

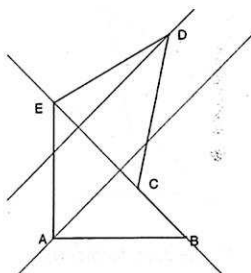


Figure 3, protocole BE3

Il formule à son tour une stratégie, en deux étapes (intervention 50). La première est de construire l'angle en E ($\widehat{AED}$) pour obtenir la droite ED. Cette étape sera conservée par la suite. La deuxième est plus contingente. Ibrahim vient de tracer cette perpendiculaire (exploration instrumentée de la figure autour du point D), et essaie de l'utiliser dans sa résolution. Mais dans le même temps il l'efface de la figure, et n'en reparlera pas. Il semble avoir compris, pendant qu'il formulait sa phrase, l'inutilité de cette droite.

Si cette résolution n'est pas entièrement conservée, elle nous permet quand même de voir qu'Ibrahim est engagé dans une procédure qui tient du cheminement (angle $\widehat{AED}$).

Lors des interventions suivantes, Ibrahim et Carine vont percevoir le triangle AED isocèle en E, et mesurer $\widehat{AED}$. Il peut s'agir d'un transfert analogique de l'étape précédente (EAB isocèle). En tout cas, cela nous montre que ces élèves n'ont pas de difficulté à considérer dans la figure deux triangles qui se chevauchent. Ils raisonnent en termes de sommet à construire, D, le triangle EAD est un outil efficace pour l'obtenir :

51. C : mais ça si tu traces un segment ici jusqu'ici ça fait un triangle isocèle ? euh un triangle

52. I : attends, c'est un angle de 120, donc, et si tu fais euh, en fait, segment,

53. C : ouais

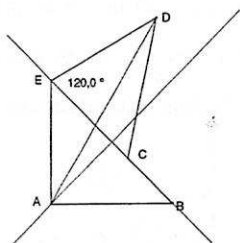


Figure 5, protocole BE3

Lors de la formulation de cette deuxième partie du message, Ibrahim va mobiliser le théorème de la somme des angles d'un triangle pour calculer la mesure des angles à la base du triangle isocèle EAD :

54. I : mais euh / ben tu dis que euh AED est un triangle isocèle de sommet E 120 degrés, attends, tu dis AED est un triangle isocèle, ah non, ah non, ça marche pas, ah ouais c'est ça, attends, ouais tu dis que AED est un triangle isocèle de sommet E 120 degrés et pour que ça fasse 180 c'est logique que ça fasse 30 et là 30, hein ? Ah voila ça fait 30 et 30, c'est logique. Est un triangle isocèle / de sommet E, de sommet E 120 degrés, 120 degrés, euh, l'angle EAD et l'angle AD égal à, la pour que ça fasse 180, 30 degrés, EAD égal euh EDA, égal EDA, égal 30 degrés. Voilà donc ça fait que on a fait construire ça, il manque c'te droite et c'te droite comment on va faire ?

On remarque que Ibrahim ne vérifie pas que AED est isocèle.

Le message qu'ils rédigent sera encore de niveau 2 :

« AED est un triangle isocèle de sommet E 120°
L'angle $\widehat{EAD} = \widehat{EDA} = 30^\circ$ »

Et Ibrahim formule le prochain sous-but (fin de l'intervention 54), en terme de côtés du polygone : DC et BC. Il parle de « droites », mais dans ce cas BC serait déjà construit, or il parle bien de deux objets : « c'te droite et c'te droite ».

Carine continue l'exploration perceptive de la figure (appréhension opératoire), et extrait un nouveau triangle, ECD. Elle formule une conjecture qui cette fois semble bien être due à un transfert analogique de l'objet triangle isocèle :

58. I : j'sais pas, non. Non. Faut faire les bissectrices pour voir.

282

pas considéré les angles du polygone en D et en C. Cet élève semble ici plus du côté de l'intersection que du cheminement.

Il va suivre une phase assez longue dans laquelle Ibrahim et Carine n'avancent pas beaucoup dans la résolution. Ibrahim construit le symétrique du polygone par rapport à EB puis l'efface, et Carine propose une construction de la droite EB (bissectrice d'un angle droit en B). Ibrahim lui réplique qu'ils ont déjà obtenu cette droite. Il y a surtout dans cette phase de grands silences.

Puis, Ibrahim va mettre en œuvre une construction ad hoc des points C et D. Il fera rédiger Carine en même temps qu'il construit, et ils enverront leur message :

93. I : 30. / Ah je sais j'ai trouvé, viens, comme ça. / une droite passant par là, et ça, là, là, là, 18,4, donc c'est 30, non attends, 18,4 et tu dis euh, tu dis de faire euh, un angle EDC non un angle ADC euh, faire un angle, attends ttends ttends ttends ttends, faire un angle ADC de 18 virgule 4 degrés, mets un chapeau, 18 virgule 4 degrés à l'intersection de la droite EB, non mais tu mets une autre phrase, tu mets une autre phrase, à l'intersection de la droite EB et DC / EB et DC mettre euh, non, mettre le point C / et tu dis EABCD non EABCD est un polygone. C'est ça non ?

94. C : combien il mesure cet angle ?

95. I : deux secondes, attends si on bouge ça est-ce que l'angle de 18,4 il change pas ? ouais, c'est bon. Qu'est ce tu dis ?

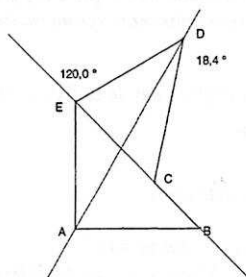


Figure 10, protocole BE3

Cette partie du message est rédigée comme suit :

« Construire un angle $\widehat{ADC}$ de $18,4^\circ$
A l'intersection de la droite (EB) et (DC) mettre le point C
EABCD est un polygone. »

La méthode proposée consiste à construire C à partir de D, en ajustant la position d'une droite issue de D telle que $\widehat{ADC}$ soit égal à $18,4^\circ$. C'est une construction qui n'est pas robuste. Deux hypothèses sont possibles à propos de ce passage. Soit c'est l'envie de finir qui motive

Ibrahim pour élaborer une construction qu'il sait non robuste, soit il n'exerce pas de contrôle théorique sur les mesures des angles. On remarque dans l'intervention 95 qu'Ibrahim ressent le besoin de vérifier que l'angle de $18,4^\circ$ résiste au déplacement de la figure, donc qu'il est bien une caractéristique de la figure. Il est intéressant de remarquer qu'il n'a pas éprouvé ce besoin pour l'angle de 120° , sa mesure « exacte » l'excluant peut-être pour lui d'une telle possibilité. Nous penchons pour la première hypothèse: Ibrahim, lors du TP préliminaire à cette séance avait fait preuve d'une grande maîtrise, et avait parfaitement construit tous les angles demandés. Nous avons signalé que la phase qui précède était longue et infructueuse. Il se peut qu'elle ait fait « décrocher » Ibrahim qui, consciemment ou non, a décidé de ne plus respecter le contrat et de produire une construction non robuste. L'impasse, d'après Richard (1994 p.540), peut conduire à des « violations de consignes ».

A la suite de l'envoi du premier message, une des observatrices vient mettre en place une nouvelle consigne :

102. Obs2 : vous pouvez continuer à explorer la figure, pour essayer de prévoir un peu les questions qu'ils vont vous poser, des choses qui ne sont pas suffisantes pour qu'ils puissent reproduire la figure

103. I : d'accord

104. Obs2 : vous continuez pour être bien familiers avec la figure et pouvoir compléter les messages éventuellement, parce que s'il y a des choses qu'ils n'arrivent pas à construire ils vont vous renvoyer un message vous demandant des précisions.

C'est alors Carine qui va reprendre l'exploration de la figure, en extrayant encore une fois un triangle qu'elle suppose isocèle, ACE :

135. C : ici c'est un triangle isocèle alors

136. I : ici ? j'sais pas.

137. C : et c'est où pour mesurer les longueurs ?

138. I : y'a pas pour mesurer les longueurs, y'a pas. Vas-y voir deux secondes / passe voir là, donc / C et C il est égal à moins euh / tu peux pas le déplacer / milieu, milieu, point, milieu, ça veut dire que, si ça passe par le milieu ça veut dire que c'est une bissectrice que c'est un triangle isocèle

139. C : à peu près

140. I : même pas hein ?

141. C : non. Non.

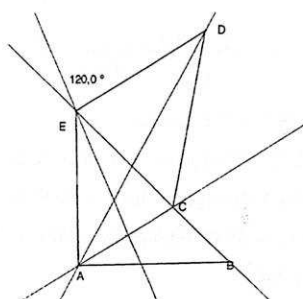


Figure 13, protocole BE3

On remarque encore une fois la facilité avec laquelle ces élèves (ici c'est Carine) considèrent des triangles qui se chevauchent. Nous avons montré dans l'analyse a priori que cette possibilité favorisait l'évolution des stratégies vers l'intersection, car elle nécessite un point de vue sur la figure qui en est plus proche.

En effet, Carine ne va pas rester focalisée sur les triangles dans son exploration. Elle va effacer les constructions précédentes (sauf le polygone bien entendu) et construire la droite parallèle à ED qui passe par A. Elle constate que cette droite passe par C :

143. C : ED et AC ils sont parallèles hein.
 144. I : ED et AC ?
 145. C : ouais
 146. I : C'est vrai ?
 147. C : ben j'viens juste de tracer la parallèle

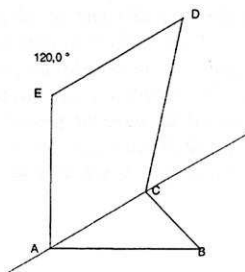


Figure 14, protocole BE3

Ibrahim va vouloir utiliser cet élément dans la résolution. Il va dicter un nouveau message à Carine :

- « Faire un triangle isocèle $\widehat{EAB}$
 Ensuite faire un triangle isocèle $\widehat{AED} = 120^\circ$

$$\widehat{EAD}=30^\circ \quad \widehat{EDA}=30^\circ$$

Construire une droite (AC) parallèle à (ED) coupant (EB) en un point C

Effacer (EC) puis construire le polygone ABCDE »

Ce message est correct, hormis le fait que Carine, sous la dictée, a oublié de préciser que le triangle EAB est aussi rectangle. La notation du triangle avec un chapeau est là pour montrer aux récepteurs quel est le sommet du triangle (Carine et Ibrahim discutent à ce propos dans le dialogue). Le message est de niveau 2 : ce binôme ne s'est pas encore posé la question de la reconstruction effective du polygone.

La consigne de la situation va les empêcher d'envoyer ce message :

165. I : tenez on en a fait un autre parce qu'il est plus complet

166. Obs : oui mais il faut attendre qu'ils aient fini

Les émetteurs ne peuvent pas envoyer deux messages consécutifs. Ils doivent attendre une réponse des récepteurs. Or les récepteurs vont demander des précisions à propos du premier message, et Ibrahim et Carine vont jouer le jeu et leur répondre. Ils vont laisser de côté ce message, rédigé pour rien.

Voici la réponse des récepteurs :

« Ils nous donnent pas assez d'informations pour faire un triangle isocèle.

C'est pas possible de faire un angle de 18,4.

Les données ne sont pas assez expliquées. »

Ibrahim va immédiatement construire un triangle rectangle isocèle sur sa figure :

172. I : qu'est ce qu'il dit lui ? mmm il sait pas faire un triangle isocèle ? j'sais pas moi, c'est pas bien dur hein, fais voir, tu fais un angle euh, segment / par ce point, tu fais euh, ah ouais c'est vrai, tac, tac, allez, qu'est-ce qu'il me fait lui, je lui demande une bissectrice qu'est-ce qu'il nous fait / voilà, et, attends, hein ? Mais c'est simple si vous y arrivez pas c'est pas de ma faute [cette dernière phrase est adressée au groupe récepteur, à l'autre bout de la salle] symétrie axiale de ce point par rapport à ce point, en fait ça fait pile l'angle, et voilà, c'est bon il est construit là.

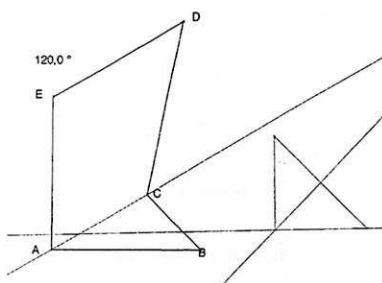


Figure 15, protocole BE3

On remarque qu'Ibrahim n'utilise pas les angles pour la construction de son triangle isocèle - la construction de la perpendiculaire en A ne peut pas nécessairement s'interpréter au niveau des angles. Il n'avait pas considéré que les angles pouvaient l'aider à valider le fait que le triangle était isocèle, il ne les utilise pas non plus lors de la construction.

Il rédige le message 3 :

« Construction du triangle $\widehat{EAB}$:

Construire un segment $[EA]$

Faire une droite perpendiculaire à $[EA]$ passant par A

Faire la bissectrice de l'angle obtenu

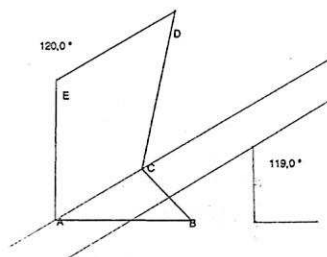
Faire la symétrie de E par rapport à la bissectrice avec « symétrie axiale »

On obtient un point B

Tracer $\widehat{EAB}$ → triangle isocèle rectangle »

Ce premier message des récepteurs a engagé Ibrahim dans une phase de construction.

Il va effacer sa construction, tracer deux segments perceptivement perpendiculaire, et une droite qu'il va essayer de placer perceptivement de façon à ce qu'elle forme un angle de 120° avec l'un des segments :



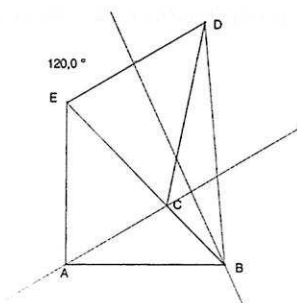
On retrouvera ce comportement vers la fin de la séance, pour la construction du point D. Il montre d'une part qu'Ibrahim n'a pas d'outil pour construire cet angle de 120° , d'autre part qu'il entretient un rapport particulier avec la notion de figure dans Cabri-géomètre. Il semble faire un usage combiné des primitives de dessin et des primitives géométriques de Cabri-géomètre, en se plaçant parfois au niveau de la figure, parfois au niveau du dessin. Quant au premier point, la construction de l'angle de 120° , on peut rappeler que lors du TP préliminaire, Ibrahim n'avait eu aucune difficulté à construire cet angle. Mais ici le cercle n'est pas disponible, et il semble que ce binôme n'a pas remarqué l'item « angle de 60° » - pourtant signalé dans l'énoncé de la séance et dans le rappel oral des consignes - ou bien n'a pas compris qu'il s'agissait d'un item de construction.

Ibrahim est donc gêné par la construction du triangle AED, et explore une nouvelle piste :

194. I : faut regarder si EB égal ED , j'sais pas si EB égal ED /

195. $C : EB$ égal DB

196. I : ouais DB ouais / de ça, on fait la bissectrice et si c'est le milieu et ben elle passe pas



Face à cet échec, il revient en arrière, et on note sa remarque par rapport au contrat :

198. I : ben vas-y tu dis construire un triangle euh isocèle AED / isocèle euh, il faut vraiment que ce soit au millimètre ?

Cette remarque concerne le fait que la bissectrice de EBD passe très près du milieu de ED, il le dira à l'observatrice lors du changement de la face de la cassette, qui suit cette intervention), et traduit surtout l'état d'esprit dans lequel est maintenant Ibrahim, qui va s'empresse de terminer la séance.

Les deux élèves vont rédiger une construction ad hoc du triangle isocèle EAD :

« II-Construction du triangle AED

Tracer une droite commençant par E allant ds le même sens que la bissectrice $\widehat{EAB}$

Mettre un point sur la droite tracée (point Z)

Mesurer l'angle $\widehat{ZEA}$, bouger Z de façon à obtenir un angle de 120° .

Mettre un autre point sur la droite (EZ) (point D)

(ED $\approx$ EA)

Tracer une droite (AD)

Mesurer l'angle $\widehat{EAD}$ et $\widehat{EDA}$

Déplacer D de façon à ce que les 2 angles fassent 30°

Effacer AD. »

Puis la construction du point C :

« III-Construire une droite (AC) parallèle à la droite (ED)

L'intersection de la droite (EB) et de la parallèle s'appelle C.

Prendre l'outil polygone et repasser ABCDE et c'est fini. »

IV.1.2. Conclusion de l'analyse du protocole BE3

Ibrahim et Carine s'engagent dans un premier temps dans la caractérisation du triangle rectangle isocèle AEB. Ils poursuivent ensuite la résolution en mettant en œuvre des stratégies qui relèvent du cheminement et de l'intersection. Dans cette résolution l'objet triangle - isocèle - va jouer un rôle opératoire : AED pour la construction de D. Les triangles considérés dans l'exploration de la figure sont indifféremment juxtaposés (ECD, EBD) à AEB, ou se chevauchant (AED, ACE). Ces élèves n'ont pas de difficulté à percevoir des triangles qui se chevauchent car ils raisonnent en termes de sommets à construire.

En revanche Ibrahim et Carine ont des difficultés à considérer les angles pour la construction de la figure. Le triangle rectangle isocèle est construit sans l'aide des angles, et Ibrahim ne trouve pas de construction robuste pour l'angle de 120° en E.

Les angles ne sont pas opératoire chez ces élèves. Plus que par des visées, les éléments de la résolution sont repérés par une exploration instrumentée de la figure. L'angle en tant qu'inclinaison n'est pas mobilisé.

IV.2. Florent et Yoann, protocole PE1

Florent est un des élèves qui ont participé à la première campagne d'expérimentation, dans cette même classe trois mois auparavant. Yoann, lui, vient d'arriver dans cet établissement. En plus de n'avoir pas participé à la première campagne, il n'est donc pas familier du travail dans l'environnement Cabri-géomètre.

IV.2.1. Présentation et analyse du protocole PE1

Florent explique à son camarade le principe de la séance :

2. F : ben là t'as une figure, va falloir que tu l'étudies et après tu leur décris aux autres pour qu'ils arrivent à la refaire

et

13. F : attends / en fait faut que tu essayes de voir comment elle est formée la figure

Le travail s'engage rapidement :

14. Y : ah, t'as un triangle rectangle là, rectangle en A et après t'en as un autre comme ça, en fait c'est trop simple

Yoann formule une décomposition du polygone en deux triangles, sans chevauchement : AEB et ECD. Il a perçu l'angle droit en A, et extrait les deux triangles du polygone par une appréhension opératoire de type méréologique de la figure (Duval 1994).

Mais la décomposition en deux triangles n'est valide que si les points E, C et B sont alignés. Sinon il se rajoute un troisième triangle ECB. Yoann va mettre en œuvre une action pour la validation de cette conjecture perceptive. Ils construisent la droite EB, et constatent qu'elle passe par C. C'est une perception instrumentée de la figure qu'ils viennent de mettre en œuvre. On remarque qu'ils n'utilisent pas le déplacement des points libres du polygone, ce qui leur aurait permis de faire une double vérification (Soury-Lavergne 1998) :

16. Y : fais une droite de B à E, juste pour voir un machin
 17. F : ouais elle passe par C

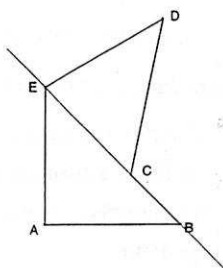


Figure 3, protocole PE1

Cette proposition étant validée, Yoann revient sur sa stratégie de résolution :

18. Y : bon, donc déjà on sait que E, A, B
 19. F : madame on peut avoir des feuilles de brouillon ?
 20. Obs : euh, du brouillon oui
 21. Y : on sait que EAB c'est un triangle rectangle en A, trop fort
 22. F : ouais, déjà

Yoann, on le voit dans ce qui va suivre, est engagé dans une procédure de description de la figure. Il cherche à utiliser tout ce qu'il remarque dans l'exploration de la figure, sans tenir compte de l'opérationnalité de ces éléments pour la reconstruction du polygone.

Ici, il va émettre une conjecture : le triangle AEB est inscrit dans un carré. On pourrait penser que la conjecture de Yoann est relative à l'égalité des côtés AE et AB du triangle rectangle. Mais il semble, au vu de différentes remarques qui vont suivre, que Yoann pense en fait simplement à un rectangle, au niveau des propriétés qu'il engage : un quadrilatère avec 4 angles droits. Il se peut cependant qu'il utilise le mot « carré » en référence à une perception implicite de l'égalité des côtés. Mais cela n'apparaît pas dans le dialogue :

29. Y : après t'sais y'a un carré en, en EAB et un autre point, t'sais D en fait, si tu continues
 30. F : ouais mais
 31. Y : t'sais là, si t'as un rectangle / tu vois ce que je veux dire ?
 32. F : ouais mais ça va servir à quoi ?
 33. Y : ben après t'as deux EAB, un ECB, plus euh un RAC [il rit]
 34. F : vas-y construis-le
 35. Y : non j'sais pas faire, je comprends pas

Et plus loin :

212. F : si ouais c'est bon
 213. Y : parce que y'a, t'sais t'as droite parallèle là et là, parallèle, là c'est parallèle, donc ça fait 4 angles droits et un 4 angles droits
 214. F : fais la perpendiculaire
 215. Y : non regarde 4 angles droits ça fait un carré et un carré
 216. F : un rectangle ça peut être
 217. Y : un carré, mais non 4 angles droits c'est un carré

Dans l'intervention 32 Florent essaie d'amener son camarade vers une problématique de construction. Comme cette remarque ne suffit pas à dissuader Yoann, Florent utilise un autre argument. Il l'invite à passer à une construction effective, ce qui décourage Yoann qui, on l'a dit plus haut, n'est pas familier de Cabri-géomètre.

Yoann abandonne donc la piste du carré, mais va continuer la recherche de propriétés du polygone, cette fois par une exploration instrumentée de la figure :

41. Y : oh moi j'ai une idée regarde attends fais voir, on peut faire les milieux là
 42. F : c'est là milieu je suppose plutôt
 43. Y : là ?
 44. F : ouais, descends, et tu cliques sur milieu
 45. Y : non non j'ai mis, ça c'est le milieu de quoi ça ?
 46. F : de ED
 47. Y : le milieu de ED
 48. F : ouais c'est ça
 49. Y : après j'ai une droite parallèle, euh, droite parallèle, parallèle par ce point, parallèle à ce polygone, tu vois
 50. F : non

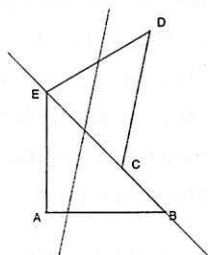


Figure 5, protocole PE1

Yoann construit la droite parallèle à DC qui passe par le milieu de ED. Cette action n'est sous-tendue par aucune stratégie de résolution. C'est une stratégie de description dans laquelle est engagée Yoann. Ici il va se rendre compte, aidé par Florent, de l'inutilité de sa construction pour la résolution du problème :

51. Y : non, mais si si tu vas voir, tu vas voir, c'est tout simple, tu vois, une fois qu'on a ce triangle-là, on leur dit, tu sais on a dit y'a EAB c'est un triangle rectangle, après on leur dit de construire ED, on leur dit de construire ED, après on leur dit de faire le milieu

52. F : et comment ils construisent ED, faut leur dire comment ils construisent ED

53. Y : ben ça on trouvera après, après t'sais on leur dit, ouais voilà, vous faites, vous passez par le milieu, faut que vous fassiez une parallèle, ah ouais mais merde, cette droite ils l'ont pas en fait !

54. F : non faut leur dire de construire ED après c'est facile

55. Y : mais non mais parce que t'sais moi je l'ai construit par rapport à celle-là

56. F : ah oui

57. Y : c'est pas bon

Florent n'est jusque là pas beaucoup intervenu dans la résolution. Il s'est contenté d'écouter les propositions de son camarade, et les a en quelque sorte triées en fonction de l'objectif de la situation :

59. F : j'enlève la parallèle ?

60. Y : ouais enlève tout, laisse juste la droite

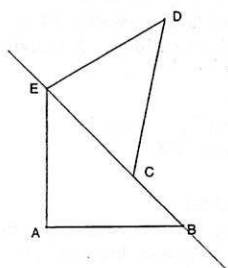


Figure 3, protocole PE1

Florent va maintenant passer à l'action, en utilisant l'outil « angle de 60° ». Il cherche à valider une conjecture : $\widehat{ECD} = 60^\circ$. En fait, cette conjecture n'est sans doute pas formulée de cette façon chez Florent, car il aurait alors pu utiliser l'item de mesure des angles pour la valider. Il semble que Florent soit engagé, comme Yoann, dans une exploration instrumentée de la figure. Il cherche à obtenir des objets qu'il ne sait pas encore construire à partir de ceux qu'il a déjà construits (triangle AEB), en utilisant les outils de construction de Cabri-géomètre. Les stratégies des deux élèves sont donc similaires, mais Florent distingue mieux que Yoann les objets de la figure sur lesquels il peut effectivement s'appuyer pour poursuivre

la résolution. C'est une stratégie de combinaison des menus qui semble mise en œuvre, avec l'usage d'un outil angulaire sans que soit pour autant mobilisée la notion d'angle.

Florent va dans un premier temps être gêné par l'utilisation de l'outil « angle de 60° », qui construit un angle dans le sens direct. En désignant les points E, puis C, la demi-droite ne se trace pas dans le demi-plan auquel appartient D :

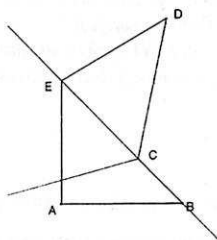


Figure 6, protocole PE1

Florent appelle alors l'observatrice, qui va lui dire de faire une symétrie axiale de la demi-droite pour obtenir un angle de 60° dans l'autre demi-plan :

70. F : madame comment on fait pour se servir de 60° ?

71. Obs : il y a une aide, si tu veux tu peux mettre l'aide, il faut désigner deux points, et le deuxième doit être le sommet, de l'angle que tu veux construire

72. Y : tu vois donc montre C et E

73. F : ouais mais je veux ce point, E, C, et après ?

74. Obs : mais tu ne l'as pas sélectionné

75. F : ah ouais merde !

76. Y : ouais mais d'abord C et après E

77. F : point, ce sommet, et ben moi je le veux dans ce sens là

78. Obs : ben tu fais en sorte qu'il repasse de l'autre côté, tu peux faire une symétrie, en fait là il est orienté l'angle

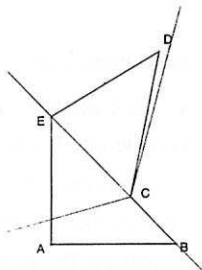


Figure 7, protocole PE1

Florent va faire cette symétrie, conclure, et abandonner sa conjecture :

82. *F : non non ça marche pas*

En référence à ce que nous avons dit plus haut de la stratégie suivie par Florent, nous pouvons dire que l'angle $\widehat{ECD}$ avait été perceptivement repéré comme proche de 60° , et devenait ainsi un bon candidat à être construit par l'intermédiaire de cet outil. Florent va utiliser ce type d'exploration instrumentée tout au long de la séance, c'est pour cette raison que nous insistons sur cette première apparition de sa démarche.

Florent et Yoann émettent ensuite simultanément deux conjectures assez semblables, et mettent en œuvre les actions correspondantes à leur validation dans Cabri-géomètre : Florent cherche à savoir si la droite parallèle à AB qui passe par E coupe CD en son milieu, et Yoann conjecture que la droite DC coupe AB en son milieu.

84. Y : oh t'sais si tu, si tu continues c'te droite là

85. *F : ouais ?*

86. Y : elle passe pas par le milieu des foies ? Regarde, si elle passe par le

87. F : attends je veux voir un truc juste avant / parallèle / j'voulais faire un truc, enfin bon après, tu disais quoi toi

88. Y : je fais, euh, continuer la droite DC

89. *F* : *quoi* ?

90. Y : prolonge la droite DC

91. *F* : ouais

92. /

93. Y : *ah, c'est pas le milieu là*

94. *F* : non

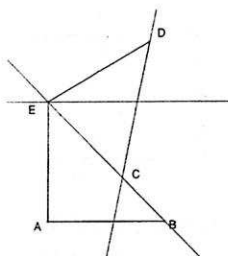


Figure 8, protocole PE1

Les deux conjectures sont invalidées après des actions et des constats perceptifs sur la figure.

La réfutation de sa précédente conjecture amène Yoann à la modifier : DC passerait non plus par le milieu de AB, mais par le point situé aux deux tiers de AB en partant de A.

Yoann exprime dans son intervention que $\frac{2}{3}$ est une fraction qui a une existence en classe de mathématiques :

95. Y : *ah des fois c'est tu sais c'est euh, un tiers, deux tiers, tu sais c'est à deux tiers, tu vois ce que je veux dire ? C'est quoi les droites qui sont à deux tiers déjà ?*

Il cherche donc explicitement le champ des connaissances théoriques qui est associé à cette fraction. Florent va lui répondre, et les deux élèves vont s'engager dans un dialogue assez obscur sur un éventuel centre de gravité. Ce dialogue ne s'accompagnant d'aucune action sur la figure, il est difficile à comprendre. En outre il n'apporte rien sur les conceptions de l'angle chez ces élèves. Nous ne le présentons donc pas.

Florent va émettre par deux fois des conjectures, à propos desquelles il va mettre en œuvre des actions dans Cabri-géomètre qui va les invalider. Il faut noter que c'est en examinant la figure que nous pouvons comprendre quelles conjectures les actions entreprises visent à valider. Le dialogue seul n'est pas assez explicite.

La première conjecture est que « la droite symétrique de AB par rapport à EB passe par D » :

110. F : vas-y j'ai compris je crois !

111. Y : en fait faut faire t'sais, comme les machins là

112. F : fait attends, symétrie de c'te droite, c'est où symétrie, axiale / oh putain !

113. Y : bien joué, non c'est bien joué quand même

114. F : non, c'te droite je veux, attends on va construire la droite, par ce point, et ce point, après symétrie de cette droite par rapport à cette droite

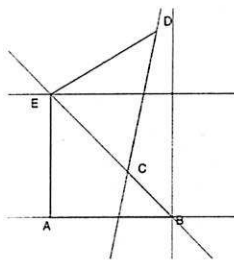


Figure 10, protocole PE1

La deuxième conjecture est que « la droite parallèle à AE qui passe par le milieu de EB coupe ED en son milieu » :

122. F : j'ai compris je crois

123. Y : ça fait trois fois que tu me dis ça

124. F : ouais, droite, parallèle à

125. Y : je l'ai déjà fait

126. F : ouais, parallèle à ça, non putain ça marche pas

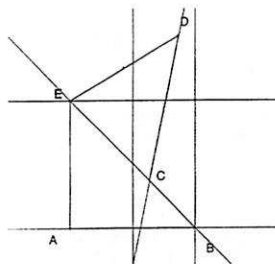


Figure 11, protocole PE1

Un peu plus loin, Florent va trouver en quelques manipulations, la solution du problème de la reconstruction du polygone. Il utilise les outils « angle de 60° » et « bissectrice » dans une exploration instrumentée de la figure. Florent ne raisonne pas en termes d'angles, mais cherche à obtenir des superpositions d'objets à l'aide des outils de construction disponibles. Il extrait ensuite, dans le cas d'une rétroaction positive, le procédé de construction des objets. Sa stratégie lui permet d'obtenir ainsi un lien direct entre son exploration et le procédé de construction.

Il commence par construire un angle de 60° en E à partir de la droite parallèle à AB qui passe par E :

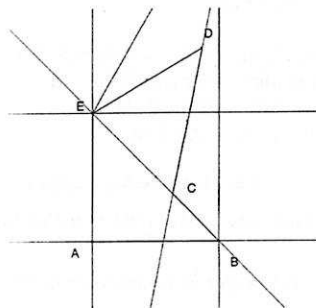


Figure 13, protocole PE1

Cette action semble être de l'ordre de l'exploration instrumentée, sans anticipation ni théorique, ni perceptive.

Puis il construit la bissectrice de cet angle de 60° , et constate qu'elle passe par D :

149. F : bissectrice, de ce point, point, point E

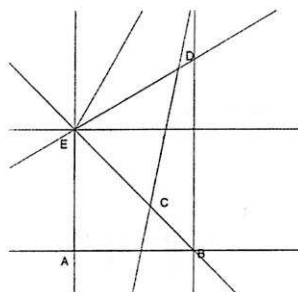


Figure 13bis, protocole PE1

Cette action semble cette fois sous-tendue par une conjecture perceptive, qui pourrait être formulée comme suit : « la bissectrice de l'angle construit passe par D ». J'insiste sur cette formulation, qui n'engage pas la propriété angulaire de la bissectrice mais exprime le raisonnement en termes de propriétés d'incidence que suit Florent.

Florent va extraire de ses actions le procédé de construction de la droite ED :

151. F : t'as trouvé quoi ? Après t'as, regarde, là tu fais un angle de 60 degrés

et

153. F : faire un angle de 60 degrés

154. Y : ouais

155. F : bon, et après tu fais la bissectrice de cet angle de 60 degrés, c'est la droite ED, donc faut faire alors, faire parallèle à AB

156. Y : ouais mais après faut les mesures de ED

157. F : passant, ouais mais, passant par E , E

On remarque en 155 la problématique des longueurs qui apparaît chez Yoann. Elle va revenir un peu plus loin, pendant que Florent continue la rédaction d'un brouillon du message :

167. Y : oh mais attends, t'sais, regarde, comment on fait pour avoir les mesures et tout exactes ?

168. F : on peut pas, faire la bissectrice

169. Y : mais alors ce sera jamais juste

170. *F : faire la bissectrice, de, cet angle, et on a la droite, la droite, ED, on a déjà la, on a déjà réussi à trouver la droite ED*

171. Y : mais ouais mais on sait pas la longueur

Florent n'est pas gêné par l'absence des mesures de longueurs. Il a bien compris le principe de la reproduction semblable du polygone. En revanche, Yoann ne saisit pas tout de suite cette

caractéristique de la situation. Il la comprendra un peu plus tard, et nous montrerons alors les différentes étapes de son évolution.

Cette différence de compréhension de la situation entre les deux élèves va se retrouver dans la formulation du prochain sous-but de leur résolution :

177. Y : maintenant faut trouver DC c'est ça ?

178. F : cette droite, plus besoin

179. Y : eh, oh on n'a plus qu'à trouver DC euh, on n'a plus qu'à trouver DC

180. F : ouais, enfin à trouver où est le point D et après, c'est

181. Y : non, DC

Alors que Florent parlait dans l'intervention 170 (voir plus haut) de la droite ED, Yoann l'a compris comme le côté ED. Dans cette optique, il reste en effet à trouver le côté DC (intervention 177). Cette différence d'interprétation peut être liée aux différents statuts de la figure chez ces deux élèves. Florent considère une figure au sens d'une classe de dessins, alors que Yoann est pour le moment au niveau du dessin particulier qu'il a sous les yeux. Rappelons encore que Yoann n'est pas habitué à travailler dans Cabri-géomètre, et que la notion de figure comme classe de Cabri-dessins (Laborde et Capponi 1994) est une notion qui se forge petit à petit dans l'instauration du contrat didactique relatif au travail dans cet environnement.

Florent essaie de rétablir la formulation du sous-but en 180, mais Yoann résiste au changement, ce qui montre bien qu'il ne s'agit pas simplement d'une modification verbale.

Les actions et les formulations de Florent le placent dans une stratégie de cheminement : il a obtenu la droite ED, il cherche maintenant à déterminer la position du point D sur cette droite. Or, c'est justement là que la situation empêche le cheminement d'aboutir - pas de mesure de longueurs - et que Florent va évoluer vers une stratégie d'intersection, en considérant chaque sommet à construire comme l'intersection de deux droites.

Il agit, sans conjecture préalable apparente, et obtient une rétroaction positive : AD s'obtient en utilisant l'outil « angle de 60° » sur B et A. C'est une exploration instrumentée, avec un transfert analogique (Richard 1994) de la procédure qui a été gagnante pour la construction de ED. L'exclamation en 183, qui suit l'action, montre bien une surprise liée à l'absence de conjecture :

183. F : oh putain !

184. Y : qu'est-ce qu'il y a ? T'as trouvé ?

185. F : angle, 60 degrés, AB, intersection avec ED égal

186. Y : ah ouais trop choucard, oh trop bien ouéj mon gars [choucard = bien ; ouéj = joué]

187. F : on a déjà le point D

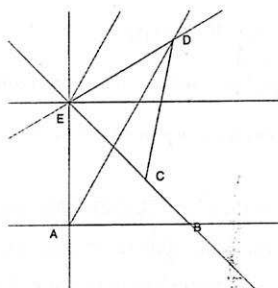


Figure 14, protocole PE1

D est donc construit. C'est Yoann qui va exprimer le prochain sous-but de la résolution, cette fois bien en terme de sommet du polygone :

188. Y : choucard maintenant il nous reste plus qu'à trouver le point C

Florent va poursuivre le transfert analogique de la construction de ED, et construire la bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$. Il reçoit encore une fois une rétroaction positive, et obtient le procédé de construction du point C, par la perception de l'appartenance de C à cette bissectrice. On remarque qu'il n'y a toujours pas d'utilisation du mouvement de la figure pour une éventuelle « validation augmentée » :

189. F : ouais, et la bissectrice

190. Y : ouais et t'sais et les longueurs de AB et AE aussi

191. F : mais non si t'as tous les points t'as pas besoin de longueurs en fait, de ce point, à ce point, point B, alléluia ! J'ai tout trouvé

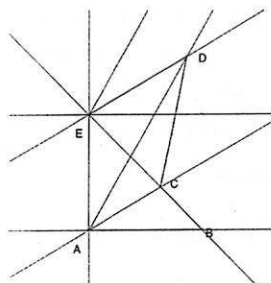


Figure 15, protocole PE1

A ce moment du protocole, la résolution est pratiquement finie. Lors de la rédaction du message, Florent et Yoann vont revenir sur la caractérisation du triangle AEB. Florent va émettre l'hypothèse que ce triangle est isocèle, et il va mettre en œuvre des actions pour la validation de cette conjecture, qui seront sous-tendues par deux propriétés du carré : ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, et elles sont des axes de symétrie du carré :

219. F : fais la perpendiculaire, tu vas, là, attends, droite perpendiculaire, par E, attends, par ce point
220. Y : par ce point là ?
221. F : ouais, et perpendiculaire à, c'te droite, non l'autre, voilà, c'est bon, isocèle
222. Y : ça veut dire qu'il est isocèle ?
223. F : ouais, parce que c'est un carré, après

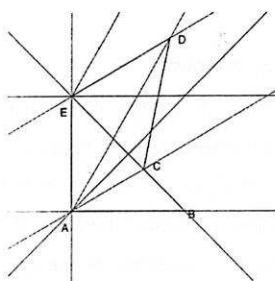


Figure 16, protocole PE1, droite perpendiculaire à EB passant par le milieu de EB : elle passe par A et par le symétrique de A par rapport à EB, qui était déjà construit

En parallèle des actions de Florent, on note l'évolution de Yoann vis-à-vis de la prise en compte des longueurs des côtés de la figure. Yoann, d'abord préoccupé par l'absence de

mesure de longueurs pour la construction, va devoir évoluer face aux rétroactions très succinctes de son camarade. Il va peu à peu arriver à comprendre l'inutilité des mesures des côtés dans cette reproduction, et accède ainsi à une compréhension de la notion de figure, dans l'intervention 200. Voici les différentes interventions relatives à cette évolution. Certaines ont déjà été signalées plus haut :

156. Y : ouais mais après faut les mesures de ED

167. Y : oh c'est faux ce que vous avez fait, oh mais attends, t'sais, regarde, comment on fait pour avoir les mesures et tout exactes ?

168. F : on peut pas, faire la bissectrice

169. Y : mais alors ce sera jamais juste

171. Y : mais ouais mais on sait pas la longueur

190. Y : ouais et t'sais et les longueurs de AB et AE aussi

191. F : mais non si t'as tous les points t'as pas besoin de longueurs en fait, de ce point, à ce point, point B, alléluia ! J'ai tout trouvé

192. Y : E, E, et qu'est-ce que je voulais dire, euh, B et E, on n'a pas leur longueur, tu sais où il faut les mettre quoi

200. Y : ça marche pas, moi à chaque fois que je fais un machin ça marche jamais oh ! Supprimer / mais en fait on s'en fout des points AEB, on leur dit de construire un triangle après on s'en fout de la taille exacte, ce qui faut c'est que ça ait cette forme même si c'est en plus grand [à l'observatrice] ce qu'il faut c'est que ça ait la forme, même si c'est en plus grand ?

201. Obs : exactement, oui

202. F : la taille on s'en fout

IV.2.2. Conclusion de l'analyse du protocole PE1

Florent et Yoann ne mesurent aucun des angles de la figure. Ils utilisent les outils de construction de Cabri-géomètre (droite perpendiculaire, bissectrice, et « angle de 60° ») dans une exploration instrumentée de la figure qui les conduit à une résolution correcte du problème, par combinaison des menus. Cette résolution engage des opérateurs d'une stratégie d'intersection, un point est vu comme l'intersection de deux droites, mais ne mobilise pas les angles. C'est une stratégie d'intersection sans mise en œuvre de la visée.

V. Conclusion des expérimentations

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats obtenus lors de nos expérimentations, qui ont porté sur la reproduction d'un polygone, dans Cabri-géomètre II et dans le cadre d'une situation de communication, d'un jeu de messages.

La conception de cette situation expérimentale relève d'éléments qui ont été exposés tout au long de ce mémoire. La situation a pour objectif de faire émerger la notion d'angle en tant qu'inclinaison chez les élèves, comme un outil de repérage de points dans l'espace de la figure. L'angle est alors l'outil d'une visée, qui entre en jeu dans une stratégie de reproduction du polygone par intersection.

Ces termes - visée, intersection - sont empruntés aux topographes, dont nous avons évoqué les pratiques au chapitre 3. Précisons que la situation proposée n'est pas pour autant une situation qui cherche à reproduire les conditions de travail d'un topographe. Et qu'une conception de l'angle inclinaison éventuellement mobilisée par les élèves ne sera pas celle que le topographe met en œuvre au cours de ses relevés.

Une étude de manuels scolaires (chapitre 4) nous a montré que l'angle inclinaison était présent, mais sous-jacent, dans certaines tâches proposées aux élèves. Nous avons alors utilisé des éléments de notre connaissance des pratiques des topographes pour mettre en place une situation dans laquelle l'angle inclinaison est opératoire, et de façon accessible aux élèves : les stratégies de base de reproduction d'un polygone véhiculées par les manuels permettent aux élèves d'engager leurs conceptions de l'angle, angle engagé dans le triangle ou angle engagé dans le polygone.

Les caractéristiques de la situation sont choisies de telle sorte qu'un détachement vis-à-vis de la figure est nécessaire pour aboutir dans la résolution du problème : ce pas de côté, analysé en termes d'opérateurs, met en avant le rôle de l'angle comme outil de repérage d'une direction par rapport à une autre, qui intervient alors dans une stratégie d'intersection.

Sur les sept binômes analysés dans ce chapitre, quatre ont clairement évolué de stratégies initiales mobilisant des conceptions de l'angle engagé dans le triangle (décomposition en triangles) ou engagé dans le polygone (cheminement) vers une stratégie d'intersection mettant en œuvre le principe de visée, et mobilisant une conception de l'angle inclinaison.

Dans cette évolution, nous avons repéré le chevauchement (dans la décomposition en triangles) comme étant une étape intermédiaire. Eric et Sarah (protocole PE4) l'utilisent, et débouchent finalement sur une stratégie d'intersection. Elodie et Stéphanie (PE6), au contraire, n'arrivent pas à se détacher de la figure initiale, et oscillent entre deux stratégies perdantes sans aboutir.

Deux protocoles ne se laissent pas analyser en termes de conceptions d'angles. L'exploration de la figure, associée à une stratégie de résolution par combinaison des menus, permet à Florent et Yoann (protocole PE1) de découvrir une résolution correcte. Ils utilisent des outils angulaires de Cabri-géomètre (bissectrice, angle de 60°) sans pour autant mobiliser une quelconque notion d'angle. Chez Ibrahim et Carine, l'angle n'est pas opératoire. On retrouve un peu dans le travail de ce binôme les comportements qui avaient été observés lors des pré-expérimentations. L'angle sert de caractérisation définitoire, mais la construction du polygone semble pour ces élèves devoir être indépendante des angles.

Quatre protocoles présentent des évolutions conformes à ce que nous attendions. Ombeline et Jérémie (Protocole BE2) ainsi que Romain et Pauline (BE1) engagent une stratégie de décomposition en triangles pour arriver progressivement à une stratégie d'intersection. Les opérateurs qu'ils mobilisent évoluent de ceux liés à une conception de l'angle engagé dans le triangle - un point est un sommet du triangle, un triangle se caractérise par ses trois mesures d'angles aux sommets, la somme des angles du triangle est égale à 180° - vers ceux qui sont liés à une conception de l'angle inclinaison - un point est l'intersection de deux demi-droites, un angle caractérise la position relative de deux demi-droites. Jordan et Christophe (protocole PE2) suivent une progression semblable, mais en partant d'une stratégie initiale de cheminement, avec les opérateurs correspondants - un angle est toujours un angle au sommet du polygone, seuls les côtés du polygone sont considérés comme directions, et la problématique des longueurs de ces côtés est présente. De même pour Eric et Sarah (PE4), qui dans cette évolution, passent par la prise en compte de triangles qui se chevauchent.

On remarque enfin dans les protocoles l'effet très positif de la rédaction des messages : la nécessité d'extraire une procédure de résolution d'une suite d'actions entreprises dans Cabri-géomètre semble aider les élèves à évoluer vers une prise de conscience du rôle d'outil de l'angle dans leur résolution.

CONCLUSION

CONCLUSION

Nous avons présenté dans l'introduction quelques reflets de la complexité de la notion d'angle au niveau de son apprentissage et de son enseignement. Cette complexité provient en partie de l'existence de différentes facettes dans la même notion : rotation, inclinaison, secteur.

Certains de ces aspects ont fait l'objet de recherches.

Close (1982) étudie de façon détaillée l'angle en tant que figure du plan, qui est en quelque sorte la restriction de la notion à sa représentation classique sur papier - une paire de segments et un arc de cercle.

Les recherches qui ont été menées autour de l'introduction de la géométrie de la tortue Logo dans les classes ont souvent porté sur l'angle en tant que rotation.

Les van Hiele (1988), ainsi que Berthelot et Salin (1992), étudient les conditions d'apprentissage et d'enseignement de l'angle de secteur.

Piaget *et al.* (1973) examinent à quel stade les enfants tiennent compte de l'inclinaison d'un segment par rapport à un autre lors d'une tâche de reproduction d'une figure.

Enfin, Magina (1994) et Mitchelmore (1997) étudient différentes variables de situations qui mettent en jeu les aspects précédemment cités de la notion : rotation, secteur, inclinaison.

Notre contribution aux recherches didactiques sur la notion d'angle porte sur l'aspect le moins étudié de la notion, sur l'angle en tant qu'inclinaison. Ce choix est justifié par une analyse historique du développement de l'angle. Il apparaît en effet comme premier dans l'apparition du concept. Ecarté à regrets par Berthelot et Salin dans leur travail, il s'avère difficile à mettre en œuvre dans la classe. C'est sans doute ce qui justifie le peu de travaux sur cette notion, et c'est ce qui va motiver notre recherche : peut-on faire émerger chez les élèves la notion d'angle en tant qu'inclinaison ?

L'étude historique

Notre étude théorique débute par un bilan historique de la naissance du concept d'angle, qui justifie et renforce notre choix de considérer l'angle inclinaison, angle un peu alternatif de l'angle classiquement étudié en classe de mathématiques (rotation ou secteur angulaire).

Il semble que ce soit ce rôle d'inclinaison qui ait donné lieu aux premières apparitions de la notion. D'abord de manière sous-jacente aux pratiques de mesures de distances inaccessibles (Thalès), on retrouve cet angle chez Euclide dans le premier livre des *Eléments* : « *L'angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes coplanaires qui se rencontrent sans être colinéaires* » (Kayas 1978). Il n'y est pas opératoire dans les propositions, où l'on trouve plutôt un angle qui est engagé dans le triangle. Cette particularité des *Eléments* pourrait bien être le premier reflet de la difficulté qu'il y a à rendre l'angle inclinaison opératoire hors des pratiques de mesure de terrains. C'est l'obstacle qui a été relevé par Berthelot et Salin dans leur travail, et qui leur a fait renoncer à construire une situation adidactique pour cette notion d'angle inclinaison.

Nous poursuivons en étudiant les pratiques actuelles des topographes, pour avancer dans la connaissance du rôle de l'angle dans les pratiques de mesures de terrains. Au travers l'examen de différentes méthodes de relevés, nous décrivons une conception de l'angle inclinaison du topographe. Cette conception ne sera pas une conception cible de notre situation. Rappelons qu'une conception est l'instanciation d'une connaissance par un sujet en situation : il n'est pas question d'apprendre aux élèves le métier de la topographie.

Néanmoins certains éléments de cette conception vont nous guider dans la réalisation d'une situation expérimentale : c'est en termes d'opérateurs mis en œuvre que nous pourrons rapprocher les actions des élèves de celles des topographes. Nous ne dirons alors pas des élèves qu'ils ont agi comme des topographes, mais que leurs actions, et leurs contrôles sur l'action, rendent viable une conception de l'angle en tant qu'inclinaison.

L'étude des manuels

A la suite de cette étude de pratiques, l'examen d'une série de manuels scolaires (du CE1 à la 2^{nde}) nous renseigne sur l'existence de l'angle inclinaison dans l'enseignement. Les tâches, et leur résolution, qui sont proposées aux élèves induisent l'existence de conceptions de l'angle qui ne sont pas celles de l'angle inclinaison. En particulier, l'angle engagé dans le triangle, ou bien l'angle engagé dans le polygone, « coin » de la figure, sont des conceptions viables dans

ces manuels. Les tâches correspondantes sont les constructions de triangles, ou les reproductions de polygones par décomposition en triangles ou cheminement. Cependant, si ces conceptions de l'angle permettent de résoudre les problèmes posés, nous remarquons que l'angle inclinaison permet aussi de répondre. Seulement, les caractéristiques des situations dans les manuels sont telles que la mobilisation de cette conception est inutile et plus coûteuse.

Une situation se dessine alors, qui permettrait l'émergence de l'angle en tant qu'inclinaison : la reproduction d'un polygone dans des conditions qui invalident les stratégies repérées dans les manuels, et qui rendent opératoire l'angle inclinaison. En nous appuyant sur les méthodes de relevés des topographes, nous posons l'hypothèse qu'une telle situation existe, et que ses principales caractéristiques sont :

- aucun accès aux mesures de longueurs ;
- la résolution du problème doit passer par la prise en compte d'angles qui ne sont pas forcément ceux aux sommets du polygone.

Ces caractéristiques correspondent à une méthode de relevé topographique nommée intersection, dans laquelle la visée est mise en œuvre. Rappelons ici que la visée est l'action qui permet d'obtenir une direction à partir de la mesure d'un angle.

Pour la mise en place d'une telle situation, nous faisons appel à un environnement informatique, un micromonde de la géométrie. Les caractéristiques du logiciel Cabri-géomètre II répondent à nos besoins et nous permettent de mettre en place la situation décrite plus haut, sans tomber dans la difficulté repérée en 1992 par Berthelot et Salin :

« la conceptualisation de l'angle dans l'espace réel n'est nécessaire que dans des cas très particuliers [...], toutes situations impossibles à adapter au micro-espace si on ne veut pas se contenter de les évoquer mais en faire le centre de situations adidactiques » (Berthelot et Salin 1992 p.177)

Cabri-géomètre est un espace qui offre certaines caractéristiques du macro-espace (distances inaccessibles) tout en étant accessible dans le micro-espace de la classe.

Résultats

La construction de la situation expérimentale s'est déroulée en deux temps. D'abord une pré-expérimentation, au terme de laquelle nous avons finalisé la conception de la situation. La

résistance très grande de la part des élèves à utiliser les angles dans une résolution de problème nous a fait revenir sur les conditions de la dévolution de la tâche. Une injonction forte à employer les angles a été mise en place, par le biais d'un jeu sur le contrat didactique.

L'analyse des protocoles émetteurs de cette situation de communication portant sur la reproduction d'un polygone dans l'environnement Cabri-géomètre II montre que :

- Les stratégies de décomposition en triangles sans chevauchement et de cheminement sont effectivement les stratégies mises en œuvre initialement par les élèves pour résoudre le problème de la reproduction du polygone.
- L'invalidation de ces stratégies permet à certains élèves de faire évoluer leur réflexion, qui s'engage alors plus vers une résolution par intersection.
- La décomposition du polygone en triangles qui se chevauchent est une étape qui favorise cette évolution.
- La mise en œuvre de l'angle inclinaison dans la résolution nécessite un détachement par rapport à la figure : les points ne sont plus vus comme des sommets mais comme des points à construire, les côtés ne sont plus des directions privilégiées.

Ces résultats nous permettent de répondre par la positive à la question que nous avons posée plus haut : il est possible de faire émerger chez les élèves la notion d'angle inclinaison. La stratégie de résolution par intersection et le principe de visée énoncé plus haut, sont des indices de l'existence d'une conception « angle inclinaison » chez les élèves.

Réflexions

La situation que nous avons mise en place n'est pas une situation d'apprentissage. Il ne nous est pas possible de dire ici que nous avons provoqué l'apprentissage de l'angle inclinaison chez les élèves. Notre situation est une situation de diagnostic, qui nous permet de conclure que certaines caractéristiques des situations peuvent rendre viable chez les élèves cette notion.

C'est ainsi un aspect de l'angle qui mérite peut-être d'être plus travaillé, maintenant que nous avons montré que les environnements informatiques, et Cabri-géomètre II en particulier, permettent de construire des situations qui le rendent opératoire.

Cet aspect de Cabri-géomètre II nécessite aussi une réflexion plus approfondie que celle que nous avons pu mener dans ce travail de thèse. La caractérisation de l'espace offert par cet environnement informatique reste à faire. De même, certaines possibilités du logiciel restent inexploitées. Il pourrait notamment être intéressant de penser à une situation qui mettrait en jeu des distances réelles : des points vraiment inaccessibles, et l'écran de Cabri-géomètre II comme une fenêtre sur le macro-espace. Nous approcherions alors un peu plus les conditions qui ont donné naissance à l'angle dans l'histoire des pratiques.

Ces travaux restent à faire. Nous espérons par notre travail avoir contribué à « baliser » le terrain des angles, qui est assez peu travaillé, et qui mérite d'après nous d'être un peu plus considéré par les chercheurs.

BIBLIOGRAPHIE

1. ARTIGUE M. (1990), Epistémologie et didactique, *Recherches en didactique des mathématiques* vol.10 (2/3), pp.241-286.
2. BALACHEFF N. (1988), *Une étude des processus de preuve en mathématique chez des élèves de Collège*, Thèse de l'Université Joseph Fourier et de l'Institut National Polytechnique, Grenoble.
3. BALACHEFF N. (1994), Didactique et Intelligence Artificielle, *Recherches en didactique des mathématiques* vol.14(1/2), pp.9-42.
4. BALACHEFF N. (1995a), Conception, connaissance et concept, In : Grenier D. (ed.) *Didactique et technologies cognitives en mathématiques, séminaires 1994-1995*, pp.219-244, Grenoble : Université Joseph Fourier.
5. BALACHEFF N. (1995b), Conception, propriété du système sujet / milieu, In : Noirfalise R., Perrin-Glorian M.-J. (eds.), *Actes de la VIIe école d'été de didactique des mathématiques*, pp.215-229, Clermont-Ferrand : IREM de Clermont-Ferrand.
6. BALACHEFF N. (1999) Apprendre la preuve. In : Sallantin J., Szczeciniarz J.-J. (eds.) *Le concept de preuve à la lumière de l'intelligence artificielle*. (Nouvelle Encyclopédie Diderot), pp.197-236, Paris : PUF.
7. BALACHEFF N., SUTHERLAND R. (1994), Epistemological domain of validity of microworlds, the case of Logo and Cabri-géomètre, *Proceedings of the IFIP TC3/WG3.3 : Lessons from learning*, pp.137-150; Lewis R., Mendelshon P. (eds): North-Holland.
8. BARBIN E. (1993), Quelles conceptions épistémologiques de la démonstration pour quels apprentissages ?, *Repères IREM* 12 pp.93-113.
9. BELLEMAIN F. (1992), *Conception, réalisation et expérimentation d'un logiciel d'aide à l'enseignement de la géométrie : Cabri-géomètre*, Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
10. BERDONNEAU C. (1981), *Quelques remarques sur l'introduction de la géométrie démontrée à travers les manuels en usage dans l'enseignement post-élémentaire en France au vingtième siècle*, Thèse de l'Université de Paris VII.

11. BERTHELOT R. , SALIN M.-H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de l'Université de Bordeaux I.
12. BOURBAKI N. (1960), *Eléments d'histoire des mathématiques*, Paris : Hermann.
13. BOYER C.B. (1968), *A history of mathematics*, New York : John Wiley & sons.
14. BROUSSEAU G. (1986), Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques* vol.7(2), pp.33-115.
15. BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage.
16. CAPPONI B., LABORDE C. (1996), Modélisation à double sens, *Actes de la 8^{ème} Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*, pp.265-278, IREM de Clermont-Ferrand.
17. CANNON M.. (1994), Turtles Games, *Micromath*, vol.10(2), pp. 8-10.
18. CAVEING M. (1977), *La constitution du type mathématique de l'idéalité dans la pensée grecque*, Thèse de l'université de Paris X.
19. CHEVALLARD Y., JULLIEN M. (1991), Autour de l'enseignement de la géométrie au Collège, *Petit x* n°27, pp.41-76.
20. CHOQUET G. (1964), *L'enseignement de la géométrie*, Paris : Hermann.
21. CLEMENTS D., BATTISTA M.. (1990), The effects of Logo on children's conceptualisations of angle and polygons, *Journal for Research in Mathematics Education* 21(5) pp.356-371.
22. CLEMENTS D., BATTISTA M., SARMA J., SWAMINATHAN S. (1996), Development of turn and turn measurement concepts in a computer-based instructional unit, *Educational Studies in Mathematics* vol.30, pp.313-337.
23. CLOSE G.S. (1982), *Children's understanding of angle at the primary/secondary transfer stage*, London : Polytechnic of the South Bank.
24. COLLETTE J.-P. (1973), *Histoire des mathématiques*, Montréal : éditions du renouveau pédagogique.
25. DUBUISSON B. (1971), *Cours élémentaire de topographie*, Paris : Eyrolles.
26. DUVAL R. (1988), Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, pp.57-74, IREM de Strasbourg.
27. DUVAL R. (1994), Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique, *Repères IREM* 17, pp.121-138.
28. DUVAL R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine - registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Berne : Peter Lang.

29. FISCHBEIN E. (1982), Intuition and proof, *For the learning of mathematics* 3(2) pp.9-18 et 24.
30. GALLOU-DUMIEL E. (1987), Symétrie orthogonale et micro-ordinateur, *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol.8(1/2), pp.5-60.
31. HEATH T.L. (1956), *Euclid - The thirteen books of the Elements*, vol.I, Dover Editions.
32. HILLEL J., KIERAN C. (1987), Schemas used by 12-years-olds in solving selected turtle geometry tasks, *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol.8(1/2), pp.61-102.
33. HOYLES C. (1994), Microworlds/Schoolworlds : the transformation of an innovation, *NATO ASI Series F : Learning from computers : mathematics education and technology*, vol.121, pp.1-17, Berlin : Springer Verlag.
34. HOYLES C. (1996), Modelling geometrical knowledge : the case of the student, *NATO ASI Series F : Intelligent learning environments : the case of geometry*, vol.117, pp.94-112, Berlin : Springer Verlag.
35. HOYLES C., NOSS R. (1987) Children working in a structured LOGO environment: From doing to understanding, *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol.8(1/2), pp.131-174.
36. HOYLES C., SUTHERLAND R. (1989), *LOGO mathematics in the classroom*, Londres : Routledge (pp.116-139).
37. JOHNSON D. (1995), LOGO and angles - a focussed investigation with pupils aged 12-13, *Computers in Education : Pedagogical and psychological implications*, IFIP, pp.178-187.
38. KAYAS G. (1978), *Euclide - Les Eléments*, Editions du CNRS.
39. LABORDE C. (1982), *Langue naturelle et écriture symbolique - deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*, Thèse de l'Université scientifique et médicale et de l'Institut National Polytechnique, Grenoble.
40. LABORDE C., CAPPONI B. (1994), Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol.14(1/2), pp.165-210.
41. LABORDE J.-M., LABORDE C. (1991), Micromondes intelligents et environnement d'apprentissage, *Actes des 13èmes journées francophones sur l'informatique : Formation intelligemment assistée par ordinateur*, pp.157-177, Genève.
42. MAGINA S. (1994), *Investigating the factors which influence the child's conception of angle*, Thèse, Londres.

43. MARGOLINAS C. (1993), *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
44. MAURY S. (1984), La quantification des probabilités : analyse des arguments utilisés par les élèves de classe de seconde, *Recherches en Didactique des Mathématiques* vol.5(2), pp.187-214.
45. MAZE M., CHATAING G. (1991), Parcours d'orientation, un travail sur l'angle au collège, *Petit x* n°2, pp.5-11
46. MITCHELMORE M.. (1997), Children's informal knowledge of physical angle situations, *Learning and Instruction*, vol.7(1), pp.1-19.
47. NAVEZ J. (1998), Etude superficielle des angles, *Mathématique et pédagogie* n°115, pp.17-34.
48. NOSS R. (1987), Children's learning of geometrical concepts through LOGO, *Journal for Research in Mathematics Education* 18, pp.343-362.
49. NOSS R., HOYLES C. (1995), The dark side of the moon, *NATO ASI Series F : Exploiting mental imagery with computers in mathematics education*, , vol.138, pp.190-201, Berlin : Springer Verlag.
50. OWENS K. (1996), Recent research and a critique of theories of early geometry learning : The case of angle concept, *Nordisk matematikdidaktikk (NOMAD)* vol.4 (2/3), pp.85-105.
51. PERRET-CLERMOND A.-N. (1979), *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale*, Berne : Peter Lang.
52. PIAGET J., INHELDER B. (1947), *La représentation de l'espace chez l'enfant*, Paris : P.U.F.
53. PIAGET J., INHELDER B., SZEMINSKA A. (1973), *La géométrie spontanée de l'enfant*, Paris : P.U.F. (Première édition parue en 1948)
54. RICHARD J.-F. (1994), La résolution de problèmes, in Richelle, Requin et Robert (eds) : *Traité de psychologie expérimentale*, pp.523-574, Paris : P.U.F.
55. ROUCHIER A. (1985), *Théorème du trajet total de la tortue et trace des polygones réguliers : Logo à l'école élémentaire CM 1*, Brochure de l'IREM d'Orléans.
56. RUBENSTEIN R. et al. (1993), Angle sense : a valuable connector, *Arithmetic Teacher* vol.40(6), pp.352-358.
57. SIMMONS M., COPE P. (1990), Fragile knowledge of angle in turtle geometry, *Educational Studies in Mathematics* vol. 21(4), pp.375-382.

58. SOURY-LAVERGNE S. (1998), *Etayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri*, Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
59. TELATIN G. (1997), A propos du concept d'angle, *Math-Ecole* 177, pp.12-16.
60. VADCARD L. (1996), *L'usage de la mesure et la validation dans Cabri-géomètre*, DEA de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
61. VADCARD L. (1999), La validation en géométrie au Collège avec Cabri-géomètre : mesures exploratoires et mesures probatoires, *Petit x* 50, pp.5-21.
62. VAN HIELE (1988), The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents, *Journal for research in mathematics education*, Monograph number 3
63. VERGNAUD G. (1991), La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques* vol.10(2/3), pp.133-170.
64. WALLRABENSTEIN H. (1973), Development and signification of a geometry test, *Educational Studies in Mathematics* vol.5(1), pp.81-89.
65. WILSON P., ADAMS V. (1992), A dynamic way to teach angle and angle measure, *Arithmetic Teacher*, vol. 39(5), pp.6-13.

ANNEXES

ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE DE CLOSE

ANNEXE 2 : PRESENTATION DE MANUELS SCOLAIRES

ANNEXE 3 : PROTOCOLES

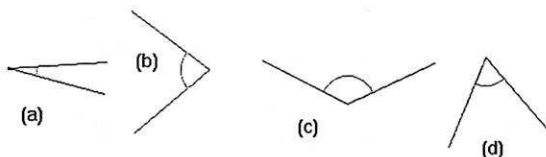
ANNEXE 1

Traduction française du questionnaire de Close (1982)

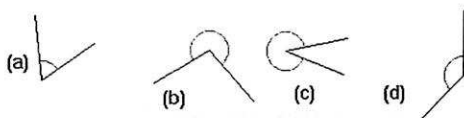
ANGLES

Nom : _____

1 - Quel est le plus **GRAND** de ces angles ? _____



2 - Quel est le plus **GRAND** de ces angles ? _____



3 - a) Ecris un endroit de la classe où tu peux voir un angle comme celui-là. _____

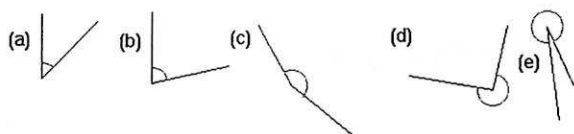
b) Quel est le nom donné à cet angle ? _____

c) Combien y a-t-il de degrés dans cet angle ? _____



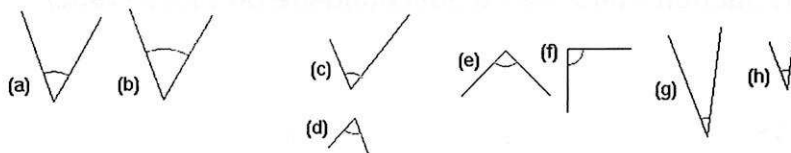
4 - Combien y a-t-il de degrés dans un **TOUR COMPLET** ? _____

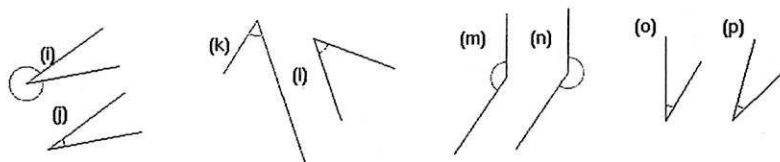
5 - Combien de degrés y a-t-il **ENVIRON** dans chacun de ces angles ?



6 - Quel est l'angle le plus **GRAND** ou sont-ils **ENVIRON DE LA MEME TAILLE** ?

Réponds à cette question pour chaque paire d'angles.





7 - Laquelle de ces phrases décrit le mieux un angle situé entre deux droites ?

- a) La quantité d'espace comprise entre les droites
- b) La distance entre les droites
- c) La longueur des droites
- d) La quantité de rotation d'une droite à l'autre
- e) La direction que le point indique

ANNEXE 2

Présentation des manuels

Dans cette annexe nous présenterons principalement les rubriques de cours des manuels de Collège et 2^{nde}. Les exercices ont été pour la plupart détaillés dans le chapitre 4 de la thèse.

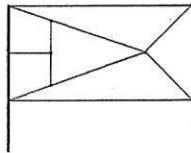
I. Le primaire

I.1. C.E.1 - Collection Diagonale - Nathan – 1994

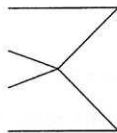
Le manuel comporte 5 périodes, chacune décomposée en 7 paliers (sauf la dernière période qui n'en comporte que 6). Le chapitre intitulé « **Reconnaître les angles droits** » correspond au cinquième palier de la période 4. Cela signifie que ce chapitre qui traite des angles se situe relativement à la fin du manuel. Il comporte trois étapes. La première consiste à **fabriquer une équerre** par le pliage d'une feuille de papier. La technique est présentée en trois points illustrés (le dernier est de colorier l'angle droit en rouge). Suit une activité de **reconnaissance des angles droits** de figures polygonales par application du gabarit sur un dessin. Enfin, une activité de **reproduction de figure** est proposée. Il s'agit d'un réseau de segments perpendiculaires, ayant ou non des extrémités communes. Des angles droits sont marqués en rouge, de la même façon que l'angle droit de l'équerre construite précédemment. Un seul angle droit par intersection est marqué (sur les quatre que forme l'intersection).

Un peu plus loin dans le manuel (5^{ème} période, 2^{ème} palier), on rencontre le chapitre « **Utiliser la règle et l'équerre** », dans lequel on va retrouver les trois types de tâches précédents. Il s'agit de travailler sur une figure représentant un fanion, composée de trois triangles et de deux trapèzes rectangles (p.126) :

Fabrique une équerre en papier et cherche tous les angles droits du dessin :



Malgré la consigne qui précise qu'il faut trouver « tous les angles droits du dessin », je suppose que les auteurs ne s'attendent pas à ce que les élèves considèrent l'angle droit extérieur au fanion formé par les deux côtés des triangles non isocèles (les deux qui bordent le fanion), et qu'il y a donc une discrimination implicite entre l'intérieur et l'extérieur de la figure :

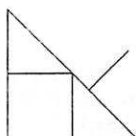


reproduction partielle de la figure précédente

En effet dans la deuxième partie du travail sur cette figure il est demandé aux élèves de **reproduire** le fanion à partir de six points qui sont donnés et qu'ils doivent calquer sur leur cahier : ces six points sont les 5 sommets du polygone complet, plus le point milieu du côté gauche du fanion, sur la hampe (sommets commun aux deux trapèzes). Pour la construction, l'élève doit donc mesurer un seul segment : le côté horizontal commun aux deux trapèzes, issu du point milieu de la hampe. Il doit ensuite utiliser son gabarit pour tracer une perpendiculaire qui portera les côtés droits des trapèzes. Tous les segments de la figure peuvent ensuite être obtenus en reliant les points donnés, en exerçant une validation perceptive globale pour savoir quels sommets relier.

Le même type d'exercice de **reproduction de figure** apparaît dans le dernier bilan du manuel. Il s'agit de reproduire une figure à l'aide de la règle et de l'équerre, puis de chercher à l'aide de l'équerre ses angles droits, et de les marquer (toujours de la même manière, par un petit secteur de disque rouge). Dans ce cas pas de notion d'intérieur ou d'extérieur car la figure n'est pas un polygone (p.142) :

Avec ta règle et ton équerre, refais ce dessin sur une feuille de papier blanc.
Avec ton équerre, cherche tous les angles droits et colorie-les



On remarque que les tâches ne se succèdent plus dans le même ordre que précédemment. L'élève doit d'abord reproduire la figure, ce qui lui demande déjà de repérer quelques uns de ses angles droits. Il semble que cette inversion ne soit là que pour permettre à l'élève de marquer les angles, ce qu'il ne peut pas faire directement sur le manuel.

I.2. C.E.2 - Collection Diagonale - Nathan - 1994

Il y a assez peu de parties du manuel consacrées à l'angle, mais on note quelques changements importants par rapport au niveau précédent :

- l'introduction de la notion de droites perpendiculaires ; le lien avec l'angle droit est fait par ostension, au niveau du registre graphique, en « dépliant » la feuille qui sert de gabarit pour l'angle droit :

*« Déplie la feuille (figure 2). Avec ta règle, trace au crayon les deux droites d et m marquées par les plis. Elles sont **perpendiculaires**. Combien y a-t-il d'angles droits ? » (p.114)*

- l'introduction d'un symbole pour l'angle droit :



On introduit donc à ce niveau l'angle en tant que relation, ce qui est fondamentalement différent de l'angle en tant que région du plan qui était vu en C.E.1.

En revanche, comme au niveau précédent, on se restreint encore au cas de l'angle droit.

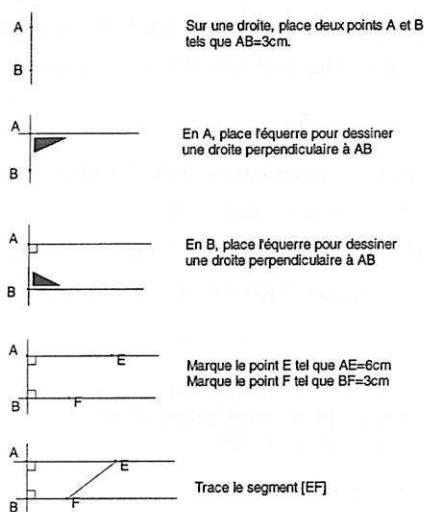
I.3. C.M.1 - Collection Diagonale - Nathan - 1993

Dans un premier temps, la notion de droites perpendiculaires qui avait été introduite en C.E.2 est revue dans le chapitre intitulé « **L'équerre : droites perpendiculaires et droites parallèles** ». On y fait repérer à l'élève dans une figure des segments perpendiculaires à un

même segment, et constater qu'ils sont parallèles. On y donne aussi un procédé de construction de droites perpendiculaires avec la règle et l'équerre. L'équerre sert de guide à la règle qui permettra le tracé :

- « 1. Avec la règle, je dessine une droite a
 2. Avec l'équerre et la règle, je dessine une droite b perpendiculaire à a .
 Pour tracer b , je place la règle contre l'équerre et je retire l'équerre »
 (p.63, une illustration accompagne ces instructions)

On présente aussi à l'élève des scénarios de constructions guidées de figures. Nous présentons ci-dessous celle d'un trapèze rectangle :



reproduction de l'exercice 1 p.62, C.M.1

Les notions d'angle droit et de droites perpendiculaires sont ensuite réinvesties tout au long du manuel, dans divers chapitres :

- « **Des constructions** » où les angles droits sont repérés dans des figures, et où la construction de droites perpendiculaires est intégrée dans des scénarios de constructions plus complexes. Après ce chapitre ces notions ne seront plus les objets de l'étude, mais interviendront dans celles d'autres objets mathématiques.
- « **Les quadrilatères** » et « **Carré et rectangle** » où l'on fait compter le nombre d'angles droits de quadrilatères pour les caractériser.

- « **La symétrie autour d'une droite** », où la construction du symétrique d'un point passe par celle d'une droite perpendiculaire à l'axe de symétrie. La recherche des axes de symétries d'une figure passe alors par celle de ses angles droits :

« A a pour symétrique B par rapport à la droite d,
signifie que
la droite AB est **perpendiculaire** à d et que $AI=IB$. »¹ (p.149)

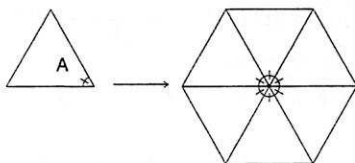
Enfin, au cinquième palier (sur 7) de la dernière période du manuel, on trouve un chapitre intitulé « **Les polygones** », qui comporte une première partie qui traite des angles de certains polygones. C'est un chapitre important puisque l'angle y retrouve un statut d'objet d'étude, et qu'il n'est plus restreint à l'angle droit. Les objectifs de cette partie du chapitre sont les suivants :

« - Faire évaluer en fraction de tour complet les angles de polygones connus de l'élève
- Faire reconnaître ces angles dans des figures complexes » (livre du maître p.372)

Ils sont réalisés en trois phases, que nous détaillons ci-dessous.

Rosaces et mesure

Dans une première phase l'élève doit se familiariser avec des rosaces effectuées à partir de polygones connus : triangle équilatéral, carré, triangle rectangle isocèle, hexagone régulier. Dans le cas du triangle rectangle isocèle, un tracé en pointillés du symétrique du triangle par rapport à son hypoténuse rappelle que ce polygone est un demi carré. Un angle de chaque polygone est marqué, y compris dans la rosace, dont le centre est ainsi coloré. On montre ci-dessous l'un des cas présentés dans le manuel :



Reproduction partielle de l'activité 1, p.178 du manuel de l'élève (CM1)

¹ le texte en gras figure dans l'original

L'élève doit, à partir de ces rosaces, compléter le tableau suivant (l'exemple figure dans le manuel) :

angle	A	B	C	D
nombre de fois pour faire un tour	6			
fraction de tour	$1/6$			

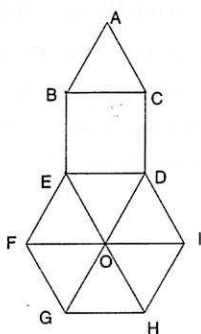
Le livre du maître qualifie cette activité de « bon réinvestissement de la notion de fraction », et précise qu'il est important de faire énoncer aux élèves la propriété observée : « il faut faire tourner six fois l'angle A pour obtenir un tour complet ; l'angle A vaut donc $1/6$ de tour complet » (p.372).

On demande ensuite à l'élève, dans une phase de travail individuel, de construire et de découper un demi triangle équilatéral, et de « construire une rosace » avec ce nouveau gabarit. L'angle qui doit être considéré par l'élève, celui de 30° , est repéré sur un schéma (ostension). Il lui est demandé de déterminer la fraction de tour complet associée à l'angle E de ce gabarit, à partir de sa rosace. Ici on retrouve donc l'objet gabarit du C.E.1, qui sert à effectuer la rosace.

Repérage d'angles dans une figure complexe

A la suite de cette activité, l'exercice 2 présente une tâche de repérage des angles d'une figure polygonale complexe en termes d'angles égaux à une fraction de tour :

- a. Décris cette figure en nommant des polygones que tu connais
b. - Marque en rouge deux angles égaux à $1/6$ de tour.
- Marque en bleu deux angles égaux à $1/4$ de tour.
- Marque en vert deux angles égaux à $1/3$ de tour.



Reproduction de l'exercice 2 p.178 du manuel (CM1)

Il est précisé dans le livre du maître que deux méthodes sont possibles : reconnaître un polygone et l'angle qui y a été associé et les nommer, ou utiliser du papier calque pour

prélever un des angles de la figure et le comparer aux angles A, B, C, D ou E de l'activité précédente. Nous reviendrons plus en détails sur cet exercice lors de l'analyse des tâches.

Construction d'un rapporteur

Dans le livre du maître apparaît ensuite une troisième phase, intitulée « construire un rapporteur simplifié ». Elle consiste à rassembler à l'aide de papier calque les angles étudiés, en les superposant en faisant coïncider leur sommet et un côté. Les auteurs proposent de se servir de ce gabarit pour identifier les angles des différentes activités du chapitre. Il est intéressant de noter que cette phase n'apparaît pas dans le livre de l'élève. C'est un prolongement de la leçon qui est proposé à l'enseignant, mais cette activité sera de toute façon reprise au C.M.2.

La suite du chapitre est consacrée aux pliages et aux polygones réguliers.

I.4. C.M.2 - Collection Diagonale - Nathan – 1994

Dans un premier temps, on retrouve dans ce manuel les activités relatives aux angles droits que l'on a rencontrées dans les manuels de cours élémentaires : reconnaissance de l'angle droit, construction d'une équerre en papier, reproduction de figures où les angles droits sont repérés.

Au cours élémentaire, ce genre d'activité était le seul à concerner les angles. Au C.M.2, d'autres angles sont étudiés, on reprend pour cela le même type d'activités qu'au C.M.1.

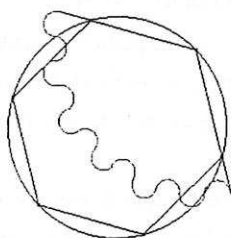
Dans le chapitre qui traite la rotation (« **Géométrie et transformations** ») les élèves manipulent la notion de rotation d'un quart de tour. Il s'agit de faire pivoter des gabarits, puis des figures autour d'un point O. Le sens de rotation n'est pas explicitement pris en compte, et tous les exemples sont pris dans le sens indirect. Cette notion de fraction de tour se retrouve dans le chapitre « **Mesurer des angles** », où elle est mise en relation avec la taille d'un angle par le biais du pavage (juxtapositions successives d'un même gabarit d'angle autour d'un point). A chaque angle correspond une fraction de tour, sa mesure, qui elle même découle du nombre de fois qu'il faut juxtaposer le gabarit pour faire un tour complet. L'utilisation de ce vocabulaire relatif aux fractions de tour, que l'on avait vu apparaître au C.M.1 pour l'étude des angles, mérite que l'on s'y arrête un moment. Car si le vocabulaire utilisé dans le chapitre sur la rotation et dans le chapitre de mesure des angles est le même, les manipulations que doivent faire les élèves ne sont pas identiques. Dans le chapitre sur la rotation, les gabarits que

l'élève fait pivoter ne sont pas des polygones réguliers, et le quart de tour duquel on les fait pivoter ne les amène pas à une position contiguë à la précédente. Ce n'est donc pas un pavage, comme dans les manipulations de gabarits du chapitre sur la mesure des angles. Il fallait ici préciser que l'angle n'est pas présenté dans cette collection de manuels comme une rotation, bien que l'utilisation du même vocabulaire soit peut-être là pour inciter les élèves à faire un rapprochement entre ces deux chapitres.

Construction de gabarits

A partir de trois constructions différentes (triangle équilatéral, hexagone régulier et carré), cinq angles sont reproduits et découpés : « tu obtiens ainsi cinq gabarits » (ils sont de 30° , 45° , 60° , 90° , et 120° , c'est nous qui précisons).

Sur l'illustration de l'activité, les angles sont représentés avec des côtés égaux, qui « dépassent » de la figure, et sont colorés en dégradé (plus dense vers le sommet). Un trait ondulé joint les extrémités des côtés :

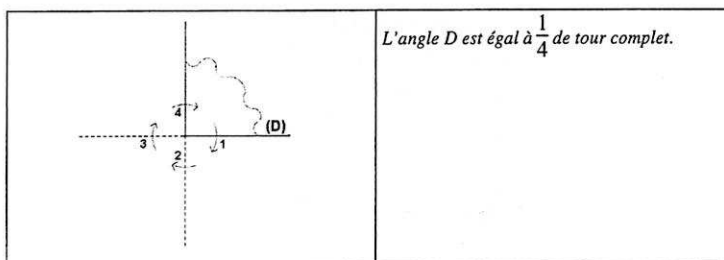


(la coloration n'est pas reproduite ici)

Manipulation des gabarits

On associe un nombre à chaque angle par plusieurs applications successives du gabarit autour d'un point. C'est ici qu'apparaît le terme d'angle pour la première fois dans ce chapitre (excepté dans le titre) :

Observe bien le schéma ci-dessous :	
	Il faut reporter quatre fois le gabarit D pour faire un tour complet.



Le nombre de fois qu'il faut reporter le gabarit pour faire un tour complet est compté et reporté dans un tableau. La ligne suivante de ce tableau indique la « fraction de tour ». L'élève doit y indiquer, selon le modèle qui lui est fourni, le label « $1/n$ », où n est le « nombre de fois pour faire un tour ». Le lien entre n et $1/n$ n'est pas indiqué ; l'exemple qui figure dans le tableau est 4 ; $1/4$.

Complète le tableau.

angle	A	B	C	D	E
nombre de fois pour faire un tour				4	
fraction de tour				$1/4$	

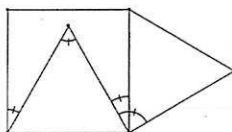
Dans le livre du maître on retrouve les mêmes indications qu'en C.M.1, dans lesquelles on remarque bien que cette activité n'est pas mise en relation avec celles du chapitre sur la rotation : « cette activité est un bon réinvestissement de la notion de fraction ».

Repérage des angles dans une figure complexe

Il s'agit ici de repérer sur une figure polygonale auxquels des cinq gabarits correspondent des angles marqués (colorés en dégradé). En fait, l'élève doit effectuer cette tâche sans qu'elle lui soit explicitement demandée : on lui demande de déterminer directement la fraction de tour complet de ces angles, en s'aidant des cinq gabarits.

L'élève se rend compte de l'égalité des angles par la superposition, et utilise le code de la fraction de tour complet pour nommer de façon unique ces angles égaux.

En t'aidant des cinq gabarits, trouve la valeur, en fraction de tour complet, des angles marqués en couleur



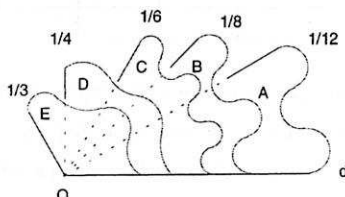
Activité d p.144

On remarque que contrairement à d'autres figures, ce qui intéresse dans l'angle c'est sa taille. Il a donc le même statut qu'un objet élémentaire, comme par exemple le segment, et non d'un objet composé, comme le carré ou le triangle.

Construction d'un rapporteur²

Il s'agit d'assembler les cinq gabarits selon une même origine et une même direction, puis d'en décalquer les contours.

Sur une feuille de papier-cakue, trace une droite d.
Marque un point O sur cette droite.
Colle les cinq gabarits A, B, C, D et E comme sur la figure



La tâche précédente est recommencée avec ce nouvel outil :

« Sers-toi de ce calque pour évaluer les angles de la dernière figure de l'activité précédente »

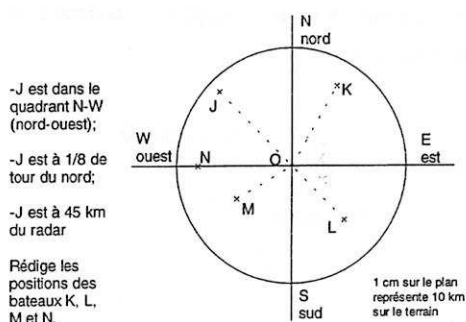
Mesurer des angles

Le titre de cette section est celui qui apparaît dans le livre du maître (p.328). Deux exercices sont proposés aux élèves pour utiliser le gabarit qui vient d'être construit.

Un premier exercice met en scène des bateaux dont il faut repérer la position par rapport à un radar. Il s'agit à première vue d'un repérage de points en coordonnées polaires. Mais en fait

² Le terme de « rapporteur » ne figure pas dans le manuel de l'élève

ce ne sont pas des coordonnées polaires, puisqu'on ajoute l'indication du quadrant dans lequel se situe le point. L'ensemble des angles qu'il faut utiliser est ainsi restreint aux quatre angles saillants disponibles : 90° , 60° , 45° , 30° . De plus, chaque point divise le quadrant en deux angles qui sont connus (c'est-à-dire, dont on possède un gabarit) : $(30^\circ, 60^\circ)$; $(45^\circ, 45^\circ)$; $(0^\circ, 90^\circ)$. L'élève, qui doit repérer 4 points, peut donc pour chacun d'eux effectuer son repérage dans le sens direct ou indirect :

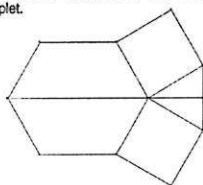


Reproduction partielle de l'exercice 1 p.145 (C.M.2)

L'angle sert ici de repérage d'une direction par rapport à une direction fixe : c'est l'angle d'inclinaison qui est en jeu. Il est associé à une mesure de longueur pour permettre le repérage des points. Bien que l'angle se soit ici extrait du polygone, il est toujours associé avec des mesures de longueurs.

Le deuxième exercice clôt le chapitre. Sur une figure polygonale donnée, l'élève doit trouver « des angles égaux à $\frac{1}{12}$ de tour complet, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ de tour complet ». Pour cela il doit utiliser son rapporteur - son « gabarit en papier calque » :

Avec le gabarit en papier-calque construit dans l'activité 2, trouve, sur cette figure, des angles égaux à $\frac{1}{12}$ de tour complet, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$ de tour complet.



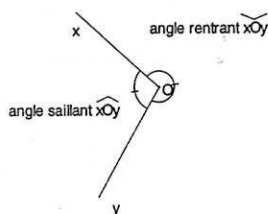
Reproduction de l'exercice 2 p.145 (C.M.2)

II. De la 6^{ème} à la 2^{nde}

II.1. 6^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1990

II.1.1. Chapitre « Angles »

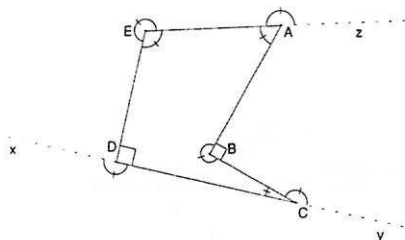
Le cours commence par une rubrique intitulée « Activités pour s'initier », dans laquelle les angles sont présentés par ostension, à l'aide de dessins. On nomme d'abord les deux angles qui sont définis par deux demi-droites :



Reproduction partielle de l'activité 1 p.156, 6^{ème}

Les angles sont donc introduits en tant que couples de demi-droites. Les angles rentrants sont considérés. On remarque la notation correspondante, avec un chapeau « renversé ».

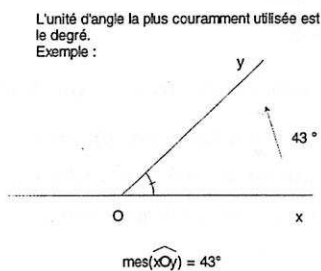
La suite de l'activité va introduire les différentes catégories d'angles saillants : aigu, obtus, plat et droit. La figure sur laquelle l'élève doit travailler mêle les notions d'angle engagé dans un polygone et d'angle couple de demi-droites :



Reproduction partielle de l'activité 1 p.156, 6ème

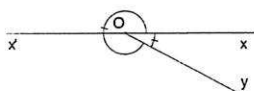
Il est demandé à l'élève de remplir un tableau dans lequel il doit indiquer le nom et la catégorie de chacun des angles saillants de la figure. Puis il lui est demandé de citer les angles rentrants de la figure.

La deuxième activité concerne la mesure des angles. Elle est intitulée « A vos rapporteurs ». Elle commence, comme l'activité précédente, par un encadré qui précise la notation en vigueur dans ce manuel :



Reproduction partielle de l'activité 2 p.157, 6ème

On propose ensuite à l'élève de manier le rapporteur pour mesurer quelques angles saillants, puis d'encadrer ou de donner les mesures des différents angles saillants qu'il connaît (aigu, obtus, droit, plat et nul). Enfin, on lui précise comment mesurer un angle rentrant :



1. Mesurer l'angle $\widehat{xOy}$.
2. En déduire la mesure de $\widehat{xOy}$.
3. Compléter :
 "Un angle rentrant a une mesure comprise entre ...° et ...°."

Reproduction partielle de l'activité 2 p.157, 6ème

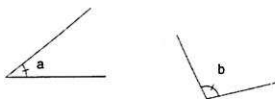
On remarque que l'utilisation du rapporteur semble aller de soi. Elle n'était pas abordée au C.M. dans les manuels que nous avons regardés.

L'activité suivante traite du report des angles à l'aide du compas. La méthode est présentée en cinq points détaillés et illustrés. L'application de cette méthode permet d'aborder le théorème de la somme des angles d'un triangle : on fait tracer à l'élève un triangle quelconque sur une feuille, puis reporter chacun de ses angles. Le report se fait à partir d'une demi-droite Ox, et les angles sont nommés de façon à ce qu'ils soient juxtaposés (p.158) :

1. Dessiner un triangle ABC
2. Avec un compas et une règle, mais sans rapporteur, construire des demi-droites Ox, Oy, Oz et Ot telles que :
 - $\widehat{xOy}$ et $\widehat{BAC}$ ont même mesure.
 - $\widehat{yOz}$ et $\widehat{ABC}$ ont même mesure.
 - $\widehat{zOt}$ et $\widehat{ACB}$ ont même mesure.
3. Que peut-on dire de la somme des mesures des angles du triangle ?

On introduit ici par ostension la somme des angles par juxtaposition, qui ne pose pas de problème tant que la somme ne dépasse pas 360° . On remarque le passage de l'angle engagé dans le triangle à l'angle figure du plan, couple de demi-droites.

L'application suivante concerne encore les triangles. Il s'agit de construire un triangle connaissant la longueur de l'un de ses côtés, et les angles adjacents à ce segment. Les angles sont donnés par une représentation graphique, l'élève doit utiliser la méthode du report avec le compas pour les tracer (activité 5 p.159) :



Construire un triangle ABC tel que $AB = 5\text{cm}$, $\widehat{CAB} = a$ et $\widehat{ABC} = b$.

Là c'est le passage inverse (de l'angle figure vers l'angle engagé dans le triangle) qui est travaillé.

Enfin, une dernière activité présente la bissectrice d'un angle comme son axe de symétrie. On fait tracer un angle à l'élève (deux demi-droites de même origine), puis construire son axe de symétrie. Le chapitre « Symétrie » précède celui des angles. D'après ce chapitre, on peut s'attendre à ce que les élèves construisent les milieux de deux couples de points équidistants du sommet de l'angle, avec la règle ou le compas.

La partie cours de chaque chapitre de ce manuel se conclut par une double page intitulée « L'essentiel », qui reprend les définitions vues dans les activités :

- les différentes catégories d'angles : saillants et rentrants ; et pour les premiers 5 sous catégories : aigu, obtus, plat, droit et nul.
- l'unité de mesure des angles : le degré ; et l'instrument de mesure : le rapporteur.
- les mesures des angles précédemment cités ; pour les angles rentrants il est précisé que sa mesure est égale à 360° moins celle de l'angle saillant correspondant.
- la bissectrice, axe de symétrie de l'angle, telle que les deux angles qu'elle forme ont même mesure :

Les angles $\widehat{xOb}$ et $\widehat{bOy}$ sont adjacents et ont même mesure :
 $\widehat{mes(xOb)} = \widehat{mes(bOy)} = 1/2 \widehat{mes(xOy)}$

II.1.2. Chapitre « Symétries : Triangles et losanges »

Le chapitre commence par une activité intitulée « Symétrie d'un angle ». L'élève observe dans différents cas la conservation de la mesure des angles par une symétrie axiale. Cidessous, le premier cas (p.170) :

• Dessiner un triangle ABC et son symétrique $A'B'C'$ par rapport à une droite d. • Mesurer $\widehat{BAC}$ et $\widehat{B'A'C'}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{A'B'C'}$, $\widehat{BCA}$ et $\widehat{B'C'A'}$. • Compléter : Deux angles symétriques ont.....	
--	--

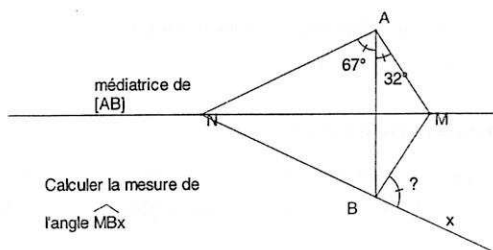
Reproduction partielle de l'activité 1 p.170, 6ème

Ici l'angle est engagé dans un triangle. Les trois illustrations qui suivent sont des figures « fausses », qui sont censées représenter des figures construites par un élève fictif : le symétrique d'un triangle rectangle, de deux droites perpendiculaires et de deux droites parallèles. Le manuel demande d'expliquer pourquoi les figures sont fausses, et de compléter les deux phrases suivantes (p.170) :

Si deux droites sont perpendiculaires, leurs symétriques sont

Si deux droites sont parallèles, leurs symétriques sont

Puis, une activité propose à l'élève de calculer la mesure d'un angle d'une figure, à partir d'autres mesures d'angles indiquées. Il faut qu'il mobilise la définition de la médiatrice comme axe de symétrie, la conservation des angles par la symétrie, la mesure de l'angle plat et le principe de la somme des angles par juxtaposition. Toutes ces notions ont été vues par l'élève, dans les chapitres précédents ou même, pour la conservation des angles, dans celui-ci :

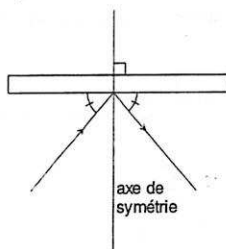


Activité 2 p.171, 6ème

L'activité suivante propose à l'élève de tracer la trajectoire d'une boule de billard, en respectant la règle suivante :

« A chaque rebond, la trajectoire de la boule forme des angles de même mesure avec le bord du billard. La boule s'arrête lorsqu'elle atteint un coin » (p.171)

Une illustration fait le lien avec la symétrie :



Reproduction partielle de l'activité 3 p.171, 6ème

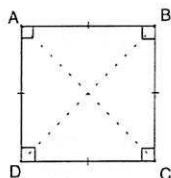
Mais le billard est quadrillé, et l'activité de l'élève se réduit à tracer la trajectoire en comptant les carreaux. Il ne semble pas que la notion d'angle soit en jeu dans cette activité.

Les deux activités suivantes présentent respectivement les propriétés du triangle isocèle et du losange. Ces propriétés sont à découvrir par l'élève, par la recherche des axes de symétrie de ces figures.

La dernière activité du chapitre est intitulée « Angles particuliers ». On y retrouve la construction d'angles au compas, qui était assez présente au chapitre précédent. A partir de l'observation guidée du carré et du triangle équilatéral, on amène l'élève à construire sans rapporteur, des angles de mesure 75° , 15° , 105° et 120° . Nous présentons dans la suite la quasi-totalité de cette activité (p.173), car elle est assez complexe à décrire. La première étape consiste à observer un carré :

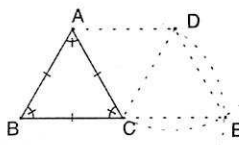
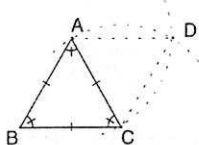
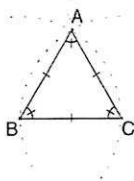
a/ A partir du carré

Voit-on sur la figure des angles mesurant 45° ?
Lesquels ?



On retrouve ici la notion de bissectrice comme axe de symétrie de l'angle, vue dans le chapitre précédent.

Le point suivant porte sur le triangle équilatéral :



b/ A partir du triangle équilatéral

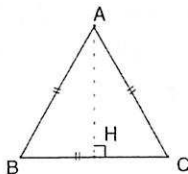
1. En copiant ce modèle, construire les points A, B, C, D et E.

- Que dire des quadrilatères ABCD et ACED ? Justifier.
- Marquer sur la figure tous les angles ayant la même mesure que l'angle $\widehat{ABC}$.
- Que dire des points B, C et E ? de la mesure de $\widehat{BCE}$?

2. Conséquence:

- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$?
- Contrôler avec le rapporteur.

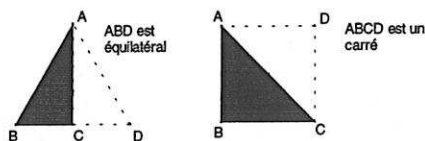
3. Voit-on sur la figure ci-contre des angles mesurant 30° ? Lesquels ?



Les objectifs de cette activité sont assez difficiles à saisir. Nous n'avons malheureusement pas eu accès au livre du maître pour ce manuel, nous ne pouvons qu'émettre des hypothèses à partir des actions qui sont demandées à l'élève. Pour la construction guidée des trois triangles équilatéraux, les arcs de cercles représentés en pointillés montrent que les deux dernières étapes sont bien les constructions de triangles équilatéraux, et non des symétriques des points B et A par rapport à AC et CD. Dans ce cas, les arcs de cercles auraient sans doute été représentés passant par les deux points concernés (B et D, A et E). On fait ensuite reconnaître à l'élève la présence de losanges dans la figure : ABCD et ACED. A partir de là il doit repérer des angles égaux dans la figure, en utilisant ses connaissances sur les losanges et la conservation des angles lors d'une symétrie : $\widehat{ADC}$ est égal à $\widehat{ABC}$ car ABCD est un losange, $\widehat{CDE}$ et $\widehat{DCE}$ sont égaux à $\widehat{ADC}$ car la diagonale du losange en est un axe de symétrie, etc. Il semble que l'élève puisse s'appuyer sur le dessin pour dire que les points B, C et E sont alignés. Il doit alors calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$ à partir de celle de $\widehat{BCE}$, en utilisant le fait que les mesures de $\widehat{ABC}$, $\widehat{BCA}$, $\widehat{ACD}$ et $\widehat{DCE}$ sont égales. La troisième question reprend la propriété de conservation des angles par symétrie dans le triangle équilatéral, et exhibe un angle de 30° . C'est encore le même principe qui est repris dans le point suivant :

c/ Les équerres

Les équerres vendues dans le commerce ont souvent l'une des formes suivantes :



Combien mesurent les angles de ces équerres ?

Enfin, on demande à l'élève de construire quelques angles, sans rapporteur :

d/ Constructions d'angles

Construire, sans rapporteur, des angles de mesure : 75° , 15° , 105° et 120° .

Il s'agit pour l'élève de réutiliser la construction des angles particuliers qu'il vient de voir dans une somme d'angles qui se traduit graphiquement par une juxtaposition. Il doit aussi, pour l'angle de 15° , réinvestir la définition de la bissectrice.

II.2. 5^{ème} - Collection Pythagore, édition pour le professeur - Hatier - 1991

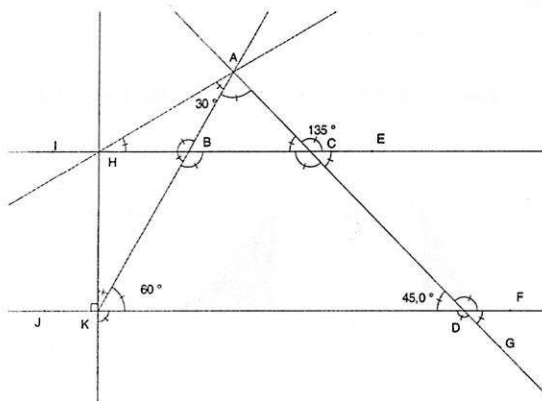
II.2.1. Le chapitre « Symétries et angles »

Le cours commence par une activité de mesure au rapporteur d'angles de figures symétriques. Les deux symétries, axiale et centrale, sont traitées. Dans les deux cas, le même pentagone est utilisé. L'élève doit mesurer ses angles, constater et conclure :

Que peut-on dire de deux angles symétriques ?

On lui présente ensuite une série de termes de vocabulaire, illustrés par des figures : angles adjacents, opposés par le sommet, complémentaires, supplémentaires, alternes internes et correspondants. Ici les illustrations mettent en jeu des angles qui ne sont pas engagés dans des figures fermées. C'est l'angle figure du plan que nous avons repéré en 6^{ème}.

Suit un petit exercice de reconnaissance de ces angles dans une configuration de droites, pour s'approprier le vocabulaire (p.148) :



Treize questions portent sur cette figure, toutes de ce type :

Observer la figure ci-dessus et citer :

1. Deux angles adjacents non complémentaires

[...]

6. Deux angles opposés par le sommet

[...]

9. Deux angles aigus correspondants

[...]

13. Deux angles alternes internes supplémentaires

On introduit dans l'activité suivante l'égalité de ces angles remarquables par la conservation des angles par symétrie : l'élève doit reproduire une figure, constater qu'il y a des axes et des centres de symétrie, et en déduire que les angles sont égaux, par application de la propriété de conservation des angles. Là encore, c'est l'angle figure du plan qui est mis en œuvre.

La rubrique « Essentiel » reprend les définitions et les caractéristiques de ces angles (opposés par le sommet, alternes internes, et correspondants), et reprend aussi la propriété de conservation des angles par les deux symétries, axiale et centrale.

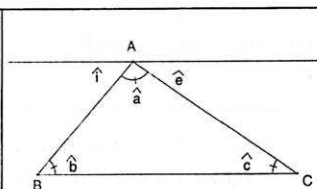
II.2.2. Le chapitre « Triangles »

Dans le cours du chapitre « Triangle », une activité intitulée « Etude statistique » fait découvrir à l'élève de manière expérimentale le théorème de la somme des angles d'un triangle. On lui donne 6 triangles, et on l'invite à en dessiner deux autres sur son cahier. Il doit alors mesurer les angles de ces 8 triangles, reporter ces valeurs dans un tableau, et calculer la somme des mesures des trois angles de chaque triangle. L'activité se conclut par la question :

Regarder la ligne « somme des mesures ». Que remarque-t-on ?

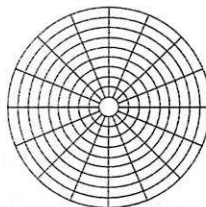
L'activité suivante reprend le même objet, le théorème de la somme des angles d'un triangle, et l'aborde en utilisant la propriété d'égalité des angles alternes internes :

- a/ Tracer un triangle ABC absolument quelconque, puis la parallèle à (BC) passant par A.
b/ Donner des paires d'angles de même mesure. Justifier les réponses.
c/ Compléter la phrase suivante :
 $\text{mes}(\hat{i}) + \text{mes}(\hat{a}) + \text{mes}(\hat{e}) = \dots$
d/ Conclure :
 $\text{mes}(\hat{a}) + \text{mes}(\hat{b}) + \text{mes}(\hat{c}) = \dots$



Une activité intitulée « Contrôle radar » met en scène un écran radar. Les objectifs de cette activité concernent les droites particulières du triangle. Cependant, il est précisé dans les indications données au professeur (p.171, livre du maître) :

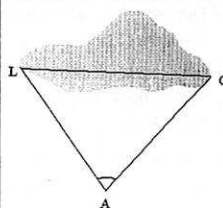
On pourra photocopier le document figurant dans le livret des corrigés. Dans ce cas, demander aux élèves de placer les points :
 $M(30^\circ; 8)$;
 $L(240^\circ; 7)$;
 $K(140^\circ; 8)$;
 ce qui sera l'occasion d'utiliser un système de repérage autre que le traditionnel (abscisse, ordonnée).



Nous avons déjà rencontré une activité un peu similaire au primaire, en CM2. Le « radar » était alors séparé en quadrants, pour éviter l'usage d'angles rentrants, ou même obtus. Ce n'est pas le cas ici, puisque l'on remarque que les points K et L sont déterminés par des mesures supérieures à 90° et 180° , respectivement. L'usage des angles rentrants est rare dans l'enseignement, cette activité méritait d'être signalée.

L'activité suivante est intitulée « Arpentage ». Trois exercices sont proposés. Ils présentent tous les mêmes caractéristiques. Un dessin représente une situation réelle et pose un problème de mesure : la longueur d'une mare, la distance d'un point à un autre, lorsqu'une rivière les sépare, ou bien la hauteur d'une tour. Un triangle est représenté sur le dessin, et l'on donne à l'élève quelques unes de ses caractéristiques : la mesure d'un angle et de ses deux côtés adjacents, ou la mesure d'un côté et de ses deux angles adjacents. On propose ensuite à l'élève de tracer le triangle sur sa feuille, « en choisissant une échelle » convenable, de mesurer sur ce plan le côté inaccessible, puis de le ramener à l'échelle utilisée et ainsi de trouver la distance cherchée :

Pour mesurer la longueur LC de la mare, on mesure $LA = 19m$; $AC = 21m$ et $\widehat{LAC} = 110^\circ$.
 Choisir une échelle convenable pour représenter le triangle LAC sur une feuille.
 Mesurer sur le plan et déterminer la longueur LC de la mare.



L'objectif de cette activité est de

« faire construire des triangles dont on connaît certaines caractéristiques (angles, longueur de côtés...) » (p.172, livre du maître)

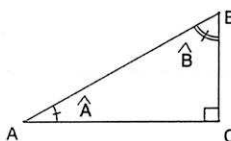
Dans la rubrique « Essentiel » de ce chapitre, on remarque que seuls deux cas sont considérés pour les constructions de triangles. Ce sont les deux cas les plus simples, qui correspondent à une construction par cheminement : on connaît deux côtés et l'angle qu'ils forment, ou bien un seul côté et les deux angles aux extrémités de ce segment. Or d'autres cas, plus complexes, apparaissent dans les exercices depuis la classe de 6^{ème}. Mais ceux-là ne semblent pas faire partie des compétences que ce manuel considère comme exigibles.

II.3. 4^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1992

II.3.1. Le chapitre « Cosinus d'un angle aigu »

Le cours présente d'abord le cosinus comme un rapport de longueur, dans le cas d'un angle isolé. Soient deux points A et B d'un côté de l'angle, et A' et B' les projetés orthogonaux de ces deux points sur l'autre côté de l'angle, le cosinus de l'angle est le rapport $\frac{A'B'}{AB}$. Le cas du triangle rectangle est ensuite présenté :

1. Quelle est la projection orthogonale du segment [AB] sur (AC) ? Exprimer AC en fonction de AB et de $\cos(\hat{A})$.
En déduire $\cos(\hat{A})$ en fonction de AC et de AB.



On apprend alors à l'élève à se servir du cosinus, et de la touche InvCos de sa calculatrice, pour calculer des longueurs de côtés ou des mesures d'angles dans le triangle rectangle.

II.3.2. Le chapitre « Symétries et angles »

Ce chapitre est assez similaire à celui qui portait le même nom en 5^{ème}. La propriété de conservation des mesures d'angles par les symétries axiale et centrale est révisée, dans un triangle. Puis les notions d'angles alternes internes et opposés par le sommet sont présentées dans une rubrique intitulée « Angles de même mesure », où les illustrations présentent les angles de figures ouvertes : droites sécantes et parallèles. Les propriétés de l'égalité des angles opposés d'un parallélogramme et de la somme des angles d'un triangle sont démontrées à l'aide de ces résultats. Puis c'est la bissectrice qui est revue, on en donne une

méthode de construction. C'est la première fois, depuis la classe de 6^{ème} où cette notion était apparue.

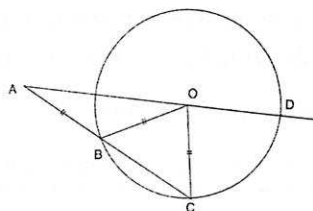
II.3.3. Le chapitre « Triangles »

On ne trouve qu'une seule référence aux angles dans le cours de ce chapitre « Triangles », qui traite surtout des droites particulières des triangles. Ce sont les mesures des angles d'un triangle équilatéral qui sont mentionnées.

Dans les exercices, on retrouve les constructions de triangles que l'on voit depuis la classe de 6^{ème}. On rencontre aussi des problèmes d'évaluations de mesures d'angles dans des figures. Par exemple, l'exercice 53 p.226, qui met en jeu la propriété d'égalité des angles à la base d'un triangle isocèle, et celle de la somme des angles du triangle :

On considère la figure suivante dans laquelle $AB = OB = OC$.

Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{OBC}$, puis celle de $\widehat{DOC}$ sachant que l'angle $\widehat{A}$ mesure 27° .

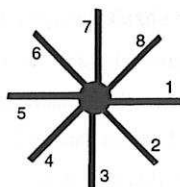


II.3.4. Le chapitre « Translations et rotations »

La rotation est d'abord introduite avec des objets sur lesquels l'élève peut repérer les positions antécédent et image d'un point par la rotation. Il s'agit d'abord d'un cabestan, puis des ailes d'un moulin (p.228) :

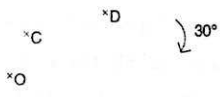
Quelle est la position du marin 1 lorsqu'il a tourné de 45° ? Où est alors le marin 2 ?

Tous les marins ont alors effectué une rotation de centre O et d'angle 45° .

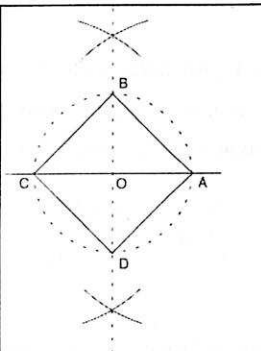


Après ces deux activités introductives (celle du moulin est tout à fait similaire), on passe à la construction d'images par une rotation. On fait construire à l'élèves les images de points, de

droites et de cercles. L'angle de rotation est donné sur la figure par sa mesure, accompagnée d'une flèche qui indique le sens de la rotation. Les valeurs sont choisies parmi des angles simples et familiers : 30° , 45° , 60° , et 90° . L'angle n'est plus présent ici que par sa mesure ; le rapporteur est l'outil de construction d'une image par une rotation :

<i>Construire l'image de chacun des points par la rotation de centre O et d'angle donné.</i>	
---	---

La rotation permet ensuite la construction de polygones réguliers (hexagone, triangle équilatéral et carré) par une méthode qui n'est plus le cheminement, ni la décomposition en triangles :

<i>On trace le cercle de centre O et de rayon OA. On trace la droite (OA) qui coupe le cercle en C.</i> <i>On construit la médiatrice de [AC] ; elle coupe le cercle en B et D.</i> <i>On trace le carré ABCD.</i>	
---	--

Les exercices reprennent les points que nous venons de signaler.

II.4. 3^{ème} - Collection Pythagore - Hatier - 1993

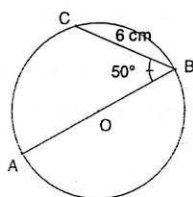
II.4.1. Le chapitre « Angles et trigonométrie »

Le cosinus est révisé, le sinus et la tangente sont introduits. Les trois sont vus uniquement dans le triangle rectangle, la définition du cosinus comme rapport de projections orthogonales n'est pas reprise. Des relations entre ces trois rapports sont étudiées : $\cos(90^\circ - \hat{a}) = \sin(\hat{a})$,

$$\tan = \frac{\sin}{\cos}.$$

Les angles inscrits dans un cercle sont étudiés, on aborde notamment la propriété de l'angle au centre, et l'égalité des angles inscrits qui interceptent un même arc.

Les exercices, par rapport à ceux que l'on rencontrait en 4^{ème}, sont un peu plus complexes, et la connaissance du sinus et de la tangente permet de varier un peu les calculs dans le triangle rectangle. Ces exercices sont quelquefois présentés sous un habillage concret. Une autre série d'exercices propose de calculer les aires et périmètres de différentes figures : des quadrilatères, des triangles, et un cercle. Pour les quadrilatères, on procède par leur décomposition en triangles, pour le cercle, on donne la longueur d'une corde et la mesure de l'angle qu'elle fait avec un diamètre (n°18 p.172). L'élève détermine alors la longueur du diamètre et applique les formules classiques de calcul de l'aire et du périmètre :



On trouve aussi, dans les exercices de ce chapitre, des manipulations à faire sur la calculatrice. L'angle est alors réduit à sa mesure, il n'est plus ni une figure du plan, ni engagé dans un triangle. Par exemple dans l'exercice 38, p.174 :

Trouver un nombre x tel que :

a) $\sin(x^\circ) = \cos(14^\circ)$

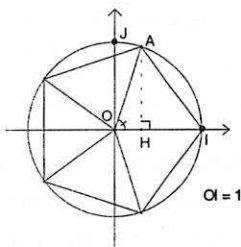
b) $\cos(x^\circ) = \sin(29^\circ)$

Dans le chapitre « Coordonnées, Distances » qui suit le chapitre sur la trigonométrie, on trouve une activité sur des polygones réguliers (octogone, dodécagone et pentagone) dans laquelle l'élève doit utiliser les notions vues au chapitre précédent. Ci-dessous, le cas du pentagone (p.189) :

Dans cette activité, le plan est doté d'un repère orthonormé (O, I, J) et on veut calculer la longueur du côté $[IA]$ de quelques polygones réguliers inscrits dans un cercle de rayon 1 (voir figures).

Pentagone

1. Combien mesure l'angle $\widehat{IOA}$?
2. Exprimer à l'aide de sinus et cosinus les coordonnées de A.
3. Calculer une valeur approchée de la longueur du côté IA du pentagone régulier.



Cette activité semble préparer à l'introduction du cercle trigonométrique qui sera faite en classe de seconde. Aucun exercice, dans ce chapitre, ne reprend ce type d'activité.

II.4.2. Le chapitre « Transformations géométriques »

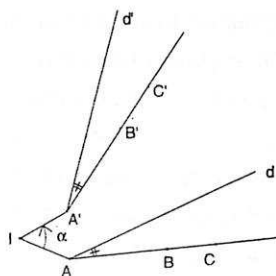
Ce chapitre traite de la symétrie axiale, de la symétrie centrale, de la translation et de la rotation. La translation fait aussi l'objet du chapitre précédent, les symétries sont, quant à elles, travaillées depuis la classe de 6^{ème} (5^{ème} pour la symétrie centrale). La rotation a été abordée en classe de quatrième.

En ce qui concerne la rotation, on apprend à l'élève à reconnaître une rotation lorsqu'on lui fournit deux figures image et antécédent. On lui apprend à construire l'image d'un objet par une rotation. Dans ces deux types d'activités, l'angle de rotation est choisi parmi les angles suivants : 180° , 90° , 120° . On travaille un peu la composition de transformation, puis on reprend les propriétés de ces quatre transformations. Chacune des transformations est illustrée par une figure qui présente un angle isolé auquel on applique la transformation. Les trois propriétés de conservation (alignement, longueurs et angles) sont représentées sur chaque figure. Ci-dessous le cas de la rotation :

Pour chacune des transformations ci-dessus, on a :

- $mes(A) = mes(A')$ (conservation des angles).
- $BC = B'C'$ (conservation des longueurs).
- Si A, B et C sont alignés alors A', B' et C' sont alignés (conservation de l'alignement).

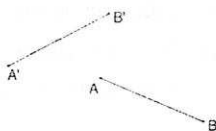
$R(I, \alpha^\circ)$: rotation de centre I et d'angle α°



Remarque : Une symétrie centrale et une translation transformant toute droite d en une droite d' parallèle à d ; mais ce n'est pas le cas pour une symétrie axiale ni pour une rotation.

Les exercices de ce chapitre qui concernent la rotation sont pour la plupart des tâches de construction d'images. On trouve aussi deux exercices dans lesquels l'élève doit construire le centre de la rotation. Mais dans ces exercices, les angles n'interviennent pas (n°25 p.243) :

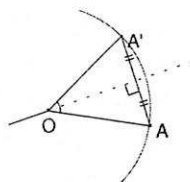
- a) Tracer deux segments de même longueur $[AB]$ et $[A'B']$ comme sur le dessin suivant.



- b) Construire le centre de la rotation qui envoie A sur A' et B sur B' . (Utiliser l'information ci-contre.)

INFORMATION :

Si une rotation fait passer de A à A' , son centre est sur la médiatrice de $[AA']$.



A'

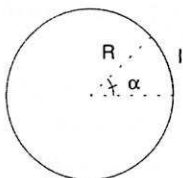
II.5. 2nde - Collection Pyramide - Hachette - 1998

II.5.1. Le chapitre « Trigonométrie et fonctions circulaires »

Les objectifs du chapitre « Trigonométrie et fonctions circulaires » sont de définir le radian et de mettre en place la notion d'angle orienté, de définir le cosinus, le sinus et la tangente d'un réel, et d'étudier les fonctions circulaires cosinus et sinus.

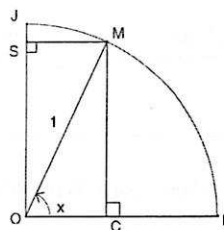
On introduit d'abord une nouvelle unité de mesure d'angle, le radian, qui est présenté comme une unité proportionnelle au degré, une méthode de conversion pour passer d'une unité à l'autre est donnée par un exemple. On lie ensuite la mesure d'un angle en radian à la longueur de l'arc de cercle (p.174) :

Un arc de cercle de rayon R
et d'angle au centre α (en
radians) a pour longueur :
 $l = \alpha R$.



Après avoir présenté le cercle trigonométrique, on définit les notions de mesure et mesure principale d'un arc orienté. Puis, on introduit l'angle orienté de deux vecteurs unitaires. Le cosinus et le sinus sont présentés comme les coordonnées d'un point de la circonférence du cercle trigonométrique, et le lien est fait avec les relations dans le triangle rectangle que l'élève a vues au Collège (p.177) :

Si x appartient à $]0, \frac{\pi}{2}[$, $\cos x$, $\sin x$ et $\tan x$
coïncident avec $\cos \widehat{IOM}$, $\sin \widehat{IOM}$ et
 $\tan \widehat{IOM}$.



Après une étude des propriétés de base du cosinus et du sinus (valeurs remarquables, angles associés, etc.), le manuel propose une étude de ces fonctions : périodicité, parité, représentation.

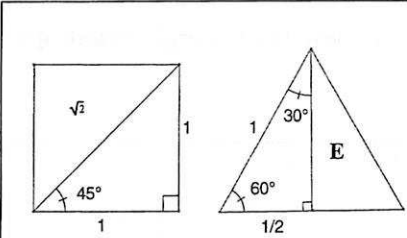
Les exercices de ce chapitre reprennent tous ces points. Les problèmes, en revanche, vont un peu plus loin : ils doivent faire « utiliser le cosinus et le sinus d'un réel, et les propriétés des fonctions cosinus et sinus pour résoudre certains problèmes ». Ceux-ci sont, entre autres, la résolution des équations du type $\cos x = a$ et $\sin x = a$, l'utilisation des lignes trigonométriques dans le triangle quelconque (formule de l'aire, $S = \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin \alpha$), l'utilisation des fonctions circulaires pour calculer la longueurs de trajets.

II.5.2. Le chapitre « Configurations »

Comme le précisent les auteurs du manuel, ce chapitre est d'abord une révision du Collège :

« Objectif : faire un tour d'horizon complet des configurations usuelles de la géométrie plane rencontrée au Collège (triangles, configuration de Thalès, angles, cercles...) »

A propos des angles, les résultats des angles inscrits dans un cercle sont repris : théorème de l'angle inscrit, égalité des angles inscrits interceptant le même arc, théorème de l'angle droit. On rappelle ensuite les principaux résultats de la trigonométrie du triangle rectangle : le cosinus, le sinus et la tangente exprimés comme des rapports de longueurs de côtés, ainsi que quelques valeurs remarquables, associées aux configuration du carré et du triangle équilatéral (p.203) :

	α	30°	60°	45°
	$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
	$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
	$\tan \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1

Ces notions sont à réinvestir dans les exercices proposés.

II.5.3. Le chapitre « Transformations »

Dans la rubrique « Généralités » qui ouvre ce chapitre, le manuel reprend les définitions des 4 transformations usuelles du plan : réflexion, symétrie centrale, rotation et translation. Puis, les propriétés de conservation sont rappelées, on étudie l'image d'une droite, d'un segment, d'un triangle, d'un quadrilatère et d'un cercle. Le terme d'angle géométrique apparaît dans l'énoncé de la propriété de conservation, sans qu'il ait été défini au préalable.

Les exercices de la rubrique « Rotations » mettent en jeu ces propriétés dans des problèmes de preuve. Il n'y a plus d'exercices de construction d'images à ce niveau.

Dans les problèmes, la rotation entre en jeu dans le calcul de grandeurs, avec les configurations de base : triangle équilatéral, carré, cercle.

ANNEXE 3

Protocoles Elèves

PROTOCOLE BE2 : OMBELINE ET JEREMIE

PROTOCOLE BE1 : ROMAIN ET PAULINE

PROTOCOLE PE2 : JORDAN ET CHRISTOPHE

PROTOCOLE PE4 : ERIC ET SARAH

PROTOCOLE PE6 : ELODIE ET STEPHANIE

PROTOCOLE BE3 : IBRAHIM ET CARINE

PROTOCOLE PE1 : FLORENT ET YOANN

OMBELINE ~ JEREMIE

PROTOCOLE BE2 (EMETTEURS 2)

O : Ombeline
J : Jérémie
P : Professeur
Obs : Observatrice
Obs2 : Observatrice 2

Notations :

... : inaudible

/// : marque approximativement le temps écoulé

[] : commentaires

Ombeline / Jérémie BE2.

1

1. P : c'est pas le bon que vous avez ouvert, alors vous fermez ça, fichier, fermer
2. O : qu'est-ce t'as fait Jérémie ?
3. P : Celui là, voilà, Wabari, oui, mais pas le local, voilà, tu vois, il est bon parce qu'il y a un petit magnéto
4. O : et je fais quoi on peut enregistrer ? / on a enregistré là ?
5. //
6. O : oh mais on fait n'importe quoi ?
7. J : ouais si tu veux
8. O : allez, un rond !
9. J : non mais c'est pas n'importe quoi c'est marqué là, regarde, monsieur ! on vous rend quand notre TP
10. P : quel TP ?
11. J : non, le DM
12. P : le DM, euh, quand euh, si tu l'as tu le mets là
13. O : moi je l'ai aussi
14. P : avant de partir vous me le laissez
15. J : ouais ben avant de partir
16. O : figure jeu dans le dossier emett
17. P : oui alors tu vas dans, tu cliques dans maths, sur maths, à droite
18. J : c'est ça ?
19. P : bon, dans maths tu as 2^{de}3 quelque part, boise un peu, non tu vois c'est à droite, en fait c'est window 3 ça ressemble à la préhistoire, mais tu te mets là-bas, et donc tu as un dossier qui s'appelle emett
20. J : ouais mais là c'est bon là ?
21. P : ouais, emett, ça commence par un e, voilà, tu l'ouvres, dedans tu ouvres cette figure, voilà bon maintenant vous allez, tu retournes ouvrir, et tu vas ouvrir un menu, une barre d'outils, tu vas ouvrir une barre d'outils, tu mets tout fichier en bas là, descends, descends encore, descend tout en bas ça va encore dérouler, voilà, encore, voilà, tout fichier, voilà, tu ouvres outilE, outilE là, maintenant vous enregistrez votre session
22. O : là ?
23. P : voilà, tu cliques le drag, là, dragging, à gauche, gauche, voilà, tu fais ok, là tu mets à gauche en haut, tu mets le code de

Ombeline / Jérémie BE2.

2

quelqu'un, le tien ou
 24.O : vas-y Jéré entre n'importe quoi
 25.J : quoi ? notre code ?
 26.P : mets un code, suivi de quoi, qu'est-ce
 qu'elle a dit de mettre ? après ?
 27.O : suivi de AG
 28.P : AG
 29.J : mets, juste ...
 30.O : tu mets, tu mets, JOAG
 31.P : voilà, JO, sur vos feuilles de message
 vous mettez
 32.O : eh j'peux avoir une majuscule dans
 mon prénom ?
 33.P : Ombeline tu es bien difficile
 34.J
 35.O : C'est tout ?
 36.J : ouais, c'est tout
 37.O : rédigez un message sans dessin qui
 devra permettre à vos récepteurs de
 reproduire cette figure
 38.J : donc faire ça ?
 39.O : hein ? j'comprends rien
 40.P : votre travail c'est donc d'écrire un
 message, vous avez pas le droit de faire un
 dessin ? (à tous) ce sont des figures de
 cabri c'est-à-dire qu'elles doivent résister
 au déplacement
 41.O : 120 degrés
 42.J
 43.O : c'est malin ça, bon tu le remets
 normalement, comment tu le remets
 normalement
 44.J : c'est normal !
 45.O : là, voicement ouais !
 46.J : attends attends je vais le refaire
 47.O : mais remets dans fichier, mets annuler
 48.J : voilà c'est normal
 49.O : t'as pas mesuré quoi, celui bon il fait 90
 50.J : ... [bien sûr ou pas sûr]
 51.O : où c'est que je fais pour mesurer les
 longueurs ?
 52.J : qu'est-ce ça peut changer ça ?
 53.O : ouais mais faut quand même
 54.J : ben non ça sert à rien, regarde
 55.O : ouais mais j'aimerais bien mesurer pas
 les angles, mais on peut pas mesurer les
 longueurs, t'as vu ça, pourquoi y'a angle
 de 60 ? Ça c'est un triangle ABC, ça c'est
 un triangle euh

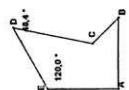


fig.1

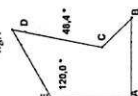


fig.2

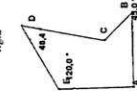


fig.3

56.J : vas-y fais voir s'te plaît
 57.O : attends tends tends !
 58.J : mesure cet angle là
 59.O : ouais, cet angle, j'vais faire un truc
 60.J : tu fais quoi là, pourquoi tu fais ça ?
 61.O : je mesure l'angle qu'il y a là
 62.J : et pourquoi pas l'angle tout entier ?
 63.O : ben j'sais pas attends, 90 plus 105 plus
 45 ça fait 180 ?
 64.J : ben
 65.O : Y'a un truc qui cloche là
 66.J : ça fait
 67.O : ben non 150 plus 90
 68.J : ah ben ça le fait pas
 69.O : c'est pas normal
 70.J : on s'en fout on ... Oh ça marche pas
 Ombeline, bon Ombeline je te laisse faire
 71.OBS : arrêtez de trafiquer les micros et
 travaillez individuellement
 72.J : ... mesuré un angle c'est bien !
 73.O : ouï mais on s'en fout de celui-là
 74.J : ah bon ?
 75.O : non, faut, il a dit qu'il fallait leur faire
 construire, un triangle ABC.
 76...
 77.J
 78.O : tu mesures cet angle
 79.J : ah mais ils ont enlevé ça parce qu'ils
 s'étaient gourés, ben re enlève
 80.O : merde
 81.J : mais c'est normal là c'est pas 90 degrés
 c'est là / toi tu fais sur l'ordinateur, moi je
 regarde et toi tu écris
 82.O : attends, j'écris et je fais sur
 l'ordinateur ?
 83.J : ouï !
 84.O : c'est bon là ? ben voilà, on leur dit qu'il
 faut qu'ils construisent un triangle ABC,
 avec euh, euh, l'angle A, 30 degrés, l'angle C
 105 et l'angle B 45 ! Ils se débrouillent
 85.J : Construire un triangle
 86.O : non mais faudrait p't'être dire quand
 même là qu'il faut qu'ils fassent un
 87.J : un quoi ?
 88.O : ben là, là, faut dire d'abord qu'ils font,
 qu'ils fassent un segment AB, et puis une,
 une perpendiculaire, autrement là l'angle ils
 vont pas le faire pareil là ici ils vont p't'être
 mettre le point A là, le point B là le point C

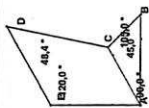


fig.4

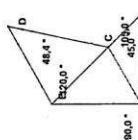


fig.5

là, euh, faut qu'ils tracent d'abord ça, un angle droit

89.J : ça on s'en fout non ?

90.O : mais non parce que si ils mettent le point A là, B là, la figure sera pas la même, faut qu'ils aient exactement ça

91.J : c'est chiant ce jeu hein ?

92.O : quand on te dit trace un triangle ABC, on te donne les noms d'angles, tu fais A, B, C, mais non, c'est pas ça, faut que le A ça fasse comme ça

93.J : et comment tu leur dis ça ?

94.O : ben, tracer déjà un segment AB, dans ce sens là : [rire]

95.J : dans ce sens là : [rire]

96.O : euh, madame !

97.J :

98.O : eh, j'ai une question, est-ce que si ils reproduisent la figure mais dans un autre sens ?

99.Obs : c'est pas grave, parce que ta figure elle bouge de toute façon

100.O : c'est à dire que si AB ils le mettent euh AB ou AB euh

101.Obs : mais, est-ce que toi tu crois que c'est grave ?

102.O : ben je sais pas, parce que si ... exactement la même

103.Obs : mais si tu manipules, ça ne peut pas être la même dans Cabri, puisque si tu attrapes les points, tu sais très bien que ta figure elle bouge, il faut qu'elle ait la même forme.

104.O : bon ben tu marques euh

105.J : je marque ?

106.O : tu marques

107.J : notez bien que je travaille

108.J : [rites]

109.J : ACB égal ... Bon on a écrit trois lignes, vas-y [cf. message 1]

110.O : construire un triangle ACE

111.J : t'es intelligente !

112.J :

113.O : ...

114.J : oh faites voir votre figure à vous / ah mais vous avez la même. [adressé à E1]

115.O : jéré ?

116.J : ouais

117.O : regarde là t'as un angle de 45 là

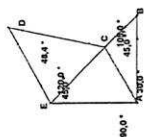


fig. 6

118.J : ouais et ben ? là ? et ben on leur dit, là, c'est ça là ? tel que AB est parallèle à

119.O : oui mais faut dire, faut leur dire comment faut qu'ils construisent un angle de 30, comment ils construisent un angle de 105, faut tout leur expliquer

120.J : ils se démentent !

121.O : eh, est-ce qu'il faut expliquer comment ils doivent construire un angle de 45, un angle de machin, ou alors ils le savent

122.Obs : c'est à vous de voir, vous pouvez essayer de ne pas leur expliquer et s'ils n'y arrivent pas ils vous demanderont, ou alors si vous croyez que ça va leur poser problème vous détaillez

123.O : et qui c'est qui va écouter après ?

124.Obs : c'est moi

125.J : AB

126.O : ... on va entendre que moi sur la bande !

127.J : ça fait combien là ? tu veux pas me le dire ?

128.O : non ! lequel, celui-là ?

129.J : non là

130.O : je sais pas

131.J : mais non pas lui

132.O : si voilà, 60

133.J : bon

134.O : ben 60 là déjà ils peuvent le construire avec euh, le cercle

135.J : mouais

136.O : combien t'as dit, 75 ?

137.J : [ils s'amuse avec le micro]

138.O : vous avez déjà envoyé un message vous ? rapides ! [adressé à E1]

139.J : ben vas-y est-ce que t'es d'accord ?

140.O : AB parallèle, perpendiculaire à AE [cf. message 1]

141.J : c'est quoi le point là-haut ?

142.O : c'est E mais faut que tu dises le point E aussi combien il fait là, 45° / ouais mais comment ils vont construire un angle de 45° ?

143.J : on s'en bat, c'est pas notre problème ! bon

144.O : pour l'angle de 60 tu dis, euh la méthode de cercles / on peut pas rajouter des lettres ... l'important est qu'ils puissent

145.Obs2 : si, l'important est qu'ils puissent

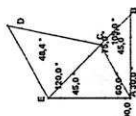


fig. 7

reproduire la figure que vous avez
 146.O : comment on fait pour descendre euh
 c'est pas euh, ah si, il s'appelle D
 [Vérifier ? ?]
 147.J : comment tu sais tout ça toi ?
 148.O : y'en a là-dedans on dirait pas comme
 ça mais
 149.J : non on dirait pas
 150.O : répète ! [Rires]
 151.//
 152.Obs : soyez sympa, arrêtez de jouer avec
 le micro
 153.J : non mais c'est des gentils messages
 154.O : vous aurez des petites périodes
 d'angles là
 155.J : on va faire un peu d'angle, alors ce
 point
 156.O : ça marche pas quand tu parles, parle
 plus fort parce que ... Jéré !
 157.J : oui
 158.O : parle plus fort
 159.J : oui, oui, je sais, ch merde, c'est con !
 160.O : tout ça pour dire des gros mots, oh
 mais regarde quand je parle y'a les aiguilles
 qui bougent et quand tu parles y'a aucune
 aiguille qui bouge
 161.J : oh c'est euh, bon
 162.//
 163.J : bon là on a trop d'angles
 164.O : ouh là ils vont rien comprendre, t'as
 expliqué comment ils faisaient pour, marque
 après en dessous explications pour
 construire un angle de 60 degrés, bibibi,
 faire ça, bibi, bissectrice, ce qu'il y avait
 dans le DM quoi. Tu vois ?
 165.J : et euh c'est quoi l'angle là, Ombeline,
 alors attends
 166.//
 167.O : ah là, ...
 168.J : ah, alors faire construire EDC
 169.O : comment ?
 170.J : on va leur faire construire CED
 171.Obs2 : oui mais ce que vous avez mis là
 c'est quoi ?
 172.J : c'est des angles
 173.P : c'est juste des mesures pour vous ?
 174.J : ouais, parce qu'on n'y voit rien
 175.Obs2 : vous pouvez les effacer si elles
 vous aident à rien

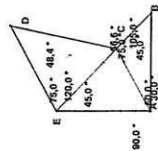


fig.8

176.J : ouais j'sais pas
 177.O : y'a pas B
 178.J : bon à ton avis ça fait / nous on en a
 déjà fait des trucs comme ça, pourquoi on
 doit recommencer / bon
 179.//
 180.J : Ombeline, ça fait combien euh, 180
 moins 80 ?
 181.O : 180 moins 80 ? ben ça fait 100 !
 182.J : comment on fait pour leur dire de
 construire ça ?
 183.O : 75 plus 45
 184.J : quoi ?
 185.O : 75 plus 45 / combien ça fait 75 plus
 45 ? ça fait 120. Ça c'est 120 là.
 186.J : attends.
 187.//
 188.O : ouais on leur dit de tracer AEB, là ça
 fait 90, 45 c'est facile, et là c'était euh
 189.J : bon comment, comment on fait ça ? /
 comment on fait pour leur faire faire
 dessiner ce triangle ?
 190.O : on peut pas recommencer ?
 191.J : comment on fait pour leur faire
 dessiner ce triangle là ? j'vois pas
 192.O : tu veux pas qu'on recommence non ?
 tu peux pas marquer que A, EAB, égal, égal,
 enfin, expliquer quoi !
 193.J : ouais mais ça revient au même ce
 qu'on a dit
 194.O : oui mais tu marques, euh, pour
 vérification, le triangle EAB, est, est un
 triangle euh, rectangle en A avec un angle E
 de 45 degrés un angle à de, on leur donne
 tout plein de trucs après ils se démentent
 195.J : ouais d'accord mais ils sauront toujours
 pas pourquoi
 196.O : oui mais bon là pour moi là au moins
 la base sera claire
 197.J : oui.
 198.O : bon t'écrits tout ça ? d'accord moi je
 réfléchis, ... je viens de te parler en italien,
 t'as compris ce que t'as, ce que j'ai euh
 199.//
 200.O : c'est la médiane ? c'est la médiane
 166 ?
 201.J : quoi ?
 202.O : là, c'est la médiane ?
 203.J : j'crois pas, j'sais pas

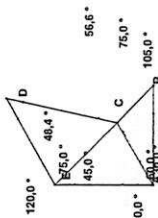


fig.9

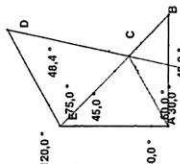


fig.10

204.O :oui on n'a pas le droit de se servir des longueurs / l'angle là il fait 15° ?	
205.J :ouais	
206.O :ça avance ? / . . . , hein, comme l'expérience qu'on nous a faites là . . . et pourquoi on est tombés ensemble tous les deux ?	
207.J :tu voulais pas être avec moi ?	
208.O :on va si bien ensemble ?!	
209.[fries]	
210.O :celui-là il fait 120	
211.J :attention Romain commence à réfléchir !	
212.Obs :dites, vos récepteurs attendent un message et vous vous ne faites que discuter	
213.J :ah, non mais on est à fond	
214.O :non, on avance / ah mais ils font rien du tout on attendait ?	
215.Obs :si, si	
216.J :ah mais ouais mais là c'est, on n'arrive pas à exprimer ça	
217.O :y'a un triangle qui nous, voilà / polygone segment polygone segment	
218.J :ah j'ai une idée !	
219.O :sérieux ?	
220.J :non c'est vrai j'te jure j'ai une idée, regarde tu prends, ça, droite, par ce point, et ce point, là, et là tu mesures l'angle	
221.J :	
222.Obs2 :ça avance là	
223.J :on n'arrive pas à leur faire faire tracer ce triangle là	
224.O :parce qu'il a des mesures trop, vagues quoi	
225.Obs2 :mmmm	
226.O :et eux pour construire la figure ils ont les mêmes, les mêmes programmes que nous en haut ?	
227.Obs2 :oui	
228.O : parce que là regarde y'a l'angle de 60 ils peuvent direct les tracer	
229.J :direct tracer quoi ?	
230.O :60, là pour l'angle de 30, ils font la bissectrice, marque	
231.J :ouais mais ça ils l'ont, on l'a déjà marqué mais c'est celui-là on n'y arrive pas, là. Et là, t'as mesuré l'angle qui est là ?	
232.O :lequel, DCE ? ouais, 56 virgule 6	

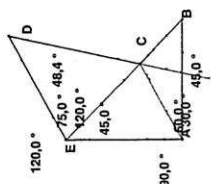


fig.11

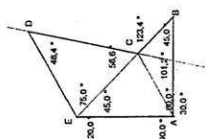


fig.12

233.J :BCD je voulais dire	
234.O :BCD ? Mmm	
235.J :	
236.J :oh mais oh vous avez réussi à leur faire tracer ça vous ?	
237.Pauline [E1] :ils ont tracé le premier triangle	
238.J :ouais ben ouais, seulement / eh	
Ombeline : j'ai trouvé regarde, oh mesure là et là, ah non non non, alors attends	
239.O :comment tu fais	
240.J :	
241.	
242.J :t'as trouvé Ombeline ?	
243.O :tracer la bissectrice, non ?	
244.J :construire un triangle EDC	
245.O :mais comment t'as fait ? / mais je comprends ce que t'as fait Jérémie	
246.J :c'est pas grave	
247.O :t'as fait la bissectrice de A ? et ça croise D ? tu devrais jouer au loto toi !	
248.J :bon voilà on a fini / on peut éteindre le micro là pendant qu'on	
249.Obs :non.	
250.Obs2 :	
251.Obs2 :plutôt que de jouer avec le micro continuer à essayer de d'explorer	
252.J :on a tout exploré, c'est à mort exploré	
253.Obs2 :et vous avez réglé le problème que vous avez là	
254.O :mmm	
255.J :ouais ouais	
256.Obs2 :vous avez trouvé un moyen de dessiner	
257.J :ouais on a tracé ça	
258.O :ouais mais comment il sait la longueur de là à là ?	
259.J :il le sait pas, il fait ça et ça se croise avec ça, avec ça / non si j'te jure / oh on a oublié de leur dire un truc, si ça se trouve la point D ils vont le faire là	
260.Obs2 :dites, normalement vous ne communiquez pas entre groupes	
261.J :ah, communique pas, communique pas	
262.Obs2 :il faut quand même comprendre que vous participez à un travail et que si vous communiquez entre vous vous nuisez au travail de l'autre, quoi c'est pas sympa	
263.O :ouais mais j'me demande qu'est-ce	

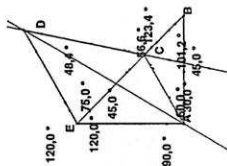


fig.13

Message : L. E → R.
 Construire un triangle ABC tel que : $\widehat{CAB} = 10^\circ$
 $\widehat{ABC} = 45^\circ$
 $\widehat{ACB} = 105^\circ$
 Construire un triangle ACE tel que : $\widehat{ACE} = 75^\circ$
 $\widehat{EAC} = 45^\circ$
 Construire un triangle EDC tel que : $\widehat{EDC} = 10^\circ$
 $\widehat{ECD} = 45^\circ$
 Ainsi vous avez un triangle ABE tel que : $\widehat{EAB} = 50^\circ$
 $\widehat{ABE} = 45^\circ$
 $\widehat{EBA} = 45^\circ$
 Construire un triangle EDC tel que : $\widehat{EDC} = 10^\circ$
 $\widehat{ECD} = 45^\circ$

qu'elle va dire quoi parce que elle entend des enregistrements on dit quoi dessus, pas grand chose

264.J :ouais non on dit pas grand chose

265.Obs2 :ben justement on attend de vous que vous soyez vraiment dedans, le travail et que vous dites des choses, les choses que vous faites

266.O :vous faites une thèse vous aussi ?

267.Obs2 :j'ai déjà fait, c'est fini

268.J :ah

269.Obs2 :je travaillais avec le collège, pas avec le lycée

270.O :...

271.Obs2 :ben vous voyez si il y a d'autres choses à remarquer dans la figure

272.//

273.J :oh bonne chance hein pour votre thèse, faut lui dire

274.O :ah oui d'accord

275.Obs2 :la meilleure façon de lui souhaiter bonne chance c'est de continuer à travailler

276.J :ouais mais ils nous renvoient pas de message là

277.O :alors euh on va chanter une petite chanson pour vous souhaiter bonne chance

278.J :arrête, on va parler de la figure

279.O :alors

280.J :alors nous voyons cette figure

281.O :nous avons trouvé

282.J :un triangle AEB tel que l'angle EAB égal 90 degrés, ABE, ABE égal 45 degrés, AEB, 45 degrés

283.O :on va chanter une petite chanson

284.J :non attend, je finis mon exposé sur la figure. Ensuite

285.O :parce que Jérémie veut faire scientifique plus tard, 20 de moyenne de partout

286.J :bon je vous explique

287.//

288.O :ils vous demandent quoi ? [adressé à E1]

289.Pauline :ils ont pas mesure d'angle

290.J :eh ben ils ont qu'à faire tu leur dis ils font des angles à 60 degrés, des bissectrices

291.Romain :ouais mais comment tu veux faire 48 virgule 4 degrés

292.J :oh mais vous vous êtes servis de ça ?

Vous êtes cons parce que, non mais je peux pas communiquer ! Mais c'est normal faut pas passer par 48 virgule 4 degrés

293.O :mais vous allez avoir, vous allez écouter 4 heures de blabla en fait

294.J :mais ça va pas vous énerver ? [ces deux derniers échanges me sont adressés]

295.//

296.Obs :vous en êtes où vous attendez un message ?

297.O :oui

298.J :oui

299.//

300.Obs :Vous êtes surs de votre message, vous n'avez plus à réfléchir ?

301.J :ben si mais en fait on

302.O :on aimerait bien savoir qu'est-ce qu'ils

303.J :ouais, qu'est-ce qu'ils font, ils en sont où ?

304.Obs :ben ça avance

305.J :c'est sur deux heures

306.Obs :oui, de une heure et demi à deux heures

307.O :je pense qu'ils vont pas savoir comment construire les angles

308.J :et on est avec qui nous ? on est avec Rose-Laure et Audrey ?

309.Obs :oui

310.O :tu veux pas qu'on cherche, tu veux pas qu'on cherche, euh, comment ils font pour construire les angles

311.J :ah mais en fait on s'est gourés, fallait leur dire ABE t'sais comme t'as dit toi, ah non mais non parce que pour faire construire le point C on est obligés de passer par AB non mais c'est bon comme on a fait

312.O :q'aurait été plus simple comme ça ... tout de suite

313.J :mouais / ils arrivent pas à faire quoi ? mais c'est normal ils sont passés par 48 virgule 4 degrés

314.P :non chut, les émetteurs, vous ne discutez pas entre vous

315.O :on discute pas !

316.J :mettez un rideau s'il vous plaît

317.//

318.// [changement de face]

319.O :eh quand on répond on répond sur

Messsage 2_R-JE:
Combien faut-il tracer de triangles ? 3 ?
Est-ce que toutes les instructions permettent d'aboutir à une construction globale ?

quelle feuille ? 370.Obs : sur une nouvelle regarde j'en ai mis un tas là, tu mets message numéro trois et vous répondez 321.J : et tu mets oui / tu marques ABC, ACE, CED 322.O : ABC, ACE 323.J : CED, CED 324.O : attends, A, B, ABC 325.J : et CED, et oui ça forme une construction globale 326.O : on pourrait pas vite fait leur faire le dessin t'sais ? 327.J 328.J : oh mais pourquoi il marque pas ... viens on le marque 329.O : ACE et ABC // la construction globale 330.J : t'y arrives ? 331.O : la construction finale est un quadrilatère ? non un polygonal, un polygone 332.J : à cinq côtés 333.O : globale est un polygone, à combien de côtés, à combien de côtés ? 334.J : cinq côtés 335.O : cinq côtés 336.J : un pentagone, quoi, c'est un polygone à cinq côtés, c'est un pentagone, non, si c'est pas grave 337.O : on s'en fout 338.J : on s'en fout 339.O : que t'on pourrait nommer 340.J : mets moi, euh, ah si ça bouge quand je parle 341.O : faut marquer que t'on pourrait nommer de haut en bas ? 342.J : hein ? 343.O : DEABC 344.J : ouais voilà, envoi tout ce bordel, Elle est où la prof là, facteur ! 345.O : il est où le facteur ? 346.J : ben appelle Rose-Laure, Rose-Laure (du groupe Récepteur) ! 347.O : Monsieur vous voulez faire le facteur ? 348.J : pour Rose-Laure et Audrey 349.P : Rose-Laure et Audrey 350.J : // // // 351.J : ils ont fait un triangle ABE, y'a pas de	Message 3, E=8B: En tout il y a 3 triangles à construire : ABC, ACE et CED Remarque : les triangles forment une construction globale Remarque : le triangle ACE et ABC forment ensemble un triangle rectangle AEB (rectangle en A) auquel, pour obtenir la construction globale, on ajoute le triangle CED La construction globale est un polygone à 5 côtés que l'on pourrait nommer DEABC Message 4, E=8E: Donnez nous quelques conseils pour construire un
---	--

Ombeline / Jérémie BE2.

13

triangle ABE 352.O : mais si 353.J : ouais mais ... 354.O : ben ... la bissectrice, oh j'sais pas 355.J : 356.J : Oh Rose-Laure ! Vous trouvez ? Vas-y envoi ! 357.J : // l'arrivée du message 4) 358.O : ah ah ! 359.J : donnez nous quelques conseils pour ... 360.O : 75 c'est comment ... 361.J : pourquoi ils veulent construire un angle de 75 degrés ? 362.J : 363.J : pourquoi ils veulent faire ça ? / Madame on peut avoir une feuille s'il vous plaît ? 364.O : Ça sort d'où ACE 75 ? 365.J : ben putain j'ai du me gourer 366.O : pourquoi t'as marqué ACE 75 toi ? il fait 75 ? 367.J : ... A, ACE 368.O : ouais mais comment le faire construire, j'peux demander qu'est-ce qu'ils ont construit pour l'instant 369.J : non / t'as un stylo ? fais voir le stylo s'te plaît 370.Obs : non tu reprends une autre feuille ! bon c'est pas grave. 371.O : c'est vachement long hein ? 372.J : ils arrivent pas à 373.O : ... regarde Jéré ... 374.J : 375.O : regarde j'ai trouvé une nouvelle construction d'un angle, d'un angle de 120 376.J : il a été fait l'angle de 120 377.O : ouais mais tu l'as pas fait avec c'te méthode là / qu'est-ce que tu réponds ? 378.J : comment on trace un angle de 75 degrés 379.O : après on fait un angle de 120 380.J : 381.O : tu l'as mis où ton DM toi ? 382.J : je l'ai pas rendu 383.O : ... mais ils sont pas cons 384.J : hein ? 385.O : ils sont pas cons là 386.J : ils arrivent pas à faire ça avec tout ce que je leur ai dit, ils sont pas cons ?	angle de 75° à partir du triangle ABC Message 4, E=8B: Tracer 2 angles de 60° vous obtenez un angle de 120° Finir la bissectrice d'un angle de 60° puis la bissectrice de l'angle de 30° vous obtenez 15°. Donc vous avez un angle de 75° (15°+60°)
--	--

Ombeline / Jérémie BE2.

14

387.O :Facteur ! Facteur ! 388./ 389.Obs : Vous en êtes où vous avez renvoyé ? 390.J :oui, ils arrivaient pas à construire un angle de 75 degrés, on leur a 391./// 392.J :et après quels angles suit-on construire à partir des précédents t'as mis quoi ? ... sur les angles ... (il parle du DM) 393.O :non là j'ai je me suis trompé j'ai fait une feuille blanche, là j'ai pratiquement fait la même chose que toi là, à peu près, à part que là tes trucs, là, pardon excuse moi, t'es passé de là directement à e l'écriture là, sans passer par là, et même moi j'ai mis du temps à comprendre ce que t'avais fait, tu brilles trop d'étapes dans tes DM je trouve, enfin pour comprendre. ... à ce que t'as écrit. 394.J :sérieux ? ... 395.O :le prof lui il va comprendre mais alors euh, tu passes à qui tu veux, j'ai galéré moi 396.J :le prof il va comprendre ? Normalement, vu qu'il est prof de maths / alors 397.O :t'écrit ça, après t'écrit ça, t'as rien marqué entre les deux, t'as pas marqué que ça tu laissais là, que ça tu passais dans l'autre membre, et ben chlit, chlit ... 398.J : ... 399.Obs2 :c'est vous ? 400.J :pardon ? 401.Obs2 :groupe 2 c'est vous ? 402.O :oui c'est nous 403.[arrivée du message 5] 404.O :putain, j'en ai marre ! on est obligés de finir ? on peut pas répondre fuck ? mets trois petits points, point d'exclamation 405.// 406.O :sérieux Jéré ça me prend la tête reprenez 407.J :oh on comprend pas votre question là, 408.O :ça veut dire quoi de l'autre côté ? [ces deux échanges sont adressés au groupe récepteur] 409.Obs :oh non non ! 410.J :hein ? 411.Obs :c'est vous qui avez le stylo bleu ? 412.J :oui 413.Obs :elles vont comprendre quelque	Message 5, R→E: L'angle de 60° se trace de l'autre côté. Que finit-il faire ? On y arrive pas.
--	---

15

Ombeline / Jérémie BE2.

chose là ? [cf. message 5] 414.J :non mais là on comprend pas leur question 415.Obs :et ben tu leur marques, je ne comprends pas votre question ! 416.J :je ne comprends pas votre question 417.Obs2 :tu devrais être dans une autre feuille, émetteurs récepteurs, on n'écrit pas sur la même 418.O :faut écrire dans une autre feuille ! 419.J :quoi ? trop tard ! C'est de ta faute ça ! 420./ 421.J :oh ça se voit que c'est mon DM ça ? Ca c'est mon TP faut que je le marque, TP. 422./ 423.J :alors attends, TP du 4.02 424.// 425.Romain : Vous avez même pas fait un truc vous 426.J :mais si elles sont en train de réfléchir 427.Romain :elles ont même pas fait un triangle là-bas, alors 428.J :et on leur a dit qu'il y en avait trois ! 429.// 430.J :vous avez gagné vous comme par hasard 431.Romain :non on a perdu ! 432.// 433.J :ouais mais bon on voit ce qu'ils ont fait hein ! 434.J :hein ? [Ibrahim, E3] 435.J :on voit ce qu'ils ont fait 436.I :ouais mais c'est bon vas-y vas voir 437.J :ouais ben je vois de là hein 438.I :ben tu vas voir 439.J :ah ouais c'est bon, oh putain c'est bon ! 440.// 441.O :il est exactement trois heures 5 442.J :trois heures 5 443.O :et nous attendons actuellement la réponse de nos camarades 444.J :ils y arrivent ou pas ? Oui ? Ils sont forts 445.O :je pensais être la première à sortir mais non, je m'étais trompée 446.J :ah, vous pouvez prendre mon DM ? 447.Obs :oui 448.J :ça enregistre toujours là ? ouais 449.Obs :ouh là là mon dieu ce qu'elle va	Message 5, R→E: Je ne comprends pas votre question.
---	--

Message 6, R→E:

16

Ombeline / Jérémie BE2.

.. ! 514.J : c'est vrai, c'est vrai / si D égal x, non, non non 515./ 516.O : Allez Jérémie y'en a marre ! 517./ 518.O : qu'est-ce que tu racontes ? 519.J : je veux leur faire tracer ça mais j'y arrive pas 520.O : tu dis que ça, c'est formé de deux parties, ce triangle là et ce triangle là, ce triangle là - non, t'es pas d'accord ? 521.J : non mais ça va les embrouiller, en fait je veux leur faire tracer juste ça, tac, tac 522.O : t'as marqué ? l'angle EAD, EAD égal 30, EAD égal 30 [cf. message 9] 523.J : tous mais elles ont pas D alors elles comprennent pas 524.O : mais elle s'en fout, EA, EAD justement, grâce à la construction de l'angle EAD, vous trouverez le point D en construisant l'angle A. Non ? 525.J : EAD égal, ouais t'as raison, égal 30 degrés, EAD égal, AE égal ED, t'es pas d'accord avec ça ? 526.O : AE, t'en es sûr de ça ? 527.J : oui. 528.O : bon marque, marque donc l'angle, le triangle EAD est 529.J : EAD égal EDA 530.O : l'angle non, l'angle euh, marque, grâce à ça vous obtenez le point D 531.J : ainsi vous obtenez le point D. Et le truc que t'as ... 532.O : on s'en fout 533./ 534.O : voilà. 535./ 536.J : mmm, c'est pas possible qu'elles y arrivent pas hein ! Madame ? 537.Obs : mmm 538.J : si vous avez ça, juste deux triangles là et on vous dit de tracer EAD égal 30 degrés, vous savez le faire ? Et on vous dit aussi AE égal ED 539.Obs : AE égal ? 540.J : ED 541.Obs : ED quoi, les longueurs tu veux dire ?	Message 13. E=38: Ombeline x Tracer un angle $\hat{A} = 30^\circ$ Ainsi $\widehat{EAD} = 30^\circ = \widehat{EDA}$ et $\widehat{AEI} = \widehat{IED}$ Grâce à cette construction vous obtiendrez le pt D !
---	--

Ombeline / Jérémie BE2.

19

542.J : mmm 543.Obs : elles ont un moyen de le faire ça ? 544.O : non. 545.J : ben elles ont le cercle 546.O : d'où est-ce qu'elles ont le cercle ? 547.Obs : tu l'as toi le cercle ? 548.J : ben le compas, je dois l'avoir, j'sais pas 549.Obs : non, toi tu l'as pas et elles ne l'ont pas hein, elles ont le même menu que vous, sauf les mesures d'angles. 550.J : elles ont pas le compas ? 551.Obs : Est-ce que tu l'as toi ? 552.J : non, elles peuvent, elles peuvent toujours tracer ça 553.O : comment tu ferais toi, si on te demandait de tracer A, EAD 30 degrés 554.J : et ben je ferais un angle de 60 degrés, la bissectrice et j'aurais ça 555.O : ben faudrait p't'être euh 556.J : non mais je leur ai dit déjà, et après une fois que j'aurais ça pour avoir, pour avoir euh, j'aurais E là, j'aurais ma droite là comme ça / et ben, AED égal 120 degrés, ben j'ai oublié de vous mettre un truc, vous avez pas, euh, renvoyez ! Ah j'ai peut-être le dire, madame j'ai peut-être leur dire ? 557.Obs : non non 558.J : je ramène la feuille, le message 14 est donc à la suite du 13, sans réponse des réceptrices] 559.J : tracer E, A, D égal 30 degrés, A, E, D égal 120 degrés / là t'es d'accord ... 560.O : je vois pas le rapport ? 561.J : ben si, AED, A, E, D ça fait 120, quand elles ont un truc comme ça, EAD ça fait 30 ça leur donne un truc comme ça et à l'intersection y'a D 562.O : ben marque intersection trac 563.J : intersection / D. Bon. 564.[ça sonne] 565.O : ah non non, c'est après la récré donc dans 10 minutes, 5 minutes, il est trois heures et demi. 566./ 567.J : c'est juste ? [adressé au groupe récepteur] 568./ 569.J : mmm elles ont réussi ! Bien joué ! Au	Message 14. E=38: Tracer $\widehat{EAD} = 30^\circ$ et $\widehat{AED} = 120^\circ$ Intersection → D
---	--

Ombeline / Jérémie BE2.

20

revoir !

ROMAIN ~ PAULINE

PROTOCOLE BE1 (EMETTEURS 1)

R : Romain
P : Pauline
Pr : Professeur
O : Observatrice
O2 : Observatrice 2

Notations :

... : inaudible

/// : marque approximativement le temps écoulé

[] : commentaires

Romain / Pauline BE1.

1

1. R : ouais on fait quoi ?
2. O2 : Vous avez la fiche ?
3. R : ouais.
4. O2 : vous ouvrez Cabri
maths, allez
5. Pr : où est-ce que tu en es Romain ? dossier
maths, allez
6. R : ouais ouais ouais
7. Pr : Allez, allez, dossier maths
8. R : faut déjà que je le trouve
9. /
10. R : oh c'est Wcabri ou Cabri2 ?
11. Pr : Wcabri, pas le local
12. R : ah !
13. Pr : voilà, c'est bon, tout est ouvert, c'est
bon.
14. // [bavardages]
15. R : fichier, ouvrir
16. O2 : maths, vous ouvrez maths
17. R : seconde trois
18. O2 : seconde trois oui, euh, vous descendez
encore, emmet, voilà, emmet, puis
19. R : outils men, c'est quoi ça ?
20. O2 : non, j'en fig
21. R : là ? c'est ça ?
22. O2 : oui
23. O : oui, tu ouvres la barre d'outils
maintenant, tu retournes
24. R : c'est où ?
25. O : fichier, ouvrir, pareil, mais là tu te mets
en menu, là tu n'as que les fichiers
26. R : de menu ?
27. O : menu, voilà, tu l'ouvres, il faut que tu la
selectionnes, voilà.
28. R : bon il faut enregistrer en continu, t'ac,
t'ac, ok / ça va chef ?
29. P : c'est quoi ça ?
30. R : c'est le code
31. P : mmh
32. R : le dragging
33. O : vous avez cliqué le dragging ?
34. R : ouais / en fait faut parler ?
35. P : parler, ouais. Bon maintenant on fait
quoi ?
36. R : mais on a tous la même figure là ? on a
tous la même figure là, les trois, les trois
ordis ?
37. Pr : oui mais chacun fait son message à lui,

Romain / Pauline BE1.

2

donc euh
38.R : mais tout le monde va le voir notre message ?
39.Pr : non, votre message il sera envoyé à un récepteur particulier, qui lui n'aura que votre message, mais ils connaissent pas la figure eux, ils ne la voient pas.
40.R : ah, donc on fait faire derrière là.
41.Pr : ben il va falloir écrire là-dessus un message qui décrit cette figure, pour que les autres puissent la refaire. Vous comprenez ?
42.P : ah d'accord
43.R : ouais
44.Pr : donc vous pouvez donner, alors vous avez un menu qui est un peu réduit vous allez voir il y a des choses qui ont été enlevées et d'autres choses qui ont été ajoutées, donc vous ferez avec les outils que vous avez. Vous avez lancé l'enregistrement, c'est fait ?
45.P : ouais
46.R : ouais
47.Pr : ok, ben vous y aller, donc vous, votre travail c'est donc d'écrire un message, vous avez pas le droit de faire un dessin
48.P : donc on doit leur décrire notre figure pour qu'ils puissent la refaire.
49.Pr : voilà, et eux après ils vont essayer, si ils ont des problèmes pour la refaire ben ils vont vous envoyer des messages en disant ben on sait pas faire et ou ça, vous avez compris ?
50.R : il faut connaître la mesure aussi ?
51.Pr : ah ça vous vous débrouillez
52.R : bon, déjà, mesure deux points
53.Pr : ce sont des figures de Cabri c'est-à-dire qu'elles doivent résister au déplacement (à tous)
54.R : oh, j'ai proposé de leur dire de faire un triangle équilatéral
55.Pr : Romain, tu sais que ce sont des figures de Cabri donc elles doivent résister au déplacement, c'est-à-dire par exemple, si par exemple tu prends le point A et que tu le tires, essaye voir de tirer le point A, le point
56.R : c'est comment qu'il faut faire ?
57.Pr : ça c'est son nom, le point A, il est où ?

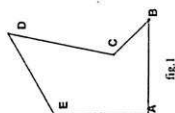


fig.1

58.R : c'est bon, je l'ai.
59.Pr : non ça c'est le nom du point, le point il est où ?
60.R : ah ouais !
61.Pr : il est où le point ? ben si tu le tires, tu vois cette figure, c'est une figure de Cabri, elle bouge, mais c'est cette figure là qu'ils doivent reproduire.
62.R : ouais ok
63.Pr : d'accord ? c'est-à-dire tu sais que dans Cabri quand tu fais une figure il faut que quand on déplace faut qu'elle résiste ok ?
64.R : ouais ouais
65.P : ils ont qu'à faire déjà euh, deux droites perpendiculaires, comme un angle
66.R : ouais, mais après euh par contre la droite elle va bouger donc c'est pas ça.
67.P : ah ouais exact
68.R : par contre un triangle équilatéral, on peut pas faire des triangles ?
69.P : j'sais pas
70.R : oh vous faites quoi là là-bas ? [au groupe 2]
71.P : ils mesurent les angles
72.R : attends je vais prendre des lunettes / putain elle est nulle c'te souris
73.P : tu veux faire quoi là ?
74./
75.P : hein tu veux faire quoi là ?
76.R : je veux mesurer l'angle
77.P : ben il faut que tu prenes ça
78.R : ah ouais
79.P : bon alors
80.R : elle m'énervé cette souris / après
81.P : faut que tu reprennes
82./
83.R : ça me saoule, mais pourquoi il fait ça ?
84.P : [rire]
85.R : oh mais, ça ça m'énervé ça / comment ça se fait qu'il nous fait des pointillés lui ?
86.O : c'est parce qu'il est sélectionné
87.R : non, ah oui
88.P : ben pour savoir si c'est un, euh / ça se rejoint ça ou pas ?
89.R : en faisant une droite tu veux dire ?
90.P : ouais
91.R : ah ouais !
92.P : ben ouais.
93.R : toi t'es pas bête toi

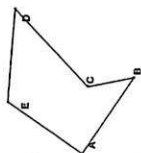


fig.2

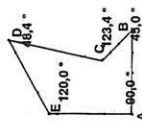


fig.3

(dans l'ordre, mesures des angles en A, E, D, C et B)

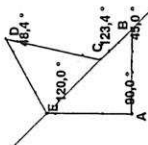


fig.4

94.P :comme ça tu leur dis de faire un triangle déjà	
95.R :mm, mais est-ce qu'on peut le faire au moins ?	
96.P :j'sais pas	
97.R :non mais là déjà on va leur dire de faire un triangle équilatéral ABE, ça te va ?	
98.P :rectangle en A	
99.R :rectangle en A	
100.P :et il faut leur donner la mesure des côtés	
101.R :non, triangle ouais, triangle rectangle ouais, en A, ah ouais, il faut leur donner la mesure des côtés	
102.P :ouais mais comment ils vont savoir si E il est là, et là si c'est pas B ?	
103.R :non leur dit, E en haut	
104.P :ok !	
105.R :je ne demande si c'est important là, les lettres, monsieur !	
106.P :monsieur !	
107.Pr :oui ?	
108.P :est-ce que la place des lettres c'est important, si ils mettent B à la place de E et E à la place de B ?	
109.Pr :Lucile, tu vas répondre à cette question.	
110.R :est-ce que la place des lettres c'est important ? par exemple si on leur dit euh	
111.O :la place des lettres ce n'est pas grave, vous nommez la figure comme vous voulez, par contre ce que je veux c'est qu'ils aient une figure qui ressemble à la vôtre.	
112.P :ouais, enfin si ils mettent B là et	
113.R :et E là	
114.P :et E là, c'est pas grave ?	
115.O :le nom des lettres ça m'est égal, mais c'est aussi à vous d'expliquer de façon à ce qu'il y ait le moins d'incertitude possible, que vous soyez sûrs qu'ils font ce que vous avez envie.	
116.R :déjà on peut faire un triangle rectangle, là ils peuvent faire un triangle rectangle...	
117.O :ils feront ce que vous leur marquez	
118.P :ok	
119.R :ouais	
120.O :c'est à vous de voir ce que vous	

Romain / Pauline BE1.

5

121.P :là on met, là on met message numéro 1 ?	
122.O :oui	
123.P :d'one je met quoi donc, faire un triangle rectangle en A	
124.R :ouais, en A / attends je vais les mesurer, attends il faut les mesurer / merde on peut pas les mesurer	
125.P :ah ouais	
126.R :oh c'est pas possible	
127.P :ben si on a déjà B hein, après ça se fera tout seul hein	
128.R :comment ça ?	
129.P :ben B il fait 45 on le sait	
130.R :ouais mais c'est des degrés ça / d't'façon c'est obligé que ça fasse 45 / allez c'est parti	
131.	
132.P :alors on leur met quoi ?	
133.R :on peut pas mesurer les côtés ?	
134.O :vous n'avez pas la mesure des distances	
135.R :ok	
136.P :d'accord	
137.R :eh, ça ça doit faire la même mesure que ça ?	
138.P :ben B et E ils font la même mesure hein	
139.R :non AE et BE tu veux dire, AE et AB ?	
140.P :ouais, ouais parce que si les angles ils sont égaux à mon avis les côtés aussi	
141.R :attends, madame ! comment on fait pour reporter, on fait pour euh, parce que ça on pense que c'est là, ça c'est les mêmes, c'est les mêmes, c'est la même mesure. Comment on fait pour euh, pour euh, pour savoir, pour vérifier ?	
142.O :pour vérifier que c'est la même mesure ?	
143.P :ouais	
144.O :ben il faut se débrouiller, tu n'as pas la mesure des distances	
145.R :segment ? oh y'a pas vecteur	
146.P :et si eux ils ont la même mesure d'angle, ça veut pas forcément dire que les côtés sont égaux	

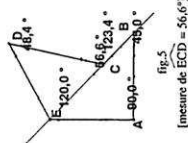
Romain / Pauline BE1.

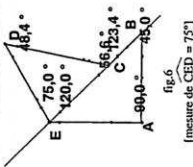
6

147.O : des côtés ne peuvent pas avoir la même mesure d'angle
 148.P : non mais je veux dire l'angle B l'angle E ils ont la même mesure, c'est pas pour ça que les côtés euh
 149.O : ah là c'est à vous de mobiliser vos connaissances en géométrie, c'est à vous de réfléchir, est-ce que ça peut vous permettre de le dire ou pas
 150.P : je sais, c'est obligé qu'ils aient la même mesure, parce que si tu rejoins comme ça, ça fera un angle de 90 degrés là et ça fera un carré, donc, un carré ça a forcément les côtés égaux
 151.R : mais pourquoi ils feraient pas un carré d'abord au lieu de
 152.P : ouais mais parce que non mais là après ils font un autre triangle comme ça et puis voilà ils ont leur figure, ils auront juste à effacer ce petit bout là / si c'est obligé qu'ils aient les mêmes mesures parce que quand tu fais un carré après euh
 153.R : mais, tu crois ouais mais comment alors, comment on leur dit de faire ?
 154.P : ben on leur dit de faire un triangle euh, rectangle, sachant que, E, les angles E et B font 45 degrés et que EA égal AB
 155.R : hein ?
 156.P : on leur met de faire un triangle rectangle comme ça
 157.R : ouais
 158.P : sachant que E et B
 159.R : ouais
 160.P : font 45 degrés, et que AE égal AB
 161.R : puis après ils se démerdent
 162.P : et après ils font ça déjà et on leur envoie l'sais, ok ?
 163.R : ouais / madame, on peut faire euh, on peut changer l'angle de 60 degrés est-ce qu'on peut faire un angle de 45 ? Est-ce que c'est possible de faire, de construire ?
 164.O : il faut essayer, qu'est-ce qu'il y a comme outils, qu'est-ce que tu aimerais avoir comme outils pour construire un angle de 45, et est-ce que tu peux le faire avec ceux là ?
 165.P : y'a 60 degrés mais / ah ouais y'a bissectrice, ah ben c'est bon, mets leur d'utiliser bissectrice

166.P : comment, d'utiliser bissectrice ? pour faire quoi ?
 167.R : en fait faut, je pense qu'il faut d'abord qu'ils fassent un carré je pense
 168.P : un carré ?
 169.R : après ils font une bissectrice, ah ouais, ben voilà !
 170./
 171.R : ils font un carré A, E
 172.P : B, un point imaginaire
 173.R : ouais, un point imaginaire
 174.P : ouais mais après ils auront plein de points, après quand ils ont le carré ça ils le mettront ...
 175.R : ben ça après ils l'enlèvent ça tu peux l'enlever. Tu fais cacher et tu l'enlèves / j'vais voir si je peux / non on peut rien voir / je pense qu'il essaye de voir si des traits de construction de la figure sont cachés)
 176.P : ben non ils verront même plus ces deux traits là
 177.R : ça me saoule
 178.P : ben ouais moi aussi
 179.R : mmh, comment on pourrait leur dire ?
 180./
 181.R : ... ben viens on leur envoie ça ils se démerdent on verra s'ils y arrivent
 182.O : c'est bon ?
 183.P : ouais
 184./ [envoi du message I]
 185.R : j'sais même pas si ils vont y arriver !
 186.P : j'sais pas mais...
 187./
 188.Pr : qu'est-ce que vous faites là
 189.R : on attend m'sieur, on a envoyé un message
 190.Pr : ah oui, déjà ?
 191.P : ouais
 192.R : ouais mais je sais pas si ça va marcher
 193.P : on verra bien
 194.Pr : bon et bien vous pouvez éventuellement euh, voir si on peut améliorer le message, parce qu'ils vont sans doute vous renvoyer des questions hein ?
 195.R : oui, c'est clair
 196.P : mais on peut pas regarder les mesures de C...

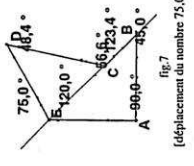
Marianne L. E. et R.
 Faire un triangle AEB rectangle en A.
 Sachant que $\angle E$ et $\angle B$ font 45° et que $AE=AB$.



197.R : ah si bien ouej [=bien joué] 198.P : après ils auront qu'à faire l'autre triangle et voilà. 199.R : et regarde c'est encore un triangle ça 200.P : ben oui justement c'est ça, si on arrive à mesurer celui-là et celui-là après c'est bon, facile ! Voilà, ouh là, déplace-le ! 201.R : ouh là ! Toé, toé, toé, toé, ok 202.P : ok tout va bien 203.R : on va prendre le point D, on va prendre le point / ça ça saoule ça 204.P : bon c'est pas grave on va virer l'autre là, E 205.R : quoi ? 206.P : mesure E 207.R : ouais / ouais / t'y arrives ou pas / il fait 75° 208.P : mmhm 209.R : ça c'est bien ça 210.P : mais il veut pas bouger, madame, il veut pas bouger notre nombre, ah ça y est 211.R : et celui-là non plus 212.O : Vous pourriez essayer avant de m'appeler, non ? 213.P : mais on a réfléchi mais ça faisait une heure et 214.R : ah ben voilà / elle est chiantie cette souris hein ? 215.P : ouais 216.R : fait chier moi j'ai envie de cliquer celle-là 217.P : voilà, ben on est content maintenant 218.R : attends ça fait combien celui-là, 56.6 ? 219.P : mais si parce que 56.6 plus 48.4 ça fait 75 220.R : ouais non c'est logique 221.P : donc voilà, ben ils vont faire euh, ces angles là et puis voilà 222.R : bon ça et ça ça fait 105 ça 223.P : et ben oui ben alors, oui ici 224.P : ... 225.P : ... 226.R : non non il l'a trouvé... 227.P : ah 228.O : il était complet votre message ? 229.P : non 230.R : non 231.O : vous n'avez pas besoin d'améliorer ?	 fig. 6 (mesure de CED = 75°)
---	---

Romain / Pauline BEL

9

232.P : ben disons, pour le moment ils font pas toute la figure entière avec notre message ils en font qu'une partie 233.O : d'accord, ben je vais vous donner une autre feuille 234.R : ouais 235.P : ouais ; pour compléter 236.R : regarde eux ils ont tracé un segment 237.P : attends... belles qu'est-ce qu'ils vont faire franchement 238.R : ouais 239.P : on pourrait pas agrandir un peu notre figure parce que là 240.R : comment ça ? si moi je peux 241.P : 242.R : ichoe 243.P : ouais, le 75 il... 244.R : il arrive il arrive / oh il veut pas, mais oh, c'est trop de la merde ! Bon ça me saoule. Voilà / la feuille 245.P : 246.R : si ils arrivent à faire ça ils sont forts hein... 247.P : bah c'est facile, ils savent faire un triangle rectangle franchement 248.R : ouais mais y'a pas de, comment 249.P : c'est... en fait 250.R : vous vous menez un peu ? [au groupe récepteur] 251.P : ils vont éternuer qu'ils ont rien compris je le sens bien 252.P : 253.R : mais c'est pas le nôtre ça, c'est qui qui à le nôtre, oh mais elle les a échangés ! / Audrey, Audrey, Audrey 254.P : on a dit, on leur a fait faire un triangle rectangle comme ça, avec A en euh, sachant que AE égal AB et que B et E sont des angles de 45° puis voilà et après ils font le triangle là après c'est facile, vous êtes pas malin, hein ? [doucement, à Oméline, groupe E2] 255.R : Sandrine ! Sandrine ! Vous avez quelle feuille ? Ah ! 256.P : regarde les deux intellos de la classe comme on les a matés ! / on n'a toujours pas notre feuille, et euh, c'est qui qui l'a notre feuille ? 257.R : c'est qui qui l'a ?	 fig. 7 (déplacement du nombre 75,0°)
--	---

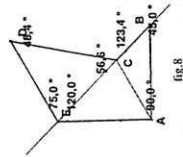
Romain / Pauline BEL

10

258.O : c'est vos récepteurs, mais vous pouvez, vous avez dit que votre message n'était pas complet, vous pouvez continuer 259.P : ah mais on a une feuille, j'avais pas vu 260.R : si tu avais vu ! 261.P : [très] / oh mais oh si ils ont pas compris on peut pas continuer / si ça se trouve c'est Rose-Laure et Audrey 262.R : Audrey, Audrey ! 263.O2 : voilà, un message de votre groupe récepteur 264.P : ah c'est Tim 265.R : déjà ? 266.P : non c'est pas Tim. 267.O2 : donc ça c'est le message que vous aviez envoyé 268.P : c'est Anissa et Oulien 269.O2 : ok ? 270.R : ok, on peut le garder celui-là ? 271.O2 : oui mais vous pouvez plus noter dessus 272.R : ouais ouais 273.P : ah ouais attends mais là on est trop dans la merde, parce que comment ils vont savoir qu'il est comme ça celui-là ? 274.R : j'sais pas on va se demander 275.P : si je sais, il faut leur dire que le côté EC, euh, correspond avec le côté EB, donc comme EC 276.R : C, ah ouais C est sur le, est sur le, est un point sur la droite EB 277.P : sachant que, ouais c'est le côté EC donc forcément il part de E, oui oui oui, c'est bon 278.R : ouais sauf qu'il faudrait mesurer ça 279.P : ouais mais on peut pas mesurer, non mais c'est pas grave, quand il vont faire EC 280.R : ouais 281.P : et ben c'est bon 282.R : ouais mais le C ils vont le mettre là ou là ou là, n'importe où ? 283 / 284.R : faire un point C sur la droite EB, et après faut leur expliquer comment faire ce triangle 285.P : ouais / mais non mais, regarde, après ils vont faire un angle comme ça, on leur dit de faire l'angle C, qui fait 56,6, donc ça	Messsage 2, R-BE: C'est bon, et la suite ?
---	---

Romain / Pauline BEL

11



286.R : ouais mais là, j'sais pas si ils vont y arriver 287.P : après ils font D, ça donnera la droite comme ça, et il faut leur dire que D et E, se rejoignent, après ils font varier le point C pour / 288.R : ouais mais moi j'me dis, tu vois si ils ont fait le point E ici et le point B ici 289.O2 : ça avance 290.R : moyen, non 291.P : non mais là on est un peu coincés en fait 292.O2 : ben là vous avez donné ça comme message, puis maintenant il faut compléter, il faut donner la suite 293.P : ouais je sais mais 294.R : sur celle là on peut ? 295.O2 : non, sur une autre feuille 296.P : mais nous on sait pas si ils ont mis le point B là ou si ils ont mis le point, on sait pas comment 297.R : ouais en fait c'est bon 298.P : c'est bon, on dit ? 299.R : ouais par contre le point C faut leur dire comment le placer 300.P : ouais 301.R : oh ! ah non, et ça p't'être que 302.P : si je sais ! on leur met euh, faire le triangle EDC sachant que C est un point de la droite AE, euh EB j'veux dire, donc forcément le côté EC il va se rejoindre 303.R : mouais et après, et après on attend des questions, on leur dit que ça ça fait 75, que DEC, non que le 304.P : non après là on leur met si vous avez compris on vous enverra la suite du truc, la mesure des angles 305.R : ouais / non, non, oh, écoute moi, on leur dit de faire un triangle comme tu disais, avec C sur EB 306.P : mmh 307.R : et après on leur dit, euh, on leur dit DEC fait 75 degrés, ECD fait 56 virgule 6 degrés et euh, et celui là 48 virgule 4. 308.P : voilà alors 309.R : et après, après ils vont nous envoyer des questions 310.P : oui.	donnera la droite comme ça 286.R : ouais mais là, j'sais pas si ils vont y arriver 287.P : après ils font D, ça donnera la droite comme ça, et il faut leur dire que D et E, se rejoignent, après ils font varier le point C pour / 288.R : ouais mais moi j'me dis, tu vois si ils ont fait le point E ici et le point B ici 289.O2 : ça avance 290.R : moyen, non 291.P : non mais là on est un peu coincés en fait 292.O2 : ben là vous avez donné ça comme message, puis maintenant il faut compléter, il faut donner la suite 293.P : ouais je sais mais 294.R : sur celle là on peut ? 295.O2 : non, sur une autre feuille 296.P : mais nous on sait pas si ils ont mis le point B là ou si ils ont mis le point, on sait pas comment 297.R : ouais en fait c'est bon 298.P : c'est bon, on dit ? 299.R : ouais par contre le point C faut leur dire comment le placer 300.P : ouais 301.R : oh ! ah non, et ça p't'être que 302.P : si je sais ! on leur met euh, faire le triangle EDC sachant que C est un point de la droite AE, euh EB j'veux dire, donc forcément le côté EC il va se rejoindre 303.R : mouais et après, et après on attend des questions, on leur dit que ça ça fait 75, que DEC, non que le 304.P : non après là on leur met si vous avez compris on vous enverra la suite du truc, la mesure des angles 305.R : ouais / non, non, oh, écoute moi, on leur dit de faire un triangle comme tu disais, avec C sur EB 306.P : mmh 307.R : et après on leur dit, euh, on leur dit DEC fait 75 degrés, ECD fait 56 virgule 6 degrés et euh, et celui là 48 virgule 4. 308.P : voilà alors 309.R : et après, après ils vont nous envoyer des questions 310.P : oui.
---	---

Romain / Pauline BEL

12

311./

312.P : ah oui, sachant que C est un point de EB

313.R : EB

314.P : et que la droite EC et EB, et que les côtés EC et EB sont confondus

315.R : EC et EB, ben d't'façon, d't'façon si il est sur la droite EB

316.P : ouais mais comme ça c'est plus c'est plus clair t'sais ?

317.R : si tu veux.

318./

319.R : c'est Anissa et Outem qui ont notre feuille

320.J : oh vous avez réussi à leur faire faire vous ? [Jérémie, du groupe E2]

321.P : nous ils ont tracé le premier triangle / alors là j'mets, maintenant je mets quoi ? l'angle C fait machin ?

322.R : alors tu leur dis, non mais là il va falloir dire, DEC, parce que t'sais sinon sinon après eux ça va être comme ça, ça va être pas bon, ça va pas être bon

323.P : donc je mets quoi ? ah oui l'angle DEC

324.R : l'angle DEC mesure 75 degrés

325.P : DEC ça fait ça hein, ça fait celui là

326.R : ouais ça

327.P : bon

328.R : 75

329.P : après l'angle, ECD, il fait combien ECD ?

330.R : ECD il fait 56 virgule 6

331.P : l'angle CDE, voilà.

332.R : ouais mais ça va pas le faire hein

333.P : ben on verra c'ils comprennent pas

334.R : ils vont pas arriver à faire, euh, 56 virgule 6

335.P : madame !

336./ [envoi du message 3]

337.R : Vous y arrivez ? Putain c'est bien compliqué votre truc [au groupe E2]

338.P : il fait des trucs trop compliqués ils vont même pas comprendre

339.R : et mais ! si on fait une droite comme ça, l'angle il sera p't'être... non ? On va tester

340.P : ouais. Là c'est un seg

341.R : 30 ! c'est de la balle ça ! [c'est trop]

Romain / Pauline BE1.

13

cool]

342.P : lequel qui fait trente ?

343.R : parce que ça fait 60 ça fait bissectrice, c'est ça / oh c'est de la balle [c'est trop cool]

344.P : vas-y vas-y explique

345.R : ça ça fait trente, parce que 56 virgule 6 elles vont pas arriver à le faire

346.P : lequel qui fait trente, celui là ?

347.R : ouais, attends qu'est-ce qu'on pourrait arriver à faire après, ah ouais mais celui là

348.P : non ils comprendront pas

349.R : déjà si elles arrivent à comprendre ce qu'on a écrit

350.P : ouais / je vois pas ce qu'elles font [elle regarde sur l'écran de R1]

351.R : elles ont un bon triangle, sauf que

352./

353.O2 : vous avez donné la suite déjà ?

354.P : oui

355.R : oui

356./ [bavardages]

357.P : on va finir à quelle heure là le TP ?

358.O : a priori ça dure une heure et demi, mais vous avez deux heures de libre

359.P : une heure et demi !

360.R : et si on a fini avant ?

361./

362.R : Bon Anissa ça va bien ?

363.P : Anissa !

364.R : Anissa !

365.A : Quoi ? [Anissa]

366.R : Vous y arrivez

367.A : Presque

368.R : Elles sont balaises quand même

369.P : Je t'ai dit qu'elles allaient comprendre

370./

371.R : Ah elles nous écrivent / Et ils font quoi Thimotee, vous faites quoi vous la même chose ? Ils font quoi ?

372.P : mais ils sont émetteurs

373./

374.R : Oh j'ai envie d'arrêter

375./ [arrivée message 4]

376.O2 : Voilà la suite, donc là il y a le message des récepteurs, et puis toi vous avez les anciens messages

377.R : oui

378.P : on n'a pas mesure d'angle

Message 4, R-DE
Comment faire pour l'angle $\widehat{ECD} = 56,6^\circ$ et $\widehat{CDE} = 48,4^\circ$
parce qu'on n'a pas « mesure d'angle »

Romain / Pauline BE1.

14

Message 3, E-DE
Pour l'angle EDC sachant que C est un point de [EB] et que les côtés [EC] et [EB] sont confondus.
l'angle DEC mesure 75°
l'angle ECD mesure $56,6^\circ$
l'angle CDE mesure $48,4^\circ$

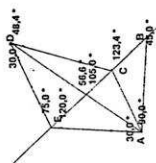


fig.9
[ordre de construction des nouveaux objets : DA],
mesure de DAE (30°), mesure de $\widehat{CEB(AD)}$ (105°),
mesure de $\widehat{ADE}$ (109°)

379.R : je sens que ça va être compliqué ça /
ça ça fait combien ? / 105, est-ce que c'est
possible de faire un angle de 105 ?
380.P : j'en sais rien
381.R : mais ils y arrivent au 75 ? / et ça fait
combien ça ?
382.P : y'a pas mesure d'angle
383.R : on est paumés, on y arrive plus
384.P : ils ont pas mesure d'angle
385.J : ben ils ont qu'à faire tu leur dis ils font
des angles à 60 degrés, des bissectrices
[Jérémie, groupe E2]
386.R : ouais mais comment tu veux faire 48
virgule 4 degrés
387.J : oh mais vous vous êtes servis de ça ?
Vous êtes cons parce que, non mais je peux
pas communiquer !
388.R : mais de toute façon je ne voulais pas
communiquer !
389.P : Mais madame ils ont pas mesure
d'angle c'est impossible
390.J : mais c'est normal faut pas passer par
48 virgule 4 degrés
391.R : Sans rire, oh t'es intelligent toi ! Oh
Jérémie dis-moi comment tu fais !
392.O2 : Ça avance là ; vous avez déjà envoyé
un message ?
393.R : non
394.P : ben non, là c'est
395.R : on y arrive plus
396.O2 : Vous êtes en train de travailler sur ça
c'est ça hein ?
397.P : ouais
398.R : ouais
399.O2 : Vous avez trouvé une solution ?
400.P : non
401.R : non, on y arrive pas / Jérémie Jérémie
402.//
403.R : là on bloque là / j'ai envie de dormir,
bon, Jérémie
404.O : Vous en êtes où vous, vous attendez
un message ?
405.P : non, on est bloqués
406.R : non non, on réfléchit là
407.O : bon ben réfléchissez alors
408.R : on n'y arrive pas / on n'arrive pas à
réfléchir fort
409.[bruits sur le micro]
410.R : Oh Jérémie ! Pourquoi tu m'as dit on

Romain / Pauline BE1.

15

n'est pas obligés de passer par 48 virgule
4 ?
411.J : Parce qu'on n'est pas obligés
412.R : ben dis-moi comment
413.J : attends
414.R : oh Jérémie ! Jérémie !
415.P : Romain, tu sais combien il fait l'angle
D.....
416.R : il fait 30 degrés, ça ça fait trente
degrés / en plus j'ai trop pas envie de
réfléchir aujourd'hui
417.//
418.R : bon, réfléchissions, tu peux faire
une bissectrice là
419.P : mmmmmmm
420.R : quoi ?
421.P : j'ai une idée, mmmmm, et c'est pas la
hauteur ça par hasard ?
422.R : non parce que c'est pas
perpendiculaire
423.P : t'es sûr ?
424.R : non
425.//
426.R : Vous leur avez déjà envoyé un
message au moins ? [au groupe E2]
427.J : ouais
428.R : moi j'arrive à voir madame [il parle
de l'écran de leur groupe récepteur]
429.O : et ben tu ne le regardes pas
430.R : bon, il faut faire 30, 30, après tu
traces ça
431.//
432.Pr : vous avez compris pourquoi ils n'ont
pas compris ?
433.P : ouais, mais c'est pas pour ça qu'on
arrive à leur expliquer
434.J : Vous arrivez pas à faire quoi, mais
c'est normal ils sont passés par 48 virgule
4
435.R : mais non, on cherche autre chose
maintenant
436.Pr : chut, les émetteurs, vous ne discutez
pas entre vous
437.P : mais monsieur on peut leur dire de
438.R : monsieur !
439.P : monsieur ?
440.Pr : oui
441.P : on peut leur dire de découper l'angle
A en trois fois trente ?

Romain / Pauline BE1.

16

442.R :ouais ça c'est possible ouais 443.Pr :est-ce qu'ils savent le faire 444.R :ouais j'espère qu'ils vont se dépêcher 445.Pr :est-ce que vous pensez qu'ils savent le faire, c'est tout 446.R :ouais 447.P :ben ouais on a appris ça l'autre fois 448.R :ben oui parce que ça ça fait 60 là 449.Pr :si vous pensez qu'ils savent le faire vous pouvez leur dire, le problème c'est qu'ils comprennent 450.P :ouais 451.R :ouais mais ça après comment tu leur dis que ça ça arrive là ? 452.[changement de face] 453.R :on leur dit, celle là normalement ils l'ont déjà fait tout à l'heure 454.P :ouais 455.R :et ben on leur dit de faire une droite comme ça 456.P :mmh 457.R :et c'est bon, alors déjà on va leur dire 458.P :alors explique leur 459.R :ouais, on va essayer, tu me laisses ta place ? 460.P :j'ai envie de faire pipi 461.R :ah, j'ai rien pour toi là 462.P :madame ! 463./// 464.R :ça arrive 465.// 466.R :... 467.///[réduction du message 5] 468.R :madame ! madame ! 469.O :tu me redonnes tout ? 470.R :... Et ton DM toi ? 471.P :je le mettrai dans son casier. 472.R :j'espère qu'elles vont comprendre hein, en plus avec mon écriture elles vont rien comprendre / bon la prochaine fois t'écrit parce que j'ai pas été clair 473.P :ok 474./// 475.R :moi je suis en pleine digestion moi 476.///[l'arrivée du message 6] 477.R :de l'angle DEC voilà / bon, madame on peut avoir, ah non 478.P :on n'a fait que jusqu'à l'angle quoi ? 479.R :elles ont fait c'est l'angle là, cet angle là	Message 5. E-R: On a tout fait jusqu'à l'angle DEC mesure = 60° L'angle DAB doit faire 60°. (On annule les angles 56,6° et 48,4°) Le point D n'a pas été encore construit. Tracer la droite dont l'angle DAB mesure 60°. La droite de l'angle DEC et de l'angle DAB se rencontrent. Le point d'intersection est le point D. Message 6. R-E: On n'a tout fait jusqu'à l'angle DAB mesure = 60° Par contre je ne sais pas ce que suis la droite de l'angle DEC et DAB puisqu'on n'a pas le point D. Merci d'avance
--	--

Romain / Pauline BEI.

17

480.P :ah d'accord 481.R :par contre elles ont pas tracé la droite 482.P :par quoi ? je ne sais pas ce que c'est la droite de l'angle DEC et DAB puisqu'on n'a pas le quoi ? [elle lit le message 6] 483.R :le point D 484.P :le point D merci d'avance, ouais ben c'est tchi hein [= c'est rien] 485.R :ben si, mais elles ont dit, mais t'a l'heure elles ont mis qu'elles savaient pas faire ces deux angles 486.P :mais, voilà, donc l'angle de 75 degrés elles ont pu le faire 487.R :oh vous y arrivez à l'angle de 75 ? [au groupe récepteur] 488.O :oh oh ! 489.P :ben demande leur, demande leur 490.R :elle a dit oui ! / liens marque 491.P :je leur marque quoi, est-ce que vous savez faire un angle de 75 ? 492.R :ouais. Par contre comment elles peuvent faire, euh, une droite, non non, elles savent faire 493.P :c'est pas sûr 494.R :elles m'ont répondu oui 495.P :mais quand ? / madame on a un message, c'est une petite question 496.//[envoi du message 7] 497.R :oh mais l'angle, le C ils peuvent le tracer aussi, le C ils peuvent le trouver, vu que ça ça fait 30 degrés 498.P :exact, oui, oui oui oui oui. exact 499.R :c'est tout con en fait 500.P :c'est tout con en fait 501.P :putain mais voilà, message s'il vous plaît ! 502.R :ramenez le message ! [au groupe récepteur] 503.P :on a besoin du message ! 504.R :pff / vous avez fini ou quoi ? [au groupe E2] 505.// 506.R :oh, Anissa ! / Anissa, Anissa ! / et ben si elles arrivent à faire, ces deux angles c'est bon, on leur dit de tracer la droite de 75 degrés 507.P :voilà 508.R :tracer la droite de l'angle de 75 509.P :voilà et après -- ça va tout seul	Message 7. E-R: Est-ce que vous savez faire l'angle de 75° ? Message 8. R-E: Oui, Angle de 60° + Angle 60/72 = bissectrice = 30° Bissectrice = 15° Merci ! de faire la suite SVP Message 9. E-R:
--	--

Romain / Pauline BEI.

18

510.R : ben ouais / c'est pour nous ça encore ! ah non. 511.P : elles nous renvoient pas de message là parce que c'était juste une question hein 512.O : ça va venir, je sais pas 513.R : faudrait un message là 514.P : ben ça arrive ? 515./ 516.R : bon 517.P : elle a dit quoi, oui ? 518.R : ouï / merde, on est cons ! Madame on peut avoir une feuille s'il vous plaît ? Tracer la droite 519./ 520.O : vous mettez votre numéro de groupe et le numéro du message 521.R : ouais / 522.P : mais le maintenant, fais le, avec le DM d'Anissa. Ombeline, Ombeline, Ombeline! As-tu rendu ton DM ? Ben passe le à Tim, il va le récupérer maintenant, sinon il va avoir zéro. Tim ! [pendant ce temps Romain rédige le message] 523./ 524.R : Voilà, ben si elles comprennent pas là ! 525.P : Fais voir Romain 526.O : vous avez un message à transmettre ? 527.R : ouais c'est bon 528.O2 : c'est quel groupe ? 529.P : un 530./ 531.P : bon, qu'ils ont vite fini comme ça on se casse et je vais faire mon DM 532./ 533.P : je sais ce que je vais faire 534.[micro défectueux ?] 535./ 536.P : je le ferais ce soir, y'a que le premier que j'ai pas fait, les autres c'est facile ! 537./ 538.R : c'est pour nous ? Quiem, vous y arrivez ou pas ? vous avez tracé deux droites, et elles se coupent, elles se coupent ? 539.O2 : vous avez un message 540.R : madame on a fini on s'en va 541.P : madame, on a fini 542.R : non on n'a pas fini	Tracer la droite qui fait l'angle de 75° et qui est à l'extérieur du 1° triangle. Tracer la droite qui fait l'angle de 60°. Les deux droites s'entrecroisent, c'est le point D. Merci. Message 10. R→E: Merci on y est arrivé et maintenant ça suffit → pas de suite on s'en va Message 11. E→R: Maintenant il faut trouver le point C. L'angle C2R mesure 30° donc il faut l'angle, puis tracer la droite qui coupe (EB) en C. Après il faut rejoindre les points AEDCB... et effacer tout le reste. C'est fini !
--	---

Romain / Pauline BE1.

19

543.O : tu as quelque chose à transmettre ? 544.R : non non, bon on en fait une dernière on leur explique... Anissa ! De toute façon c'est vite fini là, logiquement 545.P : dernier message ! 546.R : là c'est quoi nous ? 547.P : c'est le message onze là. 548.R : maintenant 549.P : écrits Romain j'ai envie de sortir 550.R : maintenant 551./ [bruits de stylos et feuilles] 552.R : ... mesure treize degrés 553./ [il rédige le onzième message] 554.R : Voilà, madame madame ! C'est le dernier ! 555./ 556.R : t'as vu le truc que ça leur donne là-bas ? [Je pense qu'il parle de l'écran de leur groupe récepteur] 557./ 558.R : Vous avez fini ? Ouais, bien ouéj ! [ahlan Joué] C'est bon on arrête ? 559.O : il faut d'abord qu'elles vérifient avec moi, et puis elles vous envoient un message pour vous dire si c'est gagné ou perdu. 560.R : oh ça leur fait un truc comme ça. Mais pourquoi elles ont pas tracé le point E ? 561./ 562.P : on va pouvoir s'en aller Romain 563./ 564.P : putain il faut pas trente ans pour savoir si on a gagné ou si on a perdu putain ! 565.R : on a perdu. / perdu ? 566.P : on peut pas savoir si on a perdu ou gagné ? / on a perdu ? on peut y aller, on a perdu ? reste assis tu vas te faire engueuler encore 567.R : j'en ai marre de rester assis 568.O2 : je garde ça aussi, merci.	Message 12. R→E: On a fini Merci et ciao Message 13. R→E: On a perdu temps
--	--

Romain / Pauline BE1.

20

JORDAN ~ CHRISTOPHE

PROTOCOLE PE2 (ÉMETTEURS 2)

J : Jordan
C : Christophe
P : Professeur
O : Observance
O2 : Observance

Notations :

... : inaudible

/// : marque approximativement le temps écoulé

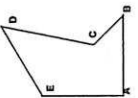
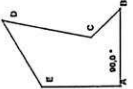
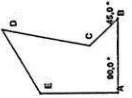
[] : commentaires

Remarque :

Lors des phases de rédaction, l'élève qui écrit prononce doucement, pour lui-même, les phrases qu'il est en train d'écrire.

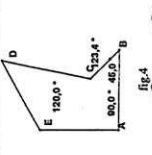
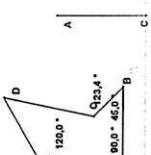
Jordan / Christophe PE2.

1

1. O : [à tous] je vous rappelle que c'est une figure donc spéciale, je vous l'ai ouverte, les menus sont modifiés, d'accord ? Vous vous rappelez qu'on a fait un TP sur la construction des angles, j'ai rajouté dans ce menu un item angle de 60, parce que comme il n'y a pas les cercles, on avait vu tous ensemble, enfin, avec Monsieur xxxxxx, qu'il fallait les cercles pour construire un angle de 60, donc je l'ai rajouté. J'aimerais que vous commenciez la séance par donner vos prénoms dans le micro, comme ça quand je vais écouter les enregistrements je sais répéter les voix. 2. J : Je m'appelle Janna euh, Eliott 3. O : Vous l'expliquez, et vous rédigez un message, qui doit permettre aux récepteurs de la construire / il y a des questions ou vous commencez ? 4. J : on peut commencer, euh, donc on donne notre nom au micro ? ben vas-y 5. C : après toi, je suis galant 6. J : bon ben alors moi c'est Jordan 7. C : moi c'est Christophe, bon on y va 8. E : faut faire la figure ? [un élève d'un autre groupe, sans doute Eric, groupe 4] 9. C : non, faut faire des messages 10. J : bon alors euh, j'ai déjà fait pouvoir nous la reproduire pour pouvoir leur faire des messages 11. C : non mais ça c'est facile, ensuite 12. J : angle de 60, ah il y a même un truc qui s'appelle angle de 60 degrés / inégaliteo, perfecto ! 13. C : oui bon ben, oui c'est très bien, je suis d'accord avec toi, bon alors on prend 14. J : mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, non ce point je le veux pas, . . . 15. C : ensuite 16. J : attends attends juste pour voir, hop [il manipule la mesure affichée] 17. C : non non mais, euh, allez arrête toi voilà c'est bon, ça suffit, ensuite, mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, 45 18. J : oh, facile ! Voilà si celui-ci fait 45 degrés, moi je dis que ça va être du gâteau 19. C : Jordan, veux-tu te taire	 fig.1
11. C : non mais ça c'est facile, ensuite 12. J : angle de 60, ah il y a même un truc qui s'appelle angle de 60 degrés / inégaliteo, perfecto ! 13. C : oui bon ben, oui c'est très bien, je suis d'accord avec toi, bon alors on prend 14. J : mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, non ce point je le veux pas, . . . 15. C : ensuite 16. J : attends attends juste pour voir, hop [il manipule la mesure affichée] 17. C : non non mais, euh, allez arrête toi voilà c'est bon, ça suffit, ensuite, mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, 45 18. J : oh, facile ! Voilà si celui-ci fait 45 degrés, moi je dis que ça va être du gâteau 19. C : Jordan, veux-tu te taire	 fig.2
11. C : non mais ça c'est facile, ensuite 12. J : angle de 60, ah il y a même un truc qui s'appelle angle de 60 degrés / inégaliteo, perfecto ! 13. C : oui bon ben, oui c'est très bien, je suis d'accord avec toi, bon alors on prend 14. J : mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, non ce point je le veux pas, . . . 15. C : ensuite 16. J : attends attends juste pour voir, hop [il manipule la mesure affichée] 17. C : non non mais, euh, allez arrête toi voilà c'est bon, ça suffit, ensuite, mesure d'angle, ce point, ce point, ce point, 45 18. J : oh, facile ! Voilà si celui-ci fait 45 degrés, moi je dis que ça va être du gâteau 19. C : Jordan, veux-tu te taire	 fig.3

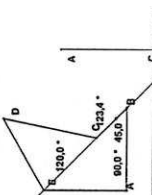
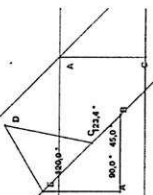
Jordan / Christophe PE2.

2

20.J : ce point, ce point, ah ben c'est encore plus du gîteu 21.C : et enfin ici, ce point, ce point, ce point 22.J : aie aie aie [la mesure de l'angle BCD s'efface] 23.C : non mais là ce sera bon, on y va, on va dire, bon quo, message 24.J : premier message 25.C : alors euh 26.J : construire cette figure, et après tu la traces ! [rire] 27.C : tracer, tracer une droite, placer dessus 28.J : mais non regarde, regarde, premièrement, une droite, on va l'appeler, euh y'a combien de points, un deux trois quatre cinq, donc on va l'appeler, le premier point 29.C : allez, EA, on fout sur une droite le point E A 30.J : ... 31.C : pourquoi ? Euh, euh, débab, débab [il prononce DEBAC comme un mot] 32.J : voilà ... 33.J : 34.J : bon euh, droite perpendiculaire 35.C : mais qu'est-ce que tu nous fais toi ? 36.J : ben quoi je suis en train de refaire la figure 37.C : mais tu, mais tu appelles ça E et tu appelles ça A, et puis 38.J : mais non 39.C : mais si 40.J : on s'en fout c'est pas grave 41.C : respecte les points ! 42.J : c'est pareil, franchement, ah tiens je viens de me poser une question, donc là ... 43.C : attends regarde regarde à cercle là, va au menu cercle, vas-y 44.J : je sais ce que tu veux faire 45.O2 : il y a pas cercle, c'est enlevé 46.C : hein ? vous l'avez enlevé ? 47.J : oh ! Y'a pas arc de cercle alors 48.C : non par contre ce qu'il doit y avoir / marquer un angle puisais dépaissier remplir épaisseur pointillé aspect 49.J : oui mais justement la question est, est-ce que AB 50.C : EA est égal à ED	 fig.4 [mesure de AED puis de DCB]  fig.5
---	---

Jordan / Christophe PEZ.

3

51.J : EA est-il égal à AB 52.C : non, EA est égal à ED 53.J : et qu'est-ce que tu fais dire ça ? 54.C : ce qui me fait dire ça c'est très simple, le A, si jamais ils ont retiré le cercle c'est pas pour rien, je te parie ce que tu veux que EA est égal à ED 55.J : ... cercle par contre c'est ça, euh, juste un truc, droite ... pause par B, ce point 56.C : ouais 57.J : donc EA égal EB 58.C : placer, alors, ouais, exact 59.J : we are the champions ! [il chante] 60.C : attends 61.J : oui seulement ... là 62.C : si, placez un point, d'abord faut nommer les droites 63.J : ah mais non c'est facile, regarde, on fait 64.C : non moi je te dis ça fait comme ça 65.J : regarde, regarde bien, une perpendiculaire, alors, par ce point, perpendiculaire à ce segment, d'accord ? 66.C : tracer [il rédige - à partir de là et jusqu'à ce que Jordan appelle Lucile (79), les deux élèves travaillent de façon tout à fait séparée ; Christophe sur feuille et Jordan sur Cabri qui murmure, sans aucune interaction] 67.J : ensuite, un segment 68.C : tracer un segment 69.J : ensuite regarde bien 70.C : attend, tracer un segment EA 71.J : on se sert de la bissectrice, puis, attends ... 72.C : tracer 73.J : euh, bissectrice 74.C : le, segment 75.J : ce point, ce point, là c'est 45 donc, ... intersection 76.C : perpendiculaire, voilà, à EA, et de même longueur 77.J : euh 78.C : de même longueur 79.J : euh, comment on, c'est une macro ça 60 degrés, c'est une macro votre machin 60 degrés ? 80.O : oui oui c'est une macro 81.J : et elle marche comment ? 82.O : tu peux mettre l'aide, hein, quand tu as	 fig.6  fig.7
---	---

Jordan / Christophe PEZ.

4

ce genre de problème, mais il faut désigner deux points, et le deuxième c'est, euh, le sommet de l'angle que tu veux construire / tu montres deux points, et le deuxième point que tu montres doit être le sommet de l'angle que tu veux construire

83.J : ah d'accord

84.O : et la macro te trace une demi-droite

85.J : donc si je fais ça et ça, y'a un angle de 60

86.O : c'est bon ?

87.J : ouais c'est bon

88.C : tu fais quoi et quoi ?

89.J : donc là on en prend, on prend ça au hasard on s'en fout, euh, on reprend ... ça fait là et là, donc de là à là on a un angle de 60 degrés, euh, ... cacher cette droite, non, ... donc euh ... cette droite, et cette demi-droite, ce point, cette droite, et cette droite, voilà, ensuite on dirait que ça c'est placé aux deux tiers

90.C : ouais ! et ben essaye justement c'est ce que je te proposais, mesure

91.J : attends comment j'avais fait l'autre fois

92.C : mesure ! d'abord là et d'abord va sur mesure, mesure EC et ensuite tu mesures CB

93.J : oh tu vois mesure ? On peut pas les mesurer les longueurs

94.C : si

95.J : y'a mesure d'angle mais

96.C : mesure, non, va là-bas

97.J : valider une macro symétrie centrale

98.C : fais voir moi je vais te le trouver

99.J : nommer texte marquer un angle

100.C : tourne !

101.J : contour remplir épaisseur pointillé

102.C : bon tourne par là, tourne encore par là

103.J : mesure d'angle objets initiaux valider

104.C : ah, non, non, définir un objet tu l'as ?

105.J : c'est redéfinir un objet mais ça doit être la même chose [il rit]

106.C : non, définir

107.J : non ! ça servirait à quoi, définir ça veut, un segment, comme si on le savait pas encore, ce serait un peu bête hein, bon attends

108.C : ouais c'est placé aux deux tiers

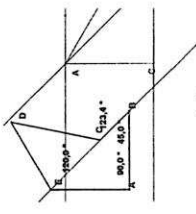


fig.8

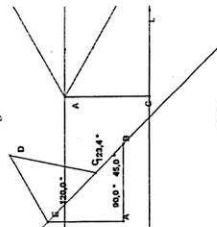


fig.9

109.J : ... je suis sûr, et on l'avait déjà fait ça j'avais réussi à le trouver mais j'avais utilisé cercle, euh

110.C : placer le point C

111.J : attends

112.C : placer le point / C [il rédige - à partir de là et jusqu'à la fin de la

rédaction de ce message, les deux cliques travaillent de façon séparée ; Christophe

sur feuille et Jordan sur Cabri qui

murmure, sans aucune interaction]

113.J : c'est un angle de 90, donc les deux tiers ça fait 60 degrés donc

114.C : de sorte que

115.J : ... ce point ... voilà

116.C : placer le point C de sorte que / CB

117.J : voilà, normalement on l'a là, euh

118.C : un tiers

119.J : le point on sait qu'il est sur la droite ... trouver / euh

120.C : voilà donc déjà j'ai placé ça donc il nous manque plus que le point D

121.J : ce point, et pourquoi faut qu'il mette des virgules [mesure de EDC, fig.11]

122.C : il manque le point D c'est tout, mais, ah là là

123.J : oui ! trouvé ! / par contre euh, bon déjà j'ai trouvé ça, déjà ça, on va le nommer euh K euh, N, euh, maintenant

124.C : tracer

125.J : il nous faut

126.C : la droite

127.J : oh putain, pourquoi j'y ai pas pensé tout de suite, droite, ce point, ce point, voilà [il construit (L,A), fig.12]

128.C : passant par EA

129.J : le segment

130.C : de sorte / que

131.J : et voilà !

132.C : A, E, d, de sorte que AEd 120 degrés

133.J : maintenant on va cacher, la demi-droite qu'il y a là, droite, la droite, le point

134.C : puis, tracer

135.J : cette droite, et la demi-droite

136.C : tracer la droite d'origine, passant par, A

137.J : de ça et que

138.C : B/Ad prime égal 60 degrés, voilà, est égal à 60 degrés, l'intersection, section

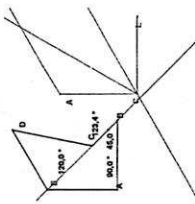


fig.10

[angle de 60° sur L et C puis bissectrice]

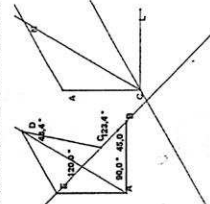


fig.11

[mesure de EDC puis construction de DA par « angle de 60° » sur B et A]

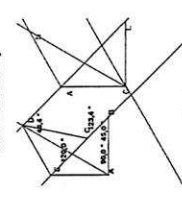


fig.12

139 J : bon ben c'est bon 140 C : l'intersection des deux droites 141 J : tu veux que je t'aide pour la rédaction ? 142 C : non non c'est bon, l'intersection des deux droites marque, le point D, enfin, reliez A, E, D, AED, C, B 143 J : y'a pas le polygone 144 C : t'as effacé le point B, climpin [=né] 145 J : on peut se tromper hein 146 C : voilà 147 J : voilà 148 C : madame, euh, une fois qu'on a fini là euh, la rédaction on vous le donne ? 149 O : oui et moi je le fais passer / vous l'avez fait sur la feuille de brouillon ? 150 J : ouais 151 C : oui 152 O : bon, alors attends je vais marquer, ici, groupe 2, message 1, émetteur, récepteur 153 J : mais euh, ce qu'on a fait on doit le dire dans le micro aussi ? 154 O : non non non c'est bon, non non, le micro il est là pour apporter des données en plus mais 155 C : il arrive à enregistrer nos conversations ? faut être collé contre pour euh 156 O : non non ça devrait aller, et euh, pendant ce temps là je sais que vous avez un TP parallélisme et orthogonalité que vous avez commencé, si vous n'avez plus rien à faire sur la figure et en attendant la réponse 157 C : ouais ouais 158 O : voilà 159 J : oh ils veulent nous faire travailler jusqu'au bout ! 160 C : ouais mais nous on est un peu flémards nous on va faire autre chose / qu'est-ce que c'est c'est la récré ? 161 J : oui 162 C : c'est la récré ? 163 J : oui c'est la récré 164 C : pas de récré pour nous 165 J : on n'a mis que vingt minutes hein pour le finir 166 C : ah, ça va 167 J : ouais 168 C : on peut pas aller se désaltérer	Message 1, E=AB: tracer un segment EA puis tracer le segment AB perpendiculaire à EA et de même longueur. Placer le point C de sorte que $CB = \frac{1}{3}EB$ tracer la droite (d) passant par E de sorte que $\widehat{AEd} = 120^\circ$ puis tracer la droite (d') passant par A de sorte que $\widehat{BAd'} = 60^\circ$. L'intersection des deux droites marque le point D Enfin reliez AEDCB
---	---

Jordan / Christophe PE2.

7

puisqu'on a terminé là, boire un coup ? 169 O : vous êtes arrivés il y a un quart d'heure ! 170 C : ben tant pis ! 171 J : non mais on revient dans 20 minutes, le message en nous disant merci 172 C : non là je pense que c'est quand même bien expliqué, ça me rappelle la tête de renard sauf qu'elle est à l'envers [référence à l'expérimentation 5] 173 J : ... on va gagner 174 C : attends attends 175 J : non tu peux pas le déplacer / je me demande s'il y a des jeux dans ce truc 176 J : 177 C : voir autrement, ce point, non 178 J : non tu peux pas le déplacer, y'a pas moyen, parce qu'ils sont tous construits 179 C : ce point, ouais, et le point L aussi 180 J : ... 181 C : ouais A, attends, non, merde, en fait il n'y a que le point 182 J : non non non non, clique ailleurs 183 C : non / point 184 J : si le point A tu peux le déplacer aussi 185 C : ouais [rires] 186 J : 187 J : non ! mais qu'est-ce que tu nous as fait comme merde ? [rires] 188 C : non je l'ai raté / oh t'as deux points A 189 J : on avait deux points A au départ on en a toujours deux 190 C : t'as fait des bêtises toi moi heureusement moi j'ai pris le nom des 191 J : si tu veux j'ai fait le 192 C : bon on va reprendre le bon vieux TP du père Charou [nom du professeur] 193 J : ah non je sais comment on va l'appeler / J, O, I, N, jous ! / c'est quoi le TP déjà ? / tu te rappelles pas du numéro du TP des fois ? 194 O : j'ai un énoncé si tu veux 195 C : je veux bien, quoique, je l'ai, c'est bon 196 J : je l'ai 197 J : 198 J : c'est la réponse ? 199 O : oui 200 C : je ne sais pas construire le segment AB	fig. 13 fig. 14 fig. 15 Message 2, R=6: Je ne sais pas construire le segment AB de même longueur que EA
---	---

Jordan / Christophe PE2.

8

de même longueur que EA 201.J : euh 202.C : alors, je ne sais pas construire le segment, longueur, EA 203.J : c'est mais c'est attendu, message numéro, c'est message numéro trois vu qu'on fait une réponse c'est ça ? / c'est le message numéro trois, parce que nous 204.O : oui oui 205.J : message, numéro trois 206.C : bon, donne, tu fais tracer un cercle 207.J : non ils ont pas le cercle 208.C : [à l'observatrice] ils ont pas le cercle non plus ? 209.J : mais non ils ont les mêmes trucs que nous ils doivent se débrouiller avec ce qu'on a mis, euh, hum, comment j'avais fait, ah oui, euh, tracer, perpendiculaire, à, AD, par D, poser [il rédige] 210.C : non mais ils savent pas tracer le segment AB, tu comprends ? c'est le segment AB qu'ils arrivent pas à tracer 211.J : le segment AB ? ben oui ben je suis en train de 212.C : non il faut, j'ai plus simple, il faut tracer la droite passant par euh comment ça s'appelle, passant par E 213.J : mais c'est comme ça qu'on avait fait parce qu'on pouvait pas faire d'une autre manière t'as pas le cercle 214.C : non mais la droite passant par E 215.J : ben oui ben c'est ce que je dis mais seulement 216.C : 45 degrés 217.J : [doucement] passant par E 218.C : tracer la perpendiculaire 219.J : passant par E, perpendiculaire à EA, passant par E, et après tu fais la bissectrice, ça te donne un angle de 45 degrés et ensuite quand c'est isocèle ... 220.C : bon si tu veux 221.J : d'accord ? Poser un point sur [il rédige] 222.C : y'avait plus simple mais bon, si tu veux faire compliqué 223.J : droite / non mais, euh c'est bon, ils y arrivent - / et enfin, faire la bissectrice / du segment, EA et de la, droite [il rédige] 224.C : quel ?	225.J : ben oui, la bissectrice de cette droite là qui va passer là et de ce segment 226.C : de l'angle il faut faire euh, punaise ! 227.J : mais oui - - la bissectrice de l'angle E / heureusement que je t'ai dit hein, de l'angle, E c'est ça ? 228.C : de l'angle E ouais 229.J : de l'angle E 230.C : ensuite et euh comment 231.J : euh, ça met un point 232.C : puis tracer la parallèle 233.J : ben non mais euh 234.C : puis passer la, tracer la perpendiculaire à EA passant par A 235.J : oh mais ça on lui a déjà dit ça normalement 236.C : voilà 237.J : tracer un segment EA puis tracer le segment AB perpendiculaire à EA [il lit le message 1] / ça donne un point [il rédige la suite] 238.C : que l'on appelle B celui là 239.J : un point B, je vais lui remettre sur la perpendiculaire à EA passant par A, la, perpendiculaire / à EA, par, A [il souligne A trois fois] 240.C : je pense que ça ira 241.J : ça ira, normalement / on leur envoie tout ça 242./ 243.C : Jordan n'est qu'un barbu 244.J : en attendant c'est grâce au barbu qu'on a fini l'exercice en 20 minutes hein 245.C : de quoi euh, tu rigoles, je veux pas être méchant mais qui c'est qui s'est tapé toute l'écriture ? Et franchement heureusement que j'ai pas regardé la figure, la figure que tu faisais j'ai réfléchi moi-même parce que sinon je te jure je m'embrouillais à fond, tu nous faisais un espèce de machin tu changeais les noms et tout oh ! 246.J : ben oui et alors ? 247.C : et ben non, il faut garder les mêmes noms 248.J : oh ! 249./ [arrivée message 4] 250.C : ... je ne comprends pas comment trouver le point B 251.J : le point B
--	--

Jordan / Christophe PE2.

9

Message 3. E→R. Tracer perpendiculaire à [EA] par E puis poser un pt sur cette droite et en enfin faire la bissectrice de l'angle E. Ça donne un point B sur la perpendiculaire à [EA] par A	Message 4. R→E. Je ne comprend pas comment trouver le point B ? ?
---	--

Jordan / Christophe PE2.

10

252 [rires] 253.C :madame, on prend une autre feuille ou on, on écrit juste en dessous ? 254.O :non non non, tu prends une autre feuille 255.C :non ? d'accord 256.O :surtout vous ne réécrivez pas sur les messages d'avant 257.J :fais-y un dessin 258.C :ouais [rire] 259.J :fais-lui un dessin ça ira plus vite / tu veux que je te, tu veux que je fasse un dessin ? [à l'observatrice :] on a le droit de dessiner sur la feuille ? 260.O :non non, pas de dessin bien sûr 261.J :bon, dommage 262.C :sont claires mais bon, trois petits points (cf. message 5), alors attends 263.J :joue, joue [ils jouent au morpion, sur une feuille] 264.C : attends attends 265.J : . . . je te place où 266.C :non non, et oh, je marque ici voilà tiens 267.J 268.C :je ne comprends plus comment trouver le point B, alors attends qu'est-ce que tu lui as dit déjà ? 269.J :ben disons qu'en fait il faut 270.C :tracer la droite perpendiculaire à EA. 271.J :je vais faire un dessin ça ira plus vite, faut que tu arrives à lui représenter ça 272.J 273.C :une fois avoir tracé [prononcé doucement : il rédige] 274.J :voilà, faut que tu arrives à lui représenter ça, par écrit parce que moi j'y arrive pas je suis nul à la rédaction 275.O : [à tous] je rappelle à tout le monde que quand vous attendez un message, il y a votre TP, parallélisme et orthogonalité, qui est commencé. Vous pouvez continuer à chercher sur la figure. 276.J :on est bien nous, sur notre morpion, bon il y a égalité là sur le morpion 277.C :ouais, ben vas-y retrace en un pendant ce temps 278.C :E / passant par E, E // E // 279.O : [à tous] vous changez bien de feuille	
---	--

Jordan / Christophe PE2.

11

à chaque fois que vous écrivez un nouveau message hein 280.J :c'est bon, tu y arrives euh, à la rédaction ? 281.O : [à tous] vous n'écrivez surtout pas sur les messages d'avant 282.J :demande lui leurs noms, qu'on sache au moins comment, à qui on a à faire 283.C :la 284.J :dans la rédaction, tu dis c'est quoi vos noms ! 285.C :la perpendiculaire // emplacement de, B 286.J :explications, faire . . . demande leur leurs noms 287.C :ouais t'as raison ouais, pendant que t'y es tu veux que je leur demande leur âge, leur sexe 288.J :non mais juste pour voir, on voit ce qu'ils répondent 289.C :mais non 290.J :non non non si si si ! 291.O :c'est bon ? 292.C :mais on va pas leur demander leurs noms ! 293.O :non non vous ne mettez que des messages 294.J :non mais comme ça on peut dialoguer plus amicalement 295.O :non non non [envol du message 5] 296.J :bon d'accord 297.C :bon alors, tu te tais maintenant 298.J :putain elle est méchante la prof ! 299.J 300.O :ce sont les messages d'avant ? 301.J :euh oui 302.J 303.J :j'espère qu'ils ont enfin réussi, avec toutes les explications qu'on leur a donné / oh non c'est pour nous ? [arrivée message 6] 304.C :on fait comment CB à un tiers de EB 305.J :un tiers de EB, ouais . . . dessin 306.C :oh, mon dieu aie pitié de nous ! 307.J :bon 308.C :je te laisse répondre parce que moi franchement je risque de devenir impoli tiens 309.J : . . . CB un tiers de EB, c'est vrai que	Message 5. E-3B: les explications sont claires mais bon... Une fois avoir tracer la perpendiculaire à EA passant par E tracer la bissectrice de l'angle $\hat{C}$ puis la perpendiculaire à EA passant par A l'intersection de la bissectrice de l'angle $\hat{C}$ et de la perpendiculaire à EA passant par A donne l'emplacement de B. Message 6. R-3E: On fait comment CB-$\frac{1}{3}$EB ?
---	---

Jordan / Christophe PE2.

12

c'est une bonne question parce que je ne m'en rappelle plus, t'avais mis quoi toi, où est le premier message ?	
310.C : ben il est avec héin	
311.J : message numéro / on dirait trop l'écriture à Clément, oh je vois bien que ce soit bien lui... mais c'est une autre classe de ce bahut au fait	
312.C : je sais pas, madame ! madame ! c'est une autre classe de ce lycée ?	
313.O : non, c'est pas de ce lycée	
314.J : c'est quoi le lycée ?	
315.O : Aristide Bergès	
316.C : ben pendant que t'y es demande leur leurs prénoms histoire qu'on fasse connaissance	
317.J : non non mais si ça se trouve, il avait la même écriture que Clément, c'avait été Mounier, j'aurais pu penser que c'était Clément, franchement, des pattes de mouche comme ça, y en a pas 36	
318.C : dis-lui qu'il a une écriture patte de mouche, tu vas voir ce qu'il va répondre	
319.J : euh	
320.C : t'as une écriture patte de mouche	
321.J : passant par, droite d, par E, AEd 120 degrés, tracer la droite d prime passant par A [il lit pour lui-même le message 1]	
322.C : [au groupe 6] non, c'était une tête de renard, déformée [cf. expérimentation du 5 décembre 98 dans la même classe]	
323.J :	
324.J : [il rédige le message 7] sur message 1, commence, par, faire, le point, D, puis, sur message 1 commence par faire le point D euh, commence par faire le point D et euh // oh c'est une illusion d'optique	Message 7. E→B: (Sur message 1) commence par faire le point D - trace bissectrice DAB. Le point C est l'intersection de cette droite avec [EB]
325.C : de quoi ?	
326.J : non, ça c'est bien égal à ça / [il reprend la rédaction] bissectrice, de DAB / intersection, de cette droite, avec, E, B	
327.C : vivement ce soir je me fais un bon jeu de rôle, tranquille	
328.J : super / madame !	
329.O : vous avez tout rendu ?	
330.C : euh ouais, on renvoie la totale	
331.J : [changement de face]	
332.J : donc, nous avons tourné la cussette, et voilà, l'autre face	

Jordan / Christophe PEZ.

13

333.J :	
334.J : oh non pitié c'est pas pour nous ça encore ! [un message est arrivé dans la salle]	Message 8. B→E: La bissectrice DAB et la droite [EB] ne se coupent pas. Je ne sais pas si le point D est bien construit. c'est mieux de recommencer la construction du point D.
335.C : non ! / ouf, c'est pas pour nous.	
336.J :	
337.J : on n'a pas reçu de message depuis pas mal de temps	
338.C : ah ben je pense qu'ils ont réussi la figure	
339.J :	
340.O : tiens	
341.C : la bissectrice de	
342.J : sur Victor Hugo il y a un magasin de jeux vidéo ?	
343.C : attends, DAB	
344.J : qu'est-ce qu'il veut lui ?	
345.C : la bissectrice, de DAB, et la droite EB, ne se coupe pas	
346.J : je ne sais pas si le point D est bien construit	
347.C : c'est mieux de recommencer la construction du point D, ben je suis d'accord hein qu'est-ce que tu veux que je te dise moi !	
348.J : alors euh	
349.C : alors tu fais ça comment ?	
350.J : le point D / message 8 / à partir de EA / 60 degrés, deux fois / A, E [il commence à rédiger le message, qui est en fait le 9]	
351.J : [ils bavardent à propos de jeux de rôles]	
352.O : vous avez un message non ?	Message 9. E→B: A partir de EA faire la macro [60°] 2 fois Utilisation : - cliquer sur A puis E → ça donne une demi-droite, y placer point X - réaliser [60°] en cliquant sur X puis E.
353.C : oui, il est en train de commenter, il est en train de faire euh	
354.J : je suis en train de leur expliquer un truc	
355.J : [ils finissent leur conversation à propos des jeux de rôles]	
356.J : placer un point, X / angle 60 degrés, en cliquant / ensuite / utilisez, 60 degrés, en cliquant, B, A / cette droite, coupe / la deuxième droite / en D [cf. message 9]	Utiliser [60°] en cliquant B puis A. Cette droite coupe la 2 ^e droite en D.
357.J :	
358.J : je me demande s'ils ont fini, notre récepteur	
359.C : tu lui as répondu quoi quand il a dit faut que je relasse le point D	
360.J : ben je lui ai répondu comment relaire le point D	Message 10. B→E: On a construit le point D et le point C mais on a C de

Jordan / Christophe PEZ.

14

361.C : 'j'aurais du lui dire, ben si tu le dis ! 362.J : tu dis ouais euh, je pense pas que notre construction soit bonne, et j'ai dit ben voilà le point D tu fais comme ça comme ça comme ça comme ça et après tu trouves le point D . . .	sorte que $CE = \frac{1}{3}EB$ et non $CB = \frac{1}{3}EB$.
363.J : l'arrivée du message 10 364.C : on a construit le point D et le point C mais on a C de sorte que CE un tiers de EB et non CB un tiers de EB / fais voir la figure, CE, un tiers de EB, alors CB un tiers de, et ben vous vous êtes trompés 365.J : ah oui mais non c'est moi qui me suis mal exprimé / passe moi une feuille 366.C : non, euh, si 367.E : ils ont compris vous ? [une élève du groupe 5] 368.C : ben nous c'est, il sont presque terminés 369.J : point C est mal placé [il rédige le message 11] 370.C : bon on va dire que euh 371./ 372.J : une fois que tu as placé le point D, fais, la bissectrice de 373.C : [très près du micro] un deux un deux, allo allo 374.J : DAB 375.C : tour de contrôle appelle tango barbu ! 376.J : ah, ah, ah / ça coupe, EB, en C, madame ! madame ! madame ! [envoi du message 11] 377.J : 378.C : eh laisse le faire, franchement il commence sérieusement à me stouffer hein 379.J : j'ai fait 60 degrés, B et puis A mais la droite ne passe pas par le point D qui existe déjà car IED, 60 degrés, donc D ne peut pas être à la fois IED 60 et BAD 60, alors. [il lit le message 8 du groupe 1] 380.C : quoi qu'est-ce ? 381.O : pour la réponse 382.C : ah, pour la réponse 383.O : vous avez, ah mais vous en avez encore vous des feuilles ? 384.C : ah oui oui 385.O : ah pardon, parce qu'il y a plein de groupes qui n'en ont plus 386.J : euh, franchement, vas-y regarde, lit avec moi, j'ai fait 60 degrés.	Message 11. E→R: Tu n'as pas C est mal placé Une fois le pt D placé : - fait la bissectrice de l'angle DAB - ça coupe [EB] en C

387.C : ouais 388.J : mais la droite ne passe pas par le point D qui existe déjà car IED 60 degrés, donc D ne peut pas être à la fois IED 60 et BAD 60 389.C : d'où il sort son point I lui ? 390.J : alors 391.J : 392.J : madame ! Vous vous êtes plantées c'est pas nous ! 393.O : groupe 2 c'est pas vous ? 394.J : ben c'est pas pour nous celui là, je connais les messages, euh, c'est pas nous 395.J : 396.C : ça sonne 397.J : 398.O : au revoir, et merci	
--	--

ERIC ~ SARAH

PROTOCOLE PE4 (EMETTEURS 4)

E : Eric
S : Sarah
O : Observatrice
Et : un élève de la classe

Notations :

... : inaudible

/// : marque approximativement le temps écoulé

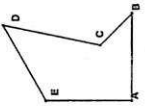
[] : commentaires

Remarque :

Les élèves ont arrêté l'enregistrement, il manque environ une demi-heure de dialogue et 4 messages (signalé dans le protocole, ligne 396).

Eric / Sarah PE4.

1

1. E : je suis le maître ! / elle enregistre ce qu'on dit 2. S : elle enregistre ? 3. O : (à tous) Vous en avez déjà fait un, vous m'écoutez ? 4. S : [doucement] non 5. O : donc vous savez que il y a des émetteurs et des récepteurs, les émetteurs ils rédigent un message pour décrire la figure et permettent aux récepteurs de la reproduire, d'accord 6. S : [doucement] on a un ordinateur pour deux ? 7. O : en fait aujourd'hui vous êtes tous émetteurs, les récepteurs sont dans la salle d'à côté, d'accord, donc vous vous êtes tous émetteurs, il manque quelque'un ? 8. S : et c'est qui au fait en face, des gens qu'on connaît pas ? 9. O : aujourd'hui j'enregistre ce que vous allez dire, donc, 10. E : et on peut parler dans, madame, ça sert à quel le micro ? 11. S : mais, tu sais, on va donner les informations par micro aux autres qui sont dans la salle d'à côté 12. E : eh, on peut parler dans le micro, là ils nous entendent de l'autre côté 13. O : non non, j'enregistre, c'est sur une cassette, c'est pas directement relié 14. E : mais si on parle c'est, ça entend, ça enregistre là ? 15. S : et en fait elle va passer la cassette aux autres / et là ça enregistre ? 16. E : oui 17. S : on dit rien, d'intéressant 18. O : donc je vous rappelle que c'est une figure donc, spéciale, je vous l'ai ouverte, les menus sont modifiés, d'accord ? Vous vous rappelez qu'on a fait un TP sur la construction des angles, j'ai rajouté dans ce menu un item angle de 60, parce que comme il n'y a pas les cercles, on avait vu tous ensemble, enfin, avec Monsieur xxxxx, qu'il fallait les cercles pour construire un angle de 60, donc je l'ai rajouté. J'aimerais que vous commenciez	 fig.1
--	--

Eric / Sarah PE4.

2

la séance par donner vos prénoms dans le micro, comme ça quand je vais écouter les enregistrements je sais repérer les voix.
D'accord ? Tu n'as pas compris ? Tu dis juste ton prénom, vous commencez en disant vos prénoms parce que moi après je repère les voix, sinon je n'y arrive pas.
19.E : Bond, James Bond
20.O : pour les groupes mixtes, ça pose moins de problèmes / ok vous avez une heure et demi
21.E : pour dire nos noms ! [rires]
22.O : vous faites, c'est le même principe que la dernière fois, vous avez cette figure, vous l'explorez, vous rédigez un message, qui doit permettre aux récepteurs de la construire. Dès que vous avez
23.El : c'est la même figure que la dernière fois ?
24.O : c'est pas les mêmes menus
25.El : ah d'accord
26.O : dès que vous avez fini votre message vous me le donnez, moi je le fais passer dans la salle d'à côté et vous attendez la réponse
27.S : ça sert à quoi le micro alors ?
28.O : pardon ? à vous enregistrer, j'écouterai vos dialogues en fait, mais ça n'est pas directement relié aux récepteurs, ça n'a rien à voir / d'accord, il y a des questions ou vous commencez ?
29.E : ah mais on est piégés là alors, on est obligés de travailler !
30.S : c'est clair
31.E : on est obligés de travailler / allez / et faut dire nos prénoms hein / alors toi tu dis Eric, et moi je dis Sarah
32.S : non vas-y allez, vas-y !
33.E : moi j'ai peur / [à un autre groupe] oh vous avez dit votre nom ? vous avez dit votre nom, comme ça, texto ?
34.S : oh ce bordel pour dire un nom !
35.E : je m'appelle Sarah, à toi
36.S : et moi Eric
37.E : et on écrit là dessus ?
38.O : le message, et si vous avez besoin de brouillon vous me demandez
39.S : bravo ! feuille ! et là t'as le stylo !
40.E : vas-y j'écris, non moi j'écris bien

Eric / Sarah PE4.

3

41.S : ça nous sert à quoi ça, imagine on débarrache !
42.E : donc alors euh
43.S : [à l'observatrice] et faut faire quoi ? faut leur dire qu'ils reconstruisent ça ?
44.O : tu disais là la dernière fois, quand on a fait ce jeu de messages ?
45.S : ouais, ben on fait leur liste d'instructions en fait qui leur permette de reproduire la figure, ben eux ils ne la connaissent pas c'est comme l'autre fois
47.E : angle de 60 degrés
48.S : ...
49.E : ben on ... déjà
50.S : ben déjà déjà y'a un angle droit
51.E : je pense que là on a la bissectrice de l'angle droit
52.S : tu peux pas la tracer ...
53.E : non, on peut pas, ben, on a un angle droit
54.S : attends, comment on fait les ronds ?
55.E : euh tu fais, ben, les ronds, tu vas euh, c'est
56.S : milieu non ?
57.E : non non, ben tu vas à droite hein, encore, encore, ah attends laisse / ce point ça veut dire à ton avis ?
58.S : non, laisse / ce pas doué, non, laisse moi faire, ce point, ce point, ce point, voilà
59.E : ben vas-y déplace tout
60.S : ce point
61 /
62.E : c'est lequel celui là, c'est E ?
63.S : mmm ?
64.E : c'est E lui ?
65.S : c'est l'angle E, ou l'angle AED, déjà on sait que ça c'est perpendiculaire
66.E : attends ben remplace les bien
67.S : oh tu me saoules ! il veut pas
68.E : mais si !
69 /
70.S : celui là
71.E : vas-y mets le là voilà, ensuite là lui ouais
72.S : oh !
73.E : voilà là c'est bon
74.S : oh !
75.E : et lui en B ouais, et A ?

Eric / Sarah PE4.

4

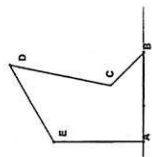


fig.2
(droite perpendiculaire à AE passant par le milieu de AB)

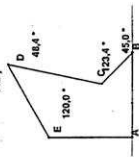
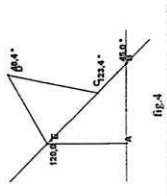
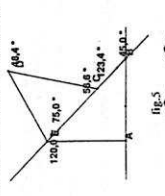


fig.3
[mesure de CDE, CBA, DCB, AED]

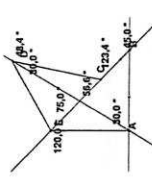
76.S : mais 90 degrés vu que c'est parallèle / que c'est perpendiculaire 77.E : ah c'est parallèle 78.S : non c'est perpendiculaire vu que c'est 90 degrés 79.E : non c'est pareil, c'est un angle droit / bon allez, bon alors qu'est-ce qu'on peut leur dire 80.S : c'est perpendiculaire avec un angle droit 81.E : bien sûr oui je sais, mais c'est bon ! Bon alors on a 48 virgule 4, 48 virgule 4 82.S : on peut faire un angle de 120 et un angle de 45 83.E : ah, je t'avais bien dit que c'était la bissectrice, 45, alors tu dis on trace un rectangle ok ? non ! Un rect ouh, quelle maîtrise ! 84.S : joli ! [fig.4] 85.E : non mais je suis doué 86.S : attends, j'ai une autre idée, lui 87.E : ouais lui 88.S : lui, lui [fig.5] 89.E : 75 ah on peut faire sortir 75 degrés, je sais plus ce qu'on fait pour 75 / c'est quoi 56 6 90.S : c'est euh attends justement je vais replacer / c'est cet angle là, c'est ça 91.E : C 123 virgule 4 c'est quoi c'est euh 92.S : C c'est l'angle euh 93.E : C de l'autre côté 94.S : comme ça, l'angle comme ça 95.E : ok ouais 96.S : et c'est . . . 97.E : et 75 c'est euh 98.S : ça ça et ça 99.E : quoi ? 100.S : c'est cet angle là 101.E : ouais / et 120, le grand 102.S : pfff 103.E : bon allez travaille un peu 104.S : oh ! 105.E : bon alors, on leur dit de tracer un rec, un triangle rectangle, ok ? 106.S : attends je note, ouais un triangle rectangle euh 107.E : on leur dit de tracer un 108.S : mais attends, il est pas isocèle 109.E : nommé A, ABCE 110.S : il est pas isocèle ? oh, mais si il est	 fig.4 [droite passant par C et un point de BC]  fig.5 [mesure de CED puis ECD]
--	---

Eric / Sarah PEA.

5

isocèle 111.E : euh, vas-y je sais pas, ah oui il est isocèle, parce que la bissectrice elle coupe les deux angles en, les deux droites en, euh 112.S : ce serait le rêve de pouvoir faire des cercles, [à l'observatrice] oh on peut pas faire de cercles ! 113.O : non, il n'y est pas le cercle 114.S : c'est fait exprès ? 115.O : oui 116.S : c'est chiant / bon alors là c'est isocèle d'jà 117.E : ouais / donc, tu écris ? 118.S : et ben non, on le fait au brouillon, ça fait euh 119.E : ouais, donc on dit euh, tracer un 120.S : un angle 121.E : non, on dit un rectangle d'abord 122.S : un triangle rectangle 123.E : ben non, un rectangle, puisqu'on dit, si on veut 124.S : un triangle rectangle ! 125.E : non, un rectangle, un rectangle on dit de tracer la bissectrice 126.S : mais non regarde ! 127.E : mais si ! 128.S : triangle rectangle, euh, EAB, rectangle, en A [elle rédige, cf. brouillon] Voilà / oh les mesures ! 129.E : non moi je suis sûr que 130.S : moi je suis sûr que j'ai raison 131.E : ouais d'accord, attends 132.S : non ! regarde, après ils tracent, après on leur dit de tracer un angle AED de 60, de 120 degrés 133.E : tourne les regarde / tourner dilater réduire 134.S : tu peux pas y toucher à ce, cette figure hein, tu peux pas y toucher ! 135.E : c'est pas possible 136.S : mais je sais c'est même sûr, c'est moi qui ai raison arrête de contester mon autorité / et ben, allez, tu sais dessiner un angle de 120 degrés toi ? 137.E : un angle de 120 degrés ? 138.S : ben oui, ça fait deux fois un angle de 60, c'est possible donc 139.E : ah oui ! oh j'apprends quelque chose de nouveau !	6
---	----------

Eric / Sarah PEA.

140.S :ben voilà, tracer, un, angle, AED, de 120 degrés ! [elle rédige, cf. brouillon] 141.E :A, E, D 142.S :c'est magique 143.E :sinon regarde ça / [il prend le brouillon] regarde ; tu vois tu as la figure comme ça 144.S :c'est ce que j'allais faire leur dis 145.E :comme ça, comme ça, tu leur dis 146.S :elle est magnifique ta figure ! Mais non regarde écoute moi, écoute moi, écoute moi, ils vont faire ça, ils vont faire ça, pour commencer, après on leur dit de tracer un angle de 120 degrés, ils vont faire ça 147.E :ben ouais, en E 148.S :attends, mais faut voir si ça c'est isocèle, si ce triangle là il est isocèle 149.E :ça marche pas ? [je suis venue tapoter le micro] 150.O :en général les aiguilles bougent, et là non, alors je sais pas 151.E :c'est là que ça serait 152.O :je crois que 153.S : [elle crie] ah ! / ah ben non, elles bougent pas les aiguilles, vas-y toi / ouais c'est un angle isocèle ! 154.E :un angle isocèle ! 155.S :c'est un triangle isocèle 156.E :parce que triangle, en fait t'as trois angles, tri-angle 157.S :le triangle, AED, est isocèle en, E [elle écrit] c'est . . . un triangle isocèle 158.E :euh, ben oui parce que 159.S :ah non mais c'est rectangle, et isocèle, rectangle isocèle [elle rajoute et isocèle dans la première phrase] 160.E :oui mais attends y'a un truc qui est bizarre quand même, je sais pas ils vont avoir ça mais 161.S :voilà, ça fait, tracer un rectangle isocèle EAB rectangle en A 162.E :bon ça ils le savent faire encore 163.S :voilà, à peu près ça fait, ah merde, ça fait ça, tracer un, ça fait A, et on va dire euh, EB 164.E :là faut pas se gourer dans les noms parce que si on se gourer euh, d'une lettre euh, t'sais après ils sont	 Fig. 6 [droite AD, mesure de EAD puis EDA] Brouillon : - triangle rectangle EAB rectangle en A et isocèle - tracer un angle AED de 120° (du côté de B) - le triangle AED est isocèle en E
---	---

Eric / Sarah PEA.

7

165.S :et après, rectangle en A, rectangle en A, tracer un triangle AED de 120 degrés 166.E :quoi ? 167.S :AED de 120 degrés, ah mais attends si ils sont cons ils peuvent le tracer comme ça leur triangle hein 168.E :ouais 169.S :120 degrés, du côté de B [à l'observatrice] on peut utiliser les mots droite gauche, oh, on peut utiliser les mots droite gauche, en haut en bas ? 170.O :oui oui, je veux juste pas de dessin, c'est tout ce que je vous donne comme consigne 171.S :pas de dessin 172.O :c'est votre brouillon 173.S :ouais, il est beau hein ? 174.E :à l'encre sympathique ou sinon on fait le dessin, t'as du citron ? 175.S :pourquoi sympathique ? 176.E :tu connais pas ? tu mets du citron tu fais ton dessin au citron, alors euh, voilà 177.S :et ça fait quoi quand tu fais ton dessin au citron 178.E :tu mets une flamme au dessous ça te fait un dessin 179.S :tu mets, une flamme au dessous ? 180.E :ouais, je te montrerais ouais 181.S :ah c'est choucard faut essayer [choucard = supet] 182./ 183.E :là t'as un angle de 30 degrés 184.S :c'est trente degrés ! Voilà, on va bien le positionner, ah, ben . saouille moi pas toi hein, oh, tu te mets là ! et voilà [elle manipule dans Cabri] ici, c'est bon, t'as tout compris ? 185.E :euh 186.S :et là tu vas pas comprendre non plus ? 187.E :non 188.S :là ! 189.E :attends trente degrés, t'as deux angles de 30 degrés, ah mais attends 190.S :donc il est isocèle 191.E :eh regarde ! T'as un énorme triangle isocèle ici 192.S :mais c'est ce que je viens d'écrire ! Le triangle AED est isocèle en E, et il fait 120 degrés	Eric / Sarah PEA. 8
---	-----------------------------------

193.E : moi je voyais EAB, et EDC, regarde, EDC aussi	193.O : attends, je vais te donner une feuille de brouillon (elle a pris une feuille de message)
194.S : EDC quoi ?	220.E : ouais
195.E : EDC	221.S : non mais c'est bon
196.S : non allez / alors pour l'instant s'ils sont pas cons, on va faire un truc comme ça, hop, là ça va faire euh, AED, là ça fait 120 degrés, donc ça fait 120 là obligé ça fait trente	222.O : mais non ce sont des feuilles de message ça
197.E : 120 obligé 30, oui, et euh, ils connaissent euh, ici tu crois ?	223.S : eh mais de toute façon j'ai fait un dessin donc c'est pas bon !
198.S : ils connaissent quoi ?	224.O : mais tu la gardes pour quand tu auras un message
199.E : 150, ok 75	225.S : oui mais j'ai fait un triangle derrière
200.S : donc déjà pour l'instant ça va leur donner ça, après il faut qu'ils tracent comme ça ici, c'est ce truc là qui fait chier / c'est pas logique / en fait il faut essayer d'avoir ce point C, comme . . . / attention ! / on n'a pas de cercles / tu sais pas faire un angle de 120 degrés	226.O : oui ben c'est pas malin puisque je t'ai dit que j'allais te donner une feuille de brouillon
201.E : si	227.S : ouais mais c'est pas grave / ah vas-y donc triangle rectangle isocèle, hop, en A
202.S : hein ?	228.E : tracer un angle AED, non c'est un triangle rectangle EAB
203.E : bon, et on n'a pas de récré	229.S : ah mais maintenant faut
204.S : ah! bande de crevards ! Bon, ça me	230.E : déjà E tu vas le placer où déjà ?
205.E : je crois qu'on est pas partis du bon truc parce que	231.S : et ben on dit que E il faut le mettre en haut, et B à droite
206.S : mais si, mais regarde déjà on a ça c'est chouard ça, et là regarde ça va faire 45 ici, et là 45 ici / attends je vais le faire plus grand, laisse moi, s'il te plaît	232.E : et ça on a droit ?
207.E : [il lit] rectangle en A, AED, de 120 degrés, du côté de B	233.S : ouais
208.S : comment on fait pour tracer C ?	234.E : ok
209.E : . . . 120 degrés, qui est du côté B ça veut plus rien dire mais bon / bon alors attends, tu vas voir	235.S : AED de 120 degrés
210.S : qu'est-ce que tu fais ?	236.E : ouais mais il peut tourner dans l'autre sens hein, le gars
211.E : imagine toi donc, on te dit, triangle iso, trace un triangle, ouais, trace un triangle rectangle, imagine toi dans la tête	237.S : mais attends, tu les traces pas comme ça tes triangles rectangles [il s'agit de position sur la feuille]
212.S : triangle rectangle isocèle	238.E : ah si
213.E : triangle	239.S : oh mais on s'en fout, ils le tournent et c'est bon hein ! / Et ben on dit que AB parallèle euh, au bas de l'écran, et EA perpendiculaire à gauche euh
214.S : regarde	240.E : . . . qu'est-ce que tu veux !
215.E : non non non non	241.S : ah non mais vas-y hein, un angle de 120 degrés ça fait ça, 120, et donc là ça doit faire 30 / trente degrés, et là trente degrés, voilà
216.S : donne moi une feuille, regarde, tu vas me dire les choses et je vais essayer de les faire	242.E : voilà
217.E : ouais c'est ça que je voulais dire	243.S : ah j'ai une idée ! 30 plus 75 / 105
218.S : alors triangle rectangle isocèle	244.E : 105
	245.S : ce est pas logique, non non, 105 et euh, 80, 180 moins 105, 95, non, 75
	246.E : non mais je vois pas
	247.S : regarde, ça fait, voilà, 105, 180 moins

Eric / Sarah PE4.

9

219.O : attends, je vais te donner une feuille de brouillon (elle a pris une feuille de message)	219.O : attends, je vais te donner une feuille de brouillon (elle a pris une feuille de message)
220.E : ouais	220.E : ouais
221.S : non mais c'est bon	221.S : non mais c'est bon
222.O : mais non ce sont des feuilles de message ça	222.O : mais non ce sont des feuilles de message ça
223.S : eh mais de toute façon j'ai fait un dessin donc c'est pas bon !	223.S : eh mais de toute façon j'ai fait un dessin donc c'est pas bon !
224.O : mais tu la gardes pour quand tu auras un message	224.O : mais tu la gardes pour quand tu auras un message
225.S : oui mais j'ai fait un triangle derrière	225.S : oui mais j'ai fait un triangle derrière
226.O : oui ben c'est pas malin puisque je t'ai dit que j'allais te donner une feuille de brouillon	226.O : oui ben c'est pas malin puisque je t'ai dit que j'allais te donner une feuille de brouillon
227.S : ouais mais c'est pas grave / ah vas-y donc triangle rectangle isocèle, hop, en A	227.S : ouais mais c'est pas grave / ah vas-y donc triangle rectangle isocèle, hop, en A
228.E : tracer un angle AED, non c'est un triangle rectangle EAB	228.E : tracer un angle AED, non c'est un triangle rectangle EAB
229.S : ah mais maintenant faut	229.S : ah mais maintenant faut
230.E : déjà E tu vas le placer où déjà ?	230.E : déjà E tu vas le placer où déjà ?
231.S : et ben on dit que E il faut le mettre en haut, et B à droite	231.S : et ben on dit que E il faut le mettre en haut, et B à droite
232.E : et ça on a droit ?	232.E : et ça on a droit ?
233.S : ouais	233.S : ouais
234.E : ok	234.E : ok
235.S : AED de 120 degrés	235.S : AED de 120 degrés
236.E : ouais mais il peut tourner dans l'autre sens hein, le gars	236.E : ouais mais il peut tourner dans l'autre sens hein, le gars
237.S : mais attends, tu les traces pas comme ça tes triangles rectangles [il s'agit de position sur la feuille]	237.S : mais attends, tu les traces pas comme ça tes triangles rectangles [il s'agit de position sur la feuille]
238.E : ah si	238.E : ah si
239.S : oh mais on s'en fout, ils le tournent et c'est bon hein ! / Et ben on dit que AB parallèle euh, au bas de l'écran, et EA perpendiculaire à gauche euh	239.S : oh mais on s'en fout, ils le tournent et c'est bon hein ! / Et ben on dit que AB parallèle euh, au bas de l'écran, et EA perpendiculaire à gauche euh
240.E : . . . qu'est-ce que tu veux !	240.E : . . . qu'est-ce que tu veux !
241.S : ah non mais vas-y hein, un angle de 120 degrés ça fait ça, 120, et donc là ça doit faire 30 / trente degrés, et là trente degrés, voilà	241.S : ah non mais vas-y hein, un angle de 120 degrés ça fait ça, 120, et donc là ça doit faire 30 / trente degrés, et là trente degrés, voilà
242.E : voilà	242.E : voilà
243.S : ah j'ai une idée ! 30 plus 75 / 105	243.S : ah j'ai une idée ! 30 plus 75 / 105
244.E : 105	244.E : 105
245.S : ce est pas logique, non non, 105 et euh, 80, 180 moins 105, 95, non, 75	245.S : ce est pas logique, non non, 105 et euh, 80, 180 moins 105, 95, non, 75
246.E : non mais je vois pas	246.E : non mais je vois pas
247.S : regarde, ça fait, voilà, 105, 180 moins	247.S : regarde, ça fait, voilà, 105, 180 moins

Eric / Sarah PE4.

10

297.S : c'est très bien ce que j'ai écrit ! 298.E : non 299.S : là, donc on travaille d'accord ? 300.E : isocèle en A, non mais 301.S : un rectangle isocèle ACB rectangle en A 302.E : ACB mais il est où ton rectangle là, ton truc rectangle ? 303.S : A, ah merde, AEB ! 304.E : ben oui 305.S : j'ai oublié la barre au milieu / y avait un triangle rectangle, un triangle isocèle, rectangle en A / tracer un angle, AED, de 120 degrés, du côté, de B ! 306.E : je vais écrire 307.S : non ! 308.E : tu sais pas écrire ! 309.S : non pourquoi tu veux écrire ? / hein ? 310.E : non alors, non, je peux écrire s'te plaît euh 311.S : sur, EB, avec, CAB, est égal / AB, CD, E, fini, bravo, tchao, tchao 312.E : bon, alors, tracer un triangle rectangle isocèle, parallèle au bas de l'écran [rire] 313.S : ben voilà au moins ils comprennent ! 314.E : tracer un angle AED de 120, 315.S : quoi ? 316.J 317.E : oh madame ! 318.S : on a fini ! [envoi message 1] 319./// [arrivée message 2] 320.E : je ne sais pas tracer un triangle rectangle isocèle 321.S : et ben t'es con hein 322.E : non non mais on se calme là 323. [rites] 324.S : et pourquoi il sait pas faire ça là ? 325.O : vous écrivez pas sur les mêmes feuilles hein 326.S : ah bon ? 327.O : non, vous reprenez une feuille 328.E : il sait pas tracer un triangle rectangle 329.O : ça c'est une feuille récepteur émetteur, vous vous reprenez une autre feuille 330.E : il sait pas tracer un triangle rectangle isocèle, mais c'est euh 331.O : ben vous leur faites une liste d'instructions 332.S : et ben ouais	Message 1, E→R: - tracer un triangle isocèle AEB rectangle en A ([AB] // au bas de l'écran et [AE] // au bord gauche de l'écran) - tracer un angle AED de 120° (du côté de B) - le triangle AED est isocèle en E - tracer C (de manière à ce qu'il soit sur [EB], avec $\widehat{CAB} = 30^\circ$) Tracer le polygone ABCDE Finis Bravo Tchao Message 2, R→E: Je ne sais pas tracer un triangle rectangle isocèle
---	--

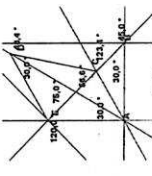
Eric / Sarah PEA

13

333.E : j'ai du mal mais 334.O : tu dis bon ben tu traces ça, puis ça, tu prends ça 335.S : voilà tu fais, angle 336.E : tu fais un angle, tu fais un angle de 90 degrés 337.S : angle, E, A, B, de 90 degrés 338.E : prendre l'angle B à 90 339.S : angle, A, B, E, il faut combien, il faut 60 ? non il faut 30, il faut 60 340.E : ABE ? 341.S : il faut 45 ! 342.E : 45, enfin, euh, ouais 343.S : angle, AEB 344.E : moi j'aurais expliqué autrement mais bon 345.S : . . . jusqu'à présent 346.E : je sais pas me servir d'un ordinateur, euh [rire] 347.S : c'est quoi un triangle ! [rire] 348.E : c'est quoi un triangle ! [rire] 349.O : tu me rends tout [envoi message 3] 350./// 351.E : c'est quelle seconde à côté ? 352.O : c'est pas le même lycée 353.E : ah c'est pas 354.S : ah c'est un autre lycée ? 355.O : oui, vous ne les connaissez pas 356.E : on peut les voir ? 357.O : non 358.E : c'est tourné manège tu sais ! 359.O : je ne vois pas l'intérêt, penchez vous plutôt sur votre figure / vous en êtes où vous, vous rédigez ou vous attendez une réponse ? 360.S : on attend une réponse 361./// [arrivée message 4] 362.E : j'ai tracé le triangle, le triangle AEB, comment je, isocèle en E, et ben, tu lui dis que, à partir de 363.S : attends, comment je fais pour tracer le triangle A, E, D 364.E : et ben tu dis que 365.S : isocèle en E, j'ai pas de cercle et pas de compas, et alors qu'est-ce je m'en fous de ta vie [rire] 366.E : et ben, mais il est con ou, il faut tracer deux droites qui sont, égales, deux droites égales à partir de E	Message 3, E→R: Angle EAB 90°, angle ABE 45° angle AEB 45° Message 4, R→E: J'ai tracé le triangle AEB et l'angle AED de 120° Comment je fais pour tracer le triangle AED isocèle en E ? J'ai pas de cercle et pas de compas.
--	---

Eric / Sarah PEA

14

367.S : et ben, euh, ouais c'est vrai comment il fait ? AEB, et l'angle AED de 120, comment je fais pour tracer le triangle AED isocèle en E 368.F : [Florent, E1] il sait pas construire un triangle isocèle 369.E : mais moi il sait pas ce que c'est qu'un triangle ! [rire] il sait pas ce que c'est qu'un ordinateur 370.S : et ben comment il fait, et ben euh, il euh 371.E : c'est quel lycée ? 372.S : quel lycée 373.E : quel lycée, quel âge 374.S : ben alors vas-y 375.E : ben alors, attends, alors qu'est-ce qu'il a dit lui, donc j'ai tracé 376.S : il a tracé AED et l'angle de 120 377.E : AEB ? 378.S : AEB, et un angle de 120, et il sait pas tracer ça, il, il sait pas mettre D 379.E : et ben tu lui dis qu'il fait AE, il fait la même chose que, il fait, une droite égale à AE, avec un angle à partir de E de 120 degrés 380.S : et comment il fait la droite égale à AE ? 381.F : 382.E : mmh, à la droite l'intersection 383.S : et ben, il, regarde, il fait droite perpendiculaire 384.E : non ! 385.S : mais si, il fait droite perpendi, ouais c'est ça, perpendiculaire euh / oh attends, droite perpendiculaire, droite / oh mais je t'ai pas demandé de faire ça toi ! 386.E : impressionnant ! 387.S : droite / ouais on dit qu'on sait pas hein, qu'il a qu'à se démerder, que c'est pas notre problème 388.F : [changement de face] 389.S : par ce point 390.F : [ils discutent] 391.S : bon allez, fait peut-être que tu répondes Eric 392.E : je ne sais pas tracer le triangle isocèle, ah il est fort, isocèle avec un s ! [cf. message2] 393.S : oh je sais pas moi comment il fait, il se	 Fig. 8 [droite perpendiculaire à EB en E]
---	--

Eric / Sarah PE4.

15

démontre hein, oh vas-y toi trouve un truc ! 394.E : comment je fais pour tracer un, euh, triangle, alors j'ai tracé, alors, et ben on va retracer, regarde, ça va être tout con, tracer un triangle AEB, oh mais je suis même pas faire euh ce qu'on a dit / tracer un triangle, euh, qu'est-ce qu'on lui a dit, tracer un triangle rectangle isocèle en AEB, un triangle rectangle 395.S : et ben il fait de manière à ce que, à ce que les triangles ils, à ce que les angles ils fassent 30 degrés / [elle rédige, message 5] de manière, à ce, que, les deux, angles, fassent, trente degrés ! Emetteurs récepteurs patati patata, hop, hop, hop, hop, fassent 40, euh 45, 45 ou 30 ? [fort, destiné à l'observatrice] oh, c'est bon ! 396.III : <u>Larré de la cassette par les dièzes, passage au message 10, il manque environ une demi-heure!</u>	Message 5. E-R : De manière à ce que les deux angles fassent 30° Message 6. R-JE : D'accord, mais j'ai pas le point D, j'ai juste la droite qui fait l'angle de 120° en E avec AE. Message 7. E-R : Trace un angle EAD de 30°. La on se coupe [AD] et [ED] c'est D. Message 8. R-JE : D'accord, j'ai tracé D. Mais je ne sais pas comment tracer C. Message 9. E-R : Tu traces un angle ACB de 30°. C est sur [EB] Message 10. E-R : Pour tracer ACB de 30°, j'ai besoin de C. Sinon, comment je peux faire ?
397.S : oh non pas lui ma parole franchement il veut des cliques hein, pour tracer ACB de 30 degrés j'ai besoin de C, oh mais tu veux des baffes [cf. message 10] 398.E : on peut avoir des feuilles de message ? 399.S : oui des feuilles de message, ce serait cool 400.E : on peut avoir des messages, des feuilles 401.S : et il a fait comment, pour EAD dis lui 402.E : merci / pour tracer ACB de 30 degrés 403.S : t'as fait, comment, pour euh, EAD de, 30 degrés, crétin [cf. message 11] 404.E : madame ! 405.S : madame ! 406.III :	Message 11. E-R : T'as fait comment pour EAD de 30° ? Message 12. E-R : Pour EAD j'invits le sommet de l'angle mais pour ACB j'ai pas C. Message 13. E-R : Erreur de tous Angle CAB = 30°.

Eric / Sarah PE4.

16

407 S : oh non mais là putain il me saoule
408 E : pour EAD j'avais le sommet de l'angle
[cf. message 12]
409 S : pour E, pour EAD j'avais le sommet
de l'angle, pour ACD j'ai pas C, oh, oh oh
oh, erreur, erreur, de nous, angle AB, CAB
égal 30 degrés, tiens ! [message 13]
410 ///
411 E : ça sonne !
412 S : c'est vrai ?

ELODIE ~ STEPHANIE

PROTOCOLE PE6 (EMETTEURS 6)

E : Elodie
S : Stéphanie
O : Observatrice

Notations :

... : inaudible

/// : marque approximativement le temps écoulé

[] : commentaires

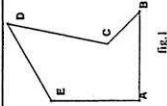
Elodie / Stéphanie PE6.

1

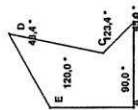
1. O : vous oubliez le micro, hein, il ne faut pas trop s'en occuper
2. S : viens on fait des petits bruits
3. [fries]
4. S : ça enregistre en plus !
5. O : (à tous) je vous rappelle que c'est une figure donc spéciale, je vous l'ai ouverte, les menus sont modifiés, d'accord ?
6. E : et on doit faire ça, on doit, on doit leur monter
7. S : j'sais pas
8. O : vous vous rappelez qu'on a fait un TP sur la construction des angles, j'ai rajouté dans ce menu un item angle de 60, parce que comme il n'y a pas les cercles, on avait vu tous ensemble, enfin, avec Monsieur xxxxxx, qu'il fallait les cercles pour construire un angle de 60, donc je l'ai rajouté. J'aimerais que vous commenciez la séance par donner vos prévisions dans le micro, comme ça quand je vais écouter les enregistrements je sais repérer les voix. D'accord ?
9. E : Elodie / vas-y, mais allez !
- 10.S : Stéphanie
- 11.[fries]
- 12.E : j'appelles la dernière fois j'ai su faire que dalle, non, rien du tout / faut pas que on parle d'autre chose alors
- 13.O : c'est bon, il y a des questions ou vous commencez ?
- 14.S : et ben, allez
- 15.E : attends, on redit parce qu'elle a rien du comprendre
- 16.S : ben vas-y redis
- 17.[fries]
- 18.S : alors moi c'est Stéphanie
- 19.E : et moi c'est Elodie
- 20.S : bon allez il faut faire quoi déjà ? / alors nous faut qu'on dise euh, comment faut faire le truc ?
- 21.E : ouais t'sais la dernière fois c'est nous qui avons fait euh
- 22.S : ouais, alors alors
- 23.E : ben tiens tu veux pas euh, hein
- 24.S : déjà on va calculer les angles non ?

Elodie / Stéphanie PE6.

2

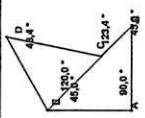


25.E : ben là on peut faire un, un rectangle non ? et puis euh
 26.S : mais attends, on mesure les angles déjà non ? merde ! comme ça au moins on sait les angles.
 27.E : ben si tu veux / on a tous les mêmes machines ?
 28.S : j'sais pas.
 29.E : ah mais en fait regarde, tu fais, comme ça, y'a deux triangles là, t'as un triangle rectangle, et là c'est un triangle quoi ? par exemple, tu peux pas faire une droite là ?
 30.S : attends, merde merde merde
 31.E : hum
 32.O : [à tous] je vous rappelle le principe, comme la dernière fois c'est que vos messages ils doivent avoir aucun dessin, bien sûr, et les récepteurs d'une part ils n'ont jamais vu la figure, et d'autre part eux, dans leur menu il n'y a pas les mesures d'angles, il faut en tenir compte
 33.S : ah y'a pas mesure d'angle dans leur menu
 34.E : ben nous c'est pas la peine alors de faire
 35.S : si parce pour qu'on sache t'sais
 36.E : ben déjà là y'a 90° donc là on pourrait faire un triangle, et on dit après euh, euh
 37.S : alors attends, on va dire qu'il faut faire un rectangle
 38.E : et non plus simplement on fait un triangle rectangle comme ça, simplement, et puis après on raccroche un triangle
 39.S : ouais un triangle rectangle isocèle aussi, eh eh, parce qu'il fait 45° celui là
 40.E : et là t'as mesuré les, la longueur là
 41.S : mmh
 42.E : oui ?
 43.S : mmh
 44.E : oui ?
 45.S : non la longueur j'ai pas mesuré, mais on peut pas mesurer les longueurs, non on peut pas mesurer la longueur
 46.E : ouais
 47.S : mesure d'angle c'est tout
 48.E : ouais, et ben déjà y'a 90 et 45, là aussi donc après si tu fais, si tu traces
 49.S : ouais donc ça va être obligé euh, attends on va tracer on va faire un truc, un

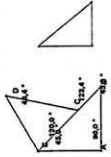


[mesures des angles EDC, AED, DCB, EAB et CBA]

segment, pour voir, comme ça après on va mesurer l'angle, on va mesurer
 50.E : ouais, mesure d'angle
 51.S : normalement il devrait faire 45
 52.E : si t'as, ouais / ouais
 53.S : 45
 54.E : et ben ouais donc on fait un triangle rectangle isocèle
 55.S : ouais mais alors comment on fait pour tracer un triangle rectangle isocèle aussi, faut qu'ils sachent le tracer hein, parce que mon rectangle euh
 56.E : et euh, ils ont pas de cercle ?
 57.S : droite perpendiculaire
 58.E : ils ont le trac 60 degrés non ?
 59.S : ouais. Ils ont droite perpendiculaire donc déjà ils peuvent faire droite perpendiculaire, t'sais, et après euh
 60.E : ben alors attends déjà, bon d'abord alors
 61.S : y'a pas de cercle, ah, symétrie axiale, non, ça fait pas
 62.E : déjà, euh, construction d'un, d'un triangle rectangle, deux points, non ?
 63.S : c'est quoi ça
 64.E : c'est un brouillon, c'est un brouillon
 65.S : ouais, ouais, ben enlève ça alors
 66.E : on mettra à la fin ?
 67.S : ouais
 68.E : alors construction, ah mais on doit pas dire ce qu'on doit faire non ?
 69.S : si si !
 70.E : si ? construction, d'un, triangle (elle rédige au brouillon)
 71.S : rectangle
 72.E : rectangle, isocèle, alors
 73.S : mais isocèle comment ça fait leur dire comment on calcule, comment le construire
 74.E : ouais ben alors
 75.S : alors, tracer deux droites perpendiculaires mais après pour isocèle je sais pas comment on peut faire hein
 76./
 77.E : mais, ils ont pas de cercle ?
 78.S : non
 79.E : tout ça là c'est ce qu'ils ont eux ?
 80.S : ouais sauf qu'ils ont pas mesure d'angle. Mais ça on s'en fout...
 segment EB et mesure de l'angle AEB]



[segment EB et mesure de l'angle AEB]

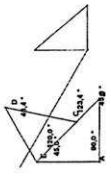
81.E : ouais / euh, triangle c'est, j'sais pas ouais comment il faut faire 82.S : ah si si tu fais euh 83.E : triangle, rectangle, euh, ça là c'est quoi, attends, ça là, c'est quoi, triangle, c'est quoi ça triangle 84.S : vas-y fais 85.E : et ben t'sais quoi ils font un, un truc perpendiculaire et après ils marquent triangle / et faudrait qu'ils euh 86.S : ouais mais ils peuvent pas avoir, pile, poi, non je sais ! Ils font un grand carré, ils font un grand carré, ouais mais ils peuvent pas eux, ils savent pas combien, ah si ils font deux droites perpendiculaires, après une droite perpendiculaire à celle là et . . . un carré, et après ils prennent la bissectrice, est-ce qu'il y a la bissectrice ? la bissectrice de l'angle 87.E : pas la bissectrice 88.S : non, la bissectrice de l'angle, là comme ça, après ça donne euh, après ils effacent le reste 89.E : de quel angle ? 90.S : ben diagonale ! La bissectrice, ou la diagonale du carré c'est la même chose 91.E : ouais la bissectrice oui 92.S : parce que normalement c'est la bissectrice, fais voir, va là dedans pour voir s'il y a la bissectrice 93.E : ouais 94.S : ouais, alors attends, euh, triangle, attends attends, tu fais, on fait un carré 95.E : oui un carré, mais comment ils vont faire le carré aussi, pour savoir euh 96.S : ben alors euh tracer, euh, construire euh, alors 97.E : oui mais comment ils font le carré parce que je veux dire ils ont pas les longueurs 98.S : ben tu sais tu fais deux droites perpendiculaires, après une droite perpendiculaire à ça, puis une droite perpendiculaire à ça, 99.E : oui mais comment tu sais les longueurs parce que des fois ça peut faire un rectangle les perpendiculaires 100.S : ah oui, euh	 fig.4 [construction d'un triangle, les sommets sont trois points noirs]
---	--

Elodie / Stéphanie PFS.

5

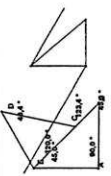
101.E : il faut que les, que les longueurs elles soient identiques 102.S : ouais 103.E : et en fait euh, sans cercle on peut pas 104.S : c'est trop dur 105.E : euh 106.S : ah ! et si, là il y a symétrie axiale, par rapport à un axe 107.E : oui mais déjà faudrait déjà qu'il y ait, qu'il y ait au moins deux angles, euh, égaux 108.S : mmh 109.E : symétrie centrale 110.S : autrement t'sais si ils tracent euh, j'sais pas hein, t'sais si ils tracent comme ça, deux droites comme ça, perpendiculaires 111.E : droite perpendiculaire 112.S : et après 113.E : ouais mais il faut qu'elles aient la même longueur aussi 114.S : non on s'en fout, deux droites perpendiculaire n'importe comment, et après euh, ils prennent un point là 115.E : ouais 116.S : ils mettent symétrie axiale, donc ça te le met de l'autre côté après 117.E : ouais 118.S : après ils, euh, ah ouais mais par rapport à ce point on, ils pourront pas faire 119.E : et ben après on fait symétrie axiale de l'autre côté et après on relie parce que ce sera pareil, ah ouais mais, ils seront pas les mêmes longueurs 120.S : ouais, oh c'est trop chiant ! 121.E : euh 122.J : oh c'est une macro voire machin [Jordan, groupe 2, qui s'adresse à l'observatrice] 123.S : et on peut en prendre d'autres des macros non ? Ah ouais on peut si ça se trouve on peut en valider une autre de macro 124.E : hein ? 125.S : si, valider une macro 126.E : attends / elle a dit quoi ? 127.S : j'sais pas 128.E : et puis après comment on va faire	Elodie / Stéphanie PFS.
---	--------------------------------

6

celui là pour le, parce que en plus ils sont pas égaux 129.S : ouais. Et puis surtout que le pire il n'y a pas de rond, normalement on aurait déjà tracé, on aurait déjà mis le triangle 130.E : ouais mais c'est trop facile aussi, bon alors, réfléchissons 131.S : mm, déjà on peut peut-être tracer l'angle de 120 degrés là 132.E : mais comment ? On n'a pas de, ils ont pas les trucs de mesure d'angle 133.S : oui, comment on fait pour tracer un angle de 120 déjà, il faut un cercle, obligé, ah non on a un angle de 60 134.E : ah ouais si c'est, ouais, cent, ouais, ben déjà on pourrait faire, ouais c'est ... 135.S : attends fais voir fais voir l'angle de 60 c'est comment déjà ? 136.E : il est où ? C'est 137.S : là je crois 138.E : là, ouais, merde, là 139.S : comment ... 140.E : et ben on fait une droite normalement 141.S : non essaye de faire comme ça là, fais des points et pour voir, fais trois points pour voir 142.E : hein ? attends / ouh là ! 143.S : ouais ça te le trace comme ça en fait 144.E : ouais ça fait ça, en fait on aurait dû le faire de l'autre côté mais bon c'est pas grave 145.S : et après t'en fais un de l'autre côté donc ça te fait un angle de 120 après obligé. 146.E : ah ben oui / ouais mais quel côté ? 147.S : non non, non tu la fais, comme ça, hein, ça va pas, efface 148.E : non, attends, euh, comment ? 149.S : va dans 60, ben tu pointes celui là et celui là et celui là 150.E : ben c'est ce que j'ai fait tout à l'heure et ça a donné ça. 151.S : celui là, non pas celui là, pas celui là / non fallait pas pointer celui là, va remettre dans la case, reva dans 60, attends fais voir 152.E : non parce que si tu fais celui là c'est ce que j'ai fait, il marche pas déjà, ah si,	 fig. 5
---	---

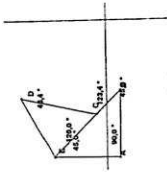
Elodie / Stéphanie PÉ6.

7

ouais mais tu vois il s'arrête, oh là, je comprends rien 153.S : là l'angle de 60 il est comme ça là, et nous on le veut comme ça là 154.E : oui il est dans l'autre sens en fait 155.S : oui 156.E : ouais alors, ça nous emmène dans un, bordel 157.S : c'est tout le bordel là / c'est trop dur 158.E : hein ? 159.S : on n'a encore rien marqué ! 160.E : t'ain ouais hein 161.S : on s'en fout c'est qu'un jeu 162.E : alors attends oui mais bon quand même, mais on a deux trucs de 60 on pourrait faire, et la moitié de 60 c'est quoi ? 163.S : euh, ben la moitié de 60 c'est, euh, ben c'est trente, t'es comme ! 164.E : ah oui j'suis comme ! 165.S : la moitié de 60 c'est trente 166.E : non mais alors euh / t'as regardé combien il faisait celui là ? 167.S : ouais, 123, ah non, j'ai regardé, celui là, je sais plus lequel que j'ai regardé 168.E : déjà faudrait réussir à trouver ce triangle, rectangle 169.S : ouais, autrement viens on essaye de commencer par autre chose, parce que là, et si on fait un rectangle comme ça là 170.E : faudrait 171.S : t'sais, un rectangle comme ça, mais un rectangle c'est pareil on va pas pouvoir faire 172.E : mais il faut des longueurs aussi, euh, déjà on pourrait faire deux droites perpendiculaires, après euh, après à partir de c'te droite perpendiculaire on fait un truc de 120, de 60 et de 60 173.S : ouais, on prend n'importe quelle longueur, pour l'instant 174.E : ouais. Après ça nous donne, euh, non. Humm 175.S : euh, oui 176.E : on va y arriver 177.S : alors attends, euh, oui, donc c'est comme ça 178.E : tu me fais un truc, euh, attends 179.S : symétrie axiale et symétrie centrale,	 fig. 7
---	---

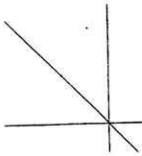
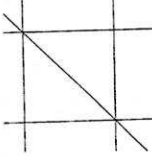
Elodie / Stéphanie PÉ6.

8

ça doit 180.E : y'a euh, milieu, on peut pas faire euh, droite parallèle 181.S : milieu, c'est quoi ça lieu 182.E : attends c'est quoi ça 183.S : c'est valider une macro mais euh 184.E : mesure d'angle on l'a pas, symétrie axiale 185.S : les triangle euh 186.E : ah oui, non 187.S : de quoi, tu voulais dire quoi 188.E : non, non non / 'ain, ça m'énervé ! 189.S : bon alors attends, si on essaye de tracer, tracer deux droites perpendiculaires 190.E : d'accord ! 191.[rises] 192.S : ... déjà en tracer une ! 193.E : ça y est 194.S : non c'était là ! 195.E : ouais c'était là 196.S : ouais attends t'sais si on en trace déjà une 197.E : mais tu fais quoi ? 198.S : mais non ! 199.E : ouais mais vas-y, d't'façon 200.S : ouais / donc voilà déjà on a une droite perpendiculaire, après, ah ouais t'as pas vu le petit truc comment c'était déjà, attends ça faisait ah ouais c'était avec control, ah ouais c'est excellent ! / j'te jure ça fait la petite main regarde, t'as vu c'est excellent ! 201.E : ouais 202.S : bon alors attends, droite perpendiculaire, après on essaye de tracer un angle de 120, par exemple par là 203.E : ouais mais il faudrait la longueur là aussi / est-ce que c'te longueur là c'est pareil que celle ci ? 204.S : j'sais pas, on peut pas savoir hein, parce qu'on n'a pas le truc 205.E : et les macros on peut pas se servir des macros, vas-y fais voir mets le, va dans macro, on peut pas faire euh 206.S : c'est quoi la macro ? ah vas-y, attends ! 207.E : ben faudrait lui demander 208.S : mais, ça veut pas marcher !	 fig.8
--	--

Elodie / Stéphanie PFS.

9

209.E : ils ont déjà fini les autres, oh non dieu nous on n'a même pas commencé! 210.S : c'est qui est là au fait, à côté ? Ca marche pas valider une macro, parce qu'il faut, faut qu'on aille en trouver une comme ça mais c'est pas vrai, c'est tout con on n'arrive pas à faire un carré, c'est pas compliqué normalement ! 212.S : mmh 213.E : et c'est pas obligé que ce soit forcément de la même taille, si c'est un carré euh, ah ouais mais il est rectangle 214.S : mais voir par rapport à la symétrie axiale et tout le bordel là / symétrie / attends, j'ai une idée je vais essayer, on va voir si ça va, ça fait, si on met une bissectrice 215.E : par rapport à quoi 216.S : par là, tu vois 217.E : ouais mais, ouais 218.S : et après on prend la symétrie euh, centrale, symétrie de ce point, ah non ça nous le fait là, ouh là 219.E : non mais tu le fais euh 220.S : ouais faudrait que ce soit comme ça / ah ! et ben, quand on fait comme ça c'est obligé que ce soient les mêmes longueurs ça nous fait un rectangle là, obligé 221.E : ouais 222.S : un rectangle déjà 223.E : vas-y, fais 224.S : attends / euh 225.E : là, symétrie euh 226.S : non, un segment, on prend un segment là 227.E : droite parallèle, droite parallèle, droite parallèle, carrément ! 228.S : ah oui ! droite parallèle 229.E : ce sera carrément plus simple, voilà 230.S : par ce point 231.E : parallèle à, cette droite 232.S : cette droite 233.E : voilà, hop, et après là 234.S : .. 235.E : ouais et alors, quel objet 236.S : parallèle à, ah non, parallèle à, cette droite, donc là on a, pas obligé on n'a pas spécialement un carré mais on a	 fig.9 pour plus de clarté je ne présente ici que la partie de la figure sur laquelle les élèves travaillent : le polygone est en fait toujours présent, cf. fig. précédente [construction de la bissectrice de l'angle droit, puis de la symétrie centrale d'un point de la droite « verticale » par rapport à un point de cette bissectrice]  fig.10 idem [deux droites parallèles, la deuxième est construite pour passer par l'intersection de la première avec la bissectrice]
---	---

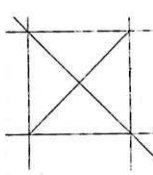
Elodie / Stéphanie PFS.

10

237.E : on a, ouais, on a un rectangle, mais bon, t'es sûr ? 238.S : ouais 239.E : attends tends, t'as fait comment déjà alors ? 240.S : hum, droite perpendiculaire 241.E : mmh, tracer deux, droites, perpendiculaires [elle écrit, cf. brouillon], ensuite, euh, symétrie, après, euh, tracer la bissectrice de ce, de ce 242.S : de l'angle 243.E : de son angle 244.S : bissectrice de l'angle 245.E : euh 246.S : ensuite euh, parallèle à, euh, prendre un point, prendre un point sur la droite et tracer la parallèle à, parallèle à, euh, prendre un point sur une, ouais voilà on fait pas attention de la bissectrice 247.E : un point, un point par rapp. sur euh sur une perpendiculaire, euh, sur une des droites perpendiculaires 248.S : mmh 249.E : prendre, prendre, un point, sur une, des droites [elle écrit] 250.S : euh sauf la bissectrice, pas sur la bissectrice, là 251.E : pas sur, là, bissectrice 252.S : mm, après, tracer la parallèle euh, par ce point, à l'autre droite, par ce point, à l'autre droite, c'est ça non ? 253.E : attends, . . . on a pris ce point là, on a tracé la perpendiculaire par ce point et par celui de, non et par la droite euh, tracer la parallèle par ce point 254.S : autrement tracer la tracer perpendiculaire par ce point, à la droite, on dit, c'est la même chose. 255.E : oui. Tracer la perpendiculaire 256.S : par ce point, à l'autre droite 257.E : la perpendiculaire par ce point, de ce point non ? 258.S : euh, par ce point euh 259.E : par ce point, à l'autre droite ? 260.S : non pas à l'autre droite, à la droite, tracer la perpendiculaire par ce point à la droite 261.E : à la droite, quelle droite ? 262.S : ben celle là, la droite où on a mis le	
---	--

Elodie / Stéphanie PE6.

11

point quoi, prendre un point sur une des droites et tracer la perpendiculaire, par ce point, et tracer la perpendiculaire par ce point, voilà ouais. Non ? 263.E : ouais, ouais ouais, je sais pas si ils vont bien comprendre mais enfin bon, ouais. 264.S : d't'façon on sait pas si ça va marcher / oh, ça me saoule, et donc après 265.E : euh, mmh 266.S : on trace là, segment là encore 267.E : ouais mais là ça montre pas que c'est un carré, si ? 268.S : non, ouais c'est là ouais on sait pas si c'est un carré 269.E : ils risquent d'attendre encore un moment les autres à côté hein, ouh là ! 270.S : milieu, ah, si on essaie de tracer le milieu pour voir si c'est un carré, le milieu de ce segment, oh, en fait c'est pile un carré en plus ! 271.E : ouais 272.S : on a eu de la chance 273.E : et ben si ça se trouve c'est fait exprès, si ça se trouve euh, c'est obligatoire non ? 274.S : j'sais pas / bon c'est un carré déjà mais comment on fait pour tracer, attends 275.E : oh mais on n'a pas su, si ça se trouve c'est 276.S : ouais ça s'est fait comme ça en fait, on a eu de la chance 277.E : et après, bon on continue hein 278.S : on leur explique on leur envoie le truc et puis il nous font pas chier ! 279.E : attends la perpendiculaire à ce point, donc après ça fait qu'ils ont ça, et ça ils l'ont fait là ? 280.S : oui oui, non mais attends, on fera après, on 281.E : non parce qu'on a fait ça ça, et on leur a dit ça et ça mais on leur a pas dit ça 282.S : mmh 283.E : et euh, ouais 284.S : en fait on est comme c'est obligé que ça fasse un carré 285.E : pourquoi ? 286.S : parce qu'on prend ça, on prend là comme ça	fig. 11 idem [segment, puis milieu de ce segment] 
--	--

Elodie / Stéphanie PE6.

12

287.E :mmm 288.S :donc après on machine, hop sur la machine, donc déjà celui, ces deux là ils sont déjà ils sont pareils 289.E :ah oui mais faut dire, il faut dire sur cette droite, sur la bissectrice aussi 290.S :mmm 291.E :alors attends, la perpendiculaire par ce point, passant par euh 292.S :non passant par, d'l'façon elle va couper la bissectrice, elle va la couper la bissectrice, et après on met euh 293.E :... point de la bissectrice / euh, l'intersection, l'intersection entre, euh, la bissectrice et euh, la perpendiculaire 294.S :ouais, ouais vas-y 295.E :alors, prendre, l'intersection, euh [elle écrit, toujours au brouillon] 296.S :entre la bissectrice et la perpendiculaire, de la bissectrice et de la perpendiculaire 297.E :de la bissectrice 298.S :et la perpendiculaire 299.E :et la perpendiculaire 300.S :après euh 301.E :et, et tracer la parallèle à, à l'autre perpendiculaire, oh là là ça va être compliqué, faudrait donner des noms 302.S :alors, prendre l'intersection de la bissectrice 303.E :il faudrait peut-être mettre deux droites euh, a, b, tracer deux droites perpendiculaires, ça serait plus simple hein, a et b, bissectrice de l'angle, prendre un point, prendre un point sur la droite ab 304.S :a 305.E :sur la droite a, perpendiculaire, ouais, tracer, un, perpendiculaire par ce point a, prendre l'intersection de la bissectrice 306.S :non c'est pas le point a ça hein 307.E :le point, euh, b on va l'appeler, prendre un point 308.S :... parce que là c'est le bordel 309.E :ouais 310.S :prendre l'intersection de la bissectrice et de la perpendiculaire, et, euh, tracer là, et tracer la parallèle à, à la droite a 311.E :ouais, et tracer, la quoi ? 312.S :la parallèle	
--	--

Elodie / Stéphanie PE6.

13

313.E :la parallèle, à la droite a 314.S :ouais 315.E :déjà là 316.S :on a un carré là 317.E :c'est bon ? 318.S :ouais, on a un carré. On a un carré, après on leur dit de tracer euh, après il faut euh 319.E :bon maintenant faut attaquer ça là 320.S :attends mais on n'a pas, faut qu'on trace ça 321.E :pourquoi faut qu'on trace ça, ça y est on l'a tracé 322.S :ou faut, on leur a pas dit à eux de tracer ça 323.E :si, et ben de toute façon on a celui là, ouais ben tracer la deuxième diagonale du carré 324.S :ouais tracer la deuxième diagonale du carré, ah non c'est même pas la peine ouais on a celui là 325.E :ouais mais même de toute façon c'est c'te triangle là 326.S :ouais, ouais 327.E :la deuxième [elle écrit] 328.S :diagonale du carré 329.E :j'écris trop mal ! Euh, on obtient un triangle EAB, un triangle rectangle EAB 330.S :mmm / triangle rectangle EAB 331.E :alors après 332.S :on leur dit de tracer l'angle de 120 333.E :perpendiculaire euh, non, triangle 334.S :ouais mais c'est bon c'est bon 335.E :ouais c'est bon 336.S :alors après euh, perpendiculaire euh ouais, euh, rectangle en A 337.E :et après tracer un triangle de 120, un angle de 120 338.S :rectangle en A, marque 339.E :mais non mais ça se voit parce que j'ai fait ça [elle a mis un chapiteau au nom du triangle EAB, cf. brouillon] 340.S :ah ouais 341.E :tracer euh, un angle de 120 degrés, après ils se démontrent pour faire 60 342.S :ouais, alors tracer un angle de 120 343.E :alors en, en E 344.S :ouais, tracer un angle de 120 degrés 345.E :en E, euh, ils y arriveront à le faire ?	
---	--

Elodie / Stéphanie PE6.

14

346.S : viens on écrit tout de suite sur le truc parce que sinon ça va être la merde hein
 347.E : ouais mais alors faut faire euh, toute la machine
 348.S : ouais attends, on écrit après
 349.E : faut savoir !
 350.S : tracer un angle de 120 degrés en E, euh, en, en utilisant les angles de 60, l'angle de 60
 351.E : et mais comment ils vont faire ?
 352.S : angle de 60 c'est simple après tu prends ça ça, euh, ça trace, et puis après ça, ça et
 353.E : en utilisant, les angles [elle écrit]
 354.S : l'angle, parce que y'en a qu'un hein
 355.E : enfin bon voilà hein
 356.S : angle de 120 degrés en E, ouais [elle relit]
 357.E : ça fait ça fait qu'ils auront ça, ça ça, ils auront ça, ça ça et ça
 358.S : il manque le point C maintenant on fait / le point C, comment on peut dire ça, oh c'est merdique hein / viens on essaye de le tracer déjà l'angle de 120 degrés
 359.E : ouais ben pendant que tu traces je recopies hein
 360.S : ouais tu copies / angle de 60 / je vais, machiner / nommer / ça, point B, point
 361.E : alors alors, euh, prendre un point, euh, attends, tracer deux droites, prendre un point, c
 362.S : mmh / il est comment ce triangle en fait là
 363.E : on n'a pas le droit de faire des dessins ? On n'a pas le droit de faire des dessins.
 364.S : non / pourquoi t'as fait quoi ?
 365.E : j'ai fait ça
 366.S : c'est perpendiculaire ça c'est bon
 367.E : prendre un point e sur la droite, a, j'espère qu'ils vont pas se planter oh !
 Parce que si ça se trouve ils vont faire euh, la droite a ici et la droite b ici
 368.S : oh on verra bien hein ça me saoule
 369.E : sur la droite, hein c'est ça, prendre un point e sur la droite a
 370.S : ouais
 371.E : perpendiculaire à b
 372.S : ça fait débile ça

Brouillon :
 - Tracer deux droites $\perp$ a et b
 - bisser, de l'angle
 - prendre l'p sur une des droites $\perp$ (pas sur la bissectrice)
 - tracer l'intersection de la bissectrice et de la $\perp$ et tracer la // à la droite a
 - on obtient l'angle de 120° en E en utilisant l'angle de 60°

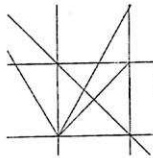


fig. 12
[construction de l'angle de 120° en E]

373.E : on s'en fout
 374.S : ouais
 375.E : euh
 376.S : après prendre l'intersection
 377.E : non tracer
 378.S : ouais
 379.E : non mais vas-y continue, fais ton truc
 380.S : ouais alors attends, euh, ça fait combien, 56, 75, et le dernier il fait combien / 48 virgule 4 ouh !
 381.E : perpendiculaire / par rapport à, b
 382./
 383.S : tracer la perpendiculaire par ce point e par rapport à b [elle relit]
 384.E : par rapport à b, bon
 385.S : ouh que ça m'énerve !
 386.E : tu fais quoi ?
 387.S : ben j'essaye de voir mais
 388.E : prendre l'intersection de la bissectrice / euh, le point faudrait le faire, euh non on s'en fout
 389.S : lequel point ? ... comme on sait pas comment c'est
 390./
 391.E : tracer la, tracer
 392./
 393.E : t'y arrives ?
 394.S : attends j'essaye un truc
 395.E : on peut pas faire, euh, en tiers, c'est pas des tiers ?
 396.S : ça va pas ça
 397./
 398.S : on obtient un triangle rectangle EAB [elle relit] / t'en es où c'est bon ?
 399.E : ouais, j'en suis à là, il faut tracer un angle
 400.S : après c'est chiant !
 401.O : [à tous] je rappelle à tout le monde que quand vous attendez un message il y a le TP parallélisme et orthogonalité que vous avez commencé / vous pouvez continuer à chercher, bien sûr
 402./
 403.E : après comment il faut faire ?
 404.S : de quoi, tracer le point D et le C, je suis pas moi
 405.E : euh, déjà on a fait ça, on a fait ça ça ça et ça maintenant faut faire, ça et ça, et ça, en fait

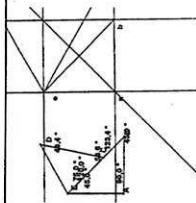
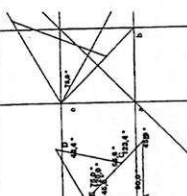
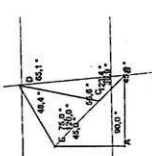


fig. 13
ici tous les objets de la figure sont reproduits [points c, a, b nommés : mesure des angles CED puis ECD; construction du milieu de EB]

406.S :mmmm 407.E :euh, déjà, CB, c'est pas euh, un tiers de ça, hein ? 408.S :ben je sais pas 409.E :ou deux tiers, ah non, t'as euh, ah c'est le milieu déjà, on peut pas savoir ? 410.S :ben non hein 411.E :on peut pas calculer ? 412./. 413.E :j'en ai marre 414.S :... triangle à partir du point ... 415.E : [bas] on leur dit de tracer un triangle n'importe comment on s'en fout 416.[rises] 417.E :non non non y'a pas, là on peut pas faire les angles ? là ça fait combien tu m'as dit, 48 virgule 4, mon dieu ! 418.S :ben oui c'est pour ça que c'est chiant 419.E :ah là là, c'est horrible, et comment on peut faire 48 on peut pas faire. 420.S :ben non, j'sais pas, et virgule 4 421.E :et ben, y'a pas, là ça va pas euh, là c'est pas pile droit ? 422.S :non 423.E :bon, on va trouver autre chose 424.S :mmmm 425.E :ah, j'en ai marre, je vais faire une crise ! 426.S :alors attends, euh / 427.O : [à tous] vous changez bien de feuille à chaque fois que vous écrivez un nouveau message, d'accord / vous écrivez surtout pas sur les messages d'avant 428.S :on n'a toujours pas écrit t'sais ! 429.E :ouais ben nous hein / on peut pas, euh 430.S :on leur dit après de tracer 431.E :y'a, ouais, quoi ? ah mais là regarde, y'a ça et ça ça fait combien, là la droite là ça fait combien, mince 432.S :ah ouais c'est peut-être un triangle euh 433.E :isocèle 434.S :ouais, euh, ... 435.E :attends ben déjà 436.S :trace la droite et après on va calculer l'angle 437.E :attends, où elle est, voilà, droite, euh là, non	 Fig. 14 [construction d'un segment, les extrémités (c et d, pas nommés) sont des points sur objet : mesure de l'angle de 48°]
--	--

Elodie / Stéphanie PFS.

17

438.S :si c'est bon, passant par ce point 439.E :et maintenant, euh 440.S :mesure d'angle, tu fais ça ça ça 441.E :ah, si c'est ça je 442.S :saute au plafond 443.E : [rises] parce que ça fait une heure qu'on cherche 444.S :ch vas-y euh, ah non ça va pas être ça 445.E :c'est pas ça 446.S :mais si c'est bon 447.E :mais non, c'est ça, non c'est pas ça qu'il faut chercher c'est euh, c'est ça, ça, et ça, ah mais tu l'avais déjà regardé 448.S :ah, c'est pas ça, euh là là, ... 449.E :et pourtant ça avait bien l'air d'être un triangle isocèle 450.S :ah c'est le haïne ! / bon alors viens euh, déjà on leur met ça et après ils nous renverront un truc c'est pas grave, on verra bien 451.E :mais ils en sont, ouais mais faut qu'ils tracent ça et ça 452.S :oui, et ben on leur dit de tracer un triangle à partir de là, qui soit pas ... et qui soit plus loin que le milieu 453.E :ouais mais hein 454.S :ouais mais tant pis ce sera 455.[rises] 456.S :et on réfléchit pendant ce temps, déjà on leur envoie notre message 457.E :oui ben alors oui ben vas-y dis-leur comment tu veux faire ça, c'est, c'est, c'est trop vague hein 458.S :tu parles ! [elle prend la feuille de message pour rédiger] / après euh, ah ouais comment on va dire ça 459.E :et oui c'est ça, j'en suis à avoir euh, ça là, maintenant il faut faire, il faut trouver ça, ça et ça, enfin on a fait l'angle mais il faut trouver les longueurs 460.S :tracer, tracer un triangle euh, avec le point E, tracer un triangle 461.E :tracer un angle de 60 degrés en E, donc ça fait qu'ils ont ça, ça et ça, mais là ils savent pas les longueurs, t'sais là ça peut faire une droite là 462.S :mmmm, tracer un triangle euh, avec le point E, et là, et un autre, trouver autre chose, et un point, de la droite EB, tu l'as	 Fig. 15 [droite BD, mesure des angles EBD et EDB]
--	--

Elodie / Stéphanie PFS.

18

mis le, point B là, non tu l'as pas mis 463.E : si j'ai mis le point B 464.S : et un point de la droite [elle écrit] 465.E : mais euh, attends 466.S : mais on verra bien, on leur renverra un truc 467.E : mais oui mais, ils vont pas savoir où le mettre 468.S : mais ils vont déjà tracer ça, ils ont rien tracé encore 469.E : ben si tu veux 470.S : alors attends, euh, tracer, un triangle 471.E : un point B sur la droite E euh, AED 472.S : un triangle E, par, E 473.E : t'as mis quoi ? 474.S : et, par le point E euh, euh, et un autre point de la droite EB 475.E : on va y arriver, on va y arriver 476.S : de la droite EB, et un autre point de la droite EB 477.E : t'as mis quoi, tracer un triangle 478.S : oui 479.E : tracer un triangle par le point E et un autre point 480.S : de la droite EB 481.E : ah mais tu veux mettre celui là, tu veux pas mettre celui là, met celui là 482.S : mais si je vais le mettre, qui se trouve 483.E : et mais faut le mettre avant parce qu'ils ont déjà l'angle 484.S : ça va, autant le faire comme ça, c'est la même chose, ça fait un triangle, qui se trouve euh, après [elle écrit] 485.E : je comprends rien à ce que tu veux faire 486.S : le milieu [elle continue d'écrire] 487.E : ouh là 488.S : de EB, en partant [elle continue d'écrire] 489.E : ils vont rien comprendre 490.S : c'est pas grave, en partant de E, 491.E : faudrait faire euh 492.S : le dernier point, le dernier point, se situe, sur, la droite, E, et voilà 493.E : c'est quoi déjà un polygone ? / ah oui c'est un 494.S : sur la droite E, il faut leur dire euh, après le, sur la droite E après le 495.E : ...	Message L.E.→B: ① Construire un triangle rectangle isocèle : - tracer deux droites L et B - faire la bissectrice de l'angle - prendre un point a sur la droite a (L à b) - tracer la $\perp$ par ce point a par rapport à b - prendre l'intersection de la bissectrice et de la perpendiculaire, puis tracer la D à a - tracer la Z diagonale du carré obtenu - on obtient un triangle rectangle EAB ② Tracer un angle de 120° en E en utilisant les angles de 60° - Tracer un triangle par le pt E et un autre pt de la droite (EB) qui se trouve après le milieu (EB) en partant de E; le dernier pt se situe sur la E
--	---

496.S : on envoie ça on verra bien, message numéro un / hein ? 497.E : ouais 498.S : on essaye de trouver autre chose hein 499.E : alors attends, alors tu t'en est arrêtée où ? 500.S : je leur ai dit qu'il fallait euh 501.E : qu'est ce que c'est que ce truc ? 502.S : clique là / ah regarde c'est un polygone, ah mais regarde, c'est quoi déjà ce truc là ? 503.E : oui mais allez ! 504.S : polygone, on peut peut-être faire quelque chose, je leur ai dit en fait sinon qu'il fallait, qu'ils fassent un triangle, avec euh, ça, en partant du point E, après en prenant un autre point qui est après le milieu de [elle parle d'un triangle ECD] 505.E : et oui mais, ah mais regarde on peut faire euh, c'est pas, euh 506.S : comme ça 507.E : ah on est à deux pas de trouver ça m'énervé 508.S : comme ça, et après, je leur ai dit de machiner un truc, euh, n'importe où, en fait 509.E : sur la droite E t'as mis, non ? 510.S : ouais, et ben c'est déjà ça on a trouvé quelque chose, ben viens on attends qu'ils nous renvoient quelque chose 511.E : oui mais non euh, c'est pas en attendant pour l'instant il faut trouver euh, il faut trouver le point C, le point C et le point D, je vais piquer ma crise je te promets 512.S : c'est quoi ces points de partout là ? 513.E : tu veux pas tout effacer là et euh 514.S : on va cacher, on mettra juste ce qui ... 515.E : ouais mais attends 516.S : ici, cacher cette droite, c'est bon, cacher euh, cette droite, ce point 517.E : euh, on a marqué notre groupe nous ? 518.S : c'est marqué dessus 519.E : bon, déjà c'est pas un triangle euh 520.S : attends je vais retracer les segments comme ça ... 521 / 522.E : et ça c'est un triangle euh, t'avais	Elodie / Stéphanie PE6.
---	--------------------------------

mesuré cet angle là ? et cet angle là ? hein ? 523.S : ben alors celui là il fait 75, celui là il fait 56 et celui là il fait euh 524.E : en gros c'est un triangle quelconque 525.S : ouais voilà [rire] merde je voulais cacher quoi, ça, cette droite, et cette droite, en fait ils vont avoir ça, et après je leur ai dit de tracer un triangle comme ça, après le point, après le milieu déjà, et après, mais c'est pas le milieu faut trouver un, en fait il faut juste trouver un truc ici, pour que ça fasse la droite, et juste un truc là 526.E : mais quoi, mais oui, quoi ? 527. 528.E : on regarde la figure dans tous les sens ! 529.S : ouais. Attends parce que là on voit même plus quel angle c'est là 530. 531.E : voilà, c'est bon 532.S : ah ! polygone 533.E : ah, qu'est-ce tu as fais ! 534.S : non non c'est bon, ouf, j'ai eu peur tiens 535. [rire] 536.E : tu te rends compte ç'aurait été horrible hein ? 537.S : et oui ! Bon alors, bon, alors 538. [rire] 539.E : arrête ils vont finir le machin et nous on sert là 540.S : voilà, alors alors 541.E : allez, je veux trouver ça m'énerve ! / allez, je veux trouver 542.S : ouais ça me saoule ! 543.// 544.E : oh mais ils vont faire ça comment hein 545.S : aux deux tiers, fais voir, essaye de machiner un truc aux deux tiers 546.E : mais on peut pas faire aux deux tiers 547.S : mais non c'est même pas deux tiers 548.E : et ça c'est quoi ? oh, symétrie non ? 549.S : peut-être la symétrie oui 550.// 551.S : ben oui, et ben oui 552.E : non non	
--	--

Elodie / Stéphanie PE6.

21

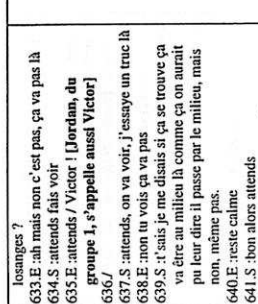
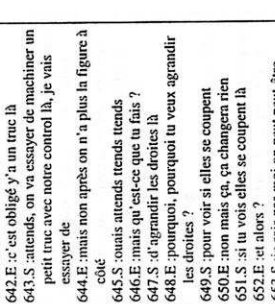
553.S : ben t'ais euh, je vois pas d'ici, il est où 554.E : ben je vois pas 555.S : ben alors 556.E : est-ce que, attends, non / faudrait le découper en petits morceaux ce serait mieux, si ça se trouve, non, ça marcherait pas, bon, euh / ça craint comme je bloque, mais là tu veux dire quoi, Y'a rien à dire 557.S : c'est des angles bizarres là, zarbi 48 virgule 4 qu'est-ce que tu veux dire ! 558.E : et en plus ils ont même pas les angles alors 559.S : en plus 560.E : là, regarde / médiatrice, médiane 561.S : : médiatrice c'est quoi déjà, ah oui, perpendiculaire 562.E : on pourrait peut-être pas faire une médiane 563.S : médiane c'est comment ? 564.E : ah mais oui, non 565.S : non, ça va pas 566.E : on peut pas faire un triangle comme ça et puis après faire euh, c'est pas un milieu ça c'est pas une hauteur c'est, rien du tout en fait 567.S : voilà / bon franchement hein, euh, ça saoule 568.E : attends, ils ont ce point là maintenant, qu'on a fait ça 569.S : mmh 570. [changement de face] 571.E : ouais on en est toujours au même point hein 572.S : attends, fais voir le petit truc là, regarde le petit truc, oh, excellent 573.E : non mais c'est bon, elle est con ! / pour la quatrième instra, instruction, E est déjà sur une perpendiculaire à B car A à B et E est sur A [cf. message 2] 574.S : mmh 575.E : et E est sur A ? alors attends 576.S : pour la quatrième instruction, c'est laquelle la quatrième instruction 577.E : je sais pas du tout, euh, attends j'en ai fait, attends, une deux trois quatre c'est pas ça ? 578.S : ouais E 579.E : non E, attends, on avait déjà mis E	Messsage 2, RseJ: Pour la 4^e instruction, c'est déjà sur une perpendiculaire à b, car a, l, b et c est sur a
--	--

Elodie / Stéphanie PE6.

22

quelque part, ah oui là, oui oui, tracer, non, ah voilà, tracer l'intersection de la, non, c'est pas ça, un point voilà, un point E sur une droite A, E est déjà sur une perpendiculaire à B, mais non, E il est perpendiculaire, ils ont mis E	
580.S : qu'est-ce qu'ils me racontent je comprends rien E est déjà sur une perpendiculaire à B ben oui on sait	
581.E : non je l'ai mis sur A moi, mmm, je comprends rien à ce qu'ils me disent	
582.S : oui, oui E il est sur A, car A est perpendiculaire à B, ben oui, E est sur A, ben oui et alors ?	
583.E : E est sur A, mais là ils disent que E est déjà sur une perpendiculaire à B	
584.S : ben oui, puisque, euh, elle est sur A, et euh, A c'est une perpendiculaire à B	
585.E : oui mais ils l'ont déjà dit sur B, E est déjà sur une perpendiculaire euh, E ils l'ont mis en gros ici par là	
586.S : ah après je sais, parce que eux ils voulaient tracer la perpendiculaire à ce, par ce point A, on va leur mettre que, il faut une autre feuille	
587.E : ah oui mais ils ont inversé, c'est tout simple	
588.S : tracer la perpendiculaire par ce point E par rapport à B	
589.E : normalement on a B ici, c'est la base, et on a euh	
590.S : oui mais toi tu t'étais trompée parce que tu avais dit perpendiculaire à E, passant par E, à B, alors que tu peux pas, c'est euh, perpendiculaire passant par E, à A, c'est ça, j'ette va écrire : en fait, c'est une perpendiculaire, passant, par, E, et perpendiculaire	
591.E : en gros ils en sont là	
592.S : et perpendiculaire à, à quoi ?	
593.E : à A	
594.	
595.S : message, numéro, trois	
596.E : t'es sûr	
597.S : alors en fait c'est une perpendiculaire passant par E et perpendiculaire à A, passant par E et perpendiculaire à A, on s'était trompés	
598.E : je crois pas, mais c'est pas grave !	
Message 3, E=38: Pour la 4^{ème} instruction - en fait c'est une A passant par e est A à u. On s'était trompé.	

599.S : on leur envoie ça, madame, madame !	
600.E : bon alors maintenant on va trouver...	
601.S : si c'est ça, on s'était trompées en fait	
602.E : oui et bon, euh, faut trouver le reste	
603.S : oh ça m'énervé, ça m'énervé ! Je vais perdre patience là !	
604.E : madame, madame	
605.S : mais c'est bon elle va arriver ! / ah, je sais !	
606.E : quoi ?	
607.S : t'as ça là, et euh, non, ça va pas	
608.	
609.E : allez j'en ai marre je veux trouver ! Ils ont que ça en fait alors, non, ils ont la diagonale aussi	
610.S : mmm	
611.E : ... et en fait il faudrait trouver / non je veux trouver aide moi à chercher !	
612.	
613.S : alors, allez	
614.E : je veux vraiment trouver ça m'énervé !	
615. [frères]	
616.S : alors, euh, ça m'énervé	
617.E : oui ben ça on a compris hein, maintenant je veux trouver, je veux trouver / on avait fait un truc sur les angles normalement ça devrait marcher / allez, Stéph euh :-	
618.S : bon alors	
619. [frères]	
620. E : allez !	
621.S : mais y'a rien là, qu'est-ce que tu veux trouver !	
622.E : mais ça !	
623.S : ben oui, je sais mais j'arrive pas	
624.	
625.S : bon allez, on attend qu'ils nous renvoient les instructions	
626.E : ben ouais mais de toute façon il faudrait finir avant que	
627.S : oui bon alors, alors allons-y	
628.	
629.E : c'est pas vrai ça, arrête Stéphanie !	
630. [frères]	
631.E : ah on peut pas faire un, euh, un losange	
632.S : ah, mais on fait comment les	

losanges ? 633.E : ah mais non c'est pas ça va pas là 634.S : attends fais voir 635.E : attends / Victor ! [Jordan, du groupe 1, s'appelle aussi Victor] 636./ 637.S : attends, on va voir, j'essaie un truc là 638.E : non tu vois ça va pas 639.S : j'sais je me disais si ça se trouve ça va être au milieu là comme ça on aurait pu leur dire il passe par le milieu, mais non, même pas. 640.E : reste calme 641.S : bon alors attends 642.E : c'est obligé y'a un truc là 643.S : attends, on va essayer de machiner un petit truc avec notre control là, je vais essayer de 644.E : mais non après on n'a plus la figure à côté 645.S : ouais attends tends tends 646.E : mais qu'est-ce que tu fais ? 647.S : d'agrandir les droites là 648.E : pourquoi, pourquoi tu veux agrandir les droites ? 649.S : pour voir si elles se coupent 650.E : non mais ça, ça changera rien 651.S : si tu vois elles se coupent là 652.E : et alors ? 653.S : je sais pas moi on peut peut-être trouver quelque chose parce que là autrement on trouve rien alors tu sais hein, merde ! 654.E : qu'est-ce que t'as fait ? 655.S : j'sais pas / ah voilà, alors attends, mesure d'angle / ah il fait 30 degrés tu vois ça nous avance 656.E : et tu veux faire quoi ? 657.S : trente degrés c'est la moitié de 60 ça 658.E : ouais et alors ? Tu veux chercher quoi ? Ah, non, ben non parce qu'on l'a déjà c'est longu, c'est machin 659.S : oui mais alors attends, ah ben oui, ça nous sert à rien j'suis comme 660.E : en gros ça sert à rien, c'est ce que je te dis depuis tout à l'heure 661.S : ah oui ! / c'est quoi ça 662.E : j'sais pas ce que c'est, peut-être que ça pourrait nous aider ça quand même	 fig.16 [droite DC, et milieu de AB]  fig.17 figure partiellement reproduite
--	--

663.S : mmh, attends tends tends, euh oui 664.E : ça t'as calculé combien ça faisait ça ? 665.S : ah mais je sais, on est bêtes ! 666.E : quoi ? 667.S : mais on est vraiment bêtes 668.E : quoi ? 669.S : on trace ça comme ça, on continue, et après on trace, ah ben non, on peut pas savoir ! 670.E : oh c'est que ça pourrait s'arrêter 671.S : faut calculer combien fait l'angle là, mais on l'a déjà calculé, ouh ça m'énerve 672.E : bon 673.S : bon alors attends / c'est pour nous non ? [un message vient d'arriver de la salle récepteur] 674.E : on va y arriver, ils auront fini on aura même pas fini ce qu'on veut faire 675.S : de toute façon si ils ont fini ça veut dire qu'ils ont réussi alors t'sais 676.E : non non mais si ils ont fini ce qu'on vient de leur dire, on n'aura pas fini nous la fin de nos instructions 677.S : ouais ouais, ils vont nous demander, ils vont demander les instructions je pense 678.E : non ils vont demander la fin, ils auront dit ouais on a fini, et nous, euh, on en sera là et on n'aura pas trouvé, donc il faut chercher 679.S : on leur a donné toutes les instructions 680.E : non on leur a pas donné ça là 681.S : si, ils l'ont fait ça 682.E : non, le C ils l'ont pas fait 683.S : si si ils l'ont fait, mais sauf qu'il sera pas juste c'est tout, mais ils l'ont fait, comme quoi c'est obligé qu'il sera pas juste notre dessin, non je sais pas, parce que je leur ai dit de le faire hein, je leur ai dit de faire un triangle, qui passe par C, par E et après de faire un point qui passe, euh, voilà / oh là là 684.E : mais il faut trouver un truc euh, ça m'énerve ! 685.S : moi aussi 686./ 687.S : oh ils jouent eux ! On peut pas jouer nous aussi ? 688.O : non vous ne jouez pas vous avez	663.S : mmh, attends tends tends, euh oui 664.E : ça t'as calculé combien ça faisait ça ? 665.S : ah mais je sais, on est bêtes ! 666.E : quoi ? 667.S : mais on est vraiment bêtes 668.E : quoi ? 669.S : on trace ça comme ça, on continue, et après on trace, ah ben non, on peut pas savoir ! 670.E : oh c'est que ça pourrait s'arrêter 671.S : faut calculer combien fait l'angle là, mais on l'a déjà calculé, ouh ça m'énerve 672.E : bon 673.S : bon alors attends / c'est pour nous non ? [un message vient d'arriver de la salle récepteur] 674.E : on va y arriver, ils auront fini on aura même pas fini ce qu'on veut faire 675.S : de toute façon si ils ont fini ça veut dire qu'ils ont réussi alors t'sais 676.E : non non mais si ils ont fini ce qu'on vient de leur dire, on n'aura pas fini nous la fin de nos instructions 677.S : ouais ouais, ils vont nous demander, ils vont demander les instructions je pense 678.E : non ils vont demander la fin, ils auront dit ouais on a fini, et nous, euh, on en sera là et on n'aura pas trouvé, donc il faut chercher 679.S : on leur a donné toutes les instructions 680.E : non on leur a pas donné ça là 681.S : si, ils l'ont fait ça 682.E : non, le C ils l'ont pas fait 683.S : si si ils l'ont fait, mais sauf qu'il sera pas juste c'est tout, mais ils l'ont fait, comme quoi c'est obligé qu'il sera pas juste notre dessin, non je sais pas, parce que je leur ai dit de le faire hein, je leur ai dit de faire un triangle, qui passe par C, par E et après de faire un point qui passe, euh, voilà / oh là là 684.E : mais il faut trouver un truc euh, ça m'énerve ! 685.S : moi aussi 686./ 687.S : oh ils jouent eux ! On peut pas jouer nous aussi ? 688.O : non vous ne jouez pas vous avez
--	--

voire TP parallélisme et orthogonalité 689.E : bon déjà il faut essayer de trouver la fin de ça alors / c'est quoi le TP machin il est sur notre fichier là déjà ? 690.S : à quoi ils jouent eux ? 691.E : ils ont fini si ça se trouve, avec Florent t'sais ça fait un moment qu'ils ont fini hein / mais c'est où, il est où notre TP à nous ? 692.S : j'sais pas / on l'a ? 693.E : mais oui obligé / ben de toute façon faut le faire hein 694.S : ouais, ouais ouais 695.// [arrivée message 4] 696.S : qu'est-ce qu'il nous disent comment tracer 697.E : tiens, tu vois : le triangle par le point E, j'ai pas compris 698.S : j'ai pas compris c'est normal ! 699.E : c'est pas clair alors c'est normal, alors attends 700.S : attends on les met là-bas, au fond, alors le 2, le triangle par le point E, tracer un triangle par le point E 701.E : comment tracer le point, le triangle par le point E 702.S : mais t'as pas un stylo là ? 703.E : si il est là 704.S : ce sera le numéro combien ? 705.E : c'est le 2, t'sais j'ai fait là [elle parle de la numérotation des paragraphes du message 1] 706.S : non mais le 5, le message, alors 707.E : non mais t'sais, ... tracer par le point E un autre point 708.S : tracer par le point E 709.// 710.E : bon allez, oh, viens là ! 711.// 712.S : pourquoi ils font tous des solitaires et pas nous ? 713.E : parce que nous on n'a pas fini tu vois 714.S : ils ont fini eux ils ont trouvé 715.E : ben, je pense / le point E est [et et non et car elle fait la liaison] un autre point de la droite EB / euh ouais, ouais, qui se trouve après le milieu EB, ouh là là ! 716.S : non mais c'est pas le point E qui est	Message 4. E-JE: Pour Q: comment tracer le triangle par le point E ? j'ai pas compris.
--	--

Elodie / Stéphanie PE6.

27

un autre point, il fait, tracer, un triangle, E, ECD, tracer un triangle ECD, le point, C [elle rédige le message 6] 717.E : est sur la droite E 718.S : se trouve 719.E : EB la diagonale 720.S : sur la droite 721.E : EB ben sur la droite EB mets ça 722.S : sur la droite EB, après, se trouve sur la droite EB, après le milieu 723.E : non mais alors là 724.S : le milieu en partant de B, en partant de E 725.E : de B ! 726.S : en partant de E 727.E : après, oui 728.S : en partant de E, après le milieu en partant de E 729.E : ouais 730.S : on, on sait pas comment le faire, où, on sait pas où dire alors aussi hein 731.E : je sais sûre, on peut pas diviser en plusieurs morceaux là, la droite et puis comme ça euh, après 732.S : mais tu veux faire ça comment diviser en plusieurs morceaux 733.E : ben je sais pas c'est pour ça que je te demande 734.S : ouais, non 735.E : ça doit faire un 736.S : bon attends, et le point D, le point D [elle rédige] 737.// 738.E : t'as dit quoi et le point quoi ? 739.S : le point D 740.E : le point D, et ben c'est le sommet de, 741.S : ouais enfin c'est le sommet [rire] 742.E : c'est, se trouve sur la droite euh, sur là, sur là, comment on avait dit tout à l'heure 743.S : sur la droite euh, passant par E 744.E : passant par E, euh 745.S : passant par E. Pas la droite EA, c'est pas la droite EA quoi qu'ils le sachent quoi, l'autre droite passant par E de toute façon il n'y en a pas trente six mille, celle là, ils sauront, non ? 746.E : mmm, ouais 747.S : mmm, le point D se trouve sur la	Message 5. E-JR: Q: Tracer un triangle ECD. R: Je pt C se trouve sur la (EB) après le milieu en partant E le pt D se trouve sur la droite passant par E (pas la droite (EA))
--	---

Elodie / Stéphanie PE6.

28

figure, on ne peut rien vous dire d'autre parce qu'on n'a pas compris	<i>droite E:</i> lorsque l'on trace la perpendiculaire à (AB) qui passe par B le pt D se trouve avant la perpendiculaire, du côté de la figure On ne peut rien vous dire d'autre car on n'arrive pas à trouver une construction.
853.E :ouais mais attends si on dit ça euh	
854.S :rien, vous dire, d'autre / à trouver, une construction	
855.E :mais attends t'as mis, perpendiculaire à, elle passe par A	
856.S :ah oui qui passe par B, merde [elle corrige]	
857.E :c'est pour ça je te disais depuis tout à l'heure j'essayais de comprendre mais	
858.S :par euh, AB qui passe par B, le point D se trouve avant la perpendiculaire du côté de la figure, ça veut dire qu'il soit pas de l'autre côté, vas-y on leur envoie ça	
859.E :euh	
860.O :merci [envoi message 7]	
861.///	
862.S :oh ça sonne !	
863.E :voilà, c'était bien hein	

IBRAHIM ~ CARINE

PROTOCOLE BE3 (EMETTEURS 3)

I : Ibrahim
C : Carine
P : Professeur
O : Observatrice
O2 : Observatrice 2

Notations :

... : inaudible

// : marque approximativement le temps écoulé

[] : commentaires

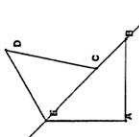
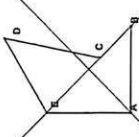
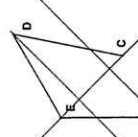
Ibrahim / Carine BE3.

1

1. I : Ils disent d'ouvrir quoi ?	
2. C : Jeu fig	
3. I : pourquoi il répond pas ?	
4. P : donc vous ouvrez, vous allez dans fichier ouvrir et vous allez	
5. I : pourquoi il l'ouvre pas m'sieur ?	
6. P : hein ?	
7. I : il l'ouvre pas	
8. P : il fait rien ?	
9. I : non. Il a planté ou quoi, ah ça marche, ben j'sais pas t'la l'heure il a	
10. P : faut appuyer. Donc vous vous allez dans maths, 2 nd 3	
11. P : (à toute la classe) Allez dépêchez vous	
12. P : 2 nd 3, il y a un dossier qui s'appelle émetteur, donc on va	
13. C : c'est pas jeu fig ?	
14. P : non mais vous êtes émetteurs vous	
15. C : ah ouais	
16. P : donc dans 2 nd 3, il y a un truc qui s'appelle émetteur, ça doit se trouver quelque part par là	
17. I : c'est par là	
18. P : non là, émett, tu vois ? et dedans vous avez celui là, voilà, tu l'ouvres, puis ensuite vous allez ouvrir un, autre chose, qu'est ce qu'il y a écrit dessus ? on refait ouvrir, on fait tous fichiers	
19. C : ouvrez ensuite la barre d'outils	
20. P : la barre d'outils, voilà, voilà. Donc maintenant vous enregistrez la session, tu sais faire avec le magnéto, encore, voilà, tu fais clique save dragging, voilà, ok	
21. I : j'mets quoi ?	
22. P : ben tu mets ton code ou celui de Carine comme tu veux	
23. P : voilà tu mets, qu'est ce qu'elle a dit de vous mettre, AG2, j'crois, ou quelque chose	
24. I : AG2 ?	
25. C : suivi de AG.	
26. I : AG. Tout seul ?	
27. C : mm	
28. I : AG, ok, et voilà.	
29 /	
30. I : alors ... (il lit quelque chose, les menus ou l'énoncé) / eh monsieur nous on	

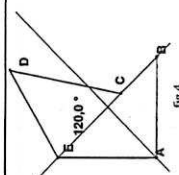
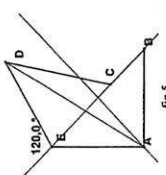
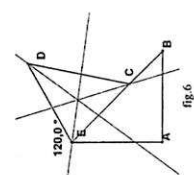
Ibrahim / Carine BE3.

2

T'écrit sur ça ? Monsieur, on t'écrit sur ça et c'est nous qu'on transmet ? 31. O : non, tu me la donnes et c'est moi qui transmet 32. I : et on donne à qui nous ? 33. O : tu le sais pas mais c'est pas grave 34. P : c'est elle qui décide 35. I : Vas-y on met quoi Carine, on met, en fait si on prenait une droite, par là, passant par là, en fait là ça fait un triangle isocèle rectangle, j'crois bien hein, y'a pas les longueurs 36. C : c'est là 37. I : là ? 38. C : mesure d'angle 39. I : non c'est pas ça, marquer un angle, couleur, cacher, mesure d'angle, nom. C'est simple, tu fais comme ça, tu prends bissectrice, tu fais ce point, ce point, ce point, tu dis milieu, et si le milieu de c'te droite à c'te droite, attends, ouais mais pas c'te droite, ben non, édition annuler, ce point, ce point, voilà, donc c'est bien un triangle isocèle rectangle. T'écrits, ou j'écrits ? 40. C : j'écrits. 41. I : Tu dis faire un triangle isocèle rectangle 42. P : (à tous) ce sont des figures de Cabri, c'est à dire qu'elles doivent résister au déplacement 43. I : Tu mets EAB de sommet A 44. C : A ouais. 45. I : de sommet A. Et après, et après, et après qu'est-ce qu'on fait après ? 46. C : on doit retrouver des, mmh 47. I : 48. I : et après on fait quoi Carine ? Donc là on a prouvé que c'était un triangle isocèle rectangle et faut trouver un moyen de faire faire ça maintenant. Tu vois ? 49. C : mettre un point C sur EB 50. I : Non mais faut vraiment qu'il soit à la bonne distance, et t'as pas euh, mesure d'angle, ah si si tu fais mesure d'angle c'est euh, tu fais tu fais tu fais, faire un triangle, euh, faire un angle d'une certaine longueur, tu fais tracer la perpendiculaire et après tu fais rejoindre D à C, en fait attends c'est un angle de combien ?	  
--	---

Ibrahim / Carine BE3.

3

51. C : mais ça si tu traces un segment ici jusqu'ici ça fait un triangle isocèle ? euh un triangle 52. I : attends, c'est un angle de 120, donc, et si tu fais euh, en fait, segment, tu vois ça c'est un triangle isocèle 53. C : ouais 54. I : mais euh / ben tu dis que euh AED est un triangle isocèle de sommet E 120 degrés, attends, tu dis AED est un triangle isocèle, ah non, ah non, ça marche pas, ah ouais c'est ça, attends, ouais tu dis que AED est un triangle isocèle de sommet E 120 degrés et pour que ça fasse 180 c'est logique que ça fasse 30 et là 30, hein ? Ah voilà ça fait 30 et 30, c'est logique. Est un triangle isocèle / de sommet E, de sommet E 120 degrés, 120 degrés, euh, l'angle EAD et l'angle AD égal à la pour que ça fasse 180, 30 degrés, EAD égal euh ED/A, égal ED/A, égal 30 degrés. Voilà donc ça fait que on a fait construire ça, il manque c'te droite et c'te droite comment on va faire ? 55. C : ça et ça ils font pas la même longueur ce segment là et ce segment là ? 56. I : ben j'sais pas comment tu peux le mesurer ? Edition annuler, euh, on va faire euh ça . . . puisqu'on sait ça . . . et euh, tu m'a dit quoi, ça ? 57. C : EC égal ED non ? 58. I : j'sais pas, non. Non. Faut faire les bissectrices pour voir. 59. I : 60. I : qu'est-ce que j'ai fait moi. 61. I : 62. I : y'a pas d'autre repère, ah, j'sais pas si ça c'est un tiers, tu vois CB 63. C : ouais 64. I : si c'est un tiers de EB. Faudrait vérifier. Tu dis que, tu dis que j'sais pas hein, faudrait diviser, 90 que divise trois ça fait combien ? 30 degrés ? 65. C : mmh 66. I : en fait faudrait faire, euh, fait voir si je prends ça je sais pas si . . . voilà. Parce que ça, ah non, non, donc ça ça fait . . . 30 degrés . . . euh 67. C : mais ça si tu fais un, si tu fais un angle	  
--	--

Ibrahim / Carine BE3.

4

droit

- 68.J : où ?
69.C : ça c'est pas la bissectrice ?
70.I : un angle droit ?
71.C : ouais si tu fais un angle de 90 degrés
72.I : par ici là ?
73.C : comme ça
74.I : ouais
75.C : après c'est pas cette bissectrice ?
76.I : mais d'abord on l'a déjà la droite EB, attends attends j'avais une idée en tête là, ça, ça, mmm
77.J
78.I : j'sais pas
79.J
80.C : eux ils ont fait plus facile ils ont fait comme ça, et après il ont fait ça leur donne un parallélogramme EDC
81.J : ben non c'est pas le même
82.C : ouais
83.I : c'est chacun... il est trop compliqué le nôtre / il est compliqué le nôtre hein, j'sais pas encore j'ai réussi à tracer ça, ça, il manque ça, ça, et ça j'sais pas comment faire.
84.O : Vous avez encore le temps.
85.J
86.I : ah j'ai une idée symétrie de ce polygone, ah mais y'a pas de droite ou quoi ? je vais faire une droite là, ce point, ce point, et une autre de ce point à ce point, donc pas une idée Carine ? [il construit les droites AD et DC puis les supprime]
87.C : non. Franchement pour faire ça, hein.
88.I : ah là là pff
89.J
90.C : cet angle et cet angle ils font pas la même mesure ?
91.J : j'sais pas, 45 / ah, 45 degrés, j'sais pas
92.J
93.I : 30. / Ah je sais j'ai trouvé, viens, comme ça. - une droite passant par là, et ça, là, là, 18.4, donc c'est 30, non attends, 18.4 et tu dis euh, tu dis de faire euh, un angle EDC non un angle ADC euh, faire un angle, attends attends attends attends, faire un angle ADC de 18 virgule 4 degrés, mets un chapeau, 18 virgule 4

Ibrahim / Carine BE3.

5

- degrés à l'intersection de la droite EB, non mais tu mets une autre phrase, tu mets une autre phrase, à l'intersection de la droite EB et DC / EB et DC mesure euh, non, mesure le point C / et tu dis EABCD non EABCD est un polygone. C'est ça non ?
94.C : combien il mesure cet angle ?
95.I : deux secondes, attends si on bouge ça est-ce que l'angle de 18.4 il change pas ? ouais, c'est bon. Ou'est ce tu dis ?
96.C : combien il mesure cet angle ?
97.I : ... / 123 point 3, 4. C'est bon on a terminé non ?
98.C : mmm.
99.J : [envol du premier message]
100.I : on fait quoi nous maintenant ? Fallait pas mettre les noms dessus ?
101.C : elle l'a donné à Sami
102.O2 : vous pouvez continuer à explorer la figure, pour essayer de prévoir un peu les questions qu'ils vont vous poser, des choses qui ne sont pas suffisantes pour qu'ils puissent reproduire la figure
103.I : d'accord
104.O2 : vous continuez pour être bien familiers avec la figure et pouvoir compléter les messages éventuellement, parce que s'il y a des choses qu'ils n'arrivent pas à construire ils vont vous renvoyer un message vous demandant des précisions.
105.I : d'accord. Bon franchement j'sais pas hein.
106.J
107.I : encore, tac, milieu, symétrie centrale, ... est-ce qu'il passe par la droite là ? non, non ? dommage.
108.J
109.I : y'a pas de vecteurs là dedans ?
110.J
111.I : Samos, tu y arrives ? oh Samos ! [il s'adresse à Sami, de son groupe récepteur] / en fait on n'a pas les mêmes dessins nous ? / Et on fait quoi ?
112.O : il était complet votre message ?
113.I : assez ouais
114.O : vous n'avez pas une suite à faire
115.I : non.
116.O : ils vont bientôt vous répondre.

Ibrahim / Carine BE3.

6

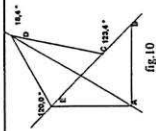


fig. 10

Messager L.E.-R.
Faire un triangle isocèle rectangle EAB de sommet A.
AED est la diagonale bissectrice de l'angle E 120°
L'angle EAD=EDA=30°
Construire un angle ADC de 18.4°
A l'intersection de la droite (EB) et (DC) mesure le point C
EABCD est un polygone.

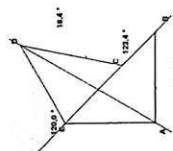
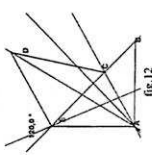
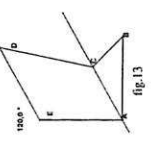


fig. 11

Symétrie du milieu de AE par rapport à l'intersection de AD et EB

117.1 : mm, des autres idées 118.// 119.1 : j'sais pas. 120.// 121.C : nous on est groupe trois 122.1 : groupe trois ? 123.C : mm 124.1 : mais là ça c'est le message ça, c'est pas le groupe, c'est le message qu'il faut metre, message du numéro non ? c'est pas trois c'est deux 125.O : non parce que le deux ça va être celui qu'ils vont envoyer. 126.1 : ah ouais ? 127.O2 : ça avance ? 128.1 : ben y'a rien de plus 129.O2 : c'est le troisième message déjà ? 130.1 : non on n'a pas fait mais si ils nous envoient un 131.O2 : ah oui oui d'accord d'accord, c'est vrai c'est vrai 132.1 : mais y'a rien de plus à mettre j'sais pas 133.O2 : vous avez pas de nouvelles propriétés que vous remarquez sur la figure 134.1 : non. 135.C : ici c'est un triangle isocèle alors 136.1 : ici ? j'sais pas. 137.C : et c'est où pour mesurer les longueurs ? 138.1 : y'a pas pour mesurer les longueurs, y'a pas. Vas-y voir deux secondes / passe voir là, donc . . . C et C il est égal à moins euh / tu peux pas le déplacer / milieu, milieu, point . . . milieu, ça veut dire que, si ça passe par le milieu ça veut dire que c'est une bissectrice que c'est un triangle isocèle 139.C : à peu près 140.1 : même pas hein ? 141.C : non. Non. 142.// 143.C : ED et AC ils sont parallèles hein. 144.1 : ED et AC ? 145.C : ouais 146.1 : C'est vrai ? 147.C : ben j'viens juste de tracer la parallèle 148.1 : ah ouais ? ah c'est logique ah ouais là c'est vrai ouais. Ben t'écrits ou j'écrits ? 149.C : ben attends faut qu'ils nous posent 150.1 : non mais si on a trouvé un autre truc on	 
--	---

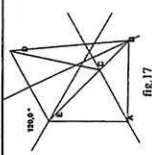
Ibrahim / Carine BE3.

7

le donne maintenant ? 151.O : il faut attendre qu'ils vous en envoient un mais après vous pourrez le leur faire passer. 152.1 : y'avait un truc plus simple mais / l'y arrives ? [adressé à Sami] 153.S : pourquoi vous nous avez dit que c'était un polygone ? 154.1 : et alors ? hein ? tu mets un point sur la droite EB // vas-y on réécrit tout et on leur donne, ben euh faire un triangle rectangle isocèle EAB, EAB, tu mets le chapeau sur le A ils comprendront, 120 degrés tu mets, à l'angle égal 120 degrés tu mets, non ! j'ai confondu avec ça : T'as du blanc, euh, personne n'a du blanc ? 155.C : vous avez pas du blanc 156.O : non, non, vous ne mettez pas de blanc 157.1 : non ? 158.O : non, tu rayes 159.1 : ben tu l'enlèves, t'enlèves, EAB et tu mets faire un triangle isocèle de sommet, un triangle isocèle AED, ensuite, faire ou construire un triangle isocèle AED, AED tu mets le chapeau, euh, tu mets l'angle AED égal 120 degrés, égal 120 degrés, tu mets euh EA, EAD égal 30 degrés, degrés, 30 degrés et EDA égal 30 degrés aussi. Egal 30 degrés, degrés, euh, non mais, ouais, et tu mets euh faire une droite, construire, construire une droite AC une droite AC parallèle à la droite ED, à la droite AD 160.C : AD ? 161.1 : AD ouais 162.C : non, ED 163.1 : parallèle à la droite ED ouais, parallèle à la droite ED euh passant, coupant non coupant, coupant EB en un point C, en un point C, effacer euh EC, effacer EC, effacer EC, euh, tracer non construire tu mets, construire le polygone, construire le polygone AHDCB, polygone AE, non ABCDE. 164.// 165.1 : tenez on en a fait un autre parce qu'il est plus complet 166.O : oui mais il faut attendre qu'ils aient fini	Messager qui ne sera finalement pas envoyé Faire un triangle isocèle EAB Ensuite faire un triangle isocèle AED = 120° EAD = 30° EDA = 30° Construire une droite (AC) parallèle à (ED) coupant (EB) en un point C Effacer (EC) puis construire le polygone ABCDE
--	---

Ibrahim / Carine BE3.

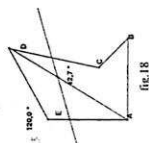
8

non // faut regarder si EB égal ED, j'sais pas si EB égal ED / 195.C : EB égal DB 196.I : ouais DB ouais . . . de ça, on fait la bissectrice et si c'est le milieu et ben elle passe pas [figure 104] / pfff / ça a sonné ? 197.C : mmh 198.I : ben vas-y tu dis construire un triangle euh isocèle AED / isocèle euh, il faut vraiment que ce soit au millimètre ? 199 [fin de la face - il parle à l'observatrice de la bissectrice de EBD qui passe très près du milieu de ED. Il voudrait pouvoir considérer qu'elle passe bien par ce milieu car dans ce cas le triangle BED est isocèle. Elle lui répond qu'il sait bien que dans Cabri ce genre d'approximations n'est pas valide] 200.I : EAD, EAD 201.C : Ça et ça c'est parallèle 202.I : non, ça se voit 203.C : ah non 204.I : je sais pas si ED et EA il est égal à ED, Non ? Ah si ben oui c'il est isocèle, et vu que ça il est égal à ça, et que si ça est égal à ça et que et que je ne sais pas. Ouï là là ! Et ça 205.// 206.P : Vous coincez là-dessus ? 207.I : ben, j'sais pas comment leur faire construire le triangle isocèle EAD. 208.P : ah ouais ? 209.I : Monsieur on n'a qu'une heure non ? On n'a pas une heure ? 210.O : non non, c'est plus qu'une heure. Ça avance ? 211.I : mais le prof il nous avait dit une heure. 212.C : ouais ! 213.I : pfff, c'est pas bien ça ! 214.O : mais regarde vous ne pouvez pas vous arrêter maintenant, vous n'avez pas fini du tout 215.I : mais il faut juste que je... 216.O : vous avez avancé un peu dans le troisième message ? 217.I : ouais, on a réussi à leur faire faire construire le triangle rectangle mais pour faire construire le point D 218.O : et bien ce que tu peux faire si tu veux	 fig. 17
---	---

Ibrahim / Carine BE3.

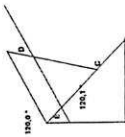
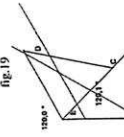
11

c'est que je leur fais déjà passer ça, et pendant qu'ils le font, comme c'est long aussi pour qu'ils le fassent, vous réfléchissez à la suite 219.I : ouais si vous voulez, à la suite ouais, ça c'est bon ouais. 220.O : ça c'est bon ? 221.I : ouais. 222.O : ok. 223.I : non mais c'est bon on écrit derrière, on écrit derrière ça étant donné que celle là on la garde pour après. Mmm 224.// 225.P : tu m'as l'air bien, bien perplexé 226.I : j'sais pas 227.P : c'est la dedans que ça se trouve hein ? [il lui touche la tête] 228.I : je sais que c'est là-dedans, mais il faut réussir à la trouver là-dedans, c'est pas un placard hein ! 229.// 230.I : C'est interdit ! 231.I : Sami ! Si t'y arrives pas ! Ouais, bon on verra [il s'adresse à un membre du groupe récepteur] 232.// 233.I : Mmmh 234.// 235.C : et ben ils tracent, ils font ça, et après ils tracent une droite qui coupe euh cette droite 236.I : . . . 237.C : quand euh t'sais ils tracent et après ils tracent une droite passant par E qui coupe la bissectrice de EAB, pour avoir le point D. 238.I : ouais mais pour trouver l'angle ils font comment après ? ils l'ont pas l'angle. Mais si ils font une droite, qui passerait par là et qui passerait quelque part comme ça, et que tu . . . ça ça . . . trente sept et si tu bouges ça est-ce qu'on peut bouger ça ? ah voilà ! et voilà ! Voilà c'est bon là ? 239.C : mmh 240.I : t'écrits ? 241.C : c'est la construction de 242.I : ouais, pour là, tu mets grand deux, pour la construction du triangle isocèle EAD, AED plutôt / AED mmh tu fais euh, tu	Messsage 3. E-B: I-Faire un triangle rectangle isocèle EAB Construction du triangle EAD On a le point D Faire une droite perpendiculaire à [EA] passant par A Faire la bissectrice de l'angle obtenu Faire la symétrie de E par rapport à la bissectrice avec « symétrie axiale » On obtient un point B Tracer EAB -triangle isocèle rectangle II- Construire un triangle isocèle
--	---



Ibrahim / Carine BE3.

12

fais deux points et souligne, tu mets AED égal 120, 120, EAD, après tu mets en bas ou comme tu veux, EAD, EAD égal EDA, EDA égal 30 degrés, 30 degrés, tu mets euh, attends comment j'ai fait ? Ca c'est la bissectrice ça non ? Attends elle vient d'où c'est droite ? Ah ouais ! C'est normal ! ... Attends un peu ! [cette dernière phrase est adressée au groupe récepteur] 243. [arrivée du message 3'] 244.C : ils t'ont mis quoi ? 245.I : c'est bon / mmh / c'est mission impossible ! euh / ah ! tu vois ? tu fais ça, non attends, tu fais une droite, j'sais pas si elle passe par ce point, ce point 246.C : on l'avait déjà fait 247.I : et... et j'ai rien compris. Ben j'sens que tu vas attendre longtemps hein ! [dernière phrase adressée au groupe récepteur] J'arrive pas à construire le point D comment leur expliquer de construire le point D ! 248.S : mais pendant qu'on était en train de faire ça t'aurais pu écrire ! [Sam], du groupe récepteur] 249.C : on a réfléchi pendant ce temps ! 250.I : oh t'es un conique toi, tu fais trop rire ! 251. [ces deux derniers échanges sont adressés à Sami] 252.I : j'y arrive pas. 253./ 254.I : j'y arrive pas ! Non, ça ils ont pas... ahhh, y'a pas les vecteurs là-dedans... y'a pas de vecteurs ? y'a pas de vecteurs ? 255.O : non, je les ai enlevés. 256.I : pfff 257./ 258.I : attends on a mis quoi là ? ouais, en fait eux ils ont ça, ah, j'vois comment j'vais faire, hein, y'a qu'un moyen : à titons. Tu fais comme ça. Tu mets un point dessus, pour mesurer, un là, un là, un là, attends mesure le moi qu'est-ce que tu me fais ? Voilà, est-ce que ce point il bouge ? Voilà 259.C : bon ça fait 120 260.I : 120, et tu dis que tu fais la même chose euh, c'est quoi c'est une droite ça ? demi-droite putain merde, tu fais la même chose euh, d'ici à ici, et ce point, tu leur dis de	Messsage 3'. R-3E: C'est bon, on veut la suite  Fig. 19  Fig. 20
---	---

Ibrahim / Carine BE3.

13

mesurer, tac, tac et tac, 30, tu leur dis de bouger ce point de façon à obtenir 30 degrés, de façon à obtenir 30 degrés et tu l'as, et tu fais ça, tu rejoins là et tu traces. T'erts ? 261.C : ouais vas-y redis ! 262.I : tu fais euh, tracer une droite 263.C : un segment t'as fait 264.I : une droite, une droite euh commençant par E, commençant par E 265.C : mmh ? 266.I : commençant par E et euh, allant en haut à droite, commençant par E allant en haut ... tends, en haut, attends tends, en haut en direction de, non, attends, en haut, en haut euh 267.C : ayant, en obtenant un angle de 120 degrés ? 268.I : attends, attends, vous avez une droite commençant par E allant dans le même sens que la bissectrice de l'angle EAB / la bissectrice EAD, la bissectrice de EAD, mettre un point sur la droite tracée. Tu devrais pas le mettre sur la vraie feuille ? 269.C : ouais parce que... 270.I : tu réécrits tout ? 271.C : mmh 272.O : ça avance ? 273.I : ouais ça avance. 274./ 275.I : t'y es ? Et, quand on a terminé on peut partir ? Quand on a terminé on peut partir ? 276.O : oui. 277.I : ouais ? 278.O : oui, mais terminé ça veut dire qu'ils ont construit, que j'ai vérifié et qu'ils vous ont renvoyé que c'était gagné ou perdu 279.I : ouhhhh ! Et le premier il gagne quoi ? Fallait mettre un prix ça encourage à réfléchir ! 280.O : de pouvoir sortir ça vous encourage bien non ? 281.I : oh moi ça me dérange pas, je les complète et je pars hein ! C'est bon ? [à Carine] 282.C : mmh 283.I : mettre un point sur la droite tracée, sur la droite euh, tracée, mettre un point sur la droite tracée, après tu vas à la ligne tu dis	mesurer, tac, tac et tac, 30, tu leur dis de bouger ce point de façon à obtenir 30 degrés, de façon à obtenir 30 degrés et tu l'as, et tu fais ça, tu rejoins là et tu traces. T'erts ? 261.C : ouais vas-y redis ! 262.I : tu fais euh, tracer une droite 263.C : un segment t'as fait 264.I : une droite, une droite euh commençant par E, commençant par E 265.C : mmh ? 266.I : commençant par E et euh, allant en haut à droite, commençant par E allant en haut ... tends, en haut, attends tends, en haut en direction de, non, attends, en haut, en haut euh 267.C : ayant, en obtenant un angle de 120 degrés ? 268.I : attends, attends, vous avez une droite commençant par E allant dans le même sens que la bissectrice de l'angle EAB / la bissectrice EAD, la bissectrice de EAD, mettre un point sur la droite tracée. Tu devrais pas le mettre sur la vraie feuille ? 269.C : ouais parce que... 270.I : tu réécrits tout ? 271.C : mmh 272.O : ça avance ? 273.I : ouais ça avance. 274./ 275.I : t'y es ? Et, quand on a terminé on peut partir ? Quand on a terminé on peut partir ? 276.O : oui. 277.I : ouais ? 278.O : oui, mais terminé ça veut dire qu'ils ont construit, que j'ai vérifié et qu'ils vous ont renvoyé que c'était gagné ou perdu 279.I : ouhhhh ! Et le premier il gagne quoi ? Fallait mettre un prix ça encourage à réfléchir ! 280.O : de pouvoir sortir ça vous encourage bien non ? 281.I : oh moi ça me dérange pas, je les complète et je pars hein ! C'est bon ? [à Carine] 282.C : mmh 283.I : mettre un point sur la droite tracée, sur la droite euh, tracée, mettre un point sur la droite tracée, après tu vas à la ligne tu dis
--	--

Ibrahim / Carine BE3.

14

mesurer, ah, mettre un point sur la droite tracée et tu mets entre parenthèses point, point euh, Z, point Z. Euh, mesurer l'angle Z, point Z, ZEA tu mets le tracé le chapeau 284.C : qui doit être égal à 285.1 : euh, après tu mets, tu mets une virgule, on un point. Tu fais, bouger Z, Z, de façon à obtenir, de façon à obtenir un angle de 120 degrés, un angle de 120 degrés, tu vas à la ligne après tu fais euh, attends on a, on a fait ça, tu fais, ah mais merde ! Après il sera pas isocèle ! J'ai pas réfléchi à ça. Y'a 29.9, bon. Mmm, putain ! Manquait plus que ça ! Voilà, hein, ah c'est bon. Tu dis mettre un, euh attends attends tends, 120 degrés ouais, tu fais euh, mettre un autre point, mettre un autre point sur la droite EZ, vas-y / EZ, EZ et tu mets entre parenthèses euh, point, point D, point D. Tu mets, après tu mets encore entre parenthèses ED égal environ euh, ED égal environ euh, EA, EA, tu vas à la ligne, et tu dis, bouger, attends tends tends, tracer une droite passant, tracer une droite, droite, attends, non tu mets pas le passant, tu mets tracer une droite AD, AD, après tu vas à la ligne tu fais, mesurer l'angle EAD, l'angle EAD et l'angle EDA, et l'angle EDA, ouais, après tu vas à la ligne tu fais, déplacer D de façon à ce que les deux angles fassent trente degrés, deux angles fassent trente degrés, euh, ça suffit là non ? Euh, que les angles fassent trente degrés, efficer euh, AD, tu mets efficer AD, et tu mets efficer AD / Madame ! 286.1 287.1 : ben si ils y arrivent et ben on continue après. Oh Sami si tu y arrives pas tu verras ! [dernière phrase adressée au groupe récepteur] 288.02 : Vous avez envoyé ? 289.1 : mmm. 290.1 291.1 : c'est un angle de 45° ? un angle de 45, mmm 292.1/11	Message 4. E-R: 11-Construction du triangle AED $\widehat{AED} = 120^\circ$ Tracer une droite commençant par E allant ds le même sens que la bissectrice EAD Mettre un point sur la droite tracée (point Z) Mesurer l'angle ZEA, bouger Z de façon à obtenir un angle de 120°. Mettre un autre point sur la droite (EZ) (point D) Tracer une droite (AD) Mesurer l'angle EAD et EDA Efficer AD. Message 5. R-R: On est le point D, il n'y a que a, b Message 5. E-R: Correction sur le message 4
--	---

Ibrahim / Carine BE3.

15

293.1 : il a mis quoi ? oh est le point D il n'y a que A E B. Que A, E et B 295.C : il voit pas il est marqué là, mettre un point sur la droite EZ, point D. 296.1 : de AEB / euh, on s'est trompés sur une lettre, on va plus réécrire tout ? 297.O : non, mais vous marquez là que vous corrigez directement, tu marques on corrige sur le message 4 298.1 : on corrige sur le message 4 299.1 300.1 : il relit le message 4 / facteur ! on n'a pas une feuille ? / vous pouvez envoyer ça ? / Facteur ! C'est là-bas au fond. 301.1/11 302.1 : Oh Carole vous avez fini ? 303.1/11 [- environ 4 minutes] 304.C : enfin ! 305.1 : Envoie ! T'as réussi ? Oh si t'as fait n'importe quoi ! / Oh Karim, oh c'est pas fini ! Oh c'est pas fini encore ! Y'a encore tout plein de trucs ! [tout cet échange est adressé au groupe récepteur] 306.02 : Voilà, ils ont envoyé ça. 307.1 : Vas-y là c'est vite fait après, tu dis euh, c'est bon ? Qui a fini ? c'est eux ? donc nous on répond sur une feuille numéro7 ? Vas-y mets, après c'est simple, c'est simple, vas-y mets, mets, euh, faire euh, construire une droite parallèle, construire une droite, euh, une droite A, attends comment il s'appelait ce point ? 308.C : C 309.1 : construire une droite AC, construire une droite euh, AC, une droite AC parallèle à la droite ED, ED, l'intersection de la, l'intersection de EB et de la droite parallèle, l'intersection, de la droite, EB, et de la parallèle, parallèle... 310.C : AC ? 311.1 : s'appelle, s'appelle C, s'appelle C, voilà, euh, prendre l'outil polygone, prendre l'outil polygone, prendre l'outil polygone, gone, et euh, et comment, et repasser, repasser repasser, A, repasser A, B, C, D, E, D, E, et c'est fini, madame, madame ! 312.C : ... que tu voulais voir ?	(ci-dessous, message 4 avec corrections en gras) 11-Construction du triangle AED $\widehat{AED} = 120^\circ$ « A partir de là » Tracer une droite commençant par E allant ds le même sens que la bissectrice EAD Mettre un point sur la droite tracée (point Z) Mesurer l'angle ZEA, bouger Z de façon à obtenir un angle de 120°. Mettre un autre point sur la droite (EZ) (point D) Tracer une droite (AD) Mesurer l'angle EAD et EDA Efficer AD. Message 5. R-R: On a fini Message 5. E-R: 11-Construction d'une droite (AC) parallèle à la droite (ED) 2. Intersection de la droite (EB) et de la parallèle 3. Appelle C. 4. Prendre l'outil polygone et repasser ABCDE et c'est fini. Message 5. R-R: On a fini
---	---

Ibrahim / Carine BE3.

16

313.I :hein ? ouais.	
314.I :	
315.I :ah, ils ont fini ! Oh vous avez fini	
Quitem ?	
316.I :	
317.I :t'as fait n'importe quoi. J'mais pas on va	
voir / allez marquer ta fille ! Je peux aller	
voir ?	
318.O :non.	
319.C :mais c'est fini	
320.O :c'est bon ?	
321.I :oui, c'est fini.	
322.I :	
323.I :on peut partir ?	

FLORENT ~ YOANN

PROTOCOLE PEI (EMETTEURS I)

F : Florent
Y : Yoann
P : Professeur
O : Observatrice

Notations :

... : inaudible

/// : marque approximativement le temps écoulé

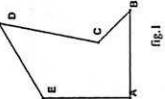
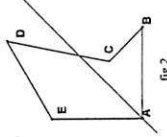
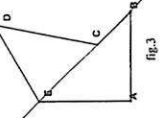
[] : commentaires

Remarque :

Yoann n'était pas là lors de la pré-expérimentation (élève arrivé en cours d'année scolaire)

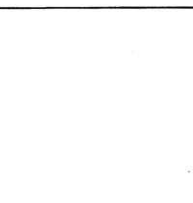
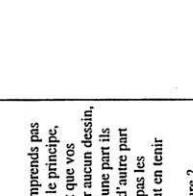
Florent / Yoann PEI.

1

1. Y : jeu figure / oh c'est quoi qu'il faut faire en fait ? 2. F : bon là t'as une figure, va falloir que tu l'étudies et après tu leur décris aux autres pour qu'ils arrivent à la refaire 3. Y : ah ouais ? 4. F : mmh 5. Y : ... 6. F : non mais c'est impossible, c'te figure en plus ... 7. O : (à tous) je vous rappelle que c'est une figure donc spéciale, je vous l'ai ouverte, les menus sont modifiés, d'accord ? 8. Y : faut copier sur les autres 9. O : vous vous rappelez qu'on a fait un TP sur la construction des angles, j'ai rajouté dans ce menu un item angle de 60, parce que comme il n'y a pas les cercles, on avait vu tous ensemble, enfin, avec Monsieur xxxxxx, qu'il fallait les cercles pour construire un angle de 60, donc je l'ai rajouté. J'aimerais que vous commenciez la séance par donner vos prévisions dans le micro, comme ça quand je vais écouter les enregistrements je sais repérer les voix. 10. Y : John Fitzgerald ! / Yoann [rires] 11. F : Florent [rires] 12. Y : on va se galérer pendant une heure et demi à faire ce message, oh j'aurais mieux fait de rester en cours là-bas en fait 13. F : attends / en fait faut que tu essayes de voir comment elle est formée la figure 14. Y : ah, ... t'as un triangle rectangle là, rectangle en A et après t'en as un autre comme ça, en fait c'est trop simple 15. F : ouais mais après faut comment ils la / attends tu fais ça tu la supprimes, celle-là c'est une merde 16. Y : fais une droite de B à E, juste pour voir un machin 17. F : ouais elle passe par C 18. Y : bon, donc déjà on sait que E, A, B 19. F : madame on peut avoir des feuilles de brouillon ? 20. O : euh, du brouillon oui 21. Y : on sait que EAB c'est un triangle rectangle en A, trop fort	 fig.1  fig.2  fig.3
--	--

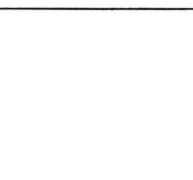
Florent / Yoann PEI.

2

22.F : ouais, déjà 23.J 24.Y : en fait j'ai pas compris oh elle fait une étude ? 25.F : ouais, c'est pour ouais, j'sais pas 26.Y : elle est à la fac 27.O : là tous vous ne sortez pas d'affaire personnelle, je vous formule le brouillon, vous avez déjà des feuilles 28.F : après faut 29.Y : après t'sais y'a un carré en, en EAB et un autre point, t'sais D en fait, si tu continues 30.F : ouais mais 31.Y : t'sais là -- si t'as un rectangle . . / tu vois ce que je veux dire ? 32.F : ouais mais ça va servir à quoi ? 33.Y : ben après t'as deux EAB, un ECB, plus euh un RAC 34.F : vas-y construis-le . . 35.Y : non j'sais pas faire, je comprends pas 36.O : là tous je vous rappelle le principe, comme la dernière fois, c'est que vos messages ils ne doivent avoir aucun dessin, bien sûr, et les récepteurs, d'une part ils n'ont jamais vu la figure, et d'autre part eux, dans leur menu il n'y a pas les mesures d'angles, donc il faut en tenir compte 37.Y : oh on a tous la même figure ? 38.F : mmh 39.Y : c'est quoi votre message ? [rire] 40.F : après y'a quoi là 41.Y : oh moi j'ai une idée regarde attends fais voir, on peut faire les milieux là 42.F : c'est là milieu je suppose plutôt 43.Y : là ? 44.F : ouais, descends, et tu cliques sur milieu 45.Y : non non j'ai mis, ça c'est le milieu de quoi ça ? 46.F : de ED 47.Y : le milieu de ED 48.F : ouais c'est ça 49.Y : après j'ai une droite parallèle, euh, droite parallèle, parallèle par ce point, parallèle à ce polygone, tu vois 50.F : non 51.Y : non, mais si si tu vas voir, tu vas voir, c'est tout simple, tu vois, une fois qu'on a	 fig.4 [objets construits : bissectrice de EAB puis bissectrice de l'angle (formé par cette droite et EA)]  fig.5 [droite parallèle à DC passant par le milieu de ED]
---	---

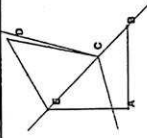
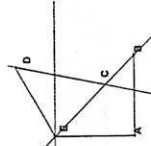
Florent / Youan PE1.

3

ce triangle là, on leur dit, tu sais on a dit y'a EAB c'est un triangle rectangle, après on leur dit de construire ED, on leur dit de construire ED, après on leur dit de faire le milieu 52.F : et comment ils construisent ED, faut leur dire comment ils construisent ED 53.Y : ben ça on trouvera après, après t'sais on leur dit, ouais voilà, vous faites, vous passez par le milieu, faut que vous fassiez une parallèle, ah ouais mais merde, cette droite ils l'ont pas en fait ! 54.F : non faut leur dire de construire ED après c'est facile 55.Y : mais non mais parce que t'sais moi je l'ai construit par rapport à celle là 56.F : ah oui 57.Y : c'est pas bon / [à l'observatrice] oh c'est possible au moins ? 58.O : oui, oui, bien sûr, non c'est pas un piège. 59.F : j'enlève la parallèle ? 60.Y : ouais enlève tout, laisse juste la droite 61.J 62.F : là con de sa race, oh, fais un angle de 60° comme ça 63.Y : mais ils ont pas les angles eux hein 64.F : si 65.Y : elle l'a dit, les récepteurs 66.F : ils ont l'angle de 60° voilà, point E 67.Y : non mais elle a dit que les récepteurs ils avaient pas les mesures d'angles 68.F : si, juste 60 69.Y : non mais là tu 70.F : madame comment on fait pour se servir de 60° ? 71.O : il y a une aide, si tu veux tu peux mettre l'aide, il faut désigner deux points, et le deuxième doit être le sommet, de l'angle que tu veux construire 72.Y : tu vois donc montre C et E après ? 73.F : ouais mais je veux ce point, E, C, et après ? 74.O : mais tu ne l'as pas sélectionné 75.F : ah ouais merde ! 76.Y : ouais mais d'abord C et après E 77.F : point, ce sommet, et ben moi je le veux dans ce sens là 78.O : ben tu fais en sorte qu'il repasse de	 fig.6 [angle de 60° en désignant E puis C : le milieu de DC a été construit un peu avant]
---	---

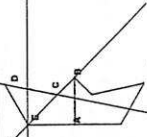
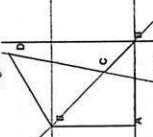
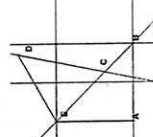
Florent / Youan PE1.

4

l'autre côté, tu peux faire une symétrique, en fait là il est orienté l'angle 79.Y : tu fais symétrique par rapport à la droite EB 80.O : il se met dans le sens direct, vous avez pas encore vu les orientations 81.Y : symétrique axiale 82.F : non non ça marche pas 83/ 84.Y : oh t'sais si tu, si tu continues c'te droite là 85.F : ouais ? 86.Y : elle passe pas par le milieu des fois ? Regarde, si elle passe par le 87.F : attends je veux voir un truc juste avant / .. parallèle .. j'voudrais faire un truc, enfin bon après, tu disais quoi toi 88.Y : je fais, euh, continuer la droite DC 89.F : quoi ? 90.Y : prolonge la droite DC 91.F : ouais 92/ 93.Y : ah, c'est pas le milieu là 94.F : non 95.Y : ah des fois c'est tu sais c'est euh, un tiers, deux tiers, tu sais c'est à deux tiers, tu vois ce que je veux dire ? C'est quoi les droites qui sont à deux tiers déjà ? 96.F : ouais t'as le centre de gravité mais là 97.Y : ouais, là c'est pas un triangle 98.F : ouais 99.Y : ben si ! C'est trop simple je viens de comprendre en fait j'ai eu la révélation de l'année 100.F : attends, milieu de ce 101.Y : tu vois, tu vois c'te droite 102.F : ce point C et ce point, ah il est là, ta race maudite ! 103.Y : tu vois ça, tu fais comme ça 104.F : ouais mais ils l'ont pas le point D, faut leur dire de le construire 105.Y : ouais mais je sais, mais après tu leur dit de construire un truc, avec euh t'sais, tu vois le milieu, là t'as fait le milieu de ce machin là, donc ça veut dire que le tiers il est par là, après le centre de gravité il est par là, donc 106.F : ouais mais .. 107.Y : le centre de gravité il sera sur DC	 fig.7  fig.8 [objets construits : droite passant par E et parallèle à AB, droite DC, milieu de DC]
---	--

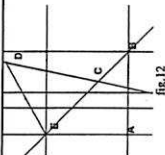
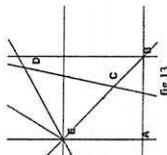
Florent / Youan PE1

5

108.F : ouais mais ils l'ont pas le centre de gravité 109.Y : si / eh y'a mesure d'angle là 110.F : vas-y j'ai compris je crois ! 111.Y : en fait faut faire t'sais, comme les machines là 112.F : fait attends, symétrique de c'te droite, c'est oh symétrique, axiale / oh putain ! 113.Y : bien joué, non c'est bien joué quand même 114.F : non, c'te droite je veux, attends on va construire la droite, par ce point, et ce point, après symétrique de cette droite par rapport à cette droite, putain 115.Y : .. [grossièreté] 116.F : ouais c'est dur hein / oh ça enregistre depuis tout à l'heure 117.Y : .. [grossièreté] / après elle écoute en plus 118.F : c'est pas bien hein ? 119.Y : ici radio lycée en direct de la salle d'ordinateurs, nous allons procéder à une étude approfondie sur les mathématiques appliquées, car nous sommes des futurs mathématiciens, techniciens en chef, eh oui, on va y arriver peut-être, qu'est-ce que tu as fait, tu fais vraiment n'importe quoi 120.F : ouais, à fond / oh c'est trop dur 121.Y : oh, vous avez trouvé quelque chose vous ? oh mais si, oh y'a Emeline elle va m'aider 122.F : j'ai compris je crois 123.Y : ça fait trois fois que tu me dis ça 124.F : ouais, droite, parallèle à 125.Y : je l'ai déjà fait 126.F : ouais, parallèle à ça, non putain ça marche pas 127.Y : euh, non ça marchera pas, tu sais si tu fais euh, celle là, parallèle, par, parallèle à celle là, ça suivra pas celle là ? 128.F : de quoi, tu veux faire laquelle ? 129.Y : des fois en fait, attends regarde, tu sais c'est parallèle ça ? 130.F : ah t'as 131.Y : non 132.F : ouais, si 133.Y : parallèle, non, parallèle, non, fais moi une droite, droite 134.F : point E	 fig.9  fig.10 [objets construits : droite AB, symétrique de la droite AB par rapport à EB]  fig.11 [droite parallèle à AE passant par le milieu de EB]
---	---

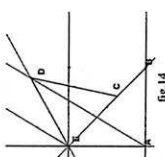
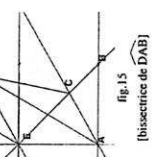
Florent / Youan PE1

6

135.Y : point E, euh 136.F : point 137.Y : droite 138.F : droite, passant par où ? 139.Y : merde, non, c'est pas ça que je veux faire, ouais, j'sais pas, j'ai pas bien compris, mais là ils me disent pas parallèle et tout 140.F : attends 141.Y : c'est pas parallèle à cette droite que je veux 142.F : attends, si elle a mis mesure d'angle, il doit y avoir euh 143.Y : attends, attends, regarde, c'est pas parallèle à cette droite que je veux, c'est droite, oh va te faire enculer ! 144.F : après on va supprimer un petit peu parce qu'il y en a beaucoup là des droites 145.Y : ouais supprime tout ce que tu as fait comme conneries / non pas celle là pas celle là 146.F : mais si c'est rien ça 147.Y : ouais c'est un point 148./ 149.F : bissectrice, de ce point, point E 150.Y : alléluia j'ai déjà trouvé ! 151.F : t'as trouvé quoi ? Après t'as, regarde, là tu fais un angle de 60 degrés 152.Y : [au micro] c'est Yoann qui a trouvé [rire] 153.F : faire un angle de 60 degrés 154.Y : ouais 155.F : bon, et après tu fais la bissectrice de cet angle de 60 degrés, c'est la droite ED, donc faut faire alors, faire parallèle à AB 156.Y : ouais mais après faut les mesures de ED 157.F : passant, ouais mais, passant par E, E 158.Y : quadrillage, ouais bien joué hein 159./ 160.F : [murmure : il est en train d'écrire, au brouillon] 161.Y : oh et si on a fini avant on peut se barrer ? 162.F : peut-être / et pour côté [cf. brouillon] 163.Y : oh t'es trop fort on va finir avant 164.F : ouais, la droite parallèle et à l'opposé / tiens ils ont fini eux 165.Y : qui	 fig.12 [droite parallèle à EA passant par un point de EB]  fig.13 [utilisation de « angle de 60° » en désignant un point de la droite parallèle à EA qui passe par E et E, puis construction de la bissectrice de cet angle de 60° - c'est la droite ED]
---	--

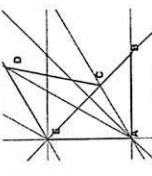
Florent / Yoann PEI.

7

166.F : de, AB, mais je sais sûr que c'est faux 167.Y : oh c'est faux ce que vous avez fait, oh mais attends, t'sais, regarde, comment on fait pour avoir les mesures et tout exactes ? 168.F : on peut pas, faire la bissectrice 169.Y : mais alors ce sera jamais juste 170.F : faire la bissectrice, de, cet angle, et on a la droite, la droite, ED, on a déjà là, on a déjà réussi à trouver la droite ED 171.Y : mais ouais mais on sait pas la longueur 172.F : oh putain qu'est-ce que tu fais toi ? 173.Y : qu'est-ce que j'ai fait ? C'est t'chi c'est t'chi, supprime 174.F : non, c'est comme ça que tu fais, tu fais tu prends la droite, hop, en ce point, elle ... ouais c'est bon, maintenant on a ça, on a ça, ça, ça, ça, ça 175.Y : oh si je ... supprime là ça supprime tout ? Non ! 176.F : cette droite, plus besoin 177.Y : maintenant faut trouver DC c'est ça ? 178.F : cette droite, plus besoin 179.Y : oh, oh on n'a plus qu'à trouver DC euh, on n'a plus qu'à trouver DC 180.F : ouais, enfin à trouver oh est le point D et après, c'est 181.Y : non, DC / ça fait un tiers / alors 182./ 183.F : oh putain ! 184.Y : qu'est-ce qu'il y a ? T'as trouvé ? 185.F : angle, 60 degrés, AB, intersection avec ED égal 186.Y : ah ouais trop chouard, oh trop bien ouéj mon gars [chouard = bien ; ouéj = joué] 187.F : on a déjà le point D 188.Y : chouard maintenant il nous reste plus qu'à trouver le point C 189.F : ouais et la bissectrice 190.Y : ouais et t'sais et les longueurs de AB et AE aussi 191.F : mais non si t'as tous les points t'as pas besoin de longueurs en fait, de ce point, à ce point, point B, alléluia ! J'ai tout trouvé 192.Y : E, E, et qu'est-ce que je voulais dire, euh, B et E, on n'a pas leur longueur, tu sais oh il faut les mettre quoi 193.F : putain, quoi, tout oublié ça, c'est tout à	 fig.14 [« angle de 60° » sur B et A]  fig.15 [bissectrice de DAB] Brouillon : EAB Δ L en A faire // AB passant par E faire un angle 60° passant par E et pour côté la droite (E) à l'opposé de (AB) faire la bissectrice de cet angle on a la droite (ED) angle 60° AB intersection avec ED = pt D
---	--

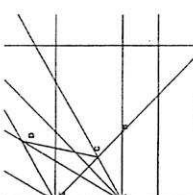
Florent / Yoann PEI.

8

reprendre à zéro 194.Y : j'aurais non on a juste trouvé E et B, tu vois c'est simple, on trouve E/ comment tu fais pour calculer l'angle de 60 ? 195.F : ... 196.Y : hein ? l'angle de 60 tu fais comment ? 197.F : tu vas là, ben c'est bon là t'as angle de 60 198.Y : j'aurais mais t'sais je veux avoir message 1) 199.F : AEB est un triangle (il rédige le message 1) 200.Y : merde, ça marche pas, moi à chaque fois que je fais un machin ça marche jamais oh ! Supprimer / mais en fait on s'en bat les couilles des points AEB, on leur dit de construire un triangle après on s'en fout de la taille exacte, ce qui faut c'est que ça ait cette forme même si c'est en plus grand [à l'observatrice] ce qu'il faut c'est que ça ait la forme, même si c'est en plus grand ? 201.O : exactement, oui 202.F : la taille on s'en fout 203.Y : donc AEB c'est bon 204.F : non mais faut que 205.Y : on s'en fout ! 206.F : on peut pas avoir cerle madame pour vérifier une 207.Y : regarde, par exemple tu mets, tu mets 208.F : non mais pour savoir si ça c'est égal à ça si c'est un rectangle isocèle 209.Y : ah mais il est isocèle le rectangle 210.F : pas forcément 211.Y : si regarde c'est facile à faire regarde, regarde bien 212.F : si ouais c'est bon 213.Y : parce que y'a, t'sais t'as droite parallèle là et là, parallèle, là c'est parallèle, donc ça fait 4 angles droits et un 4 angles droits 214.F : fais la perpendiculaire ... 215.Y : non regarde 4 angles droits ça fait un carré et un carré 216.F : un rectangle ça peut être 217.Y : un carré, mais non 4 angles droits c'est un carré 218.F : (Hes) 219.F : fais la perpendiculaire, tu vas, là, attends, droite perpendiculaire, par E,	 Fig.16 [droite perpendiculaire à EB passant par le milieu de EB : elle passe par A et par le symétrique de A par rapport à EB qui est déjà connu, cf. fig.9]
---	--

attends, par ce point 220.Y : par ce point là ? 221.F : ouais, et perpendiculaire à, c'te droite, non l'autre, voilà, c'est bon, isocèle 222.Y : ... ça veut dire qu'il est isocèle ? 223.F : ouais, parce que c'est un carré, après 224.Y : donc on a tous les points là, on a EB 225.F : ouais, et CB 226.Y : mmh, ouais on a EB et C, t'as trouvé C à l'heure 227.F : l'angle 228.Y : non en fait faut dire de faire un carré, faire un carré, et voilà 229.F : [à l'observatrice] ils ont 60 degrés aussi les récepteurs ? 230.O : oui, ils ont tout sauf la mesure des angles 231.F : mais ils ont 60 degrés là ? 232.Y : oh faut faire un carré en fait, tu fais un carré AEB, AE machin et B, après tu coupes au milieu et après t'as tous les points 233.F : B, A, D, droite, après, faire angle, de 60 [il parle pour lui, en rédigeant] 234.Y : pourquoi BAD ? BAE. 235.F : là c'est 60 degrés 236.Y : ah 237.F : faire parallèle à 238.Y : mais t'as pas mis qu'il fallait faire un carré AEB là 239.F : passant par E, ... 240.Y : ... 241.F : ... passant par, E 242.Y : ça y est, on a trouvé, Emeline on t'aidera pas, t'as pas voulu nous aider, on t'aidera même pas 243.F : vas-y bouge la souris [l'économiseur d'écran s'est déclenché] 244.Y : elle croyait qu'on allait faire ça en une heure et demi nous ! On est trop forts nous, nous on a pas besoin d'une heure et demi hein ! 245.O : tant mieux, tant mieux 246.Y : on est trop forts ! 247.F : à l'opposé de / à l'opposé de AB, tu peux, enlever s'te plait, bissectrice 248.O : itens, ne trafiques pas trop, parce que j'enregistre le travail dans Cabri, les sessions, donc je ne sais pas trop ce que ça	
---	--

donne si tu te ballades ailleurs 249.F : faire la bissectrice, ce point, intersection, de, cette droite, et, l'angle, AD 250.Y : ça y est ? 251.F : point D, non. 252.Y : putain j'ai tout trouvé oh, je suis trop fort 253.P : oui, si tu bosses 254.Y : c'est Florent qui a tout trouvé 255.P : hein ? 256.Y : c'est Florent qui a tout trouvé moi j'ai rien compris 257.P : non mais si tu bosses, quand tu bosses, tu t'en sors hein 258.Y : ouais mais quand je bosse, j'ai pas le temps, chez moi faut que je garde ma petite sœur, que je fasse à manger que je fusse la lessive 259.F : on peut leur envoyer ? 260.O : tu mets juste un 1 là 261.Y : parle dans le micro si tu l'envoie 262.F : ils entendent nous ce qu'on dit ? 263.O : non non c'est juste dans la cassette là 264.Y : mais c'est qui à côté 265.O : c'est d'autres élèves, vous ne les connaissez pas 266.F : ils sont pas d'ici ? 267.O : non 268.Y : ils sont d'où ? 269.O : d'ailleurs 270.Y : ouais mais d'où d'ailleurs, allez, dites ! 271.O : y'en a plein des lycées, c'est pas grave 272.Y : ouais mais je les connais tous 273.O : Aristide Bergès 274.Y : ah, y'a plein de gens là-bas 275.O : alors vous avez votre TP « parallélisme et orthogonalité » pour combler les moments où vous ne travaillez pas sur la figure 276.F : euh ouais mais en fait faut qu'on revérifie encore un peu je crois 277.Y : là on a fini là 278.O : oui, si vous avez des trucs à faire sur la figure faites le, mais 279.Y : non mais là on a fini là 280.F : arrête y'a un TP après 281.O : il faut attendre la réponse de toute	Message L. E.-R. ADB est un triangle rectangle en A, l'angle ADB est l'angle de 60° BAD (D est sur la droite) fais l'angle 60° passant par D et A (l'opposé de AB) fais l'angle 60° passant par D et A (l'opposé de AB) fais la bissectrice de cet angle l'intersection de cette droite et l'angle 60° (BAD) est le point D la bissectrice de BAD coupe (BE) en C
--	--

façon 282.Y : ouais 283.O : ils vont répondre, au moins pour dire que c'est fini, c'est bon 284.Y : ah sinon ils vont nous dire c'est faux ? 285.O : ben y'a peut-être des choses aussi, des fois il y a des choses, qu'ils peuvent pas, qu'ils comprennent pas, quoi, qu'ils arrivent pas à faire 286.F : c'est des belus des fois [belus=naïfs] 287.O : ils peuvent demander des précisions 288.Y : ah bon ! et ils vont nous appeler comment ? 289.O : ils vont passeront des messages 290.Y : ah mais c'est même pas fait sur l'ordinateur et tout ? 291.O : non 292.J 293.F : j'sais quoi je vais faire un truc je vais essayer de refaire la figure à côté pour voir si ça marche 294.Y : tu vas tout enlever ? Tu vas tout effacer ? 295.F : non je vais me refaire la figure à côté, une droite 296.Y : non faut faire un carré d'abord 297.F : allez hop... perpendiculaire, par ce point, cette droite, putain par contre 298.Y : si si si si, vas-y c'est bon, perpendiculaire à cette droite, allez vas-y fais 299.F : ouais mais merde, comment on fait un carré ? 300.Y : ah t'es stupide ! Non ! 301.F : on n'a pas de mesure, on n'a pas de 302.Y : mais si tu as 60 degrés, tu fais comme ça non tu fais un point d'abord, après tu fais euh, perpendiculaire à cette droite par ce point 303.F : et après comment tu sais c'est exactement où le point ? 304.Y : ah ça c'est tout simple, tu fais comme ça tu fais angle de 60, tu fais toc, ah ouais non là c'est pas bon, mais si on s'en fout on s'en fout 305.F : non on peut pas faire de carré en fait 306.Y : si 307.F : ah si je sais, laisse moi faire 308.Y : non non regarde, regarde	 fig. 17
--	--

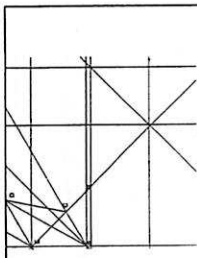


fig. 18

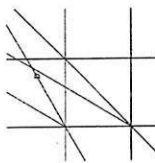


fig. 19

[pour plus de clarté je ne montre que la partie de la figure que les élèves sont en train de construire - le polygone est toujours présent dans la figure]

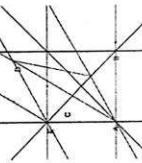


fig. 20
(idem)

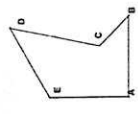


fig. 21

[il ne reste plus sur la figure que le polygone de départ et les milieux de ED et DC : tout le reste est effacé]

- 309.F : 'te plaît
310.Y : non mais regarde, droite parallèle à cette demi-droite
311.F : putain il nous fait une
312.Y : une quoi ?
313./
314.F : tu fais comme ça après tu fais, bissectrice, ce point, ce point, ce point, hop, et là t'as un carré / voilà là y'a un carré
315.Y : maintenant tu fais commeg, une droite
316.F : faut que je fasse un angle de 60 degrés
317.Y : pourquoi faire ?
318.F : droite, hop, après je fais la bissectrice
319.Y : faut que tu fasses un troisième point hein
320.F : ouais je vais le mettre là
321.Y : tape à côté ; tape à côté
322.F : contrôle Z, oh putain
323.Y : tape à côté
324.F : alors ce point, ce point, demi-droite par, ... après 60, cette intersection, ce point, voilà là y'a D
325.Y : ... -nomme le nomme le
326.F : attend, vas-y, appuie D, on va nommer tous les points comme ça on est tranquille, merde c'est où nommer
327.Y : c'est quoi ça ?
328.F : E / A / B
329.Y : c'est bon ?
330.F : après on fait c'te droite, par ce point et ce point, après on fait la bissectrice par ce point, ce point, ce point et ça fait C / madame vous avez bien dit que ça servait à rien les, les longueurs ? Parce que nous là par exemple on l'a refait mais c'est pas forcément aux mêmes dimensions que celle là
331.O : non non, oui, c'est pas les dimensions qui sont importantes, c'est la forme
332.F : ouais c'est bon ça marche en fait
333.O : ben tant mieux
334.F : voilà maintenant tu supprimes tout
335.Y : ouais maintenant je supprime tout
336.F : fais voir faut que tu prenes ça / tu laisses la forme / oh putain !
337.Y : [rire] merde !
338.F : c'est pas grave ...

Florent / Yoann PEI.

13

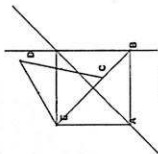


fig. 22

[milieu de ED, perpendiculaire à EB par ce point, perpendiculaire à AB par B, intersection de ces deux droites, segment de E à ce point]

- 339.Y : oh vous faites quoi Jo, Jordan ! [E22]
340.O : ils ont fini eux aussi, ils ont envoyé un message
341.F : et vous faites quoi en attendant ?
342.O : TP, parallélisme et orthogonalité !
343.Y : oh nous on n'a pas fini !
344.F : nous on fait exprès de pas avoir fini parce que [rites]
345./
346.Y : voilà, il nous reste la figure
347./
348.F : refais pour voir si c'est bien un carré, fais une droite ... EB, non droite pas segment, ouais c'est pas grave, après tu fais le milieu de ce segment, et après, tu fais, bissectrice, de l'angle euh
349.Y : non, pas besoin de faire une bissectrice, il doit y avoir d'autres moyens
350.F : ben perpendiculaire, fait, ah ben c'est bon hein, c'est bon
351./
352.F : ils ont réussi ? [il voit passer un message destiné au E22] tu fais, tu lui écris ben débrouille toi / si ils y arrivent pas, je les flingue / c'te feinte !
353.Y : c'est bon on supprime tout
354.F : oh putain arrête les conneries non non ! Oh supprime pas tout !
355.Y : on est obligés de le refaire comme ça
356.F : arrête les conneries !
357.Y : hein, c'est mieux
358.F : ah ça a pas marché
359.Y : non, j'ai pas supprimé tout !
360.F : c'est la suite du TP d'hier qu'on doit faire ?
361.Y : aie j'crois que, oh Florent, Florent !
362.F : non mais c'est celui là ? Christophe, c'est celui là ?
363.Y : Oh Florent, oh Florent, Florent, va falloir refaire !
364.F : ...
365.Y : elle y est pas, elle est partie
366.F : oh putain t'es con toi
367 [rites]
368.Y : c'est pas grave
369.F : oh, là t'es con
370.Y : [à l'observatrice] oh elle est partie la figure, elle est partie la figure
371.F : on fait comment madame alors ?

Florent / Yoann PEI.

14

372.Y : mais on n'en a plus besoin on a fini !
 373.F : non mais si ils nous renvoient un message ?
 374.Y : mais, on sait de tête nous . .
 375./
 376.O : (à tous) je rappelle à tout le monde que quand vous attendez un message il y a le TP : parallélisme et orthogonalité que vous avez commencé / vous pouvez continuer à chercher, bien sûr
 377.F : en plus ils ont pas trouvé
 378.Y : oh mais c'est le TP d'hier là ?
 379.F : ouais ouais
 380.Y : c'est bon il m'a saoulé ce TP
 381.F : ouais moi aussi
 382.Y : faut le rendre quand ? Faut pas le rendre de toute façon
 383./
 384.Y : entrez ! ce groupe est situé à côté de la porte de communication avec les récepteurs]
 385.F : c'est pour nous
 386.Y : on ne sait pas faire le triangle AEB rectangle isocèle, oh ils sont nuls ! Dis-leur qu'il faut faire un carré avec la bissectrice
 387.F : oh ils sont vraiment
 388.Y : non mais réponds leur sur leur feuille
 389.Y : non non faut, faire
 390.Y : moi je vais leur dire ils sont mauvais !
 391.O : non non non non, tu t'assois
 392.F : merde c'est comment ?
 393.Y : tu dois faire un, un carré
 394.F : perpendiculaire
 395.Y : faut qu'ils fassent une bissectrice
 396.F : vas-y fais une droite, deux droites perpendiculaires
 397.Y : regarde, au début tu fais un segment
 398.F : non une droite
 399.Y : non un segment c'est meilleur, tu fais un segment n'importe comment
 400.F : allez vas-y tu t'en bats les
 401.Y : non non non, faut que ce soit bien
 402.F : une perpendiculaire
 403.Y : après tu fais, voilà tu dis, faire un segment, après faire une perpendiculaire à ce segment, par ce droite
 404.F : par ce point
 405.Y : par ce point, après
 406.F : choisit un point sur la droite AB

fig.23
 [ici c'est la figure complète qui est reproduite : le polygone de départ a été effacé]

407.Y : mais non
 408.F : si tu choisis ce point là
 409.Y : ouais ce point là mais là tu sais pas quel point c'est, encore, après tu fais, ah ouais, tu prends un point n'importe lequel
 410.F : faire un point B, sur AB, au choix (il rédige, cf. message 3) voilà
 411.Y : n'importe où, tu dis n'importe où, après tu dis tracer la bissectrice
 412.F : faire, là
 413.Y : après faire la perpendiculaire
 414.F : AB, faire la perpendiculaire à AB passant par B
 415.Y : faire le point d'intersection des, de la bissectrice et de la droite eh
 416.F : faire la bissectrice
 417.Y : et après t'as plus qu'à faire une perpendiculaire, et t'as le carré, et t'as ton triangle isocèle en séparant en deux
 418.F : E, AB, l'angle EAB
 419.Y : ça c'est E ça là-haut ? / A
 420.F : fais A
 421.Y : tu comprends ?
 422.F : égal ! ouais, remets, et la parallèle passant par I, et parallèle à AB, fais intersection, égal E, ouais c'est bon, madame !
 423.Y : mais donne, on va leur donner ! [rires]
 Oh mais pourquoi ils veulent pas qu'on ait de contact ?
 424.F : parce que après on peut tricher
 425.Y : (à l'observatrice) pourquoi on peut pas avoir de contact ?
 426.O : ça ne sert à rien, le jeu c'est justement que les contacts ne se fassent que par les feuilles, comme ça ça vous oblige à expliciter
 427.Y : ben là si ils comprennent pas !
 428.O : je veux bien que, tu me rends l'autre, le premier
 429.F : ouais mais le premier ils l'ont gardé
 430.O : non, je pense pas
 431.F : le leur ?
 432.Y : le leur
 433.O : ouais, tout en fait, je transmets tout à chaque fois, comme ça ils se souviennent
 434.F : oh ils savent même pas faire un carré oh ! (à un autre groupe) Eh ouais mais comment tu le fais le triangle isocèle ?

Message 3, E→R:
 faire une droite (AB)
 faire un pt B sur AB au choix
 faire la // passant par B
 faire la // passant par I et // à (AB)
 intersection = E

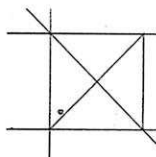


fig.24

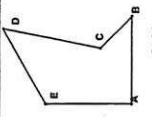
435.O :non non non non non, vous ne discutez pas entre vous, sinon le jeu n'a plus d'intérêt 436.F :ils ont pas les cercles 437.O :Florent 438.F :quoi ? 439.O : vous ne discutez pas entre vous, sinon ça n'a pas d'intérêt 440.Y :mais nous on a fini là, ils vont trouver là 441.O :et ben tu sors ton TP 442.F :non mais on va 443.Y :et ça veut dire que pendant, la jusqu'à la fin de la séance on va faire le TP ? 444.O :non, d'abord tu attends, peut-être qu'ils auront encore d'autres questions à vous poser 445.Y :et s'ils en ont pas d'autres ? 446.O :s'ils en ont pas d'autres, ben vous finissez votre TP 447.F :ah non ! 448.Y :euh moi je préfère encore euh, sortir ! [rires] 449.O :mais attendez, ce n'est pas fini encore 450.Y :mais si, ils ont posé qu'une seule question donc euh 451.O :mais ils ont posé au fur et à mesure, c'est possible qu'ils bloquent sur autre chose après 452.Y :moi j'aimerais être récepteur hein qu'émetteur 453.F :oh viens on fait des morpions 454.//// 455.F :oh mais ils savent même pas construire un triangle isocèle / l'autre il a effacé la figure on peut plus rien faire [il s'adresse à un autre groupe] 456.//// 457.Y :c'est pour nous là non ? 458.O :c'est vous le groupe 1 ? 459.Y :je sais pas 460.F :ouais 461.O :c'est vous qui avez marqué ça 462.F :ouais 463.Y :euh, ouais / oh ils ont pas trouvé, le point D, c'est / le point D il est sur quelle droite, quoi le point D, oh tu leur as dit de construire la bissectrice 464.F :ouais !	Messae-J., B.-E. Le point D est sur quelle droite ?
--	--

Florent / Youan PE1.

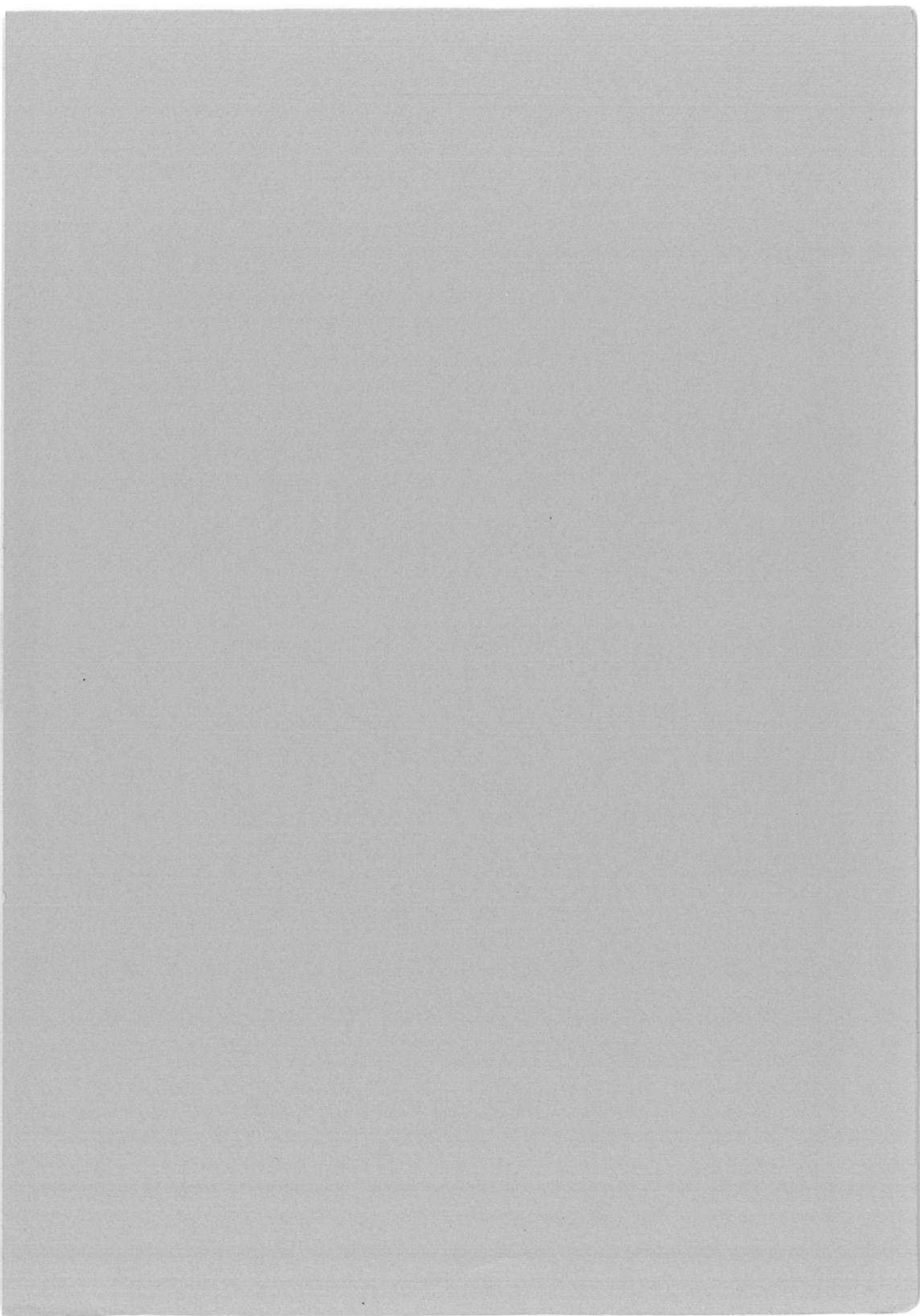
17

465.Y :angle de 60 de l'angle EA machin, bissectrice de c't'angle 466.F :madame, c'est pas grave si j'ai écrit en rouge ? 467.O :c'est pas grave 468.F :là droite, passant par E, par E, parallèle à 469.Y :ah mais ils savent même pas la forme de la figure ? 470.O :ah non, ils ne l'ont pas vue, c'est pour ça c'est pas très facile 471.F :ouais mais c'est des betus, quand même hein 472.Y :nous quand on serait à leur place des fois, on comprendra tchi hein [tchi = rien] 473.F :l'angle 474.Y :mais nous on est les plus intelligents 475.F :E, D, de 60 degrés 476.Y :c'est bien comme hein Pablo Neruda plus grande réussite au bac, ouais 477.F :EED, à l'opposé, de AB 478.Y :non Enelline, c'est pas ça, c'est pas ça, la réponse c'est a égal y plus b 479.F :on peut pas ravoit la figure au fait 480.O :quoi ? 481.F :là figure, on peut pas la ravoit parce que 482.O :pourquoi, vous l'avez enlevée ? Vous l'avez effacée 483.Y :ouais on a eu un petit problème, y'a pas un fichier pour la mettre 484.O :c'est vrai, tu l'as réellement enlevée ? 485.Y :ouais, c'est fichier, euh, charger, on peut pas la charger ? 486.O :non non 487.Y :elle est pas sur la disquette ? 488.O :si mais c'est celle-là qui est sur la disquette 489.F :et on prend laquelle là 490.O :non non annule, annule, je te le fais, annule 491.F :c'est annulé là 492.O :voilà / ceci dit vous seriez capables de la refaire normalement non ? 493.F :ouais mais, pour être bien sûrs 494.Y :nous on n'a pas les traits gras et tout 495.O : [à un autre groupe] j'arrive 496.F :c'est ouvrir, eme!, non ? C'est pas eme! ?	Florent / Youan PE1.
---	-----------------------------

18

497.O :non non, je vous reprends la figure 498.Y :ouais c'est ce que je voulais faire quoi 499.O :attends mais ça va pas marcher là 500./ 501.Y :là ça enregistre automatiquement ? 502.O :ouais / ah mais, attends 503.F :B, A 504.O :ok 505.Y :merci, sur la droite 506.F :entre parenthèse et après c'est 507.Y :t'as mis quoi, t'as la droite passant par E 508.F :et D l'intersection 509.O :c'est bon ? Mets le numéro du message là, je crois que c'est 5 c'est ça ? 510.F :3 511.O :non 512.Y :non mais eux ils en ont fait deux déjà 513.F :ah on compie avec leurs euh 514.O :c'est bon ? 515.Y :ouais mais moi je crois que c'est faux ce que tu as mis 516.O :ouh là mettez vous d'accord non ? 517.Y :non on est d'accord ! 518./ 519.(on entend la porte de communication s'ouvrir) 520.F :oh s'ils ont pas compris ! C'est pas pour nous, encore heureux 521.Y :donc c'est bien, ça veut dire qu'ils ont compris 522./ 523.(on entend la porte de communication s'ouvrir) 524.F :oh non ! 525.O :groupe 1 c'est bien vous ? 526.Y :ouais, le groupe 1 / tu comprends ce qu'ils veulent te dire ? Moi je comprends pas trop moi 527.F :tu prends 60° 528.O :dis tu te remets sur la figure, vous avez un message [Yoann Jouault sur l'ordinateur] 529.F :tu cliques, B, madame, pour construire un angle de 60 y'a bien besoin, là par exemple pour construire un angle de 60 degrés on clique B après on clique A et ça fait 530.O :ouais, ouais ouais	 fig.25 Message 5, E→R: Tu la droite passant par E // à (AB) faire l'angle IED de 60° (IED et l'opposé de (AB)) pour la bissectrice de cet angle faire angle de 60° BAD (un côté de E) je d'intersection = D Message 6, R→R: l'angle IED de 60° est fait, mais l'angle BAD 60° on ne suis pas le faire sur le point D existe déjà. IED 60° et BAD 60° ? Message 7, E→R: tu prend 60°, tu cliques B puis A
---	---

531.F :ben voilà alors, faut leur expliquer comment faire un angle de 60 degrés 532.O :tiens tu mets le numéro s'il te plaît ? 533.F :c'est le numéro combien ? 534.Y :6, 7 535.F :7, ils ont du mal hein / non non vas-y non non redonne pas 536.Y :il m'a saoulé, il m'a saoulé ce jeu 537./ 538.F :on peut y aller là quand même, oh s'ils ont pas réussi à faire la figure là / [à l'observatoire] c'était la même figure que la dernière fois non ? 539.O :oui mais ça n'était pas les mêmes menus 540.F :c'était plus dur en fait la dernière fois alors ? 541./ 542.F :ils ont réussi en fait ? Ils nous écrivent quand ils ont réussi ? Ou pas ? 543.Y :ou ils nous laissent mourir ! 544.F :ils sont partis, si ça se trouve ils sont partis t'sais 545.Y :oh merci / ils ont pas trouvé 546.F :ils ont pas, mais c'est des merdes hein ! 547.Y :oh les gars si je vous attrape je vous creve, non je rigole ! 548.F :remet la figure s'te plaît 549.Y :tu veux que je remette là, la truc 550.F :ED 551.Y :oh ça sonne là ! Bon ben 552.F :60, 60 degrés, ED bissectrice, donc 30° / j'ai écrit en dessous c'est pas grave ? 553.Y :falloit pas remettre sur le même 554.F :oh c'est pas grave 555.O :au revoir et merci.	Message 8, E→R: J'ai fait 60°, B et puis A, mais la droite ne passe pas par le point D qui existe déjà car IED 60°. Donc D ne peut pas être à la fois IED 60° et BAD 60°. Alors ? Message 9, E→R: IE 60° IED bissectrice donc 30°
--	---



Résumé

La recherche que nous présentons a pour objet l'étude de différentes conceptions d'élèves à propos de la notion d'angle. Le cadre théorique fait appel à la théorie des situations didactiques, ainsi qu'à la notion de conception telle qu'elle a été définie par Balacheff.

A partir d'une étude de la naissance et du développement de la notion d'angle, nous montrons que l'angle en tant qu'inclinaison est l'un des aspects fondateurs de la notion. Nous présentons alors une étude de manuels scolaires actuels afin d'examiner l'existence de cette facette de la notion dans l'enseignement, et de définir les sphères de pratiques qui sont rattachées à la notion d'angle chez les élèves. Nous poursuivons par une étude de l'angle dans différents logiciels de géométrie utilisés dans l'enseignement, par laquelle nous montrons que le micromonde Cabri-géomètre II offre la possibilité de mettre en œuvre dans le micro-espace de la classe des situations qui possèdent certaines caractéristiques du macro-espace.

Nous avons mis en place un dispositif expérimental afin d'observer des élèves de 2^{nde} en situation de résolution de problème sur Cabri-géomètre II. Il s'agit d'une situation de communication portant sur la reproduction dans une taille différente d'un pentagone, sans recours à la mesure des longueurs.

Les résultats montrent que l'angle en tant qu'inclinaison est accessible aux élèves, bien qu'ils mobilisent d'emblée des conceptions de l'angle qui sont très liées aux caractéristiques directes de la figure (sommets et côtés).

Study of angle from the conceptions point of view

The research we present here deals with the study of pupils different angle conceptions. The theoretical framework of this study is given by the theory of the didactical situations, as well as by the notion of conception as it has been defined by Balacheff.

From a study of the birth and development of the notion of angle, we show that the angle as a slope is one of the founders aspects of the concept. We then present a study of current textbooks in order to examine the existence of this facet of the concept in teaching, and to define the spheres of practices which are attached to the notion of angle among the pupils. We pursue by a study of the angle in different geometry softwares used in classes. We show here that the microworld Cabri-geometry II makes it possible to implement in the micro-space of the classroom situations which have some characteristics of macro-space.

We set up an experimental device in order to observe pupils in a situation of problem-solving on Cabri-geometry II. It is a situation of communication relating to the reproduction of a pentagon in a different size, without recourse to the lengths measurement.

The results of the work show that the angle as a slope is accessible to the pupils, although they first mobilize angle conceptions which are closely related to the direct characteristics of the figure (edges and sides).

Mots-clefs :

Didactique des mathématiques, Angle, Conceptions, Cabri-géomètre II.