Synthèse d'un champ acoustique avec contraste spatial élevé

Maryna Sanalatii

▶ **To cite this version:**

Maryna Sanalatii. Synthèse d'un champ acoustique avec contraste spatial élevé. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université - LAUM - Le Mans (72), 2018. Français. NNT : . tel-01815464

HAL Id: tel-01815464
https://theses.hal.science/tel-01815464

Submitted on 14 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE BRETAGNE SCIENCES LOIRE POUR L'INGENIEUR

Le Mans Université

Thèse de Doctorat

Maryna SANALATII

Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de Le Mans Université
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire

École doctorale : SPI

Discipline : 60
Spécialité : Acoustique
Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine — UMR CNRS 6613

Soutenue le 16 mai 2018
Thèse N° : 2018LEMA1005

Synthèse d'un champ acoustique avec contraste spatial élevé

JURY

Rapporteurs :	**Nicolas TOTARO**, Maître de conférences HDR, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon **Philippe-Aubert GAUTHIER**, Professeur, Université de Sherbrooke
Examinateurs :	**Rozenn NICOL**, Docteur, Orange Labs **Éric BAVU**, Maître de conférences, Conservatoire National des Arts et Métiers **Bruno GAZENGEL**, Professeur, Le Mans Université
Directeurs de thèse :	**Manuel MELON**, Professeur, Le Mans Université **Philippe HERZOG**, Directeur de recherche, CNRS Marseille
Co-encadrant de thèse :	**Jean-Christophe LE ROUX**, Docteur, Centre de Transfert de Technologie du Mans

Remerciements

Les mots me manquent pour exprimer ma gratitude à mes directeurs, **Manuel Melon** et **Philippe Herzog**, pour leur aide et toute leur généreuses contributions dans ce travail au cours de ces trois ans. Ils ont été des exemples de qualités professionnelles et personnelles que j'espère avoir assimilé, même en partie. Je les remercie vivement d'avoir pris le risque, ainsi que la charge supplémentaire en approuvant ma candidature pour ce travail. Grâce à eux cette thèse restera une expérience professionnelle extraordinairement enrichissante, passionnante et motivante.

Notamment, je souhaite exprimer ma profonde gratitude à **Philippe Herzog**, directeur de recherche, CNRS HDR au LMA, pour toute l'aide scientifique qu'il m'a transmis au cours de ces trois ans, pour m'avoir guidé, encouragé et conseillé. Je le remercie pour l'atmosphère amicale, qu'il a installé dans notre équipe ainsi que pour sa capacité à voir le côté positif des choses. Je le remercie également pour les enrichissantes leçons de français qui, en plus de ce travail, ont été un grand intérêt pour moi.

Également, je remercie profondément **Manuel Melon**, Professeur de Le Mans Université, pour sa présence continue, sa grande disponibilité malgré un emploi du temps très chargé ainsi que pour toute son aide et ses conseils. Je le remercie pour sa manière pédagogique d'aborder le travail, et surtout je le remercie pour le sentiment de tranquillité qu'il a su me transmettre dans les moments difficiles.

J'adresse mes remerciements chaleureux à mon co-encadrant de thèse, **Jean-Christophe Le Roux**, Responsable de Pôle Acoustique & Vibrations du CTTM, pour m'avoir faire confiance et m'offrir la chance de faire ce travail. Je le remercie également pour sa présence régulière et son intérêt dans le travail, pour toute son aide et ses encouragements lors de l'étape finale de la thèse.

J'exprime également tous mes remerciements à **Hervé Pichon**, Directeur général du CTTM, pour m'avoir accueilli et permis d'effectuer cette thèse, pour sa compréhension et sa bonne volonté pour résoudre les questions administratives.

J'adresse toute ma gratitude à **Régine Guillermin**, Ingénieure de Recherche au LMA, grâce à qui le calcule avec le code FELIN est possible. Je la remercie sincèrement pour son extrême réactivité et pour le développement continu du code FELIN, nécessaire pour atteindre les objectifs du travail. Je la remercie également pour la formation sur l'utilisation de FELIN, qu'elle m'a généreusement offerte, ainsi que pour sa bonne humeur et son soutien.

Je tiens à remercier **Nicolas Poulain**, Chargé d'affaires au CTTM, pour sa présence et tout son intérêt pour mon travail, ainsi que pour sa rapidité à me venir en aide.

Je tiens également à remercier **Marie-Hélène Moulet**, Chargée d'affaires au CTTM, qui a mené l'expérience finale, pour sa patience, sa bonne volonté à aider et sa rigueur scientifique lors du travail.

J'exprime tous mes remerciements à **Bruneau Gazengel**, Professeur de Le Mans l'université, et **Eric Bavu**, Maître de conférences au Conservatoire National des Arts et Métiers, qui étaient les membres de comité de suivi de thèse et ont surveillé attentivement ces trois ans de

travail. Je les remercie pour leurs soutien et remarques importantes et très opportunes, qui m'ont aidé à avancer.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à **Cédric Pinhede**, Assistant Ingénieur du LMA, et **Sergio Bellizzi**, Directeur de Recherche du CNRS, pour toute leur aide lors de mes mesures et simulations au LMA, qu'ils ont proposé avec bon cœur.

Un grand merci également à **Mathieu Secail-Geraud**, Ingénieur d'études de l'École Nationale Supérieure d'Ingénieurs du Mans, pour son temps et son aide lors des mesures vibrométriques.

Je remercie **Hervé Meziere**, Ingénieur CNRS et **James Blondeau**, Ingénieur CNRS, qui m'ont beaucoup aidé lors de l'installation des expériences.

Je tiens également à remercier les étudiants en stage **Clément Vasseur** (Master 2 IMDEA, Le Mans université), **Lucas Vindrola** (Master 2 IMDEA, Le Mans université), **Arthur Drouadene** (Licence 3 Physique, Université de Rennes) pour leur travail consciencieux et de qualité, pour leur intérêt et leur engagement dans ce projet.

Je tiens aussi à remercier les rapporteurs **Nicolas Totaro**, Maître de conférences au Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et **Philippe-Aubert Gauthier**, Professeur à l'Université de Sherbrooke, et au membre de jury **Rozenn Nicol**, Ingénieure de Recherche à Orange Labs pour leur temps et l'intérêt porté à ce travail.

Je remercie également **Isabelle Olivier Le Roux**, Responsable Comptable & Ressources Humaines du CTTM, pour son aide régulière apportée, avec bonne humeur, dans mes démarches administratives en tant qu'ukrainienne.

Je voudrais également remercier **Association Nationale Recherche Technologie** pour le financement de ce projet, sans qui tout ce travail n'aurait pas été possible.

Merci à tout **l'ensemble du personnel du LMA, du LAUM et du CTTM** pour leur accueil chaleureux et pour tous les moments sympathiques qu'on a passé ensemble lors de ces trois ans.

Mes plus profonds remerciements vont à **mes proches** pour leur soutien moral et leur aide financière tout au long de mes études, pour leur confiance en moi, et pour tout ce qu'ils ont sacrifié afin de m'offrir des opportunités dans ma vie. Ma gratitude pour leur soutient et leur amour va au-delà de toutes mes meilleures expressions verbales.

Table des matières

Introduction **1**

1 Analyse bibliographique **3**
1.1 Techniques de sonorisation localisée . . . 3
1.1.1 Contrôle de directivité . . . 3
1.1.2 Synthèse de champ . . . 4
1.1.3 Construction de contraste . . . 6
1.2 Identification de sources . . . 6
1.2.1 Analogie avec le contrôle actif . . . 7
1.2.2 Méthode des sources équivalentes . . . 7
1.2.3 Holographie . . . 8
1.3 Méthode des modes de rayonnement . . . 9
1.4 Choix de l'approche proposée . . . 10

2 Approche par "modes de rayonnement" **11**
2.1 Formalisme des "modes de rayonnement" . . . 11
2.1.1 Rayonnement d'un objet vibrant . . . 11
2.1.2 Discrétisation du calcul de rayonnement . . . 14
2.1.3 Identification d'une source . . . 16
2.1.4 Estimation de la pression rayonnée . . . 20
2.1.5 Synthèse de la démarche proposée . . . 20
2.2 Paramètres de l'identification par "modes de rayonnement" . . . 23
2.2.1 Calcul numérique de la matrice d'impédance . . . 23
2.2.2 Géométrie du cas-test et influence du maillage . . . 26
2.2.3 Choix du nombre de "modes de rayonnement" . . . 30
2.2.4 Résolution fréquentielle de l'identification . . . 30
2.2.5 Choix des positions des points d'identification . . . 33
2.2.6 Distance entre la source et les points d'identification . . . 37
2.2.7 Influence du bruit spatial et du bruit de mesure . . . 38
2.3 Conclusion . . . 41

3 Identification expérimentale de sources **43**
3.1 État de l'art . . . 43
3.2 Validation expérimentale . . . 44
3.2.1 Systèmes en test . . . 45
3.2.2 Maillage et géométrie du problème . . . 45

3.2.3 Mesures de pression en salle anéchoïque . . . 45
3.2.4 Mesures vibrométriques des membranes . . . 46
3.2.5 Mesures de pression pour l'identification . . . 48
3.2.6 Résultats d'identification . . . 49
3.2.7 Approximation fréquentielle . . . 51
3.2.8 Analyse de deux paramètres . . . 52
3.2.9 Conclusion . . . 54
3.3 Mesures *in situ* . . . 54
3.3.1 Salle utilisée pour les mesures . . . 55
3.3.2 Système de test . . . 55
3.3.3 Maillage et géométrie du problème . . . 55
3.3.4 Mesures pour identification des "modes de rayonnement" . . . 56
3.3.5 Résultats . . . 57
3.4 Localisation de sources . . . 61
3.5 Conclusion . . . 63

4 Méthodes inverses de construction de contraste 67
4.1 Contexte . . . 67
4.2 Obtention d'un contraste acoustique . . . 68
4.2.1 Techniques d'obtention du contraste acoustique . . . 69
4.2.2 Techniques de la pression conforme . . . 71
4.3 Adaptation à la méthode des "modes de rayonnement" . . . 73
4.3.1 Géométrie du problème à optimiser . . . 74
4.3.2 Métriques . . . 77
4.3.3 Performances des méthodes de construction de contraste . . . 77
4.4 Choix de la méthode et facteurs importants . . . 79
4.5 Conclusion . . . 84

5 Conception du prototype 85
5.1 Positions des haut-parleurs . . . 85
5.1.1 Calcul de la distribution de débit . . . 85
5.1.2 Discrétisation de la déformée vibratoire . . . 86
5.1.3 Répartition des haut-parleurs . . . 89
5.1.4 Vérification de la configuration . . . 90
5.2 Réalisation du prototype . . . 93
5.3 Validation expérimentale . . . 94
5.3.1 Calcul des signaux de pilotage expérimentaux . . . 94
5.3.2 Calcul des fonctions de transfert du prototype . . . 95
5.3.3 Mesure des vitesses des diaphragmes . . . 95
5.3.4 Mesure des fonctions de transfert du prototype . . . 96
5.3.5 Résultats . . . 98
5.4 Conclusion . . . 101

Conclusion 103

Bibliographie 107

A Rapport 1 : Méthode de calcul par BEM 121

B Rapport 2 : Validation du calcul par BEM **139**

C Fiches techniques des haut-parleurs **155**

D Plans du prototype **161**

Liste d'abréviations

AWFS	Synthèse de champ d'onde adaptative (en anglais : Adaptive Wave Field Synthesis)
BEM	Méthode des éléments de frontières (en anglais : Boundary Element Method)
CHIEF	Formulation combinée d'équation intégrale du Helmholtz (en anglais : Combined Helmholtz Integral Equation Formulation)
RM	Modes de rayonnement (en anglais : Radiation Modes)
FELIN	Code de calcul BEM (en anglais : Field ELement INdependence)
GSVD	Décomposition en valeurs singulières généralisée (en anglais : Generalized Singular Value Decomposition)
HELS	Méthode de moindres carrées de l'équation de Helmholtz (en anglais : Helmhotz Equation Least sSuares)
NAH	Holographie en champ proche (en anglais : Nearfield Acoustic Holography)
PI	Points d'Identification
SVD	Décomposition en valeurs propres (en anglais : Singular Value Decomposition)
WFS	Synthèse de champ d'onde (en anglais : Wave Field Synthesis)

Liste de symboles

A	Niveau cible de la zone sonorisée B, $[Pa]$
$\mathbf{B}$, $\mathbf{D}$	Matrices unitaires trouvées par la GSVD dont les colonnes sont les vecteurs singuliers $\mathbf{b}_i$ et $\mathbf{d}_i$, qui représentent les vecteurs de signaux des microphones dans les zones B et D respectivement
$\mathbf{b}_i$, $\mathbf{d}_i$	Terme d'indice i de la matrice $\mathbf{B}$ et $\mathbf{D}$ respectivement
$C(\mathbf{A})$	Nombre de conditionnement d'une matrice $\mathbf{A}$
C_G	Contraste global, $[dB]$
C_L	Contraste local, $[dB]$
c	Célérité, $[m.s^{-1}]$
D_0	Valeur limitant le niveau de la pression dans la zone de silence D, $[Pa]$
E_0	Valeur limitant l'énergie consommé par des sources électroacoustiques
E_i	Efficacité relative du mode i
E_N	Efficacité cumulée des modes de rayonnement
E_R	Erreur de reproduction normalisée, $[dB]$
f	Fréquence, $[Hz]$
$G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})$	Fonction de Green
$\mathbf{G}$	Matrices des fonctions de transfert (ou impédances acoustiques) entre les L sources et les M microphones, $[Pa.s.m^{-3}]$
$\mathbf{G}_B$, $\mathbf{G}_D$	Matrices des fonctions de transfert (ou impédances acoustiques) entre les L sources et les M_B microphones dans la zone B et D respectivement, $[Pa.s.m^{-3}]$
$\mathbf{H_B}$	Matrice de transfert entre les modes et les points de la zone sonorisée B, $[Pa.s.m^{-3}]$
$\mathbf{H_c}$	Matrice de propagation des modes vers les positions cibles, $[Pa.s.m^{-3}]$
$\mathbf{H_D}$	Matrice de transfert entre les modes et les points de la zone de silence D, $[Pa.s.m^{-3}]$
$\mathbf{H_i}$	Matrice de transfert entre les modes et les points d'identification, $[Pa.s.m^{-3}]$
$\mathbf{I}$	Matrice identité
J	Fonction de coût
$\mathbf{K}$	Matrices des fonctions de transfert entre les tensions des L sources et les M microphones, $[Pa.V-1]$

$\mathbf{K_B}$, $\mathbf{K_D}$	Matrices des fonctions de transfert entre les tensions des L sources et les M microphones respectivement dans la zone sonorisé B et dans la zone de silence D, $[Pa.V-1]$
k	Nombre d'onde, $[rad.m^{-1}]$
L	Nombre de sources élémentaires dans un système d'écoute personnalisée
M	Nombre de microphones
M_B	Nombre de microphones placés dans la zone sonorisée B
M_D	Nombre de microphones placés dans la zone de silence D
m	Coefficient de pondération qui détermine la balance entre l'énergie de la zone de silence et l'erreur moyenne quadratique dans la zone sonorisée
N	Nombre d'éléments d'un maillage
N_{RM}	Nombre de modes nécessaires pour décrire le champ rayonné
N_{TOT}	Nombre total de modes de rayonnement de l'objet considéré et de tous les éléments du maillage
N_{VIB}	Nombre d'éléments vibrants dans le maillage
$\mathbf{n}$	Normale sortante
n	Valeur correspondant au nombre de modes, utilisés pour trouver le nombre N_{RM}
$\mathbf{O}$	Matrice pseudo-diagonale à valeurs réelles, trouvée par la décomposition GSVD
$p(\mathbf{r})$	Pression au point $\mathbf{r}$, $[Pa]$
$\mathbf{p_i}$	Pression aux poins d'identification, $[Pa]$
$\mathbf{p}_B$	Pression dans la zone sonorisée B, $[Pa]$
$\mathbf{p_c}$	Vecteur de pression aux positions cibles, $[Pa]$
$\mathbf{p}_D$	Pression dans la zone de silence D, $[Pa]$
$\mathbf{p}_s$	Vecteur de pression sur la surface S, $[Pa]$
$\mathbf{p_{sim}}$	Vecteur de pression estimée avec le calcul BEM, $[Pa]$
$\mathbf{Q}$	Matrice des vecteurs débit des sources $m^3.s^{-1}$
q	Débit d'une source, $[m^3.s^{-1}]$
$\mathbf{q}$	Vecteur des débits des L sources, $[m^3.s^{-1}]$
$\mathbf{q_s}$	Vecteur des débits au travers des éléments d'une surface $\mathbf{S}$, $[m^3.s^{-1}]$
$\mathbf{q_c}$	Vecteur de débit cible, $[m^3.s^{-1}]$
$\mathbf{r}$	Vecteur position d'un point dans le volume V_2, $[m]$
S	Surface de l'objet considéré, $[m^2]$
$\mathbf{S}$	Matrice des surfaces des éléments d'un objet, $[m^2]$
t	Temps, $[s]$
$\mathbf{U}$	Matrice carrée, dont les colonnes à valeurs réelles sont associées à la pression aux centres du chaque élément de la surface $\mathbf{S}$, $[Pa]$
$\mathbf{u}$	Vecteur de tension des haut-parleurs, $[V]$
$\mathbf{u_c}$	Vecteur de tension cible pour le pilotage des haut-parleurs, $[V]$

$\mathbf{V}$	Matrice carrée, dont les colonnes à valeurs réelles sont associées au débit à travers du chaque élément de la surface $\mathbf{S}$, $[m^3 s^{-1}]$
V_1	Volume interne d'un objet, fermé par la surface S, $[m^3]$
V_2	Volume entourant un objet de surface S, $[m^3]$
V_2'	Volume entourant un objet de surface S à une distance "suffisante" de S pour que le champ évanescent puisse y être considéré comme négligeable, $[m^3]$
$\{V\}_1$, $\{V\}_2$	Bases décomposant le rayonnement des déformées vibratoires sur la surface S, issues de la matrice $\mathbf{V}$, aux fréquences f_1 et f_2 respectivement
V_c	Vitesse cible calculée de la membrane d'un haut-parleur, $[m.s^{-1}]$
v_m	Vitesse mesurée de la membrane d'un haut-parleur, $[m.s^{-1}]$
v_s	Vitesse surfacique de la surface S, $[m.s^{-1}]$
$\mathbf{v_{sim}}$	Vitesse utilisée pour le calcul BEM, $[m.s^{-1}]$
W	Puissance rayonnée par une source, $[W]$
$\mathbf{w}$	Vecteur des poids des modes de rayonnement
$\mathbf{X}$	Matrice pseudo-diagonale à valeurs réelles, trouvée par la décomposition GSVD
$\mathbf{Y}$	Matrice liée à la matrice $\mathbf{Q}$, trouvée par le GSVD
Z	Impédance de paroi, $[Pa.s.m^{-1}]$
Z_c	Impédance caractéristique du milieu, $[Pa.s.m^{-1}]$
α	Angle solide vu par le point $\mathbf{r}$, $[rad]$
$\Delta\phi$	Déphasage entre les signaux de pilotage, $[rad]$
δ	Espacement entre les points d'identification, $[m]$
Λ	Vecteur propre d'une matrice $\mathbf{A}$
λ	Multiplicateur de Lagrange
μ	Multiplicateur de Lagrange
ρ	Masse volumique du milieu, $[kg.m^{-3}]$
$\mathbf{\Sigma}$	Matrice diagonale composée de valeurs réelles positives qui représentent l'efficacité de chacun des modes
Σ_i	Terme d'indice i de la matrice diagonale $\mathbf{\Sigma}$
σ	Efficacité de rayonnement d'une source
ϕ	Phase d'un signal temporel, $[rad]$
$\chi(\mathbf{r})$	Fonction caractéristique
ω	Fréquence angulaire, $[rad.s^{-1}]$
∇^2	Opérateur du Laplace
$< . >$	Valeur moyenne
*	Trans-conjugaison d'une matrice
$\| \cdot \|$	Norme subordonnée
$\| \cdot \|_2$	Norme subordonnée deux
$\partial\mathbf{n}$	Dérivée par rapport à la normale

Introduction

Cette thèse a fait l'objet d'une convention de formation par la recherche avec le CTTM (Centre de Transfert de Technologie du Mans), établissement à caractère industriel qui se consacre notamment à la mise en œuvre de prestations de service pour des clients relevant de plusieurs filières. Le CTTM fournit également des services technologiques à des partenaires académiques dont il est complémentaire. La mission du CTTM s'étend ainsi à la conception de bancs de tests complets sur cahier des charges, qui intègrent la mise au point d'une méthodologie ainsi que celle du logiciel de pilotage associé (acquisition et post-traitement).

La plus grande partie des contrats est effectuée sous la forme de prestations réalisées en laboratoire, mais le CTTM a aussi développé au cours de ces dernières années une activité de conception et de fourniture de composants pour moyens d'essais spécifiques, souvent en interaction avec le LAUM (bancs de caracterisation de matériaux poroélastiques, capteur d'impédance, holographie *etc.*) [69, 119, 118, 81]. C'est dans un cadre similaire que le CTTM a développé, en partenariat avec le LMA, une activité de conception de moyens d'essais acoustiques innovants utilisant le principe de la synthèse de champ [120, 89].

Le travail présenté ici fait partie d'un projet à long terme initié au CTTM, visant à développer des techniques de mesure *in situ* - notamment pour la mesure de transparence acoustique d'éléments de parois. Les retombées du travail de thèse doivent développer l'offre de service du CTTM et lui permettre d'acroître sa valeur ajoutée sur ces thématiques.

L'objectif de la thèse est de réaliser une source directive, aussi compacte que possible, et comportant plusieurs haut-parleurs afin de générer un champ sonore prédéfini et focalisé sur une zone réduite de la surface d'un objet à mesurer.

Une application potentielle pourrait consister à mesurer la transparence d'un vitrage automobile, en minimisant le champ acoustique sur le vitrage voisin. La "focalisation" du champ acoustique sur un composant à tester vise à éliminer au maximum l'influence d'autres composants de la paroi, tout en permettant d'effectuer l'essai dans des conditions de montage aussi proches que possible de l'utilisation réelle. De plus, le dispositif pourrait éviter de rayonner du son sur les parois du local de mesure. Ce besoin est schématisé par la figure 1 ci-après.

Compte tenu des contraintes industrielles de ce type de prestations, le système doit être facile à utiliser, transportable, et utilisable *in situ* (donc plutôt proche de la paroi). La viabilité économique du projet est aussi une contrainte importante : la source à concevoir doit donc comporter un nombre minimal de haut-parleurs et de canaux à piloter, tout en permettant de générer un

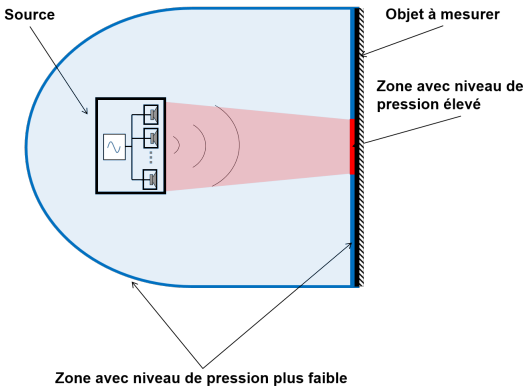


FIGURE 1 – Représentation schématique de l'objectif du travail

champ "cible" réaliste avec un contraste acoustique suffisant pour séparer la contribution à la transparence acoustique de l'élément visé.

D'un point de vue scientifique, ces contraintes industrielles se traduisent par un certain nombre de problèmes, qui sont traités séparément dans la littérature, mais doivent l'être simultanément ici. Par exemple, la sélectivité spatiale est souvent obtenue en contrôlant la directivité d'une source, mais cette notion n'est appliquable qu'en champ lointain alors que les distances envisagées ici ne sont pas du tout compatible avec des hypothèses de champ lointain. De plus, la proximité de la source nécessite de prendre en compte la taille finie des haut-parleurs et du corps de la source. Enfin, l'objectif de notre travail consiste à partir du champ à reproduire pour définir la géométrie d'une source qui est capable de le générer : la démarche est ainsi inverse à celle de beaucoup de travaux usuels.

Pour mener à bien l'objectif de ce travail, le temps de thèse a été partagé en trois parties égales : la doctorante a tout d'abord passé un an au LMA, puis un an au LAUM et la dernière année au CTTM.

Le chapitre 1 commence donc par un survol des différents problèmes scientifiques sous-jacents à notre objectif, avant de présenter l'approche retenue ici - basée sur la mise en oeuvre des "modes de rayonnement". Cette démarche sera ensuite présentée en détail au chapitre 2, puis validée expérimentalement au chapitre 3. Elle sera ensuite combinée à des méthodes de synthèse de contraste acoustique, présentées au chapitre 4, afin d'aboutir à une proposition de géométrie pour un prototype, dont la conception est décrite au chapitre 5 ainsi que les validations numérique et expérimentale.

Chapitre 1

Analyse bibliographique

1.1 Techniques de sonorisation localisée

1.1.1 Contrôle de directivité

Une source acoustique peut être conçue de manière à assurer une certaine directivité. La plupart des enceintes audio confinent un haut-parleur de manière à obtenir un rayonnement essentiellement monopolaire, mais d'autres directivités peuvent être obtenues en utilisant le rayonnement des deux faces de la membrane d'un unique haut-parleur : celui-ci est naturellement dipolaire, ce qui peut être utilisé pour contrôler le couplage avec une salle [125, 126, 102, 127]. Un déphaseur acoustique permet également d'approximer une directivité cardioïde, donc d'obtenir un contraste significatif entre l'avant et l'arrière d'une source, même aux basses fréquences [92, 7]. Ce principe est directement inspiré de techniques utilisées de longues dates pour contrôler la directivité des microphones, ce qui pourrait justifier de transposer aux sources le principe des déphaseurs acoustiques comme les tubes multiples [133] ou les tubes à interférences - très utilisés pour les microphones de mesure [211, 142] ou pour la prise de son audio [2, 11, 172, 224]. Cependant, cette approche du contrôle de directivité par interférences utilise des résistances acoustiques dont la réalisation est délicate et risque de réduire le rendement des sources ou de générer des non-linéarités. Inversement, le rendement des sources tend à augmenter avec l'utilisation de pavillons qui ont un double rôle : ils concentrent la puissance rayonnée dans un angle solide limité, tout en améliorant l'adaptation d'impédance avec le haut-parleur. Cette approche a ainsi été largement optimisée pour obtenir des performances bien contrôlées sur une large gamme de fréquences [86, 196] - mais au prix d'un encombrement important, incompatible avec notre application.

Le principe du contrôle de directivité interférentiel peut être transposé à des sources comportant plusieurs haut-parleurs, déphasés de manière à reproduire le comportement des sources cardioïdes avec deux haut-parleurs [30] ou celui des tubes à interférences en combinant une série de haut-parleurs sous forme d'un réseau compact à rayonnement longitudinal (en anglais *endfire array*) [31, 179]. Ceci ressemble à des techniques utilisées en antennerie, conduisant assez naturellement à utiliser le concept de la *formation de voies* (*beamforming* en anglais), très développé en électromagnétisme et en acoustique sous-marine - en particulier pour l'identification et la localisation des sources [29, 140, 60, 38, 101, 49, 19, 42, 223]. Ainsi, le pilotage de réseaux de sources acoustiques peut permettre un rayonnement directif contrôlé [53, 48, 222, 214, 129, 4, 165, 9, 153, 152].

Pour optimiser le pilotage du réseau, une technique très répandue est celle *d'alignement temporel* : des signaux identiques alimentent les sources avec des retards temporels différents, pour que leurs contributions soient en phase dans la direction ciblée [204]. Un tel pilotage est très simple et peu coûteux, mais s'avère limité - par exemple en champ très réverbérant. Des critères plus robustes mais plus délicats peuvent alors être utilisés [222, 214, 129]. Malgré leur potentiel, les méthodes de formation de voies conventionnelles ne sont pas une panacée : elles utilisent un grand nombre de sources et ne sont efficaces que pour des réseaux de grande taille. Elles peuvent éventuellement être un peu plus compactes en utilisant des sources "super directives", ce qui les rend par contre plus difficiles à maîtriser [53].

Les réseaux de sources ont néanmoins trouvé un très large débouché dans le domaine de la sonorisation, où ils ont apporté une forme de révolution par rapport aux techniques conventionnelles basées sur les "châteaux d'enceintes" couramment utilisés jusque là, dont la conception était essentiellement basée sur une sommation en puissance du rayonnement individuel de multiples enceintes [197]. Le principe de ce qui est couramment appelé "line array" consiste à juxtaposer une série d'enceintes (*a priori* identiques) sous forme d'un réseau linéaire vertical et à les piloter de manière à générer un champ aussi homogène (en niveau de pression acoustique) que possible pour un auditoire réparti sur une grande zone d'écoute. Ce principe, en vogue depuis la fin des années 80, a tout d'abord été décrié - notamment en 1986 par Lipshitz et Vanderlooy, car les distances d'utilisation envisagées n'étaient pas compatibles avec les hypothèses de champ lointain et conduisaient à des interférences délicates à contrôler [128]. Inversement, c'est ce qui a été promu par Heil, qui a proposé d'utiliser ces propriétés spécifiques du rayonnement "non lointain" sous forme de la "sculpture de front d'onde" (WST) inspirée des techniques optiques de Fresnel [85, 15, 195]. Ce principe conduit à des réseaux de taille significative (un à plusieurs mètres) qui sont conçus pour couvrir des distances assez grandes, typiquement de quelques mètres à plusieurs dizaines de mètres. La contrepartie de ce principe est souvent la génération de lobes secondaires dont le niveau peut être aussi important que celui du lobe principal, et le coût de l'équipement (à cause des nombreux canaux à piloter). Cette technologie est néanmoins largement utilisée aujourd'hui pour la sonorisation de puissance (en espaces extérieurs, stades, etc.) sous forme de réseaux agencés via un accastillage optimisé pour construire un front d'onde adapté [199, 198] ou pour du renforcement sonore (lieux de culte, halls, salles polyvalentes ou de conférence) où la technique permet d'améliorer significativement l'intelligibilité de la parole. De multiples évolutions technologiques ont ainsi été proposées : réseaux multi-bandes [138], disposition logarithmique [202] ou réseau étagé (DGRC) dont le pilotage est considérablement simplifié [139].

1.1.2 Synthèse de champ

Les "line arrays" peuvent être considérés comme un cas particulier, très simplifié, du principe d'holophonie acoustique promu par Jessel dès 1973 - sur la base des "sources de Huyghens" bien connues en optique [99]. Ce principe peut être formulé via l'intégrale de Kirchhoff-Helmholtz, en général simplifiée via la première intégrale de Rayleigh, qui définit explicitement les signaux d'une distribution de sources en fonction de la dérivée normale de pression d'un champ cible à reproduire. Les opérateurs ainsi définis à partir d'une solution intégrale peuvent donc être utilisés très simplement pour piloter un réseau de haut-parleurs en boucle ouverte. L'essor des technologies numériques a remis ce principe au goût du jour, notamment sous l'impulsion de Berkhout qui l'a proposé depuis 1988 sous plusieurs noms successifs : *système de contrôle acoustique* (ACS

pour *acoustical control system* en anglais) [22], puis *méthode de synthèse d'un front d'onde* (WFS pour *wave front synthesis* en anglais) [23] ou " *Wave Field Synthesis*", nom sous lequel le concept a été largement promu [25, 24, 206].

Pour des raisons pratiques (taille du réseau, nombre de canaux), un système WFS est généralement limité à la reproduction dans le plan horizontal par un nombre fini de sources discrètes, en utilisant des simplifications appropriées de la formulation intégrale. L'approximation de la phase stationnaire et la discrétisation du réseau de sources introduisent alors des artefacts de reproduction, aussi liés à l'utilisation d'un réseau de reproduction tronqué qui implique donc des discontinuités. Ces limitations sont éventuellement audibles en champ libre, mais en général masquées dans les espaces clos par les erreurs de reproduction liées à la réaction acoustique de l'environnement. En effet, la WFS est initialement une technique de reproduction d'un champ sonore en boucle ouverte, qui suppose une propagation en champ libre. Son adaptation à un local a cependant été étudiée, par exemple sur la base de techniques de filtrage inverse multicanal issues du contrôle actif [52, 51]. Cette approche a aussi été prolongée par la technique de *synthèse adaptative de front d'onde* (AWFS, en anglais *adaptive wave field synthesis*) qui utilise la solution WFS en boucle ouverte pour régulariser un système de contrôle de champ adaptatif [75, 76].

Une alternative à la WFS est basée sur la représentation du champ acoustique souhaité en série d'harmoniques sphériques ou circulaires [54, 185, 58]. *L'ambisonie* est ainsi une autre technique de synthèse pour reproduire un champ sonore 3D. En théorie, un nombre infini d'harmoniques sphériques est nécessaire, mais en pratique la série est limitée à un ordre fini. L'augmentation de cet ordre de reproduction permet d'élargir la zone d'écoute autour d'un centre, au prix d'un nombre croissant de sources et de canaux de pilotage. Lorsque cet ordre est supérieur à l'unité, la reconstruction ambisonique est appelée *ambisonie d'ordre supérieur* (HOA, pour *higher order ambisonic*). Comme la WFS, la technique HOA est une technique en boucle ouverte, dont les performances sont donc *a priori* dégradées par un environnement acoustique inadapté ; des techniques de compensation ont donc aussi été proposées [122]. Globalement, les deux techniques WFS et HOA ont beaucoup d'aspects sous-jacents communs, ce qui a d'ailleurs permis de proposer une approche hybride [149]. Ces approches ont notamment en commun d'utiliser un nombre important de sources et de canaux, *a priori* répartis en périphérie de la zone d'écoute. Même si la distance au réseau peut être relativement faible car il s'agit de techniques de synthèse d'un champ physique sur tout l'espace 3D (dans certaines limites), ces techniques ne semblent pas aisément transposables à notre besoin.

L'utilisation d'un réseau compact peut néanmoins être envisagée aux basses fréquences, sous forme d'un réseau paramétrique [215] (*parametric array* en anglais). En effet, ce dispositif génère une pression sonore dans la gamme audible en faisant interagir des faisceaux à haute fréquence, le comportement non-linéaire du milieu conduisant à une démodulation [74]. L'intérêt de cette approche est d'utiliser la directivité très marquée du réseau, provenant d'un rayonnement à haute fréquence, pour obtenir une bonne sélectivité spatiale aux basses fréquences. De plus, les lobes secondaires associés sont *a priori* très faibles, contrairement à la plupart des sources directives. Ce principe a de ce fait été beaucoup utilisé pour des expérimentations en contrôle actif du bruit [37, 105, 189, 190, 114], mais ne semble pas encore mûr pour une exploitation en contexte industriel.

1.1.3 Construction de contraste

Pour les réseaux de sources “audio”, la sélectivité spatiale du champ rayonné peut être obtenue via un pilotage adapté du réseau, une fois que la disposition des sources est fixée. Cette étape a fait l'objet de nombreux travaux, et reste un sujet d'étude très actif, notamment au travers du concept des *zones d'écoute personnalisées* (ou *zones sonores*) qui vise à obtenir une zone à fort niveau d'énergie acoustique, dite *zone sonorisée* et une zone où l'énergie acoustique est atténuée, idéalement complètement annulée, dite *zone de silence*. Ceci permet par exemple de créer un champ acoustique audible par les personnes qui se trouvent dans la zone sonorisée mais inaudible (ou atténué) pour les personnes qui se trouvent dans la zone de silence.

Le principe a été proposée par Duyvesteyn et Garas en 1997 [61]. Plus tard, Choi et Kim ont proposé en 2002 [48] une technique dérivée du *contrôle acoustique actif* cherchant à créer une *zone de silence* [147, 164, 73, 67, 193]. Ce concept d'écoute personnalisée a été largement étudié dans la littérature pour des application diverses : utilisateurs d'ordinateurs [44, 157] et de téléphones portables [63, 46], passagers de voitures [124] et d'avions [65], voire la génération de zones personnelles pour les convives placés autour d'une table de repas [123], etc. Plusieurs de ces méthodes seront détaillées au chapitre 4 ; nous les présentons donc juste très brièvement ici.

Elles diffèrent principalement par le critère permettant de prendre en compte la double contrainte correspondant aux niveaux dans les deux zones. Celui-ci peut être basé uniquement sur le rapport entre la puissance acoustique des deux zones [48] ou leur différence de puissance acoustique [178]. Il est cependant plus efficace de maximiser la puissance acoustique dans la zone sonorisée tout en limitant la puissance de la zone de silence, par exemple à une valeur prédéfinie [44, 179, 27, 124]. De plus, il est possible de limiter aussi la sollicitation des haut-parleurs [27].

Le problème se complique si la répartition de pression doit être contrôlée spatialement dans la zone sonorisée, au lieu d'être définie par un niveau moyen. Ceci est classiquement géré par minimisation de l'erreur quadratique entre un champ cible et sa synthèse [162, 179, 46, 166], mais la formulation usuelle conduit à définir une cible de pression dans la zone de silence, alors que seul le niveau y est important. L'utilisation de la décomposition en valeurs singulières généralisée a aussi été proposée récemment pour la construction de zones de son personnalisées [77] ; elle pourrait permettre de doser la précision requise dans les deux zones, donc indirectement de relâcher la contrainte dans la zone de silence.

Il semble cependant plus efficace de combiner les deux types de critère (champ cible dans la zone sonorisée, et niveau moyen dans la zone de silence), avec par exemple la technique de “pression conforme” [27], ou la variante de “formulation combinée” [43]. Une alternative serait la technique AWFS [75, 76], permettant la minimisation de pression dans la zone de silence avec une pénalisation par rapport à l'écart à une solution adaptée à la zone sonorisée.

1.2 Identification de sources

Les techniques présentées ci-avant sont basées sur des réseaux de sources dont les positions et caractéristiques sont connues, voire imposées. Un des enjeux de notre travail est par contre de déterminer les positions optimales d'un nombre minimal de sources, pour réaliser notre double objectif de pression cible contrôlée, avec un contraste garanti.

1.2.1 Analogie avec le contrôle actif

Ce problème de choix des positions de sources n'a pas de solution simple, et est relativement peu traité dans la littérature. Il est cependant crucial pour l'optimisation de système de contrôle actif, où deux stratégies principales sont ainsi utilisées pour résoudre le problème : la sélection et l'optimisation.

La première stratégie consiste à sélectionner les meilleures positions parmi un ensemble de positions prédéfinies, par exemple via l'utilisation du recuit simulé (*simulated annealing* en anglais) [8] ou d'algorithmes génétiques [8, 163, 131].

La deuxième stratégie consiste à optimiser les positions des sources en minimisant une fonction coût [107, 21, 3, 176, 6, 45], en en utilisant un algorithme de gradient [68, 45] ou des méthodes dérivées [146, 221, 62, 151]. Les deux approches peuvent aussi être combinées [20, 21].

Au-delà du cas particulier du contrôle actif, il est intéressant de remarquer que l'optimisation des sources d'un dispositif de synthèse de champ rejoint en partie le problème consistant à localiser la ou les sources à l'origine d'une répartition de pression observée sur une antenne de microphones, notamment dans les approches récentes qui cherchent une représentation parcimonieuse de ces sources [188, 160, 155, 78].

1.2.2 Méthode des sources équivalentes

La plupart des travaux cités jusqu'ici n'utilisent pas les propriétés effectives des sources lors de la phase d'optimisation de leurs nombre et positions. Par rapport à notre problème, il manque donc une prise en compte de la diffraction par le corps de la source, *a priori* non négligeable.

Ceci conduit à s'intéresser à une autre approche appropriée pour traiter les problèmes de rayonnement de sources de forme irrégulière : *la méthode des sources équivalentes*. Le principe de cette méthode est de remplacer la source réelle par un ensemble de sources élémentaires (les "sources équivalentes"), comme par exemple des monopôles et des dipôles placés de façon adéquate [115, 98, 93, 28]. Les positions des sources sont alors obtenues en imposant une condition de compatibilité entre un paramètre mesuré (en général pression ou vitesse) et sa valeur synthétique, générée par l'ensemble des sources équivalentes.

L'un des avantages de la technique est le petit nombre de degrés de liberté à gérer pour la modélisation du problème, ce qui est favorable en termes de temps de calcul. Malgré l'aptitude théorique de cette méthode à résoudre des problèmes à géométrie arbitraire, elle est très sensible à l'emplacement des sources équivalentes, ce qui peut affecter significativement la qualité des résultats. Différentes techniques de recherche du placement optimal des sources existent ainsi dans la littérature [130]. Il pourrait être intéressant d'introduire dans la recherche des informations connues *a priori* (forme de la source, nombre prédéfini de transducteurs), ce qui semble encore nécessiter un travail important.

1.2.3 Holographie

Lorsque la géométrie du corps de la source est connue, d'autres techniques peuvent être plus adaptées pour retrouver une répartition de sources sur cette géométrie. En particulier, il semble alors naturel d'utiliser une forme d'*holographie en champ proche* (NAH, en anglais *Nearfield Acoustic Holography*) [216].

Dans l'approche la plus classique, cette technique consiste à utiliser une transformée de Fourier pour obtenir les coefficients d'un développement du champ rayonné sur une base de solutions de l'opérateur de propagation (ondes planes, cylindriques ou sphériques). Cette approche suppose une propagation en espace libre et est donc sensible à la présence d'autres sources ou de réflexions sur des parois proches. Des méthodes basées sur l'holographie proposent donc de séparer le champ rayonné par la source et le champ réfléchi [137, 136, 113] ou de prendre en compte l'effet de la salle, par exemple dans le cas d'une forme parallélépipédique [209].

Toutes ces approches nécessitent un volume très important de données pour que la rétropropagation du champ connu permette de retrouver les positions des sources sur la surface de l'objet rayonnant. *L'holographie en champ proche statistiquement optimisée* classique [184, 82] ou étendue [96] permet alors de réduire le nombre de mesures, voire de réaliser les mesures dans un espace confiné dans le cas de l'approche étendue. La pression est alors reconstruite à partir d'une somme des données holographiques pondérées pour obtenir une précision moyenne optimale. Les données sont alors traitées directement dans le domaine fréquentiel, plutôt que de passer par le domaine des nombres d'onde.

Malgré la robustesse et la bonne précision des méthodes de NAH, elles possèdent certains désavantages. Leur inconvénient majeur est la nécessité d'utiliser des coordonnées séparables : la source doit être conforme à la géométrie de l'antenne pour que l'opérateur de propagation reste simple. De plus, l'utilisation de transformées de Fourier spatiales conduit à effectuer les mesures selon une grille régulière, qui doit être d'autant plus dense et proche que l'on souhaite obtenir une bonne résolution sur la surface de l'objet ou obtenir des résultats pertinents à haute fréquence (respect du critère de Nyquist).

Certains auteurs ont alors proposé de diminuer le nombre de mesures nécessaires, en extrapolant les données [156] ou en utilisant des propriétés de symétrie [113] - pas toujours exactes en hautes fréquences. Le nombre de mesures nécessaires est aussi significativement réduit en utilisant la méthode de "*Helmholtz aux moindres carrés*" (HELS, en anglais *Helmholtz Equation Least Squares*) [213, 217, 95, 219]. Dans cette approche, le champ rayonné est approximé par une séries d'harmoniques sphériques et des fonctions de Hankel. Les coefficients associés aux fonctions sont estimés à partir de mesures effectuées autour de la source, en minimisant l'erreur via la méthode des moindres carrés.

Pour des objets rayonnants de géométrie arbitraire [220], la méthode NAH a aussi été combinée avec la méthode des éléments de frontières, aboutissant à *l'holographie en champ proche hybride* [218]. Le concept peut ainsi être poussé jusqu'à la *méthode des éléments des frontières inverse* (en anglais *inverse boundary element method*) qui peut aussi être appliquée au calcul de la pression rayonnée par des sources arbitraires [175]. Elle permet d'identifier la distribution de la vitesse surfacique d'un objet de géométrie quelconque à partir de mesures du champ acoustique

rayonné ; la matrice de transfert, qui relie les mesures de pression à la déformée sur la surface de l'objet doit alors être inversée, ce qui implique une régularisation car le problème est *a priori* mal posé. De plus, la taille de cette matrice rend difficile l'usage de cette méthode quand la fréquence augmente.

Une technique récente permet aussi d'estimer la pression rayonnée par une source connue de géométrie complexe dans un environnement acoustique non-homogène ou non-contrôlé (présence d'autres sources, de parois rigides, de matériaux absorbants, etc) : il s'agit de la méthode des *fonctions de transfert par parties* (en anglais *inverse patch transfer functions*) [154]. Elle consiste à sous-structurer le domaine acoustique en couplant les domaines via leurs surfaces communes divisées en surfaces élémentaires appelées les *patchs*. L'inversion des transferts au sein d'un sous-domaine permet d'identifier la déformée d'une source qui y appartient, en mesurant la pression sur les parois virtuelles du sous-domaine [5, 208, 70, 71, 192, 72].

1.3 Méthode des modes de rayonnement

Toutes les approches consistant à inverser un opérateur de propagation estimé numériquement impliquent une technique de régularisation, comme par exemple celle proposée par Tikhonov, ou la décomposition en valeurs singulière (SVD) tronquée. L'utilisation de cette dernière pour le calcul du rayonnement d'une source est une technique déjà ancienne. Elle est en particulier utilisée par la technique d'imagerie acoustique inverse (IBEM-NAH, en anglais *Inverse Boundary Element Method - Nearfield Acoustic Holography*), proposée en 1989 par Veronesi et Maynard [207].

En parallèle, Borgiotti l'a formalisée en décomposant des matrices complexes d'impédance de transfert (*i.e.* entre deux surfaces), toujours pour l'holographie acoustique [35, 161], puis il a démontré que la puissance rayonnée en champ lointain pouvait être diagonalisée de manière similaire [33]. Il a ainsi proposé de décomposer l'opérateur de rayonnement d'un objet vibrant en valeurs propres pour estimer la puissance acoustique rayonnée en champ lointain. Cet opérateur de rayonnement relie la composante normale de la vitesse surfacique sur un objet rayonnant avec la pression en un point quelconque de l'espace extérieur à l'objet. Les vecteurs propres de l'opérateur de rayonnement sont ainsi des solutions orthogonales indépendantes, qui permettent de représenter le rayonnement de l'objet modélisé, indépendamment de la déformée vibratoire de cet objet. Par analogie avec les modes de vibration, ils ont été appelés *modes de rayonnement* (RM, en anglais *radiation modes*).

Sarkissian a ensuite montré que la décomposition de la partie réelle de la matrice impédance $\mathbf{Z}$ définie sur la surface d'un objet vibrant était équivalente à celle du calcul de puissance [171]. En ramenant les points d'observation sur la surface de l'objet, les modes de rayonnement y définissent alors une base de fonctions orthogonales. Cette technique a été affinée peu à peu [55, 56, 34, 10, 56, 57, 32, 106].

Les résultats ont en particulier été repris par Elliott et Johnson en 1993, qui ont comparé un calcul de rayonnement basé sur des modes structuraux avec celui utilisant la diagonalisation de $\Re(\mathbf{Z})$; ils ont montré l'efficacité de la deuxième approche, et suggéré le terme de “radiation

modes" qui s'est imposé depuis [64]. Une différence fondamentale par rapport à l'approche de Borgiotti, pour laquelle les modes de rayonnement sont des fonctions de base qui sont calculées dans tout le domaine, est que les modes définis par Sarkissian ne le sont que sur la surface de l'objet et ne constituent donc plus une base orthogonale dans le domaine de propagation. Cependant, Cunefare et Currey [57] ont montré que la convergence des modes identifiés sur la surface est plus rapide que celle des modes identifiés pour le domaine entier.

L'utilisation des RM a alors été proposée pour le contrôle actif du bruit, dans le domaine fréquentiel [64, 144] ou temporel [17, 16]. Naghshineh *et al.* ont aussi utilisé la méthode des RM pour l'optimisation de la conception des structures vibrantes en contrôle passif du bruit [143, 145, 144]. Plus récemment, cette méthode a été utilisée pour l'estimation de la pression rayonnée par une source [90, 87] ou pour optimiser le pilotage d'un réseau de haut-parleurs [158, 159].

1.4 Choix de l'approche proposée

Cette analyse bibliographique ciblée montre la diversité des méthodes disponibles pour traiter chacun des aspects de notre problème ; le nombre de combinaisons susceptibles d'être explorées est ainsi très élevé - même si les nombreuses contraintes pratiques que nous devons respecter amènent à éliminer beaucoup d'entre elles.

Nous n'avons pas voulu envisager ou comparer toutes les variantes possibles, car cela aurait demandé trop de temps pour pouvoir aboutir à une réalisation pratique. Dans ce travail, il est donc proposé de contrôler le champ rayonné par une source compacte optimisée en utilisant la méthode de modes de rayonnement pour identifier les positions optimales des sources électroacoustiques. Ce choix n'est pas arbitraire, car nous avons besoin de prendre en compte la diffraction par le corps de la source, et notre champ cible est défini sur une paroi à proximité de cette source : la prise en compte rigoureuse des conditions aux limites, omniprésentes ici, est donc un argument essentiel.

Notre démarche consiste alors à déterminer les positions de quelques zones vibrantes sur la surface de la source, à partir de consignes de pression sur la paroi à insonifier. Celle-ci est relativement proche de la source mais à une distance où le champ évanescent est négligeable et la complexité du champ rayonné est du même ordre que celle en champ lointain [90]. L'analyse bibliographique ci-dessus conduit à penser que le champ cible peut alors être reconstruit à partir d'un nombre de termes limité (les RM), uniquement liés à la forme et à la taille de la source. Le choix initial de concentrer notre travail sur l'utilisation des modes de rayonnement pour concevoir notre source comporte un risque non-négligeable de ne pas aboutir à un résultat optimal, mais il nous a permis d'aller jusqu'à la réalisation et la qualification d'un prototype, comme demandé par le CTTM dans le cadre de cette collaboration.

Chapitre 2

Approche par “modes de rayonnement”

2.1 Formalisme des “modes de rayonnement”

Nous décrivons ici une approche permettant de représenter efficacement le rayonnement d'une source peu encombrante, mais non compacte (*i.e.* dont le corps a une influence significative sur le rayonnement). Cette approche peut être utilisée pour le calcul de la pression rayonnée à partir de la déformée vibratoire, mais ses propriétés lui permettent aussi d'être utilisée pour identifier la source à partir de mesures de pression.

Le principe proposé consiste à définir une base sur la surface de l'objet afin d'y décomposer la déformée vibratoire, cette base étant construite de manière optimale vis-à-vis du rayonnement acoustique. Ses premiers termes sont alors suffisants pour décrire la pression rayonnée, constituant aussi des fonctions d'essais efficaces pour l'identification de la source.

2.1.1 Rayonnement d'un objet vibrant

Nous considérons la situation représentée par la figure 2.1, qui comporte un objet de volume V_1 (fermé par la surface S) et entouré par un volume V_2 (avec $V_1, V_2 \in \mathcal{R}^3$). La pression $p(\mathbf{r})$ rayonnée au point $\mathbf{r}$ est décrite dans le domaine fréquentiel par l'équation de Helmholtz [132] :

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = -q \tag{2.1}$$

où q est la contribution des éventuelles sources volumiques dans V_2, $k = 2\pi f/c$ est le nombre d'onde, c la célérité et f la fréquence. Le laplacien est ici noté ∇^2.

En l'absence de source dans le domaine V_2 extérieur à l'objet, l'équation 2.1 s'y réduit à l'expression suivante [132] :

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = 0 \tag{2.2}$$

En adoptant la dépendance temporelle $e^{+j\omega t}$ pour une pulsation $\omega = 2\pi f$, la réaction acoustique à la surface de l'objet peut être décrite par une condition aux limites de Robin [132] :

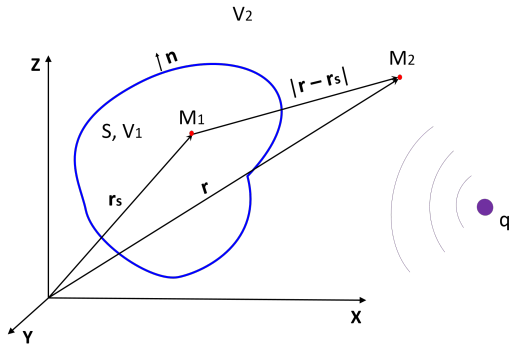


FIGURE 2.1 – Objet rayonnant (bleu) V_1 : volume de l'objet ; V_2 : volume extérieur entourant l'objet ; S : surface de l'objet ; M_1 point sur la surface de l'objet ; M_2 : point de calcul dans le domaine extérieur de l'objet, violet : source volumique avec le débit q

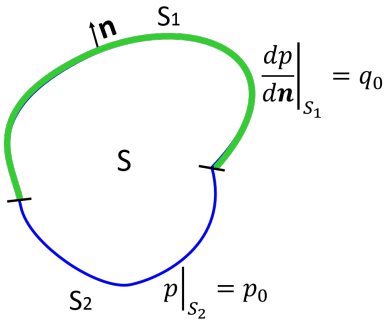


FIGURE 2.2 – Conditions aux limites de l'objet rayonnant : vert – condition aux limites de Neumann, bleu – condition aux limites de Dirichlet

$$\frac{\partial p(\mathbf{r_s})}{\partial \mathbf{n}} = j\omega\rho\frac{q(\mathbf{r_s})}{S} - jk\frac{Z_c}{Z}p(\mathbf{r_s}) \tag{2.3}$$

où ρ est la masse volumique du milieu. Le terme $\frac{Z_c}{Z}$ traduit le problème intérieur sur la surface S via l'impédance de paroi Z, ici réduite par l'impédance caractéristique du milieu Z_c.

La condition aux limites de Robin, également appelée condition d'impédance, est une combinaison pondérée d'une condition aux limites de Dirichlet et d'une condition aux limites de Neumann. Elle est définie sur les différentes parties de la surface de l'objet d'intérêt (figure 2.2).

En supposant que la paroi de l'objet est parfaitement rigide, la condition de Robin est transformée en condition de Neumann, obtenue en annulant le deuxième terme du seconde membre de la relation 2.3.

Le calcul de la pression peut être effectué en considérant une fonction de Green, solution fondamentale de l'équation de Helmholtz qui définit l'influence d'une source unitaire située au point $\mathbf{r_s}$ vers un autre point $\mathbf{r}$. En espace infini $3D$ et avec la convention temporelle choisie, cette fonction de Green $G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})$ s'écrit :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{1}{4\pi}\frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r_s}|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r_s}|} \tag{2.4}$$

Les définitions de la pression $p(\mathbf{r})$ et de la fonction de Green $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ peuvent alors être combinées puis intégrées sur le volume total ; le théorème de Green-Ostrogradski permet ainsi d'aboutir à une représentation intégrale de la pression [39] :

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \chi(r)\int\limits_{V_1+V_2} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})q(\mathbf{r}_s)\,dV_1 + \int\limits_S \left(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\mathbf{p_s} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\frac{\partial \mathbf{p_s}}{\partial \mathbf{n}}\right) dS \tag{2.5}$$

avec $\mathbf{p_s} = p(\mathbf{r_s})$; $\partial\mathbf{n}$ correspond à la dérivée par rapport à la normale sortante.

La fonction $\chi(\mathbf{r})$ est une fonction caractéristique de la position du point de calcul $\mathbf{r}$, ici supposé être en dehors de S (où l'intégrale est singulière) et donc dans le volume V_2 où pourraient (en toute généralité) se trouver des sources volumiques :

$$\chi(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, \mathbf{r} \in V_1 \\ 1, \mathbf{r} \in V_2 \end{cases} \tag{2.6}$$

Le terme α est un coefficient géométrique relié à l'angle solide vu par le point $\mathbf{r}$, calculable par la relation suivante [177, 116] :

$$\alpha(\mathbf{r}) = 1 + \int_S \frac{\partial G_0}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\, dS \tag{2.7}$$

où $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r_s}|}$ est la solution de l'équation de Laplace $\nabla^2 p(\mathbf{r}) = 0$. En supposant la surface S régulière et avec une normale orientée vers l'extérieur, $\alpha(\mathbf{r})$ peut prendre les valeurs suivantes :

$$\alpha(\mathbf{r}) = \begin{cases} 0, \mathbf{r} \in V_1 \\ \frac{1}{2}, \mathbf{r} \in S \\ 1, \mathbf{r} \in V_2 \end{cases} \tag{2.8}$$

En l'absence de source acoustique (problème de rayonnement extérieur), l'équation (2.5) se réduit à :

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \int_S \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\mathbf{p_s} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\frac{\partial \mathbf{p_s}}{\partial \mathbf{n}} \Big)\, dS \tag{2.9}$$

Cette expression met en jeu deux termes à intégrer sur la surface. D'après la relation 2.3, le terme $G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\frac{\partial \mathbf{p_s}}{\partial \mathbf{n}}$ est lié à la composante normale de la vitesse : cette partie de la solution peut donc être considérée comme le champ "direct" provenant de chaque élément de la surface S. Le deuxième terme est proportionnel à $\mathbf{p_s}$ et correspond à une réaction locale sous l'influence de la pression présente sur la surface ; il représente ainsi un effet de diffraction par le corps de l'objet.

L'expression 2.9 peut être utilisée de deux manières. Pour un point $\mathbf{r} \in S$ elle constitue une équation intégrale permettant d'exprimer une relation entre la pression et sa dérivée sur S. Pour un point $\mathbf{r} \in V_2$, elle est une solution explicite donnant la pression rayonnée dans V_2 à partir de la pression et sa dérivée sur S. L'enchaînement de ces deux utilisations permet donc de calculer la solution d'un problème de rayonnement, par exemple, à partir d'une déformée vibratoire connue.

2.1.2 Discrétisation du calcul de rayonnement

La frontière S peut être discrétisée sous forme d'un certain nombre N d'éléments de surface, chacun ayant des dimensions faibles par rapport aux longueurs d'ondes envisagées. Ceci permet de définir pour chacun de ces éléments une pression scalaire (*e.g.* en moyenne sur l'élément) et un débit sortant, lui aussi scalaire. Le problème acoustique est alors défini par les vecteurs $\mathbf{p}_s$ et $\mathbf{q}_s$, contenant respectivement les pressions et les débits sur les éléments de la surface S.

La relation intégrale 2.9 exprimée sur S permet ainsi de définir une matrice d'impédance acoustique de la source, exprimée sur S, sous la forme :

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{Z}\mathbf{q}_s \tag{2.10}$$

Cette matrice $\mathbf{Z}$ est ici calculée pour exprimer la réaction du milieu extérieur V_2 sur la surface S. Elle devrait normalement prendre en compte l'impédance finie Z que la source présente sur sa face externe, mais nous posons ici l'hypothèse que cette impédance est négligeable, et que la surface S se comporte comme une conditions aux limites de Neumann. Ceci simplifie la suite du raisonnement, sans en restreindre la généralité.

Dans ces conditions, les demi-problèmes intérieur (dans V_1) et extérieur (dans V_2) sont indépendants. La partie réelle de la matrice $\mathbf{Z}$ correspond à la pression sur la frontière S liée au rayonnement en champ lointain de la surface S (puissance active), et la partie imaginaire de $\mathbf{Z}$ correspond à la pression liée au champ évanescent à proximité de d'objet (puissance réactive) [47, 90]. Cette distinction est particulièrement importante pour notre application, car elle conduit à une grande simplification des calculs de pression pour tous les points $\mathbf{r} \in V_2'$, le volume V_2' désignant les zones de V_2 situées à une distance "suffisante" de S pour que le champ évanescent puisse y être considéré comme négligeable.

Pour la reconstruction de la pression dans V_2', et en considérant une situation de rayonnement en espace infini, les composantes évanescentes ne sont pas utiles car elles compliquent considérablement les calculs sans avoir d'influence significative sur le résultat. Ainsi, seule la partie réelle de la matrice d'impédance $\mathbf{Z}$ (appelée "résistance de rayonnement" par certains auteurs) est utile dans ce cas ; elle contient toute l'information permettant de calculer la puissance acoustique rayonnée à "grande" distance - en fait à toute position dans V_2', ce qui peut en fait être relativement proche de S - une distance supérieure au rayon équivalent de la source semble suffisante en pratique [90, 87].

Une deuxième étape de discrétisation est alors proposée, via la décomposition en valeurs singulières (SVD, en anglais *singular value decomposition*) de la matrice $\Re(\mathbf{Z})$. Cette décomposition est possible pour toute matrice réelle ou complexe, qu'elle soit ou non carrée [79]. Elle fournit ici un ensemble de fonctions orthogonales qui sont des solutions indépendantes du problème de rayonnement associé. Ces solutions sont en général appelées les *"modes de rayonnement"* (RM, en anglais *radiation modes*) de l'objet [87].

La décomposition de la résistance de rayonnement $\Re(\mathbf{Z})$ s'écrit ainsi :

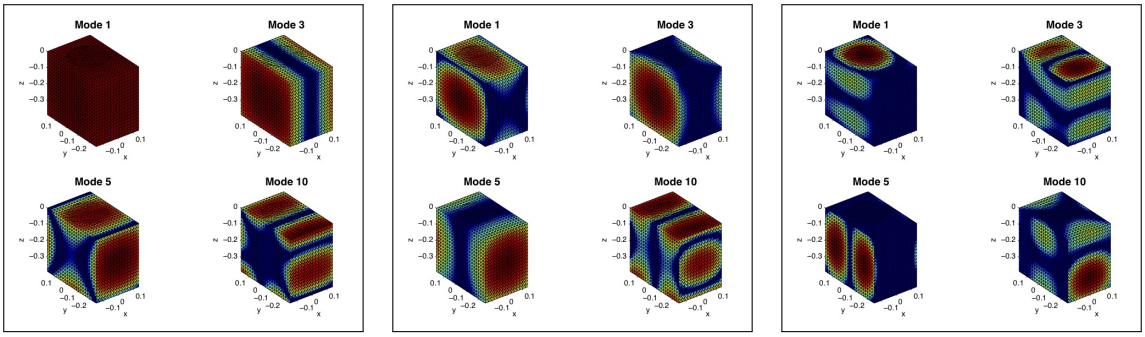
$$\Re(\mathbf{Z}) = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^* \tag{2.11}$$

où $\mathbf{U}$ et $\mathbf{V}$ sont des matrices carrées unitaires et $\mathbf{\Sigma}$ est une matrice carrée diagonale. Le symbole * représente la trans-conjugaison d'une matrice.

Les colonnes de la matrice $\mathbf{V}(N \times N)$, à valeurs réelles, peuvent être associées à des débits au travers de chaque élément du maillage. Les colonnes correspondantes de la matrice $\mathbf{U}(N \times N)$ sont associées à des pressions sur chaque élément. Elles sont aussi à valeurs réelles, car c'est la partie réelle de $\mathbf{Z}$ qui est décomposée, mais elles ne correspondent pas à la pression générée sur S par les colonnes de $\mathbf{V}$. En effet, le calcul de cette pression (matrice $\mathbf{U}'$) nécessite d'utiliser la matrice $\mathbf{Z}$ complexe car le champ évanescent est *a priori* dominant sur S. Les N paires de vecteurs associés à un indice (débit réel $\mathbf{V_i}$ et pression complexe associée $\mathbf{U'_i}$) forment un ensemble de N *modes de rayonnement*, qui sont des solutions indépendantes du problème. Les termes correspondants de $\mathbf{\Sigma}$ sont des valeurs réelles positives proportionnelles à l'efficacité de rayonnement de chacun de ces modes [33]. Il faut noter que les "modes de rayonnement" sont indépendants de la déformée vibratoire réelle de la source ; ils ne sont dépendants que de sa géométrie et (dans une moindre mesure) de la discrétisation de la surface S.

A noter qu'une décomposition en valeurs propres permettrait de décomposer $\Re(\mathbf{Z})$ qui est une matrice carrée à valeurs réelles [171]. Ses termes, entièrement définis sur la surface de l'objet, pourraient d'ailleurs être appelés "modes de rayonnement surfaciques". L'utilisation de la SVD prend par contre tout son intérêt dans la définition de "modes de rayonnement" plus généraux définis entre deux surfaces (émettrice *vs.* réceptrice) non confondues, *a priori* reliée par des matrices rectangulaires complexes. En effet, la SVD définit alors des bases sur chacune de ces deux surfaces, ce qui permet d'y estimer leurs coefficients par projection orthogonale [90, 159]. Mais comme la définition des "modes de rayonnement" en décomposant $\mathbf{Z}$ sur la surface de la source permet d'y séparer rigoureusement le rayonnement en champ lointain et le champ évanescent, c'est le choix qui est effectué ici.

Pour illustrer les résultats d'un tel calcul, quatre modes (d'indices 1, 3, 5 et 10) d'un objet parallélépipédique de 42 cm × 24 cm × 34 cm sont calculés en champ libre aux fréquences de 196 Hz, 549 Hz et 901 Hz. Le maillage de l'objet est constitué d'éléments triangulaires d'environ 2 cm de côté. Les cartes de débit en sont présentées à la figure 2.3.



(a) 196 Hz (b) 549 Hz (c) 901 Hz

FIGURE 2.3 – Cartes de débit des modes de rayonnement d'indices 1, 3, 5 et 10 à différentes fréquences pour une enceinte de type "bibliothèque"

Les modes ainsi calculés peuvent être vus comme des sources équivalentes. La forme de ces modes ne dépend que de la géométrie du problème, pas du débit de la source réelle. Ils constituent une base sur S, donc leur combinaison linéaire avec les bons coefficients conduit exactement à la même pression en champ lointain que la source réelle. Par contre, cette combinaison ne représente pas forcément la déformée vibratoire correspondante, car la base définie d'après $\Re(\mathbf{Z})$ ne représente pas le champ évanescent généré par une déformée vibratoire arbitraire.

2.1.3 Identification d'une source

L'identification d'une source peut donc être envisagée sous la forme d'un jeu de coefficients pondérant les "modes de rayonnement" définis sur S. Ceux-ci permettent d'introduire, dans la décomposition orthogonale, l'information physique liée à la déformée vibratoire sur le corps de la source. Cette décomposition orthogonale en modes propres permet *a priori* de réduire le nombre de termes à utiliser, comparativement à une décomposition plus "générique" (ondes planes, harmoniques sphériques, etc). Par contre, il faut rappeler que la description proposée ici est basée sur une condition de Neumann, approximant une condition aux limites réelle *a priori* inconnue (Robin ou non localisée). Le champ à identifier résulte d'une distribution de débit alors que la surface est considérée comme rigide pour le calcul des RM. Cet écart entre les conditions aux limites réelles et supposées peut rendre la décomposition par "modes de rayonnement" moins efficace qu'anticipé.

Nombre de termes

L'étape d'identification d'une source consiste ainsi à définir le sous-ensemble de RM qui approxime au mieux le champ rayonné, ainsi que les coefficients associés à ces modes pour décrire leurs contributions au rayonnement. Concrètement cela consiste à déterminer le vecteur $\mathbf{w}$ des poids (en anglais, *weigths*) associés aux "modes de rayonnement" les plus efficaces.

Dans un premier temps, le nombre de modes N_{RM} nécessaires pour décrire "suffisamment bien" la complexité du champ rayonné doit donc être défini. Les valeurs singulières obtenues via la matrice $\mathbf{\Sigma}$ définissent l'importance relative des termes associés car elles sont directement liées à l'efficacité de rayonnement de ces modes. En effet l'efficacité de rayonnement d'une déformée vibratoire est généralement définie par [64] :

$$\sigma = \frac{W}{\rho c S < |v_s \mathbf{n}|^2 >} \tag{2.12}$$

où $W = \int_S Re\{\frac{1}{2} p_s v_s^*\} \mathbf{n} dS$ est la puissance rayonnée par la déformée, et $< |v_s \mathbf{n}|^2 >= \frac{1}{2S} \int_S |v_s \mathbf{n}|^2 dS$ est la vitesse quadratique moyenne sur la surface S.

En discrétisant l'équation 2.12 sur la surface S (supposée discrétisée uniformément) et en y substituant les vecteurs de pression et de débit obtenus via l'équation 2.11, il vient :

$$\sigma_i \simeq \frac{S\, \Sigma_i}{\rho c} \tag{2.13}$$

Ainsi, la matrice $\mathbf{\Sigma}$ est bien proportionnelle à l'efficacité des RM, mais avec un coefficient multiplicateur correspondant à sa dimension (une impédance). Ce coefficient ne dépend pas de

l'indice ; le classement des valeurs singulières correspond donc effectivement à une efficacité de rayonnement décroissante quand l'indice croît - car pour la plupart des algorithmes de SVD, les éléments de la décomposition sont triés par valeurs singulières décroissantes. Ainsi, la sélection des termes les plus efficaces se ramène à simplement tronquer la série aux N_{RM} premiers modes selon l'ordre de la matrice $\mathbf{\Sigma}$.

La méthode retenue consiste à définir une efficacité cumulée E_N pour chaque valeur de n, $1 \leq n \leq N_{TOT}$ avec N_{TOT} le nombre total de modes de rayonnement (*a priori* égal au nombre d'éléments du maillage), à partir de la relation suivante :

$$E_N = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Sigma_i}{\sum_{i=1}^{N_{TOT}} \Sigma_i} \tag{2.14}$$

où Σ_i est le terme d'indice i de la matrice diagonale $\mathbf{\Sigma}$.

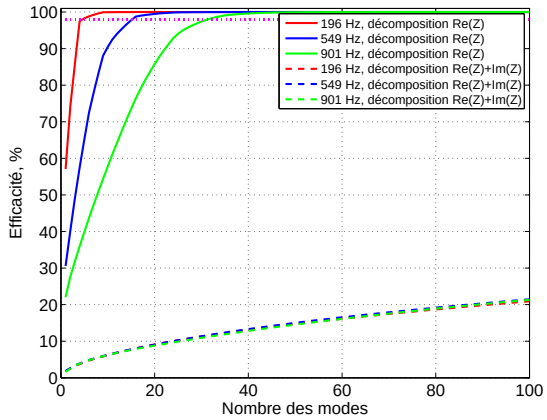


FIGURE 2.4 – Efficacité cumulée en fonction de nombre du modes de rayonnement
Remarque : les trois courbes en tirets sont quasiment superposées ; la ligne horizontale en magenta pointillé représente le seuil de 98%

La figure 2.4 présente l'efficacité cumulée des modes à 196 Hz, 549 Hz et 901 Hz pour l'objet parallélépipédique déjà présenté, calculée à partir de la matrice à coefficients réels $\Re(\mathbf{Z})$ (courbes rouge, bleue et verte respectivement) et comparée aux efficacités cumulées calculées pour la matrice à coefficients complexes $\mathbf{Z}$ (courbes rouge, bleue et verte en tirets).

L'utilisation de la partie réelle de la matrice $\mathbf{Z}$ conduit à une réduction considérable du nombre de termes efficaces pour décrire le rayonnement en champ lointain, comparativement au cas de la matrice complexe qui prend en compte le champ évanescent, bien plus complexe [90, 87]. Ce point sera re-validé avec des données expérimentales dans le chapitre 3.

La valeur de n est alors choisie pour que l'efficacité cumulée E_N corresponde à une valeur désirée, par example $E_N = 0.98$ pour une erreur de l'ordre de 2%. C'est cette valeur de 98% qui a été retenue pour fixer le nombre N_{RM} de modes pour la suite des calculs.

Coefficients des modes

Dans l'approche proposée ici, et contrairement à une simulation numérique classique (FEM ou BEM), les poids des modes (coefficients de la série tronquée) sont définis à partir de mesures de pression autour de la source. Notre approche consiste donc à utiliser les "modes de rayonnement" pour extrapoler ces mesures de pression. Elle est ainsi compatible avec l'objectif à long terme du travail, qui vise à déterminer une source adaptée à la synthèse d'une pression imposée.

L'identification de la source est effectuée à des positions de mesure ou *points d'identification* (PI). Leur nombre doit être au moins légèrement supérieur au nombre de modes afin de poser un système d'équations surdéterminé. À défaut d'autre critère *a priori*, un facteur multiplicatif de 1.5 a été choisi arbitrairement, sur la base de résultats expérimentaux issus d'une autre méthode [113].

La pression $\mathbf{p_i}$ aux points PI peut être exprimée comme :

$$\mathbf{p_i} = \mathbf{H_i w} \tag{2.15}$$

où $\mathbf{H_i}$ est la matrice de transfert entre les modes et les points d'identification, calculée en propageant, vers les positions des PI, chacun des N_{RM} vecteurs de débit $\mathbf{V_i}$ issus de la SVD tronquée de $\Re(\mathbf{Z})$.

Il est important de remarquer que les RM ne sont pas les éléments d'une base représentant les pressions aux PI, car ils sont uniquement définis sur la surface d'objet. Il n'est donc pas possible d'utiliser une projection orthogonale de la pression mesurée pour obtenir les coefficients $\mathbf{w}$ de la décomposition à partie des mesures $\mathbf{p_i}$. Par contre, l'image des RM sur les PI (transformation par propagation depuis S vers les PI) peuvent être utilisées comme des fonctions d'essai, que l'intuition pousse à considérer comme *a priori* plausibles pour approximer le champ de pression aux PI. Ce point sera étayé par la suite.

L'identification des coefficients associés constitue alors un problème inverse qui peut être plus ou moins bien posé, et ainsi conduire à amplifier le bruit de mesure. Plusieurs méthodes peuvent alors être utilisées pour régulariser la matrice de transfert entre les modes et les PI [108, 109, 41]. Le fait que les RM soient obtenus par SVD conduit naturellement à utiliser une simple troncature : la série des RM peut en effet être limitée au nombre N_{RM} qui conduit à un conditionnement acceptable du problème inverse. Il a été illustré sur un exemple qu'une pseudo-inversion régularisée par une méthode de Tikhonov donne des résultats similaires [87].

Les poids des modes $\mathbf{w}$ sont alors calculés très simplement, par exemple en utilisant la pseudo-inversion de la matrice $\mathbf{H_i}$ [13] :

$$\mathbf{w} = \frac{\mathbf{H}^*_{\mathbf{i_{N_{RM}}}}}{[\mathbf{H}^*_{\mathbf{i_{N_{RM}}}} \mathbf{H}_{\mathbf{i_{N_{RM}}}}]} \mathbf{p_i} \tag{2.16}$$

La position des points d'identification PI est *a priori* un problème à part entière, qui a été étudié pour d'autres représentations [121]. Dans l'approche proposée, nous choisissons de faire des mesures "à proximité" de la source (la distance de mesure est un des paramètres de la méthode, qui sera abordé ultérieurement). Cette proximité est susceptible d'amplifier l'influence de la forme

de l'objet sur les mesures, ce qui devrait être favorable pour mieux en distinguer les différents "modes de rayonnement". L'hypothèse est faite, dans un premier temps, que la position des PI peut être relativement arbitraire dès lors qu'une couverture homogène ou "quasi-homogène" de l'espace autour de la source est assurée (figure 2.5).

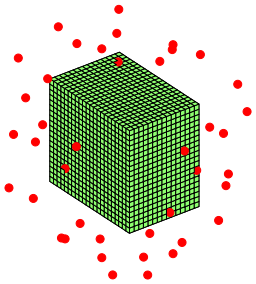


FIGURE 2.5 – Exemple de positions des points d'identification autour d'une enceinte, ici sur une surface conforme proche de l'objet

La distance entre les PI et la source doit être suffisamment grande pour éviter d'être en "champ proche" [174] - en pratique il s'agit ici de ne pas mesurer les contributions des ondes évanescentes. D'un autre côté, cette distance gagne à être faible pour garder un bon rapport signal-à-bruit, et améliorer le conditionnement du problème. Par commodité, nous appelons *champ voisin* le champ à une distance respectant ce compromis (correspondant au volume V_2' défini plus haut). Il est caractérisé simultanément par un effet important de la géométrie de la source sur le rayonnement et par la prédominance du champ lointain, comparé au champ évanescent.

À noter qu'il n'y a pas de définition claire de la région correspondant au "champ proche" : un critère pourrait être la présence d'intensité réactive, mais cela ne permet pas de fixer une frontière a priori. Un critère est souvent utilisé pour définir la portée du champ évanescent, dans le cas des "line arrays" : en champ proche, le niveau de pression sonore diminue plutôt de 3 dB par doublement de la distance (soit 10 dB par décade), tandis que le niveau de pression en champ lointain diminue de 6 dB par doublement de la distance (20 dB par décade) [199].

Ceci est illustré par l'évolution du niveau sonore d'une enceinte bibliothèque de taille 42 cm $\times$ 24 cm $\times$ 34 cm équipée d'un haut-parleur Monacor SPH-8 de 21 cm de diamètre nominal (16 cm de diamètre efficace). La pression rayonnée par l'enceinte, estimée numériquement, est présentée sur la figure 2.6. Les détails de ce calcul sont décrits dans le §2.2.2. Nous constatons sur cette figure que le champ évanescent de cette source semble négligeable vers 10...15 cm, ce qui correspond à la taille de la surface vibrante.

L'évolution du niveau sonore créé par le 1er, 3ème, 5ème et 10ème mode de la source parallélépipédique de même taille (42 cm $\times$ 24 cm $\times$ 34 cm) est présenté à différentes fréquences à la figure 2.7. Il faut noter que ces données sont plus difficiles à interpréter car les RM sont différents à chaque fréquence. Néanmoins, la même tendance générale est observable : il est possible de distinguer trois plages fréquentielles, la première (*a priori* dominée par le champ évanescent) finissant vers 10...20 cm.

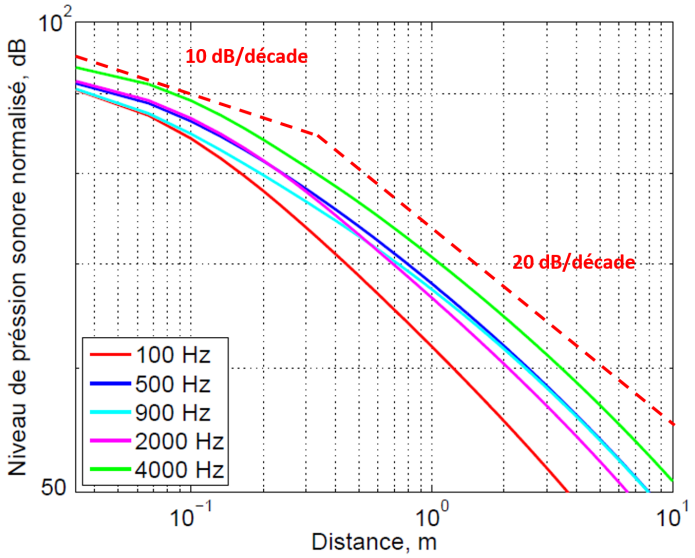


FIGURE 2.6 – Évolution du niveau de pression sonore normalisé de l'enceinte bibliothèque en fonction de la distance

Suite à des simulations sur un cas simple [90], la distance utilisée dans les quelques exemples de la littérature est de l'ordre des dimensions de la source, ce qui semble être un bon compromis [87]. Cette question sera abordée dans le §2.2.6 lors de l'étude paramétrique de la méthode.

2.1.4 Estimation de la pression rayonnée

L'identification de la source étant ainsi effectuée à partir de mesures en champ "voisin" et en régularisant le problème inverse, les coefficients complexes de la série des RM sont supposés correctement identifiés. Il est alors possible de les propager en toute position de l'espace compatible avec nos hypothèses, en champ "voisin" ou "lointain". La pression à de telles positions $\mathbf{p_c}$ peut alors être calculée comme la superposition de celle rayonnée par les N_{RM} modes pondérés par leur coefficients $\mathbf{w}$:

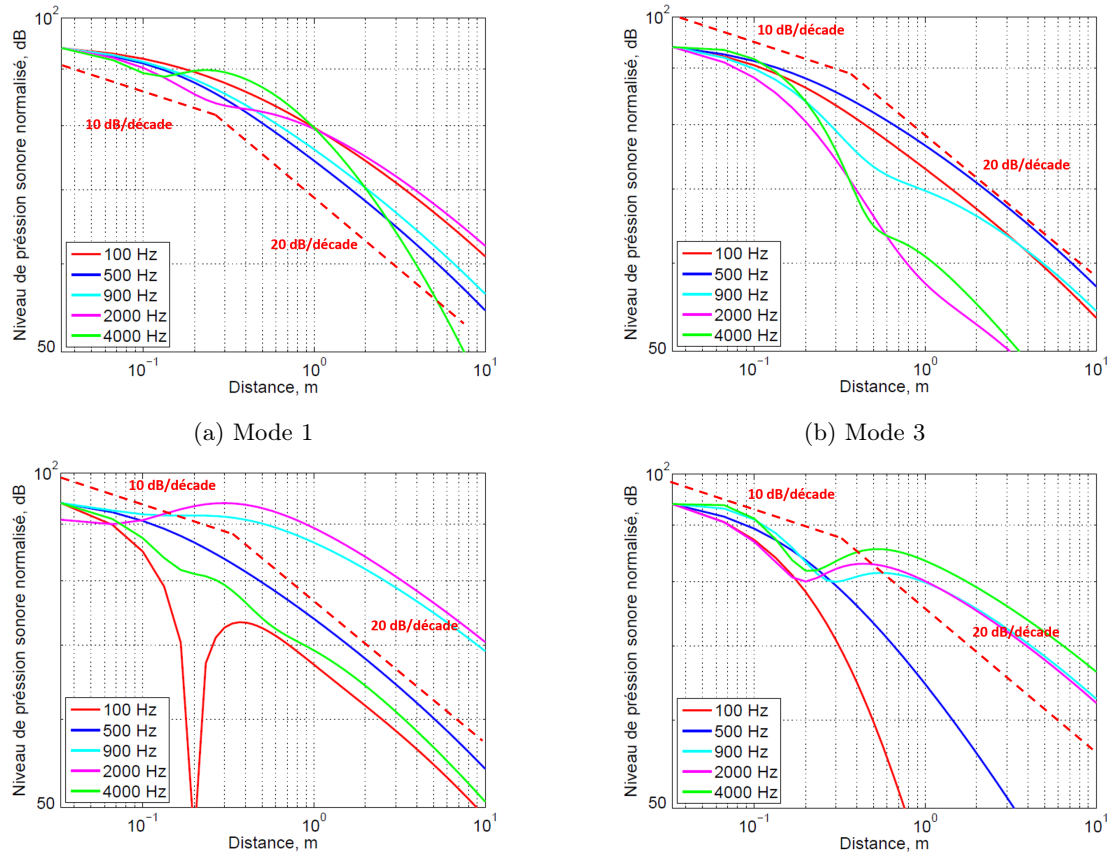
$$\mathbf{p_c} = \mathbf{H_c w} \tag{2.17}$$

où $\mathbf{H_c}$ est la matrice de propagation des modes (vecteurs de $\mathbf{V}$) vers les positions cibles.

2.1.5 Synthèse de la démarche proposée

La problématique abordée dans ce chapitre est de caractériser une source vibro-acoustique à partir d'un jeu de pressions mesurées dans son "voisinage", et d'en déduire la pression rayonnée en tout point de l'espace pas trop proche de la source. Le principe retenu est d'utiliser une décomposition sur un nombre réduit de "modes de rayonnement", fonctions caractéristiques de la diffraction sur le corps de la source.

Parmi les différentes définitions possibles des "modes de rayonnement", celle retenue ici est



(a) Mode 1

(b) Mode 3

(c) Mode 5

(d) Mode 10

FIGURE 2.7 – Évolution du niveau de pression sonore normalisé des modes de rayonnement en fonction de la distance

celle proposée initialement par Sarkissian [171] et utilisée par Herzog pour l'identification de sources [87]. Elle consiste à décomposer la matrice d'impédance de rayonnement, aboutissant à une base définie sur la surface de l'objet. La sélection préalable de la partie réelle (matrice de résistance de rayonnement) permet de ne décrire que le champ propagatif afin de réduire le nombre de termes nécessaires.

L'identification d'une source consiste alors en 4 étapes principales :

1. *Calcul de la matrice d'impédance de rayonnement à partir de la géométrie de l'objet vibrant* : en discrétisant la surface sous forme d'un maillage de densité adaptée, la matrice d'impédance peut être calculée avec une des méthodes reliant la pression et le débit surfacique [216] ;
2. *Calcul des "modes de rayonnement"* : par décomposition orthogonale, cette matrice d'impédance permet de définir une série de "modes" (fonctions qui constituent sur la surface de l'objet une base des solutions du problème de rayonnement) ;
3. *Calcul des poids des "modes de rayonnement* : pour chacun de ces "modes", un coefficient

complexe est obtenu via un problème inverse, à partir de mesures de pression en champ "voisin" ;

4. *Estimation de pression* : en champ voisin ou lointain, le champ de pression est représenté par une superposition de la propagation des modes les plus efficaces, pondérés par leurs poids.

Le calcul des "modes de rayonnement" peut être effectué grâce au code de calcul FELIN (en anglais *Field ELement INdependence*). Ce code, écrit en FORTRAN, a été développé au LMA par Régine Guillermin, à partir d'un calcul BEM suivi d'une SVD. La figure 2.8 illustre les étapes de l'identification d'une source en utilisant le code FELIN.

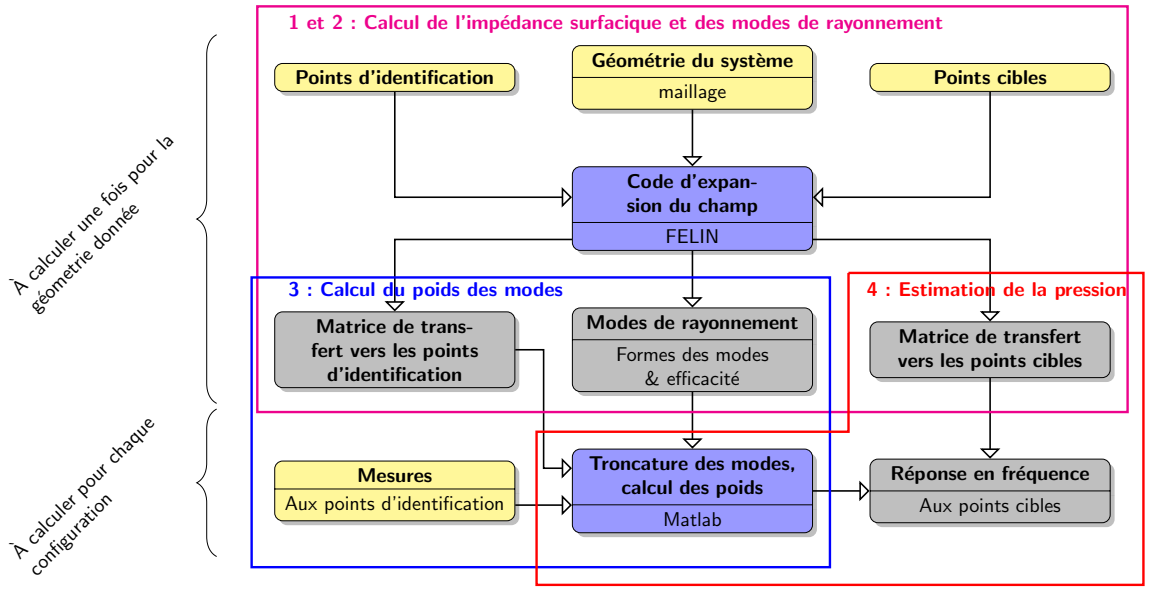


FIGURE 2.8 – Schéma du calcul de la pression avec la méthode des "modes de rayonnement"

La première étape du travail consiste à discrétiser la surface de la source, pour y définir la matrice d'impédance de rayonnement. Les modes de rayonnement sont ensuite calculés, ainsi que les fonctions de transfert entre les premiers de ces modes et des positions dans l'espace : points d'identification (PI, où la pression est mesurée) et points cibles (positions où la pression doit être estimée) - ce qui donne les matrices $\mathbf{H_i}$ et $\mathbf{H_c}$ respectivement. Ces deux étapes sont effectuées automatiquement par le code FELIN. Le calcul de la matrice d'impédance $\mathbf{Z}$ et sa décomposition en RM sont les parties du calcul les plus lourdes, consommant la majorité du temps de calcul. Elles peuvent être effectuées préalablement, ce qui permettrait d'optimiser les positions de mesures (par itération).

Les deux étapes suivantes consistent à post-traiter les pressions mesurées aux PI (au voisinage de l'objet). Pour cela, la série des modes est tronquée aux N_{RM} modes les plus efficaces, puis leurs poids $\mathbf{w}$ sont déterminés à partir de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ et des pressions $\mathbf{p_i}$ mesurées aux PI. L'estimation de la pression cible est alors obtenue par superposition des modes pondérés par leurs poids.

2.2 Paramètres de l'identification par "modes de rayonnement"

Nous cherchons ici à décrire les paramètres les plus importants lors de la démarche proposée, et à proposer une première étude de leurs effets sur les résultats de l'identification d'une source. Ceci constitue également une première validation de la méthode, sur la base de simulations.

En effet, nous considérons dans un premier temps des "mesures virtuelles", obtenues aux points d'identification via un calcul BEM direct. Cette simulation permet d'obtenir une solution *a priori* "exacte" partout dans l'espace ; elle sera de ce fait aussi utilisée comme référence pour estimer la qualité de la reconstruction par la méthode RM.

2.2.1 Calcul numérique de la matrice d'impédance

Il existe plusieurs méthodes permettant de déterminer la matrice d'impédance à la surface d'un objet, à l'aide de techniques reliant la pression et la vitesse surfaciques [216]. Dans notre travail, c'est la *méthode des éléments frontières* (BEM, en anglais *boundary elements method*) qui est utilisée pour la première étape du calcul. La BEM est une technique du calcul numérique permettant de résoudre une large variété de problèmes ingénieriques ou scientifiques [187, 111].

Son intérêt est que, contrairement aux "méthodes volumiques" plus couramment utilisées, comme la méthode des éléments finis [186] ou la méthode des différences finies [1], seuls le maillage de la frontière du domaine et la connaissance des conditions aux limites sur la surface sont nécessaires pour le calcul. Ainsi, la dimension du problème à résoudre est réduite d'une unité : en trois dimensions, seule la surface frontière de l'objet d'intérêt est discrétisée, ce qui est particulièrement intéressant pour les problèmes de rayonnement extérieur [111, 187] et donc très adapté à notre approche. Plus de détails sur le calcul BEM peuvent être trouvés en annexe A.

Il y a principalement deux méthodes de calcul par BEM : les méthodes *directe* et *indirecte*. Dans la méthode indirecte, les deux côtés de l'interface sont décrits, ce qui amène à représenter l'interface par des potentiels de simple et double couche. La méthode directe suppose au contraire que le problème n'est décrit que d'un côté d'une interface ; par exemple pour les problèmes extérieurs, l'intérieur du volume de l'objet rayonnant n'est pas décrit mathématiquement. Elle est donc un peu plus simple, ce qui explique son choix dans notre cas puisque nous considérons implicitement que les problèmes intérieur et extérieur ne sont pas couplés.

Notre problème peut ainsi être posé en introduisant l'équation (2.3) dans l'expression (2.9), ce qui conduit à l'expression suivante :

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \int_S \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r},\mathbf{r_s})\mathbf{p_s}dS(\mathbf{r_s}) - \int_S G(\mathbf{r},\mathbf{r_s})\left(j\omega\rho\frac{\mathbf{q_s}}{S} - jk\frac{Z_c}{Z}\mathbf{p_s}\right)dS(\mathbf{r_s}). \tag{2.18}$$

avec $\mathbf{q_s} = q(\mathbf{r_s})$.

Pour un calcul sur la surface S, il n'y a pas de solution simple à cette équation intégrale dans le cas d'une surface arbitraire. Une large variété de méthodes a donc été proposée pour résoudre cette équation intégrale numériquement : la méthode de Galerkin [187], les méthodes Nyström

[134, 150], les méthodes itératives [112], la méthode des moindres carrées [212], les méthodes quadratiques [180], etc. [12, 36, 59].

Dans ce travail, nous utilisons la méthode de *collocation des points* [97, 110, 111], car c'est une technique largement répandue pour le calcul numérique par BEM du fait de sa simplicité. Le principe de la méthode est de présenter l'expression 2.18 comme une combinaison d'intégrales valides chacune en un point discret de la surface, appelé *point de collocation*. Il est fréquent de faire coïncider les points de collocation avec les nœuds du maillage de l'objet, mais dans ce travail les points de collocation sont plutôt définis aux centres des éléments triangulaires du maillage : ceci assure qu'en chacun de ces points le coefficient α est connu rigoureusement : $\alpha(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}$ (voir l'équation 2.7).

De même, il existe de nombreuses méthodes pour intégrer numériquement sur les éléments : la méthode du rectangle, du trapèze, du point central, de Simpson, de Riemann, les méthodes de Newton-Cotes simples, les méthodes de Newton-Cotes composites, les méthodes de Gauss-Legendre, les méthodes de Monte-Carlo, etc. Le code FELIN utilise la méthode des points de Gauss avec une hypothèse de variations "constantes par morceaux" (la pression et la vitesse sont supposées constantes sur chacun des éléments).

Ces hypothèses simplificatrices peuvent sembler réductrices, mais se sont avérées efficaces en pratique. La contrepartie est que, pour avoir une précision suffisante, le maillage doit être assez dense : un critère empirique utilisé au LMA est de prévoir au minimum 10 éléments de maillage par longueur d'onde [87], une bonne précision en demandant souvent 20.

Ainsi, en discrétisant la surface à partir de N éléments sur chacun desquels la pression p_{s_i} est supposée constante, et où q_{s_i} est le débit global au travers l'élément, il vient :

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N} \left(p_{s_i} \int\limits_{S_i} \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) + jk\frac{Z_c}{Z} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \Big) dS_i(\mathbf{r_s}) - j\omega\rho \frac{q_{s_i}}{S_i} \int\limits_{S_i} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) dS_i(\mathbf{r_s}) \right) \quad (2.19)$$

La pression p_{s_l} au point l sur la surface S est alors donnée par :

$$\frac{1}{2} p_{s_l} = \sum_{i=1}^{N} \left(p_{s_i} \int\limits_{S_i} \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s}) + jk\frac{Z_c}{Z} G(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s}) \Big) dS_i(\mathbf{r_s}) + j\omega\rho \frac{q_{s_i}}{S_i} \int\limits_{S_i} G(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s})\, dS_i(\mathbf{r_s}) \right) \quad (2.20)$$

Le calcul numérique des intégrales par la méthode de Gauss permet de réécrire l'équation (2.20) sous forme matricielle :

$$\Big[\frac{1}{2}\delta_{il} - \int\limits_{S_i} \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s}) + jk\frac{Z_c}{Z} G(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s}) \Big) dS_i(\mathbf{r_s}) \Big] \mathbf{p_s} = j\omega\rho \Big[\frac{1}{S_i} \int\limits_{S_i} G(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s})\, dS_i(\mathbf{r_s}) \Big] \mathbf{q_s} \quad (2.21)$$

ou encore :

$$\mathbf{D}\mathbf{p_s} = \mathbf{M}\mathbf{q_s} \quad (2.22)$$

où les éléments de la la matrice $\mathbf{D}$ sont les facteurs $\left(\frac{1}{2}\delta_{il} - \int\limits_{S_i}\left(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s}) + jk\frac{Z_c}{Z}G(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s})\right)dS_i(\mathbf{r_s})\right)$ dont le terme $\frac{1}{2}$ n'apparaît que pour les termes diagonaux. Les éléments de la matrice $\mathbf{M}$ sont les facteurs $j\omega\rho\left(\frac{1}{S_i}\int\limits_{S_i} G(\mathbf{r_{s_l}}, \mathbf{r_s})\, dS_i(\mathbf{r_s})\right)$.

L'équation intégrale 2.18 sur S est ainsi transformée en un système d'équations algébriques, *a priori* facile à résoudre matriciellement, qui permet par exemple de déterminer la pression sur les éléments dS à partir de leurs débits associés. La discrétisation de l'équation 2.9, qui est une solution explicite, permet alors aussi de calculer matriciellement la pression aux positions $\mathbf{r}$ à partir des pressions $\mathbf{p_s}$ et débits $\mathbf{q_s}$. Cette technique de résolution matricielle en deux étapes est largement utilisée dans les codes commerciaux de calcul BEM (Sysnoise, ABEC, etc.).

Un des problèmes de cette méthode de résolution *directe* est que l'équation 2.18 n'a pas une solution unique pour un ensemble de fréquences dites *irrégulières*, qui sont les fréquences propres du problème de Dirichlet intérieur à l'objet. En effet, toute solution homogène de ce problème peut être ajoutée à une solution de l'équation 2.18 sans modifier le débit sur la surface S, ce qui en fait une nouvelle solution. Le problème n'étant formulé que sur la surface S, il ne distingue pas la solution à pression nulle dans V_1 des autres solutions potentielles. Le calcul algébrique sous la forme de l'équation 2.22 donne donc en général un résultat erroné aux fréquences irrégulières.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour contourner le problème de non-unicité de la solution aux fréquences irrégulières. Ainsi Schenk a proposé en 1968 la *formulation combinée d'équation intégrale de Helmholtz* (CHIEF, en anglais *Combined Helmholtz Integral Equation Formulation*) [173], qui consiste à surdéterminer le problème à l'aide de conditions de pression nulle à des points choisis a l'intérieur de l'objet vibrant. En 1971, Burton et Miller [40] ont aussi proposé de combiner l'équation intégrale avec sa dérivée normale aux points de collocation, ce qui conduit théoriquement à une solution unique - mais en pratique, le paramétrage de cette méthode reste un sujet de recherche [116]. D'autres solutions, moins répandues, consistent à utiliser une fonction de Green modifiée [200, 100] - ce qui alourdit significativement le calcul numérique.

Dans le code utilisé ici, le problème des fréquences irrégulières n'est pas traité : des artéfacts peuvent donc apparaître aux fréquences irrégulières liées au calcul BEM direct. Leur impact sur le calcul des modes de rayonnement n'a pas été étudié, toutefois il semble possible d'éviter ce problème par un choix des fréquences de calcul comme évoqué au §2.2.4.

L'expression de la matrice d'impédance $\mathbf{Z}$ peut alors être déduite des équations 2.22 et 2.10 :

$$\mathbf{Z} = \mathbf{p}_s\mathbf{q}_s^{-1} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{M} \tag{2.23}$$

Dans l'expression ci-dessus, le calcul de $\mathbf{D}$ comporte *a priori* l'influence d'une éventuelle impédance de surface sur l'objet (via une condition de Robin). Par contre, pour pouvoir facilement séparer le champ proche du champ lointain, nous considérons systématiquement une admittance surfacique nulle, donc une surface rigide (condition de Neumann) - ce qui rend $\mathbf{Z}$ caractéristique du seul problème extérieur (voire le §2.1.2).

2.2.2 Géométrie du cas-test et influence du maillage

Pour l'analyse des paramètres de la méthode, nous considérons l'exemple d'une enceinte close de type "bibliothèque" de dimensions 42 cm × 24 cm × 34 cm, dont la face avant est équipée d'un haut-parleur Monacor SPH-8 de 21 cm de diamètre nominal. Nous supposons que l'enceinte rayonne en champ libre, avec une vitesse unitaire des éléments de la membrane. Un exemple de maillage de cette enceinte est illustré par la figure 2.9. À noter que les éléments quadratiques présents dans ce maillage sont subdivisés en triangles lors du calcul par le code FELIN.

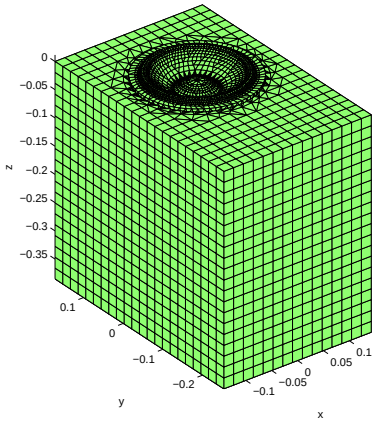


FIGURE 2.9 – Maillage de l'enceinte bibliothèque utilisé comme cas test (maillage A)

Le maillage de la surface est un paramètre très important pour le calcul des "modes de rayonnement" : d'une part la taille des éléments du maillage limite la fréquence maximale de validité du modèle (ce qui plaide pour un maillage très fin), mais d'autre part le raffinement du maillage est très coûteux en termes de temps de calcul, car ce dernier augmente très rapidement avec le nombre d'éléments (par exemple, avec le code FELIN, le temps de calcul pour un maillage de 500 éléments est d'environ 3 min alors qu'il passe à environ 10 h pour un maillage de 5000 éléments).

Il est donc intéressant d'estimer l'importance de la qualité du maillage sur les résultats du calcul, et de voir jusqu'où il est nécessaire de prendre en compte les détails géométriques des objets complexes. Ainsi, un calcul BEM direct nécessite une densité de maillage suffisante (au minimum 10 éléments par longueur d'onde selon le critère usuel au LMA). Par analogie, il semble important de voir l'influence de ce paramètre pour le calcul des RM. De plus, il semble intéressant de prévoir des densités de maillage différentes sur la partie vibrante et sur le reste des parois (supposées inertes dans le cas d'une enceinte), ce qui permettrait de mieux décrire la déformée, et de donner plus de poids à la zone vibrante de la surface lors du calcul des RM. Pour étudier ces points, cinq types de maillages ont été testés :

- Le maillage le plus fin (A) prend autant que possible en compte la forme réelle de la membrane du haut-parleur Monacor SPH-8M-8 et est composé d'éléments de $0,5$ cm sur la membrane pour 2 cm sur l'enceinte ;
- Le maillage (B) est aussi composé d'éléments de $0,5$ cm sur la membrane et de 2 cm sur

l'enceinte, mais la forme de la membrane est cette fois approximée par un disque plan ;

- Le maillage (C) est le plus grossier, composé d'éléments de 2 cm sur la membrane (disque plan) et 10 cm sur l'enceinte ;
- Le maillage (D) est un maillage uniforme composé d'éléments de 2 cm sur l'enceinte et la membrane (disque plan) ;
- Le maillage E respecte la forme de la membrane avec des éléments $< 0,5$ cm, mais utilise des éléments de 10 cm sur l'enceinte.

Les détails de ces maillages et les temps de calcul correspondants sont résumés dans le tableau 2.1. On note une forte disparité des nombres d'éléments et par extension des temps de calcul.

Maillage	A	B	C	D	E
Géométrie membrane	Profil réel	Disque	Disque	Disque	Profil réel
Taille des éléments (enceinte)	2 cm	2 cm	10 cm	2 cm	10 cm
Taille des éléments (membrane)	$0,5$ cm	$0,5$ cm	2 cm	2 cm	$< 0,5$ cm
Temps de calcul	$33,2$ h	10 h	$3' 8''$	8.16 h	103 h
Nombre d'éléments	8512	5364	462	4340	12330
N_{VIB}/N_{TOT}	$0,52$	$0,24$	$0,6$	$0,05$	$0,97$

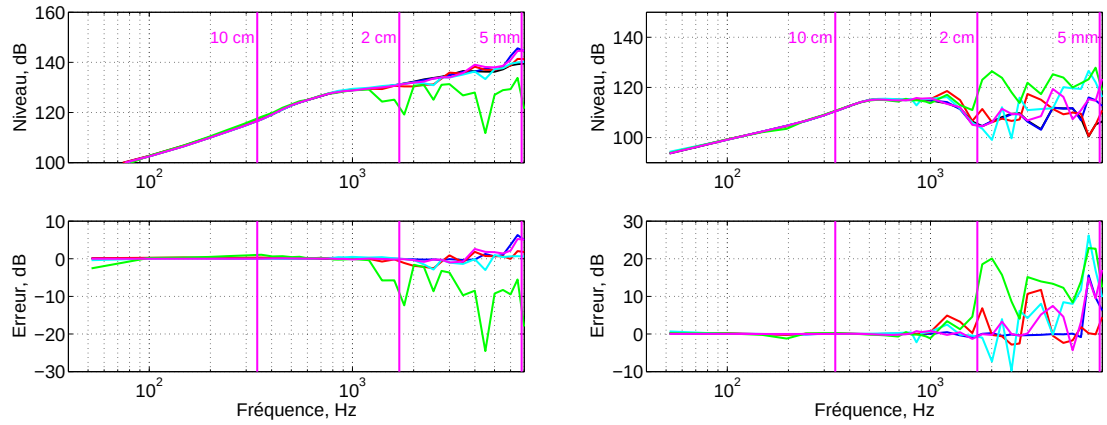
TABLE 2.1 – Détails des 5 maillages utilisés pour évaluer l'importance du maillage pour la méthode RM

Pour la suite, le calcul de référence ainsi que le calcul des "mesures virtuelles" aux PI ont été effectués avec le maillage le plus fin (A), en calcul BEM direct et avec une vitesse unitaire et uniforme sur les éléments de la membrane. Le niveau de pression acoustique à 1 m sur l'axe et à 90° a alors été estimé pour 5 types de maillage, en tronquant la série des RM à 30 modes estimés d'après 43 PI. Ces exemples de simulations sont présentés à la figure 2.10, où figurent des traits verticaux indiquant les fréquences correspondant au critère de 10 éléments par longueur d'onde pour les trois tailles d'éléments envisagées.

Sur l'axe du haut-parleur (courbes de gauche), l'accord est très bon entre le calcul de référence (courbe noire) et les simulations basées sur différents maillages, sauf pour le maillage uniforme D. Ce résultat est *a priori* surprenant, car les maillages C et E (comportant des éléments de 10 cm pour l'enceinte) semblent aussi performants que les maillages A et B - or pour un calcul BEM direct la précision du calcul est *a priori* limitée par la taille maximale des éléments du maillage.

Un autre résultat surprenant est que les détails géométriques de la membrane ne semblent pas non plus très importants pour la précision du calcul sur l'axe, car le maillage C donne ici des résultats proches des maillages respectant la forme de la membrane. Ainsi, ce maillage très simplifié semble particulièrement efficace pour un calcul dans l'axe, conduisant à une erreur inférieure à 2 dB via un calcul très rapide (< 4 min).

Ceci ne se retrouve pas à 90° (hors axe, courbes de droite), où les détails géométriques semblent prendre de l'importance : seul le maillage A (qui décrit la géométrie réelle de la membrane) reste pertinent sur toute la bande de fréquences. Par contre, la densité de maillage sur l'enceinte semble rester assez peu significative : le calcul avec le maillage E (profil de membrane



(a) 0° (b) 90°

FIGURE 2.10 – Réponses en fréquence simulées dans l'axe (gauche) et à 90° (droite) - noir : mesure de référence, bleu : maillage A, rouge : maillage B, cyan : maillage C, vert : maillage D, magenta : maillage E

réel, mais éléments de 10 cm sur l'enceinte) conduit à une erreur inférieure à 3 dB jusqu'à 4, 5 kHz.

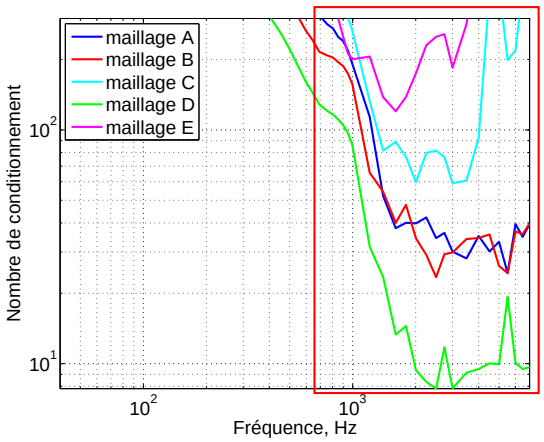
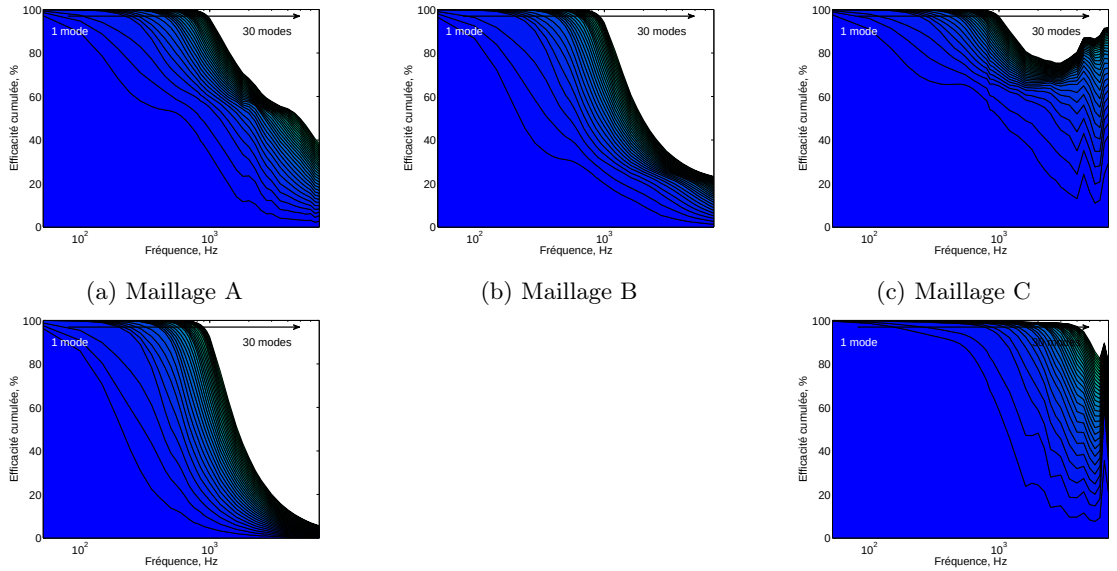


FIGURE 2.11 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ - bleu : maillage A, rouge : maillage B, cyan : maillage C, vert : maillage D, magenta : maillage E

Un élément permettant d'interpréter ces résultats est l'analyse du conditionnement de la matrice de transfert entre les RM et les PI, qui dépend fortement du maillage utilisé. La figure 2.11 permet de constater, que sur ce critère, le maillage homogène (maillage D) a plus de pertinence. Il semble au contraire que plus la taille des éléments d'un maillage est variée, plus le conditionnement se dégrade.

Remarquons, que sur cette figure, il ne faut s'intéresser qu'aux fréquences supérieures à 1 kHz

(cadre rouge), car aux fréquences plus basses la matrice doit être régularisée par troncature des modes. Le conditionnement de la matrice non-tronquée est trop élevé aux basses fréquences car le nombre des modes nécessaire pour décrire le problème est alors petit, et dicte le rang effectif de la matrice. La troncature de la matrice de transfert dépend du nombre de modes nécessaires pour chaque fréquence et de la configuration de calcul. Pour éviter des ambiguïtés lors de l'analyse des résultats, le conditionnement présenté dans les paragraphes qui suivent est celui de la matrice non tronquée.



(a) Maillage A (b) Maillage B (c) Maillage C

(d) Maillage D (e) Maillage E

FIGURE 2.12 – Efficacité cumulée des modes en fonction de fréquence

Un autre élément d'interprétation est l'efficacité cumulée, représentée en fonction de la fréquence pour chacun des maillages sur la figure 2.12. Sur ce critère, le maillage homogène (D) est celui dont l'efficacité cumulée est la plus faible aux "hautes" fréquences (*i.e.* lorsque la densité du maillage devient critique). Cette figure explique un peu les résultats paradoxaux évoqués ci-dessus : elle démontre une grande efficacité des modes calculés avec le maillage E, qui concentre presque tous ses éléments sur la membrane. Un tel maillage comporte une information implicite de sélection des éléments vibrants qui peut conduire à "spécialiser" les RM pour décrire la vibration d'une petite partie de la surface.

Il est important de bien réaliser que ces premiers éléments sont obtenus dans le cas d'une enceinte relativement compacte, pour laquelle la déformée vibratoire à estimer (piston vibrant) est très particulière. Il est probable que ceci joue un rôle significatif ; une analyse rigoureuse reste donc à faire à partir de cas plus généraux. De plus, cette propriété ne pourrait être utilisée pour la mesure de sources industrielles pour lesquelles les zones vibrantes sont *a priori* inconnues.

2.2.3 Choix du nombre de "modes de rayonnement"

Un des aspects majeurs de la méthode proposée ici est de sélectionner les "modes de rayonnement" les plus efficaces, ce qui est effectué via leur nombre N_{RM}. Celui-ci est déterminé à partir de l'efficacité cumulée (voir §2.1.3) en prenant comme critère l'obtention d'une efficacité cumulée de 98%. L'évaluation du nombre de modes N_{RM} en fonction de la fréquence, pour l'exemple d'enceinte déjà présenté, est proposée à la figure 2.13.

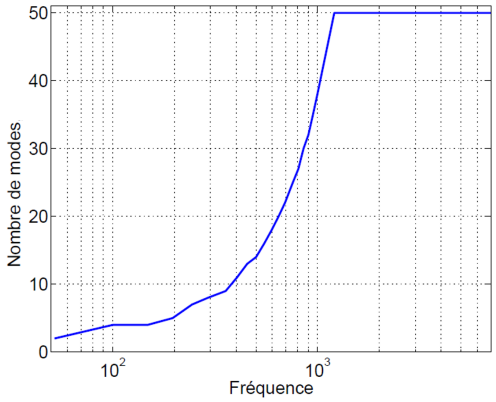


FIGURE 2.13 – Nombre de RM nécessaires pour une efficacité cumulée de 98%

Cette figure indique que le nombre N_{RM} augmente aux fréquences élevées (la saturation à la valeur 50 est volontaire), ce qui va dans le sens de garder un nombre important de RM pour un calcul sur une large bande de fréquences. Cependant, le conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ entre les RM et les PI augmente lui aussi aux hautes fréquences, comme l'illustre la figure 2.14, qui présente l'évaluation du conditionnement de la matrice $\mathbf{H_i}$ pour 10, 20, 30, 40 et 50 modes identifiés à partir de 90 PI.

Aux fréquences élevées, le conditionnement de la matrice $\mathbf{H_i}$ augmente avec le nombre de RM ce qui peut conduire à une mauvaise estimation des poids $\mathbf{w}$ lors de l'inversion. Ce résultat tempère le choix qui aurait pu être fait d'après la seule courbe d'efficacité cumulée : les matrices avec 20 ou 30 modes semblent ici correspondre au meilleur compromis entre une bonne représentation du rayonnement et une inversion efficace de la matrice.

Une conséquence en est que le nombre des PI peut être réduit en proportion. Ceci est illustré par la figure 2.15, où les courbes rouge et bleue (pour 30 et 20 modes respectivement) sont obtenues à partir de seulement 43 positions sans diminution significative de précision. De plus, la figure 2.16 illustre que la réduction du nombre de PI pour un nombre donné de RM conduit à une dégradation acceptable du conditionnement de la matrice.

2.2.4 Résolution fréquentielle de l'identification

Dans la formulation BEM, une solution doit être cherchée à chaque fréquence. Ceci conduit à un coût de calcul très élevé lorsqu'une bonne résolution fréquentielle est nécessaire. Le calcul des RM fait appel aux même matrices qu'un calcul BEM classique, mais l'obtention de la matrice

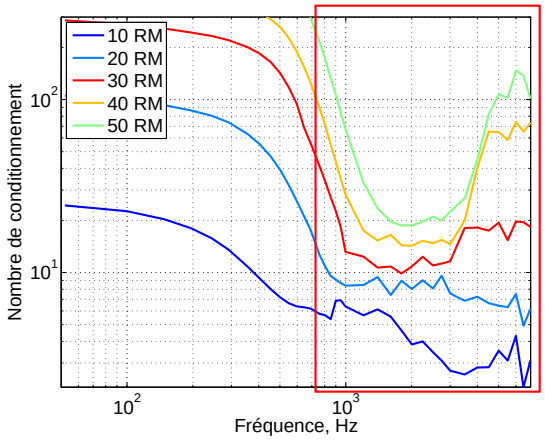
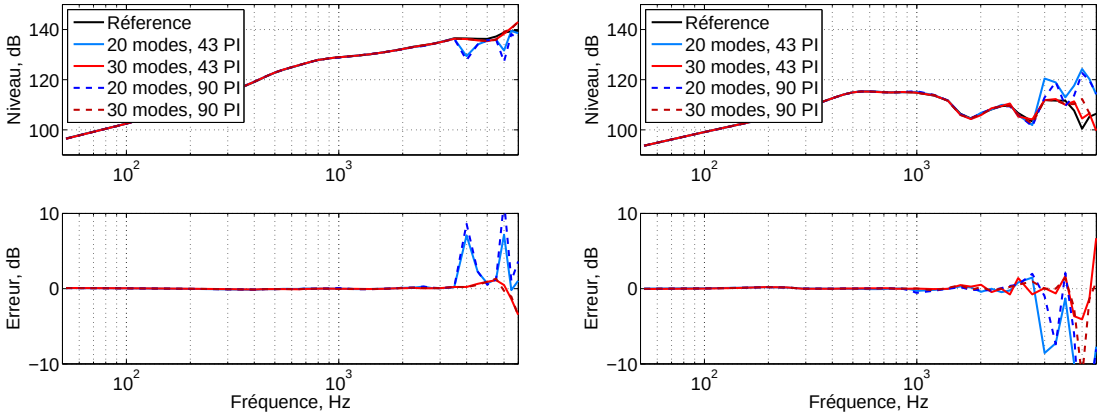


FIGURE 2.14 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$
bleu : 10 modes ; bleu clair : 20 modes ; rouge : 30 modes ; orange : 40 modes ; vert : 50 modes



(a) 0° (b) 90°

FIGURE 2.15 – Réponse en fréquence (haut) et erreur d'estimation (bas) pour l'enceinte bibliothèque à 1 m sur l'axe du haut-parleur (a) et à 90° (b) - noir : référence ; bleu clair : 20 modes et 43 PI ; rouge : 30 modes et 43 PI ; bleu pointillé : 20 modes et 90 PI ; rouge pointillé : 30 modes et 90 PI

d'impédance et sa décomposition sont des opérations encore plus coûteuses que la résolution du système matriciel. À première vue, l'utilisation des RM semble donc peu efficace sur le plan numérique.

Cependant, la méthode RM pourrait bénéficier d'une propriété intéressante, la "propriété d'imbrication" (en anglais *nesting property*), résumée ci-après : si $\{V\}_1$ et $\{V\}_2$ sont les jeux de vecteurs issus de la décomposition de $\mathbf{V}$ aux fréquences f_1 et f_2, ce sont deux bases décomposant le rayonnement des déformées vibratoires sur S. Dans le cas où $f_1 < f_2$, l'espace engendré par $\{V\}_1$ serait un sous-espace de celui engendré par $\{V\}_2$, et chaque vecteur de $\{V\}_1$ pourrait ainsi

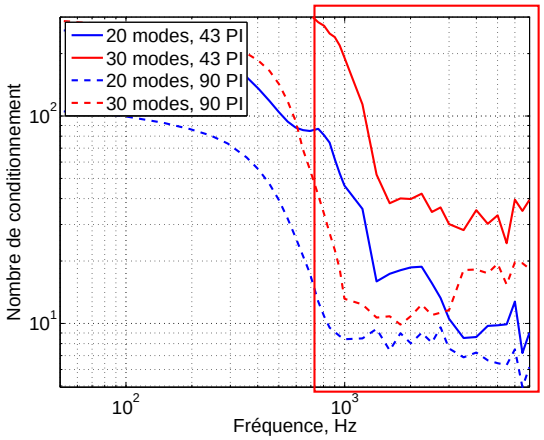
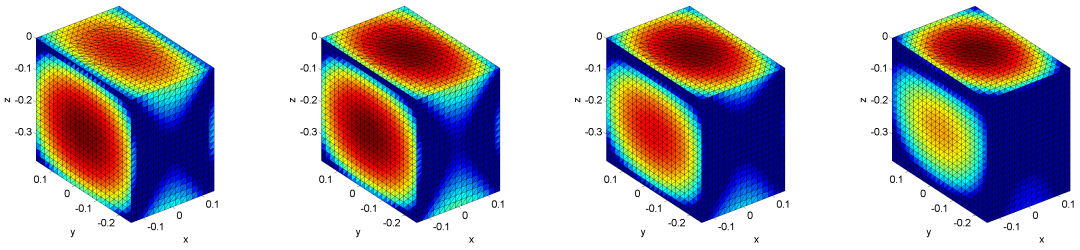


FIGURE 2.16 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ - bleu : 20 modes et 43 PI ; rouge : 30 modes et 43 PI ; bleu pointillé : 20 modes et 90 PI ; rouge pointillé : 30 modes et 90 PI

être exprimé comme une combinaison linéaire des vecteurs de $\{V\}_2$. Le conditionnel indique ici que la seule référence que nous connaissons qui fasse état de cette propriété [32] la pose comme une conjecture, simplement vérifiée sur des exemples, et sans étudier l'effet de la troncature de la série.



(a) 549 Hz (b) 597 Hz (c) 645 Hz (d) 693 Hz

FIGURE 2.17 – Évolution de la forme du premier mode en fonction de fréquence

Même si cette propriété n'est pas rigoureusement démontrée, elle peut être utilisée dans notre approche. En effet, nous n'avons pas besoin que la série soit une base des déformées sur S, mais uniquement que la série tronquée construise un ensemble de fonctions d'essais réalistes pour représenter la pression. En pratique, il semble que la forme des modes ne change pas énormément entre des calculs à des fréquences proches (voir figure 2.17). Ainsi, une série de modes calculée pour une fréquence donnée peut *a priori* être utilisée pour estimer la pression à des fréquences plus basses, à condition d'en identifier les poids spécifiquement à chaque fréquence : ceci permet d'obtenir une approximation satisfaisante, même si les RM ne sont pas ceux qui auraient été calculés à la fréquence voulue.

Pour illustrer cette propriété, la réponse fréquentielle, estimée avec un pas d'environ 200 Hz

(courbe bleue sur la figure 2.18) a été "étendue" à une réponse avec une résolution 4 fois meilleure (courbe rouge sur la figure 2.18). Cette extrapolation conduit à un écart inférieur à 3 dB, ce qui semble raisonnable en comparaison du gain en résolution fréquentielle.

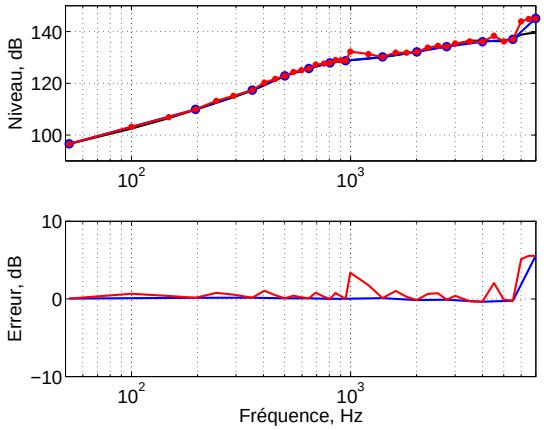


FIGURE 2.18 – Réponse en fréquence (haut) et erreur d'estimation (bas) pour l'enceinte bibliothèque – noir : référence, bleu : estimation directe ; rouge : estimation avec la "propriété d'imbrication"

Ainsi, il semble possible de calculer les RM pour un ensemble réduit de fréquences, puis de les utiliser pour identifier une source à des fréquences intermédiaires arbitraires. Le gain en temps de calcul peut être considérable pour post-traiter des mesures effectuées en bande fine avec une bonne résolution fréquentielle. De plus, ceci permet d'éviter le calcul des RM à certaines fréquences, sans empêcher d'y utiliser l'approche proposée : il n'est donc pas indispensable de compliquer la formulation BEM pour gérer les fréquences irrégulières d'une formulation BEM directe.

2.2.5 Choix des positions des points d'identification

Le choix du nombre et des positions des PI, qui dépend en particulier du nombre de modes nécessaires pour décrire le champ rayonné, reste une question ouverte aujourd'hui car la réponse à cette question met en jeu plusieurs paramètres interdépendants. Comme signalé précédemment, l'estimation des poids des "modes de rayonnement" à partir de mesures de pression en champ lointain nécessite l'inversion de la matrice de transfert entre les modes et les positions, ce qui peut être un problème mal-posé. Le bruit de mesure risque alors d'être amplifié lors de l'inversion si la matrice n'est pas conditionnée correctement.

Plusieurs méthodes de régularisation peuvent alors être utilisées [108, 109, 41]. Une approche usuelle pour estimer la solution en présence de bruit est d'éliminer ou réduire la contribution des composantes peu influentes (dont l'inversion risque d'être problématique) - donc ici les modes d'ordre élevé [207, 87]. Ainsi, la série des RM peut être tronquée au nombre N_{RM}, choisi afin d'obtenir un conditionnement acceptable pour la matrice.

En effet, le conditionnement de la matrice (pour son inversion) caractérise la gamme des rapports dans lesquels le module d'un vecteur transformé par $\mathbf{A}$ peut être modifié par cette transformation ; il est défini assez généralement comme [210, 194] :

$$C(\mathbf{A}) = \| \mathbf{A} \| \cdot \| \mathbf{A}^{-1} \| \tag{2.24}$$

où $\| \cdot \|$ est la norme subordonnée. Quelle que soit la norme choisie, une règle générale est que plus le conditionnement est de faible valeur, plus le système est robuste. Nous utilisons ici la norme euclidienne ($\| \cdot \|_2$), ce qui permet d'exprimer le conditionnement d'une matrice (non singulière) comme le rapport de ses valeurs singulières extrêmes. La troncature de la SVD conduit donc naturellement à limiter la valeur du conditionnement. Le niveau de bruit acceptable selon les valeurs du conditionnement est étudié au §2.2.7.

L'amélioration du conditionnement de la matrice de transfert peut passer par plusieurs solutions : réduction du nombre de modes, augmentation du nombre de mesures, et optimisation des positions de ces mesures. Cependant, l'estimation de la pression demande un nombre croissant de RM quand la fréquence augmente, alors que pour des raisons pratiques le nombre de mesures doit rester aussi faible que possible. Le compromis entre ces deux contraintes ne laisse donc pas beaucoup de marge, sachant que le nombre de mesures doit être plus grand que le nombre de RM choisi. Une règle "raisonnable", déterminée expérimentalement, est d'utiliser $1,5$ fois plus de mesures que de termes [113]. L'optimisation des positions des PI semble ainsi être le point le plus intéressant à étudier : nous en examinons ici rapidement quelques aspects, en sachant que ce point devra être approfondi dans des travaux ultérieurs.

Rappelons que la trace des modes de rayonnement, définis uniquement sur la surface S, ne constitue pas une base des champs de pression observables sur les points d'identification : les pressions rayonnées par les RM ne sont utilisées que comme des fonctions d'approximations aux points d'observation (identification et calcul). Pour que les poids des modes soient identifiés correctement, il faut que les PI permettent de bien séparer les contributions des différents RM, donc que leur répartition soit cohérente avec la géométrie de la source (qui dicte celle des RM). Nous faisons donc l'hypothèse qu'une répartition homogène sur une surface conforme serait adaptée, notamment du fait que les PI sont "voisins" de la surface de l'objet. Pour autant, la localisation des PI peut sans doute être adaptée à des contraintes pratiques : notre hypothèse n'est pas basée sur une règle de quadrature, donc un maillage des mesures rigoureusement conforme à la forme d'objet n'est *a priori* pas indispensable.

Dans le cadre de ce travail, nous avons ainsi testé un support de microphone permettant de le placer à une distance donnée de la source, tout en le déplaçant facilement autour de la surface de l'enceinte (voir figure 2.19). L'utilisation d'un seul microphone permet de plus de limiter les incertitudes d'étalonnage. Par contre, un tel support ne permet de mesurer que des points qui se trouvent directement devant les faces de l'enceinte : les parties de la surface conforme correspondant aux arêtes de l'enceinte ne sont pas accessibles (voir figure 2.20a).

Ce principe de positionnement (cas A) a été confronté à deux autres principes de positionnement des PI (cas B et C), brièvement décrits si-dessous :

type A *Positions non-régulières, avec couverture partielle* : 90 points placés arbitrairement, espacé

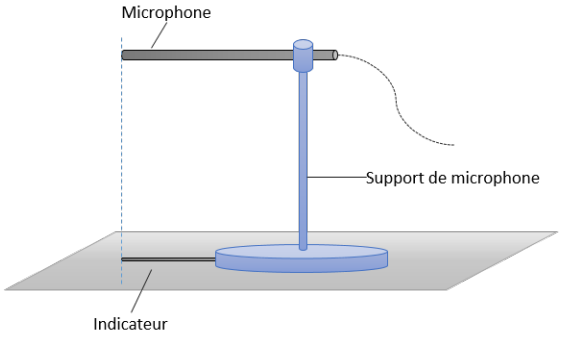


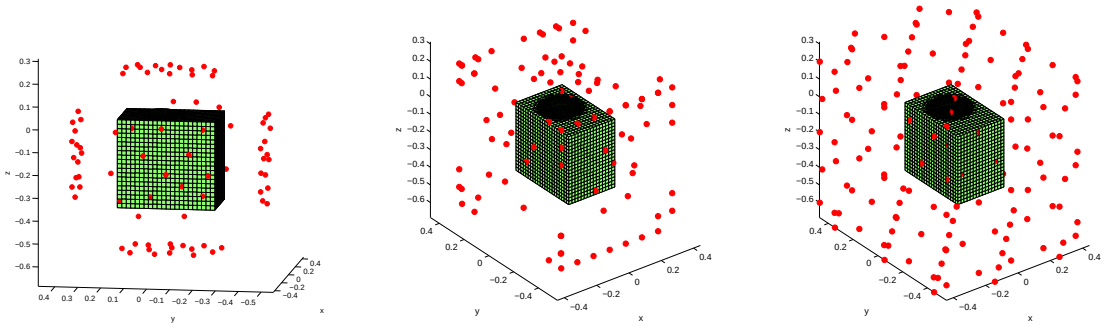
FIGURE 2.19 – Support de microphone

de 12 à 20 cm avec une certaine homogénéité des positions sur la surface conforme sauf que tous les points sont placés directement devant les faces de l'enceinte.

type B *Positions non-régulières avec couverture complète* : 90 points placés arbitrairement, espacé de 12 à 20 cm avec une certaine homogénéité des positions sur la surface conforme - y compris les zones entre les bords de faces (figure 2.20b).

type C *Positions régulières* : 191 points placés régulièrement autour de l'enceinte avec un pas de 10 cm, sous forme d'un parallélépipède (figure 2.20c).

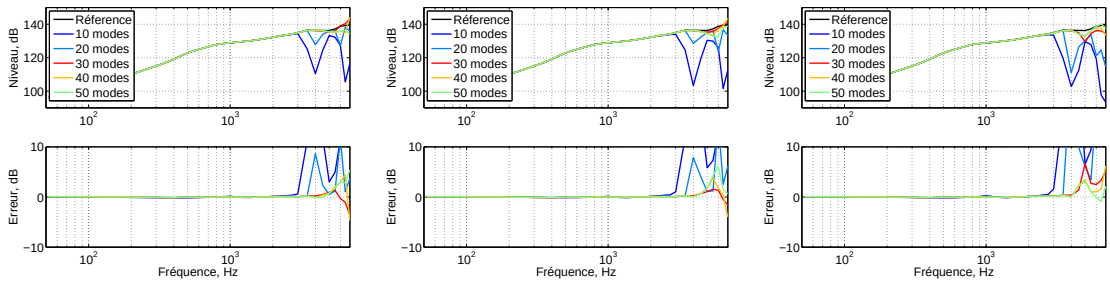
La pression est alors estimée pour ces trois répartitions de PI , en utilisant $10, 20, 30, 40$ et 50 modes. Ces simulations sont présentées ci-après, pour la pression à 1 m sur l'axe du haut-parleur (figure 2.21) et à 90° (figure 2.22). Dans ces figures, la courbe noire correspond au calcul de référence, effectué via la méthode BEM directe, tout comme celui des pressions aux PI qui constituent les "mesures virtuelles" nécessaires à l'identification des poids des modes.



(a) cas A (b) cas B (c) cas C

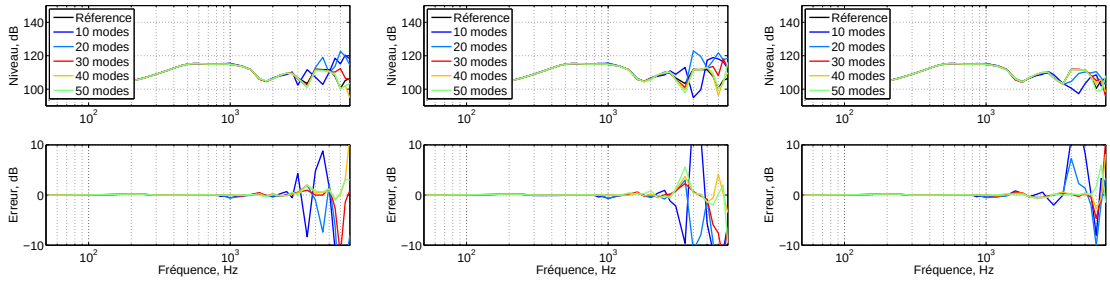
FIGURE 2.20 – Disposition des points d'identification autour de l'enceinte bibliothèque

La détermination par simulation numérique des pressions aux points d'identification peut laisser croire que les trois répartitions de PI permettent d'obtenir des résultats similaires. Mais le calcul du conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ construite à partir des PI de type A



(a) cas A (b) cas B (c) cas C

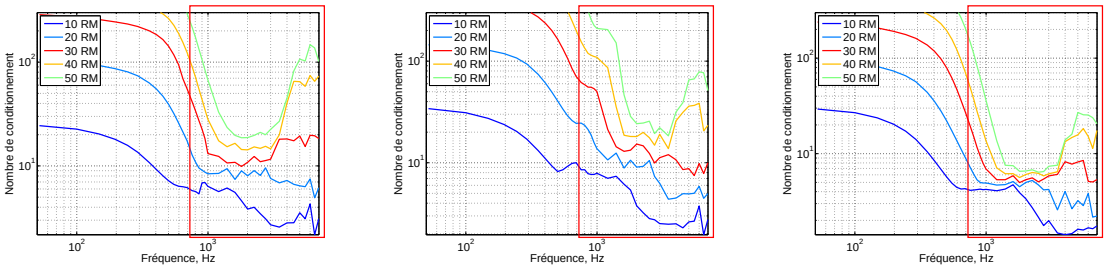
FIGURE 2.21 – Réponse en fréquence de l'enceinte bibliothèque à 1 m sur l'axe (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - bleu : 10 modes ; bleu clair : 20 modes ; rouge : 30 modes ; orange : 40 modes ; vert : 50 modes



(a) type A (b) type B (c) type C

FIGURE 2.22 – Réponse en fréquence de l'enceinte bibliothèque à 90° de l'axe (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - bleu : 10 modes ; bleu clair : 20 modes ; rouge : 30 modes ; orange : 40 modes ; vert : 50 modes

conduit à des valeurs élevées dès que le nombre de modes augmente (voir figure 2.23a), ce qui n'est pas très pertinent : lors de l'inversion de la matrice, le bruit de mesure serait amplifié et les poids des modes ne seraient sans doute pas identifiés correctement. L'utilisation d'un même nombre de PI, mais avec une couverture complète de la surface conforme, permet d'améliorer un peu le conditionnement de la matrice - notamment pour 30, 40 et 50 modes (voir figure 2.23b). Pourtant cette répartition de PI est loin d'être optimale : elle comporte des lacunes manifestes entre les positions des PI. Parmi les trois dispositions considérées ici, le meilleur conditionnement est obtenu avec 191 PI placés régulièrement et de manière conforme à la surface (voir figure 2.23c).



(a) type A (b) type B (c) type C

FIGURE 2.23 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ - bleu : 10 modes ; bleu clair : 20 modes ; rouge : 30 modes ; orange : 40 modes ; vert : 50 modes

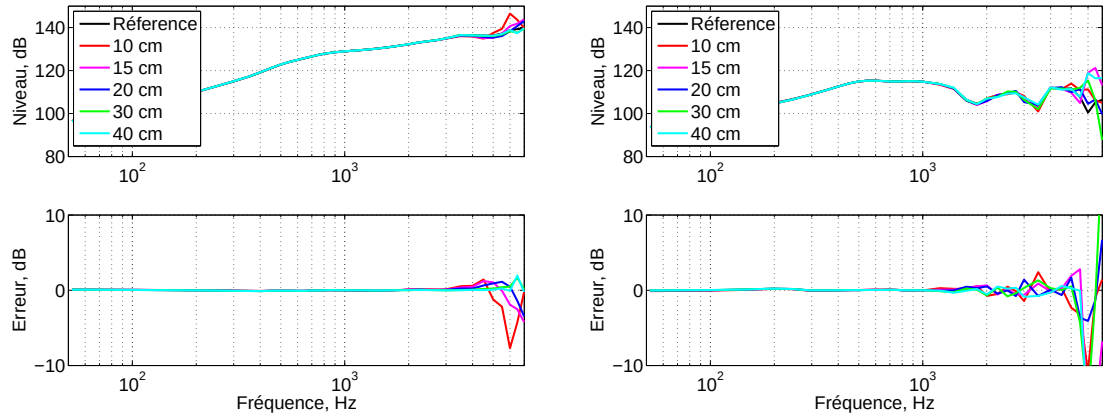
Ce dernier résultat n'a rien de surprenant : le cas C correspond à une répartition des PI conforme à la surface de l'objet rayonnant, mais aussi à un nombre de PI plus que deux fois supérieur à celui des cas A et B. Ceci correspondrait donc à un effort de mesure significativement accru pour améliorer un peu le conditionnement de la matrice. Néanmoins, ces premiers résultats illustrent l'intérêt d'optimiser les positions des PI, ce qui peut être envisagé avant même d'effectuer les mesures.

Une approche parcimonieuse permettrait peut-être de trouver un compromis équilibré entre l'effort de mesure et le conditionnement de la matrice $\mathbf{H_i}$, mais cela n'a pas été abordé dans ce travail. Pour des raisons pratiques, nous utilisons dans la suite la disposition des PI du cas A, en gardant à l'esprit les conséquences de ce choix. Dans ces conditions, l'estimation avec 30 modes semble être le meilleur compromis entre la précision, la complexité du problème et la facilité à effectuer les mesures en pratique.

2.2.6 Distance entre la source et les points d'identification

Un autre paramètre qui intervient sur la disposition des PI est la distance entre la surface rayonnante et la surface conforme où sont envisagées les mesures. Là aussi, un compromis est nécessaire : rapprocher les mesures permet de mieux capturer les échelles de la déformée vibratoire. De plus, ce rapprochement est favorable pour pouvoir effectuer des mesures dans des environnements non anéchoïques, une distance très faible permettant de limiter l'importance des contributions des parois de la salle et éventuels objets situés autour de la source à identifier. Par contre, une mesure trop proche n'est pas compatible avec les hypothèses de notre démarche : nous déterminons les RM par décomposition de la matrice $\Re(\mathbf{Z})$, ce qui revient à négliger le champ évanescent à proximité de la source. Pour que l'estimation basée sur ces RM soit correcte, il est donc nécessaire de choisir des positions de mesure assez éloignées de la surface vibrante pour que le champ évanescent y soit négligeable.

Une simulation permettant d'étudier l'effet de la distance de mesure a donc été menée. La figure 2.24 présente ainsi le résultat du calcul de la pression sur l'axe et à 90° avec 30 modes et 43 PI, pour des distances entre surface rayonnante et surface de mesures de 10, 15, 20, 30, 40 cm.



(a) 0° (b) 90°

FIGURE 2.24 – Réponse en fréquence de l’enceinte bibliothèque à 1 m sur l’axe (a) et à 90° (b) (graphique du haut) et erreur d’estimation par RM (graphique du bas) - noir : référence ; rouge : PI à 10 cm ; magenta : PI à 15 cm ; bleu : PI à 20 cm ; vert : PI à 30 cm ; cyan : PI à 40 cm

En l’absence de bruit de mesure, l’erreur d’estimation n’apparaît qu’aux fréquences élevées (> 5 kHz). Elle semble alors avoir tendance à décroître avec la distance de mesure. Pour anticiper les problèmes liés aux mesures réelles, l’influence de cette distance des 43 PI sur le conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ est présentée à la figure 2.25.

Comme cela a été établi au §2.2.5, plus la répartition des points d’identification est conforme à la surface d’objet vibrant, meilleur est le conditionnement de la matrice de transfert. Ceci peut expliquer la dégradation du conditionnement de la matrice pour les PI à 40 cm : l’inhomogénéité de la disposition des PI (choisie selon le cas A, voir §2.1.4) peut avoir plus d’influence quand la distance croît, la taille de la zone non couverte par les mesures augmentant en conséquence.

Par contre, le conditionnement obtenu pour des distances de mesure très faibles est plutôt défavorable aux hautes fréquences ; il semble ainsi passer par un minimum (peu marqué) pour une distance de 20 cm, une distance dans l’intervalle de 15 à 30 cm semblant pertinente dans le cas de cette enceinte - aussi bien en termes de conditionnement (figure 2.25) qu’en termes d’erreur d’estimation (figure 2.24).

2.2.7 Influence du bruit spatial et du bruit de mesure

Afin de concrétiser ces résultats, plutôt encourageants, des simulations ont été faites - toujours avec 43 PI à la distance de 20 cm avec 30 modes maximum et selon le cas A, en introduisant artificiellement des erreurs sur les “mesures virtuelles”. Deux types d’erreur ont ainsi été envisagées :

1. Une erreur spatiale (sur les positions des PI) de $0,5$ cm (courbe en tirets cyans de la figure 2.26) ;
2. Un coefficient multiplicatif gaussien, de valeur moyenne unitaire et d’écart type complexe

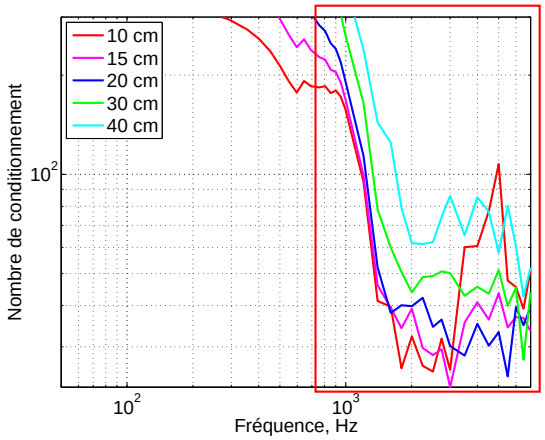


FIGURE 2.25 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ - rouge : PI à 10 cm ; magenta : PI à 15 cm ; bleu : PI à 20 cm ; vert : PI à 30 cm ; cyan : PI à 40 cm

de 30% ajoutant ainsi du bruit aux signaux mesurés (courbe bleue dans la figure 2.26).

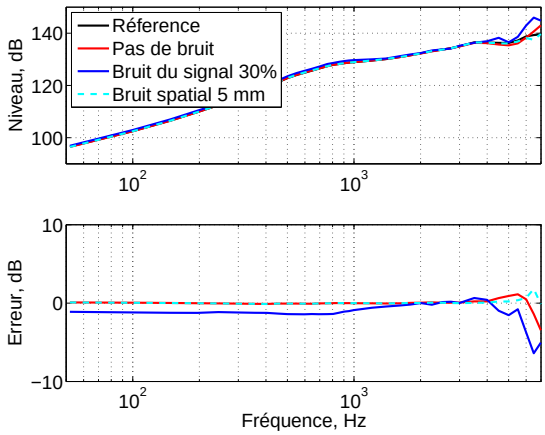


FIGURE 2.26 – Réponse en fréquence à 1 m sur l'axe du haut-parleur (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - noir : référence ; rouge : sans bruit ; bleu : signal bruité à 30% ; cyan pointillé : bruit spatial de 5 mm

L'examen de la figure 2.26 montre que l'incertitude spatiale de $0,5$ cm a une influence minime sur la précision du calcul, par contre la méthode est effectivement sensible à une erreur sur le signal : l'écart par rapport aux mesures non-bruitées peut atteindre 5 dB.

Pour quantifier l'importance du conditionnement de la matrice, nous analysons alors l'effet du bruit sur le signal avec un écart-type de 30%, 40% ou 50% (figure 2.27) avant d'inverser la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$ utilisée dans l'identification de la source (toujours avec 43 PI et 30 modes au maximum). Le conditionnement de cette matrice est présenté à la figure 2.28 ; ce conditionne-

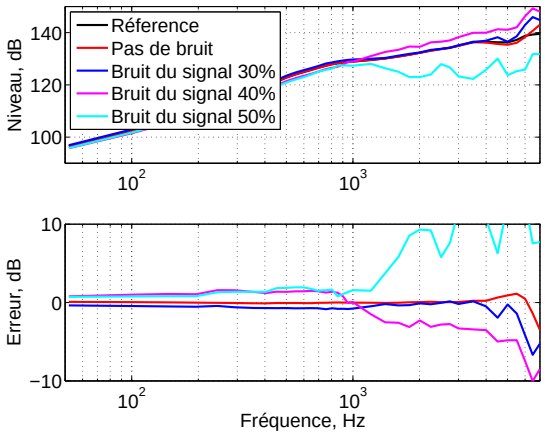


FIGURE 2.27 – Réponse en fréquence à 1 m sur l'axe du haut-parleur (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - noir : référence ; rouge : calcul sans bruit ; bleu : bruit de 30% ; magenta : bruit de 40% ; cyan : bruit de 50%

ment est ici faible aux basses fréquences car la matrice est préalablement tronquée à un nombre de modes N_{RM} adapté, *i.e.* choisi pour atteindre 98% d'efficacité cumulée (figure 2.29).

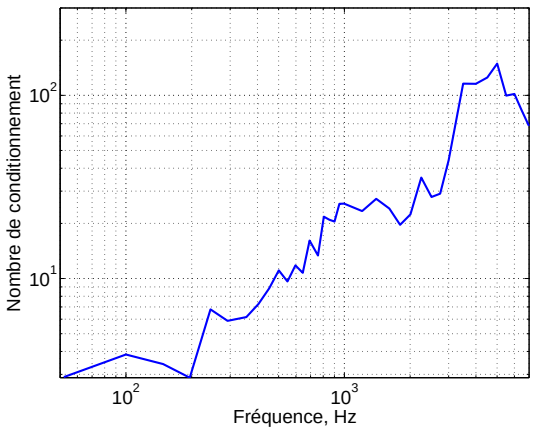


FIGURE 2.28 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$

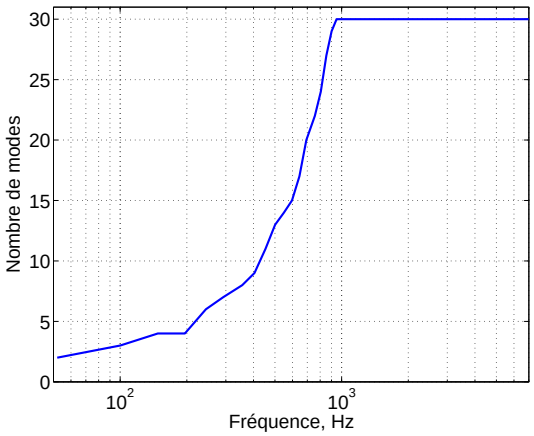
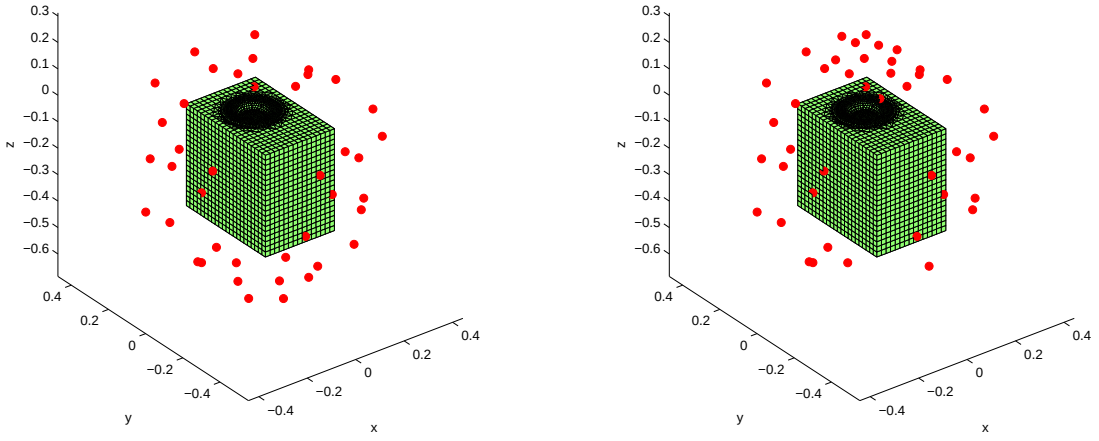


FIGURE 2.29 – Nombre de modes nécessaires pour une efficacité cumulée de 98%

Une valeur du conditionnement allant de 20 à 70 semble être acceptable dans le cas d'un bruit de 30% du niveau du signal ; elle conduit alors à une erreur de moins de 2 dB jusqu'à plus de 5 kHz. Pour les mêmes valeurs de conditionnement, un bruit de 40% conduit à une erreur atteignant 5 dB. Avec un bruit de 50%, l'erreur d'estimation croît très rapidement quand le conditionnement dépasse 20. La précision des mesures de pression utilisant un équipement abordable (bruit de 20 à 30%) semble donc compatible avec des valeurs de conditionnement inférieures à 100.



(a) 43 PI, version 1

(b) 43 PI, version 2

FIGURE 2.30 – Positions d'identification modifiées

Comme la disposition des PI a une influence sur le conditionnement de la matrice de transfert, nous testons ici (à simple titre d'exemple) une répartition différente des points d'identification, en prévoyant plus de points devant le haut-parleur plutôt que de les placer derrière. Les 43 positions des PI ainsi choisies sont représentées sur la figure 2.30 : les nouvelles positions y sont référencées "*version* 2", alors que les positions utilisées jusqu'ici sont référencées "*version* 1".

Le choix de ces nouvelles PI permet d'améliorer le conditionnement de la matrice aux hautes fréquences (*cf.* courbe magenta sur la figure 2.31). Afin de mieux en visualiser l'effet, ces positions ont été utilisées dans une simulation avec 50% de bruit. Une importante réduction de l'erreur peut alors être remarquée sur la figure 2.32. Cet exemple n'a bien sûr pas valeur de preuve, mais il illustre à nouveau que le choix des positions d'identification est une piste pour l'optimisation de la méthode, à envisager à la suite de cette thèse.

2.3 Conclusion

L'approche d'identification d'une source à partir de ses "modes de rayonnement" est une technique assez peu étudiée dans la littérature, même si elle est basée sur des principes déjà connus par ailleurs. Ce chapitre a donc permis de présenter cette approche et d'envisager l'influence de ses principaux paramètres.

Le principe proposé consiste à décomposer la matrice d'impédance de rayonnement définie sur la surface d'un objet vibrant, pour y obtenir des fonctions qui sont des solutions indépendantes du problème de rayonnement. En ne décomposant que la partie réelle de cette matrice, les termes obtenus caractérisent le rayonnement en champ lointain, ignorant ainsi le champ proche (évanescent) qui n'a qu'une très courte portée. La troncature de cette série permet de sélectionner les "modes" les plus efficaces pour approximer le champ rayonné, à partir de poids obtenus à partir des mesures de pression au voisinage de la source.

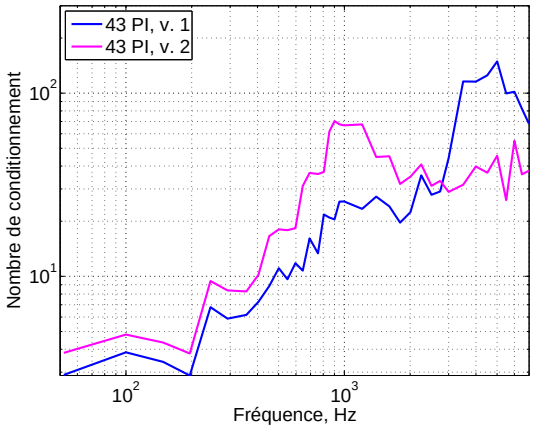


FIGURE 2.31 – Conditionnement de la matrice de transfert $\mathbf{H_i}$

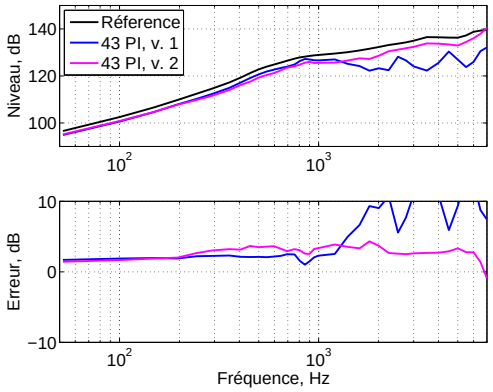


FIGURE 2.32 – Réponse en fréquence à 1 m sur l'axe du haut-parleur (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas)

Nous avons effectué des simulations numériques sur le cas-test d'une enceinte close relativement compacte, pour une première étude de l'influence du maillage, du nombre de "modes", des positions des mesures et de leur distance à la surface vibrante. Des perturbations des positions de mesure ou des signaux simulés ont alors conduit à donner des ordres de grandeur acceptables pour les paramètres de la méthode.

Il est clair que ces simulations, menées sur un exemple qui n'a rien de général, ne conduisent pas à une méthodologie "clé en main" : une étude plus approfondie des paramètres envisagés (et peut-être d'autres paramètres) est encore nécessaire pour pouvoir établir le domaine d'utilisation de cette méthode, et pour en effectuer un paramétrage optimal - voire automatique.

Faute d'avoir obtenu une telle règle générale, chaque cas particulier nécessite de trouver un compromis entre le temps de calcul, le temps de mesure et la précision du résultat dans une bande de fréquences donnée, etc. La suite du travail pourra cependant s'appuyer sur les résultats de ce chapitre en tant que point de départ d'une démarche d'optimisation.

Chapitre 3

Identification expérimentale de sources

3.1 État de l'art

La mesure de la réponse en fréquence ou du diagramme de directivité d'une enceinte nécessite des conditions de champ libre [94] qui sont souvent difficiles à réaliser dans l'industrie : les grandes salles anéchoïques sont très chères et les mesures en plein air dépendent des conditions météorologiques (plus de détails sont proposés dans la référence [137]).

Pour éliminer l'effet de salle lors de telles mesures, des méthodes de fenêtrage peuvent être appliquées : la réponse impulsionnelle d'une source est estimée dans une salle assez grande et une fenêtre temporelle est ensuite appliquée aux réponses impulsionnelles pour réduire les réflexions par les parois - dans le domaine temporel [91, 26] ou le domaine fréquentiel [183]. Par contre, aux basses fréquences, la réponse impulsionnelle est souvent très longue, sa durée dépassant éventuellement le temps d'arrivée des premières réflexions. Ainsi, les contraintes de taille imposées à la salle de mesure pour une source sonore aux basses fréquences peuvent être très difficiles à surmonter.

La réponse des haut-parleurs ou enceintes peut aussi être estimée en champ lointain à partir de mesures en champ proche : cela passe par un modèle de rayonnement, éventuellement très simple [103, 104]. Dans le même esprit, une autre approche pour estimer la pression rayonnée par une enceinte est d'utiliser un modèle électroacoustique de cette enceinte, qu'il soit classique [191, 181, 182] ou étendu [117]. Cette technique est très commode mais ses résultats ne sont valides que si le modèle l'est, en général uniquement aux basses fréquences.

Une alternative plus élaborée est d'utiliser un modèle numérique, par exemple par éléments finis (FEM) ou par éléments de frontières (BEM). La bande de fréquences de validité dépend de la finesse de discrétisation du maillage de la source, et de la possibilité d'obtenir des données vibratoires pour le calcul. La vitesse de la membrane du haut-parleur est par exemple nécessaire pour le calcul par BEM ; elle peut être mesurée avec un vibromètre laser où un accéléromètre - ce qui la rend compatible avec des conditions industrielles. Un tel modèle numérique permet d'obtenir une information spatiale exhaustive, mais nécessite un grand nombre de mesures pour

obtenir des résultats fiables aux hautes fréquences. De plus, cette technique est moins adaptée aux enceintes à évent, car la mesure du débit acoustique d'un évent est délicate. Enfin, un modèle numérique ne prend en compte que les phénomènes qui y sont prévus ; des phénomènes tels que les fuites acoustiques de la source (*a priori* non mesurées) peuvent éventuellement perturber les résultats. D'autres méthodes d'identification des sources sont présentées au chapitre 1.

Les résultats présentés au chapitre précédent semblent indiquer que la méthode des "modes de rayonnement" peut être une bonne alternative aux techniques usuelles d'estimation du champ rayonné. Cette conjecture va donc être testée, et être comparée à d'autres approches. Le présent chapitre contribue ainsi à un "résultat dérivé" du travail de thèse, car l'identification des sources ne faisait pas directement partie de nos objectifs initiaux ; elle a été approfondie en accord avec le CTTM qui y voit un nouvel outil potentiel.

3.2 Validation expérimentale

La méthode des "modes de rayonnement" est maintenant confrontée à deux techniques classiques : la mesure en salle anéchoïque et un calcul BEM direct basé sur des mesures de vitesse de la membrane au vibromètre laser. Pour cela, deux exemples d'enceintes acoustiques sont testées : une enceinte "bibliothèque" et une enceinte "colonne".

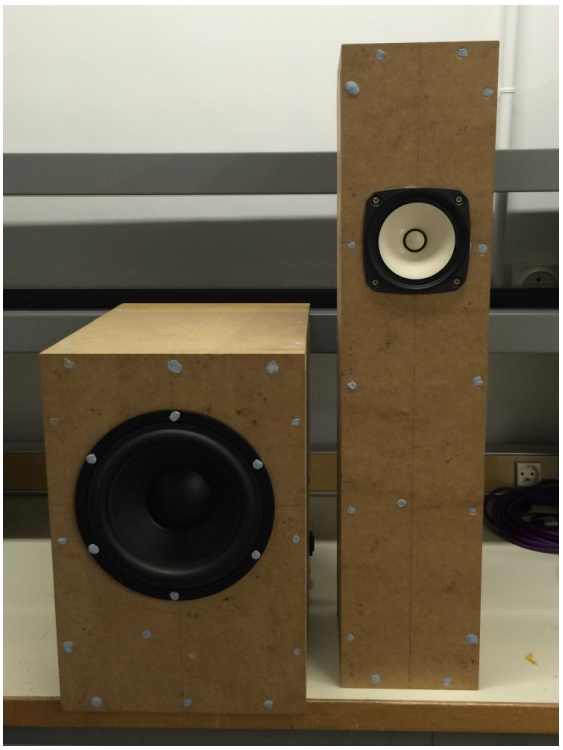


FIGURE 3.1 – Système bibliothèque S1 (à gauche) et colonne S2 (à droite)

3.2.1 Systèmes en test

Les deux enceintes utilisées pour la validation sont construites à partir de panneaux en bois aggloméré de 22 mm d'épaisseur, renforcés par des entretoises intérieures pour minimiser les vibrations parasites des parois. Cette configuration a été choisie pour limiter le volume de mesures vibratoires : seule la membrane du haut-parleur a ainsi besoin d'être mesurée. Les deux enceintes testées dans cette section sont présentées à la figure 3.1, et sont décrites ci-après :

1. L'enceinte close type bibliothèque (S1) a des dimensions de 42 cm × 24 cm × 34 cm et est équipée d'un haut-parleur Monacor SPH-8M-8 (diamètre de membrane de 17.5 cm) ;
2. L'enceinte close type colonne (S2) a des dimensions de 19 cm × 75 cm × 16 cm et est équipée d'un haut-parleur Fostex FE126En (diamètre de membrane de 9 cm).

3.2.2 Maillage et géométrie du problème

Pour la modélisation, les géométries des deux systèmes sont discrétisées avec des maillages réguliers composés d'éléments triangulaires. Pour les enceintes, la taille des éléments est d'environ 2 cm alors que pour la membrane la taille des éléments ne dépasse pas $0,5$ cm. Le profil axial des membranes a été déterminé au moyen d'un bras de mesure portable Hexagon "ROMER Absolute Arm" et discrétisé avec un pas de 1 mm.

Les deux techniques de calcul (méthode BEM directe et méthode RM), utilisent le même maillage en supposant que les sources rayonnent en champ libre. Le détail des maillages est donné dans le tableau 3.1 avec les fréquences maximales d'estimation, en utilisant un critère de "10 éléments par longueur d'onde".

Système	S1	S2
Géométrie de la membrane	profil réel	profil réel
Taille des éléments (membrane) Fréquence max	0.5 cm 6800 Hz	0.5 cm 6800 Hz
Taille des éléments (enceinte) Fréquence max	2 cm 1700 Hz	2 cm 1700 Hz
Nombre d'éléments du maillage	5364	5886

TABLE 3.1 – Caractéristiques du maillage pour les systèmes S1 et S2

3.2.3 Mesures de pression en salle anéchoïque

Les mesures de référence ont été effectuées dans la salle anéchoïque du LAUM (4.9 m × 3.9 m × 3.6 m) ayant une fréquence de coupure d'environ 100 Hz. Le système de test a été posé sur deux des poutres métalliques servant normalement à soutenir les caillebotis. Les autres supports (inamovibles) ont été couverts avec de la mousse absorbante pour réduire leur diffraction aux hautes fréquences. Une seule grille de caillebotis a été laissée en place dans la salle, afin d'avoir accès au système à mesurer et pour fixer le microphone (voir figure 3.2).

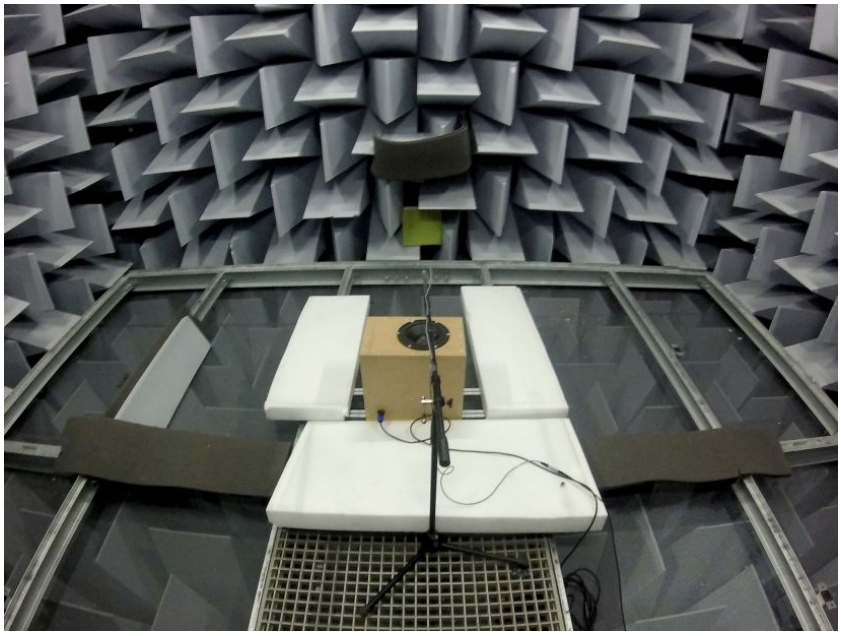


FIGURE 3.2 – Mesures dans la salle anéchoïque du LAUM

Chaque source a été alimentée par un bruit blanc de 340 mV RMS, et les mesures de pression ont été effectuées au moyen d'un microphone Brüel & Kjaer type 2670 ($\frac{1}{4}$ de pouce) et un conditionneur Nexus 2690-A. Le système d'acquisition des données est un analyseur Stanford Research Systems Model SR785.

3.2.4 Mesures vibrométriques des membranes

Pour le calcul par BEM direct, la déformée vibratoire a été relevée sur la membrane du haut-parleur de chaque source. Pour cela, les sources ont été excitées par un signal de type "Burst chirp" de 370 mV RMS et la vitesse sur la membrane a été mesurée au moyen d'un vibromètre laser Polytec PSV500 H.

La vitesse a été relevée en 1713 positions pour le haut-parleur Monacor (S1) et en 1106 positions pour le haut-parleur Visaton (S2). La densité de mesure a été resserrée dans les zones où la géométrie de la membrane est plus complexe (dôme, suspension), afin de capturer les détails du motif vibratoire réel (voir figure 3.3).

Les figures 3.4 et 3.5 montrent les vitesses relevées à différentes positions sur la membrane des haut-parleurs Monacor SPH-8M-8 (S1) et Fostex FE126En (S2) respectivement. Les couleurs des courbes correspondent aux couleurs des points sur les graphiques du haut, qui schématisent la position mesurée.

Aux hautes fréquences, la vitesse varie significativement avec la position de mesure. Un comportement de type "piston plan" est observable aux basses fréquences (jusqu'à environ 400 Hz),

(a) Monacor (S1)

(b) Fostex (S2)

FIGURE 3.3 – Positions des mesures vibrométriques sur les membranes

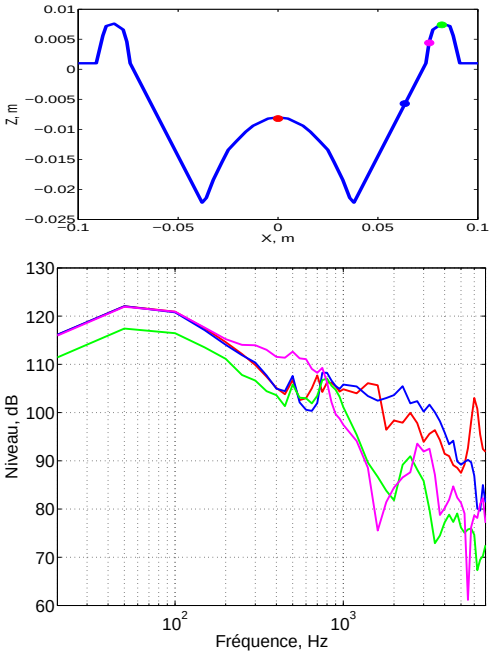


FIGURE 3.4 – Vitesse mesurée aux différentes positions du haut-parleur Monacor SPH-8M-8

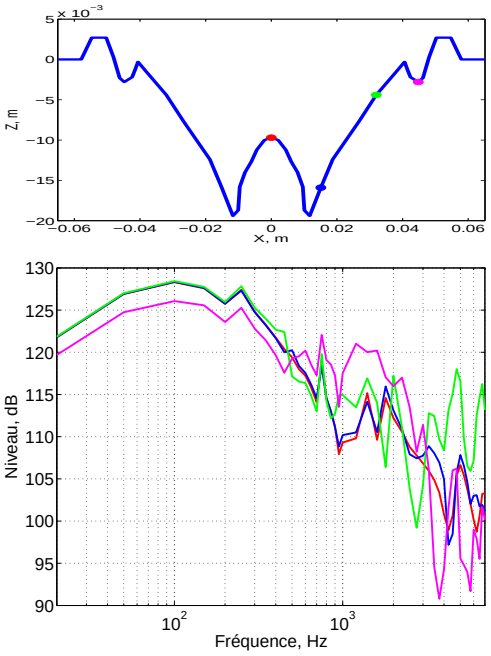


FIGURE 3.5 – Vitesse mesurée aux différentes positions du haut-parleur Fostex FE126En

tandis qu'aux fréquences plus élevées le mouvement est plus complexe, les différentes parties ne vibrant plus forcément en phase. De plus l'inhomogénéité des matériaux et les imperfections de construction conduisent à un mouvement de membrane non symétrique. Ainsi, une précision raisonnable du calcul BEM ne peut être obtenue aux fréquences élevées qu'avec un maillage très fin des mesures vibratoires.

L'étude de l'influence des paramètres de mesure de la vitesse de diaphragme du haut-parleur, sur l'estimation de la pression rayonnée, est présentée en annexe B.

3.2.5 Mesures de pression pour l'identification

Pour la première validation de la méthode RM, les mesures en "champ voisin" ont été réalisées en salle anéchoïque. Comme évoqué au §2.2.5 tous les PI sont situés en regard des faces de l'enceinte pour faciliter la procédure de mesure, ce qui conduit à laisser des "angles morts" aux bords de ces faces (voir figure 3.6). Le microphone est fixé sur un support qui permet de le placer à 20 cm ou 30 cm de la surface de l'enceinte (voir figure 3.7).

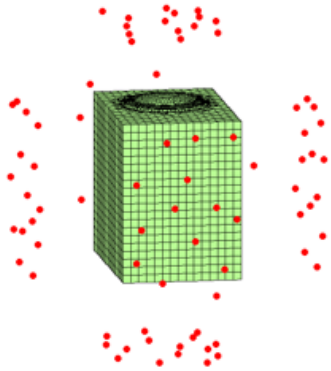


FIGURE 3.6 – Points d'identification du système S1

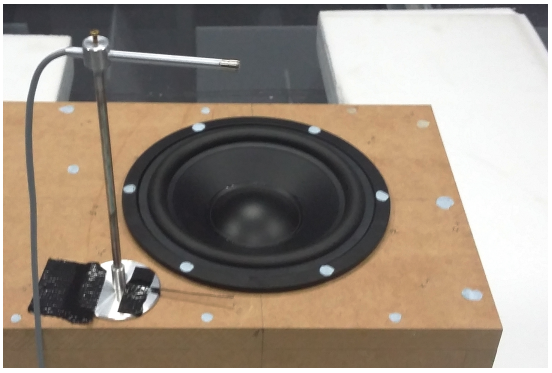


FIGURE 3.7 – Mesure de la pression aux points d'identification

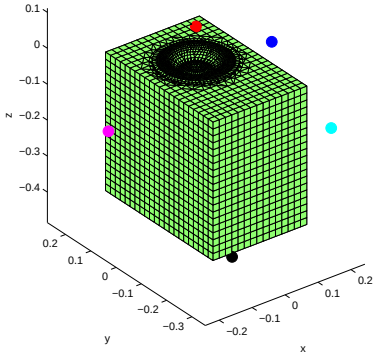


FIGURE 3.8 – Mesure de la pression aux points d'identification

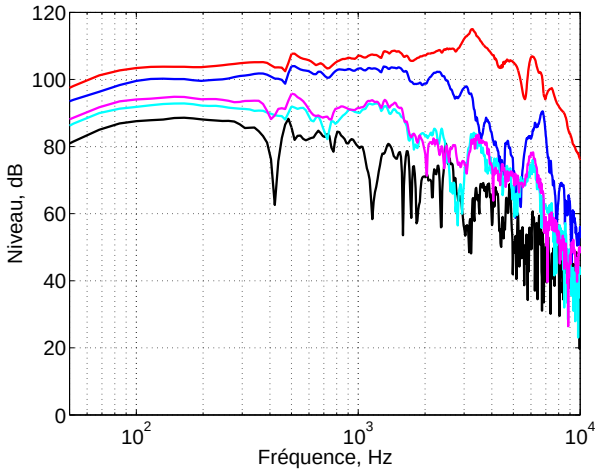


FIGURE 3.9 – Réponse en fréquence mesurée dans la salle anéchoïque aux différents PI

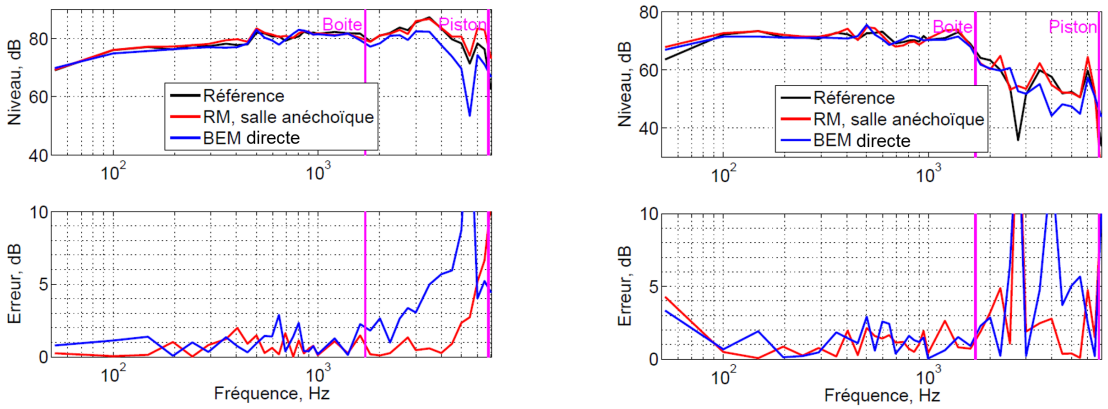
Le rapport signal-à-bruit des mesures varie en fonction de la position des points d'identification : les mesures à l'arrière de l'enceinte sont plus bruitées que celles à l'avant. Selon les besoins,

400 ou 700 moyennes ont donc été réalisées lors de l'enregistrement. La réponse fréquentielle mesurée aux différentes PI est présentée à la figure 3.9. Les couleurs des courbes y correspondent aux couleurs des PI représentés à la figure 3.8.

3.2.6 Résultats d'identification

Réponse en fréquence

La réponse fréquentielle estimée à 1 m sur l'axe du haut-parleur et à 90° est présentée pour les systèmes S1 et S2 sur les figures 3.10 et 3.11 respectivement. Dans ces graphes, la courbe noire correspond à la mesure de référence (pression mesurée en salle anéchoïque), la courbe bleue représente le calcul BEM direct et la courbe rouge correspond au calcul avec la méthode RM. Les lignes verticale en magenta indiquent les fréquences limites correspondant au critère de 10 éléments par longueur d'onde. Pour l'estimation avec la méthode RM, 30 modes ont été identifiés d'après 43 PI pour le système S1 et 42 PI pour le système S2 - conformément à la discussion du §2.2.5.



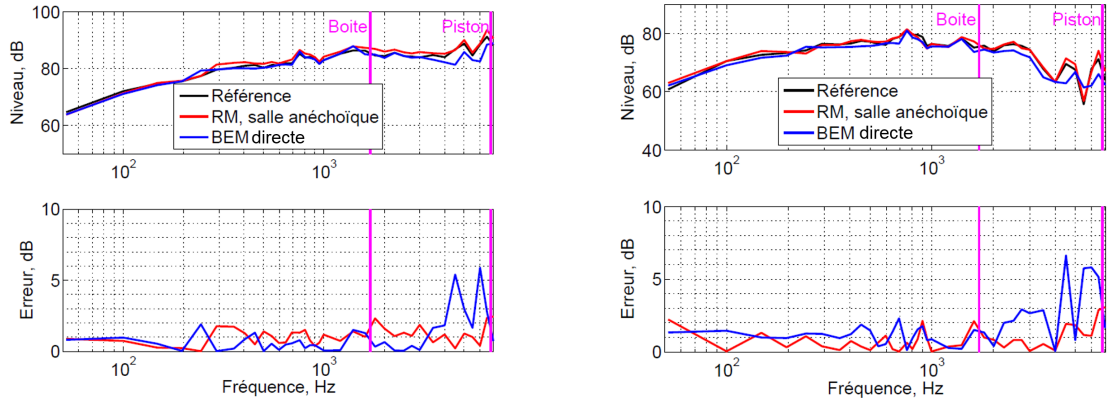
(a) 0° (b) 90°

FIGURE 3.10 – Réponse en fréquence sur l'axe du système S1 (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - noir : mesure de référence, rouge : RM d'après mesures anéchoïques, bleu : BEM directe, les droites verticales en magenta marquent les limites fréquentielles liées aux différentes tailles d'éléments de la boîte et de la membrane

Globalement, un très bon accord (< 2 dB) peut être constaté entre les estimations et la mesure de référence. La pertinence de la méthode BEM classique est par contre limitée par la taille des plus grands éléments du maillage, alors que la méthode des modes de rayonnement y semble moins sensible. Pour un même maillage, la gamme de fréquences utiles pour la méthode RM semble plus étendue.

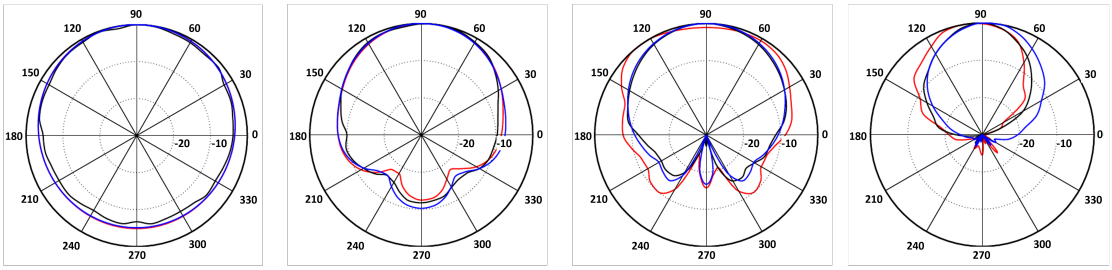
Diagramme de directivité

Les directivités des systèmes S1 et S2 ont également été obtenues par les trois approches ; elles sont comparées dans les figures 3.12 et 3.13 respectivement. À nouveau, la courbe noire



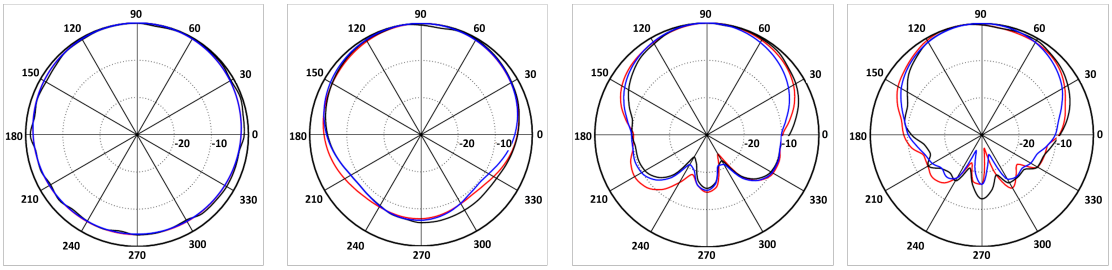
(a) 0° (b) 90°

FIGURE 3.11 – Réponse en fréquence sur l'axe du système S2 (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - noir : mesure de référence, rouge : RM, mesures anéchoïques, bleu : BEM directe, les droites verticales en magenta marquent les limites fréquentielles liées aux différentes tailles d'éléments de la boîte et de la membrane



(a) 100 Hz (b) 501 Hz (c) 1206 Hz (d) 2503 Hz

FIGURE 3.12 – Diagramme de directivité à 1 m du système S1
noir : mesure référence ; rouge : méthode des RM ; bleu : BEM directe



(a) 100 Hz (b) 501 Hz (c) 1206 Hz (d) 2503 Hz

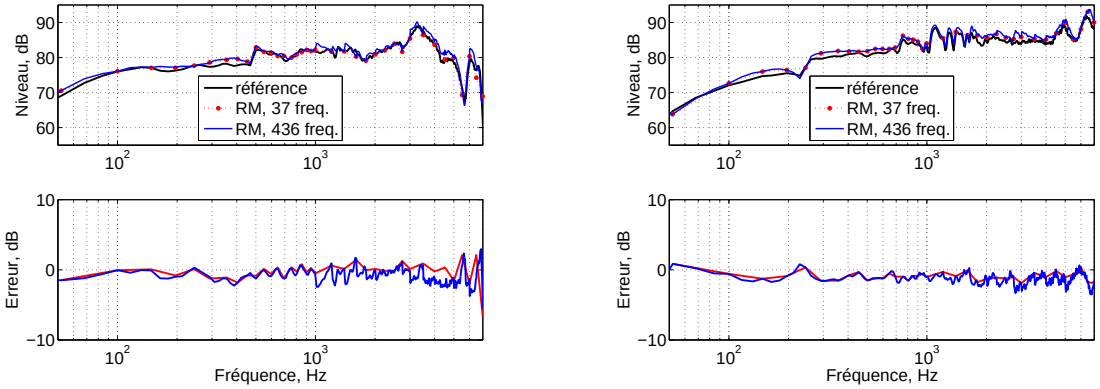
FIGURE 3.13 – Diagramme de directivité à 1 m du système S2
noir : mesure référence ; rouge : méthode des RM ; bleu : BEM directe

correspond à la mesure de référence (mesure en salle anéchoïque), la courbe bleue au calcul BEM direct et la courbe rouge est obtenue avec la méthode RM.

Un bon accord est là aussi constaté entre les deux méthodes d'estimation et la mesure de référence. Ainsi, malgré le faible nombre de mesures utilisé par la méthode des "modes de rayonnement", celle-ci semble être une alternative performante pour obtenir la réponse en fréquence et la directivité d'enceintes électroacoustiques.

3.2.7 Approximation fréquentielle

La validation expérimentale permet également de tester sur les deux systèmes S1 et S2 l'utilisation de la propriété d'imbrication fréquentielle présentée au §2.2.4, qui permet en théorie de gagner en temps de calcul. Pour cela, la décomposition en "modes de rayonnement" a été effectuée pour 37 fréquences, et utilisée pour identifier les sources à 436 fréquences intermédiaires. Le choix des fréquences de calcul a été fait arbitrairement, avec un pas de $50, 200, 250$ et 500 Hz respectivement pour les bandes de fréquences de 50 Hz à 1 kHz, 1 à 2 kHz, 2 à 3 kHz et 3 à 7 kHz. Aucune optimisation ou étude spécifique n'a été faite pour optimiser ce choix, qui n'a donc qu'une valeur d'exemple. Le résultat de l'identification avec 30 modes et 43 PI pour le système S1 et 42 PI pour le système S2 est présenté par les graphes 3.14 (a) et (b) respectivement.



(a) système S1

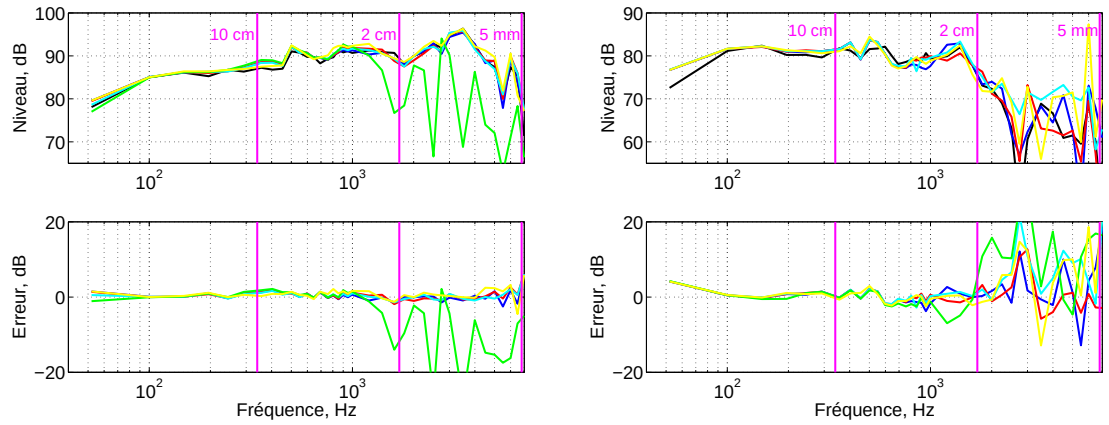
(b) Système S2

FIGURE 3.14 – Réponse en fréquence de l'enceinte bibliothèque estimée avec "imbrication fréquentielle" - noir : mesure de référence ; rouge pointillé : estimation des RM pour 37 fréquences ; bleu : estimation pour 436 fréquences interpolées à partir des 37 jeux de RM

La reconstruction aux fréquences "intermédiaires" de la courbe bleue est remarquable : une légère dégradation (inférieure à 2 dB) de la précision apparaît juste au-delà de 1 kHz. Cela peut provenir d'un pas trop important (> 200 Hz) entre les fréquences d'identification, les changements de la forme des RM étant peut-être plus rapides aux hautes fréquences. L'étude des critères influençant les performances de cette technique méritera donc d'être abordée à la suite de nos travaux.

3.2.8 Analyse de deux paramètres

Les mesures de l'enceinte S1 sont maintenant utilisées pour vérifier l'importance de deux paramètres étudiés en simulation : la qualité du maillage et le nombre de PI.



(a) 0° (b) 90°

FIGURE 3.15 – Réponse en fréquence dans l'axe (gauche) et à 90° (droite)
noir : mesure de référence, bleu : maillage A, rouge : maillage B, maillage C, vert : maillage D, jaune : maillage C2, les droites verticales en magenta marquent les limites fréquentielles liées aux différentes tailles (10 cm, 2 cm et 5 mm)

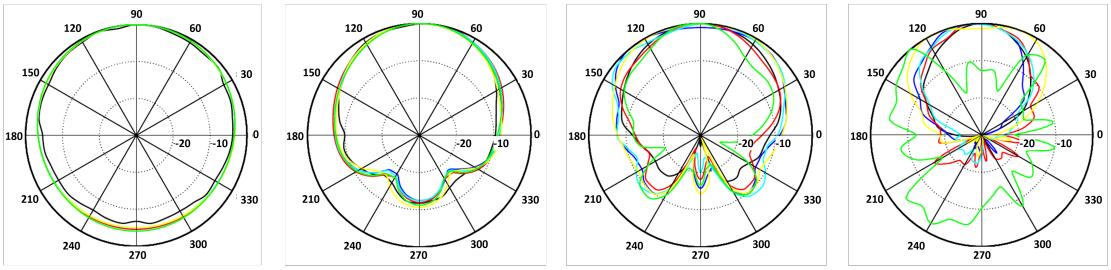
Qualité du maillage

Pour la comparaison entre la méthode RM et le calcul BEM direct, nous avons jusqu'ici utilisé un maillage fin représentant le profil réel de la membrane du haut-parleur. Par contre les simulations du §2.2.2 indiquent qu'une réponse fréquentielle relativement précise ($<$ 4 dB d'écart sur l'axe) pourrait être estimée avec des maillages plus grossiers. Les maillages A, B, C, D et E présentés dans le tableau 2.1 ont donc été utilisés pour estimer la réponse de l'enceinte bibliothèque (S1). La pression calculée à 1 m sur l'axe du haut-parleur et à 90°, avec 30 modes et 43 PI, est ainsi présentée à la figure 3.15. L'effet de ces différents maillages sur l'estimation de la directivité est par ailleurs présenté à la figure 3.16.

Les résultats ainsi obtenus sont cohérents avec les résultats de simulation : les maillages A, B, D et E conduisent à une performance acceptable sur toute la gamme de fréquences envisagée. Par contre les résultats de la figure 3.16 indiquent que le maillage respectant la forme réelle de la membrane (courbe jaune) ne garantit pas une meilleure performance d'estimation que le maillage avec un disque plan (courbe cyan).

Nombre de points d'identification

De même, l'estimation de la pression acoustique avec la méthode RM est présentée pour l'enceinte bibliothèque (S1) sur la figure 3.18, en identifiant 30 modes d'après 43 mesures (courbe



(a) 100 Hz (b) 501 Hz (c) 1206 Hz (d) 2503 Hz

FIGURE 3.16 – Diagramme de directivité à 1 m du système S1
noir : mesure de référence, bleu : maillage A, rouge : maillage B, maillage C, vert : maillage D, jaune : maillage E

rouge) ou 90 mesures (courbe bleue).

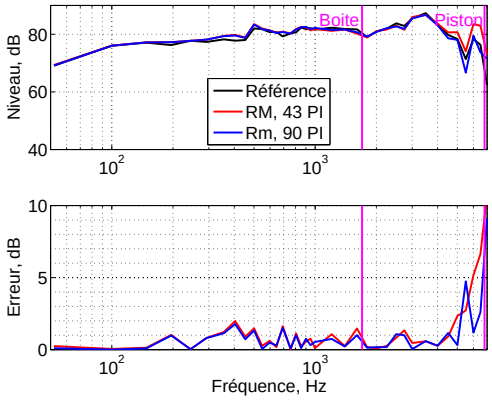
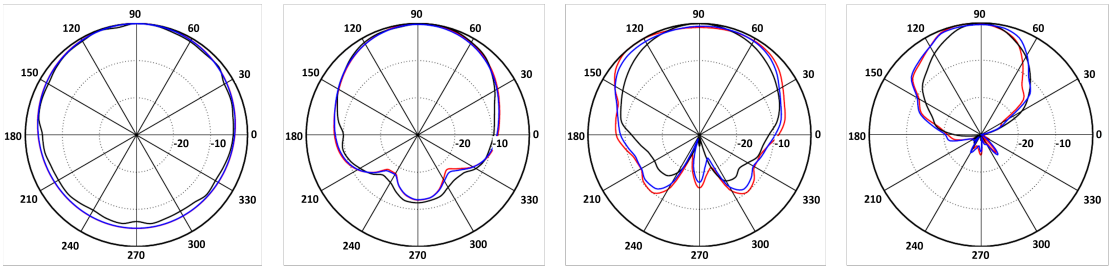


FIGURE 3.17 – Réponse en fréquence sur l'axe du système S1 (graphique du haut) et erreur d'estimation par RM (graphique du bas) - noir : mesure de référence ; rouge : RM avec 43 PI ; bleu : RM avec 90 PI

Dans la gamme de fréquences envisagée, le nombre de PI choisi semble tout à fait suffisant pour une estimation correcte de la pression. Par contre, l'augmentation du nombre des PI permet d'améliorer la precision du calcul aux hautes fréquences. En effet, passer de 43 à 90 PI réduit la distance entre les microphones de 15..25 cm à 7..12 cm, ce qui permet de capter plus de détails du rayonnement qu'avec 43 mesures. Néanmoins, cela ne conduit qu'à une légère amélioration des résultats. Peut-être est-ce lié au fait que l'espacement entre les positions mesures reste de toute façon supérieur à la longueur d'onde à partir de $3-4$ kHz. Une réduction plus importante de la distance entre les PI pourrait éventuellement augmenter encore la qualité des résultats d'estimation, mais cette étude sort du cadre de notre travail. Les performances obtenues avec 43 PI semblent en effet assez convaincantes au stade actuel.



(a) 100 Hz (b) 501 Hz (c) 1206 Hz (d) 2503 Hz

FIGURE 3.18 – Diagramme de directivité à 1 m du système S1 - noir : mesure référence ; rouge : RM avec 43 PI ; bleu : RM avec 90 PI

3.2.9 Conclusion

La méthode des "modes de rayonnement" proposée dans ce travail semble être une bonne alternative aux autres techniques d'estimation du champ rayonné. Elle permet en particulier d'obtenir une précision comparable au calcul par la méthode BEM directe : la différence entre la mesure anéchoïque et les résultats des deux estimations n'excède pas 2 dB (dont une partie est liée à l'incertitude de mesure). Par contre, la gamme de fréquence utilisable avec un même maillage semble plus étendue pour la méthode RM, dont le résultat est également moins coûteux - à la fois en termes de prix de l'équipement utilisé, de temps de mesure et de volume de données. Le tableau 3.2 présente une comparaison des besoins liés à ces deux techniques d'estimation.

Méthode	**BEM directe**	**"Modes de rayonnement"**
Erreur	< 2 dB	< 2 dB
Nombre des mesures	> 1000	~ 40
Nombre des fréquences	37	37 à 436
Temps de mesure	$4 - 5$h	< 1 h
Cout d'équipement	100000 €	5000 €

TABLE 3.2 – Comparaison des paramètres de la méthode BEM directe et de la méthode RM pour la configuration testée ici

3.3 Mesures *in situ*

La méthode des "modes de rayonnement" semble ainsi relativement performante pour estimer la pression rayonnée par une source acoustique, mais les poids des modes ont jusqu'ici été identifiés à partir de mesures anéchoïques, ce qui suppose d'avoir accès à un moyen d'essai très coûteux et volumineux, donc difficilement accessible. Nous testons donc maintenant la robustesse de cette méthode lorsque les poids des modes sont déduits de mesures réalisées en conditions non anéchoïques.

3.3.1 Salle utilisée pour les mesures

Pour tester des conditions non anéchoïques (aussi appelées *in situ*), nous avons utilisé une salle de concert disponible sur le campus de Le Mans Université. Elle est de taille comparable à des hangars souvent utilisés pour le stockage dans des locaux industriels : ses dimensions sont 9 m × 20.5 m × 14 m (voir figure 3.19). La source testée (repérée par un cercle rouge sur cette figure) est placée à 2 m au-dessus du sol, et se trouve à plus de 7 m des autres parois. Le temps de la réverbération de la salle est de 2.3 s à 125 Hz, descendant jusqu'à 0.9 s à 4 kHz.

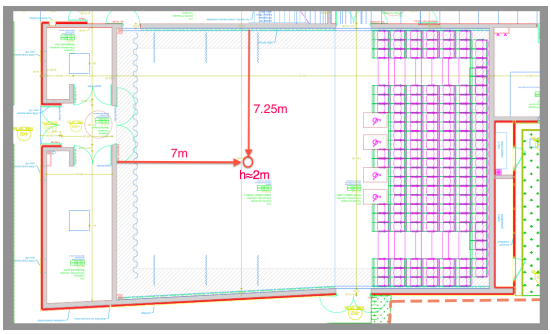


FIGURE 3.19 – Plan de la salle de concert de Le Mans Université (EVE)

FIGURE 3.20 – Photographie de la salle de concert de Le Mans Université

3.3.2 Système de test

Des tests de la méthode d'estimation proposée sont effectués pour trois systèmes d'enceintes : S1, S2 et S3. Les systèmes S1 et S2 sont les mêmes enceintes que précédemment. Le système S3 est représenté par la figure 3.21. Ses dimensions sont de 79.2 cm × 44.4 cm × 34.4 cm ; il est composé de deux enceintes de type bass-reflex accollées l'une à l'autre. Chacune de ces deux enceintes comporte un haut-parleur Visaton WS-17E-4 Ohm (diamètre de membrane de 17 cm) et un évent. Ce système S3 peut fonctionner selon deux modes :

- Mode bi-directif (S3B) : la polarité d'un des haut-parleurs est inversée pour obtenir un diagramme de directivité théorique en "forme de huit" ;
- Mode cardioïde (S3C) : un filtre actif proposé par Boone [30] est appliqué pour générer une directivité théorique cardioïde.

3.3.3 Maillage et géométrie du problème

Pour la modélisation, les calculs sont effectués en champ libre, et les géométries des deux systèmes sont discrétisés avec des maillages réguliers composés d'éléments triangulaires. Pour les enceintes, la taille des éléments est d'environ 2 cm alors que pour la membrane, maintenant assimilée à un disque plan, la taille des éléments ne dépasse pas $0,5$ cm. Les détails des maillages et des paramètres de calcul sont présentés pour chaque système dans le tableau 3.3.

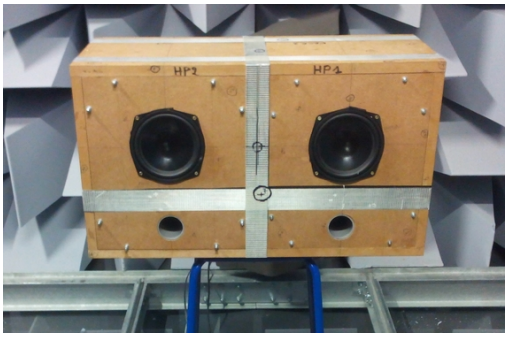


FIGURE 3.21 – Système S3

Système	S1	S2	S3
Géométrie de membrane	piston plan	piston plan	piston plan
Taille des éléments (membrane) Fréquence max	0.5 cm 6800 Hz	0.5 cm 6800 Hz	5 cm 680 Hz
Taille des éléments (boite) Fréquence max	2 cm 1700 Hz	2 cm 1700 Hz	5 cm 680 Hz
Nombre d'éléments du maillage	5364	3954	1298
Temps du calcul des RM	10 h for 37 freq.	3.5h for 37 freq.	$38' 58''$ for 171 freq.
Nombre de points d'identification	43	42	58
Nombre de modes	30	30	30

TABLE 3.3 – Caractéristiques des maillages des systèmes S1, S2 et S3

3.3.4 Mesures pour identification des "modes de rayonnement"

La procédure de mesure de pression *in situ* est similaire à celle utilisée dans la salle anéchoïque : le microphone Brüel & Kjaer type 2670 est fixé sur le support qui permet de le placer à 20 cm (pour le système S1) ou 30 cm (pour les systèmes S2 et S3) des faces de l'enceinte. Pour des raisons pratiques, le système d'acquisition consiste en une carte d'acquisition National Instruments NI USB-4432 et l'analyseur logiciel INTAC développé par le CTTM, qui génère aussi le signal d'excitation. Pour toutes ces mesures, les systèmes ont été excités par un signal de type "bruit blanc". Le rapport signal-à-bruit est significativement plus faible pour les mesures *in situ* que pour les mesures anéchoïques : bien que le dimensions de la salle soient grandes, l'effet de la réverbération est visible sur tout le spectre.

Les réponses en pression mesurées *in situ* pour différents PI autour du système S1 sont présentées à la figure 3.22. Les couleurs des courbes y correspondent aux couleurs des PI symbolisés sur la figure 3.8.

Les réponses en pression mesurées *in situ* aux différentes positions autour du système S3 (figure 3.23) sont présentées aux figures 3.24 et 3.25 (pour les systèmes S3B et S3C respectivement). Elles sont encore plus sensibles au bruit, car les points de mesure sont situés à 30 cm de la surface de la source, et non 20 cm comme c'est le cas pour le système S1.

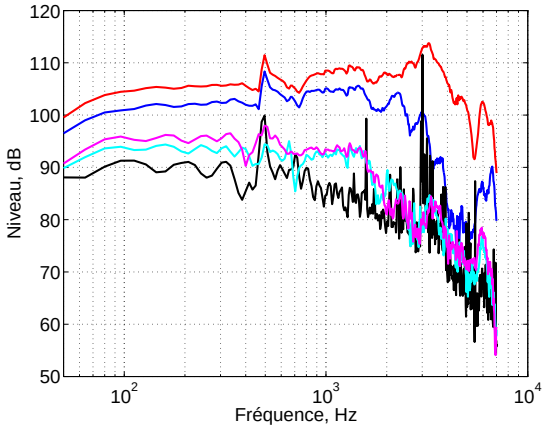


FIGURE 3.22 – Réponse en fréquence mesurée *in situ* pour différents PI, système S1 (voir figure 3.8 pour les positions des PI)

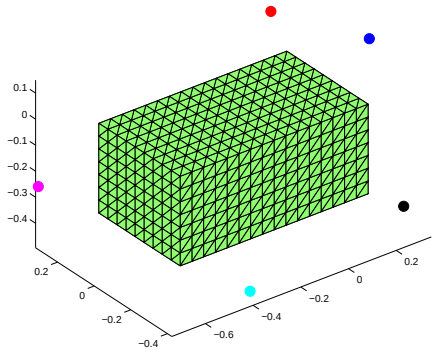


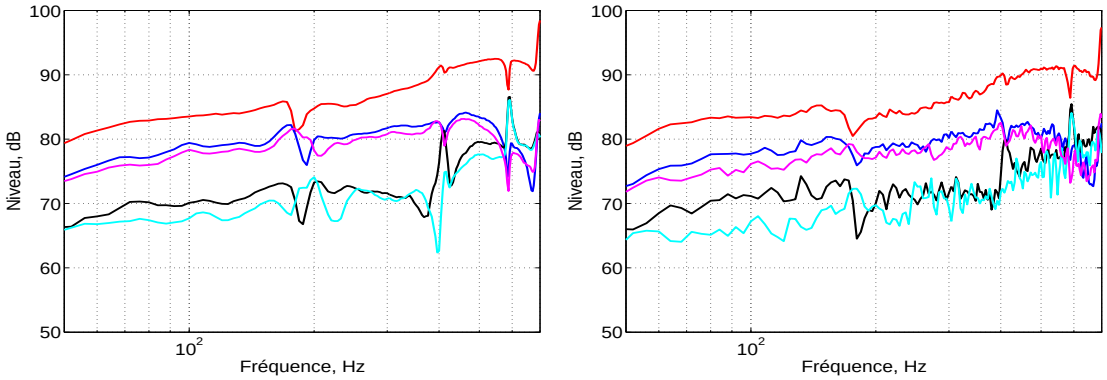
FIGURE 3.23 – Positions des points d'identification pour le système S3

3.3.5 Résultats

Réponse en fréquence

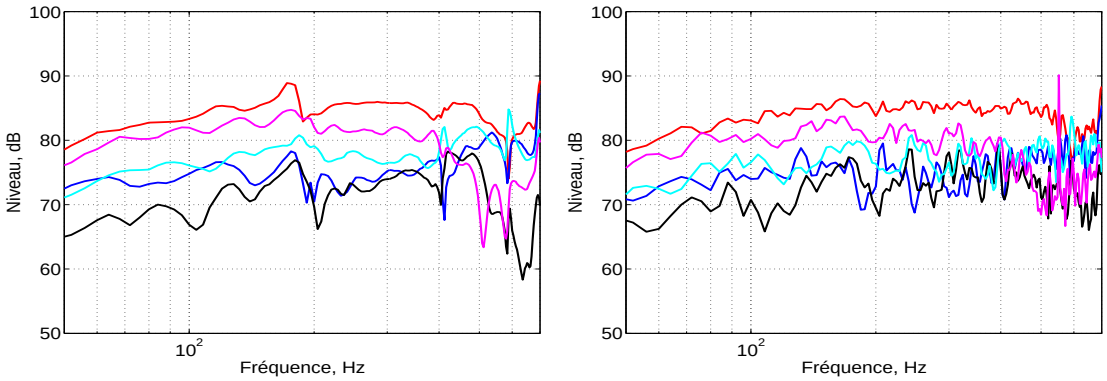
La figure 3.26 présente la réponse fréquentielle estimée à 1 m sur l'axe du haut-parleur des systèmes S1 (a), S2 (b), S3B (c) et S3C (d). La courbe noire des graphes correspond à la mesure de référence (pression mesurée en salle anéchoïque) ; la courbe rouge correspond au calcul avec la méthode des RM à partir de mesures en salle anéchoïque ; la courbe bleue représente le calcul avec la méthode des RM à partir de mesures *in situ* ; les traits magenta indiquent les fréquences limites correspondant au critère de 10 éléments par longueur d'onde. Pour l'estimation avec la méthode RM, 30 modes ont été identifiés d'après 43 PI pour le système S1, 42 PI pour le système S2 et 58 PI pour le système S3.

Le calcul à partir des mesures *in situ* donne des résultats sensiblement équivalents à ceux obtenus en salle anéchoïque pour tous les systèmes. La sous-estimation de la réponse avec les mesures *in situ* du système bibliothèque (courbe bleue de la figure 3.26a) peut être liée au fait que le système est directif aux fréquences élevées et que les mesures en dehors de l'axe du haut-



(a) salle anéchoïque (b) salle non anéchoïque

FIGURE 3.24 – Réponse en fréquence pour différents PI, système S3B (voir figure 3.23 pour les positions des PI)



(a) salle anéchoïque (b) salle non-anéchoïque

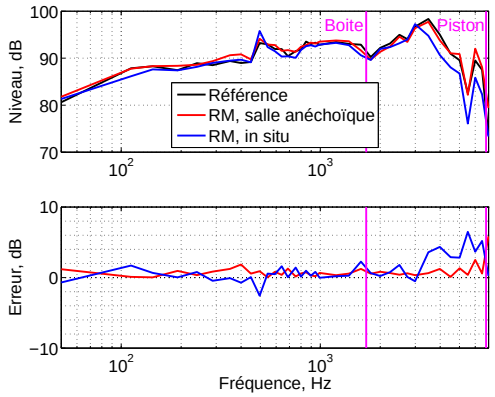
FIGURE 3.25 – Réponse en fréquence pour différents PI, système S3C (voir figure 3.23 pour les positions des PI)

parleur ont donc un rapport signal-sur-bruit significativement plus faible que celles proches de l'axe. Des fluctuations importantes de la précision d'estimation peuvent également être constatées aux hautes fréquences pour la réponse du système S3C (figure 3.26d) - qui est aussi très directif.

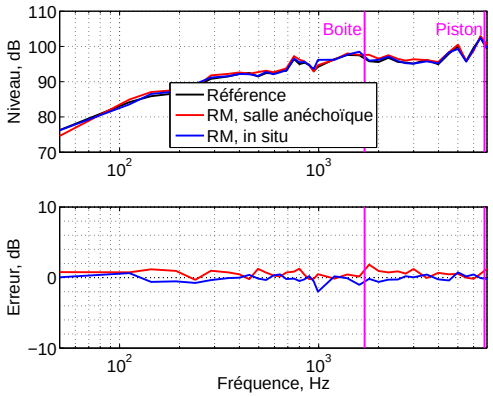
Diagramme de directivité

Les diagrammes de directivité des 4 systèmes (S1, S2, S3B et S3C), identifiés par les trois approches, sont respectivement présentés aux figures 3.18, 3.28, 3.29 et 3.30. Dans ces figures, la courbe noire correspond à la mesure de référence en salle anéchoïque, la courbe rouge représente le calcul avec la méthode RM à partir de mesures anéchoïques, et la courbe bleue correspond à la méthode RM à partir de mesures *in situ*.

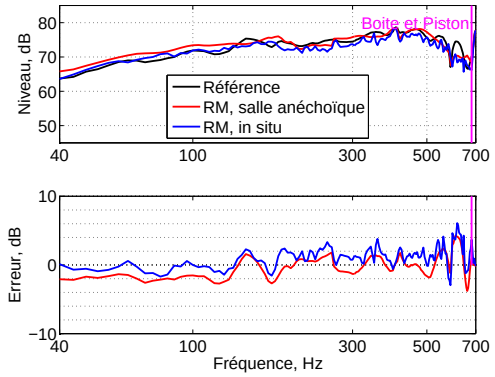
Pour les 4 systèmes, les diagrammes de directivité estimés avec les mesures *in situ* ne sont pas



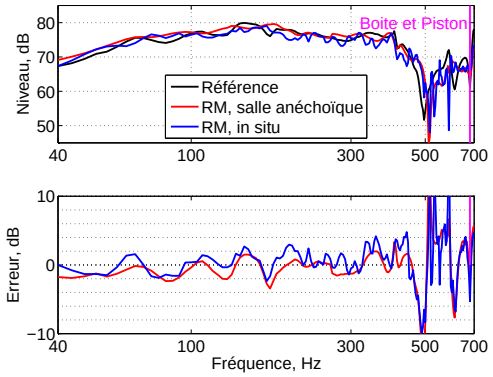
(a) système S1



(b) système S2

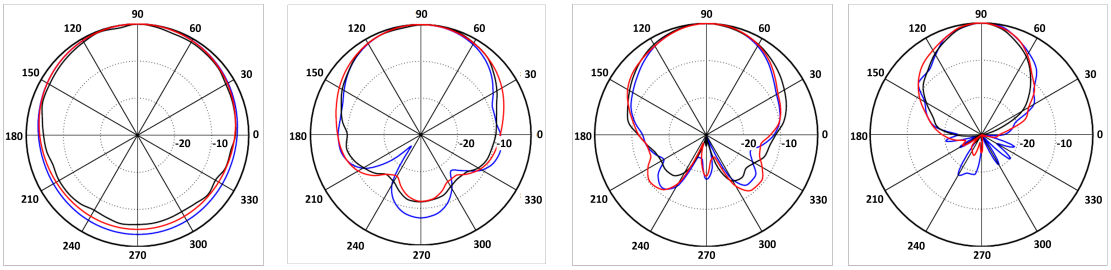


(c) système S3B



(d) système S3C

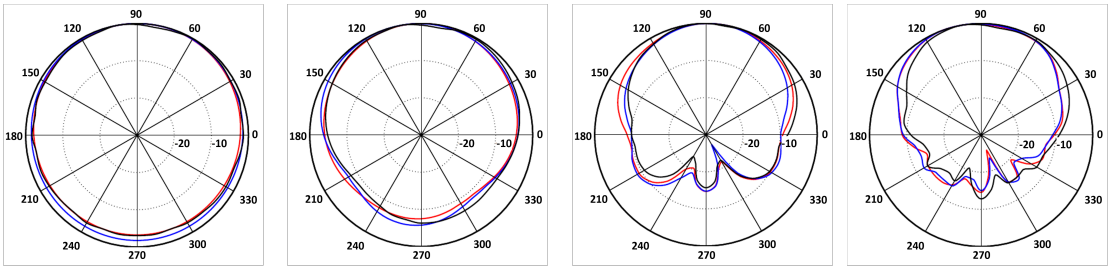
FIGURE 3.26 – Réponse en fréquence sur l'axe (graphique du haut) et erreur d'estimation (graphique du bas) - noir : mesure de référence, rouge : RM / mesures anéchoïques, bleu : RM / mesures *in situ*



(a) 112 Hz (b) 496 Hz (c) 1200 Hz (d) 2496 Hz

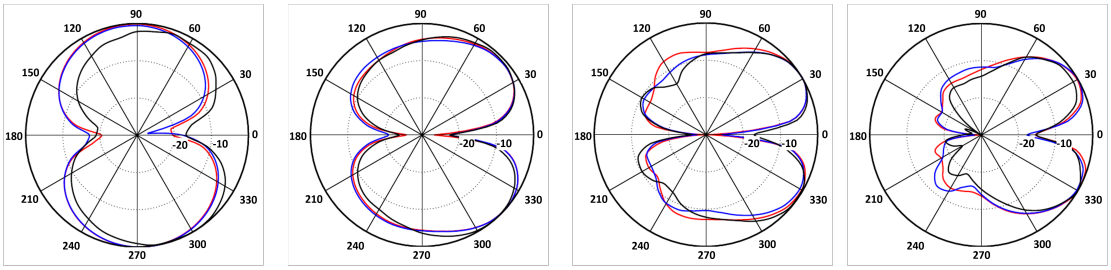
FIGURE 3.27 – Diagrammes de directivité à 1 m du système S1
noir : mesure référence ; rouge : méthode des RM ; bleu : BEM direct

significativement différents de ceux estimés avec des mesures en salle anéchoïque. Le fait d'utiliser des mesures effectuées en conditions "idéales" et sans bruit parasite n'améliore donc que peu les



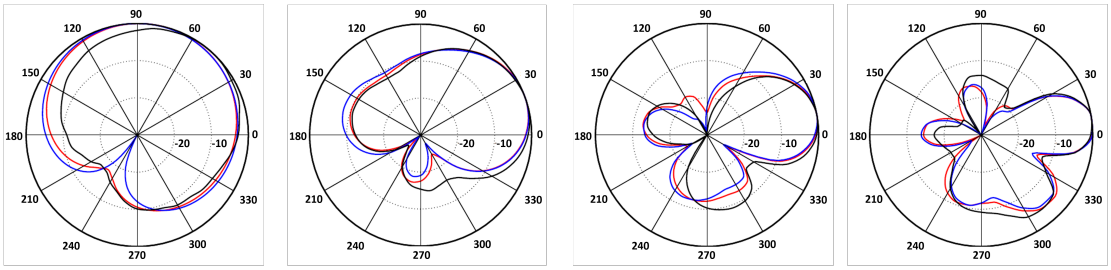
(a) 112 Hz (b) 496 Hz (c) 1200 Hz (d) 2496 Hz

FIGURE 3.28 – Diagrammes de directivité à 1 m du système S2
noir : mesure référence ; rouge : méthode des RM ; bleu : BEM direct



(a) 100 Hz (b) 300 Hz (c) 500 Hz (d) 700 Hz

FIGURE 3.29 – Diagrammes de directivité à 1 m du système S3B
noir : mesure référence ; rouge : méthode des RM ; bleu : BEM direct



(a) 100 Hz (b) 300 Hz (c) 500 Hz (d) 700 Hz

FIGURE 3.30 – Diagrammes de directivité à 1 m du système S3C
noir : mesure référence ; rouge : méthode des RM ; bleu : BEM direct

résultats aux positions où le rayonnement est efficace. Par contre, une dégradation des résultats est observable au niveau des minima de directivité : par exemple, la qualité de l'estimation du système S3B est plus mauvaise que celle du système S3C, car sa directivité comporte un plan nodal où la mesure de pression est bruitée.

Une remarque peut être faite à ce stade : l'identification d'une source par la méthode des "modes de rayonnement" semble ainsi particulièrement intéressante, car elle pourrait se passer

d'un environnement anéchoïque pour les mesures. Elle a un autre avantage par rapport à la mesure directe en salle anéchoïque : elle permet en effet d'obtenir des directivités à des distances incompatibles avec les dimensions des moyens d'essais usuels, ou de déterminer la fluctuation du rayonnement sur des surfaces arbitraires (non sphériques) et à des distances allant de la limite du champ proche jusqu'au champ lointain. Ceci peut par exemple être intéressant pour la mesure de systèmes à grande porté, comme les "line arrays" souvent utilisés en renforcement sonore.

3.4 Localisation de sources

Nous avons jusqu'ici cherché à identifier la pression rayonnée par une source, à partir de mesures de pression dans son voisinage. Cependant, cette identification passe par l'obtention d'une déformée vibratoire équivalente sur la surface de la source. Nous allons donc maintenant étudier la possibilité d'utiliser notre approche pour déterminer une répartition de vitesse ou de débit acoustique. Pour cela, il est proposé dans un premier temps d'utiliser le calcul le plus direct : pondérer par les poids $\mathbf{w}$ des RM : la superposition des vecteurs de la matrice $\mathbf{V}$ pour le nombre maximal $N_{RM_{max}}$ de modes (*i.e.* 30 modes pour les cas traités dans les sections précédentes). Ainsi, un débit surfacique $\mathbf{Q}_s$ peut être estimé par :

$$\mathbf{Q}_s = [\mathbf{V}_{\mathbf{N_{RM_{max}}}}]\mathbf{w} \tag{3.1}$$

La vitesse $\mathbf{V}_s$ des éléments de la surface S serait donc :

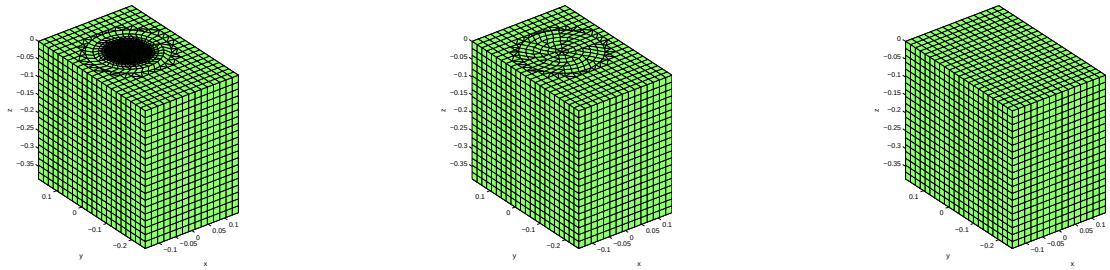
$$\mathbf{V}_s = \mathbf{Q}_s/\mathbf{S} \tag{3.2}$$

où / représente la division de Hadamard (division terme à terme), $\mathbf{S}$ est le vecteur des surfaces éléments de l'aire S.

La distribution de vitesse est ainsi calculée pour le système S1 à partir de 30 modes. Trois maillages sont comparés :

- le maillage B, composé d'éléments de 2 cm sur la boîte et de $0,5$ cm sur la membrane du haut-parleur, approximée par un disque plan (figure 3.31a) ;
- le maillage D1, composé d'éléments de 2 cm sur la boîte et sur la membrane, approximée par un disque plan (figure 3.31b). À noter que le raccord entre le disque et l'enceinte conduit ici à avoir autour de la membrane quelques éléments de surface très différente des autres ;
- le maillage D2, entièrement composé d'éléments de 2 cm car la membrane n'est pas différenciée (figure 3.31c).

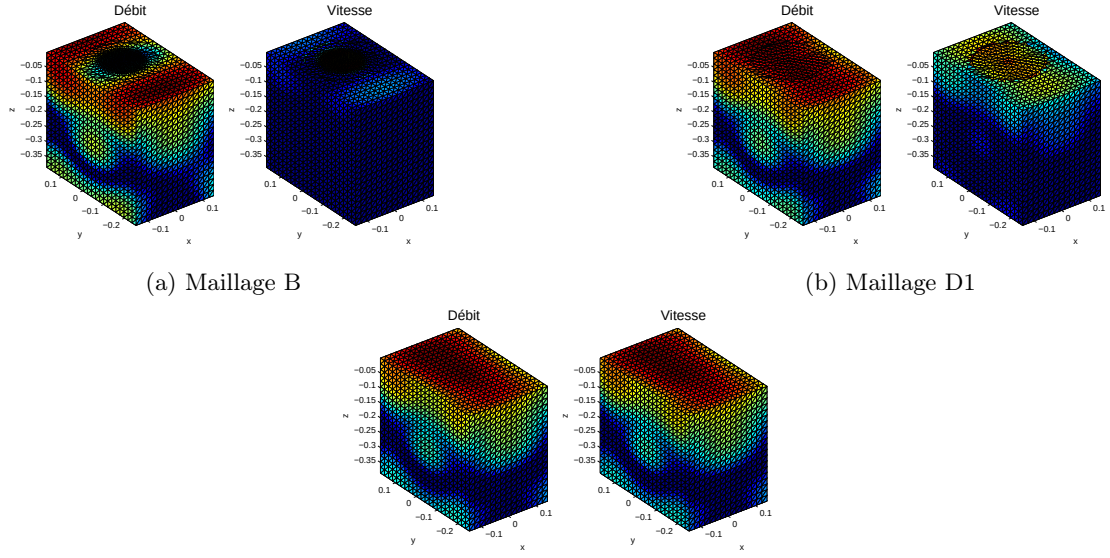
Le résultat de l'estimation de la vitesse et du débit à 997 Hz est présenté à la figure 3.32. Cette fréquence est choisie pour souligner l'influence du maillage dans ce calcul : le maillage le plus fin (maillage B) semble bien localiser un piston vibrant uniformément au niveau du haut-parleur. Par contre, lorsque le maillage est composé d'éléments de taille quasi uniforme, mais variant localement (maillage D1), la présence d'éléments très petits conduit à l'apparition de sauts de vitesse au niveau de ces éléments, ce qui n'est pas le cas pour le maillage uniforme (maillage D2).



(a) Maillage B (b) Maillage D1 (c) Maillage D2

FIGURE 3.31 – Maillage du système S1

Ainsi, le débit surfacique identifié par la série tronquée des RM est relativement lisse, indépendamment de la taille des éléments sous-jacents : ces "modes" sont le résultat d'une décomposition algébrique de la partie réelle de la matrice d'impédance de rayonnement, et ne semblent pas avoir de lien direct avec la vitesse surfacique. Seul un maillage uniforme semble donc pertinent dans le cadre d'un problème de localisation de sources.



(a) Maillage B (b) Maillage D1

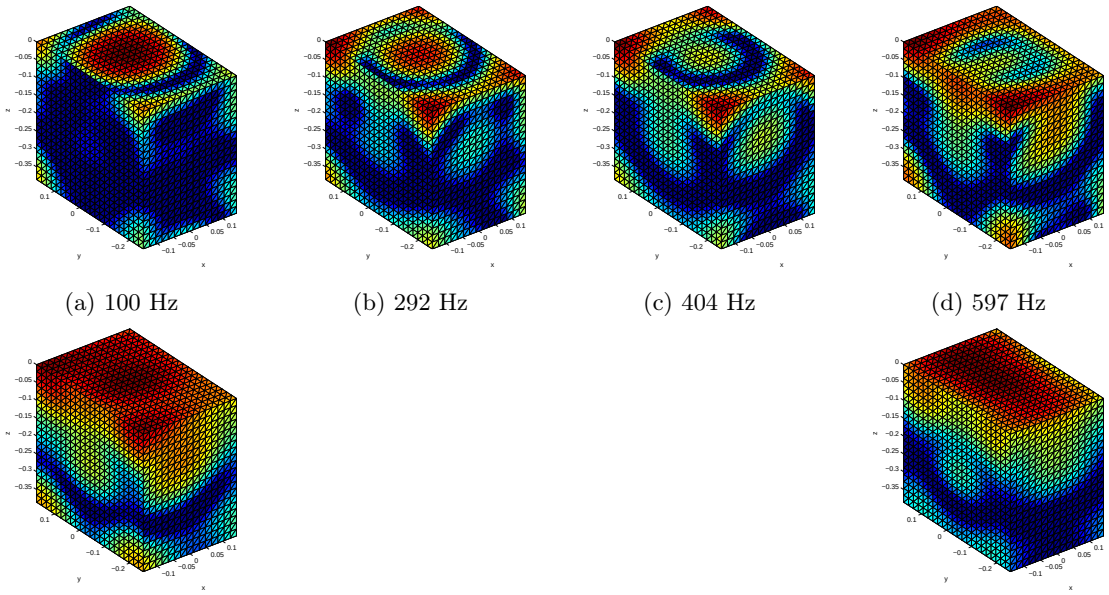
(c) Maillage D2

FIGURE 3.32 – Localisation de la source sur le système S1 en fonction du maillage

L'identification d'une répartition de débit sur l'enceinte S1 est alors effectuée à partir de 30 modes, calculés d'après le maillage uniforme D2, à différentes fréquences. Elle est présentée à la figure 3.33.

Il est alors clair que la distribution de débit obtenue à partir des RM ne représente pas la déformée réelle sur la source. Cela n'a rien de surprenant, car dans cette estimation la partie

évanescente du champ est omise, alors que la déformée réelle peut générer de fortes composantes évanescentes. La bonne localisation de la source aux très basses fréquences indique peut-être que les principales composantes évanescentes sont captées au moins en partie aux positions des points d'identification, mais l'étude de ce problème est probablement délicate, et doit être réservée à un travail ultérieur.



(a) 100 Hz (b) 292 Hz (c) 404 Hz (d) 597 Hz

(e) 805 Hz (f) 997 Hz

FIGURE 3.33 – Localisation de la source sur le système S1 en fonction de fréquence

Par contre, un point intéressant à relever à ce stade est que la distribution de débit estimée via la série des RM correspond à une solution alternative, permettant de créer le même champ acoustique que la source réelle. De plus, cette répartition étant obtenue à partir de termes sélectionnés pour leur efficacité de rayonnement, elle est sans doute aussi plus efficace que la déformée réelle : l'identification obtenue est ainsi censée correspondre à la réalisation la plus "économe" d'une source ayant le rayonnement mesuré aux points d'identification. Cette propriété de la méthode proposée peut donc être utilisée pour l'identification du débit à réaliser pour synthétiser un champ sonore prédéfini, puis l'approximer par des sources monopolaires.

3.5 Conclusion

La mesure des haut-parleurs et des systèmes d'enceintes est une tâche délicate, qui se complique encore pour la mesure de diagrammes de directivité. En effet, ceux-ci réclament un grand nombre de mesures à des positions réparties dans l'espace $3D$, en particulier aux hautes fréquences. De plus, les normes [94] réclament des conditions de mesure en champ libre. En pratique, la meilleure approximation des conditions de champ libre est la mesure en salle anéchoïque, qui utilise un moyen d'essai très onéreux, difficilement envisageable pour des mesures aux basses

fréquences et en champ lointain. Une grande variété de méthodes a donc été proposée pour se passer de salle anéchoïque.

Le but de la première partie de notre travail était d'étudier une méthode de caractérisation du rayonnement de sources ayant une forme arbitraire, la méthode des "modes de rayonnement", qui n'a pas été beaucoup traitée dans la littérature. Son principe consiste à décomposer l'impédance de rayonnement d'une source pour obtenir une série de fonctions décrivant le rayonnement de la source indépendamment de la vibration réelle. Les termes les plus efficaces permettent de reconstruire le rayonnement de la source en champ lointain, après une pondération déterminée d'après des mesures de pression au voisinage de la source. Dans un premier temps, nous avons présenté le principe de la méthode et étudié les principaux facteurs influençant les résultats d'estimation.

La méthode des "modes de rayonnement" a ensuite été confrontée à deux techniques bien connues et validées par la communauté scientifique : la mesure de pression acoustique en salle anéchoïque et le calcul par BEM direct, utilisant des mesures vibrométriques de la membrane du haut-parleur. Cette validation a été menée pour deux formes d'enceintes : bibliothèque (S1) et colonne (S2). Un bon accord a été constaté pour les deux techniques : la différence entre la mesure de référence (en salle anéchoïque) et les deux estimations n'excède pas 2 dB. De plus, à maillage identique, la méthode des RM semble valide sur une gamme de fréquences plus étendue alors qu'elle est moins coûteuse en prix et volume de mesures. Enfin, l'utilisation de la propriété d'imbrication permet d'obtenir une bonne résolution fréquentielle sans augmenter le temps de calcul.

L'identification *in situ* des coefficients de la série des RM a aussi été confrontée à celle utilisant des mesures anéchoïques, pour quatre systèmes : bibliothèque (S1), colonne (S2), bass reflex bi-directive (S3B) et bass reflex cardioïde (S3C). L'estimation *in situ* a ainsi démontré une bonne performance : la dégradation de l'estimation de la pression, comparée aux mesures anéchoïques ne dépasse pas 4 dB. Les diagrammes de directivité estimés à partir des mesures *in situ* sont aussi sensiblement identiques à ceux calculés avec des mesures en salle anéchoïque.

Ainsi, la méthode des "modes de rayonnement" semble être une bonne alternative aux autres techniques d'estimation du champ rayonné. Elle peut être considérée comme un compromis relativement équilibré entre la précision accessible et son coût (calcul et instrumentation). Deux de ses principaux paramètres ont été étudiés sur un cas expérimental : l'effet du maillage et le nombre des points d'identification. Les résultats obtenus sont conformes à ceux trouvés à partir de simulations, mais une étude plus détaillée pourrait être envisagée pour la suite des travaux, notamment pour optimiser la résolution fréquentielle et la répartition des positions d'identification.

Les principaux résultats de validation de la méthode des "modes de rayonnement" ont été présentés à la communauté scientifique : comparaison avec l'holographie en champ proche [168], caractérisation des sources en conditions anéchoïques [169] et caractérisation des sources *in situ* [170].

Par contre cette méthode n'est pas, en l'état, pertinente pour identifier la position des sources réelles : le filtrage obtenu par l'utilisation de la seule partie réelle de l'impédance de rayonnement semble interdire l'identification de la déformée effective. Inversement, la distribution de débit

obtenue via la méthode des “modes de rayonnement” permet de créer le même champ acoustique que la vitesse réelle, *a priori* de manière très efficace. Cette propriété peut alors être utilisée pour identifier des positions optimales de sources destinées à la synthèse d'un champ sonore.

Chapitre 4

Méthodes inverses de construction de contraste

4.1 Contexte

Dans la deuxième partie de ce travail, nous cherchons à concevoir une source directive permettant de générer sur une surface cible un champ sonore prédéfini, limité à une zone de taille maîtrisée. La première étape de cette conception consiste à déterminer le nombre de sources élémentaires et leur positionnement optimal dans le système.

Dans ce travail, nous voulons explorer la possibilité de concevoir la source via une méthode non itérative, en utilisant les modes de rayonnement. En effet, nous avons vu que ceux-ci nous permettent d'obtenir une distribution de débit adaptée à la synthèse d'un champ acoustique prédéfini : la superposition des débits "modaux" d'une source, pondérée par les poids correspondants à la pression cible, permet de déterminer les zones de vibration les plus actives, qui ensuite peuvent être approximées par un nombre réduit de haut-parleurs. Nous considérons ainsi le cas d'une source construite sous forme d'une enceinte rigide, de forme imposée, et équipée de plusieurs haut-parleurs - dont le nombre et les positions restent à déterminer, afin de pouvoir synthétiser sur une surface un champ prédéterminé. Le problème à résoudre est illustré schématiquement par la figure 4.1.

Un objectif majeur est ici d'obtenir un fort contraste entre la zone cible (pression p_c) et le reste de la surface devant la source. De plus, il peut être nécessaire d'assurer aussi un contraste, plus ou moins fort selon les applications, entre la surface visée et le reste de l'espace autour de la source (derrière et sur les côtés), symbolisés par un trait bleu pointillé à la figure 4.1 : si la reproduction du son est effectuée en salle anéchoïque ou dans une grande salle peu réverbérante, un faible contraste entre la surface cible et le reste de l'espace peut suffire. Par contre, si la source est utilisée dans une salle réverbérante, où en présence d'autres essais ou personnes pour lesquels le bruit peut être gênant, un contraste plus fort sera requis. Dans un premier temps, nous considérons un cas particulier du champ p_c : les applications envisagées à ce stade nécessitent plutôt d'obtenir un niveau de pression homogène sur la zone cible, ce qui constitue un bon exemple d'application de la méthode.

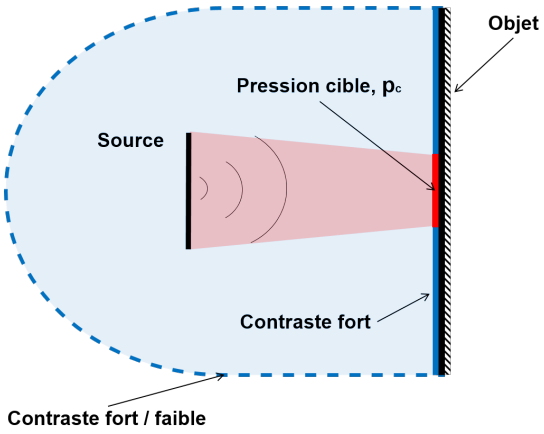


FIGURE 4.1 – Contrôle du champ acoustique : concept de fonctionnement

Telle que nous l'avons utilisée pour l'identification d'une source à partir de mesures de pressions, la méthode RM tente de respecter une contrainte forte sur la solution, qui est d'obtenir une pression prédéfinie à tous les points d'identification - que ce soit sur la zone cible ou dans le reste du domaine. Inversement, les techniques de *construction de contraste acoustique* permettent de simplifier la résolution du problème inverse en ne spécifiant pas la pression requise sur la cible, l'objectif principal étant d'obtenir un contraste spécifié entre une zone "éclairée" et une zone "sombre".

Nous allons donc chercher un compromis entre le respect de la pression sur la cible et le contraste entre la cible et le reste de l'espace, en couplant la méthode de RM avec une des techniques de construction de contraste présentées au chapitre 1.

4.2 Obtention d'un contraste acoustique

Il existe de nombreux algorithmes permettant de calculer le débit des sources pour construire de telles zones sonores. Ces méthodes de construction de contraste peuvent être divisées en deux groupes principaux : techniques de contraste et techniques de consigne de pression. Les techniques du premier groupe se focalisent sur la construction du contraste acoustique entre les différentes zones, sans contraintes de niveau dans la zone sonorisée, alors que les techniques du deuxième groupe tentent de respecter une cible de pression demandée dans la zone sonorisée. Elles sont brièvement décrites ci-après afin de choisir la technique la plus adaptée aux objectifs cités auparavant.

Supposons un système de L sources élémentaires permettant d'obtenir deux zones sonores indépendantes : la zone sonorisée B (comme *bright* en anglais) et la zone de silence D (comme *dark*). Les entiers M_B et M_D désignent respectivement les nombres de microphones placés dans chacune des zones (voir figure 4.2).

La pression de la zone sonorisée B $\mathbf{p}_B$ est donnée par :

$$\mathbf{p}_B = \mathbf{G}_B \mathbf{q}, \tag{4.1}$$

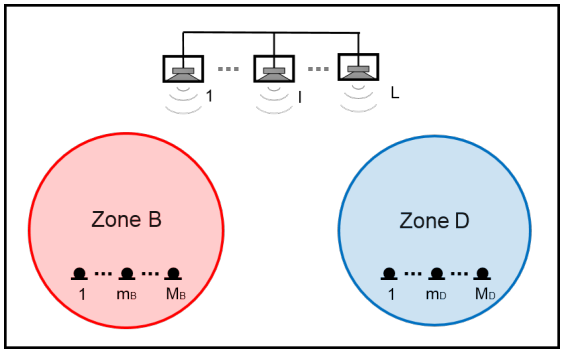


FIGURE 4.2 – Schéma des zones d'écoute personnalisé

et la pression de la zone D $\mathbf{p}_D$ est donnée par :

$$\mathbf{p}_D = \mathbf{G}_D \mathbf{q}, \tag{4.2}$$

où $\mathbf{G}_B$ et $\mathbf{G}_D$ sont les matrices des fonctions de transfert (trans-impédances acoustiques) entre les débits $\mathbf{q}$ des L sources et les M_B microphones de la zone B - respectivement les M_D microphones de la zone D.

4.2.1 Techniques d'obtention du contraste acoustique

Maximisation du contraste acoustique

Choi et al. [48] ont proposé de maximiser le rapport entre la puissance acoustique des deux zones. Pour cela, ils maximisent le critère J défini par :

$$J = \frac{\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B}{\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B + \mathbf{p}_D^* \mathbf{p}_D} \tag{4.3}$$

Le numérateur de l'expression 4.3 représente la puissance acoustique dans la zone B et le dénominateur la somme de la puissance acoustique des zones B et D. Cette expression peut être reformulée de la manière suivante :

$$J[\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B + \mathbf{p}_D^* \mathbf{p}_D] = \mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B \tag{4.4}$$

En substituant les équations 4.1 et 4.2 dans la relation 4.3, la solution $\mathbf{q_c}$ qui maximise l'expression 4.3 (conduisant à un extremum, *i.e.* $\partial J / \partial \mathbf{q} = 0$) peut être trouvée en dérivant cette expression par rapport au vecteur $\mathbf{q}$:

$$J\mathbf{q_c} = [\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B + \mathbf{G}_D^* \mathbf{G}_D]^{-1} \mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B \mathbf{q_c} \tag{4.5}$$

L'équation 4.5 exprime ainsi un problème aux valeurs propres généralisées, écrit sous la forme $\Lambda \mathbf{q} = \mathbf{A}\mathbf{q}$, où $\Lambda = J$ est une valeur propre de la matrice $\mathbf{A} = [\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B + \mathbf{G}_D^* \mathbf{G}_D]^{-1} [\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B]$. Le débit cible $\mathbf{q}_c$ qui maximise la fonction J est donc le vecteur propre correspondant à la plus

grande valeur propre de cette matrice.

La solution optimale qui maximise le rapport entre la puissance de deux zones conduit avant tout à minimiser le dénominateur. Poser le problème sous cette forme garantit donc bien de réaliser une zone calme, par contre ni le niveau ni l'homogénéité de la pression dans la zone sonorisée ne sont maîtrisés.

Maximisation de la différence d'énergie acoustique

Les performances de la technique de maximisation de contraste acoustique ont été améliorées par la suite. Par exemple, dans la *maximisation de la différence d'énergie acoustique* [178], au lieu de maximiser le rapport des puissances des deux zones, les auteurs proposent de maximiser la différence des puissances acoustiques entre les deux zones. Cette formulation tend à maximiser la puissance dans la zone sonorisée tout en limitant la puissance dans la zone de silence. Le critère à maximiser s'exprime alors comme :

$$J = \frac{\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B - \mu \mathbf{p}_D^* \mathbf{p}_D}{\mathbf{q}^* \mathbf{q}} \tag{4.6}$$

μ étant un coefficient positif et réel permettant d'ajuster l'importance relative de la différence de puissance acoustique et de l'efficacité du rayonnement des sources dans la zone sonorisée.

La solution qui maximise l'expression 4.6 est calculée de la même façon que précédemment, en prenant la dérivée par rapport au débit $\mathbf{q}$. Le débit optimal $\mathbf{q}_c$ est alors égal au vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale de la matrice $[\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B - \mu \mathbf{G}_D^* \mathbf{G}_D]$.

Contrôle du contraste acoustique

Parmi les améliorations proposées par la suite, la condition 4.3 à été reformulée pour maximiser la puissance acoustique dans la zone sonorisée, en limitant la puissance de la zone de silence à une valeur prédéfinie D_0 [44, 179, 27, 124]. De même, il est possible de limiter la sollicitation des haut-parleurs à une valeur E_0 [27]. La fonction d'optimisation de ce problème peut alors être donc écrite comme suit :

$$J = \mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B - \mu[\mathbf{p}_D^* \mathbf{p}_D - D_0] - \lambda[\mathbf{q}^* \mathbf{q} - E_0] \tag{4.7}$$

où μ et λ sont les paramètres de pondération relative des conditions imposées sur le niveau acoustique dans la zone de silence et sur la puissance fournie aux sources [27]. La solution optimale (ou cible) $\mathbf{q}_c$ qui maximise la fonction d'optimisation J est ainsi proportionnelle au vecteur propre correspondant à la valeur propre maximale de la matrice $[\mathbf{G}_D^* \mathbf{G}_D + \lambda \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B]$.

Cette technique apporte ainsi la possibilité de cibler le rapport entre les pressions acoustiques moyennées dans les deux zones, avec une limitation de la puissance fournie aux sources, mais elle ne se base que sur les niveaux moyens dans les deux zones : il n'est donc pas possible d'imposer les valeurs de la pression acoustique dans la zone sonorisée.

4.2.2 Techniques de la pression conforme

Minimisation de l'erreur quadratique

A contrario, l'approche par *minimisation de l'erreur quadratique* est une technique assez simple et flexible, qui a été largement utilisée en pratique pour approcher des valeurs cibles de pression acoustique [162, 179, 46, 166]. Les matrices de transfert entre les sources et les microphones des deux zone $\mathbf{G}_B$ et $\mathbf{G}_D$ sont alors groupées dans une seule matrice $\mathbf{G}$:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_B \\ \mathbf{G}_D \end{bmatrix} \tag{4.8}$$

Ainsi, le vecteur de pression $\mathbf{p}$ aux positions de contrôle est égal à :

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_B \\ \mathbf{p}_D \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

Le principe de la méthode est de minimiser l'erreur quadratique entre la pression générée $\mathbf{p}$ et la pression cible $\mathbf{p}_c$, ainsi que l'effort du réseau des sources, via la fonction coût J suivante :

$$J = [\mathbf{p} - \mathbf{p}_c]^*[\mathbf{p} - \mathbf{p}_c] + \lambda \mathbf{q}^*\mathbf{q} \tag{4.10}$$

Cette expression conduit à une solution explicite, obtenue en dérivant la fonction coût J par rapport à $\mathbf{q}$, ce qui permet d'obtenir les signaux de pilotage des sources en évitant la résolution du problème aux valeurs propres :

$$\mathbf{q} = [\mathbf{G}^*\mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}]^{-1}\mathbf{G}^*\mathbf{p}_c \tag{4.11}$$

Ainsi exprimée, cette condition permet d'imposer les valeurs de la pression sonore pour tous les points des deux zones, ce qui est plus ambitieux que l'objectif de ce travail : nous cherchons en effet uniquement à atténuer cette pression dans la zone de silence, sans y imposer de valeur de pression.

Pression conforme

Une approche moins contraignante a été proposée, la méthode de *pression conforme* (en anglais *pressure matching*), qui vise à reproduire la pression cible dans la zone sonorisée avec une intensité maximale, et créer simultanément un contraste entre la zone sonorisée et celle de silence. Betlehem *et al.* ont ainsi proposé d'exprimer la fonction de coût sous la forme suivante [27] :

$$J = [\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_c]^*[\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_c] + \mu[\mathbf{p}_D^*\mathbf{p}_D - D_0] + \lambda[\mathbf{q}^*\mathbf{q} - E_0] \tag{4.12}$$

La solution $\mathbf{q}_c$ qui minimise l'équation 4.12 est alors :

$$\mathbf{q}_c = [\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B + \mu \mathbf{G}_D^* \mathbf{G}_D + \lambda \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{G}_B^* \mathbf{p}_c] \tag{4.13}$$

En fixant le coefficient μ à 1, la formulation se ramène à la solution proposé par *Coleman et al.* [50].

Solution combinée

Chang et Jacobsen ont aussi proposé une variante, dite *"formulation combinée"* des techniques de pression conforme et de contrôle du contraste acoustique [43], utilisant une fonction coût à minimiser un peu différente :

$$J = m\mathbf{p}_D^* \mathbf{p}_D + (1-m)[\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_c][\mathbf{p}_B - \mathbf{p}_c] \tag{4.14}$$

où m $(0 < m < 1)$ est un coefficient de pondération qui permet de partager l'erreur entre l'énergie résiduelle dans la zone de silence et l'erreur quadratique moyenne dans la zone sonorisée : si m tends vers 1, la solution minimise l'énergie de la zone de silence, et si m tends vers 0, la solution minimise l'erreur dans la zone sonorisée.

Synthèse adaptative de front d'onde

Une autre technique, à l'origine plutôt utilisée pour des applications audio mais pouvant aussi bien cibler des applications industrielles (contrôle du bruit, contrôle des vibrations), est *la synthèse adaptative de front d'onde* (AWFS, en anglais *adaptive wave field synthesis*), qui est un perfectionnement intéressant de la technique classique de synthèse de front d'onde (WFS, en anglais *Wave Fiels Synthesis*) [24, 206].

Classiquement, la WFS calcule en "boucle ouverte" des commandes reproduisant un front d'onde souhaité, ce qui suppose une reproduction en conditions de champ libre. La technique AWFS est par contre basée sur une minimisation de l'erreur de reproduction observée par des capteurs acoustiques [75, 76], via une adaptation des signaux de pilotage. Cependant, au lieu d'une régularisation classique, la minimisation est pénalisée par rapport à l'écart à la solution WFS, ce qui permet de s'en rapprocher à volonté :

$$J = [\mathbf{p}_c - \mathbf{p}]^* [\mathbf{p}_c - \mathbf{p}] + \lambda [\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS}]^* [\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS}] \tag{4.15}$$

Le principe de l'algorithme AWFS conduit ainsi à un problème *a priori* toujours bien posé grâce au terme de pénalisation $[\mathbf{q} - \mathbf{q}_{WFS}]$ qui "guide" la solution vers celle d'un problème connu. La solution $\mathbf{q}_c$ qui minimise la fonction coût est alors donnée par :

$$\mathbf{q}_c = [\mathbf{G}^* \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}]^{-1} [\mathbf{G}^* \mathbf{p}_c + \lambda \mathbf{q}_{WFS}] \tag{4.16}$$

Ce principe pourrait peut-être être utilisé dans notre cas, par exemple en choisissant une solution initiale minimisant l'erreur quadratique dans la zone sonorisée (calculée en boucle ouverte ou non), puis en utilisant l'algorithme AWFS pour améliorer le contraste dans la zone de silence sans trop diverger de la solution initiale.

Décomposition en valeurs singulières généralisée

L'utilisation de la *décomposition en valeurs singulières généralisée* (GSVD : en anglais *Generalized Singular Value Decomposition*) [79, 203], a enfin été proposée récemment par Gauthier, Pasco et Berry en 2016 pour la construction de zones de son personnalisées [77]. La généralisation de la SVD par l'algorithme GSVD conduit à décomposer les deux matrices de transferts entre les sources et les microphones, $\mathbf{G}_B$ vers la zone B et $\mathbf{G}_D$ vers la zone D, selon des représentations vectorielles, sous la forme suivante :

$$\mathbf{G}_B = \mathbf{BXY} \tag{4.17}$$

$$\mathbf{G}_D = \mathbf{DOY} \tag{4.18}$$

où $\mathbf{B}([M_B \times M_B])$ et $\mathbf{D}([M_D \times M_D])$ sont des matrices unitaires ($\mathbf{B}^*\mathbf{B} = \mathbf{I}$), dont les colonnes sont les vecteurs singuliers $\mathbf{b}_i$ et $\mathbf{d}_i$, qui représentent les vecteurs de signaux des microphones dans les zones B et D respectivement. La matrice $\mathbf{Y}$ est liée à la distribution de vitesse de sources correspondants ($\mathbf{Q} = [\mathbf{Y}^*]^{-1}$). Les matrices $\mathbf{X}([L \times M_B])$ et $\mathbf{O}([L \times M_D])$ sont des matrices pseudo-diagonales composées de valeurs réelles, positives et normalisées de telle manière que $x_i^2 + o_i^2 = 1$. Par construction, le classement des valeurs x_i et o_i correspond à une diminution d'intensité progressive de la zone B vers la zone D ($0 \leq x_1 \leq ... \leq x_{max} \leq 1$ et $1 \geq o_1 \geq ... \geq o_{min} \geq 0$), ce qui permet de créer deux zones avec un contraste réglable et potentiellement très élevé. Par exemple, utiliser un vecteur $\mathbf{q} = \mathbf{q}_L$ tel que $x_L \approx 1$ et $o_L \approx 0$ assure de produire un niveau sonore important dans la zone B et faible dans la zone D : la factorisation GSVD fournit ainsi naturellement une distribution de signaux d'entrée qui permet de gérer la répartition sonore entre les zone B et D [77].

Ainsi la pression dans les zones B et D peut être déduite de :

$$\mathbf{p}_B = x_i \mathbf{b}_i \tag{4.19}$$

$$\mathbf{p}_D = o_i \mathbf{d}_i \tag{4.20}$$

Le choix d'un sous-ensemble de termes consécutifs permet ainsi de fixer un ordre de grandeur du contraste souhaité. Les coefficients de pondération des termes de la décomposition peuvent alors être obtenus en projetant la pression cible dans la zone sonorisée sur les vecteurs de $\mathbf{B}$ correspondants à ce sous-ensemble de termes, ce qui conduit à la meilleure approximation compatible avec le contraste fixé initialement. L'intérêt de cette technique est donc qu'elle construit une décomposition orthogonale du champ de pression dans la zone sonorisée qui tient implicitement compte de l'objectif de contraste. Elle peut également servir à spécifier une pression cible plus réaliste qu'un choix arbitraire.

4.3 Adaptation à la méthode des "modes de rayonnement"

Le calcul direct des coefficients des modes de rayonnement conduirait à tenter d'approximer une pression cible en chacun des point des zones sonorisée et de silence. Le couplage avec une des

techniques de construction de contraste rappelées ci-dessus est donc maintenant envisagé pour relâcher la contrainte concernant la pression dans la zone de silence, dont seul le niveau est spécifié.

Pour cela, il est proposé d'utiliser la similarité entre le formalisme classique des méthodes de construction de contraste acoustique et celui de modes de rayonnement :

$$\mathbf{p} = \mathbf{Gq} = \mathbf{Hw} \tag{4.21}$$

Le calcul classique vise à piloter les sources par des signaux adaptés. En remplaçant une source élémentaire par un mode, la technique permet de contrôler les modes par des poids appropriés. Ainsi, le vecteur des poids des modes peut être optimisé pour créer deux zones : sonorisée et de silence, au moyen d'une des techniques citées dans les sections 4.2.1 - 4.2.2.

Les trois techniques suivantes sont testées : contrôle du contraste acoustique, pression conforme et GSVD. La technique du contrôle du contraste acoustique est utilisée comme une technique de référence, indiquant le niveau de contraste maximal possible. Les deux autres techniques lui sont alors comparées, avec le but de contrôler aussi la pression dans la zone sonorisée.

4.3.1 Géométrie du problème à optimiser

Compte tenu de l'application visée, le système est supposé placé à une distance comprise entre 50 cm et 1 m d'un mur, où il doit générer avec un niveau prédéfini une "tache sonore" de taille 30×30 cm minimum (tache rouge sur la figure 4.3). A ce stade, nous cherchons uniquement à créer une pression uniforme sur la tache sonorisée.

L'énergie acoustique dans la zone entourant immédiatement cette "tache sonore" (tache bleue sur la figure 4.3) doit être fortement atténuée ; cette zone constitue ainsi une première "zone de silence", prioritaire pour les applications éventuelles.

L'énergie acoustique rayonnée ailleurs autour de la source constitue une deuxième zone de silence, a priori moins critique que la première, ce qui rend notre problème un peu différent de ceux envisagés précédemment. Une autre différence est que les techniques de construction de contraste considèrent en général deux zones sonores disjointes et aucune contrainte dans le reste de l'espace, alors que le problème considéré dans ce travail implique un contrôle du contraste sur l'ensemble d'une surface entourant la source, ce qui complexifie la solution.

Pour le premier prototype, la taille de l'enceinte a été choisie égale à $53 \times 53 \times 18$ cm ; maillé avec les éléments triangulaires de taille 3 mm. Pour tester les techniques de construction du contraste, la source a été placée à 1 m devant le mur, qui est modélisé comme une paroi infinie et parfaitement rigide dans le code FELIN (via une source image). La zone de pression cible (zone B) est un carré de 40×40 cm, discrétisé par 81 points M_B régulièrement espacés de 5 cm.

La première zone de silence (zone D1) sur la surface du mur est un disque de diamètre 100 cm discrétisé par 864 points M_{D1}. Un espace est prévu entre les zones B et D1 (anneau d'environ 15 cm), ce qui constitue une zone de transition, sans consigne spécifiquement définie. Cet espace est introduit afin de limiter les effets de bord et favoriser une décroissance "naturelle" entre les zones B et D. La deuxième zone de silence (zone D2) a la forme d'un cylindre fermé par une demi-sphère

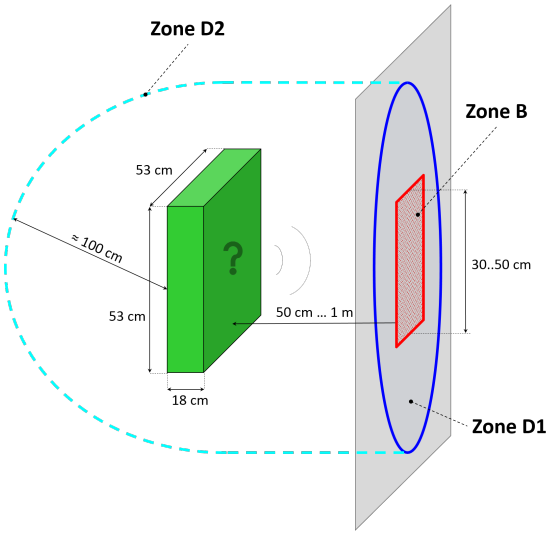


FIGURE 4.3 – Schéma du problème

(voir figure 4.4, points cyan), et est discrétisée par 2324 points M_{D2}. Pour le premier test, les zones D1 et D2 sont combinées en une seule zone D ($M_D = M_{D1} + M_{D2}$) avec un même contraste.

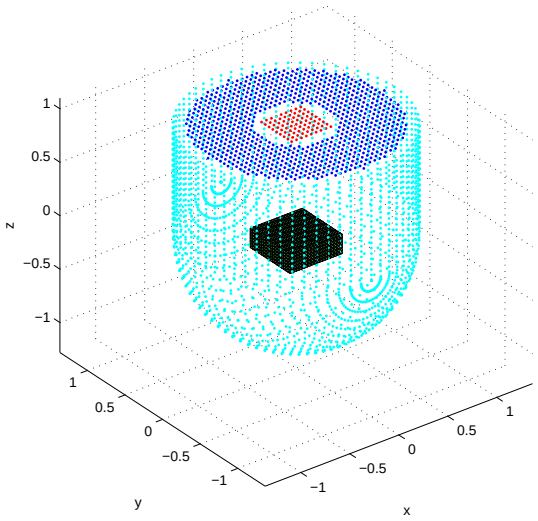


FIGURE 4.4 – Géométrie du problème

Selon le critère d'efficacité défini dans la section 2.1.3, la reproduction du champ à 1 kHz nécessite 45 modes, comme illustré par la figure 4.5.

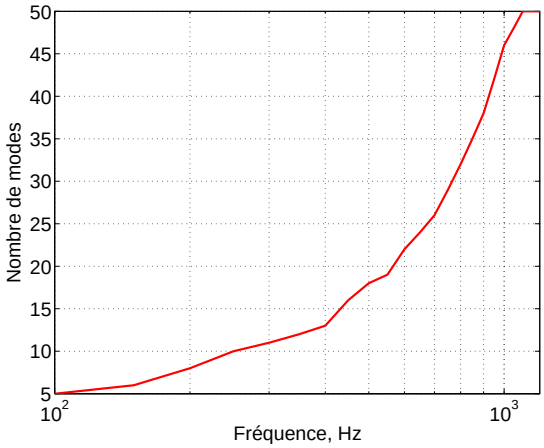


FIGURE 4.5 – Évaluation de nombre de modes de rayonnement représentantes 98% d'efficacité de rayonnement en fonction de fréquence

Ce nombre est plus grand que dans la première partie, ce qui conduit à un conditionnement relativement élevé pour les matrices de transfert. Un nombre important de modes est utilisé à ce stade, car la méthode RM s'applique ici à des signaux simulés, donc non-bruités. Le conditionnement des matrices de transfert $\mathbf{H_B}$, $\mathbf{H_D}$, $\mathbf{H_{D_1}}$, $\mathbf{H_{D_2}}$ et $\mathbf{H} = [\mathbf{H_B} \cup \mathbf{H_D}]'$ est présenté sur la figure 4.6. À noter une dégradation du conditionnement de la matrice de transfert entre les modes et les positions en champ cible $\mathbf{H}_B$, qui peut s'expliquer par leur positionnement peu adapté au calcul de rayonnement : les points se trouvent d'un seul côté de l'objet.

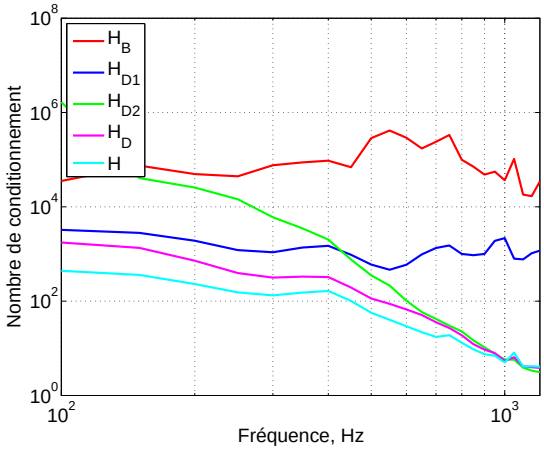


FIGURE 4.6 – Nombre de conditionnement des matrices de transfert en fonction de fréquence courbe rouge : $\mathbf{H_B}$; courbe bleue : $\mathbf{H_{D_1}}$, courbe verte : $\mathbf{H_{D_2}}$, courbe magenta : $\mathbf{H_D}$; courbe cyan $\mathbf{H}$

4.3.2 Métriques

Pour pouvoir comparer les performances des techniques de construction de zones sonores avec les modes de rayonnement, des métriques classiques sont proposées et adaptées à la méthode RM.

Le *contraste acoustique* est la métrique principale, proposé par Choi et Kim [48], qui décrit la différence de puissance acoustique entre la zone sonorisée et la zone de silence. Le contraste acoustique entre la zone B et la zone D, exprimé en décibels, est défini comme le rapport de la pression spatiale moyenne dans la chaque zone :

$$C_G = 10\log_{10}\left(\frac{M_D}{M_B} \times \frac{\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B}{\mathbf{p}_D^* \mathbf{p}_D}\right) \tag{4.22}$$

Cette métrique, portant sur l'ensemble de la zone D, est appelée *contraste global* par la suite. Une valeur élevée de C_G indique une bonne performance de contraste global.

Le contraste local est alors défini comme le contraste acoustique entre les zones B et D1 :

$$C_L = 10\log_{10}\left(\frac{M_{D1}}{M_B} \times \frac{\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B}{\mathbf{p}_{D1}^* \mathbf{p}_{D1}}\right) \tag{4.23}$$

Là encore, une valeur élevée de C_L indique une bonne performance de contraste local.

Le contraste est complété par un indicateur de performance dans la zone sonorisée : *l'erreur de reproduction normalisée* entre le champ cible et le champ reproduit dans la zone contrôlée [75, 43, 124] :

$$E_R = 10\log_{10}\left(\frac{(\mathbf{p}_c - \mathbf{p}_B)^*(\mathbf{p}_c - \mathbf{p}_B)}{\mathbf{p}_B^* \mathbf{p}_B}\right) \tag{4.24}$$

Cette fois, plus la valeur de E_R est petite, meilleure est la performance. Un résultat de 0 dB signifie que le niveau d'erreur est égal au niveau du champ cible, alors qu'une valeur de -10 dB indique un erreur quadratique de 10% sur la valeur efficace.

4.3.3 Performances des méthodes de construction de contraste

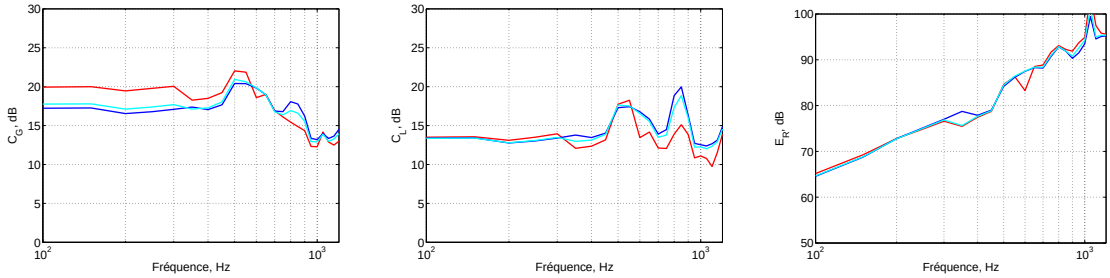
Pour comparer les méthodes de construction de contraste et sélectionner la plus pertinente pour la suite de ce travail, les trois métriques présentées ci-dessus sont données pour chaque méthode. Afin de simplifier la première étape de comparaison, pour les techniques de contrôle du contraste acoustique et de pression conforme, la puissance fournie à la source n'est pas limitée - c'est à dire que $\lambda = 0$ dans les équations 4.7 et 4.12.

Il faut noter, que dans ces deux techniques le niveau acoustique dans la zone de silence D_0 est contraint par le coefficient μ. Il existe différentes méthodes permettent d'obtenir le coefficient de réglage μ optimal, comme la technique de la courbe en L [84, 66, 83, 18], la validation croisée généralisée [205, 14], le périodogramme cumulé normalisé [141], le principe de la divergence [80, 201, 148, 135], etc.

Pour les premières études de ce travail, la valeur du paramètre μ sera choisie par des itérations successives, qui permet d'obtenir un contraste de 15 dB.

Pour chaque méthode présentée, différentes valeurs des paramètres de réglage seront utilisées pour illustrer le comportement de chaque technique.

Contrôle du contraste acoustique

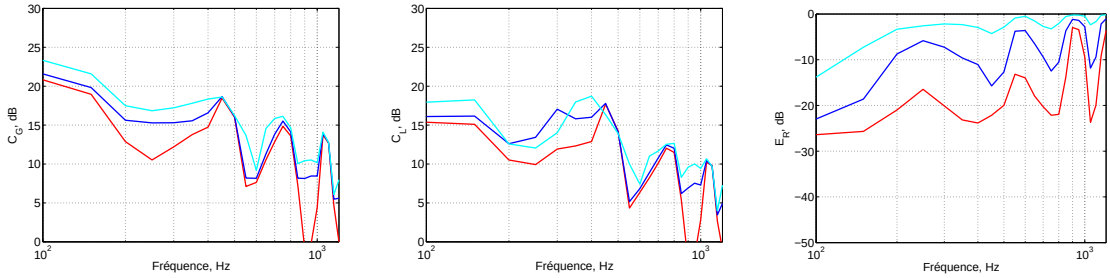


(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

FIGURE 4.7 – Métriques de la technique contrôle du contraste acoustique
courbe rouge : $\mu = 100/M_d$; courbe bleue : $\mu = 1000/M_d$; courbe cyan : $\mu = 10000/M_d$

La technique de contrôle du contraste acoustique est focalisée sur la création du contraste entres les zones sonores : elle permet de réaliser deux zones avec un contraste élevé (autour de 15 dB) et assez constant en fonction de fréquence. Par contre l'approche ne permet pas de contrôler la pression dans la zone sonorisée, ce qui explique le niveau important de l'erreur de reproduction, illustrée par la figure 4.7.

Pression conforme



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

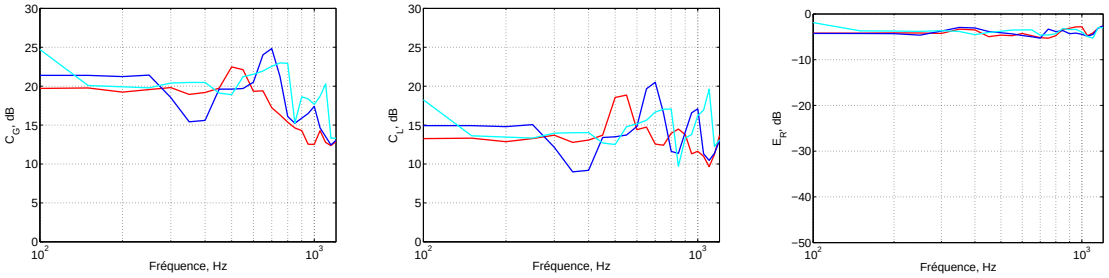
FIGURE 4.8 – Métriques de la technique pression conforme
courbe rouge : $\mu = 100/M_d$; courbe bleue : $\mu = 1000/M_d$; courbe cyan : $\mu = 10000/M_d$

La technique de pression conforme permet non seulement d'atténuer la pression acoustique dans les zones de silence, mais aussi de contrôler la pression acoustique dans la zone sonorisée.

Par contre, le contraste avec cette méthode est plus faible qu'avec la méthode du contraste acoustique, et se dégrade aux hautes fréquences.

Un compromis peut être cherché entre l'importance du contraste et la précision de calcul dans la zone sonorisée, en ajustant le paramètre μ qui apparaît dans l'équation 4.13. Selon les fréquences, une même valeur de μ correspond à un compromis plus ou moins favorable au contraste, ce qui pourrait justifier une procédure de réglage itérative.

Décomposition en valeurs singulières généralisée



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

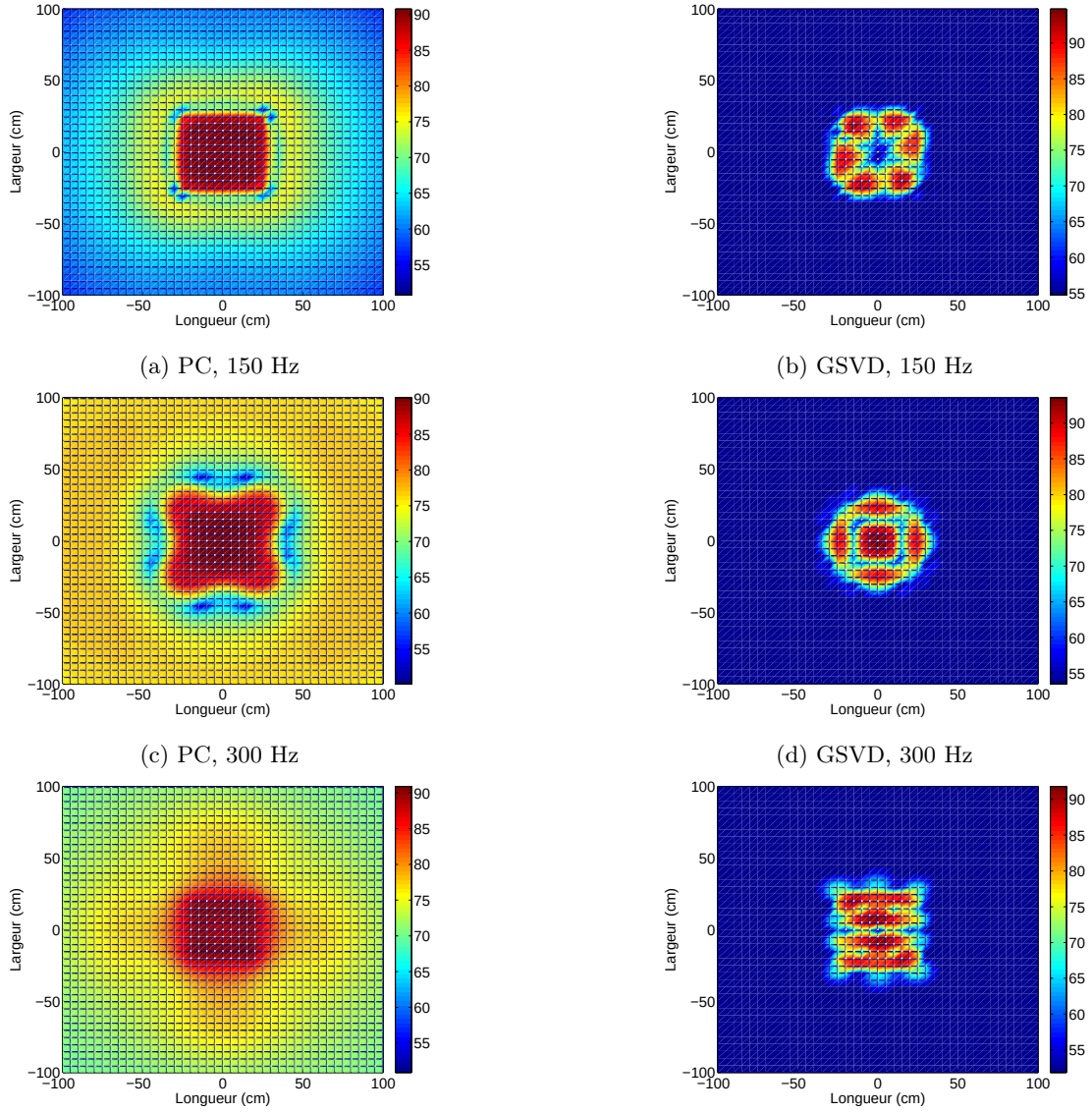
FIGURE 4.9 – Métriques de la technique de décomposition en valeurs singulières généralisée courbe rouge : 50 modes ; courbe bleue : 40 modes ; courbe cyan : 30 modes

L'utilisation de la méthode de décomposition en valeurs singulières généralisée est aussi une technique intéressante car elle permet de générer un champ cible dans la zone sonorisée tout en garantissant un contraste entre les zones. Contrairement aux techniques précédentes, la régularisation de la consigne se fait ici par la troncature des matrices de transfert $\mathbf{H}_B$ et $\mathbf{H}_D$. Les métriques de la méthode pour 30, 40 et 50 modes sont présentées par la figure 4.9. Le calcul est ici effectué avec un seul terme pour chacun des vecteurs $b_{N_{RM}}$ et $d_{N_{RM}}$.

Cette technique permet d'atteindre un contraste entre zones presque aussi bon que la technique du contrôle du contraste acoustique, sur toute la bande de fréquences. Par contre les vecteurs singuliers qui correspondent à un bon contraste ne semblent pas adaptés pour reproduire la cible de pression choisie ici (pression uniforme sur un carré). La méthode GSVD est très récente, et son utilisation n'a pas été traitée en détail dans la littérature. Le choix des termes de la décomposition correspondant au "meilleur compromis" entre les critères considérés ici n'est pas trivial ; il faudrait sans doute envisager un travail ultérieur en ce sens.

4.4 Choix de la méthode et facteurs importants

La figure 4.10 présente la pression acoustique créée à quelques fréquences par les deux dernières techniques sur le mur à 1 m devant le prototype. Les graphiques de gauche correspondent à la méthode de pression conforme ; elle permet de reproduire plutôt correctement la pression cible, avec quelques artefacts dans l'anneau de transition, puis un contraste limité mais assez



(a) PC, 150 Hz

(b) GSVD, 150 Hz

(c) PC, 300 Hz

(d) GSVD, 300 Hz

(e) PC, 750 Hz

(f) GSVD, 750 Hz

FIGURE 4.10 – Niveau de pression sur le mur à 1 m devant le prototype produit par la méthode de pression conforme avec $\mu = 100/M_D$ (graphiques de gauche) et par la décomposition généralisée en valeurs singulières avec 50 modes (graphiques de droite)

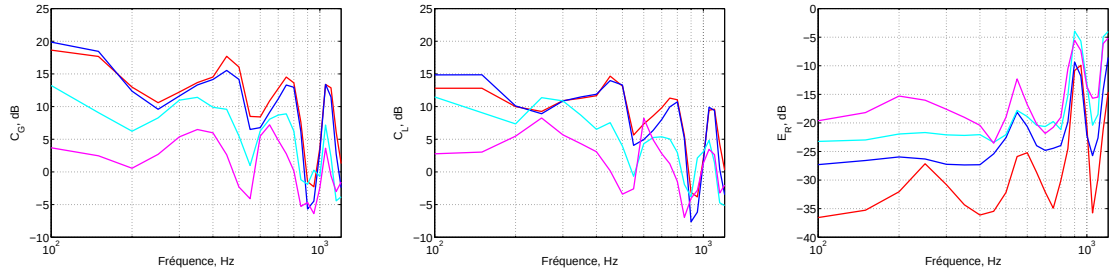
constant dans la zone de silence. Comparativement, la méthode GSVD (graphiques de droite) garantit un bien meilleur contraste mais conduit à une erreur de reproduction très significative dans la zone sonorisée - du moins en l'absence de méthodologie spécifique de choix des termes de la GSVD.

Dans l'état actuel de notre connaissance des différentes méthodes, c'est donc la méthode de

pression conforme qui semble la plus pertinente, permettant de répondre aux besoins et objectifs de ce travail sans nécessiter un paramétrage délicat. Elle sera donc utilisée pour l'identification du placement optimal des sources sur le prototype. La suite de ce paragraphe vise alors à analyser le comportement de la technique de pression conforme en fonction des conditions imposées.

Taille de la zone sonorisée

Pour tester l'effet de la taille de la zone sonorisée sur le résultat du calcul, la zone B est une forme carrée avec quatre tailles différentes : 30×30 cm, 40×40 cm, 60×60 cm et 80×80 cm. Le système est toujours placé à 1 m devant le mur. Les résultats du calcul sont présentés à la figure 4.11.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

FIGURE 4.11 – Métriques de la méthode de pression conforme en fonction de taille de la zone sonorisée
courbe rouge : 30×30 cm ; courbe bleue : 40×40 cm ; courbe cyan : 60×60 cm ; courbe magenta : 80×80 cm

Sans surprise, une zone sonorisée B de plus grande taille complexifie le problème : plus la zone B est grande, plus il est difficile de contrôler la reproduction du champ cible. L'erreur de reproduction augmente et le contraste avec les zones de silence se dégrade.

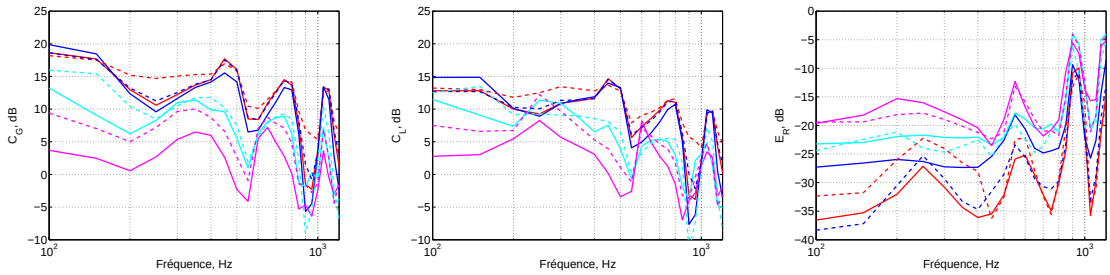
Forme de la zone sonorisée

La forme de la zone cible a également un effet sur la reproduction de la pression acoustique. En effet, elle pose la contrainte indirecte, qui perturbe le problème. Pour illustrer ce point, le résultat précédent est complété par un calcul pour une zone cible circulaire, de diamètres 30 cm, 40 cm, 60 cm et 80 cm.

La figure 4.12 représente les résultats pour les cibles carrées et rondes. Pour le contraste globale la cible circulaire semble être plus "naturelle" ou "moins contraignante", mais les résultats peuvent s'inverser pour l'erreur de reproduction.

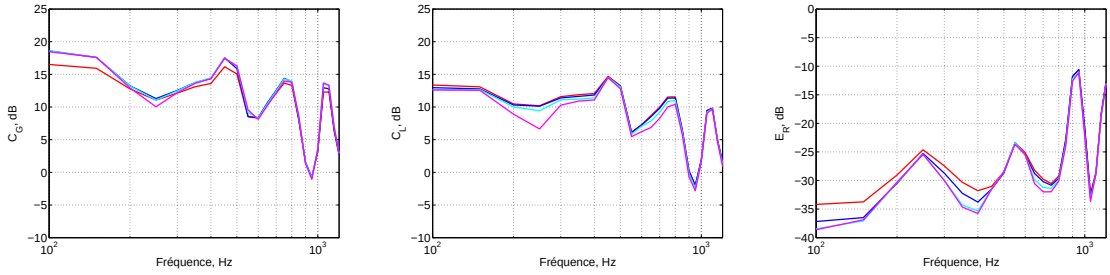
Taille de la zone de transition

Pour éviter des effets de bords et favoriser une décroissance régulière entre la zone sonorisée et la zone de silence, une zone de transition (sans contrainte de pression) a été introduite dans l'objectif du calcul. Son effet sur le résultat du calcul est présenté par la figure 4.13.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

FIGURE 4.12 – Métriques de la méthode de pression conforme en fonction de taille et de forme de la zone sonorisée
courbe rouge : 30 × 30 cm ; courbe bleue : 40 × 40 cm ; courbe cyan : 60 × 60 cm ; courbe magenta : 80 × 80 cm
courbe rouge pointillée : ⌀30 cm ; courbe bleue pointillée : ⌀40 cm ; courbe cyan pointillée : ⌀60 cm ; courbe magenta pointillée : ⌀80 cm



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

FIGURE 4.13 – Métriques de la méthode de pression conforme en fonction de taille de la zone de transition
courbe rouge : 0 cm ; courbe bleue : 10 cm ; courbe cyan : 20 cm ; courbe magenta : 30 cm

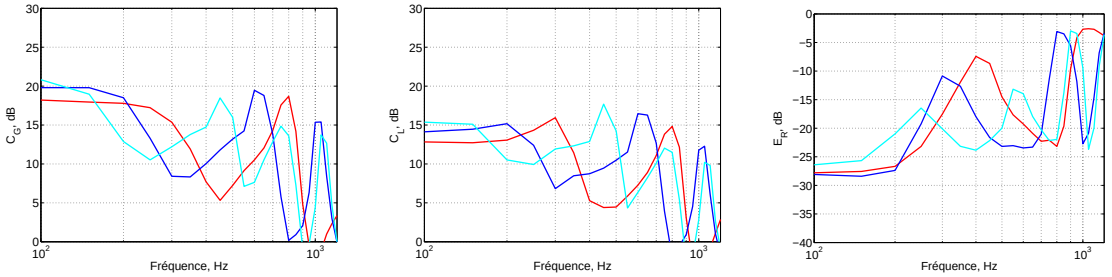
La présence de cette zone de transition semble avoir un effet positif (meilleur contrôle du contraste et de la reproduction de pression cible), mais assez limité. Cette zone est donc conservée pour la suite des calculs.

Distance entre le prototype et l'objet vibrant

La distance entre le prototype et le champ cible, et donc le mur, est un paramètre important du calcul. La présence d'un mur à proximité de la source crée des réflexions significatives, construisant un régime d'ondes stationnaires qui complexifie le contrôle du champ. De plus, le rapprochement de la source conduit à favoriser les composantes réactives du champ rayonné, *a priori* évanescentes mais plutôt régulières spatialement.

Inversement, la proximité de la source et de l'objet à mesurer devrait permettre d'améliorer le rapport signal à bruit lors de campagnes d'essai - ce qui est particulièrement intéressant dans la cas de mesure *in situ*. Nous cherchons donc la distance minimale permettant d'obtenir de bonnes

caractéristiques de contrôle du champ. La figure 4.14 illustre ainsi les résultats obtenus pour des distances entre le mur et le prototype de 50 cm, 70 cm et 100 cm.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur de reproduction

FIGURE 4.14 – Métriques de la méthode de pression conforme en fonction de la distance entre le mur et le prototype
courbe rouge : 50 cm ; courbe bleue : 70 cm ; courbe cyan : 100 cm

Les ondulations observées sur les courbes semblent être liées à la distance au mur, tout particulièrement du fait de réflexions multiples qui peuvent établir un régime d'ondes stationnaires préjudiciable au contrôle [159].

L'amplitude des oscillations fréquentielles de nos trois critères tend à diminuer un peu lorsque la distance augmente ; la distance la plus grande (courbe cyan) permet ainsi de construire un contraste légèrement meilleur et de reproduire la zone cible un peu plus précisément, comparativement aux distances plus petites. Cependant, cette tendance reste mineure comparée au décalage des fréquences de meilleures ou moindres performances. De plus, une grande distance est *a priori* moins pertinente pour une utilisation en conditions non-anéchoïques. Une distance de 70 cm semble donc être un compromis raisonnable.

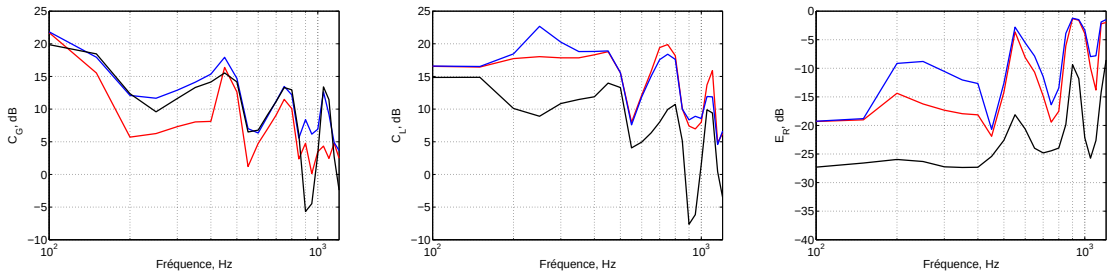
Zones de silence multiples

Dans les applications pratiques envisagées, la zone de silence gagne à être divisée en deux parties avec des contrastes différents. En effet, lors d'essais de transparence il est essentiel de minimiser la pression acoustique sur la zone D1 (afin de réduire d'éventuelles transmissions latérales) alors que la minimisation de pression dans la zone D2 est moins critique : le système doit être raisonnablement directif pour ne pas produire trop de réflexions parasites, mais il peut pour cela être complété par d'autres techniques (matériaux absorbants, systèmes de contrôle actif du bruit, ...).

La différenciation de ces deux "sous-zones de silence" peut être faite en différenciant le deuxième coefficient μ dans l'équation 4.13 :

$$\mathbf{q}_c = [\mathbf{G}_B^* \mathbf{G}_B + \mu_1 \mathbf{G}_{D_1}^* \mathbf{G}_{D_1} + \mu_2 \mathbf{G}_{D_2}^* \mathbf{G}_{D_2}]^{-1} [\mathbf{G}_B^* \mathbf{p}_c] \tag{4.25}$$

Pour renforcer le contraste entre la zone sonorisée et une zone de silence, il suffit ainsi d'augmenter la valeur du coefficient μ correspondant à cette zone. Par exemple, le renforcement du contraste sur la zone D1 est représenté par la figure 4.15.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur

FIGURE 4.15 – Métriques de la méthode de pression conforme pour création de zone de silence différentes
courbe noire : $\mu_1 = \mu_2 = 100/M_D$; courbe rouge : $\mu_1 = 1000/M_{D1}$, $\mu_2 = 100/M_{D2}$; courbe bleue : $\mu_1 = 1000/M_{D1}$, $\mu_2 = 10/M_{D2}$

Cette figure illustre effectivement une augmentation importante du contraste lié à la zone D1, mais elle permet de constater que cela conduit également à augmenter l'erreur de reproduction dans la zone sonorisée.

4.5 Conclusion

Ce chapitre visait à étudier une méthode permettant de définir une cartographie vibratoire efficace sur une source diffractante de forme imposée, afin de générer un champ sonore prédéfini et focalisé. L'objectif du travail est de tester à cet effet la méthode des modes de rayonnement combinée avec une des techniques de création de zones d'écoute personnalisé déjà décrites dans la littérature.

Les combinaisons de la méthode RM avec trois techniques de construction de contraste (contrôle du contraste acoustique, pression conforme et GSVD) ont été testées et comparées, permettant de sélectionner celle qui nous a paru la plus pertinente pour notre application.

La technique de "pression conforme" semble ainsi être la plus adaptée aux objectifs du travail : elle permet de contrôler le module et la phase du champ dans la zone sonorisée, tout en produisant un contraste significatif. De plus, cette formulation permet de différencier plusieurs zones de silence, nécessitant des valeurs différentes de contraste.

La combinaison des deux techniques (modes de rayonnement et pression conforme) permet ainsi de définir une cartographie vibratoire sur les parois de la source, avec à la fois une bonne efficacité (garantie par la méthode RM) et une gestion pertinente du compromis entre la précision et la contraste. Il reste donc maintenant à déduire de cette cartographie une répartition discrète de haut-parleurs susceptible d'en approcher les performances avec un nombre réduit de canaux de contrôle.

Chapitre 5

Conception du prototype

Ce chapitre a pour objectif de combiner les différentes techniques présentées jusqu'ici, dans le but de concevoir un prototype répondant au besoin exprimé par le CTTM. La démarche proposée consiste à définir le nombre et les positions des haut-parleurs à partir d'une déformée estimée via la méthode RM, en utilisant un pilotage adapté au contraste désiré. Les signaux de pilotage sont ensuite calculés pour se rapprocher au mieux de l'objectif puis appliqués à un prototype, ce qui permet de valider la méthode dans un cas particulier présenté ci-après.

5.1 Positions des haut-parleurs

5.1.1 Calcul de la distribution de débit

La distribution de débit sur la surface discrétisée du prototype, identifiée par la méthode RM, est définie comme la superposition des débits des modes $\mathbf{V}$ obtenus par la décomposition SVD (équation 2.11), pondérée par les poids de ces modes $\mathbf{w}$:

$$\mathbf{q} = \mathbf{V}\mathbf{w} \tag{5.1}$$

En combinant la méthode RM à la technique de pression conforme (§4.3), il est possible de calculer les poids des modes de rayonnement en utilisant les équations établies au chapitre 4. Ainsi, lorsque les deux zones de silence D1 et D2 sont considérées comme un tout (D=D1∪D2), la relation suivante est utilisée :

$$\mathbf{w} = [\mathbf{H}_B^* \mathbf{H}_B + \mu \mathbf{H}_D^* \mathbf{H}_D]^{-1} [\mathbf{H}_B^* \mathbf{p}_c] \tag{5.2}$$

alors que dans le cas où des contrastes différents sont imposés aux zones D1 et D2, la relation devient :

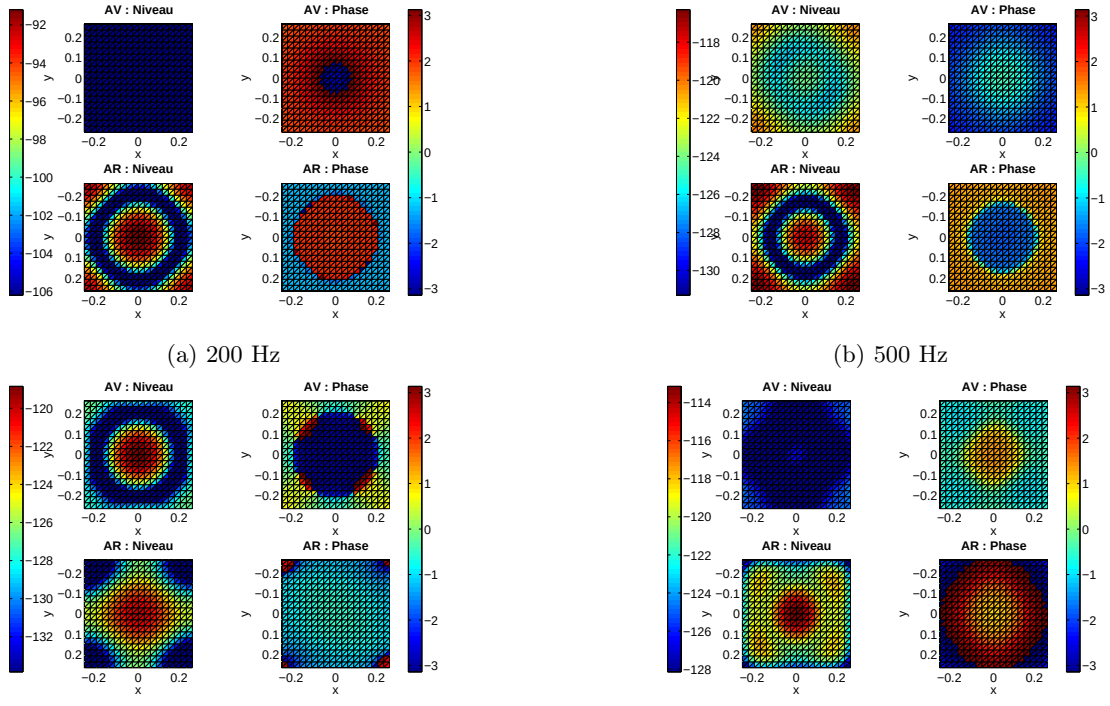
$$\mathbf{w} = [\mathbf{H}_B^* \mathbf{H}_B + \mu_1 \mathbf{H}_{D_1}^* \mathbf{H}_{D_1} + \mu_2 \mathbf{H}_{D_2}^* \mathbf{H}_{D_2}]^{-1} [\mathbf{H}_B^* \mathbf{p}_c] \tag{5.3}$$

Dans ces équations, $\mathbf{H_B}, \mathbf{H_D}, \mathbf{H_{D_1}} \mathbf{H_{D_2}}$ sont les fonctions de transfert entre les modes et les points dans les zones B, D, D1 où D2 respectivement (figure 4.3).

Un premier test de la méthode est effectué, pour lequel il est décidé de créer une zone sonorisée de 40×40 cm^2 sur une paroi à 70 cm devant la source, avec une seule zone de silence D sur laquelle le contraste attendu est de 15 dB. Le calcul est donc basé sur l'équation 5.2 avec une valeur du coefficient $\mu = 100/M_D$.

5.1.2 Discrétisation de la déformée vibratoire

Une deuxième étape consiste alors à transformer la distribution de vitesse "continue" (*i.e.* définie sur tous les éléments de la surface discrétisée) estimée par la méthode RM en un ensemble réduit de sources circulaires, correspondant aux haut-parleurs du futur prototype.



(a) 200 Hz

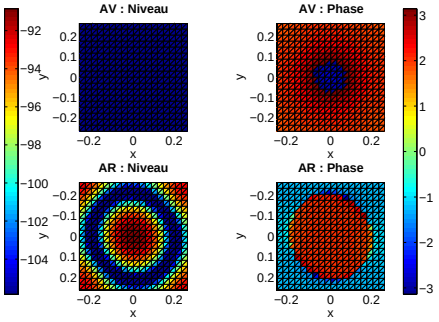
(b) 500 Hz

(c) 750 Hz

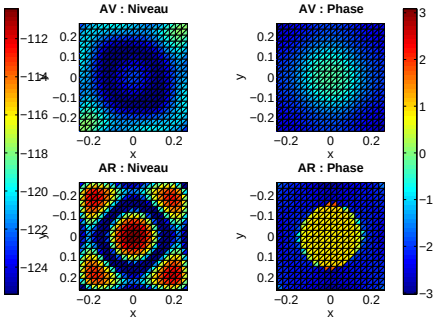
(d) 900 Hz

FIGURE 5.1 – Distribution de vitesse à la surface du prototype avec 20 modes (niveau et phase)
AV : vue avant ; AR : vue arrière
$\mu = 100/M_D$

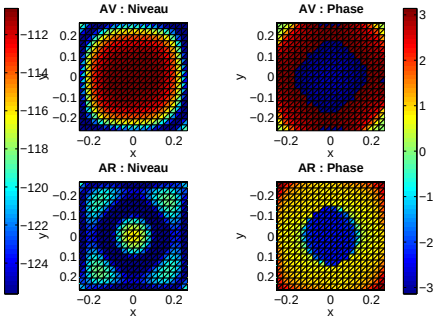
Cette étape est très délicate. Nous pourrions utiliser une méthode d'identification de sources telles qu'un algorithme génétique ou une méthode parcimonieuse, à condition de définir préalablement un critère rigoureux permettant d'estimer la pertinence d'un jeu de haut-parleurs. Ceci nécessiterait en particulier de prendre en compte simultanément toutes les fréquences de travail, pour obtenir une source capable de travailler en large bande.



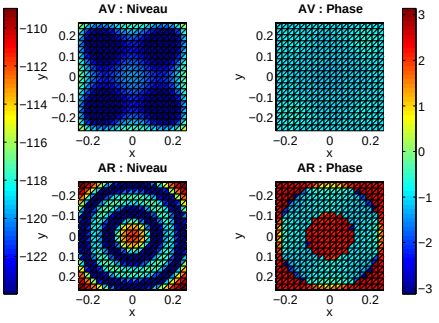
(a) 200 Hz



(b) 500 Hz



(c) 750 Hz

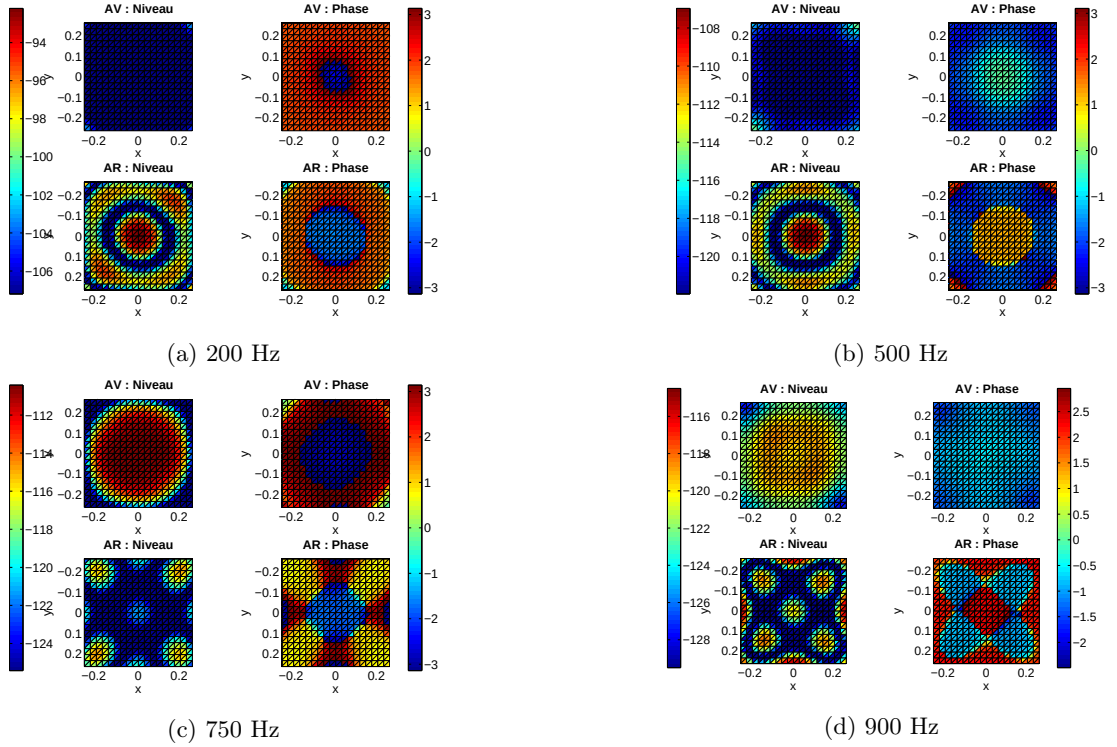


(d) 900 Hz

FIGURE 5.2 – Distribution de vitesse à la surface du prototype avec 35 modes (niveau et phase)
AV : vue avant ; AR : vue arrière
$\mu = 100/M_D$

Au stade actuel, la méthode proposée comporte encore de nombreux paramètres explicites ou non. Pour traiter un premier exemple, nous avons opté pour une démarche "visuelle", basée sur l'examen des cartographies de débit à quelques fréquences. Ceci n'est déjà pas simple, car les choix du paramètre de contraste ou du nombre de modes peuvent modifier significativement ces cartographies.

La première difficulté est ainsi de fixer les paramètres permettant d'obtenir la cartographie de débit, et en particulier le nombre de RM utilisés pour la construire. *A priori*, la complexité de la déformée est plus importante que celle du rayonnement en champ lointain, donc intuitivement il est probable qu'un grand nombre de modes soit pertinent, même aux basses fréquences. Ceci est vérifié en traçant des cartographies à partir d'un nombre croissant de RM : sur les figures 5.1, 5.2 et 5.3, la déformée modale est estimée en utilisant 20, 35 et 45 modes respectivement. Ces figures illustrent bien que plus le nombre de modes est élevé, plus la déformée ainsi construite est com-



(a) 200 Hz

(b) 500 Hz

(c) 750 Hz

(d) 900 Hz

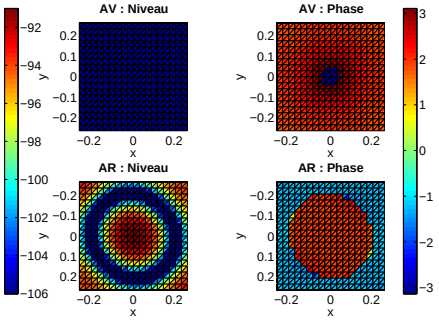
FIGURE 5.3 – Distribution de vitesse à la surface du prototype avec 45 modes (niveau et phase)
AV : vue avant ; AR : vue arrière
$\mu = 100/M_D$

plexe - sans qu'il soit évident pour autant que cette complexité soit nécessaire pour déterminer les positions des haut-parleurs. Dans un premier temps, nous interprétons donc la cartographie obtenue avec 35 modes (figure 5.2).

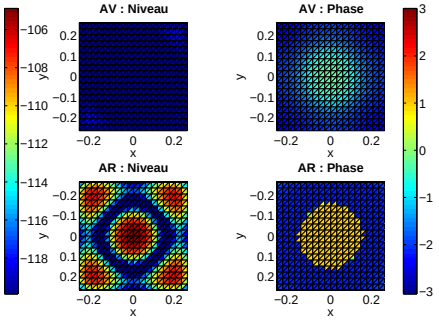
L'interprétation des distributions de vitesses ainsi obtenues n'est pas intuitive. En particulier, la face avant du prototype est très peu active aux basses fréquences, sa contribution ne devenant progressivement plus importante qu'aux fréquences moyennes (supérieures à 500 Hz). Nous observons alors une zone vibrante centrale, de taille variable avec la fréquence, complétée par une zone vibrante périphérique aux plus hautes fréquences.

La distribution de débit sur la face arrière est dominante, et semble plus facile à synthétiser. Sur toute la bande de fréquences ($100 - 1000$ Hz), cinq zones vibrantes semblent toujours bien marquées : une zone au centre vibrant en opposition de phase avec quatre zones dans les coins de la face arrière.

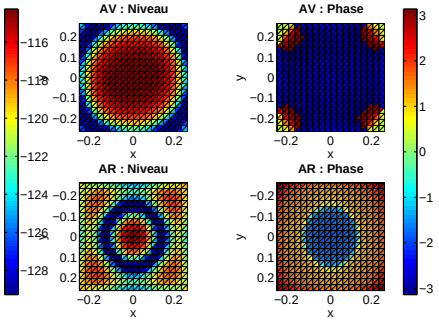
Ces tendances peuvent aussi être observées pour d'autres combinaisons des coefficients μ_1 et μ_2 (à titre d'exemple, les figures 5.2 et 5.4 correspondent à un même nombre de RM, mais des paramètres de contraste différents). Par contre, un changement significatif de la cible de pression imposée peut conduire à une distribution de débit très différente.



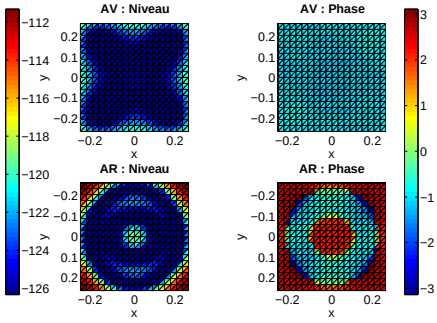
(a) 200 Hz



(b) 500 Hz



(c) 750 Hz



(d) 900 Hz

FIGURE 5.4 – Distribution de vitesse à la surface du prototype avec 35 modes (niveau et phase)
AV : vue avant ; AR : vue arrière
$\mu = 1000/M_D$, $\mu_2 = 100/M_D$

Il faut enfin rappeler, que les RM sont ici identifiés à partir de la partie réelle de la matrice $\mathbf{Z}$, et risquent de ne pas décrire correctement une déformée ciblant un rayonnement à courte portée. La détermination de la distance minimale compatible avec la décomposition de la partie réelle de $\mathbf{Z}$ est un problème en soi, qui méritera d'être approfondi ultérieurement.

5.1.3 Répartition des haut-parleurs

En première approximation, le débit de la face avant, dont l'importance semble plus faible que celui de la face arrière, est approximé par un seul haut-parleur de taille moyenne (diamètre effectif 13 cm). La face arrière est par contre divisée en cinq zones, approximée par cinq haut-parleurs : un haut-parleur au centre (diamètre effectif 11 cm) et quatre haut-parleurs dans les coins (diamètres effectifs 7 cm). La figure 5.5 donne une représentation schématique de ce premier prototype, les trois couleurs correspondant aux trois canaux indépendants à piloter : les zones dont les débits estimés sont en phase (ici les quatre coins de la face arrière) sont assimilées à des haut-parleurs pilotés simultanément par un même canal. À noter que les dimensions proposées pour les haut-parleurs résultent aussi de contraintes pratiques, notamment la disponibilité de références commerciales (dont le choix est justifié dans le §5.2).

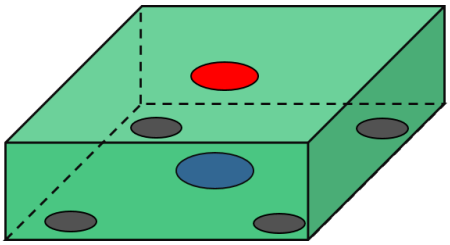
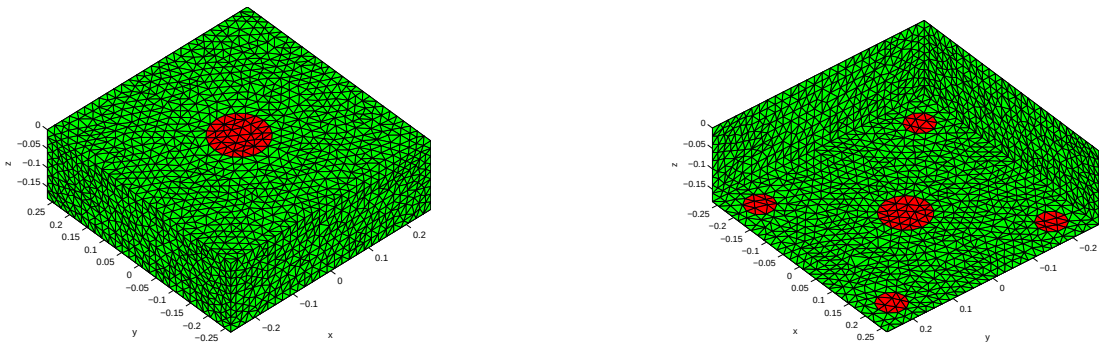


FIGURE 5.5 – Positionnement des haut-parleurs sur le prototype

5.1.4 Vérification de la configuration

Maillage du problème

Pour valider cette première configuration de la source, les fonctions de transfert des haut-parleurs proposés ont été estimées numériquement. Le maillage de la source est généré sous forme de l'assemblage 3D des maillages 2D des différentes faces de la boîte, générés à l'aide des outils du logiciel FreeFem++ (logiciel libre normalement dédié à la résolution de problèmes d'équations différentielles partielles). Pour ce calcul, le prototype est alors discrétisé avec des éléments triangulaires non-réguliers dont l'arête moyenne est de $1,5$ cm (la fréquence maximale de calcul est donc environ $2,5$ kHz). Les diaphragmes des haut-parleurs sont représentés par des pistons plans (voir figure 5.6). Un plan rigide infini est positionné à 70 cm devant le prototype (il est pris en compte par une source image dans le code FELIN).



(a) Face avant (b) Face arrière

FIGURE 5.6 – Maillage du prototype

Calcul des commandes

Le calcul de signaux de pilotage peut à nouveau être fait au moyen d'une des techniques du construction de contraste évaluées au chapitre 4. La technique de la pression conforme, utilisée pour définir les positions des sources élémentaires sur le prototype, est à nouveau retenue à ce

stade car elle semble bien répondre aux objectifs visés. Dans le cadre de la validation préliminaire de notre prototype, nous n'utilisons par contre que la version de base de cette méthode, c'est-à-dire que nous ne cherchons ni à minimiser l'effort de contrôle, ni à créer deux zones de silence avec des contrastes différents. La fonction de coût à minimiser est alors donnée par :

$$J = [\mathbf{p_B} - \mathbf{p_c}]^*[\mathbf{p_B} - \mathbf{p_c}] + \mu[\mathbf{p_D}^*\mathbf{p_D} - D_0] \tag{5.4}$$

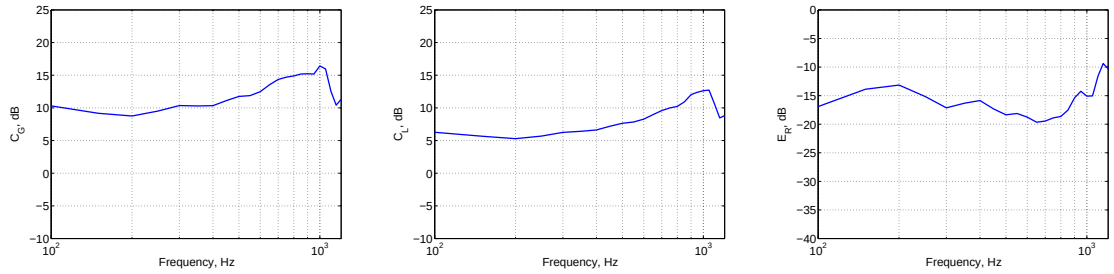
Le débit optimal, qui minimise la fonction J est alors :

$$\mathbf{q_c} = [\mathbf{G_B}^*\mathbf{G_B} + \mu\mathbf{G_D}^*\mathbf{G_D}]^{-1}[\mathbf{G_B}^*\mathbf{p_c}] \tag{5.5}$$

La matrice des fonctions de transfert $\mathbf{G} = \mathbf{G_B} \cup \mathbf{G_D}$ entre les trois canaux et les M points dans le domaine extérieur (dans la zone cible et la zone de silence, $M = M_B \cup M_D$) est estimée numériquement en appliquant une vitesse unitaire successivement à chaque groupe d'éléments représentant les sources des différents canaux. À chaque fréquence, la fonction de transfert entre un canal et les M points dans le domaine extérieur est déterminée par :

$$\mathbf{G} = \mathbf{p}\mathbf{q}^{-1} = \mathbf{p}[\mathbf{v}\mathbf{S}_r]^{-1} \tag{5.6}$$

où $\mathbf{S}_r$ est le vecteur des surfaces des éléments correspondant à chaque canal (*i.e.* les surfaces des membranes des différents haut-parleurs). La pression $\mathbf{p}$ aux points M peut alors être estimée par une méthode BEM directe. Le calcul est ici effectué à l'aide du logiciel commercial SYSNOISE, en fixant comme premier objectif un niveau cible de 100 dB SPL dans la zone sonorisée.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur

FIGURE 5.7 – Métriques

La figure 5.7 présente les métriques obtenues avec cette simulation. Nous constatons que l'émulation par la répartition de haut-parleurs proposée ne semble pas approcher suffisamment la cartographie vibratoire initiale : le contraste local atteint tout juste 5 dB aux basses fréquences. Ceci peut provenir du fait que la déformée vibratoire calculée sur la face avant est mal approximée : bien qu'elle soit d'amplitude bien plus faible que celle de la face arrière, elle concerne

une grande surface ; son débit peut donc être significatif. Une meilleure approximation pourrait nécessiter un haut-parleur de diamètre plus grand sur la face avant, tout aux moins à certaines fréquences.

Amélioration de la configuration

L'approximation du débit sur la face avant par un seul haut-parleur nécessiterait ainsi que sa surface équivalente varie avec la fréquence, ce qui n'est pas réalisable en pratique. Pour approximer une zone vibrante de taille variable, il a donc été décidé d'ajouter un anneau de 16 haut-parleurs de petite taille sur la face avant (figure 5.8). Cette proposition est inspirée par un travail antérieur, où les auteurs ont montré l'intérêt d'un anneau de haut-parleurs pour le contrôle du bruit incident sur une paroi rigide [88]. Le maillage de cette nouvelle configuration est alors présenté à la figure 5.9.

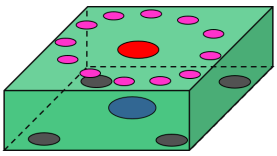
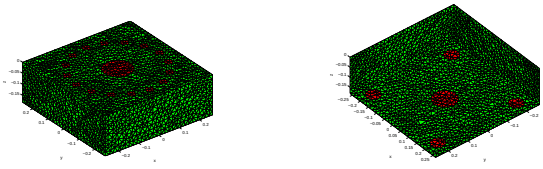
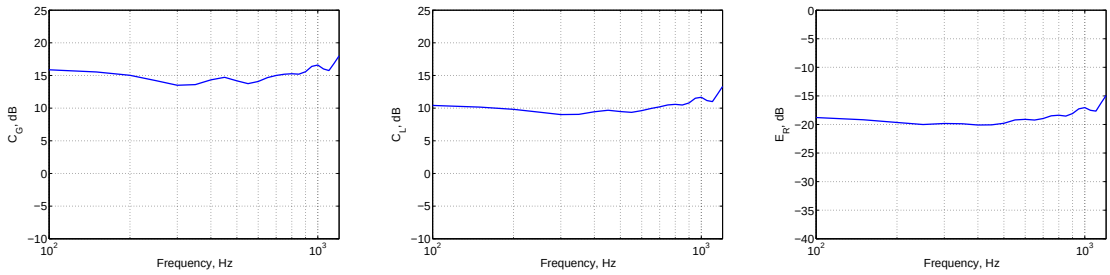


FIGURE 5.8 – Positionnement des haut-parleurs sur le prototype



(a) Face avant (b) Face arrière

FIGURE 5.9 – Maillage du prototype



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur

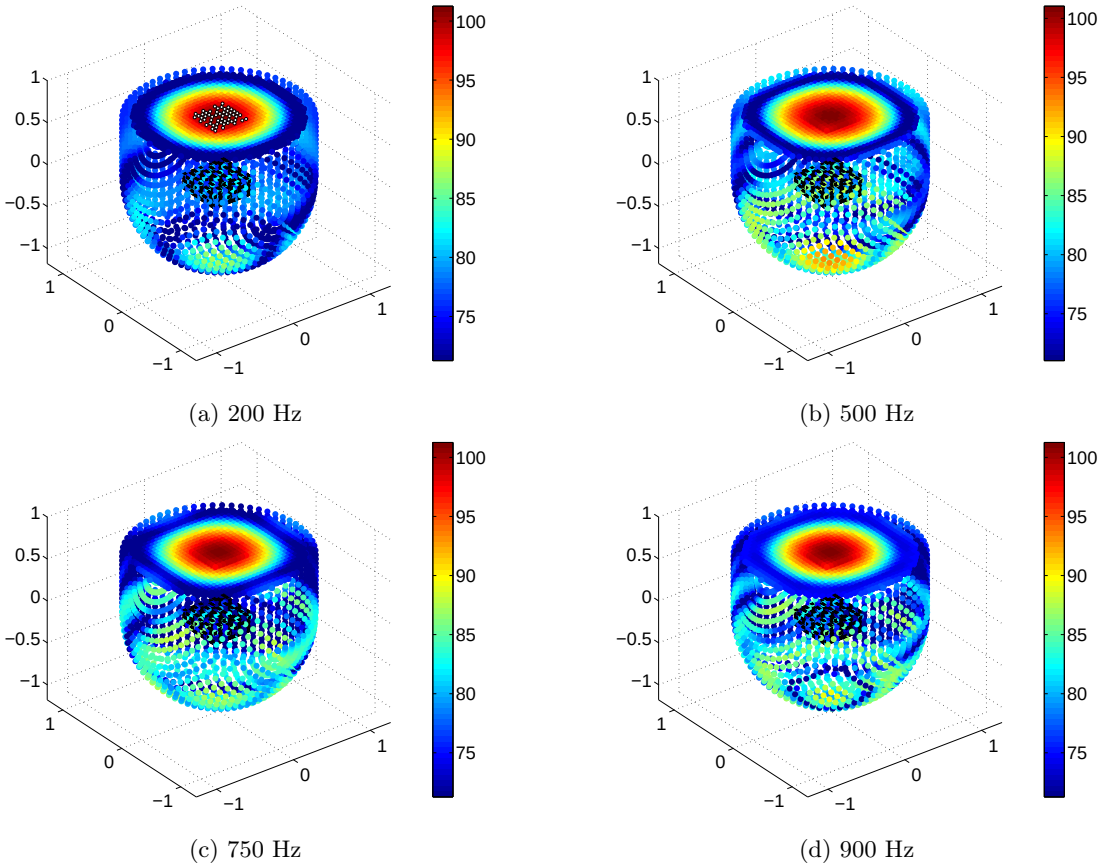
FIGURE 5.10 – Métriques pour la configuration améliorée

Effectivement, cette dernière configuration du prototype, comportant (avec l'anneau supplémentaire) 4 canaux de pilotage, améliore significativement le résultat (figure 5.10). Ainsi, pour la suite de ce travail, nous choisissons cette distribution des haut-parleurs sur le prototype. Cette configuration n'est sans doute pas optimale mais conduit à une définition réaliste du prototype.

Validation de la configuration

La figure 5.11 représente la simulation de la pression rayonnée par le prototype à quatre canaux, à quelques fréquences. Nous constatons alors que la disposition des sources discrètes

choisie est bien adaptée au problème, car elle permet d'obtenir un contraste et une tache focale à peu près constants en fonction de fréquence. La configuration de haut-parleurs obtenue *in fine* est donc bien adaptée à la synthèse du champ ciblé.



(a) 200 Hz (b) 500 Hz

(c) 750 Hz (d) 900 Hz

FIGURE 5.11 – Cartographie simulée du niveau de pression rayonné par le prototype

Ce premier résultat est très encourageant, d'abord car il pose les bases d'un prototype adapté au problème posé. Mais au-delà de cet exemple, le fait d'avoir pu concevoir ce prototype en suivant une approche nouvelle, basée sur la méthode RM couplée à la méthode de pression conforme, est également un résultat important à nos yeux : ce premier essai tend à valider l'ensemble de la démarche proposée, et ouvre ainsi des perspectives à court et moyen terme.

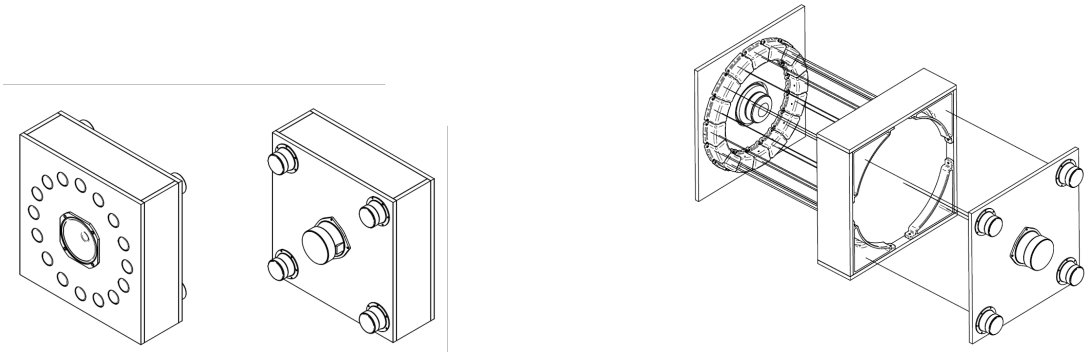
5.2 Réalisation du prototype

Pour la construction du prototype, 4 types de haut-parleurs (basses fréquences ou large bande) ont été choisis. Les transducteurs étant montés dans des volumes clos indépendants, une contrainte importante concernant leur choix a été leur volume acoustique équivalent (communément noté V_{as} sur les fiches techniques). Les différentes références choisies sont précisées ci-après :

- Face avant – centre : modèle *Audax HM 170 GO* avec un diamètre de membrane égal à 13 cm ;
- Face avant – couronne de 16 haut-parleurs : modèle *Aura NSW2-326-8A* avec un diamètre de membrane égal à $4,4$ cm, quatre groupes de 4 haut-parleurs connectés en série sont branchés en parallèle afin de présenter une impédance de l'ordre de 8 Ω à l'amplificateur ;
- Face arrière – centre : modèle *Beyma 5P200/Fe* avec un diamètre de membrane égal à 12 cm ;
- Face arrière – 4 haut-parleurs disposés aux coins : modèle *Dayton RS100-8* avec un diamètre de membrane égal à $7,7$ cm, 2 groupes de 2 transducteurs connectés en série sont branchés en parallèle, toujours pour présenter une impédance de l'ordre de 8 Ω à l'amplificateur.

Les fiches techniques des haut-parleurs figurent en annexe C.

Le positionnement des sources sur le caisson est représenté sur la figure 5.12a. On y distingue le cloisonnement des différents transducteurs sur la vue en éclaté. La construction intérieure de l'enceinte assure des volumes arrières non communicants pour tous les haut-parleurs (figure 5.12b). On remarque également que les haut-parleurs de la face arrière sont montés avec le moteur à l'extérieur afin de diminuer l'encombrement des volumes clos et donc garder une souplesse d'air suffisante. Plus de détails de la construction du prototype peuvent être trouvés en annexe D.



(a) ensemble monté (b) vue en éclaté

FIGURE 5.12 – Représentation du prototype

5.3 Validation expérimentale

5.3.1 Calcul des signaux de pilotage expérimentaux

Lors de l'implémentation pratique, le pilotage des sources est réalisé par les tensions fournies aux haut-parleurs. Ainsi, si la matrice de transfert $\mathbf{K}$ est définie comme le rapport entre la pression aux points de contrôle et la tension des canaux ($\mathbf{p} = \mathbf{Ku}$), l'équation 5.5 peut être réécrite comme suit :

$$\mathbf{u_c} = [\mathbf{K_B}^*\mathbf{K_B} + \mu\mathbf{K_D}^*\mathbf{K_D}]^{-1}[\mathbf{K_B}^*\mathbf{p_c}] \tag{5.7}$$

$\mathbf{u_c}$ étant le vecteur des valeurs de la tension cible envoyée aux canaux et $\mathbf{K_B}$ et $\mathbf{K_G}$ les fonctions de transfert entre la tension aux bornes des haut-parleurs et la pression aux points dans les zones B et D respectivement.

5.3.2 Calcul des fonctions de transfert du prototype

La matrice de fonctions de transfert $\mathbf{K} = [\mathbf{K_B K_D}]'$ peut être estimée à partir des fonctions de transfert $\mathbf{L}$ entre les mesures de la vitesse du diaphragme des haut-parleurs $\mathbf{v_m}$ et celles des tensions des haut-parleurs :

$$\mathbf{K} = \mathbf{G} \times \mathbf{L} = [\mathbf{p_{sim}} \mathbf{v_{sim}}^{-1}][\mathbf{v_m} \mathbf{u}^{-1}] \tag{5.8}$$

où $\mathbf{p_{sim}}$ est le vecteur pression sur les points autour du prototype et $\mathbf{v_{sim}}$ le vecteur vitesse des membranes des pistons.

Ainsi, l'équation 5.7 peut être réécrite comme :

$$\mathbf{u_{c_{sim}}} = [\mathbf{K_B}^* \mathbf{K_B} + \mu \mathbf{K_D}^* \mathbf{K_D}]^{-1} [\mathbf{K_B}^* \mathbf{p_c}] \tag{5.9}$$

La pression réelle rayonnée par le prototype correspond à la superposition des pressions rayonnées par chaque canal. Celles-ci sont estimées à partir des fonctions de transfert mesurées $\mathbf{K_{mes}}$ et des signaux de pilotage $\mathbf{u_{c_{sim}}}$:

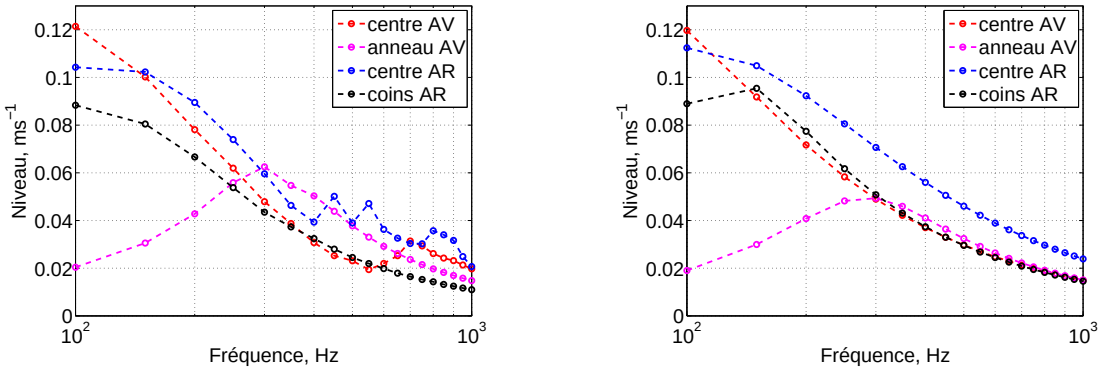
$$\mathbf{p_{mes}} = \mathbf{K_{mes}} \mathbf{u_{c_{sim}}} \tag{5.10}$$

5.3.3 Mesure des vitesses des diaphragmes

La fonction de transfert $\mathbf{L}$ est mesurée à l'aide d'un vibromètre laser Polytec CLV-1000. Les haut-parleurs sont excités par un sinus glissant de tension efficace égale à $2,3$ V RMS généré par le logiciel INTAC développé au CTTM. Ce logiciel est dédié à l'acquisition et au traitement des données de mesures acoustiques ou vibratoires. La mesure de vitesse a été réalisée en un point de la membrane pour chaque haut-parleur. Pour les groupes de sources, un seul haut-parleur a été testé, en supposant que les haut-parleurs d'un même modèle possèdent des caractéristiques très proches. Les membranes étant plutôt foncées et brillantes, de petits points blancs ont été dessinés sur les diaphragmes afin d'obtenir une meilleure réflexion du faisceau laser.

La vitesse pour 1 V est représentée sur la figure 5.13a. Elle peut être comparée à la vitesse calculée à partir du modèle électroacoustique de Thiele et Small [181, 167] montrée sur la figure 5.13b. Ce modèle est largement utilisé pour le calcul de la vitesse de membrane d'un haut-parleur aux basses fréquences, par contre il suppose que la membrane se comporte comme un piston plan

et n'est donc pas capable de décrire les modes vibratoires de la membrane ou des suspensions. De plus, les paramètres électroacoustiques des haut-parleurs achetés peuvent être différents des valeurs fournies sur la documentation du constructeur. Ainsi, il est souvent nécessaire de les mesurer après rodage des haut-parleurs pour obtenir une estimation plus proche de la réalité [117]. Ceci est illustré par la figure 5.13b, où la vitesse, estimée à partir des données du constructeur, conduit à une différence d'environ 15% avec la vitesse mesurée avec le vibromètre laser sur l'un des haut-parleurs de l'anneau. Cet écart n'a rien de surprenant compte tenu des conditions de mesure (notamment, pour les haut-parleurs de la face arrière, dont l'aimant cachait partiellement la membrane) ; l'accord entre les valeurs mesurées et simulées est donc considéré comme acceptable.



(a) Vitesse mesurée

(b) Vitesse simulée

FIGURE 5.13 – Vitesse pour 1 V des membranes des différents haut-parleurs du prototype

5.3.4 Mesure des fonctions de transfert du prototype

Les mesures des fonctions de transfert du prototype ont été réalisées dans la salle semi-anéchoïque du CTTM. Le prototype est posé sur une table tournante affleurant au sol de la salle. Pour mesurer la pression à l'arrière du prototype (zone D2), un support de microphones a été construit. Ainsi, les mesures dans zone D2 peuvent être réalisées en faisant tourner le prototype autour de son axe. Un schéma de principe du montage ainsi qu'une photographie sont fournis sur les figures 5.14, 5.15 et 5.16. Pour mesurer la pression sur le sol (la zone cible et la zone D1), une tige métallique comportant 11 microphones espacés de 10 cm, a été utilisée (cf. figure 5.16).

Les différents signaux ont été générés à partir d'une carte son RME Fireface UC. Un amplificateur multicanal HPA QA4150 a été utilisé pour alimenter les différents groupes de haut-parleurs. L'enregistrement des signaux de pression a été réalisé à l'aide de 29 microphones PCB 130D21 $\frac{1}{4}$", d'une carte d'acquisition National Instruments NI PXI-1045 et du logiciel INTAC.

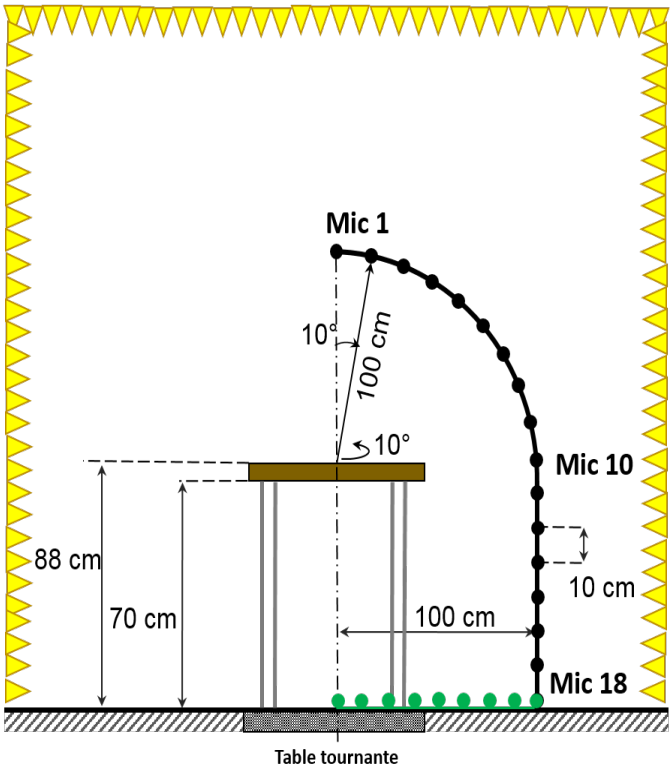


FIGURE 5.14 – Représentation schématique du dispositif de mesure

FIGURE 5.15 – Photographie du dispositif de mesure

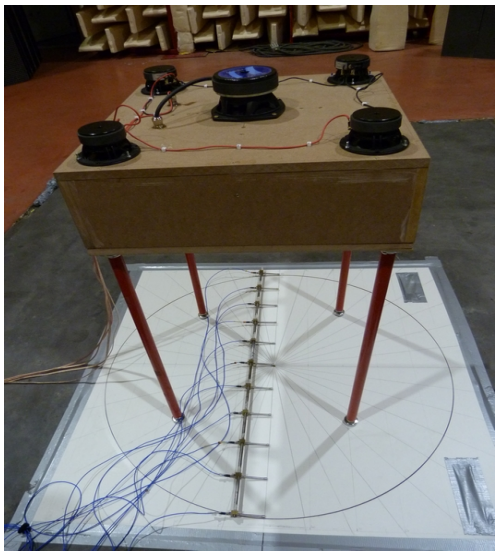
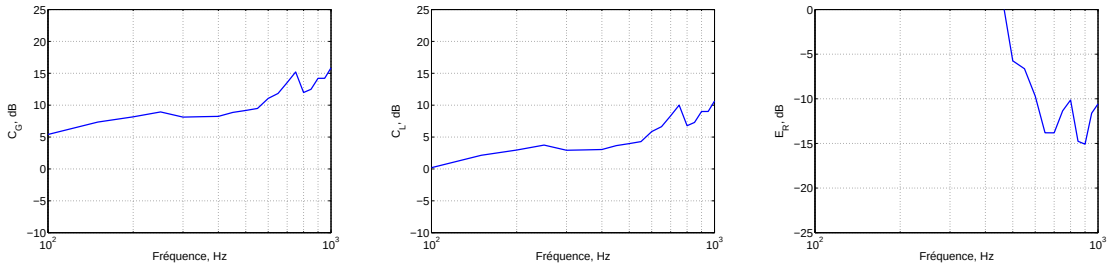


FIGURE 5.16 – Photographie du prototype sur la table tournante

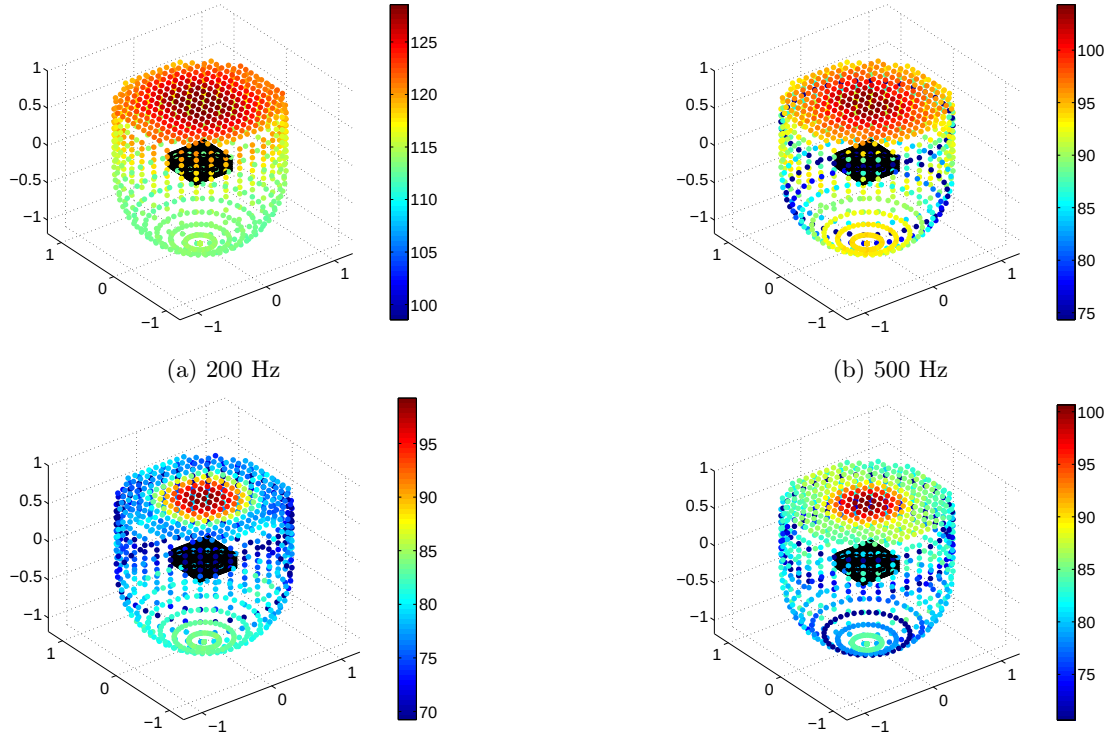
5.3.5 Résultats

Les métriques et la cartographie du rayonnement du prototype piloté par les signaux $\mathbf{u}_{\mathbf{c}_{\mathbf{sim}}}$ sont présentées sur les figures 5.17 et 5.18 respectivement. Les résultats ainsi obtenus sont très différents de nos attentes : le contraste entre les zones est moins fort que prévu par les simulations. De plus, le contrôle de la zone sonorisée B n'est pas correct aux basses fréquences : le niveau sur la zone cible est largement surestimé et la tache focale est trop étendue.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur

FIGURE 5.17 – Métriques pour une identification à partir de $\mathbf{K}$

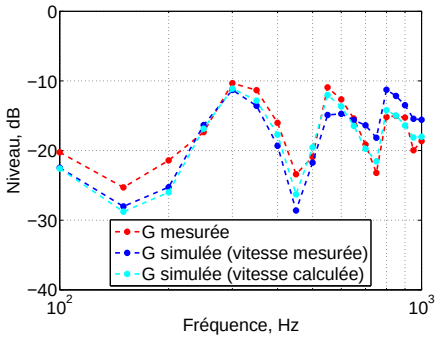


(a) 200 Hz (b) 500 Hz

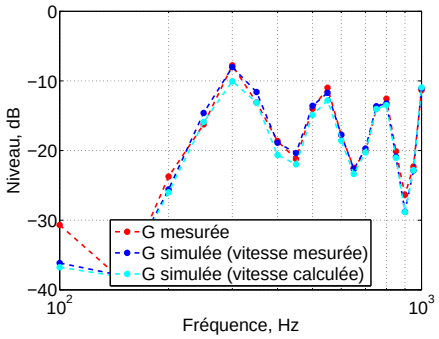
(c) 750 Hz (d) 900 Hz

FIGURE 5.18 – Cartographie mesurée du rayonnement du prototype

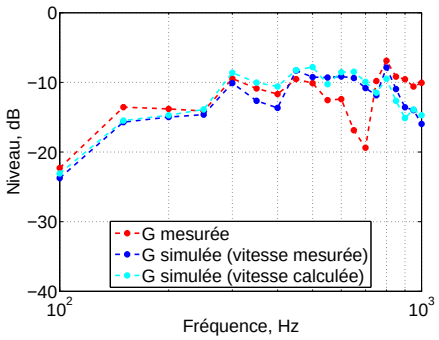
Si l'on compare les fonctions de transfert **K** mesurées et calculées (figures 5.19 et 5.20) en deux points (correspondant respectivement au **Mic 1** et **Mic 10** sur la figure 5.14), nous observons un décalage entre les courbes qui peut être supérieur à 5 dB à certaines fréquences.



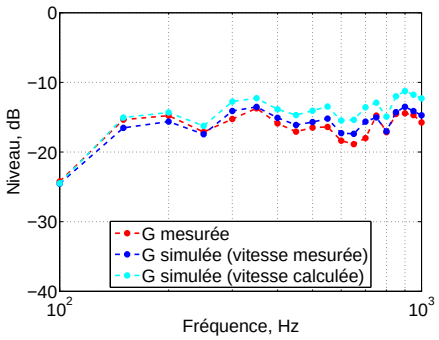
(a) centre AV



(b) anneau AV



(c) centre AR

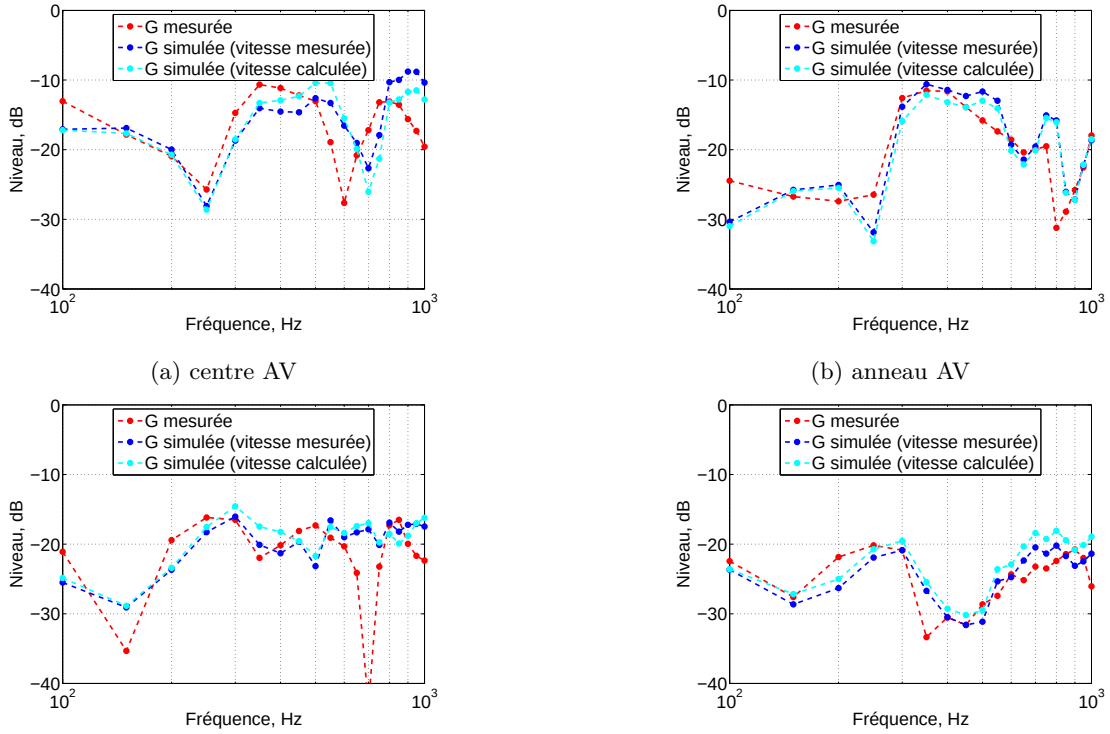


(d) coins AR

FIGURE 5.19 – Fonction de transfert la pression au point (0, 0, 1.18) m et les canaux du prototype, dB référence 1 Pa/V

Il est probable que le comportement réel des membranes des haut-parleurs soit un peu différent de celui d'un piston plan, surtout en dehors de l'axe ou à des distances "voisines" du prototype. Ainsi, la fonction de transfert de la couronne de 16 petits haut-parleurs (dont le comportement ressemble le plus à un piston plan) est plus proche de celle mesurées. Une autre explication pourrait être liée aux vibrations parasites des parois du caisson. Étant donnée la grande surface des parois du prototype, comparée aux surfaces des membranes, même de petites vibrations du caisson peuvent générer des écarts importants avec la simulation. De plus, l'hypothèse implicite du modèle, qui considère que les vitesses de tous les haut-parleurs d'un même modèle sont égales, n'est probablement pas totalement justifiée en pratique. Enfin, il faut souligner que les conditions de mesure ne sont pas rigoureusement semi-anéchoïques : le support des microphones est assez imposant et peut causer des réflexions aux hautes fréquences.

Les fonctions de transfert identifiées à partir du calcul BEM (l'équation 5.8) et de la vitesse identifiée à partir du modèle électroacoustique de Thiele et Small sont alors présentées sur les figures 5.19 et 5.20 (courbe cyan). Là aussi, l'accord général est bon mais avec des différences



(a) centre AV

(b) anneau AV

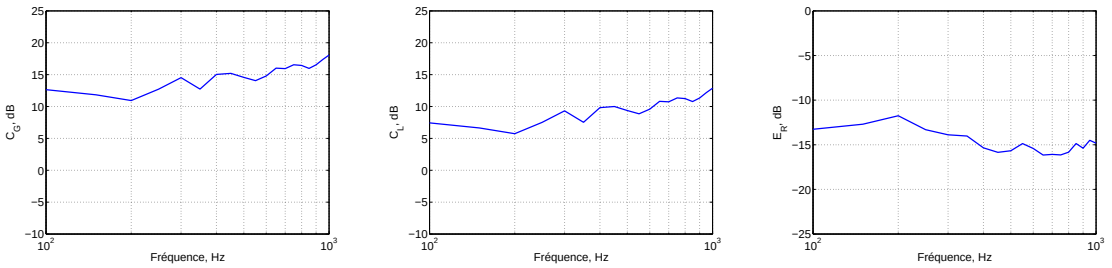
(c) centre AR

(d) coins AR

FIGURE 5.20 – Fonction de transfert la pression au point (0, 1, 0) m et les canaux du prototype, dB référence 1 Pa/V

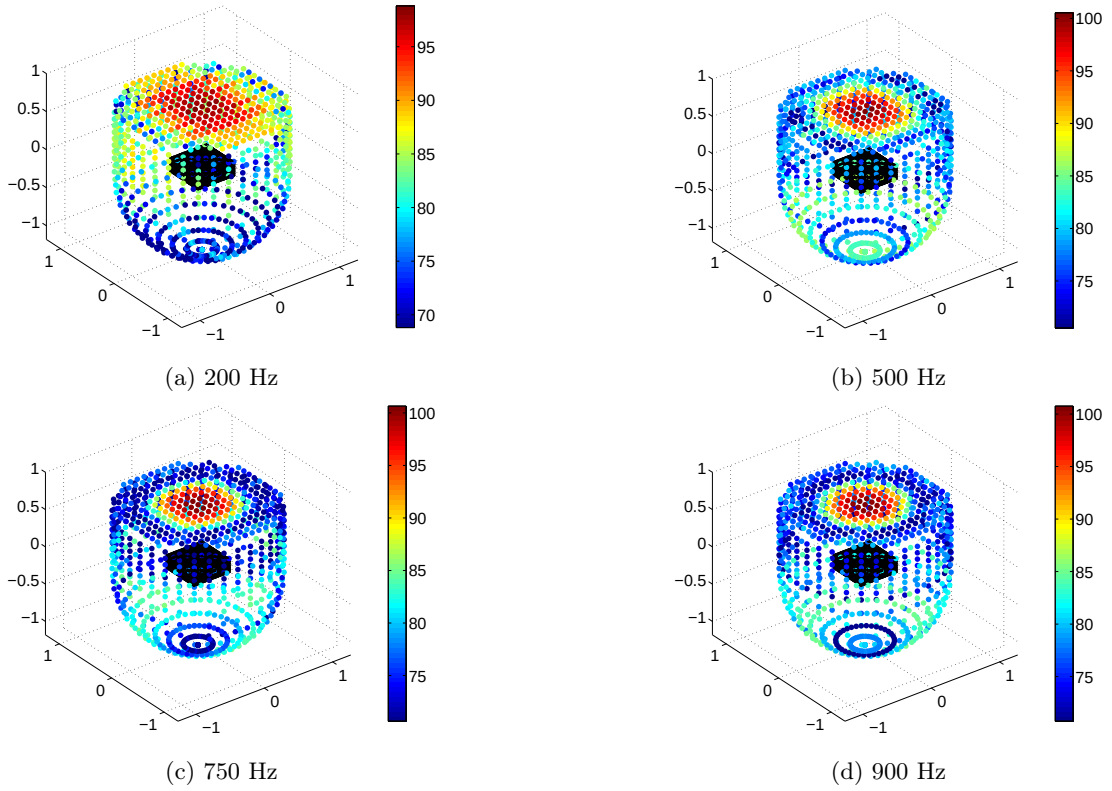
ponctuelles qui peuvent être très importantes, pouvant expliquer les résultats décevants obtenus pour les métriques (figure 5.17) et les cartographies (figure 5.18). Une simulation BEM utilisant un maillage simplifié et la vibration issue d'un modèle électroacoustique a des performances limitées (voir annexe B), et ne semble pas suffisante pour calculer directement les commandes des haut-parleurs.

Comme les fonctions de transfert $\mathbf{K}$ ont aussi été mesurées, il est envisageable de les utiliser pour vérifier notre démarche sans qu'elle soit pénalisée par l'erreur d'estimation des réponses. Ainsi, en ré-identifiant les commandes de pilotage à partir des fonctions de transfert mesurées $\mathbf{K_{mes}}$, il est possible de retrouver des résultats nettement plus satisfaisants (figure 5.21 et 5.22), même si les performances expérimentales restent un peu en deçà de celles prévues par simulation. Les résultats décevants obtenus précédemment étaient donc bien en grande partie dûs à la mauvaise estimation du rayonnement des sources réelles.



(a) Contraste global (b) Contraste local (c) Erreur

FIGURE 5.21 – Métriques pour une identification à partir de $\mathbf{K_{mes}}$



(a) 200 Hz (b) 500 Hz

(c) 750 Hz (d) 900 Hz

FIGURE 5.22 – Cartographie mesurée du rayonnement du prototype

5.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de tester la possibilité d'identifier le nombre, le diamètre et les positions optimales de haut-parleurs à placer sur le prototype afin de générer un champ cible. La déformée adaptée au champ acoustique cible a été déterminée en couplant la méthode des modes de rayonnement à la méthode de pression conforme. Une analyse visuelle a abouti à l'identification des zones vibrantes les plus actives, zones qui ont ensuite fourni les positions et tailles des sources à placer sur la caisse. Une forte dépendance fréquentielle de la déformée proposée

par la méthode RM a cependant complexifié l'analyse. Pour contourner cette difficulté lors de la réalisation pratique du prototype, il a été décidé de fixer les positions des haut-parleurs aux zones contribuant le plus souvent puis de piloter ceux-ci par des commandes dépendant de la fréquence.

De nombreuses simulations ont été réalisées pour tester, améliorer et valider l'emplacement des haut-parleurs sur la surface du prototype. Les premiers résultats numériques ont montré la capacité de la source à générer une tache cible de taille constante aux différentes fréquences avec le contraste spatial désiré.

Des mesures ont ensuite étés réalisées sur le prototype. Ces premiers résultats se sont avérés très encourageants, dès lors que les fonctions de transferts utilisées pour calculer des commandes étaient suffisamment réalistes (fonctions de transfert mesurées et non simulées).

Par la suite, il serait intéressant d'approfondir les causes des écarts qui restent observés, puis d'étudier la capacité du système à générer des zones de silence avec des contrastes différents. Il est aussi envisagé de tester d'autres formes de prototype et de chercher des paramétrages optimaux pour la régularisation lors de l'inversion. Il serait alors envisageable d'aboutir une méthode systématique permettant de passer de la déformée continue déterminée via les RM à une répartition discrète de haut-parleurs.

Conclusion

L'objectif visé dans ce travail était de réaliser une source directive, équipée avec un nombre restreint de haut-parleurs et permettant de générer un champ sonore prédéfini et focalisé, pour sonoriser une partie seulement d'un objet à mesurer.

La conception d'une telle source consiste à définir le nombre de sources élémentaires et leurs positions optimales sur une enceinte de dimensions préalablement choisies. Ce problème ne possède pas de solution triviale, et la plupart des travaux existants considèrent des sources et des positions connues. Bien que des techniques d'optimisation de positions de sources simples aient été proposées, elles ne permettent en général pas de déterminer le nombre et les emplacements optimaux de sources de taille finie (et réalistes sur le plan technologique) permettant de générer de manière optimale une pression cible.

Il a donc été proposé d'utiliser la méthode des modes de rayonnement qui permet de calculer une distribution de vitesse optimale au sens de l'efficacité de rayonnement. Il est important de remarquer que le choix de cette méthode est relativement arbitraire et partiellement intuitif. D'autres techniques, telle que la méthode des sources équivalentes, auraient pu être utilisées ; le choix effectué dès le début du projet, en début de thèse, était donc un pari destiné à fixer une direction à mener aussi loin que possible.

Le principe de la méthode utilisée ici consiste à décomposer la partie réelle de la matrice d'impédance acoustique sur la surface du corps de la source objet vibrant, pour y définir des fonctions orthogonales (les modes de rayonnement) qui sont des solutions indépendantes du problème de rayonnement. Chacun de ces modes peut être considéré comme une distribution de sources équivalentes, dont la forme ne dépend que de la géométrie du problème et non du débit d'une source réelle. Par construction, les premiers termes de la décomposition sont suffisants pour décrire la pression rayonnée en champ voisin et constituent ainsi des fonctions d'essai efficaces pour l'identification de la source.

La distribution de vitesse estimée par la méthode RM ne correspond ainsi pas forcément à une distribution existante. Elle permet cependant de reconstruire le même champ acoustique qu'une source réelle à toute distance suffisante de la source, avec, de plus, la garantie d'une efficacité de rayonnement optimale. Cette propriété a alors été utilisée pour définir les positions et tailles optimales de sources discrètes assurant la synthèse d'un champ sonore spécifique.

La méthode des modes de rayonnement étant encore relativement peu étudiée dans la littérature, la première partie de ce travail a consisté à analyser le comportement de cette méthode

et des paramètres influençant sa capacité à caractériser le champ rayonné par une source. L'influence de paramètres de calcul tels que la qualité du maillage, le nombre de modes, le nombre de mesures d'identification et leur emplacement, la distance entre la source et les points d'identification, le bruit spatial et le bruit de mesure, a été estimée, y compris en termes de facilité de l'inversion de la matrice lors du calcul des coefficients associés aux modes. Ces premiers tests ne sont cependant qu'une première étape pour analyser le rapport entre ces paramètres et leur effet sur le calcul. Une étude plus approfondie de chacun de ces paramètres devra être effectuée pour permettre de déterminer le domaine d'utilisation de la méthode.

A cette occasion, il a été confirmé que la zone de champ proche d'une source, caractérisée par une influence majeure des ondes évanescentes, semble moins étendue que ce qui est généralement admis. Ainsi, le terme de "champ voisin" a été introduit pour désigner la partie de l'espace où le champ rayonné est encore complexe (décroissance pas forcément radiale, et écart par rapport à la loi en $1/r$) mais pour lequel les termes évanescents sont déjà négligeables. L'identification d'une source par la méthode RM peut être ainsi être faite via des mesures assez proche de sa surface.

Cette technique a été appliquée à la caractérisation de la pression rayonnée par des sources bien maîtrisées : enceintes de type "colonne", "bibliothèque" ou encore bass-reflex pilotées suivant deux modes (cardioïde et bidirectionnel). Les résultats ont été confrontés favorablement à ceux obtenus via des mesures réalisées en chambre anéchoïque ou par calcul numérique (méthode des éléments des frontières BEM directe utilisant le profil vibratoire de la source mesuré avec un vibromètre laser à balayage). Les performances de la méthode RM en conditions anéchoïques ont ensuite été comparées à celles obtenues *in situ*. Ces dernières se sont encore montrées performantes, avec une légère dégradation de la reconstruction de la pression à partir des mesures *in situ* qui ne dépasse néanmoins pas 4 dB. Les diagrammes de directivité estimés à partir des mesures *in situ* sont aussi sensiblement identiques à ceux obtenus avec des mesures en salle anéchoïque.

Les résultats obtenus sont prometteurs et permettent de supposer que la méthode des modes de rayonnement est une bonne alternative à d'autres techniques d'estimation du champ rayonné. En effet, elle peut être facilement mise en oeuvre (nombre raisonnable de points d'identifications, mesure possible dans des salle non traitées) et conduit à un bon compromis entre la précision obtenue et le coût de l'estimation (instrumentation, mesure et calcul). Les résultats des travaux menés dans le cadre de la validation de la méthode ont donc été présentés dans plusieurs congrès d'acoustique, en France (comparaison de la méthode avec l'holographie en champ proche [168]) et à l'international (caractérisation de sources avec la méthode RM [169], caractérisation de sources avec la méthode RM en conditions non-anéchoïques [170]) et un article est prêt à être soumis.

* * *

Après cette validation dans le cadre d'une problématique de rayonnement, la méthode RM a été utilisée pour la conception d'une source. Cette méthode conduit en effet à estimer une distribution de vitesses correspondant à un champ acoustique souhaité, sous forme de la superposition des vitesses "modales" d'une source, pondérées par des poids déterminés à partir de la pression cible. Ceci permet d'identifier les zones vibratoires les plus efficaces, qui peuvent ensuite être approximées par des haut-parleurs.

Pour adapter la méthode RM aux objectifs du projet (un niveau prédéfini sur la zone cible et une pression atténuée, mais non spécifiée sur les autres zones), elle a été combinée avec une technique de construction de contraste. Contrairement à la plupart des cas traités dans la littérature, ou la zone sonorisée et la zone de silence sont limitées en taille et séparées dans l'espace, notre application nécessite de créer une zone sonorisée au milieu d'une zone de silence, ce qui conduit à une complication additionnelle. Le découpage de la zone de silence en plusieurs zones ayant des contraintes de contraste étagées a donc été envisagé du point de vue théorique, mais reste à valider expérimentalement.

Le passage d'une distribution "continue" (*i.e.* définie sur tous les éléments de la surface discrétisée) telle qu'elle est obtenue par la méthode RM, pour aboutir à un ensemble des sources discrètes (haut-parleurs), est une étape délicate qui n'a pas été entièrement explorée car au stade actuel la méthode comporte encore de nombreux paramètres, explicites ou non. Pour pouvoir faire travailler la source sur une large bande de fréquences, il est nécessaire de prendre en compte simultanément toutes les fréquences de travail lors de l'étape de réduction à quelques haut-parleurs. Pour le premier prototype, nous nous sommes contenté d'une démarche "visuelle", basée sur l'examen des cartographies de débit à quelques fréquences. Ceci n'est déjà pas simple, et nous a conduit à une zone vibrante de taille variable avec la fréquence. Son approximation par des sources réelles a impliqué deux canaux pilotant des surfaces vibrantes concentriques, ce qui complique la réalisation de la source.

Il est important de remarquer que la méthode RM a conduit à une distribution de sources assez peu intuitive, car à certaines fréquences la génération du champ cible devant le prototype sollicite essentiellement des haut-parleurs situés à l'arrière de la source. Par ailleurs, cette méthode a permis de définir la disposition des sources, mais aussi donné des indications concernant leur taille. La première version du prototype, où la taille de la source sur la face avant n'avait pas été respectée, a conduit à des performances inférieures à celle de la deuxième version. Ceci illustre l'intérêt de pouvoir gérer des sources de taille finie dans un tel problème.

Un premier prototype a alors été défini en suivant l'approche proposée. Sa capacité à générer un champ cible et focalisé a été validé théoriquement : en simulation, le prototype est capable de créer une zone cible de taille constante avec un contraste constant sur toute la bande de fréquences ciblée. Le pari initial, consistant à choisir la méthode RM pour traiter le problème posé, peut donc être considéré comme réussi. Néanmoins l'étape de choix des positions et tailles des haut-parleurs doit encore être largement étudiée, si possible en définissant un critère permettant d'interpréter la déformée "modale" en tenant compte des limites technologiques des sources électroacoustiques réelles.

Le prototype validé par simulation a aussi été construit, et de premiers tests expérimentaux ont été réalisés. Les résultats obtenus sont cohérents avec la théorie, permettant de conclure, encore une fois, quant à la validité de la méthode proposée. En revanche, il a été établi que des simplifications comme l'utilisation de fonctions de transfert calculées à partir du modèle BEM et de mesures vibrométriques ne sont pas suffisantes pour calculer *a priori* les signaux de pilotage. Une phase d'étalonnage, consistant à mesurer les réponses des différents canaux de la source, reste donc indispensable pour obtenir de bonnes performances lors de la synthèse de champ.

Perspectives

Les résultats obtenus au cours de ce travail de thèse sont plutôt satisfaisants, mais ils nécessitent d'être prolongés sur plusieurs aspects, et permettent aussi d'envisager un certain nombre de perspectives.

Un premier résultat de notre travail est que la méthode RM est une bonne technique d'identification du champ rayonné en champ voisin/lointain et peut donc être une alternative à d'autres méthodes d'estimation du rayonnement des sources. Même si nous n'avions pas cet objectif en début de thèse, il nous semble important de développer encore cet aspect, par exemple en appliquant la méthode RM à la mesure de grandes sources industrielles ou audio, notamment lorsque seules des mesures *in situ* sont possibles, ou dans le cas de sources trop grandes pour les chambres anéchoïques usuelles. Ainsi, la mesure de la directivité d'un grand *line array* est envisagée très prochainement.

Comme cela a déjà été évoqué, une étude plus approfondie des paramètres de calcul par la méthode RM sera indispensable, notamment la détermination du nombre et de la position optimale des points d'identification. Il est en particulier envisagé de développer une technique pour proposer les emplacements de mesures les plus adaptés à une géométrie donnée.

Pour la gestion du contraste, des tests sont prévus pour évaluer l'intérêt d'utiliser des contraintes différenciées pour des zones de silence successives. L'analyse des paramètres et leur optimisation sera également un objectif important. Enfin, de nouvelles techniques de construction de contraste pourront être testées en combinaison avec la méthode des modes de rayonnement.

Il est également envisagé de tester d'autres formes de sources, puis de considérer un réseau de plusieurs sources compactes. Ce problème est intéressant car le rayonnement des haut-parleurs arrière s'est avéré essentiel sur notre prototype, ce qui implique de prévoir un espacement entre les différentes sources d'un réseau. La distance de séparation et l'interaction entre les sources devront donc être étudiés dans le but d'optimiser la génération d'un champ focalisé.

Un autre point éventuellement important serait l'étude de l'effet des modes évanescents sur l'identification des zones vibrantes, qui peut être plus marqué dans le cas d'un réseau ou même d'une grande source, ou si la synthèse de champ cible une surface assez proche des sources.

Un des enjeux à long terme consiste à simplifier l'utilisation de la méthode pour favoriser son utilisation dans le secteur industriel, ce qui suppose de la rendre plus conviviale via un certain nombre d'amélioration : réduction des temps de calculs, création d'une interface graphique, proposition automatique des points d'identification, etc. Dans le même esprit, une version du code FELIN exploitable par la communauté scientifique sous forme d'un logiciel libre est en cours de développement.

Bibliographie

[1] W. F. Ames. *Numerical Methods for Partial Differential Equations.* Academic Press, 1992.

[2] A. Ando, Y. Chiba, K. Hamasaki, K. Imanaga, T. Ishii, K. Ono, and T. Sugimoto. Modeling of leaky acoustic tube for narrow-angle directional microphone. In *Audio Engineering Society Convention 129*, San Francisco, USA, 4-7 November 2010.

[3] F. Asano, Y. Suzuki, T. Sone, and D. Swanson. Optimization of control source location in active control systems. In *Proceedings of Active 95*, pages 489–498, 1995.

[4] J. Atkins. Robust beamforming and steering of arbitrary beam patterns using spherical arrays. In *IEEE Workshop on Applications of Signal Processing to Audio and Acoustics*, pages 237–240, 2011.

[5] M. Aucejo, N. Totaro, and J.-L. Guyader. Identification of source velocities with inverse patch transfer functions method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5) :3310, 2008.

[6] F. Avanzini, A. Belussi, A. Dal Palù, A. Dovier, and D. Rocchesso. Optimal placement of acoustic sources in a built-up area using CLP (FD). In *APPIA-GULP-PRODE 2002, Joint Conf. on Declarative Programming*, pages 139–154, 2002.

[7] J. Backman. Theory of acoustical resistance enclosures. In *Audio Engineering Society Convention 106*, Munich, Germany, 8-11 May 1999.

[8] K. Baek. Natural algorithms for choosing source locations in active control systems. *Journal of Sound and Vibration*, 186(2) :245–267, 1995.

[9] M. Bai and Y.-h. Hsieh. Sound focusing based on optimal loudspeaker array beamforming. In *22nd International Congress on Sound and Vibration*, number 101, pages 12–16, Florence, Italy, 2015.

[10] M. R. Bai. Application of BEM (Boundary Element Method)-based acoustic holography to radiation analysis of sound dources with arbitrarily shaped geometries. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92(1) :533–549, 1992.

[11] M. R. Bai and Y.-Y. Lo. Refined acoustic modeling and analysis of shotgun microphones. *J. Acoust. Soc Am.*, 133(4) :2036–2045, 2013.

[12] C. T. H. Baker. *The Numerical Treatment of Integral Equations.* Clarendon Press, Oxford, 1977.

[13] J. C. A. Barata and M. S. Hussein. The moore-penrose pseudoinverse : A tutorial review of the theory. *Brazilian Journal of Physics*, 42(1-2) :146–165, 2012.

[14] J. P. Barnes and P. R. Johnston. Application of robust generalised cross-validation to the inverse problem of electrocardiology. *Computers in Biology and Medicine*, 69 :213–225, 2016.

[15] P. Bauman, M. Urban, and C. Heil. Wavefront sculpture technology. In *Audio Engineering Society Convention 111*, New York, USA, 30 Novembre – 3 Decembre 2001.

[16] W. T. Baumann and H. H. Robertshaw. Active structural acoustic control of broadband disturbances. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(4) :1998–2005, 1991.

[17] W. T. Baumann, W. R. Saunders, and H. H. Robertshaw. Active suppression of acoustic radiation from impulsively excited structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(6) :3202–3208, 1991.

[18] M. Belge, M. E. Kilmer, and E. L. Miller. Efficient determination of multiple regularization parameters in a generalized L-curve framework. *Inverse Problems*, 18(4) :1161–1183, 2002.

[19] J. Benesty, J. Chen, Y. Huang, and J. Dmochowski. On microphone-array beamforming from a MIMO acoustic signal processing perspective. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, 15(3) :1053–1065, 2007.

[20] E. Benzaria and V. Martin. Secondary source locations in active noise control selection or optimization ? *Journal of Sound and Vibration*, 137(1) :137–144, 1994.

[21] E. Benzaria and V. Martin. Constrained optimization of secondary source locations : multipolar arrangements. In *Proceedings of Active 95*, pages 499–510, 1995.

[22] A. J. Berkhout. A holographic approach to acoustic control. *Journal of the Acoustical Society of America*, 36(12) :977–995, 1988.

[23] A. J. Berkhout, D. de Vries, and P. Vogel. Wave front synthesis : A new direction in electroacoustics. In *Audio Engineering Society Convention 93*, San Francisco, USA, 1-4 October 1992.

[24] A. J. Berkhout, D. de Vries, and P. Vogel. Acoustic control by wave field synthesis. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93(5) :2764–2778, 1993.

[25] A. J. Berkhout, P. Vogel, and D. de Vries. Use of wave field synthesis for natural reinforced sound. In *Audio Engineering Society Convention 92*, Vienna, Austria, 24-27 March 1992.

[26] J. M. Berman and F. L. M. The application of the digital techniques to measurements of loudspeacers. *Journal of the Audio Engineering Society*, 25 :370–384, 1977.

[27] T. Betlehem, W. Zhang, M. A. Poletti, and T. D. Abhayapala. Personal sound zones : Delivering interface-free audio to multiple listeners. *IEEE Signal Processing Magazine*, 32(2) :81–91, 2015.

[28] C.-X. Bi, W.-Q. Jing, Y.-B. Zhang, and W.-L. Lin. Reconstruction of the sound field above a reflecting plane using the equivalent source method. *Journal of Sound and Vibration*, 386 :149 – 162, 2017.

[29] J. Billingsley and R. Kinns. The acoustic telescope. *Journal of Sound and Vibration*, 48(4) :485–510, 1976.

[30] M. M. Boone and O. Ouweltjes. Design of a loudspeaker system with a low-frequency cardiodlike radiation pattern. *Journal of the Acoustical Society of America*, 45(9) :702–707, 1997.

[31] M. M. Boone, C. Wan-Ho, and I. Jeong-Guon. Design of a highly directional endfire loudspeaker array. *Journal of the Audio Engineering Society*, 57(5) :309–325, 2009.

[32] G. Borgiotti and K. Jones. Frequency independence property of radiation spatial filters. *Journal of the Acoustical Society of America*, 96(6) :3516–3524, 1994.

[33] G. V. Borgiotti. The power radiated by vibrating body in an acoustic fluid and its determination from boundary measurements. *Journal of the Acoustical Society of America*, 88(4) :1884–1893, 1990.

[34] G. V. Borgiotti and E. Rosen. The determination of the far field of an acoustic radiator from sparse measurement samples in the near field. *Journal of the Acoustical Society of America*, 92(2) :807–818, 1992.

[35] G. V. Borgiotti, A. Sarkissian, E. G. Williams, and L. Schuetz. Conformal generalized near-field acoustic holography for axisymmetric geometries. *Journal of the Acoustical Society of America*, 88(1) :199–209, 1990.

[36] C. A. Brebbia. *Boundary Element Techniques in Computer-Aided Engineering.* John Wiley and Sons, 1978.

[37] L. A. Brooks, A. C. Zander, and C. H. Hansen. Investigation into the feasibility of using a parametric array control source in an active noise control system. In *Proceedings of Acoustics*, number November, pages 39–45, Busselton, Australia, 2005.

[38] T. F. Brooks and W. M. Humphreys. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (DAMAS) determined from phased microphone arrays. *Journal of Sound and Vibration*, 294(4) :856–879, 2006.

[39] M. Bruneau. *Manuel d'acoustique fondamentale.* Hermes, 1998.

[40] A. J. Burton and G. F. Miller. The application of integral equation methods to the numerical solution of some exterior boundary-value problems. *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 323(1553) :201–210, 1971.

[41] D. Calvetti, S. Morigi, L. Reichel, and F. Sgallari. Tikhonov regularization and the L-curve for large discrete ill-posed problems. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 123 :423–446, 2000.

[42] P. Castellini and A. Sassaroli. Acoustic source localization in a reverberant environment by average beamforming. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(3) :796–808, 2010.

[43] J. Chang and F. Jacobsen. Sound field control with a circular double-layer array of loudspeakers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(6), 2012.

[44] J.-H. Chang, C.-H. Lee, J.-Y. Park, and Y.-H. Kim. A realization of sound focused personal audio system using acoustic contrast control. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(4) :2091–2097, 2009.

[45] G. N. Charalampopoulos, S. T. Mouzakitis, and C. G. Provatidis. Gradient optimisation methods for the positioning of active noise control actuators in enclosures. *International Journal of Acoustics and Vibrations*, 9(4) :163–174, 2004.

[46] J. Cheer, S. J. Elliott, Y. Kim, and J. W. Choi. Practical implementation of personal audio in a mobile device. *Journal of the Audio Engineering Society*, 61(5) :290–300, 2013.

[47] P.-T. Chen and J. H. Ginsberg. Complex power, reciprocity, and radiation modes for submerged bodies. *J. Acoust. Soc. Am.*, 98(6) :3343–3351, 1995.

[48] J.-W. Choi and Y.-H. Kim. Generation of an acoustically bright zone with an illuminated region using multiple sources. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 111(4) :1695–1700, 2002.

[49] A. Cigada, F. Ripamonti, and M. Vanali. The delay & sum algorithm applied to microphone array measurements : Numerical analysis and experimental validation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(6) :2645–2664, 2007.

[50] P. Coleman, P. J. B. Jackson, M. Olik, M. Møller, M. Olsen, and J. Abildgaard Pedersen. Acoustic contrast, planarity and robustness of sound zone methods using a circular loudspeaker array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(4) :1929–1940, 2014.

[51] E. Corteel. Equalization in an extended area using multichannel inversion and wave field synthesis. *Journal of the Acoustical Society of America*, 54(12) :1140–1161, 2006.

[52] E. Corteel and R. Nicol. Listening room compensation for wave field synthesis. what can be done ? In *Audio Engineering Society Conference : 23rd International Conference : Signal Processing in Audio Recording and Reproduction*, May 2003.

[53] H. Cox, R. M. Zeskind, and T. Kooij. Practical supergain. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 34(3) :393–398, 1986.

[54] P. G. Craven and M. A. Gerzon. UK Patent, 1977.

[55] K. A. Cunefare. The minimum multimodal radiation efficiency of baffled finite beams. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(5) :2521, 1991.

[56] K. A. Cunefare. Effect of modal interaction on sound radiation from vibrating structures. *AIAAJournal*, 30(12) :2819–2828, 1992.

[57] K. A. Cunefare and M. N. Currey. On the exterior acoustic radiation modes of structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(4) :2302–2312, 1994.

[58] J. Daniel. *Représentation de Champs Acoustiques, Application à la Transmission et à la Reproduction de Scènes Sonores Complexes dans un Contexte Multimédia*. PhD thesis, Université de Paris 6, 2001.

[59] L. M. Delves and J. L. Mohamed. *Computational Methods for Integral Equations*. Cambridge University Press, 1985.

[60] R. Dougherty. Extensions of DAMAS and benefits and limitations of deconvolution in beamforming. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, Monterey, USA, 23-25 May, 2005.

[61] W. F. Druyvesteyn and J. Garas. Personal sound. *Journal of the Audio Engineering Society*, 45(9) :685–701, 1997.

[62] S. Elliott, I. Stothers, and P. Nelson. A multiple error LMS algorithm and its application to the active control of sound and vibration. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 35(10) :1423–1434, 1987.

[63] S. J. Elliott, J. Cheer, H. Murfet, and K. R. Holland. Minimally radiating sources for personal audio. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(4) :1721–1728, 2010.

[64] S. J. Elliott and M. E. Johnson. Radiation modes and the active control of sound power. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 94(4) :2194–2204, 1993.

[65] S. J. Elliott and M. Jones. An active headrest for personal audio. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(5) :2702–2709, 2006.

[66] H. Engl and W. Grever. Using the L-curve for determining optimal regularization parameters. *Numerische Mathematik*, 69 :25–31, 1994.

[67] N. Epain and E. Friot. Active control of sound inside a sphere via control of the acoustic pressure at the boundary surface. *Journal of Sound and Vibration*, 299(3) :587–604, 2007.

[68] R. Fletcher and C. M. Reeves. Function minimization by conjugate gradients. *The Computer Journal*, 7(2) :149–154, 1964.

[69] F. Fohr, E. Portier, N. Poulain, and B. Gazengel. Qualification d'une petite chambre réverbérante pour la mesure du coefficient alpha sabine. In *Actes du 17ème Congrès Français de Mécanique*, Troyes, France, 2005.

[70] S. Forget, M. Schaeffer, N. Totaro, and J.-L. Guyader. Identification de sources acoustiques, par couplage numérique, appliquée à des pièces complexes de GMP. In *SIA Conference Simulation*, Montigny le Bretonneux, France, Mars 2015.

[71] S. Forget, N. Totaro, J.-L. Guyader, and M. Schaeffer. Imagerie acoustique par méthode inverse sur structure à géométrie complexe. In *Congrès Français de Mécanique*, Lyon, France, Août 2015.

[72] S. Forget, N. Totaro, J. L. Guyader, and M. Schaeffer. Source fields reconstruction with 3D mapping by means of the virtual acoustic volume concept. *Journal of Sound and Vibration*, 381 :48–64, 2016.

[73] E. Friot, R. Guillermin, and M. Winninger. Active control of scattered acoustic radiation : A real-time implementation for a three-dimensional object. *Acta Acustica united with Acustica*, 92(2) :278–288, 2006.

[74] W. S. Gan, J. Yang, and T. Kamakura. A review of parametric acoustic array in air. *Applied Acoustics*, 73(12) :1211–1219, 2012.

[75] P.-A. Gauthier and A. Berry. Adaptive wave field synthesis with independent radiation mode control for active sound field reproduction : Theory. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119(5) :2721–2737, 2006.

[76] P.-A. Gauthier and A. Berry. Adaptive wave field synthesis for active sound field reproduction : Experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(4) :1991–2002, 2008.

[77] P.-A. Gauthier, Y. Pasco, and A. Berry. Generalized singular value decomposition for personalized audio using loudspeaker array. In *Audion Engineering Society International Conference on Sound Field Control*, Guildford, UK, July 18-20 2016.

[78] K. L. Gemba, W. S. Hodgkiss, and P. Gerstoft. Adaptive and compressive matched field processing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(1) :92–103, 2017.

[79] G. H. Golub and C. F. V. Loan. *Matrix Computations*, volume 10. Physics Today, 1996.

[80] A. V. Goncharskii, A. S. Leonov, and A. G. Yagola. A generalized discrepancy principle. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 13(2) :25–37, 1973.

[81] V. Grulier, S. Paillasseur, J. Thomas, and J. Pascal. Forward propagation of time evolving acoustic pressure : formulation and investigation of the impulse response in time-wavenumber domain. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(5) :2367–2378, 2009.

[82] J. Hald. Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(4) :2105–2120, 2009.

[83] P. C. Hansen. The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. In *Computational Inverse Problems in Electrocardiology*, volume 4, pages 119–142. 2000.

[84] P. C. Hansen and D. P. O'Leary. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14(6) :1487–1503, 1993.

[85] C. Heil and M. Urban. Sound fields radiated by multiple sound sources arrays. In *Audio Engineering Society Convention 92*, Vienna, Austria, March 1992.

[86] C. A. Henricksen and M. S. Ureda. The manta-ray horns. *Journal of the Acoustical Society of America*, 26(9) :629–634, 1978.

[87] P. Herzog, R. Guillermin, P. Lorin, and V. Chritin. Identification of a vibration pattern from pressure measurements and radiation modes. In *EuroNoise*, Maastricht, Netherlands, 2015.

[88] P. Herzog and M. Melon. An active cell to improve transmission loss of partition walls at lower frequencies. In *Euronoise*, Prague, Czech Republic, 10-13 June 2012.

[89] P. Herzog, A. Roure, S. Bellizzi, N. Poulain, and J. L. Roux. Egalisation d'un moyen d'essais acoustiques pour satellites. In *Actes du 12ème Congrès Français d'Acoustique*, number 044, Poitiers, France, 2014.

[90] P. Herzog and O. Schevin. Estimation du degré de complexité d'un modèle de source vibrante. In *Actes du 6ème Congrès Français d'Acoustique*, number 075, Lille, France, 2002.

[91] R. Heyser. Acoustical measurements by time delay spectrometry. *Journal of the Audio Engineering Society*, 15(4) :370–382, 1967.

[92] T. J. Holmes. The "acoustic resistance box" - a fresh look at an old principle. *Journal of the Acoustical Society of America*, 34(12) :981–989, 1986.

[93] F. Holste. An equivalent source method for calculation of the sound radiated from aircraft engines. *Journal of Sound and Vibration*, 203(4) :667 – 695, 1997.

[94] IEC 60268-5. Sound system equipment - part 5 : Loudspeakers. *Standard of the International Electrotechnical Commission*, 2007.

[95] V. Isakov and S. F. Wu. On theory and application of the Helmholtz equation least squares method in inverse acoustics. *Inverse Problems*, 18(4) :1147, 2002.

[96] F. Jacobsen and V. Jaud. Statistically optimized near field acoustic holography using an array of pressure-velocity probes. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 121(3) :1550–1558, 2007.

[97] A. Jafarian, S. A. Measoomy Nia, A. K. Golmankhaneh, and D. Baleanu. Numerical solution of linear integral equations system using the bernstein collocation method. *Advances in Difference Equations*, 2013(1) :123, May 2013.

[98] R. Jeans and I. Mathews. The wave superposition method as a robust technique for computing acoustic fields. *J. Acoust. Soc. Am*, 92 :1156–1166, 1992.

[99] M. Jessel. *Acoustique théorique : propagation et holophonie*. Masson, 1973.

[100] D. S. Jones. Integral equations for the exterior acoustic problem. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, 27(1) :129–142, 1974.

[101] S. Kagami, H. Mizoguchi, Y. Tamai, and T. Kanade. Microphone array for 2D sound localization and capture. *Springer Tracts in Advanced Robotics*, 21 :45–54, 2006.

[102] J. M. Kates. Dipole loudspeaker response in listening rooms. *Journal of the Acoustical Society of America*, 50(5) :363–374, 2002.

[103] D. B. Keele. Low-frequency loudspeaker assessment by nearfield sound-pressure measurement. *Journal of the Audio Engineering Society*, 22(3) :154–162, 1974.

[104] R. T. Kessel. Predicting farfield pressures from nearfield loudspeaker measurements. In *the 85th Convention of the Audio Engineering Society*, number preprint 2729, Los Angeles, CA, USA, November 3-6 1988.

[105] M. R. F. Kidner, C. Petersen, A. C. Zander, and C. H. Hansen. Feasibility study of localised active noise control using an audio spotlight and virtual sensors. In *Proceedings of Acoustics*, pages 55–61, Christchurch, New Zealand, 20-22 November 2006.

[106] B.-K. Kim and J.-G. Ih. On the reconstruction of the vibro-acoustic field over the surface enclosing an interior space using the boundary element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 100(5) :3003–3016, 1996.

[107] J. K. Kim and J.-G. Ih. On the positioning of control sources for active noise control in 3-dimensional enclosed space. In *Proceedings of Active 95*, pages 510–518, 1995.

[108] Y. Kim and P. Nelson. Regularization methods for acoustic source reconstruction. In *The 29th International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering*, Nice, France, 27-30 August 2000.

[109] Y. Kim and P. Nelson. Optimal regularisation for acoustic source reconstruction by inverse methods. *Journal of sound and vibration*, 275 :453–487, 2004.

[110] S. Kirkup and S. F. Wu. The boundary element method in acoustics. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 108(5) :1973–1974, 2000.

[111] S. Kirkup and J. Yazdani. A gentle introduction to the boundary element method in Matlab/Freemat. In *Mathematical Methods, Computational Techniques, Non-Linear Systems, Intelligent Systems. Mathematics and Computers in Science and Engineering*, pages 1–15, Corfu, Greece, January 2008.

[112] R. E. Kleinman and P. M. van den Berg. Iterative methods for solving integral equations. *Radio Science*, 26(1) :175–181, 1991.

[113] W. Klippel and C. Bellmann. Holographic nearfield measurement of loudspeaker directivity. In *The 141th Audion Engineering Society Convention*, number preprint 9598, Los Angeles, USA, 2016 September 29th - October 1st.

[114] T. Komatsuzaki and Y. Iwata. Active noise control using high-directional parametric loudspeaker. *Journal of Environment and Engineering*, 6(1) :140–149, 2011.

[115] G. Koopman, L. Song, and J. Fahnline. A method for computing acoustic fields based on principle of wave superposition. *J. Acoust. Soc. Am*, 86 :2433–2438, 1989.

[116] C. Langrenne, A. Garcia, and M. Bonnet. Solving the hypersingular boundary intergral equation for the Burton and Miller formulation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(5) :3332–3340, 2015.

[117] J.-C. Le Roux. *Estimation of the electroacoustical parameters of loudpeakers at low frequencies and modelization of the cone suspensions.* PhD thesis, Université du Maine, April 1994.

[118] J.-C. Le Roux, J.-P. Dalmont, and B. Gazengel. A new impedance tube for large frequency band measurements of acoustic materials. In *Actes du Congrès Français d'Acoustique / Acoustic's 08*, Paris, France, 2008.

[119] J.-C. Le Roux, V. Grulier, J. H. Thomas, and J. C. Pascal. First experiments with real-time acoustic holography (rt-nah). In *Automobile Comfort Conference*, Le Mans, France, 2006.

[120] J.-C. Le Roux, P. Herzog, and N. Poulain. Conception et qualification d'actuateurs pour un moyen d'essais utilisant un contrôle du champ acoustique. In *Actes du 10ème Congrès Français d'Acoustique*, Lyon, France, 2010.

[121] P. Lecomte, P.-A. Gauthier, C. Langrenne, A. Berry, and A. Garcia. A fifty-node lebedev grid and its applications to ambisonics. *J. Audio Eng. Soc*, 64(11) :868–881, 2016.

[122] P. Lecomte, P. A. Gauthier, C. Langrenne, A. Berry, and A. Garcia. Cancellation of room reflections over an extended area using ambisonics. *Journal of the Acoustical Society of America*, 143(2) :811–828, 2018.

[123] J.-M. Lee, T.-W. Lee, J.-Y. Park, and Y.-H. Kim. Generation of a private listening zone ; acoustic parasol. In *20th International Congress on Acoustics*, pages 2975–2981, Sydney, Australia, 23-27 August 2010.

[124] X. Liao, J. Cheer, S. J. Elliott, and S. Zheng. Design of a loudspeaker array for personal audio in a car cabin. *Journal of the Audio Engineering Society*, 65(3) :226–238, 2017.

[125] S. Linkwitz. Development of a compact dipole loudspeaker. In *Audio Engineering Society Convention 93*, San Francisco, USA, 1-4 October 1992.

[126] S. Linkwitz. Investigation of sound quality differences between monopolar and dipolar woofers in small rooms. In *Audio Engineering Society Convention 105*, New York, USA, 26-29 September 1998.

[127] S. Linkwitz. Why is bass reproduction from a dipole woofer in a living room often subjectively more accurate than from a monopole woofer ? *Journal of the Acoustical Society of America*, 51(11) :1062–1063, 2003.

[128] S. P. Lipshitz and J. Vanderkooy. The acoustic radiation of line sources of finite length. In *Audio Engineering Society Convention 81*, Los Angeles, USA, 12-16 November 1986.

[129] E. Mabande and W. Kellermann. Towards superdirective beamforming with loudspeaker arrays. In *19th International Congress on Acoustics*, pages 1–6, Madrid, Spain, 2-7 September 2007.

[130] M. Magalhaes and R. A. Tenenbaum. Sound source reconstruction techniques : a review of their evolution and new trends. *J. Acta Acustica united with Acustica*, 90 :199–220, 2004.

[131] D. A. Manolas, T. Gialamas, and D. T. Tsahalis. A genetic algorithm for the simultaneous optimization of the sensor and actuator positions for an active noise and/or vibration control system. In *Proceedings of Internoise 96*, pages 1187–1192, Liverpool, UK, 30 July - 2 August 1996.

[132] S. Marburg and B. Nolte. *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids -Finite and Boundary Element Methods*. Springer, 2008.

[133] W. Mason and R. Marshall. A tubular directionnal microphone. *J. Acoust. Soc Am.*, 10 :206–215, 1939.

[134] G. Mastroianni, G. V. Milovanović, and D. Occorsio. Nyström method for Fredholm integral equations of the second kind in two variables on a triangle. *Applied Mathematics and Computation*, 219(14) :7653–7662, 2013.

[135] P. Mathé and S. V. Pereverzev. The discretized discrepancy principle under general source conditions. *Journal of Complexity*, 22(3) :371–381, 2006.

[136] M. Melon, C. Langrenne, and P. Herzog. Evaluation of a method for the measurement of subwoofers in usual rooms. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127(1) :256–263, 2010.

[137] M. Melon, C. Langrenne, D. Rousseau, and P. Herzog. Comparison of four subwoofer measurement techniques. *J. Audio. Eng. Soc.*, 55(12) :1077–1091, 2007.

[138] D. G. Meyer. Multiple-beam, electronically steered line-source arrays for sound-reinforcement applications. *Journal of the Acoustical Society of America*, 38(4) :237–249, 1990.

[139] X. Meynial. Dgrc arrays : A synthesis of geometrical and electronic loudspeaker arrays. In *Audio Engineering Society Convention 120*, Paris, France, 20-23 May 2006.

[140] U. Michel. History of acoustic beamforming. In *Proceedings of the Berlin Beamforming Conference*, pages 1–17, Berlin, Germany, 21–22 Novembre 2006.

[141] P. Mojabi and J. Lovetri. Adapting the normalized cumulative periodogram parameter-choice method to the Tikhonov regularization of 2-D/TM electromagnetic inverse scattering using Born iterative method. *Progress In Electromagnetics Research*, 1 :111–138, 2008.

[142] M. Munjal and L. Eriksson. An exact one-dimensional analysis of the acoustic sensitivity of the antiturbulence probe tube in a duct. *J. Acoust. Soc Am.*, 58(2) :582–587, 1989.

[143] K. Naghshineh. A design method for achieving weak radiator structures using active vibration control. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(2) :856, 1992.

[144] K. Naghshineh. Active control of sound power using acoustic basis functions as surface velocity filters. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 93(5) :2740, 1993.

[145] K. Naghshineh, G. H. Koopmann, and A. D. Belegundu. Material tailoring of structures to achieve a minimum radiation condition. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 92(2) :841–855, 1992.

[146] B. Nayroles, G. Touzot, and P. Villon. Using the diffuse approximation for optimizing the location of anti-sound sources. *Journal of Sound and Vibration*, 171(1) :1 – 21, 1994.

[147] P. Nelson and S. J. Elliott. *Active control of sound*. University Presse, Cambridge, 1993.

[148] A. Neubauer. Numerical realization of an optimal discrepancy principle for Tikhonov-regularization in Hilbert scales. *Computing*, 39(1) :43–55, 1987.

[149] R. Nicol and M. Emerit. 3d-sound reproduction over an extensive listening area : A hybrid method derived from holophony and ambisonic. In *Audio Engineering Society Conference : 16th International Conference : Spatial Sound Reproduction*, Mar 1999.

[150] D. Occorsio and M. G. Russo. Nyström methods for Fredholm integral equations using equispaced points. *Filomat*, 28(1) :49–63, 2014.

[151] M. Olik, P. J. B. Jackson, P. Coleman, and J. A. Pedersen. Optimal source placement for sound zone reproduction with first order reflections. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(6) :3085–3096, 2014.

[152] F. Olivieri, F. M. Fazi, P. A. Nelson, M. Shin, S. Fontana, and L. Yue. Theoretical and experimental comparative analysis of beamforming methods for loudspeaker arrays under given performance constraints. *Journal of Sound and Vibration*, 373 :302–324, 2016.

[153] F. Olivieri, F. M. Fazi, M. Shin, and P. A. Nelson. Pressure-matching beamforming method for loudspeaker arrays with frequency dependent selection of control points. In *Audio Engineering Society 138th Convention*, Warsaw, Poland, 7-10 May 2015.

[154] M. Ouisse, L. Maxit, C. Cacciolati, and J.-L. Guyader. Patch transfer functions as a tool to couple linear acoustic problems. *Journal of Vibration and Acoustics*, 127(5) :458, 2005.

[155] T. Padois, F. Sgard, O. Doutres, and A. Berry. Comparison of acoustic sources localization methods in time domain using sparsity constraints. In *Inter-Noise conference*, pages 1–10, San Francisco, USA, 2015.

[156] J. Panzer and D. Ponteggia. Inverse distance weighting for extrapolating balloon-directivity-plots. In *Audio Engineering Society Convention 131*, number preprint 8473, New York, USA, Oct 2011.

[157] J. Y. Park, J. H. Chang, and Y. H. Kim. Generation of independent bright zones for a two-channel private audio system. *Journal of the Audio Engineering Society*, 58(5) :382–393, 2010.

[158] A. M. Pasqual, J. R. De França Arruda, and P. Herzog. Application of acoustic radiation modes in the directivity control by a spherical loudspeaker array. *Acta Acustica united with Acustica*, 96(1) :32–42, 2010.

[159] A. Pasquel and P. Herzog. Pilotage d'un réseau de sources acoustiques à partir de ses modes de rayonnement. In *CFA 2014 Poitiers*, pages 1885 – 1891, Poitiers, France, 22-25 Avril 2014.

[160] A. Peillot, F. Ollivier, G. Chardon, and L. Daudet. Localization and identification of sound sources using "compressive sampling" techniques. In *18th International Congress on Sound and Vibration*, pages 1–8, Rio de Janeiro, Brazil, 2011.

[161] D. M. Photiadis. The relationship of singular value decomposition to wave-vector filtering in sound radiation problems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(2) :1152–1159, 1990.

[162] M. A. Poletti. An investigation of 2D multizone surround sound systems. *125th Audio Engineering Society Convention*, pages 1–9, 2–5 October 2008.

[163] S. Pottie and D. Botteldooren. Optimal placement of secondary sources for active noise control using a genetic algorithm. In *Proceedings of Internoise 96*, pages 1101–1104, Liverpool, UK, 30 July - 2 August 1996.

[164] B. Rafaely. Zones of quiet in a broadband diffuse sound field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 110(1) :296–302, 2001.

[165] B. Rafaely and D. Khaykin. Optimal model-based beamforming and independent steering for spherical loudspeaker arrays. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, 19(7) :2234–2238, 2011.

[166] O. Robin, A. Berry, and S. Moreau. Experimental vibroacoustic testing of plane panels using synthesized random pressure fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 135(6) :3434–3445, 2014.

[167] M. Rossi. *Électroacostique*. Presse polyteqhniques romandes, 1986.

[168] M. Sanalatii, P. Herzog, M. Melon, R. Guillermin, J.-C. Le Roux, and N. Poulain. Identification du profil vibratoire d'un haut-parleur monté sur une enceinte close a partir de mesures de pression acoustique en champ proche. In *Congrès Français d'Acoustique*, number 215, Le Mans, France, 2016.

[169] M. Sanalatii, P. Herzog, M. Melon, R. Guillermin, J.-C. Le Roux, and N. Poulain. Measurement of the frequency and angular responses of loudspeaker systems using radiation modes. In *the 141th Audion Engineering Society Convention*, number preprint 9615, Los Angeles, USA, 2016 September 29th - October 1st.

[170] M. Sanalatii, L. Vindarola, C. Vasseur, P. Herzog, M. Melon, R. Guillermin, N. Poulain, and J.-C. Le Roux. Assessment of the radiation mode method for *in situ* measurements of loudspeaker systems. In *the 142nd Audion Engineering Society Convention*, number preprint 9615, Berlin, Germany, 2017 May 20-23.

[171] A. Sarkissian. Acoustic radiation from finite structures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(1) :574–578, 1991.

[172] Y. Sasaki, T. Nishiguchi, K. Ono, T. Ishii, Y. Chiba, and A. Morita. Development of shotgun microphone with extra-long leaky acoustic tube. In *Audio Engineering Society Convention 141*, Sep 2016.

[173] H. A. Schenck. Improved integral formulation for acoustic radiation problems. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 44(1) :41–58, 1968.

[174] O. Schevin, P. Herzog, and M. Rossi. Nearfield effects on acoustic radiation modes of a structure. In *Proceedings of 17th International Congress on Acoustics*, number 3B.04.03, Roma, Italy, 2001.

[175] A. Schuhmacher, J. Hald, K. B. Rasmussen, and P. C. Hansen. Sound source reconstruction using inverse boundary element calculations. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 113(1) :114–127, 2003.

[176] P. Sergent and D. Duhamel. Optimal placement of sources and sensors with minimax criterion for active contriol of a one-dimentional sound field. *Journal of Sound and Vibration*, 207(4) :537–566, 1997.

[177] A. F. Seybert, B. Soenarko, F. J. Rizzo, and D. J. Shipy. An advanced computational method for radiation and scattering of acoustic waves in three dimensions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(2) :362–368, 1985.

[178] M. Shin, S. Q. Lee, F. M. Fazi, P. A. Nelson, D. Kim, S. Wang, K. H. Park, and J. Seo. Maximization of acoustic energy difference between two spaces. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 128(1) :121–131, 2010.

[179] M. F. Simón Gálvez, S. J. Elliott, and J. Cheer. A superdirective array of phase shift sources. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 132(2) :746–756, 2012.

[180] I. H. Sloan. Quadrature methods for integral equations of the second kind over infinite intervals. *Mathematics of Computation*, 36(154) :511–511, 1981.

[181] R. H. Small. Closed-box loudspeaker systems part I : analysis. *Journal of the Audio Engineering Society*, 20 :798–808, 1972.

[182] R. H. Small. Vented-box loudspeaker systems part 1 : Small-signal analysis. *Journal of the Audio Engineering Society*, 21(5) :363–372, 1973.

[183] S. I. Soterios. A method for extending the measured response of a loudspeaker towards the low frequencies, with the youse of cepstral analysis. In *The 92th Audion Engineering Society Convention*, number preprint 3233, Vienna, Austria, 24-27 March 1992.

[184] R. Steiner and J. Hald. Near-field acoustical holography without the errors and limitations caused by the use of spatial DFT. In *Proceedings of the ISCV6*, pages 843–850, 1990.

[185] P. Stitt, S. Bertet, and M. van Walstijn. Off-centre localisation perfomance of ambisonics and HOA for large and small loudspeaker array radii. *J. Acta Acustica united with Acustica*, 100 :937–944, 2014.

[186] W. G. Strang and G. J. Fix. *An analysis of the finite element method.* Prentice-Hall, 1973.

[187] A. Sutradhar, G. H. Paulino, and L. J. Gray. *Symmetric Galerkin Boundary Element Method*. Springer, 2008.

[188] A. J. L. T. Yardibi. Sparsity constrained deconvolution approaches for acoustic source mapping. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 123(5) :2631–2642, 2008.

[189] N. Tanaka and M. Tanaka. Active noise control using a steerable parametric array loudspeaker. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(6) :3526–3537, 2010.

[190] N. Tanaka and M. Tanaka. Mathematically trivial control of sound using a parametric beam focusing source. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(1) :165–172, 2011.

[191] A. N. Thiele. Loudspeakers in vented boxes : Part II. *Journal of the Audio Engineering Society*, 19(5) :382–392, 1971.

[192] N. Totaro, S. Forget, and J.-L. Guyader. iPTF methods : How Green's identity and FEM solver can be used for acoustic inverse methods. In *Euronoise 2015*, Maastricht, Netherlands, May 2015.

[193] W.-K. Tseng. Local active noise control using a novel method of designing quiet zones. *Control Engineering Practice*, 19(12) :1450–1458, 2011.

[194] A. M. Turing. Rounding-off errors in matrix processes. *Quarterly Jouranl of Mechanics and Applied Mathematics*, 1(3) :287–308, 1948.

[195] M. Urban, C. Heil, and P. Bauman. Wavefront sculpture technology. *Journal of the Acoustical Society of America*, 51(10) :912–932, 2003.

[196] M. S. Ureda. Directivity phase response of horns. In *Audio Engineering Society Convention 94*, Berlin, Germany, March 16-19 1993.

[197] M. S. Ureda. A monitor system based on wave synthesis. In *Audio Engineering Society Convention 96*, Amsterdam, Netherlands, February 26 - Match 1 1994.

[198] M. S. Ureda. "J" and "Spiral" line arrays. In *Audio Engineering Society Convention 111*, New York, USA, November 3 - December 30 2001.

[199] M. S. Ureda. Line arrays : Theory and applications. In *Audio Engineering Society Convention 110*, Amsterdam, The Netherlands, May 12 - 15 2001.

[200] F. Ursell. On the exterior problems of acoustics. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 74(1) :117–125, 1973.

[201] G. M. Vainikko. The discrepancy principle for a class of regularization methods. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 22(3) :1–19, 1982.

[202] M. van der Wal, E. W. Start, and D. de Vries. Design of logarithmically spaced constant-directivity transducer arrays. *Journal of the Acoustical Society of America*, 44(6) :497–507, 1996.

[203] C. F. Van Loan. Generalizing the singular value decomposition. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 13(1) :76–83, 1976.

[204] B. D. Van Veen and K. M. Buckley. Beamforming : a versatile approach to spatial filtering. 5(2) :4–24, 1988.

[205] J. H. Venter and J. L. J. Snyman. A note on the generalised cross-validation criterion in linear model selection. *Biometrika*, 82(1) :215–219, 1995.

[206] E. N. G. Verheijen. *Sound reproduction by wave field synthesis*. PhD thesis, Delft technical university, January 1998.

[207] W. Veronesi and J. Maynard. Digital holographic reconstruction of sources with arbitrary shaped surfaces. *Journal of the Acoustical Society of America*, 85(2) :588–598, 1989.

[208] D. Vigoureux, N. Totaro, and J.-L. Guyader. Mesure de vitesse vibratoire par la méthode iPTF : simulation et expérimentation. In *10ème Congrès Français d'Acoustique*, Lyon, France, Avril 2010.

[209] M. Villot, G. Chavérait, and J. Roland. Phonoscopy : An acoustical holography technique for plane structures radiating in enclosed spaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91 :187–195, 1992.

[210] J. von Neumann and H. H. Goldstine. Numerical inverting of matrices of high order. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 53(3) :1021–1099, 1947.

[211] J. Wang and M. Crocker. Tubular windscreen design for microphones for in-duct fan sound power measurements. *J. Acoust. Soc Am.*, 55(3) :568–575, 1974.

[212] Q. Wang, K. Wang, and S. Chen. Least squares approximation method for the solution of Volterra-Fredholm integral equations. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 272 :141–147, 2014.

[213] Z. Wang and S. F. Wu. Helmholtz equation–least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(4) :2020–2032, 1997.

[214] Y. Wen, J. Yang, and W. S. Gan. Strategies for an acoustical-hotspot generation. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, E88-A(7) :1739–1746, 2005.

[215] P. J. Westervelt. Parametric acoustic array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 35(4) :535–537, 1963.

[216] E. G. Williams. *Fourier acoustics : sound radiation and nearfield acoustical holography.* Academic Press, 1999.

[217] S. F. Wu. On reconstruction of acoustic pressure fields using the Helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107(5) :2511–2522, 2000.

[218] S. F. Wu. Hybrid near-field acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 115(1) :207–217, 2004.

[219] S. F. Wu. *The Helmholtz Equation Least Squares Method.* Springer, New York, 2015.

[220] S. F. Wu and X. Zhao. Combined Helmholtz equation-least squares method for reconstructing acoustic radiation from arbitrarily shaped objects. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 112(1) :179–188, 2002.

[221] T. C. Yang, C. H. Tseng, and S. F. Ling. Constrained optimization of active noise control systems in enclosures. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(6) :3390–3399, 1994.

[222] W. Yuan, Y. Jun, and W. S. Gan. Acoustic beamforming using speaker array. In *Internoise 2003, 32nd International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*, Seogwipo, Korea, 25-28 August 2003.

[223] P. a. G. Zavala, W. De Roeck, K. Janssens, P. Sas, and W. Desmet. Monopole and dipole identification using generalized inverse beamforming. In *Proceedings of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, pages 1–10, Stockholm, Sweden, 7-9 June 2010.

[224] H. Zhou, J. Lu, and X. Qiu. Design of a wideband linear microphone array for high-quality audio recording. *Journal of the Acoustical Society of America*, 66(3) :154–166, 2018.

Annexe A

Rapport 1 : Méthode de calcul par BEM

Rapport

ETUDE DU CALCUL BEM

Maryna Sanalatii

Directeurs :

Manuel Melon

Philippe Herzog

Jean Christophe Le Roux

LMA, France – Mai 2015

Table des matières

0.1 Méthode des éléments de frontière : notions 2
0.2 Maillage du problème : notion théoriques 4
0.3 Exemple de test 6
0.4 Estimation de la pression rayonnée avec la méthode BEM 6
0.5 Artéfacts du calcul 8
0.6 Raffinement du maillage 9
0.6.1 Sphère 9
0.6.2 Exemple de test 10
0.7 Type de maillage 11
0.8 Profil de membrane 14

L'utilisation d'outil de calcul des éléments frontières, ci-après dénommé *BEM* (en anglais *boundary element method*), pour pouvoir modéliser le champ rayonné est sous-entendu dans le cadre de ce travail. La méthode BEM est une technique de calcul numérique pour résoudre une large variété de problème d'ingénierie et scientifiques [1,2]. Le travail présent vise à présenter l'outil utilisé, étudier les principaux paramètres influençant les résultats et déterminer les limites des modèles BEM.

0.1 Méthode des éléments de frontière : notions

La pression $p(\mathbf{r})$ rayonnée dans le domaine fréquentiel par un objet de volume V_1 et de surface S entouré par un volume $V_2 \in \mathcal{R}^3$ (figure 2) à une distance $\mathbf{r}$ est gouvernée par l'équation d'onde de Helmholtz [3] :

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = -q \tag{0.1.1}$$

où q est le débit de la source interne, $k = 2\pi f/c$ est le nombre d'onde avec la célérité c et la fréquence f. ∇^2 représente l'opérateur du Laplace.

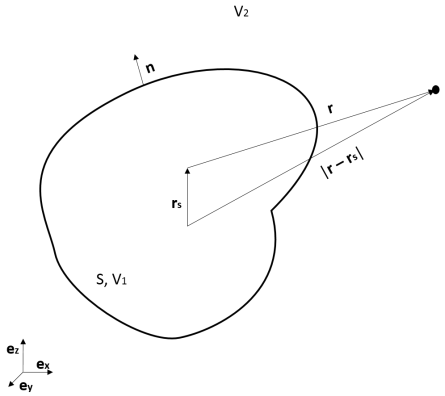


FIGURE 2 – Objet rayonnant

Supposant la dépendance temporelle $e^{+j\omega t}$ avec la fréquence angulaire $\omega = 2\pi f$, la nature de la surface de la source peut être décrite par la condition aux limites de Robin [3] :

$$\frac{\partial p(\mathbf{r_s})}{\partial n} = -j\omega\rho \frac{q(\mathbf{r_s})}{S} - jk\frac{Z_c}{Z} p(\mathbf{r_s}) \tag{0.1.2}$$

où ρ est la masse volumique du milieu et le terme $\frac{Z_c}{Z}$ est l'admittance réduite, qui caractérise le comportement du problème intérieur, avec l'impédance du paroi Z et l'impédance caractéristique du milieu Z_c. En mettant ce terme à zéro, donc supposant que les parois de l'objet soit parfaitement rigides, la condition de Robin dégénère vers la condition de Neumann [3].

En utilisant la dépendance temporelle $e^{-j\omega t}$, la constante $-j\omega\rho$ prends sa valeur conjugué : $j\omega\rho$.

Pour passer à la formulation intégrale, une fonction de Green, qui est la solution fondamentale de l'équation de Helmholtz et définit l'influence d'une source unitaire en un point $\mathbf{r_s}$ sur le résultat en un point $|\mathbf{r} - \mathbf{r_s}|$ sera

introduite. Dans l'espace $3D$ et avec la convention du temps choisie, la fonction de Green $G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})$ est égale à :

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jk|\mathbf{r}-\mathbf{r_s}|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r_s}|} \tag{0.1.3}$$

En utilisant la solution (0.1.3), l'équation de Helmholtz peut être présentée sous la forme d'une intégrale (intégrale de Reyleigh [*]) :

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}) \int\limits_{V_1} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) q(\mathbf{r}_s)\, dV_1 + \int\limits_{S} \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \mathbf{p_s} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \frac{\partial \mathbf{p_s}}{\partial \mathbf{n}} \Big)\, dS \tag{0.1.4}$$

avec $\mathbf{p_s} = p(\mathbf{r_s})$; $\partial \mathbf{n}$ correspond à la dérivée par rapport à la normale sortante. La fonction $\chi(\mathbf{r})$ est une fonction caractéristique :

$$\chi(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, \mathbf{r} \in V_1 \\ 0, \mathbf{r} \in V_2 \end{cases} \tag{0.1.5}$$

et α est l'angle solide vu par le point $\mathbf{r}$ [4] :

$$\alpha(\mathbf{r}) = 1 + \int\limits_{S} \frac{\partial G_0}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s})\, dS \tag{0.1.6}$$

ou $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r}-\mathbf{r_s}|}$ est la solution de l'équation de Laplace $\nabla^2 p(\mathbf{r}) = 0$. Dans les cas particuliers, $\alpha(\mathbf{r})$ peut être égale à :

$$\alpha(\mathbf{r}) = \begin{cases} 1, \mathbf{r} \in V_1 \\ \frac{1}{2}, \mathbf{r} \in S \\ 0, \mathbf{r} \in V_2 \end{cases} \tag{0.1.7}$$

Généralement, il y a deux approches du calcul en BEM : les méthodes *directe* et *indirecte*.

BEM Directe

L'approche directe (ou *la formulation par traces*) suppose que le rayonnement d'un objet est décrit juste d'un côté : pour les problèmes extérieurs (S_+), l'intérieur du volume (S_-) de l'objet rayonnant n'est pas décrit mathématiquement. Cette technique peut être utilisé uniquement pour les surfaces fermées.

Donc, en discrétisant la surface S en N l'expression 0.1.4 est transformée en équation suivante, qui sera ensuite abordée numériquement :

$$\alpha(\mathbf{r})p(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N} p_{s_i} \int\limits_{S_i} \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) + jk \frac{Z_c}{Z} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \Big) dS_i - j\omega\rho \frac{q_{s_i}}{S_i} \int\limits_{S_i} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) dS_i. \tag{0.1.8}$$

Dans le cas de cette approche, pour les problèmes extérieurs, l'intérieur du volume de l'objet rayonnant n'est pas décrit mathématiquement. Ainsi, des artéfacts du calcul peuvent être observées aux fréquences correspondantes aux modes acoustiques du volume interne de l'objet (dite *les fréquences irrégulières*).

BEM Indirecte

La technique indirecte (*la formulation par saut*) est basée sur la solution du rayonnement acoustique à la fois extérieur et intérieur, qui peut être décrite comme le potentiel des couches des domaines extérieur et intérieur. Comme l'intérieur du volume est mathématiquement décrit dans le modèle, le problème de la non-unicité décrit précédemment devient physique et peut être décrit par ses résonances internes [3, 5]. Si la méthode indirecte est utilisée pour calculer un problème extérieur, les effets internes du corps rayonnant doivent être éliminés. Cela se fait, par exemple, en amortissant l'intérieur du volume [5].

Supposant que les conditions aux limites sont identiques pour le côté extérieur (S_+) et le côté inférieur (S_-), qui sont "baignés" par la même fluide, la deuxième intégrale de l'équation 0.1.4 est exprimée comme :

$$\int_S \Big(\frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \mathbf{p_s} - G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \frac{\partial \mathbf{p_s}}{\partial \mathbf{n}} \Big)\, dS = \int_{S_+} \Big(\mu(\mathbf{r_0}) \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}_+}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) - \sigma(\mathbf{r_0}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \Big)\, dS_+ \tag{0.1.9}$$

où σ et μ signifient le saut du $p(\mathbf{r})$ et $\dfrac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}}$ respectivement au travers la surface S :

$$\mu(\mathbf{r}) = p(\mathbf{r})\Big|_{S_+} - p(\mathbf{r})\Big|_{S_-} \tag{0.1.10}$$

$$\sigma(\mathbf{r}) = \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}_+}\Big|_{S_+} - \frac{\partial p(\mathbf{r})}{\partial \mathbf{n}_+}\Big|_{S_-} \tag{0.1.11}$$

L'équation intégrale à discrétiser 0.1.4 peut être réécrit alors comme :

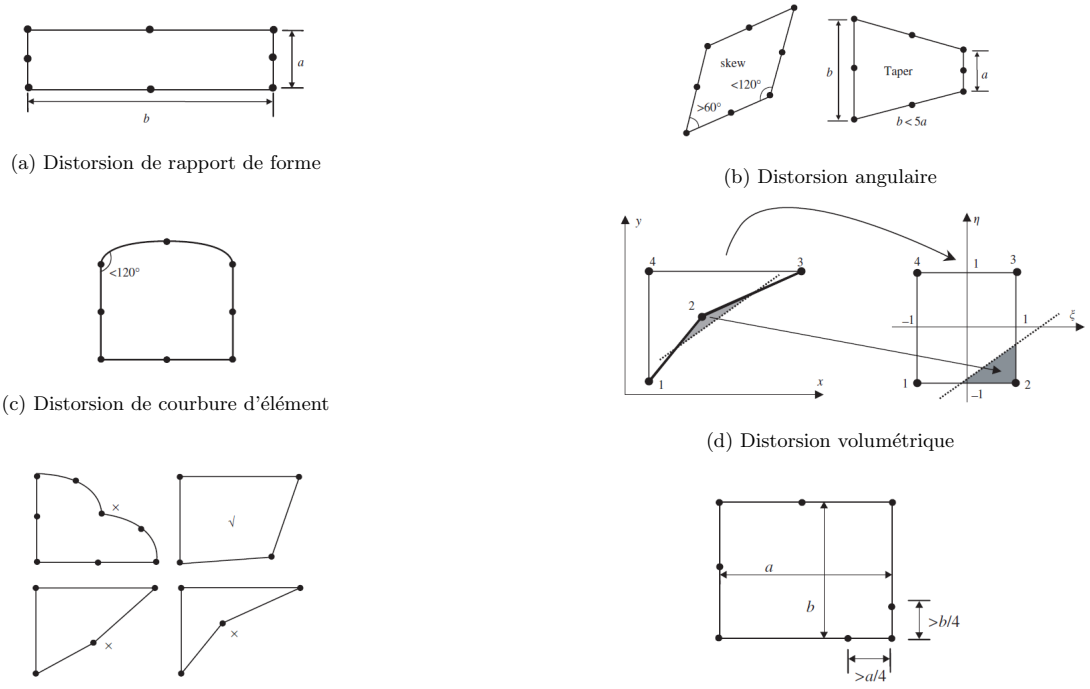
$$\alpha(\mathbf{r}) p(\mathbf{r}) = \chi(\mathbf{r}) \int_{V_1} G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) q(\mathbf{r}_s)\, dV_1 + \int_{S_+} \Big(\mu(\mathbf{r}) \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}}(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) - \sigma(\mathbf{r}) G(\mathbf{r}, \mathbf{r_s}) \Big)\, dS \tag{0.1.12}$$

0.2 Maillage du problème : notion théoriques

Le choix du type de maillage qui produit des résultats précis est toujours difficile. C'est un compromis entre la qualité du maillage qui décrit bien la forme de l'objet et le temps de calcul. Il existe deux types de maillage dans la simulation numérique : structuré et non structuré. Le maillage non structuré produit les éléments de forme et la directivité "libre". Ceci suppose un calcul moins précis puisque certains éléments sont moins adaptés au problème, alors que le maillage structuré a une forme régulière grâce à l'uniformité de ses éléments et la cohérence de leurs orientations. Ce type de maillage est considéré comme souhaitable, car il produit un maillage "bien adapté" [6]. Néanmoins, pour décrire des géométries irrégulières, il n'est pas toujours possible d'avoir un maillage composé d'éléments de forme régulière. Dans ce cas, on parle de la distortion des éléments de maillage, qui doit être limitée. [6, 7].

La distorsion d'élément est mesurée par rapport à la forme d'élément de base, comme :

- Carré ⇒ éléments quadrilatères
- Triangle équilatéral ⇒ éléments triangulaires
- Cube ⇒ éléments hexagonaux
- Tétraèdre équilatéral ⇒ éléments tétraèdraux



(a) Distorsion de rapport de forme

(b) Distorsion angulaire

(c) Distorsion de courbure d'élément

(d) Distorsion volumétrique

(e) formes inacceptables d'éléments quadrangulaires

(f) Distorsion de position à mi-nœud

FIGURE 3 – illustration de la distorsion d'éléments de maillage [7]

Il existe cinq types possibles de distorsion d'éléments [7] :

1. Distorsion d'aspect : rapport important entre le bord long d'élément et le bord court (Figure 3a).
2. Distorsion angulaire : l'un des angles d'élément s'approche de 0° ou de 180° (Figure 3b).
3. Distorsion de courbure d'élément : les bords droits d'éléments sont courbés lorsqu'on associe le nœud avec un point géométrique (Figure 3c).
4. Distorsion volumétrique : dans les éléments concaves il y a des zones en dehors des éléments qui sont transformés en une zone interne dans le système de coordonnées naturel. L'intégration du volume d'élément pour cette zone basée sur le système de coordonnées naturel conduit donc à une valeur négative (Figure 3d). Quelques formes inacceptables d'éléments quadrangulaires sont présentés dans la Figure 3e.
5. Distorsion de position à mi-nœud, qui apparaît avec des éléments d'ordre supérieur. Le nœud du milieu devrait être placé aussi près que possible du milieu du bord de l'élément. La limite de déplacement du nœud intermédiaire est un quart de bord d'élément, comme représenté sur la Figure 3f. Ce déplacement peut conduire à un champ de contraintes singuliers dans les éléments.

Les distorsions conduisent à l'inexactitude et à la non convergence de la solution.

Néanmoins, la forme d'éléments adaptée ne garantit pas des résultats précis. Une densité d'éléments appropriée

est nécessaire afin de prédire le rayonnement d'une structure. Une densité de maillage plus élevée dans les zones d'intérêt et dans les régions de concentration de contraintes améliore les résultats. Le contrôle de la distorsion permet la convergence de la solution, alors que la densité du maillage augmente la précision de l'analyse [7].

0.3 Exemple de test

Pour effectuer cette étude, un haut-parleur Audax HT 130 K0 monté sur un écran (figure 4) est pris comme exemple de test. Le positionnement du haut-parleur sur l'écran et les dimensions de ce dernier sont présentés sur la figure 4.

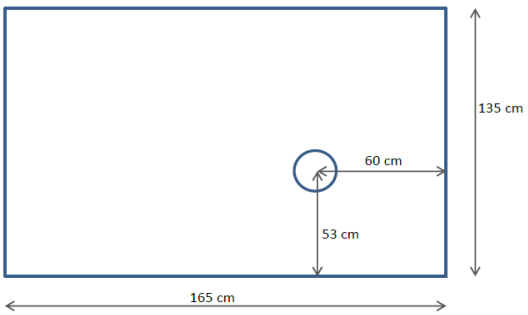


FIGURE 4 – Positionnement du haut-parleur Audax HT 130 K0 sur l'écran

Le point d'observation est placé à la distance $L = 10$ cm et $a = 20$ cm, où L est la distance dans l'axe du haut-parleur et a est la position radiale (figure 5).

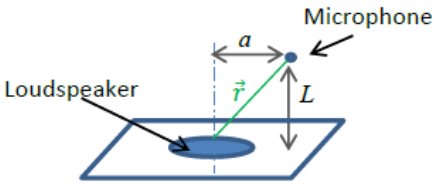


FIGURE 5 – Position du point de mesure/calcul

0.4 Estimation de la pression rayonnée avec la méthode BEM

Pour décrire le problème, on utilise le maillage non structuré, composé d'éléments triangulaires. Le maillage de la membrane est effectué en respectant une règle usuelle : 6 éléments par longueur d'onde à la fréquence maximale d'intérêt (5000 Hz). Supposant que l'écran participe peu au rayonnement du haut-parleur, la taille des éléments de l'écran est plus grande que pour la membrane. La taille des éléments change donc progressivement en passant de

la membrane (0, 6 cm présentée comme un piston plan) à l'écran (5 cm). Cela permet de minimiser le nombre de degrés de liberté du problème.

Deux méthodes de calcul BEM - directe et indirecte - sont utilisées pour estimer la pression. La vitesse de la membrane du haut-parleur est estimée avec le modèle électroacoustique du haut-parleur [8–10] utilisant les paramètres de Thiele et Small mesurées par la méthode de la masse ajoutée [11].

Le calcul BEM est réalisé à l'aide d'un outil de calcul et modélisation numérique - Sysnoise ©.

Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 6 (la courbe bleue est la simulation en BEM Directe et la courbe verte est la simulation en BEM Indirecte). Ils sont confrontés à la mesure dans la chambre anéchoïque du LMA (courbe rouge pointillée) et à la solution analytique du rayonnement d'un piston dans un plan infini (courbe rose) donné par :

$$p = -jk\rho cv\frac{e^{jkr}}{2\pi r}\pi R^2\left[\frac{2J_1(kR\sin\Theta)}{kR\sin\Theta}\right] \tag{0.4.1}$$

avec la densité du milieu ρ, la célérité c, le nombre d'onde k. R représente le rayon du piston, r la distance entre le piston et une point de mesure,v la vitesse, Θ est l'angle d'élévation et J_1 est la fonction de Bessel de premier ordre [12].

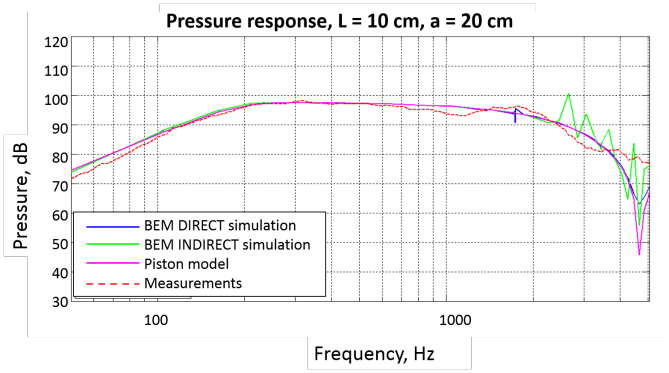
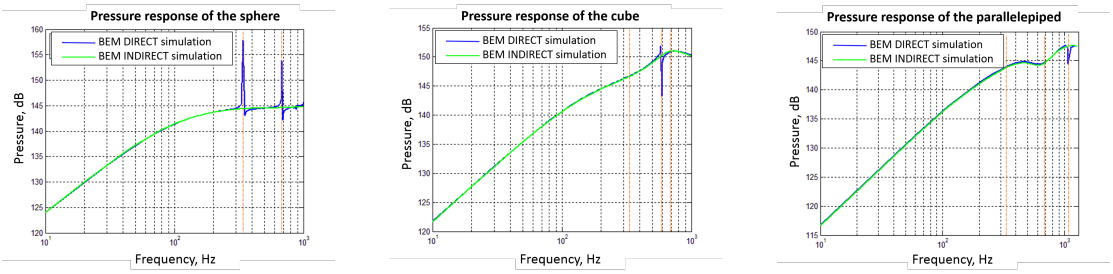


FIGURE 6 – Réponse de pression du haut-parleur Audax HT 130K0
rouge pointillé : mesures ; magenta : calcul du modèle de piston ; bleu : simulation BEM Directe ; vert : simulation BEM Indirecte

La petite résonance de la courbe bleue (BEM directe) autour de 1, 6 kHz correspond au premier mode oblique du volume intérieur de l'écran. Le calcul indirect n'est pas perturbé par ce mode. Ceci vient de ce que l'on considère une valeur de la pression intérieure égale à zéro. Par contre, au-dessus de 2 kHz, le calcul par BEM indirecte est perturbé par d'autres artefacts, non-vus par la méthode directe. Ceci conduit à une simulation moins précise que la simulation avec la méthode directe, ce qui n'est pas conforme à nos attentes.

Il faut mentionner que les résultats comparés ici n'ont pas des conditions aux limites tout à fait identiques : les mesures utilisent un écran d'épaisseur faible mais finie, tandis que le modèle analytique du "piston plan" suppose un écran infini ; dans les cas de simulation BEM l'épaisseur de l'écran est prise égale à 10 cm (supérieure à la valeur réelle), afin de bien distinguer les volumes intérieur et extérieur. De plus, dans les calculs numériques, la membrane



(a) Sphère (b) Cube (c) Parallélépipède

FIGURE 7 – Simulation de réponse de pression
bleu : simulation BEM directe ; vert : simulation BEM indirecte

du haut-parleur est considérée plane. Toutes ces différences entre les hypothèses des calculs et la réalité introduisent des erreurs différentes aux fréquences élevées.

0.5 Artéfacts du calcul

Pour vérifier la capacité de l'approche indirecte à éliminer les artéfacts mathématiques aux fréquences régulières qui correspondent aux fréquences des modes propres du volume intérieur de l'objet, contrairement à l'approche directe, le calcul a été testé pour les objets ayant une forme basique. Trois objets vibrants avec la vitesse unitaire sont testés : une sphère de diamètre 1 m, un cube $0.5 \times 0.5 \times 0.5$ m et un parallélépipède $0.5 \times 0.3 \times 0.1$ m. Les résultats des simulations sont présentés sur la figure 7. Les approches directe et indirecte sont représentées par les courbes bleue et verte respectivement. Les lignes oranges verticales marquent les fréquences qui correspondent aux modes propres du volume intérieur.

Selon ces résultats, la méthode indirecte évite dans son calcul les modes propres du volume intérieur de l'objet, ce qui est en accord avec la théorie. La méthode directe, qui calcule explicitement la pression, est sensible aux modes propres. Néanmoins, il est intéressant de noter que les fréquences irrégulières vues par la méthode directe dans le cas du cube (Figure 7b) et du parallélépipède (Figure 7c) correspondent aux modes obliques, alors que les modes axiaux ne semblent pas perturber le calcul.

0.6 Raffinement du maillage

0.6.1 Sphère

Dans le calcul FEM (en anglais *finite elements method*) la règle empirique de 6 éléments par la longueur d'onde minimale est utilisée pour définir la taille des éléments du maillage. Dans cette section, nous étudions la possibilité d'appliquer cette règle pour le calcul BEM. Une sphère vibrante est utilisé pour le premier test, car c'est un objet de géométrie simple et qui admet une solution analytique exacte : pour le problème extérieur, la pression $p(r)$ à

distance r de la centre de sphère pulsante avec une vitesse radiale uniforme v_r est donnée par :

$$p(r) = \frac{R}{r} v_r \rho c \frac{-ikR}{1 - ikR} e^{ik(r-R)} \tag{0.6.1}$$

Supposons une sphère de rayon R égal à 50 cm vibrant avec une vitesse unitaire. Le maillage du problème est composé d'éléments triangulaires, non structuré. La taille d'un élément du maillage est de 5 cm, ce qui correspond à une fréquence maximale de 1300 Hz, si l'on part du critère de 6 éléments par longueur d'onde.

La figure 8 présente la comparaison de la solution analytique (courbe magenta) avec les résultats des simulations BEM directe (courbe bleue) et indirecte (courbe verte) ; la figure du bas présente la différence absolue entre les simulations et le calcul analytique.

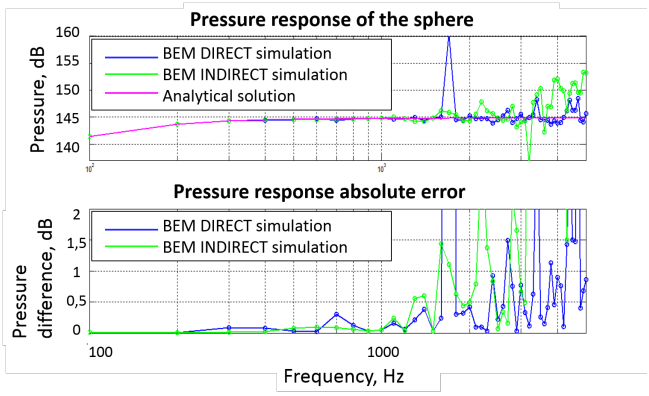


FIGURE 8 – Réponse de pression de la sphère
magenta : solution analytique ; bleu : simulation BEM Directe ; vert : simulation BEM Indirecte

Puisque la sphère est un exemple simple et bien connu avec une solution analytique exacte, l'erreur admissible pour la simulation est de l'ordre de $0,1$ dB. Par conséquent, la méthode BEM indirecte est jugée valide au-dessous de 800 Hz, ce qui correspond à 9 éléments par longueur d'onde, alors que la BEM directe ne fonctionne correctement qu'au-dessous de 600 Hz, ce qui correspond à 12 éléments par longueur d'onde. Cela montre que le critère de 6 éléments par longueur d'onde, souvent utilisé pour les méthodes FEM, n'est pas suffisant pour un modèle BEM même dans le cas d'une structure simple et symétrique. Pour des objets ayant une géométrie plus complexe, une règle de 20-30 éléments par longueur d'onde a été déduite au LMA d'après des expériences et simulations systématiques.

0.6.2 Exemple de test

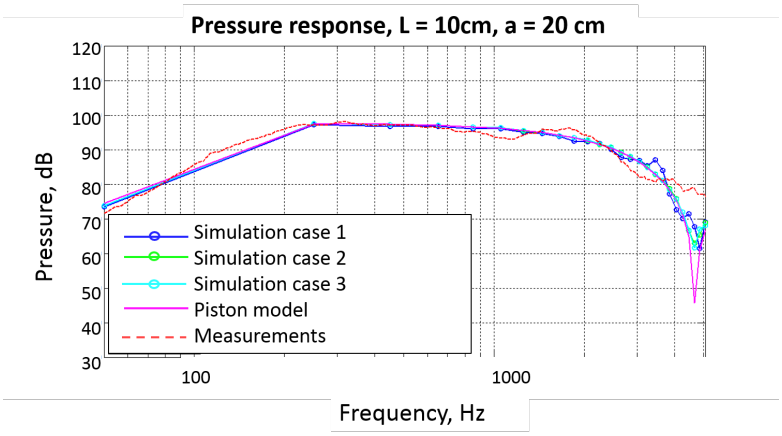
Les figures présentées ci-après montrent la comparaison entre trois degrés de raffinement du maillage de l'exemple de test pour la simulation BEM en approche directe (figure 9a) et indirecte (figure 9b). Pour des raisons pratiques la taille d'éléments d'écran reste invariable et est égale à 5 cm. Par contre, la partie vibrante (la membrane) est maillée différemment.

Trois types de maillage de membrane sont utilisés :

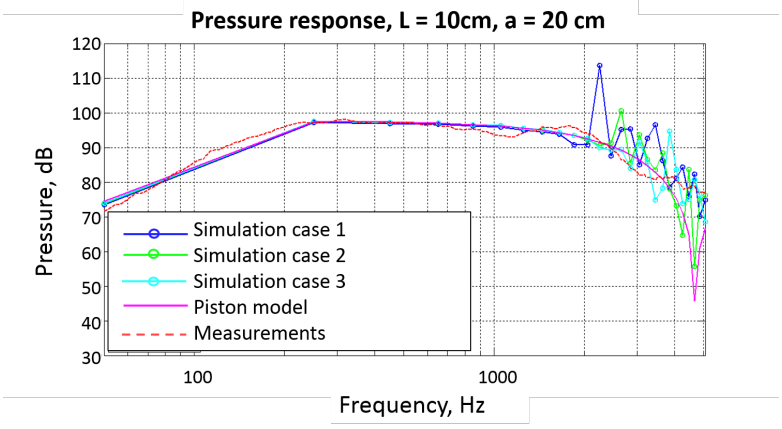
Cas 1 : Taille d'élément 3 cm, 4 él./λ à 3 kHz (courbe bleue)

Cas 2 : Taille d'élément $0,6$ cm, 20 él./λ à 3 kHz (courbe verte)

Cas 3 : Taille d'élément $0,2$ cm, 57 él./λ à 3 kHz (courbe bleu clair)



(a) BEM Directe



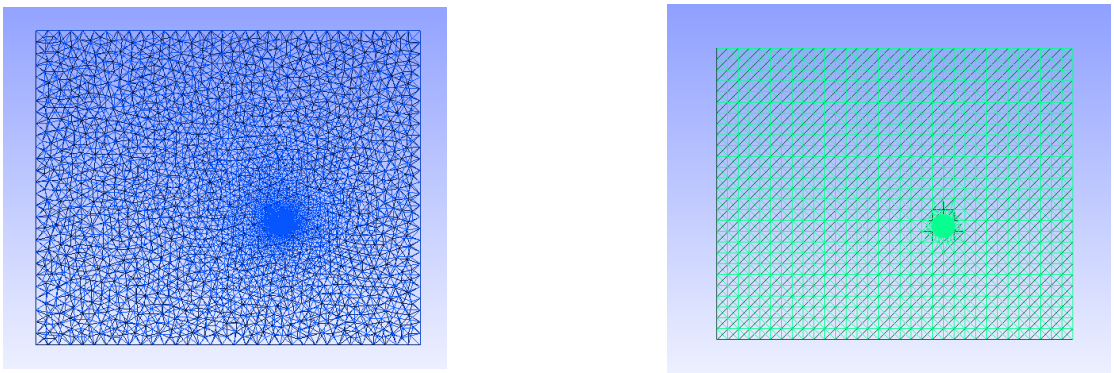
(b) BEM Indirecte

FIGURE 9 – Réponse en pression du haut-parleur Audax HT 130K0
rouge : mesures ; magenta : piston model ; bleu : simulation cas 1 ; vert : simulation cas 2 ; bleu clair : simulation cas 3

Il est possible de noter une croissance de la précision des calculs lors de la diminution de la taille des éléments du maillage, néanmoins, cette tendance ne répond pas aux prévisions faites à partir des résultats présentés précédemment. La méthode BEM indirecte présente une réponse plus instable que la méthode directe. De plus, malgré la densité des éléments de maillage importante sur la diaphragme, au-dessus de $2 - 2,5$ kHz l'approche indirecte n'est plus valide. En revanche, les résultats obtenus par la méthode directe sont plus performants.

0.7 Type de maillage

L'influence du type de maillage sur le calcul de Sysnoise a été également testée. Deux types de maillage - structure et non structuré - sont testés. Un maillage non structuré, généré avec le mailler GMSH© et le maillage structuré, généré avec Matlab© sont présentées sur les figures 10a et 10b respectivement. Dans les deux cas, la taille des éléments d'écran est égale à 5 cm, la taille des éléments de membrane est égale à $0,6$ cm (le cas 2 de la section 0.6).



(a) maillage de GMSH©

(b) maillage de Matlab©

FIGURE 10 – Exemple de test

Les résultats de la simulation sont présentés sur la Figure 11.

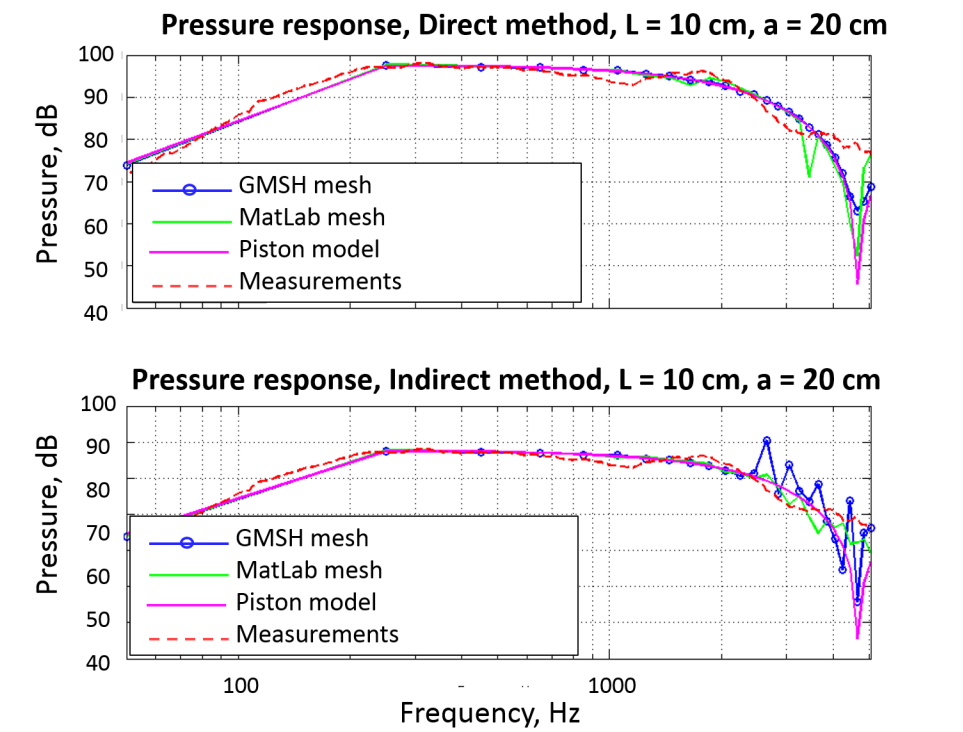


FIGURE 11 – Réponse de pression du haut-parleur Audax HT 130K0
rouge : mesures ; rose : piston model ; bleu : simulation, maillage de GMSH© ; vert : simulation, maillage de Matlab©

Manifestement, le résultat de la simulation avec le maillage structuré est moins perturbé par les artéfacts aux fréquences élevées. La structuration du maillage conduit donc à une meilleur convergence de la solution, mais ceci ne garantit pas un résultat précis. Dans les deux cas de simulations (maillage structuré et non structuré), les perturbations apparaissent dans la même plage de fréquence : au-dessus de 2 kHz, ce qui correspond à 28 éléments de la membrane et 4 éléments de l'écran par longueur d'onde. Il est possible, que la densité de maillage des pièces rigides et non vibrantes affecte le résultat et ne puisse pas être négligée.

Pour tester cet effet, il a été proposé de comparer deux types de maillages structurés générés avec Matlab© (Figure 12).

Les paramètres de maillages :

Le maillage 1 (la courbe bleue) : taille d'éléments de membrane $0,6$ cm, taille d'éléments de l'écran 5 cm ($f_{max} = 1130$ Hz, pour 6 éléments par longueur d'onde) ;

Le maillage 2 (la courbe verte) : taille d'éléments de membrane $0,6$ cm, taille d'éléments de l'écran 2 cm ($f_{max} = 3000$ Hz, pour 6 éléments par longueur d'onde).

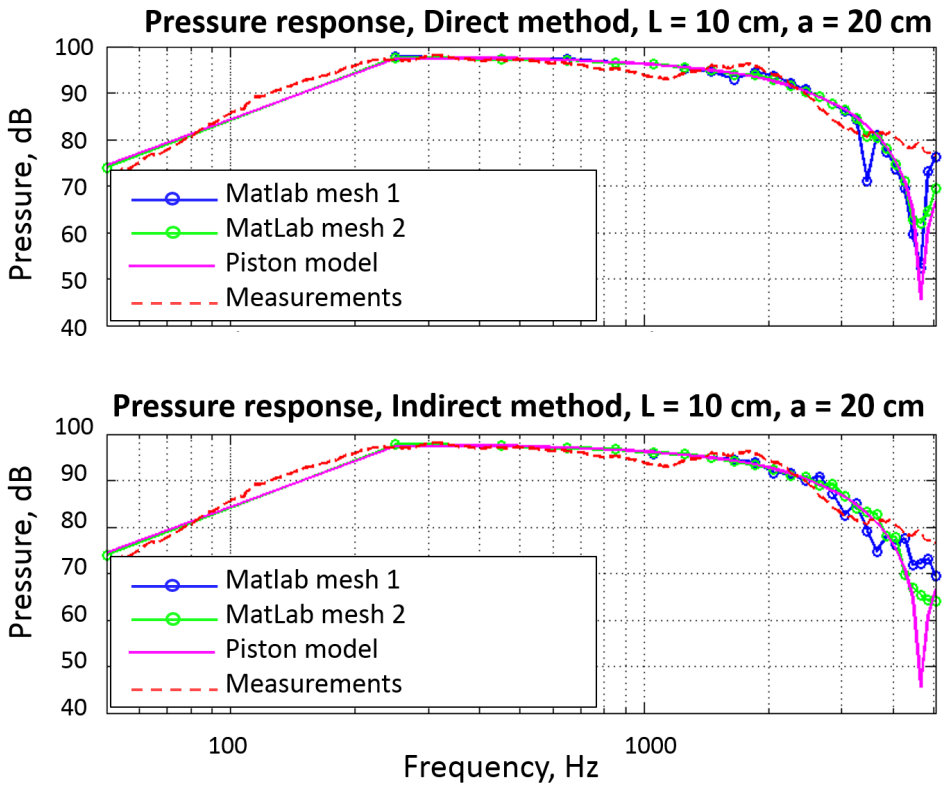


FIGURE 12 – Réponse de pression du haut-parleur Audax HT 130K0
rouge : mesures ; magenta : modèle “piston” ; bleu : simulation, maillage 1 de Matlab© ; vert : simulation, maillage 2 de Matlab©

Le résultat démontre que le rayonnement calculé avec la méthode BEM indirecte est gouverné par l'intégralité de la surface. Ainsi, il est important de faire attention à la densité du maillage de l'écran pour bien décrire le rayonnement de la structure. Pour trouver la taille minimale d'élément il faut respecter donc deux limites : une densité minimale liée à la longueur d'onde acoustique et celle liée aux échelles vibratoires.

0.8 Profil de membrane

Dans la section suivante, l'effet du profil de la membrane sur la simulation est étudié. La première approximation du profil utilisé dans le calcul BEM est présentée sur la figure 13.

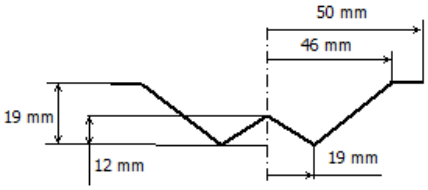


FIGURE 13 – Schéma du profil de la membrane du haut-parleur Audax HT 130 K0

Le maillage est non structuré, la taille des éléments de l'écran est égale à 10 cm et la taille des éléments de la membrane égale à $0,5$ cm. Les résultats de la simulation sont présentés sur la figure 14. La courbe rouge pointillé correspond à la mesure, la magenta à la solution analytique du rayonnement d'un piston, la bleue à la simulation avec BEM directe et la verte à la simulation avec BEM indirecte. Les courbes bleue et verte pointillées représentent la simulation BEM directe et indirecte respectivement, en considérant le profil du piston plan.

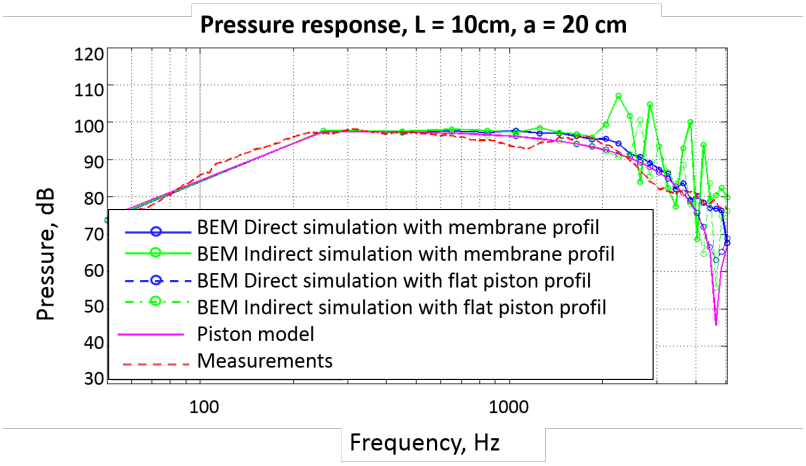


FIGURE 14 – Réponse de pression du haut-parleur Audax HT 130 K0
rouge pointillé : mesure ; rose : solution analytique du "modèle du piston" ; bleu : simulation BEM Directe avec profil de membrane ; vert : simulation BEM Indirecte avec profil de membrane ; bleu pointillé : simulation BEM Directe avec profil de piston plan ; vert pointillé : simulation BEM Indirecte avec profil de piston plan

La simulation avec un profil plus réaliste de la membrane n'apporte des changements qu'aux fréquences élevées. Bien que le maillage utilisé ne soit pas adapté pour la simulation en hautes fréquences, il est possible de faire quelques remarques. La simulation avec la méthode BEM direct avec le profil de la membrane est plus proche des résultats mesurés que celle avec le profil du piston plan. La simulation en BEM indirecte est plus sensible aux artéfacts résultant du maillage insuffisant de l'écran, ne permet pas de juger le résultat obtenu. Pour les étapes suivantes il sera intéressant de refaire cette simulation avec un maillage plus adapté : structuré avec une densité d'éléments d'écran appropriée.

Conclusion

Afin d'effectuer la simulation des problèmes dans cadre du sujet de la thèse, il a été d'abord décidé de valider la méthode de simulation en utilisant un problème étudié pendant mon stage de master au CTTM.

Lors des simulation, un comportement surprenant des approches, directe et indirecte a été constaté. Afin de vérifier ces deux approches plusieurs exemples de géométries simples ont été testés. D'après les résultats obtenus, les deux approches fonctionnent en accord avec les prédictions théoriques, mais les artefacts sont plus prononcés avec la méthode indirecte. La structuration du maillage permet de diminuer l'importance des artéfacts, améliorer la convergence de la solution et augmente la précision. Néanmoins, ceci ne suffit pas à garantir des résultats précis. Une densité d'éléments appropriée est nécessaire afin de prédire le comportement des contraintes de sur l'objet. Le critère des 20-30 éléments par longueur d'onde des fréquences d'intérêt, déduite au LMA, a été confirmé. Ce critère est surtout appliqué pour mailler les zones d'intérêt et les régions de concentration de contrainte. Une conclusion importante découle à partir des simulations présentées précédemment : toute la surface de l'écran gouverne le rayonnement, surtout pour le calcul BEM indirect. Ainsi, il est important de faire attention à la densité du maillage des parties rigides afin de bien décrire le rayonnement.

Il est aussi possible de constater l'influence du profil plus réaliste de la membrane sur le calcul : la simulation avec la méthode BEM Directe approximant le profil de la membrane est plus proche des résultats mesurés que celle avec un profil de piston plan, mais la qualité de maillage ne permet pas de conclure définitivement sur ce point.

Il sera donc intéressant de refaire cette simulation avec le maillage plus adapté : structuré avec la densité d'éléments d'écran approprié. Il est également envisagé de simuler cet exemple en appliquant des vitesses différentes à la suspension de la membrane et à la base de la membrane, dite "piston", afin d'étudier le couplage mutuel entre la suspension et le piston de la membrane [13].

Bibliographie

[1] A. Sutradhar, G.H. Paulino, and L.J. Gray. *Symmetric Galerkin Boundary Element Method*. Springer, 2008.

[2] S. Kirkup and J. Yazdani. A gentle introduction to the boundary element method in matlab/freemat. Technical report, East Lancashire Institute of Higher Education, Blachburn, UK, 2008.

[3] S. Marburg and B. Nolte. *Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids – Finite and Boundary Element Methods*. Springer, 2008.

[4] Christophe Langrenne, Alexandre Garcia, and Marc Bonnet. Solving the hypersingular boundary intergral equation for the Burton and Miller formulation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 138(5) :3332–3340, 2015.

[5] S. Oberst and J.C.S. Lai. Numerical methods for simulating brake squeal noise. In *Proceedings of 20th International Congress on Acoustics, ICA 2010*, Sydney, AU, 2010.

[6] A. Javidinejad. FEA practical illustration of mesh-quality-results differences between structured mesh and unstructured mesh. *ISRN Mechanical Engineering*, 2012 :7, 2012.

[7] G.R. Liu and S.S. Quek. *The Finite Element Method : A Practical Course*. Butterworth Heinemann, 2003.

[8] Richard H. Small. Closed-Box Loudspeaker Systems Part I : Analysis. *Journal of the Audio Engineering Society*, 20 :798–808, 1972.

[9] Richard H Small. Vented-box Loudspeaker Systems Part 1 : Small-signal Analysis. *Journal of the Audio Engineering Society*, 21(5) :363–372, 1973.

[10] Albert Neville Thiele. Loudspeakers in Vented Boxes : Part II. *Journal of the Audio Engineering Society*, 19(5) :382–392, 1971.

[11] SB Acoustics. *Measuring Thiele/Small parameters*.

[12] Milton Abramowitz and Irene A Stegun. Handbook of mathematical functions with formulas, grpahs and mathematical tables, 1964.

[13] J. C. Le Roux. *Le haut-parleur éléctrodynamicue : estimation desparamètres électroacoustiques aux basses fréquances et modélisation de la suspension*. PhD thesis, Université du Maine, 1994.

Annexe B

Rapport 2 : Validation du calcul par BEM

Rapport

ETUDE DU CALCUL BEM (2)

Maryna Sanalatii

Directeurs :

Manuel Melon

Philippe Herzog

Jean Christophe Le Roux

LMA, France – Décembre 2015

Table des matières

0.1 Calcul de la vitesse 2
0.2 Calcul de la pression : méthode BEM directe 7
0.3 Calcul de la pression : méthode “du coefficient alpha” 11
0.4 Conclusion 14

Introduction

Le travail présent étudie les limites d'estimation de la pression rayonnée avec la méthode de calcul BEM, effectuée par l'outil de calcul et de modélisation numérique - Sysnoise©. Dans les études précédentes, il a été établi les sources d'erreurs liées aux méthodologies de calcul, au maillage, etc. Ce travail est consacré aux effets du profil de vitesse et à la fidélité de la géométrie nécessaire de la source.

L'étude est réalisée sur le haut-parleur Visaton FRS 8Ω fixé sur une boîte close de dimensions $12 \times 12 \times 12$ cm (figure 2).

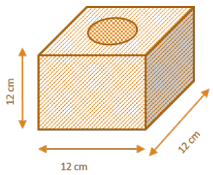


FIGURE 2 – Enceinte close

0.1 Calcul de la vitesse

Le calcul de la pression rayonnée par un objet vibrant nécessite sa vitesse normale. Pour estimer la vitesse de la membrane du haut-parleur, on utilise souvent le modèle électroacoustique de Thiele et Small (TS). Par contre, cette approche fournit un résultat correct uniquement aux basses fréquences (figure 3).

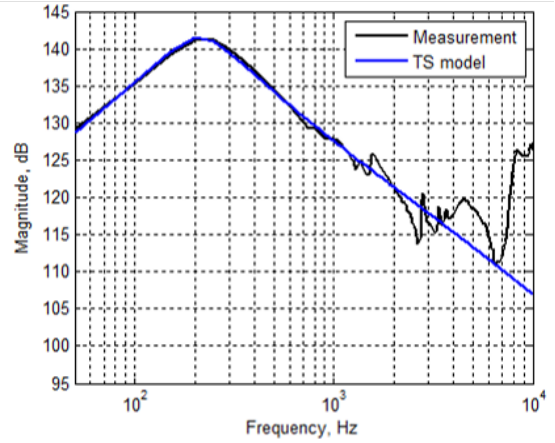


FIGURE 3 – Vitesse de la membrane calculée à partir du modèle de Thiele et Small
noir – mesure ; bleu – calcul

Pour augmenter la precision du calcul aux fréquences élevées, il est possible d'implémenter le vrai profil de la vitesse de la membrane du haut-parleur, qui peut être mesuré avec un vibrometre laser. Pour prendre en compte la

déformée de toutes les parties de la membrane (dôme, cone, suspension) qui est différente aux fréquences élevées, il est proposé d'interpoler les mesures faits en plusieurs points de la membrane. Dans l'exemple présent, quatre points par rayon sont interpolés (figure 4 et 5) avec un polynôme de premier ordre (équation 0.1.1), ce que fournit un système d'équation surdéterminé. Cinq rayons différents (r_0, r_1, r_2, r_3, r_4, r_5) ont été pris, dont les résultats sont interpolés radialement. Le placement radial des points de mesure sur la membrane est représenté dans la figure 6.

$$V(r,\Theta) = A(r) + B(r)cos(\Theta) + C(r)sin(\Theta) \tag{0.1.1}$$

où $V(r,\Theta)$ est la vitesse de la membrane calculée en fonction de coordonnées polaires r et Θ (Voir figures 4, 5 et 6), $A(r), B(r), C(r)$ sont les coefficients du polynôme.

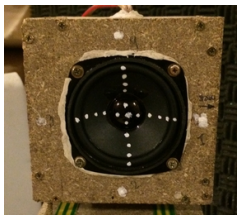


FIGURE 4 – Mesure de vitesse de la diaphragme

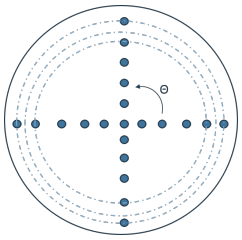


FIGURE 5 – Positionnement des points de mesure de vitesse

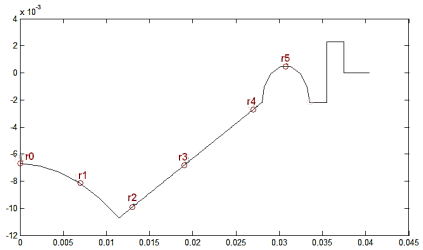
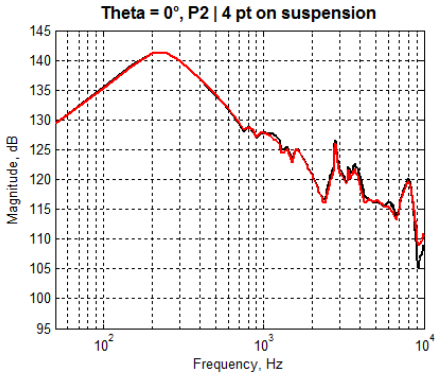
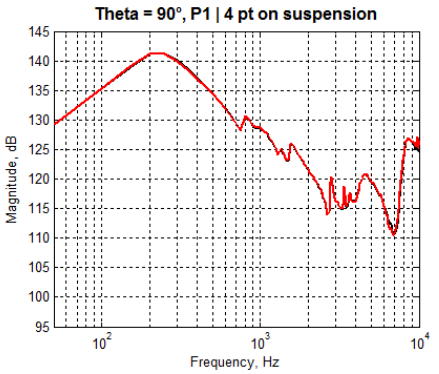


FIGURE 6 – Positionnement des points de mesure de vitesse

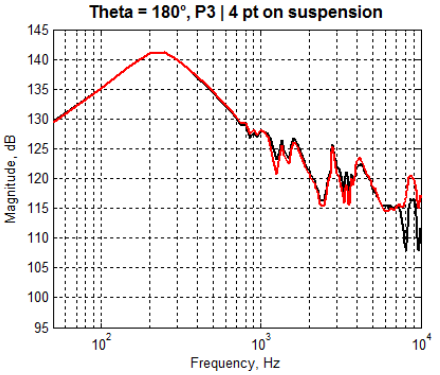
La comparaison entre le calcul et la mesure est présenté dans la figure 7. Cette figure présente les résultats pour les positions $r_1, \Theta = 0$, $r_2, \Theta = 90$, $r_3, \Theta = 180$ et $r_4, \Theta = 270$. La vitesse calculée aux quatre points sur la suspension $r_5, \Theta = 0$, $r_5, \Theta = 90$, $r_5, \Theta = 180$ et $r_5, \Theta = 270$ est présentée sur la figure 8.



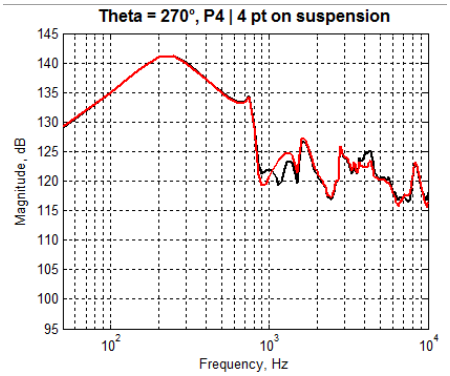
(a) $r_1, \Theta = 0$



(b) $r_2, \Theta = 90$



(c) $r_3, \Theta = 180$



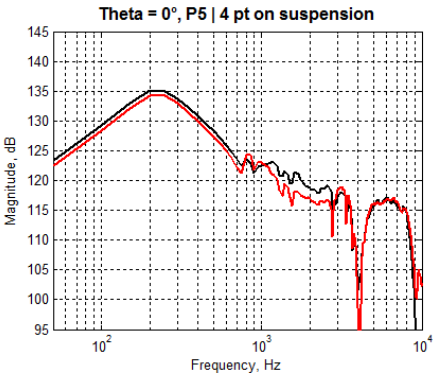
(d) $r_4, \Theta = 270$

FIGURE 7 – Interpolation de vitesse, 4 points sur la suspension

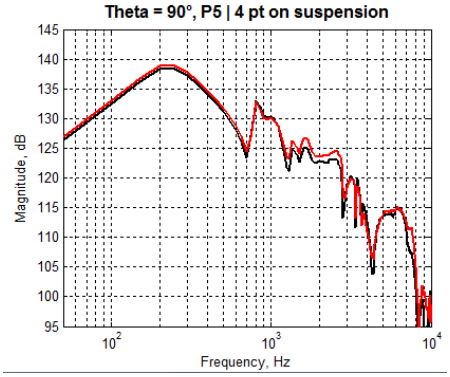
noire – mesure ; rouge – calcul

Près du centre de la membrane, cette approximation produit une erreur négligeable, cependant en s'éloignant du centre vers le bord de la membrane l'erreur augmente, et surtout elle devient importante sur la suspension du haut-parleur même aux basses fréquences.

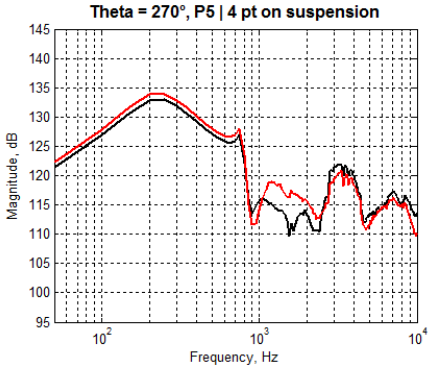
Cette erreur est liée à la souplesse de la suspension, qui est plus significative que celle du diaphragme. Il est logique d'admettre que l'interpolation de la vitesse d'ordre plus élevé résoudra le problème. Pourtant, pour réaliser les mesures avec le matériel accessible, chaque nouvelle mesure de vitesse est accompagnée par l'addition d'un nouveau point de Tip-Ex sur la membrane, ce qui change son comportement. Donc, pour améliorer le résultat et ne pas modifier sensiblement le rayonnement, il est proposé de diviser la membrane en deux zones - le diaphragme et la suspension (figure 9). Sur la zone du diaphragme le calcul reste le même - l'interpolation du premier ordre, tandis que sur la suspension l'on ajoute encore quatre points de mesure et, donc, la zone de la suspension peut être interpolée avec un polynôme de deuxième ou de troisième ordre.



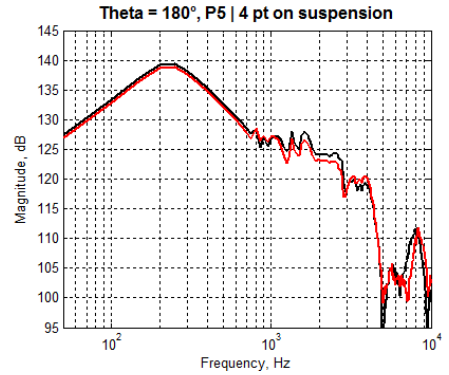
(a) $r_5, \Theta = 0$



(b) $r_5, \Theta = 90$



(c) $r_5, \Theta = 180$



(d) $r_5, \Theta = 270$

FIGURE 8 – Interpolation de vitesse, 4 points sur la suspension

noir – mesure ; rouge – calcul

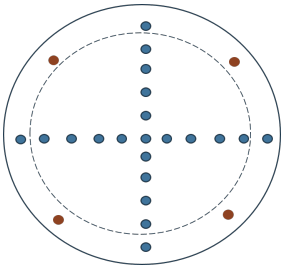


FIGURE 9 – Positionnement des points de mesure de vitesse

Dans ce travail, le polynôme de troisième ordre est choisi pour le calcul :

$$V_{susp}(r,\Theta) = A(r)+B(r)cos(\Theta)+C(r)sin(\Theta)+D(r)cos(2\Theta)+E(r)sin(2\Theta)+F(r)cos(3\Theta)+G(r)sin(3\Theta) \quad (0.1.2)$$

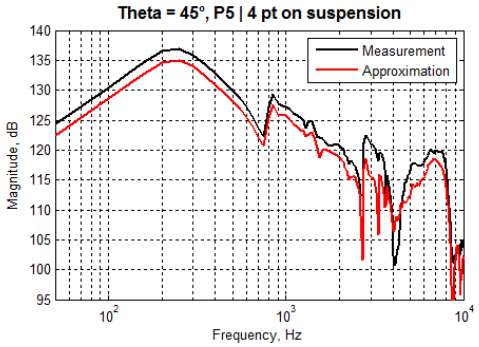
où $V_{susp}(r,\Theta)$ est la vitesse de la suspension calculée en fonction de coordonnées polaires r et Θ ; $A(r)$, $B(r)$, $C(r)$, $D(r)$, $E(r)$, $F(r)$, $G(r)$ sont les coefficients du polynôme.

Le résultat de ce type de calcul de la vitesse confronté à l'interpolation de première ordre est présenté dans la figure 10. Les images sur la gauche présentent l'interpolation de première ordre aux les quatre points complémentaires sur la suspension ($r_5, \Theta = 45$, $r_5, \Theta = 135$, $r_5, \Theta = 225$ et $r_5, \Theta = 315$). Respectivement, les images sur le côté droit de la figure montrent l'interpolation de troisième ordre aux mêmes positions.

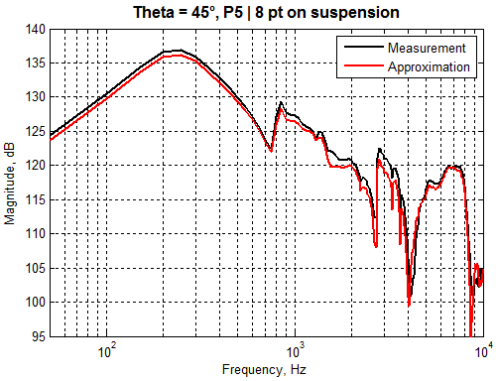
L'interpolation de troisième ordre améliore significativement la précision par rapport à l'interpolation de première ordre.

0.2 Calcul de la pression : méthode BEM directe

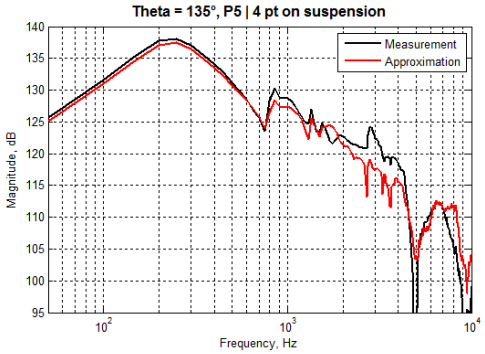
Cette section présente les résultats de calcul du rayonnement du haut-parleur avec la méthode BEM directe en utilisant la vitesse calculée dans la section précédente. La pression rayonnée est estimée à 30 cm sur l'axe du haut-parleur avec trois calculs utilisant trois types de vitesse (vitesse du modèle de TS, vitesse interpolée de 1ère ordre, vitesse interpolée avec 8 points sur la suspension). Les calculs sont effectués avec l'hypothèse que la surface de la membrane du haut-parleur est plane (le maillage du problème est presenté sur la figure 12). Les mesures sont réalisées dans la salle anéchoîque du LMA (figure 11). Les résultats du calcul sont présentés sur la figure 13.



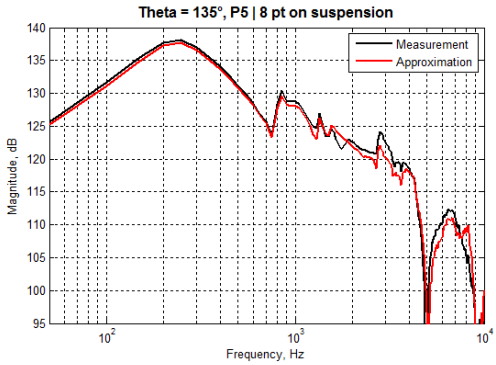
(a) $r_5, \Theta = 45$



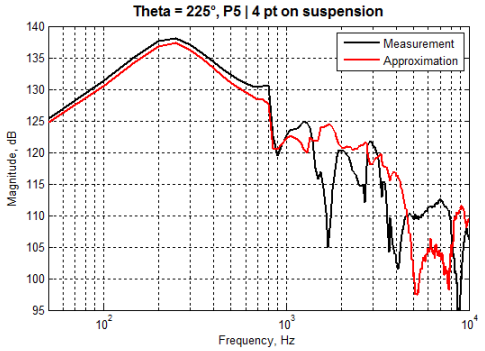
(b) $r_5, \Theta = 45$



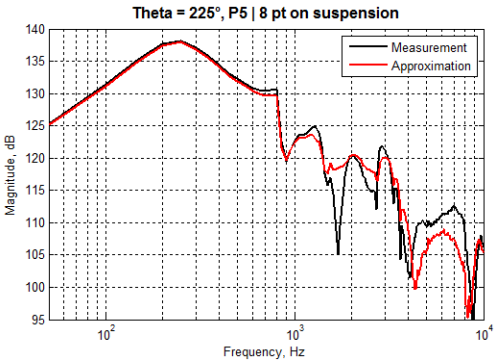
(c) $r_5, \Theta = 135$



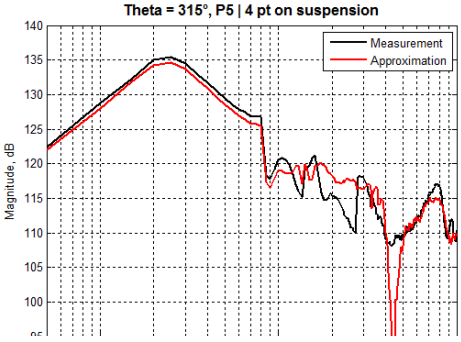
(d) $r_5, \Theta = 135$

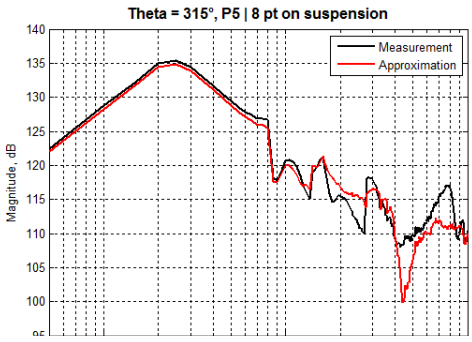


(e) $r_5, \Theta = 225$



(f) $r_5, \Theta = 225$





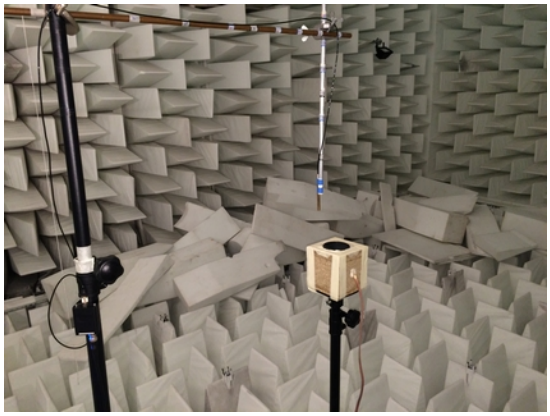


FIGURE 11 – Mesure de la pression rayonnée

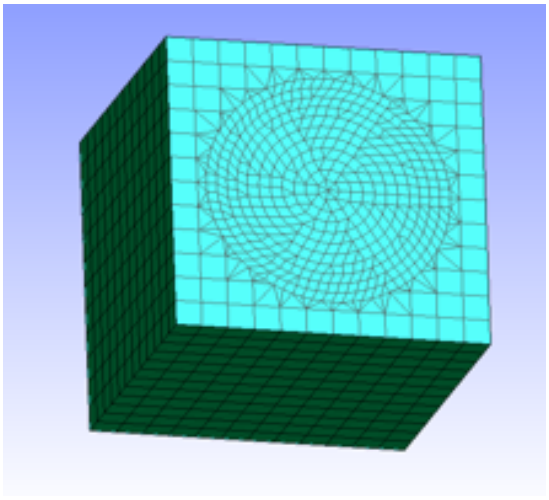


FIGURE 12 – Maillage du problème

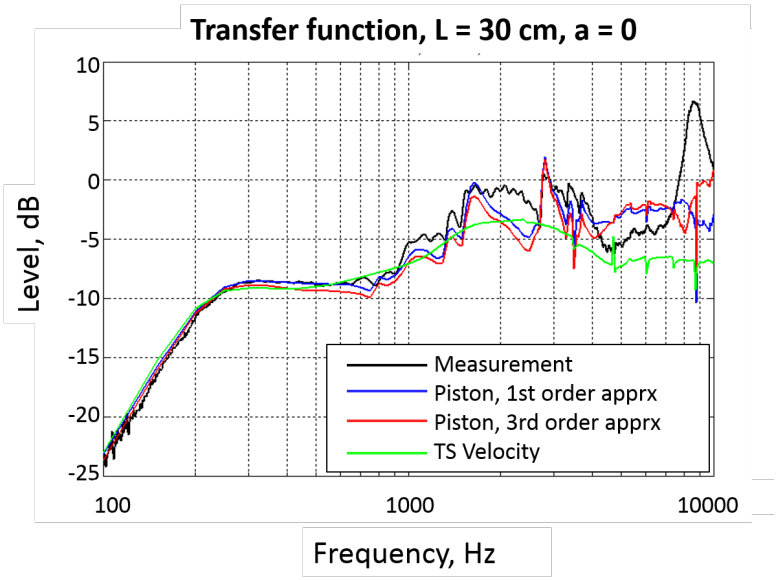


FIGURE 13 – Pression du haut-parleur dans la boite close
noire – mesure ; bleue – interpolation avec 4 points par la suspension avec la membrane plane ; rouge – interpolation avec 8 points sur la suspension avec la membrane plane ; vert – vitesse du modèle TS

Contrairement à la vitesse calculée à partir du modèle de TS, qui n'est valable qu'aux basses fréquences, l'interpolation de la vitesse mesurée permet au calcul BEM de déterminer l'allure générale de la courbe de pression. Par contre, on peut observer le décalage significatif entre la mesure et le calcul.

La considération de la géométrie réelle de la membrane du haut-parleur permet de diminuer cette erreur. La

comparaison des calculs avec les mêmes vitesses en prenant la géométrie réelle de la membrane (figure 14) est présentée dans la figure 15.

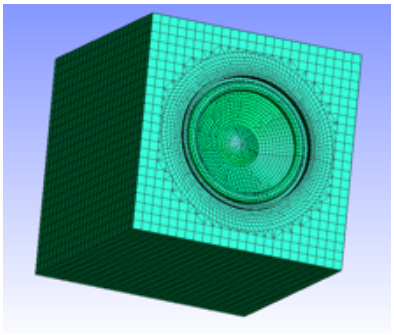


FIGURE 14 – Maillage du problème avec le profil réel de membrane

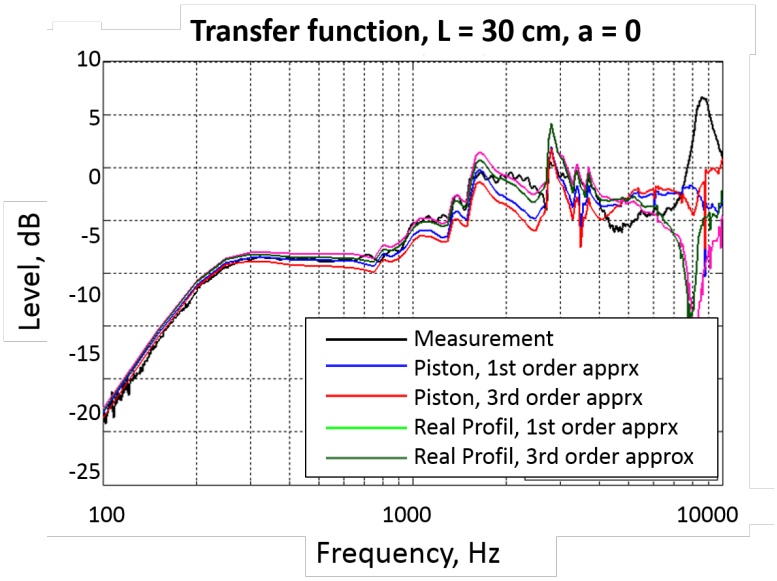


FIGURE 15 – Pression du haut-parleur dans la boite close
noire – mesure ; bleue – interpolation de vitesse avec 4 pt/suspension, géométrie plane ; rouge – interpolation de vitesse avec 8 pt/suspension, géométrie plane ; rose – interpolation de vitesse avec 4 pt/suspension, géométrie réelle ; vert – interpolation de vitesse avec 8 pt/suspension, géométrie réelle

Le calcul réalisé avec la géométrie réelle donne un très bon accord des résultats jusqu'à 4 kHz. L'approximation de vitesse avec 8 points sur la suspension permet d'améliorer légèrement le résultat par rapport à celle de première ordre (4 points sur la suspension), néanmoins à certaines fréquences le calcul produit les écarts significatifs. Donc, l'approximation choisi (avec 4 points sur la diaphragme et 8 points sur la suspension) n'est pas suffisante pour

décrire le mouvement de la membrane.

0.3 Calcul de la pression : méthode “du coefficient alpha”

Une autre tentative d'améliorer les résultats par un coefficient α qui prends en compte le débit du diaphragme ainsi que les effets de la diffraction a été proposée.

À une fréquence, le coefficient α est déduit du rapport entre la pression mesurée $P_{mes}(r_0, \Theta_0)$ et la pression simulée $P_{sim}(r_0, \Theta_0)$ dans un point (r_0, Θ_0) (équation 0.3.1). Ensuite ce coefficient peut être appliqué à la simulation en un point quelconque (r, Θ) pour corriger cette dernière (équation 0.3.2).

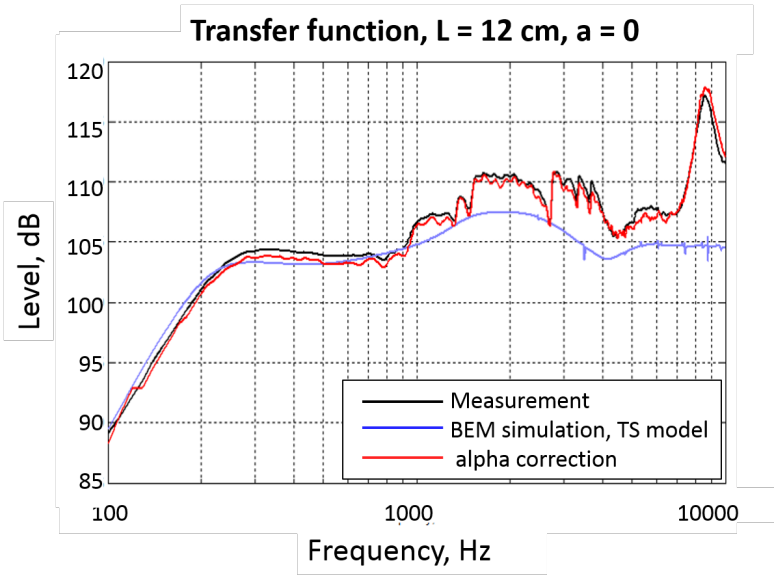
$$\alpha = \frac{P_{mes}(r_0, \Theta_0)}{P_{sim}(r_0, \Theta_0)} \tag{0.3.1}$$

$$P'_{sim}(r, \Theta) = \alpha P_{sim}(r, \Theta) \tag{0.3.2}$$

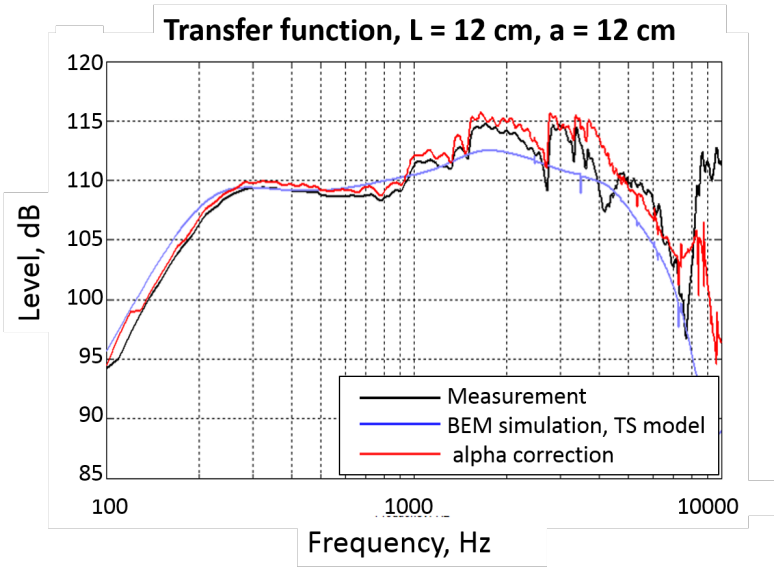
où P'_{sim} est la pression simulée et corrigée par le α.

Le calcul présent utilise un alpha calculé à 30 cm sur l'axe du haut-parleur ($r_0 = 0.30$, $\Theta_0 = 0$) et la vitesse déduite à partir du modèle de TS.

Les résultats d'une telle correction sont présentés sur la figure 16.



(a) sur l'axe



(b) dehors de l'axe

FIGURE 16 – Pression de haut-parleur monté dans la boite close

noire – mesure ; bleue – simulation ; rouge – simulation corrigée par le méthode du coefficient alpha

Cette technique montre une très bonne correction (erreur $<$ 1dB) sur toute bande de fréquences étudiée pour la simulation sur l'axe du haut-parleur (figure 16a), tandis qu'en s'éloignent de l'axe (figure 16b) la correction ne fonctionne que pour les fréquences inférieurs de 3.5 kHz.

0.4 Conclusion

L'étude présente permet de déterminer les limites du calcul BEM de la pression rayonnée. Le rôle important de la géométrie réelle de la membrane du haut-parleur et le vrai profil de la vitesse ont été montrés. Pour ce type de calcul, la bande de fréquences est limitée par 4 kHz (en supposant l'interpolation de 1$^{\text{ère}}$ ordre). Il est possible d'élever sa limite en interpolant la vitesse avec un polynôme d'ordre plus important, donc en utilisant un maillage de mesure plus dense, ce qui est compliqué dans les conditions présentes.

La correction de la simulation par la méthode "du alpha" permet de capturer les effets sur toute la bande de fréquences étudiée (100 Hz - 10 kHz) avec une erreur inférieur à 1 dB lorsque le point d'observation se trouve sur l'axe du haut-parleur. Cependant, en s'éloignant de l'axe la méthode n'est valide que pour les fréquences au dessous de 3.5 kHz.

Annexe C

Fiches techniques des haut-parleurs

beyma

PROFESSIONAL LOUDSPEAKERS

www.beyma.com

5P200/Fe

LOW & MID FREQUENCY TRANSDUCER

P200 Series

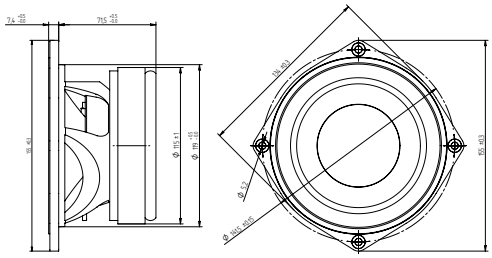
KEY FEATURES

300 W program power
Sensitivity: 92 dB @ 2,83 V @ 1 m
Extended controlled displacement: X_{max} ± 5,7 mm
Extended mechanical displacement capability: X_{damage} ± 16 mm
Designed with MMSS technology for high control, symmetry and linearity
Demodulating ring for low harmonic distortion
CONEX spider for higher resistance and consistency
Waterproof paper cone with Santoprene™ surround
Ferrite magnet

TECHNICAL SPECIFICATIONS

lominal diameter	127 mm	5 in
ated impedance	8 Ω	
linimum impedance	6,7 Ω	
ower capacity*	150 W_{AES}	
rogram power	300 W	
ensitivity	92 dB 2.83v @ 1m @ 2π	
requency range	70 - 10.000 Hz	
ecom. enclosure vol.	10 / 20 l	0,35 / 0,75 ft^3
oice coil diameter	38 mm	1,5 in
lagnetic assembly weight	1,9 kg	4,19 lb
L factor	8,5 N/A	
loving mass	0.01 kg	
oice coil length	14 mm	
ir gap height	6 mm	
-damage (peak to peak)	16 mm	

DIMENSION DRAWINGS



THIELE-SMALL PARAMETERS**

esonant frequency, f_s	72 Hz
.C. Voice coil resistance, R_e	5,2 Ω
lechanical Quality Factor, Q_{ms}	7,50
lectrical Quality Factor, Q_{es}	0,35
otal Quality Factor, Q_{ts}	0,33
quivalent Air Volume to C_{ms}, V_{as}	5,69 l
lechanical Compliance, C_{ms}	451 μm / N
lechanical Resistance, R_{ms}	0,65 kg / s
fficiency, η_0	0,58 %
ffective Surface Area, S_d	0,0095 m^2
laximum Displacement, X_{max} * **	5,7 mm
isplacement Volume, V_d	49 cm^3
oice Coil Inductance, L_e @ 1 kHz	0,6 mH

MOUNTING INFORMATION

Overall diameter	155 mm	6,1 in
Bolt circle diameter	141,5 mm	5,57 in
Baffle cutout diameter:		
- Front mount	119 mm	4,69 in
- Rear mount	122 mm	4,8 in
Depth	78,9 mm	3,11 in
Volume displaced by driver	0,5 l	0,02 ft^3
Net weight	2,19 kg	4,83 lb
Shipping weight	2,47 kg	5,45 lb

Notes:

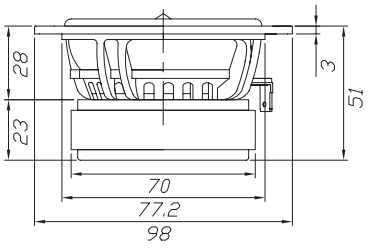
* The power capaticty is determined according to AES2-1984 (r2003) standard. Program power is defined as the transducer's ability to handle normal music program material.

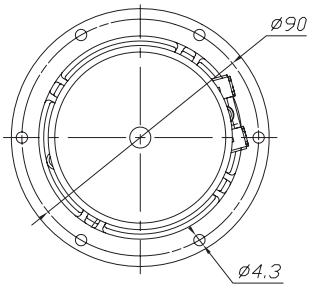
** T-S parameters are measured after an exercise period using a preconditioning power test. The measurements are carried out with a velocity-current laser transducer and will reflect the long term parameters (once the loudspeaker has been working for a short period of time).

*** The X_{max} is calculated as $(L_{vc} - H_{ag})/2 + (H_{ag}/3,5)$, where L_{vc} is the voice coil length and H_{ag} is the air gap height.

RS100-8

4" Reference Full-Range Driver





Note: All dimensions in mm.

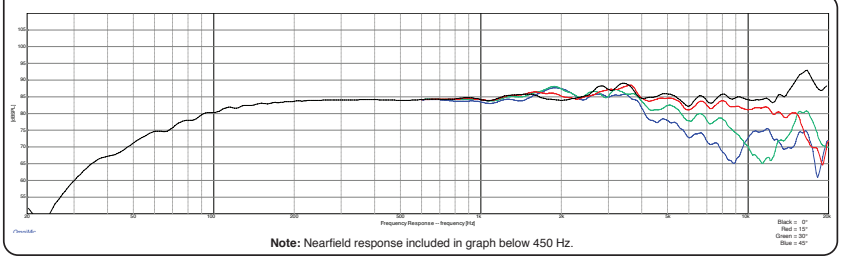
Features

- Lightweight black anodized aluminum cone
- Attractive 6-hole cast frame
- Advanced low distortion motor design
- Solid aluminum phase plug
- Rubber surround
- Full-range capability

Parameters

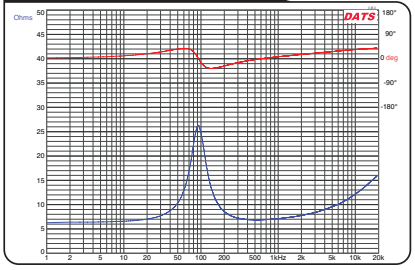
Impedance (Ω)	8
Re (Ω)	6.39
Le (mH) @ 1 kHz	0.49
Fs (Hz)	90
Qms	2.37
Qes	0.76
Qts	0.58
Mms (g)	3.63
Cms (mm/N)	0.82
Sd (cm²)	35.3
Vd (cm³)	12.4
BL (Tm)	4.2
VAS (liters)	1.43
XMAX (mm)	3.5
VC Diameter (mm)	25
SPL (dB 2.83V/1m)	83.9
RMS Power Handling (W)	30
Usable Frequency Range (Hz)	90-20,000

Frequency Response



Note: Nearfield response included in graph below 450 Hz.

Impedance/Phase



daytonaudio.com

© Dayton Audio Last Revised: 8/14/2014

AUDAX

LA PASSION DU HAUT-PARLEUR

HM170G0

BASS MIDRANGE

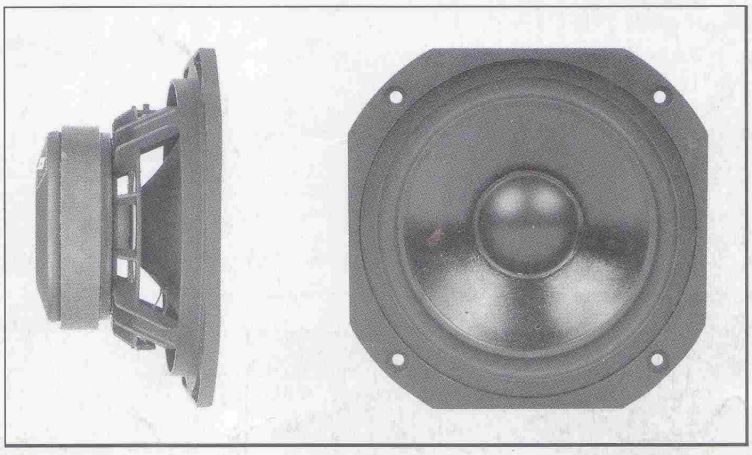
100896X

6 1/2" - PAPER CONE - 170 mm

REFERENCE SERIES

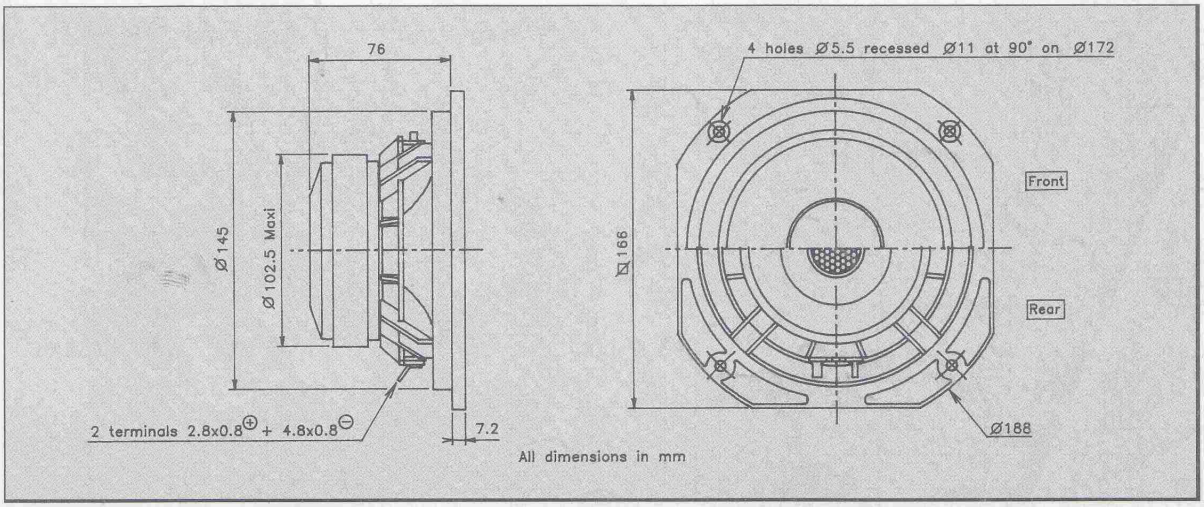
Non resonant die cast chassis
Ventilated chassis under spider
Critically damped paper cone
High Loss high compliance rubber suspension
Edgewound, flat copper wire
Kapton voice coil former
Vented pole piece with protection grill
Gold plated terminals

Châssis Zamak moulé - Fond ventilé
Cône papier traitement amortissant
Suspension caoutchouc amortissant haute compliance
Bobine sur support Kapton
Fil cuivre plat sur chant
Noyau ventilé avec grille de protection
Connectique plaquée or



Designed for high end compact 2 way systems, this 61/2" Bass-Midrange driver offers the ultimate in paper cone technology. It features a state of the art curvilinear cone which is critically damped with a visco elastic compound and is coupled to a high loss rubber surround. Special consideration has been taken to ensure the best possible linear response, and an exceptionally natural top end roll-off. Unobstructed venting of the Zamak die cast chassis, coupled with a grill protected, vented pole piece and a soft polymer dustcap all contribute to the dramatic transient response. High power handling results from the flat, edgewound copper coil mounted onto a fiberglass reinforced Kapton voice coil former. Gold plated terminals offer excellent solderability. The "suggested applications" charts indicate various driver loads, including the box alignment used to measure the response curve (Vb REF). The response curves shown on the diagram indicate the predicted low end response of the driver in the suggested box volume (Vb) with suggested port (Dp-Lp).

Ce Boomer-Médium de 170 mm destiné à des systèmes haut de gamme compacts 2 voies et 3 voies constitue l'aboutissement de la technologie du cône en pulpe de cellulose par l'utilisation d'un cône en papier à profil curviligne traité par un matériau visco-élastique amortissant associé à une suspension en caoutchouc haute compliance. Un soin particulier a été apporté au châssis Zamak moulé ainsi qu'à la structure magnétique afin d'assurer la meilleure réponse en transitoire ainsi qu'une coupure haute naturelle : châssis ouvert et ventilé sous le spider, noyau ventilé et cache noyau en polymère souple ultra léger. Sa bonne tenue en puissance résulte de l'utilisation d'une bobine sur support Kapton renforcé fibre de verre en fil de cuivre plat sur chant. La connectique plaquée or permet une excellente soudabilité. Le tableau "Suggested applications" indique différents types de charge dont celui utilisé pour la mesure de la courbe de réponse (Vb). Les courbes publiées correspondent à la réponse dans le grave pour un volume (Vb) et une dimension d'évent donnée (Dp-Lp).



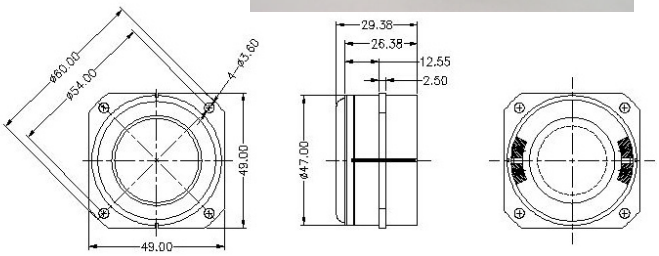
HM170G0 W08PGU3033

100974B

NSW2-326-8A

2 inch "Whisper" Extended Range Loudspeaker

- ***Wide Frequency Range***
- ***High Output***
- ***Low Distortion***
- ***Ultra Compact Design***
- ***No Stray Magnetic Fields***



Nominal Diameter	2 inches (51 mm)
Nominal Impedance (Z)	8 Ohms
Sensitivity, 1W/1m (E)	84 dB @ 1 kHz
Power Capacity, RMS (Pe)	15 W
Power Capacity, Peak	60 W
Frequency Range (-10dB)	200 - 15 kHz
Minimum Impedance	8 ohms
Voice Coil Diameter	32.6 mm
Voice Coil Winding Length (h)	4.4 mm
Voice Coil Number of Layers (n)	2
Voice Coil Former Material	Aluminum
Voice Coil Wire Composition	CCAW
Magnetic Material	Neodymium radial
Stray Flux Shielding	Inherent
Magnetic Gap Depth (He)	8 mm
Cone Material	Titanium
Surround Material	Foam
Polarity, Outward Motion	Positive voltage on (+) tab
Net Weight	113 g
Maximum Excursion	12 mm peak to peak

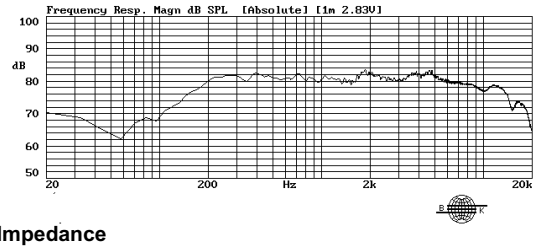
Thiele / Small Parameters

Resonant Frequency (Fo) - Fs	200 Hertz
Voice Coil DC Resistance - Re	6.4 Ohms
Total Q - Qts	0.68
Mechanical Q - Qms	4.72
Electrical Q - Qes	0.80
Equivalent Volume of Air - Vas	0.1 L
Radiating Piston Area - Sd	13.2 cm ^{2}
Xmax	6 mm peak to peak

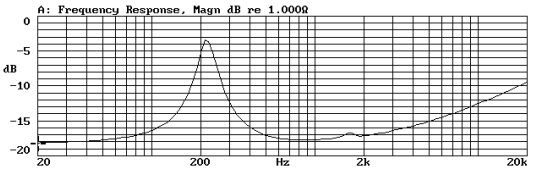
Electrical / Mechanical Parameters

Flux Density x Length - BL	3.5 Tesla-meters
Compliance - Cms	390 µm/N
Total Mass - Mms	1.04 grams

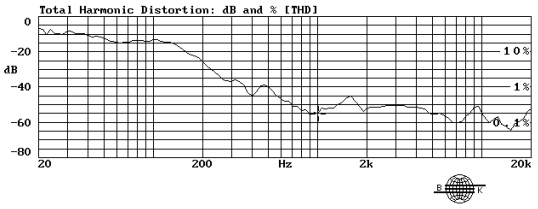
Frequency Response (1W, 1m)



Impedance



Distortion (1W,1m)

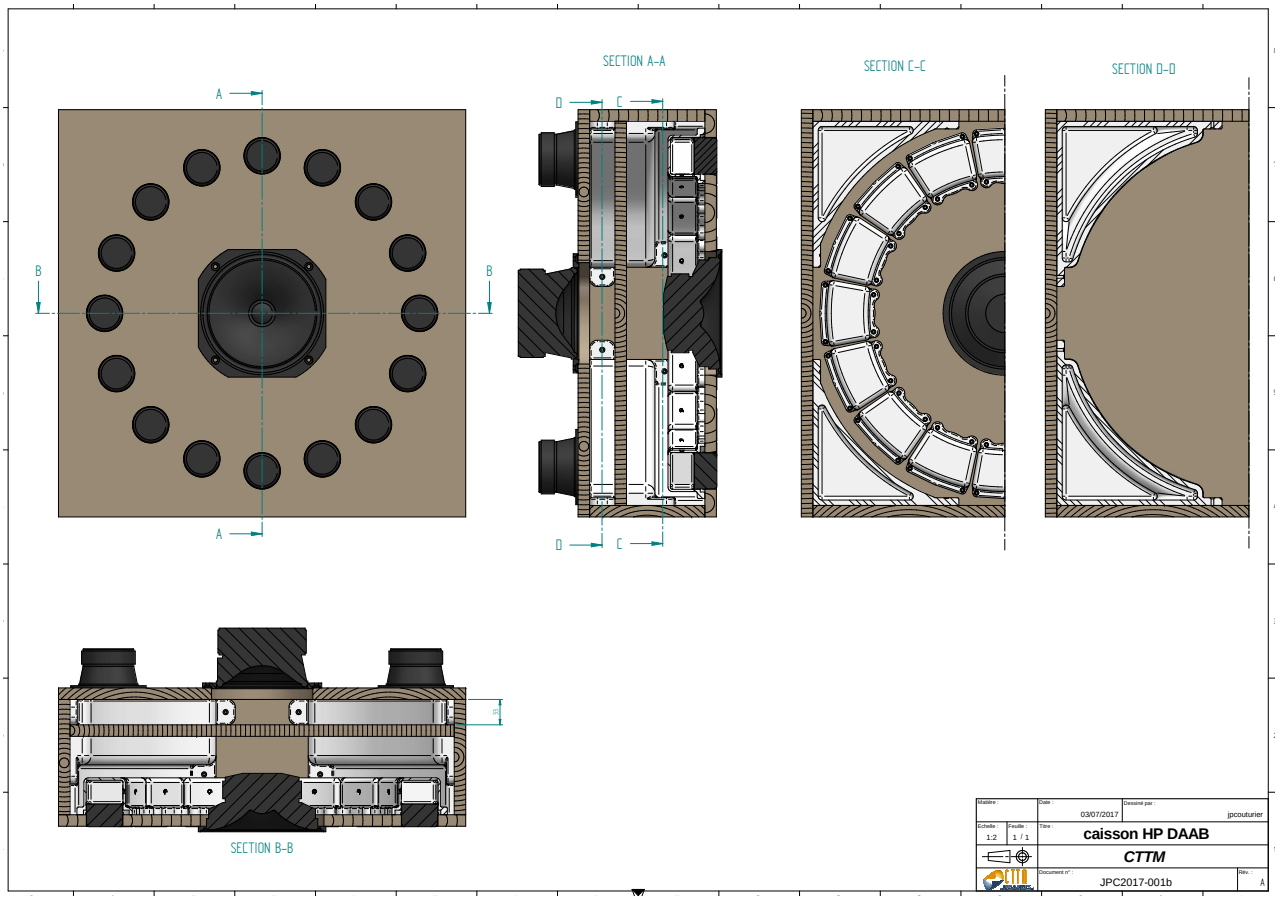


02/23/05

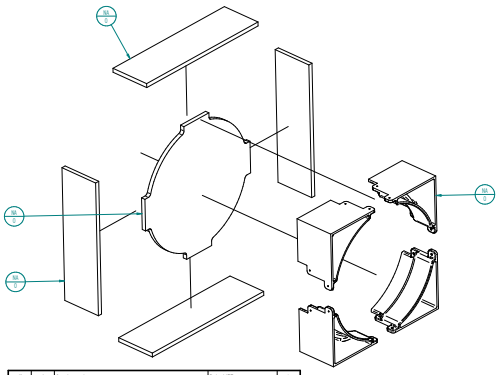
Aura Sound, Inc.
11839 E. Smith Avenue, Santa Fe Springs, CA 90670 562.447.1780 562.447.1788 fax
www.aurasound.com

Annexe D

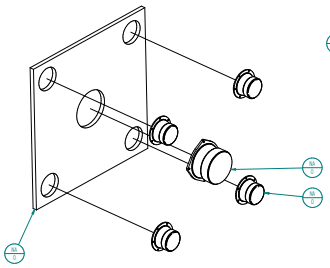
Plans du prototype



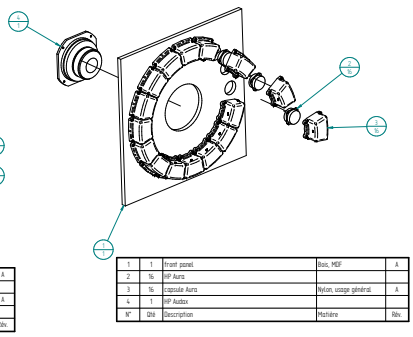
Matière :	Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier	
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : caisson HP DAAB	
		CTTM	
	Document n° : JPC2017-001b		Rév. : A



N°	Qté	Description	Matière	Rév.
1	1	front panel	Bois, MDF	A
2	16	HP Aura		
3	16	capsule Aura	Nylon, usage général	A
4	1	HP Audax		

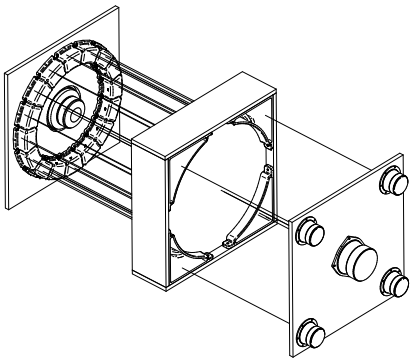


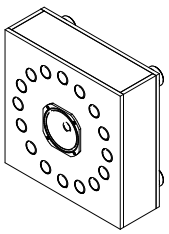
N°	Qté	Description	Matière	Rév.
1	1	front panel	Bois, MDF	A
2	16	HP Aura		
3	16	capsule Aura	Nylon, usage général	A
4	1	HP Audax		

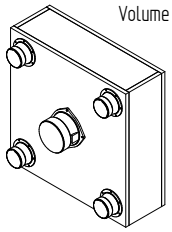


N°	Qté	Description	Matière	Rév.
1	1	front panel	Bois, MDF	A
2	16	HP Aura		
3	16	capsule Aura	Nylon, usage général	A
4	1	HP Audax		

Volume de charge Aura : 0,108L
Volume de charge Dayton : 1,47L
Volume de charge Audax : ~16L
Volume de charge Beyma : 5,73L

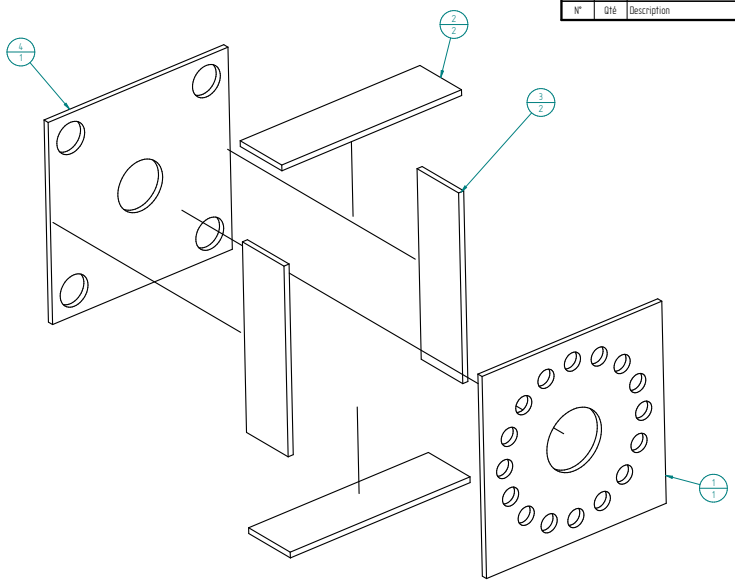




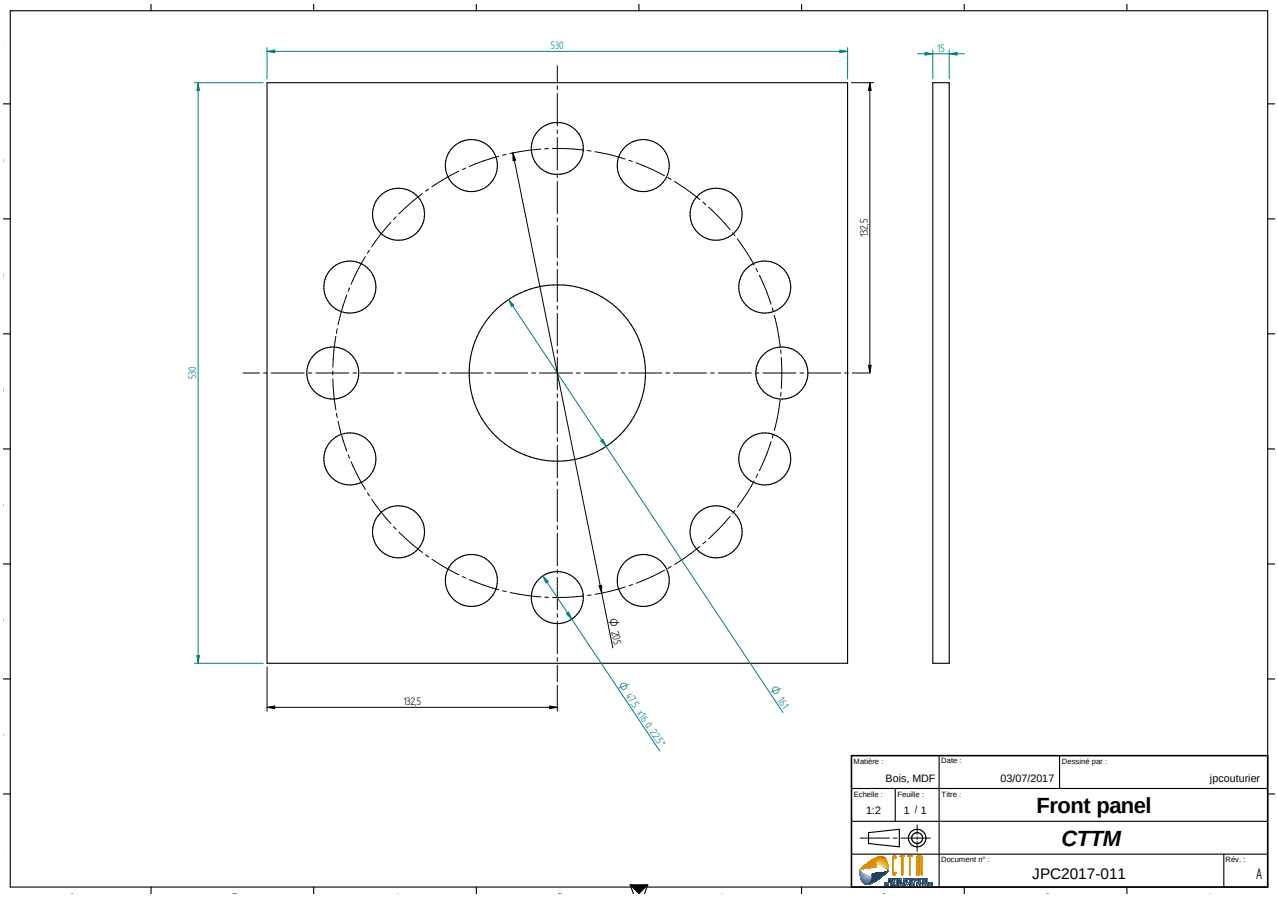


Matière :	Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier	
Echelle : 1:5	Feuille : 1 / 1	Titre : **caisson HP DAAB**	
		CTTM	
	Document n° : JPC2017-001		Rév. : A

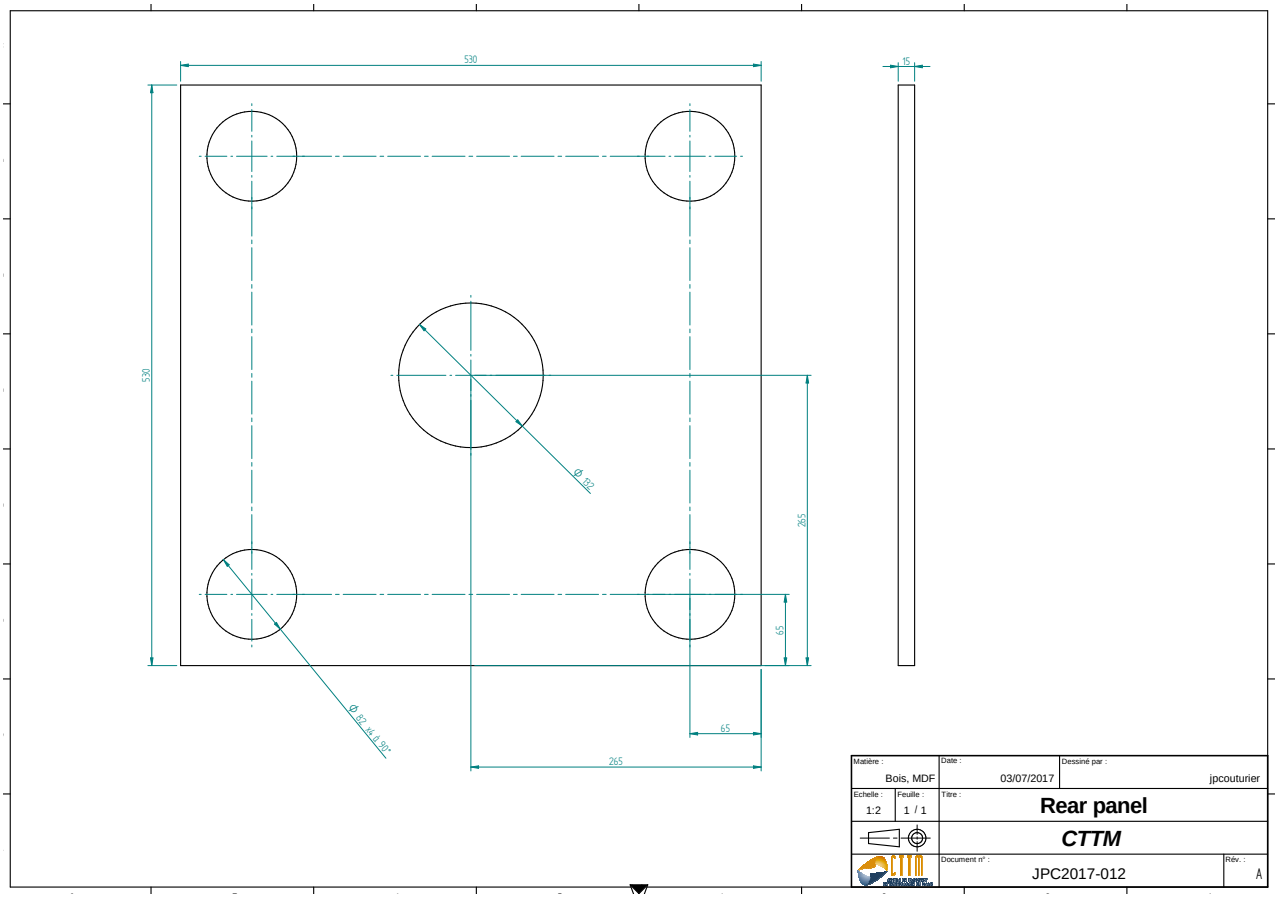
N°	Qté	Description	Matière	Numéro de document	Rév.
1	1	front panel	MDF 15mm	JPC2017-011	A
2	2	LR panel	MDF 15mm	JPC2017-013	A
3	2	BT panel	MDF 15mm	JPC2017-014	A
4	1	rear panel	MDF 15mm	JPC2017-012	A



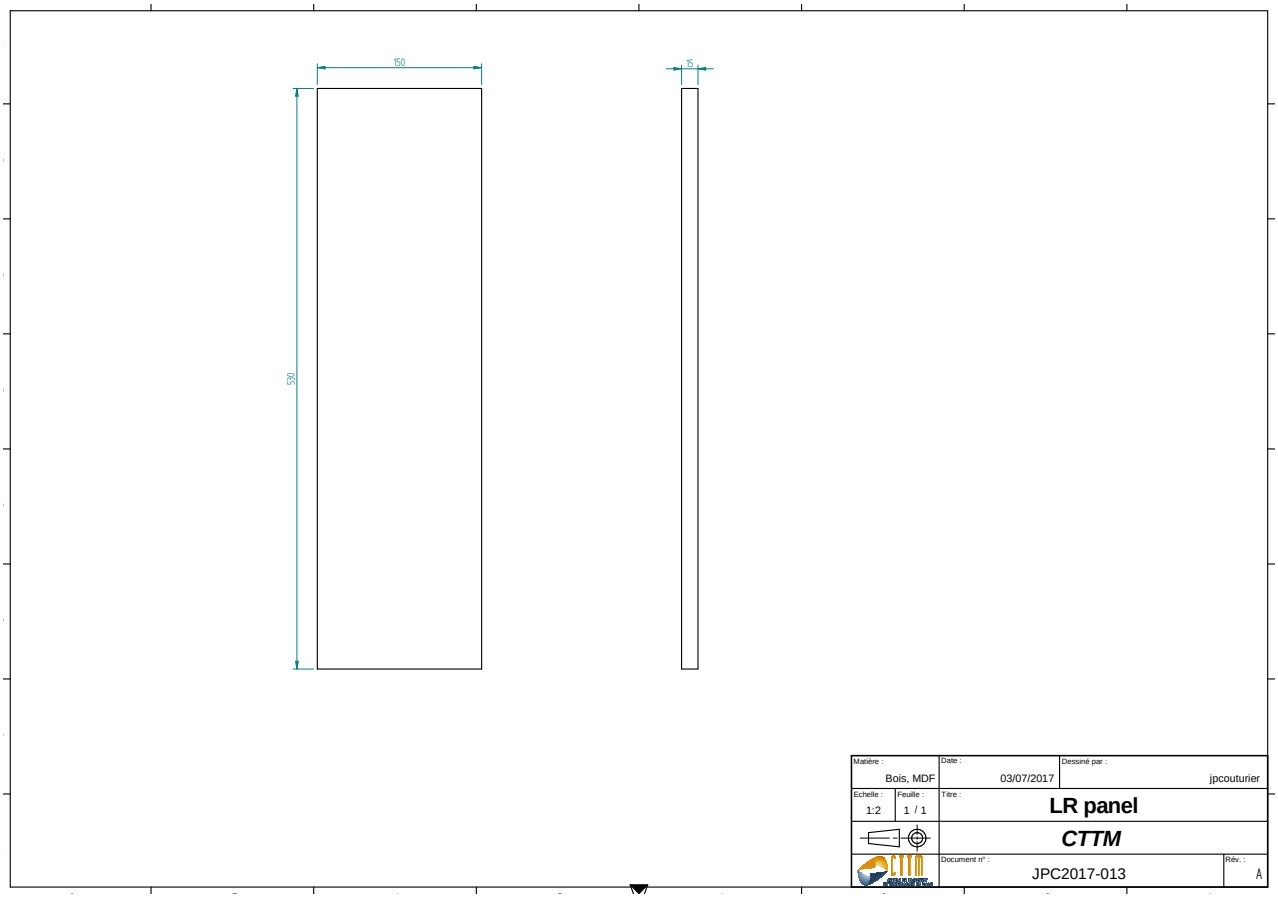
Matière :		Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier
Echelle : 1:5	Feuille : 1 / 1	Titre : **caisson HP DAAB**	
		CTTM	
		Document n° : JPC2017-001	Rév. : A



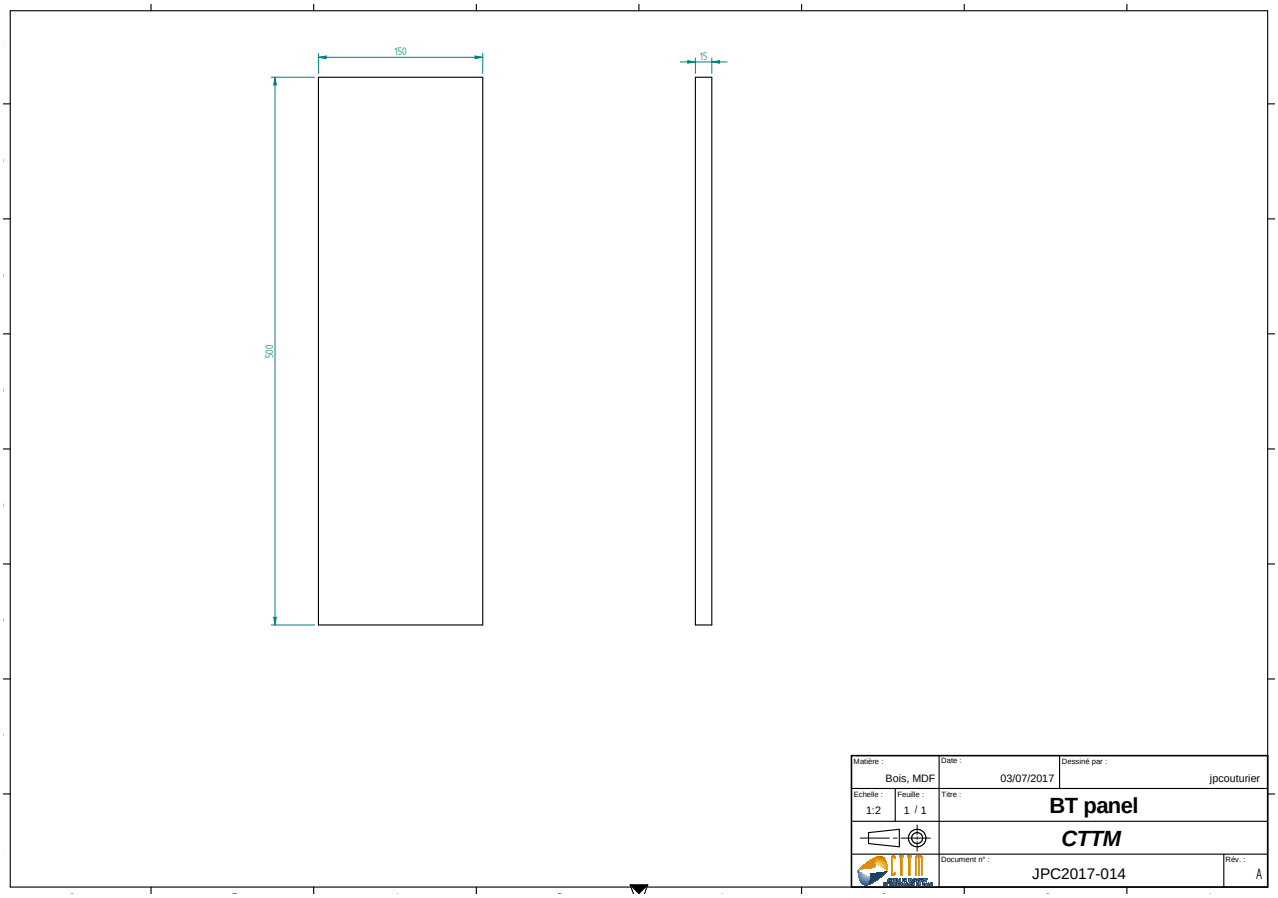
Matière : Bois, MDF	Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier	
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : **Front panel**	
		CTTM	
	Document n° : JPC2017-011		Rév. : A



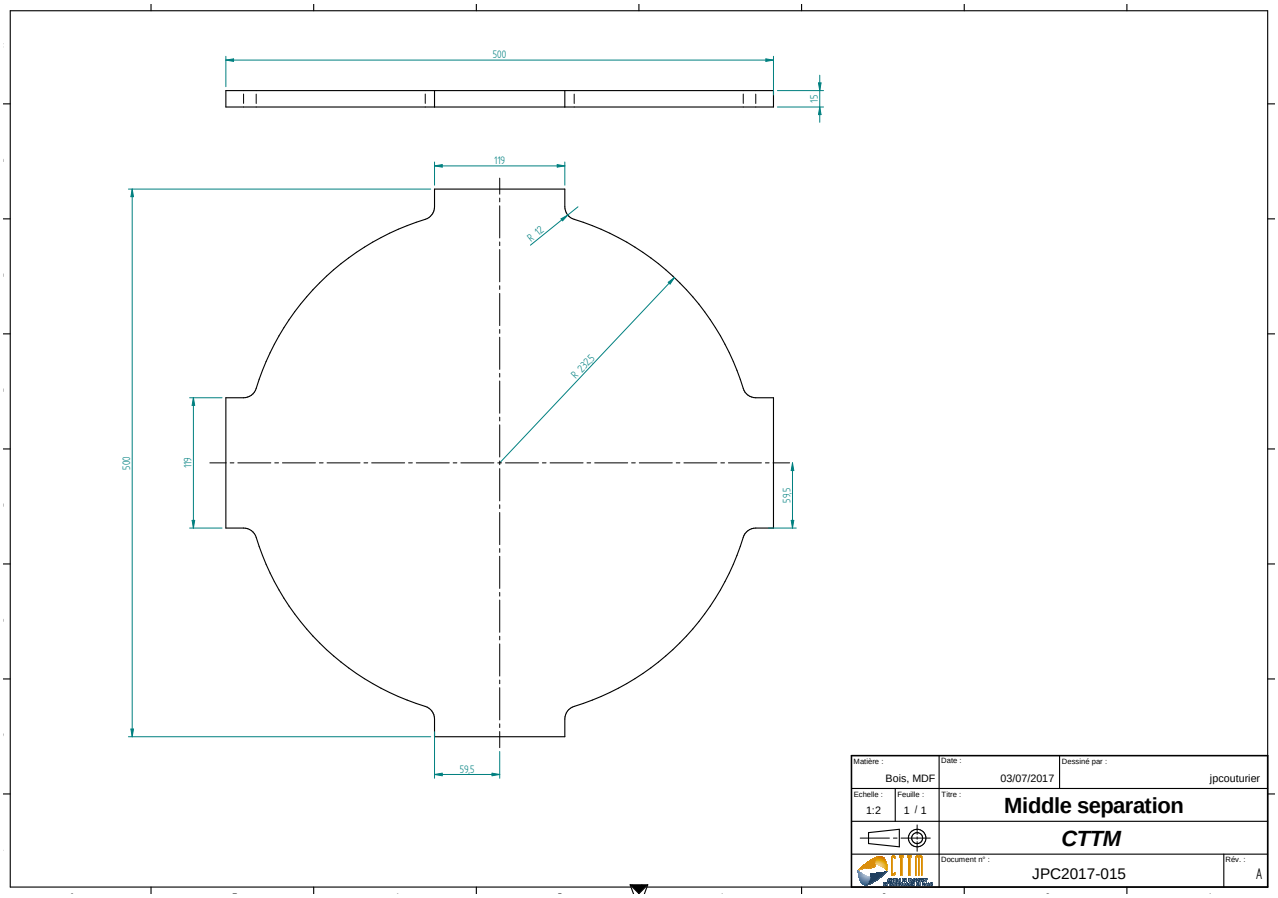
Matière : Bois, MDF		Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : **Rear panel**	
		CTTM	
		Document n° : JPC2017-012	Rév. : A



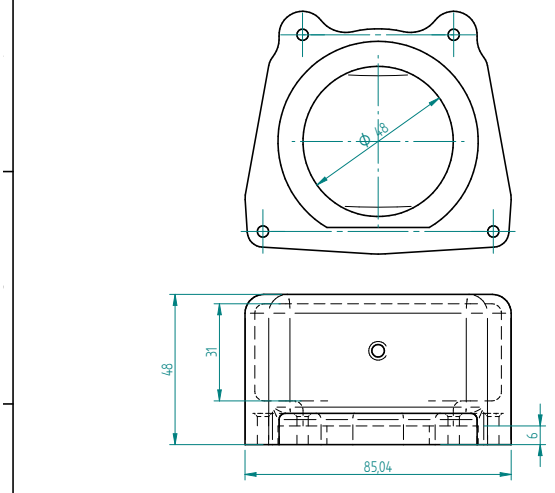
Matière : Bois, MDF		Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : **LR panel**	
		CTTM	
		Document n° : JPC2017-013	Rév. : A

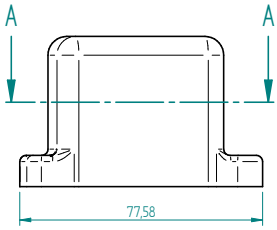


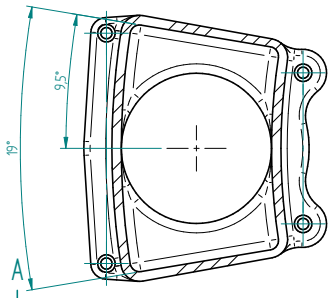
Matière : Bois, MDF	Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier	
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : **BT panel**	
		CTTM	
		Document n° : JPC2017-014	Rév. : A



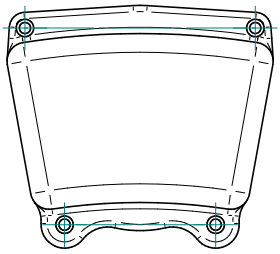
Matière : Bois, MDF		Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : **Middle separation**	
		CTTM	
		Document n° : JPC2017-015	Rév. : A





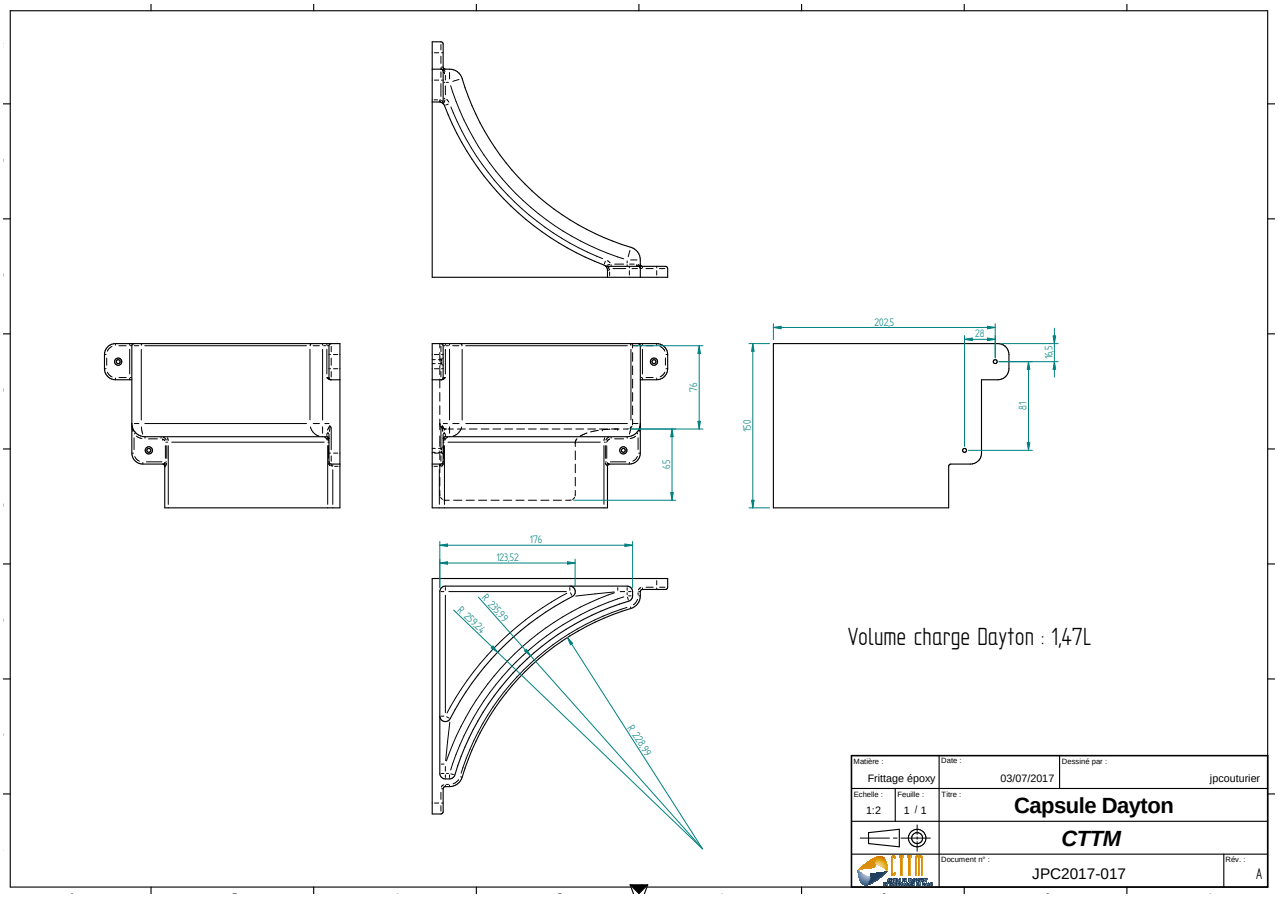


SECTION A-A



Volume de charge : 0,108L

Matière : Frittage époxy		Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier
Echelle : 1:1	Feuille : 1 / 1	Titre : **capsule Aura**	
		CTTM	
		Document n° : JPC2017-016	Rév. : A



Matière : Frittage époxy	Date : 03/07/2017	Dessiné par : jpcouturier	
Echelle : 1:2	Feuille : 1 / 1	Titre : **Capsule Dayton**	
		CTTM	
	Document n° : JPC2017-017		Rév. : A

UNIVERSITE BRETAGNE SCIENCES LOIRE POUR L'INGENIEUR

Le Mans Université

Thèse de Doctorat

Maryna SANALATII

Synthèse d'un champ acoustique avec contraste spatial élevé
Synthesis of an acoustic field with a high spatial contrast

Résumé

L'objectif de ce travail de thèse est la conception d'un système de haut-parleurs transportable, capable de générer un champ sonore prédéfini et focalisé avec un contraste spatial élevé. Ce système doit permettre à terme d'effectuer différents types d'études, par exemple des essais de transparence acoustique ou encore des essais vibratoires en conditions non-anéchoïques. La minimisation du nombre de canaux à piloter ainsi que du nombre des transducteurs est l'un des enjeux principaux du travail. Le choix du nombre de sources et la sélection de leurs positions optimales afin de générer un champ acoustique cible n'a pas de solution triviale. Pour répondre à cette question, la méthode proposée se base sur la décomposition du rayonnement d'une source en série de fonctions orthogonales indépendantes (les "modes de rayonnement"), construits numériquement via une décomposition en valeurs singulières de la matrice d'impédance. En filtrant les termes évanescents, le champ lointain peut être reconstruit à l'aide d'un faible nombre de termes. De plus, la méthode permet d'estimer une distribution de débit efficace pour générer le champ cible. La méthode proposée étant relativement peu étudiée dans la littérature, la première partie de la thèse a été consacrée au problème de la validation expérimentale de la méthode directe et à l'étude des principaux paramètres en influençant le résultat. Le travail effectué dans ce cadre a été diffusé vers la communauté "audio", en proposant une méthode alternative de caractérisation de sources acoustiques utilisable en conditions anéchoïques mais aussi *in situ*. La problématique du positionnement des sources permettant de synthétiser un champ sonore prédéfini et focalisé est abordée dans la deuxième partie de la thèse. La méthode des modes de rayonnement y est combinée à des techniques de pilotage favorisant le contraste acoustique. Un premier prototype a été conçu à partir de cette approche, et fait l'objet d'une caractérisation expérimentale.

Mots clés

Acoustique, modes de rayonnement, synthèse du champ acoustique, contrôle du champ acoustique, identification des sources du son, focalisation

Abstract

The goal of this thesis is the design of a transportable speaker system, able to generate a predefined and focused sound field with a high spatial contrast. This system has eventually to allow carrying out different types of studies, for example acoustic transmission loss tests or vibration tests in non-anechoic conditions. The minimization of the number of driven channels and the number of transducers is one of the main goals of the work. The choice of the number of sources and the selection of their optimal positions in order to generate a target acoustic field has no trivial solution. To answer this question, the proposed method is based on the decomposition of the source radiation into a series of independent orthogonal functions (the "radiation modes"), constructed numerically via a singular value decomposition of the impedance matrix. By filtering the evanescent terms, the far field can be reconstructed using a small number of terms. In addition, the method allows the estimation of an efficient flow distribution to generate the target field. With the proposed method having been scarcely studied in the literature, the first part of the thesis is devoted to the problem of the experimental validation of the direct method and the study of the main parameters that are influencing the result. The work done in this context was shared with the "audio" community, and a new alternative method for characterizing acoustic sources was proposed, that can be used in anechoic conditions as well as *in situ*. The problem of sources positioning in order to synthesize a predefined and focused sound field is discussed in the second part of the thesis. The radiation modes method is combined with control techniques that promote an acoustic contrast. A first prototype was designed basing on this approach, and is the subject of an experimental characterization.

Key Words

Acoustics, radiation modes, sound field synthesis, sound field control, identification of the sound sources, focalisation