

Détection et modélisation de binaires sismiques avec Kepler

Frédéric Marcadon

▶ **To cite this version:**

Frédéric Marcadon. Détection et modélisation de binaires sismiques avec Kepler. Astrophysique stellaire et solaire [astro-ph.SR]. Université Paris Saclay (COmUE), 2018. Français. NNT : 2018SACLS080 . tel-01783107

HAL Id: tel-01783107
https://theses.hal.science/tel-01783107

Submitted on 2 May 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2018SACLS080

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay préparée à l'Université Paris-Sud

Ecole doctorale n°127
Astronomie et astrophysique d'Île-de-France
Spécialité de doctorat : Astronomie et astrophysique

par

M. Frédéric Marcadon

Détection et modélisation de binaires sismiques avec Kepler

Thèse présentée et soutenue à l'IAS, le 20 mars 2018.

Composition du Jury :

M.	Laurent Verstraete	Professeur IAS, Orsay	(Président du jury)
M.	Thierry Corbard	Astronome Laboratoire Lagrange, Nice	(Rapporteur)
M.	Sylvain Korzennik	Physicist Harvard University, Cambridge	(Rapporteur)
M.	Jérôme Ballot	Chargé de recherche IRAP, Toulouse	(Examinateur)
Mme.	Orlagh Creevey	Astronome Laboratoire Lagrange, Nice	(Examinatrice)
Mme.	Marie-Jo Goupil	Astronome LESIA, Meudon	(Examinatrice)
M.	Thierry Appourchaux	Directeur de recherche IAS, Orsay	(Directeur de thèse)

À mon père Bernard

Remerciements

Je tenais en premier lieu à remercier mon directeur de thèse, Thierry Appourchaux, ainsi que Joao Marques pour m'avoir formé sur les outils et concepts utilisés au cours de cette thèse, notamment dans le cadre de l'analyse du système d'étoiles triple HD 188753. Merci en particulier à Thierry pour son soutien sans faille tout au long de cette thèse, en dépit des difficultés rencontrées et de mes nombreux coups de tête. Je tenais également à remercier les membres de mon jury de thèse pour leurs remarques pertinentes m'ayant permis d'améliorer le manuscrit jusqu'à sa forme actuelle.

De plus, je souhaite remercier les membres de l'équipe Physique solaire et stellaire pour leur accueil, ainsi que les différents doctorants avec lesquels j'ai partagé le même bureau, Clara, Gabriel, Miguel et Vincent. J'ai par ailleurs une pensée particulière pour Miguel dont la thèse n'a pas pu aboutir, ce qui m'a énormément affecté. Je te souhaite évidemment le meilleur pour la suite. Je souhaite également bon courage aux nouveaux doctorants de l'équipe, Louis et Natalia, pour leurs travaux en cours, ainsi qu'à Charly pour ses recherches d'un nouveau postdoc. Merci à toi pour l'aide apportée concernant les aspects les plus complexes de la théorie des oscillations. De façon plus générale, je souhaite remercier les membres de l'Institut d'astrophysique spatiale et de l'Université Paris-Sud, avec lesquels j'ai eu l'occasion d'échanger durant mes activités de recherche et d'enseignement.

D'un point de vue plus personnel, je tenais finalement à remercier ma mère Estrella, ma sœur Élise, ainsi que ma compagne Nina, pour leur soutien durant ces derniers mois particulièrement compliqués. Je n'aurais jamais réussi sans vos encouragements. Merci également aux amis et membres de ma famille qui ont fait le déplacement jusqu'à Orsay afin d'assister à ma soutenance de thèse.

Résumé

Le satellite spatial Kepler a détecté des oscillations de type solaire parmi plusieurs centaines d'étoiles, permettant la détermination de leurs propriétés physiques à l'aide de l'astérosismologie. Les modèles d'évolution stellaire et les lois d'échelle employés pour déterminer les paramètres tels que la masse, le rayon et l'âge nécessitent toutefois une calibration adaptée. Dans ce contexte, l'utilisation des systèmes binaires présentant des oscillations de type solaire pour les deux étoiles semble particulièrement appropriée.

Au cours de cette thèse, nous avons procédé à un travail de détection de ces binaires sismiques parmi les données de Kepler ainsi qu'au développement des outils nécessaires à leur analyse. Bien que la découverte d'une nouvelle binaire sismique semblait très peu probable, nous avons pu rapporter pour la toute première fois la détection d'oscillations de type solaire associées aux deux étoiles les plus brillantes d'un système triple, à savoir HD 188753. À partir de la modélisation, nous avons déterminé des âges semblables pour les deux étoiles détectées en astérosismologie, comme attendu en raison de leur origine commune. Par ailleurs, nous avons entrepris la première analyse orbitale de ce système hiérarchique dans le but d'obtenir une estimation directe des masses et de la parallaxe.

Finalement, l'exemple de HD 188753 illustre notre capacité à détecter et à modéliser chacune des étoiles d'un système binaire ou multiple tout en réalisant l'analyse orbitale de celui-ci. Les différents outils développés au cours de cette thèse seront intensivement utilisés dans le cadre des futures missions TESS et PLATO.

Abstract

The Kepler space telescope detected solar-like oscillations in several hundreds of stars, providing a way to determine their physical properties using asteroseismology. However, stellar evolutionary models and scaling relations employed to determine parameters such as the mass, the radius and the age require proper calibration. In this context, the use of seismic binaries showing solar-like oscillations in both stars is especially suitable.

During this thesis, we have worked towards the detection of such seismic binaries from the Kepler database and developed the necessary tools to study them. Although the discovery of a new seismic binary was very unlikely, we were able to report for the first time the detection of solar-like oscillations in the two brightest stars of a triple stellar system, namely HD 188753. Using stellar modelling, we found compatible ages for the two stars derived from asteroseismology, as expected from their common origin. In addition, we performed the first orbital analysis of this hierarchical system in order to derive a direct estimate of masses and parallax.

Finally, the example of HD 188753 shows our capability to detect and model each of the stars of a binary or multiple system and to perform the orbital analysis of this one. The various tools developed during this thesis will be extensively used in the context of the future missions TESS and PLATO.

Table des matières

Remerciements v

Résumé vii

Abstract ix

Introduction générale 3

1 Aspects théoriques de la sismologie stellaire 5
1.1 Équations générales de l'hydrodynamique 5
1.2 Structure à l'équilibre et perturbations 7
1.3 Équations générales des oscillations stellaires 8
1.4 Propriétés physiques des modes d'oscillations 14
1.5 Analyse asymptotique des oscillations stellaires 22

2 Aspects dynamiques des systèmes binaires 29
2.1 Généralités sur la loi universelle de la gravitation 29
2.2 Lien entre orbite relative et orbites barycentriques 32
2.3 Équation de Kepler : position en fonction du temps 34
2.4 Application aux binaires résolues spatialement 38
2.5 Application aux binaires spectroscopiques 43

3 Astérosismologie d'étoiles de type solaire avec K2 53
3.1 Résumé de l'article 53
3.2 Détection et extraction des modes 54
3.3 Article paru dans PASP 55

4 Analyse du système triple HD 188753 observé par Kepler 65
4.1 Résumé de l'article 65
4.2 Détection des deux composantes sismiques 66
4.3 Analyse orbitale du système d'étoiles triple 67
4.4 Modélisation des deux composantes sismiques 69
4.5 Article soumis à A&A 70

Conclusions et perspectives 87

Références 91

Liste des figures 95

Liste des tableaux 97

Introduction générale

Les missions spatiales CoRoT (Convection, Rotation et Transits planétaires, Baglin et al., 2006) et Kepler (Gilliland et al., 2010) ont contribué ces dix dernières années à une évolution conséquente de nos connaissances de la physique stellaire et des systèmes planétaires. Ces deux missions, dédiées à la détection d'exoplanètes par la méthode des transits et à la caractérisation des étoiles hôtes par l'astérosismologie, ont permis de collecter une quantité considérable de données astérosismiques de qualité sans précédent. Ainsi, le développement des outils nécessaires à l'analyse de ces données a mis en évidence le potentiel de l'astérosismologie pour sonder l'intérieur des étoiles et contraindre leurs propriétés physiques. On citera en particulier la première détection par le satellite CoRoT d'oscillations non radiales dans les géantes rouges (De Ridder et al., 2009).

Le satellite Kepler a détecté des oscillations de type solaire pour plusieurs centaines d'étoiles (Chaplin et al., 2011), permettant l'extraction des fréquences individuelles des modes pour un nombre important d'entre elles (Appourchaux et al., 2012; Davies et al., 2016; Lund et al., 2017). Ces jeux de fréquences ont ensuite été utilisés dans le cadre de la modélisation afin de déterminer les propriétés physiques de chaque étoile, telles que la masse, le rayon et l'âge (Metcalfe et al., 2014; Silva Aguirre et al., 2015; Creevey et al., 2017). Par ailleurs, il est possible d'accéder à une estimation de la masse et du rayon de l'étoile, indépendamment des modèles d'évolution stellaire, à partir de lois d'échelle faisant intervenir les paramètres sismiques $\Delta\nu$ et $\nu_{\rm max}$ (Chaplin et al., 2011, 2014). La masse et le rayon peuvent également être obtenus en combinant la grande séparation, $\Delta\nu$, avec le diamètre angulaire issu de mesures interférométriques et la parallaxe (voir Huber et al., 2012; White et al., 2013). Une connaissance à la fois juste et précise des paramètres stellaires est nécessaire afin de procéder à l'étude statistique des différentes populations d'étoiles dans notre Galaxie (Chaplin et al., 2011; Miglio et al., 2013). De ce fait, les modèles d'évolution stellaire et les lois d'échelle utilisés pour déterminer la masse, le rayon et l'âge des étoiles requièrent une calibration particulièrement adaptée. Dans ce contexte, les systèmes binaires d'étoiles fournissent une opportunité unique de tester la validité des résultats obtenus.

Une majorité des étoiles appartiennent à des systèmes binaires ou multiples. Parmi l'ensemble des cibles observées par Kepler, il apparait donc probable que de nombreux systèmes binaires puissent présenter des oscillations de type solaire pour les deux composantes. On parle alors plus spécifiquement de binaires sismiques. Cependant, à partir de modèles de populations stellaires, Miglio et al. (2014) ont montré que seul un faible nombre de binaires sismiques seraient détectables parmi les données Kepler. La détection des deux signatures dans le spectre de puissance requière notamment une différence de magnitude inférieure à $\sim$1. Jusqu'à présent, seulement quatre binaires sismiques ont été mis en évidence à l'aide du satellite Kepler. Il s'agit de 16 Cyg A et B (KIC 12069424 et 12069449, Metcalfe et al., 2012, 2015; Davies et al., 2015), HD 176071 (KIC 9139151

et 9139163, Appourchaux et al., 2012; Metcalfe et al., 2014), HD 177412 (KIC 7510397, Appourchaux et al., 2015) et HD 176465 (KIC 10124866, White et al., 2017).

Sur la base de travaux théoriques (Tohline, 2002), il a été démontré que la formation des systèmes binaires d'étoiles par un mécanisme de capture était à exclure, impliquant que ces derniers sont créés à partir du même disque d'accrétion au cours de la formation stellaire. Pour cette raison, on considère généralement que les deux étoiles d'un système binaire ont le même âge et une composition chimique initiale identique. La modélisation de chaque étoile, réalisée de façon indépendante, permet alors de comparer à postériori les valeurs obtenues. Par ailleurs, en prenant en compte la dynamique de tels systèmes, il est possible de fixer de fortes contraintes sur les masses à partir d'observations faites depuis le sol. L'orbite relative issue de mesures interférométriques peut ainsi être utilisée pour déterminer la masse totale du système. Sur les quatre binaires présentées ci-dessus, une orbite relative n'a pu être établie que pour HD 177412 du fait de sa période orbitale suffisamment courte, c'est-à-dire de $\sim$14 ans. Appourchaux et al. (2015) ont donc estimé la masse totale de ce système en utilisant la troisième loi de Kepler combinée à la valeur de la parallaxe Hipparcos révisée par van Leeuwen (2007). Dans le cas d'un tel système, la valeur de la parallaxe peut être affectée par son mouvement orbital (Pourbaix, 2008). Il en résulte un biais potentiel dans l'estimation de la masse totale, ainsi que des rayons stellaires, pour les systèmes binaires.

Une approche différente consiste à estimer les masses des deux étoiles d'un système binaire en tenant compte simultanément des mesures de positions et de vitesses radiales. Cette méthode présente l'avantage de fournir la masse de chaque étoile du système ainsi qu'une estimation directe de la parallaxe. Ce type de méthode a été appliqué récemment par Pourbaix & Boffin (2016) pour le système α Cen AB dont les deux étoiles montrent des oscillations de type solaire (Bouchy & Carrier, 2002; Carrier & Bourban, 2003). De ce fait, il s'agit de la seule binaire sismique connue à ce jour avec une orbite totalement définie. La découverte, bien que peu probable, d'un système comparable avec le satellite Kepler permettrait alors de vérifier l'accord entre les résultats issus de l'astérosismologie et de l'astrométrie. Le principal objectif de cette thèse est donc de procéder à un travail de détection des binaires sismiques dans les données Kepler ainsi qu'au développement des outils nécessaires à leur analyse.

Ce manuscrit est organisé en quatre chapitres. Dans le premier chapitre, nous abordons les principaux aspects de la théorie des oscillations stellaires et les répercussions en termes d'observations astérosismiques. Le deuxième chapitre présente ensuite les différentes équations régissant la dynamique des systèmes binaires et permettant d'accéder à leurs propriétés physiques. En particulier, nous nous attarderons dans ce chapitre sur le cas des binaires visuelles et des binaires spectroscopiques. Dans le troisième chapitre, nous présentons un article dédié principalement à la détection d'étoiles de type solaire à partir des premières données obtenues suite à l'extension de la mission Kepler, désignée sous le nom de K2. Le dernier chapitre de ce manuscrit est consacré à un article traitant de l'analyse du système d'étoiles triple HD 188753, observé par le satellite Kepler, pour lequel deux étoiles montrent des oscillations de type solaire. Nous résumons finalement dans une partie appropriée les conclusions et perspectives à tirer de ce travail de thèse.

Chapitre 1

Aspects théoriques de la sismologie stellaire

Sommaire

1.1 Équations générales de l'hydrodynamique 5
1.2 Structure à l'équilibre et perturbations 7
1.3 Équations générales des oscillations stellaires 8
1.4 Propriétés physiques des modes d'oscillations 14
1.5 Analyse asymptotique des oscillations stellaires 22

À l'instar de l'héliosismologie, l'astérosismologie est devenue ces dernières années un puissant outil de diagnostic de la structure interne des étoiles, permettant d'accéder aux paramètres fondamentaux de celles-ci. Cette technique repose sur le suivi des variations de luminosité d'une étoile au cours du temps afin d'en détecter les modes d'oscillations. L'objectif de ce chapitre est de présenter, de façon non exhaustive, les différents aspects de la théorie des oscillations ainsi que les répercussions en termes d'observations. Nous nous intéressons ici aux étoiles de type solaire, sans tenir compte de leur appartenance éventuelle à un système binaire. Ce chapitre est basé sur divers ouvrages abordant dans les détails la théorie des oscillations stellaires dont Unno et al. (1989), Gough (1993), Hansen et al. (2004) et Aerts et al. (2010). Comme un point de départ, nous conseillons plus particulièrement les notes de cours de C. Aerts [1].

1.1 Équations générales de l'hydrodynamique

Au cours de cette première partie, nous allons présenter les équations fondamentales de la dynamique des fluides intervenant dans la description des oscillations stellaires.

Considérons tout d'abord une étoile comme un système gazeux, auto-gravitant et de symétrie sphérique. Cette dernière condition implique que les effets dus à la rotation et aux champs magnétiques sont volontairement omis. De plus, il convient de traiter le gaz constituant l'étoile comme un fluide continu. Les propriétés locales du gaz peuvent alors être définies en fonction de la position, r, et du temps, t, suivant une description

1. http://www.spaceinn.eu/wp-content/uploads/lecturenotes/astero2007.pdf

eulérienne[2]. Ainsi, à partir de ces approximations, il nous est possible d'établir de façon simplifiée les équations régissant le mouvement du fluide à l'intérieur de l'étoile. Nous avons notamment les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie dont les expressions respectives sont :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \, \vec{v}\,) = 0, \tag{1.1}$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{v} = -\vec{\nabla} p - \rho \vec{\nabla} \Phi, \tag{1.2}$$

$$\rho T \left(\frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} \right) S = \rho \, \varepsilon - \vec{\nabla} \cdot \vec{F}, \tag{1.3}$$

avec ρ la masse volumique, $\vec{v}$ la vitesse, p la pression, Φ le potentiel gravitationnel, T la température, S l'entropie spécifique, ε le taux de production d'énergie par unité de masse et $\vec{F}$ le flux d'énergie. Les réactions nucléaires étant la principale source d'énergie dans une étoile, nous pouvons alors considérer que $\varepsilon = \varepsilon_N$ dans l'équation de conservation de l'énergie. Par ailleurs, les effets associés à la viscosité du fluide sont totalement négligeables à l'intérieur de l'étoile. Nous n'avons ainsi pas tenu compte du taux de dissipation visqueuse, ε_V, et du tenseur des contraintes visqueuses, $\overline{\overline{\tau}}$, dans les équations indiquées ci-dessus. De plus, en accord avec les approximations précédemment établies, nous avons considéré l'accélération gravitationnelle $\vec{g}$ comme étant la seule force s'appliquant sur le fluide. Celle-ci intervient dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement à travers le potentiel gravitationnel, suivant $\vec{g} = -\vec{\nabla}\Phi$. Il nous faut également noter que le potentiel gravitationnel obéit à l'équation de Poisson d'après :

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho \tag{1.4}$$

avec G la constante gravitationnelle. Rappelons finalement que les deux principaux modes de transport de l'énergie à travers l'étoile sont la radiation et la convection. Le flux d'énergie défini en équation 1.3 correspond alors simplement à $\vec{F} = \vec{F_R} + \vec{F_C}$. Cependant, la description des oscillations stellaires en présence de convection demeure un problème complexe encore source d'incertitude. De ce fait, nous ne tiendrons compte que du transport radiatif dans la suite de cette section, soit $\vec{F} = \vec{F_R}$. Notons que le transport d'énergie par radiation s'effectue à une échelle très petite en comparaison avec les dimensions caractéristiques de l'étoile. Le flux associé au transport radiatif peut ainsi être décrit par une équation de diffusion suivant :

$$\vec{F_R} = -\lambda \, \vec{\nabla} T = -\frac{4ac}{3\kappa\rho} \, T^3 \, \vec{\nabla} T \tag{1.5}$$

avec a la constante radiative, c la vitesse de la lumière, κ l'opacité de Rosseland, ρ la masse volumique et T la température. Nous définissons ici une constante λ analogue à celle rencontrée en conduction thermique[3]. Afin de décrire le système dans son intégralité, nous devons finalement tenir compte des relations entre les différentes grandeurs considérées. Ces relations sont connues sous le nom d'équations d'état et s'écrivent suivant :

$$p = p\,(\rho, T, \chi), \quad S = S\,(\rho, T, \chi), \quad \kappa = \kappa\,(\rho, T, \chi) \quad \text{et} \quad \varepsilon_N = \varepsilon_N\,(\rho, T, \chi). \tag{1.6}$$

2. On considère ici un point quelconque de l'étoile repéré par le vecteur position r. À un instant t, la vitesse du fluide en ce point est donnée par $\vec{v} = \vec{v}\,(\vec{r}, t)$. Il en est de même pour les différentes grandeurs thermodynamiques telles que la masse volumique $\rho = \rho\,(\vec{r}, t)$ et la pression $p = p\,(\vec{r}, t)$.

3. Le terme λ désigne alors la conductivité thermique d'un matériau.

Les propriétés locales du fluide peuvent ainsi être déterminées pour des conditions données telles que la composition chimique χ du milieu.

1.2 Structure à l'équilibre et perturbations

Les relations présentées ci-dessus définissent un système d'équations dont la résolution permet une description complète de l'étoile d'un point de vue hydrodynamique. Toutefois, la résolution numérique d'un tel système sur l'ensemble de l'étoile s'avère actuellement hors de portée en raison de la complexité de sa mise en œuvre. Il est donc nécessaire de recourir à une analyse simplifiée de ce système autorisant une interprétation pertinente du comportement des oscillations.

La théorie des perturbations au premier ordre est particulièrement adaptée au cas des étoiles de type solaire dont les oscillations apparaissent de faible amplitude. En effet, cette méthode consiste à traiter les oscillations comme de petites perturbations de l'étoile autour de son état d'équilibre hydrostatique. Nous devons pour cela établir les équations régissant l'état d'équilibre de l'étoile. Les propriétés locales du fluide sont ainsi supposées constantes au cours du temps. En particulier, la condition $\partial\rho_0/\partial t = 0$ satisfait l'équation de conservation de la masse précédemment établie (équation 1.1). L'indice 0 désigne ici une quantité à l'équilibre. De plus, il nous faut considérer le champ de vitesses comme nul en tout point, soit $\vec{v_0} = 0$. Pour une étoile en équilibre hydrostatique, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit alors suivant :

$$\vec{\nabla} p_0 = -\rho_0 \vec{\nabla} \Phi_0 = \rho_0 \, \vec{g_0}, \tag{1.7}$$

tandis que l'équation de Poisson est donnée directement par :

$$\nabla^2 \Phi_0 = 4\pi G \rho_0. \tag{1.8}$$

Rappelons que, dans le cas d'un système à symétrie sphérique, les propriétés locales du fluide ne dépendent que de la distance par rapport au centre. Nous avons donc l'accélération gravitationnelle $\vec{g_0}$ définie simplement par $\vec{g_0} = -g_0 \, \vec{a_r}$ avec le vecteur unitaire $\vec{a_r}$ dirigé suivant la direction radiale. Nous pouvons alors écrire l'équation 1.7 sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}p_0}{\mathrm{d}r} = -g_0 \rho_0. \tag{1.9}$$

Cette dernière relation correspond bien évidemment à l'équation fondamentale de l'hydrostatique.

Nous souhaitons à présent introduire de petites perturbations des propriétés locales du fluide autour de leur valeur d'équilibre. Pour une grandeur telle que la pression, nous avons que :

$$p'\left(\vec{r}, t\right) = p\left(\vec{r}, t\right) - p_0\left(\vec{r}\right) \tag{1.10}$$

avec $p'(\vec{r}, t)$ la perturbation définie en un point donné suivant une description eulérienne[2]. On parle alors plus généralement de perturbation eulérienne. Notons que, dans le cadre de cette étude, une description lagrangienne du fluide est également possible. Cette description consiste à traiter le fluide comme un ensemble de particules, appelées particules fluides, dont les trajectoires sont suivies au cours du temps. Le déplacement d'une particule fluide d'une position $\vec{r_0}$ à une position $\vec{r_0} + \vec{\delta r}$ peut donc être perçu comme une perturbation de l'équilibre hydrostatique. Il s'agit ici d'une perturbation lagrangienne, soit :

$$\delta p\left(\vec{r}\right) = p\left(\vec{r_0} + \vec{\delta r}\right) - p_0\left(\vec{r_0}\right) = p'\left(\vec{r_0}\right) + \vec{\delta r} \cdot \vec{\nabla} p_0. \tag{1.11}$$

Nous faisons ainsi le lien entre la perturbation lagrangienne, $\delta p(\vec{r})$, et la perturbation eulérienne, $p'(\vec{r_0})$, définie en équation 1.10. Rappelons également que, à l'équilibre hydrostatique, le champ de vitesses est nul en tout point de l'étoile. Nous pouvons donc dire que la perturbation eulérienne de la vitesse correspond à la vitesse elle-même, soit $v'(\vec{r},t) = v(\vec{r},t)$. De plus, d'après l'équation 1.11, nous avons que :

$$\vec{v'}\left(\vec{r},t\right) = \vec{\delta v}\left(\vec{r}\right) = \frac{\partial \vec{\delta r}}{\partial t} \tag{1.12}$$

avec $\vec{\delta r}$ le déplacement associé à la perturbation lagrangienne. Finalement, nous pouvons réécrire les équations régissant le mouvement du fluide à l'intérieur de l'étoile en termes de quantités perturbées. Il nous faut pour cela définir chacune des propriétés du fluide suivant l'équation 1.10. Notons que la vitesse locale v est donnée directement par l'équation 1.12. Nous ne tenons compte ici que des termes du premier ordre. De plus, les équations 1.7 et 1.8 nous permettent de neutraliser les termes associés à l'état d'équilibre hydrostatique. Ainsi, l'équation de conservation de la masse s'écrit en termes de quantités perturbées suivant :

$$\boxed{\rho' + \vec{\nabla} \cdot \left(\rho_0 \, \vec{\delta r}\right) = 0.} \tag{1.13}$$

De façon similaire, l'équation de conservation de la quantité de mouvement devient :

$$\boxed{\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\delta r}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla} p' - \rho_0 \vec{\nabla} \Phi' - \rho' \vec{\nabla} \Phi_0,} \tag{1.14}$$

avec $\vec{g'} = -\vec{\nabla}\Phi'$, tandis que l'équation de poisson conserve sa forme d'origine, soit :

$$\boxed{\nabla^2 \Phi' = 4\pi G \rho'.} \tag{1.15}$$

Comme nous le verrons par la suite, les équations 1.13 à 1.15 constituent trois des quatre relations nécessaires à la description des oscillations stellaires dans le cadre de l'approximation adiabatique.

1.3 Équations générales des oscillations stellaires

Dans la partie précédente, nous avons présenté les équations régissant le mouvement du fluide à l'intérieur de l'étoile. Nous souhaitons à présent établir les équations gouvernant les oscillations de l'étoile autour de son état d'équilibre.

Nous considérons ici une étoile dont l'état d'équilibre est de symétrie sphérique. Les effets dus à la rotation et aux champs magnétiques sont donc à nouveau omis dans la suite de cette étude. Nous pouvons ainsi décrire l'étoile selon un système de coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) tel que représenté en figure 1.1. La distance r est définie par rapport au centre de l'étoile et les angles θ et ϕ correspondent à la colatitude et à la longitude, respectivement. Notons que l'état d'équilibre est indépendant de ces

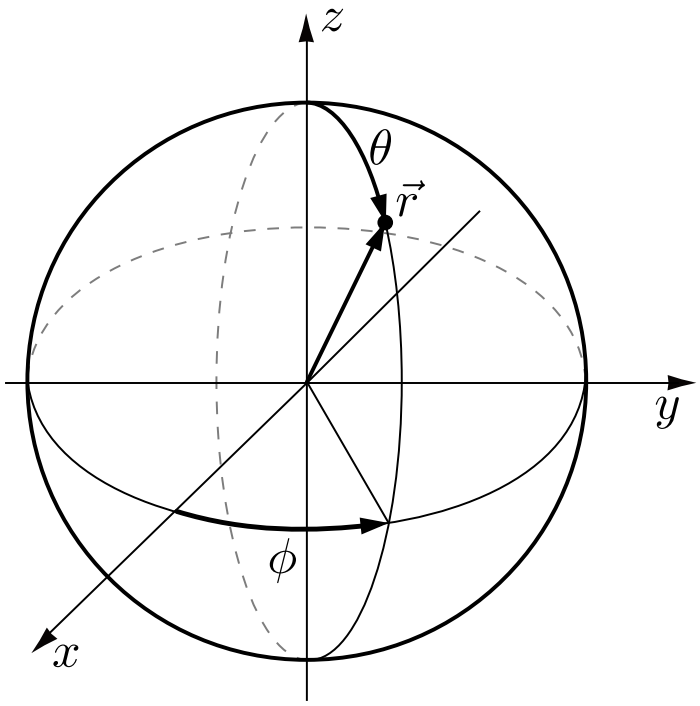


FIGURE 1.1 – Système de coordonnées associé à une étoile dont l'état d'équilibre est de symétrie sphérique.

deux angles du fait de la symétrie sphérique. Il en résulte que le gradient horizontal [4] d'une quantité à l'équilibre est nul, soit $\vec{\nabla}_{\rm h}\Phi_0 = 0$. De plus, l'état d'équilibre étant supposé statique, la dépendance temporelle des quantités perturbées est directement proportionnelle à $\exp(-{\rm i}\omega t)$, avec ω la fréquence des oscillations [5]. Nous pouvons des lors établir les expressions des quantités perturbées par simple séparation des variables temporelle, radiale et angulaires.

Dans un premier temps, il nous faut isoler la dépendance radiale induite par la perturbation de l'état d'équilibre à la suite du déplacement $\vec{\delta r}$. Nous pouvons en particulier écrire ce dernier suivant :

$$\vec{\delta r} = \xi_r \vec{a_r} + \vec{\xi_{\rm h}} \tag{1.16}$$

avec ξ_r la composante radiale du déplacement et $\vec{\xi_{\rm h}}$ le vecteur associé à la composante horizontale. La méthode de séparation des variables nous permet alors de décomposer les équations 1.13 à 1.15 en termes de composantes radiale et horizontale. Par exemple, la composante horizontale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement est donnée simplement par :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\xi_{\rm h}}}{\partial t^2} = -\vec{\nabla}_{\rm h} p' - \rho_0 \vec{\nabla}_{\rm h} \Phi'. \tag{1.17}$$

En combinant cette dernière expression avec l'équation de conservation de la masse [6],

4. En coordonnées sphériques, le gradient horizontal d'une fonction f est donné par :

$$\vec{\nabla}_{\rm h} f = \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\vec{a_\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\vec{a_\phi}.$$

5. Plus rigoureusement, on a $\omega = 2\pi\nu$ avec ν la fréquence et ω la pulsation associée.

6. Une étape intermédiaire consiste à appliquer l'opérateur divergence horizontale à l'équation 1.17,

nous obtenons que :

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left[\rho' + \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho_0 r^2 \xi_r\right)\right] = -\nabla_{\mathrm{h}}^2 p' - \rho_0 \nabla_{\mathrm{h}}^2 \Phi' \tag{1.18}$$

où le terme ∇_{h}^2 correspond à la composante horizontale de l'opérateur laplacien. De plus, la composante radiale de l'équation de conservation de la quantité de mouvement est donnée par :

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \xi_r}{\partial t^2} = -\frac{\partial p'}{\partial r} - \rho' g_0 - \rho_0 \frac{\partial \Phi'}{\partial r}, \tag{1.19}$$

avec $g_0 = \partial \Phi_0 / \partial r$, tandis que l'équation de Poisson peut s'écrire directement d'après :

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \Phi'}{\partial r}\right) + \nabla_{\mathrm{h}}^2 \Phi' = 4\pi G \rho'. \tag{1.20}$$

Ainsi, nous constatons que la dépendance angulaire des quantités perturbées n'intervient dans le système d'équations 1.18 à 1.20 qu'à travers la composante horizontale de l'opérateur laplacien. La séparation des variables consiste alors, dans un second temps, à rechercher une fonction $f(\theta, \phi)$ solution de l'équation :

$$\nabla_{\mathrm{h}}^2 f = -\frac{1}{r^2} \Lambda f. \tag{1.21}$$

avec Λ une constante à déterminer. Par définition de l'opérateur laplacien, nous avons donc que :

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial \phi^2} = -\Lambda f. \tag{1.22}$$

En supposant une solution de la forme $f(\theta, \phi) = f_1(\theta) f_2(\phi)$, nous pouvons décomposer l'expression ci-dessus en deux équations différentielles, respectivement pour f_1 et f_2, telles que :

$$\sin\theta \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left(\sin\theta \frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}\theta}\right) + \left(\Lambda \sin^2\theta + \alpha\right) f_1 = 0, \tag{1.23}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 f_2}{\mathrm{d}\phi^2} = \alpha f_2. \tag{1.24}$$

La solution de l'équation 1.24 est donnée par $f_2 = \exp(\pm \alpha^{1/2} \phi)$. Il est toutefois nécessaire de tenir compte de la périodicité de l'angle ϕ impliquant $f_2(0) = f_2(2\pi)$. Nous avons de ce fait le terme α défini par $\alpha^{1/2} = \mathrm{i}m$, avec m un nombre entier. Ensuite, en appliquant le changement de variable $x = \cos\theta$, nous pouvons réécrire l'équation 1.23 sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left[\left(1 - x^2\right)\frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}x}\right] + \left(\Lambda - \frac{m^2}{1 - x^2}\right) f_1 = 0 \tag{1.25}$$

soit :

$$\rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{\nabla}_{\mathrm{h}} \cdot \vec{\xi_{\mathrm{h}}} = -\nabla_{\mathrm{h}}^2 p' - \rho_0 \nabla_{\mathrm{h}}^2 \Phi'.$$

Le terme $\vec{\nabla}_{\mathrm{h}} \cdot \vec{\xi_{\mathrm{h}}}$ est ensuite remplacé par son expression établie d'après l'équation de conservation de la masse :

$$\rho' = -\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\rho_0 r^2 \xi_r\right) - \rho_0 \vec{\nabla}_{\mathrm{h}} \cdot \vec{\xi_{\mathrm{h}}}.$$

laquelle correspond à l'équation générale de Legendre. Notons que la régularité de la solution impose une condition sur la constante Λ telle que :

$$\Lambda = l\,(l+1) \tag{1.26}$$

avec l un nombre entier positif ou nul et $l \geq |m|$. L'équation générale de Legendre, établie en équation 1.25, implique donc une solution de la forme :

$$f_1(\theta) = P_l^m(\cos\theta) \tag{1.27}$$

où P_l^m est le polynôme associé de Legendre. Ainsi, nous obtenons que la solution de l'équation 1.22 peut s'écrire suivant :

$$f(\theta,\phi) = (-1)^m\, c_{lm}\, P_l^m(\cos\theta)\, \exp(\mathrm{i}m\phi) \equiv\, Y_l^m(\theta,\phi) \tag{1.28}$$

avec c_{lm} une constante de normalisation [7]. Le terme Y_l^m correspond ici à une harmonique sphérique caractérisée par un degré l et un ordre azimutal m, introduits précédemment. La dépendance horizontale des oscillations stellaires est alors décrite par des harmoniques sphériques telles que représentées en figure 1.2. En particulier, le degré l représente le nombre total de lignes nodales à la surface de l'étoile tandis que la valeur de $|m|$ indique le nombre d'entre elles coupant l'équateur, avec $-l \leq m \leq +l$. Nous avons donc $2l+1$ modes d'oscillations pour une même valeur du degré l. Notons que le signe de m traduit le sens de propagation de l'onde, prograde ou rétrograde, par rapport à la rotation de l'étoile. Toutefois, nous verrons par la suite que les équations générales des oscillations stellaires ne dépendent pas de l'ordre azimutal du fait de la symétrie supposée du système.

La méthode de séparation des variables nous permet finalement d'exprimer la composante radiale du déplacement sous la forme suivante :

$$\xi_r(r,\theta,\phi,t) \;\propto\; \tilde{\xi}_r(r)\, Y_l^m(\theta,\phi)\exp(-\mathrm{i}\omega t) \tag{1.29}$$

où l'amplitude $\tilde{\xi}_r(r)$ est une fonction ne dépendant que de la distance r par rapport au centre de l'étoile. Une expression de forme similaire s'applique bien évidemment à l'ensemble des quantités perturbées intervenant dans les équations 1.18 à 1.20. Par ailleurs, d'après les équations 1.21 et 1.26, nous avons pour une quantité perturbée ψ' quelconque que :

$$\nabla_{\mathrm{h}}^2\psi' = -\frac{l\,(l+1)}{r^2}\psi'. \tag{1.30}$$

En appliquant les équations 1.29 et 1.30 aux différentes quantités perturbées, il nous est alors possible de réécrire le système d'équations 1.18 à 1.20 de la façon suivante :

$$\omega^2\left[\tilde{\rho}' + \frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\rho_0 r^2\tilde{\xi}_r\right)\right] = \frac{l\,(l+1)}{r^2}\left(\tilde{p}' + \rho_0\tilde{\Phi}'\right), \tag{1.31}$$

$$-\,\omega^2\rho_0\,\tilde{\xi}_r = -\frac{\mathrm{d}\tilde{p}'}{\mathrm{d}r} - \tilde{\rho}'\,g_0 - \rho_0\frac{\mathrm{d}\tilde{\Phi}'}{\mathrm{d}r}, \tag{1.32}$$

7. La constante de normalisation assure que l'intégrale de $|Y_l^m|^2$ sur la sphère de rayon unité soit égale à 1. Son expression est donnée par :

$$c_{lm} = \sqrt{\frac{(2l+1)(l-m)!}{4\pi\,(l+m)!}}.$$

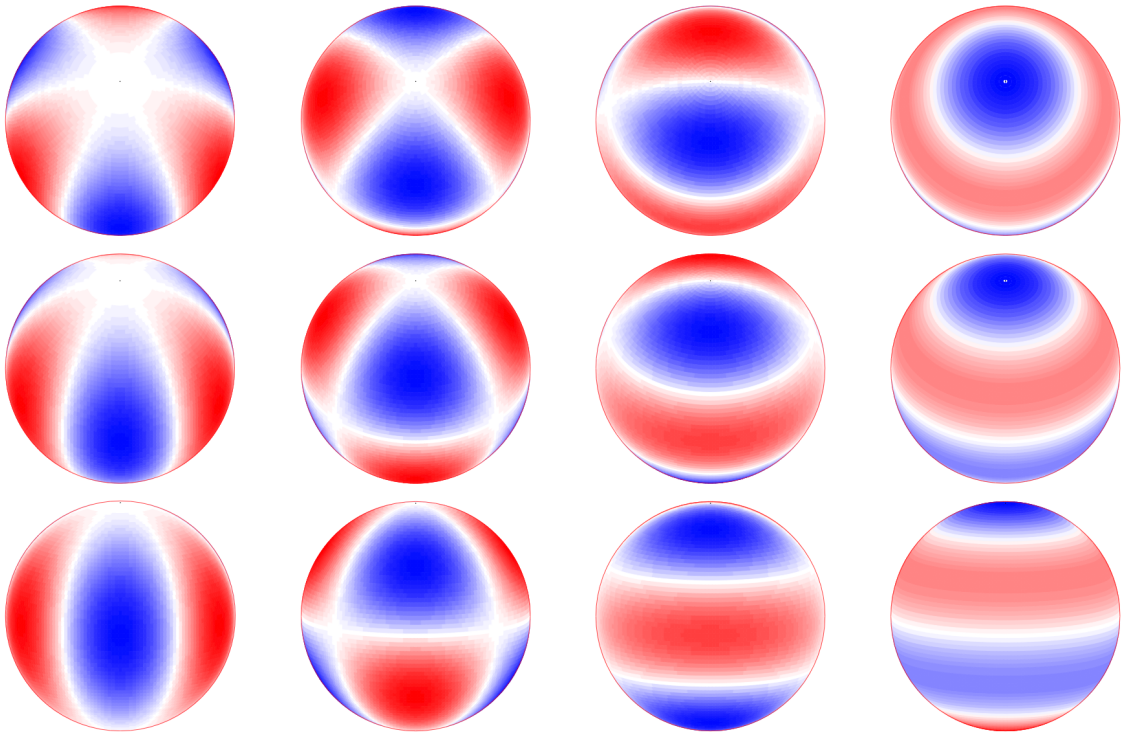


FIGURE 1.2 – Exemples d'harmoniques sphériques intervenant dans la description des oscillations stellaires. Celles-ci sont représentées pour différents angles de vue suivant l'inclinaison de l'axe polaire par rapport à la ligne de visée. Nous avons, du haut vers le bas, des inclinaisons respectives de 30, 60 et 90°. La valeur du degré est fixée à $l = 3$ tandis que les valeurs de l'ordre azimutal sont respectivement de $m = 0$, 1, 2 et 3 de la droite vers la gauche. Le système de couleurs indique les régions de l'étoile se rapprochant ou s'éloignant de son centre suivant le signe, respectivement négatif ou positif, de l'harmonique sphérique. Cette dernière s'annule au niveau des lignes nodales marquant la séparation entre les différentes régions. Figure tirée des notes de cours de C. Aerts.

$$\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}\tilde{\Phi}'}{\mathrm{d}r}\right) - \frac{l\,(l+1)}{r^2}\tilde{\Phi}' = 4\pi G\tilde{\rho}'. \tag{1.33}$$

Notons que le facteur $Y_l^m(\theta,\phi)\exp(-\mathrm{i}\omega t)$ défini en équation 1.29 se simplifie de part et d'autre de ces équations. Nous rappelons également que, en l'absence de rotation et de champs magnétiques, l'étoile dans son état d'équilibre est supposée de symétrie sphérique. Ainsi, le choix de l'axe polaire est sans conséquence sur la dynamique des oscillations. Il en résulte que les équations des oscillations doivent être indépendantes de l'ordre azimutal, m, comme nous pouvons le voir ci-dessus. L'impact de la rotation sur les propriétés des oscillations ne sera pas traité au cours de cette étude.

Une description simplifiée des oscillations stellaires peut être réalisée dans le cadre de l'approximation adiabatique. Celle-ci suppose l'absence d'échanges de chaleur entre les parcelles de fluide en mouvement et leur environnement durant un cycle d'oscillation, soit $\delta S = 0$. Nous pouvons donc négliger les perturbations associées aux équations de conservation de l'énergie et du transport radiatif, équations 1.3 et 1.5, dans la suite de cette partie. De plus, l'entropie spécifique étant conservée, nous obtenons une simple relation entre les perturbations lagrangiennes [8] de la masse volumique et de la pression, soit :

$$\frac{\delta\rho}{\rho_0} = \frac{1}{\Gamma_{1,0}}\frac{\delta p}{p_0} \tag{1.34}$$

avec $\Gamma_{1,0}$ un exposant adiabatique défini ci-après. En adoptant un formalisme identique à celui utilisé pour les équations 1.31 à 1.33, nous pouvons alors réécrire l'équation 1.34 sous la forme suivante :

$$\tilde{\rho}' = \frac{\rho_0}{\Gamma_{1,0}\,p_0}\tilde{p}' + \rho_0\,\tilde{\xi}_r\left(\frac{1}{\Gamma_{1,0}\,p_0}\frac{\mathrm{d}p_0}{\mathrm{d}r} - \frac{1}{\rho_0}\frac{\mathrm{d}\rho_0}{\mathrm{d}r}\right). \tag{1.35}$$

Cette dernière expression nous permet finalement d'éliminer la dépendance par rapport à la quantité ρ' du système d'équations 1.31 à 1.33. Afin de simplifier les notations, nous supprimons à partir d'ici les symboles associés aux amplitudes et à l'état d'équilibre. En remplaçant le terme ρ' par son expression dans l'équation 1.31, nous obtenons que :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\xi_r}{\mathrm{d}r} = -\left(\frac{2}{r} + \frac{1}{\Gamma_1 p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}\right)\xi_r + \frac{1}{\rho c_\mathrm{s}^2}\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right)p' + \frac{l\,(l+1)}{\omega^2 r^2}\Phi'} \tag{1.36}$$

où le terme $c_\mathrm{s}^2 = \Gamma_1 p/\rho$ correspond au carré de la vitesse du son adiabatique tandis que le terme Γ_1 correspond à l'exposant adiabatique défini par :

$$\Gamma_1 = \left(\frac{\partial \ln p}{\partial \ln \rho}\right)_\mathrm{ad}. \tag{1.37}$$

Nous avons également introduit une fréquence acoustique caractéristique appelée fréquence de Lamb, S_l, dont l'expression est donnée par :

$$S_l^2 = \frac{l\,(l+1)}{r^2}\,c_\mathrm{s}^2. \tag{1.38}$$

8. D'après l'équation 1.11, la relation entre les perturbations eulériennes est donnée par :

$$\rho' + \vec{\delta r}\cdot\vec{\nabla}\rho_0 = \frac{\rho_0}{\Gamma_{1,0}\,p_0}\left(p' + \vec{\delta r}\cdot\vec{\nabla}p_0\right).$$

De façon similaire à l'équation 1.31, il nous est possible de réécrire l'équation 1.32 de telle sorte à éliminer la dépendance en ρ', soit :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}r} = \rho\left(\omega^2 - N^2\right)\xi_r + \frac{1}{\Gamma_1 p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r}p' - \rho\frac{\mathrm{d}\Phi'}{\mathrm{d}r}} \tag{1.39}$$

avec N correspondant à la fréquence de Brunt-Väisälä. Notons que cette dernière s'exprime suivant :

$$N^2 = g\left(\frac{1}{\Gamma_1 p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} - \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}r}\right). \tag{1.40}$$

Nous reviendrons plus en détail sur la signification physique de ces deux fréquences caractéristiques dans la suite de ce chapitre. En toute logique, à partir de l'équation 1.33, nous obtenons directement que :

$$\boxed{\frac{1}{r^2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r^2\frac{\mathrm{d}\Phi'}{\mathrm{d}r}\right) = 4\pi G\left(\frac{p'}{c_\mathrm{s}^2} + \frac{\rho\xi_r}{g}N^2\right) + \frac{l\,(l+1)}{r^2}\Phi'.} \tag{1.41}$$

Ainsi, les équations 1.36, 1.39 et 1.41 constituent les équations de base des oscillations stellaires, non radiales, dans le cadre de l'approximation adiabatique. L'analyse de ces équations nous offre de ce fait la possibilité d'étudier la nature physique des différents modes d'oscillations stellaires.

1.4 Propriétés physiques des modes d'oscillations

À partir des équations générales des oscillations stellaires, précédemment établies, une description détaillée du comportement des modes d'oscillations est désormais possible. L'objectif de cette partie est d'en résumer les différents aspects.

Afin d'aboutir à une telle description, il est toutefois nécessaire de procéder à une simplification des équations 1.36, 1.39 et 1.41. Nous considérons pour cela l'approximation introduite par Cowling (1941), également connue sous le nom d'approximation de Cowling. Celle-ci consiste à négliger la perturbation associée au potentiel gravitationnel dans le système d'équations cité plus haut, soit $\Phi' = 0$. Notons que cette approximation est d'autant plus exacte que le degré l ou l'ordre radial [9] n sont élevés. En accord avec l'approximation de Cowling, nous pouvons alors réécrire les équations 1.36 et 1.39 de la façon suivante :

$$\frac{\mathrm{d}\xi_r}{\mathrm{d}r} = -\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{\Gamma_1}H_p^{-1}\right)\xi_r + \frac{1}{\rho c_\mathrm{s}^2}\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right)p', \tag{1.42}$$

$$\frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}r} = \rho\left(\omega^2 - N^2\right)\xi_r - \frac{1}{\Gamma_1}H_p^{-1}p', \tag{1.43}$$

où le terme H_p^{-1} correspond à l'inverse de la hauteur d'échelle de pression [10]. Supposons à présent que la dépendance radiale des quantités perturbées est beaucoup plus

9. Une définition de l'ordre radial sera donnée dans la suite de ce chapitre.

10. La hauteur d'échelle de pression, H_p, représente la distance sur laquelle la pression varie d'un facteur e. En toute logique, nous avons donc que :

$$H_p^{-1} = -\frac{1}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = -\frac{\mathrm{d}\ln p}{\mathrm{d}r}$$

grande que celle des quantités à l'équilibre. Nous pouvons ainsi négliger la dérivée de la pression par rapport à r, apparaissant à travers le terme H_p^{-1}, dans les équations 1.42 et 1.43 [11]. Finalement, nous obtenons que les équations 1.42 et 1.43 s'expriment, de façon simplifiée, suivant :

$$\frac{\mathrm{d}\xi_r}{\mathrm{d}r} = \frac{1}{\rho c_\mathrm{s}^2}\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right) p', \tag{1.44}$$

$$\frac{\mathrm{d}p'}{\mathrm{d}r} = \rho\left(\omega^2 - N^2\right)\xi_r. \tag{1.45}$$

En combinant ces deux dernières équations, nous aboutissons à une équation différentielle du second ordre pour ξ_r, soit :

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi_r}{\mathrm{d}r^2} = \frac{\omega^2}{c_\mathrm{s}^2}\left(1 - \frac{N^2}{\omega^2}\right)\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right)\xi_r. \tag{1.46}$$

Ainsi, nous constatons que cette expression fait intervenir les deux fréquences caractéristiques, S_l et N, établies précédemment en équations 1.38 et 1.40. Celles-ci présentent donc un intérêt particulier dans l'étude du comportement des différents modes d'oscillations stellaires, à travers l'analyse de l'équation 1.46. Rappelons que les fréquences caractéristiques S_l et N correspondent respectivement aux fréquences de Lamb et de Brunt-Väisälä. Une interprétation physique de la fréquence de Lamb peut être donnée en considérant les oscillations stellaires comme des ondes planes. Par simple analogie avec l'équation 1.30, la composante horizontale du nombre d'onde est définie telle que :

$$k_\mathrm{h}^2 = \frac{l\,(l+1)}{r^2} \quad \text{et} \quad S_l^2 = k_\mathrm{h}^2\, c_\mathrm{s}^2. \tag{1.47}$$

L'inverse de la fréquence de Lamb est donc assimilé au temps nécessaire à l'onde sonore pour se propager sur une distance de k_h^{-1}. Concernant la fréquence de Brunt-Väisälä, celle-ci correspond à la fréquence d'une parcelle de fluide oscillant verticalement autour de sa position d'équilibre sous l'effet de la pesanteur et de la poussée d'Archimède [12].

Nous souhaitons à présent procéder à une analyse locale de l'équation des oscillations adiabatiques non radiales afin de décrire le comportement des modes d'oscillations. Nous réécrivons pour cela l'équation 1.46 sous la forme suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2\xi_r}{\mathrm{d}r^2} = -K_\mathrm{s}(r)\,\xi_r. \tag{1.48}$$

Le comportement locale de la solution va alors dépendre du signe de K_s, dont l'expression est donnée par :

$$K_\mathrm{s}(r) = \frac{\omega^2}{c_\mathrm{s}^2}\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right)\left(\frac{S_l^2}{\omega^2} - 1\right). \tag{1.49}$$

En particulier, la solution adopte un comportement oscillant dans les régions de l'étoile où $K_\mathrm{s} > 0$, correspondant ainsi à l'une ou l'autre des conditions suivantes :

o1)	$\omega^2 > N^2$	et	$\omega^2 > S_l^2$,
o2)	$\omega^2 < N^2$	et	$\omega^2 < S_l^2$.

11. En première approximation, nous négligerons également le terme $2/r$ dans l'équation 1.42.

12. L'expression *buoyancy frequency* est alors couramment utilisée en anglais pour désigner la fréquence de Brunt-Väisälä.

À l'inverse, cette dernière présente un comportement exponentiel lorsque $K_{\rm s} < 0$, c'est-à-dire pour l'une ou l'autre des conditions suivantes :

$$\begin{aligned} &\text{e1)} \quad N^2 < \omega^2 < S_l^2, \\ &\text{e2)} \quad S_l^2 < \omega^2 < N^2. \end{aligned}$$

À partir de cette analyse, nous constatons que les conditions o1) et o2) définissent les régions de propagation des différents modes d'oscillations stellaires. Notons que, en dehors de ces régions, les modes d'oscillations ne peuvent plus se propager. En effet, les conditions e1) et e2) impliquent plus particulièrement une décroissance exponentielle de la solution avec la distance d'éloignement d'une région de propagation donnée. Les modes sont alors dits évanescents dans les régions où $K_{\rm s} < 0$. De ce fait, les régions de propagation citées plus haut correspondent à des zones de piégeage des modes dont les limites sont fixées par la condition $K_{\rm s} = 0$. Ces régions sont représentées en figure 1.3 pour un modèle standard du Soleil. Il s'agit ici d'un diagramme de propagation où les fréquences caractéristiques N et S_l sont tracées en fonction de la distance par rapport au centre. En nous basant sur le comportement de ces fréquences, nous distinguons les modes suivant deux classes bien distinctes, à savoir :

- les modes p, de haute fréquence, satisfaisant la condition o1) ;
- les modes g, de basse fréquence, satisfaisant la condition o2).

Les propriétés associées à ces deux types de modes peuvent donc être discutées de façon indépendante dans la suite de cette section.

Les modes p, ou modes de pression, sont assimilés à des ondes acoustiques stationnaires dont la force de rappel est dominée par la pression. Comme indiqué en figure 1.3, les modes de pression sont emprisonnés à l'intérieur d'une zone délimitée par la surface de l'étoile et un point tournant $r = r_t$. En ce point, nous avons alors une condition sur la fréquence de Lamb telle que $S_l(r_t) = \omega$. À partir de l'équation 1.38, nous pouvons donc établir une expression du point tournant r_t en fonction du degré l et de la fréquence ω. Nous obtenons ainsi que :

$$\frac{c_{\rm s}^2(r_{\rm t})}{r_{\rm t}^2} = \frac{\omega^2}{l\,(l+1)}. \tag{1.50}$$

Par ailleurs, le comportement des modes acoustiques peut être compris simplement en considérant ces derniers comme des ondes planes. La relation de dispersion associée est donnée par $\omega^2 = c_{\rm s}^2\,|\vec{k}|^2$ avec $|\vec{k}|$ la norme du vecteur d'onde définie suivant :

$$|\vec{k}|^2 = k_r^2 + k_{\rm h}^2. \tag{1.51}$$

En utilisant la relation de dispersion et en remplaçant le terme $k_{\rm h}^2$ par son expression établie en équation 1.47, nous pouvons tout d'abord écrire que :

$$\frac{\omega^2}{c_{\rm s}^2} = k_r^2 + \frac{l\,(l+1)}{r^2}. \tag{1.52}$$

Cette dernière expression peut finalement être réécrite de façon à isoler la composante radiale du nombre d'onde tout en faisant apparaitre la fréquence de Lamb, d'où :

$$k_r^2 = \frac{1}{c_{\rm s}^2}\left(\omega^2 - S_l^2\right). \tag{1.53}$$

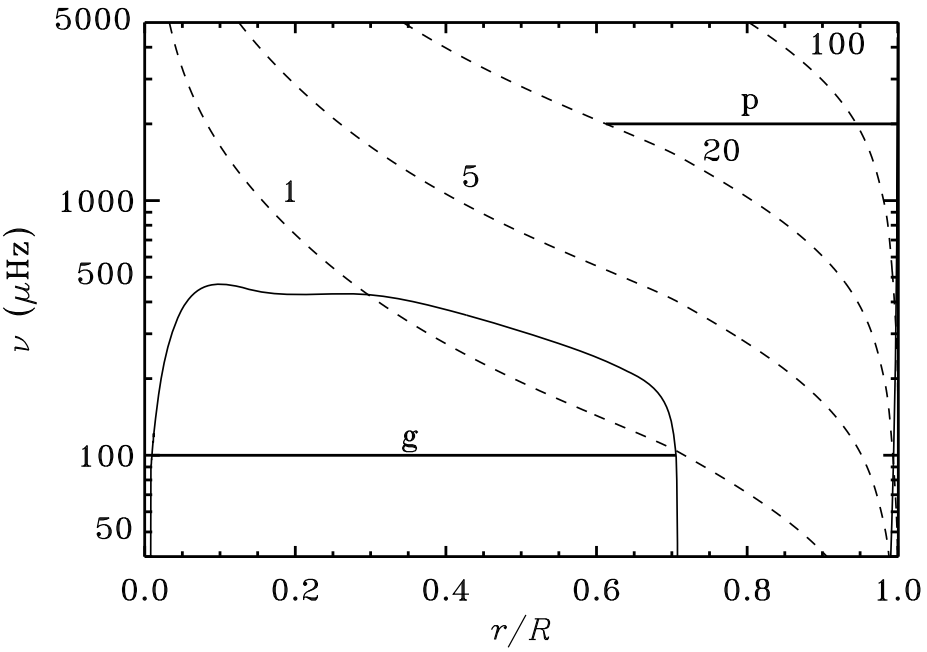


FIGURE 1.3 – Diagramme de propagation pour un modèle standard du Soleil. La ligne continue et les lignes pointillées représentent respectivement l'évolution de la fréquence de Brunt-Väisälä et de la fréquence de Lamb, calculée pour différentes valeurs du degré, en fonction de la fraction réduite du rayon. Les lignes horizontales indiquent les régions de piégeage associées respectivement à un mode g de fréquence $\nu = 100\,\mu$Hz et à un mode p de fréquence $\nu = 2\,000\,\mu$Hz et de degré $l = 20$. Figure tirée de Aerts et al. (2010).

Pour les modes de pression, l'approximation $\omega^2 \gg N^2$ s'applique à l'expression de K_s établie en équation 1.49. Nous obtenons alors une relation identique à celle déterminée pour les ondes planes, confirmant ainsi la validité de l'équation 1.49 dans ce cas limite, soit :

$$\boxed{K_{\rm s}(r) \simeq \frac{1}{c_{\rm s}^2}\left(\omega^2 - S_l^2\right).} \tag{1.54}$$

Suivant cette approximation, nous constatons que le comportement des modes de pression est régi exclusivement par l'évolution de la vitesse du son en fonction de la distance par rapport au centre de l'étoile. De plus, nous voyons directement à partir de l'équation 1.54 que K_s augmente avec la fréquence ω. Il suit que le nombre de zéros dans la solution ξ_r augmente également avec la fréquence [13]. Nous introduisons ainsi l'ordre radiale n représentant le nombre de nœuds d'un mode d'oscillation suivant la direction radiale, soit le nombre de zéros dans ξ_r. Autrement dit, dans le cas des modes de pression, la fréquence augmente avec l'ordre n des modes. Les figures 1.4 et 1.5a fournissent

13. En effet, dans les régions de piégeage des modes, la solution peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\xi_r \sim \cos\left(\int K_{\rm s}^{1/2}{\rm d}r + \phi\right)$$

avec $K_s > 0$, en accord avec les conditions o1) et o2), et la phase ϕ déterminée à partir des conditions aux limites. En toute logique, la solution oscillent d'autant plus rapidement suivant r que la valeur de K_s est élevée. Le nombre de zéros dans ξ_r augmente donc avec la valeur de K_s.

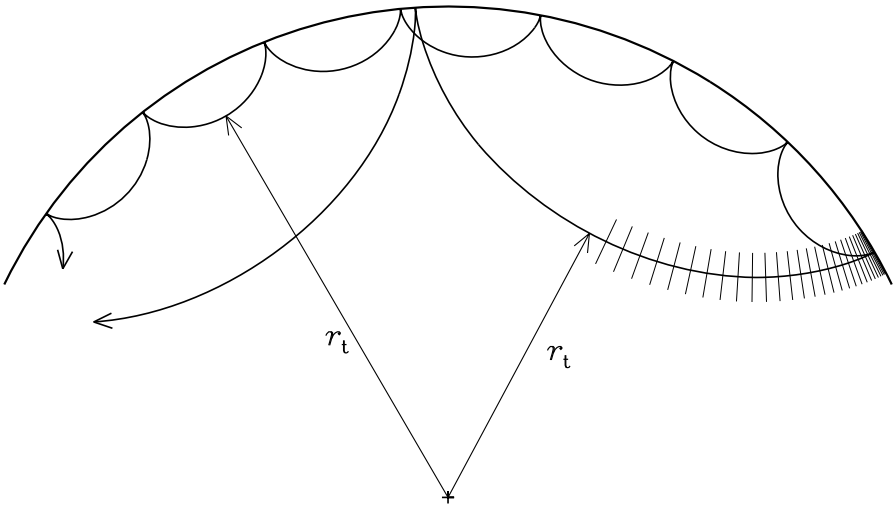


FIGURE 1.4 – Représentation graphique de la propagation d'ondes acoustiques à l'intérieur d'une étoile. Les deux rayons correspondent à des modes de fréquence $\nu = 3\,000\,\mu$Hz et de degrés respectifs $l = 30$ et 100, du plus au moins pénétrant, en accord avec l'équation 1.50. Les fronts d'onde associés au rayon le plus pénétrant, $l = 30$, sont indiqués par les différents segments tracés perpendiculairement à celui-ci. Figure tirée de Aerts et al. (2010).

une représentation graphique particulièrement adaptée à la visualisation de la propagation des ondes acoustiques à l'intérieur de l'étoile. Notamment, la figure 1.4 montre la propagation des ondes sonores associées à deux modes de fréquence identique mais de degrés différents. En raison de l'augmentation de la vitesse du son vers le centre de l'étoile, les parties les plus internes du front d'onde vont se propager plus rapidement que celles les plus externes. La trajectoire suivie par le rayon va alors s'incurver peu à peu au cours de sa propagation vers l'intérieur de l'étoile, comme illustré en figure 1.4. Nous retrouvons ici un comportement analogue à celui d'un rayon lumineux traversant deux milieux d'indices de réfraction différents [14]. Un tel comportement est en total accord avec l'équation 1.53, laquelle prévoit une diminution de la composante radiale du nombre d'onde lorsque la vitesse du son augmente. De plus, l'onde acoustique se propage horizontalement en son point de réflexion, r_t, correspondant au point tournant précédemment défini. En ce point, nous avons donc que $k_r = 0$. Suivant cette dernière condition, nous avons en toute logique que la relation de dispersion établie en équation 1.52 aboutit à l'expression du point tournant définie en équation 1.50.

Dans le cas des modes g, ou modes de gravité, la force de rappel considérée est la poussée d'Archimède. Ceux-ci s'apparentent à des ondes internes de gravité se propageant dans un milieu stratifié sous l'effet de la gravité. Pour les étoiles de type solaire, ces modes sont confinés à l'intérieur de la zone radiative, soit en deçà de $\sim 0{,}7 R_\odot$ dans le cas du Soleil. En effet, comme indiqué en figure 1.3, la région de piégeage des modes de gravité est délimitée par deux points tournants définies suivant la condition $N = \omega$. De ce fait, les modes de gravité sont particulièrement sensibles aux conditions régnant au cœur de l'étoile. Un exemple de propagation associée à ce type de modes est montré en figure 1.5b suivant une représentation identique à celle adoptée précédemment pour les modes de pression. Notons que, pour les modes de gravité, nous pouvons appliquer

14. Dans le cas de la lumière, nous avons bien évidemment affaire aux Lois de Snell-Descartes.

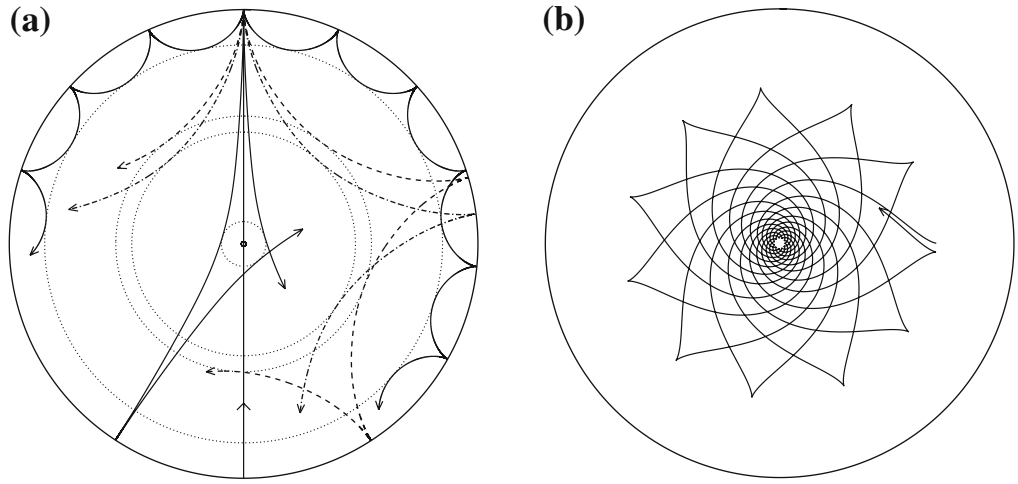


FIGURE 1.5 – Représentation graphique de la propagation d'ondes acoustiques (a) et d'ondes internes de gravité (b) pour un modèle standard du Soleil. À droite : rayons correspondant à des modes acoustiques de fréquence $\nu = 3\,000\,\mu$Hz et de degrés respectifs $l = 2$, 20, 25 et 75, du plus au moins pénétrant, en accord avec l'équation 1.50. Le rayon coupant à travers le centre de l'étoile illustre, de façon schématique, le comportement d'un mode radial de degré $l = 0$. Les cercles en pointillé fournissent la position des points de réflexion associés à chacun des modes indiqués ci-dessus. À gauche : rayon correspondant à un mode de gravité, de fréquence $\nu = 190\,\mu$Hz et de degré $l = 5$, confiné à l'intérieur de la zone radiative. Figure tirée de Cunha et al. (2007).

l'approximation $\omega^2 \ll S_l^2$ à l'expression de K_s établie en équation 1.49, soit :

$$K_{\rm s}(r) \simeq \frac{l\,(l+1)}{r^2}\left(\frac{N^2}{\omega^2} - 1\right). \tag{1.55}$$

Il découle de cette dernière relation que la dynamique des modes de gravité est dominée par l'évolution de la fréquence de Brunt-Väisälä avec la distance par rapport au centre de l'étoile. Par ailleurs, en considérant les modes de gravité comme des ondes planes [15], une expression identique à celle de K_s peut être déterminée pour la composante radiale du nombre d'onde (Aerts et al., 2010), soit $K_s \equiv k_r^2$. Ce résultat confirme à nouveau la validité de l'équation 1.49, cette fois-ci dans le cas limite où $\omega^2 \ll S_l^2$. Finalement, d'après l'équation 1.55, nous constatons que K_s augmente lorsque la fréquence diminue. Autrement dit, à l'inverse des modes de pression, la fréquence diminue lorsque l'ordre n des modes de gravité augmente.

Finalement, une représentation graphique permettant de distinguer ces deux classes de modes consiste à tracer un diagramme (l, ν) tel que, par exemple, celui montré à gauche de la figure 1.6. Ce dernier a été calculé pour un modèle standard du Soleil. Chaque ligne correspond alors à une même valeur de l'ordre radial, n, quelque soit la valeur du degré. Ainsi, nous constatons que l'évolution de la fréquence en fonction de l'ordre et du degré diffère suivant le type de modes considéré. Nous retrouvons plus

15. La relation de dispersion associée à une onde interne de gravité est alors donnée par :

$$\omega^2 = \frac{N^2}{1 + k_r^2/k_{\rm h}^2}.$$

particulièrement que, pour les modes de pression, la fréquence augmente avec l'ordre des modes. À l'inverse, celle-ci diminue pour les modes de gravité sauf si la valeur de l'ordre est prise telle que $n < 0$, par convention. Notons que la poussée d'Archimède implique une différence de masse volumique entre deux points situés à la même profondeur. Rappelons également que les oscillations radiales sont par définition de symétrie sphérique du fait que $l = 0$. Comme nous pouvons le voir sur le diagramme théorique de la figure 1.6, il n'y a donc pas de modes de gravité associés au degré $l = 0$. Sur cette même figure, nous avons ajouté le diagramme (l, ν) obtenu à partir des observations de l'instrument SOI/MDI [16], embarqué à bord de la sonde spatiale SOHO [17], sur une période d'environ 60 jours [18]. Une trentaine de crêtes y sont visibles, correspondant aux courbes prévues pour les modes acoustiques par le diagramme théorique.

16. Solar Oscillations Investigation/Michelson Doppler Imager.
17. Solar and Heliospheric Observatory.
18. http://soi.stanford.edu/papers/One.Year/figures.html

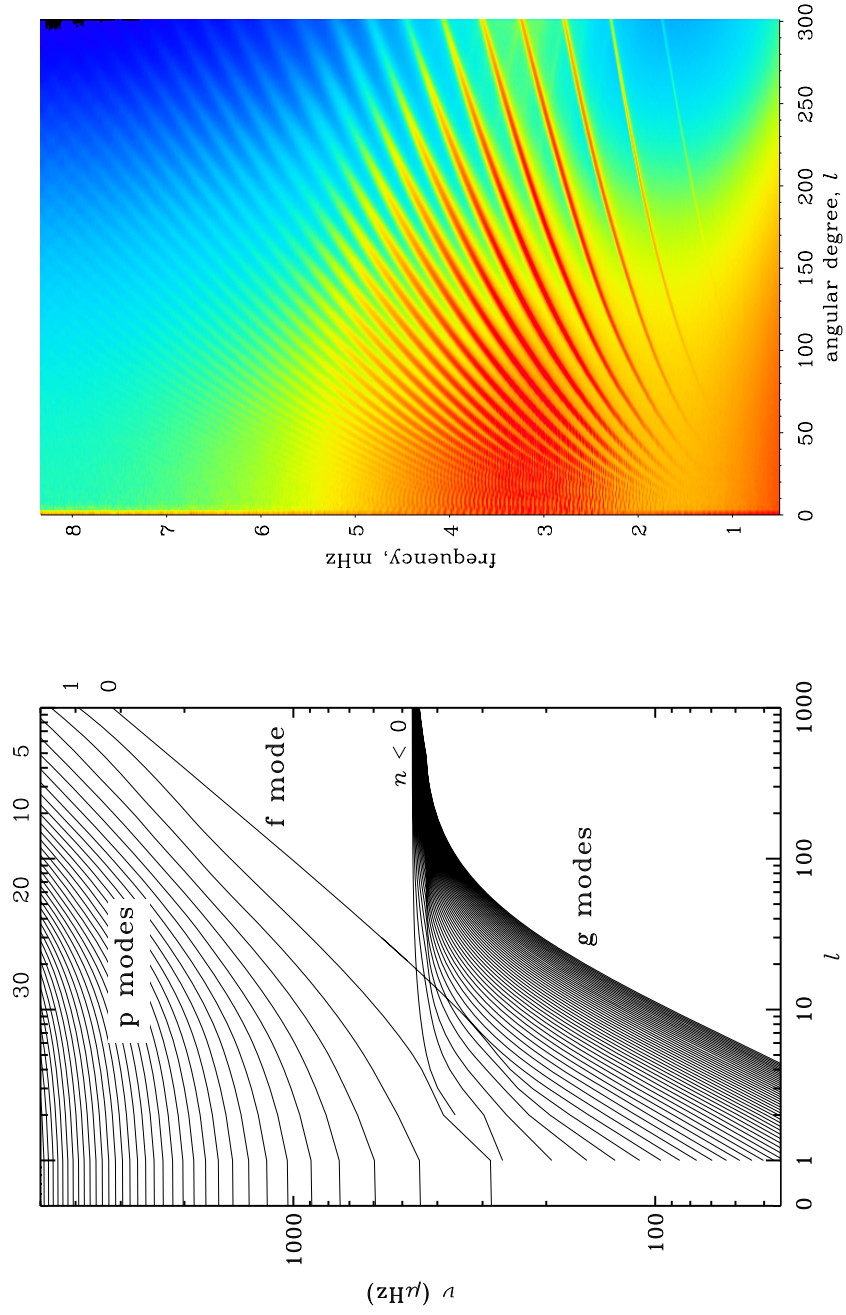


FIGURE 1.6 – Diagrammes (l, ν) obtenus pour un modèle standard du Soleil (gauche) et à partir d'observations effectuées par l'instrument SOI/MDI (droite). À gauche : les lignes continues correspondent à différentes valeurs de l'ordre radial, n, dont certaines sont indiquées sur le bord supérieur droit de la figure pour les modes de pression. Par convention, l'ordre des modes de gravité est pris tel que $n < 0$ avec $|n|$ augmentant du haut vers le bas. Seules les lignes associées aux modes de gravité d'ordre radial $|n| < 50$ ont été tracées. Figure tirée de Aerts et al. (2010). À droite : les crêtes correspondent à différentes valeurs de l'ordre radial pour les modes de pression. Celle de faible intensité située en bas à droite indique les modes fondamentaux d'ordre $n = 0$, lesquels sont également représentés sur le diagramme théorique.

1.5 Analyse asymptotique des oscillations stellaires

Nous avons vu précédemment que le comportement des modes d'oscillations pouvait être décrit à partir d'une simple équation différentielle du second ordre, telle que définie en équation 1.46. Dans le cas des étoiles de type solaire, la condition $n \gg l$ permet une analyse asymptotique de l'équation 1.46 menant à diverses relations entre la fréquence des modes d'oscillations et les caractéristiques de la structure interne.

Pour commencer, nous présentons ici les principales étapes conduisant à l'expression asymptotique des modes de pression. Une première étape consiste à considérer une zone de piégeage comprise entre deux points, r_1 et r_2, telle que $K_\mathrm{s} > 0$ à l'intérieur et $K_\mathrm{s} < 0$ en dehors. La méthode JWKB [19] appliquée à l'équation 1.48 nous permet alors d'écrire que :

$$\int_{r_1}^{r_2} K_\mathrm{s}(r)^{1/2}\,\mathrm{d}r \;=\; \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi \tag{1.56}$$

où n est un nombre entier correspondant à l'ordre radial. De plus, nous avons d'après l'équation 1.54 que K_s dépend de la fréquence ω. Il est donc évident que les fréquences des modes piégés entre les points r_1 et r_2 peuvent être déterminées à partir de l'équation 1.56. Pour les modes de pression, nous avons vu précédemment que la région de piégeage était délimitée par un point tournant, $r_1 = r_t$, et la surface, $r_2 = R$. En remplaçant le terme K_s par son expression établie en équation 1.54, nous obtenons directement que :

$$\int_{r_t}^{R} \left(\omega^2 - S_l^2\right)^{1/2} \frac{\mathrm{d}r}{c_\mathrm{s}} \;=\; \left(n + \alpha\right)\pi \tag{1.57}$$

où $\alpha = \alpha(\omega)$ est une fonction de la fréquence dépendant des conditions régnant dans les couches les plus externes de l'étoile (Christensen-Dalsgaard & Perez Hernandez, 1992). À partir de l'équation 1.57, il est alors possible de retrouver la relation empirique mise en évidence par Duvall (1982) pour le Soleil, laquelle s'exprime sous la forme suivante :

$$F\left(\frac{\omega}{L}\right) = \frac{\left(n + \alpha\right)\pi}{\omega} \tag{1.58}$$

avec $L = \sqrt{l\,(l+1)}$. Ainsi, cette dernière relation est couramment désignée en tant que loi de Duvall [20]. Afin d'établir l'approximation asymptotique des modes de pression, une deuxième étape consiste à développer l'intégrale en équation 1.57 à partir des conditions suivantes :

$$K_\mathrm{s}(r) \;=\; \begin{cases} \omega^2/c_\mathrm{s}^2 & \text{pour} \quad r_\star \ll r \lesssim R, \\ \dfrac{\omega^2}{c_\mathrm{s}^2}\left(1 - \dfrac{S_l^2}{\omega^2}\right) & \text{pour} \quad r_t \leq r \lesssim r_\star. \end{cases} \tag{1.59}$$

Rappelons que pour les modes de pression d'ordre élevé et de degré bas, $n \gg l$, le point tournant r_t est très proche du centre de l'étoile. L'approximation $S_l^2/\omega^2 \ll 1$ s'applique donc partout excepté à proximité du centre, près du point tournant r_t. Il nous faut de

19. Une description détaillée de la méthode JWKB (pour Jeffreys, Wentzel, Kramers et Brillouin) est fournie par Gough (2007).

20. Par simple identification avec l'équation 1.57, nous pouvons écrire la loi de Duvall comme suit :

$$F\left(\frac{\omega}{L}\right) = \int_{r_t}^{R} \left(1 - \frac{L^2 c_\mathrm{s}^2}{\omega^2 r^2}\right)^{1/2} \frac{\mathrm{d}r}{c_\mathrm{s}}.$$

ce fait définir une position $r_\star$ séparant la zone de piégeage des modes suivant la validité de cette approximation. Nous obtenons ainsi deux conditions sur K_s, telles que données en équation 1.59. En développant l'intégrale suivant ces conditions, nous pouvons écrire que :

$$\int_{r_t}^{R} K_{\rm s}(r)^{1/2}\,{\rm d}r \;=\int_{r_t}^{r_\star}\frac{\omega}{c_{\rm s}}\left(1-\frac{L^2c_{\rm s}^2}{\omega^2\,r^2}\right)^{1/2}{\rm d}r+\int_{r_\star}^{R}\frac{\omega}{c_{\rm s}}\,{\rm d}r. \tag{1.60}$$

Notons que la vitesse du son est quasi constante à proximité du centre de l'étoile, soit $c_{\rm s}(r)=c_{\rm s}(0)$ pour $r\lesssim r_\star$. Il suit que, dans l'expression ci-dessus, la première intégrale du membre de droite peut être déterminée en appliquant simplement le changement de variable $x=L\,c_0/\omega\,r$, avec $c_0\equiv c_{\rm s}(0)$. Pour cette intégrale[21], nous trouvons alors que :

$$\int_{r_t}^{r_\star}\frac{\omega}{c_{\rm s}}\left(1-\frac{L^2c_{\rm s}^2}{\omega^2\,r^2}\right)^{1/2}{\rm d}r\;\simeq\;-L\left(\frac{\pi}{2}-\frac{r_\star}{r_t}\right) \tag{1.61}$$

avec $r_t=L\,c_0/\omega$, par définition du point tournant. De plus, en considérant à nouveau que $c_{\rm s}(r)=c_0$ pour $r\lesssim r_\star$, nous avons une approximation du rapport $r_\star/r_t$ telle que :

$$\frac{r_\star}{r_t}\;\simeq\;\frac{\omega}{L}\int_0^{r_\star}\frac{{\rm d}r}{c_{\rm s}}. \tag{1.62}$$

Nous pouvons finalement injecter en équation 1.60 les expressions des intégrales établies en équations 1.56 et 1.61. L'expression asymptotique des modes de pression s'écrit alors, sous sa forme intermédiaire, suivant :

$$\omega\int_0^R\frac{{\rm d}r}{c_{\rm s}}-L\,\frac{\pi}{2}\;\simeq\;\big(n+\alpha\big)\,\pi. \tag{1.63}$$

Il découle de cette dernière expression que les fréquences ν des modes de pression sont données directement en fonction de l'ordre radial, n, et du degré, l, d'après la relation suivante :

$$\boxed{\nu_{n,l}=\frac{\omega_{n,l}}{2\pi}\simeq\left(n+\frac{l}{2}+\frac{1}{4}+\alpha\right)\Delta\nu} \tag{1.64}$$

laquelle correspond à l'approximation asymptotique, au premier ordre, telle que fournie par Tassoul (1980, 1990). Notons que le terme L a été remplacé par $l+1/2$ en équation

21. D'après la définition du point tournant, établie en équation 1.50, nous avons que $x=r_t/r$ avec $r_t=L\,c_0/\omega$. Les bornes associées à la nouvelle variable d'intégration sont donc égales à 1 et $r_t/r_\star\equiv x_\star$, respectivement pour r_t et $r_\star$. En équation 1.60, la première intégrale du membre de droite est ainsi donnée par :

$$\begin{aligned}L\int_{r_t}^{r_\star}\frac{\omega r}{Lc_0}\left(1-\frac{L^2c_0^2}{\omega^2\,r^2}\right)^{1/2}\frac{{\rm d}r}{r}\;&=-L\int_1^{x_\star}\big(1-x^2\big)^{1/2}\,\frac{{\rm d}x}{x^2}\\&=-L\left[-\frac{\sqrt{1-x_\star^2}}{x_\star}-\arcsin(x_\star)+\frac{\pi}{2}\right]\\&\simeq-L\left[-\frac{1}{x_\star}+\frac{\pi}{2}\right].\end{aligned}$$

Le passage de la deuxième à la troisième ligne nécessite que $r_\star$ soit suffisamment grand devant r_t pour considérer $x_\star\ll 1$.

1.64, plutôt que par son expression standard [22]. De plus, l'approximation asymptotique fait intervenir la grande séparation, $\Delta\nu$, dont l'expression est donnée directement par :

$$\boxed{\Delta\nu = \left[2 \int_0^R \frac{\mathrm{d}r}{c_\mathrm{s}} \right]^{-1}.} \tag{1.65}$$

Cette dernière grandeur représente ainsi l'inverse du temps nécessaire à l'onde sonore, se propageant à une vitesse c_s, pour effectuer un aller-retour entre le centre et la surface de l'étoile. Afin d'être exhaustif, nous rappelons l'expression asymptotique obtenue par Tassoul (1980) pour les modes de gravité, soit :

$$\Pi_{n,l} = \frac{\Pi_0}{\sqrt{l\,(l+1)}} \left(n + \epsilon \right) \quad \text{avec} \quad \Pi_0 = 2\pi^2 \left[\int_{r_1}^{r_2} N \frac{\mathrm{d}r}{r} \right]^{-1} \tag{1.66}$$

et ϵ une petite constante. Nous observons dans ce cas un espacement régulier en période, lequel décroit avec le degré l, entre modes d'ordres radiaux n consécutifs. De plus, la région de piégeage est délimitée par deux points tournants r_1 et r_2, à l'intérieur de la zone radiative, comme illustré en Figure 1.5b.

Pour une même valeur du degré l, l'équation 1.64 prédit un espacement régulier en fréquence entre modes d'ordres radiaux n consécutifs, soit $\Delta\nu_{n,l} = \nu_{n+1,l} - \nu_{n,l}$. Un tel motif peut dès lors être observé sur le spectre de puissance d'une étoile, comme montré en figure 1.7 pour le Soleil. Le spectre de puissance correspondant a été obtenu à partir des observations effectuées sur une période de 2,7 ans par le réseau de télescopes au sol BISON [23]. Il s'agit ici de mesures de vitesses radiales intégrées sur le disque solaire. Le Soleil est donc perçu comme une étoile dont le spectre de puissance est dominé par les modes acoustiques de bas degrés, $l \leq 4$. Une structure caractéristique des oscillations de type solaire est alors visible sur le spectre, en accord avec l'équation 1.64. Par ailleurs, cette dernière équation implique que les modes partageant la même valeur de $n + l/2$ ont une fréquence identique, soit $\nu_{n,l} = \nu_{n-1,l+2}$. Notons toutefois qu'un développement au deuxième ordre de l'approximation asymptotique des modes acoustiques permet de lever cette dégénérescence (Gough, 1993). Il existe de ce fait une petite séparation entre ces modes adjacents, visible en figure 1.8, telle que $\delta\nu_{n,l} = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l+2}$. La figure 1.8 présente une section du spectre de puissance du Soleil obtenu à partir des observations de l'instrument VIRGO [24], embarqué à bord de la sonde spatiale SOHO. Les oscillations sont ici détectées en mesure d'intensité sur l'intégralité du disque solaire. Afin de mettre en évidence les principales caractéristiques du spectre de puissance, il est utile de tracer la fréquence des modes en fonction de la quantité ν mod $\langle\Delta\nu\rangle$. Cela revient à découper le spectre en portions de longueur moyenne $\langle\Delta\nu\rangle$ et à les superposer les unes au-dessus des autres (Grec et al., 1983). On désigne alors couramment ce type de représentation en tant que diagramme échelle, dont un exemple est fourni en figure 1.9 pour le Soleil. Ce diagramme échelle a été construit en utilisant les données issues du réseau de télescopes au sol GONG [25]. Il autorise une

22. En effet, l'expression $L = \sqrt{l\,(l+1)}$ n'est pas valable pour les modes radiaux de degré $l = 0$ en raison des conditions spécifiques régnant au centre de l'étoile. Celle-ci s'applique toutefois aux modes de degrés plus élevés du fait que nous avons $\sqrt{l\,(l+1)} \simeq l + 1/2 + \mathcal{O}(l^{-1})$ pour $l \gtrsim 1$.
23. Birmingham Solar Oscillations Network.
24. Variability of Solar Irradiance and Gravity Oscillations.
25. Global Oscillation Network Group.

visualisation directe des différentes séparations définies ci-dessus. Nous avons entre autres une valeur moyenne de la grande séparation pour le Soleil de $\langle \Delta\nu \rangle \simeq 135\,\mu$Hz tandis que la petite séparation $\delta\nu_0$ entre les modes de degrés 0 et 2 est de l'ordre de $10\,\mu$Hz. Cette dernière est particulièrement visible sur le diagramme échelle et peut également être vue sur une section du spectre de puissance, comme indiqué en figure 1.8. À partir de ces deux séparations, $\Delta\nu$ et $\delta\nu$, il est finalement possible d'estimer les paramètres fondamentaux de l'étoile considérée. En effet, la grande séparation est sensible aux dimensions caractéristiques de l'étoile, à travers son expression établie en équation 1.65, tandis que la petite séparation dépend principalement de l'abondance centrale en hydrogène et donc de l'état évolutif de l'étoile (Christensen-Dalsgaard, 1993). Rappelons que la vitesse du son intervenant en équation 1.65 est définie telle que $c_\mathrm{s} \propto (p/\rho)^{1/2}$ avec, en toute logique, la masse volumique $\rho \propto M/R^3$. Concernant la pression, à partir de l'équation 1.9 et de la définition du potentiel gravitationnel impliquant $g \propto M/R^2$, nous avons alors que $p \propto M^2/R^4$. Finalement, nous pouvons démontrer que la grande séparation est proportionnelle à la masse volumique moyenne de l'étoile d'après :

$$\Delta\nu \propto \left(\frac{M}{R^3}\right)^{1/2}. \tag{1.67}$$

Nous introduisons également le paramètre ν_max associé à la fréquence du maximum de puissance des oscillations. Suivant le formalisme développé par Deubner & Gough (1984), nous avons que le comportement des modes d'oscillations peut être décrit d'après :

$$K(r) = \frac{1}{c_\mathrm{s}^2}\left[S_l^2\left(\frac{N^2}{\omega^2}-1\right)+\omega^2-\omega_\mathrm{c}^2\right] \quad \text{avec} \quad \omega_\mathrm{c} = \frac{c_\mathrm{s}}{2H_p}. \tag{1.68}$$

Ce dernier terme correspond à la fréquence de coupure acoustique, laquelle s'avère être proportionnelle à la fréquence du maximum de puissance des oscillations (Belkacem et al., 2011). Par conséquent, nous pouvons tout d'abord écrire que $\nu_\mathrm{c} \propto \nu_\mathrm{max}$. À partir de la définition de la hauteur d'échelle de pression et de l'équation 1.9, nous avons que $H_p^{-1} \propto \rho\, g/p$. Près de la surface, la loi des gaz parfaits s'applique, d'où $p/\rho \propto T_\mathrm{eff}$. Il suit que la vitesse adiabatique du son est telle que $c_\mathrm{s}^2 \propto T_\mathrm{eff}$. Nous pouvons dès lors écrire que $H_p \propto T_\mathrm{eff}/g$ et donc que $\nu_\mathrm{c} \propto g/\sqrt{T_\mathrm{eff}}$. En toute logique, la fréquence de coupure acoustique dépend des conditions régnant à la surface de l'étoile. Finalement, l'expression reliant la fréquence du maximum de puissance des oscillations aux paramètres stellaires est donnée par :

$$\nu_\mathrm{max} \propto \frac{M}{R^2\sqrt{T_\mathrm{eff}}}. \tag{1.69}$$

En combinant les expressions respectives de la grande séparation et de ce dernier paramètre, nous pouvons écrire les deux relations suivantes pour la masse et le rayon, soit :

$$\frac{M}{M_\odot} = \left(\frac{\nu_\mathrm{max}}{\nu_\mathrm{ref}}\right)^3\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\mathrm{ref}}\right)^{-4}\left(\frac{T_\mathrm{eff}}{T_{\mathrm{eff},\odot}}\right)^{3/2}, \tag{1.70}$$

$$\frac{R}{R_\odot} = \left(\frac{\nu_\mathrm{max}}{\nu_\mathrm{ref}}\right)\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_\mathrm{ref}}\right)^{-2}\left(\frac{T_\mathrm{eff}}{T_{\mathrm{eff},\odot}}\right)^{1/2}. \tag{1.71}$$

Celles-ci sont couramment désignées sous le nom de lois d'échelle. Dans la suite de cette étude, nous avons adopté comme référence les valeurs de Mosser et al. (2013), à savoir

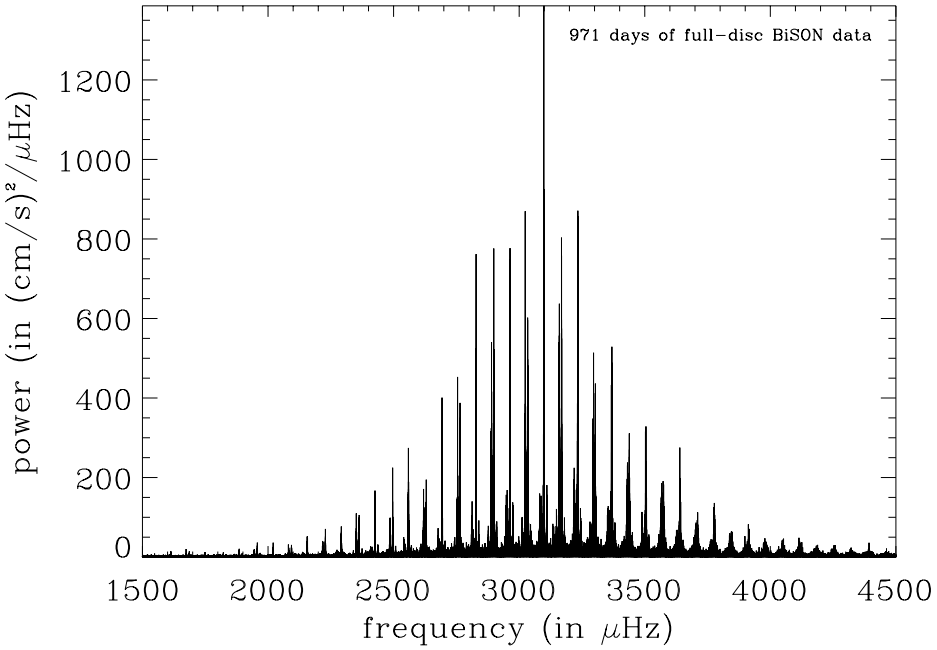


FIGURE 1.7 – Spectre de puissance du Soleil obtenu à partir d'observations effectuées par le réseau de télescopes au sol BISON. Chaque pic correspond à un mode acoustique de fréquence donnée formant une structure caractéristique des oscillations de type solaire. Le Soleil étant observé comme une étoile, seuls les modes de degrés $l \leq 4$ sont détectables. Ils correspondent aux modes se trouvant près de l'axe des ordonnées sur le diagramme (l, ν) du Soleil, en figure 1.6. Figure tirée du HDR de T. Appourchaux (2000).

$\nu_{\rm ref} = 3104\,\mu$Hz et $\Delta\nu_{\rm ref} = 138.8\,\mu$Hz, et la température effective du Soleil, c'est-à-dire $T_{\rm eff,\odot} = 5777\,$K. Il suit de ces deux relations que la mesure des paramètres $\Delta\nu$ et $\nu_{\rm max}$ fournit une estimation de la masse et du rayon à condition que la température effective de l'étoile soit connue. La détermination de la masse et du rayon ne dépendant pas des modèles d'évolution stellaire, on parle alors de méthode directe. Celle-ci a notamment été utilisée pour calculer la masse et le rayon de plusieurs centaines d'étoiles détectées avec le satellite Kepler (Chaplin et al., 2011, 2014).

En conclusion, l'identification des modes de pression sur le spectre de puissance de l'étoile permet une analyse détaillée de sa structure interne ainsi que la détermination de ses paramètres fondamentaux. Dans le cas particulier d'un système binaire, la signature caractéristique des deux composantes peut alors être observée sur le spectre, autorisant de ce fait une modélisation indépendante de chaque étoile. Par ailleurs, en considérant une origine commune pour les deux étoiles et en tenant compte de la dynamique d'un tel système, il est possible de vérifier la pertinence des résultats issus de la modélisation astérosismique. L'utilisation de ce type de systèmes dans le but de calibrer les modèles d'évolution stellaire existants est ainsi parfaitement envisageable.

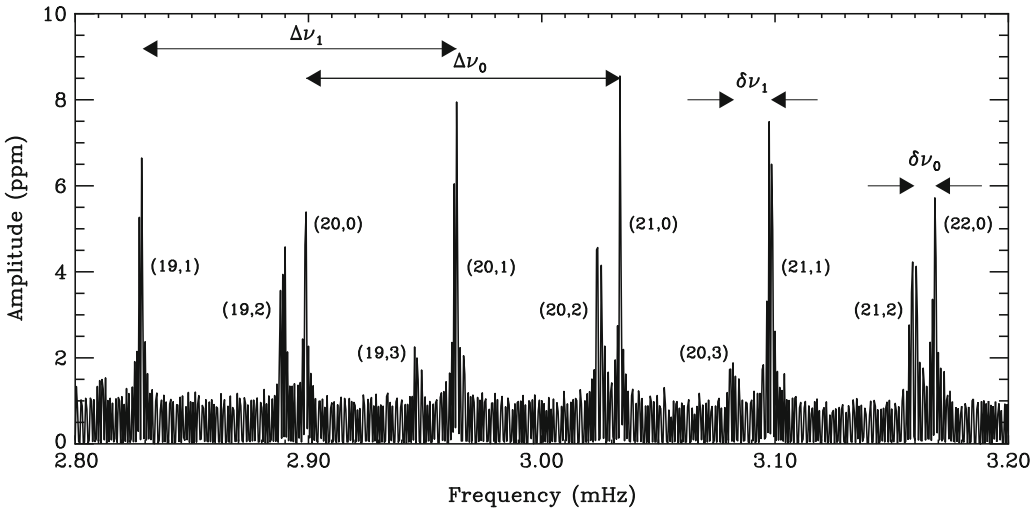


FIGURE 1.8 – Petite portion du spectre de puissance du Soleil obtenu à partir d'observations effectuées par l'instrument VIRGO. Chaque pic correspond ici à un mode de pression identifié par le couple de valeurs associées (n, l). La grande séparation, $\Delta\nu$, et la petite séparation, $\delta\nu$, sont également indiquées pour différents degrés l. Figure tirée de Bedding & Kjeldsen (2003).

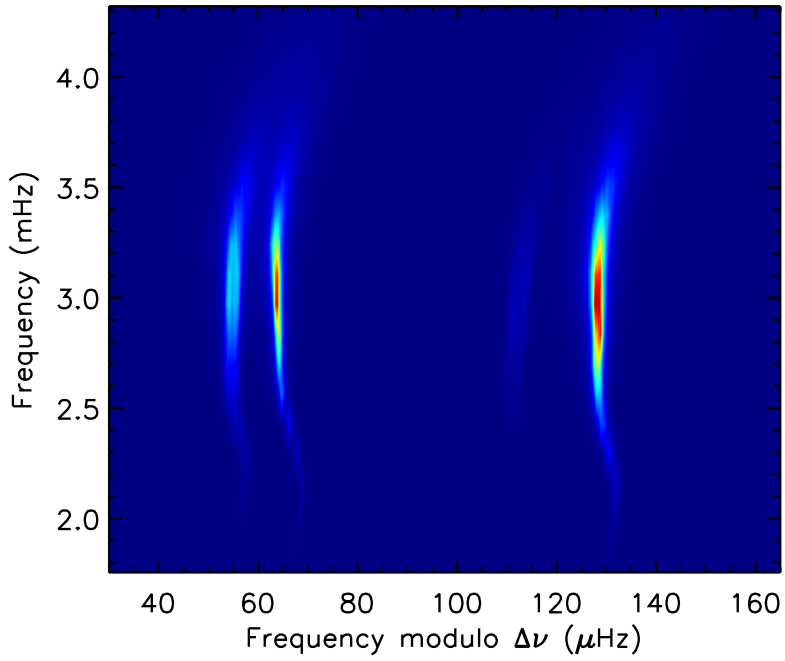


FIGURE 1.9 – Diagramme échelle du Soleil obtenu à partir des observations effectuées par le réseau de télescopes au sol GONG. La valeur de la grande séparation utilisée pour tracer le diagramme est de $\langle\Delta\nu\rangle = 135\,\mu$Hz. Les crêtes verticales correspondent à des modes de degré identique avec respectivement $l = 2$, 0, 3 et 1, de la gauche vers la droite. Par soucis de clarté, l'axe des abscisses a été décalé afin de centrer les crêtes sur le diagramme. Figure tirée de la thèse de S. Deheuvels (2010).

Chapitre 2

Aspects dynamiques des systèmes binaires

Sommaire

2.1 Généralités sur la loi universelle de la gravitation 29
2.2 Lien entre orbite relative et orbites barycentriques 32
2.3 Équation de Kepler : position en fonction du temps 34
2.4 Application aux binaires résolues spatialement 38
2.5 Application aux binaires spectroscopiques 43

Ce chapitre a pour objectif de détailler les différentes équations régissant la dynamique des systèmes binaires. Au cours de cette étude, nous allons considérer les étoiles du système comme deux corps sphériques dont les masses respectives sont concentrées au centre des sphères. Cette hypothèse repose toutefois sur la condition que les deux étoiles du système soient suffisamment éloignées l'une de l'autre pour ne pas interagir, excluant ainsi tout binaire de contact. Nous montrerons également comment ces équations permettent d'accéder aux paramètres physiques des systèmes binaires suivant la nature de leurs observations. Nous traiterons ici le cas des binaires résolues spatialement et des binaires spectroscopiques. Les principales références utilisées pour élaborer ce chapitre sont Heintz (1978), Hilditch (2001), Argyle (2004), Benacquista (2013), Horch (2013) et Bonneau et al. (2014).

2.1 Généralités sur la loi universelle de la gravitation

Il est utile de débuter notre étude de la dynamique des systèmes binaires par quelques rappels sur la loi de la gravitation telle que statuée en mécanique classique.

Considérons tout d'abord une force centrale F dirigée vers un point fixe et parallèle à la direction radiale $\vec{r}$. La force F est dite conservative lorsque l'énergie totale d'un objet traversant le champ généré par cette force est conservée. Pour un objet de masse m soumis à une telle force, la loi de conservation du moment angulaire implique $\vec{J} = m\vec{r} \times \dot{\vec{r}} =$ constante. Par conséquent, la trajectoire de l'objet sera contenue dans le plan formé par les vecteurs $\vec{r}$ et $\dot{\vec{r}}$, la direction du vecteur moment angulaire $\vec{J}$ étant perpendiculaire à ce plan.

La figure 2.1 représente la trajectoire d'un objet de masse m soumis à une force

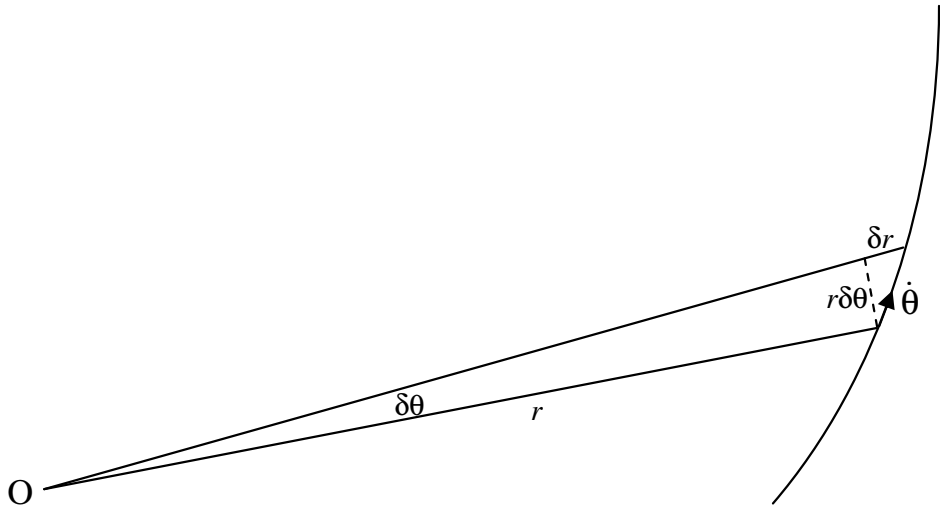


FIGURE 2.1 – Trajectoire d'un objet soumis à une force centrale dirigée vers le centre 0 du système référentiel. Les coordonnées polaires de l'objet sont $(r, d\theta)$ au temps t et $(r+dr, \theta+d\theta)$ au temps $t + dt$.

centrale dirigée vers le centre O du système référentiel considéré. Durant un intervalle de temps dt, la position radial de l'objet est passée de r à $r+dr$ et sa position angulaire de θ à $\theta + d\theta$. Le vecteur vitesse de l'objet s'exprime donc suivant deux composantes, une composante radiale dirigée suivant $\vec{r}$ et une composante transverse dirigée perpendiculairement à $\vec{r}$. Son expression est donnée par $\dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r}+r\dot{\theta}\hat{\theta}$ avec les vecteurs unitaires $\hat{r}$ et $\hat{\theta}$ dirigés respectivement suivant les directions radiale et transverse. En se basant sur la figure 2.1, on peut facilement démontrer que l'accélération subie par l'objet sous l'action de la force F s'exprime suivant :

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}. \tag{2.1}$$

Le second terme de l'équation 2.1, correspondant à la composante transverse de l'accélération, est directement relié à la deuxième loi de Kepler. En effet, durant l'intervalle de temps dt, l'aire balayée par le vecteur position est $dA = (1/2)r^2 d\theta$. De plus, la norme du vecteur moment angulaire $\vec{J}$ est donnée par $J = mr^2\dot{\theta}$. Ainsi, au cours du mouvement, le vecteur position balaiera des aires égales pour un même intervalle de temps dt de telle sorte que $dA/dt = J/2m =$ constante. Notons également l'égalité $r^2\dot{\theta} =$ constante de laquelle il découle que :

$$\frac{1}{r}\frac{d(r^2\dot{\theta})}{dt} = 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} = 0. \tag{2.2}$$

La composante transverse du vecteur accélération, défini en équation 2.1, est donc nulle. Il en résulte une accélération purement radiale de l'objet lorsque celui-ci est soumis à une force centrale F.

Considérons à présent les lois de conservation de l'énergie et du moment angulaire définies par :

$$\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 + Q(r) = C = \text{constante} \tag{2.3}$$

$$m\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{J} = \text{constante} \tag{2.4}$$

où $Q(r)$ représente l'énergie potentielle de l'objet. La trajectoire de l'objet est donc contenue dans le plan perpendiculaire à la direction de $\vec{J}$. Nous pouvons réécrire ces

équations sous leur forme scalaire, soit :

$$\frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + Q(r) = C \tag{2.5}$$

$$mr^2\dot{\theta} = J. \tag{2.6}$$

Nous souhaitons déterminer la forme de la trajectoire prise par l'objet lorsque celui-ci est soumis à la force centrale $\vec{F}$. Pour cela, il nous faut éliminer la dépendance en $\dot{\theta}$ des équations de conservation afin d'obtenir une équation de l'énergie uniquement dépendante de la distance radiale r. Nous obtenons alors :

$$\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{J^2}{2mr^2} + Q(r) = C \tag{2.7}$$

La force gravitationnelle agissant entre un corps central de masse m_c et le corps de masse m considéré est $\vec{F} = -Gm_cm\hat{r}/r^2$. Par conséquent, l'énergie potentielle du corps de masse m s'écrit $Q(r) = -Gm_cm/r$. Afin de décrire la trajectoire de l'objet en fonction des coordonnées polaires (r, θ), nous devons éliminer la composante temporelle de l'équation 2.7. Nous définissons pour cela la variable $u = 1/r$ telle que $du/d\theta = (-1/r^2)dr/d\theta$. Nous avons donc $\dot{r} = (dr/d\theta)\dot{\theta} = -r^2\dot{\theta}(du/d\theta)$ soit $\dot{r} = (-J/m)du/d\theta$. En substituant r et $\dot{r}$ par leur expression respective fonction de u et du, nous obtenons :

$$\frac{J^2}{2m}\left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + \frac{J^2u^2}{2m} - Gm_cmu = C. \tag{2.8}$$

En définissant $l = J^2/Gm_cm^2$ puis en divisant l'équation 2.8 par $Gm_cm/2l$, nous obtenons :

$$l^2(du/d\theta)^2 + l^2u^2 - 2lu = 2(Cl/Gm_cm). \tag{2.9}$$

En ajoutant 1 de part et d'autre de l'équation 2.9 puis en définissant $x = lu - 1$, impliquant $dx/d\theta = ldu/d\theta$, nous obtenons :

$$(dx/d\theta)^2 + x^2 = e^2 \tag{2.10}$$

avec $e^2 = 2(Cl/Gm_cm) + 1$. Finalement, l'expression $dx/d\theta = (e^2 - x^2)^{1/2}$ peut être directement intégrée suivant :

$$\int_{x_0}^{x} \frac{dx}{(e^2 - x^2)^{1/2}} = \int_{\theta_0}^{\theta} d\theta = \arcsin(x/e) - \arcsin(x_0/e) = \theta - \theta_0 \tag{2.11}$$

lorsque $|x| \leq |e|$. En considérant que r est minimal lorsque $\theta = 0$, soit $x(0) = e$, et en fixant la constante d'intégration θ_0 à 0, alors :

$$\arcsin(x(0)/e) - \arcsin(x_0/e) = 0 \;\Rightarrow\; \arcsin(x_0/e) = \arcsin(1) = 0, \tag{2.12}$$

d'où :

$$x/e = \sin(\theta + \pi/2) = \cos\theta \;\Rightarrow\; x = e\cos\theta. \tag{2.13}$$

En revenant à nos variables d'origine, r et θ, nous obtenons finalement que la forme de la trajectoire suivie par l'objet est décrite par l'équation suivante :

$$\boxed{r = l/(1 + e\cos\theta)} \tag{2.14}$$

laquelle correspond à l'équation polaire d'une section conique d'excentricité e et de demi latus rectum l. Par conséquent, la trajectoire d'un corps soumis à une force gravitationnelle $\vec{F}$ est décrite par une section conique caractérisée par les paramètres e et l. Dans le contexte de cette étude, la trajectoire décrite par les deux étoiles d'un système binaire prendra la forme d'ellipses d'excentricité $e < 1$.

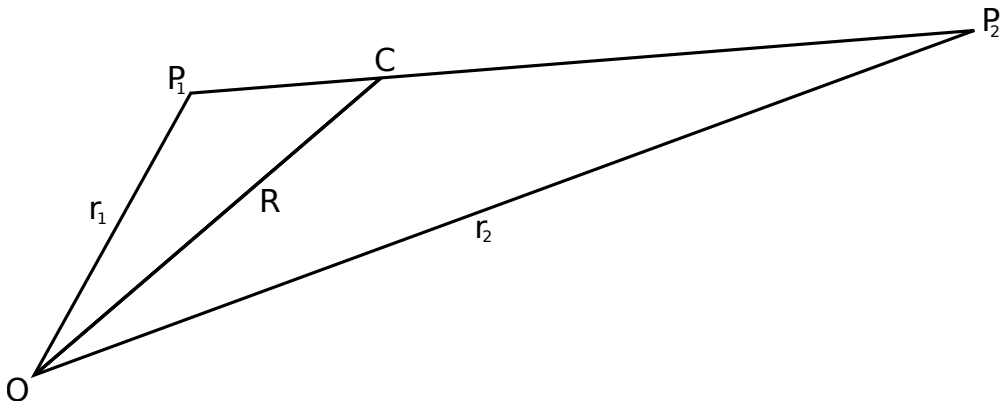


FIGURE 2.2 – Représentation vectorielle des positions de deux masses, m_1 en P_1 et m_2 en P_2, et de leur centre de masse, C, par rapport à un point de référence O.

2.2 Lien entre orbite relative et orbites barycentriques

Le mouvement des deux étoiles d'un système binaire autour de leur centre de masse commun constitue un simple problème à deux corps.

Considérons deux étoiles de masses m_1 et m_2, avec $m_1 > m_2$, orbitant dans leur champ gravitationnel respectif en accord avec la loi de la gravitation telle que statuée en mécanique classique. Les indices 1 et 2 font ici référence aux orbites barycentriques des masses m_1 et m_2, respectivement, tandis que l'orbite relative du système est laissée sans indice. En figure 2.2, nous avons représenté les positions des deux étoiles de masses m_1 (en P_1) et m_2 (en P_2) et de leur centre de masse, C, par rapport à un point de référence O. Les vecteurs associés sont notés respectivement $\vec{r_1}$, $\vec{r_2}$ et $\vec{R}$. La distance entre les deux étoiles est alors définie par le vecteur $\overrightarrow{P_2P_1} = \vec{r} = \vec{r_1} - \vec{r_2}$ tandis que le vecteur unitaire dirigé dans cette direction est noté $\hat{r} = \vec{r}/r$.

Pour un système isolé, les forces agissant sur les deux masses sont égales mais de signe opposé soit $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$. La norme de chaque force est donnée par $F = Gm_1m_2/r^2$ avec G la constante gravitationnelle. D'après le principe fondamental de la dynamique, les équations du mouvement pour les deux étoiles s'écrivent :

$$m_1\ddot{\vec{r_1}} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r} \quad \text{et} \quad m_2\ddot{\vec{r_2}} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}(-\hat{r}). \tag{2.15}$$

En additionnant ces deux dernières équations et en intégrant deux fois par rapport au temps, on obtient $m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} = \vec{A}t + \vec{B}$ où les vecteurs $\vec{A}$ et $\vec{B}$ correspondent aux constantes d'intégration. Comme montré en figure 2.2, la position du centre de masse du système, C, est donnée par le vecteur $\overrightarrow{OC} = \vec{R}$. Par définition du centre de masse, nous avons alors :

$$m_1\vec{r_1} + m_2\vec{r_2} = (m_1 + m_2)\vec{R} \tag{2.16}$$

soit $(m_1 + m_2)\vec{R} = \vec{A}t + \vec{B}$ et $(m_1 + m_2)\dot{\vec{R}} = \vec{A}$. Par conséquent, en l'absence de toute force extérieure, le centre de masse du système parcourt l'espace à une vitesse constante également nommée vitesse systémique.

Lorsqu'un système est spatialement résolu, il est intéressant de considérer le mouvement de l'une des deux composantes par rapport à l'autre plutôt que leur mouvement respectif par rapport au centre de masse du système. Ce mouvement relatif peut être

simplement décrit à partir des équations du mouvement déterminées en équation 2.15. En effet, en soustrayant ces deux équations, nous obtenons :

$$\ddot{\vec{r_1}} - \ddot{\vec{r_2}} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^2}\hat{r} = \ddot{\vec{r}}. \tag{2.17}$$

Nous pouvons alors réécrire cette dernière équation sous la forme suivante :

$$\mu\ddot{\vec{r}} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^2}\mu\hat{r} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{r} = m_1\ddot{\vec{r_1}} \tag{2.18}$$

avec le terme $\mu = m_1m_2/(m_1+m_2)$ connu sous le nom de masse réduite. Ainsi, le mouvement relatif de l'une des deux étoiles autour de la seconde peut être perçu comme celui d'une masse fictive μ autour d'une masse centrale correspondant à la masse totale du système. On parle ici d'orbite relative, dont l'expression finale de l'équation du mouvement est donnée par :

$$\boxed{\ddot{\vec{r}} = -\frac{G(m_1+m_2)}{r^3}\vec{r},} \tag{2.19}$$

tandis que les orbites barycentriques font référence au mouvement de chacune des deux étoiles autour de leur centre de masse.

Dans le cas des binaires spectroscopiques, les variations de vitesse radiale induites par le mouvement orbital du système apportent des informations sur la géométrie des orbites barycentriques pour chaque étoile. La figure 2.3 représente les orbites barycentrique de deux étoiles autour de leur centre de masse commun. L'équation du mouvement décrivant l'orbite barycentrique de chaque étoile peut être déterminée en se plaçant dans le référentiel du centre de masse du système. En nous basant sur la figure 2.2, nous pouvons définir les vecteurs $\overrightarrow{CP_1} = \vec{R_1}$ et $\overrightarrow{CP_2} = \vec{R_2}$ tels que :

$$\vec{r_1} = \vec{R} + \vec{R_1}, \quad \vec{r_2} = \vec{R} + \vec{R_2} \quad \text{et} \quad \vec{r} = \vec{R_1} - \vec{R_2}. \tag{2.20}$$

Par définition du centre de masse, nous avons bien évidemment $m_1\vec{R_1} + m_2\vec{R_2} = 0$. Nous obtenons alors deux expressions du vecteur reliant les deux étoiles :

$$\vec{r} = +\frac{(m_1+m_2)}{m_2}\vec{R_1} \quad \text{et} \quad \vec{r} = -\frac{(m_1+m_2)}{m_1}\vec{R_2}. \tag{2.21}$$

De plus, nous avons les vecteurs accélérations $\ddot{\vec{r_1}} = 0 + \ddot{\vec{R_1}}$ et $\ddot{\vec{r_2}} = 0 + \ddot{\vec{R_2}}$. Il en résulte que les équations du mouvement associées aux orbites barycentriques des deux étoiles sont données par :

$$\ddot{\vec{R_1}} = -\frac{Gm_2}{r^3}(\vec{R_1} - \vec{R_2}) \quad \text{et} \quad \ddot{\vec{R_2}} = -\frac{Gm_1}{r^3}(\vec{R_2} - \vec{R_1}). \tag{2.22}$$

En utilisant les deux expressions du vecteur $\vec{r}$ déterminées en équation 2.21, nous pouvons alors écrire les équations du mouvement sous leur forme finale suivant :

$$\boxed{\ddot{\vec{R_1}} = -\frac{Gm_2^3}{(m_1+m_2)^2}\frac{\vec{R_1}}{R_1^3} \quad \text{et} \quad \ddot{\vec{R_2}} = -\frac{Gm_1^3}{(m_1+m_2)^2}\frac{\vec{R_2}}{R_2^3}.} \tag{2.23}$$

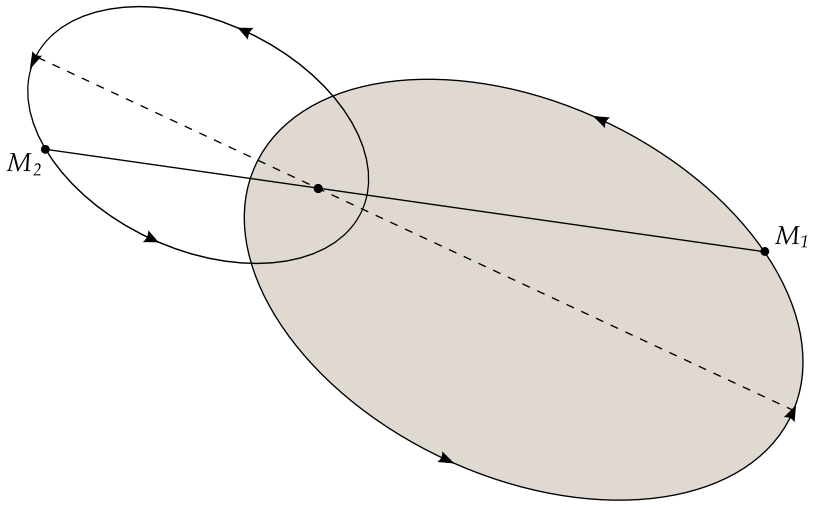


FIGURE 2.3 – Orbites barycentriques de deux étoiles de masses m_1 et m_2 autour de leur centre de masse commun. La ligne connectant les deux étoiles passe à travers le centre de masse du système en tout point des deux orbites.

Notons que les équations du mouvement associées respectivement à l'orbite relative (équation 2.19) et aux orbites barycentriques (équation 2.23) présentent, de façon caractéristique, un terme impliquant les deux masses du système. Nous retrouverons cette particularité dans différentes expressions d'intérêt pour l'étude des système binaires.

Considérons à présent la période orbitale P, le demi-grand axe a et l'excentricité orbitale e de notre système binaire. La deuxième loi de Kepler implique que la ligne connectant les deux étoiles passe à travers le centre de masse du système en tout point des deux orbites, comme indiqué en figure 2.3. Il suit que la période orbitale est identique pour les trois orbites considérées, soit $P = P_1 = P_2$. De plus, le demi-grand axe et la période orbitale sont connectés d'après la troisième loi de Kepler suivant $GM = 4\pi^2 a^3/P^2$. Afin d'appliquer cette expression aux différentes orbites du système, il suffit de substituer les termes a et M par :

- $a = a$ et $M = m_1 + m_2$ pour l'orbite relative ;
- $a = a_1$ et $M = m_2^3/(m_1 + m_2)^2$ pour l'orbite barycentrique suivie par l'étoile 1 ;
- $a = a_2$ et $M = m_1^3/(m_1 + m_2)^2$ pour l'orbite barycentrique suivie par l'étoile 2.

Il en découle une relation de proportionnalité entre les dimensions respectives des trois orbites telle que $a_1 : a_2 : a = m_2 : m_1 : (m_1 + m_2)$ avec bien évidemment $a = a_1 + a_2$. Notons également que les trois orbites sont coplanaires et de même excentricité, soit $e = e_1 = e_2$, et que l'orientation des deux orbites barycentriques diffère de 180° à l'intérieur de ce plan. Comme nous le verrons par la suite, ces relations entre orbite relative et orbites barycentriques sont essentielles pour relier entre elles les données issues de différentes techniques d'observation des systèmes binaires.

2.3 Équation de Kepler : position en fonction du temps

La vitesse d'un objet de masse m en mouvement suivant une orbite circulaire est constante. Cependant, dans le cas général d'une orbite elliptique, la vitesse de l'objet dépend de sa position le long de l'ellipse. En section 2.1, nous avons établi d'après la loi de conservation du moment angulaire que $r^2\dot{\theta} = L =$ constante, avec $L = J/m$ le

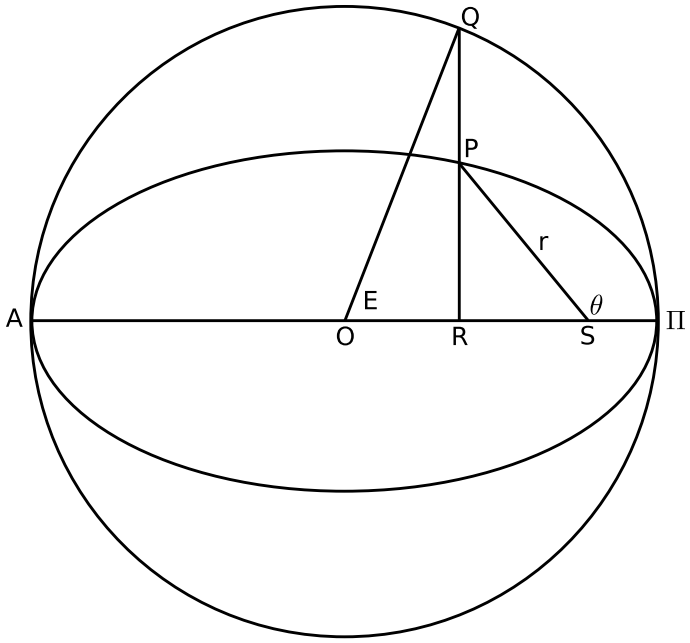


FIGURE 2.4 – Représentation schématique d'un objet P en mouvement le long d'une trajectoire elliptique autour du foyer S contenant le centre d'attraction gravitationnelle. La distance de l'objet par rapport au foyer S est minimale au point Π et maximale au point A. Dans le cas d'un système binaire d'étoiles, les points Π et A sont nommés respectivement périastre et apoastre.

moment angulaire spécifique. Nous considérons ici les coordonnées polaires (r, θ) telles que représentées en figure 2.4. Il découle de cette simple relation que la vitesse de l'objet atteint sa valeur maximale au point le plus proche du foyer de l'orbite elliptique et sa valeur minimale au point le plus éloigné. Ainsi, la position d'un l'objet le long d'une orbite elliptique ne peut être décrite comme une simple fonction du temps, contrairement à une orbite circulaire. La détermination de la position de l'objet au cours du temps passe alors par la résolution d'une équation fondamentale nommée équation de Kepler. En nous basant sur l'étude de la géométrie des ellipses, nous démontrerons cette dernière équation dans la suite de cette section.

La figure 2.4 représente la trajectoire d'un objet P le long d'une ellipse dont le foyer S contient le centre d'attraction gravitationnelle à l'origine du mouvement. Les points Π et A correspondent au périastre et à l'apoastre, respectivement, et se situent à une distance du foyer S telle que $S\Pi = a(1-e)$ et $SA = a(1+e)$. Le cercle auxiliaire est en contact avec l'ellipse en Π et A. Le demi-grand axe de l'ellipse est $O\Pi = a$, d'où $OS = ae$. Une propriété du cercle auxiliaire est que $PR/QR = b/a$, avec b le demi-petit axe de l'ellipse tel que $b = a(1-e^2)^{1/2}$. À un instant t, l'objet se situe au point P défini par le rayon $SP = r$ et l'angle polaire $\widehat{\Pi SP} = \theta$, également nommé anomalie vraie, tandis que l'angle $\widehat{QOR} = E$ est connu sous le nom d'anomalie excentrique.

Afin de déterminer l'équation de Kepler, il nous faut partir de l'expression du moment angulaire spécifique $r^2 d\theta = L\, dt$ et rechercher les expressions de r et $d\theta$ qui impliquent l'anomalie excentrique E. Pour cela, nous obtenons d'après la figure 2.4

que :

$$r\cos\theta = -RS = -(OS - OR) = a(\cos E - e) \tag{2.24}$$
$$r\sin\theta = PR = QR\,(1-e^2)^{1/2} = a\sin E(1-e^2)^{1/2} \tag{2.25}$$
$$r = (r^2\cos^2\theta + r^2\sin^2\theta)^{1/2} = a(1 - e\cos E) \tag{2.26}$$

De plus, une expression de $d\theta$ peut être déterminée simplement en notant que :

$$d(\sin\theta)/dE = \cos\theta\, d\theta/dE. \tag{2.27}$$

En effet, en combinant les équations 2.25 et 2.26, nous obtenons tout d'abord que :

$$\sin\theta = b\sin E/a(1 - e\cos E) \tag{2.28}$$

dont la dérivée par rapport à E est :

$$d(\sin\theta)/dE = b(cosE - e)/a(1 - e\cos E)^2 \tag{2.29}$$

En combinant ensuite les équations 2.24 et 2.26, nous obtenons que :

$$\cos\theta = (\cos E - e)/(1 - e\cos E). \tag{2.30}$$

Les termes $d(\sin\theta)/dE$ et $\cos\theta$ peuvent alors être remplacés en équation 2.27 par leurs expressions respectives (équations 2.29 et 2.30) de façon à isoler $d\theta$, soit :

$$d\theta = b\, dE/a(1 - e\cos E). \tag{2.31}$$

En injectant les expressions de r et $d\theta$ (équations 2.26 et 2.31) dans l'expression du moment angulaire spécifique, nous obtenons que :

$$(1 - e\cos E)\, dE = \frac{L}{ab}\, dt \tag{2.32}$$

puis en intégrant cette dernière équation, nous trouvons une expression intermédiaire de l'équation de Kepler telle que :

$$E - e\sin E = \frac{L}{ab}\, t + k \tag{2.33}$$

avec k une constante d'intégration arbitraire. Afin de déterminer cette constante, notons que la valeur des angles θ et E est nulle au niveau du périastre de l'orbite. Nous avons donc $E = 0$ au temps $t = T$, appelé temps de passage au périastre, d'où $k = -(L/ab)\, T$ et :

$$E - e\sin E = \frac{L}{ab}(t - T). \tag{2.34}$$

Rappelons également que l'aire balayée par le vecteur position r durant l'intervalle de temps dt s'écrit $dA = L\, dt/2$. Par simple intégration sur l'ensemble de l'orbite, nous obtenons que $L/ab = 2\pi/P$ avec P la période orbitale. L'expression finale de l'équation de Kepler s'écrit alors :

$$\boxed{E - e\sin E = \frac{2\pi}{P}(t - T).} \tag{2.35}$$

Le côté gauche de l'équation de Kepler est appelé anomalie moyenne et correspond simplement à la fraction de la période orbitale écoulée depuis le dernier passage au périastre. Celle-ci s'exprime en radians et est souvent notée M dans la littérature. Pour tout temps t, l'anomalie moyenne est calculée à partir des paramètres P et T de l'orbite considérée. Notons que l'équation de Kepler est une équation transcendante pour laquelle il n'existe pas de solution analytique. Pour chaque point de l'orbite, la détermination de E nécessite donc de résoudre l'équation 2.35 à l'aide d'une méthode numérique telle que par exemple la méthode du point fixe.

Notons également que l'anomalie vraie θ peut s'exprimer simplement en fonction de l'anomalie excentrique E à partir de l'équation 2.30. En effet, en combinant cette dernière équation avec les relations trigonométriques suivantes :

$$\cos^2 \theta/2 = (1 + \cos\theta)/2, \quad \sin^2 \theta/2 = (1 - \cos\theta)/2, \tag{2.36}$$

$$\tan^2 E/2 = (1 - \cos E)/(1 + \cos E), \tag{2.37}$$

il est facile de démontrer que :

$$\boxed{\tan\frac{\theta}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\tan\frac{E}{2}.} \tag{2.38}$$

Par ailleurs, nous avons déterminé précédemment deux expressions du vecteur position, r, s'exprimant respectivement en fonction des anomalies vraie et excentrique (équations 2.14 et 2.26). En remplaçant le terme $\cos\theta$ de l'équation 2.14 par son expression établie en équation 2.30, nous obtenons que :

$$r = \frac{l}{1-e^2}(1 - e\cos E). \tag{2.39}$$

Par simple identification avec l'équation 2.26, nous avons alors le paramètre l de l'ellipse défini par $l = a(1 - e^2)$, soit $l = b^2/a$. L'équation polaire établie en section 2.1 s'écrit finalement suivant :

$$\boxed{r = a(1 - e^2)/(1 + e\cos\theta).} \tag{2.40}$$

Cette dernière équation s'ajoute à la liste des équations régissant la trajectoire d'un corps en mouvement suivant une orbite elliptique. Celles-ci sont résumées en table 2.1. Nous verrons par la suite comment ces différentes équations s'appliquent au cas des binaires résolues spatialement et des binaires spectroscopiques.

TABLE 2.1 – Relations fondamentales pour la description des orbites elliptiques.

Deuxième loi de Kepler : $r^2\dot{\theta} = L$.
Troisième loi de Kepler : $GM = 4\pi^2 a^3/P^2$ avec M défini ci-dessous.
Orbite relative : $M = m_1 + m_2$.
Orbite barycentrique de m_1 : $M = m_2^3/(m_1 + m_2)^2$.
Orbite barycentrique de m_2 : $M = m_1^3/(m_1 + m_2)^2$.
Demi-grands axes : $a_1 : a_2 : a = m_2 : m_1 : (m_1 + m_2)$ avec $a = a_1 + a_2$.
Vecteur position : $r = a(1 - e^2)/(1 + e\cos\theta) = a(1 - e\cos E)$.
Anomalies vraie et excentrique : $\tan(\theta/2) = [(1 + e)/(1 - e)]^{1/2}\tan(E/2)$.
Équation de Kepler : $E - e\sin E = 2\pi(t - T)/P$.

2.4 Application aux binaires résolues spatialement

Les binaires visuelles sont des systèmes d'étoiles gravitationnellement liées dont les deux composantes peuvent être résolues spatialement, à condition que leur séparation angulaire soit suffisamment grande. Celles-ci ont été découvertes initialement par des observations effectuées à l'aide de lunettes astronomiques et sont désormais mesurées principalement par interférométrie des tavelures. Nous reviendrons plus en détail sur les différentes techniques d'observation des binaires visuelles dans une partie dédiée.

Le principe de mesure des binaires visuelles consiste à relever la position de l'une des composantes du système par rapport à l'autre pour différentes époques d'observation. La figure 2.5 représente une portion de l'orbite relative d'un système binaire telle que projetée sur le plan du ciel. On parle ici d'orbite apparente tandis que l'orbite relative non projetée, c'est-à-dire dans le plan du mouvement, est appelée orbite vraie. Par convention, la composante la plus brillante du système est fixée à l'origine des axes, en P_1, et correspond à la composante principale tandis que la composante secondaire est localisée en P_2. À un instant donné, la position de la composante secondaire par rapport à P_1 est repérée par les coordonnées polaires (ρ, ϕ), nommées respectivement séparation et angle de position, telles que représentées en figure 2.5. La séparation ρ entre les deux composantes est mesurée en secondes d'arc tandis que l'angle de position ϕ est mesuré en degrés du nord vers l'est. La conversion des coordonnées (ρ, ϕ) en coordonnées cartésiennes (x, y) est alors obtenue simplement par les relations $\Delta\delta = x = \rho\cos\phi$ et $\Delta\alpha\cos\delta = y = \rho\sin\phi$, avec δ et α correspondant respectivement à la déclinaison et à l'ascension droite. À partir de ces mesures, obtenues sur une fraction suffisamment importante de l'orbite, il est dès lors possible de déterminer les éléments orbitaux du système considéré.

Afin d'établir les équations reliant les observations aux éléments orbitaux du système, nous nous rapportons à la description de l'orbite relative présentée en figure 2.6. Nous considérons ici deux masses m_1 et m_2 correspondant respectivement aux composantes principale et secondaire du système. L'orbite relative de la composante secondaire autour de la composante principale est définie dans un repère tridimensionnel $(Oxyz)$ tel que représenté en figure 2.6. Comme indiqué précédemment, la composante principale est fixée à l'origine du repère, au point O. L'axe Oz est dirigé perpendiculairement au plan du ciel suivant la ligne de visée de l'observateur tandis que l'axe Ox est dirigé suivant le pôle nord céleste. À un instant donné, la composante secondaire se situe en P_2 le long de son orbite autour de O. Notons que, sur la figure 2.6, l'orbite relative et le plan du ciel se coupent en deux points notés N et N'. Au point N, la

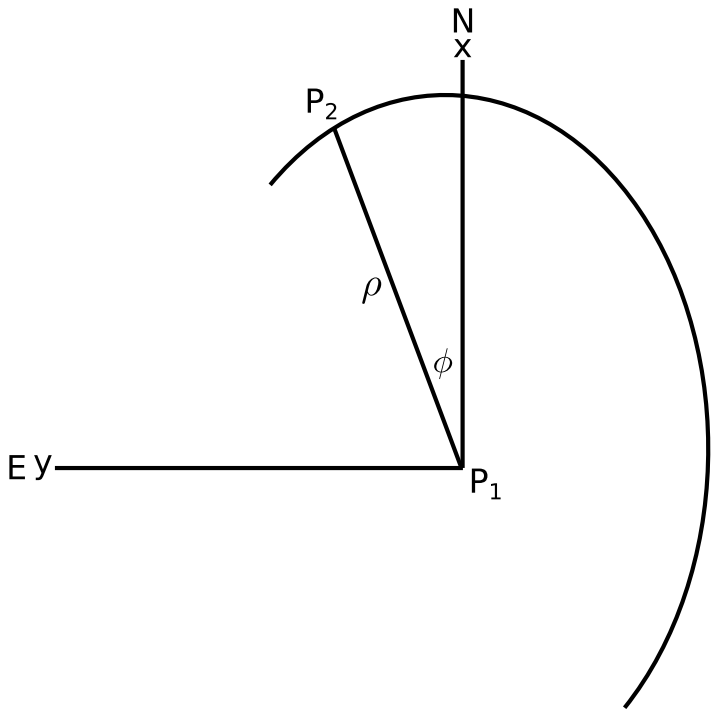


FIGURE 2.5 – Positions relatives des deux composantes, P_1 et P_2, d'une binaire visuelle observée à un instant donné. La portion d'ellipse représente l'orbite relative du système projetée sur le plan du ciel défini par xP_1y.

composante secondaire s'éloigne de l'observateur à sa vitesse, projetée suivant la ligne de visée, la plus élevée. On parle alors de nœud ascendant pour désigner cette position. À l'inverse, le point N' indique la position de l'orbite où la composante secondaire se rapproche de l'observateur, à la vitesse la plus élevée. Il s'agit du nœud descendant. En toute logique, la ligne connectant ces deux points est appelée ligne des nœuds. Elle correspond à l'intersection entre le plan de l'orbite et le plan du ciel. Comme représenté en figure 2.6, son orientation est définie par rapport à l'axe Ox suivant l'angle Ω, nommé longitude du nœud ascendant, avec $\Omega \in [0, 2\pi]$. Nous définissons également l'inclinaison $i \in [0, \pi]$ entre le plan du ciel et le plan orbital telle que la ligne de visée soit confondue avec ce dernier pour $i = 90°$. Par ailleurs, l'orientation de l'orbite à l'intérieur de son propre plan est donnée par l'angle $\omega = \widehat{NO\Pi}$, appelé argument du périastre. Cet angle est mesuré dans le sens du mouvement depuis le nœud ascendant N jusqu'au périastre Π, avec $\omega \in [0, 2\pi]$. Notons finalement que, à un instant donné, la composante secondaire est repérée par l'angle $\theta = \widehat{\Pi OP_2}$ correspondant à l'anomalie vraie précédemment définie.

Nous souhaitons à présent exprimer le vecteur position $r = OP_2$, associé à la composante secondaire, dans le système de coordonnées défini par le repère $(Oxyz)$. En nous basant sur la figure 2.6, nous obtenons d'après les rotations d'Euler que les coordonnées (x, y, z) du vecteur position s'écrivent suivant :

$$x = r[\cos\Omega\cos(\theta+\omega) - \sin\Omega\sin(\theta+\omega)\cos i], \tag{2.41}$$
$$y = r[\sin\Omega\cos(\theta+\omega) + \cos\Omega\sin(\theta+\omega)\cos i], \tag{2.42}$$
$$z = r[\sin(\theta+\omega)\sin i]. \tag{2.43}$$

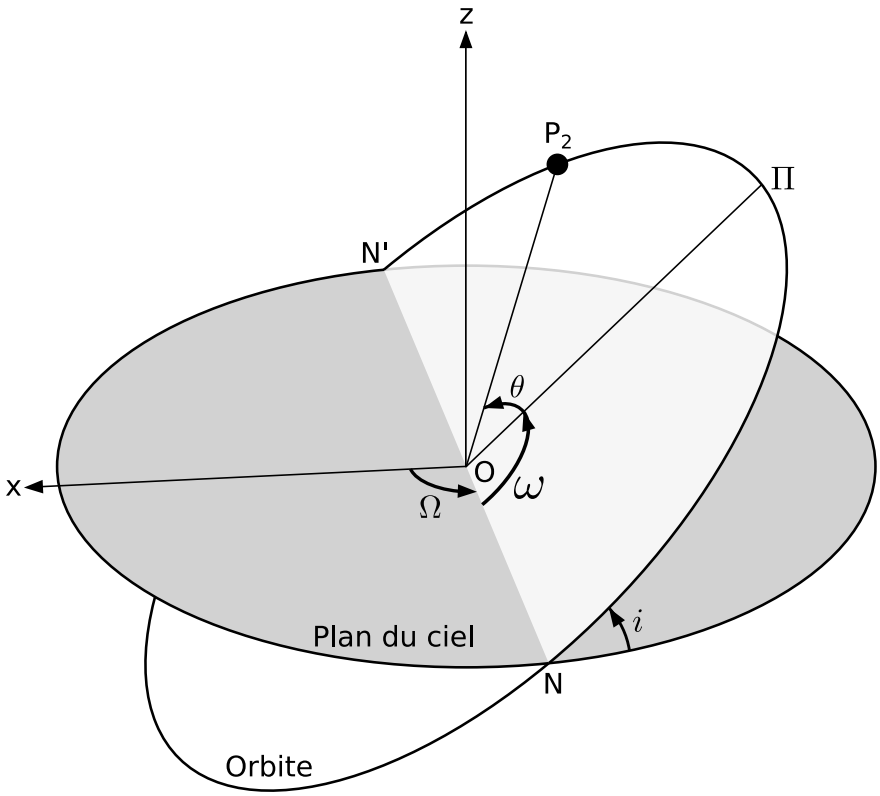


FIGURE 2.6 – Orbite relative définie dans un repère tridimensionnel suivant les angles Ω, i et ω. La ligne de visée est dirigée suivant l'axe Oz et l'observateur se situe en dessous de l'aire grisée correspondant au plan du ciel. L'axe Oy n'est ici pas représenté par soucis de clarté.

Nous pouvons réarranger les équations 2.41 et 2.42 de façon à obtenir :

$$\begin{aligned} x = {} & r\cos\theta[\cos\Omega\cos\omega - \sin\Omega\sin\omega\cos i] \\ & + r\sin\theta[-\cos\Omega\sin\omega - \sin\Omega\cos\omega\cos i], \end{aligned} \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned} y = {} & r\cos\theta[\sin\Omega\cos\omega + \cos\Omega\sin\omega\cos i] \\ & + r\sin\theta[-\sin\Omega\sin\omega + \cos\Omega\cos\omega\cos i]. \end{aligned} \tag{2.45}$$

Nous définissons ensuite un système de coordonnées (X, Y) dont l'origine est située en O sur la figure 2.6. L'axe OX est fixé suivant la direction du périastre, Π, tandis que l'axe OY est inclus dans le plan orbital et orienté dans le sens du mouvement. Les coordonnées du vecteur position r, normalisé par rapport au demi-grand axe, s'écrivent alors suivant $aX = r\cos\theta$ et $aY = r\sin\theta$. Par simple identification avec les équations 2.24 et 2.25, nous obtenons que les coordonnées (X, Y) sont données par $X = \cos E - e$ et $Y = \sin E(1 - e^2)^{1/2}$. Celles-ci sont couramment désignées dans la littérature par le terme de coordonnées cartésiennes normalisées. En faisant apparaitre les termes aX et aY dans les équations 2.44 et 2.45 et en introduisant les éléments de Thiele-Innes suivants :

$$\begin{aligned} A &= a[\cos\Omega\cos\omega - \sin\Omega\sin\omega\cos i], \\ B &= a[\sin\Omega\cos\omega + \cos\Omega\sin\omega\cos i], \\ F &= a[-\cos\Omega\sin\omega - \sin\Omega\cos\omega\cos i], \\ G &= a[-\sin\Omega\sin\omega + \cos\Omega\cos\omega\cos i], \end{aligned} \tag{2.46}$$

nous pouvons finalement écrire que :

$$\boxed{\begin{aligned} x &= AX + FY, \\ y &= BX + GY. \end{aligned}} \tag{2.47}$$

Ainsi, la description de l'orbite apparente d'une binaire visuelle nécessite de connaitre les éléments orbitaux $(P, T, e, \omega, a, i, \Omega)$ du système, également nommés éléments de Campbell. Notons toutefois que, en l'absence de mesures de vitesses radiales, il est impossible de distinguer les points N et N' sur la figure 2.6. Considérons en particulier le cas où N et N' sont intervertis par rotation de 180° du plan orbital autour de la ligne des nœuds. Les angles ω et Ω doivent donc être remplacés respectivement par $\omega + \pi$ et $\Omega + \pi$ en équation 2.46. Or, ce décalage de π implique que $\cos(\omega + \pi) = -\cos\omega$ et $\sin(\omega + \pi) = -\sin\omega$. Il en est évidement de même pour l'angle Ω. Les signes moins vont alors simplement se neutraliser en équation 2.46, laissant les éléments de Thiele-Innes inchangés. Par conséquent, il est nécessaire de disposer de mesures de vitesses radiales, en complément de l'orbite apparente, afin de différencier les deux configurations possibles du système. À défaut, on adopte généralement la configuration impliquant $\Omega < \pi$, par convention.

Rappelons que la troisième loi de Kepler, lorsque appliquée à l'orbite relative, relie la masse totale du système aux éléments orbitaux a et P suivant :

$$GM_{\rm tot} = 4\pi^2 a^3 / P^2 \tag{2.48}$$

avec $M_{\rm tot} = m_1 + m_2$. Les différents termes de l'équation 2.48 sont ici exprimés en unités SI [1]. Notons que, bien évidemment, cette relation s'applique au cas du système Soleil-Terre de demi-grand axe $a = 1\,\text{ua}$ [2] et de période orbitale $P = 1\,\text{an}$. La masse totale du système est généralement associée à celle du Soleil puisque $M_\odot \gg M_\oplus$. Une expression usuelle de la troisième loi de Kepler est alors obtenue par simple relation de proportionnalité suivant :

$$\frac{M_{\rm tot}}{M_\odot} = \left(\frac{a}{1\,\text{ua}}\right)^3 \left(\frac{P}{1\,\text{an}}\right)^{-2}. \tag{2.49}$$

De façon plus simplifiée, nous pouvons écrire que la masse totale du système, exprimée en unités de masse solaire, est donnée par :

$$M_{\rm tot} = a_{\rm ua}^3 / P^2 \tag{2.50}$$

avec le demi-grand axe, $a_{\rm ua}$, exprimé en unités astronomiques et la période orbitale, P, exprimée en années. Toutefois, il est nécessaire de noter que le demi-grand axe intervenant dans la troisième loi de Kepler diffère de celui permettant de calculer les éléments de Thiele-Innes, en équation 2.46. En effet, le premier correspond au demi-grand axe linéaire de l'orbite relative, $a_{\rm ua}$, tandis que le second correspond à son demi-grand axe angulaire, mesuré le plus souvent en millisecondes d'arc (mas) [3]. Afin de les distinguer, nous utiliserons désormais le terme $a_{\rm mas}$ pour désigner le demi-grand

1. Unités du Système international.
2. ua est le symbole de l'unité astronomique.
3. De l'anglais *milliarcsecond*.

axe angulaire. En nous basant sur la figure 2.7, nous voyons que les demi-grands axes linéaire et angulaire sont directement reliés suivant :

$$a_{\mathrm{ua}} = d_{\mathrm{ua}}\, a_{\mathrm{rad}} \tag{2.51}$$

où d_{ua} correspond à la distance entre l'observateur et le système d'intérêt. Le demi-grand axe angulaire, a_{rad}, est ici exprimé en radians. De plus, la distance du système peut être déterminée à partir de la mesure de la parallaxe d'après :

$$d_{\mathrm{pc}} = 1/p_{\mathrm{arcsec}}. \tag{2.52}$$

La distance s'exprime alors en parsecs (pc) [4] et la parallaxe en secondes d'arc (arcsec) [5]. Nous reviendrons plus en détail sur la notion de parallaxe dans une partie consacrée aux missions spatiales Hipparcos et Gaia. Par définition, nous avons que $d_{\mathrm{ua}} = d_{\mathrm{pc}}\,(3\,600 \times 180/\pi)$, d'où :

$$a_{\mathrm{ua}} = d_{\mathrm{pc}}\,(3\,600 \times 180/\pi)\, a_{\mathrm{rad}} = d_{\mathrm{pc}}\, a_{\mathrm{arcsec}}. \tag{2.53}$$

Nous faisons ensuite apparaitre la parallaxe définie en équation 2.52, soit :

$$a_{\mathrm{ua}} = a_{\mathrm{arcsec}}/p_{\mathrm{arcsec}}. \tag{2.54}$$

On utilise plus fréquemment le symbole π pour désigner la parallaxe. De plus, le demi-grand axe angulaire et la parallaxe sont généralement mesurés en millisecondes d'arc. Nous pouvons donc écrire l'expression du demi-grand axe linéaire, de façon usuelle, sous la forme suivante :

$$a_{\mathrm{ua}} = a_{\mathrm{mas}}/\pi_{\mathrm{mas}}. \tag{2.55}$$

Finalement, en injectant cette dernière expression dans l'équation 2.50, nous obtenons que la masse totale du système est donnée par :

$$\boxed{M_{\mathrm{tot}} = \left(\frac{a_{\mathrm{mas}}}{\pi_{\mathrm{mas}}}\right)^3 \frac{1}{P^2}} \tag{2.56}$$

avec, à nouveau, la masse totale exprimée en unités de masse solaire et la période orbitale en années. Ainsi, il est possible de déterminer la masse totale d'un système binaire à partir de son orbite apparente, à condition qu'une mesure de sa parallaxe soit également disponible. Notons que l'incertitude relative sur la masse totale peut être estimée dans le cas de paramètres indépendants d'après :

$$\frac{\Delta M_{\mathrm{tot}}}{M_{\mathrm{tot}}} = \sqrt{9\left(\frac{\Delta a_{\mathrm{mas}}}{a_{\mathrm{mas}}}\right)^2 + 9\left(\frac{\Delta \pi_{\mathrm{mas}}}{\pi_{\mathrm{mas}}}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta P}{P}\right)^2}. \tag{2.57}$$

Pour un système dont l'orbite est parfaitement définie, l'incertitude sur la masse totale dépend essentiellement de celle associée à la parallaxe. D'après l'équation 2.57, une erreur de $\sim 3\,\%$ sur la parallaxe implique alors une erreur de presque $10\,\%$ sur la masse totale. Cet exemple illustre la difficulté d'obtenir des masses totales précises dans le cas des binaires visuelles.

4. 1 pc = 206 264,8 ua (Olive et al., 2014).
5. De l'anglais *arcsecond*.

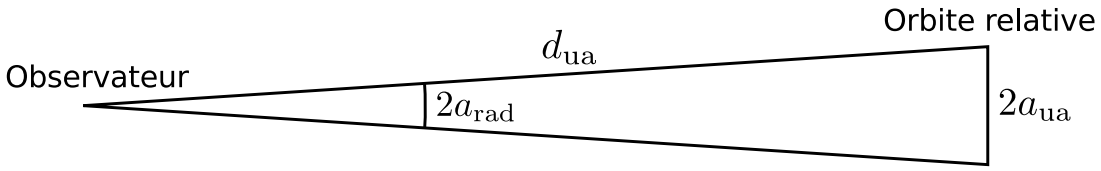


FIGURE 2.7 – Représentation géométrique des demi-grands axes linéaire et angulaire associés à l'orbite relative d'un système binaire.

2.5 Application aux binaires spectroscopiques

Le spectre d'une étoile fournit de nombreuses informations concernant les propriétés de sa surface (température effective, gravité de surface, composition chimique, etc.). Dans le cas d'un système binaire, il est également possible d'accéder au mouvement orbital des deux étoiles à partir de leur spectre respectif. Au cours de cette section, nous nous intéresserons à ce dernier aspect.

L'étude des binaires spectroscopiques repose sur la mesure des vitesses, projetées suivant la ligne de visée, de chacune des deux étoiles du système. On parle couramment de méthode des vitesses radiales. Cette méthode consiste plus précisément à mesurer le décalage, par effet Doppler, des raies spectrales de l'étoile considérée. La vitesse radiale de l'étoile, V, se calcule alors directement à partir du décalage en longueur d'onde, observé à un instant donné, suivant :

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \left[\frac{1 + (V/c)}{1 - (V/c)}\right]^{1/2} - 1 \approx V/c \quad \text{pour } V \ll c, \tag{2.58}$$

avec λ la longueur d'onde mesurée, λ_0 la longueur d'onde de référence et c la vitesse de la lumière. Notons que l'approximation ci-dessus s'applique bien évidemment au cas des systèmes binaires, où $V \ll c$. En figure 2.8, nous avons illustré la situation rencontrée pour un système dont le spectre des deux étoiles est détecté. Ainsi, d'après l'équation 2.58, l'étoile s'éloignant de l'observateur à une vitesse $V > 0$ verra ses raies spectrales décalées vers les grandes longueurs d'onde. On parle alors de décalage vers le rouge. Dans le même temps, la seconde étoile se rapproche de l'observateur à une vitesse $V < 0$. Ses raies spectrales seront donc décalées vers le bleu. Il s'agit ici du cas d'un système binaire à deux spectres (SB2) [6]. Toutefois, l'observation d'un tel système nécessite que les deux étoiles aient des luminosités suffisamment proches afin de détecter leur spectre respectif. On rencontre plus fréquemment des systèmes binaires à un spectre (SB1) [7] pour lesquels seule l'étoile la plus brillante est observée. Dans les deux cas, la mesure répétée du décalage des raies spectrales au cours du temps permet l'obtention d'une courbe de vitesse radiale pour chacune des étoiles considérées. La figure 2.9 représente, de façon schématique, les courbes de vitesse radiale associées à un système binaire de type SB2. Nous reviendrons plus en détail sur la description de ces courbes dans la suite de cette section. En effet, celles-ci fournissent des informations essentielles sur les propriétés physiques du système, comme nous allons à présent le démontrer.

6. De l'anglais *double-lined spectroscopic binary*.
7. De l'anglais *single-lined spectroscopic binary*.

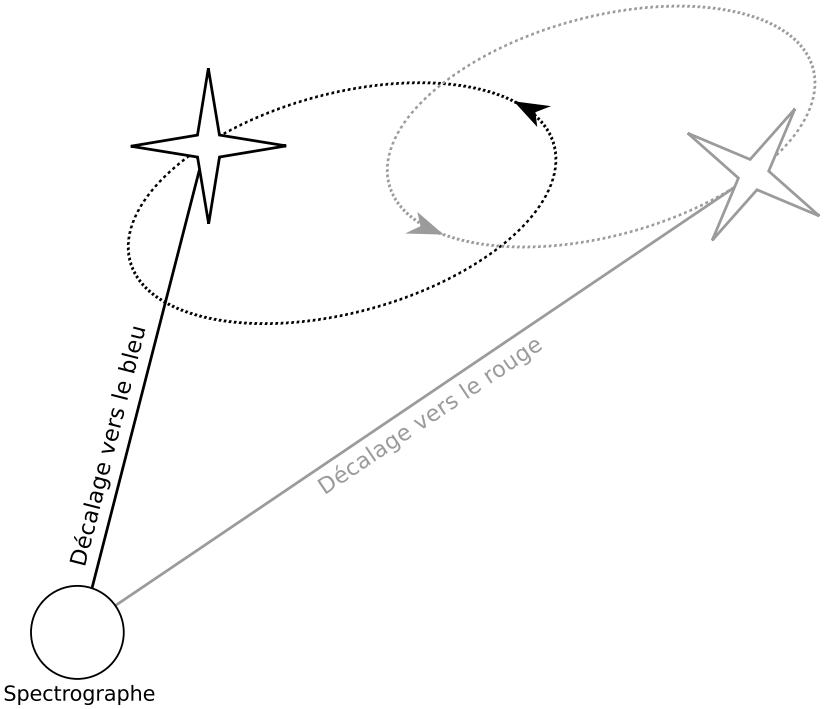


FIGURE 2.8 – Illustration de l'effet Doppler appliqué au cas d'un système binaire à deux spectres.

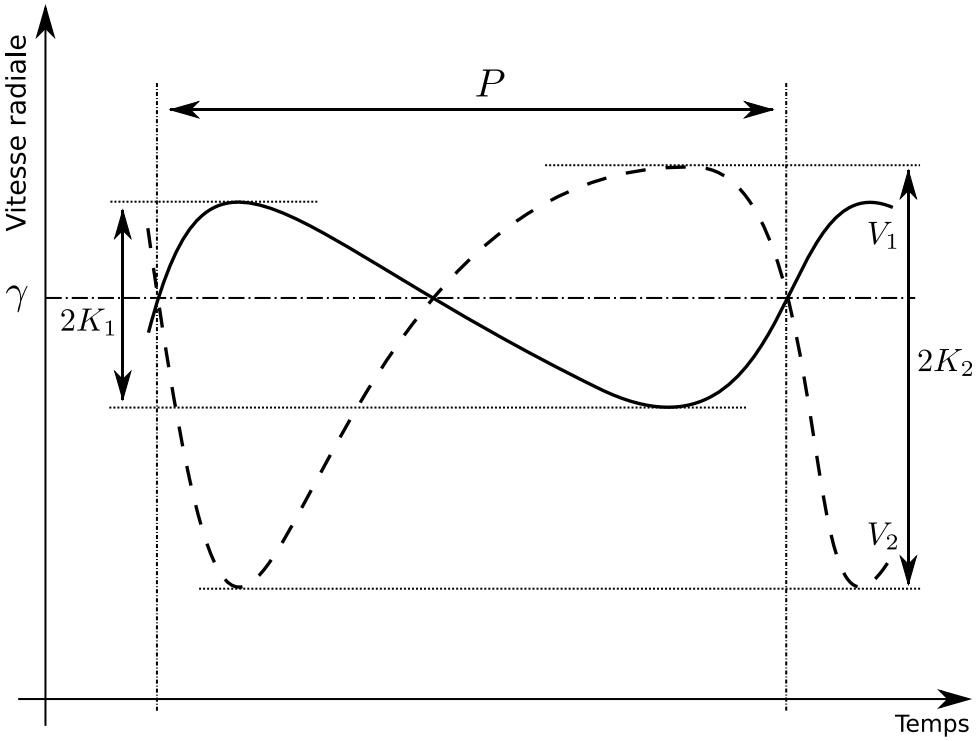


FIGURE 2.9 – Courbes de vitesse radiale, représentées de façon schématique, pour un système binaire de type SB2. Le rapport des amplitudes est relié à la condition sur les masses, $m_1 > m_2$, des deux étoiles.

Nous souhaitons établir la relation entre les vitesses radiales des deux étoiles d'un système binaire et les paramètres orbitaux de celui-ci. Pour cela, nous nous rapportons à nouveau à la figure 2.6 décrite précédemment. Nous voyons que la position de l'étoile secondaire, P_2, est définie par rapport à l'origine, O, suivant les coordonnées polaires $(r, \theta + \omega)$. Nous considérons alors un repère $(OX'Y')$, inclus dans le plan orbital, tel que l'axe OX' est confondu avec la ligne des nœuds. Dans ce repère, les coordonnées du point P_2 sont données par $X' = r\cos(\theta + \omega)$ et $Y' = r\sin(\theta + \omega)$. À partir de cette dernière quantité, nous pouvons écrire par simple projection sur l'axe Oz que :

$$z = r\sin(\theta + \omega)\sin i \tag{2.59}$$

où z correspond à la coordonnée du vecteur position, r, suivant la ligne de visée. Nous retrouvons ici l'expression établie précédemment en équation 2.43. En dérivant l'équation 2.59 par rapport au temps, nous obtenons que la vitesse radiale induite par le mouvement orbital s'exprime suivant :

$$\dot{z} = \sin i \left[\sin(\theta + \omega)\,\dot{r} + r\cos(\theta + \omega)\,\dot{\theta} \right]. \tag{2.60}$$

Il nous faut dès lors déterminer les expressions appropriées de $\dot{r}$ et $\dot{\theta}$. Ainsi, à partir de l'équation polaire $r = a(1 - e^2)/(1 + e\cos\theta)$, nous avons directement que :

$$\dot{r} = e\,r\,\dot{\theta}\sin\theta/(1 + e\cos\theta). \tag{2.61}$$

De plus, la deuxième loi de Kepler implique que $r^2\dot{\theta} = 2\pi ab/P$ avec $b = a(1 - e^2)^{1/2}$, d'où :

$$\dot{\theta} = \frac{2\pi a^2(1 - e^2)^{1/2}}{r^2 P}. \tag{2.62}$$

En injectant les expressions de $\dot{r}$ et $\dot{\theta}$ dans l'équation 2.60, nous obtenons que :

$$\dot{z} = \frac{2\pi a \sin i}{P(1 - e^2)^{1/2}} \left[\cos(\theta + \omega) + e\cos\omega \right]. \tag{2.63}$$

Il nous faut également tenir compte de la vitesse radiale associée au mouvement relatif du système par rapport à l'observateur. Cette vitesse, notée γ, est couramment appelée vitesse systémique. La vitesse radiale de l'étoile, mesurée depuis la Terre, correspond alors simplement à $V_{\rm rad} = \dot{z} + \gamma$. Nous pouvons donc écrire l'expression de la vitesse radiale, sous sa forme finale, suivant :

$$V_{\rm rad} = K \left[\cos(\theta + \omega) + e\cos\omega \right] + \gamma \tag{2.64}$$

avec $K = 2\pi a \sin i/[P(1 - e^2)^{1/2}]$. Notons que la vitesse radiale de l'étoile atteint une valeur maximale, $V_{\rm max}$, au niveau du nœud ascendant de son orbite, repéré par le point N sur la figure 2.6. À l'inverse, sa valeur minimale $V_{\rm min}$ est atteinte au niveau du nœud descendant, en N'. Pour ces deux positions, N et N', nous avons respectivement $\theta + \omega = 2\pi$ et $\theta + \omega = \pi$. D'après l'équation 2.64, nous pouvons alors écrire que :

$$V_{\rm max} = K\left[e\cos\omega + 1\right] + \gamma \quad \text{et} \quad V_{\rm min} = K\left[e\cos\omega - 1\right] + \gamma, \tag{2.65}$$

d'où :

$$K = (V_{\rm max} - V_{\rm min})/2. \tag{2.66}$$

En toute logique, la grandeur K correspond à la demi-amplitude de la courbe de vitesse radiale, dont un exemple est donné en figure 2.9. Considérons à présent deux étoiles

de masses m_1 et m_2, avec $m_1 > m_2$, appartenant à un système binaire de type SB2. L'équation 2.64 s'applique à l'orbite de chacune des deux étoiles suivant :

$$\begin{aligned} V_1 &= K_1 \left[\cos(\theta + \omega_1) + e \cos \omega_1 \right] + \gamma, \\ V_2 &= K_2 \left[\cos(\theta + \omega_2) + e \cos \omega_2 \right] + \gamma, \end{aligned} \tag{2.67}$$

avec les demi-amplitudes définies d'après :

$$K_1 = \frac{2\pi a_1 \sin i}{P(1-e^2)^{1/2}} \quad \text{et} \quad K_2 = \frac{2\pi a_2 \sin i}{P(1-e^2)^{1/2}}. \tag{2.68}$$

De plus, les arguments respectifs des deux orbites, ω_1 et ω_2, sont reliés simplement par $\omega_2 = \omega_1 + \pi$. Nous obtenons alors que les vitesses radiales associées aux deux étoiles du système s'expriment suivant :

$$\boxed{\begin{aligned} V_1 &= \gamma - K_1 \left[\cos(\theta + \omega_2) + e \cos \omega_2 \right], \\ V_2 &= \gamma + K_2 \left[\cos(\theta + \omega_2) + e \cos \omega_2 \right]. \end{aligned}} \tag{2.69}$$

Nous voyons que, pour un tel système, l'évolution des vitesses radiales est régie par les éléments orbitaux $(P, T, e, \omega, \gamma, K_1, K_2)$, avec P et T intervenant à travers l'anomalie vraie. Les notations ω et ω_2 sont ici volontairement confondues. En effet, nous avons précédemment considéré l'orbite relative de la composante secondaire autour de la composante principale. Le terme ω apparaissant dans l'expression des éléments de Thiele-Innes, en équation 2.46, correspond alors à l'argument associé à la seconde étoile, soit $\omega = \omega_2$. Connaissant les éléments orbitaux du système, définis ci-dessus, il est donc possible de tracer les courbes de vitesse radiale des deux étoiles à partir de l'équation 2.69. La figure 2.9 présente un exemple de courbes de vitesse radiale pour nos deux étoiles de masses m_1 et m_2. Les éléments orbitaux du système sont pris ici de manière quelconque. Notons toutefois que le rapport entre les amplitudes K_1 et K_2 respecte la condition sur les masses des deux étoiles. Nous reviendrons sur cet aspect par la suite. Dans la pratique, nous pouvons donc déterminer avec précision les paramètres orbitaux d'un système à partir des courbes de vitesse radiale associées. En figure 2.9, nous voyons notamment que l'amplitude des deux courbes, la période orbitale et la vitesse systémique sont des quantités directement mesurables. L'obtention des éléments orbitaux du système nous permet dès lors d'accéder à certains de ses paramètres physiques.

Considérons dans un premier temps le cas de notre système binaire de type SB2. Nous cherchons à exprimer les masses des deux étoiles, m_1 et m_2, en fonction des éléments orbitaux du système. Tout d'abord, d'après l'équation 2.68, nous voyons que les demi-grands axes des deux orbites barycentriques sont reliés aux amplitudes K_1 et K_2 suivant :

$$a_1 = \frac{1}{2\pi} \frac{K_1 \, P \, (1-e^2)^{1/2}}{\sin i} \quad \text{et} \quad a_2 = \frac{1}{2\pi} \frac{K_2 \, P \, (1-e^2)^{1/2}}{\sin i}. \tag{2.70}$$

Le demi-grand axe linéaire de l'orbite visuelle est alors donné simplement par $a_{\text{ua}} = a_1 + a_2$, d'où :

$$a_{\text{ua}} = \frac{1}{2\pi} \frac{(K_1 + K_2) \, P \, (1-e^2)^{1/2}}{\sin i}. \tag{2.71}$$

En combinant cette dernière équation avec la troisième loi de Kepler, telle que définie en équation 2.50, nous obtenons que la masse totale du système s'exprime suivant :

$$M_{\text{tot}} = m_1 + m_2 = \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{(K_1 + K_2)^3 \, P \, (1 - e^2)^{3/2}}{\sin^3 i}. \tag{2.72}$$

De plus, par définition du centre de masse, nous avons directement que :

$$a_1 = a_{\text{ua}} \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} \right) \quad \text{et} \quad a_2 = a_{\text{ua}} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right). \tag{2.73}$$

Les termes a_1, a_2, a_{ua} et $(m_1 + m_2)$ peuvent finalement être remplacés en équation 2.73 par leurs expressions respectives (équations 2.70 à 2.72) de façon à isoler m_1 et m_2, soit :

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{(K_1 + K_2)^2 \, K_2 \, P \, (1 - e^2)^{3/2}}{\sin^3 i}, \\ m_2 &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{(K_1 + K_2)^2 \, K_1 \, P \, (1 - e^2)^{3/2}}{\sin^3 i}. \end{aligned} \tag{2.74}$$

Notons que, pour les équations 2.70 à 2.74, les masses sont exprimées en $M_\odot$, les amplitudes en ua/an, les demi-grands axes en ua et la période orbitale en années. Toutefois, dans la pratique, les amplitudes sont généralement mesurées en km/s[8] et les périodes orbitales en jours[9]. Pour les demi-grands axes a_1, a_2 et a_{ua}, définis en équations 2.70 et 2.71, nous obtenons alors les expressions usuelles suivantes :

$$a_1 \sin i = 9{,}192 \cdot 10^{-5} \, K_1 \, P \, (1 - e^2)^{1/2}, \tag{2.75}$$

$$a_2 \sin i = 9{,}192 \cdot 10^{-5} \, K_2 \, P \, (1 - e^2)^{1/2},$$

$$a_{\text{ua}} \sin i = 9{,}192 \cdot 10^{-5} \, (K_1 + K_2) \, P \, (1 - e^2)^{1/2}, \tag{2.76}$$

avec a_1, a_2 et a_{ua} exprimés en ua, K_1 et K_2 en km/s et P en jours. De la même façon, nous pouvons établir les expressions usuelles associées aux masses m_1 et m_2, soit :

$$\boxed{\begin{aligned} m_1 \sin^3 i &= 1{,}036 \cdot 10^{-7} \, (K_1 + K_2)^2 \, K_2 \, P \, (1 - e^2)^{3/2}, \\ m_2 \sin^3 i &= 1{,}036 \cdot 10^{-7} \, (K_1 + K_2)^2 \, K_1 \, P \, (1 - e^2)^{3/2}, \end{aligned}} \tag{2.77}$$

avec m_1 et m_2 exprimées en $M_\odot$, K_1 et K_2 en km/s et P en jours. Les quantités $m_1 \sin^3 i$ et $m_2 \sin^3 i$ sont couramment désignées dans la littérature par le terme de masses minimales. En effet, celles-ci fournissent une limite inférieure sur les masses stellaires lorsque l'inclinaison, i, n'est pas connue. Nous pouvons alors accéder au rapport des masses à partir des amplitudes des courbes de vitesse radiale suivant :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{K_2}{K_1} = \frac{a_2}{a_1}. \tag{2.78}$$

Ainsi, la condition $m_1 > m_2$ implique directement que $K_2 > K_1$, comme illustré en figure 2.9. Dans le cas d'une binaire visuelle de type SB2, il est possible de déterminer

8. $1\,\text{ua} = 1{,}496 \cdot 10^8\,\text{km}$ (Olive et al., 2014).
9. $1\,\text{an} = 365{,}242$ jours (Olive et al., 2014).

les masses des deux étoiles ainsi que la parallaxe du système. En section 2.4, nous avons vu que l'orbite apparente d'un tel système était décrite par les éléments orbitaux $(P, T, e, \omega, a, i, \Omega)$. Ainsi, connaissant l'inclinaison, nous pouvons déterminer la masse de chaque étoile à partir des quantités $m_1 \sin^3 i$ et $m_2 \sin^3 i$. Rappelons également que, d'après l'équation 2.55, la parallaxe est donnée par :

$$\boxed{\pi_{\text{mas}} = \frac{a_{\text{mas}}}{a_{\text{ua}}}.} \tag{2.79}$$

Ici, le demi-grand axe angulaire, a_{mas}, est obtenu directement à partir de l'orbite apparente tandis que le demi-grand axe linéaire, a_{ua}, est calculé suivant l'équation 2.76, connaissant l'inclinaison. La parallaxe ainsi obtenue est désignée sous le nom de parallaxe orbitale.

Considérons finalement le cas d'un système binaire de type SB1. Nous ne disposons de ce fait que de la courbe de vitesse radiale associée à l'étoile principale, de masse m_1. La troisième loi de Kepler, appliquée à l'orbite barycentrique de l'étoile principale, s'écrit alors suivant :

$$\frac{m_2^3}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{a_1^3}{P^2}. \tag{2.80}$$

Rappelons que le demi-grand axe a_1 est relié à l'amplitude mesurée K_1 d'après l'équation 2.70. Nous pouvons ainsi remplacer le terme a_1 par son expression (équation 2.70) de façon à définir la quantité suivante :

$$f(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{1}{(2\pi)^3} K_1^3 P (1 - e^2)^{3/2} \tag{2.81}$$

avec m_1 et m_2 exprimées en $M_\odot$, K_1 en ua/an et P en années. La quantité $f(m)$ est couramment désignée dans la littérature par le terme de fonction de masse. Son expression usuelle est donnée par :

$$\boxed{f(m) = \frac{m_2^3 \sin^3 i}{(m_1 + m_2)^2} = 1{,}036 \cdot 10^{-7} K_1^3 P (1 - e^2)^{3/2}} \tag{2.82}$$

avec m_1 et m_2 exprimées en $M_\odot$, K_1 en km/s et P en jours. Dans le cas d'une binaire visuelle de type SB1, il est à nouveau possible de déterminer les masses des deux étoiles. Pour cela, nous devons toutefois disposer d'une mesure indépendante de la parallaxe. Ainsi, connaissant la parallaxe et le demi-grand axe angulaire, nous pouvons calculer la masse totale du système d'après la troisième loi de Kepler (équation 2.56). L'inclinaison étant également connue, la masse de l'étoile secondaire, m_2, peut dès lors être déterminée à partir de la fonction de masse (équation 2.82). Finalement, nous obtenons la masse de l'étoile principale, m_1, par simple différence avec la masse totale du système. Les figures 2.10 et 2.11 indiquent les grandeurs accessibles selon la nature des observations disponibles en considérant respectivement le cas des systèmes binaires de type SB1 et SB2.

Pour conclure, nous avons vu que l'analyse des courbes de vitesse radiale permettait de fixer des contraintes sur les masses des deux étoiles d'un système binaire. Dans la suite de ce manuscrit, nous allons présenter deux systèmes de type SB2 pour lesquels

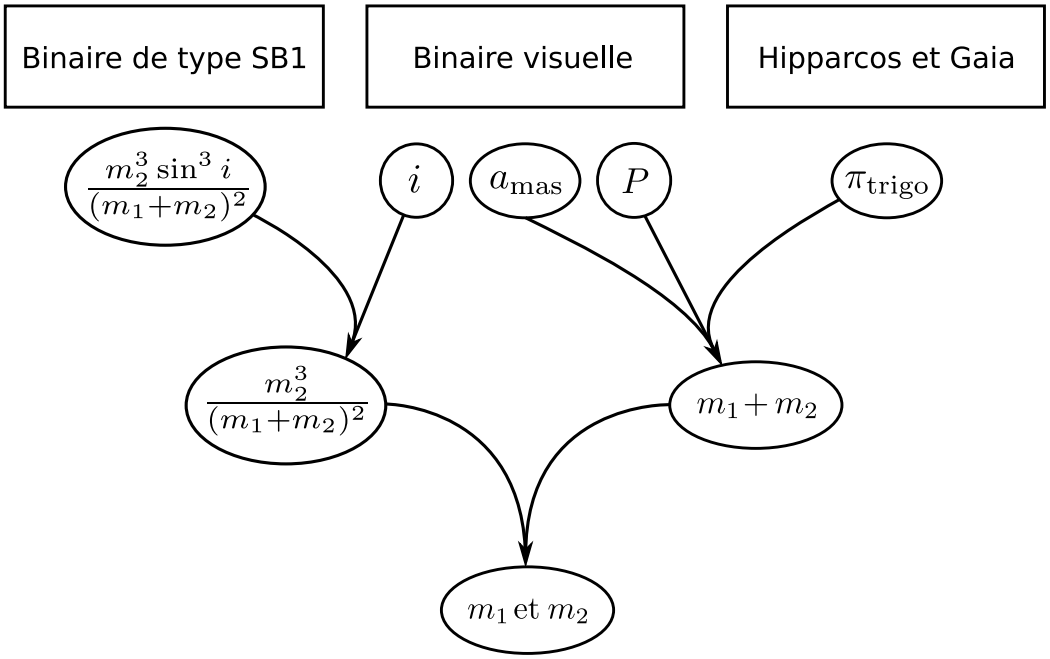


FIGURE 2.10 – Schéma des différentes grandeurs accessibles selon la nature des observations disponibles en considérant le cas d'une binaire spectroscopique de type SB1.

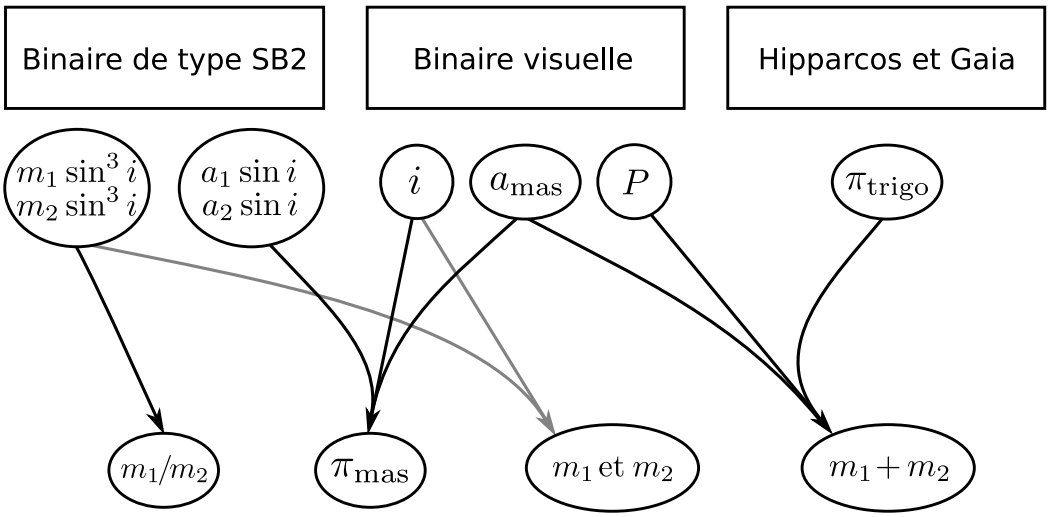


FIGURE 2.11 – Schéma des différentes grandeurs accessibles selon la nature des observations disponibles en considérant le cas d'une binaire spectroscopique de type SB2.

nous disposons également de l'orbite relative. Pour de tels systèmes, l'analyse combinée des courbes de vitesse radiale et de l'orbite relative passe par la détermination des dix éléments orbitaux $(P, T, \gamma, K_1, K_2, e, \omega, a, i, \Omega)$. Nous avons rappelé la définition de ces différents éléments en table 2.2.

TABLE 2.2 – Éléments orbitaux caractérisant une binaire visuelle de type SB2.

Symbole	Unité	Intervalle	Désignation
P	jours		Période orbitale
T	jours		Temps de passage au périastre
γ	km/s		Vitesse systémique
K_1	km/s		Demi-amplitude de la courbe de vitesse radiale pour l'étoile 1
K_2	km/s		Demi-amplitude de la courbe de vitesse radiale pour l'étoile 2
e		$[0, 1[$	Excentricité orbitale
ω	radians	$[0, 2\pi]$	Argument du périastre
a	mas		Demi-grand axe angulaire de l'orbite relative
i	radians	$[0, \pi]$	Inclinaison
Ω	radians	$[0, 2\pi]$	Longitude du nœud ascendant

Chapitre 3

Astérosismologie d'étoiles de type solaire avec K2

Sommaire

3.1 Résumé de l'article 53
3.2 Détection et extraction des modes 54
3.3 Article paru dans PASP 55

3.1 Résumé de l'article

Cet article s'inscrit dans le cadre du nouveau mode de fonctionnement du satellite spatial Kepler, désormais connu sous le nom de mission K2. Il vise à démontrer notre capacité à détecter des étoiles de type solaire à partir des premières données obtenues par K2. Dans ce but, un total de 23 étoiles brillantes ($m_v \approx 7$–9) ont été sélectionnées afin d'être observées par K2. Les observations ont été réalisées en cadence courte [1] sur une période de 82 jours durant la campagne 1 (C1). Les spectres de puissance issus de ces observations ont alors été distribués à une première série d'équipes dans le but de détecter la signature caractéristique des oscillations de type solaire. Nous avons donc participé à l'analyse des spectres de puissance en employant nos codes de détection et d'extraction des modes. Ces codes ont par ailleurs été largement utilisés au cours de la mission nominale. Ainsi, nous avons rapporté la détection d'oscillations pour deux des quatre étoiles identifiées par l'ensemble des équipes (EPIC 201367296 et 201367904). Nous avons extrait les modes d'oscillations de ces deux étoiles en ajustant leur spectre respectif par la méthode du maximum de vraisemblance [2] et déterminé leurs paramètres sismiques $\Delta\nu$ et $\nu_{\max}$ [3]. Ces deux paramètres, combinés aux données spectroscopiques, ont finalement permis à une seconde série d'équipes d'entreprendre la modélisation des quatre étoiles détectées afin d'estimer leurs propriétés physiques. Cette étude met ainsi en évidence notre capacité à effectuer l'analyse astérosismique d'étoiles observées dans le cadre de la mission K2.

1. SC : *short-cadence*.
2. MLE : *Maximum likelihood estimation*.
3. Le paramètre $\nu_{\max}$ correspond à la fréquence du maximum de puissance des oscillations.

3.2 Détection et extraction des modes

Au cours de l'étude réalisée par Chaplin et al. (2015), j'ai participé à l'analyse des spectres de puissance pour un échantillon de 23 étoiles observées par K2. Mon travail a alors consisté à détecter et à extraire les modes de ces étoiles afin d'en déterminer les paramètres sismiques. J'ai ainsi pu mettre en évidence la présence d'oscillations de type solaire pour les deux étoiles dont les spectres de puissance sont montrés en figure 3.1, à savoir EPIC 201367296 et 201367904. J'ai pour cela procédé suivant la méthodologie présentée ci-dessous.

Afin de détecter et d'extraire les modes d'oscillations parmi les 23 étoiles sélectionnées, j'ai eu recours aux codes développés et employés par les membres de l'équipe dans le cadre de la mission nominale. Les principales étapes ayant mené à la détermination des paramètres sismiques pour les deux étoiles citées plus haut sont les suivantes :

1. J'ai recherché la signature d'oscillations de type solaire à l'aide d'un code de détection automatique basé sur l'autocorrélation des séries temporelles (Mosser & Appourchaux, 2009). Celui-ci permet une estimation préalable des paramètres $\Delta\nu$ et $\nu_{\max}$ ainsi que des fréquences individuelles. Par ailleurs, j'ai entrepris une inspection visuelle des spectres de puissance et des diagrammes échelle associés aux 23 étoiles considérées ici.

2. J'ai alors extrait les modes d'oscillations des deux étoiles détectées en ajustant leur spectre respectif par la méthode MLE. Une première étape de cette procédure consiste à ajuster une gaussienne décrivant l'enveloppe des modes d'oscillations ainsi que le fond stellaire décrit par la somme d'un profil lorentzien et d'un bruit blanc.

3. Dans un second temps, le spectre de puissance est ajusté pour un nombre n de modes sans tenir compte du splitting rotationnel [4]. Les fréquences déterminées en étape 1 sont alors utilisées comme valeurs initiales pour l'ajustement.

4. Finalement, l'étape 3 est répétée en laissant le splitting rotationnel et l'angle d'inclinaison de l'étoile comme des paramètres libres. Afin de statuer sur la pertinence de ces deux paramètres, un test du rapport de vraisemblance est réalisé.

Les barres d'erreur associées aux fréquences individuelles des modes sont obtenues en calculant l'inverse de la matrice hessienne. Pour accéder à la qualité des valeurs issues de cette procédure, j'ai eu recours à un test LR [5] ainsi qu'aux probabilités à postériori suivant la méthodologie décrite par Appourchaux et al. (2012). La figure 3.1 illustre, à titre d'exemple, les résultats du test LR appliqué au cas des deux étoiles.

J'ai finalement déterminé les valeurs des paramètres sismiques pour les deux étoiles détectées en ajustant l'expression asymptotique des fréquences et la hauteur des modes. Ainsi, j'ai obtenu $\Delta\nu = 65.0 \pm 0.4\,\mu$Hz et $\nu_{\max} = 1281 \pm 8\,\mu$Hz pour EPIC 201367296 et $\Delta\nu = 52.2 \pm 0.2\,\mu$Hz et $\nu_{\max} = 954 \pm 15\,\mu$Hz pour EPIC 201367904, les incertitudes ayant été calculées à partir d'une simulation Monte-Carlo. Ces valeurs s'accordent avec celles retournées par la pipeline OCTAVE (Hekker et al., 2010) et utilisées ensuite pour la modélisation. En se basant sur cette étude, il apparait évident que la méthodologie présentée ci-dessus peut être employée dans le but de détecter et d'extraire les modes d'oscillations pour les deux composantes d'une binaire sismique.

4. Le terme splitting est couramment utilisé en français pour désigner la décomposition des modes suivant l'ordre azimutal m du fait de la rotation de l'étoile.

5. De l'anglais *Likelihood ratio test*.

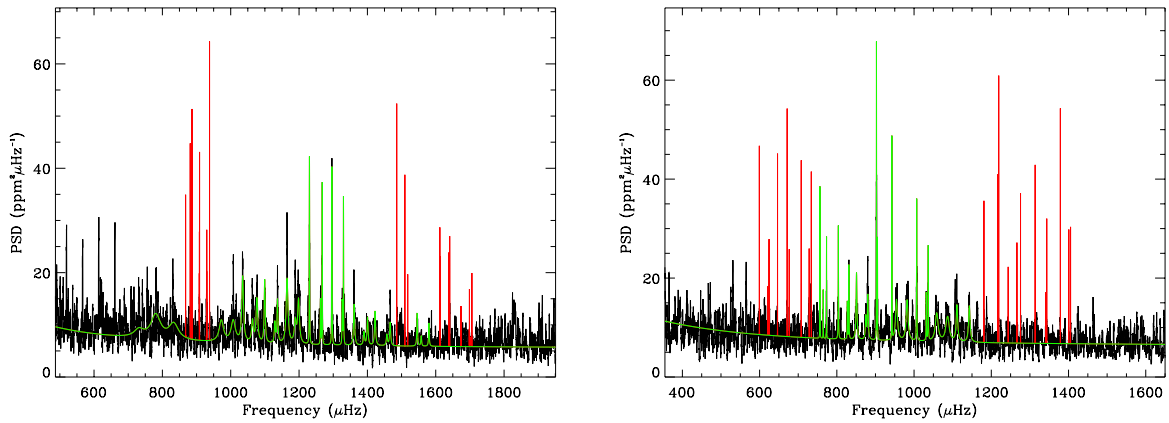


FIGURE 3.1 – Spectres de puissance de EPIC 201367296 (gauche) et EPIC 201367904 (droite) où les modes acceptés par le test LR sont représentés en vert et ceux rejetés sont représentés en rouge. Les modes acceptés à $\sim 800\,\mu$Hz et $1550\,\mu$Hz pour EPIC 201367296 correspondent à des artéfacts dus au bruit instrumental. Ceux-ci ne sont pas pris en compte lors de l'analyse statistique.

3.3 Article paru dans PASP

PUBLICATIONS OF THE ASTRONOMICAL SOCIETY OF THE PACIFIC, **127**:1038–1044, 2015 October
© 2015. The Astronomical Society of the Pacific. All rights reserved. Printed in U.S.A.

Asteroseismology of Solar-Type Stars with *K2*: Detection of Oscillations in C1 Data

W. J. CHAPLIN,[1,2] M. N. LUND,[2,1] R. HANDBERG,[2,1] S. BASU,[3] L. A. BUCHHAVE,[4,5] T. L. CAMPANTE,[1,2] G. R. DAVIES,[1,2] D. HUBER,[6,7,2] D. W. LATHAM,[4] C. A. LATHAM,[4] A. SERENELLI,[8] H. M. ANTIA,[9] T. APPOURCHAUX,[10] W. H. BALL,[11] O. BENOMAR,[12] L. CASAGRANDE,[13] J. CHRISTENSEN-DALSGAARD,[2] H. R. COELHO,[1,2] O. L. CREEVEY,[14] Y. ELSWORTH,[1,2] R. A. GARCÍA,[15] P. GAULME,[16] S. HEKKER,[17,2] T. KALLINGER,[18] C. KAROFF,[2] S. D. KAWALER,[19] H. KJELDSEN,[2] M. S. LUNDKVIST,[2] F. MARCADON,[10] S. MATHUR,[20] A. MIGLIO,[1,2] B. MOSSER,[21] C. RÉGULO,[22] I. W. ROXBURGH,[23] V. SILVA AGUIRRE,[2] D. STELLO,[6,2] K. VERMA,[9] T. R. WHITE,[11] T. R. BEDDING,[6,2] T. BARCLAY,[24,25] D. L. BUZASI,[26] S. DEHUEVELS,[27] L. GIZON,[17,11,28] G. HOUDEK,[2] S. B. HOWELL,[24] D. SALABERT,[15] AND D. R. SODERBLOM[29]

Received 2015 June 10; accepted 2015 July 07; published 2015 September 9

ABSTRACT. We present the first detections by the NASA *K2* mission of oscillations in solar-type stars, using short-cadence data collected during *K2* Campaign 1 (C1). We understand the asteroseismic detection thresholds for C1-like levels of photometric performance, and we can detect oscillations in subgiants having dominant oscillation frequencies around $1000\ \mu$Hz. Changes to the operation of the fine-guidance sensors are expected to give significant improvements in the high-frequency performance from C3 onwards. A reduction in the excess high-frequency noise by a factor of 2.5 in amplitude would bring main-sequence stars with dominant oscillation frequencies as high as $\simeq 2500\ \mu$Hz into play as potential asteroseismic targets for *K2*.

Online material: color figures

[1] School of Physics and Astronomy, University of Birmingham, Edgbaston, Birmingham B15 2TT, United Kingdom.
[2] Stellar Astrophysics Centre (SAC), Department of Physics and Astronomy, Aarhus University, Ny Munkegade 120, DK-8000 Aarhus C, Denmark.
[3] Department and Astronomy, Yale University, New Haven, CT 06520.
[4] Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, 60 Garden Street, Cambridge, MA 02138.
[5] Centre for Star and Planet Formation, Natural History Museum of Denmark, University of Copenhagen, DK-1350 Copenhagen, Denmark.
[6] Sydney Institute for Astronomy, School of Physics, University of Sydney, Sydney, Australia.
[7] SETI Institute, 189 Bernardo Avenue, Mountain View, CA 94043.
[8] Instituto de Ciencias del Espacio (ICE-CSIC/IEEC), Campus UAB, Carrer de Can Magrans, s/n 08193 Cerdanyola del Vallés, Spain.
[9] Tata Institute of Fundamental Research, Homi Bhabha Road, Mumbai 400005, India.
[10] Institut d'Astrophysique Spatiale, Université Paris 11, CNRS (UMR8617), Batiment 121, F-91405 Orsay Cedex, France.
[11] Institut für Astrophysik, Georg-August-Universität Göttingen, Friedrich-Hund-Platz 1, 37077, Göttingen, Germany.
[12] University of Tokyo, Tokyo 113-0033, Japan.
[13] Research School of Astronomy and Astrophysics, Mount Stromlo Observatory, Australian National University, Cotter Road, Weston ACT 2611, Australia.
[14] Laboratoire Lagrange, Université de Nice Sophia-Antipolis, UMR 7293, CNRS; Observatoire de la Côte d'Azur, Nice, France.
[15] Laboratoire AIM Paris-Saclay, CEA/DSM–CNRS–Université Paris Diderot–IRFU/SAp, Centre de Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.
[16] Department of Astronomy, New Mexico State University, Las Cruces, NM 88003-8001; Also at: Apache Point Observatory, 2001 Apache Point Road, P.O. Box 59, Sunspot, NM 88349.
[17] Max Planck Institut für Sonnensystemforschung, Justus-von-Liebig-Weg 3, 37077 Göttingen, Germany.
[18] Institut für Astronomie, Universität Wien, Türkenschanzstr. 17, 1180 Wien, Austria.
[19] Department of Physics and Astronomy, Iowa State University, Ames, IA 50011.
[20] Space Science Institute, 4750 Walnut Street, Suite 205, Boulder CO 80301.
[21] LESIA, Observatoire de Paris, PSL Research University, CNRS; Université Pierre et Marie Curie, Université Denis Diderot, 92195 Meudon, France.
[22] Instituto de Astrofísica de Canarias, 38205 La Laguna, Tenerife; Also at: Universidad de La Laguna, Departamento de Astrofísica, 38206 La Laguna, Tenerife, Spain.
[23] Astronomy Unit, Queen Mary University of London, Mile End Road, E1 4NS London, United Kingdom.
[24] NASA Ames Research Center, Moffett Field, CA 94035.
[25] Bay Area Environmental Research Institute, 560 Third Street, West Sonoma, CA 95476.
[26] Department of Chemistry and Physics, Florida Gulf Coast University, 10501 FGCU Boulevard, South Fort Myers, FL 33965-6501.
[27] Université de Toulouse, UPS-OMP, IRAP, 31028 Toulouse, France.
[28] Center for Space Science, New York University, Abu Dhabi, P.O. Box 129188, Abu Dhabi, UAE.
[29] Space Telescope Science Institute, Baltimore, MD 21218; Also at: Center for Astrophysical Sciences, Department of Physics and Astronomy, Johns Hopkins University, Baltimore, MD 21218.

1. INTRODUCTION

Asteroseismology of solar-type stars has been one of the major successes of the NASA *Kepler* mission (Gilliland et al. 2010a). The nominal mission provided data of exquisite quality for unprecedented numbers of low-mass main-sequence stars and cool subgiants. Asteroseismic detections were made in more than 600 field stars (Chaplin et al. 2011a, 2014), including a sample of *Kepler* planet hosts (Huber et al. 2013). These data have enabled a range of detailed asteroseismic studies (see Chaplin & Miglio [2013] and references therein), many of which are ongoing.

The nominal mission ended in May 2013 with the loss of a second of the spacecraft's four onboard reaction wheels. This meant the spacecraft could no longer maintain three-axis stabilized pointing. However, thanks to the ingenuity of the mission teams, *Kepler* data collection has continued as a new ecliptic-plane mission, *K2* (Howell et al. 2014). Targeting stars in the ecliptic minimizes the now unconstrained roll about the spacecraft boresight, thereby helping to compensate for the loss of full three-axis stability. The degraded photometric performance presents particular challenges for the detection of oscillations in solar-type stars. The oscillations are stochastically excited and intrinsically damped by near-surface convection. While this mechanism gives rise to a rich spectrum of potentially observable overtones, having periods of the order of minutes, it also limits the modes to tiny amplitudes, typically several parts per million in brightness.

The opportunity to continue asteroseismic studies of solar-type stars with *K2* would provide fresh data on stars in the solar neighborhood for application to both stellar and Galactic chemical evolution studies. The new fields have also led to the possibility of detecting oscillations of solar-type stars in open clusters and eclipsing binaries. This would provide independent data to test the accuracy of asteroseismic estimates of fundamental stellar properties. Other specific targets of interest would potentially benefit from the provision of asteroseismic data, known exoplanet host stars being obvious examples.

In this article, we report the detection of oscillations in several subgiants using *K2* short-cadence (SC) data collected during Campaign 1 (C1). We describe the target selection and data analysis and also discuss the implications of our results for future *K2* campaigns.

2. DATA

2.1. Target Selection and Follow-up Spectroscopic Data

Our selected target list started with the *Hipparcos* catalog (van Leeuwen 2007). Use of these data allows us to make robust predictions for many bright, potential *K2* targets in the ecliptic. Effective temperatures were estimated from the $B-V$ color data in the catalog, using the calibration of Casagrande et al. (2010), and luminosities, L, were estimated from the parallaxes. These calculations used reddening estimates from Drimmel et al. (2003) (negligible for many of our targets). We adopted $M_{\mathrm{bol},\odot} = 4.73$ mag (Torres 2010) and consistent bolometric corrections from the Flower (1996) polynomials presented in Torres (2010), which use the estimated T_{eff} as input. We also applied a cut on parallax, selecting only those stars having fractional parallax uncertainties of 15% or better. Stellar radii were then estimated from L and T_{eff}, and approximate masses were estimated from a simple power law in L (which was sufficient for selecting targets).

The estimated *Hipparcos*-based stellar properties were used as input to well-tested procedures (Chaplin et al. 2011b) that enabled us to predict seismic parameters and relevant detectability metrics. We narrowed down the sample to 23 well-characterized bright ($m_v \approx 7$–9) solar-type stars to be proposed for *K2* observations. All targets were predicted to show solar-like oscillations on timescales of the order of minutes, necessitating SC observations.

We also collected ground-based spectroscopic data on our selected C1 targets to help us check the *Hipparcos*-based predictions, and to better understand the final yield of asteroseismic detections. Observations were made using the TRES spectrograph (Fürész 2008) on the 1.5 m Tillinghast telescope at the F. L. Whipple Observatory. Atmospheric parameters were derived using the Stellar Parameter Classification pipeline (SPC; see Buchhave et al. 2012). SPC was used to match observed spectra—taken at a resolution of 44,000—to sets of synthetic model spectra to derive estimates of T_{eff}, $\log g$, metallicity, and $v \sin i$. In what follows, we assume that relative metal abundances [M/H] returned by SPC are equivalent to relative iron abundances, [Fe/H]. Table 1 contains the derived spectroscopic parameters. There are four rapidly rotating stars in the sample, and some caution is advised regarding their estimated parameters. Overall, we found good agreement between the spectroscopic parameters and the *Hipparcos*-based values. Table 1 also includes the *Hipparcos*-based estimates of the luminosities.

To understand the limits on *K2* performance in C1, we deliberately sampled the region of the H-R diagram across which detections had been made in the nominal mission, as shown in the top panel of Figure 1. The symbols denote stars that provided firm asteroseismic detections (*black circles*), marginal detections (*gray circles*), no detections (*open circles*), or no detections with a high measured $v \sin i$ (*red asterisks*). Details are given below (notably in § 3.1).

2.2. *K2* Data and Light-Curve Preparation

Each target was observed by *K2* for just over 82 days in C1—which lasted from 2014 May 30 to 2014 August 21—with data collected in SC mode (Gilliland et al. 2010b). We used the K2P^2 pipeline (Lund et al. 2015) to prepare SC light curves for asteroseismic analysis. In brief, the pipeline took the SC target pixel data as input. Masks for all targets in a given frame were defined manually, and flux and position data were then extracted for our chosen targets of interest. Corrections were then applied to the

TABLE 1
SPECTROSCOPIC PARAMETERS AND LUMINOSITIES OF TARGETS

EPIC	HIP	$T_{\rm eff}(\pm 77)$(K)	$\log g(\pm 0.1)$(dex)	[Fe/H](± 0.1)(dex)	$v \sin i(\pm 0.5)$(km s^{-1})	Predicted$\nu_{\rm max}(\mu Hz)$	$\log(L/L_{\odot})$(dex)
201162999	56884	5749	4.44	−0.13	2.1	3106^{+821}_{-649}	−0.08 ± 0.07
201164031	56907	5723	4.47	0.38	0.9	3343^{+884}_{-699}	0.07 ± 0.05
201182789[a]	57275	6532	4.15	−0.04	38.4	1491^{+393}_{-311}	0.69 ± 0.09
201215315[a]	57456	6523	4.20	−0.14	41.3	1666^{+439}_{-347}	0.50 ± 0.04
201343968	55379	6219	4.09	0.04	9.0	1349^{+356}_{-281}	0.61 ± 0.09
201353392	55288	6110	4.13	−0.01	8.1	1465^{+387}_{-306}	0.43 ± 0.07
201367296	58093	5695	4.00	0.19	3.5	1135^{+300}_{-237}	0.42 ± 0.05
201367904	58191	6125	3.84	−0.04	10.3	754^{+199}_{-157}	0.64 ± 0.11
201421619	55438	5751	4.39	−0.38	2.5	2799^{+740}_{-585}	0.00 ± 0.12
201436411	56282	6009	4.15	−0.26	4.7	1565^{+413}_{-327}	0.23 ± 0.06
201592408	56755	5993	4.31	−0.24	3.6	2260^{+597}_{-472}	0.23 ± 0.11
201601162	54675	5911	4.53	0.04	5.6	3812^{+1007}_{-796}	0.07 ± 0.09
201602813	55022	6156	3.81	−0.82	11.9	710^{+187}_{-148}	0.33 ± 0.11
201614568[a]	54857	6940	4.13	−0.05	85.8	1378^{+363}_{-287}	0.71 ± 0.03
201620616	58643	5999	4.37	−0.16	3.6	2599^{+686}_{-543}	−0.02 ± 0.05
201626704	54541	5505	4.50	0.09	0.7	3686^{+975}_{-771}	−0.20 ± 0.03
201698809	55638	5570	4.71	0.09	0.4	5916^{+1565}_{-1237}	−0.40 ± 0.05
201729267	55574	6130	3.76	−0.43	7.0	622^{+164}_{-130}	0.80 ± 0.12
201733406	55467	6155	3.76	−0.29	5.3	627^{+165}_{-131}	0.64 ± 0.09
201756263[a]	57034	6820	3.81	−0.08	54.0	674^{+177}_{-140}	0.56 ± 0.10
201820830	55778	6417	4.08	0.00	12.2	1292^{+340}_{-269}	0.62 ± 0.08
201853942	57136	6053	4.14	−0.05	4.4	1513^{+399}_{-316}	0.33 ± 0.07
201860743	57676	5852	3.95	−0.08	4.7	993^{+262}_{-207}	0.56 ± 0.07

[a] Extra caution is advised regarding the classifications of these rapidly rotating stars.

light curves to mitigate the impact of changes of the target positions on the CCD. Finally, additional corrections were made using the filtering described by Handberg & Lund (2014).

3. RESULTS

3.1. Asteroseismic Detections

The light curves were distributed to several teams, who each attempted to detect signatures of solar-like oscillations in the power spectra of the data. A complementary range of well-tested analysis codes was used, which had been applied extensively to data from the nominal *Kepler* mission (e.g., Christensen-Dalsgaard et al. 2008; Huber et al. 2009; Mosser & Appourchaux 2009; Roxburgh 2009; Hekker et al. 2010; Kallinger et al. 2010; Mathur et al. 2010; Gilliland et al. 2011; Benomar et al. 2012; Campante 2012; see also comparison of methods in Verner et al. [2011]). In cases where oscillations were detected, each team was asked to return estimates of the two most commonly used global or average asteroseismic parameters: $\Delta\nu$, the average frequency spacing between consecutive overtones of the same angular degree; and $\nu_{\rm max}$, the frequency at which the oscillations present their strongest observed amplitudes.

We checked the asteroseismic detection yield using the spectroscopic data. The bottom panel of Figure 1 provides a visual summary of these checks. The horizontal axis shows the predicted $\nu_{\rm max}$ for each target, made using the spectroscopic $T_{\rm eff}$ and $\log g$ as inputs. Estimates were calculated using the widely used scaling relation (Brown et al. 1991; Kjeldsen & Bedding 1995):

$$\nu_{\rm max} \simeq \left(\frac{g}{g_{\odot}}\right)\left(\frac{T_{\rm eff}}{\rm T_{eff\odot}}\right)^{-1/2} \nu_{\rm max\,\odot}, \qquad (1)$$

with the solar value $\nu_{\rm max\,\odot} = 3090\ \mu$Hz (see Chaplin et al. 2014) providing the absolute calibration. These predicted $\nu_{\rm max}$ are given in Table 1.

The vertical axis on the bottom panel of Figure 1 relates to our ability to detect solar-like oscillations. In the frequency domain, where the analysis of the *K2* data is conducted, peaks due to the oscillations are superimposed on a slowly varying, broadband background. Our ability to make a detection depends on the prominence of the oscillation peaks above that underlying background. For solar-like oscillators, the background in the frequency range occupied by the most prominent modes has contributions from granulation, shot noise, and other instrumental noise.

The symbols with error bars show measured background levels, $B_{\rm max}$, in the *K2* spectra at the predicted $\nu_{\rm max}$. Solar-like oscillators with lower frequencies of maximum variability show

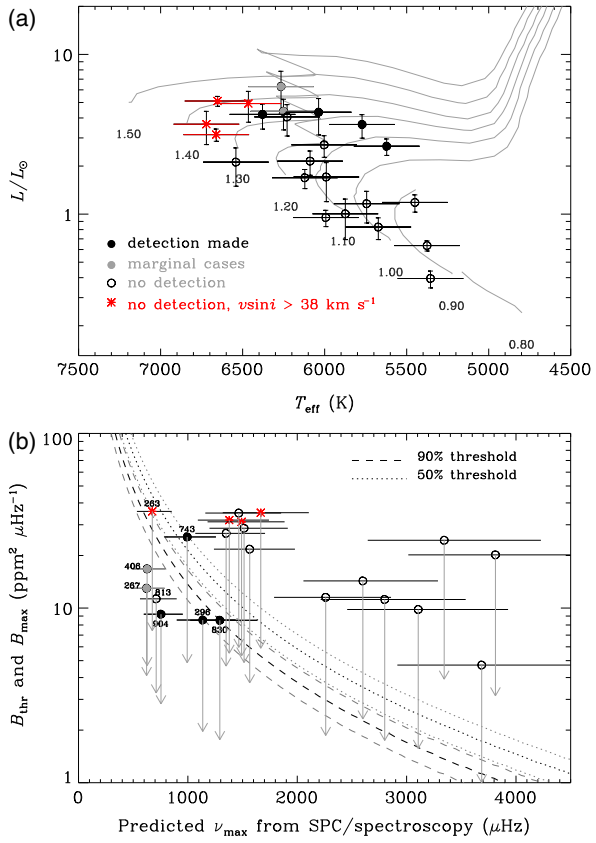


FIG. 1.—Top panel: H-R diagram of the SC targets. Targets with firm asteroseismic detections are plotted with *filled black circles*, marginal detections with *filled gray circles*, no detections with *open circles*, and no detections with very high measured $v \sin i$ ($\simeq$38 to 85 km s^{-1}) with red asterisks. Bottom panel: Symbols with errors show measured background levels $B_{\rm max}$ in the *K2* spectra (in power spectral density units) at the predicted $\nu_{\rm max}$, with rendering as per the top panel. Curves show threshold background power levels, $B_{\rm thr}$, to have a $\simeq$90% (*black dashed lines*) and $\simeq$50% (*black dotted lines*) chance of making a detection. Uncertainties on the plotted thresholds are rendered in gray. *Arrows* show the result of reducing the excess high-frequency noise by a factor of 2.5 in amplitude (just over 6 in power). See the electronic edition of the *PASP* for a color version of this figure.

larger amplitude oscillations: the lower $\nu_{\rm max}$, the larger is the maximum amplitude (i.e., brightness variation, in ppm) and, hence, the easier it is to make a detection for a given $B_{\rm max}$. Using the results from over 600 stars from the nominal mission, we can predict oscillation amplitudes as a function of $\nu_{\rm max}$. With the predicted amplitudes in hand, we may estimate threshold background levels that would permit a significant detection of the oscillations.

We calculated these thresholds using the detection recipe in Chaplin et al. (2011b). The lines in the bottom panel of Figure 1 show the threshold levels, $B_{\rm thr}$, below which the observed backgrounds $B_{\rm max}$ must lie to have a $\simeq$90% (*black dashed line*) and $\simeq$50% (*black dotted line*) chance of making a detection. The gray curves show uncertainties on the plotted thresholds.

The results returned by the mode-detection teams indicated that we had four good asteroseismic detections. These stars are plotted in Figure 1 using filled black symbols; numbers are the final three digits of the associated *K2* Ecliptic Plane Catalog (EPIC) numbers (D. Huber et al., in preparation).[30] Two other targets showed marginal detections, and they are shown in gray. It is important to stress that these stars all lie in the part of the bottom panel where we would expect to make detections, i.e., where $B_{\rm max} < B_{\rm thr}$. Even though there are other targets that show lower or similar background levels in their *K2* spectra, they lie at higher predicted $\nu_{\rm max}$ where the intrinsic oscillation amplitudes, and hence the chances of making a detection, are lower.

The observed $\nu_{\rm max}$ were in good agreement with the spectroscopic predictions, at the level of precision of the data. Note that the spectroscopic predictions of $\nu_{\rm max}$ have fractional uncertainties of $\simeq$25%, which are significantly larger than the typical uncertainties given by the asteroseismic measurements (which are in contrast at the few-percent level).

Figure 2 shows the *K2* power spectra of the four stars with firm detections. Each spectrum has been smoothed with a 2 μHz boxcar filter. Sets of vertical gray solid and dashed lines are separated by the estimated average $\Delta\nu$ and mark the spacing on which we would expect to see modes. The power envelope of the oscillation spectrum of EPIC 201820830 is somewhat flatter in frequency than the more classic Gaussian-like envelopes shown by the other three stars. This is a characteristic of hot F-type stars (e.g., Arentoft et al. 2008). The oscillations are strongly damped, and this tends to wash out the visual appearance of the oscillation spectrum.

The insets show the power spectrum of the power spectrum (PSPS) of each star, computed from the region around $\nu_{\rm max}$. The significant peak in each PSPS lies at $\Delta\nu/2$ and is the detected signature of the near-regular spacing of oscillation peaks in the frequency spectrum. These detection signatures persisted for each star when the respective C1 light curves were divided into two equal halves in the time domain and analyzed separately.

There are two stars in the bottom panel of Figure 1 that did not yield firm or even marginal detections, but might be expected to do so. One of these stars (EPIC 201756263) is plotted in red. There are also three other stars shown in red on the diagram. These are all rapidly rotating solar-type stars with $v \sin i$ in the range $\simeq$38 to 85 km s^{-1}. They are therefore presumably young and may be very active, which is known to lead to significant suppression of the oscillation amplitudes (e.g., García et al. 2010; Chaplin et al. 2011c; Campante et al. 2014), making it much harder to detect oscillations. The detection recipe does not yet make allowance for suppression of the oscillation amplitudes by activity.

[30] http://archive.stsci.edu/k2/epic.pdf.

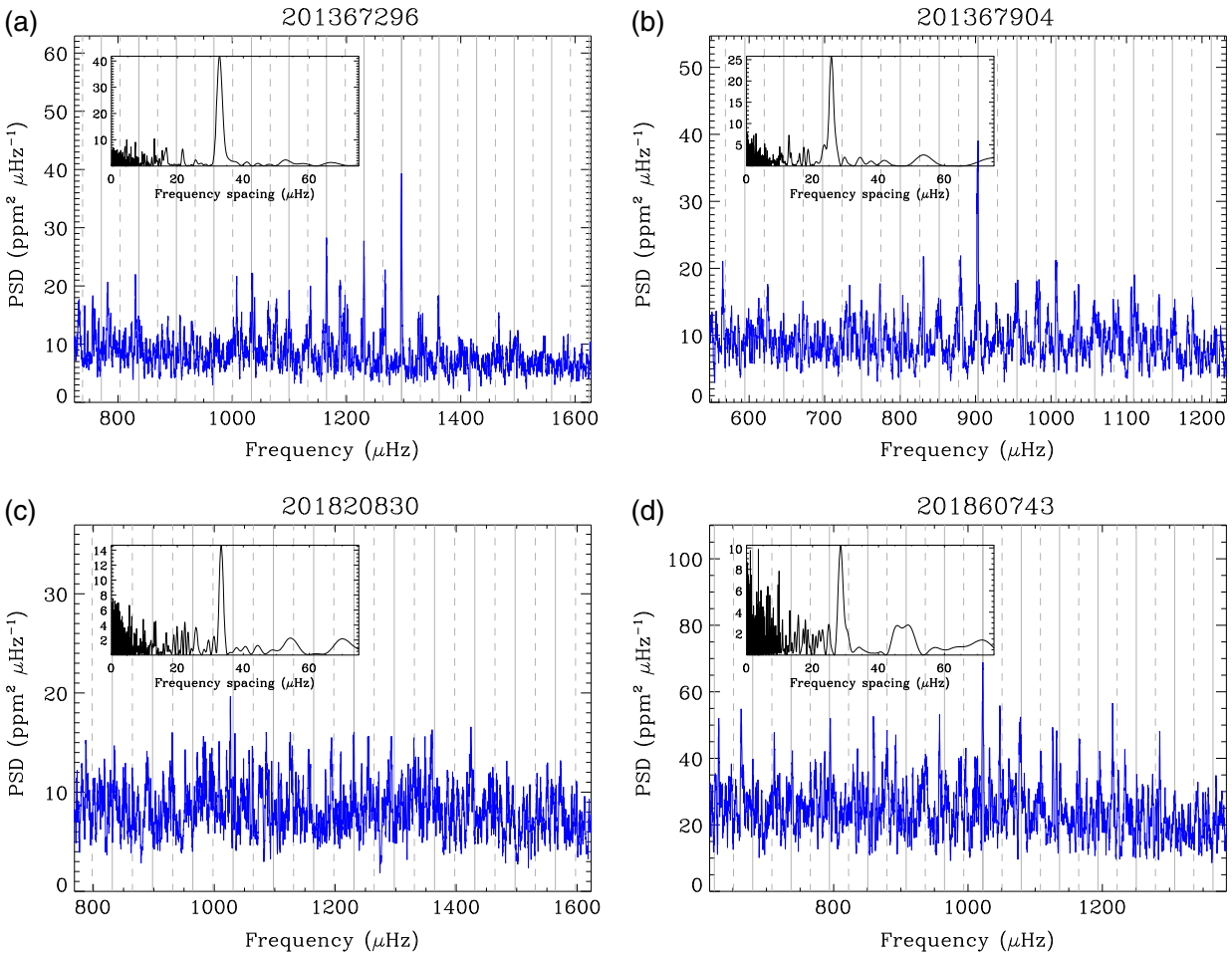


FIG. 2.—*K2* power spectra of the four targets with firm asteroseismic detections (smoothed with a 2 μHz boxcar filter). Insets show the PSPS of each star, computed for regions in the first spectra that lie about $\nu_{\rm max}$. See text for further details. See the electronic edition of the *PASP* for a color version of this figure.

The other star that might be expected to show a detection (EPIC 201602813, plotted with an open symbol) is noteworthy because it is by far the most metal-poor star in the sample. This may lead to attenuation of the observed amplitudes, relative to the basic predictions (e.g., Houdek et al. 1999; Samadi et al. 2010). Other explanations are that the $\nu_{\rm max}$ scaling underpredicts the $\nu_{\rm max}$ value for this star, or that the spectroscopic parameters are incorrect. We think that this latter explanation is unlikely. The target-selection (*Hipparcos*-based) prediction for $\nu_{\rm max}$ was in good agreement with the spectroscopic estimate. The target is also the primary component of a single-lined spectroscopic binary (Carney et al. 2001), which will be spatially unresolved in the *K2* pixel data. However, flux contamination from the secondary (a suspected white dwarf) is likely to be low.

It is of course also possible that residual artifacts and other problems relating to the light-curve extraction, preparation, and filtering may have prevented a good detection being made. There are clearly persistent artifact peaks in some of the frequency spectra. Moreover, the high-frequency noise levels for all stars are not close to being shot-noise limited, unlike the nominal *Kepler* data. Analysis of the *K2* SC spectra therefore demands some degree of careful, manual scrutiny to be sure that a claimed detection is not the result of a chance combination of noise peaks.

Not including the active target EPIC 201756263, of the seven cases for which we would hope to detect oscillations, there are firm detections in four and marginal detections in two. This is a good return given the challenges posed by the *K2* photometry.

3.2. Grid-Modeling Results

We consolidated the $\Delta\nu$ and $\nu_{\rm max}$ estimates returned by the mode detection teams to give final asteroseismic parameters

TABLE 2
ASTEROSEISMIC PARAMETERS AND ESTIMATED STELLAR PROPERTIES

EPIC	HIP	$\nu_{\rm max}(\mu{\rm Hz})$	$\Delta\nu(\mu{\rm Hz})$	$M(M_\odot)$	$R(R_\odot)$	$\rho({\rm g\ cm^{-3}})$	$\log g({\rm dex})$
201367296	58093	1176 ± 58	65.7 ± 0.7	1.14 ± 0.05	1.71 ± 0.03	0.323 ± 0.006	4.032 ± 0.008
201367904	58191	890 ± 46	51.5 ± 1.0	1.28 ± 0.05	2.08 ± 0.04	0.202 ± 0.006	3.912 ± 0.009
201820830	55778	1196 ± 72	66.6 ± 0.8	1.35 ± 0.06	1.77 ± 0.03	0.345 ± 0.006	4.076 ± 0.008
201860743	57676	1000 ± 46	57.1 ± 1.3	1.14 ± 0.05	1.87 ± 0.04	0.246 ± 0.007	3.952 ± 0.010

ready for asteroseismic modeling. The final parameters were those returned by an updated version of the OCTAVE pipeline (W. J. Chaplin et al., in preparation; see also Hekker et al. 2010). Its estimates had the smallest average deviation from the median estimates in a global comparison made over all pipelines and all stars. Uncertainties in each final parameter were given by adding (in quadrature): the formal parameter uncertainty given by the chosen pipeline; the standard deviation of the parameter estimates given by all other pipelines; and a small contribution to account for uncertainties in the solar reference values (which are employed in the grid-modeling; see Chaplin et al. [2014] for further discussion). The final parameters are listed in Table 2.

A second set of teams were then asked to independently apply grid-based modeling to estimate fundamental properties of the four stars with firm detections. These teams, like their mode-detection counterparts, used codes that have been applied extensively to nominal-mission *Kepler* data (e.g., see: Stello et al. 2009; Basu et al. 2010; Kallinger et al. 2010; Quirion et al. 2010; Gai et al. 2011; Bazot et al. 2012; Creevey et al. 2013; Hekker et al. 2013; Lundkvist et al. 2014; Miglio et al. 2013; Serenelli et al. 2013; Hekker & Ball 2014; Rodrigues et al. 2014; Silva Aguirre et al. 2015). Further details may also be found in Chaplin et al. (2014) and Pinsonneault et al. (2014).

We tested the impact on the estimated stellar properties of using different sets of inputs, i.e., a first set with $\{\Delta\nu, \nu_{\rm max}, T_{\rm eff}, [{\rm Fe/H}]\}$, a second set with $\{\Delta\nu, \nu_{\rm max}, T_{\rm eff}, [{\rm Fe/H}]\}$, and further sets with the parallax-based luminosities also included. We found very good agreement between the properties given by the different sets, and by the different pipelines. Results from the first two sets were consistent with the independent luminosity estimates. Using the luminosities as an additional input constraint did not have a significant impact on the results. The parallax uncertainties—which range from $\simeq 5\%$ to 12%—are too large to add anything useful to the seismic constraints. The fact that the second set of inputs provided results that were consistent with the estimated $\nu_{\rm max}$ lends further confidence to the claimed detections and suggests that, at least for these data, potential bias in the $\nu_{\rm max}$ estimates arising from spurious noise peaks is not a significant cause for concern.

Table 2 gives final values for the estimated properties, using the first set of inputs. The properties were calculated using the BeSPP pipeline (Serenelli et al. 2013), which uses individual model frequencies to calculate model predictions of $\Delta\nu$ for comparison with the observations. The uncertainties include a contribution from the scatter between pipelines (following the procedure outlined above for the input seismic parameters; see also the in-depth discussions in Chaplin et al. [2014]).

These grid-modeling results demonstrate that *K2* has returned solid results that allow asteroseismic modeling to be performed on the targets. Two cases here—EPIC 201367296 and EPIC 201367904—will be amenable to more in-depth modeling studies since it will be possible to extract precise and robust individual frequencies of several overtones of each star.

4. SUMMARY

We analyzed *K2* short-cadence (SC) data for 23 solar-type stars observed in C1. Of the seven targets where we would hope to detect oscillations, there are firm asteroseismic detections in four cases, and marginal detections in a further two. This represents a good return, in spite of the challenges posed by the *K2* photometry. In sum, we have a very good understanding of the asteroseismic yield.

The results put us in a good position to hone target selections for future campaigns. Current performance levels mean we can detect oscillations in subgiants, but not in main-sequence stars. Changes to the operation of the fine-guidance sensors are expected to give significant improvements in the high-frequency performance of *K2* from C3 onwards. The high-frequency noise is currently a crucial limitation to making asteroseismic detections, in particular in main-sequence stars. With reference to the bottom panel of Figure 1, we note that a reduction of excess high-frequency noise by a factor of 2.5 in amplitude (just over 6 in power) would lead to consistent detections of oscillations in main-sequence stars with $\nu_{\rm max}$ as high as $\simeq 2500$ μHz, as well as converting marginal detection cases to ones for which detailed modeling could be performed.

The prospects are therefore very encouraging. Solar-type stars in the Pleiades and Hyades have already been observed by *K2* in SC during C4. More stars will be observed in SC during C5 in the open clusters M44 and M67. There is also now clear potential to build up a statistical sample of solar-type field stars in the ecliptic that have good asteroseismic data, and to target specific stars of interest for asteroseismic study, such as bright eclipsing binaries and known exoplanet host stars.

Funding for this Discovery mission is provided by NASA's Science Mission Directorate. The authors wish to thank the entire *Kepler* team, without whom these results would not be possible. We also thank all funding councils and agencies that have supported the activities of KASC Working Group 1.

REFERENCES

Arentoft, T., et al. 2008, ApJ, 687, 1180
Basu, S., Chaplin, W. J., & Elsworth, Y. 2010, ApJ, 710, 1596
Bazot, M., Bourguignon, S., & Christensen-Dalsgaard, J. 2012, MNRAS, 427, 1847
Buchhave, L. A., et al. 2012, Nature, 486, 375
Benomar, O., Baudin, F., Chaplin, W. J., Elsworth, Y., & Appourchaux, T. 2012, MNRAS, 420, 2178
Brown, T. M., Gilliland, R. L., Noyes, R. W., & Ramsey, L. W. 1991, ApJ, 368, 599
Campante, T. L. 2012, Ph.D. thesis, Univ. Porto
Campante, T.L., et al. 2014, ApJ, 783, 123
Carney, B. W., Latham, D. W., Laird, J. B., Grant, C. E., & Morse, J. A. 2001, AJ, 122, 3419
Casagrande, L., Ramírez, I., Meléndez, J., Bessell, M., & Asplund, M. 2010, A&A, 512, A 54
Chaplin, W. J., & Miglio, A. 2013, ARA&A, 51, 353
Chaplin, W. J., et al. 2011a, Science, 332, 213
———. 2011b, ApJ, 732, 54
———. 2011c, ApJ, 732, L 5
———. 2014, ApJS, 210, 1
Christensen-Dalsgaard, J., Arentoft, T., Brown, T. M., Gilliland, R. L., Kjeldsen, H., Borucki, W. J., & Koch, D. 2008, J. Phys. Conf. Ser., 118, 012039
Creevey, O. L., et al. 2013, MNRAS, 431, 2419
Drimmel, R., Cabrera-Lavers, A., & López-Corredoira, M. 2003, A&A, 409, 205
Flower, P. J. 1996, ApJ, 469, 355
Fürész, G. 2008, Ph.D. thesis, Univ. Szeged
Gai, N., Basu, S., Chaplin, W. J., & Elsworth, Y. 2011, ApJ, 730, 63
García, R. A., Mathur, S., Salabert, D., Ballot, J., Régulo, C., Metcalfe, T. S., & Baglin, A. 2010, Science, 329, 1032
Gilliland, R. L., McCullough, P. R., Nelan, E. P., Brown, T. M., Charbonneau, D., Nutzman, P., Christensen-Dalsgaard, J., & Kjeldsen, H. 2011, ApJ, 726, 2
Gilliland, R. L., et al. 2010a, PASP, 122, 131
Gilliland, R. L., et al. 2010b, ApJ, 713, L 160
Handberg, R., & Lund, M. N. 2014, MNRAS, 445, 2698
Hekker, S., & Ball, W. H. 2014, A&A, 564, 105
Hekker, S., Elsworth, Y., Mosser, B., Kallinger, T., Basu, S., Chaplin, W. J., & Stello, D. 2013, A&A, 556, 59
Hekker, S., et al. 2010, MNRAS, 402, 2049
Houdek, G., Balmforth, N. J., Christensen-Dalsgaard, J., & Gough, D. O. 1999, A&A, 351, 582
Howell, S. B., et al. 2014, PASP, 126, 398
Huber, D., Stello, D., Bedding, T. R., Chaplin, W. J., Arentoft, T., Quirion, P.-O., & Kjeldsen, H. 2009, Commun. Asteroseismology, 160, 74
Huber, D., et al. 2013, ApJ, 767, 127
Kallinger, T., et al. 2010, A&A, 522, 1
Kjeldsen, H., & Bedding, T. R. 1995, A&A, 293, 87
Lund, M. N., Handberg, R., Davies, G. R., Chaplin, W. J., & Jones, C. D. 2015, ApJ, 806, 30
Lundkvist, M., Kjeldsen, H., & Silva Aguirre, V. 2014, A&A, 566, 82
Mathur, S., et al. 2010, A&A, 511, 46
Miglio, A., et al. 2013, MNRAS, 429, 423
Mosser, B., & Appourchaux, T. 2009, A&A, 508, 877
Pinsonneault, M. H., et al. 2014, ApJS, 215, 19
Quirion, P.-O., Christensen-Dalasgaard, J., & Arentoft, T. 2010, ApJ, 725, 2176
Rodrigues, T. S., et al. 2014, MNRAS, 445, 2758
Roxburgh, I. W. 2009, A&A, 506, 435
Samadi, R., Ludwig, H.-G., Belkacem, K., Goupil, M. J., & Dupret, M.-A. 2010, A&A, 509, 15
Serenelli, A. M., Bergemann, M., Ruchti, G., & Casagrande, L. 2013, MNRAS, 429, 3645
Silva Aguirre, V., Davies, G. R., Basu, S., Christensen-Dalsgaard, J., Creevey, O., Metcalfe, T. S., Bedding, T. R., Casagrande, L., et al. 2015, MNRAS, 452, 2127
Stello, D., et al. 2009, ApJ, 700, 1589
Torres, G. 2010, AJ, 140, 1158
van Leeuwen, F. 2007, A&A, 474, 653
Verner, G. A., Elsworth, Y., & Chaplin, W. J. 2011, MNRAS, 415, 3539

Chapitre 4

Analyse du système triple HD 188753 observé par Kepler

Sommaire

4.1 Résumé de l'article 65
4.2 Détection des deux composantes sismiques 66
4.3 Analyse orbitale du système d'étoiles triple 67
4.4 Modélisation des deux composantes sismiques 69
4.5 Article soumis à A&A 70

4.1 Résumé de l'article

Dans cet article, nous rapportons la première détection d'oscillations de type solaire pour les deux étoiles les plus brillantes d'un système triple hiérarchique, principalement connu sous le nom de HD 188753. Celui-ci est caractérisé par deux composantes visuelles orbitant l'une autour de l'autre en 25,6 ans. L'une de ces deux composantes correspond plus particulièrement à une binaire spectroscopique dont la période orbitale est de 154 jours. Ce système a été observé durant six mois en cadence courte par le satellite spatial Kepler. Nous avons extrait les modes d'oscillations de chacune des deux étoiles détectées en ajustant le spectre de puissance par la méthode du maximum de vraisemblance. Nous avons alors estimé la masse et l'âge de ces étoiles à partir de leurs paramètres sismiques et d'un rapport caractéristique de fréquences et ensuite entrepris leur modélisation avec CESTAM [1]. Nous avons également réalisé la première analyse orbitale du système, basée sur une approche bayésienne, combinant à la fois les positions relatives relevées sur plus d'un siècle d'observations et les mesures plus récentes des vitesses radiales. À partir de la modélisation, nous avons déterminé de façon précise la masse de chaque composante sismique ainsi que l'âge du système. Connaissant le rapport de masse associé à la binaire spectroscopique, nous avons estimé la masse de l'étoile non détectée en astérosismologie afin d'accéder à la masse totale du système. Ainsi, la valeur obtenue pour la masse totale est en parfait accord avec celle issue de l'analyse orbitale. La masse totale étant connue avec justesse et précision, nous avons pu déterminer la meilleure estimation actuelle de la parallaxe pour ce système et, par ailleurs, conclure que celui-ci n'était pas coplanaire.

1. Code d'évolution stellaire, avec transport, adaptatif et modulaire.

4.2 Détection des deux composantes sismiques

Le système HD 188753 a été observé durant six mois par le satellite spatial Kepler, du 29 mars au 3 octobre 2012. Au cours de mes recherches, j'ai pu rapporter la détection d'oscillations de type solaire associées aux deux étoiles les plus brillantes de ce système triple hiérarchique. L'objectif de cette section est de présenter la façon dont j'ai procédé afin de mettre en évidence la signature des deux composantes sismiques pour ce système parmi l'ensemble des données collectées par le satellite Kepler.

Plus de 5 300 étoiles ont été observées en cadence courte tout au long de la mission nominale. Dans un premier temps, j'ai donc cherché à identifier la nature des différents objets sur la base de leur coordonnées référencées dans le *Kepler input catalog* (KIC ; Brown et al., 2011). Pour cela, j'ai eu recours à la base de données SIMBAD (Wenger et al., 2000) ainsi qu'au catalogue WDS (*Washington double star* ; Mason et al., 2001). J'ai alors pu restreindre le nombre d'étoiles binaires potentiellement détectables à une centaine de cibles. Pour cet échantillon, j'ai ensuite utilisé le code de détection présenté dans le cadre de la mission K2, en chapitre 3, afin de trouver la signature d'oscillations de type solaire associée à l'une ou l'autre des deux étoiles du système. Par ailleurs, j'ai également entrepris une inspection visuelle des spectres de puissance et des diagrammes échelle pour l'ensemble des cibles sélectionnées. J'ai ainsi pu détecter les oscillations de la composante principale de HD 188753, à savoir l'étoile A, lesquelles apparaissent sur le spectre de puissance en figure 4.1. Il est de plus intéressant de noter que le catalogue WDS fournit une différence de magnitude de 0.69 mag et une séparation angulaire de 0.3 arcsec entre les deux composantes visuelles du système. En particulier, la taille d'un pixel Kepler étant de 3.98 arcsec, la détection d'une seconde composante sismique dans le spectre de puissance paraissait tout à fait envisageable. Cette éventualité à toutefois était écartée dans un premier temps du fait de l'absence de modes visibles sur le spectre pour la seconde étoile (voir figure 4.1). Finalement, il s'est avéré que la version DR24 [2] des courbes de lumière était affectée d'un problème de calibration dégradant le rapport signal sur bruit. La résolution de ce problème dans la version DR25 m'a permis, après avoir inspecté le spectre de puissance corrigé, d'identifier les modes d'oscillations d'une seconde composante sismique correspondant à l'étoile Ba. Pour cette seconde étoile, les oscillations se situent autour d'une fréquence de 3 300 μHz avec une grande séparation de $\sim$147 μHz.

Par la suite, j'ai procédé à l'extraction des fréquences individuelles des modes pour les étoiles A et Ba. J'ai pour cela eu recours à la méthodologie présentée en section 3.2 du chapitre 3 concernant la détection d'oscillations de type solaire avec K2. Suivant les différentes étapes décrites en section 3.2, j'ai dans un premier temps ajusté la signature de la composante principale présentant des oscillations autour de 2 200 μHz à partir de la méthode MLE. J'ai ensuite répété cette opération pour la signature de la composante secondaire, autour de 3 300 μHz, en utilisant le spectre résiduel obtenu après ajustement de la première composante. Celui-ci correspond au rapport entre le spectre de puissance observé et le meilleur modèle associé à la composante principale, lequel inclut un profil lorentzien pour le fond stellaire. Ainsi, seul un bruit blanc a été pris en compte durant l'ajustement de la seconde composante afin de modéliser le fond stellaire. En adoptant cette méthodologie, j'ai finalement pu déterminer les fréquences individuelles des deux étoiles, lesquelles seront utilisées par la suite dans le cadre de la modélisation stellaire.

2. DR24 : *Data release* 24.

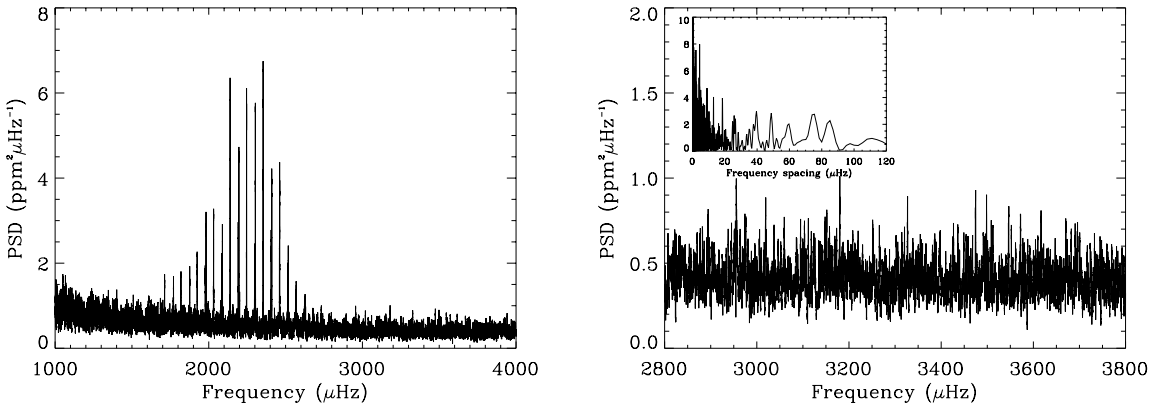


FIGURE 4.1 – Spectre de puissance de HD 188753 (gauche) et zoom sur la région où les modes d'oscillations de la seconde composante sont attendus (droite). Le spectre de puissance à été calculé à partir de la version DR24 des courbes de lumière et ne permet pas de visualiser les oscillations de la seconde composante autour de 3 300 μHz. L'encart représente le spectre de puissance du spectre de puissance calculé sur la largeur de la fenêtre de gauche. Contrairement à la version DR25, le pic dominant à $\Delta\nu/2 \simeq 74\,\mu$Hz n'est pas visible ici.

4.3 Analyse orbitale du système d'étoiles triple

Suite à la découverte de la première des deux composantes sismiques de HD 188753, je me suis intéressé à l'analyse orbitale de ce système. En effet, celui-ci à la particularité de disposer d'une orbite visuelle complète décrite sur plus d'un siècle d'observations et dont la périodicité est de 25,6 ans. Les deux composantes visuelles du système ont tout d'abord été mises en évidence par Hough (1899) avant que des mesures, plus récentes, des vitesses radiales révèlent une période de 154 jours pour l'une d'entre elles (Griffin, 1977), confirmant la présence d'une troisième étoile. L'analyse simultanée des positions relatives et des mesures de vitesses radiales m'a alors permis d'accéder à la masse des trois étoiles du système ainsi qu'à une estimation indépendante de sa parallaxe, comme je vais à présent le démontrer.

L'analyse orbitale de HD 188753 est basée principalement sur le relevé des positions relatives entre les deux composantes visuelles. Pour HD 188753, les positions relatives sont issues du 4^{e} catalogue de mesures interférométriques d'étoiles binaires (Hartkopf et al., 2001) [3] ainsi que de la littérature existante [4]. À partir de l'orbite visuelle déduite des mesures, il est alors possible de déterminer la masse totale du système à condition qu'une estimation de sa parallaxe soit disponible. Suivant une telle approche, Appourchaux et al. (2015) ont pu déterminer la masse totale de la binaire sismique HD 177412 par l'ajustement de son orbite visuelle. Les auteurs ont pour cela employé une méthode de Monte-Carlo par chaînes de Markov (MCMC) [5] correspondant plus particulièrement à l'algorithme de Metropolis-Hastings (Metropolis et al., 1953; Hastings, 1970). Du fait de l'absence de mesures de vitesses radiales pour ce système, la masse totale obtenue peut toutefois être affectée par un potentiel biais lié à la valeur de la parallaxe adoptée. Dans le cas de HD 188753, j'ai donc intégré les mesures de vitesses radiales disponibles dans la littérature (Griffin, 1977; Konacki, 2005; Mazeh et al., 2009) afin de déterminer la masse des trois étoiles et la parallaxe orbitale du système. Ainsi, le modèle décrivant

3. http://ad.usno.navy.mil/wds/int4.html
4. Je tiens à remercier mon directeur de thèse d'avoir identifié les positions relatives associées aux mesures visuelles réparties dans une vingtaine de références.
5. De l'anglais *Markov chain Monte Carlo*.

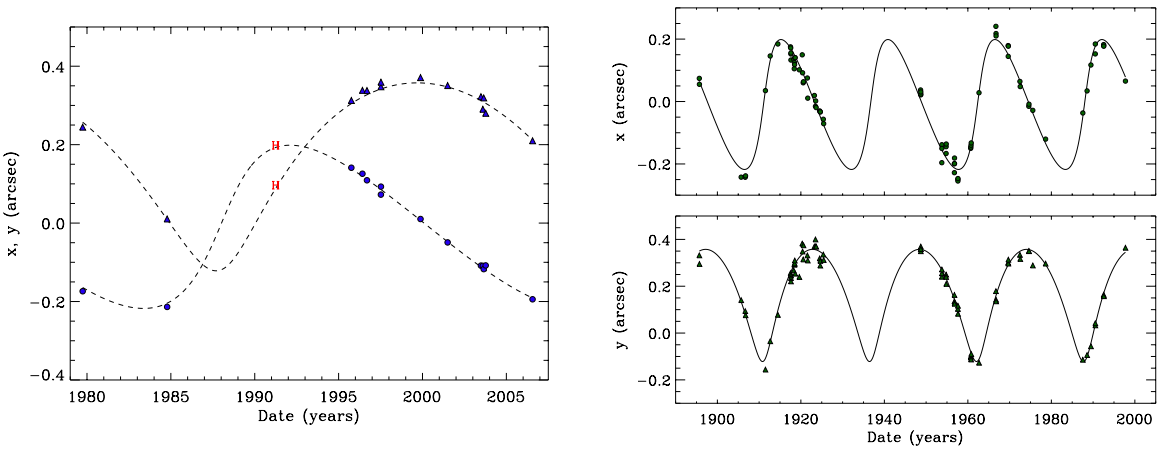


FIGURE 4.2 – Positions relatives de HD 188753 en fonction du temps déterminées à partir des mesures interférométriques (gauche) et des mesures visuelles (droite). Les différents symboles représentent les observations tandis que les lignes pointillées et continues correspondent aux solutions optimales associées, respectivement, aux deux types de mesures. À gauche, la lettre « H » désigne une mesure Hipparcos.

les mesures astrométriques doit prendre en compte les équations 2.38 et 2.69, détaillées dans le chapitre 2, lesquelles permettent respectivement de calculer l'anomalie vraie et les vitesses radiales des deux composantes visuelles. De plus, un problème fréquemment rencontré lors de l'ajustement de données de natures différentes consiste à assigner une pondération adaptée à chacune d'entre elles. J'ai alors procédé, dans un premier temps, à l'ajustement préalable de chaque série de données comme présenté en figure 4.2 pour les mesures de positions relatives. J'ai ensuite calculé l'écart type des résidus issus des différents ajustements afin d'estimer le poids associé à chaque série de données. Ainsi, j'ai pu soustraire la périodicité de 154 jours due à la présence de la troisième étoile de manière à accéder au mouvement orbital du sous-système, lequel correspond en fait à l'une des deux composantes visuelles. J'ai finalement procédé à l'ajustement de l'orbite relative combinée aux vitesses radiales des deux composantes visuelles en employant la pondération précédemment établie. Pour les différentes séries de données, l'écart type des résidus doit alors être en accord avec la pondération adoptée initialement afin de démontrer la pertinence de l'ajustement final et des paramètres obtenus.

En ajustant simultanément l'orbite relative et les vitesses radiales des deux composantes visuelles, A et B, j'ai pu déterminer leur masse respective ainsi que la parallaxe orbitale du système. La masse orbitale associée à l'étoile principale est donc de $M_A = 1.05^{+0.10}_{-0.09}\,M_\odot$ tandis que celle du sous-système est de $M_B = 1.46^{+0.13}_{-0.11}\,M_\odot$. Ces dernières valeurs fournissent alors une masse totale pour le système de $M_{\rm syst} = 2.51^{+0.20}_{-0.18}\,M_\odot$. De plus, j'ai obtenu une valeur de la parallaxe orbitale de $\pi = 21.9 \pm 0.6$ mas en bon accord avec celle déduite des mesures Hipparcos, soit $\pi = 21.6 \pm 0.7$ mas (van Leeuwen, 2007). J'ai finalement pu accéder au rapport de masse entre les deux étoiles du sous-système, Ba et Bb, par l'ajustement de leurs vitesses radiales respectives telles que fournies par Mazeh et al. (2009). En combinant le rapport de masse $M_{Bb}/M_{Ba} = 0.767 \pm 0.006$ avec la masse du sous-système indiquée plus haut, j'ai obtenu que $M_{Ba} = 0.83 \pm 0.07\,M_\odot$ et $M_{Bb} = 0.63^{+0.06}_{-0.05}\,M_\odot$. Pour les deux composantes sismiques, A et Ba, les masses issues de la modélisation pourront ainsi être directement comparées avec les valeurs orbitales.

4.4 Modélisation des deux composantes sismiques

Afin d'accéder aux paramètres stellaires des deux composantes sismiques, A et Ba, j'ai procédé à leur modélisation détaillée et indépendante avec CESTAM (Code d'évolution stellaire, avec transport, adaptatif et modulaire, Morel & Lebreton, 2008; Marques et al., 2013). Dans un premier temps, j'ai employé une physique d'entrée standard afin d'identifier un modèle de référence pour chacune des deux composantes. En particulier, les modèles ont été calculés sans overshoot, en adoptant la mixture solaire de Asplund et al. (2009) et en incluant la diffusion microscopique. J'ai ensuite examiné l'impact de la physique (overshoot, mixture solaire, diffusion) sur les paramètres de l'étoile A dont plus spécifiquement la masse et l'âge.

Dans une première étape, j'ai commencé par élaborer une grille de modèles stellaires pour chacune des deux composantes sismiques. Les différents paramètres considérés ici sont la masse, l'âge, l'abondance initiale en hélium Y_0, la métallicité initiale $(Z/X)_0$ et le paramètre de longueur de mélange $\alpha_{\rm MLT}$ pour la convection [6]. De plus, j'ai utilisé les rapports de fréquences tels que définis par Roxburgh & Vorontsov (2003), lesquels ne dépendent que de la structure interne, comme contraintes dans les modèles. Pour cette raison, je n'ai pas eu à appliquer les diverses méthodes permettant de corriger les fréquences individuelles des effets de surface (Kjeldsen et al., 2008; Gruberbauer et al., 2013; Ball & Gizon, 2014a,b) et de l'effet Doppler (Davies et al., 2014). Concernant les fréquences théoriques, celles-ci sont calculées pour chaque modèle des deux grilles avec ADIPLS (*Aarhus adiabatic oscillation package*, Christensen-Dalsgaard, 2008). Alors, la qualité de l'ajustement est évaluée par une fonction de mérite χ^2 tenant compte de la forte corrélation entre les rapports de fréquences. Pour les deux étoiles, les grilles sont basées sur un total de 2 000 modèles dont les paramètres sont tirés aléatoirement dans une gamme de valeurs pertinente. Dans une seconde étape, j'ai identifié les 50 modèles présentant les plus basses valeurs du χ^2 pour la grille associée à l'étoile A. Ensuite, j'ai eu recours à l'algorithme de Levenberg-Marquardt, implémenté dans le logiciel OSM [7], afin d'aboutir à un modèle optimal pour l'étoile A en utilisant les 50 modèles ci-dessus comme des points de départ pour la minimisation. Les paramètres laissés libres durant la minimisation du χ^2 sont les mêmes que ceux indiqués plus haut. Pour l'étoile Ba, en raison du faible nombre de rapports de fréquences, seuls la masse, l'âge et l'abondance initiale en hélium, Y_0, ont été ajustés au cours de la minimisation. Ici, j'ai considéré les 15 modèles présentant les plus basses valeurs du χ^2 pour la grille associée à l'étoile Ba. Pour commencer, j'ai entrepris l'ajustement de ces 15 modèles en conservant les valeurs des paramètres $(Z/X)_0$ et $\alpha_{\rm MLT}$ telles que fixées dans la grille. Ce choix semblant assez arbitraire, j'ai de ce fait procédé à de nouvelles séries d'ajustements en adoptant quatre valeurs différentes de $(Z/X)_0$ et $\alpha_{\rm MLT}$ pour les 15 modèles considérés. Ainsi, j'ai effectué un total de $15+4\times4\times15=255$ minimisations pour l'étoile Ba. En suivant la méthode décrite ci-dessus, j'ai obtenu un modèle de référence associé à chacune des deux étoiles. Les masses stellaires sont de $M_A = 0.99\pm0.01\,M_\odot$ et $M_{Ba} = 0.86\pm0.01\,M_\odot$, en accord avec les valeurs orbitales, tandis que les âges des deux étoiles sont de 10.7 ± 0.2 Gyr et 11.0 ± 0.3 Gyr, respectivement. Celles-ci partagent donc un âge moyen de 10.8 ± 0.2 Gyr, comme attendu en raison de leur origine commune. Par ailleurs, connaissant le rapport de masse entre les deux étoiles Ba et Bb, j'ai pu déterminer la masse de l'étoile Bb et, par conséquent, celle du système de façon très précise. J'ai obtenu une masse totale pour le système de $M_{\rm syst} = 2.51\pm0.02\,M_\odot$, laquelle s'accorde parfaitement avec celle déduite

6. MLT : *Mixing-length theory* (Böhm-Vitense, 1958).
7. OSM : *Optimal Stellar Models* (`https://pypi.python.org/pypi/osm`).

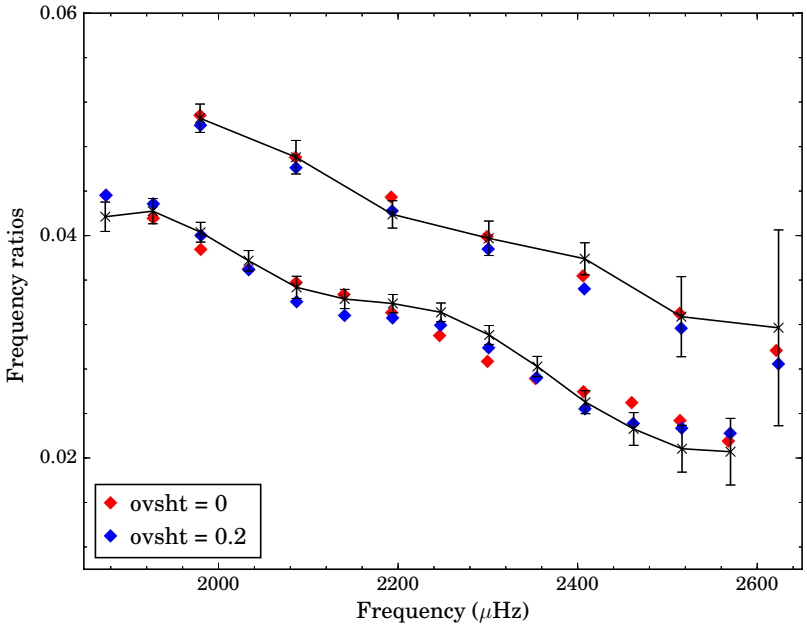


FIGURE 4.3 – Rapports de fréquences en fonction de la fréquence pour l'étoile A. Les losanges rouges représentent les rapports de fréquences calculés à partir du modèle de référence, sans overshoot, tandis que les losanges bleus représentent ceux calculés à partir du modèle optimal avec $\alpha_{\rm ov} = 0.2$. Les points connectés, associés aux barres d'erreur, indiquent les observations.

de l'analyse orbitale détaillée en section 4.3. En injectant cette dernière valeur dans la troisième loi de Kepler, j'ai finalement déterminé la meilleure estimation actuelle de la parallaxe pour ce système, soit $\pi = 21.9 \pm 0.2$ mas.

J'ai par la suite étudié l'impact de la physique d'entrée utilisée dans CESTAM sur les paramètres de l'étoile A. Pour cela, j'ai effectué de nouvelles séries d'ajustements à partir des 50 modèles issus de la grille correspondante. Les paramètres laissés libres au cours de la minimisation sont les mêmes que ceux précédemment considérés pour cette étoile tandis que les contraintes utilisées sont à nouveau les rapports de fréquences. Je me suis alors intéressé à différents cas où les modèles sont calculés soit :

a) en supposant un paramètre d'overshooting $\alpha_{\rm ov} = 0.2$;

b) en adoptant la mixture solaire de Grevesse & Sauval (1998) ;

c) en ne tenant pas compte de la diffusion microscopique.

Pour chaque cas, j'ai obtenu un modèle optimal avec une estimation précise de la masse et de l'âge de l'étoile. Ainsi, j'ai déterminé que la masse de l'étoile était comprise dans l'intervalle $[0.95, 1.08]\,M_\odot$. Malheureusement, l'incertitude sur la masse orbitale $M_A = 1.05^{+0.10}_{-0.09}\,M_\odot$ ne me permet pas à ce jour de privilégier l'un ou l'autre des cas considérés dans cette étude. Par ailleurs, l'âge est fortement impacté par la physique utilisée dans les modèles, celui-ci étant estimé à 10.1–11.6 Gyr. Ici, le modèle présentant le meilleur ajustement des rapports de fréquences correspond au cas a) pour lequel $\alpha_{\rm ov} = 0.2$ (voir figure 4.3). Les valeurs des paramètres sont dans ce dernier cas en très bon accord avec celles issues du modèle de référence, renforçant ainsi les divers résultats de cette étude.

4.5 Article soumis à A&A (en révision)

Astronomy & Astrophysics manuscript no. HD188753
July 23, 2017
©ESO 2017

Asteroseismic and orbital analysis of the triple star system HD 188753 observed by *Kepler*

F. Marcadon, T. Appourchaux, and J. P. Marques

Institut d'Astrophysique Spatiale, CNRS, Univ. Paris-Sud, Université Paris-Saclay, Bât. 121, 91405 Orsay cedex, France

Version 1.0 – 23 July 2017.

ABSTRACT

Context. The NASA *Kepler* space telescope has detected solar-like oscillations in several hundreds of single stars, thereby providing a way to determine precise stellar parameters using asteroseismology.
Aims. In this work, we aim to derive the fundamental parameters of a close triple star system, HD 188753, for which asteroseismic and astrometric observations allow independent measurements of stellar masses.
Methods. We used six months of *Kepler* photometry available for HD 188753 to detect the oscillation envelopes of the two brightest stars. For each star, we extracted the individual mode frequencies by fitting the power spectrum using a maximum likelihood estimation approach. We then derived initial guesses of the stellar masses and ages, based on two seismic parameters and on a characteristic frequency ratio, and modelled the two components independently with the stellar evolution code CESTAM. In addition, we derived the masses of the three stars by applying a Bayesian analysis to the position and radial-velocity measurements of the system.
Results. Based on stellar modelling, the mean common age of the system is 10.8 ± 0.2 Gyr and the masses of the two seismic components are $M_A = 0.99 \pm 0.01\ M_\odot$ and $M_{Ba} = 0.86 \pm 0.01\ M_\odot$. From the mass ratio of the close pair, $M_{Bb}/M_{Ba} = 0.767 \pm 0.006$, the mass of the faintest star is $M_{Bb} = 0.66 \pm 0.01\ M_\odot$ and the total seismic mass of the system is then $M_{\rm syst} = 2.51 \pm 0.02\ M_\odot$. This value agrees perfectly with the total mass derived from our orbital analysis, $M_{\rm syst} = 2.51^{+0.20}_{-0.18}\ M_\odot$, and leads to the best current estimate of the parallax for the system, $\pi = 21.9 \pm 0.2$ mas. In addition, the minimal relative inclination between the inner and outer orbits is 10.9° ± 1.5°, implying that the system does not have a coplanar configuration.

Key words. asteroseismology – binaries: general – stars: evolution – stars: solar-type – astrometry

1. Introduction

Stellar physics has experienced a revolution in recent years with the success of the CoRoT (Baglin et al. 2006) and *Kepler* space missions (Gilliland et al. 2010a). Thanks to the high-precision photometric data collected by CoRoT and *Kepler*, asteroseismology has matured into a powerful tool for the characterisation of stars.

The *Kepler* space telescope yielded unprecedented data allowing the detection of solar-like oscillations in more than 500 stars (Chaplin et al. 2011) and the extraction of mode frequencies for a large number of targets (Appourchaux et al. 2012b; Davies et al. 2016; Lund et al. 2017). From the available sets of mode frequencies, several authors performed detailed modelling to infer the mass, radius and age of stars (Metcalfe et al. 2014; Silva Aguirre et al. 2015; Creevey et al. 2017). In addition, using scaling relations, the measurement of the seismic parameters $\Delta\nu$ and $\nu_{\rm max}$ provides a model-free estimate of stellar mass and radius (Chaplin et al. 2011, 2014). A direct measurement of stellar mass and radius can also be obtained using the large frequency separation, $\Delta\nu$, angular diameter from interferometric observations and parallax (see e.g. Huber et al. 2012; White et al. 2013). The determination of accurate stellar parameters is crucial for studying the populations of stars in our Galaxy (Chaplin et al. 2011; Miglio et al. 2013). Therefore, a proper calibration of the evolutionary models and scaling relations is required in order to derive the stellar mass, radius and age with a high level of accuracy. In this context, binary stars provide a unique opportunity to check the consistency of the derived stellar quantities.

Most of stars are members of binary or multiple stellar systems. Among all the targets observed by *Kepler*, there should be many systems showing solar-like oscillations in both components, i.e. seismic binaries. However, using population synthesis models, Miglio et al. (2014) predicted that only a small number of seismic binaries are expected to be detectable in the *Kepler* database. Indeed, the detection of the fainter star requires a magnitude difference between both components typically smaller than ∼1. Until now, only four systems identified as seismic binaries have been reported in the literature using *Kepler* photometry: 16 Cyg A and B (KIC 12069424 and KIC 12069449; Metcalfe et al. 2012, 2015; Davies et al. 2015), HD 176071 (KIC 9139151 and KIC 9139163; Appourchaux et al. 2012b; Metcalfe et al. 2014), HD 177412 (KIC 7510397; Appourchaux et al. 2015) and HD 176465 (KIC 10124866; White et al. 2017).

Due to their common origin, both stars of a seismic binary are assumed to have the same age and initial chemical composition, allowing a proper calibration of stellar models. Indeed, the detailed modelling of each star results in two independent values of the stellar age, which can be compared a posteriori. In addition, ground-based observations of a seismic binary also provide strong constraints on the stellar masses through the dynamics of the system. For example, the total mass of the system can be derived from its relative orbit using interferometric measurements. Among the four seismic binaries quoted above, only the pair HD 177412 has a sufficiently short period, namely ∼14 yr, to allow the determination of an orbital solution for the system. From the semi-major axis and the period of the relative orbit, Appourchaux et al. (2015) derived the total mass of the system

using Kepler's third law associated with the revised Hipparcos parallax of van Leeuwen (2007). However, the parallax of such a binary star can be affected by the orbital motion of the system (Pourbaix 2008), resulting in a potential bias on the estimated values of total mass and stellar radii.

Another approach for measuring stellar masses is to combine spectroscopic and interferometric observations of binary stars. This method has the advantage of allowing a direct determination of distance and individual masses. Such an analysis has recently been performed by Pourbaix & Boffin (2016) for the well-known binary α Cen AB, which shows solar-like oscillations in both components (Bouchy & Carrier 2002; Carrier & Bourban 2003). Thus far, α Cen AB is the only seismic binary that allows both a direct comparison between the estimated values of the stellar masses, using asteroseismology and astrometry, and an independent distance measurement. Fortunately, another system offers the possibility of performing such an analysis using *Kepler* photometry and ground-based observations. It corresponds to a close triple star system, HD 188753, for which we have detected solar-like oscillations in the two brightest components.

This article is organised as follows. Sect. 2 summarizes the main features of HD 188753 and briefly describes the observational data used in this work, including *Kepler* photometry and ground-based measurements. Sect. 3 presents the orbital analysis of HD 188753 leading to the determination of the distance and individual masses. Sect. 4 details the seismic analysis of the two oscillating components, providing accurate mode frequencies and reliable proxies of the stellar masses and ages. Sect. 5 describes the input physics and optimisation procedure used for the detailed modelling of each of the two stars. Finally, the main results of this paper are presented and discussed in Sect. 6, and some conclusions are drawn in Sect. 7.

2. Target and observations

2.1. Time series and power spectrum

HD 188753 is a bright triple star system ($V = 7.41$ mag) situated at a distance of 45.7 ± 0.5 pc. The main stellar parameters of the system are given in Table 1. This system was observed by the *Kepler* space telescope in short-cadence mode (58.85 s sampling; Gilliland et al. 2010b) during six months, between 2012 March 29 and 2012 October 3. Standard *Kepler* apertures were not designed for the observation of such a bright and saturated target. A custom aperture was therefore defined and used for HD 188753, through the *Kepler* Guest Observer (GO) program[1], to capture all of the stellar flux.

Short-cadence (SC) photometric data are available to the *Kepler* Asteroseismic Science Consortium (KASC; Kjeldsen et al. 2010) through the *Kepler* Asteroseismic Science Operations Center (KASOC) database[2]. The SC time series for HD 188753 (KIC 6469154) is divided into three-month-long quarters referred to as Q13 and Q14. Custom Aperture File (CAF) observations are handled differently from standard *Kepler* observations. A specific *Kepler* catalog ID[3] greater than 100 000 000 is then assigned to each quarter. This work is based on SC data in Data Release 25 (DR25)[4], which were processed with the SOC Pipeline 9.3 (Jenkins et al. 2010). As a result, the DR25 SC light curves were corrected for a calibration error affecting the SC pixel data in DR24.

Table 1. Main stellar and seismic parameters of HD 188753.

Stellar parameter	HD 188753	Reference
V (mag)	7.41	ESA (1997)
ΔV^a (mag)	0.69	ESA (1997)
$T_{\rm eff}$ (K)	5383 ± 188	Huber et al. (2014)
$\log g$ (cgs)	4.52 ± 0.40	Huber et al. (2014)
[Fe/H] (dex)	0.06 ± 0.30	Huber et al. (2014)
V_0 (km s^{-1})	-22.21 ± 0.03	our orbital estimate^b
Parallax (mas)	21.9 ± 0.6	our orbital estimate^b
Parallax (mas)	21.9 ± 0.2	our seismic estimate^c
Distance (pc)	45.7 ± 0.5	our seismic estimate^c
Seismic parameter	Star A	Star Ba
$\nu_{\rm max}$ (μHz)	2204 ± 8	3274 ± 67
$\Delta\nu$ (μHz)	106.96 ± 0.08	147.42 ± 0.08

Notes. [a] Magnitude difference between the visual components. [b] Systemic velocity and parallax derived in Sect. 3.2. [c] Parallax and corresponding distance derived in Sect. 6.2.

The light curves were concatenated and high-pass filtered using a triangular smoothing with a full-width-at-half-maximum of one day, to minimise the effects of long-period instrumental drifts. The single-sided power spectrum was produced using the Lomb-Scargle periodogram (Lomb 1976; Scargle 1982), properly calibrated to comply with Parseval's theorem (see Appourchaux 2014). The length of data gives a frequency resolution of about 0.06 μHz. Figure 1 shows the smoothed power spectrum of HD 188753 with a zoom-in on the oscillation modes of the secondary seismic component at ~3300 μHz. The inset displays the power spectrum of the power spectrum (PSPS) computed over the frequency range of the oscillations around $\nu_{\rm max} = 3274 \pm 67\,\mu$Hz (see Table 1). The significant peak in the PSPS lies at $\Delta\nu/2 \simeq 74\,\mu$Hz, where $\Delta\nu$ is the large frequency separation. It corresponds to the signature of the near-regular spacing between individual modes of oscillation for the secondary component. Table 1 provides the seismic parameters of the two stars, $\Delta\nu$ and $\nu_{\rm max}$, as derived in Sect. 4.2. Note that previous DR24 did not allow the detection of the secondary component in the SC light curves due to the degraded signal-to-noise ratio.

2.2. Astrometric and radial-velocity data

HD 188753 (HIP 98001, HO 581 or WDS 19550+4152) is known as a close visual binary discovered by Hough (1899) and characterised by an orbital period of ~25 years (van Biesbroeck 1918). In the late 1970s, it was established that the secondary component is itself a spectroscopic binary with an orbital period of ~154 days (Griffin 1977). HD 188753 is thus a hierarchical triple star system consisting of a close pair (B) in orbit at a distance of 11.8 AU from the primary component (A).

Position measurements of HD 188753 were first obtained by Hough (1899) with the 18 1/2 inch Refractor of the Dearborn Observatory of Northwestern University. This system was then continuously observed over the last century using different techniques and instruments. All published data of HD 188753 are displayed in Fig. 2. Visual observations (micrometry) are indicated by plus signs, interferometric observations (speckle or other single-aperture techniques) by filled diamonds and Hipparcos measures by the letter 'H'. Since the pioneering work

[1] https://keplergo.arc.nasa.gov/
[2] http://kasoc.phys.au.dk/
[3] *Kepler* IDs are 100 004 033 and 100 004 071 for Q13 and Q14 respectively.
[4] DR25 corresponds to version 4 of Q13-Q14 for HD 188753.

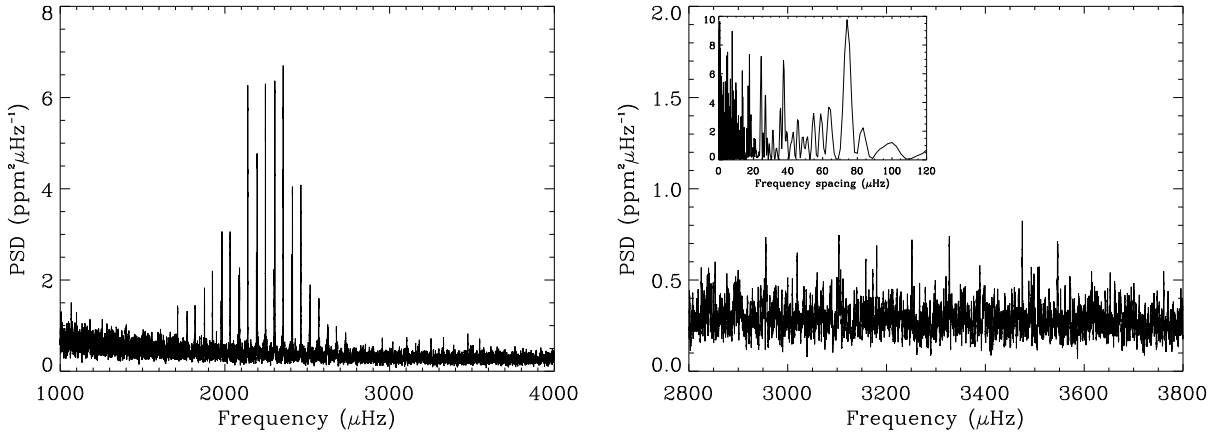


Fig. 1. Power spectrum of HD 188753. Left panel: Power spectrum smoothed with a 1 μHz boxcar filter showing the oscillation modes of the two seismic components around 2200 μHz and 3300 μHz respectively. Right panel: Zoom-in on the mode power peaks of the secondary component. The inset shows the PSPS computed over the frequency range of the window (see text for further details).

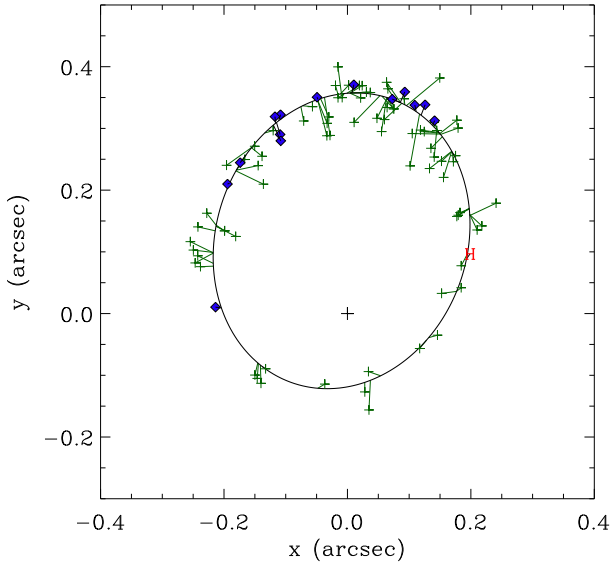


Fig. 2. Astrometric orbit of HD 188753. Micrometric observations are indicated by green plus signs and interferometric observations by blue diamonds. A red 'H' indicates the Hipparcos measure. East is upwards and North is to the right.

of Struve (1837), more than 150 years of micrometric measurements are now available for double stars in the literature. Table A.1 provides the result of the micrometric observations for HD 188753. In addition, speckle interferometry for getting the relative position of close binaries has been in use since the 1970's (Labeyrie et al. 1974). These observations are included in the Fourth Catalog of Interferometric Measurements of Binary Stars (Hartkopf et al. 2001b)[5]. Table A.2 summarizes the high-precision data obtained for HD 188753 from 1979 to 2006.

The first radial-velocity observations of HD 188753 were performed by Griffin (1977) from 1969 to 1975 using the photoelectric radial-velocity spectrometer of the Cambridge Observatories described in Griffin (1967). The author then discovered that the system contained a spectroscopic binary with an orbital period of ~154 days. HD 188753 was later observed by Konacki (2005) with the high-resolution echelle spectrograph (HIRES; Vogt et al. 1994) at the W. M. Keck Observatory, from 2003 August to 2004 November. Konacki reported the detection of a hot Jupiter around the primary component that was challenged by Eggenberger et al. (2007). However, the author shown that the spectroscopic binary detected by Griffin (1977) corresponds to the secondary component of the visual pair. The system was finally observed by Eggenberger et al. (2007) with the ELODIE echelle spectrograph (Baranne et al. 1996) at the Observatoire de Haute-Provence (France) between July 2005 and August 2006. In order to derive the radial velocities of the faintest star, Mazeh et al. (2009) applied a three-dimensional correlation technique (TRIMOR) to the data obtained by Eggenberger et al. (2007). In this study, we used the radial-velocity measurements from Griffin (1977), Konacki (2005) and Mazeh et al. (2009).

[5] http://ad.usno.navy.mil/wds/int4.html

3. Orbital analysis

3.1. Method and model

In this section, we present the methodology employed to determine the orbital parameters of the triple star system HD 188753. For this, we made a combined treatment of more than a century of archival astrometry (AM) along with the radial-velocity (RV) measurements found in the literature.

Recently, Appourchaux et al. (2015) derived the orbit of the seismic binary HD 177412 (HIP 93511) by applying a Bayesian analysis to the astrometric measurements of the system. We adapted this Bayesian approach in order to include the radial-velocity measurements for HD 188753. We defined the global likelihood of the data given the orbital parameters as:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\rm AM}\,\mathcal{L}_{\rm RV} \tag{1}$$

where $\mathcal{L}_{\rm AM}$ and $\mathcal{L}_{\rm RV}$ are the likelihoods of the AM and RV data respectively, computed from:

$$\ln \mathcal{L}_{\rm AM} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_{\rm AM}}\left(\left(\frac{x_i^{\rm mod}-x_i^{\rm obs}}{\sigma_{x,i}}\right)^2+\left(\frac{y_i^{\rm mod}-y_i^{\rm obs}}{\sigma_{y,i}}\right)^2\right) \tag{2}$$

$$\ln \mathcal{L}_{\rm RV} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N_{\rm RV}}\left(\frac{V_i^{\rm mod}-V_i^{\rm obs}}{\sigma_{V,i}}\right)^2. \quad (3)$$

$N_{\rm AM}$ and $N_{\rm RV}$ denote the number of available AM and RV observations, respectively, and σ refers to the associated uncertainties. The terms x and y correspond to the coordinates of the orbit on the plane of the sky and denote the declination and right ascension differences, respectively. The term V stands for the radial velocities. The exponents 'mod' and 'obs' refer to the modelled and observed constraints used during the fitting procedure. Here, the observed positions $x^{\rm obs}$ and $y^{\rm obs}$ are computed from the measured quantities (ρ, θ) by means of the simple relations $x = \rho\cos\theta$ and $y = \rho\sin\theta$, where ρ is the relative separation and θ is the position angle for both components. Appendix A provides the values of ρ and θ derived from the micrometric and interferometric measurements of HD 188753. In addition, the radial-velocity observations $V^{\rm obs}$ used in this work can be found in Griffin (1977), Konacki (2005) and Mazeh et al. (2009). The theoritical values in Eqs. (2) and (3), namely $x^{\rm mod}$, $y^{\rm mod}$ and $V^{\rm mod}$, are calculated from the orbital parameters of the system following the observable model described in Appendix B. For the derivation of these orbital parameters, i.e. $\mathcal{P}_{\rm orb} = (P, T, V_0, K_A, K_B, e, \omega, a, i, \Omega)$, we employed a Markov chain Monte Carlo (MCMC) method using the Metropolis-Hastings algorithm (MH; Metropolis et al. 1953; Hastings 1970) as explained in Appendix C.

An essential aspect when combining different data types is the determination of a proper relative weighting. To this end, we performed a preliminary fit of each set of RV measurements and calculated the rms of the residuals. Appendix D provides the residual rms derived from the RV measurements of the different authors. In the same way, we derived the residual rms on x and y by fitting the micrometric and interferometric measurements independently. For micrometric measurements, we found $\sigma_x = 25$ mas and $\sigma_y = 34$ mas while for interferometric measurements, we found $\sigma_x = 6$ mas and $\sigma_y = 11$ mas. We used these values as weights during the combined fit.

3.2. Orbit of the AB system

We applied the methodology described above in order to derive the best-fit orbital solution of the visual pair, hereafter called the AB system. However, the radial-velocity measurements need to be reduced from the 154-day modulation induced by the close pair, hereafter called the Bab sub-system. We then fitted this 154-day modulation as described in Sect. 3.3 (see also Appendix D) for getting the long-period orbital motion of the AB system.

Figure 2 shows the best-fit solution of the astrometric orbit, plotted with all micrometric and interferometric data listed in Appendix A. The position of the primary component is marked by a plus sign at the origin of the axes. $O-C$ residuals of the orbital solution are indicated by the solid lines connecting each observation to its predicted position along the orbit. Note that this orbit is listed as grade 1 in the Sixth Catalog of Orbits of Visual Binary Stars (Hartkopf et al. 2001a)[6], on a scale of 1 ('definitive') to 5 ('indeterminate'), corresponding to a well-distributed coverage exceeding one revolution. In Fig. 3, we also plotted the radial velocities of the two visual components computed from our best-fit solution. The black line denotes the RV solution of the A component, i.e. the single star, while the grey line denotes the RV solution of the Bab sub-system. For comparison, we added the RV measurements from Griffin (1977), Konacki (2005) and Mazeh et al. (2009), after having removed the 154-day modulation. The final orbital parameters determined from the best-fit solution are given in Table 2 .

Table 2. Orbital and physical parameters of the AB system.

Parameter	Median	84% interval	16% interval
P (years)	25.63	+0.04	-0.04
T (years)	1988.1	+0.1	-0.1
V_0 (km s^{-1})	-22.21	+0.03	-0.03
K_A (km s^{-1})	4.8	+0.2	-0.2
K_B (km s^{-1})	3.4	+0.3	-0.3
e	0.502	+0.008	-0.008
ω (degrees)	233.3	+1.3	-1.3
a (mas)[a]	258.7	+2.8	-2.7
i (degrees)	31.1	+1.5	-1.5
Ω (degrees)	45.7	+1.1	-1.1
M_A ($M_\odot$)	1.05	+0.10	-0.09
M_B ($M_\odot$)	1.46	+0.13	-0.11
a (AU)	11.8	+0.3	-0.3
π (mas)[b]	21.9	+0.6	-0.6

Notes. [(a)] mas is milliarcsecond. [(b)] Orbital parallax derived in Sect. 3.2.

From these parameters, we can derive the mass of the two components and the semi-major axis of the visual orbit (Heintz 1978):

$$M_A = \frac{1.036\times10^{-7}(K_A+K_B)^2\,K_B\,P\,(1-e^2)^{3/2}}{\sin^3 i} \quad (4)$$

$$M_B = \frac{1.036\times10^{-7}(K_A+K_B)^2\,K_A\,P\,(1-e^2)^{3/2}}{\sin^3 i} \quad (5)$$

$$a_{\rm AU} = \frac{9.192\times10^{-5}(K_A+K_B)\,P\,(1-e^2)^{1/2}}{\sin i} \quad (6)$$

where M_A and M_B are expressed in units of the solar mass and $a_{\rm AU}$ is expressed in astronomical units. Here, K_A and K_B are the semi-amplitudes of the radial velocities for both components, in km s^{-1}, P is the orbital period, in days, e is the eccentricity and i is the inclination of the plane of the orbit to the plane of the sky. In addition, the parallax of the system can be determined from the following ratio by combining the AM and RV results:

$$\pi_{\rm mas} = \frac{a_{\rm mas}}{a_{\rm AU}} \quad (7)$$

where $\pi_{\rm mas}$ is expressed in milliarcseconds. Here, $a_{\rm mas}$ denotes the angular semi-major axis derived from the fitting procedure and given in Table 2 while $a_{\rm AU}$ denotes the linear semi-major axis defined in Eq. (6). Table 2 provides the results of the above equations. In order to derive the median and the credible intervals of each physical parameter, namely M_A, M_B, $a_{\rm AU}$ and $\pi_{\rm mas}$, we calculated Eqs. (4)–(7) using the chains of the orbital parameters.

We found the orbital masses for the single star and the Bab sub-system to be $M_A = 1.05^{+0.10}_{-0.09}\,M_\odot$ and $M_B = 1.46^{+0.13}_{-0.11}\,M_\odot$, respectively. The total mass of the triple star system is then $M_{\rm syst} = 2.51^{+0.20}_{-0.18}\,M_\odot$. Additionally, the orbital parallax of the system was found to be $\pi = 21.9 \pm 0.6$ mas. A comparison with the literature results is presented in Sect. 6.2.

[6] http://ad.usno.navy.mil/wds/orb6.html

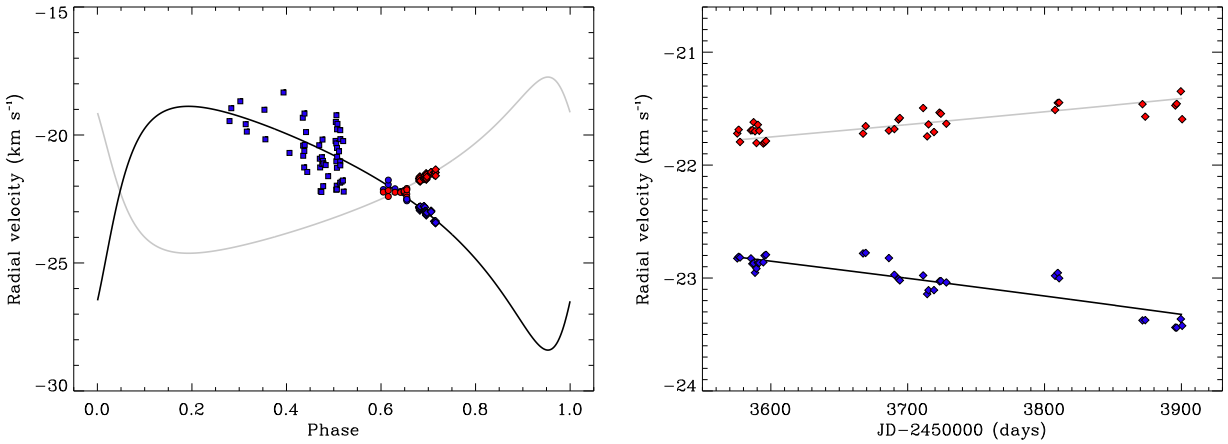


Fig. 3. Radial velocities of the two visual components. Left panel: RV measurements of the primary (blue) and secondary (red) components after having removed the 154-day modulation. Squares, circles and diamonds denote the radial velocities from Griffin (1977), Konacki (2005) and Mazeh et al. (2009), respectively. Right panel: Zoom-in on the RV measurements of Mazeh et al. (2009) to show the quality of the fit.

3.3. Orbit of the Bab sub-system

To demonstrate the capacity of their new algorithm, TRIMOR, Mazeh et al. (2009) re-analysed the spectra of HD 188753 obtained by Eggenberger et al. (2007). As a result, they derived the radial velocities of the three stars, rendering the close pair a double-lined spectroscopic binary (SB2). We then applied our Bayesian analysis to the RV measurements provided by Mazeh et al. (2009) in their Table 1.

Figure 4 shows the best-fit solution of the radial velocities for both components of the Bab sub-system. The black line denotes the RV solution of the Ba component, i.e. the most massive star of the close pair, while the grey line denotes the RV solution of the Bb component, i.e. the faintest companion. Note that in our analysis, we included a linear drift corresponding to the long-period orbital motion of the Bab sub-system. The linear drift and the orbital parameters of the close pair, determined from our best-fit solution, are given in Table D.5. In particular, the Bab sub-system has an eccentricity of 0.175 ± 0.002 and an orbital period of 154.45 ± 0.09 days.

In the case of double-lined spectroscopic binaries, only the quantities $M_A \sin^3 i$ and $M_B \sin^3 i$ can be derived from Eqs. (4) and (5). These quantities thus provide a lower limit of the stellar masses and a direct estimate of the mass ratio between both stars. From the orbital parameters of the close pair, presented in Table D.5, we obtained $M_{Ba} \sin^3 i_{Bab} = 0.258 \pm 0.004\, M_\odot$ and $M_{Bb} \sin^3 i_{Bab} = 0.198 \pm 0.002\, M_\odot$. Here, i_{Bab} denotes the inclination of the Bab sub-system relative to the plane of the sky. The mass ratio of the close pair is then found to be $M_{Bb}/M_{Ba} = 0.767 \pm 0.006$, in agreement with the value of 0.768 ± 0.004 provided by Mazeh et al. (2009). We note that our error estimate of the mass ratio is somewhat larger than that of Mazeh et al. (2009). We suspect that the authors underestimate the uncertainties on their orbital parameters, used in the calculation of the mass ratio, in comparison with our derived values and those of Eggenberger et al. (2007). The advantage of our Bayesian approach is that it yields credible intervals at 16% and 84%, corresponding to the frequentist 1-σ confidence intervals. In the case of HD 188753, the inclination of the close pair can be estimated from its spectroscopic mass sum $M_B \sin^3 i_{Bab} = 0.456 \pm 0.006\, M_\odot$. Indeed, the total mass of the Bab sub-system, $M_B = 1.46^{+0.13}_{-0.11}\, M_\odot$, is known from the orbital analysis of the visual pair (see Sect. 3.2). The inclination of the close pair is then found to be $i_{Bab} = 42.8° \pm 1.5°$. In addition, we determined previously the inclination of the AB system, listed in Table 2, from our combined analysis of the visual orbit. This corresponds to a minimal relative inclination (MRI) between the two orbits of $11.7° \pm 1.7°$. The implications of the MRI for such a triple star system will be discussed in Sect. 6.3.

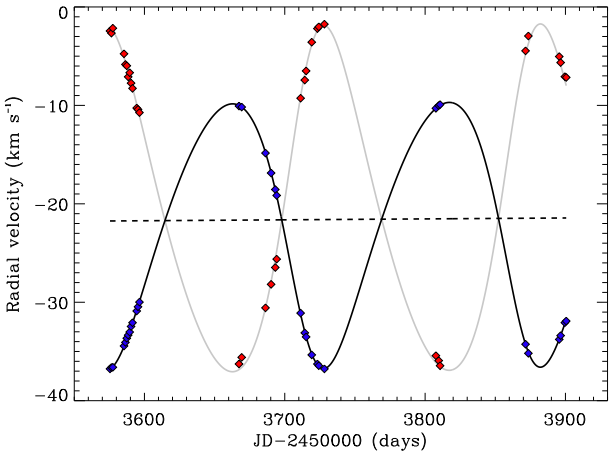


Fig. 4. RV measurements of the Ba (blue) and Bb (red) components from Mazeh et al. (2009). The dashed line denotes the long-period orbital motion of the close pair and corresponds to a linear drift towards the positive radial velocities, as can be seen in the right panel of Fig. 3.

Finally, the inclination i_{Bab} can be injected in the quantities $M_{Ba} \sin^3 i_{Bab} = 0.258 \pm 0.004\, M_\odot$ and $M_{Bb} \sin^3 i_{Bab} = 0.198 \pm 0.002\, M_\odot$ in order to derive the individual masses for both stars of the close pair. We found the orbital masses for stars Ba and Bb to be $M_{Ba} = 0.83 \pm 0.07\, M_\odot$ and $M_{Bb} = 0.63^{+0.06}_{-0.05}\, M_\odot$, respectively. In the following, we will compare the orbital masses determined for the three stars of the system with the results of the stellar modelling.

A&A proofs: manuscript no. HD188753

4. Seismic data analysis

The goal of this section is to derive accurate mode frequencies and reliable proxies of the stellar masses and ages for the two seismic components of HD 188753. These quantities will then be used for the detailed modelling of each of the two components as explained in Sect. 5.2.

4.1. Mode parameter extraction

The extraction of accurate mode frequencies for the two seismic components of HD 188753 is an important step before the stellar modelling. In this work, we adopted a maximum likelihood estimation approach (MLE; Anderson et al. 1990) following the procedure described in Appourchaux et al. (2012b), which has been extensively used during the nominal *Kepler* mission to provide the mode parameters of a large number of stars (Appourchaux et al. 2012a,b, 2014, 2015).

We repeat here the different steps of this well-suited procedure for completeness:

1. We derive initial guesses of the mode frequencies for the fitting procedure by applying an automated method of detection (see Verner et al. 2011, and references therein) which is based on the values of the seismic parameters, $\nu_{\rm max}$ and $\Delta\nu$, that are manually tweaked if required.
2. We fit the power spectrum as the sum of a stellar background made up of a combination of a Lorentzian profile and white noise, as well as a Gaussian oscillation mode envelope with three parameters (the frequency of the maximum mode power, the maximum power, and the width of the mode power).
3. We fit the power spectrum with n orders using the mode profile model described in Appourchaux et al. (2015), with no rotational splitting and the stellar background fixed as determined in step 2.
4. We repeat step 3 but leave the rotational splitting and the stellar inclination angle as free parameters, and then apply a likelihood ratio test to assess the significance of the fitted splitting and inclination angle.

The steps above were used for the main mode power at 2200 μHz, and repeated for the mode power at 3300 μHz. Note that for the secondary component, we used the residual power spectrum derived from the fit of the primary. It corresponds to the ratio between the observed power spectrum and the best fitting model of the primary component, which includes a Lorentzian profile for the stellar background. As a result, the background was modelled with a single white noise component when fitting the mode power at 3300 μHz. The procedure for the quality assurance of the frequencies obtained for both stars is described in Appourchaux et al. (2012b) with a slight modification (for more details, see Appourchaux et al. 2015). The frequencies and their formal uncertainties, derived from the inverse of the Hessian matrix, are provided in Appendix E.

4.2. Stellar parameters from scaling relations

Using the seismic parameters given in Table 1 for stars A and Ba, it is possible to determine their stellar parameters without having to do more advanced modelling. Indeed, the stellar mass and radius of the two seismic components can be estimated from the well-known scaling relations:

$$\frac{M}{M_\odot} = \left(\frac{\nu_{\rm max}}{\nu_{\rm ref}}\right)^3 \left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\rm ref}}\right)^{-4} \left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff,\odot}}\right)^{3/2} \tag{8}$$

$$\frac{R}{R_\odot} = \left(\frac{\nu_{\rm max}}{\nu_{\rm ref}}\right)\left(\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\rm ref}}\right)^{-2} \left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff,\odot}}\right)^{1/2} \tag{9}$$

where $\nu_{\rm max}$ is the frequency of maximum oscillation power, $\Delta\nu$ is the large frequency separation, and $T_{\rm eff}$ is the effective temperature of the star. Here, we adopted the reference values from Mosser et al. (2013), $\nu_{\rm ref} = 3104\,\mu$Hz and $\Delta\nu_{\rm ref} = 138.8\,\mu$Hz, and the solar effective temperature, $T_{\rm eff,\odot} = 5777$ K.

For each seismic component, we derived $\nu_{\rm max}$ by fitting a parabola over 4 (star Ba) or 5 (star A) monopole modes around the maximum of mode height and $\Delta\nu$ by fitting the asymptotic relation for frequencies (Tassoul 1980). For star A, we obtained $\nu_{\rm max} = 2204 \pm 8\,\mu$Hz and $\Delta\nu = 106.96 \pm 0.08\,\mu$Hz while for star Ba, we obtained $\nu_{\rm max} = 3274 \pm 67\,\mu$Hz and $\Delta\nu = 147.42 \pm 0.08\,\mu$Hz. In this work, we adopted the spectroscopic values of the effective temperature from Konacki (2005), $T_{\rm eff,A} = 5750 \pm 100$ K and $T_{\rm eff,Ba} = 5500 \pm 100$ K, measured independently for star A and star Ba. Using Eqs. (8) and (9) with the above values, we then obtained $M_{\rm A} = 1.01 \pm 0.03\,M_\odot$ and $R_{\rm A} = 1.19 \pm 0.01\,R_\odot$ for star A, and $M_{\rm Ba} = 0.86 \pm 0.06\,M_\odot$ and $R_{\rm Ba} = 0.91 \pm 0.02\,R_\odot$ for star Ba. Furthermore, we also deduced the luminosity of the two stars from the Stefan-Boltzmann law, $L \propto R^2 T_{\rm eff}^4$, as $L_{\rm A} = 1.40 \pm 0.12\,L_\odot$ and $L_{\rm Ba} = 0.69 \pm 0.07\,L_\odot$.

Consequently, provided that a measurement of $T_{\rm eff}$ is available, the seismic parameters $\nu_{\rm max}$ and $\Delta\nu$ give a direct estimate of the stellar mass and radius independent of evolutionary models. This so-called direct method has been applied to the hundreds of solar-type stars for which *Kepler* has detected oscillations (Chaplin et al. 2011, 2014). In the case of HD 188753, the masses derived for each star from the direct method are consistent with the results of our orbital analysis. Therefore, these estimates provide an initial range of mass for stellar modelling.

4.3. Frequency separation ratios

In this work, we used the frequency separation ratios as observational constraints for the model fitting, instead of the individual frequencies themselves. Indeed, Roxburgh & Vorontsov (2003) demonstrated that the frequency ratios are approximately independent of the structure of the outer layers and are determined only by the internal structure of the star. They are therefore less sensitive than the individual frequencies to the improper modelling of the near-surface layers (Roxburgh 2005; Otí Floranes et al. 2005) and are also insensitive to the line-of-sight Doppler velocity shifts (Davies et al. 2014). The use of these ratios then allows us to avoid potential biases from applying frequency corrections for near-surface effects (e.g. Kjeldsen et al. 2008; Gruberbauer et al. 2013; Ball & Gizon 2014a,b) and for Doppler shifts.

The frequency separation ratios are defined as:

$$r_{02}(n) = \frac{d_{02}(n)}{\Delta_1(n)}, \tag{10}$$

$$r_{01}(n) = \frac{d_{01}(n)}{\Delta_1(n)}, \qquad r_{10}(n) = \frac{d_{10}(n)}{\Delta_0(n+1)} \tag{11}$$

where $d_{02}(n) = \nu_{n,0} - \nu_{n-1,2}$ and $\Delta_l(n) = \nu_{n,l} - \nu_{n-1,l}$ refer to the small and large separations, respectively. Here, we adopted the five-point smoothed small frequency separations following Roxburgh & Vorontsov (2003):

$$d_{01}(n) = \frac{1}{8}(\nu_{n-1,0} - 4\nu_{n-1,1} + 6\nu_{n,0} - 4\nu_{n,1} + \nu_{n+1,0}) \tag{12}$$

$$d_{10}(n) = -\frac{1}{8}(\nu_{n-1,1} - 4\nu_{n,0} + 6\nu_{n,1} - 4\nu_{n+1,0} + \nu_{n+1,1}) \quad (13)$$

where ν is the mode frequency, n is the radial order and l is the angular degree. In Fig. 5, we plotted for both stars the ratios r_{01}, r_{10} and r_{02} computed from the observed frequencies. A clear oscillatory behaviour of the observed frequency ratios can be seen for star A, in the left panel of Fig. 5, indicating an acoustic glitch. Such a signature arises from the acoustic structure and has already been detected in other solar-like stars (Mazumdar et al. 2014).

Another advantage of using the frequency ratios is that the ratio r_{02} is sensitive to the structure of the core and hence to the age of the star (Otí Floranes et al. 2005; Lebreton & Montalbán 2009). In particular, White et al. (2011) used the ratio r_{02} instead of the small frequency separation to construct a modified version of the so-called C-D diagram (Christensen-Dalsgaard 1984), showing that this ratio is an effective indicator of the stellar age. In the case of HD 188753, the mean values of the measured ratios, averaged over the whole range of the observed radial orders, are $\langle r_{02}\rangle_A = 0.043 \pm 0.001$ and $\langle r_{02}\rangle_{Ba} = 0.051 \pm 0.001$. From these values and those of the large frequency separation listed in Table 1, we can then determined the position of the two seismic components in the modified C-D diagram obtained by White et al. (2011). Using their Fig. 8, we found an age of ∼11 Gyr for star A and of ∼8.0 Gyr for star Ba.

In addition, Creevey et al. (2017) recently derived a linear relation between the mean value of r_{02} and the stellar age from the analysis of 57 stars observed by *Kepler*. Using their Eq. (6) with the above values of $\langle r_{02}\rangle$, we found the individual ages for star A and star Ba to be 9.5 ± 0.2 Gyr and 8.0 ± 0.2 Gyr, respectively. We point out that our estimated errors only result from the propagation of the uncertainties on the measured ratios, since Creevey et al. (2017) do not provide uncertainties on their fitted parameters. The use of the ratio r_{02} as a proxy of the stellar age therefore allows us to derive an initial range of age for stellar modelling.

5. Stellar modelling

5.1. Input physics

In order to determine precise stellar parameters for HD 188753, we performed a detailed modelling of each seismic component using the stellar evolution code CESTAM (Code d'Évolution Stellaire, avec Transport, Adaptatif et Modulaire; Morel & Lebreton 2008; Marques et al. 2013).

For our model calculations, we adopted the 2005 version of the OPAL equation of state (Rogers & Nayfonov 2002) and the OPAL opacities (Iglesias & Rogers 1996) complemented by those of Alexander & Ferguson (1994) for low temperatures. The opacity tables are given for the new solar mixture derived by Asplund et al. (2009), which corresponds to $(Z/X)_\odot = 0.0181$. The microscopic diffusion of helium and heavy elements, including gravitational settling, thermal and concentration diffusion, but no radiative levitation, was taken into account following the prescription of Michaud & Proffitt (1993). We used the NACRE nuclear reaction rates (Angulo et al. 1999) with the revised $^{14}N(p,\gamma)^{15}O$ reaction rate from Formicola et al. (2004). Convection was treated according to the mixing-length theory (MLT; Böhm-Vitense 1958) and no overshooting was considered. A standard Eddington gray atmosphere was employed for the atmospheric boundary condition.

5.2. Model optimisation

For each seismic component of HD 188753, we constructed a grid of stellar evolutionary models using CESTAM with the input physics described above. The goodness of fit was evaluated for all of the grid models from the merit function χ^2 given by:

$$\chi^2 = (x_{\rm mod} - x_{\rm obs})^{\rm T}\, {\rm C}^{-1}\, (x_{\rm mod} - x_{\rm obs}) \quad (14)$$

where $x_{\rm obs}$ denotes the observational constraints considered, i.e. the frequency ratios defined in Eqs. (10) and (11), $x_{\rm mod}$ denotes the theoretical values predicted by the model and T denotes the transposed matrix. Here, C refers to the covariance matrix of the observational constraints, which is not diagonal due to the strong correlations between the frequency ratios. The theoretical oscillation frequencies, used for the calculation of the frequency ratios, were computed with the Aarhus adiabatic oscillation package (ADIPLS; Christensen-Dalsgaard 2008).

Firstly, a total of 2000 random grid points were drawn for each star from a reasonable range of the stellar parameters, i.e. the age of the star, the mass M, the initial helium abundance Y_0, the initial metal-to-hydrogen ratio $(Z/X)_0$ and the mixing-length parameter for convection $\alpha_{\rm MLT}$. Following the age-$\langle r_{02}\rangle$ relation of Creevey et al. (2017), the age of the two stars was assumed in the range 5–13 Gyr. For stars A and Ba, we adopted $M_A \in [0.9, 1.2]\ M_\odot$ and $M_{Ba} \in [0.7, 1.0]\ M_\odot$, respectively, in agreement with the results of the orbital analysis and scaling relations. We considered $Y_0 \in [Y_P, 0.31]$ where $Y_P = 0.2477 \pm 0.0001$ is the primordial value from standard Big Bang nucleosynthesis (Planck Collaboration et al. 2014). The present (Z/X) ratio can be derived from the observed [Fe/H] value, provided in Table 1, through the relation $[{\rm Fe/H}] = \log(Z/X) - \log(Z/X)_\odot$. We then estimated the initial $[Z/X]_0$ ratio as being in the range 0.01–0.05, which was shifted to higher value to compensate for diffusion. We adopted $\alpha_{\rm MLT} \in [1.6, 2]$ following the solar calibration of Trampedach et al. (2014) that corresponds to $\alpha_{\rm MLT,\odot} = 1.76 \pm 0.04$.

Secondly, in order to determine the final parameters of the two stars, we employed a Levenberg-Marquardt minimisation method using the Optimal Stellar Models (OSM)[7] software developed by R. Samadi. For star A, we selected the 50 grid models having the lowest χ^2 value and used them as starting point for the final optimisation. We then performed a set of local minimisations adopting the age of the star, the mass, the initial helium abundance, the initial $(Z/X)_0$ ratio and the mixing-length parameter as free model parameters. Again, we adopted the merit function defined in Eq. (14) associated with the frequency ratios. For star Ba, due to the limited number of observed ratios, we decided to only adjust the age, the mass and the initial helium abundance. We then performed a first set of minimisations from the 15 grid models having the lowest χ^2 value. During the minimisation process, the initial $(Z/X)_0$ ratio and the mixing-length parameter were fixed at the value of the grid point considered. In order to explore the impact of changing these parameters, we performed a second set of minimisations for the 15 grid models previously selected adopting $(Z/X)_0 = [0.015, 0.025, 0.035, 0.045]$ and $\alpha_{\rm MLT} = [1.65, 1.75, 1.85, 1.95]$ as fixed values. In total, the number of local minimisations for star Ba was $15 + 4 \times 4 \times 15 = 255$. Note that our reference model of star Ba, provided in Table 3, was obtained for $(Z/X)_0$ and $\alpha_{\rm MLT}$ fixed at their grid-point values.

Fig. 5 shows the comparison of the observed frequency ratios (black crosses) with the corresponding values derived from the reference model of each star (red symbols). The modelling

[7] https://pypi.python.org/pypi/osm

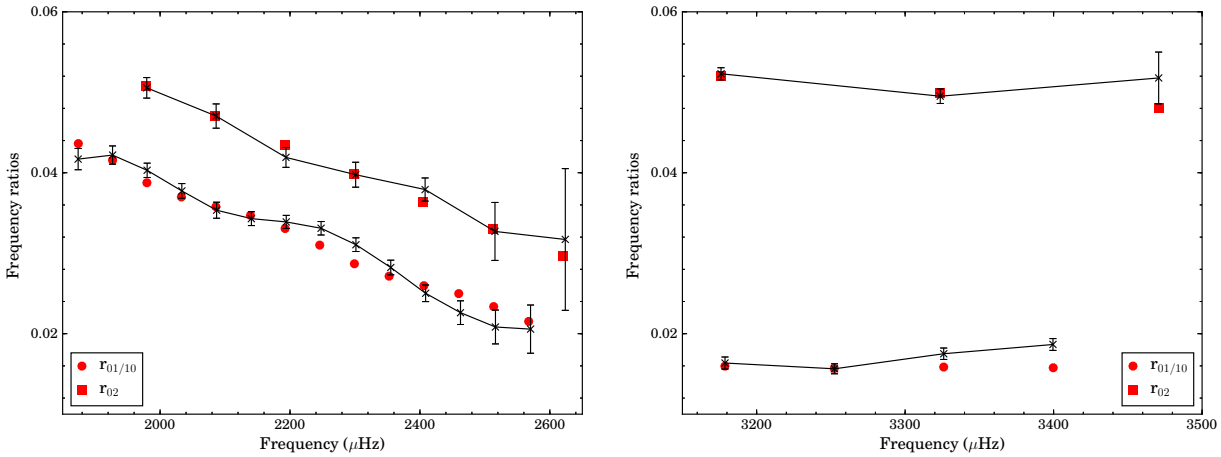


Fig. 5. Frequency separation ratios as a function of frequency for star A (left) and star Ba (right). The ratios $r_{01/10}(n)$ and $r_{02}(n)$ derived from the reference model of each star are indicated by red circles and squares, respectively, while the observed ratios are shown as connected points with errors.

Table 3. Reference models for star A and star Ba.

Parameter	Star A	Star Ba
M ($M_\odot$)	0.99 ± 0.01	0.86 ± 0.01
Age (Gyr)	10.7 ± 0.2	11.0 ± 0.3
Y_0	0.278 ± 0.002	0.289 ± 0.004
$(Z/X)_0$	0.033 ± 0.001	0.031^a
$\alpha_{\rm MLT}$	1.83 ± 0.06	1.77^a
L ($L_\odot$)	1.23	0.57
R ($R_\odot$)	1.18	0.91
$T_{\rm eff}$ (K)	5598	5272
$\log g$ (cgs)	4.29	4.46
[Fe/H] (dex)	0.17	0.15
χ^2_N	2.35	4.17

Notes. $^{(a)}$ The reference model of star Ba was obtained for $(Z/X)_0$ and $\alpha_{\rm MLT}$ fixed at their grid-point values during the minimisation process (see text).

results for stars A and Ba are given in Table 3. The error bars on the stellar parameters were derived from the inverse of the Hessian matrix. The normalised χ^2 values were computed as $\chi^2_N = \chi^2/N$ where N denotes the number of observed frequency ratios used for the optimisation.

6. Results and discussion

6.1. Physical parameters of HD 188753

From the modelling, we found the individual ages for star A and star Ba to be 10.7 ± 0.2 Gyr and 11.0 ± 0.3 Gyr, respectively. These values are consistent within their error bars, as expected from the common origin of both stars. Combining the individual ages, the system is then about 10.8 ± 0.2 Gyr old.

In addition, the stellar masses from our reference models were found to be $M_A = 0.99 \pm 0.01\ M_\odot$ and $M_{Ba} = 0.86 \pm 0.01\ M_\odot$, which agree very well with the results of the orbital analysis and scaling relations. This latter value can be injected in the mass ratio of the close pair derived in Sect. 3.3, $M_{Bb}/M_{Ba} = 0.767 \pm 0.006$, in order to determine the mass of the faintest star with much more precision than in our orbital analysis. The seismic mass of the star Bb is then found to be $M_{Bb} = 0.66 \pm 0.01\ M_\odot$. As a result, the seismic mass of the Bab subsystem is $M_B = 1.52 \pm 0.02\ M_\odot$ and the total seismic mass of the triple star system is $M_{\rm syst} = 2.51 \pm 0.02\ M_\odot$. This method provides a precise but model-dependent total mass of the system, which can be compared with the results of our orbital analysis. Indeed, as explained in Sect. 3.2, we obtained a direct estimate of the total mass, $M_{\rm syst} = 2.51^{+0.20}_{-0.18}\ M_\odot$, using the astrometric and radial-velocity observations of the system. We find excellent agreement between the seismic and orbital values of the total mass for HD 188753, bolstering our confidence in the results of the stellar modelling.

Our stellar models thus provide precise and accurate values of the individual masses that can be used to refine the physical parameters of the system. For example, the semi-major axis of the relative orbit is related to the total mass and to the orbital period of the system from the Kepler's third law. In other words, the total mass of the system expressed in units of the solar mass is given by $M_{\rm syst} = a^3_{\rm AU}/P^2$, where $a_{\rm AU}$ is the semi-major axis expressed in astronomical units and P is the orbital period expressed in years. Using the Kepler's third law with the total seismic mass and the orbital period of the AB system, $M_{\rm syst} = 2.51 \pm 0.02\ M_\odot$ and $P = 25.63 \pm 0.04$ years, we find that the semi-major axis of the relative orbit for the visual pair is $a_{\rm AU} = 11.82 \pm 0.03$ AU. Furthermore, by applying the definition of the centre of mass to the AB system, we can also derive the semi-major axis of the two barycentric orbits with:

$$a_A = a_{\rm AU}\,\frac{M_B}{M_A + M_B} \quad \text{and} \quad a_B = a_{\rm AU}\,\frac{M_A}{M_A + M_B} \tag{15}$$

where, obviously, $a_{\rm AU} = a_A + a_B$. Adopting the seismic masses $M_A = 0.99 \pm 0.01\ M_\odot$ and $M_B = 1.52 \pm 0.02\ M_\odot$ and the above value of the semi-major axis $a_{\rm AU}$, we then obtain $a_A = 7.17 \pm 0.04$ AU and $a_B = 4.65 \pm 0.03$ AU. Similarly, the Kepler's third law and the definition of the centre of mass can be applied to the Bab sub-system using the seismic masses of the close pair. From the above values of M_{Ba} and M_{Bb}, associated with an orbital period of 154.45 ± 0.09 days, we find that the semi-major axes for star Ba and star Bb are $a_{Ba} = 0.282 \pm 0.002$ AU and $a_{Bb} = 0.367 \pm 0.002$ AU, respectively.

6.2. Asteroseismic parallax

As explained in Sect. 3.2, the astrometric and radial-velocity observations of the visual pair can be combined in order to derive the parallax of the system. The term 'orbital parallax' has been suggested to denote a parallax determined in this way (Armstrong et al. 1992). From our combined analysis of the visual pair, we then obtained an orbital parallax of $\pi = 21.9 \pm 0.6$ mas.

In the case of HD 188753, the precision on the parallax can be improved using the total seismic mass of the system determined in Sect. 6.1. Indeed, combining the Kepler's third law with Eq. (7) provides a direct relation between the total mass and the parallax of the system:

$$M_{\rm syst} = \left(\frac{a_{\rm mas}}{\pi_{\rm mas}}\right)^3 \frac{1}{P^2} \tag{16}$$

where $M_{\rm syst}$ is expressed in units of the solar mass and $\pi_{\rm mas}$ is expressed in milliarcseconds. Here, $a_{\rm mas}$ is the angular semi-major axis of the visual pair, in mas, and P is the orbital period, in years. Adopting the total seismic mass $M_{\rm syst} = 2.51 \pm 0.02\,M_\odot$ and the values of $a_{\rm mas}$ and P listed in Table 2, we find that the 'asteroseismic parallax' of the system is $\pi = 21.9 \pm 0.2$ mas. The error bars on the parallax are estimated through a Monte Carlo simulation using the chains from our Bayesian analysis for $a_{\rm mas}$ and P, and a randomised total mass. The probability distributions of the three parameters are then injected in Eq. (16) in order to compute the median and credible intervals for the parallax. We thus obtain a precise estimate of the parallax by combining the asteroseismic and astrometric observations of the system.

As a comparison, the literature values of the parallax for HD 188753 are given in Table 4. Firstly, we note that our results are consistent with the revised Hipparcos parallax, $\pi = 21.6 \pm 0.7$ mas, obtained by van Leeuwen (2007). For HD 188753, the author adopted a standard model characterised by five astrometric parameters to describe the apparent motion of the source. These five parameters are the position (α, δ) at the Hipparcos epoch, the parallax π and the proper motion $(\mu_{\alpha*}, \mu_\delta)$, and refer to the photocenter of the system. In the case of resolved binaries, it is possible to take the duplicity of the system into account by combining the Hipparcos astrometry with existing ground-based observations. For this, Söderhjelm (1999) employed an astrometric model specified by the seven orbital parameters $(P, T, e, \omega, a, i, \Omega)$, also known as the Campbell elements, in addition to the five parameters quoted above. For HD 188753, Söderhjelm (1999) then obtained a parallax of 21.9 ± 0.6 mas, which is in excellent agreement with the results of our analysis. Using stellar modelling, we thus reduced by a factor of about 3 the uncertainty on the parallax, which is found independently of the Hipparcos data. In addition, the combined treatment of the visual pair, using (visual and speckle) relative positions plus Hipparcos data, allows the author to derive the semi-major axis and the orbital period defined in Eq. (16). Knowing the parallax, Söderhjelm (1999) found that the total mass of the system is $M_{\rm syst} = 2.73 \pm 0.33\,M_\odot$. The discrepancy between this latter estimate and that reported in this work can be explained by the larger value of the semi-major axis derived by Söderhjelm (1999). However, we point out that our orbital solution results from the derivation of a full orbit, using high-resolution techniques, in contrast to that of Söderhjelm (1999).

Secondly, we also added in Table 4 the most recent value of the parallax for HD 188753 from the Gaia Data Release 1 (DR1; Lindegren et al. 2016). We note a significant disagreement between the Gaia DR1 parallax, $\pi = 20.1 \pm 0.4$ mas, and the other values presented in this work. However, as explained in Lindegren et al. (2016), binaries and multiple stellar systems did not receive a special treatment in the data processing. For Gaia DR1, the sources were all treated as single stars. Furthermore, the derived proper motion should be interpreted as the mean motion of the system between the Hipparcos epoch (J1991.25) and the Gaia DR1 epoch (J2015.0). The consequence could be that the positions at the two epochs refer to different components of the system, including its photocentre.

Table 4. Estimated values of the parallax for HD 188753.

Parallax (mas)	Reference
21.9 ± 0.2	our seismic estimate[a]
21.9 ± 0.6	our orbital estimate[b]
20.1 ± 0.4	Gaia website[c]
21.6 ± 0.7	van Leeuwen (2007)
21.9 ± 0.6	Söderhjelm (1999)

Notes. [(a)] See Sect. 6.2. [(b)] See Sect. 3.2.
[(c)] https://gea.esac.esa.int/archive/

6.3. Relative inclination of the two orbits

From our orbital analysis of HD 188753, we derived in Sect. 3.3 a minimal relative inclination (MRI) between the visual AB system and the close Bab sub-system of $11.7° \pm 1.7°$. In particular, we used the orbital value of the mass M_B, associated with the quantity $M_B \sin^3 i_{Bab} = 0.456 \pm 0.006\,M_\odot$, to estimate the inclination of the Bab sub-system.

As demonstrated in Sect. 6.1, stellar modelling provides precise and accurate values of the individual masses, which can be adopted in our calculations to refine the physical parameters of the system. Using the above value of $M_B \sin^3 i_{Bab}$ with the seismic mass $M_B = 1.52 \pm 0.02\,M_\odot$, we find that the inclination of the Bab sub-system is $i_{Bab} = 42.0° \pm 0.3°$. Since the inclination of the AB system is known (see Table 2), the minimal relative inclination between the two orbits can be precisely determined. We thus obtain a final MRI value of $10.9° \pm 1.5°$ for the triple star system HD 188753. Mazeh et al. (2009) attempted to estimate the relative inclination of the system using a similar approach. For this, the authors adopted the total mass of the system provided by Söderhjelm (1999) and the mass ratio of the visual pair from Eggenberger et al. (2007) to determine the mass of the Bab sub-system. The derived value was then injected in Eq. (6) of Mazeh et al. (2009), which is equivalent to the spectroscopic mass sum $M_B \sin^3 i_{Bab}$ of the close pair. In this way, Mazeh et al. (2009) found that the inclination of the Bab sub-system is $i_{Bab} = 39.6° \pm 2.8°$ (their Table 3). Considering an inclination for the visual pair of 34° (Söderhjelm 1999)[8], the MRI value obtained by Mazeh et al. (2009) from their astrometric approach is about 6°. The advantage of our approach is to provide a more robust estimate of the MRI by combining the modelling results with those derived from the orbital analysis.

The distribution of the relative inclination in triple stars can provide valuable information about the dynamical evolution of multiple stellar systems (Sterzik & Tokovinin 2002). The relative inclination, ϕ, between the two orbital planes is given by (Batten 1973; Fekel 1981):

$$\cos\phi = \cos i_{\rm out} \cos i_{\rm in} + \sin i_{\rm out} \sin i_{\rm in} \cos(\Omega_{\rm out} - \Omega_{\rm in}) \tag{17}$$

[8] Söderhjelm (1999) value is not accompanied by error bars.

where i is the orbital inclination, Ω is the position angle of the ascending node and $\phi \in [0, \pi]$. Here, the indices 'out' and 'in' refer to the outer and inner orbits, namely the AB system and the Bab sub-system respectively. Note that the inclination ϕ also corresponds to the relative angle between the angular momentum vectors of the inner and outer orbits. As a result, the mutual orientation of both orbits is prograde for $0° \leq \phi < 90°$ and retrograde for $90° < \phi \leq 180°$. In the case of HD 188753, the position angle of the ascending node is totally unknown for the Bab sub-system and thus the relative inclination ϕ cannot be determined. However, it is easy to show from Eq. (17) that $i_{Bab} - i_{AB} \leq \phi \leq i_{Bab} + i_{AB}$. From the derived values of i_{Bab} and i_{AB}, we then obtain a relative inclination of $10.9° \leq \phi_{\rm pro} \leq 73.1°$ where the lower limit corresponds to the MRI defined above. Since the direction of motion is not known from radial-velocity observations, we point out that the orbital inclination of the Bab sub-system may also be $i_{Bab} = 138.0° \pm 0.3°$. By symmetry, we then find that $106.9° \leq \phi_{\rm retro} \leq 169.1°$.

In contrast to the previous analysis of Mazeh et al. (2009), we argue that the triple star system HD 188753 does not have a coplanar configuration. Indeed, we found that the relative inclination between the two orbits may be as high as ~73°, with a lower limit at $10.9° \pm 1.5°$. For inclined systems, it has been shown that the eccentricity of the inner orbit, $e_{\rm in}$, and the relative inclination, ϕ, may vary periodically such as the quantity $(1 - e_{\rm in}^2)\cos^2\phi$ is conserved. This so-called Lidov-Kozai mechanism (Lidov 1962; Kozai 1962), which takes place when $39.2° \leq \phi \leq 140.8°$, plays an important role in the evolution of multiple stellar systems (see e.g. Toonen et al. 2016 for a review). Unfortunately, the suitability of such a mechanism cannot be assessed for our triple star system. However, it is interesting to see how the combined analysis of HD 188753 enabled us to put stringent limits on its relative inclination.

7. Conclusions

Using *Kepler* photometry, we reported for the first time the detection of solar-like oscillations in the two brightest components of a close triple star system, HD 188753. We then performed the seismic analysis of the two stars, providing accurate mode frequencies and reliable proxies of the stellar masses and ages. From the modelling, we also derived precise but model-dependent stellar parameters for the two oscillating components. In particular, we found that the mean common age of the system is 10.8 ± 0.2 Gyr while the masses of the two seismic stars are $M_A = 0.99 \pm 0.01\ M_\odot$ and $M_{Ba} = 0.86 \pm 0.01\ M_\odot$.

We also performed the first orbital analysis of HD 188753 that combines both the position and radial-velocity measurements of the system. For the wide pair, we derived the masses of the visual components and the parallax of the system, $\pi = 21.9 \pm 0.6$ mas. In addition, we derived a precise mass ratio between both stars of the close pair, $M_{Bb}/M_{Ba} = 0.767 \pm 0.006$. We then found individual masses that are in good agreement with the modelling results. Finally, from the orbital analysis, we estimated the total mass of the system to be $M_{\rm syst} = 2.51^{+0.20}_{-0.18}\ M_\odot$.

Combining the asteroseismic and astrometric observations of HD 188753 allowed us to better characterise the main features of this triple star system. For example, using the mass ratio of the close pair, we precisely determined the mass of the faintest star, $M_{Bb} = 0.66 \pm 0.01\ M_\odot$, from the seismic mass of its companion. We then estimated the total seismic mass of the system to be $M_{\rm syst} = 2.51 \pm 0.02\ M_\odot$, which agrees perfectly with the orbital value. Injecting this latter into the Kepler's third law leads to the best current estimate of the parallax for HD 188753, namely $\pi = 21.9 \pm 0.2$ mas. From our combined analysis, we also derived stringent limits on the relative inclination of the system. With a lower limit at $10.9° \pm 1.5°$, we concluded that HD 188753 does not have a coplanar configuration.

In this work, we demonstrated that binaries and multiple stellar systems have the potential to constrain fundamental stellar parameters such as the mass and the age. Further observations using asteroseismology and astrometry also promise to improve our knowledge about the dynamical evolution of triple and higher-order systems. In this context, we stress the necessity to prepare catalogues of binaries and multiples for the future space missions TESS (Ricker et al. 2015) and PLATO (Rauer et al. 2014).

Acknowledgements. This paper includes data collected by the *Kepler* mission. Funding for the *Kepler* mission is provided by the NASA Science Mission directorate. The authors gratefully acknowledge the *Kepler* Science Operations Center (SOC) for reprocessing the short-cadence data that enabled the detection of the secondary seismic component. This research has made use of NASA's Astrophysics Data System Bibliographic Services, the Washington Double Star Catalog maintained at the U.S. Naval Observatory, the SIMBAD database, operated at CDS, Strasbourg, France and the VizieR catalogue access tool, CDS, Strasbourg, France. The original description of the VizieR service was published in A&AS 143, 23.

References

Alexander, D. R. & Ferguson, J. W. 1994, ApJ, 437, 879
Anderson, E. R., Duvall, Jr., T. L., & Jefferies, S. M. 1990, ApJ, 364, 699
Angulo, C., Arnould, M., Rayet, M., et al. 1999, Nuclear Physics A, 656, 3
Appourchaux, T. 2014, A crash course on data analysis in asteroseismology, ed. P. L. Pallé & C. Esteban, 123
Appourchaux, T., Antia, H. M., Ball, W., et al. 2015, A&A, 582, A25
Appourchaux, T., Antia, H. M., Benomar, O., et al. 2014, A&A, 566, A20
Appourchaux, T., Benomar, O., Gruberbauer, M., et al. 2012a, A&A, 537, A134
Appourchaux, T., Chaplin, W. J., García, R. A., et al. 2012b, A&A, 543, A54
Armstrong, J. T., Mozurkewich, D., Vivekanand, M., et al. 1992, AJ, 104, 241
Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A. J., & Scott, P. 2009, ARA&A, 47, 481
Baglin, A., Auvergne, M., Barge, P., et al. 2006, in ESA Special Publication, Vol. 1306, The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, 33
Baize, P. 1952, Journal des Observateurs, 35, 27
Baize, P. 1954, Journal des Observateurs, 37, 73
Baize, P. 1957, Journal des Observateurs, 40, 165
Ball, W. H. & Gizon, L. 2014a, A&A, 568, A123
Ball, W. H. & Gizon, L. 2014b, A&A, 569, C2
Baranne, A., Queloz, D., Mayor, M., et al. 1996, A&AS, 119, 373
Batten, A. H. 1973, Binary and multiple systems of stars
Böhm-Vitense, E. 1958, ZAp, 46, 108
Bouchy, F. & Carrier, F. 2002, A&A, 390, 205
Carrier, F. & Bourban, G. 2003, A&A, 406, L23
Chaplin, W. J., Basu, S., Huber, D., et al. 2014, ApJS, 210, 1
Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2011, Science, 332, 213
Christensen-Dalsgaard, J. 1984, in Space Research in Stellar Activity and Variability, ed. A.Mangeney & F.Praderie (Observatoire de Meudon), 11
Christensen-Dalsgaard, J. 2008, Ap&SS, 316, 113
Couteau, P. 1967, Journal des Observateurs, 50, 41
Couteau, P. 1970, A&AS, 3, 51
Couteau, P., Docobo, J. A., & Ling, J. 1993, A&AS, 100, 305
Couteau, P. & Ling, J. 1991, A&AS, 88, 497
Creevey, O. L., Metcalfe, T. S., Schultheis, M., et al. 2017, A&A, 601, A67
Davies, G. R., Chaplin, W. J., Farr, W. M., et al. 2015, MNRAS, 446, 2959
Davies, G. R., Handberg, R., Miglio, A., et al. 2014, MNRAS, 445, L94
Davies, G. R., Silva Aguirre, V., Bedding, T. R., et al. 2016, MNRAS, 456, 2183
Eggenberger, A., Udry, S., Mazeh, T., Segal, Y., & Mayor, M. 2007, A&A, 466, 1179
ESA, ed. 1997, ESA Special Publication, Vol. 1200, The HIPPARCOS and TYCHO catalogues. Astrometric and photometric star catalogues derived from the ESA HIPPARCOS Space Astrometry Mission
Fekel, Jr., F. C. 1981, ApJ, 246, 879
Formicola, A., Imbriani, G., Costantini, H., et al. 2004, Physics Letters B, 591, 61
Gilliland, R. L., Brown, T. M., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2010a, PASP, 122, 131

Gilliland, R. L., Jenkins, J. M., Borucki, W. J., et al. 2010b, ApJ, 713, L160
Griffin, R. F. 1967, ApJ, 148, 465
Griffin, R. F. 1977, The Observatory, 97, 15
Gruberbauer, M., Guenther, D. B., MacLeod, K., & Kallinger, T. 2013, MNRAS, 435, 242
Hartkopf, W. I. & Mason, B. D. 2009, AJ, 138, 813
Hartkopf, W. I., Mason, B. D., McAlister, H. A., et al. 2000, AJ, 119, 3084
Hartkopf, W. I., Mason, B. D., & Worley, C. E. 2001a, AJ, 122, 3472
Hartkopf, W. I., McAlister, H. A., & Mason, B. D. 2001b, AJ, 122, 3480
Hartkopf, W. I., McAlister, H. A., Mason, B. D., et al. 1997, AJ, 114, 1639
Hastings, W. K. 1970, Biometrika, 57, 97
Heintz, W. D. 1975, ApJS, 29, 315
Heintz, W. D. 1978, Geophysics and Astrophysics Monographs, 15
Heintz, W. D. 1980, ApJS, 44, 111
Heintz, W. D. 1990, ApJS, 74, 275
Heintz, W. D. 1998, ApJS, 117, 587
Holden, F. 1975, PASP, 87, 253
Holden, F. 1976, PASP, 88, 325
Horch, E., Ninkov, Z., van Altena, W. F., et al. 1999, AJ, 117, 548
Horch, E. P., Robinson, S. E., Meyer, R. D., et al. 2002, AJ, 123, 3442
Hough, G. W. 1899, Astronomische Nachrichten, 149, 65
Huber, D., Ireland, M. J., Bedding, T. R., et al. 2012, ApJ, 760, 32
Huber, D., Silva Aguirre, V., Matthews, J. M., et al. 2014, ApJS, 211, 2
Iglesias, C. A. & Rogers, F. J. 1996, ApJ, 464, 943
Jenkins, J. M., Caldwell, D. A., Chandrasekaran, H., et al. 2010, ApJ, 713, L87
Kjeldsen, H., Bedding, T. R., & Christensen-Dalsgaard, J. 2008, ApJ, 683, L175
Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., Handberg, R., et al. 2010, Astronomische Nachrichten, 331, 966
Konacki, M. 2005, Nature, 436, 230
Kozai, Y. 1962, AJ, 67, 591
Labeyrie, A., Bonneau, D., Stachnik, R. V., & Gezari, D. Y. 1974, ApJ, 194, L147
Lebreton, Y. & Montalbán, J. 2009, in IAU Symposium, Vol. 258, IAU Symposium, ed. E. E. Mamajek, D. R. Soderblom, & R. F. G. Wyse, 419–430
Lidov, M. L. 1962, Planet. Space Sci., 9, 719
Lindegren, L., Lammers, U., Bastian, U., et al. 2016, A&A, 595, A4
Lomb, N. R. 1976, Ap&SS, 39, 447
Lund, M. N., Silva Aguirre, V., Davies, G. R., et al. 2017, ApJ, 835, 172
Marques, J. P., Goupil, M. J., Lebreton, Y., et al. 2013, A&A, 549, A74
Mason, B. D., Hartkopf, W. I., Raghavan, D., et al. 2011, AJ, 142, 176
Mason, B. D., Hartkopf, W. I., Wycoff, G. L., et al. 2004, AJ, 128, 3012
Mazeh, T., Tsodikovich, Y., Segal, Y., et al. 2009, MNRAS, 399, 906
Mazumdar, A., Monteiro, M. J. P. F. G., Ballot, J., et al. 2014, ApJ, 782, 18
Metcalfe, T. S., Chaplin, W. J., Appourchaux, T., et al. 2012, ApJ, 748, L10
Metcalfe, T. S., Creevey, O. L., & Davies, G. R. 2015, ApJ, 811, L37
Metcalfe, T. S., Creevey, O. L., Doğan, G., et al. 2014, ApJS, 214, 27
Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, J. Chem. Phys., 21, 1087
Michaud, G. & Proffitt, C. R. 1993, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 40, IAU Colloq. 137: Inside the Stars, ed. W. W. Weiss & A. Baglin, 246–259
Miglio, A., Chaplin, W. J., Farmer, R., et al. 2014, ApJ, 784, L3
Miglio, A., Chiappini, C., Morel, T., et al. 2013, MNRAS, 429, 423
Morel, P. & Lebreton, Y. 2008, Ap&SS, 316, 61
Mosser, B., Michel, E., Belkacem, K., et al. 2013, A&A, 550, A126
Muller, P. 1955, Journal des Observateurs, 38, 221
Otí Floranes, H., Christensen-Dalsgaard, J., & Thompson, M. J. 2005, MNRAS, 356, 671
Planck Collaboration, Ade, P. A. R., Aghanim, N., et al. 2014, A&A, 571, A16
Pourbaix, D. 2008, in IAU Symposium, Vol. 248, A Giant Step: from Milli- to Micro-arcsecond Astrometry, ed. W. J. Jin, I. Platais, & M. A. C. Perryman, 59–65
Pourbaix, D. & Boffin, H. M. J. 2016, A&A, 586, A90
Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al. 2014, Experimental Astronomy, 38, 249
Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 1, 014003
Rogers, F. J. & Nayfonov, A. 2002, ApJ, 576, 1064
Roxburgh, I. W. 2005, A&A, 434, 665
Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. 2003, A&A, 411, 215
Scargle, J. D. 1982, ApJ, 263, 835
Silva Aguirre, V., Davies, G. R., Basu, S., et al. 2015, MNRAS, 452, 2127
Söderhjelm, S. 1999, A&A, 341, 121
Sterzik, M. F. & Tokovinin, A. A. 2002, A&A, 384, 1030
Struve, F. G. W. 1837, Stellarum duplicium et multiplicium mensurae micrometricae per magnum Fraunhoferi tubum annis a 1824 ad 1837 in Specula Dorpatensi institutae...
Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469
Tokovinin, A. A. 1980, Astronomicheskij Tsirkulyar, 1097, 3
Tokovinin, A. A. 1985, A&AS, 61, 483
Toonen, S., Hamers, A., & Portegies Zwart, S. 2016, Computational Astrophysics and Cosmology, 3, 6
Trampedach, R., Stein, R. F., Christensen-Dalsgaard, J., Nordlund, Å., & Asplund, M. 2014, MNRAS, 445, 4366
van Biesbroeck, G. 1918, AJ, 31, 169
van Biesbroeck, G. 1927, Publications of the Yerkes Observatory, 5, 1.vii
van Biesbroeck, G. 1974, ApJS, 28, 413
van den Bos, W. H. 1959, ApJS, 4, 45
van den Bos, W. H. 1963, AJ, 68, 57
van Leeuwen, F. 2007, A&A, 474, 653
Verner, G. A., Elsworth, Y., Chaplin, W. J., et al. 2011, MNRAS, 415, 3539
Vogt, S. S., Allen, S. L., Bigelow, B. C., et al. 1994, in Proc. SPIE, Vol. 2198, Instrumentation in Astronomy VIII, ed. D. L. Crawford & E. R. Craine, 362
White, T. R., Bedding, T. R., Stello, D., et al. 2011, ApJ, 743, 161
White, T. R., Benomar, O., Silva Aguirre, V., et al. 2017, A&A, 601, A82
White, T. R., Huber, D., Maestro, V., et al. 2013, MNRAS, 433, 1262
Worley, C. E. 1962, AJ, 67, 403

Appendix A: Orbital data

Table A.1. Relative positions of the two visual components from micrometric observations.

Date (Bess. yr.)	Angle (degrees)	Separation (arcsec)	Reference
1895.6750	77.40[a]	0.340	Hough (1899)
1895.7010	79.40[a]	0.300	Hough (1899)
1905.7010	149.9	0.280	van Biesbroeck (1918)
1906.6730	158.9	0.260	van Biesbroeck (1918)
1906.7530	162.3[a]	0.250	van Biesbroeck (1918)
1911.5110	282.6[a]	0.160	van Biesbroeck (1918)
1912.6570	346.5[a]	0.150	van Biesbroeck (1918)
1914.4900	22.80	0.200	van Biesbroeck (1927)
1917.5200	55.60	0.310	van Biesbroeck (1927)
1917.5680	55.10	0.300	van Biesbroeck (1927)
1917.6090	58.30	0.290	van Biesbroeck (1927)
1917.6200	60.50	0.270	van Biesbroeck (1927)
1917.6230	54.80	0.270	van Biesbroeck (1927)
1918.2820	63.20	0.300	van Biesbroeck (1927)
1918.4190	70.20	0.310	van Biesbroeck (1927)
1918.4680	67.10	0.320	van Biesbroeck (1927)
1918.5010	68.30	0.320	van Biesbroeck (1927)
1918.5400	65.60	0.340	van Biesbroeck (1927)
1918.6400	61.00	0.290	van Biesbroeck (1927)
1919.6300	67.00	0.260	van Biesbroeck (1927)
1920.3300	68.60	0.410	van Biesbroeck (1927)
1920.4120	75.20	0.360	van Biesbroeck (1927)
1920.5660	79.20	0.320	van Biesbroeck (1927)
1920.6230	80.40	0.380	van Biesbroeck (1927)
1921.5600	77.20	0.340	van Biesbroeck (1927)
1921.6500	88.00	0.310	van Biesbroeck (1927)
1923.2400	87.00	0.370	van Biesbroeck (1927)
1923.4980	92.20	0.400	van Biesbroeck (1927)
1923.5470	89.70	0.370	van Biesbroeck (1927)
1923.6620	93.00	0.370	van Biesbroeck (1927)
1924.5030	95.40	0.320	van Biesbroeck (1927)
1924.6420	96.60	0.290	van Biesbroeck (1927)
1924.6480	96.10	0.310	van Biesbroeck (1927)
1925.3780	99.60	0.340	van Biesbroeck (1927)
1925.4630	102.8	0.320	van Biesbroeck (1927)
1948.6810	84.10	0.360	Baize (1952)
1948.7220	86.50	0.350	Baize (1952)
1948.7280	86.30	0.370	Baize (1952)
1948.7310	85.10	0.360	Baize (1952)
1953.7630	129.2	0.310	Baize (1954)
1953.7750	118.5	0.290	Baize (1954)
1953.7770	119.0	0.310	Baize (1954)
1954.7900	123.7	0.300	Muller (1955)
1954.7900	121.1	0.280	Muller (1955)
1954.8200	123.0	0.250	Muller (1955)
1956.7750	146.1	0.240	Baize (1957)
1956.7770	144.5	0.280	Baize (1957)
1956.8040	146.0	0.240	Baize (1957)
1956.8070	145.4	0.220	Baize (1957)
1957.6090	157.6	0.270	van den Bos (1959)
1957.6200	155.4	0.280	van den Bos (1959)
1957.6280	161.6	0.260	van den Bos (1959)
1960.6880	213.6	0.180	Worley (1962)
1960.7050	215.7	0.180	Worley (1962)
1960.7570	218.9	0.180	Worley (1962)
1960.8030	214.0	0.160	Worley (1962)
1962.6720	282.5	0.130	van den Bos (1963)

Table A.1. continued.

Date (Bess. yr.)	Angle (degrees)	Separation (arcsec)	Reference
1966.7190	36.60	0.300	Couteau (1967)
1966.7460	33.10	0.260	Couteau (1967)
1966.7560	32.80	0.250	Couteau (1967)
1969.6510	59.20	0.350	Couteau (1970)
1969.6700	64.00	0.330	Couteau (1970)
1969.6980	60.50	0.360	Couteau (1970)
1972.4700	79.10	0.340	van Biesbroeck (1974)
1972.5410	81.40	0.320	van Biesbroeck (1974)
1974.6000	92.50	0.350	Heintz (1975)
1974.6400	91.40	0.350	Holden (1975)
1975.5620	95.60	0.290	Holden (1976)
1978.6200	112.1	0.320	Heintz (1980)
1987.5400	252.2	0.120	Heintz (1990)
1988.5600	289.9	0.100	Heintz (1990)
1989.4800	334.2	0.130	Heintz (1990)
1990.5250	12.10	0.156	Couteau & Ling (1991)
1990.5290	12.80	0.189	Couteau & Ling (1991)
1992.5330	41.60	0.240	Couteau et al. (1993)
1992.5330	41.90	0.245	Couteau et al. (1993)
1992.5530	41.60	0.237	Couteau et al. (1993)
1997.7500	79.80	0.370	Heintz (1998)

Notes. [(a)] These values were corrected for a 180° ambiguity in the quadrant determination.

Table A.2. Relative positions of the two visual components from interferometric observations.

Date (Bess. yr.)	Angle (degrees)	Separation (arcsec)	Reference
1979.7420	125.4	0.300	Tokovinin (1980)
1984.7780	177.2	0.214	Tokovinin (1985)
1991.2500	26.00	0.221	ESA (1997)[a]
1995.7593	65.70	0.343	Hartkopf et al. (1997)
1996.4199	69.60	0.361	Hartkopf et al. (2000)
1996.6903	72.10	0.355	Hartkopf et al. (2000)
1997.5203	78.20	0.355	Horch et al. (1999)
1997.5231	75.50	0.371	Horch et al. (1999)
1999.8824	88.40	0.371	Horch et al. (2002)
2001.4991	98.00	0.354	Mason et al. (2011)
2003.4840	108.6	0.340	Mason et al. (2004)
2003.5980	110.6	0.310	Mason et al. (2004)
2003.6500	110.2	0.340	Mason et al. (2004)
2003.7670	111.1	0.300	Mason et al. (2004)
2006.5615	132.8	0.286	Hartkopf & Mason (2009)

Notes. [(a)] Hipparcos measure.

Appendix B: Observable model

The radial velocities V_A and V_B and the coordinates of the orbit on the plane of the sky (x, y) are calculated from the orbital parameters $\mathcal{P}_{\rm orb} = (P, T, V_0, K_A, K_B, e, \omega, a, i, \Omega)$ by means of the following equations:

$$V_A = V_0 + K_A\,[e\,\cos\omega + \cos(\nu + \omega)] \tag{B.1}$$

$$V_B = V_0 - K_B\,[e\,\cos\omega + \cos(\nu + \omega)] \tag{B.2}$$

$$x = AX + FY \tag{B.3}$$

$$y = BX + GY \tag{B.4}$$

where V_0 is the systemic velocity, K_A and K_B are the semi-amplitudes of the radial velocities for each component, e is the orbital eccentricity and ω is the argument of periastron. The Thiele-Innes elements A, B, F and G are given by:

$$A = a\,(\cos\omega\cos\Omega - \sin\omega\sin\Omega\cos i) \tag{B.5}$$

$$B = a\,(\cos\omega\sin\Omega + \sin\omega\cos\Omega\cos i) \tag{B.6}$$

$$F = -a\,(\sin\omega\cos\Omega + \cos\omega\sin\Omega\cos i) \tag{B.7}$$

$$G = -a\,(\sin\omega\sin\Omega - \cos\omega\cos\Omega\cos i) \tag{B.8}$$

where a is the semi-major axis of the relative orbit, Ω is the position angle of the line of nodes and i is the inclination of the plane of the orbit to the plane of the sky. The true anomaly ν and the normalized rectangular coordinates in the true orbit (X, Y) are derived as follows:

$$\tan\frac{\nu}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\,\tan\frac{E}{2} \tag{B.9}$$

$$X = \cos E - e \tag{B.10}$$

$$Y = \sqrt{1-e^2}\,\sin E \tag{B.11}$$

where E is the eccentric anomaly. This latter can be found using a fixed-point method to solve the Kepler's equation for any time t:

$$\frac{2\pi}{P}\,(t - T) = E - e\,\sin E \tag{B.12}$$

where P is the orbital period and T is the time of periastron passage.

Appendix C: Bayesian approach

For deriving the orbital parameters of HD 188753, we adopted a Bayesian approach as explained below.

According to Bayes' theorem, the posterior probability of the orbital parameters $\mathcal{P}_{\rm orb}$ given the data D is stated as:

$$P(\mathcal{P}_{\rm orb}|{\rm D}) = \frac{P(\mathcal{P}_{\rm orb})\,P({\rm D}|\mathcal{P}_{\rm orb})}{P({\rm D})} \tag{C.1}$$

where $P(\mathcal{P}_{\rm orb})$ is the prior probability of the orbital parameters, $P({\rm D})$ is the global normalisation likelihood and $P({\rm D}|\mathcal{P}_{\rm orb})$ is the likelihood of the data given the orbital parameters, $\mathcal{L}$, defined in Sect. 3.1. The derivation of the posterior probabilities can be done using the Metropolis-Hastings algorithm (see, as a starting point, Appourchaux 2014). We used a Markov Chain for exploring the space to go from a set $\mathcal{P}^t_{\rm orb}$ to another set $\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb}$, assuming that either set has the same probability, i.e. $P(\mathcal{P}^t_{\rm orb}) = P(\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb})$. The Metropolis-Hastings algorithm requires that we compute the following ratio:

$$r = \frac{P(\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb}|{\rm D})}{P(\mathcal{P}^{t}_{\rm orb}|{\rm D})} = \frac{P({\rm D}|\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb})}{P({\rm D}|\mathcal{P}^{t}_{\rm orb})} \tag{C.2}$$

which is simply the ratio of the likelihood given in Eq. (1). The acceptance probability of the new set, $\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb}$, is then defined as:

$$\alpha(\mathcal{P}^{t}_{\rm orb}, \mathcal{P}^{t'}_{\rm orb}) = \min(1, r) = \min\left(1, \frac{P({\rm D}|\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb})}{P({\rm D}|\mathcal{P}^{t}_{\rm orb})}\right). \tag{C.3}$$

The new values of the orbital parameters are accepted if $\beta \leq \alpha$, where β is a random number drawn from a uniform distribution over the interval [0, 1], and rejected otherwise.

We set 10 chains of 10 million points each with starting points taken randomly from appropriate distributions. The new set of orbital parameters is computed using a random walk as:

$$\mathcal{P}^{t'}_{\rm orb} = \mathcal{P}^{t}_{\rm orb} + \alpha_{\rm rate}\,\Delta\mathcal{P}_{\rm orb} \tag{C.4}$$

where $\Delta\mathcal{P}_{\rm orb}$ is given by a multinomial normal distribution with independent parameters and $\alpha_{\rm rate}$ is an adjustable parameter that is reduced by a factor of 2 until the rate of acceptance of the new set exceeds 25%. We then derived the posterior probability of each parameter from the chains after rejecting the initial burn-in phase (i.e. the first 10% of each chain). For all parameters, we computed the median and the credible intervals at 16% and 84%, corresponding to a 1-σ interval for a normal distribution. The advantage of this percentile definition over the mode (maximum of the posterior distribution) or the mean (average of the distribution) is that it is conservative with respect to any change of variable over these parameters.

Appendix D: Radial-velocity solutions

Table D.1. Orbital solution for star A using the radial-velocity measurements from Griffin (1977).

Parameter	Median	84% interval	16% interval
P (days)	154.8	+0.7	-0.7
T (MJD-40 000)[a]	2243	+13	-12
V_0 (km s^{-1})	-20.7	+0.2	-0.2
K_A (km s^{-1})	2.5	+0.4	-0.3
e	0.21	+0.12	-0.12
ω (degrees)	56	+35	-30
a_1 (km s^{-1} yr^{-1})[b]	-0.34	+0.13	-0.13
	Star	$N_{\rm meas}$	rms (m s^{-1})
	A[c]	54	841

Notes. [a] The Modified Julian Date (MJD) is defined as MJD = JD − 2 400 000.5. [b] The long-period orbital motion was taken into account through the linear term $a_1(t - T)$. [c] Given the strong line blending, the linear trend for star A is affected by the 154-day modulation of the close pair.

Table D.2. Orbital solution for star A using the radial-velocity measurements from Konacki (2005).

Parameter	Median	84% interval	16% interval
a_1 (km s^{-1} yr^{-1})	-0.45	+0.02	-0.02
	Star	$N_{\rm meas}$	rms (m s^{-1})
	A	11	151

Table D.3. Orbital solution for star Ba using the radial-velocity measurements from Konacki (2005).

Parameter	Median	84% interval	16% interval
P (days)	153.97	+0.07	-0.07
T (JD-2 450 000)	3245.9	+0.7	-0.8
V_0 (km s^{-1})	-22.24	+0.06	-0.06
K_{Ba} (km s^{-1})	13.30	+0.04	-0.04
e	0.151	+0.008	-0.008
ω (degrees)	126.3	+1.7	-1.9
	Star	$N_{\rm meas}$	rms (m s^{-1})
	Ba	11	104

Table D.4. Orbital solution for star A using the radial-velocity measurements from Mazeh et al. (2009).

Parameter	Median	84% interval	16% interval
a_1 (km s^{-1} yr^{-1})	-0.60	+0.06	-0.06
	Star	$N_{\rm meas}$	rms (m s^{-1})
	A	35	98

Table D.5. Orbital solution for stars Ba and Bb using the radial-velocity measurements from Mazeh et al. (2009).

Parameter	Median	84% interval	16% interval
P (days)	154.45	+0.09	-0.09
T (JD-2 450 000)	3 713.9	+0.4	-0.4
V_0 (km s^{-1})	-21.61	+0.03	-0.03
K_{Ba} (km s^{-1})	13.48	+0.03	-0.03
K_{Bb} (km s^{-1})	17.56	+0.13	-0.13
e	0.175	+0.002	-0.002
ω (degrees)	134.8	+1.1	-1.1
a_1 (km s^{-1} yr^{-1})	0.34	+0.09	-0.07
$M_{Ba} \sin^3 i$ ($M_\odot$)	0.258	+0.004	-0.004
$M_{Bb} \sin^3 i$ ($M_\odot$)	0.198	+0.002	-0.002
	Star	$N_{\rm meas}$	rms (m s^{-1})
	Ba	35	72
	Bb	35	457

Appendix E: Seismic data

Table E.1. Frequencies for star A

l	Frequency (μHz)	1-σ error (μHz)
0	1770.42	0.18
0	1875.97	0.13
0	1982.17	0.07
0	2088.81	0.12
0	2196.04	0.09
0	2303.19	0.09
0	2410.03	0.10
0	2517.29	0.23
0	2625.52	0.48
0	2732.74	0.33
1	1712.61	0.13
1	1818.91	0.14
1	1924.39	0.12
1	2031.43	0.09
1	2138.75	0.07
1	2246.03	0.09
1	2353.59	0.09
1	2461.19	0.12
1	2569.13	0.24
1	2677.45	0.39
2	1976.76	0.12
2	2083.76	0.11
2	2191.54	0.10
2	2298.92	0.14
2	2405.95	0.12
2	2513.76	0.31
2	2622.08	0.82

Notes. The first column is the spherical harmonic degree. The second column is the temporal frequency. The third column is the 1-σ uncertainty quoted when the mode is fitted. All modes were correctly detected and fitted. No correction for Doppler shifts was applied.

Table E.2. Frequencies for star Ba

l	Frequency (μHz)	1-σ error (μHz)
0	3032.66	0.59
0	3179.87	0.07
0	3327.29	0.10
0	3474.60	0.08
1	2955.81	0.19
1	3103.50	0.08
1	3251.46	0.09
1	3397.96	0.11
1	3546.32	0.22
2	3172.14	0.08
2	3320.03	0.08
2	3466.91	0.47

Notes. The first column is the spherical harmonic degree. The second column is the temporal frequency. The third column is the 1-σ uncertainty quoted when the mode is fitted. All modes were correctly detected and fitted. No correction for Doppler shifts was applied.

Conclusions et perspectives

Le satellite spatial Kepler a détecté des oscillations de type solaire parmi plusieurs centaines d'étoiles, permettant la détermination de leurs propriétés physiques à l'aide de l'astérosismologie. En particulier, la connaissance à la fois juste et précise de la masse, du rayon et de l'âge des étoiles est primordiale pour étudier les différentes populations stellaires dans notre Galaxie. Ainsi, les modèles d'évolution stellaire et les lois d'échelle employés afin de déterminer ces paramètres nécessitent une calibration adaptée. Dans ce contexte, l'utilisation des binaires sismiques semblent être tout à fait appropriée. Au cours de cette thèse, nous avons donc procédé à un travail de détection de ces binaires dans les données Kepler ainsi qu'au développement des outils nécessaires à leur analyse.

Une majorité des étoiles sont membres de systèmes binaires ou multiples. Toutefois, seulement quatre binaires sismiques ont été identifiées jusqu'à présent dans les données de Kepler. Il s'agit de 16 Cyg A et B (KIC 12069424 et 12069449, Metcalfe et al., 2012, 2015; Davies et al., 2015), HD 176071 (KIC 9139151 et 9139163, Appourchaux et al., 2012; Metcalfe et al., 2014), HD 177412 (KIC 7510397, Appourchaux et al., 2015) et HD 176465 (KIC 10124866, White et al., 2017). Ce faible nombre de binaires sismiques s'explique par la nécessité d'avoir une différence de magnitude inférieure à $\sim$1 entre les deux étoiles pour pouvoir observer leur signature respective sur le spectre de puissance. Bien que la découverte d'une cinquième binaire sismique semblait peu probable, nous avons pu rapporter au cours de cette thèse la première détection d'oscillations de type solaire pour les deux étoiles les plus brillantes d'un système triple hiérarchique observé par Kepler et plus connu sous le nom de HD 188753. Nous avons pour cela eu recours à nos propres codes de détection et d'extraction des modes d'oscillations, lesquels ont été largement utilisés durant la mission nominale ainsi que durant la mission K2 (voir chapitre 3, Chaplin et al., 2015).

Le système HD 188753 est caractérisé par deux composantes visuelles orbitant l'une autour de l'autre en 25,6 ans. L'une de ces composantes est elle-même constituée d'une binaire spectroscopique dont la période orbitale est de 154 jours. Suivant une approche bayésienne, nous avons entrepris la première analyse orbitale de ce système combinant simultanément les positions relatives obtenues sur plus d'un siècle d'observations et les mesures plus récentes des vitesses radiales. À l'aide des diverses relations établies dans le chapitre 2, nous avons pu déterminer la masse des trois étoiles ainsi que la parallaxe orbitale du système. En effet, la binaire spectroscopique étant de type SB2, nous avons directement accès au rapport de masse entre les deux étoiles constituant cette dernière. Les deux composantes visuelles pouvant également être assimilées à une binaire de type SB2, nous accédons à leur masse respective en plus de la parallaxe orbitale du système. Celle-ci correspond à une estimation directe de la distance déterminée indépendamment des missions dédiées telles que Hipparcos et Gaia. Il s'agit ici d'un avantage important puisque la masse totale issue de notre analyse n'est pas impactée par un biais potentiel,

associé aux parallaxes Hipparcos et Gaia, dans le cas des systèmes binaires et multiples. Pour rappel, une erreur de $\sim 3\,\%$ sur la parallaxe implique une erreur de pratiquement $10\,\%$ sur la masse totale. Les binaires visuelles de type SB2, bien que rares, représentent donc un intérêt tout particulier dans le but d'obtenir les masses les plus justes possibles.

Le satellite Kepler a observé le système triple HD 188753 durant six mois en cadence courte. Nous avons extrait les modes d'oscillations de chacune des deux étoiles détectées et ensuite estimé la masse et l'âge de ces dernières à partir de leurs paramètres sismiques et d'un rapport caractéristique de fréquences. Nous avons de plus réalisé la modélisation détaillée et indépendante de ces deux étoiles avec le code d'évolution stellaire CESTAM. Ainsi, nous avons déterminé de façon précise l'âge et la masse des deux étoiles détectées en astérosismologie. Nous avons en particulier trouvé des âges semblables pour ces deux étoiles, comme attendu en raison de leur origine commune. De plus, nous avons obtenu des valeurs des masses sismiques compatibles avec celles issues de notre analyse orbitale. Une telle comparaison des masses individuelles entre l'astérosismologie et l'astrométrie n'avait jusqu'à présent été possible que dans le cas du système α Cen AB (Pourbaix & Boffin, 2016). Parmi les binaires sismiques identifiées à partir des données Kepler, seul le système HD 177412 avait permis une comparaison entre la valeur de la masse totale sismique et celle déduite de l'orbite relative (Appourchaux et al., 2015). Toutefois, dans ce dernier cas, il est nécessaire de garder à l'esprit que la masse totale associée à l'orbite peut être affectée, de façon non négligeable, par l'utilisation d'une parallaxe inadaptée. Cet exemple illustre encore davantage l'importance de rechercher des systèmes du type de HD 188753, pour lesquels la détermination des masses ne dépend pas de la parallaxe.

L'analyse combinée des résultats obtenus en astérosismologie et en astrométrie nous a permis d'aboutir à une meilleure caractérisation du système triple HD 188753 observé par Kepler. En effet, connaissant le rapport de masse de la binaire spectroscopique, nous avons pu déterminer avec précision la masse de l'étoile non détectée en astérosismologie, à partir de la masse sismique de la seconde étoile, accédant ainsi à une valeur très précise de la masse totale du système. Nous avons par ailleurs obtenu une parfaite concordance entre cette valeur et celle déduite de l'analyse orbitale appliquée aux deux composantes visuelles du système. Il suit qu'une telle concordance entre les valeurs de la masse totale confirme la validité des résultats issus de la modélisation. Dès lors, la masse totale étant connue avec justesse et précision, nous avons pu établir la meilleure estimation actuelle de la parallaxe pour HD 188753, en comparaison avec les mesures de parallaxe réalisées par les satellites Hipparcos et Gaia. Dans le cas des systèmes binaires et multiples, une mesure indépendante de la parallaxe est particulièrement intéressante pour estimer le rayon des étoiles et ainsi contraindre davantage les modèles d'évolution stellaire. Nous avons également démontré qu'il était possible d'accéder à la configuration des systèmes multiples hiérarchiques à travers l'exemple de HD 188753.

Pour conclure, en raison de leur origine commune et de leur dynamique, les systèmes binaires et multiples nous offrent la possibilité de tester les modèles d'évolution stellaire et les lois d'échelle employés afin de déterminer les différents paramètres stellaires. Nous analysons à ce jour l'impact potentiel de la physique utilisée dans CESTAM sur la masse totale et l'âge de notre système HD 188753. Actuellement, nous disposons de la totalité des outils nécessaires à l'étude de ce type de systèmes dans le cadre des futures missions spatiales TESS (Transiting Exoplanet Survey Satellite, Ricker et al., 2015) et PLATO (Planetary Transits and Oscillations of stars, Rauer et al., 2014). À l'instar de CoRoT

et Kepler, ces deux missions seront dédiées à la détection d'exoplanètes par la méthode des transits et à la caractérisation des étoiles hôtes par l'astérosismologie. Suite à ces trois années de thèse, nous sommes en capacité de détecter les modes d'oscillations dans le spectre de puissance et d'extraire les fréquences individuelles pour chaque étoile d'un système binaire ou multiple. Il nous est de plus possible d'entreprendre la modélisation détaillée de chacune des étoiles détectées ainsi que l'analyse orbitale du système suivant la nature des observations disponibles. Finalement, la découverte de systèmes multiples comparables à HD 188753, notamment au cours des futures missions TESS et PLATO, nous donnerait l'opportunité de mieux appréhender leur évolution dynamique. Dans ce nouveau contexte, nous soulignons l'importance de préparer des catalogues de systèmes binaires et multiples destinés aux missions TESS et PLATO.

Références

Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., & Kurtz, D. W. 2010, Asteroseismology 5, 17, 18, 19, 21

Appourchaux, T., Antia, H. M., Ball, W., et al. 2015, A&A, 582, A25 4, 67, 87, 88

Appourchaux, T., Chaplin, W. J., García, R. A., et al. 2012, A&A, 543, A54 3, 4, 54, 87

Argyle, B. 2004, Observing and Measuring Visual Double Stars 29

Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A. J., & Scott, P. 2009, ARA&A, 47, 481 69

Baglin, A., Auvergne, M., Barge, P., et al. 2006, in ESA Special Publication, Vol. 1306, The CoRoT Mission Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding, ed. M. Fridlund, A. Baglin, J. Lochard, & L. Conroy, 33 3

Ball, W. H. & Gizon, L. 2014a, A&A, 568, A123 69

—. 2014b, A&A, 569, C2 69

Bedding, T. R. & Kjeldsen, H. 2003, PASA, 20, 203 27

Belkacem, K., Goupil, M. J., Dupret, M. A., et al. 2011, A&A, 530, A142 25

Benacquista, M. 2013, An Introduction to the Evolution of Single and Binary Stars 29

Böhm-Vitense, E. 1958, ZAp, 46, 108 69

Bonneau, D., Millour, F., & Meilland, A. 2014, in EAS Publications Series, Vol. 69, EAS Publications Series, 335–372 29

Bouchy, F. & Carrier, F. 2002, A&A, 390, 205 4

Brown, T. M., Latham, D. W., Everett, M. E., & Esquerdo, G. A. 2011, AJ, 142, 112 66

Carrier, F. & Bourban, G. 2003, A&A, 406, L23 4

Chaplin, W. J., Basu, S., Huber, D., et al. 2014, ApJS, 210, 1 3, 26

Chaplin, W. J., Kjeldsen, H., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2011, Science, 332, 213 3, 26

Chaplin, W. J., Lund, M. N., Handberg, R., et al. 2015, PASP, 127, 1038 54, 87

Christensen-Dalsgaard, J. 1993, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 42, GONG 1992. Seismic Investigation of the Sun and Stars, ed. T. M. Brown, 347 25

Christensen-Dalsgaard, J. 2008, Ap&SS, 316, 113 69

Christensen-Dalsgaard, J. & Perez Hernandez, F. 1992, MNRAS, 257, 62 22

Cowling, T. G. 1941, MNRAS, 101, 367 14

Creevey, O. L., Metcalfe, T. S., Schultheis, M., et al. 2017, A&A, 601, A67 3

Cunha, M. S., Aerts, C., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2007, A&A Rev., 14, 217 19

Davies, G. R., Chaplin, W. J., Farr, W. M., et al. 2015, MNRAS, 446, 2959 3, 87

Davies, G. R., Handberg, R., Miglio, A., et al. 2014, MNRAS, 445, L94 69

Davies, G. R., Silva Aguirre, V., Bedding, T. R., et al. 2016, MNRAS, 456, 2183 3

De Ridder, J., Barban, C., Baudin, F., et al. 2009, Nature, 459, 398 3

Deubner, F.-L. & Gough, D. 1984, ARA&A, 22, 593 25

Duvall, Jr., T. L. 1982, Nature, 300, 242 22

Gilliland, R. L., Brown, T. M., Christensen-Dalsgaard, J., et al. 2010, PASP, 122, 131 3

Gough, D. O. 1993, in Astrophysical Fluid Dynamics - Les Houches 1987, ed. J.-P. Zahn & J. Zinn-Justin, 399–560 5, 24

Gough, D. O. 2007, Astronomische Nachrichten, 328, 273 22

Grec, G., Fossat, E., & Pomerantz, M. A. 1983, Sol. Phys., 82, 55 24

Grevesse, N. & Sauval, A. J. 1998, Space Sci. Rev., 85, 161 70

Griffin, R. F. 1977, The Observatory, 97, 15 67

Gruberbauer, M., Guenther, D. B., MacLeod, K., & Kallinger, T. 2013, MNRAS, 435, 242 69

Hansen, C. J., Kawaler, S. D., & Trimble, V. 2004, Stellar interiors : physical principles, structure, and evolution 5

Hartkopf, W. I., McAlister, H. A., & Mason, B. D. 2001, AJ, 122, 3480 67

Hastings, W. K. 1970, Biometrika, 57, 97 67

Heintz, W. D. 1978, Geophysics and Astrophysics Monographs, 15 29

Hekker, S., Broomhall, A.-M., Chaplin, W. J., et al. 2010, MNRAS, 402, 2049 54

Hilditch, R. W. 2001, An Introduction to Close Binary Stars 29

Horch, E. 2013, Binaries and Multiple Stellar Systems, ed. T. D. Oswalt & M. A. Barstow, 653 29

Hough, G. W. 1899, Astronomische Nachrichten, 149, 65 67

Huber, D., Ireland, M. J., Bedding, T. R., et al. 2012, ApJ, 760, 32 3

Kjeldsen, H., Bedding, T. R., & Christensen-Dalsgaard, J. 2008, ApJ, 683, L175 69

Konacki, M. 2005, Nature, 436, 230 67

Lund, M. N., Silva Aguirre, V., Davies, G. R., et al. 2017, ApJ, 835, 172 3

Marques, J. P., Goupil, M. J., Lebreton, Y., et al. 2013, A&A, 549, A74 69

Mason, B. D., Wycoff, G. L., Hartkopf, W. I., Douglass, G. G., & Worley, C. E. 2001, AJ, 122, 3466 66

Mazeh, T., Tsodikovich, Y., Segal, Y., et al. 2009, MNRAS, 399, 906 67, 68

Metcalfe, T. S., Chaplin, W. J., Appourchaux, T., et al. 2012, ApJ, 748, L10 3, 87

Metcalfe, T. S., Creevey, O. L., & Davies, G. R. 2015, ApJ, 811, L37 3, 87

Metcalfe, T. S., Creevey, O. L., Doğan, G., et al. 2014, ApJS, 214, 27 3, 4, 87

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, J. Chem. Phys., 21, 1087 67

Miglio, A., Chaplin, W. J., Farmer, R., et al. 2014, ApJ, 784, L3 3

Miglio, A., Chiappini, C., Morel, T., et al. 2013, MNRAS, 429, 423 3

Morel, P. & Lebreton, Y. 2008, Ap&SS, 316, 61 69

Mosser, B. & Appourchaux, T. 2009, A&A, 508, 877 54

Mosser, B., Michel, E., Belkacem, K., et al. 2013, A&A, 550, A126 25

Olive, K. A. et al. 2014, Chin. Phys., C38, 090001 42, 47

Pourbaix, D. 2008, in IAU Symposium, Vol. 248, A Giant Step : from Milli- to Micro-arcsecond Astrometry, ed. W. J. Jin, I. Platais, & M. A. C. Perryman, 59–65 4

Pourbaix, D. & Boffin, H. M. J. 2016, A&A, 586, A90 4, 88

Rauer, H., Catala, C., Aerts, C., et al. 2014, Experimental Astronomy, 38, 249 88

Ricker, G. R., Winn, J. N., Vanderspek, R., et al. 2015, Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems, 1, 014003 88

Roxburgh, I. W. & Vorontsov, S. V. 2003, A&A, 411, 215 69

Silva Aguirre, V., Davies, G. R., Basu, S., et al. 2015, MNRAS, 452, 2127 3

Tassoul, M. 1980, ApJS, 43, 469 23, 24

—. 1990, ApJ, 358, 313 23

Tohline, J. E. 2002, ARA&A, 40, 349 4

Unno, W., Osaki, Y., Ando, H., Saio, H., & Shibahashi, H. 1989, Nonradial oscillations of stars 5

van Leeuwen, F. 2007, A&A, 474, 653 4, 68

Wenger, M., Ochsenbein, F., Egret, D., et al. 2000, A&AS, 143, 9 66

White, T. R., Benomar, O., Silva Aguirre, V., et al. 2017, A&A, 601, A82 4, 87

White, T. R., Huber, D., Maestro, V., et al. 2013, MNRAS, 433, 1262 3

Liste des figures

1.1 Système de coordonnées associé à une étoile dont l'état d'équilibre est de symétrie sphérique. . . . 9
1.2 Exemples d'harmoniques sphériques intervenant dans la description des oscillations stellaires. . . . 12
1.3 Diagramme de propagation pour un modèle standard du Soleil. . . . 17
1.4 Représentation graphique de la propagation d'ondes acoustiques à l'intérieur d'une étoile. . . . 18
1.5 Représentation graphique de la propagation d'ondes acoustiques et d'ondes internes de gravité pour un modèle standard du Soleil. . . . 19
1.6 Diagrammes (l, ν) obtenus à partir d'un modèle standard du Soleil et d'observations effectuées par l'instrument SOI/MDI. . . . 21
1.7 Spectre de puissance du Soleil obtenu à partir d'observations effectuées par le réseau de télescopes au sol BISON. . . . 26
1.8 Petite portion du spectre de puissance du Soleil obtenu à partir d'observations effectuées par l'instrument VIRGO. . . . 27
1.9 Diagramme échelle du Soleil obtenu à partir des observations effectuées par le réseau de télescopes au sol GONG. . . . 27

2.1 Trajectoire d'un objet soumis à une force centrale. . . . 30
2.2 Représentation vectorielle des positions de deux masses et de leur centre de masse. . . . 32
2.3 Orbites barycentriques de deux étoiles autour de leur centre de masse commun. . . . 34
2.4 Représentation schématique d'un objet en mouvement le long d'une trajectoire elliptique. . . . 35
2.5 Positions relatives des deux composantes d'une binaire visuelle observée à un instant donné. . . . 39
2.6 Orbite relative définie dans un repère tridimensionnel. . . . 40
2.7 Représentation géométrique des demi-grands axes linéaire et angulaire associés à l'orbite relative d'un système binaire. . . . 43
2.8 Illustration de l'effet Doppler appliqué au cas d'un système binaire à deux spectres. . . . 44
2.9 Courbes de vitesse radiale pour un système binaire de type SB2. . . . 44
2.10 Schéma des grandeurs accessibles selon la nature des observations dans le cas d'une binaire spectroscopique de type SB1. . . . 49
2.11 Schéma des grandeurs accessibles selon la nature des observations dans le cas d'une binaire spectroscopique de type SB2. . . . 49

3.1 Spectres de puissance de EPIC 201367296 et 201367904. . . . 55

4.1 Spectre de puissance de HD 188753 et zoom sur la région où les modes d'oscillations de la seconde composante sont attendus. 67
4.2 Positions relatives de HD 188753 en fonction du temps. 68
4.3 Rapports de fréquences en fonction de la fréquence pour l'étoile A. . . . 70

Liste des tableaux

2.1 Relations fondamentales pour la description des orbites elliptiques. . . . 38
2.2 Éléments orbitaux caractérisant une binaire visuelle de type SB2. . . . 51

université PARIS-SACLAY

ÉCOLE DOCTORALE
Astronomie et Astrophysique d'île-de-France

Titre : Détection et modélisation de binaires sismiques avec Kepler

Mots clefs : Astérosismologie, physique stellaire, analyse de données

Résumé : Le satellite spatial Kepler a détecté des oscillations de type solaire parmi plusieurs centaines d'étoiles, permettant la détermination de leurs propriétés physiques à l'aide de l'astérosismologie. Les modèles d'évolution stellaire et les lois d'échelle employés pour déterminer les paramètres tels que la masse, le rayon et l'âge nécessitent toutefois une calibration adaptée. Dans ce contexte, l'utilisation des systèmes binaires présentant des oscillations de type solaire pour les deux étoiles semble particulièrement appropriée.
Au cours de cette thèse, nous avons procédé à un travail de détection de ces binaires sismiques parmi les données de Kepler ainsi qu'au développement des outils nécessaires à leur analyse. Bien que la découverte d'une nouvelle binaire sismique semblait très peu probable, nous avons pu rapporter pour la toute première fois la détection d'oscillations de type solaire associées aux deux étoiles les plus brillantes d'un système triple, à savoir HD 188753. À partir de la modélisation, nous avons déterminé des âges semblables pour les deux étoiles détectées en astérosismologie, comme attendu en raison de leur origine commune. Par ailleurs, nous avons entrepris la première analyse orbitale de ce système hiérarchique dans le but d'obtenir une estimation directe des masses et de la parallaxe.
Finalement, l'exemple de HD 188753 illustre notre capacité à détecter et à modéliser chacune des étoiles d'un système binaire ou multiple tout en réalisant l'analyse orbitale de celui-ci. Les différents outils développés au cours de cette thèse seront intensivement utilisés dans le cadre des futures missions TESS et PLATO.

Title : Detection and modelling of seismic binaries with Kepler

Keywords : Asteroseismology, stellar physics, data analysis

Abstract : The Kepler space telescope detected solar-like oscillations in several hundreds of stars, providing a way to determine their physical properties using asteroseismology. However, stellar evolutionary models and scaling relations employed to determine parameters such as the mass, the radius and the age require proper calibration. In this context, the use of seismic binaries showing solar-like oscillations in both stars is especially suitable.
During this thesis, we have worked towards the detection of such seismic binaries from the Kepler database and developed the necessary tools to study them. Although the discovery of a new seismic binary was very unlikely, we were able to report for the first time the detection of solar-like oscillations in the two brightest stars of a triple stellar system, namely HD 188753. Using stellar modelling, we found compatible ages for the two stars derived from asteroseismology, as expected from their common origin. In addition, we performed the first orbital analysis of this hierarchical system in order to derive a direct estimate of masses and parallax.
Finally, the example of HD 188753 shows our capability to detect and model each of the stars of a binary or multiple system and to perform the orbital analysis of this one. The various tools developed during this thesis will be extensively used in the context of the future missions TESS and PLATO.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France