



**HAL**  
open science

# Développement d'une méthodologie de qualification de systèmes complexes par des essais de fiabilité

Sylvain Delage

► **To cite this version:**

Sylvain Delage. Développement d'une méthodologie de qualification de systèmes complexes par des essais de fiabilité. Energie électrique. Université d'Angers, 2018. Français. NNT : 2018ANGE0001 . tel-01838791

**HAL Id: tel-01838791**

**<https://theses.hal.science/tel-01838791>**

Submitted on 13 Jul 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Thèse de Doctorat

Sylvain DELAGE

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du  
grade de Docteur de l'Université d'Angers  
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire*

École doctorale : *STIM*

Discipline : *60*

Spécialité : *Sciences de l'ingénieur*

Unité de recherche : *LARIS*

Soutenue le : *16/01/2018*

Thèse N° : *92066*

# Développement d'une méthodologie de qualification de systèmes complexes par des essais de fiabilité

## JURY

Rapporteurs :	<b>Léo GERVILLE-REACHE</b> , Maître de conférences, HDR, Université de Bordeaux <b>Abdelkhalak EL HAMI</b> , Professeur, INSA Rouen
Examineurs :	<b>Jocelyn BONJOUR</b> , Professeur, INSA Lyon <b>Mihaela BARREAU</b> , Maître de conférences HdR, Université d'Angers
Invité(s) :	<b>Jean-Marc VOGT</b> , Manager développement transverse, CIAT, UTC <b>Jean-Michel NAVARRO</b> , Docteur, Directeur études et développements produits, CIAT, UTC
Directeur de Thèse :	<b>Fabrice GUERIN</b> , Professeur, Université d'Angers
Co-encadrant de thèse :	<b>Sylvain CLOUPET</b> , Maître de conférences, Université d'Angers



## Remerciements

Le travail de thèse qui aboutit à ce manuscrit a été mené au sein de la société CIAT en partenariat étroit avec le LARIS (ISTIA).

Je remercie particulièrement Fabrice Guerin pour son implication, ses conseils précieux et son aide tout au long de cette thèse. Son enthousiasme et son professionnalisme m'ont permis d'aller de l'avant et de comprendre en profondeur le vaste monde de la fiabilité.

Merci également à Sylvain Cloupet qui a co-encadré cette thèse et m'a apporté son soutien et ses commentaires lors de la rédaction et de nos échanges à l'occasion de mes venues à Angers.

Je remercie tous mes collègues de CIAT qui m'ont accompagné au cours de ces années de recherche, au sein de l'équipe Essais & Qualifications puis du Bureau d'Etudes Développement. La thèse CIFRE a ceci d'intéressant qu'elle permet d'appréhender pleinement la vie en entreprise et sa complexité, mon écrit doit donc beaucoup aux équipes avec lesquelles j'ai eu la chance de travailler.

Mes remerciements en particulier à Jean-Marc Vogt et Jean-Michel Navarro qui m'ont « drivé » dès le début et ont su me transmettre les attentes, les besoins et les spécificités de CIAT vis-à-vis de la problématique fiabiliste, tout en me faisant confiance dans l'autonomie qui m'a été laissée.

J'adresse mes remerciements chaleureux à mes parents, ma famille et mon amour Cléa. Un coucou spécial à ma petite nièce Naomi qui nous a rejoints depuis peu au sein de la tribu Delage.



## Glossaire

### **Fiabilité**

*AIC : Akaike Information Criterion*

*ALT : Accelerated Life Test*

AMDEC : Analyse des Modes de Défaillances de leurs Effets et de leur Criticité

CNQ : Coûts de Non Qualité

*FMEA : Failure Mode Effects and Analysis*

*MTTF : Mean Time To Failure*

REX : Retour d'EXpérience

SdF : Sûreté de Fonctionnement

Ppm : Partie par million

### **Machines thermodynamiques**

*AHU : Air Handling Unit*

CFC : Chlorofluorocarbones

*COP : Coefficient Of Performance*

*CPU : Central Process Unit*

CTA : Centrale de Traitement d'Air

CVC : Chauffage Ventilation Climatisation

ECS : Eau Chaude Sanitaire

*EER : Energy Efficient Ratio*

*ESEER : European Seasonal Energy Efficient Ratio*

*FCU : Fan Coil Unit*

GMV : Groupe Moto Ventilateur

*GWP : Global Warming Potential*

HCFC : Hydrochlorofluorocarbones

HFO : Hydrofluoroléfine

*HVAC : Heating Ventilation and Air-Conditioning*

*ODP : Ozone Depletion Potential*

PAC : Pompe À Chaleur

PRG : Potentiel de Réchauffement Global

*SCOP : Seasonal Coefficient Of Performance*

UC : Unités de Confort

**Autres**

AFNOR : Association Française de Normalisation

*CCS : Climate Control and Security*

*M2M : Machine to Machine*

*UTC : United Technologies Corporation*

## Contenu

1.	Contexte.....	1
2.	Problématique .....	3
2.1.	Notions de fiabilité.....	3
2.1.1.	Démarche de fiabilisation .....	3
2.1.2.	Métriques de fiabilité.....	4
2.1.3.	Lois de fiabilité .....	7
2.2.	État de l'art en fiabilité des systèmes complexes.....	8
2.2.1.	Fiabilité prévisionnelle .....	8
2.2.2.	Fiabilité expérimentale .....	15
2.2.3.	Fiabilité opérationnelle .....	30
2.3.	Notions de thermodynamique.....	36
2.4.	État de l'art en fiabilité du domaine HVAC.....	54
2.4.1.	Fiabilité prévisionnelle .....	54
2.4.2.	Fiabilité expérimentale .....	59
2.4.3.	Fiabilité opérationnelle .....	62
2.5.	Conclusions .....	64
3.	Méthodologie de qualification.....	65
3.1.	Modélisation du système.....	69
3.2.	Analyse du retour d'expérience.....	70
3.3.	Définition des objectifs de fiabilité et risques associés par organes .....	77
3.3.1.	Méthode des poids .....	77
3.3.2.	Méthode d'optimisation des coûts.....	79
3.4.	Plans d'essai .....	80
3.4.1.	Détermination des conditions et temps de fonctionnement .....	80
3.4.2.	Définition du plan d'essais de qualification .....	82

3.4.3.	Définition du plan d'essais au niveau des organes .....	82
3.4.4.	Plan « Durée de vie-Estimation-Fréquentielle-conditions nominales » .....	87
3.4.5.	Plan « Durée de vie-Démonstration-Fréquentielle-conditions nominales » .....	90
3.4.6.	Plan « Durée de vie-Estimation-Bayésienne-conditions nominales » .....	101
3.4.7.	Plan « Durée de vie-Démonstration-Bayésienne-conditions nominales » .....	117
3.4.8.	Plan « Durée de vie-Estimation-Fréquentielle-conditions accélérées » .....	119
3.4.9.	Plan « Durée de vie-Démonstration-Fréquentielle-conditions accélérées » .....	126
3.4.10.	Plan « Durée de vie-Estimation-Bayésienne-conditions accélérées » .....	128
3.4.11.	Plan « Durée de vie-Démonstration-Bayésienne-conditions accélérées » .....	133
3.4.12.	Plan « Dégradation-Estimation-Fréquentielle-conditions nominales » .....	144
3.4.13.	Plan « Dégradation-Estimation-Bayésienne-conditions nominales » .....	146
3.4.14.	Plan « Dégradation-Estimation-Fréquentielle-conditions accélérées » .....	152
3.5.	Définition d'un plan de synthèse .....	157
3.5.1.	Changement des conditions de fonctionnement des organes .....	158
3.5.2.	Changement des temps de fonctionnement des organes .....	166
3.5.3.	Dégradation prématurée des performances du système .....	168
3.5.4.	Apparition de nouveaux modes de défaillance des organes .....	169
3.6.	Conclusions .....	169
4.	Applications industrielles .....	171
4.1.	Données opérationnelles .....	171
4.1.1.	Retour d'expérience .....	171
4.1.2.	Allocation de fiabilité .....	172
4.1.3.	Profils d'utilisation .....	174
4.2.	Plan d'essais de synthèse .....	175
4.2.1.	Calcul des objectifs .....	175
4.2.2.	Pompes GeoCIAT™ Access .....	177
4.2.3.	Compresseurs GeoCIAT™ Access .....	177

4.3. Projet TR140.....	178
5. Conclusions et perspectives.....	182
Bibliographie .....	187
Annexe 1 : Processus de Développement UTC .....	192
Annexe 2 : Stratégie de qualification de machine complète .....	193
Annexe 3 : Fiabilité opérationnelle, gamme LD.....	194
Annexe 4 : Arbres de défaillances pompes et compresseurs .....	198
Annexe 5 : Données techniques TR140 .....	200
Résumé.....	203
Abstract.....	203

## Liste des figures

Figure 1 : Choix du niveau de détail en fiabilité dans le cycle de développement en V.....	2
Figure 2 : Outils de fiabilité au cours du développement produit .....	4
Figure 3 : Exemple de courbe en baignoire.....	6
Figure 4 : Exemple de démarche de Sûreté de fonctionnement (Mortureux, 2002).....	9
Figure 5 : Exemple de tableau de saisie d'une AMDEC Produit (Riout, 2013) .....	10
Figure 6 : Un arbre de défaillances : exemple d'une pompe électrique (Mortureux, Arbre de défaillance, des causes et d'événements, 2002).....	11
Figure 7 : Exemple de diagramme de fiabilité (S. Myrefelt, 2004).....	11
Figure 8 : Exemple de modèle Markovien .....	12
Figure 9: Exemple de représentation graphique d'inférence bayésienne (Corset, 2003).....	13
Figure 10: Exemple d'un réseau de Pétri pour un composant unique réparable.....	14
Figure 11 : Principe de la méthode Monte Carlo (M. G. Bortoli et al., 2012) .....	14
Figure 12 : Illustration de la méthode Contrainte-Résistance.....	15
Figure 13 : Types de stress et niveaux associés en essais .....	16
Figure 14 : Défaillances catalectiques et par dérive (dégradation d'une performance) .....	18
Figure 15 : Défaillances principe des essais accélérés .....	19
Figure 16 : Représentation des distributions a priori, vraisemblance et a posteriori .....	21
Figure 17 : Inférence bayésienne .....	21
Figure 18 : Principe d'un essai accéléré .....	23
Figure 19 : Définition de la fonction de transfert .....	26
Figure 20 : <i>Exemple de trajectoires de dégradation</i> .....	28
Figure 21 : <i>Définition d'un accroissement de dégradation</i> .....	30
Figure 22 : Structure du retour d'expérience (Lannoy, 2011).....	31
Figure 23 : Types de données du REX .....	31
Figure 24 : Processus de fiabilité opérationnelle, approche paramétrique.....	33
Figure 25 : Principe de la machine thermique.....	36
Figure 26 : Cycle thermodynamique idéal du R410A, diagramme Ph .....	37
Figure 27 : Schéma frigorifique typique d'un groupe de froid air-eau CIAT .....	39
Figure 28 : Exemple d'enveloppe compresseur, pompe à chaleur air/eau .....	41
Figure 29 : Exemple de plaques d'échangeur à plaque brasée (EXEL).....	42
Figure 30 : Echangeur multitubulaire, gamme UYC (CIAT) .....	43
Figure 31 : Dessin en coupe de compresseur scroll .....	45
Figure 32 : Exemple de batteries à air tubes ailettes (CIAT).....	47
Figure 33 : Exemple de batterie à air micro-canaux .....	48
Figure 34 : Dessin technique de détendeur thermostatique à orifice calibré (E. Auzenet, M. Clerc- Renaud, 2005) .....	49
Figure 35 : Typologie des sondes existantes (CIAT) .....	51
Figure 36 : Schéma de principe d'une vanne 4 voies .....	53
Figure 37 : Grille de notation AMDEC, compresseurs rotatifs (Yun, 2000).....	56
Figure 38 : Exemple d'arbre de défaillance (Quanyu Yu et al., 2013) .....	57
Figure 39 : Exemple d'arbre de défaillances (Hoenisch, 2006) .....	58
Figure 40 : Exemple de schéma bloc (Hoenisch, 2006) .....	59

Figure 41 : Diagramme Ph adapté aux essais accélérés (S. Woo et al., 2010).....	61
Figure 42 : Exemple de diagramme Pareto (H. Madani, E. Roccatello, 2014).....	63
Figure 43 : Cycle de développement en V et stratégie d'essai .....	65
Figure 44 : Méthodologie de qualification proposée.....	68
Figure 45 : Exemple de modélisation par un BdF d'une machine thermodynamique.....	70
Figure 46 : Données disponibles pour l'analyse .....	75
Figure 47 : Exemple de schéma bloc simplifié.....	78
Figure 48 : Principe du simulateur .....	81
Figure 49 : Exemple de critère d'acceptation.....	84
Figure 50 : Logigramme de choix d'un plan .....	86
Figure 51 : Courbe de probabilité d'acceptation .....	95
Figure 52 : Graphique d'un plan séquentiel.....	99
Figure 53 : Principe du plan d'essais.....	102
Figure 54 : Exemple de résultats .....	102
Figure 55 : Distribution uniforme non informative .....	104
Figure 56 : Exemple de résultats .....	112
Figure 57 : Distributions Gamma pour définir l'a priori sur $\beta$ et $\eta$ .....	113
Figure 58 : Diagramme entrées/sorties pour plan d'essais bayésiens .....	117
Figure 59 : Les différentes étapes de la méthodologie .....	129
Figure 60 : Principe du critère de qualification .....	130
Figure 61 : Courbe de probabilité d'acceptation .....	139
Figure 62 : Graphique d'un plan séquentiel.....	140
Figure 63 : Trajectoires de dégradation.....	144
Figure 64 : Exemple de données .....	145
Figure 65 : Définition du problème de construction d'un plan d'essais de dégradation.....	146
Figure 66 : Distribution uniforme non informative .....	147
Figure 67 : Capteur de température et les conditions d'essai.....	151
Figure 68 : Plan séquentiel complet $2^2$ .....	154
Figure 69 : Exemple d'instrumentation sur une machine frigorifique typique d'un groupe de froid air-eau CIAT.....	158
Figure 70 : Résultats d'essai d'usure sur l'organe D .....	165
Figure 71 : Exemples de réévaluation de la fiabilité ou du risque lors d'un essai en durée de vie	167
Figure 72 : Exemples de réévaluation de la fiabilité ou du risque associé lors d'un essai de dégradation.....	168
Figure 73 : Exemple d'analyse d'une dégradation de performance système .....	168
Figure 74 : Diagramme Pareto en coûts 2012 → 2014 (LD).....	172
Figure 75 : Comparaison des coûts actuels et futurs (gamme LD) .....	174
Figure 76 : Dégradation attendue du compresseur GeoCIAT™ Access (18H).....	177
Figure 77 : Schéma de principe de la boucle de compensation TR140.....	180
Figure 78 : Cellule climatique TR140 rénovée .....	181
Figure 79 : Processus de développement UTC CCS .....	192
Figure 80: Stratégie de qualification de machine complète.....	193
Figure 81 : Données de fiabilité, toutes défaillances (LD) .....	194
Figure 82 : Données de fiabilité, divers élec (LD) .....	194

<b>Figure 83 : Données de fiabilité, sondes (LD) .....</b>	<b>195</b>
<b>Figure 84 : Données de fiabilité, détendeur (LD).....</b>	<b>195</b>
<b>Figure 85 : Données de fiabilité, carte CPU (LD).....</b>	<b>196</b>
<b>Figure 86 : Données de fiabilité, fuite compo frigo (LD) .....</b>	<b>196</b>
<b>Figure 87 : Données de fiabilité, pompes (LD) .....</b>	<b>197</b>
<b>Figure 88 : Données de fiabilité, fuite batterie (LD) .....</b>	<b>197</b>
<b>Figure 89 : Arbres de défaillances pompes de circulation (Falhun, 2012) .....</b>	<b>198</b>
<b>Figure 90 : Arbres de défaillances compresseurs (Falhun, 2012).....</b>	<b>199</b>

## Liste des tableaux

Tableau 1 : Interprétations du paramètre de forme de la loi de Weibull .....	7
Tableau 2 : Avantages et inconvénients des méthodes de fiabilité prévisionnelle dynamique .....	14
Tableau 3 : Lois d'accélération usuelles.....	27
Tableau 4 : Liste non exhaustive des lois de fiabilité.....	33
Tableau 5 : Principales défaillances de l'échangeur à plaques brasées .....	43
Tableau 6 : Principales défaillances de l'échangeur multitubulaire.....	44
Tableau 7 : Principales défaillances du compresseur scroll .....	46
Tableau 8 : Principales défaillances de la résistance de carter.....	46
Tableau 9 : Principales défaillances des batteries à air tube ailettes .....	47
Tableau 10 : Principales défaillances des batteries micro canaux .....	48
Tableau 11 : Principales défaillances des détendeurs thermostatiques .....	49
Tableau 12 : Principales défaillances communes aux détendeurs thermostatiques et électroniques .....	49
Tableau 13 : Principales défaillances des Groupes Moto Ventilateurs .....	50
Tableau 14 : Principales défaillances des déshydrateurs .....	50
Tableau 15 : Principales défaillances des sondes de températures.....	52
Tableau 16 : Principales défaillances des CPU .....	52
Tableau 17 : Principales défaillances des Vannes 4 Voies.....	53
Tableau 18: Indicateurs de fiabilité trouvés dans la littérature .....	54
Tableau 19 : Profils de vie des machines, littérature générale.....	55
Tableau 20 : Profils de vie des machines air/eau (NF EN 14825, 2016).....	55
Tableau 21 : Modèles de durées de vie .....	62
Tableau 22: Résumé de fiabilité opérationnelle (T.D.Radcliff, 2007).....	63
Tableau 23 : Organes critiques et connaissance disponible .....	73
Tableau 24 : Exemples de pannes et TTF associés.....	74
Tableau 25 : Exemple de génération d'instantanés de censure .....	74
Tableau 26: Exemple de synthèse des modèles de fiabilité obtenus par l'analyse statistique.....	76
Tableau 27: Tableau de synthèse des essais de qualification au niveau des organes.....	83
Tableau 28 : Facteurs d'accélération génériques tirés de FIDES 2009 .....	134
Tableau 29 : Information et paramètres a priori.....	152
Tableau 30 : Paramètres a posteriori et taille d'échantillon d'incrément de dégradation .....	152
Tableau 31 : Plan d'essais pour l'usure de pneu .....	157
Tableau 32 : Conditions de fonctionnement.....	161
Tableau 33 : Allocation de fiabilité pour la construction du plan d'essais .....	162
Tableau 34 : Plan d'essais proposé et résultats d'essai .....	164
Tableau 35 : Résultats d'essai accéléré .....	165
Tableau 36 : Conditions de fonctionnement mesurées .....	166
Tableau 37 : Différentes possibilités de traitement en fonction des essais .....	167
Tableau 38 : Synthèse des données de fiabilité (LD) .....	171
Tableau 39 : CNQ annuel actuel et objectif, gamme LD.....	173
Tableau 40 : Résultats de l'allocation des ppm futurs par organes (LD) .....	173
Tableau 41: Exemple de profils d'utilisation issus du M2M (machines air/eau CIAT).....	175

<b>Tableau 42 : Synthèse des données de fiabilité (AGEO+) .....</b>	<b>175</b>
<b>Tableau 43 : Résultats de l'allocation des ppm futurs par organes (GeoCIAT™ Access).....</b>	<b>176</b>
<b>Tableau 44: Tailles d'échantillons pour essais de démonstration GeoCIAT™ Access .....</b>	<b>176</b>
<b>Tableau 45 : Puissances des appareils testés dans TR140.....</b>	<b>200</b>
<b>Tableau 46 : Débits d'air engendrés par les appareils testés dans TR140 .....</b>	<b>202</b>
<b>Tableau 47 : Matériels des boucles de compensation hydraulique et aéraulique de TR140.....</b>	<b>202</b>

## 1. Contexte

La conception d'un produit à l'échelle industrielle répond à des exigences précises matérialisées par un cahier des charges technique, déclinables à l'échelle des composants utilisés. Dans ces cahiers des charges, sont explicités les normes auxquelles le composant doit répondre, les spécifications techniques et les plans de qualification associés. Tout au long du développement, des processus sont mis en place pour s'assurer de la qualité du produit final et de sa durabilité. Néanmoins, il n'est pas à exclure que certaines défaillances non prévues apparaissent au cours de la vie du produit et compromettent son bon fonctionnement, c'est-à-dire la réalisation des fonctions attendues.

Ainsi, la fiabilité est un enjeu majeur pour l'industriel qui a pour objectif de garantir au client final une disponibilité optimale du bien ou du service et de s'assurer que les interventions soient rares, à moindres coûts et limitées, si possible, aux opérations de maintenance (Chapouille, 1980). La difficulté réside non seulement dans la caractérisation des modes de défaillances au plus tôt dans les projets mais également dans la variété des organes et technologies utilisés. On appelle ainsi machine complexe un ensemble d'éléments de physiques distinctes (mécaniques, électroniques, thermiques, etc.) et technologies variées et contenant une multitude d'organes (Feyzioglu O. et al., 2006).

De nombreux outils pour la fiabilité ont été développés pour des machines complexes utilisées dans les domaines du nucléaire, de l'aéronautique, du spatial ou du militaire (Toman, 2007) (NASA, 2008). À l'inverse, le secteur de l'HVAC (*Heating Ventilation and Air Conditioning*) ne présente à ce jour que peu de travaux sur le sujet (Myrefelt, 2004).

La société CIAT développe, fabrique et commercialise des systèmes pour la maîtrise de l'énergie et de l'air dans les bâtiments neufs ou en rénovation. Elle existe depuis 80 ans et bénéficie d'un grand savoir-faire industriel. Elle fait aujourd'hui partie du groupe *United Technologies Corporation* (UTC), au sein de la division *Climate Control and Security* (CCS).

Les systèmes développés par la société CIAT sont multiples (pompes à chaleur, centrales de traitement d'air, unités terminales, groupes de froid) et intègrent plusieurs sous-ensembles de technologies variées (échangeurs de chaleur, cartes électroniques, organes frigorifiques, etc.) dont les modalités de défaillance sont diverses, peuvent être corrélées et nécessitent d'être caractérisées avec précision (Auzenet E., Clerc-Renaud M., 2005) (Bailly A. et al., 2001).

Pour ce faire, des analyses de risques et certains outils de fiabilité prévisionnels sont utilisés en phase de développement puis la qualification du produit vis à vis des choix de conception est systématiquement réalisée en conduisant des essais de tous types. L'endurance peut en faire partie et nécessite de disposer de suffisamment de produits à tester et de temps pour précipiter les défaillances ou du moins les extrapoler.

## 1. Contexte

Dans un contexte où les temps disponibles pour la qualification sont réduits continuellement, la mise en œuvre des essais accélérés, des essais de dégradation voire des essais bayésiens permet d'obtenir une estimation ou une démonstration de la fiabilité dans des délais raisonnables. Par ailleurs, le choix est fait de limiter les essais au niveau des organes pour ne pas se substituer aux fournisseurs et garder une approche système.

On entend par système un ensemble d'organes indépendants qui contribuent à la réalisation d'une fonction par l'interaction de chacun d'entre eux. Ceux-ci peuvent être en série, en parallèle ou combinés.

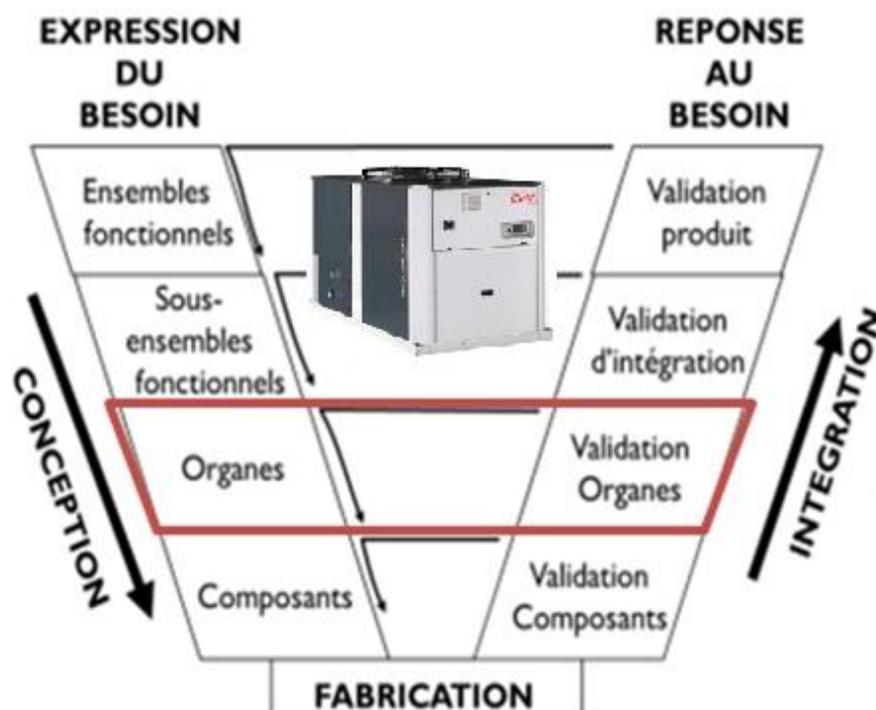


Figure 1 : Choix du niveau de détail en fiabilité dans le cycle de développement en V

À la lumière des multiples plans d'essais possibles et de la nécessité de fixer les objectifs de fiabilité, il devient incontournable de construire une stratégie globale de qualification, intégrant les activités de calcul et d'essai et permettant de valider un système complet et/ou des organes sensibles. Cette stratégie doit se baser sur les endommagements et les usages en conditions opérationnelles, c'est-à-dire s'inspirer autant que possible du profil de vie des machines, des données prévisionnelles et du retour d'expérience (Dhillon, 1999).

Dans une première partie, nous présenterons la démarche et les principales notions de fiabilité par le biais des lois de fiabilité et des métriques associées ainsi qu'un état de l'art des outils et méthodes propres aux machines complexes. Puis nous ferons un focus sur les machines thermodynamiques, leur fonctionnement, leurs principaux organes et la bibliographie propre à celle-ci concernant leur fiabilité.

## 2. Problématique

Le dimensionnement de plans d'essais sera le cœur de ces travaux, avec dans un premier temps une méthodologie de caractérisation du REX, pour aboutir à des objectifs clairs, l'utilisation de l'allocation de fiabilité pour simplifier et automatiser les calculs d'objectifs, la méthode d'optimisation basée sur les coûts puis les développements théoriques nécessaires à la mise en place d'essais de durée de vie ou de dégradation.

Des exemples seront traités par la suite pour mettre en regard ces méthodes avec des cas industriels réels.

Pour finir, des conclusions et des perspectives sur la méthodologie proposée de qualification des systèmes complexes seront apportées.

## 2. Problématique

### 2.1. *Notions de fiabilité*

Il est nécessaire d'expliciter en premier lieu les termes propres à la fiabilité avant de se pencher sur des notions de thermodynamique puis de faire le lien entre ces deux domaines.

La fiabilité est « l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné » (AFNOR, 1984) Il s'agit de la probabilité qu'un élément remplisse une fonction demandée dans des conditions définies au cahier des charges pendant une période stipulée.

#### 2.1.1. Démarche de fiabilisation

La fiabilité se décline, à l'échelle d'un produit, en trois grandes approches que sont :

- La fiabilité prévisionnelle → phase amont, conception, du projet

Il s'agit de définir au plus tôt dans un projet les risques potentiels de fiabilité mais aussi d'évaluer, via les recueils et bases de données composants, les taux de défaillances atteignables selon l'architecture choisie.

- La fiabilité expérimentale → phase aval, intégration, du projet

Il s'agit de pister et provoquer les défauts de conception et de fabrication en essais sur une période la plus courte possible et une taille d'échantillon faible mais néanmoins significative.

- La fiabilité opérationnelle → phase de mise en service, maintenances et réparations

Il s'agit d'ordonner et analyser les données d'exploitation pour expliciter les modes de défaillances, enrichir la connaissance du produit et reboucler avec les objectifs de fiabilité.

## 2. Problématique

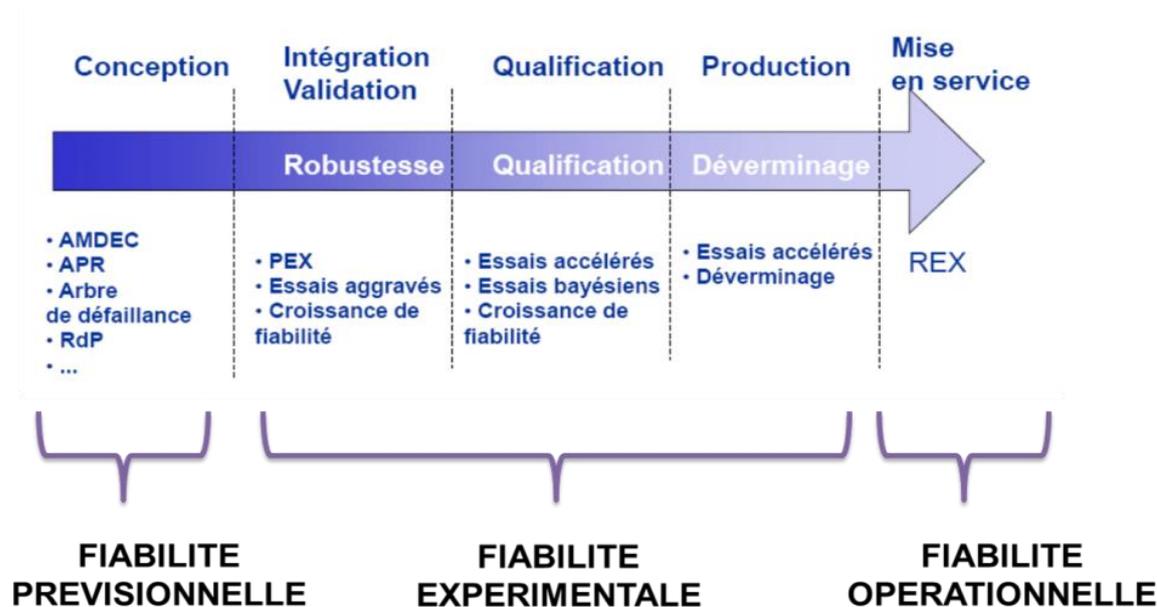


Figure 2 : Outils de fiabilité au cours du développement produit

### 2.1.2. Métriques de fiabilité

On définit la **défaillance** comme la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise [Villemeur, 1988b]. On va considérer  $T$  la variable aléatoire qui représente le temps écoulé entre la mise en marche d'un matériel et la première défaillance observée.

Une **variable aléatoire** est une fonction définie sur l'ensemble des résultats possibles d'une expérience aléatoire, telle qu'il soit possible de déterminer la probabilité pour qu'elle prenne une valeur donnée ou qu'elle prenne une valeur dans un intervalle donné (Tiplica, 2007).

La **théorie des probabilités** est l'étude mathématique des phénomènes caractérisés par le hasard et l'incertitude. Plus précisément, les probabilités sont utilisées pour modéliser des situations dans lesquelles une même expérience réalisée à des différents moments mais dans les mêmes conditions, peut produire des résultats différents.

Toutes les mesures des performances suivantes sont déclinées de la théorie plus générale de la probabilité pour une variable aléatoire  $X$ , adaptée pour le cas concret  $X = T$ , et interprétée en association avec leurs sens physiques.

#### Fonction de fiabilité

- Fonction de fiabilité  $R(t)$  :

La fonction de fiabilité ou fonction de survie  $R(t)$ , est définie comme l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné.

La fiabilité à l'instant  $t$  est la probabilité qu'une entité  $E$  soit non défaillante sur la durée  $[0; t]$ , en supposant qu'elle n'est pas défaillante à l'instant  $t = 0$ .

## 2. Problématique

Par extension, on appelle également fiabilité, la probabilité associée  $R(t)$  définie par :

$$R(t) = \text{Prob}\{E \text{ non défaillante sur } [0; t]\} \quad (1)$$

Ou encore :

$$R(t) = \text{Prob}\{t < T\} \quad (2)$$

Avec  $T$  la variable aléatoire qui représente le temps écoulé entre la mise en service d'une entité et la première défaillance observée et  $t$  le temps auquel l'observateur se place. Pour compléter l'approche théorique de la notion de fiabilité, il est nécessaire de définir aussi les notions suivantes, qui sont dérivées de la théorie des probabilités.

- Fonction de répartition  $F$  :

On parle aussi parfois en fonction de répartition qui correspond en fait à la probabilité de défaillance, soit :

$$F(t) = Pf(t) = \text{Prob}\{t \geq T\} = 1 - R(t) \quad (3)$$

- Densité de probabilité  $f$  :

Si  $dt$  est un nombre réel positif infiniment petit (pour nous un intervalle de temps), alors la probabilité d'obtenir  $T$  inclus dans l'intervalle  $[t; t + dt]$  est égale à  $f(t)dt$ , soit:

$$\text{Prob}(t < T < t+dt) = F(t + dt) - F(t). \quad (4)$$

Finalement, on obtient la relation générale de la fonction de densité :

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt} \quad (5)$$

- Mean Time To Failure (MTTF) :

Temps moyen de fonctionnement jusqu'à la première défaillance, exprimé en heures, jours, années. Mathématiquement, cela correspond à la formule suivante :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (6)$$

- Taux de défaillance  $\lambda$  :

$\lambda(t)dt$  représente la probabilité d'avoir une défaillance dans l'intervalle de temps  $[t; t+dt]$  sachant qu'il n'y a pas eu de défaillance dans l'intervalle  $[0; t]$ , telle que :

$$\lambda(t)dt = \frac{\text{Prob}\{\text{défaillant sur } [t;t+dt]\text{ sans défaillance sur } [0;t]\}}{\text{Prob}\{\text{non défaillant sur } [0;t]\}} \quad (7)$$

$$\lambda(t)dt = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (8)$$

## 2. Problématique

Pour la loi exponentielle uniquement,  $\lambda = 1/MTTF$ .

Le taux de défaillance s'exprime en pannes/millions d'heures ou pannes/milliards d'heure (*Failure In Time*, FIT) dans le cas d'organes robustes.

On distingue classiquement trois formes caractéristiques prises par le taux de défaillance, ce qu'on appelle la courbe en baignoire :

- Période de jeunesse

Il s'agit d'une période pendant laquelle le taux de défaillance est décroissant du fait de la mise en place des procédés. Il est alors nécessaire de réaliser un déverminage s'il s'agit d'électronique ou un rodage s'il s'agit de mécanique.

- Période de maturité (ou vie utile)

Il s'agit d'une période pendant laquelle le taux de défaillance est constant. Le matériel est éprouvé et seuls les accidents ou phénomènes aléatoires entraînent une panne.

- Période de vieillissement

Enfin, le matériel peut subir un vieillissement et voir donc son taux de défaillance croître.

Certains organes connaissent une période de maturité très longue, c'est le cas des appareils exclusivement électriques. À l'inverse, les organes mécaniques sont très vite soumis aux problèmes de vieillissement et n'ont donc quasiment pas de vie utile (McLean H., 2000).

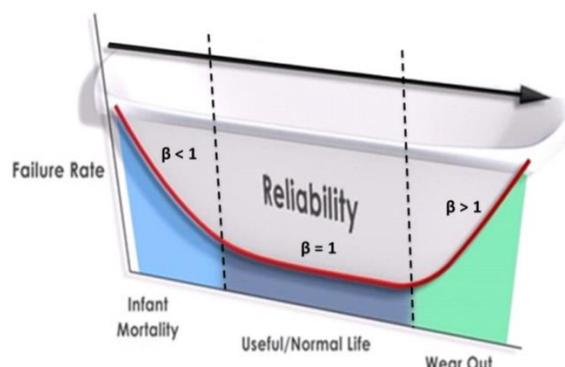


Figure 3 : Exemple de courbe en baignoire

- $L_p / B_x$

Temps ou nombre de cycle auxquels on estime une probabilité de défaillance de  $p$  % (ou  $x$  % pour  $B_x$ ). On parle souvent de  $L_{10}$ , c'est-à-dire le temps auquel on estime avoir 10% de la population défaillante. Dans le cas des roulements, il existe une formule telle que :

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^n \quad (9)$$

## 2. Problématique

Avec  $L_{10}$  en millions de cycles, C la charge dynamique de base (donnée constructeur, en N), P la charge équivalente exercée sur le roulement (en N) et n un coefficient égal à 3 pour un roulement à bille et 10/3 pour les roulements à rouleau.

### 2.1.3. Loïs de fiabilité

Plusieurs fonctions mathématiques sont couramment utilisées pour décrire la fonction de fiabilité, trois sont détaillées ci-dessous. Ce sont les lois les plus usuelles pour décrire le profil de vie d'éléments électriques, électroniques ou mécaniques.

#### ○ Loi exponentielle :

Loi simple, utilisée en fiabilité dont le taux de défaillance est constant. Décrit la vie des matériels qui subissent des défaillances aléatoires.

$$R(t) = e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (10)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (11)$$

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (12)$$

Avec  $\theta = \frac{1}{\lambda}$  en heures, jours ou années et  $\lambda$  le taux de défaillance en pannes/heures, pannes/jours, etc.

#### ○ Loi de Weibull

La loi de Weibull est une des lois les plus populaires dans de nombreux domaines. Grâce à sa flexibilité, elle permet de représenter une infinité de lois de probabilité. La variable aléatoire T, suivant une loi de Weibull de paramètres de forme et d'échelle  $\beta$  et  $\eta$ , est décrite par :

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (13)$$

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (14)$$

$$f(t) = \frac{\beta}{\eta} * \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} * e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (15)$$

Le paramètre de forme  $\beta$  donne des indications sur le mode de défaillance et l'évolution dans le temps.

$\beta < 1$	$\beta = 1$	$1.5 < \beta < 2.5$	$3 < \beta < 4$
Jeunesse	Indépendance du temps	Fatigue	Usure

Tableau 1 : Interprétations du paramètre de forme de la loi de Weibull

## 2. Problématique

### ○ Loi log-normale

La loi Log-normale est souvent utilisée pour représenter la distribution des durées de vie d'un phénomène de fatigue mécanique. Une variable aléatoire continue et positive  $T$  suit une loi Log-normale si son logarithme népérien est distribué selon une loi normale. Les caractéristiques d'une loi Log-normale de moyenne  $\mu$  et d'écart-type  $\sigma$  positifs sont :

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right) \quad (16)$$

$$F(t) = \Phi\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right) \quad (17)$$

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (18)$$

Avec  $\Phi$  la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

## **2.2. État de l'art en fiabilité des systèmes complexes**

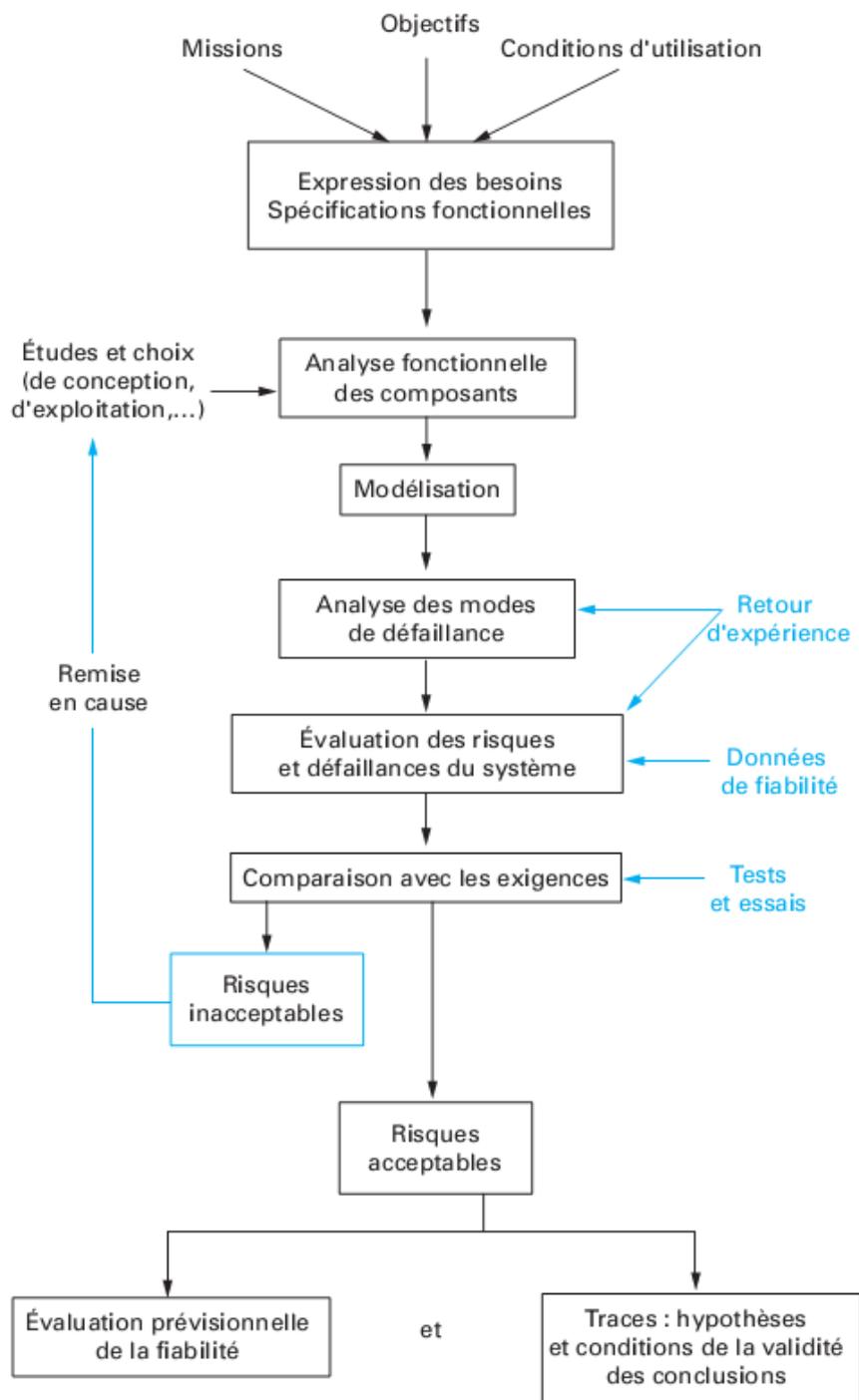
Nous avons réalisé un état de l'art orienté sur les trois grandes familles que sont la fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle, pour tous types de systèmes complexes. Nous verrons dans un second temps comment ces outils et méthodes sont actuellement mis en pratique dans le domaine de l'HVAC (§2.4) et quelles améliorations apporter (§3).

### **2.2.1. Fiabilité prévisionnelle**

La littérature est abondante en recueils, ils contiennent les données d'entrées de la fiabilité prévisionnelle. Ceux-ci ont été créés et alimentés par des domaines porteurs en fiabilité, tels que la pétrochimie ou l'aéronautique (FIDES, 2010). Le domaine militaire est également contributeur, ses divers recueils présentent des informations précieuses sur la tenue dans le temps des composants (NSWC, 2010) (MIL-HDBK-217-F, 1991).

Par ailleurs, les outils de fiabilité prévisionnelle sont nombreux et il convient de bien définir la manière dont ils s'articulent entre eux. Un exemple de démarche de Sûreté de Fonctionnement est ainsi donné en figure 4.

## 2. Problématique



**Figure 4 : Exemple de démarche de Sûreté de fonctionnement (Mortureux, 2002)**

Les approches sont complémentaires et peuvent se résumer comme suit :

- Analyse préliminaire de risques

Il s'agit de la première méthode de brainstorming en Sûreté de Fonctionnement (SdF). Elle est nécessaire dès lors qu'une démarche de maîtrise des risques apparaît et avant même de parler d'évaluation. Elle concerne surtout la sécurité et se décline donc majoritairement

## 2. Problématique

dans les domaines chimiques ou du transport (Mortureux, Analyse préliminaire de risques, 2002). Elle permet de définir les événements redoutés, les critiques pouvant faire l'objet d'arbres de défaillances.

- AMDEC

L'Analyse des Modes de Défaillance, de leurs Effets de leur Criticité (AMDEC) est une méthode d'analyse qualitative et semi-quantitative qui fait appel aux compétences diverses d'un groupe de projet. Il s'agit d'identifier les risques d'apparition des défaillances, les causes, leurs conséquences, les classer et ainsi ne traiter que les plus impactants.

Une notation est alors effectuée afin d'aboutir à un indice de criticité, dépendant de la détectabilité, de l'occurrence et de la gravité. Des actions préventives ou correctives sont alors mises en place. Il existe entre autre des AMDEC Produits et des AMDEC Process.

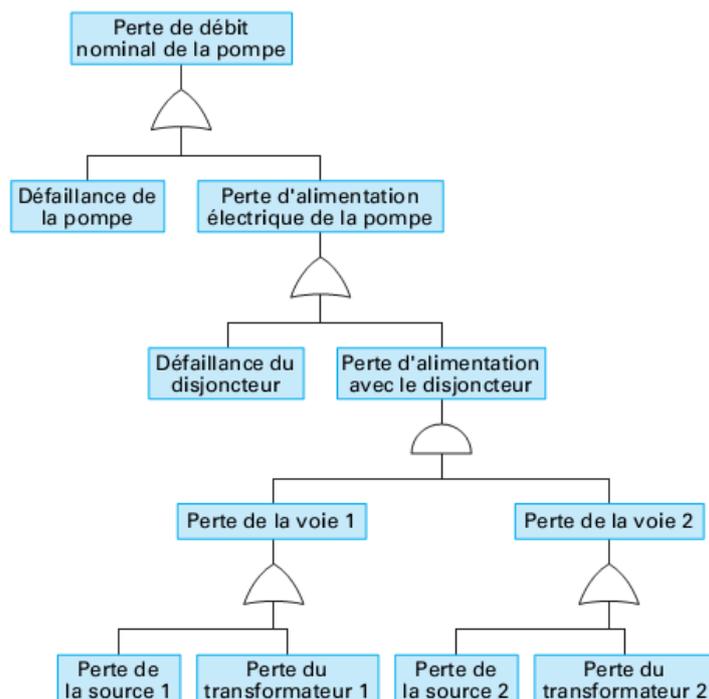
DÉCOMPOSITION DU PRODUIT		ANALYSE DES RISQUES ACTUELS DE DÉFAILLANCE							ACTION PROPOSÉE DE RÉDUCTION DES RISQUES							
FONCTION TECHNIQUE	COMPOSANT DU PRODUIT	MODE POTENTIEL DE LA DÉFAILLANCE	EFFET POTENTIEL DE LA DÉFAILLANCE	G	CAUSE POSSIBLE DE LA DÉFAILLANCE	PRÉVENTION MISE EN PLACE	F	DÉTECTION MISE EN PLACE	D	C ACTUELLE	ACTION FUTURE PROPOSÉE	G	F	D	C VISÉE	COMMENTAIRE

Figure 5 : Exemple de tableau de saisie d'une AMDEC Produit (Riout, 2013)

- Arbres de défaillances

L'arbre de défaillances est une méthode qui part d'un événement final pour remonter vers les causes et conditions avec les combinaisons pouvant se produire. Il vise à représenter l'ensemble des combinaisons qui peuvent induire l'événement étudié (Mortureux, Arbre de défaillance, des causes et d'événements, 2002).

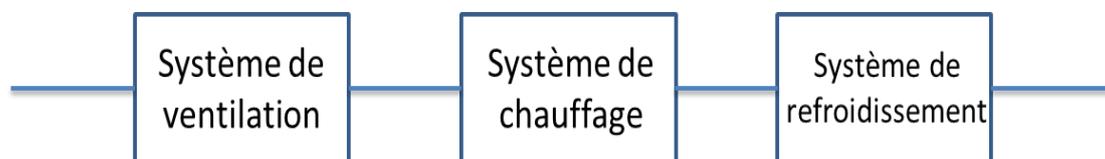
## 2. Problématique



**Figure 6 : Un arbre de défaillances : exemple d'une pompe électrique (Mortureux, Arbre de défaillance, des causes et d'événements, 2002).**

- Diagramme de fiabilité

Il s'agit d'une modélisation du système en considérant que les fonctions globales résultent d'une mise en série et/ou en parallèle de fonctions élémentaires. Chaque composant du système, considéré comme indépendant, réalise une fonction autonome. C'est précisément la méthode que nous utiliserons par la suite pour réaliser l'allocation de fiabilité (§3.1). Un exemple simple est donné ci-dessous : on considère un système série constitué de 3 sous-systèmes : ventilation, chauffage, refroidissement. Chacun est indépendant et la panne de l'un entraîne la panne de l'ensemble du système.



**Figure 7 : Exemple de diagramme de fiabilité (Myrefelt S., 2004)**

Il existe également de nombreuses approches de fiabilité prévisionnelle dynamique. Celles-ci permettent d'estimer en amont la fiabilité d'un système dont les caractéristiques évoluent avec le temps (Demhri, 2009).

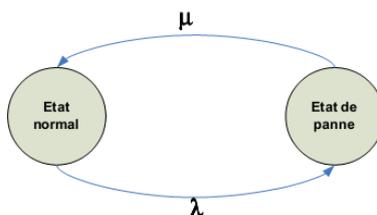
On peut citer les outils suivants :

## 2. Problématique

- Chaînes de Markov

Les chaînes de Markov ou Méthode de l'Espace des Etats (MEE) ont été développés dans les années 50 pour l'analyse de fiabilité des systèmes réparables. Cette méthode consiste à représenter le comportement d'un système par un ensemble de composants pouvant se trouver dans un nombre d'états de fonctionnement et de panne  $n_i$ . Un support graphique appelée graphe des états, permet de visualiser les différents états d'un système qui sont représentés par des cercles et relier entre eux par des arcs orientés qui représentent la transition d'états de départ vers des états d'arrivée. Un modèle Markovien est présenté sur la figure 8.

Pour effectuer cette analyse, il est indispensable dans un premier temps de recenser et de classer tous les états du système (fonctionnement ou panne) et chercher comment passer d'un état à un autre lors d'un dysfonctionnement ou d'une réparation. A chaque transition, de l'état  $E_i$  vers l'état  $E_j$ , est associé un taux de transition  $L_{ij}$  défini de telle sorte que  $L_{ij}.dt$  est égal à la probabilité de passer de  $E_i$  vers  $E_j$  entre deux instants très proches  $t$  et  $t+dt$  sachant que l'on est en  $E_i$  à l'instant de temps  $t$ . Enfin, la dernière étape consiste à calculer les probabilités d'apparition des différents états du système ainsi que les caractéristiques de sûreté de fonctionnement (MTTF, MTBF, MTTR, etc.).



**Figure 8 : Exemple de modèle Markovien**

- Réseaux Bayésiens Dynamiques

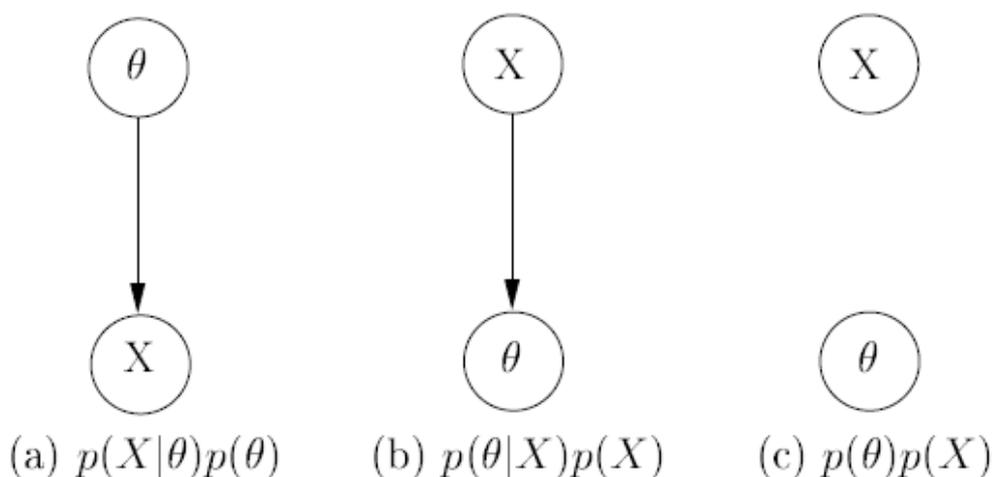
Un réseau bayésien est un modèle graphique probabiliste qui, à partir de variables aléatoires structurées en un graphe orienté acyclique, permet de calculer des probabilités conditionnelles liées à ces variables. Les réseaux bayésiens dynamiques étendent ce processus en prenant en compte l'évolution des variables aléatoires, généralement dans le temps.

S'appuyant sur la loi de Bayes, cette méthode permet de quantifier les interactions entre l'état d'un système et la valeur des variables fonctionnelles du système. La loi de Bayes se décline comme suit :

$$p(X|\theta) = \frac{p(\theta|X)p(X)}{p(\theta)} \quad (19)$$

## 2. Problématique

Avec  $X$  une variable aléatoire représentant un phénomène (fonction de fiabilité par exemple) et  $\theta$  une variable aléatoire décrivant la connaissance a priori sur ce phénomène (taille d'échantillon par exemple).



**Figure 9: Exemple de représentation graphique d'inférence bayésienne (Corset, 2003)**

Les RBD ont ceci d'avantageux qu'ils permettent d'intégrer la connaissance de divers paramètres physiques du système dans le modèle stochastique à états.

- Réseaux de Pétri (Mihalache, 2007).

Enfin les réseaux de Pétri se basent sur la théorie des automates. Les réseaux de Pétri sont un bon outil pour modéliser le comportement dysfonctionnel d'un système. On appréhende plus aisément les différentes pannes et l'impact sur le système. Pour rappel, un réseau de Pétri est un graphe orienté avec deux types de nœuds : les places (états ou conditions) représentées par des cercles et les transitions (ou événements) symbolisées par des barres. Ces nœuds sont connectés entre eux par des arcs orientés à des places aux transitions (arcs amont) et des transitions aux places (arcs aval) exclusivement. La circulation de jetons (marqueurs indivisibles), symbolisant la présence à un instant donné d'une information ou d'une initialisation particulière aux places où ils résident, permet la modélisation dynamique du comportement système (aussi bien désiré que redouté) au sein du réseau. Un réseau de Pétri stochastique (ou fiabiliste) est un réseau de Pétri étendu tel qu'on associe à chaque transition une durée de franchissement aléatoire ou déterministe (nulle ou non). Si la durée déterministe est 0, on parle de transitions immédiates. La figure 10 présente un exemple d'un réseau de Pétri pour un composant unique réparable.

## 2. Problématique

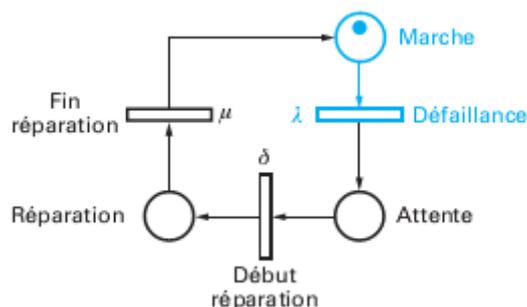


Figure 10: Exemple d'un réseau de Pétri pour un composant unique réparable

Le tableau 2 liste les avantages et inconvénients des méthodes de fiabilité prévisionnelle dynamique.

Nom de la méthode	AVANTAGE	INCONVENIENT
Chaîne de Markov	Simplicité conceptuelle	Explosion combinatoire
Réseau Bayésien Dynamique	Nombre de paramètres limité	Application physique complexe
Réseau de Pétri	Prise en compte des défaillances	Lisibilité difficile si système complexe

Tableau 2 : Avantages et inconvénients des méthodes de fiabilité prévisionnelle dynamique

- Simulation de Monte Carlo

Non stochastique, à l'inverse des approches citées ci-dessus, la simulation de Monte-Carlo permet également d'évaluer des fiabilités prévisionnelles en utilisant la répétition d'expérience (tirages) pour résoudre un système déterministe, basé par exemple sur des équations physiques connues a priori (Hähnel, 2007).

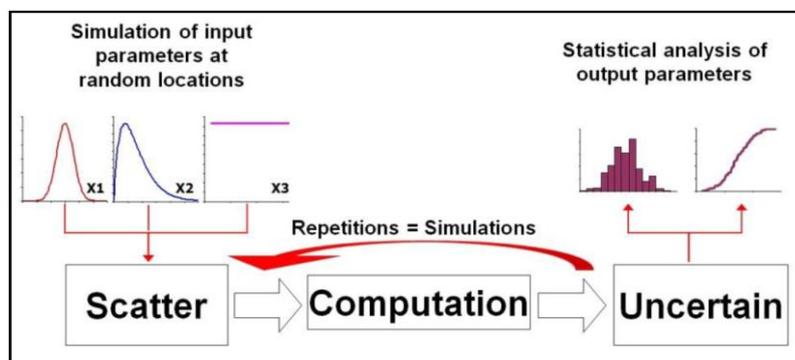
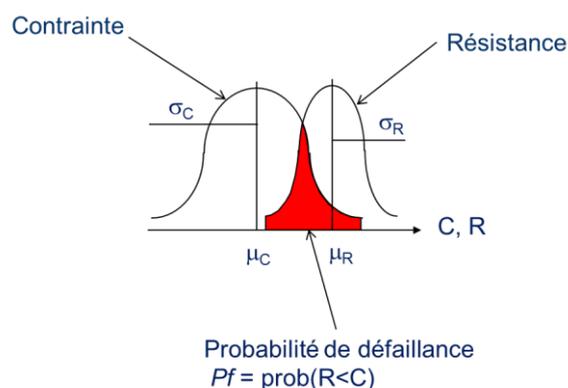


Figure 11 : Principe de la méthode Monte Carlo (Bortoli M.G.D. et al., 2012)

## 2. Problématique

- Méthode Contrainte-Résistance

Il existe par ailleurs des approches physiques permettant d'évaluer la fiabilité mécanique de composants, telles que la méthode Contrainte-Résistance. Celle-ci se base sur la physique de la défaillance (Contrainte) et du composant concerné (Résistance). Elle associe à chacune une distribution (Normale par exemple) et évalue la probabilité de défaillance à l'intersection de ces deux courbes.



**Figure 12 : Illustration de la méthode Contrainte-Résistance**

Bien que la méthode soit relativement simple, il n'est pas toujours facile de déterminer l'une ou l'autre de ces distributions, selon la connaissance que l'on a du mode de ruine (fatigue, usure, etc.) et/ou des caractéristiques mécaniques du matériau (traction, flexion, torsion, etc.).

### 2.2.2. Fiabilité expérimentale

L'ensemble des méthodes listées ci-dessus permet de cerner et, dans le meilleur des cas, quantifier la fiabilité visée. Il reste néanmoins nécessaire de réaliser les essais adéquats dans un second temps pour estimer plus finement ou valider la fiabilité prévue.

La production n'étant pas dans le champ de cette étude, on distinguera deux grandes familles (voir figure 13) : les essais de robustesse (marge) et les essais de qualification (conformité, spécification).

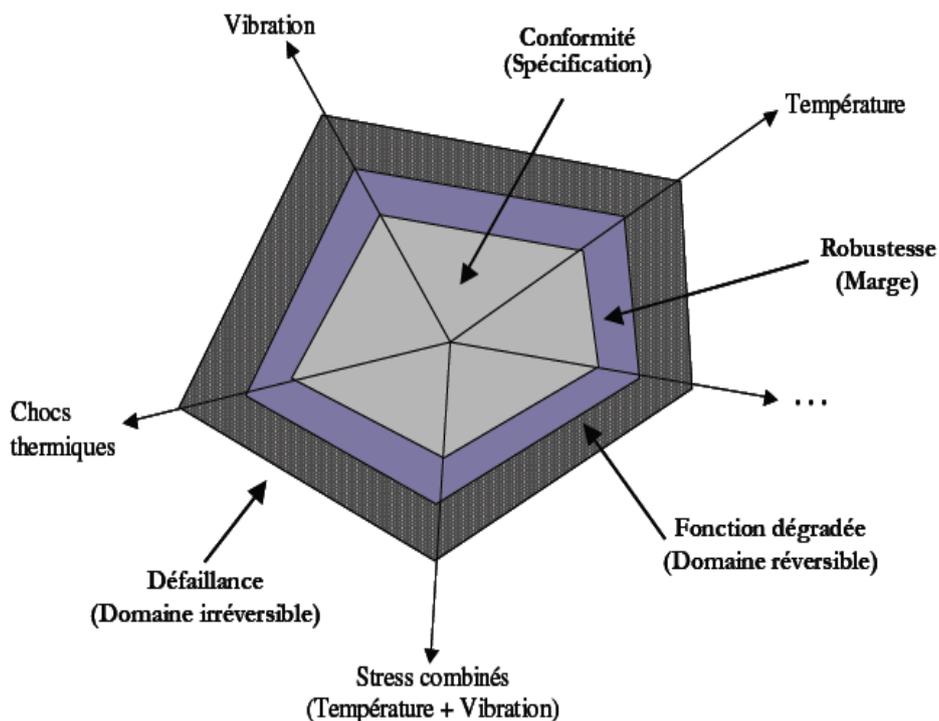


Figure 13 : Types de stress et niveaux associés en essais

### ○ Essais de robustesse

Cette phase amont vise à étudier toutes les interactions possibles entre le système et son environnement, discriminer en première approche un système ou composant par rapport à un autre et suivre le processus de développement pour réaliser les bons essais aux bons moments et augmenter progressivement le niveau de fiabilité garanti.

#### • Plans d'expériences

Cette approche s'intéresse à l'optimisation des facteurs d'essais et à leur combinaison afin de diminuer le nombre d'essais et déterminer les paramètres influents. On parle alors de plans factoriels complets ou fractionnaires selon qu'on néglige certaines combinaisons mineures ou non (Goupy, 1992).

Cette méthode connaît un vif succès dans l'industrie grâce aux travaux de Taguchi qui a simplifié les tables (ou matrices d'expérience) à utiliser selon le nombre de facteurs étudiés (Sabre, 2007). Elle s'articule avec la fiabilité dans le sens où elle permet de déterminer les paramètres externes (températures, humidités, etc.) et internes (dimensions, choix techniques) les plus influents. Ceux-ci seront adoptés lors des essais de qualification.

#### • Essais aggravés

L'essai aggravé permet de détecter en un temps le plus court possible des défauts de conception (dimensionnement, technologie) et de fabrication (composants, process). Il

## 2. Problématique

consiste à augmenter graduellement le niveau de stress subi par un organe jusqu'à provoquer une défaillance. On s'autorise à dépasser la limite opérationnelle (conformité, figure 13), voire même la limite de destruction (robustesse, figure 13) de l'organe testé. Les stress sollicités usuellement sont : vibration, température, humidité, etc. Il s'agit d'un processus itératif de correction de défauts de conception.

- Croissance de fiabilité

Cette méthode itérative consiste à tester des produits selon un protocole d'essai choisi (simulation des conditions d'utilisation), déceler les faiblesses de conception et répéter la campagne d'essais jusqu'à atteindre les objectifs de fiabilité. Pour ce faire, une courbe de croissance (si MTTF) ou décroissance (si taux de défaillance) est déterminée en amont des essais selon des modèles théoriques tels que Duane ou Crow-AMSAA. Cette méthode s'applique bien à la phase Prototype du processus de développement (Giraud, 2007).

- **Essais de qualification**

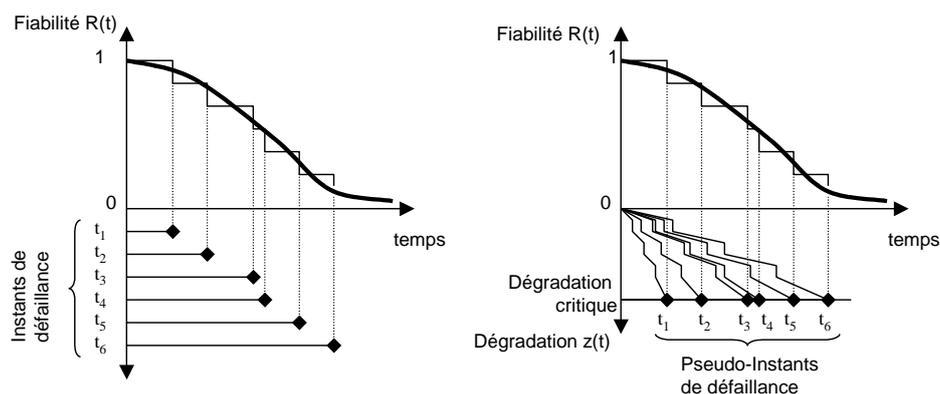
La qualification se veut quant à elle quantitative. L'analyse des résultats d'essai doit permettre de statuer sur la tenue des objectifs de fiabilité du système. Plusieurs techniques sont disponibles pour réaliser la qualification d'un produit.

Pour commencer, deux types de défaillance peuvent être observés au cours des essais :

- les défaillances catalectiques, qui se matérialisent par une apparition souvent brutale (par exemple une rupture brutale d'une pièce) ;
- les défaillances par dérive, où une performance du système se dégrade au cours du temps jusqu'à atteindre un niveau inacceptable (par exemple la dégradation d'une performance thermodynamique).

Les essais associés sont désignés par essai d'endurance (ou de durées de vie) pour les premiers et de dégradation pour les seconds. La figure 14 montre comment est construite la fonction de fiabilité à partir des instants de défaillance, dans le cas de défaillances catalectiques, et des pseudo-instants de défaillance lors d'une dégradation inacceptable d'une performance.

## 2. Problématique



**Figure 14 : Défaillances catalectiques et par dérive (dégradation d'une performance)**

Dans le cas des essais d'endurance, il est envisageable de conduire un essai complet (tous les individus en test sont défaillants), partiellement ou totalement censuré. En fonction de la situation, il est nécessaire de mettre un critère de prise de décision, quant à la qualification, adapté. Ainsi, on peut distinguer les essais de démonstration (vérification de la tenue minimale des objectifs de fiabilité) et d'estimation (estimation, avec une précision fixée, de la métrique de fiabilité exigée). Le choix entre ces deux essais se fait en considérant principalement des contraintes économiques (les essais de démonstration sont moins coûteux (en taille d'échantillon ou en temps d'essai) mais donnent une moins bonne qualité d'information sur la fiabilité réelle du système). Par ailleurs, l'analyse peut être menée par une approche fréquentielle ou bayésienne selon la connaissance disponible sur la fiabilité du système.

Pour finir, dans un contexte où les temps disponibles pour la validation sont réduits continuellement, la mise en œuvre des essais accélérés permet d'obtenir une estimation de la fiabilité dans des délais raisonnables.

Les essais accélérés consistent à soumettre un produit à des sollicitations supérieures à celles spécifiées mais toutefois bien inférieures aux limites opérationnelles ou de destruction. Le but visé est d'accélérer la vie du produit, c'est-à-dire de susciter en un temps réduit des défaillances qui, dans les conditions normales spécifiées, ne se produiraient qu'au terme d'une longue période, typiquement plusieurs années. Si on connaît bien le mécanisme de défaillance, on dispose alors d'une « loi d'accélération », c'est-à-dire une loi qui convertit la fonction de fiabilité sous sollicitation élevée en fonction de fiabilité à des niveaux habituels de sollicitation. La loi d'Arrhenius permet, par exemple, une telle conversion lorsque la sollicitation considérée est la température. Le principe consiste alors, dans un premier temps, à estimer la loi de fiabilité ( $R(t)$ ) sous sollicitation élevée en observant les défaillances qui se produisent lors d'un essai accéléré ; et, dans un second temps, à convertir la fonction de fiabilité ainsi estimée au moyen de la loi d'accélération, en fonction de fiabilité sous conditions normales (Fig.15).

## 2. Problématique

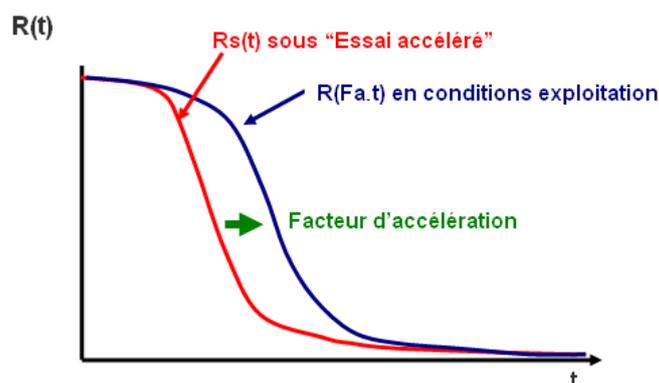


Figure 15 : Défaillances principe des essais accélérés

Le principe des essais accélérés s'applique également aux essais de dégradation.

Dans les paragraphes suivants, nous présentons ces différents essais à l'aide de plusieurs applications particulières.

- Essai d'endurance avec estimation d'une métrique de fiabilité

**Détermination d'un taux de défaillance  $\lambda$  constant ou d'un  $MTTF = 1/\lambda$  :**

Lorsque lors d'un essai de durée cumulée  $T$ , on constate  $k$  défaillances, les estimations ponctuelles du taux de défaillance  $\lambda$ , ou du  $MTTF$  sont données par :

$$\hat{\lambda} = \frac{k}{T} \quad \text{ou} \quad \widehat{MTTF} = \frac{T}{k} \quad (20)$$

Pour un niveau de confiance  $(1-\alpha)$  et  $k > 0$  donnés, les limites inférieure  $\lambda_{\min}$  et supérieure  $\lambda_{\max}$  de l'intervalle de confiance sur le taux de défaillance, peuvent être obtenues de :

$$\frac{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(2k)}{2T} \leq \hat{\lambda} \leq \frac{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(2k+2)}{2T} \quad (21)$$

Avec  $\chi^2$  le quantile de la distribution de la loi du Khi-Deux,  $\frac{\alpha}{2}$  la borne inférieure liée au risque  $\alpha$  et  $1 - \frac{\alpha}{2}$  la borne supérieure liée au risque  $\alpha$ , dans le cas d'intervalle bilatéral symétrique.

Les limites correspondant au  $MTTF$  sont données par :

$$\frac{2T}{\chi_{1-\frac{\alpha}{2}}^2(2k+2)} \leq MTTF \leq \frac{2T}{\chi_{\frac{\alpha}{2}}^2(2k)} \quad (22)$$

- Essai d'endurance avec démonstration d'une métrique de fiabilité

**Démonstration d'un taux de défaillance  $\lambda$  constant ou d'un  $MTTF = 1/\lambda$  :**

## 2. Problématique

Le plan d'essais consiste à déterminer le temps cumulé d'essai assurant un MTTF d'un système supérieur à une valeur objective  $MTTF_0$  (en considérant un faible nombre de défaillances (si possible  $k=0$ )) pour un niveau de confiance donné  $(1-\alpha)$ .

La règle pour un plan de démonstration est, pour un  $MTTF_0$  et  $1-\alpha$  donnés, de calculer l'entier le plus petit  $k$  et le temps cumulé d'essai  $T$  qui satisfont :

$$\text{prob}(MTTF \geq MTTF_0) = 1 - \alpha = \sum_{i=0}^k \frac{T/MTTF_0}{i!} e^{-MTTF_0} \quad (23)$$

- Essais d'endurance avec une approche bayésienne.

Les essais d'estimation sont souvent coûteux en temps. Ainsi, il est indispensable d'optimiser les campagnes d'essai en sachant que les niveaux de performances souhaitées à valider sont élevés (probabilité de défaillances et taux de défaillance très faibles) et que la taille des échantillons est telle que l'on a peu de chance d'observer des défaillances.

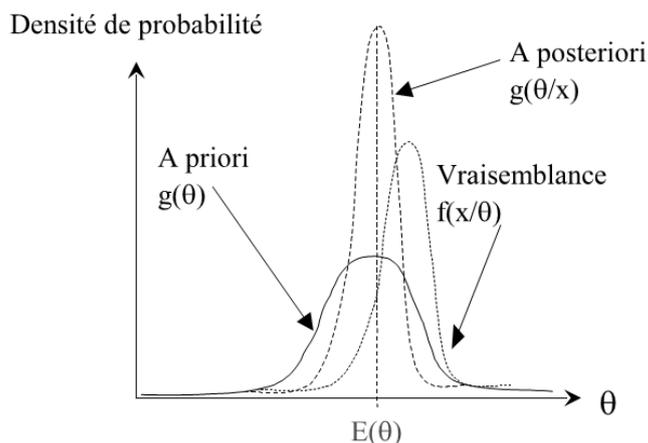
Dans cette optique, l'approche bayésienne s'impose puisqu'elle va permettre :

1. d'utiliser le maximum de connaissances disponibles en exploitant les résultats des essais sur des produits similaires et les données issues de l'expertise,
2. de définir un plan d'essais limité, après intégration de la connaissance disponible, afin de valider un objectif de "fiabilité" à un niveau de confiance donné,
3. d'intégrer à la connaissance les résultats des séries d'essais au fur et à mesure du développement du produit, elle est ainsi capitalisée automatiquement,
4. d'exploiter le cas du "zéro" défaillance difficile à traiter avec une approche statistique classique qui demanderait une taille d'échantillons très importante

Le principe de l'inférence bayésienne est de considérer un échantillon de résultats d'essai  $X=\{x_1, \dots, x_n\}$  d'une distribution (loi de fiabilité donnée) dont la fonction de vraisemblance  $f(x_1, \dots, x_n | \theta)$  est caractérisée par le paramètre inconnu  $\theta$ , de densité de probabilité a priori  $g(\theta)$  et la densité de probabilité a posteriori  $g(\theta|X)$  définie par :

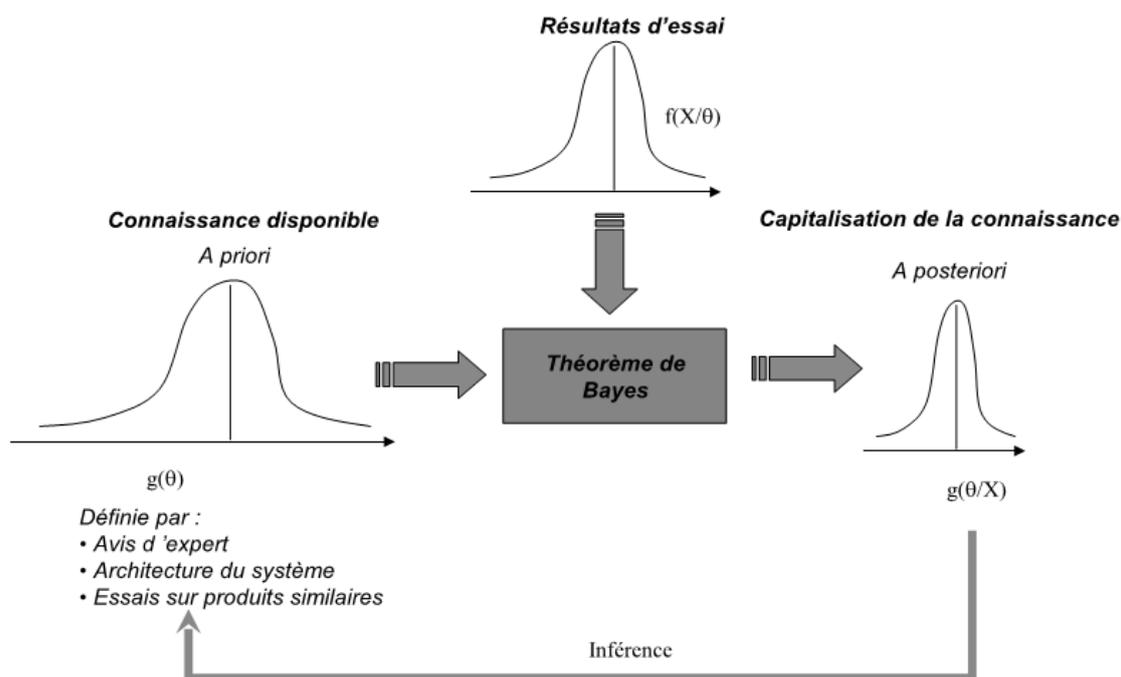
$$g(\theta|X) = \frac{f(x_1, \dots, x_n | \theta).g(\theta)}{\int_{D(\theta)} f(x_1, \dots, x_n | \theta).g(\theta).d\theta} \quad (24)$$

La figure 16 montre un exemple de représentation de ces différentes distributions.



**Figure 16 : Représentation des distributions a priori, vraisemblance et a posteriori**

L'application du théorème de Bayes à l'estimation de la fiabilité d'un système consiste à appliquer l'inférence bayésienne représentée dans la figure 17.



**Figure 17 : Inférence bayésienne**

Pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter aux ouvrages suivants : [Procaccia et al., 1992], [Lannoy and Procaccia, 1994], [Sander and Badoux, 1991], [Usureau et al., 2004]. Dans la suite nous allons montrer l'application de l'inférence bayésienne dans le cas des systèmes à mortalité exponentielle.

- Application de l'approche bayésienne à la fiabilité des matériels à mortalité exponentielle

## 2. Problématique

La fiabilité est caractérisée par une distribution exponentielle ; la probabilité d'obtenir  $k$  défaillances pendant un temps cumulé de test  $T$  est proportionnelle à :

$$f(k|\lambda) = \lambda^k e^{-\lambda T} \quad (25)$$

$\lambda$  : taux de défaillance, paramètre inconnu à estimer

Deux cas se présentent pour définir la connaissance a priori : soit nous ne disposons d'aucune information sur le niveau de fiabilité du système soit une connaissance est disponible.

### **Cas où aucune connaissance n'est disponible**

Dans ce cas, toutes les valeurs de taux de défaillance ont exactement la même chance d'apparaître, caractérisant l'ignorance totale. Cet état de la connaissance est modélisé par une loi uniforme non informative (hypothèse de Laplace) :

$$g(\lambda) = \frac{1}{K} \text{ avec } \lambda \in [0, K] \text{ avec } K \rightarrow \infty$$

Ainsi, le théorème de Bayes s'écrit :

$$g(\lambda|k) = \frac{e^{-\lambda T} \lambda^k T^{k+1}}{\Gamma(k+1)} \quad (26)$$

Soit une distribution Gamma  $G(\alpha=k+1, \beta=T)$ .

L'estimateur ponctuel du taux de défaillance  $\lambda$  est la valeur moyenne de la distribution Gamma a posteriori.

$$E(\lambda) = \hat{\lambda} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (27)$$

Il est également possible de calculer un intervalle de confiance de  $\lambda$  pour un niveau de confiance  $(1-\alpha)$  donné par :

$$1-\alpha = \text{prob}(\lambda_{\min} < \lambda < \lambda_{\max})$$

### **Cas où il existe une connaissance disponible**

La distribution Gamma  $G(\alpha_0, \beta_0)$  conjuguée bayésienne de la distribution exponentielle, est utilisée pour modéliser la connaissance a priori ::

$$g(\lambda) = \frac{e^{-\beta_0 \lambda} \lambda^{\alpha_0 - 1} \beta_0^{\alpha_0}}{\Gamma(\alpha_0)} \quad (28)$$

Ainsi, le théorème de Bayes s'écrit :

$$g(\lambda|k) = \frac{e^{-\lambda(\beta_0+T)} \lambda^{\alpha_0+k+1} (\beta_0+T)^{\alpha_0+k}}{\Gamma(\alpha_0+k)} \quad (29)$$

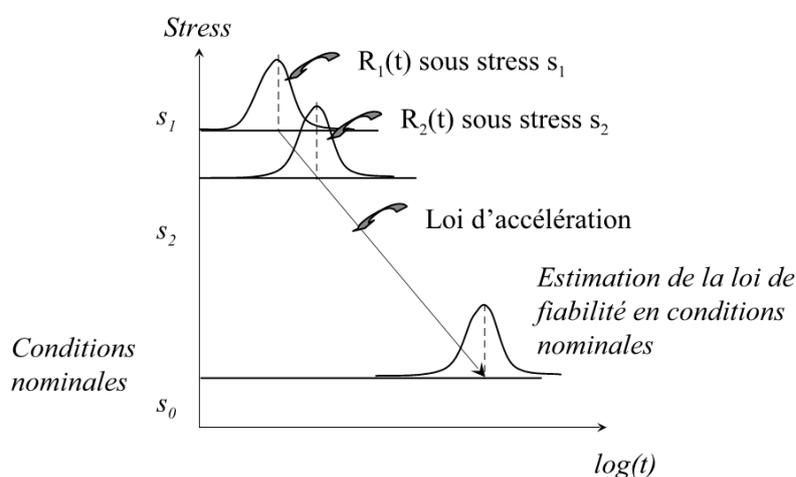
Soit une distribution Gamma  $G(\alpha=\alpha_0+k, \beta=\beta_0+T)$ .

L'estimateur ponctuel du taux de défaillance  $\lambda$  est la valeur moyenne de la distribution Gamma a posteriori.

$$E(\lambda) = \hat{\lambda} = \frac{\alpha}{\beta} \quad (30)$$

- Essais d'endurance accélérée.

Dans le cas où les essais sont longs, il est envisageable d'utiliser les essais accélérés qui réduisent les temps d'essai. Brièvement, ces essais consistent à sévérer les conditions d'essais en stressant le produit (fonctionnement à haute température, niveau d'humidité élevé, fréquence des sollicitations plus importante, ...) pour précipiter plus rapidement les défaillances (voir [Nelson, 1990], [O'Connor, 2003], [Caruso and Dasgupta, 1998], [Vassilious and Mettas, 2001]). Ainsi, il est possible de construire la fonction de fiabilité dans les conditions sévérées  $R_{s_0}(t)$  et à l'aide d'une fonction de transfert (appelée également loi d'accélération), déduire celle dans les conditions normales  $R_{s_0}(t)$ . Ainsi, les essais permettent de déterminer les paramètres des fonctions de fiabilité et de transfert (voir figure 18).



**Figure 18 : Principe d'un essai accéléré**

La définition d'un plan d'essais accélérés dépend de plusieurs paramètres ([Hoang, 2003b], [Nelson, 1990a], [Vassilious and Mettas, 2001],...):

- Les stress d'accélération et les limites opérationnelles : on appelle stress l'ensemble des conditions et facteurs susceptibles d'affecter le bon fonctionnement d'un produit. Les stress peuvent être de toute nature (mécanique, électronique,

## 2. Problématique

climatique, ...) et leurs durées de manifestation de tout ordre (constante, échelonnée, progressive, cyclique ou aléatoire). Les nombres et les niveaux des stress appliqués sont choisis en fonction du produit étudié avec la conservation du mécanisme de défaillance d'origine tout en accélérant suffisamment l'essai.

- Les stress sont parfois désignés par les termes : contraintes et sollicitations. Les limites opérationnelles du produit sont déterminées par un essai aggravé par exemple (donnant les niveaux de stress extrêmes à ne pas dépasser afin d'éviter les fonctionnements dégradés des produits) ou changement de mécanisme de défaillance,
- Les modes et mécanismes de défaillance : dans un essai accéléré, les mécanismes d'endommagement provoqués doivent être représentatifs des conditions normales d'emploi. Chaque mode de défaillance peut être provoqué par un ou plusieurs types de contraintes,
- Les nombres de dispositifs testés à chaque niveau de contrainte, donnant la précision des estimations,
- Un modèle de vie accélérée, qui relie la durée de vie sous les conditions accélérées à celles sous les conditions normales d'utilisation, permet d'analyser les résultats d'essai pour estimer la fonction de fiabilité dans les conditions nominales.

La conception du plan d'essais (quels essais faut-il faire pour montrer que le système est fiable ?) peut intervenir dès le début de la conception du système, dès que les fonctions requises (le cahier des charges) sont connues.

Les stress peuvent être appliqués sur les produits selon différents profils :

- Le chargement constant (indépendant du temps) : on soumet chaque composant à un niveau de contrainte constant supérieur à la normale,
- Le chargement variable (en fonction du temps) : la contrainte choisie, évolue en fonction du temps. Elle peut être augmentée d'une manière échelonnée, progressive, cyclique ou aléatoire etc.
- La contrainte progressive : la contrainte est augmentée de manière linéaire dans le temps (croissance linéaire),
- La contrainte cyclique : la contrainte est appliquée selon une amplitude et une fréquence données,
- La contrainte aléatoire : la sollicitation suit un profil aléatoire (couramment utilisée en vibration).

## 2. Problématique

L'approche la plus commune consiste à utiliser le modèle standard de vie accélérée (SVA) basé sur la définition d'une fonction de transfert qui a été décrite par Bagdonavicius et Nikulin.

Supposons que l'on ait des systèmes très fiables ne permettant pas d'observer des défaillances pendant un temps  $t$  donné d'essai. Pour permettre la construction d'une loi de fiabilité, il est nécessaire de procéder par des essais accélérés au cours desquels les systèmes subissent des stress supérieurs à ceux qu'ils supportent dans les conditions normales d'utilisation.

Dans le cas général, les stress  $s$  peuvent évoluer en fonction du temps et peuvent être multidimensionnels :

$$s = s(\tau), \tau \in \mathbb{R}^+ \text{ où } s : [0, \infty[$$

Supposons que la durée de vie  $T_{s(.)}$  d'un produit sous le stress **constant**  $s(.)$  soit une variable aléatoire de fonction de survie :

$$R_{s(.)}(t) = \text{prob}(T_{s(.)} > t), \quad t \geq 0 \quad (31)$$

Soit  $R_{s_0}$  la fiabilité sous le stress usuel :  $s_0 \in \mathcal{E}_0 \subset \mathcal{E}$  ( $\mathcal{E}$  Ensemble de stress),  $R_{s_0}^{-1}$  sa fonction inverse.

La *fonction de transfert* est définie par :

$$f : [0, +\infty[ \times \mathcal{E} \rightarrow [0, +\infty[$$

$$(t, s(.)) \rightarrow f(t, s(.)) = (R_{s_0}^{-1} \circ R_{s(.)})(t) \quad (32)$$

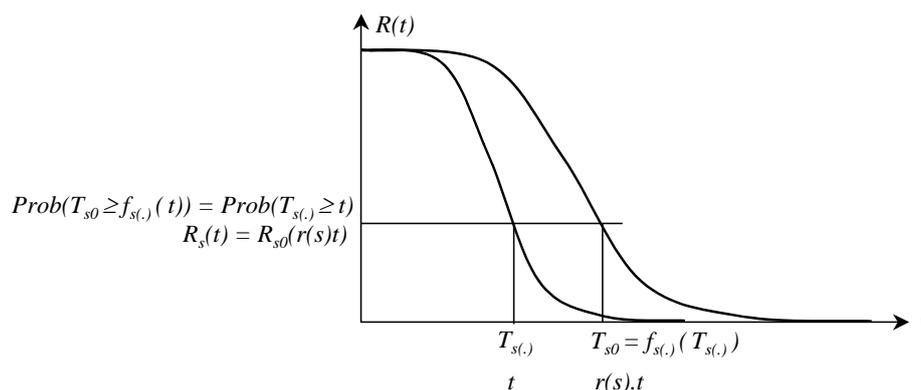
Cette fonction permet d'évaluer la fiabilité d'un produit, sous des stress expérimentalement indisponibles, à partir de la fiabilité du même produit sous des conditions particulières d'utilisation.

La définition de  $f$  peut être traduite par l'équation suivante :

$$\text{Prob}(T_{s_0} \geq f_{s(.)}(t)) = \text{Prob}(T_{s(.)} \geq t) \quad (33)$$

$f_{s(.)}(t)$  est appelée ressource utilisée sous le stress  $s(.)$  jusqu'à l'instant  $t$ .

## 2. Problématique



**Figure 19 : Définition de la fonction de transfert**

Le modèle statistique de vie accélérée est défini sur  $\varepsilon$  s'il existe une fonction  $r : \varepsilon \rightarrow \mathbb{R}^+$  telle que pour tout  $s(\cdot) \in \varepsilon$  :

$$\frac{d}{dt} f_{s(\cdot)}(t) = r[s(t)] \quad (34)$$

L'équation (34.) implique :

$$R_{s(\cdot)}(t) = R_{s_0} \left( \int_0^t r[s(\tau)] d\tau \right) \quad (35)$$

Dans le cas où  $s(t)$  est constant l'équation devient :

$$R_s(t) = R_{s_0}(r(s).t) \quad (36)$$

On note que  $r(s_0) = 1$

Considérons un plan d'essais classique consistant à utiliser plusieurs niveaux de stress constant  $s_1, s_2, \dots, s_k : s_1 < s_2 < \dots < s_k$  et  $s_0$  ( $s_0 < s_1$ ) le stress usuel qui ne sera pas utilisé. Si la fonction  $r$  est complètement inconnue alors la fonction de fiabilité  $R_{s_0}$  ne peut être déterminée. Donc, il est nécessaire de choisir  $r$  dans une certaine classe de fonctions. Bagdonavicius et Nikulin considèrent une forme exponentielle. Si l'équation (36.) est vérifiée sur un ensemble de stress  $\varepsilon$ , alors pour tous  $s_1, s_2 \in \varepsilon$  :

$$R_{s_2}(t) = R_{s_1}(\rho(s_1, s_2)t) \quad (37)$$

Où  $\rho(s_1, s_2) = r(s_2)/r(s_1)$

Supposons dans un premier temps que le stress  $s \in \varepsilon \subset \mathbb{R}$  soit unidimensionnel. Le taux de changement d'échelle est déterminé par la dérivée :

$$\delta(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\rho(s, s+\Delta s) - \rho(s, s)}{\Delta s} = \frac{d \log(r(s))}{ds} \quad (38)$$

## 2. Problématique

Donc pour tout  $s \in \varepsilon$

$$r(s) = e^{\int_{s_0}^s \delta(v) dv} \quad (39)$$

Supposons que  $\delta(s)$  soit proportionnelle à une fonction connue  $u(s)$  du stress :

$$\delta(s) = \beta_1 u(s), \quad \beta_1 > 0 \quad (1.)$$

Alors

$$r(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 z(s)} \quad (40)$$

où  $z(s)$  est une fonction primitive de  $u(s)$ ,  $\beta_0$  et  $\beta_1$  sont des paramètres inconnus

Par exemple, si on considère  $\delta(s) = \beta_1/s$  alors on obtient le modèle de puissance inverse :

$$r(s) = e^{\beta_0 + \beta_1 \log(s)} = \alpha s^{\beta_1} \quad (41)$$

avec  $\alpha = e^{\beta_0}$

Ce modèle est appliqué dans le cas de système soumis au phénomène mécanique de fatigue. Le tableau 3 donne plusieurs lois d'accélération.

Loi d'accélération	Stress	Formule ( $\tau$ : durée de vie)	Paramètres
<b>Arrhenius</b>	Température T	$\tau = A e^{\frac{Ea}{kT}}$	Ea énergie d'activation k constante de Boltzman A constante
<b>Puissance inverse</b>	Pression, Vitesse, etc. (Stress S)	$\tau = \left(\frac{A}{S}\right)^\gamma$	A et $\gamma$ des constantes
<b>Peck</b>	Température T + Humidité H	$\tau = A(H)^{-n} e^{\frac{Ea}{kT}}$	Ea énergie d'activation k constante de Boltzman A et n des constantes

**Tableau 3 : Lois d'accélération usuelles**

Ainsi, les expressions (35.) et (36.) s'écrivent :

$$R_{s(\cdot)}(t) = R_{s_0} \left( \int_0^t e^{\beta T z(\tau)} d\tau \right) \quad (42)$$

ou

## 2. Problématique

$$R_s(t) = R_{s0} \left( e^{\beta^T z \cdot t} \right) \quad (43)$$

Où  $\beta = (\beta_0, \dots, \beta_m)^T$  est le vecteur de paramètres et  $z(t) = (z_0(t), \dots, z_m(t))$  le vecteur de primitives (avec  $z_0=1$ ).

En considérant l'application des SVA à la fatigue dans le domaine d'endurance limitée [28], la fonction de fiabilité  $R_{s0}(n)$ , avec  $n$  représentant le nombre de cycle, est définie par une loi log-normale :

$$R_{s0}(n) = 1 - \phi \left( \ln \left( \left( \frac{n}{\theta} \right)^\nu \right) \right) \quad (44)$$

avec  $\phi$  la loi normale standard.

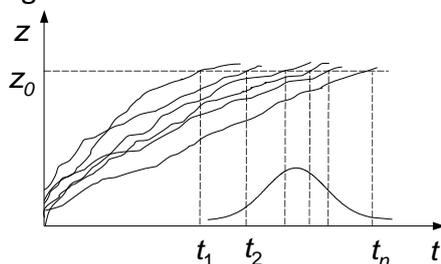
Alors, pour un stress constant  $s$ , la loi de fiabilité, définie par la relation (42.), s'écrit :

$$R_s(n) = 1 - \phi \left( \ln \left( \left( \frac{r(s) \cdot n}{\theta} \right)^\nu \right) \right) = 1 - \phi \left( \ln \left( \left( \frac{e^{\beta^T z} \cdot n}{\theta} \right)^\nu \right) \right) = 1 - \phi \left( \frac{\ln(t) - \gamma^T z}{\sigma} \right) \quad (45)$$

où  $\gamma = (\gamma_0, \dots, \gamma_m)$ ,  $\gamma_0 = \ln(\theta) - \beta_0$ ,  $\gamma_i = -\beta_i$  et  $\nu = 1/\sigma$

- Essai de dégradation

Les essais de dégradation, réalisés pour estimer la fiabilité d'un produit, consistent généralement dans la mesure de l'évolution de la dégradation au cours d'un test sur un échantillon. Au final, nous obtenons pour chaque produit testé une trajectoire de dégradation  $z(t)$  et pour l'échantillon un réseau de trajectoires. La figure 20 représente un exemple de trajectoires de dégradation.



**Figure 20 : Exemple de trajectoires de dégradation**

Le produit est déclaré défaillant lorsqu'il atteint un niveau critique de dégradation  $z_0$ . Le franchissement de ce niveau permet d'obtenir des pseudo-temps de défaillance  $t_i$  qui sont ensuite analysés pour construire la fonction de fiabilité. Cette problématique a fait l'objet de nombreux développements que nous allons détailler dans les paragraphes suivants.

**Méthode par régression**

Cette première méthode ([Yang] et [Nelson]) consiste à approximer les trajectoires par un modèle de régression  $d(\cdot)$  de vecteur de paramètres  $a$  ( $z=d(t,a)$  et  $t=d^{-1}(z,a)$ ). Pour chaque trajectoire  $i$ , nous obtenons une estimation du vecteur de paramètres inconnus  $a_i$  par une technique de régression classique. Les pseudo-temps  $T$  de défaillance sont obtenus par le modèle inverse en considérant le niveau de dégradation critique  $z_0$  par :

$$t_i = d^{-1}(z_0, a_i) \quad (46)$$

Le vecteur  $T=\{t_1, \dots, t_n\}$  est ensuite analysé pour rechercher une loi paramétrique de la fonction de fiabilité. Considérons une fonction de fiabilité définie par sa fonction de densité  $f(t, \theta)$  de paramètre inconnu  $\theta$ . Alors la vraisemblance s'écrit :

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(d^{-1}(z_0, a_i), \theta) \quad (47)$$

Finalement, on déduit l'estimateur ponctuel  $\hat{\theta}$  par le maximum de vraisemblance et l'intervalle de confiance par l'information de Fisher.

**Méthode de la trajectoire inversible**

Dans les cas simples, il est possible de définir la fonction de fiabilité à partir du processus de dégradation ([Nikulin] et [Couallier]). Pour illustrer cette méthode, nous considérons le cas d'un processus de dégradation défini par  $z(t)=at^b$  où  $b$  est un paramètre fixe et  $a$  est un paramètre aléatoire suivant une loi Log-normale,  $a \propto LN(\mu, \sigma^2)$ . Alors la loi de  $T$  est aussi une loi Log-normale :

$$T \propto LN\left(\frac{\ln(z_0) - \mu}{b}, \frac{\sigma^2}{b^2}\right) \quad (48)$$

Ainsi, pour chaque trajectoire  $i$  on estime les paramètres ( $a_i$  et  $b_i$ ) du modèle puissance ( $z_i(t)=a_i t^{b_i}$ ). On doit vérifier que les valeurs du paramètre  $b$  sont quasi identiques (l'estimateur ponctuel de  $\hat{b}$  sera défini par la moyenne des  $b_i$ ). On estime les paramètres de la loi Log-normale ( $\mu$  et  $\sigma^2$ ) du paramètre  $a$  par la méthode du maximum de vraisemblance en considérant le vecteur  $A=\{a_1, \dots, a_n\}$ .

**Processus de Wiener**

Les processus de dégradation sont issus de trajectoires de processus stochastiques à accroissements indépendants. Le processus de Wiener ([Nikulin] et [Couallier]) caractérise des dégradations croissantes en moyenne. Pour illustrer cette approche, nous prendrons le cas simple d'un processus de Wiener  $W(t)$  à tendance linéaire  $m$  et de variance  $\sigma^2$  avec les hypothèses suivantes :

- $W(0)=0$
- La loi d'accroissement  $W(t+h)-W(t)$  est une loi normale  $N(mh, \sigma^2h)$
- Si  $W_0$  est un processus de Wiener standard c'est à dire  $m=0$  et  $\sigma^2=1$  alors  $W(t) = mt + \sigma W_0(t)$  est un processus de Wiener de tendance linéaire  $m$  et de variance  $\sigma^2$ .

## 2. Problématique

La loi des pseudo-instants  $T$  de défaillance est une loi normale inverse  $IG(z_0/m, z_0^2/\sigma^2)$ , de densité :

$$f(T, z_0, \sigma, m) = \frac{z_0}{\sqrt{2\pi}\sigma} T^{-\frac{3}{2}} e^{-\frac{(z_0 - mT)^2}{2\sigma^2 T}} \quad (49)$$

L'estimation de  $m$  et  $\sigma$  se fait par la méthode du maximum de vraisemblance à partir des accroissements observés. On note les accroissements de dégradation  $\Delta z_{ij}$  ( $i$  indice de trajectoire et  $j$  l'indice de temps, voir figure 21).

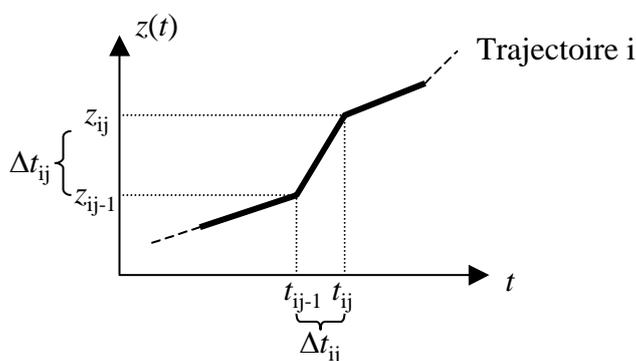


Figure 21 : Définition d'un accroissement de dégradation

On sait que  $\Delta z_{ij}$  est caractérisé par une loi normale (de moyenne  $m \cdot \Delta t_{ij}$  et de variance  $\Delta t_{ij} \cdot \sigma^2$ ) et par conséquent la vraisemblance s'écrit :

$$L(m, \sigma^2) = \prod_i^n \prod_j^{m_i} \frac{1}{\sqrt{2\pi m \Delta t_{ij}}} e^{-\frac{(\Delta z_{ij} - m \Delta t_{ij})^2}{2\sigma^2 \Delta t_{ij}}} \quad (50)$$

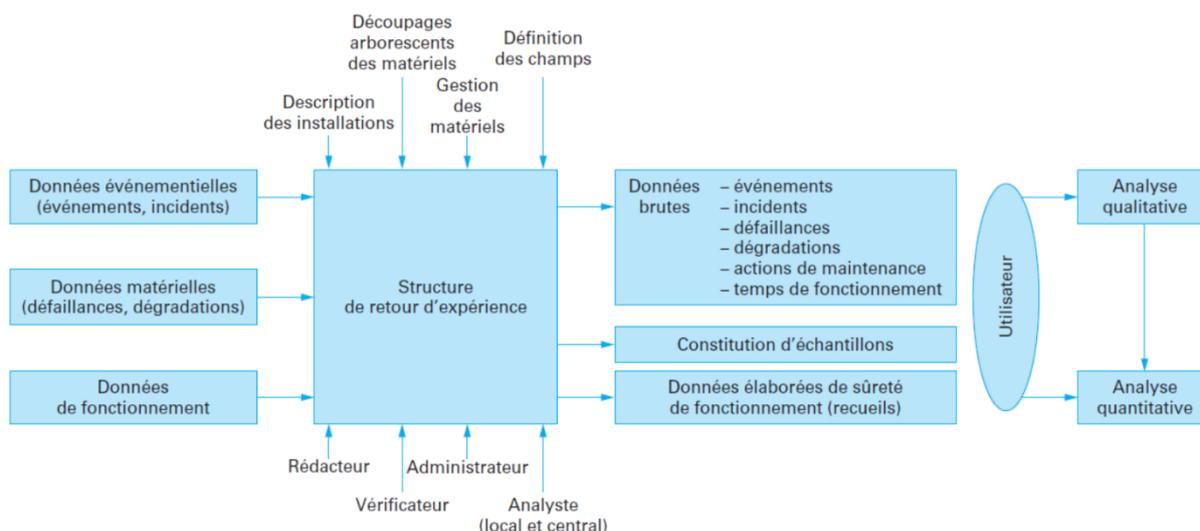
### 2.2.3. Fiabilité opérationnelle

Enfin la fiabilité opérationnelle fait le lien entre le prévisionnel et l'expérimental en fournissant une analyse du Retour d'Expérience (Lannoy, 2011). Il s'agit alors de récolter le plus de données possibles, les trier puis les analyser statistiquement. Pour que l'analyse soit riche en information, il convient que la base de données renseigne :

- La nature de l'intervention et du travail (maintenance, contrôle, réglage, échanges de pièces)
- Les circonstances et la nature des défaillances (environnement, modes de fonctionnement, profil de mission, mode de défaillance, causes,..)
- Les temps relatifs aux défaillances et immobilisations (heures, cycles, kilométrages, temps de maintenance, temps d'immobilisation...)
- Les coûts

## 2. Problématique

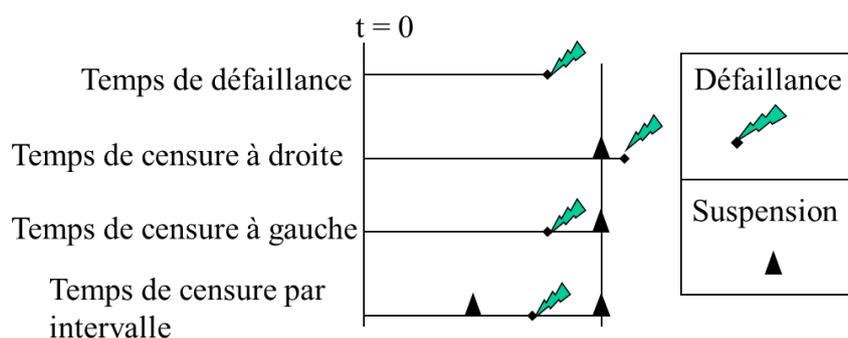
Les entrées/sorties de l'analyse du REX sont résumées dans le logigramme ci-dessous.



**Figure 22 : Structure du retour d'expérience (Lannoy, 2011)**

On intègre par ailleurs dans le calcul les temps de censures, c'est-à-dire les défaillances non constatées (Ligeron J-C. et al., 1992). Ceux-ci sont de trois types :

- Censures à droite : composants ou machines encore fonctionnelles au moment de l'extraction du REX
- Censures à gauche : date de production ou de mise en service non connue
- Censure par intervalle : le système a connu une défaillance entre deux instants  $t_1$  et  $t_2$ , mais on ne sait pas exactement à quel moment dans cet intervalle



**Figure 23 : Types de données du REX**

La littérature nous invite alors à décliner l'analyse selon la théorie de l'estimation. On distinguera deux approches distinctes :

- Approche non paramétrique

## 2. Problématique

On ne connaît pas a priori la loi de fiabilité de la population. 3 méthodes permettent néanmoins de caractériser l'échantillon :

- Méthode de Wayne-Nelson

On calcule le taux de défaillance cumulés des éléments considérés (non réparables) :

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(t) dt \quad (51)$$

Puis l'on effectue une régression linéaire (méthode graphique) afin d'aboutir aux paramètres de loi. Par exemple pour Weibull, en reprenant l'équation (14) :

$$Y = \ln(\Lambda(t)) = AX + B \quad (52)$$

Avec  $X = \ln(t)$ ,  $A = \beta$  et  $B = -\beta * \ln(\eta)$  des constantes.

- Méthode des rangs corrigés de Johnson

On évalue alors ponctuellement la fiabilité en construisant une fonction de répartition. Pour le cas d'un essai complet, on a par exemple :

$$F(t_i) = \frac{i-0.3}{n+0.4} \quad (53)$$

- Méthode de Kaplan-Meier

Enfin la méthode de Kaplan-Meier permet d'inclure les censures à droite, on a alors :

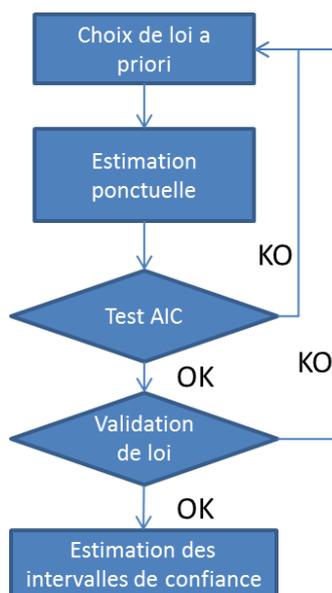
$$R(t_i) = \frac{n+0.7}{n+0.4} * \prod_{j=1}^{j=i} \left( 1 - \frac{1}{N_j+0.7} \right) \quad (54)$$

Avec  $n$  la taille d'échantillon,  $t_i$  le temps de la  $i$ ème défaillance,  $N_j$  le nombre de systèmes qui ne sont ni défectueux ni censurés à  $t_j$ .

- Approche paramétrique

On émet dès le départ une hypothèse sur la loi de fiabilité. Dès lors on se propose de suivre les étapes suivantes :

## 2. Problématique



**Figure 24 : Processus de fiabilité opérationnelle, approche paramétrique**

- Choix de loi a priori

Pour traiter ces données, il est nécessaire de choisir a priori une loi statistique caractérisant leur distribution.

Nom de loi	Nombre de paramètres p	Taux de défaillance lié
<b>Exponentielle</b>	1	Constant
<b>Weibull</b>	2 à 3	Monotone
<b>Log-normale</b>	2	Croissant et décroissant

**Tableau 4 : Liste non exhaustive des lois de fiabilité**

- Estimation ponctuelle

La vraisemblance  $L$  est définie comme le produit des densités pour les instants de défaillances répertoriés de 1 à  $k$  et des fiabilités pour les instants de censures de  $k+1$  à  $n$ , telle que :

$$L = \prod_{i=1}^k f_i(t) * \prod_{i=k+1}^n R_i(t) \quad (55)$$

Pour des commodités de calcul, le logarithme népérien de cette vraisemblance est utilisé :

$$\ln(L) = \sum_{i=1}^k \ln(f_i(t)) + \sum_{i=k+1}^n \ln(R_i(t)) \quad (56)$$

## 2. Problématique

On estime les paramètres de la loi de fiabilité par la méthode du maximum de vraisemblance :

$$(\hat{\beta} ; \hat{\eta}) \text{ ou } (\hat{\mu} ; \hat{\sigma}) = \text{MaxArg}(\ln(L)) \quad (57)$$

- Test AIC (*Akaike Information Criterion*) - Choix de la meilleure loi

Le choix de la meilleure loi est effectué grâce au critère AIC. À partir de la vraisemblance et du nombre de paramètres  $p$  découlant de la loi utilisée (voir tableau 4), le critère AIC se calcule aisément :

$$AIC = 2p - 2 \ln(L) \quad (58)$$

Le modèle choisi sera alors celui ayant l'AIC le plus faible, c'est-à-dire le modèle combinant une relative simplicité et une précision suffisante de l'estimation.

Celui-ci a été privilégié au critère BIC (*Bayesian Information Criterion*) qui se définit lui par :

$$BIC = -2 \ln(L) + k \ln(n) \quad (59)$$

Le BIC et l'AIC introduisent chacun un terme pénalisant selon le nombre de paramètres du modèle, celui-ci est cependant plus impactant dans le cas du critère BIC.

Pour des grandes tailles d'échantillons, on peut travailler avec le critère AIC corrigé, noté  $AIC_c$ , tel que :

$$AIC_c = AIC + \frac{2k(k+1)}{n-k-1} \quad (60)$$

- Validation de loi

Outre « l'efficacité » de la loi déterminée ci-dessus, il faut également valider statistiquement que l'écart entre loi théorique et distribution est non significatif. Ainsi, il est commun de réaliser un test d'hypothèse avec  $H_0$  l'hypothèse nulle « la distribution suit la loi théorique » et  $H_1$  l'hypothèse inverse.

En chaque point  $i$  (instant de défaillance) est calculé :

$$D_i = |F_i(x) - F(x)| \quad (61)$$

Puis le max de  $D_i$  est comparé aux tables de Kolmogorov-Smirnov pour une taille d'échantillon donnée avec rejet de  $H_0$  si  $\max(D_i) > \text{valeur KS}$ . En ce cas, il conviendra de choisir un nouveau modèle (table 2) et de le tester à nouveau..

- Estimation des intervalles de confiance

## 2. Problématique

Enfin, le calcul des intervalles de confiance est primordial et très dépendant d'hypothèses fortes choisies a priori, telles que le niveau de confiance  $1-\alpha$  (ou risque  $\alpha$ ). Il dépend aussi de  $k$ , le nombre de défaillances observées dans le REX.

Les intervalles sont d'abord déterminés sur les paramètres, par exemple (pour le cas Weibull  $\hat{a}$  pouvant être aussi bien  $\hat{\beta}$  que  $\hat{\eta}$ ) :

Pour  $a \in [0 ; \infty]$

$$\hat{a} * e^{-u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sqrt{V(a)}}{\hat{a}}} < a < \hat{a} * e^{u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sqrt{V(a)}}{\hat{a}}} \quad (62)$$

Pour  $a \in [-\infty ; \infty]$

$$\hat{a} - u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{V(a)} < a < \hat{a} + u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \sqrt{V(a)} \quad (63)$$

Pour  $a \in [0 ; 1]$

$$\frac{\hat{a}}{\left( \hat{a} + (1-\hat{a}) e^{u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sqrt{V(a)}}{\hat{a}(1-\hat{a})}} \right)} < a < \frac{\hat{a}}{\left( \hat{a} + (1-\hat{a}) e^{-u_{1-\frac{\alpha}{2}} * \frac{\sqrt{V(a)}}{\hat{a}(1-\hat{a})}} \right)} \quad (64)$$

Avec  $V(a)$  la variance et  $u_{1-\frac{\alpha}{2}}$  la valeur prise par la loi normale centrée réduite à la valeur  $1-\alpha/2$ . La variance du ou des paramètres se déduit par double dérivation de la vraisemblance, c'est-à-dire la matrice de Fisher, telle que :

$$\begin{bmatrix} V(a) & Cov(a, b) \\ Cov(b, a) & V(b) \end{bmatrix} = [F]^{-1} \text{avec } [F] = \begin{bmatrix} \left( -\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial a^2} \right)_{\hat{a}, \hat{b}} & \left( -\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial a \partial b} \right)_{\hat{a}, \hat{b}} \\ \left( -\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial b \partial a} \right)_{\hat{a}, \hat{b}} & \left( -\frac{\partial^2 \ln(L)}{\partial b^2} \right)_{\hat{a}, \hat{b}} \end{bmatrix} \quad (65)$$

Pour les paramètres de loi Weibull, il vient les approximations suivantes :

$$V(\hat{\beta}) \approx \frac{0.608}{k} \hat{\beta}^2 \quad (66)$$

$$V(\hat{\eta}) \approx \frac{1.087}{k} \left( \frac{\hat{\eta}}{\hat{\beta}} \right)^2 \quad (67)$$

Enfin, les formules établie pour une grandeur  $a$  s'appliquent à toute grandeur de fiabilité  $y = f(a, b)$  (fonction de fiabilité, taux de défaillance, MTTF, etc.). La variance se calcule comme suit :

$$V(y) = \left( \frac{\partial f(a,b)}{\partial a} \right)_{\hat{a}, \hat{b}}^2 V(a) + \left( \frac{\partial f(a,b)}{\partial b} \right)_{\hat{a}, \hat{b}}^2 V(b) - 2 \left( \frac{\partial f(a,b)}{\partial a} \right)_{\hat{a}, \hat{b}} \left( \frac{\partial f(a,b)}{\partial b} \right)_{\hat{a}, \hat{b}} COV(a, b) \quad (68)$$

### 2.3. Notions de thermodynamique

Afin d'établir la correspondance entre ces outils de fiabilité et la machine complexe particulièrement étudiée ici, il convient d'apporter quelques notions de thermodynamique.

Les groupes de froid et pompes à chaleur sont des machines thermiques à part entière. Elles font subir à un fluide des transformations cycliques par le biais d'un travail mécanique, dans l'optique de transférer de l'énergie, de la chaleur, entre une source chaude et une source froide (Kinab, 2009). L'appareil permet ainsi de transférer du froid ou du chaud entre un milieu extérieur et un circuit hydraulique interne au bâtiment (résidentiel, tertiaire, industrie, etc.). Les sources de températures peuvent prendre des formes physiques variées (air, eau, autres fluides) et doivent nécessairement être différentes pour que le système fonctionne.

En l'absence de pertes ou d'apports, le premier principe de la thermodynamique s'énonce comme suit :

$$\Delta U_{\text{système}} = W + Q_1 + Q_2 = 0 \quad (69)$$

Avec  $\Delta U_{\text{système}}$  la variation d'énergie interne du système,  $W$  le travail apporté au système,  $Q_1$  la chaleur échangée avec la source chaude et  $Q_2$  la chaleur échangée avec la source froide (en J).

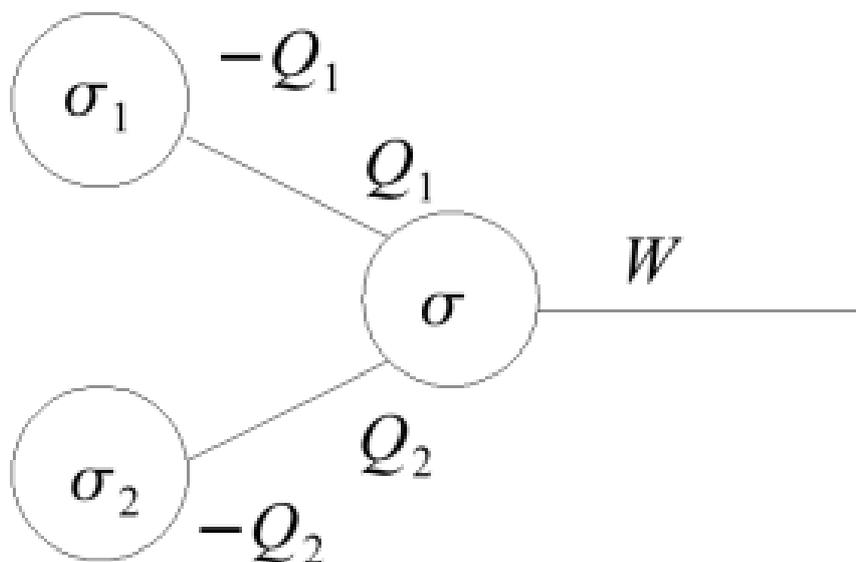


Figure 25 : Principe de la machine thermique

Dans le cas d'un groupe de froid air/eau, on prélève au circuit d'eau interne la chaleur que l'on rejette à l'air extérieur. Dans le cas d'une pompe à chaleur air/eau, on prélève les calories à l'air extérieur et les donne au circuit d'eau interne. Il existe également des machines réversibles.

Le circuit « client » est constitué d'eau ou d'eau glycolée selon les températures souhaitées et n'est jamais en contact avec le fluide frigorigène grâce aux échangeurs de chaleur.

Cycle thermodynamique

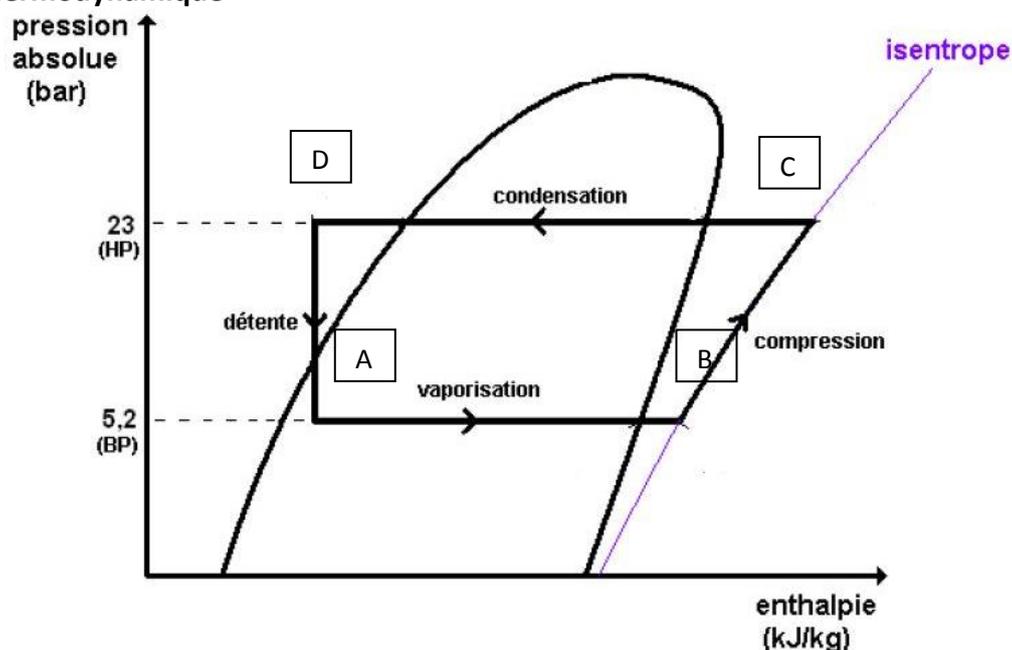


Figure 26 : Cycle thermodynamique idéal du R410A, diagramme Ph

Remarque : il existe d'autres manières de représenter ce cycle telles que le diagramme de Clapeyron ( $P=f(v)$ ) avec  $P$  la pression absolue en bar et  $v$  le volume spécifique en  $m^3/kg$  ou le diagramme température-entropie  $T=f(S)$  avec  $T$  en Kelvin et  $S$  en  $kJ/K$ .

On peut décrire le cheminement du fluide de la façon suivante :

1. Dans l'évaporateur, le fluide, un mélange liquide/vapeur<sup>1</sup>, prélève les calories de l'air extérieur et s'évapore complètement à pression quasi constante (pertes de charges mises à part et exception faite des fluides zéotropes). Il devient alors totalement gazeux et même surchauffé afin de s'assurer de l'absence de liquide au compresseur (risque de « coups de liquides »). Il existe en réalité des pertes de charge dans l'évaporateur ( $P_B < P_A$ ).

A-B

2. Dans le compresseur, il récupère de l'énergie grâce au travail effectué par l'organe de compression. Celui-ci fait à la fois office de « générateur » et de circulateur puisqu'il crée une dépression entre l'entrée et la sortie du fluide. Le fluide gagne alors en température et pression. Il existe en réalité des pertes lors de la compression, liées aux frottements visqueux, ayant pour effet d'augmenter la température et l'entropie du fluide ainsi que la consommation électrique du compresseur ( $S_C > S_B$ ).

B-C

<sup>1</sup> L'utilisation de mélange diphasique permet d'obtenir des coefficients d'échange plus élevés et donc de réduire les surfaces d'échange nécessaires

## 2. Problématique

3. Dans le condenseur, la vapeur surchauffée se liquéfie à pression quasi constante (pertes de charges mises à part et exception faite des fluides zéotropes) et cède, par circulation et sans contact, sa chaleur latente au liquide externe : de l'eau ou eau glycolée (MEG). Un sous-refroidissement est préconisé à hauteur de 4 à 7 K afin de s'assurer que le détendeur ne reçoit que du liquide en entrée et fonctionne ainsi correctement. Ce sous-refroidissement est directement lié à la charge en réfrigérant, plus celle-ci est importante plus le sous-refroidissement est élevé. Il existe en réalité des pertes de charge dans le condenseur ( $P_D < P_C$ ).

C-D

4. Dans le détendeur, le liquide perd en pression tout en restant à même niveau d'enthalpie (transformation adiabatique) et revient à l'état 1, c'est-à-dire qu'il est déjà en partie vaporisé. Selon le débit passant, le détendeur doit toujours permettre qu'en sortie d'évaporation, le fluide soit légèrement surchauffé (5 à 8 K). Cela permet en effet une certaine marge vis-à-vis de la phase liquide, comme expliqué en 1. Il existe en réalité des pertes lors de la détente ayant pour effet de d'augmenter la température de sortie par rapport à l'idéale ( $T_A > T_{A \text{ idéale}}$ ).

D-A

On peut noter que sur beaucoup de machines, ce cycle thermodynamique est optimisé (options) avec :

- L'injection de liquide à l'aspiration. Ce liquide, prélevé en sortie de condenseur, permet de diminuer la surchauffe à l'entrée du compresseur et donc la température de refoulement (à même taux de compression), ce qui présente un intérêt pour la sécurité de l'installation.
- L'injection de vapeur (économiseur, *superfeed*). On prélève à nouveau du liquide en sortie de condenseur, le chauffe et vaporise dans un circuit secondaire à l'aide d'un échangeur intermédiaire placé en amont du détendeur puis injecte les vapeurs de fluide frigorigène dans le compresseur à une pression intermédiaire. Ceci permet d'augmenter la capacité de réfrigération du système, donc le Coefficient de Performance.
- La désurchauffe. En plaçant un échangeur de chaleur à la sortie du compresseur, on chauffe de l'eau (circuit extérieur) et récupère ainsi des calories « gratuites » pour une application Eau Chaude Sanitaire ou autre. On réduit également les tailles des condenseurs associés.

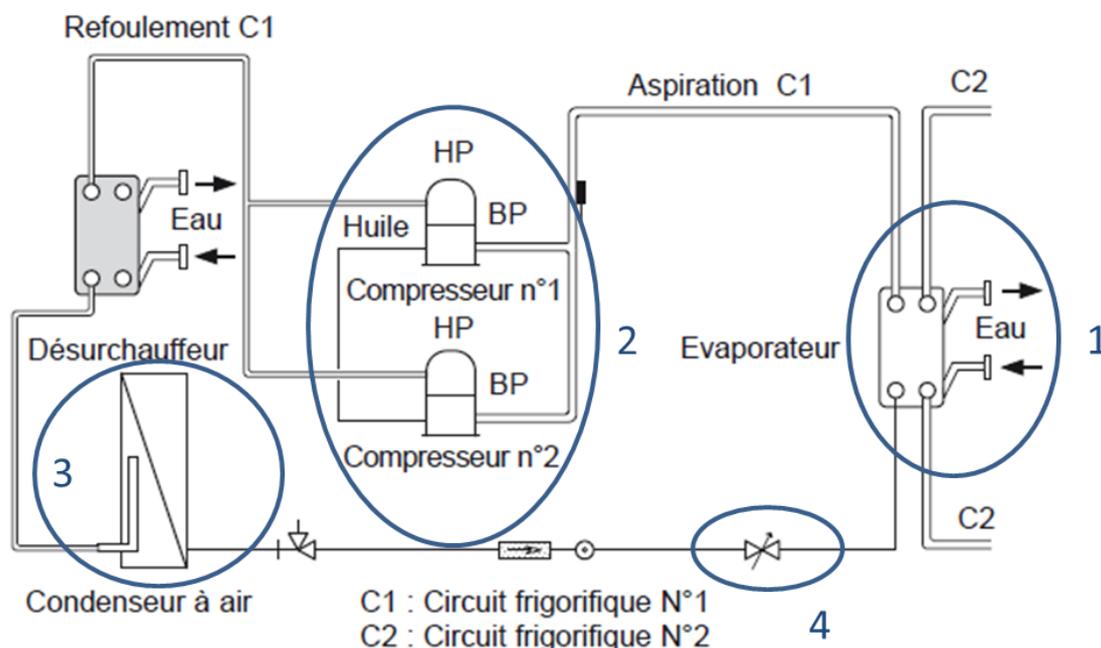


Figure 27 : Schéma frigorifique typique d'un groupe de froid air-eau CIAT

On mesure l'efficacité d'une pompe à chaleur par son Coefficient de Performance (*Coefficient Of Performance*, COP) en mode chaud ou son *Energy Efficient Ratio* (EER) en mode froid, calculés comme le ratio de la puissance utile (froide ou chaude) sur la puissance électrique appelée. Ces ratios sont usuellement supérieurs à 1 et dépassent même aujourd'hui 5 aux meilleurs régimes de températures.

$$COP = \frac{\dot{Q}_c}{\dot{W}} \text{ (mode chaud)} \quad (70)$$

$$EER = \frac{\dot{Q}_f}{\dot{W}} \text{ (mode froid)} \quad (71)$$

Avec  $\dot{Q}_f$  la puissance froide,  $\dot{Q}_c$  la puissance chaude et  $\dot{W}$  la puissance électrique en kW. Les puissances thermiques apportées ou prélevées au circuit secondaire sont estimées théoriquement par la formule suivante :

$$\dot{Q} = \dot{m}_{eau} * C_{p_{eau}} * \Delta T_{eau} \quad (72)$$

Avec  $\dot{m}_{eau}$  le débit d'eau (respectivement à l'évaporateur pour  $\dot{Q}_f$  et au condenseur pour  $\dot{Q}_c$ ),  $C_{p_{eau}}$  la capacité thermique massique de l'eau à la température considérée (4180 J/kg/K à 20°C) et  $\Delta T_{eau}$  l'écart absolu de température entre l'entrée et la sortie de l'échangeur (NF EN 14511-3, 2013).

Elles peuvent également être estimées du côté fluide frigorigène via la formule :

$$\dot{Q} = \dot{m}_{fluide\ frigorigène} * \Delta H_{fluide\ frigorigène} \quad (73)$$

## 2. Problématique

Avec  $\Delta H_{\text{fluide frigorigène}}$  la différence d'enthalpie du fluide frigorigène entre l'entrée et la sortie de l'échangeur, en J/kg, lisible sur le diagramme de Mollier (figure 26).

La puissance électrique appelée prend en compte le compresseur, les auxiliaires de circulation d'air (ventilateurs), le circulateur, la régulation et d'autres accessoires.

Le COP et l'EER permettent de comparer entre elles des machines mais ne donnent pas une bonne estimation de ce que seront les performances réelles d'une machine sur une durée fixée.

Pour cela, on fait appel au *Seasonal Coefficient Of Performance* (SCOP, mode chaud) ou à l'*European seasonal energy efficiency ratio* (ESEER, mode froid) définis comme le ratio de la production thermique annuelle (kWh) sur la consommation électrique annuelle (kWh).

Remarques :

- À haute température de condensation (été, mode froid) ou faible température d'évaporation (hiver, mode chaud), respectivement le COP et l'EER sont dégradés. Ceci s'explique par la nécessité d'avoir des différentiels de températures minimaux de part et d'autre des échangeurs de chaleur pour garantir l'efficacité de l'échange.
- Les cycles de givrages/dégivrages entraînent une consommation électrique importante au compresseur, une perte significative d'efficacité donc de COP. Ceci dépend de la technologie appliquée au givrage (inversion de cycle, utilisation de résistances électriques).
- Une sous charge en fluide frigorigène entraîne une perte significative d'efficacité frigorifique et de COP. Cette dégradation est cependant moins marquée dans le cas où l'on a un détendeur électronique, du fait d'une meilleure régulation de la surchauffe par rapport à un détendeur capillaire. L'ouverture s'adapte plus finement à la surchauffe et permet de la réduire au maximum pour conserver une efficacité maximale du système sans mettre en danger le compresseur.

### Map compresseur

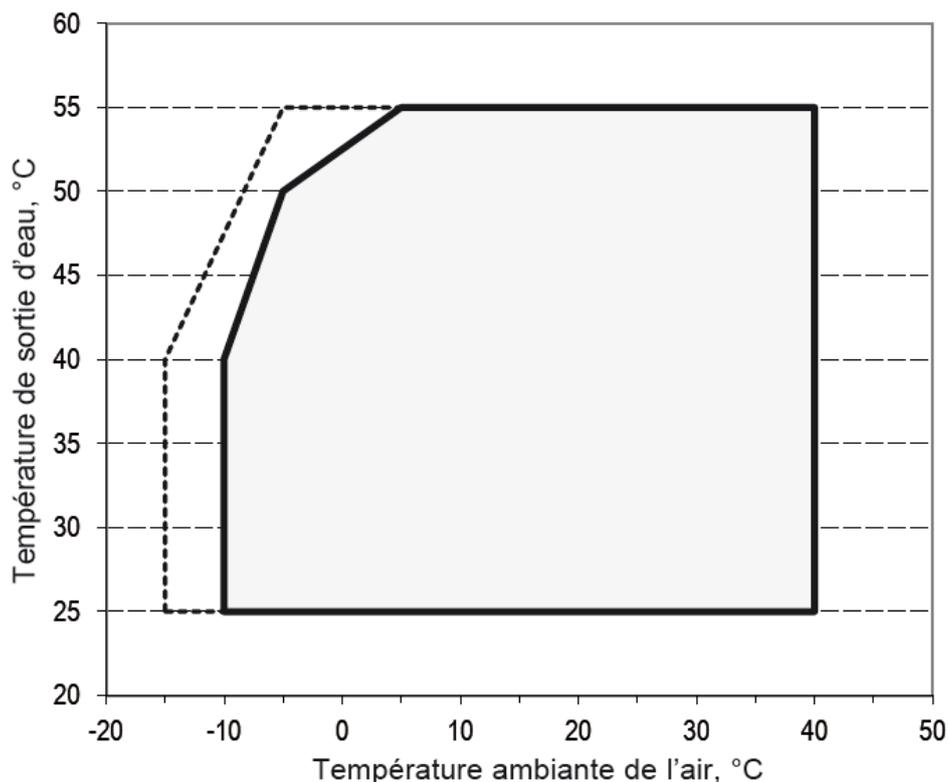
Le graphique ci-dessous, appelé enveloppe (ou map) compresseur, rend compte dans le cas d'une PAC air/eau des imbrications entre la température de sortie d'eau au condenseur (ordonnée) et la température d'air extérieur à l'évaporateur (abscisse).

La température d'ambiante de l'air  $T_{\text{ext}}$  influe en effet directement sur la température à l'aspiration au compresseur par échange thermique dans l'évaporateur (A-B figure 26). Puis la compression fait monter en température le fluide frigorigène qui se retrouve à  $T_{\text{cond}}$  (B-C figure 26). Puis l'échange thermique s'effectue au condenseur (C-D figure 26) et l'on peut lire la valeur prise par  $T_{\text{eau}}$  sur l'axe des ordonnées de la figure ci-dessous.

Tous les points situés à l'intérieur de l'enveloppe sont permis par le fonctionnement du compresseur sélectionné et possibles selon les échangeurs associés.

## 2. Problématique

À l'inverse tout ce qui est en dehors n'est pas physiquement réalisable par le système et/ou pas souhaitable en terme d'usure des composants. Les pointillés correspondent à un fonctionnement en charge minimale.



**Figure 28 : Exemple d'enveloppe compresseur, pompe à chaleur air/eau**

Quelle que soit sa fonction (chaud, froid, réversible), la machine est constituée, de base, d'un fluide frigorigène et d'organes principaux.

### 1. Fluide frigorigène

Les fluides ont beaucoup évolué dans le temps, avec les progrès technologiques et les restrictions environnementales. Au départ, l'ammoniac (R717) était très utilisé pour ses propriétés thermodynamiques inégalées. Néanmoins, sa toxicité l'a vite disqualifié lorsque les machines thermodynamiques se sont développées.

Il a alors été choisi de s'orienter vers des fluides dits CFC (chlorofluorocarbones) qui avaient l'avantage de présenter de bonnes propriétés thermodynamiques mais le gros désavantage d'avoir un effet sur la couche d'ozone du fait de la présence de chlore, mesurable à l'aide de l'Ozone Depletion Potential (ODP) ainsi qu'un effet de serre, mesurable à l'aide du Potentiel de Réchauffement Global (PRG ou *Global Warming Potential*)<sup>2</sup>. Dès lors ceux-ci (R11, R12,

---

<sup>2</sup> Potentiel de réchauffement climatique d'un gaz à effet de serre par rapport à celui du dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>), calculé comme le potentiel de réchauffement sur un siècle d'un kilogramme du gaz à effet de serre par rapport à un kilogramme de CO<sub>2</sub>

## 2. Problématique

etc.) ont été interdits par le protocole de Montréal en 1987 tout comme les HCFC (hydrochlorofluorocarbones) progressivement.

Aujourd'hui ce sont les HFC (hydrofluorocarbures) qui prévalent malgré leur fort effet de serre. Parmi ceux-ci, deux sont très majoritaires :

- R410A

Composé de difluorométhane (50%) et de pentafluoroéthane (50%), il présente de bonnes propriétés thermodynamiques, pas d'effet sur la couche d'ozone mais un PRG 2088 fois supérieur au CO<sub>2</sub>.

- R134a

De formule 1,1,1,2-tétrafluoroéthane, il est un fluide très utilisé en réfrigération domestique. Il ne présente pas non plus d'effet sur la couche d'ozone et un PRG 1430 fois supérieur au CO<sub>2</sub>.

Les hydrofluoroléfines (HFO), constitués d'alcènes, sont enfin annoncés comme la « quatrième génération » de fluide frigorigènes. Ils présentent un ODP nul, un très faible PRG mais un risque d'inflammabilité. On peut citer parmi eux le HFO-1234ze.

À noter que la réglementation européenne dite « F-Gas » impose l'interdiction de mise sur le marché d'équipements de réfrigération fixes contenant des HFC dont le PRG est supérieur ou égal à 2500 au 1<sup>er</sup> Janvier 2020. Certains systèmes, non commercialisés par CIAT à ce jour (réfrigération centralisée multiposte), vont même connaître une restriction plus importante ( $PRG \leq 150$  au 1<sup>er</sup> Janvier 2022) (F-Gas, 2014).

### 2. Évaporateur

- Échangeur plaque brasée

Un échangeur à plaque brasée est constitué de feuillets de cuivres et de feuillets d'acier inoxydable superposés. Ces matériaux sont choisis pour leur bonne tenue mécanique en pression, leur tenue à l'oxydation, leur transfert thermique correct (excellent pour le cuivre), leur compatibilité avec le fluide frigorigène et leur coût.



Figure 29 : Exemple de plaques d'échangeur à plaque brasée (EXEL)

## 2. Problématique

La géométrie, bien précise, doit permettre le passage des deux fluides sans contact, avec la plus grande surface d'échange possible, pas de stagnation d'eau dans le circuit pour éviter le givre (et donc les cycles de dégivrage) et une circulation majoritairement en contre-courant pour améliorer le transfert thermique, c'est-à-dire que les flux sont opposés. Les éventuels économiseurs ou désurchauffeurs sont aussi des plaques brasées (Vrinat, 1991). Ces échangeurs sont peu puissants mais très dynamiques.

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Échangeur encrassé ou obstrué</b>	Mauvais dimensionnement du filtre ou des tubes, manque de maintenance ou qualité mauvaise du circuit d'eau	Dégradation de l'échange
<b>Fuites</b>	Vibrations et frottements au niveau des brasures ou aux passages de la plaque de garde	Perte de la fonction
<b>Gel de l'échangeur</b>	Conception inadaptée, stagnation d'eau	Perte de la fonction (+ risque d'éclatement)

**Tableau 5 : Principales défaillances de l'échangeur à plaques brasées**

Remarque : il existe aussi des échangeurs plaques et joints, utilisés principalement entre la PAC et la boucle d'eau. Ils protègent ainsi l'évaporateur du risque d'encrassement. Ses plaques sont serrées entre un plateau fixe et un plateau mobile permettant le déplacement de celles-ci pour le montage et le nettoyage en cas d'encrassement.

- Échangeur multitubulaire

Il s'agit d'un échangeur comportant des tubes (pour le fluide frigorigène) et des calandres (pour l'eau). On ajoute en général des chicanes dans la calandre, qui jouent le rôle de promoteurs de turbulence et améliorent le transfert à l'extérieur des tubes.

Plus massif que l'échangeur à plaques, il présente l'avantage d'être plus robuste et d'avoir plus d'inertie mais l'inconvénient d'être très volumineux et non démontable (donc non nettoyable). Si la surchauffe est imposée par le détendeur et s'il n'est pas noyé, on l'appelle également dryex, détente sèche.



**Figure 30 : Echangeur multitubulaire, gamme UYC (CIAT)**

## 2. Problématique

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Casse</b>	Vibrations entre chicanes liées aux forts débits	Fissuration de l'échangeur
<b>Fuite entre circuits</b>	Joint inter circuits défectueux	Perte de performance
<b>Casse du tube</b>	Problèmes de dudgeonnage, stagnation d'eau (process)	Gel
<b>Risque de gel</b>	Déplacement du cône diffuseur (process)	Baisse de performance

**Tableau 6 : Principales défaillances de l'échangeur multitubulaire**

Remarque : il existe aussi des échangeurs multitubulaires noyés. L'eau de la source froide circule alors dans les tubes intérieurs et le fluide frigorigène s'évapore dans le corps principal à l'extérieur des tubes. Ceux-ci permettent de travailler à des températures d'évaporation plus élevée (moins de surchauffe) du fait de l'utilisation du fluide frigorigène en calandre, au profit de l'efficacité du système.

Ce volume peut être problématique si la quantité de fluide frigorigène est contrôlée par la réglementation. Ces évaporateurs requièrent par ailleurs un séparateur de gouttelettes pour éviter les entraînements de liquide vers le compresseur voire une bouteille anti-coups de liquide. L'entraînement d'huile est également à contrôler.

### 3. Compresseur (scroll)

Il s'agit d'un Organe majeur convertissant l'énergie électrique d'un moteur asynchrone triphasé, ou monophasé dans le cas des PAC résidentielles, en énergie mécanique par mise en rotation d'un stator vis-à-vis d'un rotor et compression d'un fluide par réduction de volume (appareil volumétrique). Deux technologies existent chez CIAT : les compresseurs à vis hermétiques (avec le fluide R134a, grosses puissances) et les compresseurs à spirales, dits « scroll », hermétiques (avec le fluide R410A). On détaillera ci-dessous le second, employé dans la majorité des gammes de puissance air/eau.

La spirale supérieure fait office de stator tandis que la spirale inférieure réalise un mouvement orbital. L'admission permet à deux poches de se former à la périphérie, puis la rotation les ramène au centre.

La place de plus en plus faible au centre les oblige à se comprimer et ces poches de gaz sont enfin refoulées, à une enthalpie plus importante qu'au départ, par un orifice central.

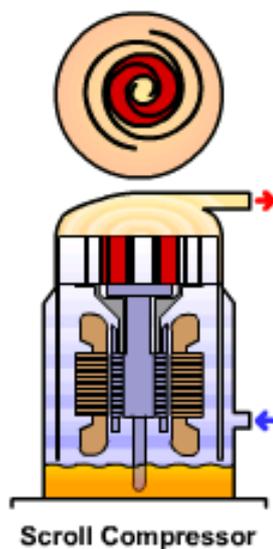


Figure 31 : Dessin en coupe de compresseur scroll

Il arrive que les compresseurs soient en tandem équilibré ou non (c'est-à-dire de même puissance ou non) voire en trio pour mieux ajuster la puissance de la machine. La régulation est alors programmée pour égaliser le temps de fonctionnement des composants, ceci pour maximiser leur MTTF en partant de l'hypothèse que le temps de fonctionnement provoque davantage d'usure sur le compresseur que les démarrages/arrêts. Le démarrage de ces compresseurs se fait soit en direct soit par des démarreurs progressifs afin de diminuer l'intensité de démarrage des compresseurs et de réduire la fluctuation de tension. Ils sont constitués principalement d'acier, d'aluminium, de cuivre, de fonte et de polymères. Ils doivent être lubrifiés à des points précis tels que les paliers, les têtes de bielle, les pieds de bielle, les cylindres et la garniture d'étanchéité.

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Casse mécanique du compresseur</b>	Manque d'huile	Grippage du pallier du compresseur
<b>Casse mécanique de la spirale</b>	Coups de liquide	Contraintes anormales sur les spirales
<b>Arrêt du compresseur</b>	Acidité de l'huile par intrusion d'eau, attaque des enroulements (huile POE)	Mise à la masse du moteur électrique/court circuit
<b>Casse de tubulures de sortie compresseur<sup>3</sup></b>	Vibrations du compresseur, autour de certaines	Fatigue prématurée (fissuration à des fréquences

<sup>3</sup> Ceci est encore plus sensible sur des compresseurs à variateur de fréquence

## 2. Problématique

	fréquences	élevées) et résonance (limite à la rupture dépassée en modes propres)
<b>Casse mécanique du compresseur</b>	Utilisation hors des plages d'application (« map »)	Taux de compression importants / surchauffe trop élevée ou trop faible
<b>Disjonctions du compresseur</b>	Défauts d'isollements ou mauvais dimensionnement des démarreurs	Surintensités
<b>Arrêt du compresseur</b>	Desserrage en fonctionnement des cosses (vibration ou défaut usine)	Échauffement

**Tableau 7 : Principales défaillances du compresseur scroll**

- Résistance de carter

Sert à réchauffer l'huile contenue dans le carter du compresseur, afin d'éviter que le fluide frigorigène, miscible avec l'huile à température égale, ne vienne se condenser à cet endroit précis. Evite ainsi à la fois les coups de liquide et le grippage des paliers.

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Casse des spirales / Risque de grippage du pallier par coup de liquide</b>	Défaillance mécanique (mauvais serrage)	Le mélange huile/fluide frigorigène lave les paliers

**Tableau 8 : Principales défaillances de la résistance de carter**

### 4. Condenseur

- Batterie à air tube ailettes

Dans le cas air/eau, échangeur tube à ailette à convection forcée (réalisée au moyen d'un groupe motoventilateur, voir 5.) constitué de cuivre, d'acier et d'aluminium. On appelle communément cet échangeur « batterie ».

Ces matériaux sont choisis pour leur bonne tenue mécanique en pression, leur tenue à l'oxydation, leur transfert thermique correct, leur compatibilité avec le fluide frigorigène, leur facilité d'industrialisation, leur potentiel limité de corrosion et leur coût.



**Figure 32 : Exemple de batteries à air tubes ailettes (CIAT)**

Les ailettes permettent d'optimiser le transfert thermique depuis le fluide vers l'air (ou inversement) par conduction et convection. On en trouve trois sortes : droites, gaufrées ou persiennées. La circulation de fluide est à courants croisés, c'est-à-dire que l'air entre perpendiculairement à la circulation du fluide grâce à un arrangement en V ou en I des batteries. Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Arrêt de la machine</b>	Encrassement côté air → La température de condensation monte → le coefficient de performance (EER) diminue	Sécurité HP activée
<b>Casse des tubes → fuites</b>	Démarrages/arrêts fréquents des GMV, cyclages en pression <sup>4</sup>	Usure prématurée de la batterie
<b>Casse des tubes → fuites</b>	Transmission de la vibration de la tuyauterie de refoulement du compresseur sur l'alimentation batterie	Fatigue prématurée de la batterie
<b>Fuites → arrêt de la machine</b>	Corrosion externe (naturelle/pollution atmosphérique)	Baisse de performance (car ailettes attaquées)
<b>Arrêt en sécurité</b>	Mauvais brasage usine (cause process)	Distributeur bouché
<b>Givrage → perte de performance</b>	En PAC réversible, conditions extérieures extrêmes ou mauvaise régulation du dégivrage	Prise en glace de la batterie

**Tableau 9 : Principales défaillances des batteries à air tube ailettes**

<sup>4</sup> Sollicitation thermo-mécanique  $\Delta P = 5$  bar sur des périodes de 1 minute

## 2. Problématique

- Batterie micro-canaux

Technologie de condenseurs à micro canaux qui tend à se développer ces dernières années du fait de l'automatisation de leur procédé de fabrication, donc moins chères. Elles sont particulièrement adaptées à des grands volumes de production. Ces batteries sont constituées exclusivement d'aluminium. Elles sont plus compactes, plus légères et garantissent une charge moins importante en fluide frigorigène pour un transfert thermique similaire voire meilleur que celui des tubes ailettes. Celui-ci est en effet optimal à des titres de vapeur plus faibles que pour des batteries traditionnelles

Les pertes de charges sont réduites et l'encrassement est minimal. La corrosion galvanique n'y est pas possible (100% aluminium). Enfin la recyclabilité de ceux-ci est facilitée par l'absence de matériaux multiples, contrairement aux batteries cuivre/aluminium.

Elles ne sont présentes aujourd'hui que sur les fortes puissances au R134a (extension au R410A prochainement) et en priorité sur les condenseurs. Leur utilisation sur l'évaporateur est encore en développement (adaptation à l'état physique du fluide frigorigène, tenue au givrage, etc.).

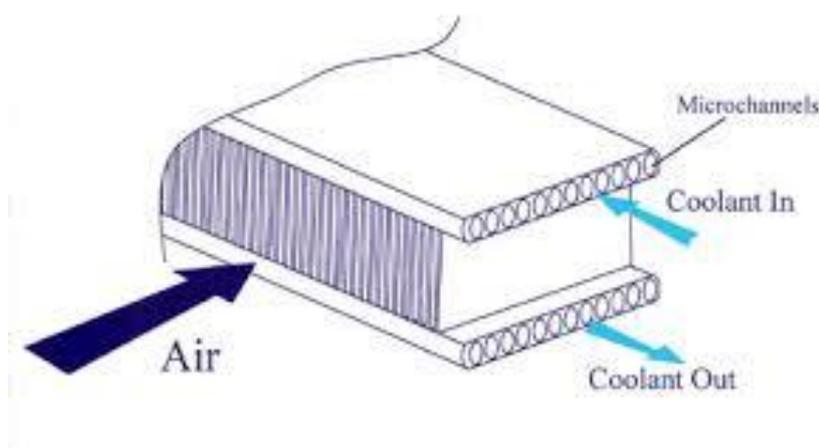


Figure 33 : Exemple de batterie à air micro-canaux

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de ses organes, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Voir batteries tube ailettes</b>		
<b>Fuites → arrêt de la machine</b>	Attaques acides (pH < 7)	Perçage entre collecteur et tubes

Tableau 10 : Principales défaillances des batteries micro canaux

## 5. Détendeur

En adaptant le débit circulant dans l'orifice, cet organe régule la pression qui passe à ses bornes et l'égalise. Il est constitué principalement de cuivre, laiton, acier et inox. Il peut être électronique ou thermostatique.

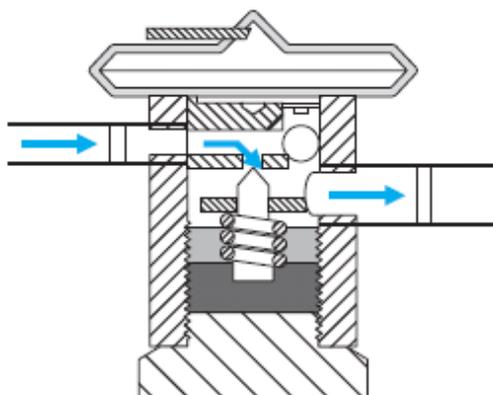


Figure 34 : Dessin technique de détendeur thermostatique à orifice calibré (Auzenet E., Clerc-Renaud M., 2005)

- Thermostatique : il assure un écart constant entre la température de saturation et la température de vapeur en sortie de l'évaporateur, ce qui permet qu'aucun liquide ne soit aspiré par le compresseur. Sa plage de régulation du débit est typiquement 40-100%

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Casse du compresseur</b>	Mauvaise position ou mauvaise fixation du bulbe	Liquide au compresseur → altération des performances
<b>Coupure BP</b>	Vibrations et frottements	Fatigue du capillaire du bulbe ou du capillaire d'égalisation (tube ¼) → casse du capillaire → le détendeur ferme
<b>Baisse des performances</b>	Mauvais réglage usine	Surchauffe inadaptée au besoin ou aux conditions extérieures

Tableau 11 : Principales défaillances des détendeurs thermostatiques

- Électronique : même principe, avec une plage de régulation du débit de l'ordre de 10 à 100% et un coût plus important.

**Conséquence générale : surchauffe trop forte (perte de performance) ou trop faible (coups de liquide → casse compresseur)**

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Blocage mécanique du détendeur</b>	Présence d'impuretés dans le circuit, qui peuvent être par exemple des copeaux de découpe de cuivre	Tige qui se coince ou membrane du bulbe qui fatigue
<b>Coupure machine</b>	Corrosion interne	Baisse de performance
<b>Coupure machine</b>	Détendeur surdimensionné	Surchauffe fluctuante

Tableau 12 : Principales défaillances communes aux détendeurs thermostatiques et électroniques

## 2. Problématique

On peut ajouter à la liste des sous-ensembles de la machine les organes suivants :

### 6. Groupe Moto Ventilateur GMV

Cet organe permet d'assurer une convection forcée nécessaire pour évacuer ou apporter les calories qui seront transférées à l'échangeur. Il est constitué d'un moteur asynchrone triphasé ou d'un moteur synchrone brushless dit Haute Efficacité Energétique (HEE) et d'un ou plusieurs ventilateurs axiaux.

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Bruit / Casse</b>	Mauvais graissage des palliers de l'arbre ou mauvais équilibrage	Fortes vibrations
<b>Casse</b>	Excitation de fréquences propres	Vibrations
<b>Arrêt ou casse</b>	Humidité dans les boîtes à bornes	Grippage des roulements / Courts circuits
<b>Chute, casse</b>	Mauvaise fixation du GMV	Vibrations ou déplacement
<b>Casse moteur</b>	Contre rotation au démarrage	Usure prématurée de l'arbre moteur
<b>Arrêt de la machine</b>	Prise en glace entre rotor et stator	Le GMV ne démarre pas

**Tableau 13 : Principales défaillances des Groupes Moto Ventilateurs**

### 7. Déshydrateur

Son rôle est de maintenir le circuit « propre », sans humidité par le biais d'un tamis moléculaire. L'eau tend en effet à réagir avec le fluide frigorigène pour former un acide qui peut attaquer la tuyauterie et les différents organes. Elle peut également dégrader la lubrification (huile) ainsi que le fonctionnement du détendeur. Il est donc nécessaire de la retenir dans des matériaux adsorbants, type zéolites.

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Acidification du circuit</b>	Entrée d'eau par mauvaise étanchéité ou perte d'étanchéité	Saturation du déshydrateur
<b>Acidification du circuit</b>	Présence d'impuretés dans le circuit frigorigère	Déshydrateur bouché
<b>Perte de charge frigorigère, fonctionnement dégradé</b>	Mauvaise conception du joint du capot	Risque de fuites

**Tableau 14 : Principales défaillances des déshydrateurs**

## 2. Problématique

### 8. Voyant liquide

Il a une valeur d'information pour l'utilisateur sur l'état physique (liquide, gaz ou mélange) du fluide frigorigène. On peut y ajouter une pastille qui renseigne sur le taux d'humidité du circuit (vert == sec, jaune == humide). Il n'est pas obligatoire sur les groupes mais apprécié des techniciens pour contrôler la charge visuellement.

### 9. Capteurs Pression

Ils sont nombreux et renseignent à la CPU les informations les états de pression du circuit. On peut citer principalement, pour une machine air/eau :

- Le capteur Basse Pression, qui veille à ce que la pression ne descende pas en dessous d'une certaine valeur (risque de casse du compresseur en absence de gaz).
- Le capteur Haute Pression, qui veille à ce que la pression ne dépasse pas une certaine valeur (risque de ruptures mécaniques, appareils sous pression). Ce capteur est doublé d'un pressostat HP qui coupe l'alimentation du compresseur passée une certaine valeur.
- Capteur de détendeur électronique

### 10. Sondes température

Elles sont également nombreuses et permettent de renseigner à la CPU les états de température du fluide ou de l'air, via la lecture/conversion d'une résistance.

- Les sondes réfrigérant entrée évaporateur, la sonde entrée et sortie d'eau glacée, qui veillent toutes deux à ce que la température d'eau n'atteigne pas une valeur critique où l'on puisse craindre une prise en gel de l'échangeur (10 k $\Omega$ )
- Température extérieure (10 k $\Omega$ )
- Sortie détendeur (contrôle de l'antigel via le réfrigérant, 10 k $\Omega$ )
- Entrée compresseur (10 k $\Omega$ )
- Refoulement (la seule en 50 k $\Omega$ )
- Sonde de détendeur électronique (doigt de gant, 10 k $\Omega$ )

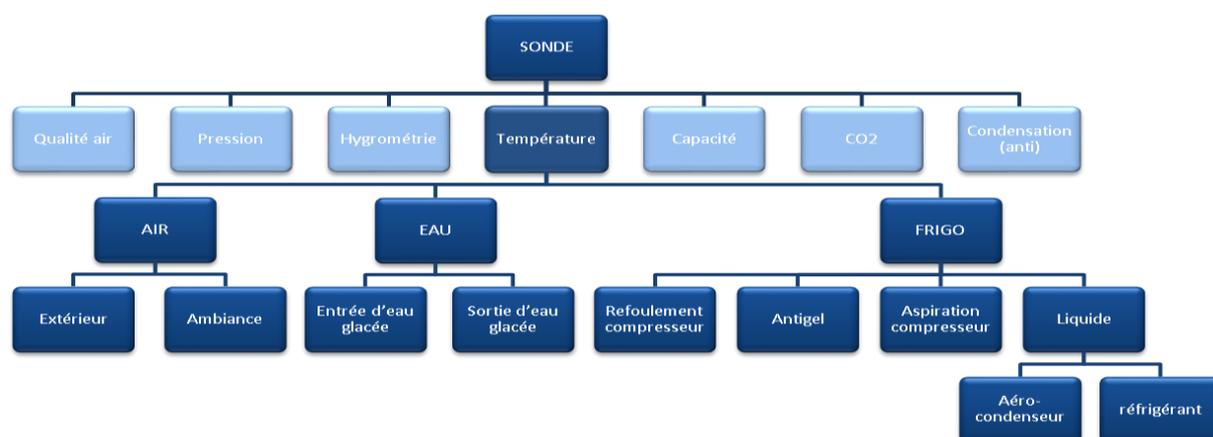


Figure 35 : Typologie des sondes existantes (CIAT)

## 2. Problématique

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de ces organes, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
Régulation illogique de l'appareil	Intrusion humidité, oxydation	Dérive positive de la T° sonde
Arrêt de la machine	Contact entre fils	Court-circuit (affichage 99°C)
Arrêt de la machine	Fils sonde coupés	Circuit ouvert (affichage -40°C)
Régulation illogique de l'appareil	Inversion sondes 10 kΩ/50 kΩ	Valeur erronée
Régulation illogique de l'appareil	Mauvais emplacement de la sonde	Valeur erronée

**Tableau 15 : Principales défaillances des sondes de températures**

### 11. Central Processing Unit CPU, → carte de régulation

Il s'agit du module électronique de régulation et de signalisation à microprocesseur. Son fonctionnement et ses fonctionnalités (logiciel) sont complexes.

- Il régule principalement sur le retour d'eau, c'est-à-dire la température à laquelle l'eau du circuit externe entre dans l'évaporateur (cas du groupe de froid), avec une approche proportionnelle. Deux autres options existent : approche PID sur la sortie d'eau et approche proportionnelle sur la température extérieure.
- Il comporte la plus grande partie de l'intelligence de la machine
- Il permet un diagnostic des défauts
- Il gère automatiquement les temps de fonctionnement des compresseurs

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
Défauts au pupitre	Problèmes de CEM ou distance carte pupitre trop importante	Difficulté de communication CPU-pupitre
CPU HS	Mauvais transfo OU voltage du réseau inadapté → dépassement du voltage	Alimentation de carte défectueuse
CPU HS	Humidité sur la carte électronique	Oxydation de composants
Arrêt de la machine	Mauvais branchement câbles-CPU	Régulation illogique ou non fonctionnelle
CPU HS	Démarrages anormalement nombreux de compresseurs ou GMV	Viellissement prématuré de la carte

**Tableau 16 : Principales défaillances des CPU**

## 2. Problématique

### 12. Vanne 4 voies

Elle n'est utilisée que dans le cas d'un circuit réversible. Elle permet d'inverser l'écoulement du fluide afin d'obtenir l'effet souhaité et ce sur une période longue ou courte (dégivrage d'environ 3 minutes).

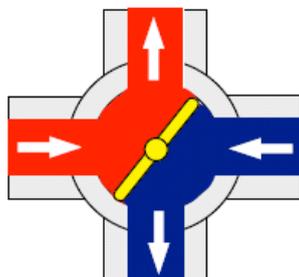


Figure 36 : Schéma de principe d'une vanne 4 voies

Différentes options sont disponibles à la vente sur le circuit d'eau extérieure (pompes, ballon tampon). Elles ne seront pas décrites ici.

Le tableau ci-dessous synthétise les différentes défaillances de l'organe, les causes et les conséquences sur la machine.

Symptômes	Causes	Conséquences
<b>Fuite, arrêt de la machine</b>	Présence d'impuretés dans le circuit frigorifique	Usure de la vanne 4V
<b>Arrêt de la machine</b>	Bobine défectueuse ou mal alimentée	Panne électrique de la vanne 4V

Tableau 17 : Principales défaillances des Vannes 4 Voies

### 13. Tuyauterie

On peut considérer la tuyauterie comme un organe à part entière. Tout l'enjeu est de réaliser un tracé suffisamment compact sans aboutir à des pertes de charges excessives. Par ailleurs, l'étanchéité des tuyauteries est primordiale pour une bonne siccité du système (voir 6. Déshydrateur).

La compatibilité du matériau de tuyauterie avec le fluide frigorigène est étudiée. En dessous d'un certain diamètre, les tubulures sont exclusivement en cuivre. Au-dessus, elles sont soit en cuivre soit en acier (mi doux, au nickel ou inoxydable) soit en PVC.

Les tubes de cuivre sont recuits jusqu'à ¾ de pouce et écrouis au-dessus. Ils sont par ailleurs désoxydés, déshydratés, nettoyés intérieurement et extérieurement et bouchés (bouchons plastiques) pour éviter le balayage par l'air humide et l'introduction de poussière.

Enfin, on distingue trois types de tuyauterie : d'aspiration (BP, évaporateur à compresseur), de refoulement (HP, compresseur à condenseur) et de liquide (condenseur à évaporateur).

## 2.4. État de l'art en fiabilité du domaine HVAC

Une fois présentés les principaux organes de la machine thermodynamique, il convient d'axer l'état de l'art davantage sur leur fiabilité. On reprend donc la même démarche que précédemment en s'attachant à trouver des informations, des méthodes et développements théoriques liés à l'HVAC.

### 2.4.1. Fiabilité prévisionnelle

La première étape consiste à chercher des données de fiabilité sur les organes ou les machines. Dans des recueils, il est fait état d'informations sur la fiabilité d'organes « standards », à partir d'une base de données centralisant le retour de multiples sites ou appareils en exploitation. Le tableau ci-dessous résume les informations recueillies dans divers articles concernant des organes majeurs de la machine thermodynamique.

Organe	Métrique	Valeur	Source	Commentaires
<b>Compresseur CO2</b>	Fiabilité à 1 an	99%	(Radcliff T.D., 2007)	Valeur à atteindre pour garantir 92.5% au niveau machine
<b>Détendeur</b>	Fiabilité à 1 an	97%	(Radcliff T.D., 2007)	Niveau de confiance : 80%
<b>Vanne 4 voies</b>	Fiabilité à 1 an	95%	(Radcliff T.D., 2007)	Niveau de confiance : 80%
<b>Pompes</b>	Taux de défaillance	1.3 * 10 <sup>-4</sup> pannes /heure	(Debray B. et al., 2004)	Niveau de confiance : 80%
<b>Compresseur à vis</b>	Taux de défaillance	0.6 pannes /million d'heures	(NSWC, 2010)	
<b>Thermocouple</b>	Taux de défaillance	1 panne /million d'heure	(NSWC, 2010)	
<b>Pressostat</b>	Taux de défaillance	2 pannes /million d'heure	(NSWC, 2010)	
<b>Tuyauterie</b>	Taux de défaillance	1.33 pannes /million d'heure	(NSWC, 2010)	

Tableau 18: Indicateurs de fiabilité trouvés dans la littérature

## 2. Problématique

>> *Les métriques sont globalement homogènes dans la littérature (Fiabilité à 1 an ou taux de défaillance) mais ne sont pas reliées entre elles pour aboutir à une valeur système. Il reste à les injecter dans un modèle.*

La seconde phase consiste à récolter des informations sur le profil d'utilisation des machines, c'est-à-dire leur durée et conditions d'utilisation réelles. Le tableau ci-dessous résume les principales informations trouvées dans la littérature.

Organe	Profil d'utilisation	Source	Commentaires
<b>PAC réversible</b>	< 16000 cycles/an	(Yan, 2004)	99% des machines en dessous de cette valeur
<b>Chillers</b>	115 à 5302 h/an	(ASHRAE, 1999)	

Tableau 19 : Profils de vie des machines, littérature générale

Un cycle correspond à un démarrage/arrêt du (des) compresseur(s), une valeur en h/an correspond au temps annuel cumulé pendant lequel le(s) compresseur(s) est en fonctionnement. Les deux modes impactent la fiabilité de la machine complète, sans qu'il soit possible de dire lequel l'est davantage. La norme NF EN 14825 fait référence dans le domaine de l'HVAC. Elle définit les modes de calcul de l'ESEER et du SCOP (voir §2.3) et donne des valeurs références de durées de fonctionnement par an.

Mode	Profil d'utilisation	Commentaires
<b>Refroidissement</b>	350 h/an	Puissance < 12 kW
<b>Chauffage seul</b>	1400 h/an	Puissance < 12 kW, climat « A »
<b>Réversible</b>	1400 h/an	Puissance < 12 kW, climat « A »
<b>Chauffage seul</b>	2066 h/an	Puissance < 400 kW, climat « A »
<b>Réversible</b>	2066 h/an	Puissance < 400 kW, climat « A »

Tableau 20 : Profils de vie des machines air/eau (NF EN 14825, 2016)

## 2. Problématique

Remarque : le climat A correspond à une saison de chauffage de référence moyenne (à comparer à « C » plus froide et « W » plus chaude).

>> *Les profils d'utilisation présents dans la littérature ne sont qu'indicatifs, spécifiques à certaines machines, certains usages et méritent d'être étoffés.*

Par ailleurs, la littérature présente également des méthodes de brainstorming connues pour identifier au plus tôt les risques de pannes, appliquées au domaine de l'HVAC. Idéalement, les causes identifiées sont quantifiées, c'est-à-dire qu'une probabilité d'occurrence leur est attribuée.

On peut penser aux :

- AMDEC

Ou *Failure Mode Effect Analysis*, cette approche permet de décrire les causes et de leur attribuer une criticité, basée sur la sévérité, la détectabilité et l'occurrence. Des auteurs brésiliens présentent une telle approche sur le cas d'un compresseur semi-alternatif, élément majeur en réfrigération domestique (Bassetto, 2007). Dans la même veine, un article du centre de recherche UTC Carrier s'intéresse aux compresseurs rotatifs et à leurs modes de défaillances. Il propose une grille de notation typique d'une AMDEC, appliquée aux cas d'utilisations sévères (Yun, 2000). L'occurrence, la sévérité et la détectabilité sont cotés entre 1 (négligeable) à 10 (très important) et la note globale RPN (*Risk Priority Number*) est le produit de ces 3 cotations.

Ref	Conditions d'usage	Occurrence	Sévérité	Détectabilité	RPN
1	Eau	3	7	8	168
2	Contamination solides	5	6	9	270
3	Gaz non-condensables	3	5	7	105
4	GMV Bloqué/Arrêté	2	7	4	56
5	Evaporateur encrassé	4	6	3	72
6	Vanne bloquée	1	7	10	70
7	Excès ou perte d'huile	4	8	9	288
8	Excès ou perte de réfrigérant	5	6	5	150
9	Perte/Manque composants compresseurs	3	4	4	48
10	Rotor bloqué	3	9	4	108
11	Cycles ON/OFF fréquents	2	6	3	36
12	Taux de compression élevé	3	5	8	120
13	Huile mélangée	2	4	10	80
14	Mauvais réfrigérant	2	10	6	120
15	Mauvaise protection surintensité	3	9	8	216
16	Mauvais câblage	4	10	4	160
	MOYENNE	3.1	6.8	6.4	129.2

Figure 37 : Grille de notation AMDEC, compresseurs rotatifs (Yun, 2000)

On constate que le mode de défaillance le plus critique est l'excès ou la perte d'huile dans la machine (*Excess or Loss of Refrigerant*, RPN = 288).

## 2. Problématique

### ○ Arbres de défaillance

L'analyse complète des modes de défaillances d'une climatisation automobile est réalisée par une équipe de recherche chinoise. Ils expliquent la démarche de calculs et explicitent les causes qu'ils jugent majeures et les sous causes (Quanyu Yu et al., 2013).

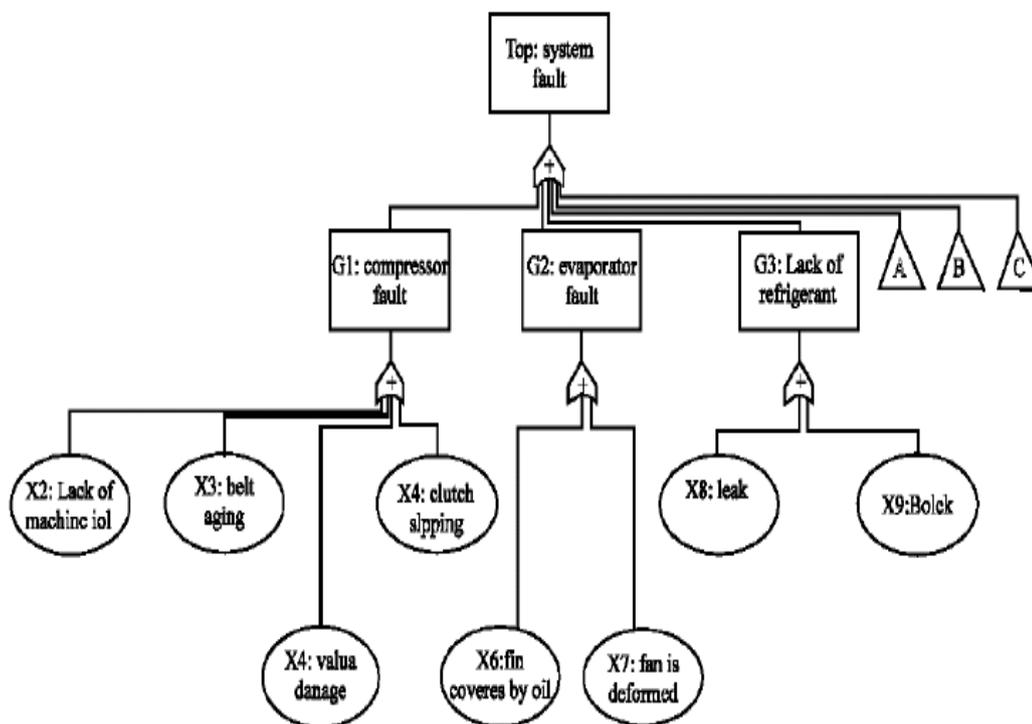


Figure 38 : Exemple d'arbre de défaillance (Quanyu Yu et al., 2013)

On peut citer une étude italienne sur les pompes de tous types, dans laquelle sont aussi explicitées la méthode des arbres de défaillances et les principales causes de pannes de ce composant (Bevilacqua M. et al., 2003).

On peut également citer la thèse très complète de M. Wong qui propose de multiples arbres de défaillances au niveau machine comme au niveau des composants (Wong D., 2000).

Enfin, une approche similaire a été menée par des auteurs brésiliens sur des moteurs de ventilateurs de climatisation. Une fois le mode de défaillance identifié, il s'agit de déterminer leur fiabilité propre par les essais ou le retour d'expérience et de sommer les probabilités de défaillance pour avoir la fiabilité du composant (Hoenisch, 2006).

## 2. Problématique

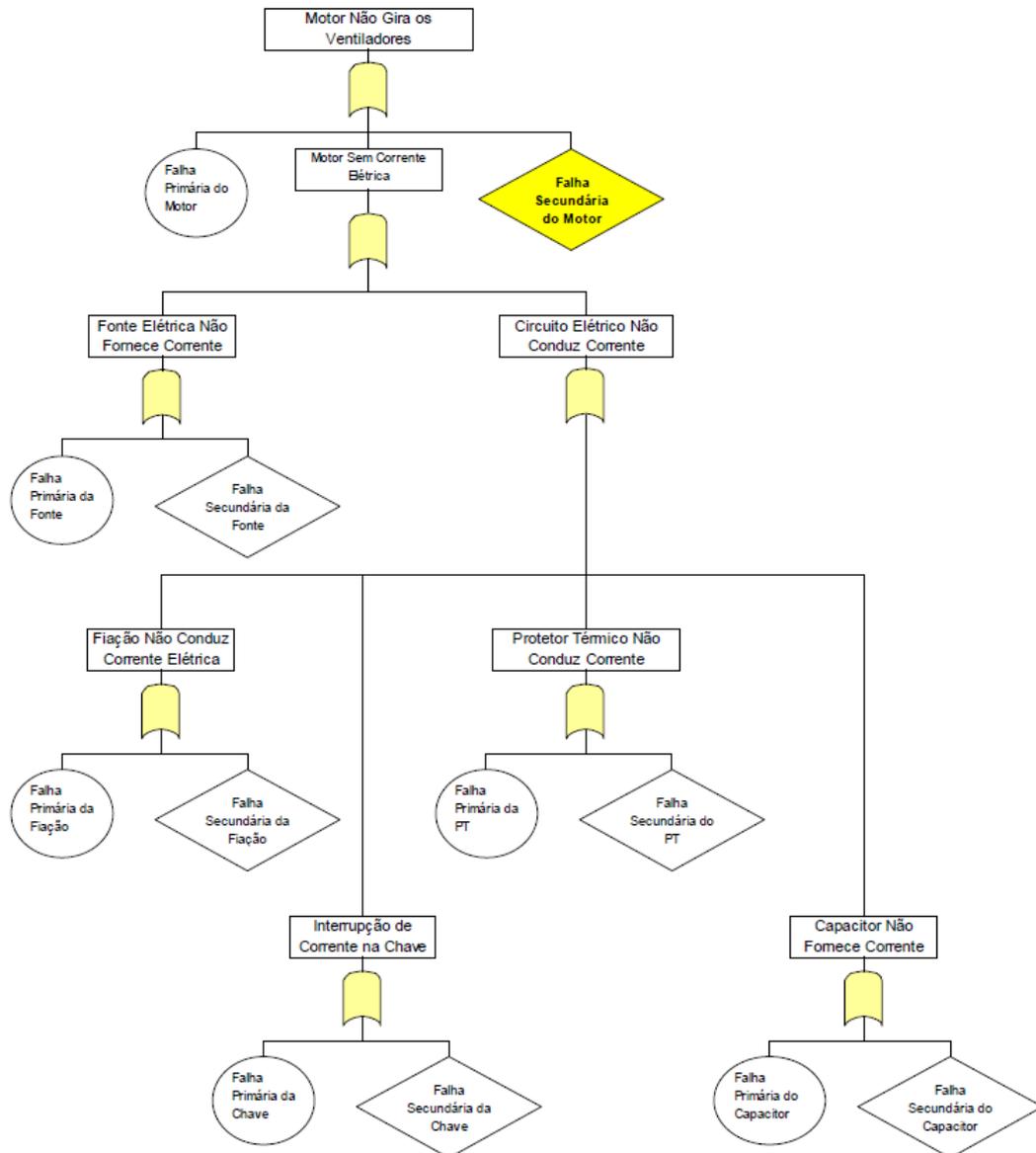


Figure 39 : Exemple d'arbre de défaillances (Hoenisch, 2006)

- Diagrammes de fiabilité

Les mêmes auteurs présentent une autre approche appelée schéma bloc. Celle-ci est très proche de la précédente bien que la présentation diffère. On retrouve une suite de défaillances en série ou parallèle aboutissant à la panne du système soit par combinaison de celles-ci (parallèle) soit à cause de l'une d'entre elle (série).

## 2. Problématique

$$R_{\text{système}} = R_{\text{alimentation électrique}} * R_{\text{câblage}} * R_{\text{condensateur}} * R_{\text{interrupteur}} * R_{\text{protection thermique}} * R_{\text{moteur}}$$

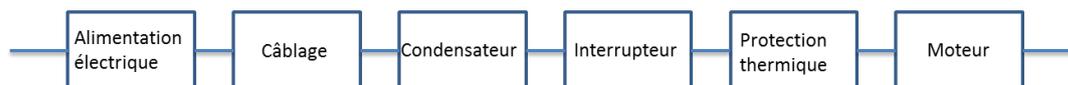


Figure 40 : Exemple de schéma bloc (Hoenisch, 2006)

### ○ Autres

Une autre approche (Bortoli M.G.D. et al, 2012), basée sur des méthodes statistiques, consiste à dimensionner des composants stratégiques (tubulures de sortie de compresseurs en coudés, acier) en effectuant des tirages aléatoires permettant de générer des valeurs aléatoires. Pour dépasser une méconnaissance de la physique, on décide de tester l'influence de paramètres tels que le module d'Young E (MPa) ou la masse volumique du matériau sur la fréquence propre et donc les problèmes de vibrations des tubulures en sortie de compresseur. On parle alors de valeurs de l'ordre de 65 à 135 Hz, mais avec surtout des écarts types importants et moments 2 et 3 (Skewesis, Kurtosis) qui laissent présager de l'incertitude existante sur ce type de mesure.

**>> La fiabilité prévisionnelle dynamique est peu ou pas abordée dans la littérature spécifique à l'HVAC. Les outils classiques (AMDEC et Arbres de défaillance) sont présents mais ne définissent pas d'objectifs de fiabilité. Ils ne sont pas en lien avec les essais.**

### 2.4.2. Fiabilité expérimentale

- Essais de robustesse
  - Plans d'expériences

Une équipe turque propose de réaliser une approche en plan d'expériences (Taguchi) pour optimiser le nombre d'essais aboutissant aux paramètres thermodynamiques à adopter pour atteindre la meilleure performance machine d'un *chiller* air/eau (Ekren O. et al., 2011). Il est proposé une matrice d'expérience de 4 facteurs (Température de retour d'eau froide, débit d'eau froide, taux d'ouverture du détendeur, fréquence du compresseur) à 2 niveaux, soit  $2^4 = 16$  configurations à tester. En visant une performance machine optimale, c'est-à-dire un COP maximal (ou puissance absorbée du compresseur minimale ou puissance échangée au condenseur maximale), ils aboutissent à la meilleure configuration : faible température de retour d'eau, faible débit d'eau froide, taux d'ouverture du détendeur non déterminant, fréquence faible du compresseur.

On pourra adopter ces valeurs nominales comme valeurs de référence dans le cas d'essais de qualification, accélérés ou dégradés, sous réserve qu'il s'agisse d'une machine comparable.

## 2. Problématique

- Normes

Centrée sur un composant spécifique, la norme ISO 14903, définissant les critères d'étanchéité des joints de compresseurs hermétiques ( $V_{max} = 5L$ ,  $M_{max} = 50kg$ ) propose une méthodologie de cyclage en Pression, Vibration, Température qui, faute de réellement apporter des solutions statistiques sur la taille d'échantillon ou la durée du test, clarifie les conditions appliquées en Pression (0 à  $0.9 \cdot P_{max}$  en tenue, selon le coefficient de sécurité), amplitude en température (au-delà des minimums et maximums du cycle frigorifique des fluides utilisés,  $-40$  à  $140^{\circ}C$  dans le cas le plus défavorable) et fréquence (200 Hz, valeur supérieure aux fréquences propres identifiées plus haut de 135 Hz max). (ISO 14903, 2012)

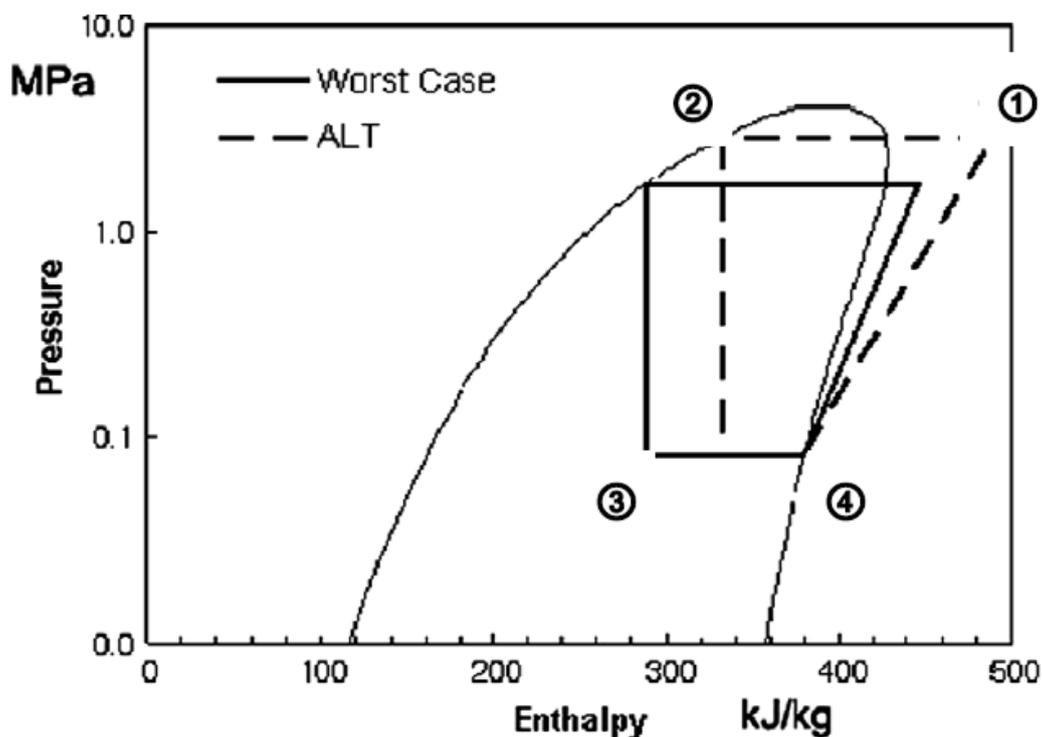
- Essais de qualification

- Essais accélérés

La série d'articles publiés par S. Woo et al. est très riche du point de vue de la méthodologie et des résultats de calculs sur des organes de réfrigérateur, listés ci-dessous.

- Compresseur hermétique à piston : sollicité en pression et température. Il connaît une usure au niveau de l'enceinte statorique liée à un mauvais dimensionnement du vilebrequin. L'essai accéléré a pour but de valider une nouvelle solution et se base sur une loi d'Eyring généralisée (Woo S. et al., 2010). À l'issue de l'essai, un B1 de 10 ans est garanti.
- Tuyauterie de refoulement compresseur : sollicitée en vibration lors du transport, la tubulure se scinde en deux. L'essai accéléré a pour but de valider un redimensionnement de celle-ci (ajout d'un coude) et du silentbloc dont le pas entre la vis et le caoutchouc est réduit (Woo S. et al., 2011). Elle se base sur une loi puissance inverse. À l'issue de l'essai, un B1 de 10 ans est garanti.
- Évaporateur tubulaire : sollicité en corrosion (Cl%). Des piqures apparaissent du fait de la présence de chlore dans l'eau qui se condense dans l'air extérieur, plutôt du côté de la sortie de l'échangeur. L'essai accéléré a pour but de valider la modification du revêtement de cette tuyauterie (scotch transparent et non en coton) (Woo S. et al., 2010). Elle se base sur une loi puissance inverse. À l'issue de l'essai, un B1 de 10 ans est garanti.
- Clapet d'aspiration : sollicité en pression et température. Le composant cède à son extrémité car l'épaisseur  $y$  est insuffisante face aux cyclages répétés et la fissure peut facilement se propager dans le matériau. L'essai accéléré a pour but de valider une augmentation d'épaisseur et un

changement du process de fabrication du trou de la plaque porte-soupape (trépan de diamètre supérieur, boule de grenailage et brossage) (Woo S. et al., 2010). À l'issue de l'essai, un B1 de 12.6 ans est garanti.



(a) *P-h* diagram

Figure 41 : Diagramme Ph adapté aux essais accélérés (Woo S. et al., 2010)

À noter que l'absence de clapet d'aspiration fait justement partie des atouts de fiabilité des compresseurs scroll.

À chaque fois, il s'agit de déterminer le Facteur d'Accélération se rapportant aux conditions de l'expérience puis de s'en servir (ainsi que d'autres paramètres : nombre de défaillances, facteur de forme  $\beta$ , etc.) pour déterminer le nombre de produits ou temps d'essai nécessaire pour valider un  $Bx$ . Le tableau ci-dessous résume les durées de vie selon le type de sollicitation rencontrée dans cette série d'article, ainsi que les paramètres associés.

Loi d'accélération	Stress	Formule	Paramètres	Mode de défaillance
<b>Eyring généralisé</b>	Pression, Température	$\tau = A * (\Delta P)^{-n} * \exp\left(\frac{Ea}{k * T}\right)$	$n = 2$	Serrage du compresseur, usure du vilebrequin

## 2. Problématique

<b>Puissance inverse (bis)</b>	Sollicitation vibratoire	$\tau = A * (F)^{-n}$	n = 2	Fragilité du coude de refoulement et manque silentbloc
<b>Puissance inverse (bis)</b>	Clore (corrosion)	$\tau = A * (\%Cl)^{-n}$	n = 2	Corrosion par piquage à l'évaporateur

**Tableau 21 : Modèles de durées de vie**

Avec A une constante et  $E_a$  l'énergie d'activation en J/mol.

Par ailleurs, on peut citer les travaux des ingénieurs d'Emerson qui dimensionnent un plan d'essais zéro défaillance appliqué aux pompes à chaleur domestiques air/eau ainsi qu'aux climatiseurs air/air (Yan, 2004). Celui-ci se base sur une approche paramétrique, avec comme hypothèse une loi de Weibull adaptée aux défaillances mécaniques de compresseurs ( $\beta = 3$ ). En proposant un objectif de fiabilité de 90% à 10 ans avec une confiance de 90%, il permet de choisir une taille d'échantillon adéquate calquée sur un nombre de cycles annuel. Les autres défaillances de la machine thermodynamique ne sont pas mentionnées ni les autres lois statistiques utilisables. Les méthodes d'accélération (taux de compression, fréquence de cycles, etc.) ne sont pas explicitées.

Au niveau des organes frigorifiques, on peut citer une étude concernant les clapets qui met en exergue des techniques d'accélération d'essai. (Martins J.A. et al., 2008). Une autre étude concernant les compresseurs réciproques donne également des pistes d'accélération (Feldhaus D. et al., 1998) .

Enfin plusieurs articles s'attardent sur les essais accélérés d'échangeurs, avec des mises en pressions cyclées (Chang M-S. et al., 2015) (Pulido, 2016).

**>> Les essais accélérés émergent de la littérature mais il est difficile de faire une correspondance exacte avec les machines thermodynamiques CIAT. Les essais de dégradation et bayésiens sont quasiment absents.**

### 2.4.3. Fiabilité opérationnelle

On a le graphique ci-dessous issu de la littérature (Madani H., Roccatello E., 2014).

Celui-ci ne donne pas directement l'information sur la fiabilité par organes mais celle-ci pourra se déduire comme nous le verrons par la suite. Ces valeurs sont calculées à partir d'une base de données sur la période 2010-2012 en Suède sur des PAC air/eau.

## 2. Problématique

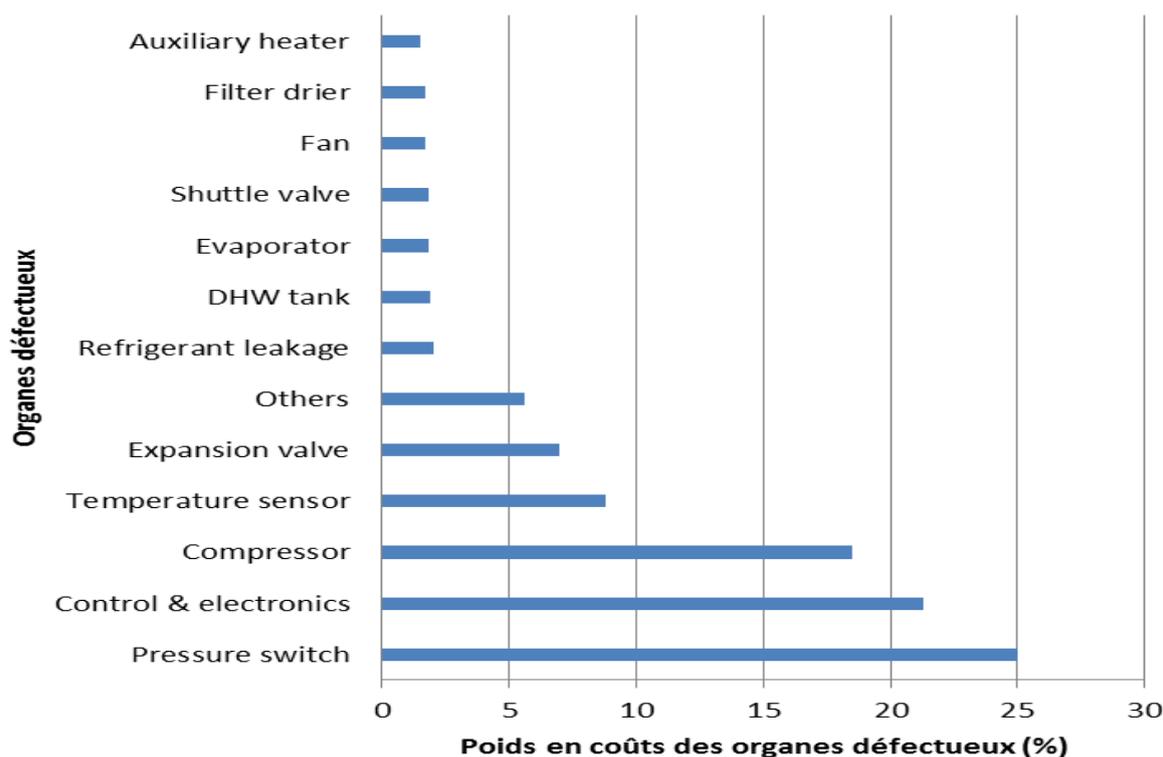


Figure 42 : Exemple de diagramme Pareto (Madani H., Roccatello E., 2014)

On peut retranscrire les propos de l'article (Radcliff T.D., 2007) sur la fiabilité opérationnelle à travers le tableau ci-dessous. La disponibilité (*availability*) est facilement quantifiable via l'opération (heures de marche – heures de pannes)/heures de marche.

Unité	Heures compresseurs	Heures compresseurs / an	Heures / an plannifiée	Disponibilité (%)	Année première panne
GKN (P1)	754	393	< 1000	44	9
UTRC (P1)	2810	1297	2210	63	10
DCH (P1)	3985	2391	5824	52	8
SCF (P2)	3735	2988	4380	82	5
FFU (P2)	1203	1031	6552	68	2
EHS (P2)	1678	1678	4368	50	8
PGN (P2)	1278	1180	5824	58	3
GHG (P2)	247	270	7280	84	0

Tableau 22: Résumé de fiabilité opérationnelle (Radcliff T.D., 2007)

D'autres articles s'intéressent au retour d'expérience, c'est-à-dire à la phase opérationnelle, au niveau machine ou organe (Jiang Y-Q. et al., 1996) (Al Garni A.Z. et al., 2006) (El-Berry A. et al., 2013).

La démarche est toujours similaire, elle consiste à répertorier les pannes dans le temps et à les hiérarchiser pour les analyser par la suite avec les outils classiques de fiabilité : taux de défaillance, MTTF, etc.

*>> On note que des bases de données propres aux fabricants existent et certains articles présentent même des analyses en Pareto voire des estimations associées. Il manque néanmoins une méthode d'analyse générique.*

### **2.5. Conclusions**

Cette première partie a permis de faire l'inventaire des méthodes existantes en fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle.

En fiabilité prévisionnelle, bien que les outils appliqués aux systèmes complexes soient nombreux, il est difficile de trouver dans la littérature des cas d'application compatibles avec les produits HVAC développés par l'entreprise. Il est néanmoins certain que les AMDEC, les arbres de défaillances et autres outils similaires sont indispensables dans les premières phases d'un cycle de développement. Les lier avec la fiabilité expérimentale s'avère être l'une des pistes à explorer, tout comme l'approfondissement de la caractérisation des profils d'utilisation.

Concernant l'expérimental, on remarquera que les essais accélérés émergent de la littérature mais qu'il est difficile de faire une correspondance exacte avec les machines thermodynamiques au niveau système. Les essais de dégradation et bayésiens sont quasiment absents, les laisser de côté rendrait pourtant une stratégie de qualification incomplète.

Ces intuitions sont confirmées ou infirmées par la fiabilité opérationnelle, c'est-à-dire par le retour qui peut être fait sur des organes ou machines similaires déjà en fonctionnement chez le client et qui ont pu subir diverses pannes. Des données existent dans la littérature mais seul le savoir-faire de l'entreprise permettra de constituer des bases de données conséquentes et les méthodes d'analyse restent à définir.

Au vu de l'existant et des challenges à relever par l'entreprise pour fiabiliser ses produits, cette thèse cherchera à établir une méthodologie de qualification qui puisse s'articuler au mieux entre le prévisionnel, l'existant et l'expérience. Cette dernière s'avère être le cœur du processus, étant entendu que l'objectif est de tester un nombre réduit d'échantillon en un temps le plus court possible pour confirmer ou estimer la fiabilité des produits HVAC développés par CIAT.

Nous chercherons ainsi à prouver l'efficacité des méthodes d'accélération et de suivi de dégradation dans le cas d'organe subissant des défaillances multivariées.

### 3. Méthodologie de qualification

L'objectif d'une méthodologie de qualification est de permettre de juger la capacité d'un nouveau système à répondre à des exigences fonctionnelles, de performance et de fiabilité au moindre coût pour garantir la tenue des objectifs en clientèle.

La problématique de la qualification, en terme de fiabilité, des systèmes complexes est très partiellement traitée dans la littérature. En effet, les travaux existants concernent uniquement la définition des plans d'essai de composants simples soumis à un ou quelques modes de défaillance. Or, la difficulté au niveau système se situe par la présence de nombreux modes de défaillance, l'impossibilité lors des essais d'aller jusqu'à la défaillance pour des raisons de sécurité (par exemple vol d'essai d'un avion), de tester tous les organes, l'incapacité de mettre en œuvre les essais accélérés sur uniquement certains mécanismes de défaillance sans provoquer des dégradations sur quelques organes impossibles à voir dans les conditions opérationnelles,... Ainsi, il n'y pas de méthodologie de qualification qui permettrait de définir un programme d'essais combinant des essais ciblés aux niveaux des organes, sous-ensembles et du système afin de vérifier la tenue des objectifs de fiabilité.

La stratégie globale proposée pour la qualification, dans le cadre de cette thèse, s'inscrit dans le cycle de développement en V avec l'activité d'essai aux différents niveaux de décomposition du système.

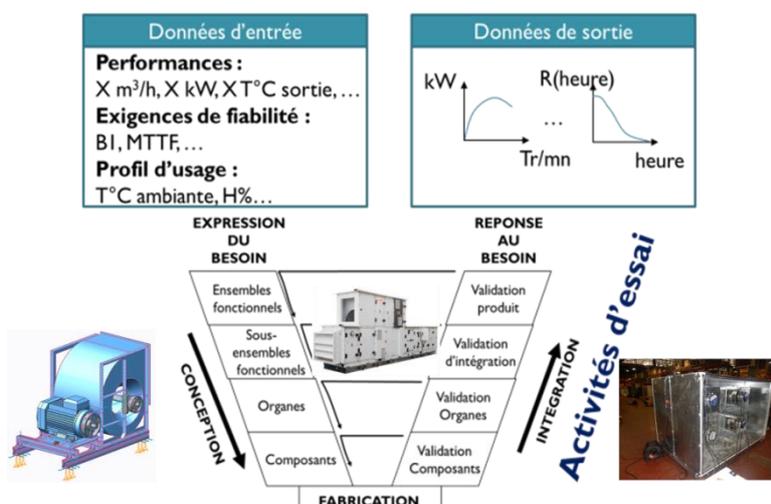


Figure 43 : Cycle de développement en V et stratégie d'essai

Ce cycle de développement en V doit également respecter le processus de développement global UTC, détaillé en Annexe 1.

Ainsi, la stratégie d'essai consiste à définir l'ensemble des essais à réaliser pour vérifier que les composants, les organes, les sous-ensembles et le système répondent aux objectifs de fiabilité. On peut se contenter de faire des essais au niveau système mais cela nécessite de

### 3. Méthodologie de qualification

disposer de suffisamment d'unités de tests et de temps pour précipiter les défaillances (souvent il n'est pas possible de sévérer les conditions d'essai).

De plus, si lors de l'essai on constate la faiblesse d'un composant, la modification de conception engendre des coûts prohibitifs et demande de recommencer les essais avec de nouveaux systèmes intégrant la nouvelle version du composant. A contrario, si on fait des essais au niveau des composants, on ne peut pas tester les effets systèmes et d'interaction. Aussi, il est nécessaire de choisir le meilleur compromis entre les essais au niveau composant (pour éviter d'observer des défaillances lors de l'essai système) et au niveau système (pour vérifier les performances globales et que les conditions de fonctionnement des composants sont bien conformes) dans un contexte de fortes contraintes économiques et de délais. Cependant, dans une grande majorité des cas, les systèmes complexes sont conçus et fabriqués par des industriels qui ont une longue expérience. Ainsi, il est possible de bâtir une stratégie de qualification basée sur l'expérience acquise sur des systèmes similaires déjà en exploitation. Cela permet de se concentrer principalement sur les éléments critiques.

La méthodologie de qualification de systèmes complexes, proposée dans le cadre de la thèse, s'articule autour de plusieurs étapes :

- **Modélisation du système par un diagramme de fiabilité** : cette étape permet de décrire comment le système se comporte en terme de fiabilité. Dans le cadre de la thèse, les systèmes étudiés étaient des machines thermodynamiques industrielles qui peuvent se modéliser simplement par un diagramme de fiabilité en série (pas de redondance et peu d'effets dynamiques).
- **Analyse du REX** : une analyse du REX sur des machines antérieurs permet de connaître comment elles se comportent en exploitation et de préciser les points critiques. L'analyse du Pareto des défauts en exploitation (en terme de coût de réparation), complétée par l'étude de l'AMDEC, permet de consolider toute la connaissance disponible et d'extrapoler sur le nouveau système. En effet, une grande majorité des systèmes développés reprend des organes déjà en exploitation sur des machines de version antérieure. Pour finir, les données de fiabilité (date de réparation, nature de la réparation, ...) sont analysées pour élaborer les lois de fiabilité pour les différents organes.
- **Définition des objectifs de fiabilités et risques associée par organes**: l'analyse du REX dans l'étape précédente permet de mettre en évidence des gains potentiels de fiabilité par d'éventuelles modifications de conception de certains organes. Aussi, il est possible sur les nouveaux systèmes d'envisager des gains de fiabilité. Afin, de connaître les nouveaux objectifs de fiabilité au niveau des organes, une méthode d'allocation de la fiabilité est appliquée intégrant les éventuelles modifications de

conception des organes. Parallèlement, une répartition du niveau de confiance sur la tenue de l'objectif de fiabilité du système au niveau organe est proposée.

- **Détermination des conditions et temps de fonctionnement** : Pour définir correctement le plan d'essais, il est indispensable de déterminer précisément les conditions de fonctionnement des organes. Ces informations permettront de régler (ou de concevoir) les bancs d'essai afin de reproduire les conditions réelles de sollicitation des organes. Pour ce faire, il est possible d'utiliser un modèle physique de comportement combiné à une simulation de Monte-Carlo pour prendre en compte les effets aléatoires des variables externes (température ambiante, humidité, ...) et des paramètres physiques. De plus, nous pourrions obtenir les temps de fonctionnement des organes en fonction de leurs modes dégradations (nombre d'heures de fonctionnement continu, nombre de démarrages, nombre de cycles, ...). L'analyse statistique permettra de définir les conditions d'essai à prendre en compte pour faire la qualification des organes.
- **Définition du plan d'essais de qualification** : Cette dernière étape consiste à définir le plan d'essais à mettre en place pour qualifier le système complet avec des essais au niveau organe et un essai au niveau système. Ce plan d'essais synthétise l'ensemble de la connaissance acquise lors des étapes précédentes. Ainsi, il sera possible de choisir les types d'essai à mener (durée de vie ou dégradation, estimation ou démonstration, approche fréquentielle ou bayésienne, avec ou sans accélération,...) et de donner les tailles d'échantillon, les durées d'essai, les niveaux de sollicitation et le critère de prise de décision.

La figure ci-dessous synthétise la méthodologie proposée.

### 3. Méthodologie de qualification

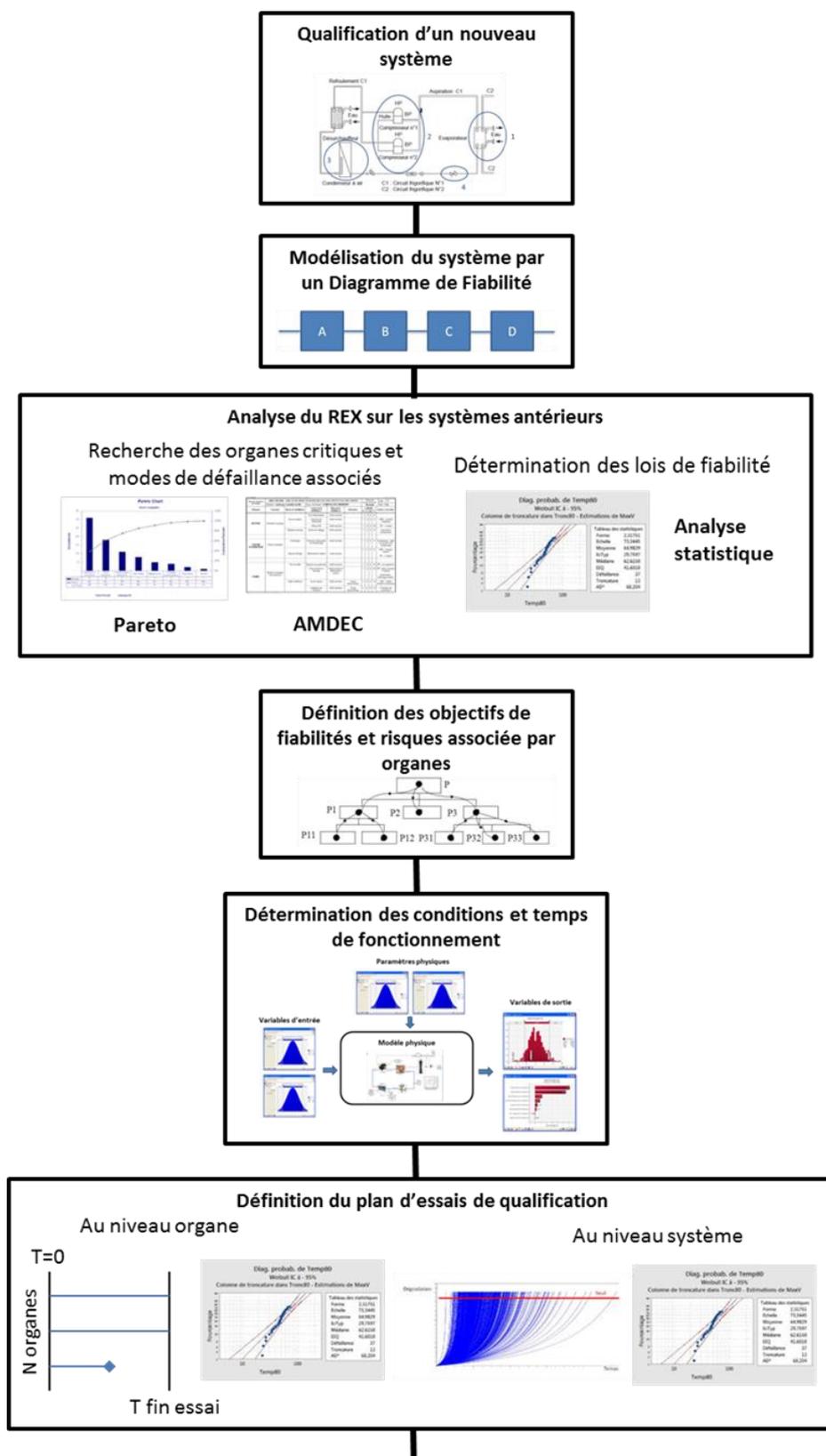


Figure 44 : Méthodologie de qualification proposée

Un logigramme plus détaillé, organe par organe, est explicité en Annexe 2. Dans la suite de ce chapitre, nous présentons précisément les différentes étapes de la méthodologie.

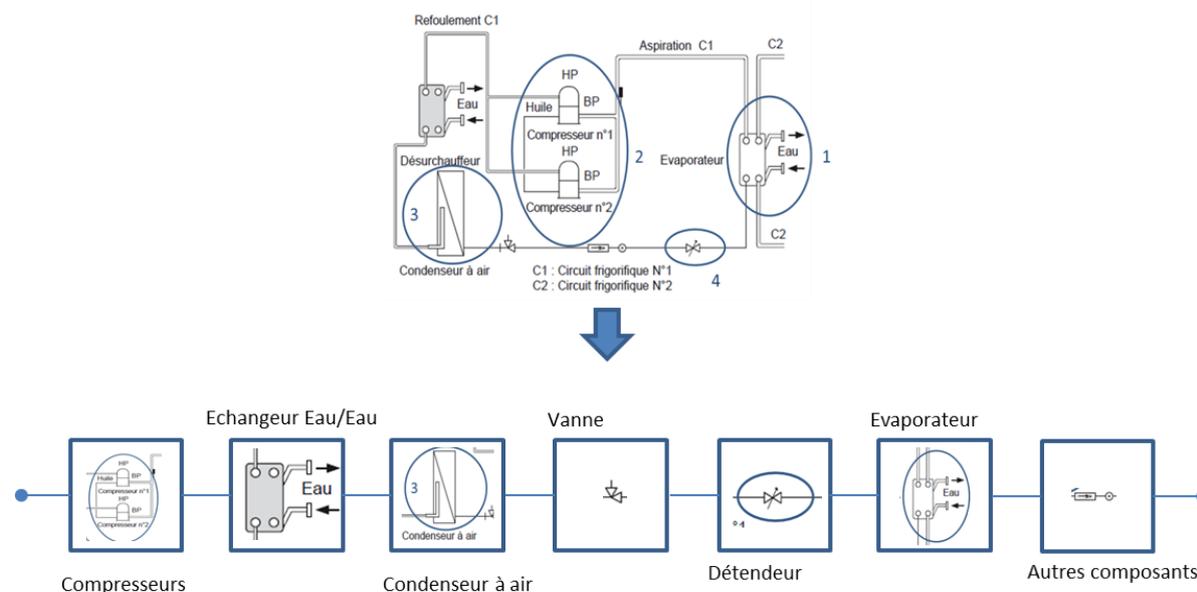
### **3.1. Modélisation du système**

La modélisation du système a pour objectif de décrire le comportement du système vis-à-vis de la fiabilité. Cette modélisation s'inscrit dans la démarche d'analyse prévisionnelle de la fiabilité permettant de juger la capacité de l'architecture proposée à répondre aux exigences. Pour ce faire, la modélisation doit traduire l'état du système en fonction de l'apparition de défaillances de composants internes. En fonction du comportement du système, on privilégiera une modélisation statique ou dynamique :

- Modèles statiques : ce sont des modèles qui permettent de modéliser des systèmes dont l'architecture (série, redondance passive, redondance active, ...) est globalement imposée par pour répondre aux objectifs de fiabilité. On peut citer les approches suivantes : Blocs Diagrammes de Fiabilité, Arbres de défaillance, Réseaux Bayésiens, ...
- Modèles dynamiques : les modèles prennent en compte les effets dynamiques du comportement du système lors de son fonctionnement (différents modes de fonctionnement selon la situation du système, ...) ou de reconfiguration en présence de défaillances de composants. Les modèles les plus courants sont : Chaîne de Markov, Réseaux de Petri, Réseaux Bayésiens Dynamiques,...

Les machines thermodynamiques étudiées dans le cadre de cette thèse, et en particulier les groupes réversibles, sont caractérisées par un comportement quasi statique puisque les consignes de température fluctuent peu au cours du temps et que les variations d'environnement sont d'évolution lente. Aussi, nous proposons d'utiliser les Bloc Diagrammes de Fiabilité pour représenter les systèmes. Cette représentation est d'une mise en œuvre simple et proche du schéma fonctionnel.

La figure 45 présente un exemple. Le modèle série matérialise le fait que la présence d'une défaillance d'un seul organe entraîne la défaillance de la machine complète. La présence de deux compresseurs permet de répondre à des enjeux de performance mais la défaillance d'un compresseur entraîne la perte de la machine d'où un bloc unique.



**Figure 45 : Exemple de modélisation par un BdF d'une machine thermodynamique**

Pour évaluer la fiabilité du système, il est nécessaire de disposer des fiabilités des différents composants. Pour ce faire, on se propose, dans le cadre de cette thèse, de construire un recueil de données de fiabilité en analysant directement les données d'exploitation.

### 3.2. Analyse du retour d'expérience

Cette étape est importante car elle permet de consolider toute la connaissance sur les systèmes développés et d'en bénéficier pour le développement des futurs produits. Dans le cas de machines complexes, une grande majorité des industriels, fournissant ces équipements, sont sur ces secteurs depuis de nombreuses années.

Ces industriels collectent ces informations de retour d'expérience ou retour d'exploitation sous la forme d'une base de données générée à partir des relevés d'intervention terrain de techniciens, capitalisés dans le progiciel de gestion intégré de l'entreprise (ERP).

Outre des informations utiles aux équipes qualité ou service après-vente, cette base classe les multiples défaillances observées par grandes classes d'organe telles que présentées dans la table ci-dessous. De cette base, il est commun de tirer un classement via la construction d'un diagramme de Pareto.

Dans le meilleur des cas, la base de données contient à la fois les dates de mise en service de l'installation et les dates d'intervention.

Aussi, l'objectif de cette étape « Analyse du retour d'expériences » est de :

- Déceler les plus forts contributeurs en terme de défiabilité. Pour ce faire, nous utiliserons les Pareto des défauts (en nombre et en coût), issus d'analyse des

réparations réalisées sur site, pour détecter les organes à risque et les modes de défaillance associés. Cette première analyse permettra par la suite de concentrer l'effort d'essais de fiabilité sur les organes à risque et les modes prépondérants.

- Synthétiser, pour les organes critiques détectés précédemment, toute l'information disponible pour faciliter ensuite le choix du type d'essai et de définir les conditions d'essais.

Organe	Effet	Modes de défaillance	Cause	Niveau en conditions nominales	Type d'accélération	Loi d'accélération	Loi de fiabilité
Evaporateur à plaques brasées	Fuite	Fissuration par fatigue	Vibration	TBD	Elévation du niveau vibratoire	Loi de Basquin pour la fatigue limitée	Loi Lognormale
Evaporateur multitubulaire	Fuite	Fissuration par fatigue	Vibration entre chicanes liées aux forts débits	TBD	Elévation du niveau vibratoire	Loi de Basquin pour la fatigue limitée	Loi Lognormale
Compresseur scroll	Casse mécanique	- Coup de liquide	- Liquide à l'aspiration	TBD	- Pas de surchauffe → détendeur ouvert	TBD	Loi G-Gamma
		- Grippage du pallier	- Manque d'huile	TBD	- Niveau d'huile faible ou résistance carter OFF	TBD	
Condenseur à air (tube ailettes)	Fuite	Fissuration par fatigue	- Cyclage en pression et ON/OFF ventilateur	TBD	- Elévation des cycles de pression et Augmentation des fréquences	Loi de Basquin pour la fatigue	Loi Lognormale

			- Vibration		de démarrages - Elévation du niveau vibratoire	limitée	
Détendeur mécanique	Rupture du capillaire	Fissuration par fatigue	Vibration / Excitations liées aux modes propres	TBD	Elévation du niveau vibratoire	Loi de Basquin pour la fatigue limitée	Loi Lognormale
Groupe Moto Ventilateur (GMV)	Casse mécanique	Fissuration par fatigue  Grippage des roulements	- Vibration  - Intrusion humidité	TBD	Elévation du niveau vibratoire  Hygrométrie accentuée	Loi de Basquin pour la fatigue limitée  Loi de Peck	Loi G-Gamma
Tuyauterie	Fuite	Fissuration par fatigue	Vibration	TBD	Elévation du niveau vibratoire	Loi de Basquin pour la fatigue limitée	Loi Lognormale

Tableau 23 : Organes critiques et connaissance disponible

- Déterminer, pour tous les organes, les lois de fiabilité en analysant les données d'exploitation. Dans la base de données, nous disposons, dans le meilleur des cas, à la fois des dates de mise en service de l'installation et des dates d'intervention. En soustrayant l'une à l'autre, il est possible d'aboutir aux temps de défaillance, Time to Failure (TTF). Le tableau 24 présente un extrait de la base de données.

Nom produit	Date de mise en service	Date de défaillance	Cause	TTF
AQUACIAT2 ILDH 120V 3X400V50HZ	09/08/2012	23/08/2012	fuite tuyauterie frigo	14
AQUACIAT2 ILDC 240V 3X400V50HZ	22/08/2013	05/12/2013	disjonction GMV	105
AQUACIAT2 ILDC 90V 3X400V 50HZ	19/06/2012	08/11/2012	fuite circuit hydraulique	142
AQUACIAT2 ILDC 240V 3X400V50HZ	23/01/2014	14/01/2015	Pressostat	356

**Tableau 24 : Exemples de pannes et TTF associés**

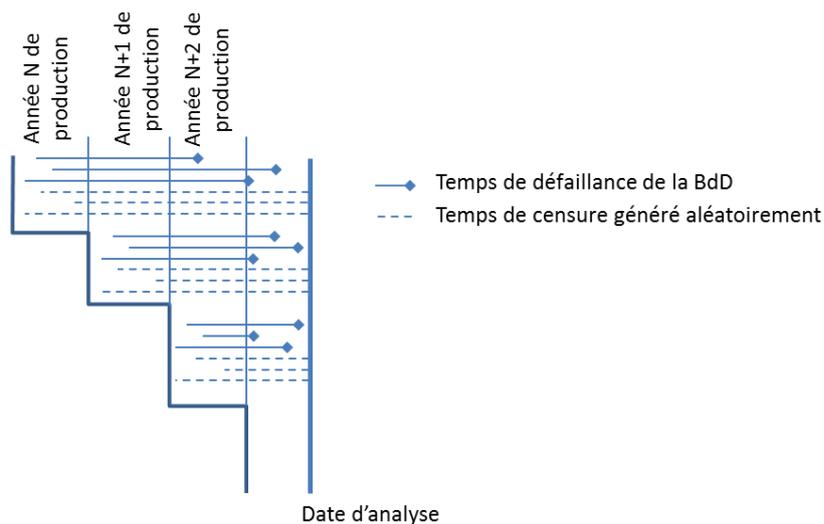
Comme pour de nombreux exemples industriels, la base de données disponible, dans le cadre de la thèse, l'entreprise collecte uniquement les informations des machines défaillantes mais pas celles des machines encore fonctionnelles. Aussi, pour permettre une analyse statistique des données, nous avons nettoyé la base de données pour ôter les valeurs aberrantes, complété pour rajouter les dates de censure pour les machines encore fonctionnelles et arrangé pour prendre en compte les réparations successives. La production chez CIAT étant répartie uniformément sur l'année, les dates de censure ont été générées selon des lois uniformes. Le tableau 25 donne un exemple de génération d'instant de censure.

<b>Année de production</b>	2012
<b>production</b>	500
<b>nombre de defaillances</b>	295
<b>nombre de censures</b>	205
<b>durée exploitation</b>	1095
S	857
S	1046
S	862
S	1092
S	834
S	948
S	...

**Tableau 25 : Exemple de génération d'instant de censure**

Remarque : il convient de répéter l'opération autant de fois que le nombre de censures estimées.

La figure 46 présente schématiquement les données disponibles pour l'analyse. Pour finir, nous avons constitué des bases de données par type de machines.



**Figure 46 : Données disponibles pour l'analyse**

Comme nous avons pu le voir dans le tableau 24, une majorité des organes est défaillante selon un seul mode de défaillance. Aussi, nous avons pu déterminer des modèles de fiabilité pour chaque organe sans le problème de mélange de lois.

Le tableau ci-dessous présente un exemple de synthèse des modèles de fiabilité obtenus par l'analyse statistique.

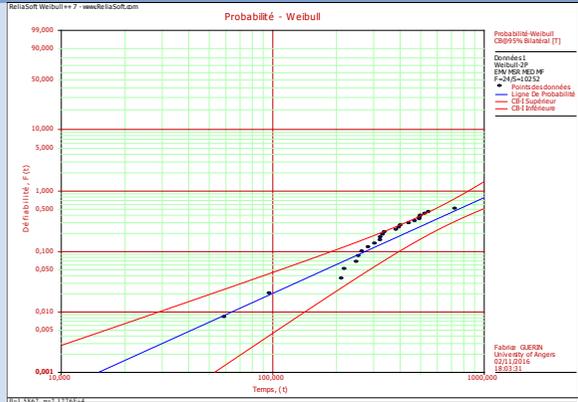
Organe	Données disponibles	Loi de fiabilité et ses paramètres	Risque du test de Kolmogorov-Smirnov	Droite fonctionnelle et intervalles de confiance (90%)
GMV	Nb de temps de défaillance : 25 équipements  Nb de censures : 10252 équipements	Loi de Weibull $\eta : 2.1276 \times 10^4$ h  $\beta : 1.59$	$\approx 0\%$	

Tableau 26: Exemple de synthèse des modèles de fiabilité obtenus par l'analyse statistique

### ***3.3. Définition des objectifs de fiabilité et risques associés par organes***

Pour qualifier un système complet, il est nécessaire de démontrer que les exigences de fiabilité seront tenues. Il est envisageable de faire la démonstration par la réalisation d'essais sur le système complet mais qui nécessite des moyens conséquents en phase de développement : une taille d'échantillon suffisante, des bancs d'essai complexes (pour reproduire toute les conditions environnementales), du temps (sans possibilité réelle de sévérer les conditions d'essais), ... Ainsi, dans un premier temps, nous proposons de démontrer la tenue des exigences de fiabilité du système à partir des fiabilités observées des organes. Dans le cadre de cette thèse, la décomposition de la machine au niveau des organes est bien adaptée car correspondant à celui pour lequel nous observons un seul mode de défaillance critique et à des équipements pour une part achetés chez des fournisseurs. Pour ce faire, nous appliquons une approche d'allocation de fiabilité. Cela a pour objectif de définir les fiabilités, et les risques associés, au niveau des organes pour construire le plan d'essais.

Pour réaliser cette allocation, nous allons considérer les points suivants :

- Le système étudié est une évolution d'équipements existants et déjà en exploitation. Cela permet de disposer d'informations sur le comportement des différents organes.
- Une liste des organes critiques est disponible et des évolutions technologiques ont été apportées pour remédier aux défaillances constatées en exploitation. On peut envisager qu'un organe fasse l'objet d'une innovation totale. Ces évolutions permettent de prévoir une croissance de fiabilité des systèmes fournis.
- Les fiabilités des organes peuvent être limitées pour prendre en compte des limites technologiques.
- La fiabilité de certains organes peut être fixée pour prendre en compte des organes achetés (fiabilité contractuelle) ou non critiques (aucune évolution).

Ainsi, l'effort d'allocation de fiabilité se concentrera sur les organes critiques en s'appuyant sur le retour d'exploitation. Pour ce faire, nous proposons d'utiliser deux méthodes :

- La méthode des poids afin de faire le lien avec les données opérationnelles.
- La méthode par optimisation pour prendre en compte des contraintes

#### **3.3.1. Méthode des poids**

Cette méthode permet de faire le lien avec les données opérationnelles et ainsi d'estimer le poids actuel des organes dans les défaillances systèmes. Elle offre un cadre méthodologique pour les faire varier dans un nouveau développement.

L'approche est modélisable par un schéma bloc où tous les organes sont en série, comme l'illustre la figure ci-dessous.



Figure 47 : Exemple de schéma bloc simplifié

La fiabilité du système série est égale au produit des fiabilités des n organes. On peut donc écrire :

$$\frac{R^*}{R} = \frac{\prod R_i^*}{\prod R_i} = \varphi \quad (74)$$

$\varphi$  est le facteur d'amélioration de la fiabilité spécifiée  $R^*$  par rapport à la fiabilité  $R$  du système connu. La relation précédente peut également s'écrire :

$$\varphi = \prod \left( \frac{R_i^*}{R_i} \right) \quad (75)$$

et il est alors possible d'effectuer une répartition harmonique des fiabilités, soit :

$$\frac{R_i^*}{R_i} = (\varphi)^{1/n} \quad (76)$$

A condition que  $(\varphi)^{1/n} < 1/R_i$  quel que soit  $i$ .

La formule générale de répartition est alors :

$$R_i^*(t) = R_i(t) \cdot \left[ \frac{R^*}{R} \right]^{1/n} \quad (77)$$

Cette répartition consiste à porter l'effort d'amélioration équitablement sur l'ensemble des organes. Toutefois, dans de nombreux cas, certains organes ne sont pas changés (par exemple des organes achetés) ou atteignent leur limite. Pour ce faire, on repart du principe de répartition harmonique mais en séparant ici les organes en deux groupes :

- Le premier pour lequel les fiabilités limites ont été atteintes ( $m$  organes) ;
- Le second sur lequel portera la répartition.

La fiabilité spécifiée du système devra être :

$$R^* = \prod_{i=1}^n R_i^* = \prod_{j=1}^m R_{Lj} \prod_{k=1}^{n-m} R_k^* \quad (78)$$

Et la formule de répartition sera

$$\prod_{k=1}^{n-m} \left[ \frac{R_k^*}{R_k} \right] = \left[ \frac{R^*}{R} \right] \cdot \prod_{j=1}^m \left[ \frac{R_j}{R_{Lj}} \right] \quad (79)$$

D'où

$$R_k^* = R_k \left[ \frac{R^*}{R} \cdot \prod_{j=1}^m \left[ \frac{R_j}{R_{Lj}} \right] \right]^{1/n-m} \quad (80)$$

Ces fiabilités allouées devront être vérifiées lors des essais et pour construire les plans d'essai il est nécessaire d'associer les niveaux de confiance. Pour cela, le niveau de confiance globale  $(1-\alpha)$  est alloué au niveau de chaque essai par l'approximation suivante:

$$(1 - \alpha_j) = (1 - \alpha)^{1/n} \quad (81)$$

Les fiabilités et niveaux de confiance organes sont donc largement supérieurs aux valeurs globales.

### 3.3.2. Méthode d'optimisation des coûts

Dans une majorité de cas, la répartition des objectifs de fiabilité doit prendre en compte la dimension économique. En effet, le coût de remplacement des organes n'est pas homogène et le plus souvent l'industriel a plus un objectif de réduction de coût de prise en charge des défaillances que de fiabilité. Aussi, pour traiter ce problème, nous proposons d'utiliser une méthode d'optimisation.

On considère que la fiabilité spécifiée, intégrant des fiabilités limites, est donnée par :

$$R^* = \prod_{i=1}^n R_i^* = \prod_{j=1}^m R_{Lj} \prod_{k=1}^{n-m} R_k^* \quad (82)$$

Nous associons le coût global de prise en charge des réparations :

$$Coût\ global = n \cdot \left( \sum_{j=1}^m (1 - R_{Lj}) C_j \sum_{k=1}^{n-m} (1 - R_k^*) C_k \right)$$

Avec  $n$  l'objectif de ventes sur la période contractuelle,  $C_j$  et  $C_k$  les coûts individuels de prise en charge des réparations.

Ainsi, pour obtenir les fiabilités allouées, nous devons traiter le problème d'optimisation suivant :

Rechercher les valeurs  $R^*_k$  telles que

$$\text{Maximiser : } R^* = \prod_{i=1}^n R_i^* = \prod_{j=1}^m R_{Lj} \prod_{k=1}^{n-m} R_k^*$$

$$\text{Sous contrainte : } n \cdot \left( \sum_{j=1}^m (1 - R_{Lj}) C_j \sum_{k=1}^{n-m} (1 - R_k^*) C_k \right) \leq \text{Coût objectif}$$

Les niveaux de confiance peuvent être alloués selon une répartition harmonique.

### **3.4. Plans d'essai**

#### **3.4.1. Détermination des conditions et temps de fonctionnement**

Pour définir totalement le plan d'essais au niveau des organes et du système, il est nécessaire de connaître précisément les conditions de fonctionnement et les temps de sollicitation associés. Ces informations sont essentielles dans un contexte de qualification vis-à-vis d'exigences de fiabilité. En effet, l'estimation de la fiabilité dépend, par définition, des conditions et des temps de fonctionnement. Ceci est d'autant plus important que dans une logique d'une qualification progressive (qualification des organes puis du système) il est nécessaire de décliner le cahier des charges fonctionnelles du système au niveau des organes pour connaître précisément les niveaux de sollicitation et temps d'exposition des organes en fonction des modes de défaillance.

Dans une majorité des cas, le système peut être décrit par un modèle multiphysique permettant de décrire les performances du système en fonction de variables d'entrée (conditions d'utilisation, environnement, ...) et de paramètres physiques liés aux caractéristiques du système. De nombreux outils permettent de résoudre les équations d'états, décrivant la physique du système, pour déterminer les performances en fonction de la configuration du système et des conditions d'utilisation. Ainsi, il est possible de développer un simulateur complet afin d'intégrer les variabilités et les effets aléatoires pour déterminer, aux différents niveaux, les réponses du système. La figure 48 présente le principe de la simulation.

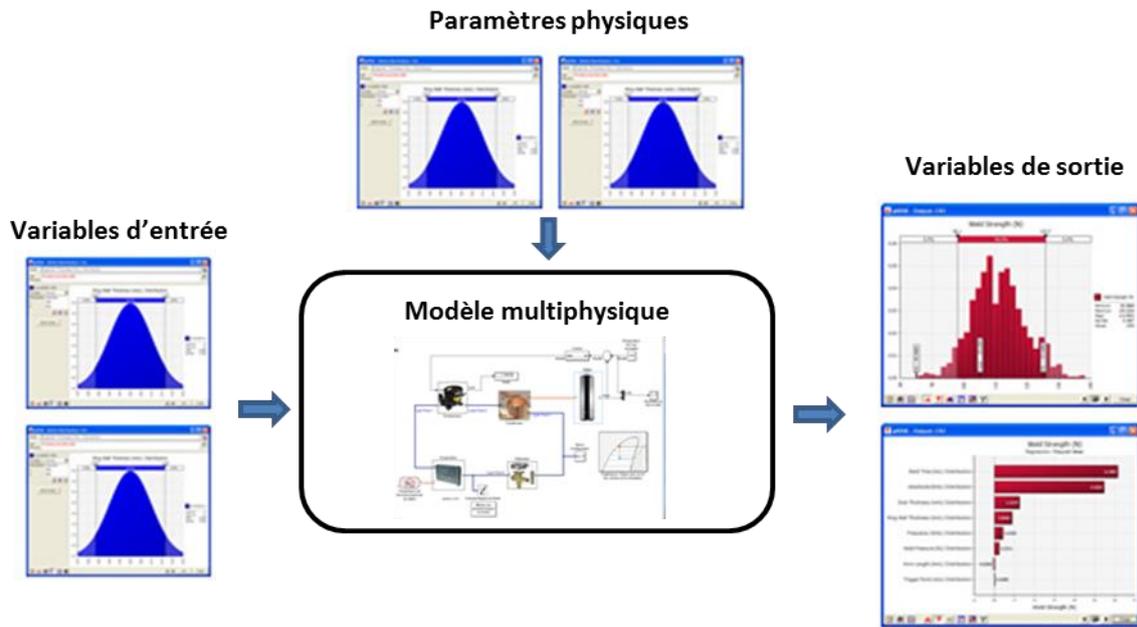


Figure 48 : Principe du simulateur

Ainsi, il est possible d'analyser statistiquement les performances (variables de sortie sur la figure 48), pour définir les conditions et temps de fonctionnement des différents organes en prenant en compte les effets aléatoires.

### **3.4.2. Définition du plan d'essais de qualification**

Le plan d'essais de qualification consiste à définir les différents essais à conduire pour garantir la tenue de l'objectif de fiabilité du système complet. La fiabilité du système dépend de la fiabilité intrinsèque des organes et de leur intégration pour former le système où des couplages et des interactions peuvent apparaître (propagation de vibration, rayonnement thermique, ...). De plus, des effets cumulés de plusieurs organes peuvent provoquer des dégradations critiques à terme sur les performances du système. Ainsi, nous proposons de définir une stratégie d'essais qui consiste à bâtir un plan d'essais au niveau des organes, pour vérifier la tenue des objectifs de fiabilité alloués, et au niveau du système pour s'assurer qu'il n'y a pas de couplage/interaction et d'évolutions critiques de performance globale. Le fait de définir le plan d'essais à ces deux niveaux permet d'envisager de faire des essais d'organe dans des conditions accélérées pour réduire la durée d'essai car il est plus facile de modifier les paramètres de sollicitation (pression, température, vitesse, ...) qui sont imposés normalement par le fonctionnement du système.

Dans la suite de ce paragraphe, nous présentons la méthodologie permettant de choisir les essais à réaliser aux niveaux des organes et système.

### **3.4.3. Définition du plan d'essais au niveau des organes**

Le plan d'essais au niveau des organes consiste à qualifier ceux-ci selon les exigences de fiabilité obtenues par la méthode d'allocation présentée dans le paragraphe 5.3. Cette méthode d'allocation est basée sur la capitalisation des données de fiabilité obtenues par l'analyse des retours d'exploitation. Ainsi, l'analyse et l'allocation de fiabilité sur le nouveau système permettent de mettre en évidence les organes qui ont subi :

- une évolution technologique (innovation),
- une maturité accrue de la fiabilité (croissance de fiabilité),
- aucune modification
- ou ayant un impact faible sur la fiabilité globale.

Cela permet de se concentrer uniquement sur les organes pour lesquels leur fiabilité a augmenté par rapport aux versions antérieures ou que l'on ne dispose pas de suffisamment d'information (innovation).

Ainsi, on obtient un tableau de synthèse (tableau 27) qui regroupe les objectifs de fiabilité à vérifier, les risques fixés et les conditions et les temps de fonctionnement associés.

	Fiabilité	Temps	Risque	Conditions de fonctionnement
<b>Système</b>	$R_{\text{objectif}} = R_1 \cdot R_2 \dots R_n \cdot R_{\text{autres}}$	$T_{\text{objectif}}$	$\alpha$	$C_{\text{système}}(C_{s1}, \dots, C_{sp})$
<b>Organe 1 / mode 1</b>	$R_1$	$T_1$	$\alpha_1$	$C_1(C_{11}, \dots, C_{1p1})$
<b>Organe 2 / mode 2</b>	$R_2$	$T_2$	$\alpha_2$	$C_2(C_{21}, \dots, C_{2p1})$
...				
<b>Organe n / mode n</b>	$R_n$	$T_n$	$\alpha_n$	$C_n(C_{n1}, \dots, C_{npn})$
<b>Autres organes</b>	$R_{\text{autres}}$	-	-	-

**Tableau 27: Tableau de synthèse des essais de qualification au niveau des organes**

Les objectifs sont donnés pour un seul mode de défaillance. S'il y a plusieurs modes de défaillance par organe alors on considère une allocation de fiabilité par mode. De plus, les bancs d'essai d'organe sont généralement conçus pour solliciter un seul mode de défaillance. Dans le cas d'organes achetés, ces différentes informations sont transmises aux fournisseurs et doivent faire l'objet de procès-verbaux de qualification de leur part garantissant la tenue des objectifs. En ce qui concerne les autres organes, ou si l'on souhaite faire une qualification d'un organe acheté, il y a plusieurs types d'essai disponibles. Plusieurs paramètres conduisent au choix de l'essai pour un organe :

- détermination précise, ou non, de la fiabilité atteinte par l'organe (essai d'estimation ou de démonstration),
- sévérisation possible, ou pas, des conditions d'essai pour précipiter plus rapidement les défaillances (essai accéléré ou en conditions nominales),
- connaissance disponible, ou pas, sur la fiabilité des organes (approche bayésienne ou fréquentielle),
- le mode de défaillance peut être monitoré par le suivi d'une caractéristique physique (essai de dégradation ou de durées de vie)

L'ensemble de ces paramètres sont combinables pour définir un essai. À l'issue d'essai, il est possible de statuer sur la tenue de l'objectif de fiabilité avec un certain niveau de confiance (niveau de confiance = 1-risque). En effet, les essais étant réalisés sur un nombre limité de produits, il est nécessaire de définir un critère d'acceptation intégrant les intervalles de confiance. La figure 49 montre comment peut être défini un critère d'acceptation.

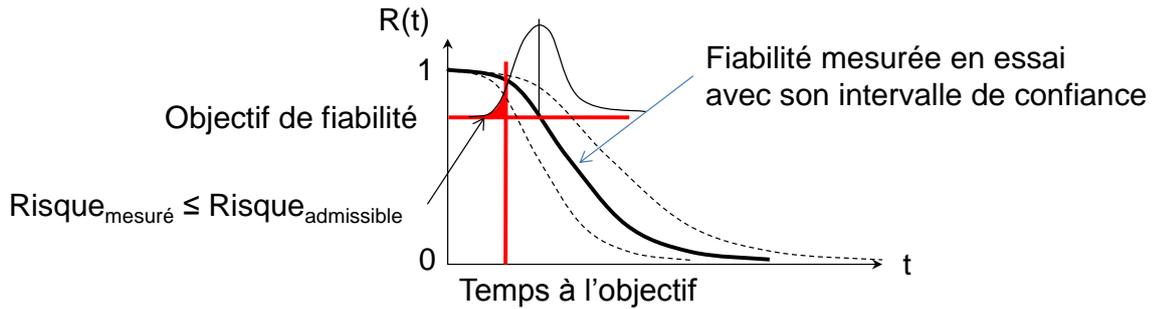
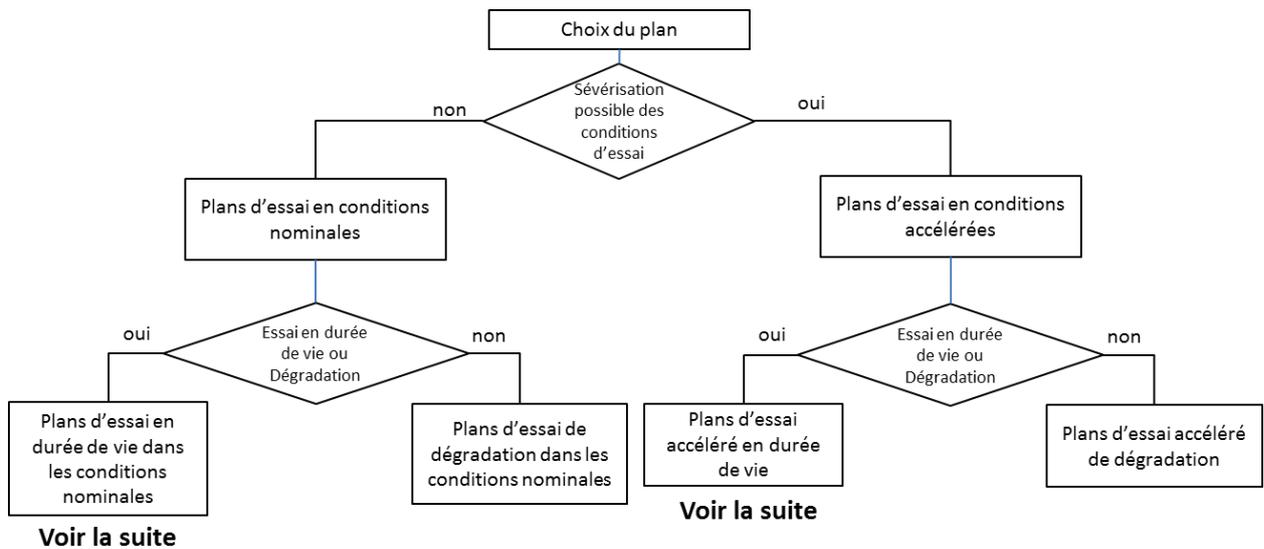


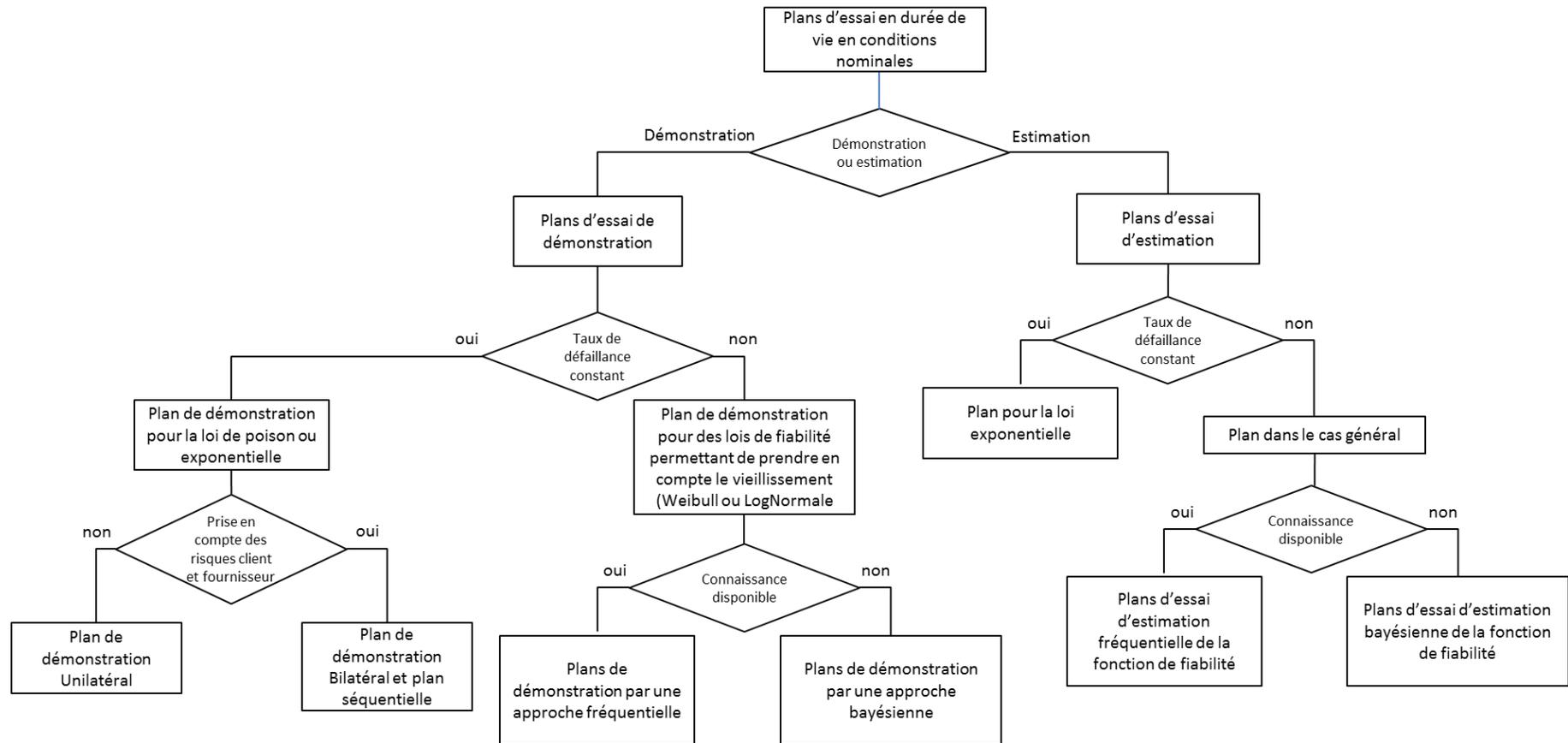
Figure 49 : Exemple de critère d'acceptation

Cette exigence est fixée dans les conditions opérationnelles d'utilisation de l'équipement qui peut intégrer un profil de mission plus ou moins complexe.

Ainsi, la construction d'un essai optimisé consiste à rechercher la meilleure qualité d'estimation pour un coût fixé en termes de taille d'échantillon et de durée d'essai.

Le logigramme de la figure 50 donne le cheminement qui peut aider un ingénieur dans le choix d'un plan.





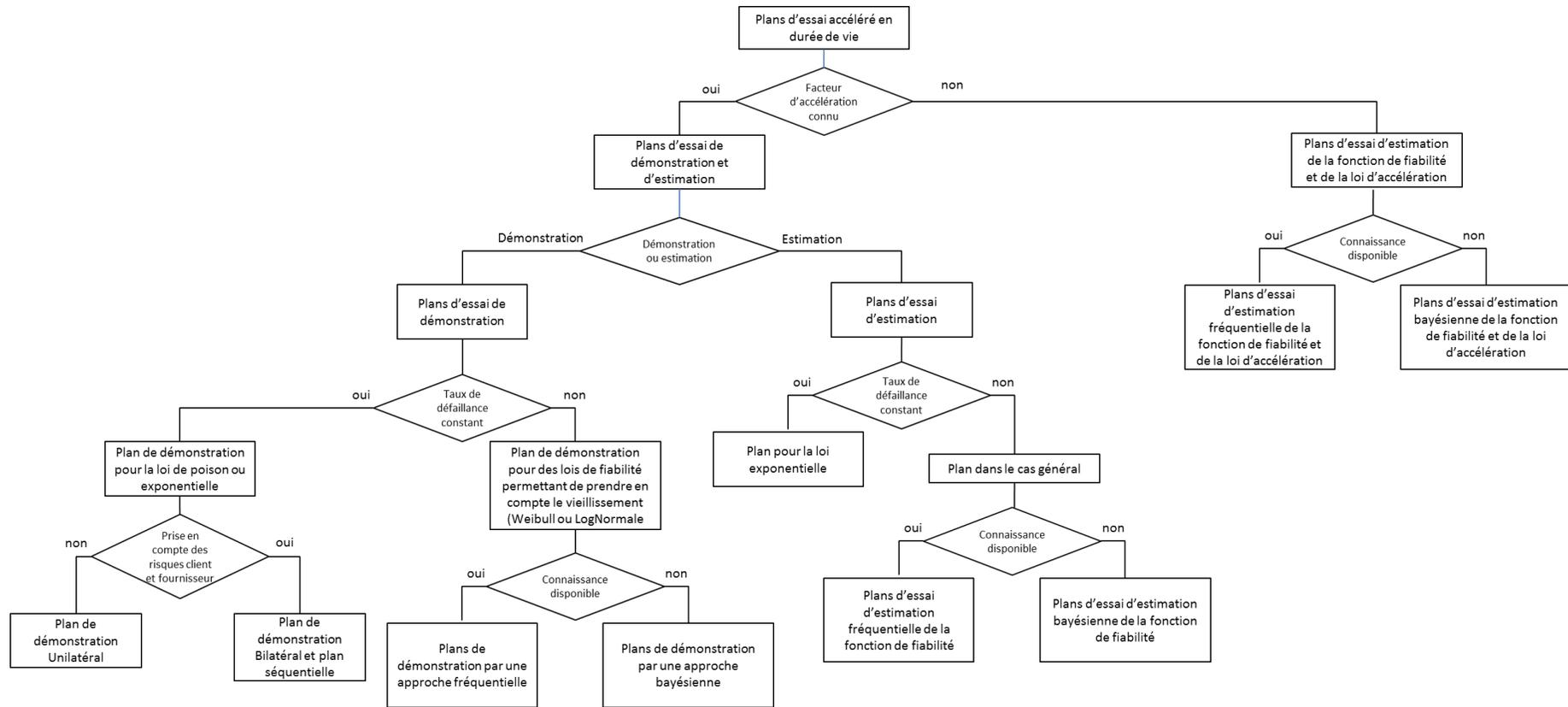


Figure 50 : Logigramme de choix d'un plan

Ainsi, dans la suite nous allons présenter la définition optimisée de ces différents plans.

### 3.4.4. Plan « Durée de vie-Estimation-Fréquentielle-conditions nominales »

#### Cas général

Dans la plupart des cas, la planification d'un plan consiste à estimer une caractéristique de fiabilité dépendant des paramètres de la fonction de fiabilité. Nous noterons cette caractéristique  $g = g(\theta)$ . Pour des échantillons suffisamment importants, la distribution de  $\hat{g} = g(\hat{\theta})$  peut-être approximée par une loi normale  $\hat{g} \approx N\left(g(\theta), \sqrt{Var(\hat{g})}\right)$  avec  $Var(\hat{g})$  obtenue par la méthode de l'algèbre aléatoire :

$$Var(\hat{g}) = \left[ \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} \right]^T \Sigma_{\hat{\theta}} \left[ \frac{\partial g(\theta)}{\partial \theta} \right] \quad (83)$$

Quand la fonction  $g(\theta)$  est positive pour tout  $\theta$ , alors il est généralement préférable d'utiliser la forme alternative :

$$\hat{g} \approx N\left(\ln(g(\theta)), \sqrt{Var(\ln(\hat{g}))}\right) \quad (84)$$

Où

$$Var(\ln(\hat{g})) = \left( \frac{1}{g} \right)^2 Var(\hat{g}) \quad (85)$$

Les approximations des erreurs standards pour  $\hat{g}$  et  $\ln(\hat{g})$  sont :

$$Var(\hat{g}) = \frac{V_{\hat{g}}}{n} \text{ et } Var(\ln(\hat{g})) = \frac{V_{\ln(\hat{g})}}{n} \quad (86)$$

Où les variances  $V_{\hat{g}} = nVar(\hat{g})$  et  $V_{\ln(\hat{g})} = nVar(\ln(\hat{g}))$  dépendent de la valeur actuelle  $\theta$  mais pas de la taille d'échantillon  $n$ . Ainsi, il est facile de choisir  $n$  pour contrôler  $Var(\cdot)$ .

#### Estimation de la taille d'échantillon pour une caractéristique définie sur $\mathbb{R}$

Quand  $-\infty < g(\theta) < +\infty$ , une approximation de l'intervalle de confiance pour  $g(\theta)$  au niveau de confiance  $(1-\alpha)$  est donnée par :

$$[g_{\min}, g_{\max}] = \hat{g} \pm z_{(1-\alpha/2)} \left( 1/\sqrt{n} \right) \sqrt{V_{\hat{g}}} = \hat{g} \pm D \quad (87)$$

Où  $z_p$  est le quantile  $p$  de la loi normale standard et  $\hat{v}_{\hat{\theta}}$  est  $V_{\hat{\theta}}$  estimée au point  $\hat{\theta}$ .  $D$  est le demi-intervalle de confiance. Pour estimer la taille d'échantillon pour une précision donnée  $D_T$  (soit une valeur de  $D$  fixée), nous remplaçons  $\hat{v}_{\hat{\theta}}$  par  $V_{\hat{\theta}}$  et nous résolvons :

$$n = \frac{z_{(1-\alpha/2)}^2 V_{\hat{\theta}}}{D_T^2} \quad (88)$$

Où  $V_{\hat{\theta}}$  est  $V_{\hat{\theta}}$  estimée au point  $\theta'$ .

Pour obtenir  $n$ , il est nécessaire de spécifier les valeurs :

- $1-\alpha$  : niveau de confiance,
- $D_T$  : la précision sur l'estimation
- $t_c$  : le temps de censure
- $\theta'$  : la valeur approximative du paramètre de la distribution

**Exemple :**

On souhaite estimer la fiabilité de lampes incandescentes caractérisée par une loi normale. Pour cette campagne d'essais, la moyenne de la durée de vie est supposée proche de 1000 h et d'un écart-type inférieur à 200 h. Pour satisfaire un marché particulier, il est nécessaire de construire un plan d'essais permettant d'estimer le MTTF au niveau de confiance 95% pour une précision  $D_T=30$  h. De plus, le temps d'essai est suffisamment long pour que toutes les lampes soient défectueuses au cours de l'essai.

**Solution :**

On considère :

- $\hat{\mu} = \hat{x}$  : moyenne de la loi normale est égale à la moyenne de l'échantillon
- $V_{\hat{\mu}} = nV(\hat{x}) = \sigma^2$  : la variance sur la moyenne  $\mu$  est égale à  $n$  fois la variance sur l'échantillon.
- $V_{\hat{\mu}} = (\sigma')^2 = 200^2$  : la variance estimée a priori.
- $D_T = 30$  h : la précision d'estimation.

Nous déduisons la taille d'échantillon de :

$$n = \frac{z_{(1-\alpha/2)}^2 V_{\hat{g}}'}{D_T^2} = \frac{1.96^2 \times 200^2}{30^2} \approx 171$$

### Estimation de la taille d'échantillon pour une caractéristique positive

Quand  $g(\theta) > 0$ , une approximation de l'intervalle de confiance pour  $g(\theta)$  au niveau de confiance  $(1-\alpha)$  est donnée par :

$$[\ln(g_{\min}), \ln(g_{\max})] = \ln(\hat{g}) \pm z_{(1-\alpha/2)} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \sqrt{\hat{V}_{\ln(\hat{g})}} = \ln(\hat{g}) \pm \ln(R) \quad (89)$$

Ou après transformation exponentielle :

$$[g_{\min}, g_{\max}] = \left[ \frac{\hat{g}}{R}, \hat{g}R \right] \quad (90)$$

Avec  $R = e^{\left( z_{(1-\alpha/2)} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \sqrt{\hat{V}_{\ln(\hat{g})}} \right)}$  une mesure de la précision d'estimation

Soit  $R_T$  une précision d'estimation souhaitée. Des valeurs typiques de  $R_T$  sont 1.2 et 1.5 indiquant approximativement que l'écart espéré est, respectivement, de 20% et de 50% entre l'estimation est la limite supérieure (ou inférieure) de l'intervalle de confiance. Pour estimer la taille d'échantillon pour une précision donnée  $R_T$ , nous remplaçons  $\hat{V}_{\ln(\hat{g})}$  par  $V_{\ln(\hat{g})}'$  et nous résolvons :

$$n = \frac{z_{(1-\alpha/2)}^2 V_{\ln(\hat{g})}'}{\ln(R_T)^2} \quad (91)$$

Pour obtenir  $n$ , il est nécessaire de spécifier les valeurs :

- $1-\alpha$  : niveau de confiance,
- $R_T$  : la précision sur l'estimation
- $t_c$  : le temps de censure
- $\theta'$  : la valeur approximative du paramètre de la distribution

### Exemple :

Un nouvel équipement nécessite que l'on estime la durée de vie moyenne lors d'un essai accéléré pour obtenir une information rapidement. L'essai durera 500 heures. L'historique

montre que la durée de vie espérée  $\theta'$  est de 1000h et la fonction de fiabilité est exponentielle. On souhaite construire un plan d'essais pour estimer la moyenne, au niveau de confiance 95 %, pour une précision de 50% (soit  $R_T = 1.5$ )

**Solution :**

Pour une loi exponentielle, la valeur moyenne  $\hat{\theta} = Tc/k$  On où  $Tc$  est le temps cumulé d'essai et  $k$  le nombre de défaillances. On obtient la variance sur l'estimation  $\theta$  par :

$$V_{\hat{\theta}} = nVar(\hat{\theta}) = \frac{n}{E\left[-\frac{\partial^2 L(\theta)}{\partial \theta^2}\right]} = \frac{\theta^2}{1 - e^{-tc/\theta}}$$

En utilisant l'algèbre des variables aléatoires on obtient :

$$V_{\ln(\hat{\theta})}' = \frac{V_{\hat{\theta}}'}{(\theta')^2} = \frac{1}{1 - e^{-tc/\theta'}} = \frac{1}{1 - e^{-500/100}} = 2.5415$$

Nous déduisons la taille d'échantillon de :

$$n = \frac{z_{(1-\alpha/2)}^2 V_{\ln(\hat{\theta})}'}{\ln(R_T)^2} = \frac{1.96^2 \times 2.5415}{\ln(1.5)^2} \approx 60$$

### 3.4.5. Plan « Durée de vie-Démonstration-Fréquentielle-conditions nominales »

Un plan de démonstration consiste à déterminer la durée totale d'essai et/ou la taille d'échantillon permettant de démontrer la tenue de l'objectif de fiabilité au niveau de risque accepté (risque client). Certains plans permettront également d'intégrer un critère de refus vis à vis d'un niveau d'objectif de fiabilité inacceptable au niveau de risque accepté (risque fournisseur).

#### Plan de démonstration dans un contexte unilatéral

Fréquemment, il est nécessaire de démontrer qu'un équipement tient un objectif de fiabilité pour une durée donnée à niveau de confiance fixé. Souvent, il est souhaité de démontrer cet objectif avec l'observation d'aucune défaillance. Pour définir ce plan, il est nécessaire de connaître un minimum d'informations sur le comportement du produit comme par exemple le paramètre de forme de la distribution. L'ingénieur peut construire un plan d'essais en

étudiant le coût d'essai entre le nombre de produits à tester et la durée nécessaire pour démontrer l'objectif de fiabilité.

Ce plan nécessite d'utiliser la loi binomiale en intégrant la distribution choisie pour caractériser la fiabilité du produit. Il faut également faire une hypothèse sur le paramètre de forme de la distribution (sauf pour le cas exponentiel qu'il est possible de traiter avec la loi de Weibull avec  $\beta = 1$ ). Pour construire le plan, il est nécessaire de récolter les informations suivantes :

- $R_{demo}$  : fiabilité à démontrer.
- $T_{demo}$  : Temps associé à la fiabilité à démontrer.
- $1-\alpha$  : le niveau de confiance.
- $c$  : le nombre de défaillances accepté.
- $n$  : le nombre d'équipements à tester disponibles ou  $T_{essai}$  : le temps d'essai disponible.

La construction de plan consiste à déterminer le temps d'essai (si  $n$  est connu) ou le nombre d'équipements à tester (si  $T_{essai}$  est connu).

Ainsi, la fiabilité à démontrer peut s'écrire :

$$R_{demo} = g(T_{demo}; \beta; \eta) \quad (92)$$

Avec

- $g(.)$  : la fonction de fiabilité sélectionnée
- $\beta$  : le paramètre de forme
- $\eta$  : le paramètre d'échelle

Connaissant  $R_{demo}$ ,  $T_{demo}$  et  $\beta$ , il est possible de déduire la valeur du paramètre d'échelle et d'obtenir une nouvelle formulation de la fiabilité  $R_{essai}$ , qui est la fiabilité à démontrer en essai. Ensuite, la construction dépend si l'on doit estimer le nombre d'équipements à tester ( $T_{essai}$  est connu) ou le temps d'essai ( $n$  est connu).

#### **Détermination du nombre d'équipements pour un temps d'essai fixé**

Connaissant la durée d'essai  $T_{essai}$ , il est possible de calculer la fiabilité  $R_{essai}$  à démontrer lors de l'essai :

$$R_{essai} = g(T_{essai} ; \beta ; \eta) \quad (93)$$

Avec  $\beta$  et  $\eta$  les paramètres connus de la distribution choisie  $g(.)$  comme par exemple la loi de Weibull.

Ensuite, nous déterminons le nombre d'équipements à tester  $n$  permettant de démontrer la fiabilité  $R_{essai}$  en observant au plus  $c$  défaillances au niveau de confiance  $1-\alpha$  en résolvant :

$$\alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-R_{essai})^i \cdot R_{essai}^{n-i} \quad (94)$$

Avec :

- $\alpha$  : le risque fixé
- $c$  : le nombre de défaillances acceptable
- $n$  : le nombre total d'équipements à tester
- $R_{essai}$  : la fiabilité à démontrer en essai

#### Détermination du temps d'essai pour un nombre d'équipements à tester fixé

La construction du plan est similaire au cas précédent. Connaissant le nombre d'équipements à tester  $n$ , le nombre de défaillances acceptables  $c$ , la fiabilité à démontrer en essai  $R_{essai}$ , les paramètres de forme  $\beta$  et d'échelle  $\eta$  et le niveau de confiance  $1-\alpha$ , nous déduisons le temps d'essai  $T_{essai}$  en résolvant :

$$\alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-R_{essai})^i \cdot R_{essai}^{n-i} = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-g(T_{essai}, \beta, \theta))^i \cdot g(T_{essai}, \beta, \theta)^{n-i} \quad (95)$$

#### Démonstration d'un MTTF

La construction du plan pour démontrer une valeur du MTTF est identique à la démonstration d'une fiabilité. En effet, lorsque le paramètre de forme  $\beta$  est connu et la fonction de fiabilité choisie, le paramètre d'échelle peut être déduit directement. Ensuite, la construction du plan d'essais revient à traiter les cas précédents.

#### Exemple 1 :

Un ingénieur doit planifier un plan d'essais accélérés pour démontrer qu'un équipement électronique atteint une fiabilité de 95% après 15 000 cycles pour un niveau de confiance de

90%. L'historique sur des versions antérieures indique que la fonction de fiabilité est décrite par une loi de Weibull avec un paramètre de forme  $\beta = 1,5$ . L'ingénieur veut réduire le nombre d'équipements à tester sur une durée d'essai fixée à 50 000 cycles en observant 0 défaillance.

**Solution :**

La fiabilité à démontrer s'écrit :

$$R_{demo} = 0.95 = e^{\left(-\left(\frac{T_{demo}}{\theta}\right)^\beta\right)} = e^{\left(-\left(\frac{15000}{\theta}\right)^{1.5}\right)}$$

On déduit la valeur du paramètre d'échelle  $\eta$  de :

$$\theta = T_{demo} \ln\left(\frac{1}{R_{demo}}\right)^{\frac{1}{\beta}} = 15000 \ln\left(\frac{1}{0.95}\right)^{\frac{1}{1.5}} = 108655,3 \text{ cycles}$$

Ensuite, on déduit la fiabilité à démontrer au cours de l'essai d'une durée de 5 000 cycles :

$$R_{essai} = e^{\left(-\left(\frac{T_{essai}}{\theta}\right)^\beta\right)} = e^{\left(-\left(\frac{50000}{108655,3}\right)^{1.5}\right)} = 0,732$$

Finalement, on détermine le nombre d'équipements à tester en résolvant :

$$\alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-R_{essai})^i \cdot R_{essai}^{n-i} = \sum_{i=0}^0 \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-0.732)^i \cdot 0.732^{n-i} = 0.732^n$$

D'où

$$n = \frac{\ln(\alpha)}{\ln(R_{essai})} = \frac{\ln(0.1)}{\ln(0.732)} = 7.32$$

L'essai est réalisé sur 8 équipements et si aucune défaillance n'apparaît après 5 000 cycles alors l'objectif de fiabilité est atteint.

**Démonstration d'un taux de défaillance  $\lambda$  constant ou d'un  $MTTF = 1/\lambda$  dans un contexte bilatéral**

Dans le contexte d'un plan d'acceptation, la démonstration d'un  $\lambda$  ou d'un  $MTTF = 1/\lambda$  est généralement suffisante par rapport à une estimation complète. Le principe général est de vérifier une hypothèse nulle  $H_0 : \lambda < \lambda_0$  (ou  $MTTF > MTTF_0$ ) contre une hypothèse alternative  $H_1 : \lambda > \lambda_1$  (ou  $MTTF < MTTF_1$ ), en considérant les risques fournisseur  $\alpha$  et client  $\beta$  acceptés (avec  $0 < \alpha < 1 - \beta < 1$ ).

Ainsi, les équipements devront être acceptés avec la probabilité proche (mais pas moins) de  $1 - \alpha$ , si la vraie valeur du MTTF (inconnu) est plus grande que  $MTTF_0$ , mais rejetés avec la probabilité proche (mais pas moins) de  $1 - \alpha$  si le MTTF est plus petite que  $MTTF_1$  ( $MTTF_0 > MTTF_1$  sont des valeurs fixées).

La valeur  $MTTF_0$  correspond à l'objectif à démontrer et  $MTTF_1$  la valeur minimale acceptable. La valeur  $\beta$  est le risque fournisseur correspondant à la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse  $H_0$  ( $H_0 : MTTF > MTTF_0$ ). La valeur  $\alpha$  est le risque client correspondant à la probabilité d'accepter l'hypothèse  $H_0$  alors que l'hypothèse alternative  $H_1$  est vraie ( $H_1 : MTTF < MTTF_1$ ). Le traitement de ce problème peut être fait par un test bilatéral ou par un test séquentiel.

Avec un test simple bilatéral, le temps cumulé d'essai T et le nombre de défaillances permises sur la durée T sont déterminés. La procédure est la suivante :

1. A partir des valeurs  $MTTF_0$ ,  $MTTF_1$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  fixées préalablement, nous déterminons les valeurs c et T qui vérifient :

$$\sum_{i=0}^c \frac{(T / MTTF_0)^i}{i!} e^{-(T / MTTF_0)} \geq 1 - \alpha \tag{96}$$

et

$$\sum_{i=0}^c \frac{(T / MTTF_1)^i}{i!} e^{-(T / MTTF_1)} \leq \beta \tag{97}$$

2. Le test est réalisé avec un temps cumulé d'essai T en relevant le nombre de défaillances observées k. La prise de décision se fait de la manière suivante :
  - i.  $H_0$  est refusée :  $MTTF > MTTF_0$  si  $k > c$
  - ii.  $H_0$  est acceptée :  $MTTF > MTTF_0$  si  $k \leq c$

**Exemple :**

On considère un équipement pour lequel on souhaite construire un plan de démonstration. Les paramètres du plan sont les suivants :

- $MTTF_0 = 2000h$  (l'objectif à démontrer)
- $MTTF_1 = 1000h$  (minimum acceptable)
- $\alpha = 0.2$  (risque fournisseur)
- $\beta = 0.2$  (risque client)

En résolvant numériquement le système d'inéquations, du point 1, nous obtenons :

- $T = 9200 h$  (Temps cumulé d'essai à réaliser)
- $c = 6$  (nombre de pièces critiques)

Les risques fournisseur et client sont réévalués avec ces paramètres :

- $\alpha = 0.82$  (risque fournisseur)
- $\beta = 0.19$  (risque client)

La figure suivante montre la courbe de probabilité d'acceptation. Pour chaque point  $1/MTTF$ , on a la probabilité d'avoir pas plus de  $c$  défaillances durant le temps d'essai  $T$ . Cette courbe, qui est fonction de  $\lambda=1/MTTF$ , est décroissante monotone et ainsi le risque d'une fausse décision diminue pour  $MTTF > MTTF_0$  et  $MTTF < MTTF_1$ .

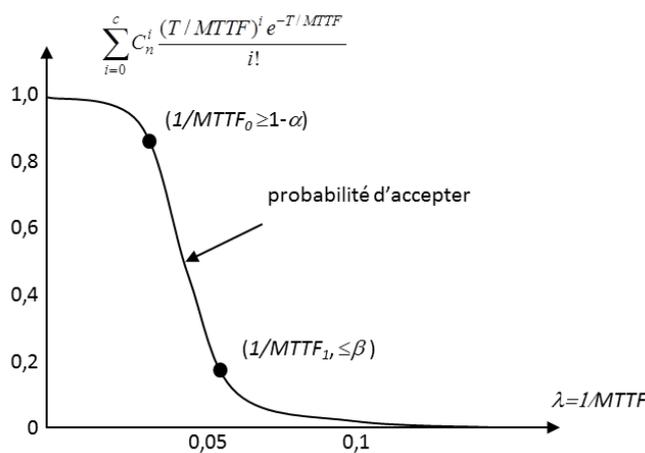


Figure 51 : Courbe de probabilité d'acceptation

Cette problématique peut être traitée également par un essai séquentiel.

### Plan séquentiel

Le plan séquentiel est un essai qui consiste à tester un équipement jusqu'à défaillance ou un temps prédéterminé. Dès qu'une observation est disponible, une évaluation est exécutée pour déterminer si l'objectif de fiabilité est démontré, l'objectif de fiabilité est non démontré ou que l'essai doit être poursuivi. Ce plan est construit en considérant un test d'hypothèse qui est réévalué à chaque nouvelle observation. Quand les conditions d'acceptation ou de rejet sont satisfaites, l'essai est stoppé. Sinon, l'essai est poursuivi.

Les hypothèses à tester sont :

- $H_0 : \theta > \theta_0$
- $H_1 : \theta < \theta_1$  avec  $\theta_0 > \theta_1$

Où  $\theta$  est un paramètre de distribution de la durée de vie (par exemple le MTTF pour la loi exponentielle pour le paramètre d'échelle pour la loi de Weibull) et  $\theta_0$  et  $\theta_1$  sont des valeurs prédéterminées de  $\theta$ .  $\theta_0$  représente l'objectif à démontrer et  $\theta_1$  la valeur inacceptable. On considère également les risques client  $\alpha$  et fournisseur  $\beta$ .

Soit un échantillon de temps de défaillance avec une densité de probabilités donnée  $f(t; \theta)$ . Supposons que l'essai séquentiel fournit un échantillon de temps  $t_1, \dots, t_n$ . La vraisemblance s'écrit :

$$L(t_1, \dots, t_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(t_i; \theta) \quad (98)$$

Nous définissons le rapport de vraisemblance :

$$LR = \frac{L(t_1, \dots, t_n; \theta_1)}{L(t_1, \dots, t_n; \theta_0)} \quad (99)$$

Le rapport des vraisemblances LR est appelé également rapport de probabilité puisque la vraisemblance d'un échantillon est la fonction de densité de probabilité. Le principe du maximum de vraisemblance indique que la vraisemblance est maximale lorsque la valeur  $\theta$  est vraie. Ainsi, lorsque  $\theta$  mesuré au cours de l'essai, est proche de la vraie valeur, la vraisemblance est élevée. Suivant le même raisonnement, lorsque  $\theta_0$  est plus proche de la vraie valeur  $\theta$  que  $\theta_1$ ,  $L(t_1, \dots, t_n; \theta_0)$  est plus grand que  $L(t_1, \dots, t_n; \theta_1)$ . LR devient faible lorsque  $\theta_0$  s'approche,  $\theta_1$  s'éloigne, de la vraie valeur. Il est possible de trouver une frontière A, telle que si on vérifie  $LR \leq A$  nous acceptons l'hypothèse  $H_0$ . Similairement, nous pouvons déterminer une autre frontière B, telle que si on vérifie  $LR \geq B$  nous refusons l'hypothèse  $H_0$ .

Si LR se trouve entre les deux frontières, il n'est pas possible de statuer sur l'acceptation ou le refus, aussi il est nécessaire de poursuivre l'essai. Les règles de décision sont :

- Si  $LR \leq A$  alors  $H_0$  est acceptée.
- Si  $LR \geq B$  alors  $H_0$  est refusée.
- Si  $A < LR < B$  alors l'essai est poursuivi.

En considérant les précédentes règles de décision et les risque fournisseur  $\alpha$  et client  $\beta$ , il est possible de déterminer les frontières :

$$\begin{aligned} - \quad A &= \frac{\beta}{1-\alpha} \\ - \quad B &= \frac{1-\beta}{\alpha} \end{aligned}$$

Pour des questions de simplicité de calcul, il est préférable de considérer le logarithme du rapport de vraisemblances. Alors, les frontières deviennent :

$$\ln\left(\frac{\beta}{1-\alpha}\right) < \ln(LR) < \ln\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right) \quad (100)$$

La *courbe caractéristique opérationnelle* (O.C.) est souvent utilisée dans les tests d'hypothèse. Elle représente la probabilité d'acceptation  $H_0$  quand  $H_0$  est vraie pour différentes valeurs de  $\theta$ . La probabilité, notée  $Pa(\theta)$ , s'écrit :

$$Pa(\theta) = \frac{B^h - 1}{B^h - A^h} \text{ avec } h \neq 0 \quad (101)$$

Où h est une constante reliée à  $\theta$ . La relation entre h et  $\theta$  est définie par :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[ \frac{f(t; \theta_1)}{f(t; \theta_0)} \right]^h f(t; \theta) dt = 1 \quad (102)$$

En résolvant cette équation, on obtient  $\theta(h)$ . Alors nous pouvons utiliser les étapes suivantes pour générer la courbe de probabilité d'acceptation :

1. On génère une suite de valeurs de h, par exemple entre -3 et 3.
2. On calcule la valeur de  $\theta(h)$  pour chaque valeur de h.
3. On détermine la probabilité  $Pa(\theta)$
4. On trace  $Pa(\theta)$  en fonction de  $\theta(h)$ .

Considérons deux cas particuliers. Quand  $h = 1$ ,  $Pa(\theta)$  s'écrit :

$$Pa(\theta) = \frac{B-1}{B-A} = 1-\alpha \quad (103)$$

Quand  $h = -1$ ,  $Pa(\theta)$  devient :

$$Pa(\theta) = \frac{B^{-1}-1}{B^{-1}-A^{-1}} = \beta \quad (104)$$

### Plan séquentiel pour la loi exponentielle

La loi exponentielle est considérée lorsque l'on suppose le taux de défaillance constant. Le pdf de la loi exponentielle est :

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)} \quad (105)$$

Où  $t$  est le temps et  $\theta$  le temps moyen de fonctionnement (MTTF).

Les hypothèses à tester sont :

- $H_0 : \text{MTTF} > \text{MTTF}_0$
- $H_1 : \text{MTTF} < \text{MTTF}_1$  avec  $\text{MTTF}_0 > \text{MTTF}_1$

On considère également les risques client  $\alpha$  et fournisseur  $\beta$ .

Pour faire le test d'hypothèse, on construit le logarithme du rapport des vraisemblances :

$$\ln(LR) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(1/\text{MTTF}_1)e^{-t_i/\text{MTTF}_1}}{(1/\text{MTTF}_0)e^{-t_i/\text{MTTF}_0}} \right] = n \ln \left( \frac{\text{MTTF}_0}{\text{MTTF}_1} \right) - T \left( \frac{1}{\text{MTTF}_1} - \frac{1}{\text{MTTF}_0} \right) \quad (106)$$

Avec

- $n$  : nombre total d'équipements en test
- $T$  : temps cumulé d'essai ( $T = \sum_{i=1}^n t_i$ )

Les régions du test sont définies par :

$$A_n < T < B_n \quad (107)$$

$$\text{Où } A_n = C \ln \left( \frac{\alpha}{1-\beta} \right) + nC \ln \left( \frac{\text{MTTF}_0}{\text{MTTF}_1} \right) \quad B_n = C \ln \left( \frac{1-\alpha}{\beta} \right) + nC \ln \left( \frac{\text{MTTF}_0}{\text{MTTF}_1} \right) \quad C = \frac{\text{MTTF}_0 \text{MTTF}_1}{(\text{MTTF}_0 - \text{MTTF}_1)}$$

On obtient un graphique qui permet de suivre l'essai.

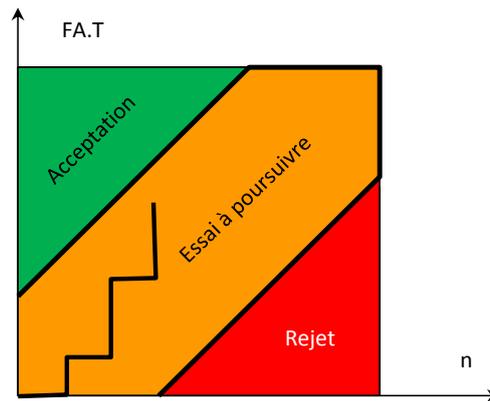


Figure 52 : Graphique d'un plan séquentiel

**Exemple 1 :**

On souhaite démontrer un MTTF d'un nouvel équipement supérieur à 5000h. On décide que la valeur inacceptable du MTTF est inférieure à 3000h. On choisit les risques fournisseur  $\alpha = 0.05$  et client  $\beta = 0.1$ .

1- Construire le plan séquentiel

2- Un essai sur 5 équipement a été réalisé et on a obtenu leur instant de défaillance : 10829.5, 841.5, 5181, 14443 et 6138 heures. Quelle est la décision à prendre ?

**Solution**

Les frontières sont déterminées des équations donnant A et B :

$$-21677,8+3831,2n < T < 16884,7+3831,2n$$

En accord avec les règles de décision, nous pourrions conclure que le MTTF de l'équipement atteint l'objectif de 5000 h si  $T \geq 16884.7+3831.2n$  mais ne l'atteint pas si

$T \leq -21677,8+3831,2n$ . Autrement, l'essai est poursuivi.

Pour prendre la décision sur la poursuite de l'essai, nous devons convertir les instants de défaillance obtenus dans les conditions sévères en leurs équivalents dans les conditions nominales en appliquant le facteur d'accélération. Le temps cumulé d'essai est :

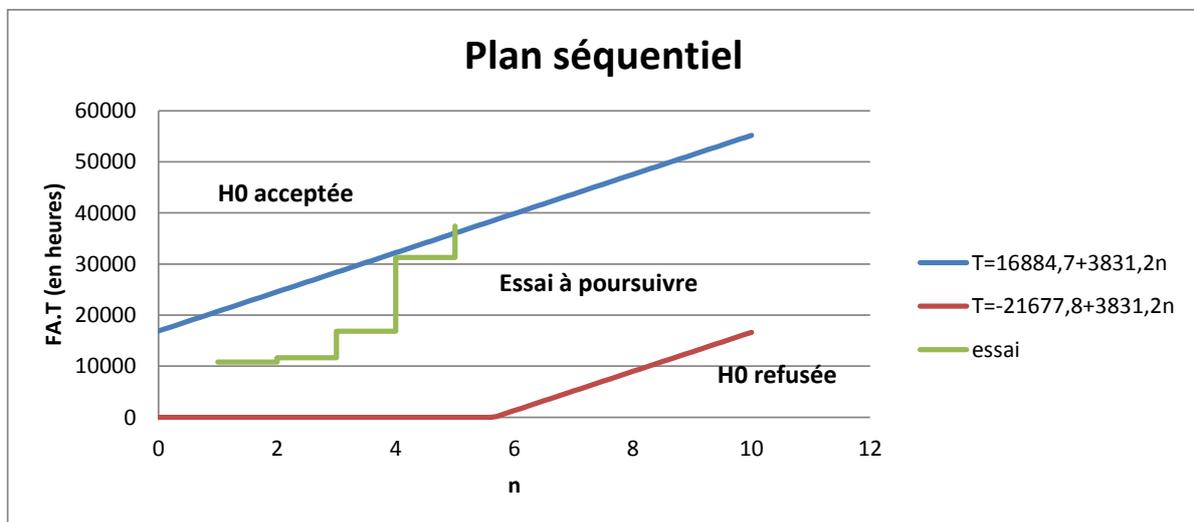
$$T = 10829.5 + 841.5 + 5181 + 14443 + 6138 = 37\ 433\ \text{h}$$

Les limites de décision sont :

$$A_5 = -21677,8 + 3831,2 \times 5 = -2521.8$$

$$B_5 = 16884,7 + 3831,2 \times 5 = 36040.7$$

Le temps cumulé d'essai  $T = 37\,433$  h est supérieur à  $B_5 = 36040.7$  h. Aussi, nous concluons que le MTTF de l'équipement atteint l'objectif de 5000h. Le résultat du test séquentiel et le processus de décision sont représentés sur le graphique suivant :



### Plan séquentiel pour la loi de Weibull

La loi de Weibull est considérée pour des équipements subissant un vieillissement avec un taux de défaillance croissant (il est possible de traiter les cas de taux de défaillance constant et décroissant). Le pdf de la loi de Weibull est :

$$f(t) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m} \quad (108)$$

Où  $t$  est le temps,  $m$  le paramètre de forme et  $\eta$  le paramètre d'échelle.

Si on définit  $y = t^m$  où  $m$  est supposé connu,  $y$  suit une distribution exponentielle avec un paramètre d'échelle  $\eta = \eta^m$ . Alors, le plan d'essais séquentiel pour la loi de Weibull est obtenu par modification du plan séquentiel exponentiel. Supposons que l'on souhaite démontrer une valeur du paramètre d'échelle de Weibull telle que si  $\eta = \eta_0$  la probabilité d'acceptation l'équipement est  $1-R$ , et si  $\eta = \eta_1$  la probabilité d'acceptation l'équipement est  $P$ .

Les hypothèses à tester sont :

- $H_0 : \theta > \theta_0$
- $H_1 : \theta < \theta_1$  avec  $\theta_0 > \theta_1$ ,  $\theta_0 = \eta_0^m$  et  $\theta_1 = \eta_1^m$

Les régions du test sont définies par :

$$A_n < T < B_n \quad (109)$$

$$\text{Où } A_n = C \ln\left(\frac{\alpha}{1-\beta}\right) + nmC \ln\left(\frac{\eta_0}{\eta_1}\right) \quad B_n = C \ln\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right) + nC \ln\left(\frac{\eta_0}{\eta_1}\right) \quad C = \frac{(\eta_0 \eta_1)^m}{(\eta_0^m - \eta_1^m)} \text{ et}$$

Nous acceptons l'hypothèse  $H_0$  si  $T \geq B_n$ , rejetons si  $T \leq A_n$  et continuons dans les autres cas. La courbe d'acceptation peut être construite en utilisant le même principe que pour le cas exponentiel avec les transformations  $\theta_0 = \eta_0^m$  et  $\theta_1 = \eta_1^m$ .

#### 3.4.6. Plan « Durée de vie-Estimation-Bayésienne-conditions nominales »

Pour définir le plan d'essais en conditions nominales, on considère que l'objectif de fiabilité  $R_{\square}$  est fixée pour un risque  $\alpha$  et un temps donnés. La figure 53 présente le principe de l'essai. Nous allons étudier deux types de loi de fiabilité : LogNormale et Weibull.

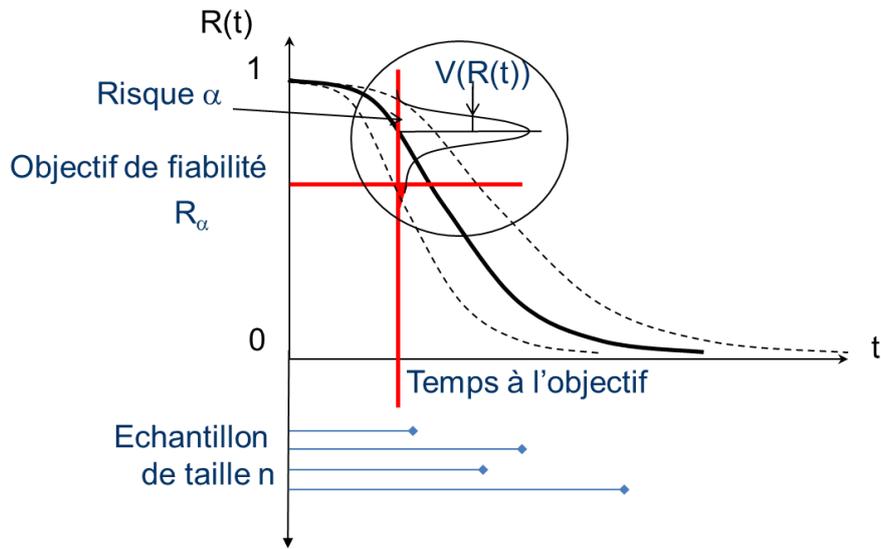


Figure 53 : Principe du plan d'essais

**Cas LogNormal**

La figure 54 présente le résultat d'un essai complet dans des conditions nominales.

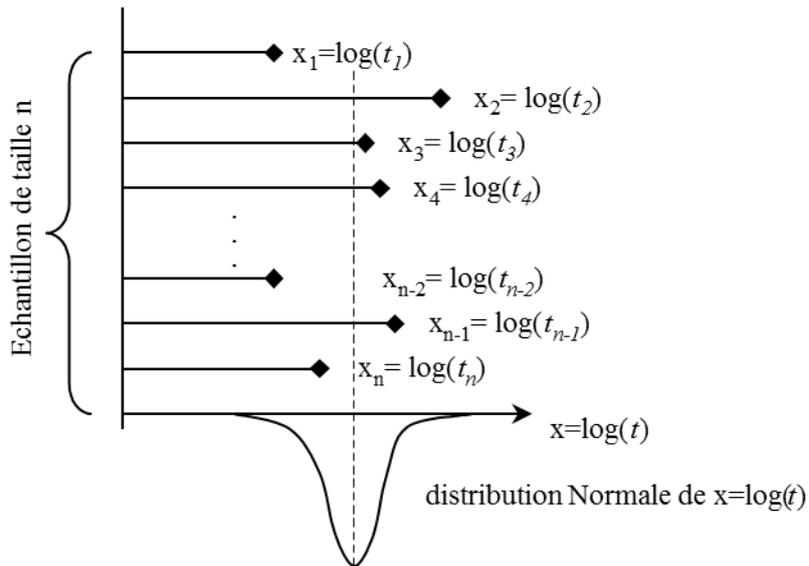


Figure 54 : Exemple de résultats

La fonction de densité de la loi normale (notée *pdf*) à deux paramètres est donnée par :

$$g(x / \mu, \theta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{\theta(x-\mu)^2}{2}\right)} \tag{110}$$

Pour  $(-\infty < x < +\infty)$ ,  $(\theta > 0)$  et  $(-\infty < \mu < +\infty)$  où  $x$  est la variable étudiée, avec  $\mu$  la moyenne et  $\theta$  la variance inverse ( $\theta = 1/\sigma^2$ ).

Pour un échantillon complet de taille  $n$ , la moyenne  $\bar{x}$  et l'écart-type  $s$  sont donnés par:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad (111)$$

et

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (112)$$

L'intervalle de confiance bilatéral de la moyenne avec une variance inconnue est donné par :

$$\bar{x} - t_{1-\gamma/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_{1-\gamma/2, n-1} \frac{s}{\sqrt{n}} \quad (113)$$

où  $t_{1-\alpha/2, n-1}$  est le quantile de la loi de Student  $(1-\alpha/2)$  pour le degré de liberté  $n-1$ .

L'intervalle de confiance bilatéral de l'écart-type est :

$$\sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\gamma/2, n-1}^2}} \leq \sigma \leq \sqrt{\frac{(n-1)s^2}{\chi_{\gamma/2, n-1}^2}} \quad (114)$$

où  $\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2$  est le quantile  $(1-\alpha/2)$  de la loi  $\chi^2$  pour le degré de liberté  $n-1$ .

### Principe de l'estimation bayésienne

L'estimation bayésienne permet d'intégrer toute la connaissance disponible dans l'inférence statistique. L'objectif de cette section est d'obtenir des intervalles de confiance réduits des paramètres  $\mu$  et  $\theta$  de la loi normale par l'approche bayésienne [14].

La fonction de densité a posteriori  $f(\mu, \theta/x)$  de  $\mu$  et  $\theta$ , obtenue d'un échantillon d'observations  $x=\{x_i\}$  et de fonctions de densité a priori  $f(\mu)$  et  $f'(\theta)$  de  $\mu$  et  $\theta$ , est donnée par

$$f(\mu, \theta | x) = \frac{g(x | \mu, \theta) \cdot f(\mu) \cdot f'(\theta)}{\int_{D(\mu)} \int_{D(\theta)} g(x | \mu, \theta) \cdot f(\mu) \cdot f'(\theta) \cdot d\mu d\theta} \quad (115)$$

où

$\mu$  et  $\theta$  : les paramètres à estimer

$x = \{x_i\}$  : les observations

$f(\mu)$  et  $f'(\theta)$  : les fonctions de densité a priori (connaissance disponible)

$g(x | \mu, \theta)$  : la fonction de vraisemblance

$f(\mu, \theta | x)$  : la fonction de densité a posteriori

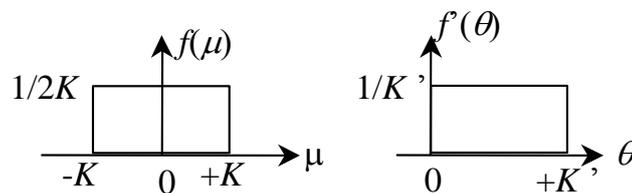
$D(\mu)$  et  $D(\theta)$  : domaines des variables inconnues

Maintenant, deux cas sont à étudier pour définir la fonction de densité a posteriori :

- Aucune connaissance sur  $\mu$  et  $\theta$
- Connaissance disponible sur  $\mu$  et  $\theta$

**Cas 1 : Aucune connaissance disponible sur  $\mu$  et  $\theta$**

Quand il n'y a aucune connaissance sur la moyenne  $\mu$  et l'inverse de la variance  $\theta$ , la distribution uniforme non informative est utilisée pour définir les fonctions de densité a priori  $f(\mu)$  et  $f'(\theta)$ .



avec  $K, K' \rightarrow \infty$

**Figure 55 : Distribution uniforme non informative**

La fonction de vraisemblance, pour un échantillon de taille  $n$ , est donnée par

$$g(x/\mu,\theta) = \frac{\theta^{\frac{n}{2}}}{(\sqrt{2\pi})^n} e^{-\frac{1}{2}\theta \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (116)$$

Alors, la fonction de densité a posteriori s'écrit :

$$f(\mu,\theta/x) = \frac{g(x/\mu,\theta)f(\mu)f(\theta)}{\int_{-K}^{+K} \int_0^{K'} g(x/\mu,\theta)f(\mu)f(\theta)d\mu d\theta} \quad (117)$$

with  $K, K' \rightarrow \infty$

Selon Congdon, Ahmad et al et Chen et al , la fonction de densité a posteriori est donnée par

$$f(\mu,\theta/x) = \frac{\sqrt{\frac{n}{2\pi}} \left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]^{\frac{n+1}{2}} \theta^{\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2}\theta \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} e^{-\frac{1}{2}\theta n (\mu - \bar{x})^2}}{2^{\frac{n+1}{2}} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)} \quad (118)$$

Qui est une combinaison de distributions Gamma et Normale.

$$f(\mu,\theta/x) = \underbrace{\frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{a-1} e^{-b\theta}}_{G(a,b)} \underbrace{\sqrt{\frac{n\theta}{2\pi}} e^{-\frac{n\theta}{2}(\mu - c)^2}}_{\mathcal{N}(c, \frac{1}{\sqrt{\theta(2a-1)}})} \quad (119)$$

où

$$a = \frac{n+1}{2}$$

$$b = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

$$c = \bar{x}$$

**Cas 2 : Connaissance disponible sur  $\mu$  et  $\theta$**

Selon Congdon, Ahmad et al et Chen et al, nous proposons de choisir la fonction de densité a priori. Alors, la fonction de densité a posteriori s'écrit :

$$f(\mu, \theta/x) = \frac{\theta^{\left(\frac{n-1}{2}+a\right)} e^{-\left[\frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + b\right] \theta}}{\sqrt{2\pi} \Gamma\left(\frac{n}{2}+a\right)} \times e^{-\frac{1}{2}\theta(n+2a-1)(\mu-M)^2} \times \theta^{-\frac{1}{2}} \left[ n\bar{x}^2 + (2a-1)c^2 - \frac{(n\bar{x} + (2a-1)c)^2}{n+2a-1} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (120)$$

$$\sqrt{n+2a-1} \left(\frac{n}{2}+a\right) \times \left[ \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{n+2a-1} \right]$$

où  $M = \frac{n\bar{x} + (2a-1)c}{n+2a-1}$ , qui est une combinaison de distributions Gamma et Normale.

$$f(\mu, \theta/x) = \underbrace{\frac{b'^{a'}}{\Gamma(a')} \theta^{a'-1} e^{-b'\theta}}_{G(a', b')} \underbrace{\sqrt{\frac{(2a'-1)\theta}{2\pi}} e^{-\frac{(2a'-1)\theta}{2}(\mu-c)^2}}_{\mathcal{N}(c', \frac{1}{\sqrt{\theta(2a'-1)}})} \quad (121)$$

où

$$a' = \frac{n}{2} + a$$

$$b' = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{2(n+2a-1)}$$

$$c' = M = \frac{n\bar{x} + (2a-1)c}{n+2a-1}$$

On peut noter que la forme de la relation (121) est identique à celle de (119). La fonction de densité a priori définie par (119) est la conjuguée bayésienne de la loi normale.

### Estimateurs bayésiens

Une fois que la fonction de densité a posteriori est définie, l'estimation des paramètres  $\mu$  et  $\theta$  peut être obtenue à l'aide des fonctions marginales associée à  $\mu$  et  $\theta$ .

La fonction marginale sur  $\theta$  s'écrit :

$$f(\theta/x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\mu, \theta/x) d\mu$$

$$f(\theta/x) = \mathcal{G}(a', b') \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{N}\left(c', \frac{1}{\theta(2a'-1)}\right) d\mu \quad (122)$$

$$f(\theta/x) = \frac{b^{a'} \theta^{a'-1} e^{-b'\theta}}{\Gamma(a')} = \mathcal{G}(a', b')$$

L'estimateur ponctuel de  $\theta$  est défini par le mode de  $f(\theta/x)$

$$\hat{\theta} = \frac{a'-1}{b'} \quad (123)$$

Alors, l'estimateur ponctuel de la variance est donné par :

$$\hat{s}^2 = \frac{b'}{a'-1} \quad (124)$$

L'intervalle de confiance bilatéral symétrique (défini par  $\theta_{\min}$  et  $\theta_{\max}$ ) est évalué tel que :

$$\begin{cases} \frac{\gamma}{2} = \int_0^{\theta_{\min}} f(\theta/x) d\theta & \Rightarrow \theta_{\min} \\ 1 - \frac{\gamma}{2} = \int_0^{\theta_{\max}} f(\theta/x) d\theta & \Rightarrow \theta_{\max} \end{cases} \quad (125)$$

avec  $(1-\alpha)$  le niveau de confiance.

La fonction marginale sur  $f$  s'écrit :

$$f(\mu/x) = \int_0^{+\infty} f(\mu, \theta) d\theta$$

$$f(\mu/x) = \frac{b^a \sqrt{2a-1} \Gamma\left(a + \frac{1}{2}\right)}{\alpha^{a+\frac{1}{2}} \sqrt{2\pi} \Gamma(a)} \quad (126)$$

avec  $\alpha = b + \frac{1}{2}(2a-1)(\mu-c)^2$

L'estimateur ponctuel de  $\mu$  est défini par le mode de  $f(\theta/x)$

$$\hat{\mu} = c' \quad (127)$$

L'intervalle de confiance bilatéral symétrique (défini par  $\theta_{\min}$  et  $\theta_{\max}$ ) est évalué tel que :

$$\begin{cases} \frac{\gamma}{2} = \int_0^{\mu_{\min}} f(\mu/x) d\mu & \Rightarrow \mu_{\min} \\ 1 - \frac{\gamma}{2} = \int_0^{\mu_{\max}} f(\mu/x) d\mu & \Rightarrow \mu_{\max} \end{cases} \quad (128)$$

avec  $(1-\alpha)$  le niveau de confiance.

Dans le cas où aucune connaissance n'est disponible, nous retrouvons les estimateurs ponctuels classiques de la moyenne et de la variance

$$\hat{\mu} = c = \bar{x} \quad (129)$$

$$\hat{s}^2 = \frac{b}{a-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (130)$$

avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  définis précédemment

Dans le cas où une connaissance est disponible, les estimateurs ponctuels de la moyenne et de la variance sont donnés par

$$\hat{\mu} = c' = \frac{n\bar{x} + (2a-1)c}{n+2a-1} \quad (131)$$

et

$$\hat{s}^2 = \frac{b'}{a'-1} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{2(n+2a-1)}}{\frac{n}{2} + a - 1} \quad (132)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les paramètres de la fonction de densité a priori et  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  les paramètres de la fonction a posteriori.

### Détermination de la distribution a priori à partir de la connaissance disponible

Un intervalle sur l'écart-type ( $s$ ) et une valeur probable sur la moyenne sont fournis par un expert ou issus de résultats d'analyses précédentes :

$$[\mu] \text{ et } \left[ \theta_{\min} = \frac{1}{s_{\max}^2}, \theta_{\max} = \frac{1}{s_{\min}^2} \right]$$

La fonction de densité a priori  $f(\mu, \theta/x)$  est définie par la relation (10.) avec les paramètres inconnus  $a$ ,  $b$  et  $c$ .

La fonction marginale sur  $\theta$  s'écrit :

$$f(\theta/x) = \frac{b^a \theta^{a-1} e^{-b\theta}}{\Gamma(a)} = G(a,b) \quad (133)$$

L'intervalle  $[\theta_{\min}; \theta_{\max}]$  caractérise une distribution uniforme informative. La moyenne et la variance pour cette distribution s'expriment

$$E(\theta) = \frac{(\theta_{\min} + \theta_{\max})}{2} \quad (134)$$

et

$$V(\theta) = \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min})^2}{12} \quad (135)$$

La moyenne et la variance pour la distribution Gamma  $G(a,b)$  sont données :

$$E(\theta) = \frac{a}{b} \quad (136)$$

et

$$V(\theta) = \frac{a}{b^2} \quad (137)$$

Par correspondance des moyennes et variances ( $E(\theta) = E'(\theta)$  et  $V(\theta) = V'(\theta)$ ), les valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  sont déduites :

$$a = \frac{3(\theta_{\min} + \theta_{\max})^2}{(\theta_{\max} - \theta_{\min})^2} \quad (138)$$

et

$$b = \frac{6(\theta_{\min} + \theta_{\max})}{(\theta_{\max} - \theta_{\min})^2} \quad (139)$$

La fonction marginale sur  $\mu$  s'écrit :

$$f(\mu/x) = \frac{b^a \sqrt{2a-1} \Gamma\left(a + \frac{1}{2}\right)}{\alpha^{a+\frac{1}{2}} \sqrt{2\pi} \Gamma(a)} \quad (140)$$

avec  $\alpha = b + \frac{1}{2}(2a-1)(\mu-c)^2$ .

La fonction marginal est symétrique autour de c (a et b sont déjà connus). Alors, la valeur de c est donnée par :

$$c = \bar{x} \quad (141)$$

### Détermination du plan d'essais

La probabilité de défaillance est donnée par :

$$P_f = 1 - \Phi(u) \quad (142)$$

Où :  $u = \frac{\ln(T) - \hat{\mu}}{s}$  avec T le temps à l'objectif

La borne supérieure de l'intervalle unilatéral de la probabilité de défaillance (pour le niveau de confiance  $1-\alpha$ ) est :

$$Pf_{upper} = 1 - \Phi(u_{lower}) \quad (143)$$

Avec :

$$u_{lower} = u - k_{1-\alpha} * \sqrt{var(u)} \quad (144)$$

et

$$Var(u) = \frac{1}{s^2} * [\sqrt{t} * Var(\mu) + u^2 * var(s)] \quad (145)$$

avec  $k_{1-\alpha}$  le quantile de la normale centrée réduite pour la probabilité  $1-\alpha$ .

La variance sur u est déduite :

$$Var(u) = \frac{1}{b'} \left[ \sqrt{\frac{b't}{(2a'-1)}} + \frac{a' [z_c - (c't + z_0)]^2}{4(a'-1)} \right] \quad (146)$$

où

$$a' = \frac{n}{2} + a \quad c' = M = \frac{\bar{n}\bar{x} + (2a-1)c}{n+2a-1} \quad b' = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{2(n+2a-1)} \quad (147)$$

Pour définir le plan d'essais, nous déterminons la borne inférieure  $u_{lower}$  de la variable centrée réduite associée à la probabilité de défaillance objectif  $P_f$  :

$$u_{lower} = \Phi^{-1}(1 - Pf) \quad (148)$$

La variance cible  $\tilde{Var}(u)$  sur  $u$  est déduite de :

$$\tilde{Var}(u) = \sqrt{\frac{u - u_{lower}}{k_{1-\alpha}}} \quad (149)$$

où  $u = \frac{\ln(T) - \hat{\mu}}{s}$  est définie avec la moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $s$  donnés, respectivement, par les relations (144) et (145).

On considère que les résultats d'essai suivront la loi de fiabilité a priori caractérisée par les paramètres :

$$\bar{x} = c \quad et \quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 = b \quad (150)$$

Finalement, les paramètres a posteriori deviennent :

$$a' = \frac{n}{2} + a \quad c' = \frac{(n+2a-1)c}{n+2a-1} \quad b' = 2b \quad (151)$$

Le plan d'essais est choisi en recherchant la valeur de la taille d'échantillon  $n$  dans la relation 27 respectant la valeur de  $\tilde{Var}(u)$  (voir eq. 29.).

### Cas Weibull

La figure 56 présente le résultat d'un essai complet dans des conditions nominales.

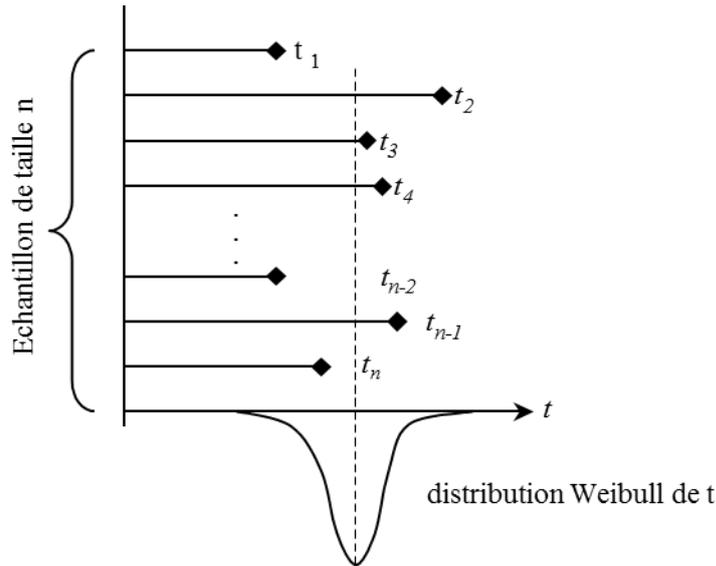


Figure 56 : Exemple de résultats

La fonction de densité de la loi de Weibull (notée *pdf*) à deux paramètres est donnée par :

$$g(t/\eta, \beta) = \frac{\beta}{\eta^\beta} t^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} \quad (152)$$

Pour  $(0 < \eta < +\infty)$ ,  $(\theta > 0)$  et  $(0 < \beta < +\infty)$  où  $t$  est la variable étudiée, avec  $\beta$  le paramètre d'échelle et  $\eta$  le paramètre de forme.

**Principe de l'estimation bayésienne des paramètres de Weibull**

L'estimation bayésienne permet d'intégrer toute la connaissance disponible dans l'inférence statistique. L'objectif de cette section est d'obtenir des intervalles de confiance réduits des paramètres  $\eta$  et  $\beta$  de la loi de Weibull par l'approche bayésienne [14].

La fonction de densité a posteriori  $f(\eta, \beta | t)$  de  $\eta$  et  $\beta$ , obtenue d'un échantillon d'observations  $t = \{t_i\}$  et de fonctions de densité a priori  $f(\eta)$  et  $f'(\beta)$  de  $\eta$  et  $\beta$ , est donnée par :

$$f(\eta, \beta | t) = \frac{g(t/\eta, \beta) \cdot f(\eta) \cdot f'(\beta)}{\int_{D(\eta)} \int_{D(\beta)} g(x/\eta, \beta) \cdot f(\eta) \cdot f'(\beta) \cdot d\eta d\beta} \quad (153)$$

où

$\eta$  et  $\beta$  : les paramètres à estimer

$t=\{t_i\}$  : les observations

$f(\eta)$  et  $f(\beta)$  : les fonctions de densité a priori (connaissance disponible)

$g(t/\eta, \beta)$  : la fonction de vraisemblance

$f(\eta, \beta/t)$  : la fonction de densité a posteriori

$D(\eta)$  et  $D(\beta)$  : domaines des variables inconnues

Au contraire du cas de la loi normale, il n'y a pas de possibilité d'écrire les expressions analytiques de l'inférence bayésienne. Aussi, il n'est pas possible de définir les distributions conjuguées bayésienne pour construire les a priori. Aussi, nous proposons d'utiliser, comme dans la thèse de Sorin Voiculescu, des distributions Gamma pour définir les lois a priori.

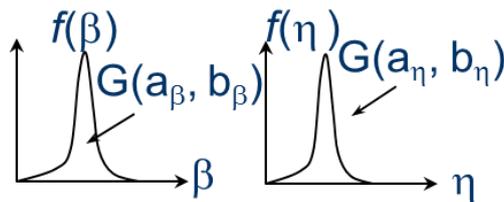


Figure 57 : Distributions Gamma pour définir l'a priori sur  $\beta$  et  $\eta$

### Estimateurs bayésiens

Une fois que la fonction de densité a posteriori est définie, l'estimation des paramètres  $\eta$  et  $\beta$  peut être obtenue à l'aide des fonctions marginales associée à  $\eta$  et  $\beta$ .

La fonction marginale sur  $\beta$  s'écrit :

$$f(\beta/t) = \int_0^{+\infty} f(\eta, \beta/t) d\eta \quad (154)$$

L'estimateur ponctuel de  $\beta$  est défini par la moyenne de  $f(\beta/t)$  obtenue par calcul numérique :

$$\hat{\beta} = E(\beta) = \int_0^{+\infty} \beta f(\beta/t) d\beta \quad (155)$$

La variance  $V(\beta)$  d'estimation est donnée par calcul numérique :

$$V(\hat{\beta}) = \int_0^{+\infty} (\beta - \hat{\beta})^2 f(\beta/t) d\beta \quad (156)$$

L'intervalle de confiance bilatéral symétrique s'écrit :

$$\hat{\beta}.e^{-\frac{u_{1-\alpha/2}\sqrt{V(\hat{\beta})}}{\hat{\beta}}} < \beta < \hat{\beta}.e^{\frac{u_{1-\alpha/2}\sqrt{V(\hat{\beta})}}{\hat{\beta}}} \quad (157)$$

avec  $(1-\alpha)$  le niveau de confiance.

La fonction marginale sur  $\eta$  s'écrit :

$$f(\eta/t) = \int_0^{+\infty} f(\eta, \beta/t) d\beta \quad (158)$$

L'estimateur ponctuel de  $\eta$  est défini par la moyenne de  $f(\eta/t)$  obtenue par calcul numérique :

$$\hat{\eta} = E(\eta) = \int_0^{+\infty} \eta f(\eta/t) d\eta \quad (159)$$

La variance  $V(\eta)$  d'estimation de  $\eta$  est donnée par calcul numérique :

$$V(\hat{\eta}) = \int_0^{+\infty} (\eta - \hat{\eta})^2 f(\eta/t) d\eta \quad (160)$$

L'intervalle de confiance bilatéral symétrique s'écrit :

$$\hat{\eta}.e^{-\frac{u_{1-\alpha/2}\sqrt{V(\hat{\eta})}}{\hat{\eta}}} < \eta < \hat{\eta}.e^{\frac{u_{1-\alpha/2}\sqrt{V(\hat{\eta})}}{\hat{\eta}}} \quad (161)$$

avec  $(1-\alpha)$  le niveau de confiance.

### Détermination de la distribution a priori à partir de la connaissance disponible

Des intervalles sur  $\eta$  et  $\beta$  sont fournis par un expert ou issus de résultats d'analyses précédentes :

$$\left[ \eta_{\min}, \eta_{\max} \right] \text{ et } \left[ \beta_{\min}, \beta_{\max} \right]$$

Ces intervalles caractérisent des lois uniformes informatives permettant de déterminer les paramètres des lois Gamma associées par la méthode des moments.

L'intervalle  $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$  caractérise une distribution uniforme informative. La moyenne et la variance pour cette distribution s'expriment

$$E(\theta) = \frac{(\theta_{\min} + \theta_{\max})}{2} \quad (162)$$

et

$$V(\theta) = \frac{(\theta_{\max} - \theta_{\min})^2}{12} \quad (163)$$

La moyenne et la variance pour la distribution Gamma  $G(a,b)$  sont données :

$$E(\theta) = \frac{a}{b} \quad (164)$$

et

$$V(\theta) = \frac{a}{b^2} \quad (165)$$

Par correspondance des moyennes et variances ( $E(\theta) = E'(\theta)$  et  $V(\theta) = V'(\theta)$ ), les valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  sont déduites :

$$a = \frac{3(\theta_{\min} + \theta_{\max})^2}{(\theta_{\max} - \theta_{\min})^2} \quad (166)$$

et

$$b = \frac{6(\theta_{\min} + \theta_{\max})}{(\theta_{\max} - \theta_{\min})^2} \quad (167)$$

### Détermination du plan d'essais

La borne inférieure de l'intervalle unilatéral de la fiabilité (pour le niveau de confiance  $1-\alpha$ ) est :

$$R_\alpha = e^{-e^{u_{upper}}} \quad (168)$$

Avec :

$$u_{upper} = \hat{u} + k_{1-\alpha} \sqrt{V(\hat{u})}$$

$$\hat{u} = \beta [\ln(t) - \ln(\eta)]$$

avec  $k_{1-\alpha}$  le quantile de la normale centrée réduite pour la probabilité  $1-\alpha$ .

Pour définir le plan d'essais, nous déterminons la borne supérieure  $u_{upper}$  de la variable centrée réduite associée à la fiabilité objectif  $R_\alpha$  :

$$u_{upper} = \ln(-\ln(R_\alpha)) \quad (169)$$

La variance cible  $\tilde{Var}(u)$  sur  $u$  est déduite de :

$$\sqrt{V(\hat{u})} = \frac{u_u - \hat{\beta}(\ln(t) - \ln(\hat{\eta}))}{u_\alpha} \quad (170)$$

La variance  $V(u)$  sur  $u$  est définie à partir de  $V(\beta)$  et  $V(\eta)$  par

$$V(\hat{u}) = \frac{\hat{u}^2}{\hat{\beta}^2} V(\hat{\beta}) + \frac{\hat{\beta}^2}{\hat{\eta}^2} V(\hat{\eta}) \quad (171)$$

avec  $k_{1-\alpha}$  le quantile de la normale centrée réduite pour la probabilité  $1-\alpha$ .

On considère que les résultats d'essai suivront la loi de fiabilité de Weibull a priori caractérisée par les paramètres :

$$\hat{\beta} = \frac{a_\beta}{b_\beta} \quad \text{et} \quad \hat{\eta} = \frac{a_\eta}{b_\eta} \quad (172)$$

Aussi, les variances  $V(\hat{\beta})$  et  $V(\hat{\eta})$  peuvent, selon la méthode MAP, s'écrire :

$$V(\hat{\beta}) = \frac{-1}{I(\beta, \beta)} = \frac{-1}{-\frac{n}{0.608\hat{\beta}} + I_{a\text{ priori}}} = \frac{-1}{-\frac{n}{0.608\hat{\beta}} + E\left[\left(\frac{\partial^2 \ln(f(\beta) \cdot f(\eta))}{\partial \beta^2}\right)^2\right]} \quad (173)$$

$$V(\hat{\eta}) = \frac{-1}{I(\eta, \eta)} = \frac{-1}{-\frac{n}{1,087} \cdot \left(\frac{\hat{\beta}}{\hat{\eta}}\right)^2 + I_{a\text{ priori}}} = \frac{-1}{-\frac{n}{1,087} \cdot \left(\frac{\hat{\beta}}{\hat{\eta}}\right)^2 + E\left[\left(\frac{\partial^2 \ln(f(\beta) \cdot f(\eta))}{\partial \eta^2}\right)^2\right]} \quad (174)$$

Les termes  $E\left[\left(\frac{\partial^2 \ln(f(\beta) \cdot f(\eta))}{\partial \beta^2}\right)^2\right]$  et  $E\left[\left(\frac{\partial^2 \ln(f(\beta) \cdot f(\eta))}{\partial \eta^2}\right)^2\right]$  sont estimés numériquement à partir des distributions Gamma a priori  $f(\beta)$  et  $f(\eta)$ .

Le plan d'essais est choisi en recherchant la valeur de la taille d'échantillon  $n$  dans la relation (171), estimée à partir de (170), (173) et (174) respectant la valeur de  $\tilde{Var}(u)$  obtenue par (170).

### 3.4.7. Plan « Durée de vie-Démonstration-Bayésienne-conditions nominales »

La taille d'échantillon n'est souvent pas soutenable du point de vue industriel. Il est alors envisageable de recourir au plan d'essais bayésiens.



Figure 58 : Diagramme entrées/sorties pour plan d'essais bayésiens

Dans le cas binomial, on repart de la formule 69.

Le nombre d'essais  $n$  est connu et la fiabilité  $R$  est le paramètre inconnu qui caractérise la distribution de  $X$  et auquel nous allons attribuer une densité de probabilité a priori  $g(R)$ .

La distribution de  $R$  est de la famille des fonctions Bêta :

$$g(R) = \frac{R^{\alpha_0} (1-R)^{\beta_0}}{B(\alpha_0 + 1, \beta_0 + 1)} \quad 0 \leq R \leq 1 \quad (175)$$

avec :

$$B(\alpha_0 + 1, \beta_0 + 1) = \int_0^1 R^{\alpha_0} (1-R)^{\beta_0} dR = \frac{\Gamma(\alpha_0 + 1)\Gamma(\beta_0 + 1)}{\Gamma(\alpha_0 + \beta_0 + 2)} \quad (176)$$

$\alpha_0$  et  $\beta_0$  sont deux paramètres réels positifs.

Après inclusion des résultats d'essais  $n, X$  par l'intermédiaire du théorème de Bayes, la distribution a posteriori de  $R$  est de même nature, avec les paramètres  $\alpha'$  et  $\beta'$  :

$$\begin{cases} \alpha' = \alpha_0 + x \\ \beta' = \beta_0 + n - x \end{cases} \quad (177)$$

Ce qui montre que  $\alpha_0$  s'interprète comme un nombre de succès a priori et  $\beta_0$  comme un nombre d'échecs a priori.

Il est donc plus commode de réécrire les fonctions Bêta pour faire apparaître cette propriété en effectuant le changement de paramétrage correspondant :

$$\text{A priori} \begin{cases} \alpha_0 = x_0 \\ \beta_0 = n_0 - x_0 \end{cases} \quad (178)$$

$$\text{A posteriori} \begin{cases} \alpha' = x_0 + x \\ \beta' = n_0 + n - x_0 - x \end{cases} \quad (179)$$

Avec ces nouveaux paramètres le formalisme de l'équation devient (en écrivant  $x$  et  $n$  au lieu de  $x_0$  et  $n_0$  ou bien  $x_0+x, n_0+n$  pour alléger les notations)

$$g(R | n, x) = \frac{R^{\alpha'} (1-R)^{\beta'}}{B(\alpha'+1, \beta'+1)} \quad (180)$$

Par conséquent la différence entre ce modèle bayésien et le modèle binomial classique est simplement que le premier utilise à la fois des données subjectives et objectives alors que le second n'utilise que les données objectives. Cette identité justifie évidemment le choix d'une fonction Bêta comme densité de probabilité a priori de  $R$ .

La construction d'un plan bayésien consiste à déterminer la taille d'échantillon  $n$ , en fixant le nombre de défaillances à observer  $x$  à 0, en résolvant l'équation suivante :

$$\int_0^{R_{\min}} \text{Bêta}(\alpha_0 + x + 1, \beta_0 + n - x + 1) dR = \frac{\alpha}{2} \quad (181)$$

Avec :  $\alpha_0$  et  $\beta_0$  les paramètres de la distribution a priori,

$x$  le nombre de défaillances à observer (souvent  $x=0$ ),

$n$  taille d'échantillon

La définition de la distribution a priori peut se faire à partir de plusieurs sources d'information :

- Résultats d'essai sur des systèmes antérieurs,
- Retour d'expériences
- Avis d'expert

Considérons le cas où l'information est donnée par un expert. Il nous donne un intervalle :

$$R \in [R_{\min}, R_{\max}]$$

Cet intervalle est fourni pour un niveau de confiance donné  $(1-\alpha)$ . On peut déterminer les paramètres de la loi a priori par la méthode des moments :

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \frac{E^2[R]}{\sigma^2[R]} \cdot (1 - E[R]) - E[R] \\ \beta_0 &= \frac{E[R]}{\sigma^2[R]} \cdot (1 - E[R])^2 + E[R] - 1 \end{aligned} \quad (182)$$

Avec :

$$\begin{aligned} E(R) &= \frac{R_{\min} + R_{\max}}{2} \\ \sigma^2(R) &= \frac{(R_{\max} - R_{\min})^2}{12} \end{aligned} \quad (183)$$

### Exemple

On reprend l'exemple développé en 3.2.1. Au lieu d'avoir un objectif  $R_i = 99\%$ , on se base sur un avis d'expert tel que  $R_i \in [98 ; 100\%]$ . Cela implique :  $\alpha_0 = 293$ ,  $\beta_0 = 2,96$ . Et par voie de conséquence (équation 47), on obtient :

$$\rightarrow n = 30$$

### **3.4.8. Plan « Durée de vie-Estimation-Fréquentielle-conditions accélérées »**

Il existe plusieurs façons d'appréhender la définition d'un plan d'essais permettant d'estimer tous les paramètres du modèle de vie accélérée. On peut prendre en considération des contraintes industrielles (capacité et performances des moyens d'essai, délai, nombre de

produits à tester disponibles, ...) mais également les aspects statistiques pour rechercher le meilleur plan.

Il y a divers types de plan accéléré et en particulier nous pouvons citer les plans : Traditionnel, Traditionnel amélioré; Optimal statistiquement et le meilleur compromis.

- Plans traditionnels ou standards : Essentiellement, ces plans sont définis de manière empirique. Les niveaux de stress bas et haut sont donnés par expérience. De plus, pour réduire le nombre de variables de décision, on fixe quelques paramètres du plan comme : le niveau de stress intermédiaire se trouve au milieu de l'intervalle de stress bas et haut et une répartition égale de l'échantillon total aux différents niveaux. Ces plans fournissent généralement des estimations assez pauvres dans les conditions nominales et sont donc à éviter.
- Plans standards améliorés : Dans ces plans, on fixe quelques paramètres du plan : le niveau de stress intermédiaire se trouve au milieu de l'intervalle de stress bas et haut et une répartition égale de l'échantillon total aux différents niveaux. Toutefois, le niveau bas est optimisé afin de minimiser la variance du percentile de la durée de vie dans les conditions nominales.
- Plans optimal statistiquement : Lorsque l'on a un seul stress d'accélération, les plans utilisent uniquement deux niveaux de stress. Le niveau de stress bas, en respectant une certaine allocation de l'échantillon, est optimisé afin de minimiser la variance du percentile de la durée de vie dans les conditions nominales. Le niveau de stress est fixé préalablement permettant de précipiter beaucoup de défaillances réduisant la variance des estimations. Par contre, ces plans sont très sensibles aux erreurs de spécifications (type de lois, valeurs a priori nécessaires à la construction des plans, ...). Ainsi, l'optimalité d'un plan peut être impactée par les choix incorrects. De plus, avec seulement deux niveaux de stress il n'est pas possible de vérifier la validité de certaines hypothèses.
- Plans de meilleur compromis : Lorsque l'on a un seul stress d'accélération, les plans utilisent trois (ou plus) niveaux de stress. Le niveau de stress intermédiaire se trouve au milieu de l'intervalle de stress bas et haut. Le niveau de stress bas et l'allocation de l'échantillon total à ce niveau, sont optimisés afin de minimiser la variance du percentile de la durée de vie dans les conditions nominales.

Dans la suite de ce paragraphe, nous détaillons le principe de l'optimisation et les hypothèses considérées communément.

### Hypothèses générales

Il est possible de formuler le problème de la recherche d'un plan optimal en posant les hypothèses, présentées ci-dessous, permettant de traiter la plupart des problèmes de plans d'essais accélérés.

1. Le logarithme du temps à défaillance de chaque équipement suit une distribution « position et échelle » telle que :

$$pr(Y \leq y) = \Phi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) \quad (184)$$

Où  $\mu$  et  $\sigma$  sont les paramètres de position et d'échelle de la distribution et  $\Phi(\cdot)$  est la forme standard d'une distribution « position-échelle ».

2. Les temps de défaillances de tous les équipements en test, à tous les niveaux de stress, sont statistiquement indépendants.
3. Le paramètre de position  $\mu$  est une fonction linéaire du stress  $z_1$ . Plus particulièrement, nous traiterons :

$$\mu = \mu(z_1) = \gamma_0 + \gamma_1 x \quad (185)$$

4. Le paramètre d'échelle  $\eta$  ne dépend pas des niveaux de stress. Tous les équipements sont testés jusqu'à un temps d'essai fixé préalablement.
5. Deux des principales lois utilisées dans les essais accélérés sont les lois de Weibull et LogNormale. La loi de Weibull est donnée par :

$$Y \propto DVE(\mu(z_1) = \gamma_0 + \gamma_1 x, \sigma) \quad (186)$$

Où DEV représente la distribution des valeurs extrêmes

La loi logNormale est donnée par :

$$Y \propto Normal(\mu(z_1) = \gamma_0 + \gamma_1 x, \sigma) \quad (187)$$

C'est le logarithme de la durée de vie  $Y$  qui est décrit par une distribution DEV et Normale de paramètre de position  $\mu(z)$ , défini comme une fonction linéaire de stress  $z$ , et d'un paramètre d'échelle constant  $\sigma$ .

### Critère de planification et formulation du problème

Il est possible de standardiser le stress, sans perdre la généralité, par :

$$\xi = \frac{x - x_N}{x_H - x_N} \quad (188)$$

Où

- $x_N$  est le niveau nominal du stress correspondant aux conditions opérationnelles de l'équipement.
- $x_H$  est le niveau le plus élevé du stress.

Les valeurs de  $x$ ,  $x_D$  et  $x_H$  sont associées aux valeurs de stress ou à leurs transformations (par exemple l'inverse de la température pour la loi d'Arrhenius ou la transformation logarithmique pour la loi puissance inverse).

La valeur la plus élevée du stress doit être choisie de telle sorte que l'on conserve le même mécanisme de défaillance et par conséquent les mêmes hypothèses de lois de fiabilité et d'accélération. Elle peut être choisie en considérant les aspects technologiques tout en sachant que ce niveau permettra de précipiter rapidement des défaillances. Finalement, nous obtenons  $\xi=0$  pour le niveau nominal et  $\xi=1$  pour le niveau le plus élevé.

La plupart du temps, les essais accélérés sont construits pour estimer une valeur particulière de percentile  $T_p$  (probabilité de défaillance  $p$ ), de la distribution des durées de vie en conditions nominales. Le critère naturel est d'optimiser  $v(\hat{T}_p)$  ou  $v(\hat{Y}_p)$  avec  $Y_p = \ln(T_p)$ .  $v(\hat{Y}_p)$  mesure la précision de l'estimation du quantile  $p$ . Un « bon » plan doit permettre d'obtenir une valeur faible, si n'est pas le minimum, de  $v(\hat{Y}_p)$ . Pour le problème de minimisation, les variables de décision sont  $\xi_i$  (les niveaux de stress standardisés) et  $\pi_i$  (les pourcentages de la taille d'échantillon total alloués aux différents niveaux de stress). Le problème d'optimisation peut être formulé de la manière suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Minimiser : } v(\hat{Y}_p) = f(\xi_i, \pi_i) \\ \text{Sous contrainte : } 0 \leq \pi_i \leq 1, i=1,2, \dots, n \\ \text{Où } \sum_{i=1}^n \pi_i = 1 \end{array} \right.$$

La recherche d'un plan optimal nécessite de recourir à des algorithmes pour minimiser  $V(\hat{Y}_p)$ . La construction de plans doit être un compromis entre efficacité et précision d'extrapolation. Plus il y a de défaillances, meilleure est l'efficacité d'estimation nécessitant de hauts niveaux de stress mais imposant une extrapolation importante pour passer aux conditions nominales. Choisir le « meilleur » plan consiste donc à rechercher le meilleur compromis entre efficacité et extrapolation. Les plans d'essai avec plusieurs niveaux de stress sont plus robustes que les plans avec peu de niveaux car ils ne permettent pas de tester la validité du modèle de vie accélérée. Toutefois, ces derniers plans sont plus simples à mettre en place.

### Plan d'essais pour un seul stress

Ce paragraphe présente plusieurs plans couramment utilisés quand seulement un stress est appliqué sur les équipements en essai. Pour construire les plans, il est nécessaire de fournir quelques informations :

- Le stress nominal  $x_N$  et le stress le plus élevé  $x_H$ .
- La durée d'essai (temps de censure)  $t_i$  par niveau de stress.
- La valeur du paramètre d'échelle  $\sigma$ .

Ces informations permettent de formuler  $V(\hat{Y}_p)$

#### Formulation de $V(\hat{Y}_p)$ :

Nous avons  $\hat{Y}_p = \hat{\gamma}_0 + \hat{\gamma}_1 x_N + z_p \hat{\sigma}$

Où  $z_p$  est le percentile estimé par  $[z_p = \log[-\log(1-p)]]$  pour le cas d'une loi de valeurs extrêmes SEV (Weibull) ou par  $[z_p = \Phi_{nor}^{-1}(p)]$  dans le cas de la loi normale (LogNormale)

Alors la variance asymptotique  $V(\hat{Y}_p)$  peut être estimée par

$$V(\hat{Y}_p) = [1 \ x_N \ z_p] \Sigma \begin{bmatrix} 1 \\ x_N \\ z_p \end{bmatrix}$$

Où la matrice de variance-covariance  $\Sigma$  est donnée par

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \text{Var}(\hat{\gamma}_0) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\sigma}) \\ \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\gamma}_1) & \text{Var}(\hat{\gamma}_1) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_1, \hat{\sigma}) \\ \text{Cov}(\hat{\gamma}_0, \hat{\sigma}) & \text{Cov}(\hat{\gamma}_1, \hat{\sigma}) & \text{Var}(\hat{\sigma}) \end{bmatrix} = I^{-1}$$

Et la matrice de Fisher par

$$I = \sum_{i=1}^n F_i$$

avec

$$F_i = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} A(\zeta_i) & x_i A(\zeta_i) & B(\zeta_i) \\ x_i A(\zeta_i) & x_i^2 A(\zeta_i) & x_i B(\zeta_i) \\ B(\zeta_i) & x_i B(\zeta_i) & C(\zeta_i) \end{bmatrix}$$

Avec  $\zeta_i = (\eta_i - \gamma_0 - \gamma_1 x_i) / \sigma$

$i = (1, 2, 3)$  représentant respectivement les niveaux de stress  $x_B$ ,  $x_M$  et  $x_H$ .

Les termes  $A(\cdot)$ ,  $B(\cdot)$  et  $C(\cdot)$  sont déterminés par :

$$A(\zeta_i) = \Phi((\eta_i - \gamma_0 \zeta_0 - \gamma_1 \zeta_1) / \sigma)$$

$$B(\zeta_i) = \int_0^{e^{\zeta_i}} \ln(w) w e^{-w} dw + (1 - \Phi(\zeta_i)) \zeta_i e^{\zeta_i}$$

$$C(\zeta_i) = \left\{ \Phi(\zeta_i) + \int_0^{e^{\zeta_i}} \ln(w)^2 w e^{-w} dw + (1 - \Phi(\zeta_i)) \zeta_i^2 e^{\zeta_i} \right\}$$

### Plan optimal statistiquement à deux niveaux de stress

Le plan optimal statistiquement à deux niveaux de stress est le plus important des plans. Pour ce plan, le niveau de stress le plus élevé  $x_H$  et celui au niveau nominal  $x_D$  sont prédéterminés. Le niveau de stress bas d'essai  $x_B$ , et la taille d'échantillon allouée à ce niveau  $n_L$ , sont calculés tels qu'ils minimisent  $v(\hat{Y}_p)$ .

### Meilleur Plan standard à trois niveaux de stress

Dans ce plan, 3 niveaux de stress sont utilisés. Considérons  $\xi_B$ ,  $\xi_M$ ,  $\xi_H$  les 3 niveaux de stress standardisés avec le niveau moyen  $\xi_M$  au milieu des niveaux bas  $\xi_B$  et haut  $\xi_H$  :

$$\xi_M = \frac{\xi_B + \xi_H}{2} = \frac{\xi_B + 1}{2} \quad (189)$$

Une répartition égale de la taille d'échantillon total est considérée à chaque niveau de tests ( $\pi_B = \pi_M = \pi_H = 1/3$ ). Ainsi, le plan d'essais est  $(\xi_B, \xi_M, \xi_H, \pi_B, \pi_M, \pi_H) = (\xi_B, (\xi_B+1)/2, 1, 1/3, 1/3, 1/3)$  où seule la variable  $\xi_B$  est à estimer telle qu'elle minimise  $V(\hat{Y}_p)$ .

### Meilleur compromis de plan à trois niveaux de stress

Dans ce plan, 3 niveaux de stress sont utilisés tels que  $(\xi_B, (\xi_B+1)/2, 1)$ . La proportion de la taille d'échantillon total au niveau moyen  $\pi_M$  est égale à 0.2 (ou 0.1) qui donne de bons résultats. Ainsi, le plan d'essais est  $(\xi_B, \xi_M, \xi_H, \pi_B, \pi_M, \pi_H) = (\xi_B, (\xi_B+1)/2, 1, \pi_B, \pi_M, 1 - \pi_B - \pi_M)$  où seules les variables  $\xi_B$  et  $\pi_B$  sont à estimer telles qu'elles minimisent  $V(\hat{Y}_p)$ .

#### Exemple 1 :

Un essai accéléré doit être conduit à plusieurs niveaux de tension pour estimer le quantile 10 % de la durée de vie d'un condensateur chimique à la tension nominale 15kV. L'essai ne devra pas dépasser une durée de 672 heures. Le nombre total d'unités disponible pour l'essai est de 100 condensateurs.

Pour éviter d'introduire de nouveaux modes de défaillance que ceux observés lors des conditions opérationnelles, il est décidé, d'après les avis d'expert, de ne pas dépasser la tension de 38kV. De plus, on fait l'hypothèse que la distribution des durées de vie est de type Weibull et que la loi d'accélération est un modèle puissance inverse.

Le tableau suivant donne le résultat pour les 3 plans présentés précédemment

Plan optimal statistiquement à deux niveaux de stress	Meilleur Plan standard à trois niveaux de stress	Meilleur compromis de plan à trois niveaux de stress

Stress standardisé	$\xi_L$	0.0535	0.3933	0.4943
	$\xi_M$	-	0.6967	0.7472
	$\xi_H$	1.0000	1.0000	1.0000
Proportion de l'échantillon allouée par niveau de stress	$\pi_L$	0.7665	0.3333	0.5840
	$\pi_M$	-	0.3333	0.2000
	$\pi_H$	0.2335	0.3333	0.2160
Probabilité de défaillance	$p_L$	0.2980	0.1180	0.2254
	$p_M$	-	0.6533	0.7793
	$p_H$	0.9999	0.9999	0.9999
Variance standardisée	$V_{Y10\%}$	27.47	36.42	31.90

Cet exemple montre que le plan optimal statistiquement à deux niveaux de stress est celui qui permet d'obtenir la variance la plus faible 27.47. Par contre, ce plan est très sensible aux erreurs de spécifications (type de lois, valeurs a priori nécessaires à la construction des plans, ...). Ainsi, l'optimalité du plan peut être impactée par les choix incorrects. De plus, avec seulement deux niveaux de stress il n'est pas possible de vérifier la validité de certaines hypothèses.

Le plan meilleur compromis à trois niveaux de stress permet de lever ces difficultés avec une variance un tout plus élevée 31.90

### 3.4.9. Plan « Durée de vie-Démonstration-Fréquentielle-conditions accélérées »

Estimation d'un taux de défaillance constant  $\lambda$  ou d'un MTTF =  $1/\lambda$

On considère un équipement avec un taux de défaillance constant  $\lambda$ . Quand durant un temps cumulé d'essai  $T$ ,  $k$  défaillances ont été observées et le facteur d'accélération est donné par  $FA$ , l'estimation par maximum de vraisemblance donne :

$$\hat{\lambda} = \frac{k}{FA \cdot T} \quad \text{ou} \quad \hat{MTTF} = \frac{FA \cdot T}{k} \quad (190)$$

Pour un niveau de confiance donné  $\gamma = 1 - \beta_1 - \beta_2$  ( $0 < \beta_1 < 1 - \beta_2 < 1$ ) et  $k > 0$ , les bornes  $\lambda_{\min}$  et  $\lambda_{\max}$  de l'intervalle de confiance sur le paramètre inconnu  $\lambda$  sont données par :

$$\sum_{i=k}^{\infty} \frac{(\hat{\lambda}_{\min} T)^i}{i!} e^{-\hat{\lambda}_{\min} T} = \beta_2 \quad \text{et} \quad \sum_{i=0}^k \frac{(\hat{\lambda}_{\max} T)^i}{i!} e^{-\hat{\lambda}_{\max} T} = \beta_1 \quad (191)$$

et qui peuvent être estimées à partir du quantile de la loi du Khideux par :

$$\hat{\lambda}_{\min} = \frac{\chi_{2k, \beta_2}^2}{2T} \quad \text{et} \quad \hat{\lambda}_{\max} = \frac{\chi_{2(k+1), 1-\beta_1}^2}{2T} \quad (192)$$

et pour le MTTF on obtient :

$$\hat{MTTF}_{\min} = \frac{2T}{\chi_{2(k+1), 1-\beta_1}^2} \quad \text{et} \quad \hat{MTTF}_{\max} = \frac{2T}{\chi_{2k, \beta_2}^2} \quad (193)$$

**Remarque :**

Pour  $k=0$ , on obtient les bornes suivantes :

$$\hat{\lambda}_{\min} = 0 \quad \text{et} \quad \hat{\lambda}_{\max} = \frac{\ln(1/\beta_1)}{T}$$

et

$$\hat{MTTF}_{\min} = \frac{T}{\ln(1/\beta_1)} \quad \text{et} \quad \hat{MTTF}_{\max} = \infty$$

Pour déterminer la taille d'échantillon, on se fixe un rapport d'erreur  $R$  entre la borne max et l'estimateur du taux de défaillance. On obtient ainsi :

$$R = \frac{\hat{\lambda}_{\max}}{\hat{\lambda}} = \frac{\chi_{2(k+1), 1-\beta_1}^2}{2k} \quad (194)$$

Si le temps d'essai est suffisamment long pour précipiter les défaillances, il est possible de déduire la taille d'échantillon en résolvant :

$$\frac{\chi_{2(n+1),1-\beta_1}^2}{2n} = R \quad (195)$$

**Exemple :**

On souhaite déterminer la taille d'échantillon pour estimer le MTTF d'un équipement au niveau de confiance 95% ( $\beta_1 = \beta_2 = 2.5\%$ ) avec une précision  $R=1.5$ . La durée de l'essai permet de précipiter toutes les défaillances.

**Solution :**

La taille d'échantillon est obtenue en résolvant :

$$\frac{\chi_{2(n+1),0.975_1}^2}{2n} = 1.5 \quad \text{soit } n = 23 \text{ équipements}$$

### 3.4.10. Plan « Durée de vie-Estimation-Bayésienne-conditions accélérées »

Dans de nombreux travaux, les plans d'essais optimaux sont définis en considérant les connaissances a priori sur les paramètres de fiabilité (choix de fonction de fiabilité, valeurs des paramètres d'échelle et de forme, ...) et de modèle d'accélération (choix de loi d'accélération, valeurs des paramètres de lois, ...) pour évaluer les probabilités de défaillance aux différents niveaux sévérés.

Cette connaissance a priori n'est pas intégrée dans l'inférence statistique lors du processus d'optimisation (minimisation de la variance de la métrique de fiabilité) et de l'analyse des résultats d'essai (estimation des paramètres du modèle SVA). Pourtant, cette information peut être utilisée dans une approche bayésienne pour optimiser le plan d'essais. De plus, elle contient également l'incertitude sur la fiabilité réelle du nouvel équipement.

Aussi, nous proposons de reprendre en partie la méthodologie développée dans la thèse de Zohreh FATEMI qui consiste à définir un plan d'essais optimal en considérant une optimisation basée sur un critère de minimisation de la variance d'estimation intégrant l'inférence bayésienne et la prise en compte de l'incertitude sur les paramètres du modèle SVA pour obtenir un plan robuste. La figure 59 présente les différentes étapes de la méthodologie.

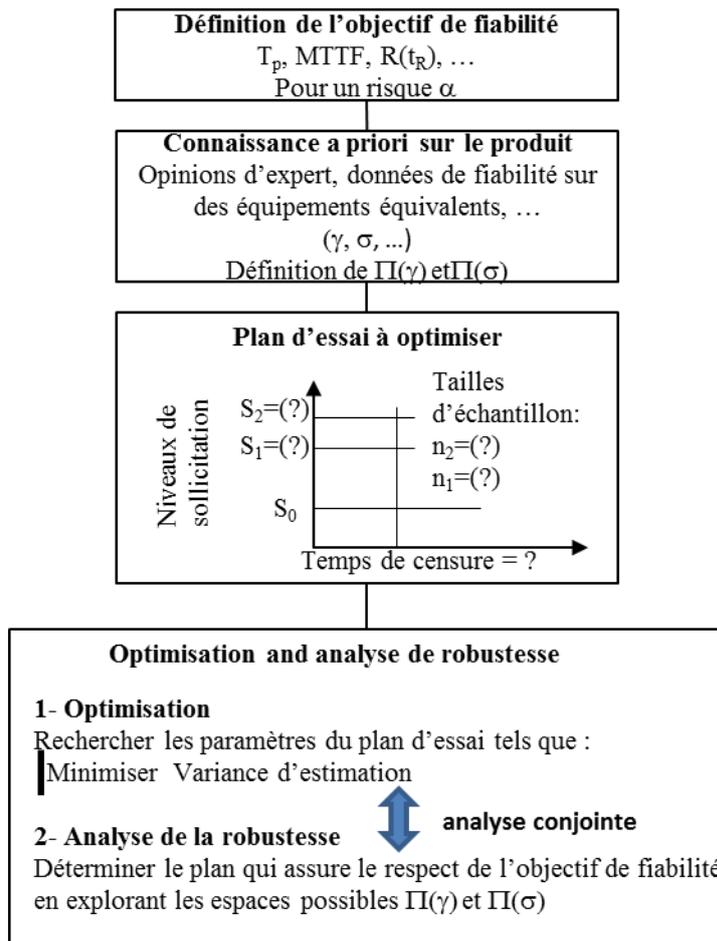
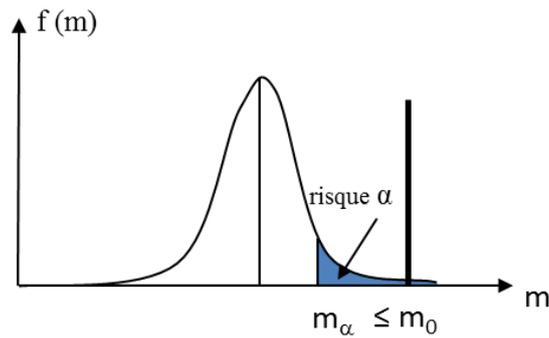


Figure 59 : Les différentes étapes de la méthodologie

### Définition de l'objectif de fiabilité

Le plan de tests est construit pour démontrer un objectif de fiabilité. Différentes métriques sont utilisées pour caractériser la fiabilité d'un produit : MTTF, B10, probabilité de défaillance sur la période de garantie, ... La qualification consiste à évaluer le risque de ne pas atteindre l'objectif de fiabilité avec l'estimation ponctuelle et l'intervalle de confiance (voir figure 60).



**Figure 60 : Principe du critère de qualification**

Ainsi, la métrique de fiabilité  $m_\alpha$  est définie par une fonction  $m(\gamma, \sigma)$  qui dépend des paramètres du modèle SVA.

La qualification du produit est validée lorsque la métrique mesurée vérifie :

$$\text{Prob}(m_\alpha \geq m_0) \leq \alpha$$

Avec  $m_0$  l'objectif de fiabilité à tenir,  $\alpha$  le risque fixé et  $m_\alpha$  la borne unilatérale.

Remarque : Il est possible que certaine métrique se formule par une inégalité inverse. Toutefois, le problème général se formule de la même manière et dans la suite de la thèse nous continuerons avec cette formulation.

La borne unilatérale  $m_\alpha$  est estimée par :

$$m_\alpha = \hat{m} e^{\left(\frac{-k_{1-\alpha} V(m)}{\hat{m}}\right)} \text{ pour } m \in [0, +\infty[ \quad (196)$$

$$m_\alpha = \frac{\hat{m}}{\left[ \hat{m} + (1 - \hat{m}) e^{\left(\frac{-k_{1-\alpha} V(m)}{\hat{m} + (1 - \hat{m})}\right)} \right]} \text{ pour } m \in [0, 1] \quad (197)$$

Avec

$$\hat{m} = m(\hat{\gamma}, \hat{\sigma})$$

$$V(m) = \sum_{l=0}^k \left( \frac{\partial m(\gamma, \sigma)}{\partial \gamma_l} \right)_{\hat{\gamma}, \hat{\sigma}}^2 V(\gamma_l) + \left( \frac{\partial m(\gamma, \sigma)}{\partial \sigma} \right)_{\hat{\gamma}, \hat{\sigma}}^2 V(\sigma)$$

Les variances  $V(\gamma_l)$  et  $V(\sigma)$  sont obtenues par la méthode MAP.

### Plan d'essais à optimiser

Selon le degré de connaissance sur la fiabilité du produit et la loi d'accélération, nous pouvons être amenés à sélectionner a priori le type de plan (statistiquement optimal, meilleur compromis, ...). Une fois ce choix réalisé, on définit les paramètres du plan à rechercher par optimisation :

- les niveaux de stress  $S_i$ ,
- les temps de censure à chaque niveau  $\tau_i$ ,
- les tailles d'échantillon allouées  $n_i$  à chaque niveau,
- ...

Certains des paramètres peuvent être fixés pour prendre en compte, par exemple, certaines considérations technologiques, industrielles, ... Ainsi, le plan à optimiser sera désigné par  $D(\omega)$  avec  $\omega$  les paramètres à optimiser.

### Connaissance a priori sur l'organe

La connaissance a priori sur le nouveau produit ( $\gamma, \sigma, \dots$ ) est obtenue des experts, des données de fiabilité issues d'équipements équivalents, des recueils de données de fiabilité, ... On considère l'hypothèse d'indépendance entre les variables et ainsi la distribution a priori est définie par :

$$\Pi(\gamma, \sigma) = \Pi(\sigma) \left[ \prod_{l=0}^k \Pi_{\gamma_l}(\gamma_l) \right] \quad (198)$$

Le choix de la forme de  $\Pi(\cdot)$  dépend du degré de connaissance sur les paramètres  $\gamma$  et  $\sigma$ .

### Définition de la fonction coût

On définit la fonction coût  $C(\omega, m(\gamma, \sigma)$  et  $m_0$ ) en considérant une formulation basée sur la qualité d'estimation basée sur la variance :

$$V(m) = \sum_{l=0}^k \left( \frac{\partial m(\gamma, \sigma)}{\partial \gamma_l} \right)_{\hat{\gamma}, \hat{\sigma}}^2 V(\gamma_l) + \left( \frac{\partial m(\gamma, \sigma)}{\partial \sigma} \right)_{\hat{\gamma}, \hat{\sigma}}^2 V(\sigma) \quad (199)$$

### Formulation du problème d'optimisation

Finalement, le problème d'optimisation se formule de la manière suivante :

Rechercher les paramètres du plan  $\omega$  du plan choisi  $D(\omega)$  tels que

$$\left| \begin{array}{l} \text{Minimiser } C(\omega, m(\gamma, \sigma) \text{ et } m_0) \end{array} \right.$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sous contraintes } g_i(\omega_i) \geq 0, i=1, \dots, r \text{ et } \gamma_i^{\min} \leq \gamma_i \leq \gamma_i^{\max} \text{ et } \sigma^{\min} \leq \sigma \leq \sigma^{\max} \end{array} \right.$

Cette formulation permet de fixer certains paramètres de plan d'essais (comme par exemple le niveau intermédiaire de stress fixé au milieu de l'intervalle défini par les valeurs min et max) et de prendre en compte le domaine possible des paramètres de modèle SVA pour obtenir un plan optimal robuste vis à vis de la fiabilité réelle du produit testé.

Il existe plusieurs méthodes d'optimisation mais nous proposons de présenter uniquement, pour la simplicité de sa mise en œuvre, la méthode des surfaces de réponse.

### Optimisation à l'aide d'une surface de réponse

La méthode consiste à construire une surface de réponse sur l'espace des solutions permettant de définir  $C(\omega, m(\gamma, \sigma))$  et  $m_0$  en fonction des paramètres du plan  $\omega$ . La construction se fera pas simulation de Monte Carlo assurant une mise en œuvre simple mais coûteuse en temps de calcul.

Pour commencer, il est nécessaire de définir un certain nombre de paramètres caractérisant la qualification à traiter :

- le plan d'essais  $D(\omega)$  à optimiser et les paramètres associés  $\omega = \omega_1, \dots, \omega_r$
- l'intervalle possible de solution  $\omega_i \in [\omega_i^{\min}, \omega_i^{\max}]$  avec  $i=1, \dots, r$  pour chaque paramètre  $\omega_i$
- le modèle SVA  $R_S(t) = R\left(\frac{\ln(t) - \gamma^T \cdot z_0}{\sigma}\right)$  caractérisant la fiabilité en fonction des sollicitations de sévérisation  $S$  et des paramètres  $\gamma$  et  $\sigma$ ,
- les distributions a priori  $\Pi(\gamma, \sigma) = \Pi(\sigma) \left[ \prod_{l=0}^k \Pi_{\gamma_l}(\gamma_l) \right]$  pour les paramètres  $\gamma$  et  $\sigma$ ,
- l'objectif de fiabilité contractuelle  $m_0$ ,
- la fonction coût  $C(\omega, m(\gamma, \sigma))$  et  $m_0$

Ensuite, on construit la surface de réponse en discrétisant l'espace des solutions  $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$  et pour chaque point  $\tilde{\omega}$  de cette espace on détermine la fonction coût  $C(\omega, m(\gamma, \sigma))$  et  $m_0$  par simulation de Monte Carlo afin de prendre en compte les effets d'échantillonnage et les incertitudes sur la fiabilité réelle et la loi d'accélération (caractérisée par  $\Pi(\sigma)$  et  $\Pi_{\gamma_i}(\gamma_i)$ ).

Les étapes de construction sont les suivantes :

1. discrétisation de l'espace des solutions

$$\tilde{\omega} = \left\{ \left( \omega_1^{\min}, \dots, \omega_1^i, \dots, \omega_1^{\max} \right), \dots, \left( \omega_j^{\min}, \dots, \omega_j^i, \dots, \omega_j^{\max} \right), \dots, \left( \omega_r^{\min}, \dots, \omega_r^i, \dots, \omega_r^{\max} \right) \right\}$$

2. génération aléatoire des paramètres  $\tilde{\gamma}$  et  $\tilde{\sigma}$  du modèle SVA  $R_S(t) = R\left(\frac{\ln(t) - \tilde{\gamma}^T \cdot z_0}{\tilde{\sigma}}\right)$  à partir des lois a priori  $\Pi(\sigma)$  et  $\Pi_{\gamma_i}(\gamma_i)$  en respectant les paramètres  $\tilde{\omega}$

3. génération aléatoire des résultats d'essai respectant le modèle SVA

$$R_S(t) = R\left(\frac{\ln(t) - \tilde{\gamma}^T \cdot z_0}{\tilde{\sigma}}\right) \text{ le plan } D(\tilde{\omega}) \text{ et ses paramètres } \tilde{\omega},$$

4. estimation MAP des paramètres de modèle SVA  $(\hat{\gamma}, \hat{\sigma})$  à partir des résultats d'essai simulés et détermination de la métrique  $m_\alpha = m(\hat{\gamma}, \hat{\sigma})$

5. répétition k fois de l'étape 2 à 4 afin d'obtenir un échantillon de métriques  $m_\alpha = m_\alpha^1, \dots, m_\alpha^k$

6. estimation du percentile  $m_\alpha^{\alpha'}$  de la métrique au risque  $\alpha'$ ,

7. évaluation de la fonction coût global  $C(\tilde{\omega}, m_\alpha^{\alpha'}, m_0)$

8. répétition des étapes 1 à 5 pour chaque point de l'espace discrétisé des solutions pour construire l'ensemble de la surface de réponses.

Pour finir, l'hypersurface du coût global est approximée par un polynôme quadratique pour lisser les effets de simulation de Monte-Carlo. Le plan d'essais optimum est obtenu par une méthode d'optimisation classique en minimisant le coût défini par le polynôme.

#### 3.4.11. Plan « Durée de vie-Démonstration-Bayésienne-conditions accélérées »

Ces plans reprennent les principes détaillés dans le paragraphe « Durée de vie-Démonstration –Bayésienne-Conditions nominales » en ajoutant l'effet de l'accélération pour prendre en compte la sévérisation des conditions d'essai. Cela se traduit par l'introduction d'un facteur d'accélération FA dans les différentes expressions. Pour construire le plan d'essais, il est nécessaire de définir a priori la loi d'accélération (type de loi et valeurs des paramètres) pour déduire le facteur d'accélération permettant de passer des conditions sévérisées à celles nominales.

Il est possible de trouver dans la littérature de nombreuses lois et les valeurs de leurs paramètres pour déterminer les facteurs d'accélération FA. On peut citer le cas du recueil de

données FIDES qui fournit des lois d'accélération génériques (indépendamment des technologies) pour des fonctions standards en électronique (COTS). Le tableau 28 donne des facteurs d'accélération génériques tirés de FIDES 2009.

Type de lois d'accélération	Facteurs d'accélération associés
<b>Loi d'Arrhénius</b>	$FA = e^{11604 \times 0.45 \times \left( \frac{1}{273+T_{accélérée}} - \frac{1}{273+T_{nominale}} \right)}$
<b>Loi de Peck</b>	$FA = \left( \frac{RH_{accélérée}}{RH_{nominale}} \right)^{4.4} e^{11604 \times 0.9 \times \left( \frac{1}{273+T_{accélérée}} - \frac{1}{273+T_{nominale}} \right)}$
<b>Loi de Norris-Lanzberg</b>	$FA = \left( \frac{\Delta T_{accélérée}}{\Delta T_{nominale}} \right)^4 e^{1414 \times \left( \frac{1}{273+T_{accélérée}} - \frac{1}{273+T_{nominale}} \right)}$
<b>Loi de Basquin</b>	$FA = \left( \frac{Grms_{accélérée}}{Grms_{nominale}} \right)^{1.5}$

**Tableau 28 : Facteurs d'accélération génériques tirés de FIDES 2009**

### Plan de démonstration dans un contexte unilatéral

On reprend les éléments en intégrant le facteur d'accélération.

Pour construire le plan, il est nécessaire des informations suivantes :

- $R_{demo}$  : fiabilité à démontrer.
- $T_{demo}$  : Temps associé à la fiabilité à démontrer.
- $1-\alpha$  : le niveau de confiance.
- $c$  : le nombre de défaillances accepté.
- $FA$  : le facteur d'accélération
- $n$  : le nombre d'équipements à tester disponible **ou**  $T_{essai}$  : le temps d'essai disponible.

La construction de plan consiste à déterminer le temps d'essai (si  $n$  est connu) ou le nombre d'équipements à tester (si  $T_{essai}$  est connu).

Ainsi, la fiabilité à démontrer peut s'écrire :

$$R_{demo} = g(T_{demo}, \beta, \eta)$$

Avec

- $g(.)$  : la fonction de fiabilité sélectionnée
- $\beta$  : le paramètre de forme
- $\eta$  : le paramètre d'échelle

Connaissant  $R_{demo}$ ,  $T_{demo}$  et  $\beta$ , il est possible de déduire la valeur du paramètre d'échelle et d'obtenir une nouvelle formulation de la fiabilité  $R_{essai}$ , qui est la fiabilité à démontrer en essai. Ensuite, la construction dépend si l'on doit estimer le nombre d'équipements à tester ( $T_{essai}$  est connu) ou le temps d'essai ( $n$  est connu).

#### Détermination du nombre d'équipements pour un temps d'essai fixé.

Connaissant la durée d'essai  $T_{essai}$ , il est possible de calculer la fiabilité  $R_{essai}$  à démontrer lors de l'essai :

$$R_{essai} = g(FA.T_{essai}, \beta, \eta) \quad (200)$$

Avec  $\beta$  et  $\eta$  les paramètres connus de la distribution choisie  $g(.)$  comme par exemple la loi de Weibull.

Ensuite, nous déterminons le nombre d'équipements à tester  $n$  permettant de démontrer la fiabilité  $R_{essai}$  en observant au plus  $c$  défaillances au niveau de confiance  $1-\alpha$  en résolvant :

$$\alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-R_{essai})^i \cdot R_{essai}^{n-i} \quad (201)$$

Avec :

- $\alpha$  : le risque fixé
- $c$  : le nombre de défaillances acceptable
- $n$  : le nombre total d'équipements à tester
- $R_{essai}$  : la fiabilité à démontrer en essai

#### Détermination du temps d'essai pour un nombre d'équipements à tester fixé.

La construction du plan est similaire au cas précédent. Connaissant le nombre d'équipements à tester  $n$ , le nombre de défaillances acceptables  $c$ , la fiabilité à démontrer en essai  $R_{essai}$ , les paramètres de forme  $\beta$  et d'échelle  $\eta$  et le niveau de confiance  $1-\alpha$ , nous déduisons le temps d'essai  $T_{essai}$  en résolvant :

$$\alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-R_{essai})^i \cdot R_{essai}^{n-i} = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-g(FAT_{essai}, \beta, \theta))^i \cdot g(FAT_{essai}, \beta, \theta)^{n-i} \quad (202)$$

### Démonstration d'un MTTF

La construction du plan pour démontrer une valeur du MTTF est identique à la démonstration d'une fiabilité. En effet, lorsque le paramètre de forme  $\beta$  est connu et la fonction de fiabilité choisie, le paramètre d'échelle peut être déduit directement. Ensuite, la construction du plan d'essais revient à traiter les cas précédents.

#### Exemple 1 :

Un ingénieur doit planifier un plan d'essais accélérés pour démontrer qu'un équipement électronique atteint une fiabilité de 95% après 15 000 cycles pour un niveau de confiance de 90%.

L'historique sur des versions antérieures indique que la fonction de fiabilité est décrite par une loi de Weibull avec un paramètre de forme  $\beta = 1,5$  et que le facteur d'accélération est de 10. L'ingénieur veut réduire le nombre d'équipements à tester sur une durée d'essai fixée à 5 000 cycles en observant 0 défaillance.

#### Solution :

La fiabilité à démontrer s'écrit :

$$R_{demo} = 0.95 = e^{\left(-\left(\frac{T_{demo}}{\theta}\right)^\beta\right)} = e^{\left(-\left(\frac{15000}{\theta}\right)^{1.5}\right)}$$

On déduit la valeur du paramètre d'échelle  $\theta$  de :

$$\theta = T_{demo} \ln\left(\frac{1}{R_{demo}}\right)^{-\frac{1}{\beta}} = 15000 \ln\left(\frac{1}{0.95}\right)^{-\frac{1}{1.5}} = 108655,3 \text{ cycles}$$

Ensuite, on déduit la fiabilité à démontrer au cours de l'essai d'une durée de 5 000 cycles :

$$R_{essai} = e^{\left(-\left(\frac{FAT_{essai}}{\theta}\right)^\beta\right)} = e^{\left(-\left(\frac{10.5000}{108655,3}\right)^{1.5}\right)} = 0,732$$

Finalement, on détermine le nombre d'équipements à tester en résolvant :

$$\alpha = \sum_{i=0}^c \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-R_{essai})^i \cdot R_{essai}^{n-i} = \sum_{i=0}^0 \frac{n!}{i!(n-i)!} (1-0.732)^i \cdot 0.732^{n-i} = 0.732^n$$

D'où

$$n = \frac{\ln(\alpha)}{\ln(R_{essai})} = \frac{\ln(0.1)}{\ln(0.732)} = 7.32$$

L'essai est réalisé sur 8 équipements et si aucune défaillance n'apparaît après 5 000 cycles alors l'objectif de fiabilité est atteint.

### Démonstration d'un taux de défaillance $\lambda$ constant ou d'un MTTF = $1/\lambda$ dans un contexte bilatéral

Dans le contexte d'un plan d'acceptation, la démonstration d'un  $\lambda$  ou d'un MTTF =  $1/\lambda$  est généralement suffisante par rapport à une estimation complète. Le principe général est de vérifier une hypothèse nulle  $H_0 : \lambda < \lambda_0$  (ou MTTF > MTTF<sub>0</sub>) contre une hypothèse alternative  $H_1 : \lambda > \lambda_1$  (ou MTTF < MTTF<sub>1</sub>), en considérant les risques fournisseur  $\alpha$  et client  $\beta$  acceptés (avec  $0 < \alpha < 1 - \beta < 1$ ).

Ainsi, les équipements devront être acceptés avec la probabilité proche (mais pas moins) de  $1 - \alpha$ , si la vraie valeur du MTTF (inconnu) est plus grande que MTTF<sub>0</sub>, mais rejetés avec la probabilité proche (mais pas moins) de  $1 - \alpha$ , si le MTTF est plus petite que MTTF<sub>1</sub> (MTTF<sub>0</sub> > MTTF<sub>1</sub> sont des valeurs fixées).

La valeur MTTF<sub>0</sub> correspond à l'objectif à démontrer et MTTF<sub>1</sub> la valeur minimale acceptable. La valeur  $\alpha$  est le risque fournisseur correspondant à la probabilité de rejeter à tort l'hypothèse  $H_0$  ( $H_0 : \text{MTTF} > \text{MTTF}_0$ ). La valeur  $\beta$  est le risque client correspondant à la probabilité d'accepter l'hypothèse  $H_0$  alors que l'hypothèse alternative  $H_1$  est vraie ( $H_1 : \text{MTTF} < \text{MTTF}_1$ ). Le traitement de ce problème peut être fait par un test bilatéral ou par un test séquentiel.

Avec un test simple bilatéral, le temps cumulé d'essai T et le nombre de défaillances permises sur la durée T sont déterminés. La procédure est la suivante :

3. A partir des valeurs MTTF<sub>0</sub>, MTTF<sub>1</sub>,  $\alpha$ ,  $\beta$  et FA fixées préalablement, nous déterminons les valeurs c et T qui vérifient :

$$\sum_{i=0}^c \frac{(FA \cdot T / \text{MTTF}_0)^i}{i!} e^{-(FA \cdot T / \text{MTTF}_0)} \geq 1 - \alpha \quad (203)$$

et

$$\sum_{i=0}^c \frac{(F.A.T / MTTF_1)^i}{i!} e^{-(F.A.T / MTTF_1)} \leq \beta \quad (204)$$

4. Le test est réalisé avec un temps cumulé d'essai T en relevant le nombre de défaillances observées k. La prise de décision se fait de la manière suivante :

- $H_0$  est refusée :  $MTTF > MTTF_0$  si  $k > c$
- $H_0$  est acceptée :  $MTTF > MTTF_0$  si  $k \leq c$

**Exemple :**

On considère un équipement pour lequel on souhaite construire un plan de démonstration. Les paramètres du plan sont les suivants :

- $MTTF_0 = 2000h$  (l'objectif à démontrer)
- $MTTF_1 = 1000h$  (minimum acceptable)
- $\beta = 0.2$  (risque fournisseur)
- $\alpha = 0.2$  (risque client)
- $FA = 10$  (facteur d'accélération)

En résolvant numériquement le système d'inéquations, du point 1, nous obtenons :

- $T = 920 h$  (Temps cumulé d'essai à réaliser)
- $c = 6$  (nombre de pièces critiques)

Les risques fournisseur et client sont réévalués avec ces paramètres :

- $\beta = 0.82$  (risque fournisseur)
- $\alpha = 0.19$  (risque client)

La figure suivante montre la courbe de probabilité d'acceptation. Pour chaque point  $1/MTTF$ , on a la probabilité d'avoir pas plus de c défaillances durant le temps d'essai T. Cette courbe,

qui est fonction de  $\lambda=1/MTTF$ , est décroissante monotone et ainsi le risque d'une fausse décision diminue pour  $MTTF > MTTF_0$  et  $MTTF < MTTF_1$ .

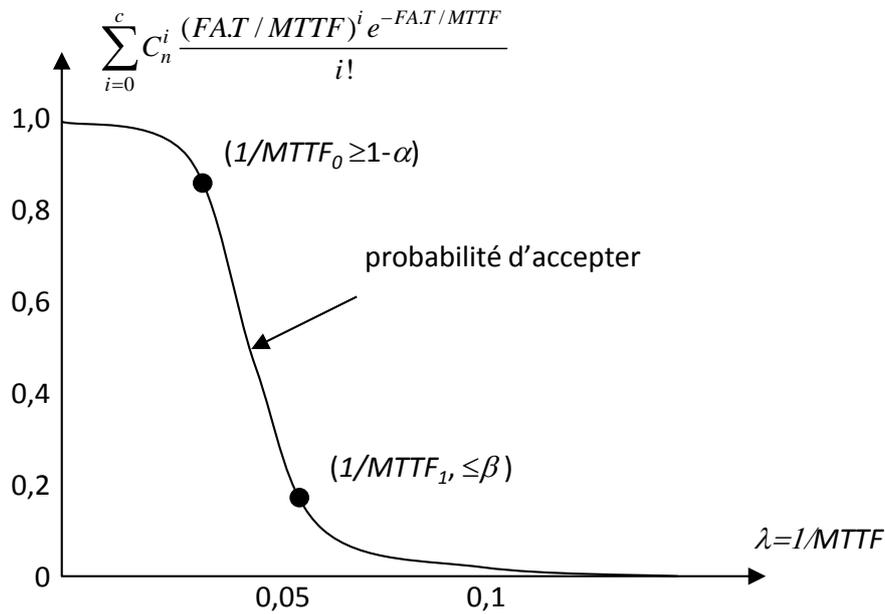


Figure 61 : Courbe de probabilité d'acceptation

Cette problématique peut être traitée également par un essai séquentiel.

### Plan séquentiel pour la loi exponentielle

La loi exponentielle est considérée lorsque l'on suppose le taux de défaillance constant. Le pdf de la loi exponentielle est :

$$f(t) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{t}{\theta}} \quad (205)$$

Où  $t$  est le temps et  $\theta$  le temps moyen de fonctionnement (MTTF).

Les hypothèses à tester sont :

- $H_0 : MTTF > MTTF_0$
- $H_1 : MTTF < MTTF_1$  avec  $MTTF_0 > MTTF_1$

On considère également les risques client  $\alpha$  et fournisseur  $\beta$ .

Pour faire le test d'hypothèse, on construit le logarithme du rapport des vraisemblances :

$$\ln(LR) = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{(1/MTTF_1)e^{(-FA.t_i/MTTF_1)}}{(1/MTTF_0)e^{(-FA.t_i/MTTF_0)}} \right] = n \ln \left( \frac{MTTF_0}{MTTF_1} \right) - FA.T \left( \frac{1}{MTTF_1} - \frac{1}{MTTF_0} \right) \quad (206)$$

Avec

- n : nombre total d'équipements en test
- T : temps cumulé d'essai ( $T = \sum_{i=1}^n t_i$ )
- FA : le facteur d'accélération fixé préalablement.

Les régions du test sont définies par :

$$A_n < FA.T < B_n \quad (207)$$

Où  $A_n = C \ln \left( \frac{\alpha}{1-\beta} \right) + nC \ln \left( \frac{MTTF_0}{MTTF_1} \right)$      $B_n = C \ln \left( \frac{1-\alpha}{\beta} \right) + nC \ln \left( \frac{MTTF_0}{MTTF_1} \right)$      $C = \frac{MTTF_0 MTTF_1}{(MTTF_0 - MTTF_1)}$

On obtient un graphique qui permet de suivre l'essai.

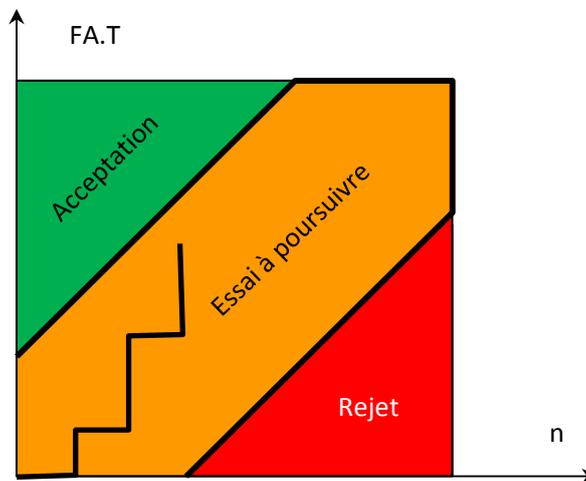


Figure 62 : Graphique d'un plan séquentiel

**Exemple 1 :**

On souhaite démontrer un MTTF d'un nouvel équipement supérieur à 5000h. On décide que la valeur inacceptable du MTTF est inférieure à 3000h. On choisit les risques fournisseur  $\beta = 0.05$  et client  $\alpha = 0.1$ .

1- Construire le plan séquentiel

2- Un essai accéléré sur 5 équipement a été réalisé et on a obtenu leur instant de défaillance : 196.9, 15.3, 94.2, 262.6 et 111.6 heures. En supposant que le facteur d'accélération est de 55, quelle est la décision à prendre ?

**Solution**

Les frontières sont déterminées des équations donnant A et B :

$$-21677,8+3831,2n < \text{FA.T} < 16884,7+3831,2n$$

En accord avec les règles de décision, nous pourrions conclure que le MTTF de l'équipement atteint l'objectif de 5000 h si  $\text{FA.T} \geq 16884,7+3831,2n$  mais ne l'atteint pas si

$\text{FA.T} \leq -21677,8+3831,2n$ . Autrement, l'essai est poursuivi.

Pour prendre la décision sur la poursuite de l'essai, nous devons convertir les instants de défaillance obtenus dans les conditions sévériées en leurs équivalents dans les conditions nominales en appliquant le facteur d'accélération. Le temps cumulé d'essai est :

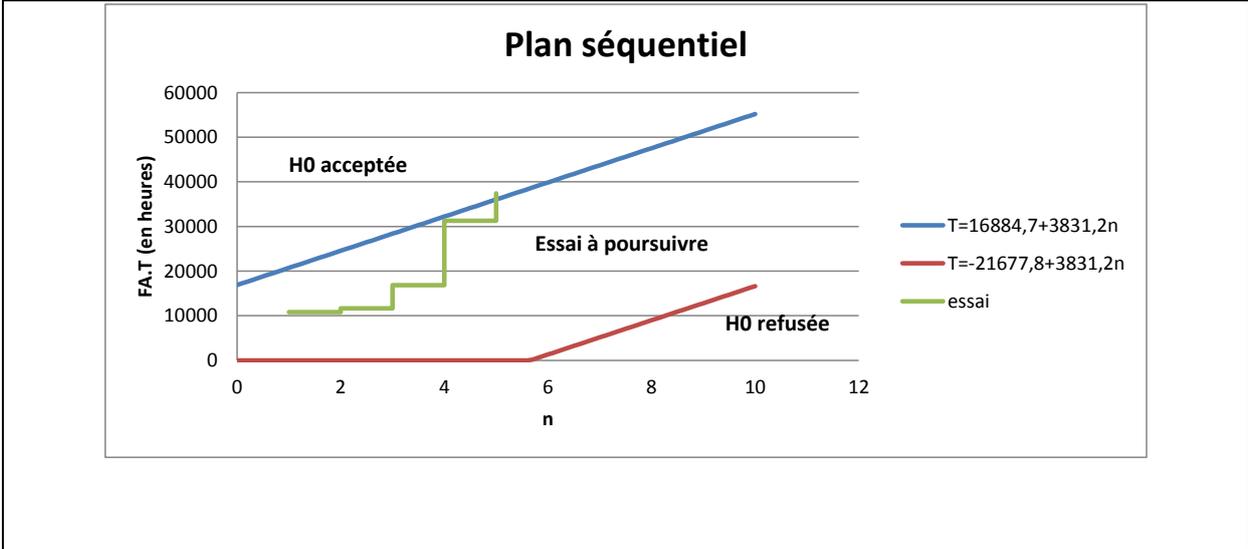
$$\text{FA.T} = 55 \times (196.9 + 15.3 + 94.2 + 262.6 + 111.6) = 37\,433 \text{ h}$$

Les limites de décision sont :

$$A_5 = -21677,8 + 3831,2 \times 5 = -2521.8$$

$$B_5 = 16884,7 + 3831,2 \times 5 = 36040.7$$

Le temps cumulé d'essai  $\text{FA.T} = 37\,433 \text{ h}$  est supérieur à  $B_5 = 36040.7 \text{ h}$ . Aussi, nous concluons que le MTTF de l'équipement atteint l'objectif de 5000h. Le résultat du test séquentiel et le processus de décision sont représentés sur le graphique suivant :



### Plan séquentiel pour la loi de Weibull

La loi de Weibull est considérée pour des équipements subissant un vieillissement avec un taux de défaillance croissant (il est possible de traiter les cas de taux de défaillance constant et décroissant). Le pdf de la loi de Weibull est :

$$f(t) = \frac{m}{\eta} \left(\frac{t}{\eta}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^m} \quad (208)$$

Où  $t$  est le temps,  $m$  le paramètre de forme et  $\eta$  le paramètre d'échelle.

Si on définit  $y = t^m$  où  $m$  est supposé connu,  $y$  suit une distribution exponentielle avec un paramètre d'échelle  $\theta = \eta^m$ . Alors, le plan d'essais séquentiel pour la loi de Weibull est obtenu par modification du plan séquentiel exponentiel. Supposons que l'on souhaite démontrer une valeur du paramètre d'échelle de Weibull telle que si  $\eta = \eta_0$  la probabilité d'acceptation l'équipement est  $1-\alpha$ , et si  $\eta = \eta_1$  la probabilité d'acceptation l'équipement est  $\beta$ .

Les hypothèses à tester sont :

- $H_0 : \theta > \theta_0$
- $H_1 : \theta < \theta_1$  avec  $\theta_0 > \theta_1$ ,  $\theta_0 = \eta_0^m$  et  $\theta_1 = \eta_1^m$

Les régions du test sont définies par :

$$A_n < FA.T < B_n \quad (209)$$

$$\text{Où } A_n = C \ln\left(\frac{\alpha}{1-\beta}\right) + nmC \ln\left(\frac{\eta_0}{\eta_1}\right) \quad B_n = C \ln\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right) + nC \ln\left(\frac{\eta_0}{\eta_1}\right) \quad C = \frac{(\eta_0 \eta_1)^m}{(\eta_0^m - \eta_1^m)} \text{ et}$$

$$FA.T = \sum_{i=1}^n (FA.t_i)^m$$

Nous acceptons l'hypothèse  $H_0$  si  $FA.T \geq B_n$ , rejetons si  $FA.T \leq A_n$  et continuons dans les autres cas. La courbe d'acceptation peut être construite en utilisant le même principe que pour le cas exponentiel avec les transformations  $\theta_0 = \eta_0^m$  et  $\theta_1 = \eta_1^m$ .

### 3.4.12. Plan « Dégradation-Estimation-Fréquentielle-conditions nominales »

Un essai de dégradation consiste à mesurer l'évolution d'une caractéristique représentative du mode de défaillance (longueur de fissure associée à la rupture par fatigue, jeu d'une liaison associé au phénomène d'usure, ...) sur un échantillon de produit. Ainsi, il est possible d'obtenir des trajectoires de dégradation  $z(t)$  permettant d'obtenir les dates de franchissement du seuil critique  $z_c$  (correspondant à un niveau de dégradation provoquant rapidement la défaillance) et de déduire la fiabilité (voir figure 63).

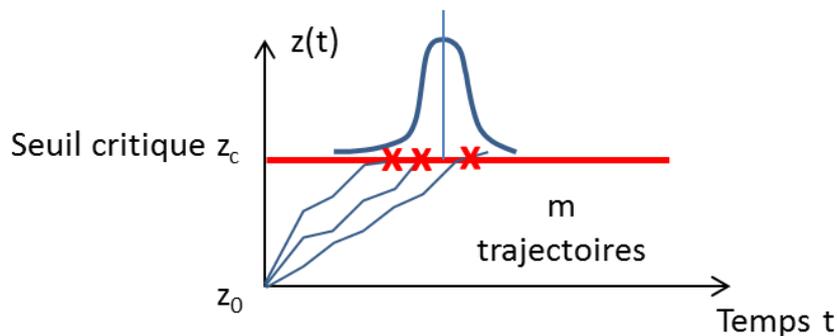


Figure 63 : Trajectoires de dégradation

Les processus de dégradation sont des trajectoires de processus stochastiques avec des incréments de dégradation indépendants. Dans la thèse de Julien BAUSSARON a été montré l'intérêt d'utiliser les processus de Wiener (linéaire ou pas) pour modéliser les dégradations physiques couramment rencontrées dans l'industrie. Dans le cadre de cette thèse, nous proposons de considérer le cas des processus de Wiener de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$  avec les hypothèses suivantes :

- $W(0)=0$ ,
- Les incréments  $W(t+h)-W(t)$  suivent une loi normale  $N(\mu h, \sigma^2 h)$ ,
- Si  $W_0$  est un processus standard de Wiener, c'est à dire  $\mu = 0$  et  $\sigma^2 = 1$ , alors  $W(t) = \mu t + \sigma W_0(t)$  est un processus de Wiener de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ .

La distribution des pseudo instants de défaillance,  $T$ , est une loi Gaussienne inverse  $IG(z_c/\mu, z_c^2/\sigma^2)$ , de densité :

$$f(T | z_c, \mu, \sigma) = \frac{z_c}{\sqrt{2\pi\sigma}} T^{-\frac{3}{2}} e^{\left(-\frac{(z_c - \mu T)^2}{2\sigma^2 T}\right)} \quad (210)$$

L'estimation de  $\mu$  and  $\sigma$  est obtenue par maximum de vraisemblance en utilisant les incréments de dégradation observés  $\Delta z_{ij}$  (pour la trajectoire  $i$  ( $m$  trajectoires) et au temps  $j$  ( $q_i$  mesures par trajectoire), comme montré sur la Figure 64).

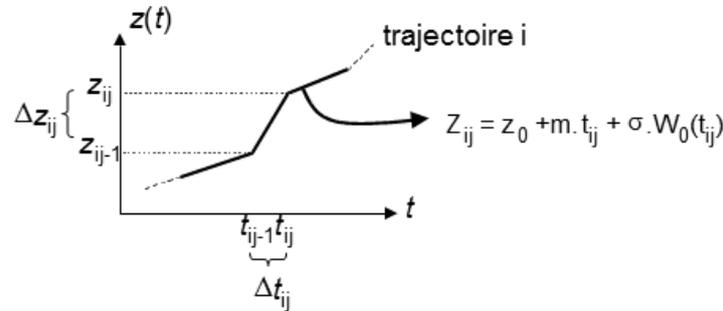


Figure 64 : Exemple de données

Avec des incréments de dégradation  $\Delta z_{ij}$  caractérisés par une loi normale (de moyenne  $\mu \cdot \Delta t_{ij}$  et de variance  $\sigma^2 \Delta t_{ij}$ ), la vraisemblance s'écrit :

$$L(\mu, \sigma) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{q_i} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi \Delta t_{ij}}} e^{-\left(\frac{(\Delta z_{ij} - \mu \Delta t_{ij})^2}{2 \Delta t_{ij} \sigma^2}\right)} \quad (211)$$

Dans la majorité des cas, la périodicité de mesure de dégradation est constante ( $\Delta t_{ij} = \Delta t$ ). En considérant cette hypothèse, la vraisemblance peut s'écrire :

$$L(\mu, \theta) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{q_i} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{(x_{ij} - \mu)^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (212)$$

avec  $x_{ij} = \Delta z_{ij} / \Delta t$

Nous utilisons la méthode du maximum de vraisemblance pour estimer les deux paramètres inconnus  $\mu$  et  $\sigma$ . D'un échantillon de taille  $n$  incréments ( $n = \sum_{i=1}^m q_i$ ), la moyenne  $\bar{x}$  and l'écart-type  $s$  de la population sont estimées (estimateurs ponctuels) par :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} x_{ij}}{n} \quad \text{et} \quad s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (213)$$

Les essais de dégradation sont planifiés pour estimer une métrique de fiabilité particulière (par exemple une probabilité de défaillance  $P_f$  comme présentée dans la figure 65). Aussi, pour dimensionner le plan d'essais, il est nécessaire de définir un critère traduisant la qualité d'estimation de  $P_f$ .

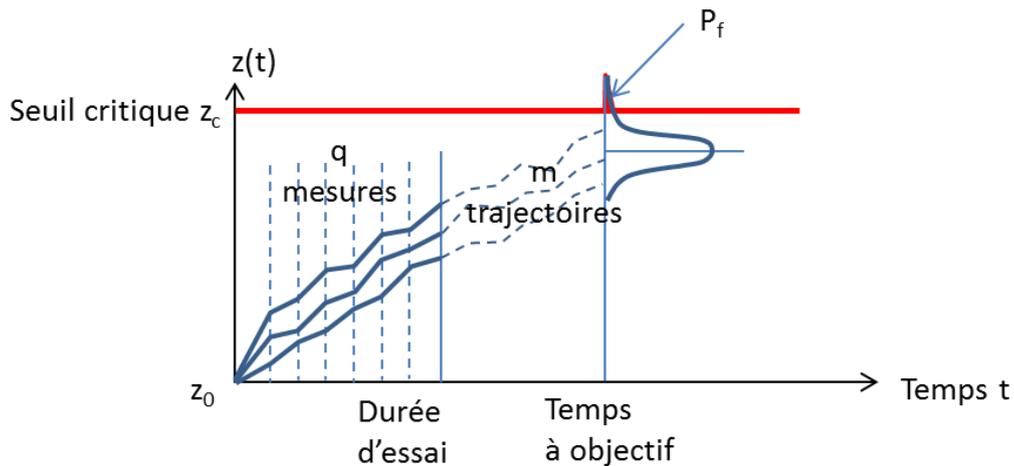


Figure 65 : Définition du problème de construction d'un plan d'essais de dégradation

Cette résolution est commune au cas bayésien (la résolution fréquentielle est équivalente à celle du bayésien sans connaissance a priori) et nous proposons de l'aborder dans la section suivante.

### 3.4.13. Plan « Dégradation-Estimation-Bayésienne-conditions nominales »

Nous reprenons les hypothèses citées dans la section précédente avec une légère reparamétrisation de la vraisemblance nécessaire pour traiter le cas bayésien. Avec des incréments de dégradation  $\Delta z_{ij}$  caractérisés par une loi normale (de moyenne  $\mu \cdot \Delta t_{ij}$  et de variance  $\Delta t_{ij} \cdot (1/\theta^2)$  avec  $\sigma^2 = 1/\theta^2$ ), la vraisemblance s'écrit :

$$g(\Delta z | \mu, \theta) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{q_i} \frac{\theta^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi\Delta t_{ij}}} e^{-\left(\frac{\theta(\Delta z_{ij} - \mu\Delta t_{ij})^2}{2\Delta t_{ij}}\right)} \quad (214)$$

Dans la majorité des cas, la périodicité de mesure de dégradation est constante ( $\Delta t_{ij} = \Delta t$ ). En considérant cette hypothèse, la vraisemblance peut s'écrire :

$$g(\{x\} | \mu, \theta) = \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{q_i} \frac{\theta^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{\theta(x_{ij} - \mu)^2}{2}\right)} \quad (215)$$

avec  $x_{ij} = \Delta z_{ij}/\Delta t$

#### Principe du bayésien

La fonction de densité a posteriori  $f(\mu, \theta/x)$  de  $\mu$  et  $\theta$ , obtenue d'un échantillon

d'observations  $x=\{x_i\}$  et de fonctions de densité a priori  $f(\mu)$  et  $f'(\theta)$  de  $\mu$  et  $\theta$ , est donnée par :

$$f(\mu, \theta/x) = \frac{g(x/\mu, \theta) \cdot f(\mu) \cdot f'(\theta)}{\int_{D(\mu)} \int_{D(\theta)} g(x/\mu, \theta) \cdot f(\mu) \cdot f'(\theta) \cdot d\mu d\theta} \quad (216)$$

où

$\mu$  et  $\theta$  : les paramètres à estimer

$x=\{x_i\}$  : les observations

$f(\mu)$  et  $f'(\theta)$  : les fonctions de densité a priori (connaissance disponible)

$g(x/\mu, \theta)$  : la fonction de vraisemblance

$f(\mu, \theta/x)$  : la fonction de densité a posteriori

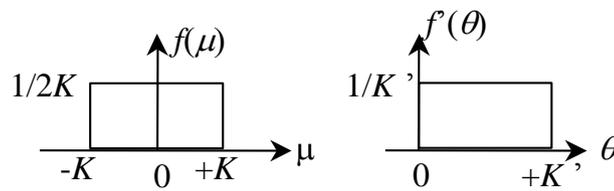
$D(\mu)$  et  $D(\theta)$  : domaines des variables inconnues

Maintenant, deux cas sont à étudier pour définir la fonction de densité a posteriori :

- Aucune connaissance sur  $\mu$  et  $\theta$
- Connaissance disponible sur  $\mu$  et  $\theta$

**Cas 1 : Aucune connaissance disponible sur  $\mu$  et  $\theta$**

Quand il n'y a aucune connaissance sur la moyenne  $\mu$  et l'inverse de la variance  $\theta$ , la distribution uniforme non informative est utilisée pour définir les fonctions de densité a priori  $f(\mu)$  et  $f'(\theta)$ .



avec  $K, K' \rightarrow \infty$

**Figure 66 : Distribution uniforme non informative**

La fonction de vraisemblance, pour un échantillon de taille  $n$ , est donnée par

$$g(x/\mu, \theta) = \frac{\theta^{\frac{n}{2}}}{(\sqrt{2\pi})^n} e^{-\frac{1}{2}\theta \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2} \quad (217)$$

Alors, la fonction de densité a posteriori s'écrit :

$$f(\mu, \theta/x) = \frac{g(x/\mu, \theta)f(\mu)f(\theta)}{\int_{-K}^{+K+K'} \int_0^\infty g(x/\mu, \theta)f(\mu)f(\theta)d\mu d\theta} \quad (218)$$

with  $K, K' \rightarrow \infty$

Selon Congdon, Ahmad et al et Chen et al, la fonction de densité a posteriori est donnée par

$$f(\mu, \theta/x) = \underbrace{\frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{a-1} e^{-b\theta}}_{\mathcal{G}(a,b)} \underbrace{\sqrt{\frac{n\theta}{2\pi}} e^{-\frac{n\theta}{2}(\mu-c)^2}}_{\mathcal{N}(c, \frac{1}{\sqrt{\theta(2a-1)}})} \quad (219)$$

où

$$a = \frac{n+1}{2} \quad b = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 \quad c = \bar{x}$$

Qui est une combinaison de distributions Gamma et Normale.

### Cas 2 : Connaissance disponible sur $\mu$ et $\theta$

Selon Congdon, Ahmad et al et Chen et al, nous proposons de choisir la fonction de densité a priori. Alors, la fonction de densité a posteriori s'écrit :

$$f(\mu, \theta/x) = \underbrace{\frac{b'^{a'}}{\Gamma(a')} \theta^{a'-1} e^{-b'\theta}}_{\mathcal{G}(a',b')} \underbrace{\sqrt{\frac{(2a'-1)\theta}{2\pi}} e^{-\frac{(2a'-1)\theta}{2}(\mu-c')^2}}_{\mathcal{N}(c', \frac{1}{\sqrt{\theta(2a'-1)}})} \quad (220)$$

où

$$a' = \frac{n}{2} + a \quad c' = M = \frac{n\bar{x} + (2a-1)c}{n+2a-1} \quad b' = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{2(n+2a-1)}$$

Qui est une combinaison de distributions Gamma et Normale.

### Estimateurs bayésiens

Une fois que la fonction de densité a posteriori est définie, l'estimation des paramètres  $\mu$  et  $\theta$  peut être obtenue à l'aide des fonctions marginales associée à  $\mu$  et  $\theta$ .

Dans le cas où aucune connaissance n'est disponible, nous retrouvons les estimateurs ponctuels classiques de la moyenne et de la variance :

$$\hat{\mu} = c = \bar{x} \quad \text{et} \quad \hat{s}^2 = \frac{b}{a-1} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2}{n-1} \quad (221)$$

avec  $a$ ,  $b$  et  $c$  définis par (74.)

Dans le cas où une connaissance est disponible, les estimateurs ponctuels de la moyenne et de la variance sont donnés par :

$$\hat{\mu} = c' = \frac{n\bar{x} + (2a-1)c}{n + 2a - 1} \quad (222)$$

et

$$\hat{s}^2 = \frac{b'}{a'-1} = \frac{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{2(n+2a-1)}}{\frac{n}{2} + a - 1} \quad (223)$$

où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont les paramètres de la fonction de densité a priori et  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  les paramètres de la fonction a posteriori.

La détermination de la distribution a priori peut se construire selon la méthode présentée dans la section 1.6.1.3.

### Détermination du plan d'essais

La probabilité de défaillance est donnée par :

$$P_f = 1 - \Phi(u) \quad (224)$$

Où :  $u = \frac{\ln(T) - \hat{\mu}}{s}$  avec T le temps à l'objectif

Où  $u = \frac{z_c - [\hat{\mu} * t + z_0]}{s * \sqrt{t}}$  avec t le temps à l'objectif,  $z_0$  la dégradation initiale et  $z_c$  la dégradation critique.

La borne supérieure de l'intervalle unilatéral de la probabilité de défaillance (pour le niveau de confiance  $1 - \alpha$ ) est :

$$Pf_{max} = 1 - \Phi(u_{min}) \quad (225)$$

Avec :

$$u_{lower} = u - k_{1-\alpha} * \sqrt{var(u)}$$

et

$$Var(u) = \frac{1}{s^2} * [\sqrt{t} * Var(\mu) + u^2 * var(s)]$$

avec  $k_{1-\alpha}$  le quantile de la normale centrée réduite pour la probabilité  $1 - \alpha$ .

La variance sur u devient alors :

$$Var(u) = \frac{1}{b'} \left[ \sqrt{\frac{b't}{(2a'-1)}} + \frac{a' [z_c - (c't + z_0)]^2}{4(a'-1)} \right] \quad (226)$$

où

$$a' = \frac{n}{2} + a \quad c' = M = \frac{n\bar{x} + (2a-1)c}{n+2a-1} \quad b' = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 + b + \frac{n(2a-1)(\bar{x}-c)^2}{2(n+2a-1)}$$

Pour définir le plan d'essais, nous déterminons la borne inférieure  $u_{lower}$  de la variable centrée réduite associée à la probabilité de défaillance objectif  $P_f$  :

$$u_{min} = \Phi^{-1}(1 - Pf) \quad (227)$$

La variance cible  $\tilde{Var}(u)$  sur u est déduite de :

$$\tilde{Var}(u) = \sqrt{\frac{u - u_{lower}}{k_{1-\alpha}}} \quad (228)$$

où  $u = \frac{z_c - [\hat{\mu} * t + z_0]}{s * \sqrt{t}}$  est définie avec la moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $s$  donnés, respectivement, par les relations (222) et (223).

On considère que les résultats d'essai suivront la loi de fiabilité a priori caractérisée par les paramètres :

$$\bar{x} = c \quad \text{et} \quad \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ij} - \bar{x})^2 = b \quad (229)$$

Finalement, les paramètres a posteriori deviennent :

$$a' = \frac{n}{2} + a \quad c' = \frac{(n + 2a - 1)c}{n + 2a - 1} \quad b' = 2b \quad (230)$$

Le plan d'essais est choisi en recherchant la valeur de la taille d'échantillon  $n$  dans la relation 226 respectant la valeur de  $\tilde{Var}(u)$ .

### Exemple

Considérons un capteur de température.

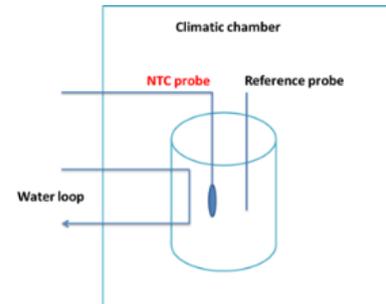


Figure 67 : Capteur de température et les conditions d'essai

Un essai classique consiste à mettre le capteur de température dans une chambre climatique et d'attendre l'infiltration de l'humidité qui provoque une dérive de la résistance impliquant une valeur erronée de la température.

Dans la littérature et l'expérience acquise sur ces capteurs permettent de choisir des paramètres de dérive :

- Moyenne  $\mu = 0.37$  K/jour
- Écart-type  $\sigma = 0.2$  K/jour<sup>1/2</sup>
- Valeur critique  $z_c$  à 2 K.

La probabilité de défaillance cible  $P_f$  est fixée à 10% pour une durée de  $t=4$  jours pour un risque  $\alpha = 20\%$ .

Les paramètres de la loi a priori sont déterminés en considérant une variabilité de 30% sur l'inverse de la variance.

$\mu$	$\mu_{min}$	$\mu_{max}$
0.37 K/jour	0	50
a	b	c
3	0.24	0.37

**Tableau 29 : Information et paramètres a priori**

La borne inférieure  $u_{min}$  sur  $u$  est déterminée de la probabilité de  $P_f$  :

$$u_{min} = \Phi^{-1}(1 - 0.1) = 1.28$$

La variance cible  $\tilde{Var}(u)$  sur  $u$  est ensuite déduite :

$$\tilde{Var}(u) = \sqrt{\frac{u - u_{lower}}{k_{1-\alpha}}} = \sqrt{\frac{1.3 - 1.28}{0.84}} = 0.148$$

Le plan de tests est choisi en cherchant la valeur de  $n$  de l'équation (226) permettant de garantir la variance définie ci-dessus  $\tilde{Var}(u)$ . Le résultat est donné dans le tableau 30.

a'	b'	c'	n	Var(u) (de eq. (27.))
27.5	0.24	0.37	49	0.147 (< $\tilde{Var}(u) = 1.48$ )

**Tableau 30 : Paramètres a posteriori et taille d'échantillon d'incrément de dégradation**

En considérant des contraintes industrielles, les nombres de capteurs et de mesures peuvent être choisis : 5 capteurs et 10 mesures par capteur.

#### 3.4.14. Plan « Dégradation-Estimation-Fréquentielle-conditions accélérées »

Comme pour les essais accélérés en endurance, les essais de dégradation peuvent être construits de manière optimale. Cette section présente un plan accéléré optimal « meilleur compromis » en considérant la méthode de régression et différents seuils critiques. Cette

approche consiste à modéliser les processus de dégradation par des modèles de régression permettant de déduire les instants de franchissement du seuil critique.

### Hypothèses

Les hypothèses suivantes sont nécessaires pour l'analyse des données de durées de vie obtenues d'un essai de dégradation.

- Le logarithme du temps à défaillance de chaque équipement suit une distribution « position et échelle » telle que :

$$pr(Y \leq y) = \Phi\left(\frac{y - \mu}{\sigma}\right) \quad (231)$$

Où  $\mu$  et  $\sigma$  sont les paramètres de position et d'échelle de la distribution et  $\Phi(.)$  est la forme standard d'une distribution « position-échelle ».

- Le paramètre d'échelle  $\eta$  ne dépend pas des niveaux de stress du niveau de seuil critique.
- Le paramètre de position  $\mu$  est une fonction linéaire du stress  $z_1$  et du seuil critique  $G$ . Plus particulièrement, nous traiterons :

$$\mu(S, G) = \beta_1 + \beta_2 \cdot S + \beta_3 \cdot G \quad (232)$$

### Méthode d'essai

On considère un échantillon de taille  $n$ ,  $q$  niveaux de stress, and  $m$  seuils critiques. Un sous-échantillon de  $n_k$  produits est testé au niveau de  $S_k$  ( $k = 1, 2, \dots, q$ ) jusqu'à l'instant  $\eta_k$ . Ici,  $\sum_{k=1}^q n_k = n$ . Les temps sont relevés quand la mesure de la performance de chaque produit atteint les seuils critiques  $G_1, G_2, \dots, G_m$ , où  $G_1$  est le plus proche et  $G_m$  est le plus éloigné de  $G_0$  (le seuil nominal). Un produit peut avoir au plus  $m$  pseudo instants de défaillance. Soit  $t_{ijk}$  le pseudo instant de défaillance du produit  $i$  testé au niveau de stress  $S_k$  au seuil critique  $G_j$ , où  $i = 1, 2, \dots, n_k$ ;  $j = 1, 2, \dots, m$ , et  $k = 1, 2, \dots, q$ . La distribution de durées de vie au niveau de stress nominal  $S_0$  pour le seuil critique nominal  $G_0$  est estimée en considérant les données de durée de vie.

### Plans d'essai meilleur compromis

Les plans d'essai utilisent deux facteurs comme le précise la figure 68 où  $S_1$  est le stress et  $S_2$  est le seuil critique.

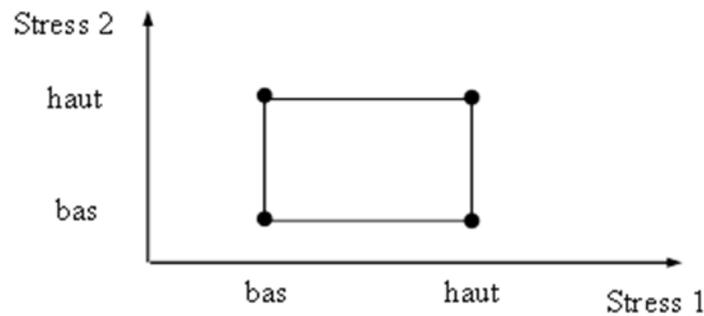


Figure 68 : Plan séquentiel complet 2<sup>2</sup>

L'échantillon est divisé en deux sous-groupes et testés à deux niveaux de stress  $S_1$ , chacun avec deux seuils critiques. Puisque le seuil critique est considéré comme un stress, les essais de dégradation accélérés peuvent être traités comme des essais accélérés en durée de vie avec deux stress de sévérisation. En considérant les hypothèses précisées dans la section 1.6.1.5, le plan de tests de meilleur compromis pour les essais de dégradation reprend la démarche employée pour la définition d'un plan d'essais accélérés en durée de vie (section 1.6.1.5).

Pour définir le plan d'essais, nous définissons les notations suivantes :

- $n$  taille d'échantillon
- $n_{ij}$  nombre de produits testés aux différents niveaux ( $S_{1i}, S_{2j}$ );  $i = 1, 2; j = 1, 2$
- $S_1, S_2$  stress transformés 1, 2
- $S_{1i}$  niveau  $i$  de  $S_1$ ,  $i = 0, 1, 2$ ;  $i = 0$  pour le niveau de stress nominal;  $i = 2$  pour le niveau de stress maximal
- $S_{2j}$  niveau  $j$  de  $S_2$ ,  $j = 0, 1, 2$ ;  $j = 0$  pour le seuil critique nominal;  $j = 2$  pour le seuil critique maximal
- $\xi_{1i}$   $(S_{1i} - S_{12}) / (S_{10} - S_{12})$ , facteur de stress transformé pour  $S_1$ ;  $\xi_{10} = 1$  pour  $S_{10}$ ,  $\xi_{12} = 0$  pour  $S_{12}$
- $\xi_{2j}$   $(S_{2j} - S_{22}) / (S_{20} - S_{22})$ , facteur de stress transformé pour  $S_2$ ;  $\xi_{20} = 1$  pour  $S_{20}$ ,  $\xi_{22} = 0$  pour  $S_{22}$

- $\pi_{ij} = n_{ij} / n$  ; proportion de l'échantillon de taille  $n$  allouée pour le point d'essai ( $S_{1i}, S_{2j}$ );  $i = 1, 2; j = 1, 2$
- $\eta_{ij}$  temps de censure pour le point d'essai ( $S_{1i}, S_{2j}$ );  $i = 1, 2; j = 1, 2$
- $\mu_{ij}$  paramètre de position pour le point d'essai ( $S_{1i}, S_{2j}$ );  $i = 0, 1, 2; j = 0, 1, 2$
- $a_{ij} = [\ln(\eta_{ij}) - \mu_{22}] / \sigma$  , temps de censure standardisé;  $i = 1, 2; j = 1, 2$
- $b = (\mu_{00} - \mu_{20}) / \sigma$
- $c = (\mu_{00} - \mu_{02}) / \sigma$

La variance de la moyenne par la méthode du maximum de vraisemblance, notée  $\hat{t}_{0.43}$ , au niveau de stress nominal ( $\xi_{10} = 1, \xi_{20} = 1$ ) est donnée par :

$$Var[\hat{t}_{0.43}(1, 1)] = \frac{\sigma^2}{n} V \quad (233)$$

Où  $V$  désigne la variance standardisée.  $V$  est une fonction de  $a_{ij}, b, c, \xi_{1i}, \xi_{2j}$  et  $\pi_{ij}$  ( $i = 1, 2; j = 1, 2$ ), et indépendante de  $n$  and  $\sigma$ . La formulation de  $V$  est donnée dans, par exemple, Yang (2005), et Escobar and Meeker (1995). Comme spécifiée au-dessus,  $\xi_{12} = 0, \xi_{22} = 0, \pi_{12} = \pi_{21} = 0.1$ . En considérant les paramètres  $a_{ij}, b$  et  $c$ , le plan d'essais est choisi avec les valeurs optimales de  $\xi_{11}, \xi_{21}$  et  $\pi_{11}$  par minimisation de  $Var[\hat{t}_{0.43}(1, 1)]$ . Parce que  $n$  and  $\sigma$  sont constants, le problème d'optimisation peut s'écrire :

Rechercher les valeurs de  $\xi_{11}, \xi_{21}$  et  $\pi_{11}$  telles que

$$\left| \begin{array}{l} \text{Minimiser } Var[\hat{t}_{0.43}(1, 1)] \\ \text{Sous contraintes : } \xi_{12} = 0, \xi_{22} = 0, \pi_{11} = \pi_{12}, \pi_{21} = \pi_{22}; \pi_{11} + \pi_{22} = 1, 0 \leq \xi_{11}, \xi_{21}, \pi_{11} \leq 1 \end{array} \right.$$

Les tables en annexes, fournies pour les lois de Weibull et Lognormale, donnent les valeurs de  $\xi_{11}, \xi_{21}$  et  $\pi_{11}$  permettant de construire le plan d'essais.

Les plans d'essai dépendent des valeurs de  $\mu_{00}$ ,  $\mu_{22}$ ,  $\mu_{02}$ ,  $\mu_{20}$  et  $\sigma$ . Ces paramètres sont inconnus lors de la définition des plans mais  $\mu_{00}$  peut être estimé par des études préliminaires, en considérant des données issues d'essais antérieurs, d'experts, ... Les paramètres  $\mu_{22}$ ,  $\mu_{20}$  et  $\sigma$  peuvent être pré-estimés en faisant un essai préliminaire au niveau de stress le plus élevé. De plus, en considérant le seuil critique  $G_2$ , la plupart des produits le franchiront. Les pseudo instants de défaillance permettront de pré-estimer  $\mu_{22}$  et  $\sigma$ . Pour finir, le paramètre  $\mu_{02}$  est défini par  $\mu_{00} + \mu_{22} - \mu_{20}$ .

### Exemple

Un nouveau pneu a des sculptures d'écoulement de l'eau d'une profondeur de 10/32 inches. Pour évaluer la durée de vie des pneus soumis à un phénomène d'usure, les pneus ayant une profondeur de sculpture inférieure à 2/32 inches doivent être remplacés, sous une charge nominale de 1350 pounds, un échantillon de 35 pneus va être testé.

L'échantillon est réparti en deux sous-groupes, un qui sera soumis à une charge maximale de 2835 pounds et l'autre à une charge plus faible. Chaque sous-groupe est testé jusqu'à 13000 miles et soumis à deux seuils d'usure critiques dont le plus faible à 8/32 inches. On suppose que la durée de vie est caractérisée par une loi de weibull avec le log du paramètre d'échelle donné par  $\mu(P, G) = \beta_1 + \beta_2 \cdot \ln(P) + \beta_3 \cdot \ln(G)$  où P est la charge et G le seuil critique.

Un essai préliminaire est conduit sur 6 pneus sous une charge 2835 pounds de durant 6500 miles. Tous les 500 miles, l'usure est mesurée sur chacun des pneus jusqu'à la fin de l'essai. On déduit les paramètres suivants :  $\mu_{22} = 8.56$ ,  $\mu_{20} = 9.86$ ,  $\sigma = 0.45$ . Une génération antérieure du pneu donne une estimation a priori du paramètre  $\mu_{00} = 11.32$ . Alors, nous obtenons  $\mu_{02} = 11.32 + 8.56 - 9.86 = 10.02$ . En considérant ces différentes valeurs de paramètre, nous déduisons  $a_1 = a_2 = 2.03$ ,  $b = 3.24$ ,  $c = 2.89$ , et choisissons les arrondis suivants :  $a_1 = a_2 = 2$  et  $c = 3$ . Pour choisir le plan, nous interpolons les valeurs en considérant deux plans  $(a_1, a_2, b, c) = (2, 2, 3, 3)$  et  $(2, 2, 4, 3)$  donnant  $\pi_{11} = 0.465$ ,  $\xi_{11} = 0.762$ ,  $\xi_{21} = 0.769$ , et  $V = 17.4$ . Le plan standardisé est ensuite converti comme le montre le tableau 31.

Dans le plan proposé, les six pneus, testés dans l'essai préliminaire, continuent comme faisant partie du sous-groupe testé sous la charge 2835 pounds.

Groupe No.	Taille d'échantillon	Charge (pounds)	Seuils critique (inches)	Temps de censure (miles)
1	17	1611	3/32	13000
2	17	1611	8/32	13000
3	18	2835	3/32	13000
4	18	2835	8/32	13000

Tableau 31 : Plan d'essais pour l'usure de pneu

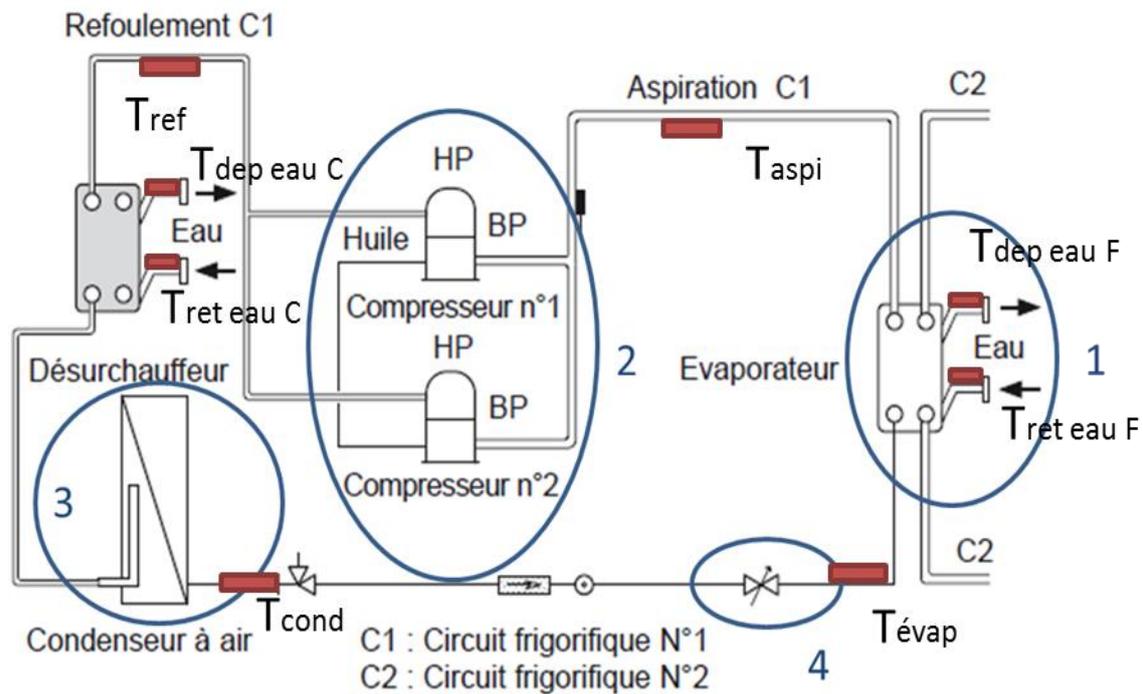
### 3.5. Définition d'un plan de synthèse

L'essai de synthèse doit permettre de vérifier que le système complet répond aux exigences du cahier des charges en termes fonctionnelles et de fiabilité. Les phases précédentes ont permis de vérifier que les organes, qui constituent le système, vérifiaient les performances attendues et les objectifs de fiabilité selon une allocation garantissant la fiabilité au niveau système. Ainsi, l'essai de synthèse permet de vérifier plusieurs points :

- l'ensemble des organes fonctionnent dans les mêmes conditions que celles utilisées pour la qualification au niveau organe,
- les temps de fonctionnement des organes sont cohérents avec ceux définis dans les plans de qualification des organes,
- les performances du système complet correspondent à celles attendues et que les dégradations associées au cours du temps sont maîtrisées,
- les modes de défaillances des organes initialisés lors de l'essai de synthèse sont ceux qui ont été pilotés au cours des essais de qualification au niveau organe.

Pour ce faire, le système complet est instrumenté de telle façon qu'il est possible de vérifier l'ensemble de ces points et de mesurer les différentes variables (temps de fonctionnement, les niveaux de sollicitation et les dégradations de performance). L'apparition de nouveaux modes de défaillance peut s'analyser au cours de l'essai, lorsque la manifestation est perceptible, ou lors du démontage du système par une étude approfondie des différents organes.

La figure suivante présente, sur l'exemple d'une machine frigorifique typique d'un groupe de froid air-eau CIAT, l'instrumentation nécessaire.



**Figure 69 : Exemple d'instrumentation sur une machine frigorifique typique d'un groupe de froid air-eau CIAT**

L'essai de synthèse est conduit selon les conditions définies dans le cahier des charges. Dans la plupart des cas de systèmes complexes, les coûts d'un prototype complet et du banc d'essai sont importants impliquant à réaliser, dans une majorité de situation, un essai unique. Aussi, dans la suite de la thèse, nous proposons d'étudier ce cas puisque le plus difficile à traiter.

### 3.5.1. Changement des conditions de fonctionnement des organes

Dans le cas où une modification des conditions de fonctionnement d'un ou plusieurs organes est observée, plusieurs actions peuvent être engagées éventuellement conjointement :

- Une analyse est conduite afin de déterminer les causes de ce changement. Une modification de la conception peut être apportée pour ramener les conditions au niveau envisagé (par exemple le niveau vibratoire constaté sur un tuyau supérieur à celui utilisé en essai de qualification peut être corrigé par l'ajout de silentbloks sur la machine, ou une modification de la géométrie du tuyau, pour éviter la propagation de vibration,). Dans le cas d'une modification de conception nécessitant le changement d'un ou plusieurs organes (changement de géométrie, de référence, de technologies, ...), il est nécessaire de réétudier la qualification des organes impliqués.

- Une étude globale est réalisée afin de voir si la sévérisation des conditions de fonctionnement de certains organes peut être compensée par l'adoucissement des conditions pour d'autres. Cette analyse est conduite à partir de la modélisation par le Bloc diagramme de Fiabilité (BdF) utilisée lors de l'allocation de la fiabilité en intégrant les évolutions par une approche physico-bayésienne.

Ces analyses nécessitent une forte implication du bureau d'études pour apporter toute l'expertise nécessaire pour appréhender les problèmes dans toutes les dimensions (techniques, physique de la défaillance, coûts, délais, ...). Les actions proposées sont issues d'un compromis toujours difficile à obtenir.

Pour aider à la recherche du meilleur compromis, il est possible d'étudier la nouvelle fiabilité du système en considérant les effets de modification de conception (nouvelle géométrie, changement d'organe, de technologie, ...) et les gains de fiabilité sur les organes conservés en considérant les expressions suivantes :

$$R_{\text{système}}(t) = \prod_{i=1}^n (R^*(t)_i) \geq R_{\text{objectif}}(t) \quad (234)$$

$$(1 - \alpha_{\text{système}}) = \prod_{i=1}^n (1 - \alpha_i) \geq 1 - \alpha \quad (235)$$

Avec  $R^*(t)_i$  les nouvelles fiabilités (ou pas s'il n'y a pas de modifications) des organes.

Dans le cas où un organe a été qualifié à l'aide d'un essai accéléré, il est possible d'estimer la nouvelle fiabilité  $R_i^*(t|S_0^*)$  en considérant le nouveau niveau de sollicitation  $S_0^*$ . Il est également envisageable d'évaluer le nouveau risque  $\alpha_i^*$  de qualifier le produit avec la fiabilité initiale. Ainsi, il est possible de rechercher le meilleur compromis en étudiant les effets du changement des conditions de fonctionnement sur le risque :

$$(1 - \alpha_{\text{système}}) = \prod_{i=1}^n (1 - \alpha_i^*) \geq 1 - \alpha \quad (236)$$

Avec  $\alpha_i^*(t)_i$  les nouveaux risques (ou pas s'il n'y a pas de modifications) sur la qualification des organes.

Pour les organes dont l'essai de qualification a été fait dans un contexte de démonstration et accéléré, il est possible de définir la nouvelle fiabilité démontrée ou risque associé. Dans le cas de Weibull, la fiabilité à démontrer dans les conditions nominales  $R_{\text{demo}}(t_{\text{demo}}|S_0)$  s'écrit :

$$R_{\text{demo}}(t_{\text{demo}}|S_0) = e^{-\left(\frac{t_{\text{demo}}}{\eta(S_0)}\right)^\beta} \quad (237)$$

Puisque le paramètre de forme est fixé par le mode de défaillance, on peut déduire le paramètre d'échelle :

$$\eta(s_0) = \frac{t}{\left(-\ln(R_{demo}(t_{demo} | S_0))\right)^{\frac{1}{\beta}}} \quad (238)$$

Ensuite, il est possible d'estimer la fiabilité à démontrer  $R_{essai}(t_{essai} | S_0)$  sur une durée d'essai différente au temps de démonstration :

$$R_{essai}(t_{essai} | S_0) = e^{-\left(\frac{t_{essai}}{\eta(s_0)}\right)^\beta} \quad (239)$$

En considérant le facteur d'accélération FA définit par :

$$FA = \frac{\eta(s_0)}{\eta(s_{essai})} \quad (240)$$

On déduit la durée d'essai accéléré par :

$$R_{essai}(t_{essai}^* | S_{essai}) = e^{-\left(\frac{t_{essai}}{\eta(s_0)}\right)^\beta} = e^{-\left(\frac{FA \times t_{essai}^*}{\eta(s_0)}\right)^\beta} \Rightarrow t_{essai} = FA \times t_{essai}^* \quad (241)$$

Dans ces conditions, la taille d'échantillon pour un essai de démonstration à 0 défaillance est donnée par :

$$n \geq \frac{\ln(\alpha)}{\ln(R(t_{essai}^* | S_{essai}))} \quad (242)$$

Dans le cas où les conditions de fonctionnement  $S_0^*$  changent par rapport à celles prévues initialement  $S_0$  (Sans changement de mode défaillance), la fiabilité démontrée peut être réévaluée par :

$$R_{demo}(t_{demo} | S_0^*) = e^{-\left(\frac{FA^* \times t_{demo}}{\eta(s_0)}\right)^\beta} \quad (243)$$

avec

$$FA^* = \frac{\eta(S_0)}{\eta(S_0^*)} \quad \begin{matrix} FA^* > 1 & si & S_0^* > S_0 \\ FA^* < 1 & si & S_0^* < S_0 \end{matrix}$$

Si au contraire, on souhaite conserver la même exigence de fiabilité, le risque peut être réévalué par :

$$\alpha^* = \left( e^{-\left(\frac{FA^* \times t_{essai}}{\eta(s_0)}\right)^\beta} \right)^n \quad (244)$$

Le principe est le même pour une fiabilité caractérisée par une loi LogNormale.

Pour les autres organes, il est possible de juger de l'impact de la modification des conditions de fonctionnement par différentes approches :

- jugements d'expert qui donnent les nouvelles fiabilités des organes à l'aide de lois de probabilité plus ou moins informatives (loi uniforme, ...),
- extrapolation des fiabilités initiales pour les nouvelles conditions de fonctionnement à l'aide de lois physiques de défaillance,
- définition d'une nouvelle campagne d'essais pour qualifier les nouveaux organes pour lesquels les modifications de conception sont majeures.

Toutes ces analyses sont intégrées dans le modèle globale de fiabilité du système permettant de juger des effets des modifications et de vérifier la tenue de l'exigence et du risque associé. Dans le cas contraire, il est possible de proposer une nouvelle allocation de fiabilité, afin de prendre en compte les changements de fiabilité des organes impactés par les modifications des conditions de fonctionnement, et de définir de nouvelles fiabilités pour les autres organes. Pour ces derniers, il est possible de définir des essais complémentaires de qualification au niveau organe (en complément des premiers) permettant de prendre en compte les augmentations des fiabilités allouées. Une autre manière de traiter la question est d'estimer les nouveaux risques d'acceptation pour les différents organes et d'évaluer, par le modèle global, celui au niveau système. Ainsi, l'analyste peut accepter la qualification du système complet avec un risque supérieur à l'objectif attendu mais maîtrisé sans surcoût.

**Exemple :**

On considère un système fictif composé de 4 organes en série fonctionnant en continu. L'objectif de fiabilité est de 95% à 1 an avec un risque de 20%. Les conditions de fonctionnement sont données dans le tableau 32.

	Température	Pression
<b>Organe A</b>	20°C	0.1 MPa
<b>Organe B</b>	25°C	0.1 MPa
<b>Organe C</b>	20°C	0.1 MPa
<b>Organe D</b>	30°C	0.1 MPa

**Tableau 32 : Conditions de fonctionnement**

Le tableau 33 donne la première allocation de fiabilité, sans contrainte, pour construire le plan d'essais.

	Fiabilité à 1 an	Risque
<b>Système</b>	<b>95%</b>	<b>20%</b>
<b>Organe A</b>	98,7%	5,4%
<b>Organe B</b>	98,7%	5,4%
<b>Organe C</b>	98,7%	5,4%
<b>Organe D</b>	98,7%	5,4%

Tableau 33 : Allocation de fiabilité pour la construction du plan d'essais

En considérant les organes et l'allocation de fiabilité, le tableau 34 donne le plan d'essais pour les différents organes.

Organe	Type de plan	Type(s) de loi	Objectif de fiabilité à 1 an	risque	Durée d'essai fixée	Conditions d'essai	Taille d'échantillon		
Organe A	Démonstration classique et non paramétrique sans accélération	Binomiale	97,4%	5,4%	On reproduit 1 an de fonctionnement	nominales	n=111		
Organe B	Démonstration classique et paramétrique sans accélération des durées de vie	Binomiale et Weibull (on fixe $\beta=1.5$ car c'est un organe mécanique soumis à de la fatigue	97,4%	5,4%	On reproduit 2 ans de fonctionnement	nominales	n=40 avec $\eta=11.3$ $R(2 \text{ ans}) = 92,8\%$		
Organe C	Essai d'estimation fréquentielle accéléré	Exponentielle et Arrhénius  c'est un organe électronique  L'analyse	97,4%	5,4%	On reproduit 6 mois de fonctionnement	Sévérisées à 2 niveaux de température $T1=63^{\circ}\text{C}$ et $T2=80^{\circ}\text{C}$	n = 25  $n_{63^{\circ}\text{C}}=19$  $n_{80^{\circ}\text{C}}=6$  On obtient avec ce plan un temps		

		prévisionnelle de la fiabilité (par FIDES) donne : $\lambda = 0,006 \text{ an}^{-1}$ $Ea = 0,95 \text{ eV}$					$T_{5,4\%} = 1,02 \text{ an}$		
<b>Organe D</b>	Essai de dégradation avec une estimation bayésienne	Normale (Wiener)  c'est un organe mécanique soumis à de l'usure  La connaissance a priori :  $\mu : 1.6$  $\theta : [0 ; 50]$  $Zc = 2 \text{ mm}$	97,4%	5,4%		nominales	n = 54 incrémentes  m = 4 organes  q = 14 mesures par trajectoire		

Tableau 34 : Plan d'essais proposé et résultats d'essai

Les essais accélérés sur l'organe C donnent les résultats suivants :

<b>Indice</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>temps à 63°C</b>	0,5	0,038	0,5	0,5	0,024	0,5	0,5	0,389	0,314	0,092
<b>Défaillance ou censure</b>	S	F	S	S	F	S	S	F	F	F
<b>Indice</b>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>temps à 63°C</b>	0,013	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,315	0,5	
<b>Défaillance ou censure</b>	F	S	S	S	S	S	S	F	S	
<b>Indice</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>temps à 80°C</b>	0,043	0,04	0,273	0,013	0,008	0,033				
<b>Défaillance ou censure</b>	F	F	F	F	F	F				

Tableau 35 : Résultats d'essai accéléré

Ces résultats permettent d'estimer les paramètres du modèle de vie accélérée :

$$R(t|T) = e^{-\frac{t}{C e^{B/T}}}$$

Avec  $B = 1,89e4$

$C = 3,61e-25$

Ainsi, nous pouvons estimer la fiabilité minimale à un an pour les conditions nominales ( $T=293$  K) pour un risque de 5,4% :

$R(t=1\text{an} | T=293 \text{ K})_{5,4\%} = 99,40\%$ .

Ceci est bien supérieur à l'objectif qui était de 97,4%

La figure 70 présente les résultats d'essai d'usure sur l'organe D.

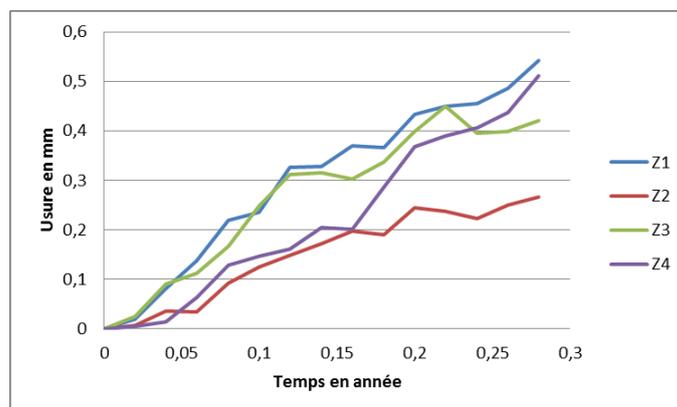


Figure 70 : Résultats d'essai d'usure sur l'organe D

A l'aide de ces résultats, il est possible d'estimer les paramètres du processus de Wiener :

- Moyenne  $\mu = 1,61$
- Ecart-type  $\sigma = 0,181$
- $R(t=1 \text{ an}) = 97,71\%$
- $R(t=1 \text{ an})_{5,4\%} = 97,4\%$

avec les paramètres a posteriori :

- $a'=31$
- $b'=0.24$
- $c'=1.61$

Lors de l'essai de synthèse, les mesures des conditions de fonctionnement des organes montrent des différences par rapport à celles utilisées lors du plan d'essais de qualification (voir tableau 36).

	Conditions de fonctionnement théoriques		Conditions de fonctionnement mesurées	
<b>Organe A</b>	20°C	0.1 MPa	20°C	0.08 MPa
<b>Organe B</b>	25°C	0.1 MPa	20°C	0.1 MPa
<b>Organe C</b>	20°C	0.1 MPa	30°C	0.1 MPa
<b>Organe D</b>	30°C	0.1 MPa	30°C	0.1 MPa

**Tableau 36 : Conditions de fonctionnement mesurées**

En particulier, nous observons que la température de fonctionnement de l'organe C n'est pas 20°C mais 30°C. Aussi, par le modèle de vie accélérée, il est possible de réévaluer la fiabilité avec cette nouvelle température :

$$R(t=1\text{an} | T=303 \text{ K})_{5,4\%} = 97,52\%.$$

Ceci est bien supérieur à l'objectif qui était de 97,4%. Par conséquent, la machine est qualifiée.

### 3.5.2. Changement des temps de fonctionnement des organes

Quand les temps d'exposition des organes, constatés lors des essais de synthèse, sont différents de ceux initialement prévus, il est nécessaire de réévaluer les fiabilités, les risques associés ou de compléter les essais lorsque les temps ont rallongé. Le tableau 37 précise les différentes possibilités en fonction des essais.

		Sans accélération		Avec accélération	
		Fréquentiel	Bayésien	Fréquentiel	Bayésien
Durée de vie	Démonstration	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$ Ou/et Complément d'essai (durée ou taille échantillon)	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$ Ou/et Complément d'essai (durée ou taille échantillon)	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$ Ou/et Complément d'essai (durée ou taille échantillon)	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$ Ou/et Complément d'essai (durée ou taille échantillon)
	Estimation	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$
Dégradation	Estimation	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$	Réestimation $R_i(t^*)$ Ou/et Réestimation $\alpha^*_i$

Tableau 37 : Différentes possibilités de traitement en fonction des essais

La figure 71 présente des exemples de réévaluation de la fiabilité (ou probabilité de défaillance) ou du risque associé dans le cas d'un essai en durée de vie.

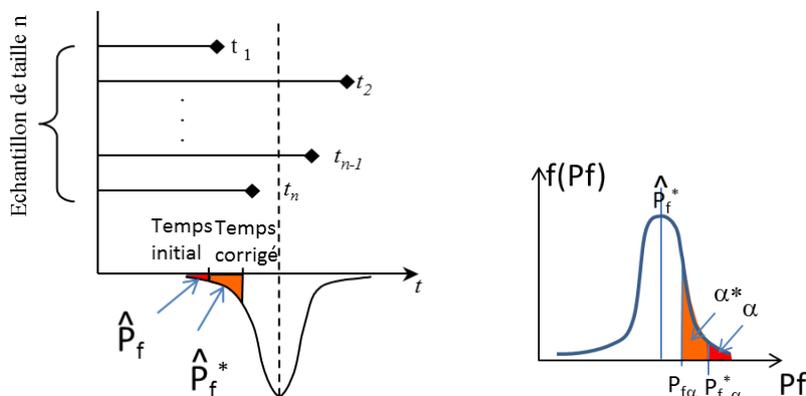
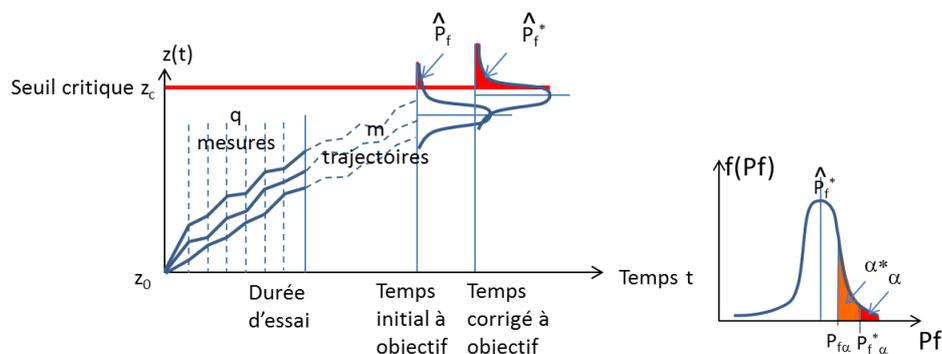


Figure 71 : Exemples de réévaluation de la fiabilité ou du risque lors d'un essai en durée de vie

Lorsque la valeur de réévaluation de la fiabilité ou du risque associé est trop forte alors il est possible de compléter les essais en considérant la nouvelle exigence temporelle et en appliquant la méthodologie de définition de plan d'essais utilisée initialement.

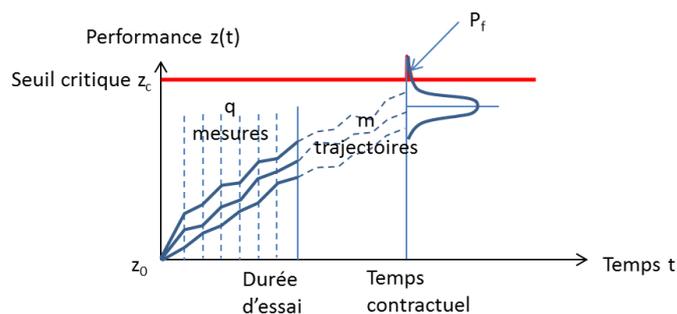
La figure 72 présente des exemples de réévaluation de la fiabilité (ou probabilité de défaillance) ou du risque associé dans le cas d'un essai de dégradation.



**Figure 72 : Exemples de réévaluation de la fiabilité ou du risque associé lors d'un essai de dégradation**

### 3.5.3. Dégradation prématurée des performances du système

L'instrumentation du système permet, lors de l'essai de synthèse, de mesurer les évolutions de performance. Ainsi, il est possible d'évaluer le risque de ne pas tenir les exigences sur la période contractuelle. Dans le cas où plusieurs performances sont suivies, l'analyse se fait en considérant les évolutions individuelles. La figure 73 présente un exemple d'analyse d'une performance.



**Figure 73 : Exemple d'analyse d'une dégradation de performance système**

La construction du plan peut se faire en considérant la méthodologie présentée dans la section 3.1.

### 3.5.4. Apparition de nouveaux modes de défaillance des organes

Dans le cas où l'on observe des nouveaux modes de défaillance, lors des essais de synthèse, il est nécessaire de mener une analyse afin de comprendre les causes produisant ces apparitions. Cette analyse doit amener à faire :

- des modifications de conception pour limiter ou éliminer ces effets sur les organes,
- ou de nouveaux essais reproduisant les nouveaux modes de défaillance afin d'estimer les nouvelles lois de fiabilité.

## 3.6. Conclusions

La méthodologie de qualification proposée s'articule autour de plusieurs étapes :

- **Modélisation du système par un diagramme de fiabilité** : cette étape permet de définir le comportement fiabiliste du système. Cette étape est importante pour déterminer la relation décrivant la fiabilité du système en fonction des fiabilités des organes. Ainsi, il est possible d'utiliser une méthode d'allocation de fiabilité pour déterminer les objectifs à valider en essai pour les organes.
- **Analyse du REX** : une analyse du REX sur des machines antérieures permet de connaître comment elles se comportent en exploitation et de préciser les points critiques. L'analyse du Pareto des défauts en exploitation (en terme de coût de réparation), complétée par l'étude de l'AMDEC, permet de consolider toute la connaissance disponible et d'extrapoler sur le nouveau système. Pour finir, les données de fiabilité (date de réparation, nature de la réparation, ...) ont été analysées pour élaborer les lois de fiabilité pour les différents organes.
- **Définition des objectifs de fiabilité et risques associées par organe** : l'analyse du REX dans l'étape précédente et le diagramme de fiabilité a permis de développer deux méthodes d'allocation. La première est basée sur la méthode classique de répartition harmonique avec éventuellement prise en compte de limites technologiques. La deuxième utilise une résolution d'un problème d'optimisation avec contrainte permettant d'intégrer une dimension économique.
- **Détermination des conditions et temps de fonctionnement** : Pour définir correctement le plan d'essais, il est indispensable de déterminer précisément les conditions de fonctionnement des organes. Pour ce faire, nous avons proposé une méthode combinant un modèle physique de comportement et une simulation de Monte-Carlo pour prendre en compte les effets aléatoires des variables externes (température ambiante, humidité, ...) et des paramètres physiques. L'analyse statistique des résultats permet de définir les conditions d'essai à prendre en compte pour faire la qualification des organes.

- **Définition du plan d'essais de qualification** : Cette dernière étape consiste à définir le plan d'essai à mettre en place pour qualifier le système complet avec des essais au niveau organe et un essai au niveau système. Ce plan d'essais synthétise l'ensemble de la connaissance acquise lors des étapes précédentes. Ainsi, il est possible de choisir les types d'essai à mener (durée de vie ou dégradation, estimation ou démonstration, approche fréquentielle ou bayésienne, avec ou sans accélération,...) et de donner les tailles d'échantillon, les durées d'essai, les niveaux de sollicitation et le critère de prise de décision. Plusieurs plans originaux ont été proposés.

Il convient désormais de mettre en application cette méthodologie à un produit développé par CIAT.

## 4. Applications industrielles

### 4.1. Données opérationnelles

Le cas de des groupes de froid air/eau LD est donné en exemple. Cette gamme présente l'architecture suivante :

- Evaporateur/Echangeur à plaques brasées
- Compresseur scroll en duo ou trio
- Condenseur/Batterie à air tube ailettes
- Détendeur électronique
- Désurchauffeur (option)
- Ventilateur à vitesse variable (option)
- Pompes (option)

La puissance des machines s'étend de 40 à 156 kWf, et leur EER est compris entre 2.65 (pour 156 kWf) et 2.87 (pour 40 kWf).

#### 4.1.1. Retour d'expérience

En appliquant la méthode vue en 3.2 à l'ensemble des défaillances enregistrées en France sur la période 2012 à 2014, on aboutit aux données de fiabilité suivantes.

LD	Divers élec	Sonde	Détendeur	Carte CPU	Fuite compo frigo	Pompes	Fuite batterie	Général
Ppm à 1 an	39800	34000	13800	10100	8300	8300	4100	161000
Fiabilité à 1 an	96,0%	96,6%	98,6%	99,0%	99,2%	99,2%	99,6%	83,9%
Coût € / inter.	326	326	528	526	489	455	703	416

Tableau 38 : Synthèse des données de fiabilité (LD)

Les valeurs de ppm et de fiabilité ci-dessus sont déduites de la loi de fiabilité déterminée à l'aide du logiciel Weibull ++ (Reliasoft ®), voir Annexe 3.

On constate dans ces graphiques que les échantillons sont relativement homogènes, c'est-à-dire que l'on n'observe pas de courbes « en S », symptomatiques d'un mélange de populations. Néanmoins, un tri pourrait être effectué par taille de machine (c'est-à-dire par puissance) pour prendre en compte la variabilité des configurations existantes : mono-compresseur/tandem, nombre de ventilateurs, etc.

Par ailleurs, afin d'avoir la meilleure analyse possible (bon critère AIC, loi validée, intervalles de confiance optimisés), la fonction G-Gamma a été retenue.

Afin de simplifier l'analyse, seules les 7 premières causes ont été conservées. Elles sont en réalité bien plus nombreuses, comme le montre la figure 74.

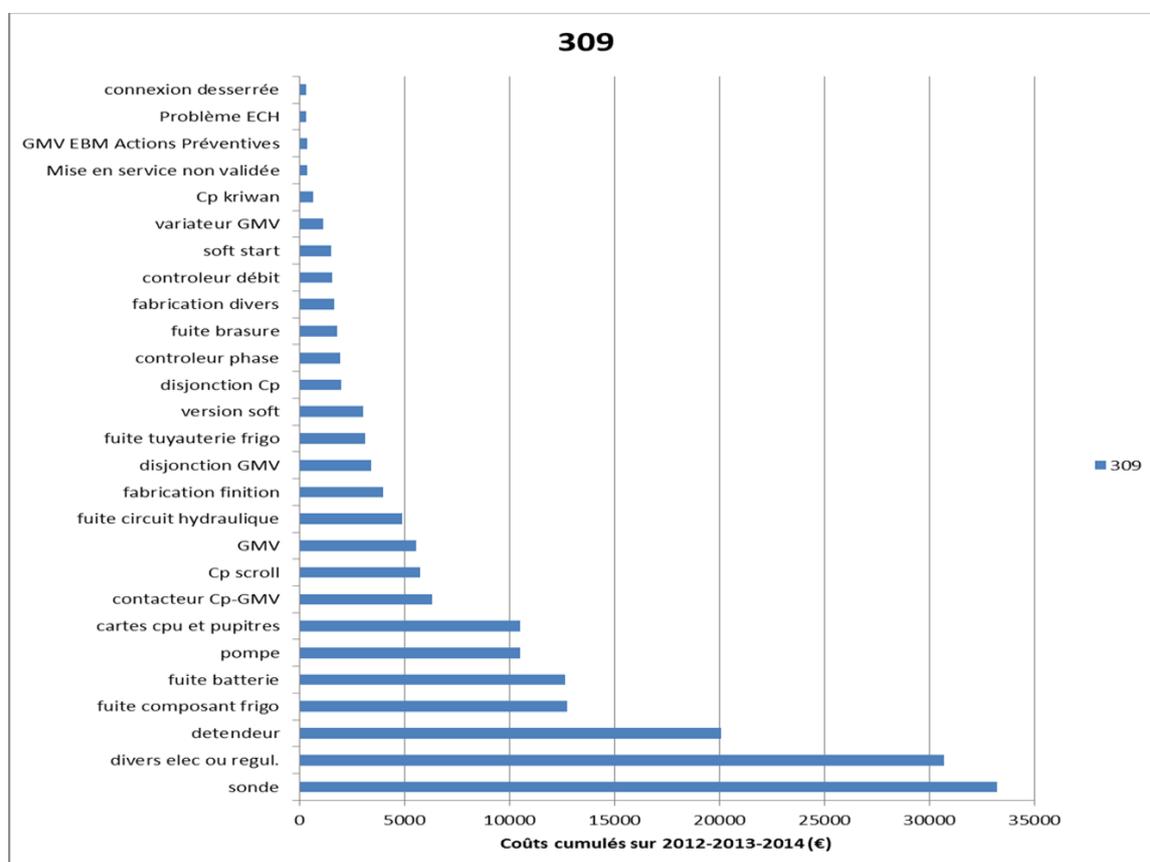


Figure 74 : Diagramme Pareto en coûts 2012 → 2014 (LD)

#### 4.1.2. Allocation de fiabilité

À la suite de cet exercice, il s'agit d'estimer le plus justement possible les objectifs à atteindre organes par organes à partir d'une contrainte globale, par exemple diviser les coûts de non qualité (CNQ) annuels par deux.

CNQ actuel (k€)	CNQ objectif (k€)
48	24

Tableau 39 : CNQ annuel actuel et objectif, gamme LD

On applique alors la méthode décrite au §3.3.1

- Hypothèses

Nombre n de produits vendus par an constant = 715

Le coût par intervention par organe constant, voir tableau 38.

$$ppm \text{ min atteignable}_i = \frac{ppm \text{ actuels}_i}{3} \quad (245)$$

Remarque : cette dernière hypothèse est une première approche. Pour affiner la qualité du résultat du solver, il convient d'ajuster la borne inférieure en tenant compte des limites technologiques de chaque organe.

LD	ppm actuel	ppm futur	Gain
Divers élec	54120	18040	67%
Sondes	46233	24640	47%
Détendeur	18765	13800	26%
Carte CPU	13734	10100	26%
Fuite compo frigo	11286	3762	67%
Pompes	11286	8300	26%
Fuite batterie	5575	1858	67%
Total	161000	80500	50%

Tableau 40 : Résultats de l'allocation des ppm futurs par organes (LD)

Remarques :

- les ppm actuels diffèrent entre le tableau 38 et 40 car une nouvelle allocation a été réalisée pour ne garder que les 7 premières pannes.
- Les gains proposés par l'optimisation en coûts ne sont pas forcément réalistes. Si besoin, il conviendra de restreindre les bornes fixées dans le solver.

Cette répartition modifie bien évidemment le Pareto des coûts, comme le montre la figure ci-dessous.

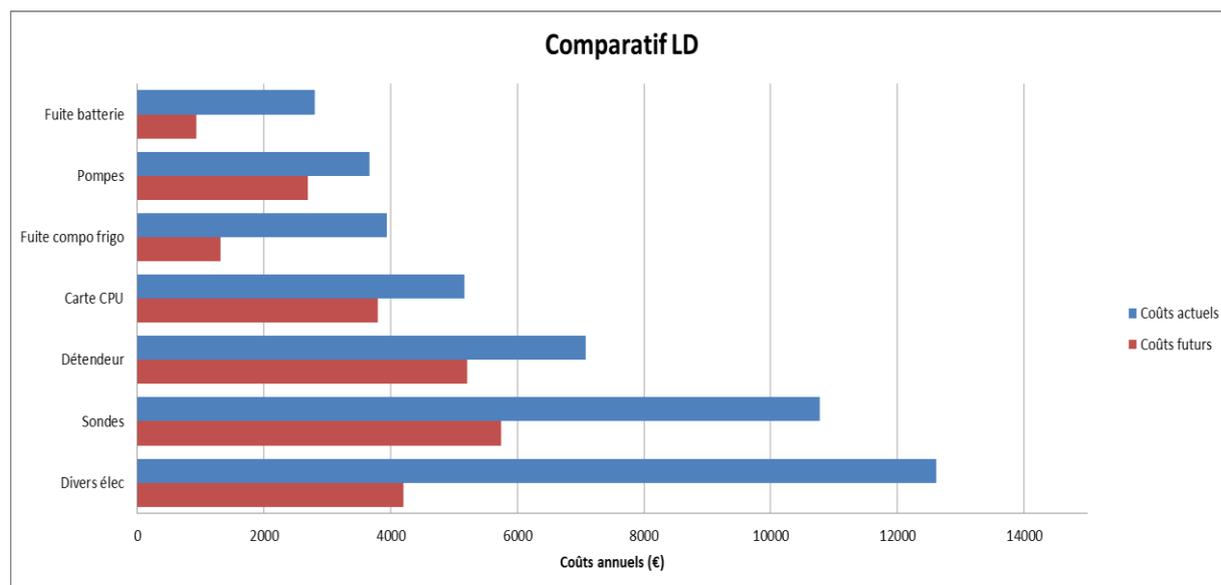


Figure 75 : Comparaison des coûts actuels et futurs (gamme LD)

### 4.1.3. Profils d'utilisation

Le développement croissant du *Machine to Machine (M2M)*, c'est-à-dire le suivi à distance des paramètres de régulation, permet d'obtenir des informations précieuses sur le profil d'utilisation des machines CIAT installées chez les clients. Ainsi, il a été possible d'obtenir sur une année complète des données telles que l'historique des temps de fonctionnement, les nombres de démarrages, les taux de compression (Haute Pression / Basse Pression), etc.

Ces informations prouvent qu'il existe une variabilité importante au sein d'une population en apparence relativement homogène (groupes de froid air/eau). Ainsi, les temps de fonctionnement s'étalent entre 3540 et 7860 h et les démarrages compresseurs entre 10610 et 15460 par an. Ceci peut s'expliquer par les différences de consignes en eau choisies par les clients mais également par le profil de température annuel, qu'il conviendrait de corrélérer pour obtenir des simulations équivalentes et exhaustives.

En première approximation, on pourra utiliser les moyennes pour rendre les spécifications plus précises.

Nom machine air/eau	LDH 1800	LDC 1200	LDH 400
Localisation	Reichshoffen (H1)	Orsay (H1)	Le Mans (H2)
Heures/an	5640 h	7860 h	3540 h
Démarrages /an	11 550	15 460	10 610
Taux de compression	Min : 3.8 Moyen : 4.1 Max : 4.2	Min : 2.5 Moyen : 2.8 Max : 3.3	Min : 3.8 Moyen : 4.1 Max : 5

Tableau 41: Exemple de profils d'utilisation issus du M2M (machines air/eau CIAT)

## 4.2. Plan d'essais de synthèse

Une démarche similaire est effectuée sur la gamme AGEO+, pompe à chaleur eau/eau pour le marché résidentiel, en vue de déterminer les objectifs d'une gamme proche techniquement mais néanmoins nouvelle : GeoCIAT™ Access.

### 4.2.1. Calcul des objectifs

En appliquant la méthode vue en 3.2 à l'ensemble des défaillances enregistrées en France sur la période 2011 à 2013, on aboutit à déterminer les données de fiabilité suivantes.

AGEO+	Carte CPU	Pompes	Contrôleur débit	Version soft	Capteur pression	Cp scroll	Divers élec	Général
Ppm à 1 an	15102	10787	8630	5394	3236	3236	4314	84142
Fiabilité à 1 an	98,5%	98,9%	99,1%	99,5%	99,7%	99,7%	99,6%	91,6%
Coût € / inter.	212	225	267	352	362	337	235	217

Tableau 42 : Synthèse des données de fiabilité (AGEO+)

À la suite de cet exercice, il s'agit d'estimer le plus justement possible les objectifs à atteindre organes par organes à partir d'une contrainte globale, par exemple diviser les coûts de non qualité par deux. On applique la même méthodologie qu'au §3.3.1 et aboutit aux objectifs suivants.

Remarque : les ppm actuels diffèrent entre le tableau 42 et 43 car une nouvelle allocation a été réalisée pour ne garder que les 7 premières pannes.

Organes	ppm actuel AGEO+	ppm futur GeoCIAT	Gain
Carte CPU	25064	10358	59%
Pompes	17903	7971	55%
Contrôleur débit	14323	6778	53%
Version soft	8952	4987	44%
Capteur pression	5371	3794	29%
Cp scroll	5371	3794	29%
Divers élec	7160	4390	39%
Total	84142	42071	50%

**Tableau 43 : Résultats de l'allocation des ppm futurs par organes (GeoCIAT™ Access)**

À partir de ces objectifs, on se propose de dimensionner des essais de démonstration organes et machine. On applique donc la méthode vue au §3.4.5, avec les hypothèses suivantes :

- $\alpha = 20\%$
- Tessai = 80 jours
- Loi Weibull utilisée. Si défaillance électrique/électronique/total :  $\beta = 1$ , si défaillance mécanique :  $\beta = 1,5$

En visant zéro défaillance, on obtient les tailles d'échantillons suivantes.

	Fiabilité 1 an	Coefficient Weibull $\beta$	n essai
Carte CPU	99.0%	1	<b>705</b>
Pompes	99.2%	1.5	<b>1960</b>
Contrôleur débit	99.3%	1	<b>1080</b>
Version soft	99.5%	1	<b>1469</b>
Capteur pression	99.6%	1	<b>1932</b>
Compresseur	99.6%	1.5	<b>4126</b>
Divers élec	99.6%	1	<b>1669</b>
Total	95.8%	1	<b>171</b>

**Tableau 44: Tailles d'échantillons pour essais de démonstration GeoCIAT™ Access**

On constate que ces volumes ne sont clairement pas tenables industriellement. Aussi, on se propose de faire les arbitrages suivants :

- Ne pas réaliser d'essais d'endurance sur des défauts n'ayant pas trait à la fiabilité (version soft, divers élec)
- Imposer les ppm visés à certains fournisseurs par le biais du cahier des charges (carte CPU, contrôleur débit, capteur pression)
- Suivre les autres en dégradation (Pompes et Compresseur scroll)

On fixe à  $n = 3$  la taille d'échantillon afin de s'adapter au banc d'essai disponible.

#### 4.2.2. Pompes GeoCIAT™ Access

L'expérience et la littérature montrent que les défaillances de pompes ont deux origines principales : l'usure (des roulements ou de la garniture) et la cavitation (présence de bulles d'air dans le liquide circulant) (Dolas D. R. et al., 2014).

Les conséquences directes sont alors de deux types : hausse de la puissance absorbée ou disjonction. Les conséquences indirectes peuvent être une mise en défaut de la machine : « manque débit d'eau » par exemple. Les arbres de défaillance reliés à ces défaillances sont explicités en Annexe 4.

On choisit de suivre dans le temps la puissance absorbée du circulateur.

#### 4.2.3. Compresseurs GeoCIAT™ Access

Les défaillances de compresseurs scroll sont rappelées au §2.3. Elles ont deux origines principales : le grippage des paliers (défaut résistance de carter et/ou manque d'huile) et le coup de liquide (présence anormale de fluide frigorigène à l'état liquide dans les spirales). Les conséquences directes sont alors de deux types : hausse de la puissance absorbée ou Basse Pression anormalement élevée. Dans les deux cas, le COP (*Coefficient of Performance*) de la machine diminue. Les arbres de défaillance reliés à ces défaillances sont explicités en Annexe 4.

On choisit de suivre dans le temps la puissance absorbée du compresseur.

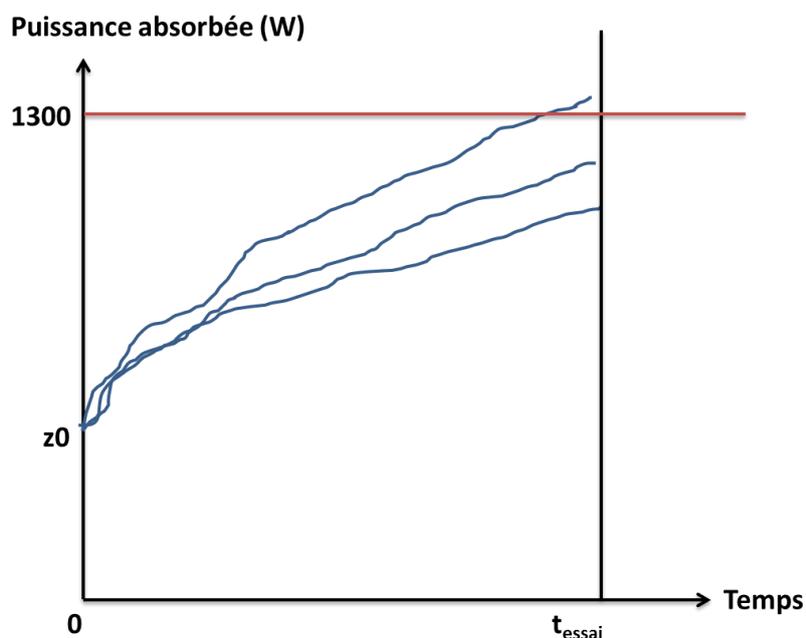


Figure 76 : Dégradation attendue du compresseur GeoCIAT™ Access (18H)

### **4.3.     *Projet TR140***

L'exemple de plan d'essais de synthèse développé ci-dessus laisse présager des moyens nécessaires à leur réalisation. Ainsi, outre la taille d'échantillon qui implique un espace conséquent, la spécificité technique des machines influe également sur les fonctionnalités du banc d'essai (raccordement électrique, en eau, compensation thermique, etc.).

Le projet TR140 (*Test Room 140 kWf*) est né dans le cadre de la rénovation globale du laboratoire CIAT suite au rachat de la société par le groupe United Technologies Corporation (UTC).

Initialement, cette enceinte climatique permettait de réaliser des essais de mises au point et qualification de petits appareils thermodynamiques (Pompes à Chaleur Habitat, splits, etc.) avec la particularité de proposer deux climats distincts, l'un extérieur avec une température ambiante dans la plage [-15 ; 45°C], l'autre intérieur avec une plage de température [5 ; 45°C]. Le tout était entouré d'une « double peau » pour s'assurer de la stabilité de ces ambiances, donc des équilibres thermiques, et les apports d'air étaient gérés par 4 Centrales de Traitement d'Air (CTA ou *Air Handling Unit*) raccordées en eau à des pompes à chaleur eau/eau.

Aujourd'hui, un besoin a été identifié sur les Unités de confort (UC ou *Fan Coil Units*) et leur qualification en endurance. Dès lors il était nécessaire de prévoir les travaux suivants :

➔ Modification de l'enceinte climatique

- Démontage des 4 Centrales de Traitement d'Air et des 4 PAC
- Démantèlement de la double peau intérieure
- Démantèlement du plancher général et des tuyauteries/câbles sous celui-ci
- Pose de renforts extérieurs en tôle et intérieurs en inox
- Création d'une double porte isotherme
- Réalisation d'une résine de sol et peinture

➔ Création d'une nouvelle boucle de compensation

Cette boucle est constituée d'un circuit primaire dans lequel les *chillers* produisent de l'eau chaude et de l'eau froide qui alimentent en eau des batteries à air de CTA et d'un circuit secondaire qui alimente en eau chaude ou froide des UC. Les échanges entre le primaire et le secondaire se font via des échangeurs plaques et joints.

La compensation a été dimensionnée pour répondre aux besoins suivants :

- Essais FROID

$$T_{\text{départ secondaire}} = 45^{\circ}\text{C} \quad (246)$$

$$T_{\text{retour secondaire}} = 40^{\circ}\text{C} \quad (247)$$

$$\dot{V}_{\text{max secondaire}} = 24 \text{ m}^3/\text{h} \quad (248)$$

$$T_{\text{départ chillers}} = 50^{\circ}\text{C} \quad (249)$$

$$T_{\text{retour chillers}} = 43^{\circ}\text{C} \quad (250)$$

$$\dot{V}_{\text{primaire}} = 24 \text{ m}^3/\text{h} \quad (251)$$

- Essais CHAUD

$$T_{\text{départ secondaire}} = 7^{\circ}\text{C} \quad (252)$$

$$T_{\text{retour secondaire}} = 12^{\circ}\text{C} \quad (253)$$

$$\dot{V}_{\text{max secondaire}} = 17 \text{ m}^3/\text{h} \quad (254)$$

$$T_{\text{départ chillers}} = 5^{\circ}\text{C} \quad (255)$$

$$T_{\text{retour chillers}} = 10^{\circ}\text{C} \quad (256)$$

$$\dot{V}_{\text{primaire}} = 24 \text{ m}^3/\text{h} \quad (257)$$

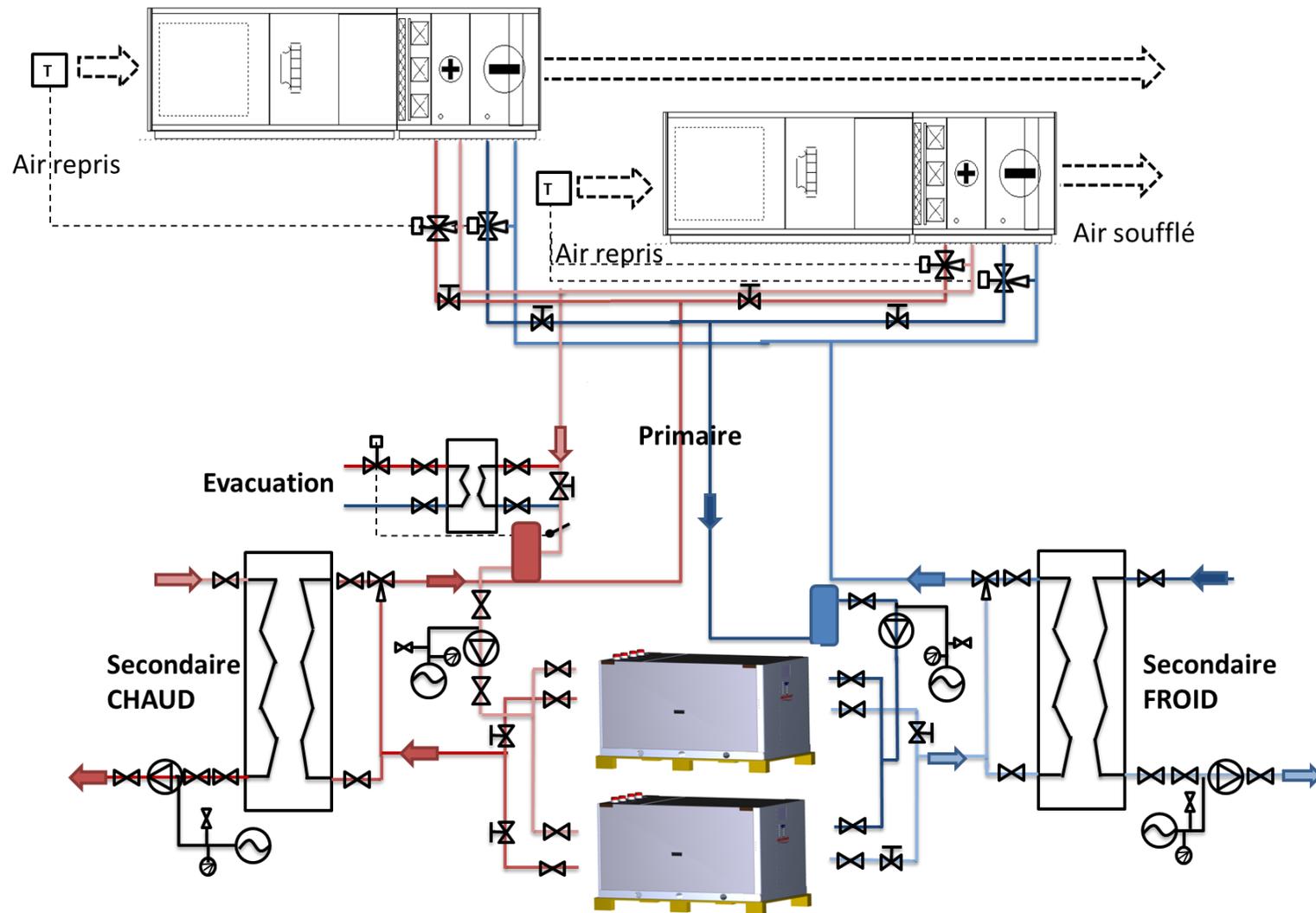


Figure 77 : Schéma de principe de la boucle de compensation TR140

#### 4. Applications industrielles

Les débits et puissances produites aux *chillers* (200 kWc/140 kWf) sont déduits du nombre d'UC max souhaité en essai, comme expliqué en Annexe 5. Ces derniers possèdent leur propre régulation (démarrage/arrêt des compresseurs) basée sur la température de retour d'eau froide. Les niveaux de puissances et les encombrements nous amènent à installer 2 Chillers de 74 kWf chacun régulés en Maître-Esclave.

Selon le mode choisi (CHAUD ou FROID), on compensera la puissance produite par les UC par l'air des CTA pour conserver une ambiance constante. 2 CTA de 20 000 m<sup>3</sup>/h chacune sont donc installées. Celles-ci ont leur propre régulation en température et humidité, via l'ouverture (Proportionnelle Intégrale) des vannes 3 voies sur les batteries chaudes (+) et froides (-) qui influent sur le débit d'eau et donc l'échange thermique avec l'air circulant dans le tunnel.

Les principaux choix techniques sont résumés en Annexe 5. L'étude et la réalisation des tuyauteries, gaines aérauliques ainsi que de l'électricité ont été sous-traitées. Le dimensionnement des éléments hydrauliques (circulateurs, volumes tampons, etc.) a été fait dans le respect de l'état de l'art (RAGE, 2013).

Une seconde phase de travaux doit permettre de terminer la réalisation du circuit secondaire, automatiser la compensation (pilotage à distances des centrales, chillers et vannes) et implémenter une régulation de l'hygrométrie.

#### BILAN

- Budget total, phase 1 : 160 k€
- Durée du projet, phase 1 : 13 mois (Septembre 2015 → Octobre 2016)



Figure 78 : Cellule climatique TR140 rénovée

## **5. Conclusions et perspectives**

L'objectif de ces travaux de thèse était d'établir une méthodologie de qualification de système complexe, soit d'un ensemble d'éléments de physiques distinctes (mécaniques, électroniques, thermiques, etc.) et technologies variées contenant une multitude d'organes. Le critère de qualification est la fiabilité, c'est-à-dire l'aptitude du système à accomplir une fonction requise, dans des conditions données, pendant un intervalle de temps donné.

En l'occurrence, nos travaux se sont portés sur la machine thermodynamique. Celle-ci, comportant quatre organes principaux que sont l'évaporateur, le compresseur, le condenseur et le détendeur, et de multiples organes secondaires, assure la fonction principale de produire du chaud et du froid sous forme d'eau ou d'air. Comme n'importe quelle machine complexe, elle peut présenter des pannes au cours de sa vie de produit. On a ainsi relevé et mis en lumière l'encrassement des échangeurs, les givrages de ces mêmes échangeurs, les coups de liquide aux compresseurs, les coupures BP éventuelles, les problèmes de vibrations, d'acidification du circuit, les problèmes de cartes CPU, etc.

Pour caractériser la fiabilité de la machine thermodynamique, il a été proposé de baser l'approche sur la combinaison de trois domaines distincts : le prévisionnel, l'expérimental et l'opérationnel.

Mis à part quelques profils d'utilisation, taux de défaillances de composants, AMDEC, arbres de défaillance et diagrammes de fiabilité, nous sommes partis de l'observation que la littérature était assez maigre en outils prévisionnels appliqués aux produits HVAC, que ce soit en recueils de fiabilité ou en informations sur les profils d'utilisation outre la NF EN 14825. De la même façon, les observations des outils utilisés en fiabilité expérimentale ont mis en évidence certaines lacunes puisque seuls quelques plans d'expériences et essais accélérés sur des machines connexes ont été relevés.

La méthodologie avant essais s'est donc davantage basée sur la fiabilité opérationnelle.

Il a été alors essentiel de comprendre les produits développés chez CIAT pour mieux appréhender leur complexité, les pannes éventuelles qu'ils subissent et surtout leurs modes de fonctionnement, que l'on retrouve à travers leurs profils d'utilisation. La variété de ces profils (fonctionnement froid seul, chaud seul, réversible, process ou non, compresseurs seuls, en duo, en trio, mono ou double circuit) est notable et a fait partie intégrante de cette étude.

À partir du Retour d'expérience, donc de la fiabilité opérationnelle, il a été possible de déterminer la fiabilité ou les ppm associées aux organes principaux du système ainsi que ceux de la machine complète.

Par ceux-ci, et connaissant les coûts liés aux interventions sur chacun, les objectifs à atteindre sont alors quantifiables, en admettant que les limites technologiques de chaque organe sont connues et prises en compte. Cette méthode se base sur une analyse Pareto et une allocation de fiabilité, étant entendu que toutes les pannes ne pouvaient être étudiées et testées de façon similaire.

Le cœur de la thèse consiste alors à choisir le meilleur plan d'essais selon les contraintes industrielles que sont les moyens d'accélération (en température, en humidité, en pression, en cyclage, etc.), l'instrumentation (pour ces mêmes grandeurs physique et plus généralement pour le suivi de dégradation) et les capacités de calculs bayésiens (connaissance préalables fournies par les experts, outils de calculs dans l'entreprise, ...).

Une distinction importante a été établie entre la démonstration d'un objectif de fiabilité et l'estimation de celui-ci.

La démonstration fait principalement appel aux cas binomial complété d'analyses telles que celles sur la variance. De cette manière, à partir d'une connaissance préalable essentielle sur certains critères tels que la moyenne et/ou les grandeurs fiabilistes que sont la fiabilité ou le taux de défaillance, le MTTF ou autres, il a été possible de remonter jusqu'au temps d'essai nécessaire ou la taille d'échantillon adéquate pour démontrer l'objectif.

Ceci a pu se faire dans un environnement normal ou accéléré et par le biais des outils fréquentiels classiques ou bien des outils dits bayésiens qui intègrent une connaissance a priori.

L'estimation, quant à elle, fait appel à l'algèbre aléatoire mais surtout aux lois de fiabilité telles que la loi exponentielle, Weibull, lognormale, ou autres. Elle se base sur une connaissance préalable de la moyenne et/ou de l'écart type de la distribution pour remonter aux critères que sont la fiabilité, le taux de défaillance, le MTTF ou autres dans un environnement statistique qui intègre les incertitudes et donc les intervalles de confiance dans des contextes unilatéraux ou bilatéraux.

De la même façon que pour la démonstration, ceci a pu se faire dans un environnement normal ou accéléré et par le biais des outils fréquentiels classiques ou même bayésiens si tant est que la connaissance préalable soit disponible.

Ces deux approches se sont révélées possibles en durée de vie, c'est-à-dire en considérant le début et la fin de vie du produit, mais également en dégradation, c'est-à-dire en prenant en considération l'évolution d'une caractéristique représentative du mode de défaillance (longueur de fissure associée à la rupture par fatigue, jeu d'une liaison associé au phénomène d'usure, ...) sur un échantillon de produit.

Les essais de dégradation bayésiens, qui passent par des calculs de vraisemblance, s'avèrent les plus performants pour optimiser ces plans d'essais et leur combinaison est même réalisable dès lors que l'on dispose de suffisamment d'informations sur le comportement de l'organe (moyenne et écart type de son profil de dégradation, distribution de fiabilité supposée). C'est ce qui a été réalisé sur les sondes de températures utilisées sur les groupes de froid CIAT à travers un essai « dégradation / estimation / bayésien / conditions nominales ». Grace aux outils développés, on a pu déterminer la fiabilité propre à ces composants critiques de la machine, en se fixant une taille d'échantillon et un temps d'essai acceptable.

Par la suite, un plan de synthèse a été mis en place dès lors que l'ensemble des organes fonctionnent dans les mêmes conditions que celles utilisées pour la qualification au niveau organe, que les temps de fonctionnement des organes sont cohérents avec ceux définis dans les plans de qualification des organes, que les performances du système complet correspondent à celles attendues, que les dégradations associées au cours du temps sont maîtrisées et que les modes de défaillances des organes initialisés lors de l'essai de synthèse sont ceux qui ont été pilotés au cours des essais de qualification au niveau organe.

Celui-ci a été établi théoriquement sur quatre organes A, B, C, D puis sur la machine thermodynamique sans qu'il soit malheureusement possible de le mener pratiquement à son terme par manque de temps et de moyens. Néanmoins, il a permis des avancées significatives dans la connaissance préalable des profils d'utilisation des machines et des ppm associés aux pannes majeures et des organes critiques, tels que les cartes CPU, pompes, contrôleurs de débit, versions de soft, capteurs de pression, compresseurs et divers électriques (la règle des sept pannes majeures liées aux Pareto a été respectée dans un souci d'allocation de fiabilité).

Enfin, un projet entier a été mené dans l'optique de faire perdurer l'approche fiabiliste chez CIAT. Il a consisté à dimensionner, étudier, faire réaliser et mettre en service la salle d'essai dite « TR 140 » (*test room* 140 kW). Composée d'une compensation thermique (ballons hydrauliques, pompes à chaleur, échangeurs de chaleur eau/eau et nouvelles centrales de traitement d'air) et d'une enveloppe rénovée, elle permettra de tester en endurance certaines machines thermodynamiques développées par les bureaux d'études CIAT, telles que les *Fan Coil Unit* (FCU) ou les petites machines eau/eau ou air/eau.

## Perspectives

Les possibilités liées aux plans d'essais présentés dans la thèse (démonstration, estimation, fréquentiel, bayésien, accéléré ou non) laissent présager de la diversité des essais qui peuvent encore être menés chez CIAT lors de divers développements produits. La démonstration reste l'approche la plus utilisée bien que l'estimation ait un intérêt certain dans le cas où la connaissance préalable issue du REX n'est pas suffisante. De la même façon, le fréquentiel reste majoritaire par rapport au bayésien qui mérite pourtant une attention particulière et apporte indéniablement de la précision et un enrichissement statistique.

Appliquée aux *chillers*, voire à d'autres produits tels que les *FCU* et les *AHU*, et complétée par d'autres développements tels que le *M2M*, cette méthodologie permettra de confirmer la fiabilité des produits HVAC tout au long de leur développement et lors de leur commercialisation, dans l'intérêt du client qui subira le moins de pannes possibles et celui du fabricant qui s'affranchira de coûts de garantie prohibitifs.

Du point de vue méthodologique, l'approche proposée nécessite des études de robustesse et de généralisation à d'autres produits pour une validation exhaustive.

De plus, l'application d'une telle méthodologie globale demanderait des études complémentaires sur :

- La caractérisation et validation des modèles d'accélération (en durée de vie et en dégradation) des principaux modes de défaillance afin de garantir la pertinence des prises de décision lorsque les résultats d'essai ne permettent pas de les remettre en cause (par ex. 0 défaillance dans un essai de démonstration).
- La définition de plans d'essais permettant de garantir un objectif de fiabilité tout en assurant la validation des hypothèses posées au départ. En effet, lorsque l'on fait, par exemple, un essai accéléré en considérant la température comme stress de sévérisation, il est courant de prendre la loi d'Arrhenius en tant que modèle d'accélération. Or, il existe d'autres lois possibles (par ex. les modèles de Berthelot ( $t = A.exp(C.T)$ ) ou Williams, Landel et Ferry ( $t = A.exp(-a/(T+b))$ )). Si on fait un plan d'essais à deux niveaux, on ne pourra pas discriminer entre ces modèles. Donc, dans certaine situation, il est préférable de choisir un plan différent pour s'assurer que l'on considère la bonne loi d'accélération permettant de garantir la prise de décision quant à la tenue de l'objectif de fiabilité.
- La définition de plan d'essais de dégradation multivariée permettant de traiter des essais systèmes faisant intervenir plusieurs modes de dégradation corrélés. Ainsi, il est nécessaire d'étudier les processus adaptés, l'analyse des estimateurs, la méthodologie de construction du plan d'essais et la définition du critère de décision.

- L'utilisation des différents modèles dans une perspective de health monitoring (maintenance conditionnelle) quand aujourd'hui la grande majorité des machines CIAT est connectée à internet afin d'envoyer des informations sur les états de fonctionnement. Ainsi, il est possible d'observer les dégradations de performance et d'engager, si les critères de décision étaient disponibles en reprenant les modèles obtenus lors des essais de qualification, des modifications de réglages et des opérations de maintenance.

## Bibliographie

- AFNOR. (1984). Applications de la statistique - Introduction à la fiabilité. *NF X 06-501*.
- Al Garni A.Z. et al. (2006). Failure Forecasting of Aircraft Air-Conditioning/Cooling pack with field data.
- ASHRAE. (1999). Service Life Query Dataset.
- Auzenet E., Clerc-Renaud M. (2005). Pompes à chaleur - Systèmes à compression de vapeur.
- Bailly A. et al. (2001). Traitement de l'air et climatisation - Les composants et leurs fonctions. *Techniques de l'ingénieur*.
- Bassetto, I. F. (2007). *Estudo de confiabilidade de compressores alternativos semi-herméticos de sistemas de refrigeração*. Sao Paulo: Escola Politecnica .
- Baussaron J. (2011). *Mise au point de modèles prédictifs de fiabilité dans un contexte de dégradation associé à des profils de mission*.
- Baussaron J. et al. (2011). Degradation test plan for Wiener degradation processes. *Reliability and Maintainability Symposium (RAMS)*.
- Beaumont P. (2015). *Optimisation des plans d'essais accélérés - Application à la tenue en fatigue de pièces métalliques de liaison au sol*.
- Bevilacqua M. et al. (2003). The classification and regression tree approach to pump failure rate analysis. *Reliability engineering and system safety* 79.
- Bortoli M.G.D. et al. (2012). The application of monte carlo method for sensitivity analysis of compressor components. *Research&Development Group*.
- Bortoli M.G.D. et al. (2012). The application of Monte Carlo method for sensitivity analysis of compressor components. *International compressor engineering conference*.
- Chang M-S. et al. (2015). Life prediction of brazed plate heat exchanger based on several accelerated life test data. *Journal of Mechanical Science and Technology* 29.
- Chapouille, P. (1980). Fiabilité. Maintenabilité. *Techniques de l'ingénieur*.
- Corset, F. (2003). Aide à l'optimisation de maintenance à partir de réseaux bayésiens et fiabilité dans un contexte doublement censuré.
- Debray B. et al. (2004). *Frequencies and probabilities data for the fault tree*.
- Delage S. et al. (2015). Stratégie de qualification d'un système complexe : application à la machine thermodynamique. *QUALITA*.
- Delage S. et al. (2016). Supplied products reliability comparison using degradation testing. *RAMS*.

## Bibliographie

- Demhri, A. (2009). *Contribution à l'évaluation de la fiabilité d'un système mécatronique par modélisation fonctionnelle et dysfonctionnelle*.
- Department of the Army. (2006). *Failure modes, effects and critically analysis (FMECA) for Command, Control, Communications, Computer, Intelligence, Surveillance and Reconnaissance (C4ISR) Facilities*.
- Dhillon, B. S. (1999). *Design reliability - Fundamentals and applications*. CRC Press.
- Dolas D. R. et al. (2014). Reliability Analysis of Cooling System Water Pump - A Case Study. *International conference on modelling and simulation in engineering and technology*.
- Ekren O. et al. (2011). Experimental design and regression analysis for performance of a chiller system. *Journal of thermal science and technology*.
- El-Berry A. et al. (2013). Application of Computer Model to Estimate the Consistency of Air Conditioning Systems Engineering. *International Journal of Engineering and Technology (vol 5 No 2)*.
- EPRI. (2007). *Plant support engineering : life cycle manager planning sourcebooks - Chillers*.
- Falhun, C. (2012). *Rapport de revue sur les différents dysfonctionnements des machines ou systèmes*. CIAT.
- Fatemi, S. Z. (2012). *Planification des essais accélérés : optimisation, robustesse et analyse*.
- Feldhaus D. et al. (1998). Overview of Accelerated Life Testing Procedures for Reciprocal Compressors. *International compressor engineering conference*.
- Feyzioglu O. et al. (2006). The design of optimum component test plans for system reliability. *Computational statistics and data analysis 60*.
- F-Gas. (2014). *Règlement (UE) n°517/2014 du parlement européen et du conseil du 16/05/2014 relatif aux gaz à effet de serre fluorés et abrogeant le règlement (CE) n°842/2006*.
- FIDES. (2010). *Guide FIDES 2009 Edition A : Méthodologie de fiabilité pour les systèmes électroniques*.
- Gerville-Réache L., Couallier V. (2009). Une approche de la démonstration de fiabilité système à partir de tests sur composants unitaires : cas d'un système en série avec les lois Weibull. *HAL Archives ouvertes*.
- Giraud, M. (2007). *Sûreté de fonctionnement des systèmes - Croissance de fiabilité et management. Techniques de l'ingénieur*.
- Goupy, J. (1992). *Plans d'expériences. Techniques de l'ingénieur*.
- Guerin F. et al. (2008). Reliability estimation of mechanical components using accelerated life testing models: application to ball bearings. *Recent patents on mechanical engineering*.

## Bibliographie

- Guerin F. et al. (2016). Bayesian degradation testing planning for Wiener process. *ALT2016*.
- Hähnel, A. (2007). *Approche mécano-probabiliste système en conception pour la fiabilité*.
- Hoenisch, P. (2006). *Projeto de experimento no planejamento e ensaios de motores elétricos para condicionadores de ar*. Florianopolis: Universidade Federal de Santa Catarina.
- <http://www.abcclim.net>. (s.d.).
- ISO 14903. (2012). Refrigeration systems and heat pumps - Qualification of tightness of components and joints. *International Standardization Organisation*.
- Jiang Y-Q. et al. (1996). Statistical analysis of reliability of container refrigeration units. *International journal of refrigeration* 19.
- Kinab, E. (2009). *Optimisation des performances non nominales des pompes à chaleur réversibles pour le secteur tertiaire*. Mines ParisTech.
- Lannoy, A. (2011). Retour d'expérience technique. *Techniques de l'ingénieur*.
- Laronde, R. (2011). *Fiabilité et durabilité d'un système complexe dédié aux énergies renouvelables\_Application à un système photovoltaïque*.
- Ligeron J-C. et al. (1992). *La fiabilité en exploitation : organisation et traitement des données*.
- Madani H., Roccatello E. (2014). A comprehensive study on the important faults in heat pump system during the warranty period. *International Journal of Refrigeration*(2856).
- Martins J.A. et al. (2008). Analysis of Set of Valve from Hermetic Reciprocating Compressors Under Accelerated Life Test (ALT) by Alternative Machine in Replacement of the Usual Compressor Bench Test. *International compressor engineering conference*.
- McLean H. (2000). HALT, HASS HASA Explained : Accelerated Reliability Techniques. *ASQ Quality press*.
- Mihalache, A. (2007). *Modélisation et évaluation de la fiabilité des systèmes mécatroniques : application sur système embarqué*.
- MIL-HDBK-217-F. (1991). *Reliability prediction of electronic equipment*.
- Mortureux, Y. (2002). Analyse préliminaire de risques. *Techniques de l'ingénieur*.
- Mortureux, Y. (2002). Arbre de défaillance, des causes et d'événements. *Techniques de l'ingénieur*.
- Myrefelt S. (2004). *Reliability and functional availability of HVAC systems*.
- Myrefelt, S. (2004). The reliability and availability of heating, ventilation and air conditioning systems. *Energy and Buildings* 36.
- NASA. (2008). *Reliability-centered maintenance guide for facilities and collateral equipment*.

## Bibliographie

- NF EN 14511-3. (2013). Climatiseurs, groupes refroidisseurs de liquide et pompes à chaleur avec compresseur entraîné par moteur électrique pour le chauffage et la réfrigération des locaux - Partie 3 : Méthodes d'essai. *AFNOR*.
- NF EN 14825. (2016). Climatiseurs, groupes refroidisseurs de liquide et pompes à chaleur avec compresseur entraîné par moteur électrique pour le chauffage et la réfrigération des locaux - Essais et détermination des caractéristiques à charge partielle et calcul de performance. *AFNOR*.
- NF EN 62506. (2013). Méthodes d'essais accélérés de produits. *AFNOR*.
- Nikulin M. et al. (2007). *Statistique des essais accélérés*. Paris: Hermès.
- Nikulin M., G.-R. L. (2007). *Statistique des essais accélérés*. Paris: Hermes Science.
- NSWC. (2010). *Handbook of reliability prediction procedures for mechanical equipment*. West Bethesda: Carderock division.
- Pulido, J. (2016). Accelerated degradation testing of membrane heat exchanger. *RAMS*.
- Quanyu Yu et al. (2013). Reliability analysis of air-conditioning refrigeration system for chery A3 automobile. *Information technology journal* 12.
- Radcliff T.D. (2007). *Reliable, Economic, Efficient CO2 Heat Pump Water Heaters for North America*. United Technologies Research Center.
- RAGE. (2013). Schémathèque de pompes à chaleur en habitat individuel. *Règles de l'Art Grenelle Environnement 2012*.
- Rahhal, C. (2006). *Conception d'une PAC air/eau à haute efficacité énergétique pour la réhabilitation d'installations de chauffage existantes*. Mines ParisTech.
- Riout, J. (2013). *Clés pour la fiabilité des équipements mécaniques*. CETIM.
- Sabre, R. (2007). Plans d'expérience - Méthode de Taguchi. *Techniques de l'ingénieur*.
- Toman, G. (2007). *Plant Support Engineering: Life Cycle Management Planning sourcebooks - Chillers*. EPRI.
- US Department of Defense. (1996). *Handbook for reliability test methods, plans, and environments for engineering, development, qualification, and production* (Vol. A). MIL-HDBK-781.
- Vrinat, G. (1991). Production du froid : technologie des machines industrielles.
- Wong D. (2000). *A Knowledge-Based Decision Support System in reliability-centered maintenance of HVAC system*.
- Woo S. et al. (2010). Failure analysis and redesign of the evaporator tubing in a kimchi refrigerator. *Engineering failure analysis*, 17.

## *Bibliographie*

- Woo S. et al. (2010). Reliability design and case study of refrigerator parts subjected to repetitive loads. *Engineering failure analysis*, 17.
- Woo S. et al. (2010). Reliability design of a reciprocating compressor suction reed valve in a common refrigerator subjected to repetitive pressure loads. *Engineering Failure Analysis*, 17.
- Woo S. et al. (2011). Reliability design of residential sizer refrigerators subjected to repetitive random vibration loads during rail transpor. *Engineering failure analysis*, 18.
- Yan, W. (2004). Design criteria evaluation using field test data and reliability test improvement based on statistical analysis. *Copeland Corporation*.
- Yang, G. (2012). Accelerated degradation test for rapid reliability evaluation. *RAMS*.
- Yun, K. (2000). Failure Modes and Risk Assessment of Rotary compressor under extraordinary operating conditions. *International Compressor Engineering Conference*. Purdue: Paper 1382.

# Annexe 1 : Processus de Développement UTC

Le processus de développement, commun à toutes les entités du groupe UTC, est résumé ci-dessous. Les phases liées à la fiabilité sont encadrées en rouge.

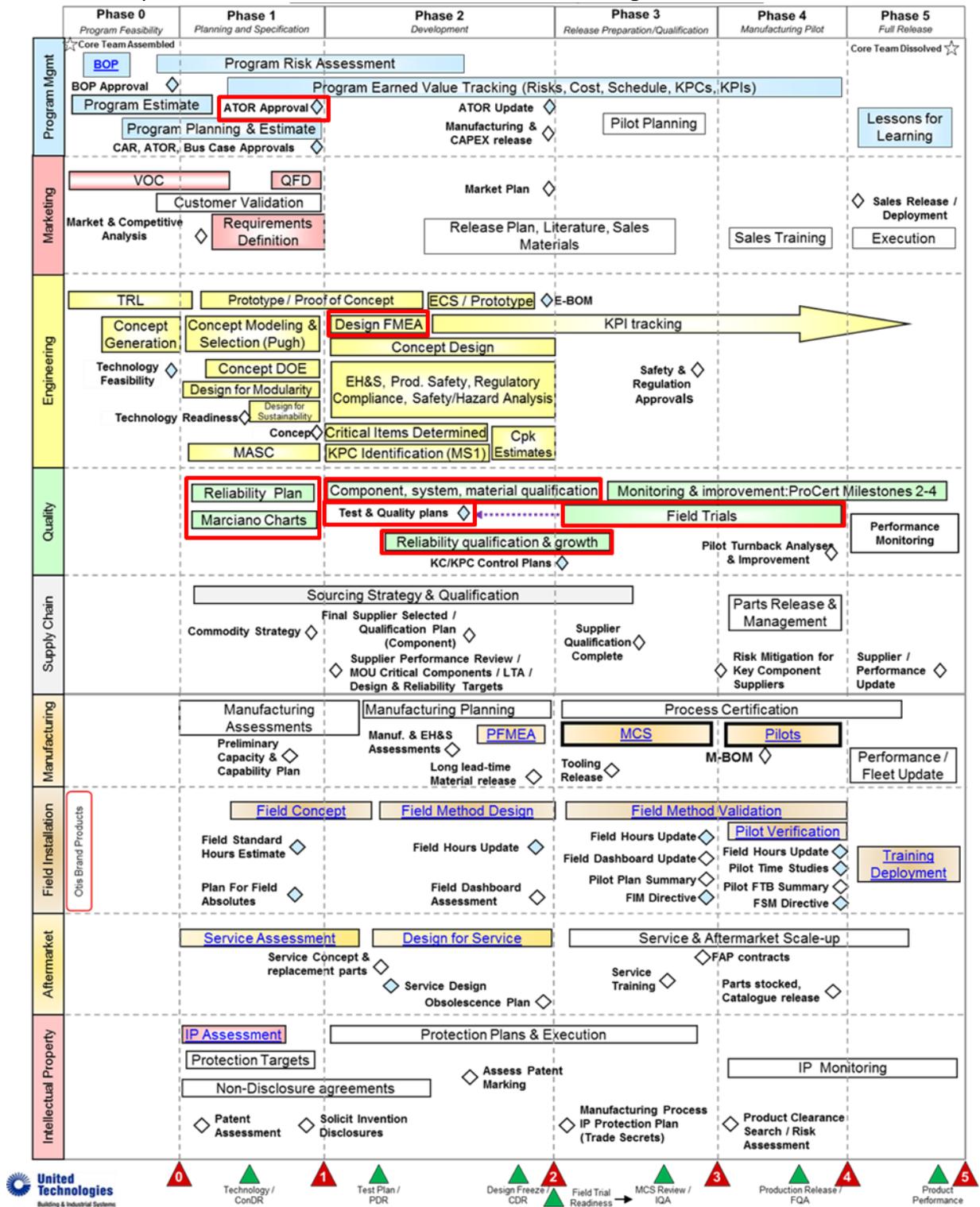


Figure 79 : Processus de développement UTC CCS

## Annexe 2 : Stratégie de qualification de machine complète

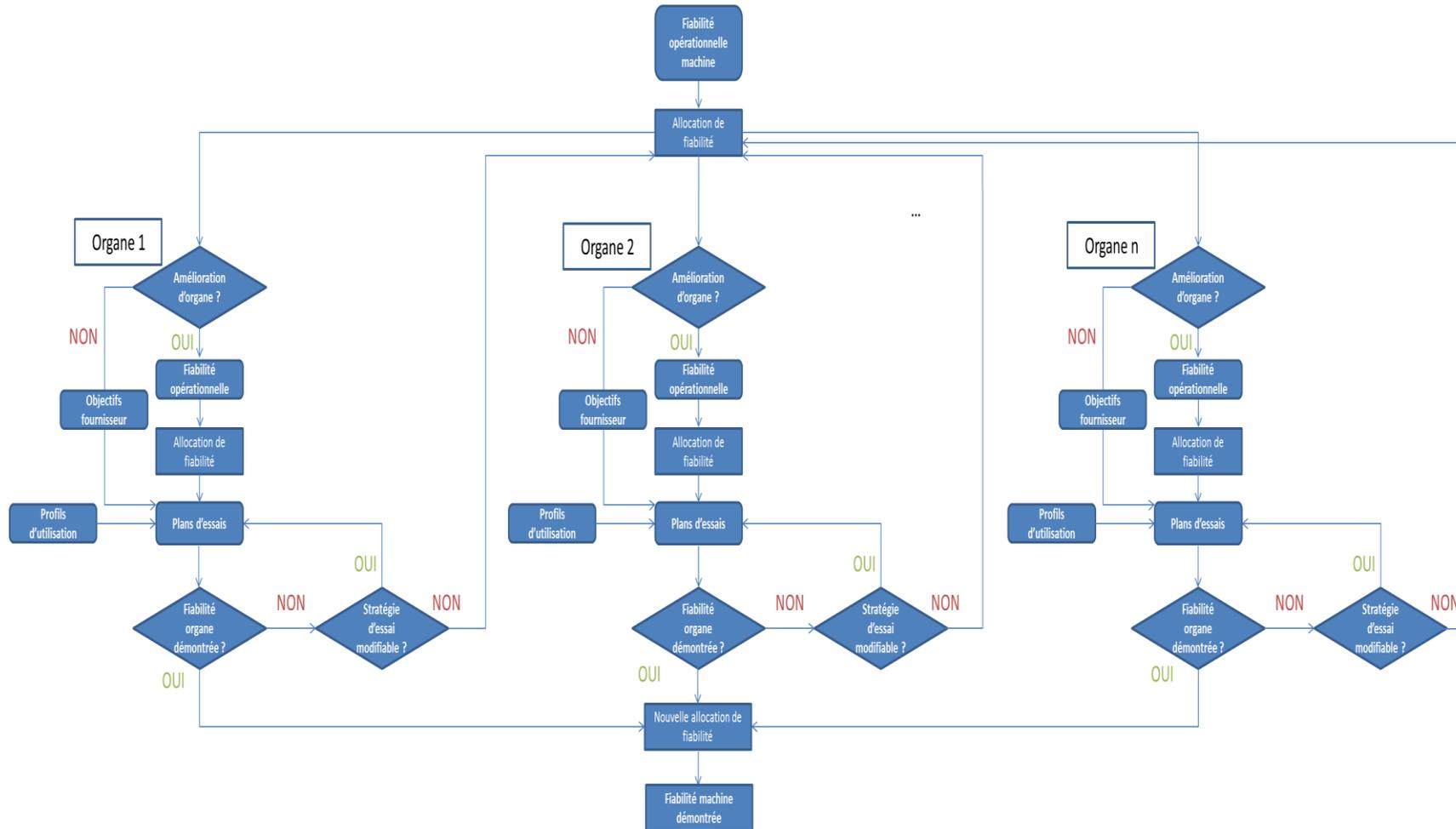


Figure 80: Stratégie de qualification de machine complète

## Annexe 3 : Fiabilité opérationnelle, gamme LD

Le logiciel Weibull ++ (Reliasoft<sup>®</sup>) permet de tracer l'ensemble des défaillances au cours du temps, d'analyser ces données et faire correspondre la meilleure loi de fiabilité. Celle-ci est représentée sur le même graphique (courbe continue) et sont déduites d'après elle les valeurs des paramètres de loi, de durée de vie, les ppm, etc.

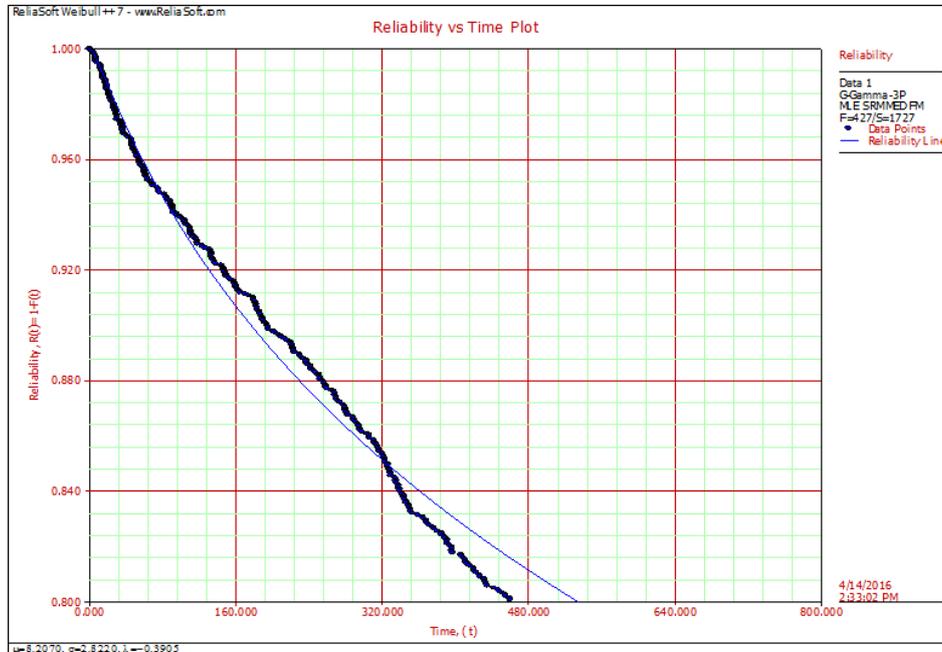


Figure 81 : Données de fiabilité, toutes défaillances (LD)

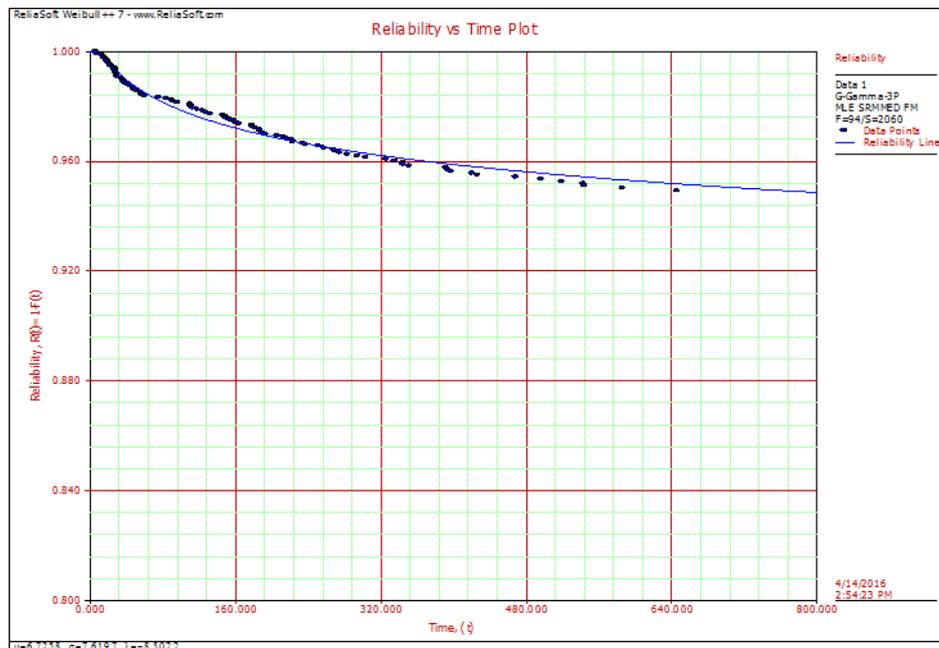


Figure 82 : Données de fiabilité, divers élec (LD)

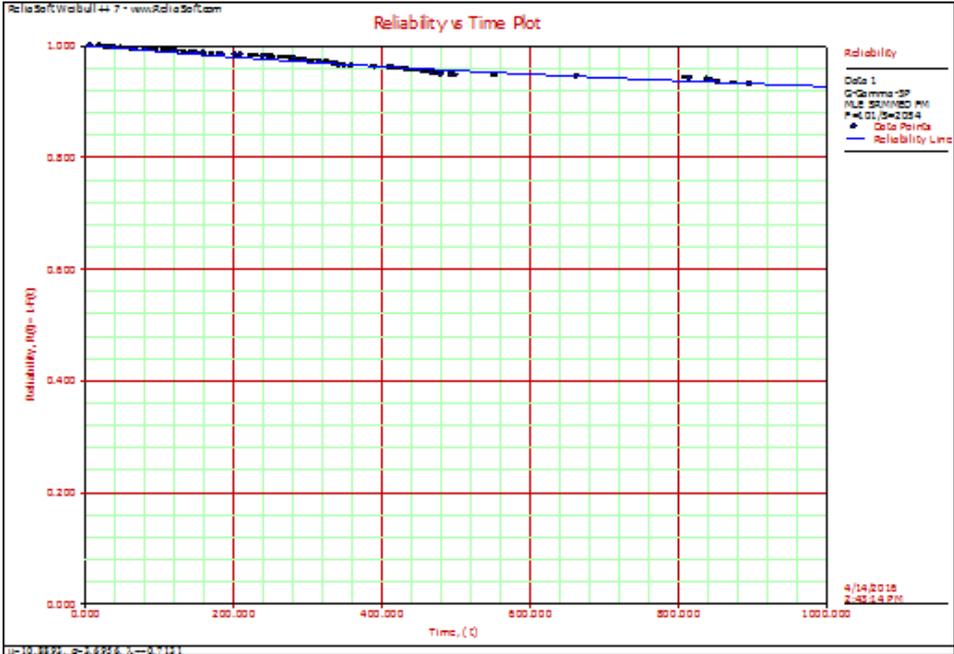


Figure 83 : Données de fiabilité, sondes (LD)

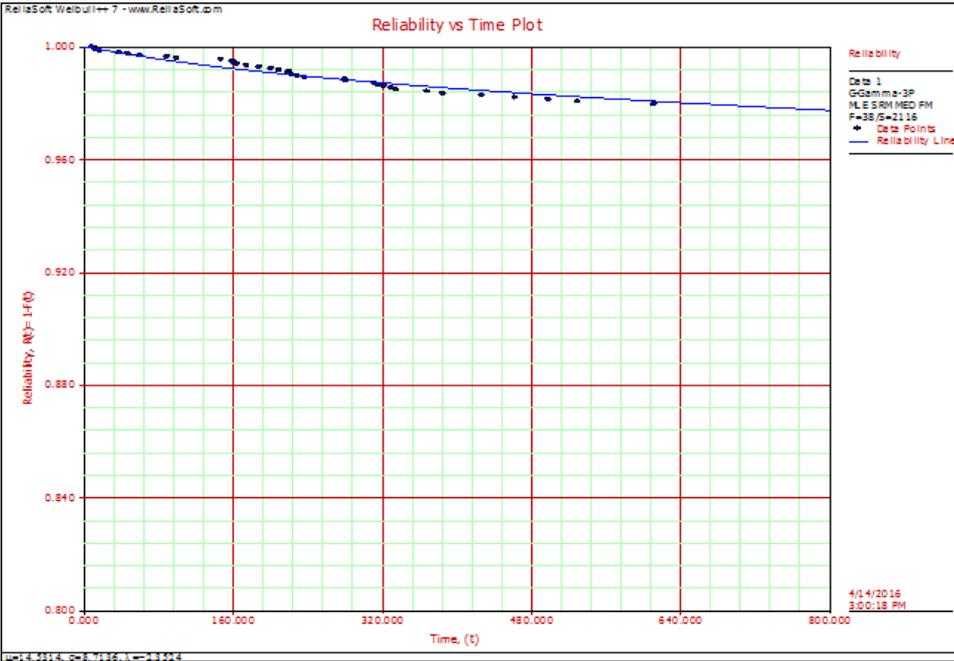


Figure 84 : Données de fiabilité, détenteur (LD)

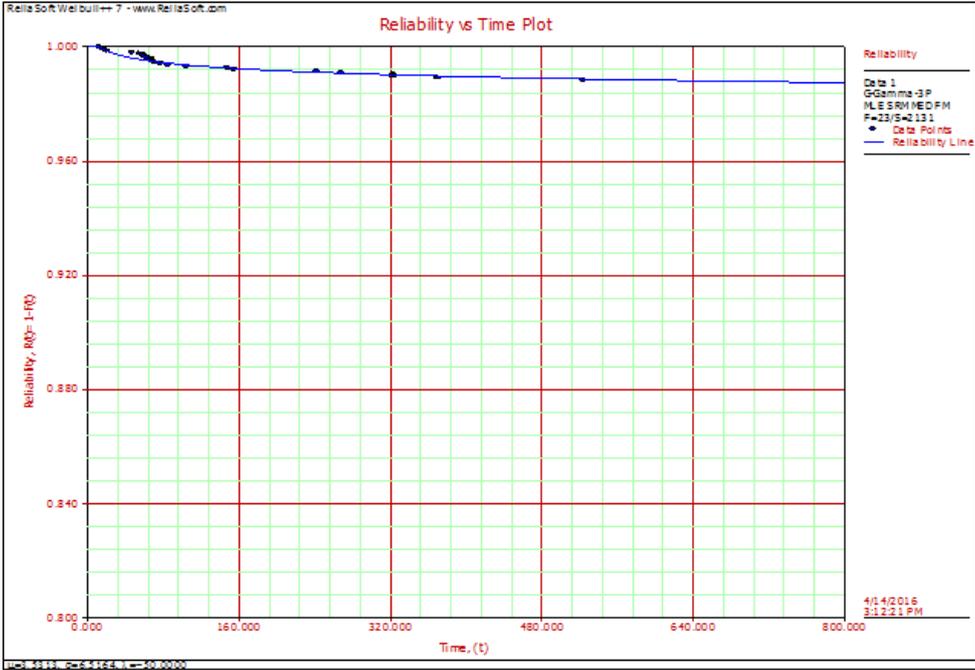


Figure 85 : Données de fiabilité, carte CPU (LD)

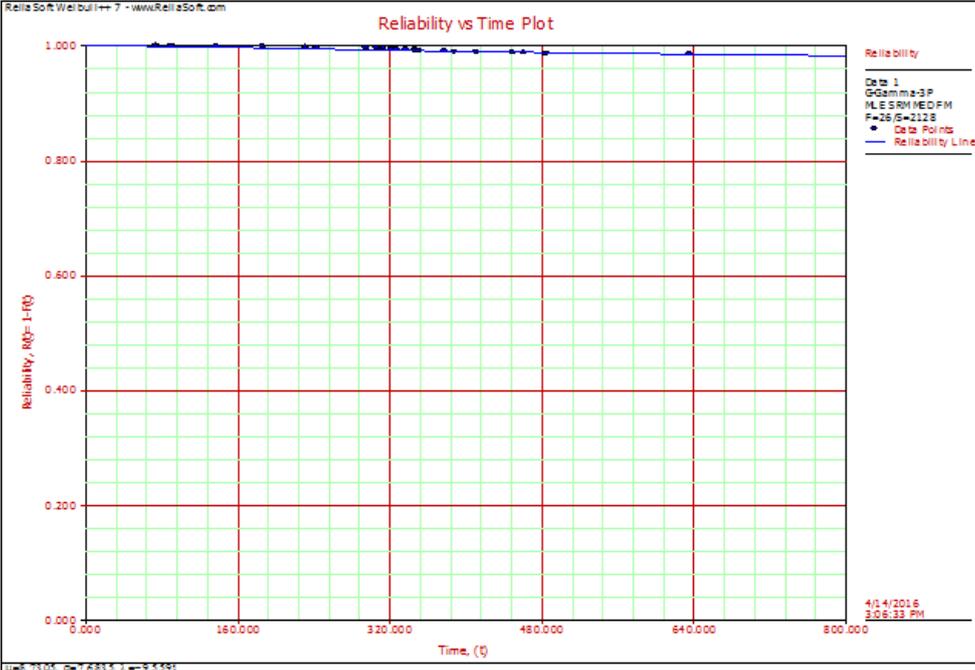


Figure 86 : Données de fiabilité, fuite compo frigo (LD)

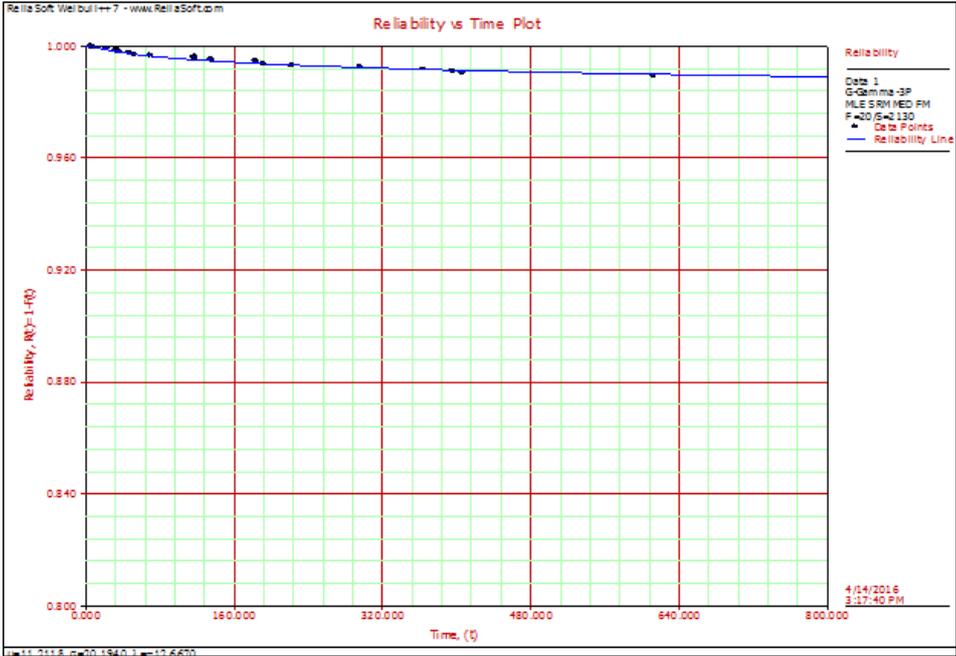


Figure 87 : Données de fiabilité, pompes (LD)

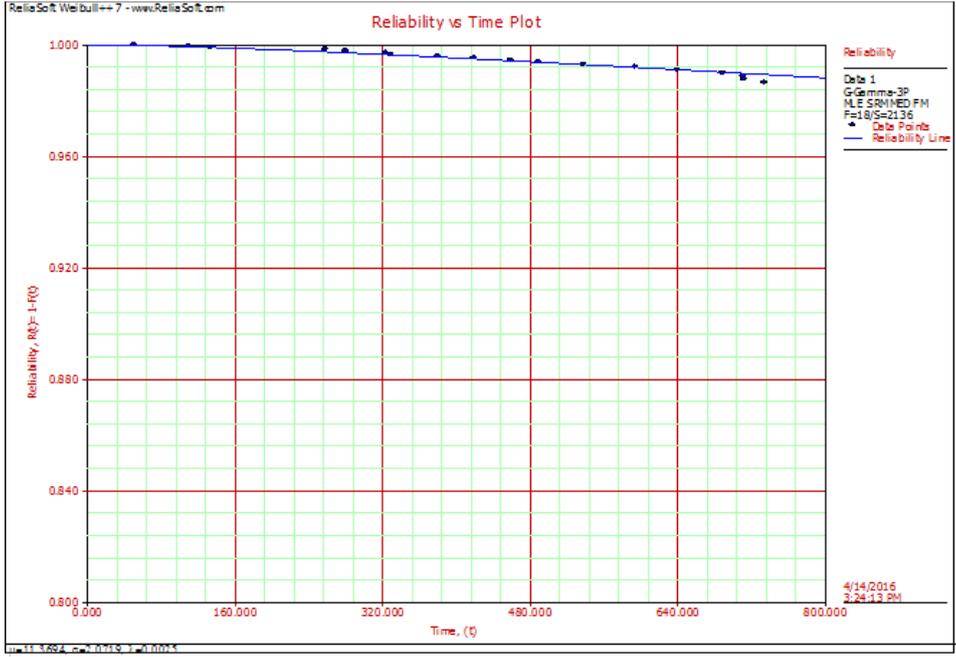


Figure 88 : Données de fiabilité, fuite batterie (LD)

## Annexe 4 : Arbres de défaillances pompes et compresseurs

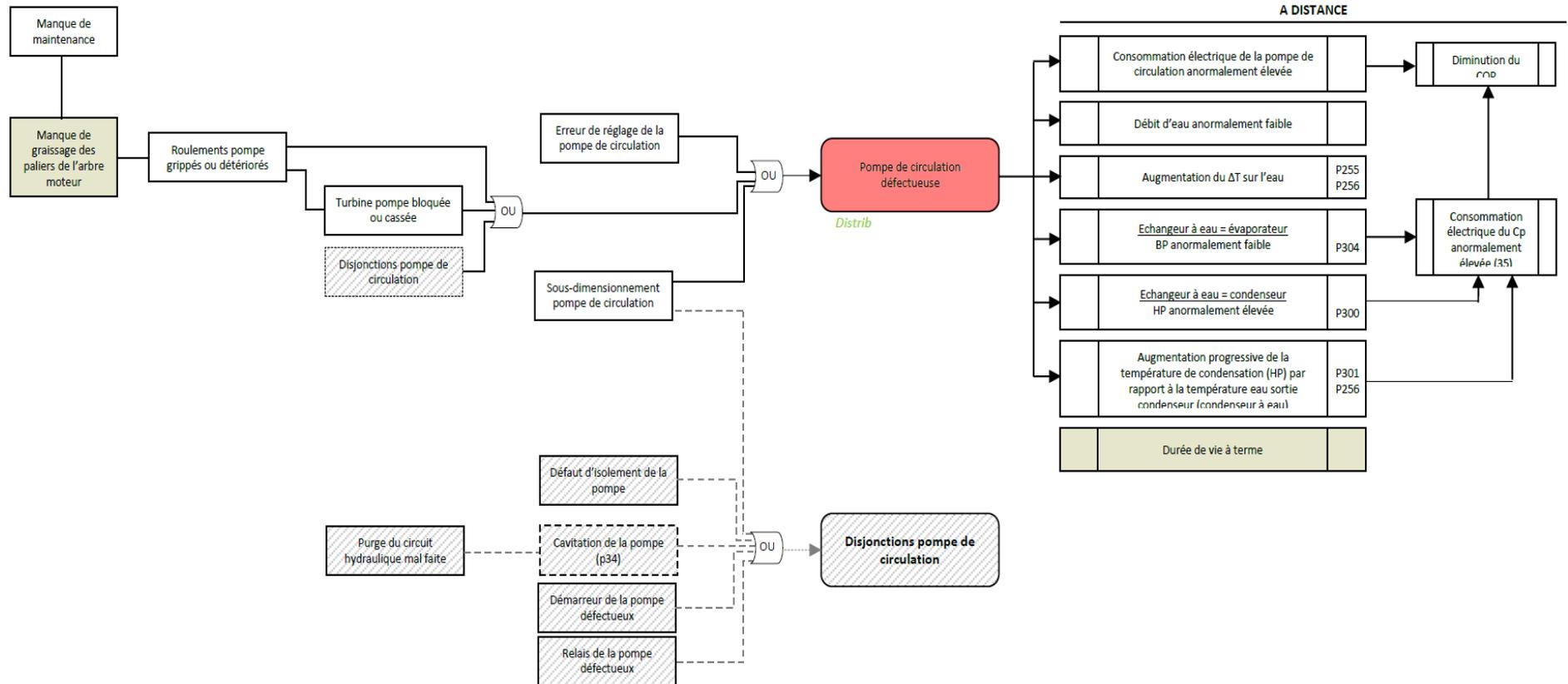


Figure 89 : Arbres de défaillances pompes de circulation (Falhun, 2012)

Annexe 4 : Arbres de défaillances pompes et compresseurs

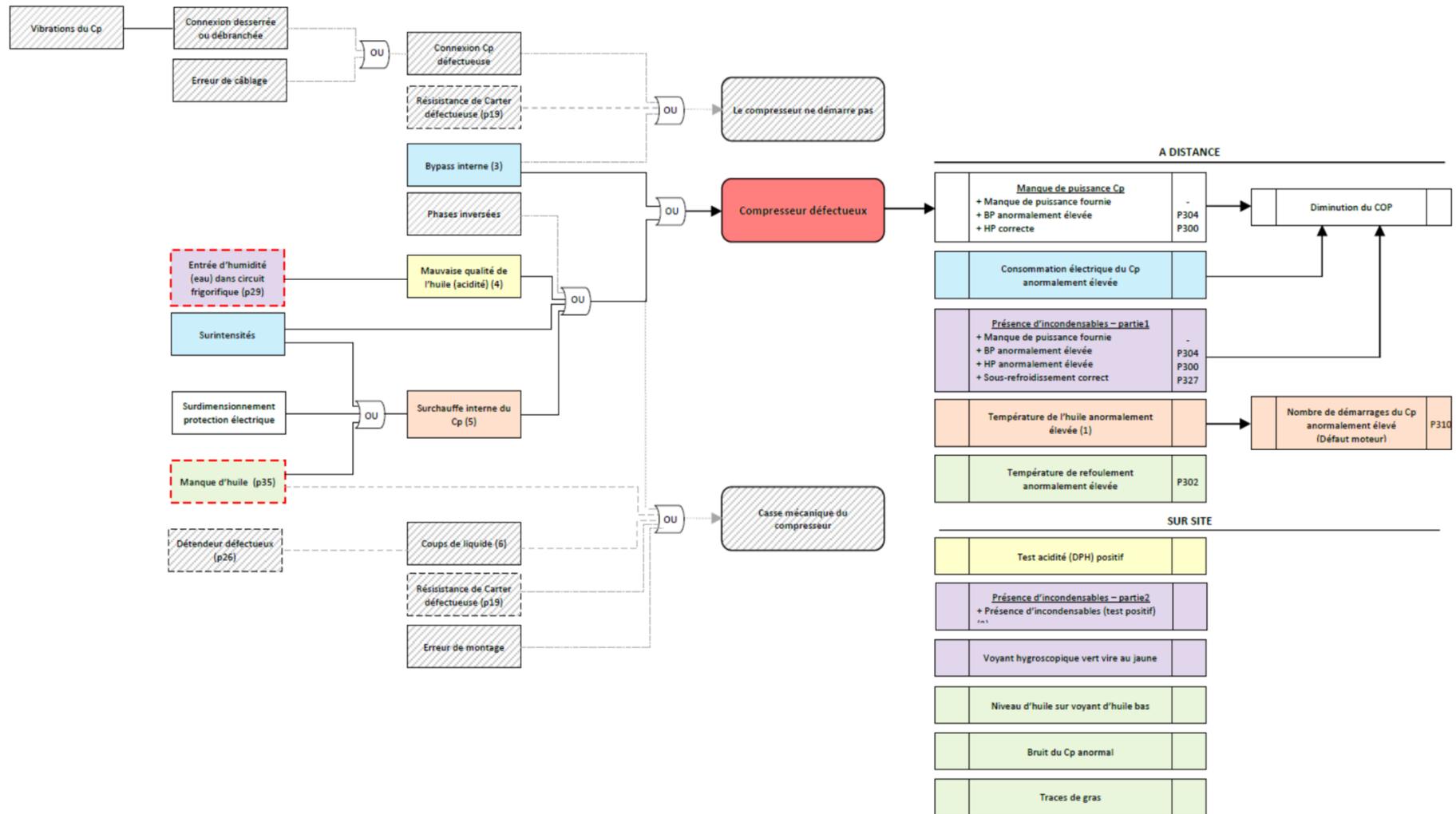


Figure 90 : Arbres de défaillances compresseurs (Falhun, 2012)

## Annexe 5 : Données techniques TR140

Les puissances à apporter au circuit secondaire de la boucle hydraulique TR140 sont répertoriées dans le tableau ci-dessous, gamme par gamme et taille par taille.

Gamme	Taille	Nombre d'unités	Puissance frigorifique (kW)	Puissance calorifique (kW)
<b>Comfort Line</b>	T1	12	21	61
	T2	12	40	109
	T3	6	31	89
	T4	6	37	95
	T5	6	48	119
	<b>T6</b>	<b>6</b>	<b>96</b>	<b>131</b>
<b>Coadis Line 600</b>	612	12	26	36
	622	12	41	53
	632	12	61	71
	624	12	31	41
	634	12	52	46
<b>Coadis Line 900</b>	922	6	36	47
	924	6	36	25
	932	6	46	54
	934	6	46	31
<b>Major Line</b>	102C	12	18	24
	202C	12	31	43
	302C	12	50	70
	402C	6	33	47
	502C	6	39	54
	602D	6	45	65

Tableau 45 : Puissances des appareils testés dans TR140

Les débits d'air à apporter, via le circuit primaire et les CTA de la boucle TR140, sont répertoriés dans le tableau ci-dessous, à partir de la formule suivante :

$$Q = \frac{P}{0.34 \cdot \Delta T} \quad (258)$$

Avec Q le débit en m<sup>3</sup>/h, P la puissance calorifique ou frigorifique à compenser en kW et ΔT le différentiel de température voulue et soufflée en K.

Nota : l'état de l'art préconise un ΔT de 10 K (8-12 K en dessous de l'ambient en été, 10 à 20K au-dessus en hiver).

Gamme	Taille	Débit CTA max chaud (m <sup>3</sup> /h)	Débit CTA max froid (m <sup>3</sup> /h)
<b>Comfort Line</b>	T1	6035	18035
	T2	11788	32118
	T3	9124	26118
	T4	10747	27882
	T5	14118	34941
	<b>T6</b>	<b>28235</b>	<b>38529</b>
<b>Coadis Line 600</b>	612	7518	10659
	622	12141	15459
	632	17965	20965
	624	9071	12106
	634	15247	13624
<b>Coadis Line 900</b>	922	10694	13694
	924	10694	7253
	932	13412	15935
	934	13412	8982
<b>Major Line</b>	102C	5365	7059
	202C	9071	12741

302C	14576	20541
402C	9671	13853
502C	11488	15759
602D	13271	19235

Tableau 46 : Débits d'air engendrés par les appareils testés dans TR140

À partir de ces puissances, les groupes de froid, CTA, pompes et volumes tampons ont été sélectionnés. Leurs références sont dans le tableau ci-dessous.

Matériel	Référence	Fabricant	Remarques
<b>Groupes froid eau/eau</b>	30 WG-090	CARRIER	*2, maître-esclave
<b>Centrales de Traitement d'Air</b>	CLIMACIAT 045	AIRTECH CIAT	*2
<b>Echangeur CHAUD</b>	PWB 16 11 37M40	CIAT	
<b>Echangeur FROID</b>	PWB 16 11 51M95	CIAT	
<b>Echangeur Evacuation</b>	PWB 8+ 11 17H00	CIAT	
<b>Pompe Primaire CHAUD</b>	IPL 50/140 -3/2	WILO	
<b>Pompe Secondaire CHAUD</b>	IL 50/170 – 1.1/4	WILO	
<b>Pompe Primaire FROID</b>	IPL 50/140 – 3/2	WILO	
<b>Pompe Secondaire FROID</b>	IPL 50/105 – 0.75/2	WILO	
<b>Volume tampon CHAUD</b>	ACQ R/C GB VT LT1000	CORDIVARI	
<b>Volume tampon FROID</b>	ACQ REF ZB VT LT800	CORDIVARI	
<b>Réseau hydraulique</b>	Divers	SYSTHERM	
<b>Réseau aéraulique</b>	Comp'air 30 mm	PHILAIRGAINE	

Tableau 47 : Matériels des boucles de compensation hydraulique et aéraulique de TR140

## Thèse de Doctorat

Sylvain DELAGE

### Développement d'une méthodologie de qualification de systèmes complexes par des essais de fiabilité

Development of a qualification methodology for complex systems by reliability tests

#### Résumé

Le secteur du chauffage, de la ventilation et de la climatisation (Heating Ventilation and Air-Conditioning, HVAC) se doit, comme toute industrie d'envergure, de maîtriser la fiabilité de ses produits pour garantir un service optimal au client, réduire les délais de développement et maîtriser ses coûts. Pour ce faire, il est indispensable de connaître et savoir appliquer les outils de fiabilité prévisionnelle, expérimentale et opérationnelle. Seule une méthodologie robuste permettant de définir une stratégie de qualification permet de garantir la tenue de l'objectif de fiabilité.

La première partie de ce travail définit les problématiques ayant attrait à la fiabilité et fait l'inventaire des méthodes existantes dans des domaines connexes et surtout dans le domaine HVAC. Dans un second temps la méthodologie de qualification est proposée, avec un focus sur l'exploitation du retour d'expérience, la définition des objectifs de fiabilité et tous les plans d'essais possibles. Enfin, des exemples concrets mis en place chez CIAT (UTC) sont détaillées dans une dernière partie.

#### Mots clés

**Fiabilité, Retour d'expérience, Plans d'essais, Groupes de froid, HVAC**

#### Abstract

The heating, ventilation and air conditioning (HVAC) field, as any other large industry, must control the reliability of its products in order to guarantee an optimal service to customers, reduce development limits and master its costs. To achieve it, predicted, experimental and operational reliability tools should be known and well applied. Only a strong methodology leading to a qualification strategy can ensure the holding of the reliability target.

The first part of this work defines reliability terms and inventories existing methods in related fields and specifically in HVAC. Following that, the qualification methodology is detailed, focusing on feedback, definition of reliability targets and possible test plans. Finally, specific examples implemented at CIAT (UTC) are detailed in final part.

#### Key Words

**Reliability, Feedback, Test plans, Chillers, HVAC**