



HAL
open science

Diagrammes et théorie de la relativité restreinte : une ingénierie didactique

Laurent Moutet

► **To cite this version:**

Laurent Moutet. Diagrammes et théorie de la relativité restreinte : une ingénierie didactique. Linguistique. Université Sorbonne Paris Cité, 2016. Français. NNT : 2016USPCC275 . tel-01867923

HAL Id: tel-01867923

<https://theses.hal.science/tel-01867923>

Submitted on 4 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse

Présentée pour l'obtention du titre de docteur en didactique des sciences physiques

DIAGRAMMES ET THEORIE DE LA RELATIVITE RESTREINTE
UNE INGENIERIE DIDACTIQUE

par

Laurent MOUTET

Soutenu le 30 novembre 2016, devant le jury constitué de :

Valérie MUNIER, Université Montpellier 2 (France) : Rapporteur

Philippe R. RICHARD, Université de Montréal (Québec, Canada) : Rapporteur

Etienne PARIZOT, Université Paris Diderot : Président du jury

Marie-Blanche MAUHOURET, IGEN (France) : Examinatrice

Cécile de HOSSON, Université Paris Diderot (France) : Directrice de thèse

Alain KUZNIAK, Université Paris Diderot (France) : Co-directeur de thèse

Résumé

Nous avons cherché à développer et à mettre à l'épreuve de la classe des activités utilisant un registre basé sur des diagrammes lors de l'enseignement de la théorie de la relativité restreinte avec des élèves de terminale S. Même si l'approche graphique est source de difficultés didactiques, les potentialités didactiques des graphiques peuvent s'avérer être plus avantageuses. Une étude épistémologique sur les diagrammes utilisables en relativité restreinte nous a permis de nous rendre compte des liens importants entre les mathématiques et la genèse de la théorie de la relativité restreinte. C'est le cas du diagramme de Minkowski. Nous nous sommes également intéressés à deux autres diagrammes développés beaucoup plus tard pour des raisons didactiques, ceux de Brehme et de Loedel. A la suite de séances pilotes, nous avons développé un nouveau cadre théorique, permettant d'analyser plus finement les interactions développées par les élèves résolvant un problème utilisant des diagrammes en relativité restreinte. Nous avons modifié les espaces de travail mathématique (ETM) en rajoutant un nouveau cadre de rationalité à celui des mathématiques initialement présentes, celui de la physique. Le cadre des ETM étendu nous a permis de concevoir plusieurs versions de séquences proposées aux élèves et de réaliser une analyse *a priori* de leur niveau de difficulté et *a posteriori* en analysant des travaux d'élèves. Nous avons effectué l'analyse du travail de groupes d'élèves lors d'une séquence utilisant le diagramme de Minkowski avec GeoGebra, un logiciel de simulation graphique. Cela nous a permis d'évaluer le degré de maîtrise du diagramme de Minkowski pour chaque élève, tant du point de vue du cadre de rationalité des mathématiques que de celui des sciences physiques. Les résultats sont prometteurs, ils tendent à montrer une appropriation réelle des concepts de la théorie de la relativité restreinte via une approche utilisant des diagrammes.

Abstract

We tried to develop and test several activities using a register based on diagrams for teaching the special theory of relativity to S class of twelfth graders. The graphic approach may result in complications in learning. However, its educational potential can turn out to be more beneficial. An epistemological study on diagrams used in special relativity allowed us to report important links between mathematics and the genesis of the special theory of relativity. This is the case of the Minkowski diagram. We were also interested in two other diagrams, Brehme and Loedel, which were developed much later for teaching purposes. Following experimental sessions, we developed a new theoretical frame to comprehensively analyse the interactions developed by students to solve a problem using diagrams in special relativity. We modified the mathematical working spaces (MWS) by adding a new frame of rationality to the existing mathematical workspace to physics. The extended frame of the MWS allowed us to plan several versions of sequences proposed to the students and realize a priori analysis of their difficulty level and a posteriori study by analysing pupils' works. We have considered several works of student groups during a sequence using the Minkowski diagram with GeoGebra, a graphic simulation software. It allowed us to estimate the degree of control of the Minkowski diagram for every student, both from the frame of rationality of the mathematics and the physical sciences' point of view. The results are promising and they tend to show a real appropriation of the concepts of the special theory of relativity with an approach using diagrams.

Remerciements

Je remercie chaleureusement Cécile de Hosson pour m'avoir redonné goût à la recherche. Cécile a été particulièrement patiente, après ces six années de préparation. Je me rappelle au tout début elle me parlait d'une thèse en quatre ans alors que moi je disais que six ans ce n'est pas si mal. Cécile a toujours été disponible et surtout elle m'a laissé toute liberté pour conduire mes travaux de recherche à mon rythme, des fois me tromper, certainement travailler d'arrache-pied mais elle était toujours là pour me soutenir. Pour cette thèse, j'ai eu la chance de pouvoir travailler avec la personne que je voulais, le sujet comptait peu et je suis bien content de mon choix. Lorsque Cécile m'a proposé un sujet en relativité restreinte je n'ai pas hésité. Et pourtant, chimiste de formation, n'ayant jamais eu le moindre enseignement en relativité restreinte lors de mon parcours universitaire, et la relativité n'étant pas encore apparue au programme de sciences physiques au lycée, n'importe qui aurait trouvé cette décision un peu dingue ! Cécile m'a même corrigé un chapitre dans le train l'amenant sur son lieu de vacances et que dire de la 4G à côté d'une jolie rivière du Vaucluse pendant ses vacances ! Merci pour tout cela.

Je remercie chaleureusement Alain Kusniak de m'avoir également encadré. Alain c'est la force tranquille qui me faisait creuser la tête à chaque réunion. Je me rappelle une fois il m'a dit « je t'aime bien mais il va falloir la passer cette thèse ». Je pense toujours qu'avoir eu du temps c'est un luxe, mais, hélas, les meilleures choses ont toujours une fin. J'ai eu un peu peur de la réaction d'Alain lorsque j'ai rajouté un nouveau plan épistémologique aux ETM pour lesquels il a largement participé à la création et au développement. J'ai été agréablement surpris de sa réaction, ce qui montre son ouverture d'esprit. Par contre, c'est vrai, il fallait tout expliquer. Mes premiers écrits étaient très compacts et très implicites. Cela a été long mais cela m'a permis une meilleure compréhension de ce que j'avançais. Je me rends compte aujourd'hui de la chance d'avoir eu deux directeurs de thèse dans deux disciplines différentes, en sciences physiques et en mathématiques. Cela aura été une véritable richesse. Merci Alain !

Je remercie Valérie Munier et Philippe R. Richard d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce travail de thèse. J'espère qu'il vous conviendra.

Je remercie Etienne Parizot d'avoir accepté d'être le président de mon jury de thèse. Nous avons déjà eu l'occasion de discuter un peu de relativité restreinte dans le bureau de Cécile.

Je remercie également Marie-Blanche Mauhourat d'avoir accepté d'être examinatrice lors de ma soutenance de thèse. Cela a été un véritable plaisir de travailler avec Marie-Blanche dans le cadre du GRIESP et lors d'autres missions qui m'ont été confiées. Une partie de ce travail de thèse a été déclinée en une activité proposée par le GRIESP. Merci à tous ses membres également.

Je remercie également Laurence Viennot, Isabelle Kermen, Nicolas Decamps, Wanda Kaminski, Rita Khanfour-Armale, Philippe Colin et Evelyne Scaron pour leur soutien, les discussions et leur bonne humeur les quelques fois où je pouvais passer au laboratoire.

J'ai eu le temps de voir passer quelques étudiants au laboratoire, je m'excuse d'avance si j'en oublie certains. L'ambiance au laboratoire était exceptionnelle et en même temps très

studieuse, je leur remercie de tout cela. C'était très vivifiant lorsque je venais de mon lycée. Merci donc à Robin, Clément, Sophie, Charlotte et Charlotte, Adry, Valentin, Assia, Zakaria, Luz, Leonard, Michael, Alice, Zoé, Arturo, Ines ...

Merci à Christiane Simon, Pierre Daussin et Thouraya Abdellatif pour leur gentillesse, leur professionnalisme et pour m'avoir soutenu dans mon projet. C'est grâce à une discussion avec Christiane que j'ai décidé de me relancer dans des travaux de recherche.

Je remercie mes élèves de TS du lycée Boucher de Perthes à Abbeville qui ont suivi les différentes séquences de relativité restreinte. Les derniers ont eu peur que les diagrammes d'espace-temps « tombent au bac ». Je m'excuse de leur avoir fait des frayeurs !

Merci à mes deux petits référentiels, Armineh et Daniel de m'avoir supporté et soutenu dans la vie de tous les jours. A la fin de l'écriture de la thèse, je disais à Armineh « tu pourrais rester un peu immobile par rapport à Daniel, cela m'arrangerait s'il te plait, cela serait plus facile ».

Une pensée à ma mère qui nous a quitté pendant ces six longues années de préparation qui « ne comprenait pas ce que j'allais faire à Paris », à mon frère Christian, trop vite parti, à mon père, heureusement toujours parmi nous, à ma tante Anne-Marie, à Céline, Sylvain, Anouchik, Vahe, Vache et Shakeh.

Un dernier remerciement au groupe AC/DC lors de l'écriture du mémoire, à la grande surprise de Cécile.

Diagrammes et théorie de la relativité restreinte : une ingénierie didactique

Introduction 1

Première partie 7

I. Théorie de la relativité restreinte et diagrammes d'espace-temps : éléments épistémologiques et didactiques 7

I.1. Les graphiques d'espace-temps : points de vue didactique 7

I.1.1. Difficultés didactiques à utiliser des graphiques 7

I.1.2. Potentialités didactiques des graphiques 11

I.2. Les diagrammes d'espace-temps : représenter des situations relativistes 24

I.2.1. Consubstantialité des diagrammes et de la théorie de la relativité restreinte 24

I.2.2. Des exemples de diagrammes : Minkowski, Brehme et Loedel 31

Seconde partie 47

II. Mise à l'épreuve de deux séances pilotes mobilisant plusieurs registres d'expression d'une situation relativiste 47

II.1. Mise en place d'une première séance pilote avec des élèves de terminale 47

II.1.1. Le document 1 : le langage naturel 48

II.1.2. Le document 2 : les schémas	50
II.1.3. Le document 3 : Le registre fonctionnel.....	52
II.1.4. Le document 4 : Le registre diagrammatique	53
II.1.5. Le document 5 : les schémas et les diagrammes	57
II.1.6. Le travail demandé aux élèves.....	60
II.1.7. Analyse des documents écrits des élèves ainsi que du verbatim de la séance.....	64
II.2. Les questions de recherche	76
II.3. Elaboration des outils d'enseignement et analyses <i>a priori</i> et <i>a posteriori</i>	76
II.3.1. Description de la seconde séquence pilote liant approche géométrique et relativité restreinte	77
II.3.2. Analyse <i>a priori</i>	101
II.3.3. L'analyse <i>a posteriori</i>	103
II.4. La nécessité d'un apport théorique	117
Troisième partie	132
III. Élaboration théorique d'une aide à la création d'une séquence d'enseignement en relativité restreinte.....	132
III.1. Les espaces de travail mathématique : un cadre pour penser l'usage des diagrammes d'espace-temps en relativité restreinte.....	132
III.2. Présentation d'une nouvelle progression d'enseignement	135

III.2.1. Utilisation de GeoGebra en cinématique.....	135
III.2.2. Une séquence, plusieurs niveaux de progressivité.....	140
III.2.3. Mise à l'épreuve de la classe	184
Conclusion et perspectives.....	201
Bibliographie.....	204
Annexes.....	207
Analyse de la première séance pilote	207
Verbatim de la première séance pilote	209
Seconde activité pilote donnée aux élèves	258
Correction de la seconde activité donnée aux élèves	262
Marqueurs de la seconde activité pilote	265
Analyse et verbatim de la seconde activité pilote	279
Présentation de la séquence finale.....	403
Eléments de réponses de la séquence finale.....	423
Analyse du travail de Clément	430
Analyse du travail d'Anthony	434
Analyse du travail de Léopoldine.....	437
Analyse du travail de Lucie.....	441

Tables des illustrations

Les tableaux

Tableau 1 : Extrait du programme de sciences physiques de terminale S (2012).....	1
Tableau 2 : Extrait du programme de sciences physiques de seconde (2010).....	2
Tableau 3 : Extrait du programme de sciences physiques de terminale S (2012).....	2
Tableau 4 : Avantages et inconvénients de chaque diagramme d'espace-temps étudié.....	46
Tableau 5 : Différents registres utilisés dans la réponse des élèves.....	65
Tableau 6 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	67
Tableau 7 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	69
Tableau 8 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	71
Tableau 9 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	71
Tableau 10 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	72
Tableau 11 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	73
Tableau 12 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.....	75
Tableau 13 : Organisation de l'épisode.....	105
Tableau 14 : Organisation de l'épisode.....	107
Tableau 15 : Organisation de l'épisode.....	108
Tableau 16 : Organisation de l'épisode.....	110
Tableau 17 : Organisation de l'épisode.....	112
Tableau 18 : Organisation de l'épisode.....	114
Tableau 19 : Organisation de l'épisode.....	116
Tableau 20 : Les cadres de rationalité. Extrait de Malafosse (2000).....	121

Tableau 21 : Éléments étudiés dans cette thèse en fonction du cadre de rationalité.....	124
Tableau 22 : Tableau synthétique de la version « initiation ».....	145
Tableau 23 : Tableau synthétique de la version « intermédiaire ».....	146
Tableau 24 : Tableau synthétique de la version 3.....	149
Tableau 25 : Tableau synthétique des versions 4 ou 5.....	152
Tableau 26 : Résumé des différentes séquences à l'aide du modèle de l'ETM étendu.....	183
Tableau 27 : Extrait du verbatim du fichier audio de Clément.....	188
Tableau 28 : Second extrait du verbatim du fichier audio de Clément.....	189
Tableau 29 : Erreurs de physique contenues dans le verbatim d'Anthony.....	192
Tableau 30 : Extrait du verbatim de Léopoldine.....	196
Tableau 31 : Extrait du verbatim de Lucie.....	199

Les documents

Document 1 : Le registre du langage naturel utilisé dans la première séance pilote.....	49
Document 2 : Les schémas utilisés dans la première séance pilote.....	51
Document 3 : Le registre fonctionnel utilisé dans la première séance pilote.....	52
Document 4.1 : Le registre diagrammatique utilisé dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R.....	54
Document 4.2 : Le registre diagrammatique utilisé dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R'.....	55
Document 4.3 : Le registre diagrammatique utilisé dans la première séance pilote ; les deux repères des référentiels R et R'.....	56
Document 5.1 : Les registres diagrammatique et schématique utilisés dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R.....	57
Document 5.2 : Les registres diagrammatique et schématique utilisés dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R'.....	58

Document 5.3 : Les registres diagrammatique et schématique utilisés dans la première séance pilote ; les deux repères des référentiels R et R'..... 59

Les figures

Figure 1 : La situation du « pont » dans le référentiel du pont. Extrait de Kermen et de de Hosson (2012)..... 3

Figure 2 : Les scooters cosmiques dans la situation du « pont » et le référentiel du pont..... 4

Figure 3 : Etude du mouvement de deux objets A et B. Extrait de McDermott (1987)..... 7

Figure 4 : Situation proposant de trouver la durée d'un avion pour franchir Paris Montréal en fonction de sa vitesse. Extrait de Janvier (1993)..... 8

Figure 5 : Interprétation faussée d'une représentation graphique. Extrait de Lerouge (1993)..... 9

Figure 6 : Dépassement de deux trains. Extrait de Lerouge (1993)..... 10

Figure 7 : Dépassement d'un escargot par une limace. Extrait de Lerouge (1993)..... 10

Figure 8 : Une image pour représenter l'effet Doppler. Extrait de Leroy-Bury et Viennot (2003)..... 12

Figure 9 : Représentation d'une source et d'un récepteur immobiles. Extrait de Leroy-Bury et Viennot (2003)..... 13

Figure 10 : Représentation d'une source s'éloignant d'un récepteur. Extrait de Leroy-Bury et Viennot (2003)..... 14

Figure 11 : Graphique d'espace-temps (x, c.t)..... 15

Figure 12 : Image de deux éclairs frappant simultanément le train pour l'observateur du quai. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013)..... 16

Figure 13 : Image de la passagère au milieu du train, recevant en premier le front d'onde de l'éclair ayant frappé l'avant du train. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013)..... 17

Figure 14 : Situation du train dans le référentiel du quai. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013)..... 18

Figure 15 : Situation du train dans le référentiel du train. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013).....	19
Figure 16 : Situation du pont dans le référentiel du pont. Extrait de de Hosson et al. (2010, 2012).....	21
Figure 17 : Situation du pont dans le référentiel des scooters. Extrait de Kermen et de de Hosson (2012).....	22
Figure 18 : Situation du pont dans le référentiel des scooters avec les lignes d'univers de E et F.....	23
Figure 19 : Repères de deux référentiels en mouvement rectiligne à vitesse constante.....	24
Figure 20 : Correspondance des échelles des repères dans deux référentiels dans le diagramme de Minkowski.....	29
Figure 21 : Coordonnées de deux événements dans le repère du référentiel R'.....	30
Figure 22 : La perte de la simultanéité via la transformée de Lorentz.....	31
Figure 23 : Construction du diagramme de Minkowski pour $v = 0,6.c$	34
Figure 24 : La non-simultanéité d'événements avec le diagramme de Minkowski.....	35
Figure 25 : Correspondance des coordonnées d'un point dans les deux référentiels d'un diagramme de Minkowski.....	36
Figure 26 : Correspondance des échelles entre deux repères de deux référentiels dans le diagramme de Minkowski.....	37
Figure 27 : Construction du diagramme de Brehme.....	39
Figure 28 : Projections et simultanéité dans le diagramme de Brehme.....	40
Figure 29 : Lien entre transformée de Lorentz et diagramme de Brehme.....	41
Figure 30 : Diagramme de Brehme et dilatation des durées.....	42
Figure 31 : Projections parallèlement aux axes dans un diagramme de Loedel.....	44
Figure 32 : Lignes d'univers dans un diagramme de Loedel.....	45
Figure 33 : Le diagramme de Brehme de la situation de la première séance pilote.....	68
Figure 34 : Le diagramme de Brehme de la situation de la première séance pilote.....	70
Figure 35 : Une mauvaise interprétation du diagramme de Brehme à cause du code de couleur.....	74

Figure 36 : Construction pas-à-pas du diagramme de Minkowski.....	82
Figure 37 : Construction de l'axe Oc.t' du diagramme de Minkowski.....	83
Figure 38 : Finalisation de la construction du diagramme de Minkowski et placement des trois événements de la situation étudiée.....	85
Figure 39 : Coordonnées temporelles des événements dans le diagramme de Minkowski.....	86
Figure 40 : Mise en évidence d'une durée propre entre E_2 et E_1 dans R.....	88
Figure 41 : Construction du diagramme du Loedel.....	89
Figure 42 : Construction des axes Oc.t et Ox dans un diagramme de Loedel.....	90
Figure 43 : Construction des droites $x = c.t$ ou $x = - c.t$ dans un diagramme de Loedel.....	91
Figure 44 : Coordonnées d'un événement dans le diagramme de Loedel.....	92
Figure 45 : Mise en évidence graphique de l'indépendance des événements E_2 et E_3 avec un diagramme de Loedel.....	95
Figure 46 : Mise en évidence graphique d'une durée propre entre les événements E_2 et E_1 dans le référentiel R à l'aide d'un diagramme de Loedel.....	97
Figure 47 : Lectures graphiques de coordonnées temporelles sur un diagramme de Loedel.....	98
Figure 48 : Les événements E_2 et E_3 ne forment pas une durée propre dans le référentiel de Daniel.....	99
Figure 49 : Déterminations graphiques des durées entre les événements E_3 et E_2 dans deux référentiels à l'aide du diagramme de Loedel.....	100
Figure 50 : Une analyse de la représentation du réel. Extrait de Vergnaud (1994).....	117
Figure 51 : Description de l'ETM. Extrait de Kuzniak et Richard (2014).....	118
Figure 52 : Les différentes genèses dans les ETM. Extrait de Kuzniak et Richard (2014).....	119
Figure 53 : Relations interdisciplinaires entre les mathématiques et les sciences physiques. Extrait de Malafosse (2000).....	120
Figure 54 : Cadres de rationalité et registres sémiotiques. Extrait de Malafosse (2000).....	121
Figure 55 : Différents obstacles envisageables. Extrait de Malafosse (2000).....	122

Figure 56 : Différentes ruptures envisageables. Extrait de Malafosse (2000).....	123
Figure 57 : Modèle de l'ETM étendu.....	125
Figure 58 : Modèle des deux mondes associés à la modélisation en sciences physiques. Extrait de Tiberghien (2005).....	126
Figure 59 : Double catégorisation des savoirs pour chaque monde. Extrait de Tiberghien (2005).....	127
Figure 60 : Analyse d'une tâche effectuée par un élève à l'aide du modèle des deux mondes. Extrait de Tiberghien (2005).....	128
Figure 61 : Analyse d'une tâche effectuée par un élève à l'aide du modèle de l'ETM étendu.....	129
Figure 62 : Analyse d'une tâche effectuée par un élève à l'aide du modèle de l'ETM étendu.....	130
Figure 63 : Image d'une poursuite de Bip-Bip par Vil Coyotte. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).....	136
Figure 64 : Copie d'écran de la simulation sur GeoGebra de la situation de poursuite de Bip-Bip par Vil Coyotte. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).....	137
Figure 65 : Le cycle de modélisation de Keiser (1995) et Blum (1996).....	138
Figure 66 : Position du modèle implémenté par rapport au modèle mathématique pour le mouvement de chacun des agents. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).....	139
Figure 67 : Position du modèle implémenté par rapport au modèle mathématique pour la situation globale. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).....	140
Figure 68 : Analyse de la question 1 de la version initiation.....	154
Figure 69 : Analyse de la question 2 de la version initiation.....	155
Figure 70 : Analyse de la question 3 de la version initiation.....	157
Figure 71 : Analyse de la question 4 de la version initiation.....	158
Figure 72 : Analyse de la question 1 de la version intermédiaire.....	160
Figure 73 : Analyse de la question 2 de la version intermédiaire.....	161
Figure 74 : Analyse de la question 3 de la version intermédiaire.....	162
Figure 75 : Analyse de la question 8 de la première version experte.....	164
Figure 76 : Analyse de la question 9 de la première version experte.....	165

Figure 77 : Placement des trois événements avec GeoGebra.....	166
Figure 78 : Représentation du repère $(xO_c.t)$ avec GeoGebra.....	167
Figure 79 : Construction de la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ avec GeoGebra.....	167
Figure 80 : Analyse du début des « versions expertes 4 et 5 ».....	168
Figure 81 : Construction des axes Ox' et $O_c.t'$ avec GeoGebra.....	169
Figure 82 : Construction des ordonnées $c.t'$ des différents événements avec GeoGebra.....	169
Figure 83 : Construction des abscisses x' des différents événements avec GeoGebra.....	170
Figure 84 : Construction des abscisses x et des ordonnées $c.t$ des différents événements avec GeoGebra.....	171
Figure 85 : Analyse des « versions expertes 4 et 5 » en cours de résolution.....	172
Figure 86 : Utilisation du curseur avec GeoGebra.....	173
Figure 87 : Ordre chronologique des trois événements pour $v = 0,1.c$ dans le référentiel lié à Armineh.....	173
Figure 88 : Ordre chronologique des trois événements pour $v = 0,2.c$ dans le référentiel lié à Armineh.....	174
Figure 89 : Ordre chronologique des trois événements pour $v = 0,4.c$ dans le référentiel lié à Armineh.....	174
Figure 90 : Analyse des « versions expertes 4 et 5 » en fin de résolution.....	175
Figure 91 : Diagramme de Loedel initialement fourni.....	176
Figure 92 : Tracé de x_{E1} , x_{E2} , x_{E3} , $c.t_{E1}$, $c.t_{E2}$ et $c.t_{E3}$ sur le diagramme de Loedel.....	177
Figure 93 : Tracé des positions des événements E_1 , E_2 et E_3 sur le diagramme de Loedel.....	178
Figure 94 : Tracé de $c.t'_{E1}$, $c.t'_{E2}$ et $c.t'_{E3}$ sur le diagramme de Loedel.....	179
Figure 95 : Ordre chronologique des événements E_2 et E_3 pour $v = 0,11.c$ dans le référentiel lié à Armineh.....	180
Figure 96 : Simultanéité des événements E_2 et E_3 pour $v = 0,2.c$ dans le référentiel lié à Armineh.....	180

Figure 97 : Ordre chronologique des événements E_2 et E_3 pour $v = 0,59.c$ dans le référentiel lié à Armineh.....	181
Figure 98 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe de Clément.....	186
Figure 99 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe de Clément.....	187
Figure 100 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe d'Anthony.....	190
Figure 101 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe d'Anthony.....	191
Figure 102 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe de Léopoldine.....	193
Figure 103 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe de Léopoldine.....	194
Figure 104 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe de Lucie.....	197
Figure 105 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe de Lucie.....	198

Introduction

La mise en place des nouveaux programmes de sciences physiques en terminale S en 2012 a fait apparaître des éléments de savoir relevant de la théorie de la relativité restreinte. Les notions d'événement, d'invariance de la vitesse de la lumière dans un référentiel galiléen et de caractère relatif du temps (au travers de l'introduction de la durée propre et de la dilatation des durées) sont maintenant à traiter par les enseignants.

Le programme officiel de 2012 (voir **tableau 1**) leur laisse une certaine latitude pour traiter cette partie du programme « *La liberté didactique du professeur consiste à faire un choix, notamment entre une approche historique, pouvant d'emblée annoncer le postulat et le faire suivre par des tests expérimentaux, et une approche plus «pédagogique», partant des résultats expérimentaux pour rendre plus naturelle ensuite l'hypothèse d'Einstein. En ce sens, le programme se présente selon un ordre qui ne saurait être prescriptif, selon l'esprit général qui l'anime* ». Cette petite partie « temps et relativité restreinte » est généralement traitée tout au plus en deux semaines par les enseignants.

<p>Temps et relativité restreinte Invariance de la vitesse de la lumière et caractère relatif du temps.</p> <p>Postulat d'Einstein. Tests expérimentaux de l'invariance de la vitesse de la lumière.</p> <p>Notion d'événement. Temps propre. Dilatation des durées. Preuves expérimentales.</p>	<p>Savoir que la vitesse de la lumière dans le vide est la même dans tous les référentiels galiléens.</p> <p>Définir la notion de temps propre. Exploiter la relation entre durée propre et durée mesurée. Extraire et exploiter des informations relatives à une situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte.</p>
---	--

Tableau 1 : Extrait du programme de sciences physiques de terminale S (2012).

Ce sont des notions qui n'ont jamais été vues auparavant par les élèves. Cette partie de programme nécessite une maîtrise de la notion de *référentiel* qui a été vue pour la première fois dans le programme de seconde en relation avec « *la nature du mouvement observé* » (voir **tableau 2**).

Relativité du mouvement. Référentiel. Trajectoire.	Comprendre que la nature du mouvement observé dépend du référentiel choisi.
---	---

Tableau 2 : Extrait du programme de sciences physiques de seconde (2010).

La notion de *référentiel* n'a été revue ensuite qu'en classe de terminale S lorsque les élèves doivent « *choisir un référentiel d'étude* » lors de la « *description du mouvement d'un point au cours du temps* » (voir **tableau 3**).

Temps, cinématique et dynamique newtoniennes Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération.	Choisir un référentiel d'étude. Définir et reconnaître des mouvements (rectiligne uniforme, rectiligne uniformément varié, circulaire uniforme, circulaire non uniforme) et donner dans chaque cas les caractéristiques du vecteur accélération.
---	---

Tableau 3 : Extrait du programme de sciences physiques de terminale S (2012).

Les programmes ne proposent pas de définition précise pour la notion de « référentiel » et cela peut laisser le terme avec une signification flottante alors que l'on pourrait s'attendre à ce qu'il soit défini comme « *un ensemble d'observateurs immobiles les uns par rapport aux autres et définissant les mêmes mesures de durées et de distance* ». ¹

Des études ont montré que dans le contexte de situations relativistes, la maîtrise de ce concept, qui s'avère déterminante n'est pas du tout effective même après un cursus universitaire de physique. Scherr et al. (2001) ont montré que les étudiants ont tendance à croire que deux observateurs, situés au même endroit, constituent un même référentiel même s'ils sont en mouvement les uns par rapport aux autres. De même, pour eux, deux observateurs immobiles l'un par rapport à l'autre à deux endroits différents constituent deux référentiels indépendants.

¹ Dans les manuels scolaires, un référentiel est défini comme un objet ou un solide de référence, éventuellement muni d'une horloge. Pour Valentin, L. (1983) L'Univers mécanique, Hermann, 26 : « *Par référentiel, on entend généralement des corps solides, supposés idéalement indéformables, par rapport auxquels tout point matériel est repéré par trois coordonnées, x, y, z , mesurées sur des axes fixes qui sont les arêtes d'un trièdre d'ordinaire choisi trirectangle. Par exemple, les murs d'une pièce peuvent servir de référentiel même si cette pièce est la cabine d'un bateau sur une mer agitée, ou tout autre habitacle effectuant un mouvement quelconque* ».

de Hosson et al. (2010, 2012) ont également montré le même type de difficultés auprès d'étudiants professeurs de sciences physiques cette fois-ci en étudiant comment la notion d'*événement* est mobilisée. Une des situations étudiées est décrite ci-après.

La situation « du pont » concerne quatre personnes immobiles sur un pont (voir **figure 1**). A et B sont immobiles face à face chacun à une extrémité du pont et disposent d'un appareil photo avec flash. C est immobile au milieu du pont, et D est également immobile sur le pont, mais se trouve à égale distance entre A et C. À un instant donné, C émet un signal en direction de A et B afin que ceux-ci déclenchent leur appareil photo (on considère que les temps de réaction d'A et B sont identiques).

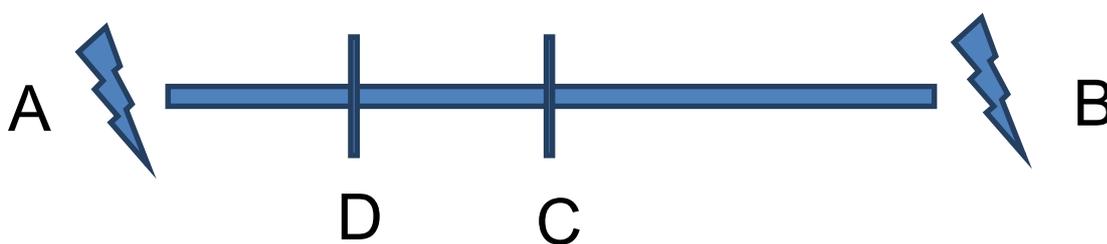


Figure 1 : La situation du « pont » dans le référentiel du pont. Extrait de Kermen et de Hosson (2012).

Deux autres personnes E et F traversent le pont sur deux scooters cosmiques à la vitesse constante $v = 0,8.c$ par rapport au sol. F se dirige de A vers B et arrive à la hauteur de D à l'instant même où celui-ci reçoit la lumière émise par A. E, qui se trouve devant F à une vitesse semblable à celle de F dans le référentiel du pont, arrive à la hauteur de C au moment où celui-ci reçoit la lumière émise par les flashes A et B (voir **figure 2**).

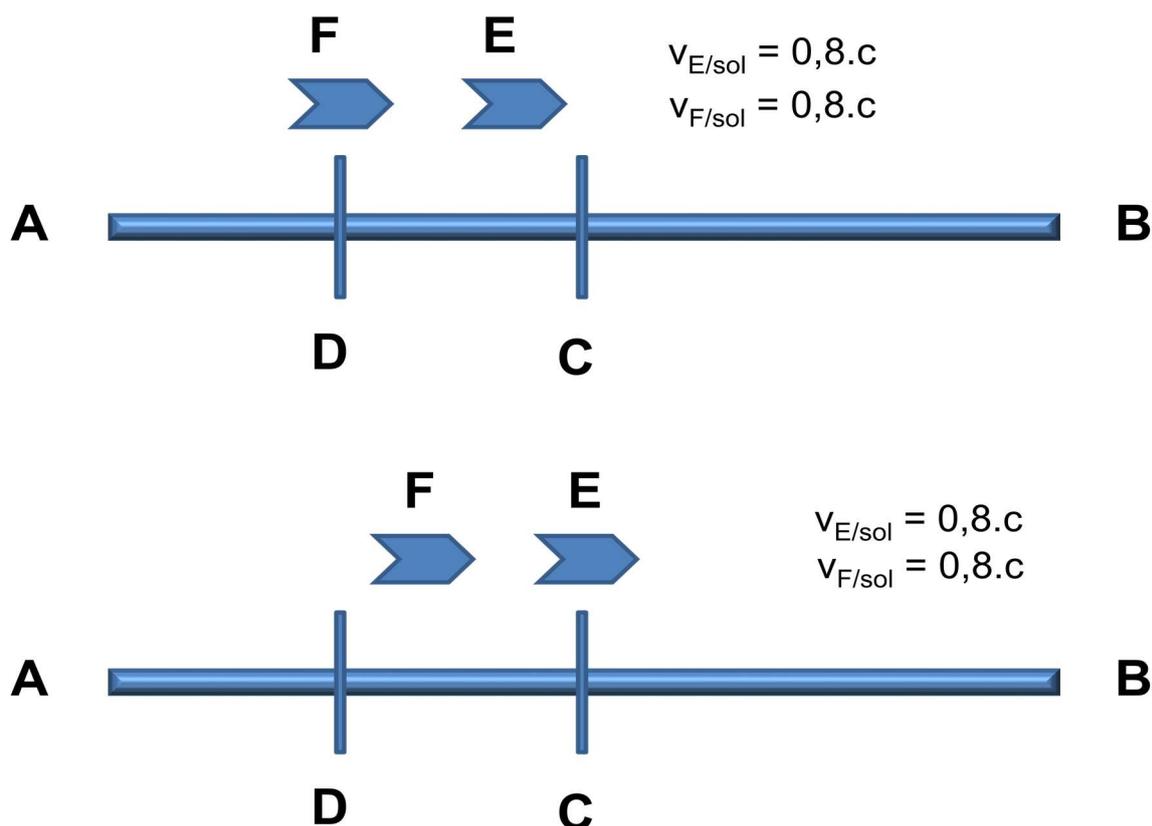


Figure 2 : Les scooters cosmiques dans la situation du « pont » et le référentiel du pont.

Un questionnaire demande quel est l'ordre selon lequel les flashes émis par A et B sont perçus par C, D, E et F ainsi que sur l'ordre selon lequel ces mêmes flashes ont été émis (pour C, D, E et F) afin de voir si les étudiants confondent les événements relatifs à l'émission et à la réception des flashes.

Les flashes sont émis au même instant dans le référentiel du pont et donc pour les points A, B, C et D car comme ils sont immobiles les uns par rapport aux autres, ils constituent un même référentiel. Les flashes sont reçus au même instant pour C car la lumière doit parcourir la même distance en venant de A ou de B ($AC = CB$). C'est le flash venant de A qui est perçu en premier par D car la distance à parcourir par la lumière est plus faible dans ce cas ($AD < BD$).

E et F forment un même référentiel, dit des scooters, car ils sont immobiles l'un par rapport à l'autre. E et C étant au même point de l'espace-temps à l'instant où la lumière des flashes y arrive, ils perçoivent tous les deux les flashes au même instant dans le référentiel du pont ou dans celui des scooters. De la même façon F étant au même point de l'espace-temps que D

lorsque la lumière issue du flash de A y arrive, F reçoit la lumière de ce flash d'abord, et ceci dans les deux référentiels.

Lorsque E est au niveau de C, il se trouve à égale distance de A et de B. Avant cet événement il était plus proche de A que de B. Cela veut donc dire que pour E la lumière du flash issu de A a parcouru une distance plus faible que celle issue de B. Dans le référentiel de E ou de F, le flash issu de A a donc été émis après le flash issu de B.

94 étudiants professeurs de sciences physiques ont répondu au questionnaire. Ils venaient de 5 instituts de formation (IUFM) différents et parmi eux 44 ont eu un enseignement sur la relativité restreinte. L'analyse des réponses montre, par exemple, que les étudiants ne répondent pas de la même manière lorsqu'on les questionne sur l'ordre d'émission des flashes émis par A et B pour les observateurs C et D ou pour les observateurs E et F. Ces deux paires d'observateurs définissent un référentiel identique, ils devraient donc conduire à une même mesure de l'espace et du temps. D'autre part, les étudiants trouvent que les deux événements « E reçoit les flashes A et B » et « C reçoit les flashes A et B » ne sont pas identiques alors qu'ils le sont puisqu'ils constituent un même point d'espace-temps.

A partir de ce constat, nous nous sommes dit qu'une manière de donner plus de sens aux concepts utilisés en relativité restreinte pourrait être de les mobiliser dans le cadre d'espaces graphiques² et ceci pour plusieurs raisons :

Tout d'abord, les travaux de Walter (1996) illustrent au travers de la description de la genèse de la théorie de la relativité restreinte, l'apport des mathématiciens sur cette théorie avec en particulier l'influence de Poincaré et de Minkowski. Ce dernier a contribué par sa vision plus mathématique de la relativité restreinte à de nouvelles pistes qui se sont avérées utiles pour le développement de la théorie de la relativité générale. L'étude historique de la genèse de la théorie de la relativité restreinte montre donc un lien important avec les mathématiques et en particulier les diagrammes d'espace-temps³.

D'un point de vue à la fois cognitif et sémiotique, les travaux de Duval (1993) ont montré que la compréhension d'un concept est améliorée lorsqu'au moins deux registres de représentation sont mobilisés et lorsque les traductions entre registres sont favorisées. Ainsi un registre basé

² Nous parlerons par la suite d'espaces diagrammatiques ou de registres diagrammatiques.

³ Nous utiliserons dans ce travail de thèse indifféremment « diagramme » ou « diagramme d'espace-temps ».

sur les diagrammes était mobilisable grâce à celui associé à la genèse de la théorie, celui de Minkowski (conférence de Cologne, 1908), et de deux diagrammes développés beaucoup plus tard dans le cadre de l'enseignement de cette théorie, les diagrammes de Brehme (1962, 1964) et de Loedel (1955, 1957).

Enfin, en parcourant les notions et les compétences exigibles du programme de terminale S, on s'aperçoit qu'il n'y a pas d'allusion à l'aspect graphique néanmoins la présentation du programme parle de « constructions graphiques » comme un support d'informations possible.

Nous nous proposons donc dans ce travail de thèse d'élaborer une séquence d'enseignement de la théorie de la relativité restreinte qui utilise des constructions graphiques⁴ et d'en évaluer l'impact auprès d'élèves de terminale S.

Pour cela nous nous intéresserons pour commencer dans une première partie aux éléments épistémologiques et didactiques de la théorie de la relativité restreinte et des diagrammes d'espace-temps⁵. Nous allons voir plus particulièrement dans cette partie les difficultés que les graphiques d'espace-temps⁶ sont susceptibles de générer ainsi que leurs potentialités didactiques puis l'analyse épistémologique des diagrammes d'espace-temps. Puis nous décrirons la mise en place d'une séance pilote. Par la suite, dans une seconde partie, nous allons décrire l'élaboration d'outils théoriques nécessaires à la création d'une séquence d'enseignement en théorie de la relativité restreinte. Il s'agira d'adapter les espaces de travail mathématiques (ETM) utilisés en didactique des mathématiques pour utiliser ces outils afin de développer une nouvelle séquence utilisant plusieurs niveaux de progressivité. L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique, GeoGebra sera envisagée (lieu d'expérimentation et de représentation des diagrammes). Enfin, cette nouvelle séquence sera mise à l'épreuve de la classe.

Une dernière partie nous permettra de nous interroger sur les perspectives de notre travail, en particulier en termes de formation des enseignants.

⁴ Nous allons adopter dans ce travail de thèse la définition suivante pour le mot « graphique » : représentation d'une ou plusieurs fonctions mathématiques avec l'utilisation éventuellement d'outils empruntés à la géométrie.

⁵ Nous allons adopter dans ce travail de thèse la définition suivante pour l'expression « diagramme d'espace-temps » : représentation visuelle simplifiée et structurée des concepts de la relativité restreinte, des constructions graphiques associées et des relations entre les grandeurs de temps et d'espace.

⁶ Nous considérerons dans ce travail de thèse que l'on passe d'un graphique d'espace-temps à un diagramme d'espace-temps lorsque deux repères dans deux référentiels différents sont représentés.

Première partie

I. Théorie de la relativité restreinte et diagrammes d'espace-temps : éléments épistémologiques et didactiques

Cette partie a pour objet de montrer que les représentations graphiques (x, t) permettent de matérialiser des concepts et des énoncés qui peuvent être, nous l'avons vu, difficiles pour les étudiants. Nous allons montrer que l'usage des graphiques dans l'enseignement peut être délicat, mais, pour autant, nous posons pour le moment l'hypothèse que leur gain peut être supérieur à la difficulté de leur utilisation.

I.1. Les graphiques d'espace-temps : points de vue didactique

I.1.1. Difficultés didactiques à utiliser des graphiques

Les difficultés des élèves à utiliser les graphiques en mécanique et à manipuler en particulier la notion de pente (voir **figure 3**) ont été étudiées notamment par McDermott (1987).

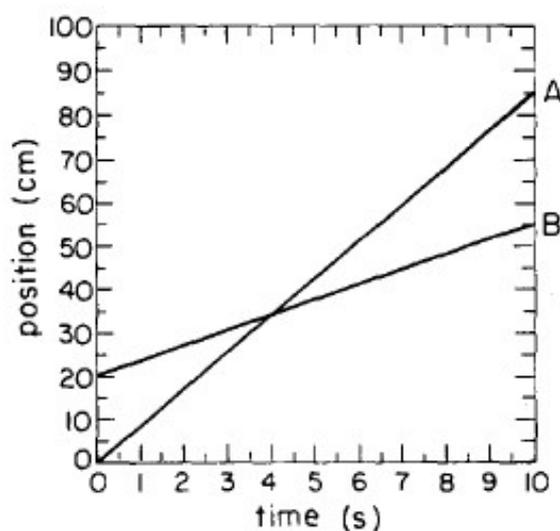


Figure 3 : Etude du mouvement de deux objets A et B. Extrait de McDermott (1987).

McDermott a utilisé un questionnement basé sur la notion de pentes pour mettre en évidence ces difficultés. On considère par exemple deux objets A et B se déplaçant avec une vitesse constante suivant un axe orienté. La **figure 3** correspond à la représentation graphique de cette situation. Elle a demandé, à l'instant $t = 2$ s, si la vitesse de l'objet A est plus grande, plus petite ou égale à la vitesse de l'objet B. De même elle a demandé si les objets A et B peuvent avoir la même vitesse et si oui, à quel instant. Beaucoup d'élèves se sont trompés, car ils ont confondu la position de l'objet avec la valeur de sa vitesse. Lorsque $t = 2$ s, la position de l'objet A est plus petite que celle de B et pourtant la vitesse de l'objet A est plus grande que celle de B. De même les élèves ne se rendent pas compte que les deux objets ne peuvent jamais avoir la même vitesse.

Les élèves ont souvent tendance à traduire graphiquement une situation comme la variation temporelle d'une grandeur (voir **figure 4**). C'est ce qu'a montré Janvier (1993). Il a été demandé à 224 étudiants entrant à l'université de tracer sur le système d'axes de gauche de la **figure 4** comment varie la durée que met un avion pour franchir Paris-Montréal en fonction de sa vitesse. La bonne réponse 9c est donnée par 23% des étudiants, on observe des réponses de type 9d, ce qui correspond à l'évolution temporelle de la vitesse de vol de l'avion pour 15% de ces mêmes étudiants.

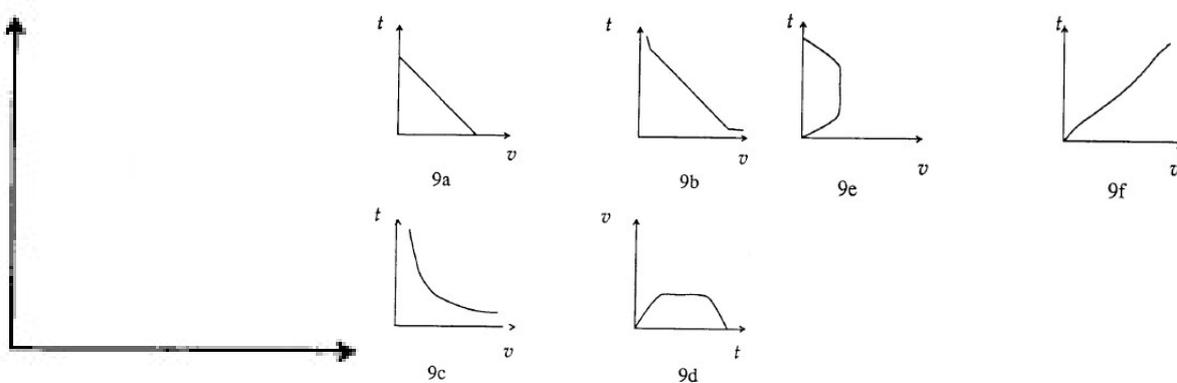


Figure 4 : Situation proposant de trouver la durée d'un avion pour franchir Paris Montréal en fonction de sa vitesse. Extrait de Janvier (1993).

L'interprétation d'une représentation graphique peut être faussée à cause de l'outil graphique lui-même ou à cause du concept représenté (voir **figures 5, 6 et 7**). Cela a été étudié par

Lerouge (1993). Il a proposé aux élèves des questionnaires avec plusieurs représentations possibles données ci-après. Une mauvaise interprétation à cause de l’outil graphique peut être illustrée à l’aide du résultat de l’analyse des deux graphiques de la **figure 5**. 57% des élèves de fin de troisième pensent par exemple que l’intersection est réduite à un point dans le cas a et qu’elle comporte plusieurs points dans le cas b.

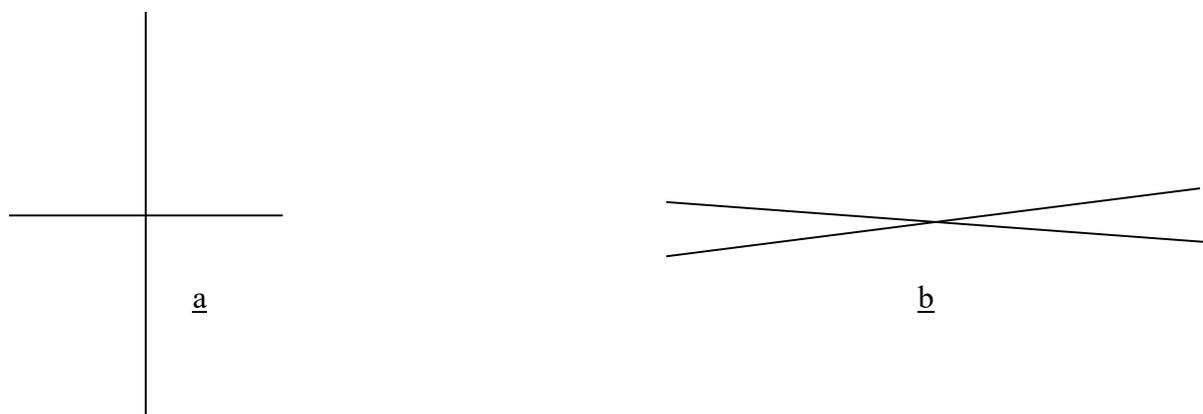


Figure 5 : Interprétation faussée d’une représentation graphique. Extrait de Lerouge (1993).

Une mauvaise interprétation à cause du concept représenté peut être illustrée par les graphiques des **figures 6** et **7**. La **figure 6** correspond à la situation de dépassement de deux trains. 46 % des élèves de fin de troisième pensent que la longueur des trains influe sur le nombre de points d’intersection entre deux droites. Ici elles représentent les distances parcourues par les deux trains en fonction du temps. La **figure 7** correspond à la situation de dépassement d’un escargot par une limace. 51 % de ces mêmes élèves pensent aussi qu’il en est de même à cause de la faible vitesse entre la limace et l’escargot.

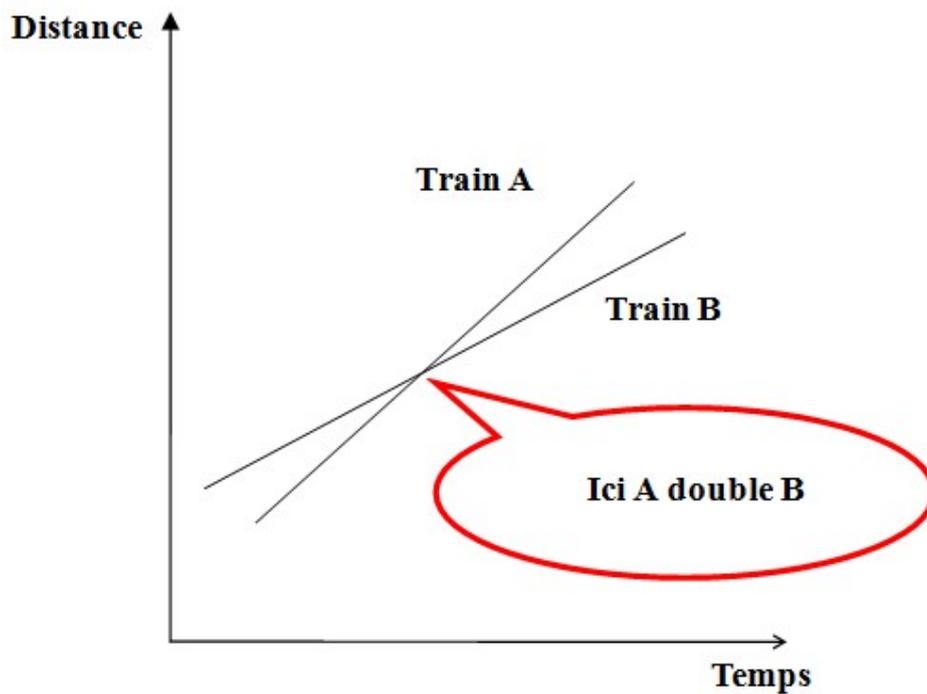


Figure 6 : Dépassement de deux trains. Extrait de Lerouge (1993).

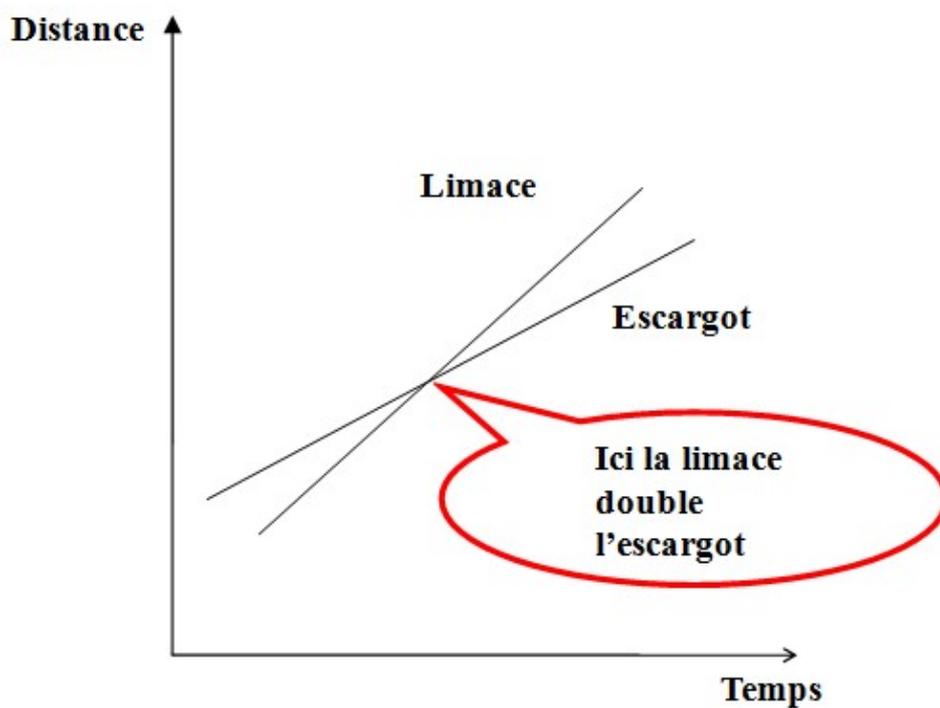


Figure 7 : Dépassement d'un escargot par une limace. Extrait de Lerouge (1993).

Nous venons de mettre en évidence précédemment des difficultés pour effectuer une traduction du registre graphique au registre du langage naturel. Il existe également des problèmes avec d'autres registres.

La chute d'un corps en mouvement dans un fluide a été analysée par Hannoun Kummer (2009) dans le cadre du programme de terminale S de 2002. Après l'établissement des équations différentielles ayant pour solution une fonction de type exponentielle, les élèves devaient être capables de tracer la courbe représentant la solution de l'équation différentielle modélisant le mouvement de la goutte afin de pouvoir l'interpréter. Les élèves interrogés ont eu de grosses difficultés lors de la traduction entre le registre numérique ou analytique et le registre graphique ainsi que dans l'articulation entre la solution mathématique et sa signification physique pour le phénomène considéré. Les exemples de phénomènes étudiés en sciences physiques et décrits par une fonction mathématique montrent que le graphique a souvent un rôle de tracé illustratif d'une solution analytique. Il a un rôle d'outil et il est simplement utilisé pour une lecture par pointage en assurant une simple correspondance entre une abscisse et une ordonnée avec la prédominance du facteur temps. Il n'a pas, par contre, le rôle de preuve ou d'outil de calcul, le calcul associé est toujours réalisé dans le registre analytique ou numérique.

Nous avons mis en évidence dans ce chapitre des difficultés potentielles à utiliser le registre graphique lors de changement de registres. Nous faisons l'hypothèse que ces difficultés vont être toujours présentes lors de l'utilisation du registre diagrammatique. Voyons maintenant les potentialités didactiques des représentations graphiques de type (x, t) révélées, notamment, par quelques exemples extraits de la littérature de recherche.

I.1.2. Potentialités didactiques des graphiques

L'effet Doppler est mis en évidence lorsqu'un émetteur d'ondes électromagnétiques ou mécaniques périodiques est en mouvement relatif par rapport à un observateur. Dans ce cas-là, la fréquence de réception est perçue différemment de la fréquence d'émission. Cela explique par exemple que le son d'une sirène d'ambulance est perçu plus aigu lorsqu'elle se rapproche d'un observateur sur le bord de la route et plus grave lorsqu'elle s'en éloigne.

En observant, par exemple, une image représentant l'effet Doppler (voir **figure 8**), on s'aperçoit que la distance d , entre l'émetteur et l'observateur, placée sur le graphique donne de l'importance à un paramètre qui n'intervient pas dans la formule de transformation des fréquences. De même on voit « un train d'onde », avec la représentation des longueurs d'onde λ et λ' , qui devient un objet qui se transforme sans que l'on sache pourquoi. Ce phénomène est accentué par la confusion des référentiels, car « le train d'onde » associé à la longueur d'onde λ est représenté dans le référentiel de l'émetteur et celui qui est associé à la longueur d'onde λ' l'est dans le référentiel de l'observateur sans que cela soit bien explicité sur l'image.

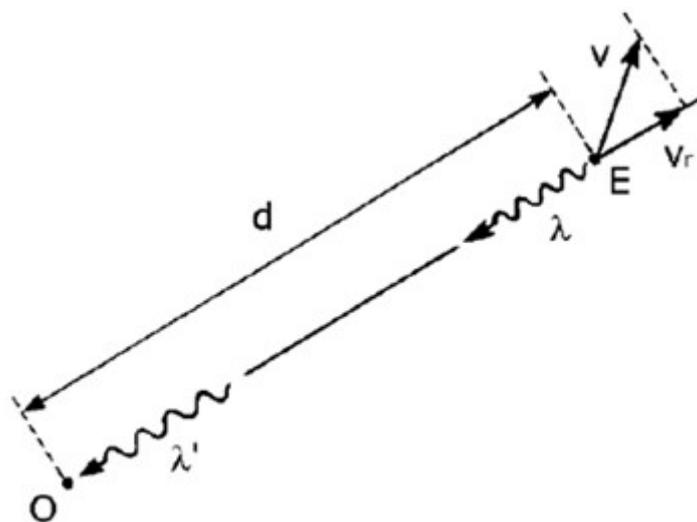


Figure 8 : Une image pour représenter l'effet Doppler. Extrait de Leroy-Bury et Viennot (2003).

Une nouvelle représentation graphique du phénomène de l'effet Doppler dans laquelle la distance d n'a plus la même importance et pour laquelle on n'observe plus de confusion de référentiels a été proposée par Leroy-Bury et Viennot (2003).

On considère une source se déplaçant suivant une demi-droite orientée Ox . Le récepteur est placé à une distance d de la source sur cette demi-droite.

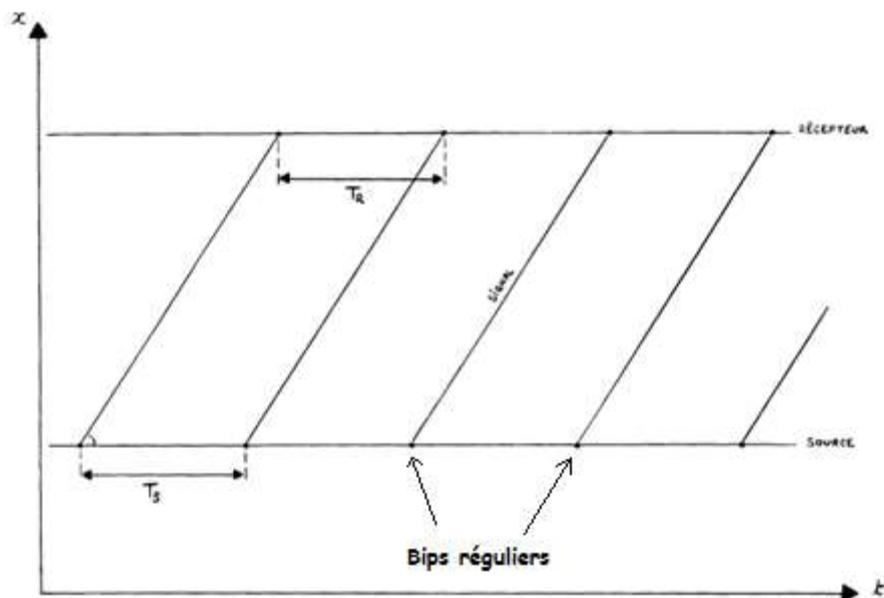


Figure 9 : Représentation d'une source et d'un récepteur immobiles. Extrait de Leroy-Bury et Viennot (2003).

La source et le récepteur sont immobiles par rapport au référentiel terrestre (voir **figure 9**), c'est pour cela que les demi-droites représentant leurs positions au cours du temps sont parallèles à l'axe des abscisses. La source émet des bips réguliers séparés d'une durée T_S qui correspond à la période de la source. Le signal se propage jusqu'au récepteur (il aurait pu se propager dans les deux sens, celui des x positifs et celui des x négatifs mais on ne représente que ce qui est pertinent pour le problème). Ceci est représenté par les segments appelés « signal ». La pente de ces segments correspond à la vitesse du signal dans le milieu de propagation considéré. Le récepteur reçoit un bip lorsqu'un segment « signal » rencontre la demi-droite associée aux positions au cours du temps du récepteur. Le graphique permet ensuite de repérer la période du signal perçu par le récepteur, notée T_R . Ici $T_R = T_S$ car la source et le récepteur sont immobiles par rapport au référentiel terrestre.

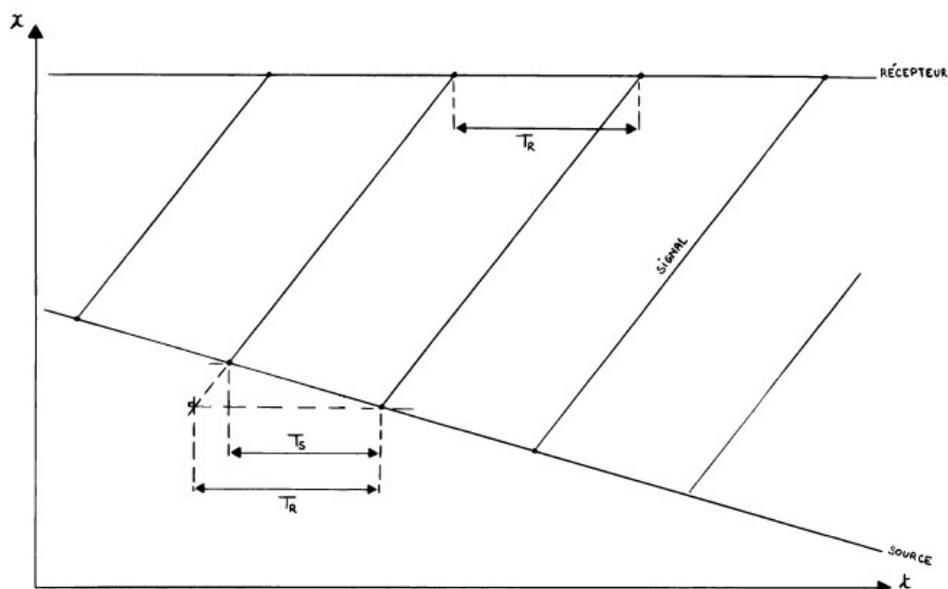


Figure 10 : Représentation d'une source s'éloignant d'un récepteur. Extrait de Leroy-Bury et Viennot (2003).

Ici le récepteur est immobile et la source s'éloigne de lui (voir **figure 10**). Il est possible de trouver la vitesse de la source par rapport au récepteur à partir de la pente de la demi-droite représentant les positions de la source au cours du temps. La source émet également des bips réguliers séparés d'une durée T_S . Comme tout à l'heure, le signal se propage jusqu'au récepteur. Il est possible de connaître également sa vitesse par rapport au référentiel terrestre grâce à la pente des segments nommés « signal ». Dans ce cas, la construction graphique montre que $T_R > T_S$ ce qui veut dire que la fréquence du signal perçu par le récepteur est plus petite que la fréquence du signal émis par la source (la fréquence est inversement proportionnelle à la période).

La relativité de la simultanéité de deux événements dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte peut également être mise en évidence par une méthode graphique (voir **figure 11**). Un événement est caractérisé par quatre coordonnées : trois coordonnées d'espace et une coordonnée de temps. Les situations étudiées sont bien souvent limitées au déplacement d'un référentiel par rapport à un autre suivant une seule coordonnée de l'espace, x par exemple, par souci de simplification. L'étude des coordonnées d'un événement E est ainsi limitée à l'étude des coordonnées x et t .

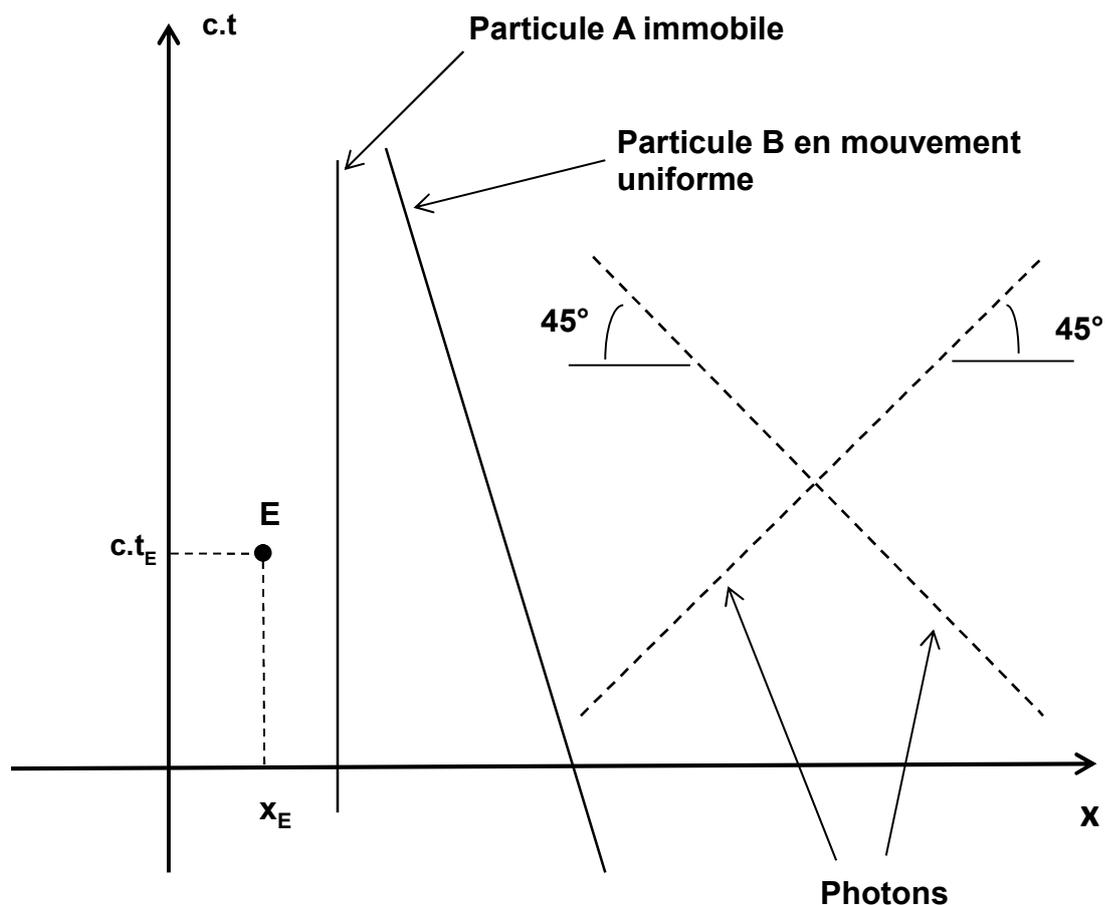


Figure 11 : Graphique d'espace-temps ($x, c.t$).

Dans un graphique d'espace-temps ($x, c.t$), un événement est un simple point et les lignes d'univers correspondent aux positions d'une particule au cours du temps. Une particule immobile a donc une ligne d'univers verticale. La ligne d'univers d'un photon est parallèle à la bissectrice de l'angle formé par Ox et $Oc.t$ qui a pour équation $x = c.t$ si les photons se déplacent dans le sens des x croissants. Elle peut aussi être parallèle à la bissectrice de l'angle formé par $-Ox$ et $Oc.t$ si les photons se déplacent suivant le sens des x décroissants.

Une particule en mouvement ne peut pas avoir une ligne d'univers qui a une pente plus faible que la ligne d'univers d'un photon lorsque le déplacement se fait suivant les valeurs de x croissantes (ou une pente plus grande dans le cas d'un déplacement suivant les valeurs de x décroissantes).

En effet, dans le cas d'un mouvement suivant les valeurs de x croissantes, la ligne d'univers d'une particule de vitesse v a pour équation :

$$x = v.t$$

Cette équation peut s'écrire également : $\frac{c.x}{v} = c.t$

Si la pente de cette droite est plus petite que celle de la droite d'équation $x = c.t$, cela entraîne obligatoirement que :

$\frac{c}{v} < 1$ et donc $c < v$ ce qui n'est pas possible.

Kermen et de Hosson (2013) ont traduit graphiquement la situation d'une vidéo disponible à l'adresse suivante : www.youtube.com/watch?v=wteiuxyqtoM

Cette vidéo décrit un train qui se déplace en ligne droite et avec une vitesse constante le long d'un quai avec une vitesse proche de c . Une passagère est située au milieu du train et un observateur se trouve immobile le long du quai. Lorsque le milieu du train coïncide avec la position de l'observateur sur le quai, deux éclairs frappent simultanément pour cet observateur l'avant et l'arrière du train (voir **figure 12**).



Figure 12 : Image de deux éclairs frappant simultanément le train pour l'observateur du quai. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013).

La passagère du train est atteinte en premier par le front d'onde émis par l'éclair à l'avant du train (voir **figure 13**). Comme elle se trouve au milieu du train, les distances à parcourir par chaque front d'onde sont égales. Cela veut dire que par rapport à la passagère du train, l'éclair a frappé l'avant du train avant l'éclair qui a frappé l'arrière du train.

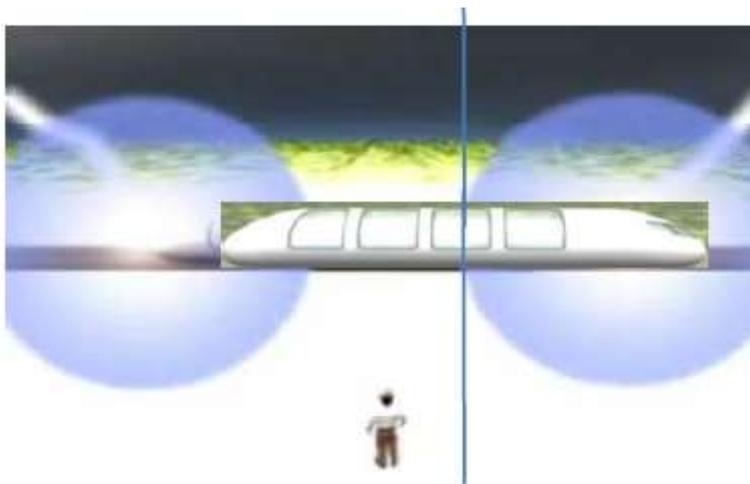


Figure 13 : Image de la passagère au milieu du train, recevant en premier le front d'onde de l'éclair ayant frappé l'avant du train. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013).

La résolution graphique de cette situation est déclinée en deux parties avec un graphique dans le référentiel du quai (voir **figure 14**) et un autre dans le référentiel du train (voir **figure 15**).

Le graphique d'espace-temps comportant un repère $(x, c.t)$ dans le référentiel du quai est représenté sur la **figure 14**. La ligne d'univers de l'observateur est une demi-droite verticale. Les lignes d'univers de l'avant, l'arrière et la passagère du train sont représentées par des demi-droites obliques vers la droite, car le train s'éloigne de l'observateur dans le sens des valeurs de x croissantes.

A l'instant t_0 , pris pour origine des dates, les éclairs frappent simultanément l'avant et l'arrière du train dans le référentiel du quai. De même à cet instant, la position de l'observateur sur le quai coïncide avec la position de la passagère dans le train. Les lignes d'univers des photons se déplaçant dans le sens des x croissants ou décroissants sont également représentées pour les deux éclairs.

On remarque sur la construction graphique que l'instant t_1 correspond au temps pour lequel la lumière issue de l'éclair ayant frappé l'avant du train arrive au niveau de la passagère. t_2 est associé à l'instant pour lequel la lumière créée par les deux éclairs arrive simultanément au niveau de l'observateur resté sur le quai. Enfin l'instant t_3 est associé à l'arrivée, au niveau de la passagère, de la lumière créée par l'éclair ayant touché l'arrière du train. Comme $t_1 < t_3$ on observe graphiquement que la passagère perçoit d'abord la lumière issue de l'éclair ayant

touché l'avant du train. Comme elle se trouve au milieu du train, pour elle, l'éclair ayant touché l'avant du train a eu lieu avant l'éclair ayant touché l'arrière du train.

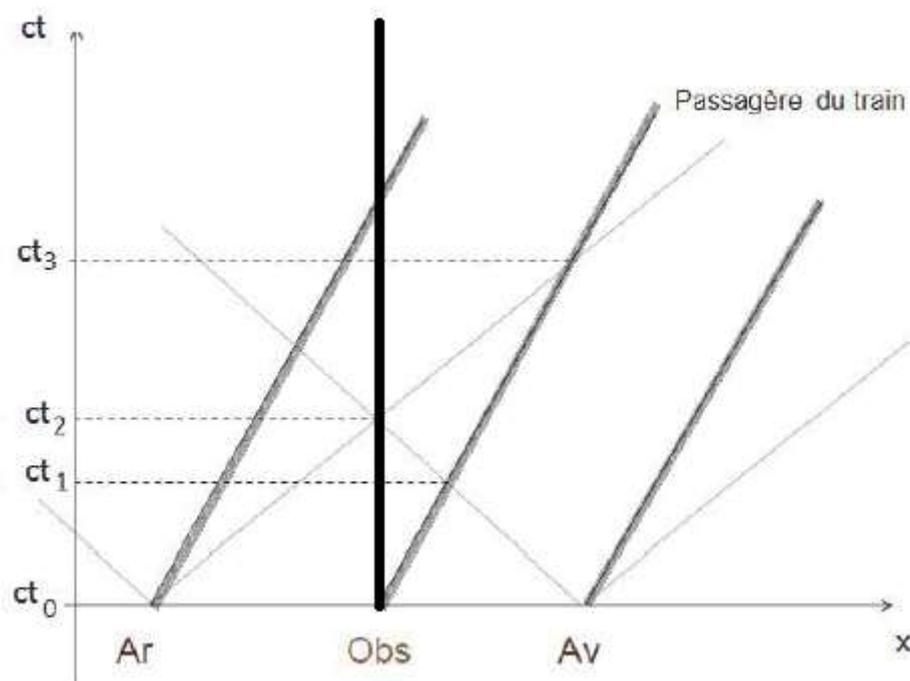


Figure 14 : Situation du train dans le référentiel du quai. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013).

La **figure 15** est relative au graphique d'espace-temps dans le référentiel du train en utilisant un repère $(x', c.t')$. Les lignes d'univers de l'avant, de l'arrière et de la passagère du train sont des demi-droites verticales cette fois-ci. La ligne d'univers de l'observateur resté sur le quai est une demi-droite oblique vers la gauche car l'observateur s'éloigne du train dans le sens des valeurs de x' décroissantes.

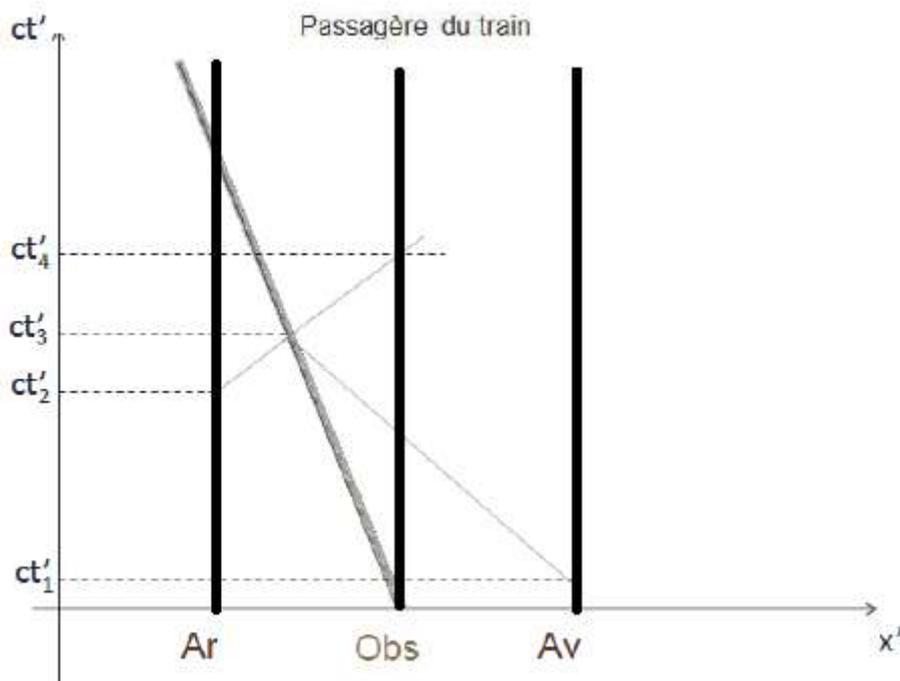


Figure 15 : Situation du train dans le référentiel du train. Extrait de Kermen et de de Hosson (2013).

L'événement « observateur du quai perçoit simultanément la lumière des deux éclairs » a lieu à l'instant t'_3 . Cet événement a lieu lorsque l'observateur, placé dans le référentiel du quai, se trouve entre le milieu et l'arrière du train. Il est placé arbitrairement sur le graphique. En remontant le temps, les lignes d'univers des photons arrivant en ce point permettent de trouver les instants d'émission des éclairs. t'_1 est associé au temps d'émission de l'éclair frappant l'avant du train et t'_2 à l'éclair frappant l'arrière du train. Les deux événements ne sont pas simultanés dans le référentiel du train et comme $t'_1 < t'_2$, l'éclair frappant l'avant du train a bien eu lieu avant l'éclair frappant l'arrière du train.

La non-simultanéité des deux événements associés aux éclairs frappant l'avant et l'arrière du train dans le référentiel du train est cette fois-ci visible graphiquement, car les deux événements correspondants n'ont pas la même coordonnée temporelle.

de Hosson et al. (2010, 2012) ont également proposé une résolution graphique de la situation des scooters (voir **figures 16, 17 et 18**) préalablement présentée dans l'introduction de ce travail de recherche et rappelée ci-après.

La situation « du pont » concerne quatre personnes immobiles sur un pont. A et B sont immobiles face à face chacun à une extrémité du pont et disposent d'un appareil photo avec flash. C est immobile au milieu du pont, et D est également immobile sur le pont, mais se

trouve à égale distance entre A et C. À un instant donné, C émet un signal en direction de A et B afin que ceux-ci déclenchent leur appareil photo (on considère que les temps de réaction de A et B sont identiques). Deux autres personnes E et F traversent le pont sur deux scooters cosmiques à la vitesse constante $v = 0,8.c$ par rapport au sol. F se dirige de A vers B et arrive à la hauteur de D à l'instant même où celui-ci reçoit la lumière émise par A. E, qui se trouve devant F à une vitesse semblable à celle de F dans le référentiel du pont, arrive à la hauteur de C au moment où celui-ci reçoit la lumière émise par les flashes A et B.

La **figure 16** représente le graphique d'espace-temps de la situation du pont dans le référentiel du pont. Les lignes d'univers des points A, B, C et D sont des demi-droites verticales. Un signal lumineux part du point C dans les deux sens à l'instant t_1 . Il arrive en A et B au même instant t_2 ou t_3 . A et B émettent deux flashes simultanés dans le référentiel du pont, puisque produits au même instant, t_2 ou t_3 . La lumière des deux flashes arrive au même instant t_5 au point C situé au milieu du pont. Le point D reçoit en premier la lumière du flash issue de A à l'instant t_4 , puis celle issue de B en t_5 , puisque D est plus près de A que de B

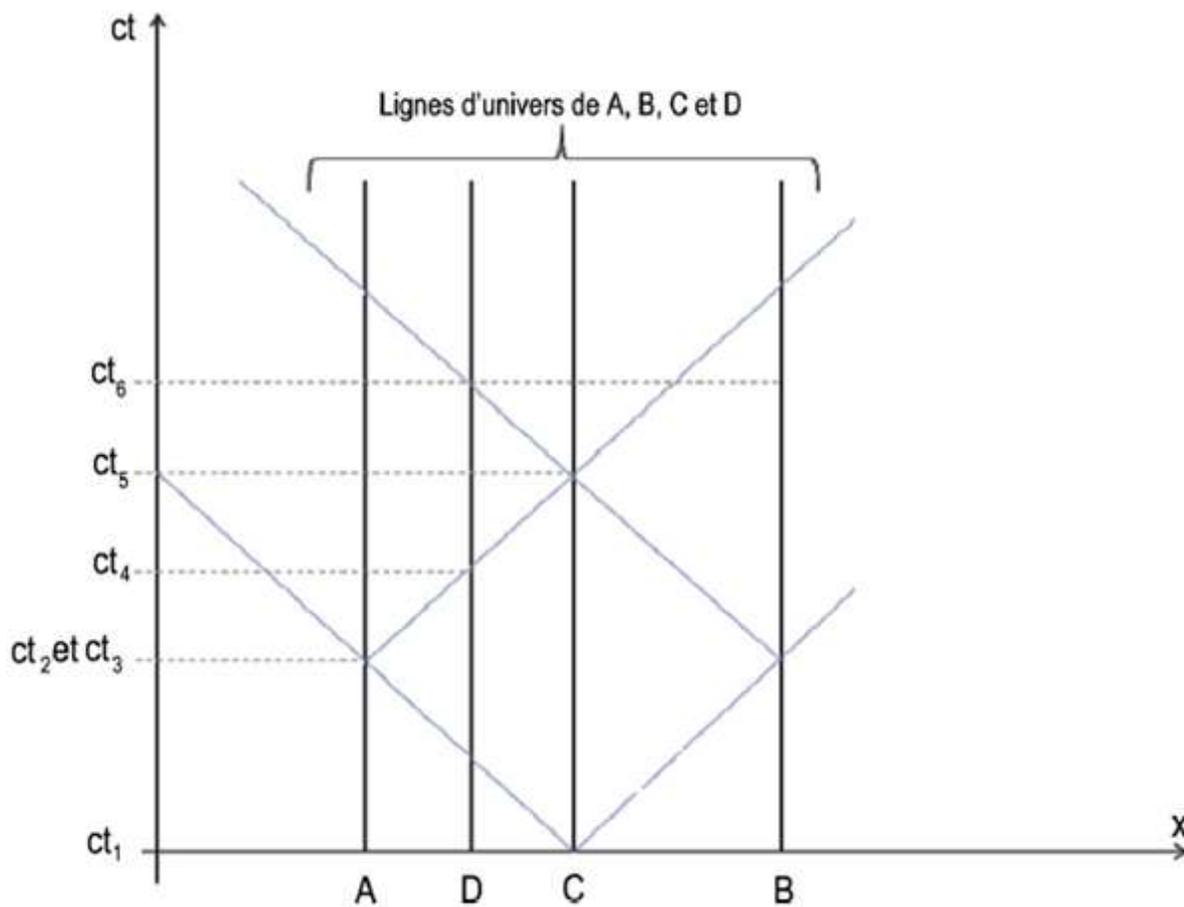


Figure 16 : Situation du pont dans le référentiel du pont. Extrait de de Hosson et al. (2010, 2012).

Les **figures 17** et **18** correspondent aux graphiques d'espace-temps de la situation du pont dans le référentiel des scooters. Les lignes d'univers obliques vers la gauche sont relatives aux points A, B, C et D car ils se déplacent dans le sens des x décroissants. Les demi-droites verticales correspondent aux lignes d'univers de E et F. t'_5 correspond à l'instant pour lequel la lumière issue des deux flashes A et B arrive au point C. En remontant le temps, les lignes d'univers des photons arrivant en ce point permettent de trouver les instants d'émissions des flashes t'_3 relatif au flash émis en A et t'_2 relatif au flash émis en B. Comme $t'_2 < t'_3$, le flash émis par B a lieu avant le flash émis par A dans le référentiel des scooters. En continuant à remonter le temps, il est possible de trouver l'instant t'_1 associé à l'envoi du signal lumineux par C vers A et B. t'_4 correspond à l'instant pour lequel la lumière du flash émis par A arrive en D.

La **figure 18** montre bien que les points E et C coïncident à l'instant t'_5 ainsi que D et F en t'_4 .

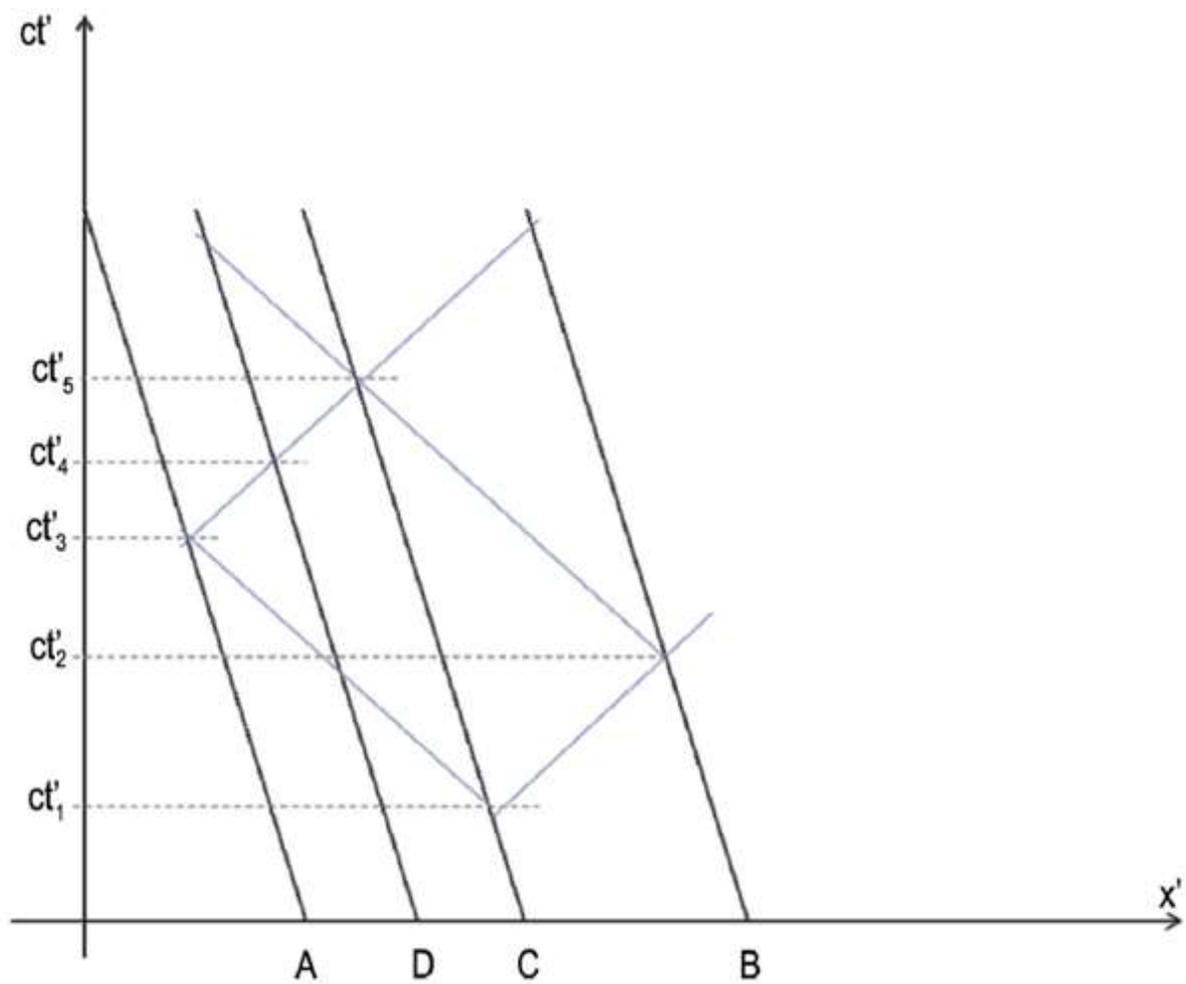


Figure 17 : Situation du pont dans le référentiel des scooters⁷. Extrait de Kermen et de de Hosson (2012).

⁷ La distance entre les personnages change lorsque l'on change de référentiel.

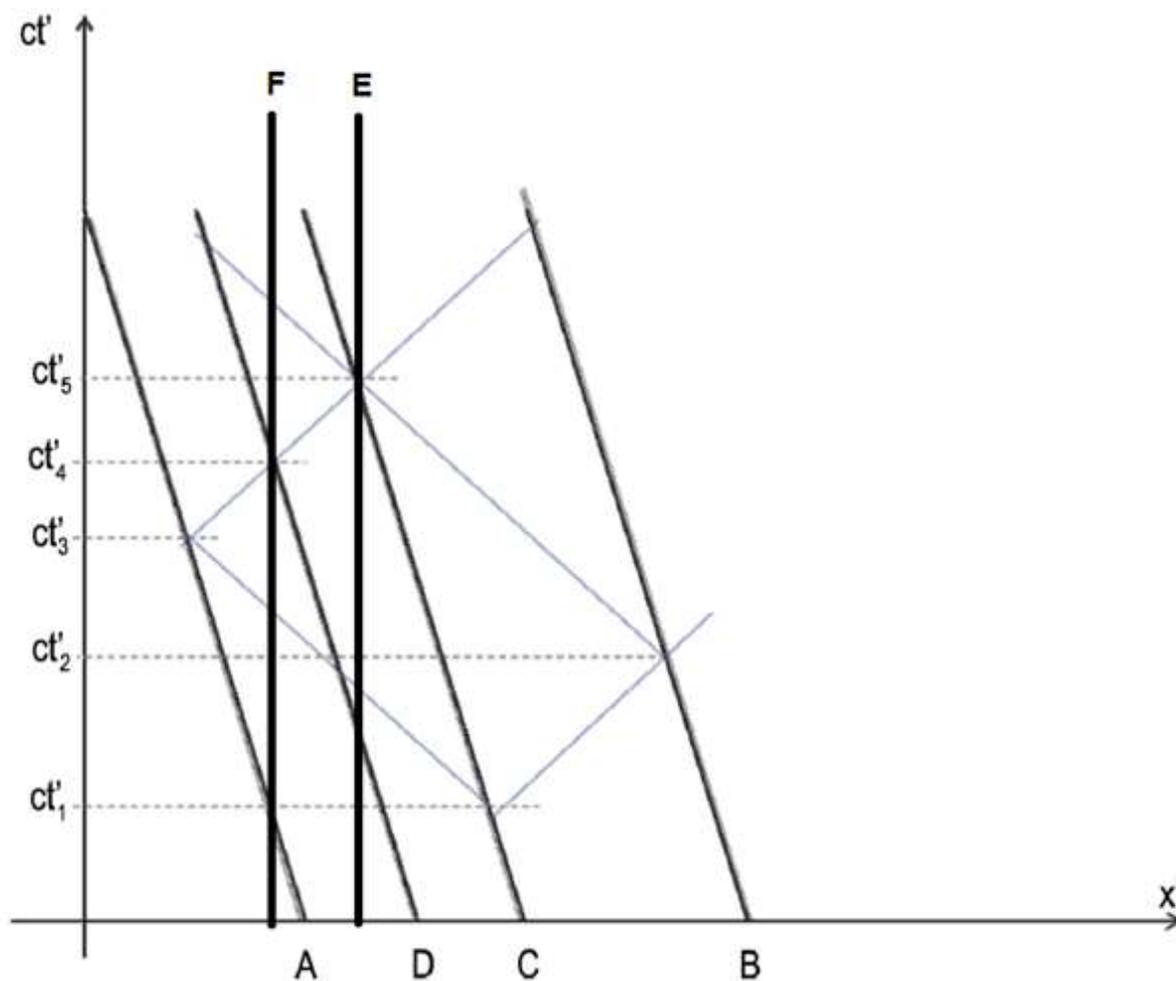


Figure 18 : Situation du pont dans le référentiel des scooters avec les lignes d'univers de E et F.

Nous venons de voir dans ce chapitre que les graphiques d'espace-temps⁸ permettent une visualisation de concepts délicats à interpréter comme l'effet Doppler ou la non-simultanéité d'événements dans le cas de mouvements relativistes. Nous allons voir par la suite les liens étroits qui existent entre la genèse de la théorie de la relativité restreinte et les diagrammes d'espace-temps⁹.

⁸ Voir à ce propos l'ouvrage de Sander Bais (2007)

⁹ Rappelons que nous considérons dans ce travail de thèse que l'on passe du graphique d'espace-temps au diagramme d'espace-temps lorsque deux repères dans deux référentiels différents sont représentés.

I.2. Les diagrammes d'espace-temps : représenter des situations relativistes

I.2.1. Consubstantialité des diagrammes et de la théorie de la relativité restreinte¹⁰

L'histoire de la théorie de la relativité restreinte confirme un lien étroit entre les mathématiques et les sciences physiques. Dans la suite de notre étude, nous avons considéré à chaque fois, par souci de simplification, deux référentiels R et R' en mouvement de translation rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre. Chaque référentiel possède un repère associé, Oxyz pour R et O'x'y'z' pour R'. Les axes Ox et O'x' sont ainsi confondus. R' se déplace à une vitesse v par rapport à R suivant Ox. Les coordonnées de y, z, y' ou z' ont été à chaque fois inchangées (voir **figure 19**). Les origines spatiales O et O' des deux référentiels coïncident en $t = t' = 0$.

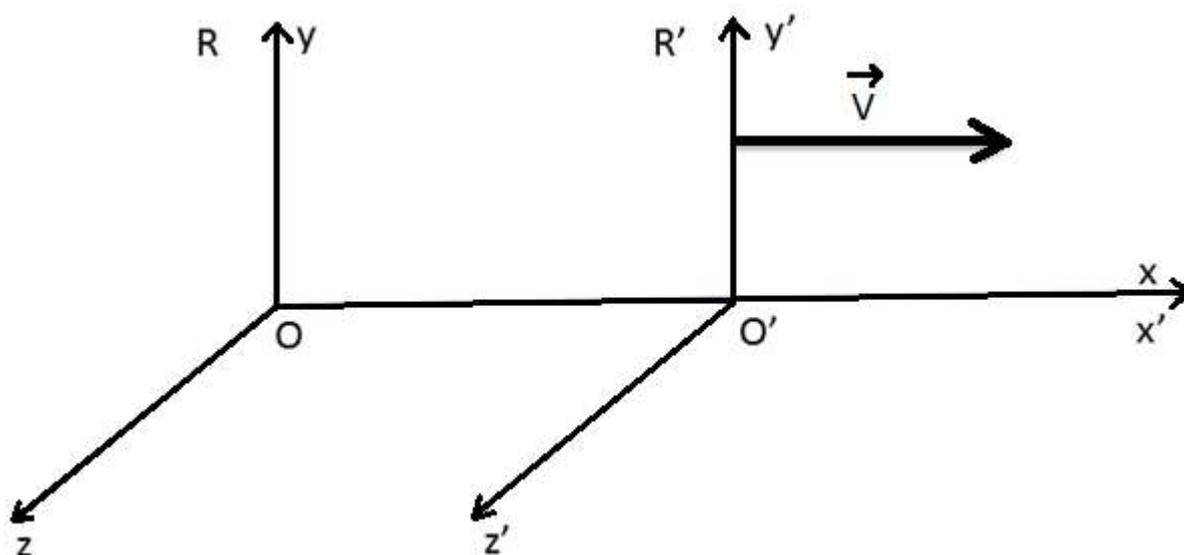


Figure 19 : Repères de deux référentiels en mouvement rectiligne à vitesse constante.

¹⁰ D'après Hladik, J., Chrysos, M. (2001) ; Semay, C., Silvestre-Brac, B. (2010) et Walter, S.A. (1996)

Les transformations dites de Galilée permettent d'exprimer les coordonnées d'un point situé dans le repère d'un référentiel particulier R, dans le repère d'un autre référentiel particulier R'. Ces référentiels, nommés référentiels galiléens, vérifient la propriété selon laquelle tout corps conserve son état de repos ou de mouvement rectiligne uniforme, en l'absence de force extérieure agissant sur lui. Les référentiels galiléens se déduisent les uns des autres par un mouvement rectiligne uniforme. Les équations de transformation entre ces deux référentiels R et R' s'écrivent alors :

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -v & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

D'où

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ x-v.t \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Dans cette transformation, le temps est absolu. Néanmoins, les équations de Maxwell ne sont pas invariantes par les transformations de Galilée. Pour régler ce problème épineux, plusieurs stratégies ont été évoquées au XIXe siècle :

- Il faut admettre que la théorie de l'électromagnétisme de Maxwell est fausse.
- Il est nécessaire de chercher à rendre compatibles les postulats de la mécanique classique et de l'électromagnétisme.
- Il faut admettre que les postulats de la mécanique classique sont faux.

C'est la dernière stratégie qui a finalement été adoptée lors du développement des transformations spéciales dites de Lorentz par Lorentz (1853-1928) et Poincaré (1855-1912). Les équations de transformation entre les référentiels R et R' s'écrivent alors :

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \frac{-\gamma.v}{c^2} & 0 & 0 \\ -v.\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{D'où } \begin{pmatrix} t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \cdot (t - \frac{v \cdot x}{c^2}) \\ \gamma \cdot (x - v \cdot t) \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

$$\text{avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Les équations de Maxwell sont cette fois-ci invariantes avec ces transformations. Lorentz a construit en même temps une théorie de la matière dans laquelle les solides subissent une contraction de longueur selon l'axe de leur mouvement.

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Les atomes peuvent être représentés par des petites boules pouvant s'aplatir ou se tasser selon l'axe de leur mouvement. Poincaré a montré que la transformation de Galilée est une approximation valable pour v très petite devant c . Il a cherché à étendre l'invariance de toutes les lois physiques sous la transformation de Lorentz (Principe de relativité). Il a remis en cause la notion newtonienne de temps dès 1893 ainsi que la notion newtonienne de masse. Il a aussi montré que les transformations de Lorentz constituent une rotation autour de l'origine dans un espace à quatre dimensions.

Il faut définir pour cela la rapidité θ telle que $\tanh \theta = \beta = \frac{v}{c}$; $\cosh \theta = \gamma$ et donc $\sinh \theta = \beta \cdot \gamma$

$$\begin{pmatrix} c \cdot t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & -\sinh \theta & 0 & 0 \\ -\sinh \theta & \cosh \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \cdot t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Poincaré a également montré que les transformations de Lorentz forment un groupe (découvert indépendamment par Einstein).

La transformation neutre correspond à une transformation de Lorentz pour laquelle $\theta = 0$ c'est-à-dire $v = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Dans ce cas-là :

$$\begin{pmatrix} c \cdot t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \cdot t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

La transformation inverse correspond à une transformation de Lorentz de rapidité $-\theta$ ce qui correspond à une vitesse du référentiel R de $-v$ par rapport au référentiel R' .

$$\begin{pmatrix} c.t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta & 0 & 0 \\ \sinh \theta & \cosh \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c.t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

La composition de deux transformations de Lorentz demeure une transformation de Lorentz. C'est-à-dire que la transformation de Lorentz d'un référentiel R' à R de rapidité θ_1 associée à la transformation de Lorentz d'un référentiel R'' à R' de rapidité θ_2 permet de trouver celle du référentiel R'' à R.

$$\text{Si } \begin{pmatrix} c.t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta_1 & \sinh \theta_1 & 0 & 0 \\ \sinh \theta_1 & \cosh \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c.t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$$

$$\text{Et si } \begin{pmatrix} c.t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta_2 & \sinh \theta_2 & 0 & 0 \\ \sinh \theta_2 & \cosh \theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c.t'' \\ x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix}$$

$$\text{Alors } \begin{pmatrix} c.t \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \theta & \sinh \theta & 0 & 0 \\ \sinh \theta & \cosh \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c.t'' \\ x'' \\ y'' \\ z'' \end{pmatrix} \text{ avec } \theta = \theta_1 + \theta_2.$$

Enfin il est possible de montrer que la composition de trois transformations spéciales de Lorentz est également associative.

Poincaré a également montré l'invariance de l'intervalle d'espace-temps entre deux événements E_1 et E_2 de coordonnées $(c.t_1, x_1, y_1, z_1)$ et $(c.t_2, x_2, y_2, z_2)$ par les transformations de Lorentz. Le carré de l'intervalle d'espace-temps, noté Δs^2 s'écrit :

$$\Delta s^2 = c^2.(t_1 - t_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 - (y_1 - y_2)^2 - (z_1 - z_2)^2$$

Si $\Delta s^2 > 0$, l'intervalle est dit du genre temps. Cela veut dire que les deux événements E_1 et E_2 sont dépendants.

Si $\Delta s^2 < 0$, l'intervalle est dit du genre espace, les deux événements E_1 et E_2 sont indépendants.

Enfin si $\Delta s^2 = 0$, l'intervalle est de type lumière. Dans ce cas, des photons peuvent relier les deux événements.

Einstein (1879-1955) a par la suite énoncé en 1905 dans sa théorie de la relativité restreinte deux postulats.

Premier postulat

Tous les référentiels d'inertie sont équivalents, autrement dit, la formulation mathématique des lois de la physique doit être la même dans tous ces référentiels.

Deuxième postulat

La vitesse de la lumière dans le vide possède la même valeur c dans toutes les directions et dans tous les référentiels inertiels.

Minkowski (1864-1909) est un mathématicien qui a présenté dans sa conférence de Cologne en 1908 une étude mathématique de l'espace-temps à quatre dimensions, appelé par la suite espace de Minkowski. Il a effectué une étude sur la causalité et sur la simultanéité dans ces espaces temps. Il a utilisé à cette occasion un diagramme d'espace-temps, appelé par la suite diagramme de Minkowski (Semay (2010) et Walter (1996)).

La correspondance des échelles entre les repères des référentiels R et R' est assurée par des équations d'hyperboles de type $c^2.t^2 - x^2 = \text{constante}$ (on considère les coordonnées y et z constantes, voir **figure 20**). La disposition des axes Ox' et $Oc.t'$ par rapport aux axes Ox et $Oc.t$ est fonction de la vitesse du référentiel R' par rapport à R . Il est possible de superposer autant de repères que l'on veut, associés à des référentiels en mouvement rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres, dans un diagramme de Minkowski.

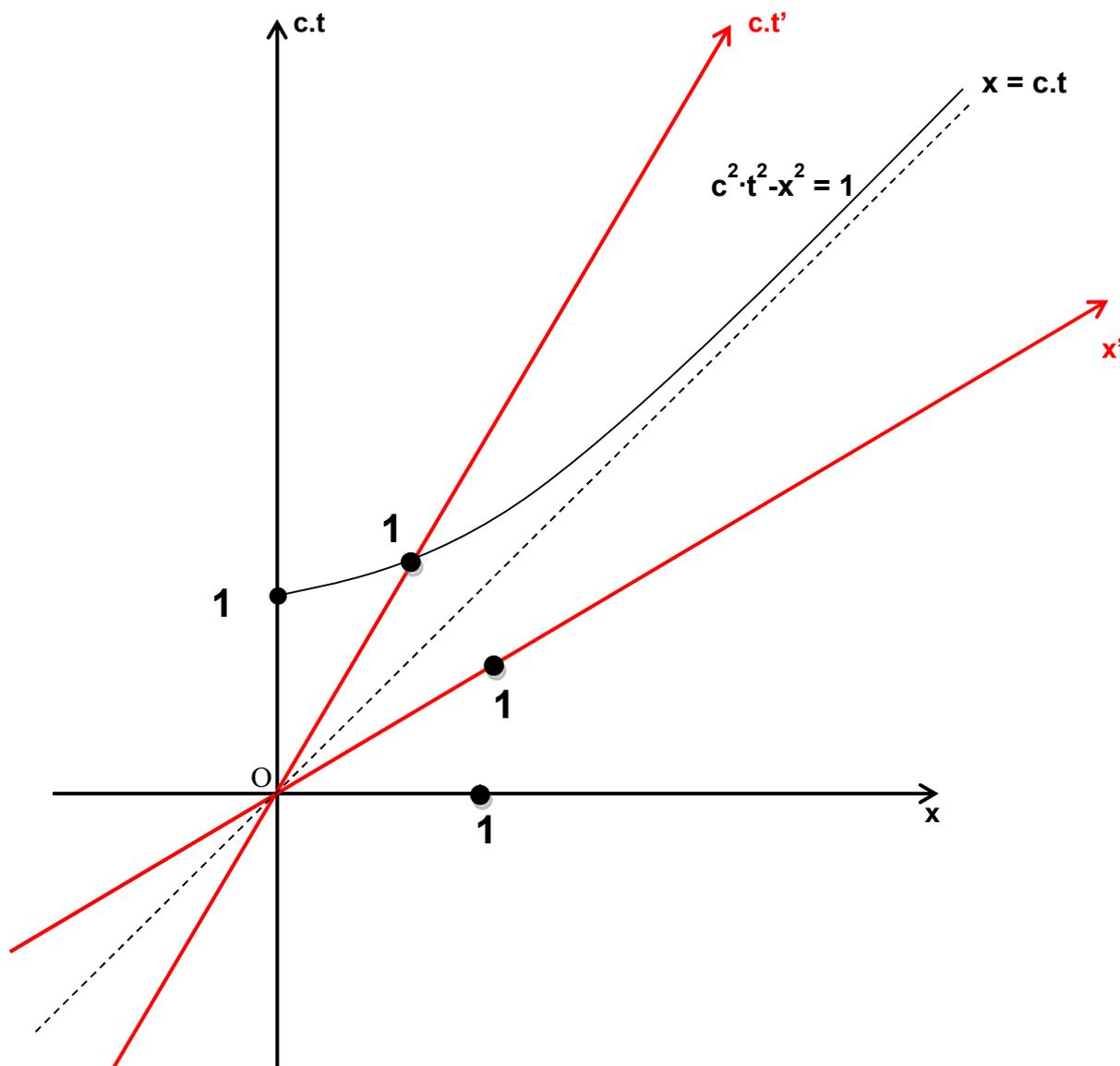


Figure 20 : Correspondance des échelles des repères dans deux référentiels dans le diagramme de Minkowski¹¹.

Enfin les projections des événements des différents repères se font parallèlement aux axes. Il est ainsi possible de voir directement les coordonnées d'un même événement dans deux référentiels différents (ou plus) se traduisant l'un par rapport à l'autre à une vitesse constante proche de la vitesse de la lumière dans le vide c (voir **figure 21**).

¹¹ Dans la suite de ce travail de thèse, il sera sous-entendu, si ce n'est pas précisé, que l'unité des valeurs numériques suivant l'axe des ordonnées et l'axe des abscisses des diagrammes d'espace-temps est le mètre.

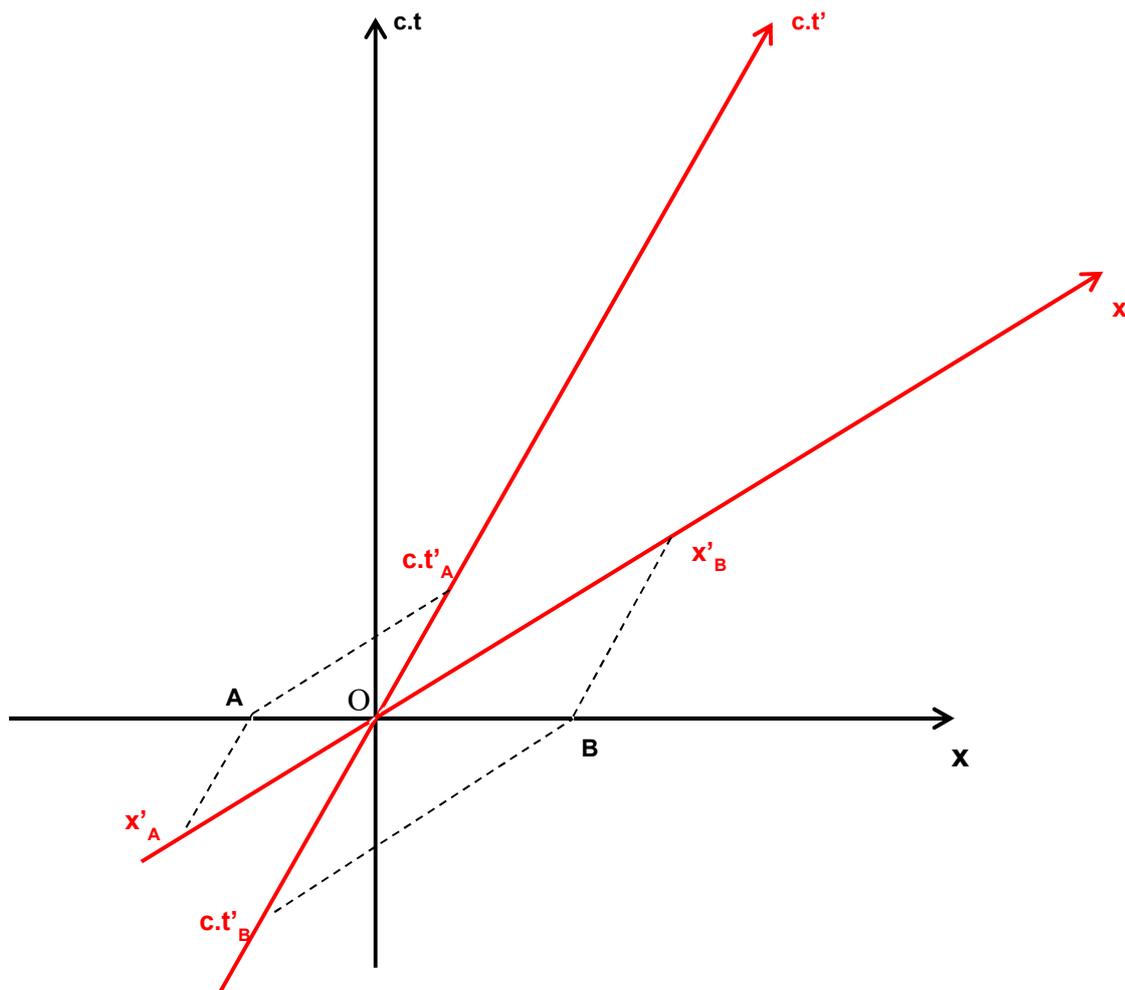


Figure 21 : Coordonnées de deux événements dans le repère du référentiel R' .

Nous venons de voir que le diagramme de Minkowski est intimement lié avec le développement de la théorie de la relativité restreinte. Il existe un lien très fort entre cette théorie et les mathématiques puisque des mathématiciens comme des physiciens ont œuvré pour son développement.

Nous prenons maintenant le parti d'exploiter le caractère consubstantiel du diagramme de Minkowski à la théorie de la relativité restreinte pour étudier les éléments du programme de terminale S (durée propre, durée impropre, ...). Nous allons explorer ensuite les potentialités d'autres diagrammes, inspirés de Minkowski mais créés à des fins didactiques.

I.2.2. Des exemples de diagrammes : Minkowski, Brehme et Loedel

Nous nous sommes intéressés à trois types de diagrammes : un diagramme historique associé à la genèse de la théorie de la relativité restreinte, celui de Minkowski et deux autres diagrammes développés plus tard avec un rôle plus didactique : le diagramme de Brehme et celui de Loedel. Nous allons commencer par voir comment la perte de simultanéité ainsi que les notions de durées propres et impropres peuvent être traitées grâce à la transformée de Lorentz afin de faire le parallèle avec l'utilisation de diagrammes.

La perte de simultanéité traitée avec la transformée de Lorentz

Nous allons voir comment la perte de simultanéité peut être traitée à l'aide de la transformée de Lorentz. Nous nous situons au-delà du programme de terminale S.

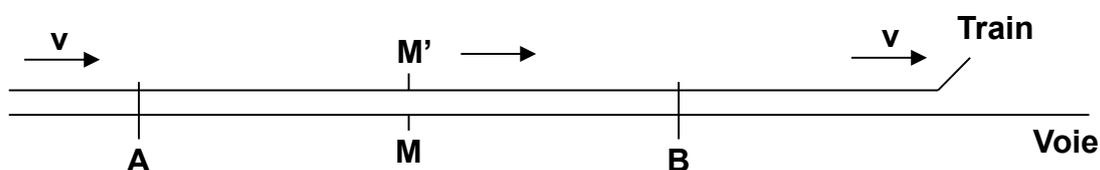


Figure 22 : La perte de la simultanéité via la transformée de Lorentz.

Considérons deux référentiels, un lié à une voie ferrée et un lié à un train très long se déplaçant de façon rectiligne à une vitesse v constante et proche de la vitesse de la lumière (Einstein, 2004)¹². A et B sont deux positions repérées sur la voie ferrée. Deux éclairs sont envoyés de façon simultanée par rapport à la voie ferrée de A et B vers M qui est le milieu du segment [AB]. M, lié à la voie ferrée, reçoit les rayons lumineux issus de A et B au même instant et il coïncide également avec M', qui est lié au train, au moment de la réception (voir **figure 22**).

¹² C'est aussi la situation du train qui a été illustrée sur la vidéo présentée dans le I.1.2.

Avant que M' soit en face de M et puisque le train se déplace de A vers B, l'émetteur A était plus proche de M' que l'émetteur B. L'éclair émis par B aura eu un plus long chemin à parcourir que celui émis par A. Donc **B a dû émettre son éclair avant que A n'envoie le sien.**

Il est également possible d'utiliser la transformée de Lorentz pour comprendre que les deux événements qui sont simultanés par rapport au référentiel associé à la voie, ne le sont plus par rapport au référentiel lié au train (Hladik, 2001).

Considérons deux événements de coordonnées respectives x_A, y_A, z_A, t_A et x_B, y_B, z_B, t_B ayant lieu dans un référentiel R tel que $x_B > x_A$.

Ces deux événements sont simultanés dans R, donc $t_A = t_B$ et $\Delta t = t_B - t_A = 0$.

Le référentiel R' est en translation uniforme par rapport à R à la vitesse v.

D'après la transformation de Lorentz :

$$t'_A = \gamma \left(t_A - \frac{v \cdot x_A}{c^2} \right)$$

$$t'_B = \gamma \left(t_B - \frac{v \cdot x_B}{c^2} \right)$$

$$\text{D'où } \Delta t' = t'_B - t'_A = \gamma \left[(t_B - t_A) - \frac{v \cdot (x_B - x_A)}{c^2} \right] = \frac{-\gamma \cdot v \cdot (x_B - x_A)}{c^2} \neq 0$$

Cette dernière relation est toujours vraie même si v est petite mais elle est mise en évidence lorsque la vitesse v est relativiste. Les événements ne sont pas simultanés dans R' et $\Delta t' < 0$ (si $v > 0$) c'est-à-dire que $t'_B < t'_A$. **L'émission de l'éclair venant de B a eu lieu en premier dans R'.**

Les durées propres et impropres traitées avec la transformée de Lorentz

La transformée de Lorentz permet de retrouver facilement la relation de dilatation des durées du programme de terminale S.

Considérons deux événements A et B de coordonnées respectives x_A, y_A, z_A, t_A et x_B, y_B, z_B, t_B ayant lieu dans un référentiel R tels que $x_A = x_B$.

La durée $\Delta t = t_B - t_A$ est mesurée par une horloge H fixe dans R au même endroit que les deux événements.

Le référentiel R' est en translation rectiligne uniforme par rapport à R à la vitesse v.

D'après la transformation de Lorentz :

$$t'_A = \gamma \left(t_A - \frac{v \cdot x_A}{c^2} \right)$$

$$t'_B = \gamma \left(t_B - \frac{v \cdot x_B}{c^2} \right)$$

$$\text{Or } x_A = x_B$$

$$\text{D'où } \Delta t' = t'_B - t'_A = \gamma \left[(t_B - t_A) - \frac{v \cdot (x_B - x_A)}{c^2} \right] = \gamma \cdot (t_B - t_A) = \gamma \cdot \Delta t$$

Comme γ s'éloigne de 1 lorsque v est proche de c alors $\Delta t' > \Delta t$.

D'après la transformation de Lorentz :

$$x'_A = \gamma \cdot (x_A - v \cdot t_A)$$

$$x'_B = \gamma \cdot (x_B - v \cdot t_B)$$

$$\text{Or } x_A = x_B$$

$$\text{D'où } x'_B - x'_A = \gamma [(x_B - x_A) - v \cdot (t_B - t_A)] = -\gamma \cdot v \cdot (t_B - t_A) \neq 0$$

Δt est une durée propre. C'est une durée entre deux événements, situés au même point d'espace (ou ayant les mêmes coordonnées spatiales), mesurée par une seule horloge fixe H dans son référentiel R.

$\Delta t'$ est une durée impropre. C'est une durée entre deux événements mesurés en deux endroits différents par deux horloges distinctes H_1 et H_2 , fixes dans leur référentiel R'.

Le diagramme de Minkowski

Le diagramme de Minkowski a l'avantage d'être un outil historique, nous l'avons vu précédemment. Il possède un repère $xOc.t$ orthonormé ce qui est familier pour les élèves du secondaire.

Construisons un diagramme de Minkowski avec un référentiel R' en mouvement rectiligne uniforme par rapport à un référentiel R à une vitesse $v = 0,6.c$ (voir **figure 23**).

Tout d'abord on place un repère orthonormé $(xOc.t)$ qui correspond à un repère du référentiel R . On construit la bissectrice $x = c.t$ puis la droite $x = 0,6.c.t$ qui correspond à $c.t = x / 0,6$ soit $c.t = 10.x / 6$. On part donc de l'origine puis on compte 10 pour $c.t$ et 6 pour x . La droite $x = 0,6.c.t$ correspond à la ligne d'univers d'un objet partant du point O et se déplaçant à la vitesse $0,6.c$ dans R . Cela correspond à la droite $Oc.t'$. La droite Ox' est la symétrique de la droite $Oc.t'$ par rapport à la droite $x = c.t$. Les projections sur ce type de diagramme se font parallèlement aux axes.

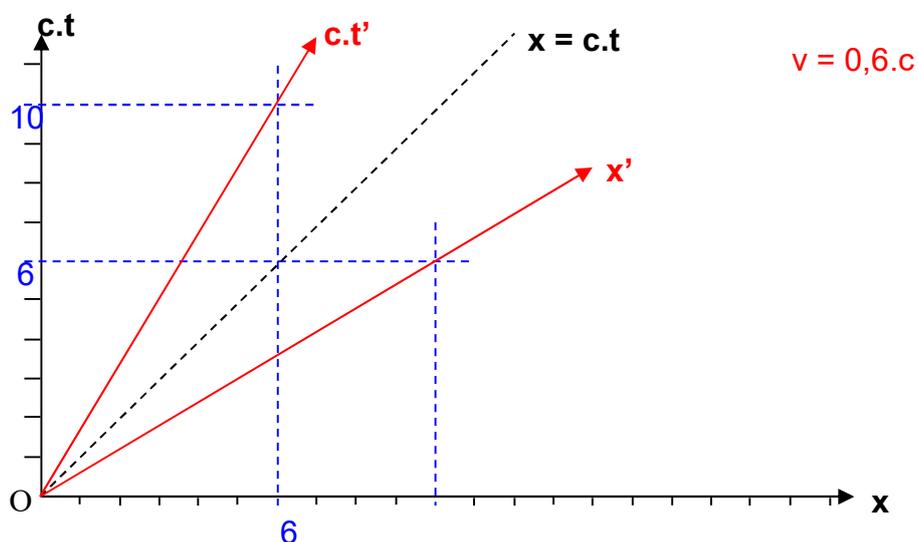


Figure 23 : Construction du diagramme de Minkowski pour $v = 0,6.c$.

Dans le diagramme de Minkowski, la droite $x = 0$ est décrite par l'axe $Oc.t$. De même la droite $x' = 0$ est décrite par l'axe $Oc.t'$.

On place les événements A et B tels que $t_A = t_B$ car ces deux événements sont simultanés dans R . On voit que $t'_A > t'_B$ en projetant les événements A et B sur l'axe $Oc.t'$ parallèlement à l'axe Ox' . L'événement A a bien lieu après l'événement B dans le référentiel R' (voir **figure 24**) parce que la droite parallèle à l'axe Ox' passant par l'événement A se trouve au-dessus de celle passant par l'événement B .

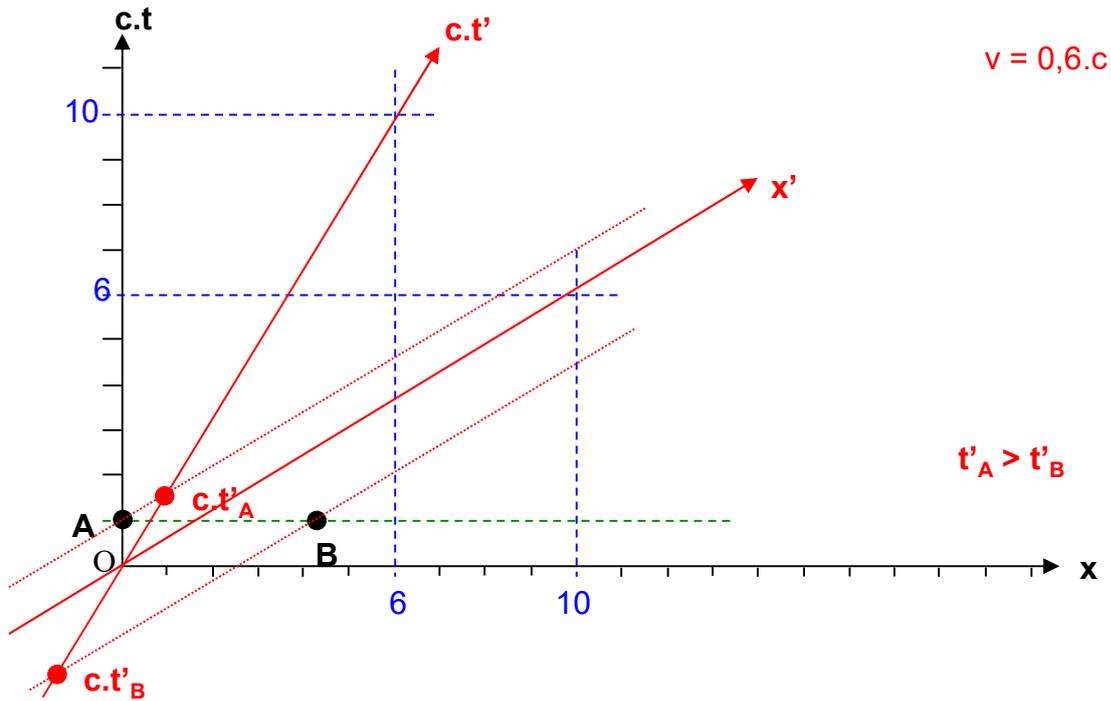


Figure 24 : La non-simultanéité d'événements avec le diagramme de Minkowski.

Le diagramme de Minkowski est donc utile pour étudier la perte de la simultanéité de deux événements entre deux référentiels, mais les projections parallèlement aux axes ne sont pas habituelles pour les élèves du secondaire.

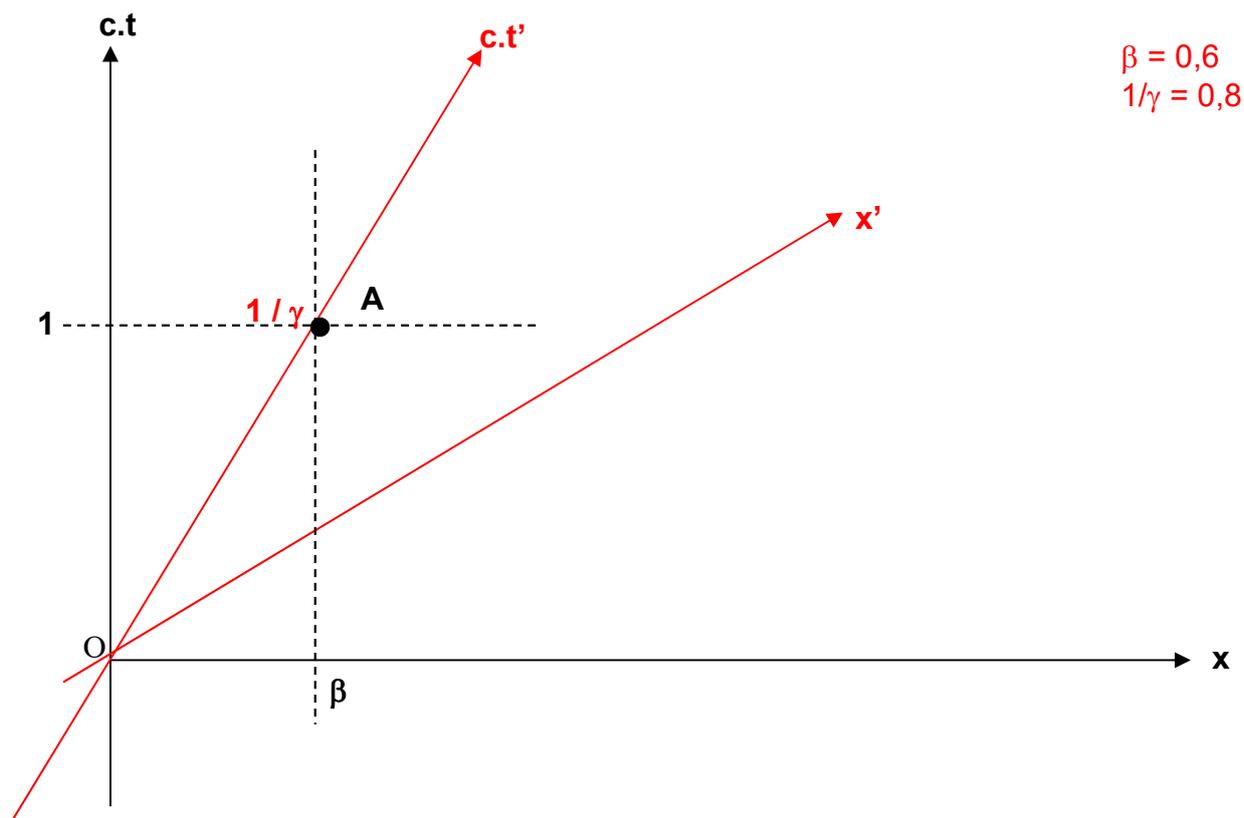


Figure 25 : Correspondance des coordonnées d'un point dans les deux référentiels d'un diagramme de Minkowski.

On considère un point A dans R tel que $c.t = 1\text{m}$ (voir **figure 25**). C'est le point d'intersection entre les deux droites d'équation $c.t = 1$ et $x = v.t = \beta.c.t$ (c'est l'équation de l'axe $Oc.t'$ dans R avec $\beta = \frac{v}{c}$).

Comme $v = 0,6.c$, on a $\beta = 0,6$. Les coordonnées du point A dans R sont donc A (β ; 1).

Dans R' les coordonnées du point A sont x' et ct' .

D'après la transformée de Lorentz on a :

$$x' = \gamma.(x - v.t) = \gamma.(\beta - \beta.c.t) = \gamma.(\beta - \beta) = 0$$

$$t' = \gamma.(t - \frac{v.x}{c^2})$$

$$c.t' = \gamma.(c.t - \beta.x) = \gamma.(1 - \beta^2) = \frac{1}{\gamma}$$

Les coordonnées du point A dans R' sont donc : A (0 ; $\frac{1}{\gamma}$). Une unité de $c.t$ dans R est donc associée à $\frac{1}{\gamma}$ unité de $c.t'$ dans R'.

Sur la **figure 26**, entre deux événements A et B à la même position dans R on trouve $c.\Delta t \approx 4$ unités de c.t par lecture graphique.

Δt correspond à la durée propre. En projetant une unité de c.t sur c.t' parallèlement à x on trouve une unité de c.t' qui correspond à 0,8 unité de c.t soit $\frac{1}{\gamma}$. En projetant parallèlement à x' les points A et B sur l'axe Oc.t' on trouve $c.\Delta t' \approx 6,5 \cdot \frac{1}{\gamma} = 6,5 \times 0,8 = 5,2$ unités de c.t.

$\Delta t'$ correspond à une durée impropre.

On a donc $\frac{\Delta t'}{\Delta t} \approx 1,3 \approx \frac{1}{0,8} = \gamma$.

Ainsi on retrouve bien $\Delta t' = \gamma.\Delta t$.

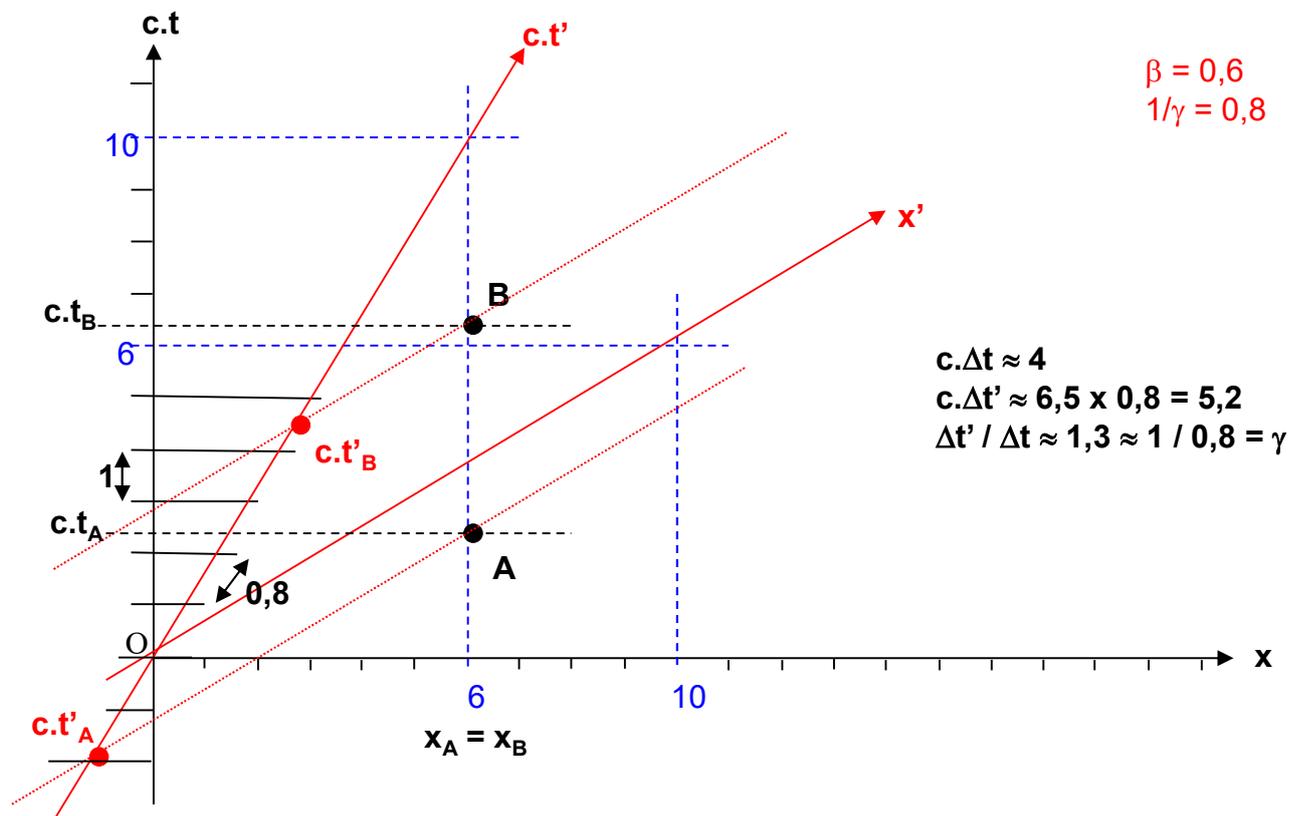


Figure 26 : Correspondance des échelles entre deux repères de deux référentiels dans le diagramme de Minkowski.

Il existe une autre méthode décrite dans Semay (2010). En effet une unité de l'axe Oc.t' ou de l'axe Ox' d'un repère dans le référentiel R' se trouve à la distance $\sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$ de l'origine spatiotemporelle par rapport à un repère du référentiel R.

Le diagramme de Minkowski est donc utilisable pour étudier les effets de dilatation du temps, mais comme les échelles ne sont pas respectées d'un référentiel à un autre, les résultats ne sont pas immédiats. Cela peut constituer une source de difficulté supplémentaire pour les élèves du secondaire.

Le diagramme de Brehme

Dans le diagramme de Brehme (voir **figures 27** et **28**), l'axe Ox est perpendiculaire à l'axe Oc.t' et l'axe Ox' est perpendiculaire à l'axe Oc.t. On retrouve le même angle α entre les axes Ox' et Ox et entre les axes Oc.t et Oc.t'. Les échelles sont conservées, c'est-à-dire que 10 unités de x' sont représentées de la même façon que 10 unités de x, que 10 unités de c.t et 10 unités de c.t'. Cela est illustré par le tracé du cercle de rayon 10 unités de distance car x, c.t, x' et c.t' sont tous les quatre homogènes à une distance.

Le diagramme de Brehme représenté sur la **figure 27** correspond à $v = 0,6.c$. On a ainsi $\sin \alpha = \beta = 0,6$ et $\cos \alpha = \frac{1}{\gamma} = 0,8$. Le cercle trigonométrique est utilisé pour la construction des axes Ox et Oc.t'.

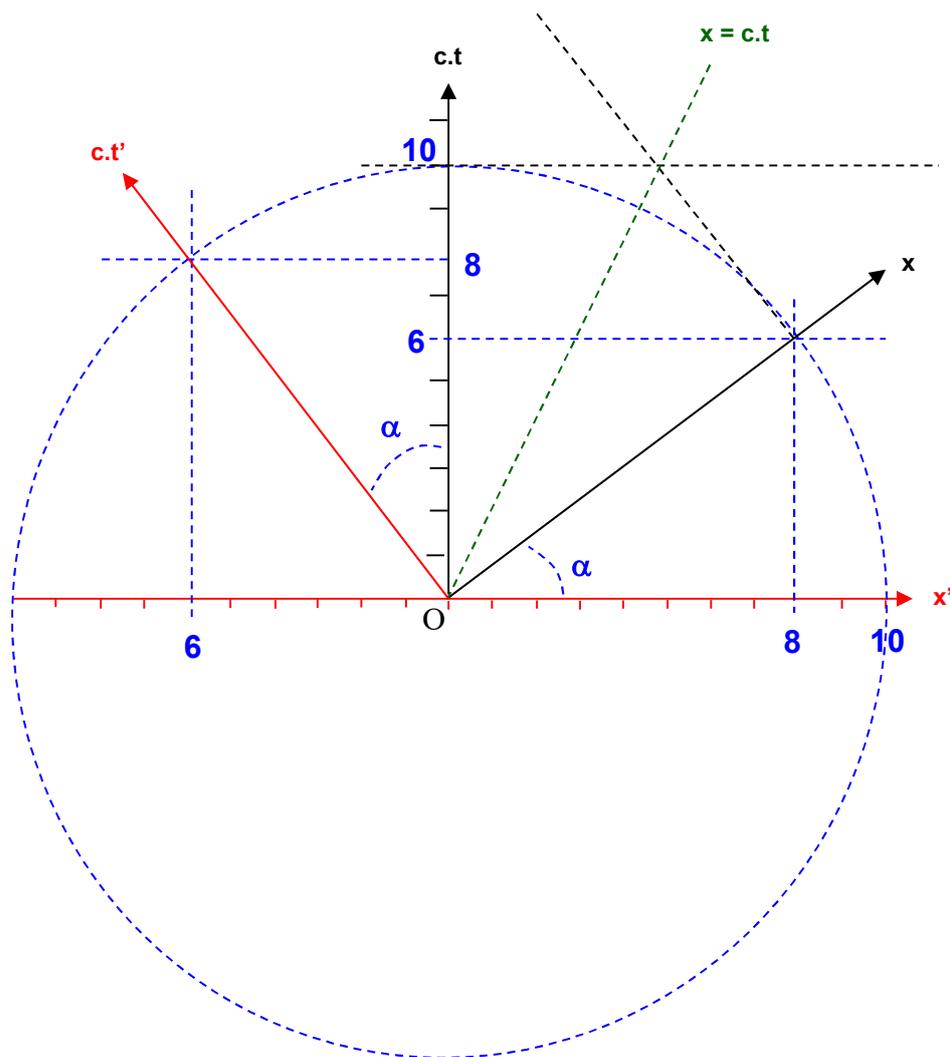


Figure 27 : Construction du diagramme de Brehme.

Il n'est pas possible, par contre, de représenter plus de deux repères associés à deux référentiels sur un diagramme de Brehme, car la position des événements dépend des repères représentés.

Dans le diagramme de Brehme, les projections se font perpendiculairement aux axes. La **figure 28** montre qu'en prenant deux événements A et B simultanés dans R, on s'aperçoit qu'ils ne sont plus simultanés dans R' puisque $t'_B < t'_A$. L'événement B a lieu avant l'événement A dans ce cas.

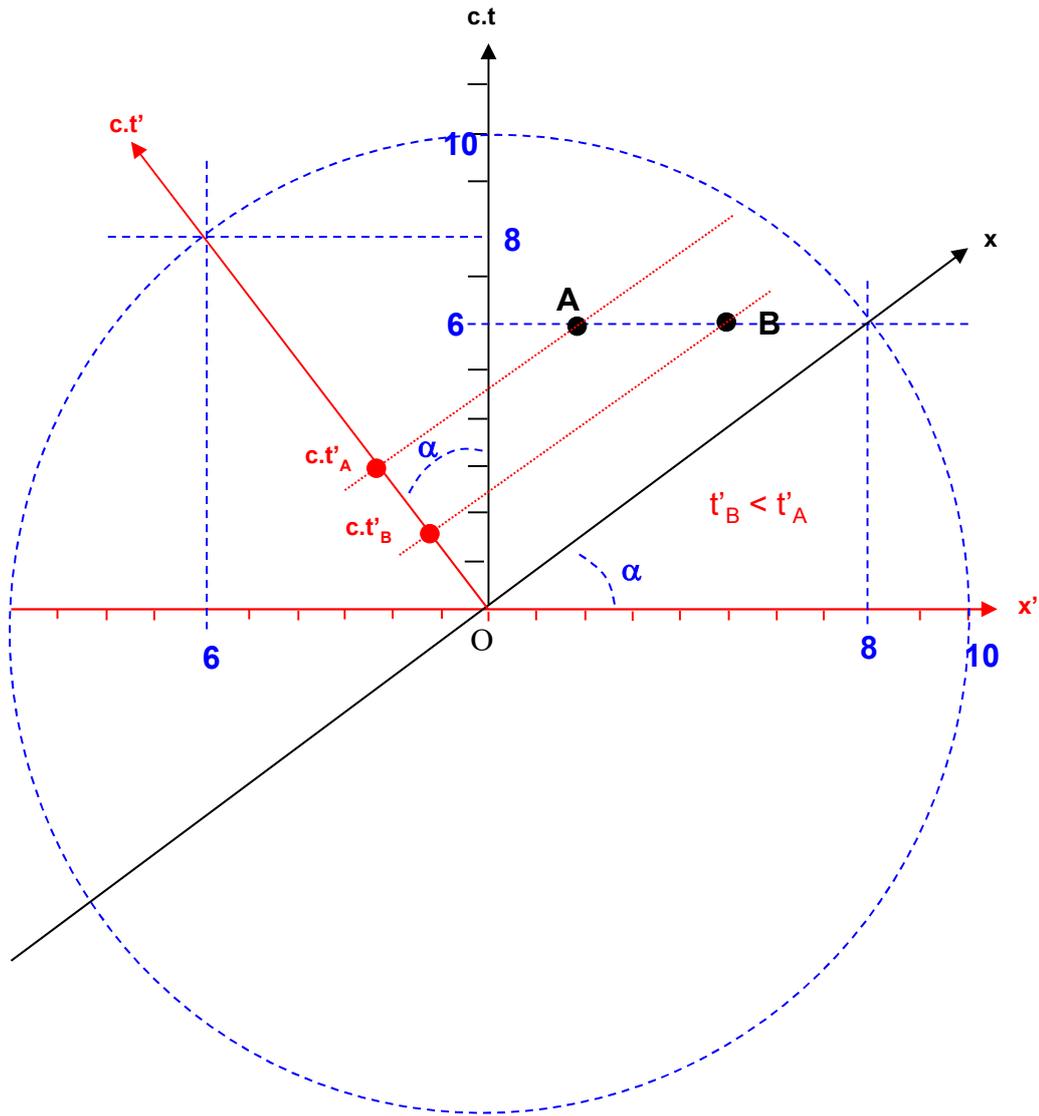


Figure 28 : Projections et simultanéité dans le diagramme de Brehme.

Le diagramme de Brehme est donc utilisable pour étudier la perte de la simultanéité entre deux référentiels. Les projections perpendiculairement aux axes sont plutôt habituelles pour les élèves du secondaire.

Il est possible de retrouver les transformées de Lorentz à partir du diagramme de Brehme représenté sur la **figure 29** en utilisant des relations simples de trigonométrie.

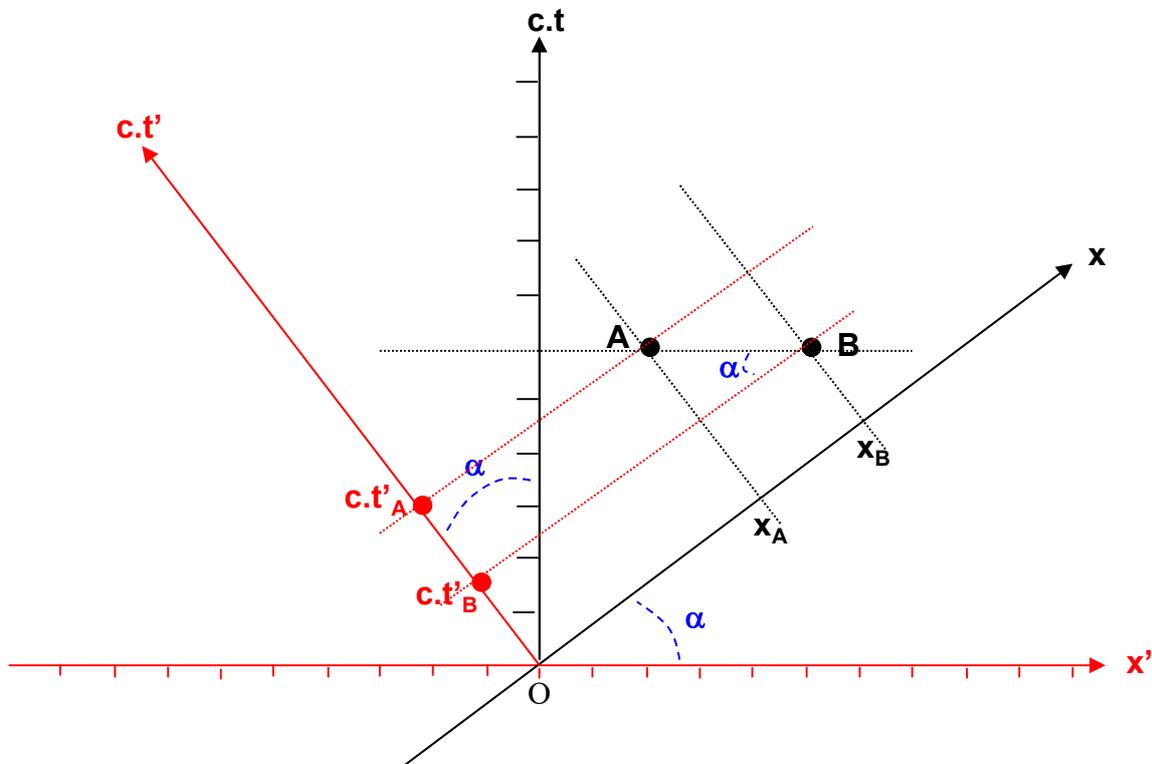


Figure 29 : Lien entre transformée de Lorentz et diagramme de Brehme.

A partir de la **figure 29**, on trouve :

$$\sin \alpha = \frac{c \cdot (t'_A - t'_B)}{AB} \text{ et } \cos \alpha = \frac{(x_B - x_A)}{AB}$$

$$\text{De même, } \sin \alpha = \beta \text{ et } \cos \alpha = \frac{1}{\gamma}$$

$$\text{d'où } \frac{c \cdot (t'_A - t'_B)}{\beta} = \gamma (x_B - x_A) \text{ et donc } t'_B - t'_A = - \frac{\gamma \cdot (x_B - x_A) \cdot v}{c^2}$$

On retrouve bien $t' = \gamma \cdot (t - \frac{v \cdot x}{c^2})$ sachant que dans ce cas $t_B - t_A = 0$.

Il est possible d'utiliser le diagramme de Brehme dans le cas des effets de dilatations de durées (voir **figure 30**).

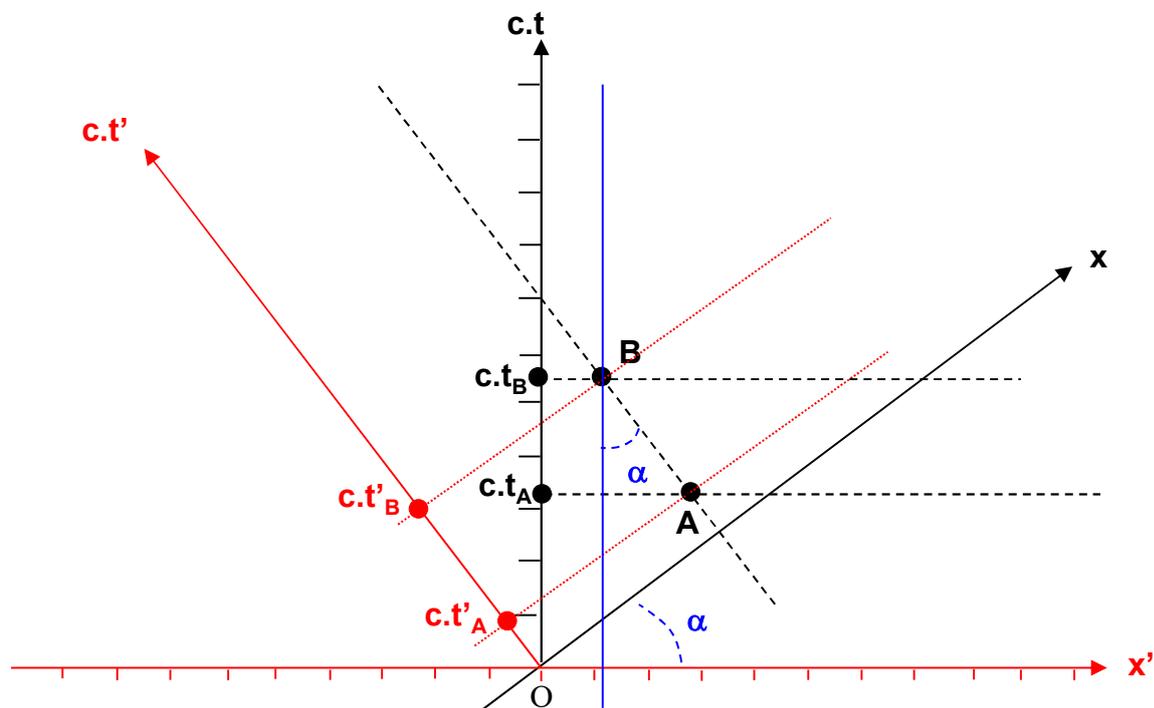


Figure 30 : Diagramme de Brehme et dilatation des durées.

Dans le cas d'une durée propre de R on a $x_A = x_B$.

$$\cos \alpha = \frac{c \cdot (t_B - t_A)}{c \cdot (t'_B - t'_A)}$$

$$\text{Donc } \frac{1}{\gamma} = \frac{(t_B - t_A)}{(t'_B - t'_A)}$$

En posant $\Delta t = t_B - t_A$ et $\Delta t' = t'_B - t'_A$ on trouve

$$\gamma \cdot \Delta t = \Delta t'$$

Soit $\Delta t' > \Delta t$

On a bien la durée impropre qui est plus grande que la durée propre.

Le diagramme de Brehme est donc utilisable pour étudier les effets de dilatation de temps et comme les échelles sont respectées d'un référentiel à un autre, les résultats sont immédiats.

Néanmoins la ligne d'univers $x = 0$ dans R correspond à l'axe $Oc.t'$ et la ligne d'univers $x' = 0$ dans R' correspond à l'axe $Oc.t$. Cela peut paraître déstabilisant d'avoir une ligne d'univers d'un repère d'un référentiel qui correspond à un axe d'un repère d'un autre référentiel. Ce résultat curieux n'est pas observé pour le diagramme de Minkowski.

Les lignes d'univers peuvent être inhabituelles dans le diagramme de Brehme à cause des projections perpendiculairement aux axes.

Le diagramme de Loedel

Les diagrammes de Loedel (voir **figures 31 et 32**) ressemblent aux diagrammes de Brehme. Dans le diagramme de Loedel les projections se font parallèlement aux axes comme avec le diagramme de Minkowski. L'axe Ox est perpendiculaire à l'axe $Oc.t'$ et l'axe Ox' est perpendiculaire à l'axe $Oc.t$ comme avec le diagramme de Brehme. Les échelles sont également conservées et ce type de diagramme est aussi utile pour l'étude de l'ordre chronologique d'événements.

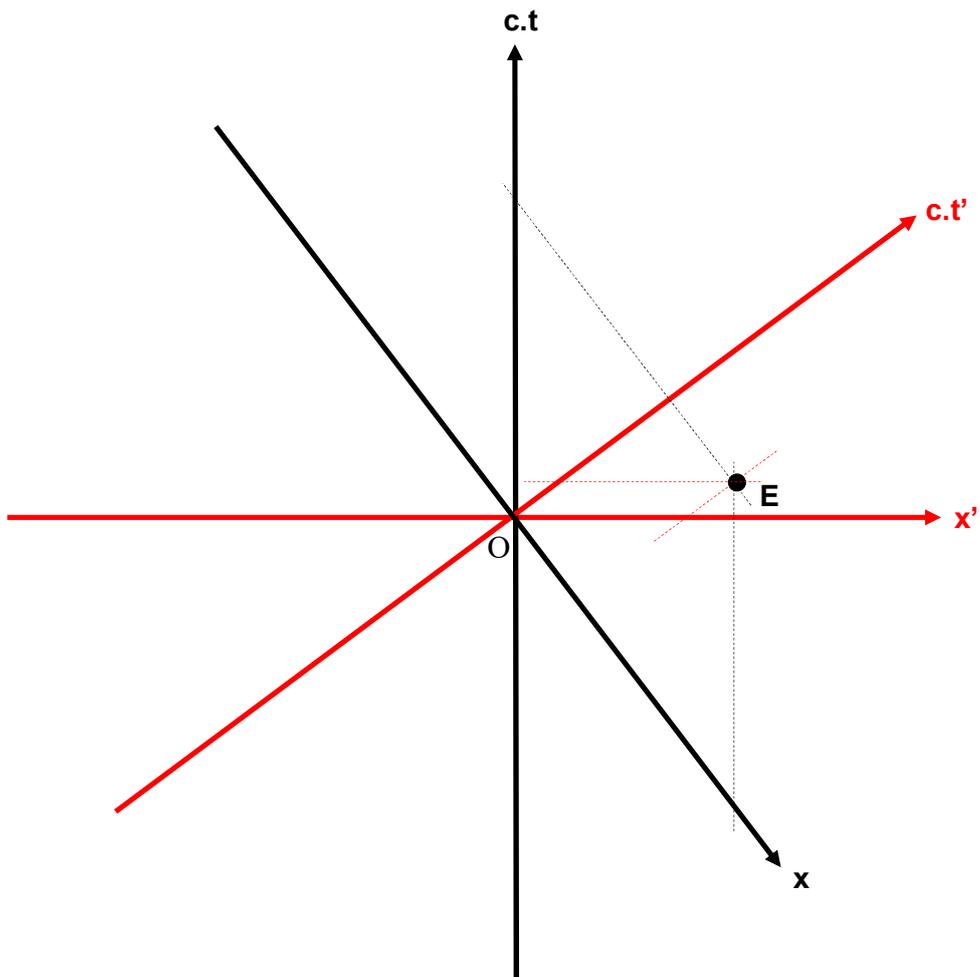


Figure 31 : Projections parallèlement aux axes dans un diagramme de Loedel.

Dans un diagramme de Loedel, la ligne d'univers d'un objet immobile dans R correspondant à $x = 0$ est l'axe $Oc.t$. De même la ligne d'univers d'un objet immobile dans R' correspondant à $x' = 0$ est l'axe $Oc.t'$ (voir **figure 32**).

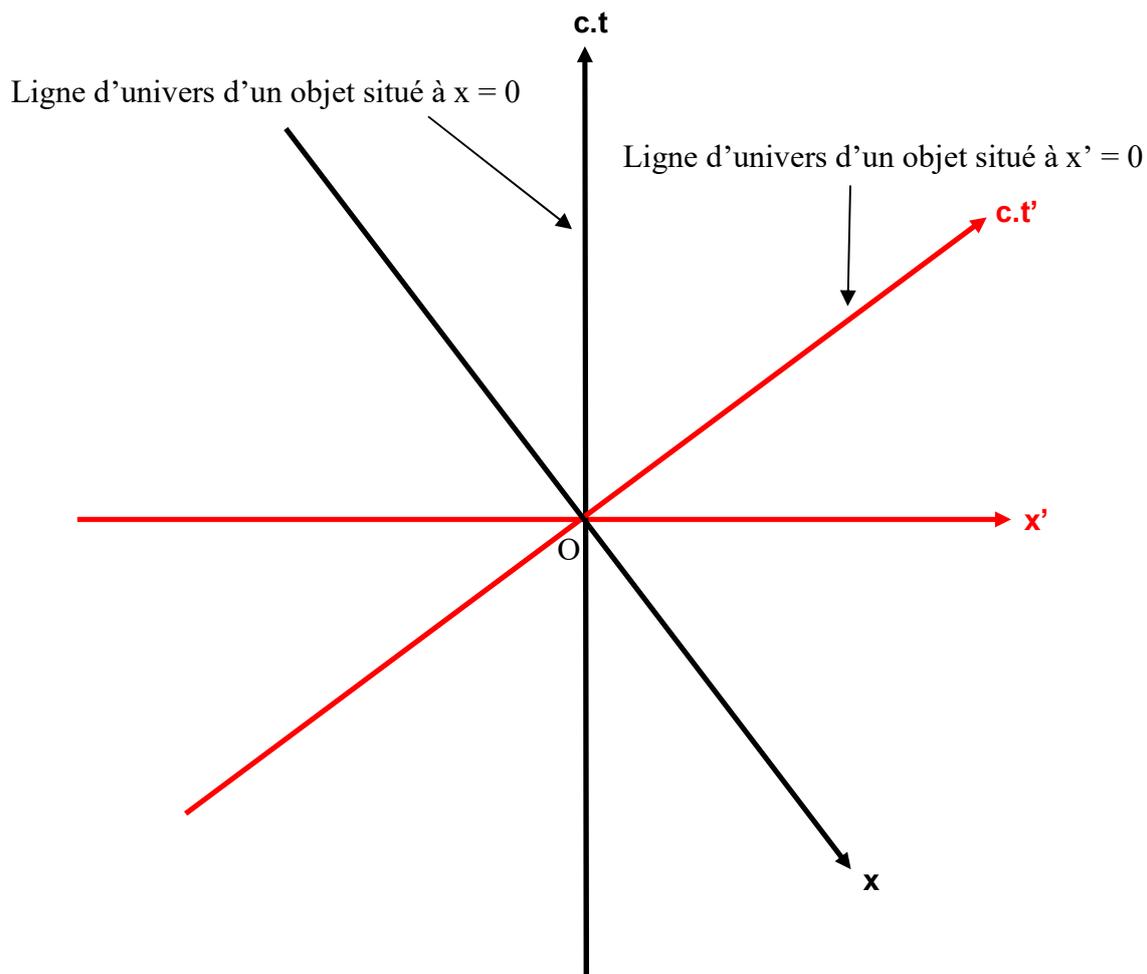


Figure 32 : Lignes d'univers dans un diagramme de Loedel.

Le diagramme de Loedel permet de travailler sur la simultanéité. Les échelles étant conservées d'un référentiel à l'autre, il est facile de travailler sur la dilatation des durées. Néanmoins les projections parallèlement aux axes peuvent être une source de difficulté pour les élèves. Les lignes d'univers ne sont pas déstabilisantes comme sur le diagramme de Brehme.

Le **tableau 4** regroupe les avantages et les inconvénients des différents diagrammes vus précédemment.

Diagramme	Avantages	Inconvénients
Minkowski	<p>Outil historique.</p> <p>Axes (xO_c.t) orthonormés.</p> <p>Utile pour les ordres chronologiques d'événements.</p> <p>Pas de problèmes pour les lignes d'univers pour $x = 0$ ou $x' = 0$.</p>	<p>Non conservation des échelles.</p> <p>Projections parallèlement aux axes.</p>
Brehme	<p>Projections perpendiculairement aux axes.</p> <p>Échelles conservées.</p> <p>Utile pour les ordres chronologiques d'événements.</p>	<p>Outil non historique.</p> <p>Axes (xO_c.t) non orthonormés.</p> <p>Lignes d'univers pour $x = 0$ ou $x' = 0$ contre intuitives.</p>
Loedel	<p>Échelles conservées.</p> <p>Utile pour les ordres chronologiques d'événements.</p> <p>Pas de problèmes pour les lignes d'univers pour $x = 0$ ou $x' = 0$.</p>	<p>Outil non historique.</p> <p>Axes (xO_c.t) non orthonormés.</p> <p>Projections parallèlement aux axes.</p>

Tableau 4 : Avantages et inconvénients de chaque diagramme d'espace-temps étudié.

Seconde partie

II. Mise à l'épreuve de deux séances pilotes mobilisant plusieurs registres d'expression d'une situation relativiste

Nous avons mis en place des séances pilotes avec des élèves de terminale S tout en tenant compte des études précédentes.

II.1. Mise en place d'une première séance pilote avec des élèves de terminale

Nous avons développé une séance pilote courant janvier 2012 avant la mise en place du nouveau programme de sciences physiques dans lequel apparaissent des notions de relativité restreinte.

Cette séance nous a permis de voir dans quelle mesure les diagrammes sont utiles pour la conceptualisation. Avant cette séance pilote, les élèves n'avaient jamais entendu parler des notions de relativité restreinte en cours de sciences physiques, ce qui était une contrainte supplémentaire. Il a ainsi fallu introduire les concepts de relativité restreinte appropriés. L'hypothèse que nous avons retenue dans cette séance est que le passage pour les élèves d'un registre à l'autre est fructueux d'un point de vue cognitif. Un certain nombre de questions ont guidé cette séance : à quelles conditions les diagrammes sont-ils utiles ? Pour quels concepts ? Selon quels schémas d'usage ?

La séquence s'appelle « la longue vie des muons ». Elle prend appui sur des travaux de Duval (1993) pour lequel la compréhension d'un concept fait intervenir au moins deux registres sémiotiques. C'est une activité documentaire, de niveau terminale S, traitant du temps de vie des muons et de l'effet relativiste associé à la détermination de leur temps de vie dans deux référentiels : le référentiel terrestre et le référentiel propre des muons. Comme les muons ont une vitesse proche de celle de la lumière, le temps de vie des muons dans le référentiel terrestre est plus important que le temps de vie des muons dans leur référentiel propre. Nous avons conçu les différents documents avec un but bien précis explicité un peu

plus loin. Ils traitent du même sujet, se complètent et des fois sont redondants mais le registre d'entrée change.

Les registres suivants interviennent dans les documents :

- Langage naturel (documents 1, 2, 3, 4)
- Schémas (documents 2, 5)
- Registre analytique (document 2)
- Registre fonctionnel (document 3)
- Registre diagrammatique (documents 4, 5)

Le **document 1** fait appel à un seul registre alors que c'est le **document 2** le plus riche puisqu'il est articulé avec trois registres. Un code de couleur et un code algébrique ont été adoptés. La couleur rouge et les notations $R, v, t, H, x, \Delta t_p$ sont réservées au référentiel fixe par rapport aux muons. La couleur bleue et les notations $R', v', H', x', \Delta t_m'$ seront réservées au référentiel terrestre. La cohérence entre les différents documents doit permettre une aide au déchiffrement de l'information grâce à l'explicitation de la traduction inter-registre.

II.1.1. Le document 1 : le langage naturel

Le **document 1** s'inspire de l'ouvrage d'Einstein (2004) qui traite de la relativité restreinte et générale avec la particularité d'utiliser le minimum d'outils mathématiques. La publication de Frish et Smith (1963) a servi de support à la conception du document. Une proportion non négligeable de muons est détectée au niveau du sol alors qu'ils auraient dû être dans leur très grande majorité désintégrés bien avant. Le document a été conçu de façon à n'utiliser que le langage naturel tout en adoptant le même codage utilisant les couleurs dans l'intégralité de l'activité (rouge pour le référentiel lié aux muons et bleu pour le référentiel terrestre).

Les muons qui arrivent à la surface de la Terre ont été créés dans la haute atmosphère grâce à des rayonnements cosmiques. Ils ont une masse d'environ deux cents fois celle d'un électron et ils ont une vitesse de déplacement proche de celle de la lumière. Leur durée de vie est de l'ordre de la microseconde.

La population des muons peut être modélisée par une loi d'évolution de type exponentielle. Il est possible de prévoir la population des muons pouvant être détectée à la surface de la Terre en considérant qu'ils sont formés dans la stratosphère à une vingtaine de kilomètres d'altitude. Pourtant, même si leur vitesse est très grande, leur durée de vie est si faible que la proportion de muons atteignant la surface de la Terre devrait les rendre quasiment indétectables. Or les muons cosmiques sont détectés à la surface de la Terre avec une proportion largement supérieure aux prévisions.

Cette apparente contradiction est levée en considérant deux référentiels : le référentiel **R** fixe par rapport aux muons et le référentiel **R'** fixe par rapport à la Terre. Dans le référentiel **R**, les muons sont immobiles, c'est la Terre qui se déplace avec une vitesse proche de la lumière. Dans le référentiel **R'**, la Terre est immobile, ce sont les muons qui se déplacent avec une vitesse proche de celle de la lumière.

Comme les muons sont effectivement détectés à la surface de la Terre, ils ont parcouru, dans le référentiel terrestre **R'**, une distance plus élevée que prévu. La vitesse des muons dans **R'** ne pouvant pas dépasser la vitesse de la lumière, leur durée de vie a obligatoirement augmenté dans **R'**.

On arrive à un résultat bien curieux. La durée de vie des muons est plus élevée dans le référentiel terrestre **R'** que dans le référentiel **R**, fixe par rapport aux muons.

La durée de vie des muons est bien de l'ordre de la microseconde dans **R**. Elle est augmentée dans le référentiel terrestre **R'**. Ce phénomène est d'autant plus visible que les vitesses considérées sont proches de celle de la lumière.

Une expérience réalisée en 1963 a confirmé le caractère relatif du temps en étudiant le nombre de muons détectés au sommet d'une montagne et à la surface de la mer. Cela a permis de confirmer expérimentalement les postulats d'Einstein dans sa théorie de la relativité restreinte.

Document 1 : Le registre du langage naturel utilisé dans la première séance pilote.

II.1.2. Le document 2 : les schémas

Le document 2 reprend un schéma utilisé dans la publication de Frish et Smith (1963). Ce schéma fait intervenir deux dimensions implicites : une dimension spatiale et une dimension temporelle. Il traite de la nécessité d'avoir deux horloges synchronisées dans le référentiel terrestre et une seule horloge dans le référentiel du muon. Les notions de durée propre et de durée impropre sont introduites ainsi que la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$. Nous avons conçu ce document afin d'utiliser les schémas et varier ainsi les registres disponibles pour les élèves. Un texte donne avant l'explication des schémas ainsi que des notions de durées propre et impropre. La relation de dilatation des durées est explicitée tout en conservant le code des couleurs pour les deux types de référentiels considérés.

On considère un référentiel **R** possédant une horloge fixe **H** et un référentiel **R'** possédant deux horloges fixes **H'**₁ et **H'**₂. **R** est en mouvement de translation uniforme par rapport à **R'**. Initialement les deux horloges **H** et **H'**₁ sont au même endroit et **H**, **H'**₁ ainsi que **H'**₂ sont synchronisées (**H'**₂ est synchronisée avec **H'**₁ au moyen d'échanges de signaux lumineux, puis sa mesure du temps est corrigée en tenant compte du décalage temporel dû à ces échanges).

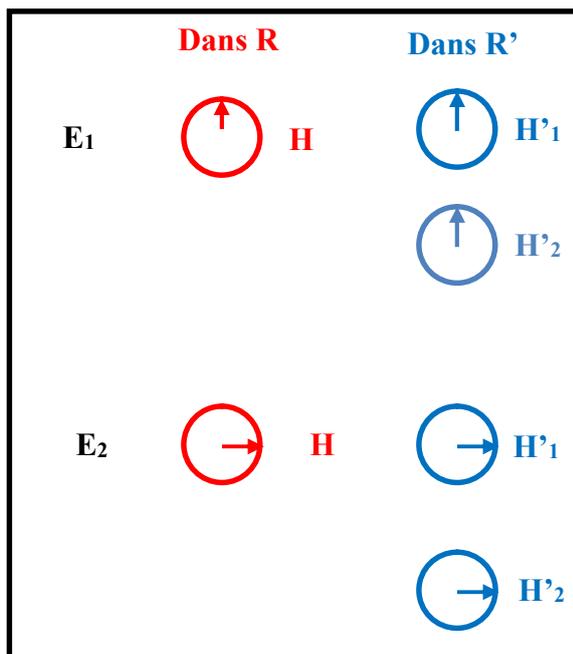
L'horloge **H** mesure la durée Δt_p , appelée *durée propre*, entre deux événements **E**₁ (associé au début d'un phénomène) et **E**₂ (associé à la fin d'un phénomène) fixes dans **R** et à la même position que **H**. Les horloges **H'**₁ et **H'**₂ mesurent la durée $\Delta t_m'$, appelée *durée impropre*, entre les deux mêmes événements (**H'**₁ se trouve à la même position que **E**₁ et **H'**₂ à la même position que **E**₂) dans **R'**.

On a $\Delta t_m' = \gamma \cdot \Delta t_p$ avec $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}$

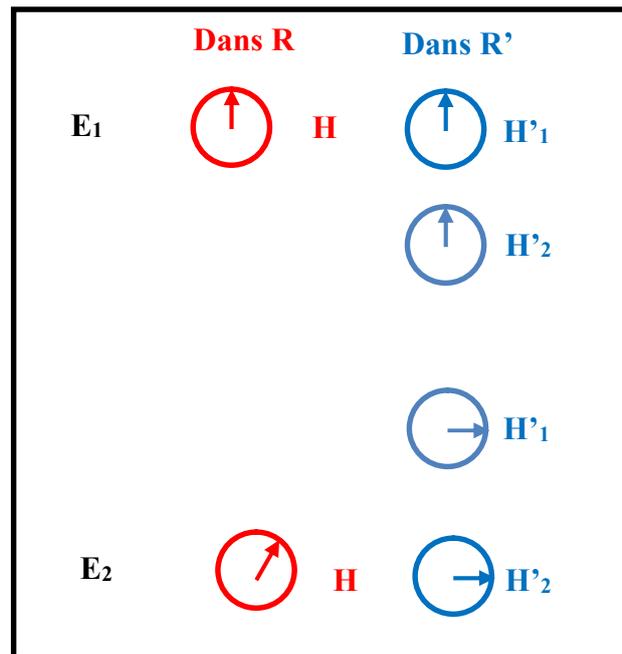
c est la vitesse de la lumière dans le vide, **v'** est la vitesse du référentiel **R** par rapport à **R'**. Généralement pour des vitesses très faibles par rapport à la vitesse de la lumière, cela conduit à $\gamma \approx 1$, c'est-à-dire $\Delta t_m' \approx \Delta t_p$.

Lorsque **v'** est proche de **c**, $\gamma > 1$ et donc $\Delta t_m' > \Delta t_p$.

Cas 1 : $v'_{R/R'} = 0$



Cas 2 : $v'_{R/R'} \neq 0$



Document 2 : Les schémas utilisés dans la première séance pilote.

II.1.3. Le document 3 : Le registre fonctionnel

Le document 3 utilise les résultats de mesures de détection de muons dans la publication de Frish et Smith (1963).

Il permet d'utiliser les valeurs numériques de comptages de muons à deux altitudes. A l'aide d'une relation de type exponentielle, on retrouve une relation de proportionnalité entre τ' , temps de vie du muon dans le référentiel terrestre et τ , temps de vie du muon dans le référentiel du muon. Ce document permet d'utiliser un registre fonctionnel, car il suggère d'utiliser la fonction exponentielle. Le code des couleurs est aussi utilisé afin d'explicitier le référentiel utilisé.

D.H. Frish et J.H. Smith ont publié en 1963 une étude sur la durée de vie des muons. Ils ont enregistré sur une heure les muons détectés au Mont Washington situé à 1907 mètres au-dessus de la mer et ils ont comparé ces résultats par rapport aux mêmes mesures effectuées au niveau de la mer à Cambridge.

Le temps de vie τ du muon au repos dans le référentiel du muon, noté **R**, est de **2,21 μ s**. La vitesse du muon par rapport au référentiel terrestre, noté **R'**, est de **$v' = 0,992.c$** .

Les mesures effectuées au Mont Washington ont conduit en moyenne à **563 comptages par heure**, celles à Cambridge étaient en moyenne de **408 comptages par heure**.

Le nombre **$N(t')$** de muons, détectés dans le référentiel terrestre **R'** en une heure, peut-être décrit par une fonction exponentielle du type :

$$N(t') = N_0 e^{-\frac{t'-t'_0}{\tau'}}$$

qui conduit à

$$\tau' = \frac{t'-t'_0}{\ln \frac{N_0}{N(t')}}$$

τ' correspond au temps de vie du muon dans le référentiel terrestre **R'**.

$t'-t'_0$ correspond à la durée de parcours vertical du muon pour une distance de 1907 m.

En considérant que $c = 2,998.10^8 \text{ m.s}^{-1}$, on trouve que $\tau' = 9,0.\tau$. Cela correspond avec une relative bonne précision à $\tau' = \gamma.\tau$.

Document 3 : Le registre fonctionnel utilisé dans la première séance pilote.

II.1.4. Le document 4 : Le registre diagrammatique

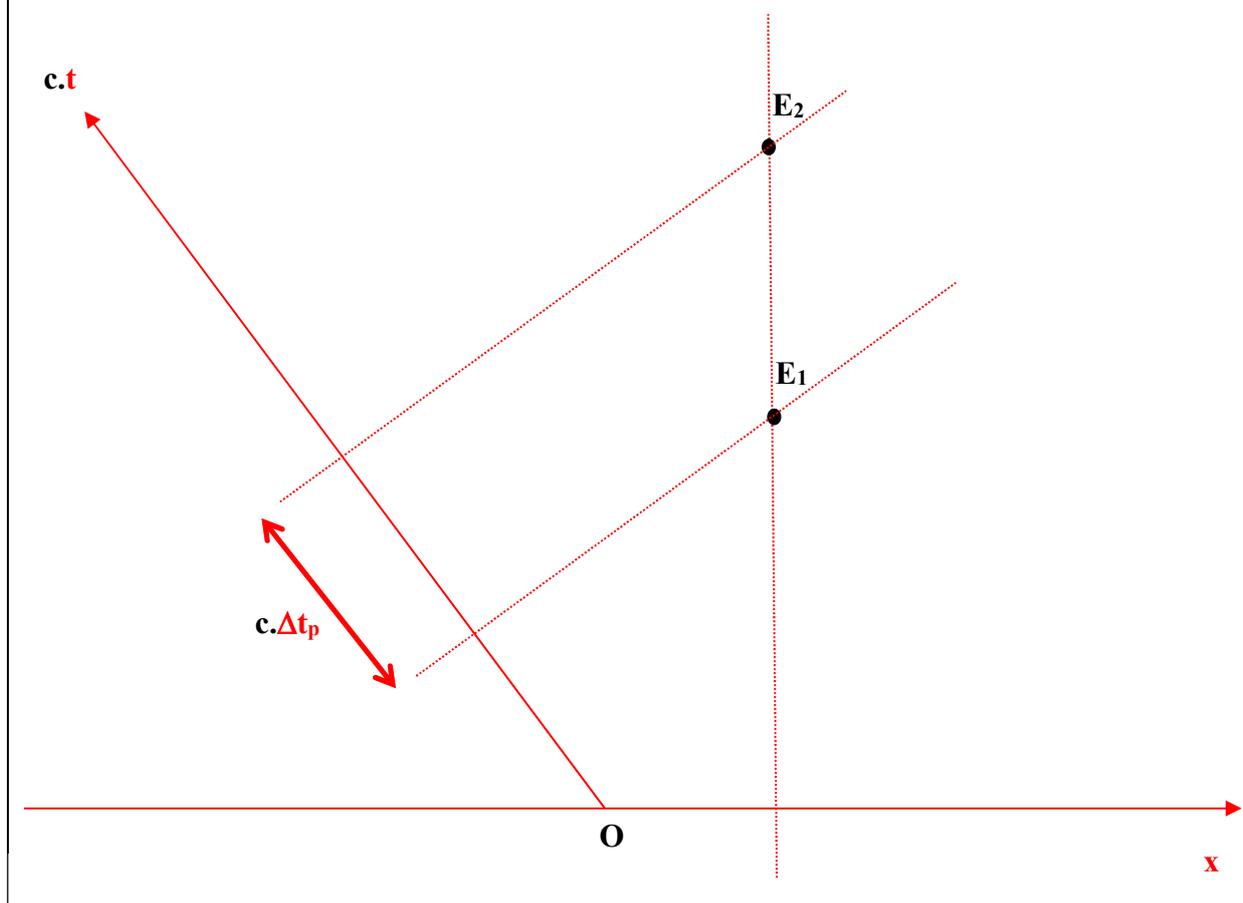
Le document 4 est composé de trois sous parties (voir **documents 4.1, 4.2 et 4.3**). Il a été ajouté, car il utilise essentiellement le registre diagrammatique. C'est le diagramme de Brehme (1962, 1964) qui est utilisé. Il permet de représenter un repère $(x, c.t)$ du référentiel propre au muon et un repère $(x', c.t')$ du référentiel terrestre sur le même diagramme. On a la possibilité d'exprimer les coordonnées d'un événement E dans les deux repères à la fois et donc d'avoir deux points de vue : suivant le référentiel terrestre et suivant le référentiel propre du muon. Le second postulat d'Einstein a comme correspondance dans ce registre diagrammatique, une seule et même bissectrice pour les deux repères $(x, c.t)$ et $(x', c.t')$. Afin d'aider les élèves à l'appropriation de ce type de diagramme, il a été décomposé en trois sous diagrammes : tout d'abord dans le référentiel des muons R, ensuite dans le référentiel terrestre R' puis dans les deux à la fois. Le code des couleurs est conservé. Les tracés relatifs au référentiel R sont en rouge tandis que les tracés relatifs au référentiel R' sont en bleu.

Dans le référentiel R , propre au muon, on définit l'événement E_1 qui correspond à la création du muon et l'événement E_2 qui correspond à la détection du muon. On s'intéresse à un mouvement vertical vers le bas suivant une seule dimension de l'espace.

L'axe des abscisses Ox et l'axe des ordonnées $Oc.t$ forment un repère pour le référentiel R . Il n'est pas orthonormé.

L'axe des abscisses permet de repérer une position de l'espace x et l'axe des ordonnées permet de connaître une date t .

Toute ligne perpendiculaire à l'axe Ox correspond à une position fixe dans R . Toute ligne perpendiculaire à l'axe $Oc.t$ a une date fixe dans R .



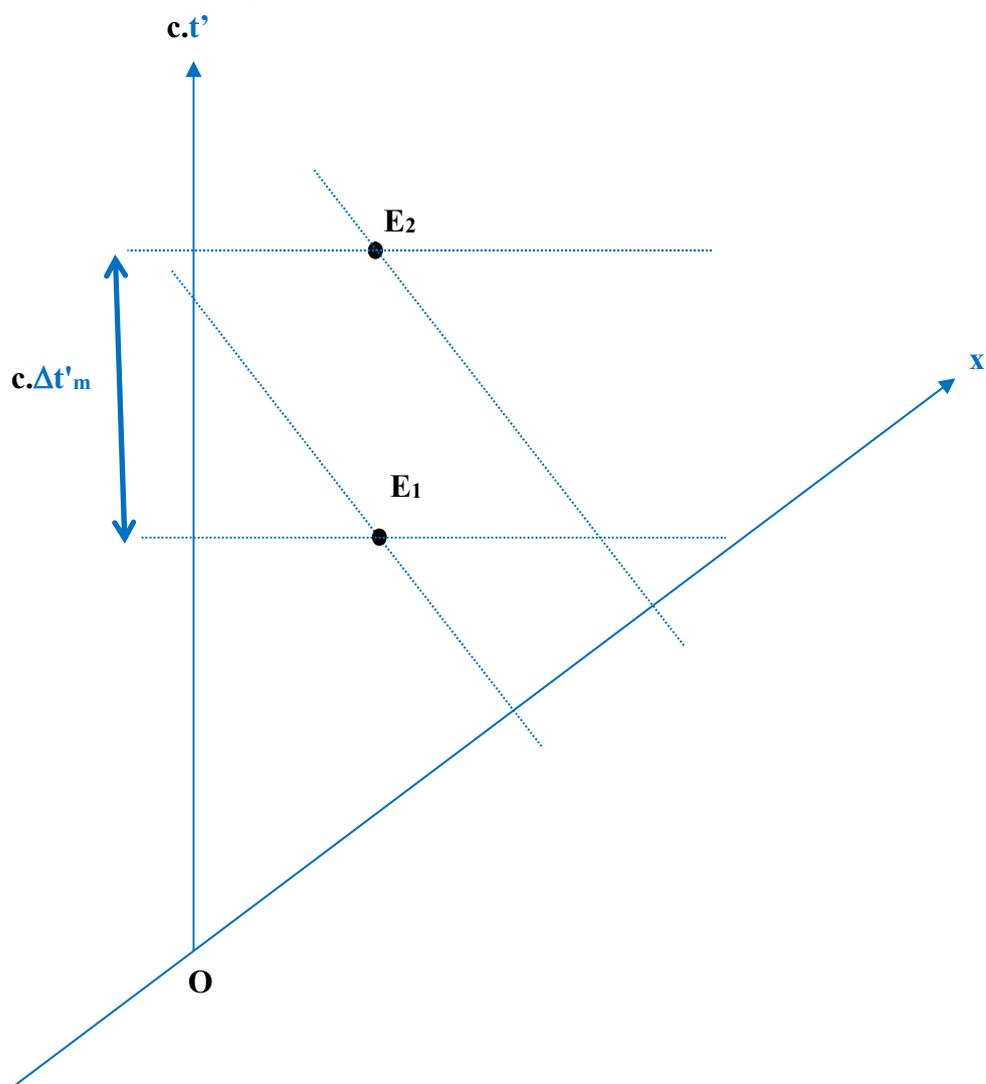
Document 4.1 : Le registre diagrammatique utilisé dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R .

Dans le référentiel terrestre R' , on retrouve l'événement E_1 qui correspond à la création du muon et l'événement E_2 qui correspond à la détection du muon. On s'intéresse à un mouvement vertical vers le bas suivant une seule dimension de l'espace.

L'axe des abscisses Ox' et l'axe des ordonnées $Oc.t'$ forment un repère pour le référentiel R' . Il n'est pas orthonormé.

L'axe des abscisses permet de repérer une position de l'espace x' et l'axe des ordonnées permet de connaître une date t' .

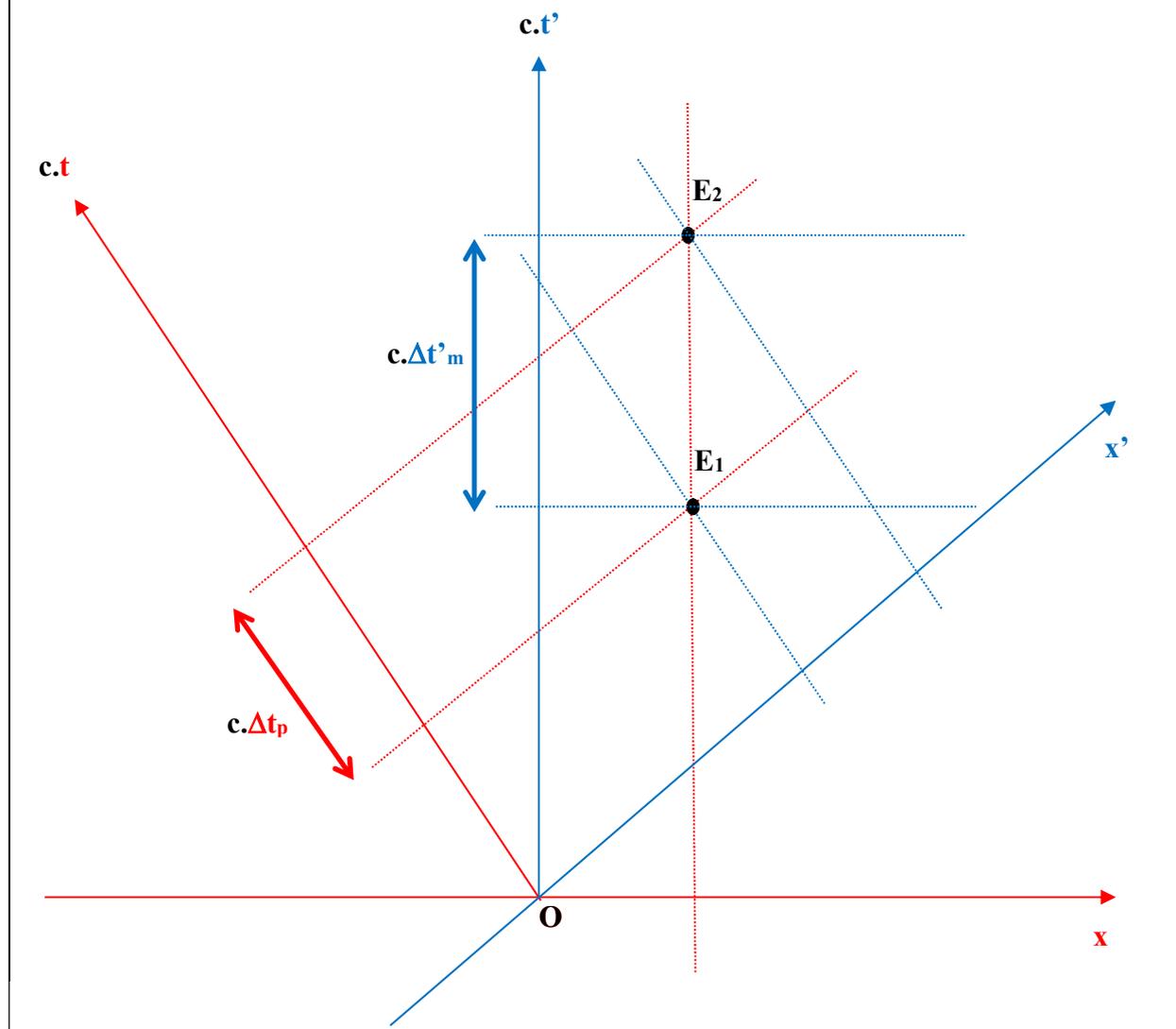
Toute ligne perpendiculaire à l'axe Ox' correspond à une position fixe dans R' . Toute ligne perpendiculaire à l'axe $Oc.t'$ a une date fixe dans R' .



Document 4.2 : Le registre diagrammatique utilisé dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R' .

Il est possible de représenter le repère relatif au référentiel **R** et celui relatif au référentiel **R'** sur le même diagramme. La position des axes **Ox'** par rapport à **Ox** et des axes **Oc.t'** par rapport à **Oc.t**, dépendent de la vitesse **v'** du référentiel **R** par rapport au référentiel **R'**.

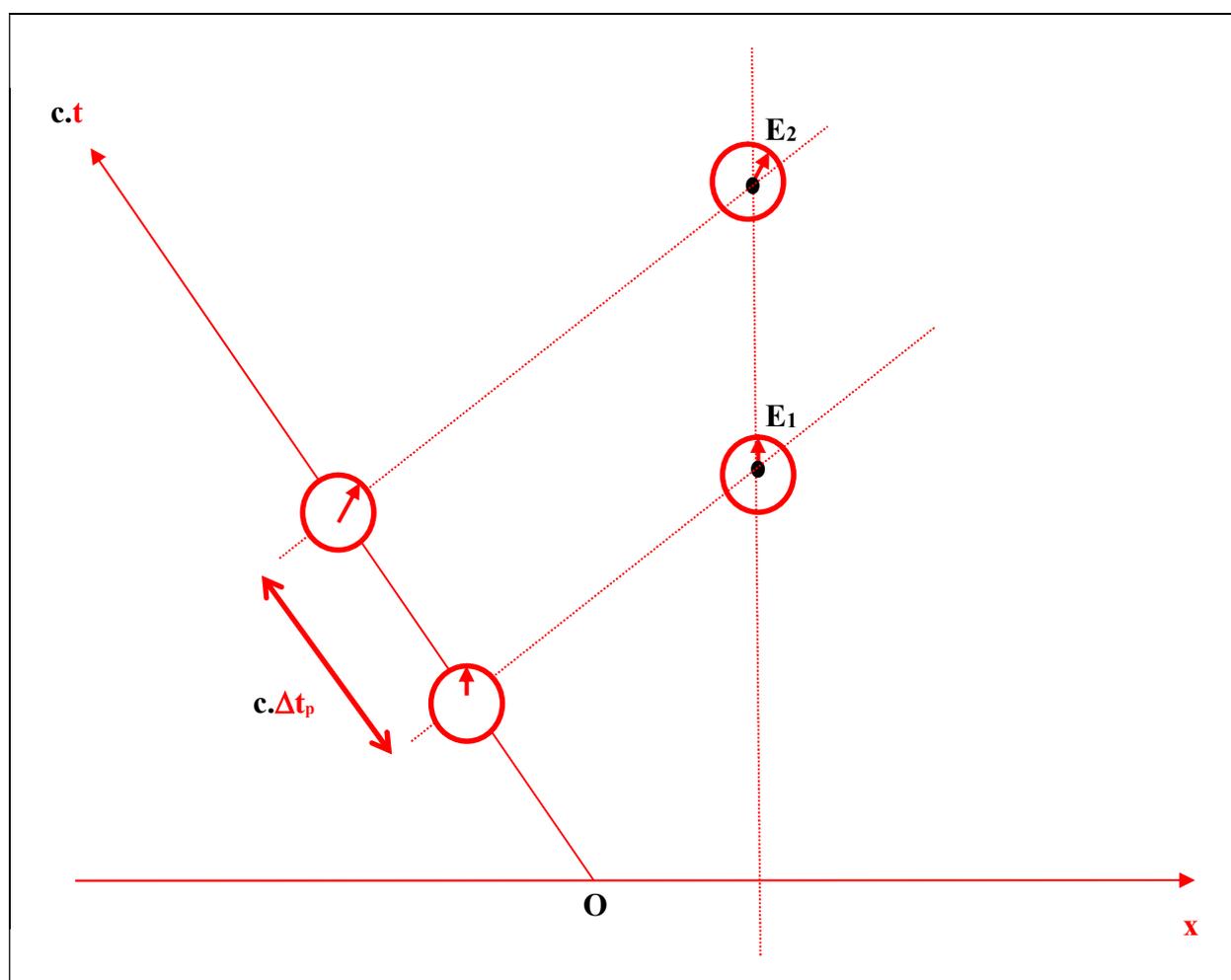
Ce diagramme correspond au cas où $\gamma \approx 1,2$. Lorsque γ est beaucoup plus élevé, $\Delta t'_m$ est beaucoup plus grand que Δt_p et les angles, entre les axes **Ox** et **Ox'** d'une part, et entre les axes **Oc.t** et **Oc.t'** d'autres part, sont plus importants.



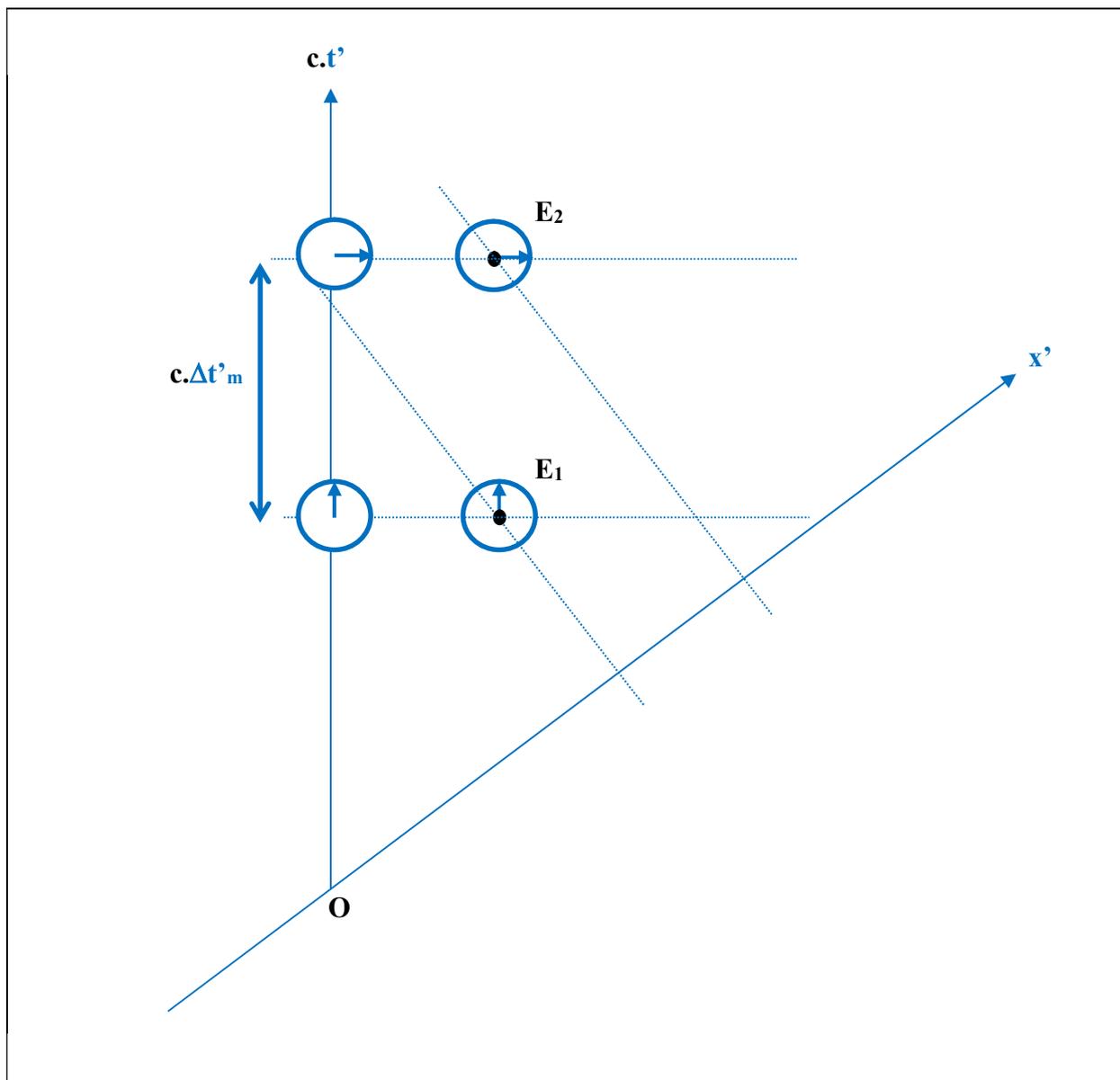
Document 4.3 : Le registre diagrammatique utilisé dans la première séance pilote ; les deux repères des référentiels **R et **R'**.**

II.1.5. Le document 5 : les schémas et les diagrammes

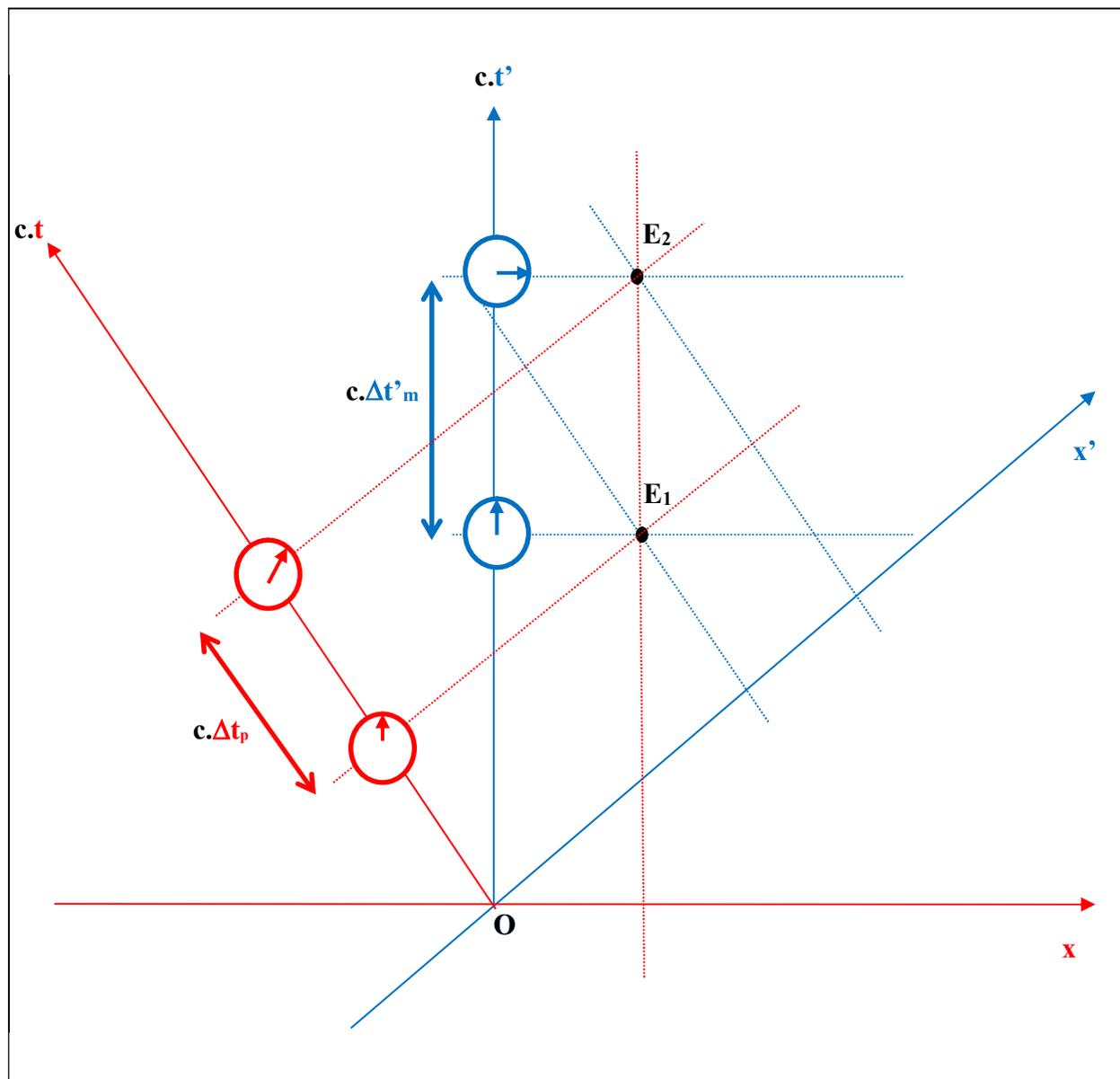
Le **document 5** reprend la présentation du **document 4** en trois sous parties (voir **documents 5.1, 5.2 et 5.3**) avec l'ajout des horloges comme dans le schéma du **document 2**. On associe dans ce document la visualisation d'une durée grâce à l'utilisation d'horloges. Ce document est inspiré de l'ouvrage de Takeuchi (2010) qui a fait le même travail avec les diagrammes de Minkowski. Ce document permet de fusionner registre diagrammatique et registre schématique.



Document 5.1 : Les registres diagrammatique et schématique utilisés dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R .



Document 5.2 : Les registres diagrammatique et schématique utilisés dans la première séance pilote ; le repère du référentiel R' .



Document 5.3 : Les registres diagrammatique et schématique utilisés dans la première séance pilote ; les deux repères des référentiels R et R' .

II.1.6. Le travail demandé aux élèves

Une dernière page intitulée « travail demandé » propose trois niveaux de réflexion.

Le niveau « compréhension des documents » permet un travail simple faisant appel à un ou plusieurs registres dans le même document dans lequel l'élève doit repérer l'information (une phrase dans un texte, une abscisse sur un diagramme, une dimension relative de deux intervalles). Le niveau « exploitation des documents » reste toujours un travail centré sur un document, mais un peu plus élaboré (trouver une relation, en déduire une valeur numérique, apporter une explication). Le niveau « question de synthèse » permet à l'élève d'utiliser tous les documents afin de répondre à une situation problème.

Le rôle de ces questions était d'une part de faciliter l'apprentissage de certains concepts de relativité restreinte jusque-là inconnus des élèves, d'autre part de varier les registres de travail afin de faciliter les apprentissages et enfin d'utiliser le registre diagrammatique.

Compréhension des documents :

1. A l'aide du **document 1**, expliquer pourquoi les muons ont parcouru une distance dans le référentiel terrestre **R'** plus grande que prévue.

Ici on travaille exclusivement dans le registre du langage naturel. C'est un registre plutôt habituel pour les élèves. C'est pour cela que le premier document utilise ce registre afin de familiariser les élèves avec le sujet de l'activité.

2. A l'aide du **document 2**, retrouver $\Delta t_m'$ et Δt_p sur le schéma relatif au cas 1 et le schéma relatif au cas 2.

Ici, le travail des élèves porte sur la notion de durée et de sa mesure à l'aide d'une horloge dans le référentiel propre et de deux horloges dans le référentiel impropre. Il faut interpréter un schéma issu d'une publication scientifique ainsi que les explications sur la dilatation de

durées. C'est la première fois que les élèves voient ces notions qui n'étaient pas encore au programme à l'époque où la séance pilote a été réalisée. On utilise trois registres ici : le registre analytique, le registre du langage naturel et le registre schématique. La multiplication des registres pourrait être un indicateur de la difficulté à s'approprier les notions de ce document. D'autre part il utilise une dimension spatiale qui n'est pas au premier abord très accessible aux élèves, car ils sont habitués à la représentation d'axes alors qu'ici c'est implicite.

3. En utilisant les données du **document 3**, expliquer l'évolution du nombre de comptages de muons entre la mesure au Mont Washington et celle réalisée à Cambridge.

On utilise ici le registre fonctionnel afin de faire correspondre des mesures de comptages découlant d'une expérience avec des prévisions théoriques.

4. A l'aide du **document 4**, expliquer comment voit-on que les muons sont fixes dans **R** ?

Ici, le travail fait appel au registre diagrammatique afin d'associer l'immobilité dans un référentiel à une abscisse unique. Il faut donc savoir lire une abscisse sur un diagramme de Brehme et en connaître la signification physique.

5. A l'aide du **document 5**, que peut-on dire de Δt_m et Δt_p ?

Le travail est basé sur le registre diagrammatique. Il faut repérer un triangle rectangle sur le diagramme de Brehme et en comparant les longueurs d'un côté et l'hypoténuse, en déduire la comparaison entre deux durées à un facteur c près. Il est à noter que les documents d'origine présentaient une erreur puisque le facteur c n'apparaissait pas. On voit ici directement la dilatation des durées dans les repères des deux référentiels différents.

Exploitation des documents :

1. A l'aide du **document 1**, indiquer quel paramètre influence la durée de vie des muons dans **R'** par rapport à la durée de vie des muons dans **R** ?

Ici on travaille dans le registre du langage naturel. On veut mettre l'accent sur la vitesse des muons dans le référentiel terrestre qui est le paramètre pertinent influençant la durée de vie des muons dans le référentiel terrestre.

2. Calculer γ , en utilisant le **document 2**, pour $v' = 0,992.c$. En déduire la relation entre $\Delta t_m'$ et Δt_p .

Le travail est basé sur le registre analytique afin de trouver une relation analytique entre les deux durées étudiées et de renforcer chez les élèves la notion de dilatation de durée entre les deux référentiels R et R'.

3. A partir du **document 3**, calculer $t' - t'_0$ connaissant la valeur numérique de v' et l'altitude du Mont Washington. En déduire la valeur numérique de τ' en utilisant l'expression suivante :

$$\tau' = \frac{t' - t'_0}{\ln \frac{N_0}{N(t')}}.$$

Retrouver que $\tau' = 9,0.\tau$.

Même chose le travail est basé sur le registre fonctionnel. C'est un registre qui était souvent utilisé avec les élèves de terminale S avant les changements de programme de sciences physiques de 2012 et qui avait tendance à les rassurer, car il était habituel pour eux.

4. A partir du **document 4**, montrer que la création et la détection du muon ne se déroulent pas au même endroit dans **R'**.

Le travail est ici essentiellement diagrammatique. Les élèves doivent vérifier sur le diagramme que dans le référentiel terrestre les deux événements ne se trouvent pas au même endroit en utilisant des projections perpendiculairement aux axes. Ils ont vu précédemment que ces deux événements se trouvent au même lieu dans le référentiel des muons.

5. A partir du **document 5**, expliquer pourquoi la durée entre la création et la détection du muon est différente dans **R** et dans **R'**.

Après avoir vu sur le diagramme que les durées dans R et dans R' sont différentes, il est demandé aux élèves d'identifier l'origine graphique de cette différence en indiquant que ces deux durées sont mesurées dans deux référentiels pour lesquels les mesures de durées ne sont pas identiques.

Question de synthèse :

A l'aide de tous les documents mis à disposition, expliquer pourquoi il est possible de détecter les muons à la surface de la Terre avec une proportion largement supérieure aux prévisions. Une réponse argumentée et justifiée est souhaitée.

Nous avons supposé que cette question de synthèse permettrait de voir quels sont les registres utilisés par les élèves pour répondre au problème posé. Cette hypothèse est difficile à étudier finement, car la réponse à la question de synthèse est rédigée à l'aide du registre du langage naturel. Une nécessaire adaptation inter registre est donc obligatoire pour les élèves. La correspondance entre l'utilisation de plusieurs registres et une compréhension manifeste de la problématique irait dans le sens de l'hypothèse que nous avons posée initialement qui était que le passage pour les élèves d'un registre à l'autre est fructueux d'un point de vue cognitif. D'autre part nous voulions voir si un diagramme était utilisé lors de la question de synthèse et si oui de quelle façon et pour quels concepts.

II.1.7. Analyse des documents écrits des élèves ainsi que du verbatim de la séance

La séance pilote a été réalisée avec une classe de 33 élèves de terminales S pendant une séance de deux heures en groupe à effectif réduit courant janvier 2012. L'enseignant est l'auteur de cette étude. Les résultats écrits et le verbatim correspondant au déroulé de l'activité d'un seul groupe ont été analysés.

La difficulté engendrée par l'utilisation des graphiques par les élèves, nous a incités à ne pas privilégier fortement le registre diagrammatique. Les axes ne sont pas orthonormés. Ce n'est pas habituel pour les élèves du secondaire. L'utilisation d'un axe de temps en ordonnée n'est pas courante non plus, les élèves étant souvent induits en erreur par des chroniques (Janvier 1993). L'utilisation de l'axe « c.t » peut aussi poser problème. Les règles de projection perpendiculairement aux axes sont aussi à assimiler. Le risque d'une mauvaise interprétation du diagramme est très important (Lerouge 1993). La notion de pente, difficile à manipuler par les élèves, est sous-entendue par la disposition d'un repère par rapport à un autre (McDermott 1987).

Circulation entre les registres

Les réponses écrites des élèves ont été analysées en regardant le nombre de registres utilisés dans les réponses des élèves (voir **tableau 5**). Le registre diagrammatique n'est pas utilisé en tant que tel, mais ce sont les résultats venant de ce registre qui ont été analysés. La cohérence des réponses est évaluée en tenant compte de la justesse de la réponse et de sa rigueur : indication dans la réponse d'une mesure d'une durée et d'une vitesse en précisant le référentiel d'étude, exactitude des référentiels R et R' utilisés. Le registre fonctionnel n'est pas utilisé également, seuls des résultats que nous considérons appartenir au seul registre analytique sont donnés par les élèves.

Types de registres utilisés dans la synthèse ¹³	Pourcentage des élèves concernés (sur 16 au total)	Pourcentage de réponses cohérentes pour chaque catégorie
Naturel uniquement	25 % (4 élèves)	25 % (1 élève)
Naturel et algébrique	31 % (5 élèves)	40 % (2 élèves)
Naturel et résultats du registre diagrammatique	19 % (3 élèves)	33 % (1 élève)
Naturel, algébrique et résultats du registre diagrammatique	25 % (4 élèves)	100 % (4 élèves)

Tableau 5 : Différents registres utilisés dans la réponse des élèves.

On s'aperçoit à la lueur des résultats que plus le nombre de registres mobilisés est important plus la cohérence des réponses des élèves tendrait elle aussi à devenir importante. C'est-à-dire que les réponses seraient scientifiquement justes.

Diagramme et appropriation des concepts de la relativité restreinte

44 % des élèves utilisent les résultats du registre diagrammatique dans leur réponse finale. En regardant les sujets distribués aux élèves et relevés par la suite, des annotations ont été rajoutées sur les diagrammes. C'est un indicateur permettant de mettre en évidence une appropriation du diagramme même si elle n'est que partielle.

Le **document 2** a été annoté par 47 % des élèves. Il s'agissait d'un schéma tiré de la publication originale de Frish et Smith (1963) représentant la mesure des durées dans le référentiel terrestre et dans le référentiel des muons. C'est un document délicat à comprendre

¹³ Pourcentages calculés en divisant le nombre de synthèses concernées par le nombre total d'élèves.

pour les élèves car il explique comment mesurer des durées, ce qui est plutôt contre-intuitif surtout lorsqu'il est nécessaire d'utiliser deux horloges à des positions différentes. Le nombre d'annotations important montre la difficulté de l'appropriation du document pour les élèves ainsi que le temps passé pour le comprendre. Les annotations sur les documents utilisant des diagrammes ne concernent que 33 % des élèves. Il peut s'agir d'une précision sur des axes, sur les événements E_1 (création) ou E_2 (détection), sur la mise en évidence graphique de triangles rectangles (permettant d'en déduire que la longueur de l'hypoténuse, $\Delta t'_m$, est plus grande que la longueur d'un côté, Δt_p), sur la présence d'angles droits ou l'explicitation du fonctionnement des diagrammes (« *dates fixes* », « *position fixe* »).

38 % des élèves utilisent une démonstration faisant appel à la géométrie pour montrer que la durée impropre est plus grande que la durée propre en comparant la longueur d'un côté d'un triangle et la longueur de son hypoténuse. Les autres se contentent de donner soit le résultat sous la forme de l'inégalité $\Delta t'_m > \Delta t_p$, soit sous la forme d'une phrase.

Une partie du verbatim est reprise ci-après (voir **tableau 6**). Nous voyons dans cet extrait l'utilisation du diagramme. En comparant simplement la longueur du côté d'un triangle rectangle et celle de son hypoténuse, il est possible de comparer une durée propre et une durée impropre.

1.00.22		Oui, alors vous pouvez soit utiliser les horloges effectivement pour comparer $\Delta t'_m$ ou Δt_p . Soit vous pouvez utiliser un triangle.
1.00.33	<i>Professeur</i>	Regardez, vous avez E_1, E_2 . Donc ça correspond à deux sommets d'un triangle. Et puis donc avec E_1 et E_2 plus un autre point vous allez former un triangle rectangle. Ou même deux triangles rectangles, on peut former. Est-ce que vous voyez, les deux triangles rectangles que l'on peut former ? À partir d' E_1 et E_2 ?
1.00.54	<i>Élève</i>	Oui !
1.00.55	<i>Professeur</i>	Oui ? $\Delta t'_m$ c'est la distance, sur ce schéma-là, entre E_1 et E_2 . Pour les triangles rectangles que vous avez vus, cela correspondrait à quoi mathématiquement, ça s'appelle comment ?
1.01.11	<i>Élève</i>	L'hypoténuse !
1.01.12	<i>Professeur</i>	L'hypoténuse. Tout le monde est d'accord ? $\Delta t'_m$ ça correspondrait à l'hypoténuse. Δt_p ça serait quoi ?
1.01.23		Par rapport au triangle que vous avez vu ?
1.01.26	<i>Élève</i>	Le côté !
1.01.27	<i>Professeur</i>	Ça serait un ...
1.01.28	<i>Élève</i>	Un côté !
1.01.30	<i>Professeur</i>	Et qu'est-ce que l'on sait sur la dimension d'un côté par rapport à l'hypoténuse ?
1.01.34	<i>Élève</i>	Elle est égale au carré, à la somme des ... L'hypoténuse est égale ...
1.01.38	<i>Professeur</i>	Oui, alors là tout ce qu'on demande c'est juste une comparaison.
1.01.40	<i>Élève</i>	C'est plus petit !

Tableau 6 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

Le diagramme de Brehme permet de comparer des durées dans deux référentiels inertiels se déplaçant à une vitesse proche de la lumière l'un par rapport à l'autre. Cela permet par la suite des constats géométriques simples sur la durée propre et la durée impropre (voir **figure 33**). Le document d'origine comportait une erreur puisque c'était Δt_p et $\Delta t'_m$ qui étaient mentionnés sur les diagrammes et non $c.\Delta t_p$ et $c.\Delta t'_m$.

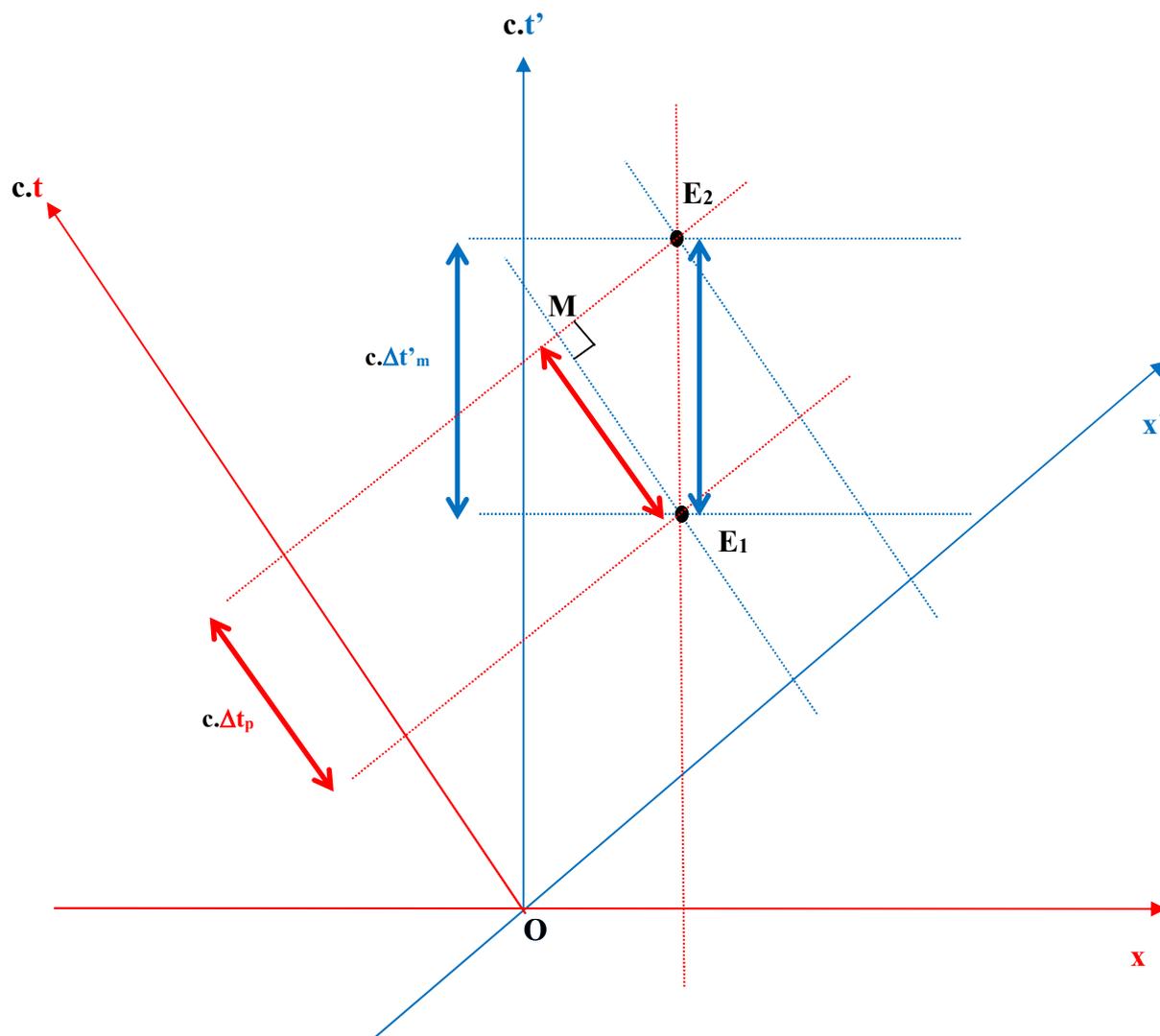


Figure 33 : Le diagramme de Brehme de la situation de la première séance pilote.

On en déduit un triangle rectangle E_1E_2M rectangle en M avec $E_1M = c.\Delta t_p$ et $E_1E_2 = c.\Delta t'_m$.

Dans l'extrait suivant (voir **tableau 7** et **figure 34**), on voit l'utilisation de l'association diagramme de Brehme / horloges.

1.04.48	<i>Professeur</i>	Sinon vous pouvez utiliser les indications des horloges. Vous avez l'horloge, les deux horloges pour $\Delta t'_m$ et puis l'horloge pour Δt_p . Il suffit de regarder les indications. Est-ce qu'à partir des horloges, vous vous apercevez du même résultat qu'avec le triangle rectangle ?
1.05.08	<i>Élève</i>	Oui !
1.05.15		Ben si, la différence avec Δt_p est plus petite qu'avec ...
1.05.20	<i>Professeur</i>	Oui, oui, oui, mais ...
1.05.22	<i>Élève</i>	Il y a une horloge qui montre à peu près, on va dire, admettons c'est midi, pour Δt_p elle montre à peu près midi et l'autre horloge elle montre à peu près 10.
1.05.04		Tandis que pour $\Delta t'_m$ c'est midi et puis 15, du coup.
1.05.06	<i>Professeur</i>	Oui, donc ce n'est pas la même durée.
1.05.07	<i>Élève</i>	Δt_p est plus petit que $\Delta t'_m$.

Tableau 7 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

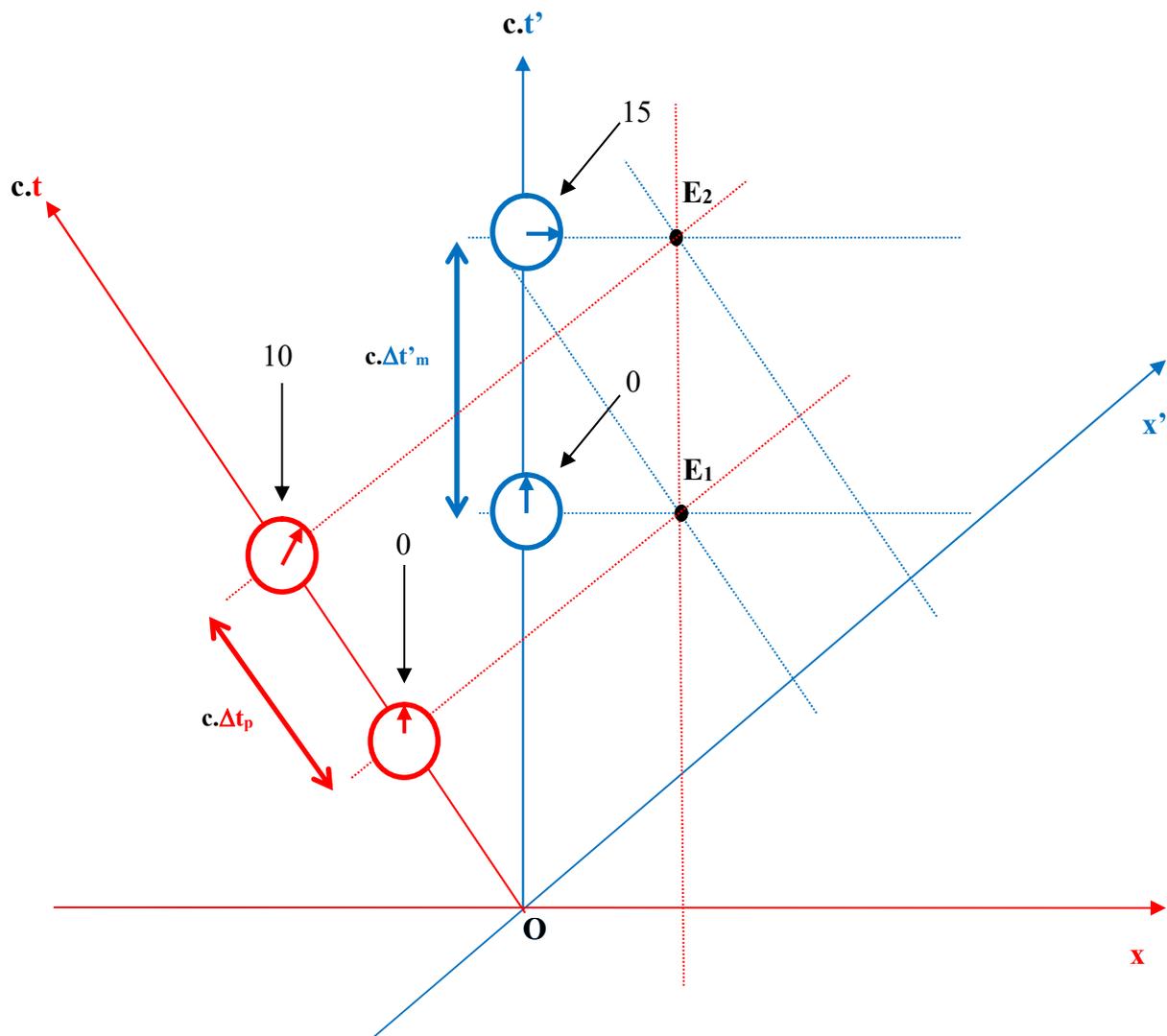


Figure 34 : Le diagramme de Brehme de la situation de la première séance pilote.

On en déduit avec les horloges que Δt_p correspond par exemple à 10 unités de temps alors que $\Delta t'_m$ correspond à 15 unités de temps ce qui permet de conclure que $\Delta t_p < \Delta t'_m$.

L'accueil des diagrammes de la part des élèves est plutôt mitigé lorsqu'on leur demande ce qui les a le plus gênés dans cette activité (voir **tableau 8**).

2.37.05	<i>Professeur</i>	Alors vite fait. Donc au niveau des documents, quels sont les documents qui vous ont le plus gênés ?
2.37.11	<i>Élève</i>	Ben ce sont les diagrammes !
2.37.12	<i>Professeur</i>	Les diagrammes qui vous ont gênés ?
2.37.14	<i>Élève</i>	Et les horloges !
2.37.15	<i>Professeur</i>	Les horloges. Donc les horloges c'est quel document ?
2.37.18	<i>Élève</i>	C'est le deux !
2.37.19	<i>Professeur</i>	Le deux ? D'accord.

Tableau 8 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

Le raisonnement géométrique utilisant les triangles est contrasté. Certains élèves trouvent un intérêt à leur utilisation (voir **tableau 9**).

2.37.45	<i>Professeur</i>	D'accord. Les diagrammes vous avez vu l'intérêt ou pas ?
2.37.46	<i>Élève</i>	Oui. Après plein d'explications.
2.37.51	<i>Professeur</i>	Après plein d'explications.
2.37.52	<i>Élève</i>	Avec les triangles ça permet de bien de voir les différences.
2.37.53	<i>Professeur</i>	Les triangles ça permet bien ...
2.37.54	<i>Élève</i>	Pour voir la relation qu'il y a entre Δt_m et Δt_p .

Tableau 9 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

D'autres sont plus critiques sur leur utilisation (voir **tableau 10**). C'est le **document 5** qui pose problème, celui qui utilise l'association diagramme et horloges.

2.38.10	<i>Professeur</i>	D'accord. S'il y avait des documents à sortir, ça serait lesquels ?
2.38.13	<i>Élève</i>	Deux. Ils ne seraient pas à sortir, mais à simplifier peut-être.
2.38.15	<i>Professeur</i>	Deux et cinq ?
2.38.18	<i>Élève</i>	Ils seraient à simplifier peut-être. Le tableau du deux serait à plus expliquer.
2.38.25		Le cinq !
2.38.26	<i>Professeur</i>	Le cinq vous ne comprenez pas ?
2.38.27	<i>Élève</i>	Ah non. C'est l'histoire des triangles.
2.38.30	<i>Professeur</i>	L'histoire des triangles ...
2.38.32	<i>Élève</i>	En fait c'est à peu près. En fait il faudrait juste les, ... mieux les expliquer. Ça va les triangles, ça va encore.

Tableau 10 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

Le codage de l'information fournie aux élèves

Les documents étaient reliés par un codage récurrent. La couleur rouge et les notations R , v , t , H , x , Δ_p étaient réservées au référentiel fixe par rapport aux muons. La couleur bleue et les notations R' , v' , H' , x' , Δ_m' étaient réservées au référentiel terrestre. La cohérence entre les différents documents devait permettre une aide au déchiffrement de l'information grâce à l'explicitation du passage inter registre.

Ce codage de couleur peut être responsable d'une mauvaise interprétation du diagramme de Brehme, ce qui peut perturber les élèves. L'exemple ci-après est tiré du verbatim de la séance (voir **tableau 11**). L'enseignant montrait aux élèves qu'en remarquant la présence d'un triangle rectangle sur le diagramme de Brehme et en utilisant le fait que la longueur d'un côté est plus petite que la longueur de l'hypoténuse, on pouvait en déduire que $\Delta_p < \Delta_m'$ (voir **figure 35**).

1.05.53	<i>Élève</i>	On considère lequel le triangle ?
1.05.58	<i>Professeur</i>	Ah, ben soit vous pouvez utiliser les horloges qui sont indiquées ...
1.06.02	<i>Élève</i>	Oui, mais par rapport au triangle ?
1.06.05	<i>Professeur</i>	Soit vous pouvez avoir celui-là. Là vous avez un triangle rectangle qui est ici.
1.06.08	<i>Élève</i>	Et l'hypoténuse !
1.06.12	<i>Professeur</i>	Ah, non, non, l'hypoténuse c'est ça. Cette distance-là, vous l'avez là.
1.06.15	<i>Élève</i>	Ah, ok, d'accord.
2.00.01	<i>Professeur</i>	Et là vous avez le côté.
2.00.05	<i>Élève</i>	Ah, d'accord. Je m'étais trompé avec les couleurs.
2.00.10	<i>Professeur</i>	Vous pouvez prendre l'autre aussi. Ici, c'est ce côté-là.
2.00.15	<i>Élève</i>	C'est les couleurs qui me perturbent.
2.00.21	<i>Professeur</i>	C'est les couleurs qui vous perturbent ? Effectivement, oui c'est vrai Δ'_m c'est en bleu et là, il y a quelque chose en rouge. D'accord, oui, oui.

Tableau 11 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

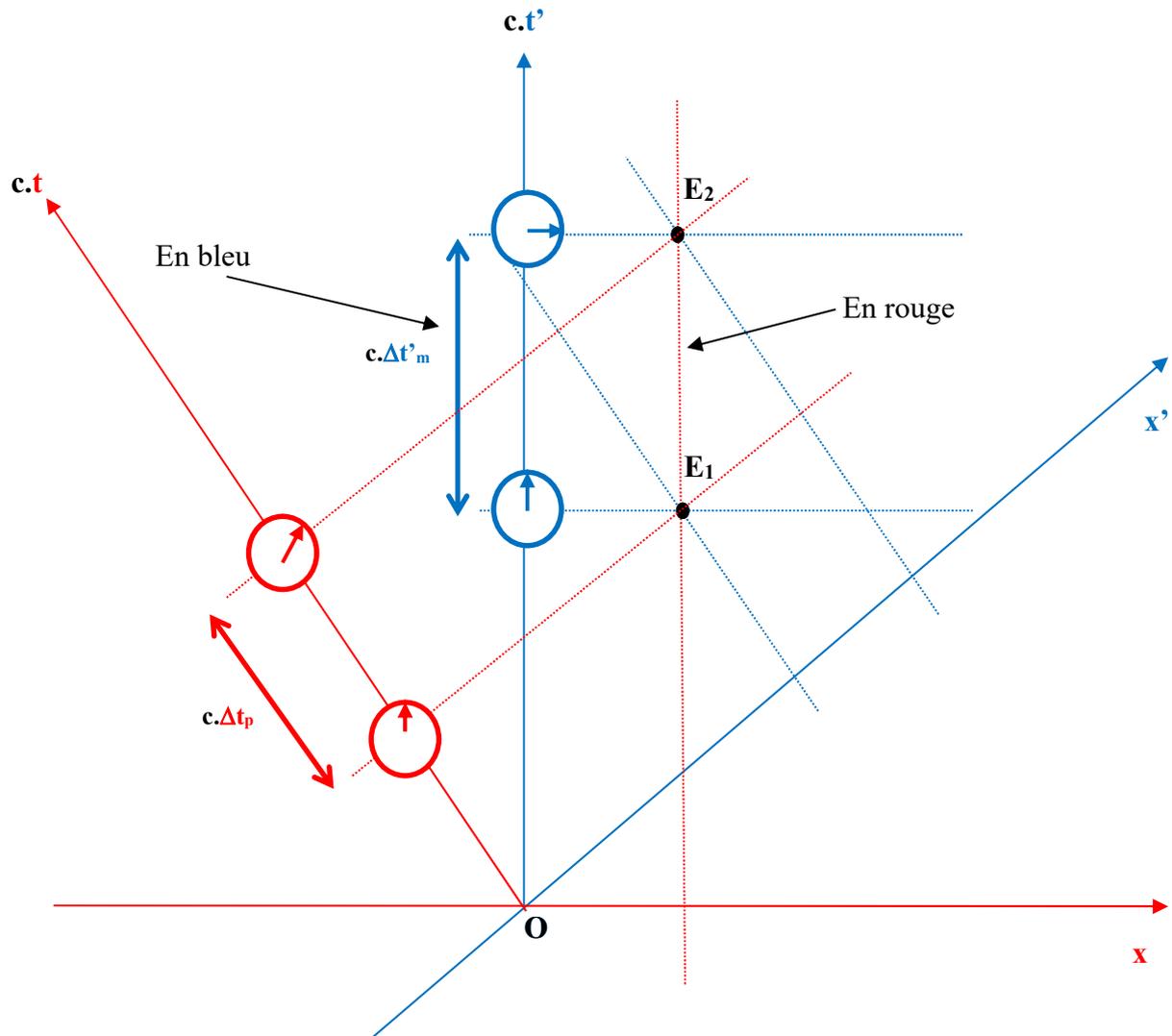


Figure 35 : Une mauvaise interprétation du diagramme de Brehme à cause du code de couleur.

D'un autre côté, lorsque l'enseignant interroge les élèves sur leurs ressentis en fin de séance, ils ont l'air d'avoir apprécié l'apport de la couleur (voir **tableau 12**).

2.38.01	<i>Professeur</i>	Qu'est-ce que vous pensez des couleurs ? Est-ce que ça vous a aidé pour comprendre ?
2.38.04	<i>Élève</i>	Oui. Oui c'est pratique. Oui car noir et blanc ça aurait été un peu pénible. Très pénible.

Tableau 12 : Extrait de verbatim de la première séance pilote.

Un excès de codage n'est peut-être pas la solution pour simplifier le problème car au contraire il peut être source de difficultés supplémentaires inhérentes au codage utilisé.

Conclusion sur la séance pilote

Les élèves utilisant le plus de registres semblent avoir mieux compris la problématique de la séance pilote, car le pourcentage de réponses cohérentes dans leur synthèse finale est plus important. Néanmoins même si le registre diagrammatique permet une présentation originale de la dilatation des durées entre deux référentiels inertiels se déplaçant l'un par rapport à l'autre à des vitesses proches de la vitesse de la lumière, le ressenti des élèves est parfois mitigé. Le codage utilisé lors de cette séance aide les élèves, mais il peut aussi être source de difficulté à cause d'une mauvaise interprétation du diagramme qui est possible. Finalement, il est difficile de discerner l'apport du diagramme sur la compréhension des concepts de la relativité restreinte lorsque trop de registres sont mis en œuvre, la séance pilote étant mal conçue. La tâche n'était par contre pas facile à réaliser, car les élèves n'avaient pas vu les concepts de relativité restreinte en cours et ces notions n'étaient pas au programme en janvier 2012. Certains points positifs encourageants quant à l'utilisation des diagrammes peuvent être tout de même retenus (assez bonne appropriation des diagrammes par les élèves, visualisation intéressante de la dilatation des durées en comparant les distances des deux côtés d'un triangle) et cela nous a conduits à développer une nouvelle séquence d'enseignement utilisant uniquement le registre diagrammatique.

II.2. Les questions de recherche

Les activités privilégiant le registre diagrammatique permettent aux élèves de travailler plusieurs notions sur un nouveau registre : la notion d'événement en tant que point de l'espace-temps, les ordres chronologiques relatifs d'événements, la notion de durée propre définie comme une durée entre deux événements ayant une même abscisse et la durée impropre définie par une durée entre deux événements ayant deux abscisses différentes. Dans la mesure où cette recherche s'intéresse aux liens entre la représentation à l'aide de diagrammes et l'apprentissage d'éléments de savoirs relevant de la théorie de la relativité restreinte, nous nous sommes intéressés au fur et à mesure de notre travail aux questions de recherche suivantes :

- Comment une approche à base de diagrammes permet-elle une utilisation effective du second postulat d'Einstein par des élèves de terminale S ?
- Dans quelle mesure une approche à base de diagrammes permet-elle aux élèves de terminale S d'approcher les notions de durée propre, et d'ordres chronologiques relatifs d'événements ?

II.3. Elaboration des outils d'enseignement et analyses *a priori* et *a posteriori*

De nombreux obstacles sont prévisibles lors de l'utilisation des diagrammes, mais il demeure un autre registre accessible et peut permettre selon Duval, s'il est activé, de maîtriser le concept étudié, car plusieurs registres sont mobilisés. Trois types de diagrammes ont été présentés dans la première partie en ce qui concerne la perte de simultanéité de deux événements entre deux référentiels et les effets de dilatation de temps. La première séance pilote a montré que les élèves mobilisant plusieurs registres dans leur réponse semblent avoir un plus grand nombre de réponses cohérentes dans leur synthèse finale. Néanmoins le registre diagrammatique intervenant parmi de nombreux autres (langage naturel, schémas, registre algébrique et fonctionnel), il a été difficile de repérer clairement la valeur ajoutée de son utilisation, tout au plus un traitement original par les élèves de la dilatation des durées dans le cadre de la théorie de la relativité restreinte a été mis en évidence. Par la suite, nous avons donc décidé de développer une seconde séquence pilote permettant d'utiliser majoritairement

le registre diagrammatique afin de pouvoir mettre en évidence plus clairement la pertinence d'utiliser ce registre.

II.3.1. Description de la seconde séquence pilote liant approche géométrique et relativité restreinte

Le registre diagrammatique va donc être privilégié, c'est-à-dire que les concepts de la relativité restreinte sont introduits grâce au diagramme (événements, simultanéité, durée propre avec les événements E_1 et E_2 , durée impropre). **La résolution graphique a ici le statut de preuve, c'est-à-dire que l'utilisation du diagramme est suffisante pour tirer des conclusions.** Les valeurs numériques utilisées sont choisies de façon à être réalistes et le travail sur les ordres chronologiques relatifs est favorisé par l'inversion de l'ordre temporel de deux événements E_2 et E_3 en fonction du référentiel considéré. Cela permet de montrer que deux événements peuvent être totalement indépendants.

Contexte de l'activité

Il s'agit d'une séquence d'enseignement sur la relativité restreinte dans le cadre du programme de TS. 34 élèves (sur une classe de 35) de terminale S du lycée Boucher de Perthes à Abbeville (Somme) y ont participé. La séquence est constituée de deux séances en groupe à effectifs réduits (1H30 à 1H45 chacune) qui ont eu lieu sur deux semaines consécutives (3H00 à 3H30 en tout). La séquence a été filmée et enregistrée à l'aide d'une caméra et de plusieurs enregistreurs audio.

Les notions de relativité restreinte exigibles au programme officiel avaient déjà été enseignées aux élèves ainsi qu'une séance d'exercices corrigés. Il manquait, dans le cadre du programme de terminale S, une activité en *relation avec une situation concrète où le caractère relatif du temps est à prendre en compte.*

Il faut préciser ici que l'enseignant est l'auteur de la thèse, donc, le chercheur. La posture de chercheur – professeur a été décrite par Santini (2013) et initialement par Sensevy (1998). Cette association complexe permet de lutter contre deux obstacles : l'obstacle empiriste venant du côté « professeur » et l'obstacle intellectualiste venant du côté « chercheur ». La

posture de chercheur-professeur nécessite de mettre en tension deux points de vue différents dans le champ de la didactique : le point de vue de l'enseignant de la classe et le point de vue du chercheur en didactique.

Document distribué aux élèves

Un document est distribué. Il comprend le contexte, trois questions, le rappel de la relation entre durée propre et durée impropre, un diagramme de Minkowski relatif à la situation étudiée et un diagramme de Loedel gradué sur les deux repères.

L'énoncé est le suivant : « Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger. Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh, se déplaçant à une vitesse de $+0,8.c$, passe sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux. L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel Daniel et Armineh se trouvent à la même abscisse. En se plaçant dans le référentiel de Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui. S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns ».

Des questions sont posées à la suite :

Pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif¹⁴ permettant de déclencher le flash S_3 4 ns après le déclenchement du flash S_2 ?

On veut travailler ici sur les ordres chronologiques relatifs en montrant que l'ordre des événements E_2 et E_3 peut changer en fonction du référentiel.

¹⁴ Le terme « dispositif » doit être pris dans le sens « appareil électronique émettant des signaux ».

Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_2 et du flash de S_1 dans le référentiel associé à Daniel¹⁵ ? Dans le référentiel associé à Armineh ?

On veut travailler ici sur la notion de durée propre dans le référentiel associé à Daniel et de durée impropre dans le référentiel associé à Armineh. Cette question correspond à une situation où la relation entre la durée propre et la durée impropre vue en cours de terminale S est applicable. La relativité des durées est donc travaillée ici.

Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_3 et du flash de S_2 dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?

Cette question correspond à une situation où aucune durée propre n'apparaît. La relation entre la durée propre et la durée impropre vue en cours de terminale S n'est donc plus applicable. La relativité des durées est aussi travaillée ici. Les événements E_2 et E_3 ont été choisis de façon à ce que leur ordre chronologique soit inversé dans les deux référentiels étudiés.

¹⁵ Dans le référentiel associé à Daniel ou à Armineh est une contraction de : Dans le référentiel dont Daniel ou Armineh définit les coordonnées d'espace et de temps.

Modélisation de la situation par construction d'un diagramme de Minkowski

Le diagramme de Minkowski a été choisi, car il permet de travailler avec les élèves au tout début avec un repère orthonormé dans un premier référentiel. Son repère dans le second référentiel permet de découvrir les projections parallèlement aux axes. Le diagramme de Loedel utilise ensuite des projections parallèlement aux axes sur les repères des deux référentiels.

Les coordonnées des événements dans R sont accessibles dans R' . R' est un référentiel associé à Armineh et R un référentiel associé à Daniel. R' possède un mouvement rectiligne uniforme par rapport à R suivant une droite Ox à la vitesse de $0,8.c$. Ox et Ox' sont donc deux directions confondues dans la réalité mais sont représentées par deux axes disjoints sur des diagrammes spatio-temporels. La même origine est utilisée pour ces axes. Le point O correspond à l'événement pour lequel Daniel et Armineh se rencontrent (condition d'espace et de temps). Les autres axes d'espace ne sont pas utilisés car à chaque instant $y' = y$ et $z' = z$, ces coordonnées ne changent pas en passant d'un repère d'un référentiel à un autre.

L'enseignant donne des consignes détaillées par la suite afin de résoudre l'exercice par une méthode utilisant le diagramme de Minkowski. Le diagramme de Loedel est déjà tracé et il est utilisé par les élèves avec une aide importante de l'enseignant. Ils ne sont donc pas laissés tout seuls avec les documents. L'enseignant favorise la construction du diagramme de Minkowski utilisé ensuite par les élèves.

On prend une échelle de 5 cm pour 3 m en abscisse et 5 cm pour 10 ns.c en ordonnée. 10 ns.c correspondent à $10.10^{-9} \times 3.10^8$ soit 3 m également (voir **figure 36**). L'axe des abscisses est Ox et l'axe des ordonnées $Oc.t$. On commence donc par un repère de R ($xOc.t$) orthonormé, ce qui permet d'avoir la droite $x = c.t$ comme bissectrice. C'est un repère du référentiel de Daniel. On aurait pu utiliser¹⁶ 1 comme valeur de c , mais pour des soucis d'homogénéité, il aurait tout de même fallu garder des $m.s^{-1}$ afin d'éviter, d'une part que l'équation de la bissectrice devienne « $x = t$ », et d'autre part, cette valeur de $1 m.s^{-1}$ nous a semblé déstabilisante pour les élèves. Nous avons donc choisi de graduer l'axe $Oc.t$ en nanosecondes

¹⁶ L'usage habituel des graphiques (x, t) est prédictif ou illustratif sans utiliser de valeurs numériques.

multipliées par c au lieu de le graduer en mètres, ce qui est sa véritable unité. C'est une solution qui n'est pas parfaite, mais elle permet d'avoir formellement une lecture rapide du temps sur l'axe $Oc.t$ tout en satisfaisant à l'homogénéité des équations.

On indique 3, 6 et 9 m sur l'axe Ox et on place 10 ns.c, 20 ns.c et 30 ns.c (cela correspond à 3, 6 et 9 m) sur l'axe $Oc.t$ gradué en unité de c . Les valeurs numériques ont été choisies de façon à correspondre à une situation pseudo-réaliste. Cela permet de placer la droite $x = c.t$ qui fait donc ici un angle de 45° avec l'horizontale. La valeur de c est approximée par 300000 km.s^{-1} .

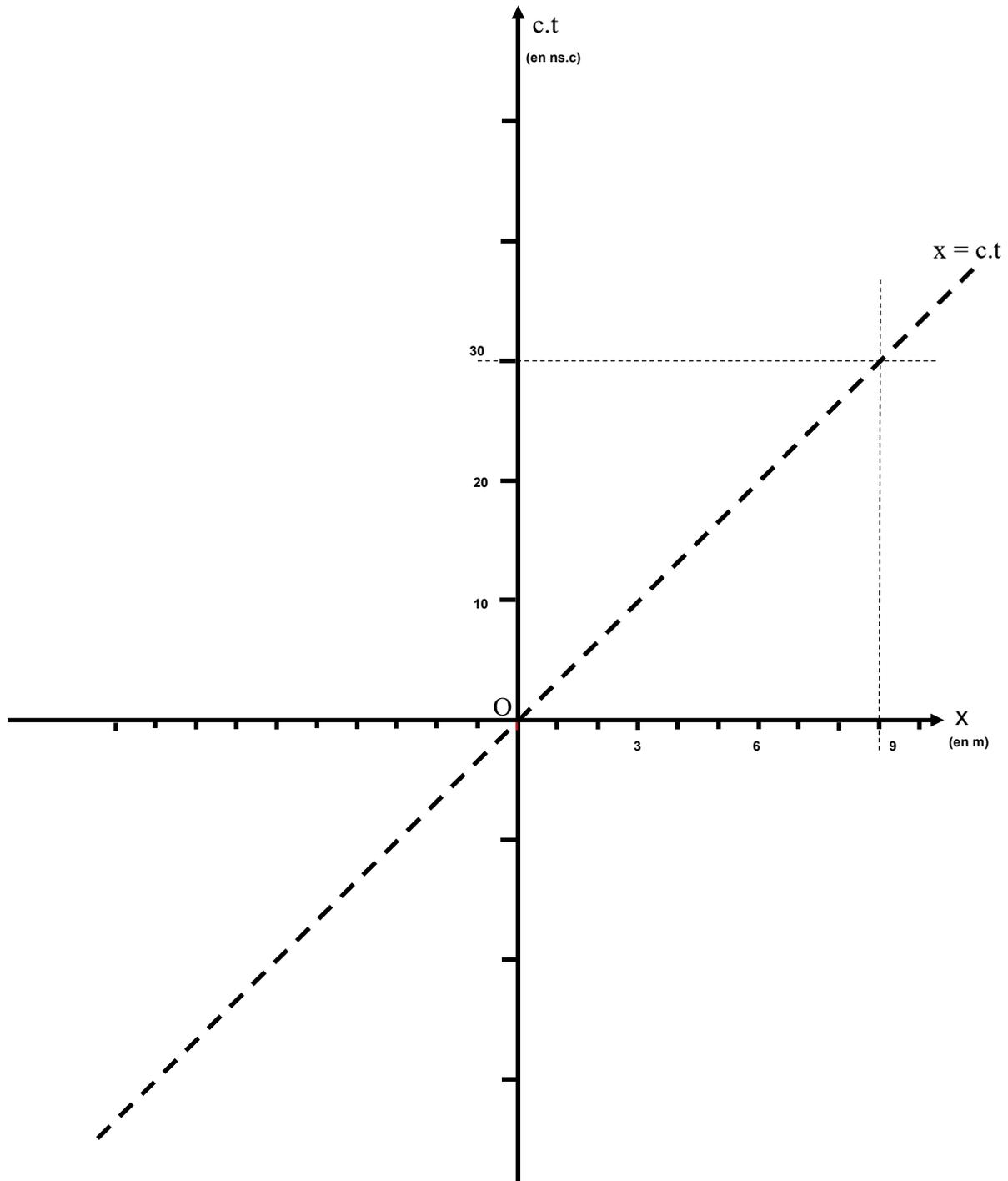


Figure 36 : Construction pas-à-pas du diagramme de Minkowski.

La droite $x = 0,8.c.t$ correspond à la ligne d'univers d'Armineh dans le référentiel R lié à Daniel (voir **figure 37**). L'axe des ordonnées étant l'axe $Oc.t$, il faut réécrire l'équation sous la forme $c.t = k.x$. Cette pente k ne peut pas être inférieure à 1 sinon cela conduirait à une vitesse supérieure à c . On peut écrire $c.t = 10/8.x$ et lorsqu'on utilise du papier à petits

carreaux, on peut prendre simplement cinq carreaux verticalement pour quatre carreaux horizontalement par rapport à l'origine, ce qui conduit à se trouver au-dessus de la droite $x = c.t$.

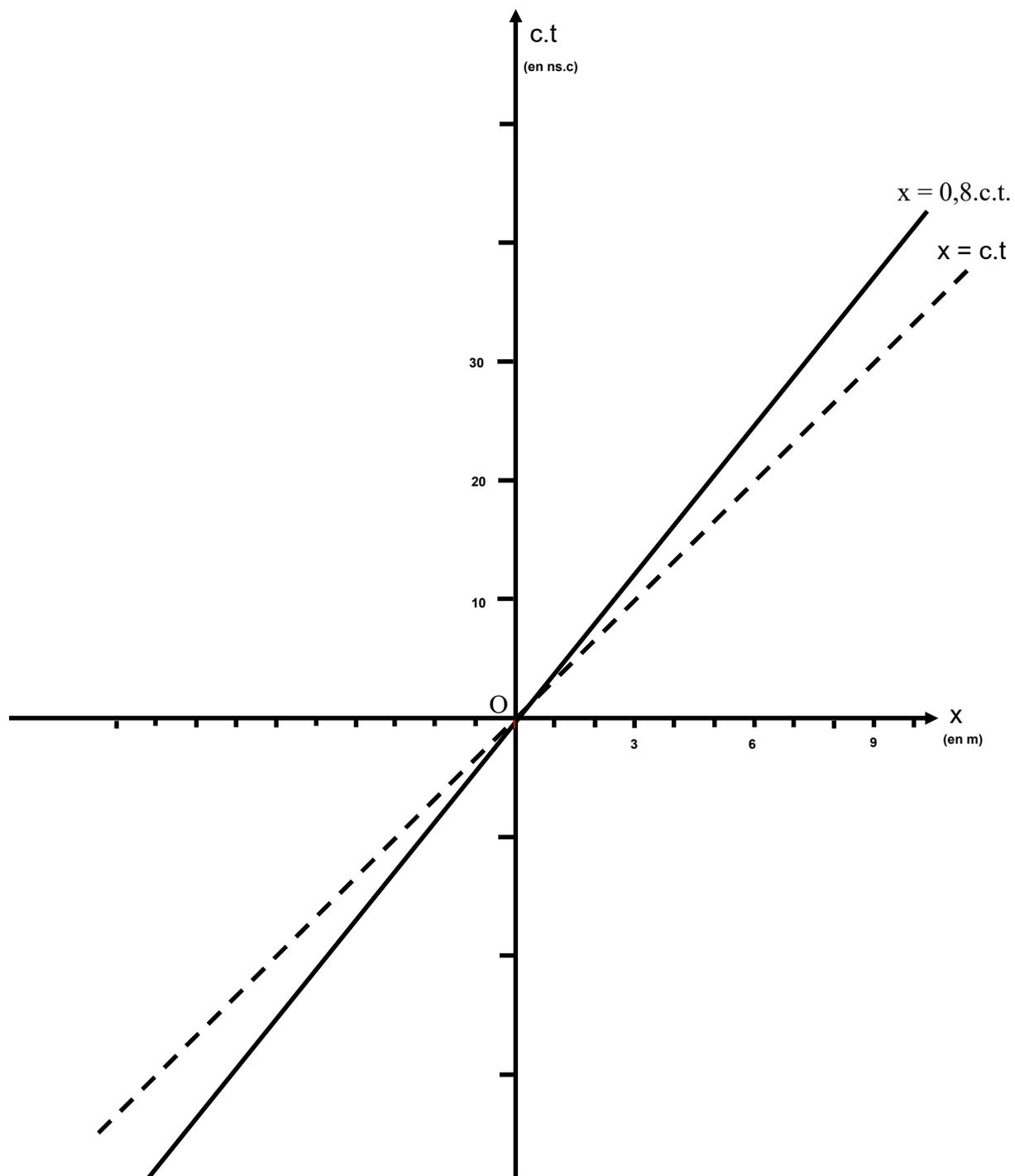


Figure 37 : Construction de l'axe $Oc.t'$ du diagramme de Minkowski.

La droite d'équation $x = 0,8.c.t$ correspond à l'axe $Oc.t'$ car la ligne d'univers d'Armineh dans R lié à Daniel est aussi décrite par l'équation $x' = 0$ dans R' lié à Armineh (voir **figure 38**).

D'après le second postulat d'Einstein, la vitesse de la lumière est la même dans chaque référentiel inertiel. Etant donné que $x = c.t$ est la bissectrice du repère $(xOc.t)$, elle sera confondue avec la droite $x' = c.t'$ qui est aussi la bissectrice du repère $(x'Oc.t')$.

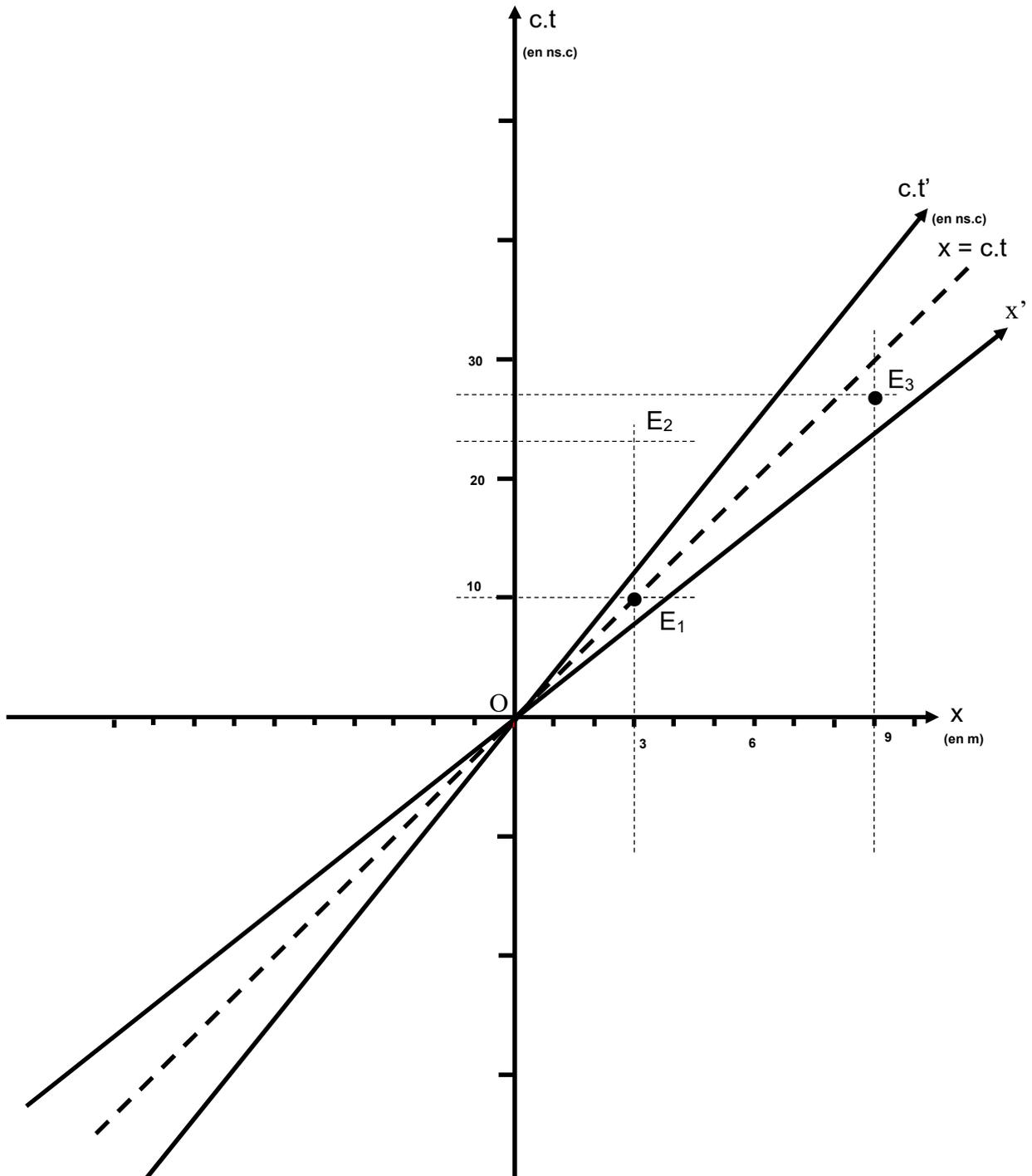


Figure 38 : Finalisation de la construction du diagramme de Minkowski et placement des trois événements de la situation étudiée.

Ox' est construit en prenant le symétrique de l'axe $Oc.t'$ par rapport à la droite $x' = c.t'$ (on compte quatre carreaux verticalement et cinq carreaux horizontalement par rapport à l'origine pour obtenir le résultat de la **figure 38**). Les trois événements E_1 , E_2 et E_3 sont ensuite placés

dans le diagramme de Minkowski précédemment construit en utilisant le repère orthonormé du référentiel de Daniel. La **figure 39** montre comment trouver les coordonnées temporelles des événements E_2 et E_3 dans chacun des repères associés aux deux référentiels R et R' .

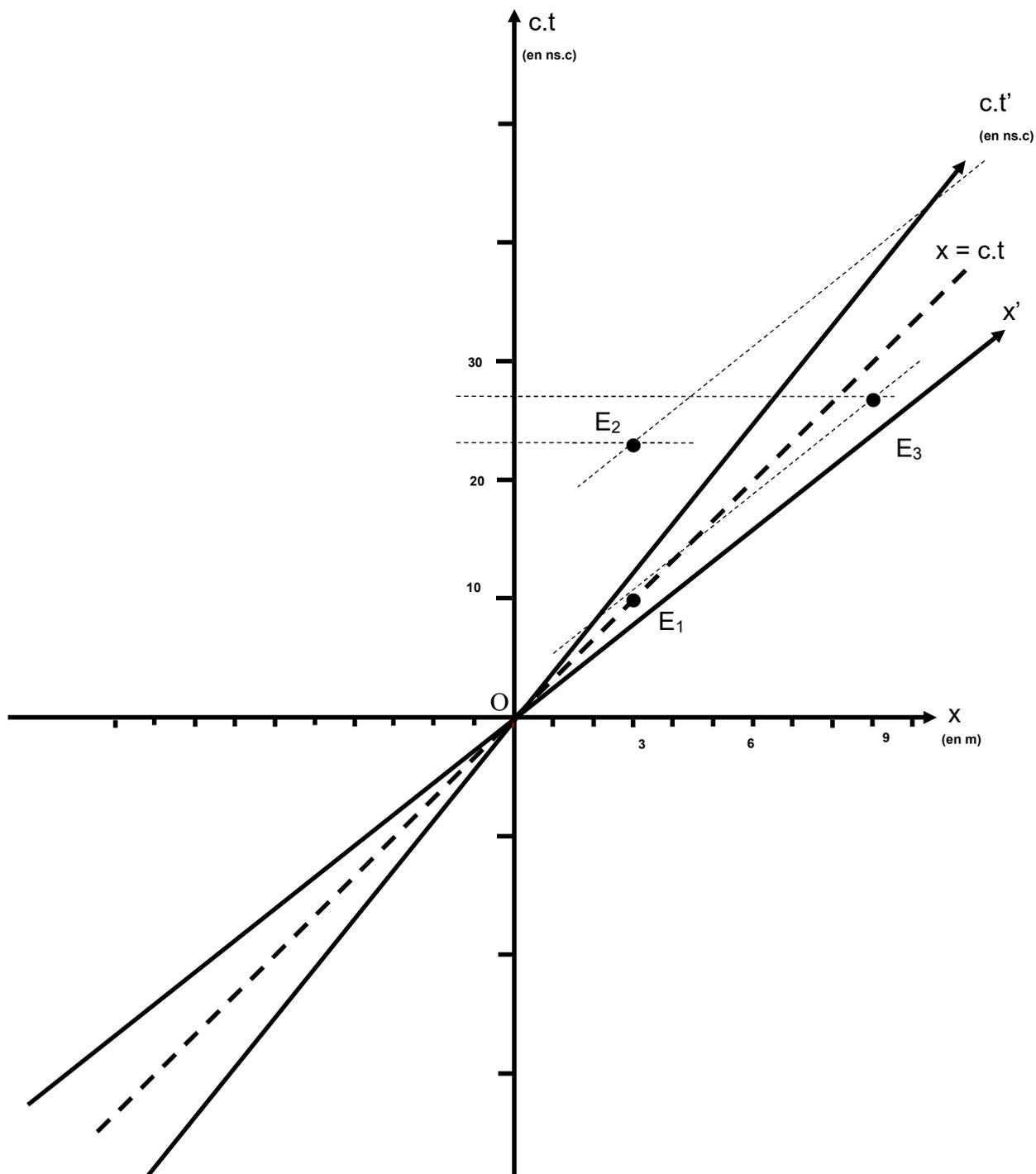


Figure 39 : Coordonnées temporelles des événements dans le diagramme de Minkowski.

Le diagramme de Minkowski représenté sur la **figure 39** permet de visualiser directement l'inversion de l'ordre chronologique entre E_2 et E_3 dans R ou R' . La durée entre ces deux événements est donc positive dans un référentiel et négative dans l'autre. La formule $\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t$ reliant la durée propre Δt à la durée impropre $\Delta t'$ ne convient pas car Δt et $\Delta t'$ devraient avoir le même signe. E_2 et E_3 peuvent donc avoir leur ordre chronologique qui change en fonction du référentiel.

Les diagrammes de Minkowski ont la particularité de ne pas conserver les distances entre R et R' c'est-à-dire que l'échelle utilisée pour $Oc.t$ n'est pas la même que celle qui est utilisée pour $Oc.t'$.

Il est possible d'utiliser la formule $\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t$ dans le cas des événements E_1 et E_2 car on a une durée propre dans R . Les diagrammes de Minkowski permettent de mesurer la durée entre E_2 et E_1 dans R ainsi que dans R' mais la comparaison n'est pas immédiate (voir **figure 40**). Il faut tenir compte de l'échelle différente sur $Oc.t$ et sur $Oc.t'$ (5 cm pour 10^{-8} s sur $Oc.t$ et 6,5 cm pour 10^{-8} s sur $Oc.t'$ par exemple) ainsi que du rapport de $\frac{1}{\gamma}$ à appliquer sur R' car une unité sur R correspond à $\frac{1}{\gamma}$ unité sur R' .

En utilisant la **figure 40**, un calcul donne par exemple dans R , $\Delta t = 6,5 \text{ cm} \times \frac{10^{-8}}{5} = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 13 \text{ ns}$. Et dans R' , $\Delta t' = 23,9 \text{ cm} \times \frac{10^{-8}}{6,5} \times \frac{1}{\gamma} = 3,68 \cdot 10^{-8} \text{ s} \times \frac{1}{\gamma} = 36,8 \text{ ns} \times \frac{1}{\gamma} = 22,1 \text{ ns}$

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{22,1}{13} = 1,7 \approx \gamma$$

On retrouve numériquement la relation entre la durée propre et la durée impropre, ce qui valide ici la mesure de $\Delta t'$ dans R' . Nous n'avons pas utilisé cette méthode pour vérifier numériquement la dilatation des durées avec les élèves. Ce sont les diagrammes de Loedel qui ont été utilisés pour cette vérification numérique.

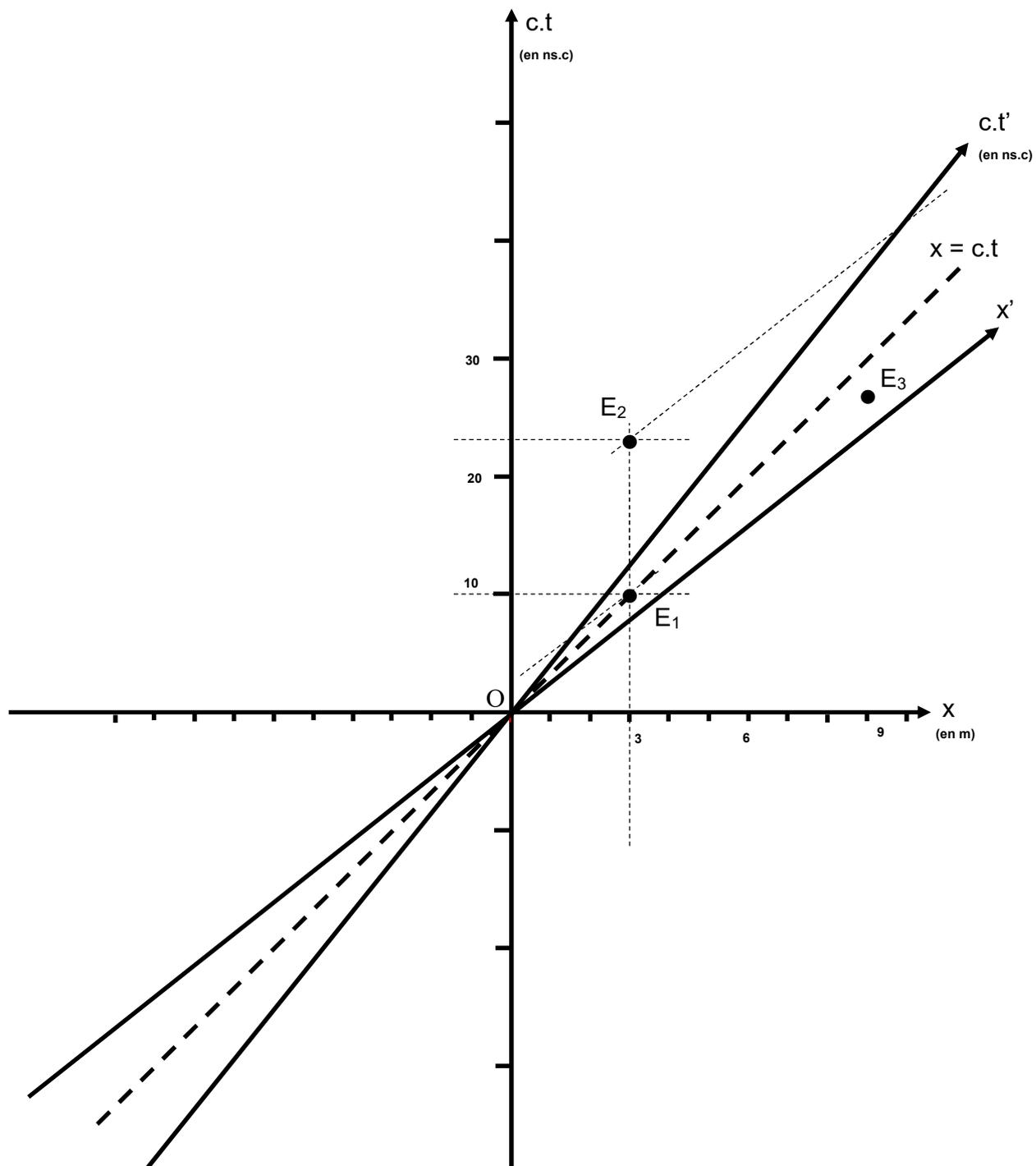


Figure 40 : Mise en évidence d'une durée propre entre E_2 et E_1 dans R .

Modélisation de la situation par construction d'un diagramme de Loedel

Le diagramme de Loedel (1955, 1957) a été donné tout prêt aux élèves. Il permet de répondre aux questions relatives aux durées entre les événements E_2 et E_3 dans le référentiel d'Armineh et pour l'observatrice Armineh. Il est possible de le construire simplement en utilisant la procédure ci-dessous.

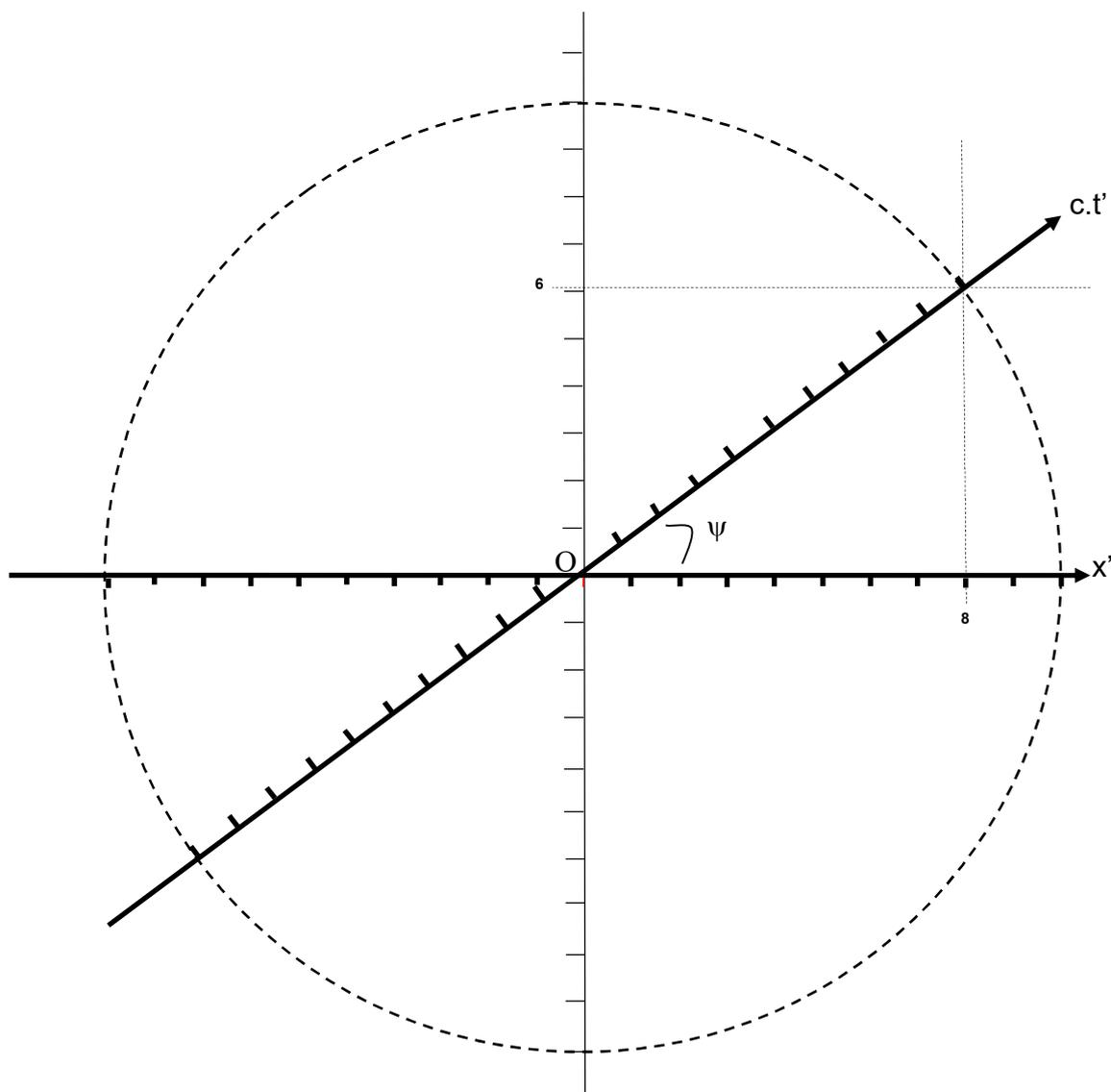


Figure 41 : Construction du diagramme de Loedel.

On commence par tracer un axe Ox' horizontal puis un cercle de diamètre 10 unités (voir **figure 41**). Si $v = 0,8.c$ alors $\beta = 0,8$. L'angle ψ entre Ox' et $Oc.t'$ vérifie :

$\sin \psi = \frac{1}{\gamma} = 0,6$ et $\cos \psi = \beta = 0,8$. Le cercle trigonométrique de la **figure 41** est utilisé lors de la construction de l'axe Ox' .

Les axes $Oc.t$ et Ox sont construits en utilisant le fait que $Oc.t$ est perpendiculaire à Ox' et que Ox est perpendiculaire à $Oc.t'$ (voir **figure 42**).

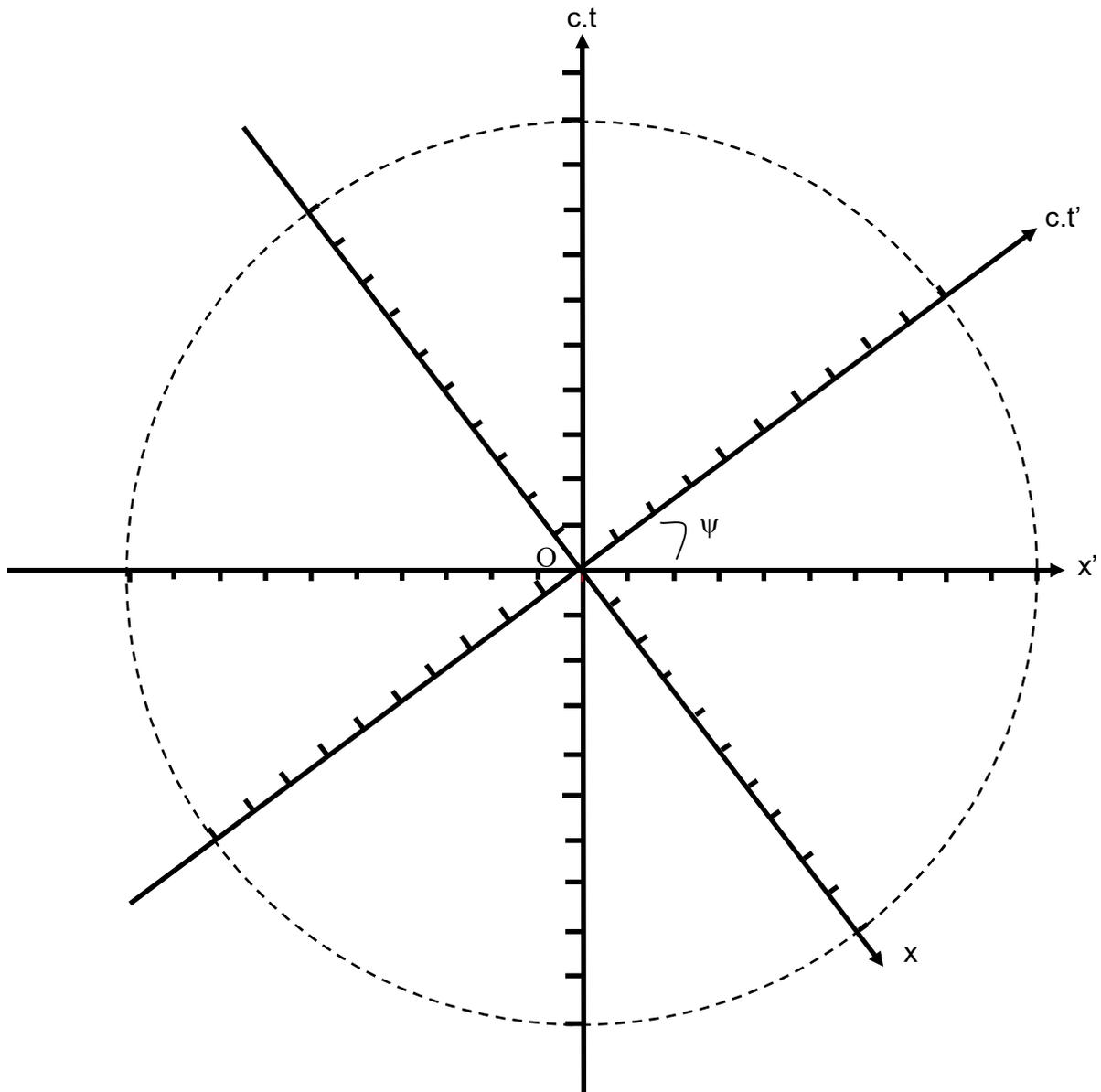


Figure 42 : Construction des axes $Oc.t$ et Ox dans un diagramme de Loedel.

La droite $x = c.t$ est bissectrice de $Ox, Oc.t$ et $Ox', Oc.t'$. Elle est confondue avec la droite $x' = c.t'$ (voir **figure 43**).

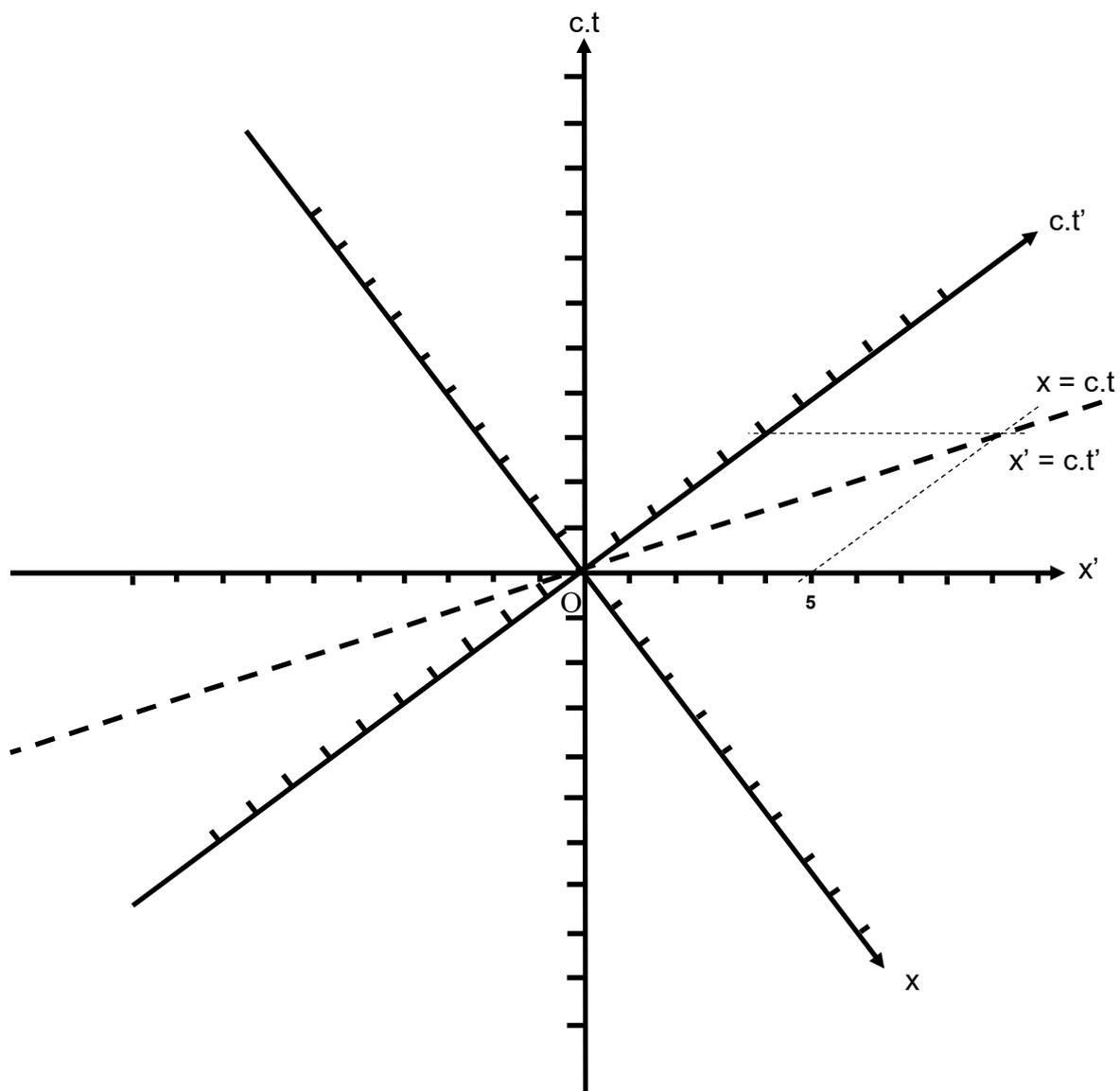


Figure 43 : Construction des droites $x = c.t$ ou $x = -c.t$ dans un diagramme de Loedel.

Pour placer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 , il faut respecter les règles de construction en réalisant des projections parallèlement aux axes.

La projection sur l'axe Ox d'un point représentatif d'un événement se fait parallèlement à l'axe $Oc.t$ (vertical ici). De même la projection sur l'axe Ox' (horizontal ici) d'un point représentatif d'un événement se fait parallèlement à l'axe $Oc.t'$ (voir **figure 44**).

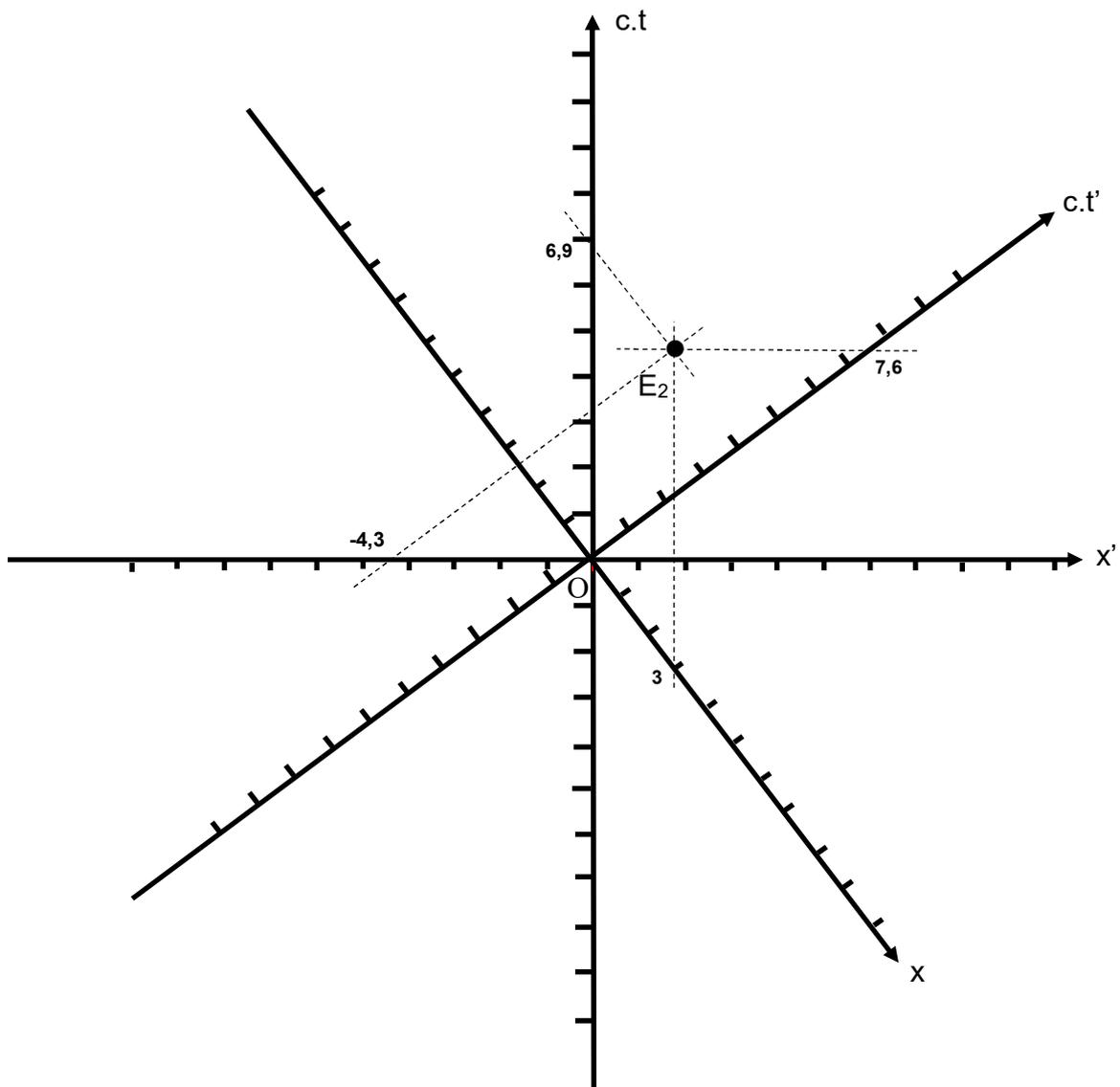


Figure 44 : Coordonnées d'un événement dans le diagramme de Loedel.

Chronologie a priori de la séquence

Une première tâche demandée aux élèves a consisté à faire un dessin de la situation dans l'optique de se l'approprier. Ceci permet de faire varier les registres travaillés ainsi que leurs changements afin de favoriser, selon Duval (1993), la compréhension des phénomènes.

Construction et utilisation du diagramme de Minkowski :

Le diagramme de Minkowski a ensuite été construit pas à pas avec les élèves afin de favoriser son appropriation. On commence avec un repère orthonormé $(xO_c.t)$ relatif au référentiel de Daniel, car c'est le plus habituel pour les élèves. Les trois événements E_1 , E_2 et E_3 sont placés à l'aide de leurs coordonnées dans le repère orthonormé puis les droites $x = 0,8.c.t$ ainsi que $x = c.t$ sont construites. $x = 0,8.c.t$ est construite en remarquant que $c.t = \frac{10.x}{8}$ et que la droite $x = c.t$ correspond à la bissectrice de l'angle décrit par les axes Ox et $O_c.t$ (**figures 37 et 38**).

La droite $x = 0,8.c.t$ correspond à la ligne d'univers d'Armineh dans le référentiel de Daniel. Dans le référentiel d'Armineh, cette même droite correspond à $x' = 0$, c'est donc l'axe $O_c.t'$. On construit l'axe Ox' dans le référentiel d'Armineh en utilisant le second postulat d'Einstein. L'invariance de la vitesse de la lumière dans le vide dans les référentiels inertiels se décline graphiquement au travers de la droite $x = c.t$ qui est la bissectrice des angles décrits par les axes Ox et $O_c.t$ ou Ox' et $O_c.t'$.

Les coordonnées des trois événements E_1 , E_2 et E_3 peuvent être visualisées dans le référentiel d'Armineh. Il suffit de faire des projections de ces événements sur l'axe $O_c.t'$ parallèlement à l'axe Ox' , ce qui n'est pas habituel pour des élèves de terminale. L'ordre séquentiel des trois événements dans le repère relatif au référentiel d'Armineh est donc accessible graphiquement (**figures 39 et 40**).

Les événements ont été conçus de façon à ce que la chronologie des événements soit inversée dans le référentiel de Daniel (E_1 , E_2 puis E_3) et dans le référentiel d'Armineh (E_1 , E_3 puis E_2) afin que cela soit visible graphiquement par les élèves. Cela apparaît clairement en visualisant les coordonnées des différents événements suivant l'axe $c.t$.

Utilisation du diagramme de Loedel :

Le diagramme de Loedel est ensuite donné aux élèves avec les quatre axes Ox , $Oc.t$, Ox' et $Oc.t'$ déjà construits et dont le positionnement correspond à la situation où $v = 0,8.c$ (**figure 42**). Avec ce type de diagramme, les échelles sont conservées en changeant de référentiel, il est donc plus facile de comparer des durées d'un référentiel à un autre. Les durées *en unités de c* correspondent aux projections des événements sur l'axe $Oc.t$ suivant l'axe Ox pour le référentiel de Daniel. Ce sont les projections des événements sur l'axe $Oc.t'$ suivant l'axe Ox' pour le référentiel d'Armineh.

Les trois événements E_1 , E_2 et E_3 sont placés dans le diagramme de Loedel dans le repère du référentiel de Daniel en appliquant les règles de projections parallèlement aux axes, car leurs coordonnées sont connues dans ce référentiel.

La seconde séance commence par la projection, à l'aide d'un vidéoprojecteur, du diagramme de Loedel avec la visualisation des trois événements et l'explication des règles de projections afin de déterminer les coordonnées des trois événements dans le référentiel d'Armineh (**figure 44** pour uniquement l'événement E_2).

Comme on s'attend à ce que tous les élèves aient réussi à trouver les coordonnées des trois événements dans le référentiel d'Armineh, la correction papier est donnée sous forme d'un diagramme de Loedel sur lequel sont reportés les trois événements et leurs coordonnées dans les deux référentiels.

Réponse à la première question :

Pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif permettant de déclencher le flash S_3 4 ns après le déclenchement du flash S_2 ?

Elle sera corrigée à l'aide d'une méthode numérique. Si S_3 se déclenche après S_2 grâce à un dispositif adéquat utilisant un signal on devrait avoir :

$$V_{\text{signal}} = \frac{d_{E_3E_2}}{t_3 - t_2} = \frac{6}{4 \cdot 10^{-9}} = 15 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} > c$$

La vitesse du signal devant être supérieure à la vitesse de la lumière, ce n'est pas possible. Il est possible d'utiliser une méthode graphique en raisonnant sur les pentes (voir **figure 45**).

Dans les diagrammes de Minkowski et de Loedel, la pente de la droite E_2E_3 est plus petite en valeur absolue que celle de la droite d'équation $x = -c.t$, également en valeur absolue. La vitesse v nécessaire pour passer de l'événement E_2 à l'événement E_3 , dans les référentiels liés à Daniel ou à Armineh, devrait vérifier $v > c$, ce qui n'est pas possible (E_3 se trouve en dehors du cône de lumière lié à l'événement E_2).

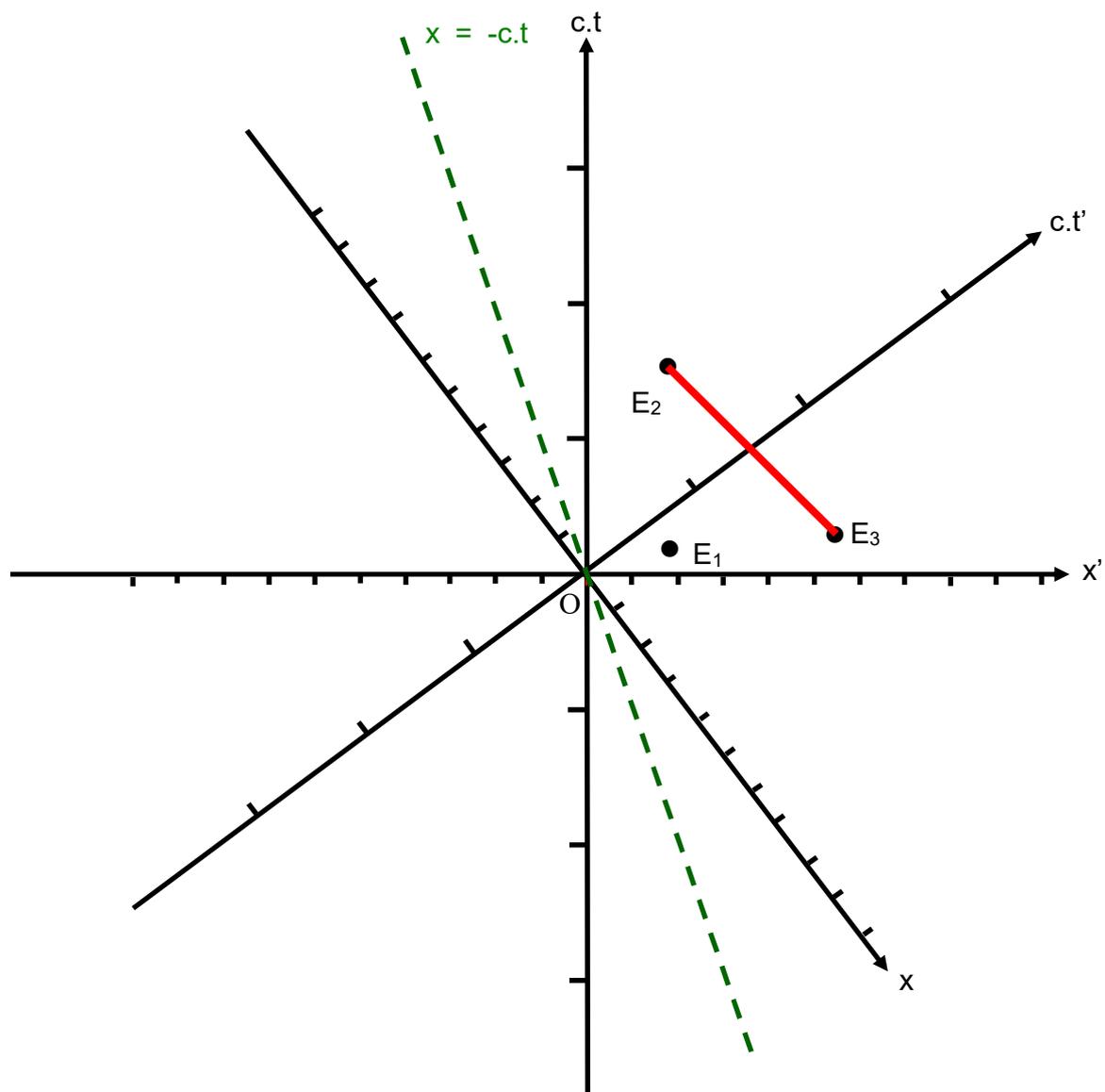


Figure 45 : Mise en évidence graphique de l'indépendance des événements E_2 et E_3 avec un diagramme de Loedel.

Réponse à la seconde question :

Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_2 et du flash de S_1 dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?

La durée entre les événements E_2 et E_1 correspond à une durée propre dans le référentiel de Daniel. On peut déterminer cette durée dans le référentiel d'Armineh par l'utilisation d'un diagramme ou une voie analytique en utilisant la relation $\Delta t'(E_2-E_1) = \gamma \cdot \Delta t(E_2-E_1)$.

$t_2-t_1 = 2,3 \cdot 10^{-8} - 1,0 \cdot 10^{-8} = 1,3 \cdot 10^{-8}$ s. C'est une durée propre dans le référentiel associé à Daniel (la durée entre deux événements ayant la même coordonnée d'espace, et mesurée par une même horloge immobile, voir **figure 46**).

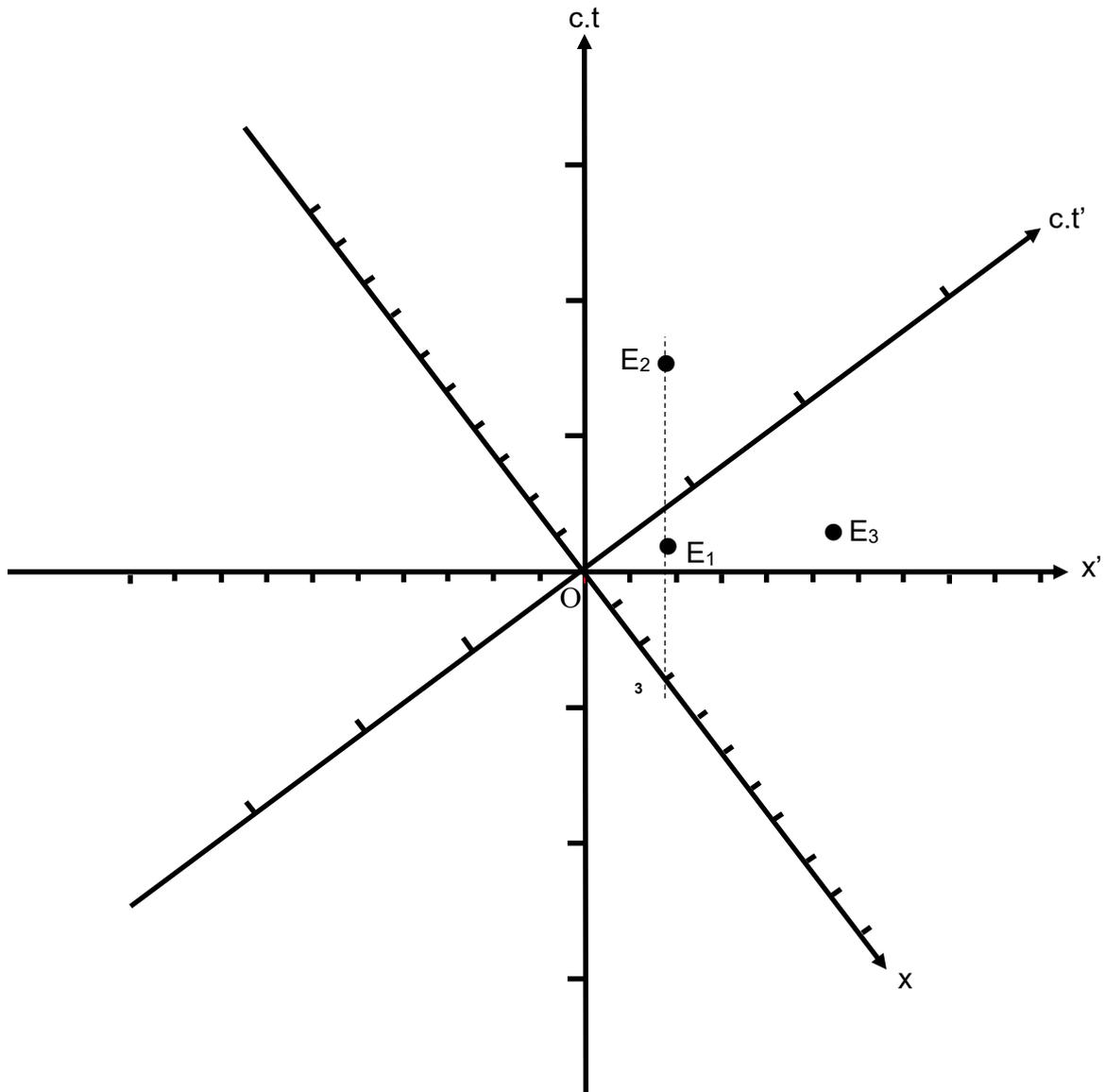


Figure 46 : Mise en évidence graphique d'une durée propre entre les événements E_2 et E_1 dans le référentiel R à l'aide d'un diagramme de Loedel.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,7$$

$t'_2 - t'_1 = \gamma \cdot (t_2 - t_1) = 1,7 \times 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh.

Ou $t'_2 - t'_1 = 2,5 \cdot 10^{-8} - 3,3 \cdot 10^{-9} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh à partir d'une lecture graphique (voir **figure 47**).

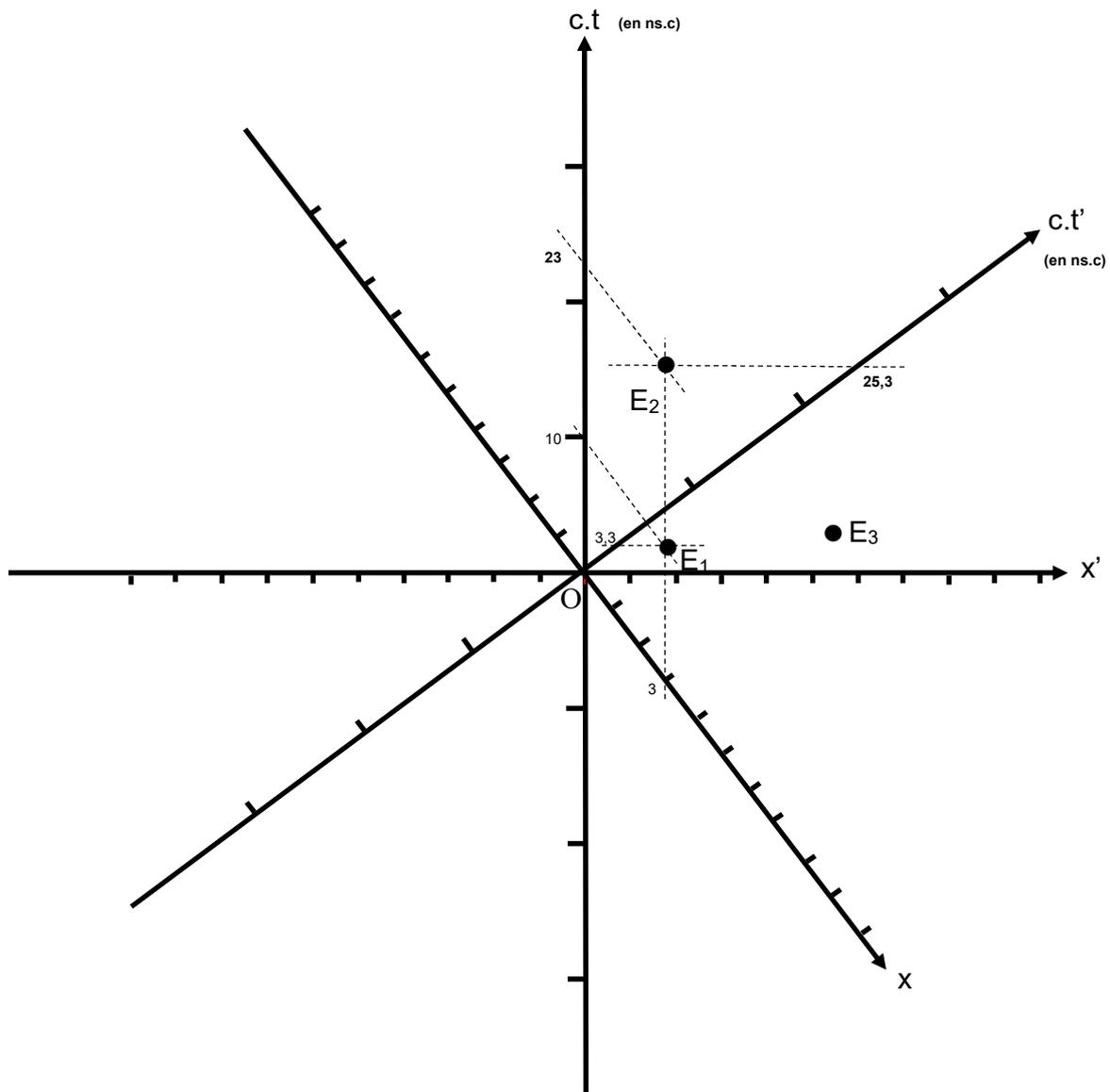


Figure 47 : Lectures graphiques de coordonnées temporelles sur un diagramme de Loedel.

Réponse à la troisième question :

Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_3 et du flash de S_2 dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?

La durée entre les événements E_3 et E_2 ne correspond pas à une durée propre dans le référentiel de Daniel (voir **figure 48**).

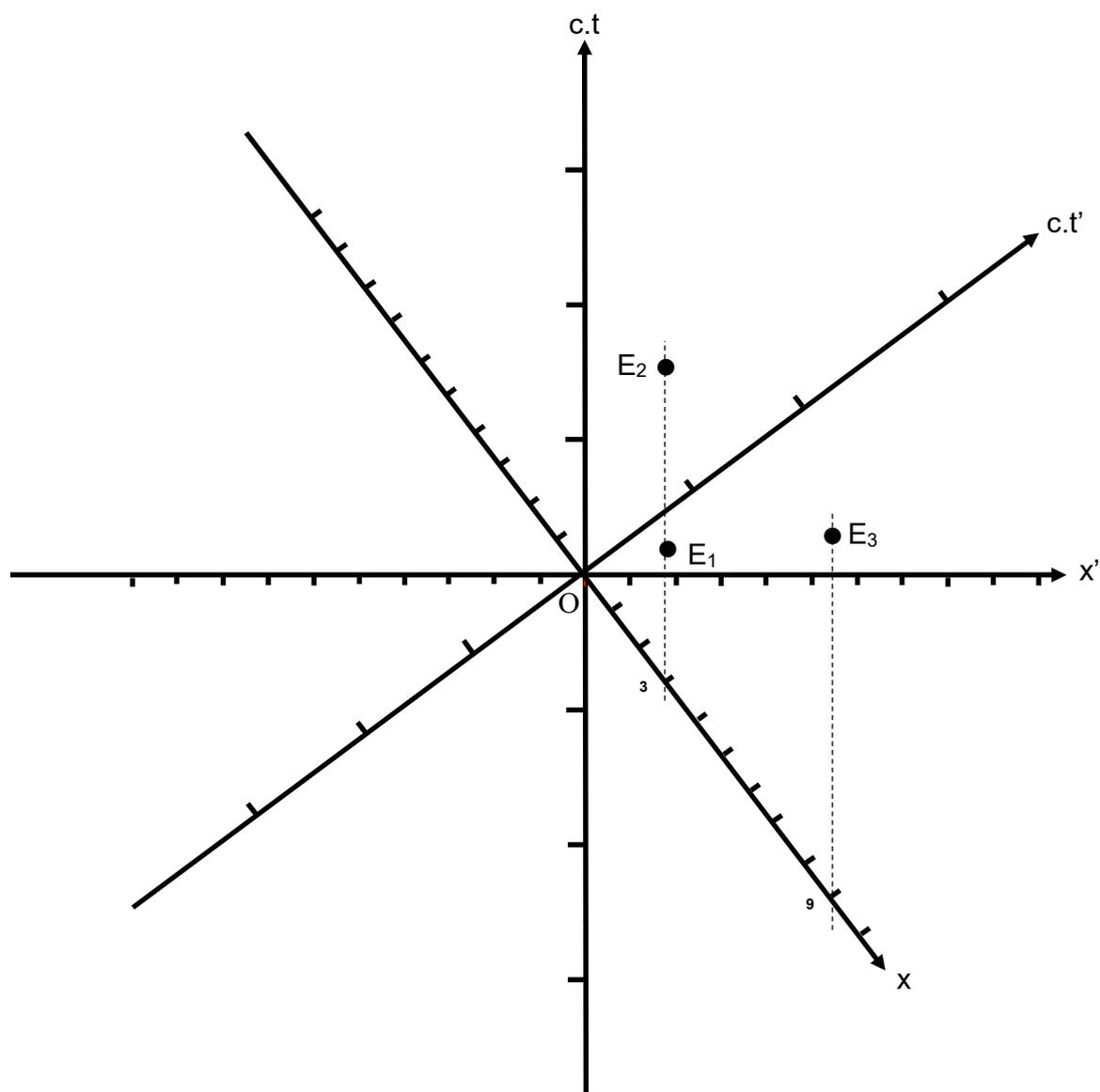


Figure 48 : Les événements E_2 et E_3 ne forment pas une durée propre dans le référentiel de Daniel.

Il est possible de faire une détermination graphique de cette durée dans le référentiel d'Armineh. La relation algébrique usuellement utilisée en terminale S n'est plus applicable ici. On voit bien l'inversion des événements, car on obtient dans le référentiel d'Armineh une durée négative.

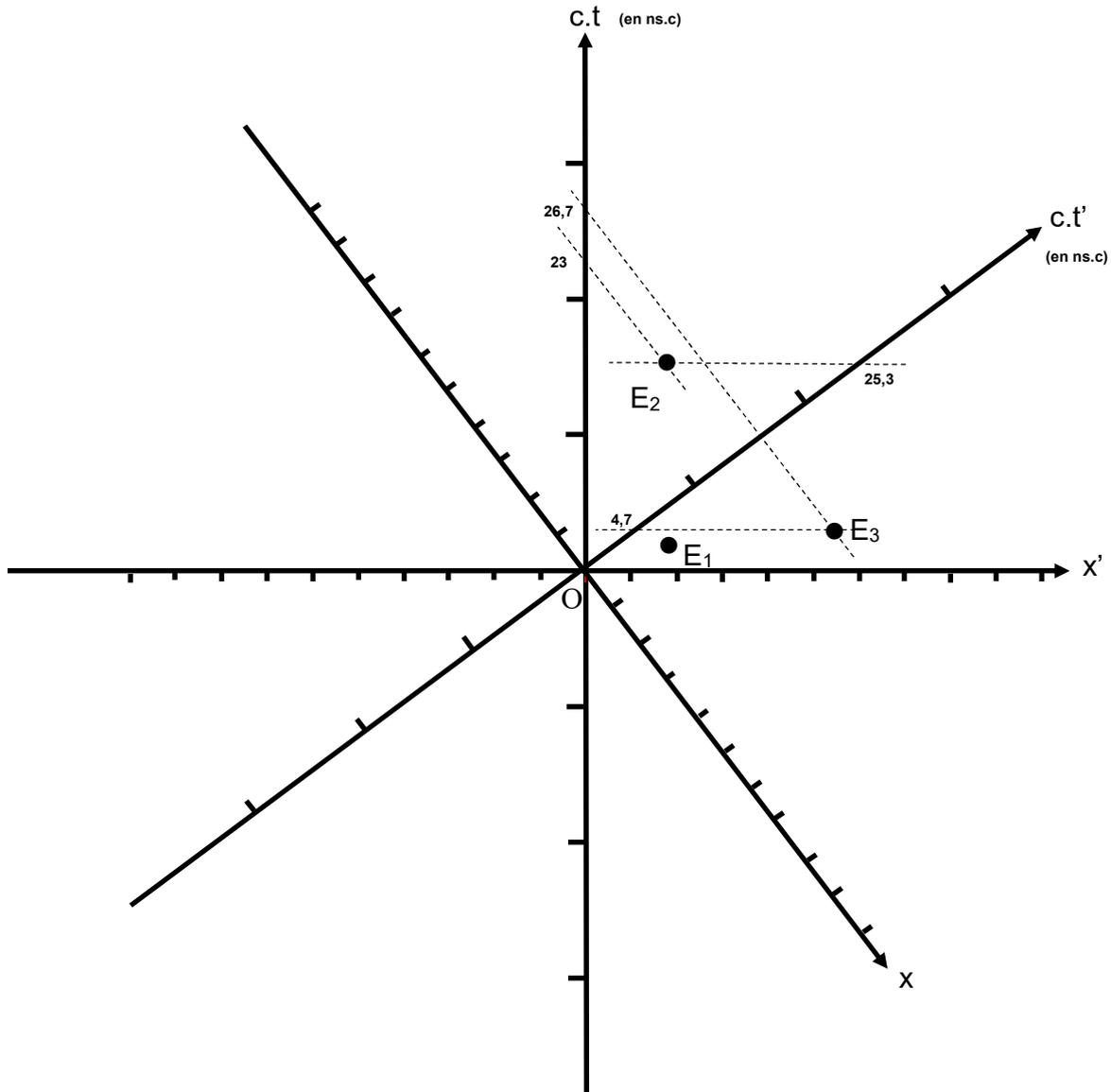


Figure 49 : Déterminations graphiques des durées entre les événements E_3 et E_2 dans deux référentiels à l'aide du diagramme de Loedel.

$$\Delta t'(E_3-E_2) < 0 \text{ et } \Delta t(E_3-E_2) > 0 \text{ donc } \Delta t'(E_3-E_2) \neq \gamma \cdot \Delta t(E_3-E_2).$$

$t_3 - t_2 = 2,7 \cdot 10^{-8} - 2,3 \cdot 10^{-8} = 0,4 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Daniel.

$t'_3 - t'_2 = 4,7 \cdot 10^{-9} - 2,5 \cdot 10^{-8} = -2,0 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Armineh par une résolution à partir du diagramme de Loedel (voir **figure 49**).

L'événement E_3 se trouve après E_2 dans le référentiel associé à Daniel.

L'événement E_2 se trouve après E_3 dans le référentiel associé à Armineh.

II.3.2. Analyse *a priori*

Choix des diagrammes utilisés

Nous avons donc commencé l'activité avec le diagramme de Minkowski car les élèves débutent avec un repère orthonormé pour le référentiel R. Ils s'initient aux projections parallèlement aux axes avec le diagramme de Minkowski avec le repère du référentiel R'. Le diagramme de Loedel est ensuite utilisé dans un second temps, car ce type de diagramme utilise toujours les projections parallèlement aux axes et de plus les échelles sont conservées d'un référentiel à l'autre.

Hypothèses effectuées lors de la conception de la séquence d'enseignement

Des hypothèses nous ont guidés tout le long de la conception de la séquence. Elles sont de deux types : des hypothèses macrodidactiques et des hypothèses microdidactiques.

Hypothèses macrodidactiques

Elles sont au nombre de trois, elles sont basées sur des considérations globales. Les deux premières relèvent d'un choix didactique général et la dernière liée à l'activité elle-même :

- a.** La traduction de l'événement en tant que point de l'espace-temps ainsi que l'utilisation de la ligne d'univers du photon dans un diagramme espace-temps permettent d'utiliser un nouveau registre mobilisable pour la compréhension des concepts de la relativité restreinte.
- b.** La conservation des échelles du diagramme de Loedel facilite la compréhension du phénomène de *dilatation des durées* et est cohérente avec les connaissances des sujets.
- c.** La conception d'une activité dans laquelle une inversion de la coordonnée temporelle d'événements est directement visible permet aux élèves de mieux comprendre la notion d'ordre chronologique relatif ainsi que la structure de l'espace-temps.

Hypothèses microdidactiques

Ce sont des stratégies adoptées lors de la chronologie *a priori* de la séquence précédente afin de faciliter la compréhension des concepts introduits.

La construction pas à pas du diagramme de Minkowski en utilisant au tout début un repère $(xO_c.t)$ orthonormé est justifiée par l'hypothèse d'une meilleure appropriation des diagrammes d'espace-temps par les élèves. Puis, la construction de l'axe $O_c.t'$, le placement de l'axe $x = c.t$ et la construction de l'axe Ox' permettent une exploitation du second postulat par les élèves (en lien avec l'hypothèse macro-didactique **a**). Le placement des événements dans $(xO_c.t)$, les règles de construction parallèlement aux axes et le travail sur la chronologie des événements permettent une meilleure appropriation du concept d'ordre chronologique relatif et l'utilisation concrète et effective du concept d'événement comme un point de l'espace-temps (en lien avec les hypothèses macro-didactiques **a** et **c**).

En ce qui concerne le diagramme de Loedel, comme il est déjà donné et que les règles de construction parallèlement aux axes sont identiques à celles du diagramme de Minkowski,

nous avons supposé que cela conduirait à une meilleure appropriation de ce diagramme. Le travail des élèves sur le placement des événements dans (xOc.t) et sur la détermination des durées, le diagramme de Loedel ayant la particularité d'avoir ses échelles conservées, permet aux élèves une approche géométrique sur la notion de durée plus accessible, car « visuelle ». Cela permet d'avoir une autre compréhension des notions de durées propre et impropre (en lien avec l'hypothèse macro-didactique **b**).

II.3.3. L'analyse *a posteriori*

Etablissement de la grille d'analyse

La séquence d'enseignement a été en grande partie retranscrite et le contenu a été analysé en découpant le corpus en éléments de signification de l'ordre de la phrase. Une grille d'analyse empirique, détaillée en annexe, a été développée après avoir recueilli et commencé à étudier les données. L'affinage des catégories a été développé empiriquement au fur et à mesure de la lecture du corpus comme décrit dans l'approche de la *Grounded Theory* citée par Guillemette (2006). Seules les difficultés probables des élèves avec l'outil graphique, leurs réussites et la prise en compte du registre étaient initialement envisagées. A la lecture des verbatim, le codage s'est affiné en prenant en compte les difficultés comme les réussites des élèves, les apports de connaissances comme le questionnement de l'enseignant ainsi que ses changements de stratégies entre les deux groupes. La quasi-totalité du corpus a été traité. La précision du codage s'est arrêtée au niveau de la phrase. Lorsqu'il y avait plusieurs possibilités de codage, c'est la catégorie avec le niveau de difficulté le plus élevé qui s'est imposée (une réflexion inter registre prime sur une réflexion intra registre qui elle-même prime sur une catégorie technique). Ce codage a permis de repérer les temps forts de la séquence. Généralement, des épisodes contenant plusieurs phrases sont analysés, ce qui fait ressortir des tendances observables. Bien souvent les résultats de deux groupes sont disponibles, ce qui permet de comparer ou d'enrichir l'analyse.

Analyse de la séquence d'enseignement

Le tracé de la droite $x = 0,8.c.t$ dans le diagramme de Minkowski

Une difficulté non initialement prévue a nécessité la mise en place de deux stratégies en fonctions des groupes :

Le premier groupe a eu la présentation de l'échelle par l'enseignant et devait placer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 sur le diagramme de Minkowski en utilisant une échelle fournie pour l'axe des abscisses Ox et pour l'axe des ordonnées $Oc.t$. Il devait également tracer la droite $x = 0,8.c.t$, puis devant les difficultés associées à cette tâche, l'explicitation du repère orthonormé a été donnée par l'enseignant en même temps que l'explication du placement de la droite $x = c.t$. Le tracé de la droite $x = 0,8.c.t$ a été finalisé ainsi que le tracé qualitatif des droites de type $x = \frac{c.t}{a}$ ($a > 1$ correspond à un cas possible, $a < 1$ correspond à un cas impossible).

Le second groupe a eu également la présentation de l'échelle par l'enseignant, a placé les trois événements, a eu l'explicitation du repère orthonormé en même temps que le placement de la droite $x = c.t$, a tracé la droite $x = 0,8.c.t$ puis a indiqué qualitativement le placement des droites de type $x = \frac{c.t}{a}$.

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 13**) :

Repère temporel	Thème
A1 35.20 à A1 43.35	Travail sur la droite $x = 0,8.c.t$ et sur le coefficient directeur
B1 27.15 à B1 43.33	
A1 49.36 à A1 50.40	Mobilisation du second postulat dans le registre diagrammatique
B1 44.05 à B1 44.52	

Tableau 13 : Organisation de l'épisode.

Travail sur la droite $x = 0,8.c.t$ et sur le coefficient directeur

Les échanges entre l'enseignant et les élèves peuvent se produire avec des registres différents et c'est une source d'incompréhension. C'est le cas des échanges entre A1 40.08 et A1 42.30. L'enseignant apporte des informations techniques alors que les élèves ont des difficultés intra registres quant à l'utilisation de l'échelle. On voit ci-après que 73 % des apports de l'enseignant sont de type technique alors que seulement 14 % sont de type intra registre, mais que 50% des difficultés exprimées par les élèves sont de type intra registre.

La notion de coefficient directeur reste problématique, car sa valeur est de $\frac{1}{0,8}$ et pas de 0,8. Cela amène les élèves à réaliser une opération algébrique de l'expression $x = 0,8.c.t$ à $c.t = \frac{x}{0,8}$.

La manipulation des échelles pose aussi problème, car elle conduit à un guidage élevé de l'enseignant (41% des échanges sont des apports de l'enseignant) et les élèves à ce stade ne semblent pas donner de sens à la position respective des deux droites $x = c.t$ et $x = 0,8.c.t$ (lié au fait que l'inversion des axes par rapport à ce qui est fait d'habitude entraîne qu'une droite associée à une valeur de a plus élevée est plus verticale, alors que la vitesse est plus lente).

Mobilisation du second postulat dans le registre diagrammatique

L'enseignant a fait le choix d'une démarche inductive, pour laquelle la compréhension du modèle vient après sa découverte (voir A1 49.36). C'est un passage pour lequel les élèves sont plutôt en réussite.

Le second postulat est mobilisé lors de l'étude graphique des pentes des lignes d'univers permises. Ce sont des réussites d'élèves majoritairement inter registres ou intra registres.

Un élève arrive à réaliser une opération inter registre en reliant la pente d'une ligne d'univers à la vitesse de l'objet étudié (voir A1 50.20).

Les élèves sont amenés ensuite à prédire la vitesse d'un objet dans le référentiel de Daniel en fonction de la position de sa ligne d'univers sur le diagramme.

En conclusion, le placement des trois événements E_1 , E_2 et E_3 ne pose pas de problèmes particuliers. L'axe des ordonnées $Oc.t$ a posé des problèmes, car il est gradué en unités de temps fois c . Le produit entre c et t est homogène à une distance ce qui veut dire que l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées sont homogènes à des distances. Lorsqu'on regarde les différentes échelles on s'aperçoit que le repère $xOc.t$ est un repère orthonormé, ce qui implique que la droite $x = c.t$ correspond à la bissectrice de l'angle formé par les segments Ox et $Oc.t$. Il n'est par contre pas explicite pour les élèves que ce repère soit orthonormé. Le tracé de la ligne d'univers d'Armineh pose également problème surtout pour placer la droite d'équation $x = 0,8.c.t$ et cela pour plusieurs raisons :

- **L'équation de la droite n'est pas de la forme « ordonnée » = $a \times$ « abscisse ».**
- **Les élèves ont des difficultés à tracer une droite de pente a .**
- **On peut supposer aussi que les élèves associent une pente élevée à une vitesse élevée, ce qui n'est pas le cas ici.**

Le passage du registre diagrammatique au monde réel est facilité avec la mobilisation du second postulat. On peut supposer que cela est dû au temps passé sur la notion de pente. La notion de ligne d'univers de la lumière au travers de l'équation $x = c.t$ n'est pas introduite à ce niveau.

Comment construire l'invariance de c dans un diagramme de Minkowski ?

Après avoir construit le repère orthonormé relatif au référentiel de Daniel, le repère relatif au référentiel d'Armineh est construit par déduction du premier, en utilisant la traduction du second postulat à l'aide du diagramme.

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 14**) :

Repère temporel	Thème
B1 45.11 à B1 46.23	Les droites parallèles à $Oc.t'$ correspondent à l'immobilité dans le référentiel d'Armineh
B1 46.50 à B1 48.46	Mobilisation du second postulat dans le registre diagrammatique

Tableau 14 : Organisation de l'épisode.

La construction du repère dans le référentiel d'Armineh pose des problèmes aux élèves, car ils ont des difficultés à s'apercevoir que la ligne d'univers d'Armineh dans le référentiel de Daniel correspond à l'axe $Oc.t'$ dans le référentiel d'Armineh.

Ce sont essentiellement des difficultés de types inter registre, ce qui nécessite un apport conséquent de ce type de la part de l'enseignant.

Par la suite, les élèves arrivent à comprendre la construction de l'axe Ox' par symétrie par rapport à la droite $x' = c.t'$ sans pour autant associer cette construction au second postulat d'Einstein. Ce sont donc des réussites plutôt techniques de la part des élèves.

L'enseignant apporte lui-même la signification physique de la symétrie par rapport à la droite $x' = c.t'$ par un apport de type inter registre.

Visualisation de la chronologie des événements

Les diagrammes d'espace-temps, tels que ceux de Minkowski ou de Loedel utilisés dans l'activité avec les élèves, permettent de visualiser sur l'axe des ordonnées la chronologie des événements dans le référentiel de Daniel avec l'axe Oc.t, ou dans le référentiel d'Armineh, grâce à l'axe Oc.t'. La séquence a été conçue de façon à ce que l'ordre chronologique des événements soit différent dans les deux référentiels. Il a suffi de s'arranger pour que, d'une part, l'ordre chronologique puisse changer en fonction du référentiel en prenant un événement non inclus dans le cône de lumière d'un autre, par exemple. D'autre part, il a fallu trouver des coordonnées d'événements particulières pour que l'ordre chronologique soit inversé.

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 15**), deux stratégies sont utilisées pour présenter l'ordre chronologique relatif par l'observation de deux événements dans deux référentiels différents :

Repère temporel	Thème
A2 11.38 à A2 16.29	Construction puis observation de l'inversion chronologique des trois événements.
B2 00.00 à B2 13.13	Introduction de l'inversion chronologique des événements puis justification graphique.

Tableau 15 : Organisation de l'épisode.

L'inversion chronologique des événements, bien que rendue visible au travers des diagrammes d'espace-temps, pose toujours des problèmes aux élèves :

- **Les règles de projection parallèlement aux axes ne sont pas toujours maîtrisées ;**
- **Les élèves raisonnent par rapport à la position plutôt que par rapport à la date de l'événement ;**
- **La notion d'ordre chronologique relatif n'est pas forcément bien comprise ;**
- **Les élèves peuvent émettre des conclusions hâtives en comparant la façon dont s'écoule le temps d'un référentiel à un autre.**

Les apports de l'enseignant demeurent très importants ainsi que le questionnement servant à relancer la réflexion des élèves.

L'appropriation du diagramme de Loedel

Après avoir construit et utilisé le diagramme de Minkowski, les élèves sont amenés à utiliser le diagramme de Loedel, et tout d'abord à découvrir son principe de fonctionnement.

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 16**) :

Repère temporel	Thème
A2 29.56 à A2 44.32 ou B2 14.12 à B2 39.28	Découverte de Loedel (projections et lecture des coordonnées)

Tableau 16 : Organisation de l'épisode.

Dans l'enregistrement de la partie du premier groupe, l'enseignant fait des comparaisons inter registres entre le registre diagrammatique et le registre du langage naturel. Les élèves arrivent à attribuer les bons axes aux bons référentiels ainsi qu'à s'apercevoir que les axes Ox et $Oc.t'$ ainsi que Ox' et $Oc.t$ sont perpendiculaires entre eux.

L'enseignant bâtit la traduction du second postulat sur le diagramme avec les droites confondues $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ qui sont les bissectrices des angles formés par les axes Ox et $Oc.t$ ou Ox' et $Oc.t'$. On voit également une mauvaise interprétation du diagramme avec d'autres éventuelles bissectrices. Elles conduisent à des confusions, car cela amène à associer de mauvais axes pour définir les repères de chaque référentiel. On voit ici la limite à utiliser un diagramme tout prêt, sans que les élèves aient pu prendre part à sa construction.

Les règles de projections parallèlement aux axes qui viennent d'être vues avec le diagramme de Minkowski dans le référentiel d'Armineh ont du mal à être assimilées par tous les élèves. Le placement précis des événements pose aussi problème en particulier la manipulation de la règle de trois lors de l'utilisation des échelles.

Dans l'enregistrement du second groupe, la règle de trois est explicitée par l'enseignant afin de limiter les problèmes techniques des élèves. Il apporte également des informations sur la signification physique d'abscisses négatives pour des événements dans le repère du référentiel d'Armineh et une aide technique sur les projections et la détermination des coordonnées. Le diagramme permet aux élèves de se rendre compte de phénomènes contre-intuitifs : inversion de l'ordre chronologique des événements, ce qui amène la surprise chez eux (B2 31.40) et de l'ordre des positions des événements. L'enseignant pose également plus de questions que dans le premier groupe, ce qui induit un pourcentage de réussite plus élevé et moins de difficultés exprimées chez les élèves.

Les diagrammes de Loedel posent des problèmes importants aux élèves, mais ils suscitent néanmoins une réflexion intéressante de leur part :

- **Le diagramme permet une base de discussion sur des résultats contre-intuitifs (inversion d'ordre chronologique des événements comme celui des positions relatives) ;**
- **Le second postulat d'Einstein se décline de façon graphique à l'aide d'une recherche de bissectrices ;**
- **Une mauvaise interprétation du diagramme est toujours possible, avec par exemple, une recherche par les élèves de bissectrices non pertinentes ;**
- **Les règles de projection parallèlement aux axes ont du mal à être bien maîtrisées par les élèves ;**
- **La lecture des coordonnées des événements et l'utilisation de la règle de trois associées sont aussi problématiques.**

Etude de l'ordre chronologique relatif avec le diagramme de Loedel

Les élèves sont amenés à utiliser dans la deuxième séance les diagrammes de Minkowski et de Loedel vus dans la première séance. La première tâche des élèves consiste à revoir la notion d'ordre chronologique relatif en étudiant deux événements indépendants E_2 et E_3 pour lesquels E_3 n'est pas à l'intérieur du cône de lumière d' E_2 .

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 17**) :

Repère temporel	Thème
A3 23.13 à A3 30.48 ou B3 19.01 à B3 25.09	L'ordre chronologique relatif avec Loedel à partir des coordonnées des événements.
A3 30.51 à A3 33.34 ou B3 25.31 à B3 29.04	L'ordre chronologique relatif avec Loedel à partir d'un raisonnement sur les pentes.

Tableau 17 : Organisation de l'épisode.

Les élèves ne font pas forcément la différence entre le temps, la date ou la durée. La notion « d'événement » utilisée dans le cadre de rationalité familial (par exemple un concert qui dure 1H30) s'oppose avec cette même notion dans le cadre de rationalité des sciences physiques.

La notion de référentiel n'est pas toujours comprise par les élèves ce qui amène des difficultés d'ordre conceptuel. Ils ont du mal à utiliser la notion de référentiel pour définir une durée, car c'est contre-intuitif.

Les élèves semblent trouver qu'une durée de 4 ns est trop petite et cela peut leur paraître comme une impossibilité technique. Les activités en relativité restreinte, même numérisées, peuvent apparaître comme de la science-fiction à leurs yeux (peu concrètes, ne faisant partie du monde réel). L'assignation de valeurs numériques, mêmes « pseudo » réalistes, ne facilite pas forcément la circulation entre les registres.

Le calcul de la vitesse du signal hypothétique reliant les événements E_2 et E_3 permet de montrer que ces deux événements sont indépendants. Un savoir implicite est mobilisé ici (deux événements indépendants ne peuvent pas être reliés par un signal physique) et cela peut être un facteur non négligeable de difficulté.

L'interprétation géométrique de l'inversion de l'ordre chronologique entre les événements E_2 et E_3 en fonction des référentiels est réalisable en comparant la valeur de la pente reliant les événements et celle de la droite $x = c.t$. En fonction des situations, il faut utiliser la comparaison avec la droite $x = -c.t$. La visualisation de l'inversion des événements E_2 et E_3

en fonction des référentiels permet de discuter de l'ordre chronologique relatif de deux événements.

En conclusion, les diagrammes de Loedel permettent de travailler sur l'ordre chronologique relatif de deux événements. Des difficultés demeurent, car :

- **La différence entre temps, date ou durée n'est pas forcément acquise par les élèves avec des confusions entre « événement » en tant que durée (contamination du sens commun) et « événement » du physicien en tant que point de l'espace-temps ;**
- **La notion de référentiel n'est pas toujours comprise ;**
- **L'obligation de définir le référentiel dans lequel une durée est mesurée est contre-intuitive pour les élèves ;**
- **La vitesse d'Arminéh est avancée pour traiter l'ordre chronologique relatif d'événements dans le référentiel de Daniel ;**
- **Les règles de projection parallèlement aux axes ont du mal à être bien maîtrisées par les élèves ;**
- **La lecture des coordonnées des événements et l'utilisation de la proportionnalité sont parfois hésitantes aussi ;**
- **Une durée de 4 ns n'est pas forcément concrète pour les élèves.**

La visualisation sur le diagramme du problème d'ordre chronologique relatif entre les événements est néanmoins bénéfique, car :

- **Les difficultés conceptuelles des élèves sont importantes dans cet épisode, mais les réussites conceptuelles exprimées par les élèves ne sont pas négligeables ;**
- **Des explications graphiques sur la conséquence d'un déplacement à une vitesse plus grande que celle de la lumière dans le vide peuvent être données à cette occasion, car cette possibilité interdite peut être facilement visualisée sur un diagramme d'espace-temps.**

Mesure de la durée propre et comparaison avec une durée impropre dans le diagramme de Loedel

Une durée propre est mesurée dans un référentiel galiléen à l'aide d'une seule horloge fixe entre deux événements situés à la même position que l'horloge de mesure. Les diagrammes d'espace-temps permettent de visualiser graphiquement la mesure de la durée propre en mettant en valeur le fait que l'abscisse des deux événements soit identique. La conservation des échelles d'un référentiel à l'autre avec le diagramme de Loedel peut s'avérer utile.

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 18**) :

Repère temporel	Thème
A3 34.34 à A3 44.44 ou B3 29.31 à B3 36.22	Durée propre et durée impropre

Tableau 18 : Organisation de l'épisode.

La durée propre visualisée dans le référentiel de Daniel est prise entre les événements E_2 et E_1 . Cela n'apparaît pas spontanément aux élèves que c'est une durée propre. Ils calculent la durée impropre dans le référentiel d'Armineh à partir de la formule de dilatation des durées vu dans le cours. Les interactions enseignant – élèves permettent donc de réactiver ici ce qui a été déjà vu. Les questions de l'enseignant sont essentiellement techniques comme les réussites exprimées par les élèves. Le diagramme de Loedel permet de vérifier graphiquement que la durée prise dans le référentiel de Daniel est bien la durée propre alors que la durée prise dans le référentiel d'Armineh est une durée impropre.

Le diagramme est aussi utilisé pour mesurer des durées, mais son utilisation n'est pas forcément perçue par les élèves comme plus simple ou plus précise que le registre fonctionnel ou algébrique. Ils trouvent par lecture graphique la valeur de la durée impropre dans le référentiel d'Armineh. Le diagramme permet de réinvestir les notions de durée propre et de durée impropre, car ces notions deviennent maintenant visibles.

En conclusion, les diagrammes de Loedel permettent de travailler graphiquement sur des comparaisons de durées avec des échelles qui sont conservées d'un référentiel à un autre. La notion de durée propre est réinvestie ici après avoir été vue en cours dans un autre contexte non géométrique, mais :

- **Cette notion de durée propre n'est pas reconnue spontanément par les élèves dans un contexte géométrique ;**
- **La notion même de durée semble ne pas être toujours bien maîtrisée ;**
- **Même si les élèves trouvent qu'il est aussi possible d'utiliser le diagramme pour mesurer les durées, son utilisation n'est pas forcément perçue par eux comme plus simple ou plus précise que le registre fonctionnel ou algébrique.**

Néanmoins, l'utilisation du diagramme de Loedel permet :

- **De vérifier dans un autre registre, ici diagrammatique, que la durée prise dans le référentiel de Daniel est bien la durée propre, alors que la durée prise dans le référentiel d'Armineh est une durée impropre ;**
- **De comparer une méthode utilisant un diagramme ou une méthode analytique adaptée à leur niveau d'enseignement.**

Comparaison de durées quelconques avec le diagramme de Loedel

Le programme de terminale S indique qu'il faut traiter le phénomène de dilatation de durée en comparant deux durées dont l'une au moins est une durée propre en utilisant une relation analytique $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$. Nous allons voir ici un cas où il est possible graphiquement de comparer deux durées quelconques sans utiliser le formalisme mathématique de la transformée de Lorentz vu dans le supérieur.

L'organisation de l'épisode est résumée dans le tableau ci-après (voir **tableau 19**) :

Repère temporel	Thème
A3 44.49 à A3 50.25 ou B3 37.06 à B3 43.29	Détermination graphique de durées quelconques

Tableau 19 : Organisation de l'épisode.

Les élèves se rendent compte que les deux durées relatives aux événements E_2 et E_3 ne correspondent pas à durée propre dans le référentiel de Daniel ou d'Armineh et donc que la relation mathématique vue en cours n'est plus applicable. Ils trouvent la durée dans le référentiel d'Armineh en utilisant le diagramme de Loedel.

L'inversion chronologique des événements E_2 et E_3 dans le référentiel d'Armineh est reprise par l'enseignant lors de la mesure d'une durée négative par les élèves. La notion de durée propre et le domaine de validité de la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_0$ sont également travaillées.

En conclusion, les diagrammes de Loedel permettent de comparer des durées quelconques géométriquement sans utiliser la transformée de Lorentz. Cela permet aux élèves de :

- **Se rendre compte que les deux durées relatives aux événements E_2 et E_3 ne correspondent pas à des durées propres dans les référentiels de Daniel et d'Armineh et donc que la relation mathématique vue en cours n'est plus applicable ;**
- **De commencer à avoir une autre définition de la durée propre en parlant de « même abscisse » pour les événements ;**
- **De trouver la durée dans le référentiel d'Armineh par une méthode utilisant un diagramme de Loedel ;**
- **De trouver une durée négative, de confirmer l'inversion des événements E_2 et E_3 dans le référentiel d'Armineh et d'insister sur l'impossibilité d'utiliser la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_0$ car Δt_m et Δt_0 doivent avoir le même signe, ce qui exclut une inversion de l'ordre chronologique d'événements.**

C'est une partie conduisant majoritairement à des difficultés techniques exprimées par les élèves. Cela demande donc un apport technique important de l'enseignant ainsi qu'un questionnement du même type.

II.4. La nécessité d'un apport théorique

Au fur et à mesure de ce travail, il nous est apparu de plus en plus crucial de construire des outils théoriques afin de nous aider à construire et à analyser des séquences basées sur une approche utilisant des diagrammes d'espace-temps pour introduire des concepts de la relativité restreinte.

Nous avons déjà vu que les graphiques présentent un potentiel cognitif important. Duval (1993) a introduit la notion de registre de représentation sémiotique en étudiant des objets mathématiques. Il existe différents registres mobilisables : le langage naturel, l'écriture symbolique, le graphique cartésien, les diagrammes, les figures géométriques, les tableaux de données, ... Duval soutient que la maîtrise d'un concept mathématique suppose la maîtrise d'au moins deux registres ainsi que les conversions associées entre les registres.

L'organisation de la représentation spatiale a été étudiée par Vergnaud (1994, page 33, voir **figure 50**). Il s'est interrogé sur la façon dont les propriétés du signifiant sont associées aux propriétés du signifié et si ces propriétés sont véritablement utiles aux apprentissages.

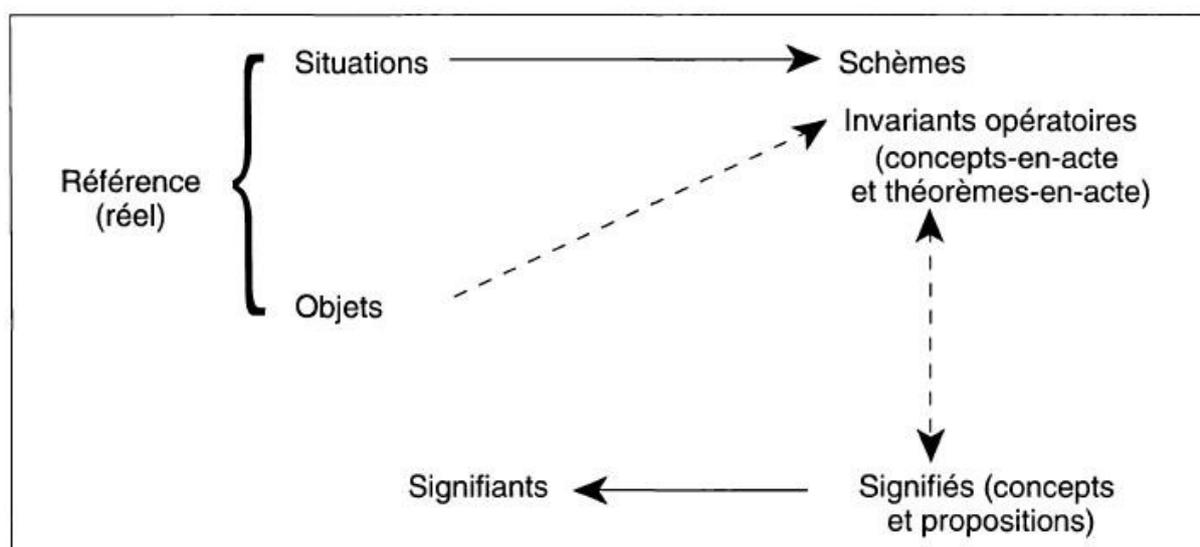


Figure 50 : Une analyse de la représentation du réel. Extrait de Vergnaud (1994).

L'espace de travail mathématique (ETM) a été développé afin de mieux comprendre les enjeux didactiques autour du travail mathématique dans un cadre scolaire par Kuzniak et Richard (2014). Il correspond à une extension de l'espace de travail géométrique (ETG) étudié par Kuzniak (2006, 2011). L'ETM comporte deux niveaux : un de nature cognitive en relation avec l'apprenant et un autre de nature épistémologique en rapport avec les contenus mathématiques étudiés (voir **figure 51**).

Le plan épistémologique contient un ensemble de *représentamen* (signes utilisés), un ensemble d'artéfacts (instruments de dessins ou logiciels) et un ensemble théorique de référence (définitions et propriétés).

Le plan cognitif contient un processus de visualisation (représentation de l'espace, relatif au support matériel), un processus de construction (fonction des outils utilisés) et un processus discursif (argumentations, de preuve).

Il existe un *ETM de référence* communément admis par la communauté scientifique, un *ETM personnel* du professeur qui correspond à son interprétation de l'*ETM de référence* et un *ETM personnel* de l'élève qui est mobilisé lors de résolutions de problèmes. L'*ETM idoine* est construit par le professeur. Cela correspond à un aménagement de l'*ETM de référence* afin de permettre à l'élève de résoudre lui-même les problèmes posés dans le cadre d'une institution scolaire.

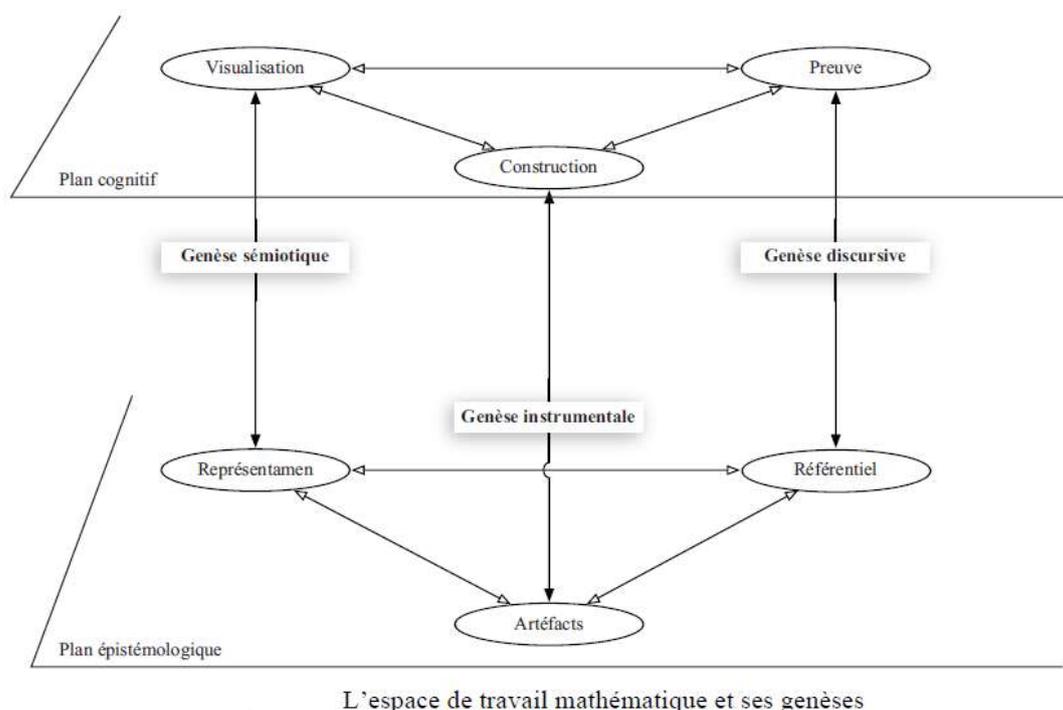


Figure 51 : Description de l'ETM. Extrait de Kuzniak et Richard (2014).

Le travail mathématique correspond à une articulation entre les plans cognitifs et épistémologiques grâce à une genèse instrumentale (opérationnalisation des artefacts), une genèse sémiotique (basée sur le registre des représentations sémiotiques, donne un sens aux signes utilisés) et une genèse discursive (raisonnement mathématique et validation élaborée).

Les différentes phases du travail mathématique lors de l'accomplissement d'une tâche ont été mises en évidence par la représentation de trois plans verticaux sur le diagramme de l'ETM représentés sur la **figure 52**.

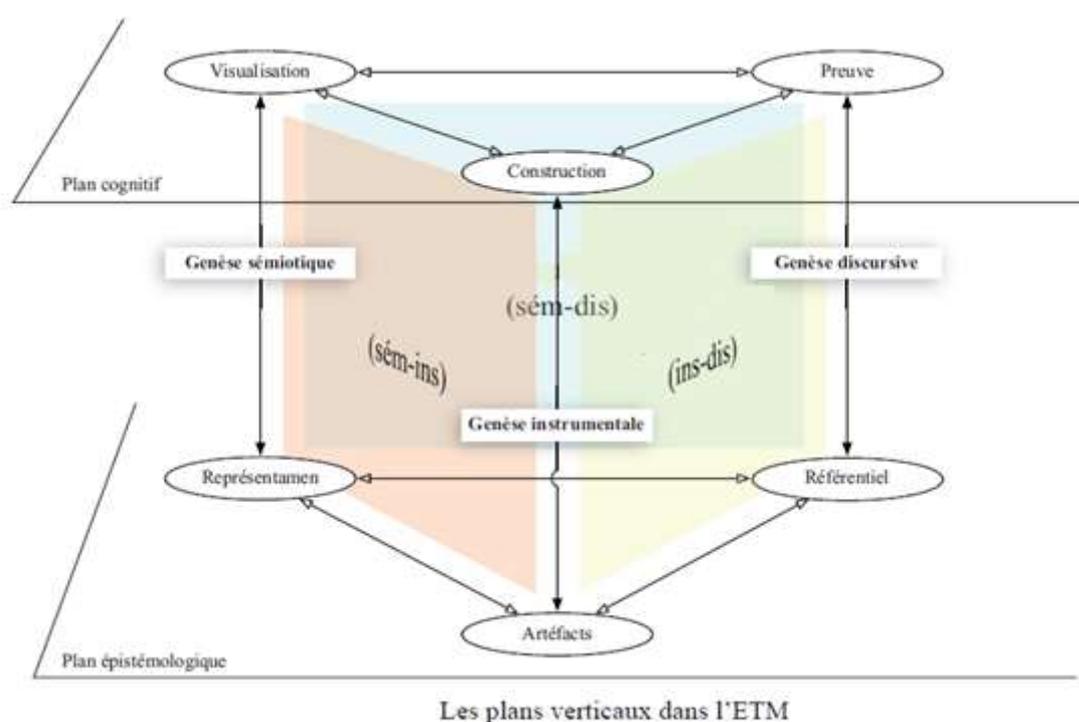


Figure 52 : Les différentes genèses dans les ETM. Extrait de Kuzniak et Richard (2014).

Les interactions de type sémiotique-instrumentale (sem-ins) permettent de mettre en œuvre une démarche de découverte et d'exploration d'un problème scolaire donné. Celles de type instrumentale-discursive (ins-dis) privilégient le raisonnement mathématique. Enfin, celles de type sémiotique-discursive (sem-dis) sont caractéristiques de la communication des résultats de type mathématique.

Pour que le travail réalisé sur des résolutions de problèmes en mathématiques soit utilisable en sciences physiques, il convient d'étudier au préalable un modèle d'analyse de processus de conceptualisation mettant en jeu des relations entre processus mathématiques et processus physiques (voir **figure 53**). Un tel exemple de mise en lien a été développé par Malafosse

(2000, page 70). Son étude portait sur la loi d'Ohm, ce qui explique l'importance qu'il a consacrée aux relations algébriques.

**Problèmes de transparence et de coordination
des représentations d'un même contenu sémantique
interdisciplinaire**

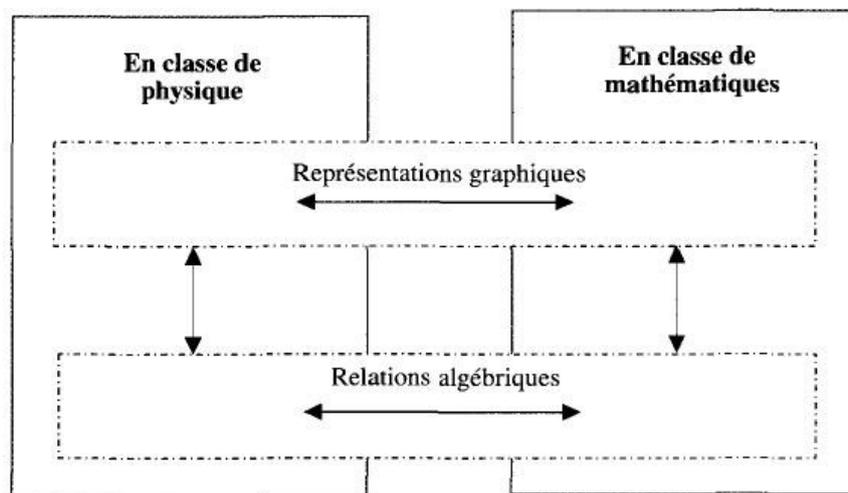


Figure 53 : Relations interdisciplinaires entre les mathématiques et les sciences physiques. Extrait de Malafosse (2000).

Il a ainsi défini la notion de cadre de rationalité comme un ensemble cohérent du fonctionnement de la pensée culturelle ou familière caractérisé par quatre composantes : l'ensemble des objets « conceptuels », le type de procédé de validation, les éléments de rationalité, qui constituent les règles de traitement et de validation, ainsi que les registres sémiotiques qui sont supports à la conceptualisation et à la communication.

Dans l'exemple ci-après, trois cadres de rationalité sont étudiés : le cadre de rationalité des mathématiques, le cadre familier et celui de la physique (voir **tableau 20**). Des objets conceptuels et des éléments de rationalité ont été explicités à chaque fois.

Exemples d'objets conceptuels et d'éléments de rationalité

	Cadre de rationalité des mathématiques	Cadre de rationalité familial	Cadre de rationalité de la physique
Objets conceptuels	La droite, la croissance, la continuité, l'additivité, la dérivée, le point, etc.	Le chaud et le froid, la lumière, les fées, la peur, le point, etc.	L'énergie, la vitesse, la résistance électrique, l'électron, le point, etc.
Éléments de rationalité	La déduction logique, le raisonnement par récurrence, l'analyse combinatoire, l'infini, etc.	La validation par constat (fréquence de répétition, mesure sur dessin), la ressemblance, la déduction, etc.)	L'homogénéité des formules, la réfutabilité, la validation par induction, la déduction logique, etc.

Tableau 20 : Les cadres de rationalité. Extrait de Malafosse (2000).

La comparaison des processus de conceptualisation entre les mathématiques et les sciences physiques peut donc être réinvestie à l'aide des notions de cadre de rationalité et de registre sémiotique (voir **figure 54**).

Couplage entre les notions de cadre de rationalité et de registre sémiotique

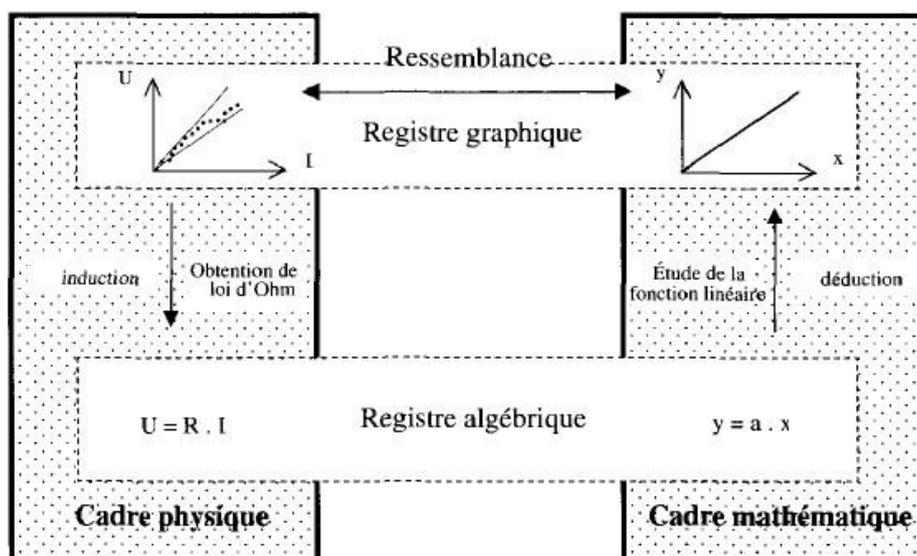


Figure 54 : Cadres de rationalité et registres sémiotiques. Extrait de Malafosse (2000).

Il existe des obstacles liés aux changements de registres sémiotiques, ce qui va être source de difficultés prévisibles pour les élèves. Dans l'exemple de l'établissement de la loi d'Ohm (Voir **figure 54**), le registre algébrique occupe une place prépondérante, car la correspondance entre les deux cadres n'est pas triviale pour les élèves et c'est pour cela qu'elle conduit généralement à des obstacles (voir **figure 55**). En relativité restreinte, il existe d'autres registres mobilisables tels que les registres matriciels, les registres fonctionnels, ...

Obstacles liés aux changements de registres sémiotiques et aux changements de cadre de rationalité

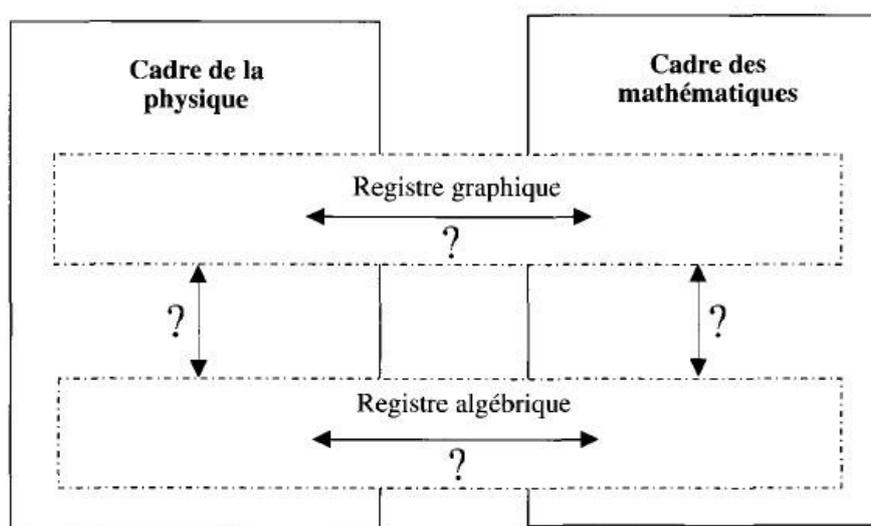


Figure 55 : Différents obstacles envisageables. Extrait de Malafosse (2000).

Cela conduit également à des ruptures entre les cadres culturels des mathématiques et de la physique du point de vue des concepts scientifiques comme des conceptions des enseignants. C'est ce qui a été montré par Malafosse (2001) sur la **figure 56**.

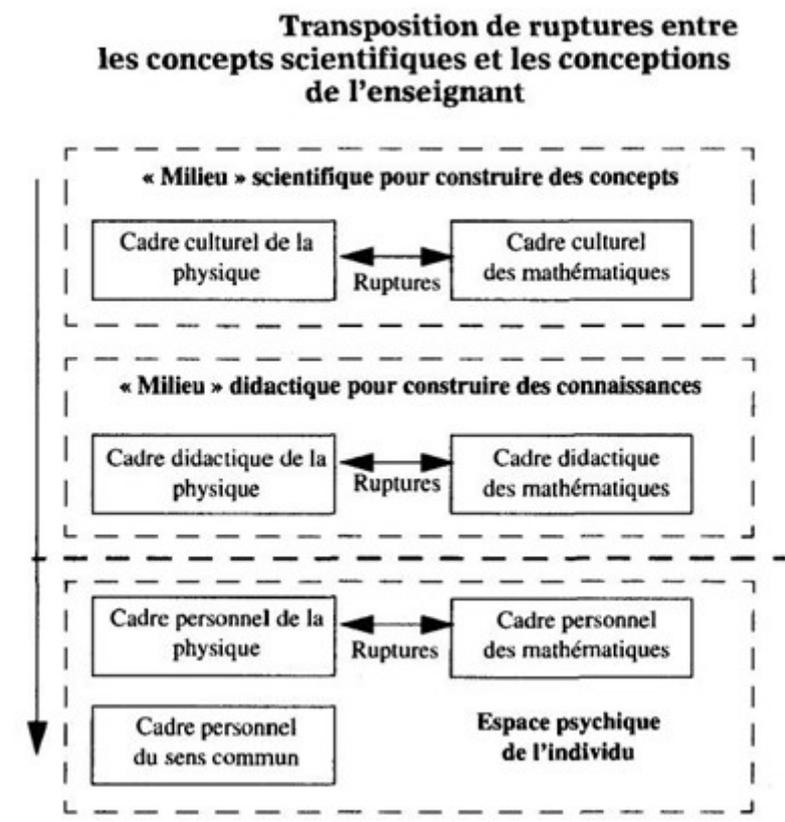


Figure 56 : Différentes ruptures envisageables. Extrait de Malafosse (2000).

Le **tableau 21** nous permet de comparer quelques éléments utilisés dans ce travail de thèse contenus dans les plans épistémologiques des cadres de rationalité des sciences physiques et des mathématiques.

Nature des ensembles du plan épistémologique	Cadre de rationalité des sciences physiques	Cadre de rationalité des mathématiques
Représentamen	Graphiques Diagrammes Relations algébriques Lignes d'univers Événements	Graphiques Diagrammes Relations algébriques Points Droites
Artéfacts	Logiciel (Audacity, ...) Règles, crayon, compas, rapporteur, calculatrice	Logiciel GeoGebra Règles, crayon, compas, rapporteur, calculatrice Calcul formel (logiciels)
Référentiel	Événements Vitesses Second postulat d'Einstein Unités Durées Ordre chronologique Ordre chronologique relatif Calcul formel Axe Positions (au cours du temps)	Coefficients directeurs Invariance de la bissectrice Coordonnées Projections Axe Plan

Tableau 21 : Éléments étudiés dans cette thèse en fonction du cadre de rationalité.

Tout ceci, nous a conduits à développer de nouveaux outils adaptés aux séquences que nous voulions mettre en place avec les élèves de terminale S. C'est ainsi que le diagramme associé au modèle des ETM a été transformé en rajoutant un plan épistémologique supplémentaire

correspondant au cadre de rationalité des sciences physiques (voir **figure 57**). Nous avons choisi de ne garder qu'un seul plan cognitif, c'est pour cela que nous n'avons pas retenu un ETM pour chaque cadre de rationalité. Le domaine auquel nous allons restreindre notre étude est celui de la cinématique relativiste. De plus les éléments que nous intégrons font partie d'un ETM idoine bien particulier, associé à notre étude, et qui n'est pas forcément classique. Cela va nous permettre d'analyser finement les interactions entre les différents cadres de rationalité et le plan cognitif de l'élève et de qualifier la nature du travail réalisé par l'élève ou celui qui lui est demandé.

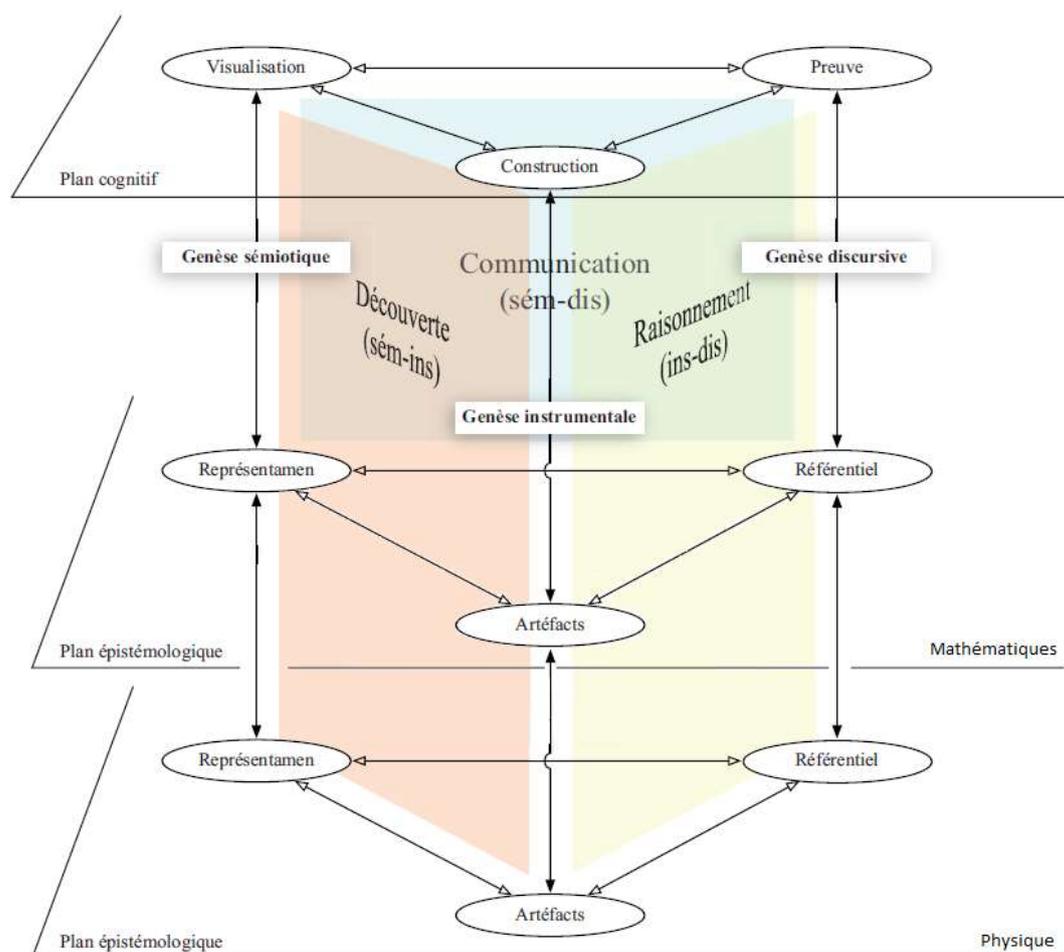


Figure 57 : Modèle de l'ETM étendu.

Le terme « preuve » est conservé, mais il prendra dans le cas de l'ETM étendu un sens plus « mou » de justification ou de raisonnement. Nous allons nous limiter dans ce travail de thèse uniquement aux interactions entre un plan épistémologique et le plan cognitif afin de travailler plus particulièrement sur les interactions avec les élèves.

Tiberghien (2005) a décrit le phénomène de modélisation en sciences physiques à l'aide de deux mondes décrits sur la **figure 58** : celui des objets et des événements, en relation avec *le monde matériel inanimé*, et celui des théories et des modèles, en relation avec *les aspects théoriques et les modèles de situations théoriques étudiées*.

Le physicien décrit une situation en termes d'objets, d'événements ou de faits expérimentaux. La validation expérimentale établit une confrontation entre les faits expérimentaux et les prévisions issues du monde des théories et des modèles. Lors de l'apprentissage de la physique, il conviendrait, d'après elle, d'explicitier le monde des objets et des événements.

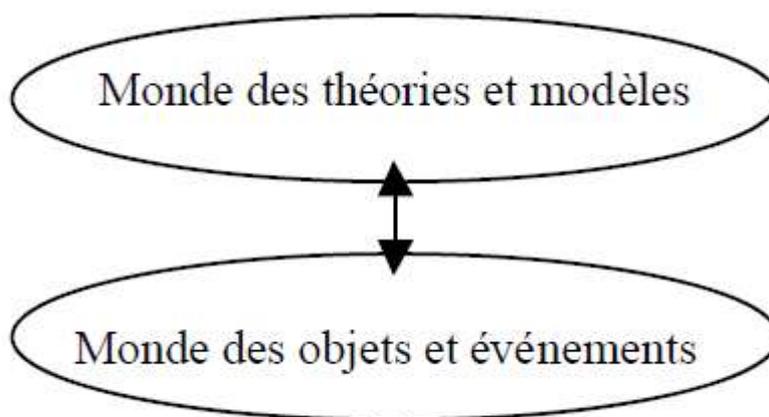


Figure 58 : Modèle des deux mondes associés à la modélisation en sciences physiques.
Extrait de Tiberghien (2005).

Une double distinction a par la suite été établie entre savoir quotidien et savoir de la physique pour chacun des deux mondes décrits précédemment.

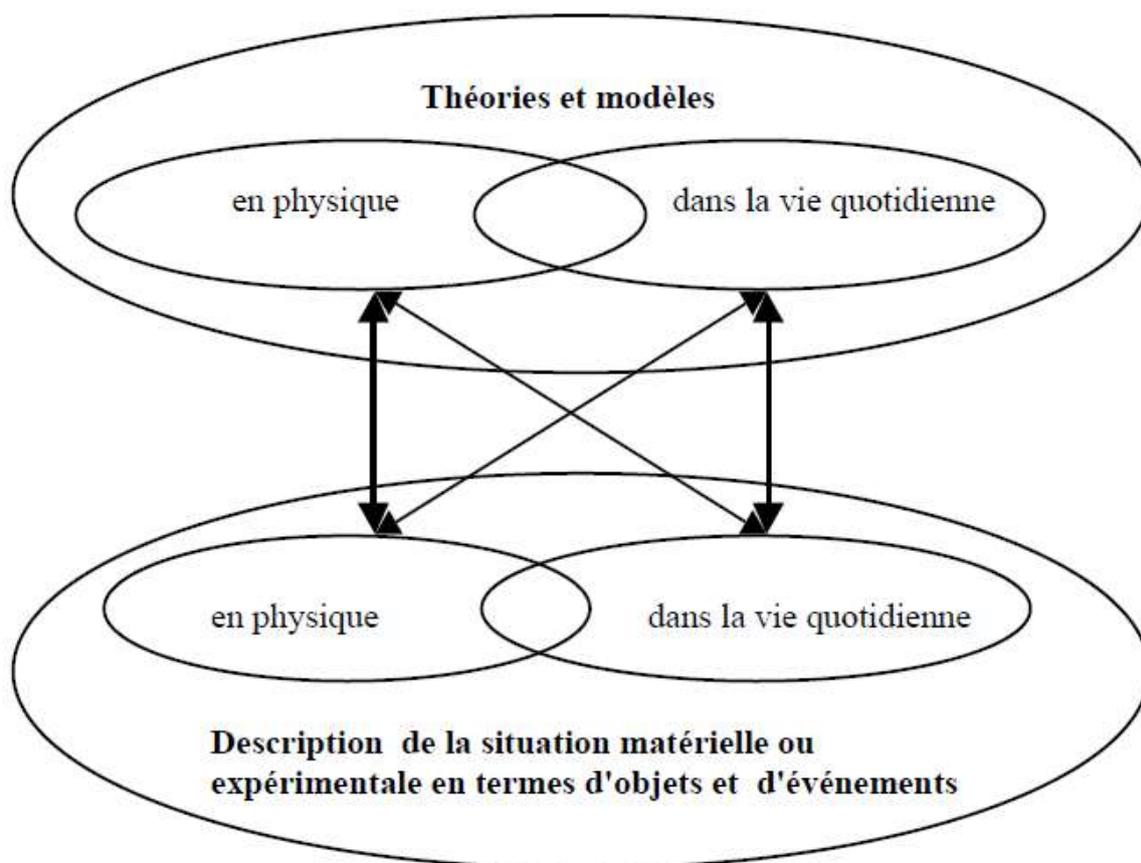


Figure 59 : Double catégorisation des savoirs pour chaque monde. Extrait de Tiberghien (2005).

La double catégorisation décrite sur **la figure 59** permet de prendre en compte les difficultés et les évolutions des apprenants et de montrer que la description en termes d'objets et d'événements demandée dans l'enseignement de la physique n'est pas celle de la vie quotidienne même pour une situation familière.

Lors d'une étude du son en classe de seconde, Tiberghien (2005) a étudié dans une situation d'enseignement pour laquelle des élèves doivent mettre en relation des perceptions et des phénomènes mécaniques. Nous nous intéressons plus particulièrement ici à son étude de l'association de la perception aigu / grave avec la fréquence de vibration de la source.

La réponse d'un élève a été analysée en utilisant le modèle des deux mondes sur la **figure 60**.

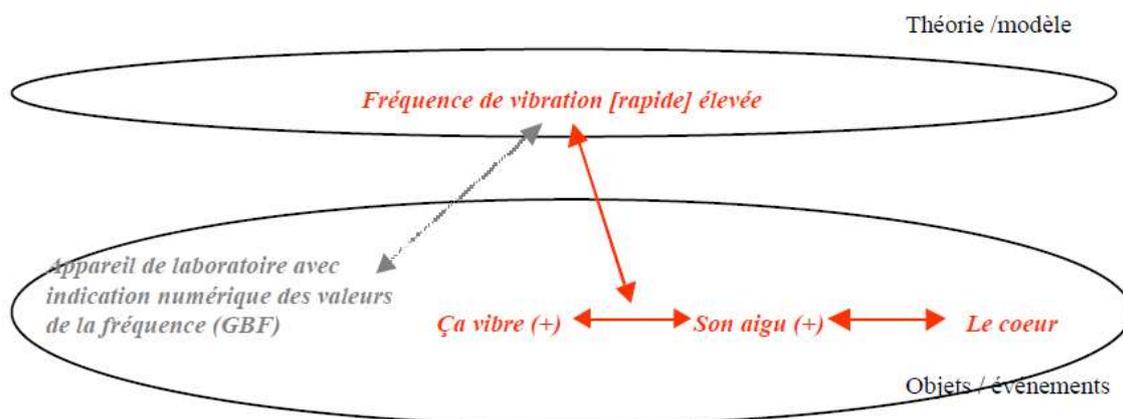


Figure 60 : Analyse d'une tâche effectuée par un élève à l'aide du modèle des deux mondes. Extrait de Tiberghien (2005).

La situation d'enseignement vise la mise en relation, par les élèves, des perceptions d'une part et des phénomènes mécaniques d'autre part.

Un élève faisait partie d'un binôme ayant à disposition un générateur basse fréquence (GBF) relié à un haut-parleur (HP). En changeant la fréquence du GBF il pouvait ainsi écouter le son produit. Lors de l'échange avec son camarade, il a été mis en évidence sur le verbatim qu'il associait à une fréquence de vibration élevée par l'intermédiaire du dispositif technique (GBF + HP) une vibration plus importante et donc un son plus aigu. Il a ensuite associé à la notion de vibration, celle de la membrane du HP ainsi que l'analogie du cœur.

Cette situation nous permet de tester le modèle de l'ETM étendu que nous avons décrit à la **figure 57**. Une proposition de description de la tâche réalisée par l'élève est représentée sur la **figure 61**.

La *fréquence de vibration élevée* est associée au référentiel du plan épistémologique de la physique (elle fait partie des définitions et des propriétés en physique) et le *dispositif technique* (GBF + HP) à l'artéfact du même plan (en extrapolant les instruments de dessin ou le logiciel initialement utilisés dans le plan épistémologique des mathématiques au dispositif expérimental dans le plan épistémologique de la physique). Cela conduit à la construction (même si ce terme était initialement destiné à une construction plus mathématique avec une approche géométrique) de la notion *fréquence plus élevée* dans le plan cognitif de l'élève. Il visualise dans le même plan une *vibration plus importante de la membrane* et il entend un *son plus aigu*. L'élève développe un discours de « preuve » d'une vibration plus importante en utilisant *l'analogie du cœur* en pensant sans doute à ses battements, cela donne sans doute

plus de sens à cette situation pour lui. Cela permet de reboucler sur le plan épistémologique de la physique en renforçant la notion de *vibration plus élevée*.

Il existe ici, en fait, une double construction « fréquence élevée » associée à « aigu » puis « son » à « vibration d'une membrane ». On considère que la seconde association a déjà été travaillée précédemment puisque la situation d'enseignement se focalise sur la perception aigu / grave avec la fréquence de la vibration de la source.

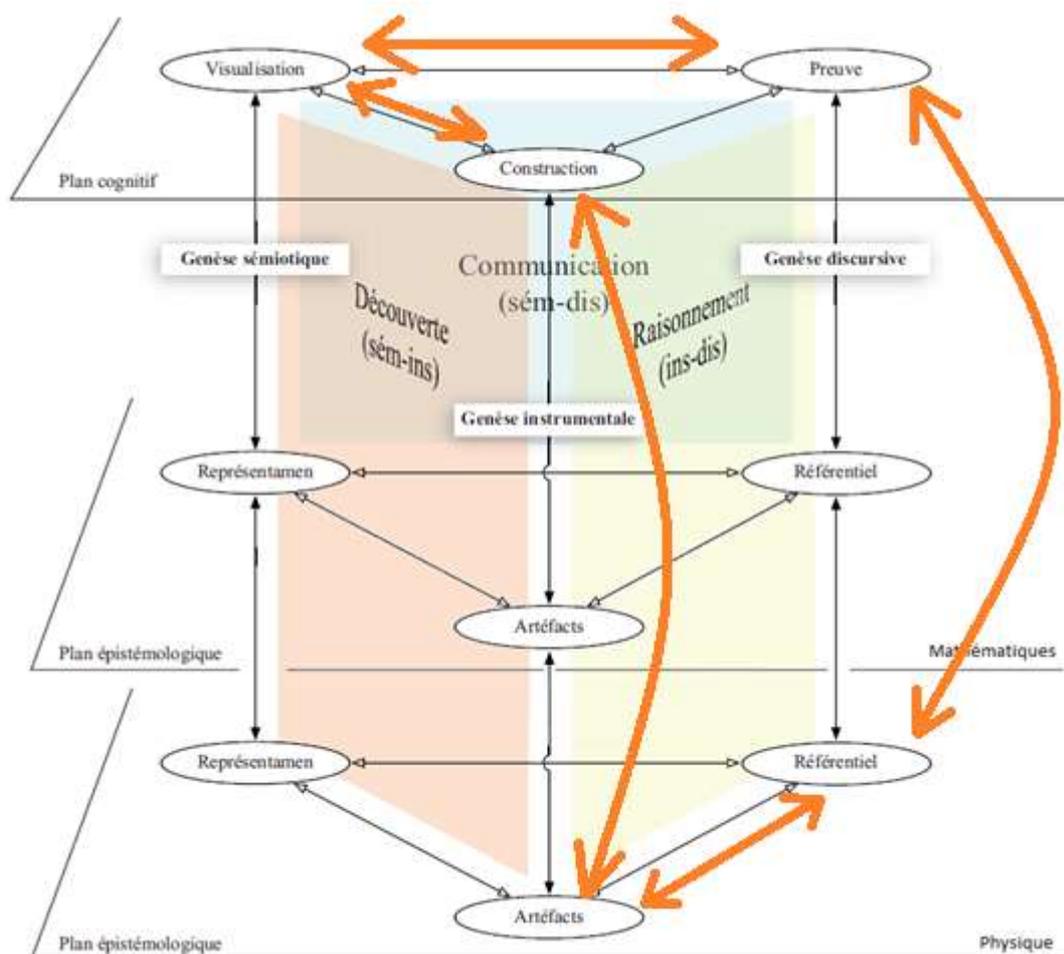


Figure 61 : Analyse d'une tâche effectuée par un élève à l'aide du modèle de l'ETM étendu.

Le plan épistémologique des mathématiques n'est pas mobilisé ici. Les génèses mises en évidence sont de type instrumentales et discursives. L'association de ces deux génèses est en général plutôt associée à une tâche favorisant le raisonnement. Même si la description semble

proposer un ordre chronologique privilégié, il n'en est a priori rien puisqu'il existe des va-et-vient permanents entre les différents éléments concernés dans les deux plans.

Nous avons pu utiliser le modèle de l'ETM étendu avec l'exemple issu de l'étude de Tiberghien (2005). Il demeure un exemple pour lequel les mathématiques ne sont pas mobilisées, nous l'avons mis en évidence sur la **figure 61**. Ce ne sera plus du tout le cas avec la cinématique relativiste pour laquelle la place des mathématiques est importante.

Le cadre des mathématiques aurait été mobilisé, par exemple, si les élèves avaient eu à trouver ensuite sur un graphique une période T , à en déduire la fréquence f à partir de la relation algébrique $f = \frac{1}{T}$ et à conclure si le son associé était aigu ou grave (voir **figure 62**).

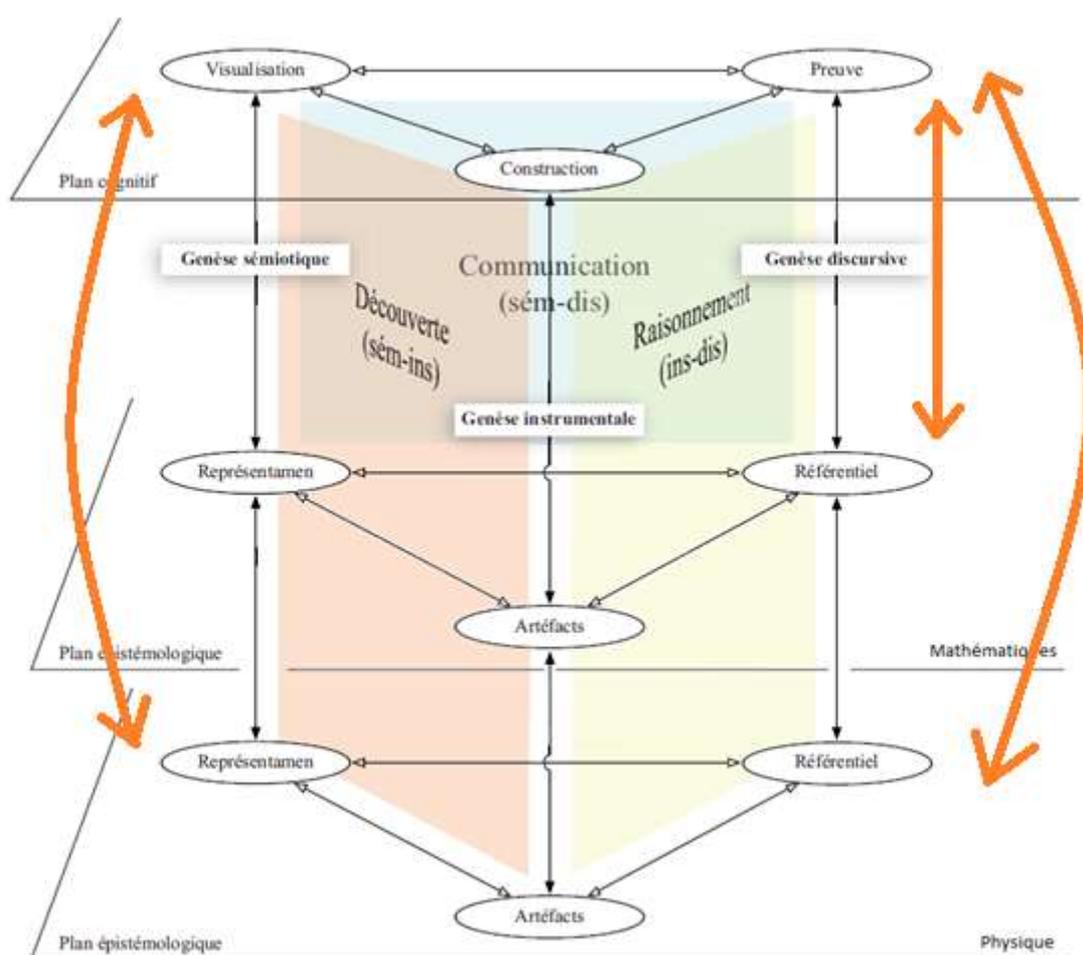


Figure 62 : Analyse d'une tâche effectuée par un élève à l'aide du modèle de l'ETM étendu.

L'extraction de la période T est associée à une genèse sémiotique entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif (la période T est la durée d'un motif élémentaire qui est généralement traitée en classe de sciences physiques en seconde). Il faut ensuite transformer la relation algébrique $f = \frac{1}{T}$ en $T = \frac{1}{f}$, ce qui correspond à une genèse discursive entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif. (il faut isoler T puis effectuer un calcul numérique). Enfin une genèse discursive entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif est mise en œuvre lorsqu'il faut conclure si le son est aigu ou grave (il faut effectuer un raisonnement pour conclure et utiliser les bonnes unités pour la période T et la fréquence f).

Nous commençons donc à entrevoir les potentialités à utiliser un ETM étendu dans l'analyse de tâches réalisées par des élèves. Nous faisons l'hypothèse par la suite que ces ETM vont être d'une aide précieuse lors de la conception, mais aussi l'analyse de séquences d'enseignement utilisant des diagrammes d'espace-temps en relativité restreinte, car cela va permettre de caractériser la diversité des activités cognitives engagées.

Troisième partie

III. Élaboration théorique d'une aide à la création d'une séquence d'enseignement en relativité restreinte

Nous allons nous aider du cadre théorique des ETM pour construire une séquence d'enseignement en relativité restreinte mobilisant le registre des diagrammes. Ce cadre permet une certaine distanciation avec les séquences proposées tout en explicitant les interactions entre l'élève (au travers d'un plan appelé « plan cognitif ») et un niveau disciplinaire (décliné en deux plans appelés « plan épistémologique » en fonction des cadres de rationalité des mathématiques ou de la physique). Ce cadre théorique nous sera utile pour évaluer les tâches réalisées et réalisables par les élèves, ce qui nous manquait dans les analyses *a priori* et *a posteriori* de la séance ou de la séquence pilote. Commençons par décrire plus particulièrement le fonctionnement que nous allons faire des ETM dans ce travail de thèse.

III.1. Les espaces de travail mathématique : un cadre pour penser l'usage des diagrammes d'espace-temps en relativité restreinte

Tout d'abord il convient de repérer dans une tâche si un ou des cadres de rationalité des mathématiques ou de la physique sont mobilisés. Si la signification physique d'un phénomène n'est pas mobilisée et que le travail ne porte que sur l'exploitation mathématique d'objets représentés sur un diagramme, le plan épistémologique de la physique ne sera pas utilisé.

Par exemple, s'il est demandé d'expliquer si deux événements E_1 et E_2 , placés sur un diagramme, ont la même abscisse dans un référentiel donné, le travail ne s'effectue pas dans le plan de l'épistémologie de la physique qui n'est pas mobilisé.

Par contre s'il est demandé d'expliquer pourquoi les événements E_1 et E_2 , placés sur un diagramme, permettent de définir une durée propre dans un référentiel donné, cette fois-ci les deux plans épistémologiques sont mobilisés. Il faut d'une part connaître la signification physique d'une durée propre et d'autre part repérer si les deux événements ont la même abscisse dans un référentiel donné.

En fonction du questionnement, la tâche peut donc porter sur un ou deux cadres de rationalité et donc conduire à un niveau de complexité plus élevé.

Par défaut le plan cognitif est à chaque fois utilisé, car nous nous intéressons aux interactions entre l'élève *via* son plan cognitif et un ou deux plans épistémologiques. De plus, nous n'allons pas nous intéresser dans ce travail de thèse, aux éventuelles interactions entre les deux plans épistémologiques sans passer par le plan cognitif de l'élève, car nous focalisons notre attention sur lui en posture de résolution d'une tâche.

L'élève est étudié dans sa posture de résolution d'une tâche. Les interactions avec le plan cognitif seront donc les seules prises en compte.

Le plan cognitif contient trois éléments (visualisation, construction, preuve). La *visualisation* correspondra ici à une lecture sur un diagramme. La *construction* sera associée au tracé de quelque chose sur un diagramme d'espace-temps à l'aide d'un crayon ou d'une action sur le logiciel GeoGebra. La *preuve* sera associée à un raisonnement plus ou moins élaboré conduisant à un résultat correct.

Chaque plan épistémologique contient également trois éléments (représentamen, artéfacts et référentiel). Un *représentamen* correspond à un signe (par exemple un trait) représentant un objet appartenant au cadre de rationalité des mathématiques (ici une demi-droite) ou de la physique (ici une ligne d'univers). Les *artéfacts* correspondent aux outils utilisés lors de la résolution de la tâche, un diagramme (cadre de rationalité des mathématiques) ou un enregistrement sur papier des positions au cours du temps d'un objet (cadre de rationalité de la physique). Enfin, le *référentiel* est associé à l'ensemble des règles, des définitions, des postulats d'un domaine pour un cadre de rationalité donné (théorie de la relativité restreinte en physique, calcul matriciel en mathématiques).

Un élément d'un plan sera bien souvent en interaction avec un élément d'un autre plan sur une verticale pour former une genèse. Il existe également des interactions sur un même plan qui ne sont pas associées cette fois-ci aux genèses. La genèse sémiotique correspond à une

interaction representamen – visualisation, la genèse instrumentale à l'interaction artéfacts - construction et la genèse discursive à l'interaction référentiel – preuve.

La genèse sémiotique sera donc associée bien souvent ici à une observation (deux événements avec une même abscisse ou pas, une inversion d'ordre chronologique d'événements sur une animation). La genèse instrumentale demandera une action de la part de l'élève sur un diagramme ou un logiciel (tracer des parallèles, relever une durée). Enfin la genèse discursive sera associée à un raisonnement associé à un domaine théorique (on voit une inversion de l'ordre chronologique de deux événements dans un référentiel B par rapport au référentiel A donc les événements sont indépendants).

L'interaction entre deux éléments à la verticale dans deux plans différents forme une genèse et correspond à un type de tâche réalisé par l'élève.

L'association de deux genèses (observée sur un verbatim ou supposée lors d'une analyse *a priori*) peut être reliée à un niveau de maîtrise d'un élève sur un problème posé.

L'association d'une genèse sémiotique et d'une genèse instrumentale correspond à la *découverte* du problème (découverte d'un logiciel en « cliquant » et en observant le résultat, découverte des propriétés d'un diagramme d'espace – temps). L'élève agit sur des artéfacts et observe les résultats.

L'association d'une genèse instrumentale et d'une genèse discursive correspond plutôt à des actions majoritairement de *raisonnement*. L'élève agit sur des artéfacts et en déduit des résultats en utilisant un bagage théorique à sa disposition (l'élève trace plusieurs lignes d'univers d'objets ayant des valeurs de vitesse différentes dans un référentiel donné et il en déduit des résultats sur la traduction, sur le diagramme, du second postulat).

Enfin l'association d'une genèse sémiotique et d'une genèse discursive correspond à des actions décrites comme étant plutôt de *communication*. Cela correspond à un niveau de maîtrise élaboré de l'élève pour le problème posé. Il prend du recul car il n'agit pas directement sur les artéfacts pour visualiser et en déduire des résultats théoriques (l'élève anticipe ce qu'il pourrait se passer pour la ligne d'univers d'un objet en changeant sa vitesse dans un référentiel donné et il comprend à quoi correspond le second postulat explicité sur le diagramme).

L'association de deux genèses conduit à une tâche plus élaborée mise en œuvre par l'élève. Il est ainsi possible de quantifier son degré de maîtrise lors de la résolution d'un problème posé. Le niveau de difficulté d'une séance va être également relié aux associations qu'il est possible de développer chez les élèves. Une double évaluation est donc envisageable en utilisant le cadre théorique des ETM : une évaluation a priori de la séance et a posteriori via l'observation du travail des élèves. Cette évaluation est aussi possible en la déclinant au niveau des questions d'un problème posé. Enfin, comme nous avons vu, il faut aussi tenir compte de l'utilisation des deux cadres de rationalité pour quantifier le niveau de difficulté d'une tâche et le niveau de maîtrise d'une notion par un élève. Il doit même être possible de quantifier ces niveaux pour chaque cadre de rationalité.

III.2. Présentation d'une nouvelle progression d'enseignement

La construction de graphiques en cinématique peut bénéficier des outils de la géométrie dynamique avec par exemple le logiciel GeoGebra. Son utilisation correspondrait à une mobilisation des artefacts des différents cadres de rationalité de notre modèle d'ETM étendu. Commençons par regarder, dans la partie suivante, une utilisation de GeoGebra dans le contexte des mathématiques.

III.2.1. Utilisation de GeoGebra en cinématique

Cazes et Vandebrouck (2014) ont étudié le déroulement d'une séquence visant à un apprentissage des fonctions. A partir de situations réelles, les élèves devaient chercher à les modéliser puis à les simuler à l'aide de Geogebra. La simulation a permis un réinvestissement des connaissances sur les fonctions linéaires et affines puis une introduction de la fonction inverse ainsi que de ses propriétés globales et asymptotiques.

La séquence commence par le visionnage par les élèves de vidéos de poursuites permettant la constitution d'une banque de situations réelles. Une des vidéos décrit la poursuite de Bip-Bip par Vil Coyotte (voir **figure 63**).



Figure 63 : Image d'une poursuite de Bip-Bip par Vil Coyotte. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).

Après tout un travail de mise en situation avec les élèves, il leur est posé la question suivante : « Etant donnée une vitesse du coyote fixée, peut-il rattraper Bip-Bip et dans ce cas, quelle est la durée de la poursuite ? ». La simulation a été construite sur GeoGebra, les élèves devant créer des curseurs permettant de contrôler le défilement du temps et éventuellement de la vitesse de Vil Coyotte. Il a été convenu collectivement que le mouvement se fait sur l'axe des abscisses, que Vil Coyotte est assimilé à un point C et Bip Bip à un point P. Un repère xOy est représenté. Bip Bip se trouve initialement à 20 m de Vil Coyotte. La position initiale C_0 de C correspond à l'origine du repère et celle P_0 de P à (20, 0). La vitesse de Bip-Bip est fixée à 2 m.s^{-1} . La **figure 64** correspond à une copie d'écran de la simulation sur GeoGebra.

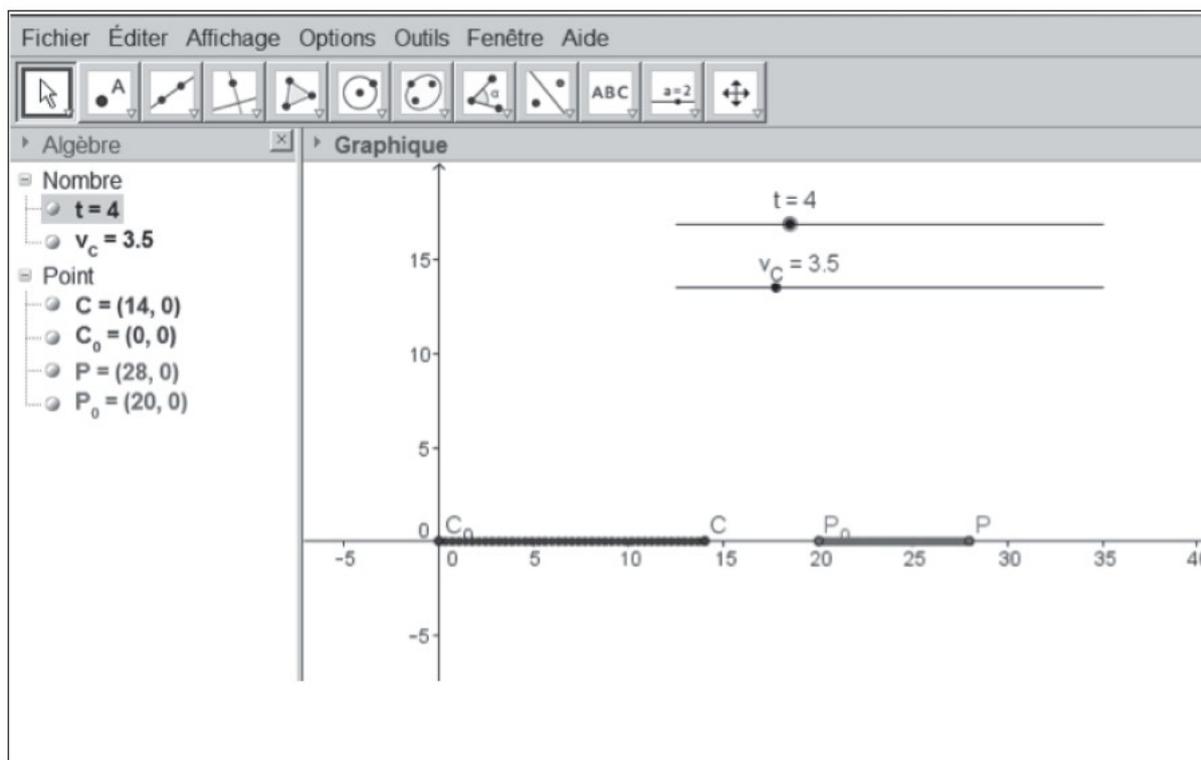


Figure 64 : Copie d'écran de la simulation sur GeoGebra de la situation de poursuite de Bip-Bip par Vil Coyotte. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).

La simulation est ensuite utilisée par les élèves pour repérer des cas de capture pour lesquelles Vil Coyotte rattrape Bip Bip. Ils récupèrent ainsi des couples de points $(v ; T)$ où v correspond à la vitesse du poursuivant et T à la durée de la poursuite. Les différents couples de valeurs des élèves sont récupérés par l'enseignant qui projette à l'écran la courbe de tendance associée afin d'exploiter les résultats obtenus par la simulation. Les élèves visualisent le graphe et émettent par la suite des hypothèses sur ses propriétés globales et asymptotiques.

Il s'agit de la courbe de la fonction qui associe x à $\frac{20}{(x-2)}$ et qui n'a pas encore été étudiée par les élèves en début de classe de seconde.

Enfin les élèves sont invités à trouver la solution exacte du problème à l'aide du modèle mathématique en leur demandant d'écrire la relation algébrique suivante : $v \cdot t = 20 + 2 \cdot t$ puis de trouver la durée de poursuite T en fonction de v : $T = \frac{20}{(v-2)}$

La fonction obtenue est représentée à l'aide de GeoGebra puis comparée avec la courbe de tendance projetée par l'enseignant, ce qui permet également retrouver les couples de points (v, T) .

Cazes et Vandebrouck (2014) ont basé leur travail sur le processus de modélisation décrit par Borromeo-Ferri (2006), représenté sur la **figure 65**, dans lequel il utilise le schéma de Kaiser et Blum. Il commence avec « un problème ou une simulation du monde réel » (*Real situation*). En simplifiant ce problème réel, les élèves construisent ensuite « un monde réel » (*Real world model*) qui est mathématisé pour conduire au « modèle mathématique » (*Mathematical model*). Il conduit aux « résultats mathématiques » (*Mathematical results*) qu'il est possible de confronter à la situation réelle initiale.

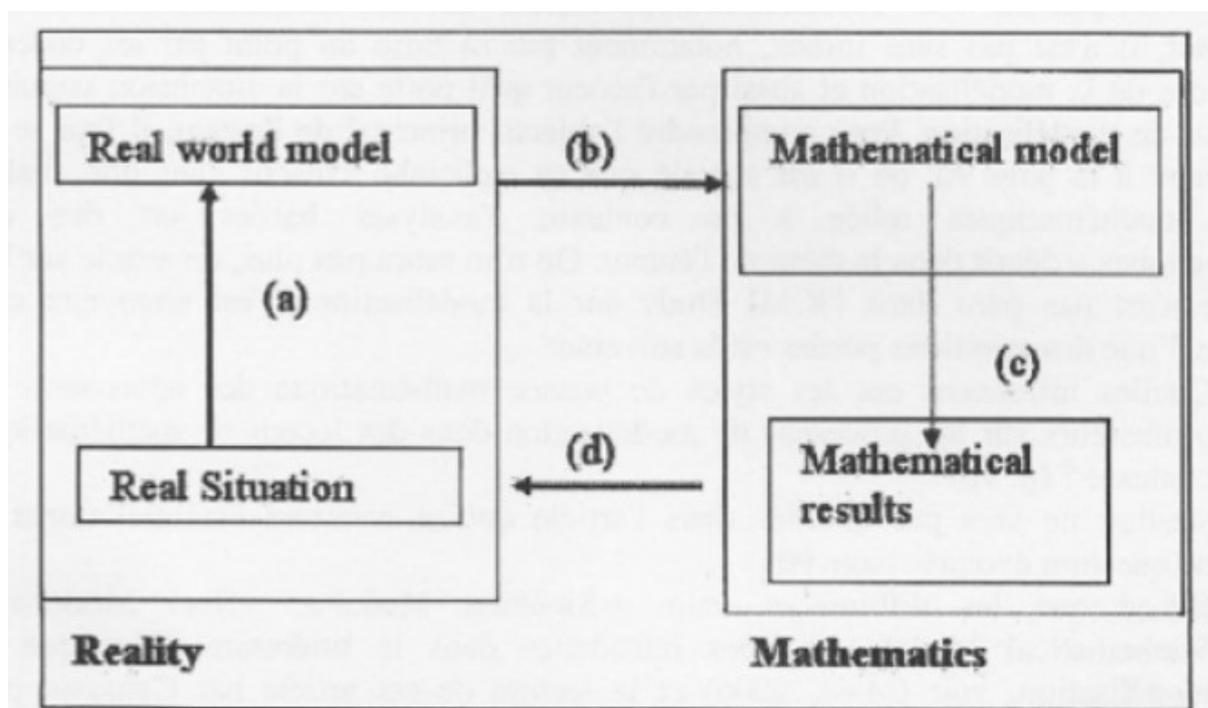


Figure 65 : Le cycle de modélisation de Keiser (1995) et Blum (1996).

Cazes et Vandebrouck (2014) ont également introduit la notion de *modèle implémenté* qui correspond ici à l'implantation dans GeoGebra du monde réel (voir **figures 66** et **67**). Ainsi, en considérant le mouvement de chacun des protagonistes (*les agents*), la **figure 66** montre que la simulation est consécutive au modèle mathématique qui est considéré comme admis.

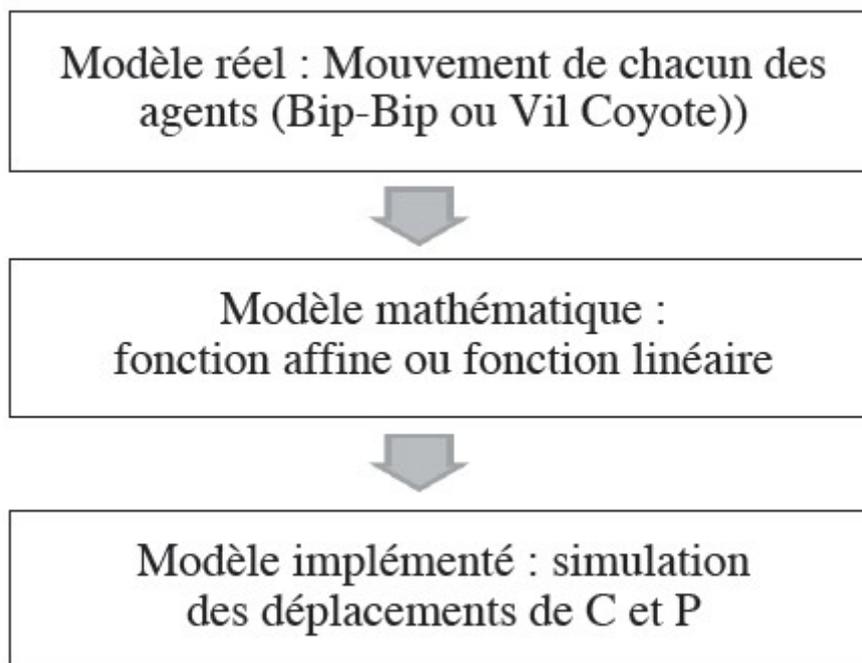


Figure 66 : Position du modèle implémenté par rapport au modèle mathématique pour le mouvement de chacun des agents. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).

Pour le fonctionnement de la situation globale représenté sur la **figure 67**, les couples de valeurs (v, T) obtenus via la simulation numérique permettent d'avoir accès au modèle mathématique plus facilement.

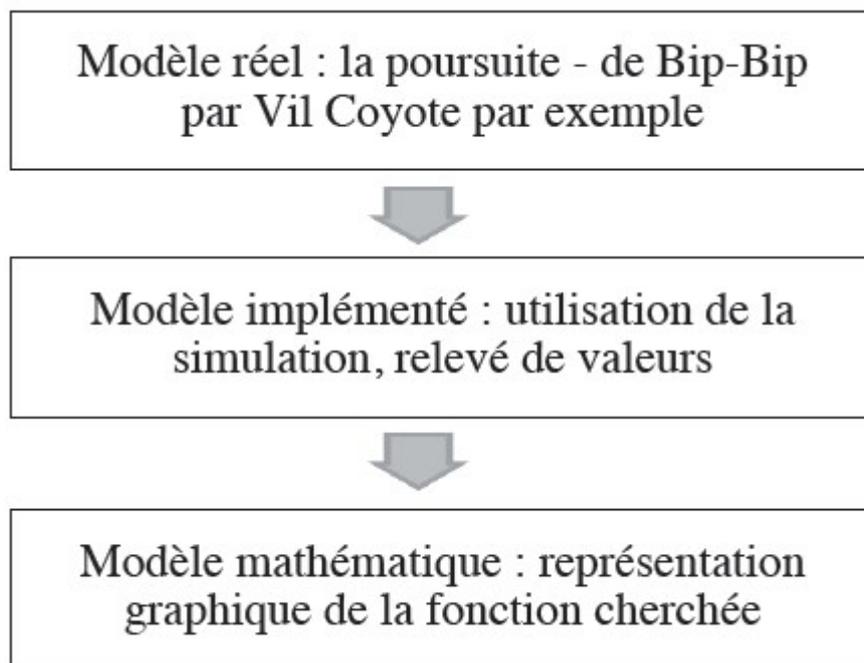


Figure 67 : Position du modèle implémenté par rapport au modèle mathématique pour la situation globale. Extrait de Cazes et Vandebrouck (2014).

Nous n'allons pas utiliser le logiciel GeoGebra avec le processus de modélisation décrit par Borromeo-Ferri (2006) ni avec le modèle implémenté de Cazes et Vandebrouck (2014). Cette étude nous a montré que le logiciel GeoGebra permet de réaliser des simulations qui, en fonction des situations, peuvent favoriser le passage du modèle réel au modèle mathématique. Nous faisons l'hypothèse que ce logiciel, qualifié d'artefact dans le cadre du modèle de l'ETM étendu, pourrait favoriser des genèses entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif. La démarche de découverte du logiciel (genèses sémiotique et instrumentale) et celle de raisonnement se basant sur ses fonctionnalités facilement accessibles (genèses instrumentale et discursive) seraient ainsi favorisées.

III.2.2. Une séquence, plusieurs niveaux de progressivité

Nous avons choisi de proposer cinq versions d'une même « activité » en les classant selon la complexité des tâches laissées à la charge des élèves et évaluées à l'aide du modèle des ETM étendus. Ce sont des versions qui se complètent. C'est-à-dire que la troisième version englobe la seconde version qui elle-même complétait déjà la première version. Les quatrième et

cinquième versions supposent que la troisième version ait déjà été traitée avec les élèves. Le diagramme de Minkowski, est utilisé ou bien peut être construit par les élèves puis utilisé, en fonction des versions proposées. Le diagramme de Loedel, est également travaillé sur certaines versions « expertes ». Deux référentiels sont utilisés comme précédemment. Ils sont associés à deux observateurs : Daniel et Armineh. Les trois mêmes événements sont placés dans chaque repère des deux référentiels. Les versions « initiation », « intermédiaire » et « expertes » sont décrites par la suite en fonction des interactions que l'on souhaite développer avec les élèves. Des documents sont fournis aux élèves afin de les aider à répondre aux questions posées dans les différentes versions. Trois versions ne mobilisent pas le logiciel GeoGebra et deux autres le mobilisent.

Nous allons commencer par voir les différentes notions travaillées puis l'organisation des séquences en expliquant les tâches dévolues aux élèves. Enfin, nous allons réaliser l'analyse *a priori* des différentes versions proposées.

Les notions travaillées dans chaque séquence

Dans la première version, il s'agit de travailler spécifiquement les notions d'« événement » et de « référentiel ». Au travers de ces deux notions, il s'agit ensuite de repérer graphiquement une **durée propre** ou une **durée impropre** puis de voir s'il est possible d'appliquer la relation de dilatation des durées vue en terminale S. Les élèves utilisent un diagramme de Minkowski. La notion de « référentiel » n'est pas travaillée à proprement parler comme dans les études sur ce sujet (Scherr et al. (2001) et de Hosson et al. (2010, 2012) notamment). En effet, la situation travaillée dans chaque séquence n'engage pas deux ou trois observateurs immobiles, mais un observateur par référentiel. Ici le travail sur la notion de « référentiel » consiste à une prise en compte de deux référentiels différents associés à un seul observateur à chaque fois et chacun muni d'un repère particulier. Un référentiel est donc vu comme un système de coordonnées spatio-temporelles.

Dans la seconde version, ce sont les notions d'événement, de référentiel, de **durées propre et impropre** puis d'**invariance de la vitesse de la lumière dans des référentiels inertiels** qui sont travaillées. Les élèves construisent et utilisent un diagramme de Minkowski.

La troisième version permet de faire travailler les notions d'événement, de référentiel, de durées propre et impropre puis d'invariance de la vitesse de la lumière dans des référentiels inertiels. Les élèves construisent et utilisent un diagramme de Minkowski. L'utilisation du diagramme de Loedel, associée à une détermination graphique de durée, permet également de travailler sur la notion d'ordre chronologique relatif.

La quatrième version complète la version précédente, en réinvestissant les notions vues précédemment, à l'aide du logiciel Geogebra et du diagramme de Minkowski. La simulation permet d'approfondir et de compléter le travail sur l'ordre chronologique relatif en changeant les conditions expérimentales de vitesse d'Armineh par rapport à Daniel.

La cinquième version complète également la troisième version à l'aide du logiciel GeoGebra et, cette fois-ci, le diagramme de Loedel. La simulation permet de changer les conditions expérimentales de vitesse d'Armineh par rapport à Daniel, de compléter et d'approfondir le travail sur l'ordre chronologique relatif, en prenant appui sur la mesure de durées dans les deux référentiels étudiés.

Les différentes séquences proposées permettent donc de travailler sur les notions d'événement, de référentiel, de durées propre et impropre puis d'approfondir, en fonction des cas, les notions d'invariance de la vitesse de la lumière dans les référentiels inertiels ou d'ordre chronologique relatif.

Présentations et tableaux synthétiques des différentes tâches (élèves, enseignant) suivant les versions des séquences (voir tableaux 22 à 25)

Les séquences sont constituées d'une ou deux séances en groupe (une à deux séances pour les versions « préliminaire » ou « initiation » à deux séances pour la version 3 « experte »). Il est préférable que le cours sur la relativité restreinte ait déjà eu lieu afin que les élèves connaissent la relation entre durée propre et durée impropre : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Version « initiation » (1H à 2H)

Notions	Tâches « élève »	Tâches « enseignant »
Événements	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Les trois événements E_1, E_2 et E_3 sont placés dans un repère orthonormé $(xO_c.t)$ relatif au référentiel associé à Daniel en utilisant les coordonnées fournies dans le texte.</p> <p>Cela permet de montrer qu'un événement correspond à un point de l'espace-temps.</p> <p><u>Travail dans le registre du diagramme</u></p> <p>Les coordonnées des trois événements dans le repère relatif au référentiel associé à Armineh sont visualisées en appliquant les règles de projections parallèlement aux axes. Leurs valeurs numériques ne sont pas déterminées.</p> <p>Cela permet de comprendre les règles de fonctionnement du diagramme de Minkowski.</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Il faut exprimer c.t en mètres.</p> <p>L'enseignant apporte une aide technique pour exprimer les coordonnées des événements.</p> <p><u>Travail dans le registre du diagramme</u></p> <p>Cela se fait en traçant les parallèles à l'axe Ox' passant par les différents événements E_1, E_2 et E_3. L'intersection entre l'axe $O_c.t'$ et ces différentes droites permet de trouver les valeurs de c.t' et d'en déduire par exemple l'ordre chronologique de ces trois événements. L'intersection entre les parallèles à l'axe $O_c.t'$ passant par les différents événements et l'axe Ox' permet de trouver les abscisses des événements dans le repère du référentiel associé à Armineh.</p> <p>L'enseignant explicite les règles de projection.</p>

<p>Référentiels</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Le diagramme de Minkowski permet de décrire les coordonnées d'un événement dans au moins deux référentiels à la fois.</p> <p>Cela permet de s'approprier le diagramme de Minkowski et de mettre l'accent sur le rôle des référentiels en relativité restreinte en travaillant sur les deux points de vue : celui de Daniel et celui d'Armineh.</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Le repère (xOc.t) est associé au référentiel de Daniel et le repère (x'Oc.t') au référentiel d'Armineh.</p> <p>L'enseignant explicite les deux repères des deux référentiels.</p>
<p>Durées propre et impropre</p>	<p><u>Passage du registre diagrammatique au registre du langage naturel :</u></p> <p>La durée prise entre les événements E_2 et E_1 s'appelle une durée propre dans le référentiel associé à Daniel et impropre dans le référentiel d'Armineh.</p> <p>Les durées prises entre les événements E_3 et E_2 ne sont pas des durées propres ni dans le référentiel associé à Daniel ni dans le référentiel associé à Armineh.</p> <p>Cela permet une définition « plus visuelle » des durées propre et impropre.</p> <p><u>Passage du registre algébrique au registre du langage naturel :</u></p> <p>La relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ est donc bien applicable pour les événements E_1</p>	<p><u>Passage du registre diagrammatique au registre du langage naturel :</u></p> <p>Une durée propre peut être visualisée sur le diagramme lorsque la durée qui sépare deux événements considérés est prise à la même coordonnée spatiale dans le référentiel étudié.</p> <p>L'enseignant explicite la définition sur le diagramme d'une durée propre.</p> <p><u>Passage du registre algébrique au registre du langage naturel :</u></p> <p>Une durée propre est notée par</p>

	<p>et E_2 pas pour les événements E_2 et E_3.</p> <p>Cela permet de prendre du recul sur une relation algébrique et de connaître ses conditions de validité.</p>	<p>exemple Δt_p et une durée impropre est notée par exemple Δt_m.</p> <p>L'enseignant explicite les notations utilisées.</p>
--	--	---

Tableau 22 : Tableau synthétique de la version « initiation ».

Version « intermédiaire » (2H à 3H)

Notions	Tâches « élève »	Tâches « enseignant »
Référentiels	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Le diagramme de Minkowski est construit pas à pas. Les élèves commencent avec un repère orthonormé $(xOc.t)$ relatif au référentiel associé à Daniel.</p> <p>Les droites $x = 0,8.c.t$ ainsi que $x = c.t$ sont construites.</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>On débute avec un repère dans le référentiel associé à Daniel. Les deux axes Ox et $Oc.t$ sont perpendiculaires et l'axe Ox est, par exemple, horizontal. L'axe des abscisses est gradué en mètres. L'axe des ordonnées correspond à $c.t$ qui a également la dimension d'une distance et qui est aussi gradué en mètres. Le repère du référentiel associé à Daniel est orthonormé. On peut prendre par exemple une échelle de 5 cm pour 3 m en ordonnée et 5 cm pour 3 m en abscisse. La droite $x = 0,8.c.t$ n'a pas une pente de 0,8 dans le repère $(xOc.t)$. Il convient de représenter l'équation sous la forme $x = c.t = \frac{x}{0,8} = \frac{10.x}{8}$.</p>

	<p>La construction du diagramme de Minkowski renforce la notion de référentiel, car les repères sont construits en lien étroit avec le contexte de l'activité. Il existe deux points de vue différents en fonction du référentiel considéré.</p>	<p>Après avoir montré que la pente peut être exprimée sous la forme de $\frac{10}{8}$, il est possible de prendre 10 cm en ordonnée et 8 cm en abscisse ou 10 petits carreaux et 5 petits carreaux par exemple afin d'avoir un premier point. L'origine du repère constitue le second point pour tracer la droite d'équation $x = 0,8.c.t$.</p> <p>L'enseignant fournit de multiples informations sur la pente de la droite $x = 0,8.c.t$ et indique comment tracer cette droite.</p>
<p>Invariance de c</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>L'axe Ox' est construit dans le référentiel associé à Armineh en utilisant le second postulat d'Einstein qui se décline sur le diagramme.</p> <p>La construction de l'axe Ox' permet d'avoir une opérationnalisation du second postulat.</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>La droite $x = 0,8.c.t$ correspond aux positions d'Armineh au cours du temps dans le référentiel associé à Daniel. C'est aussi l'axe Oc.t' dans le référentiel associé à Armineh.</p> <p>La droite $x = c.t$ est la bissectrice à la fois de l'angle formé par les axes Ox et Oc.t et de l'angle formé par les axes Ox' et Oc.t'. Les droites $x = c.t$ et $x' = c.t'$ sont confondues.</p> <p>L'enseignant donne des informations théoriques sur la façon de décliner sur le diagramme du second postulat d'Einstein.</p>

Tableau 23 : Tableau synthétique de la version « intermédiaire ».

La suite est identique avec la version « initiation » (voir **tableau 22**).

Version 3 « experte » (Au moins 3H pour la version 3)

Le début de la **version 3** « experte » correspond à la fin de la version « intermédiaire » (voir **tableaux 22 et 23**).

Notions	Tâches « élève »	Tâches « enseignant »
<p style="text-align: center;">Événements</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Les trois événements E_1, E_2 et E_3 sont placés dans le diagramme de Loedel.</p> <p>Cela permet de montrer qu'un événement correspond à un point de l'espace-temps.</p> <p><u>Travail dans le registre du diagramme</u></p> <p>Les coordonnées des trois événements sont ensuite déterminées dans un repère du référentiel associé à Arminch, ce qui permet par la suite de déterminer sur le diagramme des durées.</p> <p>Le diagramme de Loedel permet de déterminer facilement des valeurs numériques de durées dans les deux référentiels étudiés.</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Un diagramme de Loedel déjà construit est donné aux élèves.</p> <p>L'enseignant explicite les règles de projection.</p> <p><u>Travail dans le registre du diagramme</u></p> <p>L'enseignant travaille avec les élèves sur la façon de lire précisément une coordonnée.</p> <p>L'enseignant explique le relevé de coordonnées.</p>

<p>Référentiels</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Le diagramme de Loedel permet de décrire les coordonnées d'un événement dans au moins deux référentiels à la fois.</p> <p>Cela permet de s'approprier le diagramme de Loedel et de mettre l'accent sur les référentiels en relativité restreinte. Il existe deux points de vue différents en fonction du référentiel considéré (existence de deux durées différentes pour les mêmes événements).</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Le repère $(xO_c.t)$ est associé au référentiel de Daniel et le repère $(x'O_c.t')$ au référentiel d'Arminéh.</p> <p>L'enseignant explicite les deux repères des deux référentiels.</p>
<p>Durées propre et impropre</p>	<p><u>Passage du registre du diagramme au registre algébrique :</u></p> <p>Les élèves réalisent des mesures de durées, car dans ce type de diagramme les échelles sont conservées en changeant de référentiel.</p> <p>Cela permet de travailler sur des valeurs concrètes de durées.</p>	

<p>Ordre chronologique relatif</p>	<p><u>Passage du registre du diagramme au registre du langage naturel :</u></p> <p>Les élèves observent l'inversion chronologique entre les événements E_2 et E_3 renforcée par la mesure des durées.</p> <p><u>La notion d'ordre chronologique relatif devient plus accessible pour les élèves.</u></p>	<p><u>Passage du registre du diagramme au registre du langage naturel :</u></p> <p>C'est l'occasion de dire que si l'ordre chronologique de deux événements dans deux référentiels inertiels différents change, c'est que les événements sont indépendants.</p> <p><u>L'enseignant donne des informations sur l'indépendance de deux événements.</u></p>
------------------------------------	---	---

Tableau 24 : Tableau synthétique de la version 3.

Versions « expertes 4 ou 5 » (Au moins 1H30, une partie en devoir à faire à la maison)

Les versions 4 et 5 permettent aux élèves ayant déjà traitées la version 3 d'utiliser le logiciel GeoGebra. Ils sont répartis cette fois-ci en binômes.

Notions	Tâches « élève »	Tâches « enseignant »
<p>Événements</p> <p>Référentiels</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>C'est aux élèves d'effectuer les constructions du diagramme de Minkowski à l'aide du logiciel GeoGebra pour la version 4. Une partie du travail est réalisée à la maison par les élèves une à deux semaines avant. La version 5 contient déjà un fichier GeoGebra avec le diagramme de Loedel pré-tracé et pour lequel il faut placer les événements.</p> <p>Cela permet de réinvestir les notions vues dans la version 3 à l'aide du logiciel de simulation.</p>	<p><u>Passage du registre du langage naturel au registre du diagramme :</u></p> <p>Le lien de téléchargement du logiciel GeoGebra est fourni aux élèves afin qu'ils puissent l'installer sur leur ordinateur chez eux. Il n'est pas donné plus d'indications, même pour les élèves n'ayant pas utilisé GeoGebra au lycée, ce qui était le cas pour la séquence testée. Il a été observé que les élèves vont spontanément voir des tutoriels en ligne ou préfèrent découvrir les fonctionnalités du logiciel en l'utilisant directement. C'est un logiciel assez intuitif dont la prise en main par les élèves est relativement rapide.</p>

<p style="text-align: center;">Ordre chronologique relatif (Versions 4 et 5)</p>	<p><u>Travail dans le registre du diagramme :</u></p> <p>Dans un diagramme de Minkowski, les axes d'un repère du référentiel associé à Armineh sont modifiés lorsque la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel est modifiée. La position des événements est inchangée. La droite $x = c.t$ est inchangée. On peut s'apercevoir du changement de l'ordre chronologique entre les événements E_2 et E_3 en modifiant la valeur de v.</p> <p>Avec un diagramme de Loedel, la position des événements n'est plus constante en changeant la valeur de v. Cela limite l'utilisation de tels diagrammes à l'observation de deux repères dans deux référentiels différents contrairement au diagramme de Minkowski.</p> <p>La notion d'ordre chronologique relatif devient « observable » pour les élèves. La simulation permet d'explorer des conditions expérimentales de vitesses différentes.</p>	<p><u>Travail dans le registre du diagramme :</u></p> <p>Des informations techniques sont données sur la fonction « curseur » du logiciel. Un travail est réalisé sur l'influence de v sur l'allure du diagramme de Minkowski en passant de groupes en groupes.</p> <p>Le fichier corrigé du diagramme de Minkowski est un exemple de correction pour la version 4. Il comporte un curseur permettant de changer la valeur de $\frac{v}{c}$.</p> <p>Le fichier corrigé du diagramme de Loedel¹⁷ est un exemple de correction pour la version 5. Il comporte également un curseur permettant de changer la valeur de $\frac{v}{c}$.</p> <p>L'enseignant donne des informations sur la fonction « curseur » du logiciel et sur l'influence de la vitesse v sur l'allure du diagramme de Minkowski.</p>
--	---	--

¹⁷ [Un autre fichier est disponible](#) indépendamment des activités proposées. Il utilise le diagramme de Minkowski et il affiche également les durées prises entre les deux référentiels en tenant compte d'un facteur de correction.

Une unité de l'axe $Oc.t'$ d'un repère dans le référentiel R' se trouve à la distance $\sqrt{\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}}$ de l'origine spatiotemporelle d'un repère du référentiel R lorsque R' se déplace à une vitesse v de R .

<p style="text-align: center;">Durées propre et impropre (Version 5)</p>	<p><u>Passage du registre du diagramme au registre algébrique :</u></p> <p>Le diagramme de Loedel permet d'afficher facilement des valeurs numériques de durées dans deux référentiels différents.</p> <p>L'inversion chronologique des événements E_2 et E_3 dans le référentiel associé à Armineh est caractérisée par un affichage d'une durée pondérée par un signe « moins ».</p> <p>Cela permet de travailler sur des valeurs concrètes de durées et de visualiser également une inversion d'ordre chronologique d'événements.</p>	<p><u>Passage du registre du diagramme au registre algébrique :</u></p> <p>La durée propre relative aux événements E_1 et E_2 dans le référentiel associé à Daniel et la durée impropre relative aux mêmes événements dans le référentiel associé à Armineh sont affichées en temps réel et permettent d'utiliser la relation algébrique de dilatation des durées vue en cours de terminale S. Les durées mesurées relatives aux événements E_2 et E_3 dans les référentiels d'Armineh et de Daniel sont aussi affichées.</p> <p>L'enseignant peut expliquer éventuellement comment afficher des durées sur le logiciel (différence entre deux dates).</p>
--	---	---

Tableau 25 : Tableau synthétique des versions 4 ou 5.

Nous venons de voir l'organisation de chaque séquence avec le détail des différentes tâches affectées aux élèves ou à l'enseignant. Par la suite, nous allons voir l'analyse a priori des tâches affectées aux élèves.

Analyse a priori de chaque version proposée à l'aide du modèle de l'ETM étendu

Les questions associées aux différentes versions sont analysées en utilisant le modèle de l'ETM étendu.

Analyse de la version « initiation »

Que peut-on dire des abscisses des événements E_1 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ?

Les abscisses des événements E_1 et E_2 sont identiques dans le référentiel associé à Daniel. Elles sont différentes dans le référentiel associé à Armineh.

Les trois événements ont été placés sur le diagramme de Minkowski déjà construit. Cela correspond à une genèse instrumentale entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif des élèves (voir **figure 68**). Les abscisses des deux événements sont visualisées. Cela reste dans le cadre de rationalité des mathématiques. C'est une genèse de type sémiotique entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif des élèves.

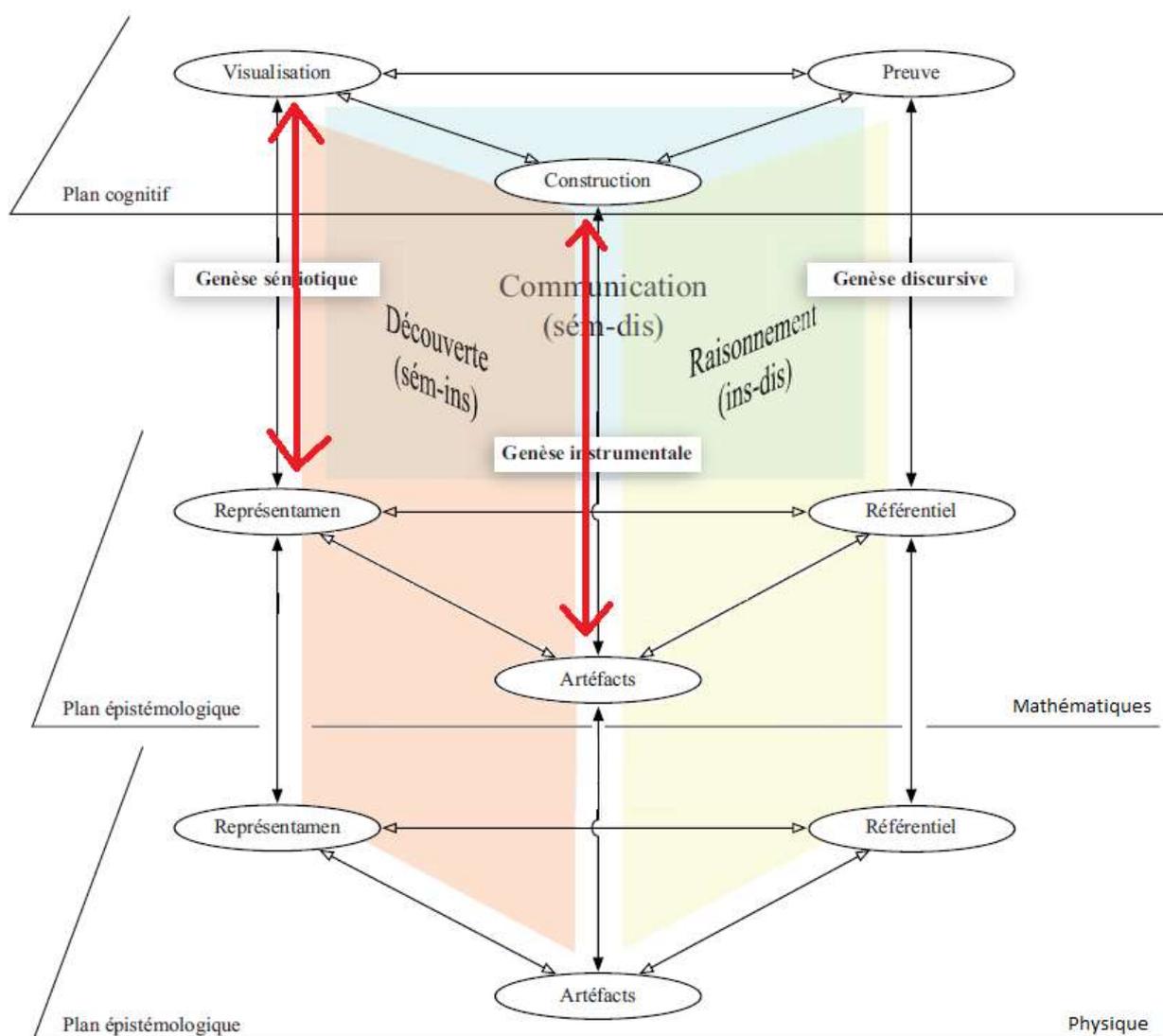


Figure 68 : Analyse de la question 1 de la version initiation.

Comment s'appellent les durées prises entre les événements E_2 et E_1 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ? La relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ est-elle applicable ?

La durée prise entre les événements E_2 et E_1 s'appelle une durée propre dans le référentiel associé à Daniel. Elle est notée par exemple Δt_p . C'est une durée impropre dans le référentiel associé à Armineh. Elle est notée par exemple Δt_m . La relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ est donc bien applicable. Aucun calcul n'est demandé ici.

Ici, le cadre de rationalité de la physique est mobilisé (voir **figure 69**). C'est une genèse de type sémiotique entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif des élèves, car ils doivent être capables de repérer visuellement une durée propre et une durée impropre. Le référentiel de la physique est aussi mobilisé puisque des notions relatives à la théorie de la relativité restreinte sont utilisées.

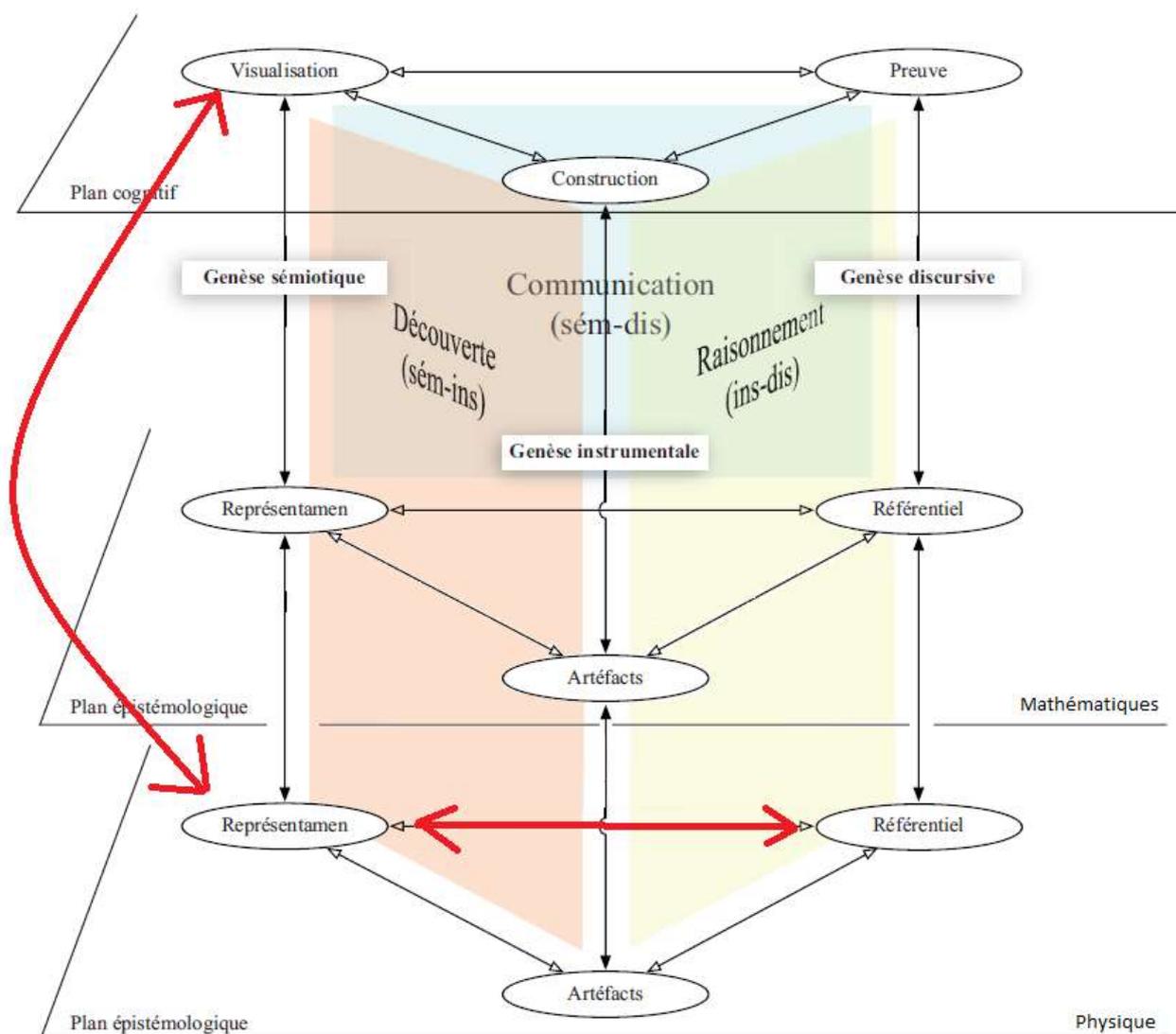


Figure 69 : Analyse de la question 2 de la version initiation.

Que peut-on dire des abscisses des événements E_2 et E_3 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ?

Les abscisses des événements E_2 et E_3 sont différentes dans le référentiel associé à Daniel comme dans le référentiel associé à Armineh.

C'est le cadre de rationalité des mathématiques qui est mobilisé (voir **figure 70**). Cela conduit à une genèse de type sémiotique entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif des élèves lors de la visualisation des abscisses. La genèse instrumentale est mobilisée entre ces deux mêmes plans, car les élèves doivent effectuer des projections pour trouver les abscisses des événements.

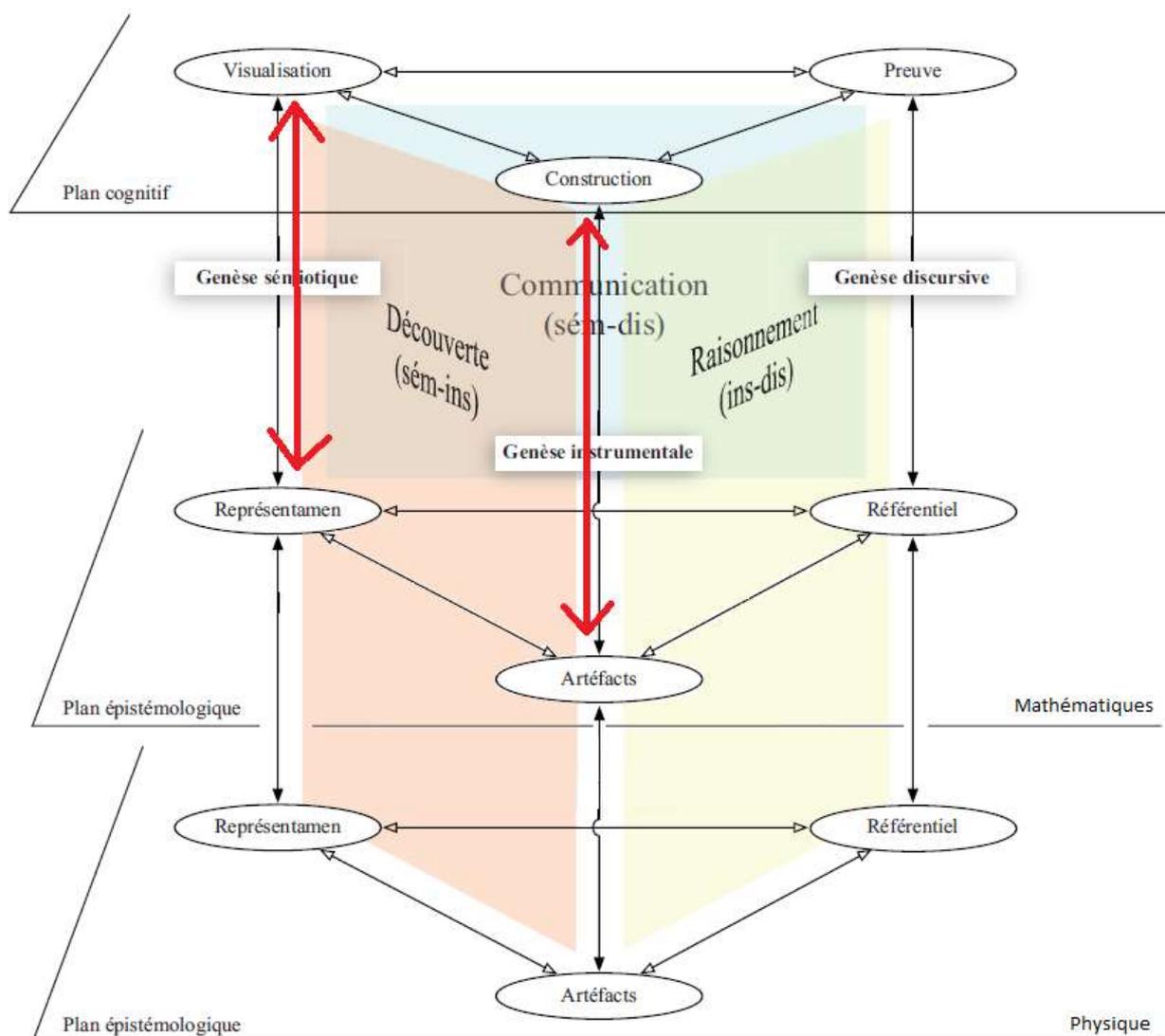


Figure 70 : Analyse de la question 3 de la version initiation.

Comment s'appellent les durées prises entre les événements E_3 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ? La relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ est-elle applicable ?

Les durées prises entre les événements E_3 et E_2 ne sont pas des durées propres ni dans le référentiel associé à Daniel ni dans le référentiel associé à Armineh. Ce sont des durées impropres, notée par exemple respectivement Δt_{m1} et Δt_{m2} . La relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ n'est donc plus applicable. De plus Δt_{m1} est positive alors que Δt_{m2} est négative, car γ est supérieur ou égal à 1.

Dans ce cas c'est le cadre de rationalité de la physique qui est mobilisé (voir **figure 71**). C'est une genèse de type sémiotique entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif des élèves lors de la reconnaissance visuelle d'une durée propre ou impropre. Le référentiel de la physique est aussi mobilisé, car des notions de relativité restreinte sont utilisées.

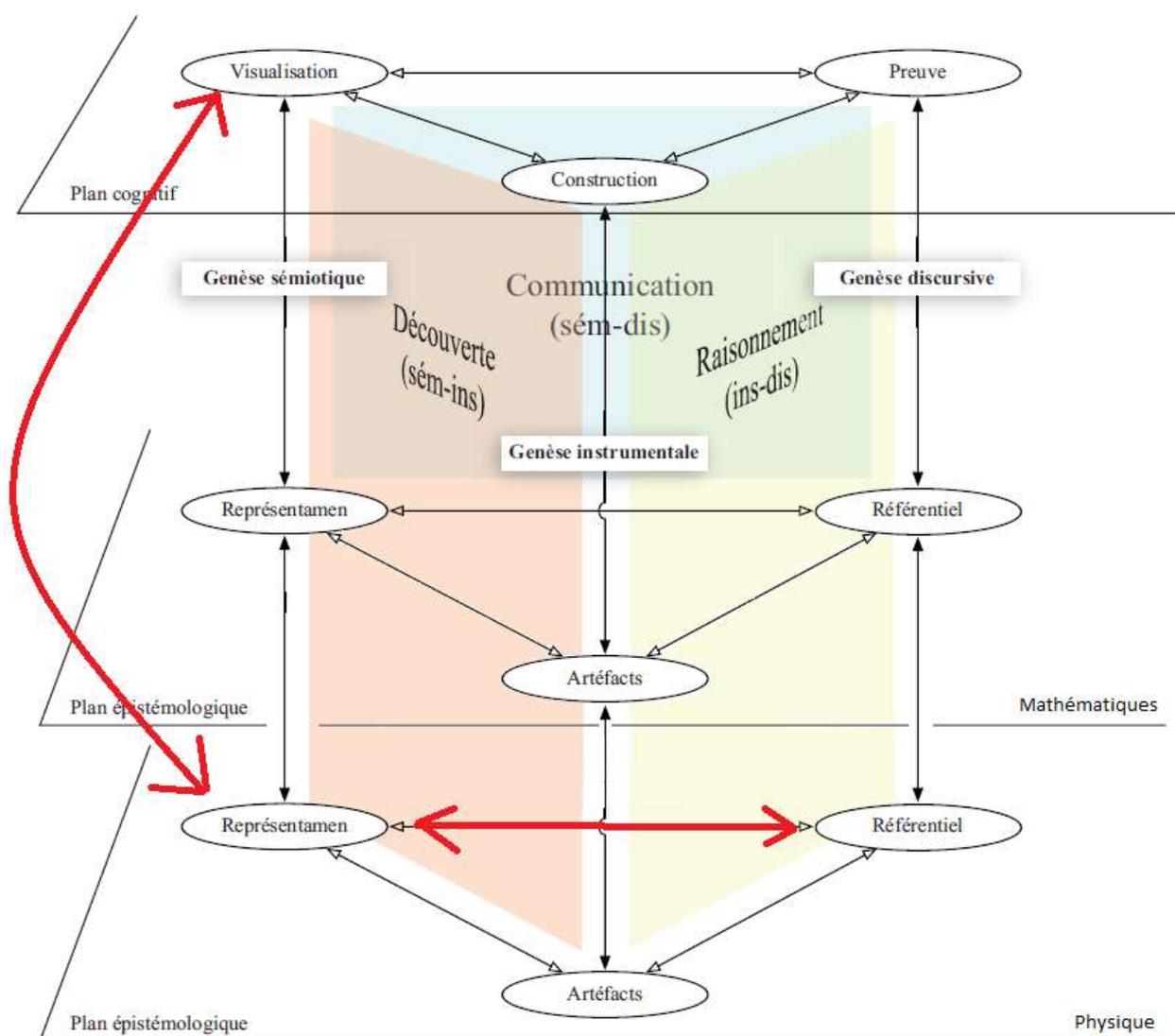


Figure 71 : Analyse de la question 4 de la version initiation.

La version « initiation » fait intervenir la découverte du diagramme de Minkowski déjà construit et pour lequel il suffit de placer les trois événements puis de reconnaître sur un diagramme une durée propre pour pouvoir appliquer ou non une relation algébrique. Cela correspond à une activité majoritairement de découverte et d'exploration qui fait intervenir majoritairement les genèses sémiotiques et instrumentales (sém-ins). Cognitivement, les

élèves réalisent une construction en plaçant les événements et visualisent le résultat de leur construction. Le référentiel du cadre de rationalité des sciences physiques est utilisé pour la reconnaissance de la durée propre et l'utilisation ou non de la relation de dilatation des durées. La notion de d'ordre chronologique relatif n'est pas évoquée ici.

Analyse de la version « intermédiaire »

Les trois premières questions de la version « intermédiaire » sont analysées ci-après. Les quatre questions suivantes ont déjà été analysées dans la version « initiation ».

Que représente la droite $x = 0,8.c.t$ dans le référentiel associé à Daniel ?

La droite $x = 0,8.c.t$ représente les différentes positions d'Armineh au cours du temps dans le référentiel associé à Daniel.

Ici, c'est une genèse instrumentale entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif des élèves puisque les élèves ont dû tracer la droite $x = 0,8.c.t$ (voir **figure 72**). Une genèse discursive est aussi mobilisée entre ces deux plans car il faut trouver le coefficient directeur de la droite qui n'est pas de 0,8 mais de $\frac{1}{0,8}$.

Le plan épistémologique de la physique est également mobilisé lors de la reconnaissance visuelle des différentes positions d'Armineh au cours du temps dans le référentiel associé à Daniel et lors de l'utilisation du terme « position ».

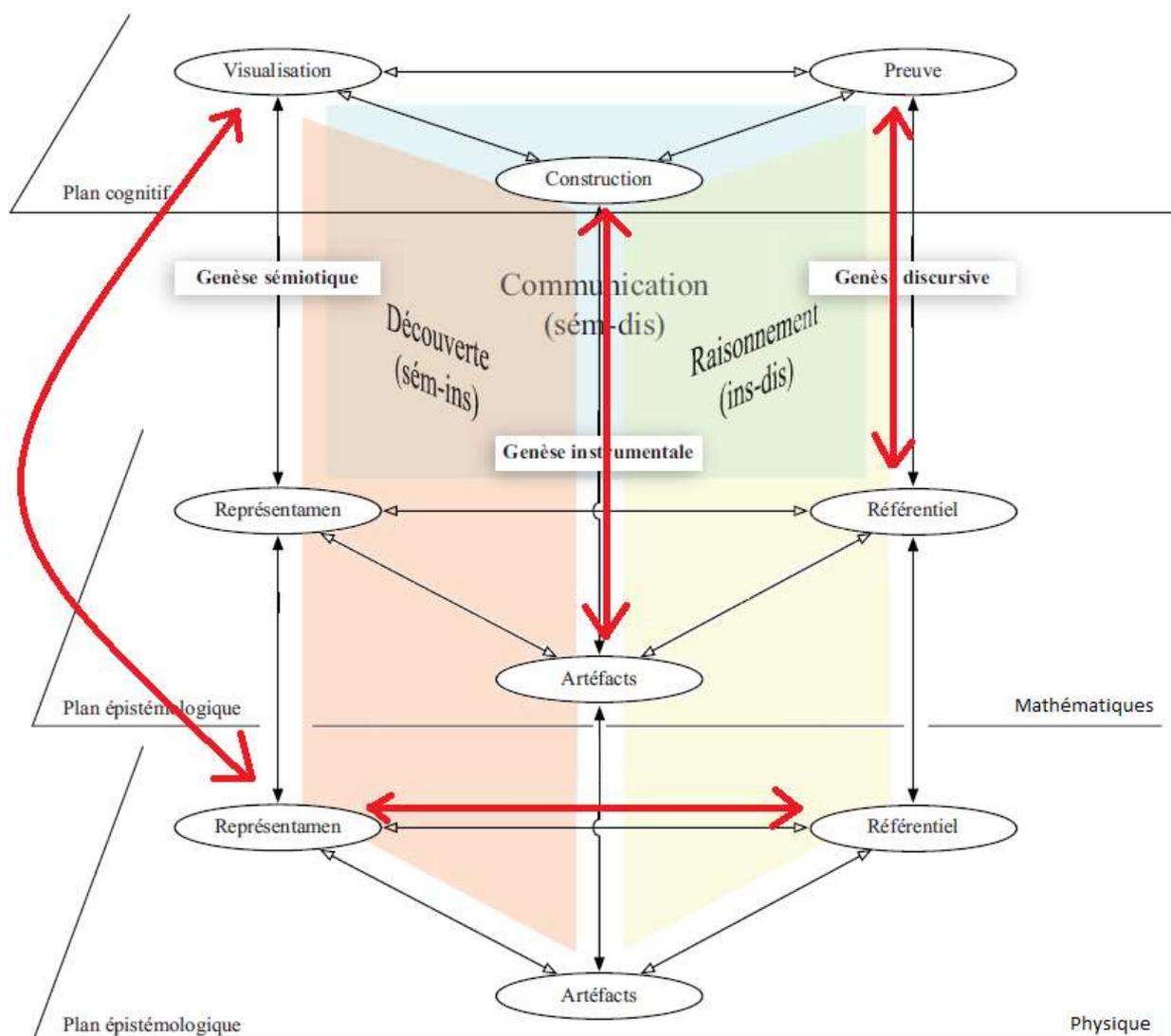


Figure 72 : Analyse de la question 1 de la version intermédiaire.

Comment trouver l'axe $Oc.t'$? Placer l'axe Ox' afin d'obtenir le diagramme de Minkowski.

L'axe $Oc.t'$ dans le référentiel associé à Armineh est confondu avec la droite $x = 0,8.c.t$.

L'axe Ox' est le symétrique de l'axe $Oc.t'$ par rapport à la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$.

Les deux cadres de rationalité de la physique et des mathématiques sont mobilisés (voir **figure 73**).

Le cadre de rationalité de la physique permet d'associer la droite $x = 0,8.c.t$ à l'axe $Oc.t'$ lors d'une genèse discursive entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif de l'élève, car un raisonnement est nécessaire. On est dans le cadre de rationalité des mathématiques lorsqu'il faut construire le symétrique de l'axe $Oc.t'$ par rapport à la droite $x' = c.t'$. Cela correspond à une genèse instrumentale entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif de l'élève. On a également une genèse sémiotique entre ces deux plans lors de l'analyse du **document 3** sur le sujet qui permet de comprendre que les droites $x = c.t$ et $x' = c.t'$ sont confondues.

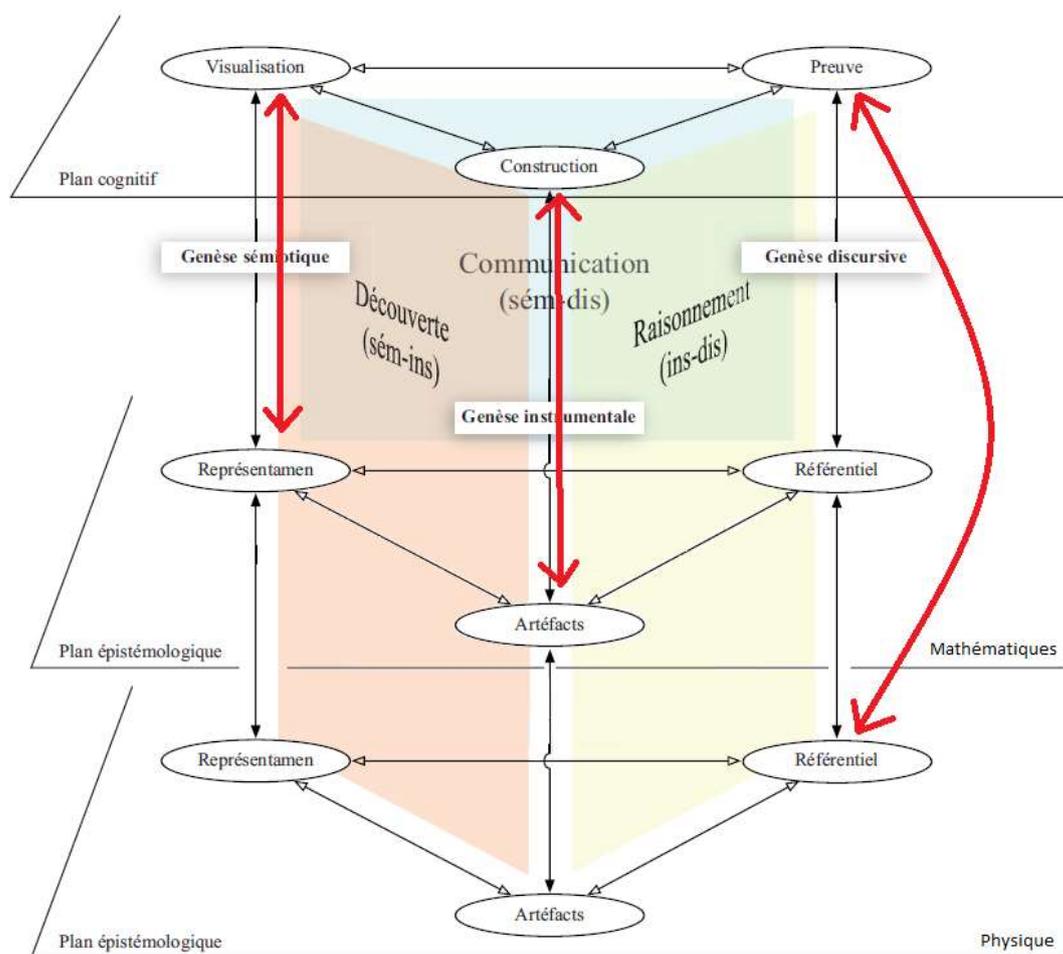


Figure 73 : Analyse de la question 2 de la version intermédiaire.

Comment exprimer graphiquement l'invariance de la lumière dans ces deux référentiels ?

La vitesse de la lumière est la même dans le référentiel associé à Daniel ou à celui d'Armineh. La bissectrice de l'angle formé par les axes Ox et $Oc.t$ d'un repère du référentiel

associé à Daniel ou de l'angle formé par les axes Ox' et $Oc.t'$ d'un repère du référentiel associé à Armineh est la même.

Les cadres de rationalité de la physique et des mathématiques sont mobilisés (voir **figure 74**).

Une genèse discursive entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif de l'élève est mise en évidence puisque le référentiel des connaissances de la physique est utilisé avec le second postulat.

Une genèse sémiotique entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif de l'élève est mise en évidence également puisqu'on utilise la visualisation graphique de l'égalité des bissectrices.

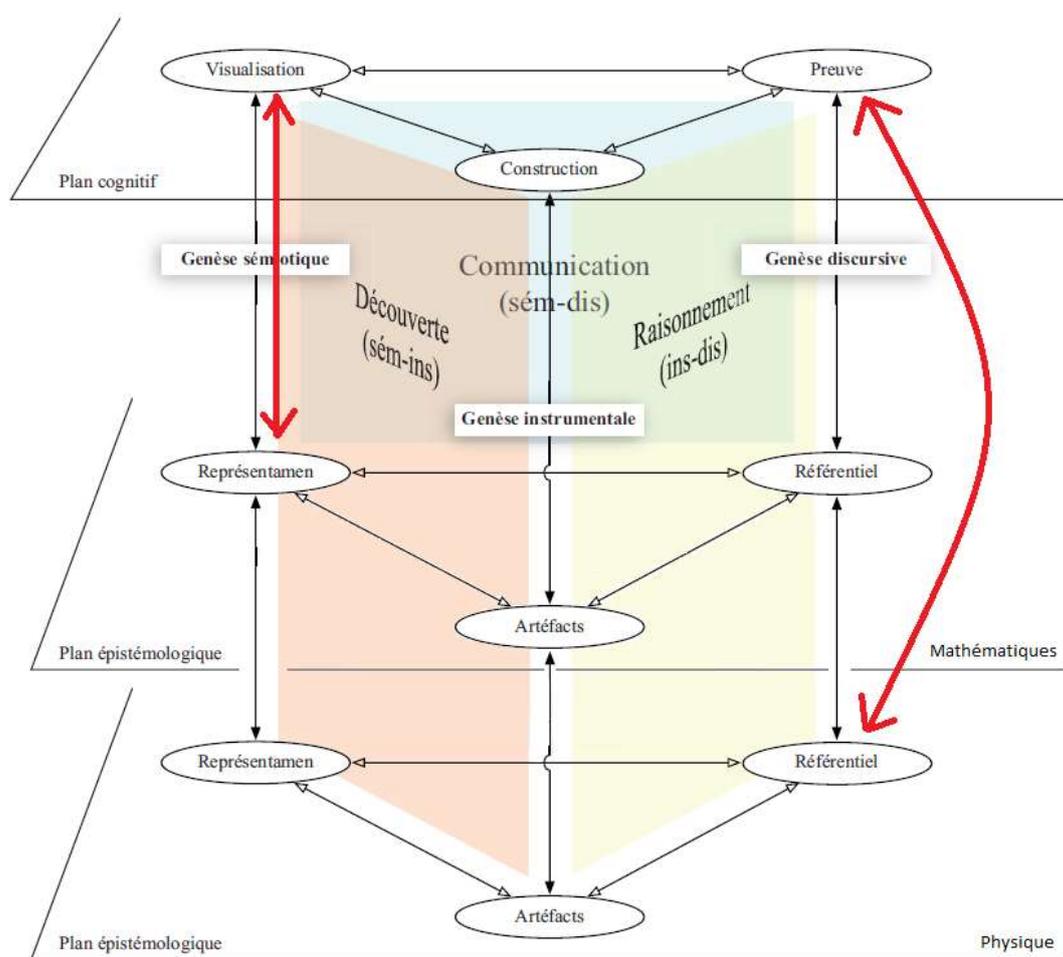


Figure 74 : Analyse de la question 3 de la version intermédiaire.

La version « intermédiaire » qui englobe la version « initiation », avec en plus la construction par les élèves du diagramme de Minkowski qui va être utilisé par la suite, fait intervenir un

peu plus les genèses instrumentales et discursives (ins-dis). Cela correspond à une activité favorisant le raisonnement lors de la construction du diagramme de Minkowski et lors de la mobilisation sur le diagramme du second postulat pour construire l'axe Ox' du référentiel associé à Armineh. Cognitivement, les élèves réalisent une construction élaborée nécessitant un raisonnement utilisant le référentiel du cadre de rationalité des mathématiques (symétrie) et celui du cadre de rationalité des sciences physiques (second postulat).

Analyse de la version « experte 3 »

Les deux dernières questions de la version « experte 3 » sont analysées ci-après. Les questions précédentes ont déjà été analysées dans la version « initiation » et « intermédiaire ».

En utilisant le diagramme de Loedel, déterminer la durée entre les événements E_2 et E_1 dans le référentiel associé à Daniel puis dans le référentiel associé à Armineh. Pouvait-on utiliser une autre méthode ?

$\Delta t_p = t_{E_2} - t_{E_1} = 2,3 \cdot 10^{-8} - 1,0 \cdot 10^{-8} = 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Daniel.

$\Delta t_m = t'_{E_2} - t'_{E_1} = 2,5 \cdot 10^{-8} - 3,3 \cdot 10^{-9} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh par une résolution à partir du diagramme de Loedel.

On aurait aussi pu utiliser la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,7$

$\Delta t_m = t'_{E_2} - t'_{E_1} = \gamma \cdot (t_{E_2} - t_{E_1}) = 1,7 \times 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh.

Ce sont les cadres de rationalité des mathématiques et de la physique qui sont mobilisés ici (voir **figure 75**). Le cadre de rationalité des mathématiques est utilisé lors du placement des événements en utilisant les règles de projections. C'est une genèse instrumentale entre le plan épistémologique des mathématiques et le plan cognitif de l'élève. La visualisation des coordonnées temporelles correspond à une genèse sémiotique sur les mêmes plans. Le cadre de rationalité des sciences physiques est mobilisé lors de la recherche de l'autre méthode de

détermination des durées en faisant appel à une genèse discursive entre le plan épistémologique de la physique et le plan cognitif de l'élève, car un raisonnement est nécessaire de la part de l'élève.

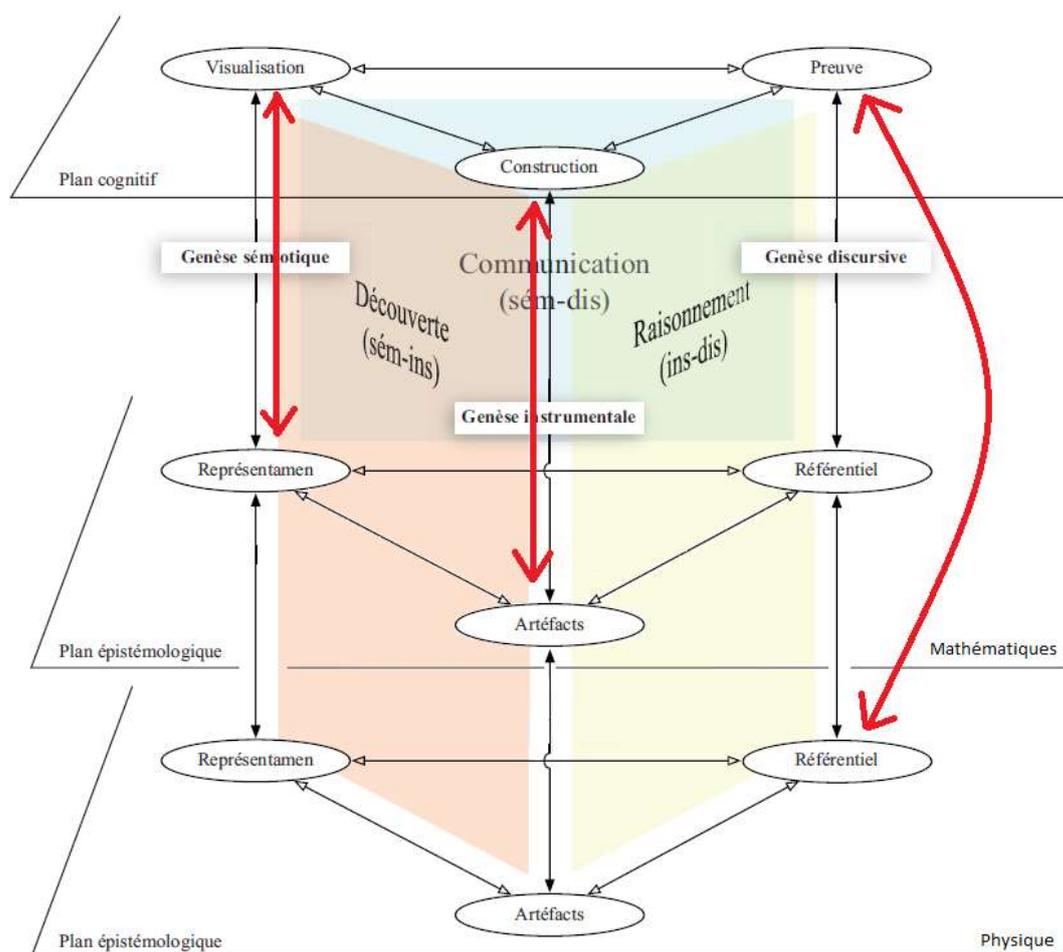


Figure 75 : Analyse de la question 8 de la première version experte.

En utilisant le diagramme de Loedel, déterminer la durée entre les événements E_3 et E_2 dans le référentiel associé à Daniel puis dans le référentiel associé à Armineh. Pouvait-on utiliser une autre méthode ?

$$\Delta t_{m1} = t_{E3} - t_{E2} = 2,7 \cdot 10^{-8} - 2,3 \cdot 10^{-8} = 0,4 \cdot 10^{-8} \text{ s dans le référentiel associé à Daniel.}$$

$$\Delta t_{m2} = t'_{E3} - t'_{E2} = 4,7 \cdot 10^{-9} - 2,5 \cdot 10^{-8} = -2,0 \cdot 10^{-8} \text{ s dans le référentiel associé à Armineh par une résolution à partir du diagramme de Loedel.}$$

L'événement E_3 se trouve après E_2 dans le référentiel associé à Daniel.

L'événement E_2 se trouve après E_3 dans le référentiel associé à Armineh.

On ne peut pas utiliser ici la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Ce sont les mêmes types d'interactions que la question précédente (voir **figure 76**).

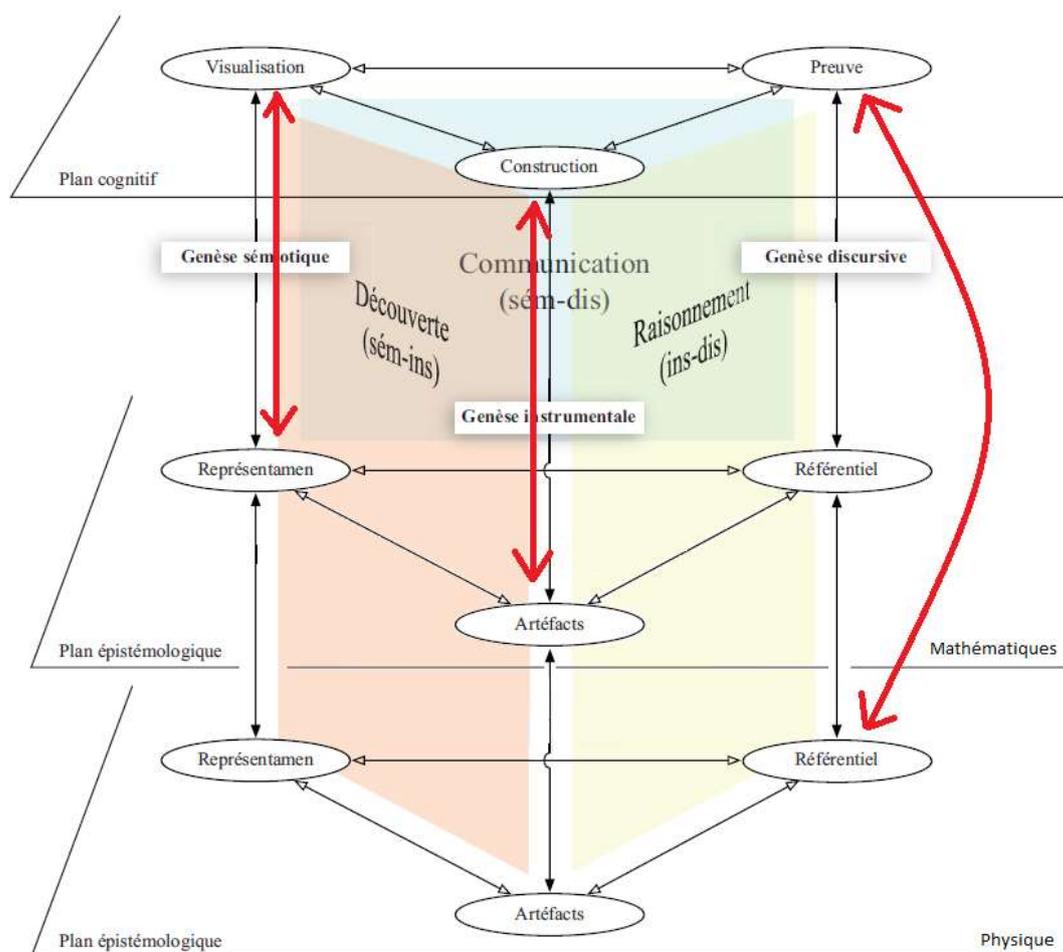


Figure 76 : Analyse de la question 9 de la première version experte.

La version « experte 3 » englobe les versions « intermédiaire » et « initiation ». Il faut utiliser un diagramme de Loedel afin de pouvoir mesurer des durées dans le référentiel associé à Armineh. Les élèves réalisent le même travail cognitif que dans la version « intermédiaire » mais la fréquence des génèses instrumentale et discursives (ins-dis) est plus grande.

Analyse de la version « experte 4 »

La version « experte 4 » est proposée après avoir traité avec les élèves la version « experte 3 ». Le contexte et les documents fournis sont presque identiques entre les deux versions, seul le diagramme de Loedel n'est pas traité dans la version « experte 4 ». Une proposition de résolution est donnée par la suite ([téléchargeable en cliquant sur ce lien](#)).

Le but de cette activité est de construire le diagramme de Minkowski à l'aide du logiciel GeoGebra, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associés à Daniel et à Armineh et d'en déduire des résultats remarquables lorsque l'on fait varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel à l'aide de l'outil curseur.

*Les élèves placent tout d'abord eux-mêmes les trois événements E_1 , E_2 et E_3 . Ils doivent éventuellement recadrer l'échelle du repère orthonormé initialement présent. C'est un repère du référentiel lié à Daniel (voir **figure 77**).*

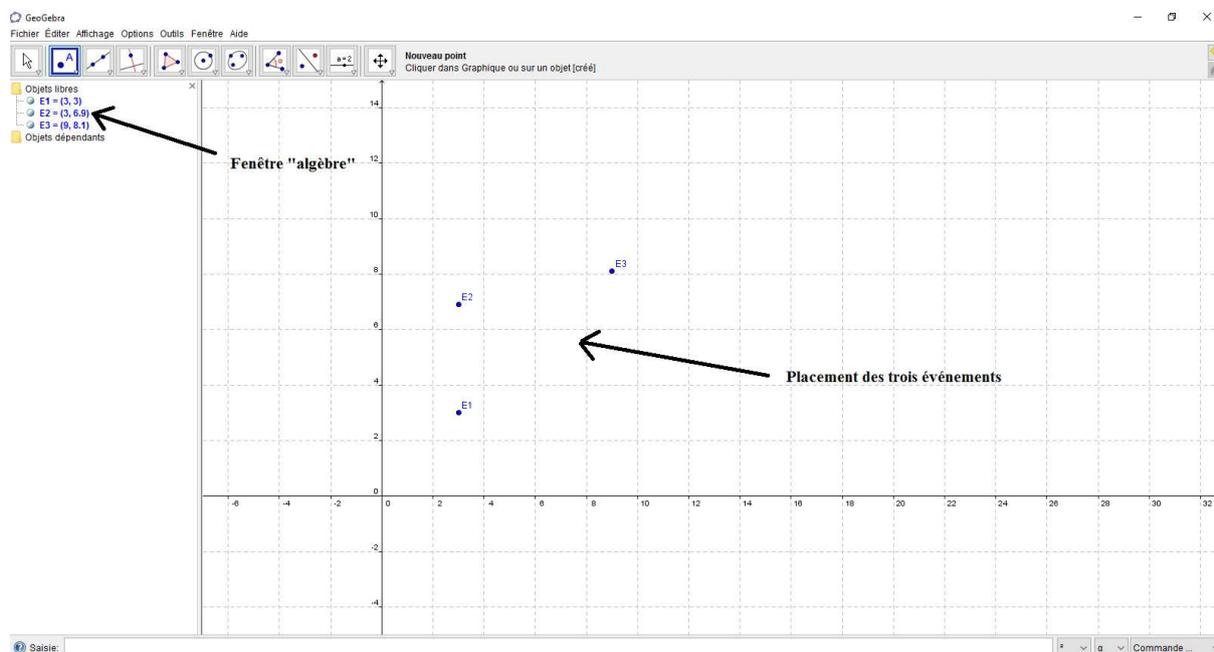


Figure 77 : Placement des trois événements avec GeoGebra.

Ils nomment les axes Ox (axe Ox sur GeoGebra) et $Oc.t$ (axe Oy sur GeoGebra nommé ici $Oc.t$) avec éventuellement une unité en mètre (voir **figure 78**).

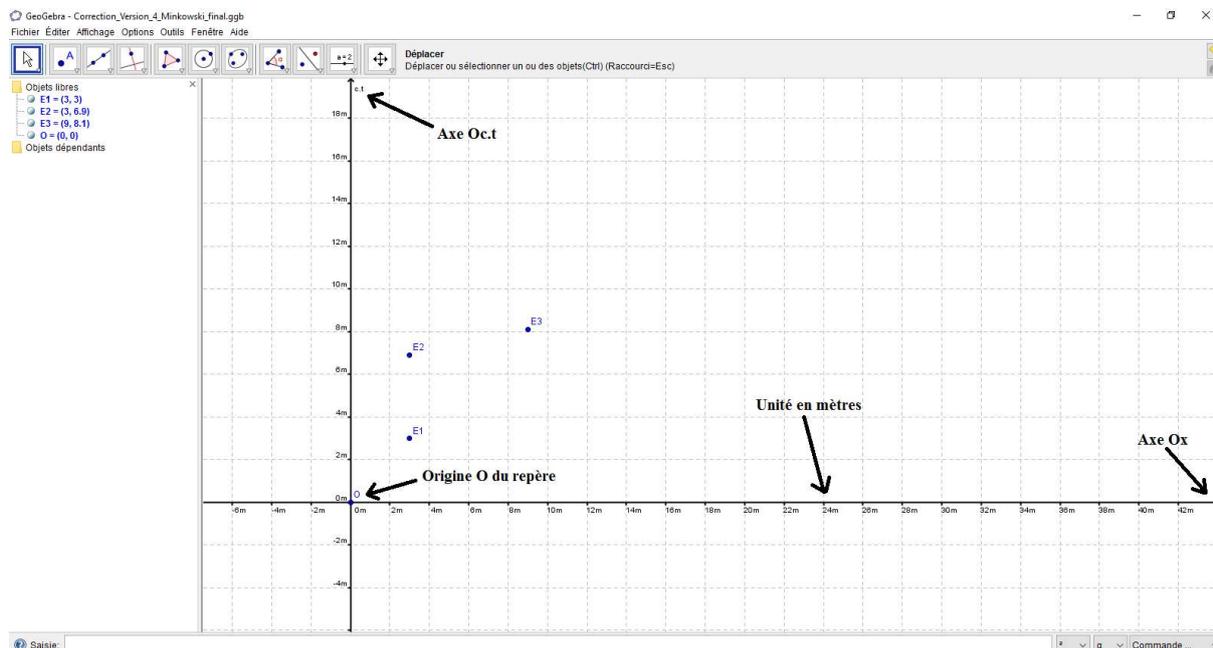


Figure 78 : Représentation du repère ($xOc.t$) avec GeoGebra.

Ils construisent ensuite la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ (voir **figure 79**) en entrant à l'aide de la barre de saisie de GeoGebra l'équation $y = x$ et en renommant la droite obtenue.

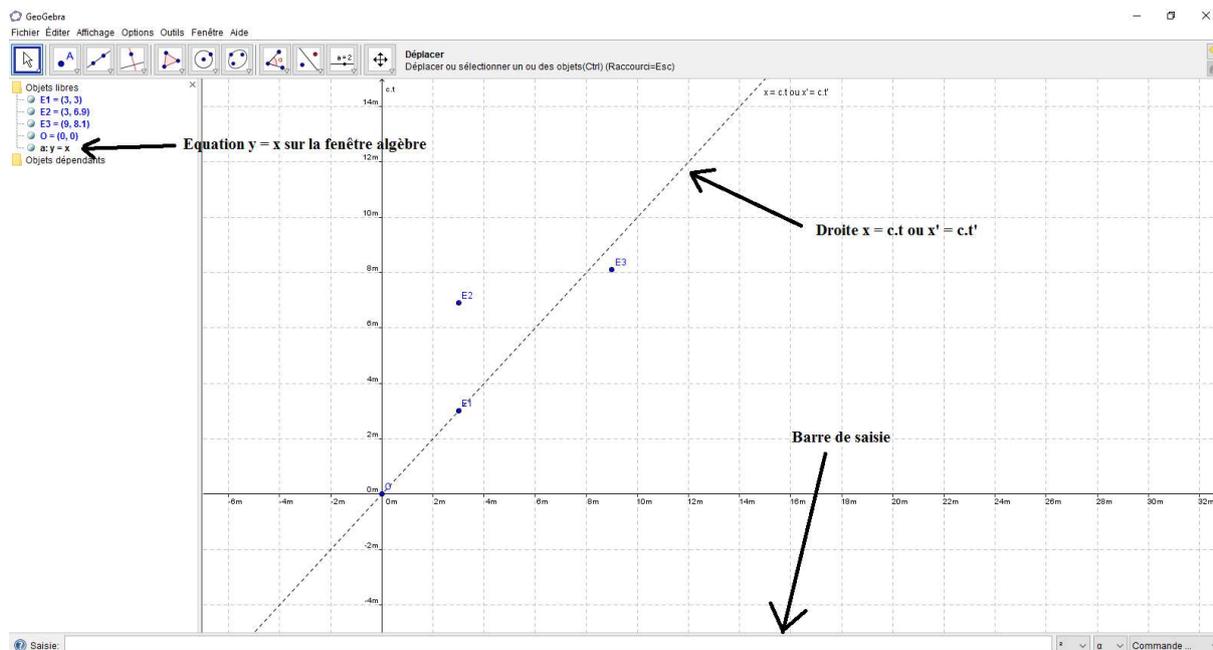


Figure 79 : Construction de la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ avec GeoGebra.

Le début de la résolution de problème correspond à une tâche mettant en jeu initialement majoritairement une démarche de découverte (sém-ins) lors de l'utilisation du logiciel GeoGebra dans le contexte de la relativité restreinte (voir **figure 80**). C'est tout d'abord le registre mathématique qui est mobilisé.

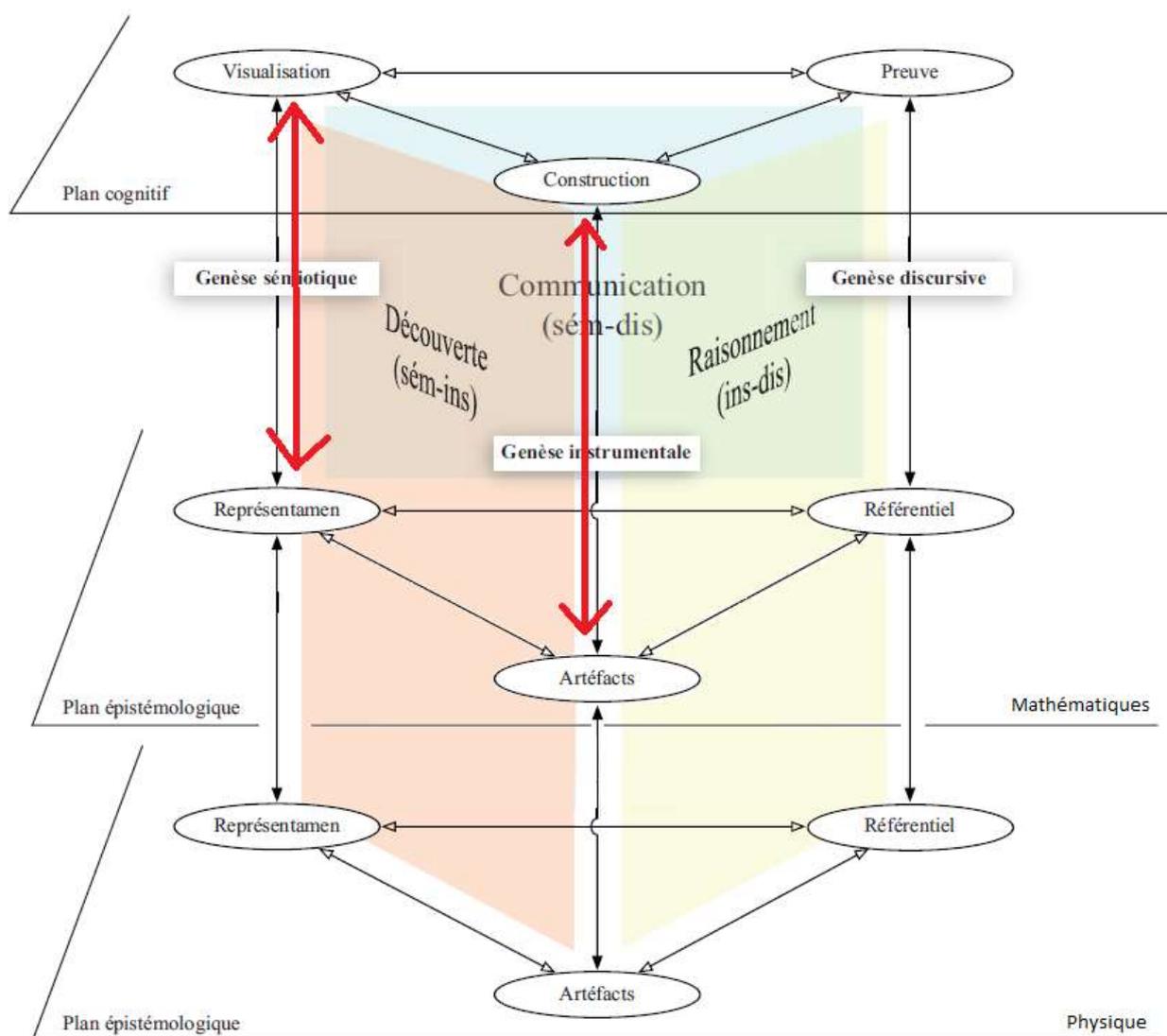


Figure 80 : Analyse du début des « versions expertes 4 et 5 ».

*L'axe $Oc.t'$ est ensuite construit en entrant sur la barre de saisie de GeoGebra l'équation $y = \frac{x}{0,8}$ si par exemple la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel est $v = 0,8.c$. L'axe Ox' est construit en traçant le symétrique de l'axe $Oc.t'$ par rapport à la droite $x = c.t$ à l'aide de la fonctionnalité « symétrie axiale » de GeoGebra ou en entrant sur la barre de saisie l'équation $y = 0,8.x$. Cela permet de construire un repère du référentiel lié à Armineh (voir **figure 81**).*

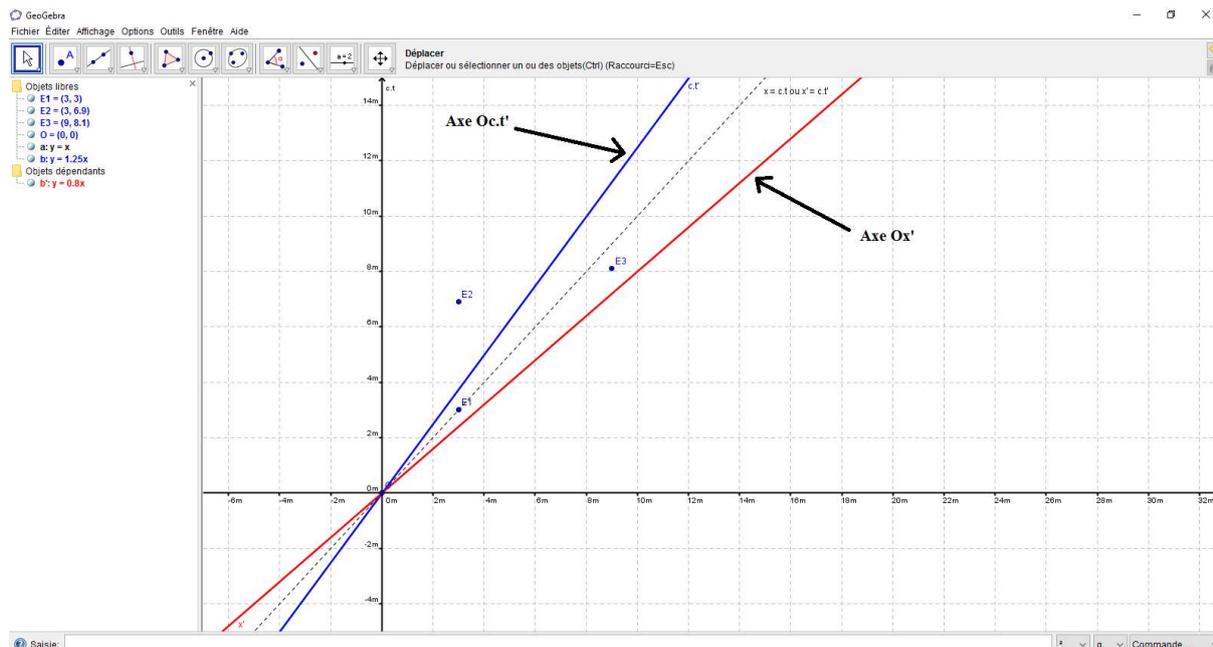


Figure 81 : Construction des axes Ox' et Oc.t' avec GeoGebra.

Les élèves tracent les parallèles à l'axe Ox' passant par les différents événements et coupant l'axe Oc.t' à l'aide de la fonctionnalité « droite parallèle » de GeoGebra. Les ordonnées c.t' des différents événements dans un repère lié à Armineh sont repérés à l'aide de la fonctionnalité « intersection entre deux objets » (voir **figure 82**).

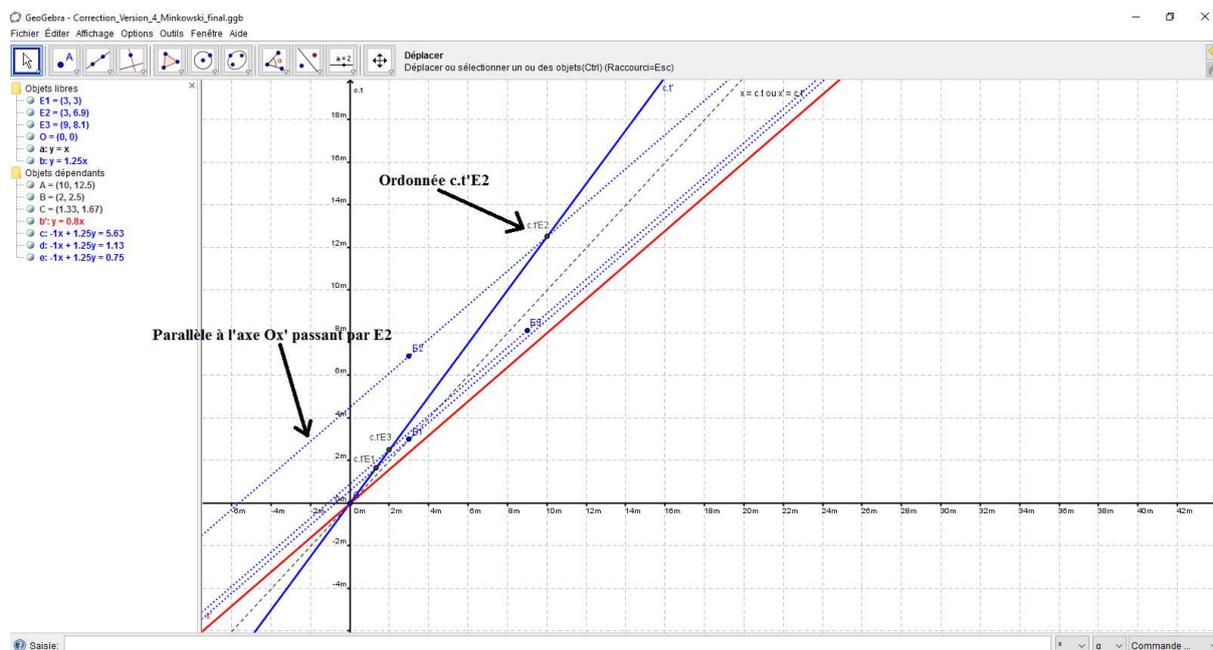


Figure 82 : Construction des ordonnées c.t' des différents événements avec GeoGebra.

Les élèves tracent éventuellement les parallèles à l'axe $Oc.t'$ passant par les différents événements et coupant l'axe Ox' également à l'aide de la fonctionnalité « droite parallèle » de GeoGebra. Les abscisses x' des différents événements dans un repère lié à Armineh sont repérées à l'aide de la fonctionnalité « intersection entre deux objets » (voir **figure 83**).

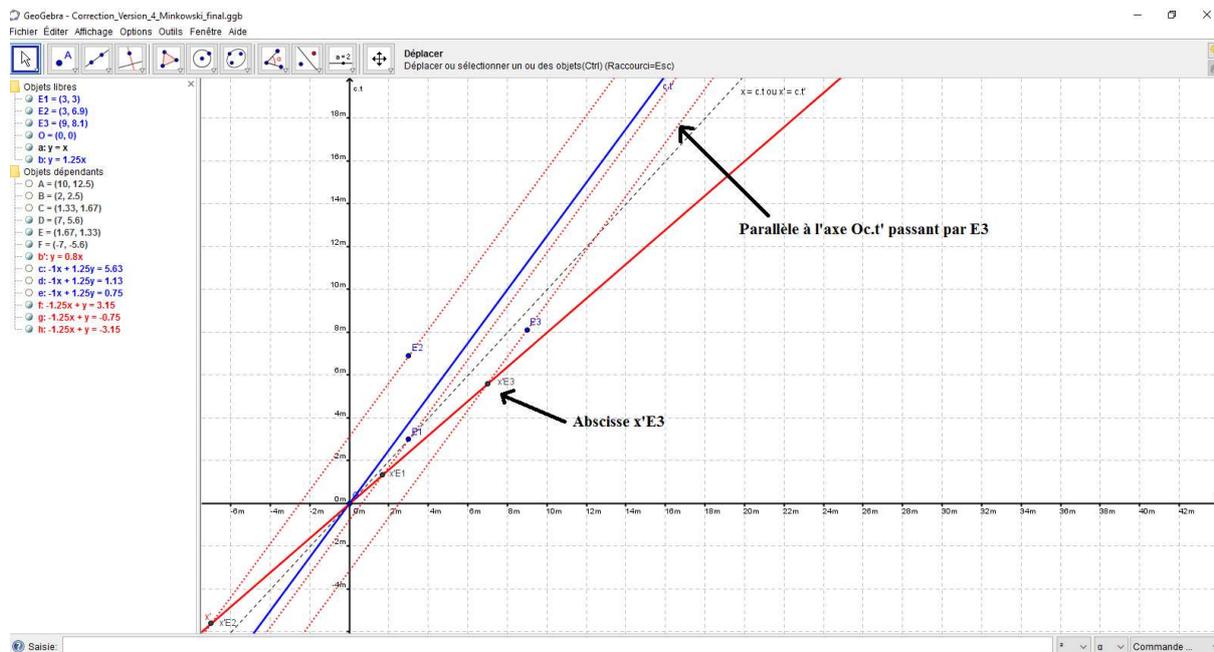


Figure 83 : Construction des abscisses x' des différents événements avec GeoGebra.

Les élèves peuvent également représenter les abscisses et les ordonnées des différents événements dans un repère du référentiel lié à Daniel (voir **figure 84**).

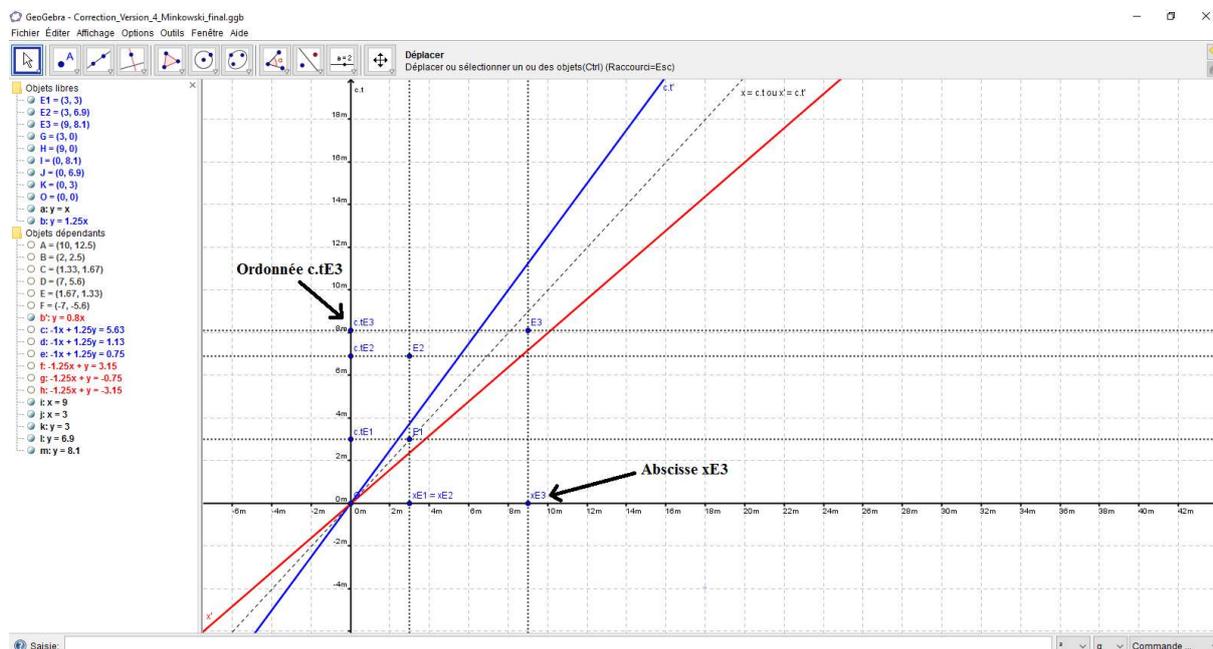


Figure 84 : Construction des abscisses x et des ordonnées $c.t$ des différents événements avec GeoGebra.

C'est majoritairement une démarche de raisonnement (ins-dis) qui est mise en jeu lors de la construction du diagramme de Minkowski grâce aux fonctionnalités du logiciel. C'est encore le cadre de rationalité des mathématiques qui est mobilisé (voir **figure 85**).

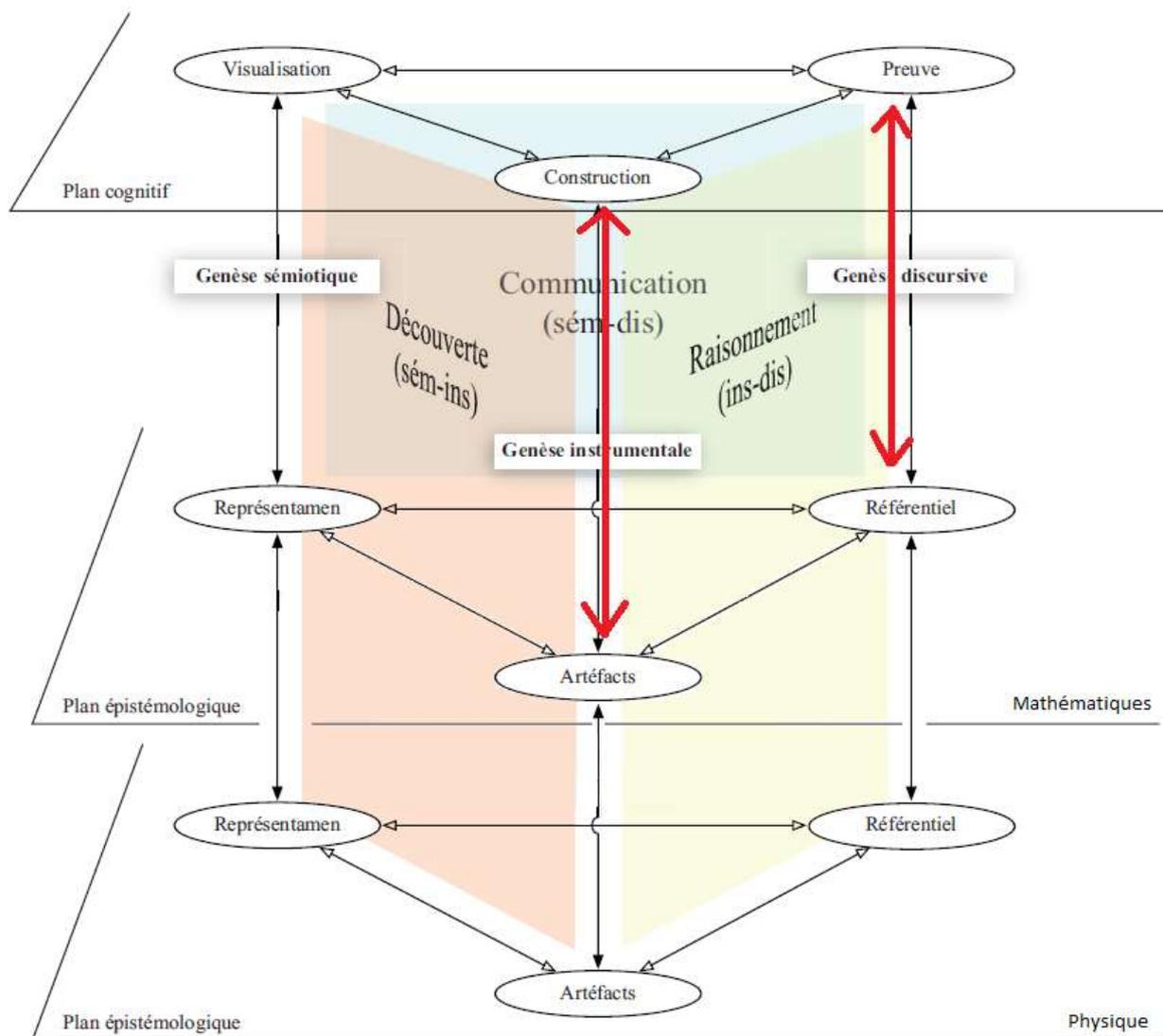


Figure 85 : Analyse des « versions expertes 4 et 5 » en cours de résolution.

Les élèves utilisent ensuite la fonctionnalité « curseur » proposée par GeoGebra afin de changer les conditions de vitesse d'Armineh par rapport à Daniel. Il faut introduire, par exemple, un paramètre ε compris entre 0 et 1 tel que $\varepsilon = \frac{v}{c}$. L'équation de l'axe $Oc.t'$ est modifiée en changeant $y = \frac{x}{0,8}$ en $y = \frac{x}{\varepsilon}$. La valeur de v peut également être affichée (voir **figure 86**).

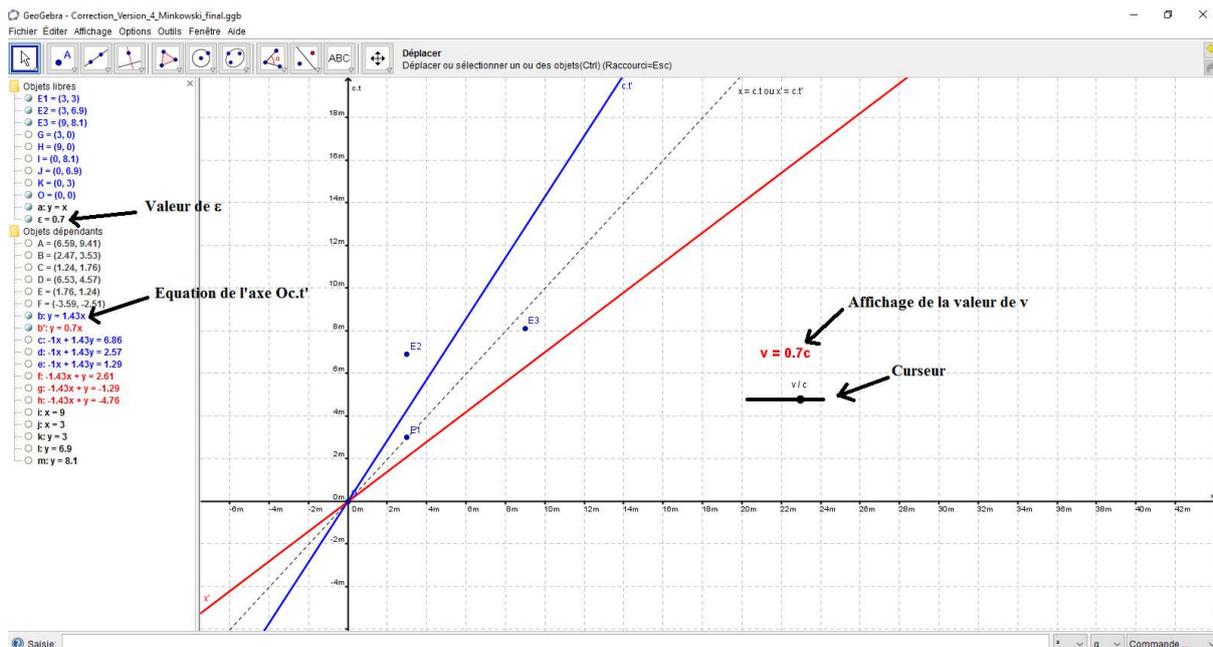


Figure 86 : Utilisation du curseur avec GeoGebra.

En affichant les ordonnées ct' des différents événements et en modifiant la valeur de ε , l'ordre chronologique des événements dans le référentiel lié à Armineh est observable (voir figures 87, 88 et 89).

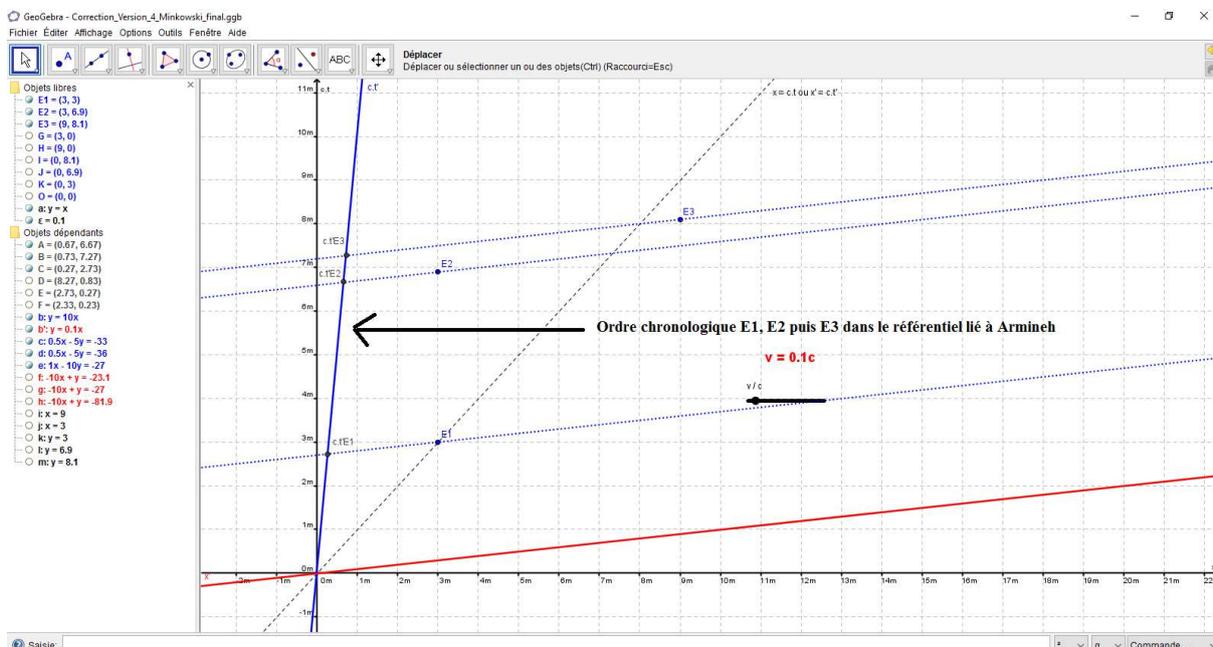


Figure 87 : Ordre chronologique des trois événements pour $v = 0,1.c$ dans le référentiel lié à Armineh.

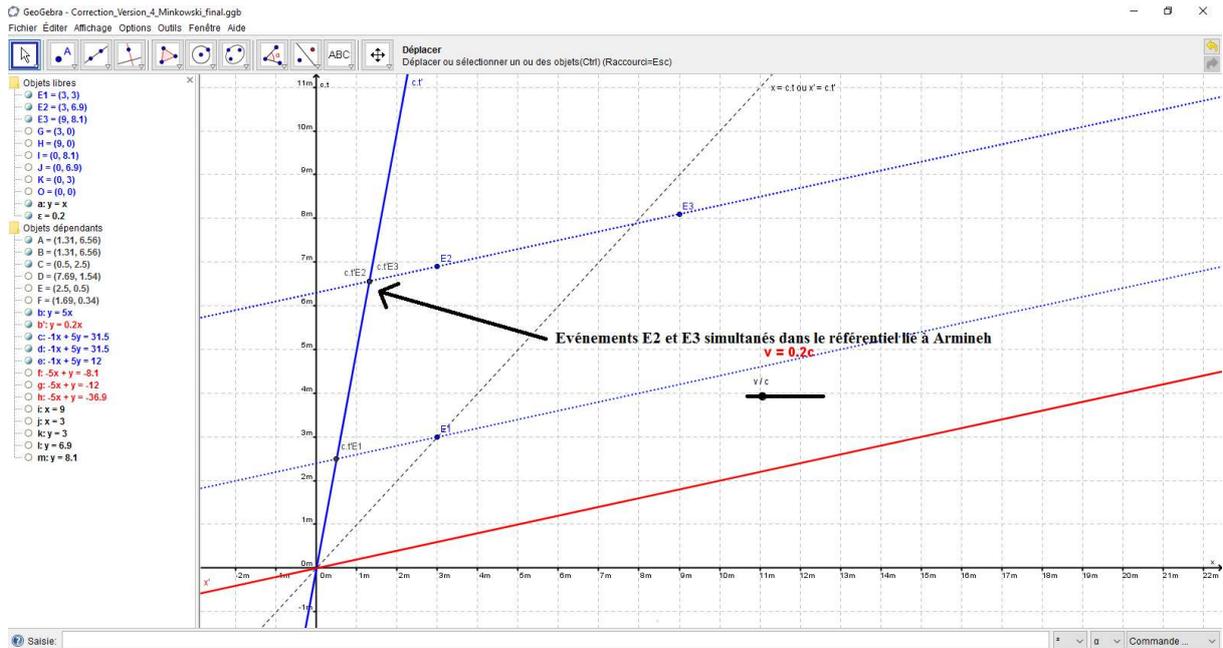


Figure 88 : Ordre chronologique des trois événements pour $v = 0,2.c$ dans le référentiel lié à Armineh.

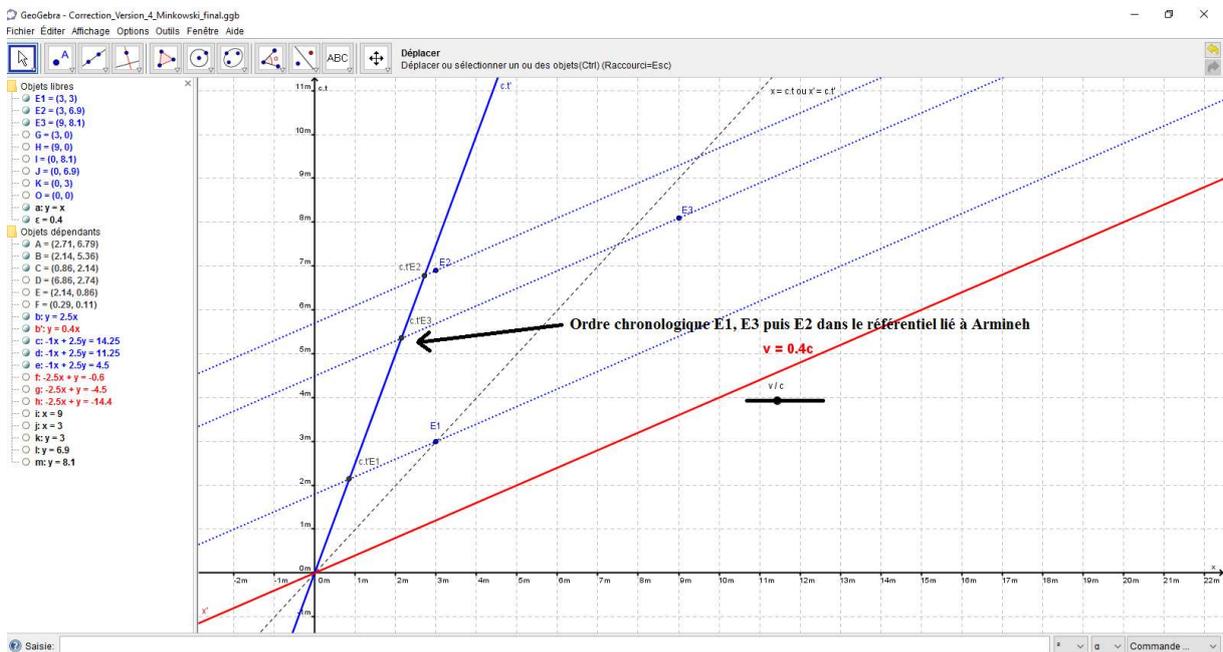


Figure 89 : Ordre chronologique des trois événements pour $v = 0,4.c$ dans le référentiel lié à Armineh.

L'utilisation de la fonction « curseur » du logiciel permet de faire varier les conditions expérimentales en changeant la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel. Ce sont les cadres de rationalité de la physique et des mathématiques qui sont mobilisés (voir **figure 90**).

Ce sont des génèses de type sémiotiques et instrumentales (démarche de découverte) qui sont associées au cadre de rationalité des mathématiques. Le curseur est construit puis manipulé sans rapport avec les concepts physiques. C'est une démarche de compréhension du modèle, associée au cadre de rationalité de la physique, qui est mise en jeu lorsque les élèves modifient la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel. Les diagrammes de Minkowski obtenus sont ensuite exploités en traitant de l'ordre chronologique relatif des événements. Ce sont des génèses de type sémiotiques et discursives qui sont mobilisées et qui montrent une utilisation avancée du modèle.

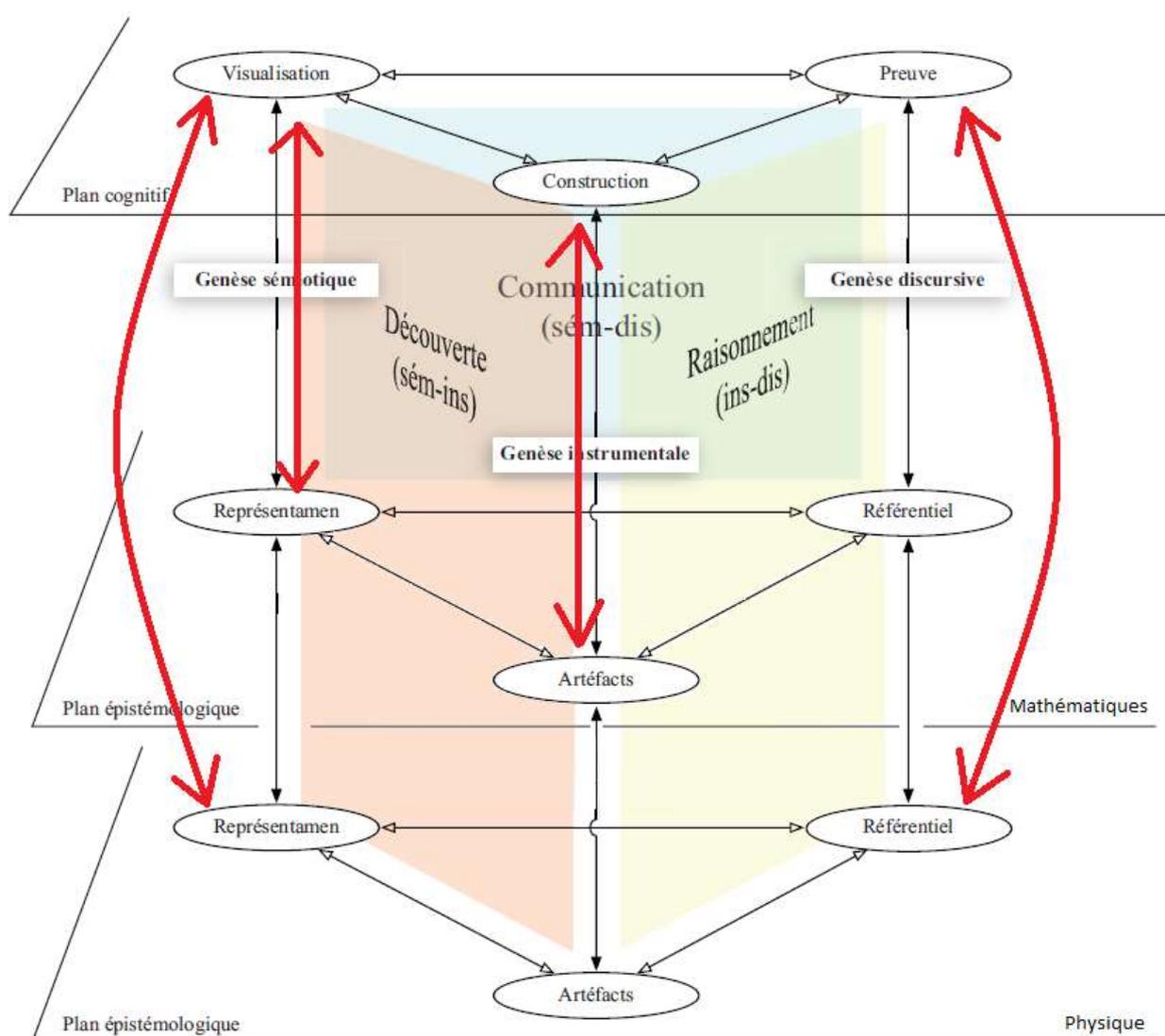


Figure 90 : Analyse des « versions expertes 4 et 5 » en fin de résolution.

Analyse de la version « experte 5 »

La version « experte 5 » est proposée après avoir traité avec les élèves la version « experte 3 ». Le contexte et les documents fournis sont presque identiques entre les deux versions, seul le diagramme de Minkowski n'est pas fourni. La **version 5** contient déjà un [fichier GeoGebra](#) avec un diagramme de Loedel pré-tracé et également muni du curseur permettant de changer les conditions expérimentales de vitesse d'Armineh par rapport à Daniel (voir **figure 91**). Une proposition de résolution est donnée par la suite ([téléchargeable en cliquant sur ce lien](#)).

Le but de cette activité est d'utiliser le diagramme de Loedel, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associés à Daniel et à Armineh à l'aide du logiciel GeoGebra, de faire des mesures de durées dans deux référentiels différents et d'en déduire des résultats remarquables lorsque l'on fait varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel à l'aide de l'outil curseur.

*Les élèves placent tout d'abord eux-mêmes les trois événements E_1 , E_2 et E_3 sur le diagramme de Loedel déjà fourni (voir **figure 91**).*

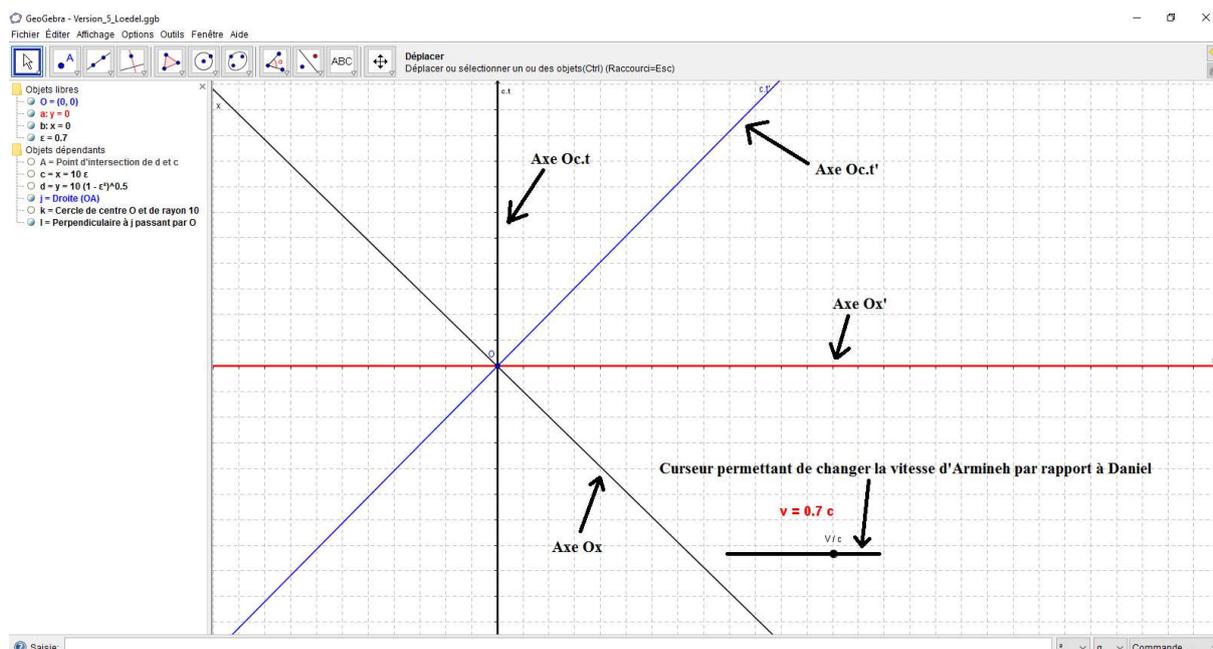


Figure 91 : Diagramme de Loedel initialement fourni.

Les élèves doivent tracer des cercles de centre O et de rayon 3 m , $6,9\text{ m}$, $8,1\text{ m}$ ou 9 m afin de repérer les abscisses x_{E1} , x_{E2} et x_{E3} ainsi que les ordonnées $c.t_{E1}$, $c.t_{E2}$ et $c.t_{E3}$ des trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans un repère du référentiel lié à Daniel (voir **figure 92**).

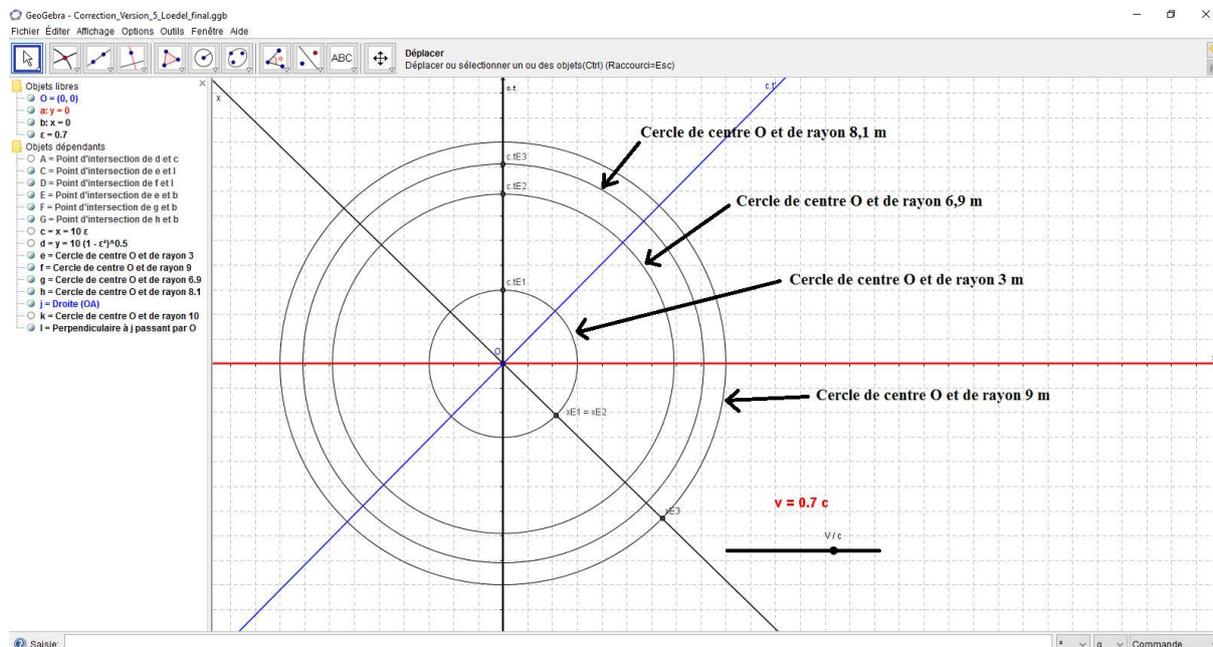


Figure 92 : Tracé de x_{E1} , x_{E2} , x_{E3} , $c.t_{E1}$, $c.t_{E2}$ et $c.t_{E3}$ sur le diagramme de Loedel.

En traçant les parallèles à l'axe Ox passant par les ordonnées $c.t_{E1}$, $c.t_{E2}$ et $c.t_{E3}$ ainsi que les parallèles à l'axe $Oc.t$ passant par les abscisses x_{E1} , x_{E2} et x_{E3} , les positions des événements E_1 , E_2 et E_3 sont trouvées (voir **figure 93**).

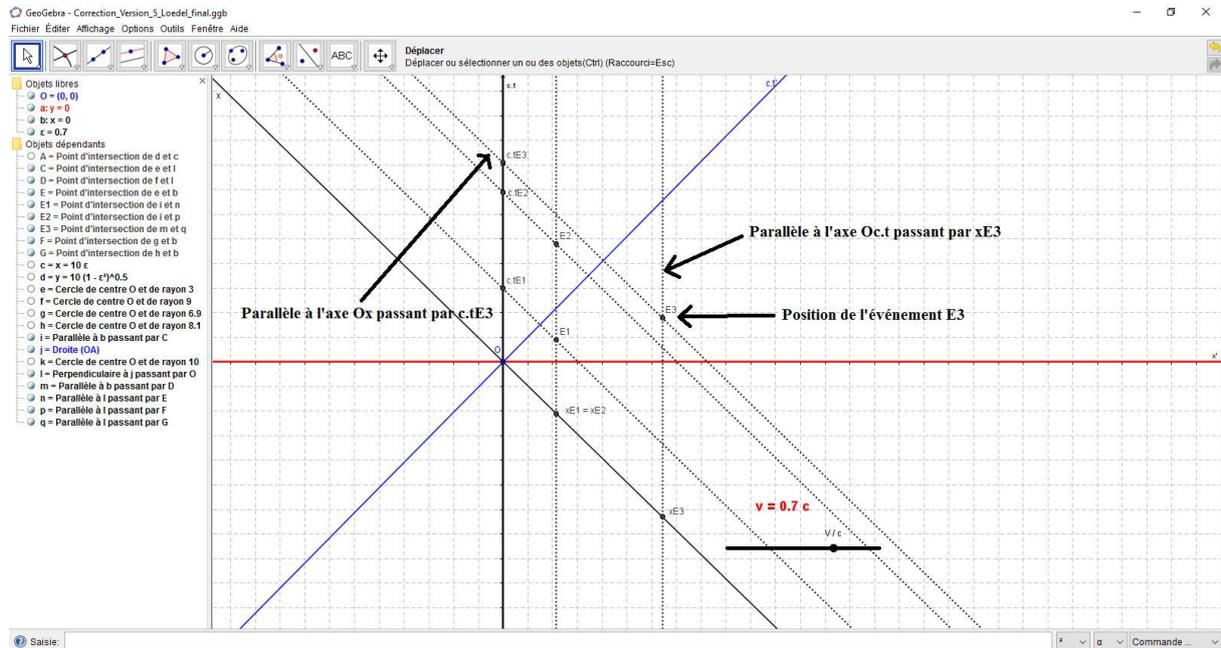


Figure 93 : Tracé des positions des événements E_1 , E_2 et E_3 sur le diagramme de Loedel.

Les abscisses x'_{E1} , x'_{E2} , x'_{E3} sont trouvées en traçant des parallèles à l'axe $Oc.t'$ passant par les événements E_1 , E_2 et E_3 et coupant l'axe Ox' . De même, les ordonnées $c.t'_{E1}$, $c.t'_{E2}$, $c.t'_{E3}$ sont trouvées en traçant des parallèles à l'axe Ox' passant par les événements E_1 , E_2 et E_3 et coupant l'axe $Oc.t'$ (voir **figure 94**).

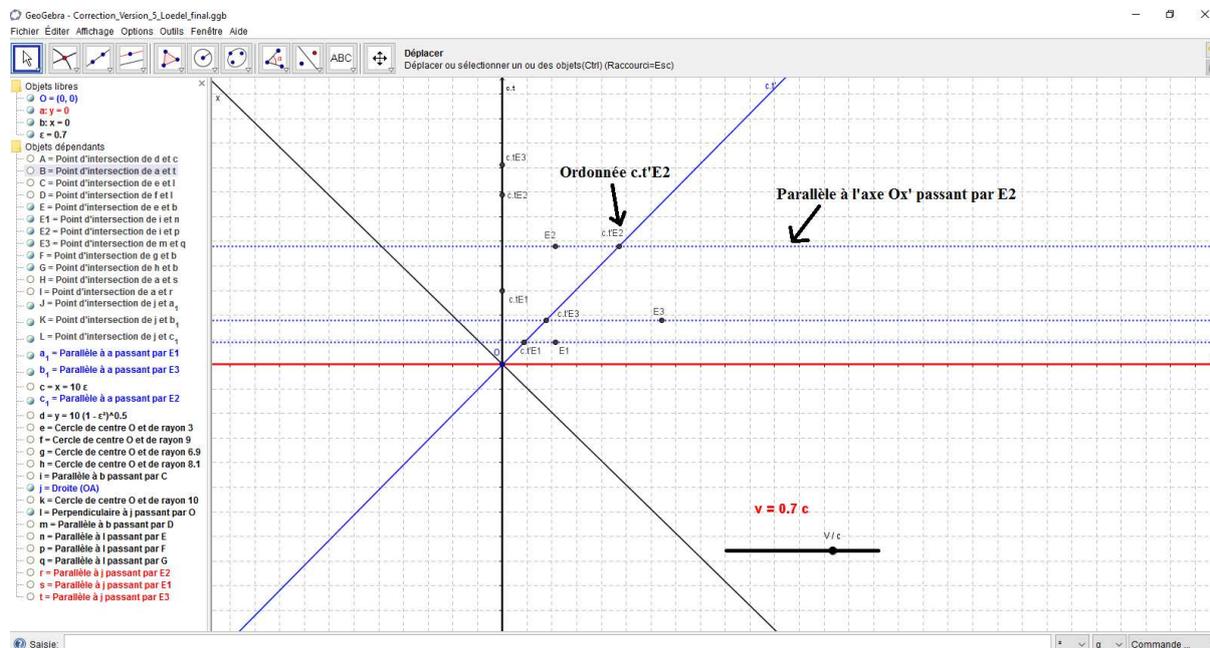


Figure 94 : Tracé de $c.t'_{E1}$, $c.t'_{E2}$ et $c.t'_{E3}$ sur le diagramme de Loedel.

Le début de la version « experte 5 » correspond à une tâche mettant en jeu initialement une démarche de découverte (sém-ins) du logiciel GeoGebra (voir **figure 80**). Une démarche de raisonnement (ins-dis) est également mise en jeu lors de la recherche de la position des trois événements (voir **figure 85**). C'est le registre mathématique qui est tout d'abord mobilisé.

Les élèves doivent ensuite utiliser la fonctionnalité « distance ou longueur » du logiciel GeoGebra pour mesurer les distances entre l'origine du repère et les points d'intersection des projections parallèlement à l'axe Ox (ou à l'axe Ox') de chaque événement sur l'axe $Oc.t$ dans le référentiel lié à Daniel (ou sur l'axe $Oc.t'$ dans le référentiel lié à Armineh). En divisant ces distances par la valeur de c , cela permet d'en déduire les durées correspondantes.

Pour obtenir, par exemple, la durée entre l'événement E_3 et l'événement E_2 dans le référentiel d'Armineh, il suffit de soustraire la durée entre l'événement E_3 et l'origine du repère et celle entre l'événement E_2 et celle de l'origine du repère dans ce même référentiel. Cela permet

ainsi de visualiser une durée affectée d'un signe moins lors d'une éventuelle inversion chronologique des événements E_2 et E_3 (voir figures 95, 96 et 97).

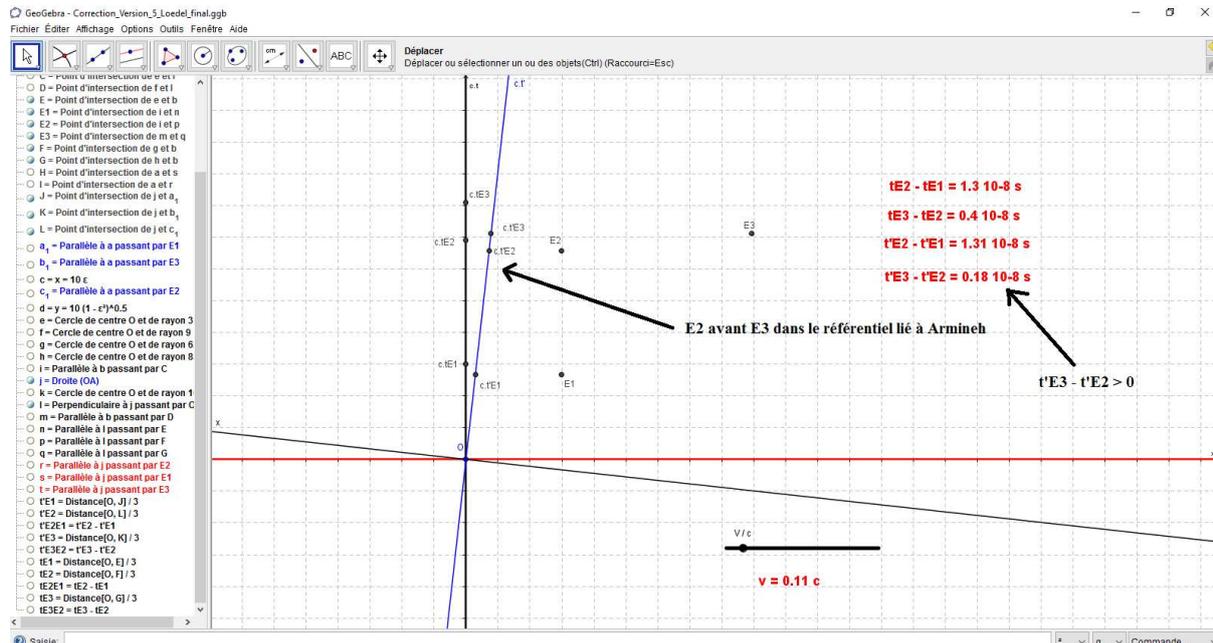


Figure 95 : Ordre chronologique des événements E_2 et E_3 pour $v = 0,11.c$ dans le référentiel lié à Armineh.

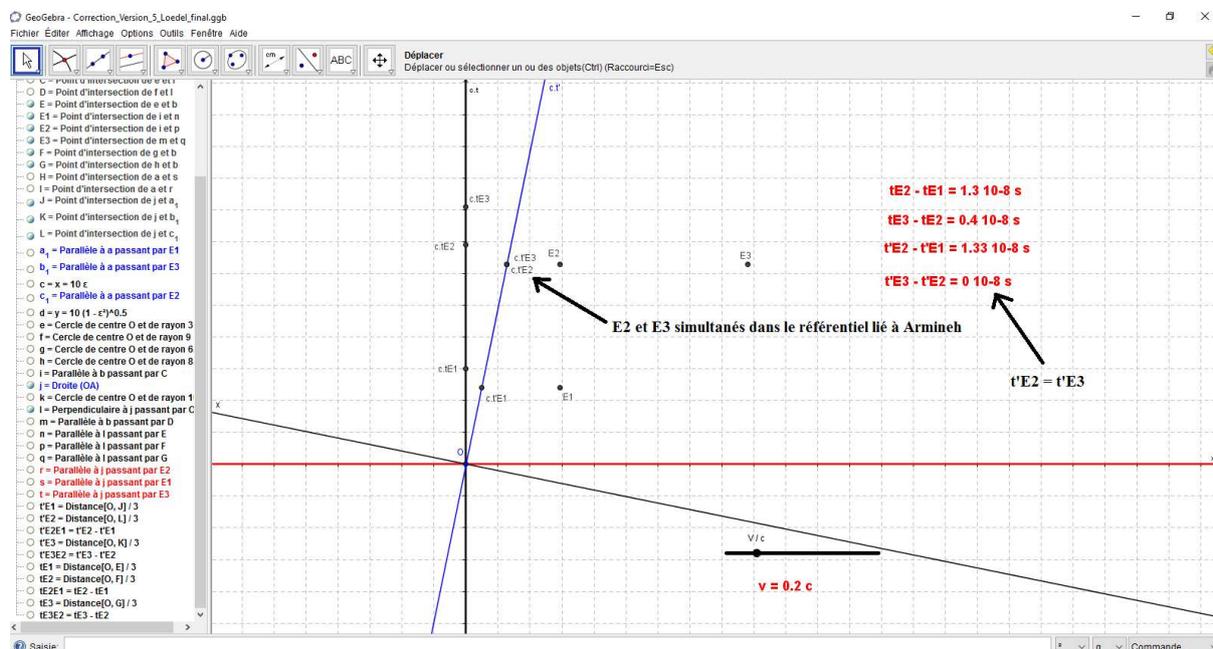


Figure 96 : Simultanéité des événements E_2 et E_3 pour $v = 0,2.c$ dans le référentiel lié à Armineh.

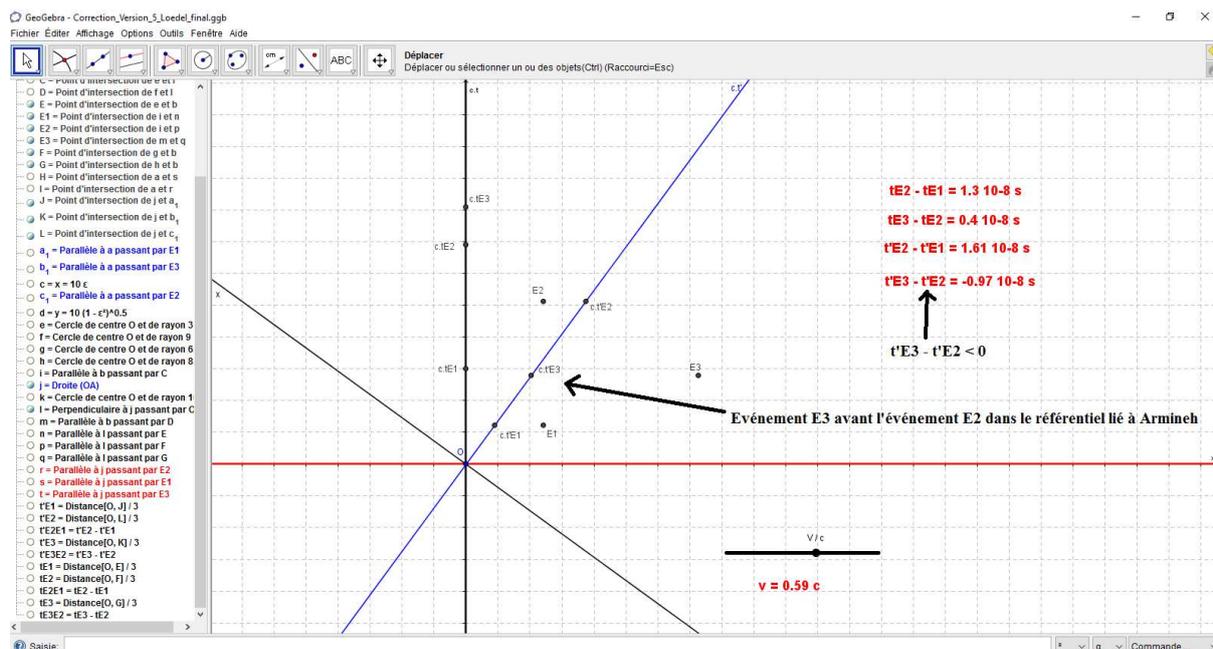


Figure 97 : Ordre chronologique des événements E_2 et E_3 pour $v = 0,59.c$ dans le référentiel lié à Armineh.

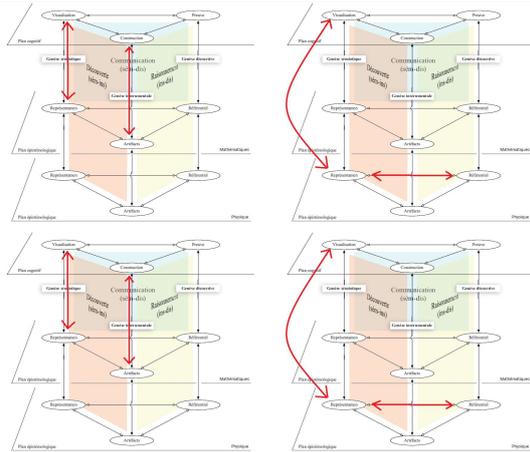
L'utilisation des fonctions « curseur » et « distance ou longueur » du logiciel permettent de faire varier les conditions expérimentales en changeant la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel tout en visualisant des durées entre deux événements dans deux référentiels différents. Ce sont les cadres de rationalité de la physique et des mathématiques qui sont mobilisés.

Ce sont des genèses de type sémiotiques et instrumentales (démarche de découverte) qui sont associées au cadre de rationalité des mathématiques. Le curseur est manipulé puis l'affichage des durées est construit puis manipulé sans rapport avec les concepts physiques.

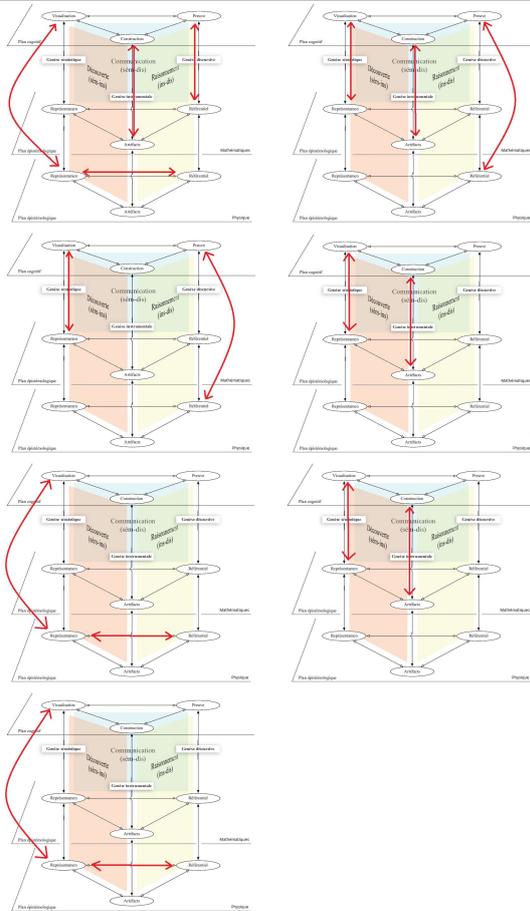
C'est une démarche de compréhension du modèle, associée au cadre de rationalité de la physique, qui est mise en jeu lorsque les élèves modifient la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel. Les diagrammes de Loedel obtenus sont ensuite exploités en traitant de l'ordre chronologique relatif des événements. Ce sont des genèses de type sémiotiques et discursives qui sont mobilisées et qui montrent une utilisation avancée du modèle (voir **figure 90**).

Voyons dans le **tableau 26** la description des différentes séquences à l'aide des différents ETM.

Version initiation



Version intermédiaire



<p>Version experte 3</p>	
<p>Versions expertes 4 et 5</p>	

Tableau 26 : Résumé des différentes séquences à l'aide du modèle de l'ETM étendu.

Le modèle de l'ETM étendu nous a permis de décrire les différentes versions de séquences que nous proposons. Le niveau de difficulté peut être apprécié en regardant la part des genèses instrumentale-discursive (ins-dis) par rapport aux genèses sémiotique-instrumentale (sém-ins).

III.2.3. Mise à l'épreuve de la classe¹⁸

Nous avons décidé d'analyser le travail des élèves à la fin de la séquence de la **version 4**. Cela va permettre d'évaluer leur réinvestissement des notions vues dans les séances précédentes. De plus, comme les interventions de l'enseignant sont moins importantes, il nous a paru plus facile de voir le travail véritablement réalisé par les élèves. Le travail de simulation avec le logiciel GeoGebra va aussi permettre un travail plus développé sur la notion d'ordre chronologique relatif, tout en reprenant les notions d'événement, de référentiel, d'invariance de la vitesse de la lumière dans un référentiel inertiel puis de durées propre et impropre. Enfin, le modèle de l'ETM étendu, nous a permis de voir que les interactions développées par les élèves, lors de la séquence de la **version 4**, comportaient des genèses de type instrumentale-discursive ou sémiotique-discursive caractéristiques d'une utilisation élaborée du diagramme de Minkowski tant du point de vue des mathématiques que de celui de la physique.

Une classe de 34 élèves de terminale S a suivi le cours de relativité avec la recherche et la correction d'exercices¹⁹. La séquence, **version 3**, a ensuite été proposée pendant trois heures en classe entière afin que l'ensemble des questions soient traitées par tous les élèves.

La séquence, **version 4**, a été ensuite donnée en devoir à réaliser à la maison. Les conditions de vitesses étaient différentes d'un groupe à l'autre. La très grande majorité des élèves n'avait pas utilisé le logiciel GeoGebra au lycée.

¹⁸ Des analyses plus complètes des travaux des élèves se trouvent en annexe.

¹⁹ Exercices d'application au cours cherchés à la maison et corrigés en classe.

Les élèves ont rendu une première version de leur devoir maison puis ils ont travaillé deux heures en demi-classe en salle informatique afin de finaliser leur fichier GeoGebra. Chaque élève a réalisé également un enregistrement MP3 permettant de résumer la totalité de la séquence qui aura duré cinq heures en tout.

Quatre fichiers audio ont été analysés sur les 33 disponibles. Seuls une quinzaine sont véritablement différents, car les membres d'un même groupe ont bien souvent la même trame puisqu'ils avaient tout d'abord rédigé par écrit ce qu'ils devaient dire.

L'enregistrement de Clément

Le devoir maison du groupe de Clément est placé ci-après (voir **figure 98**). Le groupe de Clément a représenté avec le logiciel GeoGebra un diagramme de Minkowski complet avec la fonctionnalité Curseur qui est opérationnelle pour changer la valeur de $\frac{v}{c}$. Les trois événements ont leur abscisse qui est représentée sur l'axe Ox' dans le référentiel d'Armineh.

Les notions d'événements et de référentiel sont mobilisées puisque les trois événements sont présents ainsi que les repères des deux référentiels. L'invariance de la vitesse de la lumière a été déclinée sur le diagramme lors du tracé de l'axe Ox' symétriquement à l'axe $Oc.t'$ par rapport à la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$. La notion d'ordre chronologique relatif n'est pas bien mobilisée puisque ce sont les abscisses x' des événements qui sont représentées, pas les ordonnées $c.t$ ²⁰.

²⁰ Une autre interprétation est également envisageable. Cela pourrait être également une confusion entre la représentation usuelle d'une distance (en « x ») et celle mobilisée ici (en « c.t ») car l'axe $Oc.t$ représente également une distance. En conséquence, les élèves n'observent pas ce qu'ils auraient dû observer.

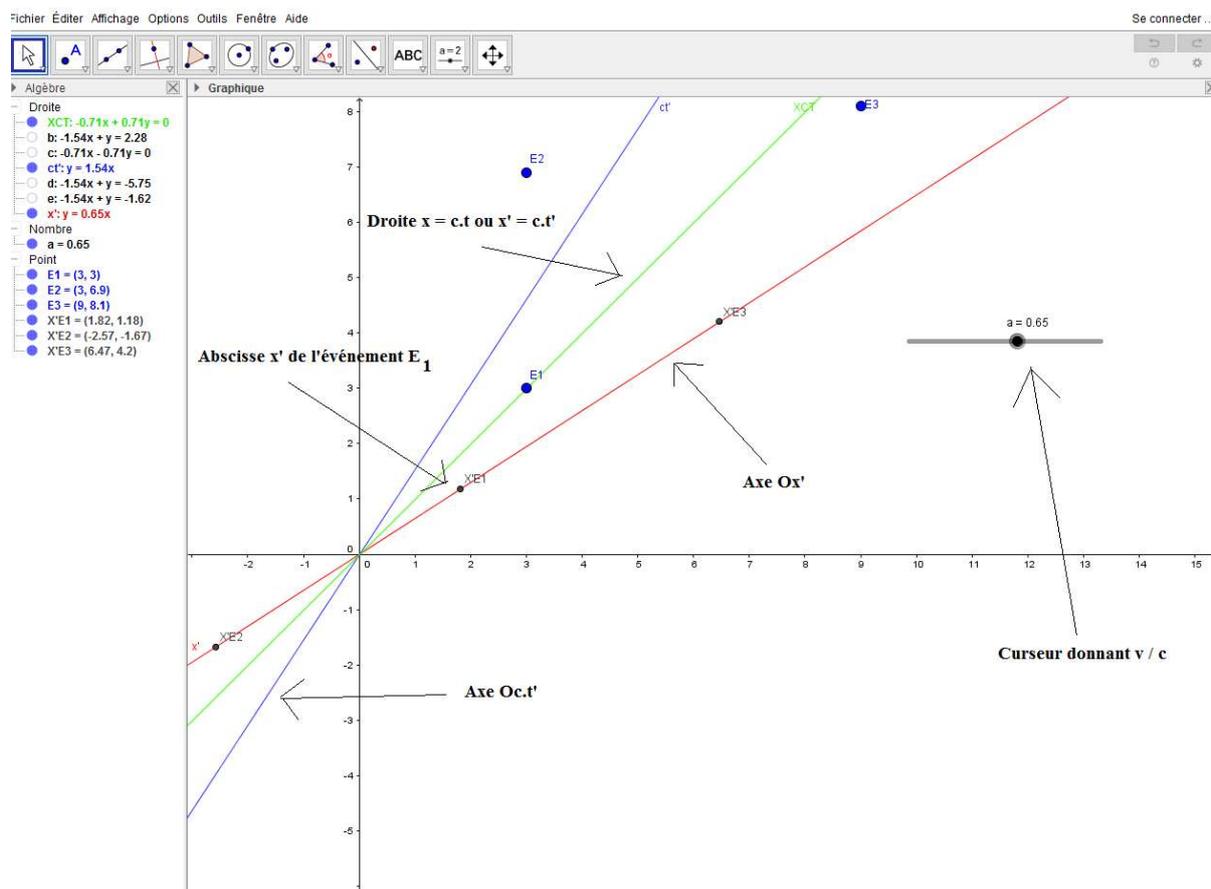


Figure 98 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe de Clément²¹.

²¹ Nous avons rajouté sur la copie d'écran (et les suivantes du même type) des flèches légendées afin d'expliquer ce que les élèves ont représenté en comparant leur travail avec ce qui était attendu.

Sur la version retravaillée en classe²² représentée sur la **figure 99**, ce sont les ordonnées sur l'axe $Oc.t'$ qui sont représentées afin de pouvoir mettre en évidence plus facilement l'inversion de l'ordre chronologique d'événements dans le référentiel d'Armineh.

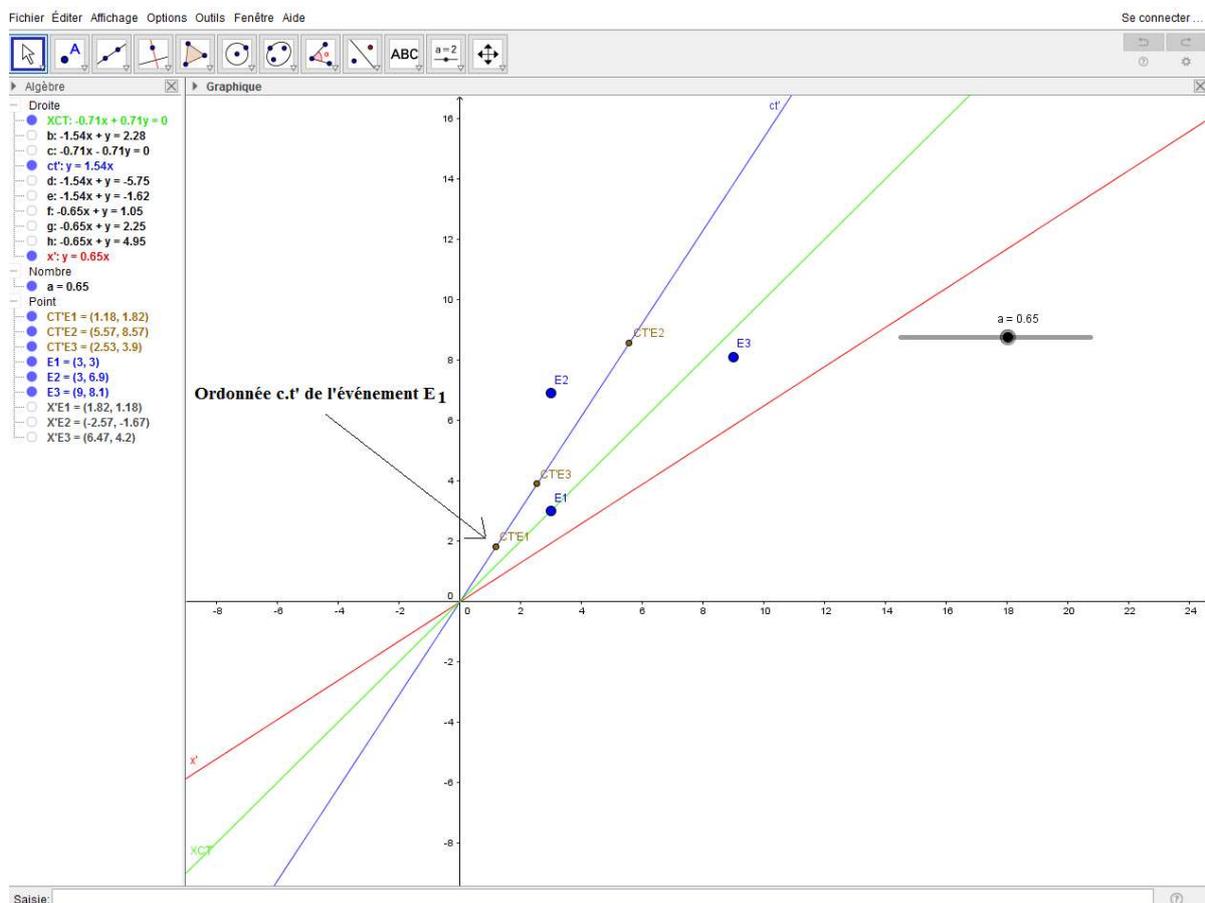


Figure 99 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe de Clément.

Ce travail met en évidence des interactions de type sémiotiques – instrumentales (découverte du logiciel GeoGebra) ainsi qu'instrumentales – discursives (raisonnement élaboré afin de construire le diagramme de Minkowski et d'utiliser convenablement la fonctionnalité curseur). Clément a une maîtrise élaborée du diagramme de Minkowski dans le cadre de rationalité des mathématiques.

²² Intervention orale de l'enseignant avec le groupe de Clément pour préciser la signification de l'axe $Oc.t'$.

L'enregistrement audio de Clément mobilise deux cadres de rationalité. Il a tendance à très souvent paraphraser l'énoncé préalablement fourni (voir **tableau 27**). Nous catégorisons ceci en interactions de type sémiotique puisque nous considérons qu'il s'agit d'une visualisation, dans le plan cognitif de l'élève, d'informations dans le cadre de rationalité de la physique.

Temps	Interactions ²³	Cadre de rationalité ²⁴	Extrait audio
00.00	SEM	P	Clément L. Alors on est sur une route horizontale qui comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.
00.06	SEM	P	Daniel est immobile sur le côté de la route.
00.10	SEM	P	Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de 0,65.c sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.
00.17	SEM	P	L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident.
00.22	SEM	P	Dans le référentiel associé à Daniel les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à +3 m de Daniel et le troisième noté S_3 se trouve à +9 m de lui.
00.31	SEM	P	Le but de cette activité est de construire le diagramme de Minkowski à l'aide du logiciel GeoGebra, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associé à Daniel et à Armineh.

Tableau 27 : Extrait du verbatim du fichier audio de Clément.

²³ SEM pour sémiotique, INST pour instrumentale et DISC pour discursive

²⁴ P pour physique et M pour mathématiques

Il commence à avoir une utilisation élaborée du diagramme de Minkowski dans le cadre de rationalité des sciences physiques puisque des interactions de type discursives ont été plusieurs fois identifiées dans son enregistrement audio (voir **tableau 28**).

01.15	SEM-DISC	P	On remarque donc dans le référentiel de Daniel les événements E_1 , E_2 et E_3 se suivent alors que dans le référentiel d'Armineh on a les événements E_1 , E_3 et E_2 .
01.29	DISC	P	Il y a donc une inversion des événements dans les deux référentiels.
01.33	INST-DISC	P	On remarque également que lorsque l'on fait varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel, la position des événements E_1 , E_2 et E_3 peut changer.

Tableau 28 : Second extrait du verbatim du fichier audio de Clément.

En conclusion, Clément a une utilisation élaborée du diagramme de Minkowski dans le cadre de rationalité des mathématiques et il commence à avoir le même type d'utilisation dans le cadre de rationalité des sciences physiques. Il demeure tout de même majoritairement sur un plan d'interactions sémiotiques sur ce dernier cadre. Toutes les notions visées lors de cette séquence ont été traitées. Il conviendra de faire attention à ce que « l'inversion des événements » concerne bien l'inversion chronologique des événements et que l'expression « la position des événements qui change » corresponde bien à l'abscisse de ces trois événements qui est modifiée.

L'enregistrement d'Anthony

Le devoir maison du groupe d'Anthony est représenté sur la **figure 100**. Le diagramme de Minkowski comporte les trois événements de placés, les différents axes, la droite $x = c.t$, et des projections parallèlement à l'axe $Oc.t'$ coupant l'axe Ox' . Néanmoins les différents éléments ne sont pas nommés sur GeoGebra et le curseur n'apparaît pas. La notion

d'événement semble mobilisée. La notion de référentiel semble l'être partiellement, car les axes des repères ne sont pas nommés. La traduction du second postulat sur le diagramme est également partiellement mobilisée, car même si l'axe Ox' est construit, la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ n'est pas nommée. La notion d'ordre chronologique relatif n'est pas traitée, le curseur permettant de changer la vitesse n'apparaît pas, les coordonnées des événements sur l'axe $oc.t'$ non plus.

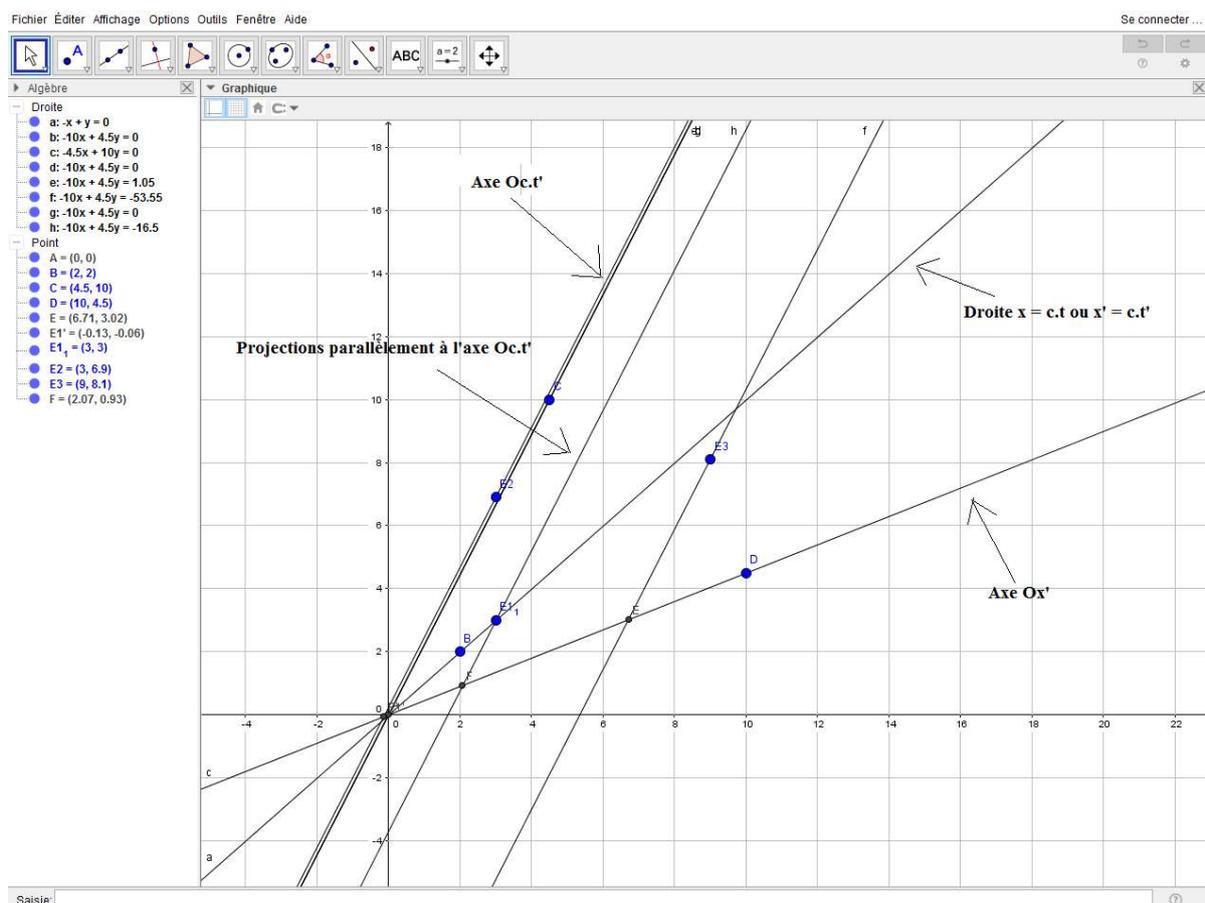


Figure 100 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe d'Anthony.

La version retravaillée en classe²⁵ comporte les différents éléments qui manquaient dans la première version (voir **figure 101**). Un curseur permet de changer la valeur de $\frac{v}{c}$ et les projections des événements parallèlement à l'axe Ox' sur l'axe $Oc.t'$ ou parallèlement à l'axe

²⁵ Intervention orale de l'enseignant avec le groupe d'Anthony pour donner des informations techniques sur le curseur et la façon de nommer des éléments sur GeoGebra.

Oc.t' sur l'axe Ox' apparaissent. Les coordonnées des trois événements sont mentionnées dans le repère (x'Oc.t'). Les axes Ox' et Oc.t' sont maintenant nommés, mais la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ est simplement décrite comme « xy ». Il est possible de traiter maintenant la notion d'ordre chronologique relatif.

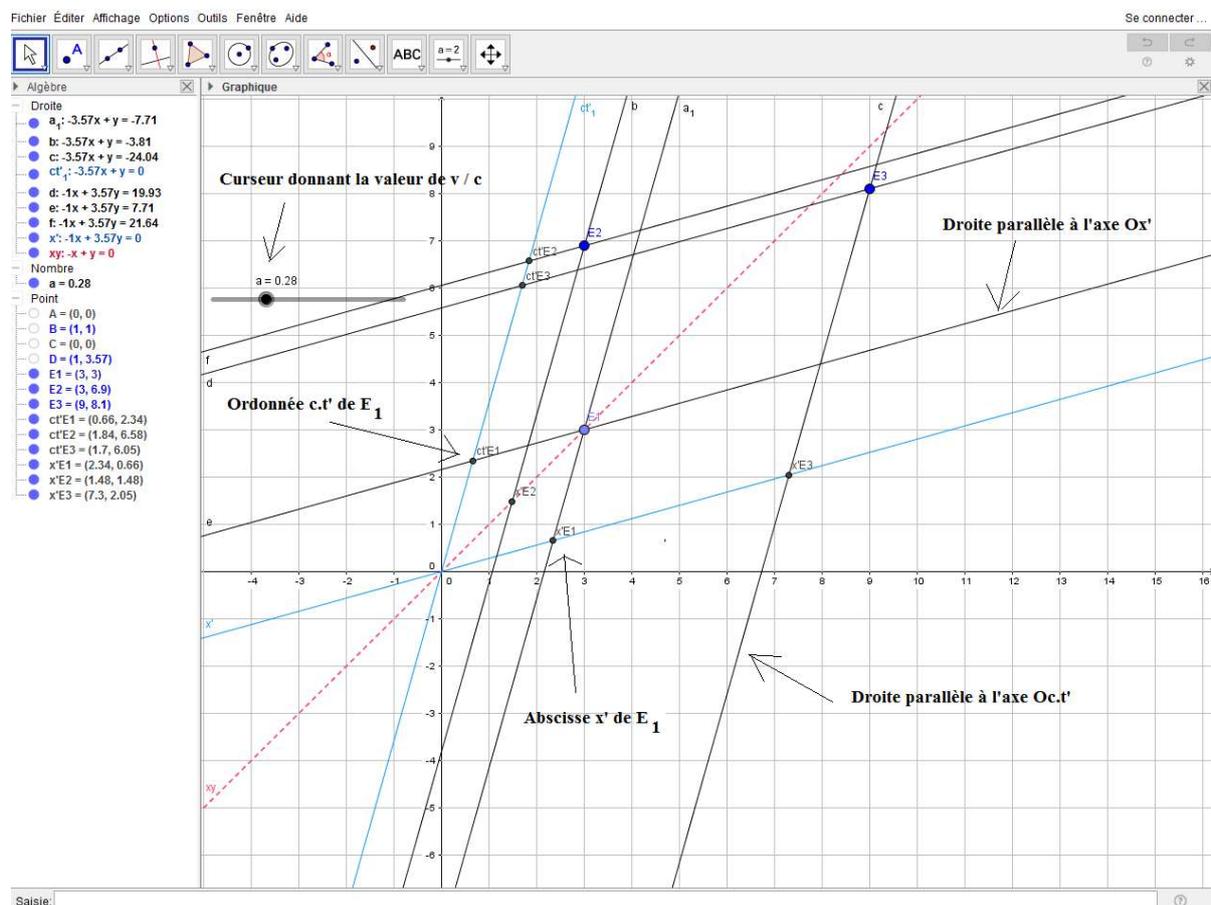


Figure 101 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe d'Anthony.

Ce travail met en évidence des interactions de type sémiotiques – instrumentales (découverte du logiciel GeoGebra) et de façon moins marquée des interactions instrumentales – discursives (raisonnement élaboré afin de construire le diagramme de Minkowski). Anthony a une utilisation opérationnelle du modèle, il arrive à construire un diagramme de Minkowski. Il n'a pas par contre encore atteint une pratique élaborée dans le cadre de rationalité des mathématiques, car le curseur nécessaire à la simulation n'est pas initialement créé.

L'enregistrement audio d'Anthony ne porte que sur un seul cadre de rationalité. Il utilise très souvent des interactions de type instrumentales puisqu'il a tendance à utiliser le diagramme de Minkowski pour en déduire des résultats physiques.

Il commence à avoir une utilisation opérationnelle du diagramme de Minkowski dans le cadre de rationalité des sciences physiques puisque de nombreuses interactions de type discursives ont été identifiées dans son enregistrement audio. Néanmoins des erreurs de physique apparaissent sur le **tableau 29** (confondre le référentiel d'Armineh et de Daniel à **00.19**, se tromper dans l'ordre chronologique des événements à **01.44** et **01.54**) ou des imprécisions à **00.39** (il ne parle pas des événements concernés).

Temps	Interactions	Cadre de rationalité	Extrait audio
00.19	SEM-INST	P	Dans le référentiel de Daniel, Armineh rencontre l'événement E_1 puis E_2 puis E_3 .
00.39	INST-DISC	P	Dans le référentiel d'Armineh, nous observons que la durée est une durée impropre puisque les abscisses sont différentes contrairement au référentiel de Daniel qui lui est une durée propre puisque les abscisses restent les mêmes.
01.44	INST-DISC	P	Pour 0,5 fois la vitesse de la lumière Armineh rencontre les événements E_1 et E_3 en même temps.
01.54	INST-DISC	P	Pour finir pour une vitesse allant de 0,85 à 1 Armineh rencontre les événements E_1 , E_2 et E_3 .

Tableau 29 : Erreurs de physique contenues dans le verbatim d'Anthony.

En conclusion, Anthony a une utilisation opérationnelle du diagramme de Minkowski tant du point de vue du cadre de rationalité des mathématiques que des sciences physiques. Il demeure tout de même majoritairement sur un plan d'interactions instrumentales sur ce dernier cadre.

L'enregistrement de Léopoldine

Le devoir maison du groupe de Léopoldine est représenté sur la **figure 102**. Le diagramme de Minkowski comporte les trois événements de placés, les axes Ox , $Oc.t$, $Oc.t'$, la droite $x = c.t$, et des projections parallèlement à l'axe $Oc.t'$ coupant un axe Ox' qui n'est pas correctement placé. La droite $x' = c.t'$ ne jouent pas ici le rôle de bissectrice de l'angle formé par les axes Ox' et $Oc.t'$. De plus, le curseur n'apparaît pas. La notion d'événement semble mobilisée ainsi que celle de référentiel puisque les deux repères apparaissent explicitement même si cela est imparfait. La traduction de l'invariance de c sur le diagramme ne semble pas acquise comme la notion d'ordre chronologique relatif. La droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ est simplement notée « x ».

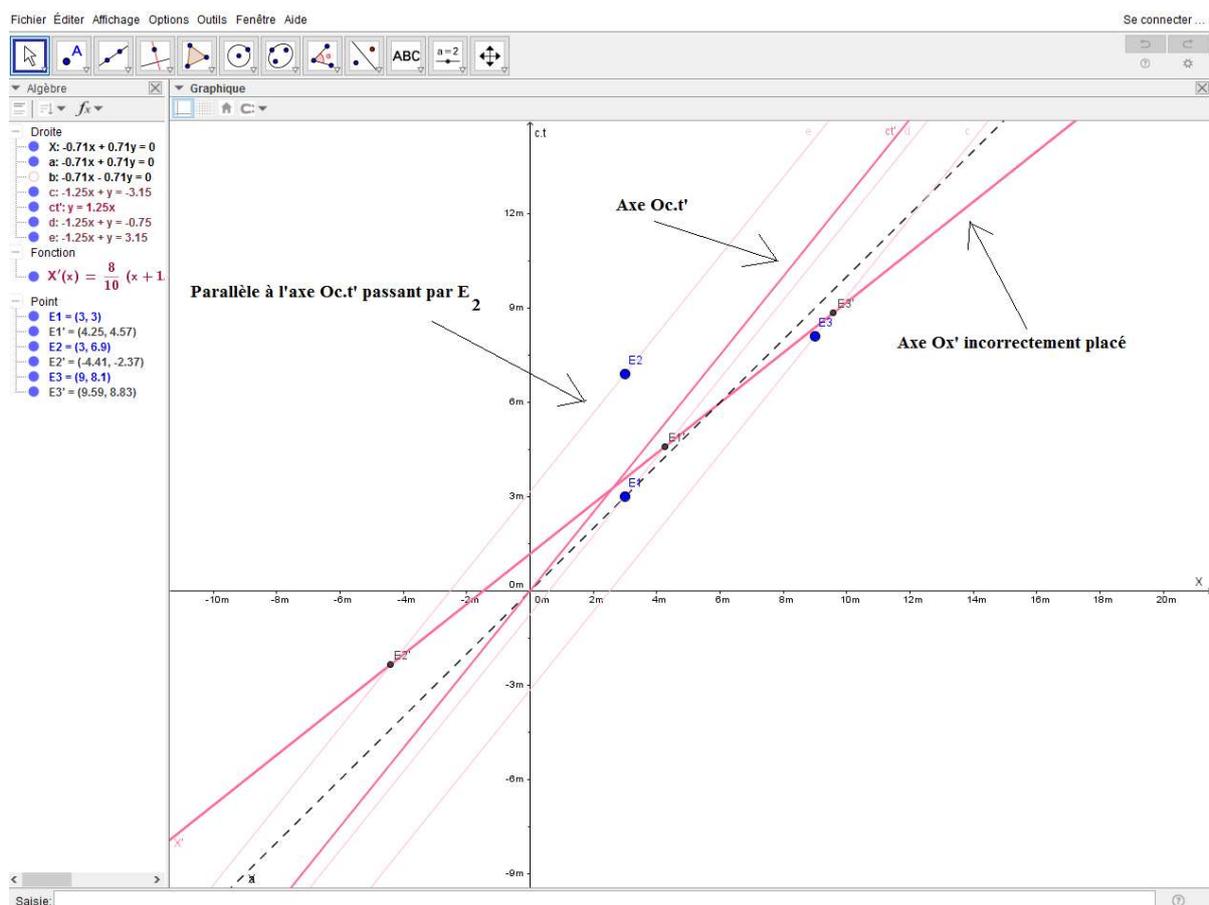


Figure 102 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe de Léopoldine.

La version retravaillée en classe²⁶ comporte les différents éléments qui manquaient dans la première version (voir **figure 103**). L'axe Ox' est bien placé, le curseur permettant de changer la valeur de $\frac{v}{c}$ apparaît et les ordonnées $c.t'$ des différents événements également. Des parallèles à l'axe $Oc.t'$ ou à l'axe Ox' passant par les différents événements sont aussi représentées.

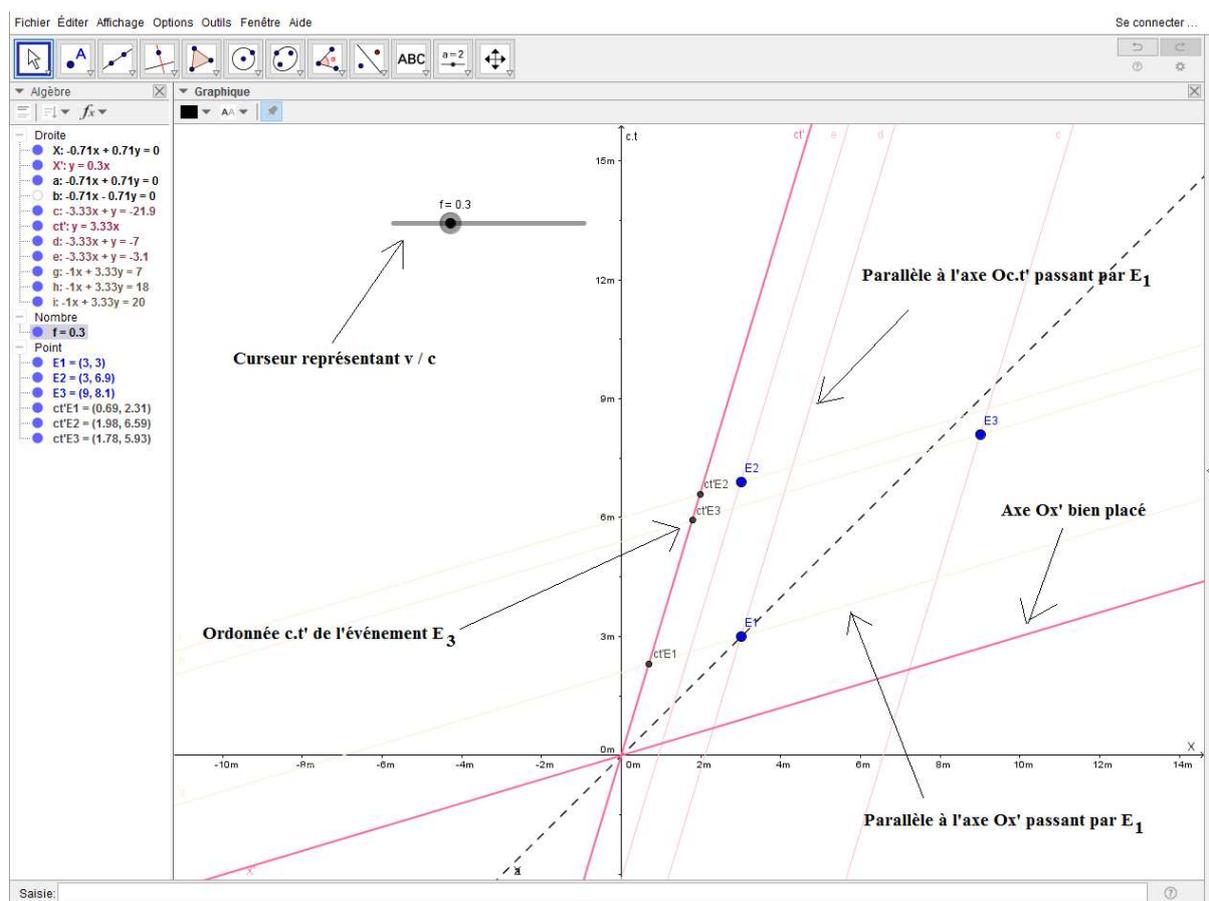


Figure 103 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe de Léopoldine.

Ce travail met en évidence des interactions de type sémiotiques – instrumentales (découverte du logiciel GeoGebra) et de façon plus épisodique des interactions instrumentales – discursives (raisonnement élaboré afin de construire le diagramme de Minkowski).

²⁶ Intervention orale de l'enseignant avec le groupe de Léopoldine pour amener des informations techniques sur le curseur et sur la signification des droites $x = c.t$ ou $x' = c.t'$.

Léopoldine a une utilisation encore incomplète du diagramme de Minkowski dans le cadre de rationalité des mathématiques.

L'enregistrement audio de Léopoldine montre que deux cadres de rationalité sont mobilisés (voir **tableau 30**). Elle utilise très souvent des interactions de type sémiotique dans le cadre de rationalité de sciences physiques en énonçant des résultats sans utiliser véritablement le diagramme de Minkowski (à **01.45** durée propre et impropre) ou de façon élémentaire (**02.02** et **02.05** changement d'ordre des événements en bougeant le curseur). Des confusions subsistent sur le but de l'activité (**00.23** consistant à comparer des vitesses) ou sur la notion de vitesse d'un système dans un référentiel donné (**01.53** elle parle plutôt de la vitesse d'un référentiel).

Le cadre de rationalité des mathématiques est mobilisé avec des interactions majoritairement de type instrumental, mais aussi des interactions de type discursives non négligeables. Néanmoins des confusions importantes sont mises en évidence sur la construction de la droite O.c.t' avec un coefficient directeur incorrect (**00.59** et **1.05** coefficient directeur de 0,8 au lieu de $\frac{1}{0,8}$). Les explications du tracé de la droite $x = c.t$ sont vagues (**01.08** c'est la fonction de x) ainsi que les positions des ordonnées c.t' des différents événements (**1.32** tracé des parallèles qui joignent la bissectrice x').

Temps	Interactions	Cadre de rationalité	Extrait audio
00.23	SEM-INST	P	Dans un premier temps nous avons tracé les repères associés aux référentiels d'Armineh et de Daniel afin de réaliser notre projet, c'est-à-dire comparer les vitesses d'Armineh par rapport à Daniel.
00.59	SEM-INST	M	Pour avoir la droite c.t' nous rentrons la valeur indiquée au départ pour nous qui était de 0,8.
01.05	DISC	M	C'était notre coefficient directeur.
01.08	INST-DISC	M	Pour tracer la droite x c'est la fonction de x donc quand on avance en abscisse de 1 on monte de 1, donc bref c'est la fonction x.

01.32	INST-DISC	M	Pour trouver les points de $c.t'_{E1}$, $c.t'_{E2}$ et $c.t'_{E3}$ il faut tracer la parallèle qui joint la bissectrice x' et ils n'ont pas la même abscisse dans le référentiel d'Armineh.
01.45	SEM	P	C'est dans le référentiel de Daniel qui a la durée propre et le référentiel d'Armineh qui a la durée impropre.
01.53	SEM	P	Pour finir, la vitesse dans le référentiel de Daniel est toujours identique et la vitesse dans le référentiel d'Armineh varie.
02.02	SEM	P	Les événements ne sont pas dans le même ordre.
02.05	INST	P	Ça dépend quand on déplace le curseur en fait. Voilà.

Tableau 30 : Extrait du verbatim de Léopoldine.

En conclusion, Léopoldine a une utilisation imparfaite du diagramme de Minkowski tant du point de vue du cadre de rationalité des mathématiques que des sciences physiques. Des interactions de types plus élaborés sont présentes, mais souvent incomplètes ou erronées.

L'enregistrement de Lucie

Le devoir maison du groupe de Lucie est représenté sur la **figure 104**. Le groupe de Lucie a représenté avec le logiciel GeoGebra un diagramme de Minkowski contenant les trois événements, la droite $x = c.t$, les quatre axes Ox , $Oc.t$, Ox' et $Oc.t'$ ainsi que les projections des trois événements parallèlement à l'axe $Oc.t'$ sur l'axe Ox' . Les noms des différents axes n'apparaissent pas. Le curseur est utilisable, mais les axes qui apparaissent ne correspondent pas à des axes Ox' et $Oc.t'$ et la droite $x = c.t$ n'est pas la bissectrice de l'angle formé par les deux droites ainsi créées. La valeur affichée par le curseur n'est pas rattachée à la valeur de la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel.

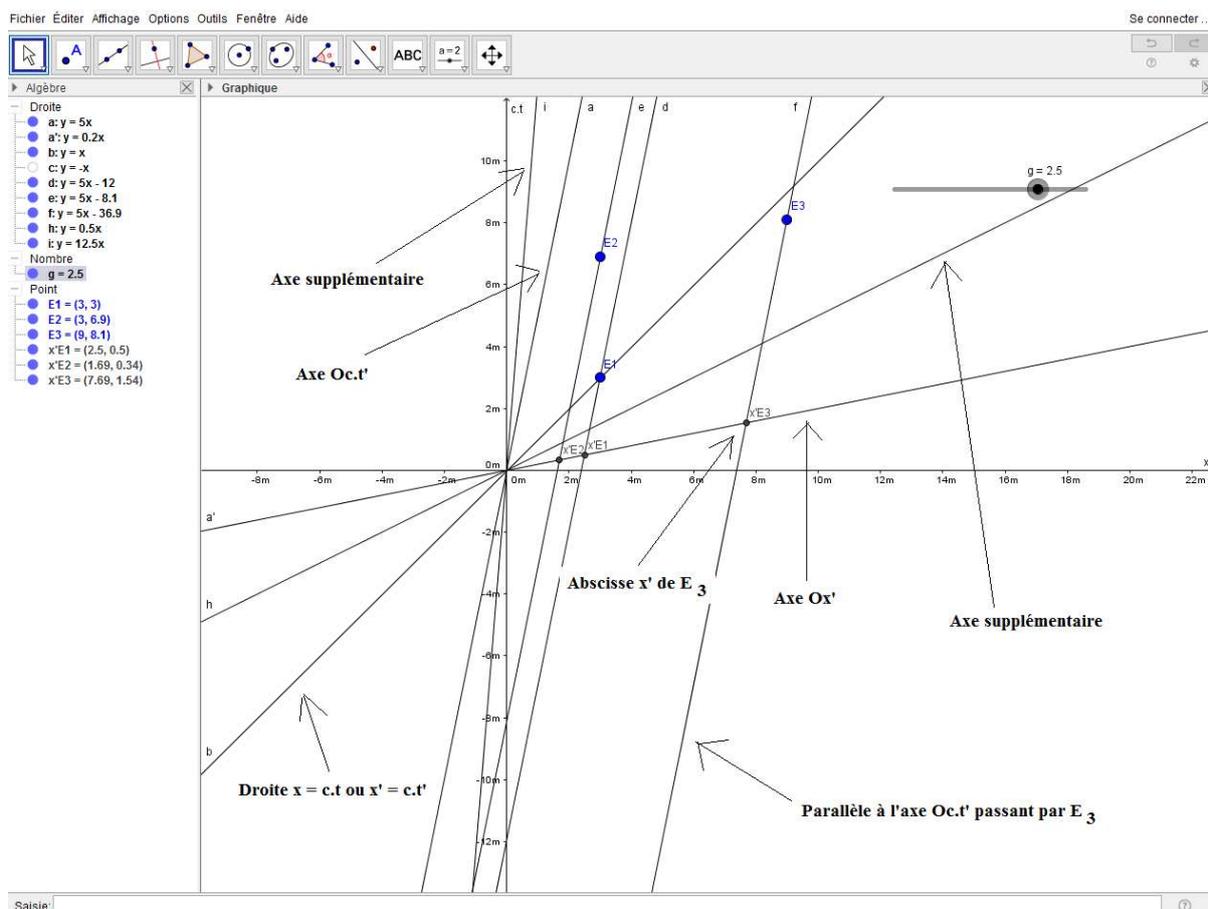


Figure 104 : Copie d'écran de la première version GeoGebra du groupe de Lucie.

Sur la version retravaillée en classe²⁷ représentée **figure 105**, les ordonnées des événements sur l'axe $Oc.t'$ sont représentées. Elles sont nommées y_{E1} , y_{E2} ou y_{E3} . Les abscisses des événements sur l'axe Ox' sont nommées A,B ou C. Les noms des axes Ox' , $Oc.t'$ et de la droite $x = c.t$ ne sont toujours pas représentées.

²⁷ Intervention orale de l'enseignant avec le groupe de Lucie pour préciser les significations de l'axe $Oc.t'$ et des droites $x = c.t$ ou $x' = c.t'$.

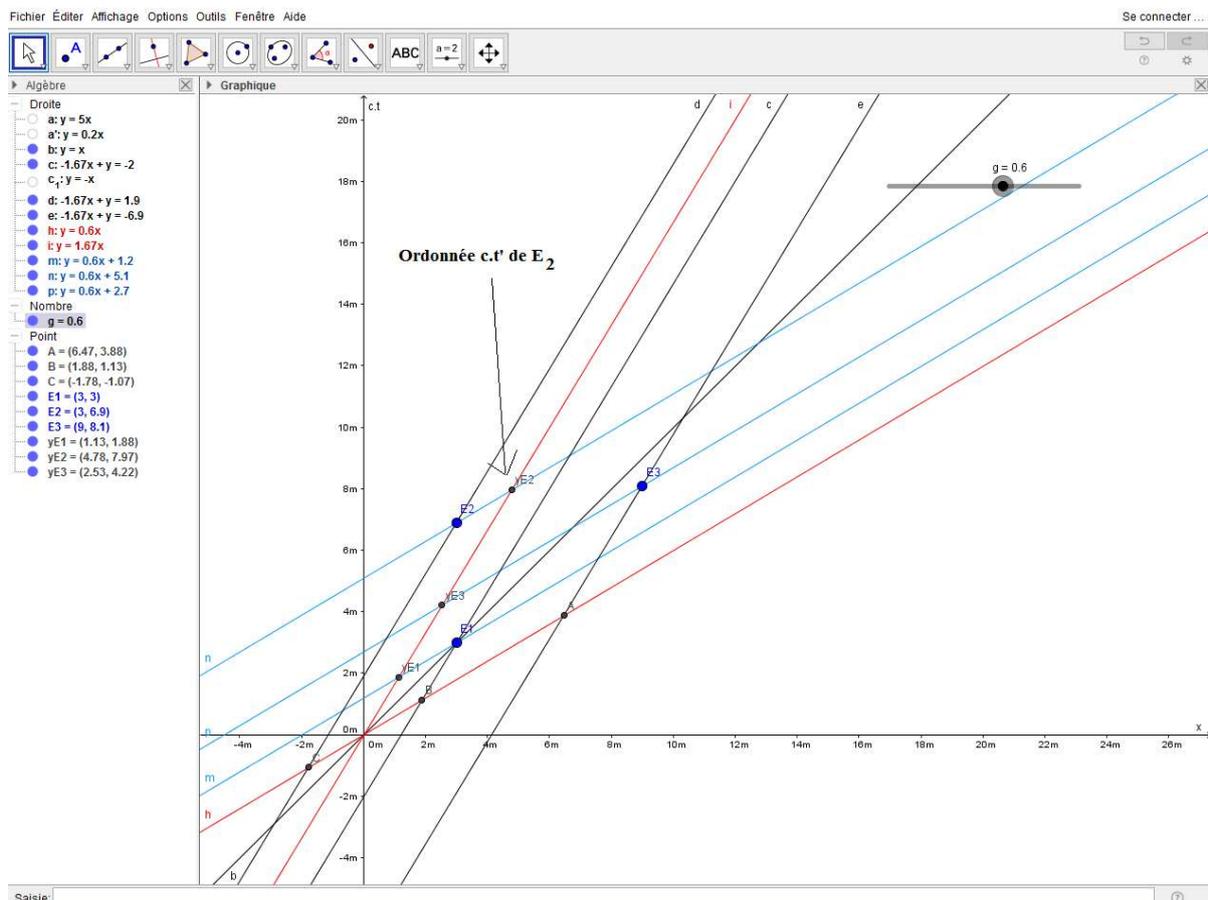


Figure 105 : Copie d'écran de la seconde version GeoGebra du groupe de Lucie.

Ce travail met en évidence des interactions de type sémiotiques – instrumentales (découverte du logiciel GeoGebra) ainsi qu'instrumentales – discursives (raisonnement élaboré afin de construire le diagramme de Minkowski). Lucie a une maîtrise opérationnelle du diagramme de Minkowski dans le cadre de rationalité des mathématiques. Ce n'est pas encore une utilisation experte, car la fonctionnalité du curseur n'est pas totalement maîtrisée.

L'enregistrement audio de Lucie (voir **tableau 31**) montre la mobilisation des deux cadres de rationalité, mathématiques et sciences physiques. Le cadre de rationalité des mathématiques est caractérisé par une prépondérance des interactions de type instrumentales puis sémiotique. Lucie décrit la façon dont a été construit mathématiquement le diagramme de Minkowski.

Le cadre de rationalité de sciences physiques montre une utilisation élaborée du diagramme de Minkowski avec une prépondérance des interactions de type sémiotique et discursive ce qui correspond à une activité experte.

Des erreurs d'interprétation du diagramme de Minkowski sont tout de même mises en évidence lors de la description des différentes positions d'Armineh au cours du temps dans le référentiel de Daniel (**00.47** l'axe Oc.t' et pas l'axe Ox') et lorsque Lucie semble penser que les événements sont en mouvement (**01.48** et **02.23**). L'inversion entre durée propre et durée impropre semble être un lapsus (**01.38**) puisque Lucie parle bien d'une durée propre dans le référentiel de Daniel (**02.01**).

Temps	Interactions	Cadre de rationalité	Extrait audio
00.47	SEM-DISC	P	L'axe Ox correspond à la position de Daniel dans son référentiel et Ox' la position d'Armineh au cours du temps par rapport à Daniel.
01.38	SEM-DISC	P	Sachant que E ₁ et E ₂ ont une même abscisse Daniel a une même position, on a alors une durée impropre puisque Daniel est immobile.
01.48	SEM-DISC	P	Dans le référentiel d'Armineh E ₁ et E ₂ n'ont pas la même abscisse donc il est en mouvement et on est en présence d'une durée impropre car les positions sont différentes.
02.01	DISC	P	On est en possession d'une durée impropre et d'une durée propre donc on peut alors appliquer la relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ avec Δt_m correspondant au référentiel d'Armineh et Δt_p correspondant au référentiel de Daniel.
02.23	DISC	P	Les deux sont alors en mouvement et ne sont pas immobiles.

Tableau 31 : Extrait du verbatim de Lucie.

En conclusion Lucie a une maîtrise opérationnelle du diagramme de Minkowski du point de vue des mathématiques et une maîtrise experte du diagramme de Minkowski du point de vue

de la physique. Quelques erreurs surgissent lors de l'utilisation du modèle dans chaque cadre de rationalité.

En résumé, nous avons effectué l'analyse a posteriori de quatre travaux d'élèves. Nous avons tout d'abord regardé les différentes notions qu'ils ont traitées. Le fichier GeoGebra nous a permis d'évaluer leur utilisation du registre mathématique lors de la construction du diagramme de Minkowski. Le fichier audio a permis quant à lui d'évaluer leur utilisation du registre physique lors de l'utilisation du diagramme de Minkowski. La nature des genèses mises en jeu permet éventuellement de connaître le niveau de maîtrise de chaque registre. Des genèses de nature discursives sont bien souvent associées à une utilisation plus élaborée du registre correspondant.

Conclusion et perspectives

Tout au long de ce travail de thèse, nous avons cherché à développer et à mettre à l'épreuve de la classe des activités utilisant un registre basé sur des diagrammes lors de l'enseignement de la théorie de la relativité restreinte avec des élèves de terminale S.

Nous avons montré que l'approche graphique au sens strict est source de difficultés didactiques (problèmes avec les pentes, interprétation faussée par la représentation elle-même ou le concept représenté). Néanmoins, nous avons formé l'hypothèse que les potentialités didactiques des graphiques, mises en évidence avec l'effet Doppler ou la théorie de la relativité restreinte, pouvaient s'avérer plus avantageuses que les difficultés mises initialement en évidence.

Une étude épistémologique sur les diagrammes utilisables en relativité restreinte nous a permis de nous rendre compte des liens importants entre les mathématiques et la genèse de la théorie de la relativité restreinte. Nous avons ensuite effectué une analyse épistémologique d'un diagramme associé à la genèse de la théorie de la relativité restreinte, le diagramme de Minkowski, puis de deux autres développés beaucoup plus tard pour des raisons didactiques, ceux de Brehme et de Loedel.

Les travaux de Duval expliquent qu'il faut maîtriser au moins deux registres et favoriser particulièrement les conversions entre registres pour bien comprendre un concept mathématique. Nous avons donc créé des activités utilisant plusieurs registres avec, entre autres, un registre basé sur les diagrammes.

La mise en place de deux séances pilotes nous a permis de tester l'enseignement, avec des élèves, des notions d'événement, de référentiel, de durée propre ou impropre, d'invariance de la vitesse de la lumière dans des référentiels inertiels ou d'ordre chronologique relatif à l'aide des diagrammes d'espace-temps.

La première séance pilote comportait plusieurs registres d'entrée : langage naturel, analytique, schématique, diagramme (avec celui de Brehme). Elle nous a permis de comprendre toute la complexité qu'il peut y avoir à faire ressortir la contribution d'un registre par rapport à un autre sur la compréhension d'un concept par les élèves.

La seconde séance pilote, plus ambitieuse, utilisait les diagrammes de Minkowski et de Loedel. Nous avons développé une grille d'analyse permettant d'analyser *a posteriori* les

échanges entre l'enseignant et les élèves en tenant compte des réussites, des blocages, des différentes interventions de l'enseignant ainsi que des registres mis en œuvre lors des échanges.

Cela nous a permis de voir, d'une part, les difficultés à manipuler des concepts de la relativité restreinte ou à utiliser des diagrammes d'espace-temps, et, d'autre part, de voir les potentialités de ce type de diagrammes.

Il nous a paru primordial, à ce stade, de développer un nouveau cadre théorique afin d'analyser plus finement les interactions développées par les élèves qui résolvent un problème utilisant des diagrammes en relativité restreinte. C'est pour cela que nous avons modifié les espaces de travail mathématique (ETM) en rajoutant un nouveau cadre de rationalité, celui de la physique, au modèle initial.

Le cadre des ETM étendu nous a permis de concevoir plusieurs versions de séquences proposées aux élèves et de réaliser une analyse *a priori* de leur niveau de difficulté et *a posteriori* en analysant des travaux d'élèves.

Nous avons effectué l'analyse du travail de quatre groupes d'élèves lors d'une séquence utilisant le diagramme de Minkowski avec GeoGebra, un logiciel de simulation graphique. Cela nous a permis d'évaluer le degré de maîtrise du diagramme de Minkowski pour chaque élève, tant du point de vue du cadre de rationalité des mathématiques que de celui des sciences physiques.

Les résultats sont prometteurs, ils tendent à montrer une première appropriation authentique des concepts de la théorie de la relativité restreinte via une approche basée sur des diagrammes.

Le second postulat peut être décliné sur un diagramme en utilisant des propriétés de symétrie axiale sur les repères de deux référentiels, en mouvement relativiste l'un par rapport à l'autre, au niveau des différents diagrammes que nous avons étudiés. L'introduction du concept d'événement comme un point de l'espace-temps permet, par la suite, de travailler différemment la notion de durée propre ou impropre et même des problèmes plus délicats tels que l'ordre chronologique relatif ou la simultanéité. La notion de référentiel est retravaillée lors de cette approche basée sur les diagrammes, car l'accent est mis sur les points de vue de deux observateurs liés à des référentiels différents.

Il conviendra, par la suite, de continuer à développer des séquences utilisant des diagrammes mêlant le cadre de rationalité des mathématiques et celui de la physique en utilisant le cadre

théorique que nous avons modifié. Pour le moment nous avons montré que le cadre de l'ETM étendu est opérationnel dans le cas de la cinématique relativiste. Il est probable que ce doit être également le cas dans le cas de la cinématique non relativiste. Il faudrait vérifier plus tard cette hypothèse et la tester avec d'autres domaines de la physique.

Les analyses que nous avons effectuées dans le cadre de l'ETM étendu se sont centrées sur les interactions entre les plans épistémologiques (mathématiques et sciences physiques) et le plan cognitif. Nous n'avons pas regardé les interactions entre les deux plans épistémologiques, cela peut constituer d'autres pistes de recherche orientées sur des activités de modélisation lors de tâches, au-delà de la cinématique relativiste, mettant en œuvre les mathématiques et les sciences physiques.

Enfin, même après une introduction de la relativité restreinte dans les programmes du secondaire qui date déjà de quelques années, il semble important de former les enseignants à l'approche des concepts de la relativité restreinte par les diagrammes en montrant la plus-value à utiliser de nouveaux registres, tant pour leur culture personnelle que pour leur enseignement avec leurs élèves.

Bibliographie

- Amar, H. (1955) New geometric representation of the Lorentz transformation. *American Journal of Physics*, 23 (8), 487-489.
- Amar, H. (1957) Geometric representation of the Lorentz transformation. *American Journal of Physics*, 25 (5), 326-327.
- Artigue, M. (1988) *Recherches en didactique des mathématiques*. vol. 9/3, 281-308, Grenoble, La pensée Sauvage éditions.
- Bais, S. (2007) *Very special relativity : an illustrated guide*. Amsterdam University Press.
- Borromeo-Ferri, R. (2006) Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik (ZDM)*., 38 (2), 86-95.
- Brehme, R.W. (1962) A geometric representation of Galilean and Lorentz transformations. *American Journal of Physics*, 30 (7), 489-496.
- Brehme, R.W. (1964) Geometric representations of the Lorentz transformation. *American Journal of Physics*, 32 (3), 233.
- Bulletin officiel de l'éducation nationale. (2010) spécial n°4.
- Bulletin officiel de l'éducation nationale. (2011) spécial n°8.
- de Hosson, C., Kermen, I., Parizot, E. (2010) Exploring students' understanding of reference frames and time in Galilean and special relativity. *Eur. J. Phy.*, 31, 1527-1538.
- de Hosson, C., Kermen, I. (2012) Recherche en didactique et relativité restreinte : difficultés conceptuelles et pistes pour l'enseignement. *Bull. Un. Phys.*, 106, 948, 1041-1056.
- Cazes, C., Vandebrouck, F. (2014). Vil Coyote rattrapera-t-il Bip - Bip ? Un exemple d'introduction de fonctions à partir d'une situation concrète. *Repères. Irem.* 95, 5-22.
- Coutat, S., Richard, P. R. (2011). Les figures dynamiques dans un espace de travail mathématique pour l'apprentissage des propriétés géométriques. *Annales de didactique et de sciences cognitives*. 16, 97-126.
- Duval, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives de l'IREM de Strasbourg*, 5, 37-65.
- Einstein, A. (2004) *La théorie de la relativité restreinte et générale*, Dunod, 28.

- Frisch, D.H., Smith, J.H. (1963) Measurement of the Relativistic Time Dilation Using μ -Mesons. *American Journal of Physics*, 31 (5): 342–355.
- Guillemette, F. (2006) L'approche de la *Grounded Theory* ; pour innover ? *Recherches qualitatives*, 5 (1), 32-50.
- Hannoun Kummer, P. (2009) Résolutions graphiques et mécanique : caractérisation en contexte. *Aster*, 48, 133-160.
- Hladik, J., Chrysos, M. (2001) Introduction à la relativité restreinte, Dunod, 37.
- Janvier, C. (1993) Les graphiques cartésiens : des traductions aux chroniques. *Les sciences de l'éducation*, 1-3, 17-37.
- Kermen, I., de Hosson, C. (2013) Graphiques et enseignement : deux exemples en sciences physiques et chimiques, communication de la 13^e journée de l'école doctorale de l'Université Paris 7.
- Kuzniak, A. (2006). Paradigmes et espaces de travail géométriques. *Éléments d'un cadre théorique pour l'enseignement et la formation des enseignants en géométrie. Canadian Journal of Science and Mathematics Education*, vol 6.2. 167-188.
- Kuzniak, A. (2011). L'espace de Travail Mathématique et ses genèses. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 16, 9-24.
- Kuzniak, A., Richard, R. P. (2014). *Espaces de Travail Mathématiques. Points de vue et perspectives. RELIME, Numero extraordinario 1.*
- Lerouge, A. (1993) Contagion de signifiant et contagion de référence sur la conceptualisation mathématique de l'intersection de deux droites. *Les sciences de l'éducation*, 1-3, 119-135.
- Leroy-Bury, J.L., Viennot, L. (2003) Doppler et Römer : physique et mathématique à l'œuvre. *Bull. Un. Phys.*, 97, 859, 1595-1611. Fiche CLEA pour le lycée.
- McDermott, L.C., Rosenquist, M.L., Van Zee, E.H. (1987) Student difficulties in connecting graphs and physics : Examples from kinematics. *Am. J. Phys.*, 55, 6, 503-513.
- Malafosse, D., Lerouge, A. (2000) Ruptures et continuités entre physique et mathématiques à propos de la caractéristique des dipôles électriques linéaires. *Aster*, 30, 65-85.
- Malafosse, D., Lerouge, A., Dusseau, J.M. (2000) Étude, en inter didactique des mathématiques et de la physique, de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège : espace de réalité. *Didaskalia*, 16, 81-106.

Malafosse, D., Lerouge, A. (2001) D'une recherche inter-didactique mathématiques / physique à un projet de formation initiale des professeurs de collège et lycée. Aster, 123-145.

Santini, J. (2013) Une étude du système de jeux de savoirs dans la théorie de l'action conjointe en didactique. Le cas de l'usage des modèles concrets en géologie au cours moyen. *Éducation et didactique*, 7 (2), 69-94.

Semay, C., Silvestre-Brac, B. (2010) *Relativité restreinte*, Dunod.

Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques*. Paris : Presses Universitaires de France.

Scherr, R. E., Shaffer, P. S., Vokos, S. (2001) Student understanding of time in special relativity : Simultaneity and reference frames, *Phys. Educ. Res., Am. J. Phys. Suppl.* 69(7), 24-35.

Staunton, L.P., Van Dam, H. (1980) graphical introduction to the special theory of relativity. *Am. J. Phys.*, 48(10), 807-817.

Takeuchi, T. (2010) *An illustrated guide to relativity*, Cambridge University Press.

Tiberghien, A., Vince, J. (2005) Etude de l'activité des élèves de lycée en situation d'enseignement de la physique, 10, 153-176.

Vergnaud, G. (1994) Homomorphisme réel-représentation et signifié-signifiant exemples en mathématiques. *Didaskalia*, 5, 25-34.

Walter, S.A. (1996) Hermann Minkowski et la mathématisation de la théorie de la relativité restreinte. Thèse université Paris 7.

www.youtube.com/watch?v=wteiuxyqtoM (consulté le 9/12/2016)

Annexes

Analyse de la première séance pilote

4 élèves sur 16 utilisent uniquement le registre du langage naturel avec des réponses finales bien souvent incohérentes.

« On arrive à détecter les muons à la surface de la Terre, car la vitesse du référentiel terrestre est plus rapide que la vitesse du référentiel des muons. La détection arrive plus tôt dans le référentiel du muon, les muons sont détectés donc avant d'atterrir sur Terre dans ce référentiel alors que la détection arrive plus tard dans le référentiel terrestre ».

« Les muons sont détectés à la surface de la Terre, car leur durée de vie a augmenté. La terre du référentiel terrestre est plus rapide que la vitesse du référentiel ».

« La durée n'est pas la même suivant le référentiel. Comme la durée n'est pas la même, la vitesse n'est pas la même non plus. Dans ce cas, même en ayant une durée de vie similaire, les muons peuvent atteindre la Terre à cause de leur vitesse variable, en fonction du référentiel ».

« Il est possible de détecter des muons à la surface de la Terre, car dans le référentiel des muons le temps passe plus vite que dans le référentiel terrestre donc ils ont une durée de vie plus longue dans le référentiel terrestre donc il est possible d'en trouver à la surface de la Terre. Le nombre de muons trouvé à l'expérience faite avec Frish et Smith montre une petite erreur par rapport à ce qu'ils avaient prévu ».

5 élèves sur 16 utilisent le registre du langage naturel et des résultats obtenus à partir du registre algébrique.

« Les muons ont une durée de vie de $21 \mu\text{s}$ et se déplacent à une vitesse de $0,992c$ et leur durée de vie n'est pas la même dans R que dans R' car le temps passe plus vite dans le référentiel des muons c'est pour tout cela qu'ils arrivent à atteindre la surface de la Terre ».

« Lorsque les muons sont créés à la surface de la Terre, ils se dirigent vers elle avec une vitesse très proche de celle de la lumière. La durée qui est de $1 \mu\text{s}$ est alors multipliée par 9 car ils se placent dans le référentiel terrestre. Leur durée de vie rallongée grâce à leur vitesse nous permet de les détecter ».

« Le temps passe plus lentement dans le référentiel terrestre donc il y a moins de muons qui sont détectés en se rapprochant de la surface de la Terre. Donc c'est logique qu'on en trouve à la surface de la Terre. τ' (Durée de vie dans le référentiel terrestre) est 9,00 fois plus grand que la durée de vie dans le référentiel du muon. Donc on peut en trouver à la surface de la Terre ».

« La durée de vie d'un muon a une durée de vie 9,00 fois supérieure dans le référentiel terrestre donc il parcourt une plus grande distance donc ils peuvent atteindre la Terre ».

« Il est possible de détecter les muons à la surface de la Terre, car dans le référentiel terrestre le temps s'écoule moins vite. La durée de vie du muon est plus élevée dans le référentiel terrestre que dans le référentiel du muon ($\tau' > \tau \rightarrow 19,9 \mu\text{s} > 2,21 \mu\text{s}$). Le muon met moins de temps dans le référentiel du muon pour parcourir une même distance (dans le référentiel terrestre) ».

3 élèves sur 16 utilisent le registre du langage naturel et des résultats obtenus à partir du registre diagrammatique.

« Les muons parcourent une plus grande distance que prévu dans R' car le temps a augmenté. Ces détectations varient en fonction de l'altitude de l'endroit où a lieu la mesure. La durée de vie des muons varie en fonction de la vitesse. La durée création – détection varie suivant R et R' car le temps est plus court dans R ».

« Il est possible de détecter les muons à la surface de la Terre avec une proportion supérieure aux prévisions, car ils ont une durée de vie plus importante, mais aussi que $\Delta t'_m > \Delta t_p$ ».

« Les muons ont une durée de vie de $2,21 \mu\text{s}$. Pourtant, ils ont été détectés à la surface de la Terre. On a pu voir que leur vitesse de $0,992.c$ dans le référentiel R leur permet d'arriver avant, d'où $\Delta t_p < \Delta t'_m$. Le temps est en quelque sorte ralenti grâce à leur vitesse se rapprochant de celle de la lumière ».

4 élèves sur 16 utilisent le registre du langage naturel et des résultats obtenus à partir des questions utilisant des réponses dans les registres algébriques et diagrammatiques.

« Normalement, la durée de vie d'un muon est de $2,21 \mu\text{s}$. On ne devrait pas pouvoir détecter des muons à la surface de la Terre puisqu'ils sont créés dans la haute atmosphère. Dans le référentiel terrestre, on a vu que leur durée est plus élevée. C'est dû à l'écart de temps entre les deux référentiels $\Delta t_p < \Delta t'_m$. On sait que $\tau' = 7,92. \tau$. Donc le temps s'écoule moins vite dans R' que dans R , ce qui explique que l'on détecte plus de muons que prévu ».

« Il est possible de détecter les muons à la surface de la Terre avec une proportion largement supérieure aux prévisions, car leur durée de vie est beaucoup plus importante, la vitesse influence la durée de vie des muons dans R' par rapport à la durée de vie des muons dans R . $\Delta t'_m = 7,92 \cdot \Delta t_p$. La durée entre la création et la détection dans R est plus courte que dans R' ».

« On arrive à détecter des muons à la surface de la Terre, car comme ils se déplacent presque à la vitesse de la lumière soit $0,992 \cdot c$ γ devient supérieur à 1 donc dans la relation $\Delta t'_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ $\Delta t'_m > \Delta t_p$ c'est-à-dire que $\tau' > \tau$ donc que la durée de vie des muons est plus grande dans le référentiel terrestre que dans le référentiel du muon ce qui explique qu'on les détecte à la surface de la Terre ».

« Le muon se déplace à une certaine vitesse, or on ne devrait pas les détecter. Dans le référentiel terrestre, le temps s'écoule plus lentement, et les muons semblent se déplacer par rapport à cette abscisse. La durée de vie des muons est influencée par leur vitesse. La mesure de τ' montre que la durée de vie du muon est 9,00 fois plus grande que celle dans le référentiel du muon. La détection ayant lieu à des niveaux différents selon l'altitude dans le référentiel terrestre, on peut remarquer une désintégration progressive ».

Verbatim de la première séance pilote

2.08	Professeur	Il y a un code des couleurs.
2.46	Professeur	Commencez à lire le document 1.
3.28		Soulignez éventuellement les mots qui vous paraissent importants.
5.18		Lorsque vous avez fini le document 1, voir question 1.
7.47		Que remarquez-vous dans le document 1 ? Je vous aide, au niveau des couleurs.
7.59	Élève	Deux référentiels différents !
8.04	Professeur	Deux référentiels différents, oui, mais avec les couleurs ?
8.05	Élève	Un rouge, un bleu.

8.06	<i>Professeur</i>	Un rouge, un bleu. Est-ce que c'est mis n'importe comment ?
8.10	<i>Élève</i>	Non, une couleur, ça correspond à un référentiel.
8.13	<i>Professeur</i>	Oui, le rouge par exemple ?
8.14	<i>Élève</i>	C'est le référentiel des muons.
8.17	<i>Professeur</i>	D'accord, le rouge c'est le référentiel des muons, il s'appelle ?
8.18	<i>Élève</i>	R.
8.19	<i>Professeur</i>	Et le bleu ?
8.20	<i>Élève</i>	R'.
8.21	<i>Professeur</i>	R' c'est le référentiel ?
8.22	<i>Élève</i>	De la Terre.
8.26	<i>Professeur</i>	De la Terre, alors regardez vite fait le document 2.
8.31		Qu'est-ce que vous voyez pour le document 2 ?
8.33	<i>Élève</i>	Deux couleurs.
8.36	<i>Professeur</i>	Il y a aussi deux couleurs.
8.42	<i>Élève</i>	Qui correspondent aux formules des référentiels.
8.44	<i>Professeur</i>	Voilà, on retrouve du rouge et du bleu. Alors tout ce qui est en rouge, cela va être relatif au référentiel ?
8.45	<i>Élève</i>	Des muons.
8.53	<i>Professeur</i>	Donc qu'est-ce qu'on voit en rouge dans le document 2 ?
8.56	<i>Élève</i>	R et H.
8.59	<i>Professeur</i>	Donc R c'est le référentiel des muons.
9.02	<i>Élève</i>	L'horloge fixe H.
9.05	<i>Professeur</i>	Alors H l'horloge fixe elle est dans quel référentiel ?
9.06	<i>Élève</i>	Des muons.
9.08	<i>Professeur</i>	Dans le référentiel des muons. Qu'est-ce qu'il y a d'autre ?

9.09	<i>Élève</i>	Δt_p .
9.10	<i>Professeur</i>	Δt_p est la durée propre qui sera mesurée dans le référentiel ?
9.11	<i>Élève</i>	Des muons.
9.12	<i>Professeur</i>	Donc même chose pour le référentiel terrestre tout ce qui sera bleu ce sera relatif au référentiel terrestre.
9.22		Document 3.
9.26		Voyez on voit toujours aussi du rouge et du bleu. Tout ce qui sera rouge ce sera relatif au référentiel des muons et tout ce qui sera bleu ce sera relatif au référentiel terrestre.
9.35	<i>Professeur</i>	Tournez la page. Document 4.1. Alors c'est en rouge donc ça veut dire que c'est relatif au référentiel ?
9.42	<i>Élève</i>	Des muons.
9.43	<i>Professeur</i>	Des muons. 4.2 ?
9.44	<i>Élève</i>	Terrestre.
9.45	<i>Professeur</i>	C'est en bleu, c'est relatif au référentiel terrestre.
9.50		Et le 4.3 ? Qu'est-ce qu'on peut dire du 4.3 par rapport au 4.1 et au 4.2 ?
9.53	<i>Élève</i>	C'est les deux. C'est la synthèse.
9.54	<i>Professeur</i>	Voilà, c'est la synthèse. C'est la somme des deux. Donc le 4.3 réuni 4.1 et 4.2 donc dans le 4.3 on voit à la fois ce qu'il se passe ?
10.03	<i>Élève</i>	Dans le référentiel des muons et le référentiel terrestre.
10.05	<i>Professeur</i>	Voilà on voit à la fois ce qu'il se passe dans le référentiel terrestre et dans le référentiel des muons.
10.11		Document 5.1 ?
10.12	<i>Élève</i>	Référentiel des muons.
10.13	<i>Professeur</i>	Référentiel des muons en plus vous voyez apparaitre des

		horloges.
10.18		5.2, référentiel terrestre et 5.3 ça correspond à la somme du 5.1 et du 5.2 donc on voit à la fois ce qu'il se passe dans le référentiel des muons et dans le référentiel terrestre.
10.33		D'accord ? Donc dans toute cette activité tout ce qui sera rouge ça sera relatif au référentiel des muons et tout ce qui sera bleu ça sera relatif au référentiel terrestre.
10.40		Alors première question donc à l'aide du document 1 expliquez pourquoi les muons ont parcouru une distance dans le référentiel terrestre R' plus grande que prévue ?
10.51		Alors pour répondre à cette question ben normalement vous devez avoir dans le texte quelques phrases qui sont en rapport avec cette question. Oui ?
10.58	<i>Élève</i>	La durée de vie des muons dans le référentiel R' est plus élevée que dans le référentiel R. Parce qu'il y'a une différence de référentiel et une différence ...
11.02	<i>Professeur</i>	Oui alors la durée de vie, vous me dites, est plus élevée ?
11.08	<i>Élève</i>	La durée de vie du muon est plus élevée dans R' que dans R.
11.14	<i>Professeur</i>	Oui, alors ça ... effectivement on trouve ça ... Alors c'est quel paragraphe ?
11.18	<i>Élève</i>	Le quatrième.
11.22	<i>Professeur</i>	Le quatrième.
11.25	<i>Élève</i>	La vitesse des muons dans R' ne pouvant pas dépasser la vitesse de la lumière leur durée de vie a obligatoirement augmenté dans R'.
11.30	<i>Professeur</i>	Oui, et puis le paragraphe un peu après ?
11.35	<i>Élève</i>	On arrive à un résultat bien curieux, la durée de vie des muons est plus élevée dans le référentiel terrestre R' que dans le référentiel R fixe par rapport aux muons.

11.42	<i>Professeur</i>	D'accord on trouve donc que la durée de vie a augmenté mais la question ce n'est pas la durée de vie. C'est expliquer pourquoi les muons ont parcouru une distance dans le référentiel terrestre R' plus grande que prévue ?
11.55		Donc vous répondez partiellement à la question.
11.56	<i>Élève</i>	Parce que lorsqu'on se place dans le référentiel des muons c'est la vitesse de la Terre et lorsqu'on se place dans le référentiel terrestre c'est la vitesse des muons donc c'est, comment dire, en fait une histoire de temps, de référentiel. Euh, c'est une histoire de vitesse, ben ...Ça dépend de là où on se place.
12.19	<i>Professeur</i>	Alors on va revenir à une chose toute bête. Qu'est-ce que vous savez pour la vitesse ? Depuis très longtemps, la formule associée à la vitesse. v égal ?
12.26	<i>Élève</i>	d sur t .
12.29	<i>Professeur</i>	d sur t . Donc d c'est égal à ?
12.32	<i>Élève</i>	Distance. v fois t .
12.38	<i>Professeur</i>	d c'est égal à ? La distance c'est v fois t . Là vous venez de me dire que la durée de vie a augmenté donc ça revient à dire que t ?
12.44	<i>Élève</i>	Est plus grand.
12.45	<i>Professeur</i>	Est plus grand.
12.47	<i>Élève</i>	Ça veut dire que la distance est plus grande.
12.49	<i>Professeur</i>	Oui, vous avez la vitesse ben finalement elle ne change pas. La durée de vie, le texte dit qu'elle est plus grande, donc conclusion ?
13.02	<i>Élève</i>	La distance est plus grande.
13.03	<i>Professeur</i>	La distance est plus grande. On en parle dans le texte. Essayez de voir dans le texte s'ils parlent de la distance.
13.13		Et d'ailleurs ils disent qu'il y a un problème c'est pour cela qu'ils en ont déduit ça.

13.18		Pourquoi ils disent que la durée de vie est plus importante dans le référentiel terrestre ?
13.22	<i>Élève</i>	Parce que la vitesse des muons, elle ne peut pas dépasser celle de la lumière.
13.27	<i>Professeur</i>	Oui, mais il y a une contradiction avant.
13.28		Pardon ?
13.29	<i>Élève</i>	Ben deuxième paragraphe ... Ben ils vont plus vite donc ...
13.40	<i>Professeur</i>	Il n'y a pas une question de vitesse. Y'a un problème. Normalement il y a quelque chose que l'on devrait observer et on ne l'observe pas.
13.46	<i>Élève</i>	... pour les détecteurs.
13.49	<i>Professeur</i>	La distance est plus grande que prévue. Oui, pourquoi ?
13.52		Ils ont parcouru une distance plus grande que prévue, c'est vrai. Pourquoi ? Qu'est ce qui ...
14.01		Oui, mais quelle est l'expérience qui a été réalisée et qui a montré que ben justement ils ont ... leur durée de vie est plus importante que prévue ?
14.13	<i>Élève</i>	Parce que les muons cosmiques ils ont réussi à atteindre la surface de la Terre.
14.16	<i>Professeur</i>	Oui et normalement ?
14.17	<i>Élève</i>	Normalement ils sont indétectables puisqu'ils n'arrivent pas ...
14.19	<i>Professeur</i>	Oui, alors les muons ils sont créés donc dans la haute atmosphère. Ça correspond à leur création. Et est-ce qu'ils sont stables, d'après le texte ?
14.28	<i>Élève</i>	Non.
14.29	<i>Professeur</i>	Non, donc ça veut dire qu'au bout d'un certain temps ils vont ...
14.34	<i>Élève</i>	Se désintégrer.
14.35	<i>Professeur</i>	Ils vont se désintégrer. Donc, entre le moment où ils ont été

		créés et le moment où ils sont détectés, ils vont se déplacer. Effectivement le texte dit que normalement avec la durée de vie qu'ils ont dans le référentiel des muons, on n'aurait pas dû les détecter à la surface de la Terre or on les détecte donc ça veut dire qu'ils ont parcouru ...
14.54	<i>Élève</i>	Une distance plus grande que prévue.
14.58	<i>Professeur</i>	Une distance plus grande que prévue. Alors pour parcourir une distance plus grande que prévue qu'est-ce qu'on peut faire ? La première possibilité c'est : augmenter la vitesse et le problème c'est ?
15.07	<i>Élève</i>	On ne peut pas.
15.08	<i>Professeur</i>	On ne peut pas, pourquoi ?
15.09	<i>Élève</i>	On ne peut pas aller plus vite que la lumière !
15.10	<i>Professeur</i>	Voilà, ils se déplacent à la vitesse, quasiment à la vitesse de la lumière donc on ne peut pas aller plus vite. Donc l'autre possibilité c'est ?
15.16	<i>Élève</i>	D'augmenter le temps !
15.18		Donc je vous laisse rédiger, cette première question.
15.27		Alors lorsque vous regardez le deuxième paragraphe, on vous explique justement cette histoire que normalement on n'aurait pas dû les détecter et on les détecte donc ...
16.22	<i>Professeur</i>	Alors juste pour revenir sur la vitesse, on vous dit que les muons ont une vitesse proche de celle de la lumière par rapport au référentiel terrestre. On va dire, on va voir un peu plus tard, c'est 0,992 fois c, c'est-à-dire 99,2 % de la vitesse de la lumière. Donc si les muons ont cette vitesse par rapport au référentiel terrestre, dans le référentiel des muons, les muons sont comment ?
16.47	<i>Élève</i>	Immobiles.
16.48	<i>Professeur</i>	Ils sont immobiles et c'est la Terre qui se déplace à la vitesse de

		99,2% de la vitesse de la lumière.
17.08		Pour reprendre ça, vous êtes dans un train qui va à 100 km/h par rapport, euh, au quai donc par rapport au référentiel terrestre. Une autre chose, on peut le voir différemment. Par rapport à vous, le quai va à 100 km/h, à cette vitesse-là.
18.03	<i>Élève</i>	Monsieur !
18.04	<i>Professeur</i>	Oui ?
18.08	<i>Élève</i>	S'ils ont une durée de vie plus longue ce n'est pas parce que justement on se rapproche de la vitesse de la lumière ?
18.10		Oui, c'est vrai. Ça ..., vous avez quasiment répondu à une prochaine question.
19.35	<i>Professeur</i>	Est-ce que l'on peut passer à la question 2 ? Alors la question 2, lorsque vous regardez la fin du document : à l'aide du document 2 retrouver $\Delta t'_m$ et Δt_p sur le schéma relatif au cas 1 et le schéma relatif au cas 2. $\Delta t'_m$ c'est en bleu ce sera dans le référentiel ... terrestre, Δt_p c'est en rouge ce sera dans le référentiel ?
19.58	<i>Élève</i>	Du muon.
19.59	<i>Professeur</i>	Du muon. Δt ça représente quoi ? Ça représente ?
20.04	<i>Élève</i>	Un écart de temps.
20.05	<i>Professeur</i>	Un écart de temps, oui. Ou alors on appelle ça communément, ... un écart de temps ... ?
20.13	<i>Élève</i>	Une durée.
20.14		Une durée, cela correspond à une durée. Donc regardez le document 2.
20.18	<i>Professeur</i>	Alors le document 2, il est ... qu'est-ce qu'on va trouver ? Donc, vous avez du texte, vous avez une formule, un peu plus qu'une formule et puis vous avez deux schémas. Vous commencez à regarder ça et puis après on va essayer de voir à quoi correspond ces deux schémas.

22.23		Donc regardez attentivement le document 2. Essayez de voir en quoi consistent les formules. A quoi correspond les deux cas, le cas 1, le cas 2. Qu'est-ce qui est représenté ? Pourquoi c'est représenté dans cette position et pas une autre, est-ce qu'il y a quelque chose qui change entre le cas 1 et le cas 2.
24.45		Alors ce document 2, il parle de quoi ? Qu'est-ce qui arrive ? On retrouve le code des couleurs rouge référentiel du muon, bleu référentiel terrestre et il parle particulièrement de quoi ?
25.01	<i>Élève</i>	D'horloges.
25.02	<i>Professeur</i>	D'horloges. Donc qui dit horloges, dit ?
25.05	<i>Élève</i>	Mesure de temps.
25.07	<i>Professeur</i>	Mesure de temps donc mesure de la durée.
25.10		Alors qu'est-ce qu'il y a comme horloge ?
25.11	<i>Élève</i>	H.
25.12	<i>Professeur</i>	H. donc H est de couleur rouge donc c'est une horloge.
25.17	<i>Élève</i>	Dans le référentiel du muon.
25.18	<i>Professeur</i>	Dans le référentiel du muon. Alors si c'est une horloge dans le référentiel du muon, par rapport au référentiel du muon, elle est comment ?
25.23	<i>Élève</i>	Fixe.
25.24	<i>Professeur</i>	Fixe, ensuite qu'est-ce qu'on trouve d'autre comme horloges ?
25.30	<i>Élève</i>	H'_1 et H'_2 .
25.31	<i>Professeur</i>	H'_1 et H'_2 . Donc elles sont bleues. Elles, elles sont dans le référentiel ?
25.37	<i>Élève</i>	Du muon. Terrestre.
25.38	<i>Professeur</i>	Terrestre. Bleu c'est référentiel terrestre. Si elles sont dans le référentiel terrestre, elles sont comment par rapport au référentiel terrestre ?

25.45	<i>Élève</i>	Fixes.
25.46	<i>Professeur</i>	Elles sont fixes. Alors ces horloges, elles vont pouvoir mesurer deux durées. L'horloge H, elle va mesurer quelle durée ?
25.58		Comme elle est dans le référentiel du muon, elle va mesurer une durée dans le référentiel ?
26.01	<i>Élève</i>	R.
26.02	<i>Professeur</i>	Du muon, oui, référentiel R. Et donc ça va être quelle durée ?
26.06	<i>Élève</i>	Δt_p .
26.07	<i>Professeur</i>	Δt_p ... et puis les horloges H'_1 et H'_2 vont mesurer une durée dans le référentiel ?
26.17	<i>Élève</i>	Terrestre.
26.18	<i>Professeur</i>	Terrestre, et donc ça sera ?
26.21	<i>Élève</i>	Δt ...
26.22	<i>Professeur</i>	$\Delta t'_m$. Δt_p voyez ça s'appelle la durée... Elle a un nom particulier.
26.31	<i>Élève</i>	Durée propre.
26.32	<i>Professeur</i>	Durée propre. $\Delta t'_m$, c'est la durée ?
26.34	<i>Élève</i>	Impropre !
26.35	<i>Professeur</i>	Impropre. Donc, vous avez une relation entre $\Delta t'_m$ et Δt_p . Gamma ça va être quelque chose qui va dépendre de la vitesse v' et v' on vous dit que c'est la vitesse du référentiel R par rapport à R'. Donc il y a des ... il y a une explication alors on vous dit que lorsque gamma est égal à 1 $\Delta t'_m$ est à peu près égal à Δt_p . Lorsque gamma est égal à un alors lorsqu'on regarde gamma ...
27.10		(Écrit au tableau) C'est un sur racine d'un moins v' carré sur c carré. Alors c ça correspond à quoi ?
27.19	<i>Élève</i>	C'est la vitesse de la lumière.
27.21	<i>Professeur</i>	C'est la vitesse de la lumière dans le vide. Si on a gamma qui est

		proche de 1 ça veut dire que v' est comment par rapport à c ?
27.27	<i>Élève</i>	Inférieur !
27.29	<i>Professeur</i>	Inférieur et même très ...
27.30	<i>Élève</i>	Nulle.
27.31	<i>Professeur</i>	Alors nulle ou ...
27.32	<i>Élève</i>	Très petit.
27.33	<i>Professeur</i>	Très petit. Donc si v' est petit par rapport à c , v' carré sur c carré ça va être très petit donc 1 moins v' carré sur carré ça sera à peu près égal à un. Donc on aura gamma qui est égal à un. Une vitesse faible par rapport à la vitesse de la lumière, c'est la vie de tous les jours. Lorsqu'on est dans une voiture, lorsqu'on est dans un train, lorsqu'on est dans un avion. Donc la vitesse est faible par rapport à la vitesse de la lumière puisque la vitesse de la lumière c'est 300000 km/s. Qu'est-ce qu'on observe, ben on observe que $\Delta t'_m$ est à peu près égal à Δt_p . Ça veut dire une durée impropre dans un référentiel c'est égal à ... la durée impropre ?
28.21		Si vous êtes dans un train, si vous mesurez une durée, dans un train, qu'est-ce qu'on peut dire de cette durée par rapport à la durée, euh, au bord du quai ?
28.29	<i>Élève</i>	C'est la même.
28.30	<i>Professeur</i>	Ben c'est la même. Pourquoi c'est la même, parce que vous avez la vitesse qui est très faible par rapport à ?
28.36	<i>Élève</i>	La vitesse de la lumière.
28.37	<i>Professeur</i>	Par rapport à la vitesse de la lumière. Qu'est-ce qui change là pour les muons ?
28.40	<i>Élève</i>	C'est presque la même.
28.41	<i>Professeur</i>	C'est presque la même donc maintenant vous avez ...
28.42	<i>Élève</i>	On a 1 moins 1 donc ça fait zéro.

28.47	<i>Professeur</i>	Alors ce n'est pas égal strictement à c donc v' est proche de c carré donc ça veut dire ça ne devient plus négligeable v' carré sur c carré donc finalement gamma il ne va plus être négligeable.
29.04	<i>Élève</i>	Il est plus petit que ...
29.07	<i>Professeur</i>	Oui alors v' sur c carré ça va tendre vers 1. 1 moins v' carré sur c carré ça va tendre vers 0 et un sur 0 ça va tendre vers quelque chose de grand. Donc c'est pour cela que plus v' se rapproche de c plus gamma est ...
29.20	<i>Élève</i>	Est grand.
29.21	<i>Professeur</i>	Est grand et donc on vous dit dans le document 2 que $\Delta t'_m = \gamma \Delta t_p$. Donc ça veut dire que lorsque vous avez un référentiel qui se déplace à une vitesse proche de la lumière par rapport à un autre qu'est-ce qu'on peut dire des durées impropres ?
29.39	<i>Élève</i>	Elles changent.
29.40	<i>Professeur</i>	Elles changent donc finalement est-ce que le temps va s'écouler de la même façon dans les deux référentiels ?
29.46	<i>Élève</i>	Non.
29.47	<i>Professeur</i>	Non donc vous voyez que lorsque vous avez des vitesses entre deux référentiels qui sont éloignées de la vitesse de la lumière, le temps s'écoule de la même façon par contre lorsque la vitesse d'un référentiel par rapport à un autre se rapproche de la vitesse de la lumière, le temps ne s'écoule plus de la même façon.
30.05		Alors, on va voir les deux documents. Le cas numéro un ça correspond à quoi ? A côté du cas numéro un vous avez quelque chose.
30.13	<i>Élève</i>	v' égal zéro à peu près.
30.15	<i>Professeur</i>	Alors v' de R par rapport à R' est égal à zéro.
30.21	<i>Élève</i>	Les deux vitesses sont à peu près égales. Non, ça veut dire que gamma est égal à un. Mouais.

30.25	<i>Professeur</i>	Gamma est égal à un, oui. Alors pour notre cas, pour le muon ça correspondrait à quoi ? Ça correspondrait à un muon qui serait ...
30.33	<i>Élève</i>	Très lent, euh ... Non ...
30.35	<i>Professeur</i>	Très lent, même c'est égal à ...
30.36	<i>Élève</i>	Immobile !
30.37	<i>Professeur</i>	Voilà immobile. Ça correspond, le cas numéro un ça correspond à un muon immobile. Alors dans R, dans R ben vous voyez au début, le début ça correspond à quoi pour le muon ? Là je suis sur le cas numéro un à gauche.
30.50	<i>Élève</i>	C'est la création.
30.52	<i>Professeur</i>	C'est la création, très bien et la fin ça correspond ?
30.54	<i>Élève</i>	La détection !
30.55	<i>Professeur</i>	La détection. Donc cas numéro un, je m'intéresse au début, euh dans R. Donc H ça correspond à l'horloge qui est fixe dans le référentiel du muon. Donc on mesure un certain temps. A la fin on mesure un autre temps et donc, euh, à partir de ces deux indications qu'est-ce qu'on va pouvoir trouver ?
31.22	<i>Élève</i>	La durée de vie du muon.
31.24	<i>Professeur</i>	Euh, oui mais ... alors peut-être pas tout à fait la durée de vie du muon, lorsqu'on regarde, on revoit la question, à l'aide du document 2 retrouver $\Delta t'_m$ et Δt_p sur le schéma relatif au cas 1 et le schéma relatif au cas 2. Donc je reprends, on est sur le document 2, cas numéro un, on s'intéresse au muon donc qui est en rouge donc question : à partir des deux indications de l'horloge qu'est-ce qu'on va pouvoir mesurer ?
31.55	<i>Élève</i>	$\Delta t'_m$.
31.58	<i>Professeur</i>	$\Delta t'_m$ tout le monde est d'accord ?
32.02	<i>Élève</i>	Non. Non c'est Δt_p .

32.04	<i>Professeur</i>	Δt_p on va pouvoir mesurer Δt_p . Regardez dans R vous avez un code rouge, les horloges sont en rouge donc c'est le référentiel du muon et puis on veut mesurer Δt_p c'est la durée propre qui est en rouge donc à partir des indications des deux horloges dans R on va pouvoir trouver donc Δt_p . Pour le cas numéro un qu'est-ce qu'il se passe dans R' ? Dans R' au début, vous avez H'_1 et H'_2 qu'est-ce qu'on peut dire de H'_1 et H'_2 et même de H au début ?
32.37	<i>Élève</i>	Elles sont synchronisées.
32.38	<i>Professeur</i>	Elles sont synchronisées, cela veut dire qu'elles indiquent ...
32.41	<i>Élève</i>	La même valeur !
32.43	<i>Professeur</i>	La même valeur, le même temps, elles sont synchronisées. Donc, quelle ...
32.46	<i>Élève</i>	Pourquoi on en a deux ici ?
32.47	<i>Professeur</i>	Pardon ?
32.48	<i>Élève</i>	Pourquoi on en a deux ?
32.49	<i>Professeur</i>	Ah ben voilà, on va essayer de comprendre pourquoi. Qu'est-ce qu'on peut dire au début pour le cas 1 de H'_1 et H ? A part qu'elles soient synchronisées, je suis d'accord, elles sont ...
33.01	<i>Élève</i>	Elles sont utilisées à des moments différents.
33.04	<i>Professeur</i>	Elles sont ?
33.05	<i>Élève</i>	Je ne sais pas, elles sont utilisées à des moments différents. Elles sont utilisées à des moments différents ou pas ?
33.11	<i>Professeur</i>	Euh alors là je ne m'intéresse juste cas 1, H et H' au début donc H et H'_1 au début.
33.16	<i>Élève</i>	C'est pareil.
33.19	<i>Professeur</i>	Alors c'est pareil. Qu'est-ce qui est pareil ?
33.21	<i>Élève</i>	Elles sont au même endroit.
33.22	<i>Professeur</i>	Ah, elles sont au même endroit. Alors ce n'est peut-être pas

		facile à voir elles indiquent ..., H et H' ₁ indiquent le même temps et elles sont au même endroit. Qu'est-ce que je peux dire de H' ₁ et H' ₂ au début pour le cas 1 ? Elles indiquent le même temps.
33.34		Mais elles ne sont pas au même endroit.
33.42	<i>Élève</i>	Parce qu'en fait c'est sur la feuille, cela veut dire qu'elles sont à une distance différente.
33.46	<i>Professeur</i>	Elles sont à une distance différente, oui, à la fin, pour le cas N°1, on a dit que là le muon est immobile. Qu'est-ce qu'il se passe si le muon est immobile ? Qu'est-ce qu'il va se passer pour H et H' ₁ ?
34.00	<i>Élève</i>	Elles sont toujours synchronisées et sont à la même place.
34.02		Elles sont toujours synchronisées et sont à la même place et H' ₂ , ben, est un peu plus loin. Ça va ?
34.11	<i>Professeur</i>	Comment est-ce que vous allez pouvoir trouver $\Delta t'_m$ dans le cas N°1 ?
34.18		On imagine que, on a un observateur qui est dans le référentiel du muon. Lui qu'est-ce qu'il voit, l'observateur, au début ? Il voit quelle horloge ?
34.30	<i>Élève</i>	H ₁ .
34.32	<i>Professeur</i>	Il voit H' ₁ et puis ?
34.33	<i>Élève</i>	H' ₂ .
34.35	<i>Professeur</i>	Ah non, elle est plus loin, il ne va pas la voir.
34.38	<i>Élève</i>	H.
34.39	<i>Professeur</i>	Il voit H' ₁ et H. ce sont les horloges qu'il voit à proximité. A la fin, il va voir quoi le muon, pour le cas numéro 1 ? Il voit toujours H puisque l'horloge on va considérer que c'est une montre et puis il voit aussi ?
34.51	<i>Élève</i>	H' ₁ .

34.52	<i>Professeur</i>	H'1, donc H'2 est-ce qu'il la voit ?
34.53	<i>Élève</i>	Non.
34.54	<i>Professeur</i>	Non, donc dans le cas N°1 finalement H'2 elle ne sert à ...
34.56	<i>Élève</i>	À rien !
34.57	<i>Professeur</i>	À rien. Le cas 2 maintenant. Alors vous avez v de R par rapport à R' qui est différent de 0, ça veut dire que le muon qu'est-ce qu'il fait maintenant ?
35.07	<i>Élève</i>	Il bouge !
35.08	<i>Professeur</i>	Il bouge par rapport au référentiel terrestre. Alors regardez dans R. Au début vous avez H donc ça c'est la position de l'horloge H par rapport au référentiel du muon. A la fin on retrouve H avec une certaine durée donc à partir de ces deux positions d'horloge, à partir de ces deux indications d'horloge, pardon, qu'est-ce qu'on va pouvoir trouver, quelle durée on va pouvoir mesurer ?
35.38	<i>Élève</i>	Δt_p !
35.39	<i>Professeur</i>	Δt_p . Maintenant on regarde dans R' pour le cas N°2. Au début l'horloge H est en face de quelle horloge ?
35.48	<i>Élève</i>	H'1 !
35.49	<i>Professeur</i>	H'1. Donc un observateur qui serait lié au référentiel du muon, il verrait quelle horloge ? Il verrait l'horloge ?
35.55	<i>Élève</i>	H !
35.56	<i>Professeur</i>	H et ?
35.57	<i>Élève</i>	H'1 !
35.58	<i>Professeur</i>	H'1. A la fin ...
35.59	<i>Élève</i>	Il ne voit plus que H'2 et H.
36.03	<i>Professeur</i>	Oui, donc vous avez H qui s'est déplacée. Pourquoi H s'est déplacée parce que le muon se déplace. Donc un observateur qui est lié au référentiel du muon, il va voir quoi ? Il va voir quelle

		horloge ? Il va voir H et ...
36.16	<i>Élève</i>	H'_2 !
36.17	<i>Professeur</i>	Et H'_2 . Il ne voit plus H'_1 . Comment est-ce qu'on va pouvoir mesurer $\Delta t'_m$ maintenant ?
36.27	<i>Élève</i>	On prend ... dans le cas 1 ...
36.32	<i>Professeur</i>	Dans le cas 2, le cas 2 maintenant !
36.34	<i>Élève</i>	H et H'_2 ils ne sont plus égaux !
36.38	<i>Professeur</i>	Oui, alors moi je veux $\Delta t'_m$ donc $\Delta t'_m$ c'est dans le référentiel terrestre. Vous dites la différence entre ?
36.46	<i>Élève</i>	Entre H'_1 et H'_2 !
36.47	<i>Professeur</i>	Entre H'_1 et H'_2 . Alors pour que ça soit une valeur positive ça serait plutôt ?
36.52	<i>Élève</i>	H'_2 et H'_1 !
36.53	<i>Professeur</i>	H'_2 et H'_1 . Finalement on va utiliser les horloges qu'on voit à proximité. Vous voyez dans le cas N°2 à la fin un observateur qui est lié au référentiel du muon lui il ne va pas voir H'_1 . Il va voir H'_2 et H. Est-ce que ça vous paraît un peu plus clair ? Oui, non ?
37.13	<i>Élève</i>	Non !
37.14	<i>Professeur</i>	Non ? Grosso modo, on utilise les horloges qu'on voit à proximité, d'accord. Le muon ..., euh..., vous avez un référentiel ..., dans le référentiel lié au muon on imagine un observateur qui a une montre. Et donc la montre qu'il a sur lui, euh ..., on peut dire que c'est H. Donc au début, euh ..., il regarde l'heure indiquée par la montre. A la fin, il regarde l'heure indiquée par la montre. Et donc en faisant la différence, il va trouver une durée. D'accord ? Comme il est dans le référentiel du muon, il va trouver une durée dans le référentiel du muon. Donc il va être associé à une couleur ...

37.57	<i>Élève</i>	Rouge !
37.58	<i>Professeur</i>	Rouge. Et donc ça correspondrait à la durée ...
38.00	<i>Élève</i>	Δt_p !
38.01	<i>Professeur</i>	Δt_p . Il a besoin de combien d'horloges, finalement, pour mesurer Δt_p ?
38.05	<i>Élève</i>	2 1 !
38.07	<i>Professeur</i>	Ben non, une seule montre. Il regarde la montre au début, il regarde la montre à la fin. Donc il y a besoin d'une seule montre, une seule horloge. Bon, maintenant, vous avez le muon qui se déplace par rapport au référentiel terrestre et donc on regarde à chaque fois l'heure indiquée par rapport à une horloge dans le référentiel terrestre. Donc au début, ben, il regarde sa montre, donc H, et puis il regarde une horloge qui est sur le référentiel terrestre, ça va correspondre au début à H'_1 . Vous avez le muon qui se déplace par rapport au référentiel terrestre, donc il ne va plus se trouver à la même position. Il ne va plus être en face de H'_1 . Il ne va plus voir l'indication de H'_1 , ... dans le cas N°2. Donc à la fin, l'observateur regarde son horloge, donc sa montre, H, et il va regarder les indications d'une horloge qui est sur le référentiel terrestre en face de lui, qui sera ...
39.04	<i>Élève</i>	H'_2 !
39.05	<i>Professeur</i>	H'_2 . Donc c'est pour cela que dans le cas 2, qu'il y a besoin de deux horloges H'_1 et H'_2 . Dans le cas N°1, est-ce qu'il y a besoin de H'_2 ?
39.15	<i>Élève</i>	Non !
39.16	<i>Professeur</i>	Ben non, parce que vous avez le muon qui ne se déplace pas par rapport au référentiel terrestre. Donc l'observateur regarde sa montre au début et à la fin et puis l'observateur regarde l'horloge terrestre au début et à la fin. Comme il est resté à la même position, il n'a besoin que d'une seule horloge... Allez, je vous

		laisse répondre donc finalement la question c'est « à l'aide du document 2, retrouver $\Delta t'_m$ et Δt_p sur le schéma relatif au cas 1 et le schéma relatif au cas 2 ». Donc il faut expliquer comment dans chacun des cas on mesure $\Delta t'_m$ et comment est-ce qu'on mesure Δt_p ... Avec tout ce qu'on vient de dire
40.03		C'est une durée. Pour avoir une durée, il faut mesurer deux temps. Donc avec quelle horloge vous allez mesurer chacun des temps ?
40.05		Pardon ?
40.11		Un exemple. Euh, alors on va faire le cas N°1 si vous voulez. Le cas numéro 1, comment est-ce qu'on mesure Δt_p ? Pour le cas numéro 1, comment est-ce qu'on va mesurer Δt_p ?
40.28	<i>Élève</i>	On va mesurer la longueur ... sur l'horloge ...
40.30	<i>Professeur</i>	Donc pour Δt_p dans le cas numéro 1, vous prenez quelle horloge ?
40.33	<i>Élève</i>	H... On mesure une différence !
40.38	<i>Professeur</i>	Alors Δt_p ça va être le temps mesuré par H.
40.39	<i>Élève</i>	À la fin ...
40.40	<i>Professeur</i>	À la fin ...
40.41	<i>Élève</i>	Moins le temps mesuré ...
40.42	<i>Professeur</i>	Moins le temps mesuré par H ...
40.43	<i>Élève</i>	Au début !
40.44	<i>Professeur</i>	Au début. C'est tout !
40.45	<i>Élève</i>	C'est la même chose pour delta ...
40.50	<i>Professeur</i>	Pour $\Delta t'_m$, pour le cas N°1, vous allez utiliser quelle horloge ?
40.55	<i>Élève</i>	H'1 !
40.57		Moins le temps de H'1 au début.

41.02	<i>Professeur</i>	Pour le cas N°1, vous êtes en face de quelle horloge ? H'_1 . Est-ce qu'on va utiliser H'_2 ?
41.04	<i>Élève</i>	Non !
41.06	<i>Professeur</i>	Non, donc on n'utilise pas H'_2 . Donc pour avoir $\Delta t'_m$ ça va être le temps mesuré par ...
41.12	<i>Élève</i>	H'_1 à la fin !
41.13	<i>Professeur</i>	H'_1 à la fin.
41.18	<i>Élève</i>	Moins H'_1 au début !
41.19	<i>Professeur</i>	Voilà, c'est tout.
41.21	<i>Élève</i>	Et pour le deux, ... Δt_p ?
41.26		Pour le cas N°2, je ne vous donne pas la solution, c'est légèrement différent pour quelque chose... Non, non, il n'y a pas de nombres... Voilà, comment fait-on pour mesurer ... C'est tout !
41.52	<i>Professeur</i>	Ben, vous faites comme cela quand vous mesurez une durée. Vous regardez, euh, ben l'heure, après, et vous faites, moins l'heure avant.
41.57		Vous êtes dans un train, vous voulez savoir la durée de votre voyage. Comment vous allez faire pour connaître la durée de votre voyage, vous savez quand vous êtes parti et puis vous savez quand vous êtes arrivé, donc avec la différence des deux, vous avez la durée comme cela.
42.10	<i>Élève</i>	Ben oui !
42.11		Ben oui.
42.18	<i>Professeur</i>	Pour le référentiel ..., imaginez que vous êtes dans un train, comment peut-on savoir la durée qui s'est passée par rapport au quai ? Ben vous êtes à la gare d'Abbeville au début et vous voyez l'horloge à Abbeville, donc ça correspond à votre départ puis vous arrivez à Amiens, vous regardez ..., vous n'allez pas

		regarder l'horloge à Abbeville lorsque vous êtes à Amiens. Elle n'est plus en face de vous. Vous allez regarder l'horloge à Amiens.
42.55		Alors ça peut paraître bizarre, pourquoi, parce que dans la vie de tous les jours vous avez les mêmes durées dans chacun des référentiels, mais, pourquoi ? Parce qu'on se déplace à des vitesses faibles par rapport à la vitesse de la lumière. Tandis que là dans le cas du muon, il va se déplacer à une vitesse non négligeable par rapport à la vitesse de la lumière donc, finalement, la façon dont on va mesurer les durées va être importante.
44.11		On passe au document 3.
44.18		Lorsque vous avez fini de répondre à la question 2, vous passez ensuite au document 3. Même chose, vous lisez le document 3.
44.52		Si vous n'avez pas fini de répondre au document 2, vous avez encore un peu de temps. Lorsque vous avez fini de répondre à la question 2, vous passez au document 3.
45.29	<i>Élève</i>	Ça serait ça du coup pour le cas deux ?
45.30		Ben oui, là on imagine ici c'est Amiens, là c'est Abbeville. Lorsque vous partez, vous regardez l'horloge indiquée par Abbeville, lorsque vous arrivez, vous regardez, l'horloge, à Amiens. Mais quand vous êtes à Amiens, vous ne pouvez pas regarder l'horloge à Abbeville ...
45.53	<i>Professeur</i>	Oui, c'est ça.
46.09		On peut prendre l'analogie suivante. Vous êtes dans le train, vous regardez votre montre. Votre montre, ben ça va vous donner votre horloge H. Au début du train vous regardez l'horloge indiquée par Abbeville et puis à la fin de votre voyage, vous regardez l'horloge indiquée par Amiens. Mais lorsque vous êtes à Amiens vous ne pouvez pas regarder ce qu'il se passe à

		Abbeville.
46.26	Élève	Oui mais là la montre, la montre dans R, c'est la montre qu'on a nous.
46.32	Professeur	C'est la montre de l'observateur qui est dans le référentiel R, de quelqu'un qui serait par exemple dans un train. En prenant une analogie d'un train qui se déplace par rapport au référentiel terrestre.
46.41	Élève	Ça veut dire qu'il doit aller si vite que le temps ralenti.
46.43	Professeur	Lorsque je prends l'exemple du train et du référentiel terrestre vous avez v' qui est petit par rapport à c et donc γ est égal à 1, donc la différence on ne va pas la voir. Là par contre, vous avez le muon qui se déplace à une vitesse proche de celle de la lumière et effectivement les indications des deux horloges vont être différentes.
47.09	Élève	Ça marche comme cela le décalage horaire ?
47.10		Non, ce n'est pas le même cas car là vous avez des vitesses qui sont proches de la vitesse de la lumière, ce n'est pas ça.
47.25	Professeur	Document 3.
47.27		Alors pour le document 3, on retrouve un code de couleurs rouge et bleu donc vous avez τ qui apparait en rouge, 2,21 en rouge, R en rouge, donc ça c'est dans le référentiel ?
47.41	Élève	Des muons.
47.42	Professeur	Des muons. Vous avez $R' v' 563 408 N(t') \tau' (t-t_0)'$ vous avez une formule qui est en bleu, c'est dans le référentiel ?
47.43	Élève	Terrestre !
47.44		Terrestre.
47.59	Professeur	Je vous laisse découvrir ce document.
48.06		Alors, il y a beaucoup d'informations. Vous allez vous apercevoir que pour répondre à la question 3, il n'y a pas besoin

		d'utiliser toutes les informations. Lorsque vous avez un document, vous n'êtes pas amené à utiliser toutes les informations qu'il y a dans le document.
49.10		Alors dans le document 3, la question du document 3, c'est en utilisant les données du document 3, expliquer l'évolution du nombre de comptage de muons entre la mesure au mont Washington et celle réalisée à Cambridge. Alors la différence entre le mont Washington et Cambridge, pour ce qui nous intéresse ici, ça va être quoi ? Quel est le paramètre pertinent ?
49.30	<i>Élève</i>	La différence avec le niveau de la mer !
49.31	<i>Professeur</i>	Voilà, la différence d'altitude, la position par rapport à la mer. Donc entre le mont Washington et Cambridge, vous avez l'altitude du mont Washington qui est plus élevée que celle de Cambridge.
49.52		Et donc il faut expliquer l'évolution du comptage du nombre de muons, sachant que les muons, ils ont été créés où ?
49.56	<i>Élève</i>	Dans la haute atmosphère !
49.57	<i>Professeur</i>	Dans la haute atmosphère. Donc peu à peu ils arrivent à la surface de la Terre. Au fur et à mesure qu'ils se rapprochent de la surface de la Terre, il ...
50.04	<i>Élève</i>	Il y en a moins.
50.05		Il y en a moins, pourquoi ? Parce que ...
50.12	<i>Professeur</i>	Oui, il y en a de plus en plus qui se désintègrent. On vous donne alors le nombre de comptages qu'il y a eu au mont Washington et le nombre de comptages qu'il y a eu à Cambridge. Finalement qu'est-ce qu'il faut dire ? Il faut dire si ce qui a été observé c'est ...
50.23	<i>Élève</i>	Cohérent !
50.24	<i>Professeur</i>	C'est cohérent. Voilà. Ben voilà, donc vous expliquez cela.

50.27	<i>Élève</i>	C'est tout ?
50.29	<i>Professeur</i>	C'est tout ce qui est demandé pour le moment pour ce document.
50.37		Dans le document 3 on vous explique le nombre de comptages. Donc le nombre. Un comptage c'est quoi, lorsqu'il y a un comptage, un comptage cela correspond à un muon qui a été ...
50.46	<i>Élève</i>	Déecté !
50.57	<i>Professeur</i>	Déecté, voilà.
52.53		Alors question 4, à l'aide du document 4 expliquer comment voit-on que les muons sont fixes dans R. donc, vous allez regarder, donc euh, donc R cela correspond à quelle couleur ?
53.05	<i>Élève</i>	Rouge !
53.06	<i>Professeur</i>	Rouge. Donc vous avez le document 4.1, le document 4.2 et puis on a dit que 4.3 cela correspond ...
53.15	<i>Élève</i>	À la synthèse des deux !
53.16	<i>Professeur</i>	À la synthèse des deux. Donc, là la question c'est à l'aide du document 4 expliquer comment voit-on que les muons sont fixes dans R ? Alors quelle est la partie du document 4 que vous allez utiliser ? 4.1, 4.2 ou 4.3 ?
53.28	<i>Élève</i>	4.1 !
53.29	<i>Professeur</i>	Alors on va utiliser 4.1. On pourrait aussi utiliser 4.3. Pas 4.2 parce que 4.2 on regarde ce qu'il se passe dans le référentiel ?
53.34	<i>Élève</i>	Terrestre !
53.35	<i>Professeur</i>	Terrestre et nous ce qui nous intéresse c'est le référentiel du muon donc regardez le document 4.1. Donc vous avez une partie de texte au début, je vous laisse lire cela.
55.02		Tout le monde a lu ? Alors E_1 cela correspond à quoi ?
55.03	<i>Élève</i>	La création du muon !
55.06	<i>Professeur</i>	La création du muon, E_2 ?

55.08	<i>Élève</i>	La détection. Euh, est-ce que c'est un référentiel comme d'habitude ?
55.13		Non, il n'est pas orthonormé !
55.14	<i>Professeur</i>	Ah, il n'est pas orthonormé. Les référentiels ne sont pas forcément orthonormés. Vous avez vu en physique et en mathématiques à chaque fois des référentiels orthonormés, mais ils ne le sont pas forcément.
55.25		Qu'est-ce qu'on a comme axe des abscisses ?
55.29	<i>Élève</i>	Ox !
55.30	<i>Professeur</i>	Ox. Alors on repère un axe. Qu'est-ce qui vous permet de savoir que c'est un axe parce que ?
55.35	<i>Élève</i>	Il y a une flèche !
55.36	<i>Professeur</i>	Il y a une flèche. Donc effectivement Ox, vous voyez il y a une flèche, cela correspond à l'axe des abscisses.
50.42		Qu'est-ce qu'il y a comme autre axe ?
55.43	<i>Élève</i>	Oc.t !
55.44	<i>Professeur</i>	Alors Oc.t. euh, c ça représente quoi ?
55.48	<i>Élève</i>	La vitesse de la lumière !
55.50	<i>Professeur</i>	La vitesse de la lumière. Donc finalement sur l'axe Oc.t qu'est-ce qu'on va avoir comme information ?
55.53	<i>Élève</i>	c fois t !
55.55	<i>Professeur</i>	c fois t alors effectivement on aura c fois t mais finalement cela revient à avoir l'indication de ...
55.59	<i>Élève</i>	Une distance !
56.01	<i>Professeur</i>	Alors effectivement cela correspond à une distance, mais ...
56.06	<i>Élève</i>	Un temps !
56.08	<i>Professeur</i>	On va quand même pouvoir mesurer un temps, oui.

56.16		Alors d'ailleurs, est-ce que c'est Δt_p que l'on va pouvoir mesurer ?
56.22	<i>Élève</i>	C'est une distance !
56.24	<i>Professeur</i>	Alors ce serait quoi, d'ailleurs il y a une petite, peut-être une petite erreur.
56.30		Alors comme c'est l'axe Oc.t ce serait plutôt ...
56.36		Non c'est Δt_p mais multiplié par ...
56.37	<i>Élève</i>	c !
56.38	<i>Professeur</i>	Voilà multiplié par c. vous corrigez vous mettez c multiplié par Δt_p . Il y a une petite erreur.
56.48		Mais finalement ça revient à, euh, mesurer quelque chose qui est proportionnel à Δt_p .
56.54		Alors comment fonctionne ce diagramme ? Comment est-ce qu'on trouve une abscisse ? L'abscisse de E_1 , comment est-ce que l'on trouve l'abscisse de E_1 ?
57.04	<i>Élève</i>	Avec la perpendiculaire !
57.05	<i>Professeur</i>	Avec la perpendiculaire. Donc on prend la perpendiculaire à l'axe Ox passant par E_1 . Comment est-ce que l'on trouve l'ordonnée d' E_1 ?
57.14	<i>Élève</i>	On prend la perpendiculaire.
57.16	<i>Professeur</i>	On prend la perpendiculaire à l'axe Oc.t passant par ...
57.19	<i>Élève</i>	E_1 !
57.20	<i>Professeur</i>	Passant par E_1 . La question, à l'aide du document 4 expliquer comment voit-on que les muons sont fixes dans R ?
57.35		Pourquoi est-ce que les muons sont fixes dans R ?
57.36	<i>Élève</i>	Parce qu' E_1 et E_2 ont la même abscisse !
57.39	<i>Professeur</i>	C'est tout !

57.48		Ben oui, les muons sont fixes dans R. S'ils sont fixes dans R donc ils sont à la même position. Donc ils vont avoir la même abscisse et on le retrouve effectivement sur le schéma.
58.00		Ça vous permet quoi ce schéma, finalement ?
58.09	<i>Élève</i>	À savoir ...
58.10		Oui, mais sur cette question-là, le fait que ce soit à la même abscisse ça vous permet de retrouver...
58.18	<i>Professeur</i>	Non, c'est ...
58.22		Oui mais, par exemple le fait de dire que les muons sont immobiles dans R. Ça c'est une phrase. Comment est-ce que cela se traduit graphiquement ?
58.34	<i>Élève</i>	Ils sont au même point au niveau de la ligne des abscisses.
58.35	<i>Professeur</i>	Voilà, ils sont sur la même ligne, perpendiculaire au niveau de l'axe des abscisses. Donc finalement, c'est une traduction de ce qui a été dit avec une phrase. C'est la traduction ...
58.45	<i>Élève</i>	Graphique !
58.46		Graphique, c'est tout.
58.50	<i>Professeur</i>	On peut passer à une autre question ? Alors après question 5, à l'aide du document 5 que peut-on dire de $\Delta t'_m$ et Δt_p ?
59.03		Alors le document 5, vous avez donc le document 5.1, 5.1 c'est en rouge, c'est relatif au référentiel ?
59.12	<i>Élève</i>	Du muon !
59.13	<i>Professeur</i>	Du muon. 5.2. C'est en bleu, c'est le référentiel ?
59.17	<i>Élève</i>	Terrestre !
59.18	<i>Professeur</i>	5.3 ?
59.20	<i>Élève</i>	La synthèse des deux. La synthèse !
59.21	<i>Professeur</i>	Vous avez la synthèse des deux. La question c'est que peut-on dire de $\Delta t'_m$ et Δt_p ? Donc il faut utiliser quel document ?

59.29	<i>Élève</i>	Le 3 !
59.31	<i>Professeur</i>	Il faut utiliser le 3 parce qu'on va comparer les deux.
59.35		Alors qu'est-ce qui change par rapport au document 4 ?
59.39	<i>Élève</i>	Les ordonnées et les horloges !
59.40	<i>Professeur</i>	Euh, alors, par rapport au document 4.3 euh oui, ce qui change c'est qu'il y a des ...
59.45	<i>Élève</i>	Des horloges !
59.47	<i>Professeur</i>	Des horloges. Et les horloges vous les avez déjà vues dans le document ?
59.49	<i>Élève</i>	Deux !
59.50	<i>Professeur</i>	Deux.
1.00.12		Donc que peut-on dire de $\Delta t'_m$ et Δt_p ? Donc ça revient à dire ? Il faut comparer quoi ? Il faut comparer ?
1.00.20	<i>Élève</i>	Les horloges !
1.00.22	<i>Professeur</i>	Oui, alors vous pouvez soit utiliser les horloges effectivement pour comparer $\Delta t'_m$ ou Δt_p . Soit vous pouvez utiliser un triangle.
1.00.33		Regardez, vous avez E_1, E_2 . Donc ça correspond à deux sommets d'un triangle. Et puis donc avec E_1 et E_2 plus un autre point vous allez former un triangle rectangle. Ou même deux triangles rectangles, on peut former. Est-ce que vous voyez, les deux triangles rectangles que l'on peut former ? À partir d' E_1 et E_2 ?
1.00.54	<i>Élève</i>	Oui !
1.00.55	<i>Professeur</i>	Oui ? $\Delta t'_m$ c'est la distance, sur ce schéma-là, entre E_1 et E_2 . Pour les triangles rectangles que vous avez vus, cela correspondrait à quoi mathématiquement, ça s'appelle comment ?
1.01.11	<i>Élève</i>	L'hypoténuse !
1.01.12	<i>Professeur</i>	L'hypoténuse. Tout le monde est d'accord ? $\Delta t'_m$ ça

		correspondrait à l'hypoténuse. Δ_p ça serait quoi ?
1.01.23		Par rapport au triangle que vous avez vu ?
1.01.26	<i>Élève</i>	Le côté !
1.01.27	<i>Professeur</i>	Ça serait un ...
1.01.28	<i>Élève</i>	Un côté !
1.01.30	<i>Professeur</i>	Et qu'est-ce que l'on sait sur la dimension d'un côté par rapport à l'hypoténuse ?
1.01.34	<i>Élève</i>	Elle est égale au carré, à la somme des ... L'hypoténuse est égale ...
1.01.38	<i>Professeur</i>	Oui, alors là tout ce qu'on demande c'est juste une comparaison.
1.01.40	<i>Élève</i>	C'est plus petit !
1.01.41	<i>Professeur</i>	C'est plus petit. Ça peut aussi vous aider. Soit vous pouvez utiliser les horloges, soit vous pouvez utiliser, ben finalement ce qu'il se passe au niveau d'un triangle ?
1.01.54	<i>Élève</i>	Monsieur ? C'est quoi les différents triangles rectangles ?
1.01.57		Alors vous avez E_1 , E_2 . Vous avez déjà deux sommets et puis il y en a un troisième. Et vous avez un triangle rectangle.
1.02.05	<i>Professeur</i>	Ah ben, c'est à vous de trouver. Alors il y en a un soit un peu plus à gauche, soit un peu plus à droite. Vous avez deux triangles rectangles.
1.02.13	<i>Élève</i>	C'est ça en fait ?
1.02.15		Ben oui, vous avez celui-là ou vous avez celui-là aussi.
1.02.20	<i>Professeur</i>	Là vous avez l'hypoténuse, et puis là vous avez un côté ou alors sur celui-là vous avez l'hypoténuse ici, là vous avez le côté.
1.02.25	<i>Élève</i>	D'accord !
1.02.29	<i>Professeur</i>	Là ici vous avez un premier triangle rectangle, ou alors il y en a un aussi ici. Vous les voyez ?

1.02.33	<i>Élève</i>	Oui, oui, d'accord !
1.02.40	<i>Professeur</i>	Ici, alors heu ici, cette distance-là c'est celle-là. Ça, ça correspond à l'hypoténuse. Et là ça correspond à un côté.
1.02.47	<i>Élève</i>	D'accord !
1.02.48	<i>Professeur</i>	Et après il suffit de comparer la distance d'un côté avec la distance de l'hypoténuse. On peut aussi utiliser les horloges.
1.02.58		Vous avez vu le triangle rectangle ?
1.02.59	<i>Élève</i>	Oui, oui !
1.03.56		Il y a juste à expliquer que ...
1.03.08	<i>Professeur</i>	La question c'est juste que peut-on dire, euh que peut-on dire, de $\Delta t'_m$ et Δt_p . Il faut juste les comparer. C'est tout.
1.03.19	<i>Élève</i>	Δt_p c'est plus petit que $\Delta t'_m$.
1.03.20	<i>Professeur</i>	Oui, c'est tout !
1.03.25	<i>Élève</i>	Δt_p c'est plus petit que $\Delta t'_m$. C'est ce que je viens de dire !
1.03.28	<i>Professeur</i>	Ben oui !
1.03.32		Alors pourquoi delta ? Delta, ça correspond à une ?
1.03.34	<i>Élève</i>	Durée !
1.03.35	<i>Professeur</i>	Durée. Chaque fois qu'on a une durée, c'est une différence. C'est un temps après moins un temps avant. Le delta vous l'avez déjà vu l'année dernière avec l'énergie cinétique. Delta Ec. C'est la variation de l'énergie cinétique. C'était l'énergie cinétique après moins l'énergie cinétique avant. Donc quand on mesure une durée c'est toujours un delta t. c'est le temps après moins le temps avant. Pour avoir la durée d'un cours, il faut connaître la fin du cours moins le début du cours. Vous aurez la durée du cours.
1.04.02	<i>Élève</i>	Comment on sait que Δt_p c'est plus petit que $\Delta t'_m$? Parce que l'hypoténuse ...

1.04.08	<i>Professeur</i>	Ben, vous le voyez. Δt_p ça correspond au côté et là c'est l'hypoténuse. Vous le savez depuis très longtemps. Depuis l'école primaire que l'hypoténuse est plus grande que le côté.
1.04.26	<i>Élève</i>	Ah d'accord !
1.04.27	<i>Professeur</i>	Disons que là vous le voyez, c'est tout. Vous le voyez. Qu'est-ce que ... A l'école primaire, vous auriez fait quoi ? Vous auriez pris la règle, vous auriez mesuré.
1.04.30	<i>Élève</i>	Oui !
1.04.38	<i>Professeur</i>	Mais là vous savez que chaque fois que vous avez un triangle, de toute façon l'hypoténuse sera toujours plus grande qu'un côté.
1.04.33	<i>Élève</i>	D'accord !
1.04.48	<i>Professeur</i>	Sinon vous pouvez utiliser les indications des horloges. Vous avez l'horloge, les deux horloges pour $\Delta t'_m$ et puis l'horloge pour Δt_p . Il suffit de regarder les indications. Est-ce qu'à partir des horloges, vous vous apercevez du même résultat qu'avec le triangle rectangle ?
1.05.08	<i>Élève</i>	Oui !
1.05.15		Ben si, la différence avec Δt_p est plus petite qu'avec ...
1.05.20	<i>Professeur</i>	Oui, oui, oui, mais ...
1.05.22	<i>Élève</i>	Il y a une horloge qui montre à peu près, on va dire, admettons c'est midi, pour Δt_p elle montre à peu près midi et l'autre horloge elle montre à peu près 10.
1.05.04		Tandis que pour $\Delta t'_m$ c'est midi et puis 15, du coup.
1.05.06	<i>Professeur</i>	Oui, donc ce n'est pas la même durée.
1.05.07	<i>Élève</i>	Δt_p est plus petit que $\Delta t'_m$.
1.05.48	<i>Professeur</i>	Allez, vous rédigez cela et puis on va passer donc question suivante.
1.05.53	<i>Élève</i>	On considère lequel le triangle ?

1.05.58	<i>Professeur</i>	Ah, ben soit vous pouvez utiliser les horloges qui sont indiquées ...
1.06.02	<i>Élève</i>	Oui, mais par rapport au triangle ?
1.06.05	<i>Professeur</i>	Soit vous pouvez avoir celui-là. Là vous avez un triangle rectangle qui est ici.
1.06.08	<i>Élève</i>	Et l'hypoténuse !
1.06.12	<i>Professeur</i>	Ah, non, non, l'hypoténuse c'est ça. Cette distance-là, vous l'avez là.
1.06.15	<i>Élève</i>	Ah, ok, d'accord.
2.00.01	<i>Professeur</i>	Et là vous avez le côté.
2.00.05	<i>Élève</i>	Ah, d'accord. Je m'étais trompé avec les couleurs.
2.00.10	<i>Professeur</i>	Vous pouvez prendre l'autre aussi. Ici, c'est ce côté-là.
2.00.15	<i>Élève</i>	C'est les couleurs qui me perturbent.
2.00.21	<i>Professeur</i>	C'est les couleurs qui vous perturbent ? Effectivement, oui c'est vrai $\Delta t'_m$ c'est en bleu et là, il y a quelque chose en rouge. D'accord, oui, oui.
2.00.32		Allez, on passe à l'exploitation du document maintenant. Petit 1 : à l'aide du document 1, indiquez quel paramètre influence la durée de vie des muons dans R' par rapport à la durée de vie des muons dans R. On en a un peu parlé tout à l'heure.
2.00.47	<i>Élève</i>	C'est la vitesse ... ça c'est lorsqu'on se rapproche de la vitesse de la lumière.
2.00.52	<i>Professeur</i>	Donc à l'aide du document 1, indiquez quel paramètre influence la durée de vie des muons dans R' par rapport à la durée de vie des muons dans R.
2.01.23		Dans la vie de tous les jours, ce qui nous entoure, donc lorsqu'on prend le train, l'avion, ben finalement ce qu'on observe ça ne correspond pas à ce que l'on voit dans ce document parce que dans ce document il y a une condition inhabituelle qui fait que

		on n'a pas les mêmes, on n'a pas les mêmes durées de vie.
2.01.47		Et c'est cette condition inhabituelle qui fait que les durées de vie sont différentes.
2.01.57	<i>Élève</i>	S'il y a quelqu'un tout le long de sa vie qui prend l'avion donc tout le temps tout le temps tout le temps à la fin de sa vie sa montre elle aura un écart avec la nôtre.
2.02.04	<i>Professeur</i>	Ben ça dépend, il faudrait calculer le gamma mais ...
2.02.12	<i>Élève</i>	Avec les décalages horaires et tout ...
2.02.16	<i>Professeur</i>	Ah le décalage horaire c'est autre chose, mais en fait il faudrait calculer le gamma, ce qui va compter c'est ... parce que si vous avez une vitesse très faible par rapport à la vitesse de la lumière vous allez avoir un gamma qui va être proche de 1 donc vous pouvez calculer. Vous calculerez, si on a une vitesse de 3000 km/h ça ne correspond pas à la vitesse d'un avion on va dire 1000, 1000 km/h c'est 1000 km/h à comparer à 300000 km par ?
2.02.42	<i>Élève</i>	Seconde !
2.02.43	<i>Professeur</i>	Seconde. Vous allez trouver le gamma. Vous allez trouver le décalage. Alors il existe un décalage, mais il est tellement infime que ça correspond à la précision de vos montres. Vous êtes bien en dessous de la précision des montres.
2.02.56	<i>Élève</i>	Quand on multiplie par une vie entière ?
2.03.01	<i>Professeur</i>	Faites le calcul !
2.03.04	<i>Élève</i>	Ça veut dire que par exemple s'il y avait une civilisation sur une autre planète et que la distance entre notre planète et la leur elle était supérieure à la vitesse de la lumière ça veut dire que ...
2.03.12	<i>Professeur</i>	Attendez, une distance ne peut pas être supérieure à la vitesse de la lumière, ce n'est pas la même chose distance et vitesse de la lumière.
2.03.15	<i>Élève</i>	La vitesse de la lumière elle mettrait beaucoup de temps. Enfin la lumière elle mettrait énormément de temps à arriver sur une

		planète ça veut dire qu'on les verrait plus vieux qu'ils ne le sont. On les verrait en fait non, par exemple eux ils seront à une époque plus ancienne, enfin ...
2.03.33	<i>Professeur</i>	Alors, il suffit de, d'imaginer que vous êtes dans une navette spatiale et puis, euh, vous partez à une vitesse proche de celle de la lumière. Donc quand vous avez une minute pour vous, sur la Terre ça va être ?
2.03.48	<i>Élève</i>	Une minute et demie !
2.03.49		Une minute et demie, un an ...
2.03.52	<i>Professeur</i>	Donc finalement le temps ne va pas se passer de la même façon entre vous qui êtes dans une navette spatiale et puis peut-être votre frère, votre sœur qui est resté sur Terre.
2.04.01	<i>Élève</i>	Ça veut dire que si on va très très loin avec une navette spatiale on verra ben. La planète des singes ?
2.04.09	<i>Professeur</i>	Mais c'est-à-dire qu'il faut partir et il faut revenir. Mais peut-être qu'un voyage de deux ans dans la navette spatiale pour vous, ça va correspondre à 20 ans, 30 ans, 40 ans ou plus sur la Terre. Ce qui dépend c'est quoi. Quel est le paramètre qui va dépendre ?
2.04.24	<i>Élève</i>	La vitesse !
2.04.25	<i>Professeur</i>	La vitesse que vous allez avoir. Si vous avez une vitesse faible par rapport à la vitesse de la lumière, il y aura peu, il n'y aura pas de différences. Par contre si vous avez une vitesse élevée ... oui.
2.04.32	<i>Élève</i>	On pourrait faire reculer le temps ou ...
2.04.34	<i>Professeur</i>	Non, là non, là non. Là, on ne peut pas avoir le temps qui recule. On peut juste avoir un temps qui s'écoule ?
2.04.42	<i>Élève</i>	Moins vite !
2.04.43	<i>Professeur</i>	Moins vite.
2.04.44		Mais on ne revient pas en arrière.

2.04.46	<i>Élève</i>	Même en étant à une vitesse bien supérieure à la vitesse de la lumière ?
2.04.49	<i>Professeur</i>	On en parlera peut-être une autre fois. En fait pour reculer le temps, il faut se déplacer à une vitesse plus élevée que celle de la lumière.
2.04.58	<i>Élève</i>	Ben ça a été, il y a une expérience ... les positrons ...
2.05.04	<i>Professeur</i>	C'est ... pour le moment la théorie dit que pour remonter le temps, il faudrait se déplacer à une vitesse plus élevée que celle de la lumière or on sait que pour le moment ce n'est pas possible, donc ...
2.05.17		C'est bon ? Alors, question 2. Est-ce que tout le monde a vu donc le paramètre pertinent ? Oui, tout le monde a vu ?
2.05.28	<i>Élève</i>	Ben c'est la vitesse à laquelle les muons ...
2.05.30		Oui, ça correspond à ça.
2.05.35	<i>Professeur</i>	Question 2. Calculer gamma en utilisant le document 2 pour $v'=0,992.c$. En déduire la relation entre $\Delta t'_m$ et Δt_p . Donc calculer gamma en utilisant le document 2, pour $v'=0,992.c$. En déduire la relation entre $\Delta t'_m$ et Δt_p . Alors avant, est-ce que vous avez besoin de la valeur de c ?
2.06.03		(Au tableau) v' égal $0,992.c$. v' vous allez le mettre au carré. v' au carré, c'est quoi. C'est $0,992$ au carré fois ...
2.06.13	<i>Élève</i>	c au carré !
2.06.14	<i>Professeur</i>	Fois c au carré. Or, c'est déjà divisé par c au carré.
2.06.18	<i>Élève</i>	Donc, ça fait $0,992$ sur 1 .
2.06.20	<i>Professeur</i>	Faites attention il faut le mettre au carré. Donc lorsque je mets v' au carré c'est $0,992$ au carré fois c au carré et puis voyez que vous allez avoir les c qui, les c au carré qui vont se simplifier. Donc finalement vous allez pouvoir trouver gamma comme cela sans avoir besoin de la valeur de c.

2.06.45		Et après on vous demande, en déduire la relation entre $\Delta t'_m$ et Δt_p .
2.06.55	Élève	Monsieur vous pouvez réexpliquer pourquoi la relation est multipliée par c carré ?
2.06.59	Professeur	Quand vous avez, euh 4, c'est deux fois deux. Quatre c'est deux fois deux. Quatre au carré c'est deux au carré fois deux au carré. OK ? Donc, v' c'est 0,992 fois c . Donc v' au carré c'est 0,992 au carré fois c au carré. Or dans la formule, de gamma c'est 1 divisé par racine d'un moins v' au carré sur c au carré. Et vous avez c au carré, donc on simplifie par c au carré. Donc finalement, on a besoin uniquement que 0,992 au carré.
2.08.04	Élève	T'as combien ? 9,88 9,84 10 puissance moins un.
2.08.16	Professeur	Donc après il faut trouver gamma.
2.09.00	Élève	7 virgule 92. Ouais 91. C'est en quoi gamma ?
2.09.09	Professeur	Est-ce qu'il y a une unité pour gamma ? Là vous avez une vitesse divisée par une vitesse donc il n'y a pas d'unité donc finalement pour gamma il n'y a pas d'unité.
2.09.20	Élève	Moi je n'ai pas arrondi non plus ...
2.09.29	Professeur	Et donc vous en déduisez la relation entre $\Delta t'_m$ et Δt_p connaissant gamma.
2.09.46		v' c'est la vitesse, alors c'est de quelle couleur ?
2.09.48	Élève	Bleu !
2.09.49	Professeur	Bleu, donc c'est la vitesse de ... par rapport à ? Si c'est bleu c'est par rapport au référentiel ?
2.09.56	Élève	Terrestre !
2.09.57	Professeur	Terrestre. Donc c'est la vitesse du ?
2.09.58	Élève	Ah ? Du muon !
2.09.59	Professeur	Du muon par rapport ... au référentiel terrestre. Donc lorsque

		vous avez trouvé gamma vous mettez la relation entre $\Delta t'_m$ et Δt_p . C'est marqué sur le document 2, vous avez la relation.
2.10.14	<i>Élève</i>	C'est $\Delta t'_m = \text{gamma fois ...}$
2.10.16	<i>Professeur</i>	Oui, donc vous remplacez gamma par la valeur numérique.
2.10.18	<i>Élève</i>	C'est tout ?
2.10.20		Ben oui, pour cette question-là !
2.10.25	<i>Professeur</i>	Mais ça vous permet de trouver gamma pour une certaine vitesse. Vous vous apercevez que gamma n'est pas, euh, n'est pas égal à un. Alors vous avez trouvé combien pour gamma ?
2.10.34	<i>Élève</i>	7,92 !
2.10.35	<i>Professeur</i>	7,92. Si vous avez une minute pour le muon ça fait combien de minutes pour le référentiel terrestre ?
2.10.43	<i>Élève</i>	7,92 euh ...
2.10.44	<i>Professeur</i>	D'accord !
2.10.45	<i>Élève</i>	Ce n'est pas possible.
2.10.46		Ben si. Si le muon, y'a une minute. Alors ce n'est pas possible, pourquoi ce ne serait pas possible ?
2.10.56	<i>Professeur</i>	Alors ce n'est pas possible parce que le muon se serait désintégré bien avant. Alors on va prendre quelque chose, euh, on va prendre une microseconde. Une microseconde pour le muon ça fait donc ?
2.11.06	<i>Élève</i>	7,92 !
2.11.07		7,92 microsecondes pour la Terre.
2.11.15	<i>Professeur</i>	Le temps s'écoule plus vite ou moins vite par rapport au référentiel sur la Terre, par rapport au muon ? 1 microseconde pour le muon ça correspond à 7,92 microsecondes pour la Terre.
2.11.26	<i>Élève</i>	Ça va moins vite !

2.11.27	<i>Professeur</i>	Donc voyez, le temps s'écoule moins vite sur Terre. Sur le référentiel terrestre par rapport au référentiel du muon. Tout le monde a compris ? Une microseconde pour le muon ça correspond à 7,92 microsecondes pour la Terre. Donc les, le temps s'écoule moins vite sur Terre, sur le référentiel terrestre par rapport au référentiel du muon. Pourquoi ? Parce que la vitesse du muon est ?
2.11.56	<i>Élève</i>	Est presque égale à la vitesse de la lumière.
2.11.57	<i>Professeur</i>	Est proche de la vitesse de la lumière. C'est pour cela qu'il y a cet effet-là. Si la vitesse du muon avait été très petite par rapport à la vitesse de la lumière, est-ce qu'il y aurait eu une différence ?
2.12.07	<i>Élève</i>	Ben non !
2.12.08		Non, on n'aurait pas vu de différence.
2.12.11	<i>Professeur</i>	Question suivante. A partir du document 3, calculer $t'-t'_0$ connaissant la valeur numérique de v' et l'altitude du mont Washington. En déduire la valeur numérique de τ' en utilisant l'expression suivante $\tau' = (t'-t'_0) / \ln N_0/N(t')$. Retrouver que τ' est égal à 9 fois τ . Alors on va essayer de retrouver à quoi correspondent les différentes valeurs. N_0 ce serait quoi ?
2.12.46	<i>Professeur</i>	(Au tableau) N_0 .
2.12.47	<i>Élève</i>	C'est le nombre de muons.
2.12.48	<i>Professeur</i>	Nombre de muons détectés !
2.12.50	<i>Élève</i>	Au temps zéro.
2.12.53	<i>Professeur</i>	Au temps zéro, oui. Alors là ça serait quoi ? Ce serait quelle valeur ? Puisqu'il faut une valeur numérique.
2.13.07		Alors $N(t')$, $N(t')$ ce serait le nombre de muons détectés ...
2.13.13	<i>Élève</i>	Dans le référentiel terrestre !
2.13.14	<i>Professeur</i>	Oui mais par rapport à N_0 c'est un peu ...

2.13.17	<i>Élève</i>	Plus tard.
2.13.19	<i>Professeur</i>	Un peu plus tard donc il va être comment ce nombre ?
2.13.22	<i>Élève</i>	Plus grand. Un peu grand !
2.13.23	<i>Professeur</i>	Plus petit. Bon, alors dans le document 3 vous en avez combien de valeurs numériques. Il n'y en a pas beaucoup.
2.13.29	<i>Élève</i>	Y'a 563. No c'est 563 !
2.13.31	<i>Professeur</i>	Voilà No c'est 563 et N(t') ?
2.13.36	<i>Élève</i>	408 !
2.13.37	<i>Professeur</i>	408. Bon, on a déjà deux valeurs numériques. t-t' alors, pardon. t' ₀ - ... je reprends t' - t' ₀ , j'y arrive, t' - t' ₀ c'est la durée ...
2.13.45	<i>Élève</i>	C'est Δt . $\Delta t'$!
2.13.55	<i>Professeur</i>	Oui, mais c'est la durée de parcours du muon.
2.14.00	<i>Élève</i>	Entre. Ben entre No et ... entre 408 et 563.
2.14.06	<i>Professeur</i>	Ah, ce n'est pas entre 408 ...
2.14.07	<i>Élève</i>	Entre le mont Washington et ...
2.14.08	<i>Professeur</i>	Entre le mont Washington et ...
2.14.09	<i>Élève</i>	Cambridge. Et le niveau de la mer !
2.14.12	<i>Professeur</i>	Et le niveau de la mer. Y a quelle altitude ?
2.14.13	<i>Élève</i>	1907 m !
2.14.16	<i>Professeur</i>	Donc on a 1907 m parcourus à la vitesse, quelle est la vitesse des muons ?
2.14.29	<i>Élève</i>	0,992 ...
2.14.32	<i>Professeur</i>	(Écrit au tableau) 0,992 fois c pendant la durée. Cette durée c'est ?
2.14.49		C'est représenté comment ?
2.14.51	<i>Élève</i>	Δt_{m2} t'_m ...

2.14.55	<i>Professeur</i>	Sur la ..., ce qu'on vous demande de calculer ...
2.14.58	<i>Élève</i>	C'est en bleu !
2.15.01	<i>Professeur</i>	C'est en bleu. Oui, ça c'est bien c'est en bleu. Regardez la question : A partir du document 3 calculez $t'-t'_0$ connaissant la valeur numérique de v' et l'altitude du mont Washington. En déduire la valeur numérique de τ' en utilisant l'expression suivante : $\tau' = (t'-t'_0) / \ln N_0/N(t')$. Donc qu'est-ce qu'on calcule là ? C'est la durée ...
2.15.23	<i>Élève</i>	$t-t_0$..., $t'-t'_0$.
2.15.28	<i>Professeur</i>	Voilà $t'-t'_0$.
2.15.30	<i>Élève</i>	Moins t'_0 ?
2.15.37	<i>Professeur</i>	En fait, on mesure une durée. Alors comment est-ce que l'on va trouver $t'-t'_0$? ... La vitesse est égale à quoi ?
2.15.40	<i>Élève</i>	La distance divisée par ...
2.15.47	<i>Professeur</i>	La vitesse c'est la distance divisée par le temps. Donc 0,992 fois c c'est égal à ? La distance ...
2.15.56	<i>Élève</i>	d 1907 m !
2.15.57	<i>Professeur</i>	1907 divisé par
2.16.02	<i>Élève</i>	t moins ... $t'-t'_0$
2.16.03	<i>Professeur</i>	$t'-t'_0$.
2.16.07	<i>Élève</i>	Ça fait 1907 divisé par 0,992.
2.16.09	<i>Professeur</i>	(Écrit au tableau) Alors 1907 oui divisé par 0,992. Est-ce qu'on a besoin de la valeur de c maintenant ? Oui ? Donc je vais prendre $3,00 \cdot 10^8$ ça va être égal à $t'-t'_0$.
2.16.35		Donc $t'-t'_0$ c'est la durée de parcours des muons entre l'altitude de 1907 m et l'altitude 0 et les muons se déplacent à 0,992 fois la vitesse de la lumière. Est-ce que l'on va avoir une valeur grande ou petite ?

2.16.53	<i>Élève</i>	Petite !
2.16.54	<i>Professeur</i>	Petite pourquoi parce que les muons se déplacent ?
2.16.56	<i>Élève</i>	Très vite !
2.16.58	<i>Professeur</i>	Très vite. La durée de vie c'est de l'ordre de la ...
2.17.00	<i>Élève</i>	Microseconde !
2.17.01	<i>Professeur</i>	Microseconde. Donc est-ce que l'on va trouver un temps plus grand que la microseconde ?
2.17.05	<i>Élève</i>	Non !
2.17.06	<i>Professeur</i>	Ben non, cela va être de l'ordre de grandeur de la microseconde... Alors vous trouvez combien ?
2.17.12	<i>Élève</i>	6,4.10 puissance ...
2.17.15	<i>Professeur</i>	6,4.10 moins six secondes donc en microseconde ça fait ?
2.17.26	<i>Élève</i>	6,4 !
2.17.27	<i>Professeur</i>	6,4 microsecondes. Alors est-ce que vous avez un chiffre de plus après le 4 c'est combien ?
2.17.31	<i>Élève</i>	Si on arrondit, c'est un un.
2.17.35	<i>Professeur</i>	Donc ça fait 6,41 microsecondes. Donc vous voyez que les muons mettent 6,41 μ s pour parcourir 1907 m. Du moment qu'ils ne se soient pas désintégrés bien sûr. C'est un muon qui ne s'est pas désintégré, il va parcourir cette distance. Donc ensuite, ben, il suffit juste de faire l'application numérique. Donc τ' ça va être égal à 6,41 divisé par ln de 563 sur 408. J'ai laissé 6,41 en microsecondes, ça veut dire que τ' on va le trouver en ?
2.18.21	<i>Élève</i>	En microsecondes !
2.18.22	<i>Professeur</i>	En microseconde. τ' C'est de quelle couleur, je vais le garder ce cette couleur ?
2.18.24	<i>Élève</i>	En rouge ... en bleu !

2.18.27	<i>Professeur</i>	En bleu donc on va trouver la ... la durée de vie dans le référentiel ?
2.18.29	<i>Élève</i>	Terrestre !
2.18.30	<i>Professeur</i>	Terrestre.
2.18.59		19,9 ? ... Alors 19,9 c'est en quelle unité ?
2.19.12	<i>Élève</i>	Microseconde !
2.19.13	<i>Professeur</i>	Microseconde. C'est à comparer avec la ..., ça c'est la durée de vie du muon dans le référentiel ?
2.19.20	<i>Élève</i>	Terrestre !
2.19.21	<i>Professeur</i>	Terrestre. La durée de vie du muon dans le référentiel du muon c'est combien ?
2.19.28	<i>Élève</i>	2,21 !
2.19.29	<i>Professeur</i>	Alors 2,21 microsecondes. Est-ce que c'est normal ce qu'on observe ? Qu'est-ce qu'on a dit ?
2.19.34	<i>Élève</i>	Ben que la durée de vie augmentait.
2.19.38	<i>Professeur</i>	La durée de vie augmentait, pourquoi ? Parce que le temps s'écoule ... moins vite dans le référentiel ... terrestre que dans le référentiel du muon. Alors lorsqu'on fait τ' divisé par τ ... donc τ' divisé par τ ...
2.20.02		Donc c'est égal à 19,9 divisé par 2,21 ça fait ...
2.20.07	<i>Élève</i>	9,00 !
2.20.08	<i>Professeur</i>	9,00.
2.20.13		Donc on voit que τ' c'est égal à 9,00 ...
2.20.21	<i>Élève</i>	τ !
2.20.22	<i>Professeur</i>	Fois τ .
2.20.26		On aurait dû trouver combien en se servant des documents, des questions précédentes ? On aurait dû trouver quoi à la place de

		9 ? Là le 9, c'est la valeur de quoi, que vous avez calculé juste avant ?
2.20.36	<i>Élève</i>	τ !
2.20.37	<i>Professeur</i>	C'est la valeur de gamma. Tout à l'heure vous avez trouvé combien pour gamma ?
2.20.39	<i>Élève</i>	7,92 !
2.20.40	<i>Professeur</i>	7.92. Alors 7,92 et 9 ce n'est pas tout à fait pareil. C'est à peu près le même ordre de grandeur. Mais qu'est-ce qui a été fait en plus dans ce document-là ?
2.20.50	<i>Élève</i>	La distance !
2.20.52	<i>Professeur</i>	Alors y'a la distance qui effectivement qui est ... oui mais le document 3 c'est quoi ? ... Est-ce que c'est de la théorie, est-ce que c'est ... ?
2.21.02	<i>Élève</i>	C'est de la théorie. C'est une expérience !
2.21.04	<i>Professeur</i>	C'est une expérience. Effectivement la théorie prévoit que mais c'est quand même une expérience. 563 comptages par heure. 408 comptages par heure. Donc à côté d'une expérience qu'est-ce qui est associé bien souvent ?
2.21.13	<i>Élève</i>	Une marge d'erreur !
2.21.14	<i>Professeur</i>	Une marge d'erreur. Donc que peut être qu'à la marge d'erreur près on trouve à peu près la même chose. Ce qui manque, ce qui manque ici effectivement, c'est ?... Quelle est la marge d'erreur qui est associée à ... aux valeurs 563 et 408 parce que peut être 563 et 408 c'est à plus ou moins 10%. On ne sait pas. Il n'y a pas la précision.
2.21.45		Question 4. A partir du document 4, montrer que la création et la détection du muon ne se déroulent pas au même endroit dans R'... Donc il faut utiliser quel document ?
2.21.58	<i>Élève</i>	4.2 !

2.22.00	<i>Professeur</i>	4.2. On peut aussi utiliser ?
2.22.02	<i>Élève</i>	4.3 !
2.22.03	<i>Professeur</i>	4.3 donc on va utiliser 4.2 puisqu'avec 4.2 on voit uniquement ce qui se passe dans le référentiel R'. Pourquoi la création et la détection des muons ne se passent pas au même endroit dans R' ?
2.22.15	<i>Élève</i>	Parce que la droite E_1E_2 ... parce qu'il est immobile !
2.22.21	<i>Professeur</i>	Il est immobile oui, mais, euh ...
2.22.23	<i>Élève</i>	Si d' est perpendiculaire à ...
2.22.25	<i>Professeur</i>	Alors l'explication c'est tout bête. On est dans le référentiel terrestre. La création c'est où ?
2.22.31	<i>Élève</i>	En l'air. En surface ...
2.22.32	<i>Professeur</i>	Haute atmosphère, la détection ?
2.22.33	<i>Élève</i>	Surface de la Terre !
2.22.35	<i>Professeur</i>	Surface de la Terre donc ce n'est pas au même endroit. Bon, graphiquement on le voit comment que ce n'est pas au même endroit ?
2.22.40	<i>Élève</i>	Ils n'ont pas la même abscisse.
2.22.41	<i>Professeur</i>	Ils n'ont pas la même abscisse. Lorsque vous regardez l'abscisse d' E_1 et l'abscisse d' E_2 ce n'est pas la même chose. Comment est-ce qu'on voit l'abscisse ?
2.22.48	<i>Élève</i>	En traçant la perpendiculaire !
2.22.50	<i>Professeur</i>	En traçant la perpendiculaire donc la perpendiculaire de E_1 , pardon, la perpendiculaire à Ox' passant par E_1 ça va vous donner l'abscisse de ... E_1 . Et la perpendiculaire de Ox' passant par E_2 ça donnera ... l'abscisse de E_2 .
2.23.16		La question c'est à partir du document 4 montrer que la création et la détection du muon ne se déroule pas au même endroit dans

		R'.
2.23.25	<i>Élève</i>	Ben on dit qu'ils n'ont pas la même abscisse.
2.23.36	<i>Professeur</i>	On peut soit le traduire par une phrase soit le traduire graphiquement. Ça ce que vous voyez c'est la traduction ...
2.23.42	<i>Élève</i>	Graphique !
2.23.43	<i>Professeur</i>	Graphique de la phrase... La phrase ça serait quoi, euh, les muons sont créés dans la haute atmosphère, ils sont détectés à la surface de la Terre. Ce n'est pas au même endroit. Comment on le voit graphiquement ?
2.24.00	<i>Élève</i>	Ce n'est pas la même abscisse.
2.24.01	<i>Professeur</i>	C'est tout !
2.24.25		Question 5.
2.24.42	<i>Professeur</i>	A partir du document 5, expliquer pourquoi la durée entre la création et la détection du muon est différente dans R et dans R'.
2.24.52	<i>Élève</i>	C'est la ... dans R' ...
2.24.57	<i>Professeur</i>	Oui mais il faut utiliser le document 5 donc lequel 5.1, 5.2 ou 5.3 ?
2.24.59	<i>Élève</i>	5.3 !
2.25.03	<i>Professeur</i>	La question avant, la question 5 de la partie compréhension du document, on vous demandait de comparer uniquement $\Delta t'_m$ et Δt_p . C'était juste quelque chose de graphique sans forcément comprendre ce qu'il se passe. Rien qu'avec l'astuce du triangle rectangle, on voyait que c'était plus grand tandis que là on vous demande d'expliquer pourquoi la durée entre la création et la détection du muon est différente dans R et dans R'. Est-ce que c'est si compliqué que cela ?
2.25.27	<i>Élève</i>	Le repère il est différent !
2.25.31	<i>Professeur</i>	Le repère, alors le référentiel est différent. La création ça

		correspond à quel point ?
2.25.37	<i>Élève</i>	E_1 !
2.25.38	<i>Professeur</i>	E_1 . La détection ?
2.25.39	<i>Élève</i>	E_2 !
2.25.48	<i>Professeur</i>	La question 5 exploitation de document et la question 5 compréhension du document c'est quasiment la même chose sauf que dans la question 5 exploitation du document on vous demande la durée entre la création et la détection.
2.26.00	<i>Élève</i>	Ben ça dépend du référentiel... $\Delta t'_m$ est supérieur à Δt_p .
2.26.11	<i>Professeur</i>	Oui.
2.26.12	<i>Élève</i>	On l'avait déjà marqué ça !
2.26.13	<i>Professeur</i>	Vous l'avez déjà marqué, mais avant vous aviez juste comparé des distances tandis que là ben vous savez ce qui se passe entre la création et la détection. Ça revient finalement à dire la même chose sauf que maintenant vous savez que E_1 c'est la ... création et E_2 ... la détection.
2.26.33	<i>Élève</i>	C'est marqué ça !
2.26.34	<i>Professeur</i>	Oui, mais c'est un peu plus détaillé. C'est tout. Mais sinon le résultat est le même.
2.26.48	<i>Élève</i>	On n'a pas compris ce qu'il faut répondre !
2.26.51		Pourquoi la durée entre la création et la détection du muon est différente dans R et dans R' ? C'est différent oui. Qu'est-ce que vous savez des deux ?
2.27.03	<i>Professeur</i>	Alors Δt_p est plus petit que $\Delta t'_m$ oui ? Mais c'est pour la création et la détection du muon. Au début la question ici 5, c'est vrai que les deux sont très, se ressemblent beaucoup. Le premier il suffisait juste de dire que le côté est plus petit que l'hypoténuse donc c'est plus grand sans forcément avoir compris ce qui se passait tandis que là vous savez que E_1 ça correspond à la

		création E ₂ la détection. Mais c'est la même réponse finalement.
2.27.34	<i>Élève</i>	Mais il faut expliquer pourquoi aussi !
2.27.48		Pourquoi entre la création et la détection c'est plus court dans, euh, R que R' ?
2.27.55	<i>Professeur</i>	Oui, oui, ben oui, ben oui. Entre la création et la détection c'est, le temps est plus court dans R que dans R' parce que R', c'est quoi, c'est le référentiel ?
2.28.06	<i>Élève</i>	Terrestre !
2.28.07	<i>Professeur</i>	Terrestre et qu'est-ce qu'on a dit du temps dans le référentiel terrestre, il s'écoule plus ...
2.28.11	<i>Élève</i>	Lentement !
2.28.12	<i>Professeur</i>	Lentement. Donc le temps est plus court dans le référentiel du muon que dans le référentiel terrestre. Donc le temps entre la création et la détection du muon dans le référentiel du muon est plus ...
2.28.28	<i>Élève</i>	Petit !
2.28.29	<i>Professeur</i>	Petit dans le référentiel du ...
2.28.30	<i>Élève</i>	Muon, muon !
2.28.31		Je vous laisse terminer.
2.29.06	<i>Professeur</i>	Alors question de synthèse. A l'aide de tous les documents mis à disposition, expliquer pourquoi il est possible de détecter les muons à la surface de la Terre avec une proportion largement supérieure aux prévisions. Une réponse argumentée et justifiée est souhaitée à l'aide de tous les documents qu'on a vu. Il faut expliquer pourquoi finalement les muons qui normalement ont un temps de vie de 2,21 μ s quand on fait le calcul n'auraient pas dû être autant détectés à la surface de la Terre. Or on s'aperçoit qu'on arrive à en détecter à la surface de la Terre. Donc avec tout ce qu'on a vu expliquez pourquoi.

2.29.43		Ben voilà, vous utilisez tout ce qu'on vient de voir. Ça correspond à un résumé de tous les documents, de tout ce qu'on a vu. C'est ça le problème, le problème c'est vous avez un muon, le muon le temps de vie c'est 2,21 μ s bon, il se déplace à une certaine vitesse 0,992 fois la vitesse de la lumière et lorsqu'on fait les calculs, ben, on ne devrait pas en détecter à la surface de la Terre or on en détecte, pourquoi ? Qu'est-ce qu'il se passe ? Et ça fait 1h30 qu'on répond à ça donc il faut faire le résumé.
2.30.25	<i>Élève</i>	Ça va faire deux lignes le truc là !
2.30.28		Donc on a parlé du temps qui ne s'écoule pas de la même façon, de gamma, etc. etc. donc on vous demande rien de plus c'est juste reprendre tout ce qu'on a vu, relisez éventuellement les questions précédentes que vous avez répondu, essayez de faire une synthèse pour expliquer ce qu'il se passe.
2.35.35	<i>Professeur</i>	Donc j'ai besoin du document vous mettez votre nom dessus et puis donc de la copie que vous avez remplie vous mettez votre nom aussi dessus que je voie la correspondance et puis ensuite on va parler juste deux trois minutes de ce que vous avez fait.
2.37.05		Alors vite fait. Donc au niveau des documents, quels sont les documents qui vous ont le plus gênés ?
2.37.11	<i>Élève</i>	Ben ce sont les diagrammes !
2.37.12	<i>Professeur</i>	Les diagrammes qui vous ont gênés ?
2.37.14	<i>Élève</i>	Et les horloges !
2.37.15	<i>Professeur</i>	Les horloges. Donc les horloges c'est quel document ?
2.37.18	<i>Élève</i>	C'est le deux !
2.37.19	<i>Professeur</i>	Le deux ? D'accord.
2.37.20	<i>Élève</i>	Ce n'est pas clair. On ne comprend pas. Ce n'est pas facile à comprendre.
2.37.24	<i>Professeur</i>	Lequel le deux ?

2.37.25	<i>Élève</i>	L'horloge H devant l'horloge H.
2.37.28	<i>Professeur</i>	D'accord !
2.37.29	<i>Élève</i>	Et il y a marqué. On ne voit pas, sur la feuille on ne voit pas que c'est un changement de situation en fait.
2.37.35	<i>Professeur</i>	D'accord.
2.37.36	<i>Élève</i>	Ils devraient mettre en dessous changement de position ou le lieu x et le lieu x_1 . Parce que du coup on ne fait pas attention.
2.37.45	<i>Professeur</i>	D'accord. Les diagrammes vous avez vu l'intérêt ou pas ?
2.37.46	<i>Élève</i>	Oui. Après plein d'explications.
2.37.51	<i>Professeur</i>	Après plein d'explications.
2.37.52	<i>Élève</i>	Avec les triangles ça permet de bien de voir les différences.
2.37.53	<i>Professeur</i>	Les triangles ça permet bien ...
2.37.54	<i>Élève</i>	Pour voir la relation qu'il y a entre $\Delta t'$ et m et Δt_p .
2.38.01	<i>Professeur</i>	Qu'est-ce que vous pensez des couleurs ? Est-ce que ça vous a aidé pour comprendre ?
2.38.04	<i>Élève</i>	Oui. Oui c'est pratique. Oui car noir et blanc ça aurait été un peu pénible. Très pénible.
2.38.10	<i>Professeur</i>	D'accord. S'il y avait des documents à sortir, ça serait lesquels ?
2.38.13	<i>Élève</i>	Deux. Ils ne seraient pas à sortir, mais à simplifier peut-être.
2.38.15	<i>Professeur</i>	Deux et cinq ?
2.38.18	<i>Élève</i>	Ils seraient à simplifier peut-être. Le tableau du deux serait à plus expliquer.
2.38.25		Le cinq !
2.38.26	<i>Professeur</i>	Le cinq vous ne comprenez pas ?
2.38.27	<i>Élève</i>	Ah non. C'est l'histoire des triangles.
2.38.30	<i>Professeur</i>	L'histoire des triangles ...

2.38.32	<i>Élève</i>	En fait c'est à peu près. En fait il faudrait juste les, ... mieux les expliquer. Ça va les triangles, ça va encore.
2.38.39	<i>Professeur</i>	D'accord.
2.38.40	<i>Élève</i>	Ça ne serait pas forcément les supprimer.
2.38.43	<i>Professeur</i>	Comment vous avez trouvé cette activité ?
2.38.44	<i>Élève</i>	Intéressant. Sympathique. Différent. C'était intéressant.
2.38.46	<i>Professeur</i>	Alors ce n'est pas ce qu'on fait d'habitude.
2.38.48	<i>Élève</i>	On préfère nos TP. Un peu déroutant.
2.38.50	<i>Professeur</i>	Un peu déroutant ...
2.38.52	<i>Élève</i>	On n'a rien à manipuler ce n'est pas drôle !
2.38.55	<i>Professeur</i>	D'accord, bon ben je vous remercie.

Seconde activité pilote donnée aux élèves

Activité relativité

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh, se déplaçant à une vitesse de $+0,8c$, passe sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel Daniel et Armineh se trouvent à la même abscisse. En se plaçant dans le référentiel de Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

- 1. Pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif permettant de déclencher le flash S_3 4 ns après le déclenchement du flash S_2 ?**

- 2. Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_2 et du flash de S_1 dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?**

- 3. Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_3 et du flash de S_2 dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?**

$$\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t$$

Relation entre durée propre Δt et durée impropre $\Delta t'$

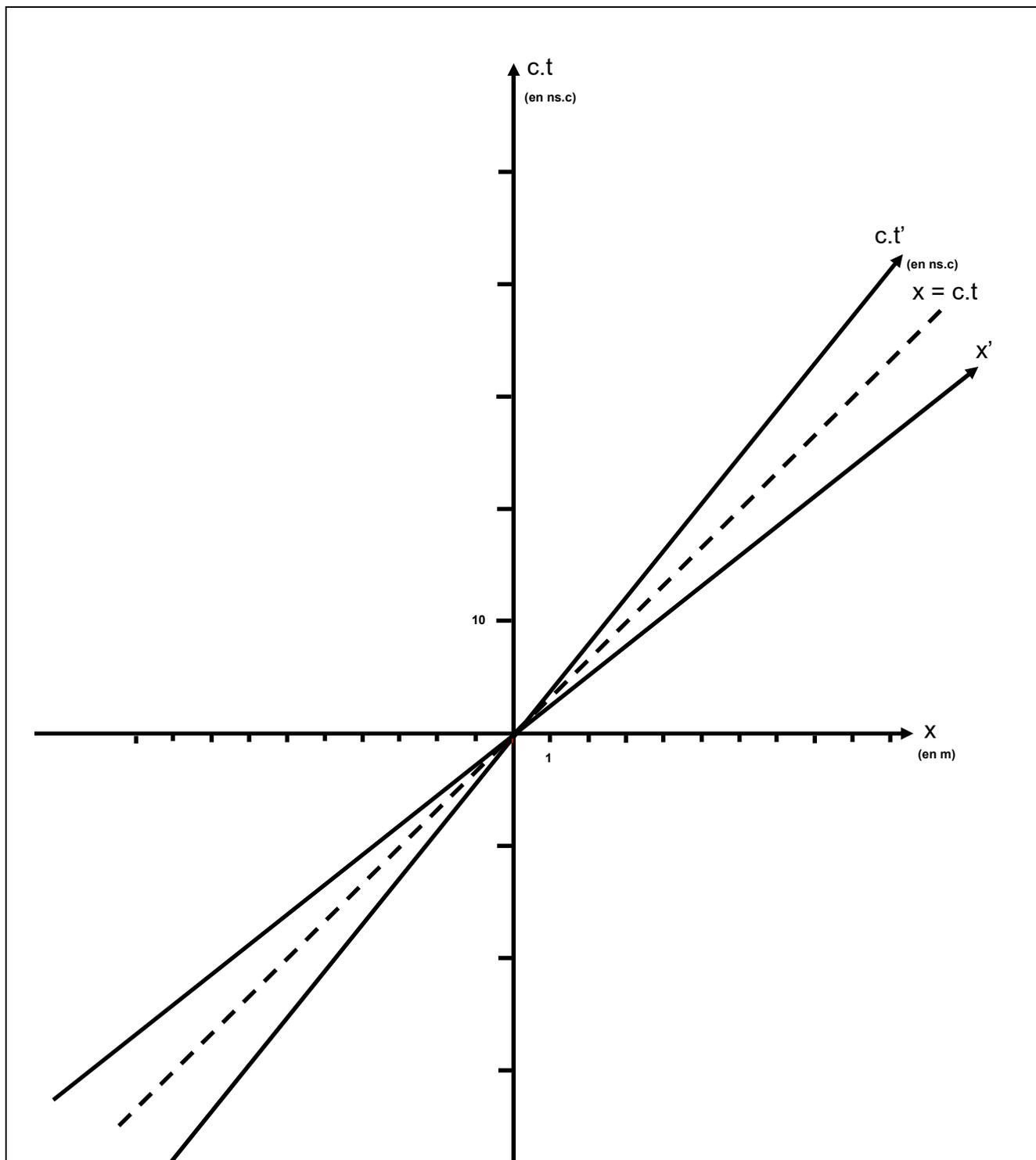


Diagramme de Minkowski de la situation

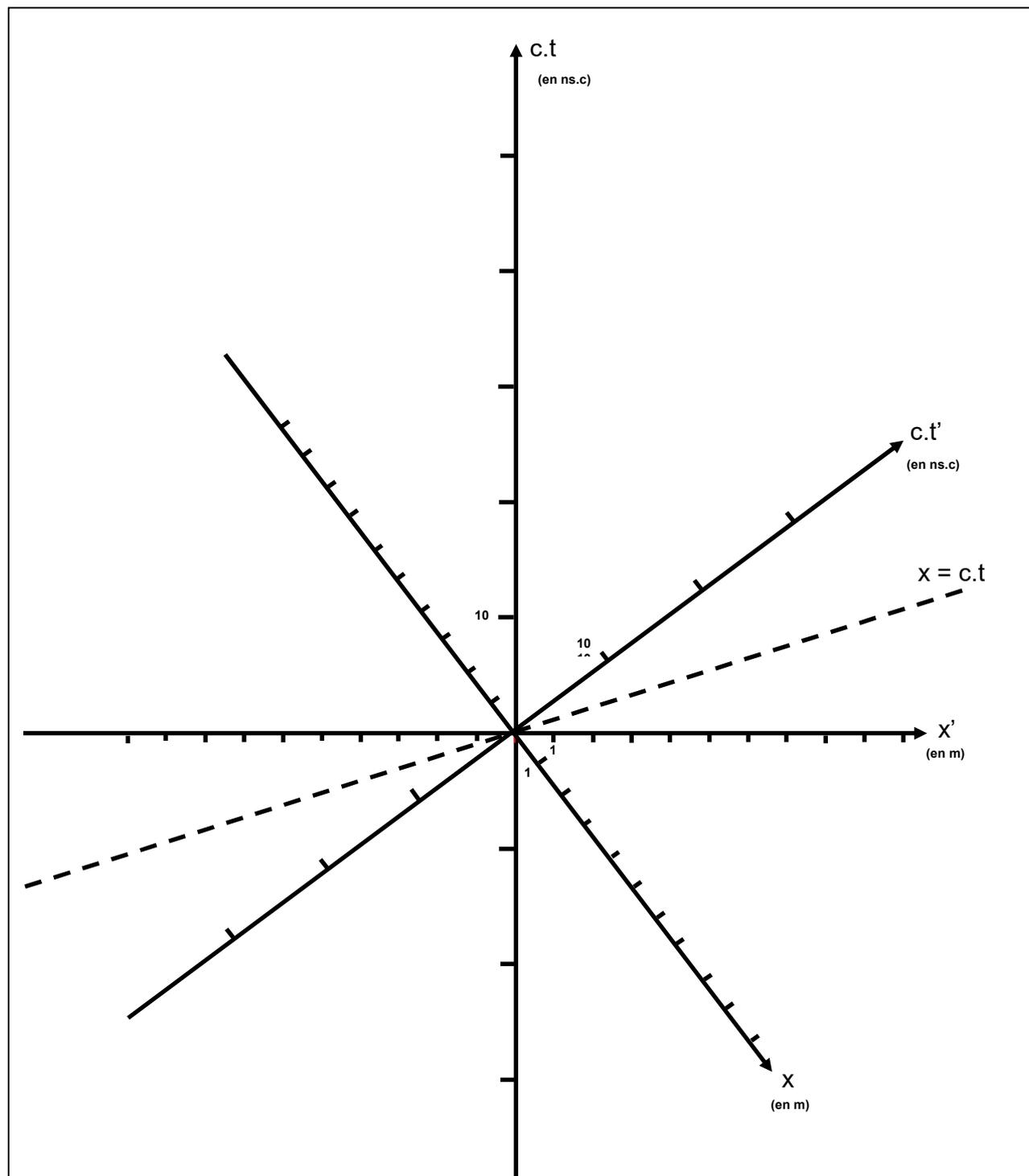


Diagramme de Loedel de la situation

Correction de la seconde activité donnée aux élèves

Correction de l'activité relativité

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh, se déplaçant à une vitesse de $+0,8c$, passe sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel Daniel et Armineh se trouvent à la même abscisse. En se plaçant dans le référentiel de Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

1. Pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif permettant de déclencher le flash S_3 4 ns après le déclenchement du flash S_2 ?

Si S_3 se déclenche après S_2 grâce à un dispositif adéquat utilisant un signal on devrait avoir :

$$V_{\text{signal}} = \frac{d_{E_3 E_2}}{t_3 - t_2} = \frac{6}{4 \cdot 10^{-9}} = 15 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1} > c$$

C'est impossible.

Ou

Dans les diagrammes Minkowski et de Loedel, la pente de la droite $E_2 E_3$ est plus petite que celle de la droite d'équation $x = c.t$, d'où la vitesse v du signal pour passer de l'événement E_2 à l'événement E_3 , dans les référentiels liés à Daniel ou à Armineh, doit vérifier $v > c$. C'est impossible (E_3 se trouve en dehors du cône de lumière lié à l'événement E_2).

2. Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_2 et du flash de S_1 dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?

$t_2 - t_1 = 2,3 \cdot 10^{-8} - 1,0 \cdot 10^{-8} = 1,3 \cdot 10^{-8}$ s. C'est une durée propre dans le référentiel associé à Daniel (deux événements au même endroit et mesurés par une même horloge immobile).

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,7$$

$t'_2 - t'_1 = \gamma \cdot (t_2 - t_1) = 1,7 \times 1,3 \cdot 10^{-8} \text{ s} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh.

Ou

$t'_2 - t'_1 = 2,5 \cdot 10^{-8} - 3,3 \cdot 10^{-9} = 2,2 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh à partir d'une lecture graphique.

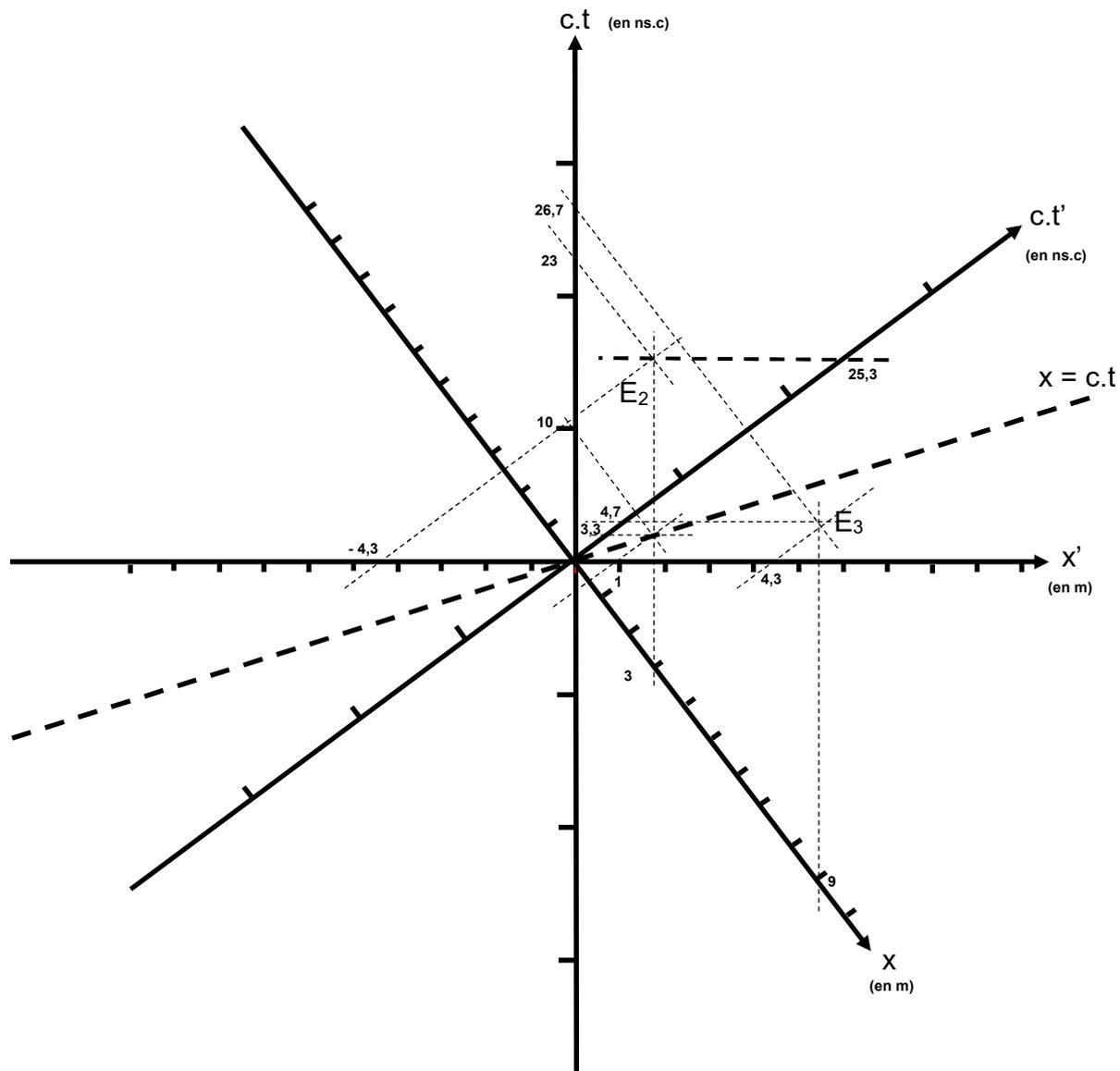
3. Quelle est la durée entre l'émission du flash de S₃ et du flash de S₂ dans le référentiel associé à Daniel ? Dans le référentiel associé à Armineh ?

$t_3 - t_2 = 2,7 \cdot 10^{-8} - 2,3 \cdot 10^{-8} = 0,4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Daniel.

$t'_3 - t'_2 = 4,7 \cdot 10^{-9} - 2,5 \cdot 10^{-8} = -2,0 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ dans le référentiel associé à Armineh par une résolution à partir du diagramme de Loedel.

L'événement E₃ se trouve après E₂ dans le référentiel associé à Daniel.

L'événement E₂ se trouve après E₃ dans le référentiel associé à Armineh.



E_1 : $x_1 = 3$ m, $c.t_1 = 3$ m, $t_1 = 1,0 \cdot 10^{-8}$ s et $x'_1 = 1$ m, $c.t'_1 = 1$ m, $t'_1 = 3,3 \cdot 10^{-9}$ s.

E_2 : $x_2 = 3$ m, $c.t_2 = 6,9$ m, $t_2 = 2,3 \cdot 10^{-8}$ s et $x'_2 = -4,3$ m, $c.t'_2 = 7,6$ m, $t'_2 = 2,5 \cdot 10^{-8}$ s.

E_3 : $x_3 = 9$ m, $c.t_3 = 8$ m, $t_3 = 2,7 \cdot 10^{-8}$ s et $x'_3 = 4,3$ m, $c.t'_3 = 1,4$ m, $t'_3 = 4,7 \cdot 10^{-9}$ s.

Marqueurs de la seconde activité pilote

1. Marqueurs en relation avec les difficultés des élèves

Des marqueurs illustrant les difficultés des élèves sont analysés dans le corpus. Ils ont été inférés après une première lecture du corpus retranscrit. Six marqueurs ont été répertoriés et ont été associés à un code commençant par D :

- Les difficultés en relation avec la technique (codées DT) permettent de visualiser la mauvaise utilisation des outils graphiques (tracé simple, pentes) ou des outils mathématiques :

Nous voyons ci-après la réponse fautive d'un élève suite à la question du professeur sur une construction dans le diagramme de Loedel. La bonne réponse attendue était : « on prend la parallèle à l'axe $c.t$ passant par $x = 3m$ ».

<i>A2 35.30⁽²⁾</i>	<i>QT</i>	<i>Professeur</i>	<i>Bon, comment est-ce que l'on trace toutes les positions qui sont égales à 3 m ?</i>
<i>A2 35.42</i>	<i>DT</i>	<i>Élève</i>	<i>C'est la perpendiculaire à $c.t$.</i>

- Les difficultés langagières (codées DL) illustrent un blocage langagier et sont bien souvent synonymes de propos qui manquent de précision ou de rigueur :

Nous voyons ici un exemple pour lequel l'élève a des difficultés pour expliquer que deux évènements ont la même position.

A4 02.54	QIR2	Professeur	<i>C'est le même que l'autre. Alors est-ce que c'est normal ou pas ?</i>
A4 02.56	DL	Élève	<i>Oui on n'a pas de mètres ! De distance !</i>
A4 02.59	QL	Professeur	<i>Non. Alors on n'a pas de mètres, on n'a pas de distances qu'est-ce que vous voulez dire ?</i>
A4 03.05	DL	Élève	<i>Ben on n'a pas de x quoi, le $x = 0$!</i>
A4 03.13	RIR2	Élève	<i>C'est la même position !</i>

- Les difficultés conceptuelles (codées DC) montrent la difficulté à utiliser de nouveaux concepts :

Ici c'est un exemple de difficulté conceptuelle pour un élève qui n'a pas compris à quoi correspondait un référentiel.

A3 24.13	QSC	Professeur	<i>Alors question 1 pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif permettant de déclencher le flash S_3 4 ns après le déclenchement du flash S_2 ? Alors, qu'est-ce qu'on pourrait répondre à cette question-là ?</i>
A3 24.33	DC	Élève	<i>Monsieur ? Parce qu'ils ne sont pas dans le même référentiel.</i>

- Les difficultés intra registres (codées DIR1) montrent le souci à utiliser par les élèves les outils graphiques. Cela correspond à une utilisation plus élaborée des outils graphiques qui diffère de la difficulté technique (DT). Néanmoins les catégories ne sont pas toujours exclusives entre DIR1 et DT :

L'élève a des difficultés de type intra-registre pour estimer la position de la droite $x = 0,8.c.t$ par rapport à la droite $x = c.t$.

AI 45.16	AT	Professeur	<i>45° Pour la droite $x = c.t$ vous allez avoir 45°.</i>
	QIR1		<i>Et $x = 0,8.c.t$ elle va être comment par rapport à $x = c.t$? Alors elle va être plutôt vers ct ou plutôt vers x ?</i>
AI 45.34	DIR1	Élève	<i>Vers x !</i>

- Les difficultés inter registre (codées DIR2) illustrent la difficulté à passer d'un registre à l'autre :

Cette proposition met en évidence une difficulté de type inter registre car l'élève ne fait pas de lien entre l'équation de la droite et la position d'Armineh.

AI 35.20	AIR2	Professeur	<i>Donc là c'est relatif au référentiel de Daniel. Bon l'utilité de ces diagrammes c'est qu'on va pouvoir lire ce qu'il se passe directement dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh en même temps. Donc là vous avez un axe Ox. Pour Armineh ce sera l'axe Ox'. C'est le même point O, car on a la même origine mais vous allez avoir Ox'. Ox et Ox' ne sont pas forcément confondus. Pour Daniel c'est l'axe $Oc.t$, pour Armineh ce sera l'axe $Oc.t'$. Donc $Oc.t$ et $Oc.t'$ ne sont pas forcément confondus.</i>
	AC		<i>Ils seraient confondus si vous aviez le temps qui s'écoule de la même façon dans n'importe quel référentiel ce qui n'est pas le cas dans le cadre de la relativité restreinte.</i>

	<i>AT</i>		<i>Alors il va falloir construire la droite $x = 0,8.ct$ (écrit au tableau).</i>
	<i>QIR2</i>		<i>Ça correspond à quoi cette droite-là ? x est égal à 0,8 fois ct ...</i>
<i>AI</i> <i>36.30</i>	<i>DIR2</i>	<i>Élève</i>	<i>C'est la vitesse d'Armineh.</i>

2. Marqueurs en relation avec les réussites des élèves

Des marqueurs illustrant les réussites des élèves sont analysés dans le corpus. Six marqueurs ont été répertoriés et ont été associés à un code commençant par R :

- Les réussites en relation avec la technique (codées RT) permettent de visualiser la maîtrise des techniques graphiques de base ou mathématiques :

On voit ici l'élève qui arrive à repérer l'ordonnée comme étant $c.t.$

<i>AI</i> <i>37.32</i>	<i>AT</i>	<i>Professeur</i>	<i>$y = ax + b$. y c'est l'ordonnée, a c'est le coefficient directeur, x c'est l'abscisse et b c'est l'ordonnée à l'origine.</i>
	<i>QT</i>		<i>Est-ce que là c'est écrit de cette façon-là ? Qu'est-ce qu'on a en ordonnée ? En ordonnée on a quoi ?</i>
<i>AI</i> <i>37.54</i>	<i>RT</i>	<i>Élève</i>	<i>Ben $c.t.$</i>

- Les réussites langagières (codées RL) illustrent une utilisation correcte du vocabulaire après avoir eu des difficultés à s'exprimer :

L'élève répond correctement à la question de l'enseignant tout en précisant le vocabulaire utilisé.

<i>A1</i> 49.36	<i>QIR1</i>	<i>Professeur</i>	<i>Oui, c'est $x = 0,8.c.t.$ Alors on va essayer de comprendre. Ici vous avez $x = c.t. x = 0,8.c.t$ on se rapproche de l'axe $Oc.t.$ Si on avait $x = 0,5.c.t$ elle serait comment cette droite ?</i>
<i>A1</i> 49.56	<i>RIR1</i>	<i>Élève</i>	<i>Pareil, encore plus haut.</i>
<i>A1</i> 49.57	<i>QL</i>	<i>Professeur</i>	<i>Alors encore plus haut, cela veut dire qu'on se déplacerait ...</i>
<i>A1</i> 50.00	<i>RL</i>	<i>Élève</i>	<i>Encore plus verticalement !</i>

- Les réussites conceptuelles (codées RC) attestent la compréhension des concepts de relativité restreinte :

L'élève a compris les conditions d'application de la relation vue en cours.

<i>A3</i> 43.59	<i>QC</i>	<i>Professeur</i>	<i>Alors vous allez voir que ça marche, la relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$, ça marche quand ?</i>
<i>A3</i> 44.05	<i>RC</i>	<i>Élève</i>	<i>Quand on a une durée propre !</i>

- Les réussites intra registres (codées RIR1) montrent la bonne utilisation des outils graphiques. Comme tout à l'heure, cela correspond à une utilisation plus élaborée des outils graphiques qui diffère de la réussite technique (RT). Néanmoins les catégories ne sont pas toujours exclusives entre RIR1 et RT :

L'élève arrive à prévoir la position d'une ligne d'univers d'un objet en changeant la vitesse de déplacement.

B1 44.05	QIR1	Professeur	<i>Alors qu'est-ce qu'il se passerait si j'avais $x = 0,5.c.t$? Elle serait comment cette droite ? $x = 0,5.c.t$.</i>
B1 44.14	RIR1	Élève	<i>Elle serait plus rapprochée. Vers l'ordonnée !</i>

- Les réussites inter registre (codées RIR2) illustrent la réussite à passer d'un registre à l'autre.

Ici on voit un élève arrivant à associer le bon axe dans le référentiel d'Armineh avec la position d'Armineh.

B1 45.50	AIR2	Professeur	<i>Par Rapport à Daniel si je décris l'axe Ox je me déplace. Donc là on est par rapport à Armineh. Ça en rouge c'est la position d'Armineh par rapport à Daniel. Maintenant je suis dans le référentiel d'Armineh.</i>
	QIR2		<i>Donc vous me dites c'est ?</i>
B1 46.10	DL	Élève	<i>Dans le référentiel d'Armineh ?</i>
B1 46.12	QIR2	Professeur	<i>Dans le référentiel d'Armineh, je veux savoir à quoi ça correspond ça (montre sur le diagramme au tableau).</i>
B1 46.18	DIR2	Élève	<i>Ah ça ! Abscisse !</i>
B1 46.18	RIR2	Élève	<i>Ben non abscisse, il se déplace, c'est ordonnée !</i>

3. Marqueurs en relation avec le questionnement de l'enseignant

Le corpus comporte des réponses d'élèves mais aussi des questions de la part de l'enseignant. La nature des questions, le niveau de difficulté ainsi que les registres nécessaires d'être mobilisés par les élèves pour répondre aux questions changent en fonction des situations. Six marqueurs ont été répertoriés et ont été associés à un code commençant par Q :

- Questionnement sur des techniques ou sur l'habileté mathématique (codé QT) ;

*Nous voyons ici la question du professeur sur une construction dans le diagramme de Loedel.
La bonne réponse attendue était : « on prend la parallèle à l'axe $c.t$ passant par $x = 3m$ ».*

<i>A2 35.30</i>	<i>QT</i>	<i>Professeur</i>	<i>Bon, comment est-ce que l'on trace toutes les positions qui sont égales à 3 m ?</i>
<i>A2 35.42</i>	<i>DT</i>	<i>Élève</i>	<i>C'est la perpendiculaire à $c.t$.</i>

- Questionnement sur une précision de langage (codé QL) ;

Nous voyons ici un exemple pour lequel l'enseignant demande à l'élève de préciser son propos.

<i>A4 02.54</i>	<i>QIR2</i>	<i>Professeur</i>	<i>C'est le même que l'autre. Alors est-ce que c'est normal ou pas ?</i>
<i>A4 02.56</i>	<i>DL</i>	<i>Élève</i>	<i>Oui on n'a pas de mètres ! De distance !</i>
<i>A4 02.59</i>	<i>QL</i>	<i>Professeur</i>	<i>Non. Alors on n'a pas de mètres, on n'a pas de distances qu'est-ce que vous voulez dire ?</i>
<i>A4 03.05</i>	<i>DL</i>	<i>Élève</i>	<i>Ben on n'a pas de x quoi, le $x = 0$!</i>
<i>A4 03.13</i>	<i>RIR2</i>		<i>C'est la même position !</i>

- Questionnement sur la maîtrise d'un concept (codé QC) :

L'enseignant pose une question sur les conditions d'application de la relation vue en cours.

<i>A3</i> <i>43.59</i>	<i>QC</i>	<i>Professeur</i>	<i>Alors vous allez voir que ça ça marche, la relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$, ça marche quand ?</i>
<i>A3</i> <i>44.05</i>	<i>RC</i>	<i>Élève</i>	<i>Quand on a une durée propre !</i>

- Questionnement sur l'habileté de travail intra registre (codé QIR1). Comme tout à l'heure, cela correspond à un questionnement sur une utilisation plus élaborée des outils graphiques qui diffère du questionnement technique (QT). Néanmoins les catégories ne sont pas toujours exclusives entre QIR1 et QT :

Le professeur interroge les élèves sur la position des lignes d'univers d'objets lorsque la vitesse de déplacement change.

<i>B1</i> <i>44.05</i>	<i>QIR1</i>	<i>Professeur</i>	<i>Alors qu'est-ce qu'il se passerait si j'avais $x = 0,5.c.t$? Elle serait comment cette droite ? $x = 0,5.c.t$.</i>
<i>B1</i> <i>44.14</i>	<i>RIR1</i>	<i>Élève</i>	<i>Elle serait plus rapprochée. Vers l'ordonnée !</i>

- Questionnement sur l'habileté de travail inter registre (codé QIR2).

Le professeur pose une question pour avoir la signification physique d'un axe dans le référentiel d'Armineh.

B1 45.50	AIR2	Professeur	<i>Par Rapport à Daniel si je décris l'axe Ox je me déplace. Donc là, on est par rapport à Armineh. Ça en rouge c'est la position d'Armineh par rapport à Daniel. Maintenant je suis dans le référentiel d'Armineh.</i>
	QIR2		<i>Donc vous me dites c'est ?</i>
B1 46.10	DL	Élève	<i>Dans le référentiel d'Armineh ?</i>
B1 46.12	QIR2	Professeur	<i>Dans le référentiel d'Armineh, je veux savoir à quoi ça correspond ça (montre sur le diagramme au tableau).</i>
B1 46.18	DIR2	Élève	<i>Ah ça ! Abscisse !</i>
	RIR2		<i>Ben non abscisse, il se déplace, c'est l'ordonnée !</i>

4. Marqueurs en relation avec un apport de connaissance de l'enseignant

La pratique enseignante conduit à un apport de connaissances en même temps qu'à un questionnement. Les apports de connaissances étant de nature variée, ils ont aussi été codés par un code commençant par A :

- Apport de connaissance visant à lutter contre le sens commun (codé ASC) :

Le professeur donne des explications aux élèves afin qu'ils puissent comprendre qu'il est possible d'observer une inversion de l'ordre chronologique d'événements en changeant de référentiel.

A2 13.50	ASC AC	Professeur	<i>Donc vous voyez il y a deux référentiels différents. Il y a le référentiel de Daniel et le référentiel d'Armineh. Trois événements, des choses très simples. Vous avez trois flashes lumineux avec une certaine distance et un certain temps au bout duquel les flashes sont déclenchés. Vous voyez que dans le référentiel de Daniel ou dans le référentiel d'Armineh, les positions des flashes sont complètement différentes et les instants des flashes, les moments où les flashes sont déclenchés sont complètement différents et normalement vous devriez vous apercevoir de quelque chose de curieux. La valeur numérique ne m'intéresse pas, je veux juste l'ordre. Donc dans le référentiel de Daniel vous avez d'abord le flash S_1, le flash S_2 puis le flash S_3.</i>
A2 13.50	QIR2	Professeur	<i>Essayez de me donner la chronologie pour les flashes dans le référentiel d'Armineh.</i>
A2 14.37	RIR2	Élève	<i>$S_1, S_3, S_2 !$</i>
A2 14.38	QIR2	Professeur	<i>S_1, S_3, S_2. Est-ce que tout le monde est d'accord ?</i>
A2 14.40	DIR2	Élève	<i>Non !</i>

- Apport de connaissance visant à favoriser la technique ou la pratique mathématique (codé AT) :

Le professeur apporte à ses élèves des informations mathématiques de base.

<i>AI</i> 37.32	<i>AT</i>	<i>Professeur</i>	<i>$y = ax + b$. y c'est l'ordonnée, a c'est le coefficient directeur, x c'est l'abscisse et b c'est l'ordonnée à l'origine.</i>
<i>AI</i> 37.32	<i>QT</i>	<i>Professeur</i>	<i>Est-ce que là c'est écrit de cette façon-là ? Qu'est-ce qu'on a en ordonnée ? En ordonnée on a quoi ?</i>
<i>AI</i> 37.54	<i>RT</i>	<i>Élève</i>	<i>Ben c.t.</i>

- Apport de connaissance visant à préciser le langage (codé AL) :

Le professeur apporte une précision sur la définition de la naissance dans l'optique de parler ensuite de l'ordre chronologique relatif.

<i>A3</i> 32.57	<i>AC</i>	<i>Professeur</i>	<i>Donc voyez il peut y avoir des événements qui sont complètement indépendants les uns des autres. Alors deux événements qui peuvent être dépendants, euh ça peut être par exemple, la naissance d'un individu et la mort d'un individu. Ce sont deux événements qui dépendent l'un de l'autre et on ne peut pas avoir inversion. C'est-à-dire que l'on ne peut pas mourir avant de naître.</i>
<i>A3</i> 33.26	<i>RL</i>	<i>Élève</i>	<i>Si les bébés qui meurent dans le ventre de leur mère !</i>
<i>A3</i> 33.27	<i>AL</i>	<i>Professeur</i>	<i>Oui, alors la définition de naissance, c'est-à-dire que vous sortez du ventre de votre mère.</i>
<i>A3</i> 33.34	<i>RL</i>	<i>Élève</i>	<i>Ben c'est la création ...</i>

- Apport de connaissance visant à préciser un propos sur un concept (codé AC) :

Le professeur apporte une information sur la façon dont s'écoule le temps d'un référentiel à l'autre pour deux événements donnés, dans le cadre de la relativité restreinte.

<p><i>AI</i> <i>35.20</i></p>	<p><i>AIR2</i></p>	<p><i>Professeur</i></p>	<p><i>Donc là c'est relatif au référentiel de Daniel. Bon l'utilité de ces diagrammes c'est qu'on va pouvoir lire ce qu'il se passe directement dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh en même temps. Donc là vous avez un axe Ox. Pour Armineh ce sera l'axe Ox'. C'est le même point O, car on a la même origine, mais vous allez avoir Ox'. Ox et Ox' ne sont pas forcément confondus. Pour Daniel c'est l'axe Oc.t, pour Armineh ce sera l'axe Oc.t'. Donc Oc.t et Oc.t' ne sont pas forcément confondus.</i></p>
<p><i>AI</i> <i>35.20</i></p>	<p><i>AC</i></p>	<p><i>Professeur</i></p>	<p><i>Ils seraient confondus si vous aviez le temps qui s'écoule de la même façon dans n'importe quel référentiel ce qui n'est pas le cas dans le cadre de la relativité restreinte.</i></p>

- Apport de connaissance favorisant un travail intra registre (codé AIR1). Cela correspond à un apport plus élaboré sur les outils graphiques qui diffère de l'apport technique (AT). Néanmoins les catégories ne sont pas toujours exclusives entre AIR1 et AT :

Le professeur donne des indications sur les différents axes dans les diagrammes de Minkowski et de Loedel.

B2 14.54	AIR1	Professeur	<i>Alors dans Minkowski et dans Loedel vous allez retrouver Ox, vous allez retrouver Oc.t. Donc ça c'est le référentiel de Daniel. Donc il est dans Minkowski, il est dans Loedel. C'est le même principe. Vous allez retrouver la même chose pour Armineh Ox' et Oc.t'. Oui.</i>
B2 15.09	RIR1	Élève	<i>Et aucun des repères n'est orthonormé.</i>
B2 15.13	AIR1	Professeur	<i>Aucun des repères n'est orthonormé, oui. Dans Minkowski, c'est vrai que c'est bien pour commencer Minkowski parce qu'on commence avec un axe Ox et Oc.t. On a quelque chose qui est orthonormé. Pour Ox' et Oc.t' ce n'est pas orthonormé, ce n'est pas obligé, mais on peut commencer comme cela. Tandis qu'avec Loedel non.</i>

- Apport de connaissance favorisant un travail inter-registre (codé AIR2) :

Le professeur explique le passage entre la relation mathématique $x = 0,8.c.t$ et la situation concrète.

A1 36.32	AIR2	Professeur	<i>Oui donc 0,8 fois c ça correspond à la vitesse d'Armineh. t c'est le temps donc x ça correspond à l'axe des abscisses par rapport au référentiel de Daniel et t ça correspond au temps par rapport au référentiel de Daniel. Donc vous avez un objet qui se déplace à une vitesse de 0,8 fois c donc si on veut connaître la position d'Armineh en n'importe quel instant dans le référentiel de Daniel on va avoir $x = 0,8.c.t$.</i>
A1 36.32	QT	Professeur	<i>Donc il faut construire cette droite. Comment est-ce que l'on peut construire cette droite ?</i>

5. Marqueurs en relation avec le changement de stratégie de l'enseignant

Des changements de stratégie éventuels entre les deux groupes sont aussi codifiables à l'aide d'un code commençant par CS :

- Changement de stratégie suite à l'apparition de difficultés à utiliser les outils graphiques (codé CST) :

Le changement de stratégie adopté ici, consiste à placer d'autorité dès le début la droite $x = c.t$ et à faire trouver aux élèves que l'événement E_1 se trouve sur cette droite afin de rendre plus explicite le repère orthonormé du référentiel de Daniel dans le diagramme de Minkowski.

<i>BI 29.48</i>	<i>AT CST</i>		<i>Professeur</i>	<i>Vous allez placer aussi une droite supplémentaire. C'est $x = ct$. Ça correspond à la bissectrice (trace sur le tableau).</i>
<i>BI 29.48</i>	<i>QT</i>		<i>Professeur</i>	<i>Là vous avez quel angle ici ?</i>

- Changement de stratégie suite à l'apparition de difficultés à passer d'un registre à l'autre (codé CSIR2) :

Ici, il y a un changement de stratégie. On annonce les résultats et c'est aux élèves de le vérifier en faisant les projections nécessaires.

B2 02.40	CSIR2 AIR2	Professeur	<i>Ce qui m'intéressera après c'est l'ordre chronologique des événements. Pour Daniel c'est E_1, après E_2, après E_3. Regardez ce qu'il se passe pour Armineh. Pour Armineh vous allez vous apercevoir que l'ordre chronologique est différent. Vous avez l'évènement E_1, après vous avez l'évènement E_3 après vous avez l'évènement E_2. Donc il y'a inversion de l'ordre des événements.</i>
-------------	---------------	------------	---

Analyse et verbatim de la seconde activité pilote

Travail sur la droite $x = 0,8.c.t$ et sur le coefficient directeur

Dans l'extrait ci-après, tiré du verbatim de la séquence du premier groupe, nous allons voir comment le tracé de la droite $x = 0,8.c.t$ est mené.

A1 35.20	AIR2	Professeur	Donc là c'est relatif au référentiel de Daniel. Bon l'utilité de ces diagrammes c'est qu'on va pouvoir lire ce qu'il se passe directement dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh en même temps. Donc là vous avez un axe Ox. Pour Armineh ce sera l'axe Ox'. C'est le même point O, car on a la même origine, mais vous allez avoir Ox'. Ox et Ox' ne sont pas forcément confondus. Pour Daniel c'est l'axe Oc.t, pour Armineh ce sera l'axe Oc.t'. Donc Oc.t et Oc.t' ne sont pas forcément confondus.
	AC		Ils seraient confondus si vous aviez le temps qui s'écoule de la même façon dans n'importe quel référentiel ce qui n'est pas le cas dans le cadre de la relativité restreinte.
	AT		Alors il va falloir construire la droite $x = 0,8.ct$ (écrit au tableau).
	QIR2		Ça correspond à quoi cette droite-là ? x est égal à 0,8 fois c.t ...

L'enseignant commence par apporter au début des connaissances de type inter registre en faisant le lien entre le registre diagrammatique et la situation réelle. Un apport conceptuel est ensuite donné en faisant le lien entre le fait que les deux axes $Oc.t$ et $Oc.t'$ soient non confondus et le fait que le temps ne soit pas absolu, d'autant plus que les deux référentiels choisis se déplacent l'un par rapport à l'autre à une vitesse non négligeable par rapport à la vitesse de la lumière. L'enseignant donne la consigne technique de tracer la droite $x = 0,8.c.t$ puis pose une question assez inhabituelle pour les élèves, car en demandant quelle est la signification physique de cette droite ils ne sont plus dans une simple réplique de ce qui a été vu en cours. C'est une question de type inter registre car il faut faire le lien entre une droite dans le registre diagrammatique et la position d'Armineh dans la situation énoncée.

A1 36.30	DIR2	Élève	C'est la vitesse d'Armineh.
-------------	------	-------	-----------------------------

Les élèves sont mis dans une situation inédite de type inter registre car l'élève ne fait pas de lien entre l'équation de la droite et la position d'Armineh et cela s'avère difficile pour eux.

A1 36.32	AIR2	Professeur	Oui donc $0,8$ fois c ça correspond à la vitesse d'Armineh. t c'est le temps donc x ça correspond à l'axe des abscisses par rapport au référentiel de Daniel et t ça correspond au temps par rapport au référentiel de Daniel. Donc vous avez un objet qui se déplace à une vitesse de $0,8$ fois c donc si on veut connaître la position d'Armineh en n'importe quel instant dans le référentiel de Daniel on va avoir $x = 0,8.c.t$.
	QT		Donc il faut construire cette droite. Comment est-ce que l'on peut construire cette droite ?

L'enseignant circule entre deux registres en donnant la signification de la droite $x = 0,8.c.t$. La question qui est posée n'est plus associée qu'au niveau technique.

A1 37.15	DT	Élève	On met tout à 0 et puis on prend 0,8.
-------------	----	-------	---------------------------------------

La réponse de l'élève met en évidence une difficulté de type technique pour tracer la droite car la proposition n'est pas correcte.

A1 37.18	QT	Professeur	On met tout à 0 et on prend 0,8 ... En mathématiques lorsque vous avez une droite, c'est représenté comment ? y c'est l'axe des ordonnées et puis x c'est l'axe des abscisses. Une droite c'est du type ...
-------------	----	------------	---

L'enseignant pose une question de type technique devant la difficulté des élèves pour tracer la droite.

A1 37.31	RT	Élève	$ax + b$!
-------------	----	-------	------------

C'est une bonne réponse d'un élève traduisant une restitution de connaissances mathématiques indépendamment du contexte de l'activité.

A1 37.32	AT	Professeur	$y = ax + b$. y c'est l'ordonnée, a c'est le coefficient directeur, x c'est l'abscisse et b c'est l'ordonnée à l'origine.
	QT		Est-ce que là c'est écrit de cette façon-là ? Qu'est-ce qu'on a en ordonnée ? En ordonnée on a quoi ?

L'enseignant apporte des informations techniques afin de faire rendre compte aux élèves que 0,8 ne correspond pas au coefficient directeur de la droite. La question technique de l'enseignant met l'accent sur l'ordonnée.

A1 37.54	RT	Élève	Ben c.t.
-------------	----	-------	----------

C'est une réussite de type technique d'un élève.

A1 37.55	AT	Professeur	C'est ct. c.t c'est l'ordonnée (entoure au tableau c.t en ordonnée et c.t dans la relation $x = 0,8.c.t$) et puis x c'est l'abscisse (entoure d'une autre couleur x en abscisse et dans la relation $x = 0,8.c.t$).
	QIR1		Donc cela veut dire, est-ce que 0,8 c'est le coefficient directeur de la droite que l'on va représenter ?

L'enseignant apporte des informations techniques sur l'ordonnée et l'abscisse et questionne sur la valeur du coefficient directeur de la droite. Il veut faire trouver aux élèves que le véritable coefficient directeur est l'inverse de 0,8. La difficulté de la question est un peu plus élevée qu'une simple question technique, tout en restant dans le même registre algébrique, c'est pour cela qu'elle est rangée dans la catégorie intra registre.

A1 38.25	DIR1	Élève	Non. C'est l'ordonnée à l'origine ? La vitesse.
-------------	------	-------	---

Cette réponse illustre des difficultés importantes des élèves à utiliser leurs connaissances mathématiques dans le cadre de l'activité.

A1 38.28	QIR1	Professeur	La vitesse, oui. Alors $0,8.c$ cela va être la vitesse, mais alors si je veux représenter parce que ça va être une droite dans ce diagramme. Si je veux représenter cette droite est-ce que $0,8$ cela va correspondre au coefficient directeur de la droite ? Alors comment est-ce qu'il faudrait que j'écrive cela ? Lorsque vous avez une droite c'est du type $y = ax + b$.
-------------	------	------------	--

L'enseignant revient sur la notion de coefficient directeur en donnant la formule générique d'une équation de droite. On reste dans le même registre algébrique.

A1 39.03	RIR1	Élève	$x / 0,8 = c.t.$
-------------	------	-------	------------------

C'est une bonne réponse d'un élève dans la catégorie intra registre plutôt que technique car le niveau de difficulté est un peu plus élevé.

A1 39.05	AT	Professeur	Oui c'est ça. On peut dire que $c.t = x / 0,8$. $c.t$ ça correspond à l'ordonnée, x ça correspond à l'abscisse. Donc ça va être sous cette forme-là.
-------------	----	------------	---

C'est un apport de connaissances techniques de l'enseignant qui reprend la bonne réponse de l'élève.

A1 39.23	RT	Élève	Ben on prend des valeurs !
A1 39.25	AT	Professeur	Oui on va prendre des valeurs, mais vous avez vu que là finalement vous avez une relation de proportionnalité entre $c.t$ et x donc vous allez juste avoir l'idée de prendre. Donc $0,8$ c'est $8/10$.

L'enseignant décide d'utiliser une autre stratégie et de travailler plutôt sur les pentes.

A1 39.42	RT	Élève	Cela fait $10.x / 8 !$
-------------	----	-------	------------------------

Un élève exprime le coefficient directeur sous une forme plus pratique par la suite.

A1 39.42	AT	Professeur	Oui c'est ça (écrit au tableau). Donc finalement on peut dire que $c.t = 10.x / 8$. $10 / 8$ cela correspond à la pente. Alors effectivement on peut prendre des points.
	QT		On a un premier point pour cette droite, le plus simple. C'est lequel ?

L'enseignant reprend des informations techniques sur la pente et l'expression de la droite écrite sous une forme plus pratique puis pose une question simple sur un point de cette droite.

A1 40.07	RT	Élève	0 ?
-------------	----	-------	-----

C'est une bonne réponse technique d'un élève.

A1 40.08	AT	Professeur	C'est 0, l'origine. Ensuite $10 / 8$. Lorsque vous avez 10 verticalement vous allez avoir 8 horizontalement. C'est comme cela qu'il faut lire cela. Donc si on prend 10 verticalement (montre sur les axes) on aura 8 horizontalement. Inversement si on a 5 verticalement on aura 4 horizontalement. Ce que vous allez faire vous allez placer un point donc vous allez prendre 5 verticalement.
-------------	----	------------	--

L'enseignant guide les élèves sur le choix du second point à prendre en utilisant la notion de pente sous forme d'un déplacement vertical et d'un déplacement horizontal depuis l'origine.

A1 40.45	DIR1	Élève	cm ou 5 ns ?
-------------	------	-------	--------------

L'élève a un problème de catégorie intra registre, car il n'a pas compris comment utiliser l'échelle ainsi que la notion de pente amenée par l'enseignant.

A1 40.46		Professeur	Alors, essayez de faire déjà comme cela. Faites à votre idée et on va voir ensuite si c'est bon.
-------------	--	------------	--

Il y a une incompréhension ici de l'enseignant sur la difficulté des élèves.

A1 41.03	AT	Professeur	Donc vous prenez 10 verticalement et 8 horizontalement ou 5 verticalement et 4 horizontalement. Cela revient à la même chose. Il y a juste un rapport de deux.
-------------	----	------------	--

L'enseignant continue d'apporter des connaissances techniques.

A1 42.00	QT	Professeur	Alors là actuellement vous faites quoi ? Vous prenez 5 cm et 4 cm. C'est ça que vous êtes en train de faire ?
-------------	----	------------	---

L'enseignant est toujours sur le niveau technique, pas ses élèves. Il n'a pas saisi la confusion entre cm et ns pour la majorité des élèves.

A1 42.07	DIR1	Élève	Non les ns et ...
-------------	------	-------	-------------------

Les élèves sont en difficultés sur un autre registre que l'enseignant. Il y a une incompréhension.

A1 42.14	QT	<i>Professeur</i>	Donc vous prenez 10 cm et 8 cm ?
-------------	----	-------------------	----------------------------------

L'enseignant est toujours sur le niveau technique.

A1 42.17	DIR1	<i>Élève</i>	Non 10 ns et 8m.
A1 42.30			10 ns et 8 m monsieur ??

Les élèves sont en difficulté sur un niveau intra registre.

Dans l'extrait ci-après, toujours tiré du verbatim de la séquence du premier groupe, nous allons voir la suite du tracé de la droite $x = 0,8.c.t$.

A1 42.43	AT	<i>Professeur</i>	Alors vous allez faire aussi une autre droite. Il va falloir tracer la droite $x = ct$. Ça peut paraître un peu bizarre, mais lorsque vous avez 5 cm pour 3 m (place sur le graphe) et là vous avez 5 cm pour 10 ns fois c. 10 ns fois c. Je vais remplacer c par sa valeur. 10 ns c'est $10 \cdot 10^{-9}$ et c c'est $3 \cdot 10^8$.
-------------	----	-------------------	--

L'enseignant part sur le tracé de la droite $x = c.t$ et sur la valeur numérique de c fois t.

A1 43.38	RT	<i>Élève</i>	Cela fait 3,0 !
-------------	----	--------------	-----------------

C'est une bonne réponse d'un élève au niveau technique.

A1 43.40	AIR1	Professeur	Cela fait 3 m. Donc vous voyez horizontalement on a 5 cm pour 3 m. verticalement on a aussi 5 cm pour 3 m. Donc ça c'est un repère qui est orthonormé. Donc cela peut paraître bizarre ces 10ns.c mais si vous avez 5 cm pour 3 m vous avez aussi 5 cm pour 3 m parce que quand vous avez c.t c'est analogue à une distance. Donc c'est pour cela que vous demandiez tout à l'heure comment va-t-on faire pour 10 et 8. Comme vous avez quelque chose qui est orthonormé, grosso modo vous avez la même échelle horizontalement et verticalement.
	AT		Donc qu'est-ce que vous pouvez faire ? Vous pouvez prendre 10 carreaux verticalement et 8 carreaux horizontalement et trouver votre point ou alors vous pouvez prendre 10 cm verticalement et 8 cm horizontalement ou alors 5 cm verticalement et 4 cm horizontalement. C'est bon ? Donc vous placez votre point et vous allez tracer cette droite.

L'enseignant apporte des informations techniques sur le repère orthonormé du référentiel de Daniel dans le diagramme de Minkowski. Il utilise ensuite ces informations pour reparler de la pente de la ligne d'univers d'Armineh.

A1 44.55		Élève	Vous pouvez venir voir si vous plait ?
A1 45.00	AT	Professeur	Donc vous allez tracer la droite $x = 0,8.c.t$ et puis vous allez aussi tracer la droite $x = c.t$.
	QT		Donc la droite $x = c.t$ elle est comment celle-là ? (Trace au même moment au tableau). Donc là c'est $x = c.t$. Quel est l'angle ici pour $x = c.t$?

L'enseignant reste sur le niveau technique et pose une question sur le même niveau.

A1 45.15	RT	Élève	45 !
-------------	----	-------	------

C'est une réponse d'un élève après observation d'un diagramme au tableau.

A1 45.16	AT	Professeur	45° Pour la droite $x = c.t$ vous allez avoir 45°.
	QIR1		Et $x = 0,8.c.t$ elle va être comment par rapport à $x = c.t$? Alors elle va être plutôt vers $c.t$ ou plutôt vers x ?

Une partie de l'intervention de l'enseignant reste sur un niveau technique, l'autre est un peu plus élaborée puisqu'elle interroge les élèves sur la position de la droite $x = 0,8.c.t$ par rapport à la droite $x = c.t$.

A1 45.34	DIR1	Élève	Vers x !
-------------	------	-------	------------

L'élève ayant répondu a des difficultés pour utiliser la notion de pente vu précédemment.

A1 45.39	AIR1	Professeur	Vers x ? Vous avez 10 et 8. Je compte 10. Je compte 8. Donc est-ce que je vais être au-dessus de la droite $x = c.t$ ou en dessous ? Je monte plus que je me déplace horizontalement. Donc on va être au-dessus. Donc là vous allez avoir $x = 0,8.c.t$ (tracé au tableau). Donc normalement vous devez avoir quelque chose comme cela.
-------------	------	------------	---

L'enseignant relie la notion de pente au tracé de la droite. On est à un niveau plus complexe que celui technique, car la tâche à réaliser par les élèves consiste à utiliser les outils graphiques pour prévoir une nouvelle construction.

A1 46.32	AT	Professeur	(Avec un élève) non parce que quand je vous ai dit comme c'est un repère orthonormé vous avez 10 et 8 là vous pouvez quasiment compter en carreaux si vous prenez 10 carreaux verticalement.
-------------	----	------------	--

L'enseignant relie la notion de pente à un éventuel simple comptage de carreaux.

A1 46.41	RT	Élève	Cela fait 5 cm
-------------	----	-------	----------------

C'est une bonne réponse d'un niveau technique plutôt élémentaire.

A1 46.42	AT	Professeur	Correct, mais vous pouvez raisonner en carreaux. Si vous avez 10 carreaux verticalement vous avez 8 carreaux horizontalement. Vous placez votre point et vous tracez votre droite.
A1 46.54			Donc vous devez avoir actuellement vous avez deux droites. Vous avez la droite $x = c.t$ donc ça correspond à la bissectrice donc là vous avez 45° et 45° et puis vous avez $x = 0,8.c.t$ donc le plus simple vous comptez 10 carreaux verticalement 8 carreaux horizontalement cela vous donne un point et puis vous avez cette droite-là. Donc vous êtes au-dessus de la droite $x = c.t$.

Ce sont des interventions d'ordres mathématiques de l'enseignant.

A1 48.00	QT	Professeur	$x = c.t$ passe par quel évènement ?
-------------	----	------------	--------------------------------------

C'est une question technique de l'enseignant pour s'assurer que l'évènement E_1 est bien positionné.

A1 48.01	RT	Élève	E_1 !
-------------	----	-------	---------

Cela constitue une réponse d'ordre technique d'un élève.

A1 48.02	AT	Professeur	E_1 . E_1 regardez-vous avez 3 et 10 ns. Quand vous avez 10 ns ça correspond à 3 m. Donc normalement vous devez vérifier que $x = c.t$ passe par l'évènement E_1 . Et donc finalement vous voyez ici c'est juste compter des carreaux.
A1 48.42	AIR1		Donc vous devez avoir la droite $x = c.t$. Elle passe par l'évènement E_1 donc vous avez un angle de 45° . Puis $x = 0,8.c.t$ c'est au-dessus de la droite $x = c.t$.

L'enseignant apporte des informations techniques puis un peu plus développées lorsqu'il compare la position relative des droites $x = c.t$ et $x = 0,8.c.t$.

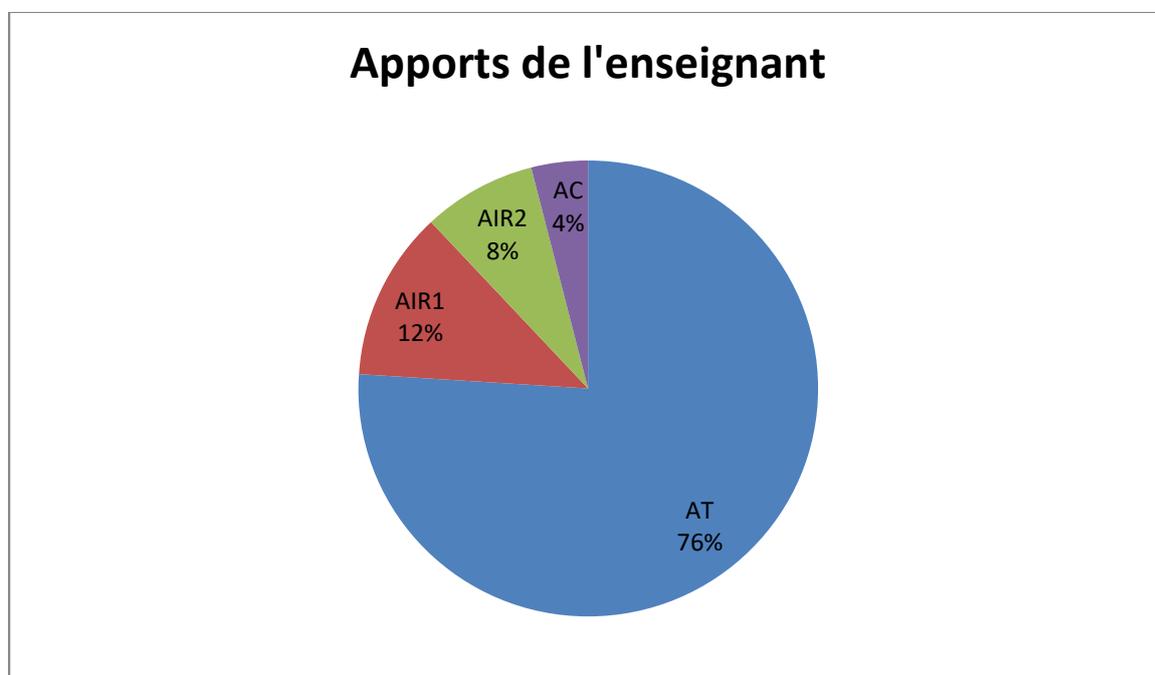
A1 48.56	DT	Élève	Et on prend combien ?
	RT		On prend 10 et on prend 8 !

Ces interventions d'élèves montrent qu'à ce stade tout n'est pas encore bien compris.

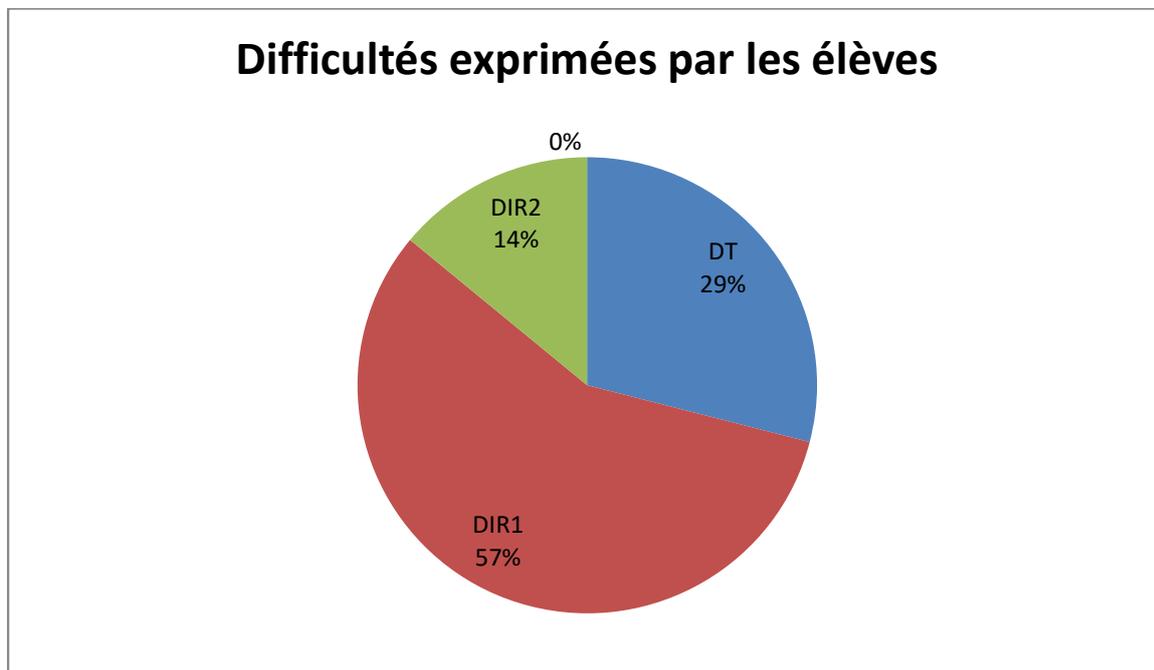
A1 48.57	AT	Professeur	C'est ça vous prenez 10 carreaux verticalement 8 carreaux horizontalement ou alors vous pouvez prendre 5 carreaux verticalement et 4 carreaux horizontalement. Ça revient au même.
A1 49.17			C'est bon tout le monde a tracé ces deux droites ?
A1 49.27			Vous pouvez aussi compter les petits carreaux. Avec les petits carreaux, ça marche bien. Vous comptez 10 petits carreaux verticalement et 8 petits carreaux horizontalement.
A1 49.35	RT	Élève	C'est $x = 0,8.c.t$!

Ces interventions terminent la construction de la droite $x = 0,8.c.t$.

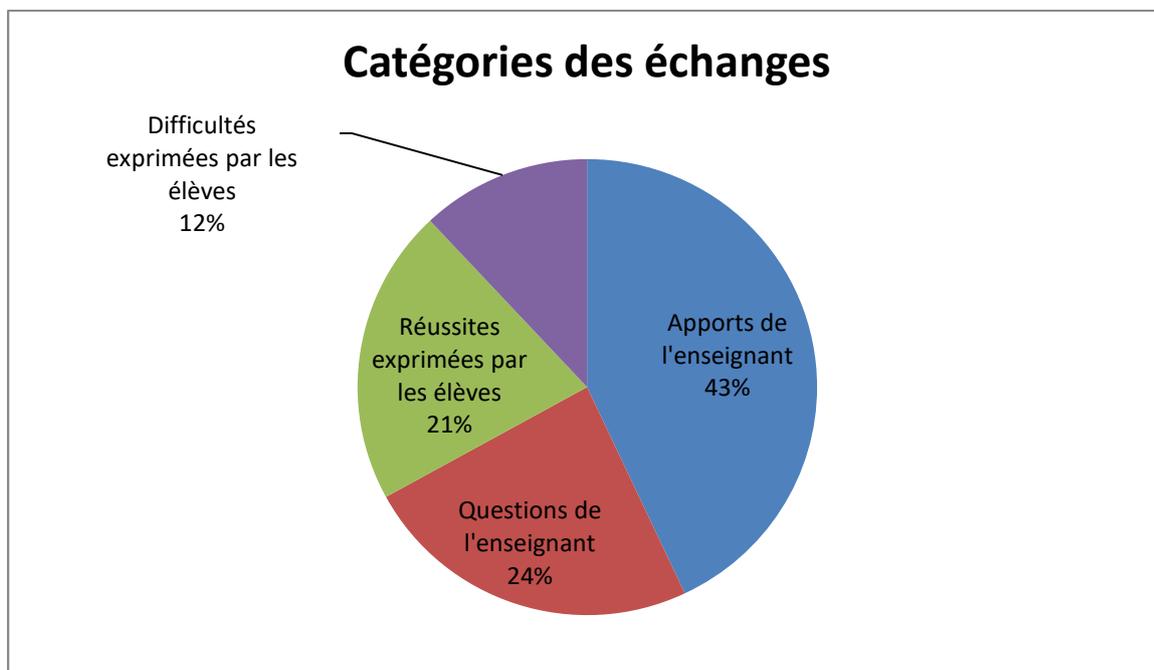
Les apports de l'enseignant sont essentiellement d'ordre technique.



Alors que les difficultés des élèves sont majoritairement de type intra registre.



Les échanges sont essentiellement dus à l'enseignant (apports et questionnement).



L'extrait ci-après est tiré du verbatim de la séquence du second groupe.

B1 27.15	AIR2	<i>Professeur</i>	On va commencer à représenter ce qu'il se passe pour Daniel donc on va faire un diagramme spatiotemporel. Donc, vous allez prendre un axe Ox (trace Ox horizontalement au tableau) et puis vous allez prendre un axe c.t (trace verticalement au tableau). c représente la vitesse de la lumière. Au lieu de représenter uniquement en ordonnée le temps, ce sera la vitesse de la lumière fois le temps.
B1 27.56			Alors pour cela vous allez utiliser la feuille à petits carreaux que je vous ai donnée. Alors, on ne va peut-être pas faire la même erreur que les autres, vous allez vous arranger pour que l'origine de votre repère vous allez plutôt la faire par-là (montre en bas à droite de la feuille). Donc là vous allez avoir Ox et là Oc.t.
B1 28.32	AT		Je vais vous donner une échelle pour Ox. Vous prenez 5 cm pour 3 m. Cela veut dire que les deux premiers événements E_1 , E_2 se trouvent à 5 cm de l'origine et E_3 ce sera à 15 cm. Et alors en ordonnée c'est 5 cm pour 10 ns.c (écrit au tableau). Alors le multiplié par c, vous verrez un peu plus tard, mais là vous avez 5 cm pour 10 ns. Si vous avez 20 ns cela correspond à 10 cm. Si vous avez 30 ns cela correspond à 15 cm. Comme vous avez les repères Ox et Oc.t qui sont perpendiculaires, là on est dans le référentiel de Daniel et donc vous allez placer E_1 , E_2 et E_3 .
B1 29.48	AT CST		Vous allez placer aussi une droite supplémentaire. C'est $x = c.t$. Ça correspond à la bissectrice (trace sur le tableau).
	QT		Là vous avez quel angle ici ?

Le changement de stratégie adopté ici, consiste à placer d'autorité dès le début la droite $x = c.t$ et à faire trouver aux élèves que l'événement E_1 se trouve sur cette droite par un placement du point selon ses coordonnées (x, t) . Cela permet de rendre plus explicite le repère orthonormé du référentiel de Daniel dans le diagramme de Minkowski.

B1 30.15	RT	<i>Élève</i>	La moitié
B1 30.17	AT	<i>Professeur</i>	C'est la moitié donc c'est 45° . Donc $x=ct$ ça correspond à 45° . D'accord ? Donc il faut placer l'événement E_1, E_2, E_3 et $x = ct$.
B1 30.40	RIR2	<i>Élève</i>	x on peut dire qu'il est en mètres ?
B1 30.43	QIR2	<i>Professeur</i>	x est en mètres oui. Et $c.t$?
B1 30.50	RIR2	<i>Élève</i>	Oui, ct c'est aussi en mètres. Puisque c c'est en m/s, t c'est en s. m/s fois des s ça fait aussi des m.

L'enseignant établit la conversion entre l'axe des ordonnées $Oc.t$ et l'unité de $c.t$ qui est homogène à une distance. Cela correspond à un pont entre le registre diagrammatique et le registre algébrique.

B1 31.30	DT	<i>Élève</i>	C'est quoi $x = ct$? Ah oui c'est un ...
B1 31.31	AT CST	<i>Professeur</i>	C'est la bissectrice. Lorsque vous avez une représentation y en fonction de x ce serait par exemple en mathématiques la droite $y = x$.
B1 31.58	QIR1		Donc vous voyez un événement lorsqu'on utilise des diagrammes d'espace-temps, ben la représentation graphique d'un événement c'est quoi ?
B1 32.08	RIR1	<i>Élève</i>	Sa position
B1 32.09	AC	<i>Professeur</i>	Sa position donc c'est un point. Un événement ça correspond à un point dans le diagramme espace-temps.
	QT		Alors il y a quelque chose de particulier. E_1 il est comment ? Il a une position particulière E_1 .

B1 32.29	RT	<i>Élève</i>	Il est sur la bissectrice.
-------------	----	--------------	----------------------------

Ici l'enseignant définit explicitement l'événement comme un point dans le diagramme d'espace-temps.

B1 32.32	AT		Il est sur la droite $x = c.t$. Alors ce n'est pas innocent. Je vais vous expliquer pourquoi après.
B1 33.07	AIR2		Donc là on est en train de voir ce qu'il se passe pour Daniel. Est-ce que tout le monde a placé les trois événements ?
B1 34.18	QT	<i>Professeur</i>	Alors si vous avez déjà fait tout ça, essayez de voir à quoi correspond 10ns.c. En prenant $c = 3.10^8$. Pour ceux qui ont déjà placé les trois événements, que fait 10ns.c ?
B1 34.41			Alors 10 ns. Nano c'est 10 - ?
B1 34.41	RT	<i>Élève</i>	9
B1 34.42	AT	<i>Professeur</i>	C'est 3.10^{-9} . C'est 3 fois 10^{-9} et c. Euh, attendez je recommence. C'est 10.10^{-9} et c c'est 3.10^8 (marque au tableau).
B1 35.07	RT	<i>Élève</i>	3
B1 35.08	QT	<i>Professeur</i>	Ça fait 3. 3 quoi ?
B1 35.10	RT	<i>Élève</i>	Mètres
B1 35.11	AIR1	<i>Professeur</i>	3 mètres. Donc vous voyez que l'événement E_1 , ça correspond à $x = 3$ m et 10 ns comme vous avez verticalement l'axe ct, 10 ns ça correspond aussi à 3 m. Donc on comprend comme ça c'est la droite $x = ct$ et vous avez E_1 qui soit sur cette droite-là. Donc là

			vous avez normalement E_1 sur cette droite-là. Il doit y avoir E_2 qui est par là (place sur le diagramme au tableau)
	QIR1		Et puis E_3 vous l'avez trouvé comment ?

L'enseignant justifie la position de l'événement E_1 sur la droite $x = c.t$ car $x_{E1} = c.t_{E1} = 3 m$.

B1 35.42	RIR1	<i>Élève</i>	En dessous
B1 35.43	QIR1	<i>Professeur</i>	Alors par rapport à E_2 il est comment ?
B1 35.44	RIR1	<i>Élève</i>	Au-dessus
B1 35.50	AIR2	<i>Professeur</i>	Au-dessus donc vous avez E_3 qui est par là. Euh, ce qui paraît clair c'est que l'ordre chronologique vous avez d'abord l'événement E_1 , ensuite E_2 et E_3 . Ça c'est pour Daniel. Alors maintenant ce qu'on veut faire, c'est la même chose pour Armineh et sur le même diagramme. Qu'est-ce qui est commun avec Armineh, c'est le point O. Le point O pour Daniel, c'est l'origine. C'est la même origine pour Daniel et Armineh. On va vouloir construire l'axe Ox' et l'axe $Oc.t'$. Ox' c'est la position par rapport à Armineh, $Oc.t'$ c'est l'axe des temps multiplié par c pour Armineh. Alors les trois événements je les efface. Vous allez voir il va se passer quelque chose donc ... Est-ce que tout le monde a placé les trois événements ? Oui ?
B1 36.47	AT		Alors qu'est-ce qu'on sait pour Armineh ? On sait que pour Armineh, par rapport à Daniel, Armineh se déplace. Sa vitesse c'est $0,8.c$ (marque au tableau).
	QT		Si je veux connaître la position d'Armineh c'est $x = ?$
B1 37.16	RT	<i>Élève</i>	Ben $0,8.c.t$.

Ici l'enseignant définit explicitement le lien entre l'équation $x = 0,8.c.t$ et la position d'Armineh par rapport au référentiel de Daniel.

B1 37.19	AIR2	Professeur	Oui c'est ça, très bien (marque au tableau $x = 0,8.c.t$). Armineh elle décrit cette droite-là finalement.
	QIR1		Comment on peut placer cette droite $x = 0,8.c.t$ ici ?
B1 37.55	DT	Élève	Avec une droite ... Avec un coefficient directeur de 0,8.
B1 37.56	QT	Professeur	Alors une droite avec un coefficient directeur de 0,8. Euh, en mathématiques, les droites vous les avez représentées comment ? Du type ?
B1 38.05	RT	Élève	$y = ax + b$
B1 38.06	QIR1	Professeur	$y = ax + b$ (marque au tableau). y c'est quoi sur votre diagramme ? Ça correspond à ?
B1 38.17	RIR1	Élève	C'est l'ordonnée. ct !
B1 38.18	QT	Professeur	C'est l'ordonnée d'accord. y c'est l'ordonnée. x ?
B1 38.22	RT	Élève	Abscisse.
	DT		Coefficient directeur !
B1 38.23	AT	Professeur	Alors a c'est le coefficient directeur, x c'est l'abscisse et b l'ordonnée à l'origine. Là on n'a pas d'ordonnée à l'origine (efface b au tableau). Donc vous m'avez dit que y c'est l'ordonnée, d'accord.
	QT		Ici l'ordonnée c'est quoi, lorsqu'on regarde.
B1 38.36	RT	Élève	c.t

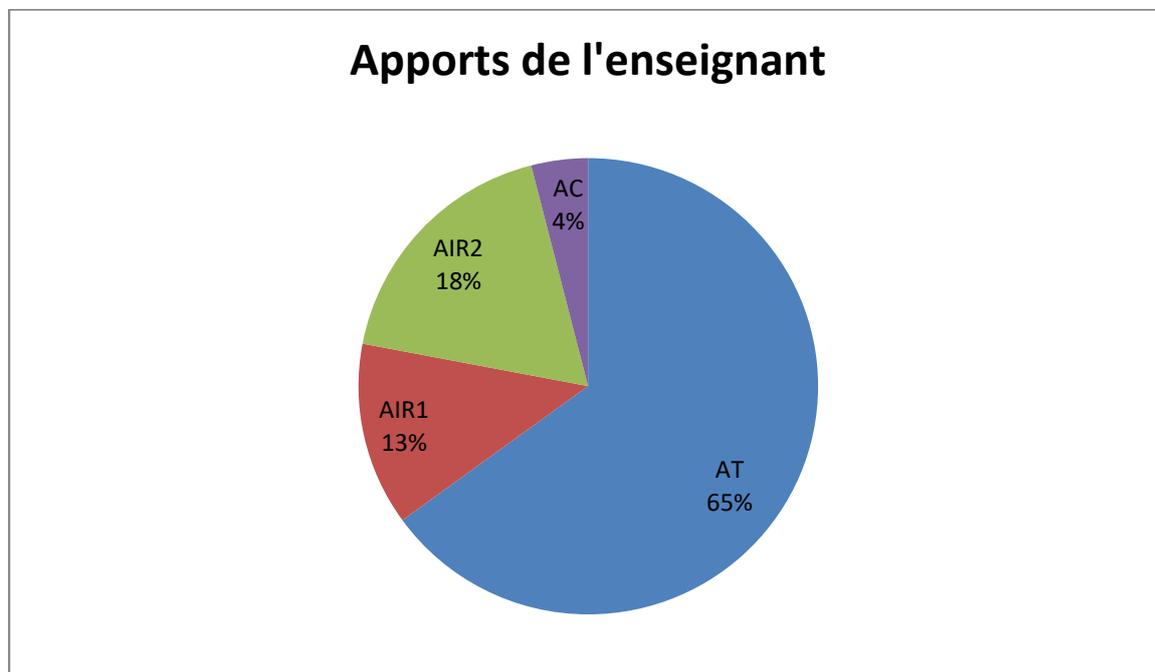
B1 38.37	QT	<i>Professeur</i>	C'est et alors si on veut connaître le coefficient directeur, qu'est-ce qu'il faut faire ?
B1 38.46	RT	<i>Élève</i>	Il faut isoler c.t !
B1 38.47	QT	<i>Professeur</i>	Oui, il faut isoler c.t. Plus simplement ?
B1 38.53	RT	<i>Élève</i>	On divise par 0,8.
B1 38.55	AIR1 CST	<i>Professeur</i>	On divise par 0,8 donc on a $c.t = x / 0,8$ (marque au tableau). Alors là finalement ce qu'on a utilisé ce sont des axes orthonormés parce que là vous avez 5 cm pour 3 m et là vous avez aussi 5 cm pour 3 m parce que 10 ns.c ça correspond à la même échelle. Donc finalement vous avez la même échelle horizontalement et verticalement. Romain oui ? Est-ce que vous êtes d'accord que 10 ns.c ça fait 3 m ? Oui ? Et on a 5 cm pour 3 m verticalement. Horizontalement on a aussi 5 cm pour 3 m. Donc là on a un repère orthonormé finalement.

Ici le repère orthonormé est défini explicitement par l'enseignant afin de ne pas perturber les élèves quant au placement de la ligne d'univers d'Armineh.

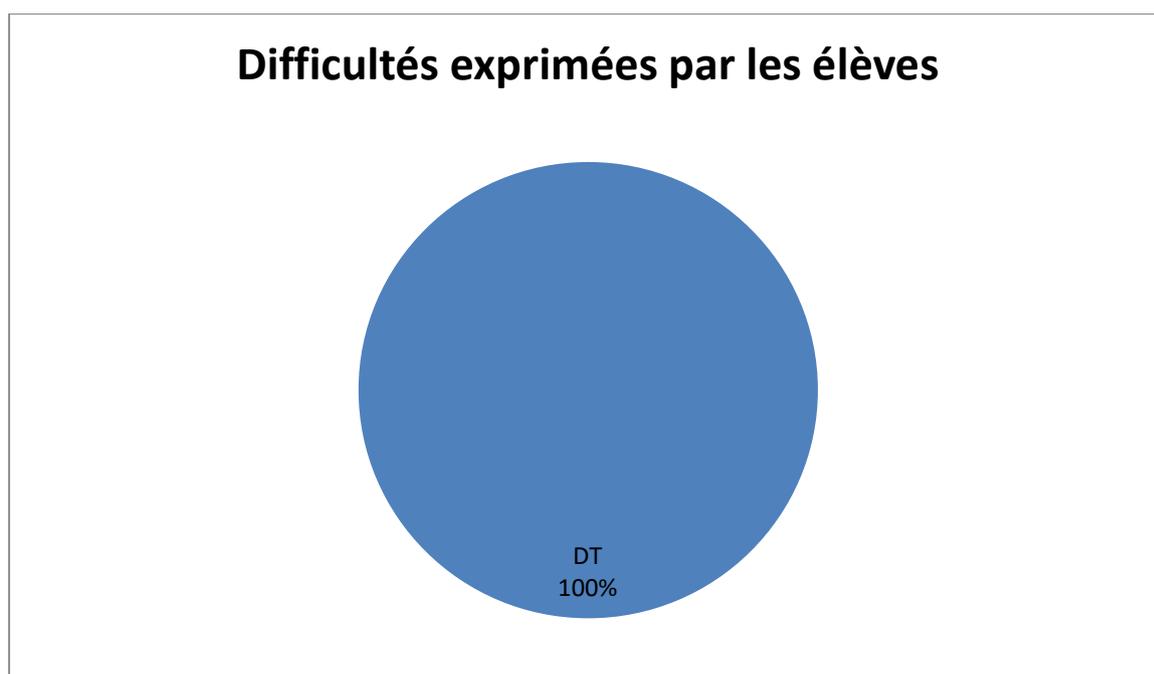
B1 39.43	AT	<i>Professeur</i>	0,8, pour simplifier on peut dire que c'est $8 / 10$. $c.t = x / 8 / 10$ (marque au tableau) donc c'est $10 x / 8$.
	QT		Comment on peut facilement construire cette droite-là en utilisant les petits carreaux ? Là vous avez un repère orthonormé.
B1 40.12	RT	<i>Élève</i>	On prend 10 et on relève de 8.
B1 40.18	QT	<i>Professeur</i>	Oui c'est ça. Donc à partir du point O vous comptez 10 petits carreaux et horizontalement ?

B1 40.23	RT	<i>Élève</i>	8 !
B1 40.24	AT	<i>Professeur</i>	Vous allez avoir un point. Vous partez de l'origine et vous tracez votre droite. On utilise la pente. Quand vous avez une pente de $10/8$ on monte de 10 on se déplace de 8 horizontalement. On a le point et on a notre droite comme cela. Et donc vous allez pouvoir tracer la droite $x = 0,8.c.t$. C'est pour cela que je vous ai donné des petits carreaux, c'est plus facile.
B1 41.16	AT		Non, là vous avez $10/8$ donc il faut monter de 10 et se déplacer à droite de 8.
B1 41.29	DT	<i>Élève</i>	On la fait en pointillé ?
B1 41.30	AT	<i>Professeur</i>	Non vous la faites d'une couleur différente.
B1 41.33	DT	<i>Élève</i>	Pleine ?
B1 41.34	AIR1	<i>Professeur</i>	Oui. Vous la faites d'une couleur différente. Par rapport à la droite $x = ct$, elle est comment la droite que vous tracez ? ... Elle est au-dessus. Donc par rapport à la droite $x = c.t$ elle est au-dessus.
B1 41.59	AT		(Trace la droite sur le graphe). Donc là vous avez cette droite-là. Donc c'est $x = 0,8.c.t$.
B1 42.33	AT		Est-ce que tout le monde l'a tracée ? Donc vous comptez 10 carreaux verticalement et 8 carreaux horizontalement. On peut faire autrement on peut aussi compter 5 carreaux verticalement et dans ce cas-là 4 carreaux horizontalement.
B1 43.33	QT		Tout le monde l'a tracée ?

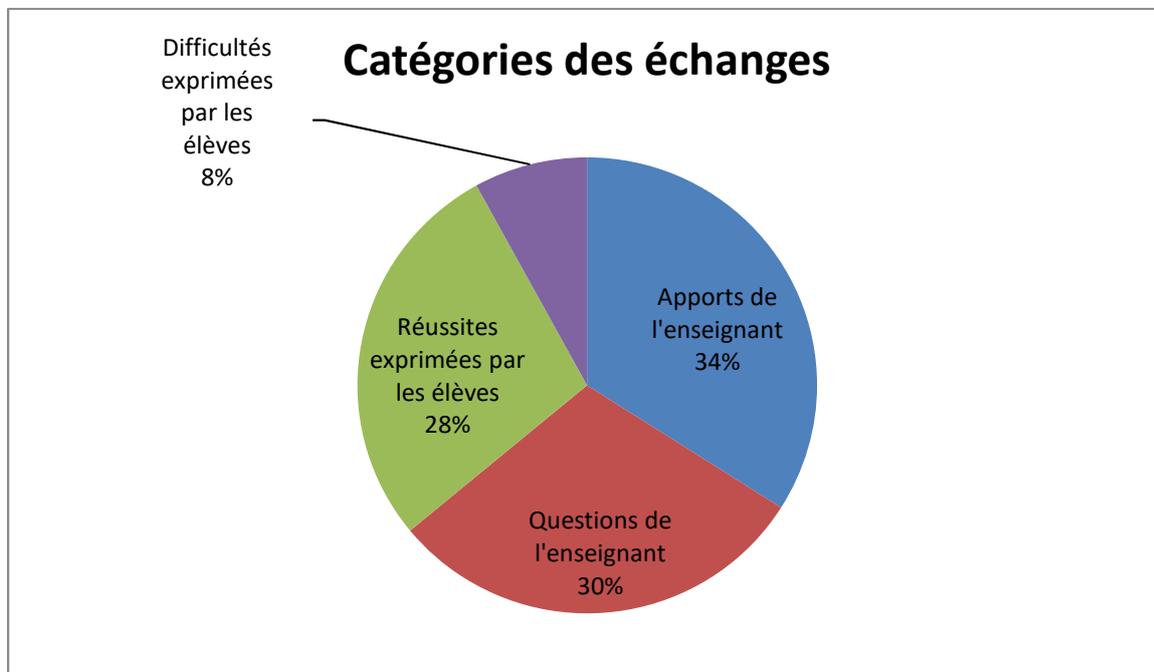
On voit ici que l'enseignant apporte plus d'informations de type inter registre au détriment des apports de type technique.



Les difficultés des élèves ne sont plus que de type technique.



L'enseignant donne moins d'apports à ses élèves dans ses échanges, mais pose plus de questions ciblées. Cela conduit ses élèves à être plus en réussite car leurs difficultés ont été identifiées par l'enseignant.



Introduction du second postulat dans le registre diagrammatique

Dans l'extrait ci-après, tiré du verbatim de la séquence du premier groupe, nous allons voir comment l'invariance de la vitesse de la lumière est introduite.

A1 49.36	QIR1	Professeur	Oui, c'est $x = 0,8.c.t.$ Alors on va essayer de comprendre. Ici vous avez $x = c.t.$ $x = 0,8.c.t$ on se rapproche de l'axe $Oc.t.$ Si on avait $x = 0,5.c.t$ elle serait comment cette droite ?
-------------	------	------------	---

L'enseignant pose une question pour laquelle les élèves doivent avoir une réflexion dans le registre diagrammatique.

A1 49.56	RIR1	<i>Élève</i>	Pareil, encore plus haut.
A1 49.57	QL	<i>Professeur</i>	Alors encore plus haut, cela veut dire qu'on se déplacerait ...
A1 50.00	RL	<i>Élève</i>	Encore plus verticalement !

L'élève répond correctement à la question de l'enseignant proposant une réflexion dans le registre diagrammatique tout en précisant le vocabulaire utilisé.

A1 50.01	QIR1	<i>Professeur</i>	Oui, encore plus verticalement. Si on avait $x = 0,3.c.t.$
A1 50.03	RIR1	<i>Élève</i>	Encore plus rapproché !

C'est une bonne réponse d'un élève qui propose une bonne interprétation de la position d'une nouvelle ligne d'univers.

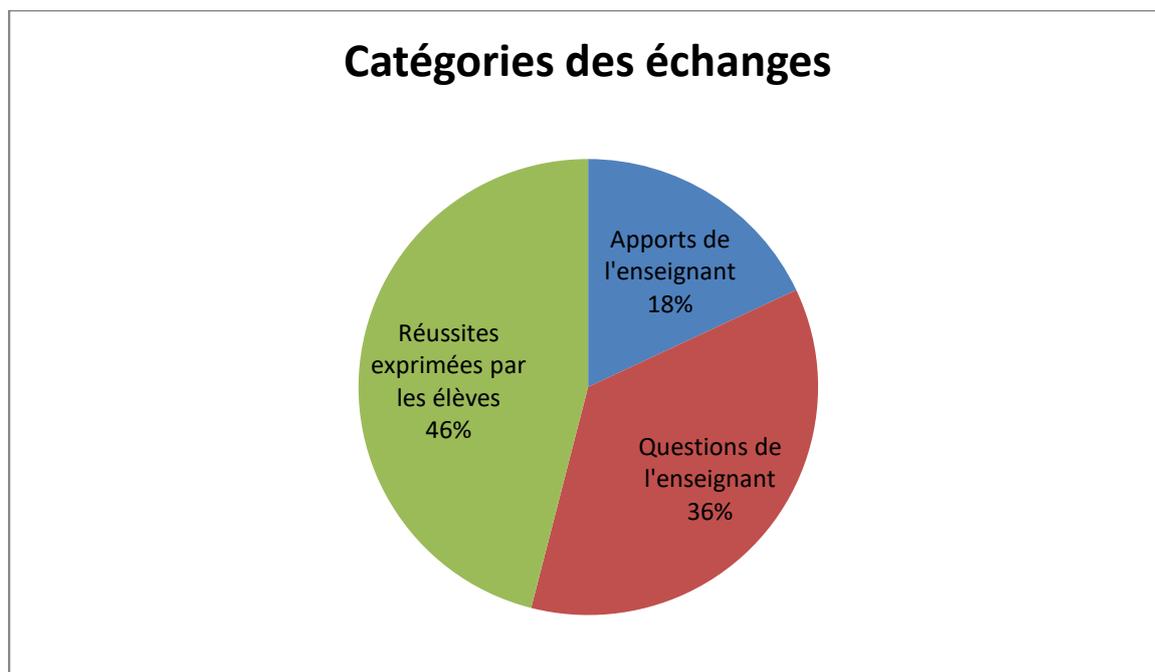
A1 50.04	QIR1	<i>Professeur</i>	Encore plus rapproché de l'axe Oc.t. Imaginons que l'on ait une droite comme cela (l'enseignant dessine une demi-droite sous la demi-droite $x = c.t.$).
A1 50.20	RIR2	<i>Élève</i>	Ce n'est pas possible, car c'est quelque chose qui va plus vite que la lumière !

Un élève arrive à relier la position d'une ligne d'univers d'un objet avec sa vitesse en passant du registre diagrammatique au monde réel.

A1 50.23	AIR2	<i>Professeur</i>	Très bien. Regardez, si vous avez une droite qui est en-dessous de $x = c.t$ cela veut dire que c'est par exemple $x = 2.c.t$, mais ça ce n'est pas possible car $2.c.t$ cela veut que l'on se déplace 2 fois plus vite que la vitesse de la lumière.
A1 50.38	RC	<i>Élève</i>	Ce n'est pas possible !
A1 50.40	AIR2	<i>Professeur</i>	Donc tout ce qui est possible au niveau des déplacements ça va être compris entre la droite $x = c.t$ et $Oc.t$.

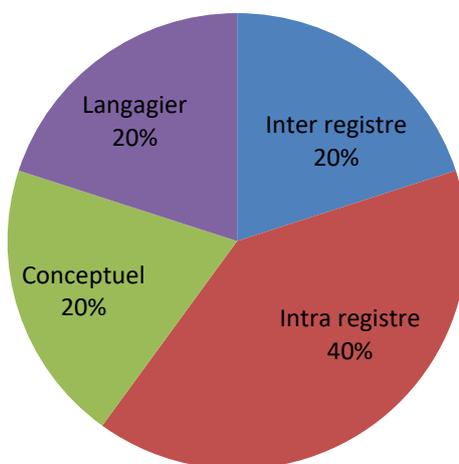
Ce passage correspond à un apport de l'enseignant sur un lien entre le registre diagrammatique et le monde réel permettant de déterminer quels sont les déplacements permis pour un objet en fonction de la pente de sa ligne d'univers.

Les échanges sont majoritairement des réussites exprimées par les élèves.



Les réussites des élèves sont majoritairement de type intra registre.

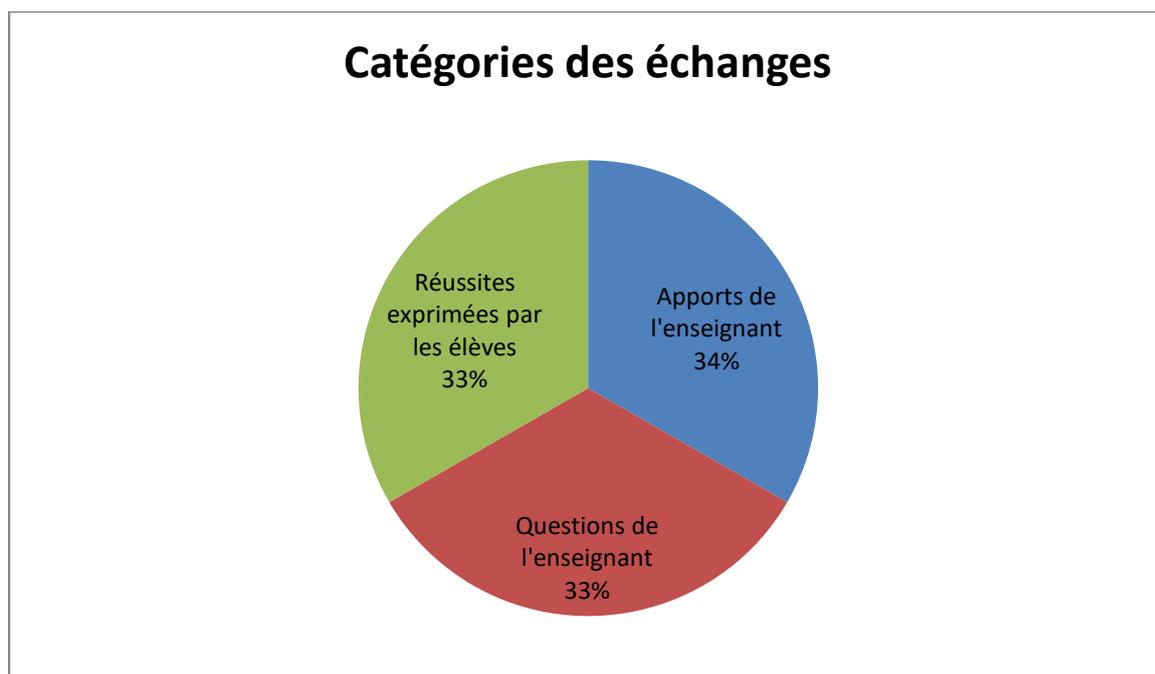
Réussite des élèves



B1 44.05	QIR1		Alors qu'est-ce qu'il se passerait si j'avais $x = 0,5.c.t$? Elle serait comment cette droite ? $x = 0,5.c.t$.
B1 44.14	RIR1	<i>Élève</i>	Elle serait plus rapprochée. Vers l'ordonnée !
B1 44.16	AIR2	<i>Professeur</i>	Elle serait plus rapprochée vers l'axe des ordonnées. Donc $x = 0,5.c.t$ ce serait comme cela (montre au tableau). $x = 0,5.c.t$ cela correspond à une vitesse qui est comment par rapport à la vitesse de la lumière ? C'est la moitié de la vitesse de la lumière. D'accord ? $x = 0,5.c.t$ c'est la moitié de la vitesse de la lumière.
	QIR1		$x = 1/3.c.t$? La droite sera encore plus ?
B1 44.44	RIR1	<i>Élève</i>	Encore plus proche de l'axe des ordonnées !
B1 44.45	QIR2	<i>Professeur</i>	Encore plus vers la gauche. S'il y a une droite ici est-ce que c'est possible ? En dessous de $x = c.t$?
B1 44.50	RC	<i>Élève</i>	Non ! Ça ira plus vite que la lumière !
B1	AIR2	<i>Professeur</i>	En dessous ça serait par exemple $x = 2.c.t$ donc ça ce n'est pas

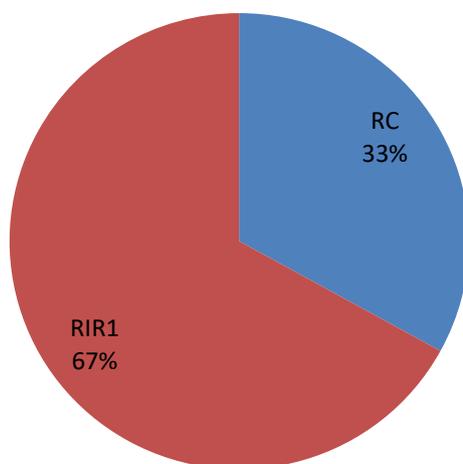
44.52	AC		possible cela veut dire que l'on se déplace deux fois plus vite que la vitesse de la lumière. Donc en fonction de la position par rapport à $x = c.t$ on peut voir si c'est possible ou pas.
-------	----	--	--

Les échanges sont équilibrés entre les apports de l'enseignant, ses questions et les réussites exprimées par les élèves.



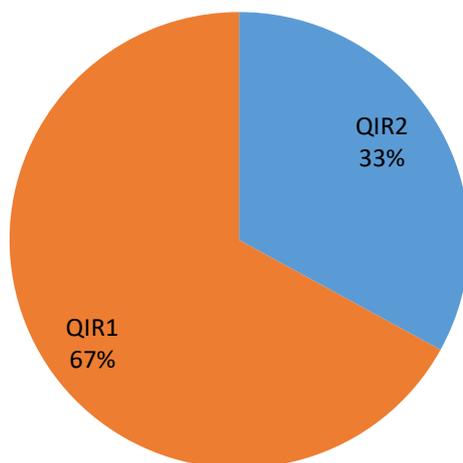
Les réussites exprimées par les élèves sont essentiellement de type intra registre.

Réussite des élèves

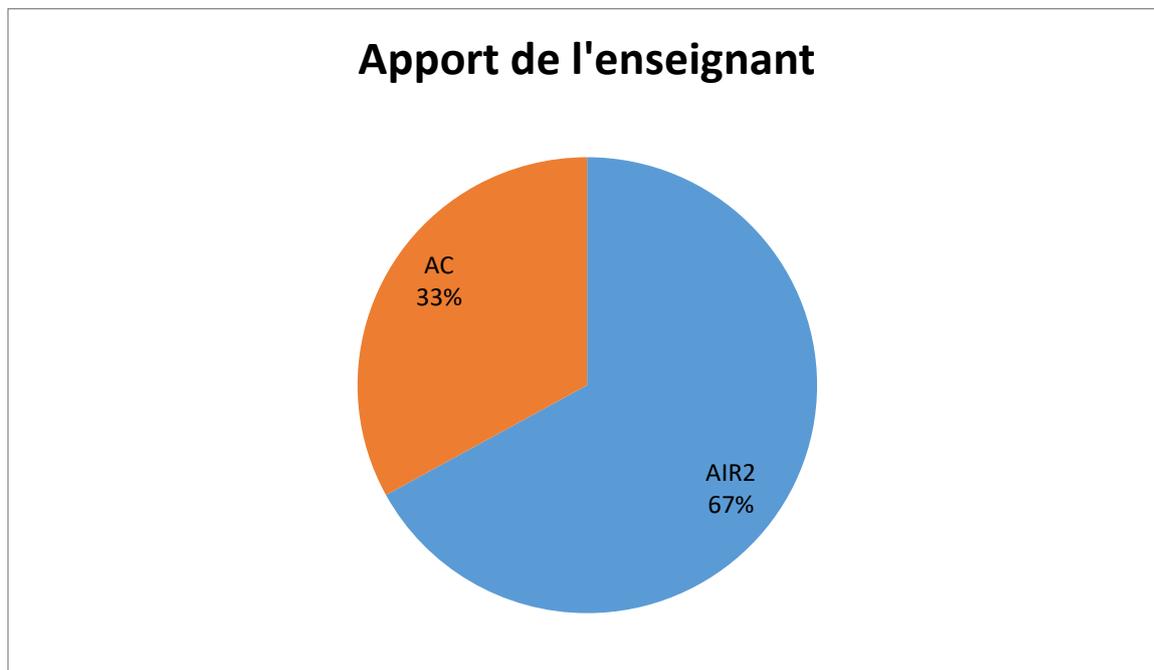


Les questionnements de l'enseignant sont majoritairement de type intra registre.

Questionnement de l'enseignant



Les apports de l'enseignant sont majoritairement de type inter registre.



L'immobilité dans le référentiel d'Armineh

L'extrait ci-après est tiré du verbatim de la séquence du second groupe.

B1 45.11	AIR2	<i>Professeur</i>	$x = 0,8.c.t$ ça correspond à la position d'Armineh par rapport à Daniel. Bon.
	QT		Mais par rapport à Armineh ? Armineh elle est comment par rapport à elle ?

Après avoir défini la correspondance entre l'équation de droite $x = 0,8.c.t$ et la ligne d'univers d'Armineh par rapport à Daniel, l'enseignant pose une question afin de situer la position d'Armineh par rapport à elle-même.

B1 45.21	RT	Élève	Elle est immobile !
B1 45.22	AIR2	Professeur	Elle est immobile. Donc là ce qu'on a dessiné c'est la position d'Armineh, d'accord, par rapport à Daniel. Donc par rapport à Armineh, elle serait immobile.
	QIR2		Ça serait quel axe ?

L'enseignant apporte des connaissances et pose une question afin de faire le lien entre le registre diagrammatique et la situation concrète.

B1 45.37	DIR2	Élève	Ox' !
-------------	------	-------	-------

Ici on voit une difficulté de type inter registre puisque l'élève indique un axe de position pour finalement décrire une ligne d'univers. La notion de temps n'est pas prise en compte par l'élève.

B1 45.38	AIR2	Professeur	Alors Ox' si c'est l'axe Ox' si on se déplace suivant l'axe Ox' cela veut dire que l'on se déplace. D'accord ? Si par exemple, par rapport à Daniel ...
B1 45.49	RIR2	Élève	Ça serait l'axe des ordonnées !

Cette fois-ci c'est une bonne réponse après que l'enseignant ait expliqué que la variation de l'abscisse x' en décrivant l'axe Ox' n'est pas compatible avec son immobilité dans son référentiel. Les axes des abscisses et des ordonnées ayant été présentés, dans un épisode précédent, comme représentant tous les deux une grandeur homogène à une distance, cela a pu également perturber la compréhension des élèves.

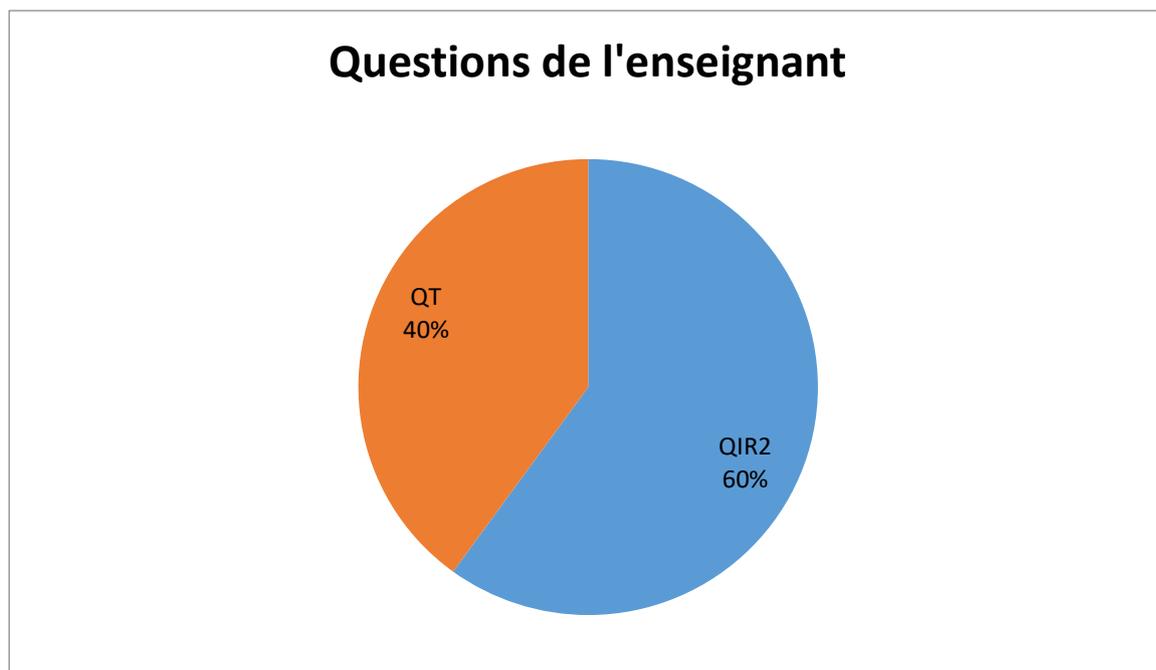
B1 45.50	AIR2	<i>Professeur</i>	Par Rapport à Daniel si je décris l'axe Ox je me déplace. Donc là on est par rapport à Armineh. Ça en rouge c'est la position d'Armineh par rapport à Daniel. Maintenant je suis dans le référentiel d'Armineh.
	QIR2		Donc vous me dites c'est ?
B1 46.10	DL	<i>Élève</i>	Dans le référentiel d'Armineh ?
B1 46.12	QIR2	<i>Professeur</i>	Dans le référentiel d'Armineh, je veux savoir à quoi ça correspond ça (montre sur le diagramme au tableau).
B1 46.18	DIR2	<i>Élève</i>	Ah ça ! Abscisse !
	RIR2		Ben non abscisse, il se déplace, c'est l'ordonnée !
B1 46.19	QT	<i>Professeur</i>	Oui, donc si c'est l'axe des ordonnées c'est l'axe ?
B1 46.22	RT	<i>Élève</i>	Oc.t' !
B1 46.23	AIR2	<i>Professeur</i>	Oc.t'. Effectivement donc là vous avez tracé l'axe Oc.t' (marque au tableau) par rapport à Armineh. Donc par rapport à Daniel c'est $x = 0,8.c.t$ ça correspond à la position d'Armineh à différents instants, mais par rapport à Armineh elle est fixe à chaque fois donc on a construit l'axe Oc.t'.

Cette partie reprend ce qui a été dit précédemment, car la notion n'est pas, à première vue, maîtrisée.

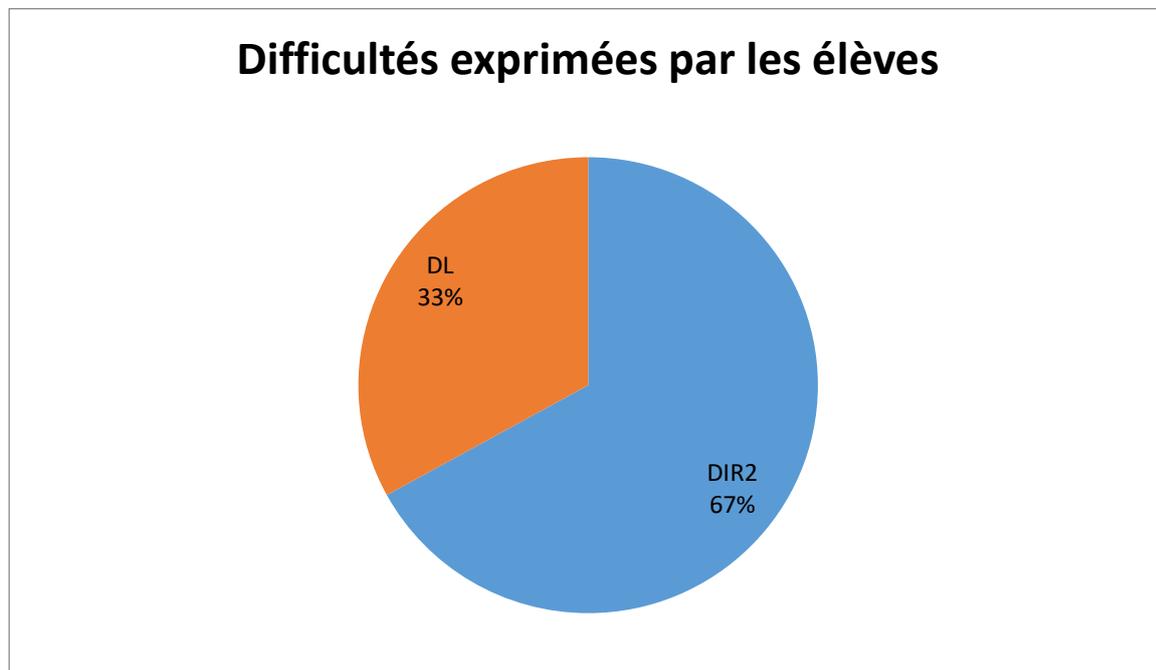
On voit ici que l'enseignant apporte exclusivement des informations de type inter registre.



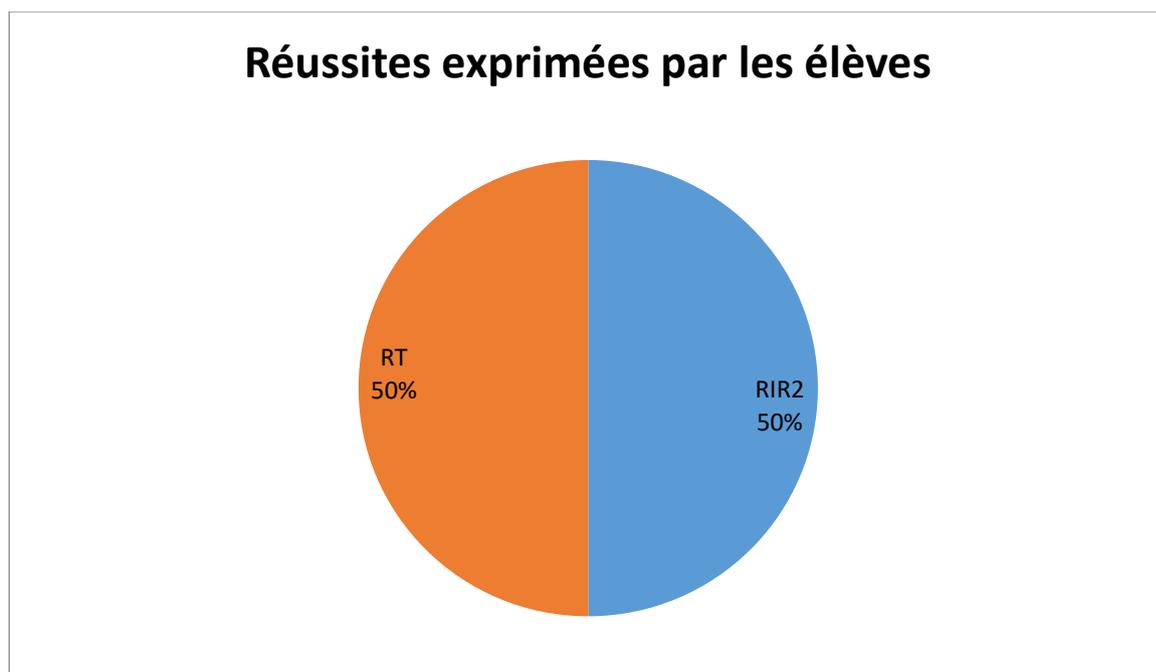
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de type inter registre.



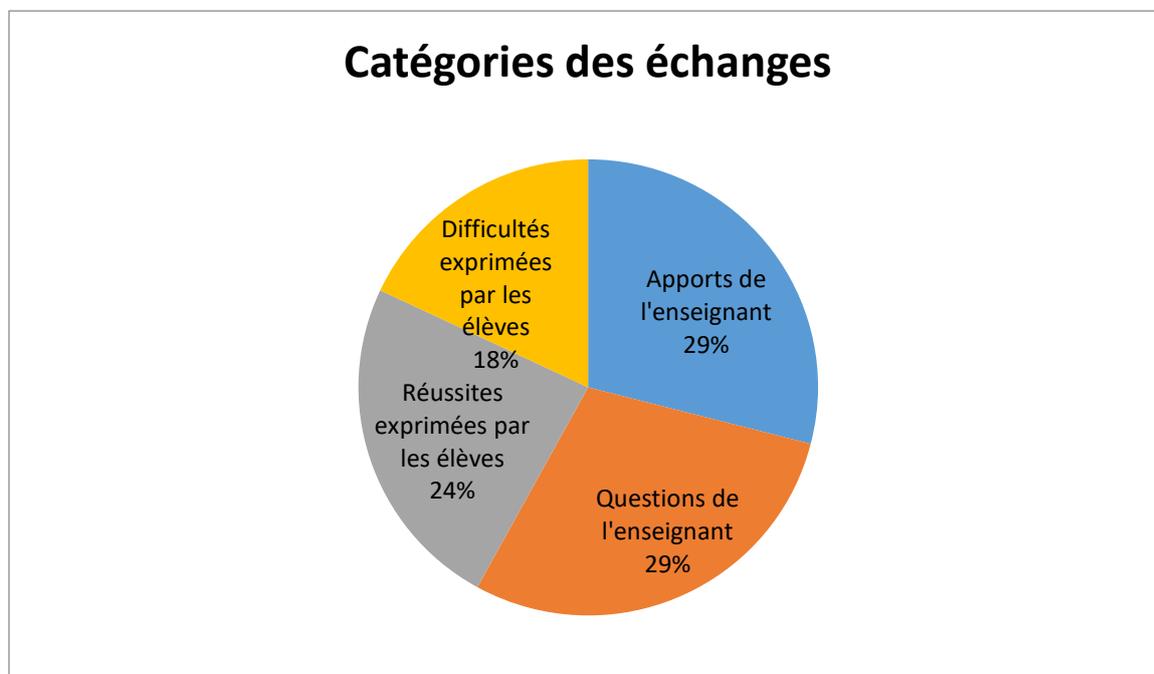
Les difficultés des élèves sont aussi essentiellement de type inter registre.



On voit ici que les réussites des élèves sont pour moitié de type technique et pour moitié de type inter registre.



Ce passage demeure délicat, car la part des difficultés exprimées par les élèves lors des échanges demeure importante devant celle des réussites pour une part d'intervention de l'enseignant relativement forte.



Mobilisation du second postulat dans le registre diagrammatique

L'extrait ci-après est tiré du verbatim de la séquence du second groupe.

B1 46.50	QC	<i>Professeur</i>	Qu'est-ce que vous savez de la vitesse de la lumière ? Dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh ?
B1 46.55	RC	<i>Élève</i>	C'est la même vitesse !

Ici cela correspond à une question et une réponse conceptuelles (mobilisation de connaissances vues en cours).

B1 46.56	AIR2	<i>Professeur</i>	C'est la même vitesse. Oui, et ça, cette propriété, le fait que ce soit la même vitesse, ça va se retrouver sur les diagrammes.
	QT		$x = c.t$. Comment on peut définir la droite $x = c.t$ par rapport à l'axe Ox et par rapport à l'axe Oc.t ?
B1 47.11	RT	<i>Élève</i>	C'est la bissectrice !

L'enseignant commence à faire le lien entre le second postulat et le registre diagrammatique. Une première question purement visuelle est posée sur une propriété géométrique de la droite $x = c.t$.

B1 47.12	AIR2	<i>Professeur</i>	C'est la bissectrice. La vitesse de la lumière est la même dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh. Là qu'est-ce qu'on a ? On a l'axe Oc.t'. On a $x = c.t$. Mais $x = c.t$ ça peut être aussi $x' = c.t'$.
	QT		Comment est-ce qu'on peut trouver l'autre axe qui nous manque ? Quel axe il nous manque ?
B1 47.38	RT	<i>Élève</i>	x' !
B1 47.40	QL	<i>Professeur</i>	x' ?
B1 47.45	RL RIR1	<i>Élève</i>	Ben c'est le symétrique de ... $x = c.t$... par rapport à c.t' !

Ici l'enseignant fait trouver le rôle graphique de la droite $x = c.t$ dans la construction de l'axe Ox'.

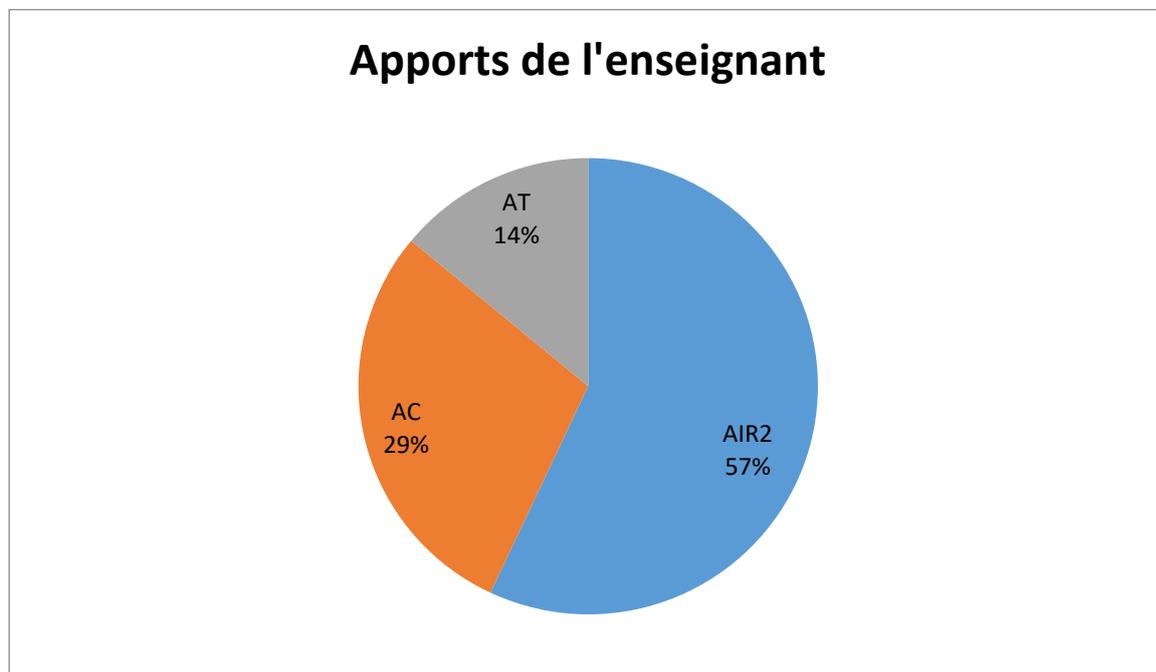
B1 47.47	AIR2 AC	<i>Professeur</i>	C'est ça. Vous avez la même vitesse de la lumière dans le référentiel de Daniel et le référentiel d'Armineh. Donc ça c'est le deuxième postulat d'Einstein. Donc comment cela se traduit graphiquement ?
	QT		Cela se traduit par le fait que la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$ cela va être la bissectrice de l'axe Ox $Oc.t$ ou alors la bissectrice de l'axe Ox' $Oc.t'$.
B1 48.21	RT	<i>Élève</i>	Donc il faut construire le symétrique de $Oc.t'$ par rapport à $x = c.t$ et où va se trouver x' donc ? L'axe x' va se trouver ?
B1 48.21	RT	<i>Élève</i>	En dessous de $x = c.t$!

Après un apport conceptuel de l'enseignant permettant de relier les registres diagrammatiques et le registre du langage naturel sur le second postulat d'Einstein, une question technique est posée afin de situer la position de l'axe Ox' sur le diagramme.

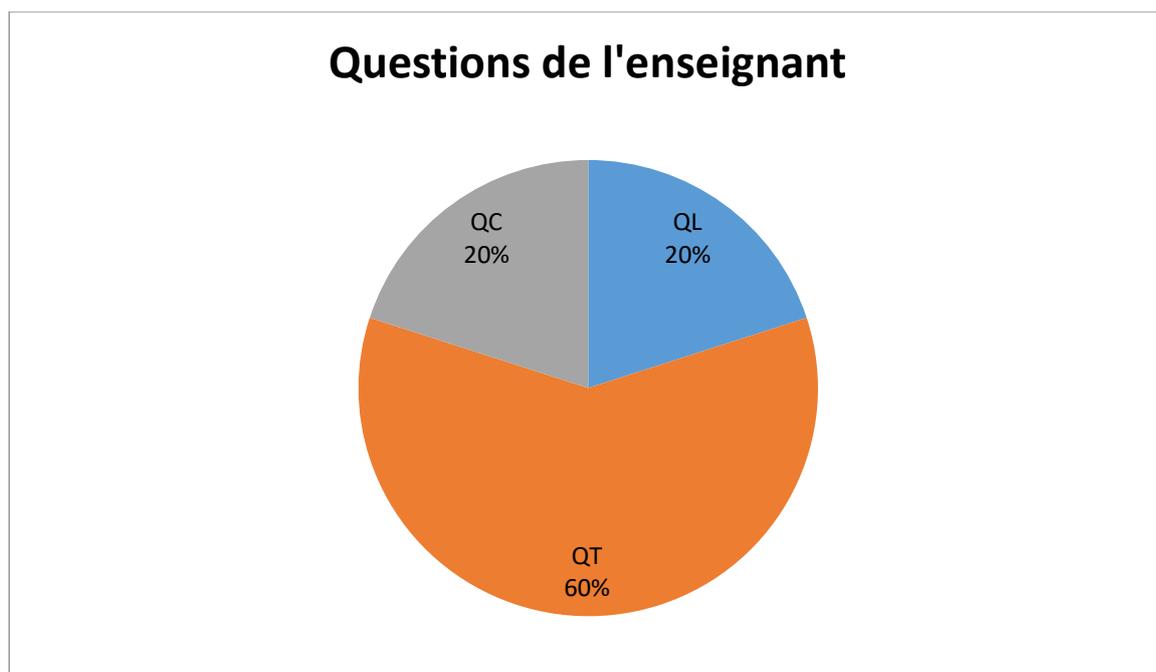
B1 48.22	AT	<i>Professeur</i>	Il va se trouver en dessous, là (montre au tableau sur le diagramme). Donc tracez le symétrique de l'axe $Oc.t'$ par rapport à $x = c.t$ et vous allez avoir x' .
B1 48.46	AIR2 AC		(Trace au tableau) Donc là vous avec x' . Donc x' là vous avez le même angle ici et ici. Donc vous voyez que le deuxième postulat d'Einstein qui vous dit que vous avez la même vitesse de la lumière dans n'importe quel référentiel galiléen cela se traduit comment graphiquement ? Cela se traduit par le fait si vous avez $x = c.t$ qui est la bissectrice de x $c.t$, c'est aussi la bissectrice de x' $c.t'$.

Ici c'est un résumé par l'enseignant des notions vues précédemment.

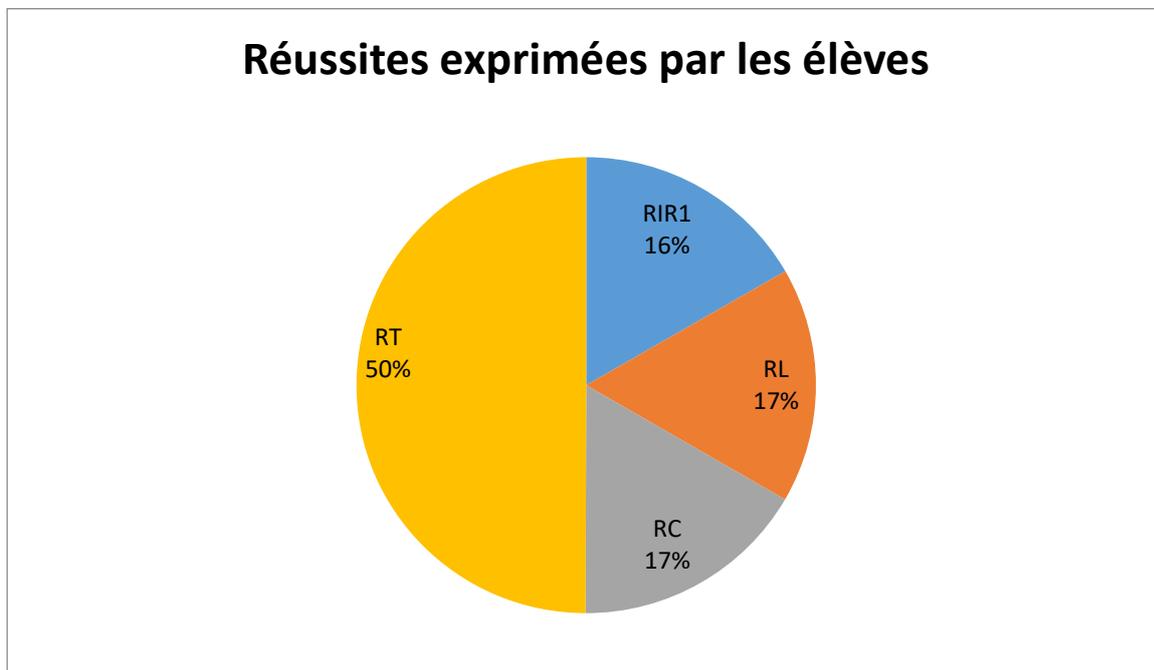
En analysant la retranscription des échanges, on voit ici que l'enseignant apporte majoritairement des informations de type inter registre.



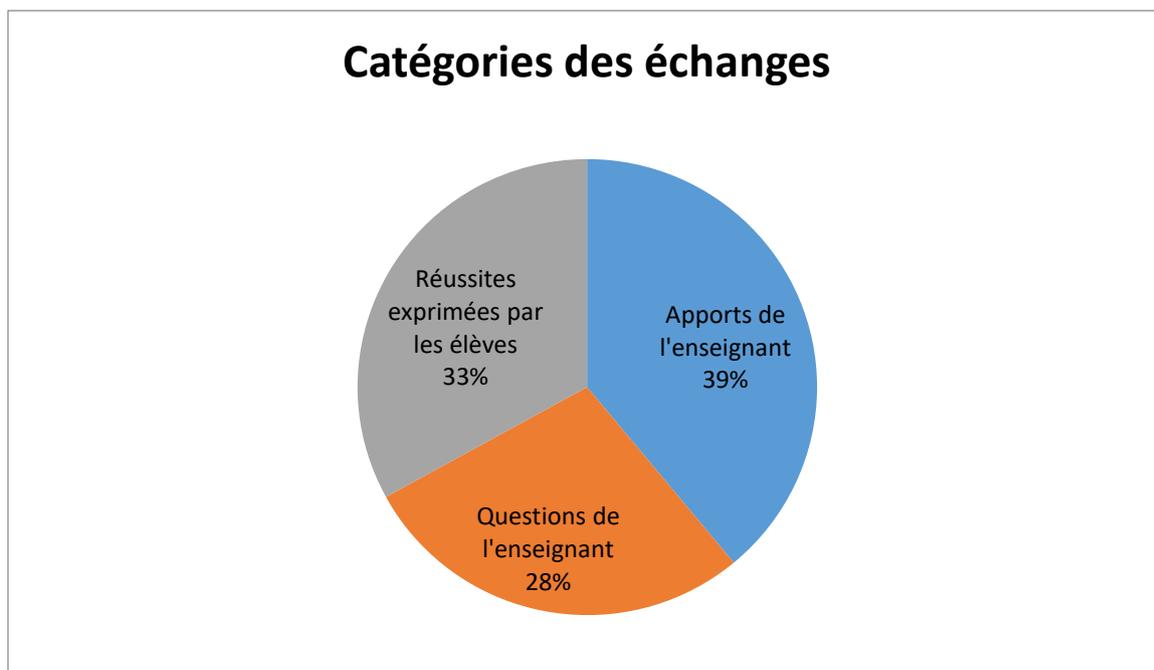
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de type technique.



On voit ici que les réussites des élèves sont pour moitié de type technique.



Ce passage est plutôt bien réussi par les élèves, car leurs difficultés ne sont pas exprimées.



Méthode inductive pour traiter l'inversion chronologique des événements

L'extrait ci-après est tiré du verbatim de la séquence du premier groupe.

A2 11.38	AT	<i>Professeur</i>	Alors moi ce qui m'intéresse c'est la chronologie des événements.
	QIR2		Pour le référentiel d'Armineh, le premier il a lieu quand ? C'est quel événement en premier ?
	QT		Pour le référentiel de Daniel en premier vous avez quel flash ?

Après avoir demandé ce qu'il se passe dans le référentiel d'Armineh, l'enseignant préfère demander la même chose dans le référentiel de Daniel. Cela ne pose pas de problème puisqu'il est possible de répondre à cette question sans utiliser le diagramme à partir de la consigne écrite.

A2 11.52	RT	<i>Élève</i>	S ₁ !
A2 11.54	AT	<i>Professeur</i>	S ₁ , c'est 10 ns.
	QT		Ensuite vous avez quel flash ?
A2 11.56	RT	<i>Élève</i>	S ₂ !
A2 11.57	AT	<i>Professeur</i>	S ₂ , ensuite vous avez S ₃ . D'accord ?
	QIR2		Essayez de voir si c'est la même chose pour Armineh.

L'enseignant pose ensuite la même question dans le référentiel d'Armineh ce qui est susceptible de poser plus de difficultés aux élèves puisqu'il faut maîtriser les règles de projection sur l'axe $Oc.t'$ des différents événements parallèlement à l'axe Ox' .

	AT		(Discussion avec des élèves sur les règles de projections pour avoir les coordonnées des événements suivant x' et $Oc.t'$).
A2 13.50	ASC AC	<i>Professeur</i>	Donc vous voyez il y a deux référentiels différents. Il y a le référentiel de Daniel et le référentiel d'Armineh. Trois événements, des choses très simples. Vous avez trois flashes lumineux avec une certaine distance et un certain temps au bout duquel les flashes sont déclenchés. Vous voyez que dans le référentiel de Daniel ou dans le référentiel d'Armineh, les positions des flashes sont complètement différentes et les instants des flashes, les moments où les flashes sont déclenchés sont complètement différents et normalement vous devriez vous apercevoir de quelque chose de curieux. La valeur numérique ne m'intéresse pas, je veux juste l'ordre. Donc dans le référentiel de Daniel vous avez d'abord le flash S_1 , le flash S_2 puis le flash S_3 .
	QIR2		Essayez de me donner la chronologie pour les flashes dans le référentiel d'Armineh.
A2 14.37	RIR2	<i>Élève</i>	$S_1, S_3, S_2 !$
A2 14.38	QIR2	<i>Professeur</i>	S_1, S_3, S_2 . Est-ce que tout le monde est d'accord ?
A2 14.40	DIR2	<i>Élève</i>	Non !

L'inversion des événements pose toujours problème. La difficulté est codée de type inter-registre car l'élève n'arrive pas à faire le lien entre le diagramme et l'interprétation physique de ce qu'il observe. La difficulté peut aussi être simplement technique avec un élève n'arrivant pas à réaliser des projections correctement.

A2 14.42	ASC AC	Professeur	Dans le référentiel d'Armineh, vous avez le flash S_1 en premier, ensuite vous avez le flash S_3 , après vous avez le flash S_2 . Donc vous avez une inversion au niveau des événements c'est-à-dire que dans le référentiel de Daniel vous avez le premier flash S_1 , ensuite S_2 , ensuite S_3 tandis que pour Armineh vous avez inversion entre S_2 et S_3 . Il y'en a un qui se passe avant l'autre.
A2 15.11	AIR2		On a représenté les trois événements dans les deux référentiels différents et vous voyez que dans ce cas-là vous pouvez avoir inversion des événements.
	QC		Alors pour qu'il y ait inversion des événements qu'est-ce qu'on peut dire entre les événements E_2 et E_3 ?

L'enseignant pose ici une question de type conceptuelle en demandant aux élèves la raison physique de l'inversion des événements.

A2 15.26	ASC AC	Professeur	Je reprends. Dans le référentiel de Daniel vous avez d'abord le flash relatif à S_2 qui se produit en premier, après le flash relatif à S_3 . Dans le référentiel d'Armineh, c'est inversé. Vous avez d'abord le flash S_3 après vous avez le flash S_2 .
A2 15.48	RC	Élève	En fait on va tellement vite ... !

L'élève se doute ici qu'il y a un lien avec la vitesse, mais sans pour autant donner une réponse pleinement satisfaisante.

A2 15.52	QC	<i>Professeur</i>	Oui alors c'est la vitesse qui est élevée qui fait cela mais est-ce qu'il y a une dépendance entre E_2 et E_3 ?
A2 15.58	RL	<i>Élève</i>	Non !
A2 16.01	QC	<i>Professeur</i>	C'est-à-dire est-ce que vous avez le flash S_3 qui doit automatiquement se passer après le flash S_2 ? C'est-à-dire que vous avez un système électronique qui fait que vous avez d'abord le flash S_2 . Lorsque le flash pour S_2 s'est réalisé vous allez avoir S_3 ?
A2 16.15	RL	<i>Élève</i>	Ben non, la preuve !

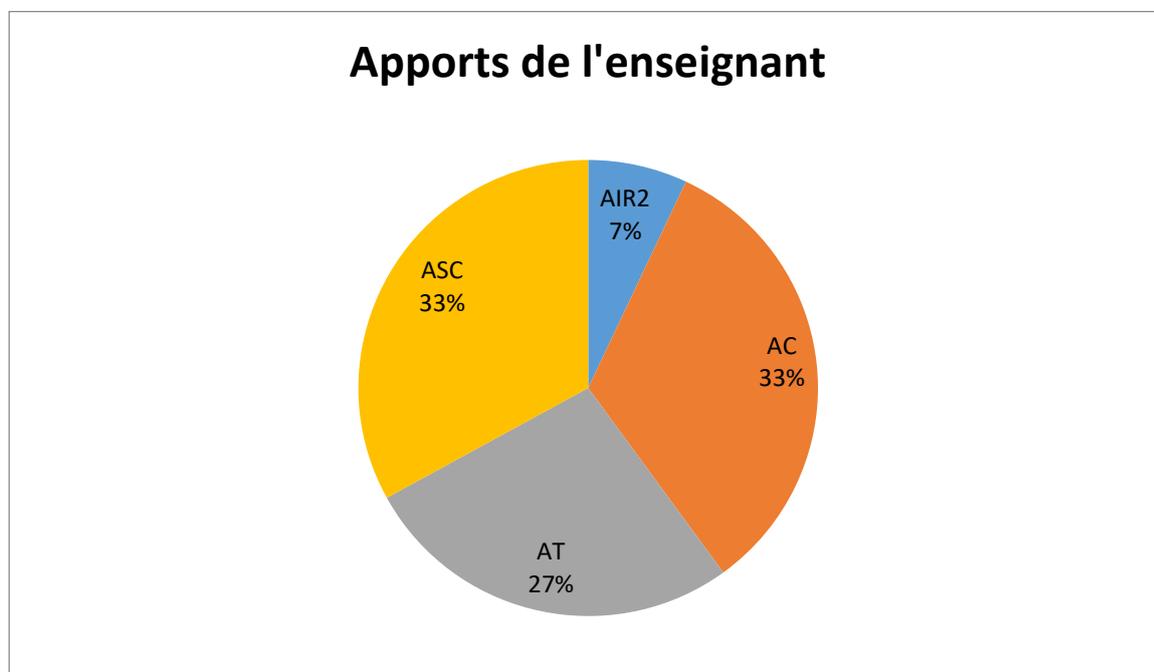
La question conceptuelle de l'enseignant est tellement simplifiée que son niveau de difficulté en devient minimal.

A2 16.16	ASC AC	<i>Professeur</i>	La preuve, donc ça veut dire qu'entre l'événement 2 et l'événement 3 l'ordre chronologique peut changer.
A2 16.25	DC	<i>Élève</i>	Parce que vu que le flash S_2 se trouve au même endroit que le flash S_1 ... !

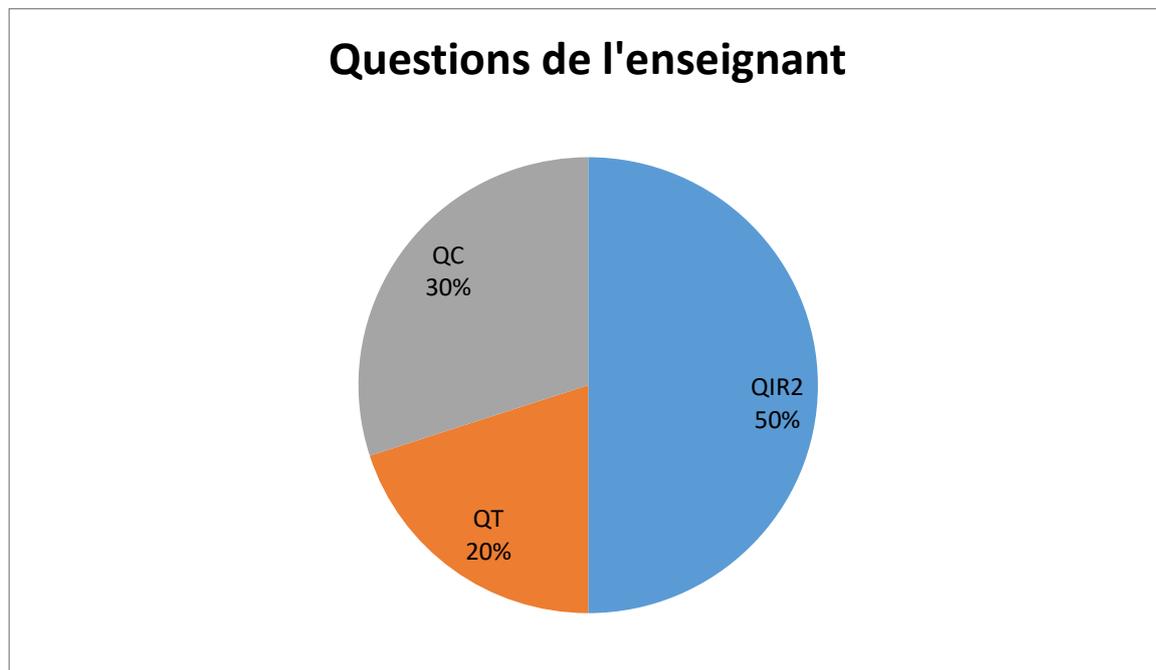
Les élèves semblent avoir des difficultés de compréhension avec la notion d'ordre chronologique relatif.

A2 16.29	AC ASC	<i>Professeur</i>	Oui mais ce n'est pas forcément une idée que ça se trouve au même endroit c'est juste une idée de position de l'événement par rapport à l'espace-temps. Donc ça veut dire qu'entre l'événement 2 et l'événement 3 il n'y a aucune relation et vous voyez quelque chose de bizarre, quelque chose de bizarre aussi. On pourrait imaginer deux événements qui se passent au même instant dans un référentiel et dans un autre référentiel ils ne se passeraient pas en même temps.
	QIR2		Est-ce que tout le monde a bien vu que l'événement 2 et l'événement 3 sont inversés dans le référentiel d'Armineh ? C'est-à-dire que vous avez d'abord l'événement 3 et après 2. Est-ce que tout le monde a vu l'inversion ?

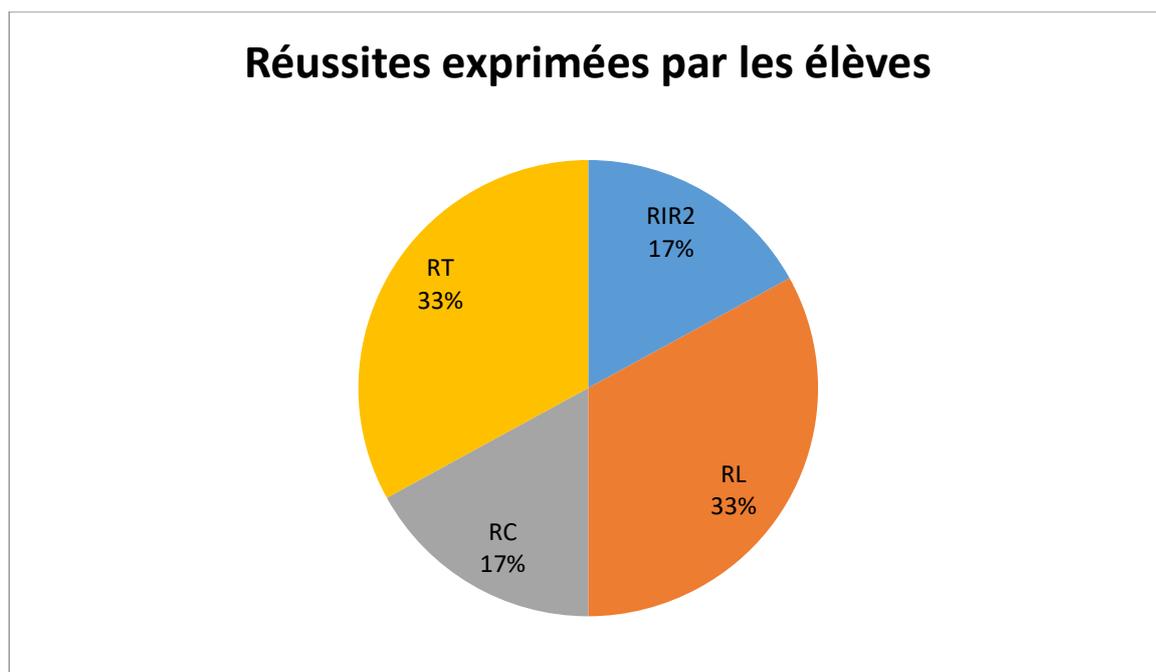
En analysant la retranscription des échanges, on voit ici que l'enseignant apporte majoritairement des informations de type sens commun, techniques et conceptuelles.



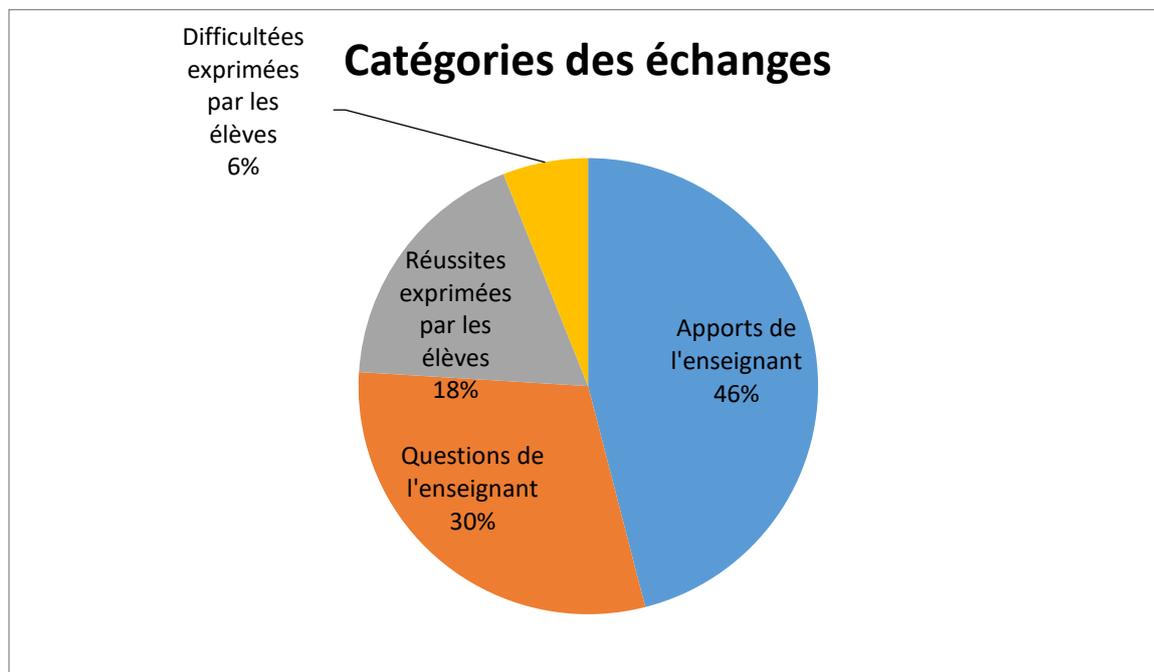
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de type inter registre.



On voit ici que les réussites des élèves sont plutôt de types techniques ou langagiers avec bien souvent une simple reformulation des apports de l'enseignant.



La part d'intervention de l'enseignant demeure très élevée avec une majorité d'apports et une faible participation des élèves.



Méthode déductive pour traiter l'inversion chronologique des événements

L'extrait ci-après est tiré du verbatim de la séquence du second groupe.

B2 00.00	AIR2		Non la valeur on ne pourra pas la trouver par contre on va pouvoir comparer les événements les uns par rapport aux autres.
B2 00.26	AIR1	<i>Professeur</i>	Il se peut que vous trouviez des valeurs négatives mais ce n'est pas grave ça veut dire que par rapport au repère qu'on a choisi c'est une valeur plus petite ... dans l'autre sens.
B2 01.46	DT	<i>Élève</i>	Monsieur, c'est possible que ça remonte les trois coordonnées ? C'est parallèle à la rouge ...

Ici l'enseignant et l'élève ne sont pas sur le même registre. L'enseignant apporte des informations inter registre ou intra registres alors que l'élève a simplement des difficultés techniques.

B2 01.49	AT	<i>Professeur</i>	Oui, vous exprimez les trois événements dans un référentiel différent. Et donc vous voyez que sans faire exprès ... Alors vous, vous utilisez d'habitude des repères orthonormés donc vous avez l'habitude de prendre les perpendiculaires, mais normalement lorsqu'on regarde les coordonnées on regarde par rapport à l'autre axe. On fait des projections parallèlement à l'autre axe. Donc là vous êtes en train d'utiliser des axes non orthonormés, bon, ce n'est pas habituel au lycée, mais ça se fait. Il y'a juste un coup de main à prendre.
B2 02.40	CSIR2 AIR2		Ce qui m'intéressera après c'est l'ordre chronologique des événements. Pour Daniel c'est E_1 , après E_2 , après E_3 . Regardez ce qu'il se passe pour Armineh. Pour Armineh vous allez vous apercevoir que l'ordre chronologique est différent. Vous avez l'événement E_1 , après vous avez l'évènement E_3 après vous avez l'évènement E_2 . Donc il y'a inversion de l'ordre des événements.

Ici, il y a un changement de stratégie. On annonce les résultats et c'est aux élèves de le vérifier en faisant les projections nécessaires.

B2 03.02	DIR1	<i>Élève</i>	Et les positions par rapport à ça ?
-------------	------	--------------	-------------------------------------

Ici l'élève raisonne toujours par rapport à la position plutôt que par rapport à la date pour laquelle l'évènement a eu lieu.

B2 03.08	AIR2	<i>Professeur</i>	On peut voir comment sont l'ordre des positions, mais moi ce qui m'intéresse surtout c'est l'ordre chronologique des évènements. Donc vous avez inversion des évènements.
			(Passe d'élèves en élèves)
B2 07.51	AC ASC		Vous voyez qu'avec la relativité il peut se passer des choses très bizarres. Vous avez le même nombre d'évènements mais vous avez des évènements qui sont inversés l'un par rapport à l'autre.
B2 09.01	QT		Est-ce que tout le monde a vu l'inversion des évènements ?

Ici le travail des élèves ne consiste plus qu'en une validation géométrique d'une inversion de l'ordre chronologique d'évènements.

B2 9.11	AIR2	<i>Professeur</i>	Alors l'avantage de cette représentation de Minkowski, c'est que ça permet de comprendre l'inversion des évènements. L'inconvénient, on peut arriver à faire des mesures, mais vous n'avez pas la même échelle entre x et $c.t$ et entre x' et $c.t'$. Donc ça va être un petit peu plus compliqué à utiliser.
B2 9.33	AT		D'accord ? Donc après ce que nous allons utiliser c'est les diagrammes de Loedel où vous avez conservation de l'échelle dans x $c.t$ et x' $c.t'$.
B2 9.46			Je vous donne la feuille que vous avez sortie tout à l'heure, c'est ce que vous venez de faire ... Donc la feuille que j'ai sorti tout à l'heure, c'était ce que vous venez de faire parce que sinon vous aviez déjà la réponse.
B2 10.28	DT	<i>Élève</i>	Il faut que l'on replace les points sur cette feuille ?
B2 10.29	AT	<i>Professeur</i>	Non, c'est juste, je vous donne la feuille que j'avais sortie tout à l'heure.

B2 10.57			Donc ensuite on va s'intéresser aux diagrammes de Loedel.
B2 11.45	AC		Pour dire ça il faut que ce soit associé à des événements, car on peut dire tout et n'importe quoi. Pour dire que le temps s'écoule plus ou moins vite que, c'est par rapport à deux événements sinon, on ne peut pas. En fonction des événements, on peut dire ça, on peut dire l'inverse. Il y a toutes les situations possibles. Il faut prendre deux événements ...

L'enseignant apporte des informations conceptuelles suite à une question d'un élève sur la façon dont s'écoule le temps d'un référentiel à l'autre.

B2 12.05	AT		C'est ce qu'on dit là, étant donné que les coordonnées sont inversées.
B2 12.06	AC	<i>Professeur</i>	Avec Minkowski, simplement on peut juste dire qu'il y a une inversion des événements. Avec Loedel on va pouvoir mesurer. Et là on va pouvoir conclure si vous avez un segment plus grand ou plus petit ; on peut dire la durée est plus importante, la durée est plus faible. Mais on ne peut pas dire le temps s'écoule plus vite ou moins vite que, c'est toujours associé à deux événements.

L'utilisation du diagramme de Loedel est justifiée par une comparaison plus facile de la durée entre deux événements dans deux référentiels différents.

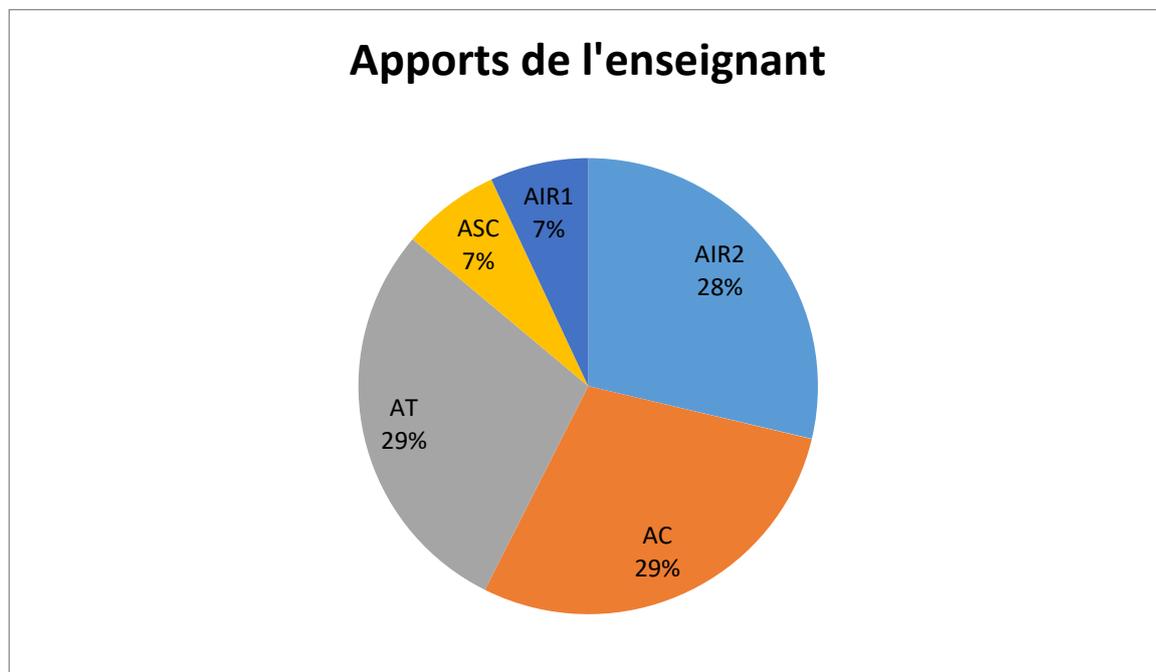
B2 12.32	QT	Professeur	Alors est-ce tout le monde a placé les trois événements, a placé x' c.t' et a trouvé les coordonnées de E_1, E_2, E_3 dans x' et c.t' ? Alors pas les valeurs numériques, juste les projections.
B2 12.49	QC		Qu'est-ce qu'on peut dire de l'événement E_2 et E_3 ? Parce que c'est bizarre. Pour Daniel on a d'abord E_1 , après E_2 , après E_3 . Et pour Armineh c'est E_1 après E_3 , après E_2 . Qu'est-ce qu'on peut dire de E_2 et E_3 , en fonction du référentiel il y en a un avant l'autre ?
B2 13.06	QC		Qu'est-ce qu'il n'y a pas pour ces deux événements ?

C'est une question difficile de l'enseignant. Il veut savoir la raison pour laquelle les événements E_2 et E_3 sont inversables dans deux référentiels bien choisis.

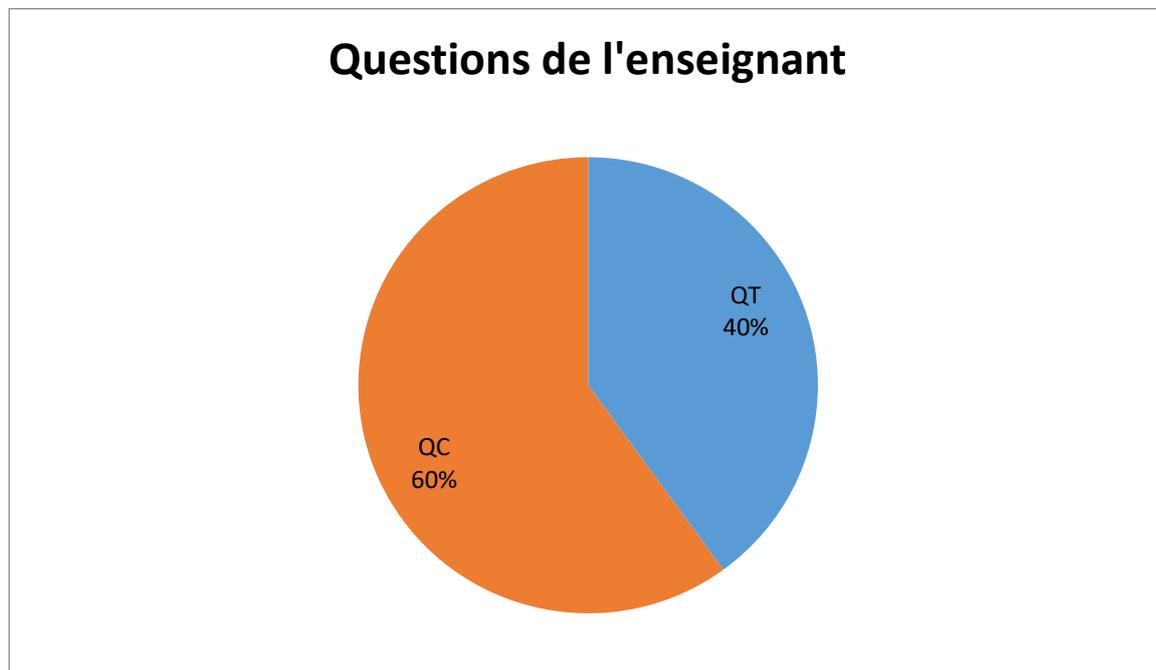
B2 13.13	QC	Professeur	Est-ce que l'ordre chronologique des événements peut changer en fonction des référentiels ?
	AC		Non, cela veut dire que les événements E_2 et E_3 sont complètement indépendants. Je m'explique. Il n'y a pas de boîtier électronique qui fait que vous allez avoir le flash de S_3 après le flash de S_2 . Donc vous avez des événements qui sont complètement indépendants. Ce qui peut se passer ici, il peut se passer des choses, je ne sais pas, je suis là, je suis en train de prendre ce stylo, c'est un événement. Vous allez avoir un séisme, euh, je ne sais pas, en Indonésie, c'est un autre événement et ces deux événements sont indépendants. Vous comprenez, vous pouvez avoir des événements et les événements sont complètement indépendants. Donc du moment qu'il n'y a pas de lien vous pouvez avoir une inversion au niveau des événements. On peut continuer ?

L'enseignant explique l'indépendance des événements sans utiliser la notion de cône de lumière.

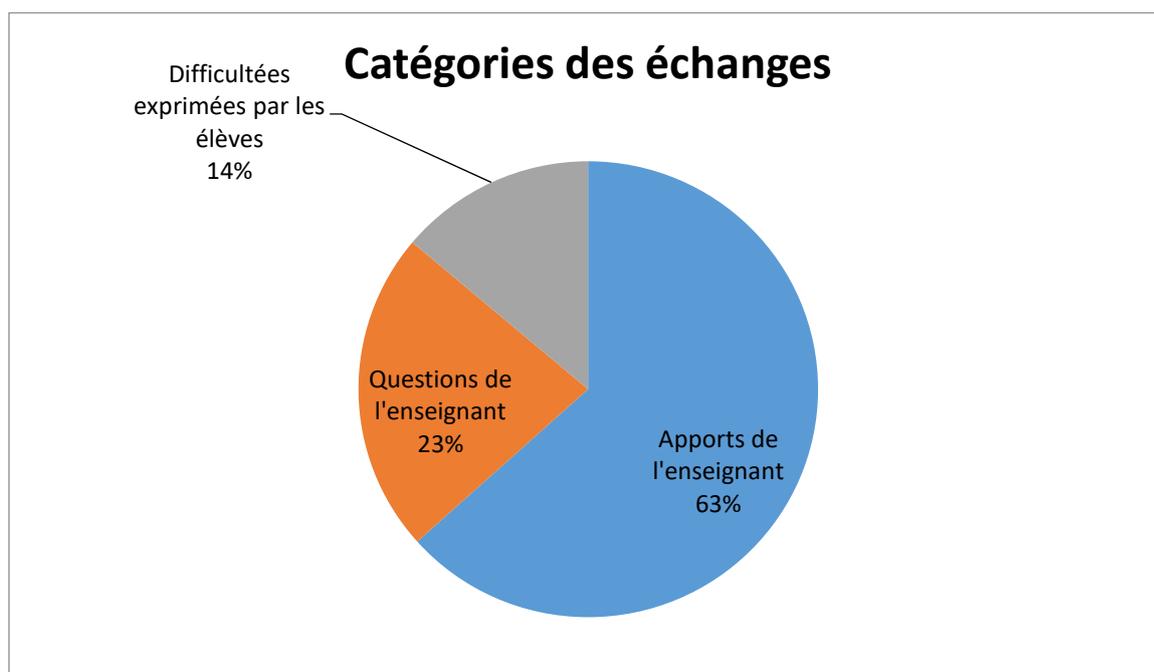
En analysant la retranscription des échanges, on voit ici que l'enseignant apporte majoritairement des informations de type inter registre, techniques et conceptuelles.



Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types conceptuels.



Les réussites des élèves ne sont pas mises en évidence dans cet extrait. La part d'intervention de l'enseignant est plus élevée que dans l'épisode précédent avec une majorité d'apports et une très faible participation des élèves.



A2 29.56	AIR1	<i>Professeur</i>	Alors regardez entre diagramme de Loedel et diagramme de Minkowski. Mettez les deux diagrammes l'un à côté de l'autre. Alors c'est le même principe.
A2 30.07	RIR1	<i>Élève</i>	Il y a des choses qui changent !
A2 30.09	AIR2	<i>Professeur</i>	Ah, il y a des choses qui vont changer. C'est le même principe. Vous avez Ox ça correspond à la position pour Daniel.
A2 30.14			Oc.t ça va être, grosso modo, on va dire, ça va nous donner une indication de comment se passe le temps par rapport au référentiel de Daniel.
A2 30.25			Ox' ça va être la position par rapport à Armineh. Oc.t' ça va nous donner une indication de comment se déroule le temps par rapport à Armineh.
A2 30.34	AIR1	<i>Professeur</i>	Alors on va comparer Minkowski et Loedel. Alors Minkowski, vous avez, on est parti d'un axe Ox et Oc.t qui étaient perpendiculaires.
A2 30.45	RIR1	<i>Élève</i>	Là on a Ox' et Oc.t qui ... !
A2 30.47	AIR1	<i>Professeur</i>	Oui, tandis que là vous avez Ox' et Oc.t. Donc vous avez l'axe Ox' qui est perpendiculaire à Oc.t.
	QIR2		Donc Ox' c'est le référentiel de ?
A2 30.55	RIR2	<i>Élève</i>	Armineh !
A2 30.58	AIR2	<i>Professeur</i>	Armineh et
	QIR2		Oc.t c'est le référentiel de ?
A2 30.59	RIR2	<i>Élève</i>	Daniel
A2	AIR2	<i>Professeur</i>	Daniel. Donc là vous voyez vous avez des axes qui sont perpendiculaires deux à deux mais pas dans le même

31.00			référentiel.
			De même si vous regardez l'axe Ox dans Loedel il est ?
A2 31.10	QT		Ox dans Loedel il est perpendiculaire à ?
A2 31.16	RT	<i>Élève</i>	Oc.t' !
A2 31.17	AT		Oc.t' d'accord ?
	AIR1	<i>Professeur</i>	Donc vous voyez que c'est un peu le même principe, quelque chose d'autre va aussi se conserver.
A2 31.26	AIR1		Dans Minkowski, j'ai utilisé ça. Vous voyez $x = c.t$ dans Minkowski. $x = c.t$ c'est la bissectrice de l'angle formé par Ox et Oc.t.
A2 31.38	DIR1	<i>Élève</i>	Et là c'est c.t' qui est la bissectrice de Oc.t et Ox' !
A2 31.40		<i>Professeur</i>	Attendez !
A2 31.41	RIR1	<i>Élève</i>	C'est aussi la bissectrice de l'angle Ox' et Oc.t'.
A2 31.45	AIR2	<i>Professeur</i>	Oui dans Minkowski, donc $x = c.t$ c'est aussi la bissectrice de Ox' et Oc.t'. Donc vous voyez que la droite $x = c.t$ a la même propriété dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh et vous comprenez que quand on dit que la vitesse de la lumière est la même, vous voyez que là il y a les mêmes propriétés graphiques pour Ox Oc.t et Ox' Oc.t'.
A2 32.11			Oui, vous disiez ?
A2 32.12	DIR1	<i>Élève</i>	Que maintenant la bissectrice de Ox' et Oc.t c'est c.t' !
A2	QT	<i>Professeur</i>	Alors Ox' ... pour Loedel ?

32.16			
A2 32.21	RT	<i>Élève</i>	Oui
A2 32.22	QT	<i>Professeur</i>	Alors Ox' et Oc.t' ?
A2 32.25	DIR1	<i>Élève</i>	Non Ox' et Oc.t ce sera c.t' qui va être la bissectrice.
A2 32.28	AT	<i>Professeur</i>	Euh, oui, peut-être. Pas persuadé parce que Oc.t' est quand même un peu plus bas. Par contre, pour Loedel, regardez !
	QT		Pour Loedel, qu'est-ce qu'on peut dire de $x = c.t$ pour l'axe Ox' et Oc.t' ?
A2 32.45	RT	<i>Élève</i>	C'est que c'est la bissectrice.
A2 32.46	AT	<i>Professeur</i>	C'est aussi la bissectrice.
	QT		Et puis qu'est-ce qu'on peut dire de $x = c.t$ pour les axes Ox et Oc.t ?
A2 32.53	RT	<i>Élève</i>	C'est $x' = c.t'$ aussi !
A2 32.56	AT	<i>Professeur</i>	Alors oui on peut dire que c'est $x = ct$ ou $x' = c.t'$ effectivement. Donc vous voyez qu'on retrouve la même chose pour Loedel et Minkowski au niveau de la bissectrice.
A2 33.08	DIR1	<i>Élève</i>	Eh monsieur x' c'est pas dans le diagramme de Loedel. x' c'est pas la bissectrice de c.t' et x ?
A2 33.15	AIR2	<i>Professeur</i>	x' la bissectrice de Oc.t' et x. Alors peut-être mais ça correspond à un cas particulier qui ne nous sert pas. Pourquoi ça nous sert pas parce que Ox et Oc.t' ce n'est pas dans le même référentiel. Ox c'est la position dans le référentiel de Daniel. Oc.t' ça nous donne une indication de comment se passe le temps dans le référentiel d'Armineh. Donc on est en train de comparer deux choses dans deux référentiels

			différents. Ça correspond peut-être à un problème de la représentation à l'aide du diagramme. C'est un cas particulier qui ne correspond à rien physiquement.
A2 33.47	AIR1	<i>Professeur</i>	Alors ensuite vous voyez que dans Loedel vous avez des axes qui sont perpendiculaires deux à deux. Ensuite on retrouve toujours $Ox Ox'$ du même côté de la bissectrice $x = c.t$ et $Oc.t'$ $Oc.t$ du même côté de la bissectrice.
A2 34.10	AT		Qu'est-ce que vous allez faire ? Et bien vous allez placer les événements E_1 , E_2 et E_3 . Donc comment vous allez faire ? Vous allez d'abord les placer dans le référentiel de Daniel. D'accord ? Dans le référentiel de Daniel vous connaissez la position de E_1 , E_1 c'est 3 mètres et vous connaissez le temps correspondant c'est 10 ns. Donc vous allez placer E_1 , E_2 , E_3 .
A2 34.10	AIR1		Donc là vous avez les échelles qui sont données, vous utilisez directement le diagramme de Loedel et ensuite vous regarderez ce qu'il se passe dans le référentiel d'Armineh et là l'avantage des diagrammes de Loedel, c'est que vous avez des échelles qui sont conservées donc vous allez véritablement lire les positions et les temps dans les deux référentiels. Donc là dans le diagramme de Loedel vous placez E_1 , E_2 et E_3 .
A2 35.09	AT		Comment est-ce que l'on place E_1 , E_2 et E_3 ? C'est le même principe en faisant des projections. Regardez pour x dans le diagramme de Loedel. J'ai représenté 1, vous voyez le 1 pour x ? Donc 2 ^{ième} , c'est 2, troisième c'est 3 ... Vous avez 3 m, $x = 3$ m. Est-ce que tout le monde voit $x = 3$ m dans le diagramme de Loedel ?
A2 35.29			Oui
A2 35.30	QT		Bon, comment est-ce que l'on trace toutes les positions qui sont égales à 3 m ?
A2	DT		<i>Élève</i>

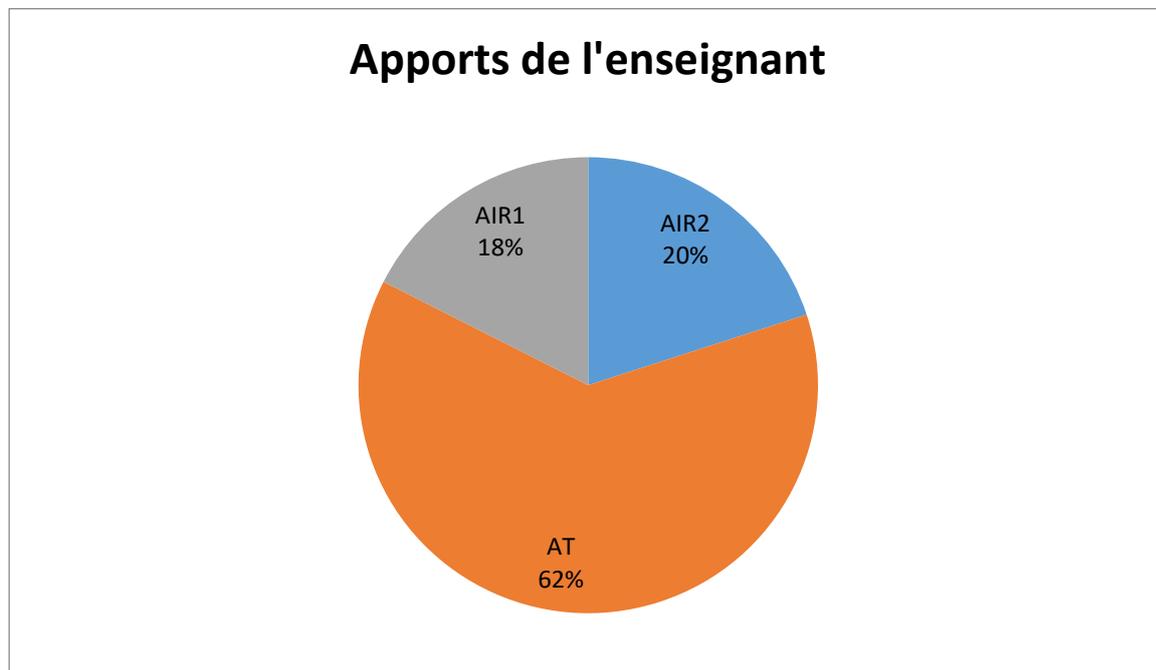
35.42			
A2 35.43		<i>Professeur</i>	Non
A2 35.46	RT	<i>Élève</i>	Parallèle à c.t !
A2 35.49	AT	<i>Professeur</i>	Oui, la parallèle à Oc.t. Donc pour $x = 3$ m, vous repérez $x = 3$ m sur l'axe des abscisses et puis vous avez l'axe Oc.t qui est vertical. Donc vous tracez un axe vertical qui passe par $x = 3$ m. Donc là ça correspond à toutes les positions qui correspondent à $x = 3$ m.
A2 36.08	DT	<i>Élève</i>	Je n'ai pas compris !
A2 36.11	AT	<i>Professeur</i>	Donc vous prenez 3 mètres sur l'axe Ox. Vous repérez 3 mètres, c'est la troisième graduation. Pour connaître toutes les positions qui correspondent à 3 mètres, d'accord, il faut tracer la parallèle à l'axe Oc.t. Oc.t, si vous voyez Oc.t c'est quelque chose qui est vertical.
			(Discussion avec des élèves)
A2 37.10	AT	<i>Professeur</i>	Ensuite vous avez 10 ns. 10 ns pour l'événement E_1 . Même chose, vous repérez ...
A2 37.12	DT	<i>Élève</i>	Monsieur c'est sur x ou sur x' ?
A2 37.16	AT		Sur x !
A2 37.18	AIR2	<i>Professeur</i>	Parce que l'évènement, on connaît la position de l'évènement dans le référentiel de Daniel. Donc on place dans le référentiel de Daniel et après, on va lire dans le référentiel d'Armineh.
A2 37.27			Ce n'est pas comme cela qu'on trace ...

			(Discussion avec des élèves)
A2 38.04	AT		Alors normalement l'évènement E_1 vous devez le retrouver sur la droite $x = c.t$. A peu près.
A2 38.17			Parce que 3 m, quand on a dit 10 ns, 10 ns on a vu que cela correspondait à 3 m. $x = c.t$ cela veut dire que vous avez la même valeur pour x et pour $c.t$. Vous devez le retrouver à peu près sur la droite $x = c.t$.
A2 38.37			Oui mais 10 il faut ...
A2 38.37	DT	<i>Élève</i>	Il faut décaler ?
A2 38.38	AT	<i>Professeur</i>	Il faut le prendre parallèlement. On trace toujours la parallèle aux axes.
A2 38.43			Faites attention quand vous avez 10 ns pour l'axe pour $Oc.t$. Bon pour savoir toutes les positions qui correspondent à 10 ns, il faut partir de 10 ns et puis ensuite on trace la parallèle à Ox . Ce n'est pas quelque chose de perpendiculaire.
A2 38.58			Vous n'avez pas un axe orthonormé comme d'habitude. Pour trouver les coordonnées vous devez tracer les parallèles aux axes.
			(Discussion avec des élèves)
A2 40.24	AT	<i>Professeur</i>	Là vous avez 10, vous faites une règle de trois. Ben regardez combien vous avez de cm, là vous avez par exemple ... 10 unités pour 1,8 et puis vous vous voulez 27.
A2 40.51	DT	<i>Élève</i>	On divise 2,7 par 1,8 !
A2 40.55	AT	<i>Professeur</i>	Oui, euh, c'est 27 pas 2,7.
A2			Avant de répondre à une question, donc pour l'évènement E_2 , vous avez 23 ns. C'est gradué sur l'axe $Oc.t$ en 10. 10, 20, 30,

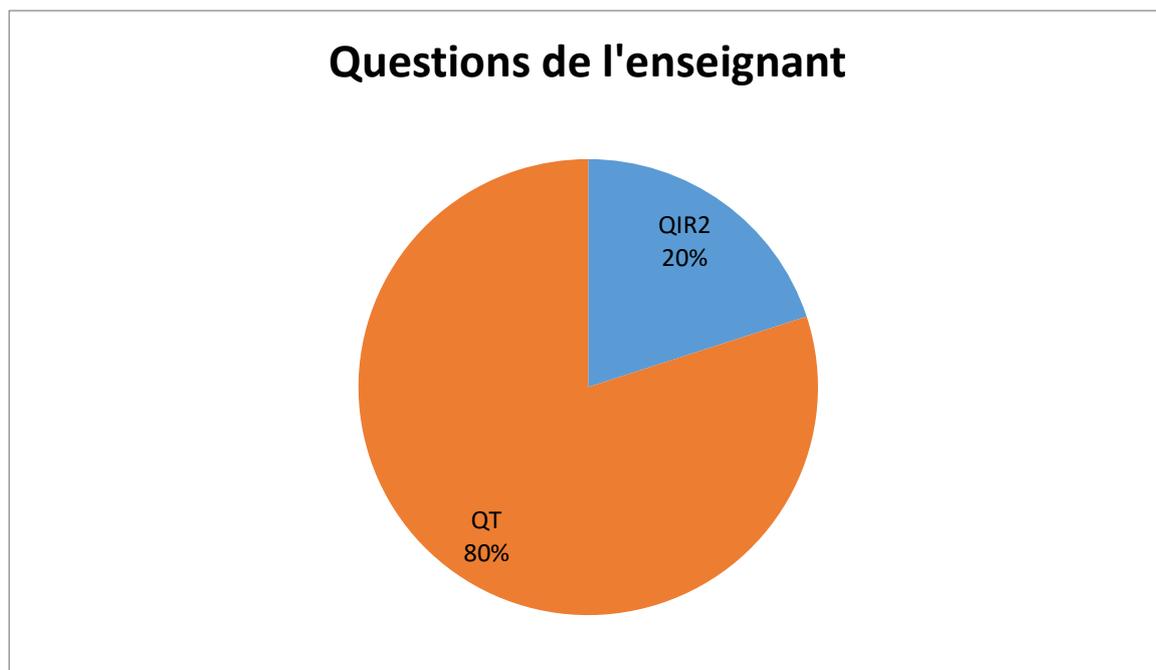
41.23			40 ... Et vous n'avez pas les graduations intermédiaires. Alors qu'est-ce qu'il faut faire ? Ben vous faites une règle de trois.
A2 41.50	QT		Regardez lorsque vous avez 10 ns cela correspond à combien de cm ? De 0 à 10 vous avez combien ?
A2 41.58	RT	<i>Élève</i>	1,8 !
A2 41.59	AT	<i>Professeur</i>	1,8 cm. Donc là vous avez 23 ns et vous regardez à combien de cm cela correspond (trace un tableau de proportionnalité type collègue au tableau). Donc cela veut dire que c'est 1,8 fois 23 divisé par 10.
A2 42.16	RT	<i>Élève</i>	On pouvait faire 2,3 fois 1,8 direct !
A2 42.19			4,14 !
A2 42.22		<i>Professeur</i>	Oui, le principal c'est d'y arriver. C'était ça votre question ?
A2 42.26		<i>Élève</i>	Euh, non ...
A2 42.29	DT		C'est pour savoir si c'était juste ce que j'ai fait ... J'ai placé mes points.
A2 42.31	QT	<i>Professeur</i>	Alors E ₂ . E ₂ vous l'avez placé comment ? Le 23 vous l'avez placé ... mais comment ? A l'arrache ou ...
A2 42.40	DT	<i>Élève</i>	Ben un peu
A2 42.42	AT	<i>Professeur</i>	Il faut le faire assez précisément.
A2 43.00	AT	<i>Professeur</i>	Alors E ₂ normalement il est à la même abscisse qu'E ₁ . Donc si vous avez tracé $x = 3$ m vous avez E ₁ et E ₂ qui sont au même endroit.

A2 43.17	RT	<i>Élève</i>	Ah oui E_2 il est un peu dessous.
A2 43.27	AT	<i>Professeur</i>	Donc après ce que vous devez faire, vous devez trouver ... Donc là vous avez les différentes échelles sur l'axe Ox' $Oc.t'$ et donc il faut trouver les valeurs des abscisses et des ordonnées pour E_1 , E_2 , E_3 dans le référentiel de Daniel et le référentiel d'Armineh.
A2 43.47			Dans le référentiel de Daniel, vous connaissez déjà.
A2 43.51			(à un élève) Alors ça E_1 , E_2 , E_3 , vous l'avez placé dans le référentiel de Daniel, dont vous connaissiez les positions. Et ce qui est bien c'est que $Oc.t'$ et Ox' c'est le référentiel d'Armineh. Donc comment on fait pour trouver dans le référentiel d'Armineh. Euh ... Donc là, il faut trouver l'abscisse par exemple ... $c.t'$ c'est comme cela. Donc l'abscisse, alors on va tracer la parallèle et là vous allez avoir l'abscisse d' E_1 dans le référentiel d'Armineh.
A2 44.32			C'est juste un problème de projections et de parallèles.

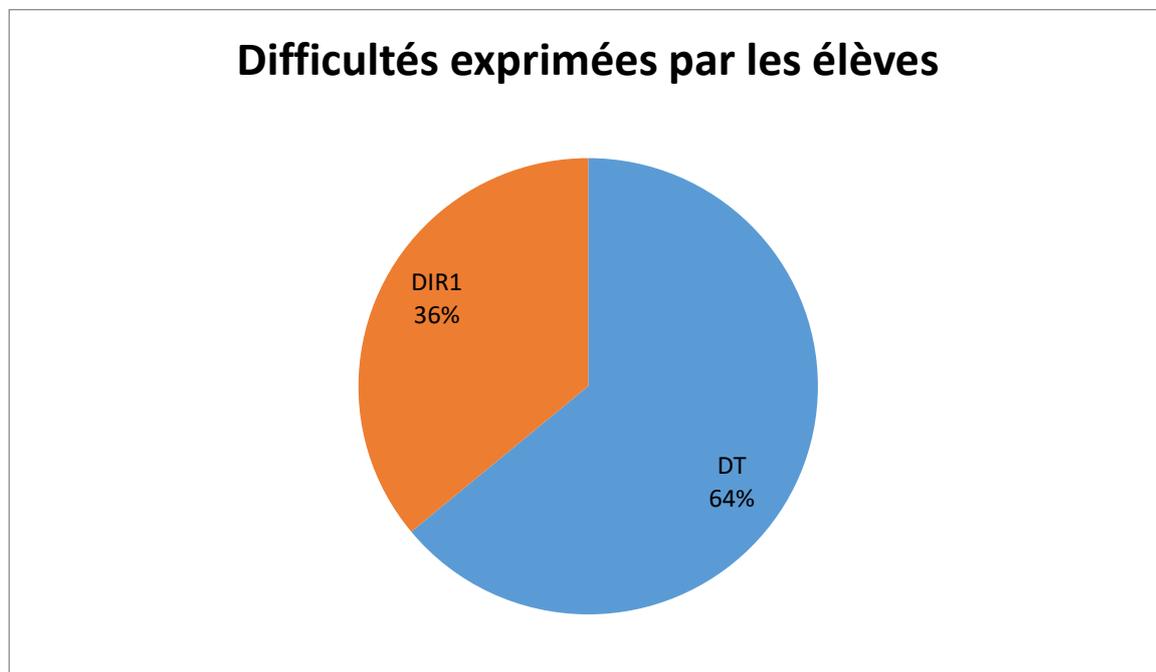
Les apports de l'enseignant donc majoritairement de type technique.



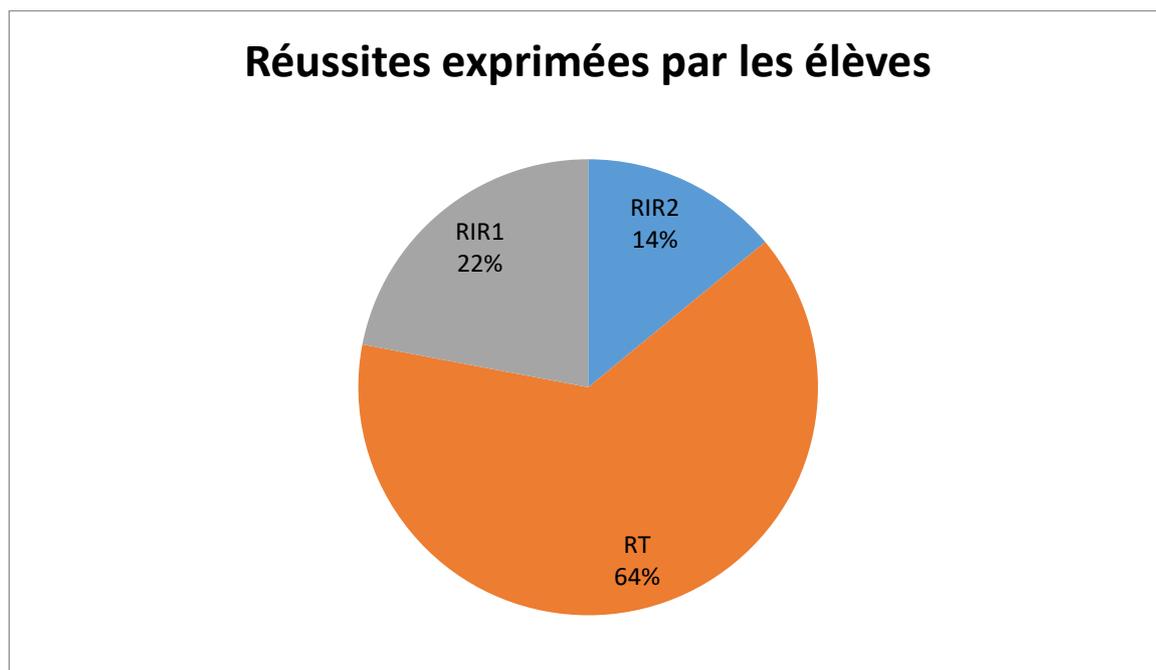
Il en est de même pour son questionnement.



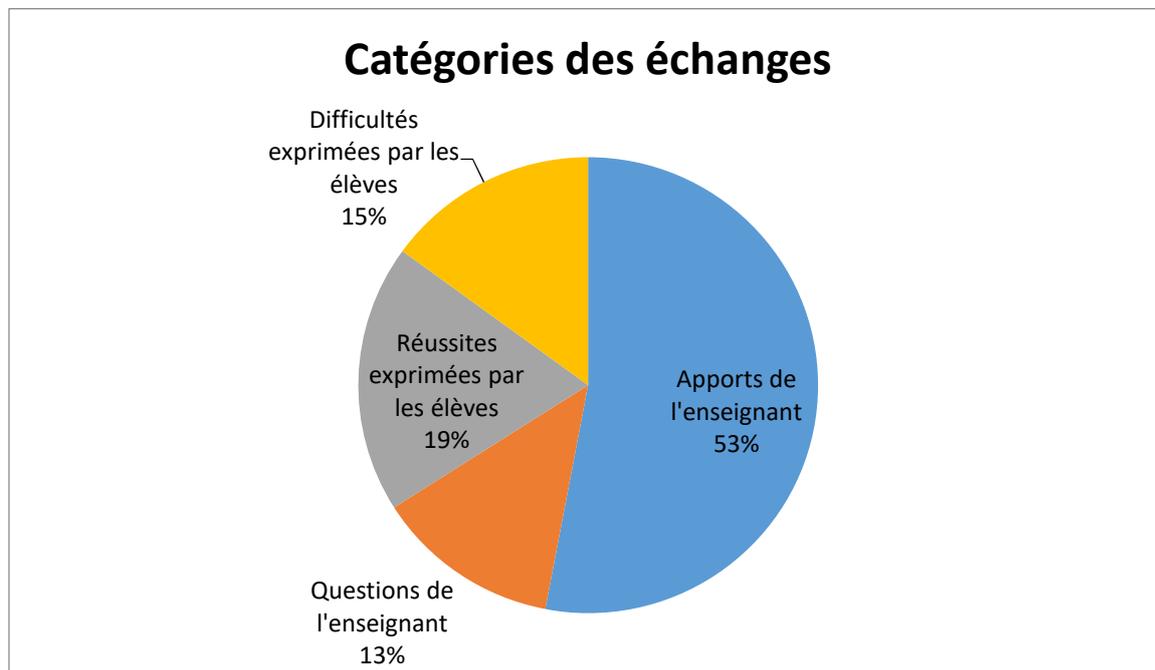
Les élèves expriment essentiellement des difficultés techniques de manipulations basiques de l'outil graphique.



L'accent étant mis sur le côté technique, ce sont surtout ces réussites qui sont mises en évidence chez les élèves.



34% des échanges viennent des élèves dans cet épisode.



B2 14.12	AT	<i>Professeur</i>	Alors, vous prenez les deux feuilles que je viens de vous donner. Donc c'est Minkowski, ce que vous avez fait et puis maintenant on va utiliser un autre diagramme, le diagramme de Loedel. Il y a des choses que l'on retrouve entre ces deux-là.
	QT		Alors qu'est-ce qu'il y a de particulier ? Qu'est-ce que vous retrouvez entre Loedel et Minkowski ? Oui.
B2 14.38	RT	<i>Élève</i>	$x = c.t !$
B2 14.39			$x = c.t$
B2 14.41			Et les deux axes qui sont les mêmes. Ah pardon, les quatre !
B2 14.48	QT	<i>Professeur</i>	Alors $x = c.t$ et les quatre axes qui sont les mêmes. C'est-à-dire ?

B2 14.50	RT	<i>Élève</i>	Ben il y'a quatre fois les axes.
B2 14.52	AT	<i>Professeur</i>	Il y a quatre fois les axes, oui.
B2 14.54	AIR1		Alors dans Minkowski et dans Loedel vous allez retrouver Ox, vous allez retrouver Oc.t. Donc, ça c'est le référentiel de Daniel. Donc il est dans Minkowski, il est dans Loedel. C'est le même principe. Vous allez retrouver la même chose pour Armineh Ox' et Oc.t'. Oui.
B2 15.09	RIR1	<i>Élève</i>	Et aucun des repères n'est orthonormé.
B2 15.13	AIR1	<i>Professeur</i>	Aucun des repères n'est orthonormé, oui. Dans Minkowski, c'est vrai que c'est bien pour commencer Minkowski parce qu'on commence avec un axe Ox et Oc.t. On a quelque chose qui est orthonormé. Pour Ox' et Oc.t' ce n'est pas orthonormé, ce n'est pas obligé mais on peut commencer comme cela. Tandis qu'avec Loedel non, oui ?
B2 15.30	RT	<i>Élève</i>	Dans Loedel, l'abscisse c'est x'.
B2 15.32	QT	<i>Professeur</i>	Alors, dans Loedel l'abscisse c'est x'. Alors oui effectivement vous avez Ox' qui est horizontal. Mais est-ce que ça on n'aurait pas pu faire autre chose ?
B2 15.44	RT	<i>Élève</i>	On aurait pu mettre Ox.
B2 15.44	AT	<i>Professeur</i>	Oui ? On aurait pu mettre Ox. Il suffit juste de représenter différemment (bouge la feuille du diagramme de Loedel de façon à avoir Ox horizontal ou Ox' horizontal).
B2 15.53	QT		Est-ce que ça a une importance la façon dont elles sont placées les unes par rapport aux autres ?
B2	AT		Oui, mais par exemple le fait que Ox' soit horizontal. On aurait

15.57			pu mettre Ox horizontal.
B2 16.03	RT	<i>Élève</i>	Les distances auraient été les mêmes.
B2 16.04	AT	<i>Professeur</i>	Oui les distances auraient été les mêmes. Si j'avais mis Ox horizontal. Oc.t n'aurait plus été vertical. Il aurait été décalé vers la gauche.
B2 16.17	QT		Alors dans Loedel il y a quelque chose de particulier, regardez l'axe Ox.
B2 16.23	RT	<i>Élève</i>	Il est décalé.
B2 16.24	QT	<i>Professeur</i>	Il est décalé et qu'est-ce qu'il n'y a pas autre chose avec un autre axe ?
B2 16.28	RT	<i>Élève</i>	Il est perpendiculaire avec Oc.t'.
B2 16.29	AT	<i>Professeur</i>	Oui, vous voyez vous avez Ox et Oc.t' qui sont perpendiculaires. Ça c'est par construction.
B2 16.35	RT	<i>Élève</i>	Et Ox' et Oc.t sont perpendiculaires aussi.
B2 16.36	AIR2	<i>Professeur</i>	Oui, vous avez Ox' et Oc.t qui sont perpendiculaires. Par contre Ox' c'est le référentiel d'Armineh, Oc.t c'est le référentiel de Daniel. Donc il n'y a aucun rapport entre les deux parce que ce n'est pas dans le même référentiel. Par construction, effectivement ils sont perpendiculaires. Pour $x = c.t$, dans Minkowski, $x = c.t$ c'était la bissectrice des axes Ox et Oc.t et Ox' Oc.t'.
	QIR2		Je vous avais dit que finalement le second postulat d'Einstein qui dit qu'on a la même vitesse de la lumière dans n'importe quel référentiel ça se traduisait graphiquement par ça. Est-ce que dans Loedel on retrouve ça ?
B2		<i>Élève</i>	Oui ...

17.13			
B2 17.14	QIR1	<i>Professeur</i>	Dans Loedel on retrouve ça. Regardez $x = c.t$ dans Loedel. Lorsqu'on regarde l'axe Ox et l'axe Oc.t $x = c.t$ c'est aussi la bissectrice. C'est aussi la bissectrice de Ox' Oc.t'. $x = c.t$ on peut aussi l'écrire différemment.
B2 17.31	QT		$x = c.t$ c'est dans quel référentiel ?
B2 17.33	RT	<i>Élève</i>	De Daniel.
B2 17.34	QIR2	<i>Professeur</i>	Dans le référentiel de Daniel. Et dans le référentiel d'Armineh ça serait ? Dans le référentiel d'Armineh, ça s'écrirait comment ?
B2 17.43	RIR2	<i>Élève</i>	Oc.t'
B2 17.44	QT	<i>Professeur</i>	Oui Oc.t' qui est égal à
B2 17.47	AT		à x'. Donc vous voyez que $x = c.t$ est confondu avec la droite $x' = c.t'$. C'est bon ?
B2 17.57	AIR1	<i>Professeur</i>	Entre Minkowski et Loedel, c'est un peu le même principe. La seule différence, c'est que dans Loedel vous allez avoir l'échelle qui va être conservée. C'est-à-dire que vous allez avoir la même échelle dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh. Donc on va pouvoir regarder éventuellement, euh, mesurer des durées et regarder s'il y a quelque chose qui change.
B2 18.20	AT		Ce que vous allez faire maintenant, donc vous avez le diagramme de Loedel, vous allez l'utiliser tel quel. Vous allez placer les événements E_1 , E_2 et E_3 .
B2 18.28	QT		On va commencer par l'événement E_1 . Est-ce que tout le monde voit l'axe Ox ?

B2 18.35	AT		Vous avez 1 qui est représenté.
B2 18.36	RT	<i>Élève</i>	Le 1 pour Daniel là ?
B2 18.38	AIR1	<i>Professeur</i>	Oui E_1 pour Daniel. Ben oui parce que E_1, E_2, E_3 on l'a que pour Daniel. On l'a pas pour Armineh mais du moment qu'on le place pour Daniel après on pourra le lire pour Armineh.
B2 18.47	QT		Alors pour x vous avez 1. Vous allez repérer 3. Comment est-ce que l'on trouve dans le référentiel de Daniel, euh, lorsqu'on a une abscisse qui est constante ? Comment est-ce qu'on fait pour avoir une abscisse de constante ?
B2 19.05	RT	<i>Élève</i>	C'est une droite verticale !
B2 19.07	QT	<i>Professeur</i>	C'est une droite verticale oui parce qu'elle est parallèle à l'axe ?
B2 19.10	DT	<i>Élève</i>	Des abscisses
	RT		Des ordonnées
B2 19.13	AT	<i>Professeur</i>	De l'axe des ordonnées donc vous avez $x = 3$. Vous repérez $x = 3$. Vous avez l'axe Oc.t qui est vertical. Donc on prend comme tout à l'heure. Vous prenez la parallèle à l'axe Oc.t et donc là vous allez avoir tous les points qui ont $x = 3$.
B2 19.32			Pour repérer sur l'axe Oc.t 10 ns fois c, vous le voyez ? Comment est-ce que l'on trouve la droite avec tous les points qui ont un temps de 10 ns ? Il va falloir tracer la parallèle à l'axe Ox et puis qui passe par le point 10 ns fois c sur l'axe c.t.
B2 19.52			QT
B2 20.08	RT	<i>Élève</i>	Ça tombe sur $x = c.t$!

B2 20.12	AT	<i>Professeur</i>	Ça c'est normal. Effectivement ça tombe sur l'axe $x = c.t.$
B2 21.01			Donc les projections, se font parallèlement aux axes.
B2 21.08	DT	<i>Élève</i>	Et même chose pour les autres ?
B2 21.10	AT	<i>Professeur</i>	Même chose pour les autres ...
B2 22.28	AT	<i>Professeur</i>	Alors pour E_1 c'est simple vous avez les graduations qui sont données. Comment on va faire pour E_2 ? Pour E_2 vous avez 3 m, donc ça ne change pas, mais vous avez 23 ns. 23 ns il n'y a pas des graduations parfaites donc il va falloir faire une règle de 3. Il ne faut pas placer n'importe comment.
	QT		Est-ce que vous pouvez mesurer, 10 ns ça fait combien ? De 0 à 10 ns ? Combien de cm ?
B2 22.57	RT	<i>Élève</i>	1,8
B2 22.58	AT CST	<i>Professeur</i>	1,8 cm (marque au tableau dans un tableau de proportionnalité) pour 10 ns multiplié par c. Donc pour l'événement E_2 vous devez avoir 23 ns. Donc vous faites une règle de trois. C'est 23 fois 1,8 divisé par 10. Et donc vous aurez le nombre de cm.
B2 23.38	AIR1		Donc vous voyez qu'on a les deux référentiels qui sont représentés sur le même diagramme d'espace-temps. On place les trois événements en utilisant le référentiel de Daniel et par lecture graphique on va avoir les coordonnées de ces trois événements dans l'autre référentiel.
B2 26.44	QT	<i>Professeur</i>	Allez-vous placez les trois événements.
B2 27.18	AT		Alors lorsque vous avez placé les trois événements, après, vous vous êtes servi du référentiel de Daniel pour placer les trois

			événements, ben maintenant vous allez regarder quelles sont leurs coordonnées dans le référentiel d'Armineh. Donc vous allez faire les trois projections sur Ox' Oct' et sauf que maintenant, tout à l'heure vous avez fait juste les projections, là vous allez faire les projections sur Ox' et Oct' et vous allez lire quelles sont les coordonnées dans le référentiel d'Armineh.
B2 27.51	DT	<i>Élève</i>	Je ne comprends pas trop là.
B2 27.53	AT	<i>Professeur</i>	Vous avez fait les trois événements.
B2 27.55	RT	<i>Élève</i>	On fait pareil que tout à l'heure !
B2 27.56	AT	<i>Professeur</i>	On fait pareil que tout à l'heure donc vous allez faire des projections suivant Ox' et Oc.t' et en plus après il va falloir regarder quelle est la valeur. Tout à l'heure on n'a pas regardé quelle était la valeur de x' et c.t'.
B2 28.15			Pour E ₃ , c.t', je prends parallèlement à c.t' sur x', hop ça sera ici (montre sur la copie de l'élève). Et après vous regarderez quelle est la valeur. Ce sera 3 quelque chose.
B2 28.26		<i>Élève</i>	Monsieur ? Là c'est bon ou pas ...
B2 28.31	AT	<i>Professeur</i>	Alors E ₁ je suis d'accord ... Oui c'est sur 3 m, je suis d'accord mais vous avez E ₂ c'est ... 23 vous l'avez placé comment ? En faisant comme ça ou au pif ? Comme ça ? Bon et donc 23, là vous avez l'axe Ox et donc il faut la parallèle à l'axe Ox passant par 23. Vous avez fait pour E ₂ , oui ? Donc là oui c'est bon ... Maintenant vous faites les projections de E ₁ , E ₂ , E ₃ suivant x' et ct'. Alors suivant x', on fait la projection ... (inaudible)
B2	DT	<i>Élève</i>	Une fois qu'on a les trois points ?

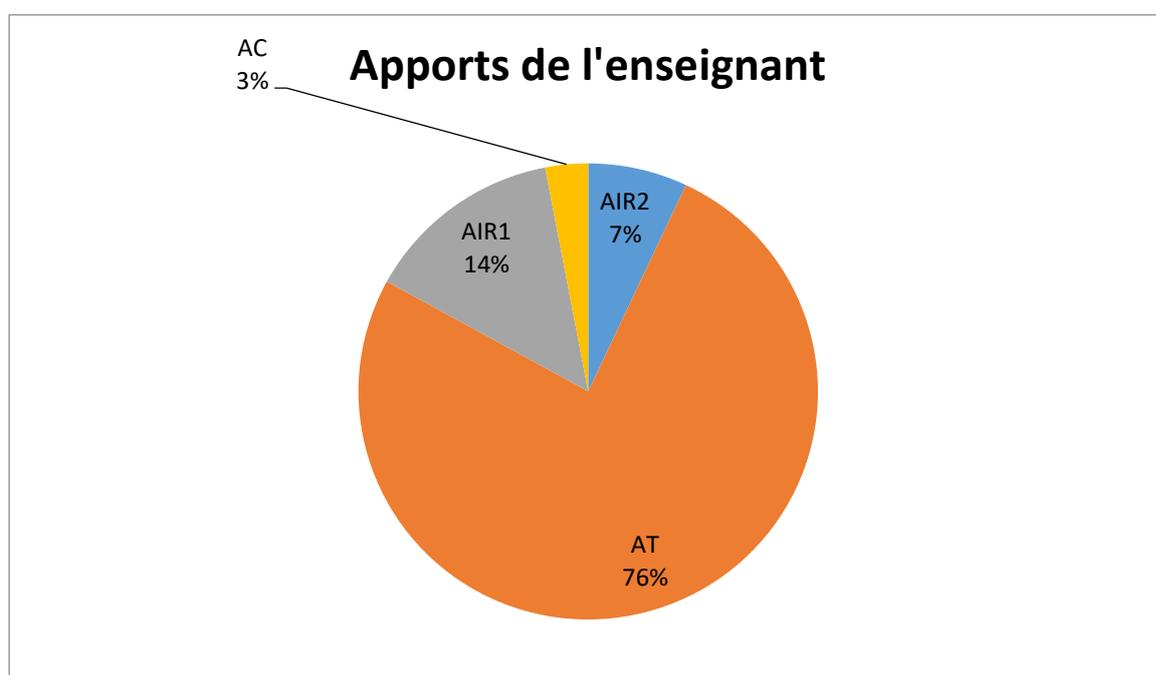
30.01			
B2 30.05	AT	<i>Professeur</i>	Donc après il faut faire les projections de E_1 , E_2 , E_3 pour trouver la valeur de x' et la valeur de $c.t'$. Tout à l'heure on a fait les projections. Là par exemple, on va prendre le cas d' E_2 . Alors, E_2 , je veux connaître sa valeur de x' . Euh, l'axe $c.t'$ il est là. Donc il faut prendre quelque chose parallèle à $c.t'$ passant par E_2 , comme ça ...
B2 30.28	DT	<i>Élève</i>	Et parallèle à x' !
B2 30.32	AT	<i>Professeur</i>	Parallèle à $c.t'$! Si c'est parallèle à x' on ne va jamais ...
B2 30.36	RT	<i>Élève</i>	Oui !
B2 30.37	QT	<i>Professeur</i>	Et donc après il va falloir trouver la valeur.
B2 30.42	DT	<i>Élève</i>	On s'arrête lorsqu'on rencontre une droite ?
B2 30.43	AT	<i>Professeur</i>	Ben oui
B2 30.44	DT	<i>Élève</i>	On rencontre laquelle ?
B2 30.45	RT		Quand on rencontre x' ! (Autre élève)
B2 30.45	AT	<i>Professeur</i>	Là vous avez ..., là c'est parallèle à $c.t'$ lorsque vous rencontrez x' c'est bon et après il faut regarder quelle est la valeur.
B2 30.55	AIR1	<i>Professeur</i>	Là ce qui est intéressant c'est que maintenant, grâce au diagramme de Loedel, vous allez avoir la position et le temps de chacun des événements dans le référentiel d'Armineh.

B2 31.07	RT	<i>Élève</i>	Donc x' c'est la position en fait ?
B2 31.08	AT	<i>Professeur</i>	Oui, c'est la position.
B2 31.09		<i>Élève</i>	C'est x' de ...
B2 31.09	AT	<i>Professeur</i>	Et là vous trouvez quelque chose de négatif. Donc ça veut dire que par rapport à l'origine, ben c'est avant.
B2 31.29	DIR2	<i>Élève</i>	Elle n'était pas face ... Elle n'était pas au niveau du flash, mais elle (inaudible) ...
B2 31.36	QIR1	<i>Professeur</i>	Regardez le temps. Sachant qu'il y a des phénomènes bizarres. Vous avez inversion entre E_2 et E_3 .
B2 31.40		<i>Élève</i>	Oui, oui, déjà ça c'est chaud ...
B2 31.45	DT		E_1 c'est 0 ??
B2 31.46	AT	<i>Professeur</i>	E_1 c'est 0 ... Oui là il faut ... Donc vous voulez quoi ? x' ou 1 ? Donc là on a E_1 . On prend la parallèle ... (inaudible) et là pour avoir x' et là on avait x', pour avoir c.t' on prend quelque chose qui est parallèle à x' et on va avoir c.t' ...
B2 32.26	AIR2		Mais si vous avez x' qui est négatif, cela veut dire que l'objet il est où ? Il est derrière.
B2 32.31	RT	<i>Élève</i>	Oui, ben oui.
B2 32.38	AT	<i>Professeur</i>	Si c'est négatif !
B2 32.39	RT	<i>Élève</i>	Ça paraît plus logique ...
B2	AIR2	<i>Professeur</i>	Vous avez l'événement, l'origine c'est quoi ? C'est lorsque

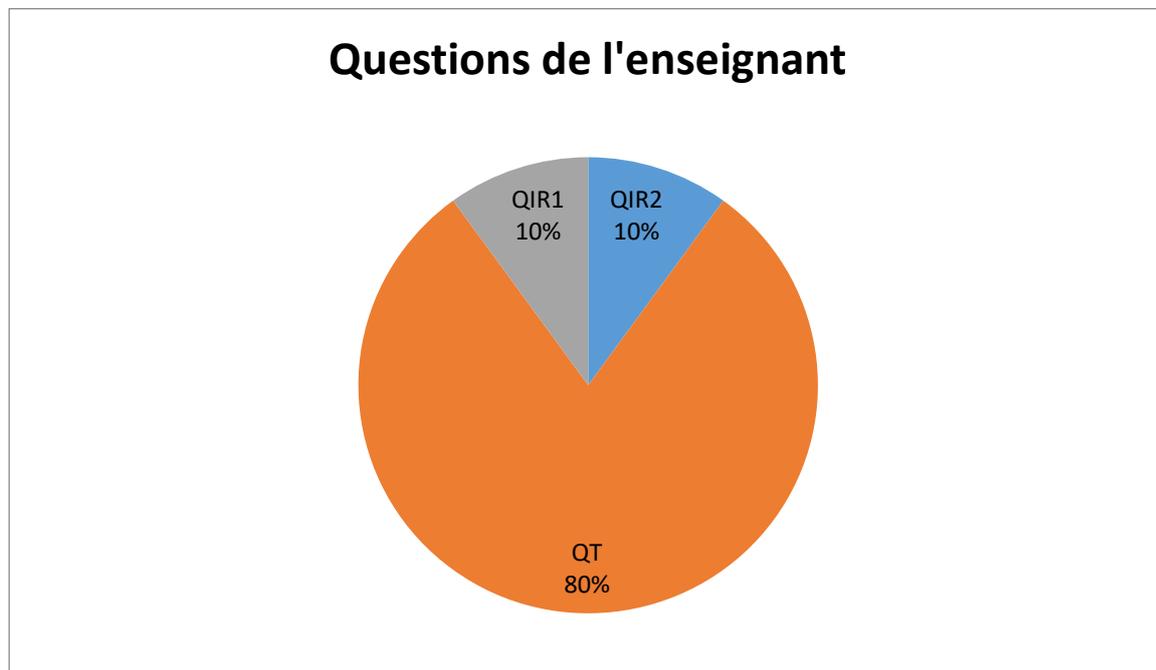
32.40			Armineh et Daniel sont au même endroit. Ça ça correspond à l'origine des espaces et l'origine des temps. Si vous trouvez x' qui est négatif, ça veut dire que l'événement, la position, c'est derrière elle quand vous avez Daniel et Armineh qui se rencontrent.
B2 33.22	AT		Donc vous voyez que par rapport à tout à l'heure, c'est un tout petit peu plus. Il faut faire les projections suivant x' et $c.t'$ et trouver les valeurs.
B2 35.36			Essayez de répondre aux questions suivantes. Maintenant vous savez utiliser, essayez de répondre aux questions.
B2 35.49	QT	<i>Professeur</i>	Alors avant de répondre aux questions, il faut trouver les coordonnées des trois événements dans le référentiel d'Armineh. Donc il faut avoir les valeurs de x' et de $c.t'$. Lorsque vous avez trouvé les coordonnées ensuite vous pouvez commencer à regarder les questions.
B2 37.57	AT		(à un élève) alors on va faire pour E_2 . E_2 on peut projeter sur $c.t'$... (Inaudible). On va avoir la valeur sur $c.t'$. D'accord ? Pour avoir la valeur sur x' vous avez l'axe $c.t'$ donc vous faites une projection là. Là vous aurez la valeur de x' . Donc vous voyez cela veut dire que l'événement E_2 se passe derrière Armineh. Vous avez Armineh et Daniel qui se rencontrent ici et l'événement E_2 c'est derrière elle. Faites une projection et après vous trouverez les valeurs.
B2 38.47	DT	<i>Élève</i>	On arrondit à combien pour les valeurs ?
B2 38.48	AT		Euh, vous gardez une décimale.
B2 38.56	AC	<i>Professeur</i>	Donc vous voyez qu'avec la relativité, il peut y avoir beaucoup de choses qui sont perturbantes. Vous pouvez avoir inversion de l'ordre chronologique d'événements, vous pouvez avoir des objets qui passent derrière parce que quand vous avez

		changement de la perception de temps et puis d'espace il peut se passer des choses très différentes dans chacun des deux référentiels.
B2 39.28	AT	(À un élève) ça c'est dans x' et $c.t'$... (Inaudible) ça c'est négatif ça ...

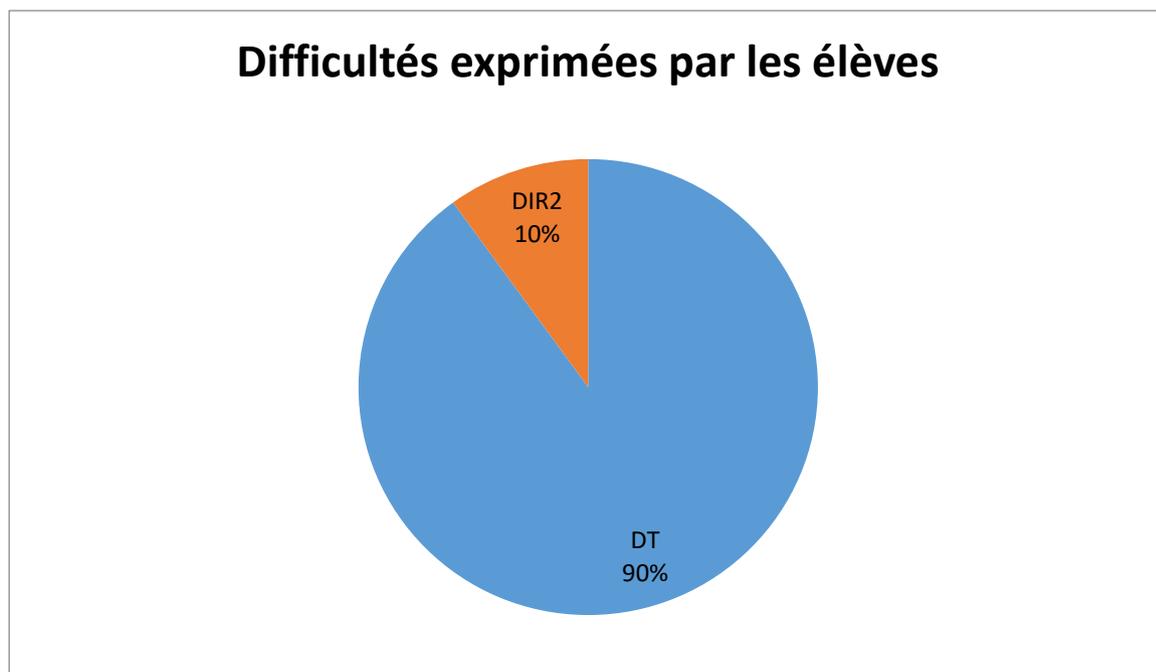
Dans cette partie de séance, les apports de l'enseignant sont essentiellement techniques.



Il en est de même du questionnement de l'enseignant.



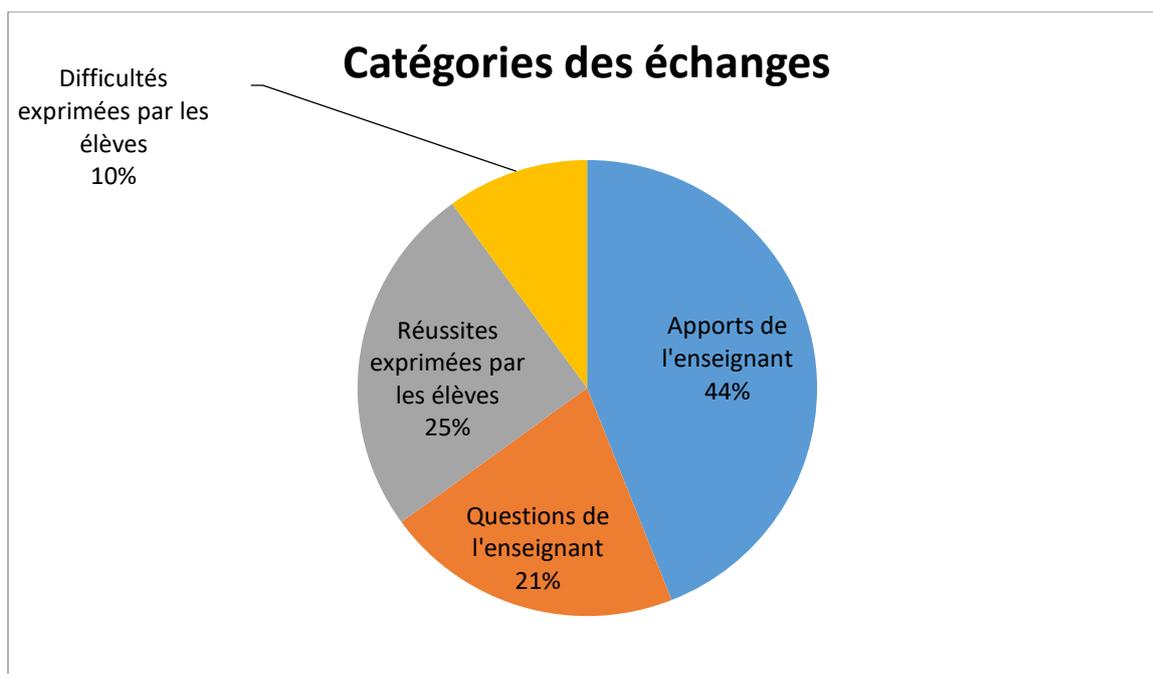
Cela n'empêche pas des difficultés pour l'écrasante majorité technique de la part des élèves.



Ainsi que des réussites dans la même catégorie.



L'enseignant pose plus de question que dans le premier groupe ce qui induit un pourcentage de réussite plus élevé et moins de difficultés exprimées chez les élèves.



A3 23.13	AT	<i>Professeur</i>	Bon, alors l'avantage du diagramme de Loedel c'est que donc vous avez un événement, un événement ben vous allez le ... ça se traduit comment, cela se traduit par une position et puis par une date associée. Donc un événement cela correspond à un point dans un diagramme d'espace-temps.
A3 23.30	DIR1	<i>Élève</i>	Ce n'est pas une durée ?
A3 23.32	AIR1	<i>Professeur</i>	Alors une durée c'est une différence de temps. C'est pour cela que l'on parle plutôt de position et de temps. Une durée cela va être une différence de temps. Donc, on place les trois événements dans un référentiel donné donc, dans le référentiel de Daniel. On utilise un repère qui permet de placer ces trois événements dans le référentiel de Daniel et puis on va pouvoir les lire automatiquement dans le référentiel d'Armineh. Donc vous voyez il n'y a finalement pas tant de questions à se poser que ça, c'est juste une lecture graphique. Et on va voir ce que l'on peut en faire. Normalement avec l'activité vous avez différentes questions, d'accord, donc on va essayer à répondre à ces questions.
A3 24.13	QC	<i>Professeur</i>	Alors question 1 pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif permettant de déclencher le flash S_3 4 ns après le déclenchement du flash S_2 ? Alors, qu'est-ce qu'on pourrait répondre à cette question-là ?
A3 24.33	DC	<i>Élève</i>	Monsieur ? Parce qu'ils ne sont pas dans le même référentiel.
A3 24.38	AIR1	<i>Professeur</i>	Non. Ben, non là on est, on vous dit que le flash S_2 , alors S_2 se trouve à 3 m de Daniel, on a un flash au bout de 23 ns, donc un flash lumineux. S_3 se trouve à 9 m de Daniel et puis on a un flash au bout de 27 ns. Donc là quand on explique cela, on est par rapport à Daniel. Ça correspond, vous avez placé les trois événements par rapport à Daniel. Ce n'est pas une réponse.

A3 25.06	DC	<i>Élève</i>	4 ns c'est vraiment trop petit non.
A3 25.09	QC	<i>Professeur</i>	Par rapport à quoi c'est trop petit ?
A3 25.11	DL	<i>Élève</i>	Par rapport à ...
A3 25.13	QC	<i>Professeur</i>	Parce que 4 ns c'est petit mais par rapport à quoi ?
A3 25.16	DC		à x_2 !
A3 25.18	DL	<i>Élève</i>	Non, par rapport à la voiture d'Armineh... Ben oui ... Oui voilà ... Elle va trop vite en fait. Oui même à Daniel.
A3 25.24	DC		Daniel il ne voit pas la différence, il croit que c'est en même temps.
A3 25.25	QC	<i>Professeur</i>	Oui mais, trop petit en général c'est trop petit par rapport à quoi. Qu'est-ce qu'il y a de différent entre S_2 et S_3 ? Parce que là vous m'avez parlé de 4 ns donc vous avez fait une différence de temps.
A3 25.37	RL	<i>Élève</i>	Il y'a 6 m de ...
A3 25.38	QT	<i>Professeur</i>	Ah 6 m. Alors 6 m en 4 ns qu'est-ce qu'on pourrait calculer ?
A3 25.42	RT	<i>Élève</i>	La vitesse.
A3 25.43			Ben la vitesse, oui. Calculez la vitesse. Quelle vitesse il faudrait pour parcourir 6 m en 4 ns ?
A3 25.51	QT	<i>Professeur</i>	Et comparer sa vitesse réelle et ...
A3			Et comparer la vitesse à ... Quelle est la vitesse limite ?

25.52			
A3 25.55	RT	<i>Élève</i>	Ben c
A3 25.56	QT	<i>Professeur</i>	La vitesse de la lumière. Si vous trouvez une vitesse plus grande que la vitesse de la lumière ...
A3 25.58	RT	<i>Élève</i>	C'est impossible !
A3 25.59	AT	<i>Professeur</i>	Ce n'est pas possible. Allez-y faites le calcul.
A3 26.01	RC	<i>Élève</i>	Même théorique ce n'est pas possible monsieur !
A3 26.02		<i>Professeur</i>	Pardon ?
A3 26.03	RC	<i>Élève</i>	Même théorique ce n'est pas possible.
A3 26.04	RL		(Autre élève) ce n'est pas si théorique que ça !
A3 26.05	AL	<i>Professeur</i>	Même théorique, euh non, là ce n'est pas théorique c'est pratique. Vous avez, vous avez deux flashes lumineux, il y a une différence de distance entre ces deux sources, il y a une différence de durée, ce n'est pas théorique, ça correspond à un cas concret ...
A3 26.21	RT	<i>Élève</i>	On trouve 1 milliard 500 millions m/s.
A3 26.24	AC	<i>Professeur</i>	1 milliard 500 millions de m/s donc cela veut dire qu'on est au-delà de la vitesse de la lumière. Donc est-ce que c'est possible que l'on puisse imaginer que le flash S ₃ se déclenche après le flash S ₂ avec un système automatique par exemple un système électronique qui permette de déclencher le flash S ₃ après le flash S ₂ . Ben non ce n'est pas possible.

	QIR2		Et alors qu'est-ce qui vous permet de dire aussi que ce n'est pas possible ? Rappelez-vous ce qu'il s'est passé entre S_3 et S_2 dans le référentiel de Daniel et dans le référentiel d'Armineh ? Vous ne vous rappelez plus ce qu'il s'est passé ?
A3 26.59	RIR1	<i>Élève</i>	Ce n'est pas S_3 qui se déclenchait avant S_2 ?
A3 27.02	AIR2	<i>Professeur</i>	Oui, voilà, dans le référentiel d'Armineh, vous aviez inversion des événements dont vous aviez S_3 qui se déclenchait avant S_2 . Donc ça veut dire que l'ordre chronologique de ces deux événements peut changer. Ce sont deux événements qui sont indépendants. Cela veut dire que S_3 ne va pas forcément se déclencher après S_2 parce que justement on peut inverser ces événements.
	QT		Donc on va voir la correction. Petit 1, vous marquez sur votre feuille. Est-ce que je peux effacer là ? Vous avez compris le système ?
A3 27.37	RT	<i>Élève</i>	On ne calcule pas la vitesse ?
A3 27.38	AT		On va calculer, oui, oui.
A3 27.42	AT	<i>Professeur</i>	Donc vous allez voir qu'il y a deux possibilités de réponses. (Écrit au tableau) Alors petit un. Donc on va calculer la vitesse. La vitesse est égale à la distance entre S_2 et S_3 divisée par $\Delta t_{S_2S_3}$. Donc on regarde quel doit être la vitesse de l'information pour que S_3 se déclenche après S_2 . Alors la différence de distance, S_3 se trouve à 9 m et S_2 se trouve à 6 m. Donc c'est 9 moins 6 et puis la différence de temps donc la durée donc ça va être 27 ns, donc $27 \cdot 10^{-9} - 23 \cdot 10^{-9}$. Donc ça fait 6 divisé par $4 \cdot 10^{-9}$.
	QT		Alors lorsqu'on fait le calcul on trouve combien ?

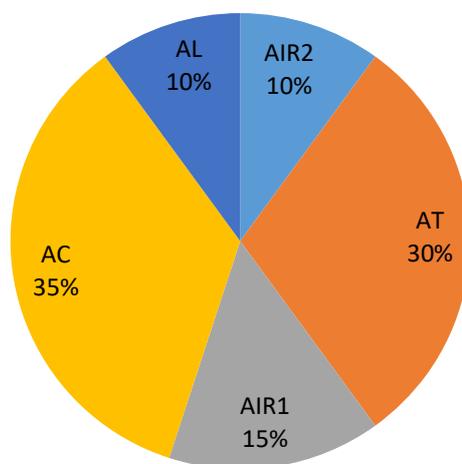
A3 29.00	RT	<i>Élève</i>	1 milliard 500 millions
A3 29.02	QT	<i>Professeur</i>	Donc en notation scientifique ?
A3 29.04	RT	<i>Élève</i>	1 fois 10^9 .
A3 29.06	QT	<i>Professeur</i>	1 milliard 500 millions donc ça fait $1,5 \cdot 10^9$ m.s ⁻¹ . Et la vitesse de la lumière c'est combien ?
A3 29.23	RT	<i>Élève</i>	300000 km.s ⁻¹ .
A3 29.25	AC	<i>Professeur</i>	En m.s ⁻¹ c'est $3 \cdot 10^8$. Donc on a v qui est supérieur à c. Donc ce n'est pas possible.
A3 29.36	RC	<i>Élève</i>	C'est même irréalisable.
A3 29.38	AC	<i>Professeur</i>	Ah si c'est réalisable. Mais c'est-à-dire que vous n'allez pas avoir, on ne peut pas imaginer que S ₃ se déclenche 4 ns après S ₂ . C'est complètement indépendant comme événement.
A3 29.50	RL	<i>Élève</i>	Mais je parle de dépasser la vitesse de la lumière.
A3 29.52	AC		Oui, c'est impossible.
A3 29.53	AC	<i>Professeur</i>	Vous ne pouvez pas avoir une information qui dépasse la vitesse de la lumière. Donc ce n'est pas possible on ne peut pas imaginer un dispositif permettant de déclencher S ₃ après S ₂ .
A3 30.48	RL	<i>Élève</i>	C'est S ₃ après S ₂ monsieur.
A3 30.51	QIR1	<i>Professeur</i>	S ₃ après S ₂ oui. Alors il y a une autre façon de voir ça en utilisant le diagramme. Comment est-ce que l'on pourrait voir ça aussi.

A3 31.11	RIR1	<i>Élève</i>	Ben la position des événements.
A3 31.12	AIR1	<i>Professeur</i>	Ouais, avec la position des événements. Alors là vous avez $x = ct$. D'accord. On peut aussi tracer $x = -ct$. $x = -ct$ il va être comme cela. Donc $x = c.t$ on se déplace dans un sens. $x = -ct$ on va se déplacer en sens inverse. $x = -c.t$ il va être comme cela, cela va être la bissectrice de (montre au tableau)
A3 31.43		<i>Élève</i>	(Élève) Non !
A3 31.47	DL		Sur le diagramme c'est ...
A3 31.48	AT	<i>Professeur</i>	Attendez, $x = -c.t$, il va être ... il va être. Il va être euh entre ... ça va être la bissectrice de $c.t$ et puis ...
A3 32.00	DT	<i>Élève</i>	(Élève) x !
A3 32.01	AT		Donc la bissectrice de ct et $-x$ ou alors ça va être la bissectrice de $-x'$ et $c.t'$ d'accord ?
A3 32.17	AIR2	<i>Professeur</i>	Donc $x = -c.t$ ça va être quelque chose qui va faire comme cela. Alors donc en fait il suffit de regarder la pente d' $E_2 E_3$. Si vous avez la pente d' $E_2 E_3$ qui est plus petite que $x = -ct$ cela veut dire que cela correspond à quelque chose qui se déplacerait au-delà de la vitesse de la lumière. Et donc ce n'est pas possible donc il est aussi envisageable d'utiliser des diagrammes d'espace-temps en s'intéressant aux pentes relatives qui joignent les deux événements et avec ces pentes relatives on a accès à la vitesse et on compare par rapport à la vitesse de la lumière. C'est bon on peut continuer ?
A3 32.57	AC	<i>Professeur</i>	Donc voyez il peut y avoir des événements qui sont complètement indépendants les uns des autres. Alors deux événements qui peuvent être dépendants, euh ça peut être par exemple, la naissance d'un individu et la mort d'un individu.

			Ce sont deux événements qui dépendent l'un de l'autre et on ne peut pas avoir inversion. C'est-à-dire que l'on ne peut pas mourir avant de naître.
A3 33.26	RL	<i>Élève</i>	Si les bébés qui meurent dans le ventre de leur mère !
A3 33.27	AL	<i>Professeur</i>	Oui, alors la définition de naissance, c'est-à-dire que vous sortez du ventre de votre mère.
A3 33.34	RL	<i>Élève</i>	Ben c'est la création ...
A3 33.34	AC	<i>Professeur</i>	Oui voilà, donc vous ne pouvez pas avoir la destruction avant la création. Est-ce que vous êtes d'accord avec moi ? Et donc là ça va être des événements qui vont dépendre l'un de l'autre. Bon, quand vous avez des événements qui dépendent l'un de l'autre, quand on les exprime dans des référentiels différents, d'accord, on ne va pas avoir l'inversion de l'ordre chronologique d'événements. Comme E_2 et E_3 sont complètement indépendants, c'est pour cela que l'on a vu dans le référentiel de Daniel vous aviez E_2 avant E_3 , et dans le référentiel d'Armineh vous aviez une inversion, E_3 E_2 . Par contre si c'était deux événements qui étaient dépendants l'un de l'autre, on n'aurait pas eu l'inversion. C'est-à-dire que si vous avez dans un référentiel la création et que dans le même référentiel vous avez la destruction, on ne peut pas imaginer dans un autre référentiel l'inversion de ces deux événements.

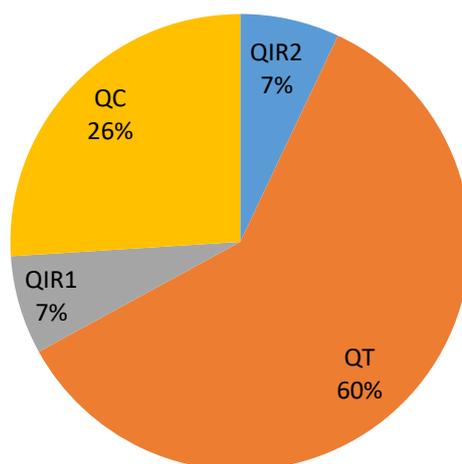
Ce sont les apports conceptuels et techniques qui sont majoritaires.

Apports de l'enseignant



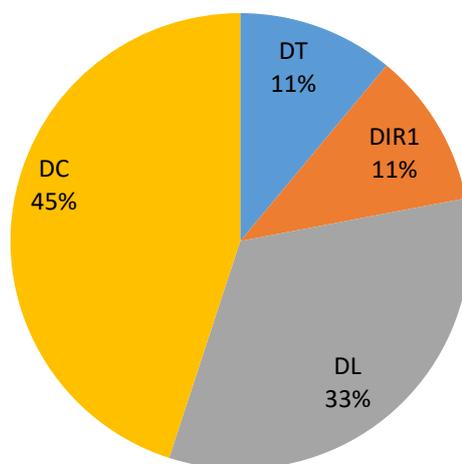
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types techniques puis conceptuels dans une moindre mesure.

Questions de l'enseignant



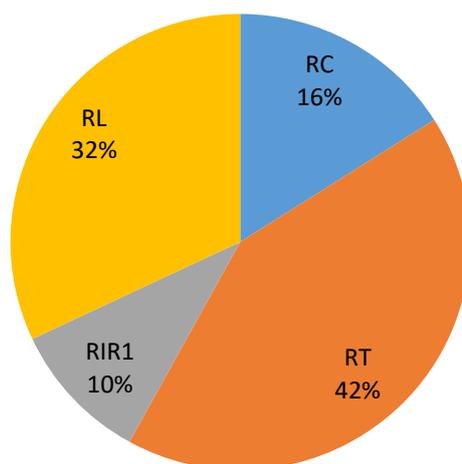
Les difficultés exprimées par les élèves sont de types conceptuels puis langagiers.

Difficultés exprimées par les élèves

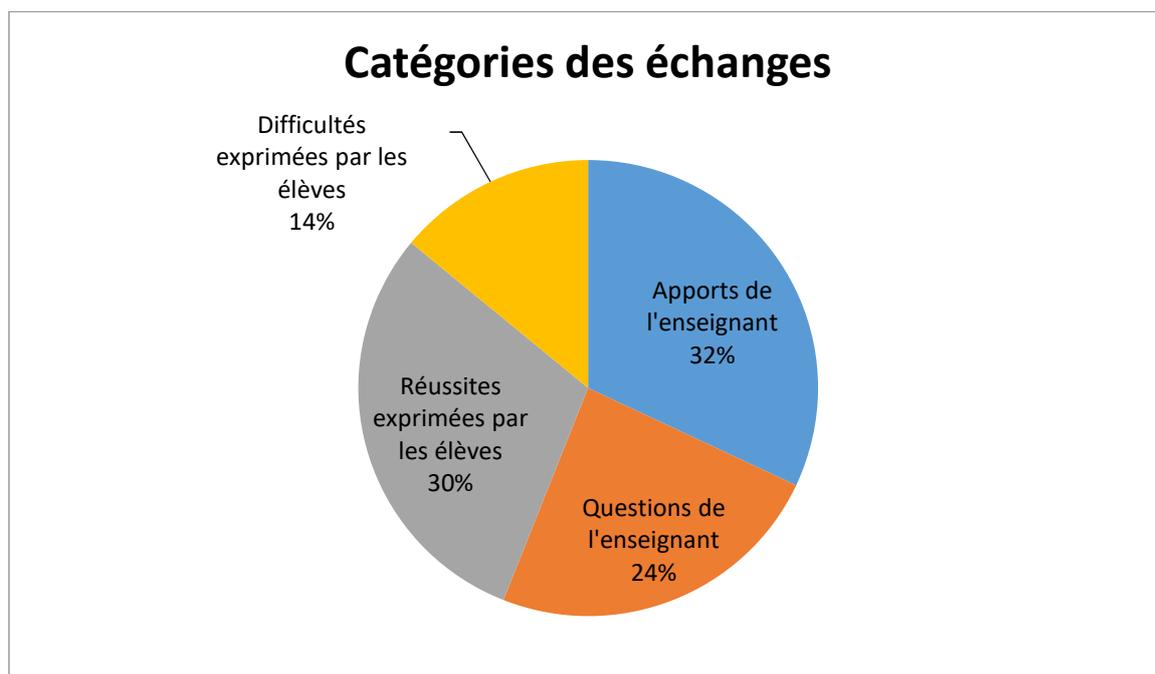


Les réussites exprimées par les élèves sont préférentiellement de types techniques puis langagiers.

Réussites exprimées par les élèves



Les apports de l'enseignant sont du même ordre de grandeur que les réussites exprimées par les élèves.



B3 19.01	QC	<i>Professeur</i>	Alors première question pourquoi est-il impossible de fabriquer un dispositif permettant de déclencher le flash S ₃ 4 ns après le déclenchement du flash S ₂ ?
B3 19.15	DC	<i>Élève</i>	Parce qu'étant donné que (inaudible)... Parce que ça va dépendre de la vitesse de la personne qui passe !
B3 19.22	QL	<i>Professeur</i>	Pardon ?
B3 19.23	DC	<i>Élève</i>	Parce que ça va dépendre de la vitesse de l'automobiliste !
B3 19.27	AT	<i>Professeur</i>	Oh non, non là vous avez, là on est dans le référentiel de Daniel donc c'est par rapport à la route. Vous avez le flash S ₂ qui se trouve à 3 m de Daniel, vous avez un flash lumineux qui est déclenché au bout de 23 ns et puis S ₃ c'est à 9 m de Daniel c'est au bout de 27 ns donc il n'y a pas d'histoire de quelqu'un qui se déplace.
B3	RC	<i>Élève</i>	Parce qu'il faudrait qu'il y ait un signal qui aille plus vite que

19.47			la vitesse de la lumière non !
B3 19.51	QL	<i>Professeur</i>	Ah, et comment est-ce que vous déterminez ça ?
B3 19.54	RT	<i>Élève</i>	Ben il faut calculer la distance du document !
B3 19.56	QT	<i>Professeur</i>	Oui, c'est ça, essayez de faire le calcul. On connaît la distance qu'il y a entre la source 2 et la source 3. Quelle est cette distance ?
B3 20.04	RT	<i>Élève</i>	Euh, 6 m !
B3 20.05	AT	<i>Professeur</i>	On passe de 3 à 9 m donc vous avez 6 m. Vous connaissez, vous pouvez connaître la durée que va mettre le signal. Donc la vitesse est la distance divisée par la durée et puis vous allez donc regarder quelle devrait être la vitesse du signal lumineux qui irait de S_2 à S_3 . Si c'est supérieur à la vitesse de la lumière, ce n'est pas possible d'avoir quelque chose indépendant. Enfin, d'avoir quelque chose qui dépend. Donc allez-y faites le calcul.
B3 21.09	AT		Alors donc il faut trouver la vitesse. La vitesse, ça va être la distance entre l'événement E_3 et puis l'événement E_2 divisé par $t_{E3} - t_{E2}$ (écrit au tableau). Donc la distance c'est $9 - 3$ divisé par $27 - 23$. $27 \cdot 10^{-9} - 23 \cdot 10^{-9}$. Attention parce qu'on est en ns. Donc ça vous fait 6 m divisé par $4 \cdot 10^{-9}$. Et donc là on va être en $m \cdot s^{-1}$.
B3 22.09	RT	<i>Élève</i>	Ça fait un milliard 500 millions m/s !
B3 22.12	QT	<i>Professeur</i>	Ouais donc ça fait $1,5 \cdot 10^9$ puissance ...
B3 22.14	RT	<i>Élève</i>	6, 8, pff 9 !
B3	AC	<i>Professeur</i>	$1,5 \cdot 10^9 m \cdot s^{-1}$. Alors ça veut dire quoi, ça veut dire qu'on aurait

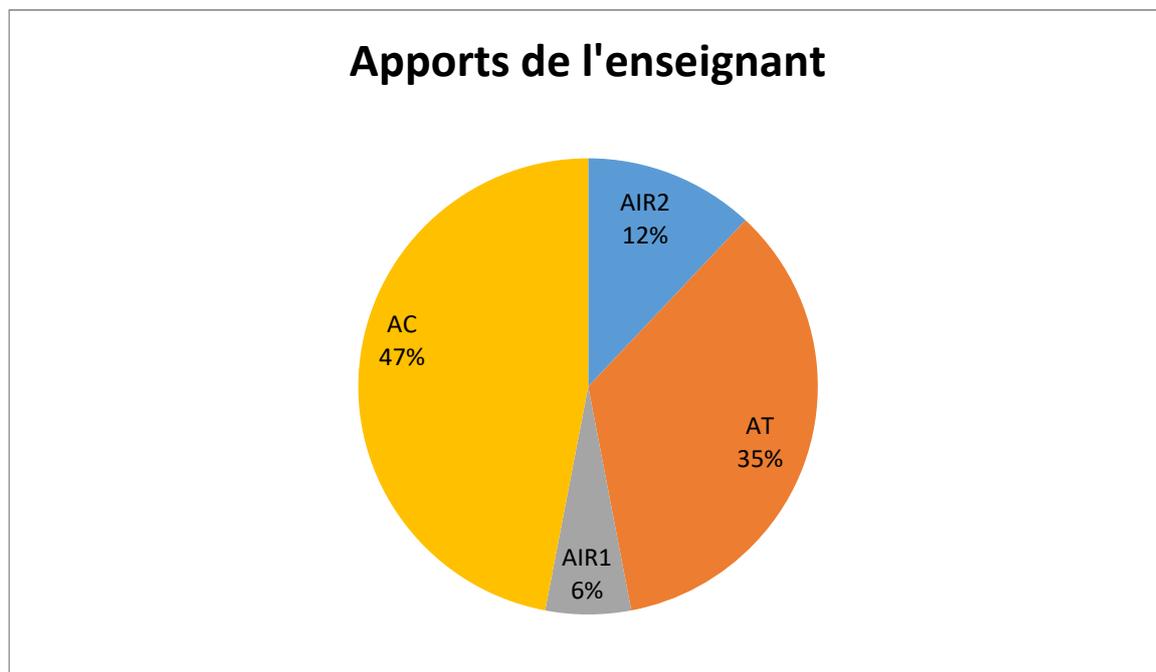
22.16			quelque chose qui serait supérieur à la vitesse de la lumière. Donc $v > c$ donc c'est impossible.
	QC		Alors c'est impossible de quoi ?
B3 22.36	RC	<i>Élève</i>	Parce que l'un s'est déclenché que le suivant se déclenche !
B3 22.41	AC		C'est ça. Il est possible d'avoir deux événements, l'événement E_2 et E_3 donc ces deux-là peuvent exister par contre il est impossible d'imaginer un dispositif qui fasse déclencher le dispositif S_3 4ns après le dispositif associé à S_2 . D'accord ? C'est impossible d'avoir ces deux événements qui dépendent l'un de l'autre.
B3	AC	<i>Professeur</i>	On peut imaginer un référentiel, se déplaçant à une vitesse proche de la lumière, par exemple, où il y a inversion de ces événements.
B3 23.35	QT		Qu'est-ce qu'on avait vu la dernière fois pour les événements E_2 et E_3 ? Dans le référentiel de Daniel on avait l'événement E_2 après il y avait l'événement E_3 . Par contre dans le référentiel d'Armineh, je ne sais pas si vous vous rappelez
B3 24.08	RT	<i>Élève</i>	Il y avait E_3 avant E_2 !
B3 24.09	AC	<i>Professeur</i>	C'était l'inverse. Il y avait d'abord E_3 et après E_2 . Donc les inversions sont possibles uniquement si les événements sont indépendants l'un de l'autre.
B3 24.33	QIR2	<i>Professeur</i>	Euh, alors il y a une autre façon de voir ça.
B3 24.38	RC	<i>Élève</i>	On pouvait aussi calculer le temps que la lumière va mettre à parcourir la distance et la comparer !
B3 24.42	QL	<i>Professeur</i>	Euh oui, alors qu'est-ce qu'on vient de faire là ?
B3	RL	<i>Élève</i>	Ben ça revient de faire ça aussi !

24.46			
B3 24.47	QT	<i>Professeur</i>	Ça revient à faire ça. En fait on a calculé la vitesse ... Ah oui d'accord, je comprends. Et c'est-à-dire vous trouvez une distance qui est ?
B3 24.56	DT	<i>Élève</i>	Négative !
B3 24.57	AT	<i>Professeur</i>	Non c'est-à-dire que vous partez de E_2 et vous calculez la distance que va parcourir la lumière en allant vers E_3 et vous trouvez une distance plus petite que les 6 m.
B3 25.08			Oui !
B3 25.09	AC		C'est ça ? Donc une autre façon de voir, c'est-à-dire qu'on part de E_2 , on se déplace à la vitesse de la lumière et on regarde quelle distance on a parcouru. Pour aller jusqu'à E_3 il faut parcourir 6 m. Et allant à la vitesse de la lumière on s'aperçoit qu'on parcourt une distance plus petite que 6 m, donc ça veut dire que la lumière n'arrive pas à atteindre l'événement E_3 . Oui on pouvait aussi faire comme cela.
B3 25.31	AT	<i>Professeur</i>	Alors une autre façon de voir on peut aussi utiliser la partie graphique en raisonnant sur les pentes. Alors là vous avez $x = c.t$, $x = c.t$ on a vu la dernière fois que c'est la bissectrice de x' et $c.t'$. C'est aussi la bissectrice de x et $c.t$.
	QT		Et si j'avais la droite $x = -c.t$ ça correspondrait à quoi ? $x = c.t$ c'est la lumière qui se déplace dans un sens, $x = -c.t$?
B3 26.02	DT	<i>Élève</i>	Dans l'autre sens !
	RT		En sens inverse !
B3 26.03	AIR1	<i>Professeur</i>	En sens inverse alors $x = -ct$ ça serait la bissectrice de quoi ? Ça serait par exemple la bissectrice de $-x$ et ct ou alors la bissectrice de $-x'$ et ct' . Donc ça serait quelque chose qui serait ici, là ce serait $x = -ct$ (montre sur le diagramme de

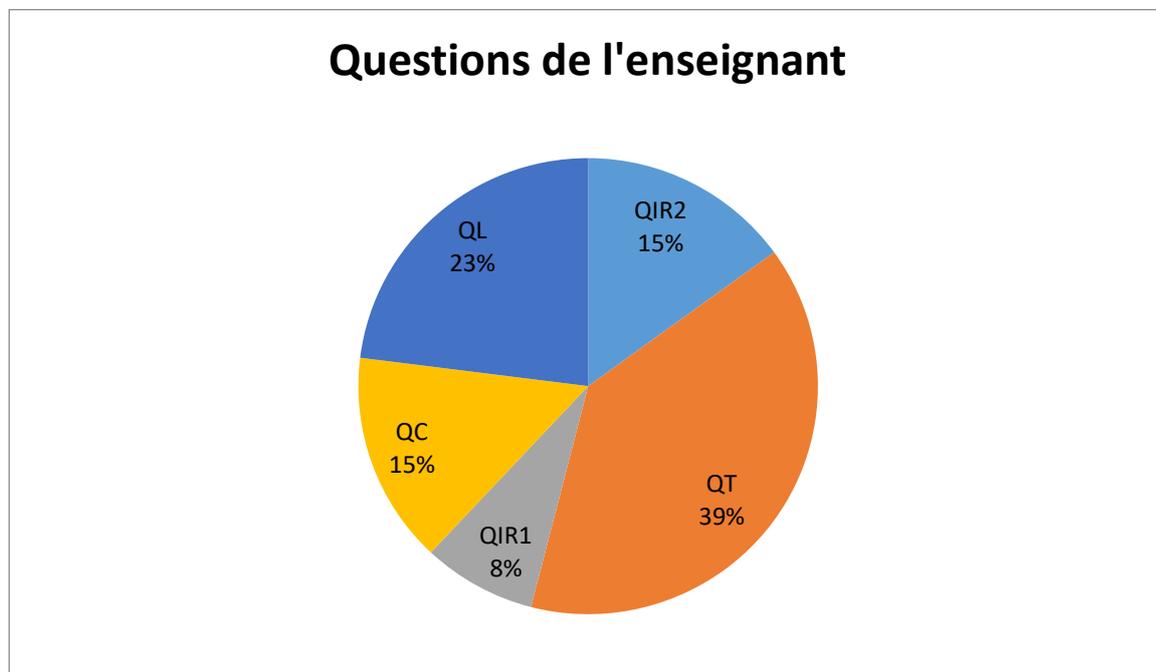
			Loedel au tableau).
B3 26.24	AIR2		Vous avez l'événement E_2 , vous avez l'événement E_3 . On peut relier E_2 à E_3 donc vous allez avoir une droite et en comparant les pentes qui relient l'événement E_2 à E_3 et $x = -c.t$ on peut conclure si c'est possible ou pas. La dernière fois qu'est-ce qu'on avait dit pour les pentes ? Rappelez-vous quand on avait construit l'axe ct' donc ça correspondait à une vitesse de $0,8.c$.
	QIR2		Si vous aviez une vitesse qui était plus faible ...
B3 27.04	RIR2	<i>Élève</i>	Ben c'était au-dessus !
B3 27.05	QIR1	<i>Professeur</i>	Ouais, si vous aviez quelque chose de plus faible par exemple $0,5.c$ on se déplaçait vers ?
B3 27.11	RIR1	<i>Élève</i>	La gauche ! La gauche !
27.12	AIR2	<i>Professeur</i>	Vers la gauche, l'axe ct . Si vous aviez quelque chose de plus grand on se déplaçait vers la droite et on ne pouvait pas être en dessous de $x = c.t$ parce que cela voulait dire qu'on se déplace à une vitesse supérieure à la vitesse de la lumière. Donc on peut faire la même chose en reliant l'événement E_2 et E_3 et en comparant avec $x = -c.t$. En comparant les pentes, il y a aussi cette possibilité-là. Voilà.
B3 27.39	DC	<i>Élève</i>	En admettant que ça soit possible d'aller plus vite que la vitesse de la lumière, ça conduirait à quoi !
B3 27.43	AC	<i>Professeur</i>	Si on va plus vite que la vitesse de la lumière ça introduit des paradoxes. Moi je vous ai dit que lorsque vous avez deux événements qui dépendent l'un de l'autre euh, vous ne pouvez pas avoir, si vous avez de type naissance mort, d'accord, si on se déplace à une vitesse plus grande que la vitesse de la lumière, il va y avoir des paradoxes c'est-à-dire que vous allez pouvoir trouver des repères associés à des référentiels où vous avez la mort avant la naissance. Donc cela amène à des

			paradoxes comme cela. Si vous vous déplacez à une vitesse plus grande que la vitesse de la lumière grosso modo ça revient à remonter le temps. C'est ça on remonte le temps et on va mourir avant sa naissance.
B3 28.35	RC	<i>Élève</i>	Ça risque d'être dur !
B3 28.36	AC	<i>Professeur</i>	Ça risque d'être dur, oui. Donc vous voyez, se déplacer à une vitesse plus grande que la vitesse de la lumière ça induit des paradoxes comme cela.
B3 28.47	AT		C'est bon ? On peut passer à la question 2 ? Donc on va passer à la question 2.

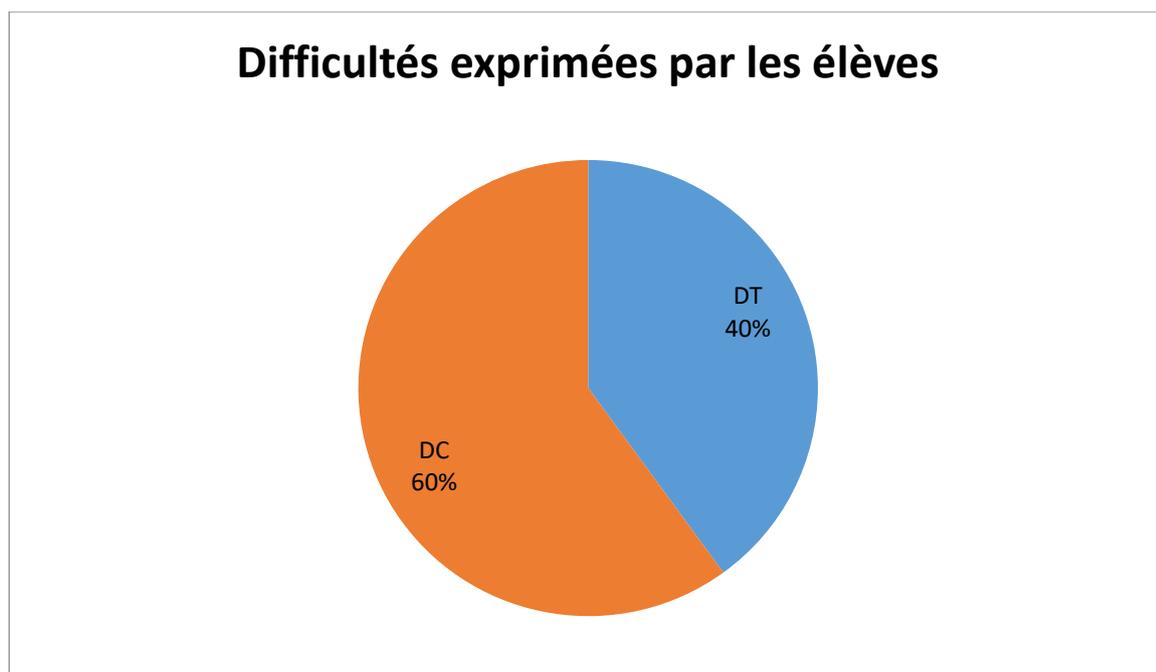
Ce sont également les apports conceptuels et techniques qui sont majoritaires.



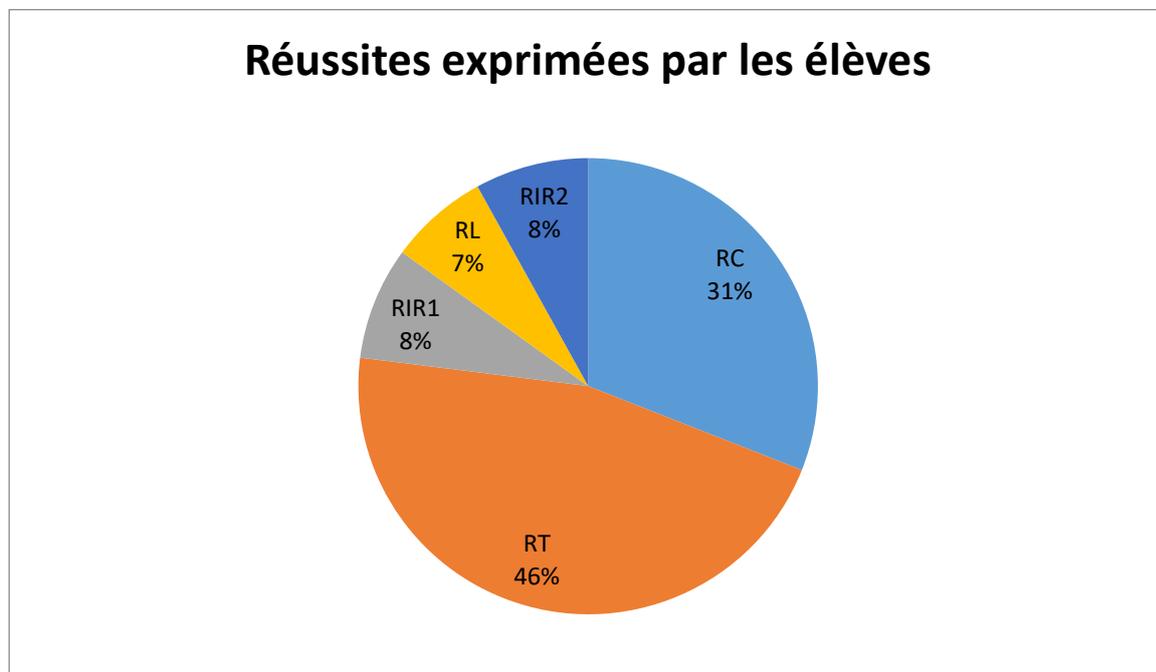
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types techniques puis langagiers dans une moindre mesure.



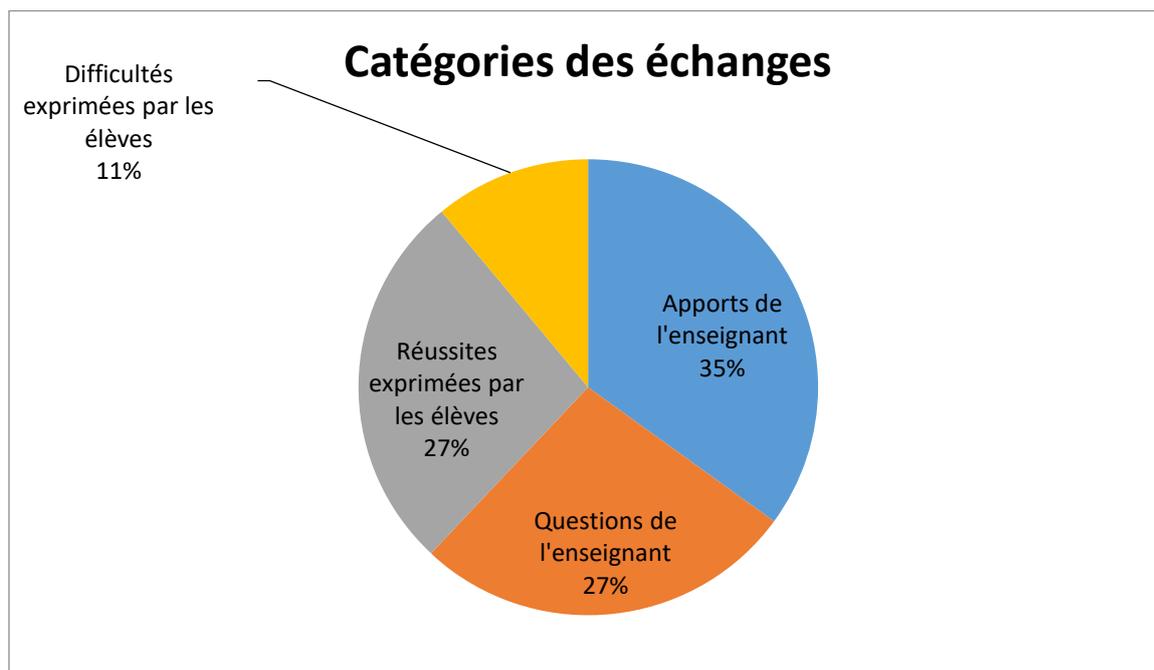
Les difficultés exprimées par les élèves sont de types conceptuels puis techniques.



Les réussites exprimées par les élèves sont préférentiellement de types techniques puis conceptuels.



Les apports de l'enseignant sont les plus élevés puis les réussites exprimées par les élèves sont équivalentes aux questionnements de l'enseignant.



A3 34.34	QT	<i>Professeur</i>	Alors question suivante. Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_2 et du flash de S_1 dans le référentiel associé à Daniel ?
A3 34.52	DT	<i>Élève</i>	4 ns
A3 34.53	QT	<i>Professeur</i>	4 ns. Qu'est-ce que vous faites pour faire ça ?
A3 34.56	DT	<i>Élève</i>	27 – 23
A3 34.58	AT	<i>Professeur</i>	Euh, par contre c'est entre S_2 et S_1 .
A3 35.00	RT	<i>Élève</i>	13
A3 35.01	AT	<i>Professeur</i>	C'est plutôt 13. C'est-à-dire que là on sait que S_2 se déclenche au bout de 23 ns, S_1 se déclenche au bout de 10 ns, donc il suffit juste de faire une différence 23 – 10.
A3 35.34	AT		Alors petit 2, donc là on étudie entre S_2 et S_1 (écrit au tableau). $t_{E2} - t_{E1}$, donc ça correspond à 23 – 10, ça correspond à 13 ns. D'accord, donc une durée c'est une différence de temps.
A3 36.05	QT		Qu'est-ce qu'il y a de particulier sur cette durée ? S_2 est à quelle position ?
A3 36.08	RT	<i>Élève</i>	Ben la même
A3 36.09	AT	<i>Professeur</i>	S_2 et S_1 sont dans la même position.
A3 36.12	RT	<i>Élève</i>	Pas S_3 !
A3 36.14	RT		Et ils ne se déclenchent pas au même moment !

A3 36.15	QT	<i>Professeur</i>	Oui mais S_3 on s'en fiche pour le moment. S_2 et S_1 sont dans la même position. Dans le cours en TS, qu'est-ce qu'on a dit de cette position particulière, la durée ?
A3 36.23	DL	<i>Élève</i>	Immobile.
A3 36.24	AIR2	<i>Professeur</i>	Oui, d'accord, ils sont immobiles. Alors vous voyez là (le professeur montre au tableau) vous avez E_2 qui est là, E_1 qui est là, donc on voit bien que, qu'ils ont, dans l'axe x et par rapport à ct, donc x c'est par rapport à Daniel, E_2 et E_1 , on voit bien qu'ils ont la même coordonnée. Quand on mesure une durée par rapport à deux événements qui sont fixes.
A3 36.50	DC	<i>Élève</i>	C'est l'équation paramétrique !
A3 36.51	QL	<i>Professeur</i>	Non, ça correspond à quoi comme durée ? C'est une durée ? Vous avez deux événements qui se passent au même endroit et on mesure la durée correspondante ... Par rapport à ce que l'on a vu dans le cours de relativité ? IL y a un nom particulier. C'est une durée ?
A3 37.09	RL	<i>Élève</i>	Euh, propre ?
A3 37.10	AC	<i>Professeur</i>	Très bien. C'est une durée propre. Une durée propre c'est quoi ? Vous avez deux événements qui se passent au même endroit. D'accord, et donc vous mesurez la durée par rapport à ces deux événements. Donc ça, ça correspond à une durée propre (marque au tableau).
A3 37.30	AT		Donc vous voyez que pour avoir une durée propre, il faut avoir les deux événements qui ont la même position.
A3 37.40	QC	<i>Professeur</i>	Dans le référentiel associé à Armineh, comment est-ce que vous pouvez faire ? Il y a deux façons là ! Comme c'est une durée propre, comment on peut trouver ?

B3 37.48			Donc dans le référentiel associé à Armineh, ça serait une durée qui serait comment ?
A3 37.52		<i>Élève</i>	Pas propre !
A3 37.53		<i>Professeur</i>	Oui pas propre mais on l'appelle autrement.
A3 37.54		<i>Élève</i>	Sale
A3 37.55		<i>Professeur</i>	Sale non. Oui ?
A3 37.57	RL	<i>Élève</i>	Mesurée
A3 37.58	QC	<i>Professeur</i>	Durée impropre plutôt. Quel est le lien entre la durée propre et la durée impropre ?
A3 38.03	RC	<i>Élève</i>	C'est proportionnel.
A3 38.04	RC		Il y'a une relation entre.
A3 38.05	QT	<i>Professeur</i>	Oui, ils sont proportionnels. Ça correspond ?
A3 38.06	RT	<i>Élève</i>	Avec gamma !
A3 38.08	AIR2	<i>Professeur</i>	A la dilatation des durées avec gamma. Donc on a vu que on a delta mesuré, delta t mesuré (marque au tableau) c'est gamma fois delta t zéro. Donc ça c'est la durée impropre et ça c'est la durée propre. Donc la durée propre ça va être dans le référentiel de Daniel, la durée impropre ça sera dans le référentiel d'Armineh. Bon, la durée impropre ça va être $t'_{E2} - t'_{E1}$ ça va être égal à gamma fois $t_{E2} - t_{E1}$.

A3 39.00	AT		Donc vous allez voir donc là on va pouvoir le faire, on va pouvoir faire le calcul avec la formule qu'on a vu en cours. Alors gamma ? Gamma c'est un sur racine d'un moins v^2 sur c^2 .
	QT		Et v c'est égal à quoi ?
A3 39.21	RT	<i>Élève</i>	0,8 c !
A3 39.22	AT	<i>Professeur</i>	0.8 c. Alors essayez de calculer gamma. Donc première chose vous calculez gamma et ensuite vous calculez $t'_{E2} - t'_{E1}$.
A3 39.40	QT		Donc vous allez voir, on va pouvoir trouver donc la durée dans le référentiel d'Armineh puisque dans le référentiel d'Armineh ... alors ce qui est intéressant c'est que dans le référentiel d'Armineh lorsque vous regardez le diagramme qu'est-ce que l'on peut dire de E_2 et E_1 par rapport à x' ? Est-ce qu'ils ont les mêmes coordonnées ? Regardez sur vos schémas ?
A3 40.04	AIR2		Normalement vous devez observer que E_1 et E_2 ils ont la même abscisse dans le référentiel de Daniel, d'accord, donc cela correspond à une durée propre par contre dans le référentiel d'Armineh vous devez vous apercevoir que E_1 et E_2 n'ont plus la même abscisse. Donc ils ne sont pas au même endroit et c'est pour cela que ce n'est plus une durée propre. Pour avoir une durée propre, il faut que les deux événements se trouvent à la même position. Donc ils sont à la même position dans le référentiel de Daniel, ils ne sont plus dans la même position dans le référentiel d'Armineh.
A3 40.31	RT	<i>Élève</i>	Monsieur, je trouve 1,6 moi.
A3 40.33	QT	<i>Professeur</i>	1,6 oui, euh après le 6 c'est quoi ?
A3	RT	<i>Élève</i>	Ben des 6 des 6 des 6.

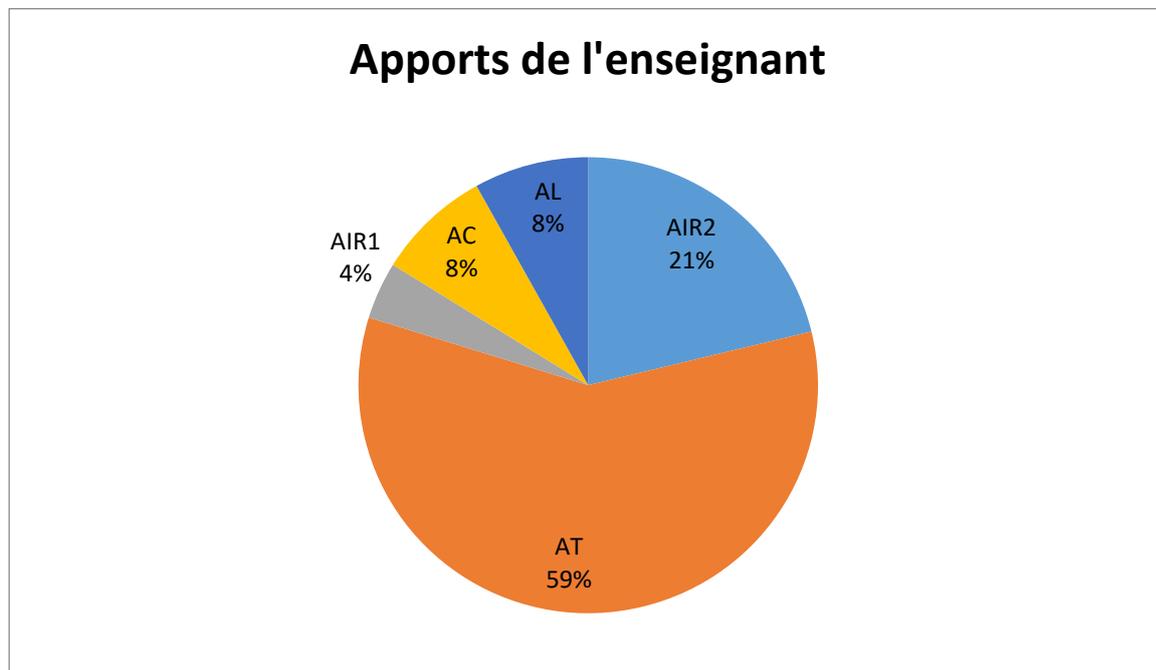
40.34			
A3 40.37	QT	<i>Professeur</i>	Oui donc ça arrondi à à peu près ...
A3 40.38	RT	<i>Élève</i>	1,7 !
A3 40.39	AT	<i>Professeur</i>	1,7. Effectivement, on trouve que gamma est égal à 1,7. (Écrit) Donc gamma c'est à peu près 1,7. Donc ça veut dire que $t'_{E2} - t'_{E1}$ c'est 1,7 fois 13 ns.
	QT		Ça fait combien ? Donc 1,7 fois 1,3 ?
A3 41.06	RT	<i>Élève</i>	21,7 !
A3 41.08	AIR2	<i>Professeur</i>	21,7 ns (écrit). Donc c'est pour cela que l'on vous parle de dilatation de durées. Parce que par rapport au référentiel propre pour les deux événements E_1 et E_2 dans le référentiel de Daniel, dans le référentiel d'Armineh la durée impropre va être beaucoup plus importante. Ça c'est ce que l'on a vu en cours. Est-ce qu'il y a des difficultés sur ça, sur ce petit calcul ?
A3 41.38	QIR2	<i>Professeur</i>	Comment est-ce que l'on pourrait le voir autrement, comment est-ce que l'on pourrait déterminer autrement cette durée impropre ? Oui ?
A3 41.42	QT		Comment est-ce que vous trouvez après ce qu'il y a le gamma entre parenthèses ? En fait la durée propre comment est-ce que vous la trouvez ?
A3 41.51	AT		A ben la durée propre on l'a déterminée à partir des conditions, on sait que euh, l'événement E_2 est associé au flash de S_2 , on nous disait dans le texte que c'est 23 ns. D'accord ? L'événement E_1 c'est associé au flash de S_1 c'est 10 ns. D'accord ? Donc on fait juste la différence 23 moins 10 c'est 13 ns.
A3	RT		<i>Élève</i>

42.11			
A3 42.12	AIR1	<i>Professeur</i>	D'accord ? Et ces deux événements sont à la même position.
A3 42.15	RT	<i>Élève</i>	Oui !
A3 42.16	AC	<i>Professeur</i>	Donc c'est ce qu'on appelle une durée propre. Comme c'est une durée propre on peut utiliser la formule que vous avez utilisée avec la dilatation des durées. Donc là on a trouvé 21,7 ns.
	QIR2		Comment est-ce qu'on aurait pu trouver différemment ?
A3 42.30	RIR2	<i>Élève</i>	Avec le diagramme !
A3 42.31	AL	<i>Professeur</i>	Avec le diagramme.
A3 42.32	DIR2	<i>Élève</i>	En plus dur !
A3 42.33	QL	<i>Professeur</i>	En plus dur ?
A3 42.34	RL	<i>Élève</i>	Non ! Le diagramme c'est toujours plus simple.
A3 42.35	QL	<i>Professeur</i>	Bon là ça vous paraît ...
A3 42.37	RL	<i>Élève</i>	C'est moins précis !
A3 42.38	DL		Ça dépend ...
A3 42.39	QT	<i>Professeur</i>	D'accord, moins précis. Comment est-ce que l'on pourrait trouver $t'_{E2} - t'_{E1}$ à partir du diagramme ?
A3	RT	<i>Élève</i>	On le calcule, par le diagramme !

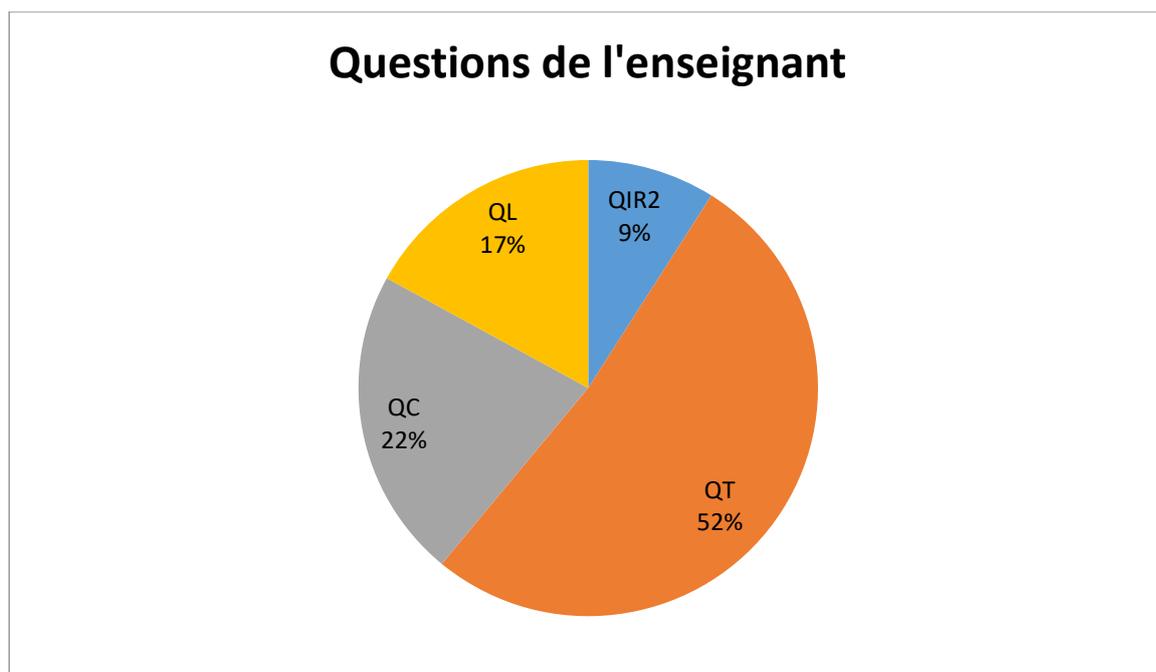
42.47			
A3 42.48	RT		Ben non par le diagramme !
A3 42.49	RT		Ben oui on le calcule sur le diagramme !
A3 42.51	AT	<i>Professeur</i>	Oui, donc finalement qu'est-ce qu'il faut faire ? Il faut avoir la coordonnée de E_2 par rapport à ct' , la coordonnée de E_1 par rapport à ct' et vous faites la différence des deux. Donc allez-y faites la différence sur ce que, alors si vous n'avez pas trouvé la bonne valeur numérique, éventuellement utilisez les valeurs numériques que je vous ai données dans la correction.
A3 43.17	AT		Donc dans la correction, euh, on va utiliser tous les mêmes valeurs, Donc pour E_1 , E_2 , E_3 donc nous on utilise l'événement E_1 et l'événement E_2 . Et donc vous avez t'_1 pour E_1 et t'_2 pour E_2 . Donc il va falloir juste faire une différence.
A3 43.36	AT		Alors ça fait 25
A3 43.39	RT	<i>Élève</i>	Moins 3,3 !
A3 43.40	AT	<i>Professeur</i>	Moins 3,3.
A3 43.41	RT	<i>Élève</i>	21,7 !
A3 43.43	AT	<i>Professeur</i>	21,7. Donc vous voyez que vous retrouvez finalement la même valeur, la même durée. Mais là je suis d'accord avec vous, finalement c'est beaucoup plus simple de faire le calcul que s'embêter à faire le diagramme.
A3 43.59	QC		Alors vous allez voir que ça ça marche, la relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$, ça marche quand ?

A3 44.05	RC	<i>Élève</i>	Quand on a une durée propre !
A3 44.06	QC	<i>Professeur</i>	Quand on a une durée propre, très bien. Et comme on a une durée propre, il faut que les deux événements ?
A3 44.17	DC	<i>Élève</i>	Soient égales à la durée impropre !
A3 44.19		<i>Professeur</i>	Non.
A3 44.21	QC		Pour qu'on ait une durée propre il faut que les deux événements ?
A3 44.23	RC	<i>Élève</i>	Soient à la même position.
A3 44.25	AIR2	<i>Professeur</i>	Soient à la même position, très bien. Donc pour qu'on ait une durée propre, il faut que les deux événements soient à la même position. Là c'était possible parce que l'événement E_1 et E_2 se trouvaient à 3 m, strictement à la même position.
	QL		Donc ça veut dire que si les événements ne se trouvent pas à la même position, la durée que l'on va mesurer cela ne sera pas ?
A3 44.43	RL	<i>Élève</i>	Une durée propre !
A3 44.44	AL	<i>Professeur</i>	Ça ne sera pas une durée propre.

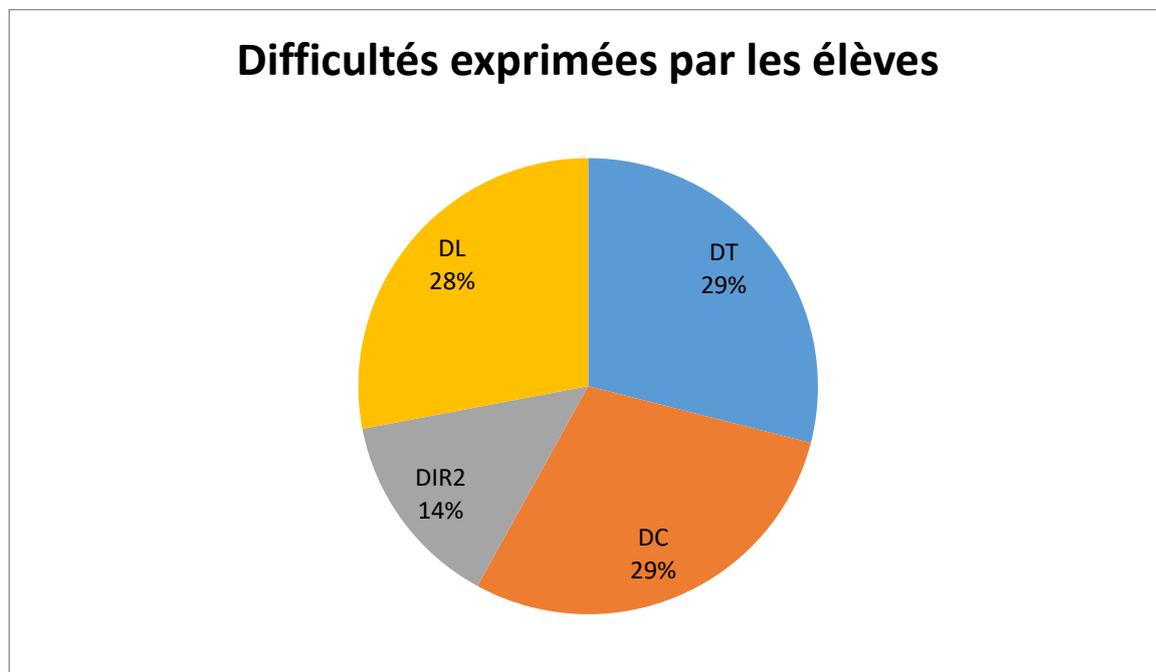
Ce sont les apports techniques qui sont majoritaires.



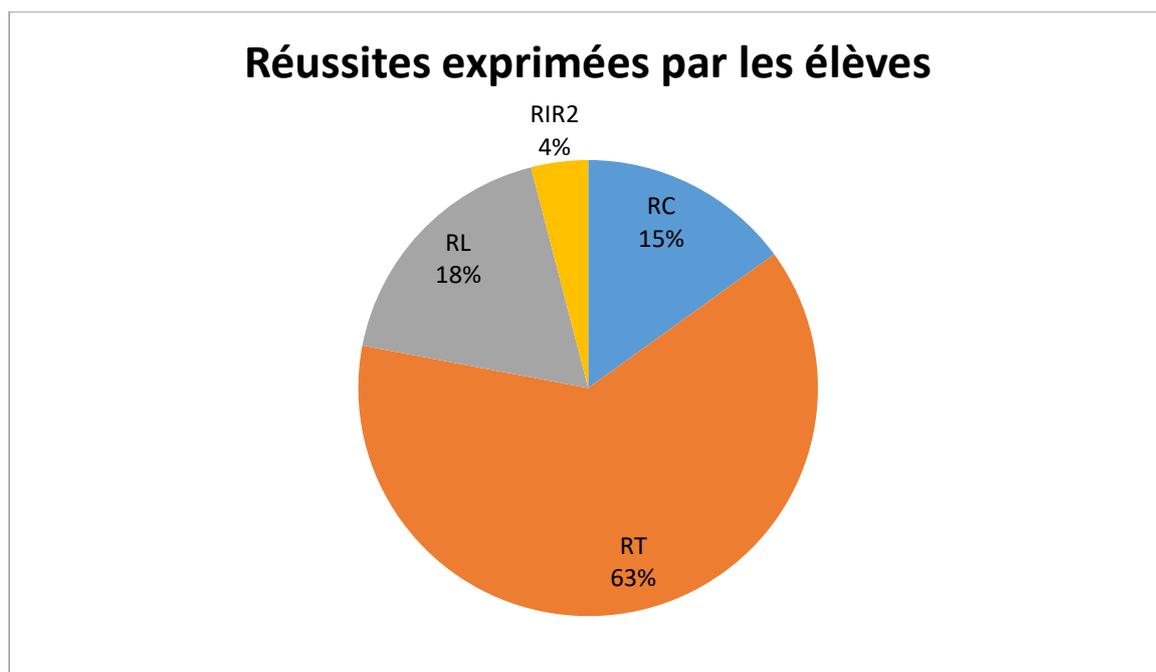
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types techniques puis conceptuels et langagiers dans une moindre mesure.



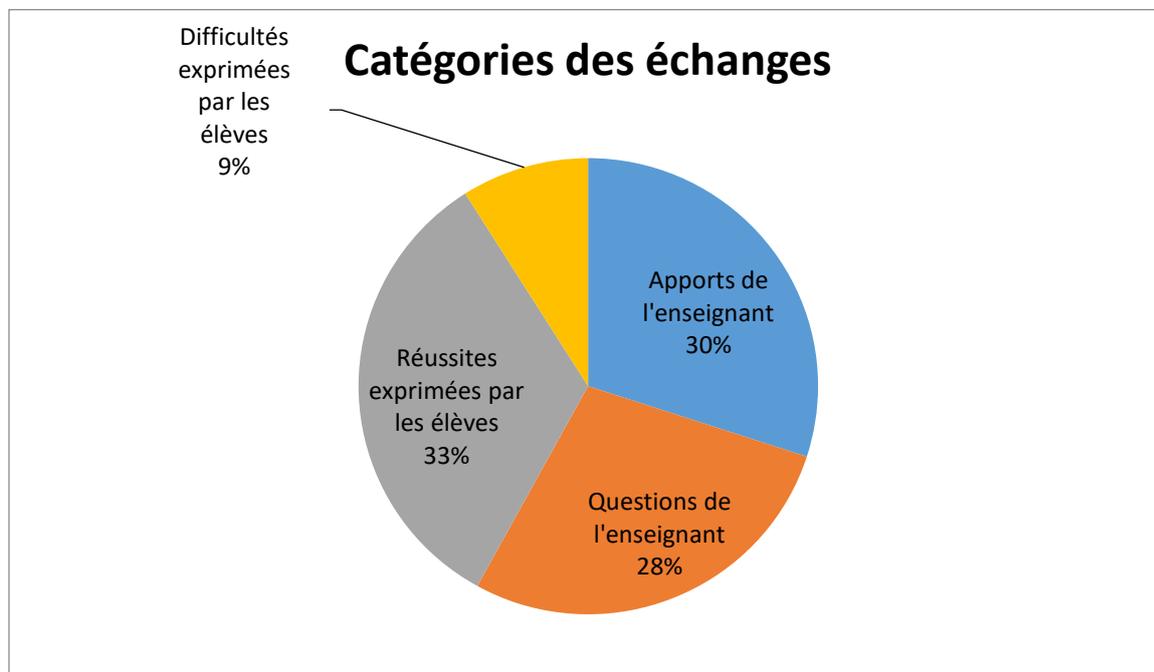
Les difficultés exprimées par les élèves sont équitablement réparties entre des difficultés de types conceptuels, techniques et langagiers.



Les réussites exprimées par les élèves sont essentiellement de types techniques.



Les apports de l'enseignant, ses questions et les réussites exprimées par les élèves sont à peu près équitablement répartis.



Dans le second groupe, les élèves proposent spontanément de mesurer graphiquement la durée entre les événements E_2 et E_1 dans le référentiel d'Armineh. Mais comme dans le premier groupe, ils ont des difficultés pour trouver spontanément la représentation géométrique d'une durée propre. La notion même de durée semble ne pas être maîtrisée.

B3 29.31	QT	<i>Professeur</i>	Alors 2. Quelle est la durée entre l'émission du flash S_2 et du flash S_1 dans le référentiel associé à Daniel ? Alors là est-ce qu'il y a besoin de faire des diagrammes pour faire ça ? Vous avez toutes les informations. On vous dit que S_1 c'est 10 ns, S_2 c'est 23 ns.
B3 29.49	RT	<i>Élève</i>	13 !
B3 29.50	QT	<i>Professeur</i>	Et S_3 c'est 27. Donc là vous faites quoi pour trouver la durée entre l'émission du flash S_2 et du flash S_1 ?

B3 29.57	RT	<i>Élève</i>	23 - 10 !
B3 29.58	AT	<i>Professeur</i>	Oui, il suffit de faire $23 - 10$ et ça correspond à 13 ns. Donc dans le référentiel de Daniel (écrit au tableau), donc dans le référentiel de Daniel, alors lorsque vous avez une durée, une durée c'est une différence de temps. Donc ça va correspondre à $t_{E3} - t_{E2}$, ça correspond à, alors t_{E3} c'est $27 - t_{E2}$ 23, ça correspond à 10 ns.
B3 30.33	RT	<i>Élève</i>	Monsieur, c'est S_2 et S_1 !
B3 30.38	AT	<i>Professeur</i>	Ah oui, j'ai inversé donc c'est entre S_2 et S_1 . Je suis en train de répondre à la question suivante. Alors S_2 c'est 23 ns S_1 c'est 10 ns donc ça correspond à 13 ns. Donc là on est dans le référentiel de Daniel.
B3 31.12	QT		Dans le référentiel d'Arminéh, comment est-ce que l'on va faire ?
B3 31.15	RT	<i>Élève</i>	Pareil !
B3 31.16	QT	<i>Professeur</i>	Alors on peut faire pareil. (Écrit au tableau) Donc dans le référentiel d'Arminéh. Alors vous faites comment ? Oui ?
B3 31.30	RT	<i>Élève</i>	On récupère les valeurs t'_2 et t'_1 de ...
B3 31.36	AT	<i>Professeur</i>	Oui, c'est t'_{E2}
B3 31.37	RT	<i>Élève</i>	Moins t'_{E1} !
B3 31.38	QT	<i>Professeur</i>	Moins t'_{E1} . Alors ça vous donne ? Je n'ai pas les valeurs, je n'ai que le questionnaire. Donc en utilisant la correction comme cela tout le monde aura les mêmes valeurs.
B3	RT	<i>Élève</i>	25 ns - 3,3 !

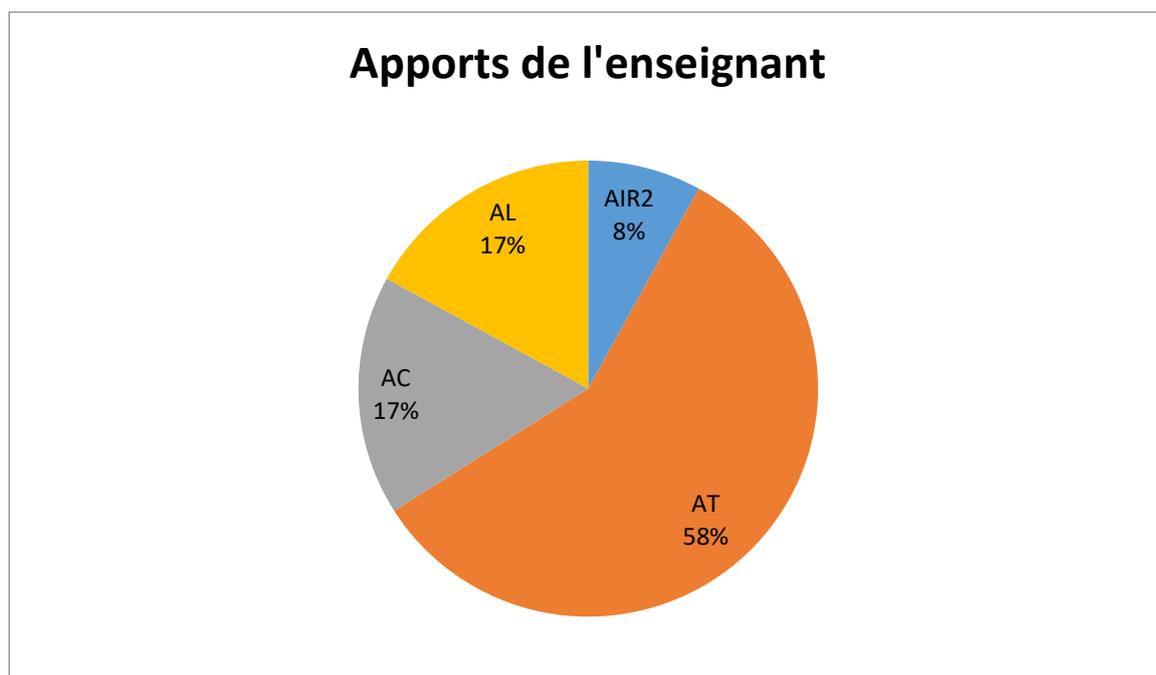
31.51			
B3 31.52	QT	<i>Professeur</i>	Donc $25 - 3,3$ ça vous donnent ?
B3 32.03	RT	<i>Élève</i>	21,7 !
B3 32.05	AIR2	<i>Professeur</i>	21,7 ns. Donc vous voyez qu'avec le diagramme de Loedel vous pouvez exprimer les durées dans deux repères différents associés à deux référentiels différents. Avec Minkowski c'est un peu plus difficile parce que vous n'avez pas les échelles qui sont conservées.
	QIR2		Est-ce qu'on aurait pu faire autrement ?
B3 32.25	QIR1		On va regarder E_1 et E_2 . Alors ici vous avez E_1 là vous avez E_2 (montre au tableau). Qu'est-ce qu'on peut dire dans le référentiel de Daniel ? E_1 et E_2 qu'est-ce qu'ils ont de particulier ? E_1 et E_2 , regardez l'axe des abscisses. E_1 et E_2 ? Oui ?
B3 32.48	DT	<i>Élève</i>	Ils sont alignés !
B3 32.49	QIR1	<i>Professeur</i>	Alors ils sont alignés. Oui mais c'est deux points, deux points sont forcément alignés. Oui ils sont ? Qu'est-ce qu'il y a de particulier là (montre au tableau) ?
B3 33.01	RT	<i>Élève</i>	C'est parallèle à l'axe ct !
B3 33.02	QT	<i>Professeur</i>	Alors c'est parallèle à l'axe ct oui. Ça veut dire que ?
B3 33.05	RT	<i>Élève</i>	Ils ont la même abscisse !
B3 33.06	QT	<i>Professeur</i>	Ils ont la même abscisse donc ça veut dire qu'ils sont au même ?

B3 33.11	RT	<i>Élève</i>	La même position !
B3 33.12	QC	<i>Professeur</i>	Même position et même endroit. Qu'est-ce que vous savez de la durée de deux événements au même endroit ? C'est une durée qui s'appelle comment ?
B3 33.20	DL	<i>Élève</i>	Elle est égale à 0 !
B3 33.21	AL	<i>Professeur</i>	Ah non, elle n'est pas égale à 0 la durée.
B3 33.23	DL	<i>Élève</i>	Même base de référence !
B3 33.24	AL	<i>Professeur</i>	Non, ce n'est pas ça.
B3 33.25	DC	<i>Élève</i>	C'est quoi la durée déjà !
B3 33.26	QC	<i>Professeur</i>	Alors je reprends. Donc on s'intéresse dans le référentiel de Daniel à la durée entre l'événement E_2 et E_1 . Qu'est-ce qu'on a vu dans le cours comment on l'appelle cette durée ? C'est la durée entre deux événements qui se trouvent au même endroit.
B3 33.38	RC	<i>Élève</i>	La durée propre !
B3 33.39	AC	<i>Professeur</i>	C'est la durée propre. D'accord, donc la durée propre qu'on a vue en cours c'est la durée entre deux événements au même endroit.
	QC		Qu'est-ce que vous savez entre la durée propre, qu'est-ce que vous connaissez comme relation avec la durée propre ?
B3 33.58	RC	<i>Élève</i>	La durée impropre c'est égal à gamma fois la durée propre !
B3	AC	<i>Professeur</i>	Oui, la durée impropre on appelle ça aussi une durée mesurée

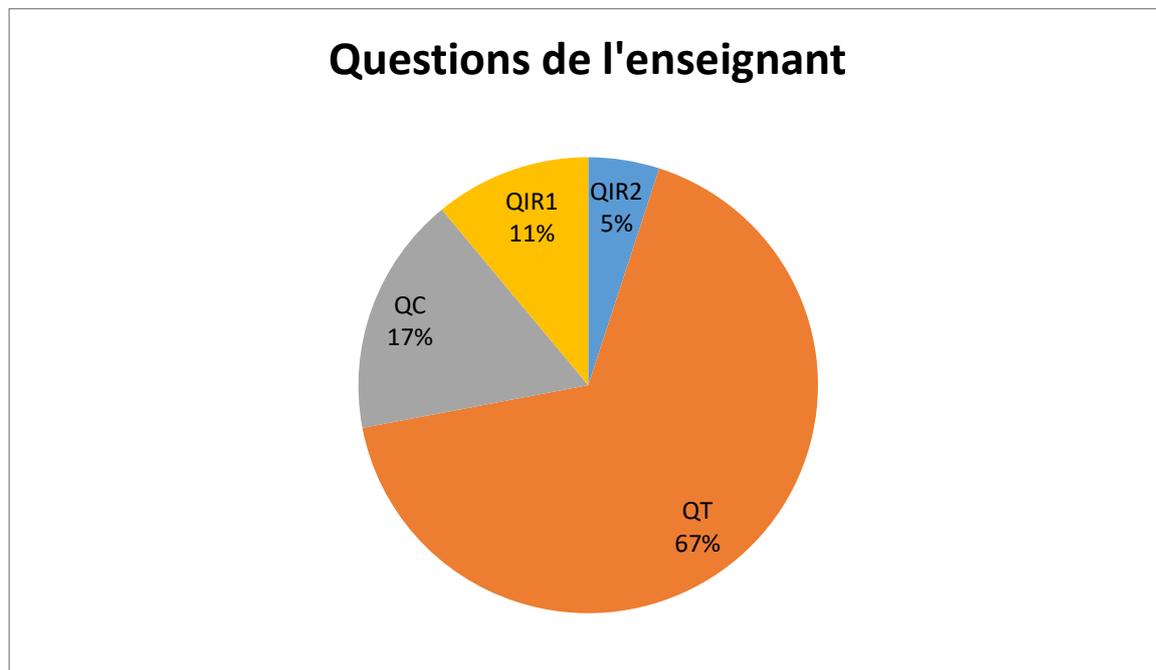
34.00			donc $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$. Donc Δt_0 c'est la durée propre.
	QT		Alors la durée propre ici ce serait quoi ? La durée propre ça serait 13 ns. Puisque les 13 ns, le référentiel de Daniel ça correspond au référentiel propre associé aux événements E_1 et E_2 . Donc là Δt_0 c'est 13 ns. Gamma c'est un sur racine de $1 - v^2/c^2$. Et là vous avez v qui est égal à $0,8.c$. Alors essayez de calculer le gamma. Donc on a $v = 0,8.c$ et gamma c'est un sur racine de $1 - v^2/c^2$. Donc quelle est la valeur du gamma.
B3 35.23	AT		Connaissant la valeur du gamma et connaissant la durée propre on va en déduire la durée impropre.
B3 35.27		<i>Élève</i>	C'est toujours la question 2 ça !
B3 35.28	AT	<i>Professeur</i>	C'est toujours la question 2. On a vu, là on est en train de voir une autre méthode. La première méthode est une méthode utilisant les diagrammes, là la deuxième méthode on essaye de voir la relation que vous avez vue en cours.
B3 35.51	QT		Donc vous trouvez combien ?
B3 35.56	RT	<i>Élève</i>	1,66 !
B3 35.57	AT	<i>Professeur</i>	Alors 1,66. Alors 1,66 on va dire à peu près 1,7. Donc gamma on va dire à peu près 1,7. On va en déduire la durée impropre. Donc durée impropre, Δt_m , donc à peu près 1,7 fois 13.
	QT		Ça fait combien ?
B3 36.17	RT	<i>Élève</i>	21,7 !
B3 36.20	QT	<i>Professeur</i>	Vous avez trouvé 21,7 ?
B3	RT	<i>Élève</i>	21,7 !

36.21			
B3 36.22	AT	Professeur	Voilà. Vous retrouvez 21,7 ns. Donc vous voyez qu'on retrouve ce qu'on a vu en cours. Parce que entre les événements E_1 et E_2 dans le référentiel de Daniel, les deux événements se trouvent au même endroit, donc la durée qu'on trouve dans le référentiel de Daniel, c'est la durée propre. Lorsqu'on se place dans un autre référentiel, on va avoir une durée impropre, une durée mesurée. Donc la formule que vous avez vu dans le cours $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$ fonctionne et donc on voit qu'effectivement la durée impropre ça correspond à ce qu'on a trouvé graphiquement avec le diagramme de Loedel. Est-ce que tout le monde a compris ? Oui ?

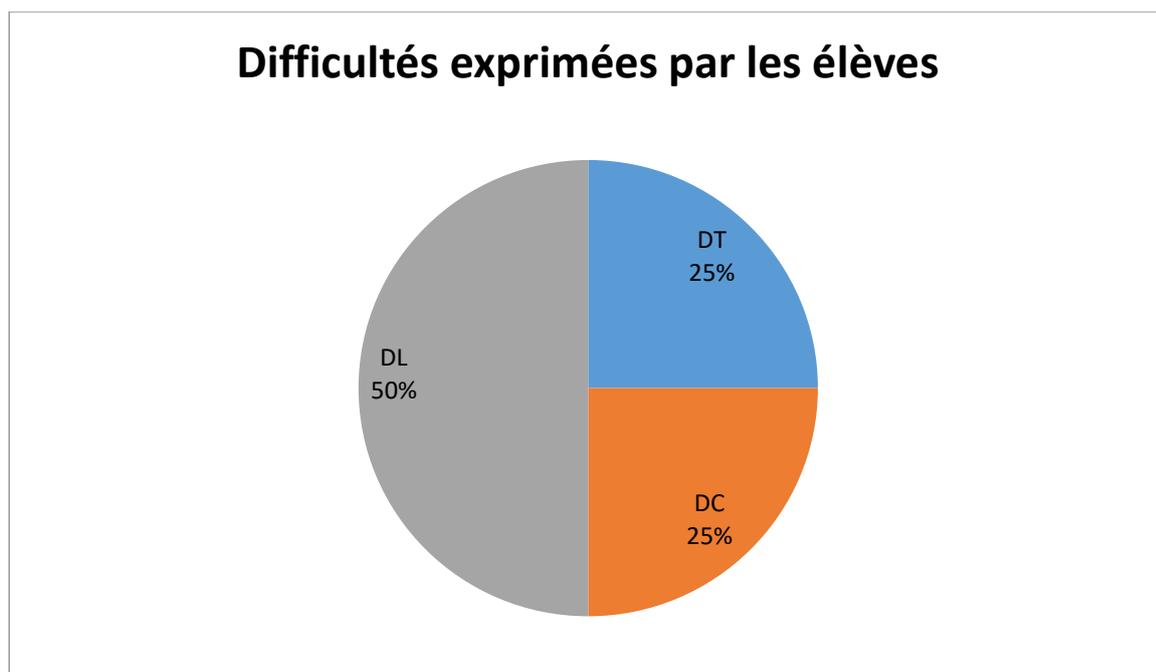
Ce sont les apports techniques qui sont majoritaires.



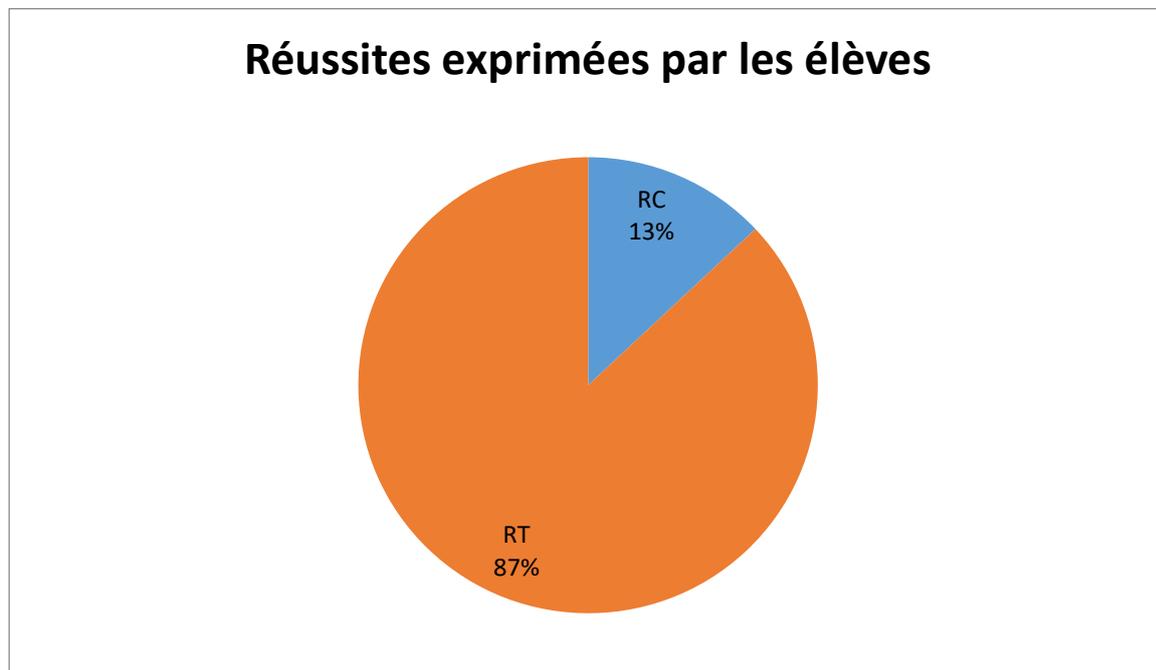
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types techniques.



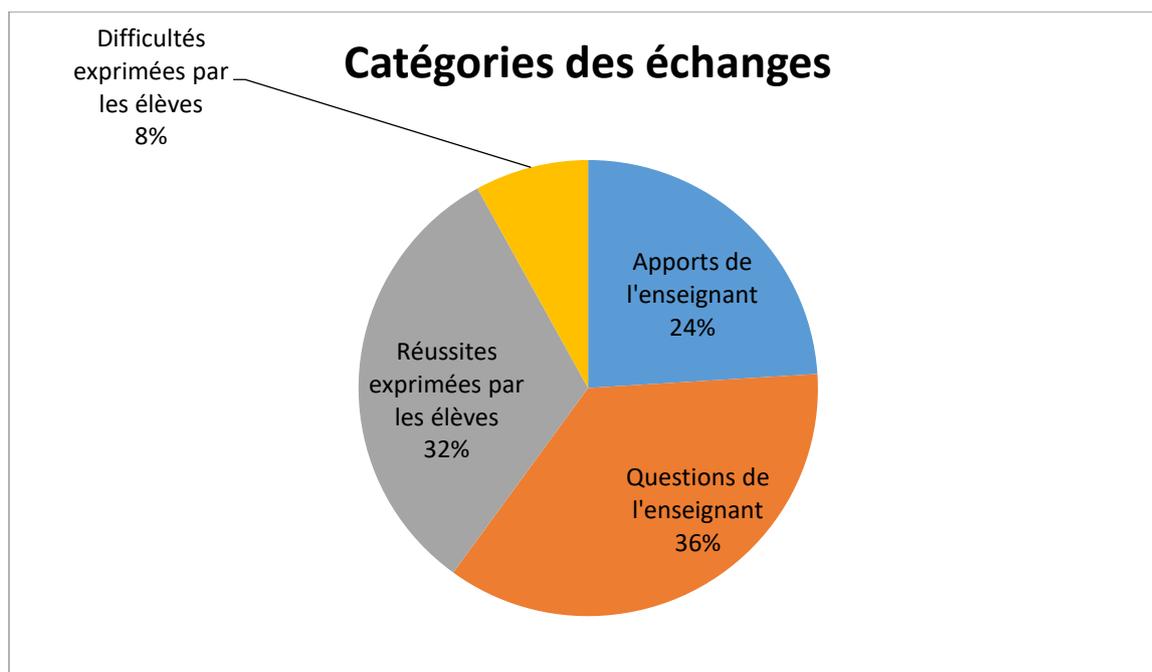
Les difficultés exprimées par les élèves sont majoritairement des difficultés de types langagiers puis conceptuels et techniques dans une moindre mesure.



Les réussites exprimées par les élèves sont essentiellement de types techniques.



Les questions de l'enseignant et les réussites exprimées par les élèves sont à peu près équitablement répartis.



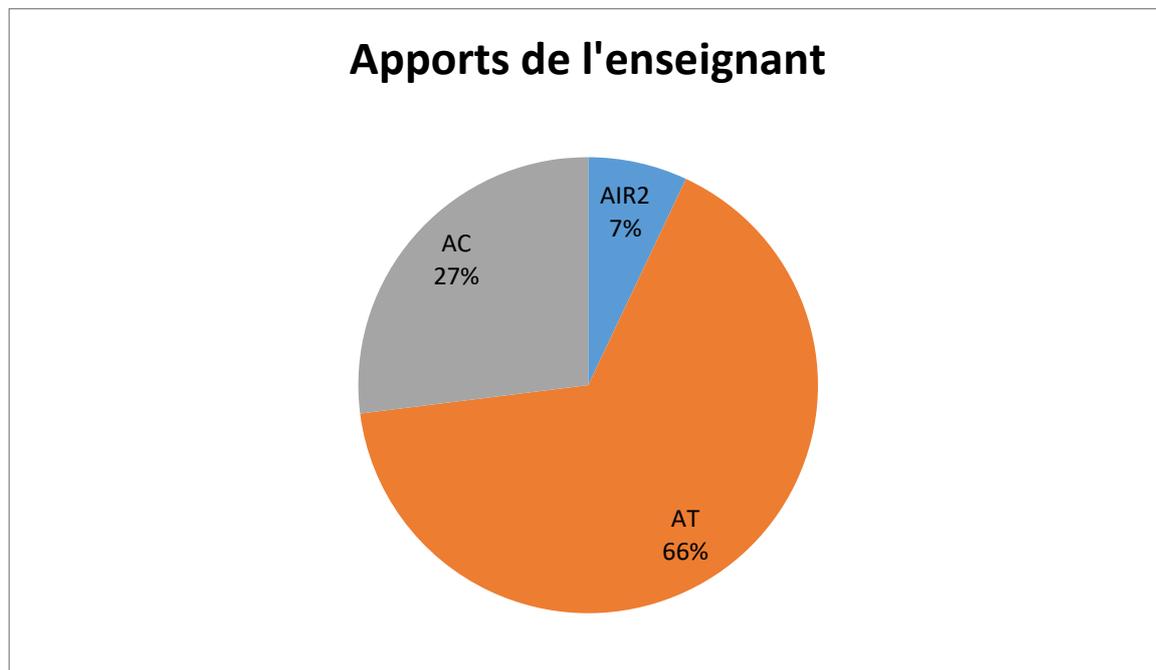
A3 44.49	QT	<i>Professeur</i>	Alors, est-ce que c'est bon pour la question 2 ? Pour tout le monde ? La question 3. Quelle est la durée entre l'émission du flash de S_3 et du flash de S_2 dans le référentiel associé à Daniel ?
A3 45.05	RT	<i>Élève</i>	4 ns !
A3 45.06	QT	<i>Professeur</i>	4 ns, quand on fait ça qu'est-ce qu'on fait ?
A3 45.11	DT	<i>Élève</i>	$t_{E3} - t_{E1}$!
A3 45.13	AT	<i>Professeur</i>	Oui c'est t_{E3} , alors euh ... c'est entre S_3 et S_2 , donc c'est $t_{E3} - t_{E2}$. Donc vous faites 27 - 23 donc on trouve 4 ns. Dans le référentiel de Daniel c'est très simple puisqu'on vous donne les valeurs.
A3 45.48	AT		Alors on a (écrit au tableau) $t_{E3} - t_{E2}$ donc il suffit juste de faire 27 moins 23 c'est 4 ns. Là on est dans le référentiel de Daniel. Regardez ... C'est bon tout le monde a noté ça ? Là il n'y a aucune difficulté, il suffit juste de faire une différence.
A3 46.20	QT		Regardez le diagramme, le diagramme de Loedel. Comment sont les événements E_3 et E_2 ?
A3 46.30	RT	<i>Élève</i>	Euh, éloignés. Ce n'est pas une durée propre !
A3 46.31	AT	<i>Professeur</i>	Eloignés. C'est-à-dire qu'ils ne sont pas dans la même position. Donc ça veut dire que ce n'est pas une durée propre. Comme ce n'est pas une durée propre ...
A3 46.38	RT	<i>Élève</i>	On ne peut rien calculer !
A3 46.39	AT	<i>Professeur</i>	On ne peut rien calculer. Donc cette fois-ci la formule $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$ ça marche pas parce que les événements E_3 et E_2 ne se trouvent pas dans la même position. Donc la formule que vous avez

			apprise en TS ne marche plus.
A3 46.58	QIR2	<i>Professeur</i>	Comment est-ce que l'on peut trouver donc la durée entre l'émission du flash S_3 et S_2 dans le référentiel associé à Armineh ? On ne peut plus utiliser la formule.
A3 47.11	RIR2	<i>Élève</i>	Graphiquement !
A3 47.12	QL	<i>Professeur</i>	Pardon ?
A3 47.12	RIR2	<i>Élève</i>	Graphiquement !
A3 47.13	AIR2	<i>Professeur</i>	Oui, maintenant vous allez le faire graphiquement. Donc graphiquement, et là c'est uniquement possible graphiquement il va falloir trouver $t'_{E3} - t'_{E2}$. Donc là il n'est possible de le faire uniquement que graphiquement. Alors vous verrez un peu plus tard, il est possible de le faire par l'intermédiaire d'un calcul avec ce qu'on appelle la transformée de Lorentz, c'est des choses qui sont vues dans l'enseignement supérieur, mais la formule $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$ ça ne marche plus.
A3 47.54	QT		Alors t'_{E3} c'est combien ?
A3 47.58	RT	<i>Élève</i>	4,7 !
A3 47.59	QT	<i>Professeur</i>	Alors 4,7 ns. t'_{E2} ?
A3 48.09	RT	<i>Élève</i>	25 !
A3 48.10	QT	<i>Professeur</i>	25. Alors ça vous donne combien ?
48.14	RT	<i>Élève</i>	-20,3 !

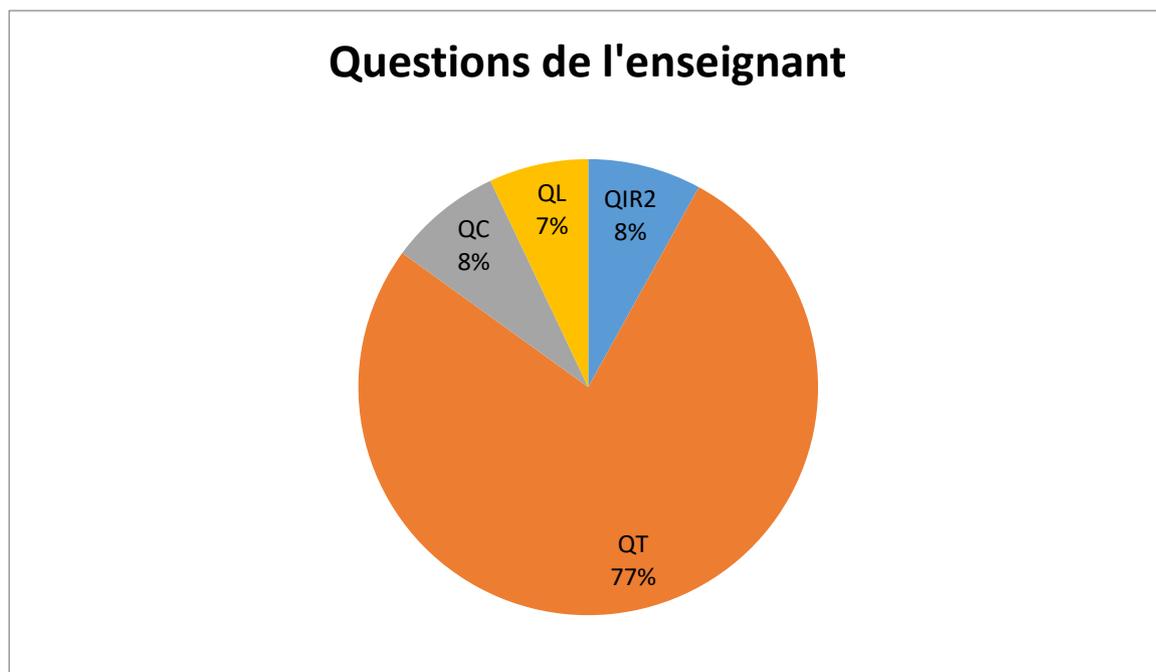
A3 48.16	AT	<i>Professeur</i>	-20,3 ns
A3 48.22	AT	<i>Professeur</i>	$t_{E3} - t_{E2}$ c'est 4 ns, donc plus 4 ns. $t'_{E3} - t'_{E2}$ c'est - 20,3 ns.
	QC		Qu'est-ce qu'on peut déduire de ...
A3 48.32	DT	<i>Élève</i>	C'est pratiquement l'opposé !
A3 48.36	QT	<i>Professeur</i>	Euh, pratiquement l'opposé. Ça veut dire quoi pratiquement l'opposé ?
A3 48.38	DT	<i>Élève</i>	Ben c'est pratiquement l'opposé... Ben c'est négatif, c'est à l'opposé en fait !
A3 48.46	AT	<i>Professeur</i>	Ah oui d'accord. Parce que pratiquement l'opposé on passerait de + 20 à - 20. En fait le signe est différent.
A3 48.53	DT	<i>Élève</i>	Oui et puis là y'a qu'à environ 1,4 ns près ...
A3 48.58	AT	<i>Professeur</i>	Ben non on passe de 4 à -20.
A3 49.01	DT	<i>Élève</i>	Par rapport à l'autre !
A3 49.02	AT	<i>Professeur</i>	Par rapport à l'autre, par rapport à la question 2 ?
A3 49.03	DT	<i>Élève</i>	Oui !
A3 49.04	AC	<i>Professeur</i>	Oui sauf que là la question 3 ce ne sont pas les mêmes événements. Ce sont les événements E_3 et E_2 . La question avant c'était les événements E_1 et E_2 . Ce n'est pas le même contexte. Alors ce qui est intéressant, oui, c'est qu'on passe d'une valeur positive à une valeur négative.
A3 49.19	DC	<i>Élève</i>	Cela veut dire qu' E_2 va se déclencher avant E_3 !

A3 49.21	AC	<i>Professeur</i>	Oui, cela veut dire que là effectivement dans le référentiel d'Armineh ... alors dans le référentiel de Daniel vous avez E_2 d'abord après vous avez E_3 et dans le référentiel d'Armineh c'est l'inverse vous avez d'abord E_3 et après vous avez E_2 donc vous avez inversion des événements.
A3 49.41	AC		Dans la formule qu'on utilise $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$ celle-là, cette formule là on peut l'utiliser lorsqu'on a des durées propres.
A3 49.58	QT		Qu'est-ce qu'on peut dire du signe de Δt_0 et Δt_m ?
A3 49.59	RT	<i>Élève</i>	Ce sera positif !
A3 50.00	QT	<i>Professeur</i>	Ce sera positif. Si Δt_0 est négatif ...
A3 50.02	RC	<i>Élève</i>	Ils dépendent l'un de l'autre !
A3 50.03	AT	<i>Professeur</i>	Ils dépendent l'un de l'autre, d'accord ? Donc dans cette formule-là, vous voyez que Δt_m et Δt_0 doivent avoir le même signe. Là ce n'est pas du tout le cas donc vous voyez que cette formule là on ne peut pas du tout l'utiliser (barre au tableau).
A3 50.18	QT		D'une part parce que vous n'avez pas du tout le même signe, d'autre part, parce que ?
A3 50.24	RC	<i>Élève</i>	On n'a pas une durée propre !
A3 50.25	AC	<i>Professeur</i>	Parce qu'on n'a pas une durée propre. Pour avoir une durée propre il faut que les deux événements soient à la même position et là ce n'est pas le cas. Vous avez E_3 et E_2 qui ne sont pas dans la même position donc on ne peut pas, on ne peut pas euh calculer une durée propre.

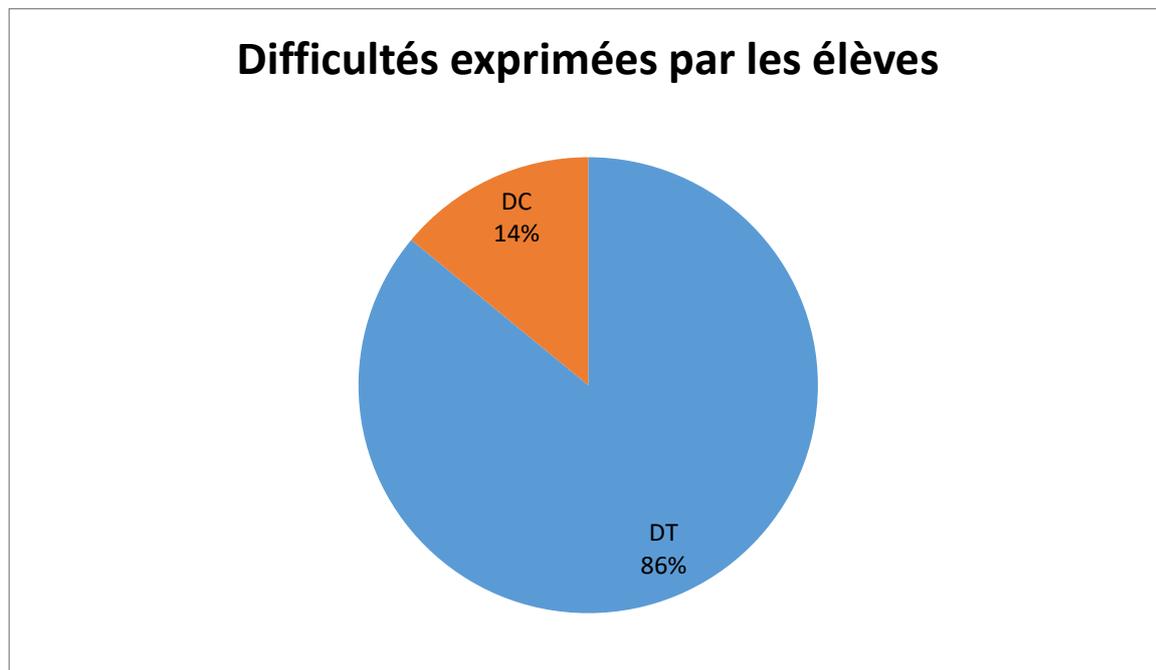
Ce sont les apports techniques qui sont majoritaires.



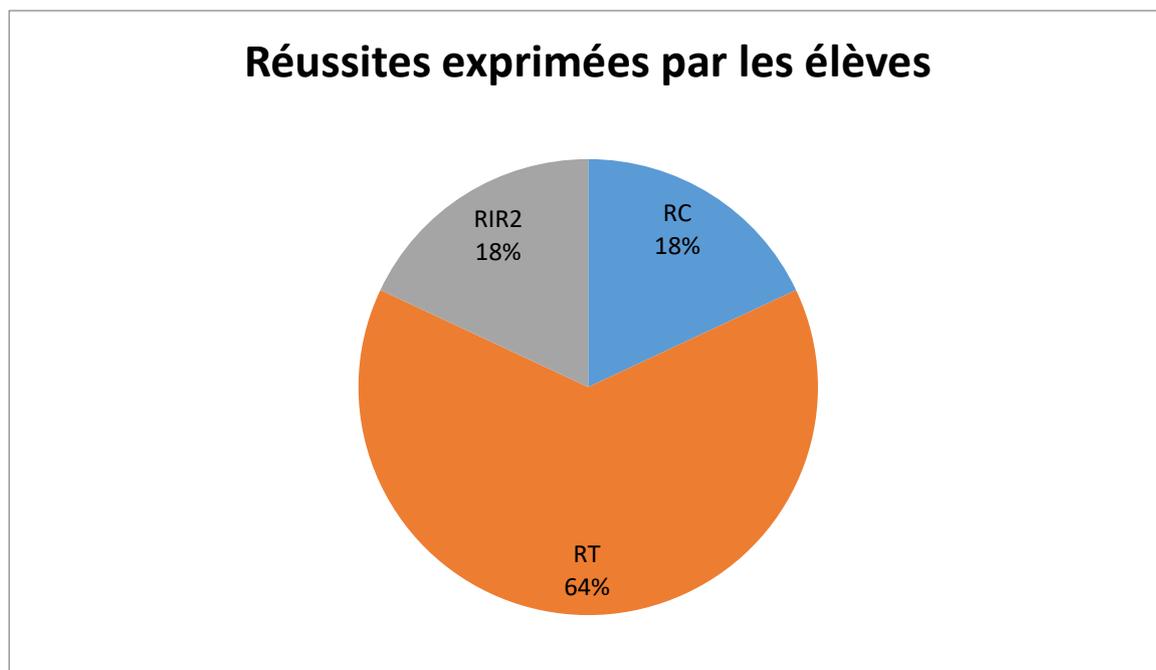
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types techniques.



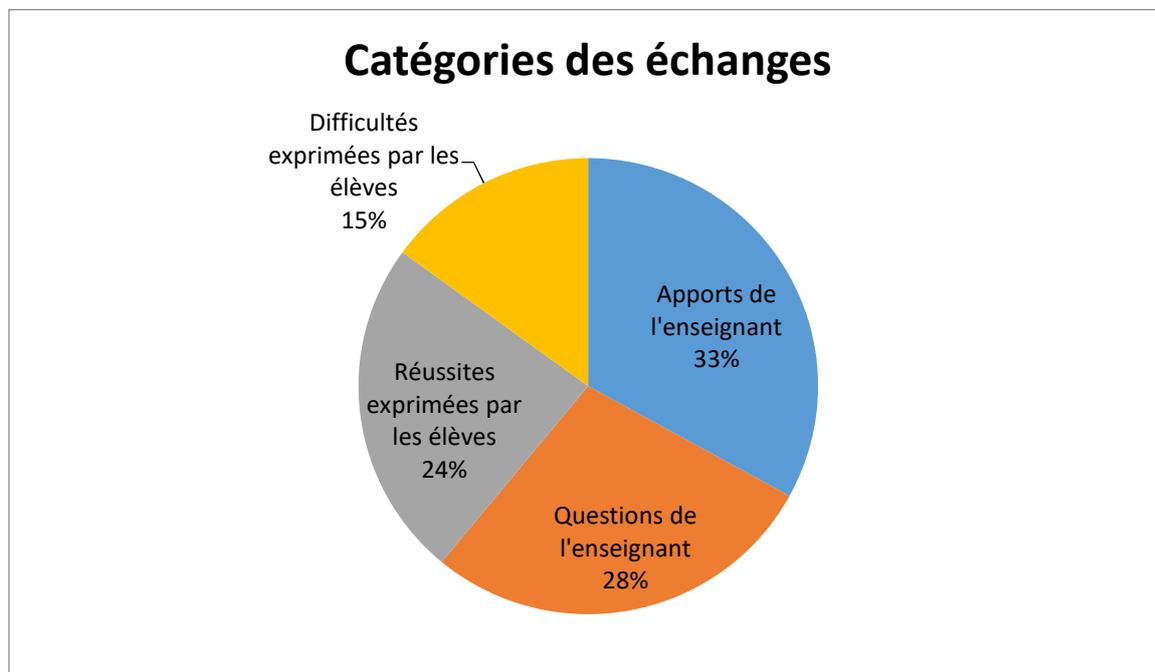
Les difficultés exprimées par les élèves sont essentiellement de types techniques.



Les réussites exprimées par les élèves sont essentiellement de types techniques.



Les apports de l'enseignant, ses questions et les réussites exprimées par les élèves sont à peu près équitablement répartis.



Le verbatim du second groupe n'a pas mis en évidence des résultats remarquables par rapport à ceux du premier groupe.

B3 37.06	QIR2	<i>Professeur</i>	On peut passer à la question suivante ? Alors question suivante
	QT		3. Quelle est la durée entre l'émission du flash S_3 et du flash S_2 dans le référentiel associé à Daniel et dans le référentiel associé à Armineh ?
B3 37.24	RT	<i>Élève</i>	Qu'est-ce qui change là par rapport à la question 2 ?
B3 37.26	QT	<i>Professeur</i>	Ben c'est 3 et 2 !
			Voilà au lieu de prendre les événements E_2 et E_1 , on prend les événements E_3 et E_2 . Il y a autre chose qui change. Avant que vous fassiez les calculs.

B3 37.36	RT	<i>Élève</i>	La distance !
B3 37.36	QT	<i>Professeur</i>	La distance, je suis d'accord. Donc là on utilise ...
B3 37.40	RT	<i>Élève</i>	Il y a un événement qui est avant l'autre dans le !
B3 37.41	AT	<i>Professeur</i>	Il y a un événement qui est avant l'autre, oui.
B3 37.43	RT	<i>Élève</i>	Il y a une inversion !
B3 37.44	QC	<i>Professeur</i>	Il y a une inversion, c'est ce qu'on a vu. Et alors l'histoire de durée propre est-ce que ça va marcher maintenant. Là vous avez E_3 , là vous avez E_2 . Pour avoir une durée propre qu'est-ce qu'il faut pour les événements ?
B3 37.57	DL	<i>Élève</i>	Ben qu'ils soient dans le même ...
B3 38.00	QC	<i>Professeur</i>	Pour avoir une durée propre, quelle est la condition au niveau des deux événements ? Ils doivent être ?
B3 38.05	DC	<i>Élève</i>	Dans le même référentiel !
B3 38.07	AL	<i>Professeur</i>	Non, pas dans le même référentiel. Pardon ?
B3 38.08	DL	<i>Élève</i>	Indépendants !
B3 38.12	QT	<i>Professeur</i>	Non. Tout à l'heure pourquoi est-ce qu'on avait une durée propre pour E_1 et E_2 ?
B3 38.16	RT	<i>Élève</i>	Parce qu'ils avaient la même abscisse ! Parce qu'ils sont ensemble !
B3	AT	<i>Professeur</i>	Parce qu'ils avaient la même abscisse. Ils étaient au même

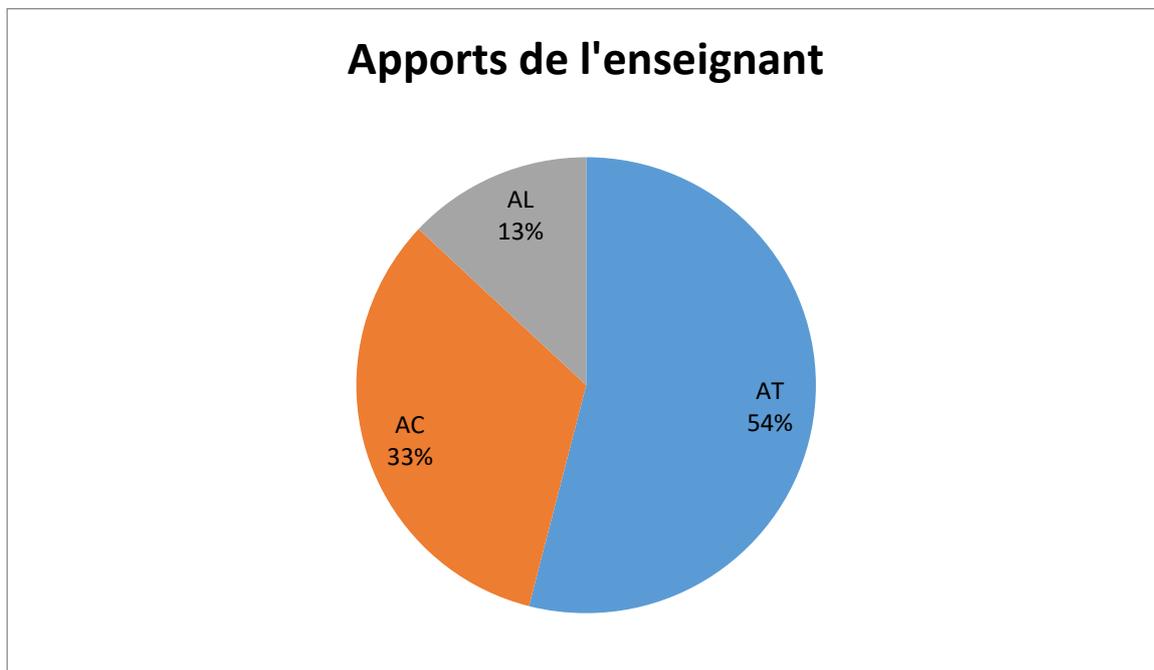
38.17			endroit.	
B3 38.20	RT	<i>Élève</i>	Ah, là ils ne l'ont pas !	
B3 38.21	QT	<i>Professeur</i>	Et là regardez E_2 et E_3 est-ce qu'ils ont la même abscisse dans le référentiel de Daniel ?	
B3 38.25	RT	<i>Élève</i>	Non ! Non !	
B3 38.26	QT	<i>Professeur</i>	Est-ce qu'ils ont la même abscisse dans le référentiel d'Armineh ?	
B3 38.29	RT	<i>Élève</i>	Non ! Non ! Si ! Ben non ! Ah non non !	
B3 38.32	AC	<i>Professeur</i>	Non plus. Donc ni dans le référentiel de Daniel, ni dans le référentiel d'Armineh ils ont la même abscisse. Donc aucune des deux durées que l'on va mesurer ne sera des durées propres.	
	QC		Est-ce qu'on va pouvoir utiliser la formule $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$?	
B3 38.44	RC	<i>Élève</i>	Non !	
B3 38.45	AC	<i>Professeur</i>	Non. Vous voyez que dans ce cas-là on ne va pas pouvoir utiliser la formule $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$. Vous pouvez l'appliquer uniquement si vous avez deux événements dans leur référentiel propre. Et c'est ..., le référentiel propre, c'est un référentiel particulier où l'abscisse des deux événements est la même.	
			B3 39.04	QT
	B3 40.18		AT	Donc là c'est $t_{E3} - t_{E2}$. $t'_{E3} - t'_{E2}$.
B3 40.29	DC	<i>Élève</i>	Là ça fait un temps négatif !	

B3 40.34	QC	<i>Professeur</i>	Alors ça fait un temps négatif. Est-ce que c'est surprenant ou pas par rapport à ce qu'on a vu la semaine dernière ?
B3 40.38	RC	<i>Élève</i>	Non.
B3 40.40	QT	<i>Professeur</i>	Qu'est-ce qu'on a vu la semaine dernière ?
B3 40.43	RT	<i>Élève</i>	Euh E_3 se déclenchait avant E_2 !
B3 40.45	AC	<i>Professeur</i>	Oui, vous aviez une inversion de l'ordre chronologique d'événement. Donc si on a une inversion de cet ordre vous trouvez une durée négative.
B3 40.49	RC	<i>Élève</i>	Oui ! Ça fonctionne !
B3 40.51			Oui, c'est bon, c'est bon.
B3 41.10	QT	<i>Professeur</i>	Alors là $t_{E3} - t_{E2}$. t_{E3} c'est égal à combien ?
B3 41.14	RT	<i>Élève</i>	2,7 !
B3 41.15	QT	<i>Professeur</i>	Alors t_{E3} c'est 27 ns t_{E2} ?
B3 41.21	DT	<i>Élève</i>	4 ns !
B3 41.23	AL	<i>Professeur</i>	Là on est pour Daniel.
B3 41.24		<i>Élève</i>	Ah pardon !
B3 41.26	AT	<i>Professeur</i>	Parce que pour Armineh c'est le prime d'accord ? Donc t_{E3} c'est 27.

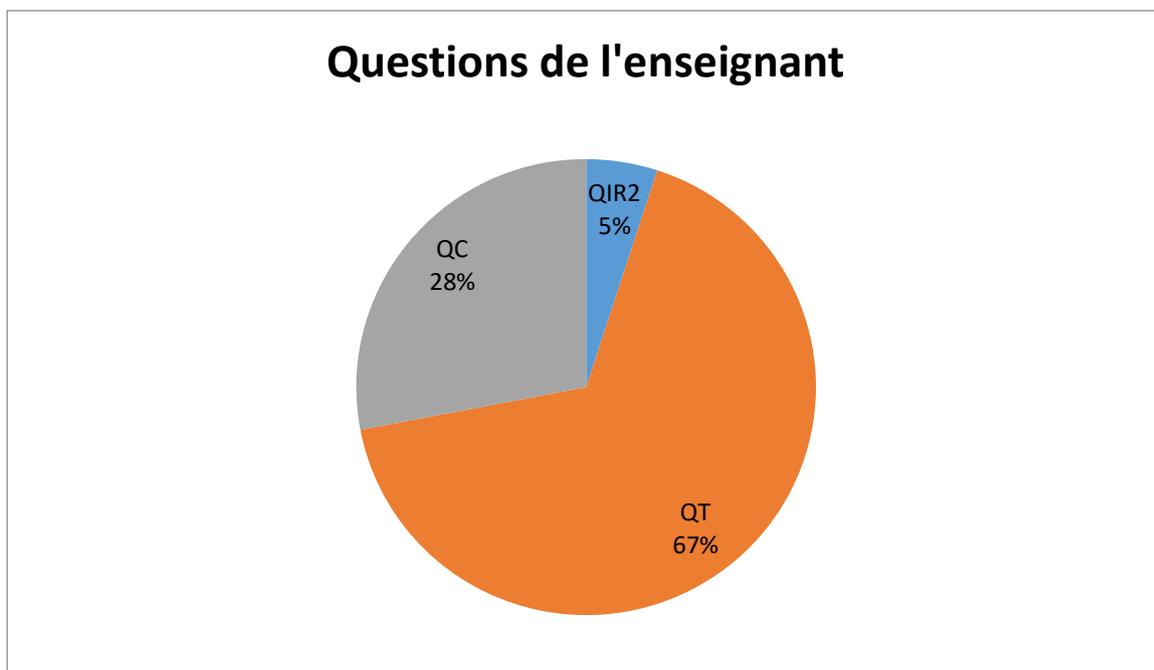
B3 41.30	RT	<i>Élève</i>	Moins 23 !
B3 41.31	AT	<i>Professeur</i>	t_{E2} c'est 23 donc ça donne 4 ns.
	QT		Ensuite dans le référentiel d'Armineh, t'_{E3} .
B3 41.40	RT	<i>Élève</i>	4,7 !
B3 41.41	AT	<i>Professeur</i>	4,7
B3 41.43	RT	<i>Élève</i>	Moins 25 !
B3 41.44	AT	<i>Professeur</i>	Moins 25.
B3 41.45	RT	<i>Élève</i>	Et 20,3 !
B3 41.46	AT	<i>Professeur</i>	Donc ça fait – 20,3 ns. Comme il y a un moins ça veut dire quoi, ça veut dire que vous avez inversion des événements.
B3 41.46	QC	<i>Professeur</i>	Dans la formule qu'on a vue dans le cours $\Delta t_m = \gamma \Delta t_0$. Donc là pourquoi est-ce qu'on ne peut pas l'appliquer cette formule-là ?
B3 42.10	RC	<i>Élève</i>	Parce qu'on n'a pas de référentiel propre !
B3 42.11	QC	<i>Professeur</i>	Parce qu'on n'a pas de référentiel propre. Pour avoir un référentiel propre, il faut quoi, pour les deux événements ?
B3 42.17	RC	<i>Élève</i>	Il faut la même position !
B3 42.18	AC	<i>Professeur</i>	Voilà il faut que les deux événements soient à la même position donc cela voudrait dire qu'on pourrait trouver un référentiel de telle façon à ce que les deux événements soient dans la même position, là ce n'est pas le cas.
	QT		Gamma ça a quel signe ? Gamma c'est 1 sur racine de 1 –

			v^2/c^2 . Gamma c'est toujours ?
B3 42.35	RT	<i>Élève</i>	Positif !
B3 42.36	QT	<i>Professeur</i>	Positif. Si Δt_0 est positif
B3 42.41	RT	<i>Élève</i>	Positif !
B3 42.42	QT	<i>Professeur</i>	Δt_m est positif. Si Δt_0 est négatif ?
B3 42.45	RT	<i>Élève</i>	C'est négatif !
B3 42.46	AC	<i>Professeur</i>	Si Δt_m est négatif. D'accord donc vous voyez que Δt_m et Δt_0 doivent avoir le même signe. Et là on voit que, ça correspond à, par exemple si on dit que Δt_0 c'est ça, ben ce n'est pas possible d'avoir Δt_m . Donc vous voyez que le fait que les deux signes soient inversés ça montre qu'effectivement on ne peut pas utiliser cette formule. D'accord ? On peut appliquer cette formule uniquement lorsque vous avez une durée propre. Et on voit bien que de toute façon cette formule on ne peut pas l'appliquer parce que vous avez deux durées qui sont, qui n'ont pas le même signe. Donc ça veut dire qu'entre E_3 et E_2 l'ordre chronologique peut être modifié. Ces eux événements peuvent exister, mais ils sont indépendants l'un de l'autre. C'est bon ?
B3 43.29		<i>Élève</i>	Oui !

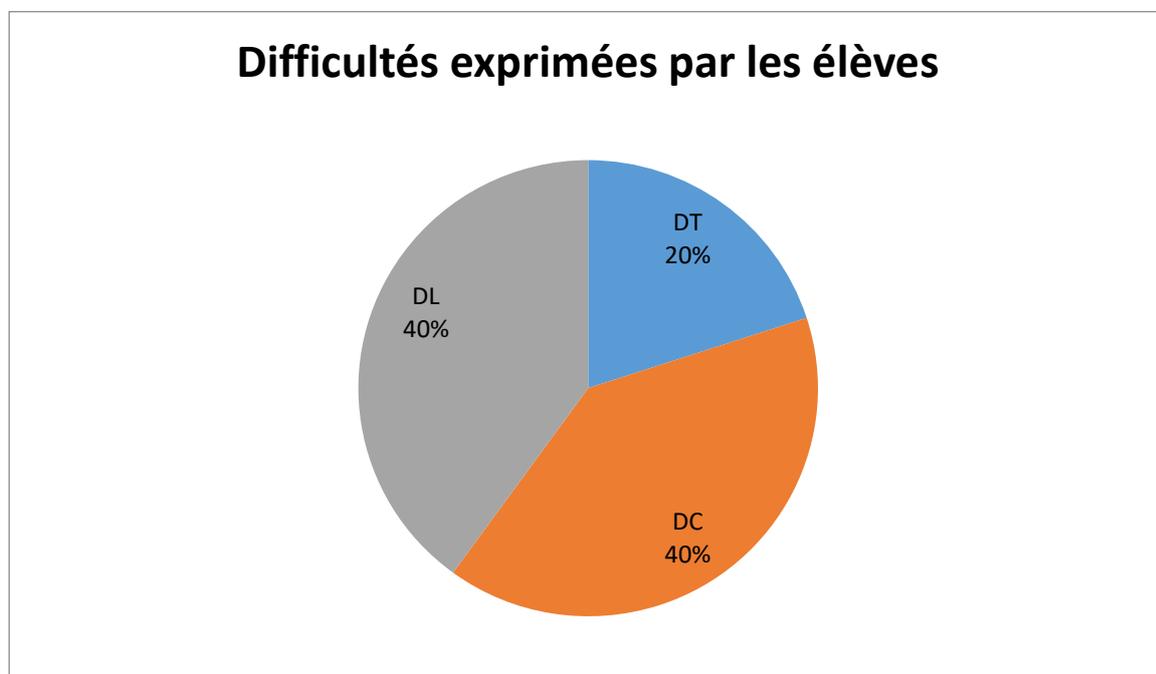
Ce sont les apports techniques qui sont majoritaires.



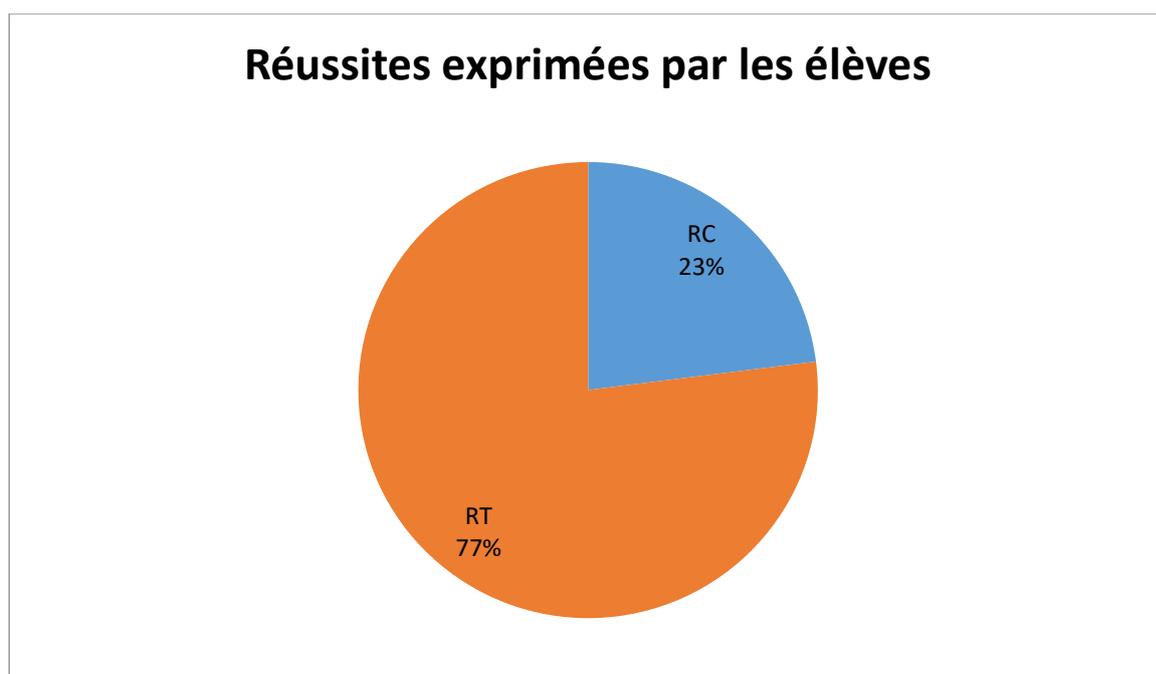
Les questions de l'enseignant sont majoritairement de types techniques.



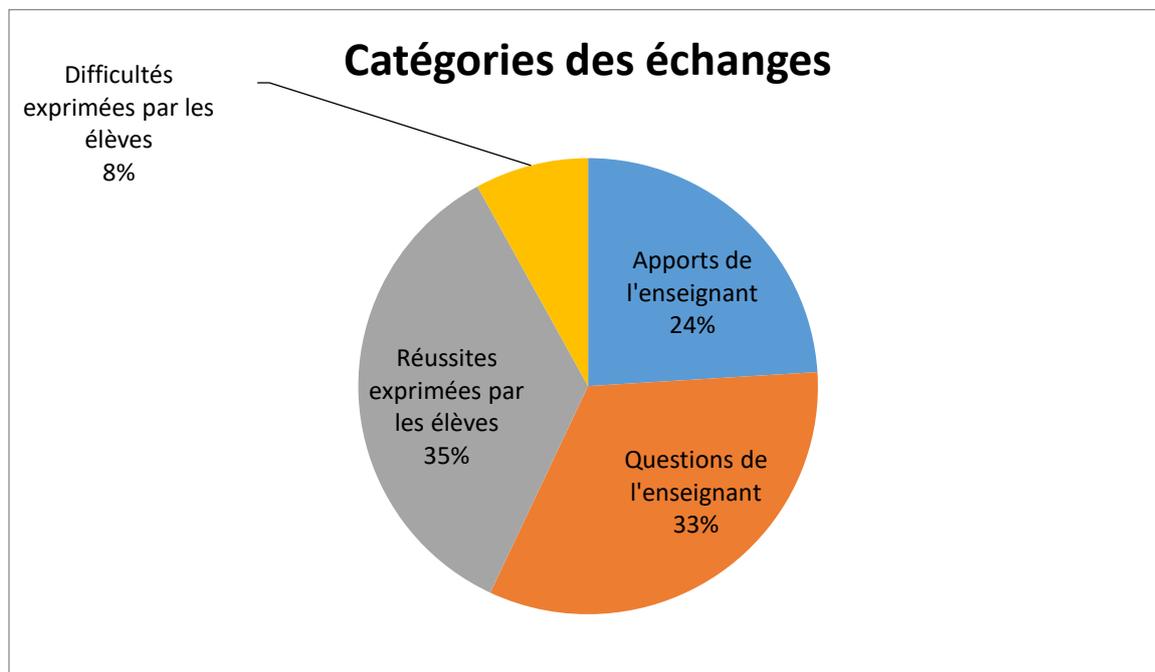
Les difficultés exprimées par les élèves sont majoritairement des difficultés de types langagiers et conceptuels puis techniques dans une moindre mesure.



Les réussites exprimées par les élèves sont essentiellement de types techniques.



Les questions de l'enseignant et les réussites exprimées par les élèves sont à peu près équitablement répartis.



Présentation de la séquence finale

Version 1 : niveau « initiation »

Relativité restreinte et géométrie

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de $+0,8.c$ sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

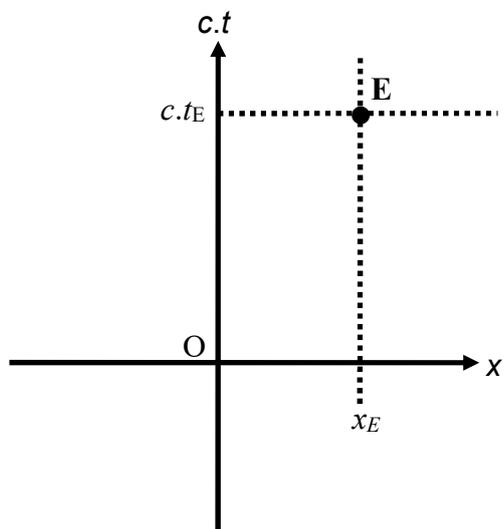
L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident. Dans le référentiel associé à Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

Dans le référentiel associé à Daniel, S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

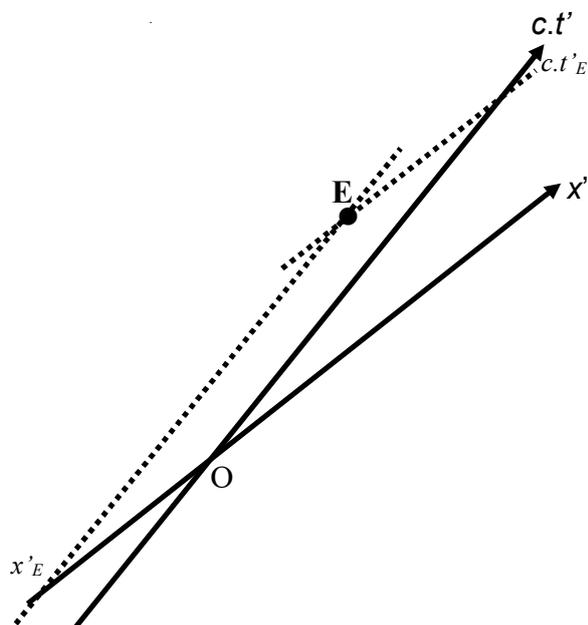
Les positions et les dates d'émissions des flashes de S_1 , S_2 et S_3 permettent de définir les trois événements E_1 , E_2 et E_3 .

Le but de cette activité est de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans les repères des référentiels associés à Daniel et à Armineh et d'en déduire des résultats remarquables.

Document 1 : Coordonnées d'un événement E



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh

Document 2 : Dilatation des durées, durée propre et durée impropre

La durée propre, notée Δt_p , correspond à la durée entre deux événements A et B ayant les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par une horloge unique, fixe dans ce référentiel, et ayant les mêmes coordonnées spatiales que les deux événements.

Une durée impropre, notée Δt_m , correspond à la durée entre les deux mêmes événements A et B n'ayant pas les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par deux horloges, fixes dans ce référentiel et situées à la même coordonnée spatiale de chaque événement.

Les durées Δt_m et Δt_p sont reliées par la relation suivante : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Donnée : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. c représente la vitesse de la lumière dans le vide.

Placer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le diagramme de Minkowski en utilisant tout d'abord le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel.

1. Que peut-on dire des abscisses des événements E_1 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Arminch ?
2. Comment s'appellent les durées entre les événements E_2 et E_1 dans les référentiels associés à Daniel et à Arminch ? La relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ est-elle applicable ?
3. Que peut-on dire des abscisses des événements E_2 et E_3 dans les référentiels associés à Daniel et à Arminch ?
4. Comment s'appellent les durées entre les événements E_3 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Arminch ? La relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ est-elle applicable ?

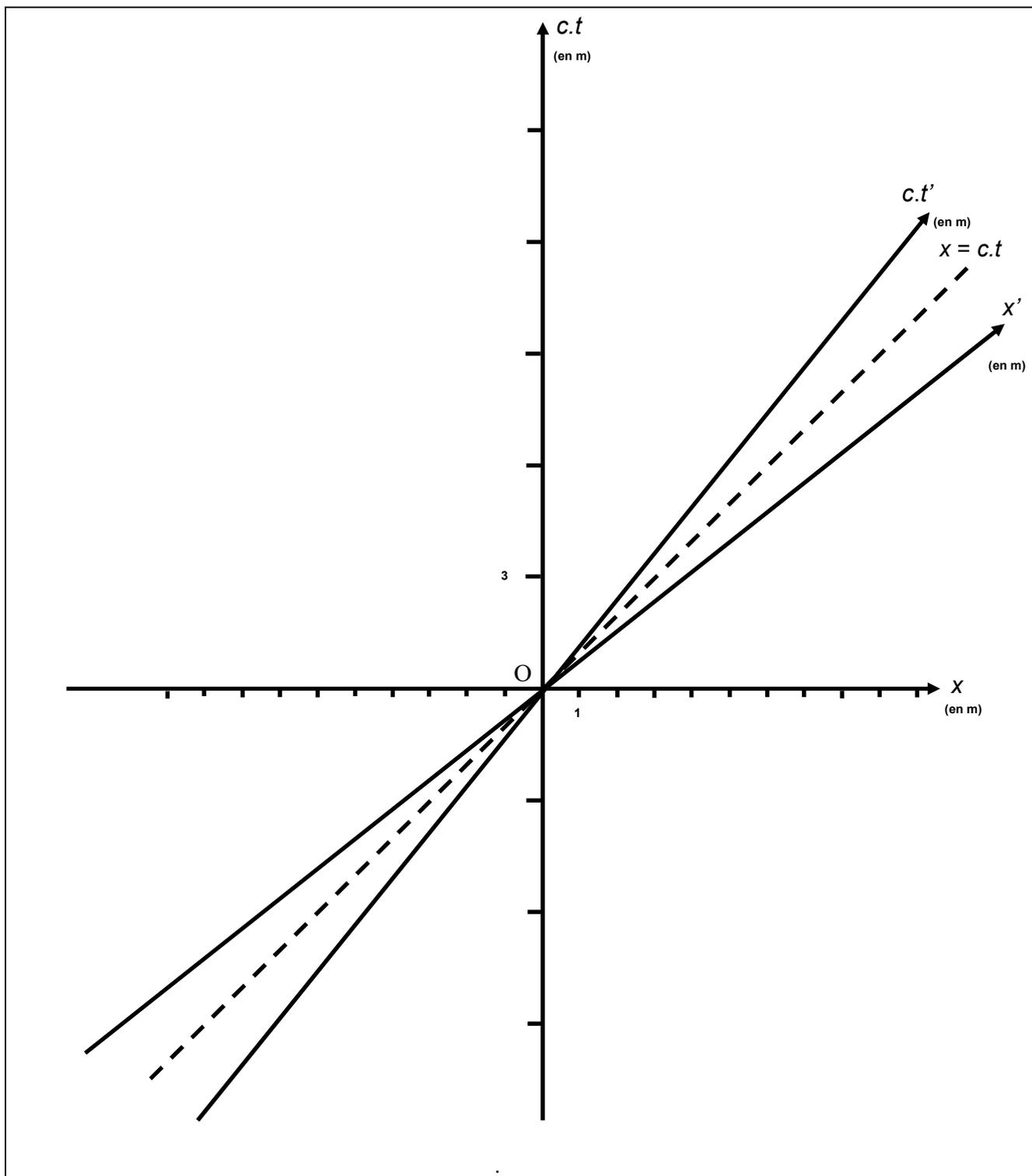


Diagramme de Minkowski de la situation

Version 2 : niveau « intermédiaire »**Relativité restreinte et géométrie**

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

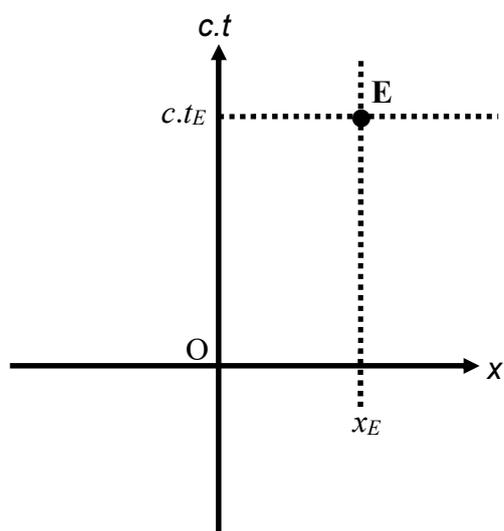
Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de $+0,8.c$ sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident. Dans le référentiel associé à Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

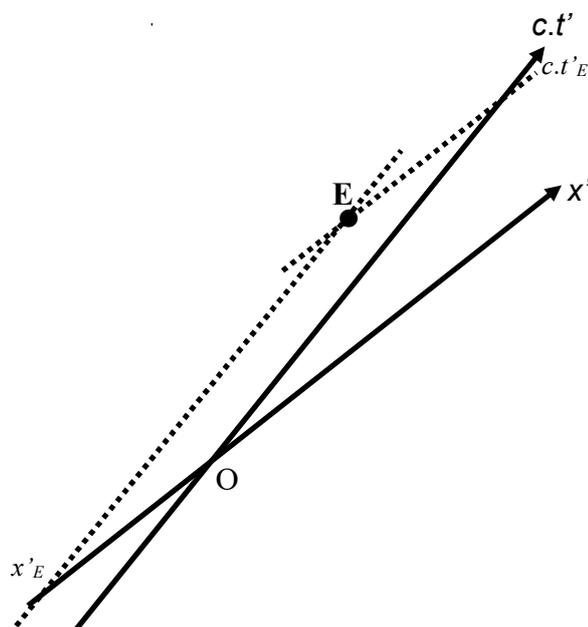
Dans le référentiel associé à Daniel, S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

Le but de cette activité est de construire le diagramme de Minkowski, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associés à Daniel et à Armineh et d'en déduire des résultats remarquables.

Document 1 : Coordonnées d'un événement E



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh

Document 2 : Dilatation des durées, durée propre et durée impropre

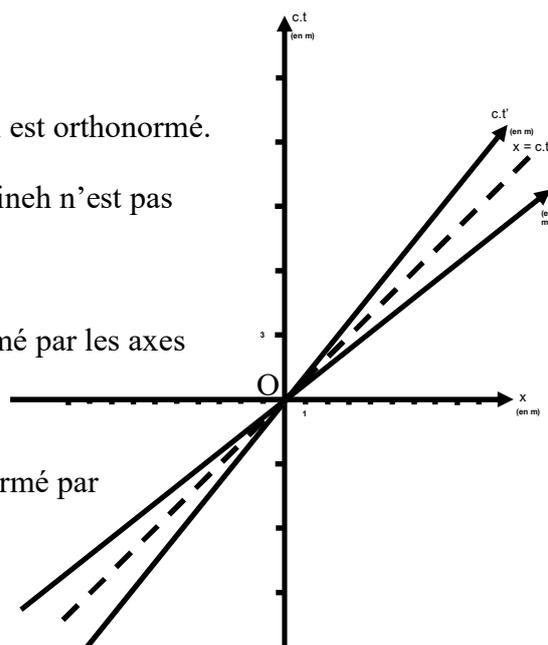
La durée propre, notée Δt_p , correspond à la durée entre deux événements A et B ayant les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par une horloge unique, fixe dans ce référentiel, et ayant les mêmes coordonnées spatiales que les deux événements.

Une durée impropre, notée Δt_m , correspond à la durée entre les deux mêmes événements A et B n'ayant pas les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par deux horloges, fixes dans ce référentiel et situées à la même coordonnée spatiale de chaque événement.

Les durées Δt_m et Δt_p sont reliées par la relation suivante : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Document 3 : Diagramme de Minkowski

- Le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel est orthonormé.
- Le repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh n'est pas orthonormé.
- La droite $x = c.t$ est la bissectrice de l'angle formé par les axes Ox et $Oc.t$.
- La droite $x' = c.t'$ est la bissectrice de l'angle formé par les axes Ox' et $Oc.t'$.



Donnée : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. c représente la vitesse de la lumière dans le vide.

Placer sur une feuille les axes Ox et $Oc.t$ puis la droite $x = 0,8.c.t$.

1. Que représente la droite $x = 0,8.c.t$ dans le référentiel associé à Daniel ?
2. Comment trouver l'axe $Oc.t'$? Placer l'axe Ox' afin d'obtenir le diagramme de Minkowski.
3. Comment exprimer graphiquement l'invariance de la lumière dans ces deux référentiels ?

Placer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le diagramme de Minkowski en utilisant tout d'abord le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel.

4. Que peut-on dire des abscisses des événements E_1 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ?
5. Comment s'appellent les durées entre les événements E_2 et E_1 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ? La relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ est-elle applicable ?
6. Que peut-on dire des abscisses des événements E_2 et E_3 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ?
7. Comment s'appellent les durées entre les événements E_3 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ? La relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ est-elle applicable ?

Version 3 : niveau « expert »**Relativité restreinte et géométrie**

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

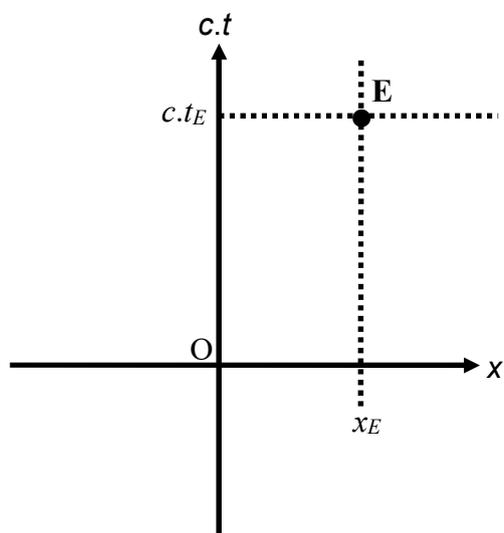
Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de $+0,8.c$ sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident. Dans le référentiel associé à Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

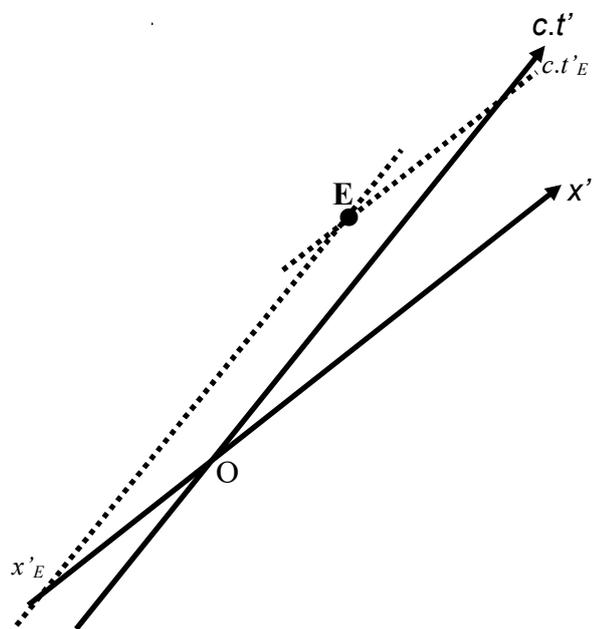
Dans le référentiel associé à Daniel, S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

Le but de cette activité est de construire le diagramme de Minkowski, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associés à Daniel et à Armineh, d'en déduire des résultats remarquables puis d'utiliser le diagramme de Loedel afin de faire des mesures de durées dans deux référentiels différents.

Document 1 : Coordonnées d'un événement E



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel dans le cas du diagramme de Minkowski



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Arminch

Document 2 : Dilatation des durées, durée propre et durée impropre

La durée propre, notée Δt_p , correspond à la durée entre deux événements A et B ayant les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par une horloge unique, fixe dans ce référentiel, et ayant les mêmes coordonnées spatiales que les deux événements.

Une durée impropre, notée Δt_m , correspond à la durée entre les deux mêmes événements A et B n'ayant pas les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par deux horloges, fixes dans ce référentiel et situées à la même coordonnée spatiale de chaque événement.

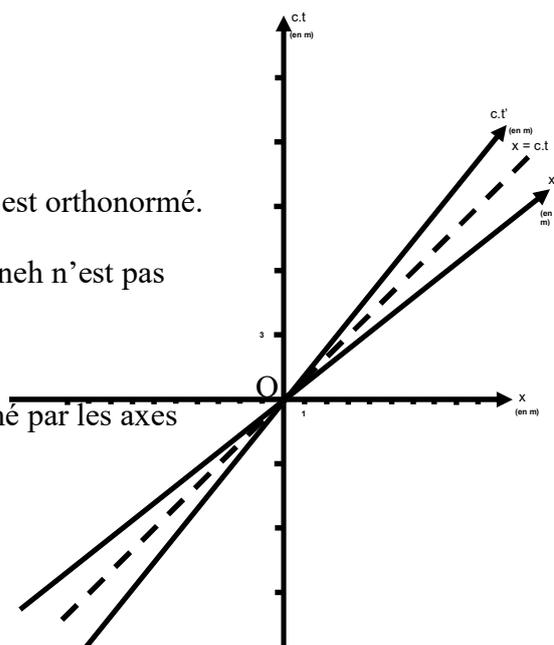
Les durées Δt_m et Δt_p sont reliées par la relation suivante : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Document 3 : Diagramme de Minkowski

- Le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel est orthonormé.
- Le repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh n'est pas orthonormé.

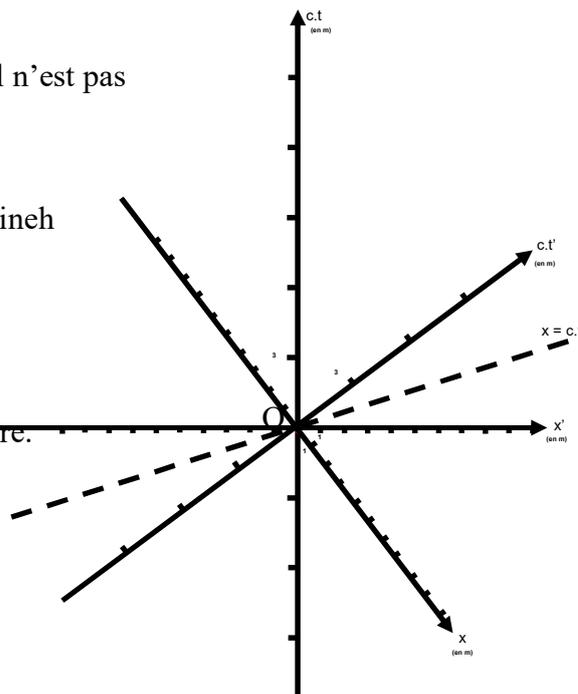
- La droite $x = c.t$ est la bissectrice de l'angle formé par les axes Ox et $Oc.t$.

- La droite $x' = c.t'$ est la bissectrice de l'angle formé par les axes Ox' et $Oc.t'$.



Document 4 : Diagramme de Loedel

- Le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel n'est pas orthonormé.
- Le repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh n'est pas orthonormé.
- Les échelles sont conservées d'un repère à l'autre.
- Les coordonnées d'un événement sont trouvées en faisant des projections parallèlement aux axes.



Donnée : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. c représente la vitesse de la lumière dans le vide.

Placer sur une feuille les axes Ox et $Oc.t$ puis la droite $x = 0,8.c.t$.

1. Que représente la droite $x = 0,8.c.t$ dans le référentiel associé à Daniel ?
2. Comment trouver l'axe $Oc.t'$? Placer l'axe Ox' afin d'obtenir le diagramme de Minkowski.
3. Comment exprimer graphiquement l'invariance de la lumière dans ces deux référentiels ?

Placer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le diagramme de Minkowski en utilisant tout d'abord le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel.

4. Que peut-on dire des abscisses des événements E_1 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ?

5. Comment s'appellent les durées entre les événements E_2 et E_1 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ? La relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ est-elle applicable ?

6. Que peut-on dire des abscisses des événements E_2 et E_3 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ?

7. Comment s'appellent les durées entre les événements E_3 et E_2 dans les référentiels associés à Daniel et à Armineh ? La relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ est-elle applicable ?

Placer les événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère $(xOc.t)$ du diagramme de Loedel.

8. En utilisant le diagramme de Loedel, déterminer la durée entre les événements E_2 et E_1 dans le référentiel associé à Daniel puis dans le référentiel associé à Armineh. Peut-on utiliser une autre méthode ?

9. En utilisant le diagramme de Loedel, déterminer la durée entre les événements E_3 et E_2 dans le référentiel associé à Daniel puis dans le référentiel associé à Armineh. Peut-on utiliser une autre méthode ?

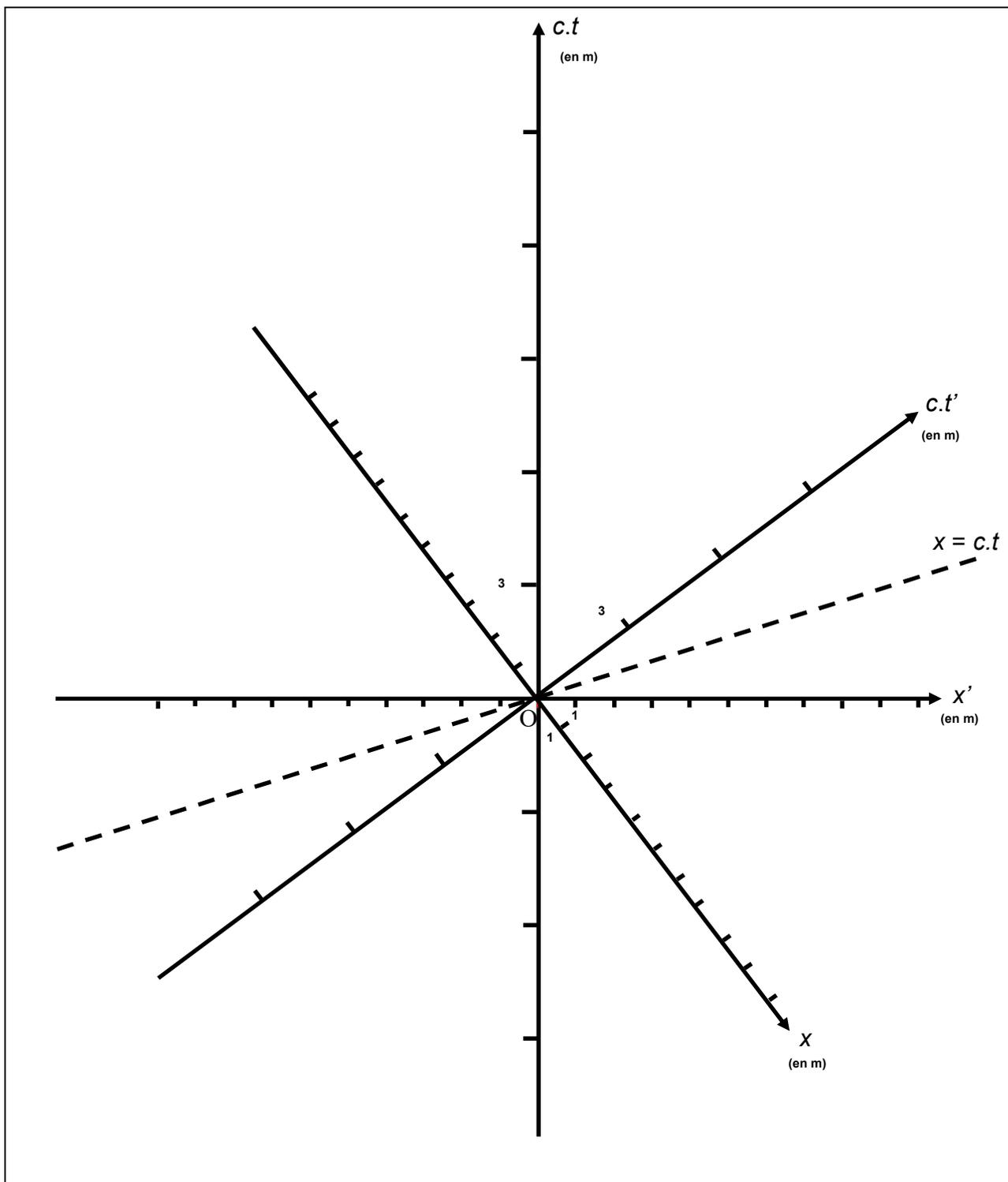


Diagramme de Loedel de la situation

Version 4 : niveau « expert »**Relativité restreinte et géométrie**

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

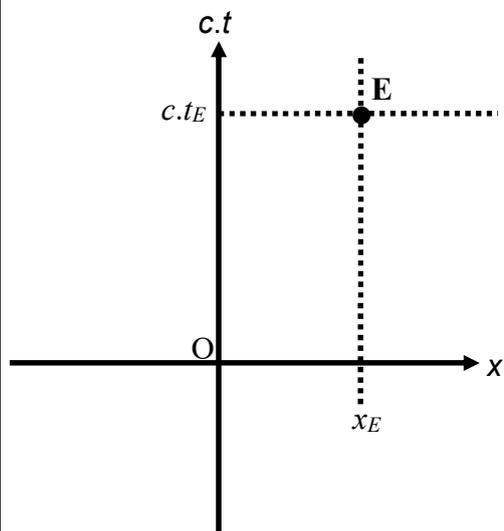
Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de $+0,8.c$ sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident. Dans le référentiel associé à Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

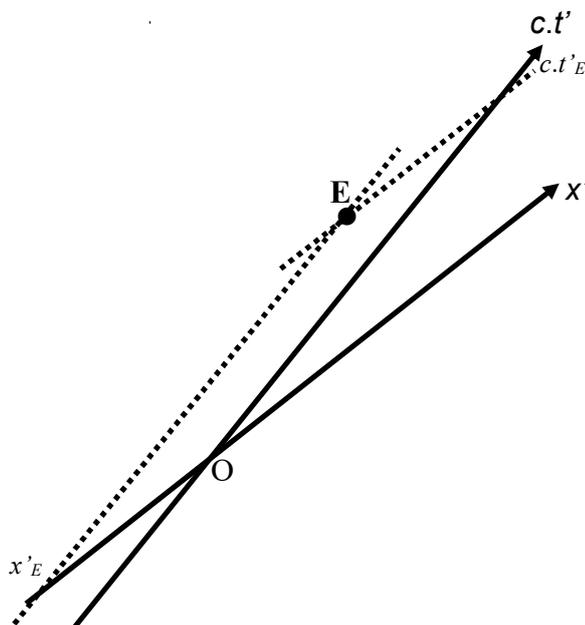
Dans le référentiel associé à Daniel, S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

Le but de cette activité est de construire le diagramme de Minkowski à l'aide du logiciel GeoGebra, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associés à Daniel et à Armineh et d'en déduire des résultats remarquables lorsque l'on fait varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel à l'aide de l'outil curseur.

Document 1 : Coordonnées d'un événement E



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel dans le cas du diagramme de Minkowski



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh

Document 2 : Dilatation des durées, durée propre et durée impropre

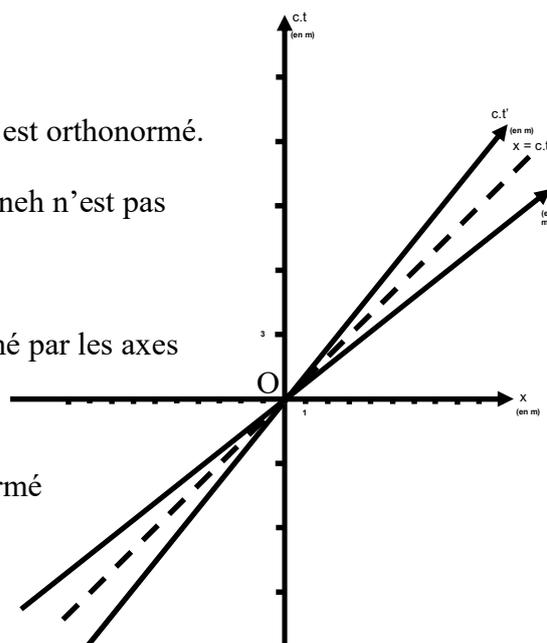
La durée propre, notée Δt_p , correspond à la durée entre deux événements A et B ayant les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par une horloge unique, fixe dans ce référentiel, et ayant les mêmes coordonnées spatiales que les deux événements.

Une durée impropre, notée Δt_m , correspond à la durée entre les deux mêmes événements A et B n'ayant pas les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par deux horloges, fixes dans ce référentiel et situées à la même coordonnée spatiale de chaque événement.

Les durées Δt_m et Δt_p sont reliées par la relation suivante : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Document 3 : Diagramme de Minkowski

- Le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel est orthonormé.
- Le repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh n'est pas orthonormé.
- La droite $x = c.t$ est la bissectrice de l'angle formé par les axes Ox et $Oc.t$.
- La droite $x' = c.t'$ est la bissectrice de l'angle formé par les axes Ox' et $Oc.t'$.



Donnée : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. c représente la vitesse de la lumière dans le vide.

Version 5 : niveau « expert »**Relativité restreinte et géométrie**

Une route horizontale comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.

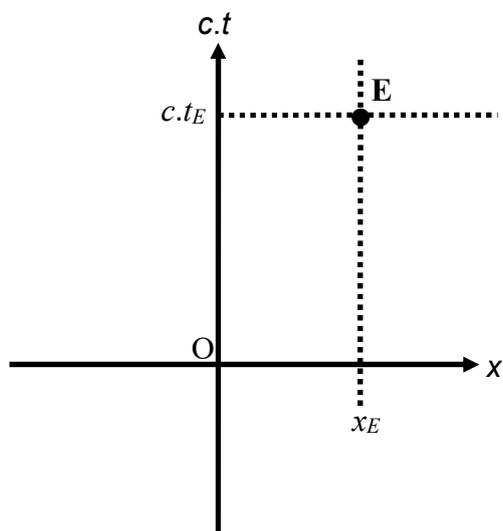
Daniel est immobile sur le côté de la route qui peut être modélisée par une droite Ox orientée. Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de $+0,8.c$ sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.

L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident. Dans le référentiel associé à Daniel, les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+3$ mètres de Daniel et le troisième, noté S_3 , se trouve à $+9$ mètres de lui.

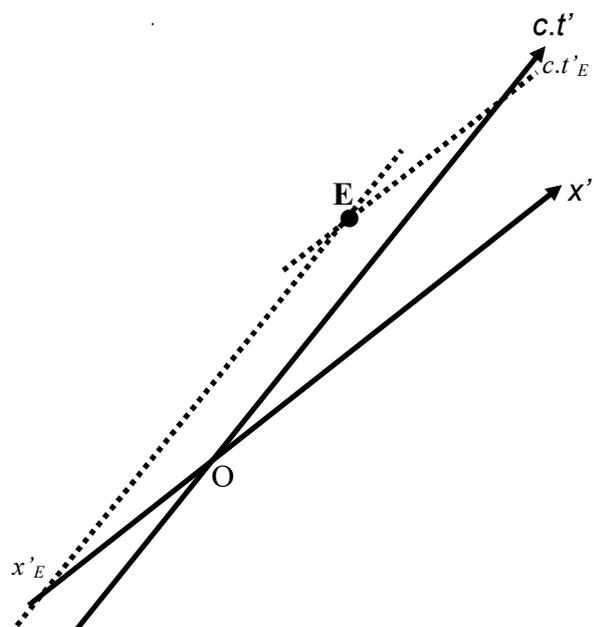
Dans le référentiel associé à Daniel, S_1 émet un flash au bout de 10 ns, S_2 au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.

Le but de cette activité est d'utiliser le diagramme de Loedel, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associés à Daniel et à Armineh à l'aide du logiciel GeoGebra, de faire des mesures de durées dans deux référentiels différents et d'en déduire des résultats remarquables lorsque l'on fait varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel à l'aide de l'outil curseur.

Document 1 : Coordonnées d'un événement E



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel dans le cas du diagramme de Minkowski



Coordonnées d'un événement E dans un repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh

Document 2 : Dilatation des durées, durée propre et durée impropre

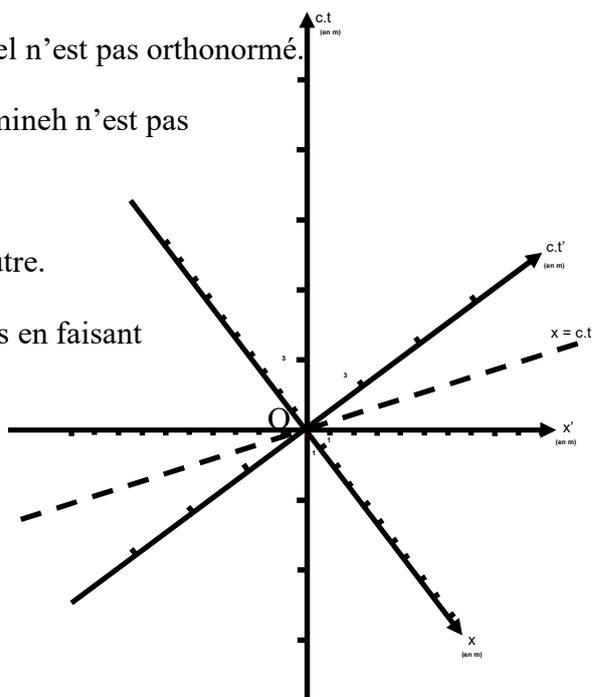
La durée propre, notée Δt_p , correspond à la durée entre deux événements A et B ayant les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par une horloge unique, fixe dans ce référentiel, et ayant les mêmes coordonnées spatiales que les deux événements.

Une durée impropre, notée Δt_m , correspond à la durée entre les deux mêmes événements A et B n'ayant pas les mêmes coordonnées spatiales, dans un référentiel galiléen donné. Cette durée est mesurée par deux horloges, fixes dans ce référentiel et situées à la même coordonnée spatiale de chaque événement.

Les durées Δt_m et Δt_p sont reliées par la relation suivante : $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

Document 3 : Diagramme de Loedel

- Le repère $(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel n'est pas orthonormé.
- Le repère $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh n'est pas orthonormé.
- Les échelles sont conservées d'un repère à l'autre.
- Les coordonnées d'un événement sont trouvées en faisant des projections parallèlement aux axes.



Donnée : $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. c représente la vitesse de la lumière dans le vide.

Eléments de réponses de la séquence finale

Exemples de production attendue :

Versions « intermédiaire » et « experte » N°3

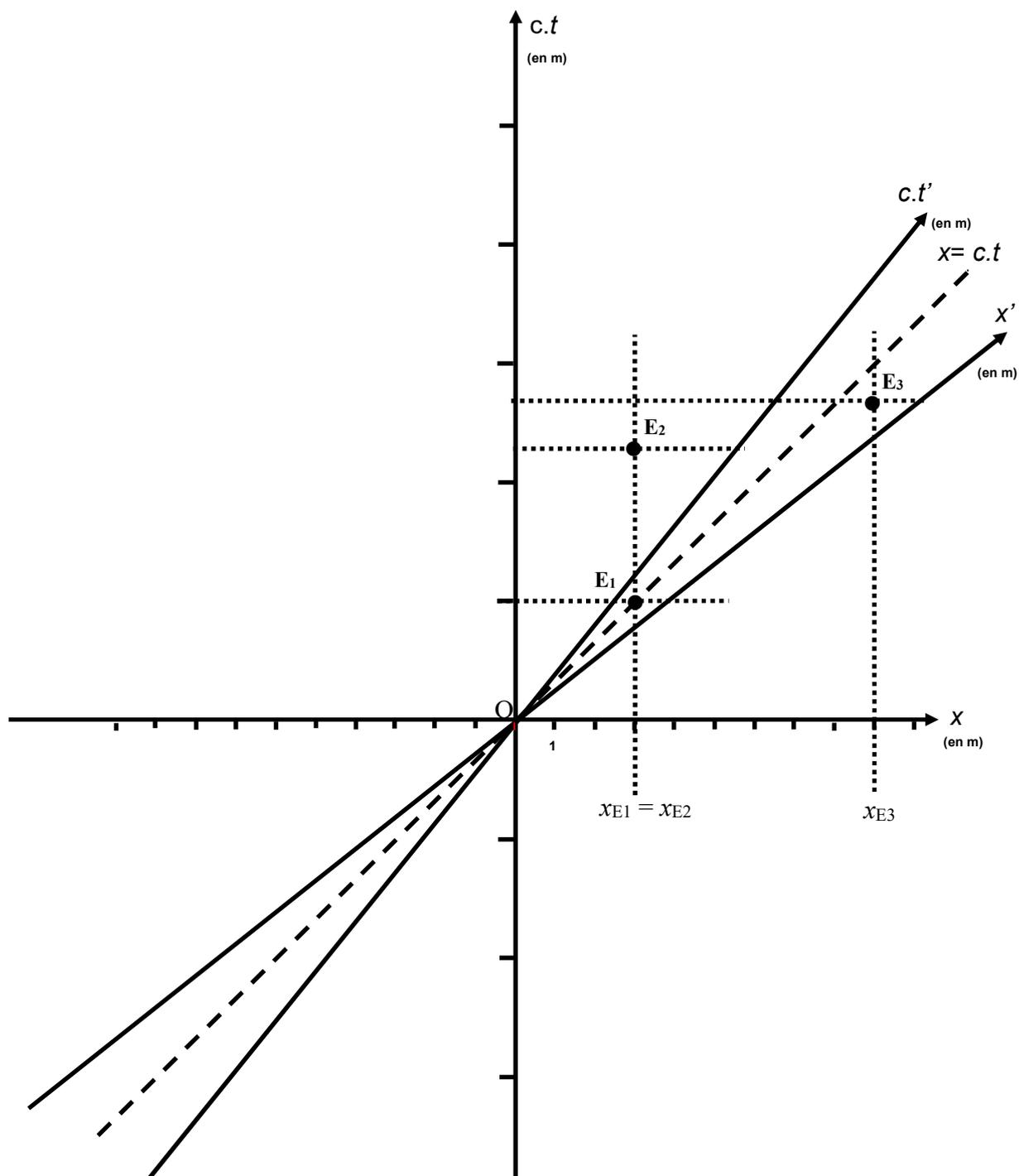
1. La droite $x = 0,8.c.t$ représente les positions d'Armineh au cours du temps dans le référentiel associé à Daniel.
2. L'axe $Oc.t'$ dans le référentiel associé à Armineh est confondu avec la droite $x = 0,8.c.t$. L'axe Ox' est le symétrique de l'axe $Oc.t'$ par rapport à la droite $x = c.t$ ou $x' = c.t'$.
3. La vitesse de la lumière est la même dans le référentiel associé à Daniel ou dans celui associé à Armineh. La bissectrice de l'angle formé par les axes Ox et $Oc.t$ d'un repère du référentiel associé à Daniel ou de l'angle formé par les axes Ox' et $Oc.t'$ d'un repère du référentiel associé à Armineh est la même.

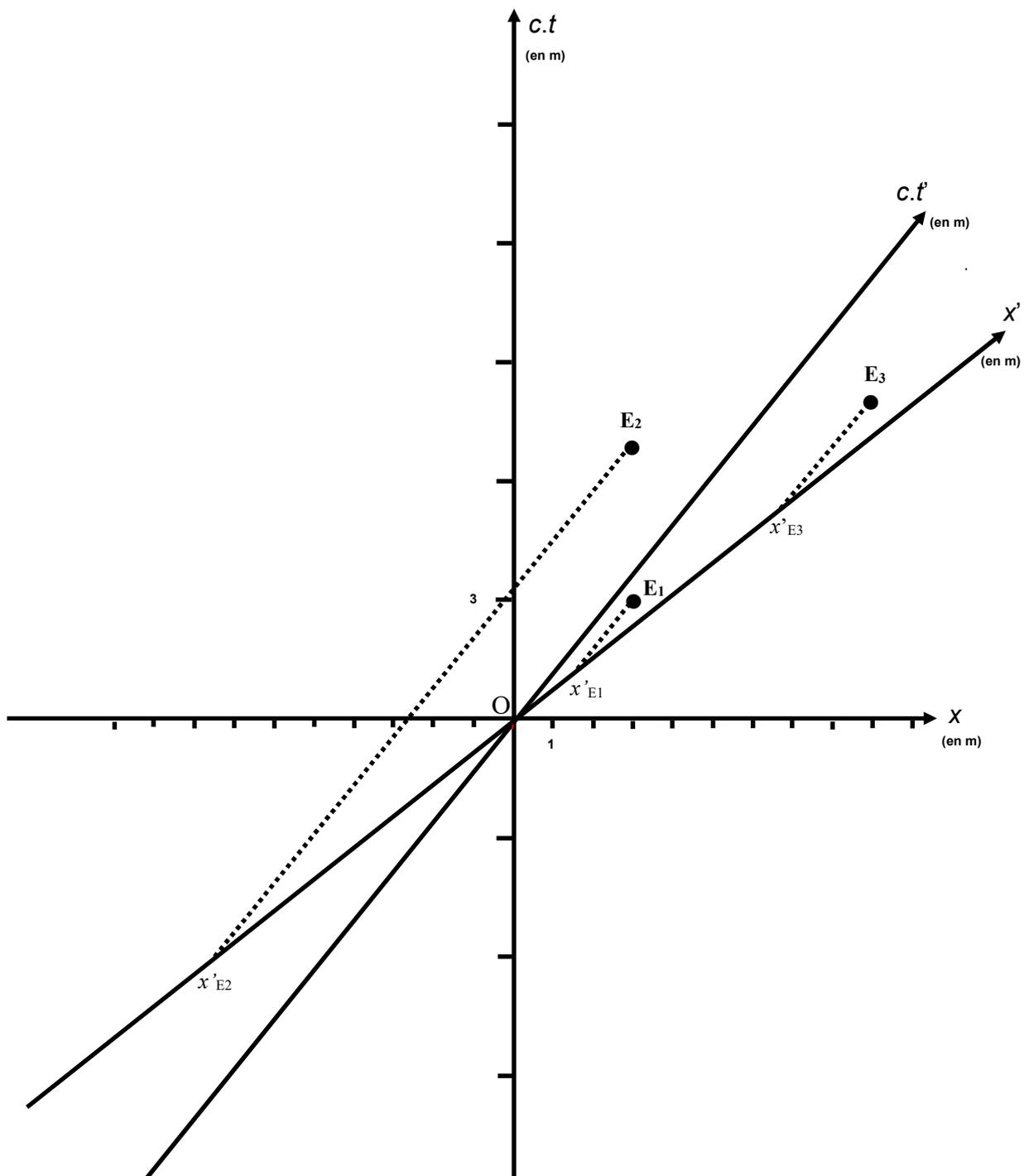
Versions « initiation », « intermédiaire » et « experte » N°3

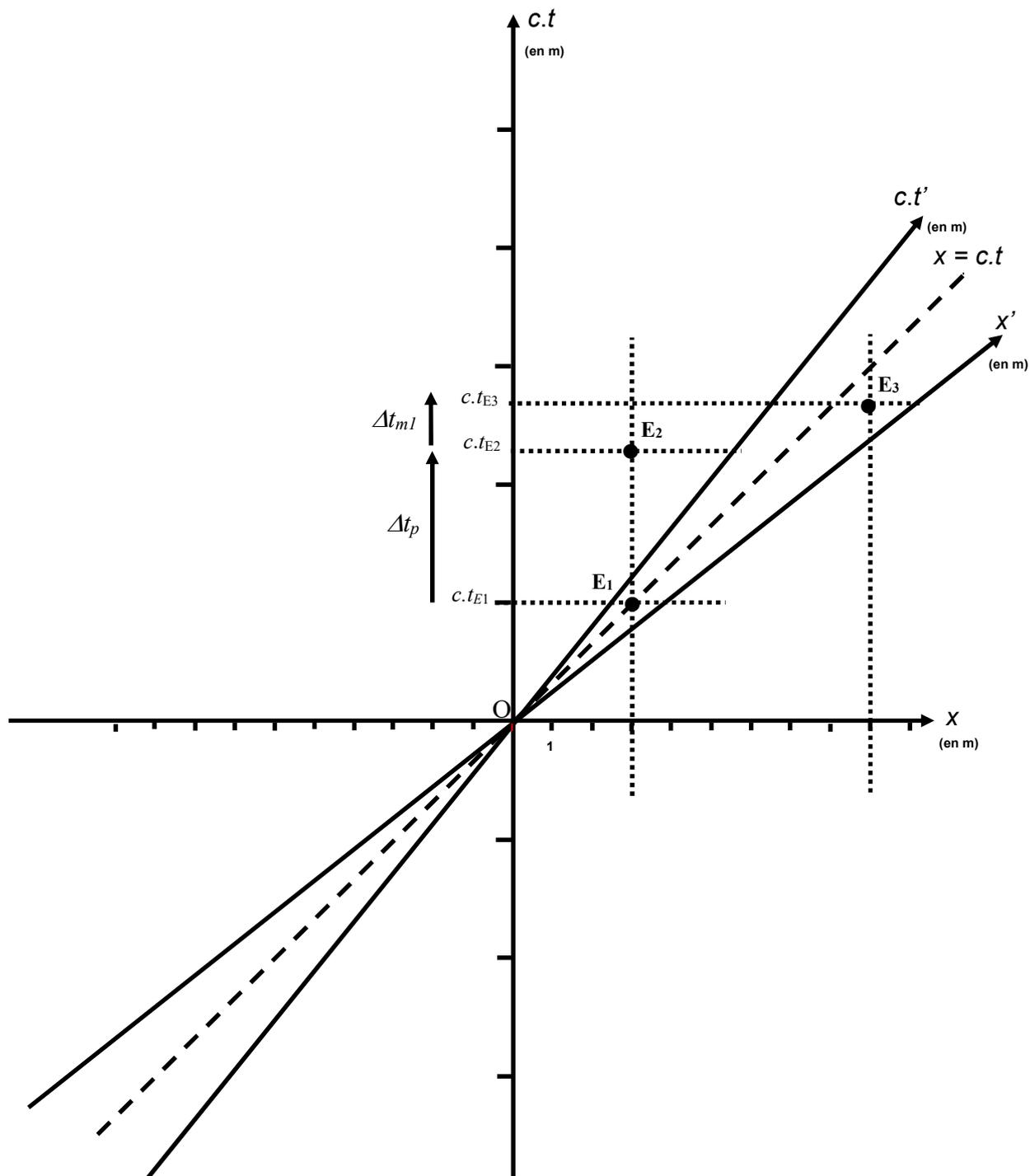
E₁	$x_{E1} = 3 \text{ m}$	$t_{E1} = 1,0.10^{-8} \text{ s}$	$c.t_{E1} = 3\text{m}$
E₂	$x_{E2} = 3 \text{ m}$	$t_{E2} = 2,3.10^{-8} \text{ s}$	$c.t_{E2} = 6,9 \text{ m}$
E₃	$x_{E3} = 9 \text{ m}$	$t_{E3} = 2,7.10^{-8} \text{ s}$	$c.t_{E3} = 8,1 \text{ m}$

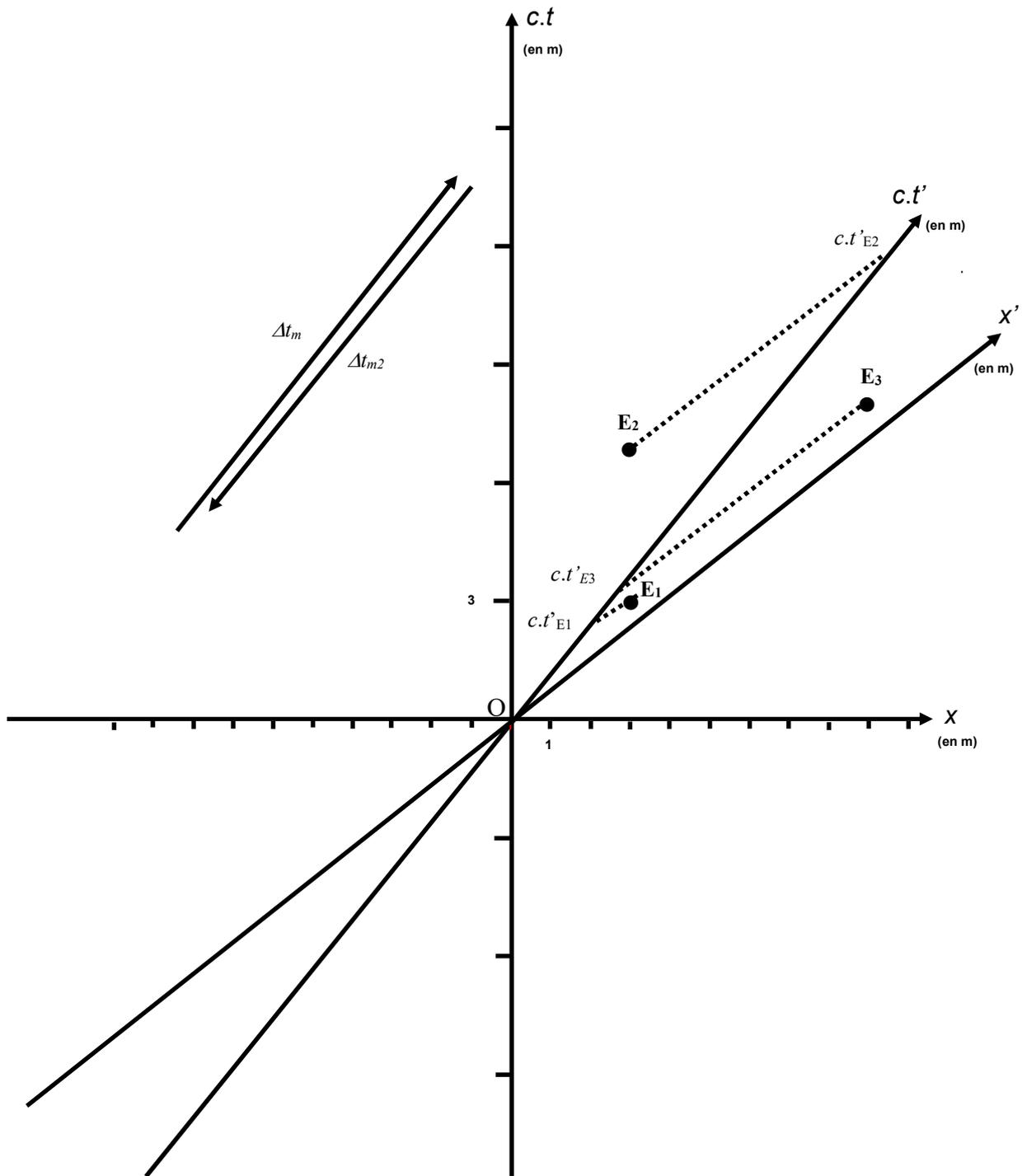
4. Les abscisses des événements E_1 et E_2 sont identiques dans le référentiel associé à Daniel. Elles sont différentes dans le référentiel associé à Armineh.
5. La durée entre les événements E_2 et E_1 s'appelle une durée propre dans le référentiel associé à Daniel. Elle est notée par exemple Δt_p . C'est une durée impropre dans le référentiel associé à Armineh. Elle est notée par exemple Δt_m . La relation $\Delta t_m = \gamma.\Delta t_p$ est donc bien applicable.
6. Les abscisses des événements E_2 et E_3 sont différentes dans le référentiel associé à Daniel comme dans le référentiel associé à Armineh.

7. Les durées entre les événements E_3 et E_2 ne sont pas des durées propres ni dans le référentiel associé à Daniel ni dans le référentiel associé à Arminéh. Ce sont des durées impropres, notée par exemple respectivement Δt_{m1} et Δt_{m2} . La relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$ n'est donc plus applicable. De plus Δt_{m1} est positive alors que Δt_{m2} est négative.









Version « experte » N°3

8. $\Delta t_p = t_{E2} - t_{E1} = 2,3 \cdot 10^{-8} - 1,0 \cdot 10^{-8} = 1,3 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Daniel.

$\Delta t_m = t'_{E2} - t'_{E1} = 2,5 \cdot 10^{-8} - 3,3 \cdot 10^{-9} = 2,2 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Armineh par une résolution à partir du diagramme de Loedel.

On aurait aussi pu utiliser la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1,7$$

$\Delta t_m = t'_{E2} - t'_{E1} = \gamma \cdot (t_{E2} - t_{E1}) = 1,7 \times 1,3 \cdot 10^{-8}$ s = $2,2 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Armineh.

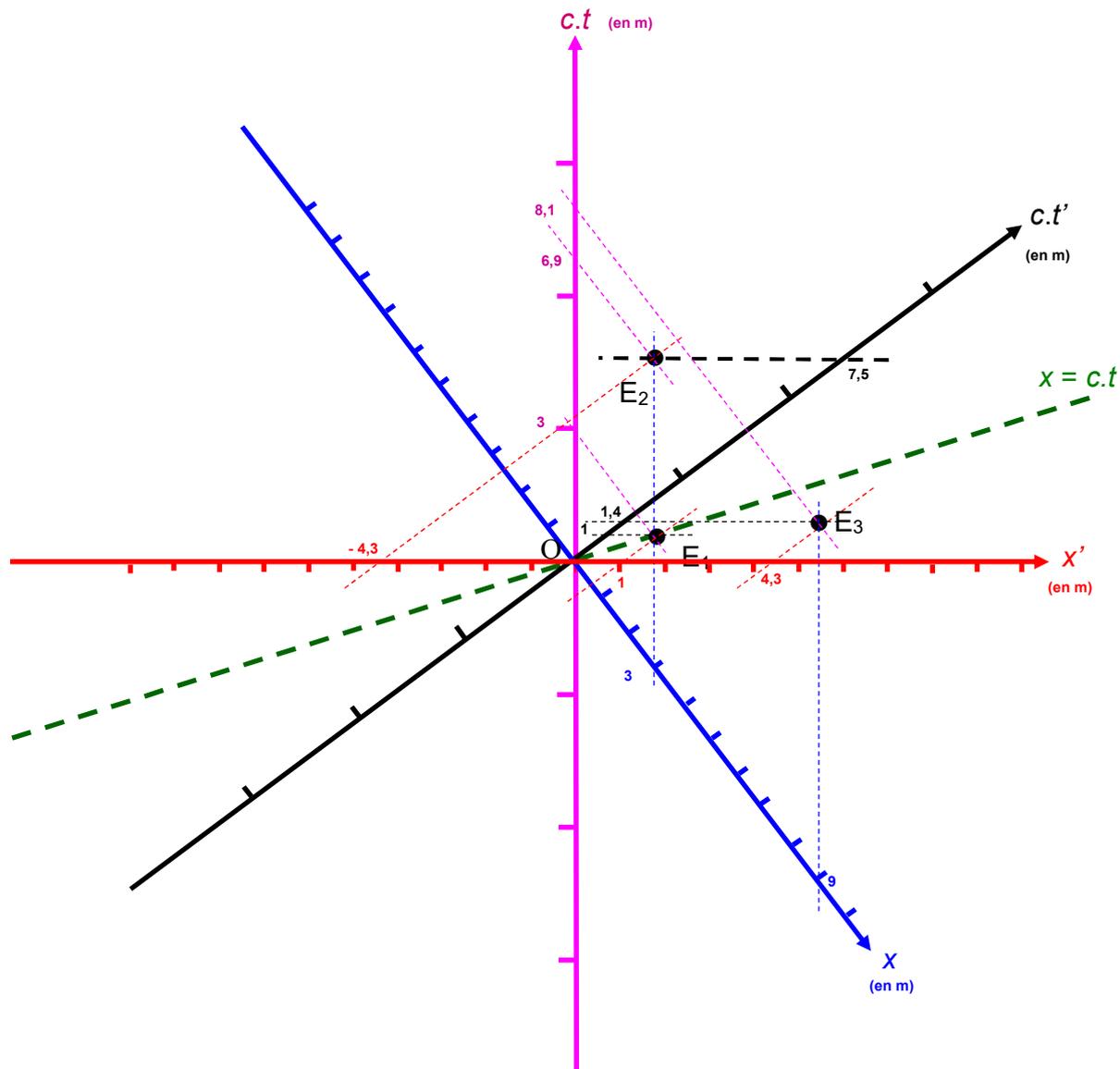
9. $\Delta t_{m1} = t_{E3} - t_{E2} = 2,7 \cdot 10^{-8} - 2,3 \cdot 10^{-8} = 0,4 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Daniel.

$\Delta t_{m2} = t'_{E3} - t'_{E2} = 4,7 \cdot 10^{-9} - 2,5 \cdot 10^{-8} = -2,0 \cdot 10^{-8}$ s dans le référentiel associé à Armineh par une résolution à partir du diagramme de Loedel.

L'événement E_3 se trouve après l'évènement E_2 dans le référentiel associé à Daniel.

L'événement E_2 se trouve après l'évènement E_3 dans le référentiel associé à Armineh.

On ne peut pas utiliser ici la relation $\Delta t_m = \gamma \cdot \Delta t_p$.



E₁	$x_{E1} = 3 \text{ m}$		$x'_{E1} = 1 \text{ m}$	
	$c.t_{E1} = 3 \text{ m}$	$t_{E1} = 1,0 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$c.t'_{E1} = 1 \text{ m}$	$t'_{E1} = 3,3 \cdot 10^{-9} \text{ s}$
E₂	$x_{E2} = 3 \text{ m}$		$x'_{E2} = -4,3 \text{ m}$	
	$c.t_{E2} = 6,9 \text{ m}$	$t_{E2} = 2,3 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$c.t'_{E2} = 7,5 \text{ m}$	$t'_{E2} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
E₃	$x_{E3} = 9 \text{ m}$		$x'_{E3} = 4,3 \text{ m}$	
	$c.t_{E3} = 8,1 \text{ m}$	$t_{E3} = 2,7 \cdot 10^{-8} \text{ s}$	$c.t'_{E3} = 1,4 \text{ m}$	$t'_{E3} = 4,7 \cdot 10^{-9} \text{ s}$

Analyse du travail de Clément

La retranscription du fichier audio de Clément a permis une analyse des différentes interactions mises en jeu lors de sa communication en tenant compte du cadre de rationalité des mathématiques et des sciences physiques. L'unité d'analyse du verbatim est située au niveau de la phrase.

Temps	Interactions ²⁸	Cadre de rationalité ²⁹	Extrait audio
00.00	SEM	P	Clément L. Alors on est sur une route horizontale qui comporte trois dispositifs émettant des flashes lumineux afin de repérer un danger.
00.06	SEM	P	Daniel est immobile sur le côté de la route.
00.10	SEM	P	Une voiture conduite par Armineh se déplace à une vitesse de $0,65.c$ sur la route à côté de Daniel et se dirige vers les dispositifs lumineux.
00.17	SEM	P	L'origine des dates et des positions correspond à l'événement pour lequel les coordonnées de Daniel et Armineh coïncident.
00.22	SEM	P	Dans le référentiel associé à Daniel les deux premiers dispositifs notés S_1 et S_2 se trouvent à $+ 3$ m de Daniel et le troisième noté S_3 se trouve à $+ 9$ m de lui.
00.31	SEM	P	Le but de cette activité est de construire le diagramme de Minkowski à l'aide du logiciel GeoGebra, de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère des référentiels associé à Daniel et à Armineh.

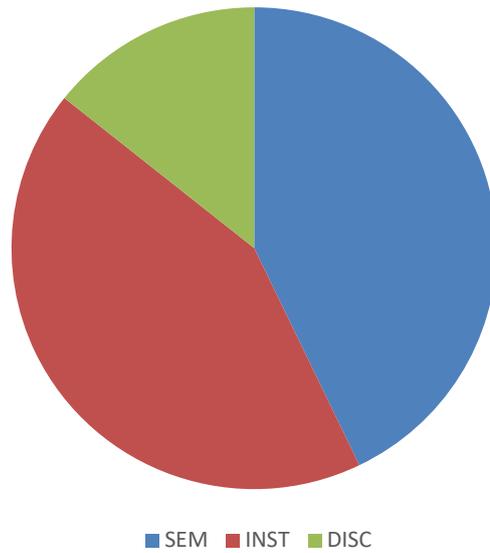
²⁸ SEM pour sémiotique, INST pour instrumentale et DISC pour discursive

²⁹ P pour physique et M pour mathématiques

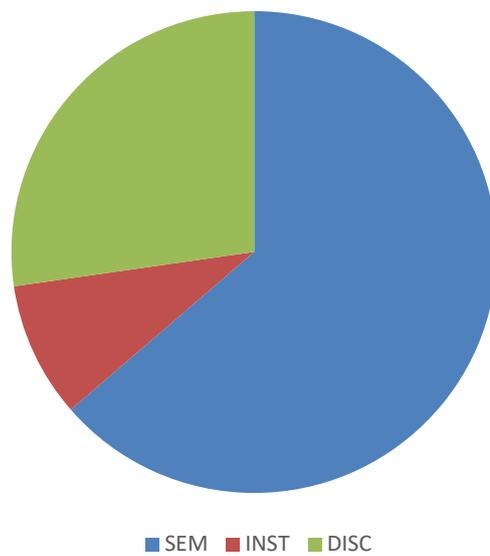
00.43	SEM-INST	M	On a donc construit ce diagramme en prenant pour référentiel de Daniel, en abscisse on a pris donc x et en ordonnée on a pris $c.t$.
00.54	INST-DISC	M	Pour créer le référentiel d'Armineh on a créé donc x' en abscisse de coefficient donc $0,65$ et $c.t'$.
01.06	INST	M	On a ensuite construit également les droites $x = c.t$ et $x' = c.t'$.
01.10	SEM	M	On a remarqué que ces droites étaient donc con ...
01.15	SEM-DISC	P	On remarque donc dans le référentiel de Daniel les événements E_1 , E_2 et E_3 se suivent alors que dans le référentiel d'Armineh on a les événements E_1 , E_3 et E_2 .
01.29	DISC	P	Il y a donc une inversion des événements dans les deux référentiels.
01.33	INST-DISC	P	On remarque également que lorsque l'on fait varier la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel, la position des événements E_1 , E_2 et E_3 peut changer.
01.45	SEM	M	On a également pu remarquer que dans le référentiel de Daniel les points E_1 et E_2 avaient les mêmes abscisses, ce qui n'est pas le cas dans le référentiel d'Armineh.

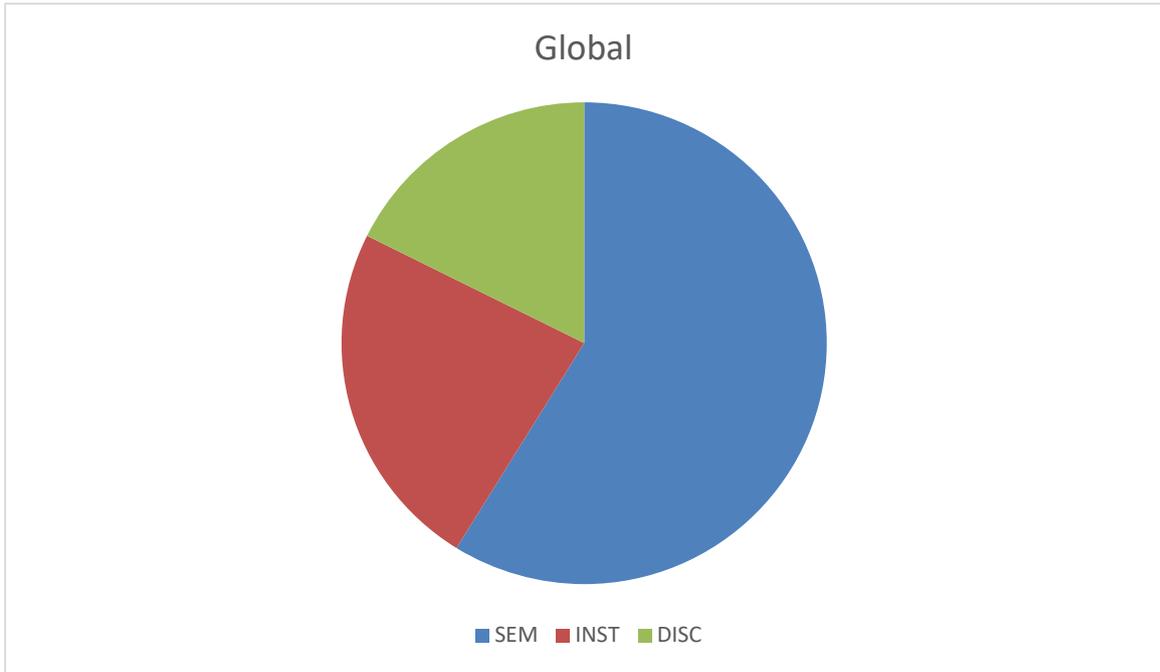
Les différents types d'interactions ont ensuite été analysés suivant le cadre de rationalité mobilisé.

Cadre de rationalité des mathématiques



Cadre de rationalité des sciences physiques





Analyse du travail d'Anthony

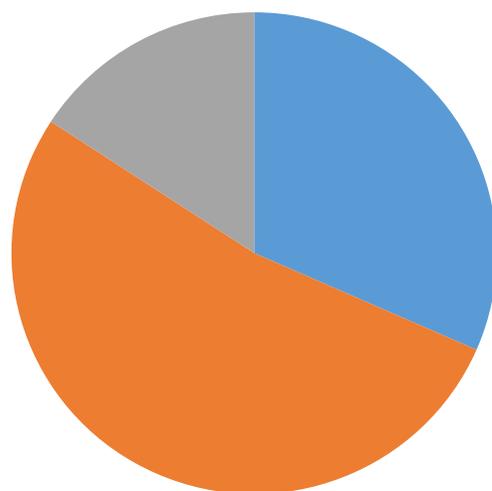
La retranscription du fichier audio d'Anthony a permis une analyse des différentes interactions mises en jeu lors de sa communication en tenant compte du cadre de rationalité des mathématiques et des sciences physiques. L'unité d'analyse du verbatim est située au niveau de la phrase.

Temps	Interactions	Cadre de rationalité	Extrait audio
00.00	SEM	P	Moi c'est Anthony N. Alors nous allons voir Armineh se déplaçant à une certaine vitesse par rapport à Daniel qui lui est fixe.
00.08	SEM	P	Nous allons analyser l'ordre des trois événements E_1 , E_2 puis E_3 qui sont des flashes lumineux que va rencontrer Armineh lorsqu'elle va se déplacer sur une route horizontale.
00.19	SEM-INST	P	Dans le référentiel de Daniel, Armineh rencontre l'événement E_1 puis E_2 puis E_3 .
00.26	SEM-DISC	P	Alors que dans le référentiel d'Armineh, cela dépend de sa vitesse.
00.30	INST-DISC	P	Grâce à GeoGebra, nous allons pouvoir déterminer les vitesses d'Armineh pour lesquelles l'ordre des événements qu'elle va rencontrer sera différente.
00.39	INST-DISC	P	Dans le référentiel d'Armineh, nous observons que la durée est une durée impropre puisque les abscisses sont différentes contrairement au référentiel de Daniel qui lui est une durée propre puisque les abscisses restent les mêmes.
00.55	SEM-INST	P	Sur GeoGebra on a représenté le diagramme de Minkowski où on a placé un curseur pour pouvoir

			modifier les vitesses d'Armineh en fonction de la vitesse de la lumière par rapport à Daniel.
01.07	INST-DISC	P	Nous en observons donc les événements E_1 , E_2 et E_3 changeant d'ordre en fonction de la vitesse d'Armineh.
01.15	SEM-INST	P	Quand Armineh atteint une vitesse comprise entre 0 et 0,2 fois la vitesse de la lumière, elle rencontre les événements E_1 , E_2 puis E_3 .
01.23	INST-DISC	P	Quand sa vitesse est à 0,2 fois la vitesse de la lumière Armineh rencontre les événements E_2 et E_3 en même temps.
01.32	INST-DISC	P	Lorsque sa vitesse est comprise entre 0,2 et 0,85 fois la vitesse de la lumière elle rencontre E_1 E_2 E_3 ... pardon E_1 E_3 puis E_2 .
01.44	INST-DISC	P	Pour 0,5 fois la vitesse de la lumière Armineh rencontre les événements E_1 et E_3 en même temps.
01.54	INST-DISC	P	Pour finir pour une vitesse allant de 0,85 à 1 Armineh rencontre les événements E_1 , E_2 et E_3 .

Les différents types d'interactions ont ensuite été analysés suivant le seul cadre de rationalité mobilisé ici, c'est-à-dire celui des sciences physiques.

Cadre de rationalité des sciences physiques



■ SEM ■ INST ■ DISC

Analyse du travail de Léopoldine

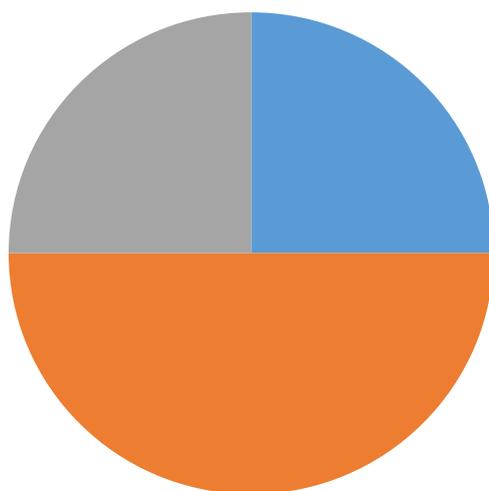
La retranscription du fichier audio de Léopoldine a permis une analyse des différentes interactions mises en jeu lors de sa communication en tenant compte du cadre de rationalité des mathématiques et des sciences physiques. L'unité d'analyse du verbatim est située au niveau de la phrase.

Temps	Interactions	Cadre de rationalité	Extrait audio
00.00	SEM	P	Bonjour je m'appelle Léopoldine. L'activité aujourd'hui était de construire le diagramme de Minkowski afin de repérer les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le repère du référentiel associé à Daniel et à Armineh.
00.15	SEM	P	Ainsi on va en déduire des résultats remarquables puis utiliser le diagramme de Loedel afin de faire des mesures de durées dans deux référentiels différents.
00.23	SEM-INST	P	Dans un premier temps nous avons tracé les repères associés aux référentiels d'Armineh et de Daniel afin de réaliser notre projet c'est-à-dire comparer les vitesses d'Armineh par rapport à Daniel.
00.33	SEM-INST	M	Nous avons inséré les points E_1 , E_2 , E_3 dans le repère de Minkowski pour le référentiel de Daniel de coordonnées $(3 ; 3)$ pour E_1 .
00.44	INST	M	Ensuite pour $E_2 (3 ; 6,9)$ et $E_3 9$ et en ordonnée 8.1.
00.52	SEM-INST	M	Mais avant nous avons calculé pour trouver les différentes positions des droites $c.t'$, x et x' .
00.59	SEM-INST	M	Pour avoir la droite $c.t'$ nous rentrons la valeur indiquée au départ pour nous qui était de 0,8.
01.05	DISC	M	C'était notre coefficient directeur.

01.08	INST-DISC	M	Pour tracer la droite x c'est la fonction de x donc quand on avance en abscisse de 1 on monte de 1, donc bref c'est la fonction x .
01.19	INST-DISC	M	Après pour tracer x' nous l'avons tracé par rapport à la symétrie de la fonction x en fonction de $c.t'$.
01.28	SEM-INST	M	On aperçoit qu' E_1 et E_2 ont la même abscisse.
01.32	INST-DISC	M	Pour trouver les points de $c.t'_{E1}$, $c.t'_{E2}$ et $c.t'_{E3}$ il faut tracer la parallèle qui joint la bissectrice x' et ils n'ont pas la même abscisse dans le référentiel d'Armineh.
01.45	SEM	P	C'est dans le référentiel de Daniel qui a la durée propre et le référentiel d'Armineh qui a la durée impropre.
01.53	SEM	P	Pour finir, la vitesse dans le référentiel de Daniel est toujours identique et la vitesse dans le référentiel d'Armineh varie.
02.02	SEM	P	Les événements ne sont pas dans le même ordre.
02.05	INST	P	Ça dépend quand on déplace le curseur en fait. Voilà.

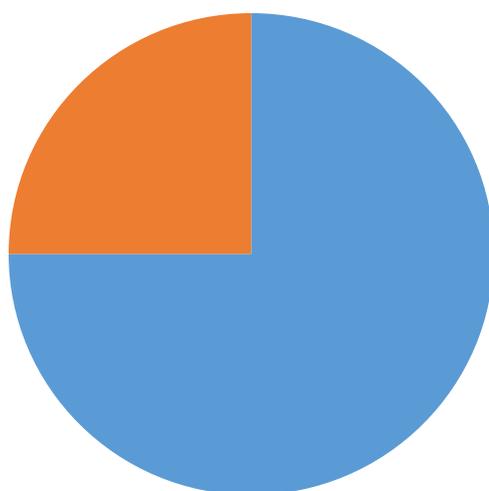
Les différents types d'interactions ont ensuite été analysés suivant le cadre de rationalité mobilisé.

Cadre de rationalité des mathématiques

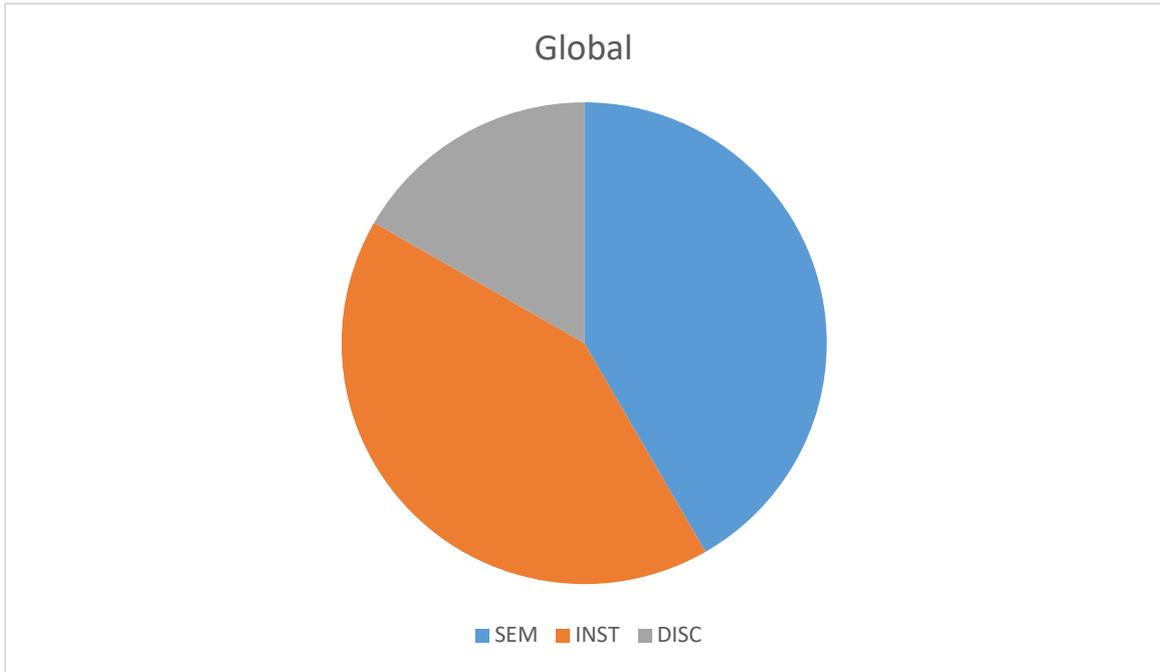


■ SEM ■ INST ■ DISC

Cadre de rationalité des sciences physiques



■ SEM ■ INST ■ DISC



Analyse du travail de Lucie

La retranscription du fichier audio de Lucie a permis une analyse des différentes interactions mises en jeu lors de sa communication en tenant compte du cadre de rationalité des mathématiques et des sciences physiques. L'unité d'analyse du verbatim est située au niveau de la phrase.

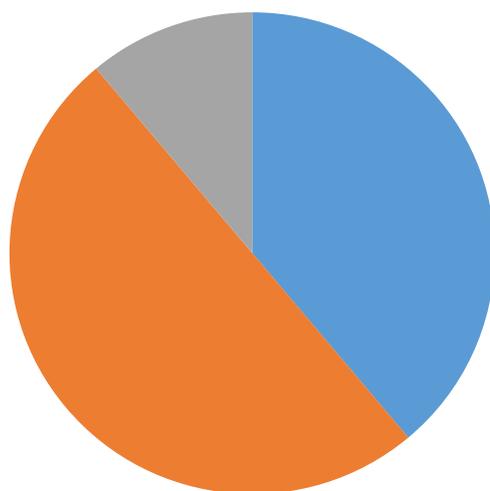
Temps	Interactions	Cadre de rationalité	Extrait audio
00.00	SEM	P	Lucie P. Daniel est immobile sur le côté de la route.
00.03	SEM	P	Armineh conduit une voiture et se déplace à $0,2.c$ sur la route à côté de Daniel.
00.09	SEM	P	Il se dirige vers des dispositifs lumineux.
00.12	SEM	P	Dans le référentiel associé à Daniel, les deux premiers dispositifs noté S_1 et S_2 se trouve à 3 mètres de lui et le troisième S_3 se trouve à 9 mètres.
00.22	SEM	P	Le premier flash apparait au bout de 10 ns.
00.25	SEM	P	Le deuxième au bout de 23 ns et S_3 au bout de 27 ns.
00.31	SEM-INST	M	Tout d'abord on a construit un diagramme de Minkowski composé de deux repères.
00.36	SEM-INST	M	$(xOc.t)$ du référentiel associé à Daniel qui est orthonormé et $(x'Oc.t')$ du référentiel associé à Armineh qui n'est pas orthonormé.
00.47	SEM-DISC	P	L'axe Ox correspond à la position de Daniel dans son référentiel et Ox' la position d'Armineh au cours du temps par rapport à Daniel.
00.55	INST	M	x' équivaut à $0,8.c$.
01.01	SEM-DISC	P	On remarque une invariance de la lumière dans ces deux référentiels, énoncée par le deuxième postulat d'Einstein

			s'exprimant graphiquement par deux axes confondus.
01.11	INST-DISC	P	En effet un axe correspondant au référentiel de Daniel $x = c.t$ se confond avec un axe correspondant au référentiel d'Armineh $x' = c.t'$, d'où une invariance de la vitesse de la lumière.
01.25	SEM-INST	M	On a placé ensuite les trois événements E_1 , E_2 et E_3 dans le diagramme de Minkowski dans le référentiel associé à Daniel.
01.33	SEM-INST	M	Dans ce référentiel E_1 et E_2 ont la même abscisse $x = 3$.
01.38	SEM-DISC	P	Sachant que E_1 et E_2 ont une même abscisse Daniel a une même position, on a alors une durée impropre puisque Daniel est immobile.
01.48	SEM-DISC	P	Dans le référentiel d'Armineh E_1 et E_2 n'ont pas la même abscisse ; donc il est en mouvement et on est en présence d'une durée impropre, car les positions sont différentes.
02.01	DISC	P	On est en possession d'une durée impropre et d'une durée propre donc on peut alors appliquer la relation $\Delta t_m = \gamma \Delta t_p$ avec Δt_m correspondant au référentiel d'Armineh et Δt_p correspondant au référentiel de Daniel.
02.17	SEM	M	Ensuite dans les deux référentiels, les abscisses d' E_2 et E_3 sont différentes.
02.23	DISC	P	Les deux sont alors en mouvement et ne sont pas immobiles.
02.26	DISC	P	On est alors en présence de deux durées impropres.
02.29	DISC	P	La relation n'est donc pas applicable, car il n'y a pas de durée propre.
02.34	SEM-INST	P	On a ensuite construit un diagramme de Loedel pour déterminer la durée entre E_2 et E_3 dans le référentiel de Daniel puis celui d'Armineh.

02.43	INST	P	Après différents calculs, on obtient la durée propre dans le référentiel de Daniel équivalent à 13 ns et la durée impropre dans le référentiel d'Armineh équivalent à 22 ns.
02.57	SEM-INST	P	On a ensuite reproduit le diagramme de Minkowski sur GeoGebra faisant varier la valeur de la vitesse d'Armineh grâce à un curseur.
03.06	SEM-INST	M	La variable du curseur équivaut à g .
03.10	SEM-INST	M	Pour tracer les axes du référentiel d'Armineh on trace deux droites.
03.14	INST-DISC	M	La première correspondant à l'axe Ox' dont l'équation est $y = g \times x$ et l'axe $c.t'$ dont l'équation est $y = 1/g \times x$.
03.27	INST-DISC	M	On place ensuite les points de E_1 , E_2 et E_3 et on projette grâce à des droites parallèles à Ox' et $Oc.t'$, pour avoir les coordonnées de ces points dans le référentiel d'Armineh.
03.42	SEM-DISC	P	On remarque que l'ordre des événements dans le référentiel de Daniel est E_1 , E_2 et E_3 alors que dans le référentiel d'Armineh l'ordre est bouleversé.
03.52	INST-DISC	P	Lorsque sa vitesse par rapport à Daniel équivaut à $0,2.c$ Armineh voit E_2 et E_3 en même temps.
04.02	INST-DISC	P	Alors que lorsque la vitesse d'Armineh par rapport à Daniel varie de $0,2.c$ à c , il perçoit E_1 , E_3 et E_2 .
04.12	DISC	P	On est en présence d'une inversion de l'ordre chronologique d'événements.
04.15	SEM-DISC	P	Les deux personnes ne perçoivent pas les événements dans le même ordre selon le référentiel.

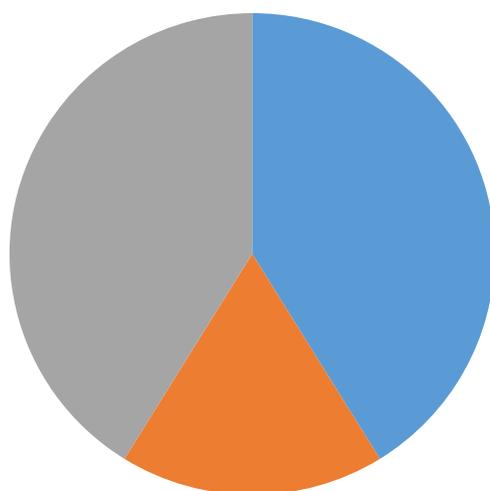
Les différents types d'interactions ont ensuite été analysés suivant le cadre de rationalité mobilisé.

Cadre de rationalité des mathématiques

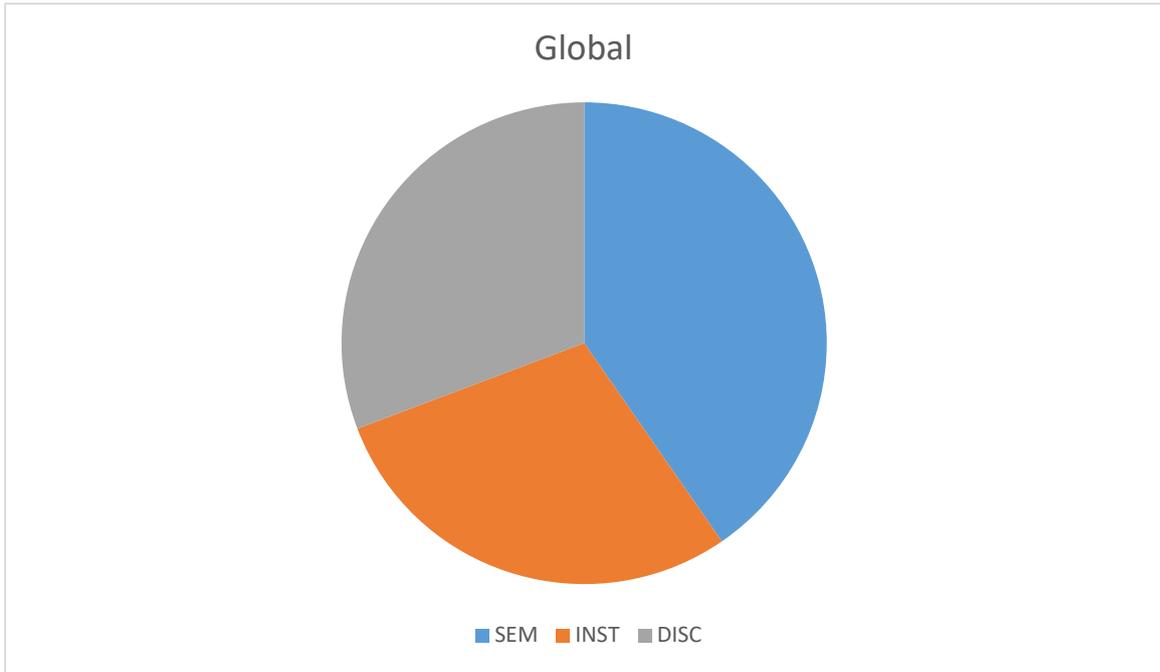


■ SEM ■ INST ■ DISC

Cadre de rationalité des sciences physiques



■ SEM ■ INST ■ DISC



TITRE :**Diagrammes et théorie de la relativité restreinte : une ingénierie didactique****AUTEUR :**

Laurent Moutet

RESUME :

Nous avons cherché à développer et à mettre à l'épreuve de la classe des activités utilisant un registre basé sur des diagrammes lors de l'enseignement de la théorie de la relativité restreinte avec des élèves de terminale S. Même si l'approche graphique est source de difficultés didactiques, les potentialités didactiques des graphiques peuvent s'avérer être plus avantageuses. Une étude épistémologique sur les diagrammes utilisables en relativité restreinte nous a permis de nous rendre compte des liens importants entre les mathématiques et la genèse de la théorie de la relativité restreinte. C'est le cas du diagramme de Minkowski. Nous nous sommes également intéressés à deux autres diagrammes développés beaucoup plus tard pour des raisons didactiques, ceux de Brehme et de Loedel. A la suite de séances pilotes, nous avons développé un nouveau cadre théorique, permettant d'analyser plus finement les interactions développées par les élèves résolvant un problème utilisant des diagrammes en relativité restreinte. Nous avons modifié les espaces de travail mathématique (ETM) en rajoutant un nouveau cadre de rationalité à celui des mathématiques initialement présentes, celui de la physique. Le cadre des ETM étendu nous a permis de concevoir plusieurs versions de séquences proposées aux élèves et de réaliser une analyse *a priori* de leur niveau de difficulté et *a posteriori* en analysant des travaux d'élèves. Nous avons effectué l'analyse du travail de groupes d'élèves lors d'une séquence utilisant le diagramme de Minkowski avec GeoGebra, un logiciel de simulation graphique. Cela nous a permis d'évaluer le degré de maîtrise du diagramme de Minkowski pour chaque élève, tant du point de vue du cadre de rationalité des mathématiques que de celui des sciences physiques. Les résultats sont prometteurs, ils tendent à montrer une appropriation réelle des concepts de la théorie de la relativité restreinte via une approche utilisant des diagrammes.

MOTS -CLES :

Didactique, Relativité restreinte, Diagrammes d'espace-temps, Référentiel, Événement, durées propre et impropre, Second postulat, ordre chronologique relatif, GeoGebra, Épistémologie, Séquence d'enseignement