



HAL
open science

Matière active et écoulements : jets de bactéries et nageurs interfaciaux

Ronan Kervil

► **To cite this version:**

Ronan Kervil. Matière active et écoulements : jets de bactéries et nageurs interfaciaux. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSE1039 . tel-01839096

HAL Id: tel-01839096

<https://theses.hal.science/tel-01839096>

Submitted on 13 Jul 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'ordre NNT : xxx

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
opérée au sein de
l'Université Claude Bernard Lyon 1

École Doctorale ED52
de Physique et d'Astrophysique

Spécialité de doctorat :
Discipline :

Soutenue publiquement le 26/03/2018, par :
Ronan Kervil

Matière active et écoulements : jets de bactéries et nageurs interfaciaux

Devant le jury composé de :

Joly Laurent, Professeur, Université Lyon1
Nadal François, Senior Lecturer, Loughborough University
Poulligny Bernard, Directeur de recherche, CNRS/Université de Bordeaux
Rafai Salima, Chargée de Recherche, CNRS/Université de Grenoble Alpes

Examinateur
Examinateur
Rapporteur
Rapporteuse

Raynal Florence, Chargée de Recherche, CNRS/Centrale Lyon
Ybert Christophe, Directeur de Recherche, CNRS/Université Lyon1

Co-encadrante
Directeur de thèse

Table des matières

Table des matières	iii
I Introduction	1
I.1 Références	5
II Écoulement d'un sablier de bactéries	9
II.1 Contexte et objectifs	10
II.2 Méthodologie : systèmes expérimentaux et outils d'analyse	10
2.1 Bactéries magnétotactiques	11
2.1.a Généralités	11
2.1.b Magnetococcus Marinus 1	12
2.2 Protocole Expérimental : de la culture des bactéries aux expériences d'embouteillage	13
2.2.a Culture bactérienne	13
2.2.b Montage expérimental	14
2.2.c Protocole expérimental	15
2.3 Mesures Physiques	18
2.3.a Mesures de densités	18
2.3.b Mesures de vitesses	20
II.3 Résultats	23
3.1 Nage individuelle	24
3.1.a Observations Expérimentales	24
3.1.b Description théorique	27
3.2 Dynamique collectives : "Sablier actif"	31
3.2.a Description générale	32
3.2.b Étude de la densité dans le jet	33
3.2.c Mesure de la vitesse des bactéries dans le jet	39
3.2.d Sablier : flux et embouteillage	43
3.2.e Jet magnétotactique : discussion des effets observés	48
3.2.f Discussion	51
II.4 Conclusion	56
II.5 Références	56
III Nageurs interfaciaux : dynamique individuelle	59
III.1 Systèmes actifs modèles	60
1.1 État de l'art	60
1.2 Bateaux de camphre	61
III.2 Méthodologie	62
2.1 Synthèse des nageurs	62
2.2 Montage expérimental	62

2.3	Outils d'analyse des trajectoires	63
III.3	Résultats expérimentaux et observations	64
3.1	Observations générales	64
3.2	Vieillissement	67
3.3	Propriétés de nage individuelle	71
3.3.a	Portée des effets de bord : $V(d)$	72
3.3.b	Effet de la taille de la particule : $V(R)$	73
3.3.c	Effet de la profondeur de la sous-phase : $V(h)$	73
3.4	Interaction avec les bords	74
III.4	Modélisation	76
4.1	Modèle complet	76
4.2	Deux problèmes similaires dans la littérature	79
4.3	Nage interfaciale spontanée : modèle minimaliste	82
4.3.a	Limite de tensio-actif insoluble	83
4.3.b	Limite de tensio-actif « parfaitement » soluble	84
4.4	Discussion	85
4.4.a	Relation entre vitesse et rayon	86
4.4.b	Relation entre vitesse et profondeur	87
4.4.c	Dépendance en temps de la vitesse de nage	88
III.5	Conclusion	89
III.6	Références	89
IV	Nageurs interfaciaux : dynamique collective	93
IV.1	Régime dilué	94
1.1	Comportement qualitatif	94
1.2	Vitesse de nage	96
1.3	Étude dynamique	98
1.4	Accélération et interactions de paire	101
IV.2	Régime semi-dilué : turbulence active	104
2.1	Description globale	104
2.2	Lien avec la turbulence	105
2.2.a	La cascade d'énergie turbulente.	105
2.2.b	Description Lagrangienne des écoulements turbulents	107
2.3	Les Modèles stochastiques	108
2.3.a	Historique	108
2.3.b	Modèle stochastique à un temps	108
2.3.c	Modèle statistique à deux temps	110
2.3.d	Application au cas des nageurs	112
2.4	Article sur la turbulence active	115
2.5	Annexe : quelques courbes supplémentaires	127
IV.3	Références	129
V	Conclusions générales et perspectives	131
A	Annexes	135
I.1	Protocoles de culture	136

Remerciements

Tout d'abord je voudrais remercier Salima Rafai et Bernard Pouligny d'avoir accepté de relire cette thèse et d'en être rapporteur, je remercie aussi François Nadal d'avoir accepté d'assister à la présentation de ce travail et Laurent Joly d'avoir accepté d'être président du jury.

Je tiens à remercier, l'ensemble des personnes ayant participé à mon encadrement de thèse, Christophe Ybert et Cécile Cottin-Bizonne de l'ILM, Mickaël Bourgoïn et Romain Volk du laboratoire de Physique de l'ENS de Lyon et Florence Raynal du LMFA.

Je remercie Christophe Ybert pour sa gentillesse, sa volonté et son exigence afin de toujours me pousser à approfondir mon travail, merci pour tout ces encouragements et ce soutien le long de cette thèse.

Je remercie Cécile Cottin-Bizonne, pour tout ces conseils et sa gentillesse pour m'avoir permis de m'intéresser à l'étude des mouvements collectifs de nageurs et d'avoir formé avec Christophe un binôme d'encadrement bienveillant et très disponible.

Je remercie Mickaël Bourgoïn lui aussi pour sa gentillesse, ses heures passées à triturer les données et ses superbes intuitions de turbulencier ! Ça a été toujours un plaisir de me déplacer à l'ENS pour faire des sessions de Matlab et d'essayer de faire le lien entre la dynamique des nageurs et la turbulence avec toi !

Je tiens aussi à remercier Romain Volk pour sa sympathie et pour avoir suivi mes travaux et participé faire avancer ce travail de thèse.

Je remercie Florence Raynal pour sa personnalité, son humour, ces nombreuses discussions, ses conseils et son écoute qui m'ont permis de me remonter le moral quand c'était nécessaire. J'ai passé de très bons moments à parler de travail et puis à bavarder avec toi.

Je tiens à remercier aussi Yannick Tauran pour sa disponibilité et son expertise de préparation et de conservation de colonies bactériennes. C'était un plaisir de travailler avec toi.

Je remercie aussi les stagiaires avec qui j'ai eu la chance de travailler, Paul, Géraldine et Dolachai, qui ont permis de faire avancer cette thèse.

Je remercie également mes co-bureaux (il y en a eu beaucoup avec les travaux) et tous les collègues de l'équipe liquides et interfaces pour la bonne ambiance de travail et les nombreux bons moments passés ensemble en salle café et hors du laboratoire.

Enfin je remercie mon entourage et plus particulièrement Julie pour m'avoir soutenu et d'avoir cru en moi malgré les moments pénibles notamment pendant la rédaction !

Chapitre I

Introduction

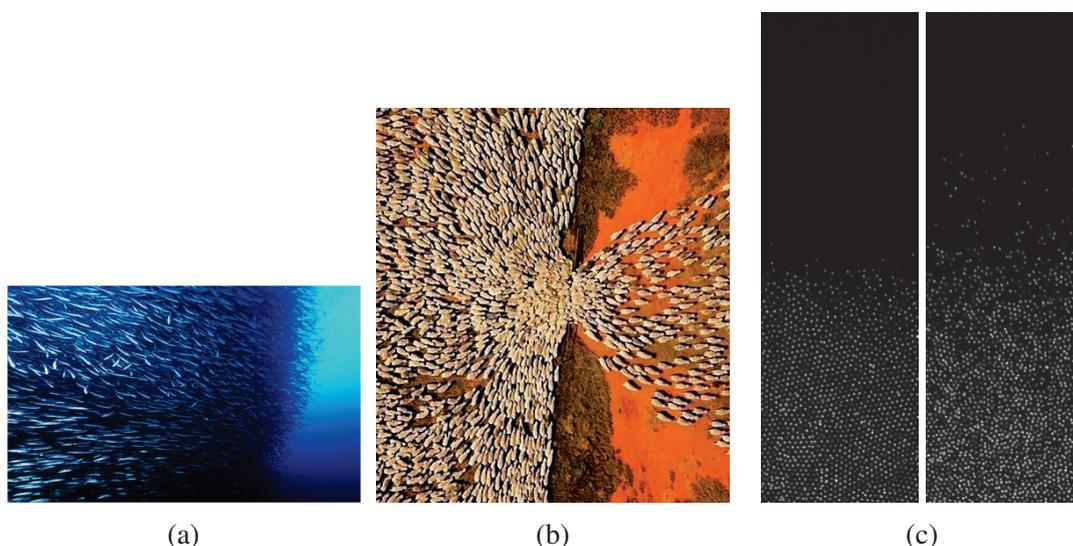


FIGURE I.1 – (a) Banc de poissons [BHADURI], (b) Troupeau de moutons passant à travers une porte, (c) Suspension de colloïdes Janus inactifs et actifs après l’ajout de peroxyde d’hydrogène (diamètre $=1.6\mu m$), images de Klougessa Natsuda.

Au cours des dernières années, la matière active a émergé comme un domaine foisonnant à la croissance exponentielle. En fournir un panorama complet est ainsi devenu un exercice difficile auquel nous ne chercherons pas à nous confronter ici. Nous nous contenterons dans cette introduction d’une vue succincte dont le but est de fournir les différents éléments de contexte qui motivent et positionnent notre travail. Cela nous amènera à énoncer les objectifs de celui-ci et à présenter le plan du manuscrit.

Les éléments de l’état de l’art plus spécifiques à chacun des volets de notre travail seront présentés au début des chapitres qui leurs sont associés.

Matière active – La notion de matière active que nous avons déjà mentionnée désigne dans toute la suite de ce document une assemblée d’objets individuels capables de s’auto-propulser via une source d’énergie embarquée ou puisée dans leur environnement [MARCHETTI et collab., 2013]. Il s’agit donc de systèmes maintenus hors d’équilibre pour lesquels cependant le forçage ne se fait pas à l’échelle globale comme pour l’hydrodynamique par exemple ou les phénomènes de transports, mais où l’injection d’énergie a lieu à l’échelle locale au niveau des constituants élémentaires du système.

En pratique, la matière active ainsi définie regroupe sous une même dénomination des assemblées très diverses d'entités biologiques : assemblées d'animaux (grands mammifères, oiseaux, poissons, ...), d'insectes (fourmis, abeilles, ...) mais aussi des bio-organismes microscopiques (bactéries, planctons, ...). On y retrouve également un certain nombre de systèmes artificiels dont le nombre a cru rapidement ces dernières années [BECHINGER et collab., 2016] : véhicules, cohortes de robots, colloïdes auto-propulsés, etc.

Malgré l'extrême disparité de ces systèmes qui se reflète dans les échelles, les modes d'auto-propulsion ou d'interactions impliqués, la matière active présente une cohérence de part les phénomènes originaux qu'elle génère et dont il n'existe pas d'équivalent dans les systèmes à l'équilibre. Sans prétendre être exhaustif, on peut citer notamment l'émergence de comportements collectifs associés à une brisure spontanée de symétrie dans le système donnant naissance à des mouvements coordonnés d'une fraction macroscopique d'individus dans le système : les fameux bancs de poissons ou vols d'oiseaux. Le caractère générique de ce genre de phénomène dans les systèmes actifs a notamment été proposé par les travaux séminaux de Vicsek dans les années 1990 [VICSEK et collab., 1995]. Ce dernier a en effet montré qu'une assemblée d'acteurs auto-propulsés munis de règles d'interactions minimales d'alignement avec son voisinage était sujet à une transition dite « transition de flocking » au-delà d'une certaine densité, passant d'un état désordonné avec une vitesse d'ensemble nulle à un état ordonné avec un mouvement en essaim de particules toutes alignées. Comme nous l'avons mentionné, ce type de comportement se retrouve autant dans des assemblées d'animaux que dans des nués de colloïdes auto-propulsés sièges de processus de locomotion et d'interactions aux mécanismes sous-jacent totalement différents [BRICARD et collab., 2013].

Au-delà de cet exemple historique ayant motivé une partie de l'effervescence sur le sujet, on peut également citer quelques autres exemples de phénomènes signant le caractère intrinsèquement hors équilibre de la matière active. Des fluctuations géantes de densités ont par exemple été observés dans des systèmes de granulaires nématiques vibrés [NARAYAN et collab., 2007] confinés entre deux plaques. Ce système est le siège de mouvements cohérents et d'inhomogénéités à grande échelle et la mesure de la densité locale de particules met en évidence des fluctuations ne suivant pas les prédictions classiques des systèmes à l'équilibre. Ainsi l'écart-type des fluctuations peut atteindre la taille totale du système faisant ainsi de la densité une grandeur qui n'est plus précisément définie. Là encore ce type de comportement se retrouve pour des objets individuels très différents puisque des fluctuations anormales sont également présentes dans des systèmes bactériens [ZHANG et collab., 2010].

Enfin, terminons ces quelques exemples de comportements singuliers propres aux systèmes actifs en mentionnant la formation de phases d'agrégats apparaissant spontanément en l'absence d'interaction ou d'ordre orientationnel à densité intermédiaire de particules actives. De façon remarquable, ce type d'agrégats peut apparaître dans les systèmes par exemple colloïdaux auto-propulsés [BUTTINONI et collab., 2012], même lorsque l'interaction entre ceux-ci est strictement répulsive. Qualitativement, ce phénomène d'agrégation dynamique est intrinsèquement lié à l'auto-propulsion et à la persistance finie de l'orientation de la nage. Quand deux particules se collisionnent frontalement, il faut un temps fini (de ré-orientation) pour qu'elles puissent surmonter ce blocage. À densité suffisante, ce temps de persistance est suffisant pour que le germe formé voit d'autres particules le rencontrer conduisant à la naissance d'agrégats durables. Là encore, si ce type de comportement est caractéristique de systèmes colloïdaux [PALACCI et collab., 2013; THEURKAUFF et collab., 2012], on le rencontre tout autant dans des systèmes bactériens [ZHANG et collab., 2010] ou des systèmes mécaniques macroscopiques [BRIAND et DAUCHOT, 2016].

Alors que la physique des systèmes à l'équilibre a atteint un plein degré de maturité avec

les développements et les succès de la physique statistique, celle des systèmes fortement hors équilibre constitue l'une des frontières de développement de connaissances de la physique classique. Au côté des exemples emblématiques que sont à ce titre la turbulence, ou les systèmes vitreux, la matière active apparaît ainsi comme une nouvelle classe, riche et originale, de ces systèmes et sa description et sa compréhension ont ainsi suscité un engouement fort associé à une intense activité, notamment théorique et plus récemment relayée par les approches expérimentales.

Parmi les nombreuses avancées qui ont ainsi vu le jour ces dernières années, on peut citer les travaux autour de la transition vers des mouvements collectifs et notamment la réalisation des premières expériences contrôllées étudiant des particules autopropulsées présentant de l'alignement naturel : des filaments d'actines déposés sur un tapis de moteurs moléculaires [SCHALLER et collab., 2010] qui au-delà d'une certaine densité se déplacent de façon cohérente, ou bien encore des colloïdes rouleurs pour lesquels un mouvement collectif spectaculaire se développe [BRICARD et collab., 2013]. On peut souligner aussi pour des systèmes denses de particules actives sans interaction d'alignement la mise en évidence d'une transition de condensation, appelée Motility Induced Phase Separation (MIPS) [CATES et TAILLEUR, 2015]. De nombreux travaux ont étudié la possibilité -ou non- d'étendre des concepts issus de la thermodynamique à l'équilibre au cas des systèmes actifs, par exemple pour la température, [PALACCI et collab., 2010; TAILLEUR et CATES, 2009], la notion d'équation d'état [GINOT et collab., 2015] ou bien encore la définition de la pression pour des systèmes actifs qui a suscité de nombreuses études ces dernières années [SOLON et collab., 2015].

Matière active sous contrainte – Le cœur des travaux précédents, représentatifs de l'activité globale sur la matière active, concerne les propriétés du système lors de ce que l'on pourrait qualifier comme étant son évolution *spontanée*, en l'absence de contrainte extérieure et répondant uniquement au degré d'activité du système (vitesse de propulsion, temps de persistance) et à l'interaction avec les autres individus.

En pratique cependant il est également voire majoritairement intéressant de considérer le comportement des systèmes actifs en réponse à un stimulus ou en présence d'une contrainte. Ainsi le comportement du banc de poissons ou d'une assemblée de micro-algues par exemple sont essentiels dans sa réponse à la prédation ou dans les stratégies de recherche de nourriture [DURHAM et collab., 2013]. De même la dynamique des moutons de la figure I.1 répond clairement à une double contrainte : un forçage vers la sortie de l'enclos et une contrainte forte liée à la géométrie de sortie. Dans ce type de configuration, les travaux sur les systèmes actifs sont jusqu'à présent beaucoup plus limités.

Un ensemble d'études ont concerné la rhéologie de suspensions de particules actives et donc leur rétro-action sur un écoulement externe. En fonction de la nature des nageurs impliqués, une augmentation ou une diminution de la viscosité par rapport aux mêmes suspensions de particules inertes sont ainsi prédites théoriquement [HAINES et collab., 2009; HATWALNE et collab., 2004; SAINTILLAN, 2010, 2018]. Expérimentalement, ces comportements ont pu faire l'objet de caractérisations [GACHELIN et collab., 2013; LÓPEZ et collab., 2015; MUSSLER et collab., 2013; RAFAÏ et collab., 2010; SOKOLOV et ARANSON, 2009] mettant en évidence des comportements remarquables comme par exemple une viscosité dans certains régimes inférieure à celle du solvant pur.

Historiquement, la réponse à un stimulus externe a également été abordé notamment au travers des effets de gravitaxie et gyrotaxie [PEDLEY et KESSLER, 1992]. La capacité d'un certain nombre de bio-organismes à s'orienter sous l'action de la gravité, ainsi que le couplage entre ce couple lié à la gravité et celui induit par des écoulements sous-jacents

sont en effet importants pour la compréhension de phénomènes collectifs tels que la bio-convection [EZHILAN et collab., 2013; KOCH et SUBRAMANIAN, 2011]. Plus récemment, ce type de dynamique a été étendu à différents stimuli avec en particulier la phototaxie – réponse à une source lumineuse – conduisant à des phénomènes de focalisation similaires à la gyrotaxie [GARCIA et collab., 2013; MARTIN et collab., 2016]. Ces dernières années, c’est la magnétotaxie – réponse à un champ magnétique externe – qui a elle aussi montré la même phénoménologie ainsi que des instabilités originales [WAISBORD et collab., 2016].

Enfin, en complément de la gyrotaxie qui traduisait déjà la double action d’effet gravitaire et de couplage avec des écoulements hydrodynamiques, quelques études récentes ont abordé la notion de matière active en présence d’écoulement imposés notamment dans le contexte de bio-organismes marins. Ainsi la persistance de gradients chimiques aux échelles pertinentes, en dépit du caractère turbulent des écoulements océaniques, le couplage résultant entre chimiotaxie, vorticité locale, auto-propulsion ont fait l’objet de premiers travaux [SEYMOUR et collab., 2011; STOCKER, 2012; STOCKER et collab., 2008]. La possibilité d’accumulation locale de bio-organismes [DURHAM et collab., 2011] et le rôle de la turbulence dans les répartitions d’organismes nageurs et non-nageurs [DURHAM et collab., 2013] sont quelques-uns des résultats récents qui suggèrent la pertinence et l’intérêt de ce type de problématique.

Objectifs ; Plan du manuscrit – L’objectif de cette thèse est d’explorer plus avant les situations où des objets (ré-)actifs sont soumis à des contraintes externes, qu’il s’agisse d’effets de confinement géométriques ou plus généralement d’un champ extérieur.

Dans un premier volet, nous avons considéré un système actif formé de bactéries magnétotactiques, dont les propriétés de propulsions se doublent d’une réponse orientationnelle à un champ magnétique. Dans une étape préliminaire, nous avons complété les données de caractérisation de la dynamique individuelle de ces objets biologiques et tout particulièrement de leurs propriétés de transport perpendiculairement à l’axe du champ. Dans une seconde étape, nous avons ensuite considéré une situation de sablier dans laquelle une assemblée de nageurs est dirigée à l’aide du champ magnétique vers une constriction. Nous décrivons alors les caractéristiques de l’embouteillage qui appar it ainsi que celle de l’effusion de bactéries qui en ressort, sous forme de jet. Nous montrons en particulier que celui-ci est le siège de relation densité-vitesse de nage, comme supposé dans différentes approches théoriques, mais que celle-ci est beaucoup complexe que ce qui a été postulé jusqu’à présent.

Dans un deuxième volet, nous introduisons un second système expérimental à la fois abiotique et macroscopique. Il s’agit de nageurs interfaciaux : des disques posés à l’interface eau-air et capables de se mouvoir spontanément. Ces objets dérivés des bateaux de camphres historiques sont initialement symétriques et leur nage résulte donc d’une brisure spontanée de symétrie qui n’avait pas fait l’objet jusque là d’une caractérisation et d’une description physique détaillée. Dans cette première partie de travail sur ce système, nous nous attachons ainsi à fournir une description quantitative des propriétés de la nage individuelle de ces objets, en explorant l’influence de différents paramètres de contrôle. Bien que les équations physiques régissant le problème soient bien connues, leur résolution représente un formidable défi qui est resté jusqu’à présent inabouti. Dans ce contexte, nous proposons une approche physique simplifiée menant à des solutions analytiques simples qui se comparent de façon assez satisfaisantes avec l’ensemble de nos caractéristiques expérimentales.

Dans un dernier volet, nous commençons l’exploration de la dynamique multi-particules de nos nageurs interfaciaux, qui interagissent via les champs hydrodynamiques et chimiques qu’ils génèrent. Après quelques caractérisations de la dynamique dans le régime dilué, dont les propriétés diff rent peu de celle des nageurs individuels, hormis quelques éléments d’in-

formation complémentaire liés à l'interaction de paire, nous nous focalisons ensuite sur un régime semi-dilué. En pratique ce régime intermédiaire entre le régime précédent et un régime concentré pour lequel les nageurs sont essentiellement figés par des interactions répulsives, se caractérise par une dynamique intermittente avec des bouffées pseudo-périodiques d'activité des nageurs. Pour caractériser la dynamique dans ce régime, nous utilisons un certain nombre d'outils et de concepts issus du domaine de la turbulence. De façon remarquable, nous montrons que ce système très simple exhibe des comportements canoniques de la turbulence tels que prédits par Kolmogorov dans les années 1940.

I.1 Références

- BECHINGER, C., R. DI LEONARDO, H. LÖWEN, C. REICHHARDT, G. VOLPE et G. VOLPE. 2016, «Active Particles in Complex and Crowded Environments», *Reviews Of Modern Physics*, vol. 88, n° 4, p. 045 006–50. [2](#)
- BHADURI, A. «OpenStax CNX mockingbird tales : Readings in animal behavior», https://cnx.org/contents/Cp8sC4k_05.1:ETfm5re903/Schooling-in-Fish. [1](#)
- BRIAND, G. et O. DAUCHOT. 2016, «Crystallization of Self-Propelled Hard Discs», *Physical Review Letters*, vol. 117, n° 9, p. 098 004–5. [2](#)
- BRICARD, A., J.-B. CAUSSIN, N. DESREUMAUX, O. DAUCHOT et D. BAROLO. 2013, «Emergence of macroscopic directed motion in populations of motile colloids», *Nature*, vol. 503, n° 7474, p. 95–98. [2](#), [3](#)
- BUTTINONI, I., G. VOLPE, F. KÜMMEL, G. VOLPE et C. BECHINGER. 2012, «Active brownian motion tunable by light», *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 24, n° 28, p. 284 129. [2](#)
- CATES, M. et J. TAILLEUR. 2015, «Motility-Induced Phase Separation», *Annual Review of Condensed Matter Physics*, vol. 6, p. 219–244. [3](#)
- DURHAM, W. M., E. CLIMENT, M. BARRY, F. DE LILLO, G. BOFFETTA, M. CENCINI et R. STOCKER. 2013, «Turbulence drives microscale patches of motile phytoplankton», *Nature Communications*, vol. 4, p. 1–7. [3](#), [4](#)
- DURHAM, W. M., E. CLIMENT et R. STOCKER. 2011, «Gyrotaxis in a Steady Vortical Flow», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 106, n° 23, p. 238 102. [4](#)
- EZHILAN, B., M. J. SHELLEY et D. SAINTILLAN. 2013, «Instabilities and nonlinear dynamics of concentrated active suspensions», *Phys Fluids*, vol. 25, n° 7, p. 070 607. [4](#)
- GACHELIN, J., G. MIÑO, H. BERTHET, A. LINDNER, A. ROUSSELET et E. CLÉMENT. 2013, «Non-Newtonian Viscosity of Escherichia coli Suspensions», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, n° 26, p. 268 103. [3](#)
- GARCIA, X., S. RAFAÏ et P. PEYLA. 2013, «Light Control of the Flow of Phototactic Microswimmer Suspensions», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, n° 13, p. 138 106–5. [4](#)
- GINOT, F., I. THEURKAUFF, D. LEVIS, C. YBERT, L. BOCQUET, L. BERTHIER et C. COTTIN-BIZONNE. 2015, «Nonequilibrium Equation of State in Suspensions of Active Colloids», *Physical Review X*, vol. 5, n° 1, p. 1–8. [3](#)

- HAINES, B. M., A. SOKOLOV, I. S. ARANSON, L. BERLYAND et D. A. KARPEEV. 2009, «Three-dimensional model for the effective viscosity of bacterial suspensions», *Phys. Rev. E*, vol. 80, doi :10.1103/PhysRevE.80.041922, p. 041 922. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.80.041922>. 3
- HATWALNE, Y., S. RAMASWAMY, M. RAO et R. A. SIMHA. 2004, «Rheology of active-particle suspensions», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, doi :10.1103/PhysRevLett.92.118101, p. 118 101. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.118101>. 3
- KOCH, D. L. et G. SUBRAMANIAN. 2011, «Collective Hydrodynamics of Swimming Microorganisms : Living Fluids», *Annu Rev Fluid Mech*, vol. 43, n° 1, p. 637–659. 4
- LÓPEZ, H. M., J. GACHELIN, C. DOUARCHE, H. AURADOU et E. CLEMENT. 2015, «Turning Bacteria Suspensions into Superfluids», *Physical Review Letters*, vol. 115, n° 2, p. 121–5. 3
- MARCHETTI, M. C., J. F. JOANNY, S. RAMASWAMY, T. B. LIVERPOOL, J. PROST, M. RAO et R. A. SIMHA. 2013, «Hydrodynamics of soft active matter», *Reviews Of Modern Physics*, vol. 85, n° 3, p. 1143–1189. 1
- MARTIN, M., A. BARZYK, E. BERTIN, P. PEYLA et S. RAFAÏ. 2016, «Photofocusing : Light and flow of phototactic microswimmer suspension», *Phys Rev E*, vol. 93, n° 5, p. 051 101–5. 4
- MUSSLER, M., S. RAFAÏ, P. PEYLA et C. WAGNER. 2013, «Effective viscosity of non-gravitactic *Chlamydomonas Reinhardtii* microswimmer suspensions», *Europhys Lett*, vol. 101, n° 5, p. 54 004. 3
- NARAYAN, V., S. RAMASWAMY et N. MENON. 2007, «Long-lived giant number fluctuations in a swarming granular nematic», *Science*, vol. 317, n° 5834, p. 105–108. 2
- PALACCI, J., C. COTTIN-BIZONNE, C. YBERT et L. BOCQUET. 2010, «Sedimentation and Effective Temperature of Active Colloidal Suspensions», *Physical Review Letters*, vol. 105, n° 8, p. 088 304. 3
- PALACCI, J., S. SACANNA, A. P. STEINBERG, D. J. PINE et P. M. CHAIKIN. 2013, «Living Crystals of Light-Activated Colloidal Surfers», *Zeitschrift Fur Angewandte Mathematik Und Physik*, vol. 339, n° 6122, p. 936–940. 2
- PEDLEY, T. J. et J. O. KESSLER. 1992, «Hydrodynamic phenomena in suspensions of swimming microorganisms», *Annu Rev Fluid Mech*, vol. 24, n° 1, p. 313–358. 3
- RAFAÏ, S., L. JIBUTI et P. PEYLA. 2010, «Effective Viscosity of Microswimmer Suspensions», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, n° 9, p. 098 102. 3
- SAINTILLAN, D. 2010, «The dilute rheology of swimming suspensions : A simple kinetic model», *Experimental Mechanics*, vol. 50, n° 9, doi :10.1007/s11340-009-9267-0, p. 1275–1281, ISSN 1741-2765. URL <https://doi.org/10.1007/s11340-009-9267-0>. 3
- SAINTILLAN, D. 2018, «Rheology of Active Fluids», *Annual Review Of Fluid Mechanics*, vol. 50, n° 1, p. 563–592. 3

- SCHALLER, V., C. WEBER, C. SEMMRICH, E. FREY et A. R. BAUSCH. 2010, «Polar patterns of driven filaments», *Nature*, vol. 467, n° 7311, p. 73–77. 3
- SEYMOUR, J. R., M. LUHAR, W. M. DURHAM, J. G. MITCHELL, A. MACKE et R. STOCKER. 2011, «Microbial alignment in flow changes ocean light climate», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 108, n° 10, p. 3860–3864. 4
- SOKOLOV, A. et I. S. ARANSON. 2009, «Reduction of viscosity in suspension of swimming bacteria», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, doi :10.1103/PhysRevLett.103.148101, p. 148 101. URL <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.103.148101>. 3
- SOLON, A. P., Y. FILY, A. BASKARAN, M. E. CATES, Y. KAFRI, M. KARDAR et J. TAILLEUR. 2015, «Pressure is not a state function for generic active fluids», *Nature Physics*, vol. 11, n° 8, p. 673–678. 3
- STOCKER, R. 2012, «Marine Microbes See a Sea of Gradients», *Science*, vol. 338, n° 6107, p. 628–633. 4
- STOCKER, R., J. R. SEYMOUR, A. SAMADANI, D. HUNT et M. POLZ. 2008, «Rapid chemotactic response enables marine bacteria to exploit ephemeral microscale nutrient patches», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 105, n° 11, p. 4209. 4
- TAILLEUR, J. et M. CATES. 2009, «Rectification of Dilute Bacteria», *urophysics Letters*, vol. 86, p. 6002. 3
- THEURKAUFF, I., C. COTTIN-BIZONNE, J. PALACCI, C. YBERT et L. BOCQUET. 2012, «Dynamic Clustering in Active Colloidal Suspensions with Chemical Signaling», *Physical Review Letters*, vol. 108, n° 26, p. 268 303. 2
- VICSEK, T., A. CZIRÓK, E. BEN-JACOB, I. COHEN et O. SHOCHET. 1995, «Novel type of phase transition in a system of self-driven particles», *Physical review letters*, vol. 75, n° 6, p. 1226. 2
- WAISBORD, N., C. T. LEFÈVRE, L. BOCQUET, C. YBERT et C. COTTIN-BIZONNE. 2016, «Destabilization of a flow focused suspension of magnetotactic bacteria», *Phys. Rev. Fluids*, vol. 1, n° 5, p. 053 203–12. 4
- ZHANG, H.-P., A. BE’ER, E.-L. FLORIN et H. L. SWINNEY. 2010, «Collective motion and density fluctuations in bacterial colonies», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 107, n° 31, p. 13 626–13 630. 2

Chapitre II

Écoulement d'un sablier de bactéries

Sommaire

II.1	Contexte et objectifs	10
II.2	Méthodologie : systèmes expérimentaux et outils d'analyse	10
2.1	Bactéries magnétotactiques	11
2.1.a	Généralités	11
2.1.b	Magnetococcus Marinus 1	12
2.2	Protocole Expérimental : de la culture des bactéries aux expériences d'embouteillage	13
2.2.a	Culture bactérienne	13
2.2.b	Montage expérimental	14
2.2.c	Protocole expérimental	15
2.3	Mesures Physiques	18
2.3.a	Mesures de densités	18
2.3.b	Mesures de vitesses	20
II.3	Résultats	23
3.1	Nage individuelle	24
3.1.a	Observations Expérimentales	24
3.1.b	Description théorique	27
3.2	Dynamique collectives : "Sablier actif"	31
3.2.a	Description générale	32
3.2.b	Étude de la densité dans le jet	33
3.2.c	Mesure de la vitesse des bactéries dans le jet	39
3.2.d	Sablier : flux et embouteillage	43
3.2.e	Jet magnétotactique : discussion des effets observés	48
3.2.f	Discussion	51
II.4	Conclusion	56
II.5	Références	56

II.1 Contexte et objectifs

Dans le cadre de ce travail de thèse dédié au transport de particules (ré-)actives, nous abordons ici un premier volet portant sur le comportement dynamique d'un ensemble de micro-nageurs biologiques. Comme nous le verrons plus en détails par la suite, les nageurs utilisés présentent la caractéristique de pouvoir être orientés à distance, de façon à définir une direction privilégiée de propulsion.

Au cours de premières études menées au sein du laboratoire immédiatement avant le début de cette thèse [WAISBORD et collab., 2016], les propriétés de transport de ce type de nageurs se sont avérées extrêmement riches. En effet l'effet combiné de la nage, de la réponse en orientation à un stimulus externe et du couple hydrodynamique associé à un cisaillement local suffit par exemple à générer des processus de focalisation des nageurs, voire des instabilités de pearling.

Dans ce chapitre, nous nous proposons de poursuivre l'investigation de la dynamique et des propriétés de transport de ce système expérimental autour d'une configuration de congestion. Ce type de situation est générée lorsque notre ensemble de particules, nageant toutes dans une même direction moyenne, est dirigé vers une constriction en sablier où elles peuvent sous certaines conditions venir s'embouteiller : accumulation de nageurs à l'entrée et effusion de nageurs sous forme d'un jet à la sortie. Même si nous verrons que nos investigations se concentreront essentiellement sur le transport et la dynamique des bactéries au sein du jet émergent, ce type de situation de congestion est potentiellement intéressant à plus d'un titre.

D'une part, il est réminiscent des phénomènes de même type se produisant dans le transport de poudre et de grains à travers la trémie d'un silo, pour lesquels on peut observer une transition de jamming. Dans ce cas, des arches de grains se forment et perturbent l'écoulement [TO et collab., 2001], le système pouvant ainsi passer d'un état fluide à un état solide lorsque l'écoulement s'arrête. A une échelle plus micrométrique, et en présence d'un fluide porteur, ce type de problématique se retrouve dans les processus de filtration avec le colmatage (clogging) des pores des membranes utilisées. Savoir ce que deviennent ces comportements lorsque les particules élémentaires du systèmes deviennent actives est ainsi une question intéressante, tant du point de vue fondamental que du point de vue appliqué, par exemple si l'on considère le rôle de particules biologiques dans le processus précédent de colmatage. Enfin, il existe également déjà des situations dans lesquelles des individus actifs, au mouvement dirigé, se retrouvent soumises à un resserrement géométrique, et dont on souhaiterait pouvoir anticiper le comportement dynamique collectif. Le trafic routier en est un exemple quotidiennement éprouvé, de même que les mouvements de foule en réponse à signal que l'on rencontre dans les problèmes d'évacuation d'espaces publics par exemple.

II.2 Méthodologie : systèmes expérimentaux et outils d'analyse

Avant d'aborder les résultats que nous avons obtenus sur le transport de bactéries magnétotactiques émergeant d'une constriction, nous abordons dans un premier temps les aspects méthodologiques de notre travail. Après quelques généralités sur les bactéries magnétotactiques, nous décrivons la souche utilisée dans cette étude ainsi que le protocole de culture. Nous détaillons ensuite la cellule microfluidique de mesure ainsi que le processus de transfert des bactéries au sein de celui-ci pendant lequel les bactéries sont sélectionnées du point de vue de leurs propriétés magnétiques, et changées de milieu environnant. Ce premier volet méthodologique se termine par la description du protocole expérimental nécessaire à la

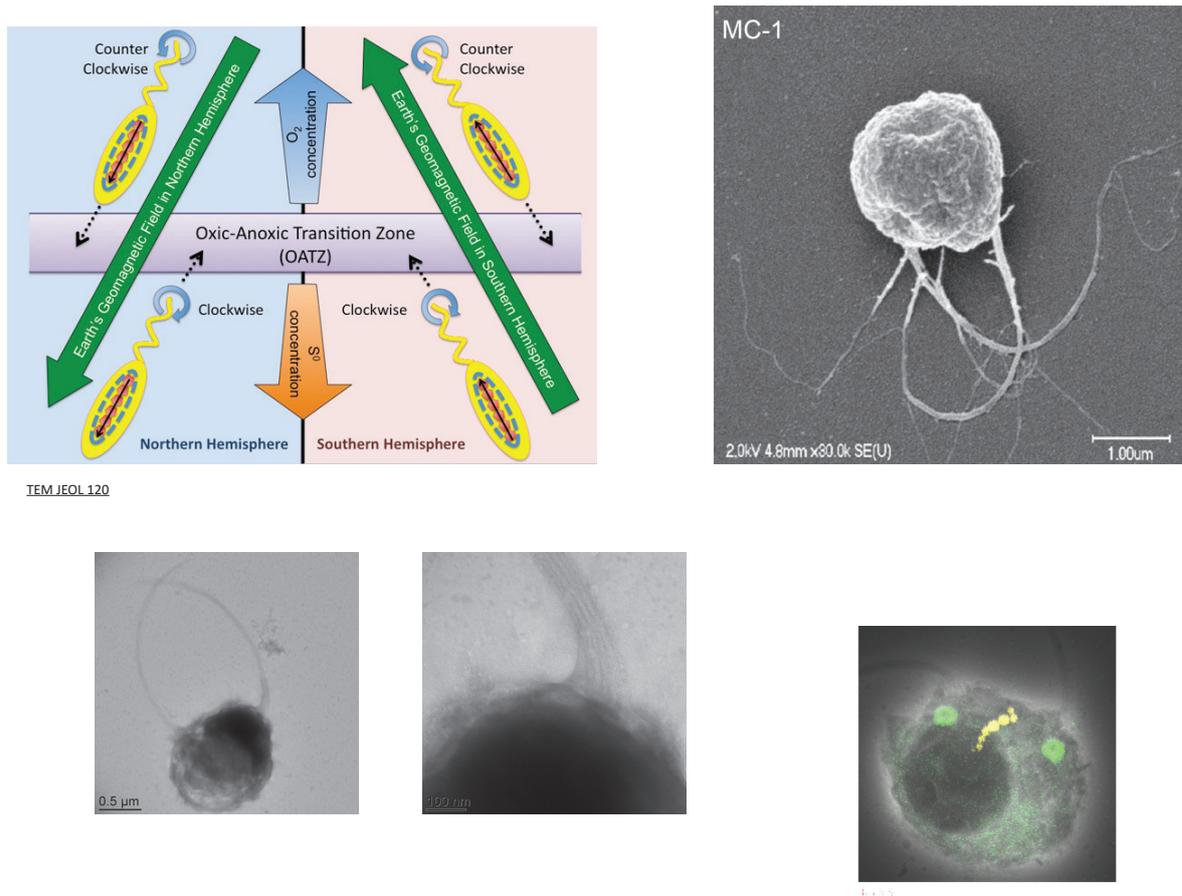


FIGURE II.1 – En haut : à gauche, principe du fonctionnement de la nage des bactéries magnétotactiques dans leur milieu naturel, suivant le sens des lignes de champ magnétique dans les deux hémisphères. À droite, une bactérie MC-1 observée au microscope électronique [FELFOUL et col-lab., 2016]. En bas : images réalisées dans le cadre de notre étude. À gauche et au centre, images TEM des flagelles de MC-1. À droite, image au microscope électronique à balayage par transmission (STEM) montrant la localisation (par XEDS Energy-dispersive X-ray spectroscopy) du fer (jaune) et du phosphore (vert), le fer se situant dans les magnétosomes et le phosphore jouant un rôle dans la biominéralisation de la ferrite Fe_3O_4 des magnétosomes. La préparation des échantillons et l'acquisition des images en microscopie électronique ont été réalisées par Yannick Tauran (LMI)

formation d'une congestion à l'entrée de la géométrie en sablier, et à la génération associée d'un jet en sortie.

Dans un second volet, nous décrivons ensuite les aspects méthodologiques associés à la caractérisation quantitative des propriétés du système en général et du jet en particulier. Il s'agira principalement de l'accès à la densité locale en bactérie par une méthode d'absorption, et de l'accès à la vitesse locale des bactéries par des techniques de vélocimétrie (PIV) ou de suivi de particules.

2.1 Bactéries magnétotactiques

2.1.a Généralités

Les bactéries magnétotactiques (BMT) sont des micro-organismes découverts en 1975 par R. P. Blakemore [BLAKEMORE, 1975], et qui suscitent depuis lors un fort intérêt scientifique associé à leurs possibles applications médicales et biotechnologiques. En effet, ces micro-organismes possèdent la particularité de pouvoir se déplacer le long de lignes d'un

champ magnétique, ouvrant ainsi la porte au rêve futuriste de micro- ou nano- entités autonomes pilotables tels que pensées par Feynman.

En pratique, ces propriétés magnétiques remarquables sont associées à la présence, au sein de ces bactéries, d'organites spéciaux : les magnétosomes. Ces magnétosomes sont essentiellement constitués d'une nanoparticule de Fe_3O_4 , et ils sont arrangés à l'intérieur des bactéries en une chaîne d'une vingtaine d'unités (voir figure II.1, bas). C'est cette chaîne de magnétosomes qui confère à chaque bactérie un moment magnétique dont l'axe coïncide globalement avec la direction de nage. Suivant l'orientation magnétique du dipôle, on parlera de *North Seekers* (NS) si le dipôle pointe vers le pôle géomagnétique nord, et de *South Seekers* (SS) s'il pointe vers le sud.

Du point de vue biologique, la question se pose naturellement de l'avantage évolutif associé à la magnéto-sensitivité permettant de compenser le coût de la synthèse des magnétosome. En pratique, le point commun à toutes les variétés de bactéries magnétotactiques identifiées est leur caractère micro- ou anaérobie. Ainsi la recherche pour ces bactéries de leur niche écologique se trouve corrélée avec la recherche de la profondeur optimale vis à vis du gradient d'oxygène qui s'établit à partir de la surface. C'est sur cette base que le rôle de la magnétotaxie, comme mécanisme d'assistance à l'aérotaxie, a été proposée [TENFORDE, 1985],[FRANKEL et collab., 1979]. En effet, à nos latitudes, les lignes de champs magnétiques sont essentiellement verticales de sorte que suivre une ligne de champs revient également à suivre le gradient d'oxygène. La recherche de la niche écologique devient alors une exploration non plus tridimensionnelle, mais simplement unidimensionnelle de l'environnement (voir le schéma II.1). De plus, dans l'hémisphère nord (respectivement sud), la majorité des bactéries naturelles sont de type NS (resp. SS), en accord avec l'idée que la niche écologique à trouver se trouve a priori vers le fond.

Notons néanmoins que bien que séduisantes, les explications précédentes sur le bénéfice et l'origine de la magnétotaxie sont certainement incomplètes, de même que les mécanismes de son couplage avec l'aérotaxie. En effet, des nageurs *South Seekers* (resp. NS) sont également présents dans l'hémisphère nord (resp. sud) de même que les bactéries magnétotactiques se retrouvent également au niveau de l'équateur, où les lignes de champs magnétiques correspondent plutôt à des lignes d'iso-concentration en oxygène !

2.1.b Magnetococcus Marinus 1

Contrairement à d'autres systèmes biologiques pour lesquels il existe un système de référence (on peut penser par exemple à *E. Coli* pour les bactéries auto-propulsées), il n'existe pas de "modèle standard" de la bactérie magnétotactique. La souche que nous utilisons (figure II.1), la bactérie *Magnetococcus Marinus 1* MC-1, a pour avantage premier d'avoir été historiquement l'une des premières cultivées en laboratoire [MELDRUM et collab., 1993]. Ainsi les protocoles de cultures sont bien établis et accessibles, même aux physiciens ! La souche utilisée nous a été fournie par C. Lefèvre (CEA Cadarache), qui nous a également assistés dans nos premiers pas en biologie.

Au-delà, la souche MC-1 se trouve avoir des caractéristiques intéressantes pour les approches de physiciens que nous mettons en œuvre. Sa forme est globalement sphérique, avec un rayon d'environ $R = 0.7\mu\text{m}$, et elle est dotée de deux jeux de 7 flagelles (voir figure II.1, bas). Sa vitesse de propulsion est remarquable, autour de $150\mu\text{m/s}$ comme nous le verrons, soit 150 fois sa taille par seconde lui conférant ainsi une très forte activité. Enfin, cette bactérie est particulièrement résistante hors de son environnement optimal. Comme nous le verrons un peu plus tard, le milieu de nage dans laquelle nous la plaçons pour nos études est initialement en équilibre avec l'oxygène ambiant, et les canaux sont réalisés en PDMS, per-

méable au gaz. Nous faisons ainsi en sorte de limiter les inhomogénéités chimiques de façon à ne conserver que le champ magnétique comme stimulus externe. De fait, nous sommes ainsi loin de leur niche micro-aérobie. Dans ces conditions défavorables, MC-1 montre une vitesse de nage constante pendant au moins 2h, un laps de temps suffisant pour les études que nous avons menées.

2.2 Protocole Expérimental : de la culture des bactéries aux expériences d'embouteillage

2.2.a Culture bactérienne

Du point de vue de la culture en laboratoire, les bactéries magnétotactiques et en particulier MC-1 possèdent des caractéristiques qui rendent le processus plus complexe que les bactéries plus classiques telles qu'E. Coli : elles sont micro-aérobies. Pour contrôler le niveau d'oxygène dans les cultures à une valeur propice à la croissance des bactéries, la solution retenue ici est une culture en gel au sein duquel on peut en effet développer un gradient stable d'oxygène (voir la figure II.2 ci-contre). Dans un tube à essai rempli d'une solution de culture gélifiée pour interdire les processus de mélange convectifs, on ajoute de la cystéine pour consommer l'oxygène dont l'interface air/gel constitue une source à concentration constante. Il s'établit alors dans le milieu un gradient stable d'oxygène avec la profondeur, que l'on peut visualiser à l'aide d'un indicateur coloré. Après inoculation du milieu de culture, les bactéries magnétotactiques vont migrer spontanément vers le niveau correspondant à leur concentration d'oxygène optimale et vont ainsi former une strate dans le tube à essai, au niveau de laquelle la colonie croit.

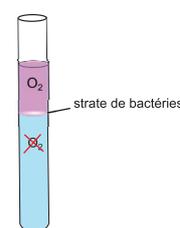


FIGURE II.2 – Tube à essai contenant un gel avec un colorant rose réagissant à l'oxygène ; le voile blanc au niveau de l'interface oxygène/anoxique est la colonie de bactéries

Si cette méthode de culture en gel a l'énorme avantage pour nous de ne pas nécessiter des dispositifs complexes d'atmosphère contrôlée et maîtrise des niveaux d'oxygène, elle engendre cependant quelques difficultés spécifiques. D'une part, notre culture est bidimensionnelle et non pas volumique comme c'est le cas usuellement. Cela engendre une quantité de bactéries disponible bien inférieure. Comme nous le verrons, cela complexifie l'obtention de solutions concentrées et limite également les études à des systèmes de faible volume, typiquement microfluidiques. D'autre part, la culture en gel signifie que le milieu dans lequel les bactéries sont initialement disponibles est un fluide complexe. Même si l'étude de nageurs dans un tel milieu est une perspective d'étude intéressante, cela constitue un degré de difficulté supplémentaire qu'il est nécessaire d'éliminer à ce stade. De ce fait, dans la suite de ce travail, l'utilisation des bactéries s'accompagnera toujours d'une étape de changement de milieu pendant le transfert de la culture au dispositif expérimental.

Du point de vue pratique, la composition des différents milieux et le détail du protocole sont disponibles en Annexe I.1. La préparation du milieu de culture prend une demi-journée. Il est créé en trois étapes. Premièrement il faut de l'eau de mer artificiel en gel (ASW : *Artificial Sea Water*) puis ajouter les protéines et les minéraux nécessaires au développement des bactéries et enfin inoculer les milieux. Ces opérations sont répétées avant chaque série d'expériences. Après inoculation d'une souche de bactéries dans le milieu, la colonie est utilisable environ 4 jours après inoculation.

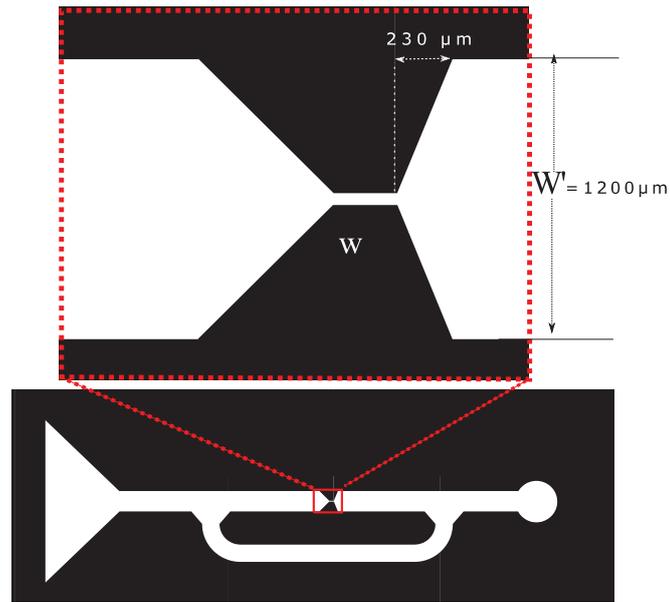


FIGURE II.3 – Masque utilisé pour la fabrication des cellules de Hele-Shaw de $50\ \mu\text{m}$ d'épaisseur. La géométrie de la zone d'intérêt en rouge est en forme de sablier; w la largeur d'étranglement du sablier est de $25\ \mu\text{m}$, $50\ \mu\text{m}$ ou $100\ \mu\text{m}$, la sortie du sablier passe d'une largeur w à une largeur $W' = 1200\ \mu\text{m}$ avec une rampe de $230\ \mu\text{m}$

2.2.b Montage expérimental

Avant de rentrer dans la description du mouvement des bactéries sous l'influence d'un champ magnétique, je vais présenter la description du dispositif expérimental. Ce dispositif est schématiquement composé de trois éléments : une cellule microfluidique au sein de laquelle les bactéries nagent, un système de bobines de Helmholtz permettant de contrôler le champ magnétique imposé aux bactéries, et un microscope d'observation.

Cellule microfluidique - La congestion de bactéries se réalise dans une cellule microfluidique de type Hele-Shaw, moulée en PDMS, composée d'un canal principal au milieu duquel est disposée une constriction en sablier (figure II.3). Les dimensions sont les suivantes, la largeur w du canal interne de la constriction varie suivant les expériences ($w = 25$, 50 et $100\ \mu\text{m}$), tandis que ses longueurs et hauteurs valent respectivement $L = 300\ \mu\text{m}$ et $h = 50\ \mu\text{m}$. Cette constriction est raccordée au canal principal de largeur $W' = 1200\ \mu\text{m}$ via une géométrie en entonnoir s'évasant en entrée avec un angle de $\alpha_e = 45^\circ$ pour assurer une bonne collection des bactéries et une congestion efficace. En sortie, l'évasement n'a pas de nécessité réelle et l'angle choisi est plus important $\alpha_s = 60^\circ$.

Outre cette région d'intérêt, le canal principal est dotée d'un court-circuit hydrodynamique figure II.3. Le but de ce court-circuit est d'éliminer les flux parasites induits par des différences de pression résiduelles entre les deux extrémités du canal. Enfin, la forme des extrémités du canal principal a été adaptée aux contraintes de remplissage et de scellage dont nous parlerons ci-dessous.

Bobines de Helmholtz – Le contrôle du champ est assuré à l'aide de bobines de Helmholtz réalisées à l'imprimante 3D. Elles génèrent un champ magnétique compris entre 0 et 3.5 mT. La géométrie des bobines de Helmholtz permet dans notre système d'avoir un champ magnétique uniforme dans une région de 2 mm de longueur au centre du dispositif, ce qui est suffisant vu la taille de la région d'intérêt du canal (voir figure II.4). En pratique, l'intensité du courant dans chacune des bobines est contrôlée de manière indépendante à l'aide d'un convertisseur Digital-Analogique piloté sous Labview. Pour des courant de même sens et

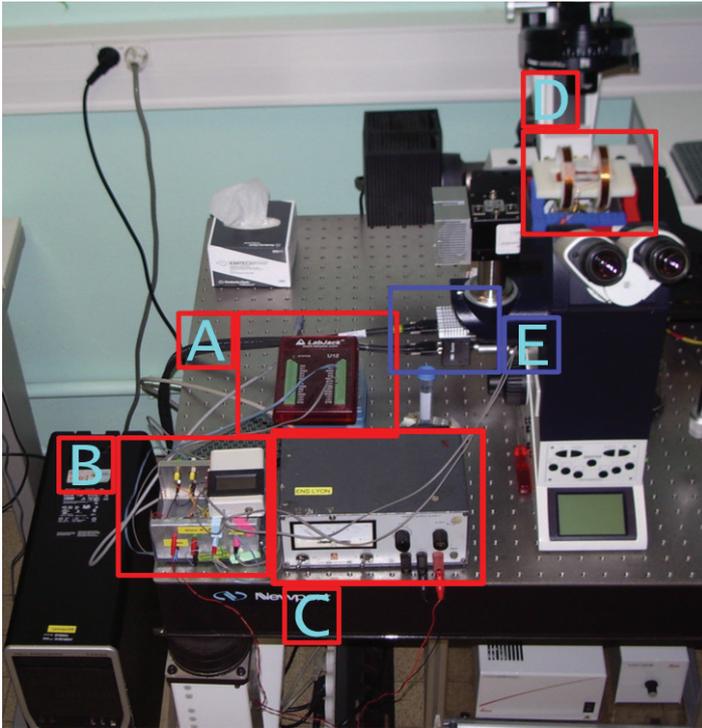


FIGURE II.4 – Montage : (a) Converteur analogique/numérique ; (b) Interpréteur ; (c) Générateur de courant, (d) Bobines de Helmholtz.

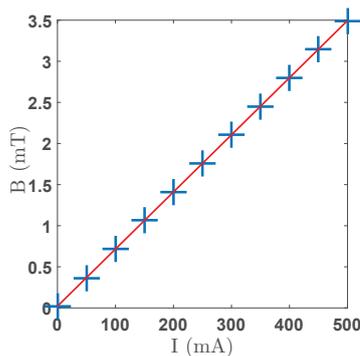


FIGURE II.5 – Des bobines de Helmholtz réalisées à l'imprimante 3D génèrent un champ magnétique compris entre 0 et 3.5 mT. L'intensité du champ magnétique générée est linéaire avec le courant d'alimentation : $B = k.I + B_0$ avec $k = 0.0069 \pm 0.0001$ mT/mA et $B_0 = 22 \pm 10$ μ T.

intensité dans les bobines, le champ uniforme généré est linéaire avec le courant d'alimentation.

Un étalonnage est réalisé (Figure II.5) avec un teslamètre FH 55 de MAGNET-PHYSIK muni d'une sonde transverse HS-TGB5-104010. Pour cela, j'ai mesuré pour différents courants le champ magnétique créé au centre des bobines en prenant soin de positionner la sonde le plus perpendiculairement possible au champ magnétique et de ne plus la bouger car elle est très directive. Il s'ensuit une loi de calibration très propre : $B = k.I + B_0$ avec $k = 0.0069 \pm 0.0001$ mT/mA et $B_0 = 22 \pm 10$ μ T.

2.2.c Protocole expérimental

La première étape de la réalisation d'une expérience de congestion consiste évidemment à introduire les bactéries dans le canal. En pratique cette étape a priori anecdotique contient néanmoins deux éléments qu'il convient de mentionner : le transfert du milieu de culture (gel) au milieu de nage (liquide simple), et le tri magnétique des nageurs. Le canal microfluidique est dans un premier temps rempli par capillarité avec de la solution de nage, puis ses extrémités sont scellées : d'un côté à l'aide d'une goutte de cire chauffée, de l'autre à l'aide d'une goutte de solution de bactéries. Cette solution de bactéries est directement pipetée

dans le tube de culture, après quoi elle subit une étape de tri magnétique visible figure II.6 : la solution prélevée est déposée en goutte sur une lame de verre, et à l'aide d'un aimant, la population des *North Seekers* est concentrée sur un côté de cette goutte. On pipette de nouveau mais en prenant soin de ne prélever que la zone ainsi définie. C'est cette goutte de bactéries *North Seekers* qui est déposée à l'extrémité du canal. A ce stade, les bactéries sont donc suspendues dans une goutte de gel (figure II.7).

Une fois les bactéries *North Seekers* ainsi positionnée à l'entrée du canal microfluidique l'étape suivante consiste à les rassembler en amont du sablier microfluidique (à 3 mm de celui-ci). Pour cela, j'utilise les bobines de Helmholtz différemment du cas usuel, en faisant circuler dans chaque bobine des courants de sens contraires ce qui génère ainsi un champs magnétique convergent permettant de localiser et pré-concentrer les bactéries MC-1 (figure II.8.I). Après cette phase initiale, les bactéries ont donc été transférée du réservoir de gel en extrémité et se trouvent donc suspendues dans la solution de nage, et regroupées en amont de la zone d'intérêt. Les bactéries sont dirigées vers l'entonnoir en inversant le sens du champ de la seconde bobine (figure II.8.II & III).

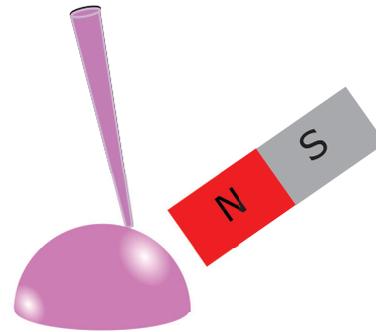


FIGURE II.6 – Tri des bactéries magnétotactiques avec un aimant, les bactéries forment un voile blanc de part et d'autre de la goutte avec d'un côté les *North Seekers* et de l'autre les *South Seekers*.

Lorsque la taille du canal central est faible ($w = 25 \mu\text{m}$) la congestion du système se réalise très facilement avec un champ fort $B = 3.5 \text{ mT}$ dirigeant les bactéries quasiment en ligne droite. La figure II.9 montre une image typique du jet de bactéries sortant de l'entonnoir microfluidique ainsi que le repère Oxy associé avec e_x l'axe du champ magnétique et de la propagation du jet. Pour les sabliers les plus larges en revanche ($w = 100 \mu\text{m}$), le protocole doit être raffiné si l'on souhaite obtenir un embouteillage conduisant à un état stationnaire en amont du sablier. Dans cette configuration, nous procédons tout d'abord à une migration des bactéries à l'aide d'un champ faible (typiquement 0.7 mT). L'intérêt du champ faible réside dans le fait que les bactéries sont modérément orientées et continuent donc à pouvoir explorer la direction perpendiculaire aux lignes de champ. Ainsi à mesure que l'on progresse dans l'entonnoir, les bactéries se ré-homogénéisent dans la largeur du canal pour former une section uniformément concentrée. Si le champ est trop fort, on forme deux "films" concentrés sur les parois de l'entonnoir, sans provoquer d'embouteillage au niveau de l'axe. Une fois le front de bactéries ainsi amené en entrée du canal central, on procède alors à une augmentation progressive du champ magnétique jusqu'à sa valeur cible.

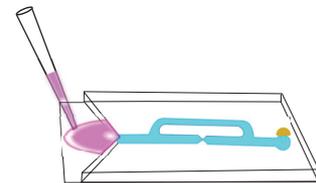


FIGURE II.7 – Remplissage de la cellule microfluidique par les bactéries triées.

Ce protocole est illustré sur la figure II.10 dans laquelle on suit l'évolution de l'intensité de l'image dans une section du jet de bactéries. Après l'augmentation rapide du champ, on obtient un état quasi-stationnaire durant lequel les caractéristiques du jet —définies ici par leur l'intensité moyenne de l'image— sont constantes. C'est dans ce régime là que les mesures que nous présenterons dans la suite sont effectuées. Lorsque la quantité de bactéries le permet, c'est au cours de ce régime quasi-stationnaire que nous procéderons à des études sous différentes valeurs de champ. On remarque clairement ici l'une des difficultés liées à

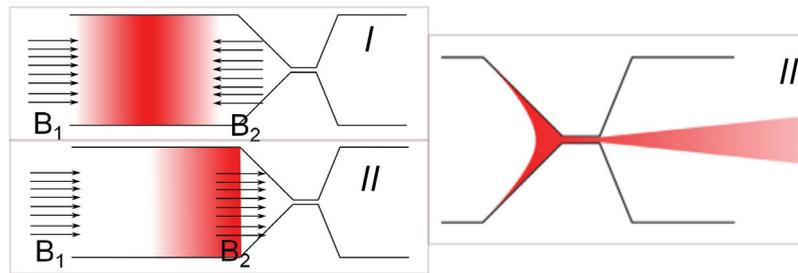


FIGURE II.8 – Schéma de principe du protocole expérimental de création de la congestion et du jet. (I) Les bactéries sont rassemblées et pré-concentrées en amont de la constriction à l'aide d'un champ magnétique convergent; (II) les bactéries sont dirigées vers le sablier à l'aide d'un champ uniforme (renversement du champ 2); (III) après formation d'une congestion, apparition d'un jet émergeant stationnaire. En fonction de la largeur de la constriction ($w = 25, 50, 100 \mu\text{m}$) l'état stationnaire embouteillé est obtenu par une montée progressive de la valeur du champ (voir texte).

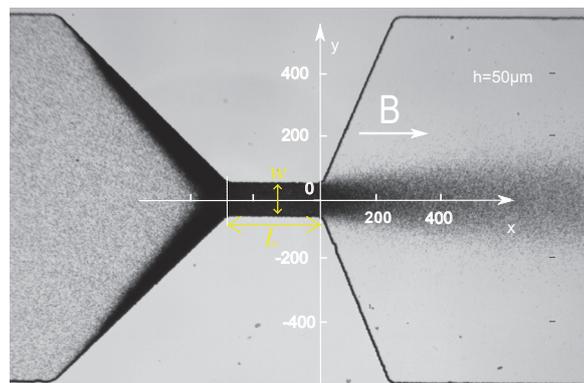


FIGURE II.9 – Image d'une congestion de bactéries et du jet émergent.

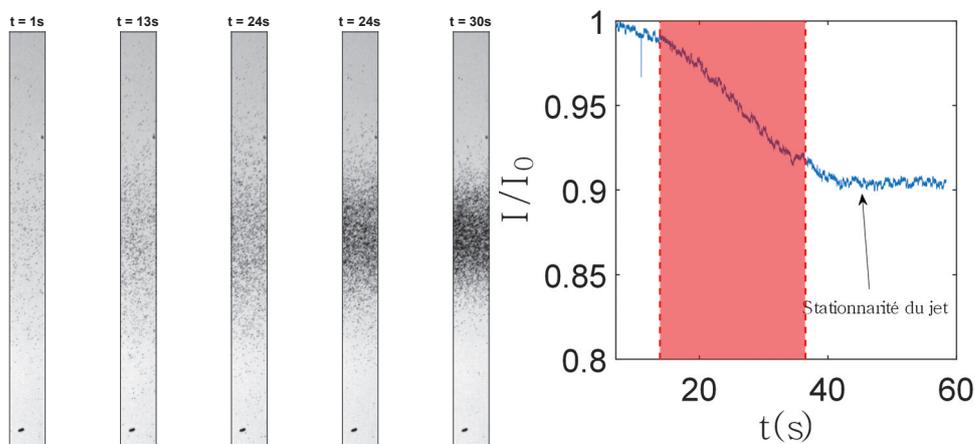


FIGURE II.10 – Gauche : Section du jet émergeant (position ($x = 380 \mu\text{m}$) au cours du temps. Droite : Intensité moyenne normalisée $\langle I(t)/I_0 \rangle$ sur la section du jet. En rouge phase d'augmentation du champ de 0.7 mT jusqu'à 3.5 mT par pas de 0.7 mT (voir texte).

la faible quantité disponible de bactéries : le temps durant lequel il est possible d'observer l'évolution d'un système concentré est limité.

2.3 Mesures Physiques

Dans le paragraphe précédent, nous avons décrit le protocole permettant la formation d'un embouteillage et l'apparition d'un jet stationnaire en sortie de sablier. Nous allons désormais décrire les outils d'analyse que nous avons utilisés pour caractériser les propriétés du système —principalement les propriétés de transport au sein du jet— à partir des images de microscopie obtenues.

Nous nous sommes intéressés notamment à deux grandeurs physiques : d'une part la densité locale en bactéries et d'autre part le champ de vitesse local de ces mêmes bactéries.

2.3.a Mesures de densités

La densité locale en bactéries est évaluée classiquement soit par des mesures de comptage après dilution, soit par des mesures d'absorbance (après calibration par comptage). Dans ce dernier cas, la concentration de la suspension est déduite d'une loi de Beer-Lambert liant directement absorbance et densité (équation II.1). Ce type d'approche est communément utilisée pour les bactéries telles *E. Coli* pour suivre le cycle de croissance de la colonie [SARAGOSTI et collab., 2011], mais également pour les micro-algues telles que *Chlamydomonas Reinhardtii* [MARTIN et collab., 2016]. Classiquement, la loi de Beer-Lambert relie la concentration et l'absorbance lumineuse via la relation

$$I/I_0 = e^{-\epsilon\rho}, \quad (\text{II.1})$$

soit pour la densité locale :

$$\rho_{\text{loc.}} = -\frac{1}{\epsilon} \ln(I(x,y)/I_0). \quad (\text{II.2})$$

En pratique, le comptage seul est évidemment insuffisant dans notre cas puisqu'il ne permet de mesurer la densité que dans une très faible portion de la zone d'intérêt (uniquement les contours du jet). Il convient donc de mettre en place une approche fondée sur l'absorption, avec une difficulté inhérente à la faible quantité de bactéries en notre possession : il n'est pas possible de procéder à une série de dilutions pour faire la parallèle entre absorption et nombre de bactéries présentes.

La méthode utilisée dans nos mesures consiste donc à évaluer le coefficient d'extinction de notre suspension de bactéries in-situ, directement à partir des images acquises par microscopie. À partir de là, les densités locales sont déduites partout dans l'échantillon au moyen de la loi de Beer-Lambert. Dans un premier temps les images du jet sont découpées en fenêtres carrées de 32×32 pixels correspondant à un volume $\mathcal{V}_{\text{ref.}} = h \times 29 \times 29 \mu\text{m}^3$. Dans les zones de faible densité (périphérie du jet, voir figure II.11), j'effectue un comptage manuel des bactéries et je calcule en parallèle l'intensité moyenne I de la fenêtre. On accède ainsi à l'aide d'une image de référence sans bactérie d'intensité moyenne I_0 sur la fenêtre

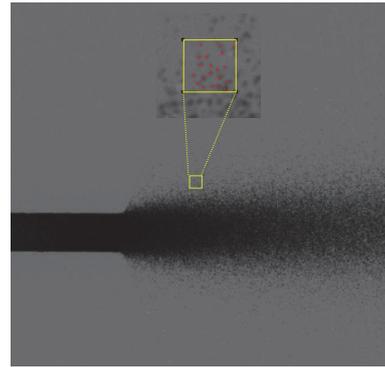


FIGURE II.11 – Comptage manuel de bactéries dans des régions assez peu concentrées dans un carré de $29 \times 29 \mu\text{m}^2$ afin de lier l'absorbance et la concentration en bactéries.

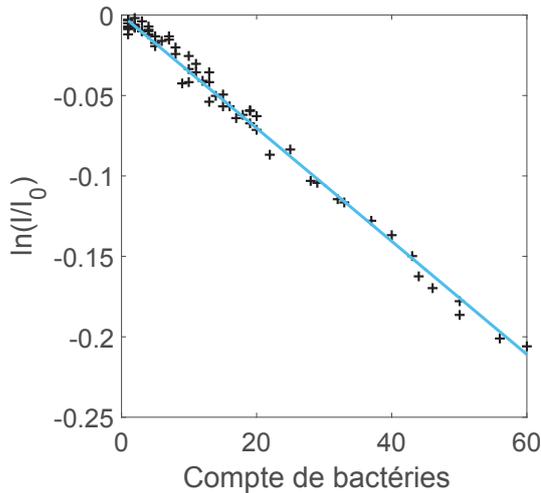


FIGURE II.12 – Calibration de l'absorbance avec la densité locale de bactérie obtenue par comptage. Densité locale donnée en compte de bactéries dans $29 \times 29 \times 50 \mu\text{m}^3$. Croix noires : points expérimentaux ; droite bleue : ajustement suivant la loi de Beer Lambert (eq. II.1) avec $\varepsilon = 147 \mu\text{m}^3$.

à l'absorbance $\mathcal{A} = I/I_0$ en fonction de la densité locale mesurée en compte de bactéries par \mathcal{V}_{ref} . Les résultats de cette calibration sont regroupés figure II.12, et montre une relation linéaire entre $\ln(I/I_0)$ et le nombre de bactéries dans la fenêtre. Ils permettent d'extraire le coefficient d'extinction ε qui paramètre la loi de Beer-Lambert de notre système.

Munis de cette calibration, nous déterminons la densité locale ρ_{loc} partout dans l'image à partir de la détermination locale de l'absorbance $\mathcal{A} = I/I_0$ via la loi de Beer-Lambert (II.2). On peut noter que notre méthode de calibration, sans processus de dilution, ne nous permet pas d'explorer les limites de validité éventuelles de la loi de Beer-Lambert à (trop) haute concentration. Nous verrons néanmoins dans la suite que les fractions volumiques explorées correspondent typiquement à des gammes qui ont été validées dans d'autres systèmes et que par ailleurs des informations complémentaires permettent de valider le bien-fondé de l'approche dans notre système.

À partir de la densité, on peut accéder à la fraction volumique en bactéries correspondante :

$$\text{fraction volumique} = \rho_{\text{loc}} \cdot V_{\text{bacterie}}. \quad (\text{II.3})$$

Pour assigner aux bactéries un volume V_{bacterie} , deux possibilités nous sont offertes : on peut considérer tout d'abord la fraction volumique de « matière », c'est-à-dire celle en lien avec le volume strictement occupé par les bactéries sans considération d'encombrement. Dans ce cas le volume de la bactérie se réduit à celui du corps cellulaire de rayon $R \simeq 0.7 \mu\text{m}$. On obtient alors

$$\phi_{\text{corps}} = \rho_{\text{loc}} \cdot V_{\text{corps}}. \quad (\text{II.4})$$

Dans ce cas, les concentrations extrêmes typiques que nous obtenons dans notre système sont de l'ordre de 2 %. Notons que comme évoqué plus haut, cela correspond à une gamme de fractions volumiques pour laquelle Beer-Lambert a été validée dans d'autres systèmes [MARTIN et collab., 2016].

En pratique cependant, cette évaluation de la fraction volumique n'est pas nécessairement la plus pertinente pour déterminer si un système se trouve dans un régime « concentré », c'est-à-dire pour lequel les interactions entre individus sont importantes. Ainsi, l'espace occupé par le flagelle peut difficilement être négligé puisque son extension participe à la fois

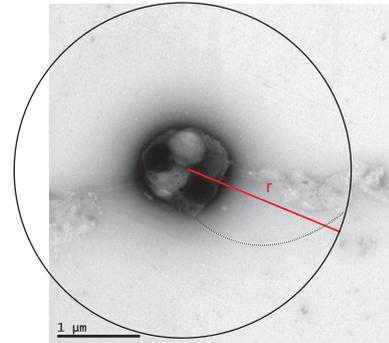


FIGURE II.13 – Image TEM d'une bactérie MC-1. En rouge le rayon d'une sphère de $2 \mu\text{m}$ de rayon ; la ligne pointillée représente un des flagelles.

aux interactions stériques mais également fixe l'échelle caractéristique pour les interactions hydrodynamiques. Au vu des images de microscopie électronique de la littérature pour MC-1, ainsi que de celles que nous avons nous même réalisées, nous avons considéré que ces flagelles triplaient la taille des bactéries en terme de « volume exclu », bactéries assimilées alors à une sphère de rayon triple $R_{\text{exclus}} \simeq 2 \mu\text{m}$ (voir figure II.13). Dans la suite, c'est cette définition de la fraction volumique que nous utiliserons sauf mention contraire :

$$\phi = \rho_{\text{loc}} \cdot V_{\text{exclus}}. \quad (\text{II.5})$$

Conformément à ce que nous avons dit précédemment, la fraction volumique ϕ ainsi définie atteint dans notre système des valeurs de l'ordre de 55 %. A posteriori, cela indique une certaine cohérence à ce choix de rayon d'exclusion, puisque la fraction volumique associée au *Random Close Packing* pour des sphères est autour de 64 %, dans la gamme des fractions précédentes pour nos bactéries congestionnées.

2.3.b Mesures de vitesses

Pour décrire parfaitement le jet, intéressons-nous maintenant aux mesures des vitesses de bactéries. En raison des forts gradients de densité entre la périphérie et le centre du jet, nous avons utilisé deux techniques de mesures : la première est la vélocimétrie par images de particules (PIV), qui estime le déplacement le plus probable entre deux images par méthode de corrélation croisée ; dans les régions peu denses nous avons mesuré les vitesses par suivi de particules (tracking).

Vélocimétrie par Image de Particules (PIV) – Cette technique utilisée pour obtenir des champs de vitesses à haute résolution spatiale peut être appliquée aux systèmes microfluidiques [WERELEY et collab., 2002]. Elle est notamment nécessaire pour caractériser et optimiser de nouveaux dispositifs que l'on peut retrouver dans l'industrie pharmaceutique comme par exemple des chambres microfluidique pour l'amplification d'ADN par PCR ou l'industrie des imprimantes tels le développement de plaques de microbuses à jet d'encre.

La PIV effectuée en système microfluidique diffère d'une PIV traditionnelle –dans des écoulements macroscopiques– dans le sens que l'ensemble des particules est illuminé alors que classiquement une fraction du volume est éclairée par une nappe laser [OLSEN et ADRIAN, 2000]. La vitesse mesurée avec cette technique sera donc une moyenne sur la hauteur h de la cellule microfluidique. Les effets de bactéries hors focus sont négligés car la hauteur de la cellule microfluidique $h = 50 \mu\text{m}$ est de l'ordre de la profondeur de champ δ du dispositif d'imagerie.

La PIV consiste à corrélérer une fenêtre d'interrogation centrée sur une position (i, j) d'une image à un instant t , à la même fenêtre de l'image obtenue à l'instant $t + \Delta t$. La position du maximum de la carte de corrélation de la paire d'images $(t, t + \Delta t)$ correspond au déplacement Δx et Δy (en pixels). En connaissant l'échelle de longueur et la fréquence d'acquisition, on convertit le déplacement mesuré en vecteur vitesse. Pour obtenir plus de statistiques, on fait glisser la fenêtre sur la moitié de sa taille, pour obtenir une mesure de vitesse sur une grille de maille deux fois plus petite. Les mesures de PIV sont réalisées avec PIVLAB un logiciel open-source fonctionnant sur matlab [THIELICKE et STAMHUIS, 2014].

Dans notre étude la largeur de la fenêtre de corrélation est de 64 pixels, soit $58 \mu\text{m}$. Sur la figure II.14b est représentée une fenêtre de PIV au centre de laquelle nous mesurons la vitesse locale. Dans la pratique, le jet de bactéries est stationnaire, et cette mesure est alors moyennée en temps sur une centaine de paires d'images.

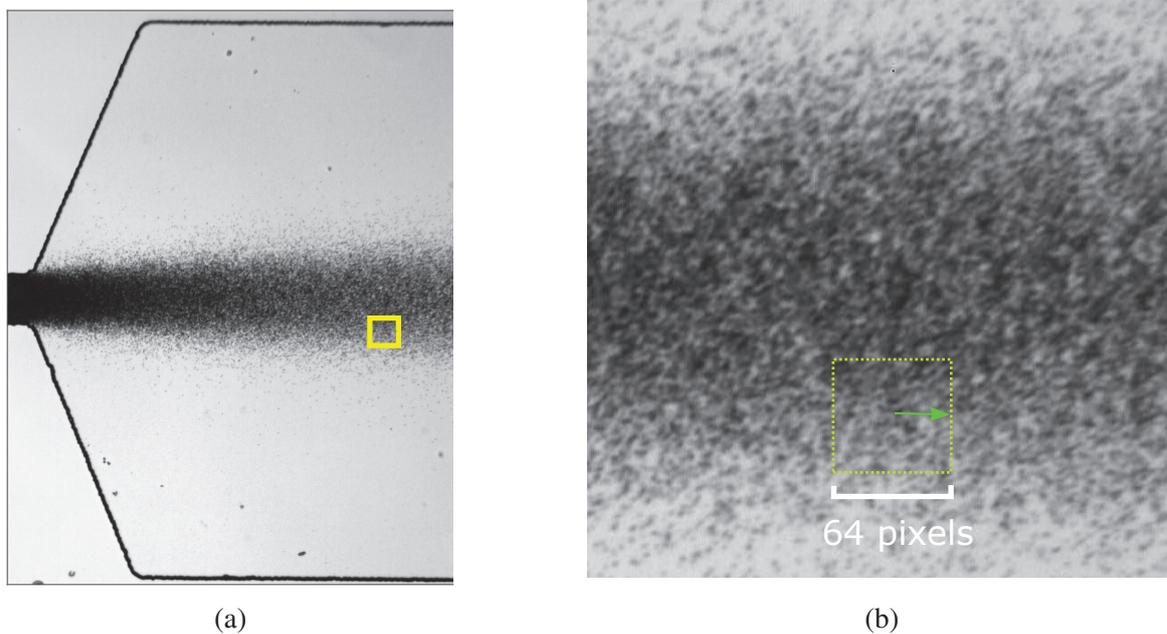


FIGURE II.14 – **a)** Le carré jaune représente une fenêtre de PIV de 64 pixels de côté; **b)** Zoom sur cette fenêtre utilisée pour mesurer le déplacement le plus probable en (i, j) par corrélation entre la fenêtre jaune dans l'image à l'instant t et cette même fenêtre à l'instant $t + \Delta t$.

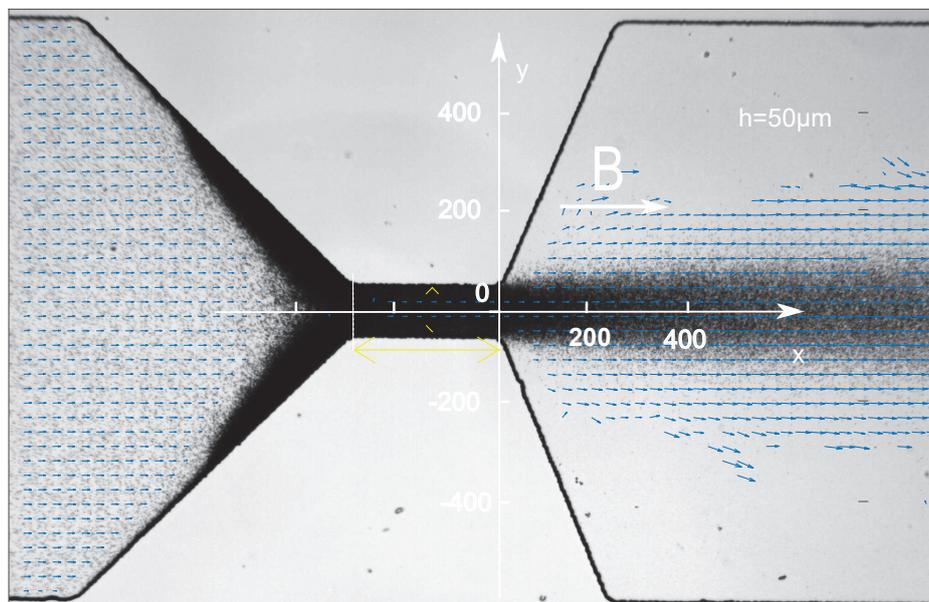


FIGURE II.15 – Champ de vitesse mesuré par PIV puis moyenné en temps dans un canal de largeur $w = 100\mu m$ et de champ magnétique $3.5mT$. Chaque vitesse est calculée en mesurant la corrélation spatiale d'une zone de $58 \times 58\mu m^2$ avec une centaine de paires d'images, chaque vitesse est mesurée tous les $29\mu m$). On ne fait qu'un seul passage dans la PIV et les déplacements sont mesurés avec un algorithme de corrélation DFT [PUST, 2000], (transformée de Fourier directe). Lorsqu'il n'y a pas de bactéries dans la fenêtre d'une des deux images (à t ou $t + \Delta t$) on ne mesure pas de déplacement.

Les limitations de cette technique se retrouvent dans les extrema de densité. En effet à faible densité l'amplitude du pic de corrélation est faible et ceci peut générer des erreurs dans la détection du maximum. De plus, la position du pic peut être biaisée par les bactéries sortant et entrant dans la fenêtre. À forte densité deux problèmes peuvent se poser : d'une part, si l'image est trop opaque, on ne distingue plus de structures du tout donc on ne peut pas mesurer de corrélation entre les images ; d'autre part, imaginons qu'à l'instant t on puisse distinguer une structure (par exemple un "trou") : si le déplacement typique des bactéries pendant Δt est supérieur à la distance inter-bactéries (ce qui arrive d'autant plus facilement que les bactéries sont proches donc à densité élevée), il est très probable que la structure ait disparu à l'instant $t + \Delta t$ par réorganisation des bactéries dans la fenêtre.

Afin d'utiliser des données qui ne sont pas biaisées par ces limitations, nous imposons plusieurs critères de conservation. À faible concentration les données de PIV sont filtrées lorsque le nombre de bactéries est inférieur à 20 dans la fenêtre de corrélation. À forte concentration, on utilise la stationnarité du jet, et on ne garde que les profils de vitesse pour lesquels le flux est conservé selon l'axe de propagation (pour le détail, voir la partie « résultats, mesures de vitesses », paragraphe II.41).

Vélocimétrie par suivi de particules (Tracking) – Dans le cas dilué on utilise une approche complémentaire à la PIV, la vélocimétrie par suivi de particule (tracking). Le tracking de particule peut être effectué par des méthodes déjà développées et testées pour étudier des suspensions de colloïdes [CROCKER et GRIER, 1996]. Le principe du tracking consiste à détecter individuellement les trajectoires des bactéries. Les vitesses des bactéries sont ensuite mesurées le long des trajectoires à l'aide d'un schéma de *différentiation numérique*, plus robuste qu'un schéma de différences finies : celui-ci convolue les positions des trajectoires avec un filtre gaussien qui lisse et différencie les positions,[TROPEA et YARIN, 2007].

En effet, lorsque l'on observe la trajectoire d'une bactérie (figure II.16), on s'aperçoit qu'elle présente de nombreuses oscillations de faibles amplitudes qui correspondent au mode de propulsion de la bactérie avec ses flagelles. De ce fait la mesure de vitesse instantanée présente les mêmes oscillations donc est très bruitée. Pour éliminer ce bruit on ajuste la largeur du filtre gaussien afin d'obtenir une trajectoire bien lisse. J'ai réalisé plusieurs campagnes de mesures avec différentes caméras (de plus en plus performantes !) dont la fréquence d'acquisition variait entre 30 et 137Hz. Dans la pratique j'ai donc ajusté à chaque fois la largeur du filtre.

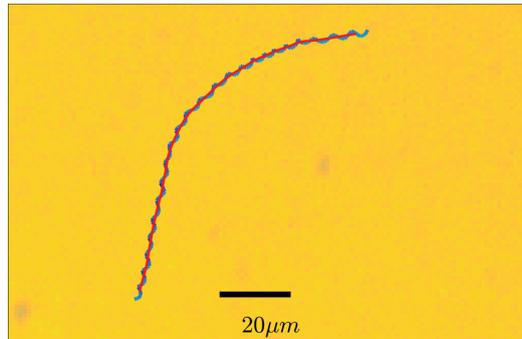


FIGURE II.16 – En bleu une trajectoire de bactérie brute, en rouge la même trajectoire lissée par le filtre gaussien

À partir de ces vitesses mesurées le long des trajectoires, nous devons ensuite estimer la vitesse localement dans le jet ; c'est pourquoi nous moyennons spatialement ces vitesses dans des zones de $80 \times 150 \mu m^2$ visibles sur la figure II.17. Si dans chaque zone on a un nombre de trajectoires suffisant, on effectue la moyenne des vitesses observées. Le nombre de trajectoires minimum retenu est de 7 trajectoires par zone. Avec ce critère nous avons assez des mesures de vitesses provenant d'un minimum de 7 bactéries ce qui permet d'obtenir des résultats peu sensibles aux fluctuations de propriété des bactéries (trajectoires perdue ; interaction avec la surface, flagelles cassés, position loin du jet etc.).

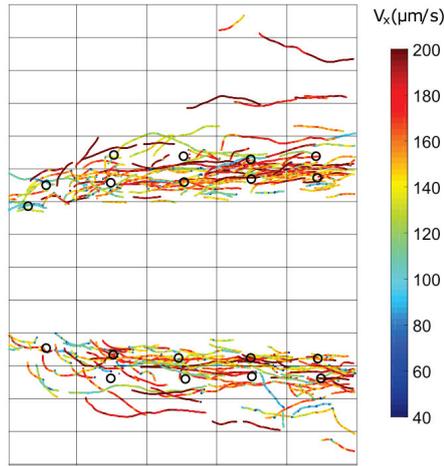


FIGURE II.17 – Suivi de trajectoires en périphérie du jet, l'échelle de couleur des trajectoires correspond à la norme des vitesses mesurées, la grille correspond au découpage afin d'effectuer une moyenne spatiale de la vitesse et de passer des vitesses lagrangiennes au champ de vitesse eulérien, pour finalement reconstituer le profil de vitesse total dans le jet avec une méthode de tracking puis de PIV en zone dense.

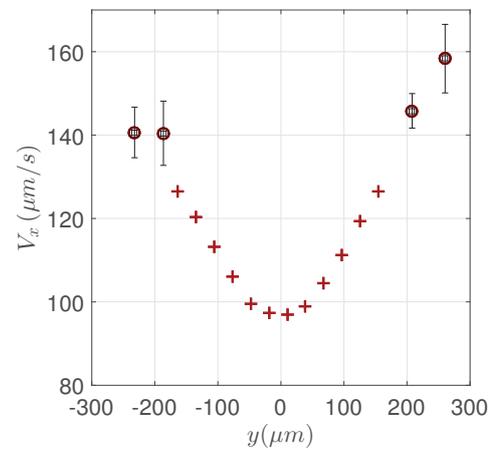
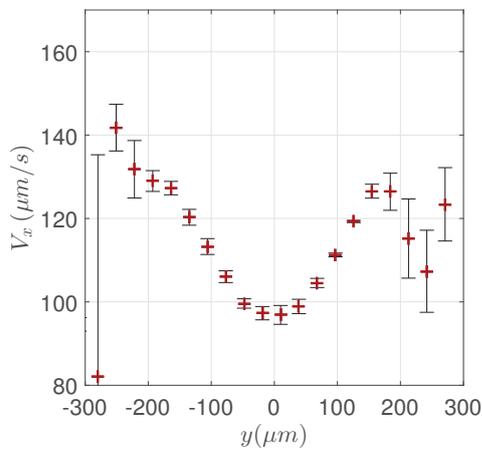


FIGURE II.18 – Profil de vitesse V_x en fonction de la section y ; À gauche un profil de vitesses brut mesuré par PIV, les barres d'erreurs représentent les fluctuations des vitesses; à droite un profil avec PIV (auquel nous avons appliqué les critères imposés définis ci-dessus) et tracking, les croix représentent les mesures acquises avec une méthode de PIV, les ronds représentent les mesures effectuées par tracking, les barres d'erreurs représentent les fluctuations sur la racine du nombre de trajectoires, ($B = 3.5mT$, $w = 100\mu m$).

La combinaison de ces deux techniques de mesures de vitesse nous permet d'établir un profil de vitesse sur la section du jet. La figure II.18 résume la reconstitution du profil de vitesse avec des mesures issues de la PIV filtrées par un critère de minimum de densité et des mesures issues du tracking avec un critère sur le nombre de trajectoires.

II.3 Résultats

Dans les paragraphes précédents, nous avons décrit en détails le protocole expérimental de formation de l'embouteillage et de génération d'un jet émergent de bactéries, ainsi que les différentes méthodes d'analyse nous permettant de déterminer dans ce système les champs de concentrations et de vitesses des bactéries magnétotactiques.

Nous abordons désormais les résultats proprement dits, en commençant tout d'abord par les propriétés dynamiques des bactéries individuelles avant de poursuivre avec le comportement en assemblée dans l'expérience de congestion.

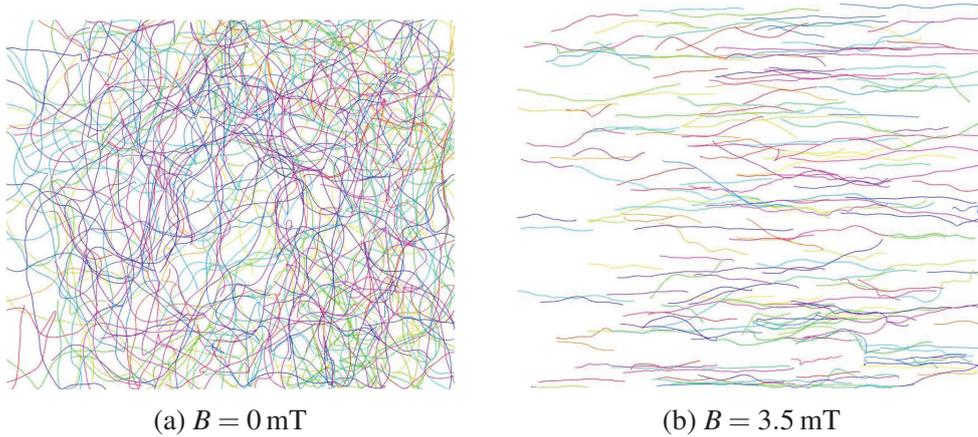


FIGURE II.19 – Ensemble des trajectoires suivies par *tracking* avec et sans champ magnétique.

3.1 Nage individuelle

Du point de vue de la nage individuelle, ces bactéries avaient fait l'objet d'un certain nombre de caractérisations précédemment dans l'équipe [WAISBORD et collab., 2016]. Nous rappelons et complétons ici ces propriétés, qui sont illustrées et quantifiées au travers des expériences menées sur les cultures que nous utilisons ensuite dans les expériences d'embouteillage et de jet.

3.1.a Observations Expérimentales

Comme nous l'avons déjà mentionné, la caractéristique remarquable des bactéries magnétotactiques est leur capacité à suivre les lignes de champ magnétiques. Ce point est illustré sur la figure II.19a. A gauche, je présente un ensemble de trajectoires de bactéries, reconstruites par suivi de particule, obtenues en l'absence de champ externe imposé. Deux éléments y sont visibles : le fait que les bactéries se déplacent dans toutes les directions, sans biais orientationnel particulier; le fait que la trajectoire d'une bactérie se traduit par une persistance d'orientation à temps court, et une désorientation progressive et isotrope. Du point de vue de l'orientation, il est possible de construire la densité de probabilité $p(\theta)$ d'orientation de la vitesse de déplacement des bactéries. Comme indiqué sur la figure II.20, cette densité de probabilité est plate à champ nul en accord avec l'isotropie annoncée.

Du point de vue de leur dynamique, les bactéries en l'absence de champ effectuent formellement une marche aléatoire persistante avec un mouvement balistique à vitesse V_0 à temps court, suivi d'une désorientation progressive (diffusion rotationnelle et autres bruits) à temps long pour aboutir à une marche aléatoire et à un transport diffusif [WAISBORD et collab., 2016]. Ce comportement se retrouve sur la figure II.21 qui montre le déplacement carré moyen des bactéries. On identifie bien à temps court un transport balistique. En pratique dans les données présentées, le régime linéaire au-delà de $t \sim \tau_r$ est mal défini sur le MSD du fait de la difficulté à obtenir des trajectoires continues suffisamment longues. Même si la désorientation n'y est pas complète, il est néanmoins possible d'en obtenir la signature au-travers de la fonction d'autocorrélation des vitesses $R_{uu}(\tau) = \langle V_y(t)V_y(t + \tau) \rangle$, représentée figure II.22. À champ nul, on observe bien la décroissance exponentielle progressive attendue.

Quantitativement, l'ordre de grandeur de la vitesse de nage est $V_0 \sim 140 \mu\text{m/s}$, et le temps de corrélation $\tau_c \sim 1 \text{ s}$. Pour une ré-orientation Brownienne, ce temps de corrélation est égal à la moitié du temps rotationnel $\tau_r = 8\pi\eta R^3/(kT)$. Pour une sphère de rayon $R \sim 0.7 \mu\text{m}$

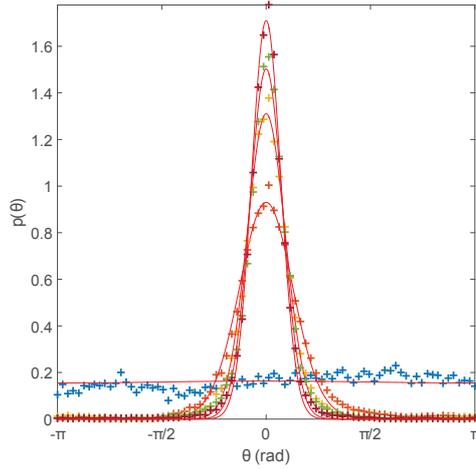


FIGURE II.20 – Densités de probabilité d'orientation du vecteur vitesse évoluant avec le champ magnétique B , ajustées par la solution de l'équation FP décrivant des système de moments magnétique perturbés par l'agitation thermique; $p(\theta) = A \times e^{\frac{B}{B_c} \times \cos(\theta)}$, A : constante de renormalisation; $B_c = k_B T / m$: Champ magnétique caractéristique du système; m : moment magnétique; avec cet ajustement $B_c = 0.06 \pm 0.003 \text{ mT}$

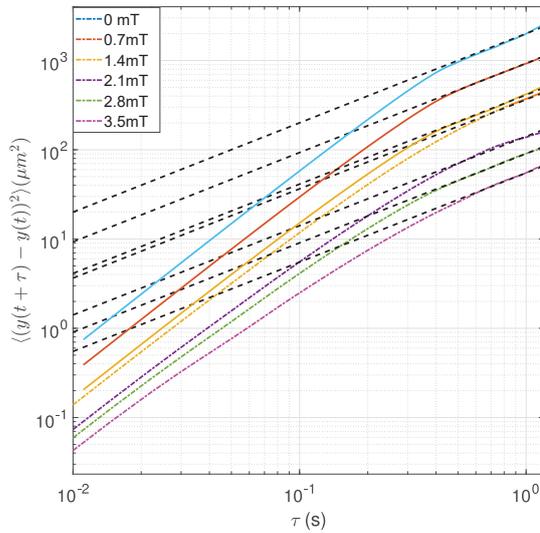


FIGURE II.21 – Déplacement quadratique moyen (MSD) suivant l'axe perpendiculaire à la direction du champ magnétique $\langle (y(t + \tau) - y(t))^2 \rangle$ en fonction du temps τ .

(corps cellulaire), on attend dans ce cadre $\tau_r \sim 2 \text{ s}$ en cohérence avec notre mesure. Le coefficient de diffusion effectif à temps long (voir ci-après eq. II.15) n'est pas immédiatement accessible à partir du MSD, puisque nous n'atteignons pas les temps supérieurs (a fortiori encore moins les temps très supérieurs) au temps de réorientation. Qualitativement, on s'attend à $D_{\text{eff.}} \sim V_{\text{swim}}^2 \tau_r$ (le pré-facteur numérique varie vaut 1/6 pour une diffusion orientationnelle à 3D), soit une diffusivité effective de l'ordre de $6000 \mu\text{m}^2/\text{s}$.

En pratique, nous pouvons néanmoins en obtenir une mesure via la fonction de corrélation des vitesses expérimentales, en supposant qu'elle conserve à tout temps sa forme exponentielle, paramétrée uniquement par le temps de corrélation $R_{uu} = e^{-t/\tau_c}$. En effet, le coefficient de diffusion est directement connecté à l'intégrale temporelle de R_{uu} (voir eq. (II.18)). Expérimentalement, nous obtenons à champ nul une diffusivité $D_0 = 7300 \mu\text{m}^2/\text{s}$ en cohérence avec nos attentes qualitatives.

En présence d'un champ, la situation change radicalement comme le montre la figure II.19b où un champ de 3.5 mT oriente presque parfaitement les bactéries dont les trajectoires deviennent quasi rectilignes et parallèles au champ. Plus quantitativement, la figure II.20 montre que $p(\theta)$ devient anisotrope, avec un pic de probabilité d'orientation des vitesses centré sur la direction du champ \mathbf{B} . Ce pic devient d'autant plus fin que le champ augmente marquant ainsi la contrainte orientationnelle croissante imposée aux bactéries, et la plage angulaire toujours plus faible que le bruit d'orientation leur permet d'explorer.

Parallèlement, les déplacements carrés moyens de la figure II.21 montrent que, dans la direction transverse au champ, $\langle \Delta y^2(t) \rangle$ se décalent vers de plus faibles valeurs lorsque le

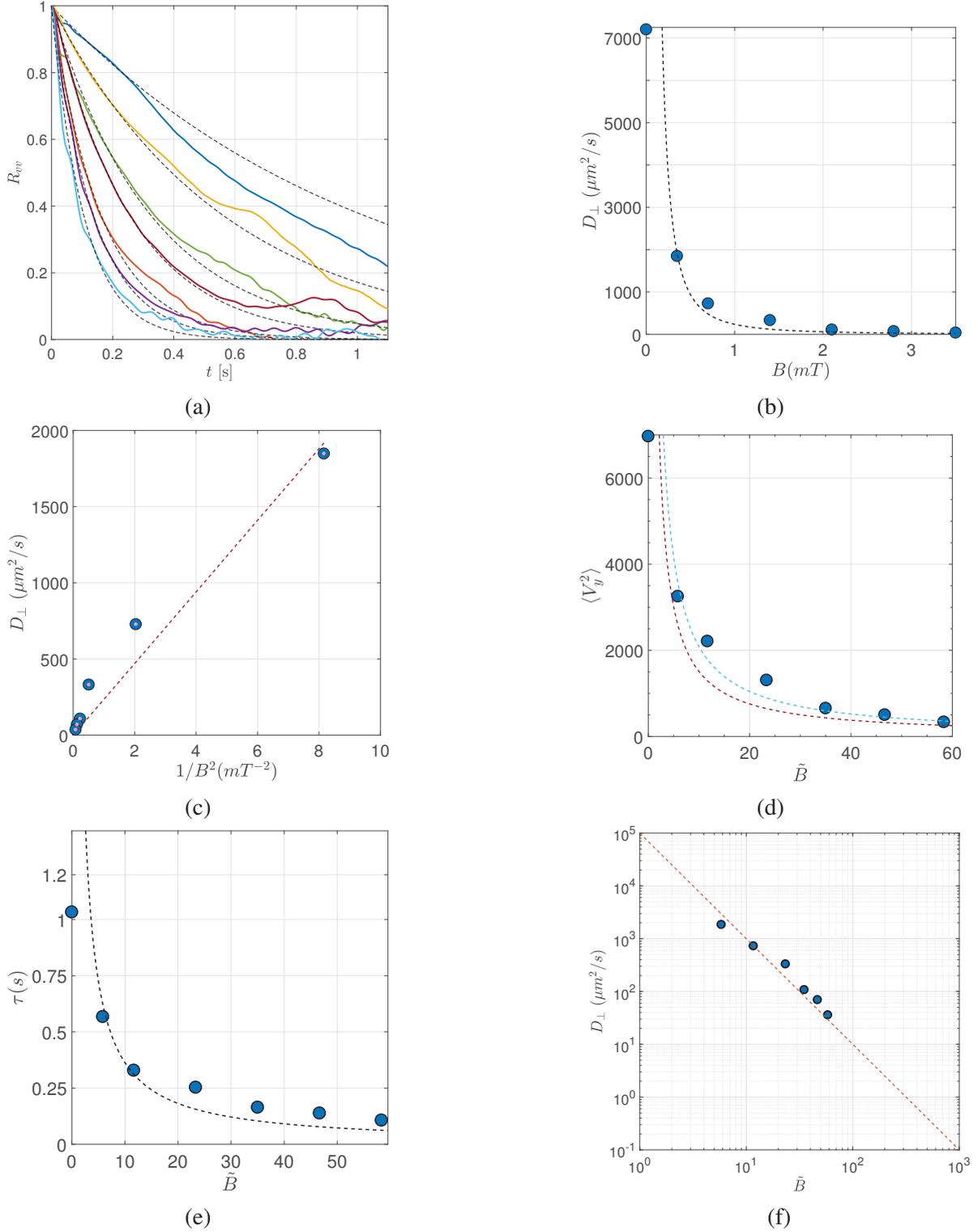


FIGURE II.22 – (a) Autocorrélations des vitesses V_y perpendiculaires au champ magnétique pour différents champs (de haut en bas : $B = 0 - 0.35 - 0.7 - 1.4 - 2.1 - 2.8$ et 3.5 mT). Les temps caractéristiques τ sont estimés pour chaque valeur de champ magnétique avec : $R_{vv}(\tau) = e^{-t/\tau}$; (b) Coefficient de diffusion perpendiculaire en fonction du champ magnétique ($D_{\perp} = \tau \times \langle V_y^2 \rangle$), $D_{\perp} = f(B)$, (- - -) : ajustement $f(B) = a/B^2$, $a = 235 \mu\text{m}^2 \text{mT}^2/\text{s}$; (c) Coefficient de diffusion perpendiculaire en fonction du carré de l'inverse du champs magnétique $D_{\perp} = f(1/B^2)$, (- - -) : ajustement $f(1/B^2) = a/B^2$, $a = 235 \mu\text{m}^2 \text{mT}^2/\text{s}$; (d) Vitesse quadratique moyenne suivant y en fonction du champ magnétique réduit $\langle V_y^2 \rangle = f(\tilde{B})$, (- - -) : ajustement $f(\tilde{B}) = b/\tilde{B}$ avec $b = 20900 \mu\text{m}^2/\text{s}^2 \sim V_0^2$), (- - -) : représentation de $\langle V_y^2 \rangle = V_0 \langle V_x \rangle / \tilde{B}$ sans paramètre ajustable; (e) Temps de persistance en fonction du champ magnétique réduit $\tau = f(\tilde{B})$, (- - -) : ajustement $f(\tilde{B}) = a/\tilde{B}$, $a = 3.6\text{s}$; (f) Coefficient de diffusion perpendiculaire en fonction du champ réduit en échelle log-log, de pente $a/\tilde{B}^2 \sim 6.5 \times 10^4 \mu\text{m}^2/\text{s}$.

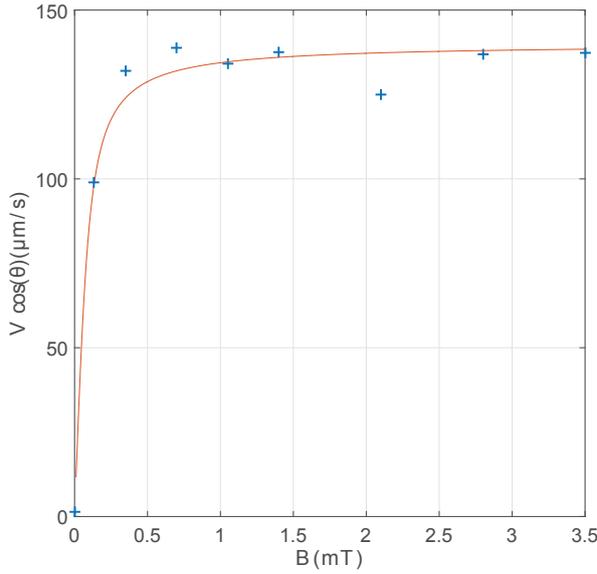


FIGURE II.23 – Évolution de la composante de vitesse suivant l'axe du champ magnétique. Les données sont ajustées par une fonction de Langevin avec comme paramètre ajustable la vitesse de nage individuelle seuil ; ici $V_0 \approx 140 \mu\text{m/s}$

champ augmente. Pour le régime balistique initial, cela traduit le fait que, en raison de l'orientation moyenne croissante des bactéries, leur vitesse moyenne transverse diminue avec B . Cet effet est quantifié plus précisément sur la figure II.22 qui montre l'effondrement de $\langle V_y^2 \rangle$ avec B . De même, concernant la persistance de l'orientation, celle-ci est dominée à champ nul par la diffusion rotationnelle. La présence d'un champ fait apparaître un nouveau temps de relaxation lié au temps d'alignement magnétique, d'autant plus faible que B est grand. Pour des champs suffisamment forts, on s'attend ainsi à ce que ce processus domine la relaxation de la vitesse transverse faisant tendre τ_c progressivement vers 0. De fait, le temps de corrélation mesuré diminue rapidement avec la valeur imposée du champ.

Dans la suite consacrée aux propriétés du jet de bactérie émergent du sablier, plus que l'orientation nous discuterons beaucoup la vitesse de déplacement des bactéries et en particulier sa composante V_x dans l'axe du champ et du canal microfluidique. La figure II.23 montre la valeur moyenne $\langle V_x \rangle = V_0 \langle \cos \theta \rangle$ en fonction du champ imposé. On constate que celle-ci augmente pour saturer à la vitesse individuelle de nage V_0 pour des champs supérieurs à $B = 0.5\text{--}1 \text{ mT}$. En pratique, les expériences de congestion se situeront dans cette gamme de champs pour laquelle, du point de vue du nageur isolé, on peut considérer que $\theta \sim 0$ et $V_x \sim V_0$.

3.1.b Description théorique

Orientation – Du point de vue théorique, nous pouvons assimiler nos bactéries à des sphères de rayon R , munies d'un moment magnétique \mathbf{m}_0 et se propulsant à la vitesse \mathbf{V}_0 dans la direction du moment magnétique. Nous considérerons une situation 2D, pour laquelle le mouvement des bactéries est confiné dans le plan d'observation. Dans ce cadre, leur dynamique est donnée par celle de leur orientation θ par rapport à l'axe x . En présence d'un champ magnétique, cette orientation évolue sous l'effet de deux couples : un couple magnétique $\mathbf{m}_0 \times \mathbf{B}$ et un couple aléatoire que nous prendrons sous la forme d'un bruit Brownien $\Gamma = \mu_r \sqrt{2D_r} \zeta$, où ζ est un bruit blanc delta-corrélé, et D_r diffusion le coefficient de diffusion rotatoire. Pour une sphère, $D_r = kT_{\text{eff.}}/\mu_r$, où μ_r est la mobilité rotationnelle d'une sphère $\mu_r = 1/(8\pi\eta R^3)$.

Cette situation correspond au cas classique d'orientation d'un dipôle dans un champ, à

température finie. L'équation de Langevin associée s'écrit :

$$\dot{\theta} = -\frac{\sin(\theta)}{\tau_B} + \sqrt{2D_r}\zeta(t), \quad (\text{II.6})$$

où l'on a introduit le temps de relaxation magnétique $\tau_B = 1/(\mu_r m B)$. Ce processus de Langevin est associé à une équation de Fokker-Planck pour l'orientation qui s'écrit :

$$\partial_t p(\theta, t) = \frac{1}{\tau_r} \partial_{\theta^2}^2 p(\theta, t) + \frac{1}{\tau_B} \partial_{\theta} \left(\sin \theta p(\theta, t) \right), \quad (\text{II.7})$$

où nous avons posé $\tau_r = 1/D_r$.

La solution stationnaire de cette équation vérifie

$$\partial_{\theta} p(\theta) = -\frac{\sin \theta}{D_r \tau_B} p(\theta), \quad (\text{II.8})$$

avec pour solution classique :

$$p^{2D}(\theta) = \frac{e^{\tilde{B} \cos \theta}}{2\pi I_0(\tilde{B})}. \quad (\text{II.9})$$

Dans l'équation précédente, nous avons défini le champ réduit $\tilde{B} = B/B_c = \tau_r/\tau_B$, et I_0 désigne la fonction de Bessel modifiée du premier type, d'ordre 0.

Si nous revenons à la figure II.20 montrant la détermination expérimentale de $p(\theta)$ pour différents champs, on voit que de façon remarquable la réponse magnétique de la bactérie est parfaitement décrite par ce modèle simple, d'interaction dipôle–champ. La valeur associée pour le champ caractéristique B_c est donnée par $B_c = 60 \mu\text{T}$. En pratique la valeur attendue pour ce paramètre s'écrit $B_c = kT_{\text{eff.}}/m_0$, où la température introduite est éventuellement différente de la température thermodynamique du bain pour tenir compte de processus de réorientation aléatoire de la bactérie d'origine non-thermiques.

Du point de vue de l'ordre de grandeur, une estimation expérimentale de la valeur du moment magnétique d'une bactérie a été menée précédemment [WAISBORD et collab., 2016] et conduit à $m_0 = 1 \pm 0.2 \cdot 10^{-16} \text{Am}^2$, en accord avec la littérature [MELDRUM et collab., 1993]. Pour $T = T_{\text{eff.}}$, cela donnerait un champ caractéristique $B_c \sim 40 \mu\text{T}$, cohérent avec la valeur expérimentale et avec le fait que le temps caractéristique de réorientation des bactéries est proche de ce qui est attendu pour une diffusion rotationnelle thermique d'une sphère de rayon le corps cellulaire.

Vitesse moyenne – On poursuit l'exploitation du modèle pour ce qui concerne la vitesse moyenne de nage suivant l'axe x du champ magnétique. Celle-ci se déduit directement de la distribution d'orientation

$$\langle V_x \rangle = V_0 \langle \cos \theta \rangle = V_0 \int_0^{\pi} \cos \theta p^{3D}(\theta) d\theta, \quad (\text{II.10})$$

où la probabilité en 3 dimensions s'écrit habituellement

$$p^{3D}(\theta) = \sin \theta \frac{e^{\tilde{B} \cos \theta}}{(2/\tilde{B}) \sinh \tilde{B}}. \quad (\text{II.11})$$

On en déduit la vitesse moyenne suivant l'axe du champ

$$\langle V_x \rangle = V_0 \mathcal{L}(\tilde{B}), \quad (\text{II.12})$$

où l'on a introduit la fonction de Langevin $\mathcal{L}(x) = \coth(x) - 1/x$. Notons qu'une approche purement bidimensionnelle aurait conduit d'après l'équation II.9 à $\langle V_x \rangle^{2D} = V_0 I_1(\tilde{B})/I_0(\tilde{B})$. Cette expression donne un comportement proche de la prédiction 3D, également compatible avec les données expérimentales.

En pratique, le caractère bi- vs tri-dimensionnel du système est délicat à évaluer. En effet, pour ce qui est des statistiques d'orientation, nous n'avons accès qu'à leur projection dans le plan d'observation, hors la projection de la distribution théorique 3D est en pratique quasi-identique à la prédiction 2D [WAISBORD et collab., 2016]. Plus fondamentalement, avec une épaisseur de cellule microfluidique de $50 \mu\text{m}$ pour une vitesse de nage de $V_0 = 140 \mu\text{m/s}$ notre système est effectivement confiné tant que les temps de relaxation des orientations sont supérieurs à $\tau_r/10$. Dans la suite, nous présenterons la plupart des calculs pour une orientation confinée dans le plan.

La figure II.23 montre que la vitesse moyenne suivant l'axe suit bien le comportement attendu en fonction du champ magnétique, avec une vitesse limite V_0 , associée à la vitesse de nage intrinsèque des bactéries qui est comme nous l'avons mentionné de l'ordre de $V_0 = 140 \mu\text{m/s}$. Avec $B_c = 60 \mu\text{T}$, on retrouve bien l'observation expérimentale d'une quasi-saturation de $\langle V_x \rangle$ pour des champs supérieurs à environ 0.5 mT .

Au niveau des vitesses transverses, la vitesse moyenne est bien évidemment nulle, mais on peut estimer une vitesse caractéristique transverse par le biais de la vitesse quadratique moyenne. Celle-ci vaut

$$\langle V_y^2 \rangle = V_0^2 \int_0^\pi \sin^2 \theta p^{3D}(\theta) d\theta, \quad (\text{II.13})$$

ce qui conduit après intégration par partie à

$$\langle V_y^2 \rangle = \frac{V_0 \langle V_x \rangle}{\tilde{B}}. \quad (\text{II.14})$$

On peut noter que cette forme est valable indépendamment du choix (2D ou 3D) fait pour calculer la vitesse moyenne axiale. Comme on peut le voir figure II.22.(d) la vitesse quadratique moyenne dans la direction transverse mesurée est très bien décrite par l'expression précédente. Les données sont ajustées correctement par $\sim b/\tilde{B}$ avec $b \sim V_0^2$ et correspond bien aux valeurs mesurées de $V_0 \langle V_x \rangle / \tilde{B}$.

Diffusion – Comme nous l'avons déjà mentionné, en l'absence de champ magnétique nos bactéries effectuent une marche aléatoire persistante. Si par cohérence avec la suite nous considérons le cas 2D de bactéries confinées dans le plan (x, y) d'observation, ce type de dynamique donne lieu à une diffusion effective qui vaut [TEN HAGEN et collab., 2011]

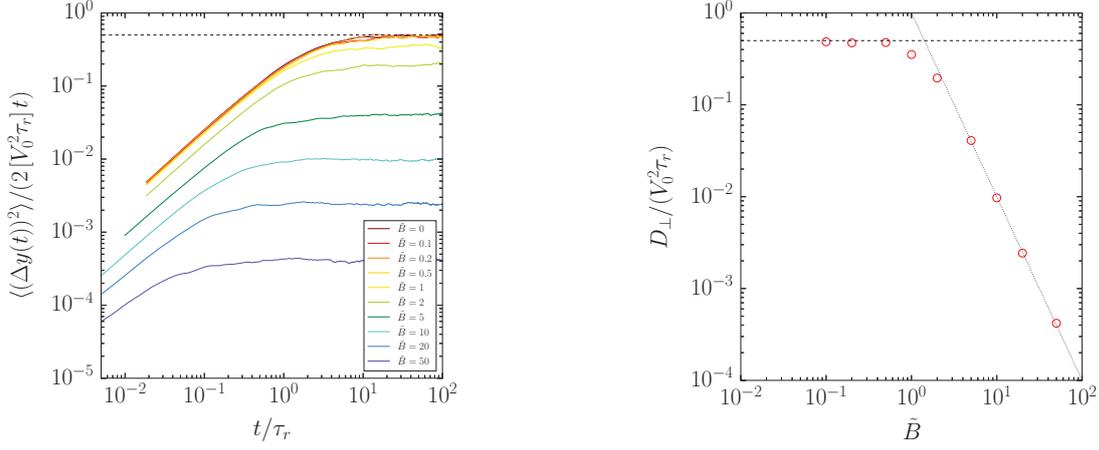
$$D_0 = D_{\text{Brown.}} + \frac{V_0^2 \tau_r}{2}, \quad (\text{II.15})$$

pour laquelle la diffusion translationnelle Brownienne $D_{\text{Brown.}}$ est en pratique négligeable. Notons que dans la formule précédente, le coefficient $1/2$ devient $1/6$ pour un problème 3D.

Dans la suite, lors des expériences de congestion et de jet, nous travaillerons dans la limite des grands champs $\tilde{B} \gg 1$, ce qui signifie que le temps de relaxation d'orientation sous l'action du champ magnétique est très court devant le temps de réorientation par diffusion rotationnelle. Dans cette limite, il est possible de déterminer le devenir de la diffusion transverse des bactéries.

Dans la limite de champs forts, l'équation de Langevin II.6 se simplifie compte tenu des faibles excursions autour de l'axe du champ $\theta \ll 1$:

$$\dot{\theta} \sim -\frac{\theta}{\tau_B} + \sqrt{2D_r} \zeta(t). \quad (\text{II.16})$$



(a) Déplacement carré moyen transverse normalisé $\langle (\Delta y(t))^2 \rangle / (2[V_0^2 \tau_r]t)$ au cours du temps t/τ_r , pour différent champ magnétiques $\tilde{B} \in [0, 50]$. En trait tirets, limite à champ nul (eq. II.15).

(b) Diffusion transverse en fonction du champ magnétique. \circ : simulations 2D; Tirets : limite à champ nul (eq. II.15); Pointillés : prédiction théorique à champ fort (eq. II.19).

FIGURE II.24 – Simulations 2D de la diffusion transverse sous champ.

Le problème se met dans cette limite sous la forme d'un processus de Ornstein-Uhlenbeck pour lequel la fonction de corrélation vaut [GARDINER, 2004] :

$$\langle \theta(t)\theta(t') \rangle = \frac{\tau_B}{\tau_r} \exp[-(t-t')/\tau_B], \quad (\text{II.17})$$

avec $t > t'$. Le coefficient de diffusion perpendiculaire est alors simplement donné par

$$\begin{aligned} D_{\perp} &= \int_0^{\infty} \langle (V_0 \sin \theta(t))(V_0 \sin \theta(0)) \rangle dt \\ &\simeq V_0^2 \int_0^{\infty} \langle \theta(t)\theta(0) \rangle dt. \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

Finalement, on obtient pour le coefficient de diffusion transverse à fort champ

$$D_{\perp} = (V_0^2 \tau_r) \frac{1}{\tilde{B}^2}, \quad (\text{II.19})$$

qui se ré-exprime compte tenu du coefficient de diffusion à champ nul II.15

$$D_{\perp}^{2D} = \frac{2}{\tilde{B}^2} D_0^{2D}. \quad (\text{II.20})$$

Qualitativement, ce résultat peut se retrouver en considérant que la diffusion transverse due à l'activité des bactéries s'écrit sous la forme $D_{\perp} \sim V_{\perp}^2 \tau$ où V_{\perp} est une vitesse transverse typique et τ un temps de relaxation de l'orientation. A grands champs, nous avons montré précédemment (eq. II.14) que la vitesse quadratique moyenne varie comme V_0^2/\tilde{B} . De plus, à grands champs la relaxation d'orientation est dominée par le couple magnétique $\tau_B = \tau_r/\tilde{B}$. En combinant les deux, on s'attend bien à ce que le coefficient de diffusion transverse varie comme le coefficient de diffusion à champ nul $V_0^2 \tau_r$ multiplié par une dépendance en $1/\tilde{B}^2$.

Comme nous avons déjà mentionné que l'expression eq. II.14 pour la vitesse transverse est valable indépendamment de la dimension, on peut anticiper que le comportement trouvé

pour D_{\perp} est générique, valable en 2D et 3D. De fait, une étude venant d'être publiée [VIDAL-URQUIZA et CORDOVA-FIGUEROA, 2017] montre qu'en 3D, le comportement est *exactement* identique à II.19 :

$$D_{\perp}^{3D} = \frac{6}{\tilde{B}^2} D_0^{3D} = (V_0^2 \tau_r) \frac{1}{\tilde{B}^2}. \quad (\text{II.21})$$

La figure II.24 montre le résultat de simulations numériques Brownienne en 2D, de diffusion de nageurs magnétiques sous champ. On retrouve bien les comportements prédits, à la fois pour la limite à champ nul et pour la variation à champ fort, avec un coefficient de diffusion très bien donné par l'équation II.19 dès $\tilde{B} \geq 5-10$.

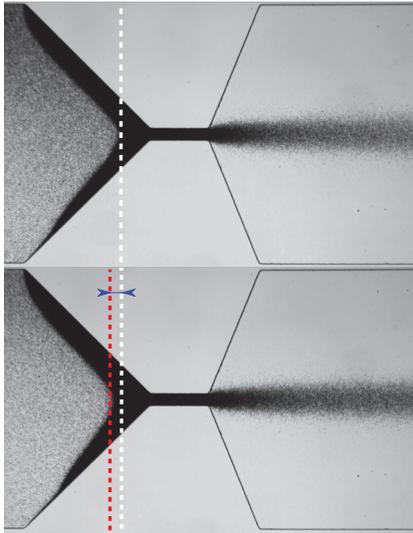
Comparaison avec les expériences – Si l'on revient maintenant sur les résultats expérimentaux présentés figure II.22, on constate que l'accord avec les prédictions théoriques est remarquable pour un système biologique. Concernant le coefficient de diffusion transverse, les comportements expérimentaux observés sont en très bonne cohérence avec les prévisions précédentes. En terme de loi d'échelle tout d'abord, l'effondrement en $1/\tilde{B}^2$ de D_{\perp} est très bien observé sur la figure II.22.(f) et avec l'ajustement des données nous obtenons : $D_{\perp} = 6.5 \times 10^4 \mu\text{m}^2/\text{s}/\tilde{B}^2$, ce qui, pour une valeur de $V_0 = 120 \mu\text{m}/\text{s}$ (mesurée dans cette série d'expériences) conduit à une valeur du temps de relaxation effective : $\tau_r = 4.5 \text{ s}$ à comparer au temps rotationnel de réorientation brownienne $\tau_r = 2 \text{ s}$ obtenu pour une sphère de rayon $0.7 \mu\text{m}$; cet accord est assez remarquable pour ce type de systèmes, sachant qu'il faudrait probablement prendre en compte les flagelles pour le calcul du temps de réorientation brownien.

Concernant l'autocorrélation des vitesses, on retrouve bien une décroissance exponentielle figure II.22.(a) de laquelle on peut extraire les temps de corrélation en fonction du champ magnétique II.22.(e). On s'attend à ce que le temps de corrélation vaille $\tau_c = \tau_r/\tilde{B}$ dans la limite des grands champs [VIDAL-URQUIZA et CORDOVA-FIGUEROA, 2017]. En pratique la dépendance en champ magnétique est assez bien reproduite expérimentalement figure II.22.(e), pour un pré-facteur $\tau_r = 3.6 \text{ s}$ cohérent avec la valeur obtenue à partir du coefficient de diffusion transverse sous champ.

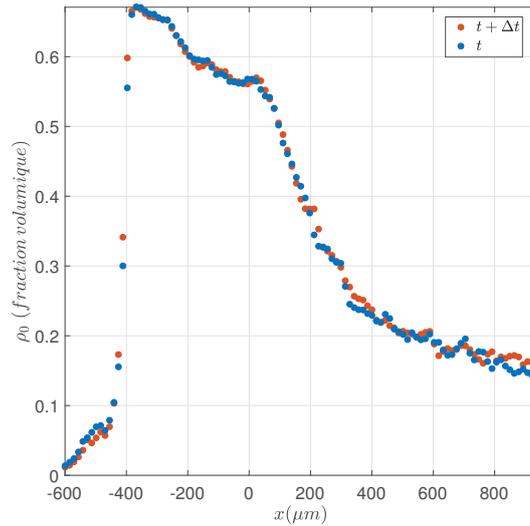
Concernant les valeurs obtenues en l'absence de champ, pour le temps de corrélation, on mesure $\tau_c = 1.1 \text{ s}$ II.22.(e) et un D_0 de $7200 \mu\text{m}^2/\text{s}$ II.22.(b). À 3D, cela correspond comme nous l'indiquions à un temps de rotation Brownienne de $\tau_r \sim 2.2 \text{ s}$. Ces valeurs sont cohérentes, néanmoins il faut noter qu'elles ne sont pas en accord avec les ajustements obtenus à fort champ qui conduisent à une valeur de τ_r autour de 4 s . Il faut bien noter que la référence en l'absence de champ correspond aux conditions expérimentales les plus délicates. Le temps de corrélation est le plus grand, et l'isotropie des différentes trajectoires engendre beaucoup de croisements et donc réduit la durée des trajectoires expérimentales reconstruites. C'est donc sur ce point que les incertitudes de mesure sont les plus importantes. Notons également que du fait de la dépendance au carré, une erreur sur la valeur de B_c (calibrée dans des mesures indépendantes et donc soumise à une potentielle variabilité des bactéries) engendre également un décalage des prédictions théoriques.

3.2 Dynamique collectives : "Sablier actif"

Après avoir décrit et caractérisé les propriétés de nage individuelle de nos bactéries magnétotactiques MC-1 sous champ magnétique, nous abordons dans cette partie le transport d'un ensemble de ces bactéries et son interaction avec une géométrie particulière, celle d'un sablier microfluidique. Comme nous le verrons, il se forme alors une congestion accompagnée d'une effusion de bactéries sous forme de jet dont nous allons tenter de décrire les



(a) Superposition de deux images prises avec un intervalle de 4 secondes; Les lignes verticales repèrent la position du front de bactéries.



(b) Densités centrales à t et $t + 4s$

FIGURE II.25 – Formation d'un embouteillage et d'un jet stable.

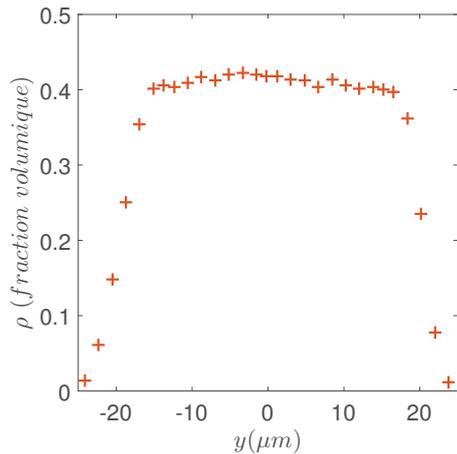
propriétés.

3.2.a Description générale

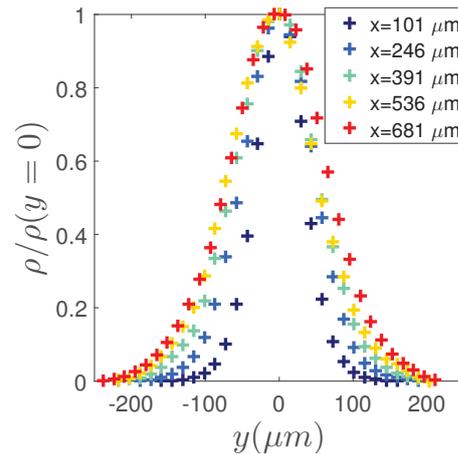
Dans notre expérience nous nous intéressons désormais à l'effet d'un ensemble de nageurs actifs à travers un sablier microfluidique. Les bactéries sont dirigées seulement au moyen du champ magnétique vers l'entonnoir. Contrairement à ce qui se produirait avec des particules passives, nos bactéries ne sont pas « poussées » par un écoulement global du fluide porteur. Comme nous l'avons décrit dans la partie méthodologique (voir la figure II.3, page 14 et le paragraphe associé) un court-circuit hydrodynamique est présent entre l'amont et l'aval de la constriction pour prévenir les inégalités de pression et annuler les écoulements de dérive du fluide.

Le protocole pour réussir à congestionner correctement le canal peut être quelque peu subtil. Les bactéries sont dans un premier temps concentrées sur une bande en amont de la constriction. Ensuite il faut saturer l'entonnoir étape par étape en passant graduellement d'un champ magnétique faible —pour que la bande de bactérie diffuse et remplisse la partie en amont du sablier— à un champ magnétique fort pour contraindre les bactéries de passer à travers la constriction. Lorsque les bactéries commencent à saturer l'entonnoir, on observe un front croissant à l'entrée du sablier tandis qu'en sortie de ce sablier les bactéries forment un jet stationnaire, l'accumulation de bactéries à l'entrée et la stabilité du jet sont montrés figure II.25a.

Les bactéries se trouvent en situation d'embouteillage en amont et dans un jet stable en aval. En entrée de sablier, on peut constater (figure II.25b) une saturation avec une densité sur l'axe $\sim 65\%$, qui n'évolue quasiment pas pendant que le front embouteillé se remonte lentement vers l'amont du sablier (des éléments complémentaires caractérisant l'embouteillage seront discutés dans la suite (voir section 3.2.d, page 43)). Dans les $300\ \mu\text{m}$ de long canal central, le système se décompacte légèrement jusqu'à l'orifice d'effusion du jet. Une fois



(a) Profil transverse de densité en sortie de constriction ($x = 0$).



(b) Profils transverses de densité dans le jet émergent pour différentes positions $x \geq 101 \mu\text{m}$ le long de l'axe.

FIGURE II.26 – Évolution de la densité $\rho(y)$ le long de l'axe de propagation x pour un canal de largeur $w = 50 \mu\text{m}$ et pour un champ magnétique de 2.1mT .

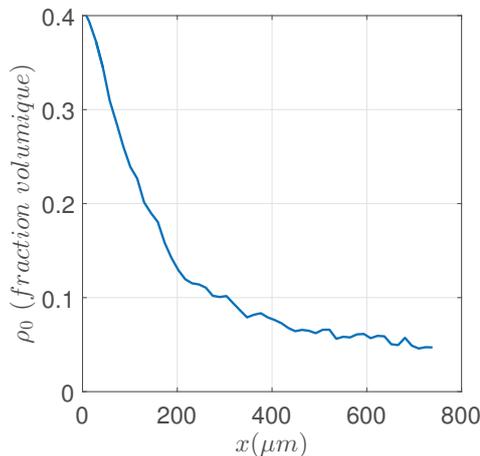


FIGURE II.27 – Évolution de la densité au centre du canal suivant la propagation du jet ($B = 2.1 \text{mT}$, $w = 50 \mu\text{m}$).

dans le jet, la densité centrale évolue rapidement pour relaxer vers un système dilué. Comme on peut le voir, toute la zone aval de l'embouteillage est en état quasi-stationnaire pendant ce processus.

La suite de cette étude va porter principalement sur la partie du jet en aval du sablier. Les expériences de jet de bactéries ont été réalisées en faisant varier la largeur de la buse w et l'intensité du champ magnétique B , les caractéristiques du jet vont être décrites à travers des mesures de densités, de la géométrie du jet et de vitesses.

3.2.b Étude de la densité dans le jet

Étude à B et w fixés ($B = 2.1 \text{mT}$, $w = 50 \mu\text{m}$) – Nous caractérisons dans un premier temps l'évolution de la densité dans le jet lorsque l'intensité du champ magnétique B et la largeur w du sablier sont fixées. Immédiatement à la sortie de la constriction, le profil transverse de densité $\rho(y)$ est de type bouchon (figure II.26a), avec des bactéries qui se répartissent de manière homogène dans la largeur du canal central du sablier.

Si l'on suit l'évolution de cette distribution transverse à l'intérieur du jet émergent, on constate (figure II.26b) que le profil s'adoucit pour former un pic central qui décroît progressivement sur les bords. Les profils normalisés par rapport à la densité au centre montrent de

plus que la largeur totale à mi-hauteur augmente lorsque l'on s'éloigne de l'axe. Elle passe d'une valeur initiale donnée par w soit d'après la figure II.26a $\ell \simeq 40\text{--}50 \mu\text{m}$ à $\ell \simeq 160 \mu\text{m}$ à quelques $700 \mu\text{m}$ de l'origine du jet (figure II.26b).

De façon cohérente, cet élargissement progressif du jet s'accompagne d'une décroissance de la densité ρ_0 le long de l'axe x comme cela est montré figure II.27. La fraction volumique initialement de 40 % à la sortie de la constriction décroît jusqu'à moins de 5 % à $700 \mu\text{m}$ dans le jet. Nous rappelons que sauf mention contraire, la fraction volumique est calculée sur la base de l'encombrement (bactérie + flagelles), eq. II.5, page 20.

Plus quantitativement, il est possible à partir des mesures de la figure II.26b de s'intéresser à la forme des profils de densité transverse. En pratique, on remarque que ces profils peuvent s'ajuster de façon très satisfaisante à l'aide d'une distribution gaussienne de la forme :

$$\rho(x, y) = \rho(x, 0) e^{-y^2/2\sigma(x)^2}. \quad (\text{II.22})$$

L'adéquation avec une forme gaussienne est visible sur la figure II.28, pour laquelle on a utilisé une échelle log-lin, et où la densité ρ a été divisée par celle au centre du jet ρ_0 et la position transverse y a été mise sans dimension en divisant par la largeur du jet $\sigma(x)$. Si le profil Gaussien donne dans l'ensemble une très bonne description du profil expérimental jusqu'à quelques pourcents de la densité au centre, on peut noter que le profil le plus proche de la sortie de la buse (ici en bleu foncé) est celui pour lequel l'ajustement est le moins bon. Qualitativement c'est logique, puisque dans cette limite où l'on se rapproche de la constriction, on doit finir par aboutir à un profil bouchon tel que nous l'avons vu figure II.26a.

En supposant que l'élargissement du jet soit associé à un phénomène de diffusion transverse des bactéries, il est possible de justifier à la fois la forme gaussienne des profils de jet et l'échelle caractéristique correspondant au passage d'un profil en forme de marche à un profil gaussien. A une dimension, la probabilité de présence d'une bactérie initialement localisé en $y = y_0$ à $t = 0$ vaut classiquement

$$P(y, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi D_{\perp} t}} e^{-\frac{(y - y_0)^2}{4D_{\perp} t}}. \quad (\text{II.23})$$

On en déduit le profil de densité $\rho(y, t)$ issu d'une condition initiale correspondant à un profil bouchon de largeur totale w et de densité ρ_0 :

$$\rho(y) = 2\rho_0 \left\{ \text{Erf} \left(\frac{y + w/2}{\sqrt{4D_{\perp} t}} \right) - \text{Erf} \left(\frac{y - w/2}{\sqrt{4D_{\perp} t}} \right) \right\}. \quad (\text{II.24})$$

Dès que $w/(2\sqrt{4D_{\perp} t}) \ll 1$, un développement de Taylor de l'équation II.24 prédit un profil de densité gaussien :

$$\rho(y) = 4\rho_0 \frac{w}{\sqrt{4\pi D_{\perp} t}} e^{-\frac{(y)^2}{4D_{\perp} t}}. \quad (\text{II.25})$$

Sous l'effet de la diffusion, on s'attend donc bien à ce que le profil transverse relaxe vers un profil Gaussien. De plus, la mémoire de la condition initiale non gaussienne sera perdue après un temps caractéristique

$$t_c \sim \frac{w^2}{16D_{\perp}}. \quad (\text{II.26})$$

En termes de distance depuis la sortie de la constriction, cela correspond typiquement à $\ell_c \sim V_x t_c$. En prenant pour la situation de la figure II.26b une vitesse typique $V_x \sim 140 \mu\text{m/s}$

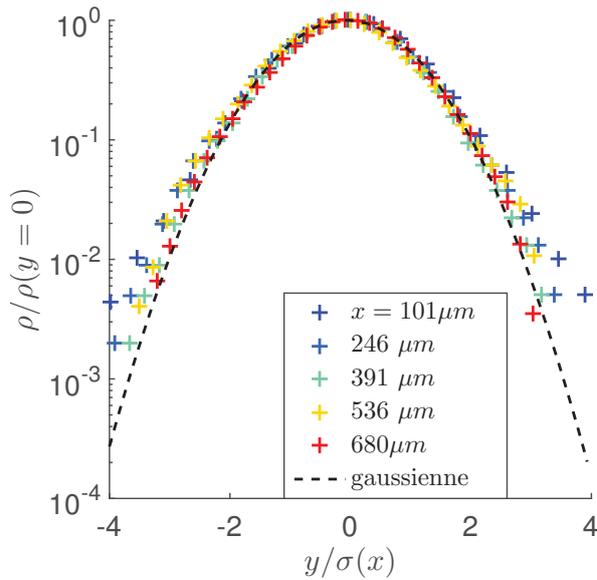


FIGURE II.28 – Densités adimensionnées par la densité centrale en fonction de la section y adimensionnée par la largeur de la gaussienne.

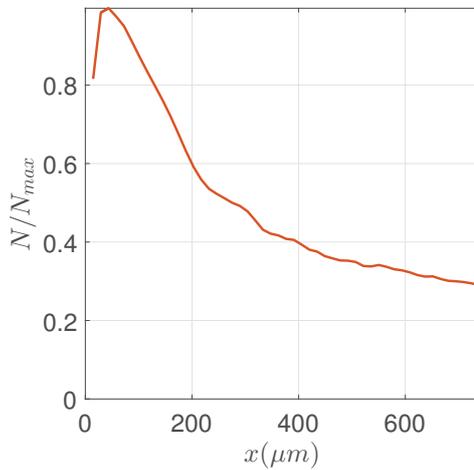


FIGURE II.29 – Evolution de la quantité de bactéries N en fonction de la propagation x

et un coefficient de diffusion transverse $D_{\perp} \sim 500 \mu\text{m}^2/\text{s}$ (ces valeurs seront explicitées plus loin dans cette partie), on obtient $\ell_c \sim 45 \mu\text{m}$. Cette valeur est parfaitement cohérente avec le fait que dans le cas considéré, le profil est partiellement relaxé, mais pas totalement convergé vers un profil gaussien à une distance d'environ $2.5\ell_c$.

Dans toutes les considérations précédentes, nous avons considéré la diffusion d'un motif initial de concentration, processus au cours duquel la quantité initiale de bactéries est conservée. Ainsi l'intégrale sur une section du profil $\rho(y)$ est une constante dans ce cadre. Du point de vue expérimental, les bactéries constituent bien une quantité physique conservée puisqu'il n'est pas ici question –dans les conditions et aux échelles de temps concernées– de multiplication bactérienne.

Sur la figure II.29, nous avons calculé l'intégrale des profils de densité expérimentaux précédents (fig. II.26b et II.27) pour accéder au nombre de bactéries présentes sur des tranches de largeur $\Delta x = 30 \mu\text{m}$ couvrant l'extension transverse complète du canal microfluidique $W' = 1200 \mu\text{m}$. En l'absence donc de termes sources, si les bactéries se comportent comme des nageurs individuels tous dotés de la même vitesse telle que mesurée figure II.23 (page 27), on s'attend à ce que cette quantité de bactérie par section soit conservée. De façon évidente sur la figure II.29, ce n'est pas le cas puisque cette quantité décroît fortement à partir de la sortie du sablier. De la sortie du sablier jusqu'à $700 \mu\text{m}$ en aval, on perd ainsi quasiment un facteur 5 sur le nombre de bactéries par section. Comme nous le verrons dans

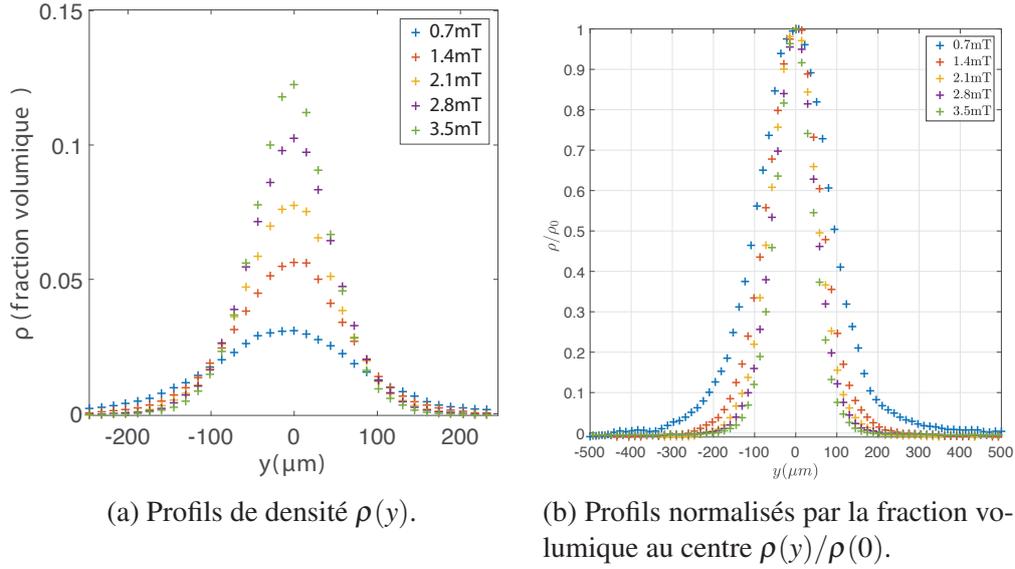


FIGURE II.30 – Évolution des profils de densités transverse avec le champ magnétique. Section mesurée à $x = 400 \mu\text{m}$, canal de largeur $w = 50 \mu\text{m}$.

la suite en calculant plus précisément le flux de bactéries, cela nous indique qu'il se passe nécessairement des phénomènes collectifs sur le profil de vitesse des bactéries, avec une vitesse qui ne peut obligatoirement pas être uniforme.

Influence du champ magnétique – Pour un jeu (B, w) de paramètres, nous avons vu précédemment que le jet qui émerge du sablier converge rapidement vers un profil transverse gaussien, et que celui-ci s'élargit à mesure que l'on s'éloigne de l'orifice de sortie du jet. Nous nous intéressons désormais à l'influence du champ magnétique sur ce comportement. En effet, pour ce qui concerne une bactérie isolée, nous avons vu que sa distribution d'orientation est de plus en plus resserrée autour de la direction du champ lorsque celui-ci augmente, et que de façon associée, sa diffusion transverse chute rapidement avec \tilde{B} .

La figure II.30 montre les profils obtenus pour le même système que précédemment ($w = 50 \mu\text{m}$) mais pour différents champs magnétiques. Globalement, à une position donnée dans le jet, le jet est d'autant plus concentré que le champ est important, avec à la fois une largeur qui diminue et une densité au centre qui augmente avec B . Comme nous le verrons un peu plus tard (figure II.42, page 46), ces variations de propriétés ne sont pas associées à des variations de conditions d'injection du jet. En effet, hormis pour le champ le plus faible pour lequel la densité de bactéries en sortie de constriction n'est que de 27 %, dans tous les autres cas, cette densité est indépendante du champ et se situe autour de $\rho_c = 37 - 40\%$. Dans ces conditions de congestion initiales similaires à $400 \mu\text{m}$ de la buse la concentration passe de 6.2 à 12.5% de 1.4 mT à 3.5 mT.

Plus quantitativement, nous avons mesuré l'évolution de la largeur à mi-hauteur $\sigma(x)$ des profils de densité $\rho_x(y)$ en fonction la distance x à l'origine du jet, et ce pour différentes valeurs du champ magnétique. La figure II.31 montre l'évolution expérimentale suivant x du carré de l'accroissement de largeur $(\sigma - \sigma_0)^2$, où $\sigma_0 = \sigma(x = 0)$. Dans l'ensemble, le carré de l'accroissement varie linéairement avec la position x suivant une loi pseudo-diffusive ce terme sera justifié par la suite :

$$\left(\sigma(x) - \sigma_0\right)^2 = 2D_{\perp}^{\text{eff.}} \frac{x}{\langle V_x \rangle}. \quad (\text{II.27})$$

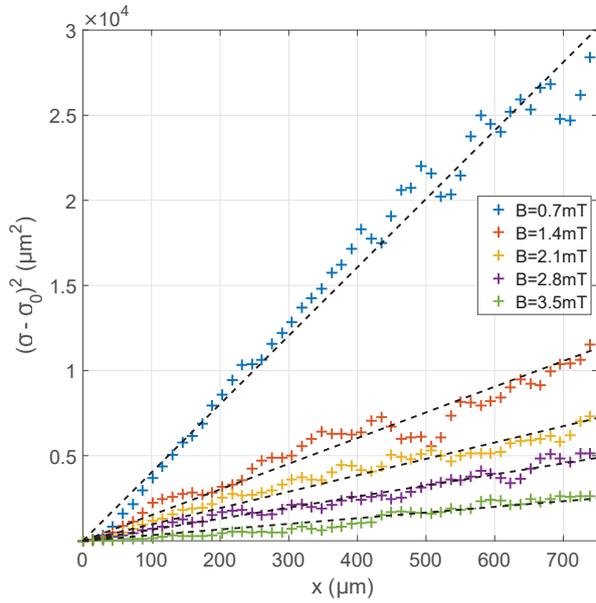
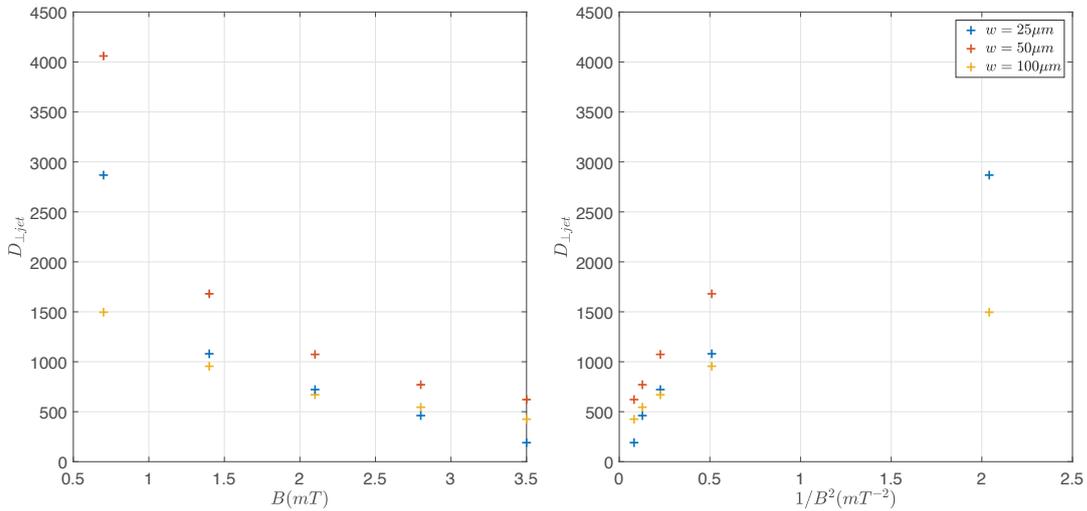


FIGURE II.31 – Évolution de l'accroissement de la largeur à mi-hauteur au carré $\langle(\sigma(x) - \sigma_0)^2\rangle$ avec la position x le long du canal. Canal de $w = 25\mu m$ à différents champs magnétiques $B \in [0.7, 3.5]$ mT. Cette dépendance en x exhibe un comportement pseudo-diffusif de l'évolution de la largeur du jet $\Delta\sigma^2 \approx 2D_{perp}dt$, avec $t = \frac{x}{V_x}$, avec un coefficient de diffusion D_{perp} dépendant du champ magnétique. Le "coefficient de diffusion" du jet varie entre 2600 et 200 $\mu m^2/s$ pour un champ magnétique variant de 0.7mT à 3.5mT.



(a) Évolution avec B pour différentes largeurs de sablier.

(b) Évolution avec $1/B^2$.

FIGURE II.32 – Diffusivité transverse effective D_{\perp}^{eff} dans le jet de bactéries en fonction du champ magnétique B .

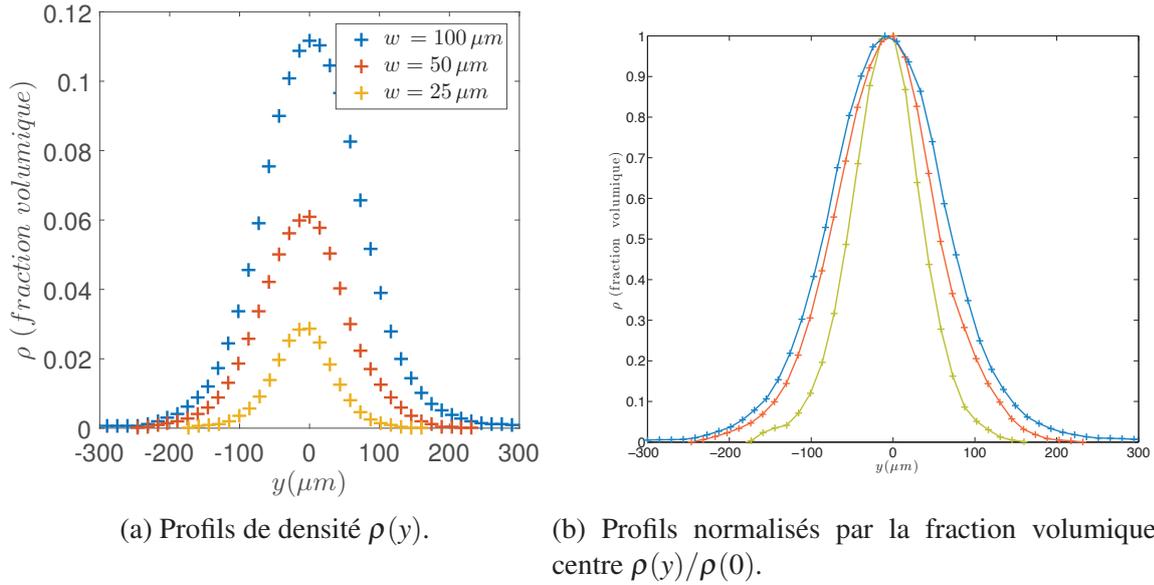


FIGURE II.33 – Évolution des profils de densités transverse avec la largeur du sablier w . Section mesurée à $x = 700 \mu\text{m}$, sous un champ $B = 2.8 \text{ mT}$ avec 3 largeurs de buse différentes.

En prenant pour $\langle V_x \rangle$ la vitesse de nage V_0 du nageur individuel (nous sommes en pratique dans la limite champ fort), on obtient ainsi un coefficient de diffusion effectif D_{\perp}^{eff} de la pente des droites. Notons que si nous avons qualifié le comportement de pseudo-diffusif, c'est en rapport avec l'évolution dimensionnelle de la largeur : en racine carré de la position. Dans le cas d'une distribution gaussienne, une véritable loi diffusive aurait une forme différente à temps court $\sigma^2(x) - \sigma_0^2 = 2D_{\perp}^{\text{eff}}t$. En pratique, cette dernière loi, qui a priori n'est pas exacte lorsque l'on part d'une condition initiale de type bouchon, donne un moins bon ajustement de nos données. Il est possible également que cet écart de comportement soit lié à la non-homogénéité de vitesse, contrairement à ce qui est implicitement supposé au travers de l'analogie temps-espace utilisée.

Comme on peut le voir sur la figure II.32, les diffusivités transverses obtenues pour le canal $w = 50 \mu\text{m}$ varient dans la gamme $[4000, 500] \mu\text{m}^2/\text{s}$ pour les champs étudiés $B \in [0.7, 3.5] \text{ mT}$. En comparaison, la caractérisation du comportement des bactéries individuelles donnait pour cette même gamme de champs magnétiques des diffusivités D_{\perp} dans la gamme $[700, 40] \mu\text{m}^2/\text{s}$ (voir figure II.22, page 26). Les valeurs trouvées sont ainsi presque un ordre de grandeur supérieur à ce qu'on peut attendre du comportement de bactéries individuelles. Là encore, des phénomènes collectifs, mettant en jeu des interactions entre bactéries et des effets liés à la densité finie de bactéries, sont nécessaires pour rendre compte de la dynamique d'élargissement des jets issus du sablier microfluidique.

Au-delà de la valeur absolue de la diffusivité, nous avons souligné pour les nageurs individuels une dépendance de leur diffusivité transverse variant comme $1/\tilde{B}^2$. La figure II.32 montre les diffusivités effectives dans le jet en fonction de $1/B^2$. Une telle dépendance est possible dans aux champs les plus forts $B > 2 \text{ mT}$ ($\tilde{B} > 30$). Soulignons néanmoins que la plage en question est trop limitée pour pouvoir tirer une conclusion définitive, d'autant que du point de vue théorique, on attendrait du comportement asymptotique en $1/\tilde{B}^2$ qu'il débute plus tôt en terme de champ. C'est d'ailleurs plutôt ce qui est observé au niveau de la nage individuelle, pour laquelle la loi d'échelle est assez bien vérifiée dans toute la gamme ici considérée.

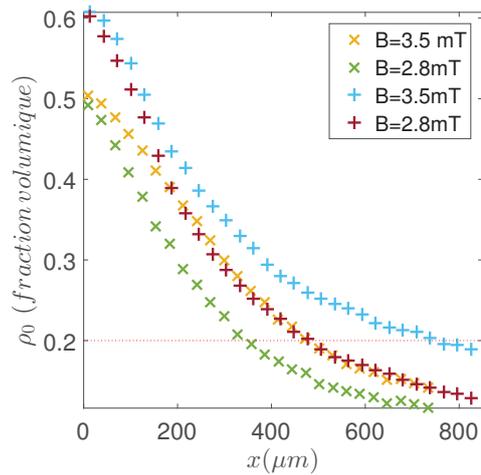


FIGURE II.34 – Évolution des densités au centre du jet suivant x ; $w = 100 \mu\text{m}$ dans deux expériences "x", "+";

Influence de w – Pour compléter cette description de la distribution de bactéries au sein du jet, je présente très brièvement l'influence de la largeur de sablier utilisé. Cette largeur a en pratique pris 3 valeurs différentes : $w = 25, 50, 100 \mu\text{m}$. Les profils de densités obtenus loin de l'origine du jet ($x = 700 \mu\text{m}$) sont tracés sur la figure II.33 pour les différents w . En premier lieu, on constate une très forte évolution de la densité maximale avec la largeur : une largeur de canal importante permet donc de générer de fortes densités sur la totalité du jet. Au niveau des largeurs de jet, peu de différence est observé dans cette limite « champ lointain » pour les deux sabliers les plus larges, le plus petit conduisant à un jet significativement plus étroit.

En pratique, comme nous sommes a priori intéressés par les effets collectifs et les interactions générées par des densités finies, il est avantageux de considérer les configurations générant les concentrations en bactéries les plus élevées dans le jet. Pour ce faire, l'utilisation d'un canal large est judicieuse même si dans la pratique la préparation de la zone de congestion en amont est plus délicate.

Variabilité des expériences – Dans un système expérimental, et a fortiori dans un système biologique, les sources de variabilités sont multiples et éventuellement importantes. De façon assez remarquable, le système utilisé est néanmoins assez bien défini et robuste pour permettre comme nous l'avons vu des investigations quantitatives, par exemple de la diffusivité. Au niveau des propriétés des jets, l'une des sources de variabilité est lié à l'embouteillage formé et aux éventuelles variabilités dans les conditions d'injection du jet qui en résultent. La figure II.34 montre l'évolution de la densité sur l'axe du jet pour deux expériences réalisées dans des conditions nominales identiques. Comme nous le voyons, l'effet par exemple du champ magnétique est bien cohérent et robuste même si les valeurs absolues de densités sont différentes entre les deux expériences, en raison de conditions d'injections légèrement différentes (densité initiale passant de 60 % dans un cas à 50 % dans l'autre).

3.2.c Mesure de la vitesse des bactéries dans le jet

Après avoir caractérisé la distribution de bactéries dans le jet, son évolution avec la position, l'amplitude du champ, etc., nous abordons ici les propriétés dynamiques du système au travers de la vitesse des bactéries au sein du jet. Comme nous l'avons vu sur les profils de densité, un certain nombre de propriétés diffèrent de ce qu'on attendrait sur la base des caractéristiques de bactéries individuelles : la diffusivité transverse semble ainsi exacerbée au sein du jet. De même, nous avons vu que l'hypothèse d'une vitesse de migration uniforme des bactéries –donnée par leurs propriétés individuelles– n'est pas compatible avec le fait

que la quantité de bactéries sur une section du jet n'est pas conservée. Il se passe donc a priori au sein du jet des effets de densité finie qui modulent la migration de nos nageurs.

Profils de vitesse à B et w fixés, (B = 3.5 mT, w = 100 μm) – Les mesures de vitesses $V_x(y)$ à une position $x = 700 \mu\text{m}$ sont représentées sur la figure ci-contre II.35 pour un champ $B = 3.5 \text{ mT}$ et un sablier de largeur $w = 100 \mu\text{m}$; elles reprennent pour la lisibilité les données de la figure II.18, déjà présentées dans la partie méthodologie. Comme on pouvait l'anticiper, l'élément remarquable est que la vitesse des bactéries n'y est absolument pas uniforme. Au centre du jet, la vitesse axiale V_x présente un minimum très prononcé, autour ici de $V_x \sim 100 \mu\text{m/s}$. La vitesse de déplacement augmente progressivement avec la distance y à l'axe pour finalement atteindre sur les bords du jet une vitesse $V_x \sim 140 \mu\text{m/s}$, c'est-à-dire essentiellement identique à la vitesse V_0 de nage individuelle qui, dans cette limite de champ fort, se confond avec la vitesse axiale moyenne de bactéries isolées $\langle V_x \rangle$.

Pour aller plus loin, nous pouvons nous intéresser à l'évolution de ce profil de vitesse en fonction de la distance x à l'origine du jet. Sur la figure II.36 nous avons représenté les différentes positions auxquelles nous calculons le profil $V_x(y)$. Ces sections sont ici séparées de $160 \mu\text{m}$ et pour améliorer la statistique les profils de vitesse sont moyennés sur 5 bins en x pour une extension axiale de $x_0 \pm 58 \mu\text{m}$.

La figure II.37 montre l'ensemble des profils de vitesse obtenus. Ceux-ci confirment les observations précédentes d'un déficit de vitesse au centre du jet. De plus, si l'on regarde l'évolution pour les différents x , on constate que le déficit de vitesse au centre est d'autant plus marqué que nous sommes proches du début du jet (x petit), le minimum de vitesse passant de $70 \mu\text{m/s}$ à $350 \mu\text{m}$ de la sortie du sablier (moitié moins que la vitesse individuelle) à la valeur de $100 \mu\text{m/s}$ déjà mentionnée à $800 \mu\text{m}$ de distance. Compte tenu de la densité trop forte de bactéries (nous reviendrons sur le critère utilisé plus bas, lorsque nous discuterons du flux de bactéries) le profil de vitesse le plus proche de la sortie n'est ici pas accessible, la PIV atteignant ici ses limites.

Au final cette première observation montre qu'au sein du jet la vitesse de déplacement mesurée pour les bactéries peut dévier significativement de la valeur attendue pour une bactérie isolée. Au sein d'une même configuration $-(B, w)$ fixés– cette vitesse axiale apparaît liée qualitativement avec la densité bactérienne puisque : (i) le centre du jet est à la fois le lieu de vitesse minimale et de densité maximale ; (ii) l'évolution le long de l'axe x du jet montre à la fois une diminution de la densité au centre ρ_0 et une augmentation de la vitesse au centre des bactéries $V_x(y = 0)$. L'ensemble des profils de densité correspondant aux données des figures précédentes est rassemblé sur la figure II.40b

Comme nous l'avions remarqué sur le profil en champ lointain, alors que la vitesse au centre est significativement diminuée, la vitesse en périphérie du jet est en revanche sys-

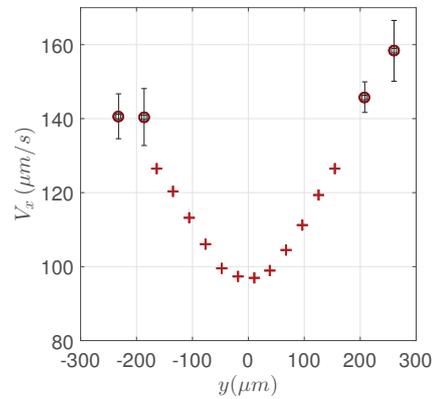


FIGURE II.35 – Profil de vitesse $V_x(y)$ dans une section du jet ($x = 700 \mu\text{m}$, $B = 3.5 \text{ mT}$, $w = 100 \mu\text{m}$). + : PIV ; o : suivi de particules. Identique à la figure II.18.

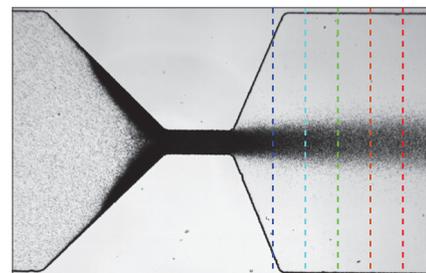


FIGURE II.36 – Lignes verticales représentant les positions des profils de vitesses figure II.37

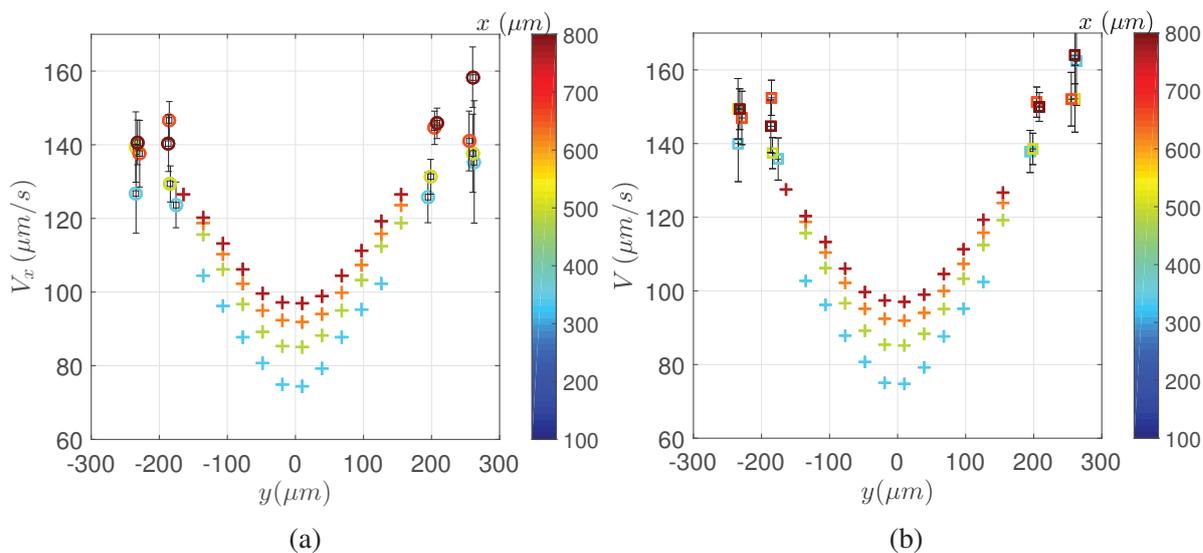


FIGURE II.37 – À gauche, profil de vitesse V_x mesuré par PIV „+” lorsque la fraction volumique est supérieure à une densité minimale de 5 bactéries par fenêtre de PIV soit 0.4% et par tracking "o" lorsque les bactéries sont peu concentrées le long du canal en fonction de la section y ; $B = 3.5 mT$, $w = 100 \mu m$. À droite, les normes des vitesses trackées "□" sont affichées, en périphérie du jet la vitesse des particules est indépendante de la propagation. x .

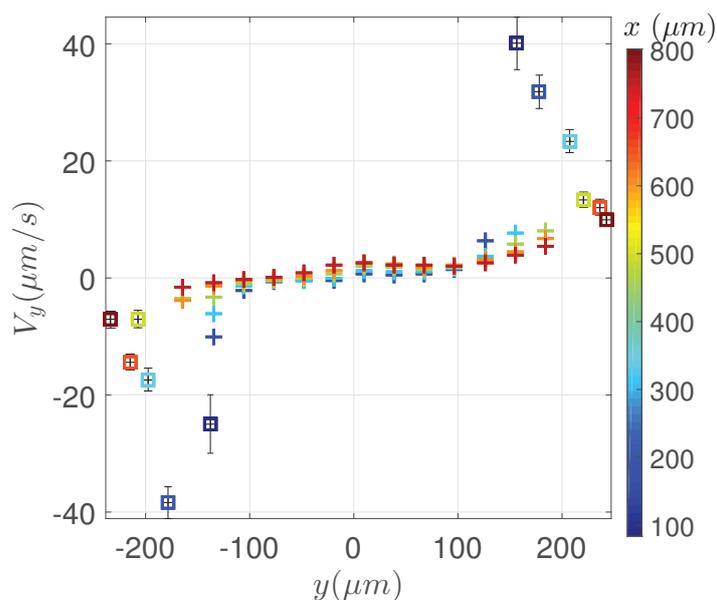


FIGURE II.38 – Reconstitution du profil des vitesses transverses V_y en fonction de la section y , par tracking en périphérie puis PIV au centre du jet; $B = 3.5 mT$, $w = 100 \mu m$.

tématiquement compatible (figure II.37a) avec la valeur attendue pour la nage individuelle, compte tenu des incertitudes de mesure et de la variabilité du systèmes biologique. Éventuellement il est possible de voir pour les profils les plus proches de l'origine du jet une légère baisse de la vitesse axiale en périphérie du jet, à la limite des incertitudes. En pratique cette zone correspond également à l'existence de vitesses transverses non-nulles (fig. II.38). Si pour ces points en périphérie, on calcule cette fois-ci la norme de la vitesse (figure II.37b), on note la disparition complète de cette légère tendance : les bactéries en périphérie de jet nagent bien à leur vitesse individuelle nominale.

Avant de poursuivre la description des propriétés de nos jets de bactéries, il est intéressant d'insister sur le caractère remarquable de la dynamique que nous venons de décrire. Si l'on compare avec le cas classique d'un jet de liquide, la distributions de vitesse en son sein est au mieux plate (profil bouchon), ou sinon présente un maximum en son centre, la périphérie du jet subissant en effet les effets de friction visqueuse avec le milieu environnant (mur solide de la buse d'injection ou, ensuite, fluide extérieur) [ANDRADE et TSIEN, 2002; CASTREJÓN-PITA et collab., 2012].

De même, si l'on se réfère à un jet de granulaire, le comportement observé ici apparaît différent. Alors que beaucoup de travaux sur le « sablier », la transition de jaming, les débit de vidange, etc. ont fait l'objet de nombreux travaux de la communauté des granulaires [BEVERLOO et collab., 1961], la distribution de vitesse au coeur du jet est étonnamment très peu documentée. Néanmoins, des travaux récents numériques [JANDA et collab., 2012] ou expérimentaux [CAO et collab., 2014] ont pu accéder en partie à ces informations et rapportent des profils de vitesse dans des jets granulaires. Dans cette configuration également, la vitesse est maximale au centre et minimale aux bords, à l'opposé de ce que nous observons ici.

Vitesse transverse – En ce qui concerne la direction transverse, certains effets sont également à noter comme le montrent les profils $V_y(y)$ réalisés pour les mêmes sections et présentés en figure II.38. Alors que la vitesse transverse moyenne de bactéries individuelles est nulle, celle des bactéries au sein du jet évolue avec leur position. Au sein d'une section, elle est quasiment nulle excepté en périphérie du jet où on met en évidence une composante finie dirigée vers l'extérieur du jet. De façon très nette, cette composante de vitesse transverse en périphérie de jet se renforce à proximité de la sortie du sablier, passant d'à peine $10 \mu\text{m/s}$ loin à presque $40 \mu\text{m/s}$ à proximité immédiate de l'origine du jet.

Outre que la nage individuelle ne prévoit aucune vitesse transverse *nette*, suggérant au passage un effet d'interaction avec le voisinage, l'ordre de grandeur des vitesses obtenues est à comparer avec la vitesse quadratique moyenne des nageurs isolés. Celle-ci est donnée a priori par l'équation II.14, soit dans les conditions de champ considérées $\sqrt{\langle V_y^2 \rangle} \sim 20 \mu\text{m/s}$. Notamment en sortie de jet, tout à la fois l'existence même d'une vitesse transverse nette, et son amplitude sont donc notablement différentes des attentes de bactéries isolées. En plus des effets de densité finie mentionnés jusqu'à présent, il est possible que des effets géométriques soient ici impliqués dans la zone de création du jet.

Robustesse vis-à-vis de (\mathbf{B}, \mathbf{w}) – La figure II.39a montre tout d'abord l'effet du champ magnétique sur les profils de vitesse. Dans tous les cas, les éléments caractéristiques identifiés précédemment restent présents : présence d'un minimum de vitesse au centre du jet, tandis que la vitesse périphérique est de l'ordre de la vitesse individuelles c'est-à-dire de l'ordre de $V_0 = 140 \mu\text{m}$. Plus en détails, à une position x donnée le long de l'axe du jet, l'augmentation du champ magnétique entraîne un profil de vitesse plus creusé avec une vitesse sur l'axe qui diminue. Rappelons que cette augmentation du champ s'accompagne d'un resserrement du

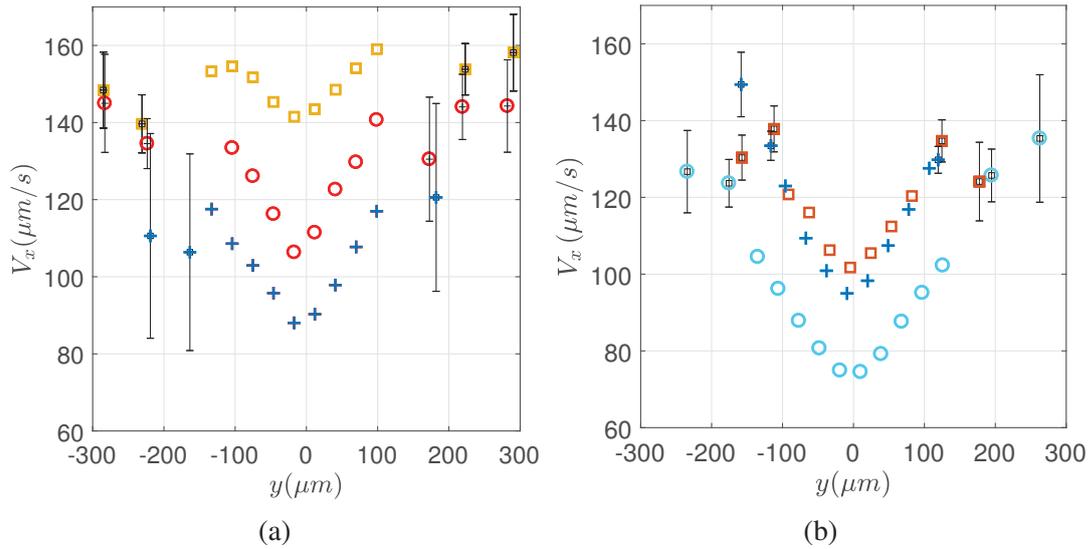


FIGURE II.39 – À gauche; effet du champ magnétique sur le profil de vitesse $V_x(y)$ ($x = 350 \mu\text{m}$, $w = 50 \mu\text{m}$). \square : $B = 2.1 \text{ mT}$, \circ : $B = 2.8 \text{ mT}$, $+$: $B = 3.5 \text{ mT}$. À droite, effet de la largeur du canal sur le profil de vitesse $V_x(y)$ ($x = 350 \mu\text{m}$, $B = 3.5 \text{ mT}$). \circ : $w = 100 \mu\text{m}$, $+$: $w = 50 \mu\text{m}$, \square : $w = 25 \mu\text{m}$

jet et d'une augmentation de la concentration en bactérie le long de l'axe (figure II.30). Là encore, on retrouve donc un comportement d'autant plus marqué que le système de bactéries est concentré.

Si maintenant nous nous intéressons à différents sabliers, la figure nous montre l'évolution des profils de vitesses pour des jets obtenus dans des configurations identiques hormis la valeur w de l'étranglement central. Là encore les caractéristiques générales sont conservées. Néanmoins lorsque l'on diminue w (pour passer ici de 100 à $50 \mu\text{m}$ puis $25 \mu\text{m}$), on observe que les effets d'inhomogénéités de vitesse sont moins marqués, avec une vitesse sur l'axe qui se rapproche de la vitesse en périphérie. Comme précédemment, cette évolution est cohérente avec l'évolution associée des profils de densité. La figure II.33 mettait en effet en évidence qu'une diminution de w s'accompagnait —toutes choses égales par ailleurs— d'une diminution de la largeur du jet mais surtout d'une diminution de la densité maximale au centre.

3.2.d Sablier : flux et embouteillage

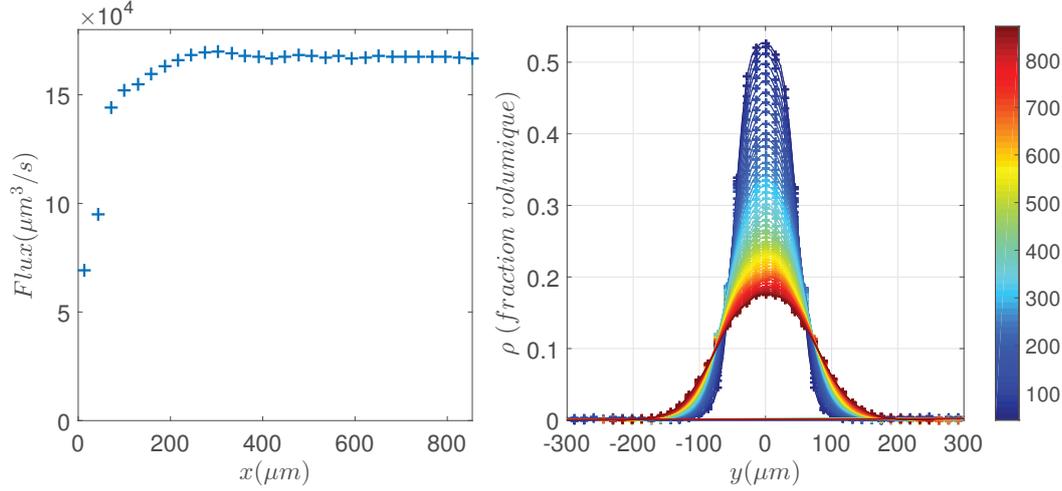
Même si comme nous l'avons déjà souligné, nos efforts ont essentiellement porté sur les propriétés du jet émergent, nous abordons ici quelques caractéristiques liées au problème de congestion : densité de bactéries le long de l'axe, de part et d'autre de l'étranglement, évolution du flux total de bactéries, etc.

Conservation du flux de bactéries – Comme nous l'avons remarqué lors de la caractérisation de la distribution de bactéries dans le jet, le nombre de bactéries dans une section du jet n'est pas conservé

$$\int_{\mathcal{S}} \rho(x, y) h dy \neq \text{constante}, \quad (\text{II.28})$$

signature que la vitesse des bactéries n'est pas homogène dans le jet.

Les profils de vitesse que nous venons de présenter mettent bien en évidence cet effet avec une distribution de vitesse inhomogène dans la direction transverse, et qui évolue le



(a) Flux de bactéries le long de l'axe du jet. (b) Profils de densité $\rho(y)$ pour différentes positions x sur l'axe.

FIGURE II.40 – Flux mesuré le long du jet et sections de densité correspondantes; $B = 3.5$ mT, $w = 100 \mu m$.

long de l'axe de propagation. En l'absence de terme « source » pour les bactéries dans nos conditions d'étude, la grandeur conservée doit être le flux de particules dans une section du jet

$$\int_{\mathcal{S}} \rho(x,y) V_x(x,y) h dy = \text{constante}. \quad (\text{II.29})$$

La figure II.40a montre ce qu'il en est pour le jet dont nous venons de caractériser les profils de vitesse ($B = 3.5$ mT; $w = 100 \mu m$). Comme attendu, le flux est très bien conservé le long du jet, excepté cependant dans les 200 premiers μm après la sortie du sablier microfluidique. En pratique, cette incohérence de mesure indique que la détermination du profil de densité et/ou du profil de vitesse est défectueuse dans cette zone.

Compte tenu des conditions expérimentales, nous avons considéré que la mesure de vitesse par PIV constituait ici le facteur limitant. En effet, celle-ci repose sur l'existence de structures dans l'image, persistant à l'échelle de l'intervalle de temps séparant deux images successives, et dont on détecte le déplacement. Lorsque la densité de bactéries devient trop importante, ces ingrédients nécessaires ne sont plus présents dans l'image. Qualitativement, on peut estimer que nous ne verrons plus à l'image de structures claires lorsque la densité de bactéries intégrée sur l'épaisseur de la cellule conduit à une fraction surfacique de 100 % de corps cellulaires (on retient ici la taille du corps cellulaire car c'est lui qui contribue majoritairement au signal optique du fait des magnétosomes).

Ce raisonnement nous fournit une première estimation qualitative de la densité limite pour la PIV :

$$\rho_c \sim \frac{1}{\pi R^2 h}. \quad (\text{II.30})$$

Avec $R \sim 0.7 \mu m$ et $h = 50 \mu m$, cela conduit à $\phi_c = \rho_c V_{\text{exclus}}$ de l'ordre de $\phi_c \sim 40\%$.

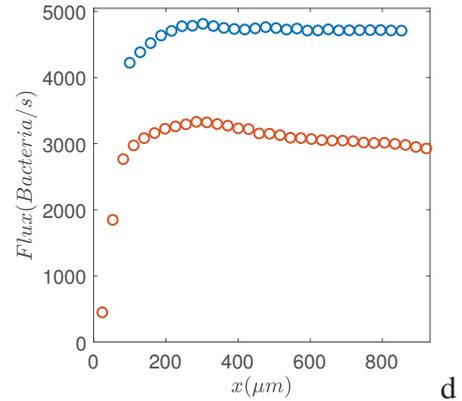


FIGURE II.41 – Conservation du flux de bactéries le long de l'axe de propagation du jet pour un canal de $w = 50$ et $100 \mu m$, le champ magnétique est de 3.5 mT

De même, la persistance temporelle de ces structures devient problématique à haute densité. En poursuivant sur l'approche précédente, le temps de vie d'une structure donnée correspond qualitativement au temps pour une bactérie de croiser la projection dans le plan d'une autre bactérie :

$$\rho_c \sim \frac{1}{(V\Delta t)Rh}. \quad (\text{II.31})$$

En prenant $V \sim 140 \mu\text{m/s}$ et une fréquence d'acquisition de 100 Hz, on trouve également une fraction volumique critique du même ordre (45 %).

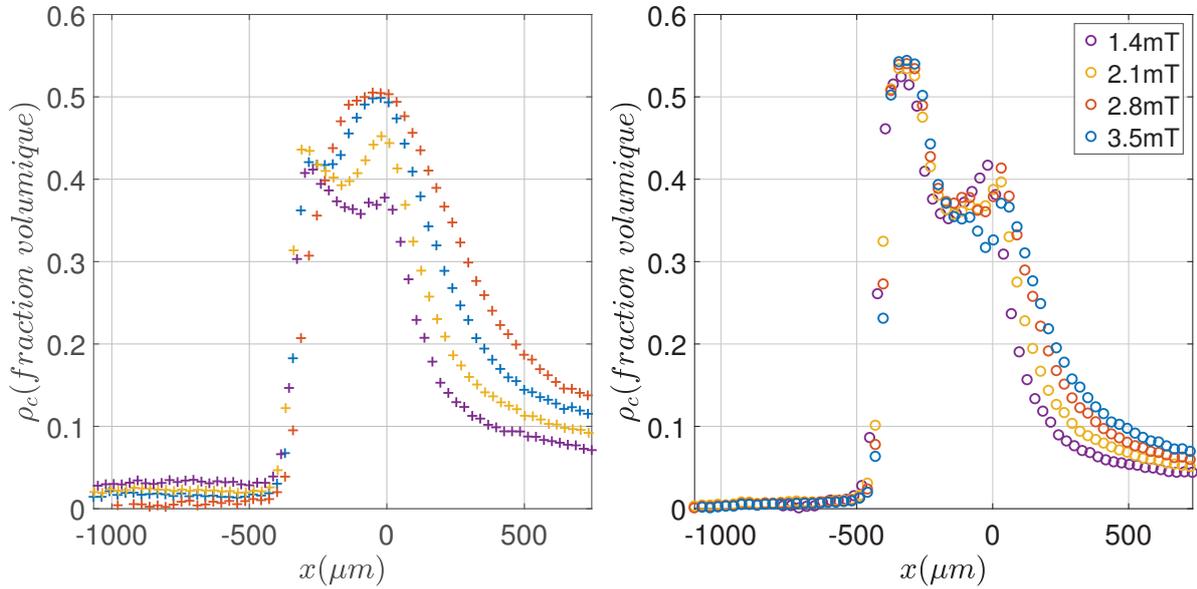
Ces estimations sont parfaitement cohérentes avec la densité maximale de la section pour laquelle le flux *mesuré* cesse d'être conservé. En effet pour $x = 200 \mu\text{m}$, ρ_0 vaut environ 35–40 % (voir figure II.40). Dans la suite, nous utiliserons ce critère de conservation du flux pour définir sur chaque expérience la densité de bactéries au-delà de laquelle les mesures de PIV ne sont plus fiables. La valeur ρ_c ainsi trouvée sert alors de filtre, et ne sont considérées que les mesures PIV effectuées aux localisations (x, y) telles que $\rho(x, y) < \rho_c$. C'est cette contrainte qui limite notre accès aux profils de vitesse les plus proches de l'origine du jet. Comme dans l'exemple précédent, la valeur systématique de ρ_c est 30–40 %.

A titre d'illustration, la figure II.41 compare les flux obtenus pour un sablier de largeur différente à celle discutée précédemment. On y retrouve que, hormis dans la zone proche de l'origine du jet, le flux mesuré est relativement bien conservé. Contrairement au cas précédent, on peut noter néanmoins un légère décroissance avec x . Celle-ci peut être la signature d'une légère instationnarité associée à une évolution lente des conditions d'injection. Nous avons systématiquement éliminé de nos analyses les situations pour lesquelles cette inhomogénéité de courant de bactéries excède $\sim 15\%$. Notons également que cette diminution du courant avec x est en général d'autant plus prononcée qu'une part significative du jet est en régime dilué. Ceci s'explique en partie par un artefact de mesure. En effet, pour calculer l'analyse PIV ne fournit pas de vitesses dans les zones diluées. Dans ces zones, la vitesse est alors assimilée à zéro et sous-estime donc le flux réel. Ceci est d'autant plus important que la part du jet en régime dilué est importante.

Embouteillage – Comme déjà illustré sur la figure II.25 (page 32) montrant l'accumulation de bactéries en amont du sablier avec le déplacement d'un front dense, notre système forme un embouteillage au niveau de la constriction. Ce point est également visible figure II.42d où l'on mesure nettement un flux en entrée de sablier bien supérieur au flux émergeant, signature d'une situation de congestion. Les figures II.42a, II.42b, II.42c montrent les densités en bactérie sur l'axe ($\rho_c = \rho_{y=0}$) pour les différentes largeurs de constriction ainsi que pour différents champs magnétiques 1.4, 2.1, 2.8 et 3.5 mT. Dans ces figures, l'entrée de la constriction se situe à la position $x = -300 \mu\text{m}$ et sa sortie à $x = 0 \mu\text{m}$.

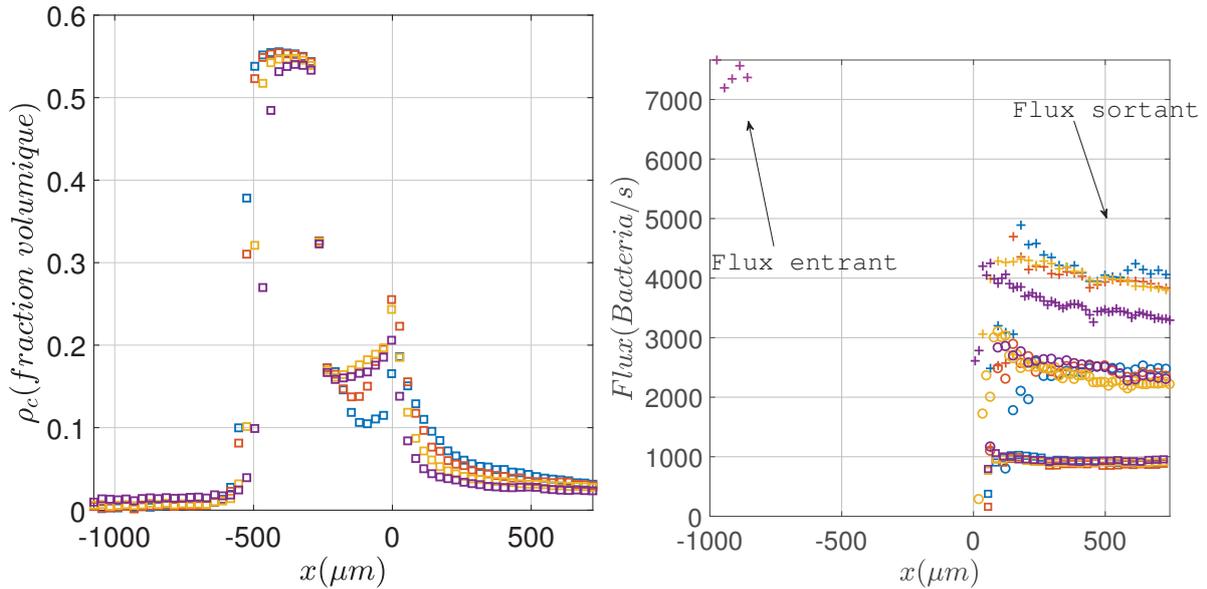
Hormis pour les faibles champs dans le canal large ($w = 100 \mu\text{m}$, figure II.42a), on voit que nous formons dans le système un bouchon bactérien de densité 50–55 % dont les propriétés sont assez indépendantes des conditions. Pour le sablier le plus large, nous avons déjà signalé la plus grande difficulté à générer une situation de congestion ce qui est visible dans les plus faibles densités atteintes aux champs les plus faibles, autour de 40–45 %. De même, on voit que dans ce cas, le bouchon de bactéries qui se forment a priori à l'entrée de l'étranglement ($x = -300 \mu\text{m}$) a une tendance à migrer vers la sortie, produisant ainsi des conditions d'injection très denses pour le jet.

Dans les autres cas ($w = 25$ et $50 \mu\text{m}$; figures II.42b, II.42c), le bouchon est piégé en entrée de rétrécissement et n'envahit pas l'ensemble de ce dernier —et ce d'autant moins que le canal est étroit. Ainsi on observe le long du canal central un saut de densité entre le bouchon d'entrée et la zone aval fixant les conditions initiales du jet. C'est dans ce saut



(a) $w = 100 \mu\text{m}$, Densités au centre du canal ρ_c en fonction de x

(b) $w = 50 \mu\text{m}$, Densités au centre du canal ρ_c en fonction de x



(c) $w = 25 \mu\text{m}$, Densités au centre du canal ρ_c en fonction de x

(d) Flux mesurés pour les expériences de $w = 25, 50$ et $100 \mu\text{m}$ en fonction de x .

FIGURE II.42 – (a), (b), (c), Évolution des densités ρ_c au centre du canal en fonction de x dans un canal de $w = 100, 50$ et $25 \mu\text{m}$. Chaque couleur représente un champ magnétique différent appliqué chronologiquement de 1.4mT à 3.5mT.(d), Flux mesurés dans ces trois expériences $w = 100$ ”+”, ”o” $w = 50$ et ”□” $25 \mu\text{m}$

que se fait la différence de densité observée pour les jets, avec les sabliers les moins larges conduisant également aux jets les moins denses. Pour finir, notons que la densité dans le canal semble montrer un maximum local au niveau de l'orifice de sortie comme si celui-ci constituait également un point d'accumulation.

Flux de bactéries versus (B, w) – La figure II.42d montre l'ensemble des courants de bactéries mesurés en sortie de sablier, pour les différentes valeurs de constriction et les différents champs. En ce qui concerne le champ magnétique, on peut voir qu'il est essentiellement sans influence sur la valeur du courant de bactéries quittant le système. Ceci est cohérent avec le fait que, d'une part, la densité d'injection est fixée par l'embouteillage et indépendante du champ, comme nous venons de le décrire. Comme d'autre part nous sommes dans une limite de champs forts pour laquelle la vitesse axiale des bactéries est globalement saturée à la vitesse de nage $V_x \simeq V_0$, il est logique d'attendre une indépendance du courant de bactéries vis à vis du champ. Seul le point ($w = 100 \mu\text{m}$, $B = 1.4 \text{ mT}$) montre une variation avec le champ, à w fixé. Comme on peut le constater sur le profil de densité axiale associée, cette baisse du courant de sortie est associée en réalité à un embouteillage partiel, conduisant à une densité en sortie de sablier inférieure aux autres cas.

Si l'on s'intéresse maintenant à l'influence de la largeur du sablier, on voit là que les effets sont importants avec un courant typique qui vaut respectivement 4000, 2300 et 1000 bactéries/s pour des étranglements de 100, 50 et 25 μm . Nous mesurons donc une évolution du courant total qui varie globalement comme w . À forçage fixe –ici densité d'entrée et vitesse de déplacement– c'est une dépendance assez naturelle. En comparaison dans notre géométrie un débit liquide aurait eu une évolution plus complexe, passant approximativement avec $h = 50 \mu\text{m}$ de :

$$Q \simeq wh^3 \left[\frac{\Delta P}{(12\mu L)} \right], \quad (\text{II.32})$$

pour $w = 100 \mu\text{m}$ à

$$Q \simeq hw^3 \left[\frac{\Delta P}{(12\mu L)} \right], \quad (\text{II.33})$$

pour $w = 50 \mu\text{m}$ et $w = 25 \mu\text{m}$. De même, dans un écoulement granulaire, le débit de vidange a été abondamment étudié et suit une loi non-linéaire de Beverloo [BEVERLOO et collab., 1961]. Dans un sablier avec une buse rectangulaire, la relation prend la forme suivante :

$$Q = C\rho\sqrt{g}(L_1 - kd)(L_2 - kd)^{3/2} \quad (\text{II.34})$$

avec L_1 la longueur de côté le plus long, L_2 la longueur la plus courte, C la compacité, ρ la masse volumique, $(L_i - kd)$ la taille de l'ouverture réduite de $k = 1-3$ diamètres de grains. Si l'on met de côté la réduction de l'ouverture de quelques tailles de grains, a priori difficilement discernable dans notre cas, signalons que la non-linéarité de cette loi est liée à l'origine de la vitesse des grains : leur chute libre. Ainsi les grains qui franchissent l'orifice de sortie sont supposés avoir été libérés à vitesse nulle d'une arche granulaire dont l'extension suivant l'axe du jet est de l'ordre de la petite largeur –ici L_2 –, conduisant ainsi à $v \sim \sqrt{gL_2}$ [LIN et collab., 2015].

Vitesse des bactéries dans le canal – Comme nous l'avons vu lors de la partie consacrée aux mesures de vitesse dans le jet, nous sommes techniquement limités dès que la densité de bactéries excède 35–40 %. Cela nous empêche une caractérisation complète des profils de vitesse dans le jet proche de l'orifice de sortie. À l'intérieur du sablier en revanche, le profil de densité transverse étant uniforme, nous pouvons raisonnablement faire l'hypothèse que leur

vitesse l'est aussi. Ainsi il est possible d'avoir une indication sur la vitesse de propagation des bactéries, à forte densité, au sein du canal en utilisant le courant de bactérie mesuré en sortie : $\bar{v}_x = Flux / (\rho_c h w)$. En pratique, la constance de la fraction volumique et la linéarité du courant en w entraîne une seule et même estimation, cohérente pour l'ensemble des canaux : $66 \pm 4 \mu\text{m/s}$ pour $\rho_c = 50\%$.

Nous verrons dans la suite que cette valeur est cohérente avec les valeurs de vitesses dans le jet trouvées dans les zones de plus haute densité, même si la relation vitesse-densité semble pour le moins complexe.

3.2.e Jet magnétotactique : discussion des effets observés

Adimensionnement des profils de vitesse – Comme nous l'avons vu auparavant, alors qu'en tant qu'individus isolés les bactéries devraient se déplacer toutes à une vitesse moyenne proche de V_0 , leur comportement au sein du jet montre des variations de vitesses à la fois dans la direction de propagation x du jet et dans sa direction transverse y . Pour tenter d'identifier des éléments de compréhension expérimentaux sur ces inhomogénéités, nous avons dans un premier temps tenté d'identifier des vitesses et longueurs caractéristiques pour adimensionner nos profils.

Pour ce qui concerne l'adimensionnement spatial, le choix est naturel. En effet le profil de densité montre une section (presque) partout gaussienne de largeur variable $\sigma(x)$. Cette auto-similarité de la distribution en bactéries du jet suggère un adimensionnement des profils de vitesse de la forme $y/\sigma(x)$.

Pour les vitesses, le choix est moins évident. En effet, si la vitesse au centre varie avec la position x et les autres paramètres expérimentaux, la vitesse V_x en périphérie est, elle, essentiellement fixe égale dans notre gamme de champs à V_0 . Un simple adimensionnement n'a ainsi pas de chance de faire apparaître une courbe maîtresse complète : du déficit de vitesse centrale à la vitesse périphérique. Le ralentissement central associé à la concentration maximale des bactéries constituant ici le phénomène d'intérêt, on peut néanmoins voir s'il existe dans cette zone central un comportement générique simple.

Pour renormaliser les vitesses, un choix naturel aurait pu être la vitesse minimale au centre. Néanmoins, cette mesure ponctuelle est plus sensible aux incertitudes de mesure et nous avons préféré une vitesse caractéristique intégrale. Celle-ci s'appuie sur la grandeur conservée que constitue le flux de bactéries et est définie par

$$V^*(x) = \frac{\int_{\mathcal{S}} \rho(x,y) V_x(x,y) dy}{\int_{\mathcal{S}} \rho(x,y) dy}. \quad (\text{II.35})$$

La figure II.43 montre le résultat de l'adimensionnement proposé sur le jet formé dans un sablier de $w = 100 \mu\text{m}$ sous un champ de $B = 3.5 \text{ mT}$. Les différents profils bruts de cette expérience ont été auparavant discutés figures II.37, II.38, II.40. De façon assez convaincante, les profils de vitesses mesurés à différentes positions le long de l'axe du jet se superposent après adimensionnement, notamment dans la région comprise centrale $y/\sigma(x) \in [-2.5, 2.5]$. Alors même que ce type d'adimensionnement ne peut a priori pas regrouper les données obtenues en périphérie du jet, celles-ci s'inscrivent dans la continuité du comportement au centre, dessinant ce qui pourrait ressembler à une courbe maîtresse pour le profil transverse.

Malheureusement, lorsque l'on étend l'adimensionnement à différentes conditions expérimentales, le bilan est plus complexe et moins probant. La figure II.44 montre l'évolution des résultats lorsque l'on étudie, toujours pour notre sablier $w = 100 \mu\text{m}$, différents champs magnétiques (3.5 mT, 2.8 mT). Puisque les changements de champ magnétiques ont aussi une influence sur la concentration maximale dans le jet, les profils de vitesse adimensionnés

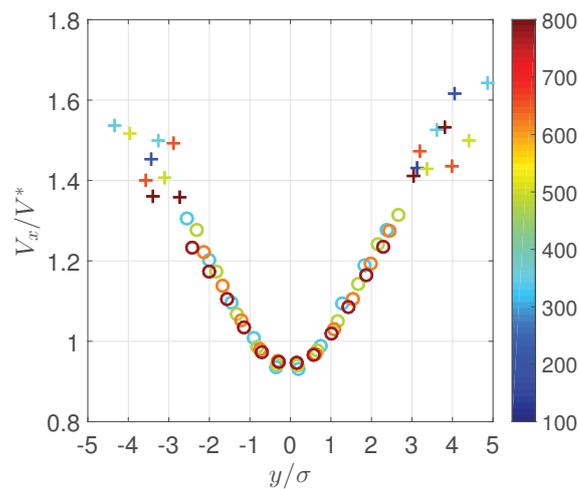


FIGURE II.43 – Profil des vitesses V_x adimensionnés par la vitesse moyenne $V^*(x)$ dans le jet et la largeur du jet $\sigma(x)$ ($B = 3.5$ mT, $w = 100 \mu\text{m}$). \circ : PIV ; $+$: suivi de particules.

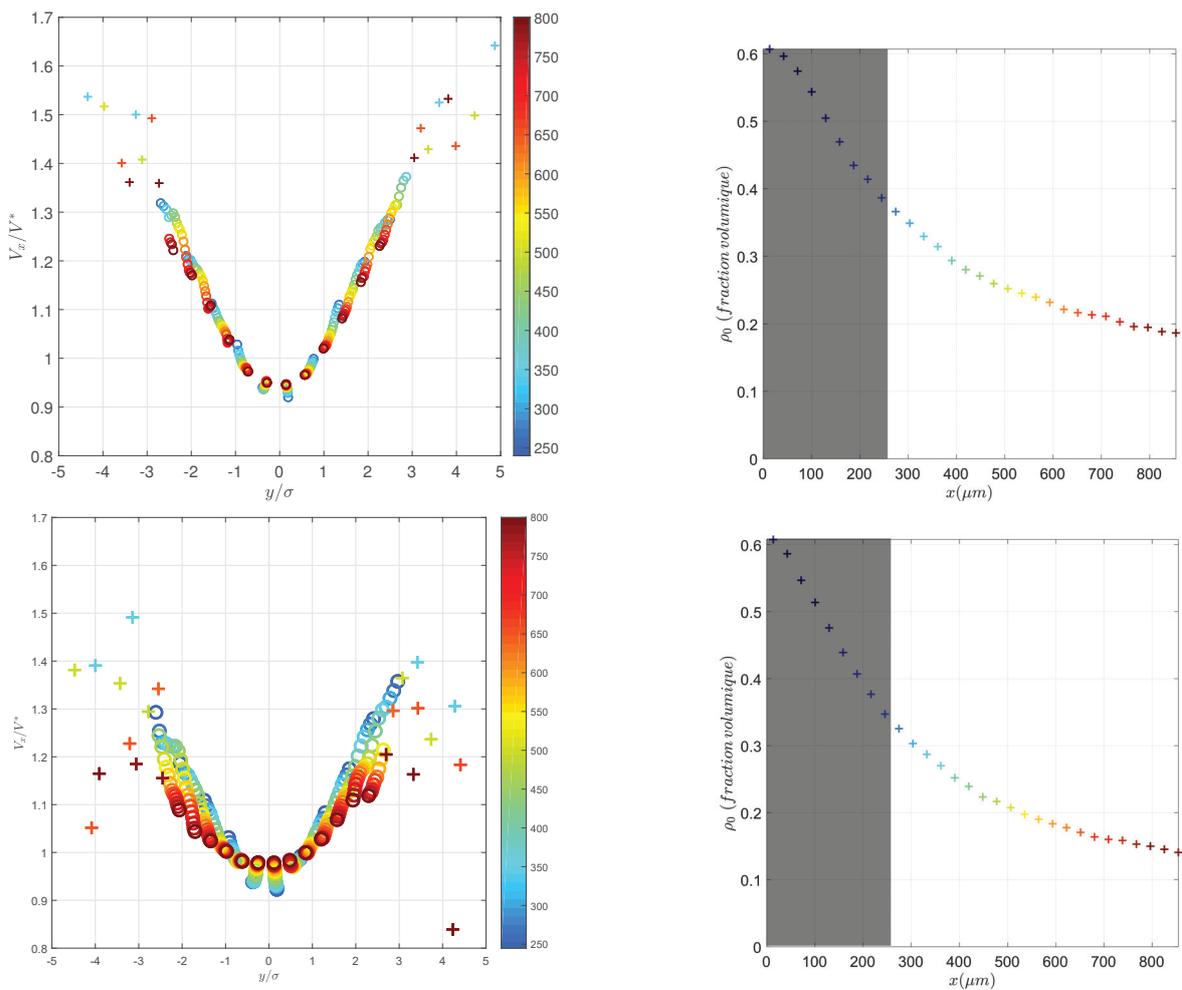


FIGURE II.44 – Profils de vitesses le long du jet adimensionnés et densité au centre ($w = 100 \mu\text{m}$). Haut : $B = 3.5$ mT ; Milieu $B = 2.8$ mT.

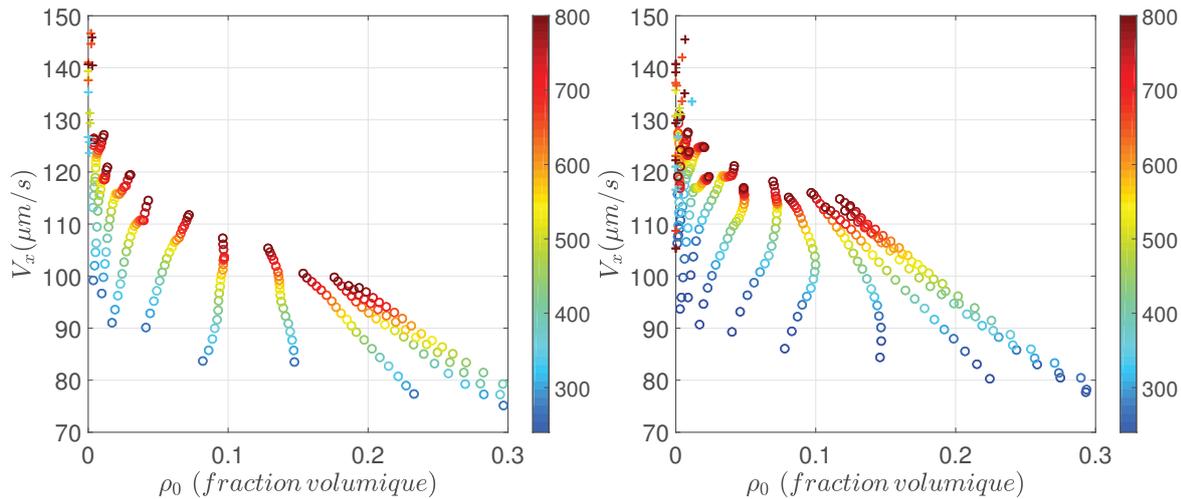


FIGURE II.45 – Relation entre Vitesses longitudinales V_x et densité locale ρ ($w = 100\mu\text{m}$). Chaque couleur correspond à une position x le long de l'axe du jet. \circ : PIV ; $+$: suivi de particules. Haut, Gauche : $B = 3.5\text{ mT}$; Haut Droite : $B = 2.8\text{ mT}$.

sont accompagnés pour chaque champ de la courbe $\rho_0(x)$ donnant la densité en bactérie sur l'axe du jet.

Lorsque l'on passe de 3.5 à 2.8 mT (figure II.44 du milieu), les profils les plus proches de l'origine du jet (de bleu à vert) se rapprochent de ce que nous avons observé pour 3.5 mT, tant au niveau de la forme que de l'émergence d'une possible courbe maîtresse. Pourtant cet effet de l'adimensionnement cesse de fonctionner pour les profils situés les plus en aval. Pour ceux-ci, les courbes adimensionnées montrent un épatement progressif avec à la fois une vitesse au centre moins creusée et une évolution transverse plus lente. De plus, la re-normalisation par $(V^*(x), \sigma(x))$ ne suffit plus à rendre compte des évolutions des profils expérimentaux le long de l'axe.

Comme le montrent les courbes associées de la densité sur l'axe $\rho_0(x)$, sur cette série de mesures, l'évolution observée pour le comportement des profils adimensionnés va de paire avec une chute de la densité au centre. Nous avons déjà mentionné que plus la densité au centre est forte, plus les inhomogénéités transverses de vitesses sont importantes. Des dernières observations, on pourrait formuler une hypothèse selon laquelle le profil transverse converge vers une forme générique à suffisamment haute concentration. Ainsi la transition observée à champ intermédiaire de 2.8 mT serait en fait associé à un effet de seuil en densité. Ce seuil, d'après les figures II.44, devrait se situer autour de 20 %.

Nous avons cherché à évaluer cette hypothèse de seuil en densité sur les mesures faites dans différentes conditions (B, w) et pour les différentes positions x dans le jet mais il n'a pas été possible de dégager une tendance claire à ce sujet. Comme on l'a vu le passage d'un régime de possible superposition sur une courbe maîtresse à un régime où des différences restent visibles est progressif, laissant place à une part de subjectivité sur la pertinence de l'adimensionnement. De plus, le seuil hypothétique de 20 % est en pratique dépassé dans peu de configurations (très haut champ, et grand w) ce qui du fait des variabilités intrinsèques ne permet pas un test conclusif de cette hypothèse.

Relation constitutive vitesse-densité ? – Expérimentalement, nous avons mis en évidence un déficit de vitesse des bactéries au cœur du jet, qui distingue ce jet de nageurs actifs, des jets conventionnels de liquide, ou de granulaires.

Dans un contexte un petit peu différent, de sédimentation de suspensions homogènes

de particules, la vitesse de sédimentation des particules est connue pour être dépendante de leur densité. Cette dépendance est classiquement décrite par une loi empirique dite de Richardson-Zaki de la forme

$$V_s = V_0(1 - \rho)^n, \quad (\text{II.36})$$

où V_s est la vitesse de sédimentation à la densité considérée, et V_0 celle en dilution infinie. L'exposant n est à bas Reynolds de l'ordre de $n = 4.65$, et la vitesse de sédimentation y est une fonction décroissante de la densité.

Parallèlement, en ce qui concerne les systèmes actifs cette fois, un certain nombre de travaux théoriques [CATES et TAILLEUR \[2013\]](#); [FILY et MARCHETTI \[2012\]](#) ont proposé l'existence d'une relation constitutive vitesse–densité. Cette relation est associée à un ralentissement de la nage avec l'augmentation de la densité. De manière générique, ce ralentissement peut avoir comme source des « embouteillages » transitoires entre nageurs –le temps qu'ils puissent se ré-orienter– ou bien dans les systèmes de bactéries avec un impact de l'encombrement local sur l'efficacité de fonctionnement des flagelles [[PETROFF et collab., 2015](#); [SCHWARZ-LINEK et collab., 2012](#)].

Compte tenu du fait que les effets observés sur la vitesse des bactéries semblent aller de pair avec la densité locale, cela nous amène naturellement à nous interroger sur l'existence possible d'une relation constitutive $V(\rho)$, à l'origine des propriétés observées pour le jet. Pour tester cette hypothèse, nous avons construit pour chaque position x suivant l'axe du jet la relation $V_x(\rho)$ à partir des profils transverse de vitesse $V_x(y)$ et de densité $\rho(y)$.

La figure [II.45](#) montre les résultats obtenus pour le jet dans le sablier de $w = 100 \mu\text{m}$ et sous différents champs B . Comme annoncé, la corrélation entre vitesse et densité est parfaitement mise en évidence puisque dans tous les cas à une position donnée la vitesse est une fonction décroissante de la densité locale. Pour autant, il est très clair qu'il n'existe pas dans nos données de relation constitutive entre vitesse et densité *locale* : les relations obtenues à différentes positions dans le jet ou dans différentes configurations de jet ne coïncident pas.

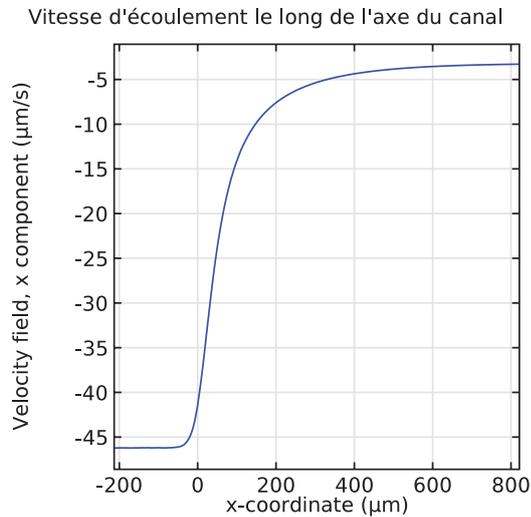
Le lien vitesse densité apparaît ainsi beaucoup plus complexe que considéré jusqu'à maintenant dans les systèmes actifs. Il est a priori non local, soit parce qu'il existe un effet de mémoire dans le jet, soit parce que le couplage intègre les propriétés de l'environnement sur une longue portée. Les relations constitutives théoriques $V(\rho)$ de la littérature n'ont pour l'instant été établies que dans le cas de systèmes de particules actives en volume, de répartition isotrope ; il serait intéressant d'étendre ces relations au cas de systèmes pilotables tels les bactéries magnétotactiques que nous étudions.

3.2.f Discussion

Conservation du volume – Dans cette partie, nous discutons de l'origine possible des effets observés et en particulier de la vitesse des bactéries dans le jet. En premier lieu, faisons la remarque que la quantité mesurée expérimentalement est en réalité la vitesse de déplacement des bactéries magnétotactiques *dans le référentiel du laboratoire*. De fait il ne s'agit donc pas de la vitesse relative *par rapport au fluide*. Hors lorsque l'on parle des propriétés individuelles des bactéries et en particulier de leur vitesse de nage V_0 , a priori fixe et identique pour tous les nageurs, il s'agit bien de la vitesse *relative* par rapport au fluide.

Examinons les sources possibles de contre-écoulement, susceptibles de ralentir les bactéries. Tout d'abord, on peut penser à des contraintes de conservation du volume pour le liquide. En supposant que le débit total est nul dans notre système, le liquide porteur doit faire l'objet d'un contre-écoulement pour compenser le débit volumique associé aux bactéries. Quantitativement cependant, si nous atteignons des fractions volumiques en bactéries atteignant 60 %, il s'agit de la fraction volumique associée au volume exclus {corps + fla-

FIGURE II.46 – Évolution de la vitesse d'écoulement le long de l'axe du canal, dans la géométrie entonnoir (mêmes dimensions). Le débit a été fixé arbitrairement à $10e-10$ kg/s et donne une vitesse suivant l'axe d'environ $-50\mu\text{m/s}$ dans le petit canal d'où émerge le jet (cela correspond à une vitesse moyenne dans ce petit canal de $25\mu\text{m/s}$). Deux choses : de $300\mu\text{m}$ de la sortie à $800\mu\text{m}$, la valeur absolue de la vitesse au centre diminue progressivement, quasiment d'un facteur 2 (ce n'est pas la vitesse moyenne dans la tranche, pas plus que la vitesse moyenne sur la largeur du jet de bactérie mais cela donne une idée). En termes d'amplitude, cela ne paraît pas évident d'attribuer l'évolution de $V_x(\rho)$ avec la distance à la sortie du jet au changement d'amplitude de la vitesse du contre-écoulement. Pour avoir $20\mu\text{m/s}$ entre le profil à 300 et celui à $800\mu\text{m}$ il faudrait une vitesse moyenne dans le petit canal de $200\text{--}250\mu\text{m/s}$!



gelles}. Du point de vue du volume de matière, celui-ci est beaucoup plus limité avec une fraction volumique *réelle* presque 25 fois plus faible ($R_{\text{exclus}}/R_{\text{corps}} \sim 3$).

En pratique, l'amplitude des contre-écoulements, ou les modulations de celui-ci liées aux variations de densité effective de liquide porteur, sont au plus de quelques % des vitesses moyennes de bactéries. Très clairement, ces effets sont très inférieurs à l'amplitude des effets mesurés qui peuvent atteindre plus de 50 % de diminution de vitesse au centre des jets les plus concentrés étudiés ici.

Contre-écoulement et effet de géométrie – Clairement, la simple conservation du volume ne peut pas être en soi la source d'un contre-écoulement significatif, pas plus qu'elle ne peut conduire à des modulations spatiales significatives de ce dernier. Bien que des précautions expérimentales aient été prises avec l'existence d'un court-circuit hydrodynamique ayant pour but d'éviter les gradients de pression parasite, faisons néanmoins l'hypothèse d'un contre-écoulement global généré par un gradient externe. Du fait de la géométrie en sablier, ce contre-écoulement peut a priori être négligeable loin en aval du jet (section large $w' = 1200\mu\text{m}$ et importante à l'origine du jet $w = 25\text{--}100\mu\text{m}$).

Pour tester cette piste d'inhomogénéité de vitesse de contre-écoulement –donc de vitesse de bactéries–, il faut néanmoins estimer la portée des effets en sortie de sablier. Expérimentalement, nous avons vu que ceux-ci s'étendent sur plusieurs centaines de microns vers l'aval, avec un creux de vitesse au centre qui persiste sur toute la zone d'observation. Nous avons testé cela à l'aide d'une résolution numérique par une méthode d'éléments finis (Comsol). La géométrie du canal est implémentée comme on peut le voir sur la figure ci-contre. Nous imposons un débit de fluide et nous observons comment évolue le champ de vitesse à l'approche de la constriction.

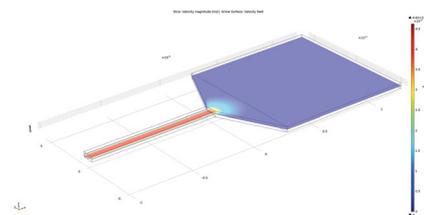


FIGURE II.47 – Simulation Comsol d'un contre-écoulement.

Comme on la voit qualitativement sur la figure ci-contre, les variations spatiales de la vitesse du fluide sont confinées à une zone dont l'extension axiale typique est d'ordre w . Plus quantitativement, nous avons tracé sur la figure II.46 la vitesse du fluide sur l'axe pour une valeur fixée du débit du contre-écoulement. Comme annoncé, les effets sont presque entièrement relaxés dès que $x > w$, en contradiction avec la portée des effets mesurés sur la vitesse des bactéries qui s'étendent au-delà de $800 \mu\text{m}$. De plus, du point de vue quantitatif, nous pouvons déterminer qu'une réduction de 50 % de la vitesse de nage à seulement $200 \mu\text{m}$ de l'origine du jet conduirait à une vitesse de contre-écoulement dans le sablier bien supérieure à la vitesse de nage.

Tenseur des contraintes actifs – Nous avons vu précédemment que l'existence d'un contre-écoulement parasite global ne peut pas expliquer les modulations de la vitesse des bactéries dans le jet, que ce soit via les effets de géométrie en sortie de jet ou via les effets de densité effective du liquide porteur. Néanmoins, la présence de nageurs en suspension introduit dans les équations hydrodynamiques du fluide porteur un terme additionnel dit de contrainte active. Cette contrainte, liée à la densité locale de nageurs va induire des écoulements du fluide et par là même altérer la vitesse mesurée dans le référentiel du laboratoire.

Ce type d'effets est à l'origine de la modification de la viscosité des suspensions induite par l'activité des particules, ainsi que certaines caractéristiques de la « turbulence bactérienne » pour laquelle des mouvements collectifs de bactéries à des vitesses supérieures à leur vitesse de nage a pu être rapportée. Si l'on prend l'exemple de travaux de Wu et Libchaber [WU et LIBCHABER, 2000] sur des suspensions de bactéries E-Coli nous atteignons a priori des concentrations comparables. Cela rend ainsi possible la génération d'écoulement de fluide par le brassage des bactéries.

En s'appuyant sur les travaux dans ce domaine [EZHILAN et collab., 2013; SAINTILLAN, 2018], la perturbation de champ de vitesse du fluide induite par la présence des nageurs va résulter d'une contrainte active

$$\Sigma_a = \rho \sigma_{\text{nage}} \left[\langle \mathbf{p}\mathbf{p} \rangle - \frac{\langle \mathbf{I} \rangle}{3} \right], \quad (\text{II.37})$$

où le vecteur unitaire \mathbf{p} désigne l'orientation d'un nageur, et où σ_{nage} désigne la « force » du dipôle de force : $\sigma_{\text{nage}} = \ell f_{\text{nage}}$. La force de nage est typiquement de l'ordre de $f_{\text{nage}} = 6\pi\eta R V_0$, et la distance ℓ représente la séparation spatiale entre les points d'application de la force de nage et de la force de friction opposée.

À noter que $\sigma_{\text{nage}} < 0$ pour un *pusher*. Dans notre cas, nous pouvons supposer que tous les nageurs sont orientés suivant l'axe du champ x , ce qui correspond à la limite des champs forts. Dans ce cas $\mathbf{p} = \mathbf{e}_x$. Ainsi les forces volumiques liées au tenseur actif valent :

$$\nabla \cdot \Sigma_a = -\partial_x \rho \mathbf{e}_x \left(\frac{-2\sigma_{\text{nage}}}{3} \right) - \partial_y \rho \mathbf{e}_y \left(\frac{\sigma_{\text{nage}}}{3} \right). \quad (\text{II.38})$$

Dans la limite des champs forts, cette contrainte active rajoute un terme de pression anisotrope dans les équations sur la vitesse du fluide, terme dépendant de la densité en nageurs. Qualitativement, pour que la contribution axiale génère des écoulements opposés au jet, il faut que nos bactéries se comportent comme des *pullers*, avec $\sigma_{\text{nage}} < 0$. Dans cette configuration, le terme actif a tendance a priori à freiner les nageurs sur l'axe, et à générer radialement un étalement du jet.

Au niveau des ordres de grandeur, d'après la figure II.44, la densité au centre relaxe typiquement sur une longueur caractéristique de $\delta \sim 500 \mu\text{m}$ avec un $\Delta\rho_0$ associé de l'ordre de $-0.01 \mu\text{m}^{-3}$. Pour une force de nage de 2 pN, et une taille ℓ de $2 \mu\text{m}$, la force volumique

associée au gradient (eq.II.38) de nageurs est typiquement de $\Sigma_a \sim 60 \text{Nm}^{-3}$. En supposant que cette force volumique soit le moteur d'un écoulement de Poiseuille dans notre cellule de Hele-Shaw, la vitesse moyenne associée s'exprimerait simplement à partir de la force volumique via un facteur $h^2/(6\eta)$. Ce raisonnement conduit à des vitesses moyennes d'écoulement du fluide d'ordre $\bar{V} \sim 30 \mu\text{m/s}$. Compte tenu des incertitudes sur la force du dipôle de force, cet ordre de grandeur est plutôt raisonnable et constitue une explication possible des effets observés. Notons néanmoins que ces raisonnements sont très naïfs et que pour aller plus loin il faudrait prendre en compte l'aspect bidimensionnel des écoulements et des gradients de densité, ainsi que de spécifier les conditions aux limites loin du sablier pour l'écoulement. De plus, comme nous l'avons mentionné, un ralentissement ne peut être attribué qu'à des nageurs de type *pullers* ce qui n'est pas clairement établi pour la souche MC-1, les flagelles présents faisant plutôt penser l'inverse.

Accumulation aux murs – Des travaux très récents de David Saintillan (communication privée) ont montré que par un effet d'accumulation à la paroi, en présence d'un champ magnétique externe, une suspension de bactéries magnétotactiques peut générer un écoulement hydrodynamique, qui dans le cas de *pushers* est opposé à la direction du champ magnétique. Des calculs sont en cours pour vérifier si les ordres de grandeurs sont compatibles avec ce que nous observons dans les expériences.

Évaluation expérimentale de la vitesse du fluide – Les différentes pistes développées précédemment pour comprendre l'origine des évolutions de vitesse dans le jet mettent en jeu l'existence d'écoulements dans le liquide porteur. Nous avons essayé de mettre en évidence ces derniers du point de vue expérimental en ensemençant le système à l'aide de marqueurs colloïdaux fluorescents. Les particules utilisés est de $0.5 \mu\text{m}$ et $1 \mu\text{m}$. En pratique, nous nous sommes heurtés à une difficulté liée au milieu de nage des bactéries. Il s'agit d'une eau de mer artificielle, à forte salinité donc, dans laquelle les colloïdes testés ne sont plus correctement stabilisés. Malgré l'incubation dans des solutions de Pluronic à 2 % pour assurer une stabilisation stérique des particules (par adsorption de polymères non-ioniques), nos particules avaient tendance à s'agréger et à sédimenter, voire adhérer aux parois de la cellule expérimentale.

Dans ces conditions, il est impossible de faire une analyse véritablement quantitative. La figure II.48 montre le résultat des analyse de PIV effectuées sur les colloïdes fluorescents, pendant une expérience de jet de bactéries. Globalement, les colloïdes ont effectivement tendance à se déplacer en sens opposé au jet. On mesure un contre écoulement dans le canal de l'ordre de $10 \mu\text{m/s}$ plus faible que les effets mesurés sur les bactéries. À la sortie et en périphérie du jet on mesure un contre écoulement de l'ordre du micromètre par seconde. En revanche à partir de $150 \mu\text{m}$ de la sortie, au centre du jet, on mesure un écoulement dans le sens de la nage des bactéries de l'ordre de quelques $\mu\text{m/s}$. Cet écoulement dans le sens de la nage correspond très probablement à des particules sédimentées près de la paroi et légèrement entraînées par les bactéries. Il faut en effet bien souligner que du fait de la localisation préférentielle des colloïdes proche de la paroi, il est très délicat de tirer une indication claire sur l'ordre de grandeur de la vitesse du fluide au cœur de l'épaisseur de la cellule. Au sein du canal du sablier, la densité de bactéries peut laisser penser que les colloïdes vont être brassés dans l'épaisseur de la cellule, jouant ainsi un meilleur rôle de marqueur. Malheureusement dans le même temps, cette même densité rend probable des collisions directes bactérie-colloïdes faisant de ceux-ci des traceurs également biaisés de l'écoulement. Il est ainsi très difficile pour cette expériences d'observer des marqueurs *non biaisés* de l'écoulement du fluide.

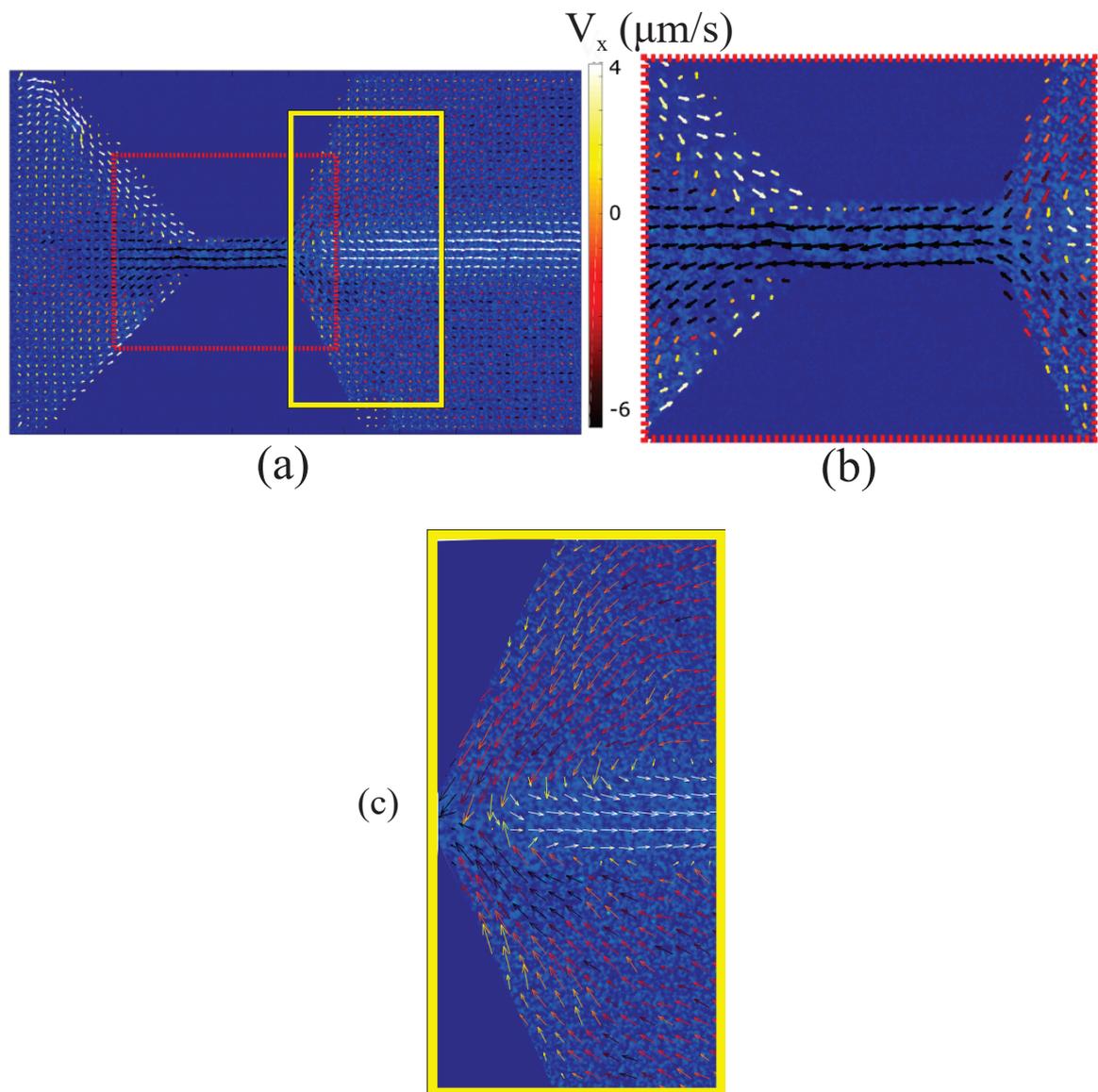


FIGURE II.48 – (a) Champ de vitesse des traceurs fluorescents mesuré par PIV dans un cas où le canal n'est pas totalement obstrué par les bactéries. (b) Zoom sur la canal de largeur $w = 100\mu\text{m}$, on mesure un contre écoulement dans le canal de l'ordre de $10\mu\text{m/s}$; (c) Zoom sur la zone d'émergence du jet. À la sortie et en périphérie du jet on mesure un contre écoulement de l'ordre du micromètre par seconde; à la sortie, au centre du jet on mesure un écoulement de l'ordre de quelques $\mu\text{m/s}$.

II.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons réalisé une étude du comportement individuel de bactéries magnétotactiques ainsi que celui d'un écoulement de ces bactéries dans un sablier. Dans un premier temps nous avons caractérisé la dynamique de la nage individuelle en présence d'un champ magnétique, ce qui a notamment abouti à la description du transport des bactéries perpendiculairement au champ magnétique avec des résultats expérimentaux très cohérents avec les prédictions théoriques. Malgré leur complexité intrinsèque, ces objets biologiques constituent ainsi un système actif stimulant en orientation suivant des lois assez remarquablement bien décrites par une approche physique simple et donc –a priori– adaptées à des investigations quantitatives.

Après cette caractérisation individuelle, nous nous sommes précisément intéressés à un exemple de réponse de système actif soumis à des contraintes externes, tout à la fois d'orientation de nage et de constriction géométrique. Il s'est agi d'étudier la dynamique d'un ensemble de bactéries dirigé, par un champ magnétique, à travers un entonnoir microfluidique. Cette étude a permis de mesurer de manière quantitative les propriétés du flux émergent de l'embouteillage du sablier en mettant en évidence les conditions de densité critique indépendantes de la largeur du canal et du forçage magnétique. Elle a permis de décrire en aval du sablier un profil de densité gaussien dans le jet émergent de l'entonnoir et un profil de vitesse très bien défini et remarquable comparé aux cas classiques de jet liquide ou de jet granulaire.

Le ralentissement avec la densité est la signature de ce système actif. De plus, la caractérisation de la relation $V(\rho)$ entre vitesse et densité a permis de mettre en évidence une dépendance non locale pour ce système actif piloté par un champ magnétique. L'explication de l'allure du profil de vitesse des bactéries dans le jet nous mène vers plusieurs pistes. La plus probable pour l'instant repose sur des effets couplés de nage, d'orientation par le champ magnétique et d'accumulation aux parois, générant un contre écoulement. Ce scénario nécessite encore une analyse plus approfondie.

II.5 Références

- ANDRADE, E. N. D. C. et L. C. TSIEN. 2002, «The velocity-distribution in a liquid-into-liquid jet», *Proc. Phys. Soc.*, vol. 49, n° 4, p. 381–391. [42](#)
- BEVERLOO, W., H. LENIGER et J. VAN DE VELDE. 1961, «The flow of granular solids through orifices», *Chemical engineering science*, vol. 15, n° 3-4, p. 260–269. [42](#), [47](#)
- BLAKEMORE, R. P. 1975, «Magnetotactic bacteria», *Science*, vol. 190, n° 4212, p. 377–379. [11](#)
- CAO, W., H. LIU, W. LI et J. XU. 2014, «The characteristics of the near field of the granular jet», *Fuel*, vol. 115, p. 17–23. [42](#)
- CASTREJÓN-PITA, J. R., S. D. HOATH et I. M. HUTCHINGS. 2012, «Velocity Profiles in a Cylindrical Liquid Jet by Reconstructed Velocimetry», *Journal of Fluids Engineering*, vol. 134, n° 1, p. 011 201–10. [42](#)
- CATES, M. E. et J. TAILLEUR. 2013, «When are active Brownian particles and run-and-tumble particles equivalent? Consequences for motility-induced phase separation», *EPL*, vol. 101, p. 20010. [51](#)

- CROCKER, J. C. et D. G. GRIER. 1996, «Methods of digital video microscopy for colloidal studies», *Journal of colloid and interface science*, vol. 179, n° 1, p. 298–310. [22](#)
- EZHILAN, B., M. J. SHELLEY et D. SAINTILLAN. 2013, «Instabilities and nonlinear dynamics of concentrated active suspensions», *Phys Fluids*, vol. 25, n° 7, p. 070 607. [53](#)
- FELFOUL, O., M. MOHAMMADI, S. TAHERKHANI, D. DE LANAUZE, Y. Z. XU, D. LOGHIN, S. ESSA, S. JANCIK, D. HOULE, M. LAFLEUR et collab.. 2016, «Magneto-aerotactic bacteria deliver drug-containing nanoliposomes to tumour hypoxic regions», *Nature nanotechnology*, vol. 11, n° 11, p. 941–947. [11](#)
- FILY, Y. et M. C. MARCHETTI. 2012, «Athermal Phase Separation of Self-Propelled Particles with No Alignment», *Physical Review Letters*, vol. 108, n° 23, p. 235 702–5. [51](#)
- FRANKEL, R. B., R. P. BLAKEMORE et R. S. WOLFE. 1979, «Magnetite in freshwater magnetotactic bacteria», *Science*, vol. 203, n° 4387, p. 1355. [12](#)
- GARDINER, C. W. 2004, *Handbook of Stochastic Methods, Springer Series in Synergetics*, vol. 13, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg. [30](#)
- TEN HAGEN, B., S. VAN TEEFFELN et H. LÖWEN. 2011, «Brownian motion of a self-propelled particle.», *J Phys Condens Matter*, vol. 23, n° 19, p. 194 119. [29](#)
- JANDA, A., I. ZURIGUEL et D. MAZA. 2012, «Flow Rate of Particles through Apertures Obtained from Self-Similar Density and Velocity Profiles», *Physical Review Letters*, vol. 108, n° 24, p. 248 001–5. [42](#)
- LIN, P., S. ZHANG, J. QI, Y. XING et L. YANG. 2015, «Numerical study of free-fall arches in hopper flows», *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 417, p. 29–40. [47](#)
- MARTIN, M., A. BARZYK, E. BERTIN, P. PEYLA et S. RAFAI. 2016, «Photofocusing : Light and flow of phototactic microswimmer suspension», *Physical Review E*, vol. 93, n° 5, p. 051 101. [18](#), [19](#)
- MELDRUM, F. C., S. MANN, B. R. HEYWOOD, R. B. FRANKEL et D. A. BAZYLINSKI. 1993, «Electron Microscopy Study of Magnetosomes in a Cultured Coccoid Magnetotactic Bacterium», *Proceedings of the Royal Society of London B : Biological Sciences*, vol. 251, n° 1332, p. 231–236. [12](#), [28](#)
- OLSEN, M. et R. ADRIAN. 2000, «Out-of-focus effects on particle image visibility and correlation in microscopic particle image velocimetry», *Experiments in fluids*, vol. 29, n° 1, p. S166–S174. [20](#)
- PETROFF, A. P., X.-L. WU et A. LIBCHABER. 2015, «Fast-Moving Bacteria Self-Organize into Active Two-Dimensional Crystals of Rotating Cells», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, n° 15, p. 158 102–6. [51](#)
- PUST, O. 2000, «Piv : Direct cross-correlation compared with fft-based cross-correlation», dans *Proceedings of the 10th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal*, vol. 27, p. 114. [21](#)
- SAINTEILLAN, D. 2018, «Rheology of Active Fluids», *Annual Review Of Fluid Mechanics*, vol. 50, n° 1, p. 563–592. [53](#)

- SARAGOSTI, J., V. CALVEZ, N. BOURNAVEAS, B. PERTHAME, A. BUGUIN et P. SILBERZAN. 2011, «Directional persistence of chemotactic bacteria in a traveling concentration wave.», *P Natl Acad Sci Usa*, vol. 108, n° 39, p. 16 235–16 240. 18
- SCHWARZ-LINEK, J., C. VALERIANI, A. CACCIUTO, M. E. CATES, D. MARENDUZZO, A. N. MOROZOV et W. C. K. POON. 2012, «Phase separation and rotor self-assembly in active particle suspensions», *P Natl Acad Sci Usa*, vol. 109, n° 11, p. 4052–4057. 51
- TENFORDE, T. S. 1985, «Mechanisms for biological effects of magnetic fields», dans *Biological effects and dosimetry of static and ELF electromagnetic fields*, Springer, p. 71–92. 12
- THIELICKE, W. et E. STAMHUIS. 2014, «Pivlab—towards user-friendly, affordable and accurate digital particle image velocimetry in matlab», *Journal of Open Research Software*, vol. 2, n° 1. 20
- TO, K., P.-Y. LAI et H. PAK. 2001, «Jamming of granular flow in a two-dimensional hopper», *Physical review letters*, vol. 86, n° 1, p. 71. 10
- TROPEA, C. et A. L. YARIN. 2007, *Springer handbook of experimental fluid mechanics*, vol. 1, Springer Science & Business Media. 22
- VIDAL-URQUIZA, G. C. et U. M. CÓRDOVA-FIGUEROA. 2017, «Dynamics of a magnetic active Brownian particle under a uniform magnetic field», *Phys Rev E*, vol. 96, n° 5, p. 052 607–12. 31
- WAISBORD, N., C. T. LEFÈVRE, L. BOCQUET, C. YBERT et C. COTTIN-BIZONNE. 2016, «Destabilization of a flow focused suspension of magnetotactic bacteria», *Phys. Rev. Fluids*, vol. 1, n° 5, p. 053 203–12. 10, 24, 28, 29
- WERELEY, S. T., L. GUI et C. MEINHART. 2002, «Advanced algorithms for microscale particle image velocimetry», *AIAA journal*, vol. 40, n° 6, p. 1047–1055. 20
- WU, X.-L. et A. LIBCHABER. 2000, «Particle diffusion in a quasi-two-dimensional bacterial bath», *Physical review letters*, vol. 84, n° 13, p. 3017. 53

Chapitre III

Nageurs interfaciaux : dynamique individuelle

Sommaire

III.1 Systèmes actifs modèles	60
1.1 État de l'art	60
1.2 Bateaux de camphre	61
III.2 Méthodologie	62
2.1 Synthèse des nageurs	62
2.2 Montage expérimental	62
2.3 Outils d'analyse des trajectoires	63
III.3 Résultats expérimentaux et observations	64
3.1 Observations générales	64
3.2 Vieillissement	67
3.3 Propriétés de nage individuelle	71
3.3.a Portée des effets de bord : $V(d)$	72
3.3.b Effet de la taille de la particule : $V(R)$	73
3.3.c Effet de la profondeur de la sous-phase : $V(h)$	73
3.4 Interaction avec les bords	74
III.4 Modélisation	76
4.1 Modèle complet	76
4.2 Deux problèmes similaires dans la littérature	79
4.3 Nage interfaciale spontanée : modèle minimaliste	82
4.3.a Limite de tensio-actif insoluble	83
4.3.b Limite de tensio-actif « parfaitement » soluble	84
4.4 Discussion	85
4.4.a Relation entre vitesse et rayon	86
4.4.b Relation entre vitesse et profondeur	87
4.4.c Dépendance en temps de la vitesse de nage	88
III.5 Conclusion	89
III.6 Références	89

III.1 Systèmes actifs modèles

Les systèmes actifs biologiques sont intéressants, riches et complexes et se retrouvent à toutes les échelles. À petite échelle avec les mouvements collectifs de cellules autopropulsées comme les bactéries magnétotactiques, *Escherichia Coli* ou des bacilles. À l'échelle macroscopique on peut citer les essaims d'insectes, les bancs de poissons, les nuées d'étourneaux et les mouvements de foule.

Outre les nombreux développements concernant les aspects théoriques, l'un des apports majeurs des physiciens au domaine de la matière active est certainement l'élaboration de systèmes expérimentaux modèles abiotiques dans lesquels le contrôle et la caractérisation est plus abordable que dans les systèmes biologiques. Si la richesse et la pertinence pratique de ces systèmes est claire, elle peut également s'avérer être un frein car les ingrédients élémentaires sont complexes, multiparamètres et leur contrôle total est impossible. C'est pourquoi la création de systèmes les plus simples possibles permet de mieux se placer pour appréhender et modéliser des phénomènes collectifs.

Après avoir exploité un système biologique dans le chapitre précédent pour aborder la dynamique de systèmes contraints par un stimulus extérieur et par la géométrie, nous abordons dans la suite de cette thèse une démarche axée sur un système purement synthétique.

1.1 État de l'art

La conception de systèmes expérimentaux est une des contributions des physiciens dans le domaine de la matière active, et une étape fondamentale dans la compréhension de celle-ci. Durant la dernière décennie, ce travail se retrouve à travers le développement de différents systèmes basés sur des micro-nageurs comme des colloïdes microscopiques Janus, propulsés chimiquement [GINOT et collab. \[2015\]](#), thermiquement [JIANG et collab. \[2009\]](#), « mixtes » à l'aide d'une séparation de phase induite par chauffage [[BUTTINONI et collab., 2013](#)] ou à l'aide de champs électriques transverses [[NISHIGUCHI et SANO, 2015](#); [YAN et collab., 2016](#)]. Toujours à l'aide de champs transverses, des colloïdes sphériques isotropes peuvent également donner naissance à des rollers se déplaçant à la surface d'une électrode [BRICARD et collab. \[2015\]](#). Outre la mise en évidence de leurs propriétés d'auto-propulsion, tous ces dispositifs expérimentaux ont permis de mettre en évidence, de reproduire et d'avancer dans la compréhension de différents phénomènes : flocking, clustering, fluctuations géantes, etc.

À l'échelle macroscopique également, quelques systèmes ont été élaborés, quoique moins nombreux. En particulier quelques systèmes de gouttes auto-propulsées ont été réalisés [CHEN et collab. \[2009\]](#), mais le principal système macroscopique a été développé il y a quelques années sur la base de marcheurs asymétriques activés par vibration du substrat [DESEIGNE et collab. \[2010\]](#). Comme démontré récemment par [DAUCHOT et collab. \[2017\]](#), cette échelle macroscopique est plus appropriée pour aborder des problématiques de mécanique et de mesures de pressions. Cependant ces marcheurs font partie de systèmes actifs "secs" et n'ont pas besoin de solvant pour s'auto-propulser. Il y a évidemment un intérêt intrinsèque à disposer de systèmes macroscopiques mettant également en jeu des interactions hydrodynamiques et donc un solvant. En ce qui nous concerne, étant intéressés par les systèmes actifs en présence de contraintes externes et en particulier en interaction avec des écoulements, l'inclusion du système dans un solvant est impérative. Dans la suite nous tâchons de mettre en place un tel système sur la base d'objets auto-propulsés historiques : les nageurs camphrés.

1.2 Bateaux de camphre

Le nageur de camphre est un objet autopropulsé se déplaçant sur l'interface entre l'eau et l'air. Celui-ci se distingue des autres systèmes de la matière active en étant abiotique, macroscopique et facilement façonnable. Il fait partie des systèmes actifs avec solvants incluant des interactions hydrodynamiques. Il est facile de les produire en grande quantité de manière reproductible avec des outils simples. La taille de bateau de camphre est de l'ordre du millimètre et sa vitesse est de l'ordre du centimètre par seconde. Lorsque le nageur de camphre est en contact avec un solvant, il relargue son camphre par sublimation dans l'air et par dissolution dans l'eau. Ensuite le camphre se propage dans la phase aqueuse —ou à sa surface— par diffusion et advection et parce qu'il est tensioactif, le gradient de concentration en surface génère un gradient de tension de surface, qui crée une force de propulsion sur le nageur camphré. On peut remarquer que les gradients de tension de surface sont ici générés chimiquement, il existe aussi des systèmes qui utilisent des gradients thermiques pour générer des forces motrices via les gradients de tension de surface, à l'échelle microscopique [GIROT et collab., 2016; SAGLIMBENI et collab., 2015; WÜRGER, 2010], mais aussi à l'échelle macroscopique [OKAWA et collab., 2009].

La nage d'objets autopropulsés utilisant les propriétés du camphre a été écrite dès 1860 par Tomlinson TOMLINSON [1860], 5 ans après la thèse de Marangoni. Les objets étaient simplement des gouttes d'huile de camphre se déplaçant sur de l'eau. Depuis cette première description, plusieurs travaux de recherches se sont intéressés aux nageurs camphrés et beaucoup d'entre eux sont issus l'équipe de recherche de Nakata au Japon NAKATA et collab. [2015]. Parmi les propriétés explorées, nous pouvons mentionner pour les bateaux de camphre (objet asymétrique formé d'un flotteur inerte et d'un « moteur » au camphre décentré) l'influence des propriétés physico-chimiques sur la nage, les relation force-vitesse, ainsi que différentes propriétés physiques non-linéaire notamment dans des circuits circulaires : synchronisation, onde de densité, etc. Étonnamment, très peu de travaux ont été effectués en utilisant ce système avec une approche de matière active. On retrouve seulement récemment des travaux concernant l'auto-organisation d'objets camphrés SOH et collab. [2011]. Dans ce travail, la description de la stabilité d'un cluster de bateaux de camphres est discuté. Dans des conditions de faibles profondeur d'eau, les cellules de convection générées par les objets camphrés engendrent des attractions entre particules permettant de former des structures stable avec une forme dépendante de la géométrie des bateaux.

Dans cette étude, nous proposons d'élaborer une expérience avec des disques de camphres pour concevoir un nouveau système actif modèle macroscopique. En principe un grand nombre de nageurs peut être produit avec des vitesses de nage de l'ordre du cm/s. En dépit de la littérature précédemment citée, il n'existe que peu de travaux dans la littérature caractérisant les propriétés et les mécanismes de nage de ce type de système symétrique. Outre qu'il nous est apparu plus approprié pour produire une assemblée de nageurs identiques, ce système symétrique est également intéressant par son absence d'orientation propre et nous avons ainsi imaginé que les ré-orientations suite à des interactions pouvaient ainsi être facilités et enrichies.

Ainsi, avant d'étudier dans le prochain chapitre les propriétés de dynamique collective de ce système et les aspects multi-nageurs, nous commençons ici par étudier les propriétés de nage individuelle de nos objets. Expérimentalement, nous caractériserons les aspects de vieillissement du système et les effets de bord, l'influence de la taille des nageurs ou de la profondeur de la sous-phase aqueuse sur la vitesse de nage, ou encore les interactions de « rebond » sur un obstacle. Parallèlement nous discuterons en détails les mécanismes physiques impliqués dans la dynamique du système et nous proposerons une approche théorique minimaliste dont nous verrons qu'elle permet de décrire raisonnablement les comportements

observés.

III.2 Méthodologie

2.1 Synthèse des nageurs

Les nageurs camphrés utilisés dans notre étude sont des disques d'hydrogel chargés en cristaux de camphre. Le gel est fait à partir d'une solution d'agarose concentrée à 5% en masse. Cette solution est ensuite chauffée doucement dans un micro-onde afin de dissoudre totalement l'agarose dans l'eau. Ensuite la solution est versée sur une plaque puis raclée avec un espace entre la raclette et le support afin d'obtenir un film de gel d'épaisseur $h = 0.6$ mm. On ne garde que les zones du film de gel sans défaut. Ensuite les films de gel sont plongés dans une solution de méthanol saturé en camphre, $C = 1.1$ g/mL pendant une douzaine d'heures. Lorsque les feuilles d'agar se sont chargées en camphre, celles-ci sont rincées deux fois dans deux bains d'eau distillée différents afin d'éliminer tous les cristaux de camphre à la surface des films et de précipiter le camphre dans les pores de l'hydrogel. Suite à cette étape le film transparent d'agar devient blanc avec la précipitation du camphre. Pour obtenir des disques de camphre les films sont ensuite poinçonnées avec des emporte-pièces circulaires de biopsie de différents diamètres. Après toutes ces étapes nous obtenons des disques de camphre d'une hauteur constante de 0.6 mm et de rayon R différents variant entre 1 et 11 mm.

2.2 Montage expérimental

Acquisition d'images – Pour étudier la nage des disques de camphre dans une cuve d'eau distillée, nous filmons avec une caméra Canon PowerShot S110, en vue du dessus et avec une fréquence d'acquisition de 30 Hz. L'ordre de grandeur de la vitesse de nage est de 50 mm/s pour un nageur de 5 mm de diamètre, les déplacements entre deux images (~ 1.7 mm/image) sont inférieurs aux rayons des nageurs camphrés, la fréquence d'acquisition est bien adaptée pour suivre les disques de camphre.

Processus de propreté – Comme le mécanisme de propulsion du camphre est dû à des effets interfaciaux, la propreté de l'interface eau/air joue un rôle crucial. Pour éviter la moindre pollution nous mettons en place un protocole de propreté qui consiste pour les cuves à faible volume d'eau à renouveler l'intégralité de l'eau du bassin à chaque expérience. Lorsque le

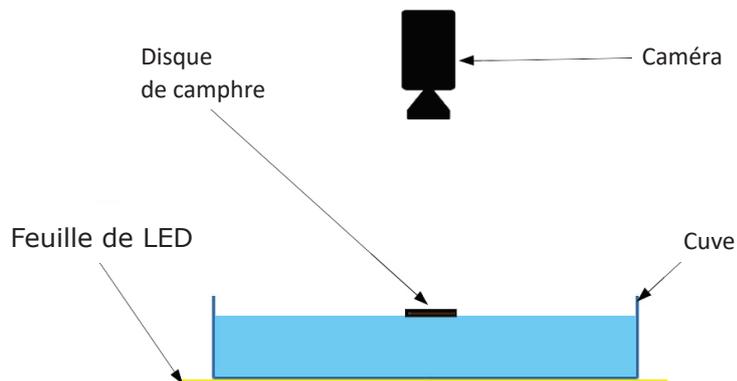


FIGURE III.1 – Schéma vue de côté du montage expérimental

volume d'eau est plus important nous nettoyons l'interface par aspiration avec une aiguille de seringue connectée à une pompe à vide, suivant ainsi la même technique que pour les cuves de Langmuir. On retire par exemple $\sim 30\text{ mL}$ d'eau pompée à l'interface pour 460 mL puis nous réajustons la hauteur d'eau. L'eau du bassin est remplacée en nage individuelle toutes les 6 expériences.

Bassin – Les cuves utilisées sont une boîte de Pétri en verre de 140 mm de diamètre et une cuve rectangulaire en plexiglas de $270 \times 170\text{ mm}^2$. La cuve rectangulaire est utilisée pour l'étude de nage individuelle, la boîte de Pétri est utilisée essentiellement pour les expériences multi-particules. Ces deux cuves sont transparentes et permettent d'être rétro-éclairées avec une feuille électroluminescente. Le nageur apparaît avec un excellent contraste en noir sur fond blanc.

Limitation des ménisques et parois flottantes – Afin d'obtenir une interface eau/air la plus plane possible il est nécessaire de réduire la formation de ménisques sur les parois des cuves. En effet les ménisques peuvent piéger –ou repousser– les disques de camphre. Dans un premier temps nous avons utilisé un rainure gravée sur la paroi pour piéger la ligne de contact de l'interface sur la paroi. Cette solution est utilisée pour les expériences avec une hauteur d'eau fixe de 1 mm . Dans un deuxième temps nous utilisons une technique de parois flottante découpée dans une feuille transparente en acétate de cellulose pour obtenir un ménisque de la taille de l'épaisseur de la feuille. Deux types de dessin de parois ont été testés, le plus basique avec une forme suivant les bords de la cuve avec une largeur d' 1 cm pour éviter les effets du ménisque et un autre en forme de fleur comme on peut le voir dans la figure III.2 pour réinjecter les disques de camphre vers le centre de la cuve et éviter une particule piégée dans un mode de nage circulaire le long des bords. Ces parois ne sont pas utilisées pour les plus grands diamètres de disques (de 18 à 20 mm) du fait de la capacité de ceux-ci à venir se piéger *sous* la paroi flottante.

Hauteur d'eau – La hauteur d'eau h est un paramètre a priori important dans la nage des bateaux de camphre et varie dans nos expérience entre 2.5 et 10 mm . En effet le transport du camphre sur l'interface et la force de traînée des disques de camphres sont influencés par la profondeur du bassin. La magnitude des cellules de convections formées par les écoulements de Marangoni autour du disque augmente avec la hauteur d'eau KITAHAHA et collab. [2004] et lorsque celle-ci est suffisamment faible $h < 2\text{ mm}$ SOH et collab. [2011] les interactions entre nageurs sont modifiées en devenant attractives permettant ainsi la formation de clusters. La force de traînée s'exprime différemment suivant le régime de profondeur. En eau profonde, la traînée est indépendante de la hauteur d'eau : $F_D = \eta CUR$, avec C la constante de traînée, U la vitesse, R le rayon du disque. En eau peu profonde, dans la limite d'un cisaillement simple sous le nageur, la force de traînée évolue vers une forme dépendante de la hauteur, pour un disque $F_D = \eta \pi UR(R/h)$.

Environnement – Pour réduire les perturbations provenant de l'extérieur du système, celui-ci est couvert par une enceinte en plastique dans une pièce climatisée à température constante.

2.3 Outils d'analyse des trajectoires

Les trajectoires des disques de camphre sont reconstituées par suivi de particule. Deux algorithmes ont été utilisés, le premier algorithme est celui décrit dans la section Bactéries

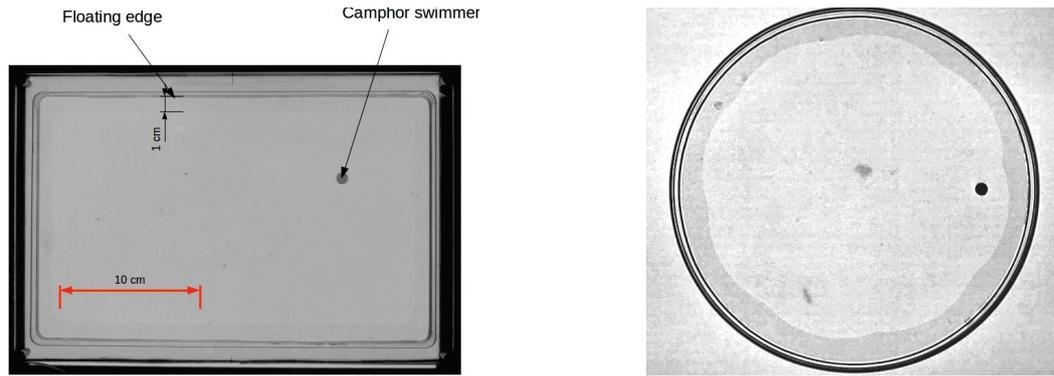


FIGURE III.2 – Vue du dessus à gauche du bassin rectangulaire, à du bassin circulaire avec une paroi flottante en forme de fleur afin de favoriser la réinsertion des nageurs vers l’intérieur de la cuve

du manuscrit, il est utilisé pour les expériences multi-particules dans la boîte de Pétri. Le second algorithme utilise la librairie TrackPy sur Python basée sur un programme développé par **CROCKER et GRIER [1996]**. Le fonctionnement de l’algorithme est le suivant : dans un premier temps à chaque image est soustraite une image de fond déterminée en moyennant 100 images à intervalle régulier dans la vidéo. Ensuite le programme applique une convolution sur chaque image avec une gaussienne ayant la même largeur que la particule. Par conséquent les positions des maxima des images convoluées sont les positions du centre de la particule. En ajustant par une gaussienne, le programme détermine plus exactement la position et ensuite d’autres caractéristiques permettant de vérifier si l’objet repéré est bien un disque en calculant la surface et la masse (l’intensité moyenne \times la surface). Le tracking donne finalement un tableau avec les positions x et y dans chaque image et, avant de calculer les vitesses, nous lissons les trajectoire avec une convolution Gaussienne de 5 images de largeur $\Delta t = 0.17s$.

III.3 Résultats expérimentaux et observations

3.1 Observations générales

Dans un premier temps on peut décrire qualitativement la nage des disques de camphres qui, malgré leur parfaite symétrie, se déplacent spontanément une fois posée à l’interface eau-air. La particule de camphre étant circulaire, le nuage de camphre s’échappant du disque vers la surface de l’eau devrait être symétrique par rapport au centre du nageur, et donc n’induire aucune force nette de tension de surface susceptible de propulser celui-ci. Tout comme cela a été auparavant prédit et observé pour des gouttes auto-phorétiques [**IZRI et collab., 2014**; **MICHELIN et collab., 2013**], il semble donc que cette configuration symétrique devienne instable vis à vis d’une perturbation de vitesse qui croit alors jusqu’à une solution stationnaire de disque en mouvement. On identifie immédiatement la faiblesse d’une boîte de pétri comme bassin en nage individuelle. Les disques de camphre ont tendance à suivre la paroi spécialement lorsque celle-ci est circulaire, on peut le constater en observant les trajectoires de 4 nages individuelles différentes figure III.3.

Malgré tout on peut obtenir des informations sur la reproductibilité des propriétés des disques de camphres à partir de ces premières expériences. Afin d’extraire correctement les informations de ces trajectoires, vérifions si les statistiques de chaque trajectoires varient par rapport aux statistiques globales, c’est à dire si une particule correspondant à une trajectoire peut adopter un comportement différent de l’ensemble des autres particules. Ensuite nous

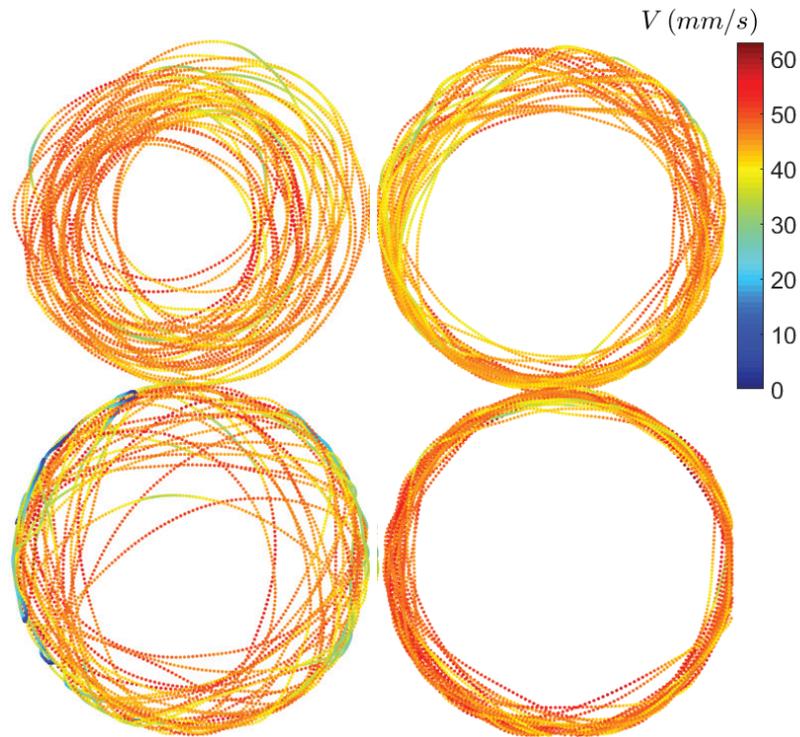
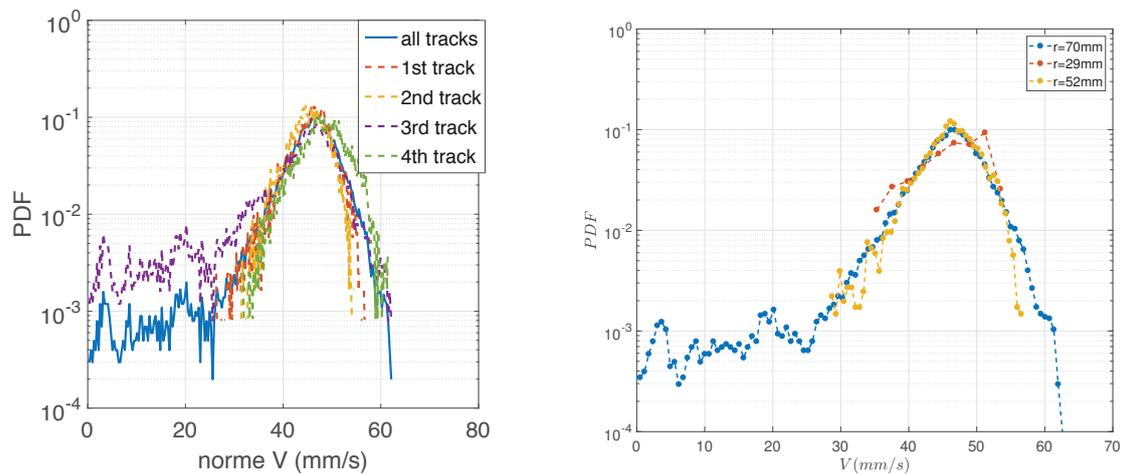


FIGURE III.3 – Trajectoires des disques de camphre nageant individuellement dans une boîte de pétri de 140mm de diamètre.



(a) Variabilité entre nageurs. Courbe bleue : statistique globale des 4 expériences indépendantes ; autres courbes : statistique associée à une expérience isolée (cf. figure III.3).

(b) Influence de la distance aux bords : $r_{max} = 70, 52$ et 30 mm.

FIGURE III.4 – Densité de probabilité des vitesses de nageurs au camphre dans la cuve circulaire de rayon $r = 70$ mm, hauteur d'eau $h = 10$ mm, rayon des disques $R = 2.5$ mm

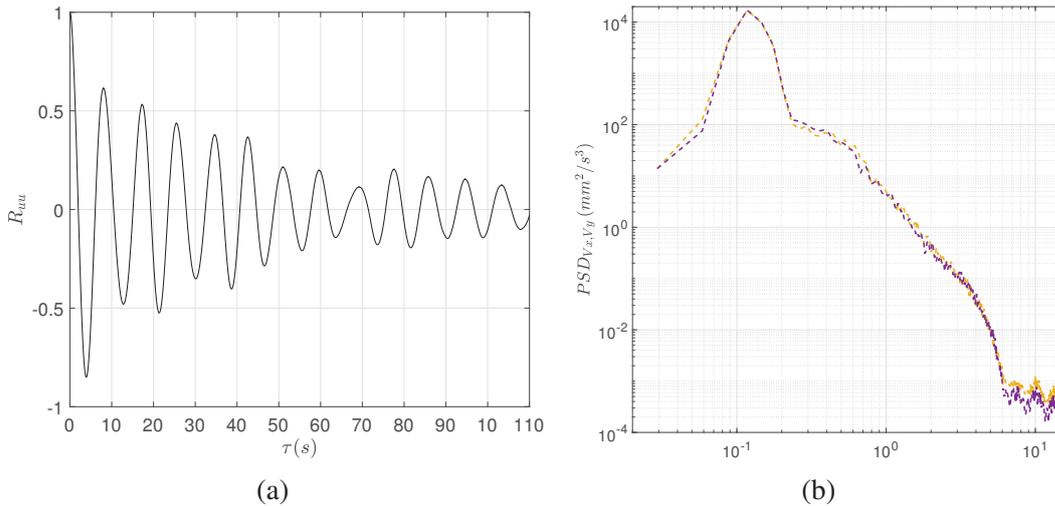


FIGURE III.5 – Nage individuelle dans une cuve circulaire. *a* Autocorrélation $R_{uu}(\tau)$ de la vitesse suivant une direction V_x . La périodicité du signal provient essentiellement des trajectoires circulaires des nageurs ; *b*) Densité spectrale de puissance ; $PSD_{V_x, V_y}(f)$, pour V_x et V_y , la fréquence du pic dans ce signal correspond à $1/T = 0.12 \text{ Hz}$.

nous intéresserons à l'influence des bords de la cuve sur ces trajectoires en sélectionnant seulement des zones loin des bords, notion que nous tacherons de définir plus précisément.

La figure III.4a compare la densité de probabilité des normes des vitesses en nage individuelle mesurée à partir de l'ensemble de ces 4 expériences aux densités de probabilité des vitesses propres à chaque expérience. On peut remarquer que les statistiques entre 0 et 25 mm/s ne sont dues qu'à une seule des quatre trajectoires (la pdf en violet '3rd track') et lorsque l'on affiche la trajectoire on remarque qu'il s'agit de la seule qui rentre en contact avec les bords. Typiquement elle contient des événements au cours desquels la particule stoppe son mouvement au bord avant de subir une nouvelle instabilité de nage jusqu'au prochain arrêt. Il est possible que ces effets soient dûs à une condition de raccord du ménisque liquide un peu différente dans cette expérience. Pour toutes les autres particules, celles-ci sont simplement confinées dans une zone à quelques millimètres des bords et décrivent des trajectoires les suivant sans jamais marquer d'arrêt. Ce qu'il faut retenir, c'est qu'il y a peu de statistiques avec des "vols" traversant toute la boîte, la plupart des trajectoires suivant le bord sans marquer d'arrêt en ne s'éloignant que de deux ou trois centimètres de celui-ci.

Lorsque l'on s'intéresse cette fois-ci à l'auto-corrélation des vitesses V_x et V_y , on peut clairement remarquer que le signal est périodique et correspond à un mouvement circulaire suivant les bords (figure III.5). À partir de la période ainsi déterminée $T = 8.3 \text{ s}$ et le rayon de la cuve on peut estimer une vitesse moyenne des disques $V = 2\pi r/T = 49 \text{ mm/s}$.

Pour parvenir à extraire la vitesse caractéristique du nageur sans les effets de paroi nous filtrons les positions radiales dans la figure III.4b. Dans ce cas le diamètre des nageur est de 5 mm et les positions conservées sont celles se situant à plus 18 mm des bords puis plus de 41 mm . Hormis la disparition des événements de très faible vitesse associés aux arrêts sur les bords, les propriétés moyennes de nage semblent assez peu affectées. Notons néanmoins que la statistique chute fortement du fait du faible nombre de trajectoire traversant la cuve.

Malgré les difficultés liées aux bords, la vitesse de nage est bien définie à la fois pour un nageur donné, avec un pic de densité de probabilité net, et reproductible d'un nageur à l'autre. La vitesse quadratique moyenne est de 47 mm/s , enfin le filtrage montre que la vitesse de cerclage est peu affectée par les bords. Du point de vue de la matière active, ce type de dynamique reste néanmoins un peu limitée. Dans la suite, les cuves circulaires ne

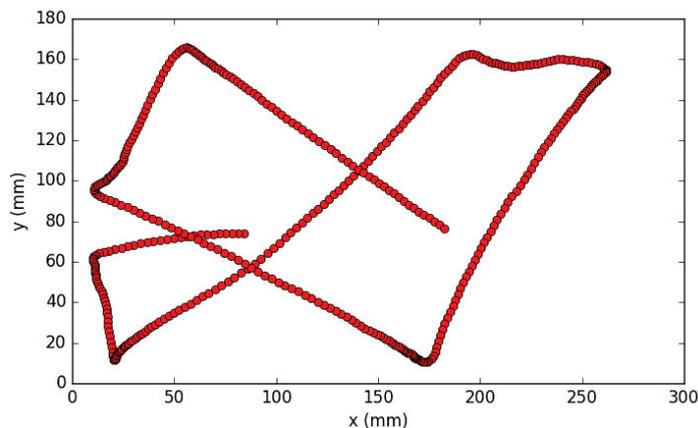


FIGURE III.6 – Trajectoire d'un disque de 5 mm de rayon dans une cuve rectangulaire, la particule active ne suit pas les bords et la longueur de persistance est grande.

seront utilisées que dans les systèmes multi-particules pour lesquelles le désordre induit par les différentes particules suffit à briser rapidement la tendance à suivre les bords. Pour la suite de la nage individuelle, nous utiliserons une cuve rectangulaire afin d'éviter cet effet. Les trajectoires des nageurs dans ces cuves ont des longueurs de persistance plus importantes (figure III.6) et l'interaction avec les bords est plus faible.

3.2 Vieillessement

Avant de s'intéresser plus en détail à la vitesse individuelle de nage, une complication expérimentale apparaît rapidement sous forme d'une évolution temporelle –un vieillissement– du système, qu'il convient donc de caractériser et expliquer afin de s'en affranchir. La figure III.7 montre l'évolution de la vitesse de nage individuelle de disque de camphre pour tous les rayons étudiés. On observe une légère décroissance de la vitesse avec le temps de l'ordre de 10 mm/s pour une expérience de 15 minutes. On note aussi que l'intensité de la vitesse varie avec le diamètre du disque de camphre, point sur lequel nous reviendrons plus longuement par la suite.

Sur la base de ces mesures, nous définissons un protocole d'étude pour les caractéristiques de nage de nos disques de camphre, qui tient compte de l'histoire du système. Ainsi nous nous plaçons systématiquement dans un régime quasi-stationnaire –d'évolution lente– du système et dans une plage de temps durant laquelle la vitesse est approximativement constante. Dans la figure III.7 la période entre 700 et 900 s semble appropriée avec une variation de la vitesse plus faible que ses fluctuations.

Avant de poursuivre sur les caractéristiques de nage proprement dites, il est intéressant pour la maîtrise et la compréhension du système de s'interroger sur les raisons possibles de ce vieillissement globale des particules.

Saturation de la sous-phase – L'hypothèse la plus naturelle à ce ralentissement consiste à considérer que la sous-phase devient progressivement saturée en camphre, à l'image de ce qui se passe pour les nageurs Marangoni utilisant un tensio-actif tel du liquide vaisselle, et pour lesquels la nage s'arrête au bout de quelques secondes. En effet, si la solution de nage est saturée en camphre, la création d'un gradient de tension de surface nécessaire à la propulsion est empêchée.

Pour étudier cette hypothèse, on peut estimer la concentration du bain lorsqu'un nageur a totalement libéré sa charge de camphre. La quantité de camphre dans un disque de gel de 2.5 mm de rayon et de 0.5 mm d'épaisseur est au pire de $m = 10$ mg, en supposant qu'elle est constituée de camphre solide pur. La concentration en camphre lorsque dans une boîte

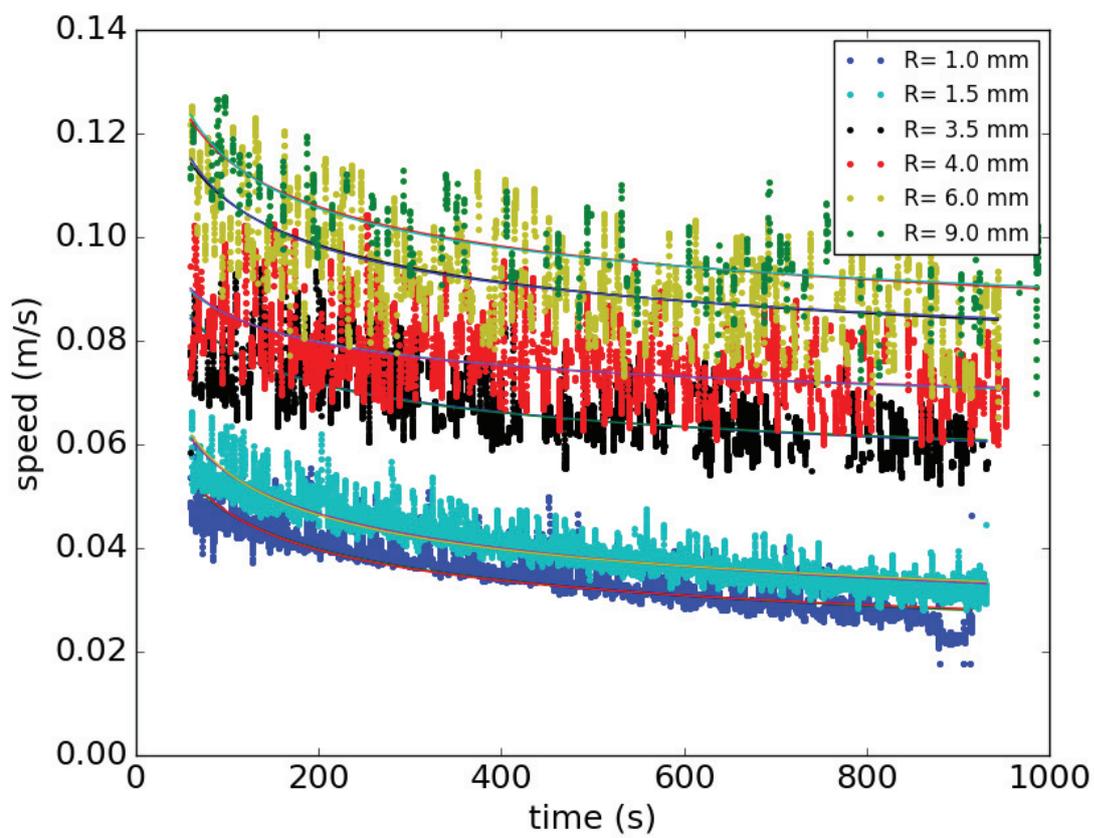


FIGURE III.7 – $V(t)$, Évolution des vitesses moyenne de nage individuelle en fonction du temps, chaque courbes correspond à un rayon différent

de Pétri de 70mm de rayon remplie avec une hauteur d'eau $h = 10\text{mm}$ est alors de $C = 6 \times 10^{-2}\text{kg/m}^3$. La solubilité du camphre dans l'eau étant de $s = 1.6\text{kg/m}^3$, il faudrait l'équivalent d'environ 30 nageurs dissous pour atteindre la saturation de la sous-phase.

Sachant de plus que la dissolution complète de la particule prend plusieurs heures, l'hypothèse d'une baisse d'activité par saturation de la surface est dans notre cas peu vraisemblable. À titre de test, il est possible d'introduire un nouveau disque de camphre dans une cuve ayant déjà contenu un nageur, dont l'activité a décru. Ce nageur « frais » montre une vitesse initiale identique à celle du premier nageur, démontrant que le vieillissement n'est pas lié aux propriétés de la sous-phase, mais à une évolution de celles de la particule elle-même.

Épuisement du nageur – Même si nous avons implicitement rejeté cet argument dans la discussion précédente, la première idée liée à l'évolution de la particule de camphre elle-même est celle d'un épuisement de la réserve de camphre. Nous pouvons estimer le temps de dissolution de la charge en camphre d'un nageur. Dans la littérature le taux de dissolution d'un disque de camphre pur dans une solution agitée a été mesuré : $\mathcal{J} = 8.4 \times 10^{-7}\text{g/s}$ pour une disque de 3 mm de diamètre (SUEMATSU et collab. [2014]).

En tenant compte de la différence de surface de nos nageurs, le temps de dissolution d'un disque chargé d'10mg de camphre est alors au moins de $\tau \sim 4000\text{s}$ soit de l'ordre de l'heure. En pratique ce temps est grand devant l'échelle de temps de l'expérience (1000s). De plus en pratique, l'échelle de temps nécessaire à l'épuisement du nageur est bien supérieur à cette estimation pour une raison que nous verrons au prochain paragraphe. La nage dure en pratique des heures et les 15 min. initiales montrant un vieillissement sont anecdotiques à l'échelle du temps d'épuisement de la particule en camphre. Ceci est directement visible en regardant la couleur des nageurs après les quelques minutes d'expérience, elle reste de la couleur du camphre solide (blanc).

Évolution de la réactivité du nageur – Même si le nageur reste chargé en camphre pendant des heures, une constatation expérimentale montre tout de même une évolution qualitative de celui-ci à temps long. Nous pouvons constater l'apparition d'un gradient d'opacité après plusieurs heures d'expérience (voir figure III.8) et la formation d'une couronne de gel transparente sur la périphérie du disque. Ainsi il y a apparition d'un front de camphre solide (blanc) dans le gel qui se déplace au cours du temps vers le centre du disque. Cette observation nous permet de faire l'hypothèse suivante : Comme le front de camphre solide se déplace dans le gel, le flux de camphre émis par le disque se modifie avec le temps et par conséquent la réactivité du nageur évolue aussi avec le temps. Notons que c'est ce qui explique la forte sous-estimation du temps de dissolution du paragraphe précédent. Le taux de dissolution calculé dans l'expérience de [SUEMATSU et collab., 2014] est lié à une couche limite de diffusion entre une surface de camphre solide et une solution agitée. Dans notre cas, nous allons voir dans un instant que la couche limite de diffusion est fixée par l'épaisseur déplétée de gel.

À partir de cette constatation expérimentale, nous pouvons construire un modèle simple fixant la vitesse du front solide de camphre dans la matrice d'agar. Le disque de camphre est constitué de deux phases (voir figure III.9) : la première avec du camphre précipité, la seconde avec du camphre solubilisé dans l'eau de l'hydrogel. Pour un disque « neuf », l'épaisseur de la seconde phase δ est très fine, en revanche pour un disque laissé pendant très longtemps dans le bain, il est possible d'observer une couronne transparente autour de la zone blanche formée par le camphre précipité et la couche de diffusion dans le gel est épaisse induisant un flux de relargage vers la sous-phase diminué.

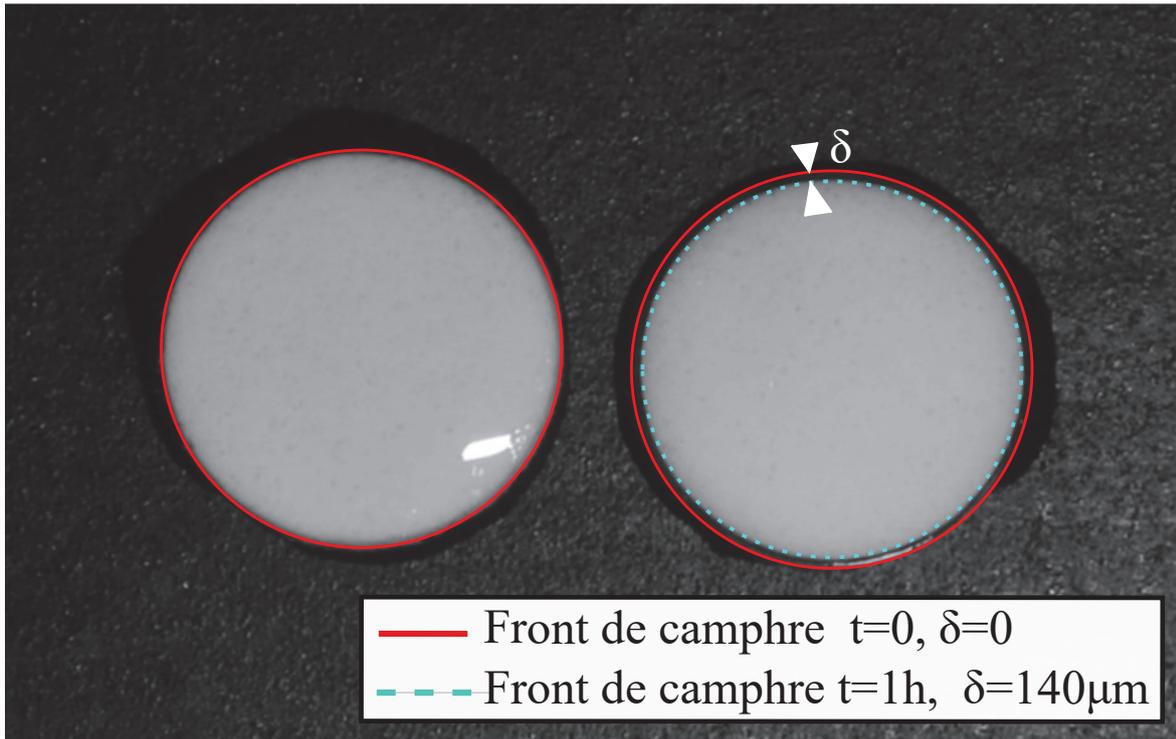


FIGURE III.8 – Évolution de l'opacité du nageur, à gauche disque de camphre "neuf" avant expérience, à droite disque de camphre après 120 minutes de nage; (—) le front de camphre à l'état initial est représenté par le cercle rouge, (- - -) le front de camphre après 60 minutes de nage; δ : épaisseur de la couronne se formant autour de la partie immergée du disque, le disque contient une phase de camphre précipité solide en blanc et une phase de camphre solubilisé dans la couronne transparente, $\delta_{t=1h} = 140\mu\text{m}$, l'ordre de grandeur de δ prédit par le modèle $\delta = \sqrt{\frac{2DC_m t}{C_{solid}}} \sim \sqrt{\frac{10^{-9} \times 1.5 \times 3600}{100}} \sim 200\mu\text{m}$.

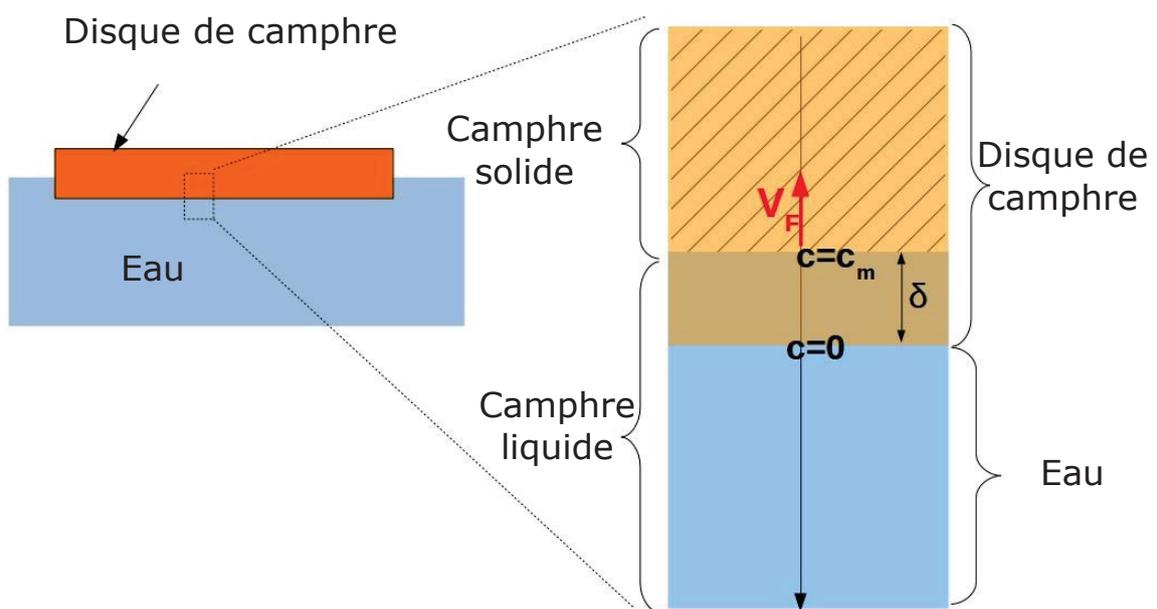


FIGURE III.9 – Schéma en coupe du disque de camphre

On suppose que le front de camphre solide recule à une vitesse V_F . Nous supposons aussi que la concentration en camphre atteint la saturation C_m à la frontière entre le front solide et liquide dans le gel, et est proche de zéro à la frontière entre le disque de camphre et l'eau (figure III.9). Ensuite, avec C_{solid} la concentration en camphre et J_F le flux de camphre à travers la surface du disque, nous obtenons :

$$J_F = D_g \nabla C \text{ et } J_F = V_F (C_{solid} - C_m), \quad (\text{III.1})$$

$$\Rightarrow J_F \simeq D_g \frac{C_m}{\delta} \simeq \frac{d\delta}{dt} C_{solid}, \quad (\text{III.2})$$

en supposant que $C_{solid} \gg C_m$,¹ $\delta \ll R$, et pour la diffusion D_g le coefficient de diffusion du camphre dans le gel est a priori peu différent de celui du camphre dans l'eau D à ces concentrations en agar. La première expression J_F , est juste la loi de de Fick, tandis que la seconde traduit simplement que le déplacement du front solide est associé à un flux en camphre libéré dans le milieu extérieur du fait que l'on ne peut pas excéder la concentration de saturation à l'intérieur de la zone δ .

Il s'en suit pour la position de l'interface de camphre solide et le flux de camphre associé :

$$\delta = \sqrt{\frac{2DC_m}{C_{solid}}t}, \quad J_F = \sqrt{\frac{D}{2t} \frac{C_{solid}}{C_m}} C_m. \quad (\text{III.3})$$

Ce modèle simple permet de décrire l'évolution du flux de camphre dans le temps avec une dépendance en $t^{-1/2}$; on peut estimer l'ordre de grandeur de la variation du flux pendant l'échelle la durée de l'expérience. Si l'on considère l'évolution mesurée sur la figure III.8, le front est localisé environ $150 \mu\text{m}$ en retrait du bord de la particule après environ une heure de nage. Avec D un coefficient de diffusion typique pour cette taille de molécule $D \sim 5 \times 10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$, et la concentration de camphre solide comprise entre 10 % et 90 % du camphre pur (saturation de la matrice de gel), nous prédisons une épaisseur de l'ordre de $\delta \sim 90\text{--}250 \mu\text{m}$ cohérente avec notre observation.

Cette formule peut également être utilisée pour justifier le choix de restreindre la plupart de nos analyse sur une période de 200 secondes entre 700s et 900s sur la figure III.7. En effet,

$$\frac{\Delta J_F(t_0, t)}{J_F(t_0)} = 1 - \sqrt{\frac{t_0}{t}} \simeq 12\%.$$

avec $t_0 = 700\text{s}$ et $t = 900\text{s}$. Ce résultat veut dire que le flux de camphre ne décroît que de 12% entre 700 et 900s.

En complément, signalons que la montée progressive de la frontière du camphre solide peut éventuellement aussi être associée à une modification de la position d'équilibre du nageur à la surface avec un enfoncement progressif de celui-ci. Bien que nous n'ayons pas de mesure de cet éventuel effet, celui-ci entraînerait a priori également une augmentation de traînée et une diminution de vitesse.

3.3 Propriétés de nage individuelle

Comme expliqué précédemment, toutes les caractérisations de cette partie sont effectuées environ 10 min. après le début de la nage des disques de camphre. Dans ces conditions, nous

1. Nous supposons grossièrement qu'au moins 10% du volume du disque de camphre est fait de camphre précipité, ensuite en connaissant la densité du camphre qui est de 0.99, nous avons $C_{solid} \sim 10^2 \text{ kg/m}^3$, de plus $C_m = 1.6 \text{ kg/m}^3$ donc $C_{solid}/C_m \sim 10^2$. Comme déjà précisé, dans C_{solid} est borné par le camphre pur 1000 kg/m^3

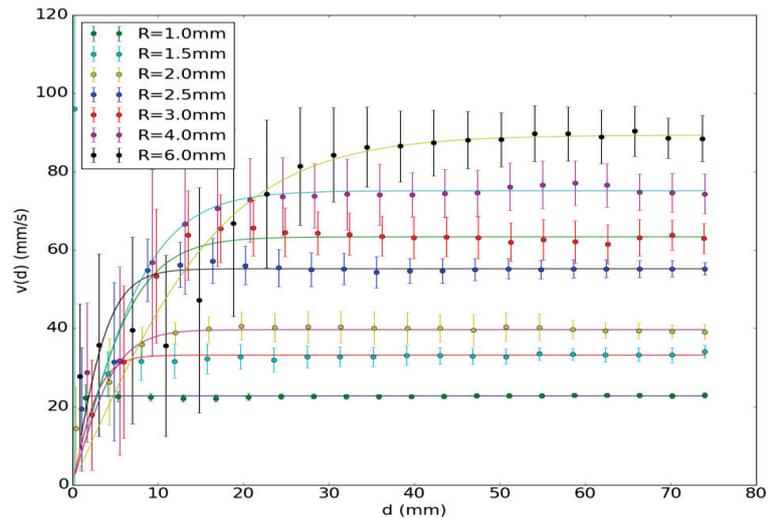


FIGURE III.10 – Vitesse en fonction de la distance à la paroi $V(d)$, chaque courbe correspond à un rayon de nageur différent

déterminons l'influence des différents paramètres expérimentaux sur la vitesse de translation des particules. Les différentes mesures sont effectuées dans la cuve rectangulaire (figure III.2)

3.3.a Portée des effets de bord : $V(d)$

Dans le cas des cuves circulaires, l'influence des bords se manifestait essentiellement par un effet de piégeage des particules qui décrivaient alors pour l'essentiel des trajectoires circulaires uniformes. Même si cette configuration permettait de définir de façon propre une vitesse de nage, celle-ci était a priori éloignée d'une configuration modèle correspondant à une particule en déplacement dans un milieu infini (du point de vue de son extension horizontale). Ainsi les champs de concentration –donc le moteur Marangoni du mouvement– et les champs de vitesse du fluide –donc la traînée visqueuse sur le nageur– étaient vraisemblablement perturbés par la proximité immédiate du mur, affectant ainsi la vitesse de nage spontanée du disque.

Pour se rapprocher du cas idéal d'un nageur loin des bords, nous utilisons dans la suite la cuve rectangulaire avec laquelle les particules font une série de trajets linéaires entrecoupés de « chocs » épisodiques avec les murs. L'extraction des propriétés de nage idéale des disques implique d'exclure ces périodes d'interaction avec les parois de nos analyses. Pour cela, la figure III.10 montre la vitesse des disques en fonction de leur distance aux bords $V(d)$. Celle-ci suit la même tendance pour quasiment toutes les tailles de nageur. Comme attendu suffisamment loin des bords, la vitesse est constante. Notons que cette analyse mélange arrivée et départ qui ne sont pas forcément symétriques. Il s'agit seulement de mesures qualitatives pour déterminer zone d'influence du mur.

À faible d , la vitesse croît jusqu'à un plateau et ce plateau est d'autant plus grand que le diamètre du nageur est grand. Cette tendance peut être décrite qualitativement par une tangente hyperbolique pour en extraire une portée typique, selon une loi $f(x) = v_{plat} \tanh(x/b_{plat})$, avec v_{plat} la vitesse du plateau loin des bords et b_{plat} la longueur caractéristique. En affichant figure III.11 les mesures de cette longueur caractéristique en fonction de tous les rayons, on observe une corrélation longueur de portée/rayon du nageur $b_{plat}(R) = 2R$.

Pour éviter ces effets de bords pouvant perturber l'analyse nous utilisons l'échelle de longueur caractéristique $b_{plat} \approx 7R$ comme seuil sur la distance aux bords pour filtrer les positions.

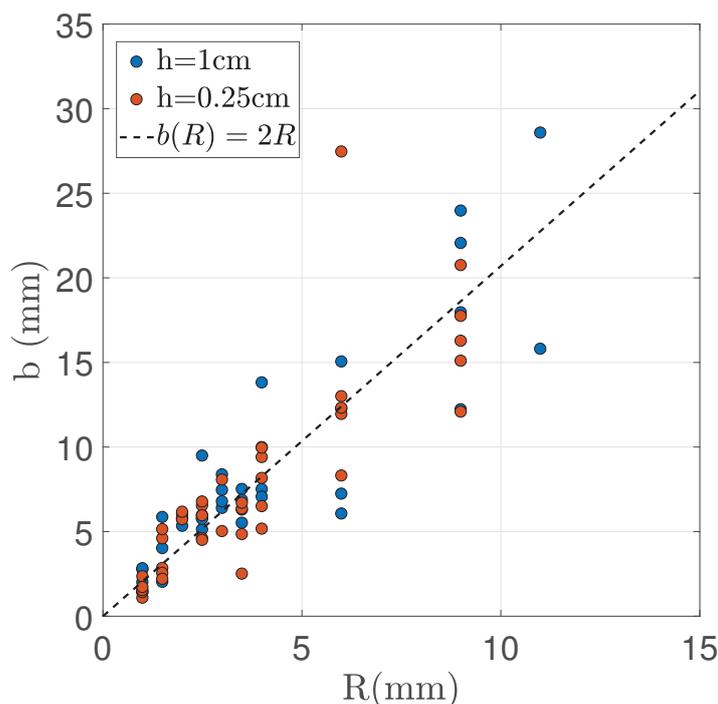


FIGURE III.11 – Portée b des effets de bords en fonction du rayon R des nageurs

3.3.b Effet de la taille de la particule : $V(R)$

On peut remarquer dans la figure III.7 que la vitesse évolue avec la taille du nageur. Afin de caractériser quantitativement l'évolution de la vitesse, nous mesurons celle-ci avec plusieurs nageurs différents pour chaque rayon. La figure III.12 montre que la vitesse du nageur croît globalement avec le rayon avec une évolution sous-linéaire, qui semble devenir moins importante à mesure que les tailles augmentent en particulier au-delà de 10 mm de rayon. La vitesse varie entre 22 mm/s pour un nageur d'1 mm de rayon et $80\text{--}100\text{ mm/s}$ pour les plus grands rayons utilisés. Nous pouvons noter que les vitesses fluctuent faiblement lors de ces "runs" avec un écart type d'environ $\sim 10\%$ autour de la vitesse moyenne.

3.3.c Effet de la profondeur de la sous-phase : $V(h)$

La vitesse de propulsion des disques de camphre dépend de la compétition entre deux forces, la force de propulsion de Marangoni générée par le gradient de tension de surface de part et d'autre du disque et la force de traînée s'opposant au mouvement. Cette force de traînée dépend de la profondeur d'eau et est proportionnelle à (R/h) lorsque $R/h \gg 1$.

C'est pourquoi nous pouvons nous intéresser à l'influence de h sur la vitesse de nage. La figure III.13 montre tous les résultats d'évolution de la vitesse du nageur en fonction du rayon de celui-ci pour quatre hauteurs d'eau différentes. En pratique le comportement précédemment décrit pour la vitesse en fonction du rayon des nageurs est retrouvé pour les quatre profondeurs testées, avec éventuellement un effet de saturation de la vitesse de nage à grand rayon qui se manifeste pour les épaisseurs les plus faibles $h = 2.5$ et $h = 5$ mm.

La figure III.14 montre également tous les résultats d'évolution de la vitesse du nageur en fonction du rayon adimensionné par h la hauteur d'eau. Quantitativement, pour les hauteurs d'eau les plus importantes, on note à partir de ces différentes figures assez peu d'effet sur la vitesse de nage pour $h = 5, 7.5$ et 10 mm. La vitesse des plus petits nageurs est quasiment invariante, et celle des plus grands semble décroître légèrement lorsque h diminue mais de façon marginalement significative comparé aux fluctuations expérimentales.

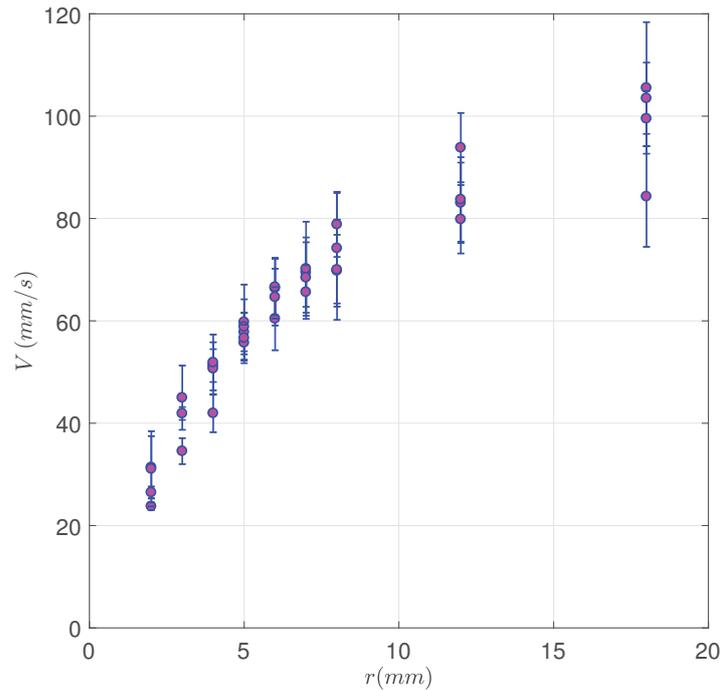


FIGURE III.12 – Vitesse en fonction du rayon du nageur pour une hauteur d'eau $h = 10\text{mm}$

La hauteur d'eau $h = 2.5\text{mm}$ se démarque (figure III.14) avec une vitesse clairement en dessous des autres expériences avec le même rapport R/h . Il aurait été évidemment tentant d'aller explorer plus précisément les faibles épaisseurs pour lesquelles des effets se manifestent. malheureusement, cela pose des problèmes pratiques quant au contrôle précis de l'épaisseur, du rôle de plus en plus critique des conditions de raccord au bord, de la position exacte du nageur sur l'interface.

3.4 Interaction avec les bords

La section précédente avait pour but principal l'étude de la nage d'une particule isolée en l'absence de perturbation par les bords. Nous abordons ici brièvement les caractéristiques de l'interaction entre un nageur incident et le bord de la cuve avec lequel il vient en « contact ». Cette interaction est plus complexe qu'un simple contact, le bord ou la paroi flottante génère des conditions limites différentes pour le transport du camphre et l'écoulement du fluide. C'est pourquoi il existe une interaction à longue portée entre le disque de camphre et la paroi dont une des signature était la dépendance de la vitesse avec la séparation entre le nageur et le bord déjà mesurée $v(d)$.

De façon complémentaire, nous pouvons prendre en compte la manière de rebondir sur le mur en fonction de l'angle d'incidence de la trajectoire sur le mur. Pour obtenir des estimations correctes d'angles d'incidence et de réflexion nous étudions uniquement les chocs lorsque les trajectoires sont composées de lignes droite. Les trajectoires rectilignes sont essentiellement observées pour les nageurs de grande taille. En effet, les défauts géométriques liés au poinçon utilisé sont d'autant plus significative que la particule est petite. Cela conduit à une tendance des petites particules à nager avec un rayon de courbure des trajectoire relativement fixé et d'autant plus marqué que les particules sont petites.

Nous restreignons donc cette étude au plus grands rayons de nageur ($R \geq 6\text{mm}$). En dessous de cette taille les courbures des trajectoires sont plus importantes et les interactions avec les parois sont plus complexes qu'un simple choc, le nageur pouvant rencontrer la paroi et s'arrêter pendant quelques instants ou longer la paroi puis repartir dans une direction totalement aléatoire.

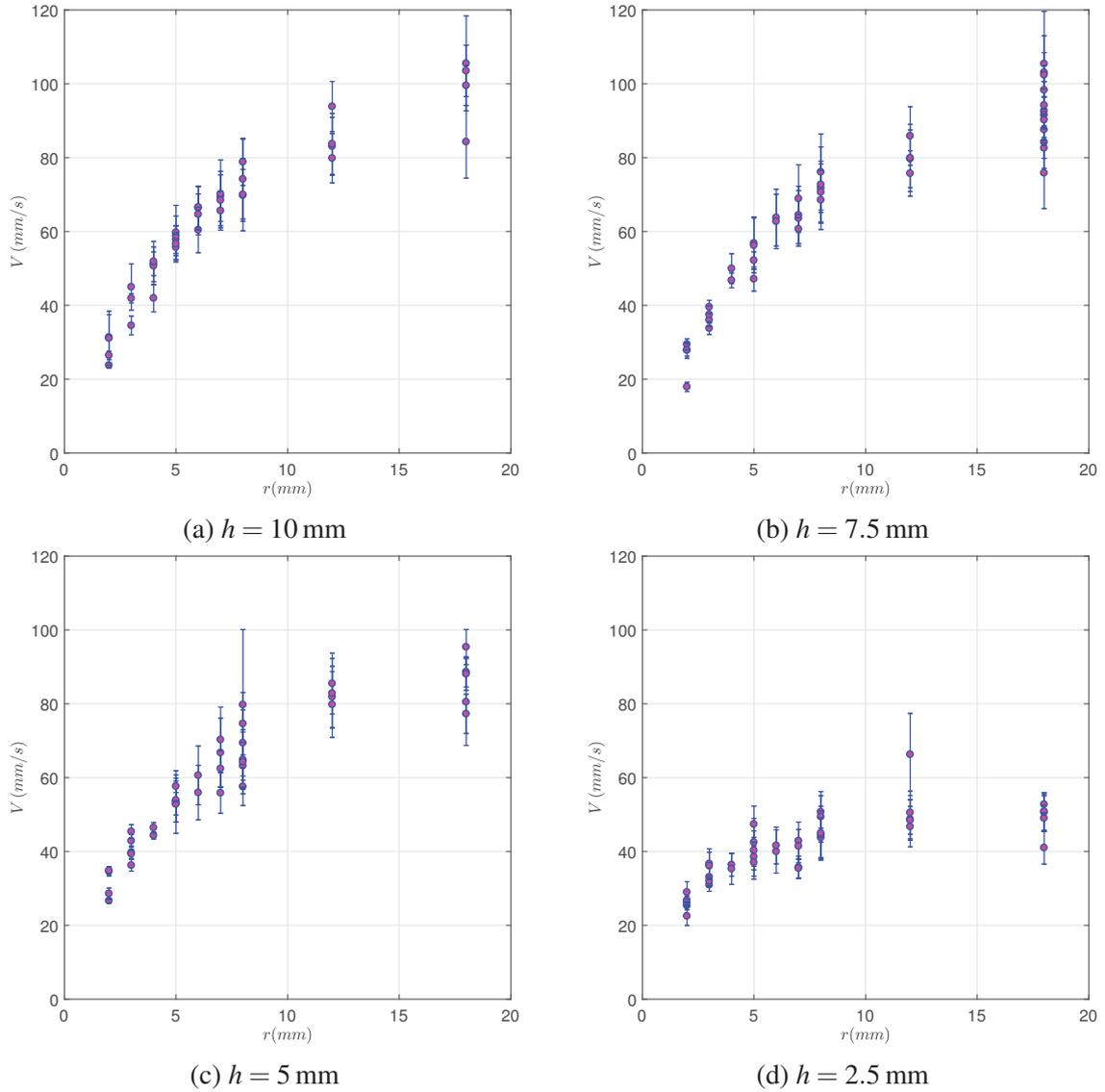


FIGURE III.13 – Effet de la profondeur sur la vitesse en fonction du rayon du nageur.

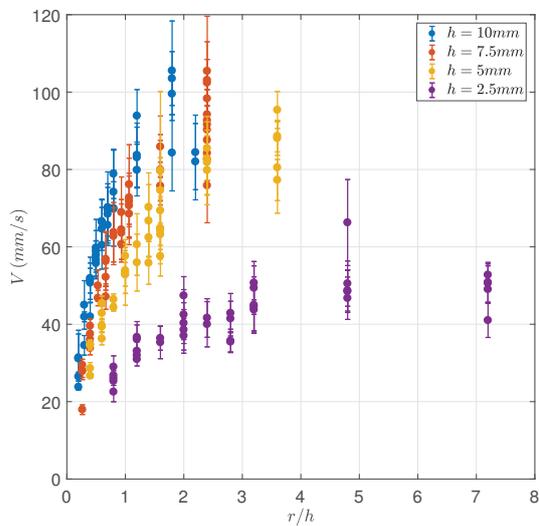


FIGURE III.14 – $V(R/h)$: vitesse des nageurs en fonction du rayon adimensionné par la hauteur d'eau.

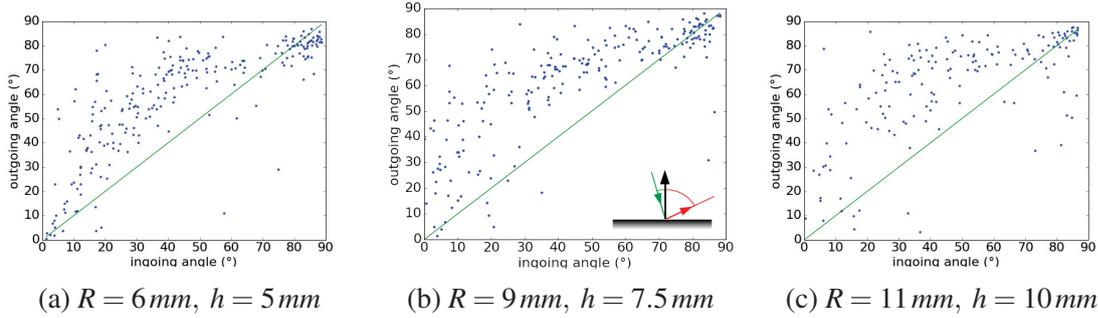


FIGURE III.15 – Angles de réflexion d’un nageur avec la paroi $\theta_r = f(\theta_i)$. En vert $f(x) = x$ décrit un choc élastique. Encart *b* : Schéma de l’angle incident et réfléchi mesurés par rapport à la normale à la surface

Pour déterminer les directions incidentes et réfléchies, nous prenons les 10 points de la trajectoire avant et après le choc et les angles d’incidence et de réflexion (figure III.15) sont déterminés à partir de ces points par interpolation linéaire. Pour rappel, toutes les expériences avec des disques de camphre ayant un rayon supérieur à 6 mm n’ont pas de paroi flottante et figure III.15. (b) et (c) interagissent avec un mur en plexiglas. La répartition des angles avec ou sans paroi semble similaire. L’angle réfléchi est dans quasiment tous les cas supérieur à l’angle incident, par exemple les trajectoires ayant un angle d’incidence $\theta_i = 40$ sont en moyenne réfléchies avec un angle de réflexion $\theta_r = 60 - 70$. Les chocs nageurs/paroi ne sont pas élastiques $\theta_i \neq \theta_r$. Ces résultats sont cohérents avec la tendance qu’a le disque de camphre à suivre les parois.

III.4 Modélisation

Dans les paragraphes précédents de ce chapitre, nous avons pour la première fois mené une étude détaillée des caractéristiques de nage de disques de camphre en fonction des paramètres du problème. Nous discutons maintenant la description théorique du système dans le but de rendre compte et de comprendre les phénomènes observés.

4.1 Modèle complet

En principe, les mécanismes physiques à l’œuvre dans notre système d’étude sont bien identifiés et décrits du point de vue théorique. Ainsi il est possible de poser l’ensemble des équations régissant le système. Comme nous allons le voir, si la question de la nage interfaciale d’un disque de camphre est ainsi formellement bien posée, il en résulte néanmoins un problème complexe couplant transport et hydrodynamique via des conditions à la surface libre de type contrainte Marangoni.

À notre connaissance ce problème complet n’a pas jusqu’à présent trouvé de solution. Après avoir fait un rapide bilan de l’état de l’art pertinent pour ce problème, nous poursuivrons donc en proposant une approche extrêmement simplifiée qui permet néanmoins d’incorporer la plupart des éléments ou mécanismes impliqués. Nous définissons $\mathbf{r} = (x, y, z)$ la position dans le volume, $\boldsymbol{\rho}_s = (x, y)$ la position à la surface, $\mathbf{u}(\mathbf{r}, t)$ la vitesse du fluide, $\mathbf{v}(\boldsymbol{\rho}_s)$ la vitesse du disque de camphre, $C(\mathbf{r}, t)$ la concentration de camphre dans le volume et $\Gamma(\boldsymbol{\rho}_s, t)$ la concentration de camphre à la surface.

Équations régissant l'écoulement – L'écoulement obéit aux équations de Navier-Stokes et est supposé incompressible

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (\text{III.4})$$

$$\rho \left[\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = -\nabla p + \eta \Delta \mathbf{u}, \quad (\text{III.5})$$

avec p la pression dans le fluide, ρ sa masse volumique et η sa viscosité dynamique. À ces deux équations volumiques spécifiant l'hydrodynamique du système, sont associées des conditions aux limites.

Sur les surfaces solides délimitant le liquide, les conditions appliquées sont classiquement des conditions de non-glissement relatif qui se traduisent ici, sur les parois de la cuve et sur celle du disque de camphre posé à la surface, par :

$$\mathbf{u}|_{\mathcal{S}_{\text{cuve}}} = \mathbf{0}, \quad (\text{III.6})$$

$$\mathbf{u}|_{\mathcal{S}_{\text{nageur}}} = \mathbf{v}. \quad (\text{III.7})$$

Ailleurs sur la frontière il faut appliquer les conditions aux limites liées à la présence d'une interface liquide-gaz. Dans ce cas, le saut de contrainte entre le liquide et le gaz est lié aux effets Marangoni dans la direction tangentielle, et aux effets de pression de Laplace dans la direction normale. Négligeant la contrainte dans l'air du fait de la différence de viscosité, on obtient pour le tenseur des contraintes dans le liquide $\bar{\bar{\sigma}}$ la condition aux limites suivante :

$$\bar{\bar{\sigma}}|_{\mathcal{S}_{\text{liq.-gaz}}} \cdot \mathbf{n} = \underbrace{-\gamma \mathbf{n} (\nabla_s \cdot \mathbf{n})}_{\text{Laplace}} + \underbrace{\nabla_s \gamma}_{\text{Marangoni}}. \quad (\text{III.8})$$

Le terme de Laplace dans le tenseur des contraintes inclut la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur d'une surface courbée qui délimite deux différents milieux, dans ce cas l'air et l'eau. En effet, $(\nabla_s \cdot \mathbf{n})$ représente la courbure de la surface libre, avec ∇_s le gradient calculé sur la surface et \mathbf{n} la normale à celle-ci. Le second terme $\nabla_s \gamma$ est associé aux inhomogénéités dans le plan de la tension de surface, génératrices d'une contrainte tangentielle à l'interface. Ce sont les effets Marangoni associés ici aux hétérogénéités chimiques dans le système.

En pratique, c'est cette condition aux limites à la surface libre qui couple le problème hydrodynamique avec le problème de transport –de camphre– que nous allons décrire dans un instant. En effet, la tension de surface est dépendante de la composition de l'interface et donc de la concentration locale en camphre.

Équations régissant le transport du camphre – Le transport du camphre est décrit par l'équation d'advection-diffusion. La concentration en volume C et la concentration en surface Γ sont régies par deux équations distinctes et couplées à travers un taux d'échange J . Les différents échanges entre surface et volume sont illustrés sur la figure III.16. On peut noter que la quantité de camphre n'est pas conservée puisqu'il a la capacité de se sublimer, avec un taux de perte J_{sub} . Nous faisons donc la distinction entre l'interface et le volume avec les équations III.9 & III.10 dans la dynamique de transport du camphre.

— Dans le volume :

$$\partial_t C + \mathbf{u} \cdot \nabla C = D_b \Delta C - J \delta(z), \quad (\text{III.9})$$

avec D_b le coefficient de diffusion dans le volume,

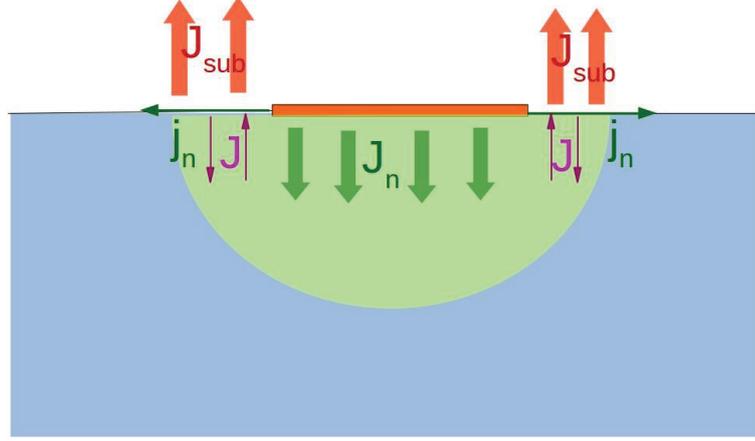


FIGURE III.16 – Schéma des échanges de camphre.

— à la surface :

$$\partial_t \Gamma + \mathbf{u}_s \cdot \nabla_s \Gamma = D_s \Delta_s \Gamma + J - J_{sub}, \quad (\text{III.10})$$

avec D_s le coefficient de diffusion du camphre à la surface.

— terme de source :

$$J = r_{b \rightarrow s} C_s (\Gamma_m - \Gamma) - r_{s \rightarrow b} \Gamma (C_m - C_s), \quad J_{sub} = -k\Gamma. \quad (\text{III.11})$$

avec les termes $r_{b \rightarrow s}$ et $r_{s \rightarrow b}$ qui sont respectivement les coefficients d'échange du volume vers la surface et inversement, C_m et Γ_m les concentrations de saturation dans le volume et à la surface et $C_s = C(z \rightarrow 0)$ la concentration du volume à la surface.

Avec les équations précédentes, nous avons décrit le transport en volume du camphre, ainsi que le transport à la surface libre et les conditions aux limites qui s'y appliquent. Pour fermer le problème, il reste à spécifier les conditions aux limites sur les autres surfaces du système que sont les parois de la cuve et la surface du nageur. Pour la cuve, les conditions sont simples et imposent un flux nul de camphre lié à son imperméabilité. Le disque quant à lui agit comme une source libérant un flux de camphre à travers sa surface J_n ainsi que l'équivalent j_n à travers son contour pour le problème surfacique (voir figure III.16) :

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \nabla C|_{\mathcal{L}_{cuve}} = 0 & \quad \mathbf{n} \cdot \nabla \Gamma|_{\mathcal{L}_{cuve}} = 0, & (\text{parois}) \\ j_n = s(\Gamma_m - \Gamma), & & (\text{contour du nageur}) \\ J_n = S(C_m - C). & & (\text{surface de contact du nageur}) \end{aligned}$$

Équations d'état de la surface – Comme annoncé, le couplage entre hydrodynamique et transport de camphre est fort puisqu'il existe dans les deux équations (terme Marangoni d'un côté, terme d'advection de l'autre). Pour boucler le problème, il manque encore cependant le lien entre tension de surface et composition de l'interface. C'est l'équation d'état bidimensionnelle du système qu'il convient a priori de déterminer. À ce stade, il est possible pour poser formellement les choses de supposer une équation d'état simple dite de Langevin. En allant un peu plus loin dans la simplification, cette formule peut être linéarisée si nous supposons que la concentration en surface est négligeable comparée à la concentration de saturation :

$$\gamma(c) = \gamma_0 + \mathcal{R}T\Gamma_m \ln \left(1 - \frac{\Gamma}{\Gamma_m} \right) \simeq \gamma_0 - \mathcal{R}T\Gamma \quad (\text{III.12})$$

avec \mathcal{R} la constante des gaz parfaits, T la température, Γ_m la concentration de saturation en surface, et γ_0 la tension de surface de référence du système (pur) eau–air.

Dynamique du nageur interfacial – La dynamique du disque de camphre est décrite par la seconde loi de Newton. Dans le cas d’une particule flottant à la surface, la tension de surface est responsable d’une force de ligne qui s’exerce sur le périmètre de l’objet, localement tangente à l’interface et normale à la ligne de contact entre la particule et l’interface. L’intégrale sur le contour du disque de camphre $\int_C dl$ donne une force capillaire s’appliquant sur la particule : en présence d’inhomogénéités chimiques brisant la symétrie de révolution, cette résultante des forces de tension de surface —la force de Marangoni \mathbf{F}_m — est dirigée vers les zones de forte tension de surface (de faible concentration en camphre). Une deuxième force qui s’applique sur le disque de camphre est le frottement visqueux \mathbf{F}_v . On peut la calculer en faisant l’intégrale sur la surface $\int_S dS$ des contraintes visqueuses. Finalement la dynamique de la particule de camphre vérifie

$$m\mathbf{a} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_v, \quad (\text{III.13})$$

$$\mathbf{F}_m = \int_C dl \gamma(l)\mathbf{n}, \quad (\text{III.14})$$

$$\mathbf{F}_v = \int_S dS \bar{\boldsymbol{\sigma}} \cdot \mathbf{n}. \quad (\text{III.15})$$

avec $\int_S dS$, l’intégrale sur la surface du nageur (sans épaisseur) et $\int_C dl$, l’intégrale sur son contour. Si l’on s’intéresse uniquement au régime de nage établie, le problème est stationnaire et la vitesse de nage constante, situation pour laquelle le problème vérifie $F_m = F_v$

Dans notre cas particulier d’un nageur parfaitement symétrique et même invariant par rotation dans le plan, la solution d’un « nageur » immobile est toujours possible. Ainsi le phénomène de nage se double d’un problème d’instabilité de la solution de référence à $v = 0$. On comprend sans peine que le problème complet bien que complètement posé est en réalité assez inextricable, et qu’il va falloir adopter des stratégies de simplification pour obtenir des prédictions théoriques à confronter aux observations expérimentales.

4.2 Deux problèmes similaires dans la littérature

Comme annoncé, à notre connaissance, aucune solution théorique n’a jusqu’à présent été obtenue concernant le problème complet correspondant à notre situation expérimentale. Différents « sous-problèmes » ont néanmoins été abordés, et nous présentons ici un aperçu des travaux dans le domaine.

Concernant le problème d’une source *fixe*, soit thermique soit chimique, posée à la surface libre liquide–gaz, différents auteurs ont proposé des solutions du problème couplé transport–écoulement, qui reste encore objet de travaux en cours. Bratukhin & Maurin ont proposé en 1967 [BRATUKHIN et MAURIN, 1967] un modèle décrivant le phénomène de convection thermo-capillaire engendré par la présence d’un point chaud à une interface fluide–fluide. Des gradients de température à la surface libre liquide naissent des gradients de tension interfaciale, source de contraintes tangentielles et provoquant donc le mouvement du fluide. Dans le problème d’effets Marangoni solutal, les travaux menés dans le groupe d’I. Cantat à Rennes ont permis d’établir des lois d’échelle sur l’extension des rouleaux Marangoni générés autour d’une source de tensioactif soluble [LE ROUX et collab., 2016; ROCHÉ et collab., 2014]. Enfin les travaux de Mandre publiés récemment ont étudié le même problème que celui de Cantat mais en mettant l’accent sur une description expérimentale et théorique quantitative des champs de vitesses induits. Considérant deux cas limites de surfactants insolubles ou idéalement solubles, ils prédisent deux comportements en loi de puissance de la distance à la source pour les écoulements. Ces prédictions sont comparées à des mesures de PIV des champs de vitesse. À noter pour ce qui nous concerne qu’une molécule proche

de celle que nous considérons –l’acide camphorique– a été caractérisée comme appartenant à la classe des tensioactifs insolubles [BANDI et collab., 2017; MANDRE, 2017].

Les modèles de la littérature ci-dessus considèrent donc le cas d’une source ponctuelle ainsi que des cas limites simplifiés –que nous utiliserons également par la suite– pour la cinétique d’échange surface-volume. Malgré cela le cas des écoulements apparaît déjà complexe et objet de travaux actuels, alors qu’une telle situation ne constitue pour nous que le cas de référence. À partir de là, il s’agit ensuite soit d’étudier la condition de stabilité de ce problème de référence –pour avoir un critère de nage spontanée– soit plus difficile encore d’étudier les mécanismes de saturation qui fixent la vitesse stationnaire finale après développement de l’instabilité.

De ce point de vue plus spécifique de la nage, qui est à la fois le résultat recherché et la grandeur que nous avons caractérisée, deux problèmes proches de notre situation peuvent être identifiés dans la littérature : la nage interfaciale de particules intrinsèquement asymétriques, la nage volumique de gouttes ou sphères auto-phorétiques.

Nageurs Interfaciaux asymétriques – Dans le problème « complet », le bateau de camphre se déplace grâce à l’instabilité de la solution (pas si) triviale, $v = 0$. Un problème moins difficile est de considérer un nageur asymétrique. Parmi les travaux considérant un nageur Marangoni asymétrique, [WÜRGER, 2014] s’est intéressé au cas d’une sphère flottant à l’interface dans son plan médiateur, et source d’un champ asymétrique de température. Ce modèle prend en compte les écoulements Marangoni induits par les gradients de température, mais pas les effets de couplage entre champ de température et écoulements, y compris Marangoni. La vitesse de déplacement de l’objet est obtenue en fonction de la susceptibilité Marangoni du système (la variation de tension de surface avec la température) et des paramètres d’asymétrie de la source de chaleur.

Considérant des aspects solutaux, [LAUGA et DAVIS, 2012] ont étudié un nageur en forme de disque, libérant de façon continue un tensioactif insoluble le long d’une partie seulement de son périmètre. Par conséquent le problème considéré est asymétrique avec une particule polarisée suivant un axe avec la localisation de la source qui définit ce qui sera l’arrière de la particule du point de vue de sa dynamique. Le tensioactif est supposé insoluble de sorte que seul son transport à l’interface est à considérer. La relation entre la concentration en tensioactif et la tension de surface est donnée par l’équation d’état de Langevin.

À partir de là, la résolution proposée implique 3 hypothèses simplificatrices principales. Premièrement l’interface est supposée plane et indéformable, ce qui correspond à des écoulements à faible nombre capillaire $Ca = \eta V / \gamma_0 \ll 1$, avec Ca le rapport entre les forces visqueuses et la tension superficielle. Deuxièmement, le nombre de Reynolds $Re = RV / \nu \ll 1$, ce qui signifie que le terme d’advection $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ est négligeable comparé au termes visqueux $\eta \Delta \mathbf{u}$ dans l’équation de Navier-Stokes. Pour l’écoulement l’équation de Stokes est donc utilisée. La troisième hypothèse suppose tout comme le faisait Würger pour le thermique que le transport du camphre est seulement régit par la diffusion et non l’advection. C’est la limite des faibles nombres de Péclet ($Pe = \nu R / \eta \ll 1$), avec Pe le rapport entre le transport par advection et le transport par diffusion. Dans un cas comme dans l’autre, on peut noter qu’avec un problème asymétrique les effets de Pe finis ne sont pas *nécessaires* à l’apparition de la nage ce qui conduit les auteurs à adopter légitimement cette simplification.

Ce problème est ensuite résolu analytiquement, en déterminant la concentration en tensioactif le long de la surface, ce qui conduit à la détermination du tenseur des contraintes. Ensuite ce tenseur des contraintes est injecté comme conditions aux limites à la surface libre dans l’équation de Stokes, à laquelle s’ajoute les conditions de non glissement sur les bords. Le couplage entre transport et hydrodynamique est ainsi seulement unidirectionnel : l’équa-

tion de transport peut être résolue de façon indépendante et fournit de façon autonome la condition aux limites qui servira dans le problème hydrodynamique. Finalement, la force de traînée visqueuse est équilibrée avec la force exercée sur le disque grâce à la tension de surface, ce qui donne :

$$v = -\frac{\pi \mathcal{R}T}{4\eta R^2} c_1, \quad (\text{III.16})$$

avec v la vitesse du nageur et c_1 un paramètre qui décrit l'amplitude de l'anisotropie de concentration avant-arrière. De façon intéressante, la prise en compte –ou non– des écoulements Marangoni dans le problème influe sur la vitesse de nage, mais sans changement qualitatif, uniquement au travers d'un préfacteur numérique exactement égal à 2. Utilisant une méthode élégante de théorème de réciprocité, ce problème a par la suite été généralisé par [MASOUD et STONE, 2014] à un objet de forme plus complexe, un ellipsoïde, posé à l'interface.

Nageurs spontanés en volume : sphères isotropes auto-phorétiques – Les problèmes décrits ci-dessus abordent un nageur interfacial asymétrique. Cependant dans notre cas, le bateau de camphre est parfaitement symétrique et se déplace grâce à une instabilité. Une situation similaire a été traitée à propos de la nage auto-phorétique de particules isotropes MICHELIN et collab. [2013]. Dans ce travail, les auteurs démontrent théoriquement que l'anisotropie n'est pas nécessaire au mouvement. Ils étudient une particule sphérique dans un fluide Newtonien, cette particule possède une activité chimique avec le fluide environnant, ce qui produit une émission chimique isotrope autour de l'objet. Les auteurs considèrent alors le mécanisme de diffusio-phorèse suivant lequel en présence d'un gradient chimique, un écoulement est générée au niveau de la surface de la particule sphérique sous la forme $u_\theta(r=R) \propto \frac{\partial c}{\partial \theta}$ avec $u_\theta(r=R)$ la composante azimutale en coordonnée polaire de la vitesse du fluide à la surface de la particule et c la concentration.

Comme on peut le remarquer, ce mécanisme est différent dans sa forme du problème précédent : ici le gradient de composition induit une condition aux limites de vitesse à la paroi de la particule, alors que ses conséquences sont plus nombreuses et différemment exprimées (effet de périmètre et d'interface libre) dans le cas du disque de camphre. Les auteurs utilisent l'équation de Stokes pour l'écoulement ainsi que les conditions de glissement diffusio-phorétiques sur l'objet. Comme dans notre système, il y a une solution triviale de vitesse nulle $v = 0$, avec un champ de concentration isotrope autour de la particule. Dans ce cas-ci la solution de référence est effectivement triviale au sens où elle correspond à une particule immobile et un fluide uniformément au repos $\mathbf{u}(r) = \mathbf{0}$.

Considérant le problème à nombre de Péclet fini, c'est-à-dire en conservant le couplage entre écoulement et transport dans l'équation dictant le champs de concentration solutal, ils étudient analytiquement la stabilité de la solution de référence à vitesse nulle. Ils mettent notamment en évidence l'existence d'un nombre de Péclet critique Pe_c défini en fonction des paramètres du problème (puissance de la source chimique, susceptibilité diffusio-phorétique, etc.) et au-dessus duquel la particule se déplace spontanément.

Le point clé pour la brisure d'isotropie est l'existence d'une rétro-action positive associée à la déformation du nuage chimique par une fluctuations spontanée de vitesse de déplacement de la particule. Il est intéressant de remarquer que pour le nageur asymétrique, le nombre de Péclet est supposé nul pour simplifier le problème, alors que dans la nage autophorétique, le nombre de Péclet doit dépasser un seuil pour obtenir un mouvement et les effets de Péclet finis sont une condition nécessaire d'apparition de la nage.

4.3 Nage interfaciale spontanée : modèle minimaliste

En matière de nageurs interfaciaux, propulsés par effets Marangoni, les approches théoriques existantes décrites auparavant reposent sur la prescription d'une asymétrie intrinsèque du relargage de soluté –camphre–. Si elles sont ainsi capables de calculer les écoulements Marangoni présents, elles négligent néanmoins les contributions convectives dans le transport chimique ou thermique. Au final les vitesses de propulsion obtenues sont directement liées au paramètre d'asymétrie imposé et s'annulent dans la limite symétrique.

Dans le cas de la translation spontanée d'un nageur symétrique, l'asymétrie est auto-générée et résulte du couplage (ignoré précédemment) entre transport et écoulement : les modèles précédents ne peuvent donc pas y accéder. À titre d'illustration, la pertinence de négliger le couplage convectif dans les équations de transport est associée au nombre de Péclet $Pe = UR/D$, où U est la vitesse de nage, R la taille de la particule et D le coefficient de diffusion du soluté. Avec pour nos nageurs $U \sim 1\text{--}10$ cm/s, $2R \sim 1$ cm, et un coefficient de diffusion moléculaire typique $D \sim 5 \cdot 10^{-10}$ m²/s, le nombre Péclet est typiquement $Pe > 10^5$, à l'opposé de la limite $Pe \ll 1$.

Alternativement, les travaux sur les gouttes auto-phorétiques contiennent bien les ingrédients nécessaires à la brisure spontanée de symétrie et l'apparition d'une vitesse de nage pour une particule isotrope. La nage phorétique en volume est cependant un problème beaucoup plus simple que le nôtre. Notamment, l'état de référence d'une particule immobile est associé à un champ de vitesse hydrodynamique uniformément nul. Ce n'est plus le cas dans le problème Marangoni, et comme nous l'avons signalé, le problème seul de référence est déjà ardu, laissant augurer de la difficulté à en étudier ensuite les déstabilisations vers une nage spontanée.

Modèle de point source mobile – Dans la suite, nous proposons une approche minimaliste pour décrire et caractériser les propriétés de nageurs interfaciaux isotropes. Celle-ci est inspirée d'un problème classique de diffusion-advection et s'inspire de travaux antérieurs [MIKHAILOV et MEINKÖHN \[1997\]](#). Ce modèle a été développé dans le cadre du stage de M2 de D. Boniface.

Dans un premier temps nous considérons une géométrie simplifiée : la surface libre est supposée indéformable et donc toujours plane ; le liquide de la cuve est considéré pour le problème de transport comme un milieu semi-infini. De même, nous simplifions les conditions aux limites sur la génération du camphre au niveau de la particule. Du point de vue du champ de concentration, la particule est assimilée à un point source localisé au centre physique de notre disque de camphre. A priori, il s'agit ici d'une simplification valable pour le calcul du champ lointain, mais que nous conserverons lorsqu'il s'agira d'évaluer les champs à la frontière $r = R$ de nos disques.

Dans un second temps, nous simplifions la description physique du problème et en particulier les couplages. Il est physiquement essentiel de conserver un terme advectif dans l'équation de transport pour aborder la nage spontanée d'un disque symétrique, mais nous allons néanmoins en simplifier fortement la forme. Plutôt que le terme exact $\mathbf{u} \cdot \nabla$ où $\mathbf{u}(x, y, z)$ est le champ de vitesse du fluide résultant de l'effet cumulé des écoulements Marangoni et des écoulements créés par le déplacement du disque solide, nous allons approximer les effets convectifs par $v \mathbf{e}_x \cdot \nabla$ où $v \mathbf{e}_x$ est la vitesse de translation du nageur. On remplace ainsi le champ de vitesse réel en tout point par un champ de vitesse uniforme correspondant à l'écoulement lointain.

À titre d'illustration, sur la pertinence et les performances de cette approche minimale, il est possible d'utiliser le cadre décrit précédemment pour revisiter le problème résolu par

[MICHELIN et collab., 2013]. De façon assez remarquable ce modèle minimaliste permet de retrouver de façon presque quantitative les éléments déterminés par un calcul complet. L'existence d'un seuil de nage spontanée pour les gouttes auto-phorétiques, ainsi que d'un optimum des paramètres pour la nage sont prédits quantitativement (à mieux que 20 %). De plus, toute la phénoménologie qualitative est reproduite tandis que la vitesse de nage absolue est du bon ordre de grandeur (différence d'un facteur 2 environ).

Deux approximations de ce modèle simpliste sont a priori mal contrôlées. D'une part considérer une source ponctuelle, adaptée à un calcul de champ lointain, mais exploiter celui-ci en $r = R$. D'autre part ne garder dans l'écoulement que le champ à l'infini correspondant à la vitesse de déplacement de l'objet. Le cas de référence du problème de Michelin *et al.* ne permet pas de préjuger totalement des performances des mêmes approximations dans le cas qui nous intéresse ici, cela démontre néanmoins l'intérêt à explorer cette voie.

En particulier l'approximation de source ponctuelle semble bien fonctionner au-delà du champ lointain et l'on peut penser qu'elle est effectivement à même de rendre compte correctement des effets, jusqu'au niveau semi-quantitatif. Pour les écoulements, c'est plus délicat dans la mesure où le problème de Michelin *et al.* ne met pas en jeu des écoulements Marangoni. Au voisinage de la particule, ces écoulements vont contribuer au transport du camphre dans la direction transverse au mouvement, rôle que nous dévoluons ici entièrement à la diffusion.

Aussi dans ce modèle simpliste, il est sans doute pertinent de considérer que la diffusivité considérée pour l'espèce chimique est une diffusivité effective qui incorpore les effets dispersant des rouleaux Marangoni entourant la particule. Des études sur l'étalement d'une goutte de tensio-actif insoluble [JENSEN, 1995] prédisent des extensions en loi de puissance proche de $t^{1/2}$. Bien que les mécanismes physiques soient très différentes, cela rend qualitativement possible d'envisager les effets dispersant sous forme de diffusion effective, une idée d'ailleurs évoquée récemment dans la littérature [KITAHATA et YOSHINAGA, 2016].

Pour terminer sur ce cadre simpliste, on peut noter de façon très prosaïque qu'il constitue le seul modèle permettant comme nous allons le voir d'obtenir une équation simple liant vitesse de nage et paramètres physiques du problème. À ce titre il peut servir de base d'analyse et de travail pour la suite.

Justement, afin de résoudre le problème, il faut encore considérer un point que nous n'avons pas abordé, à savoir les aspects liés à la cinétique d'échange volume–surface. Dans la suite, nous simplifions également ces aspects en explorant les deux cas limites classiques : le tensio-actif insoluble (pas d'échange) et les cinétiques d'échange infiniment rapides (équilibre surface–volume instantanées et transport limité par la diffusion).

4.3.a Limite de tensio-actif insoluble

Dans ce cas, le tensioactif est considéré insoluble, il ne peut donc pas se propager en volume, seulement sur l'interface.

$$\partial_t \Gamma - D_s \Delta_s \Gamma + k \Gamma = \mathcal{J} \delta(\boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{v}t). \quad (\text{III.17})$$

ce qui donne : $\Gamma(\boldsymbol{\rho}_s, t) = \int_{-\infty}^t dt' \mathcal{J} G(\boldsymbol{\rho}_s - \mathbf{v}t', t - t')$ avec G la fonction de Green de l'équation III.17 :

$$G(\boldsymbol{\rho}_s, t) = \frac{1}{4\pi D_s t} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\rho}_s^2}{4D_s t} - kt\right), \quad (\text{III.18})$$

$$\Rightarrow \Gamma(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\mathcal{J}}{2\pi D_s} \exp\left(-\frac{vX}{2D_s}\right) K_0\left(\frac{\rho_s}{2D_s} \sqrt{v^2 + 4kD_s}\right), \quad \boldsymbol{\rho}_s = (X = x - vt, y). \quad (\text{III.19})$$

La distribution du camphre est asymétrique en raison du mouvement de la source de camphre selon l'axe x , il y a moins de camphre devant la source mobile. À partir de cette expression de la concentration de camphre, nous pouvons en déduire la tension de surface locale $\bar{\kappa}$, définie via $\gamma = \gamma_0 - \bar{\kappa}\Gamma^2$, et ensuite obtenir la force de Marangoni :

$$F_m = \int_{-\pi}^{\pi} d\theta R(-\bar{\kappa}\Gamma(R, \theta) \cos \theta) = \frac{R \mathcal{J} \bar{\kappa}}{D} K_0 \left(\frac{R}{2D} \sqrt{v^2 + 4kD} \right) I_1 \left(\frac{av}{2D} \right), \quad (\text{III.20})$$

avec K_0 et I_1 des fonctions de Bessel modifiées.

Le bateau de camphre se déplace à une vitesse constante v , par conséquent $\mathbf{0} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_v$ avec $\mathbf{F}_v = -C_{dis}\eta Rv$ la force de traînée,

$$2 \frac{\text{Pe}}{\bar{M}} = K_0 \left(\sqrt{\text{Pe}^2 + A} \right) I_1 (\text{Pe}), \quad (\text{III.21})$$

avec

$$\text{Pe} = \frac{Rv}{2D}, \quad A = \frac{kR^2}{D}, \quad \text{et } \bar{M} = \frac{R \mathcal{J} \bar{\kappa}}{C_{dis}\eta D^2}.$$

Dans ces relations, A est un nombre sans dimension, défini comme le ratio entre le temps caractéristique de sublimation et le temps caractéristique de diffusion. Le nombre sans dimension \bar{M} peut quant à lui être vu comme un nombre de Péclet intrinsèque au travers de la vitesse caractéristique $v_{\bar{M}} = \frac{\mathcal{J} \bar{\kappa}}{C_{dis}\eta D}$. L'équation III.21 doit être résolue numériquement dans le cas général, mais différents cas limites peuvent être traités :

— Sans sublimation $A = 0$:

$$\text{Pe} \ll 1, \quad \text{Pe} = 2e^{-\frac{4}{\bar{M}}} \Rightarrow v = 4 \frac{D}{R} \exp \left(-4 \frac{C_{dis}\eta R}{\mathcal{J} \bar{\kappa}} \right), \quad (\text{III.22})$$

$$\text{Pe} \gg 1, \quad 4\text{Pe}^2 = \bar{M} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Dv_{\bar{M}}}{R}}. \quad (\text{III.23})$$

— avec sublimation $A > 0$: il y a une valeur critique $\bar{M}_c = 1/K_0(A)$ en dessous de laquelle la seule solution est zéro. Lorsque $\bar{M} > \bar{M}_c$ il y a de nouveau comme solution une vitesse non-nulle.

4.3.b Limite de tensio-actif « parfaitement » soluble

Maintenant nous supposons que le camphre est un tensio-actif parfaitement soluble, au sens où la cinétique d'échange surface-volume est supposée instantanée. Ainsi il n'est pas besoin de considérer l'équation régissant la concentration à la surface, celle-ci s'adaptant instantanément au champ en volume C qui reste la seule variable pertinente. Le problème mathématique à résoudre est le même que précédemment hormis que l'équation de diffusion à considérer est tri-dimensionnelle et que la sublimation y est négligée. Pour rappel C_s est la concentration volumique de camphre à l'interface $z = 0$.

En appliquant la même méthode que dans le modèle insoluble, nous déterminons dans un premier temps le champ de concentration :

$$C(\mathbf{r}, t) = 2 \int_{-\infty}^t dt' \mathcal{J} G(\mathbf{r} - \mathbf{v}t', t - t'), \quad G(\mathbf{r}, t) = (4\pi Dt)^{-3/2} \exp \left(\frac{-r^2}{4Dt} \right). \quad (\text{III.24})$$

G est la fonction de Green associée à la diffusion dans l'espace. Pour obtenir la formule de concentration dans le demi-espace, puisque le camphre ne diffuse que dans l'eau un facteur

2. Dans le problème complet : $\bar{\kappa} = \mathcal{R}T$

2 est ajouté dans l'expression de la concentration. Avec $\mathbf{r} = (X = x - vt, y, z)$ et κ définie telle que $\gamma = \gamma_0 - \kappa C_s$ (voir la note de bas de page)³

$$C(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathcal{J}}{2\pi D r} \exp\left(-\frac{vX}{2D}\right) \exp\left(-\frac{vr}{2D}\right), \quad (\text{III.25})$$

$$F_m = \frac{\kappa \mathcal{J}}{D} e^{-\text{Pe}} I_1(\text{Pe}). \quad (\text{III.26})$$

Ces expressions de la concentration en camphre et de la force de Marangoni nous amènent à l'équation sans dimension suivante, équation implicite pour la vitesse de nage (ici le Péclet) :

$$2\frac{\text{Pe}}{M} = e^{-\text{Pe}} I_1(\text{Pe}), \quad M = \frac{\mathcal{J} \kappa}{C_{dis} \eta D^2}, \quad (\text{III.27})$$

M est équivalent au précédent \bar{M} défini dans le modèle insoluble, avec $\bar{\kappa}R$ qui est remplacé par κ .

$$P_e \ll 1, \quad P_e = 1 - \frac{4}{M} \Rightarrow v = 2\frac{D}{R} \left(1 - \frac{4}{M}\right), \quad (\text{III.28})$$

$$P_e \gg 1, \quad (2P_e)^{3/2} = \frac{M}{\sqrt{\pi}} \Rightarrow v = \frac{D}{R} \left(\frac{\kappa \mathcal{J}}{C_{dis} \eta D^2}\right)^{2/3} \frac{1}{\pi^{1/3}}. \quad (\text{III.29})$$

Pour le cas $P_e \ll 1$, on voit bien apparaître une valeur critique $M_c = 4$ en dessous de laquelle la seule solution est zéro. Cette valeur critique peut être vue comme un taux critique de libération $\mathcal{J}_c = 4C_{dis}\eta D^2/\kappa$. Si le nageur ne relargue pas de soluté à un taux suffisant, ou si la susceptibilité Marangoni du système κ est trop faible, une perturbation de vitesse relaxera, la force Marangoni générée par l'asymétrie du nuage chimique étant insuffisante pour compenser la force de traînée induite.

4.4 Discussion

Dans cette section nous comparons le modèle avec les résultats, et tâchons de voir dans quelle mesure ces modèles rendent compte des expériences. Nous discuterons qualitativement de la dépendance de la vitesse avec les paramètres du problème. Pour cela, considérons les ordres de grandeurs suivant : $R \sim 10^{-3}$ m, $V \sim 10^{-2}$ m/s et $D \sim 5 \cdot 10^{-10}$ m²/s —le coefficient de diffusion du camphre— ce qui signifie que si l'on s'en tient à la diffusivité réelle du camphre, la situation expérimentale correspond à des nombres de Péclet très grands $\text{Pe} \sim 10^4$. Pour ce qui concerne la sublimation, le coefficient associé est estimé à partir de la littérature [SOH et collab. \[2011\]](#) $k \sim 10^{-10}$ s⁻¹, de sorte que $A \sim 10^{-7}$. Vu que $A \ll 1 \ll \text{Pe}$, nous utilisons simplement la formule [III.23](#), pour le modèle insoluble et la formule [III.29](#) pour le modèle soluble.

3. Pour retrouver le nouveau paramètre κ , il est facile de mesurer une concentration en volume et la tension de surface associée, dans le cas du camphre, κ est estimé de l'ordre de 3×10^{-3} N.m²/s. [SOH et collab. \[2011\]](#). Cependant nous pouvons obtenir l'expression de κ écrite avec les paramètres du modèle "complet" en supposant que le processus d'échange est beaucoup plus rapide que l'échelle de temps typique de diffusion, ainsi l'équilibre entre le volume et la surface est considéré instantané, ce qui donne : $J = 0$, de plus si nous supposons que $\Gamma \ll \Gamma_m$ et $C_s \ll C_m$ alors :

$$C_s = \frac{r_{s \rightarrow b} C_m}{r_{b \rightarrow s} \Gamma_m} \Rightarrow \kappa = \bar{\kappa} \frac{r_{s \rightarrow b} C_m}{r_{b \rightarrow s} \Gamma_m}.$$

$$C_s = \frac{r_{s \rightarrow b} C_m}{r_{b \rightarrow s} \Gamma_m} \Rightarrow \kappa = \bar{\kappa} \frac{r_{s \rightarrow b} C_m}{r_{b \rightarrow s} \Gamma_m}.$$

Dans la littérature la valeur de κ du camphre a déjà été estimée, alors que les paramètres Γ_m , $r_{b \rightarrow s}$ et $r_{s \rightarrow b}$ sont inconnus.

D	$5 \times 10^{-10} m^2/s$	$\bar{\kappa} = \mathcal{R}T$	$2.4 \times 10^3 N.m/mol$
η	$1 \times 10^{-3} Pa/s$	κ	$3 \times 10^{-3} N.m^2/mol$
C_{dis}	16/3	k	$1 \times 10^{-10} s^{-1}$
C_{solid}/C_m	10^2	C_m	$11 mol/m^3$

TABLEAU III.1 – Valeurs des différents paramètres utilisées pour les applications numériques.

4.4.a Relation entre vitesse et rayon

Dans les deux modèles précédent le taux de libération \mathcal{J} est considéré constant avec le temps, mais comment varie-t-il avec le rayon du disque de camphre ? Deux hypothèses peuvent être proposées, \mathcal{J} est proportionnel à R ou R^2 . La première hypothèse considère que le camphre est principalement libéré de manière homogène sur tout le périmètre du disque. Ceci est pertinent dans le meilleur des cas uniquement si le soluté est insoluble. Alors que seconde hypothèse considère que le camphre est libéré sur toute la surface du disque.

Modèle	$\mathcal{J} \propto$	
	R	R^2
insoluble	$\nu \propto R^0$	$\nu \propto R^{1/2}$
soluble	$\nu \propto R^{-1/3}$	$\nu \propto R^{1/3}$

De façon finalement assez attendue une libération du camphre sur le seul périmètre n'est pas compatible avec les résultats expérimentaux montrant une vitesse de nage croissante avec le rayon. En revanche une libération du camphre sur l'ensemble de la surface du disque $\mathcal{J} \propto R^2$ conduit à des lois d'échelle $R^{1/2}$ ou $R^{1/3}$ en accord qualitatif avec les résultats expérimentaux (voir figure III.13). Objectivement il n'est pas possible de discriminer entre les deux hypothèses —tensio-actif soluble ou insoluble— sur la base des données expérimentales et de la faible amplitude de variation de R . Si l'on se réfère néanmoins au travail récent sur les écoulements Marangoni autour d'une source continue [BANDI et collab., 2017], celui-ci suggère que l'acide camphorique se comporte plutôt comme insoluble du point de vue de la structure des écoulements induits.

Cette molécule est proche du camphre, et de par ses fonctionnalités d'acide carboxylique, elle est légèrement plus soluble dans l'eau —d'un facteur 3 à 4—. Il est donc raisonnable de considérer que la description la plus pertinente pour notre système est elle aussi le modèle insoluble. Une remarque sur la compatibilité entre un tensio-actif « insoluble » et une production de celui-ci sur toute la surface du disque, et donc également à l'interface disque-phase aqueuse. En réalité, le traitement insoluble correspond simplement à un temps de désorption de l'interface très supérieur au temps d'adsorption ($r_{b \rightarrow s} \gg r_{s \rightarrow b}$ dans l'expression de J III.11). Ce cadre est compatible avec une libération de camphre en volume, pour peu que celui-ci passe rapidement en surface ensuite.

Outre la dépendance en loi d'échelle, un point important à examiner est l'estimation de l'ordre de grandeur de ν . Revenant à notre calcul sur le flux de camphre dans le gel Eq. (III.3), nous avons $\mathcal{J} = \pi R^2 J_F$ avec

$$J_F = \sqrt{\frac{D C_{solid}}{2t C_m}} C_m. \quad (\text{III.30})$$

Pour la charge en camphre d'une particule comprise entre 10 et 90 % de camphre pur, cela conduit à un flux $J_F = 1-5 \times 10^{-5} \text{ mol}/(m^2s)$ après un temps typique d'expérience de 10 min.

Pour un nageur de rayon $R = 2.5$ mm, cela conduit à des vitesses de nage théoriques dans la gamme 20–40 cm/s pour le modèle insoluble et 2.5–7.5 cm/s pour le modèle soluble. En comparaison des vitesses mesurées qui pour cette taille de nageurs valent environ 4 cm/s c'est un accord somme toute assez remarquable compte tenu des simplifications drastiques du modèle de point source mobile.

4.4.b Relation entre vitesse et profondeur

Jusqu'à présent, les calculs menés n'ont pas pris en compte la profondeur finie de la cuve h , ils supposent plutôt un demi-espace d'eau. Cependant dans les deux cas modèles l'hydrodynamique et le transport du camphre sont découplés à l'exception de la vitesse du nageur camphré. Nous modifions légèrement ceux-ci en considérant une taille finie de profondeur pour le calcul de la force de traînée et un demi-espace pour le transport du camphre. Ensuite, une façon approximative de réaliser ceci est de préciser comment la force de traînée dépend de la profondeur h , le coefficient de traînée du disque $C_{dis} = 16/3$ est désormais dépendant de h . Une méthode pour le calcul exact a été proposée par **STONE et AJDARI [1998]** pour des objets entourés d'une membrane, mais le calcul est assez complexe et utilise des conditions aux limites à la surface libres qui ne correspondent pas à notre cas. Cependant la limite du régime en eau peu profonde est elle facilement accessible et C_{dis} converge vers $\frac{R}{h}\pi$.

En injectant ce nouveau coefficient de traînée C_{dis} dans les expressions des deux modèles nous obtenons, $v \propto \sqrt{h}$ (insoluble) et $v \propto h^{2/3}$ (soluble). Ces deux expressions ne peuvent pas être comparées quantitativement à nos résultats puisque il n'y a que quatre profondeurs répertoriées (2.5, 5, 7.5 and 10 mm). Disons simplement que qualitativement ce raisonnement prédit dans la limite des eaux peu profondes une diminution de la vitesse, tendance observée expérimentalement (voir figure III.14).

Au-delà de ce régime de lubrification, on peut tenter une prédiction générale via une simple interpolation qui permet d'estimer C_{dis} à toutes épaisseurs⁴ :

$$C_{dis}^* = \frac{16}{3} \left(1 + \frac{3}{16} \frac{R}{h} \pi \right),$$

avec C_{dis}^* notre estimation du coefficient de traînée C_{dis} . En injectant C_{dis}^* dans l'équation des deux modèles :

$$\frac{v_1}{R^{1/2}} = \frac{\beta}{\sqrt{\frac{16}{3} \left(1 + \frac{3}{16} \frac{R}{h} \pi \right)}}, \quad \frac{v_2}{R^{1/3}} = \frac{\omega}{\left(\frac{16}{3} \left(1 + \frac{3}{16} \frac{R}{h} \pi \right) \right)^{2/3}}, \quad (\text{III.31})$$

avec v_1 la vitesse selon le premier modèle et v_2 selon le second modèle. Avec cette expression $v/R^{1/2}$ – $v/R^{1/3}$ en fonction de $\Lambda = R/h$ devrait donner une courbe maîtresse de l'ensemble des données. La figure III.17 montre que contrairement à nos attentes il n'y a pas de courbe maîtresse qui se dessine, signifiant que la formule de C_{dis} est plus complexe que la formule C_{dis}^* . Plus exactement cela signifie que les considérations précédentes sur la dépendance en profondeur ne suffisent pas à décrire l'évolution expérimentale en h ; ce n'est pas en soi surprenant sachant que nous n'avons raisonné que sur la composante de traînée et pas sur la composante motrice.

Il est intéressant de remarquer que C_{dis} en eau peu profonde dépend de R , donc $\frac{J}{C_{dis}} \propto R$. Par conséquent, à faible profondeur, v est une constante, pour le modèle insoluble et $v \propto R^{-1/3}$ pour le modèle soluble. Si nous considérons que le terme d'eau peu profonde est $\frac{R}{h} \gg 1$, la vitesse doit être constante pour les grands disques de camphre selon le modèle insoluble

4. Sachant que $C_{dis} = 16/3$ pour $R/h \ll 1$ et $C_{dis} = \frac{R}{h}\pi$ pour $R/h \gg 1$

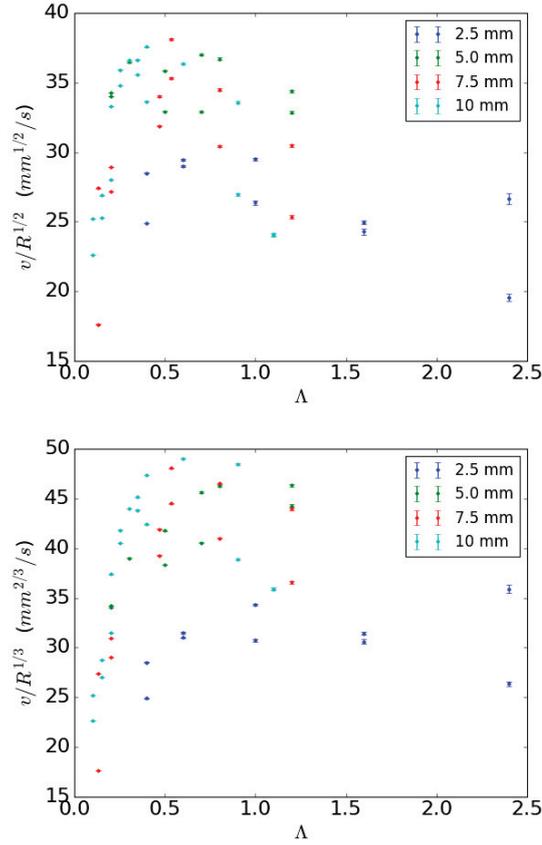


FIGURE III.17 – (a) $v/R^{1/2}$ versus $\Lambda = R/h$, (b) $v/R^{1/3}$ versus $\Lambda = R/h$

et doit décroître pour les plus grands disques selon le modèle soluble. Les barres d'erreurs nous empêchent de juger correctement si l'un des deux modèles ajuste mieux les données. Néanmoins le comportement des disques à grand rayon peut être expliqué en évoquant la transition entre C_{dis} constante vers C_{dis} proportionnelle à R .

4.4.c Dépendance en temps de la vitesse de nage

Pour terminer la confrontation entre expérience et analyse théorique, nous revenons sur le processus de vieillissement discuté en début de ce chapitre. Nous avons déjà rappelé ci-dessus que le modèle de diffusion du camphre dans une couche d'épaisseur δ dans le gel, séparant un front de camphre solide et une concentration nulle dans le liquide, permet de déterminer un flux. Dans les conditions expérimentale, celui-ci vaut typiquement $J_F = 1 - 5 \times 10^{-5}$ mol/(m²s) après un temps typique d'expérience de 10 min. On peut remarquer que cela est cohérent avec les valeurs reportées dans la littérature [SUEMATSU et collab., 2014] qui donnent $J_F = 2 \times 10^{-4}$ mol/(m²s) en présence d'une couche limite de diffusion imposée par agitation.

En injectant l'expression de J_F , et en particulier sa dépendance temporelle en $1/\sqrt{t}$ dans les modèles de vitesse, on obtient $v \propto t^{-1/4}$ pour le modèle de tensioactif insoluble et $v \propto t^{-1/3}$ pour le tensioactif soluble. De nouveau, même s'il est difficile d'être discriminant, ce type de dépendance en loi de puissance assez faible de la vitesse au cours du temps est du moins cohérente avec les évolutions mesurées (figure III.7).

De même, les ordres de grandeur des préfacteurs trouvés .

$$\text{insoluble : } v = \underbrace{\sqrt{\pi \frac{\kappa R}{C_{dis} \eta} \sqrt{\frac{D_g C_{solid}}{2 C_m} C_m t^{-1/4}}}}_{a_1}, \quad (\text{III.32})$$

$$\text{soluble : } v = \frac{D}{R} \underbrace{\left(\sqrt{\frac{D_g C_{solid}}{2 C_m} C_m \frac{\kappa \pi R^2}{C_{dis} \eta D^2}} \right)^{2/3} \frac{1}{\pi^{1/3}} t^{-1/3}}_{a_2}, \quad (\text{III.33})$$

continuent d'être cohérent avec les grandeurs expérimentales.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à mettre au point un système actif composé de nageurs interfaciaux sous forme de disques de camphre posés à la surface d'un bain d'eau. En dépit de l'isotropie des objets, les disques se mettent spontanément en mouvement à la surface pour atteindre des vitesses typiques importantes de 5 à 10 rayon de particules par seconde, avec une durée de vie de plusieurs heures, cependant accompagnée d'un vieillissement lent.

Du point de vue quantitatif, nous avons pu interpréter le vieillissement du système comme étant lié à la séparation spatiale entre le cœur de camphre de la particule et sa limite physique donnée par son squelette en gel. Cette séparation croît au cours du temps à mesure de la consommation du camphre interne avec des conséquences sur le flux de relargage. Au niveau de la nage, nous avons pour la première fois exploré l'influence de la taille des particules sur leur vitesse de nage, mettant en évidence une croissance sous-linéaire. De même nous avons caractérisé l'influence de l'épaisseur de la sous-phase aqueuse sur la dynamique d'un nageur individuel. Si la tendance est à une légère diminution de la vitesse à mesure que l'eau s'amincit, seule les épaisseurs les plus fines –inférieures à la taille des particules utilisées– montre un effet net.

Au niveau de l'analyse et de la compréhension de ce système, nous avons pour la première fois proposé une approche prenant en compte le caractère auto-généré de la dynamique de nage, avec un couplage incontournable entre transport solutal et écoulements hydrodynamiques. Pour ce faire, nous avons mis en place un modèle minimaliste pour calculer les éléments clefs associés à l'instabilité de nage Marangoni. Malgré les hypothèses un peu grossière, celui-ci fournit une description qualitativement bonne des différents paramètres mesurés et estimés à partir de la littérature. C'est à la fois un premier pas intéressant vers des descriptions plus fidèles aux différents mécanismes physiques mis en jeu, et également un outil utile pour aborder des questions plus complexes. Sa simplicité autorise en effet des calculs au-delà du nageur isolé et en particulier vers des situations telles que l'interaction avec un mur comme nous avons commencé à le quantifier expérimentalement.

III.6 Références

BANDI, M. M., V. S. AKELLA, D. K. SINGH, R. S. SINGH et S. MANDRE. 2017, «Hydrodynamic Signatures of Stationary Marangoni-Driven Surfactant Transport», *Physical Review Letters*, vol. 119, n° 26, p. 264 501. 80, 86

- BRATUKHIN, I. K. et L. N. MAURIN. 1967, «Thermocapillary convection in a fluid filling a half-space : PMM vol. 31, no. 3, 1967, pp. 577–580», *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 31, n° 3, p. 605–608. 79
- BRICARD, A., J.-B. CAUSSIN, D. DAS, C. SAVOIE, V. CHIKKADI, K. SHITARA, O. CHEPIZHKO, F. PERUANI, D. SAINTILLAN et D. BAROLO. 2015, «Emergent vortices in populations of colloidal rollers», *Nature communications*, vol. 6. 60
- BUTTINONI, I., J. BIALKÉ, F. KÜMMEL, H. LÖWEN, C. BECHINGER et T. SPECK. 2013, «Dynamical Clustering and Phase Separation in Suspensions of Self-Propelled Colloidal Particles», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 110, n° 23, p. 238 301. 60
- CHEN, Y.-J., Y. NAGAMINE et K. YOSHIKAWA. 2009, «Self-propelled motion of a droplet induced by marangoni-driven spreading», *Physical Review E*, vol. 80, n° 1, p. 016 303. 60
- CROCKER, J. C. et D. G. GRIER. 1996, «Methods of digital video microscopy for colloidal studies», *Journal of colloid and interface science*, vol. 179, n° 1, p. 298–310. 64
- DAUCHOT, O., R. LEDESMA-ALONSO, G. JUNOD et G. BRIAND. 2017, «Self propelled hard disks against a membrane : Mechanical pressure and instability», *Bulletin of the American Physical Society*, vol. 62. 60
- DESEIGNE, J., O. DAUCHOT et H. CHATÉ. 2010, «Collective motion of vibrated polar disks», *Physical review letters*, vol. 105, n° 9, p. 098 001. 60
- GINOT, F., I. THEURKAUFF, D. LEVIS, C. YBERT, L. BOCQUET, L. BERTHIER et C. COTTIN-BIZONNE. 2015, «Nonequilibrium equation of state in suspensions of active colloids», *Physical Review X*, vol. 5, n° 1, p. 011 004. 60
- GIROT, A., N. DANNÉ, A. WÜRGER, T. BICKEL, F. REN, J. C. LOUDET et B. POULIGNY. 2016, «Motion of Optically Heated Spheres at the Water–Air Interface», *Langmuir*, vol. 32, n° 11, p. 2687–2697. 61
- IZRI, Z., M. N. VAN DER LINDEN, S. MICHELIN et O. DAUCHOT. 2014, «Self-Propulsion of Pure Water Droplets by Spontaneous Marangoni-Stress-Driven Motion», *Phys. Rev. Lett.*, vol. 113, n° 24, p. 248 302–5. 64
- JENSEN, O. E. 1995, «The spreading of insoluble surfactant at the free surface of a deep fluid layer», *J Fluid Mech*, vol. 293, n° -1, p. 349. 83
- JIANG, H.-R., H. WADA, N. YOSHINAGA et M. SANO. 2009, «Manipulation of colloids by a nonequilibrium depletion force in a temperature gradient», *Physical review letters*, vol. 102, n° 20, p. 208 301. 60
- KITAHATA, H., S.-I. HIROMATSU, Y. DOI, S. NAKATA et M. R. ISLAM. 2004, «Self-motion of a camphor disk coupled with convection», *Physical Chemistry Chemical Physics*, vol. 6, n° 9, p. 2409–2414. 63
- KITAHATA, H. et N. YOSHINAGA. 2016, «Effective diffusion coefficient including the Marangoni effect», *arXiv*. 83
- LAUGA, E. et A. M. DAVIS. 2012, «Viscous marangoni propulsion», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 705, p. 120–133. 80

- LE ROUX, S., M. ROCHÉ, I. CANTAT et A. SAINT-JALMES. 2016, «Soluble surfactant spreading : How the amphiphilicity sets the Marangoni hydrodynamics», *Phys Rev E*, vol. 93, n° 1, p. 275–13. 79
- MANDRE, S. 2017, «Axisymmetric spreading of surfactant from a point source», *J Fluid Mech*, vol. 832, p. 777–792. 80
- MASOUD, H. et H. A. STONE. 2014, «A reciprocal theorem for marangoni propulsion», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 741, p. R4. 81
- MICHELIN, S., E. LAUGA et D. BARTOLO. 2013, «Spontaneous autophoretic motion of isotropic particles», *Physics of Fluids*, vol. 25, n° 6, p. 061 701. 64, 81, 83
- MIKHAILOV, A. et D. MEINKÖHN. 1997, «Self-motion in physico-chemical systems far from thermal equilibrium», *Stochastic Dynamics*, p. 334–345. 82
- NAKATA, S., M. NAGAYAMA, H. KITAHATA, N. J. SUEMATSU et T. HASEGAWA. 2015, «Physicochemical design and analysis of self-propelled objects that are characteristically sensitive to environments», *Physical Chemistry Chemical Physics*, vol. 17, n° 16, p. 10 326–10 338. 61
- NISHIGUCHI, D. et M. SANO. 2015, «Mesoscopic turbulence and local order in Janus particles self-propelling under an ac electric field», *Phys Rev E*, vol. 92, n° 5, p. 052 309–11. 60
- OKAWA, D., S. J. PASTINE, A. ZETTL et J. M. J. FRÉCHET. 2009, «Surface Tension Mediated Conversion of Light to Work», *J. Am. Chem. Soc.*, vol. 131, n° 15, p. 5396–5398. 61
- ROCHÉ, M., Z. LI, I. M. GRIFFITHS, S. LE ROUX, I. CANTAT, A. SAINT-JALMES et H. A. STONE. 2014, «Marangoni Flow of Soluble Amphiphiles», *Physical Review Letters*, vol. 112, n° 20, p. 208 302–5. 79
- SAGLIMBENI, F., M. DIPALO, F. DE ANGELIS, R. DI LEONARDO et C. MAGGI. 2015, «Micromotors with asymmetric shape that efficiently convert light into work by thermocapillary effects», *Nature Communications*, vol. 6, p. 1–5. 61
- SOH, S., M. BRANICKI et B. A. GRZYBOWSKI. 2011, «Swarming in shallow waters», *The Journal of Physical Chemistry Letters*, vol. 2, n° 7, p. 770–774. 61, 63, 85
- STONE, H. A. et A. AJDARI. 1998, «Hydrodynamics of particles embedded in a flat surfactant layer overlying a subphase of finite depth», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 369, p. 151–173. 87
- SUEMATSU, N. J., T. SASAKI, S. NAKATA et H. KITAHATA. 2014, «Quantitative estimation of the parameters for self-motion driven by difference in surface tension», *Langmuir*, vol. 30, n° 27, p. 8101–8108. 69, 88
- TOMLINSON, C. 1860, «On the motions of camphor on the surface of water.», *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 11, p. 575–577. 61
- WÜRGER, A. 2010, «Thermal non-equilibrium transport in colloids», *Reports on Progress in Physics*, vol. 73, n° 12, p. 126 601. 61

- WÜRGER, A. 2014, «Thermally driven Marangoni surfers», *J Fluid Mech*, vol. 752, p. 589–601. 80
- YAN, J., M. HAN, J. ZHANG, C. XU, E. LUIJTEN et S. GRANICK. 2016, «Reconfiguring active particles by electrostatic imbalance», *Nat Mater*, vol. 15, n° 10, p. 1095–1099. 60

Chapitre IV

Nageurs interfaciaux : dynamique collective

Sommaire

IV.1 Régime dilué	94
1.1 Comportement qualitatif	94
1.2 Vitesse de nage	96
1.3 Étude dynamique	98
1.4 Accélérations et interactions de paire	101
IV.2 Régime semi-dilué : turbulence active	104
2.1 Description globale	104
2.2 Lien avec la turbulence	105
2.2.a La cascade d'énergie turbulente.	105
2.2.b Description Lagrangienne des écoulements turbulents	107
2.3 Les Modèles stochastiques	108
2.3.a Historique	108
2.3.b Modèle stochastique à un temps	108
2.3.c Modèle statistique à deux temps	110
2.3.d Application au cas des nageurs	112
2.4 Article sur la turbulence active	115
2.5 Annexe : quelques courbes supplémentaires	127
IV.3 Références	129

Dans le chapitre précédent nous avons mis en place un système actif macroscopique à base de nageurs interfaciaux : des disques de camphre, dont nous avons ensuite étudié les propriétés élémentaires à l'échelle de la particule individuelle. Dans ce nouveau chapitre, nous abordons désormais les effets multi-particules de dynamique collective à l'aide de ce même système expérimental. Pour cela, nous reprenons notre configuration initiale formée d'une cuve circulaire –une boîte de Pétri– dont la hauteur d'eau restera fixe, que nous enseignons avec un nombre variable de nageurs de rayon là aussi fixe. La cuve utilisée est une boîte de Pétri de 140 mm de diamètre, le diamètre des nageurs est $2R = 5$ mm et la hauteur d'eau $h = 10$ mm.

On retrouve dans la littérature quelques études de l'aspect collectif de la nage de bateaux de camphre. Des approches de physique non-linéaire ont été par exemple développés dans un canal circulaire (géométrie 1D) avec apparition d'ondes de densité ou d'effets de synchronisation [IKURA et collab., 2013]. Dans un système comme le notre –cuve circulaire–, des effets d'auto-organisation en agrégats ont été étudiés à partir de « particules » de camphre de différentes géométries (chevrons, bâtonnets) ou dans des limites de profondeur très faibles pour lesquelles les interactions deviennent attractives [SOH et collab., 2011]. Qualitativement, une seule étude se rapproche des investigations présentées ci-dessus en partageant le même système expérimental [SUEMATSU et collab., 2015]). Cette étude s'est notamment concentrée sur un aspect diagramme de phase du système en fonction du nombre de nageurs, ainsi que sur quelques éléments de description statistique (distribution des vitesses) dans la phase diluée.

Dans les résultats que nous présentons ici, nous retrouvons bien évidemment ces différents éléments mais nous développons surtout des analyses plus poussées de la dynamique collective. En particulier, dans le régime que nous définissons après comme semi-dilué, nous explorons des analogies très fortes et originales avec les statistiques des écoulements turbulents.

IV.1 Régime dilué

1.1 Comportement qualitatif

Lorsque le nombre de nageurs augmente, la première constatation que l'on peut faire est que la tendance à suivre les bords tend à disparaître ; cela peut s'expliquer par les interactions de plus en plus nombreuses avec des nageurs voisins. Pour caractériser le comportement des nageurs nous effectuons une série de mesures avec et sans filtrage des bords. Le filtrage consiste à retirer toutes les positions des nageurs ayant une distance de la paroi inférieure à 18 mm, soit deux fois la distance à partir de laquelle la vitesse de nage individuelle n'est plus influencée par les bords. La figure IV.1 montre la trajectoire d'un nageur avec un nombre croissant de disques sur la surface ; on constate qu'avec l'augmentation du nombre de nageurs on se rapproche de l'ergodicité du système, avec une meilleure exploration de la surface. Les trajectoires sont essentiellement curvilignes et les nageurs nagent indépendamment les uns des autres dans les expériences de 1 à 10 disques de camphre. Dans le cas à 20 disques, les interactions sont plus fortes, avec plus de trajectoires déviées par les nuages de camphres des disques voisins ; la nage est continue et la vitesse moyenne des nageurs est plus faible. Dans ces trajectoires, on peut remarquer l'existence de points de rebroussement (les nageurs ralentissent puis changent de direction sans vraiment s'arrêter) : on en trouve sur les bords lorsque les nageurs se heurtent aux parois, et au cœur de la surface lors des collisions entre disques de camphre. Le nombre de collisions augmente logiquement avec le nombre de nageurs.

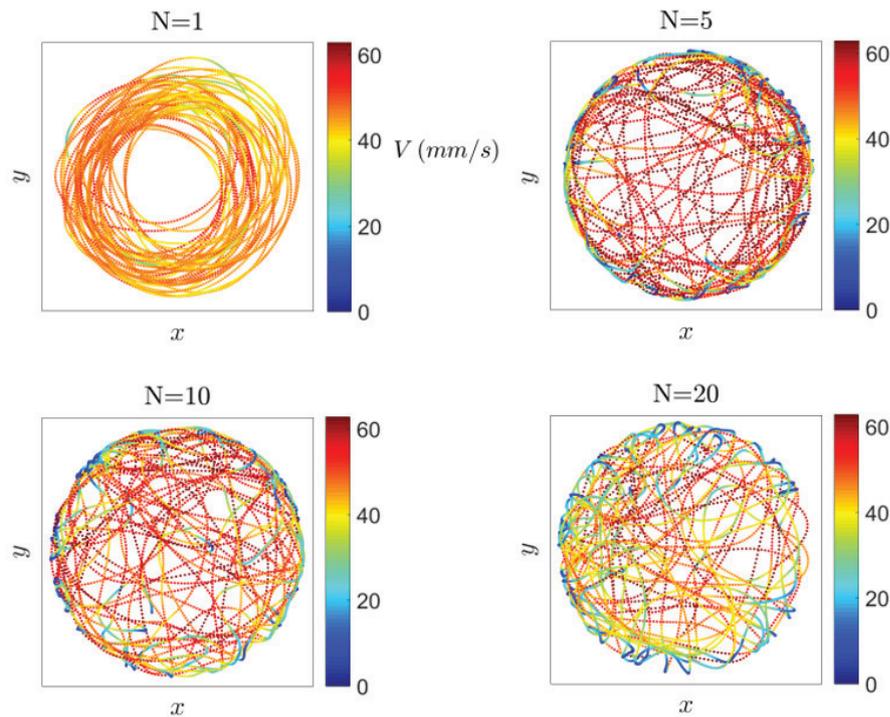


FIGURE IV.1 – Évolution caractéristique des trajectoires avec le nombre de disques ; chaque figure correspond à la trajectoire d'un disque.

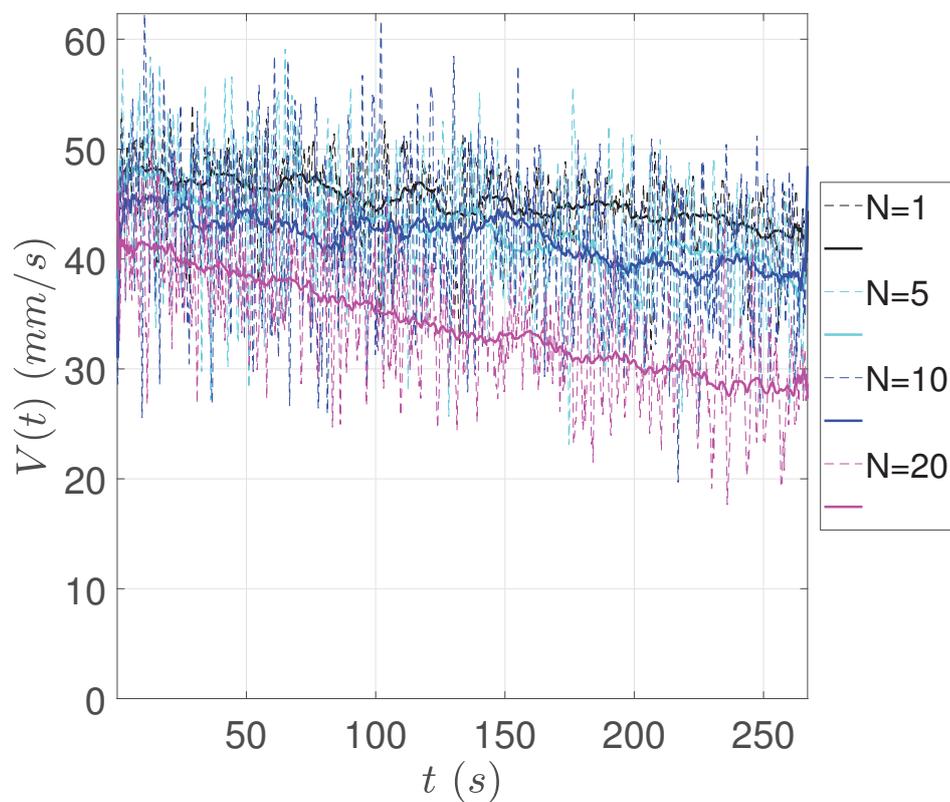


FIGURE IV.2 – Moyenne d'ensemble des vitesses des nageurs à chaque instant, $\langle V(t) \rangle = 1/N \sum_1^N v^i(t)$, où $v^i(t)$ représente la vitesse instantanée du nageur i ; les lignes pointillées correspondent à la moyenne d'ensemble instantanée, les lignes continues représentent une moyenne lissée sur 15 s.

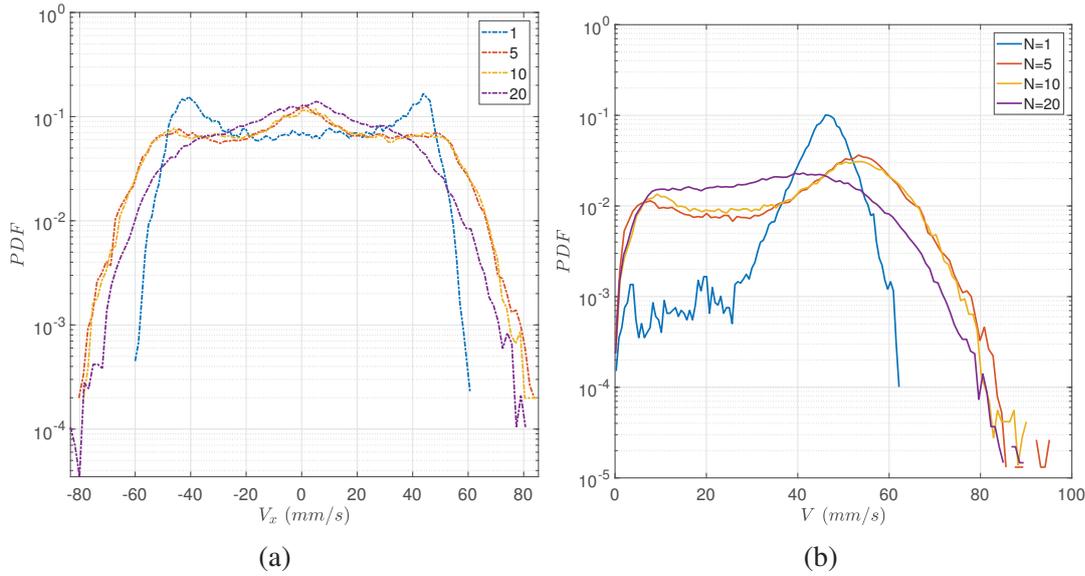


FIGURE IV.3 – Distributions de vitesse des nageurs interfaciaux pour différentes valeurs du nombre N de nageurs ($N = 1, 5, 10, 20$). (a) : PDF des vitesses signées suivant l’axe x ; (b) : PDFs des normes de vitesses.

La figure IV.2 représente une mesure de l’activité globale du système pour un nombre N croissant de nageurs (de 1 à 20), à travers la moyenne d’ensemble des normes des vitesses des nageurs à chaque instant $\langle V(t) \rangle = 1/N \sum_1^N v^i(t)$, où $v^i(t)$ représente la vitesse instantanée du nageur i . L’activité moyenne est très similaire pour un nombre de nageurs entre $N = 1$ et $N = 10$, mais semble plus faible pour $N = 20$; on remarque une faible tendance à la diminution de l’activité du système, qui peut être due au vieillissement des nageurs, mais également à la saturation en camphre de la surface (elle est plus prononcée dans le cas $N = 20$).

1.2 Vitesse de nage

Afin d’étudier la vitesse de nage de ces particules, on s’intéresse dans un premier temps à leurs distributions de vitesses. Les figures IV.3a et IV.3b montrent les PDF moyennes des normes de vitesse et des vitesses signées (on parle de vitesse signée lorsque l’on considère la composante v_x ou v_y de la vitesse). Les positions proches des bords ont été conservées. On y voit l’évolution entre la nage individuelle et la nage à plusieurs particules : on remarque par exemple l’apparition d’une queue de distribution à faible vitesse, typique de l’existence de points de rebroussement. De plus, le maximum des PDFs, représentant les vitesses les plus probables, se décale vers les vitesses les plus fortes; cet effet disparaît à grand N ($N = 20$ ici; nous verrons plus loin que c’est également le cas pour un nombre de nageurs supérieur). Des distributions similaires ont été observées sur le même type de système dans les travaux de [SUEMATSU et collab., 2015].

Par comparaison, on montre sur les figures IV.4a et IV.4b les mêmes distributions, mais pour lesquelles on a filtré en retirant les positions des nageurs les plus proches de bords : on observe une baisse des probabilités des vitesses faibles, en particulier dans les cas de faible nombre N de nageurs ($N \leq 10$) : cela s’explique simplement par le fait que dans ces cas dilués, l’essentiel des collisions (associées à des points de rebroussement) sont de type nageur/paroi. Cependant les effets mentionnés précédemment pour les distributions non filtrées persistent.

L’évolution de la position du pic des probabilité de vitesse avec le nombre de nageur est

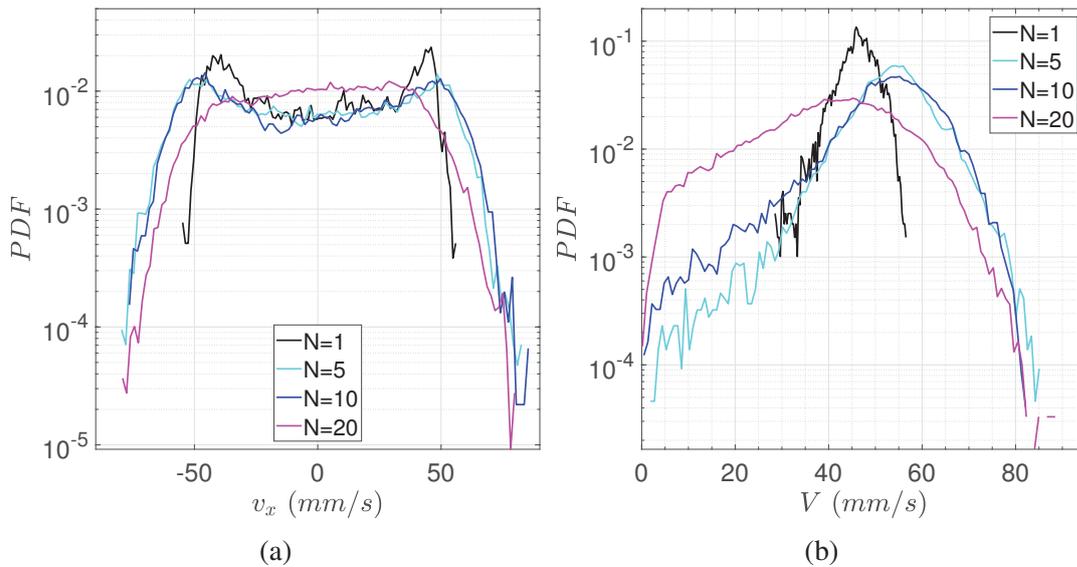


FIGURE IV.4 – Distributions de vitesse des nageurs interfaciaux pour différents nombres N de nageurs ($N = 1, 5, 10, 20$); (a) vitesses signées; (b) vitesses normées. Contrairement aux figures IV.3a et IV.3b, les données sont filtrées pour éliminer les portions de trajectoires trop proches des bords (on enlève les données pour lesquelles la position radiale de la particule est supérieure à 52 mm).

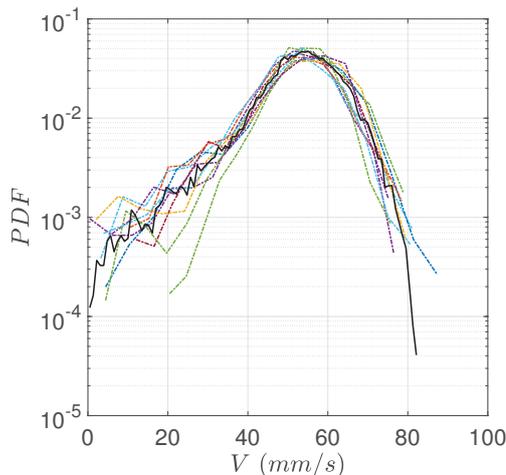


FIGURE IV.5 – $N = 10$: PDF de la norme des vitesses de chacune des 10 particules, la courbe noire correspond à la moyenne. Pour chaque particule l'écart à la moyenne est faible, les propriétés de vitesse des nageurs sont bien reproductibles.

contre-intuitive, (augmentation de V), mais marginalement significative ; on peut l'expliquer par une variabilité expérimentale cependant nous avons vu que les propriétés de vitesse des nageurs fluctuent peu par rapport à la moyenne de l'ensemble des nageurs dans la figure III.4b.(a) pour les nageurs individuels et pour l'expérience à 10 nageurs figure IV.5. C'est possiblement une signature d'effets d'interactions dû à l'ajout de nageurs. En effet, comme nous l'avons déjà indiqué, une interaction avec un autre nageur, de type « collision » va induire un arrêt transitoire de la nage et donc va faire apparaître dans les statistiques des vitesses inférieures à la vitesse de nage isolée. Mais les interactions sont également susceptibles de générer des vitesses supérieures à la vitesse de nage isolée. Si l'on prend un nageur qui à un instant t voit un autre nageur présent dans son sillage (derrière lui), comparé à la situation isolée, le sillage sera a priori enrichi en camphre générant ainsi pour la particule de tête une force motrice Marangoni plus forte que dans le cas isolé.

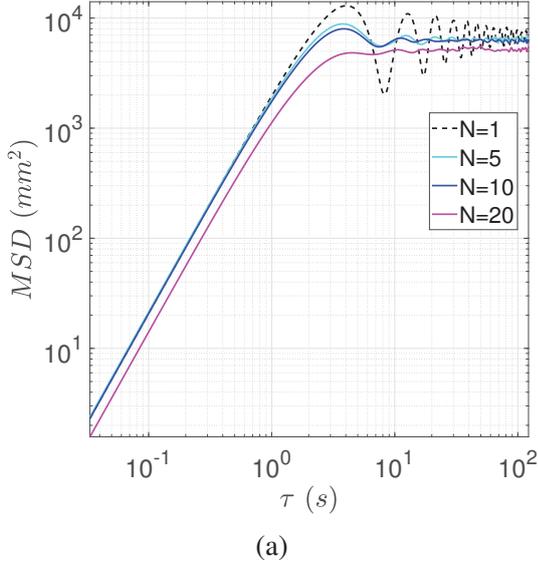


FIGURE IV.6 – Déplacement quadratique moyen des expériences à 1, 5, 10 et 20 particules ;

N	1	5	10	20
$V (mm/s)$	45.8	46.4	45.6	37.7
$V (mm/s), r_{\text{filtre}} = 52mm$	46.1	54.2	53.7	42.4

FIGURE IV.7 – Vitesses mesurées à partir de l’ajustement du préfacteur de la MSD (figure IV.6a) aux temps courts sur les quinze premières valeurs de τ , entre 0.033 s et 0.5 s, avec une loi du type $MSD = \sigma_V^2 \times \tau^2$.

1.3 Étude dynamique

On a vu que les statistiques de vitesse évoluent avec le nombre de nageurs. Qu’en est il des propriétés dynamiques et des caractéristiques de leurs trajectoires/mouvements ?

MSD – Il est classique d’utiliser le déplacement quadratique moyen (MSD : *mean square displacement*) pour décrire la dynamique d’une trajectoire, comme nous l’avons brièvement fait pour les bactéries magnétotactiques. La MSD est une mesure de la moyenne du carré de la distance parcourue par une particule pendant une durée τ , définie comme

$$\langle \Delta x^2(\tau) \rangle = \langle (x(t+\tau) - x(t))^2 \rangle . \quad (IV.1)$$

Cette donnée permet de caractériser le régime dans lequel le mouvement se situe : par exemple, dans le cas d’un mouvement brownien la MSD est proportionnelle à τ , alors que dans le cas d’un mouvement dirigé, elle est proportionnelle à τ^2 .

Les MSD à deux dimensions ($MSD = \Delta x^2 + \Delta y^2$) des trajectoires sont montrées figure IV.6a pour un nombre de nageurs allant de 1 à 20. Pour ce faible nombre de particules, le mouvement est essentiellement balistique jusqu’à la rencontre d’un mur ; on trouve ainsi essentiellement deux régimes différents : le régime balistique aux temps courts ($t < 1$ s) et un seuil aux temps long (le seuil correspond au fait que le système est confiné). L’ajustement des pentes aux temps courts permet de mesurer la vitesse quadratique moyenne : pour $N \leq 10$, on retrouve la moyenne de la densité de probabilité dans le cas de la nage individuelle, $V \simeq 45$ mm/s (voir table IV.7) ; d’autre part le seuil est identique, $\sigma_{\Delta x}^2 = 6500$ mm². Les oscillations autour du seuil dans le cas $N = 1$ sont liées aux trajectoires circulaires piégées par les bords, et décroissent avec l’augmentation du nombre de nageurs, pour devenir quasi

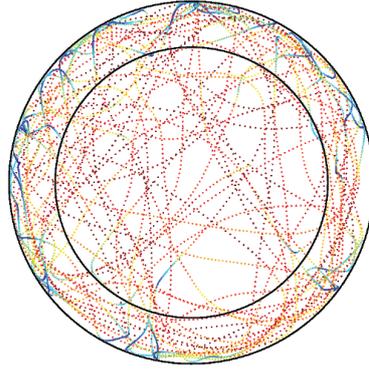
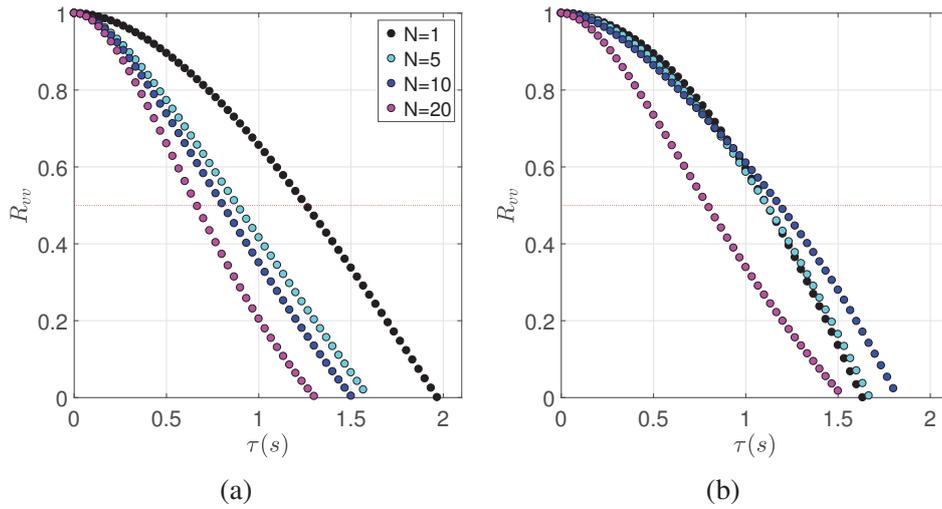


FIGURE IV.8 – Filtrage excluant toutes les portions de trajectoires à moins de 18 mm des bords.


 FIGURE IV.9 – Auto-corrélations des vitesses signées pour les expériences $N = 1, 5, 10$ et 20 nageurs (a) trajectoires brutes ; (b) trajectoires filtrées ;

inexistantes dans le cas $N = 20$. Pour $N = 20$, la vitesse quadratique moyenne diminue, et le seuil est plus faible ($\sigma_{\Delta x}^2 = 5000 \text{ mm}^2$). La surface effective à 20 nageurs est donc réduite par les interactions entre disques. Cette réduction de la surface effective, due aux interactions entre disques, montre une transition entre un régime dilué ($N \leq 10$) et un régime semi dilué ($N > 20$) que nous étudierons par la suite.

Auto-corrélations des vitesses – On peut se demander si la dynamique de nage est perturbée avec l'augmentation du nombre de nageurs. Pour y répondre nous devons estimer certaines caractéristiques des nageurs, comme le temps de persistance d'une trajectoire, ou la longueur caractéristique de nage avant la rencontre d'un obstacle (nageur ou paroi). Le temps de persistance d'une trajectoire est obtenu à partir de la fonction d'auto-corrélation des vitesses

$$R_{vv}(\tau) = \frac{\langle v(t)v(t+\tau) \rangle}{\sigma_v^2} \quad (\text{IV.2})$$

où $v(t)$ est la vitesse d'un nageur à l'instant t . La figure IV.9 montre les auto-corrélations des vitesses signées pour un nombre de nageurs allant de 1 à 20, avec et sans filtrage des bords. Le temps de persistance (également appelé temps de demi-corrélation) est le temps pendant lequel les vitesses restent corrélées, que l'on estime comme le temps $\tau_{1/2}$ pour lequel $R_{vv}(\tau_{1/2}) = 1/2$. Les temps de demi-corrélations sont répertoriés figure IV.10 : on remarque que le temps de persistance de la nage diminue avec N , ce qui indique que les vitesses se décorrèlent plus rapidement avec un nombre croissant de nageurs. Ceci est cohérent avec

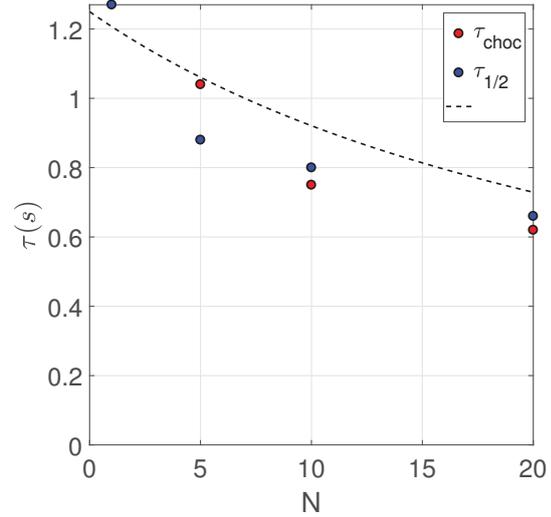


FIGURE IV.10 – Temps de persistance des vitesses $\tau_{1/2}$ issus des auto-corrélations des vitesses et temps de collisions inter-particule $\tau_{choc} = (\ell - 2R)/V_{rms}$.

l'augmentation des chocs induisant un changement de direction (les chocs entre nageurs forcent un « tumbling » ou un événement de diffusion).

On peut tenter de comparer ces mesures avec une estimation du temps typique entre deux interactions. Classiquement celui-ci est associé à la notion de libre parcours moyen défini ici par la formule

$$\tau_{pers.} = \frac{S_{Petri}}{4RV_{rms}N}, \quad (IV.3)$$

avec V_{rms} la vitesse typique de nage, N le nombre de nageurs, S_{Petri} la surface de la cuve, R le rayon des disques de camphre. On a considéré dans cette formule qu'une interaction avait lieu non pas au contact mais à 2 fois la taille des particules en cohérence avec les mesures d'interaction avec les bords. En pratique cette formule ne donne absolument pas les bons ordres de grandeur (temps beaucoup trop grands) et prédit une dépendance trop forte en nombre de particules.

Une explication possible est que les chocs inter-particules que nous calculons ici ne représentent qu'une fraction –faible– des événements, l'autre fraction étant constituée des interactions avec le bord. Un moyen heuristique de combiner les deux effets, dont l'un (le bord) domine à N faible, et l'autre domine à N grand, consiste en la formule d'interpolation

$$\frac{1}{\tau_{choc}} = \frac{1}{\tau(N=1)} + \frac{1}{\tau_{pers.}}. \quad (IV.4)$$

Cette formule est représentée sur la figure IV.10) et rend assez bien compte de la décroissance expérimentale.

Même si l'interprétation physique n'est pas claire, il est possible d'exhiber un autre temps caractéristique cohérent avec nos mesures, fondé sur la distance typique entre particules. Celle-ci vaut $\ell = \sqrt{S_{Petri}/N}$ à partir de quoi nous estimons le temps de trajet entre deux voisins $\tau_{choc} = (\ell - 2R)/V_{rms}$. Ces estimations de τ_{choc} sont cohérentes avec les valeurs de $\tau_{1/2}$ variant de 1 s à 0.62 s pour $N = 5$, 10 et $N = 20$ (figure IV.10).

Afin de quantifier les temps de persistance des trajectoires des nageurs sans les parois, nous estimons les temps de demi-corrélation au centre de la boîte de Pétri (voir figure IV.8 avec bords filtrés). Les temps de demi-corrélation extraits des auto-corrélations des vitesses filtrées figure IV.9.(b) sont similaires pour N variant de 1 à 10 ($\tau_{1/2} = 1.15$ s), et plus importants que dans le cas brut (sans filtrage). Lorsque $N = 20$, le temps de décorrélation diminue ($\tau_{1/2, N=20} = 0.8$ s). Les longueurs de décorrélations sont calculées à partir des temps de demi-corrélation $\tau_{1/2}$ et des vitesses quadratiques moyenne : $V_{rms(N=5,10)} = \sqrt{\sigma_{V_x}^2 + \sigma_{V_y}^2} \sim$

N	$\sigma_{v_{x,y}}$ (mm/s)	$\sigma_{v_{x,y}}$ (mm/s) filtre	V_{rms} (mm/s) filtre	$\sigma_{a_{x,y}}$ (mm/s ²)	$\sigma_{a_{x,y}}^{filtre}$ (mm/s ²)
1	32.4	32.6	46.1	32.5	29
5	32.8	38.3	54.2	55.3	43
10	32.3	38	53.7	60	45.8
20	26.7	30	42.4	55.7	48.8

FIGURE IV.11 – Tableau récapitulatif des statistiques de vitesses et des accélérations extraites des densités de probabilité.

55 mm/s et $V_{rms(N=20)} \sim 43$ mm/s. Elles sont de l'ordre de $\ell_{1,5,10} = V_{rms}\tau_{1/2} \sim 64$ mm et $\ell_{20} = 34$ mm. Cette différence de temps de persistance des vitesses et de longueurs de corrélation est significative et confirme que les interactions entre disques sont faibles dans le régime dilué (jusqu'à $N = 10$) et apparaissent à partir de 20 nageurs.

1.4 Accélérations et interactions de paire

La caractérisation des propriétés dynamiques d'un système comprend l'étude des accélérations; nous allons ici nous intéresser aux statistiques d'accélérations, mais également aux accélérations de paires qui donnent accès aux ordres de grandeurs des interactions entre nageurs.

Densités de probabilité des accélérations normées et signées – La figure IV.12(a) montre les densités de probabilités des normes des accélérations pour les expériences à $N = 1, 5, 10$ et 20 nageurs. En nage individuelle, l'accélération est très piquée sur une valeur faible, de l'ordre de 25 mm/s². Or, comme on l'a vu, dans ce cas la nage est essentiellement circulaire sur les bords de la boîte de Pétri; cette accélération se compare donc favorablement avec celle d'un mouvement circulaire, $a \sim V_{rms}^2/R_{Ptri} \sim 30$ mm/s². Dans les cas à 5 et 10 particules, les accélérations des disques de camphre sont plus fortes, en moyenne de l'ordre de 60 mm/s². En effet, on observe l'apparition d'une queue de distribution qui montre l'existence d'événements de plus forte accélération : il s'agit des « points de rebroussement », qui correspondent aux collisions entre disques, mais surtout avec la paroi dans ce régime dilué; ces collisions sont associées à un changement de direction, accompagné d'une forte décélération puis d'une forte accélération.

Cependant il peut également s'agir d'interactions à longue portée entre nuages de camphre. Pour quantifier l'importance des interactions à courte portée de type collision comparé aux interactions à longue portée, on présente sur la figure IV.12(b) les mêmes densités de probabilité, mais pour lesquelles on a encore une fois filtré pour enlever les positions des disques trop proches des bords. On remarque une très nette diminution des probabilités de fortes accélérations (échelle log), qui prouve l'importante contribution des collisions avec parois dans les fortes accélérations.

Cela est encore confirmé en comparant les figures IV.13 et IV.14 qui représentent respectivement les densités de probabilités des accélérations signées a_x brutes, et avec le même filtre qui retire les positions proches des bords.

Interaction de paires – Dans le but de quantifier les interactions entre nageurs nous estimons la force d'interaction entre disques grâce à leurs accélérations relatives radiales,

$$dA_r = \frac{dA_x \cdot dX + dA_y \cdot dY}{\sqrt{dX^2 + dY^2}}, \quad (IV.5)$$

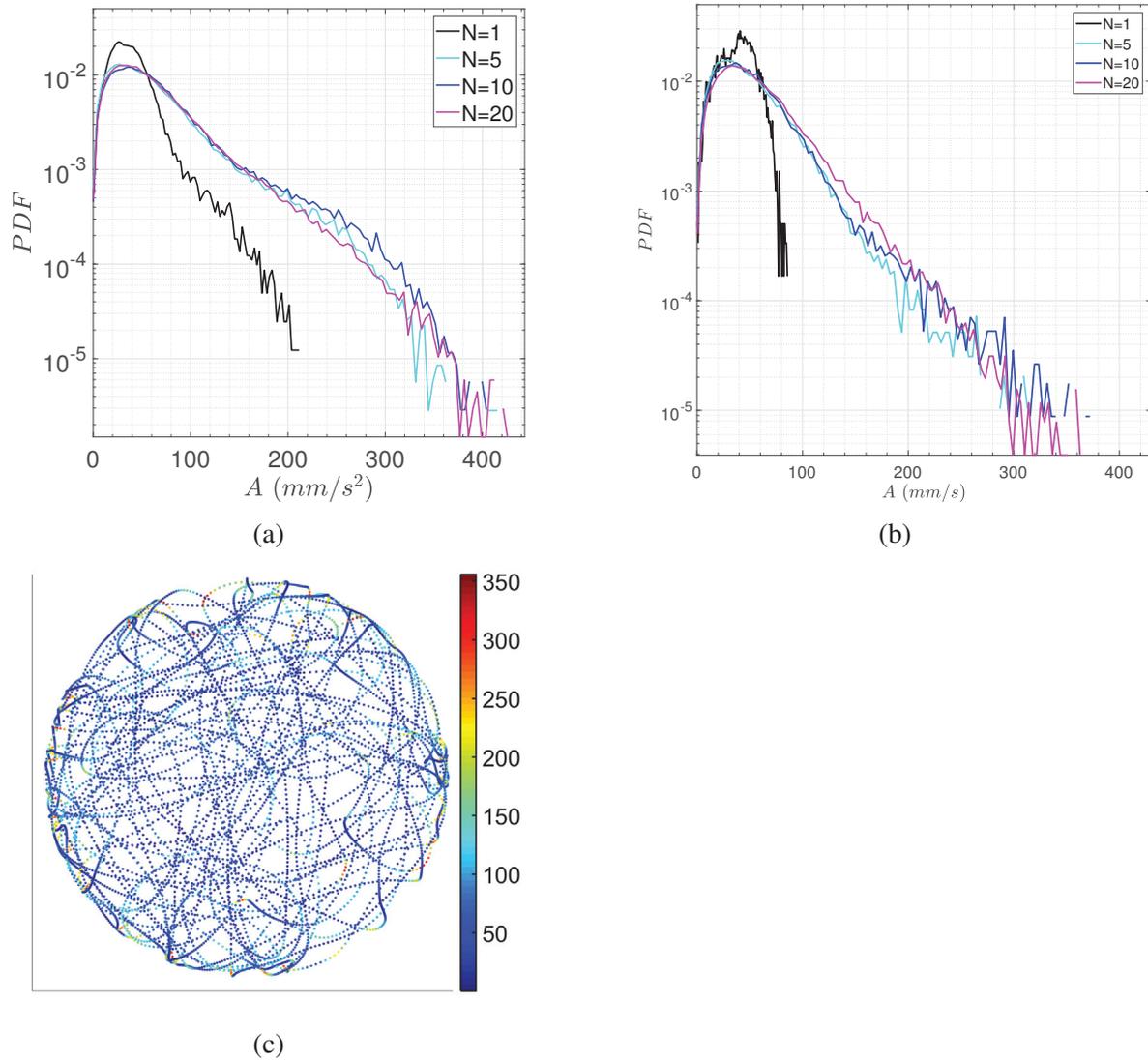


FIGURE IV.12 – (a) Densités de probabilité des normes des accélérations pour N variant de 1 à 20; (b) même chose avec filtrage sur la position des nageurs; (c) Accélérations mesurées le long de la trajectoire d'une particule dans l'expérience à 10 nageurs;

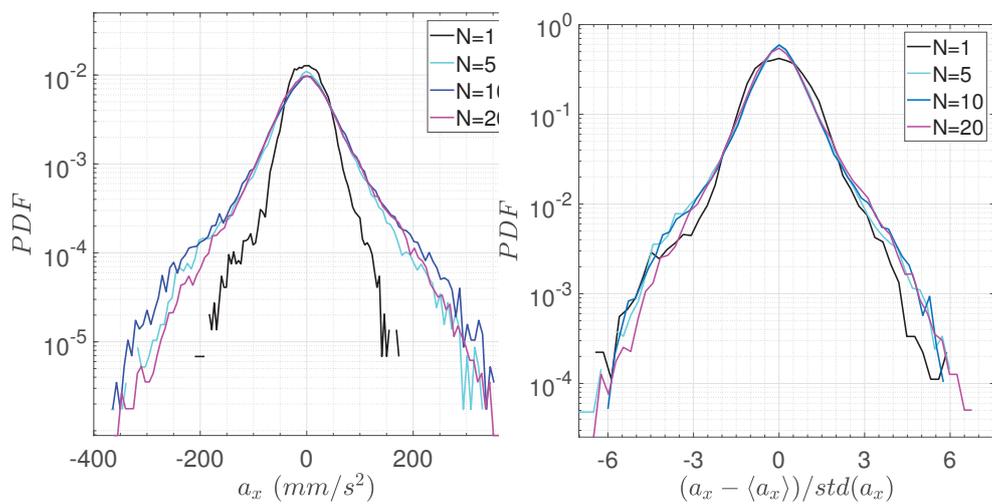


FIGURE IV.13 – Densité de probabilité des accélérations signées des expériences de 1 à 20 nageurs

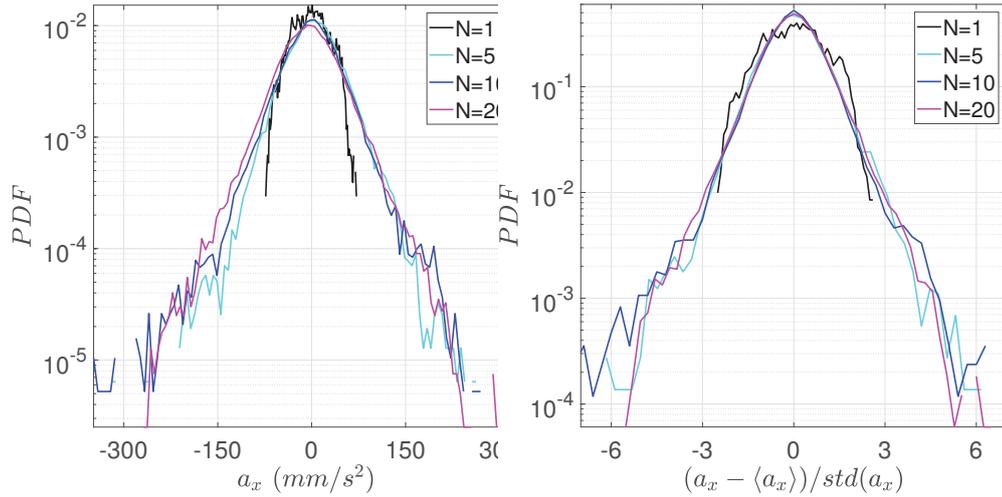


FIGURE IV.14 – Densités de probabilité des accélérations signées des expériences de 1 à 20 nageurs, pour lesquelles les trajectoires sont filtrées pour enlever les positions proches des bords.

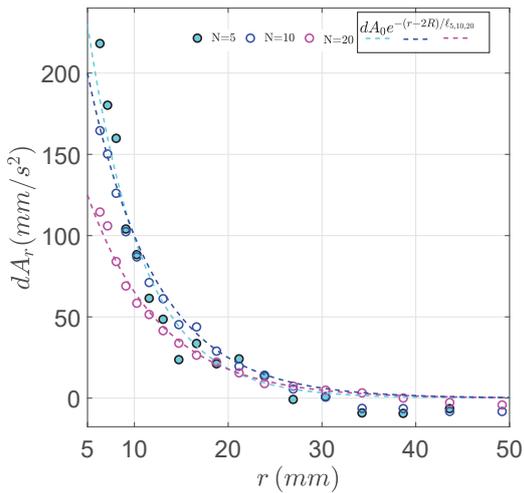


FIGURE IV.15 – $dA_r = f(r)$ Accélération relatives radiales des disques de camphre en fonction de leur séparation r . Ajustement exponentiel : $dA_r = dA_0 e^{-r/\ell}$, les accélérations relatives maximales dA_0 sont de 215, 190 et 120 mm/s^2 pour $N = 5, 10$ et 20 disques, les longueurs de portée ℓ sont respectivement de 5.9, 7.2 et 7.7 mm.

où dA_r est l'accélération radiale relative entre deux nageurs, dX et dY la séparation entre deux disque selon les directions x et y , $r = \sqrt{dX^2 + dY^2}$ la séparation entre deux nageurs, dA_x et dA_y les coordonnées x et y des accélérations relatives. Pour nous affranchir des problèmes de bord, nous calculons ensuite ces accélérations au centre de la boîte de Pétri dans un patch de 50mm de diamètre.

Les résultats pour les expériences de 5, 10 et 20 nageurs sont visibles figure IV.15 : lorsque les accélérations relatives sont positives la force d'interaction est répulsive, alors que les valeurs négatives correspondent à une force attractive. On remarque que les accélérations radiales relatives sont positives dans une gamme de séparation entre 5 et 30mm. Avec un ajustement exponentiel $dA_r = dA_0 e^{-(r-2R)/\ell}$ avec ℓ la portée de ces forces répulsives, on obtient $\ell \sim 7 \text{ mm}$. Au-delà de 30mm, les accélérations radiales sont négatives. Cet effet est probablement dû à la réinjection des particules vers le centre de la boîte de Pétri. Cette portée ℓ est de l'ordre de la portée d'interaction avec les parois estimée ($b = 2R$) dans la section nage individuelle, mais aussi un ordre de grandeur intéressant pour estimer la taille du nuage de camphre formé autour du disque.

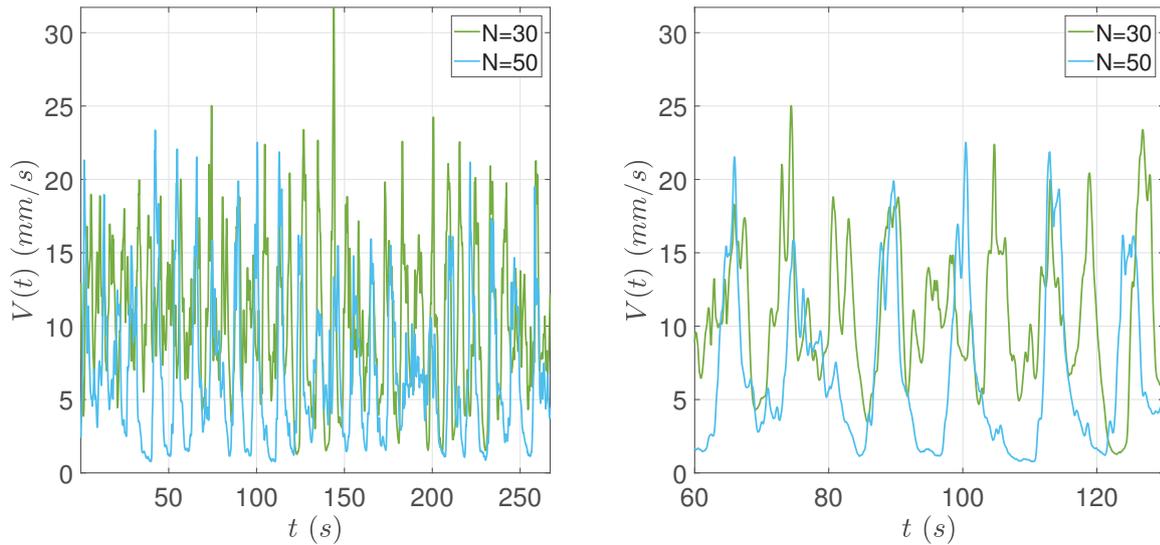


FIGURE IV.16 – À gauche : Moyenne d’ensemble des vitesses des nageurs à chaque instant ; À droite zoom entre 60 et 120s. On remarque que la vitesse moyenne est fortement intermittente.

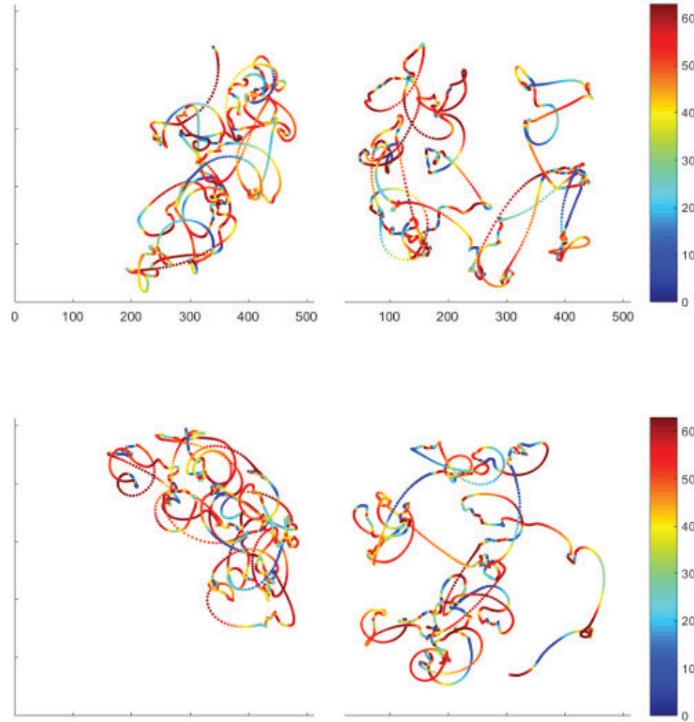
IV.2 Régime semi-dilué : turbulence active

Lorsque l’on augmente le nombre de particules, une transition entre nage continue et nage intermittente apparaît. La vitesse des nageurs décroît jusqu’à atteindre un état sans mouvement métastable. Puis le système est perturbé par un nageur qui se remet en mouvement et déstabilise ses plus proches voisins, entraînant la mise mouvement de tous les autres nageurs. À forte densité, les distributions des vitesses deviennent fortement non gaussiennes, avec des queues algébriques comme dans des écoulement fortement turbulents. Comme nous allons le voir, les données peuvent être décrites par un modèle statistique Lagrangien très simple à deux échelles de temps, proposé par Sawford [SAWFORD, 1991] pour décrire les écoulements turbulents. D’autres données, telles les fonctions de structure Lagrangiennes, seront comparées très favorablement à leurs homologues en turbulence. Un système 2D de bateaux de camphre pourrait-il se comporter collectivement comme des particules passives dans un écoulement fortement turbulent ?

2.1 Description globale

La nage intermittente peut être caractérisée par la vitesse d’ensemble des nageurs, $V(t) = 1/N \sum_{i=1}^N v^i(t)$; celle-ci est donnée sur la figure IV.16. On constate que la vitesse moyenne n’est plus stable dans le temps et fluctue entre des phases actives où la plupart des disques nagent et des phases de repos avec l’ensemble des disques à l’arrêt. Le graphe fait penser à un signal de vitesse turbulent.

De même, les trajectoires des disques de camphre possèdent à la fois des phases visiblement très corrélées, tout en étant très erratiques par moments ; même s’il s’agit de trajectoires bidimensionnelles, ces caractéristiques font penser à des trajectoires de traceurs passifs en écoulement turbulent...


 FIGURE IV.17 – Trajectoires de disques de camphre dans une expérience à $N = 50$ nageurs

2.2 Lien avec la turbulence

2.2.a La cascade d'énergie turbulente.

En écoulements 3D, la cascade d'énergie turbulente est une conséquence du fait que l'énergie injectée à une grande échelle L donnée (par exemple en mélangeant dans un domaine de taille L) ne peut pas être dissipée efficacement par le frottement visqueux. Les trop énergétiques gros tourbillons deviennent alors instables et se fragmentent en de plus petits tourbillons, et ainsi de suite jusqu'à ce que de petits tourbillons soient créés, pour lesquels la dissipation devienne suffisante pour dissiper l'énergie mécanique du système en chaleur. Si ε représente l'énergie injectée par unité de masse et de temps dans l'écoulement, en régime stationnaire, ε représente également le flux d'énergie à travers la hiérarchie d'échelles spatiales, mais également le taux de dissipation d'énergie aux plus petites échelles.

D'un point de vue formel, ce flux d'énergie couplant grandes et petites échelles spatiales résulte du terme quadratique et non linéaire de l'équation de Navier-Stokes,

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (\text{IV.6})$$

où ρ est la masse volumique du fluide, \mathbf{u} sa vitesse (qui dépend des coordonnées d'espace \mathbf{x} et du temps t), $p = p(\mathbf{x}, t)$ la pression, et μ la viscosité dynamique. Classiquement, on introduit le *nombre de Reynolds* comme le rapport du terme quadratique et du terme de viscosité,

$$Re = \frac{\rho U^2 / L}{\mu V / L^2} = \frac{UL}{\nu}, \quad (\text{IV.7})$$

où U est la vitesse caractéristique de l'écoulement (par exemple, la vitesse à l'infini, ou bien la vitesse d'un objet se déplaçant dans le fluide), L est une échelle caractéristique (par exemple, la taille du domaine, ou celle de l'objet), et $\nu = \mu / \rho$ est la viscosité cinématique.

Lorsque l'écoulement est turbulent, la vitesse fluctue très rapidement au cours du temps. On utilise alors la *décomposition de Reynolds*,

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \overline{\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)} + \mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) \quad (\text{IV.8})$$

où la barre au-dessus du \mathbf{u} désigne la moyenne statistique, l'apostrophe désigne le terme d'écart par rapport à cette moyenne : on obtient alors une terme à variations spatio-temporelles lentes, auquel se superpose la fluctuation. Il n'existe pas une manière unique de définir le nombre de Reynolds : souvent, les membres de la communauté turbulente bâtissent le nombre de Reynolds plutôt sur l'écart type de la vitesse, $\sigma_u = \overline{\mathbf{u}'^2}$.

En 1941, le mathématicien Russe Andreï Kolmogorov proposa une description quantitative de la distribution multi-échelle d'énergie à travers les échelles [KOLMOGOROV, 1941]. La phénoménologie de Kolmogorov a tellement influencé le milieu de la mécanique des fluides que depuis on la cite simplement comme *K41*. Kolmogorov a soutenu que pour un forçage suffisamment important (*i.e.* pour des grands nombres de Reynolds), il devrait exister une gamme universelle d'échelles (appelée *zone inertielle*), pour laquelle à une échelle spatiale r suffisamment petite comparée à celle d'injection d'énergie L (de manière à négliger les spécificités géométriques du mécanisme d'injection d'énergie), et suffisamment grande comparée à celle de dissipation visqueuse η (celle pour laquelle $Re_\eta = u_\eta \eta / \nu = 1$, qui dissipe l'énergie au fur et à mesure qu'elle atteint cette échelle), le seul paramètre physiquement important et qui gouverne la distribution d'énergie est ε . On peut remarquer que la condition $\eta \ll r \ll L$ implique que $L/\eta \gg 1$, ce qui implique que le nombre de Reynolds de l'écoulement $Re = \sigma_u L / \nu$ est grand. On peut montrer en effet [TENNEKES et LUMLEY, 1972] que pour des écoulements turbulents, l'échelle de séparation est directement reliée au nombre de Reynolds par la relation

$$\eta = \frac{L}{Re^{3/4}} ; \quad (\text{IV.9})$$

cela se réécrit $Re = (L/\eta)^{4/3}$, ce qui permet d'interpréter le nombre de Reynolds comme un nombre de degrés de liberté effectif du système, puisque plus il est grand, plus la hiérarchie d'échelles est étendue. Dans de telles conditions, l'analyse dimensionnelle impose que l'énergie cinétique transportée par des tourbillons à une échelle r donnée, estimée à partir de la différence de vitesse quadratique moyenne entre deux points séparés d'une distance r , également appelée *fonction de structure eulérienne du second ordre*, vérifie les relations

$$S_2(r) = \langle |\delta_r \mathbf{u}|^2 \rangle \propto (\varepsilon r)^{2/3} . \quad (\text{IV.10})$$

Notons que l'on a supposé l'isotropie pour obtenir ce résultat, de telle sorte que toutes les quantités statistiques eulériennes en deux points dépendent seulement de la norme r du vecteur de séparation \mathbf{r} , mais pas de l'orientation de la séparation. En turbulence homogène, $S_2(r)$ est lié de manière univoque à la fonction spatiale d'auto-corrélation des vitesses par la relation

$$R_{uu}(r) = 1 - \frac{S_2(r)}{2\sigma_u^2} . \quad (\text{IV.11})$$

Dans un système totalement décorréolé (comme par exemple le mouvement Brownien), on a $S_2(r) = 2\sigma_u^2 r$ et $R_{uu}(r) = 0$ indépendamment de r (pour $r > 0$). Le comportement en $r^{2/3}$ de la zone inertielle prédite par la théorie K41 révèle donc la nature corrélée de la dynamique multi-échelle de la turbulence. Dans l'espace de Fourier, ce comportement est équivalent à la célèbre loi en $k^{-5/3}$ pour le spectre d'énergie (avec $k = 2\pi r^{-1}$), également appelé spectre de

Kolmogorov de la turbulence. Plus généralement la phénoménologie K41 de la turbulence prédit que la fonction de structure d'ordre n

$$S_n(r) = \langle |\delta_r \mathbf{u}|^n \rangle, \quad (\text{IV.12})$$

doit se comporter comme

$$S_n(r) \propto (\varepsilon r)^{n/3}. \quad (\text{IV.13})$$

Le cas $n = 3$ est particulièrement intéressant puisqu'il se situe au-delà des considérations à la Kolmogorov, il est directement relié au flux d'énergie à travers les échelles et peut être dérivé directement des équations de Navier-Stokes. Plus précisément, on peut montrer de manière analytique que

$$\vec{\nabla}_r \cdot \langle |\delta_r \mathbf{u}|^2 \delta_r \mathbf{u} \rangle = -4\varepsilon. \quad (\text{IV.14})$$

Dans cette relation, le membre de gauche représente le flux d'énergie entre les échelles spatiales plus grandes que r et les plus petites échelles. Le signe $-$ dans le membre de droite est primordial et véhicule l'information sur la direction de la cascade d'énergie (des grandes aux petites échelles pour une cascade directe, comme en turbulence 3D). Kraichnan a montré qu'en turbulence 2D, l'inhibition d'étirement des vortex résulte dans un mécanisme de cascade inverse (où l'énergie va de l'échelle d'injection vers les plus grandes échelles spatiales). Dans une telle situation la relation précédente s'écrit [LINDBORG, 1999] :

$$\vec{\nabla}_r \cdot \langle |\delta \vec{u}_r|^2 \delta \vec{u}_r \rangle = +4\varepsilon \quad (\text{IV.15})$$

Concernant les statistiques d'ordre plus élevé (typiquement pour $n \geq 4$), il est maintenant bien établi que les lois d'échelle de K41 s'écartent des observations numériques et expérimentales, pour lesquelles on a plutôt $S_n(r) \propto (\varepsilon r)^{\zeta_n}$, avec $\zeta_n < n/3$. Cela reflète la nature *intermittente* de la turbulence, qui n'est pas auto-similaire à travers les échelles (les régions de haute énergie peuvent être distribuées de façon très inhomogène dans l'espace). Cette limitation, déjà pointée par Landau après la publication K41, a amené Komogorov à proposer en 1962 une phénoménologie raffinée [KOLMOGOROV, 1962], incluant la suggestion d'Obukov disant que le taux de dissipation d'énergie présente de fortes fluctuations non Gaussiennes. Cependant l'origine et la description de l'intermittence reste mystérieuse, et sa modélisation reste un domaine de recherche très actif [FRISCH, 1995].

2.2.b Description Lagrangienne des écoulements turbulents

La turbulence fluide est traditionnellement étudiée à l'aide de deux approches différentes : (i) le cadre Eulérien et (ii) le cadre Lagrangien.

Dans l'approche Eulérienne, les fluctuations turbulentes sont étudiées en terme de corrélations spatiales du champ de vitesse $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$. En conditions stationnaires, le temps t joue seulement le rôle d'une variable statistique qui sert à réaliser des statistiques d'ensemble nécessaires pour les quantités moyennes. Le cadre Eulérien s'est traditionnellement imposé dans la communauté de la turbulence, très certainement parce que le cadre théorique amenant à l'équation de Navier-Stokes met la notion de champ de vitesse au cœur de la description.

Dans l'approche Lagrangienne, la turbulence est décrite en termes de corrélations temporelles de la dynamique le long des trajectoires des particules fluides $\mathbf{x}(\mathbf{x}_0, t)$, où \mathbf{x}_0 représente la position initiale de la particule fluide considérée ; en turbulence homogène \mathbf{x}_0 joue simplement le rôle d'une variable statistique marquant les particules qui produisent les statistiques d'ensemble. En général on note $\mathbf{x}_i(t)$ et $\mathbf{v}_i(t)$ les trajectoires et vitesses le long des trajectoires d'une particule i donnée.

2.3 Les Modèles stochastiques

2.3.a Historique

C'est au XIX^{ème} siècle, dans le cadre de la théorie cinétique qu'apparaissent pour la première fois les modèles de dispersion lagrangienne appelés modèles stochastiques. Les plus simples (d'ordre 0 en vitesse) considèrent le déplacement X d'une particule sous l'effet de la seule diffusion. La vitesse $U = dX/dt$ est alors une variable stochastique, et il n'y a pas d'échelle de temps associée. On écrit alors :

$$dX(t) = \sqrt{2D} d\mathcal{W}(t) \quad (\text{IV.16})$$

où $\mathcal{W}(t)$ est un processus stochastique appelé processus de Wiener (et justement introduit pour décrire le mouvement Brownien). [LANGEVIN, 1908] complexifie le problème en modélisant le déplacement d'une particule de masse m sous l'effet de la diffusion mais également du frottement fluide : on a alors une équation d'ordre 1 pour la vitesse dont les variables de Markov sont (X, U) , position de la particule et vitesse du fluide :

$$dX(t) = U(t) dt \quad (\text{IV.17})$$

$$m \frac{dU}{dt} = -kU(t) + \eta(t) \quad (\text{IV.18})$$

où le terme $-kU$ (avec $k > 0$) est la force de frottement fluide et $\eta(t)$ celle qui résulte des chocs aléatoires des molécules de fluide environnantes. En turbulence, l'effet des fluctuations dans l'équation de décomposition de Reynolds (équation IV.8) étant souvent décrit comme celui d'une « diffusion turbulente » ; ainsi l'approche Lagrangienne, introduite par Taylor et Richardson dans les années 1920 [RICHARDSON, 1920; TAYLOR, 1922], est un cadre naturel pour introduire la diffusion et les propriétés de dispersion de la turbulence, en terme par exemple de modèles stochastiques à la Langevin. Mais il faudra attendre le développement de l'informatique au début des années 1980 pour que ces modèles se développent pleinement, sous le nom de « Random Flight Model » (RFM) [DURBIN, 1980; DURBIN et HUNT, 1980; SHUEN et collab., 1983].

2.3.b Modèle stochastique à un temps

Taylor proposa une approche de marche aléatoire pour la turbulence Lagrangienne qui répond à une équation à la Langevin [TAYLOR, 1922]

$$dx(t) = v(t) dt \quad (\text{IV.19})$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = -\alpha v(t) + \sqrt{2\alpha\sigma_v^2} \frac{d\mathcal{W}(t)}{dt}; \quad (\text{IV.20})$$

le terme $-\alpha v(t)$ est cette fois un terme dit « de mémoire », qui traduit le fait qu'en turbulence, la vitesse reste corrélée pendant un certain temps ; le deuxième terme modélise l'effet de la diffusivité turbulente.

Pour relier le coefficient α à un paramètre physique de la turbulence, on commence par déterminer la *corrélation du champ de vitesse Lagrangien*

$$R_{vv}(t) = \frac{\langle v(t_0) v(t_0 + t) \rangle}{\sigma_v^2} \quad (\text{IV.21})$$

où σ_v est la moyenne quadratique de la vitesse. R_{vv} est également appelée *auto-corrélation des vitesses Lagrangiennes*. On remarque que cette définition ne dépend pas de t_0 , et donc

que l'on suppose la stationnarité des quantités statistiques. On peut poser $t_1 = t_0 + t$, et l'on constate que

$$R_{vv}(t) = \frac{\langle v(t_1 - t) v(t_1) \rangle}{\sigma_v^2} = R_{vv}(-t), \quad (\text{IV.22})$$

donc la fonction de corrélation est paire.

On remarque tout d'abord en dérivant l'équation IV.21 que

$$\frac{dR_{vv}(t)}{dt} = \frac{1}{\sigma_v^2} \left\langle v(t_0) \frac{dv(t_0 + t)}{dt} \right\rangle \quad (\text{IV.23})$$

En prenant l'équation IV.20 au temps $t_0 + t$, en multipliant ensuite par $v(t_0)/\sigma_v^2$ et en moyennant ensuite on obtient

$$\frac{dR_{vv}(t)}{dt} = -\alpha R_{vv}(t), \quad (\text{IV.24})$$

équation différentielle du premier ordre qui a pour solution la fonction exponentielle

$$R_{vv}(t) = \exp(-\alpha t). \quad (\text{IV.25})$$

On introduit alors l'échelle de temps de corrélation Lagrangienne de vitesse T_L par

$$T_L = \int_0^\infty |R_{vv}(t)| dt. \quad (\text{IV.26})$$

Corrsin [CORRSIN, 1963] estima que cette échelle de temps était reliée en ordre de grandeur à la corrélation Lagrangienne de vitesse par la relation

$$T_L \sim \frac{L}{\sigma_v}; \quad (\text{IV.27})$$

on peut donc considérer ce temps Lagrangien comme le temps de corrélation Lagrangien lié aux grandes échelles. En utilisant l'équation IV.26 on déduit finalement que $\alpha = 1/T_L$, si bien que la corrélation de vitesse s'écrit, en tenant compte de sa parité :

$$R_{vv}(t) = e^{-|t|/T_L}. \quad (\text{IV.28})$$

On peut également s'intéresser à la moyenne quadratique du déplacement des particules

$$x_{MSD}^2 = \langle x^2 \rangle. \quad (\text{IV.29})$$

Taylor montra que cette quantité (on ne considère que le déplacement dans une seule direction en supposant l'isotropie) est simplement reliée aux fonctions de corrélation de vitesses Lagrangiennes par la relation, connue depuis en mécanique des fluides sous le nom du *théorème de Taylor* :

$$\frac{dx_{MSD}^2}{dt}(t) = 2\sigma_v^2 \int_0^t R_{vv}(\tau) d\tau. \quad (\text{IV.30})$$

— **démonstration** : comme $v(t) = dx/dt$, on a, en dérivant l'équation IV.29

$$\frac{dx_{MSD}^2}{dt}(t) = 2 \langle v(t)x(t) \rangle \quad (\text{IV.31})$$

$$= 2 \left\langle v(t) \int_0^t v(\xi) d\xi \right\rangle \quad (\text{IV.32})$$

$$= 2 \left\langle \int_0^t v(t) v(\xi) d\xi \right\rangle \quad (\text{IV.33})$$

$$= 2 \int_0^t \langle v(t) v(\xi) \rangle d\xi \quad (\text{IV.34})$$

$$= 2\sigma_v^2 \int_0^t R_{vv}(\xi - t) d\xi \quad (\text{IV.35})$$

On effectue alors le changement de variable $-\tau = \xi - t$, puis on utilise la parité de $R_{vv}(\tau)$ pour obtenir le résultat.

Notons que dans un cadre plus général, le théorème de Taylor est une simple reformulation de la relation entre la fonction de corrélation d'une variable aléatoire α et de ses dérivées $\dot{\alpha}$:

$$R_{\dot{\alpha}\dot{\alpha}} = -\frac{\sigma_{\dot{\alpha}}^2}{\sigma_{\alpha}^2} \ddot{R}_{\alpha\alpha} . \quad (\text{IV.36})$$

En utilisant l'équation IV.28, le théorème de Taylor conduit à deux régimes asymptotiques bien connus :

$$MSD \sim \sigma_v^2 t^2 \quad \text{pour } 0 < t < T_L \text{ (régime ballistique)} \quad (\text{IV.37})$$

$$MSD \sim 2\sigma_v^2 t \quad \text{pour } t > T_L \text{ (régime diffusif).} \quad (\text{IV.38})$$

On peut également calculer le spectre Lagrangien :

$$E(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2i\pi\omega t} \sigma_v^2 R_{vv}(t) dt \quad (\text{IV.39})$$

Avec ce modèle on obtient

$$E(\omega) = \frac{2T_L \sigma_v^2}{1 + 4\pi^2 T_L^2 \omega^2} \quad (\text{IV.40})$$

soit un spectre pour de faibles valeurs de ω , suivi d'un comportement aux temps longs en $\varepsilon \omega^{-2}$, où $\bar{\varepsilon}$ représente, on le rappelle, l'énergie injectée par unité de masse et unité de temps dans l'écoulement (égale à la même quantité dissipée en situation stationnaire). Ce résultat est en accord avec la loi en $-5/3$ de Kolmogorov, le spectre se comporte comme un spectre inertiel, sans coupure visqueuse.

2.3.c Modèle statistique à deux temps

Dans les années 1990, Sawford montra que ces modèles à un temps avec corrélation de vitesse Lagrangienne ne pouvaient pas modéliser la turbulence avec nombre de Reynolds fini, puisqu'il faut deux échelles de temps pour définir une zone inertielle finie [SAWFORD, 1991]. Cela est également visible sur les courbes d'auto-corrélation des vitesses (voir article ou figure IV.18), où l'on voit que la corrélation a une tangente nulle à l'origine. On introduit alors l'échelle de Taylor T_λ telle qu'au voisinage de $t = 0$ la corrélation de vitesse possède une parabole osculatrice d'équation ¹

$$R_{vv}(t) \approx 1 - \frac{t^2}{T_\lambda^2} . \quad (\text{IV.41})$$

Cette deuxième échelle (qui annule la parabole osculatrice) est reliée au nombre de Reynolds de l'écoulement par la relation [CORRSIN, 1963]

$$T_\lambda \sim \frac{T_L}{Re_L^{1/4}} ; \quad (\text{IV.42})$$

1. T_λ est parfois également définie à partir la dérivée seconde à l'origine de la fonction de corrélation $R_{vv}(t)$; on dit dans ce cas que $\ddot{R}_{vv}(0) = -1/T_\lambda^2$, soit un facteur $\sqrt{2}$ entre les deux définitions; dans le Tennekes et Lumley par exemple (pourtant une « bible » de la turbulence) [TENNEKES et LUMLEY, 1972], la relation 3.2.10 définit l'échelle à partir de la dérivée seconde, mais la relation 6.4.6 plus tard la définit comme l'annulation de la parabole osculatrice, donc avec un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à la relation d'avant !

on remarque que cette échelle disparaît lorsque le nombre de Reynolds tend vers l'infini. Sawford proposa donc une extension du modèle de Langevin classique en considérant une équation stochastique pour l'accélération de manière à introduire la dynamique des petites échelles en turbulence homogène isotrope stationnaire à nombre de Reynolds fini. Il introduit alors une équation d'ordre 2 pour la vitesse dont les variables de Markov sont (x, v, a) , pour la position, la vitesse et l'accélération d'une particule fluide donnée :

$$dx(t) = v(t) dt \quad (\text{IV.43})$$

$$dv(t) = a(t) dt \quad (\text{IV.44})$$

$$\frac{da(t)}{dt} + \alpha_1 a(t) + \alpha_2 v(t) = \sqrt{2\alpha_1 \alpha_2 \sigma_v^2} \frac{d\mathcal{W}(t)}{dt} \quad (\text{IV.45})$$

où α_1 et α_2 sont des coefficients qui seront ajustés par la suite. En prenant (comme on l'avait fait pour le modèle à un temps) l'équation IV.45 au temps $t_0 + t$, en la multipliant par $v(t_0)/\sigma_v^2$ puis en moyennant, on obtient

$$\frac{d^2 R_{vv}}{dt^2} + \alpha_1 \frac{dR_{vv}}{dt} + \alpha_2 R_{vv} = 0. \quad (\text{IV.46})$$

Il s'agit à nouveau d'une équation linéaire, cette fois d'ordre 2; R_{vv} est donc une somme d'exponentielles, telles que (par définition) $R_{vv}(0) = 1$, et de dérivée nulle à l'origine, soit une fonction de la forme :

$$R_{vv}(t) = \frac{-\beta_2 \exp(\beta_1 t) + \beta_1 \exp(\beta_2 t)}{\beta_1 - \beta_2} \quad (\text{IV.47})$$

où β_1 et β_2 sont les racines de l'équation $z^2 + \alpha_1 z + \alpha_2 = 0$; on note que ces racines doivent être négatives car $R_{vv}(t)$ doit tendre vers zéro à l'infini (les vitesses se décorrèlent aux temps longs).

Il reste donc à appliquer les relations IV.26 (définition de T_L) et IV.41 (parabole osculatrice) pour obtenir les valeurs de β_1 et β_2 :

$$T_L = -\left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}\right) \quad (\text{IV.48})$$

$$\frac{1}{T_\lambda^2} = \frac{\beta_1 \beta_2}{2}, \quad (\text{IV.49})$$

En posant $t_1 = -1/\beta_1$ et $t_2 = -1/\beta_2$, on obtient t_1 et t_2

$$t_{1,2} = \frac{T_L \pm \sqrt{T_L^2 - 2T_\lambda^2}}{2}. \quad (\text{IV.50})$$

Ces valeurs sont bien positives, ce qui est cohérent avec la décorrélation du champ de vitesse Lagrangien aux temps longs.

En turbulence homogène isotrope, du fait des grands nombres de Reynolds, on a généralement $T_L \gg T_\lambda$ (équation IV.42) : on peut alors simplifier la formule précédente pour obtenir

$$t_1 = T_L \quad \text{et} \quad t_2 = T_\lambda^2 / (2T_L). \quad (\text{IV.51})$$

Nous allons montrer que t_2 est une autre échelle de temps de la turbulence Lagrangienne. En utilisant l'équation IV.36, avec $\alpha = v$, on obtient

$$R_{aa}(t) = -\frac{\sigma_v^2}{\sigma_a^2} \frac{d^2}{dt^2} R_{vv}(t) \quad (\text{IV.52})$$

où $R_{aa}(t)$ est la corrélation Lagrangienne de l'accélération. On en déduit que $R_{aa}(t)$ s'annule au point d'inflexion de R_{vv} , pour $t = t_0$. On définit l'échelle de temps Lagrangienne dissipative τ_η^L , reliée à la dynamique des petites échelles à travers la statistique de l'accélération par la relation [CALZAVARINI et collab., 2009]

$$\tau_\eta^L = \int_0^{t_0} R_{aa}(t) dt ; \quad (\text{IV.53})$$

On combine cette définition avec la relation IV.52 et l'on obtient :

$$\tau_\eta^L = - \frac{\sigma_v^2}{\sigma_a^2} \left(\frac{dR_{vv}}{dt} \right)_{t=t_0} \quad (\text{IV.54})$$

Au niveau du point d'inflexion, on a en ordre de grandeur $dR_{vv}/dt \sim -1/T_L$; d'autre part, en considérant l'équation IV.52 à $t = 0$, du fait de la parabole osculatrice de R_{vv} (équation IV.41), on obtient

$$T_\lambda^2 = 2 \frac{\sigma_v^2}{\sigma_a^2} \quad (\text{IV.55})$$

et finalement

$$t_2 = T_\lambda^2 / (2T_L) \sim T_\eta^L,^2 \quad (\text{IV.56})$$

et la fonction de corrélation de vitesse peut s'écrire :

$$R_{vv}(t) = \frac{T_L e^{-t/T_L} - \tau_\eta^L e^{-t/\tau_\eta^L}}{T_L - \tau_\eta^L} . \quad (\text{IV.57})$$

On peut montrer que les corrections apportées par ce modèle aux régimes balistiques et diffusifs sont assez faibles concernant le MSD par rapport au modèle à un temps.

Enfin, il est possible avec ce modèle de calculer le spectre Lagrangien : (équation IV.39)

$$E(\omega) = \frac{2 \sigma_v^2 T_L}{1 + 4\pi^2 T_L^2 \left(1 - Re_L^{-0.5} \right) \omega^2 + 4\pi^4 T_L^4 Re_L^{-1} \omega^4} \quad (\text{IV.58})$$

On retrouve le comportement en ω^{-2} comme pour le modèle à un temps, mais cette fois le comportement aux grands ω est plutôt en ω^{-4} à cause de la coupure visqueuse. La transition entre ces deux régions intervient pour un temps caractéristique de l'ordre de T_L^2/Re_L , soit de l'ordre de τ_η^L .

2.3.d Application au cas des nageurs

La turbulence homogène isotrope suppose que l'on se trouve en milieu infini, cas pour lequel la fonction de corrélation de vitesse décroît lentement vers zéro en restant toujours positive. Ici nous sommes en milieu confiné, ce qui impose la contrainte cinématique

$$\int_0^\infty R_{vv}(t) dt = \left\langle \frac{v(0)}{\sigma_v^2} \int_0^\infty v(t) dt \right\rangle \quad (\text{IV.59})$$

$$= \frac{v(0)}{\sigma_v^2} \langle x(\infty) - x(0) \rangle \quad (\text{IV.60})$$

$$= 0 . \quad (\text{IV.61})$$

Ainsi, la corrélation doit s'annuler en un temps fini. C'est ce que l'on observe sur la figure

2. L'échelle T_λ peut être vue comme la moyenne géométrique de T_L et τ_η^L .

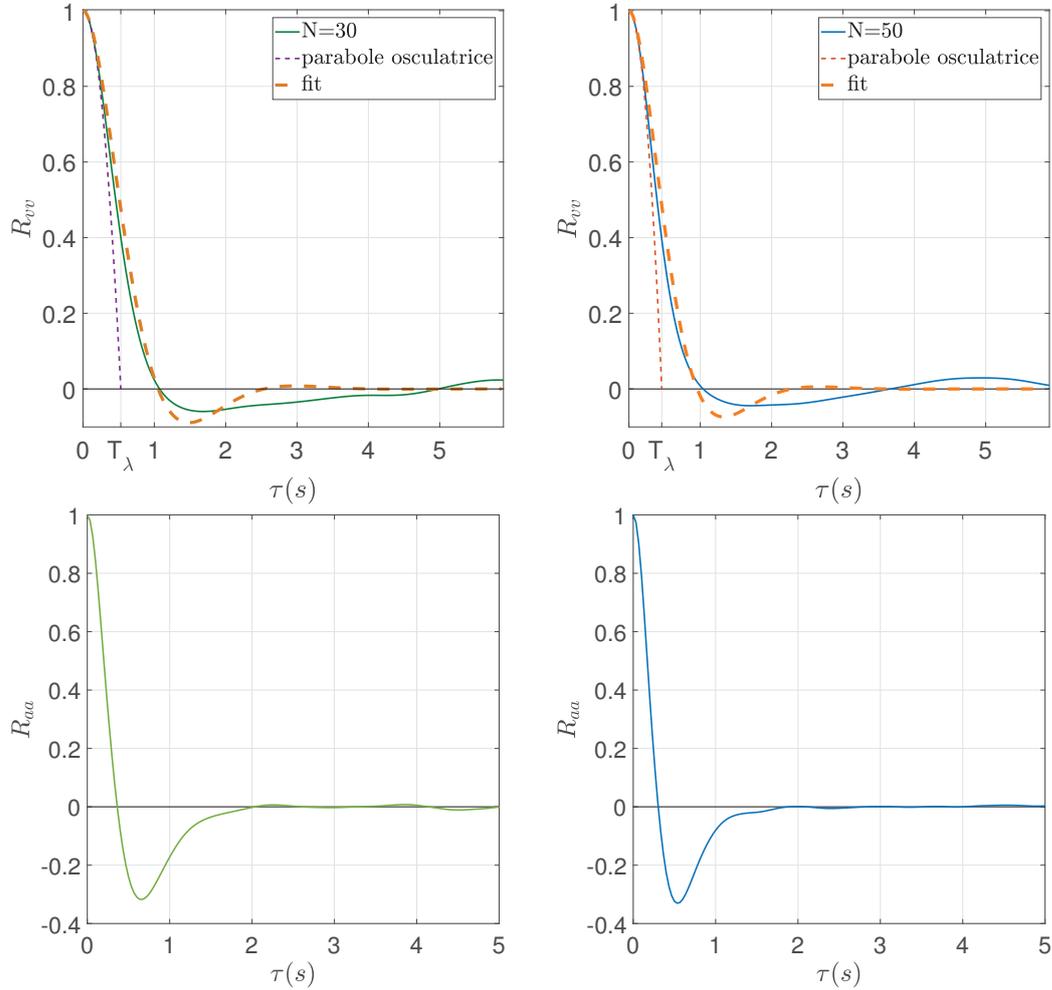


FIGURE IV.18 – Auto-corrélations des vitesses (en haut) et des accélérations (en bas), pour $N = 30$ nageurs (à gauche), et $N = 50$ (à droite). De ces courbes on peut déduire les différentes échelles Lagrangiennes : l'échelle de temps intégrale $T_L = \int_0^\infty |R_{vv}| d\tau$; à partir de la parabole osculatrice de l'auto-corrélation de vitesse, on mesure l'échelle de Taylor T_λ (qui annule la parabole osculatrice). On peut également mesurer l'échelle de temps dissipative $\tau_\eta^L = \int_0^{t_0} R_{aa}(\tau) d\tau$, où t_0 est le premier zéro de $R_{aa}(t)$. Les valeurs de ces différents paramètres sont donnés dans le tableau IV.19. Pour l'auto-corrélation de vitesses nous avons également tracé l'ajustement R_{vv}^{fit} proposé par le modèle de Sawford : après détermination de T_λ , on cherche le temps T_L' tel que R_{vv}^{fit} permet de décrire le mieux possible la courbe expérimentale. Puis l'on mesure $T_L^{fit} = \int_0^\infty |R_{vv}^{fit}| d\tau$: on retrouve une valeur très proche de T_L . Les valeurs de T_L' et T_L^{fit} sont également donnés dans le tableau IV.19.

IV.18, où l'on a tracé les corrélations de vitesse d'une part, et d'accélération d'autre part, pour un nombre de nageurs N égal à 30 ou à 50.

Pour regarder si un modèle à deux échelles de temps peut reproduire les comportements observés (et donc si la variabilité que l'on observe dans les données peut effectivement s'apparenter à de la turbulence), il nous faut tout d'abord déterminer T_L et T_λ : le premier, $T_L = \int_0^\infty |R_{vv}| d\tau$ est déterminé simplement à partir des courbes de corrélation expérimentales de la figure IV.18. Pour calculer T_λ , on commence par le mesurer à l'aide de la parabole osculatrice, puis on le détermine d'une deuxième manière à partir de la relation $T_\lambda^2 = 2\sigma_v^2/\sigma_a^2$ (équation IV.55) : les deux méthodes donnent le même résultat. Les valeurs des différentes grandeurs (temps caractéristiques, écarts types, *etc.*) sont résumées dans le tableau IV.19. Reprenons donc les développements précédents : on remarque (formule IV.50) que t_1 et t_2 ne

N	σ_v (mm/s)	σ_a (mm/s ²)	T_η^L (s)	T_λ (s)	T_L' (s)	T_L (s)	T_L^{fit} (s)	D_{eff} (mm ² /s)
30	12	33	0.2	0.53	0.45	0.62	0.61	62
50	9.1	29.2	0.17	0.45	0.41	0.53	0.52	29

FIGURE IV.19 – Tableau récapitulatif des vitesses, accélérations et temps caractéristiques pour $N=30$ et 50 disques de camphre. On remarque que les relations $T_\eta^L \sim T_\lambda^2/(2T_L)$ (équation IV.56), et $T_\lambda^2 = 2\sigma_v^2/\sigma_a^2$ (équation IV.55) sont vérifiées.

sont réels que lorsque $T_L > \sqrt{2}T_\lambda$: c'est généralement toujours le cas en turbulence homogène isotrope (grands Reynolds), mais ici ce n'est pas vérifié, ce qui signifie que le "nombre de Reynolds" équivalent à ces données n'est pas grand (nous reverrons cela par la suite dans l'article en anglais inséré plus loin). D'autre part, si l'on veut ajuster nos données expérimentales avec un modèle de type Sawford, il faudra choisir des valeurs complexes des temps dans les exponentielles.

Notons R_{vv}^{fit} la somme des exponentielles donnée par le modèle. On note

$$T_L' = \int_0^\infty R_{vv}^{fit}(\tau) d\tau ; \quad (IV.62)$$

l'équation IV.50 devient :

$$t_{1,2} = \frac{T_L' \pm i\sqrt{2T_\lambda^2 - T_L'^2}}{2}, \quad (IV.63)$$

soit encore

$$\beta_{1,2} = -\frac{1}{t_{1,2}} = \frac{-T_L' \pm i\sqrt{2T_\lambda^2 - T_L'^2}}{T_\lambda^2} = a \pm ib, \quad (IV.64)$$

et R_{vv} s'exprime de la forme :

$$R_{vv}(\tau) = \left[\cos(b\tau) - \frac{a}{b} \sin(b\tau) \right] e^{a\tau} \quad (IV.65)$$

avec $a = -T_L'/T_\lambda^2$ et $b = \sqrt{2T_\lambda^2 - T_L'^2}/T_\lambda^2$.

Pour regarder si cette formule donne une représentation raisonnable des propriétés statistiques des nageurs, nous avons introduit la valeur de T_λ (calculée par deux méthodes différentes), et avons cherché, à l'aide de matlab, la valeur de T_L' dans la formule précédente qui permettait de suivre le mieux R_{vv} sur les 5 premières secondes (à cause de l'exponentielle décroissante, cela ne change rien si l'on prend un temps plus long). Puis nous calculons a posteriori

$$T_L^{fit} = \int_0^\infty |R_{vv}^{fit}(\tau)| d\tau. \quad (IV.66)$$

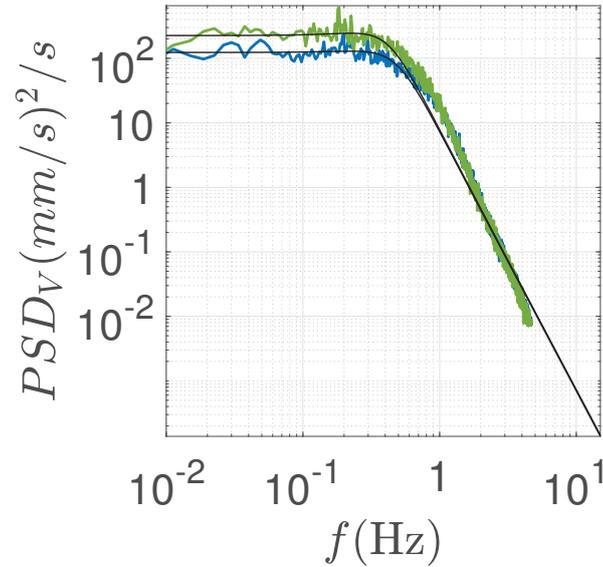


FIGURE IV.20 – Spectres des expériences intermittentes, et modèles (en vert, $N = 30$; en bleu, $N = 50$) : le régime corrélé (pente -2) est visible mais peu prononcé, comme ce serait le cas dans un écoulement turbulent à nombre de Reynolds modéré.

Nous retrouvons T_L avec une grande précision (voir tableau IV.19). Ainsi ce modèle très simple à deux temps, qui sert généralement à décrire des quantités turbulentes, permet de décrire très raisonnablement les statistiques des nageurs ; en particulier tous les temps caractéristiques sont conservés.

Regardons maintenant ce que l'on obtient pour le spectre Lagrangien de vitesse : le modèle propose un spectre du type

$$E^{fit} = \text{TF}(R_{vv}^{fit}) = \frac{-2a(a^2 + b^2)}{(a^2 + (b - \omega)^2)(a^2 + (b + \omega)^2)} \quad (\text{IV.67})$$

La figure IV.20 montre les spectres des expériences intermittentes ($N = 30$ ou 50 : dans le régime dissipatif la pente des spectres est de -5 (plutôt que -4 avec le modèle, mais globalement encore, la dynamique est bien décrite par le modèle en deux temps. Cette région est caractéristique d'un processus dissipatif rapide, que l'on peut associer aux bursts individuels de chaque particule au sein d'un événement intermittent. Dans ce cas de très faible nombre de Reynolds, la région corrélée en -2 est visible mais peu prononcée, comme prédit par le spectre du modèle.

2.4 Article sur la turbulence active

Dans ce qui suit j'ai inclus la version longue d'un article soumis à Science :

Kolmogorovian Active Turbulence

R. Kervil¹, C. Cottin-Bizonne¹, C. Ybert¹, F. Raynal², R. Volk³, M. Bourgoïn³

¹ILM, Univ Lyon, Univ Lyon 1, CNRS, F-69622 Villeurbanne CEDEX, France.

²LMFA, Univ Lyon, Centrale Lyon, INSA Lyon, Univ Lyon 1, CNRS, F-69134 Écully, France.

³Laboratoire de Physique, Univ Lyon, ENS de Lyon, Univ Lyon 1, CNRS, F-69342 Lyon, France.

Active matter, composed of self-propelled entities, forms a wide class of out-of-equilibrium systems that display striking collective behaviors associated with strongly correlated meso-scale dynamics between entities. Aside celebrated examples such as the flocks of birds, the so-called *active turbulence* is one of those striking collective behaviors where spatially and time disordered flow patterns spontaneously arise in a variety of biological fluids with important consequences such as e.g. for bacterial food uptake. De facto, the active turbulence naming suggests a connection between two seminal classes of out-of-equilibrium systems with a priori opposite ingredients. On the one side, fluid turbulence is emblematic of systems driven far from equilibrium by an external energy injection at a large -global- scale, while on the other side active systems are made intrinsically out-of-equilibrium by the local energy consumption associated with the self-propulsion of its elementary constituents. The existence of a possible strong-tie between active and canonical turbulence remains an open question and a field of profuse research. In this context, we present here an experimental investigation of abiotic active matter, based on self-propelled interfacial particles, whose multi-scale dynamics is found to share remarkable quantitative similarities with canonical fluid turbulence, as described by the celebrated 1941 phenomenology of Kolmogorov. Showing that some type of active matter dynamics shall enter into the universality class of fluid turbulence, our work opens up new perspectives for both domains. It suggests that some active systems may benefit from longstanding tools and concepts from the turbulence community, and at the same time it provides a new framework driving turbulence dynamics with potential new insights in the description of turbulent flows, arguably one of the biggest remaining mysteries in classical physics.

Active living organisms, such as bacterial suspension, birds, fishes, etc., tend to self-organize (in swarms, schools, flocks, etc.) and to develop coherent collective motion, with important consequences in terms for instance of nutrient finding strategies or protection against predators¹⁻⁶. Such systems share the feature of being intrinsically out-of-equilibrium, as energy is constantly injected at the level of each individual entity. This makes their statistical modeling a conceptual challenge, as usual tools from statistical thermodynamics at equilibrium become caducous. Interestingly, the emergence of large scale collective dynamics while energy sources are at small scale, underlies the existence of multi-scale coupling mechanisms and correlations, driven by inter-entities interactions. This scenario naturally resonates with the classical phenomenology of energy cascade in fluid turbulence, pioneered by Richardson in the 1920's, and which remains the cornerstone of modern description of fluid turbulence. In 3D flows, the turbulent energy cascade stems from the fact that the energy injected at some given large scale L (by stirring or shearing the flow) can-

not be efficiently dissipated by viscous friction. The too energetic large scale eddies therefore become unstable and fragment into smaller eddies, and so on until sufficiently small eddies are created for which viscous dissipation becomes efficient enough to dissipate the mechanical energy of the system into heat (we will call η this dissipation scale). From a formal point of view, this flux of energy coupling large and small scales results from the quadratic non-linear advective term in the Navier-Stokes equations. In 1941 Kolmogorov proposed a self-similar description of this multi-scale process⁷ and predicted that the Eulerian structure functions of velocity, defined as the statistical moments of the velocity difference $\delta_r \mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x} + \mathbf{r}) - \mathbf{u}(\mathbf{x})$, between points of the flow separated by a distance r , should scale as $S_n(r) = \langle |\delta_r \mathbf{u}|^n \rangle \propto (\epsilon r)^{n/3}$ for $\eta \ll r \ll L$ (the so-called inertial range of scales), where ϵ is the energy dissipation rate per unit mass. This gave the first quantitative interpretation of the well-known $k^{-5/3}$ energy spectrum of fluid turbulence (which is equivalent to $S_2(r) \propto (\epsilon r)^{2/3}$ in Fourier space, with $k = 2\pi/r$). Although Kolmogorov's phenomenology has been rapidly shown to fail predicting high order moments (typically $n > 4$) due to the intermittency phenomenon (associated to the idea that viscous dissipation is unevenly distributed in space), it has so influenced the field that it is referred to as *K41 phenomenology*.

The idea of a possible analogy between active matter and turbulence emerged first from the simple qualitative observation of meso-scale patterns (such as whirls, jets and vortices) in dense biological suspensions⁸, which seem ubiquitous in a wide variety of active systems⁹ and are visually reminiscent of typical structures of fluid turbulence. Beyond this simple visual resemblance, recent studies have explored possible quantitative similarities of the multi-scale dynamics between active matter and turbulence. Following Toner and Tu's formalism¹⁰, Wensink and co-workers² investigated a hydrodynamical description of active biological suspensions based on generalized Navier-Stokes equations, including cubic non-linearities. The multi-scale dynamics of these set of equations was further addressed by Bratanov and co-workers¹¹ focusing on the large scale spectral features, resulting from the non-linear self-organization of this continuum model. They found non universal regimes, dependent on confinement effects and other physical parameters, with no clear evidence of a fluid-turbulence like inertial range spectral signature.

In this context, the present work explores possible further connections between active systems and fluid turbulence by investigating the dynamics of abiotic active matter (avoiding biological specificities), made of self-propelled camphor swimmers, in the light of classical statistical indicators (both from the Eulerian and Lagrangian points of view) borrowed from the turbulence community. Our experiments reveal striking similarities with fluid turbulence. Both the Lagrangian and Eulerian dynamics of this active system are, to a large extent, indistinguishable from that of fluid tracers in moderate turbulence. In particular Eulerian statistics exhibit a well identifiable inertial range of scales, which follows classical K41 scalings of fluid turbulence.

Experimental setup. The scientific community has been prolific in the last decade in developing synthetic active particles and in investigating their individual and collective behaviors, with the goal to unveil generic physical properties of active matter⁹. In the present study we consider macroscopic synthetic swimmers based on the historical realization of camphor boats¹². More precisely we use agar gel disks loaded with precipitated camphor¹³, with radius $a = 2.5$ mm and height $h = 0.6$ mm. When individually deposited at an air-water interface, the disks self-propel

(with typical swim velocity U_s in the order of 10 mm/s) by Marangoni effect arising from the camphor spreading at the interface. Note that the individual hydrodynamical Reynolds number of such swimmers, $Re_p = U_s a / \nu$ (with $\nu = 10^{-6}$ m²/s the kinematic viscosity of water), remains of the order of $Re_p \approx 25$, and no fluid turbulence is induced in particle wakes. Fig. 1a shows a top view of our experimental facility, with 30 such camphor self-propelled disks swimming at an air-water interface in a 150 mm diameter Petri-dish. In agreement with previous observations¹⁴, we find a transition between a continuous swim configuration for dilute systems and a denser regime with pseudo-periodic bursts of high activity. In the dilute regime particles weakly affect each other, with individual trajectories essentially straight except for short collision-like events or when a particle hits the boundaries. The dense regime reveals on the contrary a much richer collective dynamics with persistent high activity periods exhibiting large scale correlations of the camphor boats dynamics, emblematic of the concept of active matter. Previous studies¹⁴ have shown that the transition between the dilute and dense regimes occurs above a given threshold (setup dependent) of the total perimeter length $\ell_p = 2N_p \pi a$ (with N_p the number of particles) and that the activity of the system then decreases, and eventually stops, as N_p is increased. The details of the transition are not within the scope of the present work. We rather focus here on unveiling the rich collective dynamics in the dense regime and its possible connections with turbulence. In our system, the transition occurs around $N_p \approx 20$ (corresponding to a surface fraction of particles of $\phi_s \approx 2\%$ and a total perimeter length $\ell_p \approx 300$ mm). We present here results obtained with $N_p = 30$ ($\phi_s \approx 3\%$, $\ell_p \approx 470$ mm), which corresponds to a typical situation with rich collective dynamics and still strong individual activity.

Single time - single particle statistics. Movies are recorded at a frame rate of 30 fps with a 1Mpx digital camera. Classical 2D particle tracking is performed to reconstruct the trajectories of each individual camphor disk. Continuous trajectories about 5 minutes long are retrieved for each particle. Figures 1b&c shows the superposition of all recorded trajectories and the 2D-histogram of particles position, revealing that the available domain is, to a good approximation, explored ergodically. Single and double time trajectory derivatives are then computed by convolution with first and second derivatives of a gaussian kernel¹⁵ to filter small scale noise. Figure 1d represents the probability density functions (PDF) of the components of velocity (v_x, v_y) and acceleration (a_x, a_y) . Several points can be noted : (i) the PDFs are identical for the two components, revealing the isotropy of the dynamics, (ii) PDFs of velocity and acceleration are identical, what in the context of fluid turbulence would be interpreted as the absence of Lagrangian intermittency, (iii) PDFs are not gaussian, a feature commonly reported in 2D fluid turbulence¹⁶⁻¹⁸. Ought to the isotropy of the flow, statistics will be further investigated in the sequel considering only the x component of the motion.

Two-times - single particle Lagrangian statistics. In fluid mechanics, the Lagrangian approach describes a flow in terms of the trajectories of fluid particles rather than in terms of the flow velocity field. In the context of fluid turbulence, this approach was pioneered by Taylor¹⁹ and Richardson²⁰ in the 1920's and further extended since then in the framework of stochastic models of turbulence^{21,22}, in the spirit of the Langevin model²³. The Lagrangian framework is also a com-

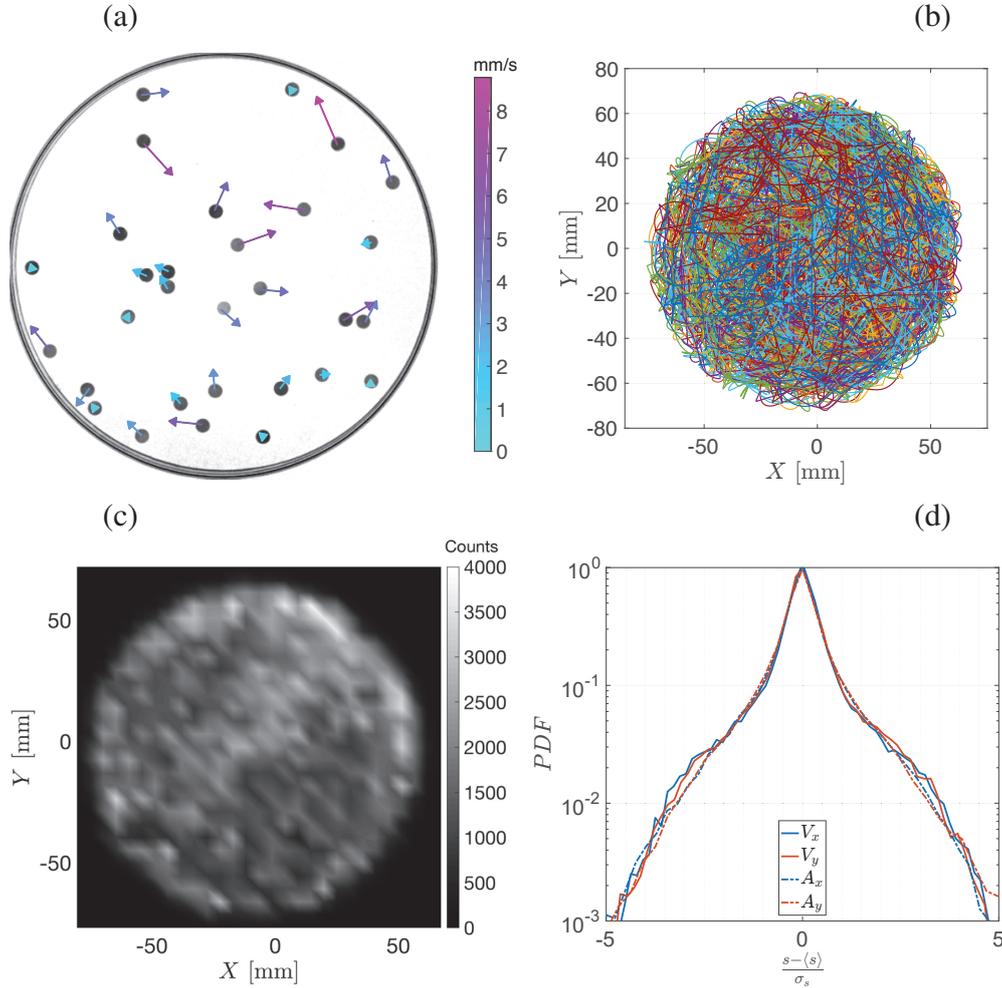


Figure 1: (a) Top view of the experiment. 30 self-propelled camphor disks move at an air-water interface. Arrows represent the instantaneous velocity direction, colored according to the velocity magnitude. (b) Superposition of the trajectories of the 30 particles over a five minute recording. (c) 2D histogram of particles position. (d) Probability density functions of velocity and acceleration components. Ought to the boundedness of the system, mean velocity and acceleration components are zero. The standard deviation of velocity components is $\sigma_{v_x} = \sigma_{v_y} = \sqrt{\langle v_i^2 \rangle_{i=x,y}} = 12.1$ mm/s (corresponding to a root mean square velocity amplitude $\sigma_{|v|} = 17.1$ mm/s) ; the standard deviation of acceleration components is $\sigma_{a_x} = \sigma_{a_y} = \sqrt{\langle a_i^2 \rangle_{i=x,y}} = 33.2$ mm/s² (corresponding to a root mean square acceleration amplitude $\sigma_{|a|} = 46.9$ mm/s²).

mon approach in active matter research, particularly for systems like the present one, where the dynamics naturally emerges from the analysis of particle trajectories. We analyze the Lagrangian dynamics of our camphor particles using classical two time Lagrangian statistical indicators: mean square displacement (MSD, $\sigma_{\Delta x}^2(t) = \langle (x(\tau_0 + t) - x(\tau_0))^2 \rangle$, with τ_0 and arbitrary time origin), velocity and acceleration Lagrangian auto-correlation functions ($R_{ss}^{\mathcal{L}}(t) = \langle s(\tau_0)s(t + \tau_0) \rangle / \sigma_s^2$, s being either v_x or a_x), which we quantify in the spirit of fluid turbulence, to explore the multi-scale temporal dynamics.

MSD Statistics: ballistic and effective diffusive regimes. Figure 2a shows the MSD of the particles as a function of time. Three different regimes are clearly visible: (i) at short times ($t \leq 0.5$ s) the displacement is ballistic ($\sigma_{\Delta x}^2 \propto t^2$), (ii) at intermediate times ($1 \leq t \leq 10$ s) it transits towards a diffusive regime ($\sigma_{\Delta x}^2 \propto t$) and (iii) reaches an asymptotic constant value $\sigma_{\Delta x}^{\infty 2}$ at large times. The final asymptotic regime simply reveals the boundedness of the system: the MSD of disks of radius a ergodically evolving in a finite circular domain of radius R , trivially tends to an asymptotic value $\sigma_{\Delta x}^{\infty 2} = \frac{1}{2}(R - a)^2$ which in our configuration is of the order of 2500 mm^2 (in agreement with the asymptotic regime in fig.2a). The transition between the ballistic and the diffusive regimes is typical of stochastic systems (including Lagrangian fluid turbulence¹⁹), with a small-scale correlated dynamics (such as $\sigma_{\Delta x}^2 = \sigma_{v_x}^2 t^2$) and a large-scale uncorrelated motion exhibiting an *effective diffusivity* such as $\sigma_{\Delta x}^2 = 2D_{\text{eff}}t$. From the ballistic regime, we can retrieve the velocity variance $\sigma_{v_x} \approx \sigma_{\Delta x}/t \approx 12.1 \text{ mm/s}$ (in agreement with the direct estimate from the time derivative of the trajectories given in the caption of fig.1c). From the diffusive regime we estimate the effective diffusivity $D_{\text{eff}} \approx 62 \text{ mm}^2/\text{s}$. Going back to the physical system, D_{eff} can be interpreted in terms of an effective *mean free time* $T_{mft} \approx D_{\text{eff}}/\sigma_{v_x}^2 \approx 0.42 \text{ s}$, characteristic of the temporal correlation of their Lagrangian dynamics. For Lagrangian tracers in fluid turbulence, D_{eff} would be referred to as the *turbulent diffusivity* and T_{mft} would typically be related to the *flow correlation time scale*.

Velocity and acceleration auto-correlation: characteristic time-scales and effective Lagrangian Reynolds number. Figures 2c&d show the Lagrangian autocorrelation of velocity $R_{vv}^{\mathcal{L}}$ and of acceleration $R_{aa}^{\mathcal{L}}$ respectively. In fluid turbulence these are important statistical tools allowing to estimate the multi-scale temporal hierarchy of the Lagrangian dynamics in terms of an integral Lagrangian time scale $T_{\mathcal{L}}$ and a dissipative Lagrangian time scale $\tau_{\eta}^{\mathcal{L}}$. $T_{\mathcal{L}}$ is traditionally estimated as $T_{\mathcal{L}} = \int_0^{\infty} |R_{vv}^{\mathcal{L}}| dt$, which in the present case is found of the order of $T_{\mathcal{L}} \approx 0.6 \text{ s}$ (commensurate with the mean free time previously inferred). The Lagrangian dissipative time scale $\tau_{\eta}^{\mathcal{L}}$ is related to the small scale dynamics reflected in acceleration statistics. In fluid turbulence it is traditionally taken as²⁴ $\tau_{\eta}^{\mathcal{L}} = \int_0^{t_0} R_{aa} dt$ (with t_0 the shortest time for which $R_{aa}(t_0) = 0$) which in the present case is found of the order of $\tau_{\eta}^{\mathcal{L}} \approx 0.2 \text{ s}$. From a practical point of view, $T_{\mathcal{L}}$ and $\tau_{\eta}^{\mathcal{L}}$ allow us then to define a Lagrangian Reynolds number $Re^{\mathcal{L}} = (T_{\mathcal{L}}/\tau_{\eta}^{\mathcal{L}})^2 \approx 9$ characterizing the temporal scale separation of the dynamics. In fluid turbulence, the Lagrangian Reynolds number is known to be significantly smaller than the classical integral Eulerian Reynolds number $Re^{\mathcal{E}} = (L_{\mathcal{E}}/\eta)^{2/3} = \sigma_v L_{\mathcal{E}}/\nu$, where $L_{\mathcal{E}}$ represents the Eulerian integral scale of the flow. Numerical simulations show that $Re^{\mathcal{E}}$ and $Re^{\mathcal{L}}$ are empirically related²¹ by $Re^{\mathcal{E}} \approx 88.6 Re^{\mathcal{L}0.61}$. From

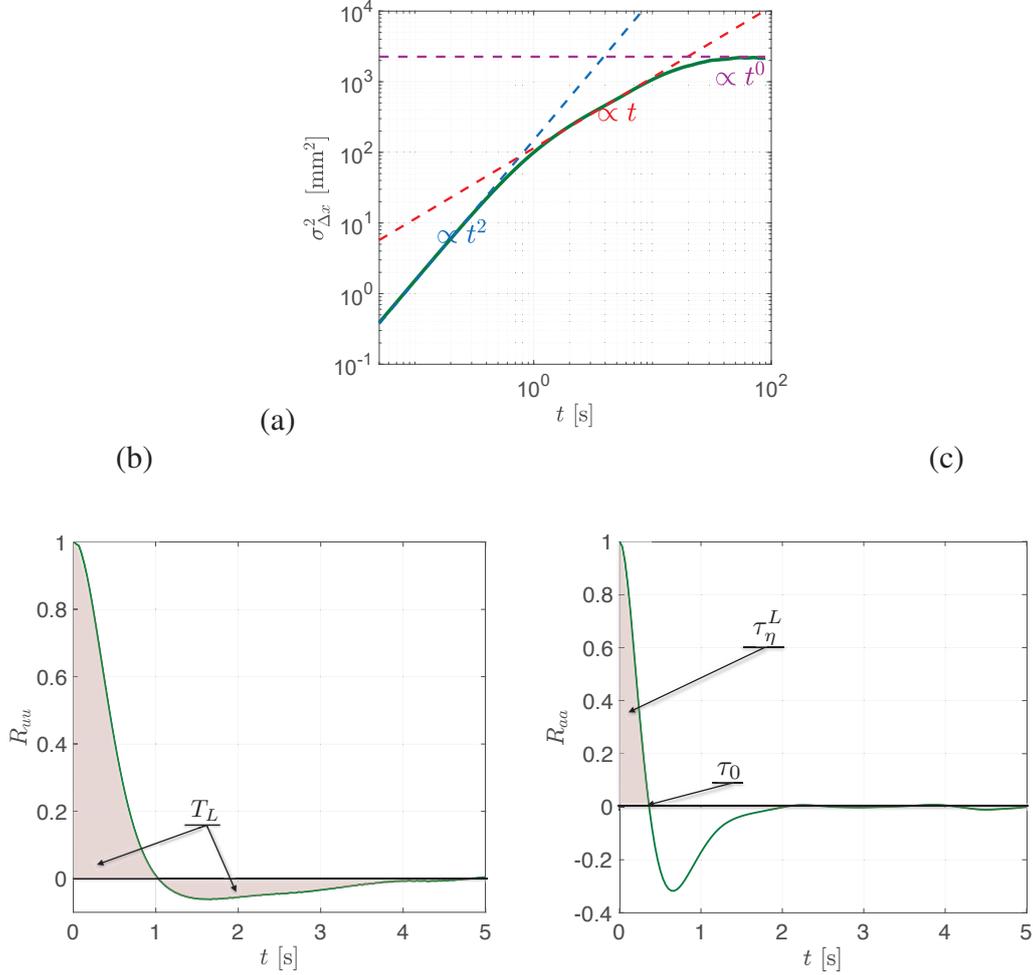


Figure 2: Single particle - two times Lagrangian statistics. (a) Mean square displacement as a function of time (log-log axis). The blue dashed line emphasizes the ballistic ($\sigma_{MSD} \propto t^2$ regime at short time scales ; the red dashed lines emphasizes the diffusive regime ($\sigma_{MSD} \propto t$) at intermediate time scales ; the purple dashed line emphasizes the asymptotic confinement limit ($\sigma_{\Delta x}^{\infty 2} = \frac{1}{2}(R - a)^2$) due to the finite size of the measurement area. (b) Lagrangian autocorrelation function R_{uu} of velocity component v_x . The light red colored area represents the estimate of the Lagrangian correlation time scale T_L . (c) Lagrangian auto-correlation function R_{aa} of acceleration component a_x . t_0 corresponds to the shortest time such as $R_{aa}(t_0) = 0$. The light red colored area represents the estimate of the Lagrangian dissipative time-scale τ_η^L .

the Lagrangian point of view, the multi-scale temporal dynamics of the active system under consideration is therefore comparable to that of fluid turbulence at a Reynolds number $Re^\epsilon \approx 340$, which corresponds for instance²⁵ to the turbulence generated in a large scale wind-tunnel blowing at 3 m/s downstream a passive grid with 7 cm mesh size.

Two points - single time Eulerian statistics. Fluid turbulence at an integral Reynolds number $Re^\epsilon \approx 350$ would be expected to exhibit a narrow, but still visible, inertial range of scales with a K41 Eulerian spectrum or second order structure function $S_2(r)$. To estimate the Eulerian structure functions for the active camphor disks, we consider for each time step t all the possible pairs of particles (i, j) and bin them according to their separation $r_{ij} = |\vec{r}_{ij}|$. For each separation bin r , we estimate the longitudinal second order structure function $S_2^\parallel(r) = \left\langle \left| \frac{(\vec{v}_i(t) - \vec{v}_j(t)) \cdot \vec{r}_{ij}}{r_{ij}} \right|^2 \right\rangle$ where the average is taken for all pairs with separation r_{ij} in the bin r and all times. Figure 3a shows S_2^\parallel for the active camphor disks. At small scales, S_2^\parallel vanishes for distances approaching the disk diameter (5 mm), which correspond to collision events between two particles. For large distances, $S_2^\parallel(r)$ tend to a constant asymptotic value close to $\sigma_{|v|}^2 \approx 290 \text{ mm}^2/\text{s}^2$, as expected for uncorrelated particles. At intermediate separations, a narrow correlated regime is observed, where S_2^\parallel behaves similarly to inertial range Kolmogorovian turbulence, with a scale dependency consistent with the $r^{2/3}$ K41 scaling. This *Kolmogorovian inertial range of active turbulence* is also visible in the energy spectrum (estimated as the Fourier transform of the Eulerian correlation function $R_{vv}^\epsilon(r) = 1 - \frac{S_2^\parallel(r)}{\sigma_{|v|}^2}$) which exhibits a noticeable $k^{-5/3}$ regime down to wave numbers corresponding to the particle diameter. We have also estimated higher order Eulerian structure functions, shown in fig. 3c. Interestingly, we find that for scales within the inertial range just identified, high order structure functions of our active turbulence system exhibit power law scalings consistent with the original K41 predictions, without intermittency corrections : $S_n^\parallel(r) \propto r^{n/3}$.

Discussion. Altogether our results show striking quantitative analogies between the collective dynamics of interfacial active particles and fluid turbulence. The Lagrangian multi-scale dynamics of the active system is consistently described in the framework of fluid turbulence at a moderate integral Reynolds number of the order of $Re^\epsilon \approx 350$. The Eulerian dynamics exhibits remarkable agreement with K41 self-similar phenomenology of fluid turbulence, with a narrow but well identifiable inertial range of spatial scales, both for the energy distribution across scales (with a $k^{-5/3}$ Kolmogorov spectrum) and for high order statistics, without intermittency corrections. Such a behavior is reminiscent of the inverse cascade regime in 2D fluid turbulence^{26,27} and in Fourier-decimated 3D turbulence²⁸. Considering that in active matter energy is primarily injected at the particle level, it is therefore tempting to link the observed non-intermittent inertial range to the existence of an inverse energy cascade of active turbulence. Figure 3d represents the energy flux, as it could be estimated for fluid turbulence, based on the crossed velocity-acceleration Eulerian structure function²⁹ $S_{av}^\epsilon(r) = \langle \delta_r \vec{a} \cdot \delta_r \vec{v} \rangle$. The negative value of S_{av}^ϵ over the range of scales identified as *inertial* from the structure functions reveals that the fluid-like energy cascade in the present system is actually not inverse, but direct (energy flows from large to small scales, as in 3D fluid turbulence, for which $S_{av}^\epsilon \sim -2\epsilon$). The energy injection scale can then be estimated as

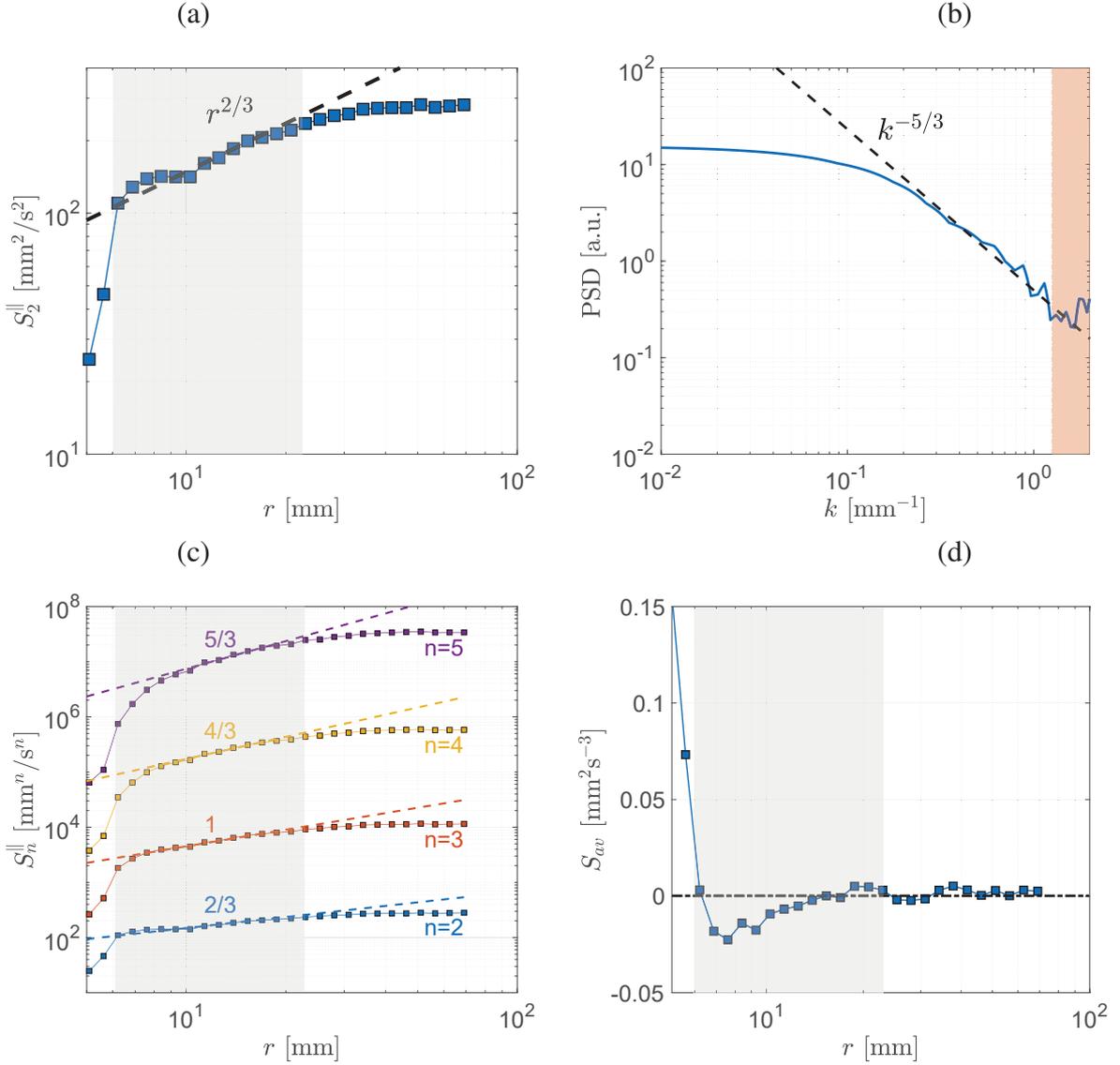


Figure 3: Two particles - single time Eulerian statistics. (a) Second order longitudinal structure function S_2^{\parallel} as a function of interparticle separation r . The dashed line represents the K41 prediction for fluid turbulence $S_2^{\parallel} \propto r^{2/3}$. (b) Power spectral density, obtained as the Fourier transform of the Eulerian correlation function. The dashed line represents the K41 prediction for fluid turbulence. The light red area on the right represents wave-numbers corresponding to scales smaller to the particles diameter. The Kolmogorov spectrum extends over almost one decade of scales, down to scales of the order of the particles diameter. (c) High order longitudinal structure functions S_n^{\parallel} (for $n \leq 5$). Dashed lines indicate the corresponding non-intermittent K41 predictions ($S_n^{\parallel} \propto r^{n/3}$). The light gray area qualitatively indicate the corresponding *inertial range* for which K41 scalings hold. (d) Crossed acceleration-velocity Eulerian structure function, whose amplitude in fluid turbulence is the twice the energy flux and the sign indicates the direction (direct or inverse) of the energy cascade : the negative sign here points towards a direct (from large to small scale) scenario.

$L_I = \int_0^\infty |R_{vv}^{\|\varepsilon}(r)| dr \approx 15$ mm. The multi-particle Eulerian dynamics here has therefore not to be associated to an upward energy flux originating from individual particles as energy source. It rather originates from large scale interactions, forcing down to smaller scales the collective dynamics of the active particles. In the present situation the chemical wakes of the dissolved camphor left behind the particles could be the vector of such long range inter-particle interactions. To support this scenario, it would be enlightening in future studies to monitor the chemical camphor background at the same time as the particles dynamics.

In the context of active matter, our results are important as they show the first example of active turbulence with inertial range dynamics quantitatively similar to a direct energy cascade in K41 fluid turbulence. To which extent this connection between active and fluid turbulence can be extended to other active systems with long-range interactions (chemical, hormonal, visual, etc.) is an important opening of the present work.

In the context of fluid turbulence, our results are also remarkable, as they give an experimental model system of a non-intermittent direct cascade of kinetic energy. This may be related to the absence of a dissipative cut-off in the energy spectrum (fig. 3b), which follows a K41 spectrum down to scales of the order of the particle diameter. The small scale dynamics is therefore limited by particle-particle collisions, but does not exhibit any effective viscosity behavior. In 2D turbulence, the absence of intermittency in the inverse cascade tends to be associated to the idea that as energy flows upwards in scales, effect of viscous dissipation at small scales may be disregarded²⁷. With this respect the parallel between active and fluid turbulence may help in the future to better understand the origin and the modeling of intermittency, which remains one of the biggest mysteries of turbulence in fluids.

Acknowledgments: This collaborative work was supported by the he French research programs ANR-16-CE30-0028 and LABEX iMUST (ANR-10-LABX-0064) of Université de Lyon, within the program “Investissements d’Avenir” (ANR-11-IDEX-0007) operated by the French National Research Agency (ANR).

1. C. Dombrowski, L. Cisneros, S. Chatkaew, R. E. Goldstein, J. O. Kessler. Self-concentration and large-scale coherence in bacterial dynamics. *Physical Review Letters*, 93(9):098103, 2004.
2. H. H. Wensink, J. Dunkel, S. Heidenreich, K. Drescher, Raymond E Goldstein, Hartmut Löwen, and Julia M Yeomans. Meso-scale turbulence in living fluids. *PNAS*, 109(36):14308–14313, 2012.
3. M. C. Marchetti, J. F. Joanny, S. Ramaswamy, T. B. Liverpool, J. Prost, M. Rao, R. A. Simha. Hydrodynamics of soft active matter. *Reviews of Modern Physics*, 85(3): 1143–1189, 2013.
4. A. Doostmohammadi, T. N. Shendruk, K. Thijssen, J. M. Yeomans. Onset of meso-scale turbulence in living fluids. *Nature Communications*, 8(May), 1–7, 2016.
5. P. Guillamat, J. Ignés-Mullol, F. Sagués. Taming active turbulence with patterned soft interfaces. *Nature Communications*, 8(1): 564, 2017.
6. K.-T. Wu, J. B. Hishamunda, D. T. N. Chen, S. J. DeCamp, Y.-W. Chang, A. Fernández-Nieves, Z. Dogic. Transition from turbulent to coherent flows in confined three-dimensional active fluids. *Science*, 355(6331): eaal1979, 2017.
7. A. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds numbers. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30:301–305, 1941.
8. N. H. Mendelson, A. Bourque, K. Wilkening, K. R. Anderson, J. C. Watkins. Organized cell swimming motions in *Bacillus subtilis* colonies: Patterns of short-lived whirls and jets. *Journal of Bacteriology*, 181: 600–609, 1999.
9. C. Bechinger, R. Di Leonardo, H. Löwen, C. Reichhardt, G. Volpe. Active particles in complex and crowded environments. *Reviews of Modern Physics*, 88(4): 045006, 2016
10. J. Toner and Y. Tu. Long-Range Order in a Two-Dimensional Dynamical XY Model: How Birds Fly Together. *Physical Review Letters*, 75(23):4326–4329, 1995.
11. V. Bratanov, F. Jenko, E. Frey, and A. J. Smits. New class of turbulence in active fluids. *PNAS*, 112(49):15048–15053, 2015.
12. L. Rayleigh Measurements of the amount of oil necessary in order to check the motions of camphor upon water *Proceedings of the Royal Society of London* 47: 364–367, 1890.
13. S. Soh, K. J. M. Bishop, B. A. Grzybowski. Dynamic Self-Assembly in Ensembles of Camphor Boats. *Journal of Physical Chemistry B*, 112: 10848–10853, 2008.
14. Nobuhiko J. Suematsu, Kurina Tateno, Satoshi Nakata, and Hiraku Nishimori. Synchronized intermittent motion induced by the interaction between camphor disks. *Journal of the Physical Society of Japan*, 84(3):1–6, 2015.
15. N. Mordant, A. M. Crawford, and E. Bodenschatz. Experimental Lagrangian acceleration probability density function measurement. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 193(1):245–251, 2004.

16. A. Bracco, J. LaCasce, C. Pasquero, A. Provenzale. The velocity distribution of barotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 12(10): 2478–2488, 2000.
17. C. Pasquero, A. Provenzale, A. Babiano. Parameterization of dispersion in two-dimensional turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 439: 279–303, 2001.
18. Y. K. Tsang. Nonuniversal velocity probability densities in two-dimensional turbulence: The effect of large-scale dissipation. *Physics of Fluids*, 22(11): 1–15, 2010.
19. G. I. Taylor. Diffusion by continuous movements. *Proc. Lond. Math. Soc.*, 20:196–212, 1922.
20. L. F. Richardson. Atmospheric Diffusion Shown on a Distance-Neighbour Graph. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 110(756):709–737, 1926.
21. B. L. Sawford. Reynolds number effects in Lagrangian stochastic models of turbulent dispersion. *Physics of Fluids A*, 3(6):1577–1586, 1991.
22. J.-P. Minier, S. Chibbaro, and S. B. Pope. Guidelines for the formulation of Lagrangian stochastic models for particle simulations of single-phase and dispersed two-phase turbulent flows. *Physics of Fluids*, 26(11):113303, nov 2014.
23. N. G. van Kampen. *Stochastic processes in physics and chemistry*. Elsevier, 2007.
24. E. Calzavarini, R. Volk, R., M. Bourgoïn, E. Leveque, J.-F. Pinton, F. Toschi. Acceleration statistics of finite-sized particles in turbulent flow: the role of Faxen forces. *Journal of Fluid Mechanics*, 630: 179–189, 2009.
25. R. Monchaux, M. Bourgoïn, and A. Cartellier. Preferential concentration of heavy particles: A Voronoi analysis. *Physics of Fluids*, 22(10):103304, 2010.
26. T. Dubos, A. Babiano, J. Paret, and P. Tabeling. Intermittency and coherent structures in the two-dimensional inverse energy cascade: Comparing numerical and laboratory experiments. *Physical Review E*, 64(3):036302, 2001.
27. G. Boffetta, A. Celani, and M. Vergassola. Inverse energy cascade in two-dimensional turbulence: Deviations from Gaussian behavior. *Physical Review E*, 61(1):29–32, 2000.
28. L. Biferale, S. Musacchio, and F. Toschi. Inverse energy cascade in three-dimensional isotropic turbulence. *Physical Review Letters*, 108(165):164501–1, 2012.
29. J. Jucha, H. Xu, A. Pumir, E. Bodenschatz. Time-reversal-symmetry Breaking in Turbulence. *Physical Review Letters*, 113(5): 54501, 2008.

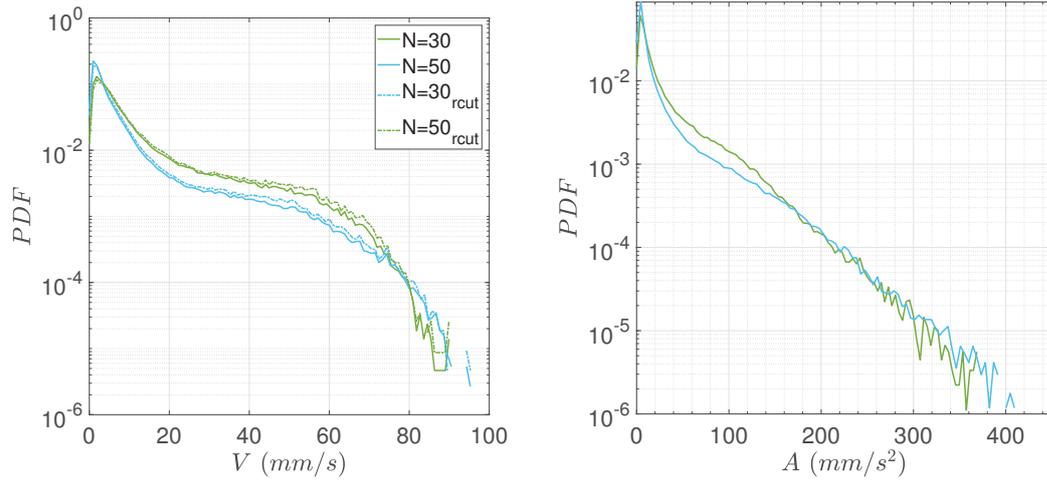


FIGURE IV.21 – Densités de probabilité des normes des vitesses et des accélérations les pointillés représentent les données filtrées sur les bords des expériences de 30 et 50 nageurs.

2.5 Annexe : quelques courbes supplémentaires

Dans l'article nous nous sommes intéressés à un seul jeu de données ($N = 30$ particules). Je joins ici les courbes non présentées pour les deux jeux de données ($N = 30$ et $N = 50$).

Densités de probabilité des vitesses et des accélérations normées On a vu dans l'article que les distributions des vitesses et des accélérations signées sont piquées en zéro, avec des vitesses moyennes et des accélérations moyennes nulles ; les densités de probabilités suivant les axes x et y sont identiques et révèlent le caractère isotrope de la dynamique des disques. Enfin les formes des densités de probabilités des vitesses et des accélérations sont identiques. Pour compléter cette analyse nous pouvons comparer l'expérience à 30 nageurs avec l'expérience à 50. Les densités de probabilité des normes des vitesses et des accélérations sont affichées figure IV.21. Les normes des vitesses et des accélérations les plus probables sont proches de 0, $\sim 1\text{ mm/s}$ et 4.5 mm/s^2 . La moyenne des normes des vitesse est de 17 mm/s et 13 mm/s . La moyenne des normes des accélérations est de 40 mm/s^2 et de 20 mm/s^2 . Le filtrage des bords n'influence pas la forme des PDFs, ceci marque l'existence de points d'arrêts et de chocs au cœur de la boîte de Pétri. Comme montré précédemment avec la moyenne d'ensemble des vitesses figure IV.16, l'activité du système à travers les vitesses moyennes et les accélérations décroît avec le nombre de disque ceci peut être expliqué avec l'augmentation de la période entre chaque pic d'activité avec le nombre de nageurs.

On remarque la même chose en comparant les densités de probabilités des vitesses et des accélérations signées figure IV.22. La prédominance des phases statiques de l'expérience à 50 disques fait que les vitesses non nulles sont moins probables et que les queues des probabilités de distributions pour $N = 50$ se situent en dessous de l'expérience à 30 nageurs.

Déplacement quadratique moyen La figure IV.23 montre le déplacement quadratique moyen 2D des disques de camphre dans les expériences à 30 et 50 disques en fonction du délai τ . Comme dans le cas $N=30$, le déplacement quadratique moyen à 50 disques suit trois régimes, le régime balistique au temps courts $\Delta x^2 = \sigma_v^2 t^2$, un régime de diffusion effective aux temps intermédiaires $\Delta x^2 = 2D_{\text{eff}} t$ et un seuil au temps long. La vitesses quadratique σ_v extraite de l'ajustement balistique aux temps courts est $\sigma_{v30,50} = 16.7, 12.5\text{ mm/s}$. Lorsque les expériences à 30 et 50 particules exhibent une pente proportionnelle à τ , la diffusion est "effective", parce qu'il y a une intermittence entre phases balistiques et phases

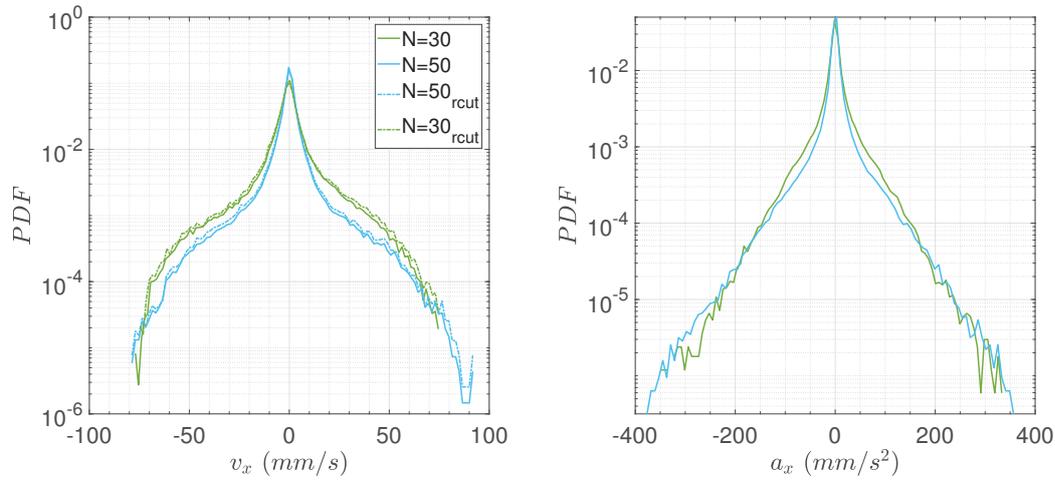


FIGURE IV.22 – Densité de probabilité des vitesses signées et des accélérations des expériences de 30 et 50 nageurs ; $N=30$: $\sigma_{v_{x,y}} = 12.1 \text{ mm/s}$; $\sigma_{a_{x,y}} = 33.2 \text{ mm/s}^2$; $N=50$: $\sigma_{v_{x,y}} = 9.1 \text{ mm/s}$; $\sigma_{a_{x,y}} = 29.2 \text{ mm/s}^2$.

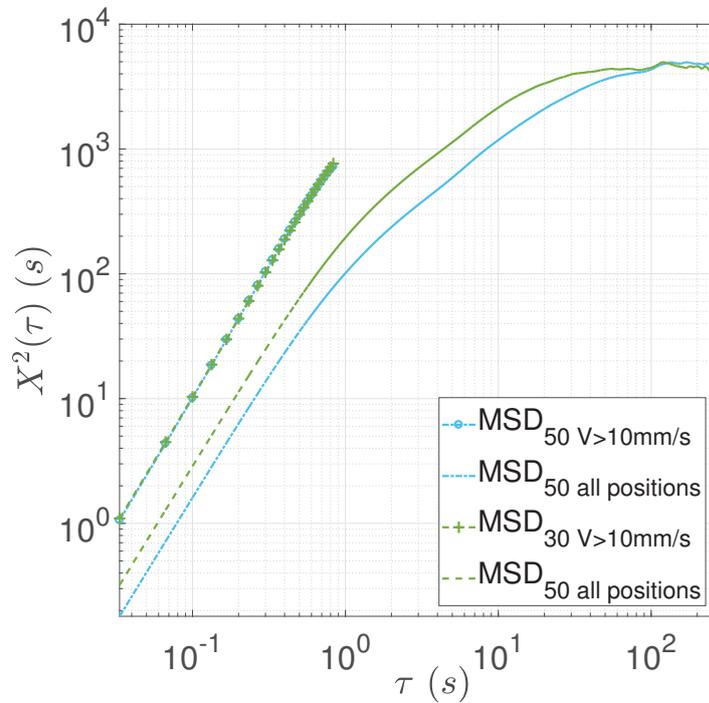


FIGURE IV.23 – Déplacement quadratique moyen 2D : $X^2(\tau) = \Delta x^2 + \Delta y^2$, pour $N=30$ et 50 disques de camphre, régime balistique ($0 < \tau < 0.4 \text{ s}$) : $\sigma_{V_{30,50}} = 16.7, 12.5 \text{ mm/s}$, régime diffusif : $D_{\text{eff } 30, 50} = 62, 29 \text{ mm}^2/\text{s}$, seuil : $X^2 = 5000 \text{ mm}^2$

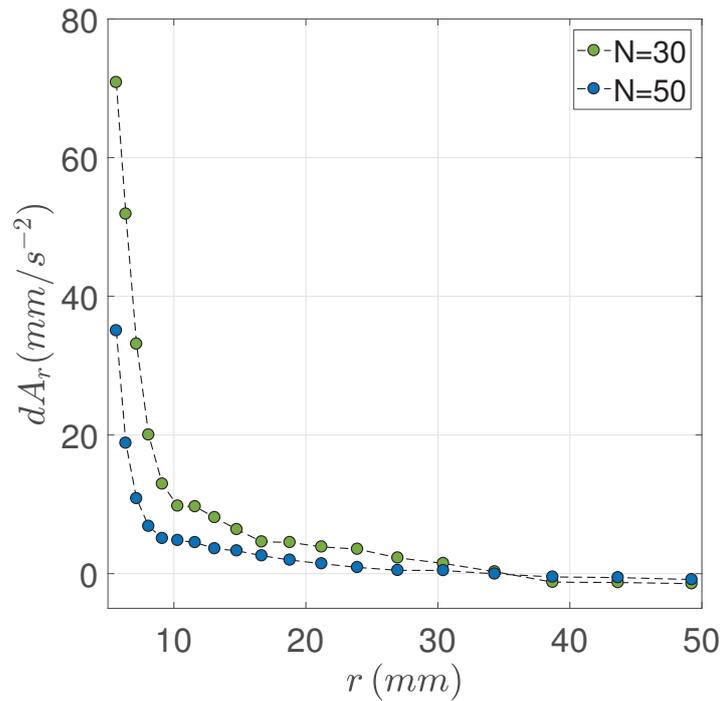


FIGURE IV.24 – $dA_r = f(r)$ Accélération relatives radiales des disques de camphre en fonction de leur séparation. Les longueurs de portée Ajustement exponentiel : $dA_r = dA_0 e^{-(r-2R)/\ell}$, les accélérations relatives maximales dA_0 sont de 70, et 50 mm/s^2 pour $N=30$ et 50 disques, les longueurs de portée ℓ sont de 5.5 mm .

de repos. Les déplacements sont décorrélés entre deux phases active générant une marche aléatoire. Il est donc intéressant de regarder le déplacement quadratique moyen des ces expériences intermittentes lorsque l'ensemble des nageurs se déplace. Si l'on filtre les phases passives en ne prenant que les statistiques lorsque la vitesse de d'ensemble est supérieur à 10 mm/s on observe simplement un régime balistique avec une vitesse quadratique moyenne de $\sigma_{V \text{ active}} = 33 \text{ mm/s}$. Le temps de diffusion effective $T_{eff \ 30, 50} = D_{eff} / \sigma_{V_x}^2 = 0.42$ et 0.36 s

Interactions de paires, accélérations relatives : Dans la figure IV.24, les accélérations relatives radiales sont positives dans une gamme de séparation entre 5 et 30 mm . Avec un ajustement exponentiel nous pouvons estimer la portée ℓ de ces forces répulsives, celle-ci est de 5.5 mm . Au delà de 30 mm les accélérations radiales sont négatives. Cet effet est probablement dû aux effets de bords impliquant la réinjection des particules vers le centre de la boîte de Pétri.

IV.3 Références

- CALZAVARINI, E., R. VOLK, M. BOURGOIN, E. LÉVÊQUE, J.-F. PINTON et F. TOSCHI. 2009, «Acceleration statistics of finite-sized particles in turbulent flow : the role of faxén forces», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 630, p. 179–189. 112
- CORRSIN, S. 1963, «Estimates of the relations between eulerian and lagrangian scales in large reynolds number turbulence», *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 20, n° 2, p. 115–119. 109, 110
- DURBIN, P. 1980, «A stochastic model of two-particle dispersion and concentration fluctua-

- tions in homogeneous turbulence», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 100, n° 2, p. 279–302. 108
- DURBIN, P. A. et J. C. R. HUNT. 1980, «Dispersion from elevated sources in turbulent boundary layers», *Journal de Mecanique*, vol. 19, p. 679–695. 108
- FRISCH, U. 1995, *Turbulence : the legacy of AN Kolmogorov*, Cambridge university press. 107
- IKURA, Y. S., E. HEISLER, A. AWAZU, H. NISHIMORI et S. NAKATA. 2013, «Collective motion of symmetric camphor papers in an annular water channel», *Physical Review E*, vol. 88, n° 1, p. 012911. 94
- KOLMOGOROV, A. N. 1941, «The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers», dans *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, vol. 30, p. 299–303. 106
- KOLMOGOROV, A. N. 1962, «A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 13, n° 1, p. 82–85. 107
- LANGEVIN, P. 1908, «Sur la théorie du mouvement brownien», *CR Acad. Sci. Paris*, vol. 146, n° 530-533, p. 530. 108
- LINDBORG, E. 1999, «Can the atmospheric kinetic energy spectrum be explained by two-dimensional turbulence?», *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 388, p. 259–288. 107
- RICHARDSON, L. F. 1920, «The supply of energy from and to atmospheric eddies», *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 97, n° 686, p. 354–373. 108
- SAWFORD, B. L. 1991, «Reynolds number effects in lagrangian stochastic models of turbulent dispersion», *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics*, vol. 3, n° 6, p. 1577–1586. 104, 110
- SHUEN, J.-S., L.-D. CHEN et G. FAETH. 1983, «Evaluation of a stochastic model of particle dispersion in a turbulent round jet», *AIChE Journal*, vol. 29, n° 1, p. 167–170. 108
- SOH, S., M. BRANICKI et B. A. GRZYBOWSKI. 2011, «Swarming in shallow waters», *The Journal of Physical Chemistry Letters*, vol. 2, n° 7, p. 770–774. 94
- SUEMATSU, N. J., K. TATENO, S. NAKATA et H. NISHIMORI. 2015, «Synchronized intermittent motion induced by the interaction between camphor disks», *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 84, n° 3, p. 034802. 94, 96
- TAYLOR, G. I. 1922, «Diffusion by continuous movements», *Proceedings of the London Mathematical Society*, vol. s2-20, n° 1, doi :10.1112/plms/s2-20.1.196, p. 196–212. 108
- TENNEKES, H. et J. L. LUMLEY. 1972, *A first course in turbulence*, MIT press. 106, 110

Chapitre V

Conclusions générales et perspectives

L'étude des systèmes actifs se caractérise d'une part par la description de leurs évolutions spontanées, en l'absence de contraintes extérieures, répondant uniquement au degré d'activité du système et à l'interaction entre individu. Ces systèmes exhibent une riche variété de phénomènes ne se retrouvant pas dans des systèmes à l'équilibre. D'autre part en présence de champ extérieur interagissant sur leurs particules autopropulsés, ces systèmes se distinguent par des signatures collectives très intéressantes comme la focalisation, l'agrégation et la formation d'instabilité.

L'objectif initial de cette thèse était de décrire expérimentalement la réponse de systèmes actifs composés de particules auto-propulsées soumis à une contrainte provenant d'un champ extérieur. Nous avons choisi d'étudier deux systèmes expérimentaux. L'un biologique dans lequel nous avons en effet caractérisé la réponse de celui-ci à un champs extérieur. Le second abiotique que nous avons développé en caractérisant la dynamique individuelle et collective. L'activité de ce système a montré une phénoménologie de mouvement collectif intermittent extrêmement intéressante que décrivons et caractérisons sans les aspects de contrainte externe appliquée sur le système.

Premièrement nous avons utilisé un système biologique pilotable par champ magnétique en utilisant des bactéries magnétotactiques. La sensibilité au champ magnétique des bactéries en fait un système parfait pour cette thématique avec ces propriétés de propulsion et de réponse orientationnelle. Dans l'étude de ce système actif biologique nous avons caractérisé la réponse de la nage individuelle avec le champ magnétique en mesurant le transport de ces bactéries perpendiculairement au forçage du champ magnétique. Nous en avons conclu que ses propriétés d'orientation suivent remarquablement des lois décrites et permettant de mener des investigations quantitatives. Partant de ces propriétés, nous avons soumis ce système à des contraintes externes d'orientation de nage et de constriction avec l'étude d'un ensemble de bactéries dirigé à travers un sablier microfluidique. Nous avons mesuré quantitativement les propriétés de flux émergeant de l'embouteillage, en mettant en avant des propriétés de densité critique indépendantes de la largeur du canal et du champ magnétique. Ensuite nous avons caractérisé le jet émergeant en aval du sablier. Les profils de densité gaussiens et les profils de vitesses sont remarquables comparés aux cas classiques de jets liquide ou de jets granulaire, ce qui a permis de faire ressortir une relation de ralentissement non locale avec la densité comme étant la signature de l'activité du sablier actif. L'explication de l'allure du profil de vitesse des bactéries dans le jet nous mène vers plusieurs pistes. La plus probable pour l'instant repose sur des effets couplés de nage, d'orientation par le champ magnétique et d'accumulation aux parois, générant un contre écoulement. Ce scénario nécessite encore une analyse plus approfondie.

Dans le deuxième chapitre nous avons introduit un second système expérimental à la fois

abiotique et macroscopique utilisant des nageurs camphrés interfaciaux. Nous avons décrit de manière quantitative les propriétés de vieillissement de taille du nageur, de profondeur de la sous-phase et d'interactions avec les bords influençant la vitesse de nage. Nous avons détaillé le couplage entre l'écoulement et le transport du camphre. Celui-ci est bien sûr complexe, cependant les ingrédients physiques sont connus. Nous avons pour la première fois proposé une approche prenant en compte le caractère auto-généré de la dynamique de nage, en proposant un modèle minimaliste pour calculer les éléments clefs associés à l'instabilité de nage Marangoni. Celui-ci fournit une description qualitativement bonne des différents paramètres mesurés et estimés dans la littérature.

Dans un troisième chapitre, nous avons abordé la dynamique d'une assemblée de ces nageurs interfaciaux interagissant via les champs hydrodynamiques et chimiques qu'ils génèrent. À concentration intermédiaire en nageurs, un régime de nage intermittente caractérisé par des bouffées pseudo-périodiques d'activité des nageurs apparaît. Nous avons montré en utilisant des outils et concepts issus du domaine de la turbulence que la dynamique Eulerienne des disques de camphre est remarquablement en accord avec la phénoménologie auto-similaire de la turbulence des fluides décrite par Kolmogorov (1941). Nous retrouvons la gamme inertielle spatiale bien identifiable présentant une distribution d'énergie à travers les échelles $\sim k^{-5/3}$ et les mêmes propriétés de fonctions structures d'ordre n ($\sim r^n/3$). Enfin nous avons prouvé que l'hypothèse du flux d'énergie se propageant de l'échelle de la particule individuelle vers les plus grandes échelles n'est pas valide. L'origine du flux d'énergie vient plutôt des interactions à longue portée forçant vers les plus petites échelles. Dans ce cas le nuage de camphre se propageant autour des nageurs peut être le vecteur de cette interaction inter-particule à longue portée.

Perspectives : Du point de vue expérimental, plusieurs choses peuvent être explorées et améliorées dans l'expérience de congestion des bactéries magnétotactiques. L'un des points importants à éclairer est la mesure de l'écoulement provoqué par l'ensemble de bactéries. C'est pourquoi nous devons trouver des marqueurs colloïdaux non biaisés par la salinité de la solution de nage, afin d'inclure des traceurs dispersés de manière homogène plus fidèles aux mouvements du fluide. La détection de la dynamique des bactéries est biaisée à partir d'un seuil de densité. Afin de repousser cette limite de détection, nous pourrions imaginer mélanger nos bactéries magnétotactiques avec des mutants fluorescents. La compréhension des mécanismes du comportement en vitesses reste à modéliser, théoriquement il reste encore du travail.

Effets collectifs : Côté turbulence la similarité prédite par Kolmogorov est remarquable et donne envie d'approfondir le sujet, les nuages chimiques de camphre pourraient être un vecteur de cette échelle d'interaction entre particules correspondant à l'échelle d'injection de l'énergie. Pour vérifier ce scénario, il serait instructif de mesurer la distribution du camphre en même temps que la dynamique des nageurs. Une expérience multi-particules dans un bassin plus grand permettrait de confirmer la robustesse de cette approche. En outre un travail de simulation avec les ingrédients physiques simples de la nage individuelle et des portées d'interactions entre nageurs pourrait permettre de retrouver des résultats similaires à l'approche turbulente. Pour cela il faut s'intéresser à des nageurs avec des trajectoires rectilignes dans un réservoir circulaire avec le transport du camphre donnant la dynamique, le tout couplé avec l'hydrodynamique de la sous-phase.

Enfin après notre caractérisation de turbulence active nous devons encore aborder la question de la réponse de ce système à un champ extérieur. Nous pourrions explorer la réponse de ce système avec un forçage hydrodynamique en comparant au cas d'un système inerte soumis au même type d'écoulement. De plus les propriétés des nageurs peuvent être dopées

facilement, une première piste peut consister à ajouter du fer dans les matrice d'agar des nageurs. Ainsi nous pourrons piloter un ensemble de nageurs et caractériser sa réponse avec le champ magnétique.

Annexe A

Annexes

Figures annexes

Mesures d'un profil de vitesse avec la méthode de PIV et filtrage des vitesses aberrantes avec un critère de fluctuation et de densité

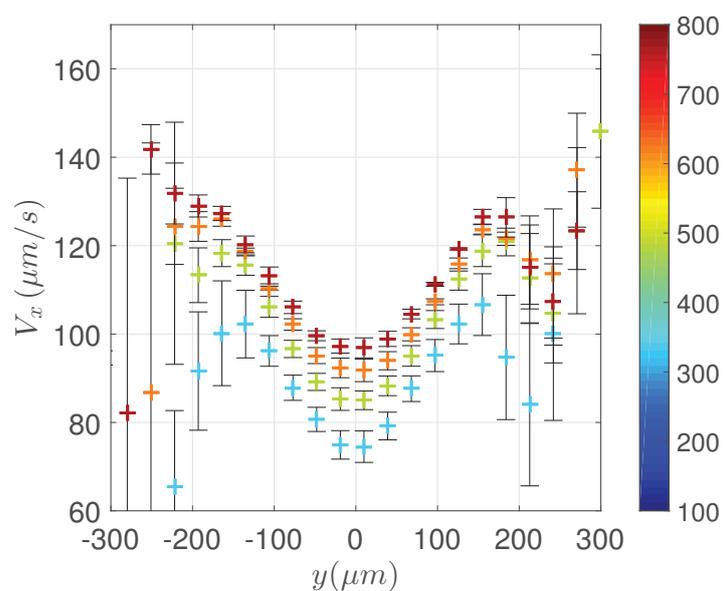


FIGURE A.1 – Profil de vitesse mesuré en PIV le long du canal entre en fonction de la section y , par PIV au centre du jet; $B = 3.5mT$, $w = 100\mu\text{m}$.

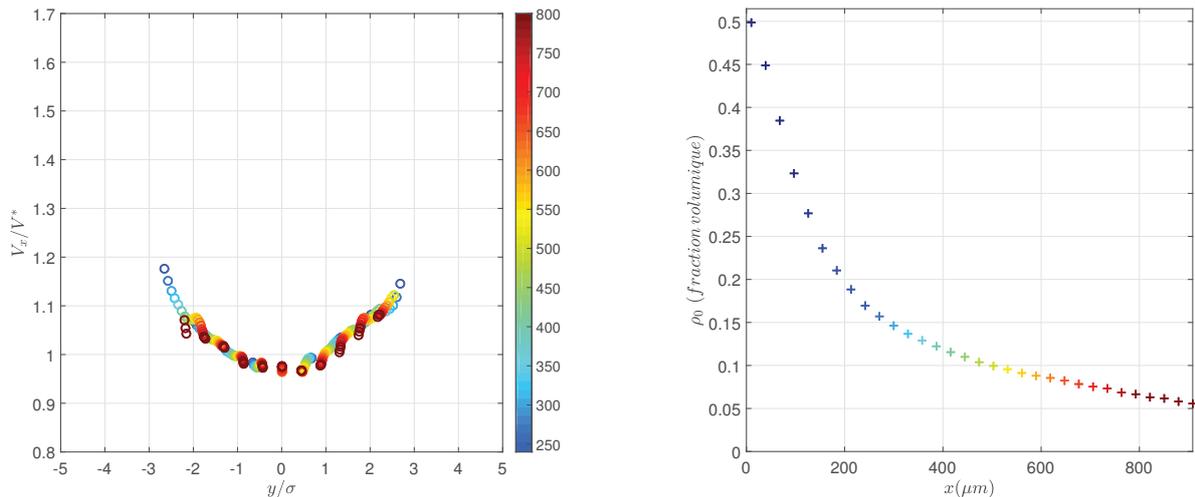


FIGURE A.2 – Effet du champ magnétique et de la densité sur la forme de la courbe maîtresse; troisième ligne : $B=2.1\text{mT}$, $w = 50\mu\text{m}$, $V_x/V^* = f(y/\sigma)$, $\rho_0(x)$.

I.1 Protocoles de culture

Synthèse du gel de ASW :

i) Synthèse de ASW :

Dissoudre dans un flacon 1L d'eau distillé :

- **NaCl** : 16.4 g
- **MgCl₂** : 3.5 g
- **Na₂SO₄** : 2.8 g
- **KCl** : 0.5 g
- **CaCl₂** : 1 g

Passer la flacon ouvert à l'autoclave pour 30 minutes à 121°C. Réserver la flacon au réfrigérateur quand non utilisé.

ii) Pour 5 tube à essai de culture :

Peser 0.8 g de bicarbonate de soude. Prélever 100 mL de ASW et ajouter :

- **Solution de Wolf** : 500 μL
- **Rezasurin** : 20 μL
- **HEPES** : 0.24 g
- **NH₄Cl** : 0.03 g
- **Agarose** : entre 0.2 g et 0.8 g suivant la viscosité et donc la vitesse de croissance voulu

Ajuster le pH entre 6.8 et 7.3 avec de la soude. Passer la solution et le bicarbonate de soude à l'autoclave pendant 30 minutes à 121°C.

Ajout des additifs :

Refroidir la solution en dessous de 60°C, en passant le flacon sous l'eau. Dissoudre 0.63g de thiosulfate de sodium dans 600 μL d'eau distillée et 0.8 de bicarbonate de soude dans 10 mL d'eau distillée. Ajouter au flacon :

- **Solution de thiosulfate de sodium** : 280 μL
- **Solution de bicarbonate de soude** : 300 μL
- **Cystéine** : 0.04 g
- **Vitamix** : 65 μL
- **FeSO₄** : 300 μL
- **KHPO₄** : 180 μL

Agiter et répartir la solution dans 5 tubes à essai préalablement passés à l'autoclave pendant 30 minutes à 121°C. Fermer les tubes et laisser gélifier pendant deux heures au réfrigérateur.

Inoculation des bactéries :

Inoculer les tubes à essai dans le nuage rose avec les bactéries de la génération précédente triées magnétiquement et sous champ stérile (flamme, hot a flux laminaire ultra propre etc...). Attendre une semaine avant d'utiliser les bactéries pour une vitalité maximal de la colonie.

Milieu de nage

Pour que l'environnement des bactérie soit le plus propice, il faut que la solution de nage soit une variante liquide de la solution de culture.

Synthèse du milieu de nage :

Mélanger dans un flacon :

- **ASW** : 100 mL
- **Solution de Wolf** : 500 μL
- **Resazurin** : 70 à 90 μL
- **HEPES** : 0.24 g
- **NH₄Cl** : 0.03 g

Mettre le flacon à l'autoclave pour 30 minutes à 121°C. Ne pas ouvrir avant utilisation.

Utilisation du milieu de nage :

Juste avant utilisation, ajouter 28 μL de solution de thiosulfate de sodium pour 10 mL de solution de nage. Passer régulièrement la solution mère de milieu de nage à l'autoclave pour éliminer les contaminants pouvant affecter les propriétés de nage des bactéries.

