



HAL
open science

Modélisations thermomécanique et numérique du comportement de maçonneries en briques alvéolées en terre cuite sous chargements mécanique et thermique sévères

Ahmed Sridi

► **To cite this version:**

Ahmed Sridi. Modélisations thermomécanique et numérique du comportement de maçonneries en briques alvéolées en terre cuite sous chargements mécanique et thermique sévères. Autre. Université Paris Saclay (COMUE), 2018. Français. NNT : 2018SACL047 . tel-01811059

HAL Id: tel-01811059

<https://theses.hal.science/tel-01811059>

Submitted on 8 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2018SACL047

**THESE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITE PARIS-SACLAY
PREPAREE A
CENTRALESUPELEC**

ECOLE DOCTORALE N°579
Sciences Mécaniques et Énergétiques, Matériaux et Géoscience

Spécialité de doctorat : Génie Mécanique

Par

M. Ahmed Sridi

Modélisations thermomécanique et numérique du comportement de
maçonneries en briques alvéolées en terre cuite sous chargements
mécanique et thermique sévères

Thèse soutenue à **Gif-sur-Yvette**, le **25 Avril 2018**, devant le jury composé par :

M. Hamid ZAHROUNI
M. Jean-Michel BERGHEAU
M. David NERON
M. Hachmi BEN DHIA
M. Jean-François REGRETTIER

Professeur, Université de Lorraine
Professeur, Université de Lyon
Professeur, CentraleSupélec
Professeur, CentraleSupélec
Ingénieur, Bouyer Leroux

Rapporteur
Rapporteur
Président
Directeur de thèse
Invité

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à exprimer ma reconnaissance et ma gratitude au professeur Hachmi Ben Dhia, mon directeur de thèse, pour le temps conséquent qu'il m'a accordé, sa rigueur scientifique et son soutien indéfectible. Je ne le remercierai jamais assez pour ses qualités humaines. Il fait, indéniablement, partie des personnes qui m'ont aidé à grandir.

J'adresse de chaleureux remerciements à Jean-François Regrettier pour sa confiance, sa disponibilité et son encadrement à Bouyer Leroux. Un grand merci également à Jérôme Gautron et Vincent Foussard pour le temps qu'ils ont régulièrement pris pour suivre l'avancement de mes travaux et pour leurs remarques et conseils, toujours constructifs.

J'adresse mes sincères remerciements au professeur Hamid Zahrouni et au professeur Jean-Michel Bergheau, qui ont consacré du temps à l'examen de ce travail et accepté d'en être les rapporteurs. J'associe à ces remerciements le professeur David Néron pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Je tiens à témoigner ma reconnaissance à Mathieu Corus, qui m'a sagement guidé dans la prise en main de Code_Aster et qui a assisté mon apprentissage et mes premiers développements sur ce code.

Ce travail n'aurait pu être mené à bien sans l'aide de Nicolas Roubier et Gilbert Le Gal. Je les remercie pour m'avoir assisté dans la conduite de mes essais expérimentaux.

Je souhaite vivement remercier toute l'équipe du laboratoire MSSMat pour m'avoir procuré un environnement de travail stimulant et convivial. Un grand merci à mon collègue et ami Shahram Khazaie pour sa bienveillance, son soutien et nos nombreux échanges, qu'ils soient professionnels ou personnels. Je remercie également le reste de l'équipe : Khalil, Yannick, Yaneck, Baptiste, Diana, Silvana, Baie Xue, Maroua, Filippo, Angkera, Lucio, Luciano, Raphael, Matthieu, Romain, Hélène, Solène, Mike, Shuimiao, et la liste est encore longue.

Je voudrais remercier mes amis de toujours Zakaria, Moudhafar, Ghassen, Tasneem, Mourad, Fethi, Badr, Okba, Antar et Oussama pour les moments de partage et de complicité qu'on a vécus ensemble.

Enfin, un remerciement particulier à ma famille, qui m'a toujours soutenu dans tous mes projets. A mes très chers parents, à qui je dédie ce manuscrit en espérant qu'ils trouvent dans ce travail tous mes sentiments de respect, d'amour et de reconnaissance pour tous leurs sacrifices. A mon frère Oussama, à mes sœurs Asma et Inès et à mes neveux Yassine, Iyad et Emna. Mille mercis !

Table des matières

Table des figures	x
Introduction	1
1 Etats des lieux et de l'art	5
1.1 Caractéristiques des constituants d'une maçonnerie	6
1.1.1 Les briques	6
1.1.2 Les joints de mortier	8
1.1.3 Les doublages	9
1.2 Résistance au feu d'un mur en briques	11
1.2.1 Le contexte réglementaire	11
1.2.2 Description d'un essai feu pour un mur en briques alvéolées	11
1.2.2.1 Modalités de l'essai	12
1.2.2.2 Critères globaux mesurés lors de l'essai	12
1.3 Etat de l'art	13
1.3.1 Travaux expérimentaux	13
1.3.2 Modèles analytiques	16
1.3.3 Etudes numériques	17
2 Essais sur murs	21
2.1 Présentation des briques testées	22
2.2 Préparation des murs	23
2.3 Mesures effectuées pendant l'essai	25
2.4 Observations et résultats expérimentaux	27
2.4.1 Description du comportement thermique	27
2.4.2 Description du comportement mécanique du mur	28
2.4.2.1 Observations expérimentales	28
2.4.2.2 Analyse des courbes des déplacements mesurés	30
2.5 Bilan des mécanismes observés	32
2.5.1 Comportement thermique	33
2.5.2 Comportement mécanique	33
3 Couplage thermo-mécanique	35
3.1 Equations de base de la thermo-élasticité	36
3.2 Problème thermo-mécanique couplé	38
3.2.1 Problème thermique local	39
3.2.2 problème thermo-mécanique quasi-statique	39

4	Modélisations thermiques	41
4.1	Équations de la thermique	43
4.1.1	Modèle thermique pour un solide archétype d'une brique alvéolée	43
4.1.2	Conditions aux limites thermiques	44
4.2	Résolution numérique du problème thermique	48
4.2.1	Formulation variationnelle du problème thermique	48
4.2.2	Discrétisation en espace	49
4.2.3	Discrétisation en temps	53
4.2.4	Méthode de résolution	54
4.3	Calcul du transfert thermique dans un mur en briques alvéolées	56
4.3.1	Choix des conditions aux limites	57
4.3.1.1	Face avant	58
4.3.1.2	Face arrière	59
4.3.1.3	Bords latéraux	59
4.3.1.4	Faces inférieure et supérieure	59
4.3.2	Transfert thermique dans une brique alvéolée	59
4.3.2.1	Rôle de la convection naturelle dans les alvéoles	61
4.3.2.2	Rôle du rayonnement dans les alvéoles	64
4.3.2.3	Influence de l'architecture de la brique sur le transfert thermique	68
4.4	Comparaison aux résultats expérimentaux	71
4.4.1	Prise en compte de l'évaporation de l'eau liée	72
4.4.2	Identification des paramètres du modèle	73
4.4.2.1	Formulation du problème inverse	74
4.4.2.2	Algorithme de Nelder-Mead	74
4.4.2.3	Application à la recherche des paramètres a et b	76
5	Modélisation Thermo-Mécanique	79
5.1	Formulation du problème thermo-mécanique	82
5.1.1	Formulation variationnelle modèle	83
5.1.2	Discrétisation en espace	85
5.2	Caractérisation à l'échelle du matériau terre cuite	85
5.2.1	A température ambiante	86
5.2.1.1	Essais de compression	87
5.2.1.2	Module de traction : Essai brésilien	88
5.2.2	Essais à hautes températures	90
5.3	Calcul thermo-mécanique d'une brique alvéolée	93
5.3.1	Brique générique	93
5.3.1.1	Analyse de la déformée et du déplacement	93
5.3.1.2	Analyse des contraintes	95
5.3.2	Influence de l'architecture de la brique sur son comportement thermo-mécanique	99
5.3.2.1	Influence de l'épaisseur de la première paroi	102
5.3.2.2	Influence de l'introduction de congés	103
5.4	Éléments de modélisation d'un mur entier soumis au feu	105
5.4.1	Choix des conditions aux limites	105
5.4.2	Modélisation des interfaces	111
5.4.2.1	Interfaces entre les briques adjacentes	112
5.4.2.2	Étude du rôle du contact aux interfaces	113
5.4.2.3	Calcul du contact dans une rangée de briques	114

5.4.2.4	Interfaces brique-mortier	118
5.5	Calcul d'un mur entier	120
5.5.1	Calcul d'un mur sain	121
5.5.1.1	Analyse de la déformée et de la flèche du mur	121
5.5.1.2	Analyse des contraintes	123
5.5.2	Calcul d'un mur écaillé	123
6	Approche multi-modèle Arlequin	129
6.1	Formulation Arlequin continue du problème (\mathcal{P}_{thm})	131
6.2	Discrétisation du problème Arlequin	134
6.3	Application de la méthode Arlequin pour le calcul d'une brique	135
6.3.1	Modèles de plaques	135
6.3.1.1	Géométrie et cinématique	136
6.3.1.2	Loi de comportement	138
6.3.1.3	Travaux virtuels	138
6.3.1.4	Chargement thermique pour le modèle mécanique de plaque	139
6.3.2	Formulation 3D/plaque du problème thermo-mécanique Arlequin pour un motif représentatif	142
6.3.2.1	Formulation du problème Arlequin 3D/plaque	143
6.3.2.2	Appariement des éléments et maillages compatibles	144
6.3.2.3	Calcul des termes de couplage	146
6.4	Résultats numériques	146
6.4.1	Plaque cantilever en flexion	147
6.4.2	Calcul de la brique générique dans le cadre Arlequin	149
6.4.3	Calcul d'une rangée de brique	150
	Conclusions et perspectives	155
	Annexes	159
A	Méthodes d'optimisation	161
A.0.1	Les méthodes de gradient	161
A.0.2	Les méthodes boîtes noires	162
B	Illustration de l'algorithme de Nelder-Mead	165

Table des figures

1.1	Cristaux de Chlorite et de Kaolinite vus au microscope électronique à balayage	6
1.2	Etapes de fabrication de briques en terre cuite	7
1.3	Différents types de briques en France	8
1.4	Briques alvéolées à perforations verticales	8
1.5	Application du mortier colle lors du montage d'un mur à joints minces	9
1.6	Plaques en polystyrène expansé	10
1.7	Structure du polystyrène expansé vue au microscope ($\times 200$)	10
1.8	Schéma d'un essai feu d'un mur porteur	11
1.9	Courbe ISO de la température à imposer au four	12
1.10	Résultats des essais présentés par Byrne	14
1.11	Illustrations du cintrage thermique du mur	14
1.12	Relations entre l'épaisseur et l'élançement d'un mur et sa tenue au feu	15
1.13	Performance au feu selon la nature et l'épaisseur équivalente des blocs	16
1.14	Cintrage thermique d'un mur non porteur exposé au feu	16
2.1	BGV Costo	22
2.2	BGV Thermo+	23
2.3	Appareillage demi-brique	23
2.4	Vue du mur à la fin de la pose des briques	24
2.5	La laine de roche utilisée sur les bords latéraux	24
2.6	Application de l'effort mécanique vertical	25
2.7	Chargement mécanique appliqué par les deux vérins	25
2.8	Pose et calepinage des plots de colles et du doublage	26
2.9	Température du four mesurée durant un essai feu	26
2.10	Position des thermocouples dans une brique costo	27
2.11	Position des thermocouples dans une brique Thermo+	27
2.12	Evolution de la température à travers une brique costo	28
2.13	Observation à travers la vitre du four : écaillage de la face exposée	29
2.14	Etat d'écaillage du mur costo à 40 min d'essai	30
2.15	Apparition d'un moment de flexion à cause de l'excentricité du chargement	30
2.16	Mécanisme de ruine du mur Costo	31
2.17	Four après la rupture du mur	31
2.18	Configuration de l'essai et positions des capteurs de déplacements	32
2.19	Déplacement horizontal mesuré par les capteurs	32
3.1	Coupes tomographiques d'un tessou en terre cuite	37
4.1	Problème thermique générique	43
4.2	Transfert de chaleur par rayonnement entre deux surfaces S_i et S_j	46

4.3	Maillage de rayonnement constituée par les traces du maillage de diffusion	51
4.4	Maillages de différentes finesses pour le traitement de la diffusion et du rayonnement	57
4.5	Configuration du mur lors d'un essai feu	58
4.6	Schématisation du transfert thermique dans une brique	60
4.7	Snapshots du champ thermique à 30 minutes	60
4.8	Snapshots du champ thermique à 30 minutes	61
4.9	Cavité aux parois verticales différentiellement chauffées	61
4.10	Problème couplant écoulement de fluide et transfert thermique	63
4.11	Isovaleurs du champ thermique et distribution de vitesses dans la cavité	63
4.12	Comparaison entre champs thermiques à mi-hauteur de l'alvéole	64
4.13	Section d'une brique générique	64
4.14	Maillages pour le calcul de la brique générique	65
4.15	Snapshots du champ thermique à 15 et 30 minutes	65
4.16	Températures enregistrées dans la cloison centrale toutes les minutes	66
4.17	Champ thermique dans les parois à t=30 min	66
4.18	Snapshots du champ thermique à 15 et 30 minutes	67
4.19	Températures enregistrées dans la cloison centrale toutes les minutes	67
4.20	Champ thermique dans les parois à t=30 min	68
4.21	Schéma d'une alvéole parallélépipédique	69
4.22	Le facteur de forme F_{13} en fonction de X et Y	69
4.23	Section des briques costo (à gauche) et thermo+ (à droite)	70
4.24	Champ thermique dans les cloisons centrales des briques à t=30 min	70
4.25	Températures selon les plans de coupes (costo à gauche et thermo+ à droite)	71
4.26	Positions des thermocouples à l'intérieur d'une BGV Costo	71
4.27	Calcul d'une brique Costo : résultats numériques comparés aux mesures expérimentales	72
4.28	Calcul avec une capacité calorifique variable : résultats numériques vs mesures	73
4.29	Transformations subies par un simplexe à 3 sommets	76
4.30	Capacité calorifique obtenue avec l'algorithme d'identification	77
4.31	Comparaison des résultats obtenus avec les paramètres identifiés aux mesures	77
5.1	Principe de l'homogénéisation	81
5.2	Calcul avec les éléments discrets [Faz06]	82
5.3	Problème mécanique générique	83
5.4	Evolution du module d'Young avec la température [SR13]	86
5.5	Dispositif pour les essais de compression	87
5.6	Courbe contrainte-déformation	88
5.7	Résultats des essais de compression	88
5.8	Préparation des éprouvettes	89
5.9	Dispositifs pour l'essai brésilien	89
5.10	Résultats des essais de traction	90
5.11	Essai de flexion 3 points	91
5.12	Essais de flexion 3 points in-situ	91
5.13	Essais de flexion 3 points à hautes températures	92
5.14	Moyenne des modules d'Young en fonction de la température et des origines des tessons	92

5.15	Evolution du module de Young en fonction de la température	93
5.16	Déformée de la brique et isovaleurs de u_y à $t=30$ min	94
5.17	Évolution de u_y et de la température au centre de la face exposée	94
5.18	Isovaleurs des contraintes dans la brique à $t=17$ min	96
5.19	Évolution des contraintes au centre de la face avant de la première paroi	97
5.20	Évolution des contraintes au centre de la face arrière de la première paroi	97
5.21	Contraintes dues à la dilatation différentielle dans la brique	97
5.22	Positions des points où les contraintes de traction sont maximales	98
5.23	Évolution des contraintes au niveau du croisement critique	98
5.24	Déformée et contraintes σ_{xx} et σ_{yy} dans la brique Costo à $t=17$ min	100
5.25	Déformée et contraintes σ_{xx} et σ_{yy} dans la brique Thermo+ à $t=17$ min	100
5.26	Positions des points où les contraintes de traction sont maximales	100
5.27	Évolutions des contraintes calculées aux points P_1 et P_2	101
5.28	Évolution des gradients thermiques calculés aux points P_1 et P_2	101
5.29	Évolution temporelle de $\ \nabla T\ $ au point P_2 en fonction de l'épaisseur e	102
5.30	Évolution temporelle de la contrainte σ_{yy} au point P_2 en fonction de l'épaisseur e	103
5.31	Brique Thermo+ avec des congés au niveau de la première couche d'alvéoles	104
5.32	Évolution temporelle de $\ \nabla T\ $ avec des angles vifs ou des congés	104
5.33	Évolution temporelle de σ_{yy} avec des angles vifs ou des congés	104
5.34	Différentes conditions aux limites utilisées dans [NOA03]	106
5.35	Configuration du mur lors d'un essai feu	106
5.36	Plan de symétrie du mur	107
5.37	σ_{zz} sur la face du haut du mur (a) et selon une coupe aux 2/3 de sa hauteur (b)	107
5.38	Calcul d'un mur "homogénéisé"	108
5.39	Configuration en haut du mur lors de l'essai	109
5.40	Calcul du mur avec la poutre de répartition d'effort	109
5.41	Comparaison des u_y obtenus par le calcul et l'expérience	110
5.42	Isovaleurs des u_z obtenus avec et sans chargement mécanique vertical	111
5.43	Interfaces dans un mur en briques	112
5.44	Liaison tenon-mortaise entre deux briques adjacentes	112
5.45	Photos de l'interface entre deux briques adjacentes	113
5.46	Loi de contact de Signorini	113
5.47	Loi de contact unilatéral	114
5.48	Isovaleurs du champ thermique sur la face du haut à $t=30$ min	115
5.49	Rangée de briques et conditions aux limites utilisées	115
5.50	Isovaleurs du déplacement u_x à $t=30$ min	116
5.51	Déplacement u_x calculé toutes les minutes	117
5.52	Évolution des gaps entre briques avec le temps	117
5.53	Exemple d'une interface endommagée	118
5.54	Conditions aux limites appliquées au muret	119
5.55	Contrainte principale première dans le muret à $t=17$ min	120
5.56	Contrainte σ_{xx} dans le muret à $t=19$ min	120
5.57	Conditions aux limites et sollicitations appliquées au mur	122
5.58	déformée du mur à $t=30$ min et évolution de u_y pendant l'essai	122
5.59	Evolution temporelle des contraintes dans les différentes rangées du mur	124
5.60	Déformée du mur à $t=41$ min avec et sans application du chargement mécanique	125

5.61	Comparaison des flèches avec et sans chargement mécanique vertical	125
5.62	Apparition d'un moment de flexion à cause de l'excentricité du chargement	126
5.63	Isovaleurs des contraintes de Von-Mises à t=41 min au niveau de la zone écaillée	126
6.1	Illustration des sous-domaines Ω_1 et Ω_2 et de la zone de recouvrement Ω_c	132
6.2	Modèle tridimensionnel d'une brique	136
6.3	Modèle "réduit" de la brique	136
6.4	Motif constitutif du modèle Arlequin "réduit" d'une brique	136
6.5	Géométrie d'une plaque	137
6.6	Profils de température dans la première paroi de la Thermo+ toutes les 2 minutes	141
6.7	Comparaison entre le profil 3D et le profil parabolique	141
6.8	Modélisation Arlequin du motif	142
6.9	Extrusion de la surface moyenne	145
6.10	Raccord 3D/plaque avec maillages compatibles dans la zone de couplage	145
6.11	Plaque cantilever en flexion	147
6.12	Plaque cantilever : couplage de modèles	147
6.13	Déformée et isovaleurs de la norme du déplacement	148
6.14	Isovaleurs de la contrainte principale majeure pour les modèles 3D et Arlequin	148
6.15	Monomodèle 3D et modèle réduit Arlequin de la brique générique	149
6.16	Déformées et isovaleurs du déplacement u_y à t=30 min	150
6.17	Evolutions de la flèche au centre de la face exposée au feu pour les deux calculs	150
6.18	Isovaleurs des contraintes dans la brique à t=17min	151
6.19	Contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} calculées au point critique avec les deux modèles	151
6.20	Isovaleurs de la norme du déplacement dans la rangée de briques à t=30 min	152
6.21	Isovaleurs des contraintes dans la rangée de briques à t=17min	152
B.1	Exemple d'application de la méthode Nelder Mead	165

Introduction Générale

Les maçonneries en terre cuite sont des solutions de construction très anciennes. Leur première utilisation remonte à plusieurs milliers d'années. Elles sont passées de briques d'argile rudimentaires fabriquées à la main à un matériau moderne mais tout aussi naturel. Aujourd'hui encore la brique en terre cuite séduit grâce aux nombreux atouts qu'elle présente, notamment, son prix attractif, son respect de l'environnement et son isolation thermique, particulièrement élevée pour des briques alvéolées.

En France, d'après une étude publiée en 2016 par la FFTB¹ [FFT16] plus d'un logement sur trois est aujourd'hui construit en briques en terre cuite.

Pour préserver ses parts de marché, l'industrie de la brique en terre cuite doit s'adapter aux exigences techniques et économiques du marché et répondre à des réglementations de plus en plus renforcées vis-à-vis des risques de séismes et d'incendies, pour assurer les meilleures conditions de sécurité des bâtiments en briques et de leurs occupants.

Ainsi, la tenue au feu des murs en briques devient un sujet majeur dans la construction moderne et elle est envisagée avec importance par les professionnels du secteur.

La qualification des murs vis-à-vis de la résistance au feu repose sur des essais spécifiés par des normes françaises et européennes (e.g. [NFE06] [NFE00b] [NFE00a]) et réalisés par des laboratoires agréés, aptes à délivrer des certifications sur la base de trois critères : la capacité portante du mur, son étanchéité au feu et son isolation thermique. La combinaison de ces critères permet d'établir un classement du mur testé.

Chaque essai feu qualifie uniquement la configuration particulière du mur testé, c'est à dire la forme géométrique des briques, la composition de mortier, la charge mécanique appliquée pendant l'essai etc. Il est difficile d'extrapoler les résultats d'un essai à une configuration différente et toute modification nécessite la mise à l'essai d'un nouveau spécimen.

De par le matériel nécessaire et de par la taille des murs testés, ces essais sont onéreux. De plus, ils sont longs à réaliser, si l'on inclut le temps de montage du mur, le temps d'installation des instruments de mesure et le temps de séchage du mortier.

Cet état de fait est à l'origine du travail effectué dans le cadre de cette thèse CIFRE. L'objectif étant de répondre aux attentes exprimées par Bouyer Leroux, fabricant de briques en terre cuite, désireux de comprendre le comportement au feu de ses produits et trouver des voies pour améliorer leurs performances en cas d'incendie.

Au vu du coût de chaque essai et de la large gamme de produits que propose Bouyer Leroux sur le marché, l'objet de ce travail de thèse est d'investir dans la modélisation thermomécanique et la simulation numérique de ce problème afin d'en explorer, de manière moins coûteuse, les paramètres influents.

1. Fédération Française des tuiles et des briques

A chaque étape de ce travail, nous nous appuyerons sur les résultats des essais expérimentaux réalisés sur des produits Bouyer Leroux. D'un côté, l'observation expérimentale permet de comprendre le déroulement d'un essai feu et d'identifier les mécanismes qui conduisent à l'endommagement et à la ruine du mur. De l'autre côté, les mesures expérimentales permettent de calibrer nos modèles numériques.

L'objectif de notre étude est double, on souhaite développer des outils numériques capables de prédire le comportement thermomécanique des murs en maçonneries de terre cuite exposées au feu à partir de la connaissance de la géométrie des briques et des propriétés du matériau constitutif. Mais à terme, le vrai objectif est de pouvoir tirer des conclusions quant à la conception des briques afin d'améliorer leur performance au feu, sans dégrader leur isolation thermique vis-à-vis de l'extérieur du bâti ou augmenter leur poids, de manière significative.

Vu le nombre de paramètres impliqués dans chaque configuration du mur, vue la géométrie complexe des briques, nécessitant parfois un raffinement local, et vu le caractère multi-physique et multi-échelle du problème considéré, sa résolution par des méthodes numériques monolithiques classiques s'avère être coûteuse.

Pour être efficace et effective, à la fois, l'aide à la conception des briques alvéolaires nécessite une modélisation correcte des aspects mécaniques et thermiques impliqués, tout en étant judicieusement réduite pour diminuer les coûts de résolution. Dans cette optique, nous avons développé une stratégie, basée sur la méthode Arlequin, où on utilise le "juste bon" modèle en chaque zone de la structure.

La suite de ce document est composée de six chapitres :

- Le premier chapitre, bibliographique, présente brièvement les éléments constitutifs d'un mur en briques et décrit les modalités des essais normatifs, qui qualifient la résistance au feu de ce type de structures, avant de dresser un état de l'art des travaux expérimentaux, analytiques et numériques dédiés à la caractérisation de la tenue au feu des murs en briques.
- Afin d'aboutir à une compréhension globale du comportement au feu des murs, la voie expérimentale est explorée dans le deuxième chapitre. Deux essais réalisés pendant le travail de thèse, sur deux murs construits à l'aide de deux briques distinctes, sont présentés de manière détaillée. Les observations et les résultats expérimentaux sont commentés et interprétés pour identifier les mécanismes conduisant à la ruine du mur, à la fin d'un essai feu.
- Le troisième chapitre, court et concis, met en avant les aspects liés à la modélisation du problème thermomécanique sous-jacent de ce travail de thèse. Les principales hypothèses retenues pour notre modélisation sont énoncées et justifiées. Le modèle retenu relève de la théorie dite de Duhamel-Neumann (cf. [BCL10]) et la formulation est qualifiée de thermo-mécanique quasi-statique, faiblement couplée. Ceci nous amènera à nous intéresser à la problématique purement thermique dans le chapitre quatre puis thermo-mécanique, avec chargement thermique donné au chapitre cinq.
- Le quatrième chapitre est ainsi consacré aux aspects thermiques du problème. On y présente l'ensemble des équations qui gouvernent le transfert thermique dans un milieu continu et on y dérive une formulation variationnelle du problème. La méthode des éléments finis est mise en œuvre pour sa discrétisation en espace et la méthode des différences finies est utilisée pour sa discrétisation en temps. La prise en compte des termes de rayonnement, fortement non linéaires,

est expliquée.

Cette méthodologie est ensuite particularisée à notre problématique industrielle. Le transfert thermique dans une brique alvéolée, exposée au feu sur une de ses faces, est étudié numériquement avec Comsol et Syrthes, deux codes de calculs industriels. Les résultats numériques, pour deux architectures de briques, sont analysés et comparés aux mesures expérimentales. Enfin, un calibrage des paramètres numériques du modèle est réalisé.

- Le chapitre 5 a pour objet la modélisation de la réponse mécanique d'un mur en briques dans les conditions d'un essai feu, avec un champs thermique donné. En vertu des hypothèses retenues au chapitre trois, la formulation variationnelle du problème de thermo-élasticité est rappelée puis discrétisée avec la méthode des éléments finis.

Pour alimenter notre modèle, une caractérisation expérimentale du comportement mécanique des tessons est réalisée à température ambiante et à hautes températures. Ces essais sont réalisés dans le laboratoire MSSMat et dans d'autres laboratoires, pendant ce travail de thèse.

Ensuite, des résultats de simulations numériques menées sur Comsol et sur Code_Aster sont présentés et confrontés aux mesures expérimentales. D'abord, des briques seules sont testées et l'influence de leurs architectures est discutée, puis, un mur entier est calculé. Le choix de modélisations adéquates, capables de reproduire au mieux les observations expérimentales, est abordé pour les conditions aux bords et pour le comportement des interfaces.

Le chapitre se termine par un calcul d'un mur en briques, qui intègre partiellement le phénomène d'écaillage, à travers un scénario de rupture très simplifié.

- Le dernier chapitre de ce manuscrit est polarisé par la réduction des coûts numériques. Une méthodologie de calcul des briques alvéolées, usant du cadre multi-échelle et mutli-modèle Arlequin, y est proposée. Vue la structuration de la brique en cloisons et parois minces, des modèles de type plaque sont mis en oeuvre dans les zones où ce modèle est pertinent et sont couplés avec des modèles tridimensionnels ailleurs.

Les formulations continue et discrète du problème Arlequin sont d'abord établies. Une validation de nos développements est entreprise avec un code prototype Matlab avant d'intégrer notre couplage 3D/plaque dans Code_Aster.

Finalement, des applications numériques, de nature académique puis industrielle, sont présentées.

Ce travail est clos par des conclusions générales et des perspectives dont une concerne la poursuite de travaux portant sur la réduction multi-modèle.

Chapitre 1

Etats des lieux et de l'art

Sommaire

1.1	Caractéristiques des constituants d'une maçonnerie	6
1.2	Résistance au feu d'un mur en briques	11
1.3	Etat de l'art	13

Figures

1.1	Cristaux de Chlorite et de Kaolinite vus au microscope électronique à balayage	6
1.2	Etapes de fabrication de briques en terre cuite	7
1.3	Différents types de briques en France	8
1.4	Briques alvéolées à perforations verticales	8
1.5	Application du mortier colle lors du montage d'un mur à joints minces	9
1.6	Plaques en polystyrène expansé	10
1.7	Structure du polystyrène expansé vue au microscope ($\times 200$)	10
1.8	Schéma d'un essai feu d'un mur porteur	11
1.9	Courbe ISO de la température à imposer au four	12
1.10	Résultats des essais présentés par Byrne	14
1.11	Illustrations du cintrage thermique du mur	14
1.12	Relations entre l'épaisseur et l'élanement d'un mur et sa tenue au feu	15
1.13	Performance au feu selon la nature et l'épaisseur équivalente des blocs	16
1.14	Cintrage thermique d'un mur non porteur exposé au feu	16

Introduction

Une maçonnerie en terre cuite est une structure hétérogène constituée de briques assemblées à l'aide d'un mortier. Une telle structure est soumise à plusieurs sollicitations extérieures qui la rendent vulnérable. Sa "survie" dépend grandement des propriétés de ses éléments constitutifs. La connaissance et la détermination des caractéristiques de ces derniers est par ailleurs indispensable pour prédire la résistance et la tenue de la structure globale.

Dans ce chapitre, nous présentons les éléments composants un mur en briques : les briques, le mortier et le doublage. Nous décrivons succinctement leurs matériaux constitutifs et leurs propriétés principales. Nous abordons ensuite la problématique de la tenue au feu des murs en briques. Les essais normatifs sont présentés et un état de l'art sur les travaux de caractérisation de la tenue au feu des murs, qu'ils soient expérimentaux, analytiques ou numériques, est donné.

1.1 Caractéristiques des constituants d'une maçonnerie

1.1.1 Les briques

La terre cuite, matériau constitutif d'une brique, est produite à partir de mélanges à base d'argiles, qui sont principalement des phyllosilicates hydratés d'aluminium. Le préfixe phyllo exprime que la structure de ces silicates est en feuillets. Cette structuration en feuillets peut être observée au microscope électronique à balayage. La figure 1.1 donne les exemples des Kaolinites et des Chlorites vus avec cette technique de microscopie [EC81].

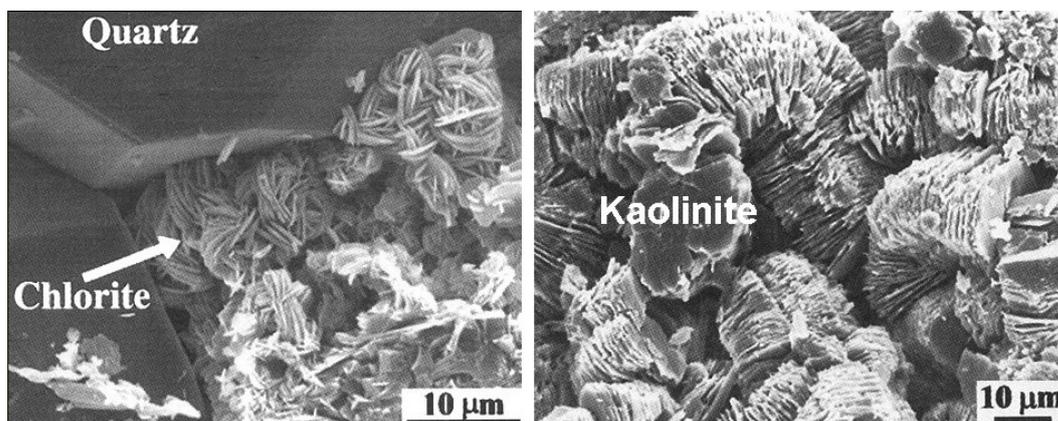


FIGURE 1.1 – Cristaux de Chlorite et de Kaolinite vus au microscope électronique à balayage

Ces produits sont issus de la dégradation chimique de roches magmatiques. Selon la roche d'origine, les conditions et le temps de réaction, on obtient les différentes argiles, qui deviennent de plus en plus décomposées jusqu'au quartz final.

Un grand enjeu pour les industries de la brique est de maximiser la performance thermique de leurs produits (c'est à dire, réduire toute déperdition énergétique due à l'échange thermique avec le milieu extérieur). En ce sens, certains industriels ajoutent à leur mélange des substances combustibles (comme la sciure ou la pâte à papier). L'incorporation de ces additifs permet de créer, lors de la cuisson de l'argile des bulles

d'air et par conséquent des pores dans la brique. On dit qu'on a porosé la brique. Ce processus améliore son isolation thermique mais réduit sa résistance mécanique à la compression et sa tenue au feu.

Nous relevons ici un point central dans la conception d'une brique en terre cuite à savoir que l'isolation thermique va parfois à l'encontre de la stabilité mécanique et de la tenue au feu. Une optimisation s'impose afin de trouver le meilleur compromis.

La fabrication de briques en terre cuite comprend différentes étapes, comme montré sur la figure 1.2. Les plus importantes sont l'extraction des matières premières dans les carrières d'argile, la préparation du mélange de production, le façonnage, le séchage, la cuisson et l'emballage.

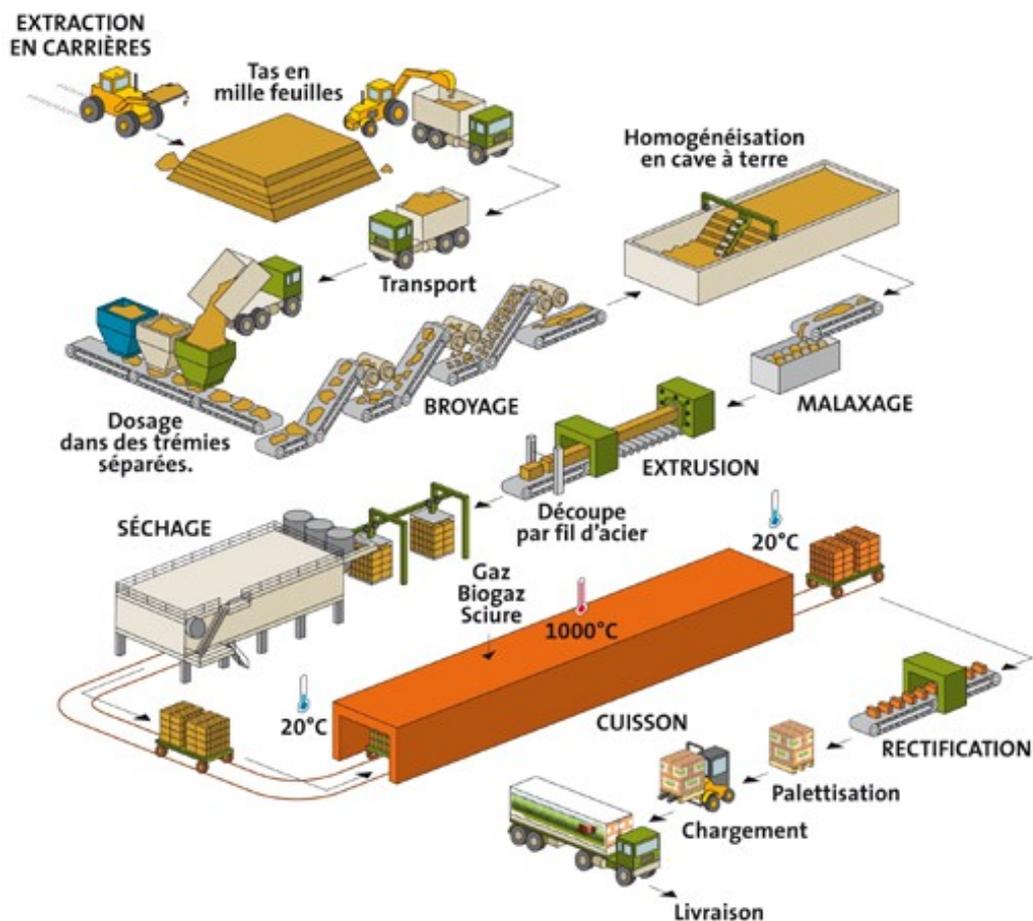


FIGURE 1.2 – Etapes de fabrication de briques en terre cuite

Pendant le façonnage, la teneur massique en eau des produits est entre 15 et 30 %. Avant de les cuire, il est nécessaire d'éliminer la plus grande partie de cette eau par séchage. Après leur passage dans le séchoir, ces derniers ne conservent plus que 1 à 2 % d'eau résiduelle.

Le séchage est une phase délicate de la fabrication si l'on veut obtenir des produits de qualité à cause des problématiques de retrait (cf. e.g. [KOR17]).

Après le séchage, la cuisson à des températures élevées (de 850 °C à 1150 °C) permet aux produits d'acquérir la stabilité et la résistance mécanique nécessaire.

En France, on distingue principalement les briques apparentes et les briques de murs (cf. la figure 1.3). Les premières, pleines ou perforées, sont utilisées en façades, exposées

au climat, sans recouvrement par un enduit ; les secondes, alvéolées, sont utilisées pour les murs extérieurs enduits, les murs porteurs et les cloisons.

La présence d'alvéoles dans une brique permet d'emprisonner l'air et d'exploiter

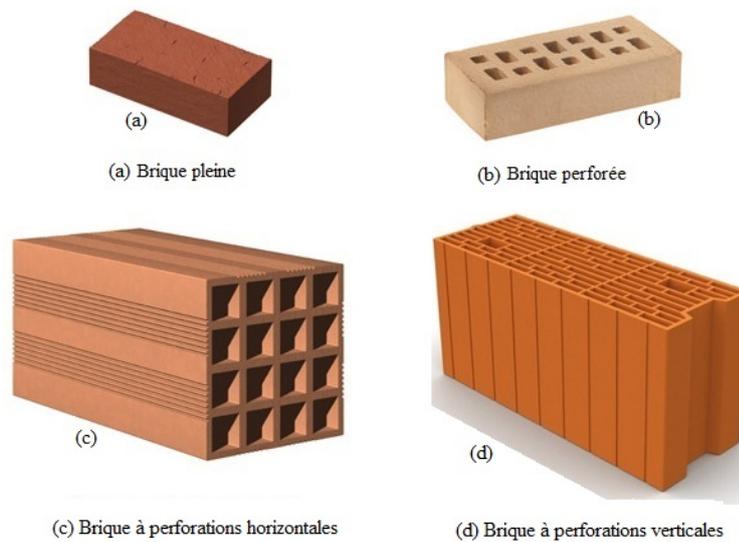


FIGURE 1.3 – Différents types de briques en France

par conséquent son pouvoir isolant pour de meilleures performances d'isolations thermiques. Ces briques alvéolées sont divisées en briques à perforations horizontales (les perforations sont parallèles au plan de pose) et en briques à perforations verticales (les perforations sont perpendiculaires au plan de pose).

Les briques à perforations verticales (cf figure 1.4), l'objet d'étude de cette thèse, présentent une meilleure résistance à la compression. Il est dès lors possible de les poser pour améliorer davantage leurs isolations thermiques (aux dépens de leurs résistances mécaniques).

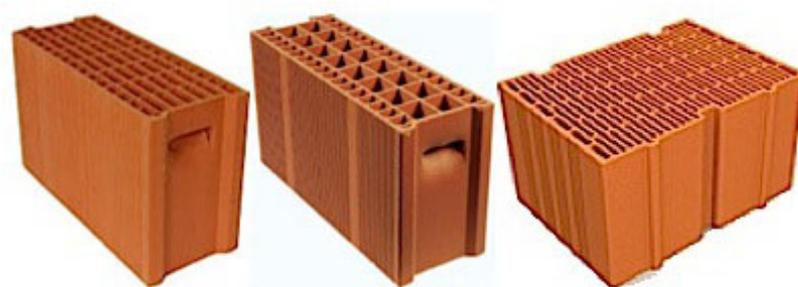


FIGURE 1.4 – Briques alvéolées à perforations verticales

1.1.2 Les joints de mortier

De façon conventionnelle, les briques sont maçonnées avec un joint de mortier traditionnel, mélange de liant (chaux ou ciment), de sable et d'eau. Ce joint mortier est épais (1 à 2 cm d'épaisseur). Depuis quelques années, cette technique est concurrencée par le montage avec un mortier colle mince, d'épaisseur voisine de 3 mm à l'état frais et de 1 mm à l'état durci. Le mortier colle est un mélange de liants hydrauliques, de charges siliceuses et d'adjuvants spécifiques, dans lequel est incorporée une résine plastifiante.

Cette technique récente permet une exécution plus rapide sur chantier. L'application du mortier colle s'effectue au moyen d'un rouleau cannelé ou d'un peigne cranté spécifiques qui permettent de réaliser des joints réguliers (voir figure 1.5).

Cette technique est plus performante du point de vue thermique, car elle permet de



FIGURE 1.5 – Application du mortier colle lors du montage d'un mur à joints minces

limiter les ponts thermiques dus au mortier (cf. e.g. [Gre14]). Par contre, elle exige la rectification des éléments maçonnés pour obtenir des faces bien parallèles. En effet, à la sortie des filières et après extrusion (cf. figure 1.2), les briques sont coupées avec des fils d'acier qui laissent une rugosité de l'ordre du mm au niveau des faces de coupe. Avec un mortier traditionnel épais (quelques centimètres), ces rugosités sont "comblées". Mais avec du mortier colle joint mince, qui présente une épaisseur comparable à la dimension des rugosités, une étape de rectification des faces de coupe est nécessaire.

Par ailleurs, le mortier traditionnel offre une meilleure adhérence entre les briques superposées (plus grande surface de contact) et permet une meilleure descente de la charge mécanique verticale dans le mur (cf. [MER17]).

1.1.3 Les doublages

Afin de limiter les déperditions énergétiques d'un bâtiment (jusqu'à 70% [oY03] [MA01]), ses murs extérieurs sont souvent couverts par un doublage isolant. Ce dernier doit présenter une résistance thermique élevée, être léger et peu coûteux. Un des matériaux qui répondent le mieux à ces impératifs est le propylène expansé [AMR⁺17] [Pap05] [AH05]. Il est désigné dans la littérature par le sigle PSE et la figure 1.6 en donne l'aspect.

Ce matériau peut être vu comme un matériau composite particulier, formé d'une matrice plastique rigide emprisonnant un grand nombre de bulles de gaz (3 à 6 milliards de bulles par m^3 de PSE), de faibles tailles (des diamètres compris entre 0.01 mm et 0.1 mm) (cf figure 1.7) [LK17]. Cette structure poreuse bénéficie de la faible conductivité thermique du gaz (généralement de l'air), qui représente 98% du volume du matériau. La phase solide, très dispersée, joue le rôle d'écran au rayonnement et entrave le développement éventuel de mouvements thermo-convectifs [WYA17].

Grâce à cette structure, le PSE a une faible masse volumique (entre 15 et 40 Kg/m^3) et surtout une conductivité thermique très faible (entre 0.032 et 0.038 W/mK) [GVV12].

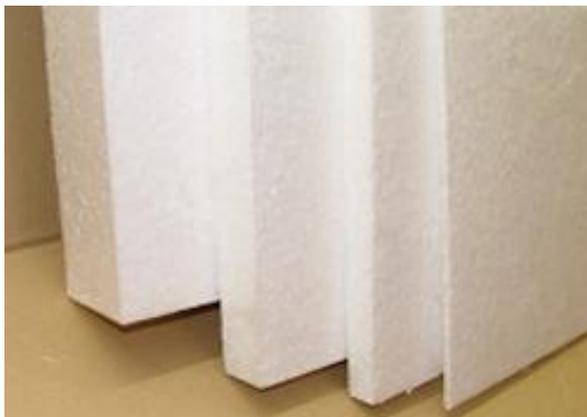
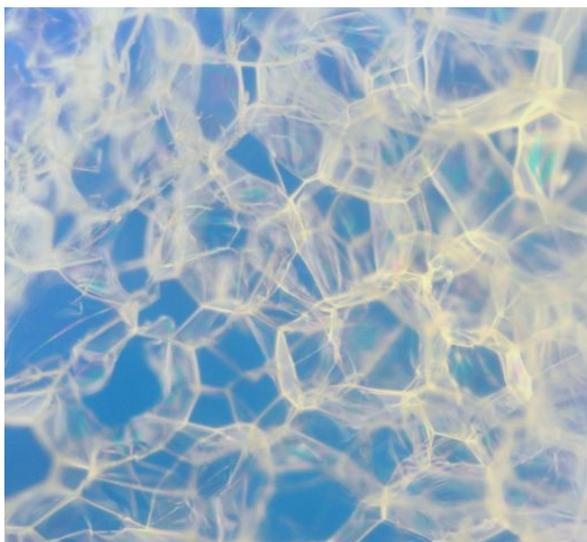


FIGURE 1.6 – Plaques en polystyrène expansé

FIGURE 1.7 – Structure du polystyrène expansé vue au microscope ($\times 200$)

L'inconvénient du PSE est son inflammabilité. En tant que composé hydrocarboné issu du pétrole, il s'enflamme rapidement en présence d'un feu. Quand il est exposé à des températures supérieures à $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, le PSE commence à se ramollir, à se contracter et à fondre [WYA17]. A partir de $360\text{ }^{\circ}\text{C}$, le PSE s'enflamme et se consomme rapidement, cette combustion étant aidée par la présence d'air emprisonné dans les bulles.

En raison de ces caractéristiques, le PSE nécessite un revêtement pare-feu. Pour assurer cette fonction, on utilise couramment une plaque de plâtre de faible épaisseur. Ce matériau est à la fois ignifuge et bon isolant thermique (conductivité thermique de l'ordre de 0.25 W/mK [DAL17]).

Le caractère ignifuge du plâtre s'explique par sa structure moléculaire ($\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$) : un sulfate de calcium hydraté à deux molécules d'eau. A l'état sec, le plâtre contient, environ 20% en masse, d'eau chimiquement liée. Pour libérer cette eau, ce qui se produit en cas d'incendie, il faut rompre la liaison moléculaire et, pour cela, fournir sous forme de chaleur une énergie importante, environ 711 kJ par kg de plâtre. Il faut ensuite vaporiser cette eau, et pour cela, dépenser encore une énergie d'environ 544 kJ pour 200 g d'eau contenus dans 1 kg de plâtre initial, soit en tout quelque 1255 kJ par kg de plâtre [DAL17]. Tant que toute l'eau n'est pas libérée et vaporisée, la température du plâtre reste à $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ [Tho02].

Au final, le doublage utilisé est souvent formé d'une plaque de PSE recouverte d'une couche de plâtre. Il assure une isolation du bâtiment par l'intérieur : Il est collé sur la face interne des murs.

La maçonnerie de briques, comme tout autre mode constructif, doit répondre à plusieurs exigences réglementaires bien définies par des normes, l'objectif principal étant d'assurer un niveau de sécurité optimal pour les occupants en cas de sollicitations extrêmes comme les séismes ou les incendies. C'est à cette dernière sollicitation, cumulée à la charge mécanique en service, que l'on s'intéresse dans cette thèse.

1.2 Résistance au feu d'un mur en briques

1.2.1 Le contexte réglementaire

La réglementation française vis-à-vis de l'incendie est basée sur de nombreux textes rédigés pour la plus part entre 1970 et nos jours. Ce sont ces textes qui fixent les exigences réglementaires sur les éléments de construction en fonction de leurs rôles et de la nature d'exploitation du bâtiment.

Pour la résistance au feu, les industriels du bâtiment sont tenus de justifier des performances de leurs produits (arrêtés du ministère de l'intérieur du 5 janvier 1959, 21 avril 1983, 3 août 1999, 22 mars 2004). Les justificatifs sont des procès-verbaux délivrés par des organismes agréés par le ministère de l'intérieur. Ces organismes réalisent des essais de laboratoire sur les murs et les classent selon trois critères qui sont présentés dans la section 1.2.2.2. Chaque procès-verbal issu d'un essai spécifie une configuration de mur particulière et ne peut généralement pas être étendu à d'autres configurations.

1.2.2 Description d'un essai feu pour un mur en briques alvéolées

Un essai feu doit être réalisé sur un échantillon représentatif de l'ensemble du bâtiment. Dans le cas des murs en maçonnerie, on choisit classiquement un mur de $3m \times 3m$. La maquette est assemblée dans un cadre en béton ou en métal. Ses bords latéraux sont isolés du cadre support avec une couche de laine de roche.

Ce cadre, rempli par le mur assemblé, forme une des six faces du four ; la face exposée étant face aux brûleurs du four (cf figure 1.8).

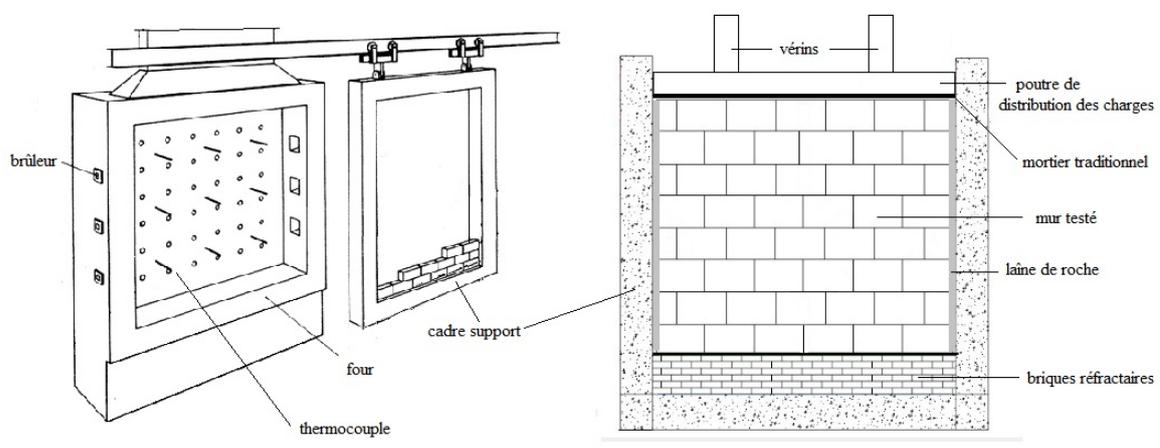


FIGURE 1.8 – Schéma d'un essai feu d'un mur porteur

Dans ce travail, nous nous intéressons à un mur porteur en briques de terre cuite avec un complexe de doublage sur sa face intérieure (face exposée au feu) et un enduit surfacique sur sa face extérieure (non exposée au feu).

1.2.2.1 Modalités de l'essai

Le mur porteur est soumis, sur sa face supérieure, pendant toute la durée de l'essai à un chargement mécanique vertical de résultante constante. Ce chargement a vocation à reproduire la charge en service du mur porteur testé. On utilise généralement deux vérins hydrauliques qui appuient sur une poutre métallique de distribution de charge, posée horizontalement sur le bord supérieur du mur. L'intensité du chargement mécanique est mesurée et enregistrée en continu durant l'essai grâce à deux capteurs.

Pendant l'essai feu, la consigne assignée au four doit être telle que la température intérieure suive une évolution en temps, spécifiée par la norme, et donnée par l'équation 1.1. La courbe de l'évolution de la température en fonction du temps, appelée "courbe normalisée température/temps" ou courbe ISO, est représentée sur la figure 1.9.

$$T_{four}(\text{°C}) = 345 \times \log_{10}(8 \times t + 1) + 20 \quad (1.1)$$

où T_{four} est la température moyenne du four en °C et t est le temps en minutes.

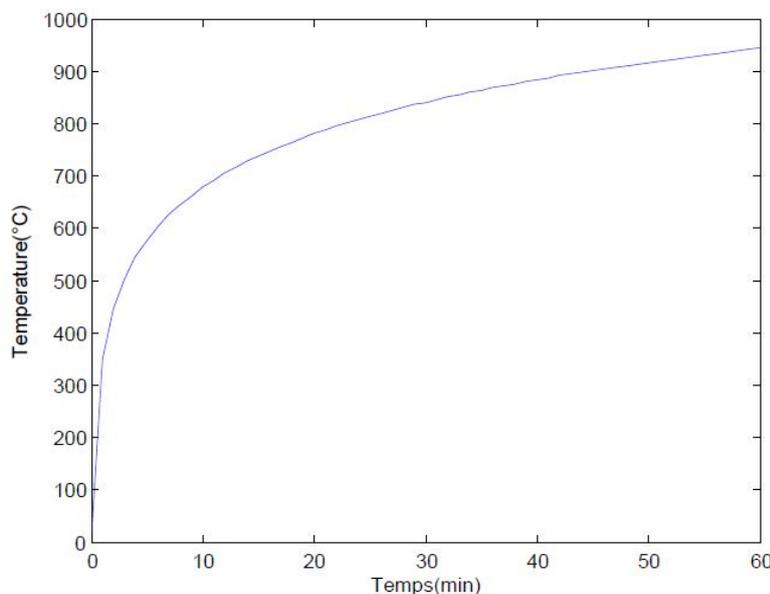


FIGURE 1.9 – Courbe ISO de la température à imposer au four

L'incendie est ainsi modélisé par un "choc thermique", avec une augmentation de température de 500°C en 3 minutes. Notons qu'à la différence d'un vrai incendie pendant lequel la température atteint un maximum à un moment donné puis redescend, cette courbe reste toujours croissante. Les résultats des essais sont, de ce fait plutôt conservatifs d'après [FMG01].

1.2.2.2 Critères globaux mesurés lors de l'essai

L'essai feu permet de caractériser la résistance au feu d'un élément de construction, c'est à dire le temps en minutes pendant lequel ce dernier continue à jouer son rôle d'écran au feu pendant l'incendie. Trois critères entrent en considération :

- La capacité portante, notée **R**, qui caractérise l'aptitude d'un élément sous charge mécanique à conserver sa stabilité structurale pendant l'incendie.
- L'étanchéité au feu, notée **E**, qui caractérise l'aptitude d'un élément avec fonction de compartimentage à résister à une exposition au feu sur un côté sans transmission, au-delà du côté non exposé, de flammes ou de gaz chauds.
- L'isolation thermique, notée **I**, qui caractérise l'aptitude de l'élément à limiter à 140 °C (en moyenne) et 180 °C (au maximum), l'élévation de température de la surface non exposée au feu. L'élément évite ainsi la propagation de la chaleur du côté non sinistré.

Afin de quantifier ces critères de résistance au feu, des thermocouples ainsi que des capteurs de déplacement sont installés dans les briques et sur la face non exposée du mur. Leurs positions sont spécifiées par la norme.

La satisfaction de ces critères, cumulés à la satisfaction d'autres critères pouvant être antagonistes (isolation thermique, tenue mécanique, tenue au feu, poids,...) est une tâche ardue pour les industriels de la brique.

Le passage par les seuls essais pour dégager une solution répondant à tous les critères est non seulement un processus très long mais aussi très onéreux, le coût d'un essai feu s'élevant à plusieurs milliers d'euros.

Ce constat a motivé d'abord des études analytiques. Celles-ci se basent sur plusieurs hypothèses simplificatrices et atteignent, par conséquent, rapidement leurs limites. Des travaux orientés "virtual testing" ont ensuite été lancés. Ces derniers reposent sur un processus de modélisation et simulation numériques. Ces travaux, conjugués à un nombre réduits d'essais expérimentaux, donnent les moyens de mieux comprendre le comportement des maçonneries en briques alvéolées et donc d'aider à la conception de produits répondant à différents critères, tout en réduisant les coûts.

1.3 Etat de l'art

L'étude du comportement des maçonneries en briques remonte à plusieurs dizaines d'années (e.g. [AF71]). Mais du chemin reste à parcourir. La recherche sur ces structures, composées de blocs alvéolés ou pleins et de mortier, est complexe car il existe une grande variété de combinaisons possibles entre les différents matériaux constitutifs, les géométries des blocs ou encore les arrangements entre les blocs, ce qui implique un grand nombre de paramètres descriptifs. Ainsi, la nature de type "méso-composite" de la structure du mur complexifie l'étude, qu'elle soit expérimentale, analytique ou numérique.

1.3.1 Travaux expérimentaux

Dans cette section nous évoquons, de manière non exhaustive, les principales études expérimentales, souvent citées dans la bibliographie.

Dès la fin des années 1970, plusieurs séries d'essais au feu ont été mené par "The Experimental Building Station" à Sydney selon la norme australienne, analogue à la norme européenne, sur des murs en briques creuses chargés mécaniquement. Les résultats, synthétisés par Byrne [Byr] sont présentés dans le tableau 1.10. Ils fournissent, pour des envergures données de murs en briques alvéolées, le temps de tenue au feu, pour des chargements correspondant à un pourcentage de la charge admissible (la charge

admissible est définie, dans la norme australienne, comme la charge compressive maximale qu'on peut appliquer à une brique multipliée par l'épaisseur du mur et par un facteur de réduction. Ce dernier, homogène à l'inverse d'une distance, tient compte de l'élanement du mur et de l'excentricité de l'effort mécanique appliqué sur le mur).

Hauteur du mur (en m)	Elancement	Charge appliquée/ charge admissible (en %)	Tenue au feu (en min)
3	25	125	27
3	25	100	31
3	25	75	34
3	25	50	29
3	25	25	35
3	25	17.4	39
2.7	22.5	50	65
2.4	20	125	191
2.4	20	100	164
2.4	20	75	136
2.4	20	50	104
2.4	20	25	131
2.4	20	12.5	171
2.1	17.5	50	220

FIGURE 1.10 – Résultats des essais présentés par Byrne

Expérimentalement, on observe que lors de son exposition au feu, le mur subit un bombement ou un cintrage vers la source de chaleur, comme illustrée sur la figure 1.11 tirée de l'article de Byrne [Byr].

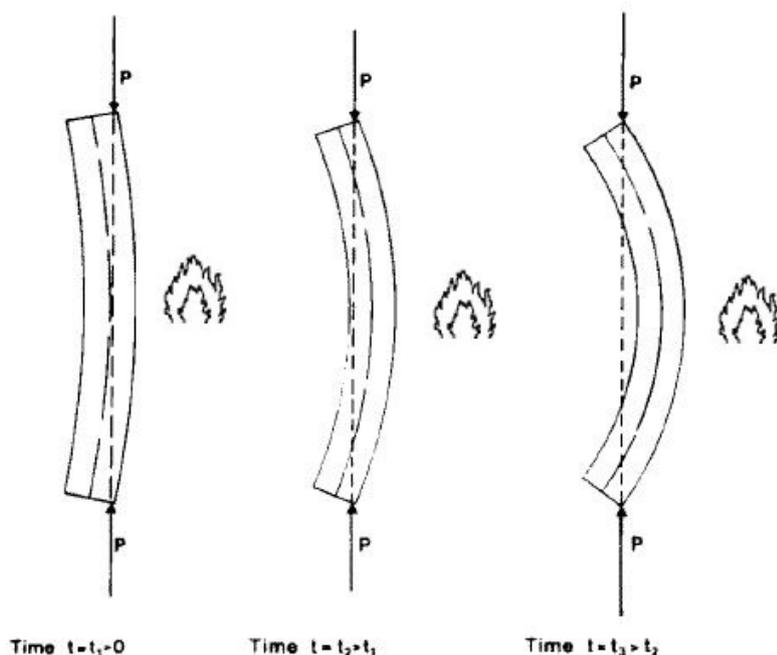


FIGURE 1.11 – Illustrations du cintrage thermique du mur

Ce mécanisme, dû essentiellement à la dilatation thermique du mur, est désigné dans la littérature, par le terme "thermal bowing". Ce cintrage entraîne un déplacement horizontal hors plan vertical du mur vers le feu, maximal à mi-hauteur qui augmente avec le temps de l'essai.

Russo et Sciarretta [SR13], à travers la vue d'ensemble qu'ils ont synthétisée sur l'état de la technique liée au comportement au feu des murs en briques, notent que malgré l'importance de ce phénomène de cintrage thermique, les données expérimentales le

concernant, sont peu abondantes, car les procédures de tests standards ne demandent pas de mesurer les déplacements horizontaux pendant un essai feu.

Byrne note que la rupture du mur survient lorsque le déplacement horizontal à mi-hauteur du mur devient égal à l'épaisseur du mur. Ses essais mettent en relief l'importance du ratio hauteur/épaisseur du mur sur sa tenue au feu et soulignent le fait que plus le mur est élancé, plus il risque de s'écrouler rapidement. Par ailleurs, les résultats présentés montrent que moins le mur est chargé mécaniquement, plus longtemps il tient. A noter toutefois que certains résultats donnés dans le tableau de la figure 1.10 ne corroborent pas cette dernière conclusion.

D'autres batteries d'essais ont été réalisées par Gnanakrishnan et Lawther [LG87] sur des murs porteurs et non porteurs, avec des épaisseurs variables.

Ils ont noté que pendant l'essai, les briques alvéolées peuvent subir une dégradation importante par chute progressive de leurs paroi : c'est l'écaillage.

Des courbes expérimentales, montrées sur la figure 1.12, ont été données pour lier l'épaisseur équivalente (l'épaisseur multipliée par la fraction volumique solide) et l'élancement d'un mur (rapport hauteur/épaisseur) et sa tenue au feu.

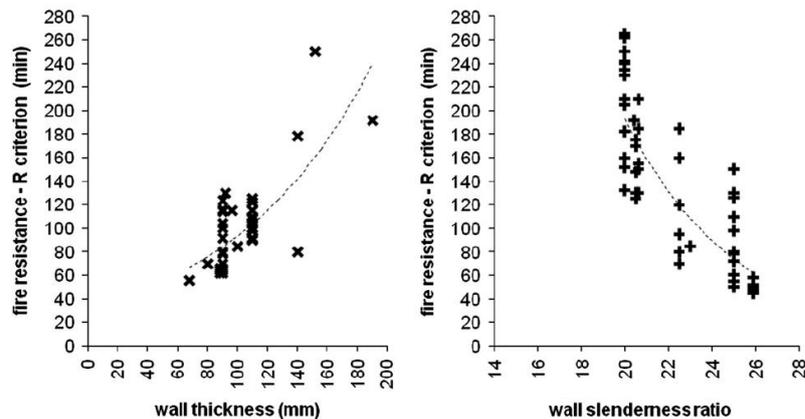


FIGURE 1.12 – Relations entre l'épaisseur et l'élancement d'un mur et sa tenue au feu

Ces courbes montrent que la tenue au feu d'un mur est élevée s'il est épais et peu élancé.

Comme dans [Byr], les auteurs notent que la rupture d'un mur porteur n'est pas due à la charge mécanique compressive qui tend à l'écraser mais plutôt à la flexion qu'il subit et au déplacement horizontal induit par le cintrage thermique. Ils constatent que l'effondrement du mur est généralement atteint lorsque le déplacement maximal, à mi-hauteur, est d'environ 0,8 fois l'épaisseur du mur.

Aux Etats Unis, des séries d'essais analogues ont été menées. Les résultats publiés par des laboratoires privés, comme "Underwrites Laboratories", ou par des associations, comme le "International Code Council", ont permis d'établir des tableaux qui donnent la performance au feu d'un mur en fonction de "l'épaisseur équivalente" des briques. La figure 1.13 en montre un exemple tiré d'une note technique publiée par l'association de l'industrie des briques américaine en Avril 2008.

Ce type de tabulation permet d'avoir une idée sur la performance au feu d'un mur. Mais l'approche reste simpliste dans la mesure où elle occulte l'influence de plusieurs paramètres sur la résistance au feu comme l'architecture des blocs ou l'élancement du mur.

Type des blocs	Épaisseur équivalente minimale en inch/mm			
	Tenue 4 heures	Tenue 3 heures	Tenue 2 heures	Tenue 1 heure
Briques pleines	6/152	4.9/124	3.8/97	2.7/69
Briques alvéolées	5/127	4.3/109	3.4/86	2.3/58
Briques avec alvéoles remplies de ciment	6.6/168	5.5/140	4.4/112	3/76

FIGURE 1.13 – Performance au feu selon la nature et l'épaisseur équivalente des blocs

En France, les laboratoires équipés de fours capables de mener des essais feu sur des murs de 3m d'arête sont le CSTB¹, Efectis et le CERIB. Ces laboratoires effectuent des essais feu pour les industriels cherchant à caractériser la performance au feu de leurs produits, mais ils s'impliquent également dans des projets de recherches comme les thèses [COL03] et [Ngu09].

1.3.2 Modèles analytiques

Pour évaluer le phénomène de bombement thermique du mur vers le feu, Cooke [Coo87a] [Coo87b] a proposé un modèle fondé avec plusieurs hypothèses simplificatrices :

- Le mur est considéré comme une plaque mince
- Le chargement mécanique sur le mur n'est pas pris en compte
- Le gradient thermique est constant dans le mur
- Le coefficient de dilatation thermique est constant durant l'essai
- Le cintrage du mur est supposé circulaire

Avec ces hypothèses, deux relations analytiques entre la flèche maximale du mur et le gradient thermique sont proposées pour deux conditions aux limites distinctes (cf. la figure 1.14 tirée de [Coo87a]).

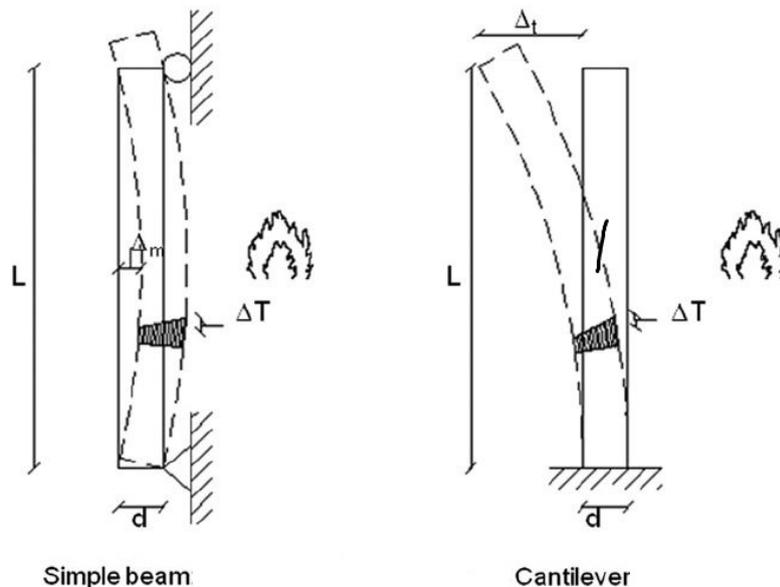


FIGURE 1.14 – Cintrage thermique d'un mur non porteur exposé au feu

Pour le premier cas, on considère une condition aux limites de type appui simple au niveau du pied du mur et on suppose un déplacement u_x nul en haut du mur. Dans ces

1. Centre Scientifique et Technique du Bâtiment

conditions, on peut écrire :

$$\Delta_m = \frac{\alpha \times L^2 \times \Delta T}{8 \times d} \quad (1.2)$$

Pour le deuxième cas, un encastrement est imposé au pied du mur. On écrit alors :

$$\Delta_t = \frac{\alpha \times L^2 \times \Delta T}{2 \times d} \quad (1.3)$$

où Δ_m est la flèche au centre du mur, Δ_t est la flèche du mur à son extrémité haute, α est le coefficient de dilatation thermique, L est la hauteur du mur, d est l'épaisseur du mur et ΔT est la variation de la température dans l'épaisseur du mur.

La comparaison de ces formules analytiques avec des résultats expérimentaux montre une correspondance acceptable pour des murs de relativement faibles épaisseurs. Pour les murs épais, ces formules divergent de la réalité expérimentale.

Notons que l'approche analytique proposée par Cooke est semblable à la méthode moment-courbure utilisée par O'Meagher et al. [OB91] pour prédire la courbure de murs en béton, sous les mêmes conditions de chargements thermiques.

1.3.3 Etudes numériques

Les calculs numériques des murs en briques en terre cuite utilisent la méthode des éléments finis. Souvent, l'étude est effectuée sur un modèle 2D de la section du mur, où on modélise le comportement des briques avec des lois empiriques, précédemment élaborées pour le béton [Bre85].

Ainsi, Gnanakrishnan et Lawther [LG87] ont proposé un modèle 2D d'un assemblage brique/mortier, discrétisé avec la MEF. La déformation est supposée plane et les matériaux sont supposés élastiques linéaires. La dépendance des propriétés mécaniques et thermiques de la température est considérée en se basant sur des modèles constitutifs établis pour le comportement du béton à hautes températures. Kodur et al. [VKI12] soulignent que le modèle développé par Gnanakrishnan et Lawther donne des déflexions au centre du mur inférieures aux valeurs mesurées expérimentalement.

Dhanasekar et al. [MG94] ont développé une modélisation avec des modèles de coques épaisses et multi-couches pour calculer le cintrage thermique d'un mur exposé au feu. Un comportement non linéaire des matériaux a été considéré et les propriétés mécaniques ont été dérivées par la technique d'homogénéisation présentée par Middleton et al. Les auteurs ont comparé leurs calculs aux résultats expérimentaux publiés par Shields et al. [TSD88] et ont trouvé une concordance raisonnable entre les deux.

O'Gara et Nadjai [AJ06] [NOA03] ont modélisé le problème de la tenue au feu d'un mur constitué de blocs de béton et de mortier en 2D dans sa section transversale. L'état de contraintes a été supposé plan, des lois de comportements non linéaires ont été prises pour le mortier et pour le béton, et un modèle d'interface avec le critère de plasticité de Mohr-Coulomb a été considéré pour décrire le comportement de contact aux bords supérieur et inférieur du mur. Les déflexions latérales du mur, calculées avec ce modèle, ont été comparées aux résultats des essais publiés par Gnanakrishnan, ce qui a permis de valider le modèle numérique.

Concernant l'aspect purement thermique du problème, Al Nahhas et al. [NSBD07] ont abordé la modélisation du transfert de la chaleur dans la section d'une brique (en 2D). Le champ thermique a été déterminé grâce à une approche de conservation de l'énergie qui tient compte de la conduction, de la convection et du rayonnement. Un calibrage

des paramètres du modèle thermique a été réalisé avec des résultats d'essais effectués au CSTB.

Dans l'optique d'avoir un modèle efficace avec un coût numérique réduit, les travaux présentés jusqu'ici ont fait la simplification de la réduction bidimensionnelle du problème. Cette hypothèse peut être acceptable pour le cas des murs constitués de briques pleines ou de blocs en béton. Elle devient inadéquate pour la tenue thermo-mécanique des maçonneries en briques alvéolées. En effet, ces briques ont une géométrie complexe, caractérisée par des zones de concentrations des contraintes. Une prise en compte des phénomènes thermo-mécaniques de manière plus fine et tridimensionnelle au voisinage de ces zones de concentrations des contraintes est nécessaire pour mener des calculs réalistes, à même d'aider à la conception de briques plus performantes.

En ce sens, une étude a été menée au LMT de Cachan, en coopération avec le CTTB dans le cadre de la thèse de Colliat [COL03] [CDI02]. Dans ce travail, le problème thermo-mécanique a été traité à l'échelle d'une brique sur laquelle sont appliquées des conditions aux limites périodiques. Ces conditions limites sont censés représenter un mur infiniment grand [COL03]. L'auteur a, par ailleurs, utilisé un modèle de coque pour décrire les parois minces des briques alvéolées, et une loi de comportement élasto-plastique a été introduite pour la terre cuite. Les résultats de cette étude ont permis de reproduire numériquement le phénomène d'écaillage observé lors d'un essai feu. Par contre, il était difficile de confronter ce modèle aux résultats expérimentaux (essentiellement des mesures de déplacements). En effet, il est difficile d'obtenir les déplacements dans un mur avec un modèle se basant sur des conditions aux limites périodiques.

Plus récemment, Nguyen et Meftah [Ngu09] [NM14] ont développé un modèle thermo-mécanique d'un mur entier avec des éléments finis 3D. La modélisation a été alimentée par des essais expérimentaux qui ont permis de déterminer la variation des propriétés des matériaux avec la température. Pour la terre cuite, un modèle élastique linéaire a été adopté. Pour l'étude des ruptures, la modélisation a été complétée par l'introduction d'un critère d'écaillage. Les calculs menés sur des murs porteurs et non porteurs ont permis de retrouver le processus d'écaillage sur les premières parois exposées au feu de manière similaire à l'observation expérimentale. Les résultats sur les déplacements et les déflexions diffèrent des valeurs mesurées par les capteurs lors des essais, mais les allures et les tendances ont bien été retrouvées. Un inconvénient majeur de cette approche est le coût en temps de calcul qu'il nécessite (plusieurs semaines par simulation), lié à la nature 3D de l'analyse. Ce coût prohibitif a empêché les auteurs de mener des études paramétriques pour déterminer les grandeurs qui influencent le plus la tenue au feu d'un mur.

Conclusion

Après une description des éléments constitutifs d'un mur en briques, ce premier chapitre était dédié à la présentation du contexte réglementaire, en matière de sécurité incendie, de l'industrie de la brique. En particulier, la détermination de la tenue au feu des murs en briques passe nécessairement par des essais dans des laboratoires spécialisés et accrédités. Nous avons recensé certains travaux expérimentaux qui ont proposé des corrélations ou des tabulations sur le comportement au feu des murs. Les enseignements qui peuvent être tirés de ces travaux sont difficilement généralisables, compte tenu de la grande variété des types de maçonnerie et de la complexité des phénomènes physiques qui interviennent, lors d'un essai feu. Nous avons également présenté différentes études analytiques et numériques qui ont essayé, avec plus ou moins de succès, de reproduire les

essais, onéreux et longs à réaliser. Dans la suite du document, nous allierons expériences et calculs numériques pour apporter une réponse à cette problématique industrielle.

Chapitre 2

Essais sur murs

Sommaire

2.1	Présentation des briques testées	22
2.2	Préparation des murs	23
2.3	Mesures effectuées pendant l'essai	25
2.4	Observations et résultats expérimentaux	27
2.5	Bilan des mécanismes observés	32

Figures

2.1	BGV Costo	22
2.2	BGV Thermo+	23
2.3	Appareillage demi-brique	23
2.4	Vue du mur à la fin de la pose des briques	24
2.5	La laine de roche utilisée sur les bords latéraux	24
2.6	Application de l'effort mécanique vertical	25
2.7	Chargement mécanique appliqué par les deux vérins	25
2.8	Pose et calepinage des plots de colles et du doublage	26
2.9	Température du four mesurée durant un essai feu	26
2.10	Position des thermocouples dans une brique costo	27
2.11	Position des thermocouples dans une brique Thermo+	27
2.12	Evolution de la température à travers une brique costo	28
2.13	Observation à travers la vitre du four : écaillage de la face exposée	29
2.14	Etat d'écaillage du mur costo à 40 min d'essai	30
2.15	Apparition d'un moment de flexion à cause de l'excentricité du chargement	30
2.16	Mécanisme de ruine du mur Costo	31
2.17	Four après la rupture du mur	31
2.18	Configuration de l'essai et positions des capteurs de déplacements	32
2.19	Déplacement horizontal mesuré par les capteurs	32

Introduction

Avant de se lancer dans la modélisation du comportement d'un mur en briques, lors de son exposition au feu, il est primordial de réaliser et d'observer des essais expérimentaux. Le but recherché est de mieux comprendre le déroulement d'un essai, d'identifier les phénomènes thermo-mécaniques qui y interviennent et de déterminer les principaux mécanismes qui conduisent à l'endommagement et à la ruine du mur. Une telle observation permettra de construire des hypothèses de calcul, servant aux études théoriques pour la modélisation.

Durant ce travail de thèse, une large batterie d'essais a été menée par Bouyer Leroux afin de déterminer la tenue au feu de ses différents produits et d'apprécier l'influence de certains paramètres jugés impactants. Afin de bien isoler l'influence de chaque paramètre, nous avons essayé de modifier un seul paramètre à la fois lorsqu'on passe d'un essai à un autre.

Dans la suite nous décrivons deux essais réalisés sur deux murs construits à l'aide de deux briques distinctes ; l'une appelée la "BGV Costo" et l'autre la "BGV Thermo+". Nous présentons, de manière détaillée, la préparation des murs, les conditions d'essais et nous commentons les observations et les résultats expérimentaux¹.

2.1 Présentation des briques testées

Parmi les différents produits testés, nous présentons les essais réalisés sur deux profils de briques distincts :

1. La BGV Costo (figure 2.1) : Ce produit est destiné aux logements collectifs et aux bâtiments non résidentiels pour lesquels les exigences de résistance mécanique et de sécurité incendie sont élevées. Sa résistance en compression, supérieure à



FIGURE 2.1 – BGV Costo

$7MPa$, en fait une des meilleures briques alvéolées sur le plan tenue mécanique. Mais, avec une résistance thermique de $1mKW^{-1}$, elle offre une isolation thermique inférieure au marché. Pour autant, ce produit reste classé "isolant de type a" selon l'arrêté du 26/10/2010.

2. La BGV Thermo+ (figure 2.2) : Cette brique vise principalement le marché des maisons individuelles. Avec une résistance thermique de $1.5mKW^{-1}$, c'est l'un

1. Les essais décrits ici ont été réalisés dans deux laboratoires, le CSTB et Efectis France, selon les exigences des normes NF EN 1363-1 et NF EN 1365-1. La compétence de ces laboratoires est reconnue par le COFRAC (le Comité Français d'Accréditation), l'unique instance nationale chargée de délivrer les accréditations aux organismes intervenant dans l'évaluation de la conformité en France.

des produits les plus isolants du marché. Par contre, sa résistance en compression n'est que de 6MPa .



FIGURE 2.2 – BGV Thermo+

Nous retrouvons un point important, évoqué au premier chapitre, à savoir que l'amélioration d'une propriété d'une brique peut se faire aux dépens d'une autre caractéristique. Le fabricant est tenu de trouver le bon compromis selon le segment du marché ciblé.

2.2 Préparation des murs

Les fours utilisés permettent de tester des murs présentant une largeur de 3m et une hauteur de 2.6m .

Les maquettes à tester sont montées dans un cadre en béton de 500mm d'épaisseur. A la base du cadre d'essai, on pose les briques sur un lit de mortier traditionnel, composé de sable et de ciment, de quelques centimètres d'épaisseur. La pose des briques est réalisée par assises horizontales successives. Les briques d'un même rang sont posées en mode jointif (emboîtement à sec). Par contre, les briques superposées sont collées par un mortier-colle mince. Notons que d'un rang à l'autre, les joints verticaux sont décalés d'une demi-brique (cf figure 2.3). Ce type d'agencement, appelé appareillage demi-brique ou en panneresse, permet de satisfaire deux exigences : l'une esthétique et l'autre structurelle (une stabilisation mécanique face à une sollicitation hors plan par exemple).

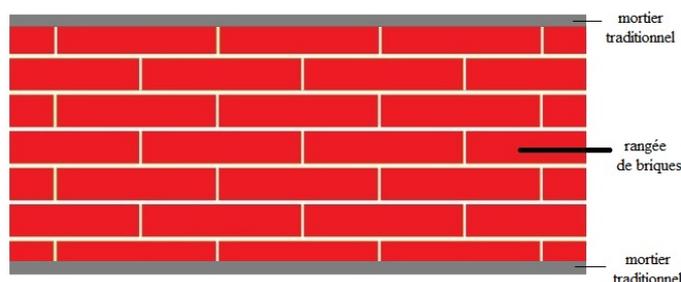


FIGURE 2.3 – Appareillage demi-brique

Le montage complet du mur est réalisé principalement avec des briques entières, sauf aux extrémités où sont utilisées des briques découpées afin d'accommoder le mode d'agencement en panneresse et l'ajuster à la largeur du mur (cf figure 2.4).

Les bords latéraux du mur sont isolés du cadre par une couche isolante de laine de roche



FIGURE 2.4 – Vue du mur à la fin de la pose des briques

(cf. figure 2.5) qui permet au mur de se déformer librement lors de son exposition au feu.



FIGURE 2.5 – La laine de roche utilisée sur les bords latéraux

La dernière rangée de briques est recouverte d'une couche de mortier traditionnel, destinée à aplanir la face du haut du mur, sur laquelle est posée une poutre de répartition d'efforts. Sur cette dernière, deux vérins hydrauliques appuieront pour appliquer un effort mécanique vertical sur le mur (cf figure 2.6).

La poutre de répartition d'effort a pour fonction de répartir uniformément le chargement mécanique sur le mur. Généralement, on partage la charge à appliquer sur le mur de façon égale entre les vérins hydrauliques.

Dans la pratique, un petit écart existe entre les charges appliquées par les deux vérins. Ces derniers sont pilotés avec un banc de régulation de pression qui n'est pas suffisamment précis. Pendant nos essais, l'écart entre les efforts appliqués par les deux vérins était de l'ordre de 5% (cf figure 2.7).

Une fois la construction du mur terminée, sa face exposée au feu est habillée d'un doublage (cf. figure 2.8) : des plots de mortier adhésif, à base de plâtre, sont disposés

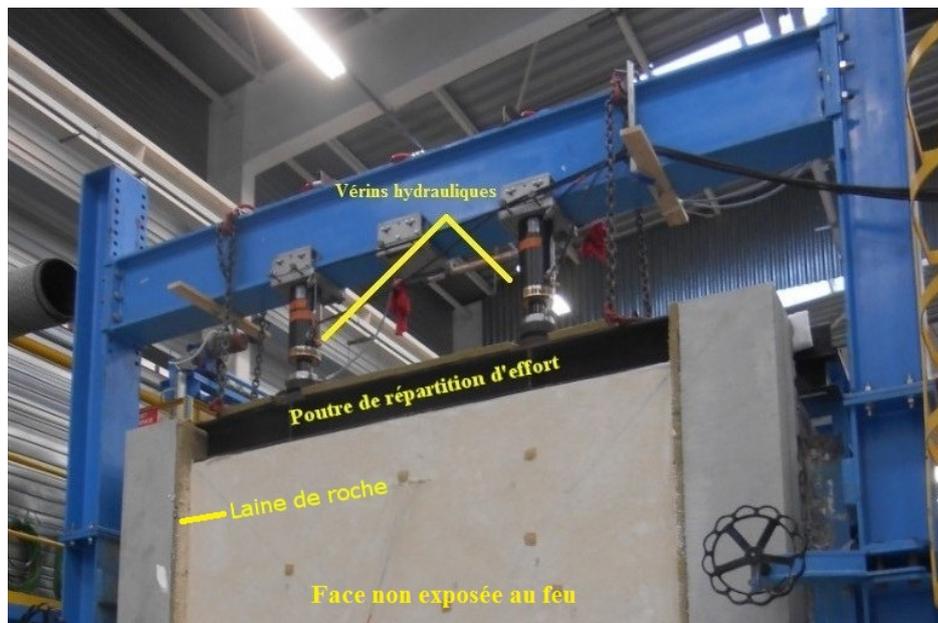


FIGURE 2.6 – Application de l'effort mécanique vertical

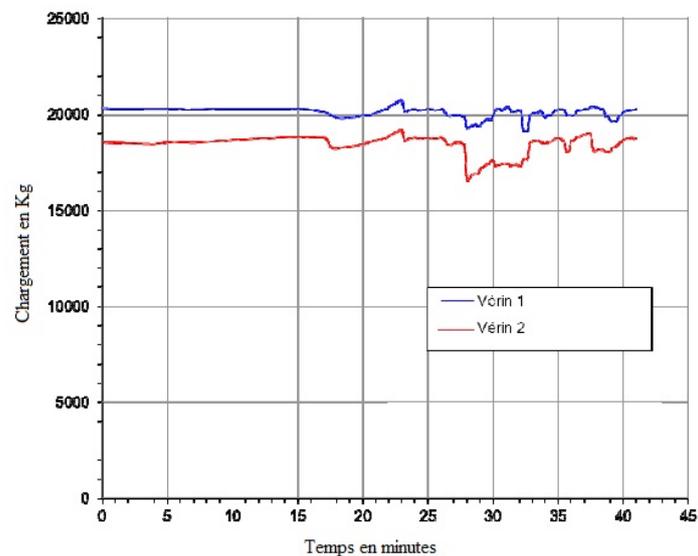


FIGURE 2.7 – Chargement mécanique appliqué par les deux vérins

sur cette face à raison de 10 par m^2 et une plaque de plâtre doublée en polystyrène expansé est posée sur les plots adhésifs. Après la mise en œuvre, il y a une lame d'air de 15 mm au maximum entre le mur et le doublage.

La face non exposée du mur est couverte manuellement d'un enduit de 10 mm d'épaisseur en moyenne.

2.3 Mesures effectuées pendant l'essai

Le texte normatif exige la mesure et le suivi d'un certain nombre de grandeurs physiques durant l'essai. En particulier, la température à l'intérieur du four doit suivre au mieux la courbe dite ISO (cf chapitre 1). Plusieurs pyromètres sont placés à l'intérieur du four pour surveiller sa température et la réajuster au cours de l'essai (cf. figure 2.9).



FIGURE 2.8 – Pose et calepinage des plots de colles et du doublage

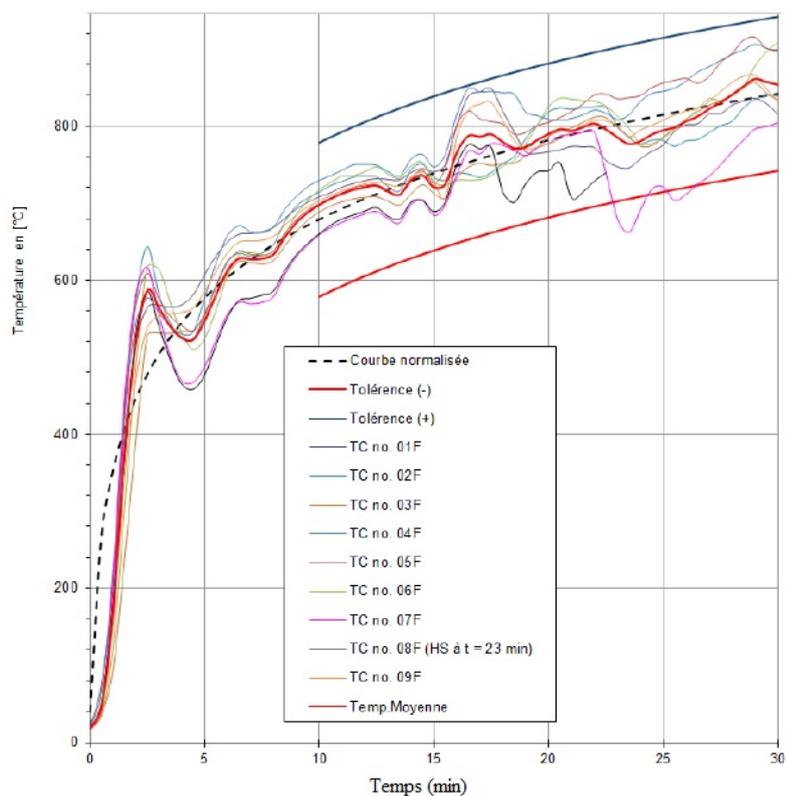


FIGURE 2.9 – Température du four mesurée durant un essai feu

En plus de ce que la norme requiert, nous avons suivi le déplacement horizontal de certains points du mur pour avoir une meilleure compréhension de sa déformation. Dans une partie des essais, nous avons également équipé la brique centrale du mur avec des thermocouples "internes", fixés sur différentes faces des cloisons de cette brique, pour suivre l'évolution de la température dans l'épaisseur du mur. Les positions des thermocouples installés dans la brique costo sont illustrées dans la figure 2.10.

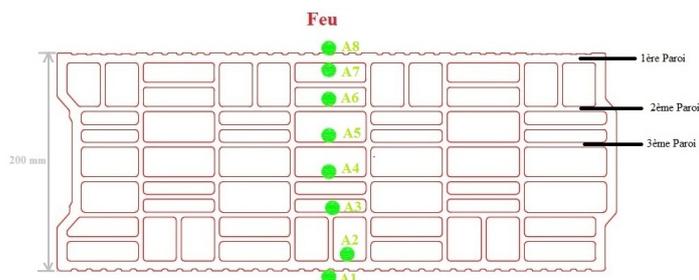


FIGURE 2.10 – Position des thermocouples dans une brique costo

Pour la brique thermo+, les positions des thermocouples sont données dans la figure 2.11. Remarquons que la faible largeur des alvéoles dans ces briques a gêné l'installation de thermocouples supplémentaires.

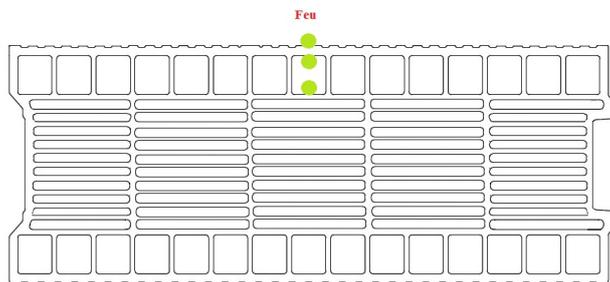


FIGURE 2.11 – Position des thermocouples dans une brique Thermo+

2.4 Observations et résultats expérimentaux

Bien que des différences existent, les essais feu partagent plusieurs caractéristiques. Ils suivent généralement le même "scénario" en passant par des "étapes" semblables. Les différences concernent la durée des étapes et les zones d'initiation des fissures sur les faces du mur.

A travers les essais réalisés sur des murs construits avec des briques Costo et avec des briques thermo+, nous discutons du comportement thermique et mécanique des murs et nous évoquons les différences observées. Notons que pour les deux essais, une charge mécanique verticale de $13.3kNm^{-1}$ a été appliquée sur les murs.

2.4.1 Description du comportement thermique

L'évolution des températures relevées par les huit thermo-couples placés à l'"intérieur" d'une brique Costo au cours de l'essai est donnée par la figure 2.12. Ces courbes de température, montrant un effet régularisant de la propagation de la chaleur, permettent de distinguer les différentes phases du transfert thermique dans le mur :

- **Phase1** : Cette phase se caractérise par une montée progressive de la température jusqu'à environ $80^{\circ}C$. la température du four est largement supérieure à la température dans les briques, en particulier grâce à la présence du doublage couvrant la face du mur, située du côté du feu. Rappelons que ce complexe plâtre-polystyrène présente une excellente isolation thermique.
- **Phase2** : Cette phase correspond à la "stabilisation" de la température (plateau) entre $70^{\circ}C$ et $100^{\circ}C$. Pendant cette phase, l'eau contenue dans le plâtre sous forme de dihydrate de sulfate de calcium ($CaSO_4(H_2O)_2$) et l'eau liée, ou

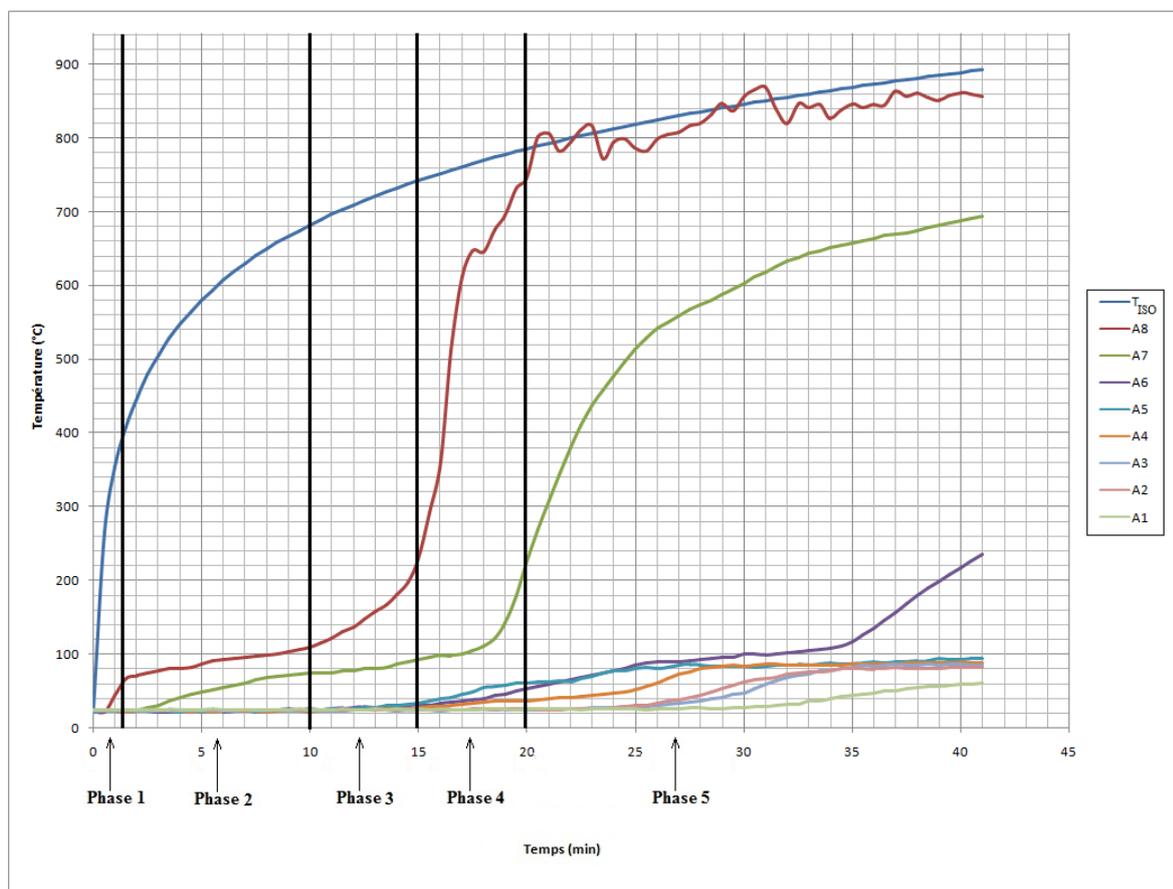


FIGURE 2.12 – Evolution de la température à travers une brique costo

adsorbée, de la terre cuite, s'évaporent. Ce changement de phase s'accompagne d'une consommation d'énergie, qui ralentit l'augmentation de la température des briques.

- **Phase3** : Elle correspond à la reprise d'une augmentation progressive de la température dans les briques. Cette phase se poursuit jusqu'à la chute de la plaque de plâtre, élément isolant et incombustible du doublage. Cette chute s'explique par l'action combinée du chargement mécanique et de la dilatation thermique, qui initie des fissures horizontales dans la plaque. Ces fissures se propagent rapidement et s'étendent sur toute la largeur de la plaque, causant sa chute. La perte de cette protection se produit généralement entre 15 et 20 minutes du début de l'essai.
- **Phase4** : Après le détachement de la plaque de plâtre, le polystyrène du doublage s'enflamme et se consomme rapidement. Pendant ce temps, les briques subissent un choc thermique brutal, se retrouvant exposées directement aux brûleurs du four. En l'espace d'une minute, la température de la première paroi des briques augmente d'environ 500 °C.
- **Phase5** : Les faces des briques, exposées directement au feu, continuent de voir leurs températures augmenter pour atteindre la température du four.

2.4.2 Description du comportement mécanique du mur

2.4.2.1 Observations expérimentales

La fissuration de la plaque de plâtre du doublage se produit généralement entre 10 et 15 minutes du début de l'essai. Des fissures horizontales se développent à mi-hauteur

de la plaque et se propagent sur toute sa largeur, causant sa chute.

Avec le détachement de la plaque de plâtre, le polystyrène s'enflamme et brûle. Cette combustion produit une quantité importante de fumée qui empêche le suivi visuel de la face exposée du mur. En revanche, des craquements sont audibles, ce qui témoigne d'un début de fragilisation et de dégradation macroscopique de la structure par le choc thermique.

A ce stade de l'essai, le feu commence à chauffer les briques directement. Le côté chaud du mur se dilate de manière plus importante que le côté froid. Le mur s'incurve par conséquent vers le côté du feu, en se comportant comme une plaque qui raidie. Nous analysons plus en détails le déplacement horizontal hors plan du mur dans le paragraphe suivant.

A la fin de la combustion du polystyrène, la face exposée du mur est à nouveau visible. On observe alors un écaillage progressif des briques, qui se caractérise par le détachement et la chute de parties de parois des briques (cf figure 2.13).

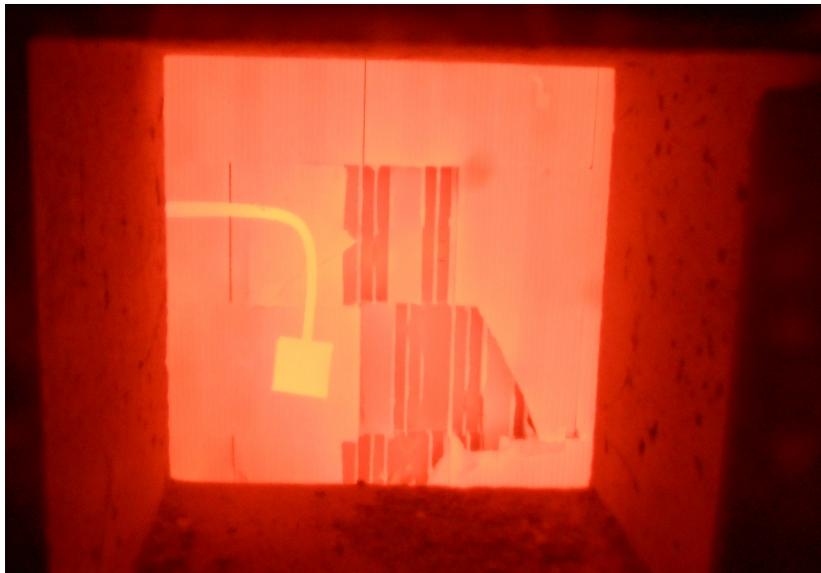


FIGURE 2.13 – Observation à travers la vitre du four : écaillage de la face exposée

Souvent, les premiers écaillages apparaissent dans les rangées au centre du mur. Le phénomène se propage ensuite vers les briques de la moitié inférieure du mur. Les briques de la partie supérieure du mur subissent un écaillage également, mais moins prononcé. Les briques les plus endommagées sont celles au centre du mur qui peuvent perdre la moitié de leurs épaisseurs. La figure 2.14 montre l'état de l'écaillage du mur costo après 40 minutes d'exposition.

Au fur et à mesure que l'écaillage continue, le mur s'amincit localement. La descente de la charge mécanique verticale appliquée, initialement centrée, devient excentrée en ce lieu d'amincissement. Comme le mentionnent Nguyen et al. dans [NM12], cet excentrement provoque un moment de flexion et une contrainte supplémentaire dans la section du mur (cf. figure 2.15). Ce moment de flexion "pousse" le mur hors de son plan dans le sens opposé du feu et le fait basculer à l'extérieur du four .

Sur la face non exposée du mur, on note l'apparition de fissures horizontales . Ces fissures apparaissent dans la partie centrale ou supérieure du mur et se développent entre les joints horizontaux.



FIGURE 2.14 – Etat d'écaillage du mur costo à 40 min d'essai

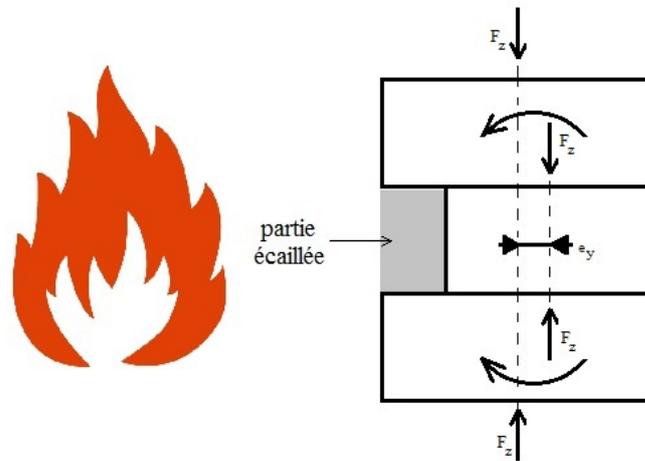


FIGURE 2.15 – Apparition d'un moment de flexion à cause de l'excentricité du chargement

Lorsque l'écaillage a "suffisamment" fragilisé le mur, avec le cumul des ruptures locales et sous l'action de la charge mécanique, le mur perd sa fonction de structure portante. La figure 2.16 illustre le mécanisme de ruine du mur Costo, après 42 minutes d'exposition au feu.

La figure 2.17 montre l'état du four à la fin de l'essai.

2.4.2.2 Analyse des courbes des déplacements mesurés

Sous l'effet du chargement mécanique, des autres conditions aux bords et de la dilatation thermique, le mur se déforme progressivement pendant l'essai feu. Pour saisir le déplacement horizontal hors plan, trois capteurs de déplacements, D_1 , D_2 et D_3 sont positionnés au centre du mur (cf figure 2.18).

Les courbes sur la figure 2.19 donnent les mesures enregistrées par les trois capteurs placés au centre du mur. Un déplacement positif signifie que le mur s'approche du feu (et un déplacement négatif signifie qu'il s'en éloigne).

Au début de l'essai, aucun bombement n'est enregistré, les sections du mur dans son épaisseur restant planes. Lorsque le doublage protecteur commence à se détacher vers



FIGURE 2.16 – Mécanisme de ruine du mur Costo



FIGURE 2.17 – Four après la rupture du mur

les 15 minutes, les briques deviennent exposées directement au feu et le mur commence à se cintrer. Ceci se traduit par un déplacement de quelques millimètres dans la direction du feu. Ce déplacement croît progressivement jusqu'à atteindre un maximum de 8 *mm*. Mais après une trentaine de minutes d'exposition, lorsque l'écaillage débute et commence à se propager, le déplacement horizontal vers le feu décroît. Avec la chute de parois de briques, le chargement mécanique appliqué en tête du mur devient excentré et applique désormais un moment de flexion sur le mur. Ce moment de flexion s'oppose au bombement initial du mur et "pousse" ce dernier en sens opposé, vers l'extérieur du four. Ceci se manifeste par un déplacement négatif à partir des 39 minutes et jusqu'à la fin de l'essai et la ruine du mur.

Notons le mur testé présente un plan de symétrie (le plan (AA') en vert sur le schéma 2.18) (cf. chapitre 5).

Cette symétrie implique que le déplacement horizontal dans les points D_1 et D_3 est le même. Cependant, les mesures enregistrées par les capteurs ne se superposent pas. Des

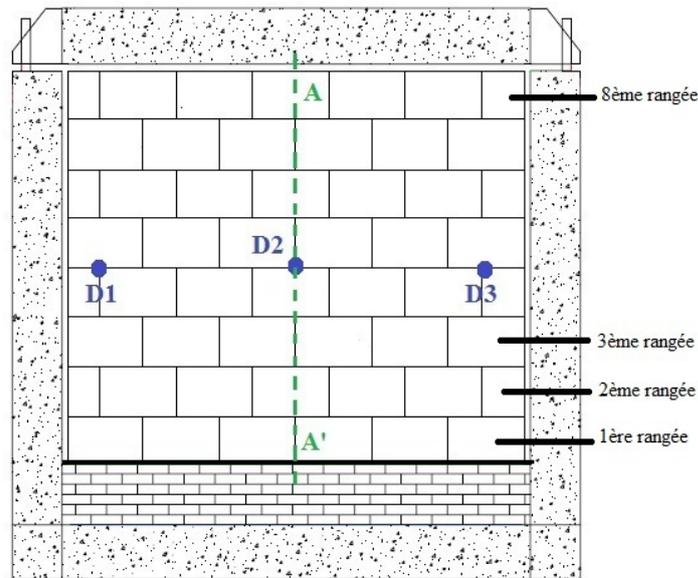


FIGURE 2.18 – Configuration de l'essai et positions des capteurs de déplacements

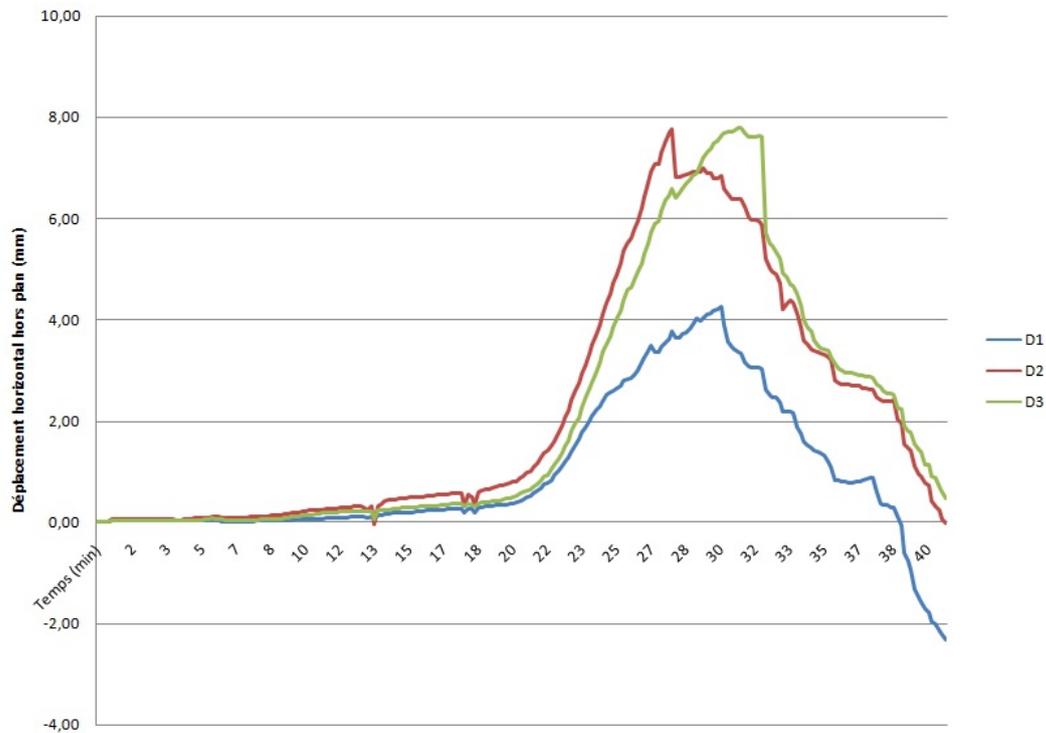


FIGURE 2.19 – Déplacement horizontal mesuré par les capteurs

erreurs de mesures ou un placement inexact des capteurs pourraient expliquer cette incohérence.

2.5 Bilan des mécanismes observés

Dans cette section, nous donnons de manière synthétique, une liste de mécanismes importants qui interviennent lorsqu'un mur en briques alvéolées est exposé au feu.

2.5.1 Comportement thermique

Concernant l'évolution de la température dans le mur, nous avons identifié cinq phases d'évolution. Les éléments qui empêchent les forts échauffements thermiques du mur sont, principalement, le doublage protecteur avant sa chute et l'évaporation de l'eau liée contenue dans la terre cuite qui temporise la montée de la chaleur dans le mur. Après l'évaporation de l'eau et la chute du doublage, le scénario de propagation de la chaleur dans le mur est lié à l'architecturation des briques alvéolées et, plus tard dans l'essai, au phénomène d'écaillage.

2.5.2 Comportement mécanique

Après la chute du doublage protecteur, et sous l'effet de l'exposition directe au feu, le mur se dilate de manière différentielle entre sa face exposée et sa face non exposée. Cette dilatation thermique, se combinant avec la déformation mécanique (engendrée par la charge mécanique verticale et par les conditions aux bords et par le bridage) induit un cintrage du mur vers le feu. Lorsque les contraintes mécaniques dépassent un certain seuil critique, des fissures et des ruptures locales apparaissent et un phénomène d'écaillage se met en place. L'effort mécanique s'exerçant sur le mur devient excentré, induisant un moment de flexion qui "pousse" le mur vers l'extérieur du four. La ruine du mur se produit de manière fragile.

Les essais ont validé une tenue de 36 minutes pour le mur thermo+ et de 41 minutes pour le mur en briques costo. Cette différence de tenue montre l'importance de la géométrie de l'élément de construction et son influence sur la tenue globale de la structure.

Conclusion

A travers les essais expérimentaux, nous avons pu observer la complexité du comportement thermo-mécanique des murs en briques. Nous avons noté que la géométrie des briques influence la tenue globale de la structure, exposée au feu. Par conséquent, l'aide à la recherche d'une géométrie "optimale", permettant une meilleure tenue au feu, a constitué un des objectifs principaux de ce travail de thèse.

Par ailleurs, nous avons relevé le rôle important joué par le doublage et par l'eau adsorbée dans l'isolation thermique des briques. Ces protections retardent la montée de la température dans les briques et repoussent le début de l'écaillage; le mécanisme majeur qui conduit à la ruine des murs testés. Il paraît donc opportun d'améliorer la tenue des doublages protecteurs. Ces accessoires, n'étant pas produits par Bouyer Leroux, cet aspect n'a pas été exploré dans cette thèse.

Par contre, il sera nécessaire d'introduire le changement de phase de l'eau liée dans notre modèle (cf. chapitre 4).

Chapitre 3

Couplage thermo-mécanique

Sommaire

3.1	Equations de base de la thermo-élasticité	36
3.2	Problème thermo-mécanique couplé	38

Figures

3.1	Coupes tomographiques d'un tesson en terre cuite	37
------------	---	-----------

Introduction

Dans les problèmes mécaniques classiques, les aspects thermiques, bien que toujours présents, sont souvent négligés, parce que leur incidence mécanique sur la problématique posée est faible. Il y a au moins deux scénarios où l'impact des effets thermiques sur les contraintes mécaniques ne peut plus être négligé. Le premier correspond aux cas où la dilatation induite par l'élévation de la température est gênée. Le second correspond aux cas où la température n'est pas homogène et plus précisément, n'est pas affine.

Pour l'application industrielle à laquelle nous nous intéressons dans le cadre de cette thèse, à savoir la tenue d'un mur porteur en briques alvéolées en cas d'incendie, nous sommes dans le cas où les effets thermiques sont considérables à la fois à cause d'une dilatation thermique gênée et à cause d'un champ de température caractérisé par la présence de zones à forts gradients thermiques. Ces deux aspects seront étayés respectivement dans les chapitres consacrés aux comportements thermique et mécanique.

Par ailleurs, comme mentionné au chapitre 1, le feu soumet les faces du mur qui lui sont exposées à des températures qui s'élèvent de la température ambiante à plus de 800 °C. Or, on sait que les caractéristiques du matériau constituant peuvent changer de manière significative avec la température. Raison de plus donc pour tenir compte des champs thermiques dans les équations de la mécanique. Enfin, les frottements internes, i.e., les contraintes de cisaillement dans le matériau sont aussi une source de chaleur qui augmente la température. Mais, dans le cadre de ce travail, nous allons négliger cet aspect. Tout comme nous négligeons les contraintes résiduelles, liées à l'histoire d'élaboration et de cuisson des briques. Nous considérons, en outre, que le matériau constituant les briques est élastique, homogène et isotrope mécaniquement et thermiquement ; l'homogénéité et l'isotropie étant encore des hypothèses simplificatrices. En réalité, la terre cuite, matériau constituant des briques, est hétérogène. L'origine de ces hétérogénéités est multiple. Certains sont inhérentes à la composition chimique du matériau, formé de plusieurs types de minéraux. D'autres sont issues du procédé de fabrication et de la mise en forme du matériau, comme les porosités ou les microfissurations (à la suite de la cuisson).

Il est possible de voir des tailles de ces hétérogénéités à l'aide de la tomographie X. Le principe de base de cette technique est de soumettre un objet à une source de rayonnement X et à mesurer l'atténuation de ces rayons pour différentes positions angulaires. A l'aide d'algorithmes mathématiques, il est alors possible de reconstruire la structure interne et la composition de l'objet (e.g. [Zha12]).

La figure 3.1 montre deux coupes d'un tesson cylindrique en terre cuite, que nous avons obtenues par tomographie X.

C'est dans ce cadre que nous donnons dans la section 1, les équations qui régissent le problème de thermo-élasticité. Nous discutons les couplages et présentons le cadre dit faiblement couplé en section 2.

Ceci nous amènera à nous intéresser à la problématique purement thermique dans le chapitre 4 puis thermo-mécanique, avec chargement thermique donné au chapitre 5.

3.1 Equations de base de la thermo-élasticité

On considère un solide déformable \mathbf{B} . On le suppose être fait d'un matériau élastique, mécaniquement et thermiquement homogène et isotrope, de module de Young E , de coefficient de Poisson ν , de coefficient de dilatation thermique α et de coefficient de

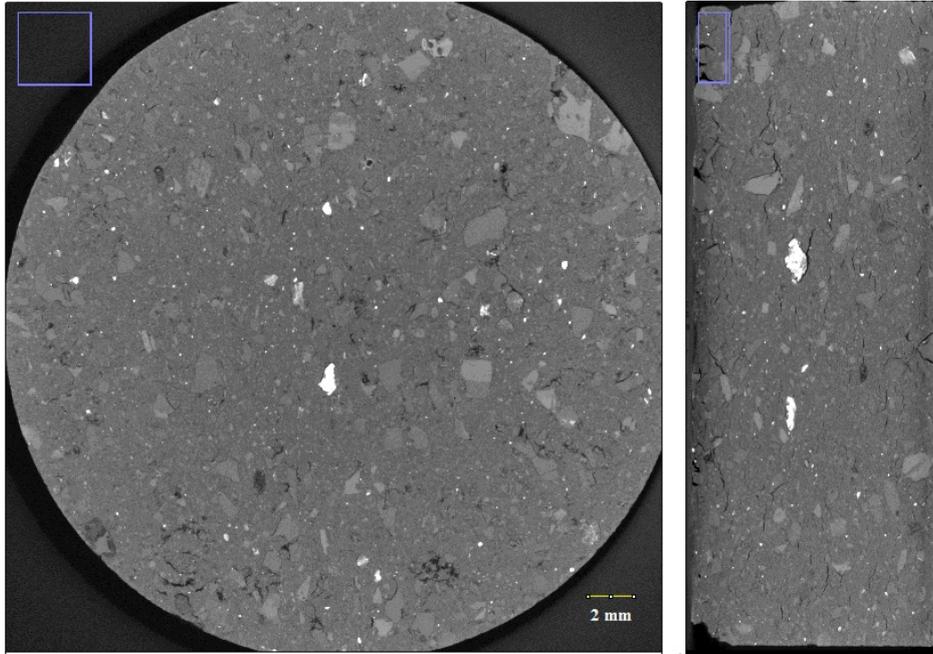


FIGURE 3.1 – Coupes tomographiques d'un tesson en terre cuite

conduction k .

On se place dans des Hypothèses des Petites Perturbations. On suppose que la partie de l'espace euclidien \mathbf{E} muni d'un repère orthonormé $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, occupée par le solide \mathbf{B} , est l'adhérence d'un domaine Ω , i.e. le domaine Ω et sa surface $\partial \Omega$.

On suppose également que le solide est soumis à un chargement mécanique et un chargement thermique extérieurs. On suppose enfin que, sans les chargements externes, le matériau est non contraint et qu'il se trouve à une température de référence T_0 , donnée. Avec ces hypothèses, nous allons fournir ici les équations locales du problème thermo-mécanique, et ce pour tout instant t de l'intervalle d'étude $[0, t_{max}]$ et pour tout point \mathbf{x} du domaine Ω .

Les déformations linéarisées sont données par :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t) \quad (3.1)$$

La loi de comportement thermo-élastique de Duhamel-Neumann, exprimant le tenseur des contraintes en fonction des déformations et de la température, est donnée par :

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{Tr} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{Id} + \frac{E}{1+\nu} \boldsymbol{\varepsilon} - \beta(T - T_0) \mathbf{Id} \quad (3.2)$$

Ce qui, par inversion, donne la relation de comportement équivalente suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = -\frac{\nu}{E} \text{Tr} \boldsymbol{\sigma} \mathbf{Id} + \frac{1+\nu}{E} \boldsymbol{\sigma} + \alpha(T - T_0) \mathbf{Id} \quad (3.3)$$

où $\beta = \frac{E\alpha}{1-2\nu}$; α étant le paramètre de dilatation thermique du matériau.

Observons que cette écriture fait apparaître la déformation totale $\boldsymbol{\varepsilon}$ comme la somme d'une déformation qu'on qualifie d'élastique et qu'on note $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, génératrice des contraintes mécaniques $\boldsymbol{\sigma}$, et d'une dilatation thermique $\boldsymbol{\varepsilon}^{th} = \alpha(T - T_0) \mathbf{Id}$.

La conservation de la masse s'écrit, comme en mécanique classique :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (3.4)$$

où ρ désigne la masse volumique et \mathbf{v} et le champ des vitesses.

La conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (3.5)$$

Ces équations sont complétées en utilisant la conservation de l'Énergie (premier principe de la thermodynamique) pour établir l'équation de diffusion, d'une part, la loi de comportement thermique de Fourier, d'autre part. En notant \mathbf{q} le flux de chaleur, c_p le paramètre de chaleur spécifique, nous avons les deux équations suivantes (cf. e.g. [BW12]) :

la première exprime la diffusion de la chaleur et s'écrit :

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} - \beta T \frac{\partial \text{Tr} \boldsymbol{\varepsilon}}{\partial t} \quad (3.6)$$

la seconde donne le comportement thermique (isotrope) du matériau. On retient ici la loi de conduction de Fourier qui donne la relation entre le flux de chaleur \mathbf{q} et le gradient de température (dans le sens où l'énergie cinétique moléculaire est transférée des régions agitées, i.e. à haute température, vers les régions moins agitées, i.e. à basse température) :

$$\mathbf{q} = -k \nabla T \quad (3.7)$$

Un simple décompte montre que le nombre de champs inconnus est égal au nombre d'équations et que nous pouvons poser le problème en terme de problèmes aux limites, moyennant la fermeture par des conditions aux limites, mécaniques et thermiques et moyennant ses conditions thermiques et mécaniques initiales.

3.2 Problème thermo-mécanique couplé

La section précédente combine des équations de l'élasticité et des équations de diffusion de la chaleur, dans un régime instationnaire. On y relève que tel que formulé, le problème thermo-mécanique résultant couple fortement les champs mécaniques aux champs thermiques : par la loi de comportement de Hooke étendue à la thermique (3.2), d'une part, et par l'équation de diffusion (3.6), d'autre part.

Dans la littérature, plusieurs stratégies traitant du couplage thermo-mécanique ont été développées pour diverses applications industrielles. On peut citer par exemple la mise en forme à chaud de composants mécaniques, ou l'étude de certaines classes d'écoulements non isothermes de fluides.

Le principal défi pour ces stratégies est de représenter de manière pertinente les problèmes physiques couplés et de les résoudre de manière efficace. Les approches les plus référencées portent sur des formulations monolithiques (fortement couplés) résolus par splitting d'opérateurs (cf. [VL17]). La question du choix entre les méthodes de couplage a fait l'objet de nombreuses publications (e.g. [Ner04]), la réponse dépend fortement du problème traité.

Dans une problématique de conception comme celle considérée dans ce travail, amenant, par définition, à calculer plusieurs problèmes thermo-mécaniques, un couplage

fort mène à une résolution coûteuse.

Or, pour la problématique des murs en briques alvéolaires soumis à des chargements thermo-mécaniques tels que décrit dans le chapitre 2, il nous semble raisonnable de négliger le deuxième terme du membre de droite de l'équation de diffusion (3.6), participant au couplage thermo-mécanique, en supposant que les taux de déformations sont faibles. Il nous semble également que le terme d'inertie, intervenant dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement (3.5) peut également être négligé. En faisant ces deux simplifications, souvent utilisées dans les applications pratiques et, par ailleurs justifiables dans le cas de l'objet de nos travaux, nous transformons le problème de la section 3.1 en deux problèmes qui sont résolus de manière séquentielle. Le premier problème est de type transfert thermique pur, pouvant être traité de manière totalement découplée des aspects mécaniques. Le second est un problème de nature thermo-mécanique quasi-statique, dans lequel le chargement thermique intervient juste comme un chargement tiré de la résolution du premier problème thermique pur. Ce modèle relève de la théorie dite de Duhamel-Neumann (cf. [BCL10]) et la formulation est souvent qualifiée de thermo-mécanique quasi-statique, faiblement couplée. Faisons en la synthèse ici :

3.2.1 Problème thermique local

En supposant que la frontière $\partial\Omega$ du solide \mathcal{B} est partagée en deux parties, Γ_T et Γ_q sur lesquelles on se donne, respectivement la température T_0 et le flux de chaleur \mathbf{q}_0 , le problème thermique pur s'écrit :

Pour $t \in [0, t_{max}]$, Trouver $T(t)$ tel que :

$$\text{Equation de conduction : } \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q}$$

$$\text{Relation de Fourier } \mathbf{q} = -k \nabla T$$

$$\text{Conditions aux limites thermiques } T = T_0 \text{ sur } \Gamma_T \text{ et } \mathbf{q} = \mathbf{q}_0 \text{ sur } \Gamma_q$$

$$\text{Conditions initiales } T(t = 0) = T_{ini}$$

3.2.2 problème thermo-mécanique quasi-statique

En utilisant le champ de température T trouvé à l'étape précédente, et en supposant que la frontière $\partial\Omega$ du solide \mathcal{B} est partagée en deux parties, Γ_u et Γ_g sur lesquelles on se donne, respectivement le déplacement \mathbf{u}_0 et un champ de force surfacique \mathbf{g} , le problème thermo-mécanique s'écrit :

Trouver \mathbf{u} et $\boldsymbol{\sigma}$ tel que :

$$\text{Equilibre } \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0$$

$$\text{Comportement } \boldsymbol{\sigma} = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \text{Tr} \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{Id} + \frac{E}{1+\nu} \boldsymbol{\varepsilon} - \beta(T - T_0) \mathbf{Id}$$

$$\text{Compatibilité } \boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^t)$$

$$\text{Conditions aux limites } \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 \text{ sur } \Gamma_u \text{ et } \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{n} = \mathbf{g} \text{ sur } \Gamma_g$$

C'est à ce modèle et plus précisément à ces deux problèmes faiblement couplés, que nous allons nous intéresser dans les chapitres suivants.

Conclusion

Ce mini-chapitre met en avant les aspects liés à la modélisation du problème sous-jacent de ce travail de thèse. La sollicitation principale étant l'incendie, l'analyse numérique à mener est la résolution d'un problème de couplage thermo-mécanique. Un couplage faible entre les deux physiques a été retenu et le traitement de chaque problème est étayé dans les chapitres 4 et 5.

Chapitre 4

Modélisations thermiques

Sommaire

4.1	Équations de la thermique	43
4.2	Résolution numérique du problème thermique	48
4.3	Calcul du transfert thermique dans un mur en briques alvéolées	56
4.4	Comparaison aux résultats expérimentaux	71

Figures

4.1	Problème thermique générique	43
4.2	Transfert de chaleur par rayonnement entre deux surfaces S_i et S_j	46
4.3	Maillage de rayonnement constituée par les traces du maillage de diffusion	51
4.4	Maillages de différentes finesses pour le traitement de la diffusion et du rayonnement	57
4.5	Configuration du mur lors d'un essai feu	58
4.6	Schématisation du transfert thermique dans une brique	60
4.7	Snapshots du champ thermique à 30 minutes	60
4.8	Snapshots du champ thermique à 30 minutes	61
4.9	Cavité aux parois verticales différentiellement chauffées	61
4.10	Problème couplant écoulement de fluide et transfert thermique	63
4.11	Isovaleurs du champ thermique et distribution de vitesses dans la cavité	63
4.12	Comparaison entre champs thermiques à mi-hauteur de l'alvéole	64
4.13	Section d'une brique générique	64
4.14	Maillages pour le calcul de la brique générique	65
4.15	Snapshots du champ thermique à 15 et 30 minutes	65
4.16	Températures enregistrées dans la cloison centrale toutes les minutes	66
4.17	Champ thermique dans les parois à $t=30$ min	66
4.18	Snapshots du champ thermique à 15 et 30 minutes	67
4.19	Températures enregistrées dans la cloison centrale toutes les minutes	67
4.20	Champ thermique dans les parois à $t=30$ min	68
4.21	Schéma d'une alvéole parallélépipédique	69
4.22	Le facteur de forme F_{13} en fonction de X et Y	69
4.23	Section des briques costo (à gauche) et thermo+ (à droite)	70
4.24	Champ thermique dans les cloisons centrales des briques à $t=30$ min	70

4.25	Températures selon les plans de coupes (costo à gauche et thermo+ à droite)	71
4.26	Positions des thermocouples à l'intérieur d'une BGV Costo	71
4.27	Calcul d'une brique Costo : résultats numériques comparés aux mesures expérimentales	72
4.28	Calcul avec une capacité calorifique variable : résultats numériques vs mesures	73
4.29	Transformations subies par un simplexe à 3 sommets	76
4.30	Capacité calorifique obtenue avec l'algorithme d'identification	77
4.31	Comparaison des résultats obtenus avec les paramètres identifiés aux mesures	77

Introduction

Lors d'un incendie dans un local fait de murs en briques alvéolées, ces murs déjà sous chargements mécaniques, sont, en plus, soumis à des chargements thermiques. La propagation de la chaleur dans les briques alvéolées est complexe à cause des nombreux phénomènes physiques impliqués (conduction, convection et rayonnement) et à cause de l'architecture singulière des briques alvéolées. Dans ce chapitre, nous rappelons, d'abord, les équations qui gouvernent le transfert thermique dans les milieux continus et nous évoquons, ensuite, comment une résolution de cette classe de problèmes, par éléments finis, peut être entreprise. En particulier, la prise en compte des termes de rayonnement, fortement non-linéaires, est expliquée.

Cette stratégie est ensuite appliquée au cas des briques alvéolées, où nous examinons les rôles joués par la convection et le rayonnement dans les alvéoles, à l'aide de simulations numériques. A chaque étape, notre étude s'appuie sur les résultats des essais expérimentaux, présentés au chapitre 2, pour vérifier la validité des résultats numériques ou pour calibrer les paramètres du modèle thermique.

4.1 Équations de la thermique

Le problème thermique que nous souhaitons résoudre est gouverné par l'équation de la chaleur complétée par la loi de Fourier, d'une condition initiale et d'un certain nombre de conditions aux limites sur la frontière d'un domaine archétype d'une brique alvéolée, (cf. figure 4.1), soumise au feu sur une partie de sa frontière.

4.1.1 Modèle thermique pour un solide archétype d'une brique alvéolée

Soit Ω un domaine tridimensionnel borné et régulier ayant une cavité et une frontière Γ suffisamment régulière. Cette frontière se compose de cinq parties sans recouvrements qu'on note $\Gamma_T, \Gamma_q, \Gamma_{qc}, \Gamma_{qr}$ et Γ_{qri} telles que $\bar{\Gamma} = \bar{\Gamma}_T \cup \bar{\Gamma}_q \cup \bar{\Gamma}_{qc} \cup \bar{\Gamma}_{qr} \cup \bar{\Gamma}_{qri}$. Γ_{qri} est la frontière de la cavité représentant schématiquement une alvéole (cf figure 4.1).

On note \mathbf{n} la normale unitaire à Γ , extérieure au domaine Ω .

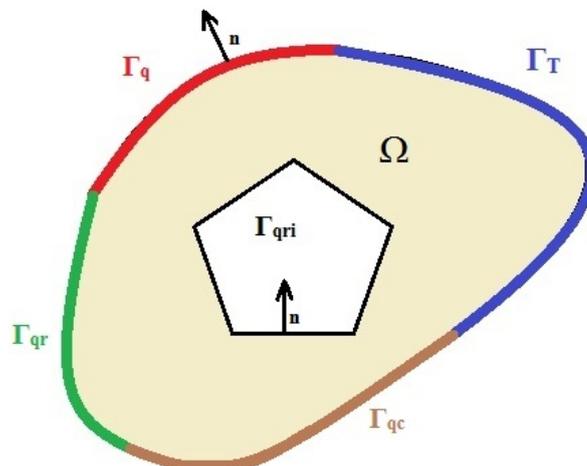


FIGURE 4.1 – Problème thermique générique

On suppose que l'évolution spatio-temporelle de la température dans le domaine Ω est décrite par l'équation de la chaleur. Celle-ci découle du premier principe de la thermodynamique (e.g. [Soy90]), qui exprime la conservation de l'énergie totale d'un système fermé au cours de ses transformations. L'équation de la chaleur se met sous la forme réduite et locale suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} = s(t), \text{ dans } \Omega \quad (4.1)$$

où ρ désigne la masse volumique, C_p est la capacité calorifique spécifique, t est la variable temporelle, \mathbf{q} est le vecteur flux de chaleur et s est un terme source de chaleur volumique.

La loi de Fourier exprime une relation linéaire entre le vecteur de flux thermique et le gradient de température. Elle s'écrit :

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \nabla(T) \quad (4.2)$$

\mathbf{K} représente le tenseur des conductivités thermiques. Si le matériau est considéré comme isotrope, caractérisé par une conductivité thermique k , alors $\mathbf{K} = k\mathbf{I}$. Remarquons que le signe (-) dans la loi de Fourier exprime le fait que la chaleur se déplace naturellement d'un point chaud vers un point moins chaud (e.g. [Duv98]). Ceci est lié physiquement au fait que la température est une quantité macroscopique qui traduit l'agitation moléculaire à l'échelle microscopique (e.g. [RC92]); faisant que la propagation se fait avec la diffusion de l'agitation.

En injectant la loi de Fourier dans l'équation de la chaleur 4.1, nous obtenons la formulation locale primale suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla(T)) = s(t), \text{ dans } \Omega \quad (4.3)$$

Pour résoudre cette équation aux dérivées partielles (du second ordre en espace et du premier ordre en temps) de type parabolique, il faut la compléter par la donnée du champs initial de température et des conditions aux limites sur les frontières du domaine Ω .

4.1.2 Conditions aux limites thermiques

Les conditions aux limites thermiques, tout comme celles mécaniques, modélisent le lien entre le milieu étudié et le milieu extérieur. Pour un problème thermique, elles sont de différents types selon le phénomène physique intervenant (e.g. [AAS+96] [ID01]). Nous présentons ici les conditions que nous utilisons dans le cadre de ce travail.

Condition de type Dirichlet On impose sur la partie Γ_T de la frontière, une température donnée. Cette condition correspond à un contact du milieu étudié avec un Thermostat (un corps dont la température est parfaitement régulée). On écrit cette condition comme :

$$T = T_0 \text{ sur } \Gamma_T \quad (4.4)$$

où T_0 est une température fixée.

Condition de type Neumann On impose sur la partie Γ_q de la frontière, un flux thermique ϕ_0 . Cette condition traduit la capacité de l'interface avec le milieu extérieur à transmettre ou à recevoir un flux de chaleur donné. On l'écrit de la manière suivante :

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -k \nabla(T) \cdot \mathbf{n} = \phi_0 \quad \text{sur } \Gamma_q \quad (4.5)$$

Remarquons qu'un flux ϕ_0 négatif correspond à un apport d'énergie et qu'un flux positif correspond à une perte d'énergie. Dans le cas où ϕ_0 est nul, la condition est dite adiabatique. Il s'agit d'un bord thermiquement libre.

Condition de convection Un phénomène de convection se produit quand un solide est en contact avec un fluide mobile et que les deux sont à des températures différentes. En plus du transfert d'énergie dû à la diffusion, il y a également un transfert par le biais du mouvement du fluide. La loi couramment admise pour la convection s'écrit comme :

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -k \nabla(T) \cdot \mathbf{n} = h(T - T_f) \quad \text{sur } \Gamma_{qc} \quad (4.6)$$

où h est le coefficient d'échange thermique, T_f désigne la température moyenne du fluide, supposée constante.

Condition de rayonnement à l'infini Tous les matériaux rayonnent de l'énergie sans arrêt dans toutes les directions, à la suite du mouvement continu de vibration de leurs molécules situées en surface. Établies par Stefan et Boltzmann, les lois de rayonnement permettent d'exprimer le flux rayonnant par unité de surface, appelé exitance, émis par un corps en fonction de sa température.

Le flux rayonnant, noté q_r , échangé entre un élément de surface S et le milieu infini qui l'entoure, s'écrit sous la forme simplifiée suivante :

$$q_r(T) = \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = -k \nabla(T) \cdot \mathbf{n} = \epsilon \sigma (T^4 - T_{ext}^4) \quad \text{sur } S \quad (4.7)$$

où ϵ , l'émissivité du matériau, est un coefficient de l'intervalle $[0, 1]$ qui exprime le rapport entre le flux émis par le corps étudié et le flux de "référence" émis par un corps noir, T_{ext} est la température du milieu extérieur et σ est la constante de Stefan-Boltzman.

$$\sigma \simeq 5,67 \cdot 10^{-8} \text{Wm}^2 \text{K}^{-4} \quad (4.8)$$

La relation 4.7 peut être réécrite sous la forme suivante (de type loi de Fourier, avec un coefficient d'échange thermique dépendant de la température)

$$q_r(T) = h_r(T)(T - T_{ext}) \quad \text{sur } S \quad (4.9)$$

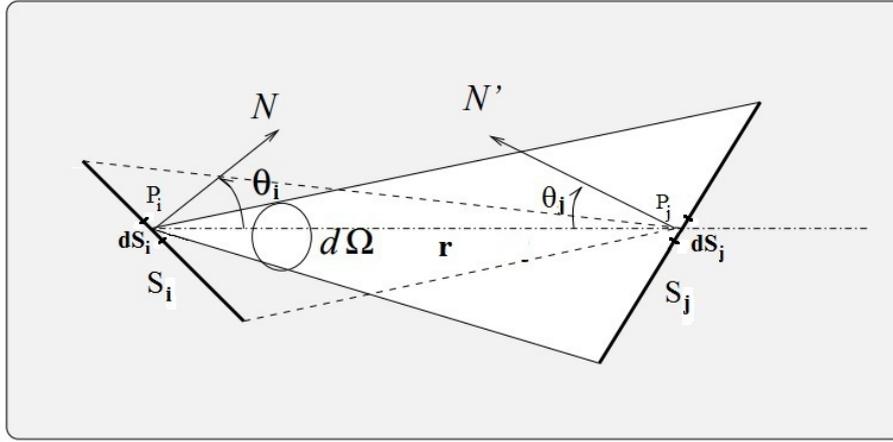
où $h_r(T)$, appelé coefficient d'échange radiatif, s'écrit :

$$h_r(T) = \epsilon \sigma (T + T_{ext})(T^2 + T_{ext}^2) \quad (4.10)$$

Condition de rayonnement dans une cavité Dès qu'il y a une différence de température entre les surfaces d'une cavité, des échanges radiatifs se produisent entre ces surfaces. Cet aspect est d'une grande importance pour les briques alvéolées objet de nos travaux, comme nous le montrons dans nos résultats numériques.

Pour déterminer ces échanges, on introduit les facteurs de forme. Considérons deux surfaces distinctes S_i et S_j , représentées sur la figure 4.2.

La surface S_j n'intercepte qu'une partie du rayonnement total émis par la surface S_i ,

FIGURE 4.2 – Transfert de chaleur par rayonnement entre deux surfaces S_i et S_j

et réciproquement. Le facteur de forme F_{ij} est défini comme la partie du flux rayonné par S_i , interceptée par S_j . Il s'écrit comme suit :

$$F_{ij} = \frac{1}{S_i} \int_{S_i} \int_{S_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi r^2} dS_j dS_i \quad (4.11)$$

où θ_i et θ_j sont respectivement les angles que forment les normales unitaires sortantes de dS_i et de dS_j avec le vecteur reliant dS_i à dS_j et r est la distance entre dS_i et dS_j . De cette formule, on peut déduire la relation de réciprocité suivante :

$$F_{ij} S_i = F_{ji} S_j \quad (4.12)$$

Par ailleurs, pour une cavité fermée constituée de N surfaces isothermes, le flux thermique émis par une surface S_i atteint, quelle que soit sa trajectoire, une surface S_j pour $1 \leq j \leq N$. Il s'ensuit la relation suivante :

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\} \quad (4.13)$$

Remarquons que si une surface S_i est concave, elle peut intercepter une partie du flux qu'elle émet, d'où la définition du facteur de forme F_{ii} ([HMS15]).

Les échanges radiatifs dans une cavité sont obtenus par la méthode dite "net-radiation method" introduite par Hottel ([HS66]). Cette méthode, détaillée dans l'ouvrage de Siegel et Howell [HMS10], permet le calcul des flux de rayonnement interne q_{ri} .

Le modèle proposé est basé sur les hypothèses suivantes :

- Le milieu dans la cavité est transparent (n'absorbe pas l'énergie transportée par les ondes qui le traversent).
- Les surfaces de la cavité sont grises (ont une émissivité indépendante de la fréquence) et diffuses (rayonnent de façon isotrope).
- La frontière de la cavité Γ_{qri} est divisée en N secteurs (ou cellules) suffisamment petits pour que dans chaque secteur, on puisse supposer que la température est uniforme, ainsi que les flux d'énergie émis et réfléchis. La réunion des différents secteurs peut être regardé comme un premier maillage des surfaces rayonnantes. Dans la suite on désigne par "surfaces" $(S_k)_{1 \leq k \leq N}$, les différents secteurs.

Considérons alors la $k^{\text{ème}}$ surface S_k . Désignons par q_k son flux radiatif, par $q_{e,k}$ son flux radiatif entrant et par $q_{s,k}$ son flux radiatif sortant. Pour alléger l'écriture, l'indice "ri" a été omis.

Le bilan de l'énergie thermique sur la surface S_k se traduit par :

$$Q_k = q_k S_k = (q_{e,k} - q_{s,k}) S_k \quad (4.14)$$

Le flux sortant de S_k est composé de son propre rayonnement et de la partie réfléchi du flux entrant. Soit, en utilisant la loi de Stefan-Boltzman :

$$q_{s,k} = \epsilon_k \sigma T_k^4 + \rho_k q_{e,k} \quad (4.15)$$

où ρ_k est le coefficient de réflexion qui s'exprime comme :

$$\rho_k = 1 - \alpha_k = 1 - \epsilon_k \quad (4.16)$$

avec α_k le coefficient d'absorption qui est égal, d'après la loi de Kirchhoff, à l'émissivité ϵ_k de la surface S_k . Ainsi :

$$q_{s,k} = \epsilon_k \sigma T_k^4 + (1 - \epsilon_k) q_{e,k} \quad (4.17)$$

Parallèlement, le flux de chaleur incident reçu par la surface S_k en provenance de toutes les surfaces S_j , y compris elle même, peut s'écrire, en utilisant la relation de réciprocité des facteurs de forme 4.12 comme :

$$q_{e,k} = \sum_{j=1}^N F_{kj} q_{s,j} \quad (4.18)$$

En combinant les équations 4.14 et 4.17 puis 4.14 et 4.18, on obtient les deux équations suivantes :

$$q_k = \frac{\epsilon_k}{1 - \epsilon_k} (q_{s,k} - \sigma T_k^4) \quad (4.19)$$

$$q_k = \sum_{j=1}^N F_{kj} q_{s,j} - q_{s,k} \quad (4.20)$$

De la relation 4.19, on obtient une expression de $q_{s,k}$ et on l'injecte dans l'équation 4.20. Ceci donne finalement pour chaque cellule k de la cavité (cf. e.g. [EJ91]) :

$$\sum_{j=1}^N \left(\frac{\delta_{kj}}{\epsilon_j} - F_{kj} \frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j} \right) q_j = \sum_{j=1}^N (\delta_{kj} - F_{kj}) T_j^4 \quad (4.21)$$

où δ_{ij} désigne le symbole de Kronecker.

On obtient ainsi un système discret d'équations non linéaires, couplant les flux q_j et les températures T_j pour $1 \leq j \leq N$. Cette formulation repose sur les hypothèses du modèle de rayonnement, exigeant des valeurs de températures surfaciques et des flux surfaciques constants sur chaque surface. On utilise les notations \bar{q}_j et \bar{T}_j pour rappeler en permanence cette hypothèse. L'équation 4.21 devient avec ces notations :

$$\sum_{j=1}^N \left[\frac{\delta_{kj}}{\epsilon_j} - F_{kj} \left(\frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j} \right) \right] \bar{q}_j = \sum_{j=1}^N (\delta_{kj} - F_{kj}) \sigma \bar{T}_j^4 \quad (4.22)$$

Les \bar{q}_k (ou plus exactement les $\bar{q}_{ri,k}$) obtenus de 4.22 sont les flux radiatifs, à appliquer comme conditions aux surfaces S_k . Cette relation est l'équation de l'échange thermique radiatif entre surfaces rayonnantes de la cavité.

En résumé, sous sa forme forte ou locale, le problème thermique que nous notons \mathcal{P}_T^{loc} , défini sur le domaine étudié Ω , s'écrit :

Pour tout temps $t \in]0, T_{max}]$, on cherche un champ de température $T(t)$ et un champ de flux radiatif $\bar{q}_{ri}(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_N)$ tel que :

$$\mathcal{P}_T^{loc} \left\{ \begin{array}{ll} \text{Equation de la chaleur} & \rho C_p \frac{\partial T(t)}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla(T(t))) + s(t) \text{ dans } \Omega \quad (4.23) \\ \text{Condition initiale} & T(0) = T_{ini} \text{ dans } \Omega \quad (4.24) \\ \text{Condition de Dirichlet} & T(t) = T_0(t) \text{ sur } \Gamma_T \quad (4.25) \\ \text{Condition de Neumann} & \mathbf{q}(t) \cdot \mathbf{n} = \phi_0(t) \text{ sur } \Gamma_q \quad (4.26) \\ \text{Condition de convection} & \mathbf{q}(t) \cdot \mathbf{n} = h(T(t) - T_f(t)) \text{ sur } \Gamma_{qv} \quad (4.27) \\ \text{Rayonnement à l'infini} & \mathbf{q}(t) \cdot \mathbf{n} = h_r(T(t))(T(t) - T_{ext}(t)) \text{ sur } \Gamma_{qc} \quad (4.28) \\ \text{Rayonnement interne} & \mathbf{q}(t) \cdot \mathbf{n} = \bar{q}_{ri,k}(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_N) \text{ sur } S_{k(1 \leq k \leq N)} \quad (4.29) \\ \text{tel que 4.22 est satisfait.} & \quad (4.30) \end{array} \right.$$

Notons que ce problème thermique \mathcal{P}_T^{loc} est formé de deux systèmes d'équations non linéaires couplant un champ continu T et un champ discrétisé \bar{q}_{ri} . Il s'agit d'un problème hybride. De plus, ce mélange d'un champ continu et d'un champ discret dans une même problématique nécessitera, comme nous verrons plus loin, un traitement particulier lors du calcul des termes de couplage des deux champs inconnus, après discrétisation du champ thermique.

4.2 Résolution numérique du problème thermique

La résolution du problème thermique n'est généralement pas envisageable de manière analytique. On va utiliser la méthode des Éléments Finis (cf. e.g. [ZT05] [EG02] [Tho13]) pour l'approximation en espace et des schémas de Différences Finies (cf e.g. [MG80][Maj05]) pour l'approximation en temps.

En partant de la formulation forte et continue du problème thermique, exprimée par le système \mathcal{P}_T^{loc} , nous passons à une formulation variationnelle faible en espace. Ensuite, nous donnons les discrétisations en espace puis en temps du problème.

4.2.1 Formulation variationnelle du problème thermique

La formulation faible primale du problème (4.23)-(4.30) est obtenue en suivant la démarche classique suivante : On multiplie l'équation locale de la chaleur 4.23 par un champ admissible T^* quelconque et on intègre sur tout le domaine Ω . Ceci donne :

$$\int_{\Omega} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} T^* d\Omega = \int_{\Omega} \nabla \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Omega + \int_{\Omega} s(t) T^* d\Omega \quad (4.31)$$

Grâce au théorème de Gauss, nous pouvons écrire :

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Omega = - \int_{\Omega} k \nabla(T) \cdot \nabla(T^*) d\Omega + \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Gamma \quad (4.32)$$

En prenant T^* tel que $T^* = 0$ sur Γ_T , 4.32 se transforme en :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Omega &= - \int_{\Omega} k \nabla(T) \cdot \nabla(T^*) d\Omega + \int_{\Gamma_q} \mathbf{n} \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Gamma \\ + \int_{\Gamma_{qc}} \mathbf{n} \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Gamma &+ \int_{\Gamma_{qr}} \mathbf{n} \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Gamma + \int_{\Gamma_{qri}} \mathbf{n} \cdot (k \nabla(T)) T^* d\Gamma \end{aligned} \quad (4.33)$$

En utilisant les différentes conditions aux limites et en introduisant \mathcal{TA}_{T_0} l'espace des champs thermiquement admissibles à T_0 , défini par $\{T^* \in H^1(\Omega); T^* = T_0 \text{ sur } \Gamma_T\}$ (où $H^1(\Omega)$ est l'espace des champs définis sur Ω , qui sont de carré intégrables et à dérivées premières, au sens des distributions, de carrés intégrables sur Ω), on obtient le problème thermique faible primal suivant :

Pour tout $t \in]0, T_{max}]$, pour $T(0) = T_{ini}$ donnée dans Ω , chercher un champ thermique $T(t) \in \mathcal{TA}_{T_0}$ et un champ de flux radiatif $\bar{q}_{ri}(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_N)$, tel que $\forall T^* \in \mathcal{TA}_0$, on a :

$$\begin{cases} c_T(T(t), T^*) + k_T(T(t), T^*) + cv_T(T(t), T^*) + r_T(T(t), T^*) \\ \quad + ri_T(\bar{q}_{ri}(t), T^*) - l_T(T^*) = 0 \end{cases} \quad (4.34)$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\delta_{kj}}{\epsilon_j} - F_{kj} \left(\frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j} \right) \right] \bar{q}_j(t) = \sum_{j=1}^N (\delta_{kj} - F_{kj}) \sigma \bar{T}_j^4(t), \text{ pour toute } S_{k(1 \leq k \leq N)} \end{cases} \quad (4.35)$$

où

$$c_T(T(t), T^*) = \int_{\Omega} \rho c \frac{\partial T(t)}{\partial t} T^* d\Omega \quad (4.36)$$

$$k_T(T(t), T^*) = \int_{\Omega} k \nabla(T(t)) \cdot \nabla(T^*) d\Omega \quad (4.37)$$

$$cv_T(T(t), T^*) = \int_{\Gamma_{qc}} h(T(t) - T_f(t)) T^* d\Gamma \quad (4.38)$$

$$r_T(T(t), T^*) = \int_{\Gamma_{qr}} h_r(T)(T(t) - T_{ext}(t)) T^* d\Gamma \quad (4.39)$$

$$ri(\bar{q}_{ri}(t), T^*) = \int_{\Gamma_{qri}} \bar{q}_{ri}(t) T^* d\Gamma \quad (4.40)$$

$$l_T(T^*) = \int_{\Omega} s(t) T^* d\Omega - \int_{\Gamma_q} \phi_0 T^* d\Gamma \quad (4.41)$$

où c_T correspond au terme capacitif, k_T correspond au terme de conduction, cv_T désigne le terme convectif, r_T désigne le terme de rayonnement à l'infini, l_T correspond au chargement thermique externe et ri_T correspond au rayonnement dans la cavité.

Sous les hypothèses classiques de régularité, le problème thermique défini par les équations (4.34)-(4.40) sera correctement posé et admettra une solution unique (e.g. [Pel06]). On le note (\mathcal{P}_T) dans la suite.

4.2.2 Discrétisation en espace

Pour résoudre numériquement le problème thermique, on commence par discrétiser en espace sa formulation (\mathcal{P}_T) à l'aide de la méthode des éléments finis. Pour cela nous allons supposer que $T_0 = 0$, sur Γ_T pour simplifier la présentation, en observant qu'il

n'y a pas de difficultés majeures à traiter les cas d'une condition aux limites sur Γ_T qui soit thermiquement non homogène.

Le principe de la méthode des éléments finis est d'approcher de manière souple et efficace l'espace \mathcal{TA}_0 par une famille de sous-espaces de dimensions finies en approximation conforme et de rechercher des approximations de $T(t)$ dans ces sous-espaces. La solution du problème continu est, généralement, obtenue comme la limite de la famille des solutions approchées (discrètes) lorsque la méthode d'approximation est appropriée pour le problème à résoudre.

Pour simplifier, nous nous contentons de présenter des éléments simpliciaux classiques. Pour cela, on considère un maillage régulier \mathcal{T}_{h_T} du domaine fermé $\bar{\Omega}$, supposé être polyédrique. \mathcal{T}_{h_T} est un ensemble de d-simplexes non dégénérés Ω_e , $1 \leq e \leq N_e$ (d étant la dimension de l'espace contenant Ω). Ces éléments vérifient $\bar{\Omega} = \cup_{e=1}^{N_e} \bar{\Omega}_e$. On suppose que chaque partie de la frontière du domaine Ω est recouverte par un ensemble de traces sur Γ d'éléments de \mathcal{T}_{h_T} .

On définit l'espace discret \mathcal{TA}_{0,h_T} comme suit :

$$\mathcal{TA}_{0,h_T} = \{T_{h_T}^* \in \mathcal{C}^0(\bar{\Omega}); T_{h_T}^*|_{\Omega_e} \in P_1(\Omega_e), \forall \Omega_e \in \mathcal{T}_{h_T} \text{ et } T_{h_T}^* = 0 \text{ sur } \Gamma_T\} \quad (4.42)$$

où $\mathcal{C}^0(\bar{\Omega})$ est l'espace des fonctions continues sur $\bar{\Omega}$ et $P_m(\Omega_e)$ est l'ensemble des polynômes à coefficients réels et de degré $\leq m$ définis dans Ω_e .

On note les fonctions de base éléments finis globales de l'espace \mathcal{TA}_{0,h_T} , $(\phi_i)_{1 \leq i \leq N_{h_T}}$ où N_{h_T} désigne la dimension de cet espace, et on note $T_{N_{h_T}}$ le vecteur des coordonnées de la température dans cette base.

La formulation variationnelle discrète du problème thermique s'écrit :

Pour tout $t \in]0, T_{max}]$, pour $T_{h_T}(0) = T_{ini,h_T}$ dans Ω , chercher un champ thermique $T_{h_T}(t) \in \mathcal{TA}_{0,h_T}$ et un champ de flux radiatif $\bar{q}_{ri}(\bar{T}_1, \dots, \bar{T}_N)$, tel que $\forall T_{h_T}^* \in \mathcal{TA}_{0,h_T}$, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} c_T(T_{h_T}(t), T_{h_T}^*) + k_T(T_{h_T}(t), T_{h_T}^*) + cv_T(T_{h_T}(t), T_{h_T}^*) + r_T(T_{h_T}(t), T_{h_T}^*) \\ \quad + ri_T(\bar{q}_{ri}(t), T_{h_T}^*) - l_T(T_{h_T}^*) = 0 \end{array} \right. \quad (4.43)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N \left[\frac{\delta_{kj}}{\epsilon_j} - F_{kj} \left(\frac{1 - \epsilon_j}{\epsilon_j} \right) \right] \bar{q}_j(t) = \sum_{j=1}^N (\delta_{kj} - F_{kj}) \sigma \bar{T}_j^4(t), \text{ pour toute } S_{k(1 \leq k \leq N)} \end{array} \right. \quad (4.44)$$

où T_{ini,h_T} est la projection de T_{ini} dans \mathcal{TA}_{0,h_T} .

A ce stade, nous avons opéré une discrétisation en espace du champ de température, et ce pour tout instant t de l'intervalle d'étude. En revanche, le champ de surface inconnu flux radiatif \bar{q}_{ri} reste dans un espace de dimension infinie. Pour la discrétisation de ce champ, nous reprenons les éléments rapportés dans la section 4.1.2, en supposant, pour simplifier que la frontière Γ_{qri} rayonnante de la cavité est couverte par les traces sur la frontière d'éléments du maillage thermique (cf. figure 4.3). Nous notons ces traces $\mathcal{T}_{h_{ri}}$ et nous supposons que $\mathcal{T}_{h_{ri}} = \cup_{k=1}^N S_k$.

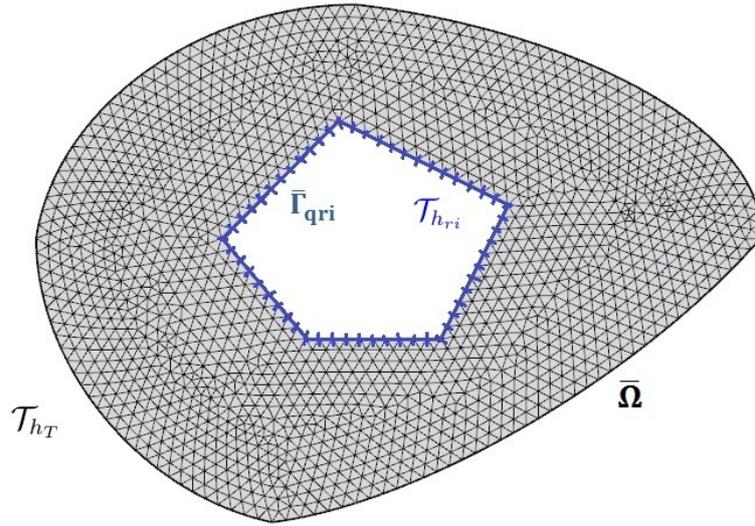


FIGURE 4.3 – Maillage de rayonnement constitué par les traces du maillage de diffusion

On définit l'espace discret $\mathcal{Q}_{h,ri}$ comme suit :

$$\mathcal{Q}_{h,ri} = \{q_{h,ri}^* \in \mathcal{L}^2(\Gamma_{qri}); q_{h,ri}^*|_{S_k} \in P_0(S_k), \forall S_k \in \mathcal{T}_{h,ri}\} \quad (4.45)$$

On note les fonctions de base éléments finis globales de cet espace $(\psi_i)_{1 \leq i \leq N_{h,ri}}$ et le vecteur des coordonnées du flux rayonnant dans cette base $q_{N_{h,ri}}$. Notons ici que la dimension de l'espace $N_{h,ri}$ est égal à N le nombre de surfaces S_k .

Partie diffusion du problème thermique L'équation de diffusion du problème thermique 4.43 discrétisée en espace pour les deux champs inconnus, est alors équivalente au problème matriciel suivant (en omettant la référence au temps t) :

$$\mathbf{C}_T \frac{\partial}{\partial t} \{T_{N_{h_T}}\} + [\mathbf{K}_T + \mathbf{C}\mathbf{V}_T + \mathbf{R}_T(T_{h_T})] \{T_{N_{h_T}}\} + \mathbf{R}\mathbf{I}_T \{q_{N_{h,ri}}\} - \mathbf{l}_T(t, T_{h_T}) = 0 \quad (4.46)$$

où \mathbf{C}_T est une matrice de capacité thermique, \mathbf{K}_T est une matrice de "rigidité thermique", $\mathbf{C}\mathbf{V}_T$ est une matrice de "rigidité thermique de convection", \mathbf{R}_T est une matrice de "rigidité thermique liée au rayonnement à l'infini", $\mathbf{R}\mathbf{I}_T$ est une matrice de "rigidité liée aux flux radiatifs dans la cavité" et \mathbf{l}_T est un vecteur donné, lié au chargement. Plus explicitement, on a :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C}_{T,ij} = \int_{\Omega} \rho c \phi_i \phi_j d\Omega \quad (4.47) \\ \mathbf{K}_{T,ij} = \int_{\Omega} k \nabla(\phi_i) \cdot \nabla(\phi_j) d\Omega \quad (4.48) \\ \mathbf{CV}_{T,ij} = \int_{\Gamma_{qc}} h \phi_i \phi_j d\Gamma \quad (4.49) \\ \mathbf{R}_{T,ij}(T_{h_T}) = \int_{\Gamma_{qr}} h_r(T_{h_T}) \phi_i \phi_j d\Gamma \quad (4.50) \\ \mathbf{RI}_{T,ij} = \int_{\Gamma_{qri}} \psi_i \phi_j d\Gamma \quad (4.51) \\ \mathbf{l}_{T,i}(t, T_{h_T}) = - \int_{\Omega} s(t) \phi_i d\Omega + \int_{\Gamma_q} \phi_0 \phi_i d\Gamma \\ \quad - \int_{\Gamma_{qc}} h T_f \phi_i d\Gamma - \int_{\Gamma_{qr}} h_r(T_{h_T}) T_{ext} \phi_i d\Gamma \quad (4.52) \end{array} \right.$$

En notant $\mathbf{K}_{T,eq}(T_{h_T}) = \mathbf{K}_T + \mathbf{CV}_T + \mathbf{R}_T(T_{h_T})$, on réécrit ce problème de manière plus compacte sous la forme :

$$\mathbf{C}_T \frac{\partial}{\partial t} \{T_{N_{h_T}}\} + \mathbf{K}_{T,eq}(T_{h_T}) \{T_{N_{h_T}}(t)\} + \mathbf{RI}_T \{q_{N_{h_{ri}}}\} - \mathbf{l}_T(t, T_{h_T}) = 0 \quad (4.53)$$

Partie rayonnement du problème thermique La partie rayonnement du problème thermique est caractérisée par les équations discrètes 4.44 écrites sur les éléments $S_{k(1 \leq k \leq N)}$ du maillage $\mathcal{T}_{h_{ri}}$.

Dans ces relations interviennent $\bar{T}_k(t)$, les températures des surfaces S_k , supposées être constantes sur chaque élément. Comme dans [HG08][EJ91][BF04], nous définissons ces températures comme les températures moyennes sur chaque élément S_k . On les calcule comme suit :

$$\bar{T}_k(t) = \frac{1}{|S_k|} \int_{S_k} T_{h_T}(t) dS \quad (4.54)$$

En introduisant l'opérateur moyenne \mathbf{M} tel que pour $1 \leq i \leq N_{h_{ri}}$ et pour $1 \leq j \leq N_{h_T}$ on a $\mathbf{M}_{ij} = \frac{1}{|S_i|} \int_{S_i} \phi_j dS$, on peut écrire 4.54 sous la forme matricielle suivante :

$$\{\bar{T}_{N_{h_{ri}}}\} = \mathbf{M} \{T_{N_{h_T}}\} \quad (4.55)$$

où $\bar{T}_{N_{h_{ri}}}$ est le vecteur des températures moyennes des surfaces S_k .

On définit les opérateurs \mathbf{A} et \mathbf{D} tel que pour $1 \leq i, j \leq N_{h_{ri}}$ on a $\mathbf{A}_{ij} = \delta_{ij} - F_{ij}(1 - \epsilon_j)$ et $\mathbf{D}_{ij} = (\delta_{ij} - F_{ij}) \epsilon_j \sigma \bar{T}_j^3$; ce qui permet de réécrire la relation 4.22 sous la forme matricielle suivante :

$$\mathbf{A} \{q_{N_{h_{ri}}}\} = \mathbf{D}(\bar{T}_{N_{h_{ri}}}) \{\bar{T}_{N_{h_{ri}}}\} \quad (4.56)$$

En y injectant 4.55, nous obtenons finalement l'expression suivante :

$$\mathbf{A} \{q_{N_{h_{ri}}}\} = \bar{\mathbf{D}}(T_{N_{h_T}}) \{T_{N_{h_T}}\} \quad (4.57)$$

où pour $1 \leq i \leq N_{h_{r_i}}$ et pour $1 \leq j \leq N_{h_T}$

$$\bar{\mathbf{D}}_{ij}(T_{N_{h_T}}) = \sum_{k=1}^{N_{h_{r_i}}} (\delta_{ik} - F_{ik}) \epsilon_k \sigma \left(\sum_{l=1}^{N_{h_T}} M_{kl} T_{N_{h_T,l}} \right)^3 M_{kj}$$

En définitive, le problème thermique complet, discrétisé en espace, est le suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{C}_T \frac{\partial}{\partial t} \{T_{N_{h_T}}\} + \mathbf{K}_{T,eq}(T_{h_T}) \{T_{N_{h_T}}\} + \mathbf{R}\mathbf{I}_T \{q_{N_{h_{r_i}}}\} - \mathbf{l}_T(t, T_{h_T}) = 0 & (4.58) \\ \mathbf{A} \{q_{N_{h_{r_i}}}\} = \bar{\mathbf{D}}(T_{N_{h_T}}) \{T_{N_{h_T}}\} & (4.59) \end{cases}$$

Ce problème est non linéaire vue la dépendance de certaines matrices de la température. Pour traiter ces non linéarités, on utilise la méthode de substitution, qu'on appelle également méthode itérative de Picard (e.g. [BF04][HG08][HMS10]).

Mais avant cela, ce problème est toujours continu en temps. Pour le discrétiser dans cette dimension, on utilise ici la méthode des différences finies (cf e.g. [MG80][Maj05]).

4.2.3 Discrétisation en temps

On suppose que l'intervalle de temps d'étude est discrétisé en un nombre fini $(f+1)$ instants $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1} < \dots < t_f = T_{max}$. On suppose que le pas de temps $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ est constant et on note T_n l'approximation de $T(t_n)$ et q_n l'approximation de $q(t_n)$ où $1 \leq n \leq f$. Pour la clarté, on omet la référence à la discrétisation en espace de ces champs.

Intéressons nous d'abord à l'équation 4.59 définissant les flux radiatifs dans la cavité. La discrétisation en temps de cette équation ne présente aucune difficulté particulière et on écrit pour pour tout t_n de l'intervalle de l'étude :

$$\mathbf{A}q_{n+1} = \bar{\mathbf{D}}(T_{n+1})T_{n+1} \quad (4.60)$$

Quant à la partie diffusion, l'équation 4.58 est une équation différentielle du premier ordre en temps, qui peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial t} T(t) = \mathbf{f}(t, T(t)) \quad (4.61)$$

Pour intégrer cette équation, nous utilisons la famille dite " θ -schémas". Explicitement, l'équation (4.61) est discrétisée par un schéma de différences finie, comme suit :

$$\frac{1}{\Delta t} (T_{n+1} - T_n) = \theta \mathbf{f}(t_{n+1}, T_{n+1}) + (1 - \theta) \mathbf{f}(t_n, T_n) \quad (4.62)$$

où θ est un paramètre de la méthode tel que $0 \leq \theta \leq 1$.

En appliquant cette procédure à l'équation 4.58, nous écrivons :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_T (T_{n+1} - T_n) = & \Delta t \times \theta [\mathbf{l}_T(t_{n+1}, T_{n+1}) - \mathbf{K}_{eq}(T_{n+1})T_{n+1} - \mathbf{R}\mathbf{I}_T q_{n+1}] \\ & + \Delta t \times (1 - \theta) [\mathbf{l}_T(t_n, T_n) - \mathbf{K}_{eq}(T_n)T_n - \mathbf{R}\mathbf{I}_T q_n] \end{aligned} \quad (4.63)$$

Il existe plusieurs choix du paramètre θ (cf [Jed06]). Les plus classiques sont :

1. $\theta = 0$ schéma d'Euler progressif (forward)
2. $\theta = 1$ schéma d'Euler régressif (backward)
3. $\theta = \frac{1}{2}$ schéma de Crank-Nicholson

Tous ces schémas sont consistants et d'ordre 1, excepté pour le schéma de Crank-Nicholson qui est d'ordre 2 (e.g. [RT98]). Pour $\theta \geq \frac{1}{2}$, ces schémas sont inconditionnellement stables. Par contre, pour $\theta < \frac{1}{2}$, ces schémas ne sont stables que si le pas de temps est inférieur à une certaine valeur critique fonction de l'inversion de la plus grande valeur propre du problème aux valeurs propres associé au problème 4.58.

Pour être efficace, nous adoptons pour la résolution du problème thermique une stratégie d'intégration temporelle avec une phase de prédiction et une phase de correction. La phase de prédiction s'appuie sur un schéma d'Euler progressif alors que la phase de correction utilise un schéma d'Euler régressif.

Pour la phase de prédiction, le schéma d'Euler progressif ($\theta = 0$) appliqué à l'équation (4.63) donne :

$$\mathbf{C}_T T_{n+1} = \mathbf{C}_T T_n + \Delta_t [\mathbf{l}_T(t_n, T_n) - \mathbf{K}_{eq}(T_n) T_n - \mathbf{R} \mathbf{I}_T q_n] \quad (4.64)$$

Si q_n est connu, la résolution de cette équation est immédiate si on utilise une des techniques de condensation de \mathbf{C}_T , puisqu'elle fournit alors un système diagonale permettant d'obtenir explicitement T_{n+1} en fonction de T_n .

Pour la phase de correction, le schéma d'Euler régressif ($\theta = 1$) appliquée à l'équation (4.63) donne :

$$[\mathbf{C}_T + \mathbf{K}_{eq}(T_{n+1})] T_{n+1} = \mathbf{C}_T T_n + \Delta_t [\mathbf{l}_T(t_{n+1}, T_{n+1}) - \mathbf{R} \mathbf{I}_T q_{n+1}] \quad (4.65)$$

Avec ce schéma, T_{n+1} est obtenue implicitement comme solution d'une équation non linéaire. Pour traiter la non-linéarité, nous utilisons, lors de la résolution du problème un algorithme de point fixe (appelé méthode de Picard également).

4.2.4 Méthode de résolution

La résolution du problème thermique complet, constitué des deux sous problèmes de diffusion et de rayonnement peut classiquement être réalisée de différentes manières (cf. e.g. [HG08][Ner04]) :

- une résolution par élimination,
- une résolution couplée ou monolithique,
- une résolution découplée ou séquentielle.

Nous présentons ici la résolution séquentielle utilisée par Syrthes¹ (cf. [I.R08]).

La résolution découplée traite à chaque itération le problème de diffusion et le problème de rayonnement de manière séquentielle. Les interactions sont vues comme des chargements transférés entre les deux problèmes en utilisant une technique de prédiction/correction (cf. la section 4.2.3).

On décrit maintenant les étapes de l'algorithme de résolution séquentielle :

1. code d'EDF utilisé pour la majorité de nos calculs thermiques

- A t_0 , on initialise T_0 avec les données initiales du problème et q_0 à 0.
- Pour faire avancer la solution de l'instant t_n à l'instant t_{n+1} , on détermine une prédiction de T_{n+1} , qu'on note T_{n+1}^p , en résolvant l'équation linéaire 4.64.
- Dans l'étape de correction, nous résolvons des équations non linéaires. C'est ici que nous utilisons la méthode de substitution (la méthode de Picard). Le principe de cette méthode itérative est de remplacer, à l'itération $k+1$, une matrice dépendante de la température T^{k+1} par celle calculée avec la solution de l'itération précédente T^k .
Le champ thermique prédit, T_{n+1}^p , permet l'initialisation de l'algorithme itératif ($T_{n+1}^0 = T_{n+1}^p$).
- A l'itération $k+1$ de l'algorithme, on commence par calculer le flux q_{n+1}^{k+1} en résolvant l'équation 4.60, qui s'écrit à cette itération comme :

$$\mathbf{A}q_{n+1}^{k+1} = \overline{\mathbf{D}}(T_{n+1}^{k+1})T_{n+1}^{k+1} \quad (4.66)$$

Ne disposant pas de T_{n+1}^{k+1} , on applique la méthode de Picard et on remplace cette équation par la suivante :

$$\mathbf{A}q_{n+1}^{k+1} = \overline{\mathbf{D}}(T_{n+1}^k)T_{n+1}^k \quad (4.67)$$

- Le flux radiatif calculé q_{n+1} est ensuite utilisé pour résoudre le problème de diffusion 4.65, qui s'écrit à cette itération comme :

$$[\mathbf{C}_T + \mathbf{K}_{eq}(T_{n+1}^{k+1})]T_{n+1}^{k+1} = \mathbf{C}_T T_n + \Delta_t [\mathbf{l}_T(t_{n+1}, T_{n+1}^{k+1}) - \mathbf{R}\mathbf{I}_T q_{n+1}^{k+1}] \quad (4.68)$$

En vertu de la méthode de Picard, on remplace cette équation par la suivante :

$$[\mathbf{C}_T + \mathbf{K}_{eq}(T_{n+1}^k)]T_{n+1}^{k+1} = \mathbf{C}_T T_n + \Delta_t [\mathbf{l}_T(t_{n+1}, T_{n+1}^k) - \mathbf{R}\mathbf{I}_T q_{n+1}^{k+1}] \quad (4.69)$$

Cette équation est linéaire et permet facilement le calcul du nouveau champ thermique T_{n+1}^{k+1} .

- Si le champ thermiques T_{n+1}^{k+1} est "suffisamment" proche de T_{n+1}^k , il y a convergence. Sinon, on passe à l'itération suivante et on recommence les étapes ci-dessus jusqu'à la convergence.

Les étapes de cet algorithme sont résumées dans le schéma 4.1.

Remarque 1 : A cause de la forte non linéarité des termes d'échange radiatif, il est souvent nécessaire d'introduire une étape d'amortissement numérique ("numerical damping") pendant la résolution itérative du problème de diffusion. Le principe de l'amortissement est de corriger la température calculée T_{n+1}^{k+1} en utilisant le résultat de l'itération précédente. La température corrigée s'écrit :

$$T_{n+1}^{k+1,c} = (1 - a)T_{n+1}^{k+1} + aT_{n+1}^k \quad (4.70)$$

où $a \in [0, 1]$, est appelé facteur d'amortissement.

Remarque 2 : La résolution des non linéarités de l'équation 4.65 a été réalisée ici avec un algorithme de point fixe, mais d'autres solutions existent, notamment, les algorithmes de type Newton-Raphson. Une comparaison des vitesses de convergence des différentes méthodes est présentée dans [BF04].

Algorithme 4.1 : Algorithme de résolution séquentielle(1) Initialisation de T_0 et de q_0 T_0 est une donnée du problème et q_0 est initialisé à 0(2) Résolution à l'instant t_{n+1} (T_n et q_n sont connus)

(a) Étape de prédiction : Résolution de l'équation 4.64

Obtention de T_{n+1}^p (l'exposant p fait référence à l'étape de prédiction)

(b) Étape de correction : (algorithme itérative de Picard)

(i) Initialisation en utilisant le champ prédit ($T_{n+1}^0 = T_{n+1}^p$ et $q_{n+1}^0 = q_n$)(ii) Résolution à l'itération $k+1$, (T_{n+1}^k et q_{n+1}^k sont connus)- Résolution de l'équation 4.67 (obtention de q_{n+1}^{k+1})- Résolution de l'équation 4.69 en utilisant T_{n+1}^k et q_{n+1}^{k+1} (obtention de T_{n+1}^{k+1})

(iii) Étape d'amortissement numérique, si nécessaire

(iv) Fin de la boucle d'itération

Si convergence atteinte ($\|T_{n+1}^{k+1} - T_{n+1}^k\| < \epsilon$) :

$$T_{n+1} \leftarrow T_{n+1}^{k+1}$$

$$q_{n+1} \leftarrow q_{n+1}^{k+1}$$

$$n \leftarrow n + 1 \text{ et aller à (2)}$$

sinon :

$$k \leftarrow k + 1 \text{ et ALLER A (2)(b)(ii)}$$

Remarque 3 : Une discrétisation fine de la frontière Γ_{qri} conduit naturellement à un nombre important de facteurs de forme F_{ij} à calculer lors de la résolution de l'équation de rayonnement. Or le calcul des facteurs de formes peut être laborieux et coûteux ; il faut donc choisir un algorithme efficace pour ce calcul afin de garantir une bonne performance globale du schéma numérique de résolution du problème thermique. Il existe plusieurs stratégies pour calculer les facteurs de forme (cf e.g. [Sha83]), mais ce point n'est pas abordé ici.

Pour réduire le coût potentiellement prohibitif du calcul des facteurs de formes, une discrétisation grossière de la frontière $\bar{\Gamma}_{qri}$ peut être réalisée, et couplée au maillage plus fin, utilisé pour la résolution du problème de diffusion (cf e.g. [L.R08]). On définit donc un nouveau maillage $(\omega'_i)_{1 \leq i \leq M}$, conforme au maillage de diffusion, tel que $\bar{\Gamma}_{qri} = \sum_{i=1}^M \omega'_i$ et tel que $M \ll N$. Cette stratégie est illustrée dans la figure 4.4.

Dans le cas où les maillages de diffusion et de rayonnement utilisés ne sont pas conformes, les intégrations demandent un soin particulier (e.g. [DR02a]).

Maintenant, nous avons tout les outils nécessaires à la modélisation des échanges thermiques. L'ensemble de ces éléments est utilisé pour le calcul du transfert thermique dans un mur, en briques alvéolés, exposé au feu.

4.3 Calcul du transfert thermique dans un mur en briques alvéolées

Dans la partie précédente de ce chapitre, nous avons abordé une modélisation suffisamment générique des problèmes thermiques qui nous a amené à, moyennant certaines hypothèses, la formulation d'un problème thermique à résoudre, intégrant différents phénomènes de transferts thermiques. Nous avons discrétisé en espace et en temps ce problème et décrit différents algorithmes de résolution.

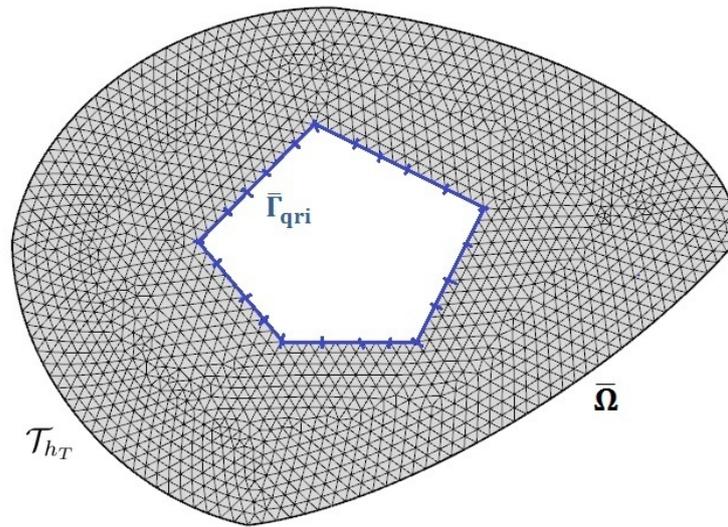


FIGURE 4.4 – Maillages de différentes finesses pour le traitement de la diffusion et du rayonnement

Dans cette partie, nous allons particulariser cette méthodologie au cas des murs en briques alvéolées soumis à un feu sur une de ses faces, dans les conditions des essais au feu décrites au chapitre 2. Nous discutons des questions délicates du choix des "bonnes" conditions aux limites à appliquer sur les différentes parties au bord du domaine occupé par une brique ou un mur en briques. Pour alimenter ou justifier certains de ces choix, nous nous appuyons sur les mesures expérimentales menées dans le cadre de la thèse. Nous nous interrogeons sur l'importance des phénomènes de transfert impliqués dans la problématique considérée, en particulier, sur les rôles joués par la convection et le rayonnement dans les alvéoles.

Nous discutons également de l'influence de l'architecture de la brique et des paramètres géométriques sur le processus de transfert thermique.

Nos discussions sont systématiquement éclairées par des résultats de simulations numériques, dont les résultats sont toujours comparés aux mesures expérimentales, qui servent également à calibrer notre modèle numérique.

4.3.1 Choix des conditions aux limites

On souhaite modéliser le transfert thermique dans un mur en briques, durant un essai feu, selon le protocole expérimental décrit dans le chapitre 2. La configuration du mur, pendant ce type d'essai, est rappelée par le schéma 4.5.

Pour bien représenter la réalité expérimentale, nous devons bien choisir les conditions aux limites à appliquer sur le mur au niveau de ses différentes interfaces, qu'elles soient les interfaces entre les éléments qui le composent (i.e. les interfaces brique/brique et brique/mortier) ou les interfaces avec le milieu extérieur.

Pour nous simplifier la tâche, nous choisissons pour l'aspect thermique de modéliser le mur avec un seul matériau, la terre cuite. Ce choix se justifie par le fait qu'à l'état durci, le mortier-colle présente des propriétés thermiques très proches de celles de la terre cuite. En particulier, la conductivité thermique des deux matériaux vaut en moyenne $0.5 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ (cette valeur pouvant varier d'un échantillon à un autre). Ce choix permet d'alléger la modélisation sans nuire à l'intérêt des résultats.

Les interfaces entre les briques voisines sont supposées être des interfaces thermiques

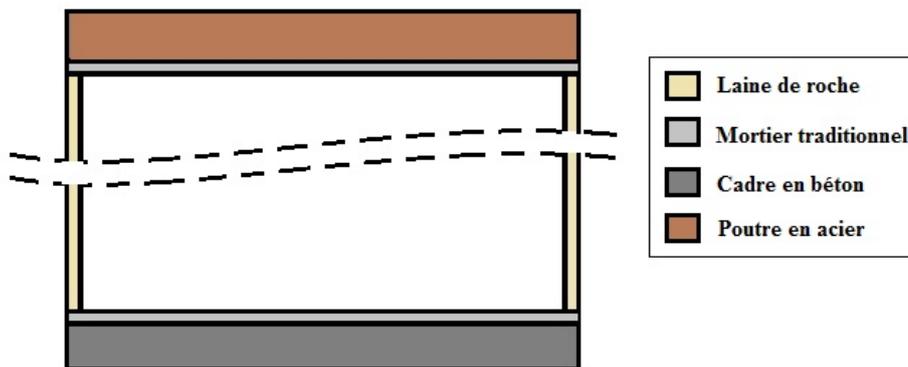


FIGURE 4.5 – Configuration du mur lors d'un essai feu

parfaites, c'est-à-dire que le champ de température et le champ flux normal de chaleur sont continus à travers ces interfaces.

Revenons à l'échelle de la maquette d'essai et examinons l'environnement de chacune des parties du mur pour choisir les bonnes conditions thermiques aux limites, représentatives de la réalité. Notre démarche a consisté à observer les conditions expérimentales et tirer profit d'une instrumentation par des capteurs au cours des essais feu (cf. chapitre 2).

4.3.1.1 Face avant

La face avant du mur est initialement protégée par une couche de doublage en plâtre et en PSE. Le tout est exposé au feu des brûleurs avec une évolution donnée de la température dans le four (Température ISO). Ce doublage permet de prémunir le mur de l'élévation rapide de la température dans le four. Une modélisation du comportement thermique du doublage pose plusieurs difficultés :

- Les deux composants du doublage, le plâtre et le PSE, subissent des transformations chimiques importantes pendant leur exposition au feu et l'évolution des propriétés thermiques du doublage avec l'élévation de la température n'ont pas été étudiées dans ces travaux de thèse.
- L'essai expérimental montre une chute du doublage après une quinzaine de minutes du début de l'essai en moyenne. Le calcul thermique devrait donc être mené sur deux phases.
- Le comportement thermique de l'interface doublage/mur doit être renseigné.

Pour contourner ces difficultés, nous choisissons, plutôt que de modéliser l'assemblage mur/doublage, de modéliser uniquement le mur et de reproduire l'exposition de sa face avant au feu, en exploitant la température mesurée expérimentalement sur cette face durant l'essai, y compris la phase précédent la chute du doublage (ne disposant du champ thermique initial dans la brique au moment de la chute du doublage). Rappelons que cette température est mesurée par le thermocouple T8 (cf. figure 4.26).

4.3.1.2 Face arrière

La face arrière du mur est en contact avec le milieu extérieur au four, qu'on suppose rester à la température ambiante initiale. La condition que nous considérons sur cette face est alors une condition d'échange convectif avec le milieu ambiant. Cette condition peut être enrichie par un terme de type rayonnement à l'infini. Cependant, ce dernier peut être négligé devant le terme convectif lorsque la température sur la face arrière du mur reste proche de la température ambiante, ce qui est le cas d'après les mesures réalisées durant l'essai feu.

4.3.1.3 Bords latéraux

Les bords latéraux du mur sont isolés du cadre par une couche de laine de roche. Ce matériau, de conductivité thermique comprise entre 0.03 et $0.04 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, est très isolant. On choisit une condition de flux thermique nul sur ces bords.

4.3.1.4 Faces inférieure et supérieure

La face inférieure du mur à tester est habillée d'une couche de mortier traditionnel liée au cadre en béton. Les échanges thermiques au niveau de ce bord permettent d'évacuer la chaleur et de réduire par conséquent, le chargement thermique subi par le mur. Cependant, cette évacuation paraît beaucoup trop lente vue la faible conductivité thermique du mortier traditionnel et vue l'élévation rapide de la température dans le four. Dès lors, on pourrait supposer que les échanges thermiques au niveau de cette face sont négligeables et que ce bord est adiabatique.

Ce choix de représentation des conditions limites au niveau de la face inférieure est examiné dans la section 4.3.2 par le biais de deux calculs numériques préliminaires.

La face supérieure du mur est habillée d'une couche de mortier traditionnel, sur laquelle est posée la barre de répartition de l'effort mécanique. De manière similaire au cas précédent, une condition de bord adiabatique est retenue, suite à des calculs menés dans le paragraphe 4.3.2.

Avec ce choix de conditions aux limites, le problème de transfert thermique de la chaleur dans un mur en briques, exposé au feu, est désormais bien défini et peut être résolu numériquement.

Cependant, nous n'allons pas travailler dans ce chapitre sur un mur entier mais uniquement sur une brique. Ceci est motivé principalement par des considérations de coûts numériques. Notre travail, s'inscrivant dans le cadre d'aide à la conception des briques, nécessite plusieurs itérations pour chaque architecture de brique testée. Notons par ailleurs, qu'en raison de la géométrie "quasi- périodique" du mur, le calcul d'une brique seule donne beaucoup d'informations sur le transfert thermique de la chaleur dans le mur, loin de ses bords.

4.3.2 Transfert thermique dans une brique alvéolée

Lors de la propagation de la chaleur à travers une brique alvéolée, les différents modes de transferts thermiques entrent en jeu, à savoir la conduction, la convection et le rayonnement. La figure 4.6 schématise les zones où intervient chaque phénomène dans la section horizontale d'une cellule alvéolée, représentative d'une brique.

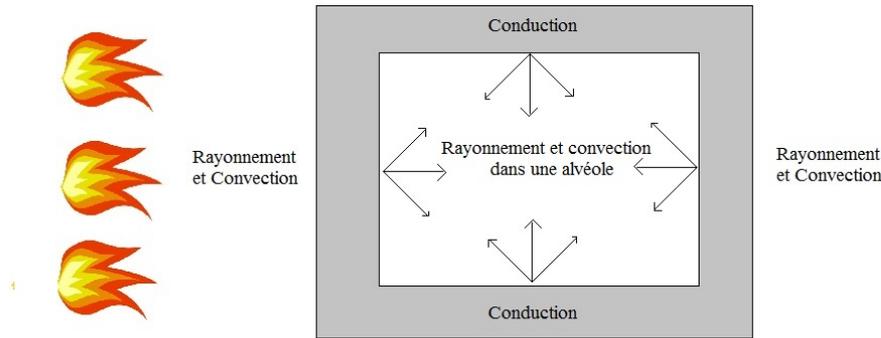


FIGURE 4.6 – Schématisation du transfert thermique dans une brique

Nous examinons, à l'aide de plusieurs calculs numériques, les rôles joués par les phénomènes de convection et de rayonnement à l'intérieur des alvéoles.

Pour ces calculs, réalisés sur une brique seule, nous choisissons d'utiliser les conditions aux limites retenues pour le calcul du mur :

- sur la face avant : nous imposons une température donnée (égale à la température mesurée par le thermocouple T8 durant l'essai feu).
- sur la face arrière, on impose un échange convectif avec le milieu extérieur.
- sur les faces latérales, des flux thermiques nuls sont imposés.
- sur les faces inférieure et supérieure de la brique, des conditions de flux nuls sont adoptées.

Afin de vérifier la validité d'adopter un bord adiabatique sur la face inférieure de la brique, nous comparons les résultats numériques obtenus avec ce choix, aux résultats numériques donnés par une modélisation intégrant une couche de mortier et de béton. Dans ce modèle, toutes les interfaces présentes sont supposées être des interfaces thermiques parfaites.

La figure 4.7 montre deux snapshots du champ thermique dans la brique à $t = 30\text{min}$, pour les deux conditions aux limites considérées, sachant que pour le deuxième calcul, le champ thermique dans les couches du mortier et du béton est aussi représenté.

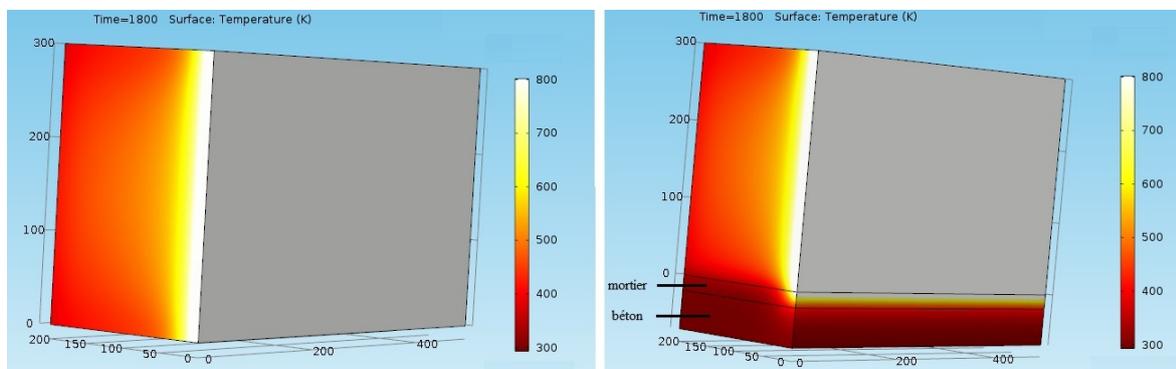


FIGURE 4.7 – Snapshots du champ thermique à 30 minutes

Les résultats du deuxième calcul montrent une couche limite thermique en bas de la brique, de faibles dimensions. En s'éloignant de cette zone, les résultats des deux cal-

culs sont quasi-identiques.

A la lumière de ces résultats, nous jugeons que la condition de bord inférieure adiabatique est valide ; elle est utilisée dans la suite des calculs.

La même démarche a été suivie pour comparer les résultats obtenus avec une condition de bord adiabatique au niveau de la face supérieure du mur, aux résultats d'une modélisation complète, incluant la couche de mortier et la barre de répartition de l'effort. La figure 4.8 montre deux snapshots du champ thermique dans la brique à $t = 30\text{min}$ pour les deux conditions aux limites considérées, sachant que pour le deuxième calcul, le champ thermique dans la couche du mortier et la poutre de répartition est aussi représenté.

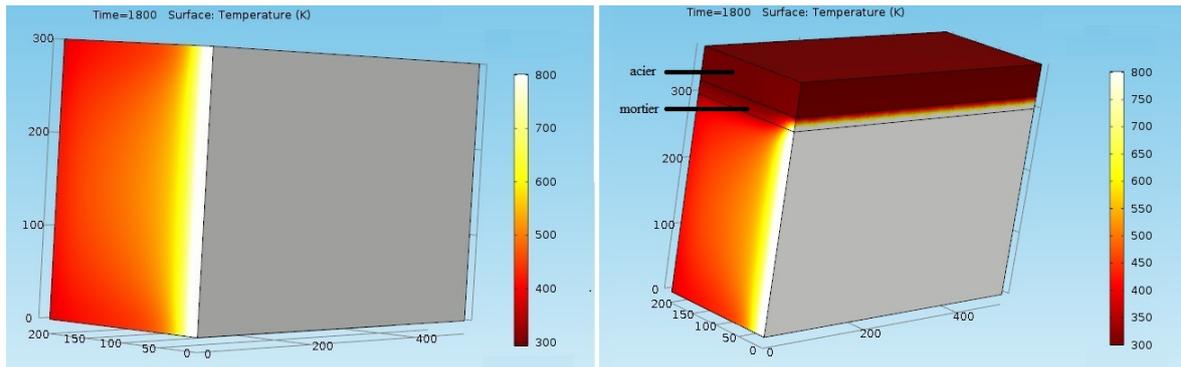


FIGURE 4.8 – Snapshots du champ thermique à 30 minutes

De manière similaire que pour la face du bas, la condition de bord adiabatique pour la face supérieure de la brique peut être jugée acceptable.

4.3.2.1 Rôle de la convection naturelle dans les alvéoles

Si on suppose que l'air contenu dans chaque alvéole y reste piégé, le phénomène de convection correspond à un problème d'écoulement non isotherme dans une cavité aux parois verticales différentiellement chauffées.

Considérons une cavité rectangulaire, de hauteur H et de largeur L , dont les deux parois verticales sont portées à des températures T_+ et T_- différentes alors que ses parois horizontales sont supposées adiabatiques (cf la figure 4.9).

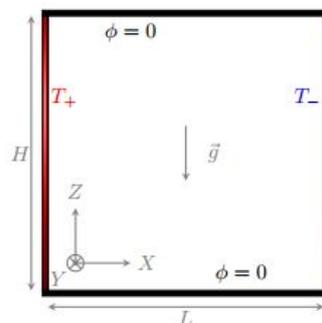


FIGURE 4.9 – Cavité aux parois verticales différentiellement chauffées

La différence de température entre la source chaude, T_+ , et la source froide, T_- , même faible, entraîne une mise en mouvement du fluide par convection naturelle. L'air subit une ascension le long de la paroi chaude avant d'impacter la paroi haute puis redescendre en suivant la paroi froide. Se crée alors une recirculation au milieu de la cavité avec une zone morte au centre.

Les travaux de Eckert en 1961 [EC61] suivis de ceux de Newell [NW69] quelques années plus tard furent parmi les premiers à relever les différents régimes d'écoulements, laminaires ou turbulents, qui s'établissent dans la cavité.

La résolution du problème de convection naturelle nécessite la résolution de l'équation de chaleur dans la phase fluide, dont la forme locale s'écrit comme suit :

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T(t)}{\partial t} + \mathbf{v}(t) \cdot \nabla T(t) \right) - \nabla \cdot (k \nabla T(t)) - s(t) = 0 \quad (4.71)$$

où $\mathbf{v}(t)$ désigne le champ de vitesse dans la phase fluide.

Pour résoudre ce problème, cette équation doit être associée à l'équation de Navier-Stockes et à l'équation de conservation de matière, rappelées ci-dessous :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}(t)}{\partial t} + \rho (\mathbf{v}(t) \cdot \nabla) \mathbf{v}(t) = \nabla [-p(t) \mathbf{I} + \mu (\nabla \mathbf{v}(t) + (\nabla \mathbf{v}(t))^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{v}(t)) \mathbf{I}] + \rho \mathbf{g} \quad (4.72)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}(t)) = 0 \quad (4.73)$$

où \mathbf{g} correspond à l'accélération de la pesanteur, $p(t)$ désigne le champ de pression dans le fluide et μ désigne sa viscosité dynamique.

Pour résoudre ce système d'équations, il faut d'abord déterminer si le régime d'écoulement considéré est laminaire ou turbulent. Ceci est fait grâce au nombre de Grashof. Le nombre de Grashof, noté Gr , est défini comme le rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Il sépare le régime d'écoulement laminaire (qui correspond à Gr inférieur à 10^8) du régime turbulent (qui correspond à Gr supérieur à 10^9). Il s'exprime comme :

$$Gr = \frac{g \beta (T_+ - T_-) L^3}{\nu^2} \quad (4.74)$$

où β est le coefficient de dilatation thermique, L la largeur de la cavité et ν est la viscosité cinématique de l'air.

Dans notre application industrielle, nous calculons un $Gr < 10^5$; l'écoulement de l'air dans les alvéoles est donc laminaire.

Le problème, auquel on aboutit, est un problème d'écoulement laminaire non isotherme d'un fluide dans une cavité. La résolution de ce problème est détaillée dans [PTA12] et ne sera pas abordé ici. Nous présentons directement les résultats numériques.

On considère une alvéole de 5 cm de largeur et 10 cm de hauteur, séparant deux parois de 1 cm de terre cuite (cf figure 4.10). On suppose que l'air y est piégé.

Les champs de température et de vitesse sont calculés en considérant une température T_+ montée à 1000 K sur la face extérieure de la première paroi. Ce calcul tient compte de la conduction dans la terre cuite et de la convection et du rayonnement dans la cavité.

Les paramètres utilisés pour cette simulation numérique sont regroupés dans le tableau 4.1. Sauf mention contraire, ces valeurs sont utilisées dans tous les calculs thermiques qui suivent dans ce document .

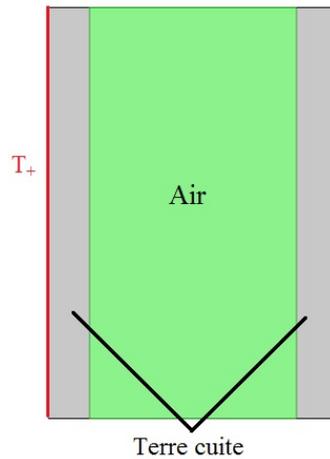


FIGURE 4.10 – Problème couplant écoulement de fluide et transfert thermique

$T_{ini} (^{\circ}\text{C})$	$T_{ext} (^{\circ}\text{C})$	$h (\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1})$	$\rho (\text{kgm}^{-3})$	$cp (\text{Jkg}^{-1}\text{K}^{-1})$	$\lambda (\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1})$	ϵ
20	20	20	1800	870	0.5	0.9

TABLE 4.1 – Les valeurs numériques utilisés dans le calcul

La figure 4.11 montre les isovaleurs du champ de température et la distribution du champ de vitesse dans la cavité, représentée par des flèches.

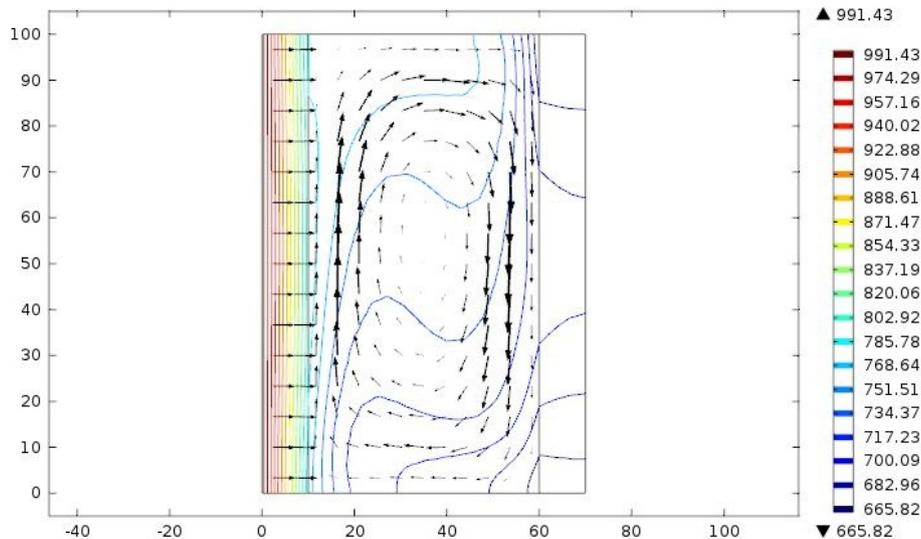


FIGURE 4.11 – Isovaleurs du champ thermique et distribution de vitesses dans la cavité

Afin d'évaluer la contribution de la convection dans notre problème de transfert thermique, les résultats obtenus par ce premier calcul sont comparés aux résultats d'un modèle dépourvu de convection. Sur la figure 4.12, la distribution du champ thermique dans l'épaisseur de l'alvéole à sa mi-hauteur est donnée pour les deux calculs.

Sur la partie terre cuite, les courbes de température obtenues sont quasiment superposées. Elles enregistrent des différences uniquement sur la zone remplie d'air.

Ce résultat montre que la convection naturelle dans les alvéoles ne joue qu'un rôle mineur sur le transfert thermique dans les briques exposées au feu.

En négligeant ce phénomène, nous évitons la résolution de l'équation de Navier-Stokes et son couplage à l'équation de chaleur. Ceci permet d'alléger le coût de la résolution

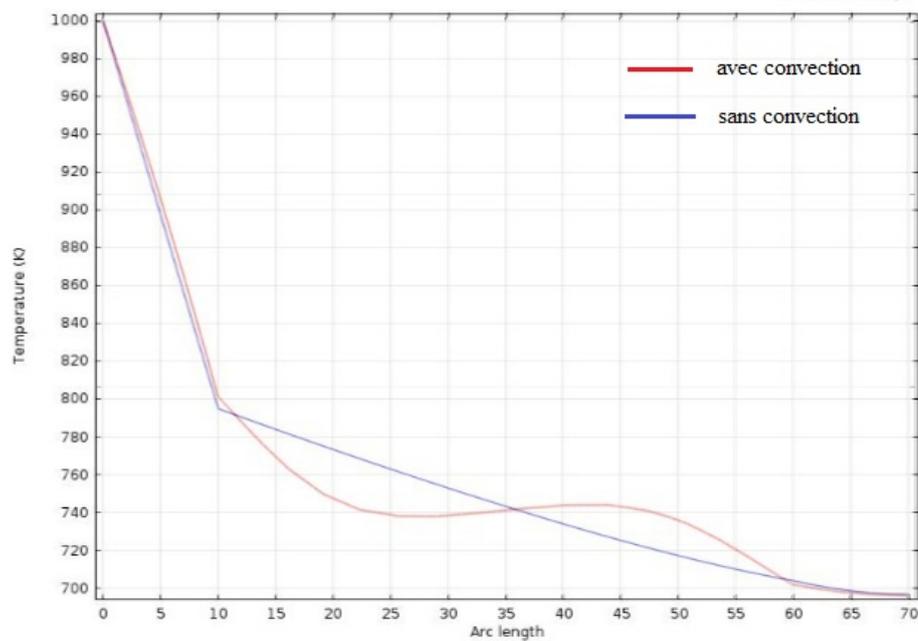


FIGURE 4.12 – Comparaison entre champs thermiques à mi-hauteur de l'alvéole

numérique du problème.

4.3.2.2 Rôle du rayonnement dans les alvéoles

Les premiers tests numériques sont réalisés sur une brique "générique", dont la section horizontale est schématisée sur la figure 4.13 (la brique étant obtenue par une extrusion orthogonale de cette section). On désigne par parois les séparations dont les traces sont horizontales dans la section de la brique, et par cloisons celles dont les traces sont verticales. Par ailleurs, les parois sont numérotées de 1 à 5, en partant de la paroi exposée au feu et les cloisons sont numérotées de 1 à 7, en partant de la gauche vers la droite (cf. figure 4.13).

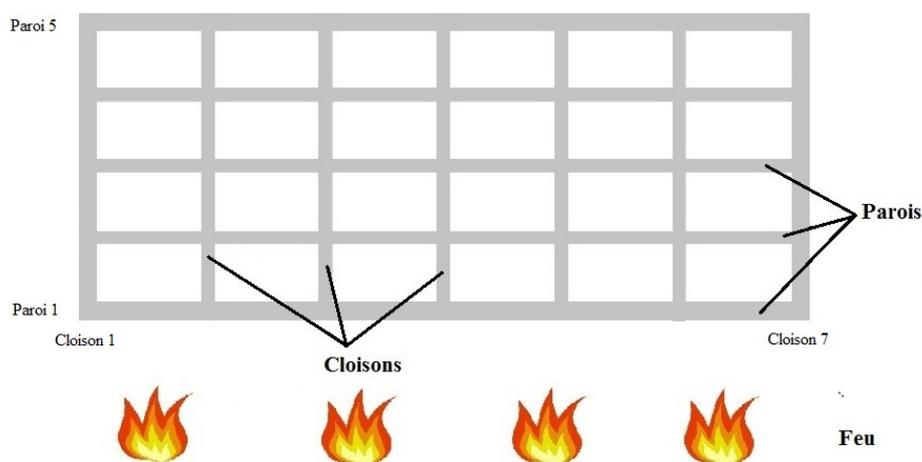
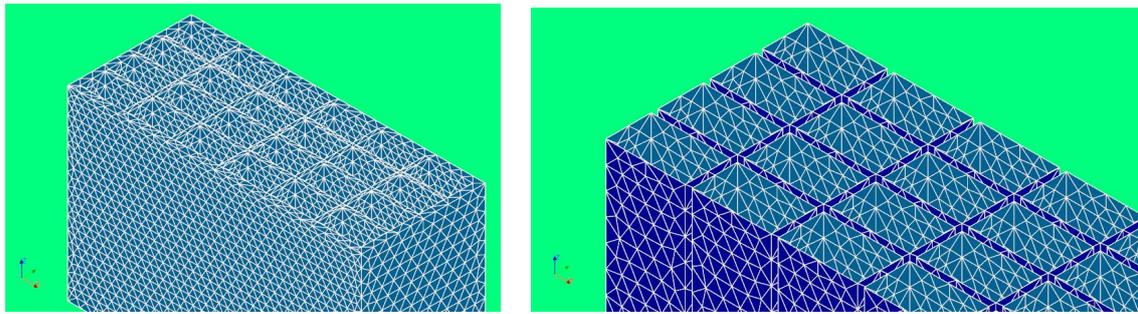


FIGURE 4.13 – Section d'une brique générique

Cette géométrie, extrudée, est maillée avec des éléments tétraédriques. Sur la figure 4.14, nous montrons les maillages de conduction et de rayonnement utilisés. Notons qu'ici, le maillage de rayonnement est construit à partir des traces du maillage de conduction.



(a) Maillage pour la conduction

(b) Maillage pour le rayonnement

FIGURE 4.14 – Maillages pour le calcul de la brique générique

Pour juger de l'importance du rayonnement dans les alvéoles, deux calculs ont été réalisés : le premier traite de la conduction pure alors que le deuxième tient compte également du rayonnement dans les alvéoles.

Commençons d'abord par examiner le calcul sans rayonnement. Sur la figure 4.15, sont présentés deux snapshots du champ thermique dans la brique à $t = 15min$ et à $t = 30min$.

Après 30 minutes d'exposition, l'élévation de la température dans la brique ne concerne

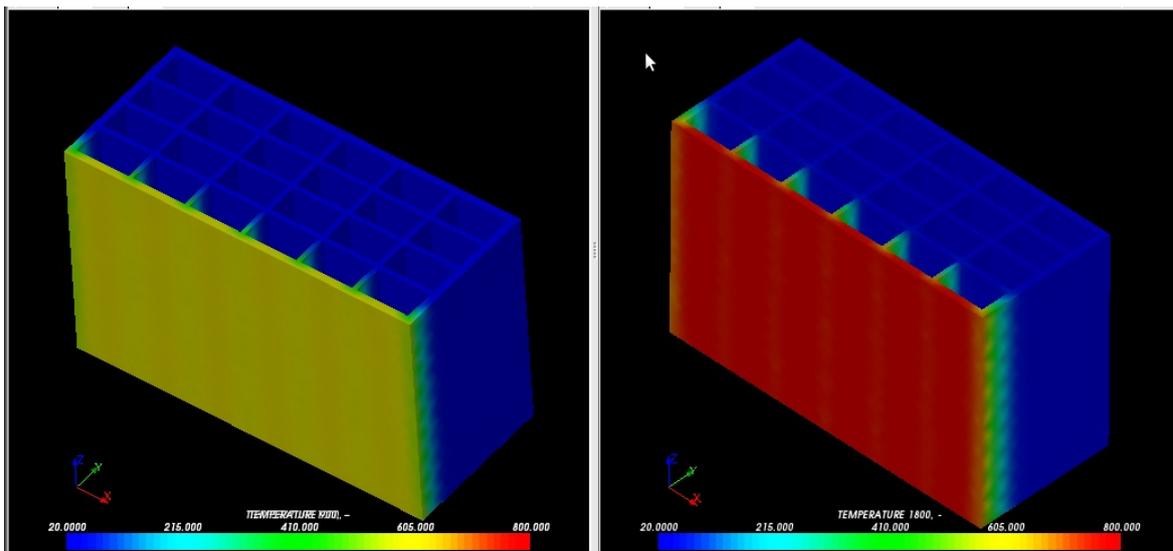


FIGURE 4.15 – Snapshots du champ thermique à 15 et 30 minutes

que la première paroi, le reste de la brique n'a pas véritablement été atteint par cette élévation. Ceci s'explique par le fait que le phénomène de diffusion thermique dans un milieu peu conducteur tel que la terre cuite, se caractérise par un long temps de diffusion. Pour mieux se rendre compte de ces temps de diffusion, les courbes de la figure 4.16 illustrent la propagation de la chaleur au milieu de la cloison centrale (cloison 4) de t_0 à $t=30min$.

Ces courbes sont caractérisées par une localisation de l'élévation de température à proximité de la face exposée. La température chute très rapidement en s'éloignant de cette zone.

Ce même constat peut être retrouvé en examinant les courbes de la température au milieu des différentes parois de la brique à $t=30min$ (figure 4.17).

On note que les parois 3, 4 et 5 restent quasiment à la température initiale (et que les courbes, les représentant, sont superposées).

Les courbes de température des deux premières parois présentent une forme ondulante.

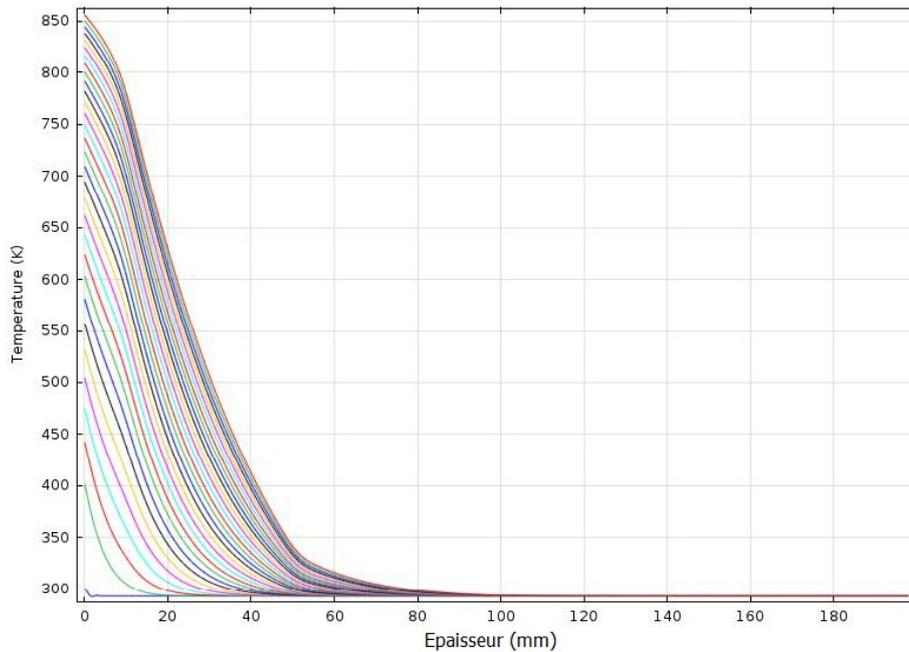
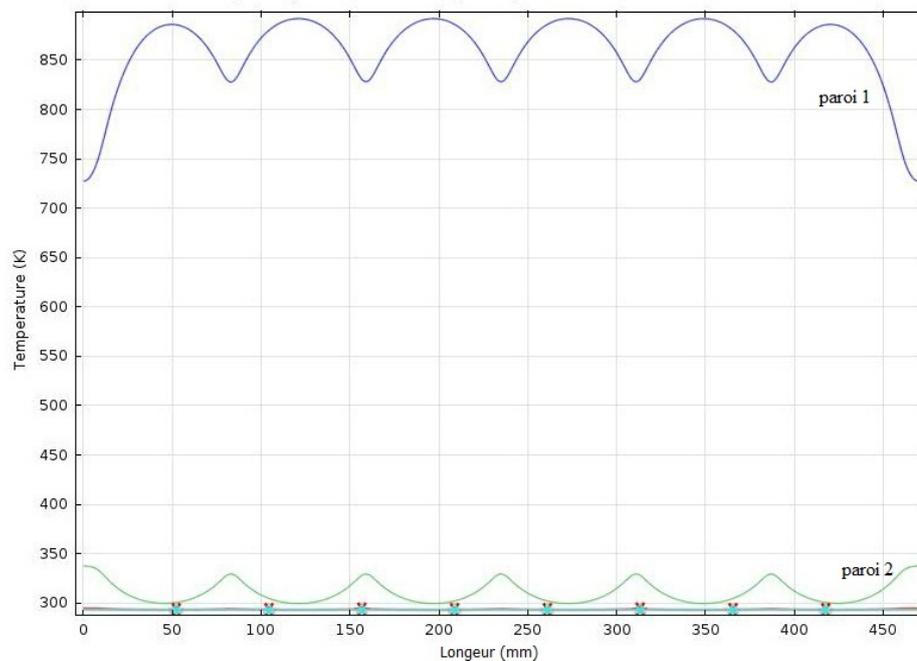


FIGURE 4.16 – Températures enregistrées dans la cloison centrale toutes les minutes

FIGURE 4.17 – Champ thermique dans les parois à $t=30$ min

Pour la première paroi, la courbe de température alterne une forme concave au niveau des alvéoles et une forme convexe au niveau des croisement avec les cloisons. Pour la deuxième paroi, cette tendance est inversée (forme convexe au niveau des alvéoles et forme concave au niveau des cloisons). Ces formes sont le résultat d'un transfert de chaleur qui se produit exclusivement par conduction au niveau des cloisons.

On présente maintenant les résultats numériques obtenus pour le même cas test ; le seul changement est que l'on tient compte du rayonnement dans les alvéoles. La figure 4.18 montre deux snapshots du champ thermique dans la brique à 15 et 30 minutes.

Les profils de températures obtenus sont très différents de ceux du premier calcul. Sur la même période de temps, la chaleur s'est propagée jusqu'à la troisième paroi. Les échanges radiatifs, s'effectuant à la vitesse de la lumière dans les alvéoles, accélèrent

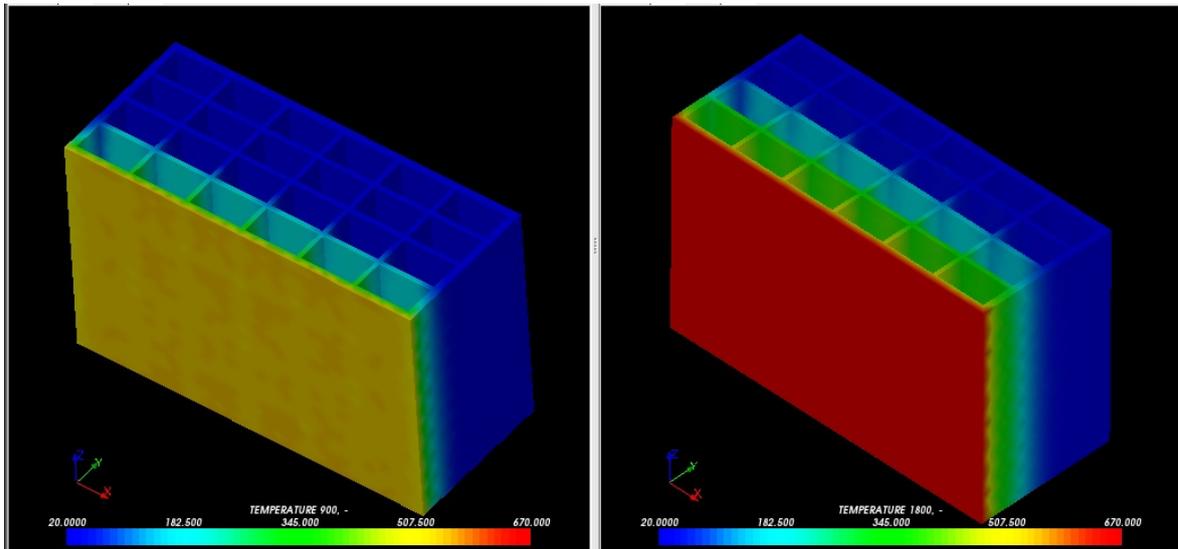


FIGURE 4.18 – Snapshots du champ thermique à 15 et 30 minutes

considérablement la propagation de la chaleur dans la brique.

Pour mieux se rendre compte de cette propagation, nous avons représenté sur la figure 4.19 les courbes de température dans la cloison centrale, de t_0 à $t=30$ min.

Ces courbes, comme pour le premier calcul, sont décroissantes. Cependant, la chute de

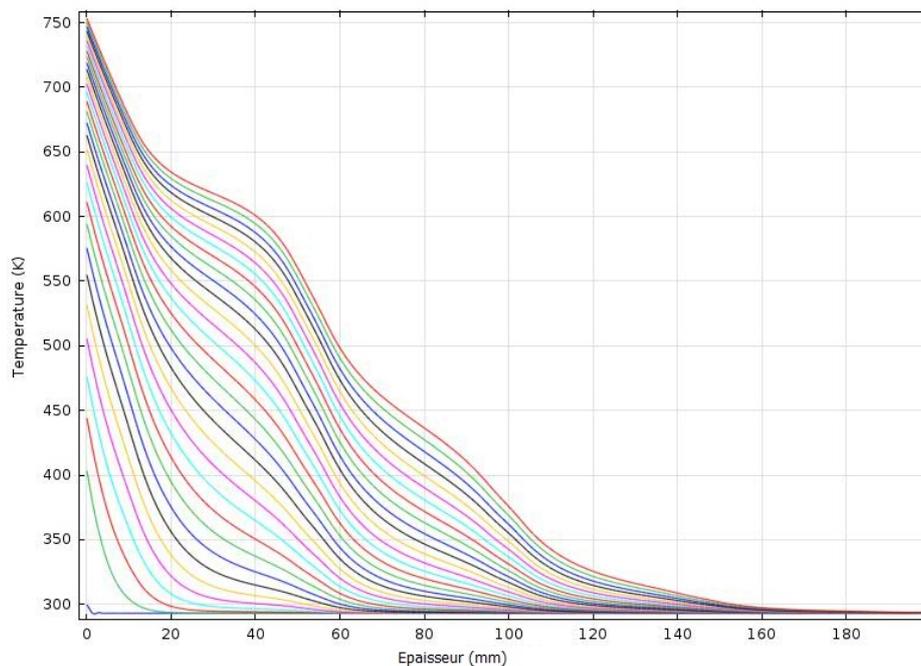
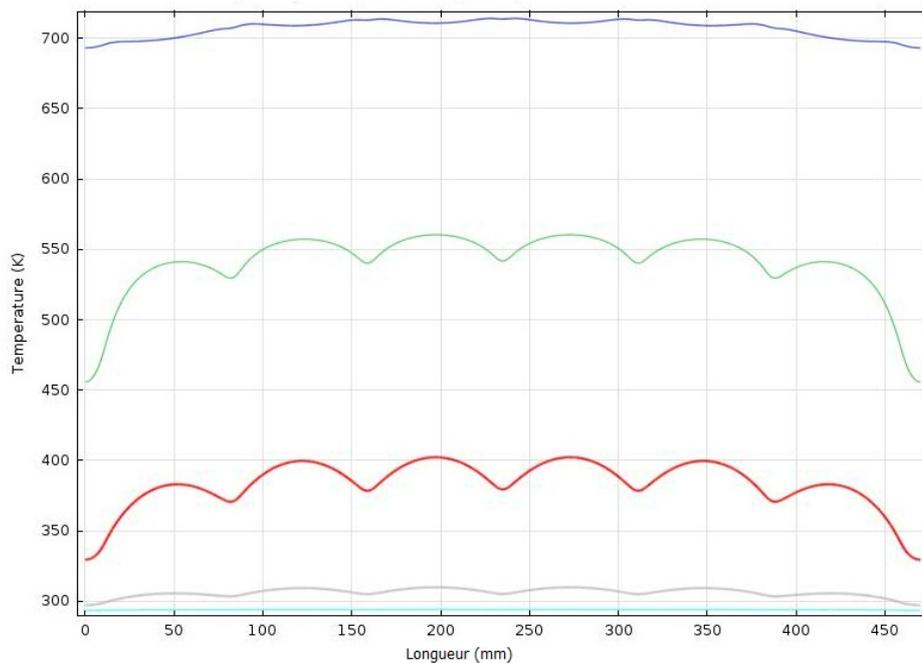


FIGURE 4.19 – Températures enregistrées dans la cloison centrale toutes les minutes

température, de la paroi exposée au feu vers les parois internes, est beaucoup plus lente. Nous observons également plusieurs points d'inflexion sur ces courbes. Ceci est causé par l'existence des deux régimes de diffusion (conduction et rayonnement), s'effectuant à deux vitesses différentes.

La figure 4.20 montre le champ de température dans les différentes parois à $t=30$ min. Les courbes des premières parois présentent des formes ondulantes, comme au premier calcul.

En revanche, l'alternance est, cette fois, inversée. Sur la première paroi, la température est plus élevée au niveau des croisements avec les cloisons et plus faible au niveau des alvéoles. En ces zones, le rayonnement évacue la chaleur plus rapidement. Sur la

FIGURE 4.20 – Champ thermique dans les parois à $t=30$ min

deuxième paroi, les zones proches des alvéoles sont plus chaudes, car la chaleur y arrive plus rapidement par rayonnement.

Ces résultats numériques montrent le rôle important joué par le rayonnement dans le processus de transfert thermique dans une brique alvéolée exposée au feu. Les échanges radiatifs accélèrent la propagation de la chaleur, mais de manière non uniforme à cause, notamment, des facteurs de forme. Ceci a un impact notable sur la répartition des contraintes thermo-mécaniques dans la brique. Cet aspect est étudié dans le chapitre 5. Avant cela, nous étudions, avec le modèle thermique présenté, l'influence de l'architecture de la brique sur le transfert thermique, qui s'y opère, lors de son exposition au feu. Ceci s'inscrit dans le cadre de notre démarche globale, d'aide à la conception des briques par voie de simulation numérique.

4.3.2.3 Influence de l'architecture de la brique sur le transfert thermique

En restant avec des briques alvéolées à parois et cloisons minces (pour des raisons de poids), le transfert thermique dans ce type de briques, à hautes températures, est principalement contrôlé par les échanges radiatifs dans les alvéoles. Or, la forme des alvéoles peut grandement influencer ces échanges radiatifs. Rappelons que l'expression de ces derniers (cf équation 4.21) fait intervenir les facteurs de formes, des coefficients directement liés à la géométrie des cavités. Par conséquent, les paramètres géométriques donnent des leviers pour piloter les transferts thermiques par rayonnement entre parois et cloisons. Ces paramètres sont à optimiser pour favoriser ou défavoriser le rayonnement.

La détermination des facteurs de forme, pour des surfaces quelconques, est laborieuse. On a généralement recours soit à des abaques soit à des algorithmes numériques. Mais, pour certaines géométries simples, il est possible d'obtenir des solutions analytiques. C'est le cas si on se limite à l'étude des alvéoles de forme parallélépipédiques.

On considère une alvéole parallélépipédique de côtés a , b et c , comme représentée sur la figure 4.21.

En notant $X = \frac{a}{c}$ et $Y = \frac{b}{c}$, le facteur de forme F_{13} , qui caractérise la partie du

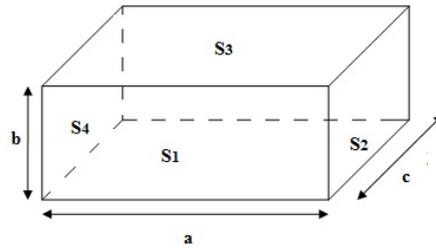


FIGURE 4.21 – Schéma d'une alvéole parallélépipédique

rayonnement émis par la surface S_1 , interceptée par la surface S_3 , peut se mettre sous la forme (cf [Rit82]) :

$$F_{13} = \frac{1}{2\pi XY} (f(2X, 2Y) - f(2X, 0) - f(2Y, 0)) \quad (4.75)$$

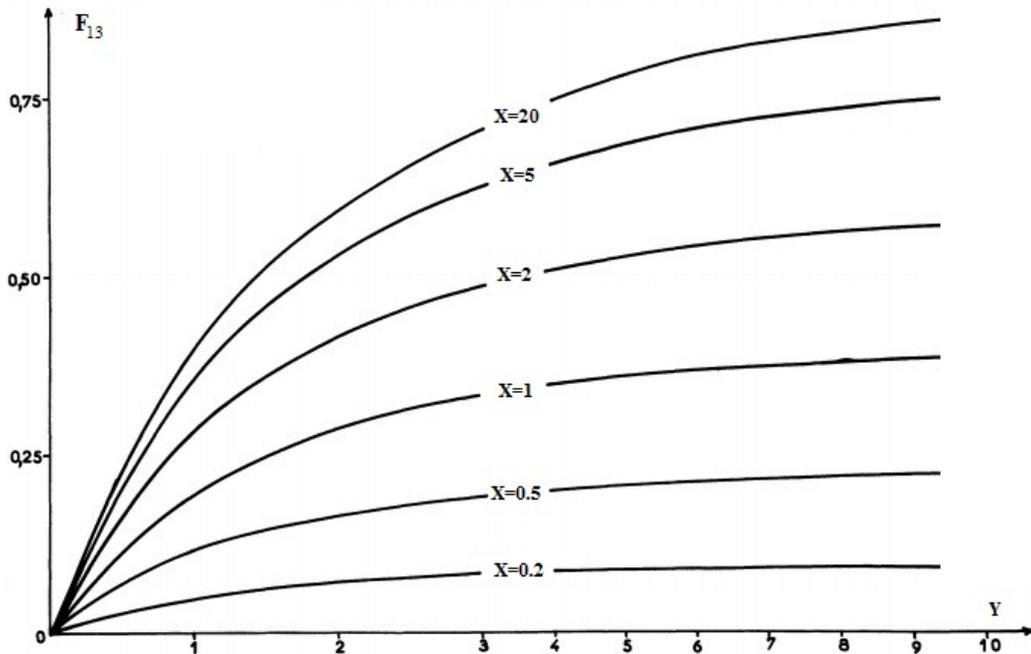
où f est une fonction de \mathcal{R}^2 dans \mathcal{R} tel que $\forall (u, v) \in \mathcal{R}^2$:

$$f(u, v) = u\sqrt{v^2 + 1} \arctan\left(\frac{u}{\sqrt{v^2 + 1}}\right) + v\sqrt{u^2 + 1} \arctan\left(\frac{v}{\sqrt{u^2 + 1}}\right) - \frac{1}{2} \ln(u^2 + v^2 + 1) \quad (4.76)$$

Remarquons que X et Y jouent le même rôle dans l'expression de F_{13} .

Sur la figure 4.22, des courbes du facteur de forme F_{13} en fonction de X et Y sont données.

Ces courbes montrent que F_{13} s'approche de 1 quand X et Y deviennent grands. Si

FIGURE 4.22 – Le facteur de forme F_{13} en fonction de X et Y

on suppose que b , la hauteur de l'alvéole, est fixée, les échanges radiatifs dans l'alvéole sont importants dès que $a \gg c$. Ce premier résultat peut être vérifié facilement, en calculant la propagation de la chaleur dans des alvéoles présentant des élancements différents.

Nous nous intéressons maintenant au transfert thermique dans des briques de géométrie complexe, à savoir la brique Costo et thermo+, élaborées par notre partenaire industriel. La figure 4.23 donne les sections de ces deux produits, ainsi que les plans de coupes selon lesquels le champ thermique est relevé (les lignes rouges sur les schémas).

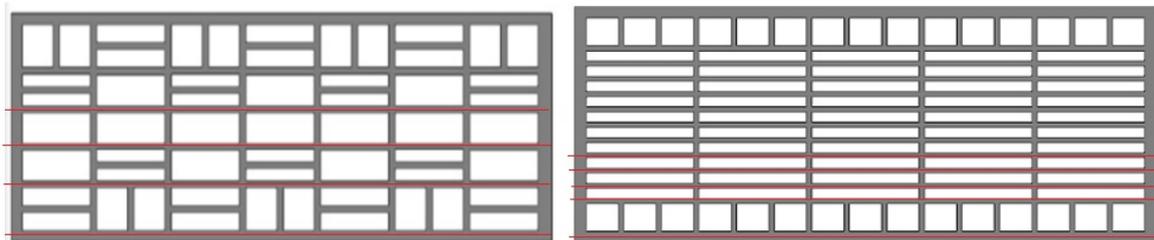


FIGURE 4.23 – Section des briques costo (à gauche) et thermo+ (à droite)

Les deux architectures sont très différentes en termes de disposition des alvéoles et leurs dimensions. Le comportement thermique est potentiellement différent, ce qui pourrait, en partie, expliquer la différence entre les tenues au feu des deux produits. Les courbes de la figure 4.24 donnent l'avancement de la chaleur dans les cloisons centrales des deux briques à $t=30$ min.

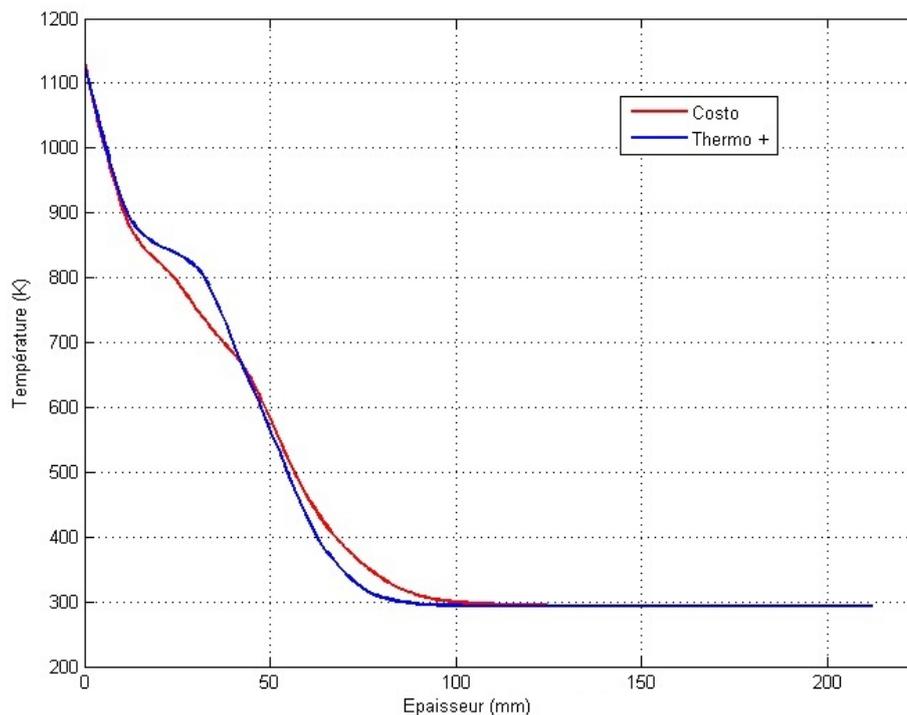


FIGURE 4.24 – Champ thermique dans les cloisons centrales des briques à $t=30$ min

Les courbes obtenues se ressemblent, mais, elles montrent une différence entre vitesses de diffusion de la chaleur dans les deux briques, avec un front de chaleur plus avancé pour la brique costo. De plus, le gradient thermique évolue différemment dans les deux briques selon la disposition des alvéoles.

La relation entre gradient thermique et contrainte thermo-mécanique est établie dans le chapitre 5. Les zones à forts gradients thermiques sont susceptibles de développer des contraintes thermo-mécaniques élevées où des fissures peuvent apparaître.

Pour identifier la différence du comportement thermique entre les deux briques, la figure 4.25 donne les valeurs du champ thermique selon les plans de coupes dessinés sur la figure 4.23.

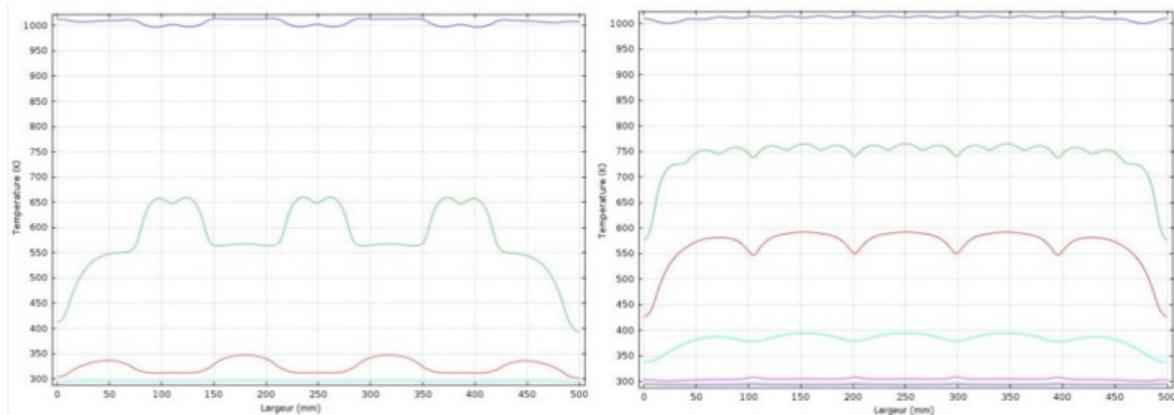


FIGURE 4.25 – Températures selon les plans de coupes (costo à gauche et thermo+ à droite)

Nous notons qu’au niveau des zones en L, aux croisements entre les parois et les cloisons, le champ thermique peut varier rapidement et présenter des gradients élevés.

Les gradients thermiques, qui se développent dans une brique exposée au feu, sont contrôlés par les paramètres géométriques de la brique. Un travail d’optimisation de ces paramètres est à réaliser pour réduire les valeurs des gradients thermiques. Cette démarche est illustrée, dans le chapitre 5.

4.4 Comparaison aux résultats expérimentaux

Dans cette section, le modèle thermique proposé est confronté aux résultats expérimentaux. A cet effet, le champ thermique calculé pour une brique costo est comparé aux mesures effectuées par les thermocouples lors de l’essai feu. Les positions des thermocouples T1 à T8 sont rappelées sur la figure 4.26.

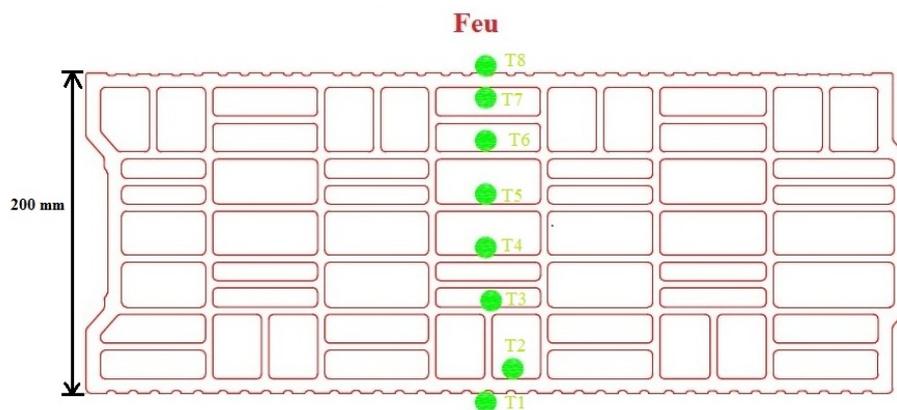


FIGURE 4.26 – Positions des thermocouples à l’intérieur d’une BGV Costo

Cette étude se limite aux trente premières minutes de l’essai, lorsque l’intégrité mécanique de toutes les briques est encore assurée (juste avant le déclenchement du processus d’écaillage). A ce stade de l’essai, seuls les thermocouples T7 et T6 enregistrent une augmentation significative de la température dans la brique. Voilà pourquoi la comparaison des résultats obtenus par le calcul et par l’expérimentation se limite à ces deux

points de mesure.

Sur la figure 4.27, les températures T6 et T7, obtenues par ce calcul, sont comparés aux mesures expérimentales.

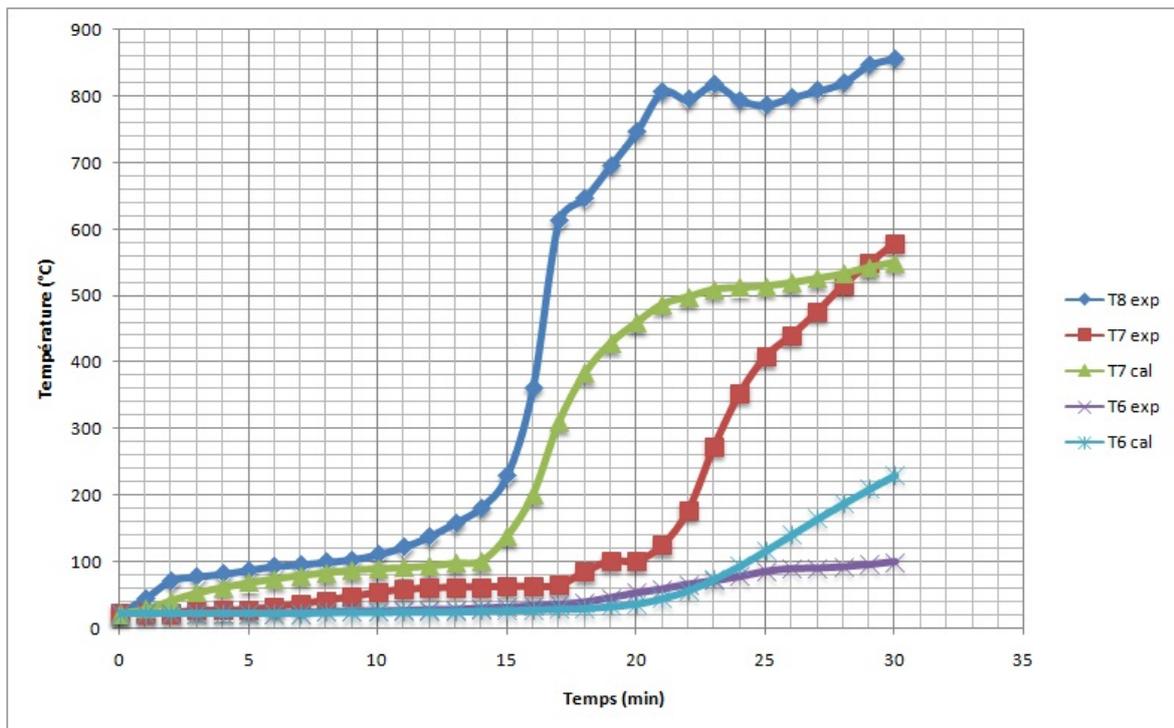


FIGURE 4.27 – Calcul d’une brique Costo : résultats numériques comparés aux mesures expérimentales

Les courbes déterminées par l’expérimentation et par le calcul ont des évolutions similaires. On peut y distinguer trois phases : une phase initiale de stagnation, suivie d’une phase d’augmentation rapide, puis finalement, une phase de croissance plus lente. Toutefois, ces phases ne se produisent pas aux mêmes moments lorsqu’on compare les résultats numériques aux résultats expérimentaux. En particulier, le plateau de température enregistré expérimentalement à 100 °C n’est pas retranscrit correctement par le calcul. Ce plateau correspond au phénomène d’évaporation de l’eau liée, présente dans la terre cuite. En effet, aux endroits de la brique où la température de la terre cuite atteint 100 °C, la chaleur ne sert plus à chauffer les briques, mais à faire évaporer l’eau. Nous allons examiner ce point dans la section suivante en proposant une méthode simple et peu coûteuse pour tenir compte du phénomène d’évaporation.

4.4.1 Prise en compte de l’évaporation de l’eau liée

Pour tenir compte de ce phénomène, une modélisation du comportement hydrique de la terre cuite et du transport de masse de la phase fluide dans le réseau poreux est nécessaire.

Mais, cette modélisation est lourde et coûteuse numériquement. Une manière plus simple et moins coûteuse pour prendre en compte ce phénomène est parfois utilisée (e.g. [NFE06]). Elle consiste en l’introduction d’une capacité calorifique c_p variable avec la température et présentant un pic à 100 °C. La valeur de c_p à cette température dépend de la teneur en eau de la terre cuite. Pour bien choisir la valeur du pic et sa largeur à mi-hauteur, des données de calorimétrie sont nécessaires. De telles données concernant la terre cuite sont rares dans la littérature. La norme [NFE06] préconise un pic qui vaut 3 à 5 fois la valeur de la capacité calorifique à température ambiante.

Dans ce travail de thèse, nous n'avons pas mené d'essais de calorimétrie. Cependant, nous avons proposé une expression paramétrique de la capacité calorifique en fonction de la température, puis nous avons calibré ses paramètres pour coller au mieux aux résultats expérimentaux.

L'expression de la capacité calorifique choisie est :

$$c_p(T) = c_p(T_0) + a \times \frac{1}{1 + \left(\frac{T-100}{b}\right)^2} \quad (4.77)$$

Dans cette équation, $c_p(T_0)$ correspond à la valeur prise par la capacité calorifique à température ambiante. Le deuxième terme de cette expression est une fonction lorentzienne. C'est elle qui introduit le pic préconisé à 100 °C. Les paramètres, a et b de cette fonction permettent de contrôler la valeur du pic et sa largeur à mi-hauteur, respectivement.

À titre d'exemple, avec le jeu de paramètre $a = 2000$ et $b = 15$, la figure 4.28 reporte les températures T6 et T7 calculées, et les compare aux mesures expérimentales.

Cette fois, les courbes de températures, obtenues numériquement, présentent des pla-

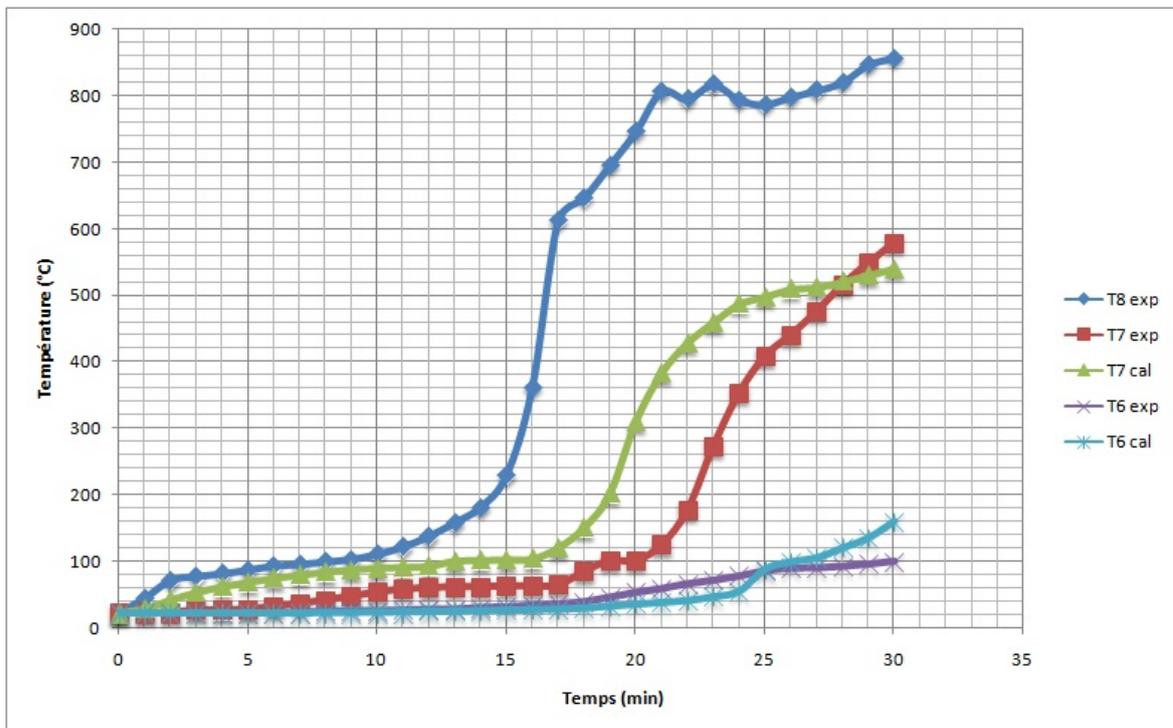


FIGURE 4.28 – Calcul avec une capacité calorifique variable : résultats numériques vs mesures

teaux, comme leurs analogues expérimentaux. On obtient une solution plus satisfaisante que celle obtenue au premier calcul, mais, un écart significatif entre les courbes persiste. Pour mieux calibrer les paramètres a et b de l'équation 4.77, nous utilisons une méthode d'identification numérique.

4.4.2 Identification des paramètres du modèle

Pour trouver les bons paramètres a et b , nous formulons et résolvons un problème inverse. L'avantage de cette approche est de ne nécessiter aucun essai expérimental supplémentaire. Cependant, elle nécessite, outre le temps de calcul relativement élevé, une connaissance a priori d'un intervalle où on limite la recherche de ces paramètres.

4.4.2.1 Formulation du problème inverse

On s'intéresse à la résolution du problème thermique inverse suivant : connaissant, par la mesure, le champs de température dans certains points du mur, déterminer par le calcul, les paramètres a et b , définies précédemment.

Les essais expérimentaux ont permis de mesurer, à intervalle régulier, des températures $T_m(t)$ des parois pour $t \in [0, T_{max}]$.

Nous cherchons a et b , dans $[a_1, a_2]$ et $[b_1, b_2]$ respectivement, telle qu'il existe une fonction $T(t)$ solution du problème direct qui s'approche au mieux de $T_m(t)$, pour $t \in [0, T_{max}]$. L'introduction des intervalles $[a_1, a_2]$ et $[b_1, b_2]$ permet l'initialisation de l'algorithme d'optimisation et conditionne sa vitesse de convergence vers la solution du problème.

On écrit le problème inverse comme une minimisation de la "distance" entre les mesures réelles $T_m(t)$ et les valeurs de température calculées $T(t)$, comme suit :

$$\begin{aligned} & \text{Trouver } a \in [a_1, a_2] \text{ et } b \in [b_1, b_2]; \\ & \frac{1}{2} \int_0^{T_{max}} (T(t; (a, b)) - T_m(t))^2 dt \leq \frac{1}{2} \int_0^{T_{max}} (T(t; (a^*, b^*)) - T_m(t))^2 dt \quad (4.78) \\ & \forall a^* \in [a_1, a_2] \text{ et } \forall b^* \in [b_1, b_2] \end{aligned}$$

où $T(t; (a^*, b^*))$ désigne la valeur de la solution du problème thermique au point de mesure à l'instant t et pour des valeurs a^* et b^* données.

Ne disposant que de valeurs discrètes mesurées à intervalles réguliers (toutes les 60 secondes pour nos essais), le problème continu 4.78 est discrétisé en temps et on l'écrit avec une formulation de moindres carrées :

$$\begin{aligned} & \text{Trouver } a \in [a_1, a_2] \text{ et } b \in [b_1, b_2]; \\ & \frac{1}{2} \sum_{t_i} (T(t_i, (a, b)) - T_m(t_i))^2 \leq \frac{1}{2} \sum_{t_i} (T(t_i, (a^*, b^*)) - T_m(t_i))^2 \quad (4.79) \\ & \forall a^* \in [a_1, a_2] \text{ et } \forall b^* \in [b_1, b_2] \end{aligned}$$

où les t_i désignent les instants de mesures expérimentales ($t_i \in [0, T_{max}]$)

Ici, nous choisissons de caler notre modèle à l'aide des températures mesurées T7, et minimiser la distance entre T7 obtenues par le calcul et par la mesure.

Nous comparons, ensuite, les températures T6 obtenues par le calcul et par la mesure, pour vérifier la pertinence des paramètres d'optimisation identifiés.

On a un problème d'optimisation. Pour le résoudre, de nombreuses méthodes existent et ont été rappelées dans l'annexe A. Ici, nous choisissons la méthode de Nelder-Mead [NM65] vue la simplicité de sa mise en œuvre. Cette méthode est d'abord présentée avant d'être appliquée pour calibrer les paramètres de notre modèle thermique.

4.4.2.2 Algorithme de Nelder-Mead

L'algorithme de Nelder-Mead est un algorithme itératif basé sur la construction de simplexes de formes variables. Il a pour objectif de minimiser une fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Son principe est de choisir un simplexe initial de $(n+1)$ sommets. Chaque sommet correspond à un vecteur x_i de \mathbb{R}^n où $1 \leq i \leq n + 1$, auquel est associé la valeur $f_i = f(x_i)$. Les sommets sont triés selon les valeurs des f_i .

Supposons que :

$$f_1 \leq f_2 \leq \dots \leq f_n \leq f_{n+1} \quad (4.80)$$

Avec 4.80, x_1 est appelé "meilleur point", alors que x_{n+1} est appelé "plus mauvais point". L'algorithme de Nelder-Mead tente, à chaque itération, de remplacer x_{n+1} par un nouveau sommet plus optimal en termes de valeur de la fonctionnelle de coût f . Pour ce faire, on définit d'abord x_{n+1}^b , le barycentre des points x_i pour $i \neq n+1$:

$$x_{n+1}^b = \frac{1}{n} \sum_{i=1, n} x_i \quad (4.81)$$

Ensuite, on construit x_{n+1}^r , l'image de x_{n+1} par la réflexion de centre x_{n+1}^b :

$$x_{n+1}^r = x_{n+1}^b + \rho(x_{n+1}^b - x_{n+1}) \quad (4.82)$$

où ρ est un coefficient de réflexion vérifiant $0 < \rho \leq 1$. De manière standard, on prend $\rho = 1$

- Si $f(x_{n+1}^r) < f(x_{n+1})$ (la réflexion a réussi à donner un point meilleur que x_{n+1}), l'algorithme tente de chercher un point encore meilleur que x_{n+1}^r avec une opération d'"expansion". On construit x_{n+1}^e en utilisant un coefficient d'expansion χ supérieur à 1 (généralement $\chi = 2$), comme suit :

$$x_{n+1}^e = x_{n+1}^b + (\rho \times \chi)(x_{n+1}^b - x_{n+1}) \quad (4.83)$$

Si $f(x_{n+1}^e) < f(x_{n+1})$, le point x_{n+1} sera remplacé par x_{n+1}^e dans le simplexe initial. Sinon, on se contente de x_{n+1}^r comme remplaçant.

- Si $f(x_{n+1}^r) > f(x_{n+1})$, on effectue une opération de contraction du simplexe, où on définit le point x_{n+1}^c à l'aide d'un facteur de contraction $\gamma \in]0,1[$, pris égal à 0.5 de manière standard, comme suit :

$$x_{n+1}^c = x_{n+1}^b + \gamma(x_{n+1}^b - x_{n+1}) \quad (4.84)$$

Si $f(x_{n+1}^c) < f(x_{n+1})$, le point x_{n+1} sera remplacé par x_{n+1}^c dans le simplexe initial. Sinon, on construit l'image du simplexe par l'homothétie de centre x_1 et de rapport σ (σ de $]0,1[$, généralement choisi égal à 0.5). On remplacera donc tout point x_i pour $i \geq 2$ par $x_i^h = x_1 + \sigma(x_1 - x_i)$.

Dans le cas où f est une fonction à deux variables (comme pour notre problème thermique inverse), le simplexe est formé de trois sommets x_1, x_2 et x_3 . Les transformations que peut subir ce simplexe (réflexion, expansion, contraction, homothétie) sont illustrées sur la figure 4.29.

L'algorithme de Nelder-Mead est itératif. Ainsi, lorsqu'on part d'un simplexe initial, on le déforme et on le déplace, via les différentes transformations citées. Progressivement, le simplexe se réduit et ses sommets se rapprochent du minimum de la fonctionnelle de coût f .

L'annexe B illustre l'utilisation de cet algorithme avec une fonction f simple à deux variables.

Remarque 1 : La méthode de Nelder Mead requiert la donnée d'un simplexe initial, sur lequel on déroule l'algorithme. Dans la littérature, plusieurs stratégies pour choisir ce simplexe initial sont proposées (cf [BIJ96]).

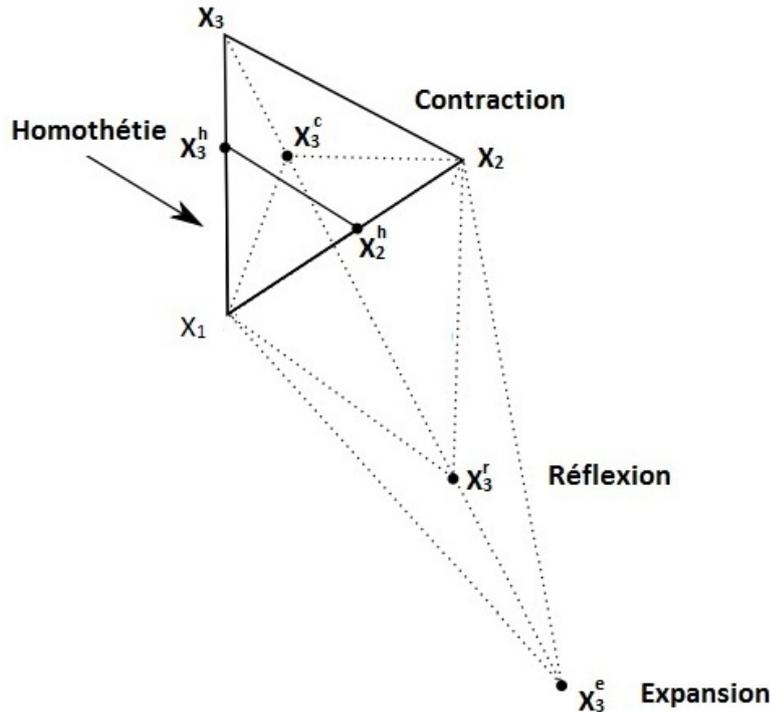


FIGURE 4.29 – Transformations subies par un simplexe à 3 sommets

Remarque 2 : L'algorithme de Nelder Mead est conçu pour résoudre des problèmes non contraints. Cependant, divers dispositifs existent pour reformuler un problème contraint en un problème équivalent sans contraintes.

Pour l'optimisation d'un problème contraint, l'utilisation de la méthode de Nelder Mead est classiquement précédée par l'introduction d'une transformation dans l'espace des variables (pour formuler le problème non contraint équivalent). Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter l'article [LLRG04], par exemple.

4.4.2.3 Application à la recherche des paramètres a et b

Le problème 4.79 est résolu en utilisant la méthode de Nelder-Mead. Pour initialiser l'algorithme, a et b sont fixés à 10000 et 10 respectivement. Vu le peu d'information disponible sur la solution, les intervalles de recherches choisis sont relativement larges : $[1000, 20000] \times [1, 100]$.

Avec un choix d'une tolérance relative de 1 pour a et de 0.1 pour b, l'algorithme converge après 57 itérations. Plus précisément, le simplexe initial subit 17 réflexions, 16 contractions, 16 expansions et 8 homothéties pour finalement donner la solution [6931; 5.9].

La figure 4.30 représente l'évolution de la capacité calorifique de la terre cuite en fonction de la température avec ce jeu de paramètre.

Cette courbe atteint un maximum d'environ 8000 J/(kg*K), une valeur bien supérieure à ce que propose la norme (3 à 5 fois $cp(T_0)$). Le pic à 100 °C, très localisé, présente une petite largeur à mi-hauteur.

L'expression de la capacité calorifique en fonction de la température obtenue est injectée dans le modèle thermique. Les températures T6 et T7 calculées sont comparées aux mesures expérimentales dans la figure 4.31.

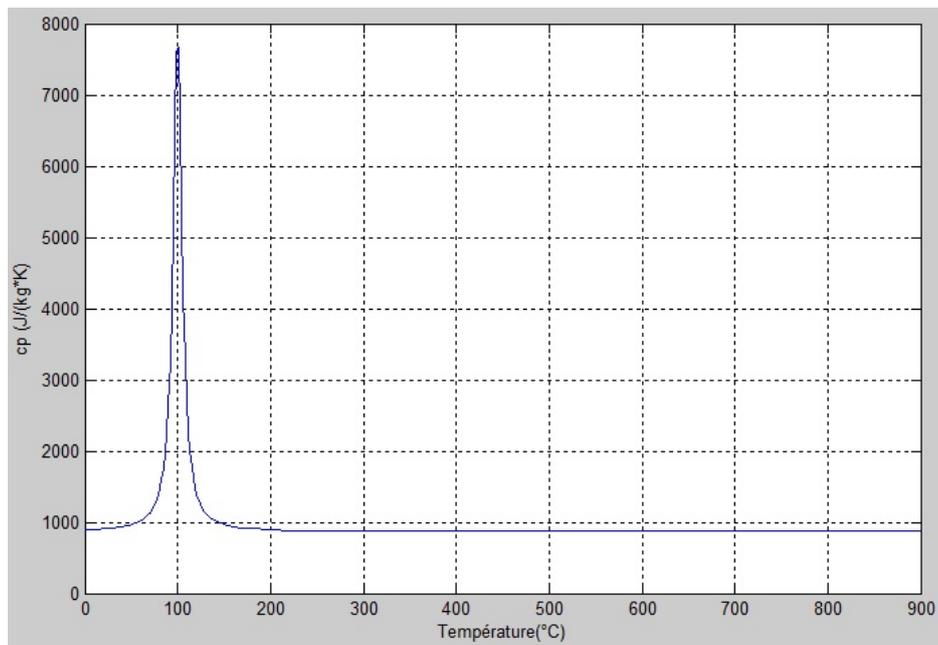


FIGURE 4.30 – Capacité calorifique obtenue avec l’algorithme d’identification

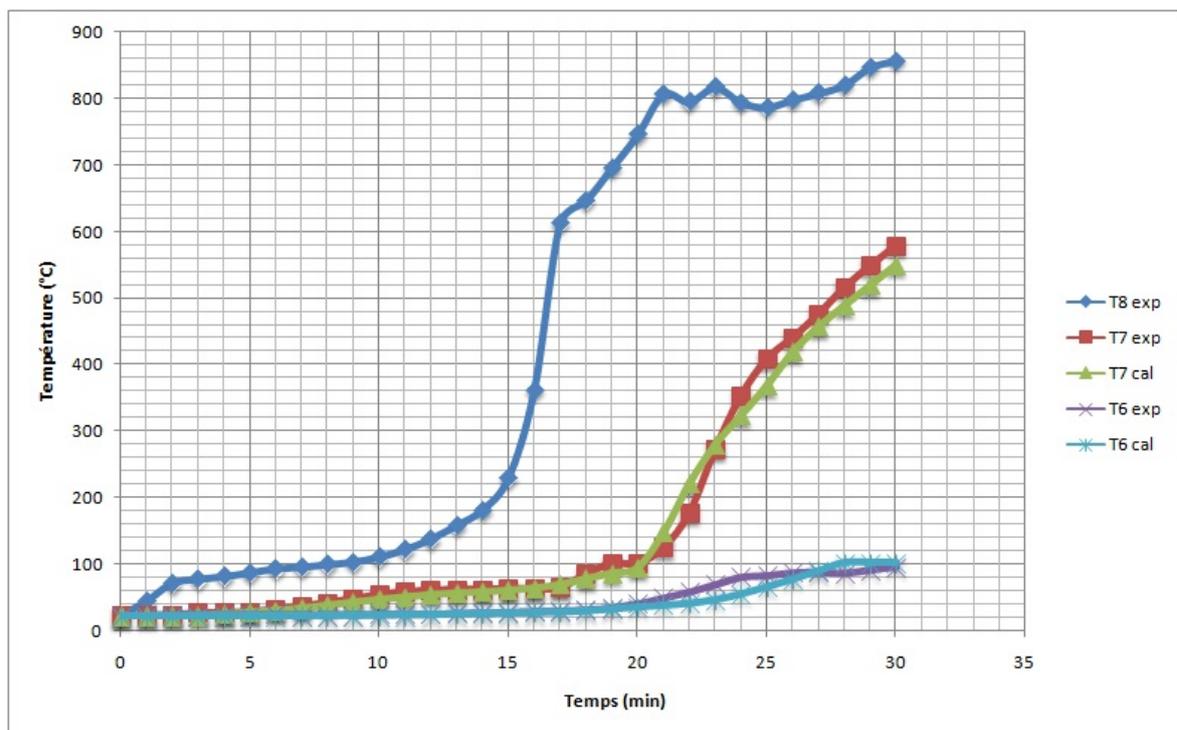


FIGURE 4.31 – Comparaison des résultats obtenus avec les paramètres identifiés aux mesures

Le rapprochement observé entre les courbes de T7 n’est pas surprenant, dans le mesure qu’il s’agit de la température qui a servi à calibrer le modèle. Le plus intéressant ici est que l’écart entre les courbes de T6 obtenues expérimentalement et numériquement a beaucoup diminué.

Avec les données expérimentales dont nous disposons, le calcul a réussi à reproduire, d’une manière relativement fidèle, l’élévation de la température dans la brique. Ce résultat, jugé satisfaisant, valide le modèle thermique et les valeurs numériques choisies pour les différents paramètres.

Conclusion

Dans ce chapitre, l'ensemble des éléments nécessaires à la modélisation du transfert thermique dans un domaine, occupé par un solide, ont été d'abord exposés. En particulier, une formulation variationnelle du problème thermique a été dérivée et le traitement des termes de rayonnement, fortement non linéaires, a été présenté.

Nous avons particularisé cette méthodologie à la problématique industrielle, objet de la thèse, le cas des murs en briques alvéolées exposés au feu.

Nous avons discuté des choix des "bonnes" conditions aux limites pour ce cas, à la lumière des mesures expérimentales enregistrées par les thermocouples, appareillant les murs que nous avons testés. Pour tenir compte du phénomène de l'évaporation de l'eau liée dans les briques, dénoté par ces mesures, nous avons proposé d'intégrer une capacité calorifique de la terre cuite, dépendante de la température, et dont les paramètres numériques ont été calibrés avec les résultats expérimentaux. Dans ce cadre, un problème d'optimisation sous-contraintes a été formulé, puis, résolu à l'aide de l'algorithme de Nelder-Mead.

Par ailleurs, nous avons montré que le transfert thermique dans une brique alvéolée est principalement contrôlé par le rayonnement, qui dépend fortement des paramètres géométriques des alvéoles. Nous avons alors mis en évidence l'impact qu'a l'architecture de la brique sur le transfert de chaleur qui s'y produit, et plus particulièrement, sur la localisation potentielle d'importants gradients thermiques. Une optimisation des paramètres géométriques est à mener pour minimiser ces effets de localisation, générateurs de contraintes thermo-mécaniques importantes pouvant ruiner la structure, comme nous le verrons dans le chapitre 5.

Chapitre 5

Modélisation Thermo-Mécanique

Sommaire

5.1	Formulation du problème thermo-mécanique	82
5.2	Caractérisation à l'échelle du matériau terre cuite	85
5.3	Calcul thermo-mécanique d'une brique alvéolée	93
5.4	Éléments de modélisation d'un mur entier soumis au feu	105
5.5	Calcul d'un mur entier	120

Figures

5.1	Principe de l'homogénéisation	81
5.2	Calcul avec les éléments discrets [Faz06]	82
5.3	Problème mécanique générique	83
5.4	Evolution du module d'Young avec la température [SR13]	86
5.5	Dispositif pour les essais de compression	87
5.6	Courbe contrainte-déformation	88
5.7	Résultats des essais de compression	88
5.8	Préparation des éprouvettes	89
5.9	Dispositifs pour l'essai brésilien	89
5.10	Résultats des essais de traction	90
5.11	Essai de flexion 3 points	91
5.12	Essais de flexion 3 points in-situ	91
5.13	Essais de flexion 3 points à hautes températures	92
5.14	Moyenne des modules d'Young en fonction de la température et des origines des tessons	92
5.15	Evolution du module de Young en fonction de la température	93
5.16	Déformée de la brique et isovaleurs de u_y à $t=30$ min	94
5.17	Évolution de u_y et de la température au centre de la face exposée	94
5.18	Isovaleurs des contraintes dans la brique à $t=17$ min	96
5.19	Évolution des contraintes au centre de la face avant de la première paroi	97
5.20	Évolution des contraintes au centre de la face arrière de la première paroi	97
5.21	Contraintes dues à la dilatation différentielle dans la brique	97
5.22	Positions des points où les contraintes de traction sont maximales	98
5.23	Évolution des contraintes au niveau du croisement critique	98
5.24	Déformée et contraintes σ_{xx} et σ_{yy} dans la brique Costo à $t=17$ min	100

5.25	Déformée et contraintes σ_{xx} et σ_{yy} dans la brique Thermo+ à t=17 min	100
5.26	Positions des points où les contraintes de traction sont maximales	100
5.27	Évolutions des contraintes calculées aux points P_1 et P_2	101
5.28	Évolution des gradients thermiques calculés aux points P_1 et P_2	101
5.29	Évolution temporelle de $\ \nabla T\ $ au point P_2 en fonction de l'épaisseur e	102
5.30	Évolution temporelle de la contrainte σ_{yy} au point P_2 en fonction de l'épaisseur e	103
5.31	Brique Thermo+ avec des congés au niveau de la première couche d'alvéoles	104
5.32	Évolution temporelle de $\ \nabla T\ $ avec des angles vifs ou des congés	104
5.33	Évolution temporelle de σ_{yy} avec des angles vifs ou des congés	104
5.34	Différentes conditions aux limites utilisées dans [NOA03]	106
5.35	Configuration du mur lors d'un essai feu	106
5.36	Plan de symétrie du mur	107
5.37	σ_{zz} sur la face du haut du mur (a) et selon une coupe aux 2/3 de sa hauteur (b)	107
5.38	Calcul d'un mur "homogénéisé"	108
5.39	Configuration en haut du mur lors de l'essai	109
5.40	Calcul du mur avec la poutre de répartition d'effort	109
5.41	Comparaison des u_y obtenus par le calcul et l'expérience	110
5.42	Isovaleurs des u_z obtenus avec et sans chargement mécanique vertical	111
5.43	Interfaces dans un mur en briques	112
5.44	Liaison tenon-mortaise entre deux briques adjacentes	112
5.45	Photos de l'interface entre deux briques adjacentes	113
5.46	Loi de contact de Signorini	113
5.47	Loi de contact unilatéral	114
5.48	Isovaleurs du champ thermique sur la face du haut à t=30 min	115
5.49	Rangée de briques et conditions aux limites utilisées	115
5.50	Isovaleurs du déplacement u_x à t=30 min	116
5.51	Déplacement u_x calculé toutes les minutes	117
5.52	Évolution des gaps entre briques avec le temps	117
5.53	Exemple d'une interface endommagée	118
5.54	Conditions aux limites appliquées au muret	119
5.55	Contrainte principale première dans le muret à t=17 min	120
5.56	Contrainte σ_{xx} dans le muret à t=19 min	120
5.57	Conditions aux limites et sollicitations appliquées au mur	122
5.58	déformée du mur à t=30min et évolution de u_y pendant l'essai	122
5.59	Evolution temporelle des contraintes dans les différentes rangées du mur	124
5.60	Déformée du mur à t=41 min avec et sans application du chargement mécanique	125
5.61	Comparaison des flèches avec et sans chargement mécanique vertical	125
5.62	Apparition d'un moment de flexion à cause de l'excentricité du chargement	126
5.63	Isovaleurs des contraintes de Von-Mises à t=41 min au niveau de la zone écaillée	126

Introduction

Pour décrire le comportement mécanique des maçonneries, deux familles d'approches différentes sont adoptées dans la littérature.

La première est l'homogénéisation (cf. e.g. [Ant95], [CS02], [SSH15]). Elle consiste à substituer à l'hétérogénéité des matériaux constituant la maçonnerie, une seule maçonnerie homogénéisée (cf figure 5.1). Elle est sensée reproduire un comportement moyen de la structure. Les modèles du matériau équivalent sont capables de décrire certains aspects du comportement global, sans avoir de nombreux paramètres à prendre en compte et sans fournir un grand effort de calcul numérique.

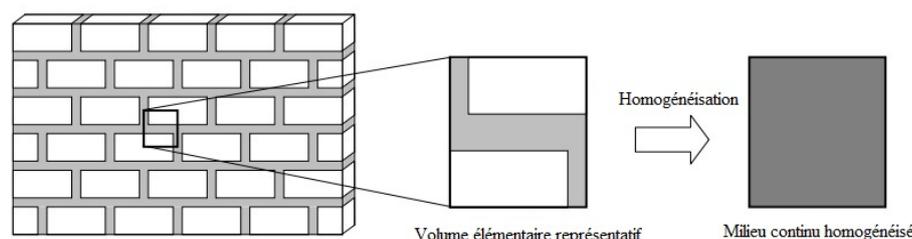


FIGURE 5.1 – Principe de l'homogénéisation

Bon nombre d'auteurs ont utilisé la technique d'homogénéisation pour déterminer les caractéristiques mécaniques moyennes des maçonneries (cf. [PG89] [Ant95] [ZA02]) afin d'étudier le comportement en quasi statique des maçonneries et pour l'analyse du comportement dynamique hors plan et dans le plan de la maçonnerie (e.g. [SBLM16][Cas99]). Mais certaines difficultés apparaissent pendant l'application de cette approche, comme les problèmes de localisation, dus essentiellement aux concentrations de contraintes dans certains endroits de la structure, ou des distributions de déformations non uniformes dans les briques et le mortier par rapport à la déformation moyenne de la maçonnerie quand la différence de rigidité entre les deux constituants devient élevée [MFV⁺17].

La deuxième famille d'approches est souvent qualifiée de "modélisation micromécanique". Elle consiste à considérer la maçonnerie comme un milieu polyphasé dont chaque phase est prise en compte explicitement, du point de vue mécanique.

Selon qu'on considère le milieu comme discret ou continu, la modélisation micromécanique regroupe deux classes de modélisations :

- Les Méthodes aux Éléments Distincts : Ces approches mettent l'accent sur l'aspect discret des maçonneries. La maçonnerie est considérée comme une collection de corps reliés entre eux par des lois d'interaction prenant en compte le comportement du joint. La cinématique de chaque bloc est celle d'un solide rigide ou déformable autorisé à évoluer de manière libre dans l'espace. Les lois d'interactions garantissent l'impénétrabilité entre les éléments. Elles sont parfois complétées par une description du frottement et de la cohésion. Ces méthodes ont été introduites par [P.A71] puis utilisées dans [BLSH17], [azSLO16] et [CMP12] par exemple. La figure 5.2 illustre l'utilisation des éléments discrets pour le calcul d'une maçonnerie en compression [Faz06].
- Les approches s'appuyant sur l'hypothèse de la continuité du milieu. Les méthodes utilisées sont les méthodes numériques dédiées à la mécanique des milieux

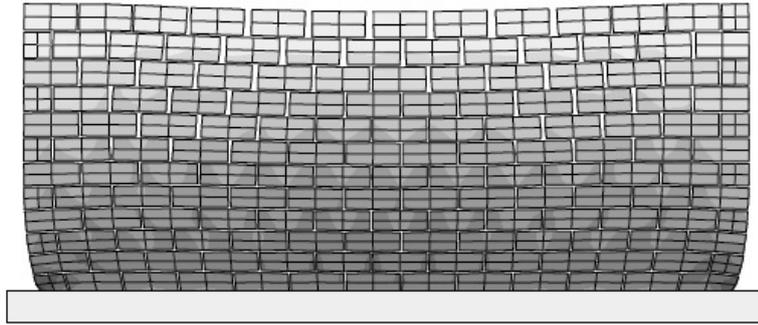


FIGURE 5.2 – Calcul avec les éléments discrets [Faz06]

continus. Ces méthodes permettent de déterminer, avec grande précision, les zones de fragilité mécanique de la maçonnerie. (cf. e.g. [NEKDT16] [MMC⁺17] [GIS13]).

La problématique industrielle à laquelle nous nous intéressons dans ces travaux de thèse s'inscrit dans le cadre de la thermo-mécanique. L'approche décrivant le comportement mécanique des maçonneries doit être facile à coupler avec le modèle thermique. De plus, d'après les essais au feu, le comportement des murs en briques chargés mécaniquement et thermiquement semble être influencé par des phénomènes mécaniques locaux. Dès lors, les méthodes de la mécanique des milieux continus sont les plus aptes à répondre à nos besoins.

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter la formulation primale faible du problème thermo-mécanique et le passage à une formulation discrète avec la méthode Galerkin standard.

Pour traiter le problème complexe d'un mur en briques alvéolées soumis à un chargement thermo-mécanique, nous procédons par étapes, en examinant de manière séparée chaque élément de modélisation, avant de reconstituer un modèle complet.

Cette démarche commence par identifier expérimentalement les propriétés mécaniques de la terre cuite pour alimenter notre modélisation. Ensuite, des calculs numériques sont réalisés sur des briques seules. Enfin, des calculs sont réalisés sur des murs entiers. Cette dernière étape passe d'abord par l'étude des conditions aux limites à retenir et du comportement des différents interfaces dans l'assemblage. Par ailleurs, le phénomène d'écaillage est considéré, de manière simplifiée.

5.1 Formulation du problème thermo-mécanique

Reprenons le domaine tridimensionnel borné Ω , muni d'une frontière suffisamment régulière Γ et d'une cavité, utilisé pour formuler le problème thermique (figure 5.3). Nous le réutilisons pour écrire les équations du problème thermo-mécanique.

Considérons que ce domaine est occupé par un solide élastique linéaire et que le champ de température T est connu à chaque instant t de $I=[0, t_{max}]$. On suppose que ce solide est soumis à un champ de force volumique \mathbf{f} et à un champ de force surfacique \mathbf{g} sur une partie de Γ , notée Γ_g . On se donne un déplacement imposé \mathbf{u}_0 sur le reste de Γ , noté Γ_u .

Enfin, on fait l'hypothèse d'une réponse thermo-mécanique quasi-statique du solide. L'évolution du solide dans les conditions ainsi définies et sur l'intervalle temporel I est

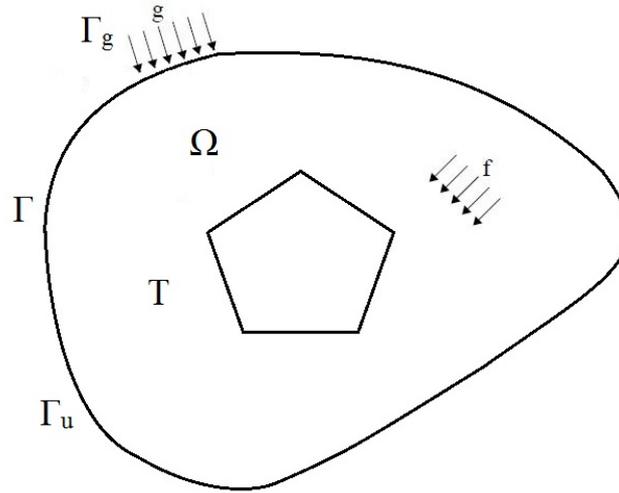


FIGURE 5.3 – Problème mécanique générique

gouvernée par les équations locales suivantes :

Pour tout $t \in I$:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \mathcal{A}(t)(\boldsymbol{\varepsilon}(t) - \alpha(T(t) - T_0)\mathbf{Id}) \quad (5.1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}(t) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u}(t) + (\nabla \mathbf{u}(t))^T) \quad (5.2)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(t) + \mathbf{f}(t) = 0 \quad (5.3)$$

et les conditions aux limites :

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{u}_0(t) \text{ sur } \Gamma_u \quad (5.4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(t) \cdot \mathbf{n} = \mathbf{g}(t) \text{ sur } \Gamma_g \quad (5.5)$$

où $\mathcal{A}(t)$ est la matrice d'élasticité du matériau, α est le coefficient de dilatation thermique et \mathbf{n} est la normale unitaire à Γ extérieure à Ω .

Remarquons que les conditions 5.4 et 5.5 ne sont pas les seules possibles. D'autres conditions aux limites peuvent être utilisées, comme nous le discutons dans la section 5.4.1.

Suite à l'hypothèse quasi-statique, ce système définit, en chaque instant t , un problème d'équilibre, thermo-mécanique, à température donnée (ici par les calculs menés au chapitre 4).

Pour alléger l'écriture, on va omettre la référence au paramètre temps t (sauf si la clarté du texte l'exige).

5.1.1 Formulation variationnelle modèle

De façon équivalente à la démarche suivie dans le chapitre précédent, le problème mécanique est résolu en utilisant la méthode des éléments finis. Pour cela, nous avons besoin de la formulation faible du problème local 5.1-5.5.

Pour obtenir cette formulation faible, on multiplie l'équation d'équilibre locale 5.3 par un champ de déplacement virtuel admissible \mathbf{v} et on intègre sur Ω , ce qui donne, après usage de la formule de Gauss-Green :

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Gamma} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma, \quad \forall \mathbf{v} \quad (5.6)$$

Ce système indéfini d'équations forme le principe des travaux virtuels traduisant l'équilibre des travaux virtuels des forces internes (élastiques ici) et des forces externes de volume et de surface.

En incorporant la relation du comportement 5.1 et en tenant compte des relations de compatibilité 5.2 et des conditions aux limites 5.4 et 5.5, l'équation 5.6 prend la forme suivante :

$$\int_{\Omega} \mathcal{A}(\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) - \alpha(T - T_0)\mathbf{Id}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Gamma_u} \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma + \int_{\Gamma_g} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma \quad (5.7)$$

où

$$\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T) \quad (5.8)$$

Si on restreint les champs virtuels aux seuls champs cinématiquement admissibles à zéro, qu'on note \mathcal{CA}_0 , 5.7 devient :

$\forall \mathbf{v} \in \mathcal{CA}_0$,

$$\int_{\Omega} \mathcal{A}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\Omega = \int_{\Omega} \alpha(T - T_0)(3\lambda + 2\mu)\nabla \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma \quad (5.9)$$

où $\mathcal{CA}_0 = \{\mathbf{v} \in (\mathcal{H}^1(\Omega))^3; \mathbf{v} = 0, \text{ sur } \Gamma_u\}$

Finalement, on aboutit au problème thermo-mécanique faible primale suivant : pour tout $t \in I$, avec $T(t)$ connu, Trouver $\mathbf{u}(t) \in \mathcal{CA}_{u_0}; \forall \mathbf{v} \in \mathcal{CA}_0$,

$$\left\{ \begin{array}{l} k_m(\mathbf{u}(t), \mathbf{v}) = l_m(\mathbf{v}, t) + l_T(\mathbf{v}, T(t)) \\ \text{avec} \\ k_m(\mathbf{u}(t), \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathcal{A}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}(t)) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\Omega \\ l_m(\mathbf{v}, t) = \int_{\Omega} \mathbf{f}(t) \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{g}(t) \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma \\ l_T(\mathbf{v}, T(t)) = \int_{\Omega} \alpha(T(t) - T_0)(3\lambda + 2\mu)\nabla \cdot \mathbf{v} \, d\Omega \end{array} \right. \quad (5.10)$$

$$(P_{thm}) \left\{ \begin{array}{l} k_m(\mathbf{u}(t), \mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathcal{A}\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{u}(t)) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, d\Omega \end{array} \right. \quad (5.11)$$

$$l_m(\mathbf{v}, t) = \int_{\Omega} \mathbf{f}(t) \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{g}(t) \cdot \mathbf{v} \, d\Gamma \quad (5.12)$$

$$l_T(\mathbf{v}, T(t)) = \int_{\Omega} \alpha(T(t) - T_0)(3\lambda + 2\mu)\nabla \cdot \mathbf{v} \, d\Omega \quad (5.13)$$

où $\mathcal{CA}_{u_0} = \{\mathbf{u} \in (\mathcal{H}^1(\Omega))^3; \mathbf{u} = \mathbf{u}_0, \text{ sur } \Gamma_u\}$

$k_m(\cdot, \cdot)$ correspond au terme de rigidité mécanique, $l_m(\cdot)$ correspond aux travaux virtuels des forces extérieures et $l_T(\cdot)$ correspond aux travaux virtuels des efforts induits par la sollicitation thermique.

Sous des hypothèses classiques de régularité des données et en supposant que la mesure de Γ_u est strictement positive, on peut montrer que le problème (P_{thm}) admet une unique solution.

5.1.2 Discrétisation en espace

On construit, à l'aide de la méthode des éléments finis (cf. e.g. [ZT05] [EG02] [Tho13]), un espace $\mathcal{CA}_{u_0,h} \subset \mathcal{CA}_{u_0}$ et de dimension finie N_h . Sans nuire à la généralité, on suppose, dans la suite, que $\mathbf{u}_0 = 0$, sur Γ_u (On sait traiter les cas d'une condition cinématique non homogène).

Nous supposons que Ω est recouvrable par des maillages éléments finis classiques \mathcal{T}_h , i.e.,

$$\Omega \equiv \cup_{K \in \mathcal{T}_h} K \quad (5.14)$$

On note alors $\mathcal{B}_h = (\phi_1, \dots, \phi_{N_h})$ la base éléments finis génératrice de $\mathcal{CA}_{0,h}$ et on introduit le problème $(\mathcal{P}_{thm,h})$ approchant le problème (\mathcal{P}_{thm}) :

Trouver $\mathbf{u}_h \in \mathcal{CA}_{0,h}$; $\forall \mathbf{v}_h \in \mathcal{CA}_{0,h}$:

$$k_m(\mathbf{u}_h(t), \mathbf{v}_h) = l_m(\mathbf{v}_h, t) + l_T(\mathbf{v}_h, T(t)) \quad (5.15)$$

En écrivant que $\mathbf{u}_h(t) = \sum_{i=1}^{N_h} u_i(t) \phi_i$ (où u_i représente les déplacements aux nœuds), on vérifie facilement que le problème $(\mathcal{P}_{thm,h})$, qui admet aussi une unique solution, pour tout t et pour tout h, sous les mêmes hypothèses que (\mathcal{P}_{thm}) , est équivalent à la résolution du système linéaire suivant :

$$\mathbf{K}(t)\mathbf{U}(t) = \mathbf{F}_m(t) + \mathbf{F}_T(t) \quad (5.16)$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{K}_{ij}(t) = \int_{\Omega} \mathcal{A}(t) \boldsymbol{\varepsilon}(\phi_j) : \boldsymbol{\varepsilon}(\phi_i) \, d\Omega = \int_{\Omega} \mathcal{A}(t) \boldsymbol{\varepsilon}(\phi_i) : \boldsymbol{\varepsilon}(\phi_j) \, d\Omega \\ \hspace{10em} \text{par symétrie de } k_m(\cdot, \cdot) \end{array} \right. \quad (5.17)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_{m_i}(t) = \int_{\Omega} \mathbf{f}(t) \cdot \phi_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_g} \mathbf{g}(t) \cdot \phi_i \, d\Gamma \end{array} \right. \quad (5.18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{F}_{th_i}(t) = \int_{\Omega} \alpha(T(t) - T_0)(3\lambda + 2\mu) \boldsymbol{\nabla} \cdot \phi_i \, d\Omega \end{array} \right. \quad (5.19)$$

La solution en déplacements du problème themomécanique s'obtient en résolvant cette formulation variationnelle, complétée par la donnée des conditions initiales et des conditions aux limites.

Comme annoncé dans l'introduction, nous préparons le calcul d'un mur entier en examinant de manière séparée chaque élément de modélisation, avant de reconstituer un modèle complet.

5.2 Caractérisation à l'échelle du matériau terre cuite

Pour alimenter notre modélisation du mur, il est nécessaire de déterminer les propriétés mécaniques de ses constituants et leurs variations avec la température.

Pour le matériau mortier, des données bibliographiques ont été collectées. Mais, pour la terre cuite, des études expérimentales ont été réalisées durant ces travaux de thèse. La caractérisation de ce matériau nous a semblé très importante car les données disponibles dans la littérature sur les caractéristiques de la terre cuite sont parfois très différentes, voire incohérentes.

Pour illustrer cette incohérence, prenons à titre d'exemple l'évolution du module de Young en fonction de la température. Dans [SR13], Russo et al. ont comparés différents résultats obtenus expérimentalement et les ont résumés sur la figure 5.4.

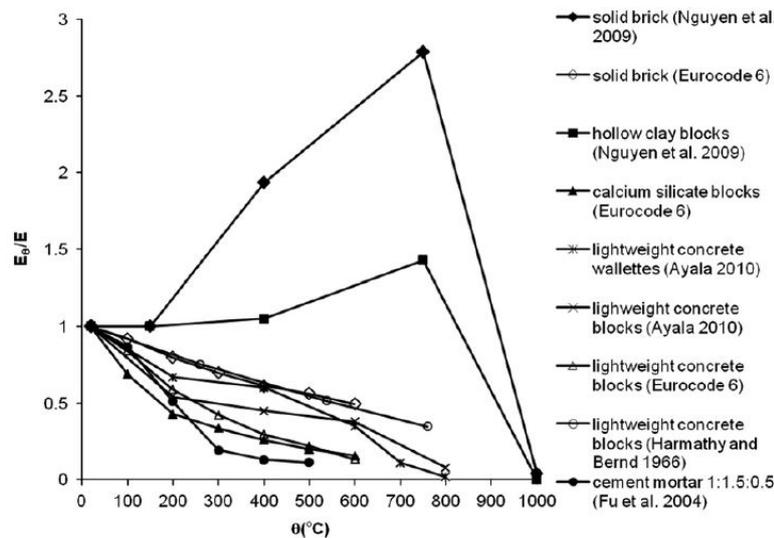


FIGURE 5.4 – Evolution du module d'Young avec la température [SR13]

Certaines données collectées indiquent une tendance générale à la diminution du module d'élasticité lorsque la température augmente. Du point de vue mécanique, ceci peut refléter un endommagement dans les matériaux et le développement progressif de micro-fissures.

Par contre, les données fournies par Nguyen et al. [Ngu09] montrent une augmentation remarquable de la rigidité de briques jusqu'à 800 °C puis une diminution abrupte jusqu'à 1000 °C. Ce comportement serait dû à une transformation chimique du matériau à haute température.

Observons par ailleurs que, selon le produit et le fabricant, les caractéristiques du matériau peuvent différer. En effet, non seulement la composition de la pâte d'argile varie selon le site, mais la chaîne de fabrication et la chaîne de séchage et la cuisson changent selon l'atelier de production. Tous ces aspects peuvent conduire à un comportement mécanique et thermique particulier pour chaque produit.

Dans ce travail, nous caractérisons les produits de Bouyer Leroux, notre partenaire industriel. Nous chercherons à identifier les propriétés de son matériau d'abord à température ambiante puis à hautes températures.

5.2.1 A température ambiante

Contrairement aux essais sur le béton, où des éprouvettes cylindriques sont généralement préparées, les échantillons de terre cuite sont des tessons parallélépipédiques. Ils sont prélevés sur les parois de briques alvéolées. Ces parois sont généralement minces et ont des épaisseurs qui varient de 4 à 10 mm.

Le choix des éprouvettes dépend également de la capacité des presses.

5.2.1.1 Essais de compression

Pour cette série d'essais, nous avons essayé de respecter au mieux les recommandations préconisées par Degallaix et al. [BD07], à savoir :

- La hauteur des échantillons ne doit pas excéder 6 fois sa longueur ou sa largeur afin d'éviter le flambement durant l'essai. Des tessons de $20 \times 10 \times 30 \text{ mm}^3$ ont été préparés.
- La vitesse de chargement doit être faible pour rester dans le cadre quasi-statique. La vitesse utilisée pendant nos essais est de 0.18 mm/min .
- Les surfaces d'appui doivent être planes et parallèles. Cette condition n'est pas facile à réaliser. En effet, après découpe, la rectification des tessons se fait avec une précision de l'ordre de 0.5 mm , ce qui entraîne des défauts de planéité et de parallélisme.

Pour pallier ce problème, nous avons ajouté à la traverse mobile une rotule qui permet d'adapter le plateau supérieur à l'inclinaison de la surface d'appui de l'échantillon (voir figure 5.5).

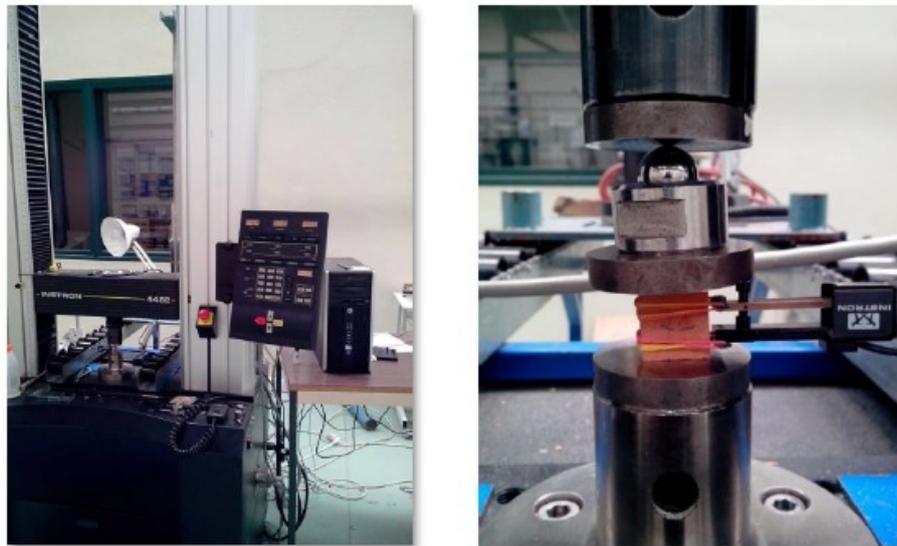


FIGURE 5.5 – Dispositif pour les essais de compression

La mesure du déplacement est effectuée à l'aide d'un extensomètre INSTRON de course 2.5mm qui est attaché à l'éprouvette par des élastiques.

Ces essais permettent l'acquisition des courbes contrainte-déformation comme illustré sur la figure 5.6

Cette courbe peut être approchée par une droite, ce qui traduit un comportement élastique linéaire de la terre cuite. La rupture brusque traduit la fragilité de ce matériau. Ce comportement est largement utilisé dans la littérature pour ce matériau (cf. e.g. [Ngu09]).

Le tableau 5.7 résume les résultats d'essais réalisés sur vingt tessons.

Nous calculons un module de Young moyen de 22.83 GPa avec un écart type de 6.8 GPa (30%) et une résistance limite à la compression de 27.32 MPa avec un écart type de 5.51 MPa (20%).

Ces résultats présentent une grande dispersion qui peut être liée, en partie, aux erreurs de mesure ou aux imperfections de planéité et parallélisme des surfaces d'appui.

Mais elle est surtout liée au caractère non homogène des tessons qui peuvent être constitués de minéraux distincts et qui peuvent présenter des micro fissures créés lors des procédés de fabrication et de cuisson.

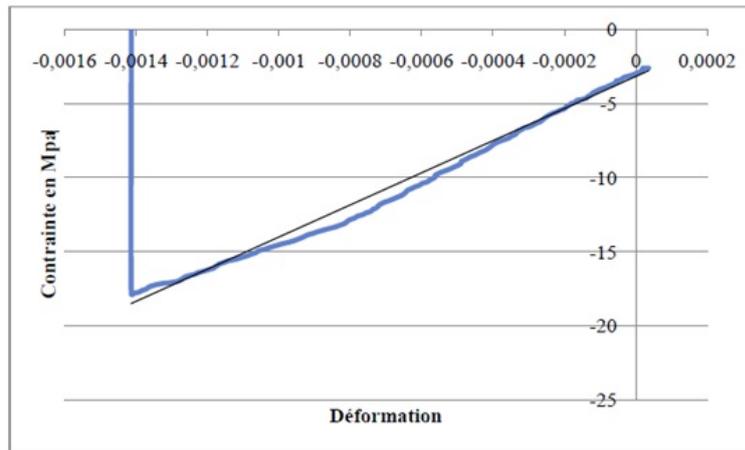


FIGURE 5.6 – Courbe contrainte-déformation

Echantillon	E (GPa)	Rcompression (MPa)
1	16,57	27,6
2	23,6	31,75
3	33,55	20,75
4	21,07	33,43
5	30,76	27,38
6	25,82	27,32
7	40,78	27,87
8	17,25	22,56
9	18,27	26,49
10	27,5	22,36
11	17,04	33,72
12	25,92	34,42
13	18,76	32,49
14	16,32	30,07
15	16,75	24,84
16	22,23	14,66
17	16,19	26,97
18	28,65	32,98
19	16,76	31,12
20	22,72	17,81

FIGURE 5.7 – Résultats des essais de compression

Cette observation met en lumière une difficulté inhérente à la terre cuite : la grande dispersion des résultats expérimentaux. Ceci explique notamment pourquoi les normes qui encadrent la caractérisation de la terre cuite demandent généralement de moyenner les mesures sur au minimum trois échantillons.

5.2.1.2 Module de traction : Essai brésilien

La résistance en traction de la terre cuite a été peu étudiée par la communauté. Mais il est admis que cette résistance est très faible. Certains auteurs (e.g.[Hey66]) parlent même de "Non-tension-materials".

L'essai de traction directe est l'essai le mieux approprié pour la détermination du comportement en traction de ce matériau. Cet essai de traction directe est techniquement difficile à réaliser dans le cas de la terre cuite. En effet, nous nous heurtons à deux difficultés :

- Préparer des éprouvettes cylindriques avec un diamètre supérieur à 10 mm. Pour

avoir des parois aussi épaisses, il faudrait apporter des modifications au procédé de séchage de la terre cuite utilisé par Bouyer Leroux, adapté pour des parois plus minces.

— Coller les mors de traction sur l'éprouvette sans l'endommager.

Pour ces raisons, l'essai de traction directe est abandonné au profit d'essai de traction indirect.

Dans ce cadre, Nguyen et al.[Ngu09] ont utilisé un essai de flexion 4 points, qui sous certaines conditions, permet de renseigner la résistance à la traction du matériau.

Dans ce travail, nous avons choisi d'utiliser l'essai brésilien pour sa simplicité. Pour cet essai, les échantillons à tester doivent être cylindriques. Ils sont carottés à partir d'une brique entière puis sont rectifiés (voir figure 5.8).

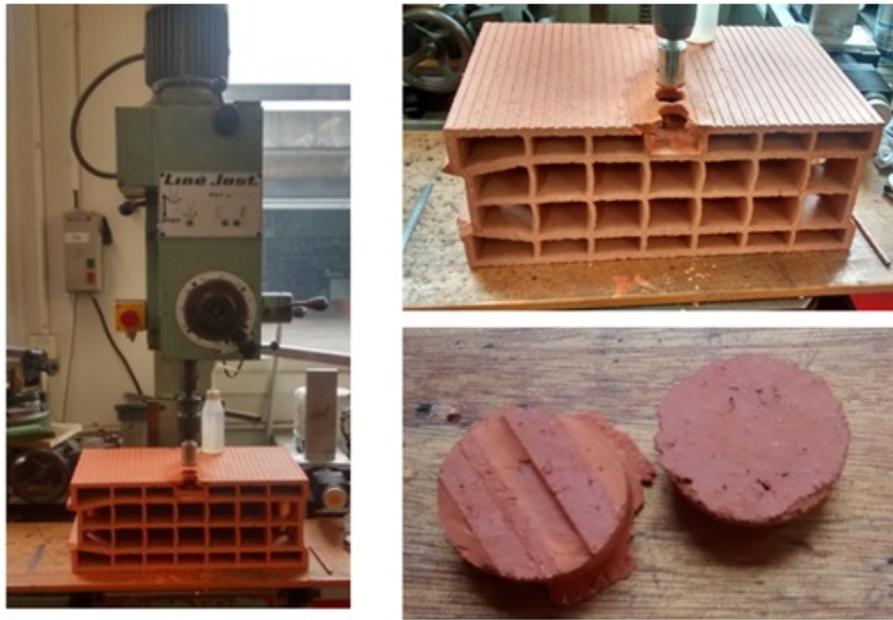


FIGURE 5.8 – Préparation des éprouvettes

L'essai est réalisé en comprimant entre deux plateaux d'une presse une éprouvette cylindrique le long de deux génératrices opposées (cf. figure 5.9). La vitesse de chargement utilisée pour ces essais est de 0.18 mm/min, comme pour les essais de compression.

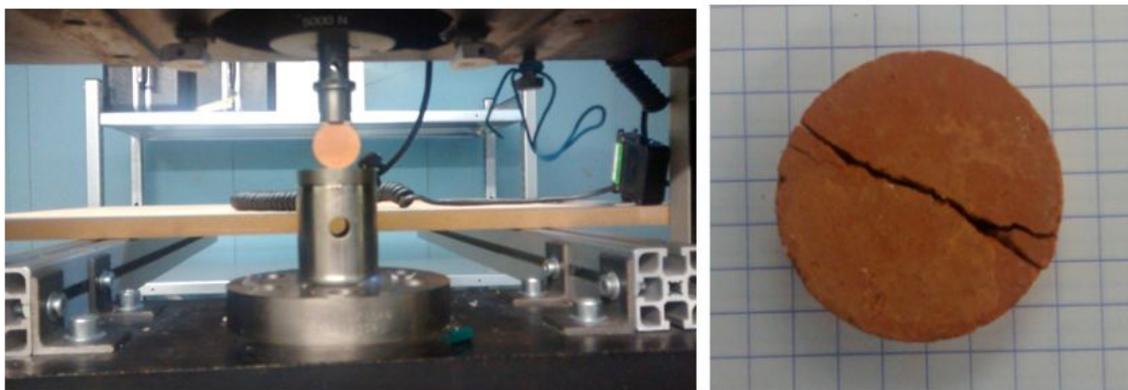


FIGURE 5.9 – Dispositifs pour l'essai brésilien

La rupture est obtenue par traction le long de la section verticale (joignant les deux plateaux), entraînant un fendage vertical de l'éprouvette (figure 5.9), lorsque la charge à la rupture est atteinte.

Le tableau 5.10 résume les résultats d'essais réalisés sur douze éprouvettes de même diamètre, mais avec différentes épaisseurs (carottées dans des parois différentes de la brique).

Echantillon	Diamètre (mm)	Epaisseur (mm)	Force à la rupture (N)	Contrainte à la rupture (MPa)
1	29,01	6,62	1152	3,82
2	29,05	6,5	1089	3,67
3	29,36	6,55	1023	3,39
4	29,02	6,5	1119	3,78
5	29	9,72	1395	3,15
6	29,03	9,72	1441	3,25
7	29,07	9,76	1432	3,21
8	29,06	9,72	1436	3,24
9	29,09	10,95	1857	3,71
10	29,09	11,09	1981	3,91
11	29,03	11,01	1911	3,81
12	29,15	11	1939	3,85

FIGURE 5.10 – Résultats des essais de traction

Nous calculons une résistance moyenne à la traction de 3.57 MPa avec un écart type de 0.29 MPa (8%). Ces résultats présentent une dispersion importante, mais plus faible que celle trouvée pour le module de Young.

Cette dispersion met en évidence encore une fois le caractère hétérogène des tessons en terre cuite et la présence de défauts ou de microfissures liés à la fabrication.

5.2.2 Essais à hautes températures

Pendant un essai feu, l'augmentation de la température dans le four suit un scénario bien défini par la norme. On atteint rapidement des températures supérieures à 800 °C. Cette montée en température peut modifier les caractéristiques mécaniques et thermiques de la terre cuite. L'étude expérimentale de leurs évolutions est l'objet de cette partie.

Les essais de caractérisation nécessitent l'utilisation d'un four capable de monter aux températures désirées et la possibilité de réaliser des essais in-situ.

Pour étudier le comportement mécanique à hautes températures de la terre cuite, nous avons réalisé des essais de flexion 3 points sur des tessons prélevés sur des briques produites dans trois usines différentes.

Le principe d'un essai de flexion 3 points est de déformer une éprouvette parallélépipédique, reposant sur deux appuis, par l'intermédiaire d'une panne appliquée à égale distance des appuis et se déplaçant à vitesse constante (cf. figure 5.11). On mesure simultanément la force appliquée et la flèche (la distance parcourue par la panne).

Les essais sont réalisés selon la norme NF EN ISO 178.

L'objectif premier de ces essais est de déterminer l'évolution du module de Young de la terre cuite en fonction de la température. Ces essais permettent également de caractériser la résistance en flexion de ce matériau.

Le deuxième objectif de ces essais est de comparer le comportement mécanique des tessons produits dans trois usines différentes. Chaque usine exploite sa propre carrière d'argile et possède ses propres procédés de fabrication et de séchage.

Les essais sont réalisés sur des éprouvettes de 150x 25 x 9 mm³. l'écartement des supports est de 125mm et la vitesse d'application de l'effort vertical est de 0.15 MPa/s.

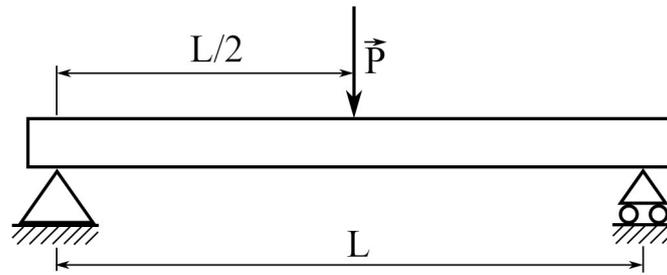


FIGURE 5.11 – Essai de flexion 3 points

Afin de réduire l'effet de la dispersion des résultats expérimentaux, chaque essai est réalisé trois fois, pour chaque qualité de brique et pour chaque température de caractérisation (le résultat final étant la moyenne des trois mesures effectuées). Par conséquent, la caractérisation de l'évolution du module de Young en fonction de la température peut nécessiter un grand nombre d'essais.

Comme les températures maximales atteintes, durant les 30 premières minutes d'un essai feu, se situant autour des 850 °C, nous limitons notre caractérisation à trois températures : 750 °C, 850 °C et 950 °C.

L'essai est fait selon le protocole suivant :

1. On monte la température du four jusqu'à la température de l'essai.
2. On enfourne l'éprouvette dans le four. Elle reste au repos pendant 15 min pour atteindre un état d'équilibre thermique.
3. On commence l'essai de flexion in-situ par application d'un chargement mécanique de 0.15 MPa/s au milieu de l'éprouvette jusqu'à la rupture de cette dernière.



FIGURE 5.12 – Essais de flexion 3 points in-situ

On détermine le module d'élasticité à partir de la tangente à l'origine des courbes charges-flèches, en utilisant la formule suivante (donnée par la norme NFT 51 001) :

$$E = \frac{L^3 \times F}{4 \times b \times h^3 \times s} \quad (5.20)$$

où L est la longueur de l'éprouvette, b sa largeur, h est son hauteur, F désigne la force appliquée et s désigne la flèche mesurée.

Cette formule n'est applicable que pour des comportements linéaires du matériau.

La figure 5.13 donne les courbes contraintes-flèches des essais réalisés sur les tessons produits par une des usines :

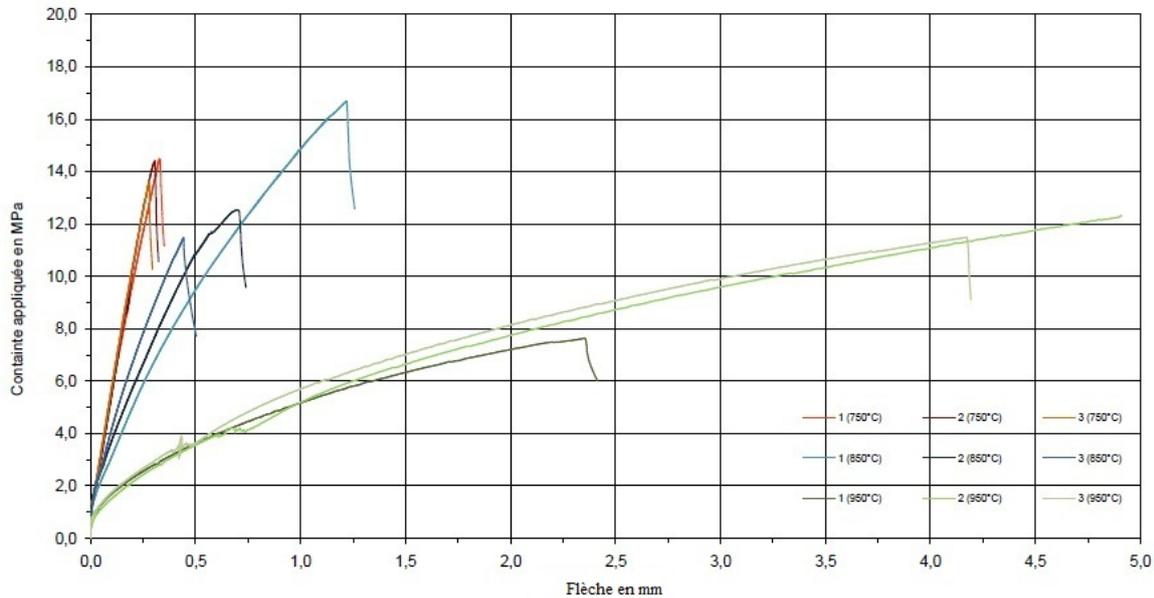


FIGURE 5.13 – Essais de flexion 3 points à hautes températures

Ces courbes montrent un comportement élastique linéaire pour la terre cuite pour les températures 750 °C et 850 °C. A 950 °C, ce n'est plus le cas, mais, nous utilisons, tout de même, la tangente à l'origine pour donner une estimation du module de Young.

Les modules de Young moyens (chaque essai étant réalisé trois fois) pour chaque qualité de brique et chaque température testée sont résumés dans le tableau 5.14 et donnés en GPa.

Tesson T(°C)	Produits de l'usine 1	Produits de l'usine 2	Produits de l'usine 3
750	10,1 GPa	18,1 GPa	11,8 GPa
850	7,6 GPa	9,3 GPa	10,7 GPa
950	5,7 GPa	4,8 GPa	4,5 GPa

FIGURE 5.14 – Moyenne des modules d'Young en fonction de la température et des origines des tessons

En comparant ces résultats, nous pouvons remarquer que :

- selon l'origine des tessons nous avons des propriétés mécaniques très différentes. A 750 °C, le module de Young des produits du deuxième site est presque le double de celui des produits par le premier site.
- les propriétés mécaniques des tessons subissent une dégradation progressive avec l'augmentation de la température. Le module de Young des tessons du premier site chute de 18.1 GPa à 4.8 GPa entre 750 °C et 950 °C.

Dans ce document, nous utilisons, dans les simulations numériques, les propriétés des tesson produits par le premier site de production.

Pour obtenir une courbe d'évolution du module de Young de la terre cuite en fonction de la température, nous considérons une régression linéaire entre les points de mesures obtenues expérimentalement. Cette courbe est représentée sur la figure 5.15.

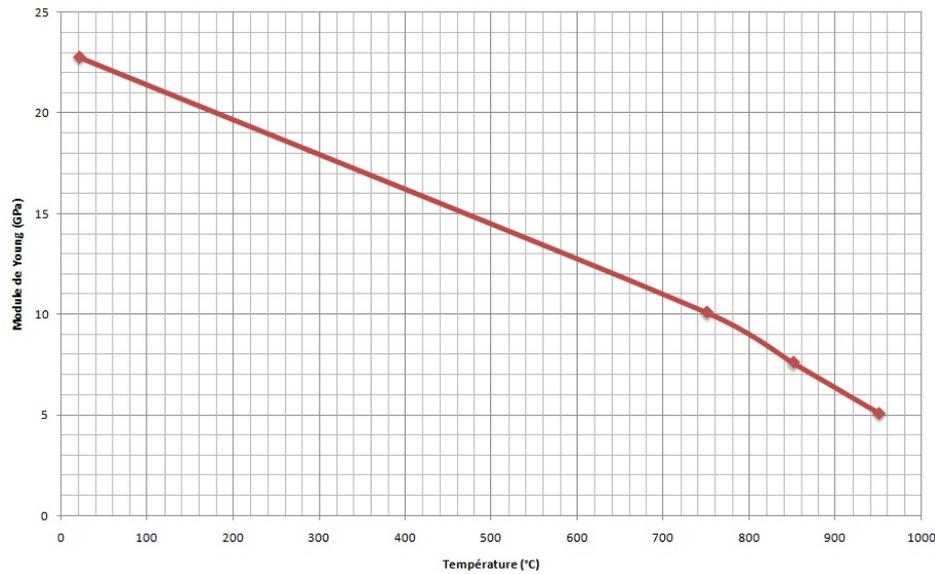


FIGURE 5.15 – Evolution du module de Young en fonction de la température

5.3 Calcul thermo-mécanique d'une brique alvéolée

Avant de se lancer dans le calcul d'un mur complet, nous nous intéressons dans cette section au comportement thermo-mécanique des briques alvéolées seules. A travers ces calculs, on souhaite isoler le comportement thermo-mécanique local des briques, et ce à moindre coût numérique (vu les dimensions réduites d'une brique). Nous commençons par le modèle de brique générique et nous passons ensuite aux briques "Costo" et "Thermo+". Il s'en suit alors une discussion sur l'architecture de la brique et son influence sur les contraintes thermo-mécaniques qui s'y développent.

5.3.1 Brique générique

On considère la brique générique utilisée dans le chapitre 4. L'évolution de la température dans la brique, lorsque cette dernière est exposée au feu, a déjà été calculée. Ce champ thermique est injecté comme chargement additionnel pour le calcul mécanique. Les paramètres matériaux pour la terre cuite sont un module de Young qui varie avec la température (donné par la courbe 5.15) et un coefficient de poisson constant égal à 0.3, valeur souvent utilisée dans la littérature. (Notons que ce choix de paramètres est le même dans tout les calculs à venir).

Quant aux conditions aux limites mécaniques, nous supposons que les coins de la face arrière de la brique sont fixés et que toutes les surfaces externes sont libres de contraintes mécaniques ($\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{n} = 0$).

5.3.1.1 Analyse de la déformée et du déplacement

Dans la configuration considérée, la brique se trouve en élévation du côté chaud, exposé au feu. Cette tendance s'explique par la grande dilatation thermique de ce côté. La déformation du côté non exposé, où l'élévation de la température reste limitée, est

beaucoup plus faible.

La figure 5.16 donne la déformée de la brique à $t=30$ min ainsi que les isovaleurs du déplacement u_y à $t=30$ min.

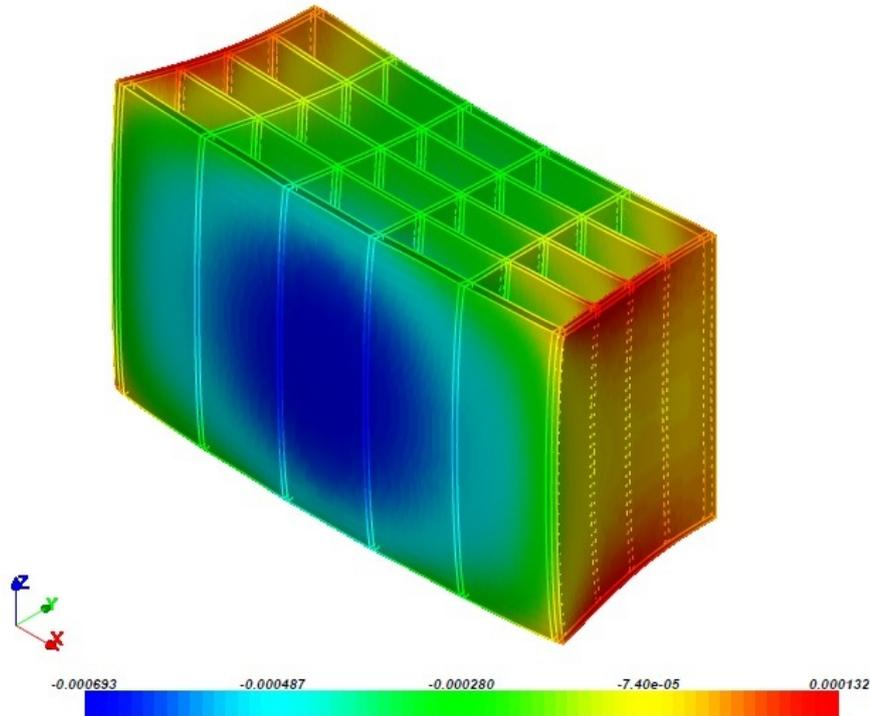


FIGURE 5.16 – Déformée de la brique et isovaleurs de u_y à $t=30$ min

La déformée de la brique montre un bombement de la face exposée dans la direction de la source de chaleur. Vue la symétrie du problème, la flèche est maximale au centre de cette face. Son évolution au cours du temps est donnée sur la figure 5.17.

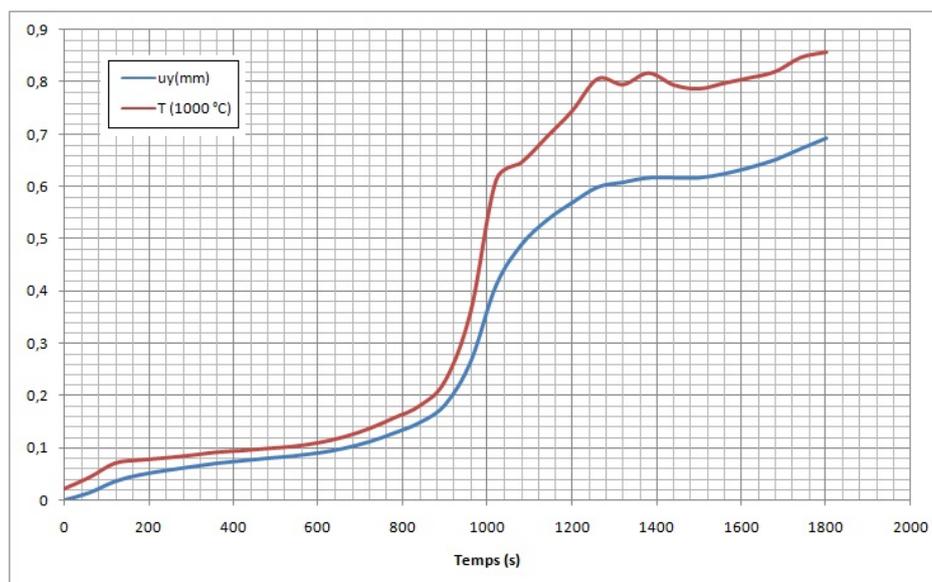


FIGURE 5.17 – Évolution de u_y et de la température au centre de la face exposée

L'évolution de la flèche au centre de la brique a la même allure que l'évolution du champ thermique. Cette dernière, mise à l'échelle, est représentée également sur la figure 5.17. On distingue trois phases : d'abord, une augmentation modérée de la déflexion de la brique lorsque le doublage est toujours en place. La deuxième phase débute avec la

perte de cette protection et elle est marquée par une accélération de la déformation. Enfin, la vitesse de la déformation diminue avec la diminution du gradient thermique dans la brique.

5.3.1.2 Analyse des contraintes

Dans la brique exposée au feu, des contraintes mécaniques apparaissent à cause des conditions aux limites et à cause du gradient thermique dans la structure. Le calcul montre que les directions x , y et z sont quasiment les directions des contraintes principales majeures. Les contraintes σ_{xy} , σ_{xz} et σ_{yz} calculés sont très faibles.

Tant que le doublage protecteur est en place (jusqu'à $t=15$ min), les contraintes mécaniques dans la brique restent faibles. Mais, à la perte de cette protection, les valeurs des contraintes augmentent rapidement et significativement. Sur la figure 5.18, les contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} calculées à $t=17$ minutes sont données.

Sur cette figure, la couleur bleue caractérise les valeurs négatives des contraintes (donc les contraintes compressives), la couleur rouge caractérise les contraintes de traction et la couleur verte correspond à de faibles valeurs de contraintes (proches de zéro).

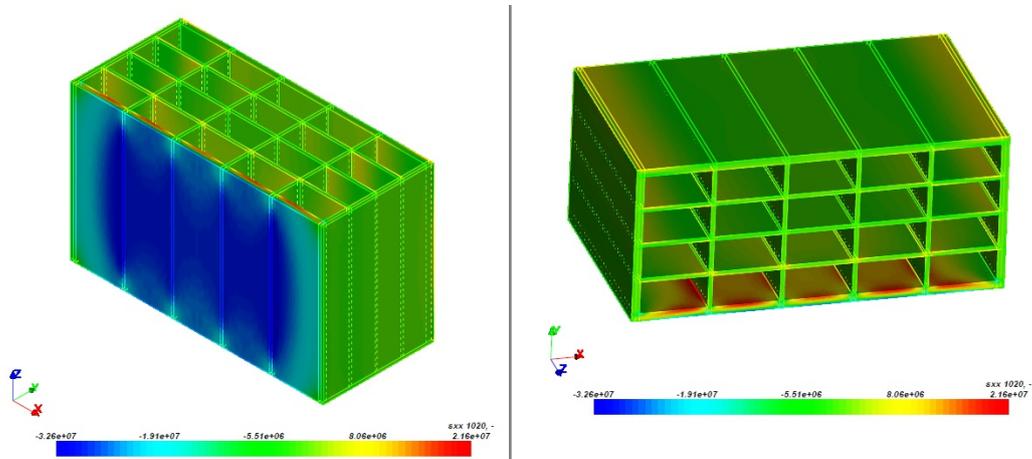
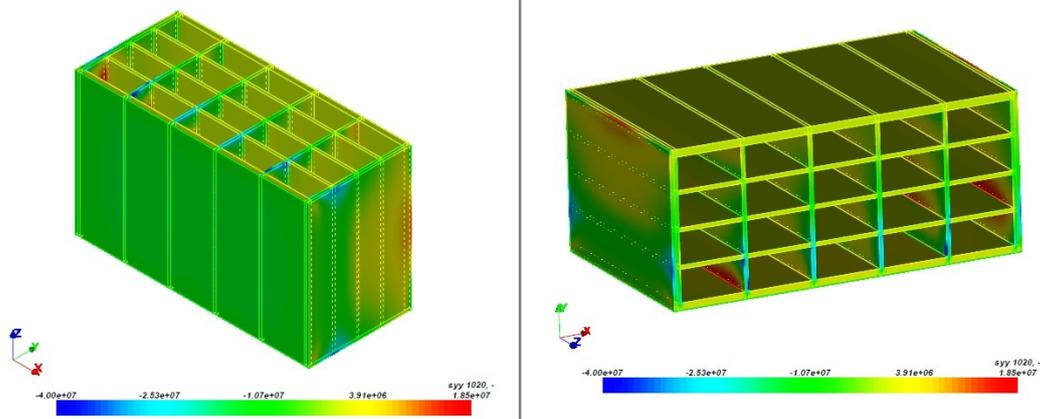
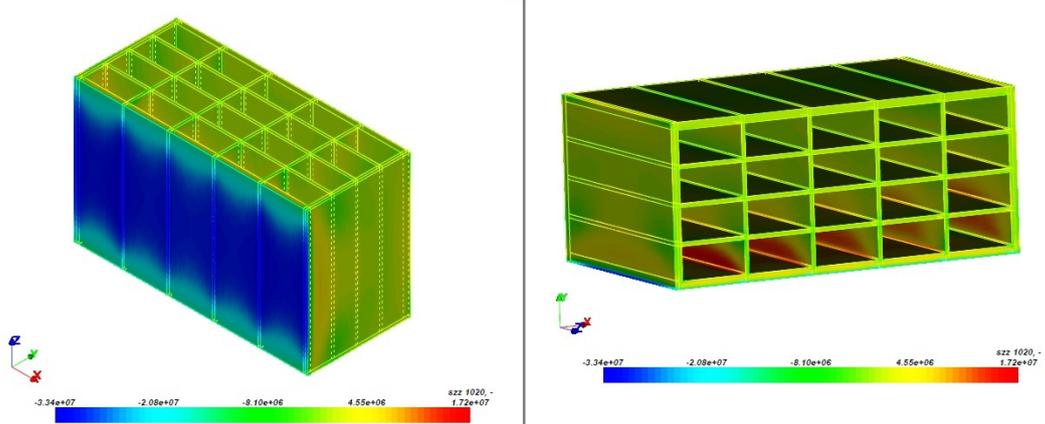
Comme attendu, les valeurs des contraintes les plus élevées sont calculées sur la première paroi de la brique, exposée directement au feu après la perte du doublage. Nous examinons les contraintes au centre des faces avant et arrière de cette paroi. Leurs évolutions temporelles sont données sur les figures 5.19 et 5.20.

Les deux faces sont sollicitées de manières différentes :

- Sur la face avant, la contrainte σ_{yy} est faible et reste proche de zéro. Les contraintes σ_{xx} et σ_{zz} sont plus importantes et sont compressives. Cette face est sollicitée en compression dans les directions x et z , bien qu'elle se trouve dans la zone convexe d'une plaque en flexion.
- Sur la face arrière de la première paroi, on calcule des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} de traction, la contrainte σ_{yy} étant la plus faible. Cette face est sollicitée en traction bien qu'elle se trouve dans la zone concave d'une plaque en flexion.

Cette distribution des contraintes est a priori inattendue (compression dans la zone convexe d'une plaque en flexion et traction dans sa partie concave). Mais, il faut se rappeler que l'apparition des contraintes dans la première paroi est une conséquence directe de la propagation de la chaleur dans cette paroi. A cause de la faible conductivité thermique de la terre cuite, ce transfert est lent et un gradient thermique se crée dans la paroi. La face arrière se dilate beaucoup moins que la face avant (exposée au feu). Les fibres matérielles de la paroi résistent à la dilatation de la face avant, ce qui est ressenti, par cette face, comme un effort de compression empêchant sa dilatation. A ce phénomène physique, se superpose l'effet de la résistance mécanique des cloisons à la dilatation différentielles des différentes parois de la brique. Ces mécanismes sont schématisés sur la figure 5.21.

Revenons sur les évolutions temporelles des contraintes dans la première paroi de la brique, montrées dans les figures 5.19 et 5.20. Les différentes courbes présentent une même allure. D'abord, les contraintes stagnent à de faibles valeurs, car le doublage protecteur est toujours en place. A sa chute, les contraintes augmentent très rapidement

(a) Contrainte σ_{xx} (b) Contrainte σ_{yy} (c) Contrainte σ_{zz} FIGURE 5.18 – Isovaleurs des contraintes dans la brique à $t=17\text{min}$

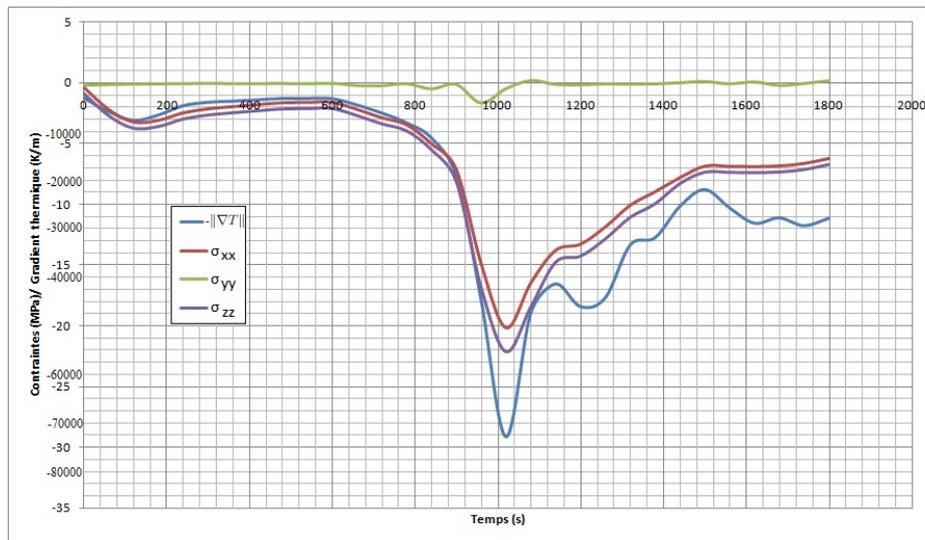


FIGURE 5.19 – Évolution des contraintes au centre de la face avant de la première paroi

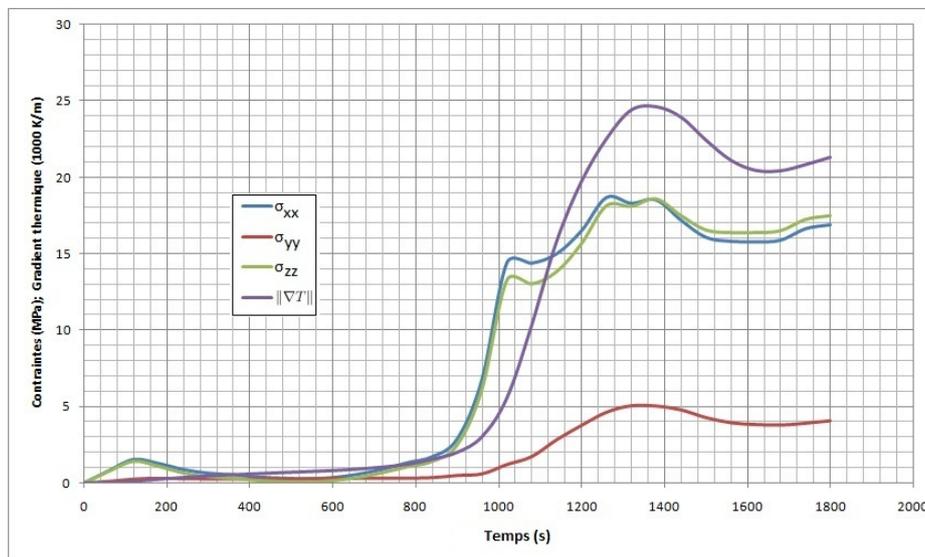


FIGURE 5.20 – Évolution des contraintes au centre de la face arrière de la première paroi

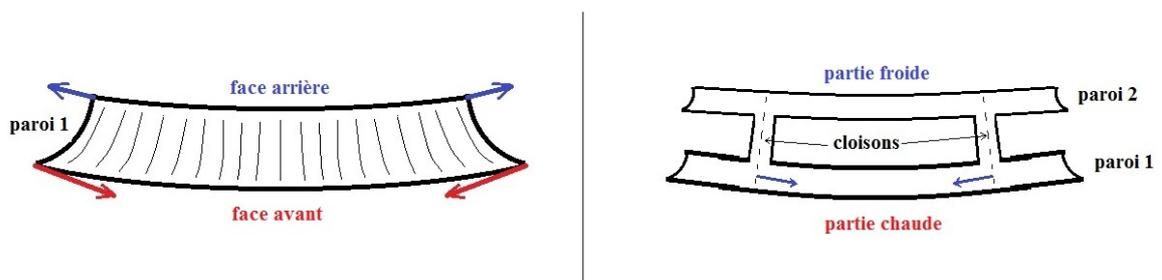


FIGURE 5.21 – Contraintes dues à la dilatation différentielle dans la brique

et atteignent leurs maximums. Puis, avec la diminution du gradient thermique dans la brique, les contraintes diminuent et se stabilisent.

Pour montrer la dépendance des contraintes calculées au gradient thermique, nous avons ajouté, sur les figures 5.19 et 5.20, les courbes d'évolutions de $\|\nabla T\|$. Notons que pour une meilleure clarté, on représente l'opposé de $\|\nabla T\|$ sur la première figure.

En ce qui concerne les valeurs calculées, les valeurs des contraintes compressives sont élevées mais restent inférieures à la limite de rupture de la terre cuite en compression

(27 MPa cf. la section 5.2).

Ceci n'est pas le cas des contraintes de traction. Après la chute du doublage, ces contraintes augmentent rapidement et dépassent la limite de rupture en traction de la terre cuite (3.5 MPa cf. section 5.2). Ces contraintes sont très dangereuses pour la brique et peuvent provoquer des endommagements locaux et initier des fissures dans le matériau.

En examinant de près la figure 5.18, on observe que les contraintes de traction les plus importantes sont calculées au point P, situé au milieu de l'arête où se croisent la première paroi et la deuxième cloison de la brique, et au point P' son symétrique par rapport au plan vertical passant par le centre de la brique (cf. figure 5.22).

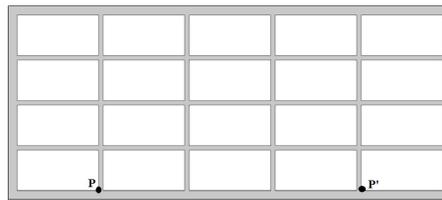


FIGURE 5.22 – Positions des points où les contraintes de traction sont maximales

La figure 5.23 donne l'évolution des contraintes calculées au niveau de ce point P, ainsi que celle de la norme du gradient thermique.

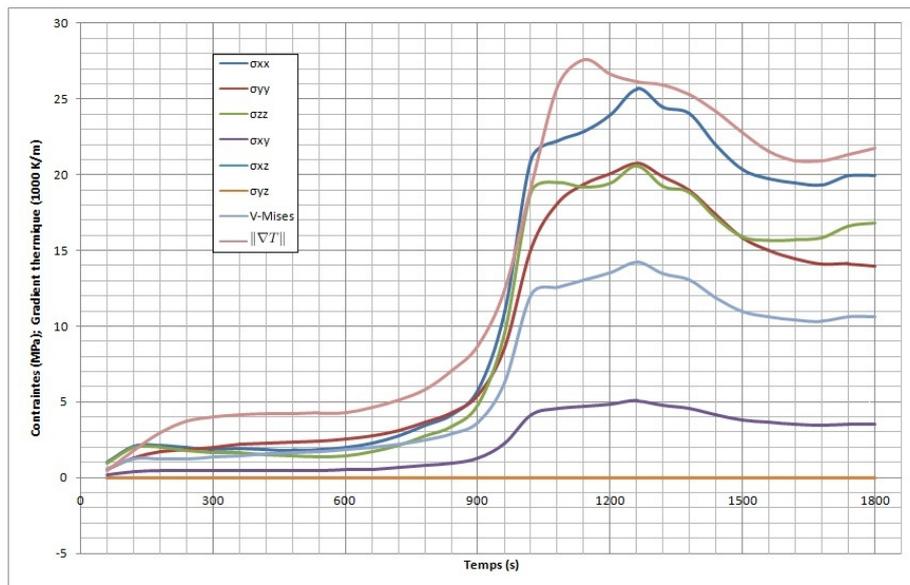


FIGURE 5.23 – Évolution des contraintes au niveau du croisement critique

En ce point de criticité mécanique, les courbes d'évolutions temporelles des contraintes ont une même allure et suivent celle de la norme du gradient thermique, ajoutée à la figure.

Les contraintes σ_{xy} et σ_{xz} et σ_{yz} ont de faibles valeurs, comparées aux contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} . Ces dernières présentent des valeurs très élevées. Les valeurs maximales dépassent 7 fois la limite de rupture en traction de la terre cuite.

Sur la même figure, nous donnons l'évolution de la contrainte équivalente de Von-Mises, qui augmente dès la chute du doublage protecteur. Les contraintes en cisaillement sont bien présentes mais restent inférieures aux contraintes en traction.

A cause des contraintes en traction, des fissures sont susceptibles d'apparaître et se

développer au niveau de ces zones de croisement entre la première paroi et les cloisons, ce qui peut provoquer le détachement de cette paroi. Un tel mécanisme peut expliquer le phénomène d'écaillage observé expérimentalement (caractérisé par un détachement progressif des parois de la brique).

En conclusion, lorsqu'on soumet une brique alvéolée au feu, des efforts mécaniques importants apparaissent dans sa première paroi. Ils sont principalement dûs à la dilatation différentielle dans la brique. Au niveau de la face avant, il s'agit de contraintes essentiellement compressives et au niveau de la face arrière il s'agit de contraintes de traction. Ces dernières sont particulièrement élevées au niveau des croisements avec les cloisons.

D'après cette analyse, deux modes de rupture de la paroi sont possibles :

- L'écrasement par compression si les contraintes sur la face avant σ_{xx} et σ_{zz} dépassent la résistance en compression de la terre cuite.
- Le détachement avec les cloisons si les contraintes au niveau des croisements dépassent la résistance la terre cuite principalement par traction ou potentiellement par cisaillement.

Le deuxième mécanisme est plus probable, vue la faible résistance du matériau au cisaillement et surtout à la traction.

Nous avons, par ailleurs, noté la dépendance des contraintes mécaniques en un point donné de la brique à l'évolution du gradient thermique en ce point. Ceci montre que la dilatation différentielle est responsable de l'apparition de ces contraintes.

Pour réduire les contraintes mécaniques, qui se développent dans une brique exposée au feu, il faut travailler à minimiser les gradients thermiques dans la brique, notamment, en retravaillant son architecture et sa géométrie. Les paramètres géométriques sont des leviers à actionner pour réduire les gradients thermiques. Ceci est illustré, dans la section suivante.

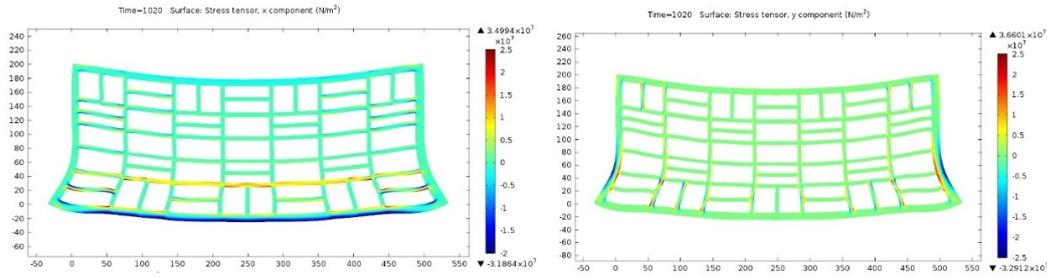
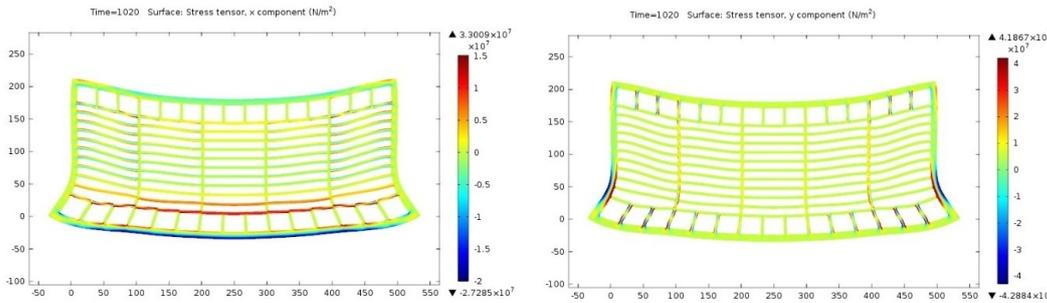
5.3.2 Influence de l'architecture de la brique sur son comportement thermo-mécanique

Ce travail s'inscrivant aussi dans un cadre industriel, nous avons mené deux calculs thermo-mécaniques sur les briques Costo et Thermo+, conçues par Bouyer Leroux. L'objectif est d'étudier l'influence de l'architecture de la brique sur son comportement au feu.

Les essais expérimentaux montrent qu'au début de l'essai, les deux briques en question se comportent de manière similaire dans le sens où leurs premières parois se détachent au même moment. Cependant, ce n'est pas le cas des autres parois : les parois suivants de la brique thermo+ s'écaillent plus rapidement que celles de la brique Costo. A travers les calculs numériques, nous essayons d'expliquer ces observations expérimentales.

Pour les calculs, nous conservons les hypothèses utilisées pour la brique générique et on applique les mêmes sollicitations et conditions aux limites. Les déformées des deux briques et les isovaleurs des contraintes σ_{xx} et σ_{yy} à $t=17$ min sont données sur les figures 5.24 et 5.25.

Les résultats numériques sur ces deux briques montrent qu'elles se comportent, sous l'effet du feu, de manière similaire à la brique générique : les contraintes les plus élevées

FIGURE 5.24 – Déformée et contraintes σ_{xx} et σ_{yy} dans la brique Costo à $t=17$ minFIGURE 5.25 – Déformée et contraintes σ_{xx} et σ_{yy} dans la brique Thermo+ à $t=17$ min

se développent, à partir de la chute du doublage, dans la première paroi de la brique. La face avant de cette dernière est sollicitée en compression alors que sa face arrière est sollicitée en traction.

On identifie les points P_1 et P_2 (et leurs symétriques P'_1 et P'_2) où se développent les contraintes de traction les plus importantes. Ces points sont situés au niveau du croisement entre la première paroi et la deuxième cloison des briques (cf figure 5.26).

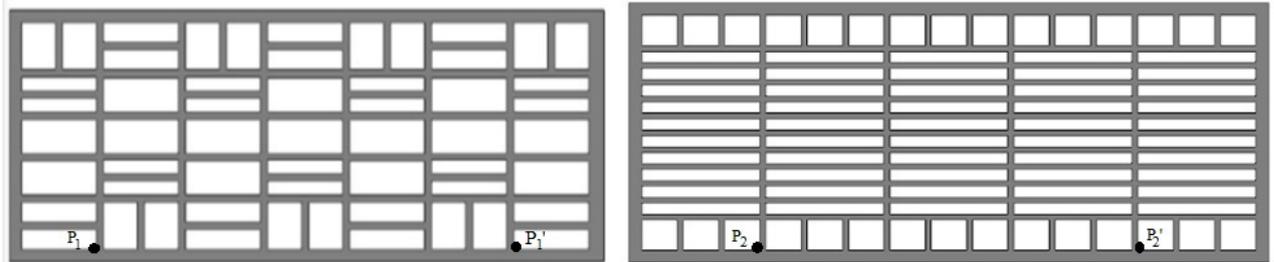


FIGURE 5.26 – Positions des points où les contraintes de traction sont maximales

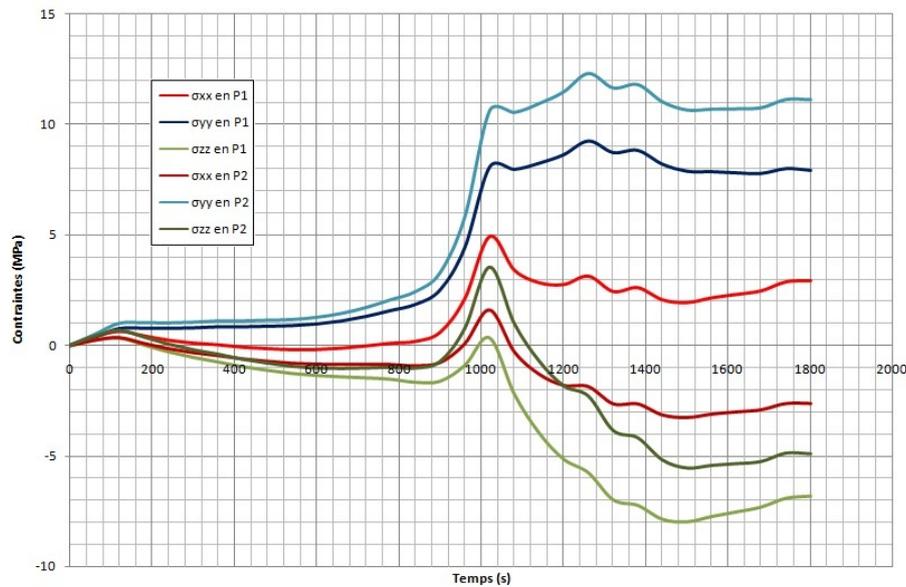
En P_1 et P_2 , les contraintes σ_{xy} , σ_{xz} et σ_{yz} obtenus sont faibles. Les directions x , y , z sont les directions des contraintes principales dans ces deux briques.

Sur la figure 5.27, seules les évolutions des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} sont représentées.

Les courbes d'évolutions des contraintes pour les deux briques sont semblables et suivent l'allure obtenue pour la brique générique. Ici, les contraintes atteignent leurs premiers extremums autour de 17 minutes.

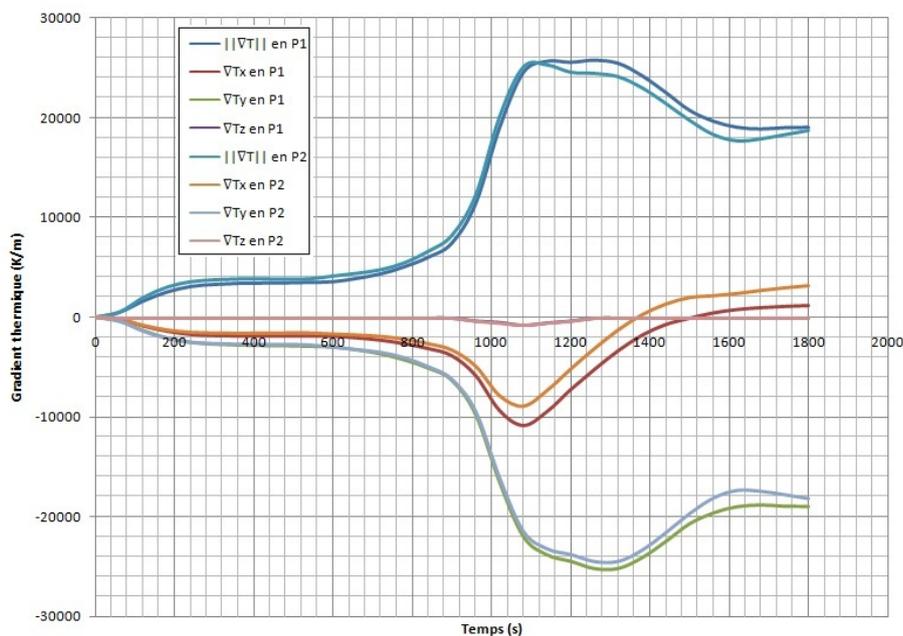
En comparant les valeurs calculées pour la brique Costo et Thermo+, on voit des valeurs de contraintes compressives σ_{zz} plus importantes pour la première, mais des valeurs de contraintes en traction σ_{yy} plus élevées pour la deuxième.

Pour les deux briques, la contrainte σ_{zz} reste toujours en dessous de la limite de rupture en compression de la terre cuite, alors que la contrainte σ_{yy} dépasse la limite de résistance à la traction de la terre cuite. Comme dans le cas de la brique générique,

FIGURE 5.27 – Évolutions des contraintes calculées aux points P_1 et P_2

l'intégrité mécanique des briques Costo et Thermo+ est menacée en premier lieu par les contraintes de traction.

Malgré ces différences, les deux briques présentent globalement la même distribution de contraintes mécaniques. Le gradient thermique a été identifié, dans la section précédente, comme le principal facteur générateur de ces contraintes. Regardons son évolution temporelle selon les directions x, y et z dans les points P_1 et P_2 ainsi que celle de sa norme. Toutes ces courbes sont montrées sur la figure 5.28.

FIGURE 5.28 – Évolution des gradients thermiques calculés aux points P_1 et P_2

L'évolution du gradient thermique dans les deux briques suit un même scénario. Comme pour les courbes des évolutions des contraintes, les extremums sont atteints autour de $t=17$ minutes.

Pour comprendre la similarité des gradients thermiques entre les deux briques Costo

et Thermo+, il faut d'abord remarquer que le gradient thermique dans une brique exposée au feu se développe principalement dans la direction y , comme le confirme la figure 5.28. Or le gradient thermique dans la direction y , calculé aux points P_1 et P_2 , dépend fortement de l'épaisseur de la première paroi. Les deux briques Costo et Thermo+ ayant la même épaisseur de leurs premières parois, les gradients thermiques calculés sont, par conséquent, très proches.

En résumé, les résultats numériques suggèrent que les briques Thermo+ et Costo se comportent de manière similaire au début de leur exposition au feu, comme observé expérimentalement. Ceci est dû, en premier lieu, à une même épaisseur de la première paroi.

Notons que les autres parois des deux briques ont des épaisseurs différentes et peuvent, de fait, avoir des comportements thermo-mécaniques différents.

Pour mieux quantifier l'influence de l'épaisseur de la première paroi sur le comportement thermo-mécanique d'une brique alvéolée soumise au feu, une étude paramétrique est réalisée.

Nous étudions ensuite l'influence de l'introduction de congés au niveau des angles vifs des alvéoles.

5.3.2.1 Influence de l'épaisseur de la première paroi

Reprenons la géométrie Thermo+ et modifions uniquement l'épaisseur e de sa première paroi (en passant ici de 10 à 20 puis à 30 mm). La figure 5.29 montre les évolutions de la norme du gradient thermique calculée au point P_2 , avec différentes épaisseurs e .

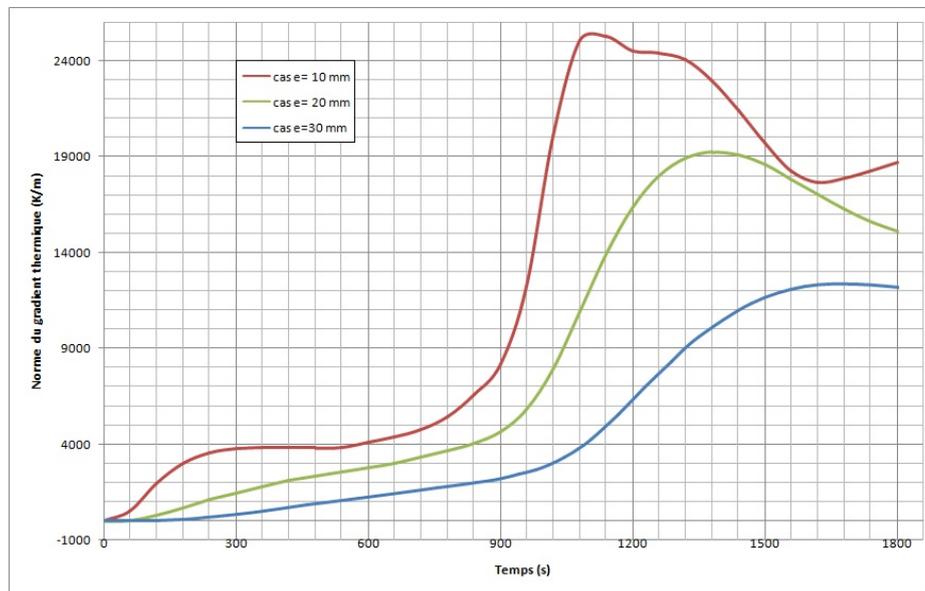


FIGURE 5.29 – Évolution temporelle de $\|\nabla T\|$ au point P_2 en fonction de l'épaisseur e

Ces courbes montrent que le gradient thermique au niveau du croisement des cloisons et de la première paroi de la brique dépend fortement de l'épaisseur de cette paroi. Plus elle est épaisse, plus le gradient thermique croît lentement et plus son maximum est atteint plus tardivement. En passant de 10 à 20 puis à 30 mm, nous passons d'un maximum de 25273 K/m atteint à 18 min à un maximum de 19250 atteint à 23 min puis à un maximum à 12332 atteint à 29 min.

En ce qui concerne la contrainte σ_{yy} au point P_2 , nous représentons son évolution, pour les différentes épaisseurs e , sur la figure 5.30.

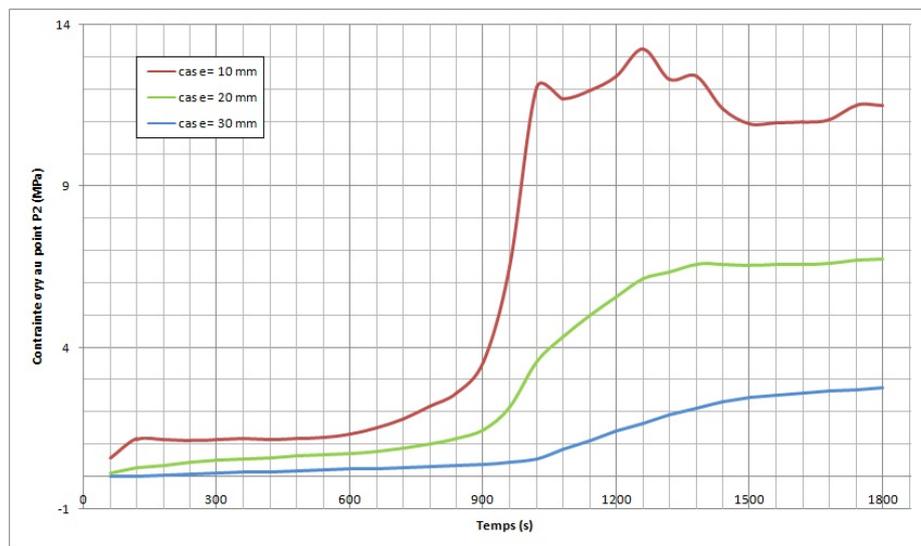


FIGURE 5.30 – Évolution temporelle de la contrainte σ_{yy} au point P_2 en fonction de l'épaisseur e

Avec une épaisseur de 10 mm, nous obtenons une contrainte maximale de 12,06 MPa à 17 min, qui dépasse largement la résistance à la traction de la terre cuite (3.5 MPa). Pour le cas où l'épaisseur est de 20 mm, le maximum de la contrainte est de 6.5MPa et il est atteint à $t= 23$ min. Notons par contre que la résistance à la traction est dépassée à partir de $t=17$ min, où on calcule une contrainte de 3.57 MPa. Enfin, pour le dernier cas ($e=30$ mm), la contrainte maximale est enregistrée à $t=29$ min et n'est que de 2.7 MPa. On est en dessous de la limite de rupture du matériau.

L'augmentation de l'épaisseur des parois paraît donc une solution au problème de tenue au feu des briques. Cependant, cette solution s'accompagne d'une détérioration de la capacité isolante de la brique ainsi que l'augmentation de sa masse. Un compromis devrait être trouvé lors de la conception de la brique.

5.3.2.2 Influence de l'introduction de congés

Les zones de concentrations du gradient thermique et des contraintes mécaniques sont localisées au niveau des angles rentrants à l'intersection entre les parois et les cloisons de la brique.

Par conséquent, arrondir les coins de la brique en introduisant des congés, au niveau des angles vifs, pourrait réduire les concentrations de contraintes.

Nous reprenons la brique Thermo+ et nous arrondissons les coins de la première couche d'alvéoles, avec un rayon de courbure de 4 mm (cf figure 5.31).

La figure 5.32 montre les évolutions de la norme du gradient thermique calculée au niveau du coin selon qu'il est arrondi ou non.

Ces courbes montrent que l'introduction de congés réduit considérablement le gradient thermique au niveau du croisement des cloisons avec la première paroi à $t=17$ min.

La réduction des concentrations du gradient thermique entraîne automatiquement une diminution significative des contraintes mécaniques comme illustré sur la figure 5.33.

Dans une optique d'optimisation, et comme réalisée pour le paramètre "épaisseur de

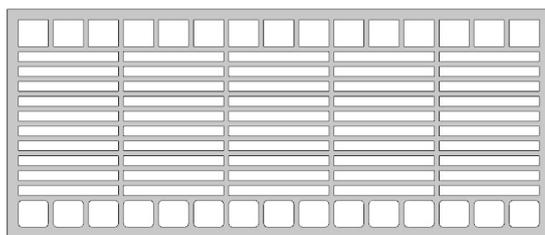
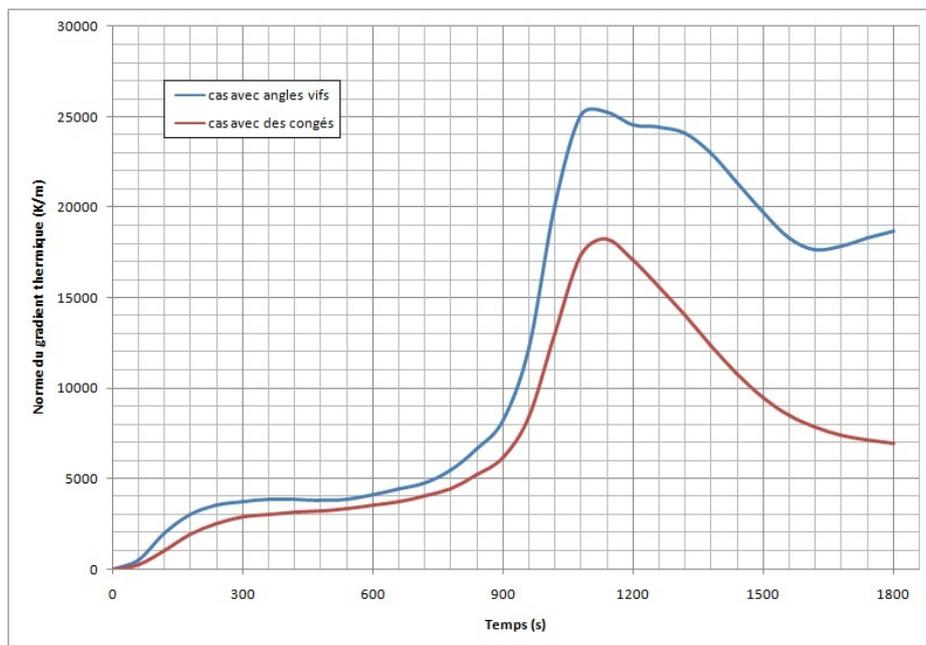
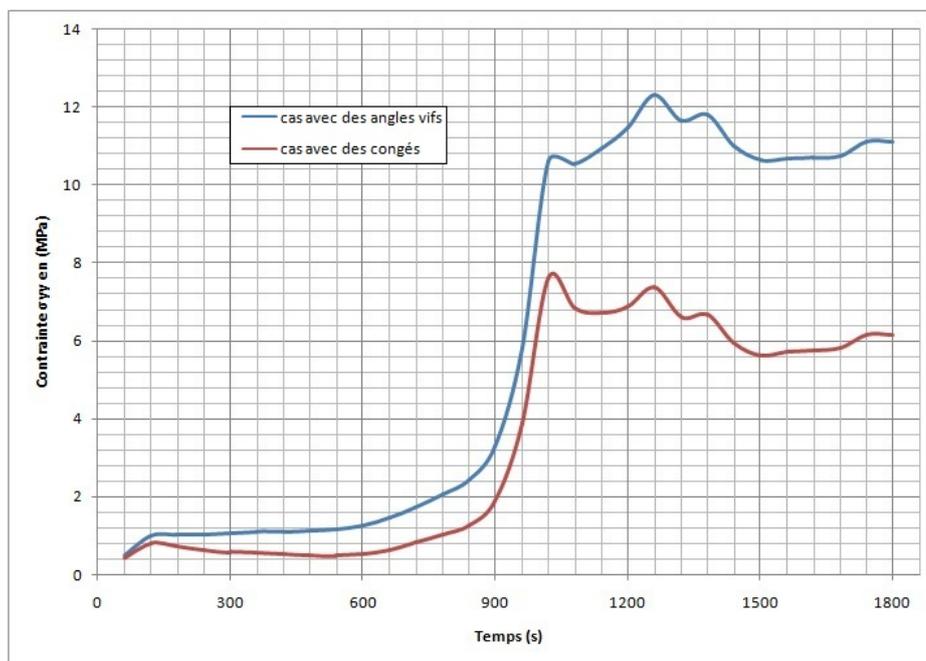


FIGURE 5.31 – Brique Thermo+ avec des congés au niveau de la première couche d'alvéoles

FIGURE 5.32 – Évolution temporelle de $\|\nabla T\|$ avec des angles vifs ou des congésFIGURE 5.33 – Évolution temporelle de σ_{yy} avec des angles vifs ou des congés

la première paroi", une étude paramétrique est à mener sur le paramètre "rayon de courbure des congés".

Le calcul thermo-mécanique d'une brique seule nous a permis d'étudier l'état de contraintes dans cette structure et comprendre les mécanismes de ruptures possibles. En particulier, les zones situées au niveau des croisements des parois et des cloisons paraissent comme des zones critiques où se développent des contraintes en traction très élevées. Nous avons identifié le gradient thermique comme élément générateur des contraintes. Son évolution dépend fortement de l'épaisseur des parois, qui est, par conséquent, un paramètre très important dans la conception d'une brique. Une autre voie d'amélioration possible discutée dans cette partie est l'introduction des congés au niveau des angles rentrants.

Cette analyse sur une brique seule doit être confortée par des calculs sur des assemblages de briques, plus représentatifs d'un mur.

5.4 Éléments de modélisation d'un mur entier soumis au feu

Dans ce travail de thèse, nous avons choisi une stratégie qui consiste à décomposer le problème thermo-mécanique de la tenue au feu d'un mur en briques en problèmes "élémentaires", plus simples à aborder. Nous avons étudié ces problèmes élémentaires pour tester des modélisations des phénomènes impliqués par notre problématique pour en choisir celles adéquates, nous permettant de reproduire au mieux les observations et mesures expérimentales. Nous abordons dans ce paragraphe les questions délicates du choix des conditions aux limites et du traitement des différentes interfaces.

5.4.1 Choix des conditions aux limites

Pour garantir l'unicité de la solution du problème thermo-mécanique, il est important d'éliminer tout mouvement de solide rigide, c'est à dire tout mouvement non nul à champ de déformations nul. Ceci peut être accompli par la donnée d'un minimum de liaisons cinématiques aux bords du domaine étudié.

La détermination des bonnes liaisons cinématiques à imposer aux bords d'un mur en briques soumis au feu est un exercice délicat nécessitant des mesures expérimentales soignées. Or, peu de données expérimentales sont disponibles concernant le comportement des bords du mur. Dès lors, il s'agit de tester plusieurs conditions aux limites "raisonnables" et retenir celle qui reproduit au mieux la réalité expérimentale.

Cette difficulté a été soulevée par certains auteurs comme Nadjai et O'Gara [AJ06] [NOA03]. Ces derniers ont souligné l'importance du choix des conditions à appliquer sur le mur et ont identifié le chargement thermique comme élément générateur de la complexité de ce choix. Ils ont mené des calculs en 2D pour différentes conditions aux limites possibles notées "A", "B" et "C" (cf. figure 5.34) :

- Configuration "A" : La face du bas du mur est encastrée alors que sa face du haut est autorisée à se déplacer et à pivoter librement dans le plan (x,y) .
- Configuration "B" : On impose une liaison d'appui simple sur la face en bas du mur ; cette dernière ne peut que tourner. Sur la face du haut du mur, on élimine le déplacement dans la direction x .
- Configuration "C" : La face du bas du mur est encastrée et sa face du haut ne peut que glisser selon la direction y .

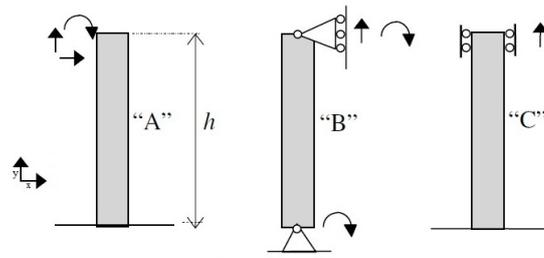


FIGURE 5.34 – Différentes conditions aux limites utilisées dans [NOA03]

En comparant les valeurs calculées de la flèche au centre du mur aux données expérimentales, les auteurs concluent que la configuration réelle est intermédiaire entre les configurations "B" et "C".

Dans notre étude, nous commençons par choisir des conditions aux limites "raisonnables" souvent utilisées dans la littérature. Nous les commenterons pour ouvrir sur des conditions aux bords plus aptes à reproduire les observations expérimentales.

La configuration du mur lors d'un essai au feu, est rappelée dans la figure 5.35.

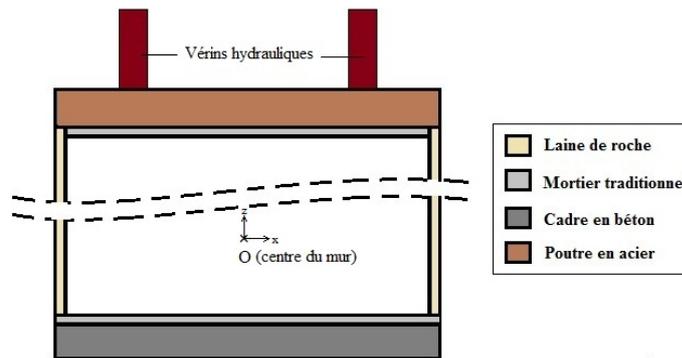


FIGURE 5.35 – Configuration du mur lors d'un essai feu

Examinons ce cas pour nous interroger sur les conditions mécaniques à adopter :

- Le bord inférieur du mur d'essai est relié au support (le cadre en béton) par une couche de mortier traditionnel. L'adhérence entre le mur et le support est renforcée par le chargement mécanique vertical.
- Le bord supérieur est couvert d'une couche de mortier traditionnel, en contact avec la poutre de distribution des charges qui transmet l'effort mécanique appliqué par les deux vérins hydrauliques.
- Les bords latéraux sont isolés du cadre support à l'aide d'une couche de laine de roche. Ce matériau est très souple. Le mur peut donc se déformer librement.
- Les parois avant et arrière sont libres d'efforts mécaniques.

Remarquons d'abord que si on suppose le travail de maçonnerie et d'agencement des briques en panerresse parfaitement réalisé, le mur est symétrique par rapport au plan (o,y,z) (cf figure 5.36). Puisque les efforts sont imposés de manière symétrique par rapport à ce plan et que les conditions aux bords latéraux sont identiques, de type bords libres, nous pouvons supposer que le problème est symétrique par rapport à ce plan et ne modéliser que la moitié du mur.

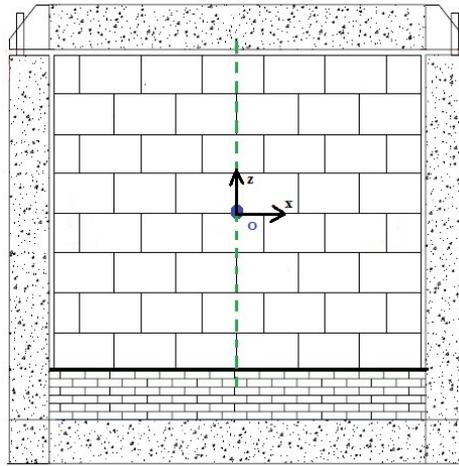
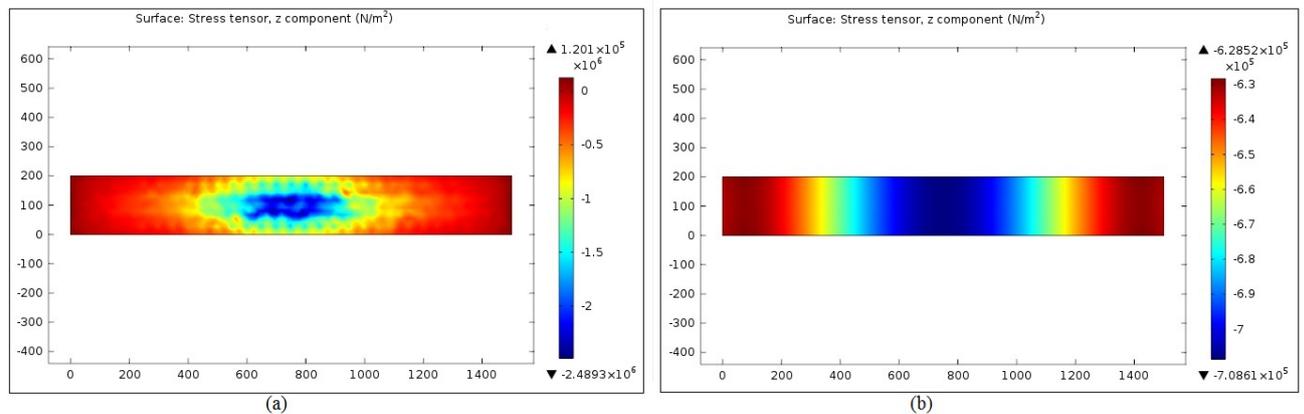


FIGURE 5.36 – Plan de symétrie du mur

Sur la face du haut du mur, il est d'usage de retenir, pour les calculs, une condition d'effort mécanique uniforme. Cette condition est également choisie pour nos calculs. Mais observons que dans la pratique, l'utilisation de deux vérins hydrauliques qui appuient sur une barre de répartition d'efforts engendre une répartition non homogène sur la face du haut du mur (en contact avec la barre de répartition d'effort). Plus on s'éloigne de cette zone de contact, plus la contrainte verticale tend à s'homogénéiser. Pour illustrer cette remarque, un calcul a été mené sur la moitié du mur (profitant de la symétrie du problème). Les figures 5.37 (a) et 5.37 (b) montrent respectivement la répartition de la contrainte verticale sur la face du haut du mur et selon un plan de coupe aux 2/3 de sa hauteur.

FIGURE 5.37 – σ_{zz} sur la face du haut du mur (a) et selon une coupe aux 2/3 de sa hauteur (b)

En réalité ceci n'est pas un problème, car comme expliqué au paragraphe 5.4.1, l'effort mécanique imposé sur le mur affecte peu la stabilité de ce dernier, du moins avant l'initiation du phénomène d'écaillage dans les briques.

Pour le bord bas du mur, une condition d'encastrement paraît raisonnable.

Le problème est qu'avec ce choix de conditions aux limites, le calcul numérique montre un mur qui ne "bombe" pas dans la direction du feu, comme observé expérimentalement, mais plutôt dans la direction opposée. Ceci est illustré par un calcul d'un modèle simplifié du mur.

On considère un mur formé d'un seul matériau homogène et isotrope (avec les proprié-

tés thermiques et mécaniques de la terre cuite). On modélise sa moitié et on impose une condition de symétrie sur un bord latéral. Nous appliquons un chargement thermique sur sa face avant, un chargement mécanique vertical sur sa face du haut. Une condition d'encastrement est prise pour sa face du bas. Les faces restantes du mur sont supposés être libres d'efforts.

La figure 5.38 résume les conditions aux limites utilisées et donne la déformée du mur et les isovaleurs des déplacements u_y à l'instant $t=30\text{min}$ (On se limite à $t=30\text{min}$ car les essais feu ont montré que l'écaillage des parois des briques commence, généralement, à ce moment).

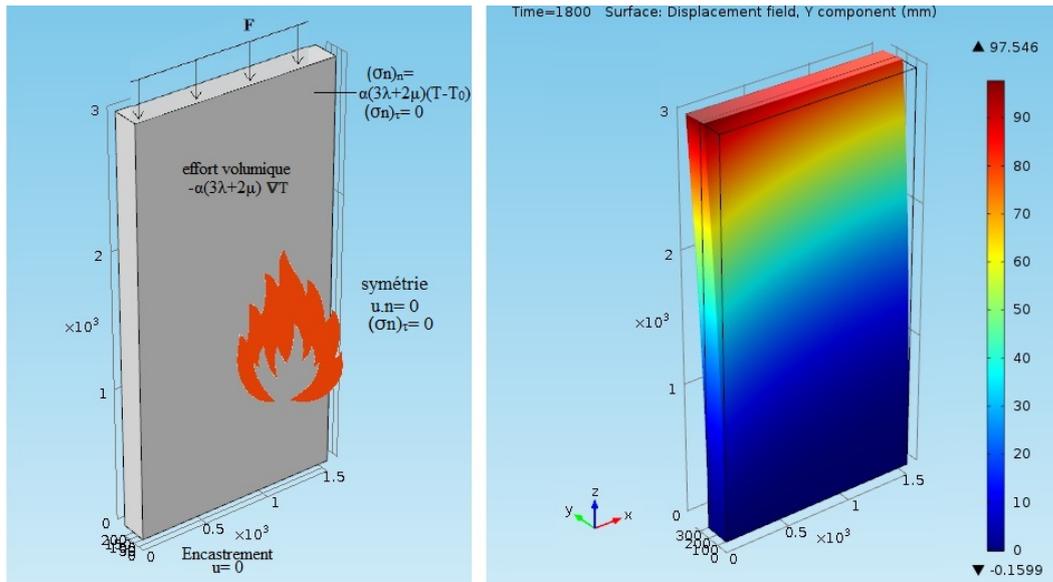


FIGURE 5.38 – Calcul d'un mur "homogénéisé"

Sur le graphe, on lit des déplacements hors plan u_y positifs, signifiant un bombement dans la direction opposée au feu. Les conditions aux limites choisies ne permettent pas de reproduire l'expérience ; il faut les modifier.

Pour retrouver un bombement du mur vers le feu, il faudrait ajuster les conditions cinématiques sur la face du haut du mur.

En réalité, la condition d'effort mécanique appliquée en haut du mur n'est pas capable de traduire toute l'interaction entre la face du haut du mur, la barre de répartition des efforts et les vérins hydrauliques.

Sur la figure 5.39, la configuration de l'essai feu en haut du mur est rappelé. Notons, en particulier, que le vérin est encastré à un cadre métallique fixe par le biais de sa face du haut. Cette face ne peut donc se déplacer que dans le sens de la hauteur ; elle est immobile dans les directions x et y .

Dans notre premier calcul, cette contrainte n'a pas été prise en compte. Pour en tenir compte proprement, il faudrait modéliser la barre de répartition des efforts et les vérins. Si on suppose qu'aucun glissement entre la barre de répartition des efforts et les vérins n'est possible (à cause des frottements), il suffit d'inclure uniquement la barre de répartition des efforts à la modélisation en immobilisant sa face supérieure dans les directions x et y . Nous avons opté pour cette modélisation simplifiée dans nos calculs. Remarquons que notre choix de condition aux limites présente une certaine similitude avec la configuration "C" du mur proposée par Nadjai et O'Gara (cf. figure 5.34).

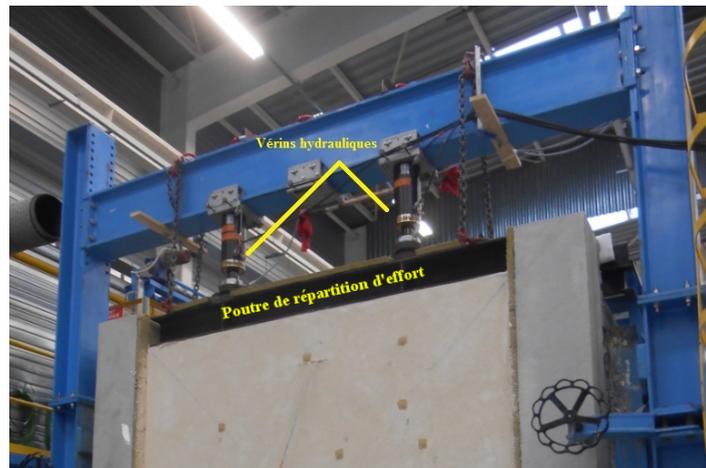


FIGURE 5.39 – Configuration en haut du mur lors de l'essai

Un deuxième calcul est mené avec ces nouvelles considérations. La figure 5.40 résume les conditions aux limites utilisées et donne la déformée du mur et les isovaleurs des déplacements u_y à l'instant $t=30\text{min}$.

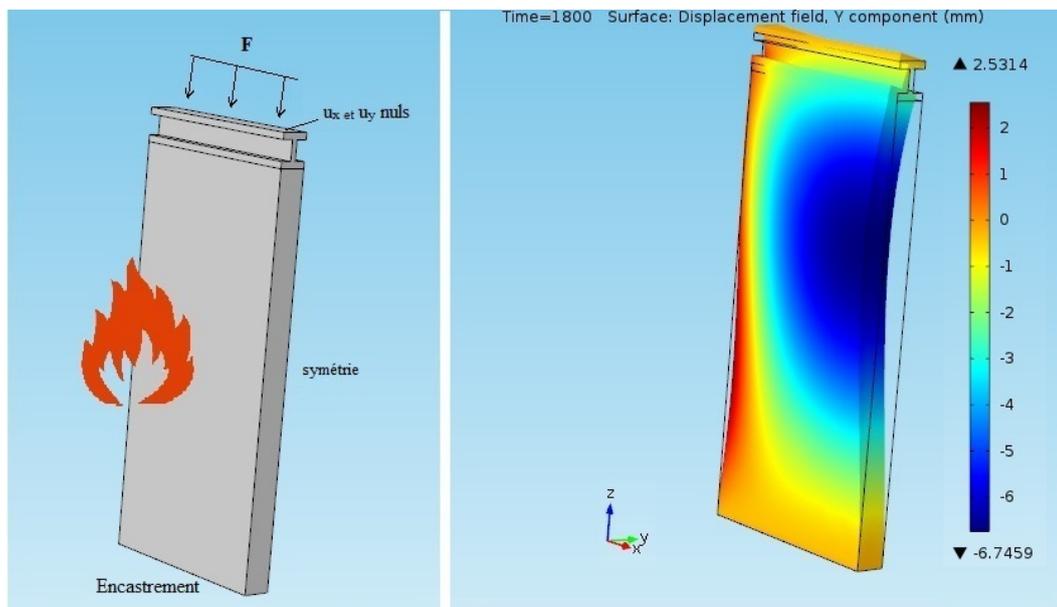


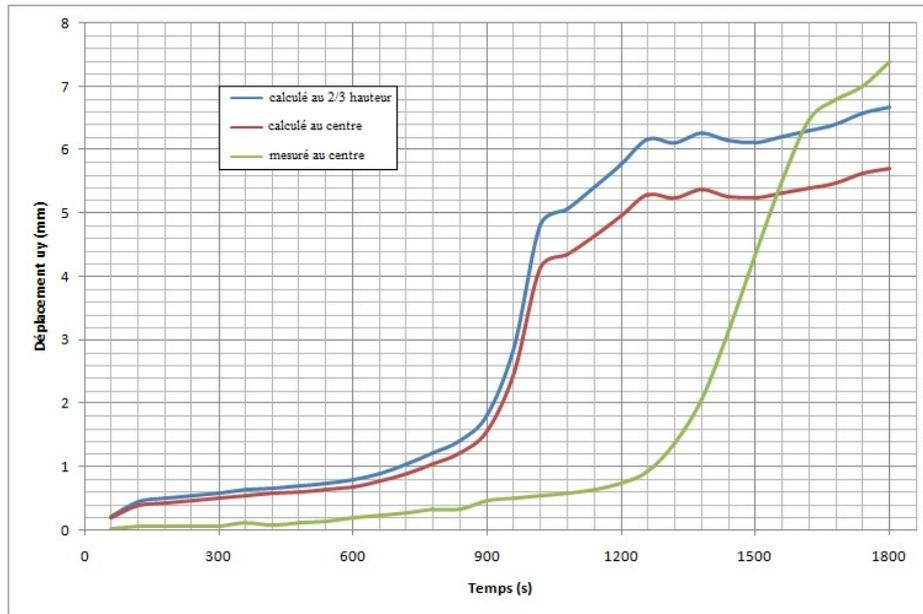
FIGURE 5.40 – Calcul du mur avec la poutre de répartition d'effort

Cette fois, la déformée du mur présente un bombement dans la direction du feu en concordance avec l'observation expérimentale. En effet, on capte bien des déplacements hors plan u_y globalement négatifs.

Remarquons que la déformée du mur n'est pas circulaire comme présentée dans certains travaux cités dans l'étude bibliographique. Ce profil asymétrique en S est causé par l'asymétrie des conditions aux limites imposées en haut et en bas du mur.

Notons également que la flèche maximale n'est pas enregistrée au centre du mur, mais plutôt au point situé dans le plan de symétrie (O,y,z) à la côte $z=2078\text{ mm}$: la hauteur correspondant à la flèche maximale est d'environ $\frac{2}{3}$ de la hauteur du mur.

Ces résultats sont comparés aux résultats expérimentaux (cf. 5.41). Rappelons que lors des essais feu, l'évolution de la flèche au centre de la face non exposée du mur a été enregistrée.

FIGURE 5.41 – Comparaison des u_y obtenus par le calcul et l'expérience

Nous obtenons des courbes avec des allures similaires caractérisées par une phase de stagnation, suivie d'une croissance rapide puis d'une augmentation plus lente. La principale différence entre le calcul et l'expérience est le moment du début de la phase de croissance. Cette dernière est initiée, d'après nos résultats numériques à $t=15$ min au moment de la chute du doublage protecteur. Les mesures expérimentales montrent cependant une certaine "inertie" et une réponse en déplacement plus tardive où la flèche commence à augmenter à $t=20$ min.

L'écart entre les résultats obtenus par le calcul et les résultats obtenus par l'expérience est acceptable vu les multiples hypothèses simplificatrices sur lesquelles le modèle a été construit.

Finalement, les conditions aux limites utilisées dans cette modélisation sont retenues car elles sont en mesure de fournir des résultats numériques qui concordent avec les observations expérimentales et qui s'approchent des mesures relevées.

Remarque : Rôle du chargement mécanique

Avant de clore cette section, revenons sur l'effort mécanique vertical appliqué sur la face du haut du mur, qui a vocation à reproduire la charge en service du mur porteur testé.

En conformité avec la norme [NFE06], on considère un poids moyen de 13.3 tonnes par étage. Pour un bâtiment R+3 (Rez de chaussée et 3 étages), on impose ainsi un chargement mécanique total de 400 kN sur le mur testé.

Si on suppose une répartition uniforme de cet effort dans les briques, et en prenant en compte la géométrie alvéolée des briques, ce chargement génère une contrainte verticale compressive de $\sigma_{zz} \simeq 1.9\text{MPa}$ dans les briques. Cette valeur est très inférieure à la résistance limite à la compression des briques, qui est de l'ordre de 27 MPa d'après nos essais (cf la section 5.2.1.1). Cette valeur est également très petite devant la contraintes d'origine thermique. Pour un matériau homogène et isotrope, cette dernière s'écrit sous la forme :

$$\sigma^{th} = \alpha \times \frac{E}{1 - \nu} \times (T - T_0) \quad (5.21)$$

Pour des élévations de températures de quelques centaines de degrés et avec les caractéristiques du matériau terre cuite (cf. section 5.2), nous calculons des valeurs de contraintes très supérieures à 1.9MPa . Il en découle que le chargement mécanique vertical n'a qu'une faible influence sur la stabilité du mur exposé au feu, du moins avant le début du phénomène d'écaillage. Sur cette phase, l'effort mécanique peut être négligé. La stabilité mécanique du mur est liée, au premier ordre, à la dégradation progressive des tessons par le feu. Toutefois, notons que le chargement mécanique peut conduire à accélérer la chute des éléments endommagés et, par report de charge, être la cause principale de la chute du mur lorsqu'un pourcentage donné des briques est détérioré.

Pour confirmer cette remarque, on recalcule le modèle du mur et de la poutre de répartition de l'effort, cette fois sans imposer de chargement mécanique vertical.

Sur la figure 5.42, nous représentons les isovaleurs des déplacements verticaux u_z obtenus avec (figure de gauche) et sans (figure de droite) chargement mécanique vertical.

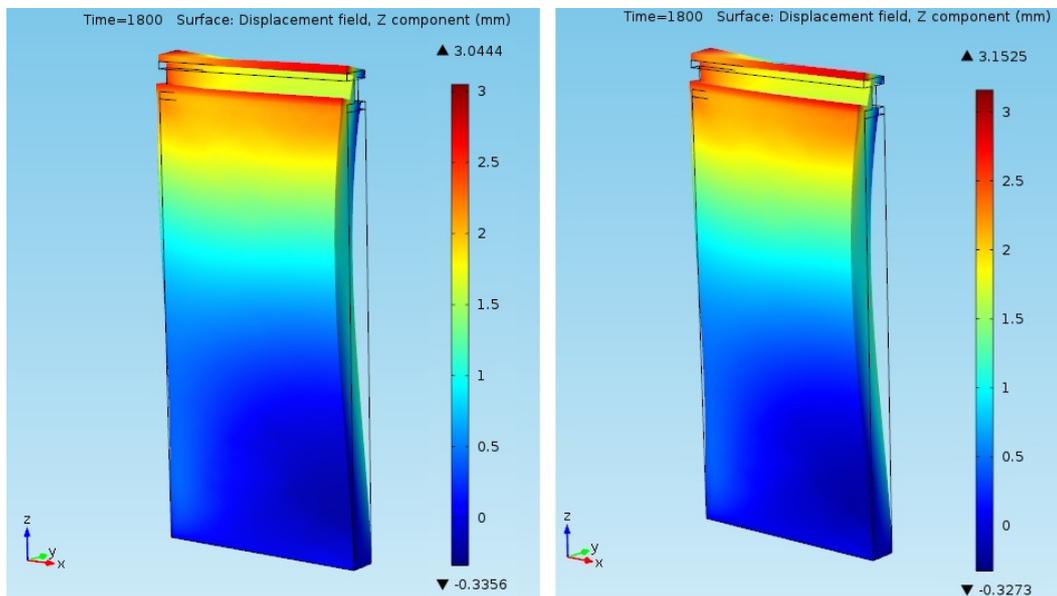


FIGURE 5.42 – Isovaleurs des u_z obtenus avec et sans chargement mécanique vertical

Les résultats obtenus sont très similaires. Les déplacements maximaux calculés sont respectivement 3.04 mm et 3.15 mm (soit un écart de 4%). Les affaissements maximaux calculés sont respectivement -0.34 mm et -0.33 mm (soit un écart de 3%). Le chargement mécanique vertical influence peu le déplacement vertical dans le mur. Il peut être négligé.

5.4.2 Modélisation des interfaces

Le comportement d'un mur en maçonneries dépend fortement du comportement de ses constituants, mais également des différentes interfaces qui assurent la cohésion de l'ensemble et la bonne transmission des efforts. Ces interfaces sont le siège de phénomènes mécaniques complexes et non linéaires, susceptibles de générer des localisations de déformations et des concentrations de contraintes significatives. Du point de vue de la modélisation et de la simulation, la prise en compte précise des interfaces entraîne un coût numérique supplémentaire et des possibles problèmes de convergence à gérer.

Dans un mur en briques, on peut identifier des interfaces entre les briques adjacentes et des interfaces brique-mortier (cf figure 5.43). La modélisation du comportement de

ces interfaces sont l'objet de cette section.

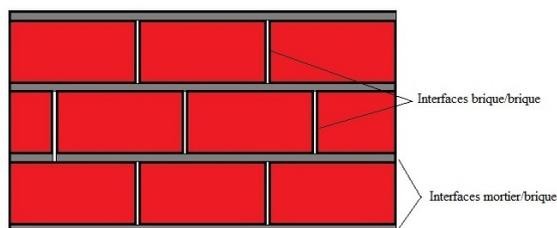


FIGURE 5.43 – Interfaces dans un mur en briques

Notons que les bords du mur forment d'autres interfaces (avec son milieu extérieur). Sur ces interfaces, on a fixé des conditions aux limites présentées dans la section précédente.

5.4.2.1 Interfaces entre les briques adjacentes

Les briques alvéolées présentent souvent, sur leurs faces latérales, des formes dites tenon-mortaise (cf figure 5.44).

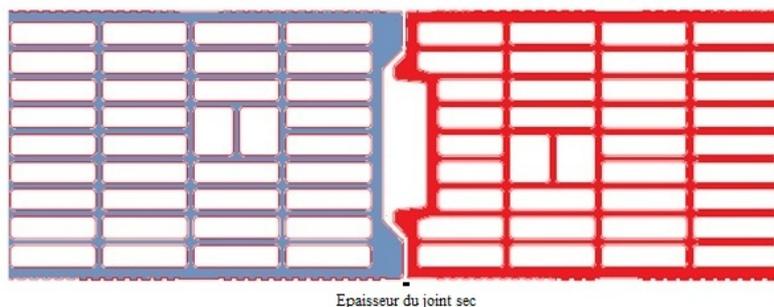


FIGURE 5.44 – Liaison tenon-mortaise entre deux briques adjacentes

Ces reliefs renforcent l'ancrage des briques entre elles. Lors de l'assemblage, ces dernières sont posées jointives sur un lit de mortier. Les joints verticaux ne sont pas remplis de mortier (sauf si le bâtiment construit se situe dans une zone sismique). On parle de joints vides ou de joints secs.

Dans la pratique, les briques adjacentes d'un mur assemblé de la sorte ne se touchent pas (cf. figure 5.45). Elles sont séparées d'une distance de un millimètre en moyenne (la qualité du travail du maçon, les défauts de planéité et les rugosités peuvent modifier cette distance ou interstice).

Lors de la déformation du mur sous l'effet des chargements mécaniques et thermiques, et en particulier sous l'effet de la dilatation thermique, il est possible que des briques adjacentes, initialement séparées par un joint vide, entrent en contact. Dans ce cas, des contraintes mécaniques pourraient apparaître dans la zone de contact.

Les données expérimentales disponibles ne renseignent pas sur l'état du contact entre les briques du mur pendant son exposition au feu.

Cette question est étudiée par la modélisation et le calcul numérique en imposant des conditions de contact unilatéral sans frottements au niveau des interfaces entre briques adjacentes.



FIGURE 5.45 – Photos de l'interface entre deux briques adjacentes

5.4.2.2 Étude du rôle du contact aux interfaces

Nous décrivons succinctement le modèle de contact utilisé : on cherche à déterminer l'interaction entre un point P_1 appartenant à une première frontière de contact Γ_1 et le point P_2 qui lui est le plus proche, appartenant à une autre frontière de contact Γ_2 . Cette interaction se traduit par un effort normal de résistance à la pénétration des deux corps, noté σ_N . La distance entre ces deux points est communément appelée gap normal. Elle est notée g_N .

La formulation macroscopique, dite exacte, du modèle de contact est donnée par les lois de Signorini [Sig33]. Ces lois sont représentées sur la figure 5.46, Elles s'écrivent :

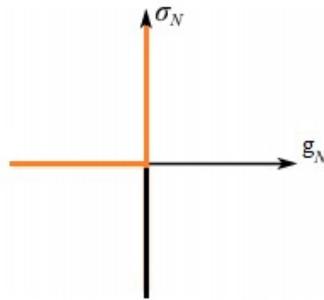


FIGURE 5.46 – Loi de contact de Signorini

$$\begin{cases} g_N \leq 0, \text{ sur } \Gamma_c & (5.22) \\ \sigma_N \geq 0 \text{ sur } \Gamma_c & (5.23) \\ \sigma_N g_N = 0 \text{ sur } \Gamma_c & (5.24) \end{cases}$$

où Γ_c est la surface "esclave" potentielle de contact.

Ces relations traduisent, respectivement, la non interpénétration entre les deux solides, le fait que les efforts de contact normaux ne peuvent correspondre qu'à de la compression et une condition de complémentarité (si le contact est établi alors $g_N = 0$, s'il y a décollement alors $\sigma_N = 0$).

En élasticité linéaire, le problème mécanique obtenu est non-linéaire, multivoque et non différentiable ; d'où la difficulté à le résoudre.

La formulation faible continue du problème est de type inéquations variationnelles [DL72]. Pour une formulation continue de ce problème, facilitant sa discrétisation, nous renvoyons à celle donnée dans [Dhi01] ou dans [DZ02], où le système 5.22-5.24 est

écrit sous forme d'équation locale non linéaire, amenant à des équations faibles mixtes et hybrides.

Une approche plus simple, mais limitée pour les interfaces incompatibles, repose sur la méthode de pénalisation. Le modèle de pénalisation est illustré par la figure 5.47.

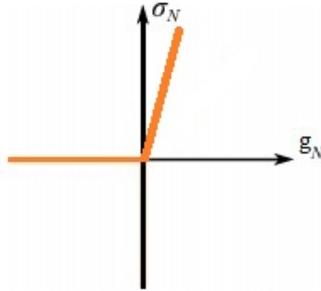


FIGURE 5.47 – Loi de contact unilatéral

Il s'écrit :

$$\sigma_N = \kappa_N (g_N)^+ \text{ sur } \Gamma_c \quad (5.25)$$

où κ_N est le paramètre de pénalisation >0 , relativement grand (représentant une rigidité d'interface) et où $(*)^+ = \sup(*, 0)$.

En pratique, κ_N est choisi sous la forme $E\kappa_{N_0}$, où E est le module de Young des solides qui peuvent entrer en contact et κ_{N_0} est un paramètre de l'ordre de 10^3 .

Remarque : Observons ici que nous avons, dans ce travail, opté pour un couplage thermo-mécanique faible (pour notre problématique d'intérêt). Si l'on remet en cause cette hypothèse, nous devons alors traiter de contacts thermo-mécaniques significativement plus compliqués (cf. [Wri06]).

5.4.2.3 Calcul du contact dans une rangée de briques

Nous souhaitons étudier, numériquement, l'état de contact dans une rangée de briques, située au centre du mur, où nous avons enregistré, expérimentalement, les déplacements les plus importants.

Le mur en briques, testé au cours d'un essai feu, est formé de huit rangées, chacune constituée de six briques (cf. fig 5.36). Grâce à la symétrie du problème par rapport au plan (O,y,z) , il suffit de modéliser trois briques adjacentes pour représenter une rangée.

On modélise trois briques adjacentes présentant deux joints vifs, dont les gaps sont notés gap_1 et gap_2 et tel que $gap_1 = gap_2 = 1 \text{ mm}$. Ces briques sont collées sur leurs faces du haut et du bas à deux couches de mortier. Nous supposons que les interfaces briques/mortier sont parfaites (le champ de déplacement et le vecteur de contrainte sont continus à travers ces surfaces).

La rangée de briques étudiée étant éloignée du bas du mur, nous supposons qu'elle ne ressent pas les effets de l'encastrement du mur au cadre en béton. De plus, nous supposons que cette rangée de briques ne ressent pas les effets du chargement mécanique vertical appliqué sur le mur (ce chargement étant négligeable dans notre problématique tant que le phénomène d'écaillage n'a pas démarré, comme expliqué dans la section 5.4.1).

Le problème, ainsi posé, présente une nouvelle symétrie par rapport au plan transversal passant par le centre des briques.

Finalement, nous pouvons nous contenter d'un modèle de trois moitiés de briques adjacentes collées à une couche de mortier sur leurs faces du bas. Sur la face latérale de normale extérieure $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_x$, nous appliquons des conditions de symétrie. De même, nous appliquons des conditions de symétrie sur la face transversale de normale extérieure $\mathbf{n} = -\mathbf{e}_z$ (cf. figure 5.49).

Pour éviter tout mouvement de solides rigides, il faut éliminer le mode translationnel dans la direction y . Comme nous disposons de peu d'informations sur ce déplacement, nous optons pour l'utilisation d'un ressort de rappel dans la direction $-\mathbf{e}_y$ à faible raideur relative.

Pour finaliser le modèle, il reste à déterminer le chargement thermique à appliquer dans cette rangée de briques. Un calcul thermique est alors réalisé, en conservant les mêmes hypothèses et paramètres des autres calculs thermiques et en considérant le rayonnement dans les alvéoles et dans les interstices entre les briques. Les isovaleurs du champ thermique obtenues à $t=30$ min sur la face du haut sont représentées sur la figure 5.48.

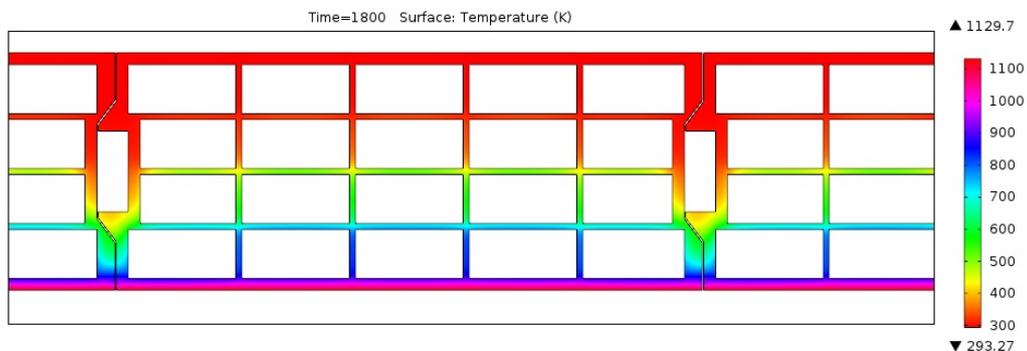


FIGURE 5.48 – Isovaleurs du champ thermique sur la face du haut à $t=30$ min

A présent, nous avons tout les éléments pour calculer le modèle de rangée de briques, représenté par la figure 5.49.

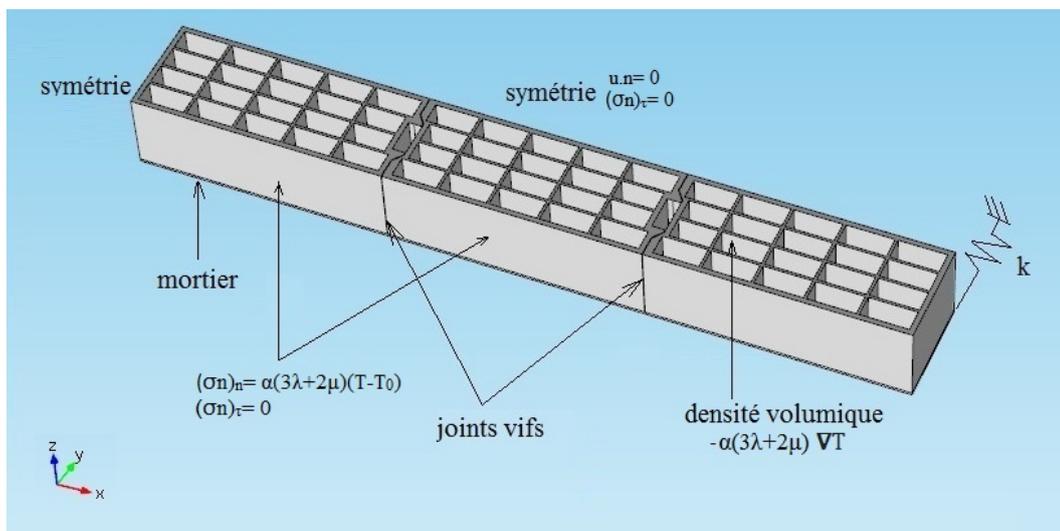


FIGURE 5.49 – Rangée de briques et conditions aux limites utilisées

Pour l'application numérique, les paramètres mécaniques choisis pour le mortier sont un module de Young $E=10$ GPa et un coefficient de poisson $\nu=0.3$ (ces valeurs ont été

tirées de la littérature). Pour la terre cuite, nous reprenons les valeurs utilisées dans le calcul d'une brique.

La figure 5.50 donne la déformée de la structure ainsi que les isovaleurs du déplacement u_x à $t=30$ min.

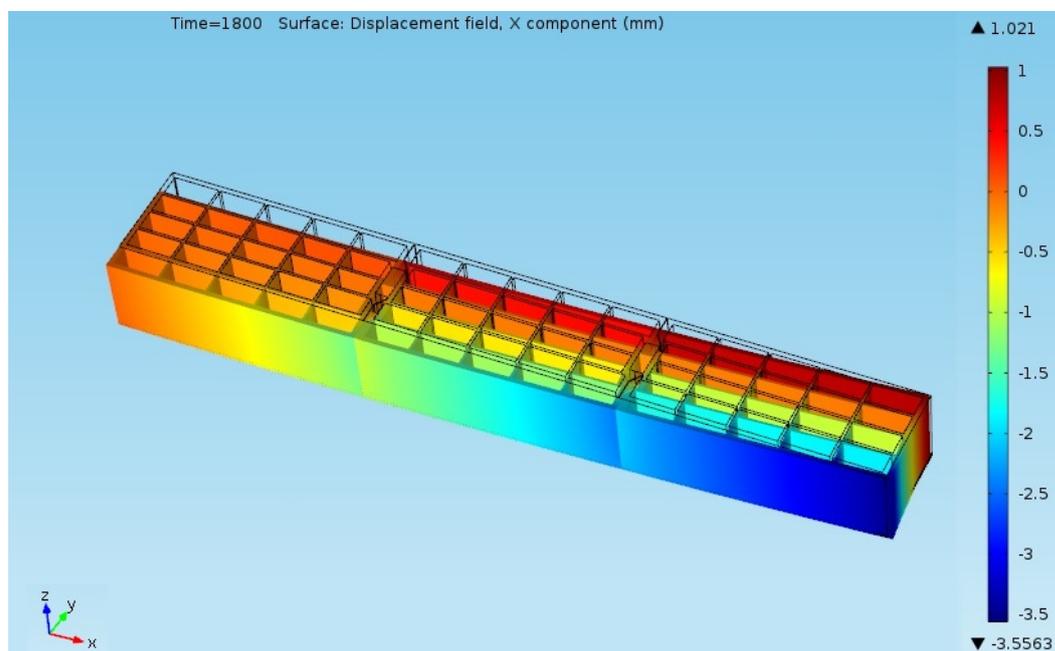


FIGURE 5.50 – Isovaleurs du déplacement u_x à $t=30$ min

Nous nous intéressons, particulièrement, au déplacement u_x au niveau des interfaces entre les briques adjacentes pour nous renseigner sur l'évolution des gaps qui les séparent et leurs états de contact.

Sur les faces exposées au feu, le déplacement u_x est négatif : il décroît de 0 mm, au niveau de la face latérale où la condition de symétrie est appliquée, à -3.55 mm sur l'autre face latérale.

Dans la direction de la hauteur, u_x augmente, en valeur absolue, en s'éloignant de la couche du mortier ; il est maximal au niveau de la face du haut.

Nous récupérons le déplacement u_x sur l'arête située à l'intersection de la face du haut et de la face exposée au feu. Sur cette arête, les déplacements u_x sont les plus importants, en valeur absolue, c'est là que les briques "se rapprochent" le plus. Sur la figure 5.51, le déplacement u_x sur cette arête est donné toutes les minutes.

Pour les premières minutes d'exposition au feu, nous enregistrons de faibles valeurs de déplacement (comprises entre -0.5 mm et 0 mm) ; les courbes de la figure 5.51 correspondantes sont tassées et quasi-superposées. Durant cette phase, le chargement thermique dans les briques est encore faible ; ces dernières sont encore protégées par le doublage isolant.

A partir de $t=16$ min, juste après la chute du doublage et lorsque les briques deviennent exposées directement au feu, la dilatation thermique augmente significativement et s'accompagne d'un déplacement u_x beaucoup plus important. Les courbes représentant ce déplacement au cours du temps sont plus espacées.

Ces courbes montrent des discontinuités du déplacement au niveau des deux interfaces étudiées. De part et d'autre des interstices, les déplacements u_x sont négatifs mais différents. Les deux gaps, gap_1 et gap_2 , évoluent avec la dilatation des briques, comme illustré sur la figure 5.52.

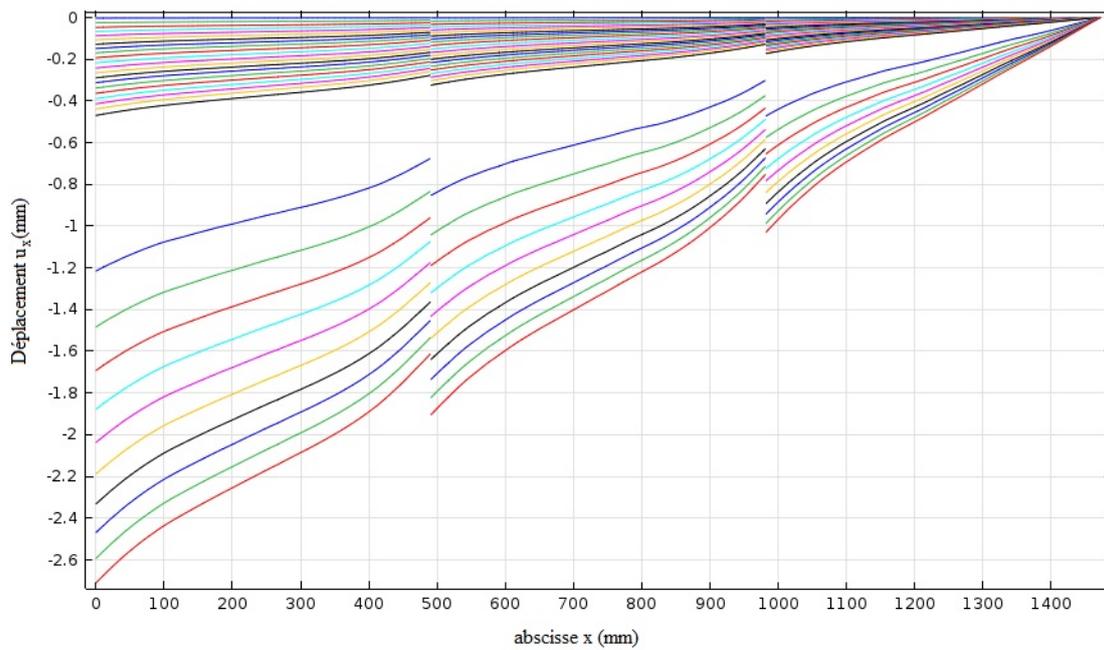
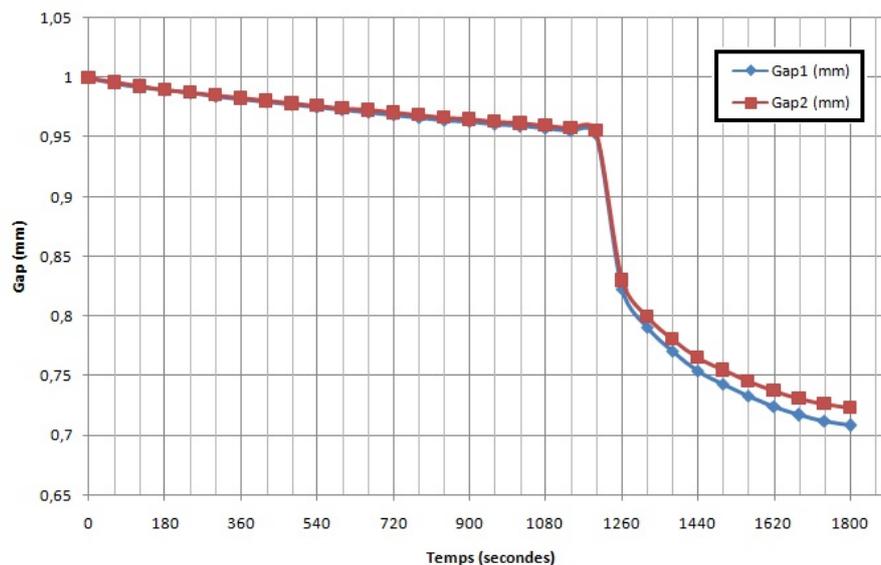
FIGURE 5.51 – Déplacement u_x calculé toutes les minutes

FIGURE 5.52 – Évolution des gaps entre briques avec le temps

Les gaps gap_1 et gap_2 diminuent avec le temps (avec l'augmentation de la température dans les parois). Le gap_1 est plus petit que le gap_2 et passe de 1 mm à 0.7 mm au bout de 30 min. Ce qu'il faut retenir ici est que les deux gaps restent strictement positifs pour l'intervalle de temps de l'étude. Donc, sous les hypothèses de notre modèle, il n'y a pas de contact entre les briques de la rangée. Cette étude montre que le contact ne peut se produire que pour des joints vifs d'épaisseur inférieure à 0.3 mm.

Le contact ne joue finalement pas de rôle important sur le comportement thermo-mécanique d'un mur en briques.

Pour compléter cette étude sur le comportement des interfaces entre les briques et consolider la conclusion à base de simulations numériques, nous avons mené un nouvel essai expérimental où les joints vifs entre les briques adjacentes, dans tout le mur, sont rebouchés avec un mortier à base de plâtre.

Les résultats expérimentaux montrent que ce traitement supplémentaire, de rebouchage

des joints, n'affecte pas le comportement thermo-mécanique du mur ni au niveau des courbes de flèches, ni au niveau de l'amorçage et l'apparition de l'écaillage ni le temps de tenue global du mur.

Nous en avons déduit que les interfaces entre les briques jouent un rôle mineur sur le comportement global de la structure, lors de son exposition au feu.

Dans la suite des travaux, pour simplifier les modèles, on supposera que les briques sont jointives et une hypothèse de continuité du déplacement est considérée au niveau de leurs interfaces.

5.4.2.4 Interfaces brique-mortier

Lors du montage du mur, on utilise du mortier traditionnel ou du mortier colle pour coller les briques superposées. Le comportement des interfaces brique-mortier traditionnel a été largement étudié dans la littérature ; ces interfaces étant des zones de faiblesse d'une maçonnerie faite de blocs remplis (non alvéolaires) [Lou06].

Pour ce type d'interfaces, les modèles proposés (e.g. [LH94] [Dru57] [HL06]) s'appuient souvent sur des lois de comportement non linéaires (souvent de joint cohésif avec une loi de type Coulomb).

Peu d'études existent, en revanche, sur le comportement des interfaces briques/mortier-colle.

Pendant un essai feu, il est difficile de suivre, avec précision, le comportement de ces interfaces, vu les faibles dimensions de la couche de mortier. Il est également difficile d'analyser le comportement de ces interfaces à partir des débris du mur, après sa chute. En effet, la chute du mur et le choc avec le sol peut être à l'origine du détachement de ses constituants.

Parmi les essais que nous avons mené, pendant ces travaux de thèse, nous avons testé des doublages différents pour protéger le mur. Avec certaines protections, le mur tient au feu pendant plus d'une heure (le processus d'écaillage est amorcé de manière tardive) et l'essai est arrêté avant la chute du mur. Sur ces murs, encore debout, on observe, qu'à la fin de l'essai, le mortier s'est dégradé et s'est rompu. La figure 5.53 illustre un exemple de rupture du joint mince entre les briques.



FIGURE 5.53 – Exemple d'une interface endommagée

Deux mécanismes contribuent à l'endommagement de l'interface brique mortier :

- la dégradation des propriétés mécaniques du mortier colle avec l'élévation de température dans le four.

- l'apparition de contraintes mécaniques d'ouverture du joint-colle supérieures à la résistance mécanique du mortier colle.

Le premier point n'a pas été considéré dans cette étude ; nous n'avons pas les moyens et le temps pour caractériser l'évolution des propriétés mécaniques du mortier-colle avec la température. Le deuxième point est étudié numériquement.

Pour simplifier nos calculs, nous supposons que les interfaces brique/mortier sont des interfaces parfaites. Ceci signifie que le champ de déplacement et la densité d'efforts de Cauchy sont supposés continus à travers l'interface.

On considère un muret formé de deux rangées de briques génériques agencées en panerese. On suppose que les briques sont jointives et que leurs interfaces sont parfaites. Les briques sont liées grâce à une couche de mortier.

Nous utilisons les mêmes conditions aux limites retenues pour le calcul d'une rangée de briques : on exploite les deux symétries du problème et on introduit un ressort de rappel pour éliminer le mouvement solide rigide dans la direction y . Le modèle et les conditions aux bords sont représentés sur la figure 5.54.

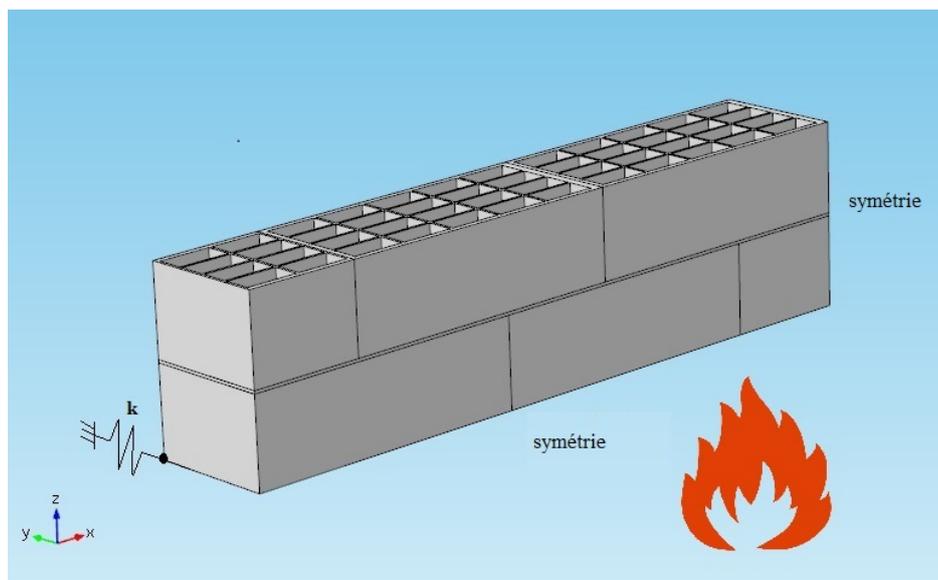
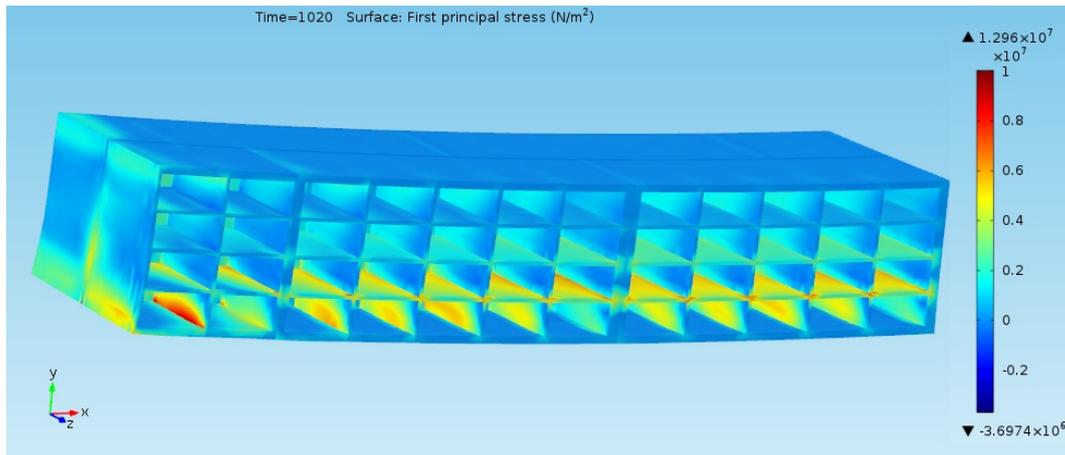
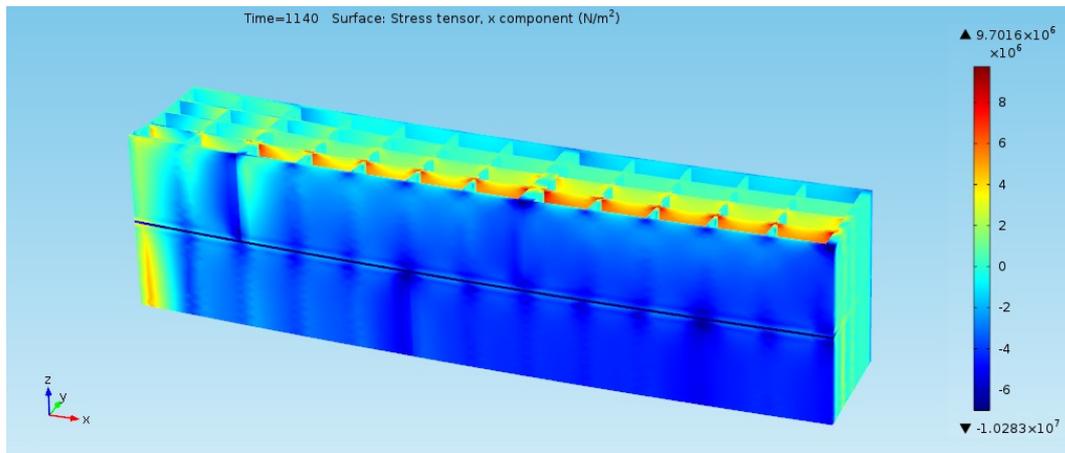


FIGURE 5.54 – Conditions aux limites appliquées au muret

Nous représentons sur la figure 5.55 la contrainte principale majeure à $t=17$ min dans le muret. Nous remarquons que comme pour le cas d'une brique seule, se développent dans les croisements des parois et des cloisons des contraintes en traction très importantes qui peuvent initier des fissures, amenant à la rupture par écaillage.

Quand au mortier, il est en compression sur la face exposée au feu. La contrainte σ_{xx} est la contrainte compressive la plus élevée. Cette contrainte augmente avec le temps et elle dépasse dès $t=19$ min, en certains points critiques (en particulier, les points du mortier situés à l'interface entre 3 briques), la limite de rupture en compression du mortier (égale à 10 MPa selon la fiche technique du produit, fournie par le fabricant). Sur la figure 5.56, nous donnons les isovaleurs des contraintes σ_{xx} dans le muret à $t=19$ min.

En conclusion, le mortier peut rompre par écrasement durant l'essai feu.

FIGURE 5.55 – Contrainte principale première dans le muret à $t=17$ minFIGURE 5.56 – Contrainte σ_{xx} dans le muret à $t=19$ min

5.5 Calcul d'un mur entier

Dans les sections précédentes, nous avons désassemblé le problème complexe de la tenue au feu du mur, nous avons abordé les différents problèmes élémentaires qui le composent et nous avons retenu des modélisations réfléchies pour chaque aspect. Nous rassemblons ici ces différentes pièces pour calculer un mur entier.

Observons néanmoins qu'un sujet important de la problématique n'a pas été abordée : le phénomène d'écaillage, phénomène complexe qui joue un rôle précurseur à la ruine du mur. Nous avons choisi de traiter la problématique thermo-mécanique avant l'apparition de ce phénomène.

Ce choix a été motivé par une observation expérimentale : dès l'apparition du phénomène de l'écaillage, généralement, au centre du mur, il se propage rapidement et conduit à la ruine totale du mur. L'objectif recherché par notre partenaire industriel est de retarder le plus longtemps possible l'amorçage de l'écaillage.

La prise en compte correcte de ce phénomène aurait nécessité l'introduction de modèles d'initiation et de propagation de fissures dans la terre cuite ainsi qu'une méthodologie numérique efficace pour suivre finement des phénomènes localisés se développant dans une macro-structure.

Pour en tenir compte partiellement, nous considérons un scénario simplifié de ruine du mur, pendant un essai feu. Nous supposons que le mur étudié ne subit aucune dégradation pendant les 30 premières minutes de son exposition au feu et qu'à $t=30$ min, il perd les 2 premières parois des briques de ses rangées 4 et 5 (situées au centre du mur). Le calcul sur ce mur, mené entre t_0 et $t=41$ min (qui correspond à la tenue au feu du

mur en briques Costo, déterminée expérimentalement), est réalisé en deux temps. Dans une première phase, de t_0 à $t=30$ min, nous calculons un mur "sain" pour identifier les zones critiques de la structure, là où des fissures peuvent apparaître et où l'écaillage peut être initié. Ce premier calcul est poursuivi, dans une seconde phase (entre $t=30$ min et $t=41$ min), par un deuxième calcul, réalisé sur un mur "écaillé". Nous supposons, dès le début de ce calcul, que les deux premières parois de deux rangées de briques situées au centre du mur se sont détachées de la structure. Pour ce calcul, on utilise le champ thermique calculé à $t=30$ min dans la première phase, comme condition initiale du deuxième calcul.

L'objectif premier est de retrouver, par le calcul, le scénario selon lequel la rupture du mur se produit expérimentalement. Rappelons que durant l'essai feu, le mur qui bombe dans la direction du feu au début de l'essai finit par basculer, à la rupture, vers le côté opposé.

Nous souhaitons, également, étudier le rôle joué par le chargement mécanique vertical imposé en haut du mur sur son comportement thermo-mécanique, lorsque l'écaillage a déjà commencé et après le détachement de quelques parois de briques.

5.5.1 Calcul d'un mur sain

L'objectif principal ici est de retrouver, par le calcul, que la zone la plus fragile d'un mur exposé au feu se situe au niveau de sa partie centrale, là où le phénomène d'écaillage est amorcé, selon nos observations expérimentales.

Usant de la symétrie du problème par rapport au plan (y,z) , nous modélisons la moitié d'un mur formé de huit rangées de briques génériques assemblées à l'aide de sept couches de mortiers. Nous travaillons avec des briques génériques, en raison de la simplicité de leurs géométries, qui permet d'alléger le calcul numérique. Avec la symétrie du problème, il suffit de modéliser trois briques adjacentes (au lieu de six) pour représenter une rangée.

Même en profitant de la symétrie, le problème reste coûteux numériquement. Avec un maillage fin, on dépasse rapidement la limite de mémoire disponible dans les machines du laboratoire. De ce fait, un maillage grossier est utilisé ici.

Remarque : Nous reviendrons sur ce point dans la section dédiée aux approches multi-modèles.

La figure 5.57 résume les conditions aux limites et les sollicitations mécaniques et thermiques appliquées au mur.

5.5.1.1 Analyse de la déformée et de la flèche du mur

La déformée du mur à $t=30$ min est montrée sur la figure 5.58. Le mur présente un profil en S. Cette forme s'explique par la grande dilatation du mur sur sa face exposée au feu, gênée par les conditions aux limites appliquées sur ses faces du haut et du bas. Ces conditions étant différentes, le profil du mur présente un point d'inflexion dans sa partie inférieure.

La flèche maximale du mur est enregistré aux $2/3$ de sa hauteur. Nous relevons son évolution temporelle ainsi que celle de la flèche calculée au centre du mur et nous les comparons à la flèche mesurée expérimentalement au centre d'un mur constitués de briques Costo (cf figure 5.58).

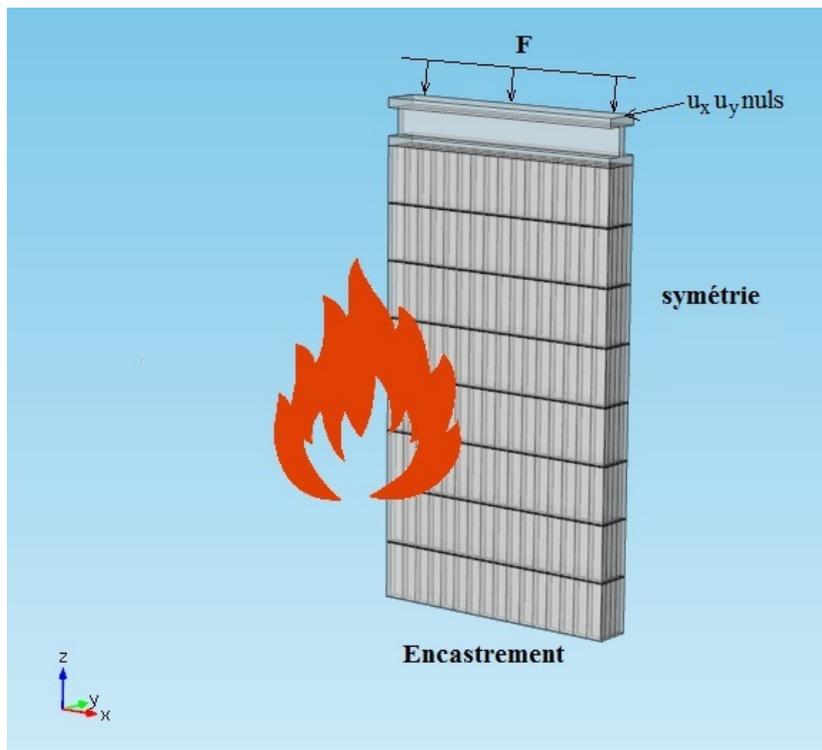
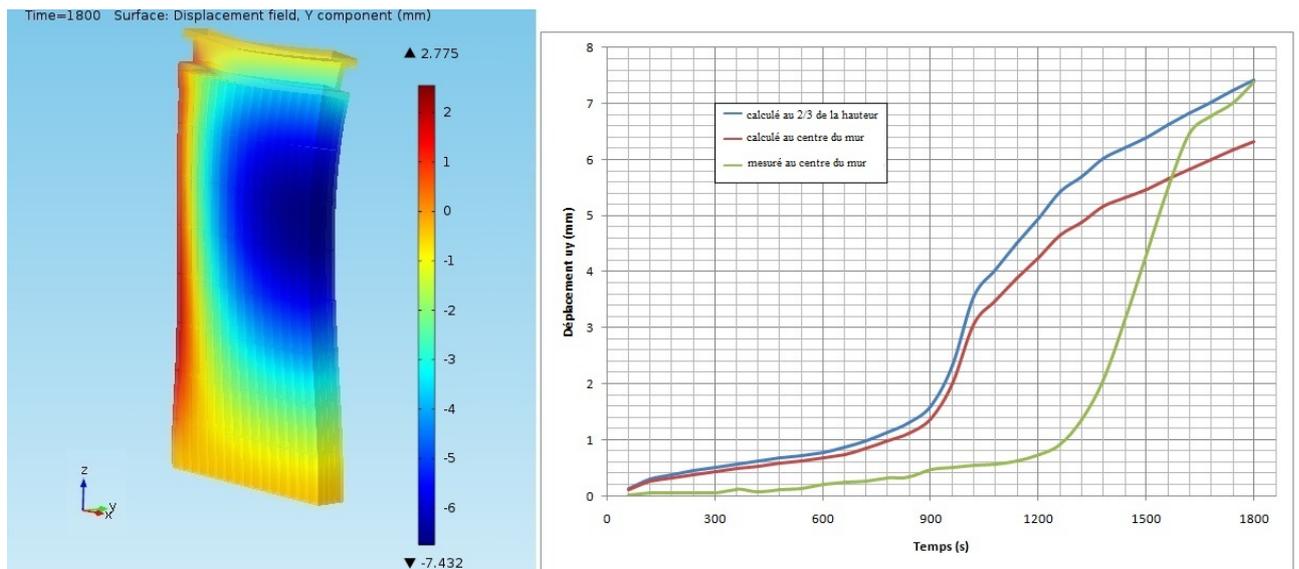


FIGURE 5.57 – Conditions aux limites et sollicitations appliquées au mur

FIGURE 5.58 – déformée du mur à $t=30\text{min}$ et évolution de u_y pendant l'essai

Ces courbes montrent que les flèches, au centre du mur et au $2/3$ de sa hauteur, augmentent toujours avec le temps, de manière très lente au début de l'exposition au feu, puis, de manière beaucoup plus rapide, après la chute du doublage protecteur. Le moment, où la transition entre ces deux phases a lieu, diffère entre les résultats de calculs (à $t=15\text{ min}$) et les mesures expérimentales (à $t=21\text{ min}$). Expérimentalement, on enregistre une certaine "inertie" et un décalage de la réponse en déplacement du mur, qui n'apparaît pas sur nos résultats numériques. L'origine de ce décalage ne peut pas être expliqué facilement, surtout que la comparaison que nous dressons ici, n'est pas tout à fait pertinente, car le calcul numérique est réalisé sur un mur formé de briques génériques, alors que l'essai expérimental est réalisé sur un mur constitué de briques Costo.

5.5.1.2 Analyse des contraintes

On examine la distribution des contraintes dans le mur, et plus particulièrement celle au niveau des premières parois des briques. Sur ces parois, nous obtenons, comme pour le cas de la brique seule, des contraintes σ_{xy} , σ_{xz} et σ_{yz} proches de zéro. Les contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} correspondent aux contraintes principales.

La distribution des contraintes dans les différentes briques constituant le mur se caractérise par une concentration de contraintes au niveau des croisements entre les premières parois et les deuxième cloisons (en conservant la numérotation utilisée dans la figure 4.13), au niveau des points qu'on a notés précédemment P et P' .

Nous comparons les contraintes calculées aux points de criticité mécanique de chaque brique au centre de chaque rangée du mur. Les évolutions temporelles des contraintes au niveau de ces points sont représentées sur la figure 5.59.

Dans les différents points de criticité mécanique considérés, les briques sont sollicitées en traction. Pour les courbes correspondantes à σ_{xx} et σ_{zz} , nous retrouvons une allure désormais familière : une stagnation des contraintes jusqu'à $t=15$ min. Ensuite, ces dernières augmentent significativement et atteignent leurs valeurs maximales. Enfin, une phase de décroissance est entamée. Les courbes de la contrainte σ_{yy} partagent au début cette même évolution, mais ne présentent pas, sur l'intervalle du temps étudié, de phase de décroissance.

Les contraintes les plus élevées sont les contraintes σ_{zz} et sont suivies de près des contraintes σ_{xx} . Les contraintes σ_{yy} présentent les valeurs maximales les plus faibles.

Pour les trois, la valeur limite de résistance du matériau (égale 3.5 MPa) est dépassée dès $t=17$ min dans les différentes rangées du mur.

Les contraintes σ_{xx} et σ_{yy} augmentent en passant de la première rangée à la quatrième et la cinquième, où on enregistre des valeurs très proches, puis diminuent jusqu'à la huitième rangée.

Quant aux contraintes σ_{zz} , leurs valeurs augmentent constamment de la première à la septième rangée puis baissent à la huitième rangée.

Les contraintes σ_{xx} et σ_{yy} maximales sont calculées au centre du mur alors que les contraintes σ_{zz} maximales sont calculées dans sa partie haute.

Si le début de l'écaillage est lié, en premier lieu, aux contraintes de traction σ_{xx} et σ_{yy} , on peut justifier l'observation expérimentale selon laquelle, l'écaillage est, généralement, amorcé au centre du mur.

5.5.2 Calcul d'un mur écaillé

Nous partons de l'état du mur obtenu au dernier pas de temps du calcul précédent. Nous enlevons du mur les première et deuxième parois des rangées 4 et 5 (qu'on suppose détachées par écaillage). Le calcul est repris en reportant la condition limite thermique sur les parois non écaillées au centre du mur.

Le premier objectif de ce calcul est de reproduire le scénario de la rupture du mur, observé expérimentalement. Ce scénario n'est pas intuitif puisque le mur, qui bombe vers le feu au début de l'essai, finit par basculer, à la rupture, vers le côté non exposé. Le deuxième objectif de cette partie est d'étudier l'influence du chargement mécanique vertical appliqué sur la face supérieure du mur, après le début de l'écaillage. Dans le cas d'un mur sain, ce chargement mécanique joue un rôle négligeable sur le comportement thermo-mécanique du mur, dominé par les effets de la dilatation thermique. Qu'en est-il pour un mur écaillé ?

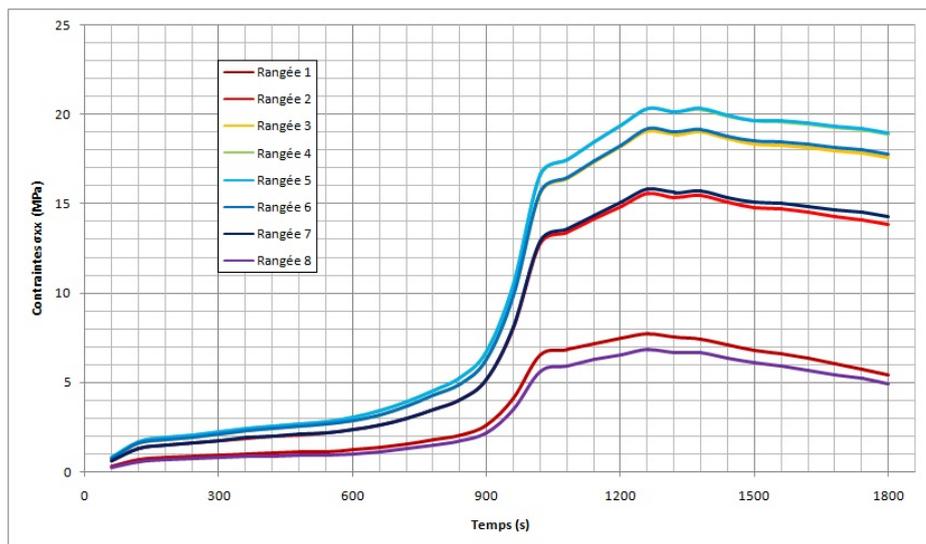
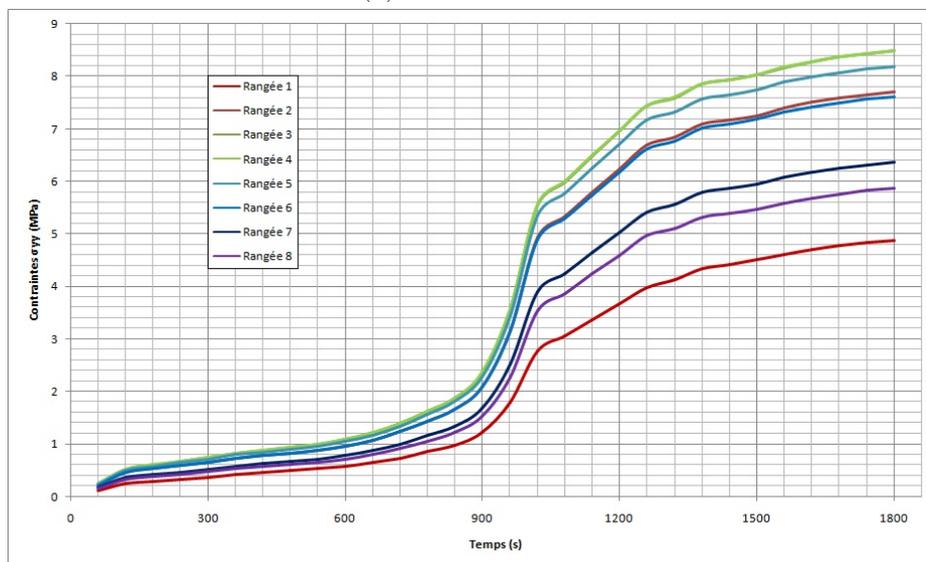
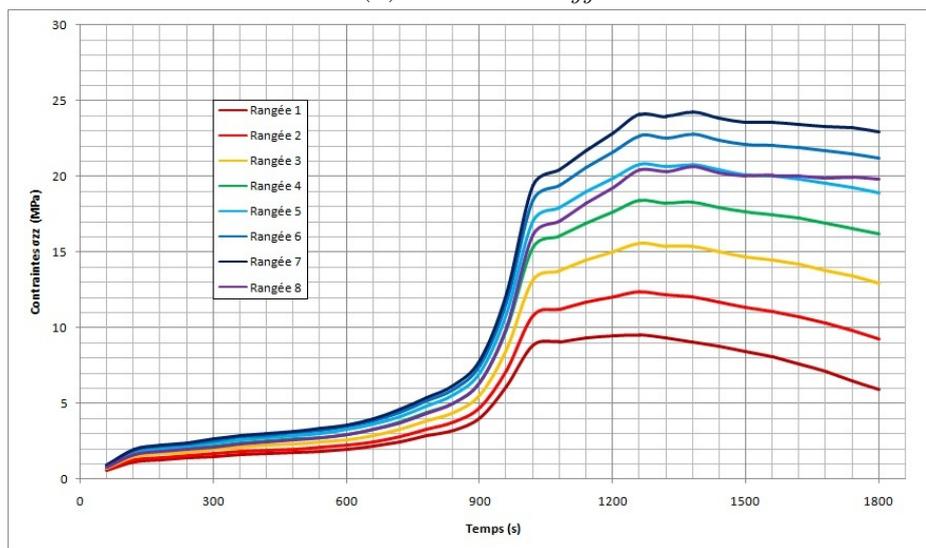
(a) Contrainte σ_{xx} (b) Contrainte σ_{yy} (c) Contrainte σ_{zz}

FIGURE 5.59 – Evolution temporelle des contraintes dans les différentes rangées du mur

Deux calculs thermo-mécaniques sont menés. Dans le premier, on applique un effort mécanique vertical sur la face du haut du mur. Cette sollicitation n'est pas considérée dans le deuxième calcul.

La figure 5.60 donne la déformée du mur et les isovaleurs du déplacement u_y pour les deux cas considérés, à $t=41$ min.

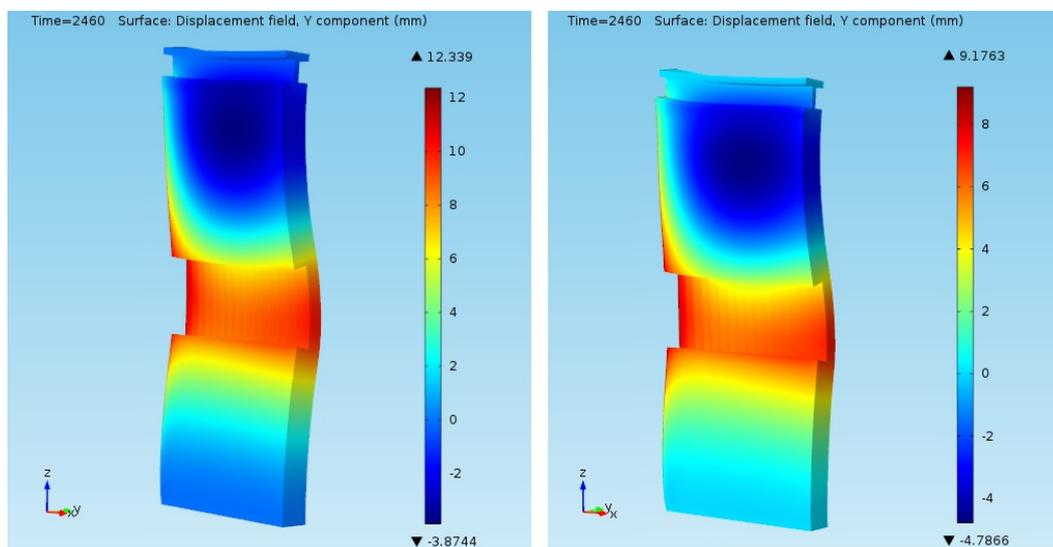


FIGURE 5.60 – Déformée du mur à $t=41$ min avec et sans application du chargement mécanique

Les murs présentent un bombement dans la direction opposée au feu au niveau des briques écaillées. En effet, à leurs niveaux, on obtient un déplacement u_y positif, ce qui est en accord avec l'observation expérimentale.

Les déplacements les plus importants sont enregistrés au centre du mur, au niveau de la partie écaillée. Sur la figure 5.61, nous donnons l'évolution du déplacement u_y au centre des deux murs, sur la face non exposée au feu.

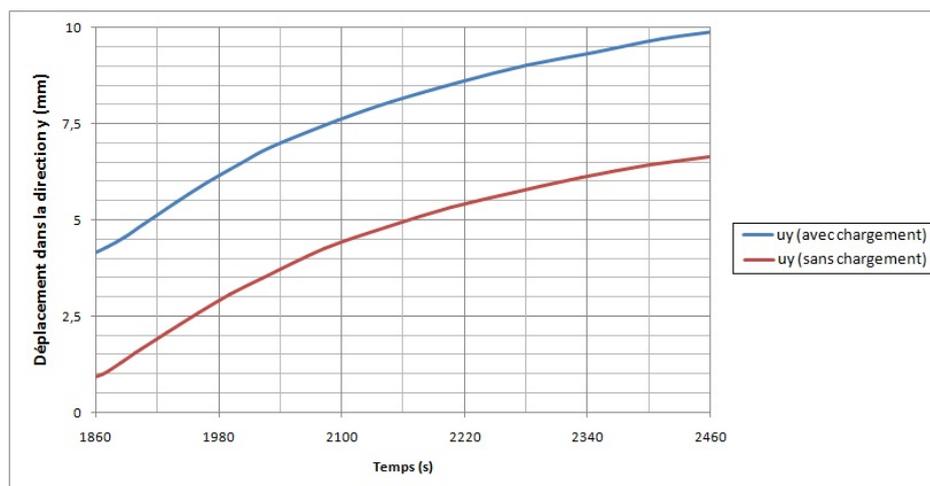


FIGURE 5.61 – Comparaison des flèches avec et sans chargement mécanique vertical

Nous obtenons une flèche plus grande dans le cas où le chargement mécanique est appliqué. Ceci peut être expliqué par le moment additionnel que subit le mur écaillé, puisque l'effort mécanique appliqué devient excentré (cf. figure 5.62).

Nous en déduisons que le chargement mécanique vertical joue un rôle important sur la tenue mécanique du mur, une fois que l'écaillage a commencé. Cette sollicitation

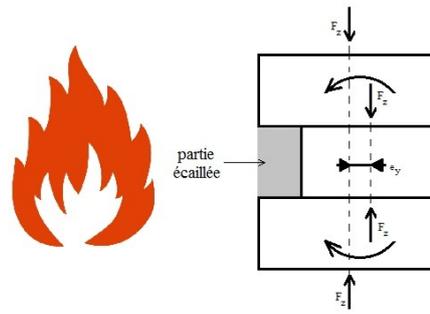


FIGURE 5.62 – Apparition d’un moment de flexion à cause de l’excentricité du chargement

favorise et accélère la rupture finale du mur.

Par ailleurs, l’amincissement du mur, au niveau de la zone écaillée, peut favoriser l’instabilité et potentiellement, le flambement du mur.

Concernant les contraintes qui se développent dans le mur, après l’écaillage, nous avons des localisations des contraintes au niveau des zones en L aux croisements entre les parois, nouvellement exposées au feu, et les cloisons des briques en haut et en bas de la zone écaillée. Ces zones sont visibles sur la figure 5.63, où les isovaleurs des contraintes de Von-Mises à $t=41$ min sont reportées.

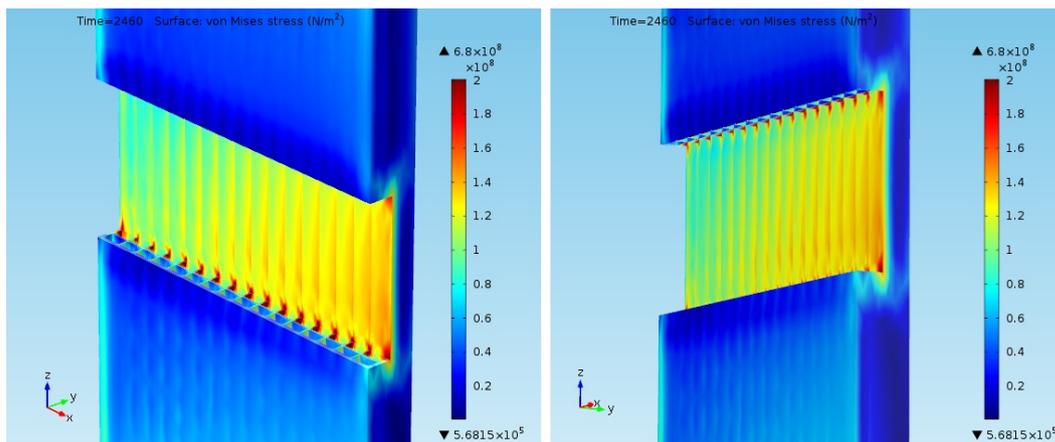


FIGURE 5.63 – Isovaleurs des contraintes de Von-Mises à $t=41$ min au niveau de la zone écaillée

Au niveau de ces zones en L, de nouvelles fissures risquent d’apparaître, de fragiliser davantage la stabilité mécanique du mur et mener à sa rupture finale.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu comment modéliser un problème thermo-mécanique, avec un champ thermique donné, et comment le résoudre classiquement par la méthode des éléments finis.

Pour caractériser le comportement mécanique de la terre cuite, des essais ont été réalisés, à température ambiante et à hautes températures, sur des tessons extraits de briques. Les courbes contraintes-déformations ont montré un comportement élastique linéaire du matériau jusqu’à 850 °C . Pour des températures plus élevées, le comportement du matériau est non-linéaire. Son module de Young diminue considérablement avec l’augmentation de la température. Par ailleurs, ses résistances en traction et en compression, à température ambiante, ont été caractérisées.

Les différentes simulations numériques menées ensuite, nous ont permis de comprendre les mécanismes observés durant un essai feu et qui conduisent à la ruine d'un mur en briques exposé au feu. Nous avons, en particulier, pu retrouver le bombement du mur vers le feu au début de son exposition au feu et son basculement, dans la direction opposée, à la fin de l'essai. L'analyse de la distribution des contraintes, se développant dans le mur exposé au feu, a confirmé l'observation expérimentale, selon laquelle les rangées situées au centre du mur se dégradent en premier pendant un essai feu.

Les calculs numériques nous ont, également, permis de déterminer les zones de localisations des contraintes et de les lier aux zones d'importants gradients thermiques. Nous en avons conclu que les paramètres géométriques de la brique sont des leviers à actionner pour réduire les contraintes thermo-mécaniques qui s'y développent. En particulier, nous avons montré le rôle joué par l'épaisseur de la première paroi et par l'introduction de congés aux croisements des parois avec les cloisons.

Nous avons, par ailleurs, étudié le rôle joué par le chargement mécanique imposé sur la face du haut du mur sur le mécanisme de sa ruine. Il en est sorti que cet effort peut être négligé tant que le mur reste "sain", mais, une fois l'écaillage commencé, ce chargement favorise et accélère la rupture finale du mur.

Le calcul d'un mur exposé au feu est long et nécessite beaucoup de ressources machines. Notre étude, étant guidée par un objectif d'aide à la conception, requiert d'utiliser des approches plus efficaces de ce que nous avons présenté jusqu'ici. Une première voie à explorer consiste à utiliser des méthodes multi-modèles ou multi-échelles pour aller vers des temps de calculs acceptables pour des études d'ingénieurs.

Chapitre 6

Approche multi-modèle Arlequin

Sommaire

6.1	Formulation Arlequin continue du problème (\mathcal{P}_{thm})	131
6.2	Discrétisation du problème Arlequin	134
6.3	Application de la méthode Arlequin pour le calcul d'une brique	135
6.4	Résultats numériques	146

Figures

6.1	Illustration des sous-domaines Ω_1 et Ω_2 et de la zone de recouvrement Ω_c	132
6.2	Modèle tridimensionnel d'une brique	136
6.3	Modèle "réduit" de la brique	136
6.4	Motif constitutif du modèle Arlequin "réduit" d'une brique	136
6.5	Géométrie d'une plaque	137
6.6	Profils de température dans la première paroi de la Thermo+ toutes les 2 minutes	141
6.7	Comparaison entre le profil 3D et le profil parabolique	141
6.8	Modélisation Arlequin du motif	142
6.9	Extrusion de la surface moyenne	145
6.10	Raccord 3D/plaque avec maillages compatibles dans la zone de couplage	145
6.11	Plaque cantilever en flexion	147
6.12	Plaque cantilever : couplage de modèles	147
6.13	Déformée et isovaleurs de la norme du déplacement	148
6.14	Isovaleurs de la contrainte principale majeure pour les modèles 3D et Arlequin	148
6.15	Monomodèle 3D et modèle réduit Arlequin de la brique générique	149
6.16	Déformées et isovaleurs du déplacement u_y à t=30 min	150
6.17	Evolutions de la flèche au centre de la face exposée au feu pour les deux calculs	150
6.18	Isovaleurs des contraintes dans la brique à t=17min	151
6.19	Contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} calculées au point critique avec les deux modèles	151
6.20	Isovaleurs de la norme du déplacement dans la rangée de briques à t=30 min	152
6.21	Isovaleurs des contraintes dans la rangée de briques à t=17min	152

Introduction

Le comportement global d'un mur exposé au feu sur une de ses faces est dictée par des phénomènes thermo-mécaniques locaux (concentrations de contraintes thermo-mécaniques et écaillage). En vu de bien capter ces phénomènes, une modélisation fine de la géométrie du mur s'impose.

Cependant, cette géométrie est complexe, et ce par la grande différence de dimensions géométriques entre les constituants du mur (allant du mètre au millimètre), l'architecture particulière des briques, structurées en plusieurs parois et cloisons relativement minces, sans oublier les croisements multiples de ces parois et cloisons générant des angles rentrants. User de la "force brute", i.e., utiliser un modèle fin partout produit des simulations avec un trop grand nombre d'inconnues. Une telle modélisation conduit à des temps de résolution d'autant plus élevés que notre travail s'inscrit dans une démarche d'aide à la conception qui nécessite, par nature, plusieurs itérations, correspondant à plusieurs choix croisés de paramètres.

Pour avoir des temps de calcul acceptables, il nous faut recourir à des approches multi-échelles. L'idée est de distinguer pour notre problématique deux niveaux d'analyse : un niveau global qui définit le comportement macroscopique du mur, et un niveau local qui apporte une information plus riche au niveau des zones de localisations. Ces deux échelles sont reliées par le biais de relations d'échanges.

Dans la littérature, il existe un nombre important de méthodes multi-échelles. J.Touzeau [Tou12] les a classées en trois catégories : les méthodes d'enrichissement, les méthodes de sous-domaines et les méthodes de superpositions. Dans les codes industriels, les méthodes d'enrichissement sont très présentes, et plus particulièrement, les approches adaptatives. Le but d'une méthode d'éléments finis adaptatifs est de construire automatiquement une suite de maillages qui s'adaptent à la solution numérique, c'est à dire qui sont fins dans les régions où la solution change fortement et grossiers dans les autres régions. Ces méthodes sont opérationnelles, mais, elles peuvent générer, pour notre problématique, des systèmes numériques de très grandes tailles. De plus, elles restent soumises à la performance des remaillages automatiques.

Vue la structuration de la brique en cloisons et parois minces, notre idée est de mettre en œuvre des modèles de type plaque dans les zones où ce modèle est pertinent et de les coupler avec des modèles tridimensionnels au niveau des zones de localisations. Par ce biais, on réduit considérablement le nombre total des degrés de liberté, tout en opérant le raffinement approprié là où il est nécessaire, avec un objectif d'utiliser, en chaque zone, le juste bon modèle. Le raccord entre les différents modèles est réalisé avec la méthode Arlequin.

La méthode Arlequin a été proposée par Ben Dhia [Dhi98][Dhi99]. Elle propose un cadre flexible et efficace pour mener simultanément des calculs avec différents degrés de finesse de modélisations. Sa première analyse mathématique et sa première utilisation dans un code industriel ont été réalisées dans le cadre des travaux de thèse de G. Rateau [DR01][DR02b][Rat03]. Depuis, cette méthode a été utilisée, avec succès, dans plusieurs applications industrielles comme l'introduction de défauts dans des structures [DR02b][DR05], le traitement des problèmes de contacts localisés [DT11] ou l'étude du laminage des tôles très minces [KZPFD16]. Elle a aussi été utilisée pour propager de l'endommagement, des fissures [DJ10] ou encore des ondes hautes fréquences (dans un domaine à deux échelles spatiales) [Ass13].

Cette méthode a permis de coupler des modèles de différentes natures : discrets et

continus [TDE⁺08], atomistiques et continus [CPDO10], déterministes et stochastiques [CCDZ11] etc.

Dans ce chapitre, une formulation continue du problème Arlequin est, d'abord, établie, avant de passer à une formulation discrète type éléments finis. Nous expliquons, ensuite, comment l'application de cette approche, pour le calcul d'un mur en briques alvéolées, peut être entreprise par le biais d'un couplage entre des modèles solides tridimensionnels fins et des modèles de structures minces, plus grossiers.

Après la présentation de certains éléments de la théorie des plaques, nous détaillons notre mise en œuvre de ce couplage dans Code_Aster¹. Ce chapitre se termine par quelques résultats numériques qui permettent de valider nos développements et de montrer la capacité de notre méthodologie à calculer, à moindres coûts, un mur en briques alvéolées.

6.1 Formulation Arlequin continue du problème (\mathcal{P}_{thm})

Reprenons le problème thermo-mécanique (\mathcal{P}_{thm}), défini sur le domaine Ω et introduit dans la section 5.1.1, et plaçons-nous dans le cas où $\mathbf{u}_0 = 0$ sur Γ_u . Pour la clarté, on omet la référence à la dépendance du problème au temps.

Le champ de déplacement \mathbf{u} , solution de ce problème est aussi la solution du problème équivalent de minimisation de l'énergie potentielle totale du solide, sur l'ensemble des déplacements cinématiquement admissibles :

$$\mathbf{u} = \underset{\mathbf{v} \in \mathcal{CA}_0}{\operatorname{argmin}} P(\mathbf{v}) \quad (6.1)$$

où $P(\mathbf{v}) = \frac{1}{2}k_m(\mathbf{v}, \mathbf{v}) - l_m(\mathbf{v}) - l_T(\mathbf{v})^2$.

La solution \mathbf{u} de ce problème est unique, à condition d'avoir un jeu de conditions aux limites bien choisies et des données cinématiques qui interdisent tout mouvement solide rigide (c'est en particulier le cas, si la mesure de Γ_u est non nulle).

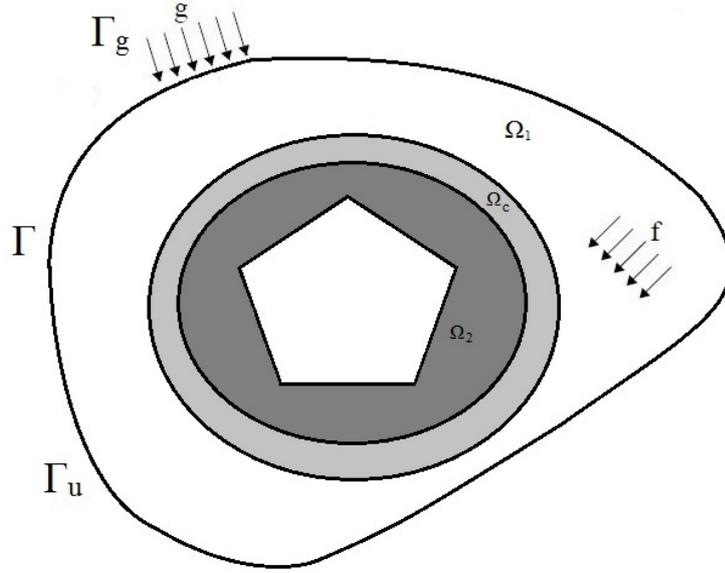
Supposons que nous avons identifié dans le domaine Ω une zone de localisation des champs mécaniques, donc un sous domaine, qu'on note Ω_2 , qui nécessite une description fine lors de la résolution du problème. L'idée principale de la méthode Arlequin est de superposer, totalement ou partiellement, dans cette zone, un modèle local au modèle global.

Le domaine Ω est donc découpé en deux sous-domaines Ω_1 et Ω_2 possédant une zone commune de mesure non nulle, notée Ω_s , appelée zone de superposition (cf. figure 6.1). Le modèle global est défini sur Ω_1 et le modèle local sur Ω_2 (pouvant être un ensemble de domaines appelés aussi patches). Le principe de la méthode Arlequin est de recoller en volume les deux modèles sur tout ou partie de la zone de superposition Ω_s . Dans la suite, on note cette zone de couplage Ω_c .

Dans ces travaux, nous couplons les modèles sur toute la zone de recouvrement ($\Omega_c = \Omega_s$). Dans le jargon Arlequin, on est dans le cas d'une jonction (ou des jonctions) [DR02a].

Le raccord des sous domaines se fait par l'introduction d'un champ de multiplicateurs de Lagrange dans la zone de collage.

1. code Thermo-Hydro-Mécanique d'EDF
2. cf. section 5.1.1 pour la définition de ces opérateurs

FIGURE 6.1 – Illustration des sous-domaines Ω_1 et Ω_2 et de la zone de recouvrement Ω_c

Le dernier ingrédient de la méthode Arlequin est la distribution de l'énergie entre domaines et modèles. Afin de ne pas compter deux fois les énergies, celles-ci sont distribuées entre les sous-domaines couplés à travers la zone de collage par le biais de fonctions de pondération α_1 et α_2 qui forment une partition de l'unité sur l'ensemble du domaine d'étude. Ces fonctions sont définies comme suit : pour $i=1,2$

$$\begin{cases} \alpha_i \in \mathcal{L}^\infty(\Omega_i) & (6.2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_i : \Omega_i \longrightarrow [0, 1] & (6.3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha_i = 1 \quad \text{sur } \Omega_i \setminus \Omega_{j(j \neq i)} & (6.4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sum_i \alpha_i = 1 \quad \text{sur } \bigcap_i \Omega_i & (6.5) \end{cases}$$

Observons que cette pondération autorise aussi une certaine liberté à l'utilisateur pour le choix du modèle prédominant localement. Elle permet même de mettre le poids sur le modèle que l'on souhaite favoriser, de manière évolutive, si besoin est.

En résumé, la méthode Arlequin s'appuie sur trois principes :

1. la superposition de différents états mécaniques,
2. la répartition des énergies globales,
3. le couplage entre les modèles sur la zone de couplage de la zone de superposition.

En notant \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 les champs de déplacement des modèles attachés respectivement à Ω_1 et Ω_2 et \mathcal{CA}_1 et \mathcal{CA}_2 les espaces des champs cinématiquement admissibles associés aux deux modèles ($\mathcal{CA}_1 = \{\mathbf{v} \in (\mathcal{H}^1(\Omega_1))^3; \mathbf{v} = 0, \text{ sur } \Gamma_u\}$ et $\mathcal{CA}_2 = \{\mathbf{v} \in (\mathcal{H}^1(\Omega_2))^3\}$), le problème (\mathcal{P}_{thm}) peut être réécrit dans le cadre Arlequin comme suit :

Pour $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2)$ donné sur Ω_1 et Ω_2 et vérifiant 6.2–6.5, trouver $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) \in \mathcal{CA}_1 \times \mathcal{CA}_2$;

$$(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2) = \operatorname{argmin} \{P^A(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2; \boldsymbol{\alpha}); (\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) \in \mathcal{CA}_1 \times \mathcal{CA}_2 \text{ et } \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 = 0 \text{ sur } \Omega_c\} \quad (6.6)$$

où $P^A(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2; \boldsymbol{\alpha}) = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} k_{m,i}(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_i; \alpha_i) - l_{m,i}(\mathbf{v}_i; \alpha_i) - l_{T,i}(\mathbf{v}_i; \alpha_i)$
avec

$$\begin{cases} k_{m,i}(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_i; \alpha_i) = \int_{\Omega_i} \alpha_i \mathcal{A} \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}_i) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}_i) \, d\Omega & (6.7) \end{cases}$$

$$\begin{cases} l_{m,i}(\mathbf{v}_i; \alpha_i) = \int_{\Omega_i} \alpha_i \mathbf{f} \cdot \mathbf{v}_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_g \cap \Omega_i} \alpha_i \mathbf{g} \cdot \mathbf{v}_i \, d\Gamma & (6.8) \end{cases}$$

$$\begin{cases} l_{T,i}(\mathbf{v}_i; \alpha_i) = \int_{\Omega_i} \alpha_i \alpha (T - T_0) (3\lambda + 2\mu) \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v}_i \, d\Omega & (6.9) \end{cases}$$

Notons que, pour raccorder les deux modèles, l'équation 6.6 impose une contrainte cinématique entre \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 , dans la zone de collage Ω_c (observons que cette contrainte peut, plus classiquement, être imposée sur une surface [Dhi06]). Pour tenir compte de cette contrainte, le cadre Arlequin classique utilise la méthode du multiplicateur de Lagrange. Mais d'autres méthodes sont possibles [Dhi98][Dhi99][Dhi08].

On définit l'espace $\mathcal{M} = \{\mathbf{u} \in (\mathcal{H}^1(\Omega_c))^3\}$ et on note \mathcal{M}_d son espace dual, appelé espace médiateur. On introduit \mathcal{L} , le Lagrangien du problème, comme suit :

$\forall \boldsymbol{\mu} \in \mathcal{M}_d :$

$$\mathcal{L}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \boldsymbol{\mu}; \boldsymbol{\alpha}) = P^A(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2; \boldsymbol{\alpha}) - \langle \boldsymbol{\mu}, \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 \rangle_{\mathcal{M}_d, \mathcal{M}} \quad (6.10)$$

où $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{M}_d, \mathcal{M}}$ désigne le crochet de dualité entre \mathcal{M} et son dual. Il définit l'opérateur de couplage.

D'après la théorie classique de l'optimisation de fonctionnelles régulières, on sait que la résolution du problème d'optimisation sous contraintes défini par 6.6 revient à la résolution du problème scelle suivant :

$$(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \boldsymbol{\lambda}) = \underset{(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2) \in \mathcal{CA}_1 \times \mathcal{CA}_2}{\operatorname{argmin}} \underset{\boldsymbol{\mu} \in \mathcal{M}}{\operatorname{argmax}} \mathcal{L}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \boldsymbol{\mu}; \boldsymbol{\alpha}) \quad (6.11)$$

En écrivant les équations de stationnarité d'Euler-Lagrange, on obtient le système suivant :

Trouver $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{CA}_1 \times \mathcal{CA}_2 \times \mathcal{M}$;

$$\begin{cases} \partial_{v_1} \mathcal{L}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \boldsymbol{\lambda}; \boldsymbol{\alpha}) \mathbf{v}_1 = 0 \quad , \quad \forall \mathbf{v}_1 \in \mathcal{CA}_1 & (6.12) \\ \partial_{v_2} \mathcal{L}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \boldsymbol{\lambda}; \boldsymbol{\alpha}) \mathbf{v}_2 = 0 \quad , \quad \forall \mathbf{v}_2 \in \mathcal{CA}_2 & (6.13) \\ \partial_{\boldsymbol{\mu}} \mathcal{L}(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \boldsymbol{\lambda}; \boldsymbol{\alpha}) \boldsymbol{\mu} = 0 \quad , \quad \forall \boldsymbol{\mu} \in \mathcal{M} & (6.14) \end{cases}$$

Finalement, nous pouvons écrire la formulation Arlequin continue du problème (P_{thm}) comme suit :

Trouver $(\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{CA}_1 \times \mathcal{CA}_2 \times \mathcal{M}$;

$$\begin{cases} k_{m,1}(\mathbf{u}_1, \mathbf{v}_1; \alpha_1) - \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}_1 \rangle = l_{m,1}(\mathbf{v}_1; \alpha_1) + l_{T,1}(\mathbf{v}_1; \alpha_1) & , \forall \mathbf{v}_1 \in \mathcal{CA}_1 & (6.15) \\ k_{m,2}(\mathbf{u}_2, \mathbf{v}_2; \alpha_2) + \langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}_2 \rangle = l_{m,2}(\mathbf{v}_2; \alpha_2) + l_{T,2}(\mathbf{v}_2; \alpha_2) & , \forall \mathbf{v}_2 \in \mathcal{CA}_2 & (6.16) \\ \langle \boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2 \rangle = 0 & , \forall \boldsymbol{\mu} \in \mathcal{M} & (6.17) \end{cases}$$

Il est démontré, dans [DR01] (cf aussi [Rat03] pour plus de détails), que ce problème Arlequin admet une solution unique si :

- α_1 et α_2 sont strictement positifs sur Ω_c
- $\mathcal{M} \subset \mathcal{CA}_1|_{\Omega_c}$ ou $\mathcal{CA}_2|_{\Omega_c}$

De plus, il est montré que $\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}|_{\Omega_1}$ et $\mathbf{u}_2 = \mathbf{u}|_{\Omega_2}$, où \mathbf{u} est la solution unique du problème monomodèle. Ceci établit la consistance du schéma Arlequin.

Pour une version plus complète sur ce sujet, on renvoie à [Dhi08].

6.2 Discrétisation du problème Arlequin

En pratique, le problème Arlequin 6.15-6.17 est approché par une famille de problèmes de dimensions finies, obtenue par l'usage de la méthode des éléments finis. Ceci revient à définir, par la MEF, des espaces de dimensions N_1 , N_2 et N_c , conformes, notés \mathcal{CA}_{1,h_1} , \mathcal{CA}_{2,h_2} et \mathcal{M}_{h_c} , avec $\mathcal{M}_{h_c} = \mathcal{CA}_{1,h_1}|_{\Omega_c}$ ou $\mathcal{M}_{h_c} = \mathcal{CA}_{2,h_2}|_{\Omega_c}$ (pour rester dans un cadre de choix classique des espaces médiateurs [DR01]). On note leurs bases respectives $\mathcal{B}_1 = \{\phi_1^1, \phi_2^1, \dots, \phi_{N_1}^1\}$, $\mathcal{B}_2 = \{\phi_1^2, \phi_2^2, \dots, \phi_{N_2}^2\}$ et $\mathcal{B}_c = \{\phi_1^c, \phi_2^c, \dots, \phi_{N_c}^c\}$.

On définit maintenant la famille des problèmes discrets approchant le problème continu par :

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } (\mathbf{u}_{1,h_1}, \mathbf{u}_{2,h_2}, \boldsymbol{\lambda}_{h_c}) \in \mathcal{CA}_{1,h_1} \times \mathcal{CA}_{2,h_2} \times \mathcal{M}_{h_c}; \\ &k_{m,1}(\mathbf{u}_{1,h_1}, \mathbf{v}_{1,h_1}; \alpha_1) - c_h(\boldsymbol{\lambda}_{h_c}, \mathbf{v}_{1,h_1}) = l_{m,1}(\mathbf{v}_{1,h_1}; \alpha_1) + l_{T,1}(\mathbf{v}_{1,h_1}; \alpha_1) \quad , \forall \mathbf{v}_{1,h_1} \in \mathcal{CA}_{1,h_1} \\ &k_{m,2}(\mathbf{u}_{2,h_2}, \mathbf{v}_{2,h_2}; \alpha_2) + c_h(\boldsymbol{\lambda}_{h_c}, \mathbf{v}_{2,h_2}) = l_{m,2}(\mathbf{v}_{2,h_2}; \alpha_2) + l_{T,2}(\mathbf{v}_{2,h_2}; \alpha_2) \quad , \forall \mathbf{v}_{2,h_2} \in \mathcal{CA}_{2,h_2} \\ &c_h(\boldsymbol{\mu}_{h_c}, \mathbf{u}_{2,h_2} - \mathbf{u}_{1,h_1}) = 0 \quad , \forall \boldsymbol{\mu}_{h_c} \in \mathcal{M}_{h_c} \end{aligned}$$

Observons ici que l'opérateur de couplage discret noté $c_h(\cdot, \cdot)$ est fondé sur le produit scalaire $(\mathcal{L}^2(\Omega_c))^3$. Ce couplage, en discret, est utilisé ici pour approcher le crochet de dualité $\langle \cdot, \cdot \rangle_{\mathcal{M}_d, \mathcal{M}}$ [Dhi08] (et pour simplifier le traitement de la problématique industrielle considérée dans ce travail).

Pour la résolution de ce problème, les champs inconnus \mathbf{u}_{1,h_1} , \mathbf{u}_{2,h_2} et $\boldsymbol{\lambda}_{h_c}$ sont décomposés sur les bases éléments finis \mathcal{B}_1 , \mathcal{B}_2 et \mathcal{B}_c . En notant \mathbf{U}_{1h} , \mathbf{U}_{2h} et $\boldsymbol{\Lambda}_h$ leurs coordonnées généralisées dans leurs bases respectives, nous avons :

$$\mathbf{u}_{1,h_1}(x) = \sum_{i=1}^{N_1} \phi_i^1(x) U_{1h,i}, \text{ pour } x \in \Omega_1 \quad (6.18)$$

$$\mathbf{u}_{2,h_2}(x) = \sum_{i=1}^{N_2} \phi_i^2(x) U_{2h,i}, \text{ pour } x \in \Omega_2 \quad (6.19)$$

$$\boldsymbol{\lambda}_{h_c}(x) = \sum_{i=1}^{N_c} \phi_i^c(x) \Lambda_{h,i}, \text{ pour } x \in \Omega_c \quad (6.20)$$

Ce faisant, on peut vérifier aisément que le problème Arlequin discret est équivalent au problème matriciel linéaire suivant :

Trouver \mathbf{U}_1 , \mathbf{U}_2 et $\boldsymbol{\Lambda}$ tel que :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1(\alpha_1) & 0 & \mathbf{C}_1^T \\ 0 & \mathbf{K}_2(\alpha_2) & \mathbf{C}_2^T \\ \mathbf{C}_1 & \mathbf{C}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \\ \boldsymbol{\Lambda} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1(\alpha_1) \\ \mathbf{F}_2(\alpha_2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\mathbf{K}_1(\alpha_1)$ et $\mathbf{K}_2(\alpha_2)$ sont les matrices de rigidité pondérées des sous-domaines couplés Ω_1 et Ω_2 , $\mathbf{F}_1(\alpha_1)$ et $\mathbf{F}_2(\alpha_2)$ désignent les vecteurs des efforts extérieurs pondérés et \mathbf{C}_1 et \mathbf{C}_2 sont les matrices de couplage dans la zone de collage Ω_c . Leurs composantes respectives sont :

$$(\mathbf{K}_1(\alpha_1))_{ij} = k_{m,1}(\phi_i^1, \phi_j^1; \alpha_1) \text{ pour } i, j = 1, 2, \dots, N_1 \quad (6.21)$$

$$(\mathbf{K}_2(\alpha_2))_{ij} = k_{m,2}(\phi_i^2, \phi_j^2; \alpha_2) \text{ pour } i, j = 1, 2, \dots, N_2 \quad (6.22)$$

$$(\mathbf{F}_1(\alpha_1))_i = l_{m,1}(\phi_i^1; \alpha_1) + l_{T,1}(\phi_i^1; \alpha_1) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, N_1 \quad (6.23)$$

$$(\mathbf{F}_2(\alpha_2))_i = l_{m,2}(\phi_i^2; \alpha_2) + l_{T,2}(\phi_i^2; \alpha_2) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, N_2 \quad (6.24)$$

$$(\mathbf{C}_1)_{ij} = -c_h(\phi_i^c, \phi_j^1) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, N_c \text{ et } j = 1, 2, \dots, N_1 \quad (6.25)$$

$$(\mathbf{C}_2)_{ij} = c_h(\phi_i^c, \phi_j^2) \text{ pour } i = 1, 2, \dots, N_c \text{ et } j = 1, 2, \dots, N_2 \quad (6.26)$$

Avec les choix faits pour \mathcal{M}_{h_c} , il est établi dans [DR01], puis sous des hypothèses plus faibles sur la partition des énergies dans [Dhi08], que ces problèmes discrets sont bien posés.

6.3 Application de la méthode Arlequin pour le calcul d'une brique

D'après les calculs réalisés dans les chapitres 4 et 5, les champs thermiques et mécaniques dans une brique sont respectivement localisés et singuliers au niveau des croisements entre ses cloisons et ses parois. De plus, certaines parties de la brique peuvent être approchées par des modèles de plaques. C'est à ce niveau qu'apparaît l'intérêt du cadre de modélisation Arlequin. Il nous permet de substituer au modèle 3D un modèle de structure différent, ici de type plaque, dans toutes les parties du domaine où le modèle de plaque, simplifié par rapport au modèle 3D, est suffisant pour avoir une bonne précision sur la solution (loin des endroits critiques). Il nous permet aussi de raffiner dans les zones de concentrations des gradients en thermique et en mécanique.

Pour optimiser le choix des domaines raffinés, des méthodes d'optimisation en quantité d'intérêts peuvent être utilisées comme dans [PCDB09]. Ici, on fixera la taille des zones 3D (le restant du domaine étant formé de zones plaques, en nous fondant sur le simple principe de Saint-Venant).

Pour une brique générique, on propose de construire un modèle Arlequin réduit, obtenu en remplaçant le monomodèle 3D (cf. la figure 6.2) par un modèle couplant des modèles solides 3D locaux (dans les zones critiques en forme de L) et des modèles de plaques (utilisés dans le restant de la structure) comme l'illustre la figure 6.3.

Sur le modèle Arlequin réduit de cette brique, à 12 alvéoles, on couple 20 modèles volumiques 3D avec 31 modèles de plaques. Cette géométrie "réduite" consiste simplement en la répétition d'un motif constitutif, représenté sur la figure 6.4.

Nous présentons, dans la suite, la mise en œuvre du cadre Arlequin sur la base de ce motif constitutif, où on couple un modèle volumique 3D à un modèle de plaque. Des éléments de la théorie des plaques sont rappelés avant.

6.3.1 Modèles de plaques

Dans cette section nous rappelons les spécificités des modèles de plaques. Comme les cloisons et les parois des briques que nous voulons représenter avec ces modèles sont épaisses, nous nous intéressons aux modèles de plaques épaisses, décrits par la théorie de Mindlin-Reissner.

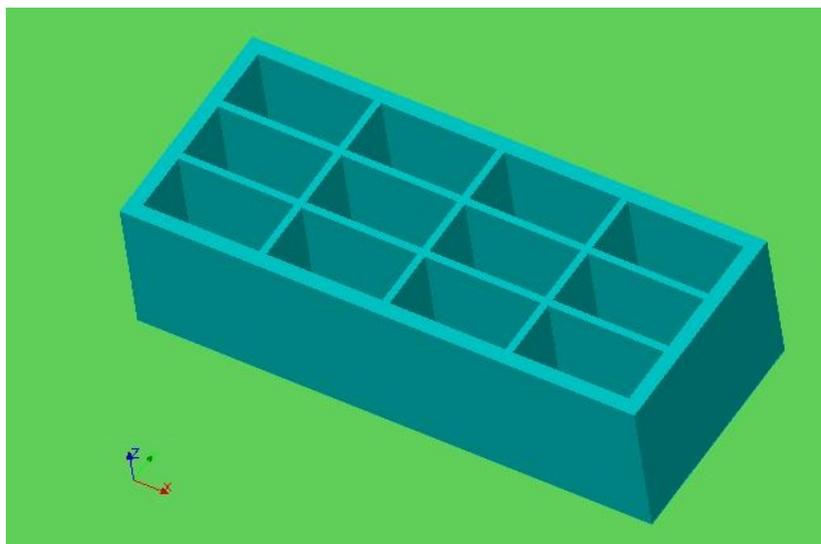


FIGURE 6.2 – Modèle tridimensionnel d'une brique

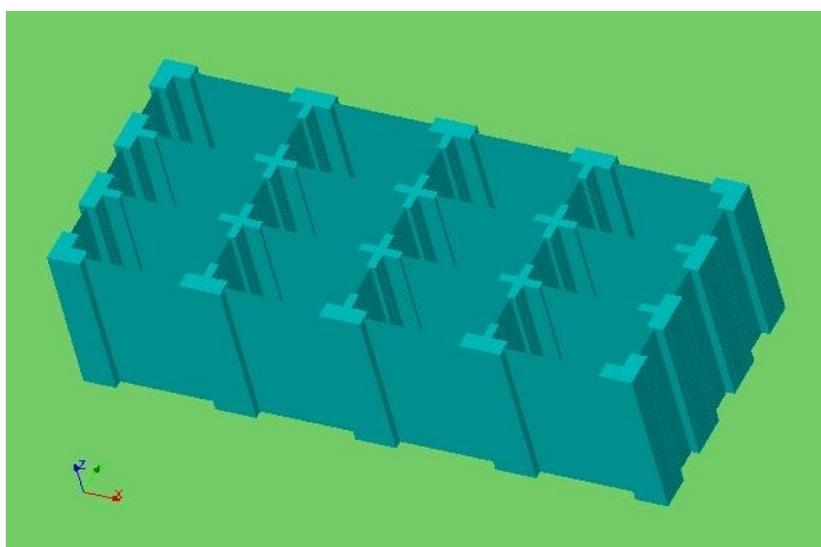


FIGURE 6.3 – Modèle "réduit" de la brique

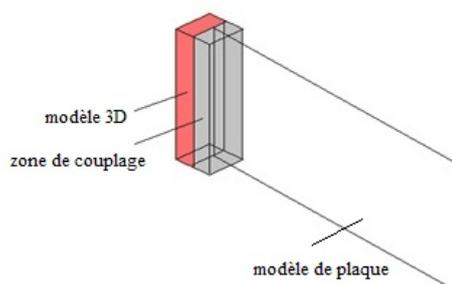


FIGURE 6.4 – Motif constitutif du modèle Arlequin "réduit" d'une brique

6.3.1.1 Géométrie et cinématique

Les modèles de plaques sont particulièrement utilisés pour représenter des structures planes minces (i.e, l'épaisseur est très faible devant les dimensions de la surface moyenne, avec un rapport inférieur à $1/10$). Géométriquement, ces structures sont définies par la donnée d'une épaisseur e et d'une surface moyenne plane $\omega \subset \mathbb{R}^2$.

On munit l'espace d'un repère affine orthonormé $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, tel que ω est incluse dans

le plan $(O, \mathbf{x}, \mathbf{y})$. Ce faisant, le domaine, dont l'adhérence est occupée par la plaque, a la forme d'un cylindre aplati Ω , (cf. figure 6.5), donné par :

$$\Omega = \omega \times]\frac{-e}{2}, \frac{e}{2}[\quad (6.27)$$

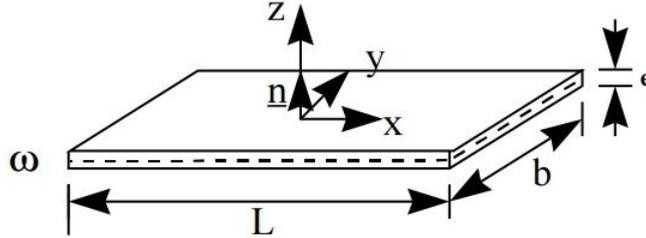


FIGURE 6.5 – Géométrie d'une plaque

La position des points de la plaque est donnée par les coordonnées cartésiennes (x, y) de ces points dans la surface moyenne et l'élévation z par rapport à ω .

La théorie des plaques repose sur une hypothèse centrale qui stipule que les sections droites perpendiculaires à la surface moyenne dans sa position initiale (ici ω) restent droites lors d'une transformation; les points matériels situés sur une normale à la surface moyenne non déformée restent sur une droite dans la configuration déformée. Dans le cadre des petites perturbations, il en résulte que les champs de déplacement membranaire varient linéairement dans l'épaisseur de la plaque. Nous obtenons alors la cinématique suivante :

$$u_x(x, y, z) \simeq u_x^0(x, y) + z\theta_y(x, y) = u_x^0(x, y) + z\beta_{ux}(x, y) \quad (6.28)$$

$$u_y(x, y, z) \simeq u_y^0(x, y) - z\theta_x(x, y) = u_y^0(x, y) + z\beta_{uy}(x, y) \quad (6.29)$$

$$u_z(x, y, z) \simeq u_z^0(x, y) \quad (6.30)$$

$$(6.31)$$

où u_x^0, u_y^0, u_z^0 sont les déplacements de la surface moyenne ω et θ_x et θ_y sont les rotations de cette surface par rapport aux deux axes x et y , respectivement. Pour simplifier l'écriture, on introduit les rotations $\beta_{ux} = \theta_y$ et $\beta_{uy} = -\theta_x$.

De manière plus compacte, cette cinématique se met sous la forme :

$$\mathbf{u}(x, y, z) = \mathbf{u}^0(x, y) + z\boldsymbol{\beta}_u(x, y). \quad (6.32)$$

avec $\beta_{uz} = 0$.

Avec l'introduction de cette cinématique, nous pouvons définir les déformations en tout

point comme suit :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u_x^0}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_{ux}}{\partial x} \quad (6.33)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial u_y^0}{\partial y} + z \frac{\partial \beta_{uy}}{\partial y} \quad (6.34)$$

$$\varepsilon_{zz} = 0 \quad (6.35)$$

$$2 \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u_x^0}{\partial y} + \frac{\partial u_y^0}{\partial x} + z \left(\frac{\partial \beta_{ux}}{\partial y} + \frac{\partial \beta_{uy}}{\partial x} \right) \quad (6.36)$$

$$2 \varepsilon_{xz} = \beta_{ux} + \frac{\partial u_z^0}{\partial x} \quad (6.37)$$

$$2 \varepsilon_{yz} = \beta_{uy} + \frac{\partial u_z^0}{\partial y} \quad (6.38)$$

$$(6.39)$$

6.3.1.2 Loi de comportement

On écrit la loi de comportement, qui lie les déformations aux contraintes comme suit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = \mathbf{C} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ 2 \varepsilon_{xy} \\ 2 \varepsilon_{xz} \\ 2 \varepsilon_{yz} \end{pmatrix}$$

où \mathbf{C} est la matrice des rigidités de la plaque. Pour un comportement élastique linéaire homogène isotrope, où E et ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson, on a :

$$\mathbf{C} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} 1 & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{k(1-\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{k(1-\nu)}{2} \end{pmatrix}$$

k est un facteur de correction de cisaillement transverse. Dans la théorie de Mindlin-Reissner, il est déterminé par des équivalences énergétiques avec le modèle 3D, de sorte à avoir une rigidité en cisaillement transverse proche de celle donnée par l'élasticité tridimensionnelle. soit $k = \frac{5}{6}$ en statique et $k = \frac{\pi^2}{12}$ en dynamique (les deux valeurs sont proches).

6.3.1.3 Travaux virtuels

Nous précisons dans ce paragraphe l'expression particulière des travaux virtuels des forces intérieures et extérieures pour un modèle de plaque.

On suppose que la plaque est symétrique par rapport au plan $z=0$. Ainsi les termes de rigidité couplant membrane et flexion sont nuls. Le travail des forces élastiques s'écrit alors comme suit :

$$k(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = k_m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + k_f(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + k_{ct}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) \quad (6.40)$$

où \mathbf{u} et \mathbf{v} sont des champs de déplacement de cinématique plaque ; les termes k_m , k_f , k_{ct} correspondent respectivement au travail des forces de membrane, celui des forces de flexion et celui des forces de cisaillement transverse.

En supposant que les propriétés mécaniques ne varient pas dans l'épaisseur de la plaque, ces travaux s'expriment comme suit :

$$k_m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = e \int_{\omega} \sigma_{\alpha\gamma}(\mathbf{u}^0) \epsilon_{\alpha\gamma}(\mathbf{v}^0) \quad (6.41)$$

$$k_f(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \frac{e^3}{12} \int_{\omega} \sigma_{\alpha\gamma}(\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{u}}) \epsilon_{\alpha\gamma}(\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{v}}) \quad (6.42)$$

$$k_{ct}(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = 2e \int_{\omega} \sigma_{\alpha z}(\mathbf{u}) \epsilon_{\alpha z}(\mathbf{v}) \quad (6.43)$$

où les indices α et γ désignent x ou y.

Le travail d'un champ \mathbf{f} de force volumique de composantes (f_x, f_y, f_z) dans un champ de déplacement \mathbf{v} de cinématique plaque s'exprime de la manière suivante :

$$f(\mathbf{v}) = \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{v} = \int_{\Omega} (u_x^0 f_x + u_y^0 f_y + u_z^0 f_z) + z(\beta_{ux} f_x + \beta_{uy} f_y) \quad (6.44)$$

Remarque 1 : Nous avons travaillé, ici, dans le repère local de l'élément plaque. Pour exprimer la matrice de rigidité élémentaire dans le repère global, nous sommes amenés à introduire, pour chaque nœud, un degré de liberté local supplémentaire correspondant à la rotation par rapport à la normale à la plaque (qu'on appelle, parfois, rotation fictive). A ce degré de liberté supplémentaire, aucune rigidité n'est associée.

Cependant, élargir la matrice de rigidité locale de cette manière, peut entraîner l'obtention d'une matrice de rigidité globale singulière. Pour éviter ce problème, on introduit, au niveau élémentaire, une rigidité fictive associée aux rotations fictives. Ce terme de rigidité est pris égal à 10^{-5} fois le plus petit terme diagonal de la matrice de rigidité de flexion locale.

Remarque 2 : Si les propriétés mécaniques varient dans l'épaisseur, c'est le cas si le module de Young est fonction de la température et que le champ thermique varie beaucoup dans l'épaisseur, les problèmes de membrane et de flexion deviennent couplés : une déformation purement membranaire ($\epsilon_{\alpha\beta}(\mathbf{u}^0) \neq 0$) génère de la flexion et réciproquement.

De plus, dans ce cas, l'intégration des termes de rigidité sur la surface de l'élément plaque doit être complétée par une intégration dans l'épaisseur. Dans Code_Aster, l'épaisseur initiale est divisée en N couches d'épaisseurs identiques et il y a trois points d'intégration par couche (situés en peau supérieure, en peau inférieure et au milieu de la couche). Pour N couches, le nombre de points d'intégration est de $2N+1$.

6.3.1.4 Chargement thermique pour le modèle mécanique de plaque

Pour utiliser des éléments plaques dans la modélisation, il est nécessaire de choisir un modèle thermique pour ces structures minces et en particulier, une description pertinente de la variation du champ thermique dans l'épaisseur. Autrement, une solution "pauvre" est obtenue, occultant des effets de déformations membranaires importants.

Dans la littérature, plusieurs formulations sont proposées. Malgré des idées initiales différentes, elles se rejoignent pratiquement sur la représentation dans l'épaisseur du champ thermique.

Certaines de ces formulations, dites asymptotiques (e.g. [Fra87] [Jin11]), se basent sur le problème limite obtenu lorsque l'épaisseur de la plaque tend vers zéro, la solution est approchée par sa limite. Pour les problèmes thermiques stationnaires, et si le matériau est homogène dans l'épaisseur, la solution limite suggère une répartition parabolique dans l'épaisseur des structures minces.

Une autre approche consiste à introduire un développement polynômial, plus ou moins poussé, du champ de température dans l'épaisseur (cf. e.g. [GPN⁺16] [SK90]). Cette formulation a le mérite d'être cohérente et bien adaptée aux éléments finis. En prenant en compte des résultats de l'analyse limite, une forme parabolique dans l'épaisseur des structures minces suffirait pour les problèmes stationnaires. Pour les problèmes d'évolution, ce choix n'est plus toujours suffisant selon le temps de relaxation des sollicitations appliquées.

L'élévation de la température dans les briques exposées au feu est un problème thermique instationnaire, il faut vérifier si une représentation parabolique dans l'épaisseur suffit ou si des termes d'ordre supérieur sont nécessaires.

Pour écrire une forme parabolique dans l'épaisseur, il est commode d'utiliser les températures remarquables suivantes : T_m la température de la surface moyenne (en $z = 0$), T_s la température du feuillet supérieur (en $z = \frac{e}{2}$) et T_i la température du feuillet inférieur (en $z = -\frac{e}{2}$).

$$T(x, y, z) = P_1(z)T_m(x, y) + P_2(z)T_s(x, y) + P_3(z)T_i(x, y) \quad (6.45)$$

où P_1 , P_2 et P_3 sont les polynômes de Lagrange :

$$\begin{cases} P_1(z) = 1 - \left(\frac{2z}{e}\right)^2 & (6.46) \\ P_2(z) = \frac{z}{e}\left(1 + \frac{2z}{e}\right) & (6.47) \\ P_3(z) = \frac{-z}{e}\left(1 - \frac{2z}{e}\right) & (6.48) \end{cases}$$

On reprend les résultats thermiques obtenus avec un modèle tridimensionnel, dans le chapitre 4 et on les compare aux profils thermiques données par l'équation 6.45.

On prend, à titre d'exemple, les profils de température obtenus dans la première paroi de la brique Thermo+, toutes les deux minutes, représentés sur la figure 6.6 :

La figure 6.7 compare les profils du champ thermique T_1 , obtenu avec le modèle 3D, et T_2 donné par la formule 6.45 à $t=20$ min.

L'écart entre les deux courbes est faible. Ce même résultat est obtenu en testant les autres profils de la température (correspondants aux différents instants temporels).

On peut en conclure qu'il est possible d'approcher, avec peu d'erreurs, chacune de ces courbes par une parabole. Ces résultats appuient l'hypothèse selon laquelle une représentation parabolique dans l'épaisseur de la plaque est suffisante. Elle est retenue dans la suite.

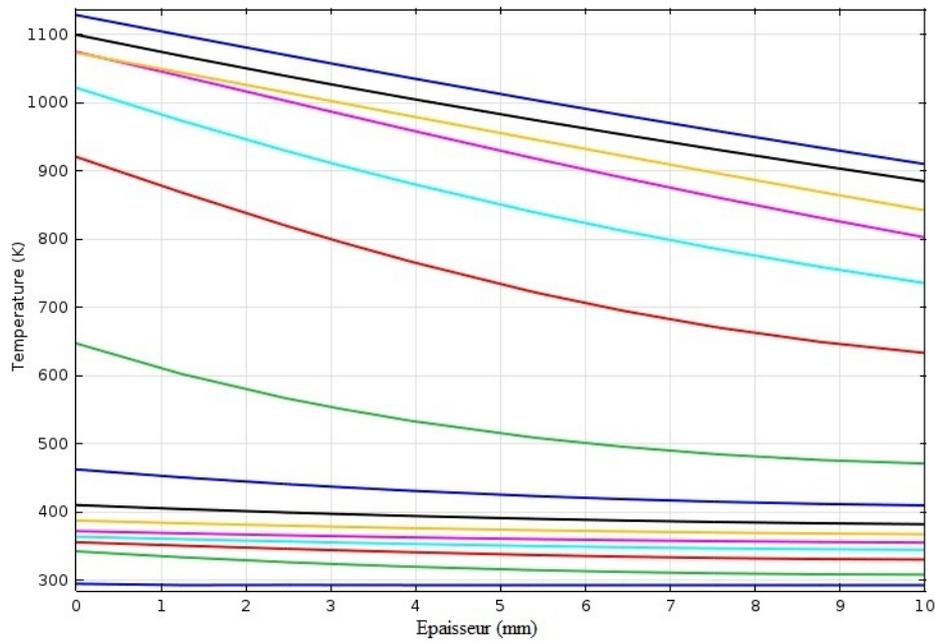


FIGURE 6.6 – Profils de température dans la première paroi de la Thermo+ toutes les 2 minutes

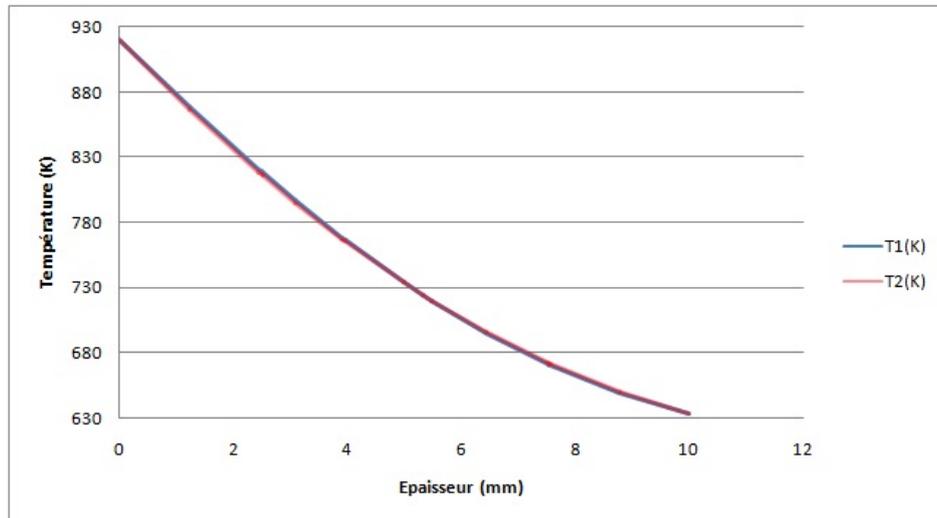


FIGURE 6.7 – Comparaison entre le profil 3D et le profil parabolique

Le travail de la force généralisée d'origine thermique, pour un champ de déplacement virtuel \mathbf{v} de type plaque s'exprime comme :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_T &= \frac{E\alpha}{1-2\nu} \int_{\Omega} (T - T_0) \mathbf{Id} : \boldsymbol{\varepsilon}[\mathbf{v}] \, d\Omega = \frac{E\alpha}{1-2\nu} \int_{\Omega} (T - T_0) \boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega \\ &= \frac{E\alpha}{1-2\nu} \int_{\omega} \int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} (T - T_0) (e_{xx} + z\kappa_{xx} + e_{yy} + z\kappa_{yy}) \, dz dS \end{aligned}$$

Or l'équation 6.45 donne les relations suivantes :

$$\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} T(x, y, z) \, dz = \frac{e}{6} (4 T_m + T_s + T_i) \quad (6.49)$$

$$\int_{-\frac{e}{2}}^{\frac{e}{2}} zT(x, y, z) dz = \frac{h^2}{12}(T_s - T_i) \quad (6.50)$$

Finalement, travail de la force généralisée d'origine thermique s'exprime comme :

$$\mathbf{F}_T = \frac{E\alpha}{1-2\nu} \left[e \int_{\omega} \left(\frac{4T_m}{6} + \frac{T_s}{6} + \frac{T_i}{6} - T_0 \right) (e_{xx} + e_{yy}) dS + \frac{e^2}{12} \int_{\omega} (T_s - T_i) (\kappa_{xx} + \kappa_{yy}) dS \right] \quad (6.51)$$

Observons que cette expression fait intervenir un premier terme qui dépend de la valeur moyenne de la température dans l'épaisseur de la plaque et un deuxième terme qui dépend de son gradient.

Pour notre implémentation numérique, nous choisissons de calculer le champ thermique avec un maillage tridimensionnel. Il est ensuite projeté sur les éléments plaques (il s'agit de récupérer simplement les températures T_m , T_s et T_i pour chaque élément fini de type plaque).

6.3.2 Formulation 3D/plaque du problème thermo-mécanique Arlequin pour un motif représentatif

Nous cherchons à calculer, dans le cadre Arlequin, l'équilibre thermo-mécanique du motif représentatif d'une brique. Suivant l'analyse faite précédemment, la structure est formée d'un modèle volumique 3D (occupant un domaine Ω_{3D}) et d'un modèle de plaque (occupant un domaine Ω_{plq}), comme représenté dans la figure 6.8.

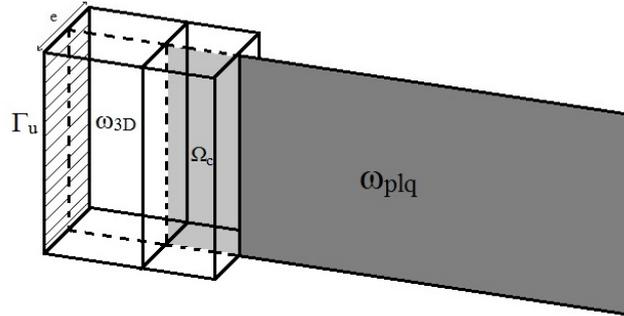


FIGURE 6.8 – Modélisation Arlequin du motif

Nous utilisons les indices 3D et plq pour désigner les quantités attachées au modèle volumique et au modèle de plaque, respectivement.

La structure étant mince d'épaisseur e , la géométrie du problème peut être écrite comme suit :

$$\Omega_{3D} = \omega_{3D} \times \left] \frac{-e}{2}, \frac{e}{2} \right[\quad (6.52)$$

$$\Omega_{plq} = \omega_{plq} \times \left] \frac{-e}{2}, \frac{e}{2} \right[\quad (6.53)$$

$$\Omega_{3D} \cap \Omega_{plq} = \Omega_c \quad (6.54)$$

Par ailleurs, nous supposons un encastrement sur Γ_u (supposée de mesure non nulle), le bord latéral gauche de $\partial\Omega_{3D}$ (hachuré sur la figure 6.8).

6.3.2.1 Formulation du problème Arlequin 3D/plaque

Pour formuler le problème Arlequin, nous définissons les espaces des champs admissibles attachés aux deux modèles :

$$\mathcal{CA}_{3D} = \{\mathbf{v}_{3D} \in \mathbf{H}^1(\Omega_{3D}); \mathbf{v}_{3D} = 0 \text{ sur } \Gamma_u\} \quad (6.55)$$

$$\mathcal{CA}_{plq} = \{\mathbf{v}_{plq} = \mathbf{v}^0 + z\boldsymbol{\beta}_v \text{ où } \mathbf{v}^0, \boldsymbol{\beta}_v \in \mathcal{H}^1(\omega_{plq}), |z| \leq \frac{e}{2} \text{ et } \boldsymbol{\beta}_{vz} = 0 \text{ sur } \omega_{plq}\} \quad (6.56)$$

Choix de l'espace médiateur

Concernant l'espace des multiplicateurs de Lagrange \mathcal{M} , il est possible de l'approcher de plusieurs manières. D'après les travaux de Rateau et Ben Dhia [Rat03] [DR05], ce choix influence les solutions des problèmes approchés. En particulier, il faut veiller à ce que le problème reste bien posé et à ce que la modélisation soit pertinente. Deux alternatives sont classiques : la première consiste à choisir \mathcal{CA}_{3D} restreint à la zone de couplage Ω_c et la deuxième consiste à prendre \mathcal{CA}_{plq} restreint à la même zone. En d'autres termes, il est possible de choisir des multiplicateurs de jonction avec une cinématique volumique ou avec une cinématique de type plaque.

Optons pour la première solution et supposons que $\mathcal{M} = \mathcal{CA}_{3D}|_{\Omega_c}$. L'équation de couplage Arlequin, s'écrit comme suit :

$$c(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_{3D} - \mathbf{u}_{plq}) = 0, \quad \forall \boldsymbol{\mu} \in \mathcal{M} \quad (6.57)$$

En prenant $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{u}_{3D} - \mathbf{u}_{plq}$ sur Ω_c , qui est bien un élément de $\mathcal{CA}_{3D}|_{\Omega_c}$, nous avons $\mathbf{u}_{3D} = \mathbf{u}_{plq}$ dans Ω_c . Autrement dit, le champ volumique doit suivre une cinématique de type plaque sur la zone de couplage. Ceci ne peut être accepté puisqu'un tel choix génèrerait des contraintes de pincement infinies. Pour cette raison, il nous faut choisir comme espace médiateur, \mathcal{CA}_{plq} restreint à la zone de couplage :

$$\mathcal{M} = \{\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}^0 + z\boldsymbol{\beta}_\mu \text{ où } \boldsymbol{\mu}^0, \boldsymbol{\beta}_\mu \in \mathcal{H}^1(\omega_c), |z| \leq \frac{e}{2} \text{ et } \boldsymbol{\beta}_{\mu z} = 0 \text{ sur } \omega_c\} \quad (6.58)$$

Formulation continue

Les espaces fonctionnels étant définis, la formulation Arlequin continue du problème s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} &\text{Trouver } (\mathbf{u}_{3D}, \mathbf{u}_{plq}, \boldsymbol{\lambda}) \in \mathcal{CA}_{3D} \times \mathcal{CA}_{plq} \times \mathcal{M}; \\ &k_{m,1}(\mathbf{u}_{3D}, \mathbf{v}_{3D}; \alpha_{3D}) - c(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}_{3D}) = l_{m,1}(\mathbf{v}_{3D}; \alpha_{3D}) + l_{T,1}(\mathbf{v}_{3D}; \alpha_{3D}) \quad , \forall \mathbf{v}_{3D} \in \mathcal{CA}_{3D} \\ &k_{m,2}(\mathbf{u}_{plq}, \mathbf{v}_{plq}; \alpha_{plq}) + c(\boldsymbol{\lambda}, \mathbf{v}_{plq}) = l_{m,2}(\mathbf{v}_{plq}; \alpha_{plq}) + l_{T,2}(\mathbf{v}_{plq}; \alpha_{plq}) \quad , \forall \mathbf{v}_{plq} \in \mathcal{CA}_{plq} \\ &c(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{u}_{3D} - \mathbf{u}_{plq}) = 0 \quad , \forall \boldsymbol{\mu} \in \mathcal{M} \end{aligned}$$

où α_{3D} et α_{plq} sont les fonctions de pondération du modèle volumique et du modèle plaque, respectivement.

Ce problème est discrétisé en utilisant la méthode des éléments finis.

Formulation discrète

On suppose qu'on dispose de deux triangulations, notées $\mathcal{T}_{3D,h}$ et $\mathcal{T}_{plq,h}$, qui discrétisent le domaine Ω_{3D} et la surface moyenne ω_{plq} de la plaque, respectivement.

$$\Omega_{3D} \equiv \cup_{K \in \mathcal{T}_{3D,h}} K \quad (6.59)$$

$$\omega_{plq} \equiv \cup_{k \in \mathcal{T}_{plq,h}} k \quad (6.60)$$

Nous associons à ces triangulations, les espaces éléments finis de classe \mathcal{C}^0 , de dimensions respectives N_{3D} et N_{plq} , suivants :

$$\mathcal{CA}_{3D,h} = \{v \in \mathcal{C}^0(\Omega_{3D}); v = 0 \text{ sur } \Gamma_u \text{ et } \forall K \in \mathcal{T}_{3D,h}, v|_K \in P_1(K)\} \quad (6.61)$$

$$\mathcal{CA}_{plq,h} = \{v \in \mathcal{C}^0(\omega_{plq}); \forall k \in \mathcal{T}_{plq,h}, v|_k \in P_1(k)\} \quad (6.62)$$

où $P_1(K)$ et $P_1(k)$ sont les ensembles des polynômes à coefficients réels et de degré ≤ 1 définis dans K et k respectivement.

On note $\mathcal{B}_{3D} = \{\phi_1^{3D}, \phi_2^{3D}, \dots, \phi_{N_{3D}}^{3D}\}$ et $\mathcal{B}_{plq} = \{\phi_1^{plq}, \phi_2^{plq}, \dots, \phi_{N_{plq}}^{plq}\}$ les bases éléments finis génératrices de ces deux espaces.

Les espaces fonctionnels, utilisés dans la formulation continue du problème Arlequin sont approchés par les espaces de dimensions finies suivants :

$$\mathcal{CA}_{3D,h} = (\mathcal{CA}_{3D,h})^3 \quad (6.63)$$

$$\mathcal{CA}_{plq,h} = \{v_{plq,h} = v_h^0 + z\beta_{v,h} \text{ où } v_h^0 \in (\mathcal{CA}_{plq,h})^3, \beta_{v,h} \in (\mathcal{CA}_{plq,h})^2 \text{ et } |z| \leq \frac{e}{2}\} \quad (6.64)$$

$$\mathcal{M}_h = \mathcal{CA}_{plq,h}|_{\Omega_c} \quad (6.65)$$

Finalement, le problème Arlequin discret du raccord 3D/plaque s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Trouver } (\mathbf{u}_{3D,h}, \mathbf{u}_{plq,h}, \boldsymbol{\lambda}_h) &\in \mathcal{CA}_{3D,h} \times \mathcal{CA}_{plq,h} \times \mathcal{M}_h; \\ k_{m,1}(\mathbf{u}_{3D,h}, \mathbf{v}_{3D,h}; \alpha_{3D}) - c(\boldsymbol{\lambda}_h, \mathbf{v}_{3D,h}) &= l_{m,1}(\mathbf{v}_{3D,h}; \alpha_{3D}) + l_{T,1}(\mathbf{v}_{3D,h}; \alpha_{3D}) \quad , \forall \mathbf{v}_{3D,h} \in \mathcal{CA}_{3D,h} \\ k_{m,2}(\mathbf{u}_{plq,h}, \mathbf{v}_{plq,h}; \alpha_{plq}) + c(\boldsymbol{\lambda}_h, \mathbf{v}_{plq,h}) &= l_{m,2}(\mathbf{v}_{plq,h}; \alpha_{plq}) + l_{T,2}(\mathbf{v}_{plq,h}; \alpha_{plq}) \quad , \forall \mathbf{v}_{plq,h} \in \mathcal{CA}_{plq,h} \\ c_h(\boldsymbol{\mu}_h, \mathbf{u}_{3D,h} - \mathbf{u}_{plq,h}) &= 0 \quad , \forall \boldsymbol{\mu}_h \in \mathcal{M}_h \end{aligned}$$

Maintenant que le couplage 3D/plaque est défini, nous nous intéressons dans la partie suivante à son implémentation numérique. Nous nous concentrons sur le calcul des termes de couplage, la principale difficulté de la mise en œuvre du couplage. Cette difficulté provient du fait qu'on manipule des objets de dimensions différentes.

6.3.2.2 Appariement des éléments et maillages compatibles

On considère les deux maillages éléments finis volumique et plaque sur lesquels les champs de déplacements discrets sont définis, à priori incompatibles dans la zone de couplage.

Pour déterminer les couples { élément 3D/ élément plaque } à apparier sur la zone de couplage, il faut chercher les intersections entre les différents éléments. Mais puisque les éléments plaques k sont représentés uniquement par leurs surfaces moyennes ω_k , on est incapable de déterminer géométriquement ces intersections.

Une solution proposée dans [Rat03] consiste à reconstituer, de manière virtuelle, la géométrie tridimensionnelle réellement occupée par l'élément plaque, par simple extrusion de la surface moyenne (cf. fig. 6.9), et ensuite chercher les intersections entre ces éléments extrudés avec éléments volumiques.

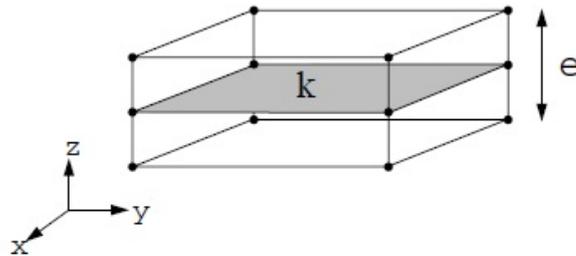


FIGURE 6.9 – Extrusion de la surface moyenne

Dans le cas industriel qui nous intéresse, la régularité des géométries des briques alvéolées nous permet de nous limiter aux maillages compatibles. Ainsi, chaque élément 3D de la zone de couplage est inclus dans l'espace cylindrique de l'élément plaque en vis-à-vis et aucun élément 3D n'est à cheval entre deux éléments plaques (cf Figure 6.10).

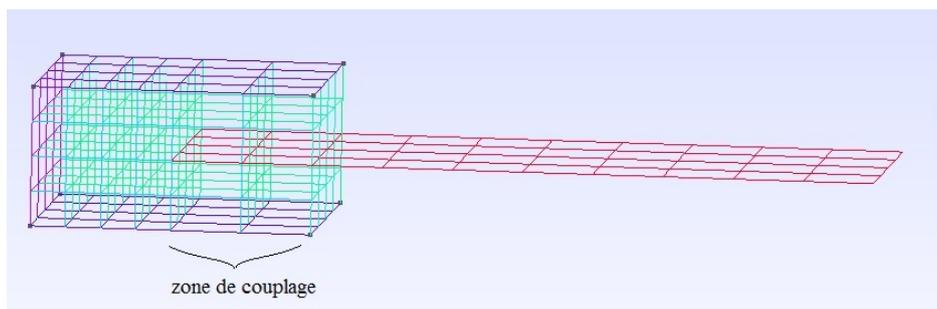


FIGURE 6.10 – Raccord 3D/plaque avec maillages compatibles dans la zone de couplage

Lorsqu'on se place dans cette configuration, l'appariement entre les mailles superposées (en vue de la construction des matrices de couplage élémentaires) devient simple à réaliser. On considère un élément tridimensionnel K , de barycentre B_K . L'idée est de projeter B_K sur le support géométrique des éléments plaques et de tester si le projeté coïncide avec le barycentre d'un des éléments plaques. Par construction des maillages compatibles, un tel élément plaque existe et il est unique. C'est l'élément plaque à appairer avec l'élément volumique K .

6.3.2.3 Calcul des termes de couplage

Pour raccorder le modèle tridimensionnel au modèle de plaque, nous utilisons le couplage L^2 , qui s'écrit pour un couplage 3D/plaque comme suit :

$$\begin{aligned} c_h(\boldsymbol{\mu}_{plq,h}, \mathbf{u}_{3D,h} - \mathbf{u}_{plq,h}) &= \int_{\Omega_c} \kappa_0 \boldsymbol{\mu}_{plq,h} \cdot (\mathbf{u}_{3D,h} - \mathbf{u}_{plq,h}) \, d\Omega \\ &= \int_{\Omega_c} \kappa_0 \boldsymbol{\mu}_{plq,h} \cdot \mathbf{u}_{3D,h} \, d\Omega - \int_{\Omega_c} \kappa_0 \boldsymbol{\mu}_{plq,h} \cdot \mathbf{u}_{plq,h} \, d\Omega \end{aligned} \quad (6.66)$$

où κ_0 est un paramètre homogène à une rigidité par unité de longueur. Il permet d'améliorer le préconditionnement local du système condensé, portant sur les coordonnées du champ du multiplicateur de Lagrange. Ce système, dont la matrice est qualifiée de complément de Schur, est dérivé du système Arlequin 3D-plaque discret ci-dessus, après élimination des coordonnées des champs des déplacements.

En utilisant les bases éléments finis définies, au paragraphe précédent, on peut calculer les matrices de couplages \mathbf{C}_{3D-plq} et $\mathbf{C}_{plq-plq}$, compte tenu de la cinématique à deux champs du modèle de plaque, comme suit :

$$\mathbf{C}_{3D-plq} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_0 \\ \mathbf{C}_1 \end{bmatrix} \quad (6.67)$$

où

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}_0)_{ij} &= -c_h(\phi_i^{plq}, \phi_j^{3D}) \text{ pour } 1 \leq i \leq 3N_{plq} \text{ et } 1 \leq j \leq 3N_{3D} \\ (\mathbf{C}_1)_{ij} &= -c_h(z\phi_i^{plq}, \phi_j^{3D}) \text{ pour } 1 \leq i \leq 2N_{plq} \text{ et } 1 \leq j \leq 3N_{3D} \end{aligned}$$

$$\mathbf{C}_{plq-plq} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{00} & \mathbf{C}_{01} \\ \mathbf{C}_{01}^T & \mathbf{C}_{11} \end{bmatrix} \quad (6.68)$$

où

$$\begin{aligned} (\mathbf{C}_{00})_{ij} &= c_h(\phi_i^{plq}, \phi_j^{plq}) \text{ pour } 1 \leq i, j \leq 3N_{plq} \\ (\mathbf{C}_{01})_{ij} &= c_h(\phi_i^{plq}, z\phi_j^{plq}) \text{ pour } 1 \leq i \leq 3N_{plq} \text{ et } 1 \leq j \leq 2N_{plq} \\ (\mathbf{C}_{11})_{ij} &= c_h(z\phi_i^{plq}, z\phi_j^{plq}) \text{ pour } 1 \leq i, j \leq 2N_{plq} \end{aligned}$$

6.4 Résultats numériques

Dans cette section, nous présentons des résultats numériques obtenus avec l'approche développée dans les sections précédentes.

Ces résultats ont été obtenus à l'aide de deux codes développés ou enrichis au cours de ces travaux de thèse. De manière chronologique, nous avons d'abord développé un code prototype en Matlab pour un certain nombre de calculs de taille réduite. Ensuite, pour aller vers des applications plus complexes et plus riches nous avons utilisé Code_Aster, le logiciel de simulation thermo-hydro-mécanique d'EDF. Nous avons choisi ce code pour trois raisons :

- Il est libre de modification : nous y avons implémenté le nouveau couplage simplifié Arlequin 3D/plaque.
- Il est libre d'accès : notre partenaire industriel Bouyer Leroux peut l'utiliser sans aucune contrainte.
- Il est riche : plusieurs bibliothèques y sont proposées ainsi que des outils de post-traitement.

6.4.1 Plaque cantilever en flexion

Dans le but de valider notre couplage 3D/plaque, nous considérons un premier cas test simple : une plaque élastique encastrée sur un côté et soumise à un effort mécanique tranchant uniforme vertical \mathbf{f} sur le côté opposé (cf figure 6.11). Elle est par ailleurs libre sur le restant de sa surface extérieure (plaque dite cantilever).

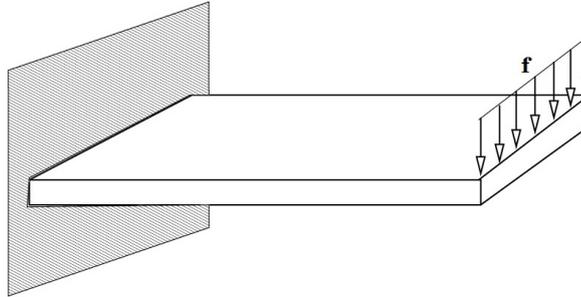


FIGURE 6.11 – Plaque cantilever en flexion

Dans ce problème, il y a des couches limites au niveau du bord encastré et des singularités au voisinage des lieux de changement des conditions aux limites. Pour capter ces singularités, nous utilisons un modèle 3D fin au voisinage du bord encastré, alors qu'un modèle de plaque est suffisant pour le reste de la structure (cf Figure 6.12). Les résultats sont comparés à ceux obtenus par un calcul entièrement tridimensionnel.

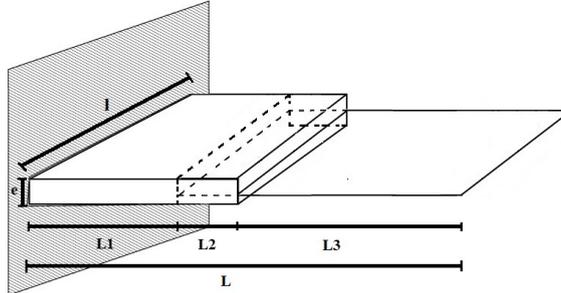


FIGURE 6.12 – Plaque cantilever : couplage de modèles

Remarquons que ce cas test a, d'abord, été réalisé sur Matlab avec nos nouveaux développements, puis testé sur Code_Aster avec nos implémentations validées.

Pour l'application numérique, nous prenons les valeurs suivantes pour les propriétés matériau et pour les dimensions géométriques : $L_1=0.2\text{m}$, $L_2=0.2\text{m}$, $L_3=1.6\text{m}$, $l=2\text{m}$, $e=0.2\text{m}$, $E=200\text{ GPa}$, $\nu=0.3$ et $\mathbf{f}=2\text{MPa}$. Quant aux fonctions de pondération Arlequin, prenons ici $\alpha_{3D} = \alpha_{plq} = 0.5$.

Sur la figure 6.13, nous reportons la déformée et les isovaleurs de la norme du déplacement avec une monomodélisation 3D, avec une monomodélisation plaque et avec un couplage Arlequin 3D/plaque. Sur son bord libre, la plaque a fléchi de 0.0697 m pour la monomodélisation 3D contre 0.0725m pour la modélisation Arlequin contre 0.0769m pour la monomodélisation plaque. En ce sens, la modélisation Arlequin paraît comme intermédiaire entre les 2 monomodèles.

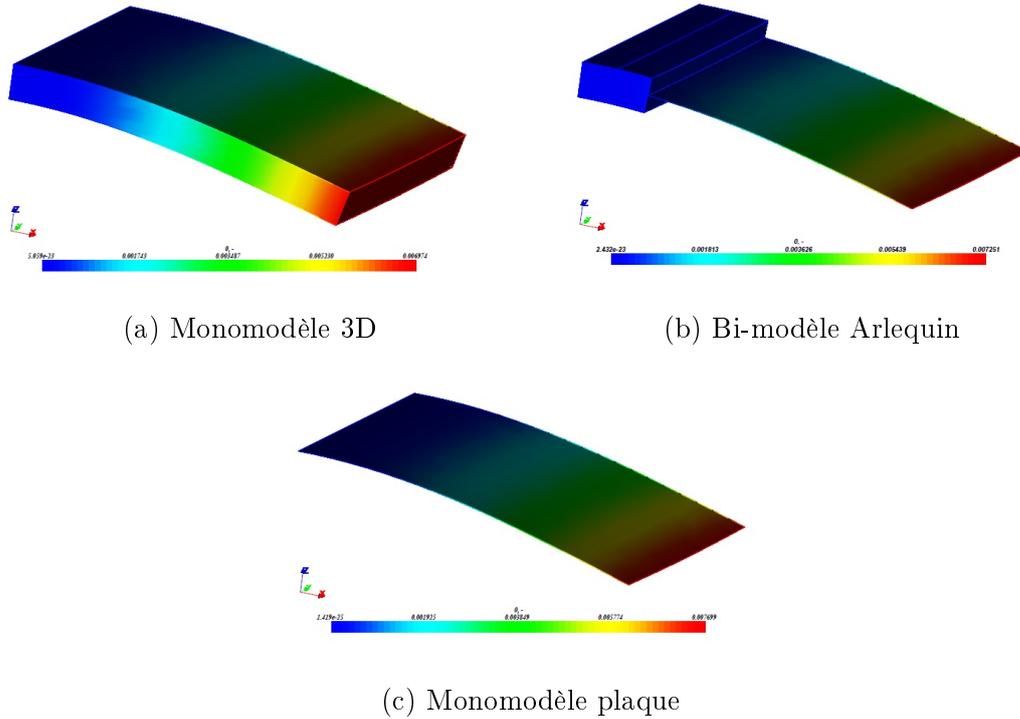


FIGURE 6.13 – Déformée et isovaleurs de la norme du déplacement

Sur la figure 6.14, les isovaleurs de la contrainte principale majeure sont montrées. Au voisinage de l'encastrement, le modèle Arlequin capte avec précision les contraintes mécaniques, en effet, l'erreur relative de la valeur maximale de la contrainte principale majeure n'est que de 0.3 %.

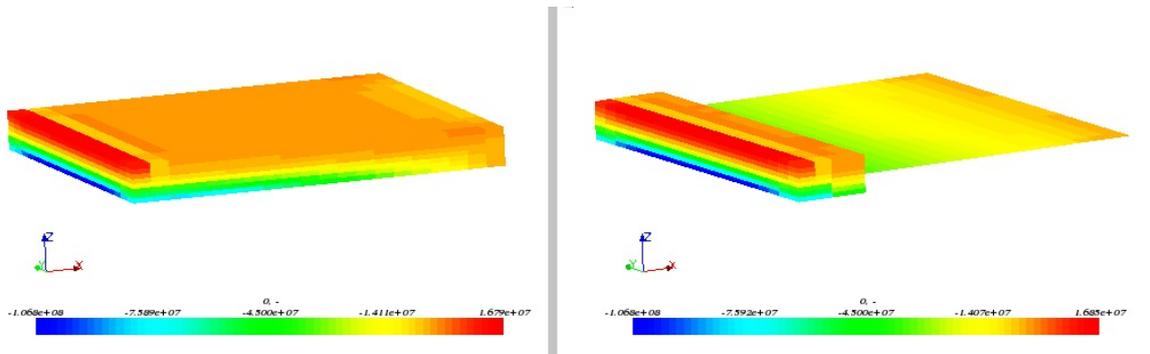


FIGURE 6.14 – Isovaleurs de la contrainte principale majeure pour les modèles 3D et Arlequin

Notons qu'avec deux maillages de même finesse (i.e même taille des mailles), la modélisation tridimensionnelle a conduit à un problème à 11907 degrés de liberté alors que le problème Arlequin n'en a présenté que 5229, ce qui correspond à une réduction de 56 % de la taille du problème.

Remarque : Avec $\alpha_{3D} = 0.01$ et $\alpha_{plq} = 0.99$ nous obtenons une flèche de 0.07349 m. Inversement, avec $\alpha_{3D} = 0.99$ et $\alpha_{plq} = 0.01$, nous calculons une flèche de 0.07183 m. Ceci montre qu'en favorisant le modèle 3D sur la zone de couplage, la solution Arlequin s'approche davantage de la solution du monomodèle 3D. L'inverse est vrai aussi.

6.4.2 Calcul de la brique générique dans le cadre Arlequin

Nous reprenons la brique générique chauffée sur sa face avant, calculée dans la section 5.3.1 avec une mono-modélisation 3D. Avec un maillage de 201179 noeuds, ce calcul a nécessité la résolution d'un problème à 603669 degrés de liberté.

Dans le cadre Arlequin, cette brique peut être vue comme un assemblage de plaques et de solides, comme l'illustre la figure 6.15.

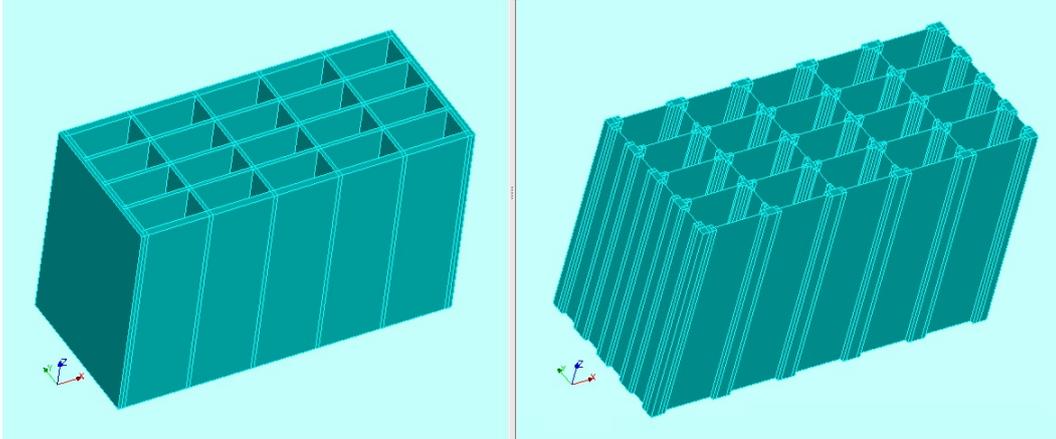


FIGURE 6.15 – Monomodèle 3D et modèle réduit Arlequin de la brique générique

La principale différence entre ce cas et celui de la plaque cantilever est la pluralité des zones de couplage Arlequin à considérer. Dans ce modèle, chaque plaque est couplée avec deux modèles solides 3D en ses deux extrémités. Au total, le calcul de cette brique requiert 98 zones de couplage.

En utilisant une discrétisation aussi fine que celle du mono-modèle 3D, on arrive à un modèle comprenant 95117 noeuds et nécessitant la résolution d'un problème à 419166 degrés de liberté. Ceci correspond à une réduction d'environ 31 % de la taille du problème.

Pour l'application numérique, nous prenons des fonctions de pondérations constantes $\alpha_{3D} = 0.99$ et $\alpha_{plq} = 0.01$ pour le modèle solide 3D et pour le modèle plaque respectivement. Les résultats sont comparés à ceux obtenus avec la calcul mono-modèle 3D.

Sur la figure 6.16, la déformée et les isovaleurs de le déplacement u_y sont représentées à $t=30$ min pour les deux types de modélisations. Pour comparer les résultats des deux calculs, nous représentons, sur la figure 6.17, l'évolution de la flèche obtenue au centre de la face exposée au feu dans les deux cas.

Avec les paramètres choisis, le calcul Arlequin sous-estime la flèche au centre de la brique, mais l'écart avec le résultat du calcul monomodèle reste limité.

En ce qui concerne les contraintes calculées, la figure 6.18 donne les isovaleurs des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} obtenues dans la brique à $t=17$ min. Ces résultats sont à comparer avec ceux calculés en monomodèle, représentés sur la figure 5.18.

Au niveau des cloisons et des parois, les éléments de plaques ne captent pas avec précision les contraintes calculées par le monomodèle full 3D. Par contre, au niveau des zones de croisement, où des éléments volumiques sont utilisés, le calcul Arlequin donne des résultats de contraintes très proches de celles obtenues avec la monomodélisation

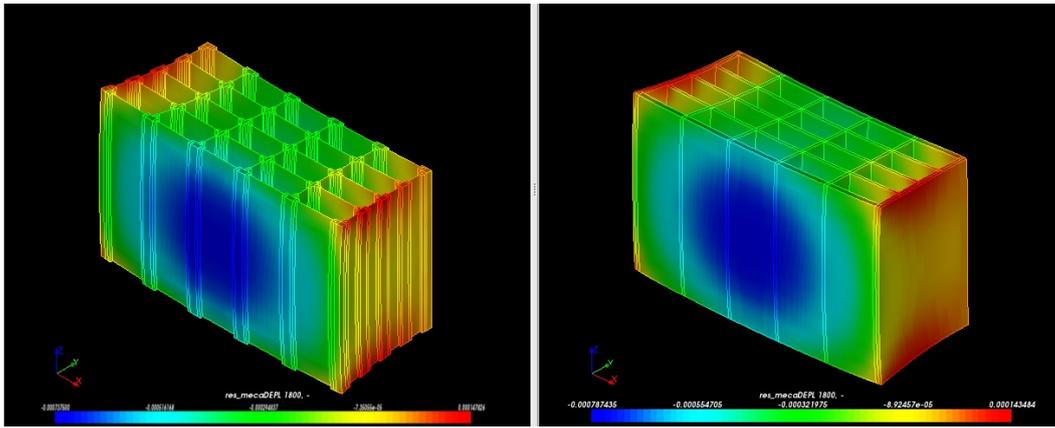
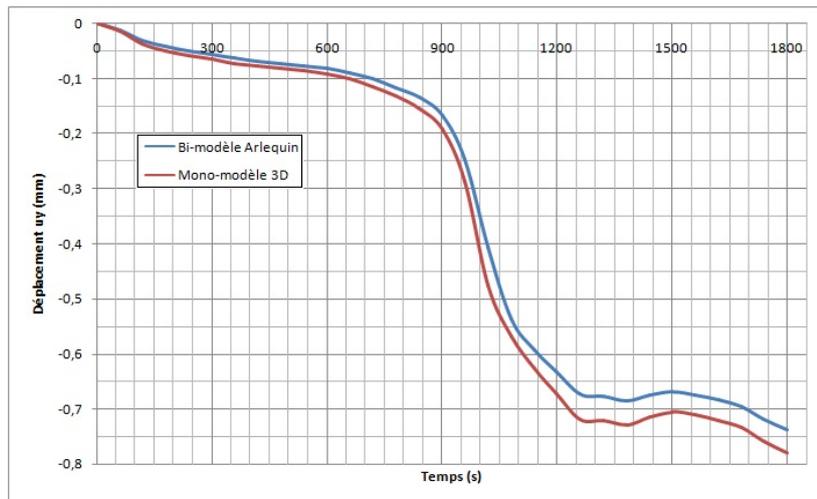
FIGURE 6.16 – Déformées et isovaleurs du déplacement u_y à $t=30$ min

FIGURE 6.17 – Evolutions de la flèche au centre de la face exposée au feu pour les deux calculs

tridimensionnelle : sur la figure 6.19, nous comparons les évolutions des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} , calculées au point de criticité mécanique P (situé au croisement de la première paroi et la deuxième cloison de la brique) avec les deux types de modélisation.

Les courbes sont très proches et l'écart relatif entre les contraintes calculées est faible. On peut en déduire qu'à moindre coût, le bi-modèle Arlequin arrive à capter les phénomènes de localisations des contraintes avec une bonne précision.

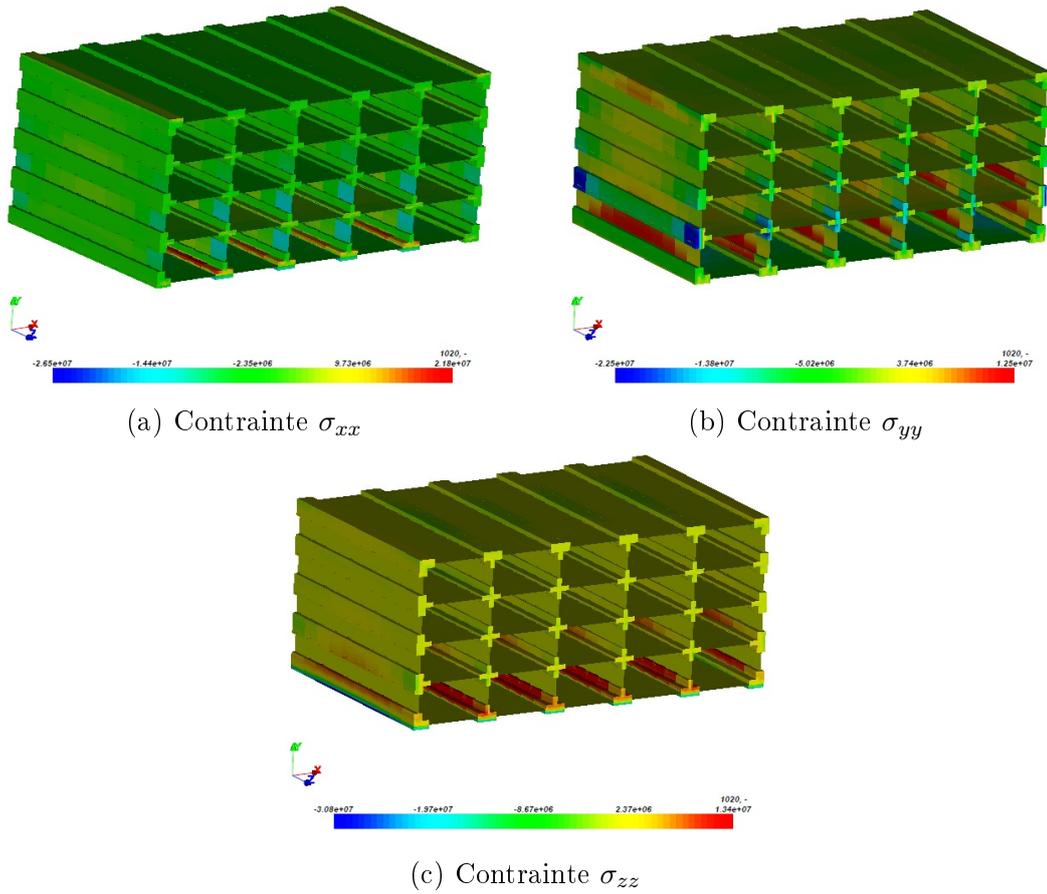
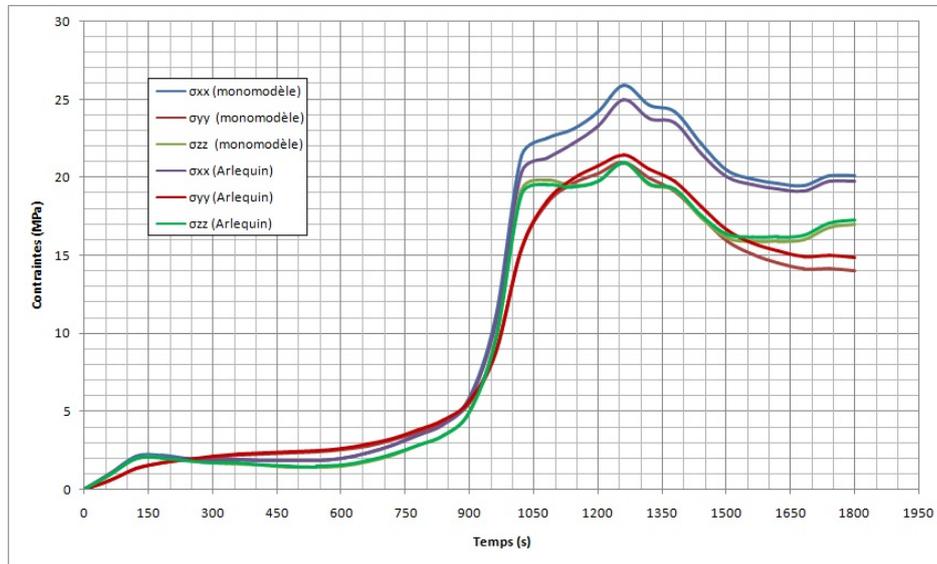
En conclusion, l'adoption d'un couplage de modèles, avec la méthode Arlequin, nous a permis de réduire la taille du modèle (et par conséquent le coût du calcul) en gardant une bonne précision des résultats au niveau des zones d'intérêt.

6.4.3 Calcul d'une rangée de brique

Reprenons le modèle d'une rangée de brique étudiée dans la section 5.4.2.3. Nous supposons ici que les trois briques, modélisant la rangée, sont en contact et que leurs interfaces sont parfaites.

Dans le cadre arlequin, chaque brique peut être vue comme un assemblage de plaques et de solides : les parois et les cloisons peuvent être représentées par des éléments plaques et leurs croisements par des éléments volumiques tridimensionnels.

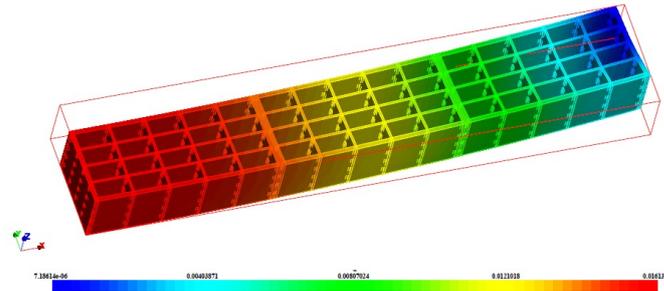
De cette représentation, nous excluons les cloisons des interfaces, où nous utilisons des éléments volumiques tridimensionnels. En effet, ces cloisons sont peu élancées et leur

FIGURE 6.18 – Isovaleurs des contraintes dans la brique à $t=17\text{min}$ FIGURE 6.19 – Contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} calculées au point critique avec les deux modèles

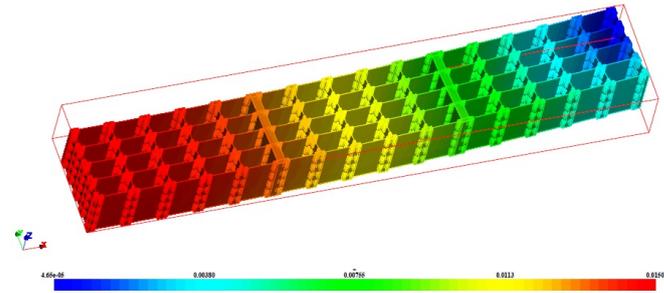
comportement ne peut pas être décrit par une modélisation de type plaque.

En utilisant des discrétisations de même finesse, le calcul Arlequin a nécessité la résolution d'un problème à 633642 ddls, alors que le mono-modèle tridimensionnel en a présenté 905178. La taille du modèle est ainsi réduite d'environ 30 %.

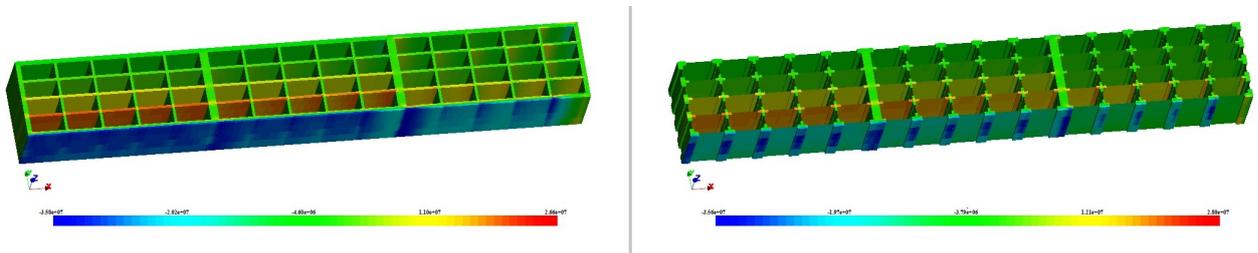
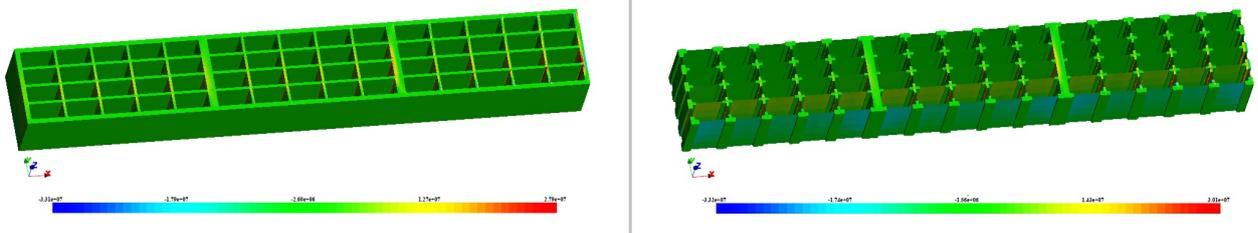
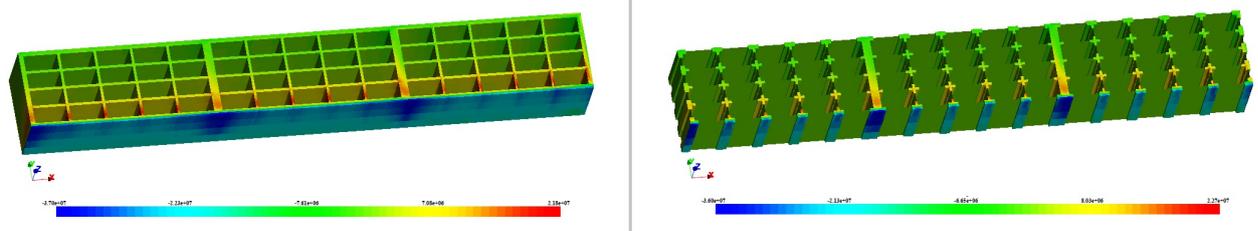
Sur les figures 6.20 et 6.21 nous comparons les résultats obtenus par les deux modélisa-



(a) Cas de la monomodélisation tridimensionnelle



(b) Cas du bi-modèle Arlequin

FIGURE 6.20 – Isovaleurs de la norme du déplacement dans la rangée de briques à $t=30$ min(a) Contrainte σ_{xx} (b) Contrainte σ_{yy} (c) Contrainte σ_{zz} FIGURE 6.21 – Isovaleurs des contraintes dans la rangée de briques à $t=17$ min

tions. La première figure représente la déformée de la rangée de briques et les isovaleurs de la norme du déplacement à $t=30$ min. La deuxième figure donne les isovaleurs des contraintes σ_{xx} , σ_{yy} et σ_{zz} à $t=17$ min.

De ces figures, nous concluons que le modèle Arlequin permet de capter avec une bonne précision les contraintes au niveau des zones de localisations, et ce à moindre coût numérique.

Conclusion

Dans le but de réduire les coûts numériques de simulation pour l'aide à la conception, nous avons proposé, dans ce dernier chapitre, une méthodologie de calcul des briques alvéolées dans le cadre Arlequin. Nous avons construit un bi-modèle Arlequin qui superpose des modèles de plaques au niveau des cloisons et des parois et des modèles volumiques 3D au niveau de leurs croisements. En travaillant avec des maillages compatibles, vue l'architecture des briques, nous avons pu choisir l'opérateur de couplage Arlequin le plus adapté à nos objectifs. Cette méthodologie a d'abord été validée par l'intermédiaire d'une plaque cantilever. Ensuite, elle a été utilisée pour le calcul d'une brique seule et d'une rangée de briques et a montré sa capacité à apporter une réponse efficace à notre problématique industrielle.

Il est, bien entendu, évident que l'amélioration de la performance en termes de réduction des coûts de simulation de l'approche multi-modèle proposée sera encore plus importante si l'on met en place deux aspects numériques importants.

Le premier consiste à utiliser des solveurs dédiés au systèmes Arlequin multi-patches, tel que le solveur dit FETI pour Arlequin, développé et testé sur des cas académiques dans le cadre des travaux de thèse de N. Elkhodja [DER08][Elk10], puis éprouvé et consolidé sur des cas industriels dans le cadre des travaux de thèse de J. Touzeau [Tou12].

Le second consiste à utiliser la PGD pour Arlequin [NBLC14][NDC16]. On renvoie aussi à [BSRD], pour des réductions multi-modèles dédiées à la problématique thermique.

Conclusions et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse a été d'étudier le comportement des murs porteurs en briques alvéolées, montées avec des joints minces en mortier colle, en cas d'incendie. Vu le peu d'études réalisées sur le sujet et vu les disparités (voire parfois les incohérences) entre les résultats disponibles dans la littérature, nous avons proposé une stratégie complète englobant une partie expérimentale (à l'échelle du mur et des tessons) et une partie modélisations/simulations, dont le but est de reproduire numériquement, au mieux, les observations et les mesures expérimentales d'un essai feu.

A l'échelle du mur, plusieurs essais feu ont été menés, conformément aux normes françaises et européennes, avec différents produits. Il nous est apparu clair que la géométrie des briques influence significativement le comportement au feu du mur et qu'une recherche d'une géométrie optimale vis à vis de l'incendie est envisageable. Ce point correspond à l'objectif à long terme initié par ce travail de thèse.

L'observation expérimentale et l'instrumentation des murs par des thermocouples et des capteurs de déplacements nous ont permis d'établir un scénario des mécanismes amenant à la ruine du mur. En particulier, cette dernière survient après une dégradation progressive du mur par écaillage des briques.

L'analyse des courbes d'évolution des températures mesurées a relevé le rôle important joué par le doublage et par l'eau liée dans la terre cuite pour retarder la montée de la température dans les briques et repousser ainsi le début de l'écaillage.

A l'échelle des tessons, la tomographie X révèle un matériau hétérogène présentant des porosités et des micro-fissures, causées au séchage et à la cuisson. Cette hétérogénéité propre est à l'origine des dispersions des résultats des essais de caractérisation, réalisés à température ambiante et à hautes températures. Jusqu'à 850 °C, la terre cuite se déforme de façon élastique linéaire. Pour des températures plus élevées, son comportement est non linéaire. Par ailleurs, son module de Young diminue considérablement avec l'augmentation de la température.

En se basant sur les informations acquises par la partie expérimentale, nous avons proposé une modélisation thermo-mécanique du comportement du mur en briques dans les conditions d'un essai feu. Cette modélisation s'appuie sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. En particulier, le matériau est supposé homogène et isotrope, son comportement est supposé élastique linéaire et une modélisation thermo-mécanique quasi-statique faiblement couplée a été retenue.

Le problème thermique pur est d'abord abordé. Une formulation variationnelle du problème continue est dérivée puis discrétisée, en espace avec la méthode des éléments finis et en temps avec la méthode des différences finies. Le traitement des termes de rayonnement, fortement non linéaires, est également précisé.

Le modèle est utilisé pour simuler le transfert thermique dans une brique alvéolée seule. Le rôle de la convection et du rayonnement dans les alvéolées sont particulièrement étu-

diés. Si le premier phénomène s'avère être négligeable, le deuxième contrôle le transfert thermique dans la brique, et ce de manière non uniforme à cause, notamment, aux facteurs de forme, des coefficients directement liés à la géométrie des cavités. Nous avons donc identifié les paramètres géométriques comme des leviers pour piloter l'élévation de la température dans la brique et pour réduire les localisations du gradient thermique. Pour tenir compte du phénomène d'évaporation de l'eau liée dans la terre cuite, nous avons adopté une courbe d'évolution de la capacité calorifique, dont les paramètres numériques ont été calibrés aux mesures enregistrées par les thermocouples.

Le problème thermo-mécanique, avec chargement thermique donnée, a ensuite été examiné. La formulation variationnelle du problème de thermo-élasticité a été rappelée puis discrétisée avec la méthode des éléments finis.

Les simulations numériques réalisées sur des briques seules ont permis de relever des concentrations de contraintes localisées au niveau des croisements des cloisons avec les premières parois des briques. Ces contraintes peuvent conduire à un mécanisme de détachement progressive des parois et déclencher l'écaillage des briques, observé pendant l'essai expérimental.

Nous avons établi une corrélation entre ces concentrations de contraintes et les localisations du gradient thermique dans les zones en L des premières parois. a travers une étude paramétrique, nous avons montré qu'en augmentant l'épaisseur de ces parois, on réduit le risque d'écaillage. De même, nous avons proposé l'introduction de congés aux niveaux des angles rentrants des alvéoles.

Les simulations numériques menés sur un mur entier, sain, ont permis de retrouver le bombement du mur vers le feu au début de l'essai et des valeurs de flèches comparables à ceux enregistrés par les capteurs de déplacements, installés lors de l'essai feu.

La distribution des champs de contraintes calculés dans le mur présente des valeurs maximales localisées dans les rangées centrales du mur, la même zone où le phénomène d'écaillage est amorcé durant l'essai feu.

Les calculs menés sur un mur écaillé permettent de retrouver l'inversion de la direction du cintrage du mur, après le début de l'écaillage.

Nous avons, par ailleurs, étudié le rôle joué par le chargement mécanique imposé sur la face du haut du mur sur le mécanisme de sa ruine. Il en est sorti que cet effort peut être négligé tant que mur reste "sain", mais, une fois l'écaillage commencé, ce chargement favorise et accélère la rupture finale du mur.

Ainsi, notre démarche de modélisation, même si utilisant des hypothèses simplificatrices, a su apporter des éléments de réponse sur la tenue au feu des murs en briques alvéolées.

Néanmoins, les coûts numériques de cette modélisation tridimensionnelle est élevée, surtout si on veut s'inscrire dans une démarche d'aide à la conception. Pour réduire les coûts, nous avons proposé dans le dernier chapitre du manuscrit une méthodologie de calcul usant du cadre Arlequin. Le modèle construit couple des modèles de plaque, là où l'utilisation de ces modèles est pertinente, avec des modèles 3D ailleurs. Par ce biais, le nombre de degrés de liberté total est considérablement diminué, tout en gardant la finesse nécessaire au niveau des zones de concentrations des contraintes mécaniques.

Cette approche a montré son efficacité pour le calcul de structures formées de briques alvéolées.

La démarche de modélisation et de simulation, appuyées sur l'expérimentation, déployée dans le cadre de cette thèse et les résultats qui en ressortent sont encourageants

et prometteurs. Pour aller plus loin, des points restent à explorer. Listons quelques uns :

- Pour les différentes interfaces dans un mur en briques, une étude expérimentale complète s'impose pour affiner la compréhension des phénomènes d'interfaces, et par suite leurs représentations dans la chaîne numérique, améliorant ainsi les résultats obtenus par simulations.
- Intégrer une modélisation des doublages, avec prise en compte des transmissions thermiques et mécaniques au niveau des plots de colle, forme une autre perspective importante pour la modélisation et la simulation du système mural réel, qui est exposé au feu.
- Étudier plus finement les comportements de la terre cuite, à haute température et les intégrer pour améliorer la modélisation du système mural, soumis au feu.
- Mieux comprendre les modes d'écaillage (notamment à hautes températures). Il s'agit là d'un mécanisme important et précurseur à la ruine du mur dont la maîtrise permet d'affiner la modélisation locale, y compris les degrés de couplages physiques.

Après avoir amélioré la modélisation (points précédents), une démarche globale de nature "optimisation topologique", notamment si l'on arrive à réduire de manière encore plus importante des coûts de simulation, à paramètres données, peut être très intéressante. Ce dernier aspect est en lien avec un point évoqué à la fin de la conclusion du chapitre 6 de ce document. Rappelons qu'il concerne l'utilisation de techniques de réductions multi-modèles, avec par exemple l'utilisation de la technique de réduction PGD (Proper Generalized Decomposition) dans le cadre multi-modèle Arlequin. Dans ce cadre, nous avons cité un travail réalisé au Laboratoire MSSMat, sur un problème thermique [BSRD]. Une extension de ce travail à des problèmes thermo-mécaniques complexes, avec changement de phases, etc., pour la modélisation et la simulation du procédé de Fabrication Additive est en cours au MSSMat, dans le cadre de la thèse de R.Ruyssen [BRD] (dirigée par H. Ben Dhia). Les résultats qui sortiront de ces travaux pourront être avantageusement adaptés à la problématique traitée ici.

Une dernière voie d'amélioration consiste à représenter la moitié arrière des briques par un modèle homogénéisé, en observant que cette partie ne voit que des faibles variations de température. Cette façon de procéder rejoindrait l'esprit général qui est derrière les travaux menés dans cette thèse : essayer d'utiliser le "juste bon" modèle dans chaque zone des système muraux, sous chargement thermo-mécanique et coupler ces différents modèles dans un cadre multi-modèle approprié (ici Arlequin) pour aider efficacement la conception de ces systèmes.

Annexes

Annexe A

Méthodes d'optimisation

Les méthodes d'optimisation sont nombreuses et peuvent être classées en différentes catégories selon le type du problème qu'elles tentent de résoudre. En effet, la fonction dont on cherche l'extrémum, peut être multi-variables, linéaire ou non linéaire, différentiable ou non différentiable, soumise ou non à des contraintes.

Considérons un problème d'optimisation sans contraintes de la forme :

$$\text{Minimiser } f(x, W(x)), x \in J \quad (\text{A.1})$$

où f représente la fonctionnelle coût, x est la variable de contrôle, J est le domaine de définition de x , W regroupe les variables d'état du système.

Les méthodes de résolution de ce type de problème peuvent être classées, comme proposé par plusieurs auteurs (e.g. [DUV] [Mar13]) en deux familles :

- les méthodes de gradient
- les méthodes dites « boîtes noires »

A.0.1 Les méthodes de gradient

Ces méthodes nécessitent que la fonctionnelle de coût soit au moins dérivable au voisinage de x^* , solution du problème A.1. Si x^* est solution de ce problème alors $\nabla(f(x^*, W(x^*))) = 0$.

Pour résoudre le problème de minimisation, on cherche x^* avec des algorithmes itératifs, où à chaque itération k , les équations d'état sont résolues pour la variable de contrôle x_k puis une nouvelle variable de contrôle x_{k+1} est construite à partir de la fonction de coût et de son gradient évalués au point x_k . L'algorithme s'arrête lorsqu'on converge vers x^* (un critère d'arrêt possible est $\nabla(f(x_k, W(x_k))) \simeq 0$). La procédure itérative est schématisée dans l'algorithme A.1.

De nombreuses méthodes d'optimisation sont basées sur cet algorithme. Elles diffèrent dans la manière de la construction de la nouvelle variable de contrôle à chaque itération. On peut citer par exemple la méthode de la plus grande descente. Cette approche est basée sur l'idée que f diminue le plus rapidement lorsqu'on "descend" dans le sens opposé à son gradient. A chaque itération k , on construit x_{k+1} comme suit :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (\text{A.2})$$

$$\text{avec } d_k = -\nabla(f(x_k, W(x_k))) \quad (\text{A.3})$$

d_k désigne la direction de descente à l'itération k et α_k s'appelle le pas de descente. Il s'agit d'un paramètre numérique à déterminer dans chaque itération.

Algorithme A.1 : Algorithme modèle pour les méthodes de gradient

(0) Initialisation
 Choix de la variable de contrôle initiale x_0
 $k \leftarrow 0$

(1) Début de la boucle d'itération (itération k)
 (2) Résolution des équations d'état
 Obtention de $W(x_k)$
 (3) Calcul de la fonction de coût
 Obtention de $f(x_k, W(x_k))$
 (4) Calcul du gradient de la fonction de coût
 Obtention de $\nabla(f(x_k, W(x_k)))$
 (5) Calcul de la nouvelle variable de contrôle
 Obtention de x_{k+1} à partir de $f(x_k, W(x_k))$ et $\nabla(f(x_k, W(x_k)))$
 (6) Fin de la boucle d'optimisation
 $k \leftarrow k + 1$
 Si convergence atteinte STOP sinon Goto (1)

Souvent, en raison de la nature itérative de l'algorithme, il arrive qu'une itération défait les progrès de minimisation faits sur des "descentes" précédentes. Pour limiter cet effet indésirable, la méthode du gradient conjugué choisit successivement comme direction de descente une combinaison linéaire des directions de descente des itérations précédentes. A l'itération k, on construit x_{k+1} de la manière suivante :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (\text{A.4})$$

$$\text{avec } d_k = -\nabla(f(x_k, W(x_k))) + \beta_k d_{k-1} \quad (\text{A.5})$$

où β_k est un paramètre numérique. Il différencie entre les variantes de la méthode du gradient conjugué.

D'autres méthodes de gradient existent et ont été appliquées, avec succès, à divers problèmes d'optimisation. Ces méthodes disposent de nombreuses qualités comme, une convergence prouvée ou une vitesse de convergence rapide. Le principal défaut de ces approches est qu'elles convergent généralement vers le premier minimum trouvé, peut-être caractérisé par une valeur de la fonction de coût médiocre, en comparaison du minimum absolu.

A.0.2 Les méthodes boîtes noires

Ces méthodes sont appelées de la sorte car elles ne nécessitent pas la connaissance d'une forme analytique de la fonctionnelle de coût f . Pour une valeur de la variable de contrôle x , il existe un processus, pouvant être une simulation numérique ou une expérience physique par exemple, qui calcule la sortie $f(x)$. Ces méthodes sont bien adaptées à la résolution de certaines applications industrielles où on ignore la forme de f (une boîte noire). Ces méthodes sont fondamentalement plus coûteuses et plus lentes que les méthodes de gradient car le nombre d'évaluation de la fonction coût est élevé. Mais, elles présentent l'avantage d'éviter le calcul du gradient de la fonction coût, qui peut être un des points délicats dans la mise en œuvre des méthodes de gradient. Les approches boîtes noires peuvent être classées en approches déterministes et approches stochastiques.

Approches déterministes Parmi les approches déterministes, on peut citer les méthodes de type simplexe. Elles consistent à évaluer la fonction de coût en un ensemble de $n+1$ vecteurs des variables de contrôle (n étant le nombre de variables de la fonction f) de façon à former une figure régulière à $n+1$ sommets, appelée simplexe. En comparant les réponses en ces points, on détermine dans un premier temps le plus mauvais point. Ensuite, l'idée est de s'éloigner de ce plus mauvais point, en le remplaçant par un point situé à l'opposé. La même opération sera réalisée sur le nouveau simplexe et les itérations se poursuivent jusqu'à obtention de l'optimum. Ces approches ont été proposées par Spendley, Hext et Himsworth en 1962, étendues par Nelder et Mead en 1965 et revisitées par Dennis et Torczon en 1991.

Les méthodes d'interpolation font partie des méthodes déterministes. Elles consistent à utiliser les valeurs obtenues pour la fonction de coût dans un certain nombre de points de contrôle pour interpoler localement cette fonction de coût. Ensuite, il s'agit de minimiser localement cette interpolation dans une région de confiance, le minimum trouvé est potentiellement un bon candidat pour minimiser f . De manière itérative, l'interpolation est raffinée et l'algorithme s'approche de la solution recherchée. Ces méthodes ont été proposées par Winfeld en 1973, puis revisitées par Powell en 1994.

Approches stochastiques D'une itération k à l'itération $k+1$, ces algorithmes tentent de "deviner" la direction à prendre pour trouver un x_{k+1} caractérisé par une meilleure valeur de la fonctionnelle de coût en comparaison avec x_k . La plupart des algorithmes de ce type ont une heuristique pour trouver comment "deviner" cette direction. Certains approches stochastiques acceptent parfois de nouveaux candidats qui soient pires (en termes de valeur de la fonction objectif) que la solution actuelle. Ainsi, l'algorithme pourra chercher une solution globale, conduisant à la meilleure solution possible en théorie. La littérature sur les algorithmes stochastiques est bien développée. On en citera ici un seul exemple, à savoir l'algorithme du recuit simulé. Ce dernier s'appuie sur une analogie avec le phénomène de cristallisation en métallurgie. Ce processus alterne des cycles de refroidissement lent et de réchauffage (recuit) qui tendent à minimiser l'énergie du matériau. Cette approche a été proposée par Aarts et Korst an 1989.

Annexe B

Illustration de l'algorithme de Nelder-Mead

Pour illustrer l'algorithme de Nelder-Mead, nous prenons l'exemple traité par J.H. Mathews et K.K. Fink [MF04]. Soit $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f : (x, y) \rightarrow x^2 - 4x + y^2 - y - xy$.

Cette fonction atteint son minimum au point $(3,2)$ où elle vaut -7 . Pour retrouver ce minimum, les auteurs ont appliqué la méthode de Nelder Mead en partant d'un simplexe initial T_1 (cf figure B.1). Sur cette figure, nous pouvons observer une séquence de triangles générés pendant les différentes itérations, convergeant vers le point $(3,2)$.

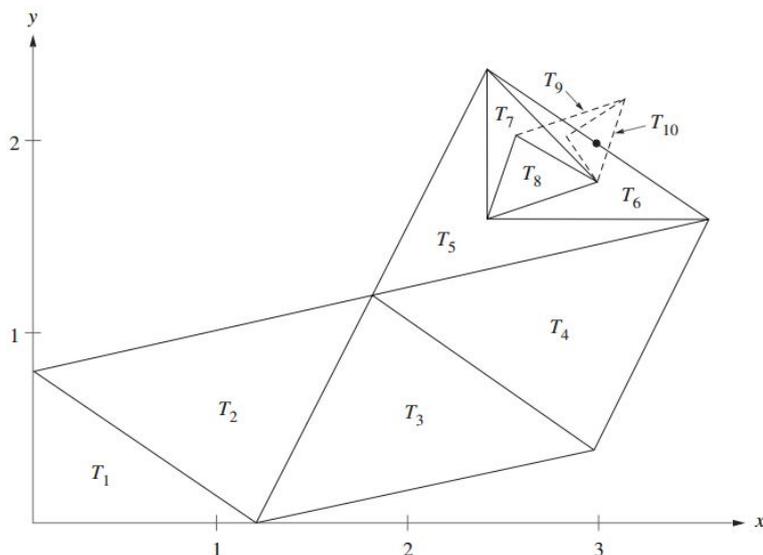


FIGURE B.1 – Exemple d'application de la méthode Nelder Mead

Bibliographie

- [AAS⁺96] J. F. Agassant, P. Avenas, J. P. Sergent, B. Vergnes, and M. Vincent. *La mise en forme des matières plastiques*. Lavoisier Tec et doc, 1996.
- [AF71] L.E. Jerrems A.J. Francis, C.B. Horman. The effect of joint thickness and other factors on the compressive strength of brickwork. *Proceedings of the 2nd International Brick Masonry Conference (IBMAC)*, pages 31–37, 1971.
- [AH05] Dr. Mohammad S. Al-Homoud. Performance characteristics and practical applications of common building thermal insulation materials. *Building and Environment*, 40(3) :353 – 366, 2005.
- [AJ06] F. Ali A.Nadjai, M.O’Gara and R. Jurgen. Compartment masonry walls in fire situations. *Fire Technology*, 42(3) :211–231, 2006.
- [AMR⁺17] L. Aditya, T.M.I. Mahlia, B. Rismanchi, H.M. Ng, M.H. Hasan, H.S.C. Metselaar, Oki Muraza, and H.B. Aditiya. A review on insulation materials for energy conservation in buildings. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 73 :1352 – 1365, 2017.
- [Ant95] A. Anthoine. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*, 32(2) :137 – 163, 1995.
- [Ass13] Ghanem Assaf. *Contributions à la modélisation avancée des machines tournantes en dynamique transitoire dans le cadre Arlequin*. PhD thesis, INSA Lyon, 2013.
- [azSLO16] Eser Çaktı, Özden Saygılı, Jose V. Lemos, and Carlos S. Oliveira. Discrete element modeling of a scaled masonry structure and its validation. *Engineering Structures*, 126 :224 – 236, 2016.
- [BCL10] A.P. Boresi, K. Chong, and J.D. Lee. *Elasticity in Engineering Mechanics*. Wiley, 2010.
- [BD07] M. Boussuge and S. Degallaix. *Caractérisation expérimentale des matériaux : Propriétés physiques, thermiques et mécaniques*. Number vol. 1. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2007.
- [BF04] Jean-Michel Bergheau and Roland Fortunier. *Simulation numérique des transferts thermiques par éléments finis*. Hermes science publications, 2004.
- [BIJ96] R. R. Barton and J. S. Ivey Jr. Nelder-mead simplex modifications for simulation optimization. *Management Science*, 42(7) :954–973, 1996.
- [BLSH17] T.T. Bui, A. Limam, V. Sarhosis, and M. Hjiiaj. Discrete element modeling of the in-plane and out-of-plane behaviour of dry-joint masonry wall constructions. *Engineering Structures*, 136 :277 – 294, 2017.

- [BRD] Andrea Barbarulo, Romain Ruysen, and Hachmi Ben Dhia. A model order reduction technique applied to multi-scale thermo-mechanic problems. *YIC 2017*.
- [Bre85] B. Bresler. Analytical prediction of structural response to fire. *Fire Safety Journal*, 9(1) :103 – 117, 1985.
- [BSRD] Andrea Barbarulo, Ahmed Sridi, Romain Ruysen, and Hachmi Ben Dhia. A model order reduction technique applied to multi-scale thermo-mechanic problems. *ECCOMAS Congress 2016*.
- [BW12] B.A. Boley and J.H. Weiner. *Theory of Thermal Stresses*. Dover Civil and Mechanical Engineering. Dover Publications, 2012.
- [Byr] S.M. Byrne. Fire resistance of load-bearing masonry walls. *Fire Technology*.
- [Cas99] Siro Casolo. Rigid element model for non-linear analysis of masonry façades subjected to out-of-plane loading. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 15(7) :457–468, 1999.
- [CCDZ11] R. Cottureau, D. Clouteau, H. Ben Dhia, and C. Zaccardi. A stochastic-deterministic coupling method for continuum mechanics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 200(47) :3280 – 3288, 2011.
- [CDI02] Jean-Baptiste Colliat, Luc Davenne, and Adnan Ibrahimbegovic. Modélisation jusqu'à rupture de murs en maçonnerie chargés dans leur plan. *Revue Française de Génie Civil*, 6(4) :593–606, 2002.
- [CMP12] Ivo Caliò, Massimo Marletta, and Bartolomeo Pantò. A new discrete element model for the evaluation of the seismic behaviour of unreinforced masonry buildings. *Engineering Structures*, 40 :327 – 338, 2012.
- [COL03] Jean-Baptiste COLLIAT. *Modélisation de la dégradation des structures en matériaux en à comportement fragile par couplage thermo-mécanique*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure de Cachan, 2003.
- [Coo87a] G.M.E. Cooke. Fire engineering of tall fire separating walls – part 1. *Fire Surveyor*, 3 :13–29, 1987.
- [Coo87b] G.M.E. Cooke. Fire engineering of tall fire separating walls – part 2. *Fire Surveyor*, 4 :19–29, 1987.
- [CPDO10] Ludovic Chamoin, Serge Prudhomme, Hachmi Ben Dhia, and Tinsley Oden. Ghost forces and spurious effects in atomic-to-continuum coupling methods by the arlequin approach. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 83(8-9) :1081–1113, 2010.
- [CS02] Antonella Cecchi and Karam Sab. A multi-parameter homogenization study for modeling elastic masonry. *European Journal of Mechanics - A/Solids*, 21(2) :249 – 268, 2002.
- [DAL17] Daniel DALIGAND. Plâtre. *Techniques de l'ingénieur Les matériaux de construction*, base documentaire : TIB224DUO., 2017.
- [DER08] Hachmi Ben Dhia, Nadia Elkhodja, and François-Xavier Roux. Multimodeling of multi-altered structures in the arlequin framework. solution with a domain-decomposition solver. *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 17, 2008.
- [Dhi98] Hachmi Ben Dhia. Problèmes mécaniques multi-échelles : la méthode arlequin. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIB - Mechanics-Physics-Astronomy*, 326(12) :899 – 904, 1998.

- [Dhi99] Hachmi Ben Dhia. Numerical modelling of multiscale mechanical problems : the arlequin method. *Proceedings of the First European Conference on Computational Mechanics*, 1999.
- [Dhi01] Hachmi Ben Dhia. *Contact Impact Mécanique*. cours Ecole Centrale Paris, 2001.
- [Dhi06] Hachmi Ben Dhia. Global-local approaches : the arlequin framework. *European Journal of Computational Mechanics*, 15(1-3) :67–80, 2006.
- [Dhi08] Hachmi Ben Dhia. Further insights by theoretical investigations of the multiscale arlequin method. *Int. J. Multiscale Comp. Engr.*, 6(3) :215–232, 2008.
- [DJ10] Hachmi Ben Dhia and Olivier Jamond. On the use of xfem within the arlequin framework for the simulation of crack propagation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(21) :1403 – 1414, 2010.
- [DL72] G. DUVAUT and J.L. LIONS. *Les inéquations en mécanique et en physique*. DUNOD, Paris, 1972.
- [DR01] Hachmi Ben Dhia and Guillaume Rateau. Mathematical analysis of the mixed arlequin method. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences Paris Série I 2001*, 332 :649–654, 2001.
- [DR02a] Hachmi Ben Dhia and Guillaume Rateau. Application of the arlequin method to some structures with defects. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 11(2-4) :291–304, 2002.
- [DR02b] Hachmi Ben Dhia and Guillaume Rateau. Application of the arlequin method to some structures with defects. *Revue Européenne des Éléments Finis*, 11(2-4) :291–304, 2002.
- [DR05] Hachmi Ben Dhia and Guillaume Rateau. The arlequin method as a flexible engineering design tool. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 62 :1442–1462, 2005.
- [Dru57] D.C. Drucker. *Soil Mechanical and Work-hardening Theories of Plasticity*. American Society of Civil Engineers, 1957.
- [DT11] Hachmi Ben Dhia and Mohamed Torkhani. Modeling and computation of fretting wear of structures under sharp contact. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 85(1) :61–83, 2011.
- [DUV] *Introduction aux Méthodes d'Optimisation sans Gradient pour l'Optimisation et le Contrôle en Mécanique des Fluides*.
- [Duv98] G. Duvaut. *Mécanique des milieux continus*. Dunod, 1998.
- [DZ02] Hachmi Ben Dhia and Malek Zarroug. Contact in the arlequin framework. pages 403–410, 2002.
- [EC61] E.R.G. Eckertf and W. O. Carlson. Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2(1) :106 – 120, 1961.
- [EC81] J. Esteoule-Choux. Etude en microscopie électronique à balayage de quelques kaolins d'origines différentes : apports decette technique pour la compréhension de leurs genèses. *Clay Minerals*, 16 :279–288, 1981.
- [EG02] A. Ern and J.L. Guermond. *Éléments finis : théorie, applications, mise en oeuvre*. Mathématiques et Applications. Springer Berlin Heidelberg, 2002.

- [EJ91] Michael Engelman and Mohammad-Ali Jamnia. Grey-body surface radiation coupled with conduction and convection for general geometries. *International journal for numerical methods in fluids*, 13(8) :1029–1053, 1991.
- [Elk10] Nadia Elkhodja. *Approches de structures complexes dans des cadres adaptés de la méthode Arlequin*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, 2010.
- [Faz06] FOUCHAL Fazia. *Contribution à la modélisation numérique des interfaces dans les structures maçonnées*. PhD thesis, Université de Reims Champagne-Ardenne, 2006.
- [FFT16] Rapport de développement durable. Technical report, Fédération Française Tuiles et Briques, 2016.
- [FMG01] André CARRAU Frédéric MASSON and Didier Gaston. *Développement d'une méthodologie d'évaluation des effets thermiques et toxiques des incendies d'entrepôts*. Institut national de l'environnement industriel et des risques, 2001.
- [Fra87] G. Francfort. Asymptotic transient thermoelastic behaviour. *Proceedings of the IUTAM Symposium on Thermomechanical Coupling in Solids*, pages 291–304, 1987.
- [GIS13] Ernesto Grande, Maura Imbimbo, and Elio Sacco. Finite element analysis of masonry panels strengthened with frps. *Composites Part B : Engineering*, 45(1) :1296 – 1309, 2013.
- [GPN⁺16] G. Giunta, G. De Pietro, H. Nasser, S. Belouettar, E. Carrera, and M. Petrolo. A thermal stress finite element analysis of beam structures by hierarchical modelling. *Composites Part B : Engineering*, 95 :179 – 195, 2016.
- [Gre14] Grenelle Environnement. *Maçonnerie isolante avec isolation par l'intérieur ou répartie*, 2014.
- [GVV12] Ivan Gnip, Sigitas Vejelis, and Saulius Vaitkus. Thermal conductivity of expanded polystyrene (eps) at 10 c and its conversion to temperatures within interval from 0 to 50 c. *Energy and Buildings*, 52 :107 – 111, 2012.
- [Hey66] J. Heyman. The stone skeleton : Structural engineering of masonry architecture. *International Journal of solids and structures*, 2 :249–279, 1966.
- [HG08] R. E. Hogan and D. K. Gartling. Solution strategies for coupled conduction/radiation problems. *Commun. Numer. Meth. Engng 2008*, 24 :523–542, 2008.
- [HL06] J. Pina Henriques and Paulo B. Lourenço. Masonry compression : a numerical investigation at the meso level. *Engineering Computations*, 23(4) :382–407, 2006.
- [HMS10] J.R. Howell, M.P. Menguc, and R. Siegel. *Thermal Radiation Heat Transfer, 5th Edition*. CRC Press, 2010.
- [HMS15] J.R. Howell, M.P. Menguc, and R. Siegel. *Thermal Radiation Heat Transfer, 6th Edition*. CRC Press, 2015.
- [HS66] H.C. Hottel and A.F Sarofim. *Radiative Transfer*. McGraw-Hills Book Co., 1966.
- [ID01] F. P. Incropera and D. P. DeWitt. *Fundamentals of heat and mass transfer*. John Wiley and Sons, New-York, 2001.

- [I.R08] C. Péniguel I.Rupp. *Syrthes 3.4 - Manuel utilisateur*. EDF RD, 2008.
- [Jed06] F. Jedrzejewski. *Introduction aux méthodes numériques*. Springer, 2006.
- [Jin11] Zhihe Jin. Heat conduction in a functionally graded plate subjected to finite cooling/heating rates : An asymptotic solution. *Materials*, 4(12) :2108–2118, 2011.
- [KOR17] M. KORNMAN. Matériaux de terre cuite matières de base et fabrication. *Techniques de l'ingénieur Les matériaux de construction*, base documentaire : TIB224DUO.(ref. article : c905), 2017.
- [KZPFD16] Kékéli Kpogan, Hamid Zahrouni, Michel Potier-Ferryl, and Hachmi Ben Dhia. Buckling of rolled thin sheets under residual stresses by anm and arlequin method. *International Journal of Material Forming*, 2016.
- [LG87] S.J. Lawrence and N. Gnarakrishnan. The fire resistance of masonry walls - an overview. *Proceedings of the 1st National Structural Engineering Conference*, pages 431 – 437, 1987.
- [LH94] Shing P.B. Lotfi H.R. Interface model applied to fracture of masonry structures. *International Journal of Structures and Engineering*, (1) :63–80, 1994.
- [LK17] Catherine LANGLAIS and Sorin KLARSFELD. Isolation thermique à température ambiante. classification des isolants. *Techniques de l'ingénieur Transfert, isolation et étanchéité des bâtiments*, base documentaire : TIB227DUO., 2017.
- [LLRG04] MA Luersen, Rodolphe Le Riche, and F Guyon. A constrained, globalized, and bounded nelder–mead method for engineering optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 27(1-2) :43–54, 2004.
- [Lou06] P.B Lourenço. *Computational strategies for masonry structures*. PhD thesis, Faculdade de Engenharia da Universidade, Porto, Portugal, 2006.
- [MA01] Mousa S. Mohsen and Bilal A. Akash. Some prospects of energy savings in buildings. *Energy Conversion and Management*, 42(11) :1307 – 1315, 2001.
- [Maj05] P. Majumdar. *Computational methods for heat and mass transfer*. CRC Press, 2005.
- [Mar13] D.E. Marthaler. An overview of mathematical methods for numerical optimization. In *Numerical Methods for Metamaterial Design*, pages 31–53. Springer, 2013.
- [MER17] Jean Daniel MERLET. Maçonnerie mise en œuvre des ouvrages. *Techniques de l'ingénieur L'enveloppe du bâtiment*, base documentaire : TIB226DUO., 2017.
- [MF04] JH Mathews and KD Fink. Nelder-mead method. *Numerical Methods Using Matlab*, 4, 2004.
- [MFV⁺17] Gihad Mohamad, Fernando S. Fonseca, Ad T. Vermeltfoort, Dirk R.W. Martens, and Paulo B. Lourenço. Strength, behavior, and failure mode of hollow concrete masonry constructed with mortars of different strengths. *Construction and Building Materials*, 134 :489 – 496, 2017.
- [MG80] A. R. MITCHELL and D. F. GRIFFITHS. *The finite difference method in partial differential equations*. John Wiley, 1980.

- [MG94] V. Chandrasekaran M.Dhanasekar and S.J. Grubits. A numerical model for thermal bowing of masonry walls. *Proceedings of the 10th IB2MaC, Calgary, Canada*, 1994.
- [MMC⁺17] Alessia Monaco, Giovanni Minafò, Calogero Cucchiara, Jennifer D’Anna, and Lidia La Mendola. Finite element analysis of the out-of-plane behavior of {FRP} strengthened masonry panels. *Composites Part B : Engineering*, 115 :188 – 202, 2017.
- [NBLC14] S. Mohamed Nazeer, Felipe Bordeu, Adrien Leygue, and Francisco Chinesta. Arlequin based pgd domain decomposition. *Comput. Mech.*, pages 1175–1190, 2014.
- [NDC16] David Néron, Hachmi Ben Dhia, and Régis Cottreau. A decoupled strategy to solve reduced-order multimodel problems in the pgd and arlequin frameworks. *Computational Mechanics*, 57(4) :509–521, 2016.
- [NEKDT16] Sarkar Noor-E-Khuda, Manicka Dhanasekar, and David P. Thambiratnam. An explicit finite element modelling method for masonry walls under out-of-plane loading. *Engineering Structures*, 113 :103 – 120, 2016.
- [Ner04] D. Neron. *Sur une stratégie de calcul pour les problèmes multi-physiques*. PhD thesis, École Normale Supérieure de Cachan, 2004.
- [NFE00a] *NF EN 1363-1 : Essai de résistance au feu, Partie 1 : Exigences générales*, 2000.
- [NFE00b] *NF EN 1365-1 : Essais de résistance au feu des éléments porteurs - Partie 1 : Murs*, 2000.
- [NFE06] *NF EN 1365-1 : Calcul des ouvrages en maçonneries - Partie 1-2 : Règles générales - Calcul du comportement au feu*, 2006.
- [Ngu09] The-Duong Nguyen. *Etude du comportement au feu des maçonneries de briques en terre cuite : Approche expérimentale et modélisation du risque d’écaillage*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2009.
- [NM65] J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *The Computer Journal*, 7(4) :308–313, 1965.
- [NM12] Thê-Duong Nguyen and Fekri Meftah. Behavior of clay hollow-brick masonry walls during fire. part 1 : Experimental analysis. *Fire Safety Journal*, 52 :55 – 64, 2012.
- [NM14] Thê-Duong Nguyen and Fekri Meftah. Behavior of hollow clay brick masonry walls during fire. part 2 : 3d finite element modeling and spalling assessment. *Fire Safety Journal*, 66 :35 – 45, 2014.
- [NOA03] A Nadjai, M O’Garra, and F Ali. Finite element modelling of compartment masonry walls in fire. *Computers and Structures*, 81(18-19) :1923 – 1930, 2003.
- [NSBD07] F. Al Nahhas, R. Ami Saada, G. Bonnet, and P. Delmotte. Resistance to fire of walls constituted by hollow blocks : Experiments and thermal modeling. *Applied Thermal Engineering*, 27(1) :258 – 267, 2007.
- [NW69] A. C. Newell and J. A. Whitehead. Finite bandwidth, finite amplitude convection. *Journal of Fluid Mechanics*, 38(02) :279–303, 1969.
- [OB91] A.J. O’Meagher and I.D. Bennetts. Modelling of concrete walls in fire. *Fire Safety Journal*, 17(4) :315 – 335, 1991.

- [oY03] Kemal Çomaklı and Bedri Yüksel. Optimum insulation thickness of external walls for energy saving. *Applied Thermal Engineering*, 23(4) :473 – 479, 2003.
- [P.A71] Cundall P.A. A computer model for simulating progressive large scale movements in block rock systems. *Proc. Symp. Int. Soc. of Rock Mech., Nancy*, 1, 1971.
- [Pap05] A.M. Papadopoulos. State of the art in thermal insulation materials and aims for future developments. *Energy and Buildings*, 37(1) :77 – 86, 2005.
- [PCDB09] Serge Prudhomme, Ludovic Chamoin, Hachmi Ben Dhia, and Paul T. Bauman. An adaptive strategy for the control of modeling error in two-dimensional atomic-to-continuum coupling simulations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(21) :1887 – 1901, 2009.
- [Pel06] C. Pelissou. *Discrétisation spatio-temporelle du problème thermique à deux champs : application au procédé de forgeage à chaud*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2006.
- [PG89] Middleton J. Pande G.N., Liang J.X. Equivalent elastic moduli for unit masonry. *Comput. and Geotechnics*, (8) :243–265, 1989.
- [PTA12] R. H. Pletcher, J. C. Tannehill, and D. Anderson. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. CRC Press, 2012.
- [Rat03] Guillaume Rateau. *Méthode Arlequin pour les Problèmes Mécaniques Multi-échelles. Application à des Problèmes de Jonction et de Fissuration de Structures Elancées*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, France, 2003.
- [RC92] J. ROGEZ and J. LE COZE. Mesures des températures. *Techniques de l'ingénieur*, 1992.
- [Rit82] G. Ritoux. Evaluation numérique des facteurs de forme. *Revue de Physique Appliquée*, 17(8) :503–515, 1982.
- [RT98] P. A. Raviart and J. M. Thomas. *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*. Dunod, 1998.
- [SBLM16] V. Sarhosis, K. Bagi, J.V. Lemos, and G. Milani. *Computational Modeling of Masonry Structures Using the Discrete Element Method*. Advances in Civil and Industrial Engineering. IGI Global, 2016.
- [Sha83] A.B. Shapiro. *FACET : a radiation view factor computer code for axisymmetric, 2D planar, and 3D geometries with shadowing*. 1983.
- [Sig33] A. Signorini. *Sopra alcune questioni di statica dei sistemi continui*. Nicola Zanichelli, 1933.
- [SK90] ABUSALEH G. SURANA K. Curved shell elements for heat conduction with papproximation in the shell thickness direction. *Computers and Structures*, 34(6), 1990.
- [Soy90] N. Soyris. *Modélisation tridimensionnelle du couplage thermique en forgeage à chaud*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1990.
- [SR13] F. Sciarretta S. Russo. Masonry exposed to high temperatures : mechanical behavior and properties — an overview. *Fire Safety Journal*, 55 :69–86, 2013.

- [SSH15] Ioannis Stefanou, Karam Sab, and Jean-Vivien Heck. Three dimensional homogenization of masonry structures with building blocks of finite strength : A closed form strength domain. *International Journal of Solids and Structures*, 54 :258 – 270, 2015.
- [TDE+08] Paul T.Bauman, Hachmi Ben Dhia, Nadia Elkhodja, J. Tinsley Oden, and Serge Prudhomme. On the application of the arlequin method to the coupling of particle and continuum models. *Computational Mechanics*, 42(4) :511–530, 2008.
- [Tho02] Geoff Thomas. Thermal properties of gypsum plasterboard at high temperatures. *Fire and Materials*, 26(1), 2002.
- [Tho13] V. Thomee. *Galerkin Finite Element Methods for Parabolic Problems*. Springer Series in Computational Mathematics. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [Tou12] Josselyn Touzeau. *Approches numériques multi-échelle/multi-modèle de la dégradation des matériaux composites*. PhD thesis, Ecole Centrale Paris, France, 2012.
- [TSD88] G.W.H. Silcock T.J. Shiels, D.J. O’Connor and H.A. Donegan. Thermal bowing of a model brick work panel. *Proc. Eighth International Brick/Block Masonry Conference, Dublin, Ireland*, pages 846–854, 1988.
- [VKI12] M. Garlock V.K.R. Kodur and N. Iwankiw. Structures in fire : State-of-the-art, research and training needs. *Fire Technology*, 48(4) :825–839, 2012.
- [VL17] M. Vaz and M. R. Lange. Thermo-mechanical coupling strategies in elastic–plastic problems. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 29(2) :373–383, 2017.
- [Wri06] P. Wriggers. *Computational Contact Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [WYA17] Daniel WYART. Polystyrène expansé ou pse. *Techniques de l’ingénieur Matières thermoplastiques : monographies*, base documentaire : TIB147DUO., 2017.
- [ZA02] Lourenço P.B. Zucchini A. A micro-mechanical for homogeisation of masonry. *Int. J.Solids Struct.*, (39) :3233–3255, 2002.
- [Zha12] T. Zhang. *Imagerie multi-résolution par tomographie aux rayons X : application à la tomographie locale en science des matériaux*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2012.
- [ZT05] O.C. Zienkiewicz and R.L. Taylor. *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. Elsevier Science, 2005.

Modélisations thermomécanique et numérique du comportement de maçonneries en briques alvéolées en terre cuite sous chargements mécanique et thermique sévères

Mots clés : briques alvéolées, résistance au feu, transfert thermique, éléments finis, cadre Arlequin

Résumé: Un des enjeux majeurs de la filière de construction en briques alvéolées est l'amélioration de la tenue au feu de hauts et ambitieux bâtiments, réalisés avec ces briques.

L'objet de nos travaux est de développer des modèles thermo-mécaniques et des outils numériques suffisamment prédictifs pour orienter la recherche, par la simulation numérique, de produits améliorés vis-à-vis de la tenue au feu, permettant de diminuer le nombre de coûteux essais expérimentaux. Les contributions principales sont d'ordre méthodologique. Nous avons ainsi établi un dialogue entre les observations, les mesures et les résultats expérimentaux, d'un côté, les modèles et les simulations de l'autre, avec un souci permanent de diminution des coûts des simulations. Ainsi, tirant profit de résultats de mesures réalisées, nous avons développé progressivement des modélisations adaptées, en examinant l'importance des phénomènes thermiques (conduction, convection et rayonnement), en recherchant les « juste-bonnes » (par rapport aux objectifs) relations d'échanges aux multiples interfaces du problème et en introduisant le changement de phase de l'eau liée. Nous avons également été amenés à identifier, par approche inverse, certains paramètres, après avoir identifié les bons mécanismes thermo-mécaniques. Enfin, pour mieux inscrire nos travaux dans une démarche d'aide efficace à la conception, nous avons travaillé dans le cadre multimodèle et multiéchelle Arlequin pour formuler, approcher et résoudre les problèmes thermo-mécaniques résultants, comportant des zones de concentrations du gradient thermique et de singularités mécaniques. L'approche globale, élaborée et testée, en utilisant différents codes et en développant des parties d'autres, montre une capacité réelle à améliorer les calculs des structures en briques alvéolées, soumises à des chargements thermo-mécaniques.

Thermo-mechanical and numerical modeling of the behavior of hollow clay brick masonry under severe mechanical and thermal load

Keywords : hollow bricks, fire resistance, heat transfer, finite element method, Arlequin framework

Abstract: One of the major challenges of the hollow clay brick industry nowadays is to improve the fire resistance of ambitiously tall buildings, constructed with this type of bricks.

The objective of our work is to develop thermo-mechanical models and related predictive numerical tools to guide the research of improved fire-performance products and therefore reduce the number of expensive experimental tests. Our main contributions are methodological. With a permanent concern of reducing the simulation costs, we establish a dialogue between observations, measurements and experimental results, on the one hand, models and simulations on the other hand. In this regard, measurements, obtained during the experimental tests we carried out, are used to progressively develop relevant models, by examining the importance of thermal phenomena (conduction, convection and radiation), by looking for the just right transfer relations (with respect to our objectives) at the multiple interfaces of the problem and by considering the phase change of bound water. After identifying the good thermo-mechanical mechanisms, we calibrate some numerical parameters by solving an inverse problem. Moreover, to efficiently help the design of new products, we employ the multi-model and multi-scale Arlequin framework to formulate, approximate and solve resulting thermo-mechanical problems. The latter include areas of thermal gradient concentrations and mechanical singularities. Our global approach implemented and tested by developing codes and enriching others, shows a real ability of our methodology to efficiently compute structures made of hollow bricks, when subjected to thermo-mechanical load.