



HAL
open science

Étude des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par des atomes froids

Aurélien Eloy

► **To cite this version:**

Aurélien Eloy. Étude des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par des atomes froids. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Côte d'Azur, 2018. Français. NNT : 2018AZUR4063 . tel-01945880

HAL Id: tel-01945880

<https://theses.hal.science/tel-01945880>

Submitted on 5 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

Étude des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par des atomes froids

Aurélien ELOY

Institut de Physique de Nice

Présentée en vue de l'obtention
du grade de docteur en Physique
de l'Université Côte d'Azur

Dirigée par Robin Kaiser

Soutenue le : 18 septembre 2018

Devant le jury composé de :

Philippe Adam, Direction Générale de l'Armement

Anders Kastberg, Professeur, Institut de Physique de
Nice (Université Côte d'Azur)

Robin Kaiser, Directeur de Recherche, Institut de Phy-
sique de Nice (CNRS)

Valentina Krachmalnicoff, Chargé de Recherche, Ins-
titut Langevin (CNRS)

Arno Rauschenbeutel, Professeur, Vienna University
of Technology

Patrizia Vignolo, Professeur, Institut de Physique de
Nice (Université Côte d'Azur)

Pierre-Étienne Wolf, Directeur de Recherche, Institut
Néel (CNRS)

Étude des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par des atomes froids

Jury :

Président du jury

Patrizia Vignolo, Professeur, Institut de Physique de Nice (Université Côte d'Azur)

Rapporteurs

Pierre-Étienne Wolf, Directeur de Recherche, Institut Néel (CNRS)

Arno Rauschenbeutel, Professeur, Vienna University of Technology

Examinateurs

Anders Kastberg, Professeur, Institut de Physique de Nice (Université Côte d'Azur)

Valentina Krachmalnicoff, Chargé de Recherche, Institut Langevin (CNRS)

Invité

Philippe Adam, Direction Générale de l'Armement

Directeur de thèse

Robin Kaiser, Directeur de Recherche, Institut de Physique de Nice (Université Côte d'Azur)

Étude des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par des atomes froids

Résumé

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux propriétés des fluctuations de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids, que ce soit les variations temporelles de l'intensité ou les fluctuations spectrales du champ électrique dans le régime de diffusion simple ou multiple de la lumière. Bien que notre analyse soit réalisée sur un système passif, l'ajout de gain dans le système peut conduire à l'obtention d'un laser aléatoire dont l'étude des corrélations temporelles de l'intensité émise peut permettre une étude détaillée de ses propriétés de cohérence.

La première étape de cette caractérisation est l'étude du bruit de fréquence de lasers conventionnels. La mesure est réalisée grâce à un discriminateur de fréquence, pouvant être une cavité Fabry-Pérot ou une transition atomique, utilisé pour convertir le bruit de fréquence en bruit d'intensité mesuré. Un modèle simple est présenté montrant que, alors que les résultats obtenus pour la cavité ou la transition atomique soient identiques à faibles fréquences de Fourier, de nouvelles structures apparaissent à hautes fréquences, permettant de réaliser de la spectroscopie de bruit en analysant les fluctuations de la lumière transmise.

Les propriétés de cohérence peuvent aussi être étudiées grâce à la fonction de corrélation $g^{(2)}$ de l'intensité, offrant un accès à la statistique des photons de la lumière émise. Nous mesurons cette fonction dans un milieu passif en expansion balistique en contrôlant finement le régime de diffusion de la lumière. Nous analysons en détails l'évolution du contraste, la perte de cohérence ainsi que le changement de forme de $g^{(2)}$ dans le régime de diffusion multiple. Ces résultats sont combinés à des études numériques et analytiques pour mettre en évidence le rôle de la diffusion multiple dans les changements de la fonction $g^{(2)}$. Cette mesure est la première réalisation expérimentale de spectroscopie des ondes diffuses sur un nuage d'atomes froids en mouvement balistique.

La caractérisation de la cohérence temporelle d'un laser aléatoire passe par l'étude de la fonction $g^{(2)}$ sur un milieu actif sous le seuil d'émission. Nous implémentons alors un schéma de gain Raman hyperfin, combinant efficacement gain et diffusion. Nous présentons les premiers tests de la quantification du gain dans le nuage par spectroscopie pompe-sonde, montrant l'apparition d'une fenêtre de transparence électromagnétiquement induite. Enfin, par une méthode hétérodyne, nous sommes en mesure d'accéder au spectre optique de la lumière diffusée en présence de gain.

Mots clés : Atomes froids, diffusion, bruit de fréquence, corrélations d'intensité, gain Raman, laser aléatoire

Study of temporal fluctuations of light scattered by cold atoms

Abstract

In this thesis, we are interested in studying the properties of the fluctuations of the light scattered by a cloud of cold atoms, namely temporal fluctuations of the intensity or spectral fluctuations of the electric field in the single or multiple scattering of light. Although our analysis is focused on a passive medium, gain can be added in the system leading to a random laser whose the study of the temporal correlations of the emitted intensity allows to better characterize its coherence properties.

The first step towards this characterization is the study of the frequency noise power spectral density of conventional lasers. This measurement is made using a frequency discriminator, being a Fabry-Pérot cavity or an atomic transition, used to convert frequency noise into measurable intensity noise. A simple model is developed showing that, while results obtained with the Fabry-Perot cavity and the atomic transition are the same at low Fourier-frequency, new features appear at high Fourier-frequency showing the influence of the atoms in the noise conversion, allowing to perform spectroscopic measurements by analyzing the intensity fluctuations of the transmitted light.

Cohérence properties can also be studied with the correlation function $g^{(2)}$ of the intensity, giving access to the photon statistics of the emitted light. We measure this function in a passive medium ballistically expanding while controlling the regime of scattering of light. We analyze in detail the evolution of contrast, the loss of coherence and the change of shape in the multiple scattering regime. Those results are combined with numerical and analytical studies showing the role of multiple scattering in the changes of the $g^{(2)}$ -function. This measurement is the first experimental demonstration of diffusing wave spectroscopy on cold atoms in ballistic motion.

The characterization of the temporal coherence of a random laser requires the study of the $g^{(2)}$ -function in an active medium below threshold. We implement a scheme based on hyperfine Raman gain, combining effectively gain and scattering. We present our first results to quantify the amount of gain in the cloud with pump-probe spectroscopy, showing the appearance of an electromagnetically induced transparency window. Finally, based on a heterodyne method, we are able to access the optical spectrum of the scattered light in presence of gain.

Keywords : Cold atoms, scattering, frequency noise, intensity correlations, Raman gain, Random laser

À Chica et Minitruc

*C'est le temps perdu pour ta rose
qui fait ta rose si importante.*

Antoine de Saint-Éxupéry
Le Petit Prince

- Ah!
- Qu'est-ce qu'il y a ?
- Rien, je m'entraîne juste au cas où je découvre quelque chose.
- Ah.

Pierre à Pierre dans *RRRrrrrr!!!*

Remerciements

Il est venu le temps des remerciements. Exercice difficile, s'il en est. Difficile puisqu'il faut pouvoir remercier et résumer en quelques lignes tout ce qui m'a été apporté au cours de ma thèse. Mais cela reste quand même un moment particulier puisque, justement, cela clôt ces trois intenses dernières années. Alors essayons d'être le plus juste et le plus complet possible.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma reconnaissance aux membres de mon jury de thèse. Je souhaite remercier, dans un premier temps, Pierre-Étienne Wolf et Arno Rauschenbeutel qui ont tout deux accepté la lourde tâche de rapporter ce manuscrit. Merci ensuite à mes examinateurs, Valentina Krachmalnicoff, Anders Kastberg et Patrizia Vignolo. Enfin, cette thèse n'aurait pas pu se concrétiser sans le soutien de la DGA. Merci donc à Philippe Adam d'en avoir assuré le suivi.

Mon premier contact avec Robin Kaiser date du début de l'année 2012 lorsque je cherchais un stage de L3. Il est probable, en y repensant maintenant, que ma thèse ait commencé bien avant sa date officielle et que ce moment ait été le déclencheur. J'ai tout de suite été marqué par son dynamisme et sa passion pour la physique, quelle qu'elle soit. Ce stage a été une première immersion dans la physique atomique et je crois bien n'en être jamais ressorti. Et puis me voilà en fin de thèse, avec des atomes froids. Je tiens vraiment à te remercier Robin. Pour la confiance que tu as accordé à l'étudiant perdu de Licence que j'étais puis ensuite au futur thésard, certes un peu moins perdu mais tout aussi paumé. Tu as toujours pris le temps de répondre à mes interrogations et de discuter des réussites ou des problèmes de l'expérience. Tes questions m'ont toujours poussé à mieux comprendre et approfondir, tant mes connaissances techniques (et donc ma maîtrise de l'expérience) que plus fondamentales.

Au jour le jour, mon travail a été suivi par Mathilde Fouché, sans qui cette thèse ne serait pas ce qu'elle est. Tu as toujours été là pour m'aider sur la manip', à essayer de percer les mystères (complexes) du vide (toujours pas compris d'ailleurs), à modifier encore et encore l'expérience pour enfin avoir du gain ou juste à en améliorer la stabilité. Tu répondais aussi présente pour répondre à mes questions (même les plus naïves qu'on se le dise), dans mes moments de joies ou de doutes ou alors pour relire de manière approfondie ce manuscrit. La nuit de mesures HBT à l'observatoire restera un moment mémorable de ma thèse. Je tiens vraiment à te remercier pour tout ça.

Viens maintenant le tour de William Guerin, ou devrais-je dire Super William. Travailler avec toi a été un véritable plaisir. Tu t'es toujours montré disponible pour répondre à mes questions, discuter d'une courbe et me faire comprendre ce que je devais améliorer sur l'expérience et mieux saisir les tenants et aboutissants. Pouvoir profiter de tes souvenirs de post-doc sur le laser aléatoire s'est montré particulièrement utile pour soupçonner ce qui n'a pas fonctionné ici et pour ensuite apporter les modifications nécessaires. Je dois aussi rajouter que travailler sur nos expériences respectives tout en partageant la même musique est, et restera, un super

souvenir. Merci aussi pour ta lecture attentive de ma thèse ainsi que tes remarques sur les simulations, ce qui a grandement contribué à ma compréhension du système.

Je tiens aussi à remercier Patrizia, post-doc dans l'équipe, avec qui je partageais aussi la salle de manip. Nos discussions sur les petits succès de nos expériences ou nos tracas quotidiens observés sur les manip m'ont permis de beaucoup relativiser les soucis rencontrés et de mieux pouvoir trouver les bonnes solutions. *Vielen Dank!* Je remercie aussi Luis, qui a pris le relais sur la recherche de gain dans les atomes. Nos discussions m'ont fait avancer, tant sur la connaissance théorique du système que sur l'expérience en elle-même. Merci aussi à Guillaume Labeyrie, expérimentateur de génie, pour ses questions toujours avisées en réunions de groupe ainsi que pour sa patience pour répondre (encore et toujours) à mes interrogations sur tous les « petits » problèmes techniques de la manip'. Autant être honnête, tu as aussi amplement facilité mon intégration au sein du laboratoire, et ce dès mon stage de Licence! Enfin, merci à Romain pour ses simulations de dipôles couplés, Raul pour son aide concernant le triplet de Mollow, Arturo Lezama pour m'avoir accueilli dans son équipe en Uruguay et à Zhibin pour son aide lors de son stage.

Au sein du laboratoire, je souhaite remercier Patrizia Vignolo, alors directrice de feu l'INLN, de m'avoir accueilli en tant que thésard. Il est inconcevable pour moi d'oublier les équipes techniques et administratives du laboratoire. Alors un grand merci, en particulier à Nathalie et Isabelle de m'avoir tant aidé dans les affres contractuelles imposées par la gestion de mon contrat de travail en Normandie (merci infiniment pour votre patience...) ainsi qu'à François-Régis pour sa relecture attentive de ma signature de mail... Merci aussi à Christian, Jean-Daniel et Frédéric ainsi qu'aux électriciens pour leur disponibilité pour résoudre les soucis rencontrés inopinément. Je tiens, de plus, à remercier vivement Frédéric Hébert, ancien directeur du Département de Physique, de m'avoir permis d'obtenir une charge d'enseignement et aidé à trouver les TD. Merci aussi à Mathias pour nos discussions de musique (et de guitare) au coin d'un café et à Xavier pour son sens inné du placement de la baboule.

N'oublions pas mes camarades thésards... Les anciens, Flottat, Simona, Cristina, Bruno, Samir, Abdoulaye Tao et François. Et les autres. Merci Michelle dans un premier temps, puis Axel et Guido avec qui j'ai commencé la thèse et Vittorio. Merci à Ana et Marius de me supporter dans le bureau, malgré toute ma frustration contre l'ordinateur qui ne fait pas ce que je veux quand je veux. Merci ensuite à Florent pour être venu si souvent dans le bureau discuter de diffusion de la lumière, de dipôles couplés et d'avoir fait geler mon ordinateur pour une de ses simulations... Merci à Antonin d'avoir si bien formé mon oreille à tous les accents possibles et imaginables en si peu de temps. Bon courage pour HBT et Hawaï! Reste Jean-Jean. Co-bureau indéfectible et irremplaçable. Assurément le plus beau. Tu m'as appris à compenser, et moi je t'ai montré comment rédiger joliment ta thèse. Ça, ça n'a pas de prix. Bien joué Jean! Entre thésard et post-doc, il y a Papa Patrice. Co-bureau indétrônable. Certainement le plus fort. Le premier à m'avoir accueilli dans le bureau. Le dernier à qui je dirai au revoir. Tu nous as couvés, Jean et moi, comme tes propres enfants. Sans toi, on aurait probablement oublié de rédiger nos thèses, voire pire! Sans vous, Messieurs, cette thèse aurait probablement été bien pâlotte. Pour nos soirées, nos fous rires, nos jeux et tout le reste, merci les copains. Vous êtes les meilleurs. Transition parfaite pour parler des post-docs. Merci à Romain et à Pierre. Antoine maintenant. De m'avoir accueilli au labo. D'avoir été là quand ça allait, ou pas. Travailler avec toi m'a fait énormément progressé. Sans parler des à -côtés. Merci Docteur Dussaux. Bien que stagiaires, mentionnons quand même Guillaume « 11-45B » et Alexis. Messieurs, ça a été un plaisir de partager quelques mois avec vous! Bon courage pour vos différents projets!

D'autres personnes sont aussi liées de manière indirecte à mon travail. Merci à Guillaume, copain de galère de la fac, avec qui je me suis retrouvé plongé dans la galère de l'École. Mais

on s'en est pas trop mal sorti, je crois. Merci à Rémy, mon cher binôme à l'agrèg'. Lui en électronique, moi en optique, rien ne nous a résisté. Sauf la chimie, mais ce n'est qu'un détail. Merci à Alexis pour toutes les discussions de LP et MP et des moments passés à Orsay. Merci enfin à Maxime. Se retrouver à SupOp était un peu irréel, tout comme suivre nos thèses à distance. Ça, c'était pour la science. Mais il y a aussi le basket. Et là, « pan sur le banc », il y a les copains Kévin, Mathieu et Octavie. Sans vous, j'aurais imploré il y a bien longtemps. Merci les amis !

Sans la famille, tout aurait été un peu plus compliqué. Merci tout d'abord à ma belle-famille de m'avoir accueilli il y a déjà quelques années. Merci aussi à mon père, Claudine et surtout mes deux frangines, Charlène et Estelle, toujours curieuses de mon travail. Mon intérêt pour les sciences, et la physique en particulier, s'est très probablement développé au côté de mon grand-père, physicien à la retraite. Je me souviens des exercices de physique qu'il me faisait travailler le week-end pour me faire réviser et nos discussions, surtout en montant la vallée de Fontanalba. Tu es certainement celui qui a placé cette petite graine d'idée dans mon cerveau, et pour ça merci beaucoup... Mais je ne peux pas remercier mon grand-père sans ma grand-mère. Toujours présente pour moi. Surtout, n'abusez pas de l'huile d'olive. Merci à mes frères Lucille, mon meilleur public, Caille, toujours là, enclin à connaître les progrès de la manip' et à comprendre la physique des atomes froids et Thib', toujours curieux et jamais à vide de questions. Merci, surtout, à ma mère et ma mère (à vous de savoir qui est qui). Soutien absolument indéfectible et éternel. Merci Pacouret d'être toujours là pour moi. Merci Maman, pour tout. Je vous aime. Merci enfin à toute la bande, Seb, Delph', Quentin, Nathan, Sansan, Alex, Tom, Carina, Anne-So et Armelle.

Last but (by faaaar) not least. Marie, ma chérie. Après toutes ces années, la thèse est un bon moment pour faire le point et savoir où on en est. Et bien on en est là, et on est ensemble Ensemble malgré les kilomètres (je ne te remercierai jamais assez Blablacar), malgré les difficultés, mais on s'en est toujours sorti. Tu as été là pour supporter mes sautes d'humeur, mes soirées interminables de rédaction ou de jeu sur TiKZ. Toujours à savoir parfaitement comment agir, soit pour me rassurer ou pour me bouger et me faire réagir. Cette thèse n'aurait pas été possible sans ton soutien. Utchébé? Et mon fils, Louis. Petit Homme, je crois que c'est toi, finalement, la personne la plus courageuse de cette histoire. Tu as supporté sans broncher deux rédactions de thèse et deux soutenances de thèse, tout ça en si peu de temps. Ce travail de thèse est aussi le tien. Je vous aime.

Table des matières

Remerciements	11
--------------------------------	----

Introduction	21
-------------------------------	----

Première Partie

Obtention d'informations sur un système désordonné par l'étude des corrélations d'intensité de la lumière diffusée

CHAPITRE I — Fluctuations temporelles de la lumière diffusée par un milieu désordonné	31
--	----

I.1 Grandeurs pertinentes pour décrire les milieux désordonnés	32
I.1.1 Sections efficaces	32
I.1.2 Loi de Beer-Lambert	35
I.1.3 Régimes de transport	36
I.2 Régime diffusif	37
I.2.1 Équation de la diffusion	37
I.2.2 Ordre de grandeur et exemple dans un gaz d'atomes froids	38
I.3 Diffusion de la lumière dans un milieu actif : laser aléatoire	40
I.3.1 La bombe photonique	40
I.3.2 Laser aléatoire	41
I.3.2.1 Différences avec un laser classique	41
I.3.2.2 Rétro-action cohérente et incohérente	42

I.4	Fonctions de corrélation	44
I.4.1	Degré de cohérence du premier ordre $g^{(1)}$	44
I.4.1.1	Définition en terme de visibilité des franges d'interférences . . .	44
I.4.1.2	Cohérence d'ordre un pour différentes sources lumineuses	46
I.4.2	Degré de cohérence du second ordre $g^{(2)}$	48
I.4.2.1	Définition et propriétés	48
I.4.2.2	Relation de Siegert	49
I.4.3	Fonction de corrélation d'ordre deux et statistique de photons	51
I.4.3.1	Lumière cohérente : statistique de Poisson	51
I.4.3.2	Rayonnement du corps noir : statistique de Bose-Einstein	52
I.4.3.3	Classification de la lumière	53
I.5	Quelques exemples d'applications	54
I.5.1	Propriétés de cohérence d'un laser aléatoire	55
I.5.2	Diffusion dynamique de la lumière : les corrélations d'intensité pour son- der le mouvement des diffuseurs	57
I.5.2.1	Spectroscopie par ondes diffuses	57
I.5.2.2	Calcul de la fonction de corrélation d'ordre deux en diffusion multiple	59

CHAPITRE II — Fonctions de corrélation de l'intensité de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids : expériences 63

II.1	Montages expérimentaux pour la mesure des corrélations d'intensité	64
II.1.1	Mesures directes de la fonction de corrélation d'ordre deux	64
II.1.1.1	Expériences de Hanbury Brown et Twiss	64
II.1.1.2	Dispositif HBT et atomes froids	66
II.1.2	Mesures hétérodynes pour la détermination de $g^{(1)}$	68
II.2	Piégeage et caractérisation d'une vapeur atomique froide	70
II.2.1	Préparation d'un piège magnéto-optique	72
II.2.1.1	Système à vide	73
II.2.1.2	Champ magnétique	74
II.2.1.3	Configuration laser pour le piégeage d'atomes froids	74
II.2.1.4	Séquence expérimentale	79
II.2.2	Caractérisation du nuage d'atomes froids	80
II.2.2.1	Détermination du temps de chargement du piège	80
II.2.2.2	Spectre de transmission par spectroscopie et épaisseur optique . .	82
II.2.2.3	Imagerie d'absorption	84
II.3	Vers la caractérisation d'un laser aléatoire à atomes froids par l'étude des corrélations d'intensité	86
II.3.1	Induction de gain dans un nuage d'atomes froids	86
II.3.2	Combiner du gain et de la diffusion dans un gaz d'atomes froids	88
II.3.3	Observation expérimentale	90
II.3.4	Vers une détection directe	91

Deuxième Partie

Mesures spectroscopiques pour sonder les propriétés de cohérence temporelle de la lumière émise par un gaz d'atomes froids

CHAPITRE III — Spectroscopie de bruit : Conversion de bruit de fréquence en bruit d'intensité par un nuage d'atomes froids.	99
III.1 Etude des bruits intrinsèques d'un laser	100
III.1.1 Description statistique d'une variable aléatoire réelle	101
III.1.2 Bruit d'intensité	102
III.1.3 Bruit de fréquence	104
III.1.3.1 Action d'un filtre linéaire et stationnaire	105
III.1.3.2 Modélisation statistique du bruit de phase	105
III.1.3.3 Mesure de spectre optique par battement	107
III.1.3.4 Mesure des fluctuations de fréquence	110
III.1.3.5 Approche géométrique entre spectre optique et bruit de fréquence	115
III.2 Spectroscopie de bruit avec des atomes froids	117
III.2.1 Conversion par la résonance atomique	118
III.2.2 Bruit à basse fréquence : le laser retrouvé	120
III.2.3 Bruit à haute fréquence : les propriétés du nuage atomique	122
III.2.3.1 Résultats expérimentaux	122
III.2.3.2 Modélisation du laser	122
III.2.3.3 Comparaison entre expérience et théorie	126
III.3 Conclusion	127
CHAPITRE IV — Spectroscopie des ondes diffuses dans un nuage d'atomes froids en mouvement balistique	129
IV.1 Mesure des fluctuations temporelles d'intensité de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids	130
IV.1.1 Spectre optique de la lumière diffusée par une vapeur atomique froide	131
IV.1.2 Régime de diffusion de la lumière dans un piège magnéto-optique	132
IV.1.3 Détection des photons diffusés	134
IV.1.3.1 Système de mesure des corrélations d'intensité de la lumière diffusée	134
IV.1.3.2 Procédure de normalisation	136
IV.1.3.3 Retour sur le bruit de fréquence du laser	139

IV.2	Résultats expérimentaux	140
IV.2.1	Étude de la baisse de contraste	141
IV.2.2	Évolution du temps de cohérence : redistribution de fréquence et thermométrie	146
IV.2.3	Changement progressif de forme	150
IV.3	Analyse numérique et analytique des fluctuations temporelles lors du passage entre le régime de diffusion simple et de diffusion multiple	151
IV.3.1	Modèles numériques	151
IV.3.1.1	Dipôles couplés	151
IV.3.1.2	Marche aléatoire d'un photon	153
IV.3.2	Confrontation à l'expérience	159
IV.3.3	Prévisions analytiques	160
IV.4	Conclusion	163

Troisième Partie

Vers l'étude des corrélations d'intensité dans les milieux actifs

CHAPITRE V — Mesure des corrélations d'intensité de la lumière émise par un gaz d'atomes froids en présence de gain		169
V.1	Inversion de population pour obtenir du gain	170
V.1.1	Rappel du système atomique	170
V.1.2	Implémentation expérimentale	172
V.1.3	Mesure <i>via</i> imagerie d'absorption	173
V.2	Mesure du gain par spectroscopie pompe-sonde	175
V.2.1	Création de bandes latérales : modulateur électro-optique	175
V.2.2	Caractérisation en absence de gain : transparence électromagnétiquement induite	180
V.2.2.1	Mesure de l'épaisseur optique sur $ 2\rangle \rightarrow 1'\rangle$	180
V.2.2.2	Accès direct à l'inversion de population	182
V.2.2.3	Observation de l'EIT	185
V.3	Vers la détermination du spectre optique	188
V.3.1	Prévision de la forme du signal détecté	188
V.3.2	Validation de la mesure du spectre optique	191
V.4	Conclusion	194

Conclusion 197

Annexes

ANNEXE A — Liste des publications 203

Liste des symboles 205

Bibliographie 207

Introduction

Au quotidien, nous faisons tous l'expérience de la diffusion de la lumière, que ce soit la propagation de la lumière à travers le verre ou la couleur blanche de la neige. Le point commun de ces deux exemples réside dans le caractère désordonné du milieu dans lequel la lumière se propage. On pressent donc que les propriétés du désordre de l'environnement vont influencer celles de la lumière que nous observons. Bien que la compréhension globale des détails de la configuration de ces milieux est souvent inaccessible, voire inappropriée, des modèles statistiques du désordre peuvent se révéler important pour décrire leur aspect ou leur structure afin d'expliquer les interactions avec la lumière. On distingue alors deux situations différentes. Lorsque la lumière éclaire la surface d'un matériau présentant des aspérités à l'échelle mésoscopique, elle va être réfléchi dans toutes les directions du demi-espace incident. On parle alors de réflexion diffuse, qui nous permet d'observer tous les objets autour de nous. Au contraire, si le milieu de propagation est globalement transparent, mais présentant une certaine concentration de particules pouvant modifier le parcours de la lumière, on parle de diffusion de la lumière dans l'échantillon. La peinture ou le brouillard sont des milieux diffusants souvent rencontrés. Mais l'intérêt scientifique de ces milieux s'est développé pour deux autres systèmes : les tissus biologiques où l'on peut y focaliser la lumière [Popoff 2010a] ou alors transmettre des images [Popoff 2010b, Katz 2014] et le milieu stellaire [Molisch 1998].

L'utilisation du concept de rayon lumineux est souvent suffisant pour décrire la propagation de la lumière dans un milieu désordonné. Dans ce cas, la lumière se propage en ligne droite entre deux événements de diffusion. Cette image permet d'écrire un bilan local de flux radiatif directionnel appelé équation de transfert radiatif [Chandrasekhar 1960]. Dans la limite d'un milieu fortement diffusant, la lumière va subir une marche aléatoire, modélisée par une équation de diffusion. L'étude de son transport s'en trouve simplifiée puisque les paramètres physiques du milieu n'apparaissent plus que dans la détermination des lois de probabilité décrivant les caractéristiques des pas réalisés par un photon. En particulier, dans un milieu désordonné, linéaire et non dispersif, cette loi de probabilité prend une forme exponentielle, connue sous le nom de loi de Beer-Lambert et introduite la première fois par Pierre Bouguer [Bouguer 1729]. Elle introduit, notamment, la notion de libre parcours moyen, distance moyenne parcourue par le photon dans le milieu entre deux diffusions. Ces deux approches, équations de transfert radiatif et de diffusion, permettent la connaissance des grandeurs statistiques décrivant un champ à l'intérieur du milieu. Elles sont particulièrement bien adaptées à l'étude des phénomènes atmosphériques [Goody 1989], aux problèmes d'irradiation en médecine [Podgoršak 2006], aux transferts thermiques [Taine 2014] ou pour décrire le milieu interstellaire [Chandrasekhar 1960].

Cependant, certaines situations nécessitent la prise en compte de la nature ondulatoire de la lumière. Un exemple marquant est celui de la lumière provenant d'un laser transmis à travers un milieu diffusant et projetée sur un écran. On y observe alors une succession de tâches brillantes et sombres, appelées tavelures (*speckle* en anglais) [Langmuir 1963]. Cette figure d'interférences est le résultat de la somme cohérente des champs diffusés ayant acquis un déphasage relatif

aléatoire. Si l'on moyenne sur les configurations du désordre, les prédictions du modèle diffusif s'applique de nouveau et on observe une intensité uniforme sur l'écran. Cela reste vrai en général dans toutes les directions, mais une exception marquante existe. Si l'on s'intéresse à l'intensité rétrodiffusée, on peut mettre en évidence une hausse de l'intensité dans la direction retournant à la source lumineuse. Ce phénomène de rétrodiffusion cohérente provient de l'interférence entre les chemins ramenant la lumière vers la source, qui peuvent être parcourus dans les deux sens. Les ondes ont finalement la même phase et s'additionnent. On parle alors de rétrodiffusion cohérente, ou de localisation faible de la lumière, mise en évidence au milieu des années 80 [van Albada 1985, Wolf 1985]. Si le degré de désordre est très important, le libre parcours moyen d'un photon se propageant dans le milieu devient comparable à la longueur d'onde de la lumière. Les effets d'interférences entre les ondes mutiplement diffusées peuvent alors altérer totalement la propagation de l'onde dans le milieu et donc annuler son transport. Cet effet est connu sous le nom de localisation d'Anderson, prédite par Philipp W. Anderson en 1958 [Anderson 1958] pour des électrons dans un réseau. Le concept de localisation a ensuite été élargi aux ondes classiques et lumineuses quelques temps après [John 1984], avant que la localisation d'onde de matière ne soit effectivement observée [Billy 2008]. L'observation de la localisation de la lumière en trois dimensions reste, actuellement, un défi pour les expérimentateurs.

Les milieux considérés jusqu'à présent ont toujours été considérés comme passifs, au sens où aucun terme source n'est pris en compte. Considérons maintenant des diffuseurs immergés directement dans un milieu amplificateur. Plus le chemin parcouru est long, plus importante sera l'amplification. Les pertes, correspondant à la sortie des photons du système, sont distribuées sur l'ensemble de sa surface alors que le gain est proportionnel à son volume. On comprend donc l'existence d'un seuil critique sur la taille du système au-dessus de laquelle le gain va augmenter jusqu'à saturation. Ce mécanisme d'amplification a été prédit à la fin des années 60 par Vladilen Letokhov [Letokhov 1968] et baptisé bombe photonique, montrant les similarités avec le processus d'emballement du nombre de neutrons dans un réacteur nucléaire. Une fois la saturation du gain atteinte, on parle de laser aléatoire. On peut imaginer cet objet comme un laser dont la rétroaction, habituellement jouée par une cavité optique, est réalisée par la diffusion multiple de la lumière directement dans le milieu à gain. Par exemple, un tel effet a été mis en évidence dans un système de particules diffusantes immergées dans un milieu amplificateur liquide à base de colorants [Lawandy 1994]. Plusieurs études ont montré l'apparence de plusieurs pics spectraux étroits devant la largeur de la courbe de gain au-dessus du seuil dans des poudres semiconductrices [Cao 1999] ainsi qu'une statistique poissonnienne de la lumière émise permettant la comparaison avec un laser conventionnel [Cao 2001]. Outre son existence dans les systèmes précédemment évoqués, notons l'observation d'un laser aléatoire dans les milieux biologiques permettant la discriminations entre tissus cancéreux et tissus sains [Polson 2004]. Même si la sélection modale due à la rétroaction par la diffusion, dont dérive les propriétés de cohérence temporelle, reste encore mal comprise et débattue au sein de la communauté de la diffusion de la lumière [Wiersma 2008, Wiersma 2013], des progrès ont été faits pour mieux contrôler la direction de l'émission [Hisch 2013, Schönhuber 2016] ou ses propriétés spectrales [Gottardo 2008, Bachelard 2014].

Les vapeurs atomiques peuvent s'avérer être un milieu diffusant aux propriétés particulièrement bien adaptées pour comprendre les mécanismes de diffusion multiple de la lumière et sont à la base des premiers modèles d'équations de transfert radiatif [Chandrasekhar 1960]. En particulier, les atomes refroidis par laser s'avèrent être un outil puissant pour étudier ces mécanismes. En effet, leur faible température diminue l'impact de l'effet Doppler et limite donc la redistribution en fréquence. Les liens entre physique atomique et astrophysique sont profonds. À titre d'exemple, l'essentiel de notre connaissance du milieu interstellaire provient de mesures spectroscopiques rendues possibles par l'étude en laboratoire de spectres d'émission ou d'ab-

sorption d'espèces atomiques. D'autre part, un des liens majeurs entre ces deux thématiques est la pression de radiation. Cette force exercée par la lumière sur un système physique est à la base du refroidissement des atomes par laser. Mais on la retrouve aussi dans la physique des étoiles. La lumière provenant du centre de l'étoile contre-balance la gravité qui tend à effondrer l'étoile sur elle-même. Le même équilibre est à l'oeuvre dans un piège magnéto-optique dans la limite des grands nombres d'atomes : la taille du nuage d'atomes froids dépend de la balance entre les forces de pression de radiation exercées par les faisceaux externes de piégeage et la force répulsive induite par la diffusion de la lumière à l'intérieur.

L'existence de diffusion dans le milieu interstellaire est bien connue [Molisch 1998]. Dès lors, Letokhov et Johanson se sont posés la question de la présence d'effets de type laser aléatoire astrophysique [Letokhov 2009] pour expliquer l'observation de raies spectrales plus intenses que prévues. Des mesures spectroscopiques ont notamment mis en évidence un excès d'émission dans l'infrarouge, autour de $10\ \mu\text{m}$, dans les atmosphères de Mars et Vénus [Johnson 1974, Mumma 1981], ces observations pouvant être interprétés comme de l'émission spontanée amplifiée. De même, l'étude de raies spectrales de l'étoile η -Carinae suggère des intensités supérieures que celles prédites. Un mécanisme de type laser aléatoire a été proposé pour les expliquer [Johansson 2002], mais sa validité reste un problème ouvert. Le lien entre astrophysique et physique atomique est souligné une fois de plus en considérant l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids dans notre groupe [Baudouin 2013a]. Contrairement aux autres systèmes précédemment considérés, les atomes sont utilisés à la fois comme milieu amplificateur et comme diffuseurs. Par un mécanisme de gain basé sur une inversion de population entre deux niveaux hyperfins fondamentaux, un excès de fluorescence imputable au laser aléatoire a été mis en évidence dans la gamme de fréquence où gain et diffusion sont combinés. Néanmoins, aucun signal direct n'a pour le moment été détecté et l'étude de la cohérence temporelle d'un tel objet reste à être menée. Ces deux questions sont au coeur de la thématique de cette thèse de doctorat.

Cette mesure de cohérence peut être faite au moyen d'un dispositif de type Hanbury Brown et Twiss, du nom des deux physiciens à la base de sa conception. Cet outil a été initialement introduit en astrophysique pour étudier le diamètre angulaire d'étoiles en utilisant l'interférométrie d'intensité afin d'améliorer l'interféromètre stellaire de Michelson déjà existant. Dans ce dernier, deux miroirs collectent la lumière provenant d'une étoile et les faisceaux sont recombinaisonnés pour observer des franges d'interférences, dont l'étude de l'évolution de la visibilité en fonction de la séparation spatiale d entre les miroirs nous renseigne sur le diamètre angulaire de l'étoile pointée. Par définition de la visibilité des franges, cet interféromètre est sensible à la fonction de corrélation du champ électrique de la lumière provenant de l'étoile. On peut montrer que la résolution angulaire d'un tel appareil est inversement proportionnelle à d . Il y a là une contrainte technique forte, puisque la stabilité des miroirs est difficile à garantir pour l'observation des franges lorsque la séparation spatiale entre eux augmente. Hanbury Brown et Twiss ont alors proposé une modification de cet interféromètre afin d'en simplifier le fonctionnement. Deux miroirs séparés l'un de l'autre collectent toujours la lumière provenant de l'étoile pointée et la lumière est focalisée sur deux photodétecteurs. On s'affranchit donc de créer, et de maintenir, une figure d'interférences. Le principe de l'interférométrie d'intensité est donc de mesurer les corrélations existantes entre les deux photocourants générés par les deux détecteurs. Afin d'en démontrer le principe, Hanbury Brown et Twiss ont réalisé cette mesure en laboratoire en étudiant la fonction de corrélation de l'intensité de la lumière émise par une lampe spectrale en fonction de la séparation spatiale entre les deux photodétecteurs [Hanbury Brown 1956b]. Ils ont ensuite développé leur interféromètre en Angleterre pour mesurer le diamètre angulaire de l'étoile Sirius [Hanbury Brown 1956a]. Deux points sont ici importants à préciser. Premièrement, l'interférométrie d'intensité fait le choix de privilégier la résolution à la

sensibilité. Deuxièmement, l'étude des corrélations d'intensité en fonction de la séparation spatiale entre les détecteurs permet un accès direct à la cohérence spatiale de la source lumineuse étudiée.

Les expériences conduites par Hanbury Brown et Twiss au milieu des années 50 ont mis en évidence une corrélation positive entre les intensités lumineuses mesurées sur les deux photodétecteurs, bien qu'aucune information sur la phase ne soit recueillie. Cette corrélation est qualifiée depuis d'effet Hanbury Brown et Twiss ou groupement de photons. Ils ont en effet montré que les photons avaient tendance à arriver en même temps sur les deux détecteurs. Cet effet n'est pas cantonné à l'optique. Il a aussi été mesurée en physique des particules [Goldhaber 1960] ou bien avec des atomes [Jeltes 2007]. Néanmoins, cet effet n'a pas fait consensus immédiatement et a été accueilli plutôt avec scepticisme. En particulier, plusieurs personnes ont tentés de mettre à nouveau en lumière l'occurrence de ces corrélations positives mais sans succès, questionnant par ailleurs la pertinence de cet effet dans le cadre de la mécanique quantique [Brannen 1956]. Hanbury Brown et Twiss ont rapidement répondu, réfutant les arguments présentés et pointant notamment un problème de bande-passante d'appareil de mesure dans l'expérience de Brannen [Hanbury Brown 1956c]. Au même moment, E. M. Purcell, partisan de l'interférométrie d'intensité, montre que le groupement de photons est une manifestation d'un effet déjà connu en physique statistique en lien avec la nature bosonique des photons [Purcell 1956], ne remettant donc pas en cause le paradigme de la mécanique quantique.

La lumière diffusée par un système désordonné présente des fluctuations spatiales, illustrées par exemple par l'observation de tavelures. En particulier, si le milieu est au repos, les tavelures sont statiques. Ce ne sera plus le cas si les constituants de l'échantillon sont en mouvement. On observe dans ce cas des tavelures dynamiques. Le temps caractéristique de ces fluctuations est alors à relier au mouvement des diffuseurs. Dans ce cas, leur étude peut donner lieu à une analyse détaillée de la dynamique des particules diffusantes. L'interférométrie d'intensité dans le domaine temporel est alors bien adaptée pour sonder, cette fois, les corrélations entre les temps d'arrivée des photons sur un seul détecteur, devenant sensible à la cohérence temporelle de la source lumineuse. Pour le cas spécifique d'un grand nombre de diffuseurs, la dynamique temporelle des fluctuations de l'intensité, proportionnelle à la fonction de corrélation de l'intensité $g^{(2)}$, est directement liée à la fonction d'auto-corrélation du champ électrique par la relation de Siegert [Loudon 2000]. Le lien entre auto-corrélation du champ et propriétés dynamiques des diffuseurs a été initié à la fin des années 80 pour donner lieu au développement de la spectroscopie des ondes diffuses [Maret 1987, Pine 1988]. Appliquée au régime de diffusion multiple de la lumière, cette théorie permet une étude précise des propriétés dynamiques des diffuseurs par l'étude des fluctuations de la lumière diffusée. C'est donc une technique non invasive et aisément implémentable. Pour que les tavelures soient notablement modifiées, et que donc les variations temporelles de la fonction $g^{(2)}$ soient appréciables, il faut que le trajet d'un photon dans l'échantillon soit augmenté d'au moins une longueur d'onde optique suite à un événement de diffusion. Dans le régime de diffusion simple de la lumière, le mouvement d'un diffuseur doit être relativement important pour que la modification du chemin optique du photon entraîne une modification majeure de la figure de tavelures. En revanche, dans le régime de diffusion multiple, l'accumulation de plusieurs événements de diffusion diminue alors la contribution d'un diffuseur à l'augmentation du chemin parcouru par un photon. Il devient alors possible de sonder le mouvement des particules diffusantes sur des distances toujours plus faibles, pouvant être inférieures à la longueur d'onde. Le domaine d'application est très large, citons entre autres la détermination de la taille de particules [Rega 2001, Scheffold 2002], la rhéologie [Dasgupta 2002], l'étude de solutions colloïdales *in vitro* [Marze 2012] ou le domaine bio-médical [Li 2005, Ninck 2010].

Les vapeurs atomiques froides ne sont pas en reste quant à l'étude des fluctuations temporelles de la lumière diffusée. De par le contrôle que l'expérimentateur a sur les atomes ainsi que la possibilité de réaliser des calculs *ab initio*, ils constituent un milieu de référence pour mieux comprendre les interactions entre lumière et matière. Par exemple, l'étude des fluctuations d'intensité, dans le domaine temporel ou spectral, de la fluorescence émise par les atomes chargés dans une mélasse optique peut donner lieu à l'étude du mouvement des atomes dans un réseau optique [Jurczak 1995, Westbrook 1990] (dans la première référence, les auteurs ont étudié la transformée de Fourier de la fonction $g^{(2)}$ alors que dans la seconde, ils ont mesuré l'auto-corrélation du champ électrique diffusée par hétérodynage) ou de la température du nuage dans une mélasse optique [Nakayama 2010]. Néanmoins, la présence de larges et puissants faisceaux lasers implique un impact fort de la diffusion inélastique et masque les effets de celle élastique. L'analyse en transmission d'un rayon laser envoyé à travers une vapeur atomique est aussi l'occasion d'étudier l'impression de phase induite par l'interaction lumière-matière. Il est alors possible de mettre en évidence l'occurrence de nouvelles composantes spectrales dans le spectre de bruit d'intensité du laser transmis, pouvant être inférieures au bruit de grenaille en développant des astuces expérimentales particulières [Mitsui 2013, Aoki 2016]. Ces deux diagnostics peuvent s'avérer complémentaire pour étudier l'effet du mouvement des diffuseurs dans les fluctuations temporelles de la lumière diffusée.

Les expériences d'Hanbury Brown et Twiss avec des photons ont contribué au développement de l'optique quantique. Nous l'avons vu, le but est de mesurer des corrélations entre les intensités mesurées par deux détecteurs séparés spatialement. Mais cela peut donner lieu à des problèmes d'interprétation. En effet, en considérant chaque détection comme un processus quantique aléatoire, comment pouvoir mesurer des corrélations entre deux événements distincts ? Une réponse a été apportée, dans un premier temps, par Umberto Fano en considérant le processus de photodétection de manière quantique mais avec une lumière classique [Fano 1961]. Par la suite, Roy J. Glauber développera la théorie de la cohérence optique dans une série d'articles parus en 1963 [Glauber 1963b], marquant ainsi les débuts de l'optique quantique. Outre le mouvement des diffuseurs, la cohérence temporelle de la source lumineuse peut aussi être étudiée par interférométrie d'intensité dans le domaine temporel ainsi que les propriétés statistiques de la lumière émise. L'apparition d'un groupement de photons caractérise une lumière dite thermique ou chaotique. Suite à la première observation expérimentale d'un laser par Theodore H. Maiman [Maiman 1960], la question de la présence de l'effet Hanbury Brown et Twiss dans ce type de source se pose alors. La réponse, négative, a été donnée par Glauber au début des années 60 [Glauber 1963a]. L'absence de groupement de photons a, par la suite, été mise en évidence dans une diode laser monomode [Armstrong 1965] et dans un laser hélium-néon [Arecchi 1966], les deux fonctionnant au-dessus du seuil. Ils ont ainsi mis en évidence que la lumière émise par un laser suit une statistique de Poisson. Dans le contexte du laser aléatoire à atomes froids, le développement d'une nouvelle détection basée sur l'interférométrie d'intensité peut donc être particulièrement bien adaptée pour sonder les propriétés de cohérence temporelle d'un tel objet, de part et d'autre du seuil.

Cette thèse de doctorat est divisée en trois parties, chacune précédée d'une introduction. La première cherche à introduire les notions nécessaires à la description des milieux désordonnés, éventuellement optiquement actifs, et leur étude grâce aux fonctions de corrélation du champ électrique. Dans le premier chapitre, nous détaillons les modèles de transport de la lumière dans un milieu désordonné et appliquons le régime diffusif à un gaz d'atomes froids. Nous verrons, de plus, le régime de bombe photonique en présence de pompage optique. Nous définirons enfin les fonctions de corrélation du champ électrique pour ensuite nous concentrer sur la fonction de corrélation de l'intensité. Dans le second chapitre, nous commençons par présenter les différents montages expérimentaux pour l'étude des corrélations d'intensité, tant dans le domaine

spectral que temporel, avant d'introduire l'expérience d'atomes froids utilisée dans cette thèse. Finalement, nous exposerons les résultats obtenus dans le groupe montrant l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids.

La seconde partie traite des résultats expérimentaux obtenus ces trois dernières années. Le troisième chapitre porte sur l'étude de la conversion de bruit de fréquence en bruit d'intensité par la résonance atomique. Pour cela, nous présentons une analyse détaillée des bruits intrinsèques d'une diode laser avant de nous tourner vers la détection d'un faisceau laser transmis à travers les atomes. Nous montrons, au moyen d'un modèle très simple, que le spectre des fluctuations de l'intensité transmise peut être utilisé pour remonter à des propriétés atomiques, nécessitant une bonne caractérisation du discriminateur de fréquence réalisant la conversion. Enfin, le quatrième chapitre est une première application de la spectroscopie des ondes diffuses au cas des atomes froids. Nous mesurons les fluctuations temporelles de l'intensité diffusée par les atomes, considérés comme un milieu passif, animés d'un mouvement balistique. Tenant compte de la résonance atomique, nous sondons les corrélations d'intensité dans des régimes de diffusion élastique bien contrôlés. Combinée à une étude numérique et analytique, nous pointons le rôle de la diffusion multiple de la lumière dans la modification de la fonction $g^{(2)}$.

Enfin, la dernière partie ouvre vers l'étude des corrélations d'intensité dans un milieu actif. Nous commençons par détailler les récentes modifications apportées sur l'expérience pour induire du gain dans le système ainsi que les moyens pour mesurer et contrôler une inversion de population. Nous présentons les premiers spectres obtenus par spectroscopie pompe-sonde, en absence de gain, indiquant la présence de transparence électromagnétiquement induite. En outre, nous exposons les mesures de spectres optiques par hétérodynage, *via* la fonction $g^{(2)}$, visant à caractériser l'occurrence de gain dans le spectre de la lumière diffusée.

Première Partie

Obtention d'informations sur un système désordonné par l'étude des corrélations d'intensité de la lumière diffusée

Introduction

Habituellement, la description du champ électromagnétique dans la matière passe par la résolution des équations de Maxwell pour déterminer les champs électrique et magnétique. Cependant, la présence d'une multitude de sources (par exemple les positions aléatoires de charges ponctuelles) rend la description microscopique très compliquée. La méthode usuelle consiste souvent à réaliser une moyenne sur le champ microscopique pour obtenir une description macroscopique des propriétés électromagnétiques d'un échantillon.

L'étude du trajet de la lumière dans un milieu désordonné ne fait pas exception. On peut se représenter un tel milieu comme une matrice transparente homogène en présence d'îlots d'indice optique différent. La connaissance de l'évolution de la lumière dans ce milieu passe par la résolution de l'équation de propagation du champ électrique. Cette équation reste difficile à utiliser pour des systèmes désordonnés macroscopiques, même si des progrès ont été fait quant à une résolution numérique sur un milieu de petite taille [Kane 1966]. En fonction du problème étudié, il peut être inutile de savoir précisément l'évolution du champ électrique, en particulier lorsque l'on soupçonne l'absence des effets interférentiels. Dans ce cas, une description en terme d'intensité lumineuse est souvent suffisante. Le transport de l'énergie lumineuse s'étudie au moyen de l'équation de transfert radiatif, qui peut être dérivée à partir des équations de Maxwell [Pierrat 2007b]. Cette équation traduit la conservation de l'énergie et du flux lumineux dans le milieu désordonné.

Les modèles de transfert radiatif ont été introduits pour la première fois de façon phénoménologique. Les premières bases ont été posées par Khvolson et Schuster en voulant écrire un bilan de flux radiatif local à partir de l'absorption et de la diffusion de la lumière dans un milieu [Khvolson 1890, Schuster 1905]. Un peu plus tard, Compton proposait une description microscopique de la diffusion en introduisant un quantum d'énergie absorbé et réémis par des atomes, faisant un lien avec la propagation de la lumière dans un gaz [Compton 1923]. On note ici un premier parallèle entre transport radiatif et équation de la diffusion. Plusieurs améliorations ont ensuite été apportées pour raffiner cette description : la prise en compte du délai associé à chaque événement de diffusion [Milne 1926] ou des effets de redistribution en fréquence présents dans le cas de la diffusion résonante de la lumière dans une vapeur atomique [Kenty 1932, Holstein 1947]. Finalement, la formulation moderne de l'équation de transfert radiatif est due à Chandrasekhar [Chandrasekhar 1960]. Une des conséquences majeures montrées par Chandrasekhar est que si le libre parcours moyen de la lumière dans le milieu désordonné est petit devant sa longueur caractéristique (on parle de régime de diffusion multiple), alors l'équation de transfert radiatif tend vers une équation de diffusion. Il convient de bien faire attention à la terminologie employée, du fait de l'ambiguïté existante pour le mot « diffusion » dans la langue française. L'équation de la diffusion (au sens phénomène diffusif, *diffusion* en anglais) fixe le cadre de l'étude du transport dans la lumière dans un milieu désordonné. Cependant, la lumière peut être diffusée à l'intérieur de ce même milieu, on parlera d'événement de diffusion (*scattering*) dans ce cas.

Le cadre de l'équation de la diffusion ne se limite pas à un milieu passif. On peut aussi l'appliquer lorsque l'échantillon présente du gain. Dans ce cas, on peut montrer qu'elle présente un effet de seuil au-dessus duquel l'énergie lumineuse se met mathématiquement à diverger (dans la réalité, l'énergie croît jusqu'à la saturation du gain). On parle alors de laser aléatoire [Letokhov 1968]. En combinant du gain et de la diffusion en même temps, ce qui peut être obtenu en immergeant des diffuseurs dans des molécules de colorant, les photons vont être amplifiés en se propageant directement dans le milieu. Le gain ayant lieu dans tout l'échantillon (permis par la diffusion multiple), on s'attend à ce qu'il soit proportionnel au volume du système. A l'inverse, les pertes

(les photons s'extirpant du milieu) sont distribuées sur sa surface. On s'attend donc à ce que la condition de seuil porte sur une taille critique du milieu. Au-dessus de cette taille, le gain compense les pertes et le système se met à osciller : nous avons émission d'un laser.

Dans ce manuscrit, le système d'intérêt est une vapeur atomique froide. Ce nuage étant éclairé par plusieurs faisceaux lasers, il n'est pas immédiat de pouvoir recourir à ce formalisme diffusif pour étudier les propriétés de la lumière diffusée. Il est nécessaire de savoir décrire l'interaction entre la lumière et un atome pour définir les paramètres intervenant dans l'équation de la diffusion, notamment si l'on veut connaître les phénomènes sous-jacents à l'émission d'un laser aléatoire à atomes froids. Il convient donc de modéliser l'évolution des variables définissant le système {atomes + champ} ainsi que les propriétés de la lumière ré-émise [Cohen-Tannoudji 2001]. Les équations de Bloch optiques permettent notamment de décrire l'évolution temporelle de la matrice densité d'un atome en présence d'un champ cohérent extérieur (le ou les lasers incidents) et d'un couplage avec les modes du vide (l'émission spontanée). L'obtention de la matrice densité permet de connaître l'évolution de la polarisabilité atomique et d'en déduire les sections efficaces caractérisant les interactions avec la lumière. Une telle description n'est cependant pas l'objet de cette thèse.

En régime de diffusion multiple, la lumière s'échappant d'un milieu désordonné présente d'importantes fluctuations temporelles. Si l'on place un écran pour observer cette lumière diffusée, nous y verrons une alternance de maxima et de minima d'intensité connue sous le nom de tavelures. Si les diffuseurs sont en mouvement on peut relier les variations temporelles de la lumière diffusée à leurs propriétés dynamiques. On peut alors étudier leur mouvement en analysant l'évolution temporelle des tavelures. La théorie décrivant l'évolution dans le temps de la lumière diffusée, en régime de diffusion multiple, s'appelle la spectroscopie des ondes diffuses (*Diffusing wave spectroscopy* en anglais, abrégée DWS) [Maret 1987, Pine 1988, Pine 1990b]. Les applications sont nombreuses, allant de la détermination de la taille de particules [Pine 1990b, Rega 2001, Schefold 2002] à la biomédicale [Durduran 2004, Ninck 2010]. L'observable expérimentale est la fonction de corrélation d'ordre deux, on parle de fonction de corrélation de l'intensité. Son étude renferme les informations recherchées sur les propriétés des diffuseurs dans le milieu d'étude.

Cette partie est divisée en deux chapitres. Le premier décrit l'étude des milieux désordonnés actifs au moyen de l'équation de diffusion. Nous introduirons les notions nécessaires pour décrire un laser aléatoire ainsi que la fonction de corrélation de l'intensité pour étudier les fluctuations temporelles de la lumière diffusée. Dans le second chapitre, nous étudierons les techniques expérimentales pour mesurer cette fonction de corrélation. Nous présenterons aussi l'expérience et décrirons l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids [Baudouin 2013a]. Enfin, nous tenterons de voir comment appliquer une mesure de corrélations d'intensité pour obtenir une signature claire de l'obtention d'un effet de laser aléatoire. Cela permettra d'étudier plus en détails ces propriétés de cohérence temporelle.

CHAPITRE I

Fluctuations temporelles de la lumière diffusée par un milieu désordonné

Sommaire

I.1	Grandeurs pertinentes pour décrire les milieux désordonnés	32
I.1.1	Sections efficaces	32
I.1.2	Loi de Beer-Lambert	35
I.1.3	Régimes de transport	36
I.2	Régime diffusif	37
I.2.1	Équation de la diffusion	37
I.2.2	Ordre de grandeur et exemple dans un gaz d'atomes froids	38
I.3	Diffusion de la lumière dans un milieu actif : laser aléatoire	40
I.3.1	La bombe photonique	40
I.3.2	Laser aléatoire	41
I.3.2.1	Différences avec un laser classique	41
I.3.2.2	Rétro-action cohérente et incohérente	42
I.4	Fonctions de corrélation	44
I.4.1	Degré de cohérence du premier ordre $g^{(1)}$	44
I.4.1.1	Définition en terme de visibilité des franges d'interférences	44
I.4.1.2	Cohérence d'ordre un pour différentes sources lumineuses	46
I.4.2	Degré de cohérence du second ordre $g^{(2)}$	48
I.4.2.1	Définition et propriétés	48
I.4.2.2	Relation de Siegert	49
I.4.3	Fonction de corrélation d'ordre deux et statistique de photons	51
I.4.3.1	Lumière cohérente : statistique de Poisson	51
I.4.3.2	Rayonnement du corps noir : statistique de Bose-Einstein	52
I.4.3.3	Classification de la lumière	53
I.5	Quelques exemples d'applications	54
I.5.1	Propriétés de cohérence d'un laser aléatoire	55
I.5.2	Diffusion dynamique de la lumière : les corrélations d'intensité pour sonder le mouvement des diffuseurs	57
I.5.2.1	Spectroscopie par ondes diffuses	57
I.5.2.2	Calcul de la fonction de corrélation d'ordre deux en diffusion multiple	59

Ce premier chapitre présente les caractéristiques des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par un milieu désordonné. Dans un premier temps, nous aborderons les grandeurs pertinentes pour décrire le régime du transport de la lumière dans un tel milieu. Nous verrons ensuite, pour un grand nombre de diffusions, que l'intensité lumineuse suit une équation de diffusion. Nous mettrons en évidence, en présence de gain, l'apparition d'une bombe photonique permettant d'introduire le phénomène de laser aléatoire. En outre, nous étudierons les fluctuations temporelles de la lumière au moyen des fonctions de corrélation d'ordre un et deux du champ. Enfin, nous appliquerons plus spécifiquement l'auto-corrélation du champ électrique de la lumière diffusée par un milieu désordonné pour analyser les propriétés des particules diffusantes constituant le milieu. Nous introduirons, pour cela, la théorie de la spectroscopie des ondes diffuses, ou diffusion dynamique de la lumière.

I.1. Grandeurs pertinentes pour décrire les milieux désordonnés

Dans cette section, nous introduisons les quantités importantes pour décrire les milieux optiques désordonnés. Nous définirons les différents régimes de transport de la lumière, que ce soit le régime de diffusion simple ou alors le régime de diffusion multiple. Cette partie s'appuie sur le cours donné par R. Carminati au master Optique Matière Plasma en 2015 [Carminati 2015].

I.1.1. Sections efficaces

La première étape pour décrire optiquement un milieu désordonné est d'écrire la forme du champ électrique diffusé. Pour cela, nous étudions l'interaction entre une onde, supposée plane, et un diffuseur. Nous nous plaçons dans l'approximation scalaire de la lumière. Nous allons qualifier la diffusion d'élastique si la direction de propagation de l'onde est modifiée mais à fréquence identique. À l'instar du principe de Huygens-Fresnel qui permet de décrire une onde plane diffractée comme une somme d'ondes partielles sphériques réémises, nous pouvons écrire le champ électrique de l'onde diffusée en champ lointain sous la forme (en omettant la dépendance temporelle en $e^{-i\omega t}$) :

$$E_{\text{sc}}(\mathbf{r}, \theta, \phi) = E_0 e^{i\mathbf{k}_{\text{inc}} \cdot \mathbf{r}} f(\theta, \phi) \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_d|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_d|}, \quad (\text{I.1.1})$$

où \mathbf{r}_d est la position du diffuseur et \mathbf{k}_{inc} est la direction de propagation de l'onde incidente, de module $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$, c étant la vitesse de la lumière dans le milieu où se trouve le diffuseur et λ la longueur d'onde dans le même milieu. La fonction $f(\theta)$, *a priori* inconnue, est appelée amplitude de diffusion. C'est une grandeur en général complexe qui permet de décrire l'amplitude de l'onde diffusée dans la direction θ . Par analyse dimensionnelle de l'équation (I.1.1), $f(\theta)$ doit avoir la dimension d'une longueur. La difficulté d'un problème de diffusion réside dans la connaissance de l'amplitude de diffusion, qui dépend de plusieurs paramètres comme la nature des diffuseurs ou la polarisation de l'onde incidente.

Néanmoins, nous pouvons définir une grandeur qui va nous permettre de caractériser plus efficacement l'interaction entre un diffuseur et une onde : la section efficace de diffusion. Elle quantifie la probabilité d'interaction entre les constituants d'une cible et un projectile. C'est un concept introduit initialement en physique nucléaire. Son unité est le mètre carré, mais on

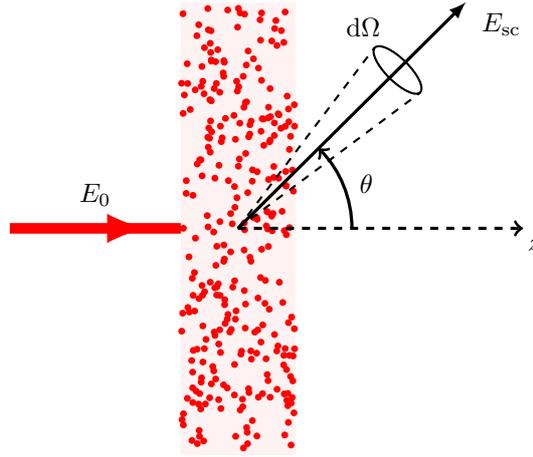


Figure I.1.1 – Géométrie utilisée pour définir la section efficace différentielle de diffusion.

parle aussi de barn, $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$, soit l'ordre de grandeur de la surface d'un noyau atomique. Dans ce point de vue, la section efficace de diffusion s'écrit comme :

$$\sigma_{\text{sc}} = \frac{N_{\text{diff}}}{N_{\text{inc}}(N/S)}, \quad (\text{I.1.2})$$

où N_{diff} est le nombre de particules diffusées par seconde, N_{inc} est le nombre de particules incidentes par unité de temps et N/S est le nombre de particules cibles contenues dans la surface S du faisceau incident. Tous les éléments du processus diffusif sont contenus dans la section efficace de diffusion. Ce formalisme permet donc de traiter de la même manière la diffusion de particules (comme en physique nucléaire) ou la diffusion d'ondes (sonores ou lumineuses). Dans la suite, nous nous limiterons au cas des ondes lumineuses.

À ce titre, la section efficace de diffusion est telle que le produit $\sigma_{\text{sc}} I_{\text{inc}}$ soit égal à la puissance prélevée sur l'onde plane incidente et diffusée dans tout l'espace, I_{inc} étant l'intensité (en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$) de l'onde incidente. Cependant, la détection de la puissance diffusée ne peut pas se faire dans tout l'angle solide, la surface du détecteur ne couvrant pas tout l'espace. On ne mesure donc qu'une fraction de la lumière émise dans un angle solide donné. En outre, pour tenir compte du caractère anisotrope de la diffusion, nous introduisons une section efficace différentielle notée $\frac{d\sigma_{\text{sc}}}{d\Omega}$, voir figure I.1.1. La puissance diffusée dP_{sc} dans la direction (θ, ϕ) dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ s'écrit :

$$dP_{\text{sc}} = |E_{\text{sc}}(\mathbf{r}, \theta, \phi)|^2 r^2 d\Omega. \quad (\text{I.1.3})$$

Par définition de la section efficace de diffusion, nous avons alors :

$$\frac{d\sigma_{\text{sc}}}{d\Omega} = \frac{1}{I_{\text{inc}}} \frac{dP_{\text{sc}}}{d\Omega}. \quad (\text{I.1.4})$$

En utilisant l'équation (I.1.1), nous pouvons écrire explicitement la section efficace de diffusion différentielle :

$$\frac{d\sigma_{\text{sc}}}{d\Omega} = |f(\theta, \phi)|^2. \quad (\text{I.1.5})$$

Nous avons, évidemment :

$$\sigma_{\text{sc}} = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin(\theta) \frac{d\sigma_{\text{sc}}}{d\Omega}. \quad (\text{I.1.6})$$

De la même façon, nous pouvons définir une section efficace d'extinction σ_{ext} correspondant à la puissance perdue par le champ soit par diffusion ou par absorption. Nous avons alors :

$$\sigma_{\text{ext}} = \sigma_{\text{sc}} + \sigma_{\text{abs}}, \quad (\text{I.1.7})$$

où σ_{abs} est la section efficace d'absorption. Pour les milieux non absorbant, ce qui est le cas pour une vapeur atomique, σ_{abs} est nulle. Un résultat très important de la théorie de la diffusion des ondes est le théorème optique. Celui-ci relie l'amplitude de diffusion vers l'avant (définie par $\theta = 0$) et la section efficace d'extinction selon :

$$\sigma_{\text{ext}} = \frac{4\pi}{k} \times \text{Im}[f(0)], \quad (\text{I.1.8})$$

avec Im la partie imaginaire. Les conséquences de ce théorème sont à la fois pratiques et fondamentales. Il montre que l'extinction est due à l'interférence entre le champ incident et le champ diffusé vers l'avant. Il en découle donc que, pour un milieu non absorbant, la seule mesure (ou le calcul) du champ diffusé vers l'avant renferme toute l'information sur la diffusion.

Le cadre de cette thèse est l'étude de la diffusion de la lumière dans un gaz d'atomes froids. Les diffuseurs, les atomes, ont donc une taille bien inférieure à la longueur d'onde de la lumière, le diamètre atomique étant de l'ordre du dixième de nanomètre alors que la longueur vaut typiquement quelques centaines de nanomètres. Nous sommes donc dans le régime de la diffusion Rayleigh. Les propriétés du champ rayonné par les atomes peuvent s'obtenir dans le cas de l'approximation dipolaire électrique. Celui-ci s'exprime en fonction de la polarisabilité atomique α_{at} , qui s'écrit dans le cas d'un atome à deux niveaux :

$$\alpha_{\text{at}}(\delta) = -\frac{3\pi\Gamma c^3}{\omega_0^3} \frac{1}{\delta - i\Gamma/2}, \quad (\text{I.1.9})$$

où Γ est largeur naturelle du niveau excité, ω_0 est la fréquence angulaire de la transition atomique et $\delta = \omega_L - \omega_0$ est le désaccord de la pulsation de la lumière incidente par rapport à la résonance. On peut alors montrer que l'amplitude de diffusion est proportionnelle à la polarisabilité atomique :

$$f(\theta) = \frac{k^2}{4\pi} \alpha_{\text{at}}(\delta). \quad (\text{I.1.10})$$

Un commentaire s'impose à ce stade sur l'absence de dépendance angulaire de l'amplitude de diffusion dans l'expression précédente. En effet, cette non-dépendance traduit le fait que la diffusion est isotrope. Cela n'est vrai que dans l'approximation d'un atome à deux niveaux. Dans le cas non absorbant, l'application du théorème optique (I.1.8) donne la section efficace de diffusion d'un atome :

$$\sigma_{\text{sc}}(\delta) = \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}. \quad (\text{I.1.11})$$

La section efficace de diffusion est donc maximale à résonance et on définit $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ comme la section efficace à résonance. Précisons que cette expression est valable dans le cadre de la réponse linéaire de l'atome à l'illumination par le laser incident. On voit aussi tout l'avantage de

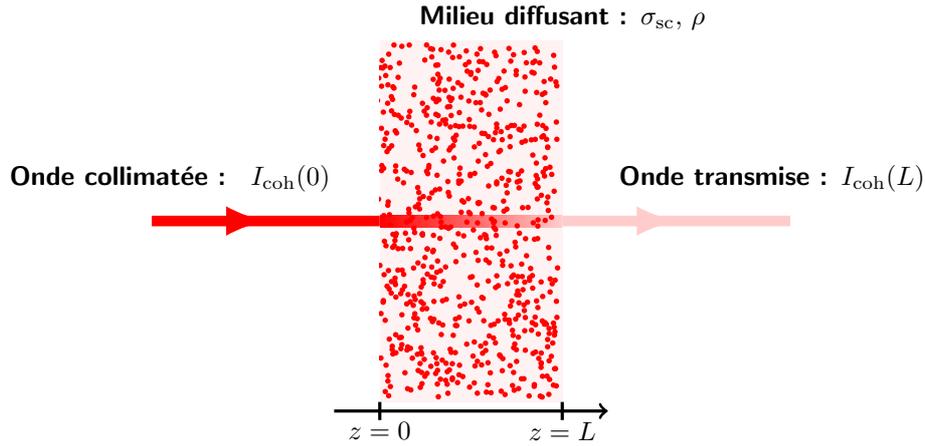


Figure I.1.2 – Illustration de la loi de Beer-Lambert dans un milieu infini dans la direction transverse et de longueur L . Le milieu est purement diffusant, de section efficace σ_{sc} , avec une densité ρ de diffuseurs.

la résonance atomique : σ_{sc} peut être modifiée de plusieurs ordres de grandeur juste en variant la fréquence du laser. Par exemple, en décalant la fréquence du laser de deux largeurs naturelles par rapport à la résonance atomique, soit 2Γ , la section efficace de diffusion à ce désaccord est divisée par dix-sept. La section efficace de diffusion sera d'une grande importance dans la suite de ce manuscrit.

I.1.2. Loi de Beer-Lambert

Lorsque qu'une onde collimatée se propage dans un milieu désordonné, non absorbant, composé d'une multitude de diffuseurs, son amplitude décroît à chaque événement de diffusion. L'énergie prélevée du mode cohérent (défini comme le mode se propageant vers l'avant) va être redistribuée dans l'espace. La dénomination cohérent provient du fait que ce champ conserve une relation de phase avec celui incident, avec lequel il peut interférer. En vertu du théorème optique, l'intensité cohérente s'écrit comme :

$$I_{coh} = |E_0 + \overline{E_{sc}}|^2 = |E_0|^2 + |\overline{E_{sc}}|^2 + 2 \operatorname{Re}[E_0^* \overline{E_{sc}}], \quad (\text{I.1.12})$$

où $\overline{}$ est une moyenne d'ensemble. À cause de l'extinction par diffusion, on doit forcément avoir $I_{coh} < |E_0|^2$, ce qui n'est possible qu'en tenant compte du terme d'interférences dans l'expression précédente. C'est donc l'interférence entre le champ incident et le champ diffusé moyen qui est responsable de l'atténuation de l'onde dans le milieu.

Nous allons maintenant démontrer la loi de décroissance de l'intensité collimatée dans une géométrie très simple, indiquée sur la figure I.1.2. Considérons une onde plane se propageant selon la direction de l'axe Oz . Le milieu désordonné est supposé infini dans la direction transverse et constitué de particules susceptibles de diffuser la lumière et non absorbant. La densité de diffuseurs est notée ρ . La section efficace d'extinction se réduit alors à la section efficace de diffusion. Procédons à un bilan d'énergie sur une couche de largeur dz et de surface S :

$$I_{coh}(z + dz)S - I_{coh}(z)S = -(\rho S dz) \sigma_{sc} I_{coh}(z). \quad (\text{I.1.13})$$

Nous en déduisons donc que la diminution de l'intensité entre z et $z + dz$ est due aux $\rho S dz$ diffuseurs contenus dans le volume. En intégrant l'expression (I.1.13) sur toute la longueur L

du milieu, nous obtenons finalement :

$$I_{\text{coh}}(L) = I_{\text{coh}}(0) e^{-\rho\sigma_{\text{sc}}L}. \quad (\text{I.1.14})$$

L'intensité collimatée décroît donc de manière exponentielle quand elle se propage dans un milieu diffusant. L'énergie perdue est distribuée dans tout l'espace à cause de la diffusion, pour former ce que l'on appelle l'intensité diffuse. L'expression (I.1.14) est la loi de Beer-Lambert. Bien que nous nous sommes restreints à un milieu purement diffusant, on la retrouve aussi dans ceux purement absorbant. C'est le cas notamment en chimie où la mesure de l'absorbance d'une solution permet de remonter à ces constituants.

D'après le terme exponentiel de la loi de Beer-Lambert, nous pouvons définir une longueur caractéristique d'atténuation par diffusion de l'onde dans le milieu. Cette grandeur ℓ_{sc} s'appelle le libre parcours moyen et vaut $\ell_{\text{sc}}^{-1} = \rho\sigma_{\text{sc}}$, ce qui sera explicité à la section suivante. En définitive, la mesure de la décroissance de l'intensité collimatée sur une distance L sert à caractériser les propriétés de diffusion du milieu dans lequel la lumière se propage, et donc à mesurer ℓ_{sc} .

Dans le cas qui nous intéressera au cours de cette thèse, le milieu diffusif est constitué d'atomes de rubidium refroidis. On peut définir alors une nouvelle grandeur à partir de la loi de Beer-Lambert : l'épaisseur optique. Elle s'écrit comme :

$$b(\delta) = \rho\sigma_{\text{sc}}(\delta)L = \frac{L}{\ell_{\text{sc}}}. \quad (\text{I.1.15})$$

L'épaisseur optique permet de décrire la transparence d'un milieu vis à vis de l'onde incidente. Elle est évidemment maximale pour une onde à résonance avec la transition atomique. On peut réécrire la loi de Beer-Lambert pour faire intervenir l'épaisseur optique dans l'expression de la transmission T_{at} du milieu :

$$T_{\text{at}} = \frac{I_{\text{coh}}(L)}{I_{\text{coh}}(0)} = e^{-b(\delta)} = \exp\left(-\frac{b_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}\right), \quad (\text{I.1.16})$$

où $b_0 = \rho\sigma_0L$ est l'épaisseur optique à résonance. Nous montrerons à la section I.2.1 le lien direct entre épaisseur optique et événement de diffusion.

I.1.3. Régimes de transport

Nous venons de définir le libre parcours moyen comme une grandeur caractéristique d'un milieu diffusif. Cependant, nous ne l'avons pas encore interprétée. Pour cela, réécrivons le bilan d'énergie (I.1.13) en faisant intervenir ℓ_{sc} :

$$I_{\text{coh}}(z + dz) = I_{\text{coh}}(z) - \frac{dz}{\ell_{\text{sc}}} I_{\text{coh}}(z). \quad (\text{I.1.17})$$

En adoptant une vision corpusculaire de la lumière, on peut faire correspondre $I_{\text{coh}}(z)$ au nombre de photons se propageant vers l'avant (suivant Oz) qui n'ont pas été diffusés avant d'arriver en z . Dans ce cas, l'expression précédente montre qu'entre z et $z + dz$, $\frac{dz}{\ell_{\text{sc}}} I_{\text{coh}}(z)$ photons ont été diffusés. Si l'on normalise par le nombre de photons incidents en z , on arrive à la probabilité d'être diffusé après avoir parcouru un longueur dz qui est $\frac{dz}{\ell_{\text{sc}}}$. Nous en déduisons donc la densité de probabilité qu'un photon subisse sa première diffusion après avoir parcouru la distance z :

$$P(z) = \frac{1}{\ell_{\text{sc}}} \exp\left(-\frac{z}{\ell_{\text{sc}}}\right). \quad (\text{I.1.18})$$

La longueur moyenne parcourue par le photon avant de subir le premier évènement de diffusion est alors :

$$\bar{z} = \int_0^{+\infty} dz z P(z) = \ell_{\text{sc}}. \quad (\text{I.1.19})$$

Le libre parcours moyen s'interprète donc comme la longueur parcourue par un photon dans le milieu entre deux diffusions. Plus généralement, à l'instar du libre parcours moyen, nous pouvons définir les longueurs d'absorption et d'extinction à partir de leur section efficace respective. Nous avons alors :

$$\ell_{\text{abs}}^{-1} = \rho\sigma_{\text{abs}} \quad (\text{I.1.20})$$

$$\ell_{\text{ext}}^{-1} = \rho\sigma_{\text{ext}} = \ell_{\text{sc}}^{-1} + \ell_{\text{abs}}^{-1}. \quad (\text{I.1.21})$$

L'interprétation physique est tout à fait similaire à celle du libre parcours moyen. Nous verrons dans la section suivante une nouvelle longueur caractérisant l'amplification dans le système. Si la taille des diffuseurs augmente, la diffusion devient fortement anisotrope et dirigée vers l'avant. Il peut être utile de définir la longueur de transport ℓ_{tr} , qui quantifie la distance moyenne au bout de laquelle l'angle de propagation de l'onde devient aléatoire :

$$\ell_{\text{tr}} = \frac{\ell_{\text{sc}}}{1 - \overline{\cos\theta}}, \quad (\text{I.1.22})$$

où $\overline{\cos\theta}$ est la moyenne du cosinus de l'angle de diffusion. Dans le cas de la diffusion isotrope, cette moyenne est nulle et nous obtenons $\ell_{\text{tr}} = \ell_{\text{sc}}$.

Le libre parcours moyen nous permet de définir les différents régimes de transport de la lumière dans un tel milieu. On distingue le régime de diffusion simple quand $L \sim \ell_{\text{sc}}$ du régime de diffusion multiple pour $L \ll \ell_{\text{sc}}$. Dans le premier cas, l'onde n'est quasiment pas diffusée et sa trajectoire reste rectiligne. A l'inverse, dans le régime de diffusion multiple, le nombre de diffusion peut devenir très grand. L'intensité cohérente est complètement éteinte et toute l'énergie est redistribuée dans l'intensité diffuse. En utilisant l'expression de l'épaisseur optique, ces deux régimes se définissent par $b(\delta) \sim 1$ et $b(\delta) \gg 1$, respectivement.

I.2. Régime diffusif

I.2.1. Équation de la diffusion

Le cadre de cette thèse est celui de l'étude de la diffusion de la lumière dans une vapeur atomique froide. De ce fait, nous sommes amenés à considérer le cas de la diffusion multiple. Comme les atomes sont de taille bien plus petite que la longueur d'onde de la lumière, nous sommes dans le régime de la diffusion Rayleigh. Compte tenu du très grand nombre de diffuseurs, nous la supposons isotrope. Dans le régime où $L \gg \ell_{\text{sc}}$, il est possible de montrer que la propagation de l'intensité diffuse dans le milieu suit une équation de la diffusion :

$$\frac{\partial U(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D_{\text{diff}} \nabla^2 U(\mathbf{r}, t), \quad (\text{I.2.1})$$

où $U(\mathbf{r}, t)$ est la densité d'énergie radiative. D_{diff} est le coefficient de diffusion donné par :

$$D_{\text{diff}} = \frac{v_{\text{tr}} \ell_{\text{sc}}}{3}, \quad (\text{I.2.2})$$

avec $v_{\text{tr}} = \frac{\ell_{\text{sc}}}{t_{\text{sc}}}$ est la vitesse de transport, prenant en compte le temps que l'onde passe au niveau d'un diffuseur et le temps de propagation entre deux diffusions. Le coefficient de diffusion D_{diff} a déjà été mesuré dans une vapeur atomique froide [Labeyrie 2003]. Il a notamment été montré que, proche de la résonance, $t_{\text{sc}} = \Gamma^{-1}$ et que la vitesse de transport de l'onde est cinq ordres de grandeur plus petite que la vitesse de propagation de la lumière dans le vide.

Un exemple de comportement diffusif est l'étude de la conductance radiative. Par analogie avec la loi d'Ohm en électronique, on peut montrer qu'en régime stationnaire l'intensité transmise, proportionnelle à la conductance radiative, évolue comme L^{-1} . Cette dépendance en l'inverse de la taille du milieu est une caractéristique du régime diffusif. Nous trouvons ici une analogie avec le modèle de Drude, décrivant le mouvement des électrons dans un conducteur.

L'équation de la diffusion pour étudier le transport de la lumière dans un milieu désordonné est une approximation d'un modèle plus général pour simuler cette propagation en présence d'absorption et de diffusion. Il repose sur l'équation de transfert radiatif (ETR), introduite initialement en astrophysique pour décrire le rayonnement dans les milieux interstellaires et en physique nucléaire pour modéliser la propagation des neutrons dans les réacteurs [Chandrasekhar 1960, Case 1967]. C'est une équation intégral-différentielle portant sur la luminance $L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$, qui est par définition le flux d'énergie lumineuse traversant un élément de surface dS centré en \mathbf{r} dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ centré dans la direction \mathbf{u} dans une bande spectrale $d\omega$ à l'instant t . La luminance s'exprime donc en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1}$. Dans un milieu absorbant et diffusant, on montre que l'ETR est donnée par :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) = - \left(\frac{1}{\ell_{\text{abs}}} + \frac{1}{\ell_{\text{sc}}} \right) L(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) + \frac{1}{\ell_{\text{sc}}} \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d\Omega' p(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}') L(\mathbf{r}, \mathbf{u}', t). \quad (\text{I.2.3})$$

Le membre de gauche représente la dérivée dans le temps et dans l'espace de la luminance. Le premier terme du membre de droite représente les pertes d'énergie dues à la diffusion et l'absorption. Le dernier peut s'apparenter à un terme source. Il prend en compte l'énergie radiative venant de la direction \mathbf{u}' étant ré-émise après diffusion dans la direction \mathbf{u} , avec une certaine probabilité $p(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}')$, appelée fonction de phase.

Le calcul de la luminance est plus précis que celui du vecteur de Poynting. Ce dernier modélise la puissance transportée par l'onde lumineuse mais ne comprend qu'une intégration sur toutes les directions de l'espace. Au contraire, l'ETR tient compte des changements de direction lors d'événements de diffusion. Précisons que les effets d'interférences sont absents de la description basée sur l'ETR. Il faut pour cela résoudre directement les équations de Maxwell pour la situation considérée.

1.2.2. Ordre de grandeur et exemple dans un gaz d'atomes froids

Nous avons vu que le régime de diffusion multiple est défini comme $L \gg \ell_{\text{sc}}$, équivalent à dire que l'épaisseur optique est grande devant l'unité. Dans ce régime, le nombre d'événements de

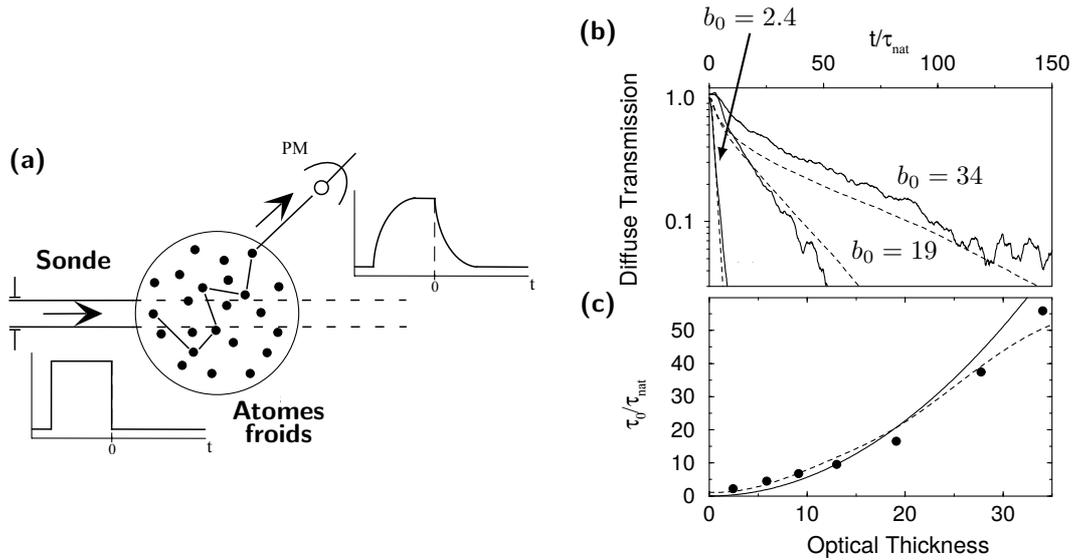


Figure 1.2.1 – Expériences de mesures de la décroissance de la transmission diffuse à travers un nuage d’atomes froids. **(a)** Principe de la mesure. Une impulsion laser est envoyée à travers un nuage d’atomes froids de taille supérieure à celle du laser. Le signal de la transmission diffuse est mesuré avec un photomultiplicateur (PM) après coupure de l’impulsion laser. **(b)** - **(c)** Courbes expérimentales montrant la décroissance exponentielle de la transmission diffuse, dont la constante de temps augmente quand l’épaisseur optique à résonance augmente, et son comportement quadratique en fonction de b_0 . Toutes les courbes sont issues de [Labeyrie 2003].

diffusion peut être grand. Nous allons maintenant établir le lien entre nombre d’évènements de diffusion et épaisseur optique. Pour cela, adoptons une image de type marche aléatoire suggérée par l’équation de diffusion rencontrée plus haut. Le nombre de diffusion N_{diff} s’obtient par le rapport entre le temps total t_{tot} passé par l’onde dans le milieu et le temps passé au niveau d’un diffuseur t_{sc} :

$$N_{\text{diff}} = \frac{t_{\text{tot}}}{t_{\text{sc}}}. \quad (\text{I.2.4})$$

Pour une marche aléatoire, le temps total passé dans le milieu est donné par :

$$t_{\text{tot}} = \frac{L^2}{D_{\text{diff}}}, \quad (\text{I.2.5})$$

le coefficient de diffusion D_{diff} étant obtenu par (I.2.2). En mettant tout en commun, nous faisons apparaître l’épaisseur optique (I.1.15) :

$$N_{\text{diff}} = \frac{t_{\text{tot}}}{t_{\text{sc}}} \propto \frac{L^2}{\ell_{\text{sc}}^2} = b^2. \quad (\text{I.2.6})$$

Le nombre de diffusion est donc proportionnel au carré de l’épaisseur optique. Au final, la seule mesure de b , aisément accessible, donne immédiatement un ordre de grandeur du nombre d’évènements de diffusion subis.

Intuitivement, plus b est grand, donc plus le nombre d’évènements de diffusion est grand, plus la longueur du chemin optique de l’onde, ou du photon, dans le milieu va être importante. En d’autres termes, l’onde va rester plus longtemps dans le milieu. Le temps passé par l’onde dans l’échantillon peut être obtenu en mesurant la décroissance temporelle de l’intensité diffuse

lorsque le milieu a été illuminé par un laser. Cette expérience a été réalisé dans notre groupe sur un nuage d'atomes froids [Labeyrie 2003]. Un photomultiplicateur collecte la fluorescence émise par le nuage, après l'avoir éclairé par de courtes impulsions laser accordé proche de la résonance, voir figure I.2.1(a). Il a été montré que le signal temporel décroît exponentiellement aux temps longs devant Γ^{-1} et que la constante de temps extraite des mesures croît comme b^2 , figure I.2.1(b)-(c). Par ailleurs, elle ne dépend que de $b(\delta)$, l'épaisseur optique à la fréquence du laser, et non pas de b_0 . Ces résultats montrent effectivement que l'onde reste plus longtemps dans le milieu quand le nombre de diffusion augmente. Mentionnons enfin que des corrections interférentielles du transport, non prises en compte dans l'équation de diffusion, ont été mesurées en mettant en évidence le cône de rétrodiffusion cohérente sur le nuage d'atomes froids [Labeyrie 1999].

I.3. Diffusion de la lumière dans un milieu actif : laser aléatoire

L'équation de diffusion vue précédemment permet de décrire un milieu en absence de sources. Dans cette section, nous allons voir les conséquences de l'introduction de gain dans le système. Nous mettrons en évidence les différences de prise en compte du gain si le système est placé dans une cavité optique ou en présence de diffusion multiple seulement. Nous allons notamment définir le concept de laser aléatoire, qui est un laser basé sur la diffusion de la lumière dans le milieu à gain directement.

I.3.1. La bombe photonique

L'équation de transfert radiatif est une équation tout à fait similaire à celle régissant le transport des neutrons dans un réacteur nucléaire. On peut alors montrer qu'un effet de seuil existe, correspondant à une taille critique du réacteur, quant à la possibilité d'avoir une réaction nucléaire. Nous pouvons donc imaginer le même type d'effet pour les photons dans un milieu désordonné. En présence de gain dans le système, la lumière peut être amplifiée au fur et à mesure des diffusions. Nous allons montrer qu'il existe un même effet de seuil dans ces milieux optiques actifs, appelé bombe photonique.

Cet effet a été introduit pour la première fois par Letokhov en 1968 [Letokhov 1968]. En présence de gain, l'équation de la diffusion s'écrit :

$$\frac{\partial U(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = D_{\text{diff}} \nabla^2 U(\mathbf{r}, t) + \frac{v}{\ell_g} U(\mathbf{r}, t). \quad (\text{I.3.1})$$

La longueur ℓ_g est appelée longueur de gain. Elle caractérise la longueur sur laquelle un photon est amplifié. La communauté de la diffusion multiple de la lumière fait référence au gain comme de l'absorption négative. On rencontre donc souvent la correspondance $\ell_g = -\ell_{\text{abs}}$. La question de la détermination de la longueur de gain dans notre système constitue l'objet du dernier chapitre de cette thèse.

Une solution générale de l'équation (I.3.1) s'écrit comme [Letokhov 1968] :

$$U(\mathbf{r}, t) = \sum_n a_n \psi_n(\mathbf{r}) e^{-\left(D_{\text{diff}} B_n^2 - \frac{v}{\ell_g}\right)t}, \quad (\text{I.3.2})$$

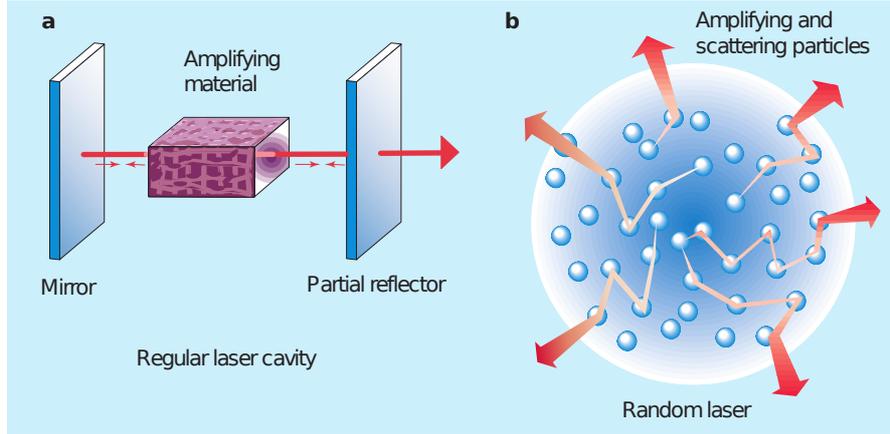


Figure I.3.1 – Différences entre un laser conventionnel, **(a)**, et un laser aléatoire, **(b)**. Image tirée de [Wiersma 2000].

où a_n sont des coefficients dépendant des conditions initiales et aux bords et ψ_n et B_n sont les fonctions propres et valeurs propres, respectivement, de l'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 \psi_n(\mathbf{r}) + B_n^2 \psi_n(\mathbf{r}) = 0. \quad (\text{I.3.3})$$

Trouver l'expression du seuil de la bombe photonique revient à connaître la condition pour laquelle l'argument de l'exponentielle dans la solution (I.3.2) change de signe, passant d'une exponentielle décroissante à une exponentielle croissante. Dans ce cas, nous avons :

$$D_{\text{diff}} B_n^2 - \frac{v}{\ell_g} = 0. \quad (\text{I.3.4})$$

Nous nous intéressons à la valeur propre du mode d'ordre le plus bas $n = 1$, celui ayant la plus grande durée de vie dans le système et donc ayant la plus grande probabilité d'atteindre le seuil en premier. On peut montrer, que pour un milieu sphérique de rayon R , $B_1 = \frac{\pi}{R^2}$. Connaissant l'expression du coefficient de diffusion D_{diff} , nous obtenons la taille critique du milieu au-dessus de laquelle le seuil est dépassé :

$$R_{\text{cr}} = \pi \sqrt{\frac{\ell_g \ell_{\text{sc}}}{3}} \quad (\text{I.3.5})$$

L'interprétation de ce seuil en terme de laser sera faite à la section suivante. Même si ce modèle prédit une augmentation exponentielle de l'intensité, aucune *explosion photonique* n'apparaît dans les faits à cause de la déplétion du gain. En effet, le gain commence à diminuer rapidement dès le seuil atteint. Cet effet va avoir tendance à augmenter ℓ_g , ce qui va empêcher la divergence de l'intensité.

I.3.2. Laser aléatoire

I.3.2.1. Différences avec un laser classique

La figure I.3.1 montre les différences entre un laser classique et un laser aléatoire. Dans le premier, le milieu à gain est placé dans une cavité optique de type Fabry-Pérot. La cavité

assure que la lumière fasse plusieurs allers-retours dans le milieu amplificateur. Elle permet d'amplifier de manière cohérente la lumière dans les modes résonant de la cavité. Le faisceau est donc très directif, selon l'axe de la cavité, assurant une très bonne cohérence spatiale. Si l'on note g le gain et \mathcal{L} les pertes accumulées sur un aller-retour dans la cavité, la condition d'oscillation du système s'écrit :

$$g^2(1 - \mathcal{L}) > 1. \tag{I.3.6}$$

Outre les pertes utiles représentées par celles par transmission, responsable de l'extraction du rayon laser à travers le coupleur de sortie, des pertes supplémentaires sont dues à la lumière diffusée hors de l'axe de la cavité.

Pour un laser aléatoire, le système est totalement différent. Les diffuseurs sont directement placés dans le milieu à gain. De sorte qu'entre deux événements de diffusion, la lumière soit amplifiée en se propageant dans le milieu. On peut donc donner une interprétation du seuil obtenu, équation (I.3.5). Intuitivement, les pertes dans un tel système sont distribuées sur toute la surface : c'est le seul moyen pour que la lumière s'échappe du milieu. Par contre, l'amplification est reliée à son volume. Pour garantir la condition d'oscillation (I.3.6), où le gain doit compenser les pertes, la taille du système doit être suffisamment grande. Le système va alors émettre un laser dans tout l'angle solide, sans qu'une fréquence bien définie ne soit amplifiée. Une définition du laser aléatoire peut donc être un laser où la rétro-action est faite par la diffusion multiple de la lumière directement dans le milieu à gain.

Plusieurs systèmes ont été étudiés en présence de gain. Par exemple, un système très simple est d'immerger des particules diffusantes, des particules de TiO_2 , dans une solution de molécules de colorant organique, comme de la rhodamine [Lawandy 1994]. Ce colorant sert à amplifier la lumière, les diffuseurs permettant d'allonger le chemin optique de la lumière dedans. Si la concentration de diffuseurs est suffisamment importante, la condition que le gain doit compenser les pertes peut être atteinte. L'expérience montre l'existence d'un seuil dans l'intensité diffusée émise par le système en fonction de l'intensité du pompage. Une autre expérience a montré une amplification similaire de la lumière dans des poudres semi-conductrices de ZnO , toujours en fonction de l'intensité du pompage externe [Cao 1999]. La figure I.3.2 montre des spectres obtenus lors de cette mesure. De bas en haut, l'intensité de la pompe est augmentée. On voit nettement apparaître un effet de seuil au-dessus duquel des maxima étroits d'intensité émergent d'une base plus large. Cette dernière correspond au spectre d'émission de la poudre en dessous du seuil. Plus l'intensité de la pompe est élevée, plus l'amplitude des pics (et leur nombre) augmente. L'apparition de ces pics en fonction de l'intensité de pompage démontre l'obtention d'un laser aléatoire.

Notre détaillerons au chapitre suivant l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids réalisée dans l'équipe [Baudouin 2013a].

1.3.2.2. Rétro-action cohérente et incohérente

Un laser aléatoire peut être qualifié de cohérent ou incohérent en fonction du type de rétro-action, [Cao 2003, Cao 2005]. Intuitivement, nous pouvons définir la rétro-action cohérente comme portant sur le champ et celle incohérente concernant l'intensité.

Le premier cas se retrouve majoritairement dans les milieux très désordonnés où les modes de propagation peuvent être localisés. Ces modes agissent comme plusieurs cavités de petite taille. Ces cavités seraient fermées, impliquant donc que les effets interférentiels doivent être pris en

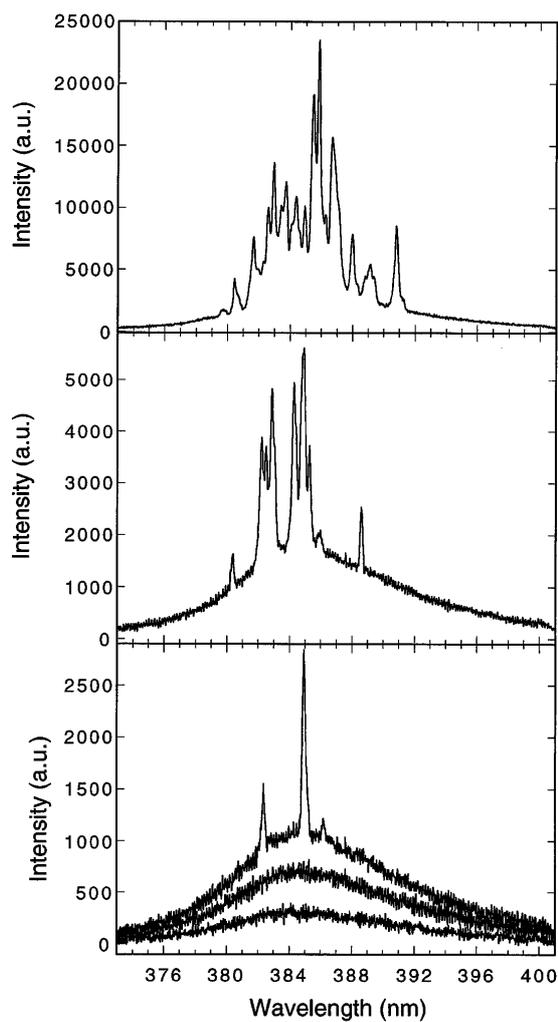


Figure I.3.2 – Spectres d'émission d'une poudre semi-conductrice de ZnO observés pour différentes intensités de pompages externes, l'intensité étant croissante du bas vers le haut. Les pics sont caractéristiques d'une émission d'un laser aléatoire. Notons l'échelle verticale qui augmente d'un graphique à l'autre. Image tirée de [Cao 1999].

compte. La condition d'interférences constructives inhérente à une cavité optique détermine la fréquence d'oscillation du système, et donc celle du laser aléatoire cohérent quand le gain compense les pertes. Cependant, la présence de toutes ces cavités suggère la sélection de plusieurs fréquences d'oscillation, et donc à un rayonnement multimode et isotrope. La mesure de spectres d'émission de systèmes à base de particules semi-conductrices présentant différents pics semblent valider cette hypothèse [Cao 1999].

Le cas d'un laser aléatoire incohérent est un peu différent, même si la rétro-action peut aussi s'interpréter en parlant de modes. A l'inverse d'un laser conventionnel où les cavités utilisées présentent généralement un grand facteur de qualité, on rencontre ici une multitude de résonances de facteur de qualité assez faible se recouvrant spectralement pour former un spectre continu. L'absence de rétro-action cohérente implique que le spectre de la lumière émise tend à être continu, aucune fréquence n'étant sélectionnée de manière résonante. L'observation d'une transition d'un régime de laser aléatoire à l'autre a été observé par Hui Cao et ses collaborateurs en augmentant la densité de diffuseurs dans le système, augmentant ainsi la probabilité que la lumière forme des boucles fermées au cours de sa propagation [Cao 2000].

La différence majeure entre ces types de rétro-action est la prise en compte des effets d'interférences. Ces derniers sont négligés quand un photon est diffusé et suit une marche aléatoire dans un milieu diffusant. Nous avons vu dans ce cas que la description de cette situation est basée sur un modèle diffusif de l'intensité lumineuse, conduisant au critère de Letokhov (I.3.5). La prise en compte des interférences nécessite alors d'étudier le champ électrique au lieu de l'intensité et donc d'utiliser les équations de Maxwell dans ce cas précis. Une discussion plus poussée de la prise en compte de ces effets interférentiels dans le développement des modes d'émission d'un laser aléatoire peut être trouvée dans [Andreasen 2011].

I.4. Fonctions de corrélation

Dans cette partie, nous introduisons les fonctions de corrélations du champ électrique, que ce soit à deux champs (appelée d'ordre un) ou à quatre champs (ordre deux). Nous mettrons en évidence les liens, non intuitifs, entre ces deux fonctions dans le cas d'un grand nombre de diffuseurs. Nous montrerons enfin que la fonction de corrélation de l'intensité permet d'obtenir des informations sur la statistique des photons émis par une source lumineuse, ce qui autorise la distinction entre deux lumières ayant la même fonction de cohérence d'ordre un. Nous nous limiterons à des champs classiques, mais la notion de champ quantique sera utilisée pour distinguer deux sources lumineuses ayant une même fonction de corrélation d'ordre un mais des statistiques de photons complètement différentes.

I.4.1. Degré de cohérence du premier ordre $g^{(1)}$

I.4.1.1. Définition en terme de visibilité des franges d'interférences

Pour introduire la fonction de corrélation d'ordre un, intéressons-nous à l'expérience des fentes d'Young, comme présentée dans [Gerry 2012]. Nous considérons une source spatialement cohérente émettant une lumière monochromatique, passant à travers une paroi percée de deux fentes. Nous regardons le champ résultant sur un écran à un temps t pouvant être écrit en fonction des champs individuels des ondes passant à travers les deux fentes sources t_1 et t_2 , comme présenté sur la figure I.4.1. Nous avons alors :

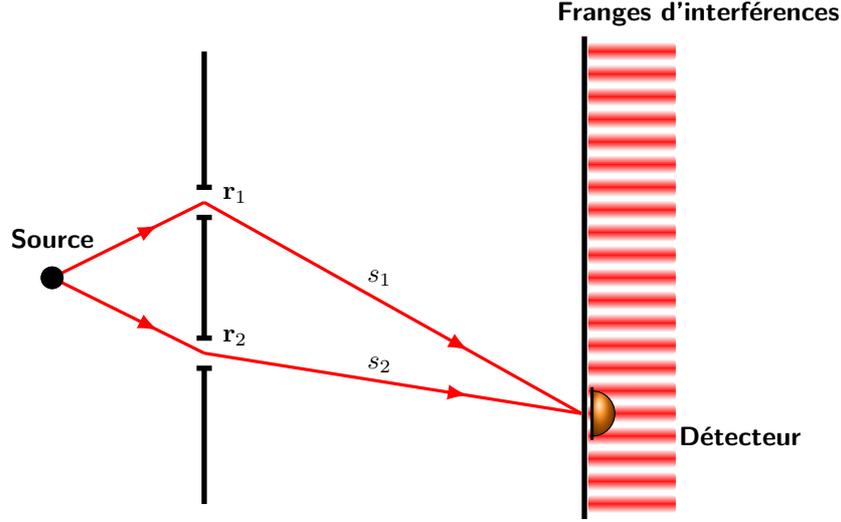


Figure I.4.1 – Schéma du principe de fonctionnement de l'expérience des fentes d'Young. La visibilité des franges d'interférences fait intervenir la fonction de corrélation d'ordre un du champ électrique.

$$E(\mathbf{r}, t) = K_1 E(\mathbf{r}_1, t_1) + K_2 E(\mathbf{r}_2, t_2), \quad (\text{I.4.1})$$

où $E(\mathbf{r}_i, t_i)$ sont des champs complexes sur l'écran arrivant de la fente i et les coefficients K_i sont des facteurs géométriques dépendant des distances entre les fentes et l'écran. Nous nous sommes placés dans l'approximation scalaire de lumière pour ne considérer qu'une composante de polarisation. Nous négligeons, de plus, tout effet de diffraction due aux fentes. La lumière émise par la source oscille plus rapidement que la bande-passante des meilleurs détecteurs optiques, ces derniers ayant un long temps de réponse. Par conséquent, ils ne mesurent que des grandeurs moyennées dans le temps. L'intensité mesurée par le détecteur s'écrit donc :

$$I(\mathbf{r}, t) = \langle |E(\mathbf{r}, t)|^2 \rangle, \quad (\text{I.4.2})$$

où $\langle \dots \rangle$ défini une moyenne temporelle :

$$\langle f(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T dt f(t). \quad (\text{I.4.3})$$

Nous supposons la moyenne stationnaire et donc indépendante de l'origine des temps. Précisons aussi que nous admettons l'hypothèse ergodique, et qu'à partir de maintenant la moyenne temporelle équivaut à une moyenne d'ensemble. En appliquant une moyenne temporelle au champ électrique (I.4.1), nous obtenons après calculs :

$$I(\mathbf{r}) = |K_1|^2 \langle |E(\mathbf{r}_1, t_1)|^2 \rangle + |K_2|^2 \langle |E(\mathbf{r}_2, t_2)|^2 \rangle + 2 \text{Re} [K_1^* K_2 \langle E^*(\mathbf{r}_1, t_1) E(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle]. \quad (\text{I.4.4})$$

Les deux premiers termes sont associés aux intensités des champs issus de chaque fente, alors que le dernier est le terme d'interférences. Notons $I_i = |K_i|^2 \langle |E(\mathbf{r}_i, t_i)|^2 \rangle$ et introduisons la fonction de cohérence mutuelle d'ordre un $g^{(1)}(x_1, x_2)$ sous la forme :

$$g^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{\langle E^*(x_1) E(x_2) \rangle}{\sqrt{\langle |E(x_1)|^2 \rangle \langle |E(x_2)|^2 \rangle}}, \quad (\text{I.4.5})$$

où nous avons adopté la notation $x_i = (\mathbf{r}_i, t_i)$. La relation (I.4.5) montre que la fonction de corrélation d'ordre un du champ électrique n'est rien d'autre que sa fonction d'auto-corrélation. Dans ce cas, l'intensité sur l'écran devient :

$$I(\mathbf{r}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \operatorname{Re} [K_1 K_2 g^{(1)}(x_1, x_2)]. \quad (\text{I.4.6})$$

Si l'on écrit $K_i = |K_i| e^{i\Psi_i}$ et $g^{(1)}(x_1, x_2) = |g^{(1)}(x_1, x_2)| e^{i\Phi_{12}}$, alors :

$$I(\mathbf{r}) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |g^{(1)}(x_1, x_2)| \cos(\Phi_{12} - \Psi), \quad (\text{I.4.7})$$

où $\Psi = \Psi_1 - \Psi_2$ est la différence de phase due à la différence de chemin optique. Nous observons finalement des interférences si $|g^{(1)}(x_1, x_2)| \neq 0$. Nous discernons alors trois types de cohérence :

$ g^{(1)}(x_1, x_2) = 1$	Cohérence complète	
$0 < g^{(1)}(x_1, x_2) < 1$	Cohérence partielle	(I.4.8)
$ g^{(1)}(x_1, x_2) = 0$	Cohérence incomplète.	

La fonction de corrélation mutuelle d'ordre un peut aussi s'interpréter en terme de visibilité des franges d'interférences. Si l'on note la visibilité V comme :

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}, \quad (\text{I.4.9})$$

nous avons alors :

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2} |g^{(1)}(x_1, x_2)|}{I_1 + I_2}. \quad (\text{I.4.10})$$

Il est alors évident que le maximum de visibilité s'obtient pour une cohérence complète, alors qu'elle est nulle pour une cohérence incomplète.

Notons enfin que la propriété de cohérence complète s'obtient quand le numérateur de la relation (I.4.5) se factorise. Cette factorisation est un critère pour avoir une lumière ayant une cohérence complète d'ordre un. De manière générale, les propriétés de cohérence d'ordre un se mesure avec un interféromètre de Michelson, qui facilite l'étude de la visibilité des franges d'interférences.

1.4.1.2. Cohérence d'ordre un pour différentes sources lumineuses

Maintenant que nous avons défini la fonction de cohérence d'ordre un, étudions quelques exemples. Tout d'abord, regardons le cas d'une lumière parfaitement monochromatique de fréquence ω , se propageant selon la direction z . C'est le cas, par exemple, d'un laser. Le champ électrique s'écrit :

$$E(z, t) = E_0 e^{i(kz - \omega t)}. \quad (\text{I.4.11})$$

La fonction de cohérence d'ordre un établi en z mais à deux temps différents t et $t + \tau$ est alors :

$$g^{(1)}(x_1, x_2) = e^{-i\omega\tau}, \quad (\text{I.4.12})$$

et nous déduisons donc qu'un laser est complètement cohérent.

Cependant, une source parfaitement monochromatique est un cas idéal sans réalité expérimentale. Considérons maintenant une source lumineuse dans laquelle l'élargissement collisionnel est dominant sur l'élargissement Doppler, ce qui est le cas d'une lampe à décharge par exemple. Cette source est composée d'un ensemble d'atomes émettant un rayonnement de fréquence ω_0 . La lumière peut être assimilée à des trains d'ondes issus de chaque atome, jusqu'à ce qu'ils subissent une collision. Les collisions sont suffisamment rapides pour qu'elles n'induisent pas de changement de fréquence, la seule conséquence étant une discontinuité de la phase entre avant et après la collision. Ces sauts de phase sont supposés décorrélés les uns des autres. Le champ émis par un atome s'écrit de la forme :

$$E(t) = E_0 e^{-i(\omega_0 t - \phi(t))}. \quad (\text{I.4.13})$$

Entre deux collisions, la phase reste constante et change brusquement au moment d'un choc. L'amplitude E_0 et la fréquence ω_0 restent constantes. Le champ total émis est donc la somme des champs individuels de la forme (I.4.13), correspondant à chaque atome. En se plaçant de nouveau dans l'approximation scalaire de la lumière, nous pouvons alors écrire l'expression du champ électrique total produit par un très grand nombre N d'atomes :

$$\begin{aligned} E(t) &= E_1(t) + E_2(t) + \dots + E_N(t) \\ &= E_0 e^{-i\omega_0 t} \sum_{j=1}^N e^{i\phi_j(t)}. \end{aligned} \quad (\text{I.4.14})$$

Nous pouvons maintenant calculer la fonction de corrélation d'ordre un d'une telle source lumineuse. Nous obtenons, en omettant la dépendance spatiale :

$$\langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle = E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N e^{-i\phi_j(t)} e^{i\phi_k(t+\tau)}. \quad (\text{I.4.15})$$

En tenant compte de la décorrélation de la phase au moment de la collision, la somme des produits de termes de phase croisés s'annule. Il reste donc :

$$\begin{aligned} \langle E^*(t)E(t+\tau) \rangle &= E_0^2 e^{-i\omega_0\tau} \sum_{j=1}^N e^{i(\phi_j(t+\tau) - \phi_j(t))} \\ &= N \langle E_i^*(t)E_i(t+\tau) \rangle, \end{aligned} \quad (\text{I.4.16})$$

les N atomes étant indépendants les uns des autres. La fonction de corrélation d'ordre un ne dépend donc que des contributions individuelles des atomes de la source lumineuse. On peut alors montrer [Loudon 2000] que :

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau} e^{-\frac{|\tau|}{\tau_0}}, \quad (\text{I.4.17})$$

avec τ_0 le temps caractéristique de temps de vol entre deux collisions. Le même raisonnement peut s'appliquer pour une lumière présentant un élargissement radiatif en plus des collisions.

Dans ce cas, la fonction $g^{(1)}$ prend un compte un nouveau terme d'amortissement, rajoutant une constante de temps au problème. Le résultat est alors identique à la relation (I.4.17), à cela près que le temps caractéristique τ_0 est remplacé par le temps de cohérence τ_c de la source lumineuse. Le même calcul peut être fait pour une source présentant essentiellement un élargissement Doppler. Dans ce cas, on montre que la fonction $g^{(1)}$ est gaussienne [Loudon 2000] :

$$g^{(1)}(\tau) = e^{-i\omega_0\tau} e^{-\frac{\pi}{2} \frac{\tau^2}{\tau_c^2}}. \quad (\text{I.4.18})$$

Le théorème de Wiener-Khintchin (chapitre III, section III.1.3.2) relie l'auto-corrélation du champ électrique d'une source à son spectre optique, en passant de l'un à l'autre par une transformée de Fourier. Nous en déduisons alors que les spectres optiques des sources lumineuses ayant les fonctions d'auto-corrélation (I.4.17) et (I.4.18) sont de forme lorentzien et gaussien, respectivement. Ce type de lumière est qualifié de chaotique.

Précisons enfin que l'on peut exprimer la fonction $g^{(1)}$ seulement en fonction du délai temporel τ entre deux points de l'espace. Nous avons alors $g^{(1)}(\tau = 0) = 1$ et la lumière reste cohérente du premier ordre pour des délais $\tau \ll \tau_c$. A l'inverse, on attend que le champ soit complètement décorrélé aux temps longs, de sorte que $g^{(1)}(\tau) \rightarrow 0$ pour $\tau \gg \tau_c$.

1.4.2. Degré de cohérence du second ordre $g^{(2)}$

Nous venons de voir que la fonction de corrélation d'ordre un peut être obtenue avec un dispositif expérimental de type fente d'Young. Elle sert à déterminer à quel point une source est monochromatique, permettant un accès expérimental au temps de cohérence de la source lumineuse. Cependant, nous n'obtenons aucune information sur les propriétés de la lumière. La fonction de cohérence d'ordre un ne peut être utilisée pour distinguer des sources lumineuses, on parlera d'états, ayant un même spectre mais des distributions de photons radicalement différentes. C'est le cas, par exemple, d'un laser (décrit en termes d'états cohérents) ou d'un champ monomode. Le détail de la mesure de la fonction de corrélation d'ordre deux sera abordée au chapitre II. La lumière est toujours supposée stationnaire et ses propriétés statistiques validant l'hypothèse ergodique.

1.4.2.1. Définition et propriétés

Nous nous intéressons maintenant aux fluctuations temporelles de l'intensité émise par une source lumineuse. Nous considérons le cas de la mesure à deux temps différents, à délai τ fixé. Encore une fois, une seule composante de polarisation est prise en compte et nous travaillons à un point fixe de l'espace. À l'instar de la définition de $g^{(1)}(\tau)$, équation (I.4.5), la fonction de corrélation d'ordre deux s'écrit :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle}{\langle |E(t)|^2 \rangle^2} = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}. \quad (\text{I.4.19})$$

Il est clair, d'après la définition précédente, que la fonction $g^{(2)}$ est symétrique : $g^{(2)}(-\tau) = g^{(2)}(\tau)$. Toutes les propriétés dérivées pour des délais positifs sont donc aussi valables pour les délais négatifs. Ce sera le cas aussi pour les mesures expérimentales.

Le module de la fonction $g^{(1)}$ prend des valeurs entre zéro et l'unité. Pour les valeurs prises par la fonction $g^{(2)}$, nous avons besoin d'avoir recours à l'inégalité de Cauchy, appliquée à deux temps différents t_1 et t_2 . Dans ce cas, les intensités mesurées correspondantes satisfont :

$$2I(t_1)I(t_2) \leq I(t_1)^2 + I(t_2)^2. \quad (\text{I.4.20})$$

Si l'on applique maintenant la même inégalité aux termes croisés correspondant à la mesure de l'intensité en N moments différents, nous arrivons à, après moyennage :

$$\langle I(t) \rangle^2 \leq \langle I(t)^2 \rangle. \quad (\text{I.4.21})$$

Nous en déduisons donc le degré de cohérence du second ordre vérifie :

$$g^{(2)}(0) \geq 1. \quad (\text{I.4.22})$$

Notons qu'il n'est pas possible d'établir de borne supérieure à la valeur à délai nul de la fonction $g^{(2)}$. Le même raisonnement peut être établi pour des délais non nuls. Premièrement, il est évident que par positivité de l'intensité, nous avons $g^{(2)}(\tau) \geq 0$. Cependant, nous pouvons montrer que $g^{(2)}(\tau)$ doit satisfaire [Loudon 2000] :

$$g^{(2)}(0) \geq g^{(2)}(\tau). \quad (\text{I.4.23})$$

Les valeurs prises par la fonction $g^{(2)}$ ne peuvent donc jamais être supérieures à celles prise à délai nul. Notons que c'est une importante propriété de la lumière classique, qui sera explicitée à la section suivante.

Mentionnons aussi qu'il est possible de définir de la même façon une fonction de corrélation croisée de l'intensité entre deux détecteurs, sensible à deux modes spatiaux différents par exemple. Dans ce cas, nous pouvons écrire :

$$g_{ab}^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I_a(t)I_b(t+\tau) \rangle}{\langle I_a(t) \rangle \langle I_b(t) \rangle}, \quad (\text{I.4.24})$$

où les indices a et b se réfèrent aux deux directions de détection considérées.

I.4.2.2. Relation de Siegert

En pratique, il est souvent plus aisé de mesurer des intensités que des champs. Nous aurons donc tendance à accéder à la fonction $g^{(2)}$ au lieu de $g^{(1)}$. Trouver une relation directe entre ces deux quantités n'est *a priori* pas facile, la première étant une corrélation à quatre champs, et la dernière à deux. Néanmoins, dans le cas d'une lumière chaotique, une relation simple est accessible. Cette relation est connue sous le nom de relation de Siegert, que nous allons démontrer ici. Les détails peuvent être retrouvés dans [Loudon 2000].

Pour cela, considérons une lumière chaotique très générale dont les causes d'élargissements sont à la fois dues aux collisions et à l'effet Doppler. La source est composée de N atomes, N pouvant être très grand. Le champ électrique total est donc la contribution individuelle de tous les émetteurs :

$$E(t) = \sum_{i=1}^N E_i(t). \quad (\text{I.4.25})$$

En appliquant la définition de la fonction de corrélation d'ordre deux, il vient en ne gardant que les termes non nuls :

$$\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle = \sum_{i=1}^N \langle E_i^*(t)E_i^*(t+\tau)E_i(t+\tau)E_i(t) \rangle + \sum_{i \neq j} \left(\langle E_i^*(t)E_j^*(t+\tau)E_j(t+\tau)E_i(t) \rangle + \langle E_i^*(t)E_j^*(t+\tau)E_i(t+\tau)E_j(t) \rangle \right). \quad (\text{I.4.26})$$

Comme chaque atome est indépendant, nous avons dans la limite où $N \gg 1$:

$$\langle E^*(t)E^*(t+\tau)E(t+\tau)E(t) \rangle = N^2 \left(\langle E_i^*(t)E_i(t) \rangle^2 + |E_i^*(t)E_i(t+\tau)|^2 \right). \quad (\text{I.4.27})$$

En normalisant correctement, nous obtenons finalement $g^{(2)}(\tau)$

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2. \quad (\text{I.4.28})$$

Cette dernière relation est connue sous le nom de relation de Siegert, et a été établie ici pour une lumière parfaitement cohérente spatialement. Dans le cas inverse, la relation de Siegert est un peu modifiée, selon :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \beta |g^{(1)}(\tau)|^2. \quad (\text{I.4.29})$$

Le facteur β prend en compte le nombre de modes spatiaux et de polarisation détectés. Il est relié à la longueur de cohérence spatiale de la source, la condition de cohérence spatiale maximale se traduisant par $\beta = 1$.

Nous en déduisons alors une propriété importante. Pour des délais nuls, nous avons quelque soit le type de lumière chaotique :

$$g^{(2)}(0) = 2. \quad (\text{I.4.30})$$

L'interprétation de cette propriété est simplifiée si l'on adopte le point de vue corpusculaire de la lumière. On ne la décrit donc plus en terme d'intensité mais en utilisant la notion de photons. Dans ce cas, la fonction de corrélation de l'intensité s'écrit :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle n(t)n(t+\tau) \rangle}{\langle n(t) \rangle^2}, \quad (\text{I.4.31})$$

où $n(t)$ est le nombre de coups enregistrés sur le détecteur à l'instant t . Dans ce cas, la relation (I.4.30) implique que la probabilité de détecter deux photons successif à des temps très courts est plus grande qu'à des temps longs. Les photons ont tendance à se regrouper. Nous parlons dans ce cas de groupement de photons (*photon bunching*), connu aussi sous le nom d'effet Hanbury Brown et Twiss [Hanbury Brown 1956b]. Pour des délais très grands devant le temps de cohérence τ_c , la fonction $g^{(2)}$ tend alors vers un. La raison est simple. Cela traduit la décorrélation complète des intensités pour $\tau \gg \tau_c$: la mémoire de la détection du premier photon est perdue pour des délais suffisamment longs.

À titre d'exemple, la fonction $g^{(1)}$ pour une lumière subissant un élargissement Doppler est gaussienne, équation (I.4.18). Sa fonction de corrélation de l'intensité est donc aussi gaussienne, et nous obtenons :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\pi \frac{\tau^2}{\tau_c^2}}. \quad (\text{I.4.32})$$

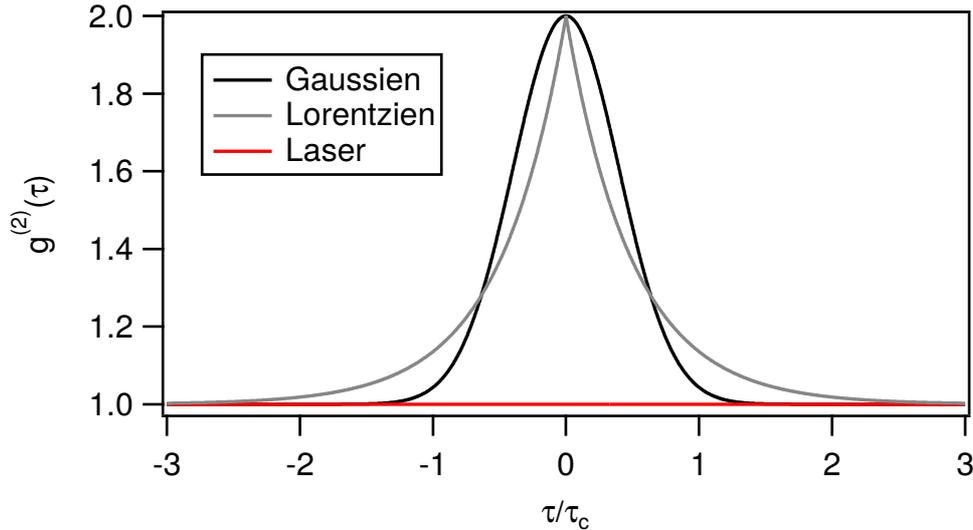


Figure 1.4.2 – Fonctions de corrélation de l'intensité $g^{(2)}$ pour des lumières chaotiques ayant des spectres gaussien (ligne noire) et lorentzien (en gris) avec un même temps de cohérence τ_c . À titre de comparaison, la ligne rouge est la fonction $g^{(2)}$ obtenue pour un laser.

En définitive, la seule connaissance du spectre optique d'une source est nécessaire pour remonter à $g^{(2)}(\tau)$. Pour un laser, nous avons $g^{(2)}(\tau) = 1$. Précisons que dans ce cas précis, la relation de Siegert n'est pas vérifiée. La figure 1.4.2 montre les fonction de corrélation de l'intensité pour les différents types de lumières chaotiques, ayant le même temps de cohérence, et pour un laser.

1.4.3. Fonction de corrélation d'ordre deux et statistique de photons

Nous abordons maintenant le lien entre la fonction $g^{(2)}$ et la statistique de photons. Pour l'établir de manière rigoureuse, il est nécessaire d'avoir recours au formalisme de la mécanique quantique et de faire appel à la quantification du champ électromagnétique. C'est hors du cadre de cette thèse. Néanmoins, nous donnons la forme quantique de la fonction $g^{(2)}$ pour un champ monomode, ce qui nous permettra par la suite de discuter la nature de la lumière en fonction de sa statistique. Pour un tel champ, $g^{(2)}(\tau)$ s'écrit [Gerry 2012] :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2}, \quad (\text{I.4.33})$$

où $\langle \hat{n} \rangle$ et $\langle (\Delta \hat{n})^2 \rangle$ sont, respectivement, la valeur moyenne et la variance de l'opérateur nombre, comptant le nombre de photons dans un mode n particulier. La relation précédente est indépendante de τ . Pour avoir un effet de décorrélation, il faut prendre en compte plusieurs modes. Dans la suite, nous présentons quelques statistiques de photons pour des lumières particulières, et nous donnerons un critère quant à la nature classique ou quantique de la lumière.

1.4.3.1. Lumière cohérente : statistique de Poisson

Le premier cas que nous considérons est celle d'une lumière parfaitement cohérente, comme celui issue d'un laser vu précédemment à l'équation 1.4.11. Nous n'avons qu'un seul mode, défini par sa fréquence ω et sa direction de propagation. Il n'y a aucune fluctuation de l'intensité et le flux moyen de photon reste identique à chaque instant. Nous pouvons montrer que la statistique d'une telle lumière suit une loi de Poisson. Pour cela, nous pouvons considérer un segment de

faisceau de longueur L dont le nombre moyen de photons à l'intérieur est $\langle n \rangle = \frac{\Phi L}{c}$, Φ étant le flux de photons. Prenons L assez grand pour que $\langle n \rangle$ prenne une valeur entière appréciable. Nous divisons ensuite le segment en N parties identiques, avec N assez grand pour que la probabilité $p = \frac{\langle n \rangle}{N}$ de trouver un unique photon dans n'importe quel segment soit petite et que la probabilité d'en avoir plus soit complètement négligeable. Nous cherchons donc la probabilité $P(n)$ d'avoir n photons dans un segment de longueur L divisé en N plus petits segments. La solution est obtenue en calculant la probabilité d'avoir n petits segments contenant un photon et $N - n$ n'en renfermant aucun, quelque soit l'ordre. La probabilité correspondante est donnée par la distribution binomiale :

$$P(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{\langle n \rangle}{N} \right)^n \left(1 - \frac{\langle n \rangle}{N} \right)^{N-n}. \quad (\text{I.4.34})$$

Dans la limite où $N \rightarrow +\infty$, nous en déduisons que la statistique des photons d'une lumière parfaitement cohérente est donnée par la distribution :

$$P(n) = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}, \quad (\text{I.4.35})$$

qui est une distribution de Poisson. Elle est caractérisée de manière unique par la seule donnée de sa valeur moyenne $\langle n \rangle$. En effet, on peut montrer que la variance est donnée par $(\Delta n)^2 = \langle n \rangle$. En injectant ce résultat dans la relation I.4.33, nous obtenons immédiatement que $g^{(2)}(\tau) = 1$ pour un laser. L'obtention d'une fonction de corrélation identiquement égale à un est donc une signature d'une statistique des photons suivant une loi de Poisson. Notons que d'un point de vue quantique, la lumière d'un laser peut être modélisée en bonne approximation par des états cohérents. On montre que ces états suivent, évidemment, une loi de Poisson [Loudon 2000].

1.4.3.2. Rayonnement du corps noir : statistique de Bose-Einstein

Un autre exemple est celui de la distribution de Bose-Einstein, décrivant le rayonnement émis par un corps noir. En tenant compte de la quantification des échanges d'énergie entre la lumière et la matière et par un raisonnement de physique statistique, il est possible d'établir la loi de Planck donnant la densité spectrale d'énergie émise par un corps noir à la température T dans un gamme spectrale large de $d\omega$:

$$\rho(\omega, T) = \hbar\omega \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1} d\omega. \quad (\text{I.4.36})$$

Le premier facteur correspond à l'énergie d'un photon dans un mode de fréquence ω (l'énergie du mode correspondant étant $E_n = \hbar\omega[n + \frac{1}{2}]$), le second à la densité d'état et le dernier au nombre d'occupation du mode, que nous noterons \bar{n} .

Nous pouvons écrire la probabilité $P_\omega(n)$ de trouver n photons dans le mode de fréquence ω en utilisant la loi de Boltzmann :

$$P_\omega(n) = \frac{\exp(-E_n/k_B T)}{\sum_{n=0}^{\infty} \exp(-E_n/k_B T)}. \quad (\text{I.4.37})$$

En poursuivant les calculs, nous obtenons la probabilité désirée :



Figure I.4.3 – Comparaison des temps d’arrivée des photons mesurés sur les détecteurs dans le cas d’un groupement de photons, de la lumière cohérente et d’un dégroupement de photons, de haut en bas.

$$P_{\omega}(n) = \frac{1}{\langle n \rangle + 1} \left(\frac{\langle n \rangle}{\langle n \rangle + 1} \right)^n. \quad (\text{I.4.38})$$

Cette loi statistique est appelée distribution de Bose-Einstein. Elle est caractérisée par sa valeur moyenne $\langle n \rangle$ et sa variance $(\Delta n)^2 = \langle n \rangle + \langle n \rangle^2$. Nous en déduisons que la variance d’une distribution de Bose-Einstein est toujours supérieure à celle d’une distribution de Poisson de même moyenne. Cette observation montre qu’une lumière thermique présente, de manière évidente, plus de fluctuations qu’une lumière cohérente. En terme de fonction de corrélation d’intensité, nous obtenons $g^{(2)}(\tau) = 2$ en appliquant la relation (I.4.33), quelque soit τ . Il est important de noter que la distribution de Bose-Einstein ne s’applique qu’à un seul mode du champ électromagnétique. Cependant, la lumière émise par le corps noir est très multimode et donc son spectre d’émission est continu. On se retrouve donc avec une lumière chaotique et nous obtenons bien la décroissance de la fonction $g^{(2)}$ à grand délai. L’obtention de $g^{(2)}(0) = 2$ est une signature d’une distribution de photons suivant une loi statistique de Bose-Einstein.

I.4.3.3. Classification de la lumière

Dans les deux sections précédentes, nous avons étudié deux types de lumière différentes ayant des distributions de photons bien distinctes. Il apparaît alors évident que l’on peut utiliser la fonction $g^{(2)}$ comme une mesure directe de la statistique des photons. Plus particulièrement, l’étude de la valeur de $g^{(2)}(0)$ nous informe directement de cette distribution statistique^a *via* la relation (I.4.33). Nous avons vu qu’une lumière parfaitement cohérente correspond à la lumière la plus stable que l’on puisse imaginer. On peut donc s’en servir comme référence pour classifier les différents types de lumière, en fonction de l’écart-type du nombre de photons. Nous distinguons alors trois possibilités :

- statistique sur-poissonienne : $\Delta n > \sqrt{n} \Leftrightarrow g^{(2)}(0) > 1$,
- statistique poissonienne : $\Delta n = \sqrt{n} \Leftrightarrow g^{(2)}(0) = 1$,
- statistique sous-poissonienne : $\Delta n < \sqrt{n} \Leftrightarrow g^{(2)}(0) < 1$.

Le cas poissonien est celui de la lumière issue d’un laser, où nous avons $g^{(2)}(\tau) = 1$. Cela signifie que la probabilité de détecter un nouveau photon après un premier coup sur le détecteur est la même pour toutes les valeurs du délai τ . Cette assertion s’interprète donc comme une conséquence du caractère aléatoire de la répartition des photons dans un rayon laser. Ce sont les temps d’arrivée des photons qui sont décorrélés, et non pas les photons eux-mêmes.

Nous avons déjà rencontré des lumières sur-poissoniennes en étudiant la lumière chaotique où nous avons observé des fluctuations d’intensité plus importantes que dans le cas d’un laser. Tous

a. Nous le verrons cette affirmation nécessite d’étudier l’intensité émise par la source de lumière à l’intérieur d’un seul grain de *speckle*. Cela requiert donc une parfaite cohérence spatiale.

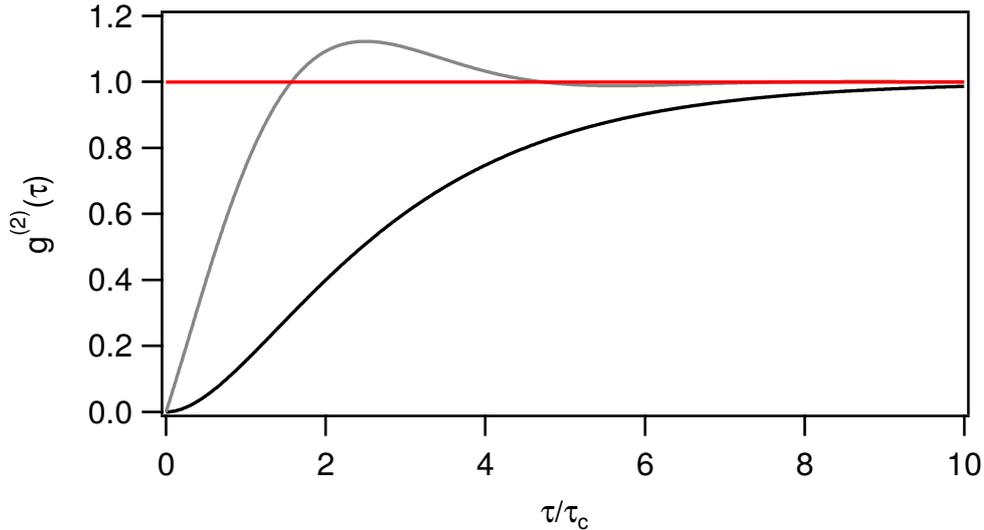


Figure I.4.4 – Fonctions de corrélation de l’intensité $g^{(2)}$ pour des lumières présentant une statistique sous-poissonienne, définie par $g^{(2)}(0) < 1$, mais seule celle la courbe noire présente un dégroupement de photons, impliquant $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$. À l’inverse, la courbe grise montre du groupement de photons. Dans tous les cas, on ne permet pas de décrire la lumière de manière classique, il faut prendre en compte la quantification du champ électromagnétique.

les faisceaux lumineux classiques dont l’intensité varie dans le temps sont décrits par une telle distribution de photons. Comme $g^{(2)}(0) > 1$, une autre possibilité de décrire une telle lumière est de parler de groupement de photons. Les photons ont tendance à se regrouper, impliquant que la probabilité de détecter un nouveau photon après un premier clic sur le détecteur à $\tau = 0$ est beaucoup plus grande aux temps courts qu’aux temps longs. Il vient donc, comme nous l’avons déjà vu, que $g^{(2)}(0) > g^{(2)}(\tau)$. Une lumière présentant ces caractéristiques peut être décrite en des termes classiques.

À l’inverse, nous parlons d’une lumière présentant un dégroupement de photons (*photon antibunching*) quand $g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$. Les photons ont tendance à arriver séparément dans le temps, ces intervalles étant réguliers et non plus aléatoires, comme illustré sur la figure I.4.3. Il en découle que le délai entre deux détections est relativement long. De ce fait, la probabilité de détecter un deuxième photon est faible pour des petits délais mais augmente avec τ . Dans ce cas précis, nous avons en plus que $g^{(2)}(0) < 1$. Cette propriété, synonyme de lumière sous-poissonienne, montre que la fonction $g^{(2)}$ peut prendre des valeurs interdites et traduit la non application de l’inégalité de Cauchy. De fait, l’observation expérimentale d’un dégroupement de photons est une signature directe de la nature quantique de la lumière, sans aucun équivalent classique. Plus généralement, une lumière présentant des fluctuations sous-poissoniennes est qualifiée de quantique. Elle présente moins de fluctuations qu’une lumière parfaitement cohérente. Il est important de bien noter que les conditions pour avoir un dégroupement de photons ($g^{(2)}(0) < g^{(2)}(\tau)$) et de lumière sous-poissonienne ($g^{(2)}(0) < 1$) ne sont pas équivalentes, comme il l’a été montré dans [Zou 1990]. Ce sont donc deux phénomènes bien distincts, comme illustré sur la figure I.4.4.

1.5. Quelques exemples d’applications

Dans cette section, nous exploitons l’outil des fonctions de corrélations du champ électrique pour l’appliquer à deux cas précis. Dans un premier temps, nous essayons de mettre en évi-

dence les propriétés de cohérence spatiale et temporelle d'un laser aléatoire. Nous montrons, en particulier, que la lumière émise par un tel laser fonctionnant au-dessus du seuil suit une statistique de Poisson, retrouvée dans la lumière issue d'autres sources lasers conventionnelles. Enfin, nous nous tournons vers l'analyse des fluctuations temporelles de la lumière provenant d'un milieu désordonné et démontrons que son analyse peut donner lieu à une étude approfondie du mouvement des diffuseurs constituant le système.

I.5.1. Propriétés de cohérence d'un laser aléatoire

Les différences conceptuelles entre un laser conventionnel et un laser aléatoire sont nombreuses, la principale étant que l'absence de cavité optique ne permet pas une sélection modale très fine. La question de la cohérence, tant temporelle que spatiale, d'une telle lumière est alors légitime. L'utilisation des fonctions de corrélations du champ électrique peut aider à apporter des éléments de réponse.

Cohérence temporelle et statistique des photons de la lumière émise par un laser aléatoire

La laser est un type de lumière présentant une très grande cohérence temporelle. C'est une source idéalement parfaitement monochromatique dont les fluctuations d'intensité sont limitées par le bruit de grenaille photonique. En effet, la fonction $g^{(2)}$ pour un laser est plate et égale à l'unité. Nous rappelons que ce comportement est dû à la statistique de Poisson décrivant la lumière issue d'une telle source [Loudon 2000]. Nous avons vu que l'étude de la valeur en $\tau = 0$ nous renseigne sur la statistique de la lumière analysée, caractérisée par la distribution $\mathcal{D}(n)$ des photons, suivant la relation (valide pour un champ monomode) [Gerry 2012] :

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{(\Delta n)^2 - \langle n \rangle}{\langle n \rangle^2}, \quad (\text{I.5.1})$$

avec $\langle n \rangle$ et $(\Delta n)^2$ la moyenne et la variance, respectivement, de $\mathcal{D}(n)$. La comparaison des valeurs prises en zéro par la fonction $g^{(2)}$ est donc un bon indicateur du degré de cohérence d'une lumière : pour une lumière totalement cohérente $g^{(2)}(0) = 1$ et pour une lumière chaotique $g^{(2)}(0) = 2$.

Des études théoriques prédisent qu'un laser aléatoire au-dessus de son seuil doit émettre une lumière cohérente dont la statistique suit une loi de Poisson [Florescu 2004]. Ce résultat semble bien correspondre à ce qui a été observé quelques années auparavant sur une poudre semi-conductrice de ZnO pompée optiquement de manière pulsée [Cao 2001]. La lumière émise est collectée pour être étudiée au moyen d'un spectromètre couplé à une caméra. En s'assurant d'observer un seul mode du champ électromagnétique, il est possible de compter le nombre de photons par mode et donc de reconstruire la distribution $\mathcal{D}(n)$. La figure I.5.1 montre l'évolution de $g^{(2)}(0) = G_2$ en fonction de l'intensité du pompage optique normalisée par l'intensité mesurée pour atteindre le seuil du laser aléatoire. Les auteurs ont montré que la statistique de la lumière émise proche du seuil se rapproche de celle de Bose-Einstein et tend vers une statistique de Poisson au-dessus. Ces résultats suggèrent que la lumière issue d'un laser aléatoire est effectivement cohérente. Il est, cependant, important de nuancer ces résultats. En effet, ils ont été obtenus en mesurant les corrélations entre des photons issus de plusieurs impulsions lumineuses différentes. Pour obtenir une signature claire de la statistique de Poisson des photons d'un laser aléatoire, il est nécessaire de corrélérer les photons d'une seule impulsion. Précisons enfin que l'obtention de $g^{(2)}(0)$ ne donne des informations que sur la statistique de photons,

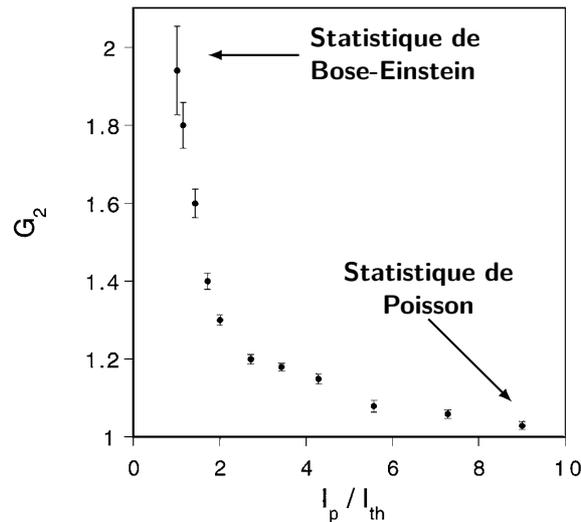


Figure I.5.1 – Mesure de la valeur de $G_2 = g^{(2)}(0)$ pour une lumière émise par une poudre semi-conductrice en fonction de l’intensité du pompage optique, permettant de remonter à la statistique de photons du rayonnement diffusé. La valeur $G_2 = 2$ est caractéristique d’une distribution de Bose-Einstein décrivant une lumière chaotique alors que $G_2 = 1$ vaut pour une statistique de Poisson modélisant la lumière émise par un laser. Image issue de [Cao 2001].

mais ne fournit aucun accès au temps de cohérence de la source lumineuse, possible avec la mesure de $g^{(2)}(\tau)$.

L’étude de la cohérence temporelle d’un laser aléatoire est rendue compliquée par la nécessité d’isoler un seul mode du champ électromagnétique. Au moyen d’une cavité chaotique remplie d’un colorant (faisant office de milieu amplificateur), il a été montré dans [Patra 2002] que la lumière issue du laser aléatoire fluctue plus que celle d’un laser conventionnel. Cet excès de bruit peut être relié à une compétition de modes. En effet, ce bruit est dû au recouvrement des modes émis par la source au-dessus du seuil. Si un seul mode existe alors l’émission est cohérente. Au contraire, si plusieurs modes coexistent, le degré de cohérence diminue. La mesure de la cohérence temporelle d’un laser aléatoire dépend donc énormément du nombre de modes détectés.

Cohérence spatiale

La cohérence spatiale est liée à l’étendue spatiale d’une source lumineuse. Une source ponctuelle a alors une cohérence spatiale maximale et cette dernière va décroître dès qu’elle commence à s’étendre. De ce fait, la cohérence spatiale d’un laser aléatoire est supposée plus faible que celle d’un laser standard [van Soest 2002]. Cette différence majeure conduit à des applications d’un laser aléatoire, comme des mesures nécessitant une lumière faiblement spatialement cohérente.

Plusieurs expériences cherchent à analyser la cohérence spatiale d’un laser aléatoire. Par exemple, il est possible de mettre en place un mesure de type fentes d’Young pour l’étudier [Redding 2011]. Les auteurs ont regardé les effets du libre parcours moyen, du volume d’excitation ou de l’intensité du pompage sur la cohérence spatiale. Pour quantifier plus en détails la cohérence spatiale, nous avons recours à la fonction de cohérence mutuelle définie à la section I.4.1 :

$$g^{(1)}(x_1, x_2) = \frac{\langle E^*(x_1)E(x_2) \rangle}{\sqrt{\langle |E(x_1)|^2 \rangle \langle |E(x_2)|^2 \rangle}}, \quad (\text{I.5.2})$$

où $E(x_i)$ est le champ électrique issu de la fente i . Le champ électrique, mesuré sur un écran en aval des fentes, s'écrit en faisant apparaître un terme d'interférences. La visibilité des franges d'interférences dépend de la fonction de cohérence mutuelle. Donc sa mesure revient à quantifier directement la cohérence spatiale d'une source lumineuse, *a fortiori* un laser aléatoire. Les auteurs ont notamment montré que la visibilité croît quand le libre parcours moyen diminue, donc quand la diffusion augmente. À l'inverse, quand le volume d'excitation (à pompage fixé) augmente, la visibilité se dégrade.

Combiné à des mesures utilisant un interféromètre de Michelson, il est possible d'étudier à la fois les cohérences spatiale et temporelle [Ismail 2014], et d'observer le seuil de l'émission du laser aléatoire en étudiant la visibilité des franges en fonction de l'énergie du pompage [Papadakis 2007]. Il a été mesuré que la visibilité augmente brusquement quand le pompage dépasse le seuil. Cependant, même si ces mesures suggèrent une hausse de la cohérence spatiale au-dessus, celle-ci reste plus faible que pour un laser standard.

1.5.2. Diffusion dynamique de la lumière : les corrélations d'intensité pour sonder le mouvement des diffuseurs

Nous passons maintenant à l'étude de la diffusion dynamique de la lumière, aussi appelée spectroscopie des ondes diffuses. Cette théorie permet de relier les fluctuations temporelles de l'intensité diffuse en régime de diffusion multiple à la dynamique des diffuseurs dans une matrice. Par l'étude du comportement temporel de la fonction d'auto-corrélation du champ électrique diffusé, nous pouvons sonder le mouvement des diffuseurs sur de petites distances pouvant être plus faibles que la longueur d'onde. Une présentation détaillée de cette théorie peut se trouver dans [Maret 1987, Pine 1988, Pine 1990b].

1.5.2.1. Spectroscopie par ondes diffuses

Un rayon lumineux envoyé dans un milieu désordonné va subir un certain nombre d'évènements de diffusion. Si l'on place un écran à l'extérieur et que l'on y observe l'intensité diffuse, nous voyons apparaître une modulation spatiale de l'intensité pouvant être très intense. Celle-ci est connue sous le nom de figure de tavelures^b. Cette modulation est due à l'addition des champs électriques ayant subis des déphasages aléatoires à chaque diffusion. Précisons que cette caractéristique ne se retrouve pas seulement en optique mais aussi dans n'importe quelle situation où de la diffusion apparaît et pouvant être décrite d'un point de vue ondulatoire (le mouvement des électrons dans un conducteur par exemple). Si les diffuseurs dans le milieu sont au repos, nous n'observons aucune fluctuation d'intensité sur l'écran, la figure de speckle est dite stationnaire. À l'inverse, si les diffuseurs sont en mouvement, les tavelures vont aussi évoluer dans le temps et nous allons voir l'intensité modulée spatialement sur l'écran. Intuitivement, on peut relier les fluctuations de l'intensité diffuse à la dynamique des diffuseurs, le temps de propagation de la lumière étant bien supérieur à celui de leur mouvement. Il apparaît donc évident que l'étude des fluctuations temporelles de l'intensité diffuse apporte des informations sur les diffuseurs dans un milieu désordonné.

b. Nous utilisons plus souvent l'anglicisme *speckle* pour faire référence aux motifs observés sur l'écran.

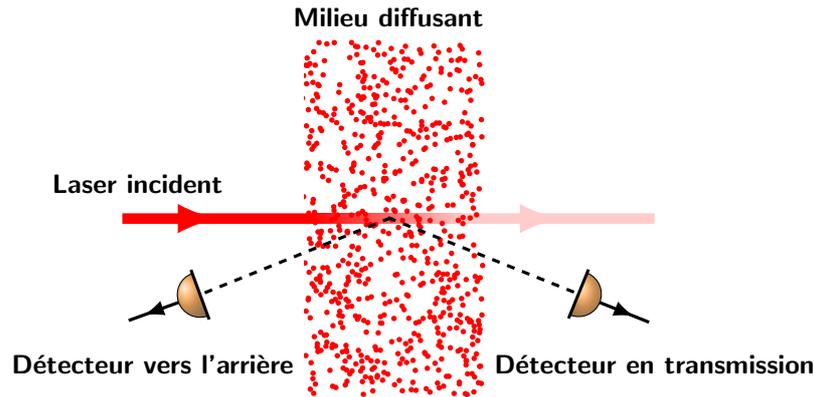


Figure I.5.2 – Configurations expérimentales pour implémenter la technique de diffusion dynamique de la lumière.

Suivant le régime de diffusion de la lumière, deux théories existent. La première s'applique au régime de diffusion simple et s'appelle diffusion quasi-élastique de la lumière (QELS pour *Quasi-Elastic Light Scattering*) [Clark 1970, Berne 1976]. La présence d'un seul évènement de diffusion rend possible la détermination de l'angle de diffusion ainsi que la polarisation de l'onde diffusée. La connaissance de cet angle ainsi que la longueur d'onde de la lumière fixe l'échelle de longueur maximale sur laquelle le mouvement des diffuseurs est étudié. Cependant, aucune information ne peut être obtenue dans le régime de diffusion multiple. Pour cela, on peut tenir compte du transport diffusif de la lumière dans un milieu désordonné. La théorie qui en découle s'appelle la diffusion dynamique de la lumière (abrégiée DWS pour *Diffusing wave spectroscopy*) [Maret 1987, Pine 1988]. Le but est d'étudier les fluctuations temporelles de la fonction d'auto-corrélation du champ électrique diffusé et d'en tirer des informations sur la dynamique des diffuseurs, ce qui est l'objet de la section suivante. La DWS permet une sensibilité accrue au mouvement des diffuseurs. Pour que la figure de speckle soit notablement modifiée, il faut qu'un diffuseur augmente le trajet de la lumière dans le milieu de, au moins, une longueur d'onde optique. Cela impose, en régime de diffusion simple, que la particule diffusante parcourt cette même distance. En revanche, dans le régime de diffusion multiple, la dépendance temporelle des fluctuations est due à l'effet cumulatif des différents évènements de diffusion. Le temps caractéristique de la fonction d'auto-corrélation est donc beaucoup plus rapide qu'en diffusion simple. De fait, le mouvement des diffuseurs est sondé sur des échelles pouvant être bien plus faibles que la longueur d'onde optique.

Deux configurations expérimentales peuvent être mises en place pour mesurer la fonction d'auto-corrélation du champ diffusé, que ce soit en transmission ou vers l'arrière, figure I.5.2. Dans tous les cas, la géométrie la plus simple à laquelle nous pouvons penser est un milieu d'épaisseur L et d'extension infinie dans le plan transverse. Plaçons tout d'abord le détecteur vers l'avant. Cela introduit, de fait, une longueur caractéristique puisque les photons qui subissent une marche aléatoire doivent s'extraire du milieu avant d'atteindre l'appareil de mesure. Il est alors possible de sonder le mouvement des diffuseurs sur des distances pouvant être bien plus petites que la longueur d'onde grâce à l'addition des longueurs de chemin parcouru. Un des avantages de cette géométrie est le contrôle expérimental direct de la longueur caractéristique mesurée avec la DWS seulement en variant l'épaisseur du système. En d'autres termes, la modification de l'épaisseur optique de l'échantillon permet de changer l'échelle de temps caractéristique de l'auto-corrélation du champ accessible avec les techniques de diffusion dynamique de la lumière. La seconde configuration expérimentale consiste à mesurer la lumière diffusée vers l'arrière, donc du même côté que la face d'incidence du laser. Contrairement à la transmission, aucune longueur caractéristique n'est sélectionnée ici. En effet, toutes les longueurs de chemin contribuent à la

rétro-diffusion : les petits nombres d'évènements de diffusion sont prépondérants pour décrire le retour de la lumière vers l'arrière (donc à petits délais) mais une partie substantielle de lumière est aussi détectée à des temps plus longs dûs à la diffusion multiple. Il y a donc une concentration plus importante d'échelles de temps dans la mesure de l'auto-corrélation du champ diffusé. Cette propriété peut être particulièrement intéressante pour exploiter la dynamique de systèmes interagissants pouvant contenir différents temps caractéristiques associés au mouvement des diffuseurs sur différentes échelles de temps. Cette technique de spectroscopie des ondes diffuses peut avoir des applications dans beaucoup de domaines différents. Entre autres, nous pouvons citer la détermination de la taille des diffuseurs [Pine 1990b, Rega 2001, Scheffold 2002], l'étude des interactions hydrodynamiques entre eux et un fluide les entourant [Fraden 1990, Weitz 1993], l'analyse de dynamique microscopique ou alors des applications médicales [Durduvan 2004, Ninck 2010].

Deux types d'expérience peuvent être implémentées pour mesurer les fonctions de corrélation $g^{(2)}$ et $g^{(1)}$, respectivement. Pour la première, nous parlons de mesure homodyne. L'idée est de mesurer directement la lumière à analyser avec un photodétecteur. Le signal émis par le détecteur est ensuite envoyé à un autocorrélateur (pour une mesure dans le domaine temporel) ou un analyseur de spectre (pour être dans le domaine spectral). Par exemple, en sortie de l'autocorrélateur, nous obtenons une grandeur proportionnelle à $g^{(2)}(\tau)$. Pour le second type d'expérience, la détection hétérodyne, le principe consiste à faire interférer la lumière diffusée à analyser avec un signal de référence, que l'on appelle oscillateur local, plus puissant et décalé en fréquence. De même, ce signal interférentiel peut être envoyé soit dans un corrélateur soit à un analyseur de spectre. Dans le domaine temporel, on peut montrer que le résultat de la mesure est proportionnel à la fonction de corrélation du champ électrique $g^{(1)}$. Nous détaillerons ces méthodes expérimentales au chapitre suivant. Rappelons que l'utilisation de la relation de Siegert (I.4.28) permet de déduire $g^{(1)}(\tau)$ à partir de $g^{(2)}(\tau)$ et *vice versa*.

1.5.2.2. Calcul de la fonction de corrélation d'ordre deux en diffusion multiple

En régime de diffusion multiple, la lumière diffusée présente beaucoup de fluctuations temporelles. En effet, nous observons une figure de speckle qui fluctue à cause du mouvement des diffuseurs. Dans une telle expérience, on mesure les variations temporelles de l'intensité diffusée dans une direction donnée et il va être possible de relier la dépendance temporelle de ces fluctuations aux paramètres contrôlant la dynamique du milieu. Si les diffuseurs sont immergés dans un liquide, ce qui est usuellement le cas dans les expériences de diffusion dynamique de la lumière, les variations temporelles sont à relier au coefficient de diffusion des particules diffusantes dans ce liquide. Nous démontrons ici l'expression de la fonction de corrélation de l'intensité en diffusion multiple, les détails de la démonstration sont à retrouver dans [Maret 1987, Pine 1988].

Considérons un ensemble de particules diffusantes. Au temps $t = 0$, une d'elles se trouvant à la position $\mathbf{r}(0)$ diffuse une onde incidente de vecteur d'onde \mathbf{k}_i . L'onde diffusée dans la direction \mathbf{k}_d aura une phase Φ donnée par :

$$\Phi = \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}(0), \tag{I.5.3}$$

où $\mathbf{q} = \mathbf{k}_d - \mathbf{k}_i$ est le vecteur de diffusion. Si au bout d'un certain temps la particule s'est déplacée en $\mathbf{r}(t)$, la phase de l'onde diffusée sera donc $\Phi = \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}(t)$. Dans ce cas, du fait du mouvement d'un diffuseur au cours du temps, la différence de phase entre les deux ondes diffusées est alors $\Delta\Phi(t) = \mathbf{q} \cdot (\mathbf{r}(t) - \mathbf{r}(0))$. Le mouvement d'un diffuseur induit donc un déphasage. Si on étudie

une séquence de n évènements de diffusion en des points $\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n$, avec un vecteur de diffusion $\mathbf{q}_i = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_{i+1}$, le déphasage accumulé au temps τ est alors :

$$\Delta\Phi(\tau) = \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i \cdot \Delta\mathbf{r}_i(\tau), \quad (\text{I.5.4})$$

avec $\Delta\mathbf{r}_i(\tau) = \mathbf{r}_i(\tau) - \mathbf{r}(0)$. Le champ électrique correspondant à cette séquence de diffusion s'écrit :

$$E_{(n)}(\tau) = E_{(n)}(0) e^{i\Delta\Phi(\tau)}, \quad (\text{I.5.5})$$

dont nous déduisons la fonction de corrélation non normalisée d'ordre 1 :

$$G_{(n)}^{(1)}(\tau) = \langle I_{(n)}(0) e^{i\Delta\Phi(\tau)} \rangle. \quad (\text{I.5.6})$$

Si l'on suppose que les séquences de diffusion sont indépendantes les unes des autres, on peut donc sommer de manière incohérente les intensités. Dans ce cas, le terme $I_{(n)}(0)$ peut se réécrire comme $I_0 P(n)$, où $P(n)$ est la fraction de l'énergie incidente qui a subi n évènements de diffusion. En d'autres termes, c'est la distribution du nombre de photons ayant subis n diffusions. La fonction de corrélation devient donc :

$$G_{(n)}^{(1)}(\tau) = I_0 P(n) \langle e^{i\Delta\Phi(\tau)} \rangle. \quad (\text{I.5.7})$$

Pour poursuivre le calcul, il reste à déterminer la moyenne de l'exponentielle dans la relation précédente. Pour cela, nous avons recours à des hypothèses. Premièrement, nous supposons que la différence de phase suit un processus gaussien. De plus, la cadre de la DWS est la diffusion multiple de la lumière. Nous devons donc traiter un grand nombre d'évènements de diffusion, tous décorrélés les uns des autres. Il est donc aisé d'obtenir une expression sur la moyenne du vecteur de diffusion, en prenant en compte la longueur de transport de la lumière dans l'échantillon ℓ_{tr} . Enfin, nous traitons le cas de diffuseurs immergés dans un liquide. Le loi de déplacement des particules diffusantes s'exprime en fonction de leur coefficient de diffusion D_B dans ce fluide. En combinant ces trois approximations, nous obtenons finalement :

$$G_{(n)}^{(1)}(\tau) = I_0 P(n) \exp\left(-2\frac{\tau}{\tau_0} \frac{\ell_{\text{sc}}}{\ell_{\text{tr}}} n\right), \quad (\text{I.5.8})$$

où l'on a défini un temps caractéristique de la diffusion brownienne $\tau_0 = (D_B k^2)^{-1}$. Précisons que les deux longueurs caractéristiques ℓ_{sc} et ℓ_{tr} se rapportent toutes deux à la lumière. On obtient finalement la fonction de corrélation d'ordre un totale en sommant sur tous les évènements de diffusion :

$$G^{(1)}(\tau) = I_0 \sum_{n=1}^{+\infty} P(n) \exp\left(-2\frac{\tau}{\tau_0} \frac{\ell_{\text{sc}}}{\ell_{\text{tr}}} n\right). \quad (\text{I.5.9})$$

Plutôt que de manipuler cette relation, on a tendance à passer à la limite continue. Pour cela, on introduit un changement de variable pour faire apparaître la longueur d'une séquence de diffusion $s = n\ell_{\text{sc}}$ à la place du nombre d'évènements de diffusion. On obtient alors la probabilité $P(s)ds$ d'avoir un photon parcourant une longueur s dans le milieu. La somme est donc transformée en intégrale, d'où :

$$G^{(1)}(\tau) = I_0 \int_0^{+\infty} ds P(s) \exp\left(-2\frac{\tau}{\tau_0} \frac{s}{\ell_{tr}}\right). \quad (\text{I.5.10})$$

L'expression (I.5.10) est un des résultats majeurs de la théorie de la DWS, introduite pour la première fois dans [Maret 1987], et est à la base des techniques de diffusion dynamique de la lumière. La fonction de corrélation d'ordre deux s'obtient grâce à la relation de Siegert (I.4.28). Elle montre que si un photon parcourt un chemin de longueur s alors la fonction $G^{(1)}$ décroît d'un facteur $\exp(-2\tau/\tau_0)$. Le temps de décroissance dépend donc très fortement de la distance parcourue par le photon dans le milieu entre deux diffusions. Les longs chemins correspondent au cumul de plusieurs événements de diffusion. Une particule diffusante peut donc se mouvoir sur une petite distance pour que la longueur totale du trajet soit modifiée d'une longueur d'onde. Cette décroissance s'effectue en un temps relativement court. Au contraire, les chemins courts sont dûs à un petit nombre de diffusion. Chaque particule doit donc bouger assez pour que la distance totale soit de l'ordre de la longueur d'onde optique, résultant en une décroissance plus lente de la fonction $g^{(2)}$. Par ailleurs, l'évaluation précise de cette décroissance dépend de la distribution $P(s)$, toute la difficulté du problème résidant dans la détermination de cette fonction. Celle-ci dépend des propriétés physique du milieu où se passe le transport de la lumière ainsi que de sa géométrie. De fait, il devient compliqué d'en obtenir une expression analytique, possible dans le cas du milieu semi-infini ou sous forme de couche. Le recours à des simulations numériques peut s'avérer nécessaire pour étudier l'expression intégrale de la DWS.

L'étude de la dépendance temporelle de la fonction $g^{(2)}$ en diffusion multiple peut donc nous renseigner sur la dynamique des diffuseurs. Plus les délais sont petits, plus le déplacement sondé est petit. Nous verrons au chapitre suivant les différents montages expérimentaux pour étudier la diffusion dynamique de la lumière.

CHAPITRE II

Fonctions de corrélation de l'intensité de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids : expériences

Sommaire

II.1	Montages expérimentaux pour la mesure des corrélations d'intensité . . .	64
II.1.1	Mesures directes de la fonction de corrélation d'ordre deux	64
II.1.1.1	Expériences de Hanbury Brown et Twiss	64
II.1.1.2	Dispositif HBT et atomes froids	66
II.1.2	Mesures hétérodynes pour la détermination de $g^{(1)}$	68
II.2	Piégeage et caractérisation d'une vapeur atomique froide	70
II.2.1	Préparation d'un piège magnéto-optique	72
II.2.1.1	Système à vide	73
II.2.1.2	Champ magnétique	74
II.2.1.3	Configuration laser pour le piégeage d'atomes froids	74
II.2.1.4	Séquence expérimentale	79
II.2.2	Caractérisation du nuage d'atomes froids	80
II.2.2.1	Détermination du temps de chargement du piège	80
II.2.2.2	Spectre de transmission par spectroscopie et épaisseur optique	82
II.2.2.3	Imagerie d'absorption	84
II.3	Vers la caractérisation d'un laser aléatoire à atomes froids par l'étude des corrélations d'intensité	86
II.3.1	Induction de gain dans un nuage d'atomes froids	86
II.3.2	Combiner du gain et de la diffusion dans un gaz d'atomes froids	88
II.3.3	Observation expérimentale	90
II.3.4	Vers une détection directe	91

Dans ce chapitre, nous abordons les techniques expérimentales pour détecter les corrélations d'intensité dans les domaines temporel ou spectral. Nous commencerons par détailler le principe de la détection homodyne en utilisant l'exemple de l'expérience de Hanbury Brown et Twiss pour la mesure du diamètre angulaire des étoiles. Nous verrons, ensuite, le fonctionnement de la détection hétérodyne. Dans ces deux cas, nous étudierons les implémentations sur des expériences d'atomes froids. Dans un second temps, nous introduirons le montage expérimental utilisé pendant cette thèse et les moyens pour caractériser un échantillon d'atomes froids. Enfin, nous présenterons les récentes mesures de laser aléatoire à atomes froids et comment les corrélations d'intensité vont être un outil particulièrement adapté pour étudier ses propriétés.

II.1. Montages expérimentaux pour la mesure des corrélations d'intensité

II.1.1. Mesures directes de la fonction de corrélation d'ordre deux

II.1.1.1. Expériences de Hanbury Brown et Twiss

Les corrélations d'intensité dans le domaine temporel ont été développées pour la première fois par Robert Hanbury Brown et Richard Twiss au milieu du XX^e siècle. Tous deux astronomes, ils se sont intéressés à la mesure des diamètres angulaires des étoiles. À cette époque, la technique usuelle pour accéder à ces informations était l'interféromètre de Michelson. La lumière issue d'une étoile est collectée par deux miroirs séparés d'une distance d , avant d'être amenée dans le télescope par deux fentes distinctes. Si cette lumière est cohérente, alors on observe des franges d'interférences dans le plan focal image du télescope, et aucune frange si la lumière est incohérente. Le but de la manipulation est d'étudier la variation de la visibilité de la figure d'interférences en fonction de la distance d . Cette analyse permet l'accès au diamètre angulaire de l'étoile pointée. Il apparaît donc évident qu'un tel interféromètre est sensible à la fonction de corrélation d'ordre un $g^{(1)}$, on parle alors d'interférométrie d'amplitude.

Pour améliorer la résolution angulaire de l'interféromètre, il faut pouvoir augmenter la séparation d entre les deux miroirs collecteurs. Cependant, quand d devient grand, il est compliqué de garder les miroirs suffisamment stables pour permettre l'observation des interférences en garantissant le contrôle de la différence de chemin optique à une longueur d'onde près. Pour résoudre ce problème technique, Hanbury Brown et Twiss (abrégiés HBT dans la suite) ont proposé une amélioration du dispositif expérimental, pour s'intéresser à l'interférométrie d'intensité. Leur expérience s'en trouve grandement facilitée : deux miroirs séparés spatialement collectent la lumière de l'étoile étudiée et la focalisent sur deux photomultiplicateurs. De ce fait, ce montage s'affranchit de la formation de franges d'interférences et lui confère une meilleure stabilité. Les photocourants issus des deux détecteurs sont ensuite envoyés dans un circuit multiplicateur, capable de moyennner dans le temps, pour étudier les corrélations entre eux. Lorsque d est petit, les deux photodétecteurs collectent la lumière issue d'un même grain de *speckle* de l'étoile en champ lointain (donc ayant une faible dispersion angulaire), donc les photocourants se ressemblent. À l'inverse, quand d augmente, ils observent la source sous des angles différents et les photocourants vont être décorrélés. Le signal en sortie du circuit électronique dépend donc de la séparation spatiale des miroirs, offrant une nouvelle possibilité d'accéder à la mesure du diamètre angulaire de l'étoile pointée. Ici, comme les corrélations sont étudiées spatialement, nous mesurons la fonction de corrélation d'ordre deux $g^{(2)}(r)$, $r = d$ étant appelée la ligne de base (la séparation spatiale entre les deux miroirs collecteurs). Avec cette méthode, Hanbury Brown

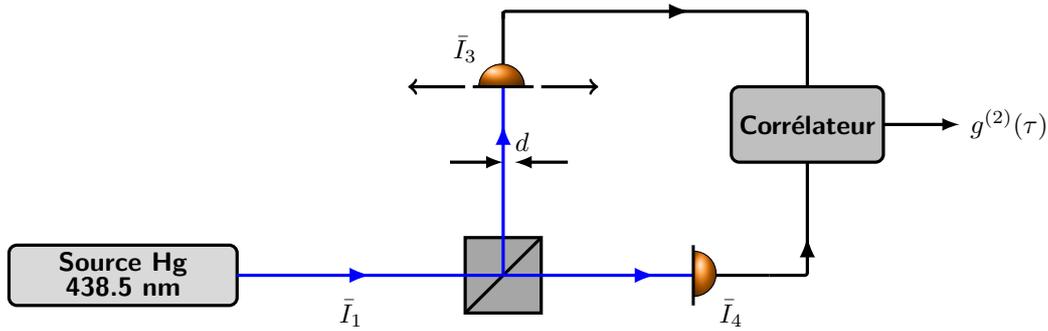


Figure II.1.1 – Schéma de principe de l'expérience de Hanbury Brown et Twiss pour démontrer la faisabilité de l'interférométrie d'intensité, [Hanbury Brown 1956b]. Pour l'appareil de mesure détectant \bar{I}_3 , les flèches horizontales indiquent que l'on peut désaxer le photodétecteur d'une distance d , permettant de quantifier la cohérence spatiale de la source lumineuse.

et Twiss ont mesuré le diamètre apparent de l'étoile Sirius en bon accord avec les mesures précédentes [Hanbury Brown 1956a]. Forts de ce succès, ils ont installés une version plus grande de l'interféromètre (avec une ligne de base allant jusqu'à presque 200 m) dans l'hémisphère sud pour encore gagner en sensibilité et ont pu mesurer les diamètres angulaires de plusieurs dizaines d'étoiles inaccessibles auparavant [Hanbury Brown 1968].

Néanmoins, avant les premières mesures réalisées dans l'hémisphère Sud, Hanbury Brown et Twiss ont effectué la même expérience en laboratoire avec une lampe spectrale [Hanbury Brown 1956b]. Le montage est représenté sur la figure II.1.1. La lumière provenant d'une lampe à mercure est filtrée pour ne garder que la raie à 435.8 nm. Celle-ci est divisée symétriquement en deux faisceaux au moyen d'un cube séparateur de faisceau. Chaque bras est terminé par un photomultiplicateur et le photocourant généré est envoyé dans un corrélateur où ils sont multipliés entre eux et moyennés dans le temps. L'intégration sur une longue fenêtre temporelle assure l'obtention de la valeur à délai nul de la fonction $g^{(2)}$. Les deux détecteurs sont supposés être arrangés symétriquement par rapport au séparateur de faisceau. Ils mesurent donc les intensités à des distances identiques par rapport à la source. Il est possible de désaxer un détecteur par rapport à l'autre d'une distance d pour faire apparaître des effets de cohérence spatiale, ce qui est effectivement réalisé dans l'interféromètre de Hanbury Brown et Twiss. L'effet du séparateur de faisceau implique que les intensités moyennes détectées sont liées par :

$$\bar{I}_3(t) = \bar{I}_4(t) = \frac{1}{2}\bar{I}_1(t). \quad (\text{II.1.1})$$

En utilisant la définition de la fonction de corrélation d'ordre deux croisée (I.4.24), nous obtenons :

$$g_{34}^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \bar{I}_3(t)\bar{I}_4(t+\tau) \rangle}{\langle \bar{I}_3(t) \rangle \langle \bar{I}_4(t) \rangle} = g_{11}^{(2)}(\tau), \quad (\text{II.1.2})$$

où $g_{11}^{(2)}(\tau) = g^{(2)}(\tau)$. Il est donc clair que les corrélations croisées de l'intensité sur les deux détecteurs fournit une mesure du degré de cohérence d'ordre deux de la source elle-même. Si les détecteurs sont supposés idéaux, donc réalisant la mesure de l'intensité aux temps t et $t + \tau$ instantanément, le corrélateur fonctionne de sorte à fournir en sortie le signal :

$$\frac{\langle (\bar{I}_3(t) - \bar{I}_3) (\bar{I}_4(t + \tau) - \bar{I}_4) \rangle}{\bar{I}_3 \bar{I}_4} = g^{(2)}(\tau) - 1. \quad (\text{II.1.3})$$

En conclusion, les expériences de type HBT fournissent une mesure de l'écart par rapport à l'unité de la fonction $g^{(2)}$. Si l'on applique ce résultat à une lumière chaotique, on attend que pour $\tau = 0$ la valeur mesurée soit égale à l'unité et tende vers zéro pour des délais grands devant le temps de cohérence de la source. Pour un laser, nous devons avoir un résultat nul, en tenant compte des barres d'erreurs. Notons que ce raisonnement ne s'applique qu'à des détecteurs parfaits. Si ceux-ci ont un temps de réponse plus long que le temps de cohérence, il en résulte une baisse du signal en $\tau = 0$.

Dans l'expérience présentée dans [Hanbury Brown 1956b], les auteurs ont fixé $\tau = 0$ et ont fait varier la distance d pour ne plus avoir des détecteurs positionnés symétriquement par rapport au séparateur de faisceau. De fait, lorsque d augmente, la cohérence spatiale de la lumière arrivant sur les détecteurs est réduite. Les corrélations entre les photocourants tendent vers zéro pour les grandes séparations spatiales. Cette méthode permet donc la détermination de la cohérence spatiale de la lumière étudiée en analysant la décroissance des corrélations de l'intensité quand la distance augmente. L'interférométrie stellaire présentée dans [Hanbury Brown 1956a] repose sur le même principe.

II.1.1.2. Dispositif HBT et atomes froids

Cette technique de détection des corrélations d'intensité est directement applicable au cas des atomes froids. Dans ce type d'expériences, les atomes sont directement illuminés par les faisceaux lasers requis pour le piégeage. Le but est alors d'étudier les fluctuations temporelles de la lumière diffusée par les atomes et donc d'étudier les corrélations d'intensité du rayonnement de fluorescence émis. Cette mesure a été réalisée en détectant ce rayonnement dans le régime de comptage de photons, voir par exemple [Bali 1996]. Le schéma global de l'expérience est similaire à celui de la figure II.1.1. La fluorescence est collectée par un tube photomultiplicateur, le photocourant généré étant ensuite envoyé dans un amplificateur. Le signal émis est stocké dans un registre à décalage, dont la sortie est proportionnelle à la fonction $g^{(2)}$.

La réponse optique d'un nuage d'atomes à deux niveaux éclairé par un laser est bien comprise et est généralement composée de deux parties. Dans ce système, la fréquence caractéristique est la largeur de l'état excité, qui est l'inverse du temps de vie de la transition. C'est donc cette fréquence qui est comparée à la largeur typique des structures que l'on peut rencontrer dans le spectre optique. La première composante de la réponse optique est due à la diffusion Rayleigh élastique, qui est relativement étroite par rapport à la largeur atomique. Nous verrons au chapitre IV que ce pic est relié à l'élargissement Doppler et sa largeur donne donc une information directe sur la température des atomes. La seconde structure est souvent due à des effets inélastiques et dépend donc de l'intensité du laser illuminant le nuage [Mollow 1969]. On parle dans ce cas de réponse incohérente alors qu'elle est qualifiée de cohérente pour la partie Rayleigh du spectre. Si le laser forçant les atomes a une intensité suffisamment faible^a, la réponse cohérente est prédominante sur celle incohérente.

S. Bali *et al.* ont notamment mesuré les corrélations d'intensité de la lumière diffusée par les atomes en absence de champ magnétique (assurant que tous les sous-niveaux Zeeman restent dégénérés) [Bali 1996]. Dans le cas général d'un laser d'intensité quelconque, le spectre optique de la lumière diffusée résulte de la convolution entre la partie Doppler du spectre et la partie incohérente (reliée à l'élargissement homogène). Cette dernière est aussi appelée triplet de Mollow. Par application du théorème de Wiener-Khintchin, l'auto-corrélation totale du champ

a. La notion de faible intensité sera développée au cours de la section suivante au moyen du paramètre de saturation.

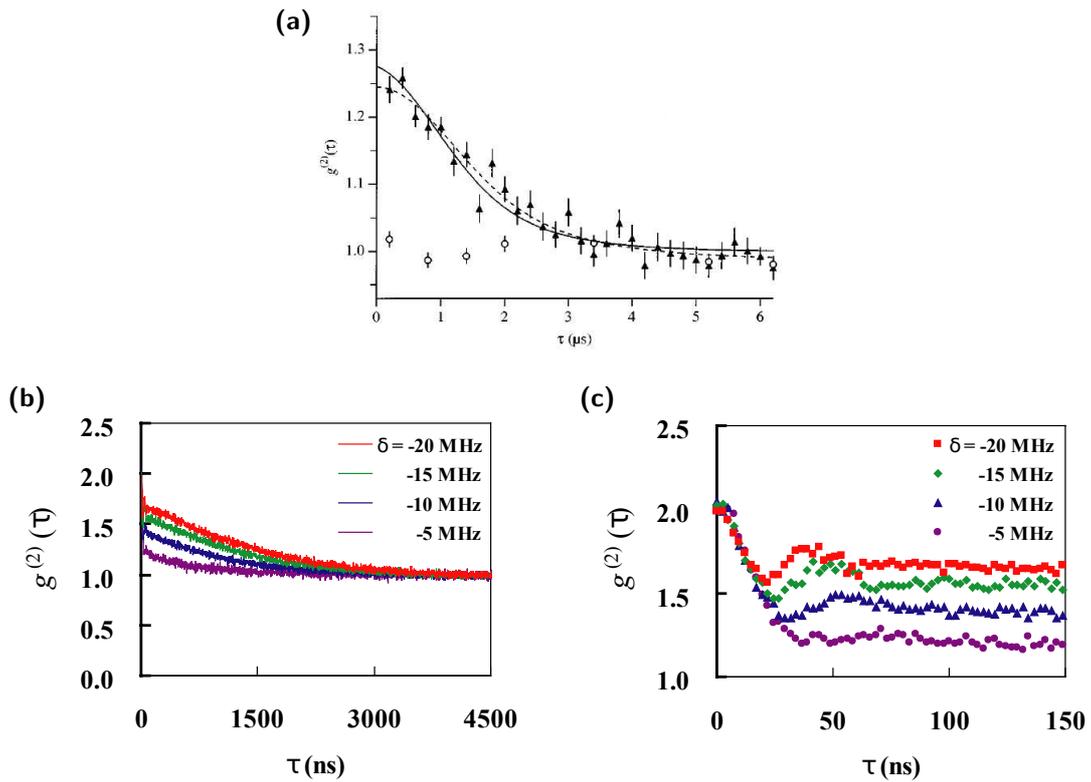


Figure II.1.2 – Mesures homodynes dans le domaine temporel. **(a)** Mesure de la fonction de corrélation de l'intensité d'atomes piégés dans une mélasse optique. Les lignes continue et pointillée sont des ajustements de donnée, suivant deux modèles différents, pour déduire la température du nuage. Tirée de [Bali 1996]. **(b)** Mesure de $g^{(2)}(\tau)$ sur le même système, montrant la décroissance aux longs délais, dont on peut déduire la température des atomes. **(c)** Zoom sur la décroissance aux temps courts, indiquant un groupement de photons idéal, $g^{(2)}(0) = 0$. Le temps caractéristique est le temps de vie de la transition, signature de la diffusion inélastique. Les oscillations sont une conséquence des interférences entre la diffusion inélastique et celle élastique. Tirées de [Nakayama 2010].

électrique de la lumière diffusée est donc le produit des fonctions de corrélation d'ordre un de chaque composante du spectre optique. La partie liée à l'effet Doppler décroissant plus lentement que celle incohérente (du fait de la transformation de Fourier dans le théorème précédemment cité), seule la température du nuage joue un rôle dans la variation temporelle de la fonction $g^{(2)}$ à grand délai, figure II.1.2(a). La mesure de la largeur caractéristique de la courbe $g^{(2)}(\tau)$ est un accès direct à cette grandeur. La température extraite par cette méthode se trouve être en bon accord avec celle obtenue par des techniques standards [Bali 1996]. Précisons par ailleurs que le contraste, défini comme $C = g^{(2)}(0) - 1$, est dégradé à cause de la faible cohérence spatiale de la source et à la présence de diffusion inélastique (due à la sous-structure de l'atome de rubidium étudié ici).

Plus récemment, et basé sur le même principe, une équipe japonaise a aussi réalisé une mesure de corrélations d'intensité de la fluorescence d'atomes chargés dans une mélasse optique [Nakayama 2010]. La différence ici est que la fluorescence est couplée dans une fibre monomode avant d'être envoyée dans le système électronique mesurant les corrélations. La combinaison de cette fibre et d'un polariseur, ne sélectionnant qu'une composante de polarisation, assurent la condition de cohérence spatiale maximale $\beta = 1$ dans la relation de Siegert (I.4.29). Plusieurs observations ont été faites. Premièrement, l'effet de la température a de nouveau été mis en évidence, figure II.1.2(b). Ensuite, une chute rapide de $g^{(2)}(\tau)$ est mesurée aux délais courts en même temps que des oscillations amorties, figure II.1.2(c). La décroissance est une conséquence du triplet de Mollow du spectre du fait des intensités assez fortes des faisceaux de piégeage. Le temps caractéristique est de l'ordre du temps de vie de la transition. Les oscillations sont la résultante des interférences entre cette partie incohérente du spectre optique et celle cohérente. Un tel comportement a aussi été observé dans [Muhammed Shafi 2016]. Enfin, le résultat majeur est l'obtention d'un groupement de photons idéal, $g^{(2)}(0) \simeq 2$. Cela montre que la fluorescence émise par des atomes dans une mélasse optique peut être assimilée à une lumière pseudo-thermique.

Jusque là, les deux expériences présentées ont été réalisées directement dans le domaine temporel. Il reste possible de mesurer les corrélations d'intensité dans le domaine spectral, ce qui a été fait à l'Institut d'Optique [Jurczak 1995]. Comme avant, la fluorescence des atomes dans une mélasse optique est collectée et les auteurs ont étudié le comportement spectral du photocourant avec un analyseur de spectre, figure II.1.3(a). Cette méthode de mesure spectrale des corrélations d'intensité est nommée auto-battement de la lumière : toutes les composantes fréquentielles de la lumière (produites, par exemple, à cause de l'effet Doppler à chaque événement de diffusion) battent entre elles et conduisent à un excès de bruit effectivement observé à l'analyseur de spectre. Précisons que la méthode de l'auto-battement de la lumière est l'exact analogue spectral des corrélations temporelles de l'intensité. De manière équivalente aux précédentes expériences, l'effet de la température est étudié en mesurant le niveau de bruit dans le spectre du photocourant, figure II.1.3(b)-(c). En diminuant la température des atomes dans la mélasse optique, les auteurs ont mis en évidence une structure étroite dans le spectre autour de la fréquence nulle suivi d'une composante plus large due à l'effet Doppler. Ce pic a été interprété comme une signature expérimentale du confinement des atomes sur une longueur de l'ordre de la longueur d'onde. Ce cantonnement est dû à la création de puits de potentiels lumineux suite aux interférences entre les faisceaux créant la mélasse optique. Il est connu sous le nom d'effet Lamb-Dicke. Ce dernier est très utilisé, notamment en métrologie des fréquences optiques, pour augmenter la précision et la stabilité des horloges atomiques [Katori 2003].

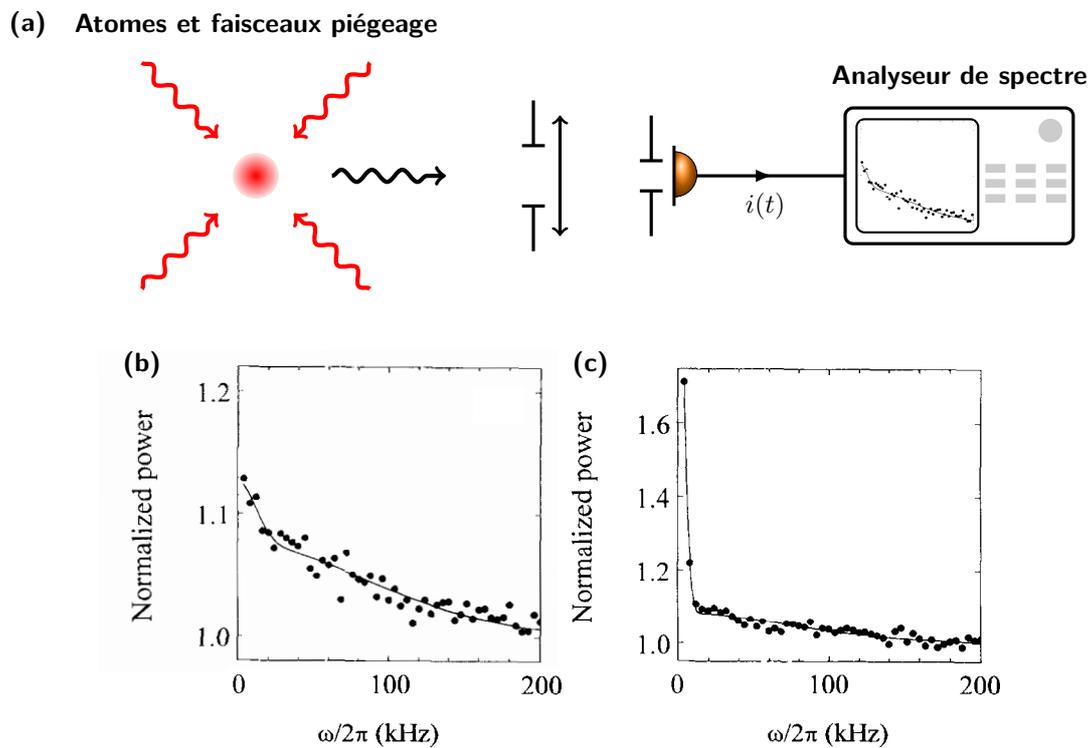


Figure II.1.3 – Mesures homodynes dans le domaine spectral. **(a)** Principe de la mesure de l'auto-battement de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids. **(b)-(c)** Spectres du photocourant obtenus pour deux températures différentes des atomes. La structure étroite autour de la fréquence nulle est une signature du confinement des atomes dans les puits de potentiel lumineux créés par les faisceaux générant la mélasse optiques. Images tirées de [Jurczak 1995].

II.1.2. Mesures hétérodynes pour la détermination de $g^{(1)}$

De manière analogue à l'auto-battement, on peut réaliser le battement entre la lumière diffusée à étudier avec un champ lumineux plus intense, appelé oscillateur local, et décalé en fréquence, voir figure II.1.4(a). Nous détectons le signal correspondant à la différence des fréquences qui contient des informations sur le champ électrique diffusé. L'oscillateur local est dérivé de la même source que celle du ou des faisceaux interagissant avec les atomes, de sorte que la phase relative soit bien définie. On s'affranchit donc des bruits intrinsèques de la source. Le champ électrique détecté est de la forme $E_{OL} + E_{sc}$, où l'indice OL se réfère à l'oscillateur local. De fait, la fonction de corrélation de l'intensité totale détectée comprend des termes combinant les fonctions de corrélations impliquant l'oscillateur local et le champ diffusé, conduisant à une expression compliquée. Cependant, dans le cas usuel où l'oscillateur local est plus puissant que le champ diffusé, on peut négliger les termes d'ordre deux en champ diffusé, aboutissant à une expression simplifiée. On peut alors montrer que le spectre du photocourant est proportionnel au spectre du champ diffusé translaté en fréquence. Le spectre ainsi obtenu par hétérodynage est une réplique exacte du spectre de la lumière diffusée mais centré sur la différence de fréquence entre les deux champs.

Cette technique d'hétérodynage a été mise en place au début des années 1990 sur une expérience d'atomes froids [Westbrook 1990]. Ils ont collecté la lumière diffusée par les atomes dans une mélasse optique et l'ont faite interférer avec un oscillateur local, décalé en fréquence et issu de la même source laser que celle créant les faisceaux de la mélasse, figure II.1.4(b). Il ont ainsi pu étudier les effets du confinement spatial des atomes dans les puits de potentiels lumineux mentionnés précédemment. En fonction du désaccord du laser générant la mélasse optique, les auteurs ont mis en évidence l'apparition d'un pic étroit centré sur la fréquence introduite pour décaler l'oscillateur local. En particulier, plus le laser est accordé sur une fréquence inférieure à la résonance atomique, plus ce pic est étroit et son amplitude augmente. L'occurrence de cette structure spectrale fine a été interprétée comme une signature de l'effet Lamb-Dicke.

Grâce à la relation de Siegert (I.4.28), nous pouvons faire un lien explicite entre les fonctions de corrélation d'intensité et l'auto-corrélation du champ électrique. Toutefois, l'hypothèse sous-jacente à cette expression est que les fluctuations du champ électrique doivent suivre une statistique gaussienne. Si celle-ci est validée, alors aucune nouvelle information n'est accessible par la mesure de $g^{(2)}(\tau)$ ou de $g^{(1)}(\tau)$. En revanche, ces deux mesures peuvent être complémentaires, par exemple si on veut montrer une violation de la relation de Siegert. Dans ce cas, il faut pouvoir mesurer le spectre optique par hétérodynage et accéder indépendamment à la fonction $g^{(2)}$ dont on peut déduire le spectre optique en assumant la relation de Siegert. Si les deux spectres ne coïncident pas, alors nous en déduisons que la statistique de la lumière ne suit pas une loi gaussienne.

Dans le cas particulier où l'oscillateur local est à la même fréquence que le champ diffusé, on parle de détection homodyne.

II.2. Piégeage et caractérisation d'une vapeur atomique froide

Dans le cadre de cette thèse, nous cherchons à étudier la diffusion de la lumière, éventuellement en présence de gain, à l'intérieur d'une vapeur de rubidium 85 refroidie à quelques centaines de micro Kelvin. Pour cela, nous utilisons un piège magnéto-optique (abrégié par MOT pour *magneto-optical trap* dans la suite). Son principe a été proposé par Jean Dalibard dans les

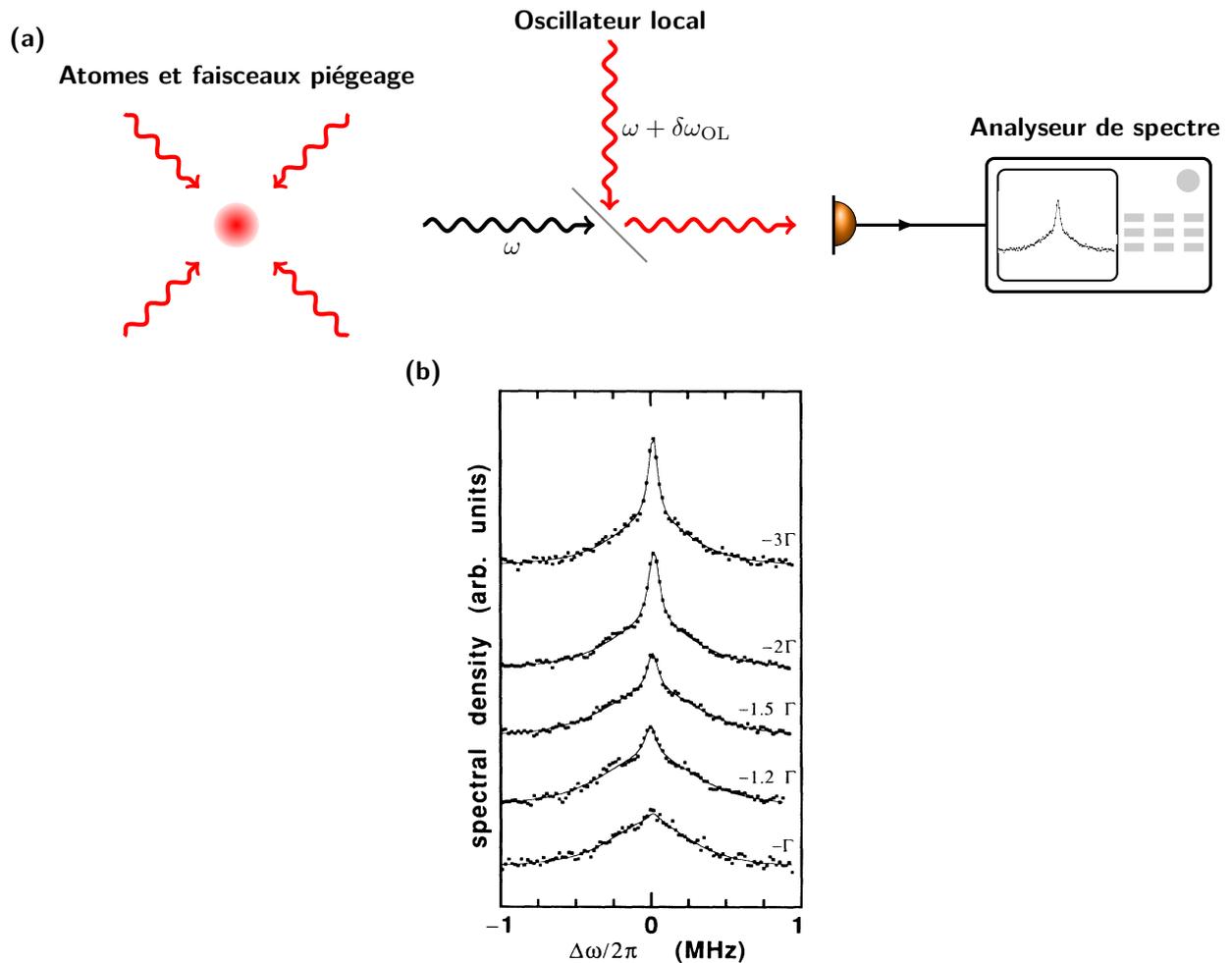


Figure II.1.4 – Mesures hétérodynes dans le domaine spectral. **(a)** Schéma d’une expérience typique d’obtention de spectre par hétérodynage. **(b)** Spectres de la fluorescence d’atomes froids dans une mélasse optique obtenus avec cette technique. Plus la fréquence du laser s’éloigne par valeur négative de la résonance, plus les atomes sont froids. L’échelle verticale est arbitraire. La structure étroite au centre est une signature de l’effet Lamb-Dicke. Adaptée de [Westbrook 1990].

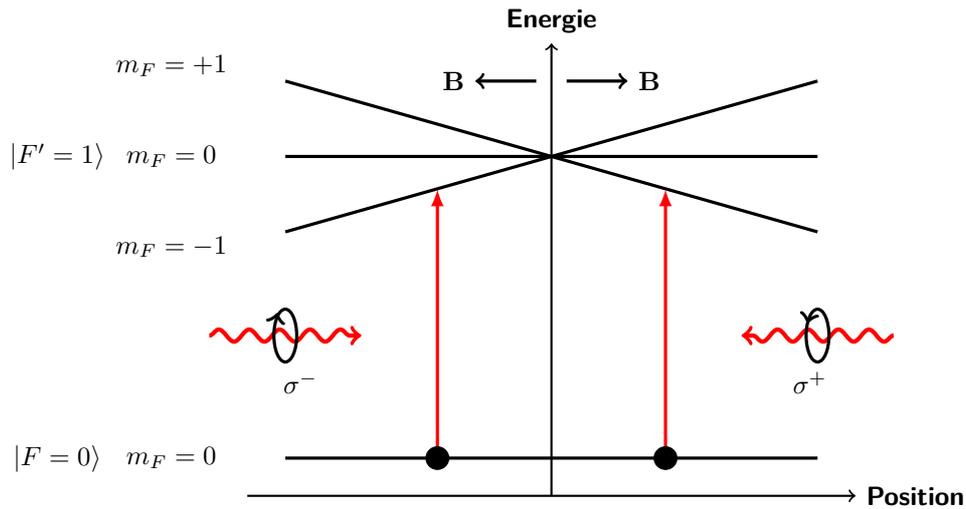


Figure II.2.1 – Schéma de principe d'un piège magnéto-optique. Une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz génère un gradient de champ magnétique tri-dimensionnel. Il permet la levée de dégénérescence des niveaux ayant un moment magnétique non nul, en particulier le niveau excité $|F' = 1\rangle$. Les lasers utilisés pour le refroidissement sont désaccordés vers le rouge, désaccord négatif, et ont des polarisations circulaires croisées. Un seul laser ne peut induire une transition que vers un sous-niveaux Zeeman particulier du niveau excité, suivant les règles de sélection. A chaque fois qu'un atome s'éloigne de la région du centre du piège, où le gradient est nul, la fréquence de la transition vers un des sous-niveaux est diminuée par effet Zeeman. Le laser correspondant est donc quasi-résonant et tend à ramener l'atome vers le centre du piège. Précisons que, dans le cas de la présence de plusieurs niveaux fondamentaux, un repompeur (non montré sur la figure) est nécessaire pour maintenir tous les atomes dans l'état utilisé pour le refroidissement.

années 80, puis réalisé expérimentalement quelques années après [Raab 1987]. De nos jours, le MOT est à la base de la majorité des expériences d'atomes froids.

Son principe de fonctionnement est basé sur deux ingrédients : une force de dissipation, visant à ralentir les atomes et à les refroidir, et une force de rappel, utilisée pour les maintenir proche du centre du piège. La force de dissipation est générée par trois paires de faisceaux contra-propageant orientées selon les trois directions de l'espace et désaccordées vers le rouge (fréquence du laser inférieure à la fréquence de résonance atomique considérée), dont les polarisations sont circulaires opposées. Étudions le cas uni-dimensionnel. On considère un atome animé d'une vitesse positive dirigée selon la direction \hat{x} . Ainsi, en tenant compte de l'effet Doppler, le laser se propageant selon $-\hat{x}$ verra sa fréquence se décaler, dans le référentiel de l'atome, vers la résonance atomique. Il est donc diffusé plus efficacement par l'atome, et lui transfère une certaine quantité de mouvement. C'est le principe de la pression de radiation et du refroidissement Doppler. De ce fait, le laser colinéaire à la vitesse de l'atome a sa fréquence qui s'éloigne de la résonance atomique et interagit moins efficacement avec l'atome. La force finale tend donc à ralentir les atomes, indépendamment de leur position. Enfin, la force de rappel supplémentaire, nécessaire au piégeage des atomes, est obtenue grâce à un gradient de champ magnétique, généré par une paire de bobines en configuration anti-Helmholtz. Le principe de fonctionnement du MOT est résumé sur la figure II.2.1. La physique des pièges magnéto-optique ne sera pas plus évoquée ici, le lecteur pouvant se référer à la littérature abondante traitant de ce sujet, voir [Dalibard 2006, Metcalf 1999] pour une introduction.

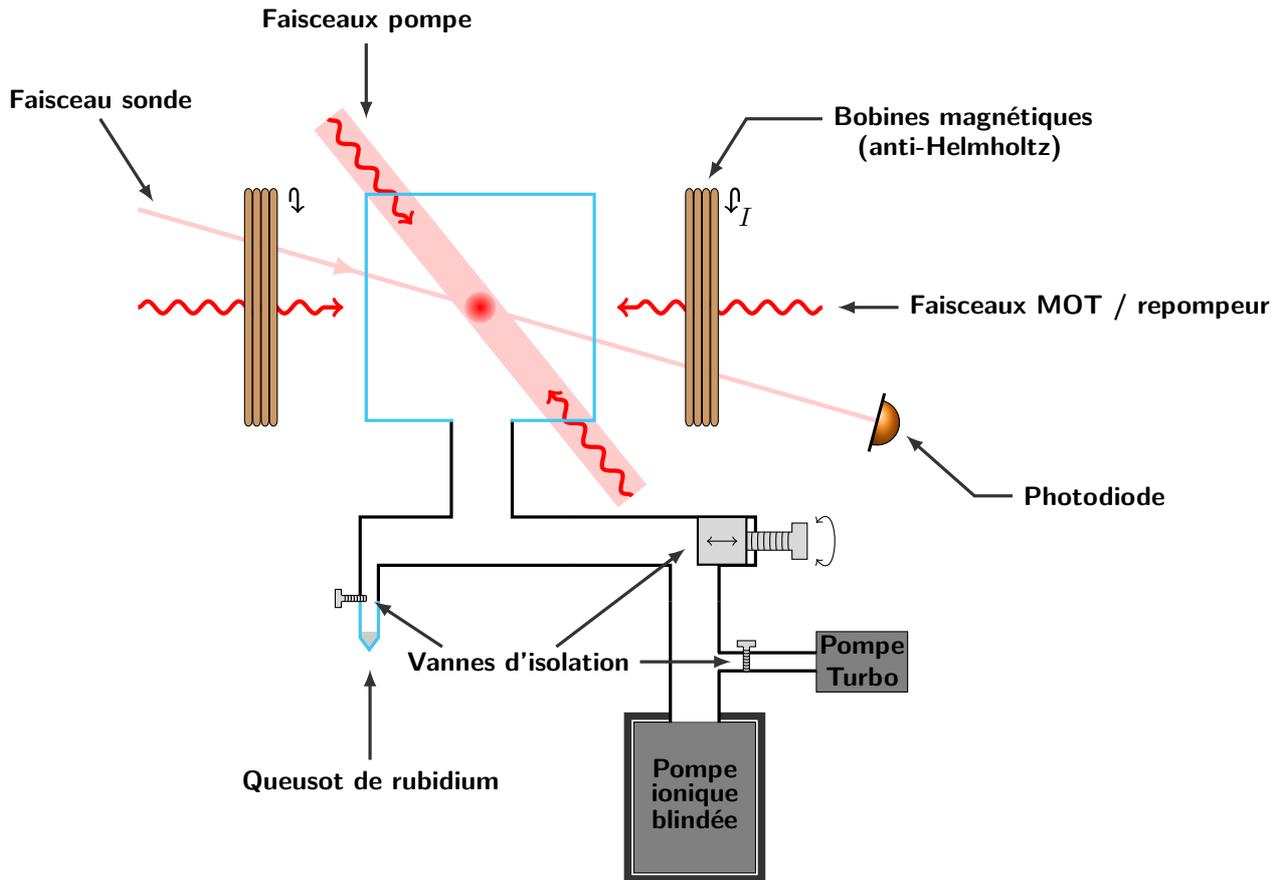


Figure II.2.2 – Schéma global de l'expérience, représentant les différents éléments nécessaires au bon fonctionnement d'une expérience d'atomes froids. Seuls les faisceaux MOT et repompeur dans l'axe du gradient de champ magnétique sont indiqués pour ne pas surcharger la figure.

II.2.1. Préparation d'un piège magnéto-optique

La spécificité du groupe « Atomes froids » à Nice réside dans l'étude et l'utilisation de MOT avec un grand nombre d'atomes. Pour arriver à capter des atomes dans ce type de pièges, il est nécessaire d'avoir à disposition plusieurs éléments. Tout d'abord, une source laser est requise pour permettre le refroidissement, dont la fréquence peut être ajustée finement autour de la résonance atomique avec une précision de l'ordre de la largeur naturelle de l'état excité considéré et dont la polarisation doit être finement contrôlée. Ensuite, des bobines sont nécessaires pour créer le gradient de champ magnétique obligatoire pour le piégeage des atomes. Finalement, le piège doit être réalisé dans une enceinte à vide de sorte à isoler l'élément chimique piégé de tout autre corps capable d'entraîner une relaxation par collisions. Le schéma II.2.2 résume ces différents éléments nécessaires à la réalisation d'un MOT.

Depuis le montage de l'expérience à la fin des années 1990, plusieurs modifications ont été apportées. Néanmoins, l'architecture reste la même. Dans ce paragraphe, nous présentons les principaux éléments pour la réalisation pratique d'un piège magnéto-optique de ^{85}Rb , en utilisant la transition fermée $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ de la raie D2 du rubidium, caractérisée par la largeur Γ de l'état excité donnée par $\Gamma/2\pi = 6.066 \text{ MHz}$. De plus amples détails pourront être trouvés dans les manuscrits de thèse de Nicolas Mercadier [Mercadier 2011], Quentin Baudouin [Baudouin 2013b] et Samir Vartabi-Kashanian [Vartabi Kashanian 2016b].

II.2.1.1. Système à vide

Dans notre expérience, le MOT est chargé directement à partir d'une vapeur de ^{85}Rb à température ambiante. Il est possible d'adapter la quantité de vapeur présente dans l'enceinte à vide depuis une source de rubidium. Cela fait donc varier la pression de rubidium à partir de laquelle le MOT est chargé. Nous reviendrons plus tard sur l'influence la pression résiduelle sur le MOT. La pression typique requise pour le bon fonctionnement de l'expérience est de 10^{-8} mbar. Les atomes sont chargés dans une cellule de quartz cubique de largeur 10 cm. Cette cellule est sans armature métallique, ce qui permet un très large accès optique.

Au quotidien, le vide est assuré par une pompe ionique Varian Starcell Valcon Plus 40 (34 L/s), installée au cours de cette thèse après la mort de la précédente. Elle est pilotée par un contrôleur MiniVac Controller. L'estimation de la pression s'effectue soit par la mesure du courant circulant dans la pompe ionique, soit par une jauge de pression située à proximité de la pompe à vide. Nous verrons à la section II.2.2.1 comment avoir une mesure de la pression ambiante en utilisant le MOT en lui-même.

II.2.1.2. Champ magnétique

Le gradient de champ magnétique requis pour la création de la force de rappel pour le piégeage des atomes est obtenu par deux bobines en configuration anti-Helmholtz, permettant d'obtenir un champ quadrupolaire. Ce champ est nul au centre du piège et augmente en intensité avec la distance. Un gradient de champ magnétique de l'ordre de $10 \text{ G}\cdot\text{cm}^{-1}$ est ainsi généré. Un système électronique permet une coupure rapide du champ magnétique, assurant une décroissance de 99% au bout d'une milliseconde. Pour compenser les champs magnétiques parasites, en particulier celui terrestre, trois paires de bobines en configuration Helmholtz sont ajoutées. Enfin, un blindage magnétique entoure la pompe pour s'affranchir d'éventuels gradients supplémentaires générés par ses aimants.

II.2.1.3. Configuration laser pour le piégeage d'atomes froids

Plusieurs sources lasers sont requises dans une expérience d'atomes froids, que ce soit pour piéger les atomes, les sonder ou les pomper. Tous ces lasers sont à une longueur d'onde proche de 780 nm, sur la raie D2 du rubidium 85. Nous détaillons dans cette section les lasers utilisés ainsi que les systèmes d'asservissement en fréquence, figure II.2.3.

Système laser

Trois sources lasers sont utilisées sur notre montage expérimental : une en tant que référence de fréquence, une pour piéger et refroidir effectivement les atomes et une dernière pour maintenir les atomes dans le piège.

Premièrement, une diode DBR (Distributed Bragg Reflector, Yokogawa YL78XN), de puissance nominale 5 mW et de largeur 2 MHz, est utilisée en tant que laser maître. Elle est asservie par absorption saturée sur le cross-over $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle / |F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb . Par ailleurs, une diode DFB (Distributed Feedback) sert de laser de refroidissement. La puissance délivrée par la DFB est d'environ 60 mW et de largeur typique 2 MHz. Sa fréquence est asservie

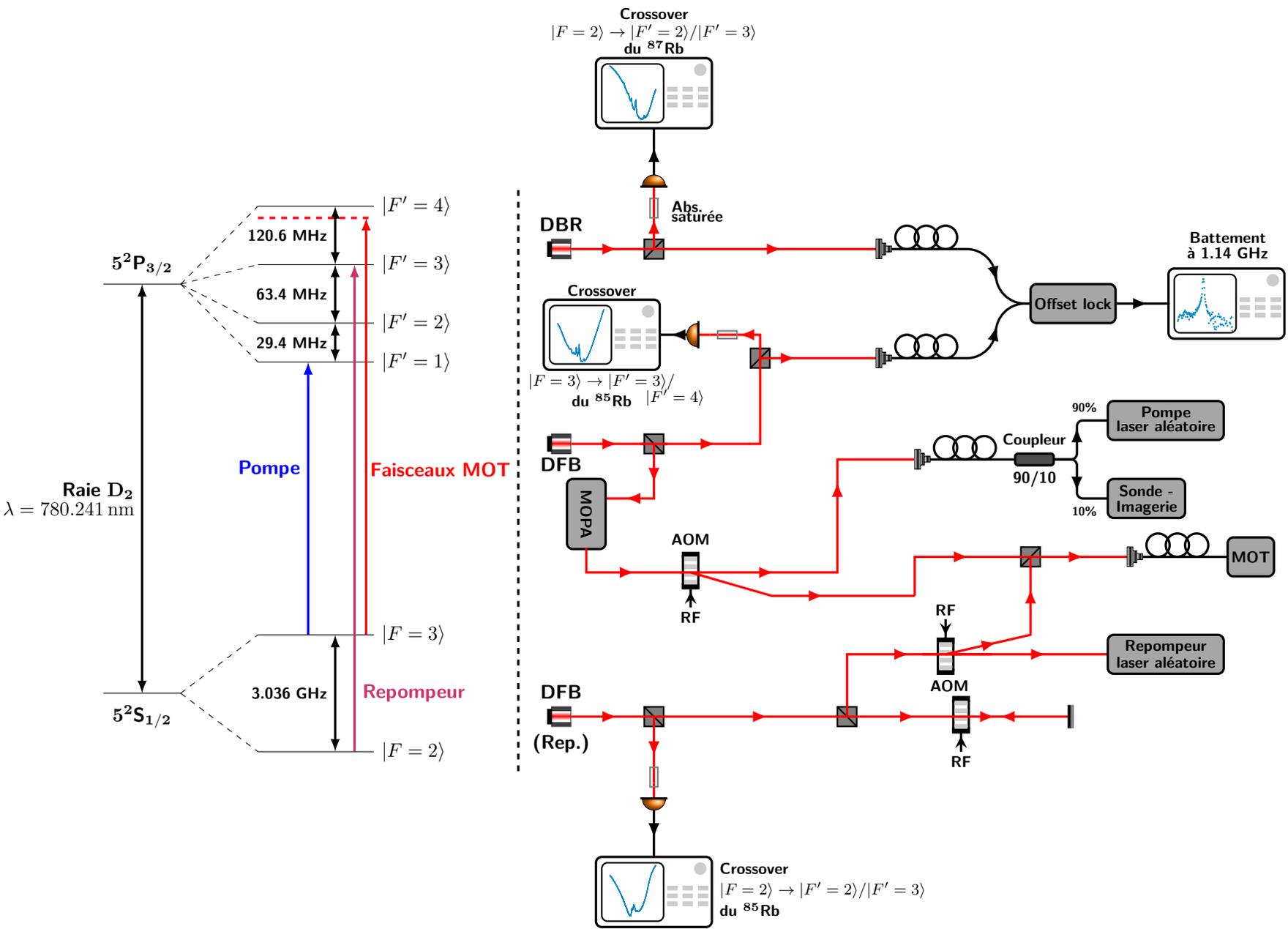


Figure 11.2.3 – Schéma de la configuration laser de l'expérience. En bas : niveaux d'énergie de la raie D2 du ^{85}Rb , présentant les transitions sur lesquelles les lasers sont accordés. Les écarts entre chaque niveau sont tirés de [Steck 2001].

par une technique d'*offset-lock*, qui sera détaillée à la section suivante, utilisant le laser maître comme une référence de fréquence.

Le waist w du faisceau de refroidissement est d'une grande importance. En effet, il a été montré dans [Gattobigio 2008, Camara 2014] que pour des petits faisceaux le nombre d'atomes piégés est proportionnel à w^4 . Augmenter la taille des faisceaux de piégeage revient donc à augmenter la plage de capture des atomes dans le piège, tout paramètre constant par ailleurs. De fait, si l'on veut maintenir l'intensité des lasers du piège au niveau des atomes proche de l'intensité de saturation de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ en augmentant leur taille, nous devons disposer de plus de puissance. Le laser issu de la diode DFB est donc amplifié par un MOPA (Master Oscillator Power Amplifier, Sacher TEC-400) pour obtenir jusqu'à 2 W de puissance lumineuse en sortie. Les faisceaux ont un waist de 3.4 cm pour une intensité totale maximale au centre du piège d'environ $6 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$. Ce grand waist est l'originalité majeure de notre expérience, c'est le paramètre important pour capturer un grand nombre d'atomes par rapport à ce qui est couramment possible dans les autres expériences de refroidissement laser. Nous arrivons typiquement à charger 10^{10} atomes dans un piège de 1 mm de longueur pour une densité de l'ordre de $10^{12} \text{ at} \cdot \text{m}^{-3}$. En plus des faisceaux de refroidissement, une partie de la puissance lumineuse accessible après amplification est utilisée comme pompe et comme sonde. On dispose ainsi de lasers asservis en phase pour des expériences de type pompe-sonde.

En outre, pour maintenir constant le nombre d'atomes piégés, une autre diode DFB, de puissance 80 mW et de même largeur que pour les faisceaux MOT, est utilisée pour reposer les atomes dans l'état $|F = 3\rangle$. Elle est asservie par absorption saturée sur le cross-over $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle / |F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ du ^{85}Rb .

Manipulation des fréquences

Asservissement par *offset-lock* Le premier point à maîtriser pour manipuler un nuage d'atomes froids est la fréquence des lasers. Les précédents montages mis en place sur l'expérience asservissaient la fréquence des lasers par absorption saturée, avec donc une fréquence fixe. Pour la faire varier et scanner pendant une phase de mesure, nous devons utiliser un modulateur acousto-optique (AOM) en configuration double passage. Cependant, comme l'efficacité de diffraction d'un AOM dépend de la fréquence, nous sommes très vite limités dans sa gamme de fréquence accessible, au maximum de 20Γ . La puissance du faisceau diffracté change donc au cours d'un scan. En l'état, cette variation n'a pas d'influence sur une mesure de spectre de transmission, la réponse atomique étant linéaire. En revanche, l'obtention d'un laser aléatoire requiert d'avoir une pompe centrée sur la transition interdite $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 1\rangle$ pour induire du gain Raman entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux du ^{85}Rb , [Baudouin 2013a]. Dans cette expérience, la difficulté est d'avoir un laser pompe dont la puissance est constante au cours d'un balayage de fréquence autour de la transition mentionnée précédemment. La présence de la pompe rendant non linéaire la réponse atomique, il est important de garantir la stabilité de la puissance optique. De plus, la pompe étant issue du même laser que les faisceaux MOT, sa fréquence doit donc être décalée d'environ -35Γ par rapport à la transition du piège, voir figure II.2.3. Ce décalage en fréquence n'est pas accessible par des modulateurs acousto-optiques en configuration double passage sans changer la puissance du laser. Pour cette raison, l'asservissement de la DFB a été modifié pour tirer parti d'un schéma de type *offset-lock* : pouvoir scanner une grande gamme de fréquence sans variation de puissance.

Nous abordons maintenant le principe de l'asservissement de la DFB par *offset-lock*. Tous les détails peuvent être retrouvés dans [Vartabi Kashanian 2016b]. Un schéma résumant le montage

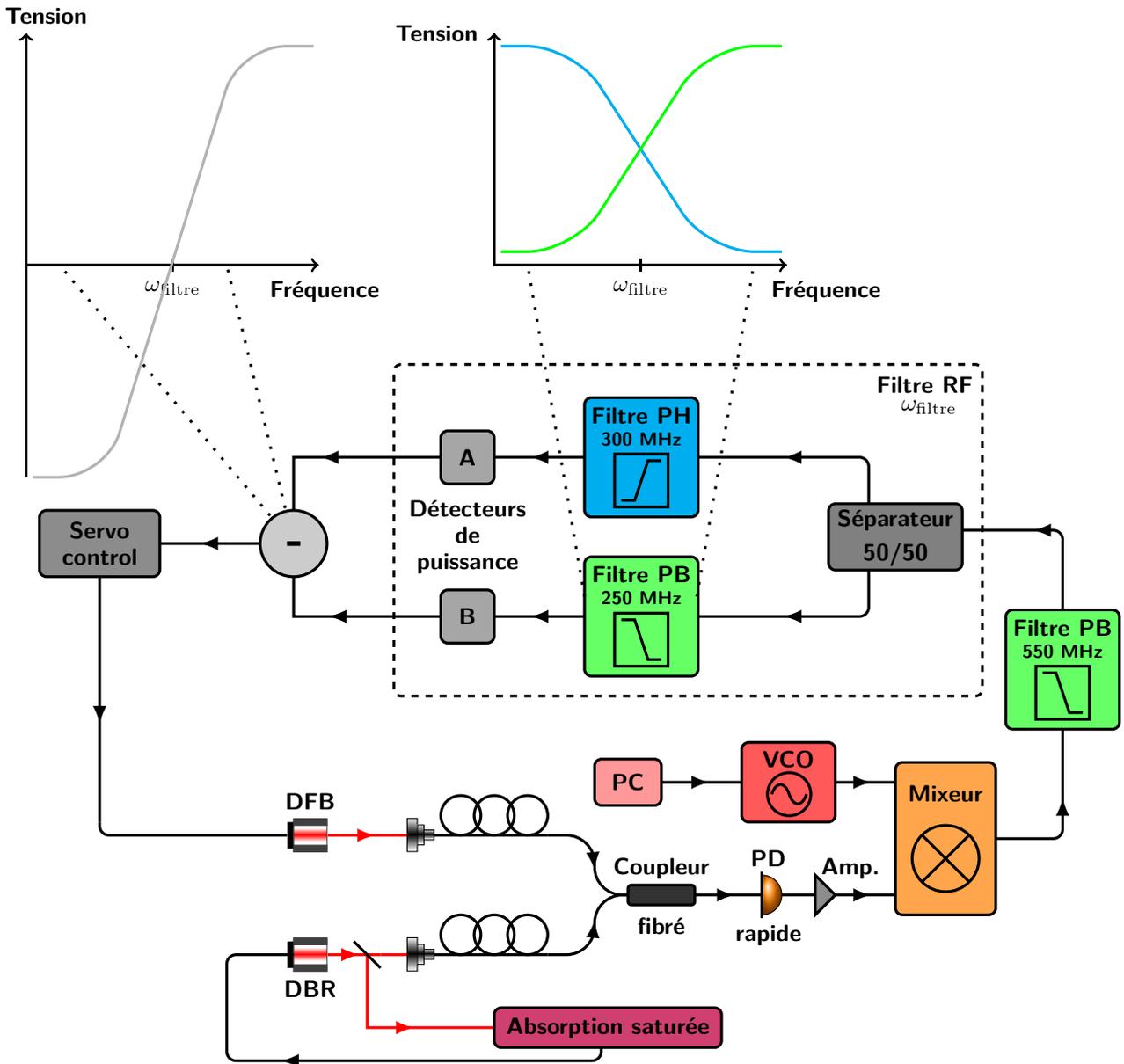


Figure II.2.4 – Schéma du principe d’asservissement en fréquence par *offset-lock*. Le filtre radio-fréquence, délimité par un rectangle en pointillé et caractérisé par sa fréquence ω_{filtre} , génère le signal d’erreur en faisant la différence entre les sorties des détecteurs de puissance A et B. En haut : diagrammes de Bode en amplitude des filtres passe-haut (en bleu) et passe-bas (en vert) constituant le filtre radio-fréquence ainsi qu’en sortie du soustracteur. La modification du signal émis par le VCO permet le changement de fréquence de la DFB, à puissance constante. PD : photodiode. Amp : amplificateur. PB : passe bas. PH : passe haut.

électronique est présenté sur la figure II.2.4. La première étape de l'asservissement repose sur un battement entre les diodes DBR et DFB. Comme la DBR est asservie sur le cross-over $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle / |F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ du ^{87}Rb et la DFB doit être asservie de sorte à être proche de la résonance de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ du ^{85}Rb , la fréquence résultante du battement est donc la différence de fréquence entre DBR et DFB, proche de 1 GHz. En utilisant un mixeur de radio-fréquence, la fréquence du battement est multipliée avec celle issue d'un oscillateur contrôlé en tension (VCO), piloté par ordinateur. On ne garde que le signal correspondant à la différence des fréquences. En combinant un filtre passe-haut de fréquence de coupure 300 MHz et un filtre passe-bas de fréquence de coupure 250 MHz, le signal d'erreur est produit en soustrayant la sortie des deux filtres. Le signal de rétroaction est finalement généré grâce à un contrôleur PI. La rétroaction est ensuite envoyée à la source de courant du laser. En résumé, le choix de la fréquence du VCO est d'une importance capitale puisqu'elle influe directement sur la fréquence finale du laser. La gamme de fréquence accessible par l'offset lock est approximativement de 500 MHz, soit environ 80Γ , ce qui est bien plus confortable que celle d'un AOM. Comme la DFB pilote aussi bien les faisceaux MOT, qu'une sonde sur la même transition ou la pompe du laser aléatoire, le laser peut donc faire plusieurs sauts de fréquence au cours d'un cycle expérimental. Nous devons par contre caractériser la vitesse maximal d'un scan de fréquence. Celle-ci a été mesurée en effectuant un brusque saut de fréquence et en étudiant le temps mis par le signal d'erreur pour revenir à zéro. Nous avons mesuré qu'une centaine de micro-secondes est suffisant pour ne pas être limité par la boucle d'asservissement dont la bande-passante est de 20 kHz. La diode DFB peut être, finalement, asservie pendant plusieurs jours.

La caractérisation précise (largeur, bruit d'intensité et de fréquence) de la DFB fournissant les faisceaux MOT sera abordée à la section III.1.

Décalage en fréquence avec des modulateurs acousto-optiques Le piégeage et la manipulation d'un gaz d'atomes froids requiert un contrôle fin des fréquences et des intensités des lasers utilisés. Pour cela, comme mentionné précédemment, nous utilisons des AOMs soit en configuration simple passage soit en configuration double passage. La première permet d'ajuster finement l'intensité d'un laser ainsi que son utilisation en tant qu'interrupteur. La seconde sert à modifier sa fréquence, et en particulier à réaliser des scans de fréquence. Ils sont tous contrôlés par des oscillateurs radio-fréquences (VCO). Ces derniers sont pilotés par des cartes analogiques programmables 0 – 10 V (NIPCI 6723), de pas de temps 10 μs assurant le bon déroulement de la séquence expérimentale. Tous ces dispositifs, ainsi que certains instruments de mesure utilisés dans l'expérience (caméra CCD), sont contrôlés par une interface Matlab.

Séparateur de faisceaux fibré

Comme mentionné précédemment, pour refroidir un nuage d'atomes, nous avons besoin de trois paires de faisceaux contra-propageants. Une première méthode est d'utiliser des cubes séparateurs de polarisation. Il est alors possible de contrôler finement la puissance de chaque faisceau indépendamment des autres, au prix d'avoir de longs chemins optiques à aligner régulièrement. Une autre possibilité est d'utiliser un séparateur de faisceaux fibré, ce qui a récemment été implémenté sur notre expérience avec un séparateur de chez OZ Optics. Les faisceaux MOT et le repompeur sont tous les deux couplés dans une même fibre à maintien de polarisation qui est ensuite divisée en six fibres indépendantes dont les puissances sont équilibrées ($\pm 10\%$) en sortie. L'avantage de ce montage est une plus grande stabilité de l'alignement, comme il y a moins d'optiques requises pour le MOT. La complexité du montage s'en trouve donc fortement

réduite. Les modes spatiaux des lasers à injecter ont été adaptés avec le mode d'entrée de la fibre pour en optimiser le couplage, d'environ 50% pour les faisceaux MOT et le repompeur. La polarisation des lasers à l'entrée de la fibre est ajustée pour la maintenir linéaire, suivant un de ses axes, afin qu'elle soit bien stable en sortie.

Pour équilibrer les puissances des faisceaux contra-propageants, nous avons choisi deux à deux les fibres ayant des puissances de sortie les plus proches possibles. Pour un réglage plus fin, on peut aussi rajouter un film de polariseur directement sur un coupleur de sortie. La polarisation circulaire (σ^+ ou σ^-) des faisceaux MOT et repompeur requise pour le piégeage est obtenue par un couple de lame $\lambda/2$ et $\lambda/4$ placé en aval du coupleur de sortie. Les faisceaux sont ensuite collimatés avec des lentilles de focale 300 mm et de 10 cm de diamètre, pour des tailles typiques de 3.4 cm pour chaque faisceau au niveau des atomes.

II.2.1.4. Séquence expérimentale

La réalisation d'expériences sur un nuage d'atomes froids nécessite un échantillon qui ne soit pas perturbé par les faisceaux du piège ou le champ magnétique. La séquence expérimentale est donc répétée et est composée de phase de préparation et de mesure. Nous listons maintenant les plus importantes.

Tout d'abord, les atomes sont chargés dans le MOT pendant une durée dépendante du nombre d'atomes désiré, typiquement 30 – 500 ms. On piège ainsi jusqu'à 10^{10} atomes. Le désaccord des faisceaux MOT est de -3Γ par rapport à la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ et le repompeur est à résonance sur $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Dans la suite, les désaccords des faisceaux seront toujours calculés par rapport à la transition de piégeage $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$, sauf s'il est fait mention du contraire. Le temps de chargement peut être réduit si les atomes sont recyclés entre deux cycles, donc si le MOT n'est pas complètement détruit à la fin de la séquence.

S'ensuit une phase de compression. De manière générale, dans les MOT de grande taille, la densité atomique ρ est limitée, en partie, par la répulsion entre les atomes due à la diffusion multiple. Les atomes sont comme poussés vers l'extérieur du nuage par la pression de radiation. Il en résulte une hausse de la taille du nuage ainsi qu'un chauffage des atomes [Walker 1990]. Plusieurs méthodes ont été développées pour s'affranchir de ces effets et pouvoir augmenter la densité. Par exemple, dans un MOT comprimé, une augmentation subite du gradient de champ magnétique permet de gagner environ un ordre de grandeur sur la densité, au coût d'un chauffage du nuage [Petrich 1994]. Nous avons choisi d'appliquer un piège noir, ou *dark MOT* (DMOT). Ici, les atomes passent progressivement dans un état qui ne diffuse pas la lumière du piège, $|F = 2\rangle$ pour nous. Les interactions diminuent, le nuage s'effondre sur lui-même et la densité ainsi que l'épaisseur optique augmentent au prix d'une perte du nombre d'atomes, limitée à une quinzaine de pourcent. La compression par DMOT peut s'effectuer de deux manières différentes, soit en masquant le centre des faisceaux du repompeur [Ketterle 1993, Anderson 1994], soit en diminuant l'intensité du repompeur par plusieurs ordres de grandeur en quelques millisecondes [Townsend 1996, Walker 1990]. Cette dernière technique est celle appliquée sur l'expérience. L'intensité du repompeur passe à 2.5% de sa valeur maximale pendant 35 ms et le désaccord des faisceaux MOT est ramené à -2Γ pour augmenter l'épaisseur optique jusqu'à 160 (dans ce cas particulier) et la densité à 10^{12} at·m⁻³, le rayon rms du nuage typique étant $R \simeq 1$ mm. L'optimisation du DMOT s'est faite uniquement sur l'épaisseur optique, sans chercher à obtenir de compromis avec la température. Si l'on souhaite refroidir le nuage, il faut désaccorder d'avantage les faisceaux MOT pendant le DMOT ou alors charger moins d'atomes.

Finalement, la dernière phase est l'étape de mesure où le gradient de champ magnétique et

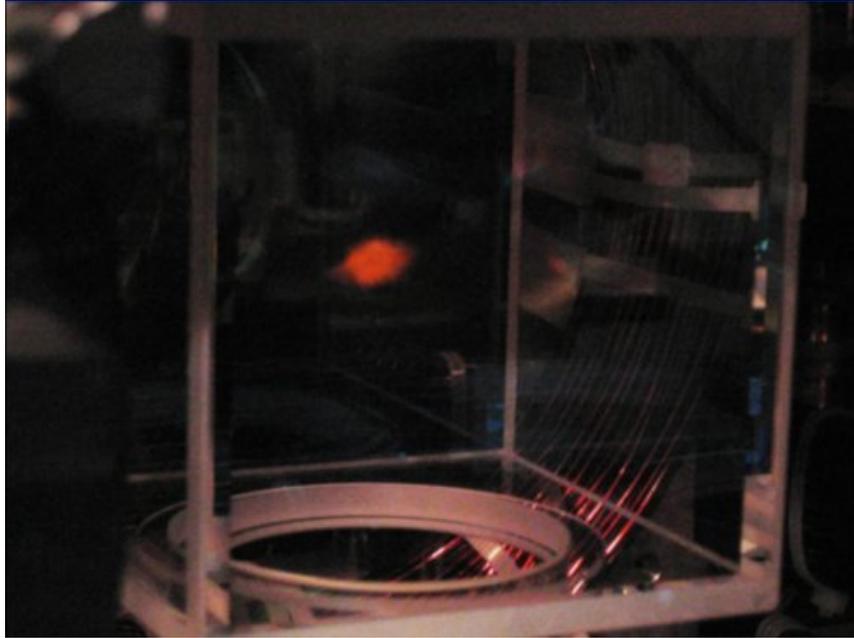


Figure II.2.5 – Photographie du MOT au centre de la cellule à vide.

les faisceaux du piège sont coupés. En revanche, on peut garder allumer le repompeur pour ramener les atomes dans l'état $|F = 3\rangle$. Pendant cette phase, les atomes sont en expansion libre et suivent un mouvement balistique pendant quelques millisecondes. Nous pouvons leur appliquer une sonde ou alors les pomper pour obtenir un laser aléatoire. L'ajustement de la période d'expansion, phase de temps de vol (TOF), fait varier l'épaisseur optique à nombre d'atomes constant.

II.2.2. Caractérisation du nuage d'atomes froids

Une fois le nuage préparé, plusieurs diagnostics sont disponibles pour le caractériser. Dans tous les cas, ils s'effectuent en étudiant les propriétés de la lumière émise alors qu'il est éclairé de manière externe.

II.2.2.1. Détermination du temps de chargement du piège

Comme nous l'avons vu, un vide poussé est nécessaire à l'obtention d'un MOT. Précisons maintenant que la qualité du vide détermine le nombre d'atomes piégés. Il est donc important de caractériser ce nombre d'atomes en fonction de la pression résiduelle d'atomes de rubidium à l'intérieur de la cellule. Pour cela, étudions l'évolution temporelle du nombre d'atomes.

Notre MOT est chargé à partir d'une vapeur de rubidium à l'intérieur de la cellule à vide. Les atomes sont piégés avec un flux \mathcal{L} , en nombre d'atomes par seconde, proportionnel à la pression partielle de rubidium P_{Rb} et donc à w^4 comme vu page 74. Un des facteurs de perte est les collisions entre la vapeur à température ambiante (les atomes de rubidium non chargés et les gaz résiduels) avec les atomes piégés. Les atomes à température ambiante sont susceptibles de transférer assez d'énergie à ceux refroidis pour les expulser du piège. Définissons alors le taux de pertes γ , proportionnel à la somme de P_{Rb} et P_{res} , la pression résiduelle de gaz. Dans la limite où les collisions froides entre deux atomes du pièges peuvent être négligées, l'évolution temporelle du nombre N_{at} d'atomes s'écrit :

$$\frac{dN_{\text{at}}(t)}{dt} = \mathcal{L} - \gamma N_{\text{at}}. \quad (\text{II.2.1})$$

La solution s'écrit :

$$N_{\text{at}}(t) = N_{\text{at},\infty}(1 - e^{-\gamma t}), \quad (\text{II.2.2})$$

avec la condition initiale $N_{\text{at}}(0) = 0$ et $N_{\text{at},\infty} = \mathcal{L}/\gamma = \frac{P_{\text{Rb}}}{P_{\text{Rb}} + P_{\text{res}}}$ est le nombre d'atomes en régime stationnaire. La connaissance du temps de chargement $\tau_{\text{load}} = \gamma^{-1}$ du MOT est donc une mesure directe de P_{res} et donc la pression à l'intérieur de la cellule à vide. On peut trouver dans [Arpornthip 2012] une technique de mesure de la qualité du vide basée sur cette méthode. Si γ^{-1} est trop long, la pression partielle de rubidium est trop faible et il faut donc ré-injecter des atomes dans la cellule. Cela est possible grâce à une source de rubidium, une goutte déposée dans un queusot, isolée de l'enceinte à vide par une valve. Une autre possibilité est de faire désorber du rubidium des parois de la cellule à vide grâce à des diodes électro-luminescentes ultra-violettes. Cette technique, appelée désorption atomique assistée par la lumière [Gozzini 1993], prend la vapeur de rubidium libérée par les parois comme une nouvelle source d'atomes à charger dans le piège. Il a été montré dans [Anderson 2001, Atutov 2003] la possibilité d'utiliser directement la vapeur atomique désorbée dans un piège magnéto-optique, tout en ayant de très bonnes efficacités. Temporairement, le recours à cette stratégie permet une augmentation du nombre d'atomes piégés, à temps de chargement fixe, et donc de l'épaisseur optique.

Le temps de chargement se mesure à partir de la collection de la fluorescence des atomes du nuage^b. Pour cela, on utilise une lentille de focale 100 mm et de 50.8 cm de diamètre qui conjugue le MOT sur une photodiode. L'axe de détection fait un angle d'environ 15° avec l'axe du gradient du champ magnétique. Nous illustrons sur la figure II.2.6 la mesure du temps de chargement du piège. Un ajustement exponentiel des données selon la formule (II.2.2) permet d'obtenir un nombre d'atomes à saturation $N_{\text{at}} \simeq 2 \times 10^9$ atomes et une constante de temps de $\tau_{\text{load}} = 0.98$ s. Nous en déduisons un flux d'atomes d'environ $\mathcal{L} \simeq 2 \times 10^9$ atomes \cdot s $^{-1}$. A partir du temps de chargement τ_{load} [Arpornthip 2012], nous estimons une pression totale de $P_{\text{tot}} = P_{\text{Rb}} + P_{\text{res}} \simeq 2.7 \times 10^{-8}$ mbar.

II.2.2.2. Spectre de transmission par spectroscopie et épaisseur optique

Une fois le MOT correctement chargé, une première caractérisation est la mesure de la transmission d'une sonde de faible intensité, et de diamètre petit devant celui du nuage, à travers les atomes, voir le haut de la figure II.2.7. Par application de la loi de Beer-Lambert, nous définissons la transmission T par le rapport entre l'intensité transmise I_{trans} et celle incidente I_{inc} , $T = I_{\text{trans}}/I_{\text{inc}}$. Dans le cas d'un système passif, la mesure de T en fonction du désaccord $\delta = \omega_L - \omega_0$ de la sonde asservie en fréquence autour de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ donne accès à l'épaisseur optique à résonance b_0 du nuage. En supposant que les populations d'un niveau hyperfin sont équiréparties entre l'ensemble des sous-niveaux Zeeman, la section efficace de diffusion s'écrit :

$$\sigma_{\text{sc}}(\delta) = C_{34'} \frac{\sigma_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}, \quad (\text{II.2.3})$$

b. On suppose que la fluorescence est proportionnelle aux nombres d'atomes dans le nuage, ce qui est valable dans un régime où l'épaisseur optique à la fréquence du laser est petite devant l'unité.

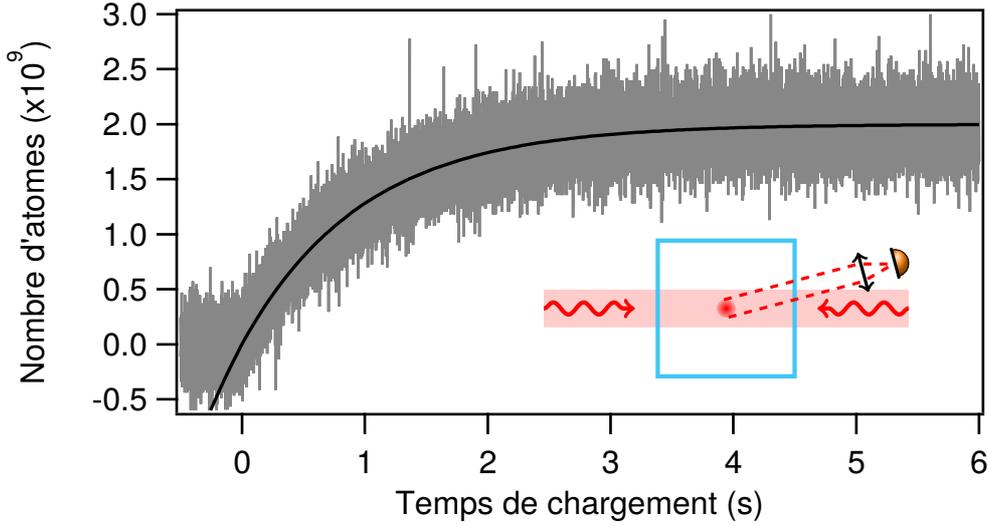


Figure II.2.6 – Mesure du temps de chargement du MOT basé sur la capture de la fluorescence des atomes illuminés par les faisceaux du piège. Les données expérimentales sont présentées en gris, et l'ajustement exponentiel des données selon l'équation (II.2.2) en ligne pleine noire. En bas à droite : configuration expérimentale de la collection de la fluorescence des atomes. Seuls les lasers dans l'axe du gradient de champ magnétique sont indiqués.

où $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ est la section efficace de diffusion d'un atome à deux niveaux soumis à un laser à résonance de longueur d'onde λ et $\mathcal{C}_{3A'} = 3/7$ le facteur de force de la transition étudiée^c. L'extinction de la sonde par diffusion est liée à l'intégration de la densité atomique ρ le long de la propagation du rayon dans le nuage. Nous déduisons donc l'épaisseur optique en utilisant sa définition (I.1.15) :

$$b(\delta) = \sigma_{sc}(\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho(x, y, z). \quad (\text{II.2.4})$$

On obtient l'expression de la transmission T_{at} à travers les atomes en appliquant la loi de Beer-Lambert (I.1.16) :

$$T_{at}(\delta) = \exp\left(-\frac{b_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}\right), \quad (\text{II.2.5})$$

avec $b_0 = \mathcal{C}_{3A'}\rho_0\sigma_0L$, et ρ_0 est la densité au centre du nuage, est l'épaisseur optique à résonance.

Expérimentalement, trois quantités doivent être mesurées pour accéder à T_{at} : l'intensité en absence de sonde et d'atomes (I_{BG}), l'intensité sans (I_{sans}) et avec (I_{avec}) atomes. Au final, nous déduisons :

$$T_{at} = \frac{I_{avec} - I_{BG}}{I_{sans} - I_{BG}}. \quad (\text{II.2.6})$$

Cette technique a l'avantage de mesurer la transmission sans avoir à déterminer l'intensité de la sonde. On s'affranchit donc de ses fluctuations en fonction des conditions expérimentales (réponse de l'AOM, polarisation, ...). L'intensité de la sonde doit, cependant, être faible devant l'intensité de saturation de la transition $I_{sat} = 1.6 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ pour s'assurer d'une réponse

^c. On parlera dans la suite de coefficient de Clebsch-Gordan moyenné sur l'ensemble des sous-niveaux Zeeman de la transition

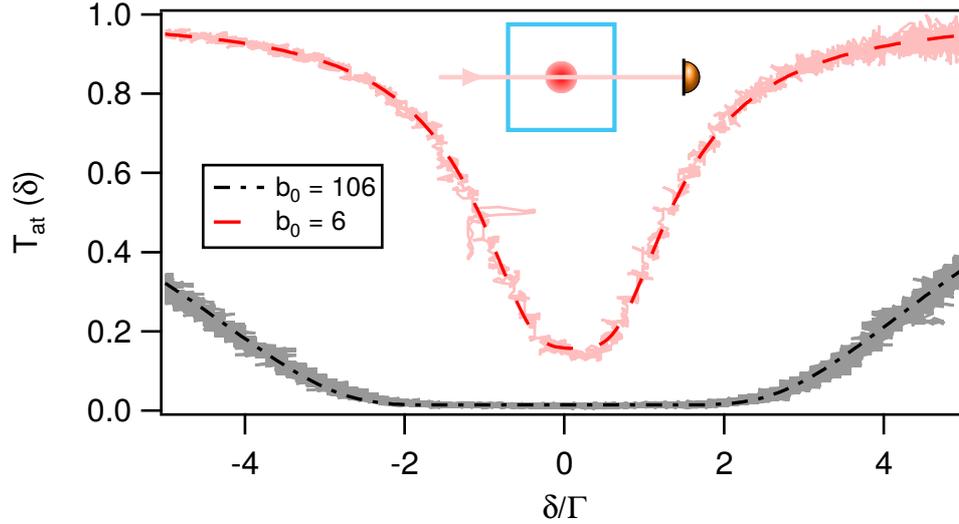


Figure II.2.7 – Mesures d'un spectre de transmission de la sonde en fonction du désaccord par rapport à la résonance atomique. Un ajustement par la formule (II.2.8) donne accès à b_0 . En haut, nous présentons le schéma de la configuration expérimentale.

linéaire du nuage avec l'intensité du laser. Pour s'en assurer, il est utile de calculer le paramètre de saturation s des atomes illuminés par un laser désaccordé de δ :

$$s(\delta) = C_{34'} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}. \quad (\text{II.2.7})$$

Avoir un paramètre de saturation très petit devant l'unité garantit d'être en régime linéaire. La sonde utilisée a un waist de $260 \mu\text{m}$ au niveau des atomes, de diamètre typique 1 mm et est détectée sur une photodiode. Pour garantir une réponse linéaire des atomes en ayant au maximum $s(\delta = 0) \simeq 0.1$, il ne faut pas dépasser une puissance d'environ $0.2 \mu\text{W}$ lorsque le laser est à résonance. Une mesure typique de spectre de transmission est présentée sur la figure II.2.7.

Une fois la mesure faite, un ajustement des données par l'équation (II.2.5) permet une bonne estimation de b_0 , l'origine des fréquences étant peu importante lors de ce type de diagnostic^d où elle peut être laissée comme paramètre libre. Précisons que nous tenons compte lors de l'ajustement de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ située à -19.9Γ pour corriger une asymétrie rouge/bleu observée dans les spectres. En revanche, il faut bien s'assurer que le laser passe par le centre du nuage. L'expression (II.2.5) n'est en fait valable que pour un laser parfait, avec une largeur spectrale infiniment fine. Or, la sonde utilisée a une largeur typique de 2 MHz . Une convolution entre T_{at} mesurée et le spectre du laser doit être faite pour calculer correctement la transmission. Nous avons vérifié que cette correction a un effet négligeable sur les grandes épaisseurs optiques obtenues par ajustement avec l'expression (II.2.5) seule. Néanmoins, nous tenons compte du piédestal de la diode DFB, voir section III.1.3.3 figure III.1.4, donc de la puissance contenue dans les ailes du spectre optique du laser. Par conséquent, même quand le laser est à résonance une petite quantité de lumière traverse le nuage et est détectée. Au final, l'ajustement effectué pour déterminer l'épaisseur optique à résonance à partir d'une mesure de T_{at} est réalisé avec la formule :

d. Ce qui ne serait pas possible si la transmission est mesurée point par point, avec une sonde de fréquence fixe. Dans ce cas là, la calibration du VCO contrôlant la fréquence de la sonde est très importante pour éviter tout décalage rédhibitoire lors de mesures ultérieures.

$$T_{\text{at}}(\delta) = (1 - A) \exp\left(-\frac{b_0}{1 + 4(\delta - \delta_0)^2/\Gamma^2}\right) \exp\left(-\frac{b_0 \frac{35}{81}}{1 + 4(\delta - \delta_0 + 19.9)^2/\Gamma^2}\right) + A. \quad (\text{II.2.8})$$

Le premier facteur exponentiel correspond à la transmission de la sonde sur la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ alors que le second prend en compte la présence de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ localisée à -19.9Γ de la première. Le facteur numérique $\frac{35}{81} = \frac{C_{33'}}{C_{34'}}$ dans l'argument de la seconde exponentielle est le rapport des coefficients de Clebsch-Gordan pour les deux transitions considérées. Il permet de décrire l'équilibre des populations atomiques entre ces deux niveaux. Nous avons donc trois paramètres libres : l'épaisseur optique à résonance b_0 , A pour le niveau DC sur la photodiode dû aux ailes du laser et δ_0 pour un écart éventuel en fréquence autour de la résonance. Les ajustements présentés sur la figure II.2.7 sont réalisés avec cette dernière formule.

Mentionnons enfin que l'on peut aussi mesurer la transmission d'une sonde avec un milieu actif, cette fois-ci. Il sera alors possible de mettre en évidence une éventuelle amplification de la sonde à une fréquence bien déterminée. Ce type de mesure sera faite pour déterminer la longueur de gain à l'intérieur du nuage.

II.2.2.3. Imagerie d'absorption

Un spectre de transmission donne accès à l'épaisseur optique, mais ne nous renseigne pas sur le nombre d'atomes du nuage ni sur sa taille. Pour cela, nous utilisons une technique d'imagerie qui consiste à envoyer une sonde collimatée de grande taille sur le nuage pour imager son ombre, voir le haut de la figure II.2.9. On réalise donc une image globale de la transmission des atomes quel que soit leur position dans le MOT. L'obtention de cette image permet la mesure de la taille transverse du système. Connaissant le désaccord du faisceau d'imagerie, on déduit de l'image de la transmission une carte de l'épaisseur optique. Comme pour le cas du spectre de transmission, l'épaisseur optique est obtenue par intégration de la densité atomique le long de la trajectoire du faisceau d'imagerie. L'intensité transmise est, comme nous l'avons vu en appliquant la loi de Beer-Lambert :

$$I_{\text{trans}}(x, y) = I_{\text{inc}}(x, y) \exp\left(-\sigma_{\text{sc}}(\delta) \int_{-\infty}^{+\infty} dz \rho(x, y, z)\right), \quad (\text{II.2.9})$$

où ρ est la densité atomique, z' est la direction de propagation du faisceau d'imagerie et $\sigma_{\text{sc}}(\delta)$ est définie par l'équation (II.2.3).

Supposons maintenant que le nuage a une distribution spatiale gaussienne de largeur rms σ_j selon la direction j . Nous obtenons donc le nombre d'atomes dans le MOT, en faisant apparaître l'épaisseur optique du nuage à la fréquence du laser mesurée selon l'axe z passant par le centre du nuage :

$$N_{\text{at}} = 2\pi\sigma_x\sigma_y \frac{b(\delta)}{\sigma_{\text{sc}}(\delta)}. \quad (\text{II.2.10})$$

Nous en déduisons la densité ρ_0 au centre du nuage :

$$\rho_0 = \frac{N_{\text{at}}}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z}. \quad (\text{II.2.11})$$

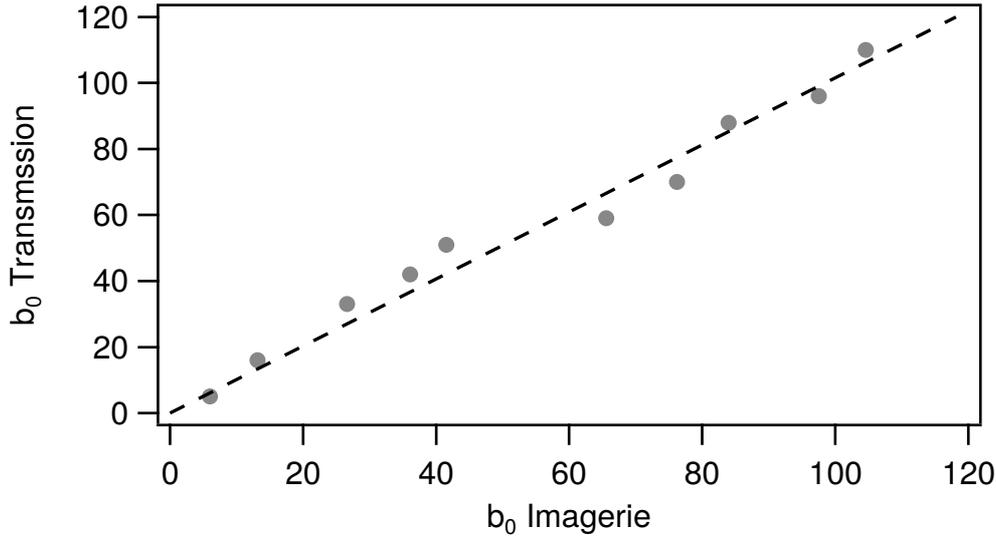


Figure II.2.8 – Comparaison entre les épaisseurs optiques mesurées grâce à un spectre de transmission et par l’imagerie d’absorption. La ligne pointillée représente l’identité. Les mesures ont été obtenues sur deux cycles expérimentaux différents mais dont les durées de chargement, compression et temps de vol sont identiques. Les épaisseurs optiques déduites de l’imagerie d’absorption sont moyennées sur cinq réalisations de l’expérience, celles obtenues par transmission sont moyennées sur cinquante spectres.

La géométrie du nuage est supposée quasi-sphérique, d’où $\sigma_z = (\sigma_x + \sigma_y)/2$. La figure II.2.8 montre la comparaison entre les épaisseurs optiques à résonance obtenues par imagerie d’absorption et *via* un spectre de transmission.

Comme pour le spectre de transmission, l’imagerie par absorption requiert trois images pour ne pas être limitée par les fluctuations d’intensité de la sonde. La taille du nuage varie d’une centaine de micromètre au millimètre. Un doublet de lentilles, assurant un grandissement d’environ 2.6, est utilisé pour imager le nuage sur une caméra CCD (modèle Pointgray GRAS-20S4M-C) reliée à un ordinateur, voir le haut de la figure II.2.9. Même si le temps d’exposition est court (une centaine de microseconde), l’utilisation de l’imagerie d’absorption peut être contraignante. En effet, la prise de trois images est longue (200 ms) et détruit le nuage.

L’imagerie d’absorption peut aussi servir de thermomètre par application d’un temps de vol, période où le nuage est en expansion libre sans faisceaux MOT (mais en présence de repompeur pour maintenir la population dans l’état $|F = 3\rangle$) ni gradient de champ magnétique. Au cours de cette phase, le nuage n’est donc soumis qu’à son propre poids sous l’effet de la gravité terrestre. L’équation horaire du mouvement des atomes est donc celle bien connue de la chute libre. Supposons que le nuage s’étend de manière homogène et que vitesse et position à un instant $t = 0$ sont décorréelées. Malgré la nature quantique des atomes, le MOT peut être décrit en excellente approximation par un gaz thermique. Celui-ci a une distribution maxwellienne des vitesses caractérisée par sa vitesse quadratique moyenne $\langle v^2 \rangle = \frac{k_B T}{m}$, où k_B est la constante de Boltzmann, T la température du nuage et m la masse d’un atome de ^{85}Rb . Dans ce cas, en manipulant l’équation du mouvement et pour des temps de vols suffisamment courts, la taille transverse rms ($j = x, y$) du nuage suit la loi horaire :

$$\sigma_j^2(t) = \sigma_{j,0}^2 + \frac{k_B T}{m} t^2. \quad (\text{II.2.12})$$

La prise de plusieurs images à différents temps de vol pour mesurer les tailles correspondantes du nuage sont donc une estimation de la température des atomes. Dans notre cas, nous obtenons

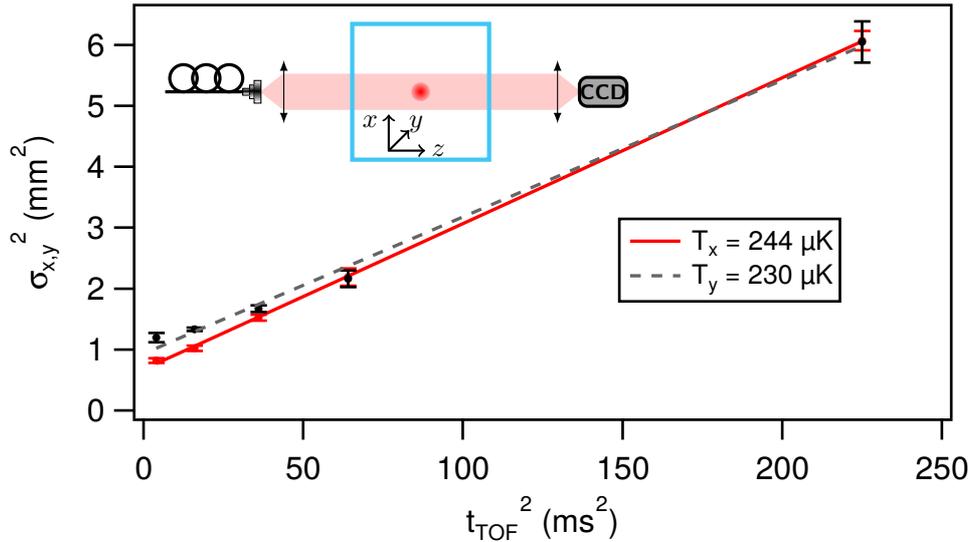


Figure II.2.9 – Mesure de la température par temps de vol, pour les deux directions x (en rouge) et y (en nuance de gris). L’ajustement des données par la formule (II.2.12) donne $T_x = 244 \mu\text{K}$ et $T_y = 230 \mu\text{K}$, respectivement. Les barres d’erreur sont obtenues en moyennant les tailles transverses sur cinq images. En haut, nous présentons la configuration expérimentale, où le faisceau d’imagerie est couplé dans une fibre mono-mode.

$T \sim 200 \mu\text{K}$, comme montré sur la figure II.2.9.

II.3. Vers la caractérisation d’un laser aléatoire à atomes froids par l’étude des corrélations d’intensité

Le montage expérimental présenté précédemment s’avère particulièrement adapté à l’étude de la diffusion de la lumière dans un nuage d’atomes froids. Dans cette optique, plusieurs résultats ont été obtenus, comme par exemple l’observation du cône de rétrodiffusion cohérente [Labeyrie 1999] ou le piégeage de radiation [Labeyrie 2003]. Néanmoins, on peut aussi imaginer associer la diffusion multiple de la lumière dans la vapeur atomique froide avec du gain pour obtenir un laser aléatoire, observé dans notre équipe en 2013 [Baudouin 2013a]. Dans les pièges magnéto-optiques standard, nous trouvons des épaisseurs optiques à résonance de l’ordre de la dizaine, ce qui est suffisant pour induire de la diffusion multiple. Dans cette section, nous montrerons qu’il est possible d’exprimer le seuil du laser aléatoire et nous verrons le mécanisme de gain choisi pour mettre en évidence un laser aléatoire à atomes froids.

II.3.1. Induction de gain dans un nuage d’atomes froids

L’ajout de gain dans le nuage d’atomes est un pré-requis obligatoire pour espérer obtenir un laser aléatoire. Au contraire de la majorité des systèmes physiques habituellement utilisés comme milieu amplificateur, les atomes froids n’ont pas de transitions non radiatives se désexcitant rapidement. Il est donc impossible d’implémenter un mécanisme de gain typique à quatre niveaux pour créer une inversion de population. Néanmoins, il reste quand même différents moyens à notre disposition pour effectivement observer une inversion de population entre deux niveaux atomiques et donc ajouter du gain dans le système.

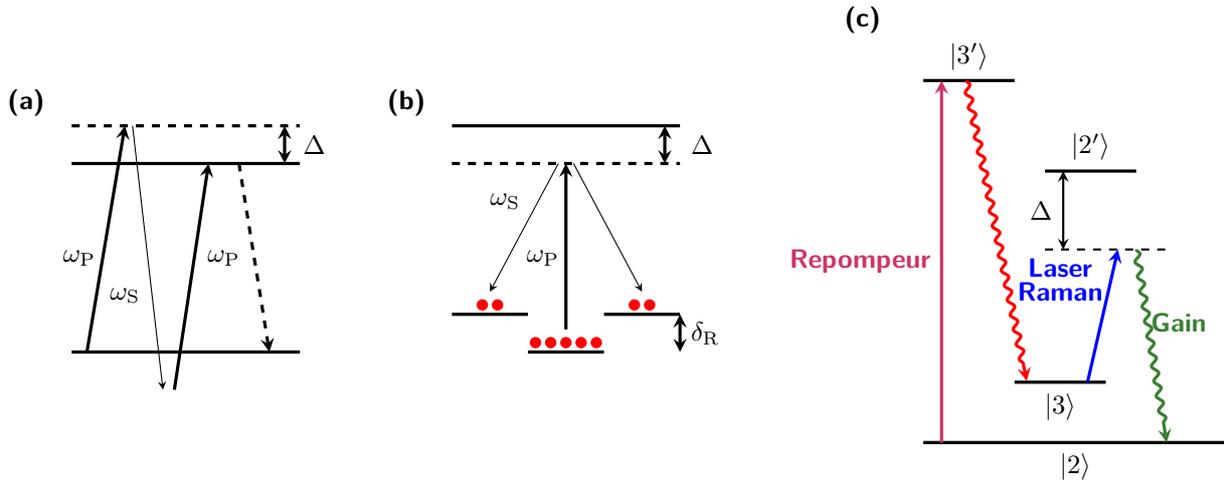


Figure II.3.1 – Différents mécanismes de gain étudiés pour obtenir un laser aléatoire à atomes froids. **(a)** Principe du gain Mollow vu comme une transition à trois photons entre l'état fondamental et l'état excité. Deux photons issus de la pompe de fréquence ω_P sont absorbés et un photon stimulé est émis à la fréquence ω_S de la sonde. **(b)** Principe du gain Raman entre sous-niveaux Zeeman pour une transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F = 2\rangle$. **(c)** Gain Raman entre deux niveaux hyperfins. Le gain est produit *via* une transition à deux photons entre ces deux niveaux hyperfins. L'inversion de population entre eux est maintenue grâce au repompeur. Adaptée de [Baudouin 2014a].

Un mécanisme très simple de gain a été décrit par Mollow [Mollow 1972] et observé avec des faisceaux atomiques peu après [Wu 1977]. Il met en jeu un atome à deux niveaux forcé par un champ électrique intense, aussi appelé pompe. On crée ainsi une inversion de population dans la base de l'atome « habillé » [Cohen-Tannoudji 2001] et permet donc l'amplification d'une sonde de faible intensité. Le processus peut aussi être interprété dans la base de l'atome « nu » comme une transition à trois photons entre l'état fondamental et celui excité *via* deux absorptions de photons pompe comme montré sur la figure II.3.1(a). L'implémentation de gain Mollow sur une vapeur atomique froide de ^{85}Rb , couplé à une cavité de petite finesse, a conduit à l'observation d'un effet laser [Guerin 2008].

Un autre mécanisme est basé sur du gain Raman. Les transitions Raman correspondent à des transitions à deux photons entre deux niveaux fondamentaux non dégénérés. Le niveau d'énergie intermédiaire requis se trouve à proximité d'un niveau atomique. Dans ce schéma, la pompe induit une transition vers le niveau excité virtuel et une sonde peut être amplifiée à la fréquence correspondant à la transition vers le bas, voir figure II.3.1(b). Une première possibilité est d'induire une inversion de population entre les sous-niveaux Zeeman d'un niveau hyperfin donné [Tabosa 1991, Grison 1991]. L'illumination par la pompe induit un déplacement lumineux δ_R entre ces sous-niveaux et lève donc la dégénérescence. L'écart en énergie introduit n'est pas constant d'un sous-niveau à l'autre puisqu'il dépend aussi des coefficients de Clebsch-Gordan. Par exemple, le pompage optique par un laser polarisé linéairement proche d'une transition fermée $|F = 1\rangle \rightarrow |F = 2\rangle$ conduit à une distribution symétrique des populations par rapport au niveau $m_F = 0$ du niveau fondamental. La mesure de l'amplification à la fréquence de la sonde s'effectue de nouveau par l'obtention d'un spectre de transmission d'un laser polarisé linéairement orthogonale à la polarisation de la pompe. On peut montrer que la largeur de la résonance Raman dépend du taux de diffusion élastique, généralement plus faible que Γ [Grison 1991]. De fait, si l'on se place loin de toute résonance atomique, cette résonance est spectralement fine. L'application de ce mécanisme a été utilisé pour créer un laser à partir d'un MOT placé dans une cavité optique [Hilico 1992, Guerin 2008]. L'article de revue [Guerin 2010] présente une étude comparative de ces deux mécanismes de gain.

Par ailleurs, le rubidium 85 présente une sous-structure, ses niveaux hyperfins fondamentaux peuvent aussi être utilisés pour produire du gain Raman. Un des avantages est que le gain et la pompe sont séparés par plusieurs gigahertz, voir figure II.3.1(c). En revanche, le prix à payer est que la pompe doit être accordée proche d'une transition ouverte. Par des effets de pompage optique, l'inversion de population créée est supprimée. Pour pouvoir la maintenir et recycler les atomes, il faut donc rajouter un nouveau laser (un repompeur), ce qui peut compliquer le montage expérimental. Ce type de gain a déjà été utilisé avec des atomes froids et l'obtention d'un laser a ainsi été démontrée [McKeever 2003, Vrijzen 2011, Bohnet 2012]. Pour le laser aléatoire à atomes froids, c'est ce mécanisme de gain qui a été choisi.

Ajoutons que cette liste ne se veut pas exhaustive, plusieurs autres types de mécanismes peuvent être implémentés. Nous pouvons retrouver, entre autres, du gain paramétrique basé sur du mélange à quatre ondes [Guerin 2008],

II.3.2. Combiner du gain et de la diffusion dans un gaz d'atomes froids

Seuil du laser aléatoire à atomes froids

Nous avons vu à la section I.1.1 l'existence de longueurs caractéristiques permettant l'étude du transport de la lumière dans un milieu désordonné. Ces longueurs sont définies à partir des inverses des sections efficaces, équations (I.1.20) - (I.1.21). Par conservation de l'énergie, la section efficace d'extinction σ_{ext} est égale à la somme des sections efficaces de diffusion σ_{sc} et d'absorption σ_{abs} . Rappelons que le gain peut être interprété comme de l'absorption négative. Dans un laser aléatoire, le seuil est exprimé en fonction des longueurs de diffusion et de gain, suivant le critère de Lethokov I.3.5.

Pour une vapeur atomique, toutes ces longueurs caractéristiques sont définies en fonction de la polarisabilité atomique $\alpha_{\text{at}}(\omega)$ à la fréquence angulaire ω . Dans ce cas, on obtient les sections efficaces d'extinction et de diffusion par :

$$\sigma_{\text{ext}}(\omega) = k \times \text{Im}[\alpha_{\text{at}}(\omega)] \quad (\text{II.3.1})$$

$$\sigma_{\text{sc}}(\omega) = \frac{k^4}{6\pi} |\alpha_{\text{at}}(\omega)|^2, \quad (\text{II.3.2})$$

où $k = \frac{\omega}{c}$ le vecteur d'onde de la lumière illuminant le nuage. La première expression est valide pour tout milieu diélectrique alors que la seconde ne vaut que pour des diffuseurs dipolaires. Nous faisons les hypothèses d'une densité et d'un pompage homogènes, hypothèses fortes mais permettant l'obtention d'expressions analytiques. Les atomes étant des diffuseurs résonants, nous prenons un laser quasi-résonant avec eux, de sorte nous égalisons le vecteur d'onde k avec $k_0 = \frac{\omega_0}{c}$ où ω_0 est la fréquence angulaire de la résonance atomique. Nous définissons une polarisabilité atomique adimensionnée $\tilde{\alpha}_{\text{at}}$ définie par $\alpha_{\text{at}} = \tilde{\alpha}_{\text{at}} \times \frac{6\pi}{k_0^3}$, où nous avons omis la dépendance fréquentielle. Dans ce cas, les sections efficaces de diffusions et de gain se réécrivent selon :

$$\sigma_{\text{sc}}(\omega) = \sigma_0 |\tilde{\alpha}_{\text{at}}|^2 \quad (\text{II.3.3})$$

$$\sigma_{\text{g}}(\omega) = \sigma_0 (|\tilde{\alpha}_{\text{at}}|^2 - \text{Im}[\tilde{\alpha}_{\text{at}}]), \quad (\text{II.3.4})$$

avec $\sigma_0 = \frac{6\pi}{k_0^2} = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$. On peut alors montrer que le critère de Lethokov s'écrit seulement en fonction de la polarisabilité atomique [Froufe-Pérez 2009] :

$$\rho_0\sigma_0L_{cr} = \eta b_0 > \frac{2\pi}{\sqrt{3|\tilde{\alpha}_{at}|^2(|\tilde{\alpha}_{at}|^2 - \text{Im}[\tilde{\alpha}_{at}])}}, \quad (\text{II.3.5})$$

où η est appelé la longueur d'extrapolation et prend en compte les conditions aux bords dans l'équation de la diffusion. Cette expression n'est valide que dans le régime diffusif et en présence de gain, impliquant $|\tilde{\alpha}_{at}|^2 - \text{Im}[\tilde{\alpha}_{at}] > 0$. Dans le cas où l'approximation de la diffusion est invalidée, le transport de la lumière doit être analysé au moyen de l'équation de transfert radiatif, dont on pourra déduire le seuil du laser aléatoire. Pour plus de détails, se référer à [Pierrat 2007a, Froufe-Pérez 2009, Baudouin 2013b, Guerin 2016b].

La condition de seuil s'exprime donc en fonction d'une épaisseur optique à résonance critique qui, nous le rappelons, est un paramètre intrinsèque du nuage d'atomes froids. Celle-ci s'exprime seulement en fonction de la polarisabilité atomique, grandeur complexe, qui dépend des paramètres de la pompe. Même si le critère de Lethokov fait intervenir deux longueurs caractéristiques différentes, la seule connaissance de la polarisabilité est suffisante puisque ses parties réelle et imaginaire sont liées par les relations de Kramers-Kronig. Cette particularité est due au système physique que nous étudions dans lequel les mêmes atomes contribuent la fois au gain et à la diffusion. Expérimentalement, cela peut être très intéressant puisqu'une simple mesure de transmission peut fournir assez d'information pour déterminer le seuil du laser aléatoire. En effet, la mesure d'un spectre de transmission d'une sonde faiblement saturante s'écrit comme $T_{at}(\omega) = \exp(-b_0 \text{Im}[\tilde{\alpha}_{at}(\omega)])$ et permet la caractérisation complète de la polarisabilité atomique [Guerin 2009].

L'expression du seuil (II.3.5) peut être testée et comparée pour les différents mécanismes de gain. On obtient ainsi les épaisseurs optiques critiques dans chaque cas et il est possible de conclure sur la faisabilité d'un laser aléatoire à atomes froids basé sur un gain particulier. Concernant le gain Mollow, une expression analytique de la polarisabilité atomique peut être calculée [Mollow 1972] en fonction des paramètres de la pompe. Dans les autres cas, il faut résoudre numériquement les équations de Bloch optiques^e ou alors déterminer expérimentalement la polarisabilité atomique. On pourra notamment trouver plus de détails dans les références [Froufe-Pérez 2009, Guerin 2009, Mercadier 2011].

Du gain et de la diffusion avec les atomes seulement

Le mécanisme de gain Raman hyperfin s'avère être celui présentant un seuil le plus bas, c'est donc ce type de gain qui a été sélectionné. Cependant, dans tous les mécanismes étudiés, la fréquence à laquelle l'amplification est obtenue est désaccordée de plusieurs largeurs naturelles Γ de la transition sur laquelle la lumière est diffusée. Nous sommes donc dans un régime de fort gain mais de faible diffusion. La question de la validité de l'approximation de la diffusion se pose donc et nous devons avoir recours à l'équation de transfert radiatif pour déterminer le seuil du laser aléatoire [Guerin 2016b].

Cependant, la riche structure interne de la raie D_2 du ^{85}Rb (et des autres métaux alcalins) permet de combiner du gain et de la diffusion, obtenu grâce à une transition fermée supplémentaire. On aboutit donc à un mécanisme de gain impliquant cinq niveaux, comme présenté

^e. Ce sont des équations différentielles décrivant l'évolution temporelle d'un atome (plus particulièrement les populations et cohérences, respectivement termes diagonaux et hors diagonaux de la matrice densité atomique) soumis à une lumière externe.

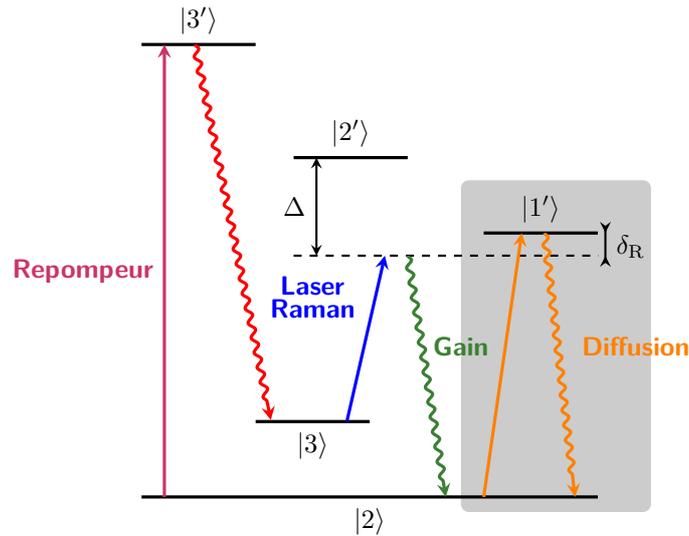


Figure II.3.2 – Principe de fonctionnement du gain Raman hyperfin en présence d'une transition supplémentaire fournissant la diffusion (rectangle grisé), utilisé pour observer un laser aléatoire à atomes froids. Adaptée de [Baudouin 2013a].

sur la figure II.3.2. Les deux niveaux hyperfins fondamentaux $|F = 2\rangle$ et $|F = 3\rangle$, notés $|2\rangle$ et $|3\rangle$, sont utilisés pour induire du gain Raman hyperfin *via* le niveau excité $|2'\rangle$. Le laser impliqué dans la génération du gain est appelé laser Raman. Le niveau $|3'\rangle$ est nécessaire pour maintenir l'inversion de population. On rajoute le niveau $|1'\rangle$ pour fournir la diffusion requise. Cette diffusion s'effectue à la fréquence du gain si le désaccord Δ du laser Raman par rapport au niveau $|2'\rangle$ est choisi égal à la différence de fréquence entre $|1'\rangle$ et $|2'\rangle$. Le choix de ce niveau supplémentaire a d'importantes conséquences. La première est qu'une transition allant de $|3\rangle$ vers $|1'\rangle$ est interdite dans l'approximation dipolaire électrique^f. Ce dernier état d'énergie n'interagit donc pas avec le faisceau Raman et ne détruit pas le gain Raman induit. La transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ est fermée et est donc efficace pour diffuser la lumière sans changer l'équilibre des populations dans les niveaux hyperfins fondamentaux. Enfin, l'écart entre $|1'\rangle$ et $|2'\rangle$ n'est que de $29 \text{ MHz} = 4.8\Gamma$, de sorte que le désaccord Δ peut être assez faible pour garantir un gain Raman efficace, tout en étant suffisant pour que le faisceau Raman soit peu diffusé, assurant ainsi un gain homogène.

L'intensité relative entre le repompeur et le laser Raman ainsi que leur désaccord permet d'ajuster l'équilibre des populations entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux. Si le laser Raman est plus puissant que le repompeur, la grande majorité des atomes va se retrouver dans $|2\rangle$, le système présentera beaucoup de diffusion mais peu de gain. A l'inverse, si le repompeur est plus intense, les atomes vont être dans $|3\rangle$ et nous aurons beaucoup de gain au détriment de la diffusion. On peut donc passer continûment d'une situation à l'autre. Il est alors possible de chercher le meilleur compromis entre gain et diffusion. Basé sur une résolution numérique des équations de Bloch optiques avec un terme supplémentaire de diffusion sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$, on obtient une épaisseur optique critique de l'ordre de vingt pour dépasser le seuil du laser aléatoire [Baudouin 2013a, Mercadier 2011]. Cependant, ce modèle ne prend pas en compte les sous-niveaux Zeeman et ne peut donc pas être utilisé pour faire des prédictions quantitatives précises.

f. Dans cette approximation, les règles de sélection des transitions imposent que $\Delta F = F' - F = 0, \pm 1$.

II.3.3. Observation expérimentale

L'implémentation du gain Raman hyperfin à cinq niveaux a permis l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids [Baudouin 2013a]. La procédure expérimentale est globalement similaire à ce qui a été présenté précédemment II.2.1.4. Un temps de chargement et une étape de compression constants permettent de créer un nuage ayant un nombre d'atomes constant suivi d'une étape de temps de vol faisant varier l'épaisseur optique à résonance b_0 . Les atomes sont ensuite illuminés par deux faisceaux contra-propageant de pompe. Dans le même temps, le repompeur, légèrement désaccordé par rapport à la transition $|2\rangle \rightarrow |3'\rangle$, permet le maintien de l'inversion de population. La fréquence du laser Raman est balayée autour de δ_R pour obtenir du gain à résonance sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$. La fluorescence totale est mesurée avec un photomultiplicateur, la collectant dans un angle solide de 10^{-2} sr, le signal étant moyenné sur plusieurs milliers de cycles. L'expérience est répétée avec différentes épaisseurs optiques mais en gardant le nombre d'atomes fixé. Les variations observées dans le signal sont donc dues seulement à des effets collectifs. Les mesures sont reportées sur la figure II.3.3(a).

La première observation est la croissance de la fluorescence en fonction de b_0 loin de la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ (région 1 de la figure II.3.3(a)). Les photons issus de la pompe peuvent subir une transition Raman spontanée. Cette lumière est alors amplifiée par le gain Raman produit par l'ensemble des atomes du nuage, avant de s'en extraire en suivant un mouvement balistique. L'efficacité de ce processus dépend de l'épaisseur optique.

Quand la pompe est accordée proche de $\delta_R = 0$ (région 2 de la figure II.3.3(a)), la combinaison de gain et de diffusion conduit à une augmentation de la fluorescence, marquée par une bosse qui émerge quand b_0 croît. La diffusion multiple augmente la longueur de trajet d'un photon dans le milieu qui est amplifié par le gain Raman. Ce schéma est au coeur du fonctionnement d'un laser aléatoire.

Néanmoins, il reste à savoir si cette augmentation de fluorescence est compatible avec l'observation d'un effet de seuil. Pour cela, l'amplitude de la bosse est tracée en fonction de l'épaisseur optique. Afin de l'extraire, les ailes du signal sont ajustées avec une fonction quadratique pour supprimer ce bruit de fond. Le signal restant est une courbe en forme de cloche, centrée sur $\delta_R = 0$. De manière surprenante, elle est bien modélisée par une gaussienne dont on peut déduire l'amplitude et la largeur, figure II.3.3(b)-(c). Un seuil dans l'amplitude est clairement visible, avec une rupture de pente localisée en $b_0 = 6 \pm 1$. Cela s'accompagne d'une saturation de la largeur de la fluorescence supplémentaire pour des épaisseurs optiques supérieures à six. Cet effet de seuil est interprété comme la signature du laser aléatoire. Notons que la variation de l'épaisseur optique agit simultanément sur la quantité de gain ainsi que sur la rétroaction jouée par la diffusion multiple. C'est assez inhabituel en physique des lasers où le seuil est généralement exprimé en fonction de l'intensité de pompage. Ici, augmenter la puissance du repompeur revient à accroître l'inversion de population, et donc le gain, mais diminue dans le même temps la diffusion multiple. Il faut donc ajuster finement l'intensité et le désaccord des lasers Raman et repompeur pour l'observation du laser aléatoire.

Enfin, précisons que ces observations sont en accord qualitatif avec un modèle *ab initio* basé sur le critère de Lethokov [Baudouin 2013a]. Il reste néanmoins des différences notables, en particulier l'obtention d'un seuil expérimental plus faible que ce que le modèle prédit. Une raison peut venir de la présence d'interférences négligées dans cette approche diffusive. Ajoutons aussi que les effets liés à la polarisation de la lumière, à l'existence des sous-niveaux Zeeman, à la température ou la densité non homogène du nuage sont aussi négligés. Il est donc nécessaire d'avoir recours à un modèle plus précis pour rendre compte de l'abaissement du seuil du laser aléatoire.

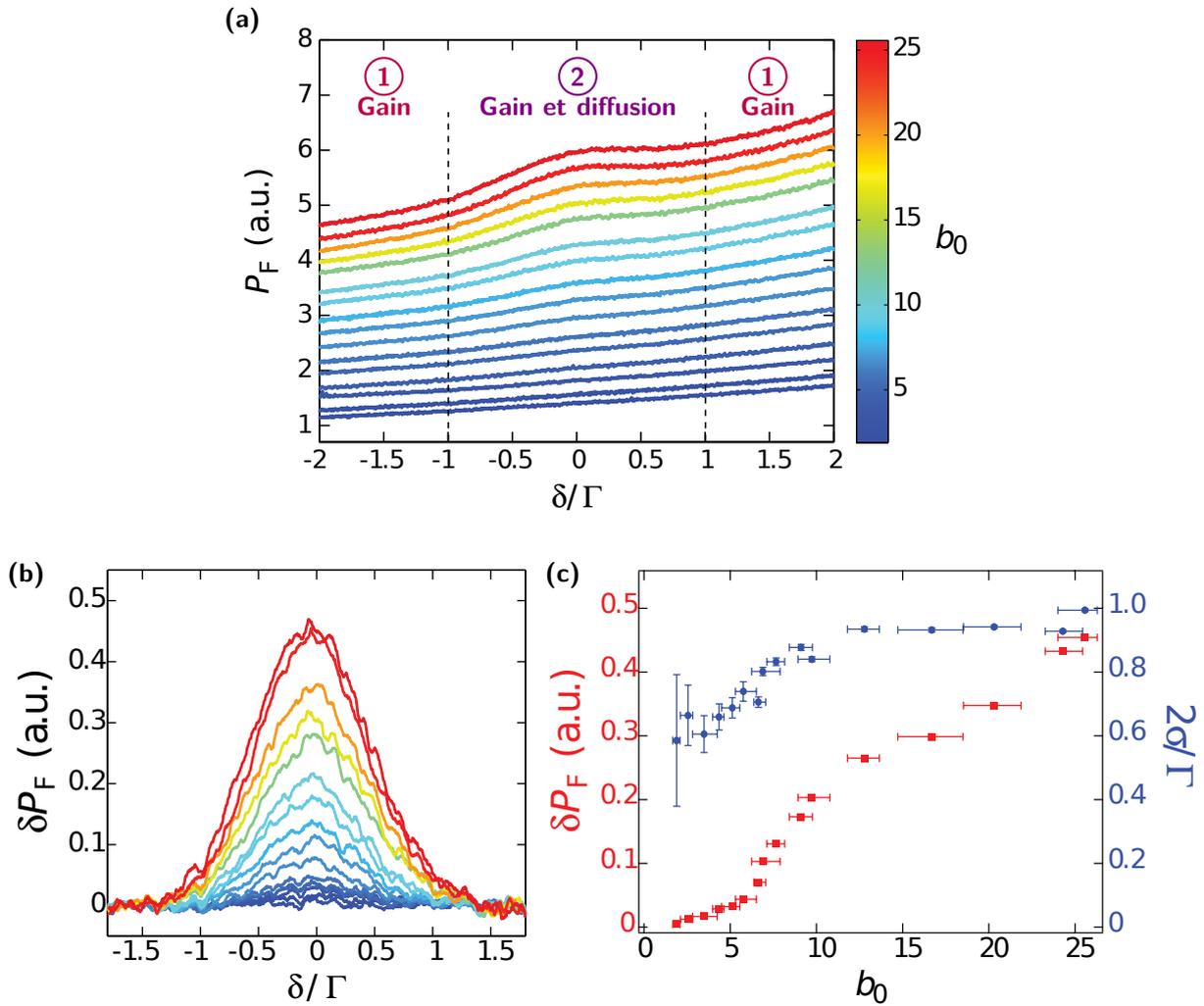


Figure II.3.3 – Observation expérimentale d’un laser aléatoire à atomes froids, réalisée dans notre groupe. **(a)** Mesure de la fluorescence totale émise par le nuage en fonction de la fréquence du laser Raman pour différentes épaisseurs optiques à résonance. L’échelle verticale est arbitraire pour faciliter la lecture. **(b)** Fluorescence supplémentaire autour de $\delta_R = 0$ extraite des données brutes, après lissage et suppression des ailes du signal. **(c)** Amplitude et largeur de la fluorescence autour de $\delta_R = 0$ extraites à partir d’un ajustement gaussien des données. La présence d’une rupture de pente dans le graphe de δP_F en fonction de b_0 indique la présence du seuil de l’émission de laser aléatoire. Images tirées de [Baudouin 2014a].

II.3.4. Vers une détection directe

Il est important de noter que l'observation de la fluorescence totale du nuage est une mesure indirecte de la signature du laser aléatoire, ce qui n'a rien d'évident *a priori*. En effet, dans un modèle de laser à quatre niveaux, aucune augmentation de la fluorescence du milieu amplificateur n'est prévue au seuil mais seulement une ré-émission des photons spontanées dans le mode de la cavité optique entourant le milieu. Dans le cas qui nous intéresse, le signal contient à la fois la lumière issue du laser aléatoire et celle provenant de la diffusion des lasers Raman et repompeur. Discriminer une raie d'émission par rapport à l'autre peut s'avérer complexe puisque les longueurs d'onde sont identiques, seule la fréquence diffère de quelques megahertz, voire gigahertz. Une autre difficulté réside dans le fait qu'aucune direction n'est privilégiée dans le rayonnement du laser aléatoire, qu'on ne peut donc pas séparer spatialement des autres. Dans les lasers aléatoires usuels, cette séparation est faite spectralement ou temporellement (avec des impulsions de pompe très courtes), ce qui est nécessaire du fait de la puissance élevée de la pompe par rapport à celle du laser aléatoire lui-même. Néanmoins, la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ ne diffuse pas la lumière provenant des deux lasers externes. Il en résulte que la raie du laser aléatoire a une amplitude comparable à celle des autres transitions mises en jeu dans notre système. C'est pour cette raison qu'il est possible de mesurer un signal provenant du laser aléatoire dans la fluorescence totale.

Si l'on veut pouvoir caractériser les propriétés de cohérence temporelle d'un laser aléatoire à atomes froids, il est nécessaire d'en obtenir une signature expérimentale directe. Pour cela, certaines pistes peuvent être exploitées. Une première idée est d'obtenir un affinement spectral mesuré avec une cavité Fabry-Pérot. Cette mesure s'avère très compliquée. Pour pouvoir résoudre correctement le spectre de l'émission du laser aléatoire, il faut avoir une finesse assez grande, et cela au prix du nombre de photons transmis à travers la cavité. Une autre possibilité est de réaliser un battement entre la lumière du laser aléatoire et un oscillateur local. Une dernière option est de réaliser la même mesure dans le domaine temporel en mesurant les corrélations d'intensité du rayonnement du laser aléatoire. Ces deux derniers types de mesure ont été retenus pour étudier la cohérence temporelle du laser aléatoire et sont développées dans ce manuscrit.

Avant d'obtenir des informations sur les propriétés de cohérence, il est nécessaire de réaliser des tests au préalable. Dans tous les cas, le rayonnement émis peut être un mélange de photons diffusés une ou plusieurs fois. Les bruits intrinsèques des lasers Raman et repompeur peuvent perturber les mesures. Afin d'extraire la contribution des photons du laser aléatoire, il faut caractériser les lasers utilisés, que ce soit leur spectre optique ou, de manière équivalente, leur bruit de fréquence. La seconde étape est de mesurer les propriétés de cohérence de la lumière dans les régimes de diffusion simple ou de diffusion multiple, en absence de gain. Il sera ensuite nécessaire de reproduire ces expériences, en présence de gain dans un premier temps, sous le seuil du laser aléatoire, avant de recommencer au-dessus. Avec l'implémentation des mesures de $g^{(1)}(\tau)$ ou $g^{(2)}(\tau)$, il va être possible d'étudier le passage d'un régime à l'autre.

Deuxième Partie

Mesures spectroscopiques pour sonder les propriétés de cohérence temporelle de la lumière émise par un gaz d'atomes froids

Introduction

Bien souvent, le bruit, ou de manière équivalente les fluctuations, est présenté comme étant un écueil dont on veut s'affranchir. Cependant, son analyse peut s'avérer essentielle pour étudier plus en détail une quantité. C'est le cas, par exemple, en optique si l'on souhaite déterminer la nature classique ou quantique de la lumière. L'étude de valeurs moyennes seules ne suffit plus et nous devons aller plus loin en mesurant des taux de coïncidence [Clauser 1969, Aspect 1982], des fonctions de corrélation [Aspect 1982, Kimble 1977, U'Ren 2005, Chanelière 2005, Peyronel 2012] ou des fluctuations [Silberhorn 2001, Josse 2003, Marino 2008, Agha 2010]. Les nuages d'atomes froids sont des milieux particulièrement intéressants pour ce type de mesure. En étudiant les fluctuations et les corrélations de la lumière transmise à travers eux, il est possible de sonder le mouvement des atomes [Grover 2015, Jurczak 1995, Jurczak 1996] ou de caractériser des effets plus subtils dûs aux interférences en diffusion multiple [Assaf 2007, Assaf 2008, Müller 2015]. Un autre intérêt de l'étude de ces fluctuations est aussi de faire la distinction entre la lumière diffusée par les atomes froids vus comme un milieu passif et celle issue d'un laser aléatoire à atomes froids [Baudouin 2013a], permettant ainsi l'obtention d'un signal direct d'un effet laser, voir section II.3.4.

Dès lors, l'étude des fluctuations de l'intensité lumineuse s'avère déterminante pour mieux comprendre l'interaction entre la lumière et un système physique. Une configuration expérimentale typique est de mesurer les fluctuations de la lumière transmise à travers le milieu à étudier, comme une vapeur atomique. Néanmoins, l'observation de bruit caractéristique de l'interaction entre la lumière et les atomes nécessitent une bonne connaissance des bruits intrinsèques présents dans le laser incident. Deux types de bruits sont à considérer. Le bruit d'intensité est habituellement faible du fait de la saturation du gain, si le laser fonctionne au-dessus du seuil. Toutefois, le bruit d'intensité présente une limite fondamentale, appelé bruit de grenaille ou *shot-noise*, due à la statistique de Poisson des photons du laser. De fait, si l'amplitude d'un bruit résultant de l'interaction lumière-matière est inférieure à celle du bruit de grenaille, il va être impossible de mesurer le signal correspondant. Néanmoins, des techniques expérimentales ont été mises en place pour résoudre des structures sub-shot-noise [Mitsui 2013], apportant des informations sur les atomes et la lumière.

Contrairement au bruit d'intensité, le bruit de fréquence ne présente aucun mécanisme limitant son impact. C'est donc un bruit important à caractériser puisqu'il peut masquer le signal d'intérêt. La difficulté réside dans le fait que ce bruit n'est pas mesurable en l'état. En effet, les fluctuations de fréquence sont liées aux fluctuations de phase. L'appareil de mesure détectant le carré du champ électrique, ces bruits sont inaccessibles. Il faut procéder au préalable à une étape de conversion par un système physique, dénommé discriminateur de fréquence, pour passer de bruit de fréquence à bruit d'intensité. Une étude détaillée du discriminateur de fréquence est alors nécessaire pour connaître le facteur de conversion et déduire le bruit de fréquence incident. Un tel système doit présenter une résonance et les atomes sont donc de bons candidats pour réaliser la conversion, ce qui a été effectivement réalisé au début des années 90 [Yabuzaki 1991]. Ont suivi ensuite plusieurs expériences où le rôle de la largeur du laser a notamment été étudié dans l'efficacité de la conversion [Camparo 1999]. Cette méthode expérimentale est connue sous le nom de spectroscopie de bruit. Elle peut être particulièrement intéressante pour mieux caractériser les bruits intrinsèques d'un laser. De manière générale, les mesures ont été réalisées sur des atomes chauds, présentant donc un effet Doppler important. L'usage des atomes froids permet de s'en affranchir, dans une certaine mesure, et donc d'améliorer la conversion de bruit au sein de la vapeur atomique froide.

L'analyse des fluctuations de la lumière ne se limite pas à la compréhension de ses bruits

intrinsèques. Elle peut aussi nous renseigner sur les propriétés de diffuseurs immergés dans une matrice (solide ou liquide). Cette situation est contraire au cas de la spectroscopie de bruit où la mesure des fluctuations d'intensité transmise nous a apporté des informations sur la lumière incidente. L'analyse des fluctuations de la lumière diffusée dans le régime de diffusion multiple est connue sous le nom de spectroscopie des ondes diffuses [Pine 1988] (DWS en anglais). Son application permet l'obtention d'informations sur les propriétés dynamiques des particules diffusantes. En particulier, plus le trajet de la lumière au sein du milieu est grand, plus la sensibilité de cette technique au mouvement des diffuseurs est accrue. Il est alors possible de sonder des déplacements très faibles, pouvant être bien inférieurs à la longueur d'onde de la lumière envoyée. Plusieurs applications en découlent, comme la détermination de la taille de particules [Pine 1990b, Rega 2001, Scheffold 2002], l'étude du mouvement brownien [Weitz 1989, Kao 1993] ou des interactions hydrodynamiques [Fraden 1990, Weitz 1993]. Dans tous les cas, l'observable est la fonction de corrélation temporelle de l'intensité $g^{(2)}$ de la lumière diffusée par le milieu à étudier. Nous rappelons que cette fonction s'écrit comme :

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}, \quad (\text{A})$$

où $\langle \dots \rangle$ correspond à une moyenne temporelle. Certaines valeurs prises par cette fonction sont remarquables. Par exemple, dans le cas d'un grand nombre de diffuseurs, la lumière peut être considérée comme chaotique pour laquelle $g^{(2)}(0) = 2$, représentant un groupement de photons. Plus particulièrement, la valeur prise en $\tau = 0$ nous renseigne sur la nature classique ou quantique de la lumière. Dans la limite $\tau \rightarrow +\infty$, $g^{(2)}(\tau)$ tend vers un, indiquant une décorrélation des temps d'arrivée des photons sur les détecteurs. Les analyses de la décroissance temporelle et du changement de forme de la fonction $g^{(2)}$ apportent des informations sur la dynamique des diffuseurs. Le cadre de la théorie de la DWS est celui de la diffusion multiple de la lumière. La fonction de corrélation du premier ordre $g^{(1)}$ peut être calculée [Maret 1987, Pine 1988] et on peut montrer qu'elle est reliée à la fonction $g^{(2)}$ par la relation de Siegert :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \beta |g^{(1)}(\tau)|^2, \quad (\text{B})$$

où le facteur β est relié aux nombres de modes spatiaux et de polarisations détectés.

L'étude de la diffusion dynamique de la lumière dans les atomes froids permet d'explorer de nouveaux régimes. Premièrement, le caractère résonant de la section efficace de diffusion des atomes permet de passer du régime de diffusion simple au régime de diffusion multiple juste en désaccordant le laser. La présence de cette résonance fine spectralement peut aussi être exploitée, puisque les expériences de DWS sont souvent réalisées hors résonance. Enfin, en dehors du piège, les atomes suivent un mouvement purement balistique du fait de leur vitesse non nulle. Ce type de mouvement est difficilement accessible du fait de l'immersion des diffuseurs dans la matrice environnante.

Dans cette partie, nous nous intéressons donc à l'étude des fluctuations de la lumière transmise et diffusée par un nuage d'atomes froids. Le premier cas, exploré dans le chapitre III, cherche à analyser les bruits intrinsèques d'un laser convertit en bruit d'intensité par les atomes. Nous étudierons en détail cette conversion et verrons que l'on peut faire de la spectroscopie en analysant les fluctuations d'intensité de la lumière transmise. Le second cas, développée dans le chapitre IV, adapte la technique de DWS au cas d'un nuage d'atomes froids en mouvement purement balistique. Nous verrons notamment que la fonction de corrélation de l'intensité, dans le régime de diffusion simple, peut servir de thermomètre et nous mettrons en évidence le rôle de la diffusion multiple dans la perte de cohérence de la lumière diffusée par les atomes.

CHAPITRE III

Spectroscopie de bruit : Conversion de bruit de fréquence en bruit d'intensité par un nuage d'atomes froids

Sommaire

III.1 Etude des bruits intrinsèques d'un laser	100
III.1.1 Description statistique d'une variable aléatoire réelle	101
III.1.2 Bruit d'intensité	102
III.1.3 Bruit de fréquence	104
III.1.3.1 Action d'un filtre linéaire et stationnaire	105
III.1.3.2 Modélisation statistique du bruit de phase	105
III.1.3.3 Mesure de spectre optique par battement	107
III.1.3.4 Mesure des fluctuations de fréquence	110
III.1.3.5 Approche géométrique entre spectre optique et bruit de fréquence	115
III.2 Spectroscopie de bruit avec des atomes froids	117
III.2.1 Conversion par la résonance atomique	118
III.2.2 Bruit à basse fréquence : le laser retrouvé	120
III.2.3 Bruit à haute fréquence : les propriétés du nuage atomique	122
III.2.3.1 Résultats expérimentaux	122
III.2.3.2 Modélisation du laser	122
III.2.3.3 Comparaison entre expérience et théorie	126
III.3 Conclusion	127

Dans l'expérience présentée dans ce chapitre, nous allons nous intéresser au processus de conversion de bruit due à l'interaction entre un laser et un discriminateur de fréquence, ici un nuage d'atomes froids. Nous allons notamment voir que les études des fluctuations de l'intensité transmises permet de remonter au bruit de fréquence intrinsèque présent dans le laser incident.

Nous implémentons une configuration particulière dans laquelle la mesure des fluctuations d'intensité s'effectue sur un laser transmis par un nuage d'atomes. Cette géométrie peut être intéressante pour étudier différentes propriétés, comme la réduction de bruit sous la limite du *shot-noise* (bruit de grenaille, voir section III.1.2) [Lambrecht 1996, Ries 2003], un ajout de bruit dû à la structure atomique interne *via* diffusion Raman [Lezama 2015], la fluorescence coopérative d'un nuage dilué d'atomes forcé [Ott 2013] ou les non-linéarités optiques à deux photons [Peyronel 2012]. Cette méthode peut aussi être mise en oeuvre pour l'étude du mouvement des atomes par l'analyse des fluctuations d'intensité de la lumière ré-émise. Ce dernier cas est celui qui nous intéresse ici. Un des avantages de cette technique est un très grand rapport signal sur bruit comme la mesure s'effectue sur le laser transmis directement. Cependant, la contre-partie est la contribution des bruits intrinsèques du laser qui peuvent être important, avec notamment la conversion du bruit de phase, ou de fréquence, du laser en bruit d'intensité détecté. La bonne connaissance des bruits intrinsèques du laser est donc requise pour permettre l'utilisation future de cette configuration vers l'avant pour la mesure d'un ajout de bruit par les vapeurs atomiques. Il convient donc de réaliser une caractérisation précise des bruits intrinsèques du laser avec des moyens standards, comme une cavité Fabry-Pérot, avant de regarder l'impact des atomes.

Nous commençons par étudier les bruits intrinsèques du laser que l'on utilise pour sonder les atomes, en débutant par son bruit d'intensité. Nous expliquons aussi le principe de la mesure d'un bruit de fréquence à l'aide d'un discriminateur de fréquence. Enfin, nous analysons en détails la conversion de bruit de fréquence en bruit d'intensité par les vapeurs atomiques froides. En particulier, nous mettons en évidence la possibilité d'obtenir des informations sur la sonde ou sur les atomes directement en analysant ces fluctuations d'intensité, réalisant ainsi des mesures spectroscopiques grâce au bruit.

III.1. Etude des bruits intrinsèques d'un laser

La connaissance et le contrôle des fluctuations d'amplitude ou de fréquence d'un laser peut s'avérer déterminante. En effet, dans toutes mesures d'interférométrie où le but est de mesurer des déphasages, il est nécessaire d'avoir recours à des lasers ayant de très faibles bruit d'amplitude ou de phase. C'est le cas pour la métrologie de fréquences [Dumont 2014], pour l'interférométrie atomique [Nazarova 2008] ou la détection d'ondes gravitationnelles [Abadie 2011].

L'étude de la conversion de bruit réalisé par une vapeur atomique nécessitent une bonne connaissance des bruits intrinsèques du laser illuminant les atomes, que ce soit son bruit d'intensité ou son bruit de fréquence. Ceci est d'autant plus important que la géométrie vers l'avant que nous analysons impose la mesure, à la fois, du champ laser incident et du champ diffusé. Un des avantages réside dans le rapport signal sur bruit. Cependant, le bruit de fréquence intrinsèque du laser peut contribuer à masquer l'impression de phase provenant de l'interaction avec les atomes. Cette géométrie nécessite donc une très bonne connaissance du laser utilisé. Nous étudions donc dans cette section l'étude des bruits d'intensité et de fréquence du laser qui nous sert à sonder les atomes.

III.1.1. Description statistique d'une variable aléatoire réelle

Un laser est souvent décrit comme étant une lumière parfaitement monochromatique, dont le spectre peut donc être représenté par un pic de Dirac à la fréquence d'émission. Malheureusement, plusieurs types de perturbations peuvent modifier la phase du champ électrique. La somme de ces perturbations impose donc une certaine largeur au spectre optique de la source. Comme exemple de ces sources de bruits, nous pouvons citer les vibrations de la table optique ou les fluctuations de température. Elles sont responsables de variations de la longueur de la cavité optique du laser et se traduisent par des fluctuations sur la fréquence instantanée du laser. Notons que ces exemples de bruits, seulement d'origine technique, ne sont pas les seuls responsables de l'élargissement du spectre du laser par rapport au cas idéal. La présence d'émission spontanée dans le mode du laser induit aussi des fluctuations de phase, imposant *de facto* une limite fondamentale à la largeur du laser (largeur de Schawlow-Townes, [Schawlow 1958]). Nous ne détaillerons pas plus ici les origines de bruit de phase. Nous décrirons, en revanche, les notions nécessaires à la bonne description des propriétés spectrales d'un laser, en supposant le bruit de phase comme étant une fonction aléatoire du temps caractérisée par certaines grandeurs statistiques à définir.

Considérons une fonction $x(t)$ aléatoire réelle du temps. Nous la supposons stationnaire, dont les propriétés statistiques sont invariantes par translation dans le temps, ergodique, impliquant que la moyenne sur les réalisations est égale à la moyenne temporelle^a. Nous imposons, en plus, que $x(t)$ soit bornée entre $-T$ et T pour éviter toutes divergences. La fonction aléatoire $x(t)$ doit donc être de carré sommable. Ce temps T est choisi assez grand pour n'avoir aucun impact sur les propriétés statistiques de $x(t)$. Le premier moment de $x(t)$, sa valeur moyenne, est définie par :

$$\langle x \rangle = \frac{1}{2T} \int_{-T}^T dt x(t). \quad (\text{III.1.1})$$

Le second moment, défini comme la variance de $x(t)$, s'écrit :

$$\sigma_x^2 = \langle (x(t) - \langle x \rangle)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2. \quad (\text{III.1.2})$$

Nous définissons aussi l'écart-type σ_x qui est la racine carrée de la variance. Nous nous limiterons dans la suite seulement à ces deux moments.

De manière générale, l'étude des propriétés temporelles d'une variable aléatoire se fait à travers celle de la fonction d'auto-corrélation $R_x(t)$, donnée par :

$$R_x(\tau) = \langle x(t)x(t + \tau) \rangle. \quad (\text{III.1.3})$$

En tenant compte de la stationnarité de $x(t)$, $R_x(t)$ ne dépend que de τ . A ce point, plusieurs observations peuvent déjà être faites. Tout d'abord, la stationnarité implique aussi la parité de la fonction d'auto-corrélation. Enfin, nous pouvons montrer qu'elle est maximale en $\tau = 0$ et vaut $R_x(\tau = 0) = \sigma_x^2 + \langle x \rangle^2$ et converge vers $\langle x \rangle^2$ quand τ tend vers l'infini. Ces propriétés ont déjà été rencontrées lors de l'étude des fonctions de corrélation du champ électrique I.4.

Par ailleurs, les propriétés spectrales d'une fonction aléatoire sont caractérisées par la densité spectrale de puissance (DSP) S_x . Par définition, c'est la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation :

a. Une seule réalisation de $x(t)$ permet donc de connaître toutes ses grandeurs statistiques.

$$S_x(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau R_x(\tau) e^{-i\Omega\tau}. \quad (\text{III.1.4})$$

Cette relation intégrale, aussi appelée théorème de Wiener-Khintchine, sera très importante dans la suite de manuscrit. Précisons que nous avons pris la convention suivante pour la transformée de Fourier :

$$\hat{x}(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt x(t) e^{-i\Omega t} \quad (\text{III.1.5})$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \hat{x}(\Omega) e^{i\Omega t}. \quad (\text{III.1.6})$$

L'application du théorème de Wiener-Khintchine (III.1.4) permet aussi de relier la densité spectrale de puissance et le module carré de la transformée de Fourier suivant la relation :

$$S_x(\Omega) = \frac{|\hat{x}(\Omega)|^2}{2T}. \quad (\text{III.1.7})$$

Cette dernière expression montre donc que la DSP est une fonction réelle définie positive. Physiquement, la DSP correspond à la répartition spectrale de l'énergie du signal $x(t)$. L'intégration de la DSP sur l'ensemble des fréquences donne donc la puissance totale contenue dans $x(t)$.

III.1.2. Bruit d'intensité

La première caractérisation, et la plus aisée, des bruits d'un laser concerne ses fluctuations d'intensité. Leurs origines peuvent être diverses : techniques (variations de courant dans les blocs d'alimentation, variations de température de la diode laser), relatives à la diode laser elle-même (fluctuations d'amplitude en dessous du seuil dues à l'émission spontanée, bruit de recombinaison électron-trou) ou bien fondamentale (le *shot noise* dû à la statistique de Poisson caractérisant la répartition des photons émis par le laser). Dans tous les cas, toutes les mesures seront limitées par le *shot-noise*. La nature d'un bruit, qu'elle soit quantique ou classique, peut être tranchée en mesurant le niveau de bruit de la densité spectrale de puissance du photocourant S_P mesuré à certaines fréquences en fonction de l'intensité optique moyenne incidente. On montre, en effet, que pour le *shot-noise* :

$$S_{P,\text{shot noise}}(\omega) = 2\hbar\omega_L \langle P \rangle, \quad (\text{III.1.8})$$

avec \hbar la constante de Planck réduite, ω_L la pulsation du laser et $\langle P \rangle$ la puissance optique moyenne du laser. Dans le cas d'un bruit classique, la DSP est proportionnelle à l'intensité moyenne au carré :

$$S_{P,\text{bruit classique}}(\omega) \propto \langle P \rangle^2. \quad (\text{III.1.9})$$

Le comportement du niveau de bruit en fonction de la puissance optique à fréquence fixe nous renseigne donc sur la nature du bruit en présence.

Le schéma de la mesure est très simple : on envoie le laser, la diode DFB, sur une photodiode connectée à un oscilloscope et nous enregistrons les fluctuations du photocourant S_P à puissance optique moyenne $\langle P \rangle$ fixée en fonction de la fréquence. Nous avons utilisé une photodiode

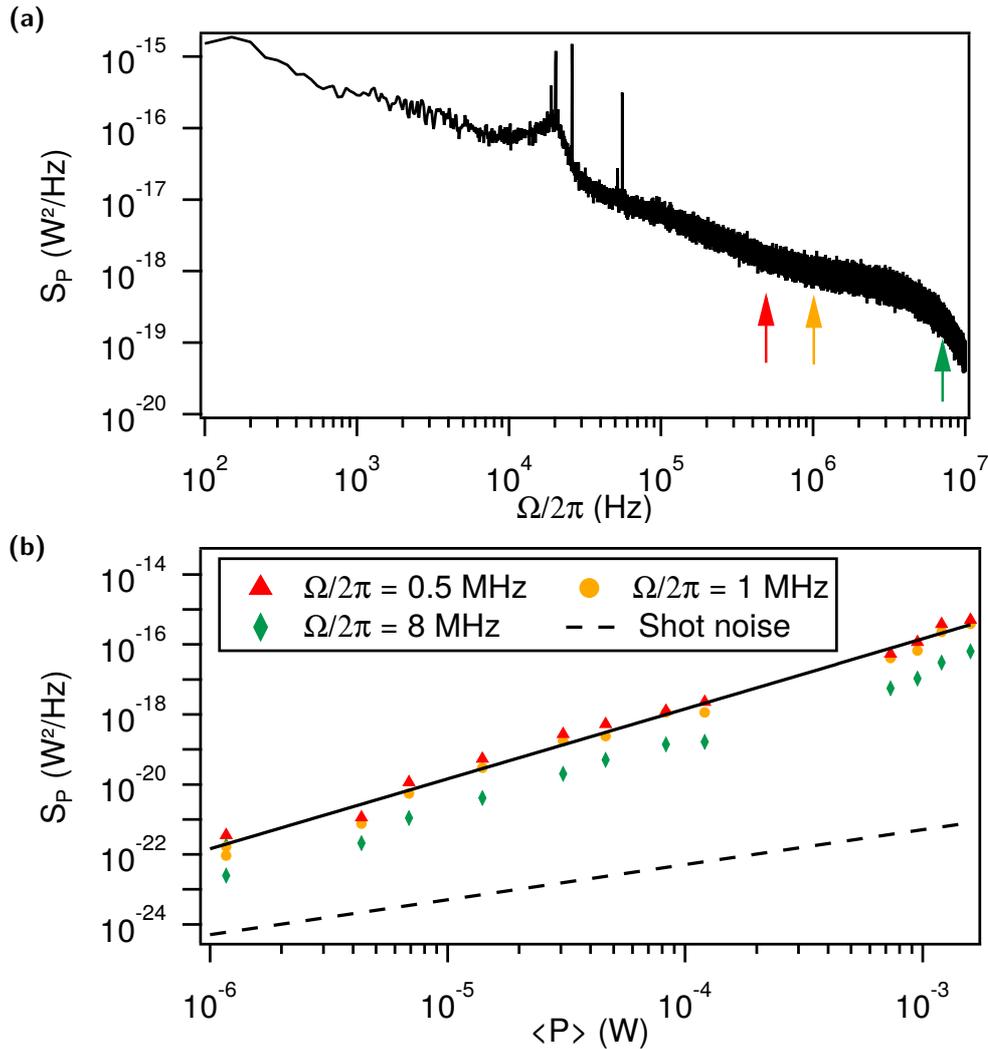


Figure III.1.1 – (a) DSP S_P typique du bruit d'intensité de la diode DFB en fonction de la fréquence de Fourier Ω , pour une puissance moyenne de $80 \mu W$. (b) Niveau de bruit des fluctuations S_P d'intensité du laser en fonction de la puissance moyenne incidente sur la photodiode, pour trois fréquences différentes. Ces mesures sont bien décrites par un comportement quadratique de l'intensité (ligne pleine). La ligne pointillée correspond au niveau du *shot-noise* calculé avec (III.1.8).

transimpédance de gain $6 \times 10^5 V \cdot W^{-1}$ et de bande-passante 6 MHz. Pour chaque mesure, nous avons normalisé les spectres par la courbe de réponse de la chaîne de détection. Une mesure typique est présentée sur la figure III.1.1(a). L'axe vertical est en $W^2 \cdot Hz^{-1}$, les unités naturelles de la densité spectrale de puissance des fluctuations d'intensité. La DSP décroît comme $\frac{1}{\Omega}$, caractéristique d'un bruit Flicker. La bosse à 20 kHz est due à la bande-passante de l'asservissement en fréquence de la DFB. Pour connaître la nature du bruit, nous avons mesuré les niveaux de bruit de la DSP à différentes fréquences. Les résultats sont résumés sur la figure III.1.1(b). La puissance moyenne a été modifiée au moyen de densités optiques. Les mesures sont bien ajustées avec un modèle quadratique (ligne pleine), suggérant un bruit de nature classique. Le niveau de bruit correspondant à un bruit purement quantique, donné par l'équation (III.1.8) est indiqué (ligne pointillée).

Une manière commode d'exprimer le bruit d'intensité d'une source lumineuse est le bruit d'intensité relatif (RIN, *Relative Intensity Noise*), défini par :

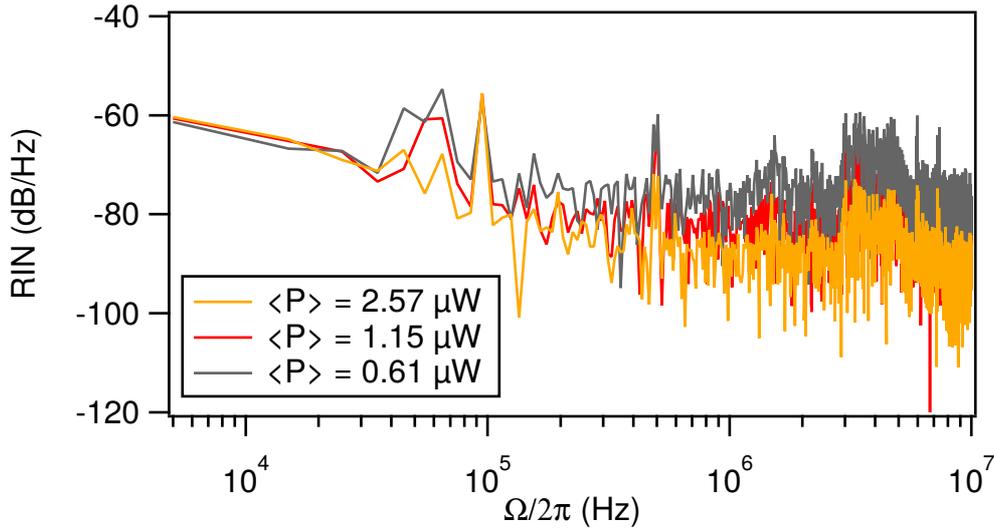


Figure III.1.2 – Bruit d’intensité relatif de la diode DFB en fonction de la fréquence de Fourier Ω , pour trois puissances optiques moyennes incidentes : $\langle P \rangle = 2.57, 1.15$ et $0.61 \mu\text{W}$, de bas en haut.

$$\text{RIN}(\Omega) = 10 \log \left(\frac{S_P(\Omega)}{\langle P \rangle^2} \right), \quad (\text{III.1.10})$$

où le RIN s’exprime en $\text{dB} \cdot \text{Hz}^{-1}$. Dans le cas d’un bruit classique, le RIN doit donc être constant. En revanche, le RIN devient dépendant de la puissance moyenne dans le cas d’un bruit quantique. En effet, si $\langle P \rangle$ diminue, alors le RIN augmente. La figure III.1.2 montre la mesure du RIN de la diode DFB pour trois puissances optiques moyennes incidentes, de l’ordre du μW correspondant à la puissance typique utilisée pour interagir avec les atomes. A basse fréquence, les différents RIN sont superposés indiquant effectivement un bruit classique. En revanche, à plus haute fréquence, le RIN correspondant à la plus faible puissance est supérieur à celui de la plus grande, suggérant une limitation par le *shot-noise*. Les données étant très proches du bruit de fond du détecteur, il est cependant difficile de conclure.

Précisons néanmoins que pour un laser fonctionnant très au-dessus de son seuil, la saturation du gain tend à réduire les fluctuations d’amplitude qui sont généralement faibles [Grynberg 1997]. Nous négligerons donc dans la suite les fluctuations d’amplitude des mesures présentées dans ce chapitre. Cependant, il n’existe pas de processus similaire pour stabiliser la phase du laser. Nous en déduisons que ces fluctuations vont impacter fortement les propriétés spectrales d’un laser. Nous allons donc nous concentrer dans la suite sur l’étude du bruit de phase, et de manière équivalente au bruit de fréquence, et son effet sur les performances spectrales d’un laser.

III.1.3. Bruit de fréquence

Nous abordons maintenant l’étude du bruit de fréquence du laser, ou de manière équivalente son bruit de phase. Nous commencerons, dans un premier temps, par les notions nécessaires à la description statistique des propriétés spectrales d’un laser, en particulier la modélisation du champ électrique du laser. Nous verrons, ensuite, que la mesure de la largeur du spectre optique d’un laser permet une première étude qualitative de bruit de fréquence de cette source et quantitative par la détermination de la largeur de raie. Enfin, je présenterai les mesures de bruit de fréquence d’un laser à partir d’une cavité Fabry-Pérot.

III.1.3.1. Action d'un filtre linéaire et stationnaire

Intéressons-nous maintenant à l'action d'un filtre linéaire et stationnaire sur un signal aléatoire quelconque, représenté par la quantité $x(t)$. Cette quantité sera considéré comme un bruit de fréquence. Nous cherchons à déterminer les propriétés statistiques en sortie de filtre. Ce filtre peut être, comme nous le verrons dans la suite, une cavité Fabry-Pérot ou alors une vapeur atomique.

Soit $y(t)$ le signal aléatoire après le filtrage. Le filtre est caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$. Nous le supposons linéaire et stationnaire. Dans ce cas, $y(t)$ est relié à $x(t)$ par un produit de convolution :

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt' x(t-t')h(t'). \quad (\text{III.1.11})$$

En passant dans l'espace de Fourier, nous obtenons immédiatement :

$$\hat{y}(\Omega) = \hat{x}(\Omega) \times \hat{h}(\Omega). \quad (\text{III.1.12})$$

Si nous connaissons donc la réponse impulsionnelle du filtre, toutes les caractéristiques de la fonction aléatoire en avant du filtre sont donc accessibles. En particulier, l'application de la relation (III.1.7) permet de relier les densités spectrales de puissance avant et après le filtre :

$$S_y(\Omega) = S_x(\Omega)|\hat{h}(\Omega)|^2. \quad (\text{III.1.13})$$

Cette dernière relation montre qu'il est possible d'avoir conversion de bruit grâce au filtrage linéaire. Par exemple, si le signal $x(t)$ en entrée est assimilé à un bruit de fréquence, ce dernier ne peut être mesuré tel quel. En revanche, un filtrage bien choisi permet de transformer ce bruit de fréquence en bruit d'intensité aisément mesurable avec une simple photodiode. L'expression (III.1.13) est donc très importante et nous verrons dans la suite de ce chapitre comment la réaliser expérimentalement.

III.1.3.2. Modélisation statistique du bruit de phase

Considérons le champ électrique d'un laser sous la forme :

$$E_L(t) = E_0 e^{i(\omega_L t + \varphi(t))}, \quad (\text{III.1.14})$$

où ω_L représente la fréquence angulaire du laser et $\varphi(t)$ une fonction aléatoire du temps caractérisant ses fluctuations de phase. On prend ici E_0 constant, comme c'est le cas pour un laser. Nous choisissons de manière arbitraire $\langle \varphi \rangle = 0$. Notons que l'ajout d'une phase constante dans la définition du champ électrique du laser (III.1.14) ne modifie pas ses propriétés spectrales. Nous définissons la fréquence instantanée par :

$$\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}, \quad (\text{III.1.15})$$

d'où nous déduisons $\langle \omega \rangle = 0$. Il y a donc un ensemble de trois fonctions aléatoires du temps pour modéliser correctement un laser : $E(t)$, $\varphi(t)$ et $\omega(t)$. La connaissance des propriétés statistiques de ces fonctions aléatoires permet de déduire les caractéristiques spectrales du laser.

Nous allons définir maintenant de manière plus spécifique les grandeurs statistiques permettant l'étude d'un laser, en commençant par sa phase et donc la fréquence instantanée. Rappelons que les propriétés spectrales sont données par la densité spectrale de puissance, ou de manière équivalente par la fonction d'auto-corrélation dans le domaine temporel. D'après l'équation (III.1.15), nous pouvons faire le lien entre les quantités statistiques décrivant ω et φ :

$$S_\omega(\Omega) = \Omega^2 S_\varphi(\Omega) \quad (\text{III.1.16})$$

$$R_\omega(\tau) = -\frac{d^2 R_\varphi(\tau)}{d\tau^2}. \quad (\text{III.1.17})$$

La variance de la fréquence instantanée, caractérisant donc l'amplitude des fluctuations de ce bruit de fréquence, est obtenue en intégrant S_ω . D'un point de vue des unités, R_φ s'exprime en rad^2 et S_φ en $\text{rad}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. De la même manière, les unités de S_ω sont $\text{Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$.

Enfin, ces grandeurs nous permettent de définir le temps de cohérence τ_{coh} du laser, comme étant le temps à partir duquel la phase a tourné en moyenne de 1 rad :

$$\langle (\varphi(t + \tau_{\text{coh}}) - \varphi(t))^2 \rangle = 1 \text{ rad}^2. \quad (\text{III.1.18})$$

La signification de ce temps de cohérence est très importante, notamment en interférométrie. En effet dans ce type d'expérimentation, le champ électrique du laser en plusieurs temps différents est additionné : on procède donc à une comparaison de la phase du laser en ces instants. Si le délai temporel est petit devant τ_{coh} , alors on peut considérer que les fluctuations de phase restent petite pendant ce laps de temps. Dans ce cas, le contraste des interférences est maximal et on peut assimiler le laser à une source monochromatique. En revanche, quand le décalage temporel devient grand devant le temps de cohérence du laser, on observe un brouillage total de la figure d'interférences. La phase du laser se décorrèle donc complètement pendant ce décalage temporel. Ici, la source laser est considérée comme incohérente. Nous verrons l'importance du temps de cohérence dans l'étude des corrélations d'intensité de la lumière diffusée par le nuage d'atomes froids.

Passons maintenant à l'étude du champ électrique $E(t)$. Nous avons :

$$R_E(\tau) = \langle E(t + \tau) E^*(t) \rangle, \quad (\text{III.1.19})$$

où $E^*(t)$ est le complexe conjugué de $E(t)$. En prenant la transformée de Fourier, nous obtenons la densité spectrale de puissance du champ électrique :

$$S_E(\Omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau R_E(\tau) e^{-i\Omega\tau}. \quad (\text{III.1.20})$$

La signification physique de cette dernière expression est simple : $S_E(\Omega)$ est le spectre du laser, caractérisé par sa largeur à mi-hauteur $\Delta\omega$.

La connaissance précise du spectre optique est souvent difficile, l'accès aux ailes étant limité par le système de détection. On aura plutôt tendance à étudier le bruit de fréquence, plus facilement mesurable comme nous le verrons. Néanmoins, l'accès à cette quantité peut s'avérer pertinente pour caractériser les effets de l'interaction entre le laser et un système physique, comme une vapeur atomique froide. L'étude du lien entre ces grandeurs est donc nécessaire en pratique.

Cette relation a été analysée la première fois en 1960 [Middleton 1960]. Par la suite, une étude théorique et expérimentale a été réalisée quelques années plus tard en fonction des propriétés

du bruit de fréquence du laser [Elliott 1982]. Nous dérivons maintenant l'expression liant ce bruit de fréquence au spectre optique, tous les détails pouvant être retrouvés dans ces deux références.

A partir de l'expression du champ électrique du laser, équation (III.1.14), nous pouvons écrire sa fonction d'auto-corrélation :

$$R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} \left\langle e^{i(\varphi(t+\tau) - \varphi(t))} \right\rangle. \quad (\text{III.1.21})$$

La manipulation de cette quantité est difficile, puisqu'elle fait intervenir tous les moments de $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$. Pour pouvoir l'exploiter, il faut faire une hypothèse sur ses moments d'ordre élevés. Pour cela, nous allons supposer que la densité de probabilité de la variable aléatoire $\varphi(t + \tau) - \varphi(t)$ suit une loi gaussienne. Précisons que cette hypothèse est valable, en particulier, pour le modèle de diffusion de la phase permettant de décrire ses fluctuations dues à l'émission spontanée [Schawlow 1958]. Pour des fluctuations d'origine technique, cette hypothèse dépendra de la nature du bruit, à étudier au cas par cas.

En développant l'exponentielle en série, et en utilisant notre hypothèse de densité de probabilité gaussienne, nous obtenons :

$$R_E(\tau) = E_0^2 e^{i\omega_L \tau} e^{-\frac{\langle (\varphi(t+\tau) - \varphi(t))^2 \rangle}{2}}. \quad (\text{III.1.22})$$

A ce stade du calcul, nous pouvons remarquer que $R_E(\tau)$ est directement lié au temps de cohérence au laser. En effet, en prenant la définition (III.1.18), nous déduisons que la largeur de la fonction d'auto-corrélation est proportionnel à τ_{coh} . Comme le spectre optique $S_E(\Omega)$ est la transformée de Fourier de $R_E(\tau)$, la largeur spectrale $\Delta\omega$ est donc inversement proportionnelle à celle de la fonction d'auto-corrélation du champ électrique. Nous déduisons donc que $\Delta\omega \propto \tau_{\text{coh}}^{-1}$. Un lien clair entre les fluctuations de phase et les propriétés spectrales d'un laser est donc mis en évidence.

Pour finir le calcul, il est nécessaire d'exprimer $\langle (\varphi(t + \tau) - \varphi(t))^2 \rangle$ en fonction de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence $S_\omega(\Omega)$. En utilisant les définitions de la fonction d'auto-corrélation, de la densité spectrale de puissance ainsi que le lien entre bruit de phase et bruit de fréquence, nous aboutissons finalement à la relation recherchée entre spectre optique et densité spectrale de puissance du bruit de fréquence :

$$S_E(\Omega) = 2E_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau e^{i(\omega_L - \Omega)\tau} \exp\left(-\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} d\Omega S_\omega(\Omega) \frac{\sin^2(\frac{\Omega\tau}{2})}{\Omega^2}\right). \quad (\text{III.1.23})$$

Le facteur deux vient du repliement de la puissance contenue dans les fréquences négative sur les fréquences positives. Cette relation n'a pas de solution analytique *a priori*, sauf pour des cas simples de bruits de fréquence qui seront étudiés ultérieurement. Notons que la connaissance du bruit de fréquence $S_\omega(\Omega)$ permet de remonter au spectre optique $S_E(\Omega)$ mais l'inverse n'est généralement pas possible.

III.1.3.3. Mesure de spectre optique par battement

Une première manière de caractériser le bruit de fréquence d'un laser est d'étudier son spectre optique et donc sa largeur. Rappelons que le spectre optique correspond à la DSP du champ électrique décrivant le laser. Pour cela, nous faisons interférer deux lasers ensemble, comme

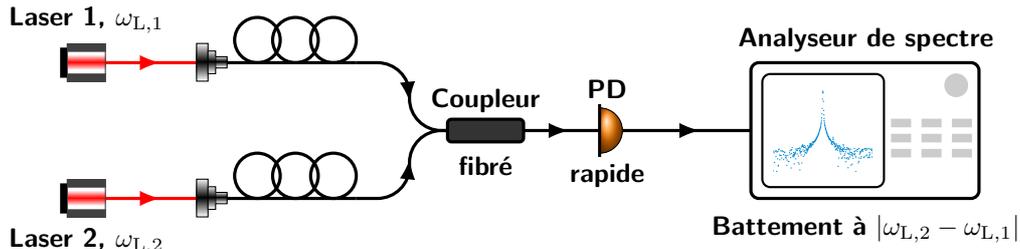


Figure III.1.3 – Schéma de la mesure d'un battement entre deux lasers, injectés dans des fibres monomodes. Ils interfèrent grâce à un coupleur fibré. Le signal est ensuite détecté sur un détecteur rapide, et la densité spectrale de puissance du battement est mesurée sur un analyseur de spectre, centré sur la différence entre les fréquences des deux lasers.

indiqué sur la figure III.1.3. Nous cherchons ici à mieux connaître les propriétés spectrales de la diode DFB dont on dérive les faisceaux MOT et la sonde. Les deux lasers sont asservis en fréquence indépendamment. Chaque laser est ensuite injecté dans une fibre monomode, avant d'interférer avec l'autre dans un coupleur fibré 50/50. Le battement est finalement détecté sur un photodétecteur rapide (Thorlabs PDA8GS, bande-passante 9.5 GHz) et la DSP est mesurée sur un analyseur de spectre.

Pour décrire la forme du spectre optique, il est nécessaire de définir les champs électriques des lasers générant le battement. A partir de l'équation (III.1.14), nous avons pour les deux champs :

$$E_{L,1} = E_{0,1}e^{i\omega_{L,1}t} \quad (\text{III.1.24})$$

$$E_{L,2} = E_{0,2}e^{i\omega_{L,2}t + \phi(t)}, \quad (\text{III.1.25})$$

où un choix judicieux de l'origine des temps permet d'introduire une phase $\phi(t)$ relative entre les deux lasers. Le premier laser est considéré comme parfait, donc infiniment fin. La phase introduite permet alors de modéliser les fluctuations de phase du second et donc d'un spectre optique fini. La réalisation d'un battement entre eux est une mesure direct du spectre optique du laser le plus large. L'intensité détectée I_{BN} par la photodiode est donc :

$$\begin{aligned} I_{BN} &= |E_{L,1} + E_{L,2}|^2 \\ &= |E_{0,1}|^2 + |E_{0,2}|^2 + 2E_{0,1}E_{0,2} \cos((\omega_{L,2} - \omega_{L,1})t + \phi(t)) \end{aligned} \quad (\text{III.1.26})$$

Les deux premiers termes correspondent à une composante continue n'ayant aucun effet sur la forme du spectre optique. La DSP du photocourant I_{BN} représente donc le spectre, centré à la fréquence différence $|\omega_{L,2} - \omega_{L,1}|$. En passant dans l'espace de Fourier, le spectre est donc représenté par un pic de Dirac étant, par définition, infiniment fin. Cependant, un laser réel n'est pas parfaitement monochromatique, présentant une certaine largeur à caractériser. Ces formes finies de spectre sont donc à prendre en considération pour rendre compte de la forme du battement finalement obtenu. Dans ce cas là, elle est la convolution des spectres optiques des lasers qui interfèrent. Un cas particulier est à étudier : celui d'un laser présentant une largeur négligeable devant celle de l'autre. Le spectre du laser de référence est assimilé à un pic de Dirac. Le signal du battement peut donc être considéré comme celui du laser plus large.

Afin d'accéder aux propriétés spectrales de la diode DFB utilisée, nous la faisons interférer avec un laser de référence, une diode en cavité étendue (ECDL pour *External-cavity diode laser*)

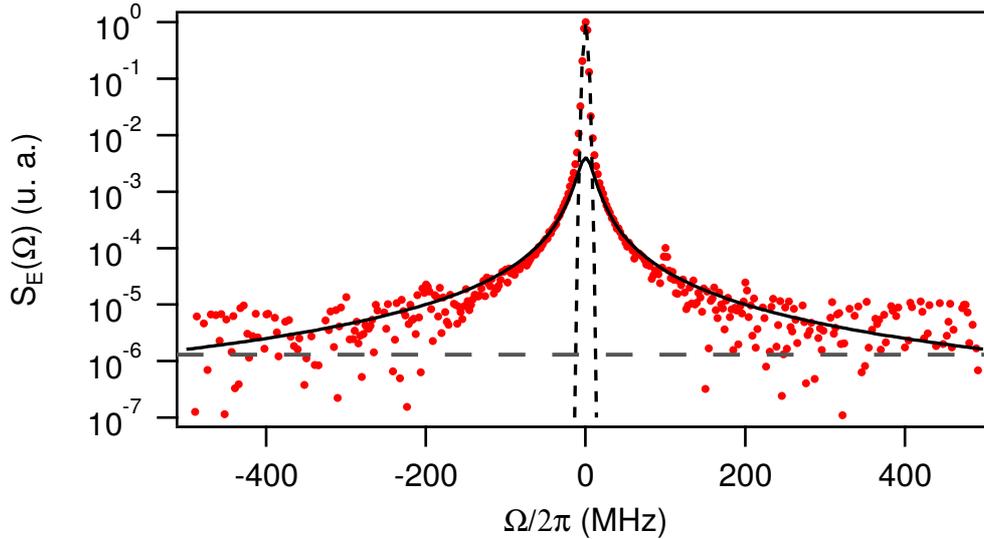


Figure III.1.4 – Densité spectrale de puissance du photocourant mesurée lors d'un battement entre la diode DFB et un laser Toptica DL-Pro, pris comme laser de référence. Le centre du spectre a été recentré sur l'origine. Comme le laser Toptica est considéré comme infiniment fin devant la diode DFB, la DSP peut être interprétée comme le spectre optique de la DFB. La partie centrale du spectre (ligne pointillée) est un ajustement gaussien, de largeur $\Delta\omega_{\text{BN}} = 3$ MHz, voir la section III.1.3.5 pour une mesure précise de cette largeur. Les ailes du spectre suivent une distribution lorentzienne (ligne pleine), pour $|\Omega| > 40$ MHz. La DSP est normalisée au maximum du signal. Le span de l'analyseur de spectre est de 1 GHz, sa résolution de 300 kHz (correspondant aussi au filtre vidéo), de sorte que le temps de défilement soit 0.5 s. Le niveau de bruit est indiqué par la ligne de longs pointillés gris.

commerciale modèle DL-Pro de Toptica, de largeur spécifiée comme étant inférieure à 500 kHz. Cette dernière est considérée comme un laser de référence, supposé très fin devant la DFB. Le spectre du battement est donc, en bonne approximation, celui de la DFB. Une mesure typique de ce battement est présentée sur la figure III.1.4. La DSP mesurée présente deux parties. A basses fréquences, elle est bien caractérisée par une distribution gaussienne de largeur 3 MHz. A hautes fréquences, les ailes suivent une distribution lorentzienne de largeur à mi-hauteur 20 MHz et d'amplitude relative 10^{-3} . Notons que, de manière générale, le spectre optique d'un laser est caractérisé par un profil de Voigt, convolution entre une gaussienne et une lorentzienne.

Nous venons de caractériser la forme du spectre optique du laser DFB. Mais nous n'avons pas encore de mesure précise de sa largeur, seulement un ordre de grandeur. Nous cherchons dans ce paragraphe à déterminer cette largeur, définie comme la largeur à mi-hauteur de la densité spectrale de puissance du champ électrique. Comme mentionné précédemment, le spectre total du battement correspond à la convolution des spectres des lasers qui interfèrent. La partie centrale du spectre, sa partie gaussienne, peut être considérée comme responsable de la largeur du laser, comme montré sur la figure III.1.4. Néanmoins, cette partie centrale est aussi la convolution des deux gaussiennes centrales des deux spectres des lasers. La largeur totale est alors la racine carrée de la somme quadratique des largeurs initiales :

$$\Delta\omega_{\text{BN}} = \sqrt{\Delta\omega_{\text{L},1}^2 + \Delta\omega_{\text{L},2}^2}, \quad (\text{III.1.27})$$

où $\Delta\omega_{\text{BN}}$ est défini comme la largeur à mi-hauteur (LMH) du spectre du battement, mesuré par un ajustement gaussien (figure III.1.4), et $\Delta\omega_{\text{L},1,2}$ sont les LMH des spectres optiques des lasers interférant. Nous retrouvons notamment le fait que si un des lasers est bien plus fin que l'autre, nous mesurons seulement celui le plus large.

Battement / Laser	Largeur spectrale mesurée	Largeur spectrale attendue
Battement ECLD/Toptica	(1.11 ± 0.03) MHz	
Battement ECLD/DFB	(3.16 ± 0.13) MHz	
Battement DFB/Toptica	(3.0 ± 0.2) MHz	
DFB	(3.0 ± 0.2) MHz	3.0 MHz [Kraft 2005]
ECLD SYRTE	(1.1 ± 0.2) MHz	~ 100 kHz [Baillard 2006]
Toptica	$0.2 (+1.5/ - 0.2)$ MHz	< 500 kHz

Table III.1 – Largeurs des spectres optiques mesurées pendant une mesure de battement entre deux lasers indépendants. Les largeurs de chaque laser sont déduites et comparées à leur valeur attendue. Les incertitudes associées sont obtenues à 1σ .

Cependant, dans le cas où aucune largeur n'est connue *a priori*, l'approximation précédente ne peut être utilisée. Une solution pour remonter à la largeur spectrale est alors de réaliser la même mesure de battement mais avec plusieurs lasers indépendants. En combinant tous les battements possibles, nous pouvons déduire chacune des largeurs. Pour mesurer la largeur de la diode DFB, nous avons utilisé :

- la diode DFB utilisée pour créer les faisceaux de piégeage, voir la section II.2.1.3 pour les détails de l'asservissement,
- une diode en cavité étendue commerciale de chez Toptica, asservie en fréquence sur une raie atomique du rubidium par un montage d'absorption saturée,
- une diode en cavité étendue montée dans l'équipe (selon un modèle développé par le SYRTE [Baillard 2006]), asservie aussi par absorption saturée.

Nous avons donc trois couples de lasers à faire battre pour déduire complètement les largeurs de chacun. Les battements de chaque couple sont enregistrés sur l'analyseur de spectre après moyennage sur 100 réalisations, son span étant de 10 MHz et de résolution de 1 kHz, identique au filtre vidéo, pour un temps de balayage de 0.5 s. Ces mesures sont présentées sur la figure III.1.5. Nous mesurons ensuite les trois largeurs à mi-hauteur issues des spectres des battements à partir d'un ajustement gaussien. En les combinant suivant la relation (III.1.27), nous pouvons déduire les largeurs spectrales de chaque laser, résumées sur le tableau III.1. Cette procédure est répétée plusieurs fois pour acquérir assez de statistiques pour calculer une barre d'erreur sur la largeur des lasers donnée à 1σ . Les incertitudes associées à chaque largeur sont donc obtenues après une analyse statistique de différentes mesures de battements répétées dans les mêmes conditions.

Précisons que l'impact des oscillateurs contrôlés en tension pilotant les modulateurs acousto-optiques sur le spectre optique de la diode DFB a aussi été étudié en réalisant son auto-battement. Nous avons, en effet, observé un élargissement de 20 kHz du spectre après passage dans un AOM. Tous les détails techniques peuvent être retrouvés dans [Vartabi Kashanian 2016b].

III.1.3.4. Mesure des fluctuations de fréquence

Un photodétecteur ne mesure que des grandeurs d'intensité, c'est à dire qu'il n'est sensible qu'au carré du champ électrique. Seules les fluctuations d'intensité sont donc accessibles, quel que soient les fluctuations de phase (et donc de fréquence) du champ. Il faut alors un système physique permettant de convertir le bruit de fréquence initial en bruit d'intensité mesurable,

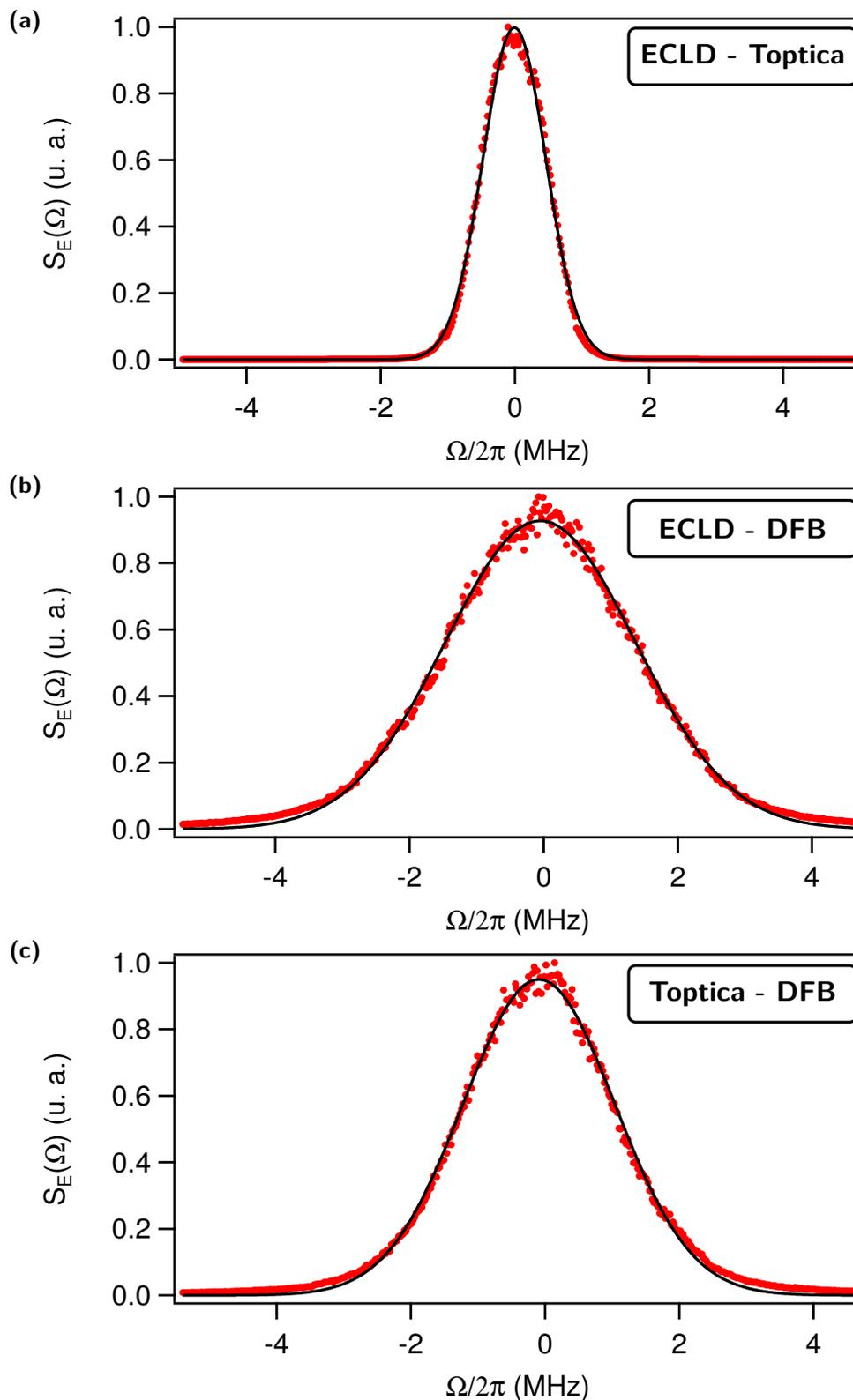


Figure III.1.5 – Parties centrales des battements obtenues en combinant trois lasers indépendants, centrés sur l'origine. **(a)** ECLD type Syrte et laser Toptica DL-Pro, **(b)** ECLD type Syrte et diode DFB, **(c)** Diode DFB et laser Toptica DL-Pro. Points rouges : données expérimentales, lignes continues noires : ajustement gaussien de la partie centrale. Nous mesurons les largeurs à mi-hauteur : 1.11 MHz, 3.16 MHz et 3.0 MHz respectivement. Chaque battement est moyenné 100 fois. La résolution de l'analyseur de spectre et le filtre vidéo sont égaux et valent 1 kHz, le span étant de 10 MHz.

suivant l'expression (III.1.13). Nous abordons donc maintenant l'étude de cette conversion pour déduire le bruit de fréquence du laser. Nous verrons ensuite comment retrouver expérimentalement le spectre optique à partir de cette mesure.

Basée sur la définition de la fréquence instantanée d'un signal (III.1.15), nous avons vu comment relier la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence S_ω à celle du bruit de phase S_φ par la relation (III.1.16), que nous rappelons :

$$S_\omega(\Omega) = \Omega^2 S_\varphi(\Omega) \quad (\text{III.1.16})$$

Cette égalité montre qu'un bruit brownien de phase ($\propto \frac{1}{\Omega^2}$) est équivalent à un bruit blanc pour la fréquence. De manière générale, la densité spectrale du bruit de fréquence (DSPBF) est la somme de différentes contributions :

$$S_\omega(\Omega) = \sum_{j=-2}^2 h_j \Omega^j. \quad (\text{III.1.28})$$

Les différents bruits sont classés en fonction du comportement de leur DSP par rapport à la fréquence. On classe aussi ces bruits avec une terminologie colorée. Ainsi, si $j = 0$, nous avons affaire à un bruit blanc caractérisé par une densité spectrale de puissance plate. Ce type de bruit est celui rencontré dans le cas du bruit thermique (dit de Johnson–Nyquist) dû à l'agitation thermique des porteurs de charge à l'équilibre dans une résistance. Un autre exemple de bruit couramment rencontré est celui en $\frac{1}{\Omega}$, appelé bruit rose ou bruit Flicker. Il se retrouve dans presque tous les composants électroniques. C'est aussi un bruit technique très souvent rencontré à basse fréquence dans nos expériences. Pour $j = -2$, le bruit est qualifié de brun. Il apparaît naturellement dans l'étude du mouvement brownien. Les cas $j = 1, 2$ sont connus sous les noms de bleu et violet respectivement.

Conversion de bruit de fréquence en bruit mesurable

Comme mentionné précédemment, la mesure des fluctuations de fréquence d'un signal n'est possible qu'après transformation en fluctuations d'intensité mesurable avec un photodétecteur. Cette conversion de bruit est réalisée lors d'un processus de filtrage linéaire, où le signal de sortie dépend linéairement de celui en entrée.

La figure III.1.6 résume le principe de ce filtrage. Le facteur de conversion entre fluctuations de fréquence et fluctuations d'intensité est donné par la dérivée de la fonction de transfert du filtre à la fréquence de travail. L'analyse de cette dernière montre donc que le choix de la fréquence du laser par rapport au filtre est crucial pour avoir une conversion optimale : on aura tendance à travailler au milieu du pic de transmission de sorte à optimiser la pente localement. Dans la suite, nous ferons référence au filtre en parlant d'un discriminateur de fréquence, qui n'est rien d'autre qu'un système physique présentant une résonance.

Supposons que le signal à l'entrée du discriminateur de fréquence soit l'intensité d'un laser détectée par une photodiode. A la fréquence du laser ω_L , nous mesurons donc :

$$I_{\text{trans}}(\omega_L) = I_{\text{inc}} T_F(\omega_L), \quad (\text{III.1.29})$$

où $T_F(\omega_L)$ est la réponse fréquentielle du filtre à la fréquence du laser et $I_{\text{inc}} = |E_{L,2}|^2$ est constante. Maintenant, prenons le cas d'un bruit de fréquence sur le signal d'entrée. L'intensité en sortie du filtre peut donc s'écrire comme :

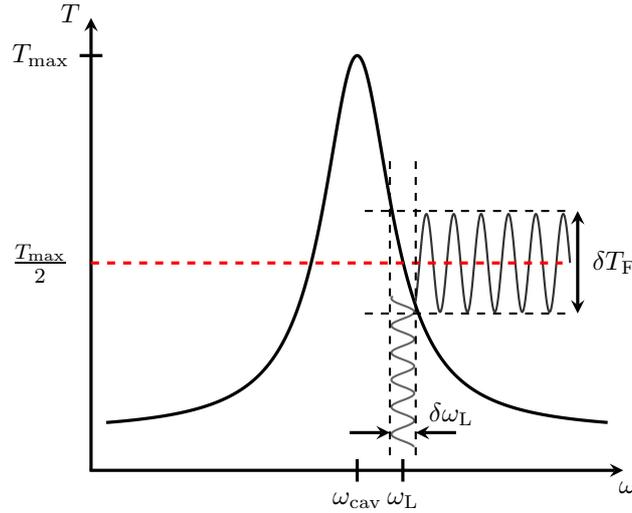


Figure III.1.6 – Principe de la conversion de bruit par un discriminateur de fréquence. Un signal physique contenant des fluctuations de fréquence inaccessibles directement à l'expérience est envoyé sur un filtre présentant une résonance en fréquence. Après passage à travers ce dernier, les fluctuations de fréquence sont converties en fluctuations d'intensité facilement mesurables avec un photodétecteur. La connaissance de la fonction de transfert du filtre permet donc de déduire les fluctuations présentes initialement. Le facteur de conversion entre les deux types de fluctuations étant la pente locale de la fonction de transfert à la fréquence du laser, le filtrage sera optimal en choisissant une fréquence de travail maximisant la valeur absolue de la dérivée de $T(\omega)$.

$$\begin{aligned} I_{\text{trans}}(\omega_L) &= I_0 + \delta I_{\text{trans}}(\omega_L) \\ &= I_0 + \delta\omega_L I_{\text{inc}} \left. \frac{\partial T_F}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_L}. \end{aligned} \quad (\text{III.1.30})$$

Le premier terme du membre de droite de la relation (III.1.30) représente une composante continue n'ayant aucun impact sur le processus de filtrage. Le second décrit les fluctuations de la lumière en sortie de filtre du fait des fluctuations de fréquence. En notant $\delta I_{\text{trans}}(\omega_L) = I_{\text{trans}}(\omega_L) - I_0$, nous pouvons écrire l'expression des fluctuations de fréquence :

$$\delta\omega_L^2 = \frac{\delta I_{\text{trans}}^2}{I_{\text{inc}}^2 \left| \frac{\partial T}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_L}^2}. \quad (\text{III.1.31})$$

Il est possible de faire apparaître explicitement les densités spectrales de puissance des différentes fluctuations considérées dans cette dernière expression. En effet, comme $S_{\omega_L} \propto \delta\omega_L^2$ et $S_T \propto \delta T_F \frac{\delta I_{\text{trans}}^2}{I_{\text{inc}}^2}$, nous avons finalement la relation attendue entre la densité spectrale de puissance de bruit de fréquence du laser et celle du bruit d'intensité en transmission :

$$S_{\omega_L}(\Omega) = \frac{S_T(\Omega)}{\left| \frac{\partial T}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_L}^2}. \quad (\text{III.1.32})$$

Réaliser le filtrage avec un laser accordé à la fréquence maximisant la pente locale du discriminateur de fréquence optimise donc le processus de conversion de bruit.

Cavité Fabry-Pérot comme discriminateur de fréquence

Le premier discriminateur de fréquence auquel nous pouvons penser est une cavité Fabry-Pérot. Le schéma expérimental, très simple, est présenté sur la figure III.1.7(a). Le laser à étudier est envoyé à travers une cavité confocale et nous mesurons les fluctuations d'intensité en transmission sur une photodiode transimpédance fabriquée dans l'équipe (gain : $6 \times 10^5 \text{ V} \cdot \text{W}^{-1}$, bande-passante : 6 MHz). Pour un couplage parfait, la transmission T_{cav} de la lumière à travers cette dernière dépend de sa longueur L_{cav} ainsi que de la fréquence du laser selon :

$$T_{\text{cav}}(\omega_L) = \frac{T_{\text{cav}}(\omega_L = \omega_{\text{cav}})}{1 + \frac{4\mathcal{F}^2}{\pi^2} \sin^2\left(\frac{2(\omega_L - \omega_{\text{cav}})L_{\text{cav}}}{c}\right)}, \quad (\text{III.1.33})$$

où c est la vitesse de la lumière, ω_{cav} une fréquence de résonance de la cavité et $\mathcal{F} = \frac{\Delta\omega_{\text{FSR}}}{\Delta\omega_{\text{cav}}}$ est la finesse de la cavité où $\Delta\omega_{\text{FSR}} = \frac{c}{4L_{\text{cav}}}$ (pour une cavité confocale) est son intervalle spectral libre, distance entre deux pics de transmission consécutifs, et $\Delta\omega_{\text{cav}}$ la largeur de la résonance. Plus grande est la finesse, meilleure sera la cavité. Proche d'une résonance de la cavité, nous pouvons assimiler (III.1.33) par une lorentzienne de la forme :

$$T_{\text{cav}}(\omega_L) \simeq \frac{T_{\text{cav}}(\omega_L = \omega_{\text{cav}})}{1 + 4\left(\frac{\omega_L - \omega_{\text{cav}}}{\Delta\omega_{\text{cav}}}\right)^2}, \quad (\text{III.1.34})$$

d'où nous déduisons sa dérivée par rapport à ω_L :

$$\frac{dT_{\text{cav}}(\omega_L)}{d\omega_L} = 8\frac{\omega_L - \omega_{\text{cav}}}{\Delta\omega_{\text{cav}}^2} \frac{1}{\left(1 + 4\left(\frac{\omega_L - \omega_{\text{cav}}}{\Delta\omega_{\text{cav}}}\right)^2\right)^2}. \quad (\text{III.1.35})$$

$T_{\text{cav}}(\omega_L)$ et la valeur absolue de sa dérivée par rapport à la fréquence sont schématisées sur la figure III.1.7(b). Rappelons que la conversion optimale est obtenue quand le laser est accordé à une fréquence correspondant à la moitié du pic de transmission, où $\frac{dT_{\text{cav}}(\omega_L)}{d\omega_L} = \frac{1}{\Delta\omega_{\text{cav}}}$. En injectant (III.1.35) dans l'équation (III.1.32), nous avons tous les ingrédients pour pouvoir mesurer le bruit de fréquence d'un laser transmis à travers une cavité Fabry-Pérot confocale. Précisons, cependant, que pour garantir un filtrage linéaire, il faut avoir $\Delta\omega_L < \Delta\omega_{\text{cav}}$, avec $\Delta\omega_L$ la largeur spectrale du laser.

Il nous reste maintenant à caractériser la cavité Fabry-Pérot avant de pouvoir mesurer le bruit de fréquence de la diode DFB. Nous avons utilisé une cavité confocale de longueur $L_{\text{cav}} \simeq 10 \text{ cm}$ qui peut être modulée à l'aide d'un transducteur piézo-électrique placé sur un des miroirs, alimenté par un générateur de fonction triangulaire. L'amplitude de la modulation détermine la plage de fréquence balayée par la cavité. La calibration tension-fréquence est réalisée grâce au signal d'absorption saturée du laser. En effet, l'expression (III.1.34) assure que changer la fréquence du laser ou la longueur de cavité joue le même rôle quand au passage de la résonance. En fixant la longueur de la cavité et connaissant la distance spectrale entre deux résonances atomiques du rubidium [Steck 2001], nous pouvons connaître le balayage des fréquences de la cavité. Nous en déduisons l'intervalle spectral libre et mesurons $\Delta\omega_{\text{FSR}} \simeq 750 \text{ MHz}$. En se focalisant sur un seul pic de transmission et en le modélisant par une lorentzienne, nous obtenons la largeur de la résonance : $\Delta\omega_{\text{cav}} \simeq 20 \text{ MHz}$. La finesse de la cavité est donc $\mathcal{F} \simeq 37$. D'après les mesures par battement, la largeur de la diode DFB est de 3 MHz, ce qui est suffisant pour garantir l'approximation du filtrage linéaire. Pour la suite des mesures, nous fixons la fréquence du laser avec un asservissement par *offset-lock*, puis nous scannons les fréquences de la cavité avec

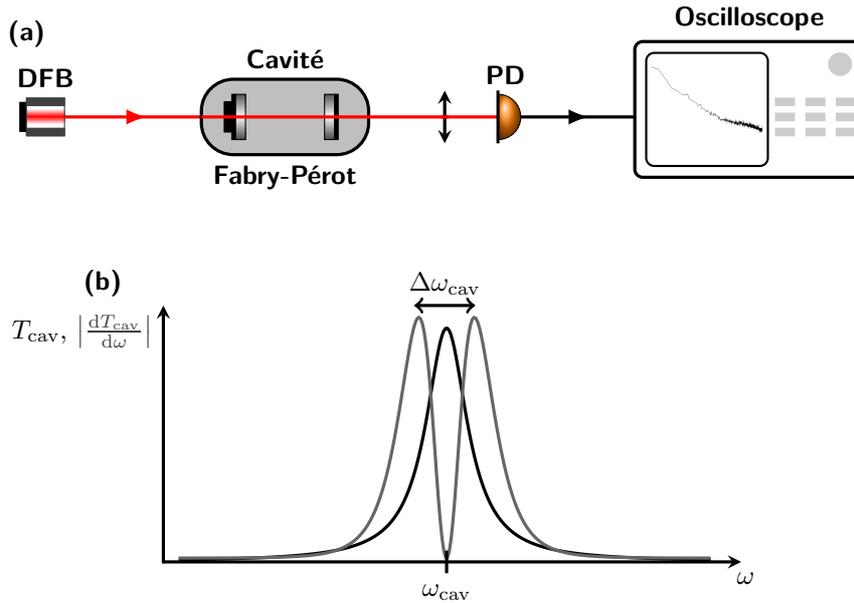


Figure III.1.7 – (a) Mesure du bruit de fréquence de la diode DFB avec une cavité Fabry-Pérot comme discriminateur de fréquence. **(b)** Représentation schématique d'un pic de transmission de la cavité Fabry-Pérot ainsi que la valeur absolue de sa dérivée par rapport à la fréquence.

le transducteur piézo-électrique pouvant ainsi se placer à la moitié d'un pic de transmission optimisant la conversion de bruit.

La mesure du bruit de fréquence intrinsèque à une diode DFB est présentée sur la figure III.1.8. Nous avons vérifié qu'il n'y a aucune limitation due au bruit de fond de la détection ou au bruit d'intensité intrinsèque à la DFB. La DSPBF décroît essentiellement comme $1/\Omega$ jusqu'à 1 MHz, correspondant à un bruit Flicker. Pour des fréquences supérieures, la DSPBF est sensiblement indépendante de la fréquence de Fourier, ce qui montre que le bruit de fréquence intrinsèque du laser à haute fréquence est blanc.

III.1.3.5. Approche géométrique entre spectre optique et bruit de fréquence

Nous avons vu précédemment que nous pouvons relier la DSPBF d'un laser à son spectre optique par la relation (III.1.23). C'est une formule générale qui ne peut pas toujours être intégrée analytiquement sauf pour le cas trivial d'un bruit blanc de fréquence de niveau h_0 en $\text{Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$, que nous allons étudier maintenant. Cependant, ce n'est qu'un cas idéal. En effet, dans chaque mesure de bruit, il y a une bande-passante finie Ω_c qu'il est nécessaire de prendre en compte. Nous définissons la pulsation de coupure selon :

$$S_\omega(\Omega) = \begin{cases} 2\pi h_0 & \text{si } \Omega < \Omega_c \\ 0 & \text{si } \Omega > \Omega_c \end{cases} \quad (\text{III.1.36})$$

Calculons alors le spectre optique en présence de cette fréquence de coupure :

$$S_E(\Omega) = 2E_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i(\omega_L - \Omega)\tau} \exp\left(-h_0\tau \int_0^{\Omega_c\tau/2} dx \frac{\sin^2(x)}{x^2}\right). \quad (\text{III.1.37})$$

où $x = \frac{\Omega\tau}{2}$. Deux cas limites se présentent : $\Omega_c \rightarrow \infty$ et $\Omega_c \rightarrow 0$. Pour le premier, l'équation (III.1.37) devient :

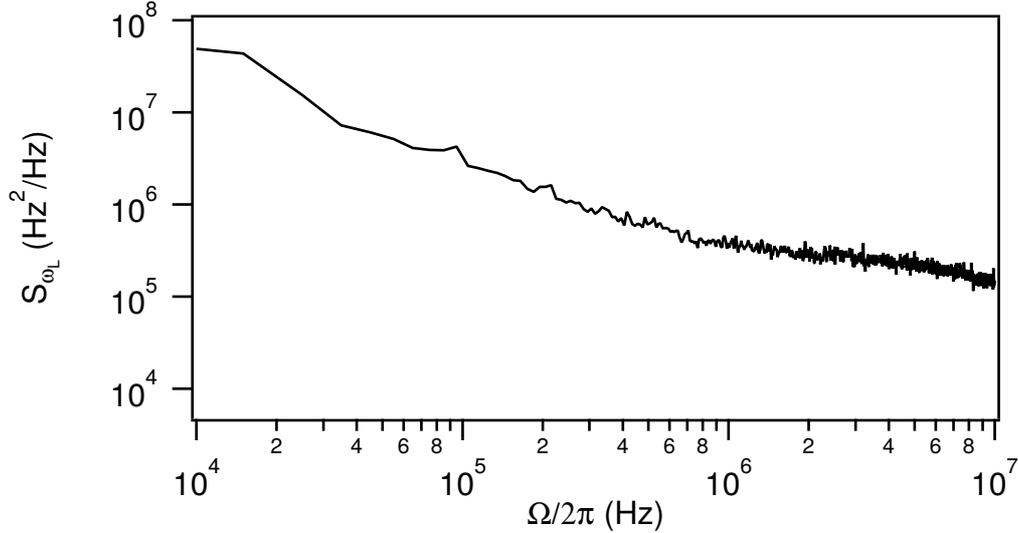


Figure III.1.8 – Mesure de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence de la diode DFB en utilisant une cavité Fabry-Pérot comme discriminateur de fréquence.

$$S_E(\Omega) = 2E_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\tau e^{i(\omega_L - \Omega)\tau} e^{-\frac{\pi}{2}h_0\tau}, \quad (\text{III.1.38})$$

qui n'est rien d'autre que la transformée de Fourier d'une exponentielle décroissante de constante de temps $(\frac{\pi}{2}h_0)^{-1}$. Le résultat est donc un spectre optique de forme lorentzienne et de largeur à mi-hauteur $\frac{\pi}{4}h_0$:

$$S_E(\Omega) \propto \frac{h_0}{(\Omega - \omega_L)^2 + 4\left(\frac{\pi h_0}{4}\right)^2}. \quad (\text{III.1.39})$$

Dans le second cas, où $\Omega_c \rightarrow 0$, nous avons après intégration de (III.1.37) :

$$S_E(\Omega) \propto \sqrt{\frac{2\pi}{h_0\Omega_c}} \exp\left(-\frac{(\Omega - \omega_L)^2}{2h_0\Omega_c}\right). \quad (\text{III.1.40})$$

La forme du spectre optique est donc gaussienne dont la largeur à mi-hauteur s'écrit $\Delta\omega_L = \sqrt{8 \ln(2)h_0\Omega_c}$, dépendante de la fréquence de coupure. Pour les cas plus exotiques, il sera nécessaire d'avoir recours à une intégration numérique laborieuse. Cependant, une méthode alternative a été développée pour pouvoir estimer la largeur du spectre optique à partir de la DSPBF en utilisant une approche géométrique simple, appelé « ligne- β ». Depuis sa première étude théorique [Di Domenico 2010], cette technique a été appliquée à plusieurs expériences [Llopis 2011, Bucalovic 2012, Dinesan 2015, Ricciardi 2015] avant d'être raffinée [Zhou 2015a, Zhou 2015b].

Cette ligne- β est définie par [Di Domenico 2010] :

$$S_\beta(\Omega) = \frac{8 \ln(2)}{\pi^2} \frac{\Omega}{2\pi}. \quad (\text{III.1.41})$$

Cette ligne, tracée en pointillés noirs sur la figure III.1.9, sépare le spectre de bruit en deux régions distinctes. Tout d'abord, pour $S_\beta(\Omega) < S_{\omega_L}(\Omega)$, le bruit de fréquence contribue à la partie gaussienne centrale du spectre optique et donc à la largeur du laser. Enfin, pour $S_\beta(\Omega) > S_{\omega_L}(\Omega)$, le bruit de fréquence contribue cette fois aux ailes lorentziennes du spectre et ne joue donc aucun rôle dans sa largeur. Cette méthode estime la largeur du laser correspondant à la largeur à mi-hauteur de la partie gaussienne du spectre par :

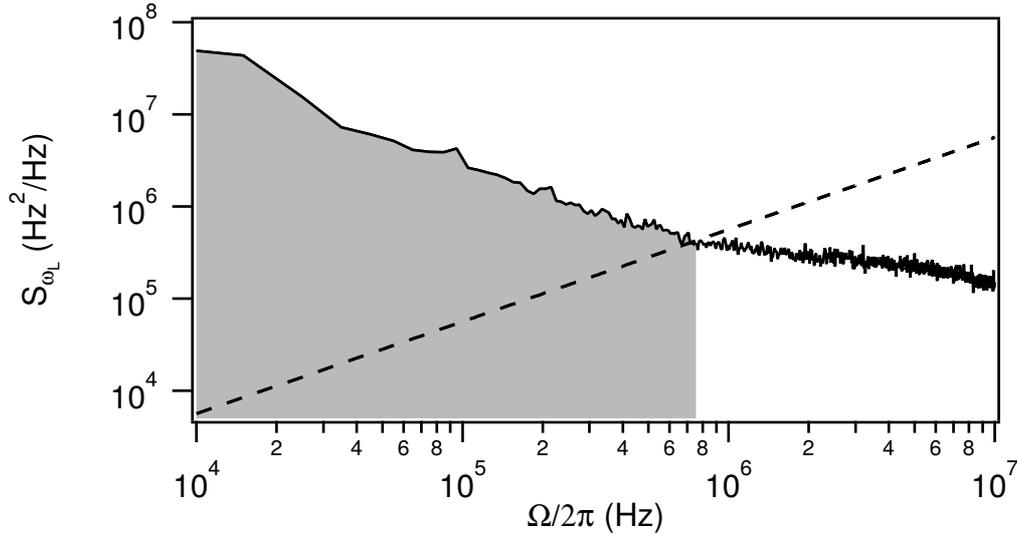


Figure III.1.9 – Bruit de fréquence de la DFB en utilisant une cavité Fabry-Pérot. La ligne pointillée correspond à la ligne- β permettant de séparer le spectre de bruit en deux régions distinctes pour estimer la largeur du laser. La partie grisée correspond à la partie contribuant au spectre optique.

$$\Delta\omega_L = 2\pi\sqrt{8\ln(2)A}, \quad (\text{III.1.42})$$

où A est défini comme l'aire sous S_{ω_L} dans l'intervalle de fréquence où $S_{\omega_L}(\Omega) > S_{\beta}(\Omega)$. En d'autres termes :

$$A = \frac{1}{2\pi} \int_{2\pi/T_{\text{obs}}}^{\infty} d\Omega \text{H}[S_{\omega_L}(\Omega) - S_{\beta}(\Omega)] S_{\omega_L}(\Omega), \quad (\text{III.1.43})$$

où T_{obs} est le temps d'observation (la fenêtre temporelle de l'oscilloscope) et H est la fonction d'Heaviside. L'estimation graphique de $\Delta\omega_L$ est montrée sur la figure III.1.9, où la partie grisée correspond à A .

En appliquant cette technique, nous obtenons une largeur de $\Delta\omega_L = (3.4 \pm 0.4)$ MHz pour la diode DFB. L'erreur statistique de 10% prend en compte l'erreur typique maximale introduite par la méthode de la ligne- β [Zhou 2015b]. Cependant, remarquons le très bon accord entre les largeurs mesurées avec un battement et avec la ligne- β , tableau III.1.

L'utilisation d'un discriminateur de fréquence comme une cavité Fabry-Pérot nous a permis de connaître le bruit de fréquence intrinsèque à la diode DFB. Cependant, les atomes présentent aussi une résonance que l'on peut utiliser comme discriminateur. Nous étudierons dans la prochaine section l'ajout de bruit introduit par les atomes après interaction avec un laser. Nous verrons notamment que l'étude du bruit en transmission nous permet de réaliser des mesures spectroscopiques sur les atomes.

III.2. Spectroscopie de bruit avec des atomes froids

La mesure de la densité spectrale de puissance du bruit de fréquence implique d'avoir un discriminateur de fréquence. Nous avons vu qu'une cavité Fabry-Pérot peut faire l'affaire. Cependant, le bruit de fréquence ainsi obtenu est la convolution entre celui du laser et celui de la cavité, dû aux vibrations thermiques des miroirs par exemple. Ce dernier peut ne plus être négligeable

si l'on veut caractériser le bruit de fréquence d'un laser fin. Dans ce cas, plusieurs alternatives sont possibles. La première est d'utiliser une cavité ultra-stable [Young 1999]. La seconde est de prendre une transition atomique comme discriminateur de fréquence, étudiée pour la première fois dans [Yabuzaki 1991]. Plusieurs études théoriques ont suivi [Walser 1994, Jyotsna 1995, Vasavada 1995], ainsi qu'expérimentales, pour mesurer les propriétés des lasers [Myers 2002, Bartalini 2010], extraire des caractéristiques atomiques [McLean 1993, Rosenbluh 1998] ou bien étudier l'interaction lumière-matière [McIntyre 1993, Camparo 1999, Bahoura 2001]. Ce phénomène a donc été beaucoup étudié. Néanmoins, toutes les expériences ont été faites sur des atomes à température ambiante ou sur des vapeurs chaudes. Ici, l'effet Doppler vient jouer un rôle considérable et doit être pris en compte. Dans le cas des atomes froids, il peut généralement être omis. La largeur de la transition atomique est donc réduite par rapport au cas des atomes chauds, ce qui va augmenter l'efficacité de la conversion de bruit fréquence en bruit d'intensité.

Dans cette section, nous étudions précisément cette conversion avec une transition atomique comme discriminateur de fréquence. Nous verrons notamment que le bruit d'intensité mesuré après transmission permet de retrouver le bruit de fréquence intrinsèque de la diode DFB, mais que des différences apparaissent à hautes fréquences, pour des fréquences du laser et des épaisseurs optiques variables. Un modèle simple de laser permettra de rendre compte de ces observations. Cette étude a conduit à une publication, [Vartabi Kashanian 2016a].

III.2.1. Conversion par la résonance atomique

Grâce à la résonance atomique, nous pouvons utiliser les atomes comme discriminateur de fréquence. Dans ce cas, l'expression de la transmission à travers le filtre que constitue le nuage va donc être différente de celle pour la cavité Fabry-Pérot. Par application de la loi de Beer-Lambert à un laser collimaté transmis par le MOT, nous retrouvons l'expression (II.2.5) vue précédemment :

$$T_{\text{at}}(\delta) = \exp\left(-\frac{b_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}\right). \quad (\text{II.2.5})$$

avec $\delta = \omega_L - \omega_0$ le désaccord du laser par rapport à la transition atomique $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ et $\Gamma = 2\pi \times 6.066$ MHz la largeur de cette transition. Cette expression de la transmission va maintenant servir de nouveau facteur de conversion entre fluctuations de fréquence et fluctuations d'intensité, comme à la section III.1.3.4.

En appliquant la relation (III.1.32), nous obtenons directement la relation de proportionnalité entre la DSPBF et le bruit d'intensité en transmission à travers les atomes :

$$S_T(\Omega) = \left(\frac{dT_{\text{at}}(\delta)}{d\delta}\right)^2 \times S_{\omega_L}(\Omega) = D^2 \times S_{\omega_L}(\Omega), \quad (\text{III.2.1})$$

où nous avons noté D la dérivée de $T_{\text{at}}(\delta)$ du discriminateur de fréquence défini par :

$$D = \frac{dT_{\text{at}}(\delta)}{d\delta} = \frac{16\pi b_0 \delta}{\Gamma^2(1 + 4\delta^2/\Gamma^2)^2} \exp\left(-\frac{b_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}\right). \quad (\text{III.2.2})$$

Rappelons que l'équation (III.2.1) n'est valide que dans le cas où l'approximation de filtrage linéaire s'applique : le laser doit être plus fin que la largeur caractéristique du discriminateur de fréquence. Ici, nous devons donc avoir $\Delta\omega_L < \Gamma$, ce qui est effectivement le cas. Notons

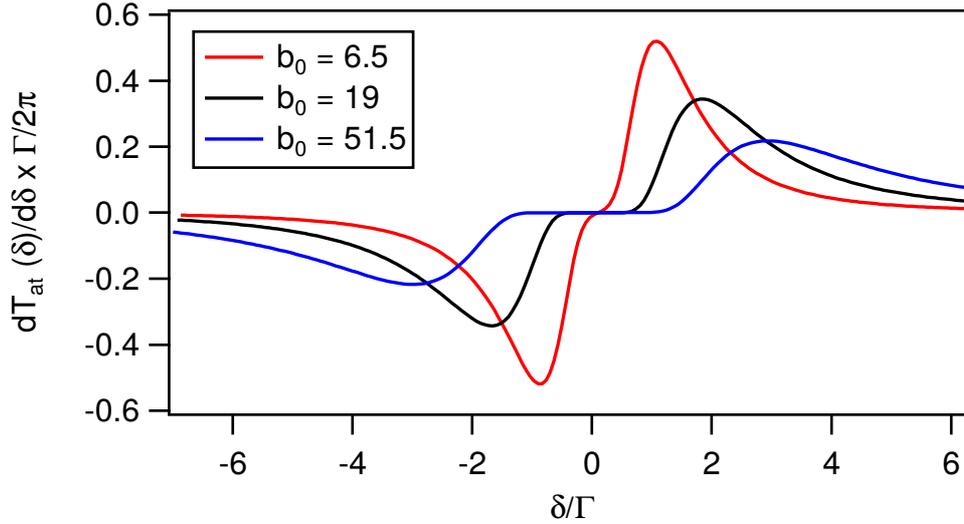


Figure III.2.1 – Discriminateur de fréquence, donné par la dérivée de la transmission d'un laser à travers une vapeur atomique froide, donnée par l'équation (II.2.5), en fonction du désaccord du laser par rapport à la résonance atomique, pour trois épaisseurs optiques à résonance différentes.

maintenant que D , et donc le processus de conversion, dépend toujours de la fréquence du laser, *via* le désaccord δ , mais aussi de l'épaisseur optique à résonance b_0 décrivant le nuage.

La figure III.2.1 présente trois discriminateurs de fréquence obtenus directement avec la relation (III.2.2) pour trois b_0 différents. L'emplacement des maxima de D se trouve typiquement au milieu de la courbe de transmission. Nous remarquons qu'ils dépendent de l'épaisseur optique : plus b_0 est petit, meilleure sera la conversion de fluctuations. Par ailleurs, la plage de fréquence où D reste globalement constant augmente avec b_0 . Dans ce cas, le système peut être perçu comme une cavité Fabry-Pérot de largeur ajustable. Cet aspect peut être important si on veut mesurer le bruit de fréquence dont la largeur est du même ordre de grandeur que celle de la cavité ou de la transition atomique.

Nous avons mesuré la conversion de bruit de fréquence du laser en bruit d'intensité par la résonance atomique en fonction de l'épaisseur optique à résonance selon le schéma résumé sur la figure III.2.2(a), analogue à la mesure avec la cavité Fabry-Pérot. Le laser utilisé, toujours la même diode DFB est envoyé à travers le MOT, de rayon rms $R \simeq 1$ cm. Son waist est de $260 \mu\text{m}$. La polarisation de la sonde est maintenue linéaire. Son intensité est ajustée de sorte à garder le paramètre de saturation inférieur à 0.1, sa fréquence étant modifiée avec un modulateur acousto-optique en configuration double-passage. Rappelons qu'un paramètre de saturation au désaccord δ , défini par $s(\delta) = \mathcal{C}_{34} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$ où $I_{\text{sat}} = 1.6 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$, inférieur à un assure d'être en régime linéaire. Pour garantir le passage de la sonde à travers le centre du nuage, nous avons travaillé à temps de vol fixé à $t_{\text{TOF}} = 4$ ms quel que soit le temps de chargement du MOT. Après propagation dans les atomes, le laser est mesuré sur le même photodétecteur que celui utilisé pour la cavité Fabry-Pérot. Précisons toutefois que ce détecteur possède deux sorties : la première mesure le niveau DC de la lumière incidente dont nous déduisons la transmission de la sonde, le bruit d'intensité est mesuré avec la seconde sortie, le port AC, puis amplifié par un amplificateur bas-bruit. La réponse fréquentielle de la photodiode a été mesurée en l'éclairant avec une lampe torche afin de mesurer la bande-passante du système de détection. La bande passante de la sortie AC est comprise entre 10 kHz et 10 MHz. La DSP du signal détecté est finalement calculée par un oscilloscope et la DSP du bruit d'intensité mesurée est normalisée par la courbe de gain de la photodiode.

La séquence temporelle de la mesure est représentée sur la figure III.2.2(b). Les atomes sont

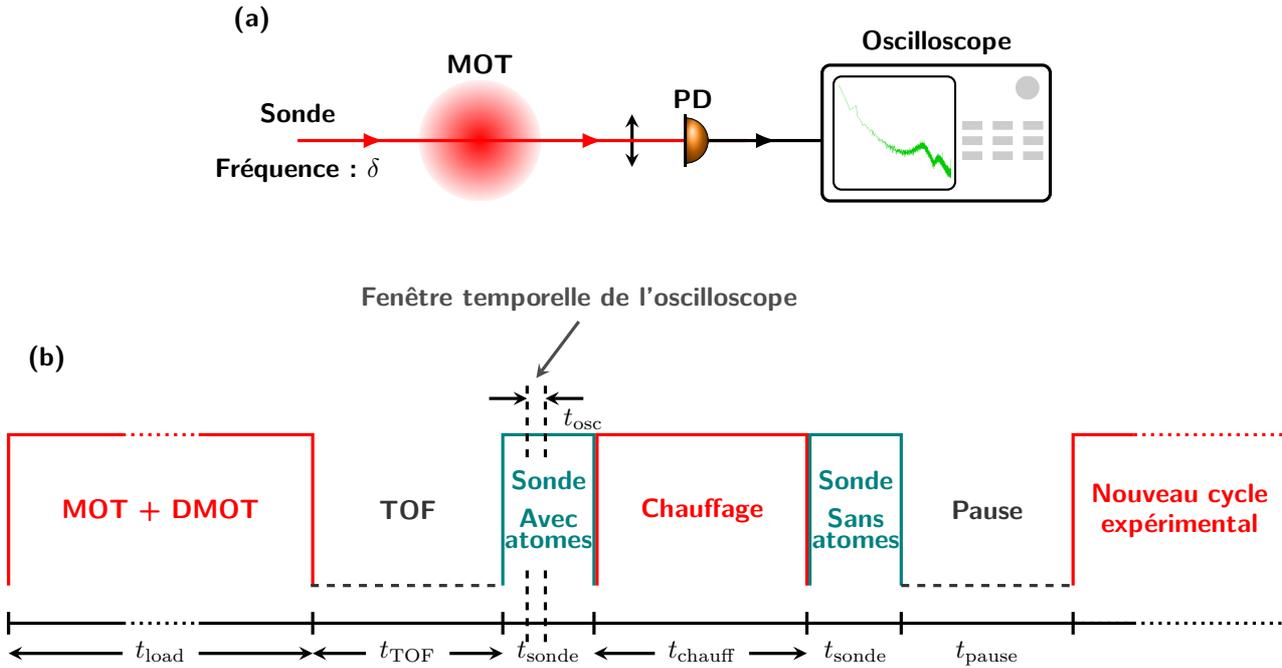


Figure III.2.2 – (a) Représentation schématique de la mesure de la conversion de bruit de fréquence en bruit d’intensité par une vapeur atomique. (b) Séquence temporelle de l’expérience de spectroscopie de bruit avec des atomes froids.

chargés dans le piège puis ensuite compressés pendant une durée t_{load} . L’étape de compression étant fixée, seul le temps de chargement varie pour piéger plus ou moins d’atomes et donc faire varier l’épaisseur optique. S’ensuit une étape de temps de vol durant 4 ms pour s’assurer que tous les champs magnétiques sont coupés. La sonde est appliquée pendant 1.2 ms. Nous mesurons les fluctuations de l’intensité en transmission 200 μ s après l’allumage du laser, la fenêtre d’observation de l’oscilloscope étant fixée à $t_{osc} = 100 \mu$ s. La bande-passante et la résolution du spectre mesuré sont donc constantes d’un cycle à l’autre. Ensuite, nous illuminons les atomes avec les faisceaux MOT accordés à résonance pour chauffer brutalement les atomes et détruire complètement le nuage. Enfin, nous ré-appliquons la sonde pendant 1.2 ms en absence d’atomes pour mesurer la puissance du laser sans atomes à chaque cycle. Pour augmenter le rapport signal sur bruit, nous intégrons les données sur une centaine de cycle.

Dans les sections suivantes, nous présentons nos mesures de conversion du bruit de fréquence du laser par les atomes pour différentes épaisseurs optiques. Nous étudierons dans un premier temps le comportement à basse fréquence et verrons notamment que les atomes peuvent être assimilés à une cavité Fabry-Pérot. Puis nous mettrons en évidence la nature atomique du discriminateur en analysant les spectres à haute fréquence.

III.2.2. Bruit à basse fréquence : le laser retrouvé

Nous avons étudié la conversion de bruit de fréquence en bruit d’intensité par une vapeur atomique pour trois épaisseurs optiques différentes : $b_0 = 6.5, 19$ et 51.5 . Pour chaque épaisseur optique, la fréquence de la sonde est ajustée avec un AOM en configuration double passage pour avoir une conversion optimale. Pour être sûr de ne pas être affecté par la transition hyperfine $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ situé à -20Γ de $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$, nous nous sommes restreints à des désaccords positifs. Dans un premier temps, nous avons vérifié que nous ne sommes pas limités par le bruit de fond du système de détection ni par le bruit d’intensité intrinsèque du laser

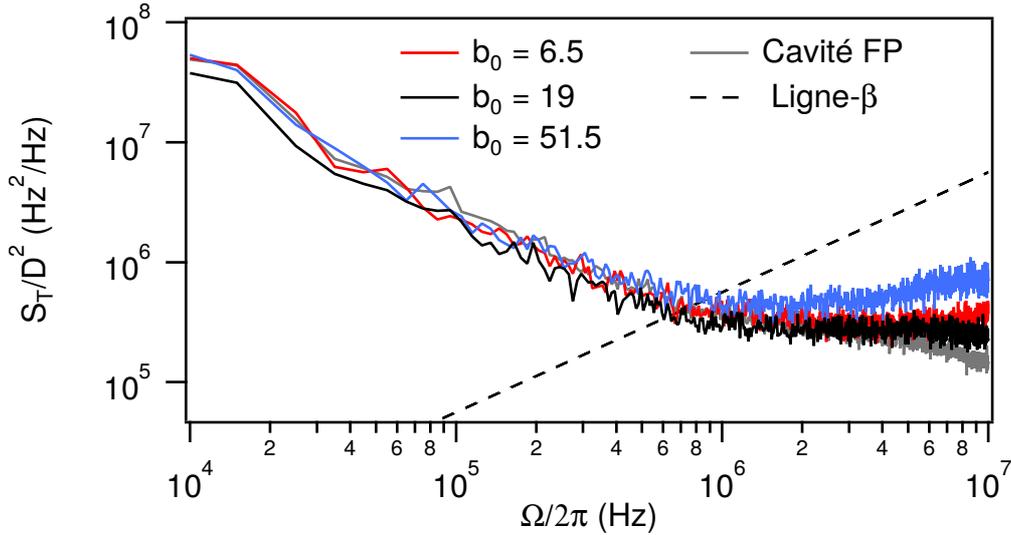


Figure III.2.3 – Bruit d’intensité du laser transmis à travers les atomes S_T divisé par le carré de la pente du discriminateur de fréquence D^2 , pour trois épaisseurs optiques à résonance différentes : $b_0 = 6.5$, 19 et 51.5. La DSPBF mesurée avec la cavité Fabry-Pérot comme discriminateur de fréquence est tracée en gris. La ligne pointillée est la ligne- β utilisée pour estimer la largeur du laser.

Technique expérimentale	Largeur mesurée
Nuage d’atomes froids	
$b_0 = 6.5$	3.7 ± 0.5 MHz
$b_0 = 19$	3.3 ± 0.5 MHz
$b_0 = 51.5$	3.7 ± 0.5 MHz
Battement	3.0 ± 0.2 MHz
Cavité Fabry-Pérot	3.4 ± 0.4 MHz

Table III.2 – Résumé des largeurs mesurées pour la diode DFB avec toutes les techniques expérimentales présentées dans ce chapitre.

obtenu sans atomes. Comme précédemment, la DSP S_T mesurée est convertie en DSPBF *via* l’équation (III.2.1).

Les spectres mesurés en présence d’atomes sont tracés sur la figure III.2.3 pour les trois épaisseurs optiques. Nous avons rajoutés en gris la DSPBF mesurée avec la cavité Fabry-Pérot. Nous observons, dans un premier temps, que toutes les courbes sont superposées pour des faibles fréquences de Fourier, typiquement $\Omega < 1$ MHz. Dans ce cas, l’équation (III.2.1) est valable et toutes les courbes représentées sur la figure III.2.3 correspondent à S_{ω_L} . Cela se confirme en comparant avec le spectre mesuré avec la cavité Fabry-Pérot en tant que discriminateur de fréquence. Il est donc possible d’utiliser la méthode de la ligne- β pour estimer la largeur du laser avec les atomes en tant que filtre. Les valeurs obtenues sont résumées dans le tableau III.2. Les incertitudes obtenues dans le cas du MOT prennent en compte les incertitudes statistiques (déviations standard des mesures de la largeur dans les mêmes conditions) ainsi que l’estimation de l’erreur maximale due à la ligne- β [Zhou 2015b].

Le tableau III.2 montre que toutes les mesures de largeurs effectuées sont compatibles entre elles. Toutes les techniques mises en place sont donc compatibles. Nous validons donc *a posteriori* notre hypothèse de filtrage linéaire.

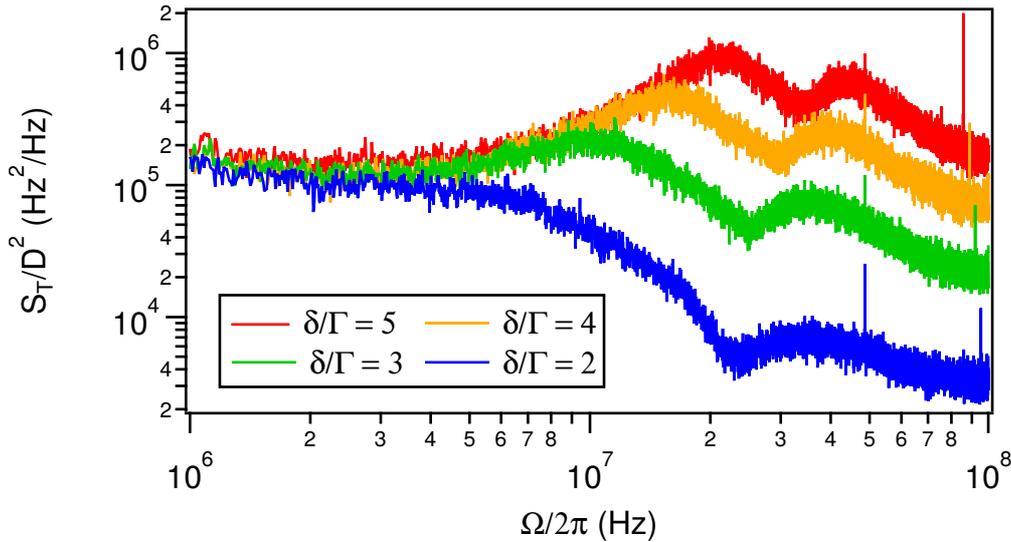


Figure III.2.4 – Zoom sur les hautes fréquences de Fourier du bruit d'intensité du laser transmis S_T divisé par le carré de la pente du discriminateur de fréquence D^2 dans le cas des atomes, avec une épaisseur optique de $b_0 = 19$ pour quatre désaccords différents $\delta/\Gamma = 5, 4, 3$ et 2 , de haut en bas.

III.2.3. Bruit à haute fréquence : les propriétés du nuage atomique

III.2.3.1. Résultats expérimentaux

Nous nous sommes concentrés jusque là sur les fréquences de Fourier inférieures à 1 MHz. Néanmoins, nous remarquons sur la figure III.2.3 que de nettes différences apparaissent pour des fréquences plus grandes. On observe notamment l'apparition de bosses, que nous allons étudier maintenant. Cependant, la position de ces bosses coïncident avec la bande-passante du photodétecteur utilisé. Pour éviter que les informations intéressantes ne soient filtrées, nous avons changé de détecteur pour bénéficier d'une plus grande bande-passante et d'un niveau de bruit plus faible (Laser Components, modèle A-CUBE-S500-240, BP : 0.1 – 240 MHz).

La figure III.2.4 présente un zoom sur les hautes fréquences de Fourier de DSPBF obtenues avec cette nouvelle photodiode, à $b_0 = 19$ constant, pour quatre désaccords différents. Nous voyons clairement apparaître des bosses dont la position dépend de la fréquence du laser. Leur position dépend aussi de l'épaisseur optique comme le montre la figure III.2.5, où les emplacements de la première et de la seconde bosses sont tracées en fonction de la fréquence de la sonde pour les trois épaisseurs optiques considérées.

III.2.3.2. Modélisation du laser

Pour mieux comprendre ce qu'il se passe aux hautes fréquences, nous modélisons le spectre du laser de la manière suivante : une porteuse à la fréquence ω_L et deux bandes latérales situées à $\omega_L \pm \Omega$, comme présenté dans [Bahoura 2001], dues à une modulation de phase ou d'amplitude. Considérons, tout d'abord, le premier cas. Le champ électrique du laser s'écrit donc :

$$E(t) = E_0 e^{i(\omega_L t + B_\phi \sin(\Omega t))}, \quad (\text{III.2.3})$$

où B_ϕ est la profondeur de la modulation de phase. L'amplitude du bruit de fréquence à la fréquence Ω est donc $B_\phi \Omega$. En développant le champ électrique du laser sur la base des fonctions de Bessel et en supposant une faible profondeur de modulation $B_\phi \ll 1$, nous avons :

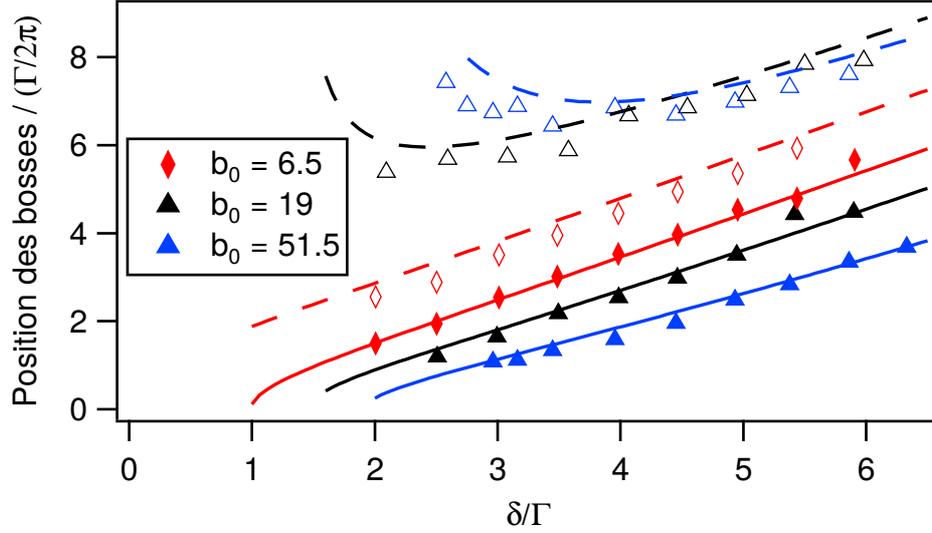


Figure III.2.5 – Mesure de la position des bosses apparaissant dans la DSPBF obtenue avec les atomes en fonction de la fréquence du laser pour les trois épaisseurs optiques étudiées. Les symboles représentent les données expérimentales (symboles pleins : premières bosses, symboles vides : secondes bosses). Les lignes correspondent à leur position calculée avec un modèle de modulation de fréquence du laser (ligne pleine : premières bosses, ligne pointillée : secondes bosses).

$$E(t) \simeq E_0 \left(e^{i\omega_L t} + \frac{B_\phi}{2} e^{i(\omega_L + \Omega)t} - \frac{B_\phi}{2} e^{i(\omega_L - \Omega)t} \right). \quad (\text{III.2.4})$$

Notons que les bandes latérales oscillent en opposition de phase. D'après le comportement de la DSPBF du bruit intrinsèque de fréquence de la diode DFB à haute fréquence, figure III.1.8, nous supposons un bruit blanc de fréquence et donc $B_\phi(\Omega)$ est constant. L'intensité totale est donnée par $I(t) = |E(t)|^2 = |E_0|^2$.

Nous modélisons les atomes par leur indice de réfraction et appliquons, par conséquent, une approche de champ moyen. La transmission du laser à travers s'écrit alors :

$$E_{\text{trans}}(t) = E(t)e^{i\kappa}, \quad (\text{III.2.5})$$

avec $\kappa = \phi + i\frac{\alpha}{2}$ une phase contenant un terme de déphasage ϕ et d'absorption $\frac{\alpha}{2}$. D'après la loi de Beer-Lambert (II.2.9), nous avons :

$$\begin{aligned} \kappa(x, y) &= -\frac{\sigma_0}{2} \frac{\Gamma}{2\delta + i\Gamma} \int dz n(x, y, z) \\ &= \frac{\sigma_0}{2} \frac{-\frac{2\delta}{\Gamma} + i}{1 + 4\left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2} \int dz n(x, y, z), \end{aligned} \quad (\text{III.2.6})$$

où l'axe z est défini selon la direction de propagation du laser. On identifie alors terme à terme :

$$\alpha(x, y) = \frac{\sigma_0}{1 + 4\left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2} \int dz n(x, y, z) \quad (\text{III.2.7})$$

$$\phi(x, y) = -\frac{\sigma_0 \delta}{\Gamma} \frac{1}{1 + 4\left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2} \int dz n(x, y, z). \quad (\text{III.2.8})$$

En se plaçant au centre du nuage, pour $x = y = 0$ et en utilisant la définition de l'épaisseur optique (II.2.4), nous obtenons :

$$\alpha(\delta) = b(\delta) = \frac{b_0}{1 + 4 \left(\frac{\delta}{\Gamma}\right)^2} \quad (\text{III.2.9})$$

$$\phi(\delta) = -b(\delta) \frac{\delta}{\Gamma}, \quad (\text{III.2.10})$$

où $b_0 = \sigma_0 \int dz n(x, y, z)$. Le champ transmis s'écrit donc, au final :

$$E_{\text{trans}}(t) = E(t) e^{i\phi(\delta)} e^{-\alpha/2}. \quad (\text{III.2.11})$$

La figure III.2.6 montre des exemples de déphasages et de transmission en fonction de la fréquence du laser pour différentes épaisseurs optiques. Notons que le déphasage introduit par les atomes peut être supérieur à π , au contraire de la cavité Fabry-Pérot où il est compris entre $-\pi$ et π . Pour un nuage d'atomes, il n'y a donc pas de limite supérieure au déphasage. Il est donc évident que les bandes latérales du laser envoyé à travers les atomes vont subir des déphasages différents. Le champ électrique transmis à travers le nuage est donc, en séparant les contributions de la porteuse et des bandes latérales :

$$E_{\text{trans},0}(t) = E_0 e^{i\omega_L t} e^{-\alpha_0/2} e^{i\phi_0} \quad (\text{III.2.12})$$

$$E_{\text{trans},1}(t) = E_0 \frac{B_\phi}{2} e^{i\omega_+ t} e^{-\alpha_1/2} e^{i\phi_1} \quad (\text{III.2.13})$$

$$E_{\text{trans},-1}(t) = -E_0 \frac{B_\phi}{2} e^{i\omega_- t} e^{-\alpha_{-1}/2} e^{i\phi_{-1}}, \quad (\text{III.2.14})$$

où les indices 0, +1 et -1 correspondent, respectivement, à la porteuse, la bande latérale de fréquence positive ($\omega_+ = \omega_L + \Omega$) et négative ($\omega_- = \omega_L - \Omega$). L'intensité transmise est :

$$I_{\text{trans}}(t) = |E_{\text{trans},0}(t) + E_{\text{trans},1}(t) + E_{\text{trans},-1}(t)|^2, \quad (\text{III.2.15})$$

qui devient, en se limitant aux termes à l'ordre 1 en B_ϕ :

$$I_{\text{trans}}(t) = |E_0|^2 e^{-\alpha_0} \left(1 + B_\phi e^{\frac{\alpha_0}{2}} \left[e^{-\frac{\alpha_1}{2}} \cos(\phi_0 - \phi_1 - \Omega t) - e^{-\frac{\alpha_{-1}}{2}} \cos(\phi_0 - \phi_{-1} + \Omega t) \right] \right). \quad (\text{III.2.16})$$

Le terme en $|E_0|^2 e^{-\alpha_0}$ dans l'équation (III.2.16) décrit la transmission de la porteuse, alors que les deux autres correspondent au battement entre cette dernière et les deux bandes latérales pouvant être réécrit sous forme d'un cosinus :

$$I_{\text{trans}}(t) = |E_0|^2 e^{-\alpha_0} \left(1 + B_\phi e^{\frac{\alpha_0}{2}} A_\phi \cos(\Omega t + \Psi) \right), \quad (\text{III.2.17})$$

avec Ψ une phase et :

$$A_\phi = \sqrt{e^{-\alpha_1} + e^{-\alpha_{-1}} - 2e^{-\frac{\alpha_1 + \alpha_{-1}}{2}} \cos(2\phi_0 - \phi_1 - \phi_{-1})}. \quad (\text{III.2.18})$$

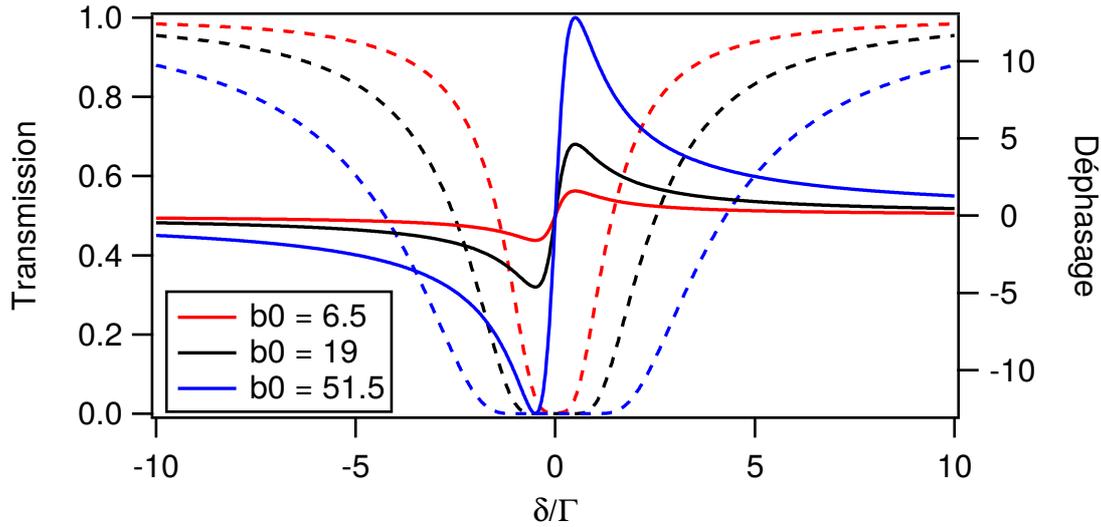


Figure III.2.6 – Transmission normalisée $\exp(-\alpha(\delta))$, en pointillé, et déphasage $\phi(\delta)$ (en radians), lignes pleines, introduits par les atomes pour trois épaisseurs optiques différentes.

Le passage à travers les atomes converti bien une modulation de phase initiale en une modulation d'amplitude, comme attendu. Les fluctuations théoriques de l'intensité en transmission s'écrivent :

$$S_{T, \text{th}} = \left(\frac{\delta I_{\text{trans}}}{|E_0|^2} \right)^2 = \left(B_\phi e^{-\frac{\alpha_0}{2}} A_\phi \right)^2, \quad (\text{III.2.19})$$

dont nous déduisons l'expression théorique de la conversion de bruit de fréquence en bruit d'intensité :

$$S_{T, \text{th}}(\Omega) = e^{-\alpha_0} \frac{A_\phi^2}{\Omega^2} S_{\omega_L}(\Omega). \quad (\text{III.2.20})$$

Il est possible de montrer que nous retrouvons les équations (III.1.32) et (III.2.2) pour $\Omega \ll \Gamma$ et $\Omega \ll \delta$. Notons que la présence de ces bandes latérales peut être reliée aux ailes lorentziennes présentes dans le spectre optique du laser III.1.4.

La même approche peut être utilisé si nous prenons en compte une modulation d'amplitude à la place d'une modulation de phase. Le champ électrique du laser devient :

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 [1 + B_E \sin(\Omega t)] e^{i\omega_L t} \\ &= E_0 \left(e^{i\omega_L t} - i \frac{B_E}{2} e^{i\omega_+ t} + i \frac{B_E}{2} e^{i\omega_- t} \right), \end{aligned} \quad (\text{III.2.21})$$

où B_E est la profondeur de la modulation d'amplitude. Notons, de nouveau, que les bandes latérales sont en opposition de phase mais leur phase absolue est différente de celle pour la modulation de phase. La transmission du laser à travers les atomes se calcule de la même manière :

$$I_{\text{trans}}(t) = |E_0|^2 e^{-\alpha_0} \left(1 + B_E e^{\frac{\alpha_0}{2}} A_E \cos(\Omega t + \Psi) \right), \quad (\text{III.2.22})$$

où :

$$A_E = \sqrt{e^{-\alpha_1} + e^{-\alpha_{-1}} + 2e^{-\frac{\alpha_1 + \alpha_{-1}}{2}} \cos(2\phi_0 - \phi_1 - \phi_{-1})}, \quad (\text{III.2.23})$$

dont nous déduisons la densité spectrale de puissance de la transmission du laser :

$$S_{T, \text{th}}(\Omega) = \left(\frac{\delta I_{\text{trans}}}{|E_0|^2} \right)^2 = e^{-\alpha_0} A_E^2 S_E(\Omega), \quad (\text{III.2.24})$$

où $S_E(\Omega)$ correspond au bruit d'amplitude normalisé du laser à Ω .

Dans tous les cas, la forme de S_T dépend de la fréquence de Fourier Ω et de la fréquence du laser δ . Nous remarquons aussi que la seule différence entre les deux types de bruit est un changement de signe entre les équations (III.2.18) et (III.2.23). Ce changement est donc responsable de la dépendance de la forme de S_T en fonction du bruit du laser incident.

III.2.3.3. Comparaison entre expérience et théorie

Maintenant que le modèle pour décrire le laser est introduit, nous pouvons le comparer à nos mesures expérimentales. Pour cela, il est d'abord nécessaire d'estimer l'amplitude du bruit blanc d'amplitude ou de phase présent initialement dans le laser. Les mesures effectuées avec la cavité Fabry-Pérot montre que le bruit de fréquence du laser est un bruit blanc pour des fréquences supérieures à 1 MHz, voir figures III.1.8 et III.2.4. L'amplitude des fluctuations de fréquence est donc extraite de la DSPBF de la diode DFB à 1 MHz et fixée à $S_{\omega_L} \simeq 10^5 \text{ Hz}^2 \cdot \text{Hz}^{-1}$. Cette valeur est injectée dans (III.2.20) pour calculer la DSP théorique du bruit d'intensité en transmission $S_{T, \text{th}}$. On divise enfin par la pente au carré du discriminateur de fréquence D^2 , connaissant b_0 , pour comparer nos calculs aux mesures.

La figure III.2.7 montre les DSP correspondant aux deux types de bruit, comparées à une mesure expérimentale de bruit d'intensité en transmission converti pour $b_0 = 19$ et $\delta/\Gamma = 3$. Nous observons un très bon accord entre les mesures et les calculs relatifs à une modulation de phase, sans aucun paramètre libre. En particulier, le modèle du bruit blanc en fréquence prédit l'existence de deux bosses effectivement observées expérimentalement. Elles sont intrinsèquement reliées à ce type de bruit. Au contraire, dans le cas d'une modulation de phase, des creux apparaissent. L'analyse des spectres du bruit de fréquence à haute fréquence de Fourier, avec la présence de bosses ou de creux, nous renseigne donc sur la nature du bruit du laser incident.

Enfin, nous pouvons comparer les positions calculées des bosses (en supposant une modulation de phase) avec celles mesurées, correspondant à la fréquence des maxima locaux, en fonction du désaccord du laser et de l'épaisseur optique, figure III.2.5. Encore une fois, nous obtenons un très bon accord entre nos mesures et la prédiction du modèle, validant notre approche. Notons, que pour des désaccords suffisamment grands, la différence de fréquence entre les positions des deux bosses d'une même DSPBF reste constante. Cette différence correspond à l'intervalle de fréquence où la courbe de transmission est proche de zéro, figure III.2.6. Ces bosses peuvent donc être interprétées comme la signature du battement entre la porteuse et une bande latérale déphasée et atténuée se situant d'un côté et de l'autre de la courbe de transmission.

La position des bosses dans la DSPBF dépendent de la fréquence du laser et de l'épaisseur optique du nuage d'atomes. Leurs mesures nous permet donc d'extraire des informations concernant le discriminateur de fréquence. Il serait donc possible de déduire le désaccord du laser et l'épaisseur optique à cette fréquence à partir d'une seule mesure de spectre de bruit de fréquence au lieu de tracer entièrement la courbe de transmission en scannant la fréquence du laser autour de la transition atomique.

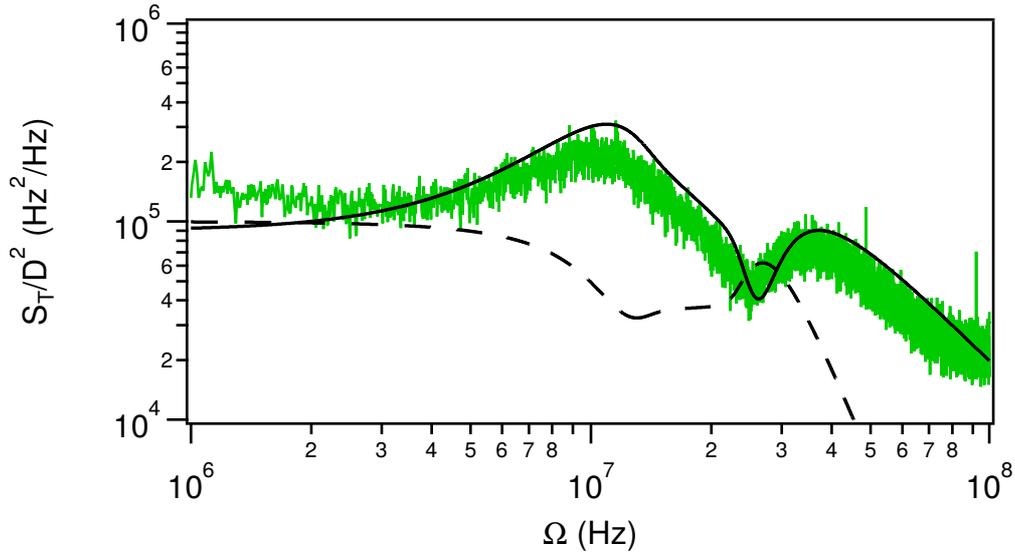


Figure III.2.7 – Comparaison entre la mesure de la DSPBF du laser transmis par les atomes (en vert) et celle calculée pour une modulation de fréquence du laser incident (ligne pleine), équations (III.2.18) et (III.2.20), et une modulation d’amplitude (ligne pointillée), obtenue avec les relations (III.2.23)–(III.2.24) pour $b_0 = 19$ et $\delta/\Gamma = 3$.

III.3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le bruit d’intensité d’un laser transmis à travers un nuage d’atomes. Dans cette configuration vers l’avant, nous avons mesuré la conversion du bruit de fréquence intrinsèque au laser en bruit d’intensité. Ce filtrage est rendu possible par la résonance atomique, jouant le rôle d’un discriminateur de fréquence dont la pente peut être ajustée en changeant l’épaisseur optique du nuage. Nous avons observé que, à basse fréquence, nous retrouvons le bruit de fréquence du laser mesuré grâce à une cavité Fabry-Pérot. Cependant, de nettes différences sont notables à haute fréquence de Fourier, nécessitant de dépasser l’hypothèse de filtrage linéaire formulée dans le cas de la cavité Fabry-Pérot. Nous avons donc montré qu’un modèle simple de laser présentant un bruit blanc de fréquence, décrit par une porteuse et deux bandes latérales, et de champ moyen assimilant le nuage d’atomes à son indice de réfraction rend compte de nos observations.

Les conséquences de la nature du bruit décrivant le laser sont diverses. Dans le cas d’une modulation d’amplitude, nous avons vu que des creux apparaissent dans le spectre du bruit d’intensité du laser transmis par les atomes. Pour une modulation de phase, des bosses sont cette fois présentes dans les spectres. Il est donc possible, juste en analysant la forme des spectres mesurés, de déduire le type de bruit le plus à même de décrire le laser utilisé. Nous pouvons aussi extraire des informations relatives au laser ou au discriminateur de fréquence juste par l’analyse des bosses, dans le cas du bruit blanc de fréquence, sans avoir à mesurer la courbe de transmission complète du laser à travers les atomes. Habituellement perçu comme un désavantage, l’utilisation d’un laser bruité en fréquence peut donc s’avérer être, finalement, un avantage pour réaliser des mesures spectroscopiques grâce aux fluctuations. Nous parlons dans ce cas de spectroscopie de bruit.

Enfin, dans la direction vers l’avant, cette conversion du bruit intrinsèque de fréquence en bruit d’intensité peut être une source de bruit et perturber les mesures. Une étude précise de ce phénomène est donc d’une importance considérable si l’on veut étudier d’autres effets, comme l’observation du mouvement des atomes ou alors des propriétés d’optique quantique

[Peyronel 2012, Lambrecht 1996, Ries 2003, Lezama 2015].

Dans cette géométrie vers l'avant particulière, le champ électrique détecté correspond à l'interférence entre le champ laser incident et celui diffusé. Cette configuration n'est pas sans rappeler celle rencontrée lors de l'étude des mesures de battement avec un oscillateur local (mesure homodyne dans ce cas), voir section II.1.2. On peut donc se ramener à une mesure de fonction de corrélation du champ électrique. Comme nous l'avons vu au chapitre I, les fonctions de corrélation du champ renferment des informations sur le mouvement des diffuseurs, les atomes dans notre cas. Nous tirerons profit de cette dépendance dans le prochain chapitre pour étudier le mouvement des atomes en analysant les fluctuations temporelles de la lumière diffusée.

CHAPITRE IV

Spectroscopie des ondes diffuses dans un nuage d'atomes froids en mouvement balistique

Sommaire

IV.1	Mesure des fluctuations temporelles d'intensité de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids.	130
IV.1.1	Spectre optique de la lumière diffusée par une vapeur atomique froide	131
IV.1.2	Régime de diffusion de la lumière dans un piège magnéto-optique	132
IV.1.3	Détection des photons diffusés	134
IV.1.3.1	Système de mesure des corrélations d'intensité de la lumière diffusée	134
IV.1.3.2	Procédure de normalisation	136
IV.1.3.3	Retour sur le bruit de fréquence du laser	139
IV.2	Résultats expérimentaux.	140
IV.2.1	Étude de la baisse de contraste	141
IV.2.2	Évolution du temps de cohérence : redistribution de fréquence et thermométrie	146
IV.2.3	Changement progressif de forme	150
IV.3	Analyse numérique et analytique des fluctuations temporelles lors du passage entre le régime de diffusion simple et de diffusion multiple.	151
IV.3.1	Modèles numériques	151
IV.3.1.1	Dipôles couplés	151
IV.3.1.2	Marche aléatoire d'un photon	153
IV.3.2	Confrontation à l'expérience	159
IV.3.3	Prévisions analytiques	160
IV.4	Conclusion	163

Dans ce chapitre, nous appliquons la technique de spectroscopie des ondes diffuses à un milieu composé d'atomes froids, constituant donc un milieu résonant parfaitement monodisperse. Tirant profit de la résonance des atomes froids, nous pouvons passer du régime de diffusion simple au régime de diffusion multiple en ne changeant que la fréquence du laser. Ceci constitue une différence majeure avec les autres expériences de DWS où la lumière est toujours considérée comme loin de toute résonance. Par ailleurs, l'expansion libre du nuage permet l'étude d'un mouvement purement balistique. Ce point est une autre originalité de notre expérience. En effet, ce régime balistique est très difficilement atteignable dans les systèmes habituellement étudiés avec la DWS. Les diffuseurs sont habituellement directement immergés dans un liquide [Maret 1987, Pine 1988, Weitz 1989, Kao 1993], impliquant un mouvement diffusif ou brownien. Nous voyons ici l'intérêt des atomes pour l'étude du mouvement balistique puisqu'ils ne sont inclus dans aucune matrice. Les corrélations d'intensité sont des outils déjà utilisés sur les atomes froids. Les signatures d'élargissement Doppler [Bali 1996], de rétrécissement du spectre dû au régime de Lamb-Dicke [Jurczak 1995], du piégeage des photons dans le MOT [Stites 2004] ou de la diffusion inélastique [Nakayama 2010] ont été obtenues. Toutefois, ces mesures ont été faites en étudiant la fluorescence des atomes chargés dans un MOT ou dans une mélasse optique, imposant dans les deux cas l'utilisation de plusieurs faisceaux puissants et de grande taille par rapport au nuage d'atomes. Cela rend l'étude de ces effets plus compliquée.

Nous analysons ici nos mesures de corrélations d'intensité $g^{(2)}$ sur un gaz d'atomes froids en mouvement balistique, avec une sonde de faible intensité et petite devant la taille du nuage. Le contrôle de ces deux paramètres nous assure que l'épaisseur optique est bien définie ainsi que de pouvoir éviter tout effet inélastique, ce qui est une nouveauté par rapport aux expériences similaires réalisées sur des gaz d'atomes froids. Au coût d'un long temps d'intégration, nous explorons la transition entre le régime de diffusion simple et le régime de diffusion multiple. Nous commencerons donc par étudier le montage expérimental et comment nous pouvons mesurer la fonction $g^{(2)}$. Nous détaillerons ensuite nos observations, en commençant par expliquer la baisse de contraste observée en désaccordant le laser puis en étudiant la perte de cohérence dans le régime de diffusion multiple. Enfin, nous analyserons le changement de forme observé en combinant des simulations numériques basées sur deux modèles différents ainsi qu'une description analytique du spectre de la lumière diffusée.

Cette étude se base sur une publication parue au cours de ma thèse [Eloy 2018].

IV.1. Mesure des fluctuations temporelles d'intensité de la lumière diffusée par un nuage d'atomes froids

Dans cette section, nous discutons du principe de la mesure des fluctuations temporelles de la lumière diffusée par une vapeur atomique froide. Nous commencerons par expliquer la forme du spectre optique de la lumière diffusée une fois et des prédictions que l'on peut faire dans le régime de diffusion multiple. Nous expliciterons ensuite les différents régimes de diffusion de la lumière et nous verrons notamment que la seule connaissance de l'épaisseur optique à la fréquence du laser sondant les atomes est suffisante pour les décrire. Nous aborderons aussi l'influence de l'intensité du laser sur l'existence de diffusion inélastique à l'intérieur du nuage. Nous développerons enfin le système de mesure des corrélations d'intensité sur notre expérience ainsi que l'étape de normalisation nécessaire à l'obtention de la fonction $g^{(2)}$.

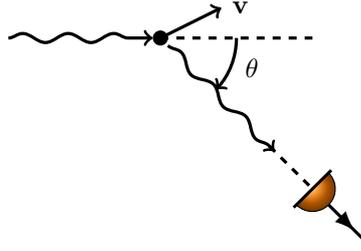


Figure IV.1.1 – Configuration angulaire pour le calcul du spectre optique de la lumière sortante du nuage d'atomes dans le régime de diffusion simple.

IV.1.1. Spectre optique de la lumière diffusée par une vapeur atomique froide

Nous cherchons à étudier les fluctuations d'intensité de la lumière diffusée par des atomes provenant d'un piège magnéto-optique, en vol balistique. Pour cela, un laser éclaire le nuage et les photons vont subir un ou plusieurs événements de diffusions en fonction du régime de diffusion de la lumière. La figure IV.1.1 illustre le cas d'une diffusion, que nous allons développer dans cette section. Bien que refroidis, les atomes relâchés sont quand même animés d'une vitesse reflétant la température du nuage. Lorsque le piège est coupé, les atomes se retrouvent en expansion libre et se propagent donc en ligne droite. Ce type de mouvement est mis à profit pour mesurer effectivement la température du nuage par des mesures de temps de vol, section II.2.2.3. Cette expansion balistique est une originalité de notre expérience par rapport à ce qui est communément observé avec les techniques de DWS [Maret 1987, Pine 1988, Pine 1990b]. Habituellement, les diffuseurs sont immergés dans un liquide et subissent des collisions avec les particules du fluide environnant. L'effet cumulatif de ces chocs implique que les particules diffusantes sont soumises à un mouvement diffusif. Du fait de la vitesse non nulle d'un atome diffusant un photon provenant du laser, l'effet Doppler va jouer un rôle important. En effet, la fréquence du photon diffusé va être modifiée par rapport à celle du photon incident. Ce décalage est fonction de la différence $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_{\text{out}} - \mathbf{k}_{\text{in}}$ des vecteurs d'onde des photons diffusé et incident ainsi que de la direction de la vitesse \mathbf{v} de l'atome. *In fine*, la modification de fréquence par effet Doppler s'écrit :

$$\delta\omega = \Delta \mathbf{k} \cdot \mathbf{v}. \quad (\text{IV.1.1})$$

L'effet Doppler introduit donc une dépendance angulaire dans ce décalage en fréquence. Notons que $\delta\omega = 0$ pour une diffusion dans la direction du photon incident, quelque soit la vitesse de l'atome. L'angle entre le photon incident et la direction d'observation, fixée par la direction de propagation du photon diffusé, est cruciale pour la connaissance du décalage fréquentiel. En outre, $\delta\omega$ reflète la distribution des vitesses du nuage. On peut néanmoins en calculer un ordre de grandeur en utilisant la vitesse quadratique moyenne, voir section IV.2.2. Nous trouvons typiquement que $\delta\omega = k\sqrt{\langle v^2 \rangle} \simeq \Gamma/50$, montrant que l'effet de la redistribution en fréquence est assez faible pour une seule diffusion.

Supposons maintenant que plusieurs photons soient diffusés, chacun une seule fois et dans la direction θ , selon le schéma proposé sur la figure IV.1.1. Dans ce cas, la mesure de tous les décalages $\delta\omega$ va être une image de la distribution maxwellienne des vitesses des atomes du nuage, caractérisée par la vitesse quadratique moyenne du gaz à la température T . On attend donc que le spectre $S(\omega_L, \theta)$ de la lumière diffusée une fois par les atomes soit gaussien. Plus précisément, nous avons :

$$S(\omega_L, \theta) \propto e^{-\frac{(\omega_L - \omega_0)^2}{2\Delta\omega(\theta)^2}}. \quad (\text{IV.1.2})$$

Conséquence de l'effet Doppler, la largeur du spectre $\Delta\omega$ dépend de l'angle d'observation θ . On montrera à la section IV.2.2 que :

$$\Delta\omega(\theta) = k\sqrt{2(1 - \cos\theta)\frac{k_B T}{m}}. \quad (\text{IV.1.3})$$

Par application du théorème de Wiener-Khintchin, nous en déduisons que l'auto-corrélation du champ électrique $g^{(1)}$ est aussi une gaussienne. Si on applique finalement la relation de Siegert, nous obtenons la fonction de corrélation de l'intensité diffusée, qui suit :

$$g^{(2)}(\tau, \theta) = 1 + e^{-\frac{\tau^2(1 - \cos\theta)}{2\tau_c^2}}, \quad (\text{IV.1.4})$$

où nous avons défini $\tau_c^{-1} = 2k\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$. Dans le régime de diffusion simple, nous avons donc une prédiction analytique de la fonction $g^{(2)}$. Notons que la largeur caractéristique de $g^{(2)}(\tau)$ est une mesure directe de la température du nuage.

Si le nombre d'événements de diffusion augmente, l'effet cumulatif de la redistribution en fréquence sur les décalages Doppler va induire, en moyenne, un élargissement du spectre. On peut donc attendre que son impact sur $g^{(2)}(\tau)$ va conduire à un rétrécissement. Cependant, il n'est plus possible d'obtenir une formule analytique pour la fonction de corrélation de l'intensité bien que des lois d'échelle profondément dans le régime de diffusion multiple, et dans des configurations expérimentales précises, peuvent être obtenues [Pine 1990a, van der Mark 1990]. Le recours aux simulations numériques est nécessaire pour comprendre l'effet de la diffusion multiple de la lumière dans le gaz d'atomes sur la réduction du temps de cohérence τ_c . On voit donc ici que l'étude des corrélations d'intensité de la lumière, donc des fluctuations temporelles de l'intensité diffuse, s'avère particulièrement utile pour caractériser les propriétés des diffuseurs, ici les atomes issus d'un piège magnéto-optique.

IV.1.2. Régime de diffusion de la lumière dans un piège magnéto-optique

Comme nous l'avons vu au chapitre I, considérons un milieu désordonné non absorbant de longueur L et de section efficace d'extinction σ_{ext} égale à la section efficace de diffusion. L'intensité dans le mode cohérent (donc transmise dans la direction longitudinale z) suit la loi de Beer-Lambert :

$$I_{\text{coll}}(L) = I_0 \exp(-\rho_0 \sigma_{\text{ext}} L) = I_0 \exp\left(-\frac{L}{\ell_{\text{sc}}}\right), \quad (\text{IV.1.5})$$

où ρ_0 est la densité de diffuseurs et ℓ_{sc} le libre parcours moyen de diffusion de la lumière dans le milieu, caractérisant la distance moyenne parcourue par un photon dans le milieu entre deux événements de diffusion. Notons que $\ell_{\text{sc}} = (\rho_0 \sigma_{\text{sc}})^{-1}$, avec σ_{sc} la section efficace de diffusion. En comparant ℓ_{sc} et L , nous pouvons définir trois régimes de transport de la lumière dans un milieu désordonné :

- $L \ll \ell_{\text{sc}}$: régime balistique où la lumière traverse le milieu sans être diffusée,
- $L \sim \ell_{\text{sc}}$: régime de diffusion simple où la lumière est diffusée en moyenne une fois,
- $L \gg \ell_{\text{sc}}$: régime de diffusion multiple où la lumière est diffusée un grand nombre de fois.

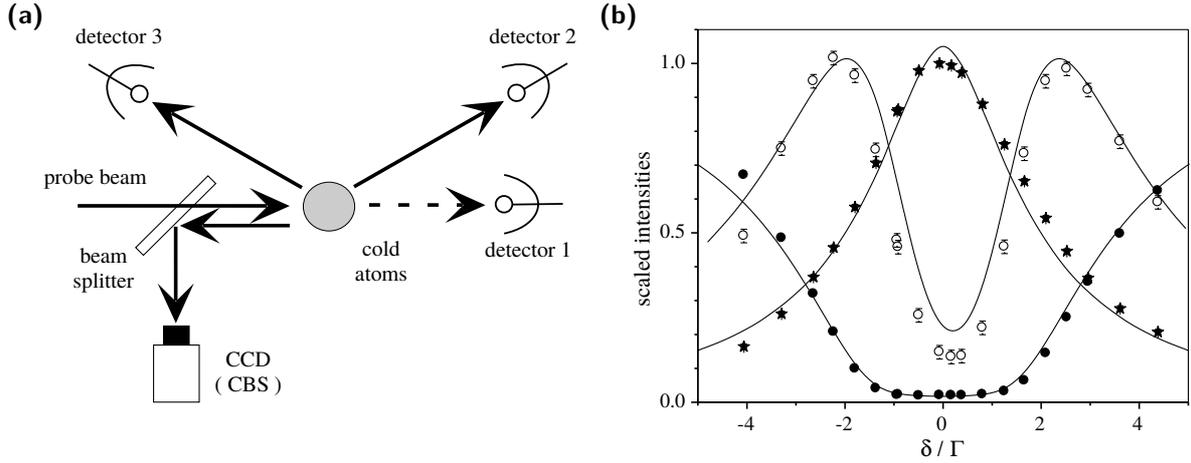


Figure IV.1.2 – (a) Schéma de la détection des signaux caractérisant la diffusion multiple. Le détecteur 1 mesure la transmission cohérente d'une sonde à travers le nuage d'atomes T_{at} , le second la transmission diffuse et le troisième la réflexion diffuse. La caméra CCD permet l'observation du cône de rétro-diffusion cohérente. **(b)** Comparaison des différents signaux mesurés par les trois détecteurs en fonction du désaccord du laser, étoiles : réflexion diffuse, cercles vides : transmission diffuse et cercles pleins : T_{at} . Toutes les intensités sont normalisées à un. Toutes les figures sont extraites de [Labeyrie 2004].

Dans le cas des atomes froids, la présence d'une résonance atomique impose que σ_{sc} , et donc ℓ_{sc} , dépendent fortement du désaccord $\delta = \omega_L - \omega_0$ du laser par rapport à la résonance. Nous avons vu au chapitre précédent la forme de la section efficace de diffusion :

$$\sigma_{sc}(\delta) = C_{34'} \frac{\sigma_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}, \quad (\text{II.2.3})$$

où $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$ est la section efficace de diffusion d'un atome à deux niveaux soumis à un laser à résonance de longueur d'onde λ et $C_{34'} = 3/7$ est le facteur de dégénérescence de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. De ce fait, le libre parcours moyen croît de manière quadratique avec δ et peut être modifié de plusieurs ordres de grandeur juste en changeant la fréquence du laser de quelques largeurs naturelles Γ . L'épaisseur optique est définie comme $b = \rho_0 \sigma_{sc} L = \frac{L}{\ell_{sc}}$, d'où nous déduisons :

$$b(\delta) = \frac{b_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}, \quad (\text{IV.1.6})$$

avec b_0 l'épaisseur optique à résonance. Basée sur la discussion précédente, la seule mesure de $b(\delta)$ permet de connaître le régime de diffusion de la lumière : $b(\delta) \ll 1$ implique le régime de diffusion simple et $b(\delta) \gg 1$ celui de diffusion multiple.

La caractérisation de ces deux régimes passe par la mesure de différentes quantités, présentée dans [Labeyrie 2004]. La figure IV.1.2(a) introduit le montage expérimental pour accéder à ces signaux. Un laser est envoyé sur un nuage d'atomes froids, la taille du faisceau pouvant varier en fonction des mesures. Nous allons ici nous concentrer sur un laser de taille inférieure à celle du nuage^a pour mesurer la transmission et réflexion diffuses. Pour la première, le détecteur est placé vers l'avant en dehors de l'axe de propagation du laser, et vers l'arrière pour la seconde. Ces deux quantités, ainsi que la transmission cohérente T_{at} , sont tracées sur la figure IV.1.2(b)

a. Ce qui ne serait pas le cas si on souhaitait mesurer le cône de rétro-diffusion cohérente, où le laser doit avoir un diamètre très grand devant celui du nuage pour garantir une intensité uniforme [Labeyrie 1999].

en fonction du désaccord du laser pour une épaisseur optique à résonance de $b_0 = 35$. Les maxima ont été normalisés à l'unité pour faciliter la comparaison des courbes. Dans un premier temps, nous observons que la réflexion diffuse est maximale à résonance et décroît ensuite pour de plus grands désaccords. Par ailleurs, la transmission diffuse présente deux maxima localisés de manière symétrique par rapport à $\delta = 0$. La correspondance d'un minimum de transmission diffuse avec un maximum de réflexion diffuse n'est pas étonnante. En effet, tous les photons quittant le milieu sont extraits de la sonde et contribuent à l'intensité diffuse. Le nombre total de photons doit donc être conservé, ce qui serait vérifiable en mesurant l'intensité diffuse dans l'angle solide total. Nous voyons donc qu'à b_0 fixé, la transmission diffuse passe par un maximum et que le nombre de photons diffusés diminue progressivement dès que le laser est de plus en plus désaccordé, les photons se retrouvant alors dans le mode cohérent. Toutes ces observations sont bien expliquées par un modèle diffusif, représenté par les lignes pleines sur la figure IV.1.2(b), indiquant que l'épaisseur optique à résonance est le bon paramètre pour caractériser la diffusion de la lumière dans les atomes.

L'intensité de la lumière envoyée à travers les atomes a aussi une importance dans le régime de diffusion élastique ou inélastique de la lumière. En effet, la réponse d'un atome à deux niveaux soumis à un laser quasi-résonant comporte deux termes. La première contribution, qualifiée de cohérente, n'est rien d'autre que le dipôle atomique moyen. Alors que la seconde, dite incohérente, est due aux fluctuations quantiques de celui-ci. On peut montrer que ces quantités dépendent du paramètre de saturation s :

$$s(\delta) = C_{34'} \frac{I/I_{\text{sat}}}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2}, \quad (\text{IV.1.7})$$

où I est l'intensité du laser et $I_{\text{sat}} = 1.6 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ est l'intensité de saturation de la transition. Le régime de diffusion élastique est garanti pour de faibles saturations, typiquement à faible intensité ou grand désaccord. Le poids de la diffusion inélastique augmente avec s , introduisant une redistribution en fréquence des photons diffusés. Le contrôle de l'intensité, et de la fréquence, du laser incident a donc aussi un impact sur le régime de diffusion élastique ou inélastique. Dans la suite, nous nous focaliserons sur des expériences menées avec $s \ll 1$, assurant que la diffusion inélastique est négligeable. Nous discuterons toutefois du poids relatif de la diffusion inélastique par rapport à celle élastique à la section IV.2.1.

IV.1.3. Détection des photons diffusés

IV.1.3.1. Système de mesure des corrélations d'intensité de la lumière diffusée

Pour mesurer les fluctuations temporelles de l'intensité diffusée par le MOT, nous utilisons la séquence illustrée sur la figure IV.1.3(c). Premièrement, les atomes sont chargés dans le piège pendant 30 ms, suivi par un DMOT de 35 ms pour comprimer le nuage. Ensuite, le MOT est coupé, laissant le nuage s'étendre librement pendant 2 ms de temps de vol (TOF). Les atomes sont donc en mouvement purement balistique. Cette étape constitue la différence majeure entre notre expérience et la technique standard de spectroscopie des ondes diffuses, ce régime balistique étant difficilement atteignable dû au fluide dans lequel les diffuseurs sont habituellement immergés [Pine 1988]. Deux impulsions d'une sonde, issue de la même diode DFB qu'au chapitre III, de faible intensité et de waist $260 \mu\text{m}$ inférieur au rayon rms $R = 0.5 \text{ mm}$ du nuage illuminent les atomes. La polarisation de la sonde est maintenue linéaire. Leur durée est de $100 \mu\text{s}$, correspondant à la fenêtre temporelle où les corrélations d'intensité sont mesurées. Elles sont séparées par une impulsion de repompeur de $50 \mu\text{s}$, pour assurer le maintien

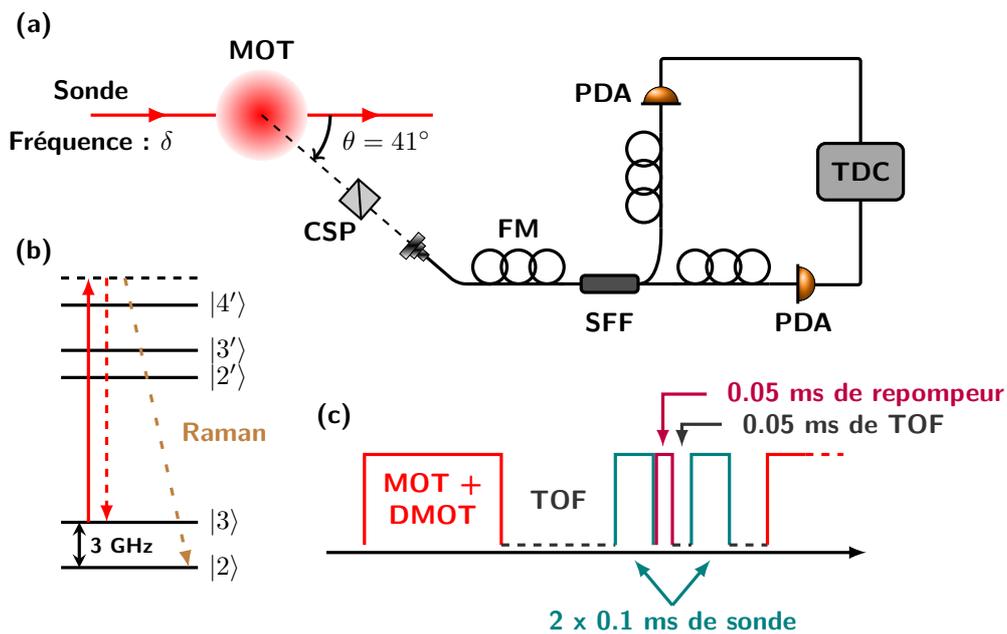


Figure IV.1.3 – (a) Schéma de principe de l'expérience. La lumière diffusée par le MOT est collectée dans une fibre monomode (FM), après passage à travers un cube séparateur de polarisation (CSP) pour ne sélectionner qu'une composante de polarisation. La lumière est ensuite divisée en deux au moyen d'un séparateur de faisceau fibré (SFF), les deux bras sont connectés sur deux photodiodes à avalanche (PDA). Les temps d'arrivée des photons détectés par les PDA sont enregistrés avec un convertisseur temps-digital (TDC) et analysés avec un ordinateur pour construire la fonction $g^{(2)}$. **(b)** Niveaux atomiques pertinents de la raie D2 du ^{85}Rb , distinguant diffusion élastique cohérente (flèche pointillée rouge) et incohérente (diffusion Raman, flèche aux longs pointillés marron). **(c)** Séquence expérimentale utilisée pour la mesure des corrélations d'intensité de la lumière diffusée.

des atomes dans l'état $|F = 3\rangle$, et 50 μs d'expansion libre. On s'assure ainsi qu'aucuns champs magnétiques ou lumineux ne viennent perturber l'illumination des atomes par la deuxième impulsion de la sonde. La fréquence de la sonde est ajustée grâce à un AOM en configuration double-passage. Notons que l'intensité de la sonde est modifiée pour chaque désaccord pour maintenir le paramètre de saturation constant à $s(\delta) \simeq 0.05$, assurant une quantité négligeable et constante de diffusion inélastique. Entre deux cycles, les atomes sont recyclés de sorte à atteindre en régime stationnaire un nombre d'atomes de $N \simeq 3 \times 10^9$, une densité typique de $\rho_0 \simeq 10^{11} \text{ at}\cdot\text{cm}^{-3}$ et une épaisseur optique à résonance $b_0 = 105 \pm 4$, mesurée par une courbe de transmission entre chaque nouvelle acquisition de la fonction $g^{(2)}$. La répétition des cycles permet de moyennner sur toutes les configurations du désordre.

Le principe de la mesure de $g^{(2)}(\tau)$ est présenté sur la figure IV.1.3(a). La lumière diffusée est collectée par une fibre monomode à une distance $L = 40 \text{ cm}$ du nuage, avec un angle de 41° par rapport à la direction de propagation du laser. Pour maximiser l'efficacité de couplage dans la fibre, la taille du coupleur d'entrée de la fibre est choisie de telle sorte que le mode d'entrée de la fibre soit adapté au diamètre du MOT. Un cube séparateur de polarisation, placé en amont de la fibre, sélectionne une seule composante de polarisation. La combinaison de la fibre et du cube assure la condition de cohérence spatiale maximale, $\beta = 1$. La lumière est ensuite divisée en deux au moyen d'un séparateur de faisceau fibré 50/50, avant d'être détectée par deux photodiodes à avalanche (SPCM-ARQH de Excelitas Technologies), limitant ainsi l'impact de l'*afterpulsing*. Chaque détecteur est déclenché sur les impulsions de la sonde. Les temps d'arrivée de chaque photon, avec une résolution de 81 ps, sont enregistrés grâce à un convertisseur temps-digital multi-canaux (ID800 de TDQuantique). Ceux-ci sont envoyés à un ordinateur pour construire directement l'histogramme des coïncidences.

Le nombre typique de coups enregistrés pendant les 200 μs d'impulsion de la sonde varie de 7 à 40, ce qui est néanmoins bien au-dessus du taux de *dark counts* (< 0.02 durant la même période). Le nombre d'impulsions illuminant les atomes a été choisi de sorte à maximiser le nombre de coups tout en limitant le chauffage des atomes par les cycles d'absorption et de ré-émission des photons du laser. Les temps d'intégration varient de quelques heures à quelques jours. Cependant, comme nous l'avons vu à la section précédente, une limitation du rapport signal sur bruit est le taux décroissant de lumière diffusée dans la direction de la détection (vers l'avant dans notre cas) quand b augmente pour $b > 1$. Pour garantir un temps d'intégration raisonnable, nous nous sommes limités à des épaisseurs optiques $b(\delta) \leq 2$. Bien que relativement faibles, ces valeurs seront suffisantes pour montrer les différences entre régime de diffusion simple et multiple dans les corrélations d'intensité.

IV.1.3.2. Procédure de normalisation

L'obtention des histogrammes des coïncidences ne garantit pas d'avoir la fonction $g^{(2)}$ immédiatement. Il est nécessaire de recourir au préalable à une étape de normalisation. La première étape est de tester la chaîne de détection. Pour cela, le plus simple est de mesurer les corrélations d'intensité de la lumière provenant d'un laser. En effet, comme nous l'avons vu à la section I.4.3.1, la statistique des photons d'une lumière parfaitement cohérente suit une loi de Poisson, dont la fonction de corrélation de l'intensité est $g^{(2)}(\tau) = 1, \forall \tau$. Afin d'obtenir la fonction $g^{(2)}$ pour un laser, nous avons illuminé en continu un morceau de papier immobile par le laser sondant les atomes et nous avons enregistré les corrélations entre les photons diffusés. Les diffuseurs étant fixes et tenant compte de la lumière laser, la statistique de la lumière diffusée doit donc suivre une loi de Poisson, indiquant une décorrélation complète des temps d'arrivée des photons successifs sur les détecteurs. La figure IV.1.4(a) montre l'histogramme

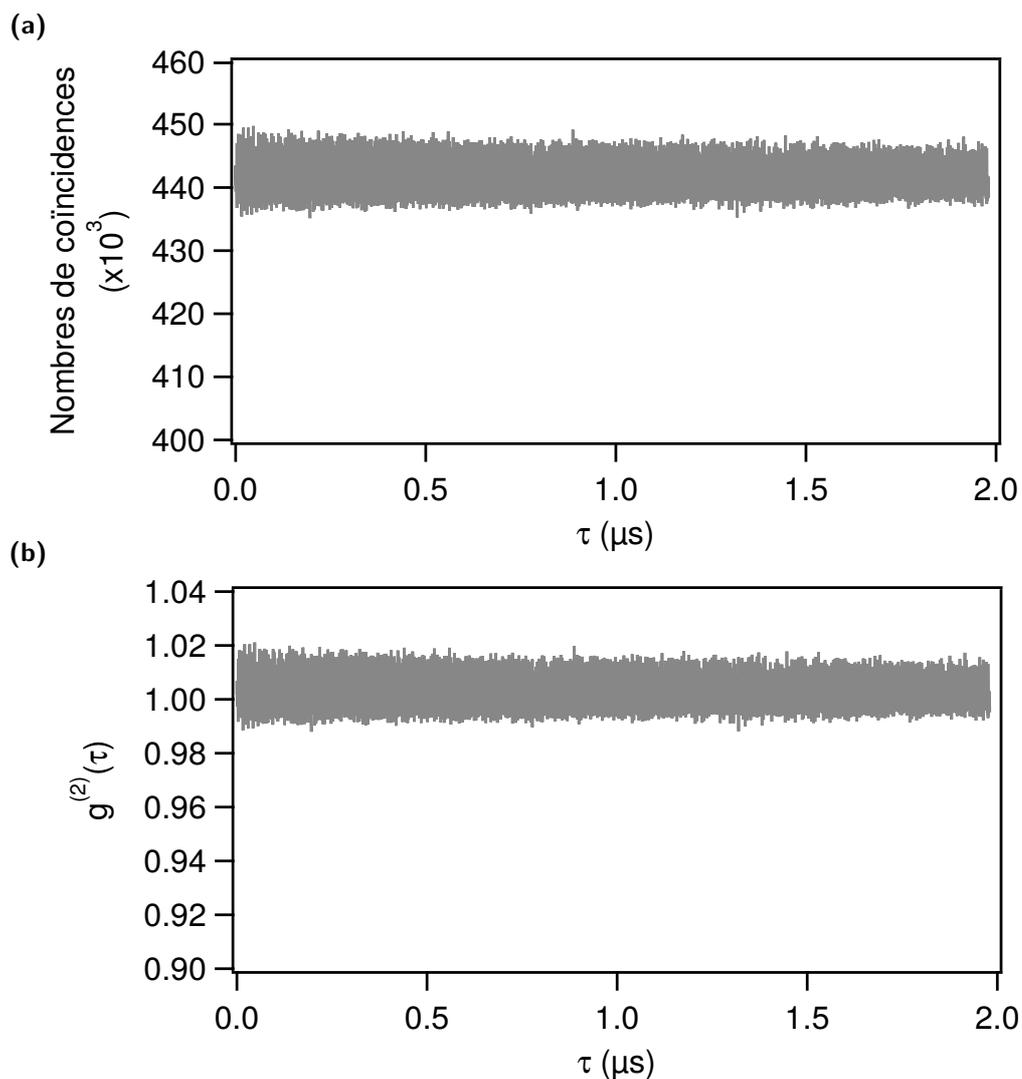


Figure IV.1.4 – Test de la chaîne de détection. La lumière diffusée par un morceau de papier immobile est analysée pour mesurer ses corrélations d'intensité. **(a)** Histogramme des coïncidences obtenues. **(b)** Normalisation de l'histogramme par sa valeur moyenne. Comme attendu, la fonction $g^{(2)}$ est bien plate et égale à un, validant notre système.

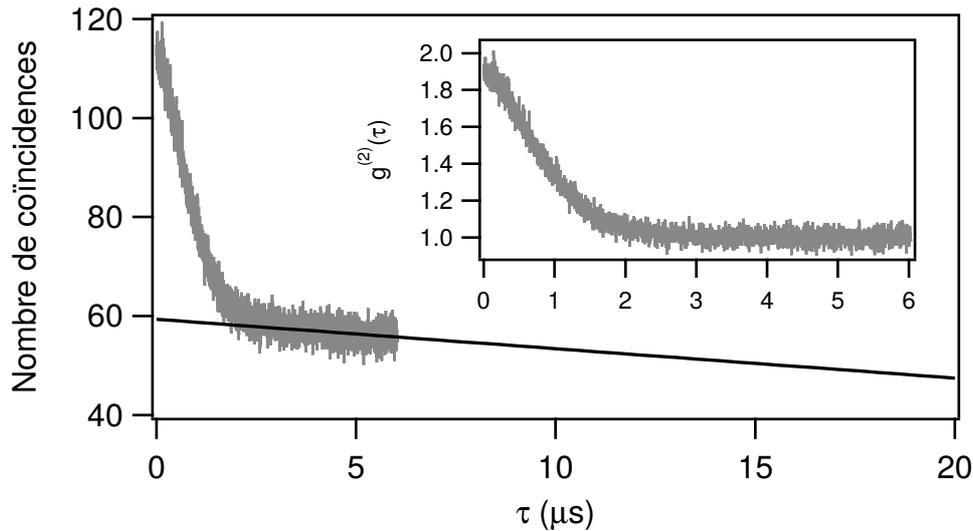


Figure IV.1.5 – Procédure de normalisation de l’histogramme des coïncidences. Les données expérimentales sont en gris et l’ajustement linéaire de la baisse du nombre de coïncidences à grand délai est en noir. Notons qu’il est effectué sur la dernière micro-seconde du signal expérimental. En insert : mêmes données normalisée (en divisant l’histogramme des coïncidences par l’ajustement linéaire) montrant la fonction de corrélation de l’intensité $g^{(2)}$ en fonction du délai d’arrivée des photons τ .

des coïncidences obtenu, le nombre de coups typique étant de 80×10^4 par seconde. On voit effectivement que la courbe est plate, comme attendu. En normalisant par la valeur moyenne de l’histogramme, nous retrouvons effectivement que $g^{(2)}(\tau)$ est plat et égal à un (en tenant compte de la barre d’erreur), figure IV.1.4(b). Cette mesure valide notre système de détection. On peut noter que si le morceau de papier tournait sur lui-même à vitesse constante, la lumière diffusée serait qualifiée de pseudo-thermique, présentant une toute autre statistique.

La mesure des corrélations d’intensité de la lumière diffusée par le MOT s’effectue pendant une séquence bien déterminée. Deux impulsions de la sonde de $100 \mu\text{s}$ sont appliquées et nous enregistrons les temps d’arrivée des photons diffusés pendant cette période. Une mesure typique d’histogramme des coïncidences est présentée sur la figure IV.1.5. Du fait de la perte de cohérence des photons aux grands délais, nous devrions avoir un histogramme plat pour des délais assez longs. Or, ce n’est manifestement pas le cas. La raison vient du fait que les corrélations sont mesurées sur une fenêtre temporelle finie, qu’il faut donc prendre en compte dans la procédure de normalisation. En effet, si un des détecteurs enregistre l’arrivée d’un photon précisément $100 \mu\text{s}$ après le début de l’impulsion, il sera impossible de mesurer l’arrivée d’un autre photon à un instant ultérieur, et donc une coïncidence, puisque les photodiodes sont déclenchées sur l’application du laser. De ce fait, le nombre de coïncidences doit décroître linéairement avec le délai d’arrivée des photons et atteindre zéro à la fin de l’impulsion. Au final, la fonction $g^{(2)}$ est obtenue en divisant les données par la droite f obtenue par ajustement linéaire à grand délai en fixant le point de zéro coïncidence, de la forme :

$$f(\tau) = p \left(1 - \frac{\tau}{t_{\text{impulsion}}} \right), \quad (\text{IV.1.8})$$

où $t_{\text{impulsion}} = 100 \times 10^{-6}$ s. L’insert de la figure IV.1.5 montre la courbe obtenue après normalisation de l’histogramme correspondant.

IV.1.3.3. Retour sur le bruit de fréquence du laser

Il est connu que les diodes DFB sont très bruitées [Kraft 2005, Vartabi Kashanian 2016a], comme vu au chapitre III. Néanmoins, contrairement aux expériences présentées au chapitre III, les mesures de corrélations d'intensité ne sont pas sensibles au bruit de fréquence intrinsèque du laser incident. Nous allons donc voir maintenant comment nous pouvons nous en affranchir.

Plaçons-nous dans le régime de diffusion simple. Le laser est supposé parfait pour le moment, et donc décrit par l'équation (III.1.14) où $\varphi(t)$ est constant, et le milieu contenant N diffuseurs. A chaque diffusion par le diffuseur i , un déphasage ϕ_i est ajouté, décorrélé du déphasage ϕ_j introduit par le diffuseur j . Le champ électrique diffusé par n diffuseurs $E_{sc}(t)$ s'écrit :

$$E_{sc}(t) = E_{sc,0} \sum_{i=1}^n e^{-i\phi_i(t)}, \quad (\text{IV.1.9})$$

dont nous déduisons sa fonction d'auto-corrélation après ré-arrangements des termes :

$$\langle E_{sc}(t) E_{sc}^*(t + \tau) \rangle = |E_{sc,0}|^2 \left\langle \sum_{i=1}^n e^{-i\phi_i(t)} e^{i\phi_i(t+\tau)} + \underbrace{\sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j}^n e^{-i\phi_j(t)} e^{i\phi_k(t+\tau)}}_{=0} \right\rangle. \quad (\text{IV.1.10})$$

Les atomes étant tous identiques, tous les déphasages acquis lors des événements de diffusion sont identiques les uns des autres. Au final, la fonction de corrélation d'ordre un du champ est alors de la forme :

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E_{sc}(t) E_{sc}^*(t + \tau) \rangle}{\langle E_{sc}(t) E_{sc}^*(t) \rangle} = \langle e^{i(\phi(t+\tau) - \phi(t))} \rangle. \quad (\text{IV.1.11})$$

Si maintenant, nous relâchons la contrainte $\varphi(t) = \text{cst}$ en imposant donc du bruit de fréquence au laser, $g^{(1)}(\tau)$ devient alors :

$$g^{(1)}(\tau) = \langle e^{i(\varphi(t+\tau) - \varphi(t))} e^{i(\phi(t+\tau) - \phi(t))} \rangle. \quad (\text{IV.1.12})$$

Le bruit de fréquence du laser apparaît bien dans l'expression de la fonction de corrélation d'ordre 1 et doit donc être pris en compte dans l'étude d'effets liés au spectre optique de la lumière diffusée. La fonction d'auto-corrélation de l'intensité s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle I_{sc}(t) I_{sc}(t + \tau) \rangle &= \langle E_{sc}^*(t) E_{sc}^*(t + \tau) E_{sc}(t + \tau) E_{sc}(t) \rangle \\ &= |E_{sc,0}|^4 \left\langle n^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j}^n e^{-i(\phi_j(t) - \phi_j(t+\tau) + \varphi(t) - \varphi(t+\tau))} e^{i(\phi_k(t) - \phi_k(t+\tau) + \varphi(t) - \varphi(t+\tau))} \right\rangle \\ &= |E_{sc,0}|^4 \left\langle n^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j}^n e^{-i(\phi_j(t) - \phi_j(t+\tau))} e^{i(\phi_k(t) - \phi_k(t+\tau))} \right\rangle \end{aligned} \quad (\text{IV.1.13})$$

La phase du laser $\varphi(t)$ disparaît de l'expression de $g^{(2)}(\tau)$, indiquant de fait le non impact de la phase du laser sur les corrélations d'intensité. Cependant, nous n'avons pas tenu compte jusque là des temps de parcours des photons entre le laser et le détecteur, où t_j est le temps auquel un photon est diffusé par le diffuseur j . Nous arrivons alors à :

$$\langle I_{sc}(t)I_{sc}(t + \tau) \rangle \propto \left\langle n^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{k \neq j} e^{-i(\phi_j(t) - \phi_j(t+\tau) + \varphi(t_j) - \varphi(t_j+\tau))} e^{i(\phi_k(t) - \phi_k(t+\tau) + \varphi(t_k) - \varphi(t_k+\tau))} \right\rangle. \quad (\text{IV.1.14})$$

Pour ne pas être sensible à la phase du laser, il faut donc que φ reste constant pendant la durée $t_j - t_k$. En d'autres termes, le bruit de fréquence du laser n'affecte pas la fonction $g^{(2)}$ tant que la longueur typique du trajet d'un photon à l'intérieur du nuage d'atomes est plus petit devant la longueur de cohérence du laser.

Regardons les ordres de grandeur de l'expérience, en comparant le temps passé par un photon dans le système avec le temps de cohérence temporelle du laser. Le premier dépend clairement du nombre de diffusion, et va donc être plus important dans le régime de diffusion multiple que dans le régime de diffusion simple. Il s'exprime en fonction du temps de transport τ_{tr} qui contient deux contributions :

- le temps de Wigner τ_W correspondant à la durée du processus de diffusion
- le temps de propagation entre deux diffuseurs $\frac{\ell_{sc}}{v_g}$ où v_g est la vitesse de groupe.

Il a été montré dans [Labeyrie 2003] que, proche de la résonance, $\tau_{tr} \simeq \Gamma^{-1} = \tau_{at}$, avec $\tau_{at} = 26$ ns le temps de vie du niveau excité de la raie D2 du ^{85}Rb . Pour une lumière à résonance avec les atomes, un ordre de grandeur du temps passé par un photon dans la vapeur atomique est alors donné par $\frac{3}{5.35\pi^2} b_0^2 \tau_{tr} \simeq 15 \mu\text{s}$. En confrontant cette valeur au temps de cohérence de la diode DFB de $\Delta\omega_L^{-1} = 53$ ns, on déduit que les photons s'extrayant du milieu atomique n'ont plus de cohérence de phase entre eux, puisque que le temps passé dans le nuage est supérieur au temps de cohérence de la source laser, en désaccord avec l'expression (IV.1.14).

Pour résoudre ce problème, il est nécessaire de prendre en compte les effets de vitesse de phase et non plus de vitesse de groupe, comme nous venons de la faire. Comme nous l'avons vu à la section I.2.2, le nombre moyen d'événements de diffusion est proportionnel au carré de l'épaisseur optique, donc à résonance : $b_0 \sim \sqrt{\langle N_{\text{diff, max}} \rangle}$. Par définition du libre parcours moyen, ℓ_{sc} est la distance moyenne parcourue entre deux diffusions. Donc la distance totale parcourue par un photon à résonance dans le milieu atomique est en moyenne $\langle N_{\text{diff, max}} \rangle \ell_{sc} = b_0^2 (\rho_0 \sigma_0)^{-1}$. Avec les nombres typiques de l'expérience, cette distance moyenne est estimée à environ 30 cm. Cette dernière doit être comparée à la longueur de cohérence temporelle de la diode DFB. Sa largeur étant de $\Delta\omega_L = 2\pi \times 3$ MHz, nous déduisons une longueur de cohérence de 16 m. Au final, même à résonance (et *a fortiori* à plus faible épaisseur optique), la condition de la longueur du trajet du photon dans le milieu plus petite que la longueur de cohérence temporelle du laser est toujours vérifiée. Finalement, le bon argument pour la prise en compte des effets éventuels du bruit de fréquence sur une mesure de $g^{(2)}(\tau)$ est donc de suivre les différents déphasages acquis lors des événements de diffusion successifs. Être insensible à ce bruit revient à s'assurer que les différences de marche entre les photons dans le système restent inférieures à la longueur de cohérence temporelle du laser.

IV.2. Résultats expérimentaux

La figure IV.2.1 présente plusieurs mesures de $g^{(2)}(\tau)$ pour différentes épaisseurs optiques $b(\delta)$, du régime de diffusion simple (grand désaccord) au régime de diffusion multiple (proche de la résonance). De ces courbes, nous pouvons faire trois commentaires. Premièrement, une évolution du contraste est visible en fonction de la fréquence du laser. Ensuite, il est clair qu'une perte de

cohérence a lieu en se rapprochant de la résonance atomique. L'extraction de ce temps de cohérence est le résultat majeur de ce chapitre. Enfin, les fonctions $g^{(2)}$ changent progressivement de forme. Dans les sections suivantes, nous allons développer ces trois observations.

IV.2.1. Étude de la baisse de contraste

Une étude attentive de la valeur à $\tau = 0$ de la fonction $g^{(2)}$ pour les trois épaisseurs optiques différentes de la figure IV.2.1 montre que le contraste, défini par $C = g^{(2)}(0) - 1$, est légèrement inférieur à la valeur idéale de un. Une analyse systématique a donc été faite pour comprendre cette baisse.

Une première cause d'altération de contraste est due aux *dark counts* des photodiodes à avalanche. Leur taux est d'environ $100 \text{ coups} \cdot \text{s}^{-1}$. Par *bin* temporel de $t_{\text{bin}} = 81 \text{ ps}$, le nombre de coups est donc $\bar{n}_{\text{dark}} = 81 \times 10^{-10} \text{ coups} \cdot \text{bin}^{-1}$. Le taux de coïncidence par *bin* temporel est donc \bar{n}_{dark}^2 . Compte tenu de la durée des impulsions de la sonde ($t_{\text{pulse}} = 200 \text{ } \mu\text{s}$), de la durée d'un cycle expérimental ($t_{\text{cycle}} = 73.4 \text{ ms}$) et de la durée typique d'intégration ($t_{\text{int}} = 3600 \text{ s}$), nous arrivons à un taux de coïncidence R_{dark} par heure de :

$$R_{\text{dark}} = \bar{n}_{\text{dark}}^2 \frac{t_{\text{pulse}}}{t_{\text{bin}}} \frac{t_{\text{int}}}{t_{\text{cycle}}} = 8 \times 10^{-6} \text{ coïncidence par heure.} \quad (\text{IV.2.1})$$

Ce taux doit être comparé à celui obtenu typiquement lors d'une mesure de $g^{(2)}(\tau)$. Nous enregistrons typiquement vingt coups pendant les $200 \text{ } \mu\text{s}$ d'impulsion de la sonde. Nous obtenons finalement :

$$R_{\text{sonde}} = 8 \text{ coïncidences par heure.} \quad (\text{IV.2.2})$$

Nous déduisons donc que la contribution du bruit intrinsèque des photodétecteurs est négligeable.

Il reste cependant à estimer l'importance des artefacts de corrélation, dus à la diffusion de la lumière par les surfaces de la cellule à vide ou par la vapeur résiduelle de rubidium à température ambiante. Pour connaître la contribution de la cellule seule, il faut pouvoir s'affranchir de la vapeur atomique à l'intérieur. Pour cela, il est nécessaire de travailler avec une sonde hors résonance. Dans ce cas, nous avons obtenu :

$$R_{\text{cellule}} = 3 \times 10^{-5} \text{ coïncidence par heure.} \quad (\text{IV.2.3})$$

L'impact de la vapeur atomique chaude de rubidium se détermine avec un laser résonant mais en coupant le champ magnétique. Pour un désaccord de $\delta = 3\Gamma$, nous avons mesuré :

$$R_{\text{vapeur chaude}} = 0.16 \text{ coïncidence par heure.} \quad (\text{IV.2.4})$$

Nous en déduisons donc que la contribution de la lumière diffusée par la vapeur chaude à la dégradation du contraste est d'environ 2%.

Enfin, la dernière source possible de la baisse de contraste est la diffusion Raman spontanée entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux, $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$, *via* des désexcitations non-résonantes des niveaux $|3'\rangle$ et $|2'\rangle$, voir la figure IV.1.3(b). *Stricto sensu*, cette diffusion doit être qualifiée d'inélastique comme la fréquence du photon diffusé est différente de celle incidente. Toutefois,

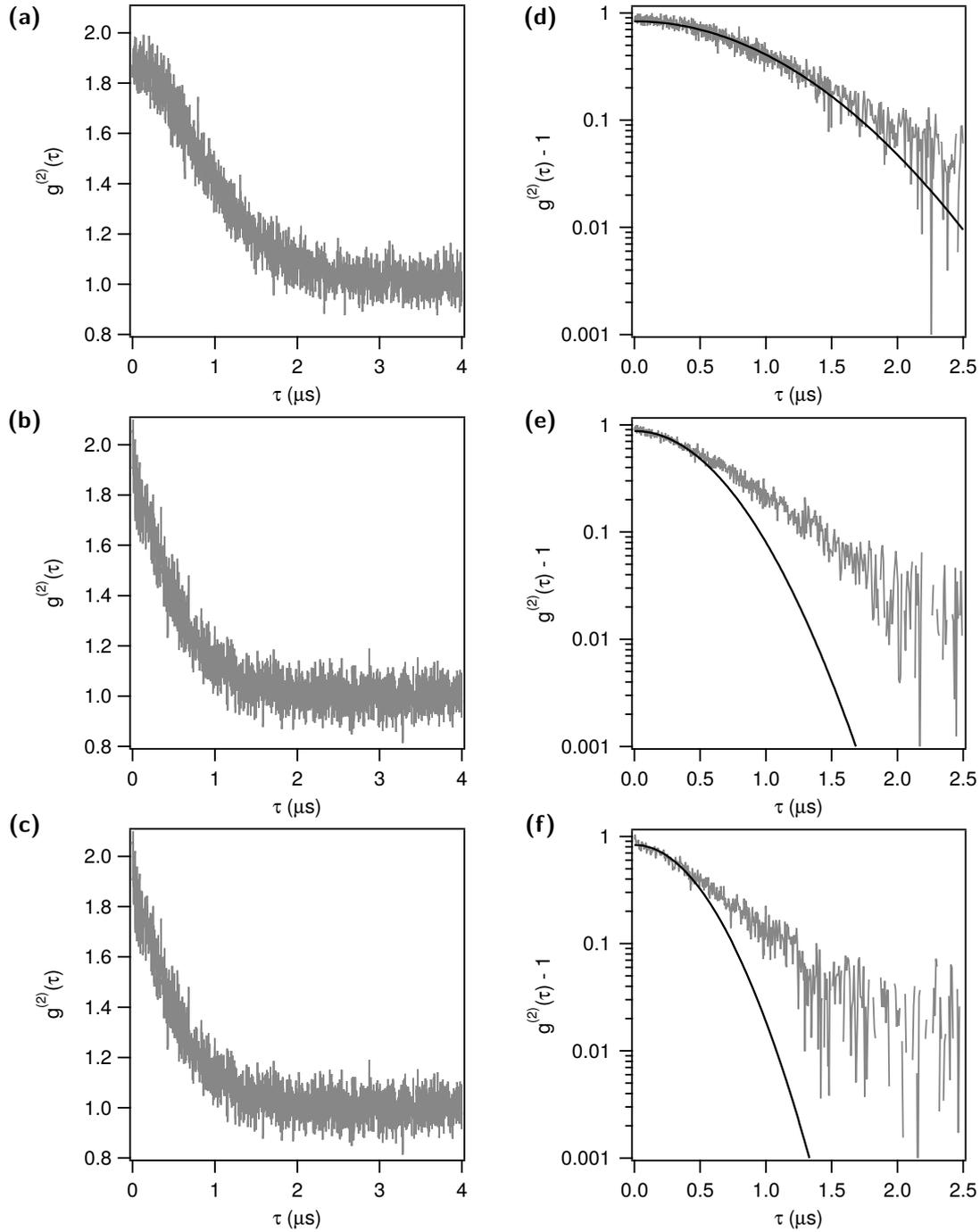


Figure IV.2.1 – Fonction de corrélation d'intensité $g^{(2)}$ pour $b_0 \simeq 105$ et différents désaccords $\delta/\Gamma = \{20, 5, 3\}$ de haut en bas, **(a),(d)** $b(\delta) = 0.07$, **(b),(e)** $b(\delta) = 1$ et **(c),(f)** $b(\delta) = 2$. Les données expérimentales sont présentées en gris. À gauche : courbes en échelle linéaire. À droite : zoom sur les 2.5 μs en échelle semi-logarithmique. Un comportement gaussien (parabole en semi-log) est ajouté (ligne pleine noire) pour guider les yeux sur l'évolution temporelle aux délais courts. Nous avons réalisé un binning différentiel sur les courbes en échelle semi-log pour augmenter le rapport signal à bruit dans les ailes de $g^{(2)}(\tau)$, les courbes en échelle linéaire n'étant binnées que deux fois. La mesure de la déviation standard du bruit à grand délai est en accord avec le bruit attendu dans le cas où seul le *shot noise* est limitant.

nous réservons le qualificatif de diffusion inélastique pour des processus dépendant de l'intensité du laser, donc quand $s(\delta) \geq 1$. Nous parlerons de diffusion élastique lorsque $s(\delta) \ll 1$. Nous utiliserons alors les termes diffusion cohérente quand les photons sont diffusés sur la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ et diffusion Raman incohérente lorsque les photons sont diffusés par toute autre transition. Pour estimer l'importance de cette baisse, il faut calculer les taux de diffusion sur les transitions considérées. Par exemple, dans le cas d'une diffusion Rayleigh, le taux de diffusion sur la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ s'écrit pour $s(\delta) \ll 1$:

$$R_{\text{sc},34'} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \mathcal{C}_{34'}, \quad (\text{IV.2.5})$$

où s_0 est le paramètre de saturation à résonance tel que $s(\delta) = 0.05$ pour les différents désaccords utilisés et $\mathcal{C}_{34'} = \frac{3}{7}$ est le coefficient de Clebsch-Gordan moyenné sur la transition pour prendre en compte la présence des sous-niveaux Zeeman du ^{85}Rb . Mais les atomes dans le niveau $|3\rangle$ sont aussi susceptibles de diffuser les photons de la sonde sur les transitions $|3\rangle \rightarrow |3'\rangle$ et $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$. Les taux de diffusion correspondant s'écrivent, respectivement :

$$R_{\text{sc},33'} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4(\delta + \delta_{3'4'})^2/\Gamma^2} \mathcal{C}_{33'} \mathbb{T}_{33'} \quad (\text{IV.2.6})$$

$$R_{\text{sc},32'} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4(\delta + \delta_{2'4'})^2/\Gamma^2} \mathcal{C}_{32'} \mathbb{T}_{32'}, \quad (\text{IV.2.7})$$

où $\delta_{j'4'}$ est le désaccord entre le niveau excité $|j'\rangle$ et $|4'\rangle$, $\mathcal{C}_{ij'}$ est le coefficient de Clebsch-Gordan moyenné sur la transition $|i\rangle \rightarrow |j'\rangle$. Nous avons $\mathcal{C}_{33'} = \frac{5}{27}$ et $\mathcal{C}_{32'} = \frac{10}{189}$. Le facteur $\mathbb{T}_{ij'}$ est appelé rapport de branchement. Il permet de connaître la probabilité de désexcitation du niveau excité $|j'\rangle$ vers $|i\rangle$. Il s'obtient par :

$$\mathbb{T}_{ij'} = \frac{2J' + 1}{2J + 1} \frac{2F + 1}{2F' + 1} S_{FF'}, \quad (\text{IV.2.8})$$

avec $J' = 3/2$, $J = 1/2$ pour la raie D2 du ^{85}Rb . Les facteurs de force $S_{FF'}$ sont calculables à partir des symboles $6j$. Tous ces facteurs sont connus pour le rubidium et sont tabulés dans [Steck 2001]. *In fine*, le taux total de diffusion des photons de la sonde est :

$$R_{\text{sc, total}} = R_{\text{sc},34'} + R_{\text{sc},33'} + R_{\text{sc},32'}. \quad (\text{IV.2.9})$$

Jusque là, l'atome se désexcitait pour toujours revenir dans $|3\rangle$. Mais il est aussi possible que celui-ci se retrouve dans $|2\rangle$ après avoir subi un processus de diffusion Raman. Deux transitions doivent dans ce cas être prises en compte : $|3'\rangle \rightarrow |2\rangle$ et $|2'\rangle \rightarrow |2\rangle$, dont les taux de transition s'écrivent :

$$R_{\text{sc, Raman}33'} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4(\delta + \delta_{3'4'})^2/\Gamma^2} \mathcal{C}_{33'} \mathbb{T}_{23'} \quad (\text{IV.2.10})$$

$$R_{\text{sc, Raman}32'} = \frac{\Gamma}{2} \frac{s_0}{1 + 4(\delta + \delta_{2'4'})^2/\Gamma^2} \mathcal{C}_{32'} \mathbb{T}_{22'}. \quad (\text{IV.2.11})$$

On voit ici tout l'intérêt des rapports de branchement quand plusieurs désexcitations sont possibles à partir d'un même niveau. Le taux de diffusion Raman est donc :

$$R_{\text{sc, Raman}} = R_{\text{sc, Raman},33'} + R_{\text{sc, Raman},32'}. \quad (\text{IV.2.12})$$

Le poids relatif de la diffusion Raman par rapport à la diffusion Rayleigh est défini comme :

$$R_{\text{rel, Raman}} = \frac{R_{\text{sc, Raman},33'} + R_{\text{sc, Raman},32'}}{R_{\text{sc},34'} + R_{\text{sc},33'} + R_{\text{sc},32'}}. \quad (\text{IV.2.13})$$

Quand le désaccord par rapport au niveau $|4'\rangle$ augmente, le poids de la diffusion Rayleigh diminue puisque l'on s'éloigne de la transition sur laquelle les photons sont diffusés. Cependant, celui de la diffusion Raman reste globalement constant puisque le désaccord ajouté, typiquement quelques largeurs naturelles Γ est petit devant l'écart hyperfin entre $|4'\rangle$ et $|3'\rangle$ et $|4'\rangle$ et $|2'\rangle$. En conséquence, le poids relatif de la diffusion Raman augmente en éloignant la sonde de la résonance atomique.

Il faut maintenant déterminer la forme du spectre optique de la lumière diffusée. Nous avons vu à la section IV.1.1 que, en régime de diffusion simple, celui-ci est gaussien, de largeur $\Delta\omega(\theta) = k\sqrt{2(1 - \cos\theta)}k_B T/m$. θ est l'angle entre la sonde et la fibre collectrice. On déduit donc qu'en présence de diffusion Raman, le spectre de la lumière diffusée comporte deux contributions. La première est la partie Rayleigh centrée à la fréquence du laser dont nous venons de discuter. La seconde est due à la diffusion Raman. En première approximation, on peut supposer que c'est aussi une gaussienne mais décalée en fréquence dû à l'écart entre les niveaux $|3\rangle$ et $|2\rangle$. Dans ce cas :

$$S_{\text{sc}}(\omega) = (1 - R_{\text{rel Raman}}) \underbrace{\exp\left(-\frac{\omega^2}{2\Delta\omega(\theta)^2}\right)}_{\text{Spectre de photons revenant dans } |3\rangle} + \underbrace{R_{\text{rel Raman}} \exp\left(-\frac{(\omega - \omega_{23})^2}{2\Delta\omega(\theta)^2}\right)}_{\text{Spectre de photons revenant dans } |2\rangle}, \quad (\text{IV.2.14})$$

avec $\omega_{23} \simeq 3$ GHz l'écart en fréquence entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux $|2\rangle$ et $|3\rangle$. Par application du théorème de Wiener-Khintchin et de la relation de Siegert, la fonction de corrélation de l'intensité $g^{(2)}$ s'obtient en prenant le module au carré de la transformée de Fourier inverse de $S_{\text{sc}}(\omega)$:

$$g_{\text{Raman}}^{(2)}(\tau) = 1 + \left| \text{TF}^{-1}[S_{\text{sc}}(\omega)] \right|^2. \quad (\text{IV.2.15})$$

La fonction $g^{(2)}$ finale fait intervenir les interférences entre les parties Rayleigh et Raman de la lumière diffusée. Il en résulte donc un battement entre ces deux composantes dont la fréquence ω_{23} correspond au décalage en fréquence entre $|2\rangle$ et $|3\rangle$. En utilisant les paramètres de l'expérience, nous sommes donc susceptibles de pouvoir simuler l'impact de la diffusion Raman sur le contraste en fonction de la fréquence du laser. À titre d'exemple, la figure IV.2.2(a) montre une courbe de $g^{(2)}(\tau)$ obtenue pour un désaccord de $\delta = 20\Gamma$, garantissant $b(\delta) \ll 1$.

Bien évidemment, les photodiodes utilisées ne sont pas des détecteurs parfaits et nous devons tenir compte de leur résolution temporelle dans la mesure du contraste. Il en résulte que le battement est trop rapide pour être résolu par les PDA, dont la résolution est de 350 ps. La fonction $g^{(2)}$ mesurée est donc la convolution entre $g^{(2)}(\tau)$ et une gaussienne de largeur à mi-hauteur de 350 ps simulant le *jitter* temporel du détecteur. Le temps d'échantillonnage du TDC étant de 81 ps, les oscillations dans $g^{(2)}(\tau)$ sont « supprimées », induisant un moyennage temporel et donc une réduction du contraste effectivement mesuré, comme observé dans les vapeurs chaudes de rubidium [Dussaux 2016]. Cette baisse est donc proportionnelle au taux de diffusion Raman.

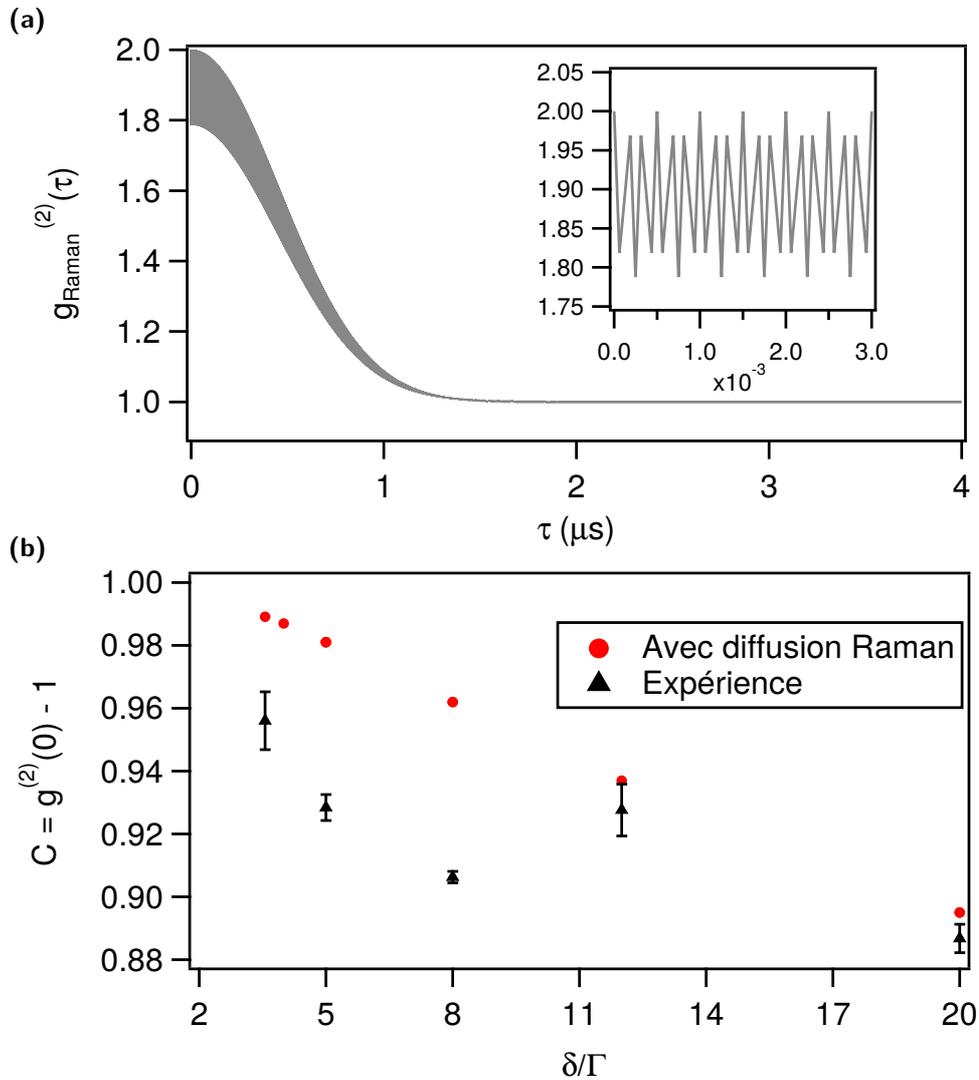


Figure IV.2.2 – Étude de la baisse de contraste en fonction du désaccord de la sonde, prenant en compte les effets de diffusion incohérente par processus Raman. **(a)** Exemple de fonction $g^{(2)}$ obtenue en considérant les interférences entre les composantes Rayleigh et Raman de la lumière diffusée, pour $\delta = 20\Gamma$ assurant d'être dans le régime de diffusion simple. En insert : zoom sur les trois premières nano-secondes. **(b)** Variation du contraste C mesurée avec $b(\delta)$. Les triangles noirs correspondent aux points expérimentaux obtenus en calculant la valeur moyenne de $g^{(2)}(\tau)$ entre -30 ns et 30 ns, les cercles rouges aux calculs de diffusion inélastique moyennés sur les trois premières nano secondes.

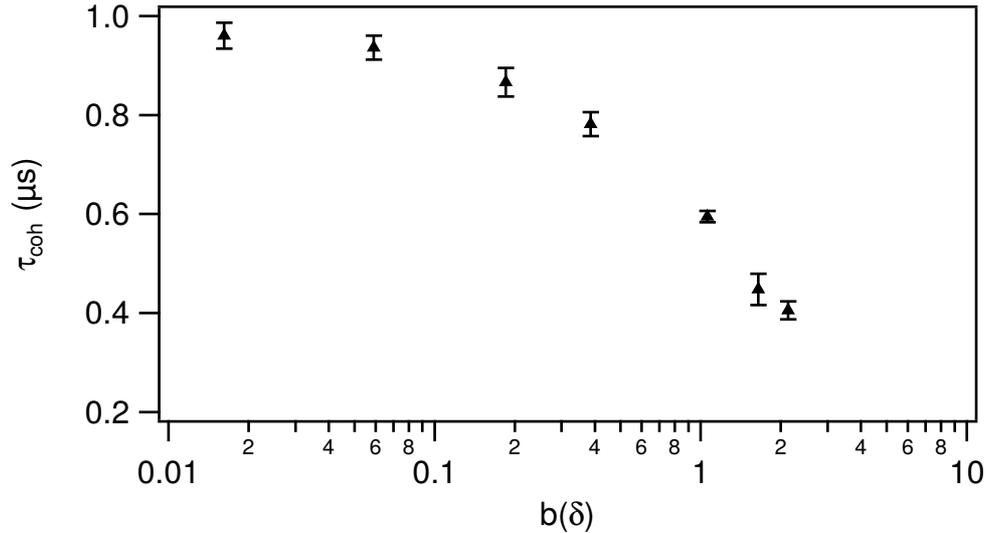


Figure IV.2.3 – Évolution du temps de cohérence mesuré expérimentalement, défini comme la largeur à mi-hauteur de $g^{(2)}(\tau)$, en fonction de l'épaisseur optique à la fréquence du laser $b(\delta)$.

La figure IV.2.2(b) montre la comparaison entre les simulations de baisse de contraste par diffusion Raman et celui mesuré expérimentalement. Dans tous les cas, il est estimé sur les trente premières nano secondes de $g^{(2)}(\tau)$. Nous observons un bon accord qualitatif. Nous estimons, néanmoins, que la baisse de contraste mesurée expérimentalement correspond à la valeur attendue avec une valeur moyenne de 10% pour les paramètres expérimentaux. En effet, nous avons supposé que le spectre de la lumière diffusé est toujours gaussien dont la largeur est seulement donnée par la température du nuage, quelque soit l'épaisseur optique. Cela est valable en régime de diffusion simple mais ne tient plus quand l'épaisseur optique augmente. Toutefois, même si la forme du spectre optique en régime de diffusion multiple est difficilement accessible, on pourrait estimer son impact sur la baisse de contraste en considérant des spectres dont les largeurs spectrales correspondent aux temps de cohérence τ_{coh} extraits de la figure IV.2.3. Malgré cela, on peut conclure que la contribution essentielle à la baisse de contraste provient de la diffusion Raman. Mentionnons de plus que la diffusion Raman entre les sous-niveaux Zeeman ne contribue pas à une dégradation du contraste. En effet, même dans le cas où la dégénérescence n'est pas parfaite (à cause, par exemple, d'un champ magnétique mal compensé), il en aurait résulté un battement à basse fréquence (quelques centaines de kHz) aisément résolu par le système de détection.

Notons enfin que contrairement à ce qui a été reporté précédemment dans [Bali 1996] et [Stites 2004], aucune dégradation du contraste n'est mise en évidence dans le régime de diffusion multiple. La différence réside dans le fait que nous ne traitons ici que de la diffusion élastique.

IV.2.2. Évolution du temps de cohérence : redistribution de fréquence et thermométrie

La seconde observation, présentée sur la figure IV.2.3, est le rétrécissement temporel de la fonction de corrélation de l'intensité lorsque l'épaisseur optique à la fréquence du laser augmente, menant donc à une baisse du temps de cohérence. Cette décroissance du temps de cohérence est une signature directe de la redistribution de fréquence. En effet, même si la vitesse de l'atome diffusant est petite du fait de la faible température du nuage, l'effet Doppler impose que la fréquence du photon diffusé est légèrement différente de celle du photon incident. Cette modi-

fication dépend de l'orientation relative de la vitesse de l'atome et de la différence des vecteurs d'onde des photons incident et diffusé, de sorte que le décalage en fréquence induit s'écrit : $\delta\omega = \Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$, dépendant de θ . Pour une vapeur atomique à $T \sim 100 \mu\text{K}$, un ordre de grandeur de ce décalage vaut $\delta\omega \simeq k\sqrt{\langle v^2 \rangle} \simeq \Gamma/50$. L'impact de la redistribution de fréquence est donc relativement petit, permettant l'observation d'effets interférentiels pour un petit nombre d'événements de diffusion comme le cône de rétro-diffusion cohérente [Labeyrie 1999]. Mais quand le nombre d'événements de diffusion augmente, les décalages en fréquence s'accumulent et peuvent devenir comparables à Γ , menant à la sortie de la résonance atomique. En effet, on peut considérer pour les atomes froids que toutes les directions d'orientation des vitesses sont équiprobables. $\delta\omega$ est donc une variable aléatoire centrée, de moyenne nulle et de variance de l'ordre de $k^2 \langle v^2 \rangle$. L'ordre de grandeur du décalage Doppler total après $N_{\text{diff}} = b^2$ est donc $bk\sqrt{\langle v^2 \rangle}$, qui peut être éventuellement supérieur à la largeur de l'état excité de la transition.

Pour étudier la diffusion de la lumière dans les milieux atomiques denses, comme les atmosphères interstellaires, où l'élargissement collisionnel est supérieur à la largeur naturelle de la résonance atomique, l'hypothèse de redistribution complète de fréquence (abrégée CFR pour *complete frequency redistribution*) a été introduite. Elle assure que la fréquence du photon diffusé est décorrélée de la fréquence du photon incident [Holstein 1947]. C'est une hypothèse très souvent rencontrée dans le contexte des vapeurs atomiques chaudes. Dans ce cas, l'élargissement Doppler est supérieur à Γ . La fréquence du photon diffusé va donc être modifiée tenant compte de l'effet Doppler et décalée hors de la résonance. Le milieu devient *de facto* presque transparent. C'est un régime où les trajectoires parcourues par les photons sont longues, connues sous le nom de vols de Lévy, étudiés dans le groupe [Mercadier 2009, Baudouin 2014b].

Cette hypothèse n'est plus valide pour les cas des atomes froids. L'effet Doppler introduit une corrélation entre les fréquences des photons incident et diffusé : un photon dont le désaccord est négatif est plus facilement diffusé par un atome se propageant dans la direction inverse. La fréquence du photon vue par l'atome dans son référentiel propre est alors plus proche de la résonance. Ce régime, où des corrélations persistent entre les fréquences, est appelé redistribution partielle de fréquence (PFR pour *partial frequency redistribution*). Par conséquent, du fait de l'effet Doppler, la fréquence du photon subit une diffusion dans l'espace des fréquences, induisant en moyenne un élargissement du spectre de la lumière diffusée. Par transformée de Fourier, cet élargissement correspond à un rétrécissement de la fonction de corrélation $g^{(1)}$, et donc de $g^{(2)}(\tau)$, avec le nombre croissant d'événements de diffusion. Plusieurs signatures indirectes de cet effet ont déjà été mises en évidence dans des expériences de piégeage de radiation [Pierrot 2009, Labeyrie 2003, Labeyrie 2005].

Une étude plus détaillée de l'évolution du temps de cohérence τ_{coh} de $g^{(2)}(\tau)$, défini comme sa demie largeur à mi-hauteur, en fonction de l'épaisseur optique à la fréquence du laser est présentée sur la figure IV.2.3. Pour extraire le temps de cohérence, nous avons travaillé sur les données binnées par deux. La procédure est indiquée sur la figure IV.2.4. La première étape est de déterminer $g^{(2)}(0)$ sur l'intervalle de temps -30 ns et 30 ns. Nous pouvons ensuite calculer la valeur $g^{(2)}(\tau_{\text{coh}})$ prise par la fonction $g^{(2)}$ en τ_{coh} :

$$g^{(2)}(\tau_{\text{coh}}) = \frac{g^{(2)}(0) - 1}{2} + 1. \quad (\text{IV.2.16})$$

Pour des délais proches de τ_{coh} , nous pouvons considérer que $g^{(2)}(\tau)$ varie linéairement avec τ :

$$g^{(2)}(\tau) = a \times \tau + b, \quad (\text{IV.2.17})$$

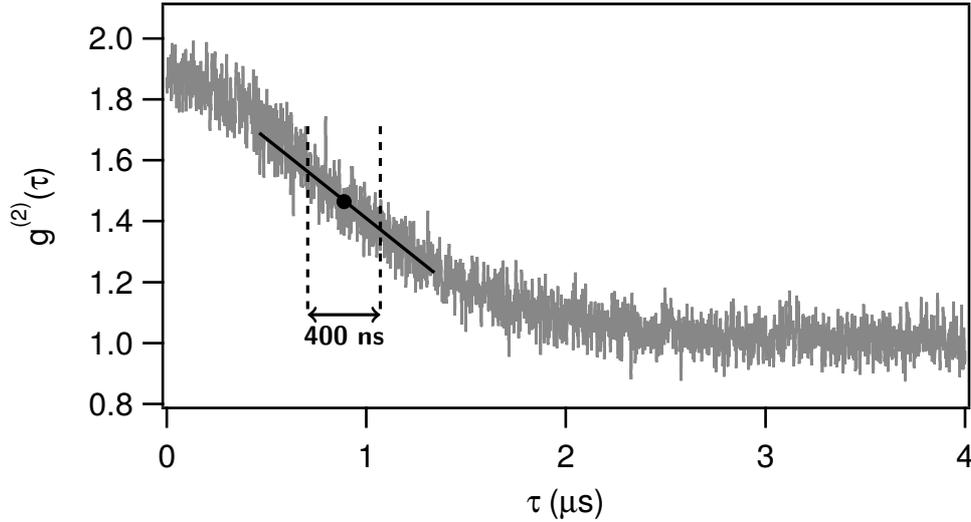


Figure IV.2.4 – Illustration de la procédure d’extraction du temps de cohérence de la fonction $g^{(2)}$, ici présentée pour une épaisseur optique de $b(\delta) = 0.02$. Une régression linéaire, sur l’intervalle de temps délimité par les lignes pointillées verticales, de la forme (IV.2.17) donne $a = (-0.507 \pm 0.016) \mu\text{s}^{-1}$ et $b = 1.93 \pm 0.01$, dont nous déduisons $\tau_{\text{coh}} = (961 \pm 30) \text{ ns}$. Le point noir représente le centre de la plage de la régression linéaire.

avec a , b des coefficients déterminés par une régression linéaire, la plage temporelle de l’ajustement étant de 200 ns de part et d’autre de la valeur à mi-hauteur calculée *via* (IV.2.16). Nous remontons enfin à la largeur à mi-hauteur en combinant les deux dernières relations :

$$\tau_{\text{coh}} = \frac{1}{a} \left(\frac{g^{(2)}(0) - 1}{2} + 1 - b \right). \quad (\text{IV.2.18})$$

Précisons que le recours à un ajustement gaussien des données n’aurait fonctionné que dans le régime de diffusion simple. Quand l’épaisseur optique devient supérieure à l’unité, nous mettons en évidence que la fonction $g^{(2)}$ mesurée dévie de plus en plus d’une gaussienne, validant *a posteriori* l’utilisation d’une régression linéaire. Les largeurs extraites correspondent aux triangles noirs sur la figure IV.2.3, les barres d’erreur étant obtenues par les incertitudes issues de la mesure de $g^{(2)}(0)$ et de la régression linéaire. Nous mettons très clairement en évidence un plateau pour $b(\delta) \ll 1$ et une décroissance dès que b n’est plus petit devant 1.

Ce plateau est dû à l’élargissement Doppler dans le régime de diffusion simple. Il est, par conséquent, directement lié à la température du nuage ainsi qu’à l’angle d’observation θ par rapport à la direction de propagation du photon incident. En effet, le décalage Doppler associé à chaque diffusion s’écrit [de A. Carvalho 2015] :

$$\delta\omega(\theta) = \mathbf{\Delta k} \cdot \mathbf{v} = k(v_{\parallel}(\cos\theta - 1) + v_{\perp} \sin\theta), \quad (\text{IV.2.19})$$

où v_{\parallel} , v_{\perp} sont les composantes longitudinale et transverse de la vitesse d’un atome le long de la direction de propagation du photon incident. Pour les atomes froids, nous avons :

$$\langle v_{\parallel}^2 \rangle = \langle v_{\perp}^2 \rangle = \frac{k_{\text{B}}T}{m}. \quad (\text{IV.2.20})$$

Cela donne donc une largeur Doppler^b :

b. Ceci n’est une bonne approximation que pour les atomes froids, quand l’élargissement Doppler est petit

$$\Delta\omega(\theta) = k\sqrt{2(1 - \cos\theta)\frac{k_B T}{m}}. \quad (\text{IV.2.21})$$

Le décalage Doppler associé à chaque événement de diffusion reflète donc la distribution des vitesses atomiques, voir figure IV.1.1. Par conséquent, le spectre de la lumière diffusé en diffusion simple est gaussien :

$$S(\omega_L, \theta) \propto e^{-\frac{(\omega_L - \omega_0)^2}{2\Delta\omega(\theta)^2}}. \quad (\text{IV.2.22})$$

Nous en déduisons donc, par transformée de Fourier, que la fonction $g^{(1)}$ est aussi une gaussienne :

$$g^{(1)}(\tau, \theta) = e^{-\frac{\tau^2(1 - \cos\theta)}{4\tau_c^2}}, \quad (\text{IV.2.23})$$

avec $\tau_c^{-1} = 2k\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$ la largeur à e^{-2} . En utilisant enfin la relation de Siegert, nous obtenons que $g^{(2)}(\tau)$ est aussi de forme gaussienne :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\frac{\tau^2(1 - \cos\theta)}{2\tau_c^2}}. \quad (\text{IV.2.24})$$

La mesure du temps de cohérence peut donc servir de thermomètre comme elle est directement reliée à la température du nuage. En utilisant les données correspondant à la plus faible épaisseur optique ($b(\delta) = 0.02$), nous extrayons une largeur à mi-hauteur $\tau_{\text{coh}} = (961 \pm 30)$ ns donnant une température de $T = (245 \pm 15)$ μK , ce qui est bien en accord avec la température mesurée par temps de vol.

Plus l'épaisseur optique augmente, plus le temps de cohérence diminue. Cette observation s'interprète en faisant appel à la redistribution partielle de fréquence. Un décalage en fréquence est ajouté à chaque diffusion. Plus le nombre d'événements de diffusion augmente, plus le décalage Doppler total est important. Cela conduit donc en moyenne à un élargissement du spectre, d'où à une perte de cohérence effectivement mesurée. Nous présenterons à la section IV.3.2 une comparaison avec des simulations numériques. La baisse du temps de cohérence dans le régime de diffusion multiple est au coeur de la DWS. Elle correspond à une sensibilité accrue au mouvement des diffuseurs. En effet, les photons subissent une marche aléatoire avant de s'extraire de l'échantillon pour être détectés. Pour que le mouvement des diffuseurs ait un effet notable sur les fluctuations temporelles de la lumière transmise, il faut que le trajet d'un photon dans le milieu soit augmenté d'une quantité de l'ordre de la longueur d'onde. En transmission et si l'épaisseur optique est supérieure à l'unité, la longueur caractéristique du mouvement des diffuseurs sondée par la DWS est beaucoup plus petite que la longueur d'onde du laser, typiquement de l'ordre du rapport de la longueur d'onde par le nombre de diffusion. Enfin, rappelons qu'un avantage de la DWS dans cette configuration est la possibilité de faire varier expérimentalement l'échelle de longueur sur laquelle le mouvement d'un diffuseur est sondé en modifiant, par exemple, la longueur du milieu. Cela revient donc à changer l'épaisseur optique. Sur notre système, la présence de la résonance atomique permet de faire varier l'épaisseur optique juste en changeant la fréquence du laser et donc sans avoir à toucher à la taille du nuage ou au nombre d'atomes. Il est donc possible de juste désaccorder le laser par rapport à la résonance atomique

devant Γ . Elle n'est plus valide dans le cas des vapeurs atomiques chaudes où une corrélation existe entre la direction de propagation du photon incident et la vitesse longitudinale d'un atome. Un atome interagira préférentiellement avec un photon, désaccordé négativement par rapport à la résonance atomique, arrivant dans la direction inverse à la vitesse longitudinale de l'atome [de A. Carvalho 2015].

pour changer l'échelle de temps sur laquelle le mouvement est sondé grâce à la DWS, tout en travaillant à nombre de diffuseurs constant.

IV.2.3. Changement progressif de forme

La dernière observation est le changement progressif de forme de la fonction $g^{(2)}$ sur la figure IV.2.1. En effet, nous venons de voir qu'à faible épaisseur optique, celle-ci est bien décrite par une gaussienne dont la largeur à mi-hauteur est reliée à la température du milieu. L'effet Doppler impose que cette largeur dépend aussi de la direction d'observation de la lumière diffusée. Comme expliqué précédemment, cette forme gaussienne est caractéristique de la distribution maxwellienne des vitesses des atomes du piège magnéto-optique et du pur mouvement balistique animant les diffuseurs. Ce régime est complètement différent de ce qui est habituellement rencontré dans les expériences de DWS. En effet, les systèmes étudiés habituellement en DWS sont des diffuseurs directement immergés dans un liquide. En conséquence, le régime de mouvement balistique est difficilement accessible compte tenu des interactions entre les diffuseurs et le fluide autour. Aux temps longs, les particules diffusantes induisent un mouvement diffusif pour les diffuseurs. Mais à des courtes échelles de temps, quand les interactions n'ont pas notablement changé la fonction d'auto-corrélation des vitesses des diffuseurs, les particules diffusantes ont un mouvement balistique. L'étude des fluctuations temporelles de l'intensité diffusée permet d'accéder aux différentes échelles de temps à l'oeuvre dans ce type d'expériences. Il est donc possible de sonder le passage du régime balistique au régime diffusif en étudiant la variation de $g^{(2)}(\tau)$ avec le délai d'arrivée des photons τ . Il a notamment été montré qu'une décroissance exponentielle de $g^{(2)}(\tau)$ à long délai est caractéristique du régime diffusif [Maret 1987, Pine 1988, Weitz 1989]. Notons, de plus, que l'étude de la courbure de la fonction $g^{(2)}$ dans la limite $\tau \rightarrow 0$ informe sur la nature du mouvement des diffuseurs à des petites échelles de temps. En particulier, une fonction concave reflète le caractère non diffusif du mouvement des diffuseurs. La transition de l'un à l'autre, due à la présence d'interactions hydrodynamiques entre diffuseurs et fluide environnant, a été mise en évidence [Weitz 1989], l'échelle de temps séparant les régimes balistique et diffusif étant de l'ordre de quelques dizaines de nano-secondes.

Nous discutons maintenant qualitativement la forme de $g^{(2)}(\tau)$ en fonction de $b(\delta)$. Quand b croît et aux temps courts, $g^{(2)}(\tau)$ reste gaussien avec une largeur qui diminue quand b augmente, comme indiqué par les lignes pleines noires dans la deuxième colonne de la figure IV.2.1. En revanche, à plus grande échelle de temps, nous observons un comportement qui dévie de plus en plus fortement d'une gaussienne. Plus particulièrement, la variation observée se rapproche d'une droite en échelle semi-logarithmique, au lieu d'une parabole. Bien qu'une forme analytique de ce changement de forme soit difficilement accessible, il est possible de prévoir que la largeur de la courbe de la fonction $g^{(2)}$ atteigne une saturation profondément dans le régime de diffusion multiple. Un photon proche de la résonance envoyé dans le milieu va alors subir un nombre de diffusion typique de l'ordre de b_0^2 . Même à basse température, en d'autres termes même si $k\sqrt{\langle v^2 \rangle} \ll \Gamma$, le nombre de pas effectués peut être assez grand pour que l'impact de la redistribution de fréquence soit tel que le photon subisse un décalage en fréquence comparable à Γ . L'effet Doppler a donc pour conséquence d'amener le photon hors de résonance, avant que ce dernier ne s'extrait du système. La largeur du spectre optique du photon qui s'échappe du nuage est donc de l'ordre de Γ . On en déduit alors que le temps caractéristique de $g^{(2)}(\tau)$ pour les très grandes épaisseurs optiques va donc être de l'ordre de $\Gamma^{-1} = \tau_{\text{at}}$, temps de vie du niveau excité de la raie D2 du ^{85}Rb .

Pour rendre compte de ce changement de forme et de cette saturation attendue, nous allons développer deux modèles numériques, présentés à la section IV.3. Ils permettront de mieux

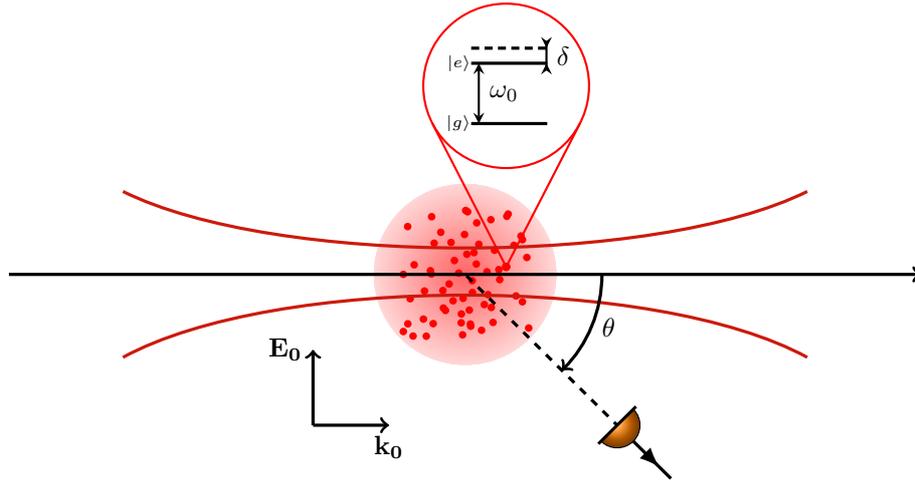


Figure IV.3.1 – Principe du modèle des dipôles couplés. Un nuage d’atomes à deux niveaux est forcé par un champ laser incident, désaccordé de δ par rapport à la fréquence de résonance atomique ω_0 , de direction \mathbf{k}_0 . Paramètres du nuage : nombre d’atomes $N_{\text{at}} \sim 10^3$, épaisseur optique $b_0 \sim 10$ et taille rms R du nuage fixé par les deux paramètres précédents. Paramètre du laser : waist $w = \frac{R}{3}$. Direction d’observation : $\theta = 41^\circ$.

appréhender le rôle de la diffusion multiple dans la perte de cohérence de $g^{(2)}(\tau)$.

IV.3. Analyse numérique et analytique des fluctuations temporelles lors du passage entre le régime de diffusion simple et de diffusion multiple

Nous abordons maintenant en détail le changement de forme observé dans les fonctions $g^{(2)}$ mesurées pour différents $b(\delta)$, du régime de diffusion simple à celui de diffusion multiple. Pour cela, nous avons eu recours à des simulations numériques basées sur deux modèles différents. Le premier prend en compte des effets de cohérence (et donc l’existence d’interférences) alors que le second est complètement incohérent^c. Nous comparerons ensuite les résultats expérimentaux et numériques avec une étude analytique.

IV.3.1. Modèles numériques

IV.3.1.1. Dipôles couplés

Le modèle des dipôles couplés (*coupled dipoles*, abrégé CD dans la suite) décrit de manière microscopique le nuage atomique comme un ensemble de dipôles couplés interagissant avec un champ laser de faible intensité [Svidzinsky 2010, Courteille 2010, Bienaimé 2011, Bienaimé 2013]. Son principe est présenté sur la figure IV.3.1. Le milieu est composé de N atomes à deux niveaux identiques ponctuels, de fréquence de résonance ω_0 et de taux de désexcitation Γ . Nous assimilons les atomes à des diffuseurs isotropes, réémettant la lumière sous forme d’ondes

^c. Nous le verrons, ce modèle ne prend pas en compte les effets interférentiels lors de la propagation du photon dans le système. En revanche, ces derniers deviennent importants dans le calcul de la fonction $g^{(2)}$ par la relation de Siegert, la fonction de corrélation résulte alors du battement entre les différentes composantes du spectre optique.

sphériques. L'ensemble est forcé par un laser se propageant dans la direction \mathbf{k}_0 , de fréquence ω_L désaccordé de δ par rapport à la résonance atomique. Sous l'effet du champ laser, les atomes acquièrent un moment dipolaire induit \mathbf{p} . Nous supposons que la réponse des atomes au champ incident \mathbf{E}_0 reste linéaire, de sorte que $\mathbf{p} \propto \mathbf{E}_0$. Nous allons adopter une description scalaire de la lumière et faisons comme si la lumière n'était pas polarisée. Chaque atome est animé d'une vitesse suivant une distribution maxwellienne tenant compte de la température du nuage. Nous supposons, de plus, que la densité atomique suit une loi gaussienne simulant ainsi la géométrie de l'expérience. Notons que la taille du laser est prise inférieure à celle du nuage pour respecter la configuration expérimentale, typiquement plus faible d'un facteur trois. Ce modèle a été intensément utilisé pour rendre compte des observations expérimentales de super et sous-radiance [Scully 2006, Scully 2009, Guerin 2016a, Araújo 2016, Roof 2016].

L'approche CD consiste à calculer l'amplitude du champ total émis par le nuage, connaissant les champs rayonnés par chaque dipôle constituant le nuage. En effet, le dipôle j à une position \mathbf{r}_j est soumis au champ laser incident ainsi qu'aux champs diffusés par tous les autres dipôles du nuage. De ce fait, ce modèle microscopique décrit les effets de cohérence et de coopérativité [Guérin 2017b]. Plusieurs approches permettent d'exprimer les amplitudes des dipôles β_j . La première s'appuie sur une description quantique de l'interaction lumière-matière, alors que la seconde décrit les atomes comme un ensemble d'oscillateurs harmoniques classiques. Les détails de la dérivation de l'évolution temporelle des coefficients β_j peut être trouvés dans [Rouabah 2015]. On montre alors que :

$$\frac{d\beta_j}{dt} = -i\frac{\Omega_R}{2}e^{i\mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_j(t)} + \left(i\delta - \frac{\Gamma}{2}\right)\beta_j(t) + i\frac{\Gamma}{2} \sum_{m \neq j} \beta_m(t) \frac{e^{ik_0|\mathbf{r}_j(t) - \mathbf{r}_m(t)|}}{k_0|\mathbf{r}_j(t) - \mathbf{r}_m(t)|}. \quad (\text{IV.3.1})$$

Le premier terme correspond au couplage des dipôles au laser incident (dans la description quantique $\Omega_R = \frac{dE_0}{\hbar}$ est appelé la pulsation de Rabi où d est l'élément de matrice du moment dipolaire associé à la transition entre les états fondamental et excité), le second décrit l'évolution naturelle des dipôles étant donné la durée de vie du niveau excité Γ^{-1} . Enfin, le dernier terme rend compte des interactions dipôle-dipôle, incluant les effets de cohérence. Précisons que les vitesses des dipôles sont incluses dans l'expression (IV.3.1) et cachées dans les déphasages des dipôles *via* la dépendance temporelle explicite de la position $\mathbf{r}_j(t)$ des diffuseurs. La validité du modèle impose de travailler à faible saturation, $s \ll 1$. Il faut donc avoir $\Omega_R \ll \Gamma$ proche de la résonance. Connaissant les amplitudes de chaque dipôle, on peut déduire l'intensité diffusée en champ lointain totale dans la direction \mathbf{k} :

$$I_{\text{sc}}(\mathbf{k}, t) \propto \left| \sum_{j=1}^N \beta_j e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_j} \right|^2. \quad (\text{IV.3.2})$$

La méthode de résolution consiste à trouver la solution des N équations linéaires couplées décrivant le système en résolvant directement les équations différentielles portant sur les β_j . Comme le modèle permet de calculer à la fois le champ diffusé par chaque dipôle et l'intensité totale émise par le nuage dans toutes les directions de l'espace, il offre un accès direct à $g^{(1)}(\tau)$ et $g^{(2)}(\tau)$. Les simulations de type CD offrent donc la possibilité de vérifier la relation de Siegert pour la direction d'observation choisie dans l'expérience, démontrée sur la figure IV.3.2 pour $b = 2$.

Cependant, l'utilisation du modèle CD est limitée à quelques milliers d'atomes pour des raisons de temps de calculs et de mémoire et donc des épaisseurs optiques de l'ordre de la dizaine. La diminution de la taille du nuage pour augmenter b_0 , à N constant, est possible dans une certaine mesure. En effet, comme nous souhaitons garder un laser de plus petite taille que le nuage, il faut

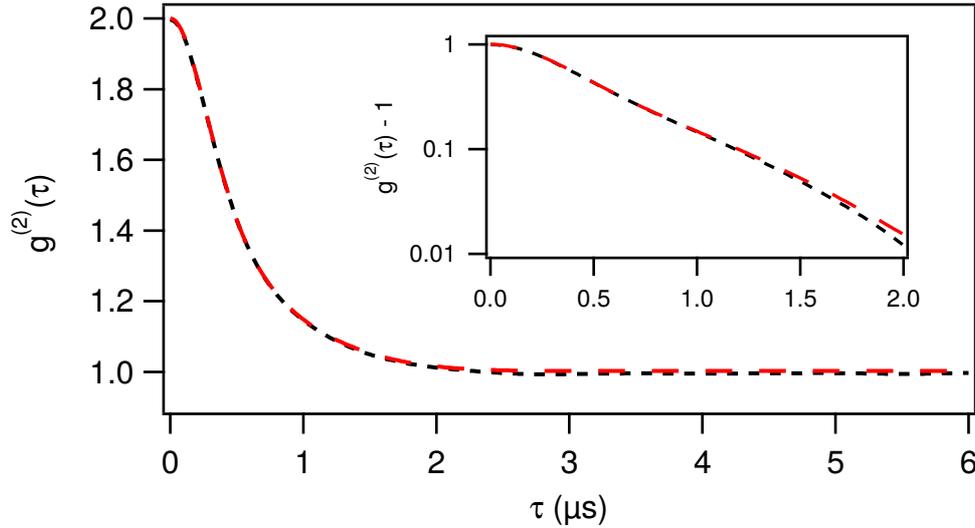


Figure IV.3.2 – Vérification de la relation de Siegert avec un nuage contenant $N = 5000$ atomes, $b_0 = 2.8$, $b(\delta) = 2$ et $\theta = 41^\circ$. Ligne pointillée noire : $g^{(2)}(\tau)$; ligne pointillée rouge : $1 + |g^{(1)}(\tau)|^2$. En insert : mêmes données présentées en échelle semi-log, restreintes aux deux premières micro-secondes.

être vigilant à ce que la longueur de Rayleigh du laser reste plus grande que l'extension du nuage. Il faut aussi garantir la condition de milieu dilué $\rho_0 k^{-3} \ll 1$. Celle-ci garantit de travailler dans les mêmes conditions de l'expérience. Précisons par ailleurs que l'approximation de la lumière scalaire implique le recours à un milieu dilué. En revanche, en adaptant le désaccord du laser, on peut simuler les mêmes $b(\delta)$ que ceux étudiées sur l'expérience. Les simulations CD révèlent donc que $g^{(2)}(\tau)$ ne dépend que de $b(\delta)$. Enfin, on peut comprendre ce modèle en imaginant une figure de tavelures. La prise en compte des interférences montre que l'intensité diffuse n'a pas de distribution spatiale homogène mais est faite de maxima et de minima locaux. Néanmoins, les tavelures sont stationnaires si les diffuseurs sont immobiles. Si on prend en compte leur mouvement, l'intensité diffuse dans une direction précise fluctue dans le temps. Le *speckle* sera donc dynamique et va présenter de fortes variations temporelles. L'étude de ses fluctuations, comme nous l'avons vu au chapitre I, est donc une analyse directe du mouvement des diffuseurs en régime de diffusion élastique. Cela nous permet de mieux comprendre le rôle de la diffusion multiple dans les corrélations de l'intensité.

Ces simulations ont été réalisées par Romain Bachelard, de l'Université fédérale de São Carlos.

IV.3.1.2. Marche aléatoire d'un photon

Principe du modèle RW

Le second modèle est une simulation de type Monte-Carlo où la marche aléatoire (*random walk*, abrégé RW dans la suite) incohérente d'un photon à l'intérieur du nuage atomique est étudiée, dont le principe est présenté sur la figure IV.3.3. Celui-ci peut subir un grand nombre d'événements de diffusion, supposés indépendants les uns des autres, par des diffuseurs dont les positions sont tirées aléatoirement. Seule la nature corpusculaire de la lumière est prise en compte et nous n'étudions pas les interférences entre les processus de diffusion. La comparaison des modèles CD et RW montre l'existence éventuelle d'effets de cohérence résistants en régime de diffusion multiple [Chabé 2014]. Chaque photon envoyé dans le nuage va subir une diffusion isotrope après avoir parcouru une distance correspondant au libre parcours moyen ℓ_{sc} . La densité atomique des diffuseurs suit une loi gaussienne de largeur correspondante à la taille typique du

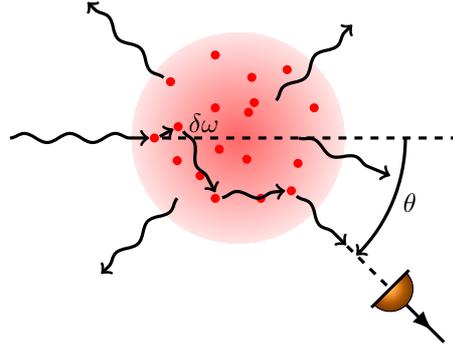


Figure IV.3.3 – Principe du modèle de marche aléatoire d'un photon à l'intérieur du milieu atomique. Plusieurs photons sont envoyés dans un nuage d'atomes froids. Chaque diffusion est isotrope et le libre parcours moyen est tiré au hasard, compte tenu de la distribution atomique gaussienne. Un décalage en fréquence $\delta\omega$, lui aussi tiré au hasard compte tenu de la distribution atomiques des vitesses, est introduit à chaque événement de diffusion pour simuler l'effet Doppler. Les paramètres utilisés dans les simulations RW sont similaires à ceux de l'expérience. Paramètres du nuage : nombre d'atomes $N_{\text{at}} = 3 \times 10^9$, épaisseur optique $b_0 = 105$ et taille rms du nuage $R = 0.5$ mm. Paramètre du laser : waist $w = 260$ μm . Direction d'observation : $\theta = 41^\circ$.

nuage, nous considérons donc une distribution de libre parcours moyen de la forme $\ell_{\text{sc}}(r, \delta)^{-1} = \rho(r)\sigma_{\text{sc}}(\delta)$. Pour tenir compte de la vitesse des atomes dans le nuage (et donc de l'effet Doppler), nous introduisons, pour chaque photon, un décalage en fréquence $\delta\omega$ à chaque événement de diffusion, tiré aléatoirement dans la distribution des vitesses. Celui-ci s'écrit $\delta\omega = \Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$, avec $\Delta\mathbf{k}$ correspondant à la différence des vecteurs d'onde des photons diffusé et incident. Bien que le modèle RW soit, par essence, incohérent, la prise en compte d'effets de dynamique temporelle requiert une composante de physique ondulatoire dans les simulations [Weiss 2018]. Le décalage en fréquence introduit par l'effet Doppler en est un exemple. Après diffusion, tous les photons s'échappent du nuage. Nous sélectionnons seulement ceux qui sortent selon la direction $\theta = 41^\circ$ dans un angle solide de 4×10^{-2} sr. Il n'est pas possible d'accéder à l'intensité diffusée et donc à $g^{(2)}(\tau)$. En revanche, nous obtenons le spectre $S(\omega_L, \theta)$ de la lumière diffusée dans la direction θ , correspondant à la transformée de Fourier de $g^{(1)}(\tau)$. En utilisant la relation de Siegert (validée *a posteriori* par le modèle CD), nous reconstruisons $g^{(2)}(\tau)$.

Le modèle RW prend en compte les vrais paramètres expérimentaux. Nous sommes donc en mesure de simuler des nuages à géométrie gaussienne, de tailles et de densités locales comparables à celles mesurées dans l'expérience. Par conséquent, les épaisseurs optiques à résonance sont identiques. Pour obtenir un bon rapport signal sur bruit dans la direction θ , quelques 10^6 photons sont envoyés dans le milieu atomique.

Les simulations RW ont été effectuées dans l'équipe par William Guerin.

Distribution des photons P ayant subis n événements de diffusion

Un des avantages du modèle RW réside dans le fait que l'on peut étudier en détail la forme du spectre optique de la lumière diffusée et donc la fonction de corrélation d'intensité en utilisant la relation de Siegert. En effet, on peut suivre chaque photon envoyé dans le nuage au cours des différentes diffusions. Quand ce dernier sort du nuage, nous avons une connaissance précise de sa fréquence, son angle de sorti ainsi que le nombre d'événements de diffusion subis. Dans la direction qui nous intéresse, on peut donc extraire le nombre de photons sortant après n événements de diffusion, duquel on construit la distribution $P(n)$. Cette distribution est

particulièrement importante dans la compréhension de la modification de $g^{(2)}(\tau)$ dans le régime de diffusion multiple, comme nous le verrons au paragraphe suivant (équation (IV.3.4)). Une connaissance fine de cette distribution permet un calcul précis de $g^{(2)}(\tau)$ dans le régime de diffusion multiple. La difficulté provient du fait que la distribution $P(n)$ dépend des propriétés du milieu ainsi que de sa géométrie. Il faut donc l'évaluer au cas par cas. Pour un nuage gaussien, aucune expression analytique n'a pu être trouvée. Nous avons donc recours aux simulations RW pour y accéder.

Pour la géométrie qui est la nôtre, nous présentons sur la figure IV.3.4 des exemples de distributions normalisées $P(n)$ pour quatre $b(\delta)$ différents. Dans le régime de diffusion simple, nous retrouvons bien le fait que l'immense majorité des photons ne subissent qu'une seule diffusion. Plus $b(\delta)$ augmente, et donc plus n augmente, plus la contribution des $n \geq 1$ devient importante. Pour les deux plus grands $b(\delta)$ présentés, les poids des différents événements de diffusion sont relativement similaires (pour $0 \leq n \leq 40$). En revanche, si n augmente, les effets des événements de diffusion se trouvant dans la queue de la distribution deviennent prépondérant. On remarque que $P(n)$ reste maximale autour de $n = 2$, même pour les hautes épaisseurs optiques. Évidemment, $P(n)$ tend vers 0 quand $n \rightarrow 0$, traduisant le fait que les photons doivent subir au moins une diffusion avant de sortir du milieu pour être détectés. Pour les grands n , la décroissance de $P(n)$ est assez lente : pour $b(\delta) = 105$, nous obtenons par un modèle en loi de puissance $P(n) \stackrel{n \gg 1}{\sim} n^p$ avec $p = -1.21 \pm 0.01$. Bien qu'aucune forme analytique de $P(n)$ ne soit connue pour un échantillon de profil gaussien, il peut être intéressant de comparer cette situation au cas d'un milieu infini dans la direction transverse (configuration en *slab*) où $P(n)$ peut être calculée explicitement profondément dans le régime de diffusion multiple [Pine 1990a, van der Mark 1990]. Dans ce cas, le théorème central limite permet de montrer que $P(n)$ décroît comme $n^{-3/2}$ pour $n \gg 1$. Dès lors, il est possible de calculer directement l'expression de l'auto-corrélation du champ électrique et d'en déduire $g^{(2)}(\tau)$.

Fonction de corrélation d'intensité obtenue avec le modèle RW

Comme nous venons de le voir, le suivi de chaque photon dans le milieu nous permet de mesurer sa fréquence au moment de sa sortie du nuage atomique dans la direction du système de détection. En plus du spectre optique total de la lumière émise dans la direction θ , nous avons aussi le détail des spectres optiques $S_n(\omega_L, \theta)$ des photons ayant subi n diffusions. En prenant la transformée de Fourier, nous obtenons alors la fonction $g_n^{(1)}$, dont nous déduisons la fonction de corrélation $g_n^{(2)}$ après n diffusions :

$$g_n^{(2)}(\tau) = 1 + \left| g_n^{(1)}(\tau, \theta) \right|^2. \quad (\text{IV.3.3})$$

Finalement, la fonction $g^{(2)}$ est donnée par :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \left| \sum_{n \geq 1} P(n) g_n^{(1)}(\tau, \theta) \right|^2. \quad (\text{IV.3.4})$$

Cette dernière expression est utile pour comprendre le rôle des différents ordres de diffusion dans le changement de forme de $g^{(2)}(\tau)$, dépendant des fonctions individuelles $g_n^{(1)}$ ainsi que de la distribution $P(n)$. Soulignons ici l'analogie entre cette relation et celle obtenue au chapitre I, expression (I.5.9).

La figure IV.3.5 montre l'évolution des formes de la fonction de corrélations d'intensité totale ainsi que le détail de certains ordres de diffusions, pour $b(\delta) = 2$. Premièrement, pour $n =$

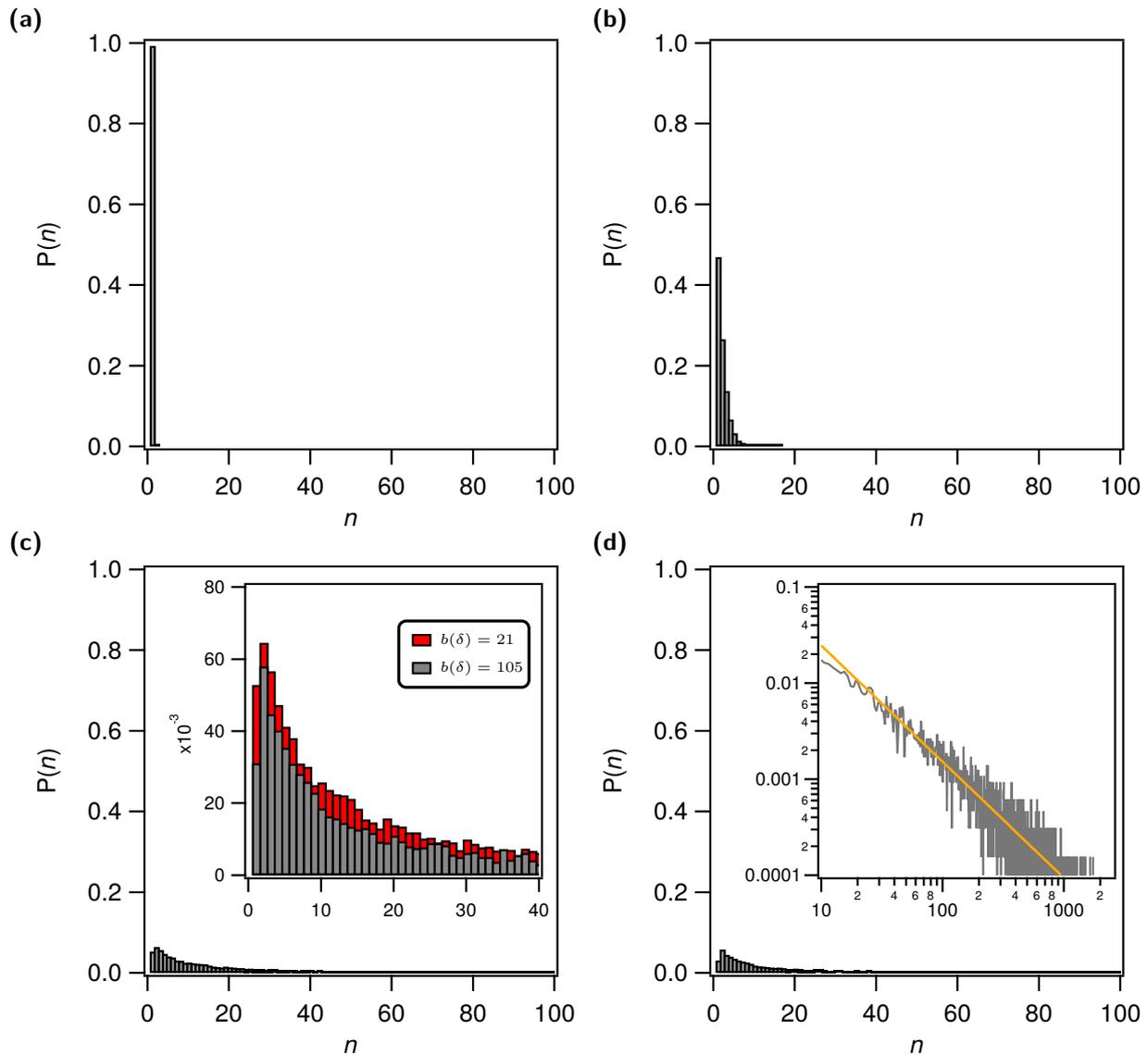


Figure IV.3.4 – Distribution $P(n)$ normalisée de photons ayant subi n événements de diffusion obtenues avec les simulations RW pour quatre épaisseurs optiques différentes, à la température déduite de la mesure de la demi-largeur de la fonction $g^{(2)}$ dans le régime de diffusion simple et dans la direction d'observation θ . **(a)** $b(\delta) = 0.017$, **(b)** $b(\delta) = 2.05$, **(c)** $b(\delta) = 21$ et **(d)** $b(\delta) = 105$. En inserts : en bas à gauche, zoom sur les quarante premiers événements de diffusion pour $b(\delta) = 21$ et $b(\delta) = 105$. En bas à droite, distribution $P(n)$ pour $b(\delta) = 105$ en échelle log-log pour illustrer la décroissance en loi de puissance. L'ajustement par une loi de puissance (ligne pleine orange), pour $n \in [30; 2000]$, de la forme $P(n) \sim n^p$ donne $p = -1.21 \pm 0.01$.

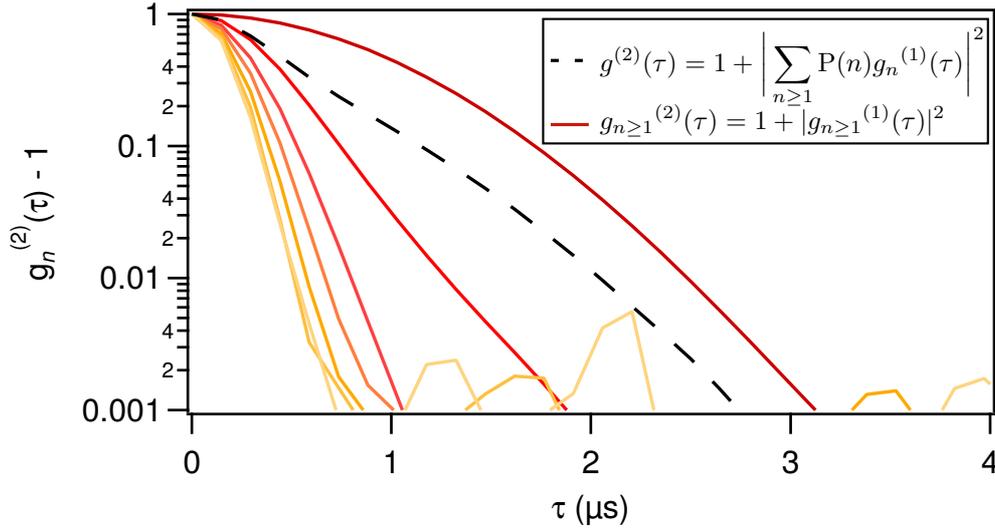


Figure IV.3.5 – Évolution de la forme de la fonction $g_n^{(2)}$ pour chaque événement de diffusion n , calculée à partir du modèle RW. Du rouge au jaune : $g_n^{(2)}$ pour $n \geq 1$ croissant. En pointillés noirs : fonction de corrélation d'intensité totale calculée à partir de $g_n^{(1)}$ et de $P(n)$.

1, la forme de $g_1^{(2)}(\tau)$ est clairement gaussienne. C'est, de nouveau, la signature de l'effet de la distribution maxwellienne des vitesses atomiques sur la forme du spectre optique de la lumière diffusée. Ensuite, pour $n = 2$, $g_2^{(2)}(\tau)$ se déforme et n'est plus gaussien pour de grands délais. En outre, plus n augmente, plus la forme des $g_n^{(2)}(\tau)$ semble se rapprocher de nouveau d'une gaussienne. Contrairement au cas $n = 1$ où la largeur de la gaussienne est fixée par la température T des atomes ainsi que l'angle d'observation, celle-ci décroît quand n augmente. Il en résulte que la forme totale de $g^{(2)}(\tau)$ est difficile à déduire puisque l'on doit procéder à la somme de gaussiennes, mais pas seulement, dont les largeurs sont différentes, pondérées par $P(n)$.

Des diffuseurs classiques ou résonants ?

Notons enfin qu'il est possible de tester grâce à RW l'influence de la résonance atomique dans le changement de forme de la fonction $g^{(2)}$. Chaque photon incident sur les atomes est désaccordé de δ , de sorte que l'épaisseur optique à la fréquence du laser soit $b(\delta)$ et la section efficace de diffusion des atomes soit $\sigma_{sc}(\delta)$, et voit sa fréquence décalée de $\delta\omega$ à chaque diffusion. Dans les simulations non résonantes, les atomes gardent la même section efficace de diffusion correspondante à celle du premier photon arrivant sur le système. À l'inverse, le cas résonant prend en compte ces changements de fréquence : à chaque diffusion, la section efficace de diffusion est modifiée et vaut $\sigma_{sc}(\delta + \delta\omega)$. Bien que dans la suite, nous utilisons le modèle résonant, nous présentons sur la figure IV.3.6(a) une comparaison entre les spectres optiques de la lumière diffusée, pour $b_0 = 105$, dans la direction θ obtenus dans les deux cas. Nous observons que les spectres ont une même largeur à mi-hauteur de 0.16Γ , notablement plus étroite que la largeur de la résonance, mais que les comportements dans les ailes sont très différents. En particulier, elles sont plus larges pour des diffuseurs classiques dues à la non-prise en compte des effets de redistribution en fréquence dans le calcul de la section efficace de diffusion. Par application de la relation de Siegert, nous obtenons les fonctions de corrélation $g^{(2)}$ correspondantes, tracées sur la figure IV.3.6(b) et ne remarquons aucune différences marquées sur les fonctions $g^{(2)}$ à petits délais, du fait des ailes du spectres optiques. Notons toutefois qu'une légère différence aux temps courts doit exister mais serait difficile à mettre en évidence

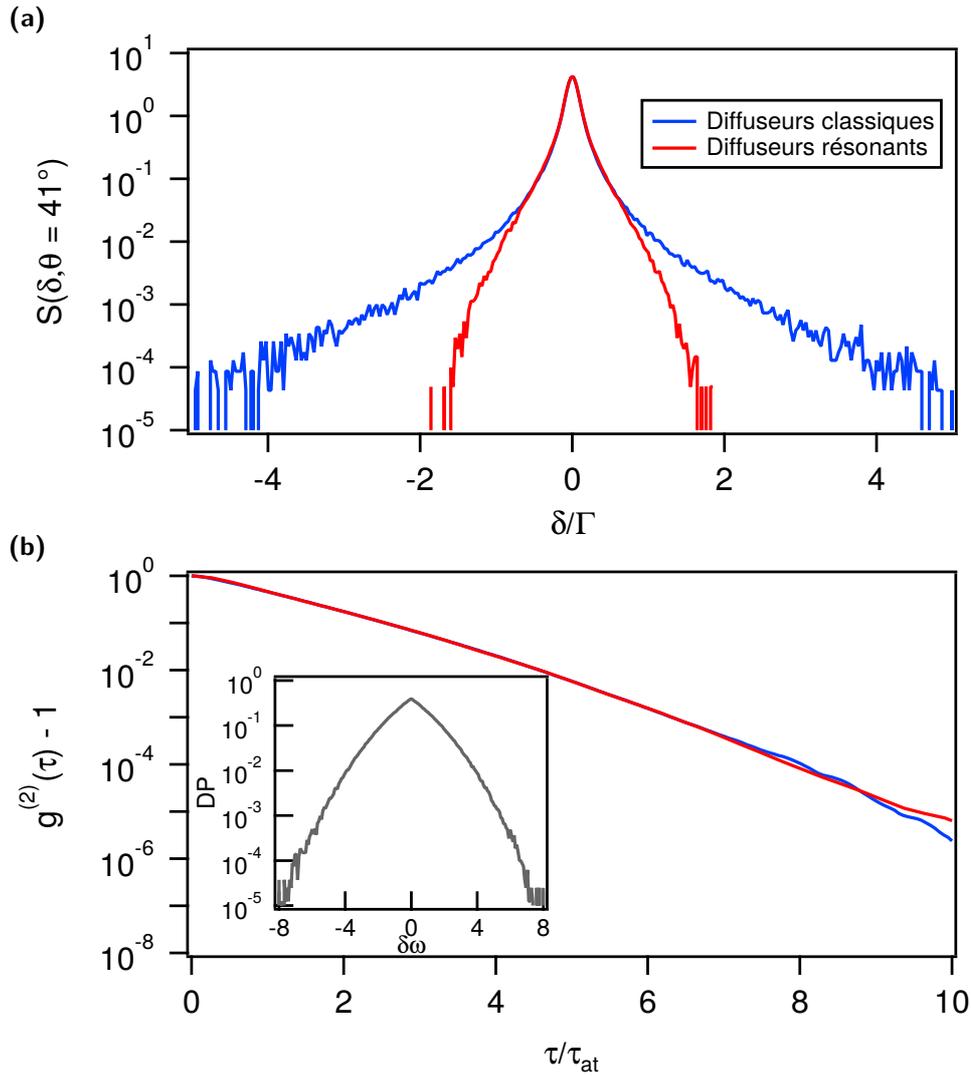


Figure IV.3.6 – Comparaison des simulations RW illustrant la différence entre diffuseurs résonants et classiques. **(a)** Spectres optiques obtenus pour $b_0 = 105$ dans les cas résonant (en rouge) et non-résonant (bleu), dans la direction θ . L'intégrale des spectres est normalisée à l'unité. **(b)** Fonctions $g^{(2)}$ correspondantes calculées à partir de la relation de Siegert, le code couleur est identique. En insert : histogramme des décalages Doppler tirés au hasard dans les simulations, en unité de kv , indiquant que la densité de probabilité (DP) ne suit pas une loi gaussienne. Noter les échelles semi-logarithmiques.

du fait de l'échantillonnage imposé par la fenêtre de fréquences pour calculer le spectre optique de la lumière diffusée. Il apparaît alors difficile de mettre en évidence expérimentalement un quelconque effet dû à la résonance puisqu'il se manifesterait à haute épaisseur optique dans le spectre optique à une magnitude de l'ordre de 10^{-2} , et donc de l'ordre de 10^{-4} au moins dans la fonction $g^{(2)}$ du fait de la relation de Siegert, puisque le temps d'intégration devrait alors très grand (de l'ordre de l'année). En plus de cette limitation, on deviendrait alors sensibles aux corrélations parasites du TDC qui viendraient fausser le signal mesuré.

En outre, la forme obtenue du spectre optique est dépendante de la distribution des décalages Doppler tirés au hasard lors du calcul de la différence de marche du photon dans le milieu. Le spectre optique s'avère être proche d'une lorentzienne, même proche de la résonance. Ce constat peut être surprenant compte tenu du fait que l'effet Doppler est directement relié à la distribution maxwellienne des vitesses des atomes de la vapeur. On peut donc attendre que le spectre optique thermalise vers une gaussienne dont la largeur est proche de Γ , ce qui n'est

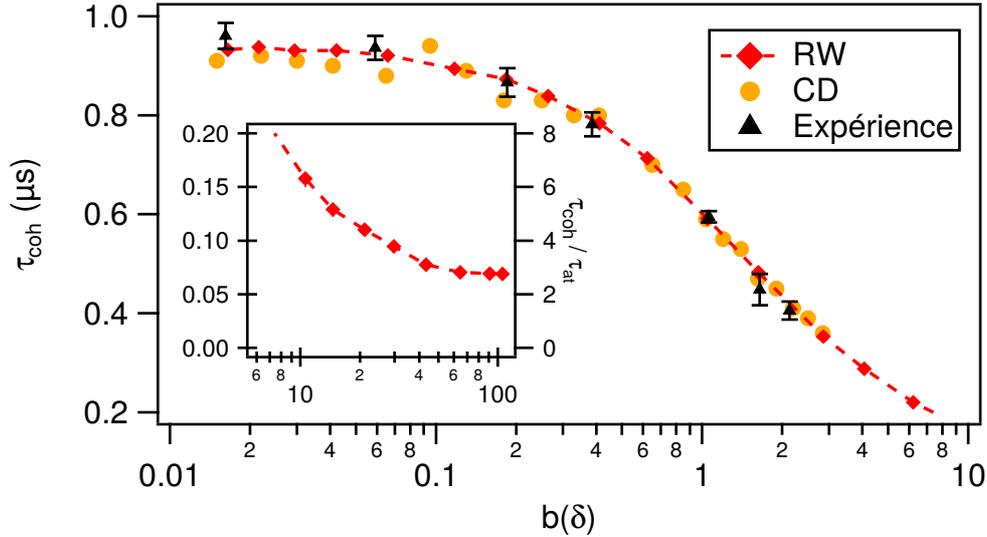


Figure IV.3.7 – Évolution du temps de cohérence en fonction de l'épaisseur optique à la fréquence du laser $b(\delta)$. Les triangles noirs correspondent aux données expérimentales, les losanges rouges à la simulation marche aléatoire (RW) et les cercles oranges au modèle des dipôles couplés (CD). En insert : zoom à grande épaisseur optique des temps de cohérence obtenus dans le modèle de la marche aléatoire du photon dans le milieu. τ_{at} est défini comme l'inverse de la largeur du niveau excité : $\tau_{\text{at}} = \Gamma^{-1} = 26$ ns.

effectivement pas le cas. Une explication est donnée par l'étude de la densité de probabilité des décalages Doppler pour $b_0 = 105$, tracée dans l'insert de la figure IV.3.6(b), et ne semble pas suivre une loi gaussienne à cause de la sélection angulaire des photons diffusés dans la direction θ . Pour calculer chaque $\delta\omega$ à chaque événement de diffusion dans la direction θ , il faut tirer au hasard deux vitesses correspondantes aux parties longitudinale et transversale dans la distribution des vitesses suivant la relation vue précédemment [de A. Carvalho 2015] :

$$\delta\omega(\theta) = k(v_{\parallel}(\cos \theta - 1) + v_{\perp} \sin \theta). \quad (\text{IV.3.5})$$

En cumulant les diffusions, un même photon est diffusé un grand nombre de fois avant de s'extraire du système, la mémoire de ce processus gaussien est perdue, modifiant notablement la distribution des décalages Doppler.

IV.3.2. Confrontation à l'expérience

Pour comparer les résultats expérimentaux aux simulations, nous avons commencé par extraire les temps de cohérence, définis comme les largeurs à mi-hauteur des courbes de $g^{(2)}(\tau)$. La comparaison est présentée sur la figure IV.3.7. Précisons de nouveau que les simulations RW prennent en compte les paramètres de l'expérience alors que pour CD, un b_0 plus faible est utilisé mais un ajustement des désaccords du laser est réalisé pour faire correspondre les $b(\delta)$. Il en résulte que le seul paramètre libre est la température du nuage, extraite de τ_{coh} pour l'épaisseur optique la plus faible. Malgré les différences conceptuelles entre les deux modèles, l'accord entre eux est remarquable, ainsi qu'avec les mesures expérimentales. Rappelons que le modèle CD est basé sur l'interaction entre des dipôles atomiques excités par un champ laser extérieur. Compte tenu des effets d'interférences inclus, la lumière diffusée peut s'apparenter à un *speckle* dynamique dans le cas où les dipôles sont en mouvement. Au contraire, le modèle RW étudie la marche aléatoire, par principe, incohérente d'un photon dans le nuage atomique. Néanmoins,

l'ajout d'une composante ondulatoire par l'introduction du décalage Doppler permet d'assimiler l'échantillon comme une source pseudo-thermique dont on peut connaître le spectre. Les deux visions sont donc complémentaires dans ce cas particulier et en parfait accord.

L'insert de la figure IV.3.7 montre comment évolue τ_{coh} pour les hautes épaisseurs optiques, dans le cadre du modèle RW. On voit que plus b augmente, plus le temps de cohérence diminue, comme nous l'avons déjà discuté en abordant la redistribution en fréquence, jusqu'à atteindre une saturation proche de la largeur de la résonance. Ce plateau est une signature de l'effet cumulatif de la redistribution partielle de fréquence. Les photons accumulent les décalages en fréquence au fur et à mesure des événements de diffusion, jusqu'à ce que $\delta\omega \simeq \Gamma$. Dans ce cas, les photons sortent de la résonance et ne sont plus diffusés par les atomes, permettant aux photons de s'échapper du système, ce qui explique la saturation observée. Plus particulièrement, on s'attend à ce que la largeur du spectre optique de la lumière diffusée doit tendre vers Γ du fait de toutes les contributions des décalages Doppler. Par application du théorème de Wiener-Khintchin et de la relation de Siegert, la largeur de la fonction $g^{(2)}$ tend vers une valeur de l'ordre de τ_{at} , ce qui est effectivement observé. En outre, cette saturation peut s'apparenter à une signature numérique de la redistribution complète de fréquence. Toutefois, nous pouvons nous interroger sur la validité de l'hypothèse CFR dans ce cas précis. Cette dernière implique que la fréquence du photon diffusée est totalement décorrélée de celle incidente, ce qui n'est pas vérifié ici. Qualitativement, on comprend pourquoi la largeur de $g^{(2)}(\tau)$ converge vers un temps de l'ordre de τ_{at} mais une prédiction quantitative reste cependant difficile puisque que le régime CFR n'est pas atteint.

Une analyse de la décroissance de τ_{coh} pour $b \in [8; 80]$ indique un comportement en $b^{-1/2}$ et non pas comme l'inverse de l'épaisseur optique comme on pourrait attendre quand le transport lumineux est diffusif, donc lorsque l'équation de diffusion s'applique. Une raison peut être le passage du régime du transport diffusif de la lumière à un nouveau régime. En effet, lorsque la lumière approche de la résonance, le paramètre $bk\sqrt{\langle v^2 \rangle}$ peut être supérieur à Γ . Dans ce cas, le transport de la lumière est régi par l'effet Doppler et le photon peut parcourir de longs pas avant de subir une nouvelle diffusion, invalidant alors l'approximation de la diffusion. Une autre raison peut venir de la géométrie du système. En effet, la densité gaussienne des atomes impose que l'épaisseur optique soit plus faible en périphérie du nuage qu'au milieu. La probabilité qu'un photon soit diffusé sur les bords du milieu est alors plus faible qu'au centre, résultant en une sortie plus rapide du photon du système. Seule une comparaison de simulations numériques RW entre nuage atomique avec densité gaussienne et nuage atomique sous forme de *slab* pourrait permettre de répondre à cette question.

Enfin, nous confrontons maintenant les formes de $g^{(2)}(\tau)$ mesurées et celles obtenues *via* les simulations CD et RW, voir figure IV.3.8. Comme les deux modèles sont basés sur un atome à deux niveaux, le contraste est donc maximal et égal à un. Dans le but de réaliser cette comparaison sur une même figure, il faut prendre en compte la baisse de contraste due à la diffusion Raman. Pour cela, les courbes numériques sont renormalisées par le contraste mesuré expérimentalement, évalué en prenant la valeur moyenne de la courbe expérimentale entre -30 ns et 30 ns. Nous obtenons un accord remarquable entre toutes les courbes, montrant que l'effet de la diffusion multiple est bien décrit par les modèles CD et RW.

IV.3.3. Prévisions analytiques

Comparons maintenant les formes des courbes de $g^{(2)}(\tau)$ obtenues dans l'expérience et les simulations. Bien qu'une expression analytique de $P(n)$ soit très difficile à obtenir, nous pouvons

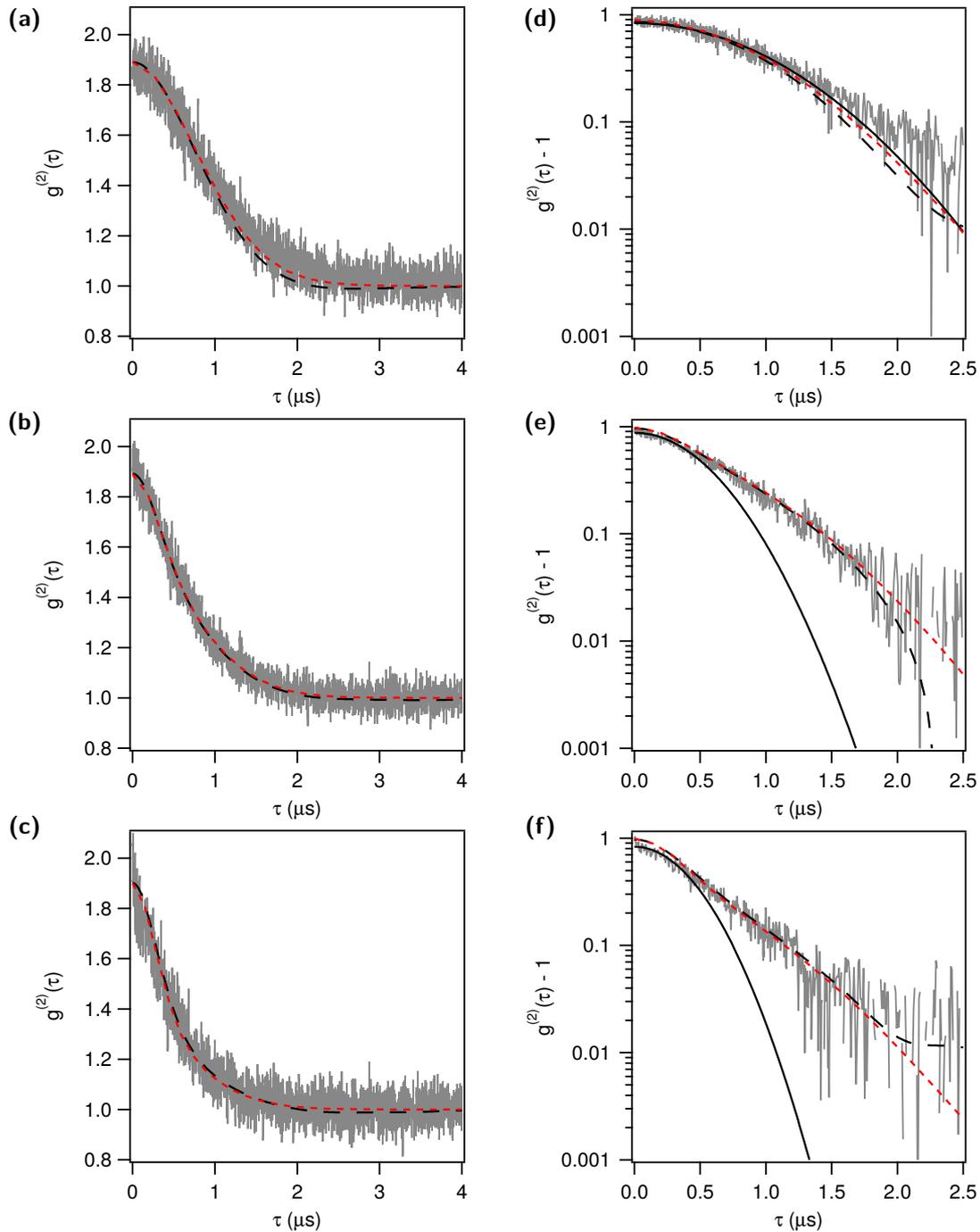


Figure IV.3.8 – Mêmes fonction de corrélation d'intensité $g^{(2)}$ pour les mêmes épaisseurs optiques que celles présentées sur la figure IV.2.1. Les données expérimentales sont présentées en gris. À gauche : courbes en échelle linéaire. À droite : zoom sur les premières $2.5 \mu\text{s}$ en échelle semi-logarithmique. De haut en bas, **(a) (d)** $b(\delta) = 0.07$, **(b),(e)** $b(\delta) = 1$ et **(c), (f)** $b(\delta) = 2$. Les courbes pointillées noir et rouge correspondent, respectivement, aux simulations de dipôles couplés et de marche aléatoire. Le contraste $C = g^{(2)}(0) - 1$ obtenu dans les simulations vaut un. Pour tenir compte de la baisse de contraste due majoritairement à la diffusion incohérente observée expérimentalement, les courbes sont renormalisées par la valeur moyenne du $g^{(2)}$ mesurée entre -30 ns et 30 ns . Un comportement gaussien (ligne noire pleine) est rajouté sur les courbes en semi-log pour guider l'oeil.

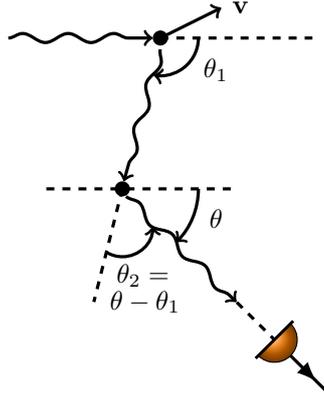


Figure IV.3.9 – Configuration angulaire pour le calcul du spectre optique de la lumière sortante du nuage d’atomes après deux événements de diffusion.

calculer relativement aisément une formule littérale pour $g_n^{(1)}(\tau, \theta)$ dans un modèle à deux dimensions. Pour un seul événement de diffusion (figure IV.1.1), nous retrouvons le spectre optique, et donc la fonction de corrélation d’ordre 1, gaussien vu précédemment et dont nous rappelons l’expression :

$$g_1^{(1)}(\tau, \theta) = e^{-\frac{\tau^2(1-\cos\theta)}{4\tau_c^2}}, \quad (\text{IV.3.6})$$

où $\tau_c = 2k\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$. Pour étudier le cas de deux diffusions, figure IV.3.9, considérons tout d’abord la diffusion d’un premier photon dans la direction θ_1 . Comme la mesure se fait selon l’angle θ , il faut que le second photon diffusé soit émis avec un angle $\theta_2 = \theta - \theta_1$, par rapport au premier. Le spectre du second photon est alors obtenu par la convolution des deux spectres individuels dus à l’effet Doppler $S(\omega_L, \theta_1) * S(\omega_L, \theta - \theta_1)$. En prenant les transformées de Fourier inverses, la fonction $g^{(1)}$ est donc le produit des fonctions de corrélation d’ordre un individuelles $g_1^{(1)}(\tau, \theta_1) \times g_1^{(1)}(\tau, \theta - \theta_1)$. Finalement, la fonction $g_2^{(1)}$ s’obtient en intégrant sur tous les angles θ_1 possibles :

$$g_2^{(1)}(\tau, \theta) = \int_0^{2\pi} d\theta_1 g_1^{(1)}(\tau, \theta_1) \times g_1^{(1)}(\tau, \theta - \theta_1) \quad (\text{IV.3.7})$$

$$= e^{-\frac{2\tau^2}{4\tau_c^2}} \int_0^{2\pi} d\theta_1 \exp\left(\frac{\tau^2}{4\tau_c^2} [\cos\theta_1 + \cos(\theta - \theta_1)]\right) \quad (\text{IV.3.8})$$

$$= e^{-\frac{2\tau^2}{4\tau_c^2}} I_0\left[\frac{\tau^2}{4\tau_c^2} \sqrt{2(1 + \cos\theta)}\right], \quad (\text{IV.3.9})$$

où I_0 est la fonction de Bessel modifiée de la première espèce. Autant dans le régime de diffusion simple, il est aisé d’obtenir que $g_1^{(1)}(\tau, \theta)$ est gaussien, il est plus compliqué d’inférer la forme de $g_2^{(1)}$ dans le cas de deux diffusions, et *a fortiori* pour plus d’événements de diffusion. En effet, on peut montrer par un calcul identique que pour n événements de diffusion, nous avons :

$$g_n^{(1)}(\tau, \theta) = \int_0^{2\pi} d\theta_1 \dots d\theta_{n-1} \left[\prod_{i=1}^{n-1} g_1^{(1)}(\tau, \theta_i) \right] g_1^{(1)}\left(\tau, \theta - \sum_{j=1}^{n-1} \theta_j\right) \quad (\text{IV.3.10})$$

$$= e^{-\frac{n\tau^2}{4\tau_c^2}} \int_0^{2\pi} d\theta_1 \dots d\theta_{n-1} \exp\left(\frac{\tau^2}{4\tau_c^2} \left[\sum_{i=1}^{n-1} \cos\theta_i + \cos\left(\theta - \sum_{j=1}^{n-1} \theta_j\right) \right]\right). \quad (\text{IV.3.11})$$

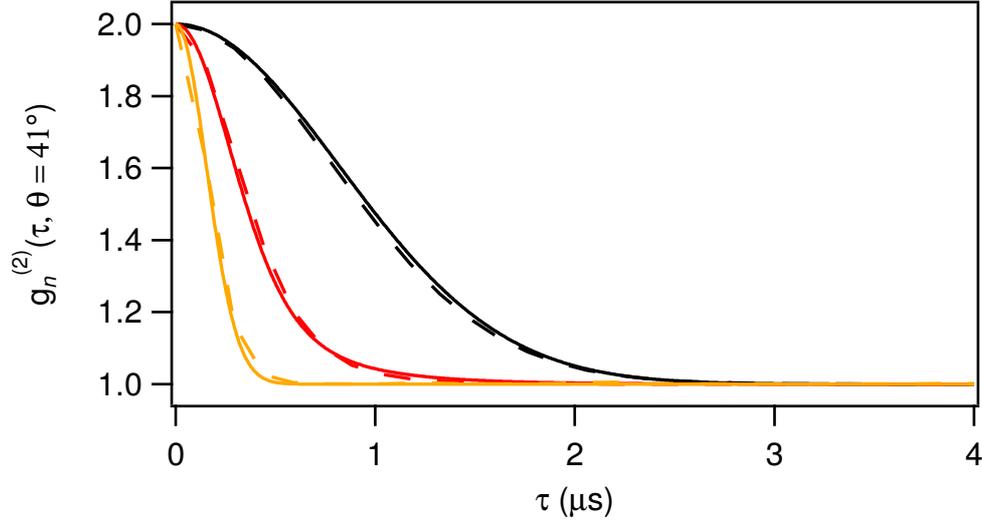


Figure IV.3.10 – Comparaison entre les fonctions de corrélations d'intensité pour les photons ayant subis n diffusions avant d'être détectés à 41° . Lignes pleines : $g_n^{(2)}(\tau, \theta = 41^\circ)$ calculé analytiquement avec les équations (IV.2.23) et (IV.2.24) ainsi que (IV.3.9)-(IV.3.13). Lignes tiretés : simulations RW pour $b(\delta) = 2$. De droite à gauche : $n = 1$ (noir), $n = 2$ (rouge) et $n = 7$ (orange).

Même si la forme est difficile à étudier, nous pouvons regarder les cas limites. Quand n augmente, plusieurs angles θ_i s'ajoutent de manière aléatoire. Dans ce cas, la valeur moyenne du dernier cosinus du membre de droite de l'expression précédente tend vers zéro et la contribution des θ_i est brouillée et l'équation (IV.3.11) devient :

$$g_n^{(1)}(\tau) = e^{-\frac{n\tau^2}{4\tau_c^2}} \left[\int_0^{2\pi} d\theta \exp\left(\frac{\tau^2}{4\tau_c^2} \cos \theta\right) \right]^n \quad (\text{IV.3.12})$$

$$= e^{-\frac{n\tau^2}{4\tau_c^2}} \left(I_0 \left[\frac{\tau^2}{4\tau_c^2} \right] \right)^n. \quad (\text{IV.3.13})$$

La demi-largeur à mi-hauteur de la gaussienne de la relation (IV.3.13) s'écrit $2\tau_c \sqrt{\frac{\ln(2)}{2n}}$. Combiné au fait que $I_0 \left[\frac{\tau^2}{4\tau_c^2} \right] \simeq 1$ dans le cas où $\tau \ll \tau_c$, nous retrouvons pour $\sqrt{\frac{\ln(2)}{2n}} \ll 1$ une forme gaussienne telle que :

$$g_n^{(1)}(\tau, \theta) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} e^{-\frac{n\tau^2}{4\tau_c^2}}, \quad (\text{IV.3.14})$$

dont la largeur à mi-hauteur dépend de n et décroît comme $n^{-1/2}$. De plus, dans la limite $\tau \rightarrow 0$, un développement limité en zéro de l'équation (IV.3.13) montre que $g_n^{(1)}(\tau, \theta)$ est une parabole concave en échelle semi-log (comportement effectivement observé expérimentalement, figure IV.2.1). Les fonctions de corrélation d'ordre 2 correspondantes sont obtenues avec la relation de Siegert. La figure IV.3.10 présente la comparaison entre les expressions analytiques obtenues et les simulations RW pour trois n différents. Notons que ce modèle analytique souffre d'une certaine limite, nous n'avons en effet pas pris en compte la distribution non homogène des atomes à l'intérieur du nuage. On observe néanmoins un très bon accord entre eux.

IV.4. Conclusion

En conclusion, nous avons présenté au cours de ce chapitre nos mesures de la fonction de corrélation $g^{(2)}$ de l'intensité diffusée par des atomes froids en mouvement balistique, un régime

difficilement atteignable dans les expériences typiques de DWS. Le fin contrôle des paramètres de la lumière envoyée dans le nuage a permis d'explorer les régimes de diffusion simple et de diffusion multiple. Du passage de l'un à l'autre, nous avons observé un rétrécissement de la courbe de $g^{(2)}(\tau)$ pour des épaisseurs optiques $b(\delta)$ croissantes ainsi qu'un changement de forme subséquent. Le recours aux simulations numériques, basées sur les modèles de dipôles couplés et de marche aléatoire, a rendu possible la mise en lumière du rôle de la diffusion multiple dans les corrélations de l'intensité. Nous avons, notamment, observé un très bon accord entre les calculs numériques et les données expérimentales.

Nous l'avons vu, la spectroscopie par ondes diffuses est une technique puissante, intensément utilisée notamment dans le domaine de la matière molle mais a aussi d'autres applications en physique atomique. Dans les vapeurs chaudes, la DWS pourrait faciliter l'étude de la dépendance temporelle des vols de Lévy [Mercadier 2009, Baudouin 2014b], ainsi que la connexion entre vols de Lévy et marches de Lévy quand ces effets temporels sont pris en compte [Zaburdaev 2015]. Le régime balistique des diffuseurs étudié dans ce chapitre est dû à l'expansion libre des atomes froids. Cependant, si ces derniers sont chargés dans une mélasse optique, ils seront cette fois-ci animés d'un mouvement diffusif. La quantification de la friction induite par le refroidissement Doppler ou sub-Doppler peut être réalisée par la DWS. Elle pourrait aussi être un outil puissant pour étudier des transitions de phases, comme par exemple la localisation d'Anderson de la lumière par les atomes froids [Skipetrov 2015, Celardo 2017]. Leur implémentation peut aussi permettre d'étudier en détail la diffusion inélastique et donc l'occurrence du triplet de Mollow, ainsi que des effets quantiques dans la diffusion coopérative de la lumière par les atomes froids [Pucci 2017].

Jusque là, nous nous sommes limités à un système passif et en présence seulement de diffusion élastique. Les corrélations d'intensité étant un outil puissant pour distinguer la nature classique ou quantique de la lumière, elles pourraient être implémentées pour caractériser la nature de la lumière émise par un système en présence de gain. Ceci pourrait, par exemple, être utilisé en astrophysique. En effet, du gain ainsi que de l'effet laser sont susceptibles d'exister dans le milieu interstellaire [Letokhov 2009]. La récente mesure des corrélations temporelles de l'intensité sur trois étoiles [Guerin 2017a] ouvre la voie à l'étude de lumière quantique émise par les étoiles. En outre, l'étude de la fonction $g^{(2)}$ pourra nous permettre d'analyser la lumière émise par le nuage d'atomes froids au-dessus du seuil du laser aléatoire dans le but d'en obtenir un signal expérimental direct. Dans cette optique, la première étape est de caractériser le gain dans les atomes, en mesurant la longueur de gain, ce qui est l'objet du prochain chapitre.

Troisième Partie

Vers l'étude des corrélations d'intensité dans les milieux actifs

Introduction

Caractériser un milieu optique éclairé par plusieurs lasers n'est pas chose aisée en raison des différentes constantes de temps mises en jeu dues aux interactions entre les fréquences lumineuses et les constituants de l'échantillon. Jusqu'à présent, nous nous sommes concentrés sur un milieu passif. Dans cette partie, nous allons nous tourner vers un milieu optiquement actif, illuminé par un ou des lasers qualifiés de pompe. En particulier, nous cherchons à introduire du gain dans le nuage d'atomes froids de ^{85}Rb suivant un mécanisme nommé gain Raman hyperfin, déjà utilisé sur notre expérience [Baudouin 2013a]. Ce type de gain peut être obtenu dans un système en configuration Λ où une inversion de population est créée entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux $|F = 3\rangle$ et $|F = 2\rangle$. Ce schéma met en jeu un processus multiphotonique entre ces niveaux où un premier photon est absorbé, amenant le système dans un nouvel état excité, et un second émis de manière stimulée à une fréquence différente.

Ce mécanisme de gain est basé sur la cohérence induite par la transition à deux photons entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux considérés. Ce processus a déjà été étudié aussi bien dans des vapeurs atomiques chaudes [Kumar 1985, Bowie 2000] que froides [Tabosa 1991, Grison 1991]. Plus récemment, son utilisation dans les atomes froids a permis de mettre en évidence un effet laser dans une cavité de grande finesse [Vrijzen 2011]. Il est aussi à la base de l'observation d'un laser en cavité avec un unique atome de césium comme milieu amplificateur [McKeever 2003] ou d'un laser superradiant [Bohnet 2012]. Cependant, d'autres phénomènes physiques reposent aussi sur l'introduction de cohérence due aux transitions à plusieurs photons entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux du système en configuration Λ éclairé avec une pompe et une sonde. Nous pouvons citer, entre autres, la transparence électromagnétiquement induite observée pour la première fois dans un gaz de strontium entre des états excités [Boller 1991] ou l'absorption électromagnétiquement induite [Lezama 1999].

En présence de transparence électromagnétiquement induite, la cohérence induite dans un système en configuration Λ peut servir à stocker de l'information dans le système et faisant alors office de mémoire optique. Dans ce cas, on cherche à ce que le temps de cohérence soit le plus long possible avant de pouvoir restituer l'information initialement stockée. De longs temps de vie, de l'ordre de plusieurs centaines de microsecondes, ont en effet été observés dans des nuages d'atomes froids [Chanelière 2005, Cho 2016] ou dans des cristaux dopés aux ions de terres rares [Goldner 2009] ouvrant la voie à des mémoires optiques solides. Cependant, lorsque le temps de cohérence diminue, il devient difficile de pouvoir accéder à la dynamique temporelle du système. Il faut donc développer des méthodes expérimentales permettant de résoudre ces échelles temporelles. Pour cela, les techniques de spectroscopie pompe-sonde s'avèrent bien adaptées. On envoie sur le système une première impulsion de haute intensité, appelée la pompe, perturbant le système. Puis une seconde impulsion lumineuse de faible intensité, la sonde, l'éclaire et vient lire l'état du système après l'excitation. Ce type d'expériences, résolues en temps, a permis, notamment, de sonder les états vibrationnels de molécules organiques de l'hémoglobine [Owrutsky 1995] ou d'un acide aminé [Mendonça 2012]. Cette technique est aussi applicable lorsque pompe et sonde sont appliquées en même temps. Au quel cas, aucune dynamique temporelle ne peut être étudiée mais il est possible de suivre l'évolution des populations atomiques mis en jeu en étudiant la transmission de la sonde en présence de la pompe. Dans ce cas, on peut suivre en temps réel la répartition de l'inversion de population induite dans le milieu pendant l'illumination de la pompe. Nous avons déjà vu ce cas de figure avec la spectroscopie par absorption saturée permettant de résoudre des structures spectrales sub-Doppler. L'implémentation expérimentale de cette spectroscopie pompe-sonde, appliquée au cas du gain Raman hyperfin, est donc un bon moyen pour caractériser l'ajout de gain dans les vapeurs

atomiques froides.

En outre, l'étude des propriétés optiques d'un milieu actif peut aussi être réalisée en analysant la lumière qu'il émet. Les méthodes hétérodynes sont de bonnes candidates. Elles sont utilisées depuis longtemps dans le domaine des atomes froids pour étudier la fluorescence d'atomes dans des mélasses optiques et dans des réseaux optiques, mettant en évidence une localisation des atomes dans des puits de potentiels lumineux [Westbrook 1990] ou une quantification de leur mouvement [Jessen 1992]. Les techniques hétérodynes sont aussi très bien adaptées pour localiser des résonances de Feshbach [Sawyer 2017] ou alors pour étudier le couplage entre nuage d'atomes froids et cavité optique de grande finesse, que ce soit pour détecter une quantification du mouvement collectif des atomes [Brahms 2012] ou alors pour la préparation d'états non classiques pour l'interférométrie atomique [Bernon 2011]. Enfin, citons aussi la mesure de spectre optique par hétérodynage pour l'étude de nuages d'atomes à proximité d'une nanofibre pour générer des distributions du nombre d'atomes sous-poissoniennes [Béguin 2014], la mesure de température [Meng 2017] ou bien les processus de chauffage des nanofibres par la lumière diffusée afin d'éviter les dommages [Anderson 2018].

Les propriétés de cohérence temporelle d'un laser fonctionnant au-dessus du seuil sont bien connues et se traduisent par une statistique de Poisson impliquant $g^{(2)}(\tau) = 1$. Il est cependant plus difficile de trancher lorsque le laser opère proche du seuil. Néanmoins, dans le cas spécifique des lasers de classe A^d, une théorie existe pour modéliser la construction de la cohérence temporelle en régime transitoire [Arecchi 1971]. Ce n'est malheureusement pas le cas pour les lasers de classe B, classe englobant les lasers utilisés sur notre expérience, en partie à cause du couplage fort existant entre les émetteurs et leur environnement. Néanmoins, des expériences ont permis de mesurer la fonction de corrélation de l'intensité lumineuse d'une diode en cavité étendue autour du seuil pour en extraire la distribution du nombre de photons [Roumpos 2013] ou bien dans des systèmes mésoscopiques [Wang 2015]. Faute de modèles théoriques adéquats, les résultats relatifs aux lasers de classe A ont souvent été utilisés pour rendre compte des observations. En outre, la valeur à zéro délai de la fonction $g^{(2)}$ a aussi été mesurée pour un milieu désordonné dont l'intensité du pompage est modifiée [Cao 2001], montrant que la statistique de la lumière semble tendre vers une loi de Poisson bien au-dessus du seuil. De telles mesures ne sont pas encore accessibles pour un laser aléatoire à atomes froids. Dans ce contexte, l'avantage de notre système atomique est d'avoir un pompage homogène dans l'ensemble de l'échantillon. Des calculs *ab initio* peuvent être réalisés pour obtenir une expression du seuil de l'émission laser. Combinée à une étude systématique des propriétés de cohérence temporelle de la lumière émise par le nuage autour du seuil, il serait alors possible de mieux comprendre les mécanismes de construction de la cohérence dans les systèmes désordonnés optiquement actifs.

Dans cette partie, nous présentons l'état actuel de nos recherches sur l'étude des corrélations d'intensité de la lumière émise par les atomes piégés en présence de gain. Nous commencerons par montrer comment induire du gain Raman hyperfin dans le milieu ainsi que le contrôle de l'inversion de population à l'intérieur, avant de présenter nos premières expériences de spectroscopie pompe-sonde. Nous finirons par prédire la forme du signal d'hétérodynage avant de nous tourner vers la réalisation de nos premières mesures expérimentales dans ce contexte.

d. On classe les lasers en trois catégories distinctes en fonction de la séparation des échelles de temps des grandeurs intervenant dans les équations de Maxwell-Bloch : amplitude du champ électrique intra-cavité, polarisation du milieu à gain et inversion de population [Bretenaker 2015]. Les lasers de classe A sont typiquement à base de colorants ou de milieux gazeux, les diodes lasers fabriquées avec des matériaux semiconducteurs sont de classe B. Les lasers de classe C présentent un comportement chaotique, un exemple pouvant être le laser à ammoniac fonctionnant dans l'infra-rouge lointain.

CHAPITRE V

Mesure des corrélations d'intensité de la lumière émise par un gaz d'atomes froids en présence de gain

Sommaire

V.1	Inversion de population pour obtenir du gain	170
V.1.1	Rappel du système atomique	170
V.1.2	Implémentation expérimentale	172
V.1.3	Mesure <i>via</i> imagerie d'absorption	173
V.2	Mesure du gain par spectroscopie pompe-sonde	175
V.2.1	Création de bandes latérales : modulateur électro-optique	175
V.2.2	Caractérisation en absence de gain : transparence électromagnétique- ment induite	180
V.2.2.1	Mesure de l'épaisseur optique sur $ 2\rangle \rightarrow 1'\rangle$	180
V.2.2.2	Accès direct à l'inversion de population	182
V.2.2.3	Observation de l'EIT	185
V.3	Vers la détermination du spectre optique	188
V.3.1	Prévision de la forme du signal détecté	188
V.3.2	Validation de la mesure du spectre optique	191
V.4	Conclusion	194

Dans ce chapitre, nous présentons les derniers avancements de l'expérience pour quantifier le gain Raman hyperfin induit à l'intérieur du nuage d'atomes. C'est une mesure préalable nécessaire avant d'étudier une modification du spectre optique de la lumière diffusée par les atomes en présence de gain. Il faut donc pouvoir mesurer et caractériser l'inversion de population atomique en fonction des paramètres du laser pompe, que ce soit sa fréquence ou son intensité. L'utilisation d'un laser repompeur est nécessaire pour maintenir cette inversion de population. L'intensité relative de ces deux faisceaux pilote la quantité d'atomes transférés dans un état excité apportant le gain Raman. L'étude de l'inversion de population en fonction de la présence des deux lasers doit donc être réalisée dans le but de préparer le nuage avec une quantité arbitraire de gain. Cela nous permettra ensuite de mieux comprendre l'évolution du spectre de la lumière émise par un milieu optiquement actif.

Pour cela, nous souhaitons réaliser une mesure de type pompe-sonde pour déterminer la quantité de gain induite. Nous commencerons donc par rappeler le système atomique et les niveaux mis en jeu dans le mécanisme de gain Raman hyperfin et montrerons comment mesurer une inversion de population avec une imagerie par absorption. Ensuite, nous verrons comment sonder, grâce à une technique de type pompe-sonde, le système en présence de gain pour mettre en évidence une amplification de la sonde à une fréquence bien spécifique. Nous caractériserons en particulier la cohérence de phase entre pompe et sonde par une étude de transparence électromagnétiquement induite. Enfin, nous présenterons nos premières mesures de spectres optiques de la lumière diffusée par les atomes illuminés par la pompe, réalisées à partir de l'analyse des corrélations de l'intensité.

V.1. Inversion de population pour obtenir du gain

Dans cette section, nous abordons les différentes étapes pour préparer le nuage avec une inversion de population donnée afin d'obtenir une émission de laser aléatoire. Nous verrons notamment que cela passe par un ajustement fin des intensités des lasers pompe et repompeur. Nous commençons par rappeler le système atomique considéré. Nous étudierons ensuite l'implémentation expérimentale pour éclairer les atomes à la bonne fréquence ainsi que comment les sonder dans l'optique d'une mesure pompe-sonde, avant de présenter les mesures expérimentales.

V.1.1. Rappel du système atomique

La figure V.1.1(a) rappelle les niveaux atomiques impliqués dans le mécanisme de gain Raman hyperfin, déjà rencontré à la section II.3.1. Nous considérons un système à cinq niveaux : les deux niveaux hyperfins fondamentaux $|3\rangle$ et $|2\rangle$ du ^{85}Rb ainsi que trois niveaux excités $|1'\rangle$, $|2'\rangle$ et $|3'\rangle$. Nous ne prenons pas en compte le niveau $|4'\rangle$ puisque n'intervenant que dans le processus de refroidissement. Le laser Raman, aussi dénommé pompe, induit une transition à deux photons entre $|3\rangle$ et $|2\rangle$ *via* le niveau $|2'\rangle$. Celle-ci contribue au gain Raman, dépendant du désaccord Δ par rapport au niveau $|2'\rangle$. Lors du refroidissement, les atomes sont majoritairement dans $|3\rangle$. Le laser Raman sert donc à les transférer vers $|2\rangle$, pouvant créer ainsi une inversion de population. Toutefois, pour la maintenir, un repompeur est nécessaire autorisant les atomes à retourner dans $|3\rangle$. Une maîtrise fine des intensités relatives entre ces deux lasers, à désaccords fixes, est importante pour contrôler l'inversion de population. En effet, si la pompe est trop puissante, tous les atomes tombent dans $|2\rangle$ alors qu'à l'inverse, si elle est trop faible, les atomes vont rester dans $|3\rangle$.

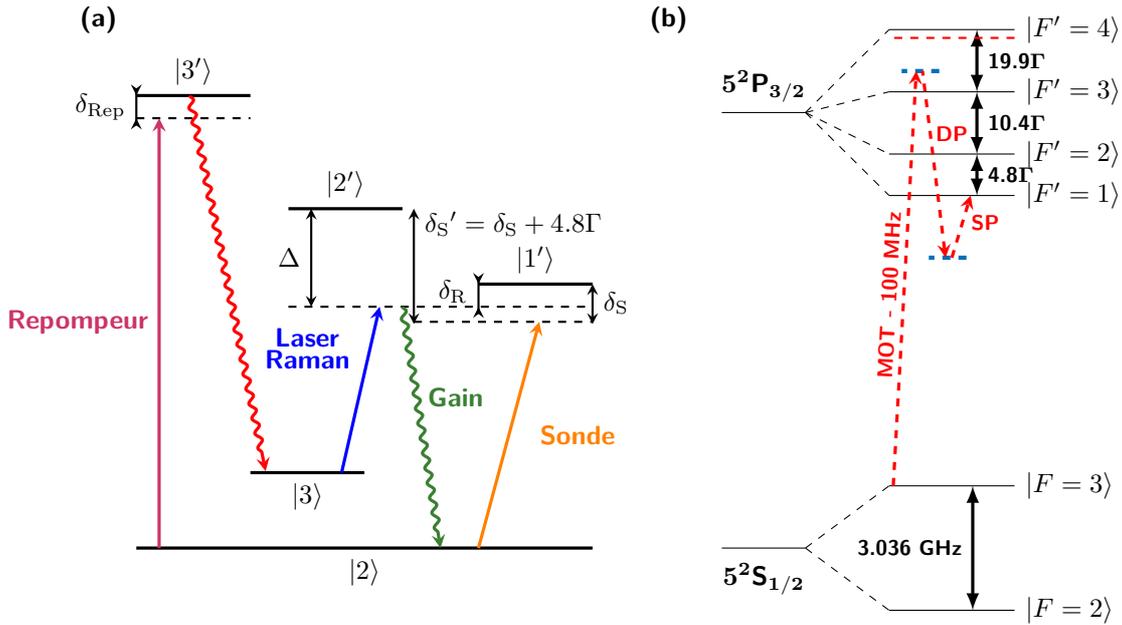


Figure V.1.1 – Ensemble des niveaux d’énergie considérés pour implémenter du gain Raman hyperfin à l’intérieur de la vapeur atomique froide. **(a)** Schéma de la configuration utilisée. Un laser Raman, la pompe, induit une transition à deux photons entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux $|3\rangle$ et $|2\rangle$ *via* le niveau $|2'\rangle$. Précisons que la transition $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$ est interdite. Un repompeur permet de maintenir l’inversion de population entre ces deux niveaux. Le gain est obtenu à la fréquence de la transition à deux photons, mesuré par une sonde accordée autour de la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$. **(b)** Écart d’énergie entre les différents niveaux atomiques considérés dans ce type de mécanisme de gain. Adapté de [Steck 2001]. Les lignes verticales pointillés rouges indiquent comment les lasers Raman, dérivés à partir de la sortie du MOPA (chapitre II, figure II.2.3), sont amenés à la fréquence correspondant à la transition interdite $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$. La fréquence des faisceaux MOT est symbolisée par la ligne pointillée rouge horizontale sous le niveau $|4'\rangle$. DP : AOM en configuration double passage, SP : AOM en configuration simple passage.

La diffusion nécessaire à l’obtention d’un laser aléatoire est obtenue grâce à la transition additionnelle $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$. La diffusion sur cette transition va être efficace si le désaccord du laser Raman est choisi de manière à être égal au décalage hyperfin entre $|2'\rangle$ et $|1'\rangle$. On peut donc combiner de manière optimale du gain et de la diffusion sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ si $\Delta \simeq -4.8\Gamma$. Nous définissons le désaccord $\delta_{\text{R}} = \Delta + 4.8\Gamma$ du laser Raman par rapport à la transition interdite $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$. Rappelons que l’utilisation de cette transition présente plusieurs avantages. Premièrement, elle n’est pas couplée au niveau $|3\rangle$, comme aucun couplage dipolaire électrique n’est possible. Cela a pour effet que le niveau $|1'\rangle$ n’interagit pas avec le laser Raman et ne détruit pas le gain. Enfin, $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ est une transition fermée et ne perturbe donc pas l’équilibre des populations entre $|2\rangle$ et $|3\rangle$. Nous cherchons donc à mettre en évidence du gain sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$, c’est donc ici que nous allons sonder le système dans l’optique d’étudier la quantité de gain requise pour dépasser le seuil du laser aléatoire.

Finalement, le faible écart entre $|2'\rangle$ et $|1'\rangle$ (figure V.1.1(b)) est assez petit pour assurer une bonne efficacité du gain Raman mais suffisamment important pour que la pompe soit faiblement diffusée. On aurait pu aussi réaliser un schéma à cinq niveaux en utilisant $|4'\rangle$ comme niveau supplémentaire pour diffuser la lumière. Toutefois, son écart en fréquence avec le niveau le plus proche étant d’environ 20Γ , l’efficacité du gain Raman serait altérée. C’est aussi pour la même raison que l’isotope 85 du rubidium est plus favorable que le 87 puisque les écarts hyperfins sont plus faibles dans le premier.

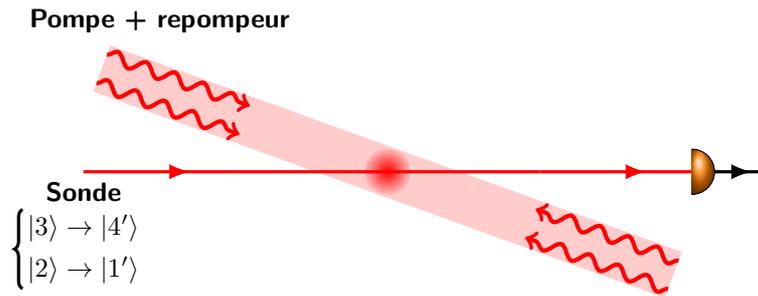


Figure V.1.2 – Configuration expérimentale de l'éclairage du MOT par les pompes contra-propageantes, superposées aux deux faisceaux du repompeur et la sonde. L'angle entre les pompes et la sonde, exagéré ici, est de 17.3° .

V.1.2. Implémentation expérimentale

Nous décrivons maintenant la réalisation expérimentale du mécanisme de gain Raman hyperfin. Le repompeur et le laser Raman sont obtenus avec deux diodes lasers différentes (chapitre II, figure II.2.3). En particulier, la pompe est dérivée du même laser que celui générant les faisceaux MOT. La séparation entre les deux s'effectue au moyen d'un modulateur acousto-optique servant d'interrupteur. Il y a donc un décalage en fréquence provenant de la fréquence de vibration du cristal à l'intérieur de l'AOM diffractant la lumière. Le premier ordre de diffraction est utilisé pour le refroidissement alors que l'ordre zéro sert, entre autre, pour induire le gain Raman. L'ordre zéro se trouve alors à -100 MHz de l'ordre un, ce dernier étant à -3Γ de la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ *via* le dispositif d'asservissement par *offset-lock* (respectivement lignes pointillées bleu foncé et rouge sous le niveau $|4'\rangle$ de la figure V.1.1(b)). Il faut donc amener la pompe autour de la transition interdite $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$, située 120 MHz plus loin de $|4'\rangle$ (environ 20Γ). Pour cela, nous avons combiné deux modulateurs acousto-optiques, le premier en configuration double-passage (DP) et le second en simple passage (SP). La raison est double. Le DP permet de changer la fréquence du laser sans toucher à son alignement. Le SP sert, à la fois, d'interrupteur optique permettant donc d'envoyer des impulsions lumineuses sur les atomes synchronisées sur un cycle expérimental, ainsi qu'à faire varier l'efficacité de diffraction pour moduler l'intensité de la lumière dans l'ordre diffracté. Un dispositif similaire permet de contrôler la fréquence et l'intensité du repompeur. Nous avons donc la possibilité de faire varier les intensités et les fréquences de chaque laser pour être en mesure de préparer les atomes avec une inversion de population donnée.

La géométrie de l'éclairage des atomes par le laser Raman et le repompeur est schématisée sur la figure V.1.2. Ces deux lasers sont superposés ensemble sur un cube séparateur de polarisation et ainsi divisés en deux faisceaux. Au moyen d'une lame demi-onde placée en amont du séparateur, on peut faire varier continuellement la puissance optique d'une sortie à l'autre et ainsi équilibrer cette puissance entre les deux bras. Les modes spatiaux des lasers, préalablement adaptés entre eux, sont ajustés avec un télescope de grandissement 8 pour atteindre 1 cm de waist au niveau des atomes. Rappelons que le diamètre du nuage est de l'ordre du millimètre. On s'assure donc d'avoir une même efficacité de pompage sur l'ensemble du nuage. Au total, des puissances de 20 mW et 6 mW, respectivement, sont disponibles pour chaque bras du laser Raman et le repompeur (soit, respectivement 40 mW et 12 mW au total), correspondant à des intensités pics de, respectivement, $25 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ et $8 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ au centre du nuage. Pour éviter tout effet mécanique provenant de la force exercée par la lumière sur les atomes, il est important de bien équilibrer les puissances optiques entre les deux faisceaux pour ne pas détruire le nuage, ce qui est réalisé avec l'imagerie d'absorption. Enfin, nous verrons que la seule connaissance de

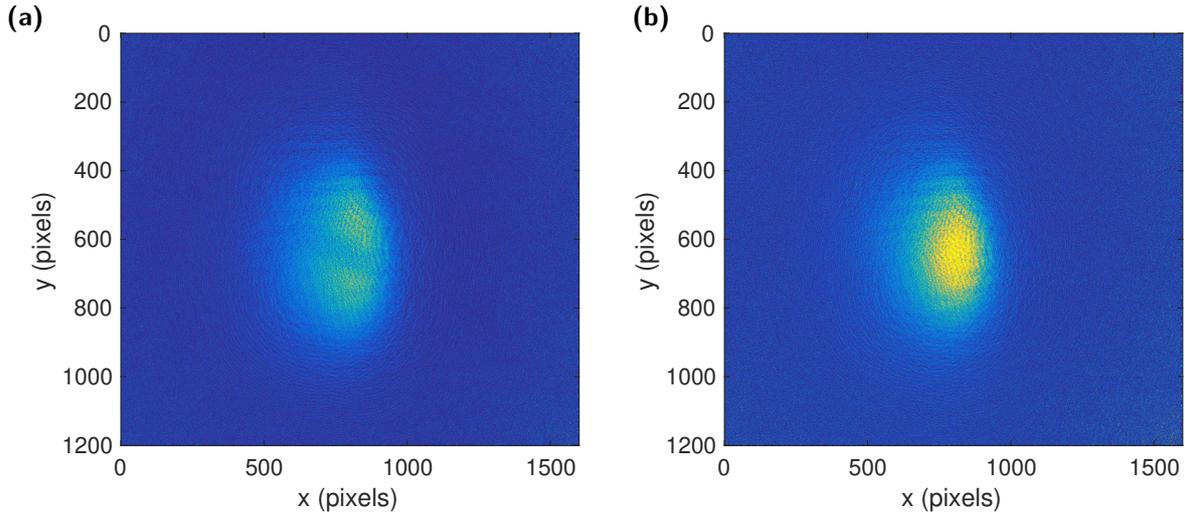


Figure V.1.3 – Procédure d’alignement des faisceaux Raman sur les atomes. **(a)** Un seul bras de la pompe, de taille transverse inférieure à la taille du nuage, illumine les atomes. La lumière étant accordée à résonance et d’intensité supérieure à l’intensité de saturation, les effets mécaniques sont assez importants pour pousser violemment les atomes. **(b)** Les atomes sont éclairés par les deux faisceaux de la pompe, dont la puissance est équilibrée sur les deux bras.

l’épaisseur optique à résonance b_0 mesurée sur $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ est suffisante pour retrouver celle sur $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$, notée \tilde{b}_0 , leur rapport étant fixé par le rapports des coefficients de Clebsch-Gordan de ces deux transitions.

V.1.3. Mesure *via* imagerie d’absorption

L’imagerie d’absorption peut être un bon outil pour mesurer une inversion de population puisque l’on fait une carte de transmission permettant de réaliser une image des atomes dans un niveau donné. De ce fait, elle peut aussi être utilisée pour aligner les faisceaux pompe sur le nuage atomique. En effet, comme ils transfèrent les atomes du niveau $|3\rangle$ vers $|2\rangle$, on peut s’en servir pour pousser localement les atomes et les éjecter du nuage, résultant en un manque d’atomes sur le passage de la pompe, si l’extension spatiale du laser est plus petite que celle du nuage. La figure V.1.3(a) montre effectivement le passage d’un laser Raman, accordé sur la transition $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$, à travers les atomes. La même procédure peut être appliquée pour vérifier l’équilibre des puissances et l’alignement entre les deux bras de la pompe. Si cet équilibre est correctement réalisé, chaque bras de la pompe pousse les atomes de la même manière mais de direction opposée. Les forces de pression de radiation exercées par les lasers sur les atomes s’équilibrent alors et le nuage est peu perturbé, comme observé sur l’image V.1.3(b).

En éclairant maintenant les atomes avec les deux faisceaux pompe dont le waist est supérieur à la taille du nuage d’atomes, on peut transférer *via* la transition à deux photons les atomes vers l’état $|2\rangle$. Dans ce cas, l’imagerie d’absorption va permettre de quantifier le nombre d’atomes restant dans $|3\rangle$ et donc l’épaisseur optique à résonance correspondante. Connaissant l’épaisseur optique à résonance initiale du nuage, en absence de pompe, on peut alors accéder au nombre d’atomes effectivement transférés. La figure V.1.4 présente une mesure d’inversion de population, pour un nuage préparé avec $b_0 = 49 \pm 2$, correspondant à quelques 10^9 atomes dans le MOT, et éclairé avec une pompe résonante avec la transition interdite $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$ et d’intensité correspondante à 40% de l’intensité maximale accessible, le repompeur, en configuration deux

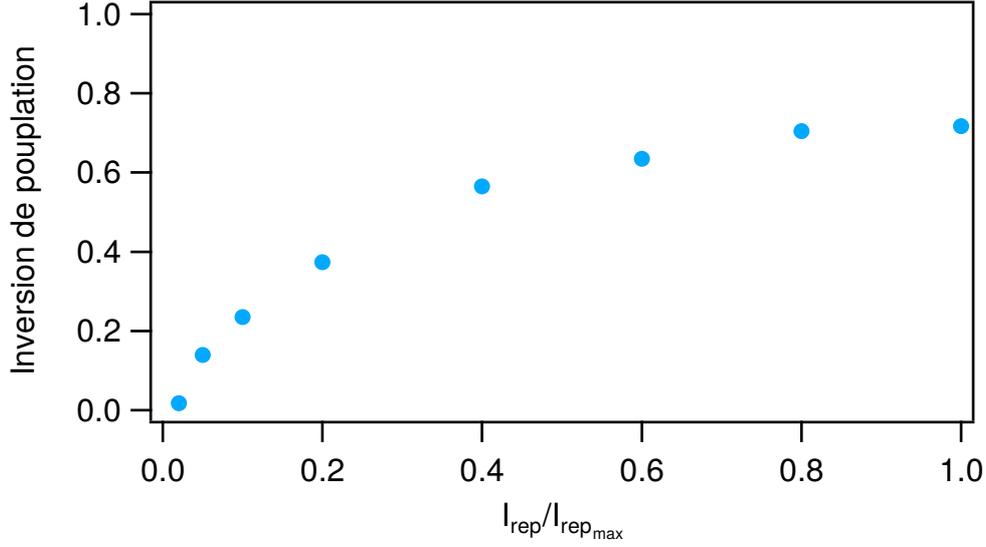


Figure V.1.4 – Inversion de population mesurée à l'imagerie d'absorption en fonction de l'intensité du repompeur, pour une intensité du laser Raman égale 40% de sa valeur maximale de $25 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ accordé sur la transition interdite $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$, le désaccord du repompeur étant $\delta_{\text{Rep}} = -3\Gamma$ par rapport à la transition $|2\rangle \rightarrow |3'\rangle$ et $I_{\text{Rep,max}} = 8 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$. L'épaisseur optique à résonance du nuage en absence de pompe vaut $b_0 = 49 \pm 2$, correspondante à environ 10^9 atomes dans le nuage.

faisceaux superposés à la pompe, étant désaccordé de $\delta_{\text{Rep}} = -3\Gamma$. Il est donc possible d'avoir une inversion de population de 50% entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux du ^{85}Rb .

La saturation de l'inversion de population observée, inférieure à 100%, s'explique en étudiant les taux de diffusion des photons sur les transitions intervenant ici. Rappelons que, si le désaccord du laser par rapport à cette transition est δ , le taux de transition s'écrit :

$$R_{\text{sc}}(\delta) \propto \frac{\Gamma}{2} \frac{s(\delta)}{1 + s(\delta)}, \quad (\text{V.1.1})$$

où $s(\delta)$ est le paramètre de saturation du laser à la fréquence δ . Donc plus s augmente, plus le taux de diffusion tend vers $\Gamma/2$. Notons $R_{\text{sc},23'3}(\delta_{\text{Rep}})$ le taux de diffusion sur la transition $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ *via* le niveau $|3'\rangle$, correspondant à la transition où le repompeur est accordé pour ramener les atomes dans $|3\rangle$ et $R_{\text{sc},32'2}(\delta_{\text{S}'})$ celui sur la transition $|3\rangle \rightarrow |2\rangle$ *via* $|2'\rangle$, correspondant à la transition à deux photons forcée par le faisceau Raman. Enfin, soit $\rho_{22} = 1 - \rho_{33}$ et ρ_{33} les populations, en pourcentages, atomiques dans $|2\rangle$ et $|3\rangle$ respectivement. Nous pouvons alors écrire explicitement les taux de diffusion pour les deux lasers :

$$R_{\text{sc},23'3}(\delta_{\text{Rep}}) = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(\delta_{\text{Rep}})}{1 + 4(\delta_{\text{Rep}}/\Gamma)^2 + s(\delta_{\text{Rep}})} \text{T}_{3'3}(1 - \rho_{33}), \quad (\text{V.1.2})$$

$$R_{\text{sc},32'2}(\delta_{\text{S}'}) = \frac{\Gamma}{2} \frac{s(\delta_{\text{S}'})}{1 + 4(\delta_{\text{S}'}/\Gamma)^2 + s(\delta_{\text{S}'})} \text{T}_{2'2}\rho_{33}. \quad (\text{V.1.3})$$

L'inversion de population du système en présence de pompe et de repompeur s'obtient en cherchant l'état stationnaire. Dans notre cas, nous devons avoir égalité des taux de diffusion du repompeur et de la pompe :

$$R_{\text{sc},23'3}(\delta_{\text{Rep}}) = R_{\text{sc},32'2}(\delta_{\text{S}'}). \quad (\text{V.1.4})$$

En utilisant les expressions littérales des taux de diffusion, nous obtenons après calculs :

$$\rho_{33}(\delta_{S'}, \delta_{\text{Rep}}) = \left(1 + \frac{s(\delta_{S'})}{s(\delta_{\text{Rep}})} \frac{T_{2'2}}{T_{3'3}} \frac{1 + 4(\delta_{\text{Rep}}/\Gamma)^2 + s(\delta_{\text{Rep}})}{1 + 4(\delta_{S'}/\Gamma)^2 + s(\delta_{S'})} \right)^{-1}. \quad (\text{V.1.5})$$

Si maintenant, les paramètres du faisceau Raman sont fixés, impliquant donc un paramètre de saturation constant, et que l'on augmente l'intensité du repompeur à désaccord fixe, nous obtenons finalement dans la limite $s(\delta_{\text{Rep}}) \rightarrow +\infty$:

$$\rho_{33}(\delta_{S'}, \delta_{\text{Rep}}) = \left(1 + \frac{s(\delta_{S'})}{1 + 4(\delta_{S'}/\Gamma)^2 + s(\delta_{S'})} \frac{T_{2'2}}{T_{3'3}} \right)^{-1}. \quad (\text{V.1.6})$$

En définitive, même en augmentant l'intensité du repompeur, il n'est pas possible d'obtenir une inversion de population de 100%, celle-ci dépendant des paramètres du faisceau Raman. En particulier, l'inversion de population maximale est toujours inférieure à l'unité, tant que la puissance de la pompe n'est pas nulle. Il est donc tout à fait logique de ne pas obtenir une inversion de population totale.

V.2. Mesure du gain par spectroscopie pompe-sonde

Pour réaliser les expériences de mesure de gain, il est important de préserver la cohérence de phase entre la pompe et la sonde pour ne pas être limité par les largeurs des lasers. En effet, des premières mesures de spectroscopie pompe-sonde ont déjà été réalisées dans l'équipe pour caractériser l'induction de gain Raman hyperfin dans le nuage [Mercadier 2011]. Néanmoins la difficulté d'une telle mesure réside dans l'écart fréquentiel entre la pompe et la sonde, correspondant au décalage hyperfin de 3.036 GHz entre $|3\rangle$ et $|2\rangle$. Deux lasers différents ont donc été employés et la courbe de transmission effectivement enregistrée résulte d'une convolution entre le spectre de transmission atomique et le battement entre les deux lasers pompe et sonde. Cela conduit donc à une mesure faussée du gain. La conservation de la cohérence de phase entre la pompe et la sonde est donc nécessaire pour une détermination précise du gain Raman hyperfin. Nous développons dans cette section comment préserver autant que possible cette cohérence de phase et présentons les premières mesures visant à en donner une estimation.

V.2.1. Création de bandes latérales : modulateur électro-optique

La préservation de la relation de phase impose alors d'utiliser le même laser entre la pompe et la sonde. On prélève alors une petite quantité de lumière provenant du laser Raman. La difficulté est donc d'amener cette lumière à la bonne fréquence pour que l'on puisse s'en servir de sonde. A cette fin, la lumière prélevée est couplée dans un modulateur électro-optique (EOM) fibrée (EOSpace, modèle AK-0K5-10-PFU-SFU-78), servant de modulateur d'intensité. Son principe, basé sur un interféromètre de Mach-Zender, est présenté sur la figure V.2.1. En asservissant son point de fonctionnement, on peut choisir de travailler soit sur un maximum d'intensité optique sortante ou sur un minimum. Par application d'une modulation de phase sur un bras de l'interféromètre, sans toucher à l'autre, l'interférence résultante entre les deux chemins génère un faisceau transmis modulé en intensité. En effet, si l'on écrit le champ électrique entrant E_e comme :

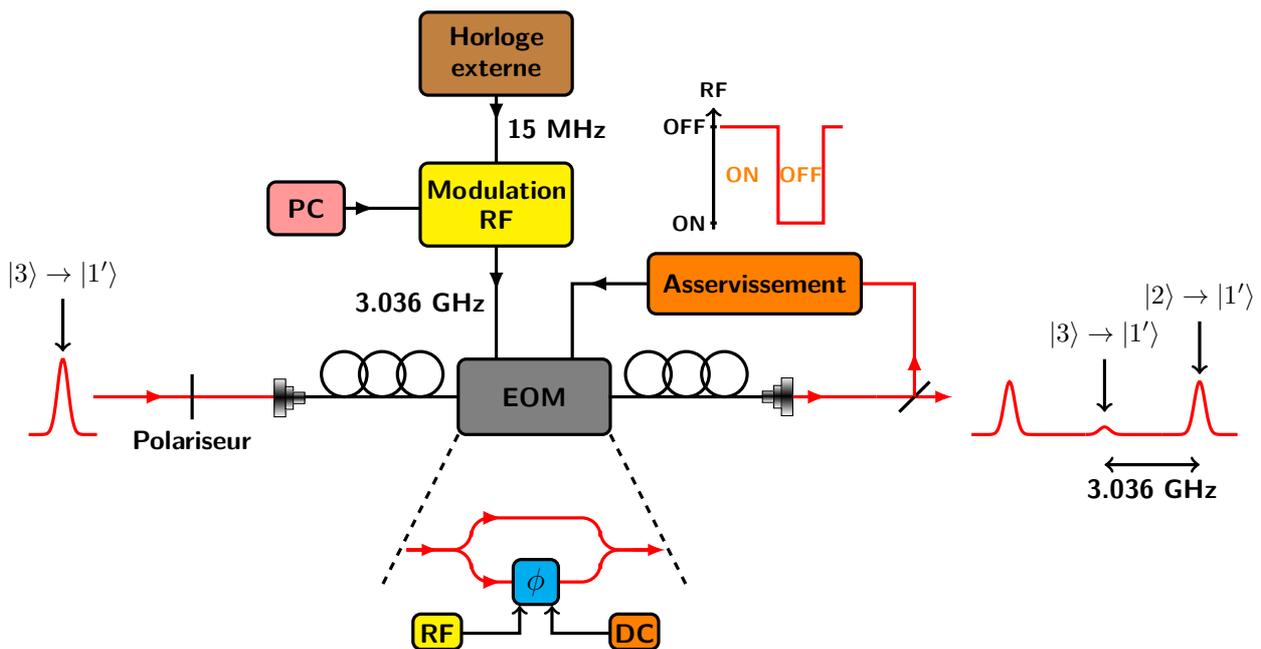


Figure V.2.1 – Principe de fonctionnement de la création de bandes latérales avec un modulateur électro-optique (EOM). Une partie de la lumière provenant de la pompe est couplée dans l'EOM. La polarisation de la lumière incidente est maintenue linéaire et aligné sur un des axes de la fibre grâce à un polariseur placé en amont du coupleur d'entrée. L'envoi d'une modulation radio-fréquence, contrôlée par une carte multipliant un signal sinusoïdal issu d'une horloge externe, crée deux bandes latérales, dont la séparation en fréquence correspond à la fréquence de modulation RF. Si cette dernière est bien choisie, une bande latérales peut être résonante avec une nouvelle transition atomique et peut servir à sonder les atomes. Le point de fonctionnement de l'EOM est contrôlé par un asservissement maintenant la transmission de la porteuse à un minimum. En-dessous de l'EOM : Illustration de la génération des bandes latérales basée sur un interféromètre de Mach-Zender. Au-dessus du bloc de l'asservissement : Principe de suspension du point de fonctionnement lorsque la modulation RF est appliquée. L'asservissement est interrompu dès que l'on souhaite travailler avec les bandes latérales.

$$E_e(t) = E_0 e^{i\omega_L t}, \quad (\text{V.2.1})$$

avec ω_L la fréquence angulaire du laser et E_0 son amplitude alors le champ électrique en sortie d'EOM va être modulé selon :

$$\begin{aligned} E_s(t) &= E_0 e^{i\omega_L t + B_\phi \sin(\omega_{\text{mod}} t)} \\ &= E_0 \left(J_0(B_\phi) e^{i\omega_L t} + J_1(B_\phi) e^{i(\omega_L + \omega_{\text{mod}})t} - J_{-1}(B_\phi) e^{i(\omega_L - \omega_{\text{mod}})t} \right) \\ &= E_0 \left(e^{i\omega_L t} + \frac{B_\phi}{2} e^{i(\omega_L + \omega_{\text{mod}})t} - \frac{B_\phi}{2} e^{i(\omega_L - \omega_{\text{mod}})t} \right), \end{aligned} \quad (\text{V.2.2})$$

où ω_{mod} et B_ϕ sont, respectivement, la fréquence et la profondeur de modulation. La dernière relation est obtenue après développement sur la base des fonctions de Bessel et en supposant $B_\phi \ll 1$. Le signal en sortie est donc composé d'une porteuse, centrée sur la même fréquence que le champ laser incident, et de deux bandes latérales centrées de part et d'autre de la porteuse, l'écart correspondant à la fréquence de modulation. Si celle-ci est choisie correctement, alors une des bandes latérales peut être résonante avec une transition atomique, quelque soit la position de la porteuse par rapport à une autre transition. Ainsi, en sélectionnant $\omega_{\text{mod}} = 2\pi \times 3.036$ GHz, une des bandes latérales sera centrée sur $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ alors que la porteuse est sur la transition interdite $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$, pouvant ensuite être décalée avec des AOM. Il reste néanmoins que la majeure partie de la puissance contenue dans le faisceau reste à la fréquence de la porteuse. Pour atteindre la situation inverse, on peut modifier le chemin optique d'un bras de l'interféromètre par rapport à l'autre. La condition d'interférences destructives obtenue transfère donc la puissance optique sur les bandes latérales. La condition d'interférences destructives appliquée à la relation (V.2.2) implique que $J_0(B_\phi) = 1$ et l'amplitude de la porteuse va être diminuée, alors que celles des bandes latérales ne seront pas affectées.

L'implémentation expérimentale est illustrée sur la figure V.2.1. La lumière incidente, centrée sur $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$, est couplée dans une fibre mono-mode. La modulation pour la création des bandes latérales provient de la combinaison d'une horloge externe (Standfor Research Systems, modèle DS345), délivrant un signal sinusoïdal de fréquence 15 MHz, et d'une carte (Analog Devices, modèle EVAL-ADF4351) générant la modulation radio-fréquence (RF). La carte, couplée à un ordinateur, permet de prendre un signal d'entrée comme référence et de lui appliquer un facteur de multiplicatif arbitraire (choisi par l'expérimentateur) pour produire la modulation désirée à 3.036 GHz en sortie. Il faut maintenant optimiser la puissance optique contenue dans la porteuse. Pour cela, nous modifions le chemin optique d'un bras de l'interféromètre par rapport à l'autre. Nous pouvons imaginer le processus de la manière suivante. En appliquant une tension de biais sur un des bras de l'interféromètre, on peut faire varier le chemin optique correspondant, indépendamment de l'autre bras. On atteint ainsi la condition d'interférences destructives pour annuler, autant que possible, la porteuse.

Pour garantir le point de fonctionnement de l'EOM, il faut pouvoir asservir la tension de biais sur sa valeur correspondant à un maximum ou un minimum de transmission de la porteuse, en fonction de l'expérience que l'on souhaite réaliser. On prélève donc une petite partie de la lumière transmise, détectée sur une photodiode pour fixer le point de fonctionnement du modulateur d'intensité. Optimiser la puissance optique dans les bandes latérales implique donc de travailler sur un minimum de transmission. Néanmoins, l'asservissement de la tension de biais est dépendant de la quantité de lumière couplée dans l'EOM. Comme celle-ci est obtenue de l'ordre zéro de diffraction d'un AOM fournissant les faisceaux MOT, la puissance optique augmente subitement lorsqu'ils sont éteints. Dans ce cas, le minimum de transmission de l'EOM est

toujours un minimum mais le niveau DC global mesuré n'est plus le même. Toutefois, lors d'une séquence expérimentale, les faisceaux MOT restent plus souvent allumés qu'éteints. Pour la stabilité de l'asservissement, il convient aussi de faire attention à la présence des bandes latérales. La détection synchrone utilisée pour l'asservissement est donc un peu modifiée pour prendre en compte ces hausses d'intensité et la modulation RF. Plus particulièrement, la détection du front montant d'un signal TTL envoyé au boîtier d'asservissement lors de la coupure des faisceaux MOT et de la génération des bandes latérales permet de le suspendre momentanément. L'asservissement fonctionne donc la plupart du temps (synonyme d'allumage des lasers) et est coupé une petite fraction du cycle expérimental, les moments d'interruption sont schématisés au-dessus du bloc d'asservissement sur la figure V.2.1. Néanmoins, cette suspension, qui dure typiquement quelques millisecondes, ne limite pas l'efficacité de la reprise de l'asservissement, les dérives lentes (dues à la température par exemple) n'empêchant pas la récupération du point de fonctionnement initial. En pratique, le point de fonctionnement est choisi en absence de modulation RF et avec les faisceaux MOT allumés.

Pour vérifier la génération des bandes latérales en présence de modulation RF, nous avons analysé la lumière transmise par l'EOM au moyen d'une cavité Fabry-Pérot confocale, d'intervalle spectral libre (ISL) 750 MHz. Le laser couplé dans le modulateur d'intensité est asservi en fréquence et nous balayons les fréquences de la cavité optique avec un transducteur piézo-électrique sur plusieurs ISL. La figure V.2.2 montre la génération des bandes latérales lors de l'application de la modulation radio-fréquence. Plus particulièrement, nous illustrons sur la figure V.2.2(a) la différence entre les signaux transmis avec (noir) et sans (rouge) modulation RF. La tension de biais est ajustée de sorte à annuler au maximum la porteuse lorsque l'on applique la modulation. La figure V.2.2(b) est un zoom vertical pour mieux faire apparaître l'amplitude des bandes latérales. Dans cette mesure, l'horloge externe délivre un signal de fréquence 15 MHz qui est ensuite multiplié par la carte pour atteindre une fréquence de modulation de 2.9 GHz^a. Nous observons clairement leur apparition en allumant la modulation. Par ailleurs, l'effet du choix de la tension de biais est aussi mis en évidence, puisque l'amplitude de la porteuse est inférieure à celle des bandes latérales. Précisons toutefois qu'avec ce schéma basé sur un interféromètre, il n'est pas possible d'annuler totalement la porteuse même avec une profondeur de modulation supérieure à l'unité.

Modulé à 3.036 GHz, l'EOM va donc générer une bande latérale qui peut être résonante avec la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$, alors que la porteuse est autour de $|3\rangle \rightarrow |1'\rangle$. En aval de l'EOM, une combinaison de modulateur acousto-optiques en simple et double passage permet d'allumer ou d'éteindre le faisceau ainsi que de scanner sa fréquence. Les fréquences centrales des AOM ont été choisies de telle sorte que la porteuse soit amenée loin de toute résonance. Il en résulte que seule une bande latérale peut interagir avec les atomes, la contribution de la lumière restante n'étant qu'une tension continue après détection sur une photodiode. Dès lors, il est donc important de bien quantifier la quantité de lumière restante dans la porteuse et la bande latérale n'interagissant pas avec les atomes. Pour cela, nous notons P_{\max} la puissance totale contenue dans la porteuse sans modulation RF, P_{SB} celle contenue dans une bande latérale (supposée équilibrée avec la seconde) et P_{\min} la puissance restante dans la porteuse après asservissement (voir figure V.2.2). Il faut alors pouvoir mesurer les rapports de puissance $\frac{P_{\text{SB}}}{P_{\min}}$ et $\frac{P_{\text{SB}}}{P_{\max}}$ afin d'extraire correctement la contribution atomique à la transmission de la sonde à travers le nuage d'atomes. Afin d'éviter tout problème de calibration, ces grandeurs seront laissées en paramètres libres dans la procédure d'ajustement des données expérimentales.

a. Nous avons délibérément choisi une fréquence modulation différente de celle à laquelle nous souhaitons travailler. La raison provient du fait que 3.036 GHz est très proche d'un multiple entier de l'ISL. Les bandes latérales auraient donc été superposées à la porteuse, rendant leur résolution difficile.

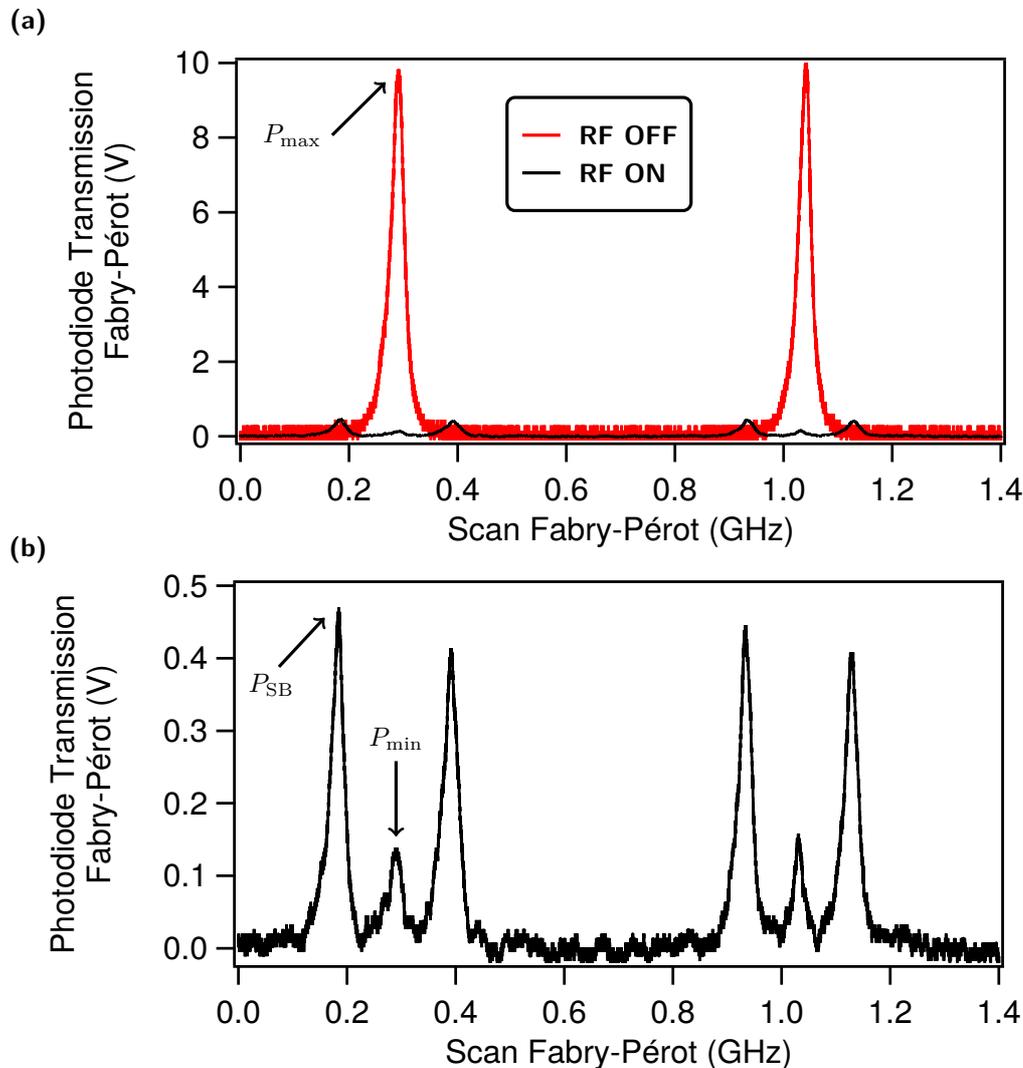


Figure V.2.2 – Mise en évidence de la modulation radio-fréquence et de l’ajustement de la tension de biais de l’EOM pour générer et contrôler l’amplitude des bandes latérales. La lumière transmise, asservie en fréquence, par l’EOM est analysée au moyen d’une cavité Fabry-Pérot dont nous balayons la fréquence. **(a)** Signal détecté en sortie de cavité sur une photodiode. En rouge : la modulation radio-fréquence est coupée et la tension de biais est ajustée pour maximiser la puissance optique dans la porteuse, validant alors la condition d’interférences constructives. En noir : la modulation RF est allumée et le biais réglé de sorte à minimiser la puissance optique dans la porteuse, due à la condition d’interférences destructives. **(b)** Zoom sur la trace en appliquant la modulation radio-fréquence.

La géométrie expérimentale est présentée sur la figure V.1.2. L'angle entre les lasers est de 17.3° . Le mode spatial de cette sonde, mesurant la transmission sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$, est finalement adapté à celui de la sonde, résonante avec la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$, le waist étant de $260 \mu\text{m}$ au niveau des atomes.

V.2.2. Caractérisation en absence de gain : transparence électromagnétiquement induite

Nous l'avons vu, nous cherchons à induire du gain Raman entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux du ^{85}Rb . Basé sur des transitions à deux photons, ce mécanisme implique une cohérence entre ces deux niveaux mis en jeu. Les expériences pompe-sonde peuvent aussi servir à quantifier cette cohérence, par exemple *via* des observations de transparence électromagnétiquement induite (abrégée EIT pour *Electromagnetically Induced Transparency*), voir [Fleischhauer 2005] pour une revue complète à ce sujet. C'est un phénomène rendant un milieu transparent dans une fenêtre spectrale restreinte au sein d'une raie d'absorption normalement opaque pour un rayon laser. La configuration Λ présentée sur la figure V.1.1(a) se prête bien à cela, même si ce n'est pas la seule. La transmission d'une sonde sur la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ est mesurée pendant qu'une pompe plus puissante est accordée au voisinage de l'autre raie $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$. Une description théorique possible de l'EIT repose sur les équations de Bloch optiques dans ce système à trois niveaux. On peut alors montrer que les amplitudes de probabilité des transitions entre les états interfèrent de manière destructives, ce qui empêche l'absorption. Dans le cas spécifique qui est le nôtre illustré sur la figure V.1.1(a), l'absorption de la sonde sur la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ peut se faire soit directement soit par l'intermédiaire du niveau $|3\rangle$. La présence de la pompe rend les amplitudes de probabilités associées à ces deux chemins identiques mais dont les déphasages sont opposés, impliquant une condition d'interférences destructives. Une autre description est d'avoir recours à l'atome « habillé » en écrivant l'hamiltonien du système formé par les atomes et les champs lumineux présents. On montre alors que l'EIT revient à un transfert des atomes dans un état non couplé avec la lumière appelé état noir. Si les états sont correctement choisis, la pompe crée donc une fine bande spectrale où la transparence de la sonde est augmentée. L'observation d'une fenêtre d'EIT est donc un moyen de caractériser dans un premier temps la cohérence induite entre les deux niveaux hyperfins du ^{85}Rb avant de se tourner vers l'adjonction de gain.

V.2.2.1. Mesure de l'épaisseur optique sur $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$

La configuration expérimentale pour mesurer l'épaisseur optique par un spectre de transmission est similaire à ce qui a été déjà rencontré au chapitre II, section II.2.2.2. Une sonde faiblement saturante est envoyée à travers le nuage d'atomes, de diamètre supérieur à celui du laser. La fréquence de ce dernier est scannée autour de la résonance et on mesure sur un photodétecteur le signal en transmission.

Nous avons à notre disposition deux sondes différentes, toutes deux résonantes sur deux transitions distinctes. Nous sommes donc en mesure d'obtenir l'épaisseur optique sur ces deux transitions. La première est la sonde que nous avons toujours utilisé jusqu'à présent, dont on mesure la transmission T_{at} sur la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ à la fréquence δ du laser après l'obtention de trois quantités : l'intensité en absence de sonde et d'atomes (I_{BG}), l'intensité avec sonde sans (I_{sans}) et avec (I_{avec}) atomes. Au final, elles sont combinées pour obtenir T_{at} :

$$T_{\text{at}} = \frac{I_{\text{avec}} - I_{\text{BG}}}{I_{\text{sans}} - I_{\text{BG}}}. \quad (\text{V.2.3})$$

L'épaisseur optique à résonance b_0 sur la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ se déduit finalement grâce à un ajustement des données réalisé avec la formule (II.2.8) :

$$T_{\text{at}}(\delta) = (1 - A) \exp\left(-\frac{b_0}{1 + 4(\delta - \delta_0)^2/\Gamma^2}\right) \exp\left(-\frac{b_0 \frac{35}{81}}{1 + 4(\delta - \delta_0 + 19.9)^2/\Gamma^2}\right) + A. \quad (\text{II.2.8})$$

Nous rappelons que nous prenons en compte la transition $|3\rangle \rightarrow |3'\rangle$, située à -19.9Γ de $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$, où le facteur numérique $\frac{35}{81} = \frac{c_{33'}}{c_{34'}}$ dans l'argument de la seconde exponentielle prend en compte la force de ces deux transitions atomiques. Le paramètre libre A décrit la présence des ailes du laser, de fait hors résonance, contribuant à un niveau DC sur la photodiode.

L'autre est la sonde générée grâce à la modulation RF de l'EOM pour être résonante sur $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$, sur laquelle nous déduisons l'épaisseur optique \tilde{b}_0 . Cependant, on ne peut pas adapter telle quelle la formule (V.2.3) pour trouver la transmission T_{at} à la fréquence δ_S de la nouvelle sonde. En effet, nous avons vu que seule une bande latérale est résonante avec les atomes, la seconde et la porteuse contribuant à un niveau DC sur le photodétecteur. Au quel cas, il faut distinguer les cas avec et sans atomes :

$$I_{\text{avec}} = I_{\text{BLG}} T_{\text{at}} + I_{\text{P}} + I_{\text{BLD}} \quad (\text{V.2.4})$$

$$I_{\text{sans}} = I_{\text{BLG}} + I_{\text{P}} + I_{\text{BLD}}, \quad (\text{V.2.5})$$

où les indices BLG, P et BLD signifient, respectivement, bande latérale gauche, porteuse et bande latérale droite. En manipulant les deux expressions précédentes, nous arrivons à :

$$\tilde{T}_{\text{at}} = \frac{I_{\text{avec}} - I_{\text{sans}}}{I_{\text{sans}}} = \frac{I_{\text{BLG}}}{I_{\text{sans}}} (T_{\text{at}} - 1) = P_{1s} (T_{\text{at}} - 1), \quad (\text{V.2.6})$$

où le rapport $P_{1s} = \frac{I_{\text{BLG}}}{I_{\text{sans}}}$ peut être connu grâce aux mesures faites avec la cavité Fabry-Pérot précédemment mais sera laissé comme paramètre libre lors de l'ajustement des données. Finalement, nous déduisons l'épaisseur optique \tilde{b}_0 de la transmission atomique sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$:

$$\tilde{T}_{\text{at}}(\delta_S) = P_{1s} \left[(1 - C) \exp\left(-\frac{\tilde{b}_0}{1 + 4(\delta_S - \delta_0)^2/\Gamma^2}\right) \times \exp\left(-\frac{\tilde{b}_0 \frac{35}{27}}{1 + 4(\delta_S - \delta_0 - 4.735)^2/\Gamma^2}\right) + C - 1 \right]. \quad (\text{V.2.7})$$

Le premier terme exponentiel décrit la transmission de la sonde sur la transition considérée, caractérisée par l'épaisseur optique à résonance \tilde{b}_0 . Le second prend en compte la présence de la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ située à $+4.735\Gamma$ de $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$. Comme précédemment, le facteur numérique $\frac{35}{27} = \frac{c_{22'}}{c_{21'}}$, rapport des coefficients de Clebsch-Gordan des deux transitions atomiques. Les autres paramètres libres, δ_0 et C , traduisent un écart de fréquence autour de la résonance et les ailes du laser, respectivement. Notons que l'on peut aussi exprimer la relation (V.2.7)

en fonction de b_0 , en introduisant de nouveau les rapports des coefficients de Clebsch-Gordan $\frac{c_{21'}}{c_{34'}} = \frac{7}{15}$ et $\frac{c_{22'}}{c_{34'}} = \frac{49}{81}$:

$$\tilde{T}_{\text{at}}(\delta_S) = P_{1s} \left[(1 - C) \exp \left(-\frac{b_0 \frac{7}{15}}{1 + 4(\delta_S - \delta_0)^2/\Gamma^2} \right) \times \exp \left(-\frac{b_0 \frac{49}{81}}{1 + 4(\delta_S - \delta_0 - 4.735)^2/\Gamma^2} \right) + C - 1 \right]. \quad (\text{V.2.8})$$

Par identification entre les formules (V.2.7) et (V.2.8), nous obtenons donc :

$$\tilde{b}_0 = b_0 \frac{7}{15}. \quad (\text{V.2.9})$$

L'expression (V.2.8) est finalement celle utilisée en pratique pour mesurer l'épaisseur optique sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$.

Il reste cependant à vérifier cette procédure. Pour cela, nous pouvons comparer les épaisseurs optiques obtenues lorsque tous les atomes sont dans l'état $|3\rangle$ ou à l'inverse lorsqu'ils se retrouvent tous dans $|2\rangle$. Pour la première situation, il suffit de procéder à un spectre de transmission standard de la sonde sur la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$, comme nous l'avons vu jusqu'à présent, et d'en déduire b_0 *via* la relation (II.2.8). Pour la seconde, éclairer les atomes avec d'intenses faisceaux Raman avec un désaccord de $\Delta = -4.8\Gamma$ par rapport à $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$ et en absence de repompeur suffit à tous les transférer dans $|2\rangle$. On étudie ensuite la transmission de la sonde issue de l'EOM avec la formule (V.2.8) pour extraire \tilde{b}_0 . La figure V.2.3 montre effectivement le bon accord entre les deux épaisseurs optiques extraites avec ces deux méthodes. Notons que, dans la relation (V.2.8) et contrairement à (II.2.8), l'observable expérimentale est nulle quand nous nous trouvons hors de la résonance.

V.2.2.2. Accès direct à l'inversion de population

La connaissance des épaisseurs optiques à résonance b_0 et \tilde{b}_0 est suffisante pour connaître l'inversion de population entre les niveaux $|3\rangle$ et $|2\rangle$. Définissons celle-ci comme suit :

$$\text{IP} = \frac{\rho_{33}}{\rho_{33} + \rho_{22}} = \frac{N_3}{N_3 + N_2}, \quad (\text{V.2.10})$$

où ρ_{ii} est un terme diagonal de la matrice densité du système atomique correspondant à la population dans l'état $|i\rangle$ et N_i le nombre d'atomes correspondant. Par construction, IP vaut l'unité quand tous les atomes sont dans $|3\rangle$ et zéro quand ils sont dans $|2\rangle$. Néanmoins, nous n'avons pas besoin de connaître directement le nombre d'atomes dans un état donné pour connaître l'inversion de population. En effet, reprenons la définition de l'épaisseur optique à résonance au centre du nuage vue au chapitre II :

$$b_0 = c_{34'} \sigma_0 \int_{-\infty}^z dz' \rho(0, 0, z'), \quad (\text{V.2.11})$$

où σ_0 est la section efficace de diffusion à résonance et $\rho(0, 0, z')$ est la densité atomique le long de la sonde à travers le nuage. Celle-ci est supposée gaussienne, de largeur rms σ_z . En procédant à l'intégration dans la relation (V.2.11), nous obtenons alors :

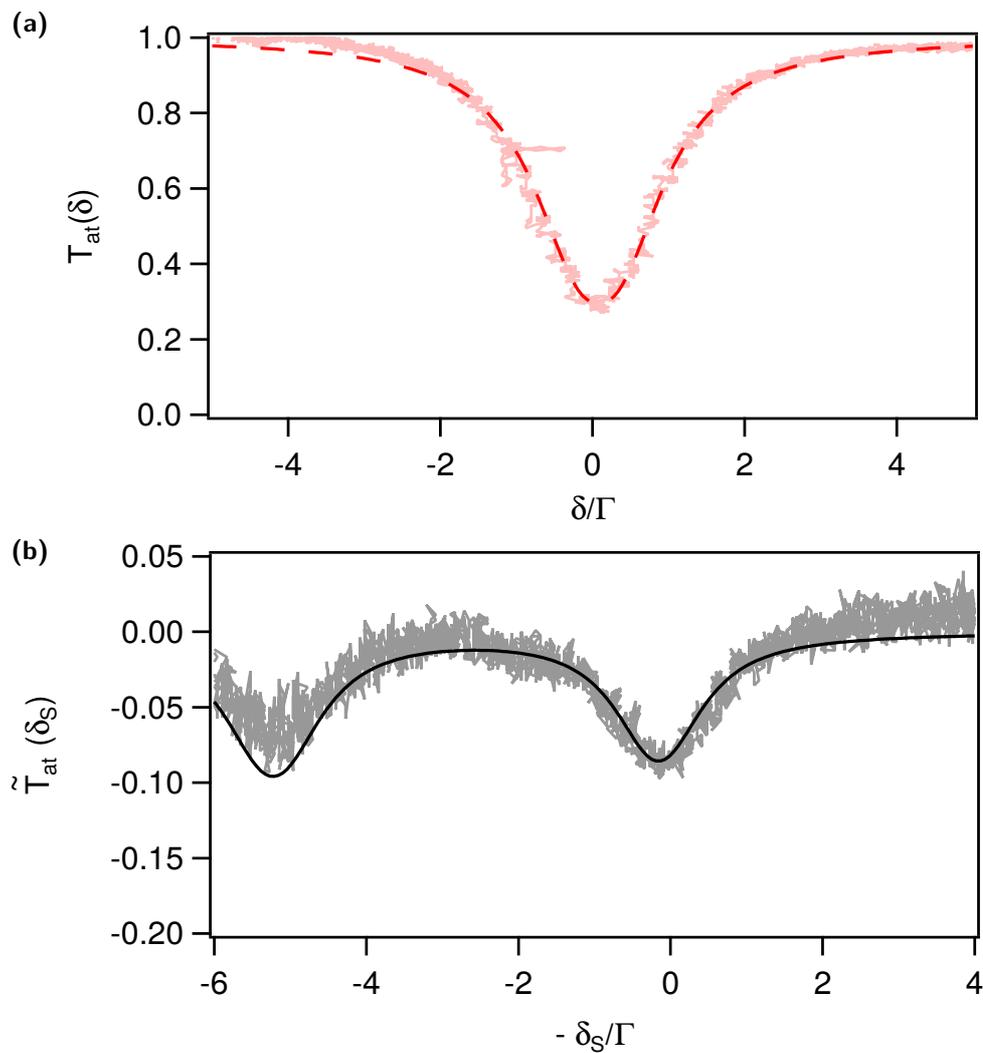


Figure V.2.3 – Spectres de transmission obtenus avec les deux sondes. **(a)** Épaisseur optique mesurée sur la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$, donnant $b_0 = 3.0 \pm 0.2$ avec un ajustement réalisé par la relation (II.2.8) (ligne pointillée rouge). **(b)** Épaisseur optique mesurée sur $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ après transfert des atomes dans $|2'\rangle$, en absence de repompeur et avec une pompe désaccordée de $\Delta = -4.8\Gamma$ de $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$ et d'intensité $40 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ symétriquement répartie sur les deux faisceaux Raman. On déduit avec la formule (V.2.8) (ligne pleine noire) $b_0 = 2.7 \pm 0.2$.

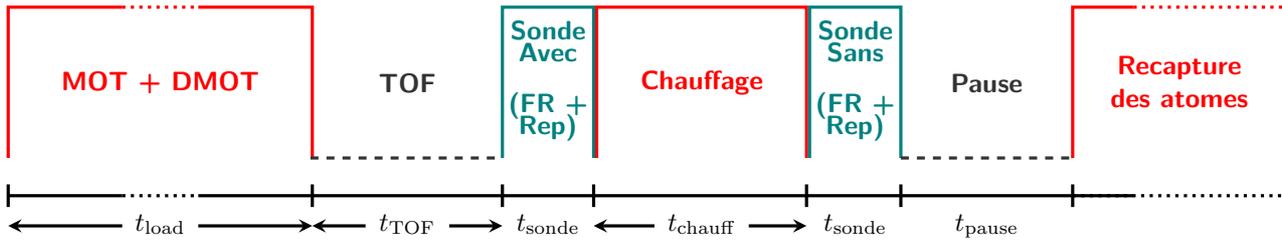


Figure V.2.4 – Séquence expérimentale pour la mesure de l'inversion de population. Un spectre de transmission sur la transition $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ s'effectue avec la sonde générée par le modulateur électro-optique, en présence de pompe et de repompeur (dont on varie les intensités et les désaccords) pour contrôler l'inversion de population entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux du ^{85}Rb . La mesure de l'épaisseur optique sur $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ s'effectue en absence de pompe, avec la sonde utilisée jusqu'à présent. Les deux sondes sont superposées et leur mode spatial adapté l'un avec l'autre. L'angle entre les sondes et les faisceaux Raman est de 17.3° . FR : faisceaux Raman, Rep : repompeur. La période entre les deux impulsions, où les atomes sont illuminés par les faisceaux MOT à résonance, sert à chauffer brutalement les atomes et détruire le nuage pour mesurer la transmission de la sonde sans atomes.

$$b_0 \propto \frac{N_3}{(k\sigma_z)^2}. \quad (\text{V.2.12})$$

La proportionnalité de l'épaisseur optique au nombre d'atomes permet donc de réécrire l'expression de l'inversion de population en fonction, seulement, de b_0 et \tilde{b}_0 . Nous avons finalement :

$$\text{IP} = \frac{b_0}{b_0 + \tilde{b}_0}. \quad (\text{V.2.13})$$

Si tous les atomes sont dans $|3\rangle$, alors $b_0 \gg \tilde{b}_0$ et nous avons $\text{IP} \rightarrow 1$. Dans la situation inverse, nous obtenons bien $\text{IP} \rightarrow 0$. La relation (V.2.13) est donc notre observable expérimentale.

La séquence expérimentale de la mesure de l'inversion de population est présentée sur la figure V.2.4. Le chargement des atomes et leur compression ont lieu pendant une durée fixe, suivi d'une période de temps de vol variable permettant une modification de l'épaisseur optique à nombre d'atomes fixé. En fonction de l'épaisseur optique à mesurer, la procédure expérimentale est un peu différente. Si l'on souhaite transférer les atomes vers $|2\rangle$, on applique ensuite les faisceaux Raman ainsi que le repompeur pendant 1 ms, suivant la configuration présentée sur la figure V.1.2. Le contrôle des intensités relatives des lasers ainsi que leur désaccord permet de gérer l'équilibre des populations entre $|3\rangle$ et $|2\rangle$. La sonde dérivant de l'EOM est alors appliquée pendant l'illumination des atomes par les deux faisceaux Raman pour mesurer \tilde{b}_0 . Si l'on veut accéder à b_0 , la sonde illumine directement les atomes, sans pompe pour éviter tout transfert de population vers $|2\rangle$. Dans tous les cas, le temps de mesure de spectre de transmission du laser est de 1 ms. Une étape supplémentaire de chauffage permet de détruire le nuage, puis la sonde est allumée de nouveau pour mesurer la transmission sans atomes.

Quatre paramètres expérimentaux peuvent être utilisés pour modifier l'inversion de population. Comme nous l'avons vu, deux lasers sont utilisés pour cela, le laser Raman et le repompeur. Dans les deux cas, nous pouvons faire varier l'intensité et la fréquence. À désaccords fixés, seul le rapport des intensités des lasers pilote l'inversion de population. Nous rappelons qu'en absence de repompeur, tous les atomes se trouvent dans $|2\rangle$ et pour le cas inverse dans $|3\rangle$. A titre d'exemple, nous présentons sur la figure V.2.5 une mesure d'inversion de population pour une pompe dont les paramètres sont fixes ($\delta_R = 2\Gamma$, $I_{\text{Raman}}/I_{\text{Raman,max}} = 0.1 = 2.5 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$)

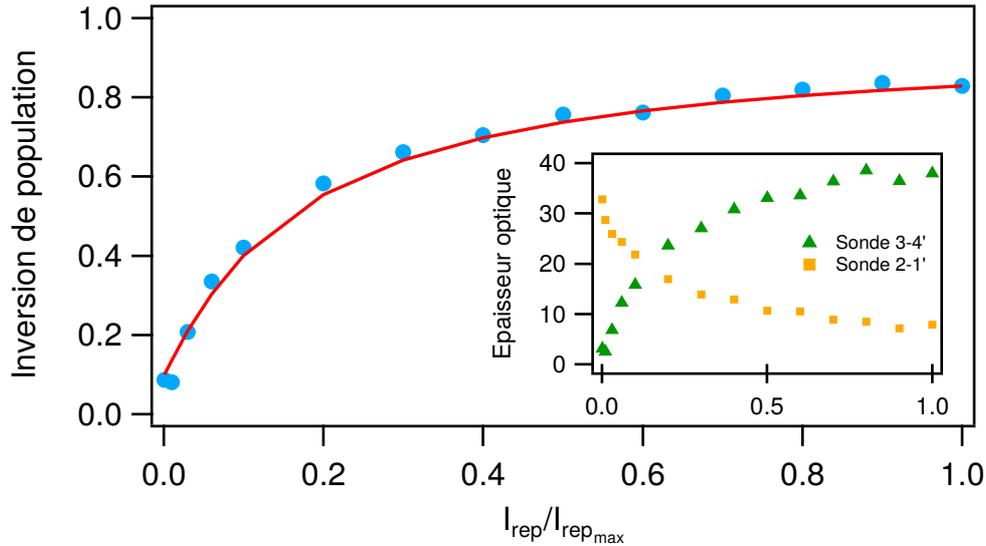


Figure V.2.5 – Inversion de population mesurée pour $\delta_R = 2\Gamma$ et $I_{\text{Raman}}/I_{\text{Raman,max}} = 0.1$, en fonction de l'intensité du repompeur, étant accordé à résonance. Ligne pleine rouge : inversion de population calculée *ab initio* à partir de la résolution numérique des équations de Bloch optiques prenant en compte cinq niveaux. En insert : épaisseurs optiques mesurées sur les deux transitions d'intérêt pour l'obtention de l'inversion de population *via* la relation (V.2.13). L'épaisseur optique du nuage est $b_0 = 38 \pm 2$. Précisons que les paramètres expérimentaux sont ici notablement différents de ceux utilisés pour produire la figure V.1.4.

et nous faisons varier l'intensité du repompeur, ce dernier étant à résonance. Le nuage est préparé avec une épaisseur optique telle que $b_0 = 38 \pm 2$. Nous retrouvons bien le comportement attendu. Notons qu'une même mesure est possible en fixant les paramètres du repompeur et en modifiant l'intensité de la pompe, à fréquence fixe, la forme de la courbe se rapprochant alors d'une fonction convexe. Il apparaît alors clairement qu'une inversion de population de 50% est atteignable pour espérer avoir du gain dans le système. Une fois encore, et pour les mêmes raisons exposées pour la courbe V.1.4, nous n'atteignons pas 100% d'inversion de population.

Nous présentons de plus sur la figure V.2.5 des prédictions d'inversions de population calculées numériquement de manière *ab initio* dans un système à cinq niveaux, voir figure V.1.1(a), prenant en compte la présence du repompeur pour des paramètres similaires à ceux de l'expérience. Le modèle se base sur la résolution des équations de Bloch optiques en régime stationnaire, les détails sont à retrouver dans l'annexe B de la thèse de Nicolas Mercadier [Mercadier 2011]. Une fois que les termes de la matrice densité atomique sont connus, on peut accéder à l'inversion de population ainsi qu'à la forme de la section efficace d'extinction, à partir de laquelle nous sommes en mesure de connaître le spectre de transmission d'une sonde faiblement saturante en présence de la pompe et du repompeur. Il devient alors possible de tester la présence de gain dans le système et de remonter à la modification correspondante de la transmission de la sonde. Pour des intensités et fréquences de la pompe et du repompeur similaires à celles de l'expérience, nous observons un très bon accord entre le modèle numérique et nos mesures.

V.2.2.3. Observation de l'EIT

Les effets de cohérence et d'interférences jouent un rôle crucial dans la détermination des propriétés optiques d'un système quantique, du fait de la modification de la réponse optique du système en présence d'un laser de couplage. Celui-ci induit une cohérence quantique entre les états d'énergie du système et permet la manipulation de cette réponse optique. En particulier,

les interférences quantiques entre les différents chemins d'excitations possibles conduisent à supprimer l'absorption et la réfraction autour de la résonance d'une transition. Cela revient donc à modifier largement les propriétés de la susceptibilité linéaire $\chi^{(1)}$ du milieu à résonance, que ce soit la partie réelle déterminant l'indice de réfraction ou sa partie imaginaire reliée à l'absorption. La signature expérimentale de la fenêtre d'EIT se manifeste par une hausse de la transmission autour de la résonance atomique alors qu'en absence de couplage le milieu serait opaque pour un laser. La caractérisation de la largeur spectrale de cette fenêtre peut être reliée à la décohérence qui limite le temps de vie de la superposition des états d'énergie et peut donc servir comme mesure de la cohérence quantique entre ces niveaux. En outre, pour une pompe et une sonde non-colinéaire, l'EIT devient sensible au mouvement des atomes. En particulier, il a été montré que cet effet pouvait être exploité en tant que thermomètre en étudiant l'évolution de la largeur spectrale de la courbe d'EIT en fonction de l'angle entre les deux faisceaux [Carvalho 2004, dos Santos 2006]. Précisons que l'étude de la forme de la fenêtre d'EIT peut aussi servir pour déterminer la température du nuage d'atomes [Peters 2012]. Cet effet de transparence est aussi à la base de l'observation de lumière lente [Kasapi 1995].

Une formulation précise de la susceptibilité linéaire $\chi^{(1)}$ permet d'obtenir une expression analytique de la fenêtre d'EIT. En décrivant la réponse optique du système au moyen des équations de Bloch optiques et en tenant compte des différentes causes de décohérence, la transmission d'une sonde à travers le nuage d'atomes de ^{85}Rb , éclairé par une pompe sur la transition $|3\rangle \rightarrow |2\rangle'$ s'écrit, en faisant intervenir la polarisabilité atomique adimensionnée $\tilde{\alpha}_{\text{at}}$ [Fleischhauer 2005, Schilke 2012] :

$$\begin{aligned} T_{\text{at}}(\delta_S) &= \exp(-b_0 \text{Im}[\tilde{\alpha}_{\text{at}}(\delta_S)]) \\ &= \exp\left(-b_0 \text{Im}\left[-\frac{C_{32'}\Gamma}{2\delta_S + i\Gamma - \Omega_R^2/2(\delta_S - \Delta + i\gamma)}\right]\right), \end{aligned} \quad (\text{V.2.14})$$

où γ code la décohérence entre les deux niveaux fondamentaux, Ω_R (proportionnelle à la racine carrée de l'intensité du laser de couplage) est la pulsation de Rabi décrivant le couplage entre la pompe et le dipôle atomique et les désaccords Δ et δ_S correspondent à la pompe et la sonde, respectivement. De fait, une analyse d'un spectre de transmission d'une sonde faiblement saturante dans le fenêtre d'EIT au moyen de la relation (V.2.14) permet de connaître simultanément l'épaisseur optique à résonance du nuage, le déphasage γ ainsi que la pulsation de Rabi. Précisons qu'un effet de perte de cohérence entre pompe et sonde implique un γ non nul et que l'impact de la distribution des vitesses des atomes (et donc de l'angle entre pompe et sonde) se cache dans Δ . La prise en compte de ces effets de décohérence et de la température induit donc une baisse de contraste ainsi qu'un élargissement du pic de transmission lié à l'EIT. Une étude systématique de ces grandeurs en fonction des paramètres expérimentaux est alors possible pour discriminer les sources de décohérence dans les atomes. Enfin, en absence de pompe (donc pour $\Omega_R = 0$) on peut montrer que l'on retrouve la transmission atomique usuelle vue à l'équation II.2.8.

La figure V.2.6 présente un spectre de transmission autour de $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ obtenu dans les conditions de l'EIT pour une pompe résonante avec la transition $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$ d'intensité $25 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$, correspondant à une pulsation de Rabi de $\Omega_R = 0.63\Gamma$. L'angle entre la pompe et la sonde est 17.3° et leurs polarisations sont linéaires et croisées. Compte tenu de la sous-structures Zeeman des niveaux mis en jeu ici, on attend un contraste maximal, valant l'unité, puisque tous les sous-niveaux Zeeman du niveau excité $|2'\rangle$ sont couplés à ceux du niveau $|2\rangle$ ^b. Le scan des fré-

b. Les règles de sélection pour une lumière polarisée linéaire impliquent une transition entre les niveaux tels que $\Delta m_F = 0$.

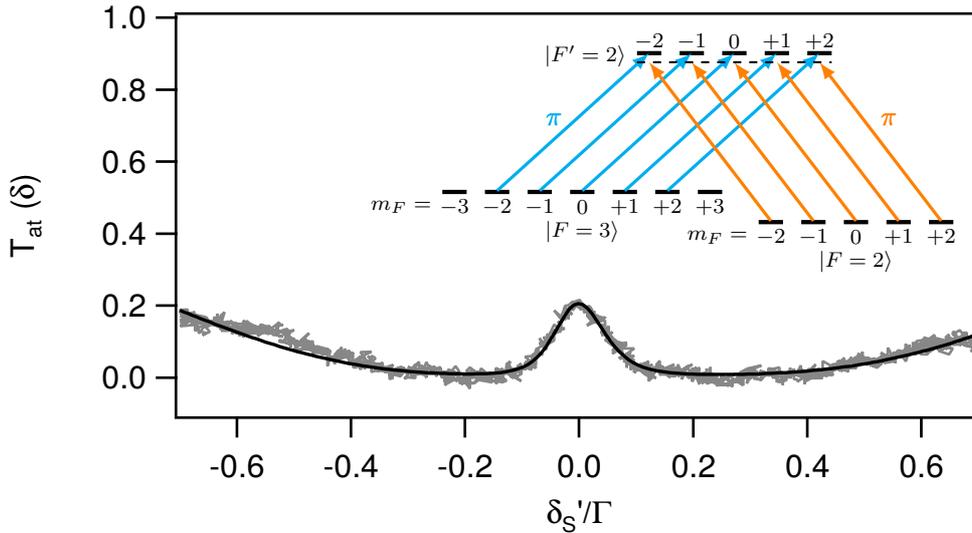


Figure V.2.6 – Spectre de transmission de la sonde, autour de la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ pour un nuage tel que $b_0 = 5$, mesuré en absence de repompeur et dans les conditions d’obtention de transparence électromagnétiquement induite : une pompe (cyan) à résonance avec $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$ et d’intensité $25 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-2}$ pendant que la sonde (orange) de faible intensité mesure l’état du système sur la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$. La sonde et la pompe forment un angle de 17.3° . Les données expérimentales sont en gris. La courbe noire est un ajustement des données utilisant la formule (V.2.14). Nous tirons $\Omega_R = (0.39 \pm 0.01)\Gamma$ et $\gamma = (0.037 \pm 0.001)\Gamma$. En insert : niveaux atomiques et configuration des lasers. La pompe est en cyan et la sonde en orange. En particulier, la sonde couple tous les sous-niveaux Zeeman de $|F = 2\rangle$ à ceux de $|F' = 2\rangle$.

quences de la sonde issue de l’EOM est réalisé avec un AOM en configuration double-passage piloté par un générateur basse fréquence Hewlett-Packard^c permettant de s’affranchir du pas de temps de $10 \mu\text{s}$ de la carte d’acquisition. On observe effectivement une hausse de la transmission autour de la résonance atomique, signal directement relié au phénomène d’EIT. Un ajustement de la courbe de transmission *via* la formule (V.2.14) est aussi présenté, en ligne pleine noire. Nous extrayons finalement $\Omega_R = (0.39 \pm 0.01)\Gamma$ et $\gamma = (0.037 \pm 0.001)\Gamma$. Nous remarquons que la pulsation de Rabi extraite est plus faible que celle attendue, pouvant provenir d’une mauvaise estimation de l’extension spatiale des faisceaux pompe. Le résultat de l’ajustement représente néanmoins une bonne calibration de l’intensité lumineuse de la pompe illuminant les atomes. Le terme de déphasage entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux est de l’ordre de $\gamma = 0.037\Gamma = 2\pi \times 224 \text{ kHz}$ et est responsable d’une altération du contraste et d’un élargissement de la hausse de la transmission. Deux causes de l’apparence de cette décohérence peuvent venir de la dégradation de la cohérence de phase entre pompe et sonde ou de la température du nuage et donc de l’angle entre les lasers impliquant le fait qu’ils interagissent avec différentes classes de vitesse atomique. Cependant, elles restent difficiles à découpler pour le moment et une étude systématique du contraste du pic et de sa largeur en fonction de l’épaisseur optique et de la température est requise pour connaître précisément leur impact. Il est néanmoins clair qu’une cohérence est induite entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux et que l’ajout de gain est possible.

^c. Aucun VCO n’est utilisé dans cette mesure, ils sont tous remplacés par des synthétiseurs délivrant un signal sinusoïdal plus pur.

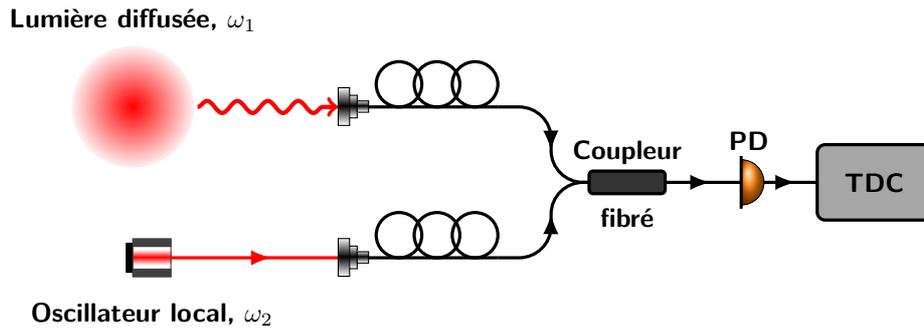


Figure V.3.1 – Schéma de principe d'une mesure hétérodyne où toutes les lumières sont couplées dans des fibres monomodes à maintien de polarisation. PD : photodiode. TDC : convertisseur temps-digital.

V.3. Vers la détermination du spectre optique

La lumière émise par un laser suit une statistique de Poisson. Cela se traduit par le fait que la fonction de corrélation de l'intensité de la lumière $g^{(2)}$ est plate et égale à l'unité. Au chapitre IV, nous avons vu que les corrélations d'intensité de la lumière diffusée par les atomes froids, en tant que milieu passif, présente une forme particulière, dépendant de l'épaisseur optique à la fréquence du laser. Nous avons notamment mis en évidence un groupement de photons caractéristique d'une lumière classique. Il est toutefois légitime de savoir comment cette fonction change en présence de gain dans le système. La réponse à cette question est un préalable nécessaire à l'étude des corrélations de l'intensité d'un laser aléatoire pour analyser ses propriétés de cohérence temporelle. Dans cette section, nous présentons nos premiers résultats pour ensuite aller vers la mesure des corrélations d'intensité sur un milieu actif. Nous cherchons, par ailleurs, à connaître le spectre optique de la lumière diffusée grâce à une mesure hétérodyne, en la faisant interférer avec un oscillateur local plus puissant. Nous commencerons par présenter la forme du battement attendu et montrerons nos premiers tests expérimentaux. Cette technique, nous le verrons, autorise un accès direct à la fonction $g^{(1)}$, par l'intermédiaire d'une mesure de corrélation d'intensité, *a priori* sans recours à la relation de Siegert. En outre, la présence de l'oscillateur local permet une intégration beaucoup plus rapide qu'une mesure de $g^{(2)}(\tau)$ seule.

V.3.1. Prédiction de la forme du signal détecté

Nous avons déjà étudié les méthodes hétérodynes au chapitre II. Nous en rappelons néanmoins le principe. Le but est de faire interférer la lumière à analyser avec un oscillateur local, décalé en fréquence et plus puissant. Le spectre obtenu, centré sur la différence de fréquence des deux lumières, est alors une réplique du spectre optique de la lumière étudiée si l'oscillateur local est un laser parfait. Appliquée à un milieu optiquement actif, cette méthode peut nous permettre d'accéder aux propriétés de cohérence temporelle d'un échantillon proche du seuil et de comprendre les mécanismes du développement de cette cohérence *via* les changements éventuels du spectre optique.

Nonobstant la facilité de mise en place de cette technique, il n'apparaît pas évident de prime abord que l'oscillateur local ne masque pas le signal d'intérêt. Commençons alors par montrer la forme de la fonction de corrélation $g^{(2)}$ lors de l'interférence de deux champs électriques. Le principe de l'expérience est schématisé sur la figure V.3.1, où on fait battre une lumière à étudier de fréquence angulaire ω_1 avec un oscillateur local de pulsation ω_2 . Les deux champs électriques s'écrivent :

$$E_1(t) = E_{1,0} e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} \quad (\text{V.3.1})$$

$$E_2(t) = E_{2,0} e^{i(\omega_2 t + \phi_2)}. \quad (\text{V.3.2})$$

Nous considérons des amplitudes et des phases constantes pour le moment. Dans ce cas, le champ total détecté au niveau de la photodiode est :

$$\begin{aligned} E(t) &= E_1(t) + E_2(t) \\ &= E_{1,0} e^{i(\omega_1 t + \phi_1)} + E_{2,0} e^{i(\omega_2 t + \phi_2)}, \end{aligned} \quad (\text{V.3.3})$$

dont nous pouvons calculer l'intensité :

$$I(t) = |E(t)|^2 = (|E_{1,0}|^2 + |E_{2,0}|^2) \left(1 + \frac{2E_{1,0}E_{2,0}}{|E_{1,0}|^2 + |E_{2,0}|^2} \cos(\Delta\omega t + \phi) \right), \quad (\text{V.3.4})$$

avec $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ et $\phi = \phi_2 - \phi_1$. Le carré de la valeur moyenne de l'intensité s'obtient immédiatement :

$$\langle I(t) \rangle^2 = (|E_{1,0}|^2 + |E_{2,0}|^2)^2. \quad (\text{V.3.5})$$

La valeur moyenne du produit des intensités aux instants t et $t + \tau$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \langle I(t)I(t + \tau) \rangle &= (|E_{1,0}|^2 + |E_{2,0}|^2)^2 \left(1 + \frac{2E_{1,0}E_{2,0}}{|E_{1,0}|^2 + |E_{2,0}|^2} \cos(\Delta\omega t + \phi) \right) \times \\ &\quad \left(1 + \frac{2E_{1,0}E_{2,0}}{|E_{1,0}|^2 + |E_{2,0}|^2} \cos(\Delta\omega(t + \tau) + \phi) \right). \end{aligned} \quad (\text{V.3.6})$$

Après calculs et en normalisant par le carré de la moyenne de l'intensité, nous arrivons à la fonction de corrélation de l'intensité :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{2I_1 I_2}{(I_1 + I_2)^2} \cos(\Delta\omega\tau), \quad (\text{V.3.7})$$

où nous avons noté $I_i = |E_{i,0}|^2$ l'intensité du champ i . La fonction $g^{(2)}$ oscille donc à la fréquence différence des deux champs interférant, l'amplitude des oscillations étant donnée par le produit des intensités. Par transformée de Fourier, le spectre obtenu est alors infiniment fin puisque seuls deux lasers parfaits interfèrent entre eux. Un même calcul peut alors être réalisé pour un champ présentant des fluctuations de phases et d'amplitudes [Hong 2006]. Le champ diffusé s'écrit alors :

$$E_1(t) = E_{1,0}(t) e^{i(\omega_1 t + \phi(t))}. \quad (\text{V.3.8})$$

La fonction de corrélation de l'intensité devient dans ce cas :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{2 \langle |E_{1,0}(t)|^2 \rangle I_2}{(\langle |E_{1,0}(t)|^2 \rangle + I_2)^2} |g_1^{(1)}(\tau)| \cos(\Delta\omega\tau) + \frac{\langle |E_{1,0}(t)|^2 \rangle^2}{(\langle |E_{1,0}(t)|^2 \rangle + I_2)^2} (g_1^{(2)}(\tau) - 1) \quad (\text{V.3.9})$$

La structure de cette dernière relation est similaire à celle obtenue pour deux lumières parfaites vue à l'équation (V.3.7), le second terme étant pondéré par la fonction d'ordre un du champ électrique de la lumière diffusée. Un dernier terme apparaît, prenant en compte la modification de la fonction $g^{(2)}$ à délais courts due à celle de la lumière diffusée. En prenant la transformée de Fourier de l'équation V.3.9, seul le second terme donnera une composante spectrale à une fréquence non nulle. En particulier, en vertu du théorème de Wiener-Khintchin, cette contribution est proportionnelle au spectre de la lumière effectivement étudiée. La mesure des corrélations d'intensité provenant de l'interférence entre la fluorescence des atomes et d'un oscillateur local permet donc un accès direct au spectre optique de la lumière diffusée.

Pour bien appréhender l'intérêt des méthodes hétérodynes, étudions le rapport signal à bruit. Nous réalisons la mesure des temps d'arrivée des photons dans des *bins* temporels $t_{\text{bin}} = 81$ ps et nous notons \bar{n}_1 et \bar{n}_2 les nombres de photons détectés par seconde issus de la fluorescence et de l'oscillateur local, respectivement. A grands délais (donc lorsque $g^{(2)}(\tau) = 1$), le nombre de coïncidences N_{coi} après un temps d'intégration t_{int} s'écrit :

$$N_{\text{coi}} = t_{\text{bin}} t_{\text{int}} (\bar{n}_1 + \bar{n}_2)^2, \quad (\text{V.3.10})$$

dont nous déduisons l'impact du bruit de fond :

$$N_{\text{fond}} = \sqrt{N_{\text{coi}}} = (\bar{n}_1 + \bar{n}_2) \sqrt{t_{\text{bin}} t_{\text{int}}}. \quad (\text{V.3.11})$$

La contribution au signal effectivement mesuré est le terme oscillant à la fréquence angulaire $\Delta\omega$. Nous obtenons alors :

$$\begin{aligned} N_{\text{sig}} &= 2 \frac{\bar{n}_1 \bar{n}_2}{(\bar{n}_1 + \bar{n}_2)^2} t_{\text{bin}} t_{\text{int}} (\bar{n}_1 + \bar{n}_2)^2 \\ &= 2 \bar{n}_1 \bar{n}_2 \times t_{\text{bin}} t_{\text{int}}. \end{aligned} \quad (\text{V.3.12})$$

Nous en déduisons finalement le rapport signal sur bruit (SNR) :

$$\text{SNR} = \frac{N_{\text{sig}}}{N_{\text{fond}}} = 2 \frac{\bar{n}_1 \bar{n}_2}{\bar{n}_1 + \bar{n}_2} \sqrt{t_{\text{bin}} t_{\text{int}}}. \quad (\text{V.3.13})$$

De manière peu intuitive, le rapport signal sur bruit est maximal lorsque que $\bar{n}_2 \gg \bar{n}_1$, donc quand l'oscillateur local est plus puissant que la lumière étudiée. Dans ce cas spécifique, nous avons $\text{SNR} \rightarrow 2 \bar{n}_1 \sqrt{t_{\text{bin}} t_{\text{int}}}$, indépendant de \bar{n}_2 . Nous avons donc tout intérêt à maximiser l'intensité de l'oscillateur local pour diminuer le temps d'intégration. Ce point particulier est une spécificité des mesures hétérodynes (ou homodynes si la différence des fréquences est nulle).

Il est, cependant, nécessaire de nuancer un peu ce constat optimiste. Premièrement, nous avons fait le calcul dans un régime où les corrélations sont mesurées de manière continue. Ce n'est pas le cas sur notre expérience, qui fonctionne en régime pulsé. Le SNR va donc dépendre du délai temporel τ et on s'attend à voir le nombre de coïncidences diminuer avec des délais croissants, comme nous l'avons effectivement mesuré (chapitre IV, section IV.1.3.2). Enfin, nous n'avons considéré que deux types de photons différents, ceux de la lumière diffusée et ceux de l'oscillateur local. Si l'on souhaite étudié la fluorescence atomique en présence de gain, les photons diffusés par les autres lasers (pompe et repompeur) sont susceptibles d'être détectés et de détériorer le signal. Il faut alors tenir compte des taux de diffusion des lasers Raman et du repompeur pondérés par les populations des niveaux impliqués dans l'induction de gain dans le système pour correctement exprimer le rapport signal sur bruit. Il semble clair que ce dernier va diminuer du fait de la présence des autres lasers.

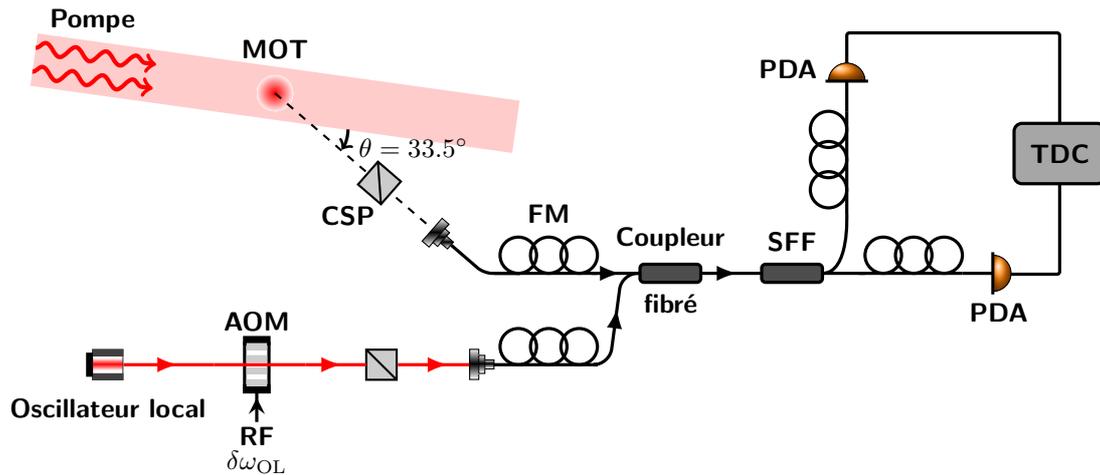


Figure V.3.2 – Schéma de l'expérience d'hétérodynage. Le principe est tout à fait similaire à celui utilisé pour la DWS. On fait interférer la lumière diffusée par le MOT, illuminé par un seul des faisceaux Raman, avec un oscillateur local provenant de la même source que les pompes. L'oscillateur local est décalé en fréquence de $\delta\omega_{OL} = 2\pi \times 73.3$ MHz, par rapport aux photons attendus provenant du laser aléatoire, au moyen d'un modulateur acousto-optique en configuration simple passage. L'angle entre l'axe des faisceaux Raman et la fibre de collection de la fluorescence est de 35.5° . Le battement est ensuite divisé en deux par le séparateur de faisceaux fibré (SFF) pour être envoyé vers les deux photodiodes à avalanche (PDA). Les temps d'arrivée des photons détectés par les PDA sont enregistrés avec un convertisseur temps-digital (TDC) et analysés avec un ordinateur pour construire la fonction $g^{(2)}$. CSP : cube séparateur de polarisation, FM : fibre monomode.

V.3.2. Validation de la mesure du spectre optique

Au chapitre IV, nous avons étudié la lumière diffusée par les atomes, considéré comme un milieu passif. Si l'on souhaite mieux caractériser les propriétés de cohérence temporelle d'un laser aléatoire, il est nécessaire d'induire du gain dans le milieu. Il faut donc, comme nous l'avons vu, éclairer les atomes avec les faisceaux Raman ainsi que le repompeur pour maintenir une inversion de population dans le système. Avant d'étudier la lumière émise au-dessus du seuil de l'émission du laser aléatoire, il est nécessaire de caractériser la cohérence temporelle de l'échantillon en fonction de la nouvelle configuration expérimentale, en présence de larges faisceaux pouvant saturer les atomes.

Le schéma expérimental, présenté sur la figure V.3.2, est alors très similaire à ce que nous avons déjà rencontré précédemment. La lumière diffusée par les atomes est couplée dans une fibre monomode. Elle interfère avec un oscillateur local, provenant de la même source laser que celle de la pompe pour préserver la cohérence de phase. On s'affranchit donc de la largeur spectrale finie du laser. Précisons que l'oscillateur local est dérivé de la lumière issue de l'EOM. Les polarisations des lumières sont parallèles. Celles-ci interfèrent dans un coupleur à maintien de polarisation. Le faisceau Raman et la fibre de collection de la lumière diffusée forment un angle de $\theta = 35.5^\circ$. Le signal d'interférence est ensuite divisé en deux au moyen d'un séparateur de faisceau fibré. Chaque bras est connecté à une photodiode à avalanche, même modèle que pour nos mesures de spectroscopie des ondes diffuses. Les temps d'arrivée des photons incidents sont enregistrés sur un convertisseur temps-digital avant d'être envoyés à un ordinateur pour reconstruire l'histogramme des coïncidences. Les pompes sont appliquées de manière pulsée, deux impulsions de $100 \mu\text{s}$ chacune, période pendant laquelle les corrélations d'intensité sont détectées.

Dans un premier temps, nous avons utilisé un seul bras du laser Raman pour sonder les atomes

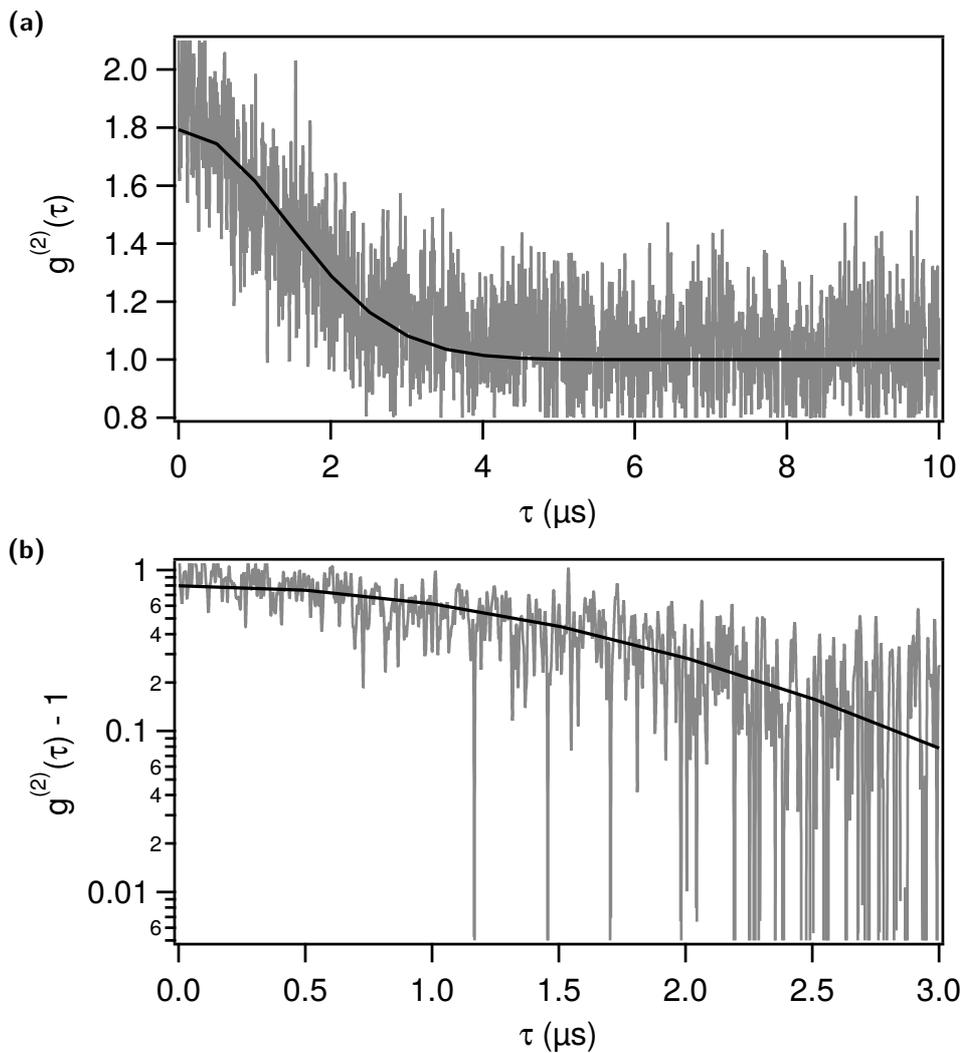


Figure V.3.3 – Mesure de la fonction de corrélation d'ordre deux $g^{(2)}$ de la lumière diffusée par les atomes froids illuminés par un bras des faisceaux Raman, de taille transverse supérieure à celle du nuage, avec $b_0 = 34$ et $\delta = +9\Gamma$. **(a)** Courbe de $g^{(2)}$ en échelle linéaire. Les données expérimentales sont en gris. L'angle entre le laser et la détection est de 35.5° . Un ajustement gaussien (ligne pleine noire) donne une température de $T = (108 \pm 9) \mu\text{K}$. **(b)** Zoom sur les trois premières microsecondes, en échelle semi-logarithmique.

dans le régime de diffusion simple afin de déterminer la température du nuage, comme fait précédemment IV.2.2. L'épaisseur optique à résonance du nuage, mesuré avec un spectre de transmission, est de $b_0 = 34 \pm 2$. Le désaccord de la pompe par rapport à la transition $|3\rangle \rightarrow |4'\rangle$ est fixé à $+9\Gamma$, de sorte à obtenir $b(\delta) = 0.1$, l'intensité du laser étant ajustée pour maintenir un paramètre de saturation $s(\delta) \sim 0.02$. Le nombre de coups détectés est typiquement de l'ordre de 25 photons/200 μs . La figure V.3.3 montre la fonction de corrélation de l'intensité de la lumière diffusée. La forme globale obtenue est bien modélisée par une gaussienne, comme attendu dans le régime de diffusion simple, dont nous rappelons l'expression :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + e^{-\frac{\tau^2(1-\cos\theta)}{2\tau_c^2}}, \quad (\text{V.3.14})$$

avec $\theta = 35.5^\circ$ et $\tau_c^{-1} = 2k\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$. On extrait un temps de cohérence, défini comme la demi largeur à mi-hauteur de la courbe de $g^{(2)}$, $\tau_{\text{coh}} = (1.59 \pm 0.12) \mu\text{s}$, correspondant à une température de $T = (108 \pm 9) \mu\text{K}$.

Avec les mêmes paramètres du faisceau Raman, nous avons étudié les corrélations d'intensité résultantes de l'interférence entre la fluorescence et l'oscillateur local décalé en fréquence de $\delta\omega_{\text{OL}}/2\pi = 73.3 \text{ MHz}$ par un modulateur acousto-optique en configuration simple passage. Nous mesurons dans ce cas $g^{(1)}(\tau)$ par l'intermédiaire de $g^{(2)}$, comme nous l'avons vu à l'équation (V.3.9). Les premiers résultats, après $t_{\text{int}} = 10 \text{ h}$ d'intégration, sont présentés sur les figures V.3.4(a)-(b), où nous avons tracé $g^{(2)}(\tau) - 1$ en fonction du délai τ d'arrivée des photons. Pendant les 200 μs d'impulsion de lasers, nous détectons $\bar{n}_1 = 2$ et $\bar{n}_2 = 200$ coups dans la fluorescence et dans l'oscillateur local respectivement. Il est techniquement possible d'augmenter encore le flux de photons dans l'oscillateur local mais on risque alors de saturer le TDC ou les APD. Nous observons bien un signal dont la valeur moyenne est proche de zéro et la forme notablement différente de ce que nous avons mesuré auparavant. En particulier, un zoom sur la première microseconde du signal met très clairement en évidence des oscillations. La figure V.3.4(c) montre la transformée de Fourier normalisée par le nombre de points dans les données temporelles en fonction de la fréquence de Fourier du signal, restreinte à la gamme spectrale $[0 - 400] \text{ MHz}$, l'insert est un zoom centrée sur $\delta\omega_{\text{OL}}/2\pi$. Nous observons effectivement une structure spectrale à la fréquence correspondant à la différence entre la fluorescence et l'oscillateur local. En accord avec la relation V.3.9, cette composante correspond au spectre optique de la lumière diffusée par les atomes. Avec les nombres typiques de coups que nous mesurons, nous attendons, par la relation (V.3.13) un rapport signal sur bruit de $\text{SNR} = 34$. Par une étude du SNR sur la transformée de Fourier, nous obtenons $\text{SNR} = 30$, ce qui est effectivement en bon accord. Comme étant en régime de diffusion simple, nous avons vu que le spectre est gaussien, de la forme :

$$S(\delta\omega_{\text{OL}}, \theta) \propto e^{-\frac{\delta\omega_{\text{OL}}^2}{2\Delta\omega(\theta)^2}}, \quad (\text{V.3.15})$$

la largeur du spectre étant dépendante de la température du nuage ainsi que de l'angle de détection :

$$\Delta\omega(\theta) = k\sqrt{2(1-\cos\theta)\frac{k_B T}{m}}. \quad (\text{V.3.16})$$

Nous appliquons donc un ajustement gaussien à cette composante dont nous extrayons une largeur à mi-hauteur de $\Delta\omega(\theta) = 2\pi \times (160 \pm 8) \text{ kHz}$. De cette valeur, nous déduisons une température de $T = (494 \pm 48) \mu\text{K}$. Ce résultat est substantiellement plus important que la température obtenue directement avec une mesure de $g^{(2)}(\tau)$. La raison principale serait une

perte de cohérence de phase entre pompe et oscillateur local. En effet, pour décaler en fréquence l'oscillateur local, celui-ci passe à travers des modulateurs acousto-optiques, pilotés par des oscillateurs contrôlés en tension. Or ces derniers peuvent dégrader la pureté spectrale d'un laser en ajoutant du bruit dans le faisceau diffracté. Nous avons notamment mesuré un élargissement d'environ 20 kHz à chaque passage dans un AOM. Le remplacement des VCO par des générateurs de fonction de meilleure qualité pourrait préserver la cohérence de phase entre pompe et oscillateur local. Une autre possibilité peut être des fluctuations dans le système d'asservissement du point de fonctionnement de l'EOM, maintenu sur un maximum de transmission (mais sans modulation RF), dont on tire l'oscillateur local. L'obtention de ce faisceau en amont de l'EOM peut aussi être une éventualité pour comprendre cet élargissement fréquentiel. Nous modifions actuellement l'expérience pour mieux garantir la cohérence de phase entre ces deux lasers pour ne plus être limité par du bruit de fréquence, ce qui devra ensuite être vérifié à l'aide d'un battement. Il s'agira ensuite de mesurer le spectre optique de la lumière diffusée avec les deux faisceaux pompe en régime de diffusion simple en présence de gain, puis ensuite en régime de diffusion multiple.

V.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les récents développements mis en place sur l'expérience dans le but de caractériser les propriétés de cohérence temporelle d'un milieu optiquement actif. Pour cela, nous avons dans un premier temps montré que nous sommes en moyen de préparer les atomes avec une inversion arbitraire entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux du ^{85}Rb . La maîtrise de l'inversion de population est possible par le contrôle de l'intensité relative entre deux lasers, pompe et repompeur. L'obtention d'une inversion de population dans le système peut donner lieu à du gain Raman. Pour le caractériser, nous avons mis en place une détection basée sur une expérience de type pompe-sonde. La difficulté d'une telle mesure réside dans l'écart de fréquence entre les deux niveaux hyperfins, de l'ordre de 3 GHz, imposant l'utilisation de deux lasers différents. Néanmoins le recours à un modulateur électro-optique permet de générer une bande latérale qui peut être utilisé comme une sonde centrée sur la fréquence d'intérêt. Les premières mesures de spectroscopie pompe-sonde indiquent l'observation de transparence électromagnétiquement induite, suggérant une certaine relation de phase entre les lasers pompe et sonde. Nous sommes donc confiants dans le fait de pouvoir bientôt obtenir et caractériser du gain dans l'échantillon.

Une autre piste suivie est l'étude des corrélations d'intensité de la lumière émise en présence de gain. La mise en place d'une détection hétérodyne nous garantit un accès expérimental au spectre optique de la fluorescence des atomes. Pour cela, nous faisons battre la lumière diffusée avec un oscillateur local et nous étudions les corrélations d'intensité du signal d'interférence qui en résulte. La combinaison de cette mesure de spectre optique avec une mesure de la fonction $g^{(2)}$ dans les mêmes conditions pourra permettre d'accéder à la statistique de photons de la lumière. Nous serons alors en mesure de tester la nature poissonnienne de la lumière issue du laser aléatoire. Nous sommes actuellement en cours de modification de l'expérience pour comprendre un élargissement spectral mis en évidence dans les mesures hétérodynes, absent d'une étude directe de $g^{(2)}(\tau)$. Nous aurons alors la possibilité de pouvoir analyser les corrélations d'intensité de la lumière émise en présence de gain. Nous pourrions alors étudier les mécanismes de construction de la cohérence au sein d'un milieu actif autour du seuil. Cette étape est un prérequis nécessaire avant de pouvoir mettre en évidence les propriétés de cohérence temporelle d'un laser aléatoire.

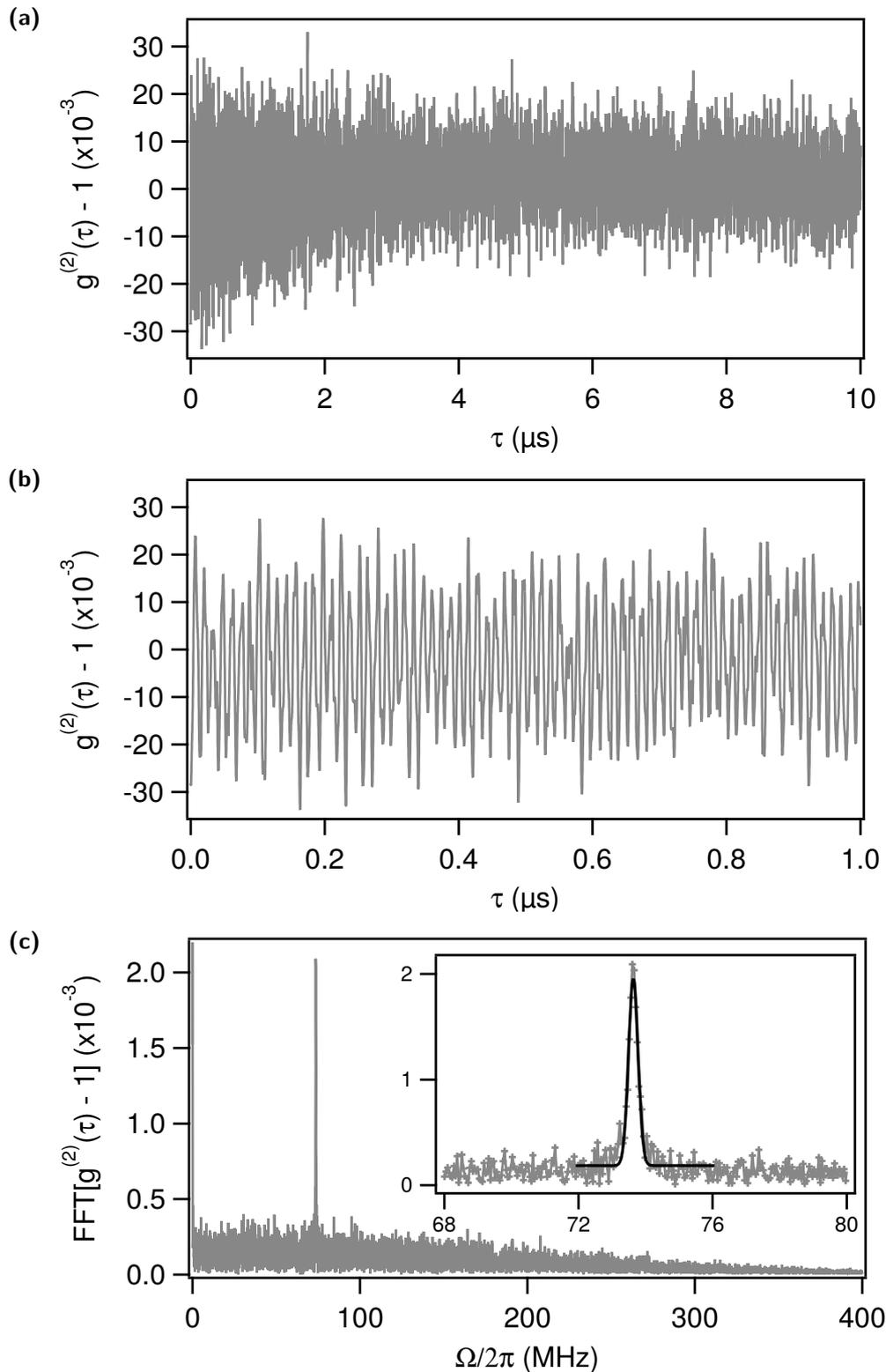


Figure V.3.4 – Mesure du spectre optique de la lumière diffusée par une méthode hétérodyne. **(a)** Fonction de corrélation de l’intensité résultante de l’interférence entre la lumière diffusée par les atomes et d’un oscillateur local, décalé en fréquence de $\delta\omega_{\text{OL}}/2\pi = 73.3$ MHz. **(b)** Zoom sur la première microseconde du signal pour mettre en évidence les oscillations dues au terme oscillant proportionnel à l’auto-corrélation du champ électrique diffusé dans (V.3.9). **(c)** Transformée de Fourier de $g^{(2)}(\tau) - 1$, restreinte à la fenêtre spectrale [0 – 400] MHz, mettant en évidence un pic correspondant à la fréquence $\delta\omega_{\text{OL}}/2\pi$. En insert : zoom sur le pic. En noir : ajustement gaussien pour déduire la température selon (V.3.16). Nous obtenons $T = (494 \pm 48) \mu\text{K}$.

Conclusion

Nous l'avons vu tout au long de ce manuscrit, les vapeurs atomiques sont un milieu particulièrement bien adapté pour étudier les mécanismes de diffusion de la lumière dans un milieu désordonné. Ils peuvent aussi être utilisés pour illustrer les liens entre physique atomique et astrophysique. Cela est rendu possible par le contrôle expérimental de la section efficace de diffusion des atomes éclairés par un laser en faisant varier sa fréquence pour modifier les propriétés de diffusion des atomes. La possibilité de calculs *ab initio* rend l'interaction entre le milieu passif et la lumière aisément modélisable, pour notamment connaître la forme du spectre optique de la lumière diffusée par les atomes et étudier ensuite la fonction de corrélation de l'intensité $g^{(2)}$.

Toutefois, la réponse atomique non linéaire en présence de champs lumineux intenses confère aux atomes de nouvelles propriétés de diffusion et la possibilité d'explorer de nouveaux régimes, comme par exemple l'occurrence de gain. Le passage d'un régime à l'autre peut aider à mieux caractériser les propriétés du milieu et comprendre l'apparition et le développement de cohérence temporelle. Cette thèse de doctorat cherche à étudier les caractéristiques de la diffusion de la lumière dans des vapeurs atomiques froides, essentiellement en tant que milieu passif dans le but de développer des outils pour l'étude du gain afin d'analyser les propriétés de cohérence temporelle d'un laser aléatoire.

Dans la première partie de cette thèse, nous avons commencé par introduire l'équation de la diffusion pour décrire le transport de la lumière dans un milieu désordonné. Nous avons en particulier défini des longueurs caractéristiques permettant de mieux appréhender les conditions d'application de cette équation. De plus, nous avons défini les fonctions de corrélation du champ électrique, modélisant les fluctuations temporelles de son amplitude et son intensité. Dans le cadre de la spectroscopie des ondes diffuses, elles se montrent être des outils particulièrement puissants pour étudier les propriétés dynamiques des diffuseurs. Différents montages expérimentaux peuvent permettre de mesurer des corrélations d'intensité, que ce soit temporellement avec l'utilisation d'une détection type Hanbury Brown et Twiss ou alors spectralement avec l'auto-battement de la lumière ou une méthode hétérodyne. En outre, nous avons vu qu'un milieu désordonné optiquement actif pouvait présenter un seuil d'émission laser, appelé bombe photonique. Plus précisément, l'utilisation d'une vapeur atomique froide utilisée à la fois comme milieu diffusant et à gain a permis de mettre en évidence l'effet de laser aléatoire dans les atomes froids.

Dans la seconde partie de ce manuscrit, nous avons souhaité tirer avantage des fluctuations d'intensité de la lumière diffusée par les atomes froids. Le but est de pouvoir obtenir une signature expérimentale claire de l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids. La caractérisation de la lumière diffusée par le nuage en présence de gain passe par une très bonne connaissance de l'échantillon. Pour cela, nous avons commencé par étudier le nuage d'atomes comme un milieu passif. La première étape a été d'analyser les bruits d'intensité et de fréquence intrinsèques des sources lasers en utilisant les atomes comme discriminateur de fréquence. La résonance ato-

mique est mise à profit pour convertir du bruit de fréquence en bruit d'intensité. Nous avons montré la possibilité de réaliser des mesures spectroscopiques à partir des fluctuations d'intensité de la lumière transmise par les atomes froids. Dans un second temps, l'implémentation expérimentale de la mesure des corrélations d'intensité de la lumière diffusée par les atomes permet aussi d'obtenir des informations sur le mouvement des diffuseurs, en application de la diffusion dynamique de la lumière. Nous avons mis en place un dispositif de détection de type HBT et étudié la fonction $g^{(2)}$ des photons diffusés lorsque les atomes sont illuminés par une sonde de faible intensité, diminuant ainsi le poids de la diffusion inélastique. La variation de fréquence du laser nous a permis de passer continûment du régime de diffusion simple au régime de diffusion multiple. Nous avons montré le rôle joué par le mouvement balistique des atomes sur le changement de forme de la fonction de corrélation de l'intensité.

Enfin, dans une dernière partie, nous avons réuni tous les ingrédients requis pour l'obtention d'un laser aléatoire pour pouvoir caractériser l'adjonction de gain à l'intérieur des atomes. Le mécanisme d'amplification choisi induit une inversion de population entre les deux niveaux fondamentaux hyperfins du ^{85}Rb , contrôlée par l'utilisation d'un laser Raman et d'un repompeur. Nous avons commencé par caractériser les inversions de population obtenues en fonction des paramètres de ces deux lasers et montrer notre habileté à préparer le nuage avec une répartition arbitraire d'atomes entre ces deux niveaux. L'ajout d'un modulateur électro-optique rend possible de réaliser des mesures pompe-sonde pour mesurer l'amplification d'une sonde à la fréquence de la pompe, en garantissant la cohérence de phase entre les deux. Nos premiers résultats, lorsque les atomes sont illuminés par un seul faisceau pompe résonant colinéaire à la sonde, indiquent la présence de transparence électromagnétique induite. Nous sommes actuellement en cours de recherche des paramètres optimaux du gain dans le système. Parallèlement, nous avons commencé à développer une méthode de mesure hétérodyne, en faisant interférer la lumière diffusée avec un oscillateur local, pour étudier le spectre de la fluorescence des atomes en présence de gain.

Toutes ces étapes sont un préalable nécessaire à l'étude des propriétés de cohérence temporelle d'un laser aléatoire à atomes froids. Il est donc important de bien comprendre les propriétés de la lumière diffusée par le milieu passif mais aussi de savoir la physique à l'oeuvre à l'approche du seuil d'émission laser. Ce peut donc être un accès expérimental direct à la construction de cohérence dans les milieux désordonnés. La particularité de notre système est de pouvoir relier cette construction de cohérence à l'évolution de l'inversion de population, aisément accessible, dans l'échantillon autour du seuil. Il est aussi possible de connaître la réponse temporelle du système pendant l'établissement de la cohérence temporelle dans le nuage. L'inversion de population peut donc s'avérer être une observable intéressante. Combiné à une mesure de $g^{(2)}(\tau)$, il serait alors possible de mieux comprendre les mécanismes sous-jacents de la constitution des propriétés de cohérence temporelle d'un milieu actif autour du seuil de l'émission laser.

La poursuite des investigations une fois le seuil dépassé peut donner lieu à l'observation du signal direct d'un laser aléatoire à atomes froids. L'analyse des corrélations d'intensité serait un outil très puissant pour montrer si la lumière émise par ce type de laser suit effectivement une statistique de Poisson. Cela nécessite de bien pouvoir discriminer les photons contribuant au laser aléatoire des autres, ce qui peut constituer un défi expérimental mais néanmoins réalisable *via* des mesures par hétérodynage. En outre, le fait de pouvoir combiner efficacement gain et diffusion avec le même système physique, les atomes froids, peut ouvrir la voie à la mise en lumière des mécanismes fondamentaux qui sous-tendent le phénomène de laser aléatoire. En outre, les fortes intensités lumineuses arrivant sur les atomes peuvent introduire des effets de diffusion inélastique et donc dépendant de la puissance optique incidente. La réponse atomique devient alors non linéaire et souvent difficile à prédire. Là encore, les corrélations d'intensité

peuvent intervenir et faciliter notre compréhension de ces effets inélastiques, en observant par exemple le triplet de Mollow dans la réponse optique atomique en présence d'une pompe fortement saturante. Ce peut aussi être un moyen d'étudier les propriétés quantiques de diffusion coopératives de la lumière dans un gaz d'atomes froids.

Annexes

ANNEXE A

Liste des publications

- S. Vartabi Kashanian, **A. Eloy**, W. Guerin, M. Lintz, M. Fouché, et R. Kaiser. *Noise spectroscopy with large clouds of cold atoms*. Phys. Rev. A, **94**, No. 4, p. 043622, oct 2016.
- **A. Eloy**, Z. Yao, R. Bachelard, W. Guerin, M. Fouché, et R. Kaiser. *Diffusing-wave spectroscopy of cold atoms in ballistic motion*. Phys. Rev. A, **97**, p. 013810, Jan 2018.

Liste des symboles

α_{at}	Polarisabilité atomique	\mathcal{L}	Flux d'atomes chargés dans le MOT
β	Nombre de modes spatiaux et de polarisation	IP	Inversion de population
β_j	Amplitude d'un dipôle dans le modèle des dipôles couplés	$T_{ij'}$	Rapport de branchement de la transition $ i\rangle \rightarrow j'\rangle$
$\delta = \omega_L - \omega_0$	Désaccord de la pulsation du laser par rapport à la résonance	$\langle x \rangle$	Valeur moyenne de la variable aléatoire x
Δ	Désaccord de la pompe par rapport à $ 2'\rangle$	N_{at}	Nombre d'atomes
$\delta\omega$	Décalage Doppler	Ω	Fréquence de Fourier
$\Delta\omega(\theta)$	Largeur du spectre de la lumière diffusée dans la direction d'observation	$P(n)$	Distribution des photons ayant subis n diffusions
$\Delta\omega_{\text{BN}}$	Largeur spectrale d'un battement	ρ	Densité des diffuseurs / densité atomique
$\Delta\omega_L$	Largeur du spectre optique du laser	σ_0	Section efficace de diffusion à résonance
δ_{Rep}	Désaccord du repompeur	$\sigma_j (j = x, y, z)$	Taille rms du nuage d'atomes
δ_S	Désaccord de la sonde par rapport à $ 2'\rangle$	σ_{sc}	Section efficace de diffusion
δ_S	Désaccord de la sonde par rapport à $ 1'\rangle$	$\sqrt{\langle v^2 \rangle}$	Vitesse quadratique moyenne des atomes
ℓ_{abs}	Longueur d'absorption	τ	Délai d'arrivée des photons
ℓ_g	Longueur de gain	τ_{coh}	Demi-largeur à mi-hauteur de la fonction $g^{(2)}$
ℓ_{tr}	Longueur de transport	T	Température du nuage
Γ	Largeur naturelle du niveau excité	θ	Direction d'observation
γ	Déphasage entre les deux niveaux hyperfins fondamentaux	\tilde{b}_0	Épaisseur optique sur la transition $ 2\rangle \rightarrow 1'\rangle$
$g^{(1)}$	Fonction de corrélation d'ordre un du champ électrique	\mathbf{k}_{inc}	Vecteur d'onde d'un photon incident
$g^{(2)}$	Fonction de corrélation d'ordre deux du champ électrique	$b(\delta)$	Épaisseur optique à la fréquence du laser
$g^{(2)}(0)$	Valeur à délai nul de la fonction $g^{(2)}$	b_0	Épaisseur optique à résonance
λ	Longueur d'onde du laser	B_ϕ	Profondeur de modulation de phase
ℓ_{sc}	Libre parcours moyen	B_E	Profondeur de modulation d'amplitude
$\mathcal{C}_{ij'}$	Coefficient de Clebsch-Gordan de la transition $ i\rangle \rightarrow j'\rangle$	D	Dérivée de la transmission du discriminateur de fréquence
		D_{diff}	Coefficient de diffusion
		$f(\theta, \phi)$	Amplitude de diffusion

$g_{ab}^{(2)}$	Fonction de corrélation d'ordre 2 croisée
g_n^2	Fonction de corrélation de l'intensité après n diffusions
I_{BN}	Intensité détectée lors d'un battement
I_{coh}	Intensité dans le mode cohérent
I_{Raman}	Intensité du faisceau Raman
I_{Rep}	Intensité du repompeur
I_{sat}	Intensité de saturation de la raie D2 du ^{85}Rb
m	Masse d'un atome de ^{85}Rb
n	Nombre d'événements de diffusion
N_{diff}	Nombre moyen d'événements de diffusion
$p(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}')$	Fonction de phase
P_{Rb}	Pression partielle de rubidium dans la cellule à vide
P_{res}	Pression résiduelle de gaz dans la cellule à vide
R	Taux de coïncidences par heure
R_{sc}	Taux de diffusion
R_x	Fonction d'auto-corrélation du signal aléatoire x
$s(\delta)$	Paramètre de saturation à la fréquence du laser
S_ω	Bruit de fréquence
S_E	Spectre optique
$S_{FF'}$	Facteur de force
S_x	Densité spectrale de puissance du signal aléatoire x
T_{at}	Transmission
t_{bin}	Taille d'un <i>bin</i> temporel
t_{cycle}	Durée d'un cycle expérimental
t_{int}	Temps d'intégration
t_{pulse}	Durée d'une impulsion de la sonde
v_{tr}	Vitesse de propagation de l'énergie
E	Champ électrique
E_{sc}	Champ électrique diffusé
r , r_d	Vecteur position
t	Temps

Bibliographie

- [Abadie 2011] J. Abadie, B. P. Abbott, R. Abbott, & T. D. Abbott *et al.* *A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit.* *Nat. Phys.*, **7**, No. 12, p. 962–965, sep 2011.
- [Agha 2010] I. H. Agha, G. Messin, & P. Grangier. *Generation of pulsed and continuous-wave squeezed light with ^{87}Rb vapor.* *Opt. Express*, **18**, No. 5, p. 4198–4205, Mar 2010.
- [Anderson 1958] P. W. Anderson. *Absence of Diffusion in Certain Random Lattices.* *Phys. Rev.*, **109**, p. 1492–1505, Mar 1958.
- [Anderson 1994] M. H. Anderson, W. Petrich, J. R. Ensher, & E. A. Cornell. *Reduction of light-assisted collisional loss rate from a low-pressure vapor-cell trap.* *Phys. Rev. A*, **50**, p. R3597–R3600, Nov 1994.
- [Anderson 2001] B. P. Anderson & M. A. Kasevich. *Loading a vapor-cell magneto-optic trap using light-induced atom desorption.* *Phys. Rev. A*, **63**, No. 2, p. 023404, jan 2001.
- [Anderson 2018] P. Anderson, S. Jalnapurkar, E. S. Moiseev, D. Chang, P. E. Barclay, A. Lezama, & A. I. Lvovsky. *Optical nanofiber temperature monitoring via double heterodyne detection.* *AIP Advances*, **8**, No. 5, p. 055005, may 2018.
- [Andreasen 2011] J. Andreasen, A. A. Asatryan, L. C. Botten, M. A. Byrne, H. Cao, L. Ge, L. Labonté, P. Sebbah, A. D. Stone, H. E. Türeci, & C. Vanste. *Modes of random lasers.* *Adv. Opt. Photon.*, **3**, No. 1, p. 88–127, Mar 2011.
- [Aoki 2016] K. Aoki & T. Mitsui. *Observing random walks of atoms in buffer gas through resonant light absorption.* *Physical Review A*, **94**, No. 1, jul 2016.
- [Araújo 2016] M. O. Araújo, I. Krešić, R. Kaiser, & W. Guerin. *Superradiance in a Large and Dilute Cloud of Cold Atoms in the Linear-Optics Regime.* *Phys. Rev. Lett.*, **117**, No. 7, p. 073002, 2016.
- [Arecchi 1966] F. T. Arecchi, A. Berné, & P. Bulamacchi. *High-Order Fluctuations in a Single-Mode Laser Field.* *Phys. Rev. Lett.*, **16**, p. 32–35, Jan 1966.
- [Arecchi 1971] F. T. Arecchi & V. Degiorgio. *Statistical Properties of Laser Radiation During a Transient Buildup.* *Phys. Rev. A*, **3**, p. 1108–1124, Mar 1971.
- [Armstrong 1965] J. A. Armstrong & A. W. Smith. *Intensity Fluctuations in a GaAs Laser.* *Phys. Rev. Lett.*, **14**, p. 68–70, Jan 1965.

- [Arpornthip 2012] T. Arpornthip, C. A. Sackett, & K. J. Hughes. *Vacuum-pressure measurement using a magneto-optical trap*. *Phys. Rev. A*, **85**, p. 033420, Mar 2012.
- [Aspect 1982] A. Aspect, J. Dalibard, & G. Roger. *Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers*. *Phys. Rev. Lett.*, **49**, p. 1804–1807, Dec 1982.
- [Assaf 2007] O. Assaf & E. Akkermans. *Intensity Correlations and Mesoscopic Fluctuations of Diffusing Photons in Cold Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **98**, p. 083601, Feb 2007.
- [Assaf 2008] O. Assaf & E. Akkermans. *Assaf and Akkermans Reply* :. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, p. 199302, May 2008.
- [Atutov 2003] S. N. Atutov, R. Calabrese, V. Guidi, B. Mai, A. G. Rudavets, E. Scansani, L. Tomassetti, V. Biancalana, A. Burchianti, C. Marinelli, E. Mariotti, L. Moi, & S. Veronesi. *Fast and efficient loading of a Rb magneto-optical trap using light-induced atomic desorption*. *Phys. Rev. A*, **67**, No. 5, p. 053401, may 2003.
- [Bachelard 2014] N. Bachelard, S. Gigan, X. Noblin, & P. Sebbah. *Adaptive pumping for spectral control of random lasers*. *Nature Physics*, **10**, No. 6, p. 426–431, apr 2014.
- [Bahoura 2001] M. Bahoura & A. Clairon. *Diode-laser noise conversion in an optically dense atomic sample*. *Opt. Lett.*, **26**, No. 12, p. 926–8, 2001.
- [Baillard 2006] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon, & P. Rosenbusch. *Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers*. *Opt. Commun.*, **266**, No. 2, p. 609–613, oct 2006.
- [Bali 1996] S. Bali, D. Hoffmann, J. Simán, & T. Walker. *Measurements of intensity correlations of scattered light from laser-cooled atoms*. *Phys. Rev. A*, **53**, No. 5, p. 3469–3472, may 1996.
- [Bartalini 2010] S. Bartalini, S. Borri, P. Cancio, A. Castrillo, I. Galli, G. Giusfredi, D. Mazzotti, L. Gianfrani, & P. De Natale. *Observing the Intrinsic Linewidth of a Quantum-Cascade Laser : Beyond the Schawlow-Townes Limit*. *Phys. Rev. Lett.*, **104**, p. 083904, Feb 2010.
- [Baudouin 2013a] Q. Baudouin, N. Mercadier, V. Guarrera, W. Guerin, & R. Kaiser. *A cold-atom random laser*. *Nat. Phys.*, **9**, No. 6, p. 357–360, may 2013.
- [Baudouin 2013b] Q. Baudouin. *Lumière dans des vapeurs atomiques opaques : piégeage radiatif, laser aléatoire et vols de Lévy*. Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, octobre 2013.
- [Baudouin 2014a] Q. Baudouin, W. Guerin, & R. Kaiser. *Cold and hot atomic vapors : a testbed for astrophysics ?* *Annu. Rev. Cold Atoms Mol.*, **2**, p. 251–311, 2014.
- [Baudouin 2014b] Q. Baudouin, R. Pierrat, A. Eloy, E. J. Nunes-Pereira, P.-A. Cunniasse, N. Mercadier, & R. Kaiser. *Signatures of Lévy flights with annealed disorder*. *Phys. Rev. E*, **90**, No. 5, p. 052114, nov 2014.
- [Béguin 2014] J.-B. Béguin, E. M. Bookjans, S. L. Christensen, H. L. Sørensen, J. H. Müller, E. S. Polzik, & J. Appel. *Generation and Detection of a Sub-Poissonian Atom Number Distribution in a One-Dimensional Optical Lattice*. *Phys. Rev. Lett.*, **113**, p. 263603, Dec 2014.

- [Berne 1976] B. J. Berne & R. Pecora. *Dynamic light scattering*. Wiley, New York, 1976.
- [Bernon 2011] S. Bernon, T. Vanderbruggen, R. Kohlhaas, A. Bertoldi, A. Landragin, & P. Bouyer. *Heterodyne non-demolition measurements on cold atomic samples : towards the preparation of non-classical states for atom interferometry*. *New Journal of Physics*, **13**, No. 6, p. 065021, jun 2011.
- [Bienaimé 2011] T. Bienaimé, M. Petruzzo, D. Bigerni, N. Piovella, & R. Kaiser. *Atom and photon measurement in cooperative scattering by cold atoms*. *J. Mod. Opt.*, **58**, p. 1942–1950, 2011.
- [Bienaimé 2013] T. Bienaimé, R. Bachelard, P. W. Courteille, N. Piovella, & R. Kaiser. *Cooperativity in light scattering by cold atoms*. *Fortschr. Phys.*, **61**, p. 377–392, 2013.
- [Billy 2008] J. Billy, V. Josse, Z. Zuo, A. Bernard, B. Hambrecht, P. Lugan, D. Clément, L. Sanchez-Palencia, P. Bouyer, & A. Aspect. *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*. *Nature*, **453**, No. 7197, p. 891–894, jun 2008.
- [Bohnet 2012] J. G. Bohnet, Z. Chen, J. M. Weiner, D. Meiser, M. J. Holland, & J. K. Thompson. *A steady-state superradiant laser with less than one intracavity photon*. *Nature*, **484**, No. 7392, p. 78–81, apr 2012.
- [Boller 1991] K.-J. Boller, A. Imamoglu, & S. E. Harris. *Observation of electromagnetically induced transparency*. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, p. 2593–2596, May 1991.
- [Bouguer 1729] P. Bouguer. *Essai d’optique sur la gradation de la lumière*. Broché, 1729.
- [Bowie 2000] J. L. Bowie, J. C. Garrison, & R. Y. Chiao. *Stimulated Raman gain in a Λ -type atomic system with doubly excited transitions*. *Phys. Rev. A*, **61**, p. 053811, Apr 2000.
- [Brahms 2012] N. Brahms, T. Botter, S. Schreppler, D. W. C. Brooks, & D. M. Stamper-Kurn. *Optical Detection of the Quantization of Collective Atomic Motion*. *Phys. Rev. Lett.*, **108**, p. 133601, Mar 2012.
- [Brannen 1956] E. Brannen & H. I. S. Fergusson. *The Question of Correlation between Photons in Coherent Light Rays*. *Nature*, **178**, No. 4531, p. 481–482, sep 1956.
- [Bretenaker 2015] F. Bretenaker. *Physique des Lasers*, 2014-2015. Cours du M2 du master OMP de l’université Paris-Sud.
- [Bucalovic 2012] N. Bucalovic, V. Dolgovskiy, C. Schori, P. Thomann, G. Di Domenico, & S. Schilt. *Experimental validation of a simple approximation to determine the linewidth of a laser from its frequency noise spectrum*. *Appl. Opt.*, **51**, No. 20, p. 4582, jul 2012.
- [Camara 2014] A. Camara, R. Kaiser, & G. Labeyrie. *Scaling behavior of a very large magneto-optical trap*. *Phys. Rev. A*, **90**, No. 6, p. 063404, dec 2014.
- [Camparo 1999] J. Camparo & J. Coffey. *Conversion of laser phase noise to amplitude noise in a resonant atomic vapor : The role of laser linewidth*. *Phys. Rev. A*, **59**, No. 1, p. 728–735, jan 1999.

- [Cao 1999] H. Cao, Y. G. Zhao, S. T. Ho, E. W. Seelig, Q. H. Wang, & R. P. H. Chang. *Random Laser Action in Semiconductor Powder*. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, No. 11, p. 2278–2281, mar 1999.
- [Cao 2000] H. Cao, J. Y. Xu, S.-H. Chang, & S. T. Ho. *Transition from amplified spontaneous emission to laser action in strongly scattering media*. *Phys. Rev. E*, **61**, p. 1985–1989, Feb 2000.
- [Cao 2001] H. Cao, Y. Ling, J. Y. Xu, C. Q. Cao, & P. Kumar. *Photon Statistics of Random Lasers with Resonant Feedback*. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, No. 20, p. 4524–4527, may 2001.
- [Cao 2003] H. Cao. *Lasing in random media*. *Waves in Random Media*, **13**, No. 3, p. R1–R39, jul 2003.
- [Cao 2005] H. Cao. *Review on latest developments in random lasers with coherent feedback*. *J. Phys. A: Math. Gen.*, **38**, p. 10497, 2005.
- [Carminati 2015] R. Carminati. *Optiques des milieux complexes*, 2014-2015. Cours du M2 du master OMP de l'université Paris-Sud.
- [Carvalho 2004] P. R. S. Carvalho, L. E. E. de Araujo, & J. W. R. Tabosa. *Angular dependence of an electromagnetically induced transparency resonance in a Doppler-broadened atomic vapor*. *Physical Review A*, **70**, No. 6, dec 2004.
- [Case 1967] K. M. Case & P. F. Zweifel. *Linear Transport Theory*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1967.
- [Celardo 2017] G. L. Celardo, M. Angeli, & R. Kaiser. *Localization of light in subradiant Dicke states : a mobility edge in the imaginary axis*. <http://arxiv.org/abs/1702.04506>, 2017.
- [Chabé 2014] J. Chabé, M.-T. Rouabah, L. Bellando, T. Bienaimé, N. Piovella, R. Bachelard, & R. Kaiser. *Coherent and incoherent multiple scattering*. *Phys. Rev. A*, **89**, No. 4, p. 043833, apr 2014.
- [Chandrasekhar 1960] S. Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Dover, New York, 1960.
- [Chanelière 2005] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy, & A. Kuzmic. *Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories*. *Nature*, **438**, p. 833, 2005.
- [Cho 2016] Y.-W. Cho, G. T. Campbell, J. L. Everett, J. Bernu, D. B. Higinbottom, M. T. Cao, J. Geng, N. P. Robins, P. K. Lam, & B. C. Buchler. *Highly efficient optical quantum memory with long coherence time in cold atoms*. *Optica*, **3**, No. 1, p. 100, jan 2016.
- [Clark 1970] N. A. Clark, J. H. Lunacek, & G. B. Benedek. *A Study of Brownian Motion Using Light Scattering*. *American Journal of Physics*, **38**, No. 5, p. 575–585, 1970.
- [Clauser 1969] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, & R. A. Holt. *Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories*. *Phys. Rev. Lett.*, **23**, p. 880–884, Oct 1969.
- [Cohen-Tannoudji 2001] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, & G. Grynberg. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. EDP Sciences, 2001.
- [Compton 1923] K. Compton. *Some properties of resonance radiation and excited atoms*. *Philosophical Magazine*, **45**, p. 752, 1923.

- [Courteille 2010] P. W. Courteille, S. Bux, E. Lucioni, K. Lauber, T. Bienaimé, R. Kaiser, & N. Piovella. *Modification of Radiation Pressure due to Cooperative Scattering of Light*. *Eur. Phys. J. D.*, **58**, p. 69–73, 2010.
- [Dalibard 2006] J. Dalibard. *Atomes ultra-froids, Cours du M2 de mécanique quantique de l'ENS*. <http://www.phys.ens.fr/~dalibard/>, 2006.
- [Dasgupta 2002] B. R. Dasgupta, S.-Y. Tee, J. C. Crocker, B. J. Frisken, & D. A. Weitz. *Microrheology of polyethylene oxide using diffusing wave spectroscopy and single scattering*. *Phys. Rev. E*, **65**, p. 051505, May 2002.
- [de A. Carvalho 2015] J. C. de A. Carvalho, M. Oriá, M. Chevrollier, H. L. D. de Souza Cavalcante, & T. Passerat de Silans. *Redistribution of light frequency by multiple scattering in a resonant atomic vapor*. *Phys. Rev. A*, **91**, p. 053846, 2015.
- [Di Domenico 2010] G. Di Domenico, S. Schilt, & P. Thomann. *Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape*. *Appl. Opt.*, **49**, No. 25, p. 4801–4807, 2010.
- [Dinesan 2015] H. Dinesan, E. Fasci, A. D'Addio, A. Castrillo, & L. Gianfrani. *Characterization of the frequency stability of an optical frequency standard at 139 μm based upon noise-immune cavity-enhanced optical heterodyne molecular spectroscopy*. *Opt. Express*, **23**, No. 2, p. 1757, jan 2015.
- [dos Santos 2006] F. B. M. dos Santos & J. W. R. Tabosa. *Application of electromagnetically induced transparency for cold-atom velocimetry*. *Physical Review A*, **73**, No. 2, feb 2006.
- [Dumont 2014] P. Dumont, F. Camargo, J.-M. Danet, D. Holleville, S. Guerandel, G. Pillet, G. Baili, L. Morvan, D. Dolfi, I. Gozhyk, G. Beaudoin, I. Sagnes, P. Georges, & G. Lucas-Leclin. *Low-Noise Dual-Frequency Laser for Compact Cs Atomic Clocks*. *J. Light. Technol.*, **32**, No. 20, p. 3817–3823, oct 2014.
- [Durduran 2004] T. Durduran, G. Yu, M. G. Burnett, J. A. Detre, J. H. Greenberg, J. Wang, C. Zhou, & A. G. Yodh. *Diffuse optical measurement of blood flow, blood oxygenation, and metabolism in a human brain during sensorimotor cortex activation*. *Opt. Lett.*, **29**, No. 15, p. 1766–1768, Aug 2004.
- [Dussaux 2016] A. Dussaux, T. Passerat de Silans, W. Guerin, O. Alibert, S. Tanzilli, F. Vakili, & R. Kaiser. *Temporal intensity correlation of light scattered by a hot atomic vapor*. *Phys. Rev. A*, **93**, No. 4, p. 043826, apr 2016.
- [Elliott 1982] D. S. Elliott, R. Roy, & S. J. Smith. *Extracavity laser band-shape and bandwidth modification*. *Phys. Rev. A*, **26**, p. 12–18, Jul 1982.
- [Eloy 2018] A. Eloy, Z. Yao, R. Bachelard, W. Guerin, M. Fouché, & R. Kaiser. *Diffusing-wave spectroscopy of cold atoms in ballistic motion*. *Phys. Rev. A*, **97**, p. 013810, Jan 2018.
- [Fano 1961] U. Fano. *Quantum Theory of Interference Effects in the Mixing of Light from Phase-Independent Sources*. *American Journal of Physics*, **29**, No. 8, p. 539–545, aug 1961.

- [Fleischhauer 2005] M. Fleischhauer, A. Imamoglu, & J. P. Marangos. *Electromagnetically induced transparency : Optics in coherent media*. *Rev. Mod. Phys.*, **77**, p. 633–673, Jul 2005.
- [Florescu 2004] L. Florescu & S. John. *Photon Statistics and Coherence in Light Emission from a Random Laser*. *Phys. Rev. Lett.*, **93**, p. 013602, Jul 2004.
- [Fraden 1990] S. Fraden & G. Maret. *Multiple light scattering from concentrated, interacting suspensions*. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, p. 512–515, Jul 1990.
- [Froufe-Pérez 2009] L. S. Froufe-Pérez, W. Guerin, R. Carminati, & R. Kaiser. *Threshold of a Random Laser with Cold Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **102**, No. 17, p. 173903, may 2009.
- [Gattobigio 2008] G. L. Gattobigio. *Manipulation of a Large Magneto-Optical Trap : application to Four-Wave Mixing*. Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2008.
- [Gerry 2012] C. Gerry & P. Knight. *Introductory quantum optics*. Cambridge University Press, 2012.
- [Glauber 1963a] R. J. Glauber. *Photon Correlations*. *Phys. Rev. Lett.*, **10**, p. 84–86, Feb 1963.
- [Glauber 1963b] R. J. Glauber. *The Quantum Theory of Optical Coherence*. *Phys. Rev.*, **130**, p. 2529–2539, Jun 1963.
- [Goldhaber 1960] G. Goldhaber, S. Goldhaber, W. Lee, & A. Pais. *Influence of Bose-Einstein Statistics on the Antiproton-Proton Annihilation Process*. *Phys. Rev.*, **120**, p. 300–312, Oct 1960.
- [Goldner 2009] P. Goldner, O. Guillot-Noël, F. Beaudoux, Y. Le Du, J. Lejay, T. Chanelière, J.-L. Le Gouët, L. Rippe, A. Amari, A. Walther, & S. Kröll. *Long coherence lifetime and electromagnetically induced transparency in a highly-spin-concentrated solid*. *Phys. Rev. A*, **79**, p. 033809, Mar 2009.
- [Goody 1989] R. M. Goody & Y. Ling Yung. *Atmospheric radiation. theoretical basis*. Oxford University Press, 1989.
- [Gottardo 2008] S. Gottardo, R. Sapienza, P. D. García, A. Blanco, D. S. Wiersma, & C. López. *Resonance-driven random lasing*. *Nature Photonics*, **2**, No. 7, p. 429–432, jun 2008.
- [Gozzini 1993] A. Gozzini, F. Mango, J. H. Xu, G. Alzetta, F. Maccarrone, & R. A. Bernheim. *Light-induced ejection of alkali atoms in polysiloxane coated cells*. *Nuovo Cim. D*, **15**, No. 5, p. 709–722, may 1993.
- [Grison 1991] D. Grison, B. Lounis, C. Salomon, J. Y. Courtois, & G. Grynberg. *Raman Spectroscopy of Cesium Atoms in a Laser Trap*. *EPL (Europhysics Letters)*, **15**, No. 2, p. 149, 1991.
- [Grover 2015] J. A. Grover, P. Solano, L. A. Orozco, & S. L. Rolston. *Photon-correlation measurements of atomic-cloud temperature using an optical nanofiber*. *Phys. Rev. A*, **92**, No. 1, p. 013850, jul 2015.
- [Grynberg 1997] G. Grynberg & A. Aspect. *Introduction aux lasers et à l’optique quantique*. Ellipses, 1997.
- [Guerin 2008] W. Guerin, F. Michaud, & R. Kaiser. *Mechanisms for Lasing with Cold Atoms as the Gain Medium*. *Phys. Rev. Lett.*, **101**, No. 9, p. 093002, aug 2008.

- [Guerin 2009] W. Guerin, N. Mercadier, D. Brivio, & R. Kaiser. *Threshold of a random laser based on Raman gain in cold atoms*. *Opt. Express*, **17**, No. 14, p. 11236–11245, 2009.
- [Guerin 2010] W. Guerin, N. Mercadier, F. Michaud, D. Brivio, L. S. Froufe-Pérez, R. Carminati, V. Ereameev, A. Goetschy, S. E. Skipetrov, & R. Kaiser. *Towards a random laser with cold atoms*. *J. Opt.*, **12**, No. 2, p. 024002, feb 2010.
- [Guerin 2016a] W. Guerin, M. O. Araújo, & R. Kaiser. *Subradiance in a Large Cloud of Cold Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **116**, No. 8, p. 083601, feb 2016.
- [Guerin 2016b] W. Guerin, Y. D. Chong, Q. Baudouin, M. Liertzer, S. Rotter, & R. Kaiser. *Diffusive to quasi-ballistic random laser : incoherent and coherent models*. *J. Opt. Soc. Am. B*, **33**, No. 9, p. 1888–1896, Sep 2016.
- [Guerin 2017a] W. Guerin, A. Dussaux, M. Fouché, G. Labeyrie, J.-P. Rivet, D. Vernet, F. Vakili, & R. Kaiser. *Temporal intensity interferometry : photon bunching in three bright stars*. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **472**, No. 4, p. 4126–4132, 2017.
- [Guerin 2017b] W. Guerin, M. Rouabah, & R. Kaiser. *Light interacting with atomic ensembles : collective, cooperative and mesoscopic effects*. *J. Mod. Opt.*, **64**, No. March, p. 895, 2017.
- [Hanbury Brown 1956a] R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss. *A Test of a New Type of Stellar Interferometer on Sirius*. *Nature*, **178**, No. 4541, p. 1046–1048, nov 1956.
- [Hanbury Brown 1956b] R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss. *Correlations between photons in two coherent beams*. *Nature*, **177**, p. 27, 1956.
- [Hanbury Brown 1956c] R. Hanbury Brown & R. Q. Twiss. *The Question of Correlation between Photons in Coherent Light Rays*. *Nature*, **178**, No. 4548, p. 1447–1448, dec 1956.
- [Hanbury Brown 1968] R. Hanbury Brown. *Stellar Interferometer at Narrabri Observatory*. *Nature*, **218**, No. 5142, p. 637–641, may 1968.
- [Hilico 1992] L. Hilico, C. Fabre, & E. Giacobino. *Operation of a "Cold-Atom Laser" in a Magneto-Optical Trap*. *EPL (Europhysics Letters)*, **18**, No. 8, p. 685, 1992.
- [Hisch 2013] T. Hisch, M. Liertzer, D. Pogany, F. Mintert, & S. Rotter. *Pump-Controlled Directional Light Emission from Random Lasers*. *Physical Review Letters*, **111**, No. 2, jul 2013.
- [Holstein 1947] T. Holstein. *Imprisonment of Resonance Radiation in Gases*. *Phys. Rev.*, **72**, No. 12, p. 1212–1233, dec 1947.
- [Hong 2006] H.-G. Hong, W. Seo, M. Lee, W. Choi, J.-H. Lee, & K. An. *Spectral line-shape measurement of an extremely weak amplitude-fluctuating light source by photon-counting-based second-order correlation spectroscopy*. *Opt. Lett.*, **31**, No. 21, p. 3182–3184, Nov 2006.
- [Ismail 2014] W. Z. W. Ismail, D. Liu, S. Clement, D. W. Coutts, E. M. Goldys, & J. M. Dawes. *Spectral and coherence signatures of threshold in random lasers*. *Journal of Optics*, **16**, No. 10, p. 105008, 2014.

- [Jeltes 2007] T. Jeltes, J. M. McNamara, W. Hogervorst, W. Vassen, V. Krachmalnicoff, M. Schellekens, A. Perrin, H. Chang, D. Boiron, A. Aspect, & C. I. Westbrook. *Comparison of the Hanbury Brown–Twiss effect for bosons and fermions*. *Nature*, **445**, No. 7126, p. 402–405, jan 2007.
- [Jessen 1992] P. S. Jessen, C. Gerz, P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, R. J. C. Spreeuw, & C. I. Westbrook. *Observation of quantized motion of Rb atoms in an optical field*. *Phys. Rev. Lett.*, **69**, p. 49–52, Jul 1992.
- [Johansson 2002] S. Johansson & V. S. Letokhov. *Laser action in a gas condensation in the vicinity of a hot star*. *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, **75**, No. 10, p. 495–498, may 2002.
- [John 1984] S. John. *Electromagnetic Absorption in a Disordered Medium near a Photon Mobility Edge*. *Phys. Rev. Lett.*, **53**, p. 2169–2172, Nov 1984.
- [Johnson 1974] M. A. Johnson, A. L. Betz, & C. H. Townes. *10- μ m Heterodyne Stellar Interferometer*. *Physical Review Letters*, **33**, No. 27, p. 1617–1620, dec 1974.
- [Josse 2003] V. Josse, A. Dantan, L. Vernac, A. Bramati, M. Pinard, & E. Giacobino. *Polarization Squeezing with Cold Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, p. 103601, Sep 2003.
- [Jurczak 1995] C. Jurczak, K. Sengstock, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. Westbrook, & A. Aspect. *Observation of intensity correlations in the fluorescence from laser cooled atoms*. *Opt. Commun.*, **115**, No. 5-6, p. 480–484, apr 1995.
- [Jurczak 1996] C. Jurczak, B. Desruelle, K. Sengstock, J. Courtois, C. I. Westbrook, & A. Aspect. *Atomic Transport in an Optical Lattice : An Investigation through Polarization-Selective Intensity Correlations*. *Phys. Rev. Lett.*, **77**, p. 1727–1730, 1996.
- [Jyotsna 1995] I. V. Jyotsna, G. S. Agarwal, & G. Vemuri. *Deriving spectroscopic information from intensity-intensity correlations*. *Phys. Rev. A*, **51**, No. 4, p. 3169–3173, apr 1995.
- [Kane 1966] Y. Kane. *Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media*. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **14**, No. 3, p. 302–307, May 1966.
- [Kao 1993] M. H. Kao, A. G. Yodh, & D. J. Pine. *Observation of Brownian motion on the time scale of hydrodynamic interactions*. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, p. 242–245, Jan 1993.
- [Kasapi 1995] A. Kasapi, M. Jain, G. Y. Yin, & S. E. Harris. *Electromagnetically Induced Transparency : Propagation Dynamics*. *Phys. Rev. Lett.*, **74**, p. 2447–2450, Mar 1995.
- [Katori 2003] H. Katori, M. Takamoto, V. G. Pal’chikov, & V. D. Ovsianikov. *Ultrastable Optical Clock with Neutral Atoms in an Engineered Light Shift Trap*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, p. 173005, Oct 2003.
- [Katz 2014] O. Katz, P. Heidmann, M. Fink, & S. Gigan. *Non-invasive single-shot imaging through scattering layers and around corners via speckle correlations*. *Nature Photonics*, **8**, No. 10, p. 784–790, aug 2014.

- [Kenty 1932] C. Kenty. *On radiation diffusion and the rapidity of escape of resonance radiation from a gas*. *Physical Review*, **42**, No. 6, p. 823–842, 1932.
- [Ketterle 1993] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, & D. E. Pritchard. *High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap*. *Phys. Rev. Lett.*, **70**, No. 15, p. 2253–2256, apr 1993.
- [Khvolson 1890] O. Khvolson. *Grundzüge einer mathematischen Theorie der inneren Diffusion des Lichtes*. *Bull. St. Petersburg Acad. Sci.*, **33**, p. 221–256, 1890.
- [Kimble 1977] H. J. Kimble, M. Dagenais, & L. Mandel. *Photon Antibunching in Resonance Fluorescence*. *Phys. Rev. Lett.*, **39**, No. 11, p. 691–695, sep 1977.
- [Kraft 2005] S. Kraft, A. Deninger, C. Trück, J. Fortágh, F. Lison, & C. Zimmermann. *Rubidium spectroscopy at 778–780 nm with a distributed feedback laser diode*. *Laser Phys. Lett.*, **2**, p. 71–76, 2005.
- [Kumar 1985] P. Kumar & J. H. Shapiro. *Observation of Raman-shifted oscillation near the sodium D lines*. *Opt. Lett.*, **10**, No. 5, p. 226–228, 1985.
- [Labeyrie 1999] G. Labeyrie, F. de Tomasi, J.-C. Bernard, C. A. Müller, C. Miniatura, & R. Kaiser. *Coherent Backscattering of Light by Cold Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **83**, No. 25, p. 5266–5269, dec 1999.
- [Labeyrie 2003] G. Labeyrie, E. Vaujour, C. A. Müller, D. Delande, C. Miniatura, D. Wilkowski, & R. Kaiser. *Slow Diffusion of Light in a Cold Atomic Cloud*. *Phys. Rev. Lett.*, **91**, No. 22, p. 223904, nov 2003.
- [Labeyrie 2004] G. Labeyrie, D. Delande, C. A. Müller, C. Miniatura, & R. Kaiser. *Multiple scattering of light in a resonant medium*. *Opt. Commun.*, **243**, No. 1-6, p. 157–164, 2004.
- [Labeyrie 2005] G. Labeyrie, R. Kaiser, & D. Delande. *Radiation trapping in a cold atomic gas*. *Appl. Phys. B*, **81**, No. 7, p. 1001–1008, nov 2005.
- [Lambrecht 1996] A. Lambrecht, T. Coudreau, A. M. Steinberg, & E. Giacobino. *Squeezing with cold atoms*. *Europhys. Lett.*, **36**, p. 93–98, 1996.
- [Langmuir 1963] R. V. Langmuir. *Scattering of Laser Light*. *Applied Physics Letters*, **2**, No. 2, p. 29–30, jan 1963.
- [Lawandy 1994] N. M. Lawandy, R. M. Balachandran, a. S. L. Gomes, & E. Sauvain. *Laser action in strongly scattering media*. *Nature*, **368**, No. 6470, p. 436–438, mar 1994.
- [Letokhov 1968] S. Letokhov. *Generation of light by a scattering medium with negative resonance*. *Sov. Phys. JETP*, **26**, No. 4, p. 835–840, 1968.
- [Letokhov 2009] V. S. Letokhov & S. Johanson. *Astrophysical lasers*. Oxford University Press, 2009.
- [Lezama 1999] A. Lezama, S. Barreiro, & A. M. Akulshin. *Electromagnetically induced absorption*. *Phys. Rev. A*, **59**, p. 4732–4735, Jun 1999.
- [Lezama 2015] A. Lezama, R. Rebhi, A. Kastberg, S. Tanzilli, & R. Kaiser. *Fluctuation properties of laser light after interaction with an atomic system : Comparison between two-level and multilevel atomic transitions*. *Phys. Rev. A*, **92**, No. 3, p. 033853, sep 2015.

- [Li 2005] J. Li, G. Dietsche, D. Iftime, S. E. Skipetrov, G. Maret, T. Elbert, B. Rockstroh, & T. Gisler. *Noninvasive detection of functional brain activity with near-infrared diffusing-wave spectroscopy*. *Journal of Biomedical Optics*, **10**, No. 4, p. 044002, 2005.
- [Llopis 2011] O. Llopis, P. H. Merrer, H. Brahimi, K. Saleh, & P. Lacroix. *Phase noise measurement of a narrow linewidth CW laser using delay line approaches*. *Opt. Lett.*, **36**, No. 14, p. 2713, jul 2011.
- [Loudon 2000] R. Loudon. *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 3rd edition édition, 2000.
- [Maiman 1960] T. Maiman. *Optical and microwave-optical experiments in ruby*. *Phys. Rev. Lett.*, **4**, No. 11, p. 564–565, 1960.
- [Maret 1987] G. Maret & P. E. Wolf. *Multiple light scattering from disordered media. The effect of brownian motion of scatterers*. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, **65**, No. 4, p. 409–413, Dec 1987.
- [Marino 2008] A. M. Marino, V. Boyer, & P. D. Lett. *Violation of the Cauchy-Schwarz Inequality in the Macroscopic Regime*. *Phys. Rev. Lett.*, **100**, p. 233601, Jun 2008.
- [Marze 2012] S. Marze, M. Choimet, & L. Foucat. *In vitro digestion of emulsions : diffusion and particle size distribution using diffusing wave spectroscopy and diffusion using nuclear magnetic resonance*. *Soft Matter*, **8**, No. 42, p. 10994, 2012.
- [McIntyre 1993] D. H. McIntyre, J. Cooper, R. Walser, & C. E. Fairchild. *Diode-laser noise spectroscopy of rubidium*. *Opt. Lett.*, **18**, No. 21, p. 1816, nov 1993.
- [McKeever 2003] J. McKeever, A. Boca, A. D. Boozer, J. R. Buck, & H. J. Kimble. *Experimental realization of a one-atom laser in the regime of strong coupling*. *Nature*, **425**, No. 6955, p. 268–271, sep 2003.
- [McLean 1993] R. J. McLean, C. E. Fairchild, P. L. Dyson, & P. Hannaford. *Tunable diode-laser heterodyne spectroscopy of atmospheric oxygen*. *Opt. Lett.*, **18**, No. 19, p. 1675–1677, Oct 1993.
- [Mendonça 2012] L. Mendonça & F. Hache. *Nanosecond T-Jump Experiment in Poly(glutamic acid) : A Circular Dichroism Study*. *International Journal of Molecular Sciences*, **13**, No. 2, p. 2239–2248, 2012.
- [Meng 2017] Y. Meng, A. Dureau, P. Schneeweiss, & R. A. *Near-ground-state cooling of atoms optically trapped 300nm away from a hot surface*. <https://arxiv.org/abs/1712.05749>, 2017.
- [Mercadier 2009] N. Mercadier, W. Guerin, M. Chevrollier, & R. Kaiser. *Lévy flights of photons in hot atomic vapours*. *Nat. Phys.*, **5**, No. 8, p. 602–605, aug 2009.
- [Mercadier 2011] N. Mercadier. *Diffusion résonante de la lumière : laser aléatoire à atomes froids et vols de Lévy des photons*. Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2011.
- [Metcalf 1999] H. J. Metcalf & P. van der Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer New York, 1999.
- [Middleton 1960] H. Middleton. *An Introduction to Statistical Communication Theory*. McGraw-Hill, New York, 1960.

- [Milne 1926] E. A. Milne. *The Diffusion of Imprisoned Radiation Through a Gas*. *Journal of the London Mathematical Society*, **s1-1**, No. 1, p. 40–51, July 1926.
- [Mitsui 2013] T. Mitsui & K. Aoki. *Observation of spontaneous quantum fluctuations in photon absorption by atoms*. *Eur. Phys. J. D*, **67**, No. 10, p. 213, oct 2013.
- [Molisch 1998] A. F. Molisch & B. P. Oehry. *Radiation trapping in atomic vapours*. Oxford University Press, 1998.
- [Mollow 1969] B. R. Mollow. *Power Spectrum of Light Scattered by Two-Level Systems*. *Phys. Rev.*, **188**, No. 5, 1969.
- [Mollow 1972] B. R. Mollow. *Stimulated Emission and Absorption near Resonance for Driven Systems*. *Phys. Rev. A*, **5**, p. 2217–2222, May 1972.
- [Muhammed Shafi 2016] K. Muhammed Shafi, D. Pandey, B. Suryabrahmam, B. Girish, & H. Ramachandran. *Time-delayed intensity-interferometry of the emission from ultracold atoms in a steady-state magneto-optical trap*. *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.*, **49**, No. 2, p. 025301, jan 2016.
- [Müller 2015] C. A. Müller, B. Grémaud, & C. Miniatura. *Speckle-intensity correlations of photons scattered by cold atoms*. *Phys. Rev. A*, **92**, p. 013819, Jul 2015.
- [Mumma 1981] M. J. Mumma, D. Buhl, G. Chin A., D. Deming, F. Espenak, T. Kostiuik, & D. Zipoy. *Discovery of Natural Gain Amplification in the 10-Micrometer Carbon Dioxide Laser Bands on Mars : A Natural Laser*. *Science*, **212**, No. 4490, p. 45–49, apr 1981.
- [Myers 2002] T. L. Myers, R. M. Williams, M. S. Taubman, C. Gmachl, F. Capasso, D. L. Sivco, J. N. Baillargeon, & A. Y. Cho. *Free-running frequency stability of mid-infrared quantum cascade lasers*. *Opt. Lett.*, **27**, No. 3, p. 170–172, Feb 2002.
- [Nakayama 2010] K. Nakayama, Y. Yoshikawa, H. Matsumoto, Y. Torii, & T. Kuga. *Precise intensity correlation measurement for atomic resonance fluorescence from optical molasses*. *Opt. Express*, **18**, No. 7, p. 6604, mar 2010.
- [Nazarova 2008] T. Nazarova, C. Lisdat, F. Riehle, & U. Sterr. *Low-frequency-noise diode laser for atom interferometry*. *J. Opt. Soc. Am. B*, **25**, No. 10, p. 1632, oct 2008.
- [Ninck 2010] M. Ninck, M. Untenberger, & T. Gisler. *Diffusing-wave spectroscopy with dynamic contrast variation : disentangling the effects of blood flow and extravascular tissue shearing on signals from deep tissue*. *Biomedical Optics Express*, **1**, No. 5, p. 1502, nov 2010.
- [Ott 2013] J. R. Ott, M. Wubs, P. Lodahl, N. A. Mortensen, & R. Kaiser. *Co-operative fluorescence from a strongly driven dilute cloud of atoms*. *Phys. Rev. A*, **87**, p. 061801, Jun 2013.
- [Owrutsky 1995] J. C. Owrutsky, M. Li, B. Locke, & R. M. Hochstrasser. *Vibrational Relaxation of the CO Stretch Vibration in Hemoglobin-CO, Myoglobin-CO, and Protoheme-CO*. *The Journal of Physical Chemistry*, **99**, No. 13, p. 4842–4846, 1995.

- [Papadakis 2007] V. M. Papadakis, A. Stassinopoulos, D. Anglos, S. H. Anastasiadis, E. P. Giannelis, & D. G. Papazoglou. *Single-shot temporal coherence measurements of random lasing media*. *J. Opt. Soc. Am. B*, **24**, No. 1, p. 31–36, Jan 2007.
- [Patra 2002] M. Patra. *Theory for photon statistics of random lasers*. *Phys. Rev. A*, **65**, p. 043809, Mar 2002.
- [Peters 2012] T. Peters, B. Wittrock, F. Blatt, T. Halfmann, & L. P. Yatsenko. *Thermometry of ultracold atoms by electromagnetically induced transparency*. *Physical Review A*, **85**, No. 6, jun 2012.
- [Petrich 1994] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, & E. A. Cornell. *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*. *J. Opt. Soc. Am. B*, **11**, No. 8, p. 1332, aug 1994.
- [Peyronel 2012] T. Peyronel, O. Firstenberg, Q.-Y. Liang, S. Hofferberth, A. V. Gorshkov, T. Pohl, M. D. Lukin, & V. Vuletić. *Quantum nonlinear optics with single photons enabled by strongly interacting atoms*. *Nature*, **488**, p. 57, 2012.
- [Pierrat 2007a] R. Pierrat & R. Carminati. *Threshold of random lasers in the incoherent transport regime*. *Phys. Rev. A*, **76**, p. 023821, Aug 2007.
- [Pierrat 2007b] R. Pierrat. *Propagation et émission du rayonnement en milieu diffusant. Application à l'imagerie des milieux complexes*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale Paris, 2007.
- [Pierrat 2009] R. Pierrat, B. Grémaud, & D. Delande. *Enhancement of radiation trapping for quasiresonant scatterers at low temperature*. *Phys. Rev. A*, **80**, p. 013831, 2009.
- [Pine 1988] D. J. Pine, D. A. Weitz, P. M. Chaikin, & E. Herbolzheimer. *Diffusing wave spectroscopy*. *Phys. Rev. Lett.*, **60**, p. 1134–1137, Mar 1988.
- [Pine 1990a] D. J. Pine, D. A. Weitz, G. Maret, P. E. Wolf, E. Herbolzheimer, & P. M. Chaikin. *Dynamic correlation with multiply scattered light*. In *Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media*. World Scientific Series on Condensed Matter Physics, 1990.
- [Pine 1990b] D. J. Pine, D. A. Weitz, J. X. Zhu, & E. Herbolzheimer. *Diffusing-wave spectroscopy : dynamic light scattering in the multiple scattering limit*. *J. Phys. France*, **51**, No. 18, p. 2101–2127, 1990.
- [Podgoršak 2006] E. B. Podgoršak. *Radiation physics for medical physicists*. Springer, 2006.
- [Polson 2004] R. C. Polson & Z. V. Vardeny. *Random lasing in human tissues*. *Applied Physics Letters*, **85**, No. 7, p. 1289–1291, aug 2004.
- [Popoff 2010a] S. M. Popoff, G. Lerosey, R. Carminati, M. Fink, A. C. Boccara, & S. Gigan. *Measuring the Transmission Matrix in Optics : An Approach to the Study and Control of Light Propagation in Disordered Media*. *Phys. Rev. Lett.*, **104**, p. 100601, Mar 2010.
- [Popoff 2010b] S. Popoff, G. Lerosey, M. Fink, A. C. Boccara, & S. Gigan. *Image transmission through an opaque material*. *Nature Communications*, **1**, No. 6, p. 1–5, sep 2010.

- [Pucci 2017] L. Pucci, A. Roy, T. S. do Espirito Santo, R. Kaiser, M. Kastner, & R. Bachelard. *Quantum effects in the cooperative scattering of light by atomic clouds*. *Phys. Rev. A*, **95**, p. 053625, May 2017.
- [Purcell 1956] E. M. Purcell. *The Question of Correlation between Photons in Coherent Light Rays*. *Nature*, **178**, No. 4548, p. 1449–1450, dec 1956.
- [Raab 1987] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, & D. E. Pritchard. *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*. *Phys. Rev. Lett.*, **59**, No. 23, p. 2631–2634, 1987.
- [Redding 2011] B. Redding, M. A. Choma, & H. Cao. *Spatial coherence of random laser emission*. *Opt. Lett.*, **36**, No. 17, p. 3404–3406, Sep 2011.
- [Rega 2001] C. Rega, C. J. Lloyd, D. Attwood, D. Clarke, & P. Geraghty. *Temporal autocorrelation function for a diffusing-wave spectroscopy experiment with a point source and backscattering detection*. *Appl. Opt.*, **40**, No. 24, p. 4204–4209, Aug 2001.
- [Ricciardi 2015] I. Ricciardi, S. Mosca, M. Parisi, P. Maddaloni, L. Santamaria, P. De Natale, & M. De Rosa. *Sub-kilohertz linewidth narrowing of a mid-infrared optical parametric oscillator idler frequency by direct cavity stabilization*. *Opt. Lett.*, **40**, No. 20, p. 4743, oct 2015.
- [Ries 2003] J. Ries, B. Brezger, & A. I. Lvovsky. *Experimental vacuum squeezing in rubidium vapor via self-rotation*. *Phys. Rev. A*, **68**, p. 025801, 2003.
- [Roof 2016] S. J. Roof, K. J. Kemp, M. D. Havey, & I. M. Sokolov. *Observation of Single-Photon Superradiance and the Cooperative Lamb Shift in an Extended Sample of Cold Atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **117**, No. 7, p. 073003, aug 2016.
- [Rosenbluh 1998] M. Rosenbluh, A. Rosenhouse-Dantsker, A. Wilson-Gordon, M. Levenson, & R. Walser. *Spectroscopy with diode-laser noise*. *Opt. Commun.*, **146**, No. 1-6, p. 158–162, jan 1998.
- [Rouabah 2015] M. T. Rouabah. *Effets de cohérence en diffusion multiple de la lumière et intrication des états cohérents*. Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, 2015.
- [Roumpos 2013] G. Roumpos & S. T. Cundiff. *Photon number distributions from a diode laser*. *Opt. Lett.*, **38**, No. 2, p. 139–141, Jan 2013.
- [Sawyer 2017] B. J. Sawyer, M. S. J. Horvath, E. Tiesinga, A. B. Deb, & N. Kjærgaard. *Dispersive optical detection of magnetic Feshbach resonances in ultracold gases*. *Phys. Rev. A*, **96**, p. 022705, Aug 2017.
- [Schawlow 1958] A. L. Schawlow & C. H. Townes. *Infrared and Optical Masers*. *Phys. Rev.*, **112**, No. 6, p. 1940–1949, dec 1958.
- [Scheffold 2002] F. Scheffold. *Particle Sizing with Diffusing Wave Spectroscopy*. *Journal of Dispersion Science and Technology*, **23**, No. 5, p. 591–599, 2002.
- [Schilke 2012] A. Schilke, C. Zimmermann, & W. Guerin. *Photonic properties of one-dimensionally-ordered cold atomic vapors under conditions of electromagnetically induced transparency*. *Physical Review A*, **86**, No. 2, aug 2012.

- [Schönhuber 2016] S. Schönhuber, M. Brandstetter, T. Hisch, C. Deutsch, M. Krall, H. Detz, A. M. Andrews, G. Strasser, S. Rotter, & K. Unterrainer. *Random lasers for broadband directional emission*. *Optica*, **3**, No. 10, p. 1035, sep 2016.
- [Schuster 1905] A. Schuster. *Radiation Through a Foggy Atmosphere*. *The Astrophysical Journal*, **21**, p. 1, January 1905.
- [Scully 2006] M. O. Scully, E. S. Fry., C. H. Raymond Ooi, & K. Wódkiewicz. *Directed Spontaneous Emission from an Extended Ensemble of N Atoms : Timing Is Everything*. *Phys. Rev. Lett.*, **96**, p. 010501, 2006.
- [Scully 2009] M. O. Scully & A. A. Svidzinsky. *The super of superradiance*. *Science*, **325**, p. 1510–1511, 2009.
- [Silberhorn 2001] C. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiß, F. König, N. Korolkova, & G. Leuchs. *Generation of Continuous Variable Einstein-Podolsky-Rosen Entanglement via the Kerr Nonlinearity in an Optical Fiber*. *Phys. Rev. Lett.*, **86**, p. 4267–4270, May 2001.
- [Skipetrov 2015] S. E. Skipetrov & I. M. Sokolov. *Magnetic-Field-Driven Localization of Light in a Cold-Atom Gas*. *Phys. Rev. Lett.*, **114**, p. 053902, Feb 2015.
- [Steck 2001] D. A. Steck. *Rubidium 85 D line data*. <http://steck.us/alkalidata/>, 2001.
- [Stites 2004] R. Stites, M. Beeler, L. Feeney, S. Kim, & S. Bali. *Sensitive measurement of radiation trapping in cold-atom clouds by intensity correlation detection*. *Opt. Lett.*, **29**, No. 23, p. 2713–5, 2004.
- [Svidzinsky 2010] A. A. Svidzinsky, J. Chang, & M. O. Scully. *Cooperative spontaneous emission of N atoms : Many-body eigenstates, the effect of virtual Lamb shift processes, and analogy with radiation of N classical oscillators*. *Phys. Rev. A*, **81**, p. 053821, 2010.
- [Tabosa 1991] J. W. R. Tabosa, G. Chen, Z. Hu, R. B. Lee, & H. J. Kimble. *Nonlinear spectroscopy of cold atoms in a spontaneous-force optical trap*. *Phys. Rev. Lett.*, **66**, p. 3245–3248, Jun 1991.
- [Taine 2014] J. Taine & E. Enguehard, F. Iacona. *Transferts thermiques. introduction aux transferts d'énergie*. Dunod, 2014.
- [Townsend 1996] C. G. Townsend, N. H. Edwards, K. P. Zetie, C. J. Cooper, J. Rink, & C. J. Foot. *High-density trapping of cesium atoms in a dark magneto-optical trap*. *Phys. Rev. A*, **53**, No. 3, p. 1702–1714, mar 1996.
- [U'Ren 2005] A. B. U'Ren, C. Silberhorn, J. L. Ball, K. Banaszek, & I. A. Walmsley. *Characterization of the nonclassical nature of conditionally prepared single photons*. *Phys. Rev. A*, **72**, p. 021802, Aug 2005.
- [van Albada 1985] M. P. van Albada & A. Lagendijk. *Observation of Weak Localization of Light in a Random Medium*. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, p. 2692–2695, Dec 1985.
- [van der Mark 1990] M. B. van der Mark. *Propagation of light in disordered media : a search for anderson localization*. Thèse de doctorat, Université d'Amsterdam, 1990.

- [van Soest 2002] G. van Soest, F. J. Poelwijk, & A. Lagendijk. *Speckle experiments in random lasers*. *Phys. Rev. E*, **65**, p. 046603, Mar 2002.
- [Vartabi Kashanian 2016a] S. Vartabi Kashanian, A. Eloy, W. Guerin, M. Lintz, M. Fouché, & R. Kaiser. *Noise spectroscopy with large clouds of cold atoms*. *Phys. Rev. A*, **94**, No. 4, p. 043622, oct 2016.
- [Vartabi Kashanian 2016b] S. Vartabi Kashanian. *Noise spectroscopy with large clouds of cold atoms*. Thèse de doctorat, Université de Nice - Sophia Antipolis, octobre 2016.
- [Vasavada 1995] K. V. Vasavada, G. Vemuri, & G. S. Agarwal. *Diode-laser-noise-based spectroscopy of allowed and crossover resonances*. *Phys. Rev. A*, **52**, No. 5, p. 4159–4166, nov 1995.
- [Vrijnsen 2011] G. Vrijnsen, O. Hosten, J. Lee, S. Bernon, & M. A. Kasevich. *Raman Lasing with a Cold Atom Gain Medium in a High-Finesse Optical Cavity*. *Phys. Rev. Lett.*, **107**, No. 6, p. 063904, aug 2011.
- [Walker 1990] T. Walker, D. Sesko, & C. Wieman. *Collective behavior of optically trapped neutral atoms*. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, p. 408–411, Jan 1990.
- [Walser 1994] R. Walser & P. Zoller. *Laser-noise-induced polarization fluctuations as a spectroscopic tool*. *Phys. Rev. A*, **49**, No. 6, p. 5067–5077, 1994.
- [Wang 2015] T. Wang, G. P. Puccioni, & G. L. Lippi. *Dynamical Buildup of Lasing in Mesoscale Devices*. *Scientific Reports*, **5**, No. 1, oct 2015.
- [Weiss 2018] P. Weiss, M. O. Araújo, R. Kaiser, & W. Guerin. *Subradiance and radiation trapping in cold atoms*. *New Journal of Physics*, **20**, No. 6, p. 063024, jun 2018.
- [Weitz 1989] D. A. Weitz, D. J. Pine, P. N. Pusey, & R. J. A. Tough. *Nondiffusive Brownian motion studied by diffusing-wave spectroscopy*. *Phys. Rev. Lett.*, **63**, p. 1747–1750, Oct 1989.
- [Weitz 1993] D. A. Weitz, J. X. Zhu, D. J. Durain, H. Gang, & D. J. Pine. *Diffusing-Wave Spectroscopy : The Technique and Some Applications*. *Physica Scripta*, **T49**, p. 610, 1993.
- [Westbrook 1990] C. I. Westbrook, R. N. Watts, C. E. Tanner, S. L. Rolston, W. D. Phillips, P. D. Lett, & P. L. Gould. *Localization of atoms in a three-dimensional standing wave*. *Phys. Rev. Lett.*, **65**, No. 1, p. 33–36, jul 1990.
- [Wiersma 2000] D. S. Wiersma. *The smallest random laser*. *Nature*, **406**, p. 132, 2000.
- [Wiersma 2008] D. S. Wiersma. *The physics and applications of random lasers*. *Nat. Phys.*, **4**, No. 5, p. 359–367, may 2008.
- [Wiersma 2013] D. S. Wiersma. *Disordered photonics*. *Nature Photonics*, **7**, No. 3, p. 188–196, mar 2013.
- [Wolf 1985] P.-E. Wolf & G. Maret. *Weak Localization and Coherent Backscattering of Photons in Disordered Media*. *Phys. Rev. Lett.*, **55**, p. 2696–2699, Dec 1985.
- [Wu 1977] F. Y. Wu, S. Ezekiel, M. Ducloy, & B. R. Mollow. *Observation of Amplification in a Strongly Driven Two-Level Atomic System at Optical Frequencies*. *Phys. Rev. Lett.*, **38**, p. 1077–1080, May 1977.

- [Yabuzaki 1991] T. Yabuzaki, T. Mitsui, & U. Tanaka. *New type of high-resolution spectroscopy with a diode laser*. *Phys. Rev. Lett.*, **67**, No. 18, p. 2453–2456, oct 1991.
- [Young 1999] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, & J. C. Bergquist. *Visible Lasers with Subhertz Linewidths*. *Phys. Rev. Lett.*, **82**, No. 19, p. 3799–3802, may 1999.
- [Zaburdaev 2015] V. Zaburdaev, S. Denisov, & J. Klafter. *Lévy walks*. *Rev. Mod. Phys.*, **87**, p. 483–530, Jun 2015.
- [Zhou 2015a] Q. Zhou, J. Qin, W. Xie, Z. Liu, Y. Tong, Y. Dong, & W. Hu. *Dynamic frequency-noise spectrum measurement for a frequency-swept DFB laser with short-delayed self-heterodyne method*. *Opt. Express*, **23**, No. 22, p. 29245, nov 2015.
- [Zhou 2015b] Q. Zhou, J. Qin, W. Xie, Z. Liu, Y. Tong, Y. Dong, & W. Hu. *Power-area method to precisely estimate laser linewidth from its frequency-noise spectrum*. *Appl. Opt.*, **54**, No. 28, p. 8282, oct 2015.
- [Zou 1990] X. T. Zou & L. Mandel. *Photon-antibunching and sub-Poissonian photon statistics*. *Phys. Rev. A*, **41**, No. 1, p. 475–476, 1990.