



**HAL**  
open science

# Réduction des vibrations de structures composites complexes par dispositifs piézoélectriques shuntés : application aux aubes de turbomachines

Olivier Thierry

► **To cite this version:**

Olivier Thierry. Réduction des vibrations de structures composites complexes par dispositifs piézoélectriques shuntés : application aux aubes de turbomachines. Vibrations [physics.class-ph]. Conservatoire national des arts et metiers - CNAM, 2016. Français. NNT : 2016CNAM1111 . tel-01620672

**HAL Id: tel-01620672**

**<https://theses.hal.science/tel-01620672>**

Submitted on 20 Oct 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Doctorale Sciences des Métiers de l'Ingénieur  
Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés

## THÈSE DE DOCTORAT

*présentée par* : **Olivier THIERRY**

*soutenue le* : **1er décembre 2016**

*pour obtenir le grade de* **Docteur du Conservatoire national des arts et métiers**

*Discipline* : **Mécanique, génie mécanique, génie civil**

*Spécialité* : **Mécanique**

**Réduction des vibrations de structures composites complexes par dispositifs piézoélectriques shuntés.  
Application aux aubes de turbomachines**

### THÈSE DIRIGÉE PAR

M. DEÛ Jean-François *Professeur, Cnam, Paris*

### RAPPORTEURS

M. CHESNÉ Simon *Maître de conférences HDR, INSA de Lyon*

M. CHEVALLIER Gaël *Professeur, Université de Franche-Comté*

### PRÉSIDENT DE JURY

M. THOUVEREZ Fabrice *Professeur, École Centrale de Lyon*

### EXAMINATEURS

M. DE SMET Olivier *Co-encadrant, Maître de conférences, Cnam, Paris*

Mme GRUIN Marion *Docteur, Safran Aircraft Engines, Réau*

M. TRANQUART Bastien *Membre invité, Safran Composites, Itteville*

---

# Remerciements

Ces travaux ont été réalisés dans le cadre d'une convention CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par la REcherche) avec le Laboratoire de Mécanique des Structures et des Systèmes Couplés du Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris et la société Safran Aircraft Engines.

Je remercie en premier lieu Jean-François Deü et Olivier De Smet, respectivement directeur et co-encadrant de thèse pour leur disponibilité et leurs conseils tout au long de la thèse.

Je remercie Juan-Antonio Ruiz-Sabariego d'avoir initié le projet à Safran Aircraft Engines. Je souhaite remercier Marion Gruin d'avoir encadré cette thèse et je remercie aussi Bastien Tranquart et Edouard De Jaeghere qui se sont intéressés et ont suivi ce travail à SAFRAN.

Je remercie également Simon Chesné et Gaël Chevallier, rapporteurs, pour leur lecture attentive du manuscrit, ainsi que Fabrice Thouverez pour avoir accepté de présider le jury.

Je remercie Boris, Benjamin et Jonathan pour les nombreuses discussions enrichissantes que nous avons pu avoir concernant nos thèses respectives.

Je remercie les membres du BDD avec qui j'ai partagé tant de bons moments durant la thèse, ne changez rien.

Je remercie aussi les membres du LMSSC et ceux de l'équipe YHMM qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de cette thèse.

Enfin, je suis profondément reconnaissant envers mes parents et ma soeur, pour leur soutien quelque soit la distance et pour avoir toujours cru en moi.

Mes derniers remerciements sont pour toi, Marion, pour ta patience et pour le bonheur quotidien que tu m'apportes depuis déjà de nombreuses années.



# Résumé

L'objet de cette thèse est d'étudier différents dispositifs piézoélectriques shuntés pour l'amortissement de vibrations en basse fréquence, applicables à une aube de turbomachine fabriquée en matériau composite. Les applications visées sont des aubes de rotor de soufflante ou des pales de rotor non caréné. Les solutions étudiées utilisent des éléments piézoélectriques couplés à un circuit électrique passif ou semi-passif. Les performances de ce genre de dispositifs sont directement liées à une grandeur : le facteur de couplage électromécanique, qu'il s'agit de maximiser. Il dépend de toutes les caractéristiques de la structure et en particulier des matériaux utilisés (structure composite hôte, matériau piézoélectrique), mais également du placement et de la géométrie des éléments piézoélectriques. Une partie du travail consiste ainsi à bâtir un modèle éléments finis prédictif de la structure composite couplée aux matériaux piézoélectriques, en vue de quantifier les performances du dispositif d'amortissement. Plusieurs solutions sont testées sur une structure simple pour évaluer l'influence sur les performances du dispositif (1) du choix du matériau piézoélectrique, (2) du placement et de la géométrie des éléments piézoélectriques, ainsi que (3) du circuit électrique dissipatif. Différentes solutions d'intégration à l'aube sont proposées et une méthode de caractérisation des propriétés des matériaux tissés est développée dans la perspective d'intégrer les matériaux actifs à la préforme du composite. Cette étude est à la fois numérique et expérimentale : un démonstrateur, utilisant une aube en matériau composite est conçu puis testé en laboratoire pour valider les concepts proposés.

**Mots clés :** Réduction vibratoire, Composite tissé, Couplage piézoélectrique, Shunt résonant, Modèle d'ordre réduit.



# Abstract

The purpose of this thesis is to study several shunted piezoelectric devices for vibration reduction in the low frequency range, which can be applied to a woven composite turbojet fan blade. The targeted applications are the LEAP fan blades or the open-rotor fan blades. The solutions investigated used piezoelectric elements coupled to a passive or semi-passive circuit. The performances of such devices are directly related to a coefficient : the electromechanical coupling factor that requires to be maximized. This coefficient depends on all the features of the structure and in particular the materials used (host composite structure, piezoelectric material), but also the placement and geometry of the piezoelectric elements. A part of the work is thus to develop a predictive finite element model of the structure coupled to the piezoelectric material to quantify the performance of the damping device. Several solutions are tested on a simple structure to evaluate the influence on the device performance of (1) the choice of the piezoelectric material, (2) the placement and geometry of the piezoelectric elements, and (3) the dissipative electrical circuit. Various integration solutions in the blade are proposed and a method for characterizing the properties of woven materials is developed in the perspective of integrating the active materials in the composite preform. This study is both numerical and experimental : a demonstrator using a composite fan blade is designed and tested in the laboratory to validate the proposed concepts.

**Keywords** : Vibration reduction, Woven composite, Piezoelectric coupling, Resonant shunt, Reduced order model.



# Table des matières

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introduction</b>  | <b>21</b> |
| 1.1      | Contexte industriel et objectifs . . . . .   | 21        |
| 1.2      | Organisation du mémoire . . . . .  | 23        |
| <b>2</b> | <b>Formulation d'un problème électromécanique</b>  | <b>25</b> |
| 2.1      | Éléments de piézoélectricité . . . . .   | 25        |
| 2.2      | Modélisation éléments finis volumique d'un problème électromécanique                             | 28        |
| 2.2.1    | Loi de comportement d'un matériau piézoélectrique . . . . .                                      | 28        |
| 2.2.2    | Formulation éléments finis du problème électromécanique . . .                                    | 30        |
| 2.2.3    | Réduction du problème par projection modale . . . . .  | 35        |
| 2.3      | Implémentation . . . . .   | 37        |
| <b>3</b> | <b>Amortissement avec des éléments piézoélectriques</b>  | <b>39</b> |
| 3.1      | Patches piézocomposites et piézocéramiques . . . . .   | 39        |
| 3.1.1    | Généralités . . . . .  | 39        |
| 3.1.2    | Etude de faisabilité . . . . .   | 43        |
| 3.2      | Circuits électriques shuntés . . . . .   | 49        |
| 3.2.1    | Généralités sur les shunts linéaires . . . . .   | 49        |
| 3.2.2    | Shunt résistif . . . . .   | 51        |
| 3.2.3    | Shunt résonant . . . . .   | 53        |
| 3.2.4    | Performance et optimisation des shunts . . . . .   | 56        |
| 3.3      | Application aux poutres . . . . .  | 58        |
| 3.3.1    | Dispositif expérimental . . . . .  | 59        |
| 3.3.2    | Inductance synthétique . . . . .   | 61        |
| 3.3.3    | Comparaison numérique/expérimental pour une poutre munie<br>de patches piézocéramiques . . . . . | 62        |
| 3.3.4    | Comparaison numérique/expérimental pour une poutre munie<br>de patches piézocomposites . . . . . | 66        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 3.3.5    | Etude de l'influence du nombre d'éléments dans l'épaisseur du patch . . . . .           | 69        |
| 3.3.6    | Etude de l'influence de la géométrie des patches . . . . .                              | 71        |
| <b>4</b> | <b>Caractérisation numérique des matériaux</b>  | <b>75</b> |
| 4.1      | Généralités . . . . .   | 75        |
| 4.2      | Etude bibliographique sur les méthodes d'homogénéisation en piézo-électricité . . . . . | 76        |
| 4.3      | Caractérisation des propriétés mécaniques d'un composite tissé . . . . .                | 77        |
| 4.3.1    | Théorie . . . . .   | 78        |
| 4.3.2    | Ecriture des conditions aux limites périodiques . . . . .                               | 78        |
| 4.3.3    | Implémentation la méthode d'homogénéisation . . . . .                                   | 83        |
| 4.3.4    | Validation de la méthode développée . . . . .   | 83        |
| 4.3.5    | Gestion de l'anisotropie des fibres . . . . .   | 85        |
| 4.3.6    | Application à un composite tissé 3D . . . . .   | 85        |
| 4.4      | Extension au matériau piézoélectrique . . . . .   | 88        |
| <b>5</b> | <b>Application à l'aube de soufflante en composite</b>                                  | <b>91</b> |
| 5.1      | Aube de soufflante en composite CMO . . . . .   | 91        |
| 5.1.1    | Introduction aux turboréacteurs . . . . .   | 92        |
| 5.1.2    | Généralités sur l'aube de soufflante . . . . .  | 94        |
| 5.1.3    | Procédés de fabrication de l'aube composite tissée . . . . .                            | 101       |
| 5.1.4    | Modèle éléments finis de l'aube composite CMO . . . . .                                 | 109       |
| 5.1.5    | Caractérisation vibratoire de l'aube . . . . .  | 110       |
| 5.2      | Dispositifs de réduction de vibration . . . . .   | 117       |
| 5.2.1    | Etat de l'art . . . . .   | 117       |
|          | Technique viscoélastique . . . . .  | 117       |
|          | Technique piézoélectrique . . . . .   | 122       |
| 5.2.2    | Concepts proposés pour l'intégration du dispositif piézoélectrique . . . . .            | 124       |
| 5.3      | Positionnement des transducteurs piézoélectriques . . . . .                             | 128       |
|          | Modélisation avec prise en compte des effets centrifuges . . . . .                      | 129       |
|          | Résultats de l'étude tenant compte des effets centrifuges . . . . .                     | 131       |
| 5.4      | Choix des patches et technique de collage . . . . .                                     | 132       |
| 5.5      | Shunt résonant . . . . .  | 137       |
| 5.5.1    | Généralités sur les bobines d'inductance . . . . .                                      | 137       |

## TABLE DES MATIÈRES

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 5.5.2    | Bobines d'inductances pour les circuits résonants . . . . .   | 139        |
| 5.5.3    | Comparaison des technologies de bobines d'inductance . . . . .  | 140        |
| 5.6      | Application du dispositif de réduction des vibrations à une aube de soufflante en composite CMO . . . . . | 141        |
| 5.6.1    | Modèle éléments finis de l'aube composite avec patches piézo-céramiques . . . . .                         | 142        |
| 5.6.2    | Résultats des simulations et de l'expérience . . . . .  | 143        |
| 5.6.3    | Etude d'influence du nombre de patches . . . . .  | 146        |
| <b>6</b> | <b>Conclusion</b>   | <b>155</b> |
|          | <b>Bibliographie</b>  | <b>159</b> |
|          | <b>Annexes</b>  | <b>165</b> |
| <b>A</b> | <b>Données matériau du PIC151</b>   | <b>169</b> |
| <b>B</b> | <b>Comparaisons calculs/essais</b>  | <b>171</b> |
| <b>C</b> | <b>Evolution des propriétés des céramiques piézo</b>  | <b>173</b> |
| <b>D</b> | <b>Propriétés de la colle 3M DP460</b>  | <b>175</b> |

## TABLE DES MATIÈRES

---

# Table des figures

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.1  | Coupe d'une cellule élémentaire d'un cristal de quartz sous l'action d'un effort mécanique . . . . .           | 27 |
| 2.2  | Cellule élémentaire d'un PZT et effets piézoélectriques classiques . . .                                       | 27 |
| 2.3  | Couplages piézoélectriques . . . . .   | 28 |
| 2.4  | Structure élastique avec deux éléments piézoélectriques . . . . .  | 31 |
| 3.1  | Patch piézocéramique . . . . .   | 40 |
| 3.2  | Coupe d'un actionneur AFC . . . . .  | 41 |
| 3.3  | Schéma de fonctionnement des MFC de type P1 et P2 . . . . .  | 42 |
| 3.4  | Patch Midé . . . . .   | 43 |
| 3.5  | Résumé des piézocomposites . . . . .   | 43 |
| 3.6  | Méthodes d'intégration du PZT . . . . .  | 44 |
| 3.7  | Dimensions d'une éprouvette intégrant un insert PZT . . . . .  | 45 |
| 3.8  | Courbes contrainte/déformation des trois configurations testées . . .  | 45 |
| 3.9  | Diagramme de Whöler . . . . .  | 46 |
| 3.10 | Propriétés du patches MFC . . . . .  | 46 |
| 3.11 | Dispositif expérimental de l'expérience sans contrainte mécanique . .  | 47 |
| 3.12 | Courbes déformation/tension (22°C) pour un nombre croissant de cycles jusqu'à 10 <sup>9</sup> cycles . . . . . | 47 |
| 3.13 | Courbes déformation/tension (75°C) pour un nombre croissant de cycles jusqu'à 10 <sup>9</sup> cycles . . . . . | 48 |
| 3.14 | Dimensions des éprouvettes testées . . . . .   | 48 |
| 3.15 | Évolution de la fréquence de résonance et du déplacement en fonction du nombre de cycles . . . . .             | 49 |
| 3.16 | Montage des pastilles avec un shunt résistif . . . . .   | 51 |
| 3.17 | Structure, éléments piézoélectriques et shunt résistif . . . . .   | 52 |
| 3.18 | Analogie mécanique du système . . . . .  | 52 |
| 3.19 | Analogie mécanique / électrique . . . . .  | 52 |

---

TABLE DES FIGURES

---

|   |    |
|---|----|
| 3.20 Montage des pastilles avec un shunt résonant . . . . .   | 54 |
| 3.21 Structure, éléments piézoélectriques et shunt résonant . . . . .   | 54 |
| 3.22 Analogie mécanique du système . . . . .  | 55 |
| 3.23 Analogie mécanique / électrique [30] . . . . .   | 55 |
| 3.24 Définition du système choisi . . . . .   | 58 |
| 3.25 Tableau des dimensions du système choisi . . . . .   | 59 |
| 3.26 Photographie de l'encastrement . . . . .   | 59 |
| 3.27 Schéma du dispositif expérimental utilisé . . . . .  | 60 |
| 3.28 Position optimale de l'aimant par rapport à la bobine . . . . .  | 61 |
| 3.29 Schéma électrique de l'inducteur synthétique d'Antoniou . . . . .  | 62 |
| 3.30 Photographie de la poutre durant la mesure . . . . .   | 63 |
| 3.31 Modèle numérique de la structure . . . . .   | 64 |
| 3.32 Zoom sur l'aimant situé en bout de poutre . . . . .  | 64 |
| 3.33 Courbes de réponse en fréquence de la structure encastree munie de piézocéramiques 0,5 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion . . . . .                             | 65 |
| 3.34 Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastree munie de piézocéramiques de 0,5 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le premier mode de flexion . . . . .              | 66 |
| 3.35 Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastree munie de piézocéramiques de 0,5 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion . . . . .             | 67 |
| 3.36 Déformées modales des 10 premiers modes propres de la poutre encastree munie des patchs piézocéramiques de 0,5 mm d'épaisseur. Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement . . . . . | 68 |
| 3.37 Photographie de la poutre avec les patchs piézocomposites lors de l'acquisition (a) Vue globale (b) Zoom sur un des patchs . . . . .   | 69 |
| 3.38 Courbes de réponse en fréquence de la structure encastree munie de piézocomposites de 0,3 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion . . . . .                          | 70 |
| 3.39 Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastree munie de piézocomposites de 0,3 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le premier mode de flexion . . . . .              | 70 |

## TABLE DES FIGURES

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 3.40 | Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocomposites de 0,3 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion . . . . . | 71  |
| 3.41 | Etude d'influence de l'épaisseur des patches piézocéramiques (0,5 et 0,3 mm) sur les performances d'amortissement du second mode de flexion avec un shunt résonant . . . . .               | 72  |
| 3.42 | Etude d'influence de l'épaisseur des patches piézocéramiques (0,2 et 0,1 mm) sur les performances d'amortissement du second mode de flexion avec un shunt résonant . . . . .               | 73  |
| 4.1  | Modèle simplifié du VER composite interlock . . . . .  | 79  |
| 4.2  | Schéma de VER . . . . .  | 79  |
| 4.3  | Notation des faces du parallélépipède . . . . .  | 82  |
| 4.4  | Carte des déformations (principales max.) sur la déformée pour les six cas de charge mécanique . . . . .   | 84  |
| 4.5  | Carte des contraintes de Von Mises sur la déformée pour les six cas de charge mécanique . . . . .  | 86  |
| 4.6  | Convergence des coefficients du tenseur d'élasticité . . . . .   | 87  |
| 5.1  | Coupe schématique d'un turboréacteur double corps / double flux . . . . .  | 93  |
| 5.2  | Diagramme de Campbell d'une aube . . . . .   | 96  |
| 5.3  | Frotteur entre deux aubes adjacentes . . . . .   | 98  |
| 5.4  | Exemple de trois armatures tissées 3D . . . . .  | 103 |
| 5.5  | Photographie de la préforme tissée . . . . .   | 104 |
| 5.6  | Géométrie de la préforme après découpage au jet d'eau . . . . .  | 104 |
| 5.7  | Vue en coupe du renfort de l'aube dans la zone de variation de l'épaisseur entre le pied de l'aube et la pale . . . . .  | 105 |
| 5.8  | Vue en coupe du moule du pied d'aube . . . . .   | 106 |
| 5.9  | Assemblage de l'élément de protection . . . . .  | 108 |
| 5.10 | Modèle EF de l'aube et du disque de soufflante . . . . .   | 109 |
| 5.11 | Aube en condition libre . . . . .  | 112 |
| 5.12 | Aube en condition encastrée . . . . .  | 113 |
| 5.13 | Système d'excitation bobine-aimant . . . . .   | 113 |
| 5.14 | Courbes expérimentale et numériques (éléments linéaires et quadratiques) de la réponse en fréquence de l'aube en condition libre . . . . .   | 114 |

TABLE DES FIGURES

---

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 5.15 | Courbes expérimentale et numérique (éléments quadratiques) de la réponse en fréquence de l'aube en condition encastree . . . . .  | 115 |
| 5.16 | Grille de mesure pour la condition encastree . . . . .  | 116 |
| 5.17 | Schéma du dispositif de mesure expérimentale . . . . .  | 116 |
| 5.18 | Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube en condition libre (modes 1 à 4). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement . . . . .  | 118 |
| 5.19 | Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube en condition libre (modes 5 à 8). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement . . . . .  | 119 |
| 5.20 | Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube encastree (modes 1 à 4). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement . . . . .   | 120 |
| 5.21 | Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube encastree (modes 5 à 8). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement . . . . .   | 121 |
| 5.22 | Dispositif d'amortissement viscoélastique sur le diamètre intérieur d'un disque aubagé [10] . . . . .   | 122 |
| 5.23 | Emplacement de la bobine sur une vue en coupe du module de soufflante   | 127 |
| 5.24 | Vue de dessus de la déformée d'une aube de CFM56-7b pour une vitesse de rotation de 5000 tr/min (a) avec prise en compte des non-linéarités géométriques (b) sans prise en compte des non-linéarités géométriques . . . . . | 129 |
| 5.25 | Diagramme de Campbell pour les dix premiers modes de l'aube . . .   | 131 |
| 5.26 | Evolution de la carte des contraintes de Von Mises pour le mode 2F en fonction du régime . . . . .  | 132 |
| 5.27 | Zoom sur un patch à électrode retournée . . . . .   | 135 |
| 5.28 | Intrados de l'aube (a) Modèle nu avec pied encastree, carte des contraintes éq de Von Mises (mode 2F) (b) Aube avec patches collés . . . . .  | 136 |
| 5.29 | Bobine cylindrique longue (solénoïde) sans noyau magnétique . . . . .   | 138 |
| 5.30 | Modèle équivalent d'une bobine avec capacité en parallèle . . . . .   | 139 |
| 5.31 | Modèle équivalent d'une bobine pour l'application . . . . .   | 139 |
| 5.32 | Trois technologies de bobine . . . . .  | 141 |
| 5.33 | Vue globale du modèle éléments finis et du prototype . . . . .  | 142 |
| 5.34 | Maillage des patches . . . . .  | 143 |

---

TABLE DES FIGURES

---

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 5.35 | Atténuation apportée par un shunt résonant en fonction du facteur de couplage modal $k_i$ , pour différentes valeurs de l'amortissement modal $\xi_i$  | 143 |
| 5.36 | Mesure avec le dispositif d'amortissement piézoélectrique (a) excitation sur intrados (b) mesure sur l'extrados . . . . .  | 144 |
| 5.37 | Réponse en fréquence de l'aube encastrée en court-circuit, en circuit ouvert et avec shunt RL sur le mode 1F . . . . .   | 145 |
| 5.38 | Réponse en fréquence de l'aube encastrée en court-circuit, en circuit ouvert et avec shunt RL sur le mode 2F . . . . .   | 145 |
| 5.39 | Courbes de réponse en fréquence de l'aube munie de 9 patches, comparaison numérique et expérimental en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL) . . . . .                                  | 147 |
| 5.40 | Aube avec 9 patches (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL) . . . . .                       | 150 |
| 5.41 | Aube avec 6 patches (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales (avec 9 patches) en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL) . . . . .      | 151 |
| 5.42 | Aube avec 4 patches (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales (avec 9 patches) en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL) . . . . .      | 152 |
| 5.43 | Aube avec 1 patch (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales (avec 9 patches) en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL) . . . . .        | 153 |
| 5.44 | Réponse en fréquence en bout d'aube pour le deuxième mode de flexion avec 9, 6, 4 et 1 patches . . . . .   | 154 |
| 5.45 | Tableau des valeurs des coefficients de couplage, résistances et inductances pour l'atténuation du 2 <sup>e</sup> mode de flexion avec 9, 6, 4 et 1 patches en utilisant un shunt résonant . . . . . | 154 |
| B.1  | Courbes expérimentale et numérique (éléments finis linéaires et quadratiques) de la réponse en fréquence de l'aube en condition encastrée  | 172 |
| C.1  | Evolution de la capacité en fonction de la température . . . . .   | 173 |
| C.2  | Evolution du couplage en fonction de la température . . . . .  | 174 |
| D.1  | Propriétés physiques de la colle . . . . .   | 175 |
| D.2  | Résistance au pelage de la colle . . . . .   | 175 |

## TABLE DES FIGURES

---

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| D.3 | Résistance au cisaillement (MPa) de la colle après vieillissement . . . | 176 |
| D.4 | Résistance au cisaillement (MPa) de la colle sur divers matériaux . .   | 176 |
| D.5 | Propriétés électriques de la colle . . . . .                            | 176 |
| D.6 | Propriétés thermiques de la colle . . . . .                             | 176 |

# Liste des tableaux

|     |  |     |
|-----|--|-----|
| 3.1 | Fréquences propres (élastique et court-circuit) issues des calculs et de l'expérience . . . . .  | 65  |
| 4.1 | Propriétés matériaux du composite . . . . .  | 84  |
| 4.2 | Propriétés mécaniques homogénéisées du cas test (en MPa) . . . . .   | 85  |
| 4.3 | Caractéristiques mécaniques des torons . . . . .   | 86  |
| 4.4 | Propriétés mécaniques homogénéisées pour différents maillages (en MPa) . . . . .   | 88  |
| 5.1 | Aube en conditions libre : fréquences propres, amortissement modaux  | 115 |
| 5.2 | Aube en conditions encastrée : fréquences propres, amortissement modaux . . . . .  | 115 |
| 5.3 | Evolution des fréquences en fonction du régime pour les dix premiers modes . . . . .   | 132 |
| 5.4 | Fréquences adimensionnées et coefficients de couplage pour les différents modèles (éléments linéaires et quadratiques) et conditions (élastique, court-circuit et circuit ouvert) testés . . . . . | 148 |
| A.1 | Coefficients du matériau piézoélectrique PIC151 de chez PI Ceramic .   | 170 |

## LISTE DES TABLEAUX

---

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Contexte industriel et objectifs

Cette étude concerne la réduction des vibrations de flexion en basse fréquence d'une aube de rotor de soufflante en matériau composite. L'intérêt premier est de réduire les marges au flottement en augmentant l'amortissement des aubages pour permettre l'utilisation des moteurs dans des plages de fonctionnement à haut rendement actuellement inexploitées. Les autres avantages directement liés à la réduction de vibration sont l'augmentation de la durée de vie des pièces ainsi que la réduction du bruit du moteur.

Il existe différentes techniques d'amortissement de vibrations pouvant potentiellement être appliquées aux aubes de soufflante. Parmi ces techniques, on peut distinguer :

- les techniques utilisant des matériaux dissipatifs tels que des élastomères dont les propriétés viscoélastiques permettent de dissiper une partie mécanique par effet Joule. Ces techniques sont par exemple très utilisées dans l'industrie automobile par l'emploi de silentbloc au niveau du support moteur, ou encore avec l'utilisation de ruban adhésif fixé sur différentes parties de structure telles que les portes ou la paroi moteur. Elles sont aussi étudiées dans le cas de réduction de vibrations d'un disque aubagé de turbomachine [10].
- les techniques utilisant le frottement entre deux pièces. C'est une solution qui est utilisée sur les moteurs d'avion en pied d'aube [17]. Cependant, cette technique nécessite un déplacement relativement important entre les pièces pour être efficace.

D'autres solutions de réduction de vibration sont actuellement à l'étude comme

les dispositifs utilisant le couplage électromécanique. Il existe deux catégories de techniques :

- les techniques électromagnétiques, qui utilisent le déplacement relatif d'aïmants et de bobines.
- les techniques piézoélectriques pour lesquelles les matériaux actifs utilisés travaillent en déformation et semblent donc prometteurs lorsque les déplacements de la structure sont faibles.

Concernant les dispositifs piézoélectriques, on peut distinguer trois grandes catégories de systèmes :

- Les systèmes actifs, qui nécessitent une électronique de contrôle et de puissance coûteuse en énergie. De plus, comme de l'énergie est fournie au système, la loi de contrôle peut dans certains cas créer une instabilité du système.
- Les systèmes passifs, où le circuit relié aux éléments piézoélectriques est constitué de composants passifs. Ces systèmes ont l'avantage de ne requérir ni énergie ni information pour fonctionner.
- Les systèmes semi-passifs, qui utilisent des composants actifs pour le circuit électrique. Cependant, ils n'injectent pas directement d'énergie dans les éléments piézoélectriques contrairement aux systèmes actifs. Ils consomment relativement peu d'énergie. Dans certains cas, il est possible d'alimenter un système semi-passif à partir d'une pile. Ce qui permet de rendre le dispositif d'amortissement autonome.

L'objet de cette thèse CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par la Recherche), en collaboration avec SAFRAN Aircraft Engines, est d'étudier différents dispositifs d'amortissement de vibrations piézoélectriques, en basses fréquences, applicables à une aube de turbomachine fabriquée en matériaux composites. Les applications principalement visées sont des aubes de rotor de soufflante ou des pales de rotor non caréné ("open-rotor"), de géométrie élancée et complexe. Les solutions étudiées utilisent des éléments piézoélectriques couplés à un circuit électrique passif ou semi-passif. Le coeur de ce travail de thèse, encore un verrou scientifique à l'heure actuelle, est de proposer des solutions performantes qui intègrent les éléments piézoélectriques aux aubes de soufflante afin de respecter les contraintes aérodynamiques imposées pour ce type de structure, tout en augmentant l'amortissement sur un des premiers modes de vibration. Les performances de ce genre de dispositifs sont directement liées à une grandeur : le facteur de couplage électromécanique, qu'il s'agit de maximiser. Il dépend de toutes les caractéristiques de la structure : les maté-

riaux utilisés (structure composite hôte, matériau piézoélectrique), mais surtout du placement et de la géométrie des éléments piézoélectriques.

L'utilisation de matériaux piézoélectriques connectés à des circuits actifs, semi-passifs ou passifs a été largement étudiée mais les expériences traitent presque toujours de cas académiques de poutres ou de plaques. L'objectif est ici, pour le dispositif piézoélectrique développé, de pouvoir évaluer les performances des shunts en terme d'atténuation sur une structure massive faiblement amortie. Une partie du travail consiste ainsi à bâtir un modèle éléments finis prédictif de la structure composite couplée aux matériaux piézoélectriques, en vue de quantifier les performances du dispositif. Plusieurs solutions sont testées sur une structure simple pour évaluer l'influence sur les performances du dispositif, (1) du choix du matériau piézoélectrique, (2) du placement et de la géométrie des éléments piézoélectriques ainsi que (3) du circuit électrique dissipatif. Différentes solutions d'intégration à l'aube sont proposées et une méthode de caractérisation des propriétés des matériaux tissés est développée dans la perspective d'intégrer les matériaux actifs à la préforme du composite. Cette étude est à la fois numérique et expérimentale : un démonstrateur, utilisant une aube en matériaux composites est conçu puis testé en laboratoire pour valider les concepts proposés.

## 1.2 Organisation du mémoire

Ce rapport est organisé en quatre chapitres principaux. Tout d'abord, dans le chapitre 2, certaines notions sur la piézoélectricité sont rappelées. La modélisation théorique utilisée pour simuler les vibrations d'une structure élastique munie de patches piézoélectriques connectées à un circuit électrique est ensuite décrite. La formulation générale est d'abord exposée et les conditions aux limites électriques sont rappelées. Le cas d'un circuit électrique résistif (court-circuit des éléments piézoélectriques par une simple résistance électrique appelé shunt résistif) et le cas d'un circuit électrique résonant (court-circuit des éléments piézoélectriques par une résistance et une inductance appelé shunt résonant) sont intégrés dans la formulation.

Le chapitre 3 porte sur l'amortissement des vibrations avec différents dispositifs piézoélectriques appliqués à des structures simples. Les deux parties constituant un système d'amortissement piézoélectrique particulier sont détaillées : le matériau actif et le circuit électrique dissipatif. En ce qui concerne le matériau actif,

différents patches sont comparés en vue de l'application aux moteurs d'avions. Les notions de dispositif passif, semi-passif et actif sont ensuite rappelées. Les avantages/inconvénients liés à chacune des techniques sont alors mentionnés. Ce chapitre offre ainsi un panorama sur les méthodes d'amortissement reposant sur le couplage électromécanique des matériaux piézoélectriques. La méthodologie sur l'amortissement de vibrations est ensuite appliquée à des poutres sur lesquelles des patches piézocéramiques et piézocomposites sont collés. Puis les résultats expérimentaux sont comparés avec ceux obtenus avec la formulation développée dans le chapitre 2.

Dans le chapitre 4, une méthode de caractérisation des propriétés mécaniques d'un composite tissé intégrant des éléments piézoélectriques est présentée. La méthode développée, qui utilise une formulation éléments finis en déplacement, fournit les caractéristiques mécaniques linéaires d'un milieu homogène équivalent au milieu hétérogène d'origine. Un volume élémentaire représentatif (VER) d'un composite tissé est discrétisé par éléments finis et soumis à plusieurs cas de charge mécaniques. Cette approche de caractérisation a d'abord été validé en comparant les résultats obtenus avec des résultats disponibles dans la littérature sur un cas simple, avant d'être appliquée à un composite tissé. La méthode développée permettra notamment de créer les modèles éléments finis des structures intégrant les matériaux actifs lors des prochains travaux concernant leur intégration à la préforme.

Dans le chapitre 5, l'objectif est d'adapter les dispositifs piézoélectriques shuntés à une aube de soufflante en composite CMO (Composite à Matrice Organique) équipant les moteurs LEAP (Leading Edge Aviation Propulsion), en tenant compte des contraintes industrielles liées à l'intégration de ce système d'amortissement de vibrations. Dans un premier temps, le procédé de fabrication de l'aube de soufflante est détaillé afin de définir les différentes sollicitations qu'auraient à supporter les inserts piézoélectriques. Des mesures vibratoires sont ensuite effectuées sur un prototype de l'aube afin de caractériser le comportement dynamique de la structure sans système piézoélectrique. Puis trois niveaux d'intégration du dispositif d'amortissement dans l'aube sont proposés. Ensuite, la démarche de mise en oeuvre du dispositif sur le prototype d'aube à disposition est détaillée. Enfin, les résultats d'atténuation de vibration obtenus lors des essais sont analysés et ensuite comparés avec la théorie.

# Chapitre 2

## Formulation éléments finis d'un problème électromécanique

### 2.1 Éléments de piézoélectricité

La piézoélectricité est la capacité d'un matériau à convertir de l'énergie mécanique en énergie électrique et inversement de l'énergie électrique en énergie mécanique. Le premier phénomène est l'effet piézoélectrique direct, le deuxième est appelé effet indirect. L'effet direct provient de la polarisation du matériau créée lorsque ce dernier est déformé par une action mécanique. Lors de l'effet indirect, l'application d'un champ électrique entraîne une déformation du matériau afin d'atteindre un équilibre électrostatique.

Les premières théories et observations de l'effet piézoélectrique direct résultent des travaux de Pierre et Jacques Curie présentés en 1880 sur les cristaux présentant une structure asymétrique. Gabriel Lippman a montré en 1881 que la thermodynamique impliquait l'existence de l'effet indirect, mis en évidence de manière expérimentale par les frères Curie l'année suivante.

Aujourd'hui, les matériaux piézoélectriques sont utilisés dans de nombreux domaines. Les effets directs et indirects sont par exemple utilisés respectivement dans les transducteurs électroacoustiques tels que les sonars et les échographes. De nombreux capteurs de pression ou d'accélération utilisent aussi cette technologie. On les retrouve également dans l'horlogerie grâce aux résonateurs à quartz.

Dans le cadre de la réduction de vibration, les effets piézoélectriques directs et indirects sont exploités. L'énergie mécanique issue des vibrations de la structure est convertie en énergie électrique qui est ensuite dissipée dans un circuit électrique.

## Polarisation

La polarisation est le phénomène sous-jacent aux propriétés piézoélectriques d'un matériau. Il apparaît lorsqu'un diélectrique est soumis à un champ électrique. Dans un diélectrique parfait, il n'existe pas d'électrons libres permettant le passage d'un courant électrique. Cependant, les charges positives et négatives le constituant peuvent se déplacer légèrement par rapport à leur position d'équilibre moyenne, c'est la polarisation. Celle-ci peut être spontanée ou induite par un champ électrique extérieur. Les charges électriques dans un diélectrique sont organisées par paires de charge positives et négatives. Cette paire, de charge globale nulle, est appelée dipôle. Le moment dipolaire caractérise le décalage entre le barycentre des charges positives et celui des charges négatives. Le vecteur de polarisation est la densité volumique de ce moment dipolaire. Dans le cas d'une polarisation induite, une première approche est de considérer que celle-ci est proportionnelle au champ électrique.

## Matériaux piézoélectriques

Il existe différents types de matériaux piézoélectriques. Les premiers à être étudiés sont les cristaux, par exemple le quartz, le sel de Seignette ou le sucre. La polarisation de ces matériaux est possible par l'asymétrie de la structure cristalline. Dans l'exemple du quartz (figure 2.1), les barycentres des charges positives et négatives sont confondus à l'état naturel. En venant appliquer un effort, le barycentre des charges positives se décale par rapport à celui des charges négatives (position plus haute des charges positives dans l'exemple). Inversement, lors de l'effet indirect, l'application d'un champ électrique extérieur crée des forces électrostatiques sur les molécules du cristal, qui se déplacent les unes par rapport aux autres, pour retrouver un équilibre électrostatique.

Une autre grande famille de matériaux piézoélectriques est celle des céramiques. Les plus couramment utilisées sont les PZT (oxyde de Plomb, de Zirconium et de Titanium) pour leurs excellentes propriétés piézoélectriques. La cellule élémentaire est décrite sur la figure 2.2.

L'état de la cellule dépend de la température. Au dessus d'une certaine température caractéristique du matériau appelée température de Curie, la cellule est sous la forme d'une structure cristalline cubique. Dans ce cas, la position des centres des charges positives et négatives est identique, la cellule n'est donc pas polarisée. Au dessous de la température de Curie, la cellule prend une structure tétragonale dont l'ion ( $\text{Ti}^{4+}$ ,  $\text{Zr}^{4+}$ ) ne se trouve plus au centre de la cellule contrairement à

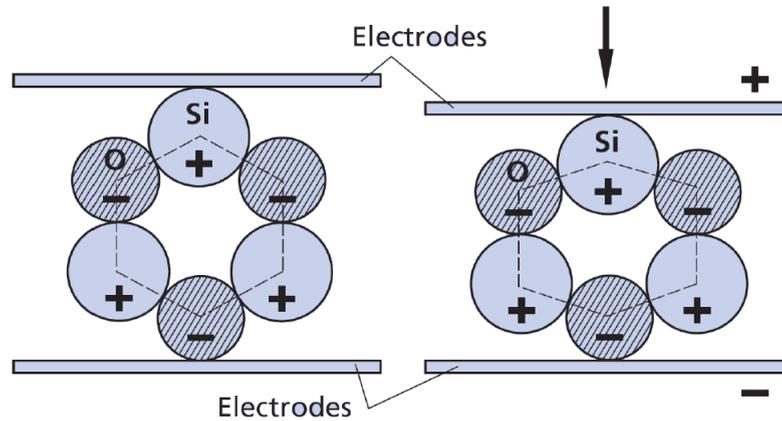


FIGURE 2.1 – Coupe d'une cellule élémentaire d'un cristal de quartz sous l'action d'un effort mécanique [4]

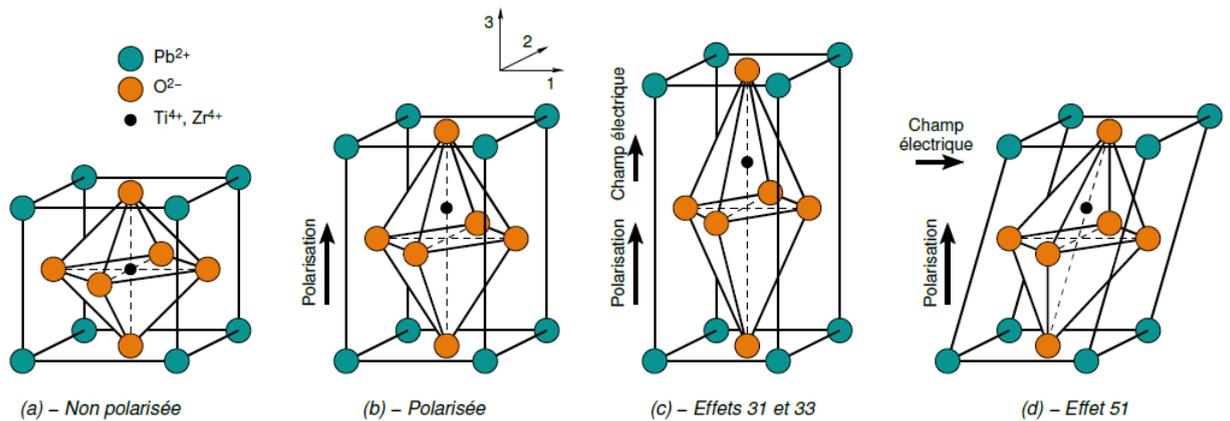


FIGURE 2.2 – Cellule élémentaire d'un PZT et effets piézoélectriques classiques [35]

l'état précédent. La cellule élémentaire constitue alors un dipôle caractérisé par un moment dipolaire dont la direction et l'intensité peuvent être modifiés par l'application d'un champ électrostatique. Les céramiques sont obtenues par frittage. Lors de cette opération, les cellules sont orientées de manière aléatoire. D'un point de vue macroscopique, le matériau n'est donc pas polarisé malgré la polarisation à l'échelle microscopique à température ambiante (en dessous de la température de Curie). Pour être utilisable, un champ électrostatique important est appliqué afin d'orienter la polarisation locale des cellules dans la direction du champ électrique. Après avoir appliqué ce champ, il subsiste ainsi une polarisation et une déformation rémanentes du matériau. Lors de l'emploi des céramiques piézoélectriques, les variations (polarisation ou déformation) se font autour de cet état d'équilibre.

Les polymères, principalement le polyfluorure de vinyldène (PVDF) [74], sont également utilisés par l'industrie pour leurs propriétés piézoélectriques. Ils s'adaptent facilement à l'application industrielle par leur souplesse. Cependant, le couplage piézoélectrique est plus faible que celui des matériaux cités précédemment. Ils sont ainsi utilisés en tant que capteur.

## Utilisation du comportement piézoélectrique

Les différentes caractéristiques du comportement piézoélectrique sont définies dans un repère cartésien dont les trois directions sont définies de 1 à 3. Usuellement, la direction 3 correspond à la direction de polarisation du composant. Selon l'agencement des éléments piézoélectriques, le système peut être utilisé de différentes manières. Par exemple le couplage "33" relie la déformation dans la direction définie par la polarisation et le champ électrique appliqué dans cette même direction [62], tandis que pour le couplage "31" la déformation est perpendiculaire à la direction du champ électrique toujours dans la direction de la polarisation. Dans le cas du couplage "15", le champ électrique est cette fois perpendiculaire à la direction de polarisation, ce qui est associé à un cisaillement du dispositif piézoélectrique [27]. Ces différents cas sont illustrés sur la figure 2.3 dans le cas des céramiques.

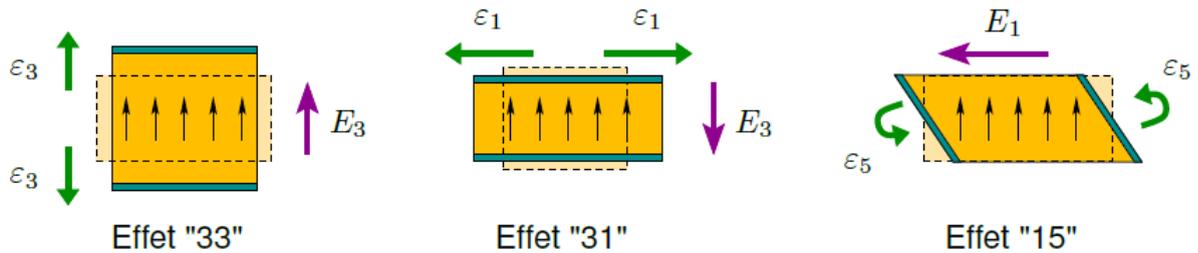


FIGURE 2.3 – Couplages piézoélectriques [79]

## 2.2 Modélisation éléments finis volumique d'un problème électromécanique

### 2.2.1 Loi de comportement d'un matériau piézoélectrique

La loi de comportement utilisée pour décrire le couplage électromécanique fait intervenir les quatre grandeurs physiques suivantes [71] [77] :

- le champ de contrainte  $[\boldsymbol{\sigma}]$ , qui est un tenseur d'ordre 2, de composante  $\sigma_{ij}$ , exprimées en Pa ;
- le champ de déformation  $[\boldsymbol{\varepsilon}]$ , qui est aussi un tenseur d'ordre 2, de composante  $\varepsilon_{kl}$ , sans dimension ;
- le champ de déplacement électrique  $\{\mathbf{D}\}$ , de composante  $D_i$  exprimées en C.m<sup>-2</sup> ;
- le champ électrique  $\{\mathbf{E}\}$ , de composante  $E_k$ , exprimées en V.m<sup>-1</sup>.

où  $i, j, k, l$  peuvent correspondre aux 3 directions de l'espace. Dans le cadre de la piézoélectricité linéaire, la relation de comportement se présente sous la forme :

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = c_{ijkl}^E \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \epsilon_{ik}^E E_k \end{cases}$$

où :

- $c_{ijkl}^E$  est le tenseur d'élasticité à champ électrique constant d'ordre 4 ;
- $e_{kij}$  est le tenseur des constantes piézoélectriques d'ordre 3 ;
- $\epsilon_{ik}^E$  est le tenseur diélectrique du second ordre à déformation nulle.

avec le tenseur du champ des déformations linéarisées dont la composante s'écrit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.1)$$

On suppose que la durée caractéristique des phénomènes électriques est négligeable devant celle des phénomènes mécaniques, si bien qu'on néglige l'influence des ondes électromagnétiques dans le matériau. Cette hypothèse permet d'écrire que le champ électrique dérive d'un potentiel scalaire [30]. On a ainsi :

$$E_i = - \frac{\partial \psi}{\partial x_i} \quad (2.2)$$

C'est à travers le tenseur des constantes piézoélectriques  $[\mathbf{e}]$  que se fait le couplage électromécanique propre au matériau. Les tenseurs  $[\mathbf{c}]$ ,  $[\mathbf{e}]$  et  $[\boldsymbol{\varepsilon}]$  vérifient les relations de symétrie suivantes :

$$\begin{aligned} c_{ijkl} &= c_{ijlk} = c_{jikl} = c_{klij}, \\ e_{ijk} &= e_{ikj}, \\ \epsilon_{ij} &= \epsilon_{ji}. \end{aligned}$$

Il est alors possible de se ramener à un jeu d'écriture à 2 indices seulement. Le passage d'une notation tensorielle à une notation avec indices contractés, appelée aussi notation de Voigt, permet de réécrire les tenseurs sous forme de matrices et de vecteurs, de sorte que la loi de comportement s'écrive :

$$\begin{Bmatrix} \boldsymbol{\sigma} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}^E & -\mathbf{e}^T \\ \mathbf{e} & \boldsymbol{\epsilon}^\varepsilon \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

où  $[\mathbf{c}^E]$  et  $[\mathbf{e}]$  sont des tenseurs d'ordre 2, et  $\{\boldsymbol{\sigma}\}$  et  $\{\boldsymbol{\varepsilon}\}$  des vecteurs de dimension 6 avec :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{D}\} &= \{D_1, D_2, D_3\}^T \\ \{\mathbf{E}\} &= \{E_1, E_2, E_3\}^T \\ \{\boldsymbol{\varepsilon}\} &= \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6\}^T \\ \{\boldsymbol{\sigma}\} &= \{\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6\}^T \end{aligned}$$

Dans la suite du document, on ne précisera plus que le tenseur d'élasticité est à champ électrique constant, ni que le tenseur des constantes diélectriques est à déformation constante pour simplifier la notation.

## 2.2.2 Formulation éléments finis du problème électromécanique

Cette section présente la forme générale des équations utilisées pour modéliser le comportement d'un milieu piézoélectrique, sous forme locale puis sous forme faible adaptée pour un passage à la méthode des éléments finis [60] [61] [80]. Dans un premier temps, le problème général est décrit et les principales hypothèses sont rappelées.

On considère une structure élastique équipée de  $P \in \mathbb{N}$  éléments piézoélectriques. Le domaine occupé par la structure élastique est noté  $\Omega_s$ . Le  $p$ -ième élément piézoélectrique,  $p \in \{1, \dots, P\}$ , occupe un domaine  $\Omega^{(p)}$  tel que  $(\Omega_s, \Omega^{(1)}, \dots, \Omega^{(P)})$  soit une partition du domaine total  $\Omega$ .

La structure est soumise à un déplacement imposé  $u_i^d$  sur une partie de la frontière  $\Gamma_u$  et est soumise à une densité de force surfacique  $t_i^d$  sur la partie complémentaire notée  $\Gamma_t$ . Les conditions aux limites électriques sont définies par le potentiel électrique imposé  $\psi^d$  sur une partie du domaine  $\Gamma_\Psi$  et par une densité surfacique de charges libres  $q^d$  sur la partie restante  $\Gamma_q$ . Ainsi, la frontière totale du système, notée  $\partial\Omega$ , est telle que  $\partial\Omega = \Gamma_u \cup \Gamma_t = \Gamma_\Psi \cup \Gamma_q$  avec  $\Gamma_u \cap \Gamma_t = \Gamma_\Psi \cap \Gamma_q = \emptyset$ . De plus,

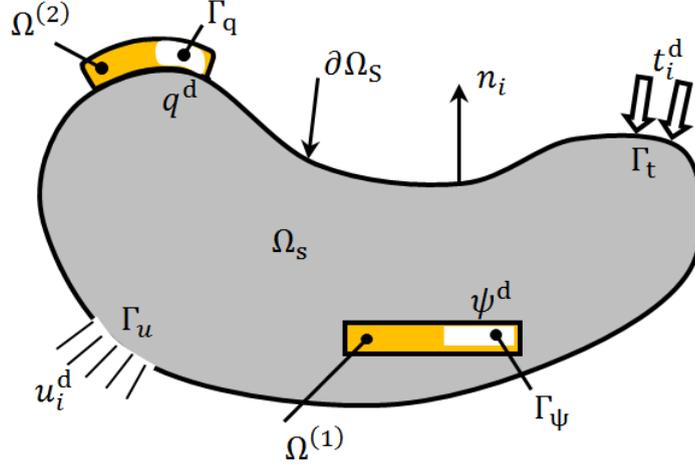


FIGURE 2.4 – Structure élastique avec deux éléments piézoélectriques [60]

on note  $n_i$  le vecteur normal unitaire sortant de  $\Omega$ .

Les tenseurs des contraintes et des déformations linéarisés sont notés  $\sigma_{ij}$  and  $\varepsilon_{ij}$ , respectivement. De plus,  $D_i$  est le vecteur de champ de déplacement électrique qui vérifie la loi de Gauss  $D_{i,i} = 0$  dans  $\Omega$  et la condition aux limites électriques  $D_i n_i = -q^d$  sur  $\Gamma_q$ . On notera aussi  $\rho$  la masse volumique et  $\omega$  la vitesse angulaire.

En considérant les définitions mentionnées précédemment, on montre que la formulation variationnelle du problème électromécanique est donnée par :

$$\int_{\Omega} c_{ijkl} \varepsilon_{kl}(u) \varepsilon_{ij}(\delta u) \, d\Omega - \sum_{p=1}^P \int_{\Omega^{(p)}} e_{kij} E_k(\psi) \varepsilon_{ij}(\delta u) \, d\Omega - \omega^2 \int_{\Omega} \rho u_i \delta u_i \, d\Omega = \int_{\Gamma_t} t_i^d \delta u_i \, dS \quad \forall \delta u_i \in \mathcal{C}_u^*, \quad (2.4)$$

et

$$\sum_{p=1}^P \int_{\Omega^{(p)}} e_{ikl} \varepsilon_{kl}(u) E_i(\delta \psi) \, d\Omega + \sum_{p=1}^P \int_{\Omega^{(p)}} \epsilon_{ik} E_k(\psi) E_i(\delta \psi) \, d\Omega = \int_{\Gamma_q} q^d \delta \psi \, dS + \int_{\Gamma_{\Psi}} q^r \delta \psi \, dS \quad \forall \delta \psi \in \mathcal{C}_{\Psi}, \quad (2.5)$$

où  $q^r = D_i n_i$  est la densité surfacique de charge libre apparaissant sur  $\Gamma_{\Psi}$ .

On notera que  $\mathcal{C}_u$  est défini comme l'espace des fonctions suffisamment régulières  $u_i$  définies sur le domaine  $\Omega$  et que  $\mathcal{C}_u^* = \{u_i \in \mathcal{C}_u \mid u_i = 0 \text{ sur } \Gamma_u\}$ . De plus,  $\mathcal{C}_{\Psi}$  est défini comme l'espace des fonctions suffisamment régulières  $\psi$  dans le domaine piézoélectrique  $\Omega^{(p)}$ .

Après discrétisation de la formulation variationnelle précédente par la méthode éléments finis, on obtient l'équation matricielle suivante :

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_{u\Psi} \\ -\mathbf{K}_{u\Psi}^T & \mathbf{K}_\Psi \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{\Psi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{p} \end{Bmatrix}, \quad (2.6)$$

avec  $\{\mathbf{U}\}$  le vecteur des degrés de liberté relatifs à  $u_i$ , de taille  $N_m$  (nombre de degrés de liberté mécanique),  $[\mathbf{M}_u]$  et  $[\mathbf{K}_u]$  correspondent aux matrices de masse et de raideur, de dimension  $N_m \times N_m$ , et  $\{\mathbf{F}\}$  est le vecteur des forces nodales, de taille  $N_m$ . De plus,  $\{\mathbf{p}\}$  et  $\{\mathbf{\Psi}\}$  représentent les vecteurs des charges électriques et des potentiels de taille  $N_{el}$  (nombre de degrés de liberté électrique). La matrice de couplage électromécanique  $[\mathbf{K}_{u\Psi}]$  et la matrice diélectrique  $[\mathbf{K}_\Psi]$  sont respectivement de dimension  $N_m \times N_{el}$  et  $N_{el} \times N_{el}$ .

On considère maintenant le cas où les éléments piézoélectriques ont la forme de patches piézoélectriques, avec leurs surfaces inférieures et supérieures recouvertes d'une très fine épaisseur de matériau conducteur pour obtenir des électrodes.

Pour le  $p$ -ième patch piézoélectrique,  $\{\mathbf{\Psi}^{(p)}\}$  peut être défini tel que :

$$\{\mathbf{\Psi}^{(p)}\} = \left[ \mathbf{\Psi}_+^{(p)} \quad \mathbf{\Psi}_{int}^{(p)} \quad \mathbf{\Psi}_-^{(p)} \right]^T \quad (2.7)$$

avec  $\{\mathbf{\Psi}_+^{(p)}\}$  et  $\{\mathbf{\Psi}_-^{(p)}\}$  correspondant respectivement au vecteur des potentiels électriques des surfaces supérieures et inférieures.  $\{\mathbf{\Psi}_{int}^{(p)}\}$  représente le vecteur des potentiels électriques des noeuds situés entre les électrodes.

L'équation 2.6 peut ainsi se réécrire :

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_{u\Psi_+} & \mathbf{K}_{u\Psi_{int}} & \mathbf{K}_{u\Psi_-} \\ -\mathbf{K}_{u\Psi_+}^T & \mathbf{K}_{\Psi_+} & \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}} & \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_-} \\ -\mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^T & \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^T & \mathbf{K}_{\Psi_{int}} & \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_-} \\ -\mathbf{K}_{u\Psi_-}^T & \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_-}^T & \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_-}^T & \mathbf{K}_{\Psi_-} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{\Psi}_+ \\ \mathbf{\Psi}_{int} \\ \mathbf{\Psi}_- \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{Q}_+ \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{Q}_- \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

avec  $\{\mathbf{Q}_+\}$  et  $\{\mathbf{Q}_-\}$  les vecteurs des charges électriques sur les surfaces des électrodes des patches piézoélectriques. On note  $\{\mathbf{V}\} = \{\mathbf{\Psi}_+\} - \{\mathbf{\Psi}_-\}$  et on fixe  $\{\mathbf{\Psi}_-\} = \{\mathbf{0}\}$ , on obtient ainsi  $\{\mathbf{V}\} = \{\mathbf{\Psi}_+\}$ . De plus, les charges à la surface des électrodes sont opposées ainsi  $\{\mathbf{Q}_+\} = -\{\mathbf{Q}_-\} = \{\mathbf{Q}\}$ .

L'équation sur les charges est ensuite multipliée par  $-1$  pour avoir un système

matriciel symétrique ce qui donne :

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & \mathbf{K}_{u\Psi_+} & \mathbf{K}_{u\Psi_{int}} \\ \mathbf{K}_{u\Psi_+}^T & -\mathbf{K}_{\Psi_+} & -\mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}} \\ \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^T & -\mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^T & -\mathbf{K}_{\Psi_{int}} \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{V} \\ \Psi_{int} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ -\mathbf{Q} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

De plus, si on considère la charge comme degré de liberté et la différence de potentiel comme grandeur imposée, on a :

$$\left( -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u^* & \mathbf{K}_{u\Psi_+}^* & \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \\ \mathbf{K}_{u\Psi_+}^{*T} & \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} & \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \\ \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*T} & \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*T} & \mathbf{K}_{\Psi_{int}}^* \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{Q} \\ \Psi_{int} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{V} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

Avec :

$$[\mathbf{K}_u^*] = [\mathbf{K}_u + \mathbf{K}_{u\Psi_+} \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} \mathbf{K}_{u\Psi_+}^T] \quad (2.11)$$

$$[\mathbf{K}_{u\Psi_+}^*] = [\mathbf{K}_{u\Psi_+} \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1}] \quad (2.12)$$

$$[\mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^*] = [\mathbf{K}_{u\Psi_{int}} - \mathbf{K}_{u\Psi_+} \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}] \quad (2.13)$$

$$[\mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^*] = [-\mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}] \quad (2.14)$$

$$[\mathbf{K}_{\Psi_{int}}^*] = [-\mathbf{K}_{\Psi_{int}} + \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^T \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}] \quad (2.15)$$

La formulation (2.10) est particulièrement adaptée au cas où des patchs piézoélectriques sont shuntés, c'est-à-dire connectés à un circuit électronique, qui n'impose ni la charge ni la différence de potentiel, mais plutôt une relation entre les deux [71].

Pour réduire la taille du problème, la condition d'équipotentialité sur les électrodes est réalisée en assignant un seul degré de liberté électrique pour les noeuds d'une électrode.

Ensuite, pour simplifier l'équation 2.10, une condensation des potentiels électriques internes  $\{\Psi_{int}\}$  est effectuée de manière similaire à la méthode de condensation statique de Guyan. Il faut noter que la condensation des degrés de liberté internes est exacte puisqu'aucune inertie n'est associée à ces degrés de liberté.

Le fait de condenser les degrés de liberté de potentiel interne et d'utiliser des éléments à fonctions de forme quadratique est une amélioration par rapport aux modèles précédemment employés [71], puisque la condensation des degrés de liberté de potentiel interne et l'équipotentialité des électrodes permet d'utiliser un seul degré

de liberté électrique pour le calcul des réponses en fréquence sans faire d'hypothèse à priori sur le champ électrique dans les éléments piézoélectriques [12] [19].

Avec cette condensation, on obtient le système suivant :

$$\left( \begin{array}{cc} \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{K}_u^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top} & \mathbf{K}_{u\Psi_+}^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\top} \\ \mathbf{K}_{u\Psi_+}^{*\top} - \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top} & \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} - \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\top} \end{array} \right] & \\ -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{array} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{V} \end{Bmatrix} \quad (2.16)$$

Selon que les patchs soient en court-circuit  $\{\mathbf{V}\} = \{\mathbf{0}\}$  ou en circuit ouvert  $\{\mathbf{Q}\} = \{\mathbf{0}\}$ , le problème homogène de vibrations libres associé à l'équation 2.16 se réécrit :

- en court-circuit :

$$\left( \begin{array}{cc} \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{K}_u^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top} & \mathbf{K}_{u\Psi_+}^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\top} \\ \mathbf{K}_{u\Psi_+}^{*\top} - \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top} & \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} - \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\top} \end{array} \right] & \\ -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{array} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

- en circuit ouvert :

$$\left( \begin{array}{cc} \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{K}_u^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top} & \mathbf{K}_{u\Psi_+}^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\top} \\ \mathbf{K}_{u\Psi_+}^{*\top} - \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top} & \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} - \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\top} \end{array} \right] & \\ -\omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \end{array} \right) \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{V} \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

On peut noter que l'on aurait pu écrire le système en court-circuit et circuit ouvert en partant de l'équation 2.9. Cependant dans ce cas le problème est moins bien conditionné que si l'on utilise le système obtenu après condensation.

### 2.2.3 Réduction du problème par projection modale

Pour réduire la taille du problème, on projette les inconnues de déplacement mécanique sur la base des modes propres de la structure élastique.

Les pulsations propres  $\omega_i$  et modes propres  $\{\Phi_i\}$  du système élastique sont les  $N$  solutions du problème

$$[\mathbf{K}_u - \omega^2 \mathbf{M}_u] \{\Phi\} = \{\mathbf{0}\}, \quad (2.19)$$

qui dépendent des propriétés élastodynamiques de  $\Omega_s$ . Ces modes vérifient les propriétés d'orthogonalité suivantes

$$\forall (i, j), \quad \{\Phi_i\}^T [\mathbf{M}_u] \{\Phi_j\} = \delta_{ij}, \quad \{\Phi_i\}^T [\mathbf{K}_u] \{\Phi_j\} = \omega_i^2 \delta_{ij}. \quad (2.20)$$

avec les  $\Phi_j$  normalisés par rapport à la matrice de masse

$$\forall i, \quad \{\Phi_i\}^T [\mathbf{M}_u] \{\Phi_i\} = 1. \quad (2.21)$$

Les  $N$  vecteurs propres formant une base de  $\mathbb{R}^N$ , le vecteur déplacement  $\{\mathbf{U}\}$  peut s'écrire sous la forme

$$\{\mathbf{U}(t)\} = \sum_{i=1}^N \{\Phi_i\} q_i(t) = [\Phi] \{\mathbf{q}\}, \quad (2.22)$$

avec  $[\Phi] = [\Phi_1 \cdots \Phi_N]$ , de taille  $N \times N$  et  $\{\mathbf{q}\} = [q_1 \cdots q_N]^T$ , de taille  $N \times 1$ .

En insérant cette équation dans le système (2.16), en prémultipliant la partie mécanique du système par  $[\Phi]^T$  et en utilisant les propriétés d'orthogonalité des modes (2.20), il vient

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Phi^T [\mathbf{K}_u^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top}] \Phi & \Phi^T [\mathbf{K}_{u\Psi_+}^* - \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+ \Psi_{int}}^{*\top}] \\ [\mathbf{K}_{u\Psi_+}^{*\top} - \mathbf{K}_{\Psi_+ \Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{u\Psi_{int}}^{*\top}]^T \Phi & \mathbf{K}_{\Psi_+}^{-1} - \mathbf{K}_{\Psi_+ \Psi_{int}}^* \mathbf{K}_{\Psi_{int}}^{*-1} \mathbf{K}_{\Psi_+ \Psi_{int}}^{*\top} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{Q} \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{Q}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{Q}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi^T \mathbf{F} \\ \mathbf{V} \end{Bmatrix} \quad (2.23) \end{aligned}$$

$[\mathbf{I}]$  est la matrice identité de taille  $N \times N$ , et afin que la formulation modale soit générale, une matrice d'amortissement  $[\mathbf{C}] = \text{diag}([2\xi_1\omega_1 \cdots 2\xi_N\omega_N])$  est prise en compte, avec  $\xi_i$  l'amortissement associé au  $i$ -ème mode.

L'intérêt de ce type d'approche est de tronquer la base modale aux premiers modes de la structure.

### Prise en compte du circuit électrique

Connecter un circuit électrique aux électrodes d'un élément piézoélectrique équivaut à imposer une relation entre la charge et la différence de potentiel aux bornes du patch.

Dans le cas de  $p$  patches shuntés, en orientant le courant et la tension dans la convention générateur, l'équation électrique du shunt piézoélectrique résistif est la suivante :

$$\{\mathbf{V}\} = -[\mathbf{R}]\{\dot{\mathbf{Q}}\} \quad (2.24)$$

avec  $[\mathbf{R}] = \text{diag}([R^{(1)} \dots R^{(P)}])$  la matrice de résistance des circuits électriques.

L'équation électrique du shunt piézoélectrique résonant est la suivante :

$$\{\mathbf{V}\} = -[\mathbf{L}]\{\ddot{\mathbf{Q}}\} - [\mathbf{R}]\{\dot{\mathbf{Q}}\} \quad (2.25)$$

avec  $[\mathbf{L}] = \text{diag}([L^{(1)} \dots L^{(P)}])$  la matrice d'inductance des circuits électriques.

Ainsi, pour déterminer le comportement dynamique d'une structure dont  $p$  éléments piézoélectriques sont connectés à des circuits résonants, il faut résoudre le système suivant :

$$\left( \begin{array}{cc} \left[ \begin{array}{cc} \Phi^T [K_u^* - K_{u\Psi_{int}}^* K_{\Psi_{int}}^{*-1} K_{u\Psi_{int}}^{*\Gamma}] \Phi & \Phi^T [K_{u\Psi_+}^* - K_{u\Psi_{int}}^* K_{\Psi_{int}}^{*-1} K_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\Gamma}] \\ [K_{u\Psi_+}^{*\Gamma} - K_{\Psi_+\Psi_{int}}^* K_{\Psi_{int}}^{*-1} K_{u\Psi_{int}}^{*\Gamma}]^T \Phi & K_{\Psi_+}^{-1} - K_{\Psi_+\Psi_{int}}^* K_{\Psi_{int}}^{*-1} K_{\Psi_+\Psi_{int}}^{*\Gamma} \end{array} \right] \\ +j\omega \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \end{array} \right) \begin{Bmatrix} q \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi^T F \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.26)$$

Dans le cas où le shunt est un circuit résistif, il suffit de fixer les coefficients de la matrice d'inductances à zéro.

Lorsque le chargement est un chargement harmonique, certains modes peuvent répondre de façon statique lorsque la pulsation du chargement est petite devant la pulsation du mode. Le déplacement peut être calculé facilement pour les modes à hautes fréquences puisque, pour ces modes, le chargement est très lent et peut donc être considéré comme statique. Le déplacement  $u_i(t)$  vérifie l'équation de la dynamique dans laquelle les deux premiers termes de masse et d'amortissement peuvent être négligés :  $\omega_i^2 u_i(t) = f(t)$ . La réponse des modes à hautes fréquences est ainsi

purement statique mais avec des variations temporelles.

On peut effectuer cette correction à posteriori puisqu'elle n'intervient pas dans la résolution dynamique du système linéaire. En procédant ainsi on perd le caractère diagonal des matrices généralisées, mais l'avantage est que la base complétée avec des modes statiques permet de représenter correctement le comportement en basse fréquence du système initial sans avoir à reconstruire une base de projection dans son intégralité.

## 2.3 Implémentation

Sur la base des travaux antérieurs effectués au LMSSC sous le logiciel MatLab, les développements numériques sont réalisés ici au sein de l'outil développé par O. De Smet qui utilise le langage Python et s'appuie principalement sur les bibliothèques de calcul scientifique Scipy et Numpy. Le solveur utilisé est le solveur MUMPS [7] qui est développé par CNRS/INPT-IRIT/INRIA/CERFACS. Les visualisations sont faites avec le logiciel GMSH [39].

Pour ne pas alourdir le manuscrit, nous ne détaillons pas ici les aspects techniques liés à la mise en oeuvre de la méthode des éléments finis mais il est important de signaler que cette partie du travail a demandé des développements importants. Ce travail d'implémentation a permis d'aboutir à un outil totalement maîtrisé et performant en terme de coût de calcul. Cet outil a été validé par comparaison avec le solveur du commerce Abaqus pouvant tenir compte du couplage électromécanique dans l'application sur aube en composite (voir chapitre 5).

L'architecture logicielle est la suivante :

- Géométrie : import du maillage
- Matériaux : choix des matériaux (élastiques, piézoélectriques, diélectriques, ...)
- Eléments : choix du type d'élément (fonctions de forme linéaires ou quadratiques, éléments tenant compte du couplage électromécanique, ...)
- Problème : construction des matrices et prise en compte des conditions aux limites mécanique et électriques avec la possibilité d'introduire des relations linéaires entre les degrés de liberté par exemple pour l'application de conditions

aux limites périodiques et afin de traduire l'équipotentialité des électrodes.

- Résolution : utilisation du solveur MUMPS
- Post-traitement : export des données vers GMSH

En intégrant la direction de mesure, les post-traitements concernant la caractérisation vibratoire permettent de comparer les résultats des simulations à ceux obtenus expérimentalement pour l'application aux poutres ainsi qu'à l'aube (voir chapitre 3 et 5).

## Conclusions

Dans la première partie de ce chapitre, les principes de base de la piézoélectricité sont rappelés. Dans un second temps, la loi de comportement tridimensionnelle d'un matériau possédant un couplage électromécanique est décrite puis utilisée dans la formulation des équations dynamiques d'un milieu piézoélectrique.

La formulation éléments finis est ensuite appliquée au cas d'une structure élastique munie de patchs piézoélectriques connectés à un circuit électrique. Deux types de shunts piézoélectriques sont intégrés à la modélisation théorique : (1) le cas d'un circuit électrique résistif (court-circuit des éléments piézoélectriques par une simple résistance électrique appelé shunt résistif) et (2) le cas d'un circuit électrique résonant (court-circuit des éléments piézoélectriques par une résistance et une inductance appelé shunt résonant).

Pour simplifier l'équation de la dynamique, une condensation des potentiels électriques internes est effectuée de manière similaire à la méthode de condensation statique de Guyan. Il faut noter que la condensation des degrés de liberté internes est exacte puisqu'aucune inertie n'est associée à ces degrés de liberté. Afin de réduire la taille du problème à résoudre, les inconnues de déplacement mécanique sont projetés sur la base des modes propres élastiques tronquée.

La condensation des degrés de liberté de potentiel interne et l'utilisation d'éléments à fonctions de forme quadratique est une amélioration par rapport aux modèles précédemment employés au laboratoire, puisque la condensation des degrés de liberté de potentiel interne et l'équipotentialité des électrodes permet d'utiliser un seul degré de liberté électrique pour le calcul des réponses en fréquence sans faire d'hypothèse a priori sur le champ électrique dans les éléments piézoélectriques.

# Chapitre 3

## Amortissement des vibrations avec des éléments piézoélectriques shuntés

Cette partie porte sur l'amortissement de vibration avec différents dispositifs piézoélectriques appliqués à des structures simple. Chacune des deux parties constituant un système d'amortissement piézoélectrique est détaillée : le matériau actif et le circuit électrique dissipatif. Une étude bibliographique sur différents essais en statique et fatigue appliqués à des structures sur lesquelles sont montés des éléments piézoélectriques est présentée. Les notions de dispositif passif, semi-passif et actif sont rappelées. Différents patchs sont ensuite comparés en vue d'une application aux moteurs d'avions et, les avantages/inconvénients liés à chacune des techniques sont mentionnés. La méthodologie sur l'amortissement de vibration est ensuite appliquée à des poutres sur lesquelles des patchs piézocéramiques et piézocomposites sont collés. Les résultats expérimentaux sont finalement comparés avec ceux obtenus avec des modèles numériques reposant sur la formulation détaillée dans la première partie.

### 3.1 Patchs piézocomposites et piézocéramiques

#### 3.1.1 Généralités

Les éléments piézoélectriques sont souvent obtenus par frittage. Après cette étape, la polarisation est nulle à l'échelle macroscopique (cf. chapitre 2). Pour être utilisés en transducteur, les matériaux piézoélectriques doivent être polarisés en appliquant un champ électrique élevé dans la direction de polarisation souhaitée. Deux électrodes sont ensuite rajoutées pour générer ou mesurer un champ électrostatique.

Dans ce qui suit, quatre exemples de technologies intégrant des matériaux actifs sont présentés et leur fonctionnement détaillé.

### Céramiques

Les céramiques piézoélectriques sont produites et utilisées en volume. Du point de vue de la fabrication, l'obtention par frittage permet une variété de formes et de tailles bien plus importante que pour les cristaux. Pour obtenir un couplage important, il est préférable de maximiser le champ électrique en tout point lors de la polarisation ; pour ce faire, une épaisseur constante entre les électrodes est préférable. Les éléments piézoélectriques sont donc très souvent des plaquettes droites comme illustré sur la figure 3.1.

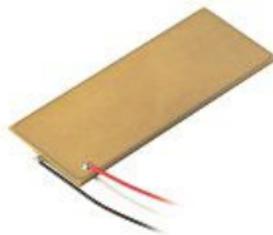


FIGURE 3.1 – Patch piézocéramique

L'inconvénient principal de ces céramiques piézoélectriques est lié à leur fragilité. C'est pourquoi, beaucoup d'études ont pour objectif de réaliser un matériau composite constitué de fibres en céramique piézoélectrique et d'électrodes appropriées, qui sont intégrées dans une matrice époxy. Cela permet d'améliorer la souplesse du patch piézocomposite obtenu pour pouvoir le fixer sur une surface dont la courbure est importante. L'agencement des fibres et celui des électrodes varie selon l'effet piézoélectrique que l'on souhaite exploiter. La détermination des propriétés de ces matériaux est complexe et nécessite une méthode d'homogénéisation des propriétés des patchs piézocomposites afin d'obtenir les propriétés équivalentes à un élément piézoélectrique monolithique homogène.

### Active Fiber Composite (AFC)

L'actionneur AFC est le premier dispositif composite à fibre piézoélectrique. Il utilise des électrodes interdigitées et les fibres qui le constituent sont des fibres de section circulaire (voir figure 3.2). La matrice de ce composite est en résine époxy. L'actionneur AFC a été développé au Massachusetts Institute of Technology (MIT)

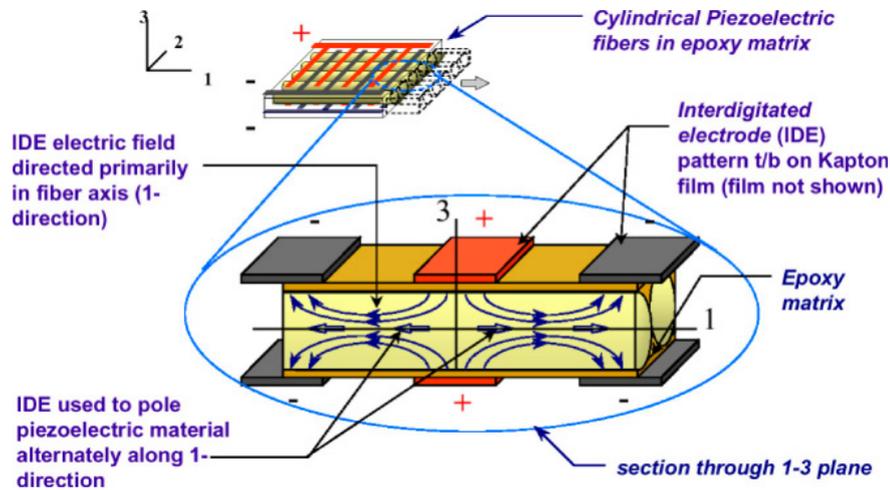


FIGURE 3.2 – Coupe d'un actionneur AFC [67]

au début des années 90.

Le dispositif AFC a deux principaux inconvénients :

- L'assemblage de ces différents composants se fait actuellement à la main, ceci limite le développement de cette technologie.
- Par ailleurs les électrodes ne sont pas directement en contact avec les fibres piézoélectriques de section circulaire, ce qui atténue de manière importante les performances de ce dispositif.

### Macro Fiber Composite (MFC), Smart Material

Les MFC ont été inventés en 1996 au centre de recherche de la NASA de Langley dans le cadre d'études liées au contrôle de vibration de structures. Depuis, cette technologie a été continuellement améliorée de manière à s'adapter aux exigences des industriels afin d'être utilisée dans de nouvelles applications.

Les MFC, qui se présentent sous forme de patch, sont l'assemblage de fibres céramiques piézoélectriques de section rectangulaire entre deux films de polyimide. Pour une description plus détaillée, se référer au brevet [85].

Un des avantages des MFC est leur flexibilité qui leur permet, contrairement aux piézocéramiques, de s'adapter à des structures de forme complexe. Selon la différence de tension qui leur sera appliquée, les patches MFC auront la capacité d'aller à l'encontre des vibrations ou au contraire de les générer. Dans le cas où aucune différence de tension ne serait appliquée, les MFC pourront être utilisés comme des

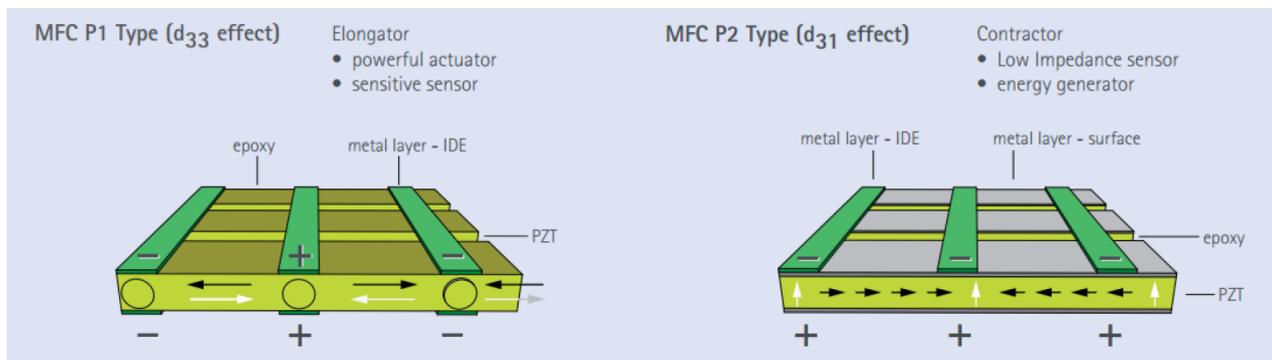


FIGURE 3.3 – Schéma de fonctionnement des MFC de type P1 et P2 [3]

jauges de déformation.

Les MFC peuvent aussi être employés de façon à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique.

Deux types de patches MFC sont disponibles (voir figure 3.3) :

- Le premier, le type P1, utilise le couplage "33" et s'étire suivant l'axe de polarisation.
- Le second type (P2) utilise le couplage "31" et se contracte lorsqu'une tension lui est appliquée.

Les patches MFC sont récemment disponibles avec des fibres dont le matériau peut être le monocristal PMN-PT soit PZN-PT. L'emploi de ces monocristaux permet d'envisager une réduction des vibrations plus importante [47].

Les patches MFC sont produits de manière industrielle par l'entreprise Smart Corp, ce qui permet aux patches MFC d'être disponible à un prix raisonnable, par exemple un patch de type P2 mesurant  $28 \times 14$  mm coûte 24 euros (référence patch : M2814P2, prix relevé en mars 2015). Ce sont ces patches piézocomposites utilisant le couplage "31" qui sont testés dans cette application sur poutre.

### Quickpack, Midé

Les patches piézocomposites conçus par Midé (figure 3.4) sont constitués de céramiques piézoélectriques dont le matériau est le PZT-5. Contrairement au patch MFC, le matériau actif est sous la forme d'une plaque. Par rapport aux piézocomposites comme les MFC, ceux-ci ont des propriétés mécaniques orthotropes. Ces patches sont ainsi proches du point de vue performance des patches piézocéramiques de même épaisseur avec en plus l'avantage d'être encapsulés entre deux films de kapton, ce qui leur confèrent l'avantage d'être isolés électriquement.

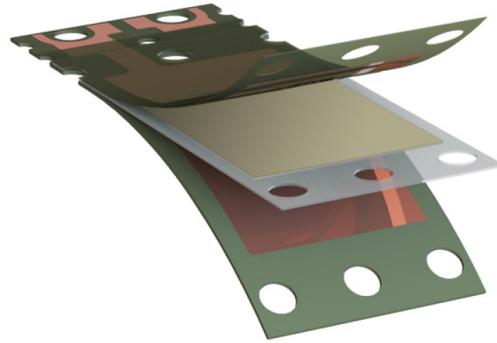


FIGURE 3.4 – Patch Midé [5]

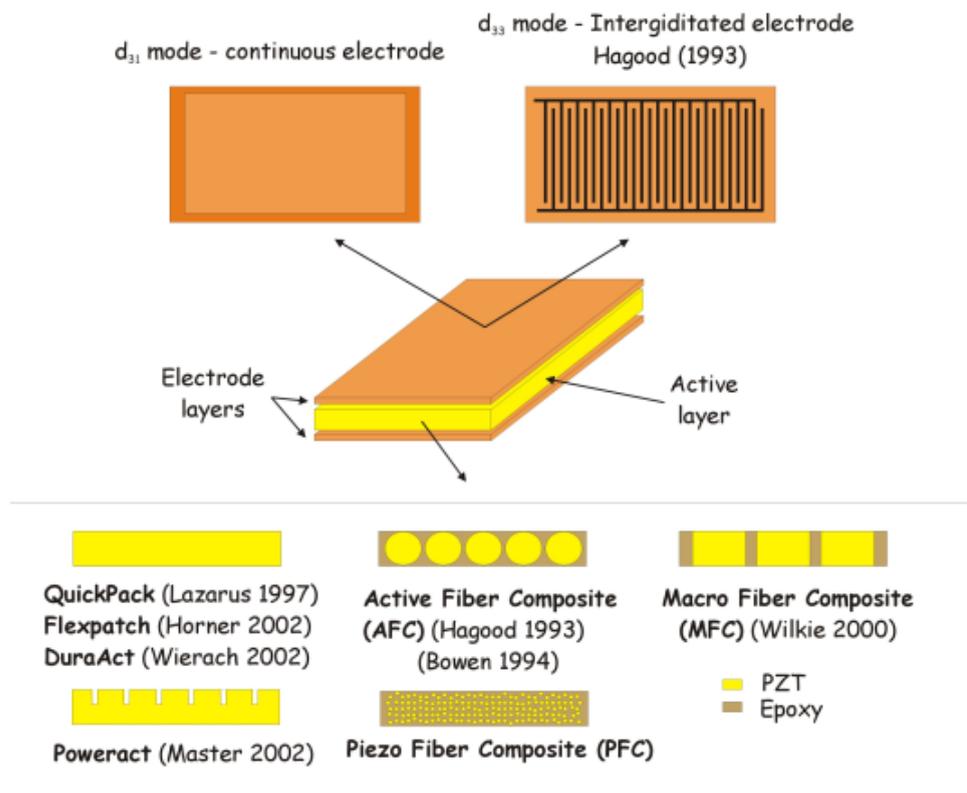


FIGURE 3.5 – Résumé des piézocomposites [26]

La figure 3.5 issue de [26] résume les spécificités de chacun des types de patches piézocomposites, tant au niveau du positionnement des électrodes que de la section des fibres actives.

### 3.1.2 Etude de faisabilité

Une grande partie des recherches sur les dispositifs d'amortissement utilisant des patches piézoélectriques a pour application des produits à forte valeur ajoutée. Il est

important d'étudier la résistance de ces dispositifs émergents tant pour leurs performances que pour leur fiabilité. Peu de travaux sont consacrés à la tenue mécanique de ces nouveaux matériaux.

Le patch piézocomposite qui a été l'objet du plus grand nombre d'études de résistance, en statique et fatigue, est le patch MFC fabriqué par Smart Material Corp.

Dans les études [84], [59], [52], [53], [67], les essais de statique et fatigue sont réalisés de façon à mieux caractériser ces dispositifs et de manière à optimiser leur utilisation future.

### Etude de résistance en statique des patches piézoélectriques

Dans [52], deux types d'intégrations ont été comparés (voir figures 3.6 et 3.7). Une céramique de type zirconate de plomb/titanate de plomb (PZT) a été introduite dans un composite (carbone/epoxy) soit en étant insérée entre deux plis soit en étant introduite dans une découpe faite dans un pli du composite. Une éprouvette

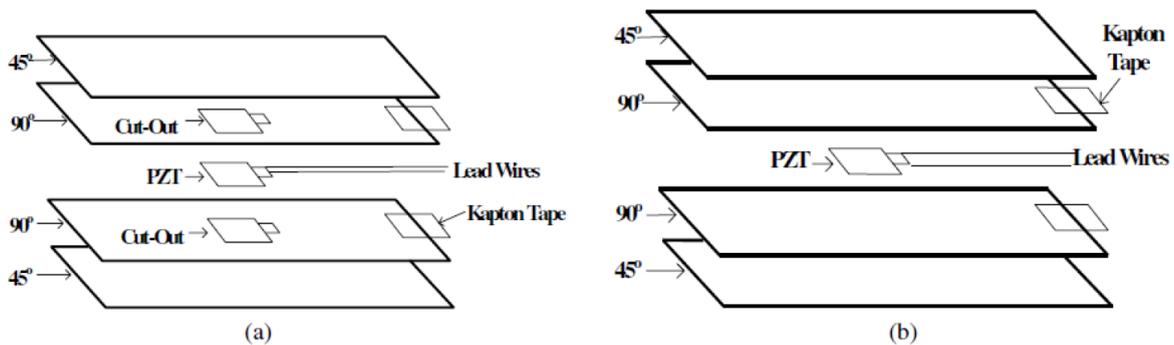


FIGURE 3.6 – Méthodes d'intégration du PZT [52]

n'intégrant pas de céramique PZT a été aussi testée. Dans les expériences de cette étude, l'insert piézoélectrique ne fonctionne ni en actionneur ni en capteur. Les trois configurations ont été chargées axialement jusqu'à la rupture. Pour les trois types d'éprouvettes, les contraintes à rupture mesurées sont proches les unes des autres (voir figure 3.8). Ceci tend à prouver que l'intégration d'élément piézoélectrique modifie de manière négligeable le comportement statique de la structure, et ce quelque soit le type d'intégration des matériaux piézoélectriques.

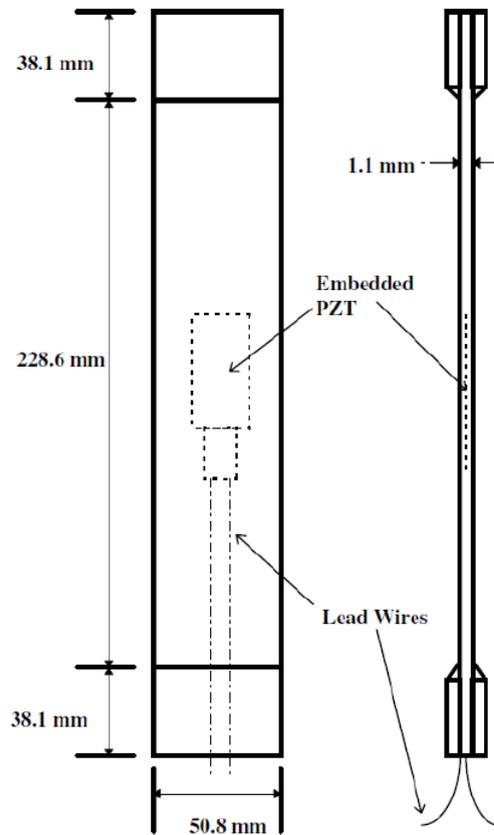


FIGURE 3.7 – Dimensions d’une éprouvette intégrant un insert PZT [52]

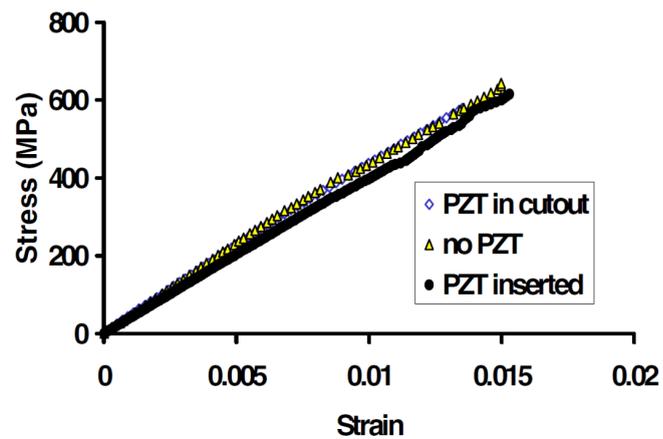


FIGURE 3.8 – Courbes contrainte/déformation des trois configurations testées [52]

### Etude de résistance en fatigue des patches piézoélectriques

Dans [52], les éprouvettes présentées dans la partie précédente ont aussi été testées en fatigue. Les résultats mesurés sont résumés dans le diagramme de Whöler (figure 3.9).

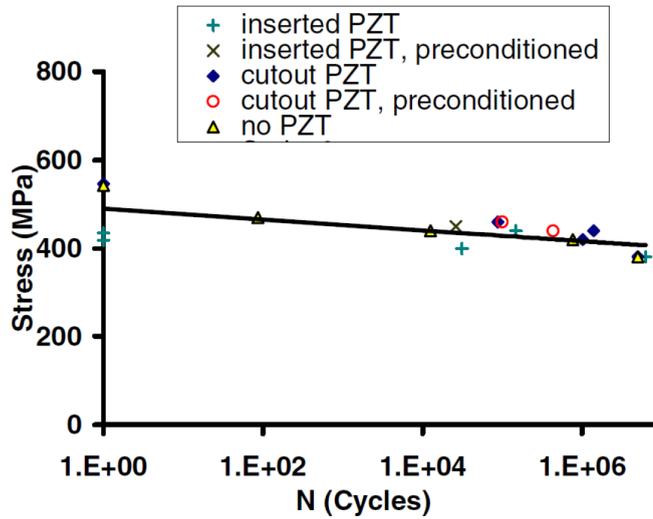


FIGURE 3.9 – Diagramme de Whöler [52]

L'expérience réalisée montre que l'intégration de la céramique PZT ne diminue pas la durée de vie du composite, et ce quelque soit la méthode d'insertion.

Dans le cadre du projet européen Intelligent Materials for Active Noise Reduction (InMAR), les travaux de l'étude [59] ont pour objectif de tester la fiabilité des MFC. Les MFC qui ont fait l'objet de cette étude sont les MFC de type P2, c'est-à-dire les MFC utilisant le couplage "31" (voir figure 3.10).

| Properties of MFC P2- type                       |                   |               |
|--|-------------------|---------------|
| Dimension active area                            | mm <sup>2</sup>   | 85 x 28       |
| Driving Voltage                                  | V                 | -60 ... + 360 |
| Specific Capacity                                | C/cm <sup>2</sup> | 4,5           |
| Effective piezocoefficient d <sub>31</sub>       | pC/N              | - 370         |
| Effective Young's Modulus in actuation direction | GPa               | 30            |
| Max. operation temperature                       | °C                | 80            |

FIGURE 3.10 – Propriétés du patchs MFC [59]

Dans un premier temps, les patchs ont été testés sans contrainte mécanique. Seul un champ électrique (0-2 kV/mm, 0-360 V) avec une fréquence constante (120 Hz) est appliqué. Ce test alterne une contrainte maximale et aucune contrainte. Cela permet d'obtenir le mouvement d'amplitude maximum du patch. Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 3.11.



FIGURE 3.11 – Dispositif expérimental de l'expérience sans contrainte mécanique [59]

Cette expérience permet notamment de tester s'il peut y avoir un délaminage des fibres par rapport au polymère au sein duquel elles sont intégrées. Ces tests ont été réalisés pour deux températures différentes ( $22^{\circ}\text{C}$  et  $75^{\circ}\text{C}$ , voir figures 3.12 et 3.13). Les courbes obtenues montrent que le fonctionnement des MFC est relativement stable quand aucune contrainte mécanique ne leur est appliquée. Le second cas de charge testé est le cas de fatigue en flexion. Pour cela, les patches ont été fixés sur des éprouvettes en acier.

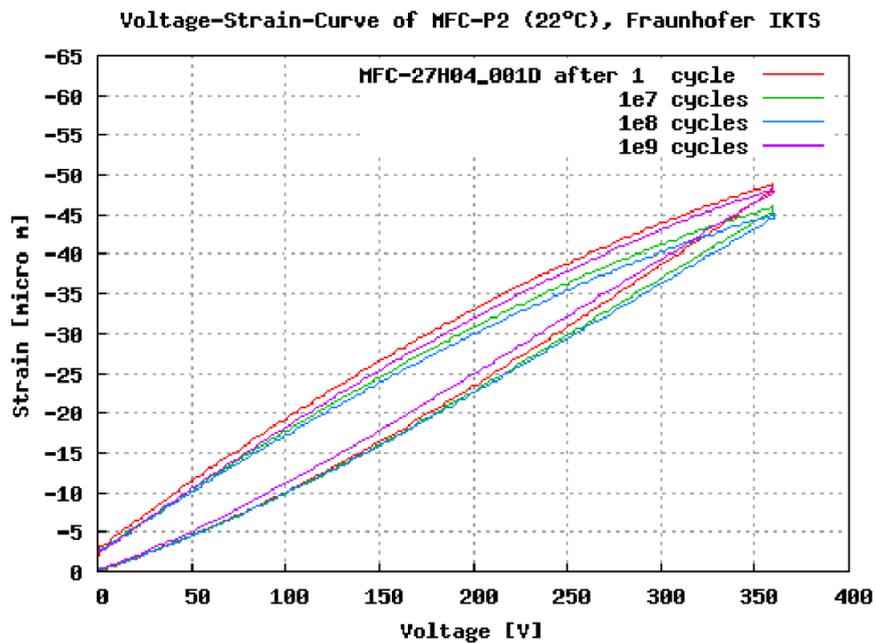


FIGURE 3.12 – Courbes déformation/tension ( $22^{\circ}\text{C}$ ) pour un nombre croissant de cycles jusqu'à  $10^9$  cycles [59]

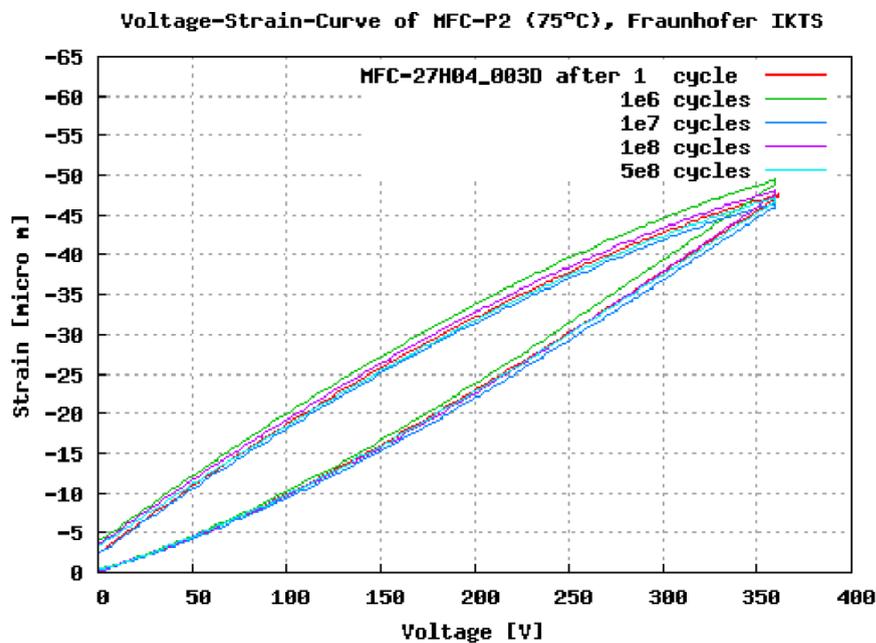


FIGURE 3.13 – Courbes déformation/tension (75°C) pour un nombre croissant de cycles jusqu'à  $10^9$  cycles [59]

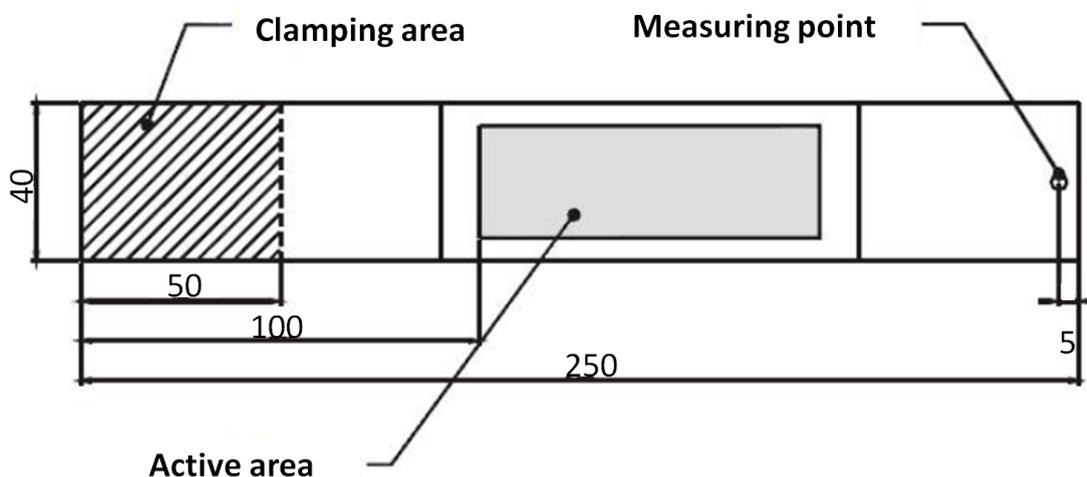


FIGURE 3.14 – Dimensions des éprouvettes testées [59]

Les essais ont été effectués à la fréquence de résonance (environ 125 Hz) de l'éprouvette intégrant le dispositif piézoélectrique, pour une température allant de 20°C à 150°C. L'éprouvette est fixée à une de ses extrémités (voir figure 3.14) et est soumise à un champ électrique variable. Les données relevées montrent que le comportement mécanique évolue peu à mesure que le nombre de cycle augmente.

Dans cette étude, une analyse de la microstructure a été réalisée. L'analyse

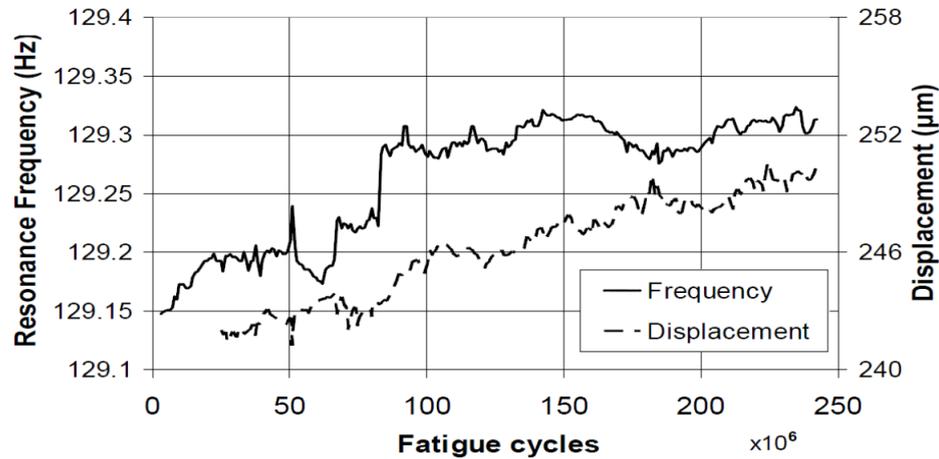


FIGURE 3.15 – Évolution de la fréquence de résonance et du déplacement en fonction du nombre de cycles [59]

montre que des microfissures apparaissent sur les fibres et leur nombre croît lorsque le nombre de cycle augmente. Cependant, cette augmentation du nombre de microfissures n’entraîne pas de réduction de performance significative des MFC.

## 3.2 Circuits électriques shuntés

### 3.2.1 Généralités sur les shunts linéaires

Les patchs décrits précédemment sont connectés à un circuit électrique appelé shunt [37]. Ils convertissent l’énergie mécanique en énergie électrique qui peut alors être dissipée sous forme de chaleur par une résistance insérée dans le circuit. On peut par exemple classer ces circuits selon qu’ils soient actifs, passifs ou semi-passifs. La première catégorie, celle des shunts actifs, on injecte de l’énergie dans la structure à amortir [65]. Les shunts actifs sont par exemple composés d’un ordinateur, analogique ou numérique, ainsi que de plusieurs capteurs et actionneurs fonctionnant avec des matériaux piézoélectriques. Les capteurs envoient un signal électrique selon leur niveau de déformation au ordinateur qui à son tour émet un signal vers les actionneurs afin de contrôler leur déformation selon des lois de contrôle pré-établies. Ces systèmes permettent d’adapter en temps réel la réponse des patchs piézoélectriques sur la structure selon l’état vibratoire mesuré. Les performances peuvent ainsi être importantes. Ces shunts nécessitent cependant un apport d’énergie pour contrôler les vibrations et le ordinateur peut être relativement volumineux par rapport à la structure à contrôler. Ce dispositif peut donc être encombrant et n’est pas autonome

puisque'il nécessite une alimentation électrique. Ce type d'amortissement vibratoire n'est ainsi pas adapté à l'utilisation sur une aube de soufflante. Les lois de contrôle peuvent être également difficiles à mettre au point et il arrive que le système soit instable notamment lorsque les capteurs ne sont pas positionnés au même endroit que les actionneurs. Parmi les shunts actifs, les shunts à capacité négative font partie des plus employés. Le principe est d'utiliser une capacité négative pour augmenter le facteur de couplage électromécanique et par conséquent les performances du shunt. Cette technique, qui nécessite un apport d'énergie électrique, peut cependant se révéler potentiellement instable [11] [14]. Le deuxième type de shunt dit passif est un système ne nécessitant pas d'apport extérieur en énergie pour fonctionner.

Deux types de shunts passifs sont décrits ci-après. Le shunt résistif consiste à connecter une résistance électrique aux bornes du patch piézoélectrique. Ce dispositif est analogue à un amortissement visqueux. Dans le cas du shunt résonant, une inductance et une résistance sont ajoutées au patch. Ce dernier étant équivalent à une capacité électrique, le circuit global devient un circuit résonant RLC. Dans ce cas, le principe consiste à accorder la résonance mécanique que l'on souhaite amortir avec la résonance électrique du circuit. Le système obtenu est équivalent à un amortisseur à masse accordée (système masse-ressort accordé ou amortisseur de Frahm [76]), tuned mass damper (TMD) en anglais. Les avantages de ces dispositifs passifs sont leur stabilité et leur simplicité. Les travaux de thèse sont ainsi orientés sur ce type de dispositif d'amortissement. La robustesse et la stabilité sont en effet des qualités recherchées dans le domaine de l'aéronautique où la sécurité est un enjeu majeur. L'encombrement et l'autonomie sont également importants dans le cadre d'une application sur un élément de moteur d'avion.

On distingue aussi le cas des shunts semi-passifs ou semi-actifs dont certains composants du circuit doivent être alimentés, cependant cette énergie n'intervient pas dans l'équilibre du système amortissant. Par exemple, dans de nombreux travaux, l'inductance du shunt résonant est synthétisée avec un circuit constitué d'amplificateurs opérationnels. Dans ce cas, le shunt dit semi-passif puisque les amplificateurs opérationnels nécessitent une alimentation électrique.

Pour rappel, dans le modèle électromécanique le shunt introduit une relation entre le courant, qui dépend de la charge libre sur la pastille, et la tension aux bornes de celle-ci [80], [31]. Pour les shunts étudiés dans la suite de l'étude (résistif et résonant), cette relation diffère suivant le circuit connecté aux bornes de l'élément piézoélectrique.

### 3.2.2 Shunt résistif

Le dispositif passif le plus élémentaire consiste à court-circuiter les pastilles piézoélectriques par une résistance  $R$ . La partie électrique est alors équivalente à un circuit RC, avec  $C$  la capacité du condensateur équivalent aux pastilles piézoélectriques. Les deux types de montage possible sont proposés sur la figure 3.16, avec

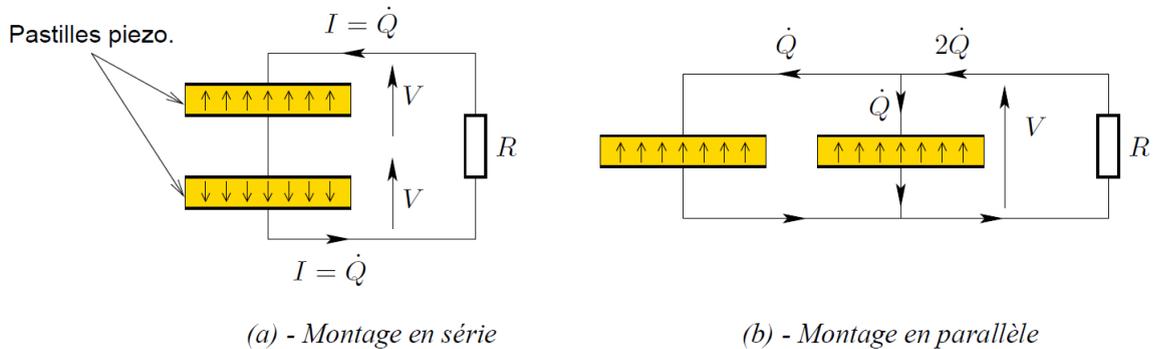


FIGURE 3.16 – Montage des pastilles avec un shunt résistif

soit un câblage avec les éléments en série, soit un câblage avec les éléments en parallèle. Ces câblages assurent un couplage du circuit électrique avec les mouvements de flexion de la poutre [30]. Pour chacun des cas, on a deux manières de coller les pastilles sur la poutre :

- soit on choisit de les polariser dans le même sens. Il faut alors isoler électriquement les deux électrodes collées sur la structure. Ceci est souvent difficile à réaliser en pratique, car on observe toujours des courants de fuite à travers la poutre, même quand le matériau de celle-ci est réputé isolant.
- soit on colle les pastilles polarisées en sens inverse. C'est le cas optimal, puisque dans ce cas, les courants de fuite dans la poutre ne sont pas un problème puisqu'on cherche à connecter les électrodes qui y sont collées.

En connectant une résistance  $R$  aux bornes de l'élément piézoélectrique, la relation entre le courant  $I$  dans le circuit et la tension aux bornes de la pastille  $V$  s'écrit :

$$V = -RI = -R\dot{Q} \quad (3.1)$$

avec  $Q$  la charge libre présente à la surface des éléments piézoélectriques.

Analogie mécanique

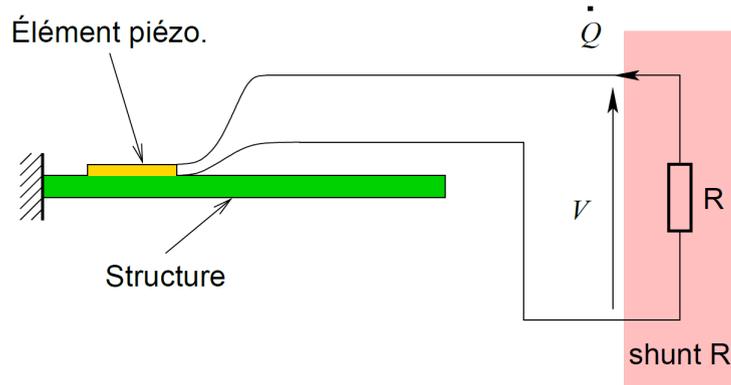


FIGURE 3.17 – Structure, éléments piézoélectriques et shunt résistif

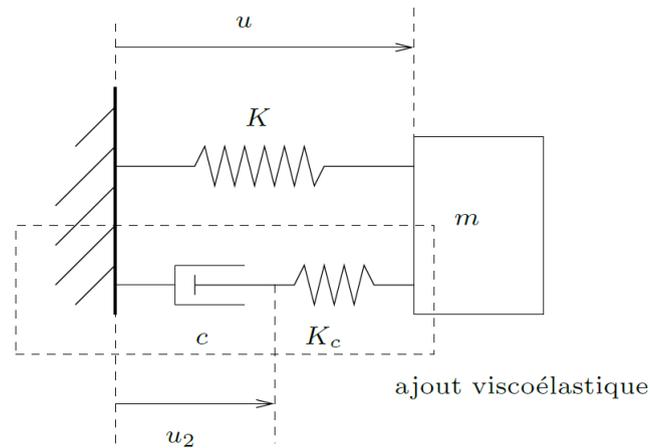


FIGURE 3.18 – Analogie mécanique du système [30]

| Grandeurs mécaniques  |             | Grandeurs électriques  |               |
|-----------------------|-------------|------------------------|---------------|
| Déplacement           | $u_2$       | Charge électrique      | $Q$           |
| Vitesse               | $\dot{u}_2$ | Intensité              | $I = \dot{Q}$ |
| Raideur additionnelle | $K_c$       | Inverse de la capacité | $\frac{1}{C}$ |
| Amortissement         | $c$         | Résistance             | $R$           |

FIGURE 3.19 – Analogie mécanique / électrique

La technique de shunt résistif présente des similarités avec un ajout de matériau dissipatif viscoélastique. Il s'apparente à un système masse-ressort-amortisseur. On peut proposer un analogue mécanique du système électromécanique couplé pour un

degré de liberté. Le dispositif présenté sur la figure 3.18 a un comportement similaire à celui décrit par l'équation 3.2 :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K + K_c & -K_c \\ -K_c & K_c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \quad (3.2)$$

Dans cette analogie, la raideur  $K_c$  joue le rôle de l'inverse de la capacité des éléments piézoélectriques, l'amortissement  $c$  un rôle similaire à la résistance et  $u_2$  un rôle similaire à la charge électrique. L'analogie du coefficient de couplage  $k_r$  est ici  $K_c/(K + K_c)$  [30]. On peut remarquer que le coefficient de couplage ne peut dépasser 1. Les équivalences sont résumées dans le tableau 3.19.

On observe les comportements suivants :

- Quand le couplage tend vers 0, l'amortisseur (la résistance) ne travaille pas,  $u_2$  ( $Q$ ) varie très peu. On a intérêt à maximiser le couplage ( $K_c$  élevé) si on veut diminuer l'amplitude de la réponse du système.
- Quand la viscosité de l'amortisseur (la résistance) augmente beaucoup le système s'apparente à un ajout de raideur  $K_c$  (ajout de raideur circuit ouvert) sans amortissement,  $u_2$  varie très peu (très peu de courant circule) et l'amortisseur (la résistance) ne travaille pas.
- Quand l'amortisseur est peu visqueux (la résistance faible)  $u_2$  varie librement (le courant circule librement), la partie raideur ajoutée n'a pas d'effet (pas d'ajout de raideur en court circuit) et le système n'a pas d'effet sur la structure.

Dans la partie suivante on analyse le shunt résonant.

### 3.2.3 Shunt résonant

Un second dispositif possible consiste à utiliser un circuit électrique composé d'une résistance  $R$  et d'une inductance  $L$ . Avec les condensateurs constitués par les pastilles piézoélectriques, le système est équivalent à un circuit résonant RLC.

Comme pour le cas résistif précédemment étudié, les deux montages équivalents de la figure 3.20 sont possibles.

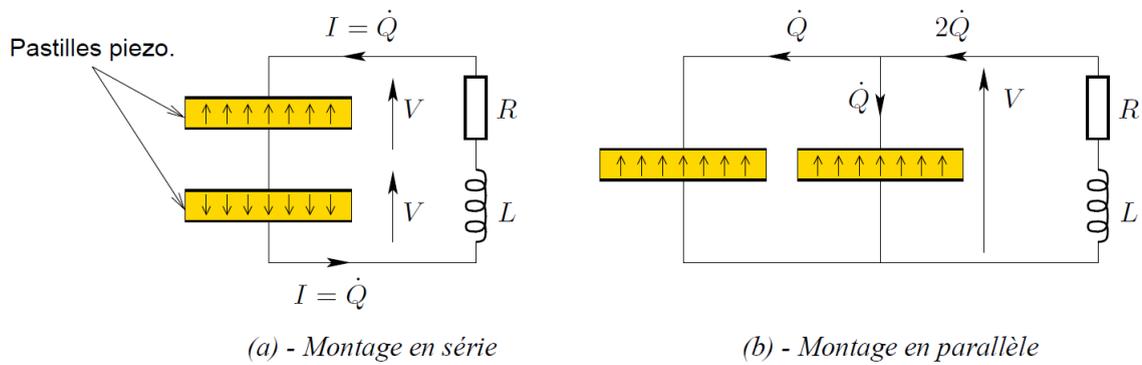


FIGURE 3.20 – Montage des pastilles avec un shunt résonant

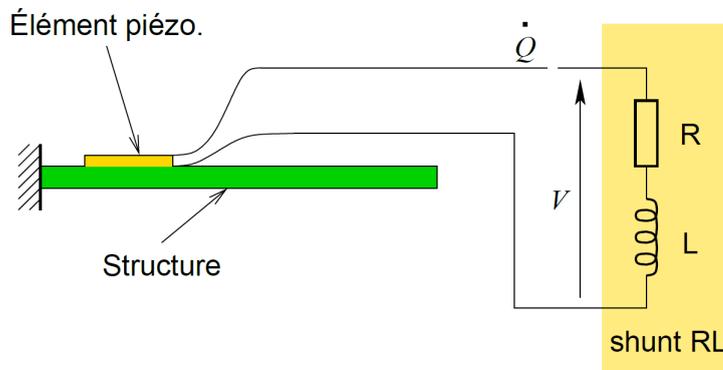


FIGURE 3.21 – Structure, éléments piézoélectriques et shunt résonant

En connectant une résistance  $R$  et une inductance  $L$  aux bornes de l'élément piézoélectrique, la relation entre le courant  $I$  dans le circuit et la tension aux bornes de la pastille  $V$  s'écrit :

$$V = -RI - L\dot{I} = -R\dot{Q} - L\ddot{Q} \quad (3.3)$$

avec  $Q$  la charge libre présente à la surface des éléments piézoélectriques.

### Analogie mécanique

La technique de shunt résonant présente des similarités avec un système amortisseur à masse accordée (voir figure 3.22). La mise en équation de ce système se fait comme suit et donne un système de forme assez similaire à l'équation 3.2 :

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K + K_2 & -K_2 \\ -K_2 & K_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F \\ Q \end{Bmatrix} \quad (3.4)$$

On peut regrouper les paramètres par similarités : voir le tableau 3.23.

On observe les tendances suivantes qui sont communes aux deux systèmes :

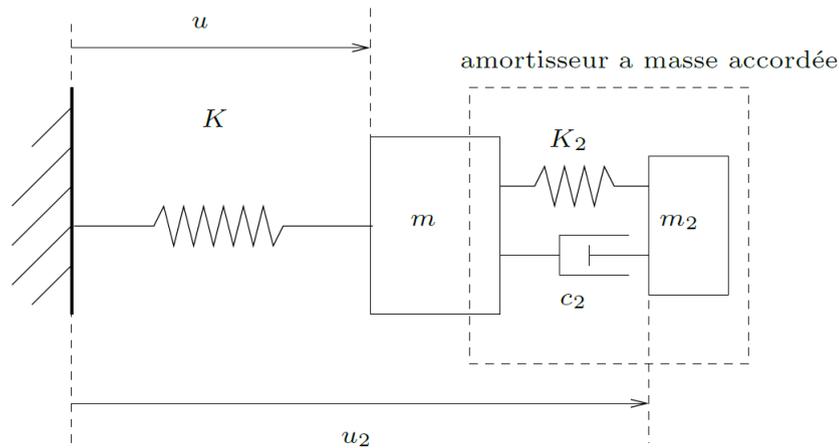


FIGURE 3.22 – Analogie mécanique du système [30]

| Grandeurs mécaniques     |             | Grandeurs électriques  |               |
|--------------------------|-------------|------------------------|---------------|
| Déplacement              | $u_2$       | Charge électrique      | $Q$           |
| Vitesse                  | $\dot{u}_2$ | Intensité              | $I = \dot{Q}$ |
| Raideur de l'amortisseur | $K_2$       | Inverse de la capacité | $\frac{1}{C}$ |
| Masse de l'amortisseur   | $m_2$       | Inductance             | $L$           |
| Amortissement            | $c_2$       | Résistance             | $R$           |

FIGURE 3.23 – Analogie mécanique / électrique [30]

- Le paramètre qui fixe l'efficacité maximale sera le rapport des masses (coefficient de couplage) . Il faut faire un compromis acceptable par rapport à l'encombrement et poids de l'amortisseur (des éléments piézoélectriques).
- Il faut accorder la raideur de l'amortisseur (l'inductance du shunt) de telle façon que les fréquences propres du mode à amortir et du TMD (du shunt) soient coincidentes ; alors à la résonance l'amplitude du mouvement du TMD

(du courant) sera très élevée par rapport au déplacement de la structure et l'énergie sera dissipée rapidement dans l'amortisseur (la résistance).

- Si la viscosité de l'amortisseur (la résistance) est trop élevée le système se comporte comme un ajout de masse (de raideur).
- Si la viscosité (résistance) est trop basse le système présente deux modes et une antirésonance.

### 3.2.4 Performance et optimisation des shunts

Dans le cas du contrôle d'un mode unique bien séparé des autres, les performances des shunts ne dépendent que du coefficient d'amortissement modal et du coefficient de couplage modal. Cependant, le coefficient d'amortissement modal dépend de la structure à amortir du problème, ce n'est donc pas un paramètre sur lequel on peut agir. Pour optimiser les performances du shunt, il faut ainsi maximiser le coefficient de couplage modal qui est fonction du matériau, de la géométrie et du placement des patchs piézoélectriques.

Les shunts doivent aussi être réglés en choisissant les valeurs optimales des composants du circuit électrique.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour déterminer les valeurs optimales d'inductance et de résistance d'un shunt résonant et d'un shunt résistif. La plupart des méthodes nécessite de supposer que le coefficient d'amortissement modal est nul, ce qui en pratique est peu gênant puisque les structures à amortir possèdent généralement un coefficient d'amortissement modal faible, de l'ordre de  $10^{-4}$ . On peut noter que toutes ces définitions donnent des résultats relativement proches lorsque les valeurs du coefficient de couplage modal sont faibles [43]. On peut classer ces méthodes suivant deux catégories :

- si on souhaite minimiser l'amplitude des oscillations de la structure en régime forcé sinusoïdal. C'est une méthode dite de la fonction de transfert.
- si on veut minimiser le temps d'amortissement des oscillations du système en vibration libre. On utilise alors une méthode de placement des pôles.

Il est important de noter que même si l'objectif est différent, ces méthodes aboutissent à des valeurs de composants qui sont proches que l'on soit en régime harmonique forcé ou en régime libre. Les méthodes sont détaillées dans l'article [43].

Même si le shunt résonant est plus sensible au désaccordage que le shunt résistif

[30], le shunt résistif requiert une quantité beaucoup plus importante de matériaux piézoélectriques intégrés à la structure qu'un shunt résonant pour obtenir des performances équivalentes. Cette étude concerne ainsi uniquement le shunt résonant.

Les valeurs de résistance  $R$  et d'inductance  $L$  du circuit électrique résonant qui assurent un amortissement maximum du  $i$ -ème mode du système mécanique sont données par les expressions :

$$L = \frac{1}{C\omega_0^2} \quad , \quad R = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{k_c}{C\omega_0} \quad (3.5)$$

avec  $\omega_0$  la pulsation du mode à amortir et  $k_c$  le coefficient de couplage qui vaut :

$$k_c = \sqrt{\frac{\omega_O^2 - \omega_S^2}{\omega_S^2}} \quad (3.6)$$

avec  $\omega_O$  la pulsation en circuit ouvert et  $\omega_S$  la pulsation en circuit fermé. La connaissance de la capacité  $C$  du ou des éléments piézoélectriques est nécessaire pour déterminer les valeurs des paramètres optimum du shunt. Cette valeur peut être obtenue directement sur la structure si on dispose de l'appareil de mesure nécessaire à l'évaluation des capacités ou alors elle peut se déterminer à partir de modèles représentatifs.

La capacité électrique dépend de la permittivité qui dépend elle même des conditions aux limites mécaniques et électriques de l'élément piézoélectrique. On distingue ainsi la permittivité à contrainte constante  $\epsilon^\sigma$  de la permittivité à déformation constante  $\epsilon^\epsilon$ . Par conséquent, on distingue la capacité libre  $C^\sigma$  et la capacité bloquée  $C^\epsilon$  [64] :

$$C^\sigma = \frac{\epsilon_{33}^\sigma S}{h} \quad , \quad C^\epsilon = \frac{\epsilon_{33}^\epsilon S}{h} \quad (3.7)$$

avec  $h$  respectivement la distance entre les électrodes et  $S$  la surface des électrodes.

La valeur de la capacité d'un élément piézoélectrique collé sur une structure est comprise entre les deux valeurs. Ceci permet donc de donner un intervalle pour les valeurs de résistance et d'inductance d'un shunt résonant.

Il est important de tenir compte du désaccordage éventuel du shunt et de connaître les paramètres qui influent sur l'accord des circuits électriques. Les facteurs susceptibles de désaccorder un shunt résonant sont les suivants :

- La température : ce phénomène est lié à la dépendance de la permittivité du matériau piézoélectrique à la température, ce qui induit une dépendance de la capacité.
- La variation de la fréquence des modes de la structure : la performance du shunt résonant n'est pas robuste à des variations de la pulsation propre de la structure. Ceci implique dans le cas où le dispositif est fixé sur une pièce en rotation que le shunt sera efficace pour plage de régime définie au préalable.

Ces points seront à nouveau discutés dans le chapitre dédié à l'application sur aube.

Comme nous l'avons déjà indiqué, dans l'application des dispositifs d'amortissement piézoélectriques à des poutres, seuls les shunts résonants sont étudiés puisque leur rapport performance/encombrement est supérieur à celui du shunt résistif.

### 3.3 Application aux poutres

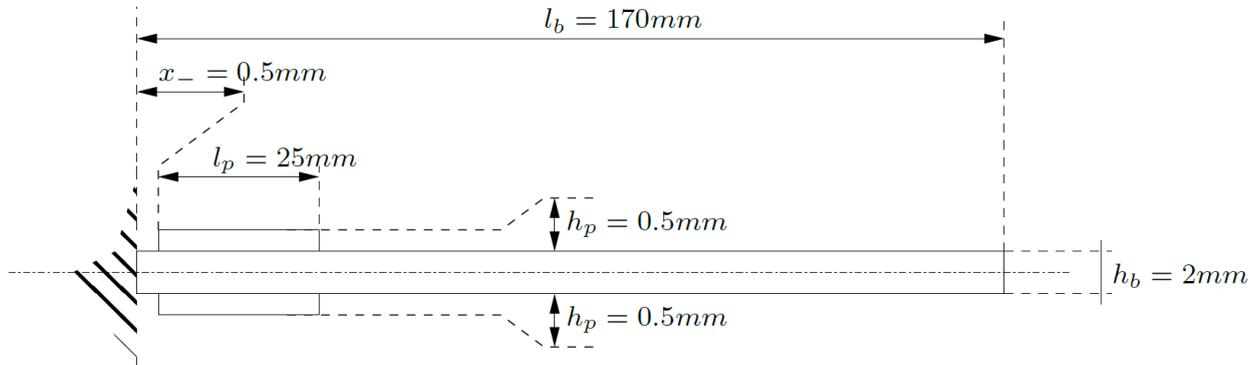


FIGURE 3.24 – Définition du système choisi [30]

Les travaux effectués sur des poutres encastées-libres permettent grâce au moindre coût des éprouvettes de faire plus d'essais avec des patchs différents que sur l'application industrielle de la thèse. Cela permet ainsi faire une première conclusion sur les performances des patchs utilisés et sur le shunt testé. L'autre avantage de cette application sur des poutres concerne la validation des modèles numériques développés qui seront ensuite utilisés pour l'application sur aube.

La structure étudiée est une poutre dont les dimensions sont données sur la figure 3.24. Ces dimensions sont similaires à celles des poutres utilisées dans les

travaux [30], [71] et [81]. Les patches piézocéramiques et piézocomposites utilisés possèdent des électrodes retournées ce qui permet d'y avoir accès par le dessus. La colle utilisée est la 3M DP460 pour ses caractéristiques mécaniques élevées (voir annexe D.1). Le choix d'une colle dans le cadre de la réduction de vibration avec dispositif piézoélectrique est expliqué en détail dans le chapitre 5. La procédure de collage est la même que celle réalisée dans la thèse de Julien Ducarne [30].

| <b>Poutre (2017)</b> |                                   |
|----------------------|-----------------------------------|
| Longueur, position   | $l_b = 170$ mm                    |
| Épaisseur            | $h_b = 2$ mm                      |
| Largeur              | $l_b = 20$ mm                     |
| Masse volumique      | $\rho_b = 2800$ kg/m <sup>3</sup> |
| Module d'Young       | $Y_b = 74$ GPa                    |

FIGURE 3.25 – Tableau des dimensions du système choisi

### 3.3.1 Dispositif expérimental

L'encastrement de la poutre est matérialisé par un étau utilisant une pige métallique pour répartir l'effort de pression sur la surface bloquée (voir figure 3.26).

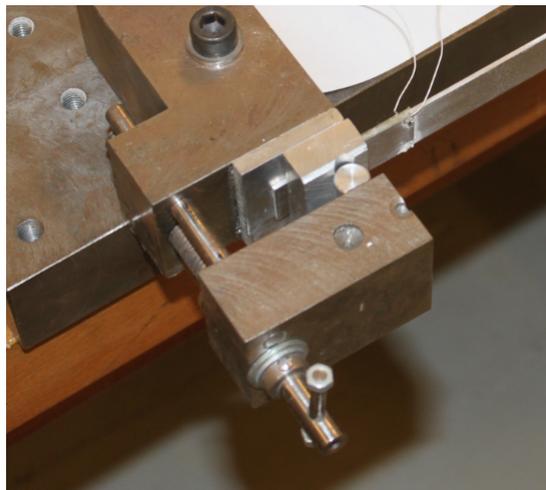


FIGURE 3.26 – Photographie de l'encastrement

Le dispositif expérimental est celui présenté sur la figure 3.27. L'excitation de la structure est effectuée avec un système bobine/aimant qui a la particularité d'être

une excitation sans contact. Ce dispositif a été préféré à un pot vibrant. En effet, lorsqu'un pot vibrant est utilisé, la tige d'excitation ainsi que sa liaison au pot peuvent modifier le comportement dynamique de la structure à caractériser. Ceci est d'autant plus vrai si la raideur de la structure est faible, ce qui est le cas des poutres minces en aluminium.

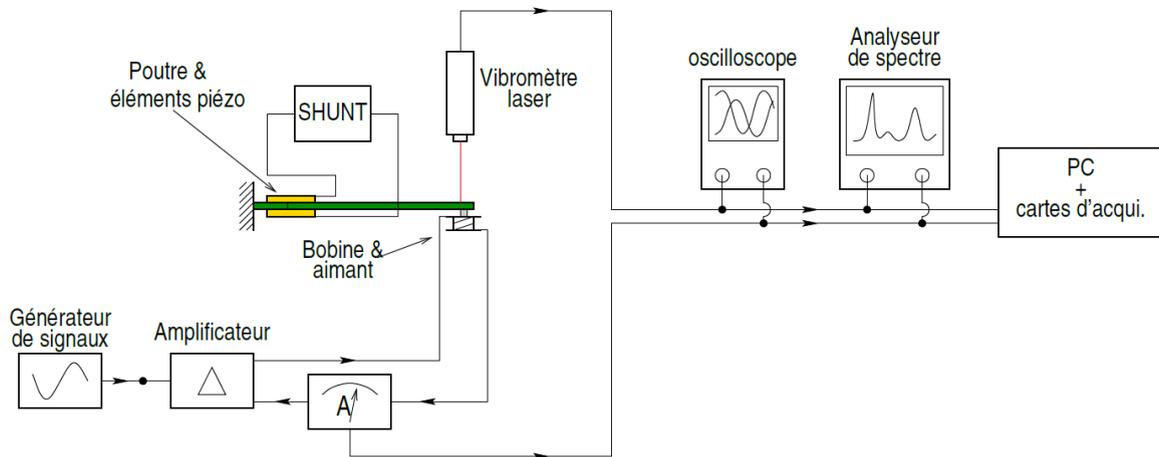


FIGURE 3.27 – Schéma du dispositif expérimental utilisé [79]

Une excitation avec haut parleur n'a pas non plus été retenue car ce type de dispositif ne permet pas de connaître précisément le champ de force qui s'applique sur la structure.

Pour l'excitation, le principe est de créer un signal en tension avec un générateur de signaux. Puis un amplificateur de puissance asservi en courant envoie dans la bobine un courant proportionnel à ce signal qui permet l'excitation de la poutre grâce à l'aimant fixé sur celle-ci.

L'aimant d'environ 3 g est collé à la structure avec de la cire. La bande passante de la cire est compatible avec la plage fréquentielle sur laquelle les mesures sont effectuées. L'aimant a pour avantage de ne pas apporter de raideur à la structure et de ne rajouter qu'une masse ponctuelle qui sera prise en compte dans le modèle éléments finis par l'ajout d'un élément en bout de poutre. En effet, le ratio masse-aimant/masse-structure est relativement élevé (environ 15%) et l'influence de la masse de l'aimant sur le comportement dynamique de la structure testée n'est pas négligeable.

Lors de précédentes études réalisées au laboratoire, il a été montré que le rapport force/intensité est faiblement dépendant de la fréquence et peut être considéré

comme constant pour la plage de fréquences étudiée dans ces travaux (0-1250 Hz) [82] lorsque l'axe de l'aimant est proche de celui de la bobine et que le plan médian de l'aimant correspond avec la face latérale de la bobine (voir figure 3.28). Cette bobine est montée sur un bras articulé qui permet de positionner et d'orienter la bobine par rapport à l'aimant.

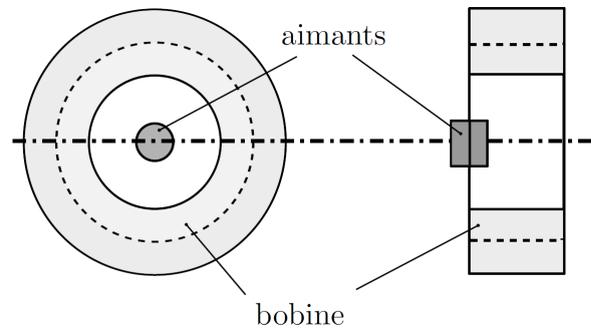


FIGURE 3.28 – Position optimale de l'aimant par rapport à la bobine [68]

Pour les mesures effectuées, un seul type de signal a été utilisé, il s'agit d'un bruit blanc. L'avantage de ce signal est qu'il permet d'exciter l'ensemble des modes de vibration de la structure. Un signal à spectre d'amplitude constant et à phase parabolique en fonction de la fréquence aurait aussi pu convenir. Cependant, comme les poutres étudiées ont un très faible amortissement structural, il faudrait utiliser des vitesses de balayages lentes lors de l'acquisition.

### 3.3.2 Inductance synthétique

Les inductances synthétiques sont réalisées à partir d'amplificateurs opérationnels qui nécessitent une alimentation d'où le fait qu'un shunt résonant utilisant une inductance synthétique soit qualifié de semi-passif. L'inductance synthétique utilisée est celle développée dans la thèse de Julien Ducarne [30]. C'est un inducteur synthétique d'Antoniou [8] (voir figure 3.29). L'inductance est proportionnelle à la valeur du potentiomètre P2 avec une constante égale à  $20 \text{ H.k}\Omega^{-1}$ . Les amplificateurs opérationnels avaient été choisis pour leur capacité à être alimentés à des tensions élevées et ainsi éviter la saturation avec de faibles amplitudes de vibration. Les amplificateurs opérationnels sont alimentés en  $+30/-30 \text{ V}$  et sont situés avec les autres composants sur un circuit imprimé mis à part le potentiomètre P2 qui est un boîtier externe.

Les inductances synthétiques sont souvent utilisées pour les avantages suivants :

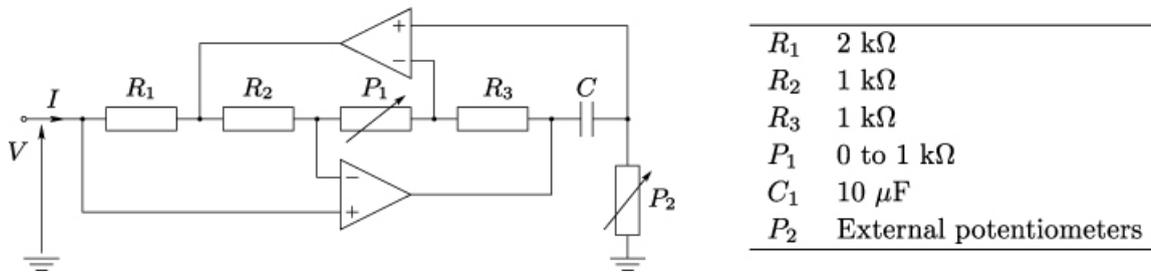


FIGURE 3.29 – Schéma électrique de l'inducteur synthétique d'Antoniou [30]

- réglage du shunt sur les différents modes de la structure en modifiant un seul paramètre du circuit ;
- résistance interne très faible ce qui permet de régler facilement le shunt. En effet, la résistance permettant d'optimiser le shunt est rajouté après le réglage de l'inductance ;
- inductance très élevée facilement réalisable puisque synthétisée par un circuit électrique.

Le shunt résonant est dans un premier temps réglé à la valeur d'inductance prévue (équation 3.5) puis l'accord précis est réalisé en visualisant les réponses en fréquences et en déplaçant l'antirésonance sur la résonance du mode ciblé. La dernière étape consiste à rajouter la partie résistive du shunt résonant.

### 3.3.3 Comparaison numérique/expérimental pour une poutre munie de patches piézocéramiques

Les pastilles piézocéramiques choisies sont en PIC151 (voir les propriétés en annexe A.1) de PI Ceramic. Elles possèdent des coefficients de couplage piézoélectriques élevés. Les pastilles sont positionnées au plus près de l'encastrement (voir figure 3.30) puisque c'est la zone où la déformation est maximum pour le premier mode de flexion qui est un des modes dont on souhaite atténuer les vibrations. Les patches ne sont pas montés en parallèle puisque cela imposerait que les faces intérieures des éléments piézoélectriques soient à des potentiels différents et il faudrait les isoler de la structure qui est conductrice, ce qui est complexe à réaliser. Il est ainsi préférable de câbler les céramiques en série.

On utilise ici un modèle éléments finis pour lequel la structure est maillée avec des éléments hexaèdres quadratiques à 20 noeuds comme illustré sur la figure 3.31. La poutre possède 3 éléments dans la largeur et 2 éléments dans la hauteur. Le patch piézocéramique est maillé dans l'épaisseur avec un élément à fonctions de

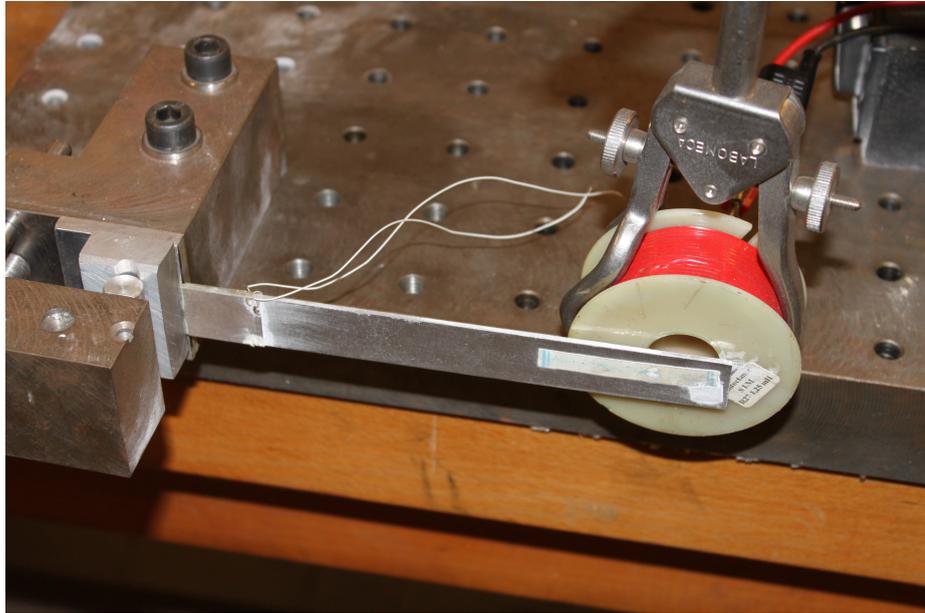


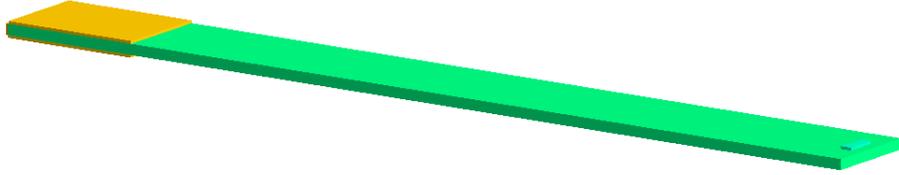
FIGURE 3.30 – Photographie de la poutre durant la mesure

forme quadratiques. L'aimant est modélisé par un élément pour prendre en compte l'effet de masse ajoutée (voir figure 3.32). La masse volumique du matériau associé à l'aimant est déterminée de manière à correspondre à la masse ajoutée liée à l'aimant. Le maillage choisi permet d'aboutir à un maillage convergé.

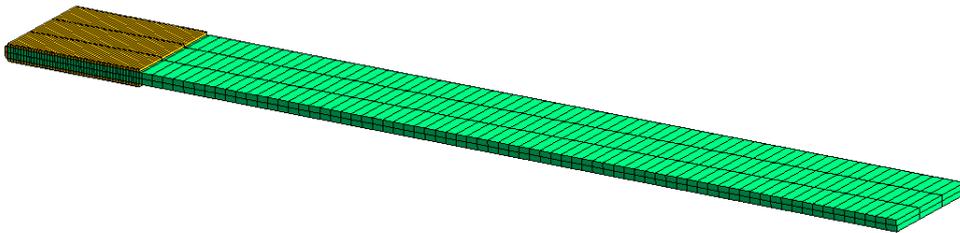
L'encastrement est modélisé comme parfait en bloquant les noeuds de l'extrémité de la poutre. L'effort appliqué sur la structure est situé sur l'aimant et le point d'observation est localisé sur la face opposée de la poutre.

La structure est excitée en flexion par une sollicitation harmonique unitaire, la réponse fréquentielle obtenue par le calcul est ensuite translatée suivant l'axe vertical pour pouvoir être comparée à la réponse dynamique obtenue expérimentalement. Ceci est possible car nous sommes dans cadre de vibrations linéaires autour de la position d'équilibre.

Les réponses en fréquences de la structure sont mesurées en court-circuit, avec un shunt résonant accordé sur le premier mode puis sur le second. Ces résultats sont ensuite comparés avec ceux obtenus numériquement sur les figures 3.33, 3.35, 3.34 et dans le tableau 3.1. On remarque une bonne superposition des courbes entre les essais et les résultats numériques. On observe aussi sur le tracé expérimental une résonance qui n'est pas présente sur le tracé numérique et qui correspond à un mode de torsion vers 830 Hz visible expérimentalement puisque le faisceau du laser ne se situe pas exactement dans le plan médian de la poutre. On peut noter que la



(a) Structure (poutre + patches + aimant)



(b) Maillage de la structure (poutre + patches)

FIGURE 3.31 – Modèle numérique de la structure

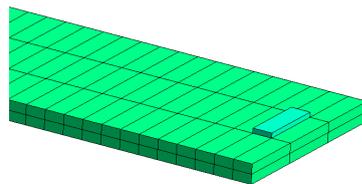


FIGURE 3.32 – Zoom sur l'aimant situé en bout de poutre

réduction obtenue avec le shunt est de l'ordre de 20 dB lorsqu'il est accordé sur le second mode (voir figure 3.35) et 15 dB lorsqu'il est réglé sur le premier mode (voir figure 3.34).

Il est important de noter que la réponse dynamique est obtenue en utilisant une base de projection constituée des 20 premiers modes propres de la structure (poutre + patches + aimant). Les déformées modales des 10 premiers modes propres de la poutre encastrée munie des patches sont présentées sur la figure 3.36.

| Modes                         | 1F    | 2F     | 3F     |
|-------------------------------|-------|--------|--------|
| $f_{EF\text{élastique}}$ (Hz) | 46,87 | 323,99 | 905,79 |
| $f_{EFCC}$ (Hz)               | 46,88 | 324,08 | 905,99 |
| $f_{ExpCC}$ (Hz)              | 46,27 | 324,38 | 896,88 |

TABLE 3.1 – Fréquences propres (élastique et court-circuit) issues des calculs et de l'expérience

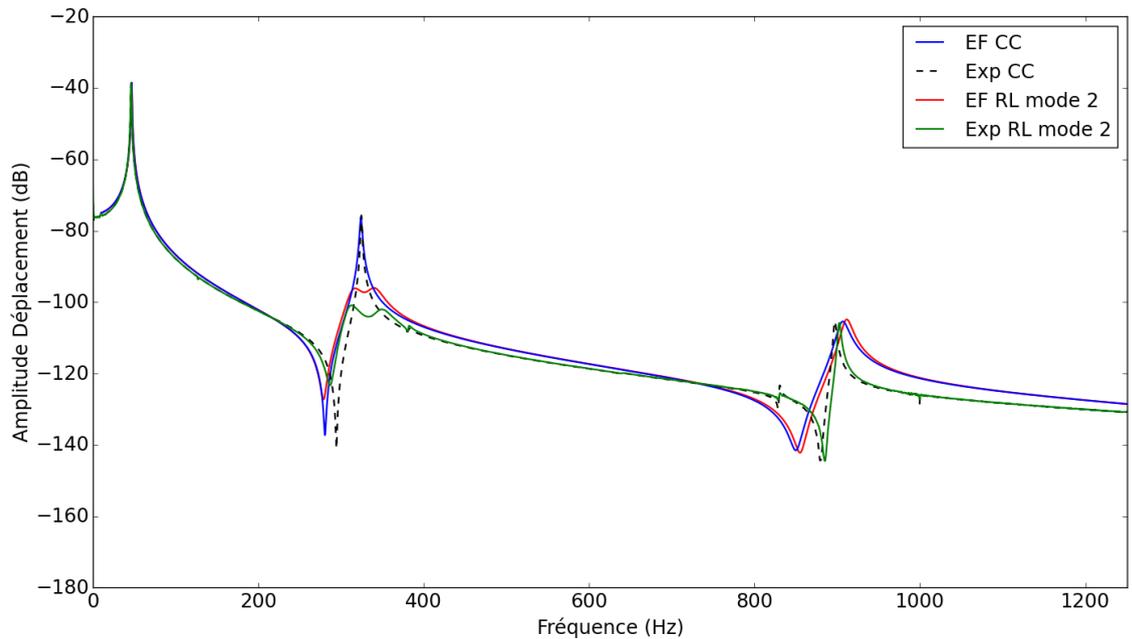


FIGURE 3.33 – Courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocéramiques 0,5 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion

La bonne concordance entre les résultats expérimentaux et numériques valide les choix de modélisation retenus et confirme la qualité des mesures effectuées. En particulier, la prise en compte d'une masse ajoutée par l'aimant en bout de poutre

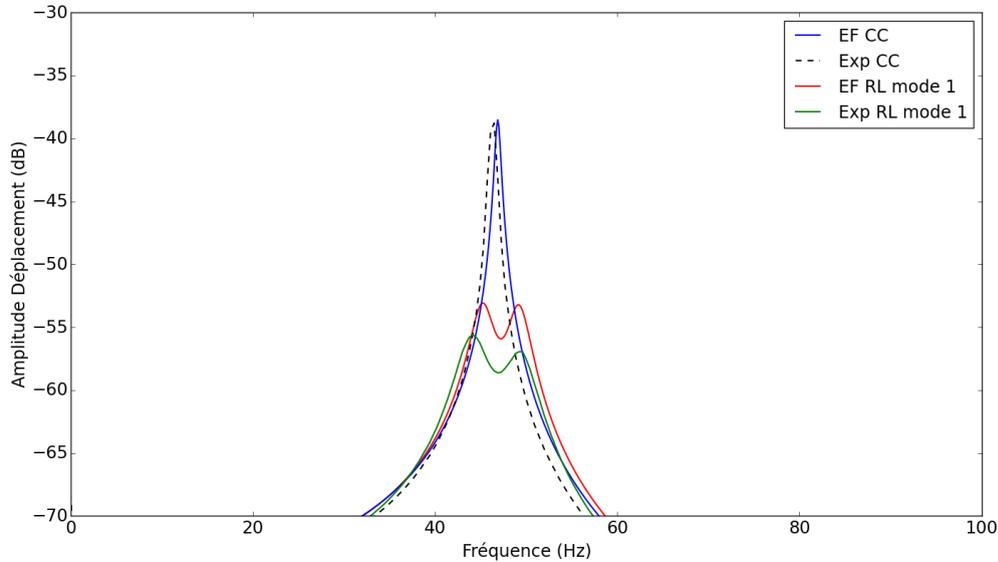


FIGURE 3.34 – Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocéramiques de 0,5 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le premier mode de flexion

s'avère indispensable pour recalibrer les fréquences de résonance. De plus, la qualité de l'encastrement au niveau expérimental permet de s'affranchir d'un recalage en raideur de la liaison. Enfin, il faut noter que l'atténuation apportée par le shunt et mesurée expérimentalement est très bien estimée par le calcul ce qui valide les modèles électromécaniques développés.

### 3.3.4 Comparaison numérique/expérimental pour une poutre munie de patches piézocomposites

On effectue cette même expérience mais cette fois-ci en utilisant des patches piézocomposites (voir figure 3.37). Les patches sont des MFC  $28 \times 14$  mm ce qui correspond à la dimension la plus proche de celle des pastilles piézocéramiques utilisées précédemment. Il est à noter que l'épaisseur des céramiques est de 0,5 mm alors que celle des patches piézocomposites est de 0,3 mm. Ainsi, même si les dimensions des deux technologies de patches ne sont pas identiques, celles-ci restent du même ordre de grandeur pour pouvoir comparer leur efficacité.

Les réponses en fréquences de la structure sont mesurées en court-circuit, avec un shunt résonant accordé sur le premier mode puis sur le second. Ces résultats sont

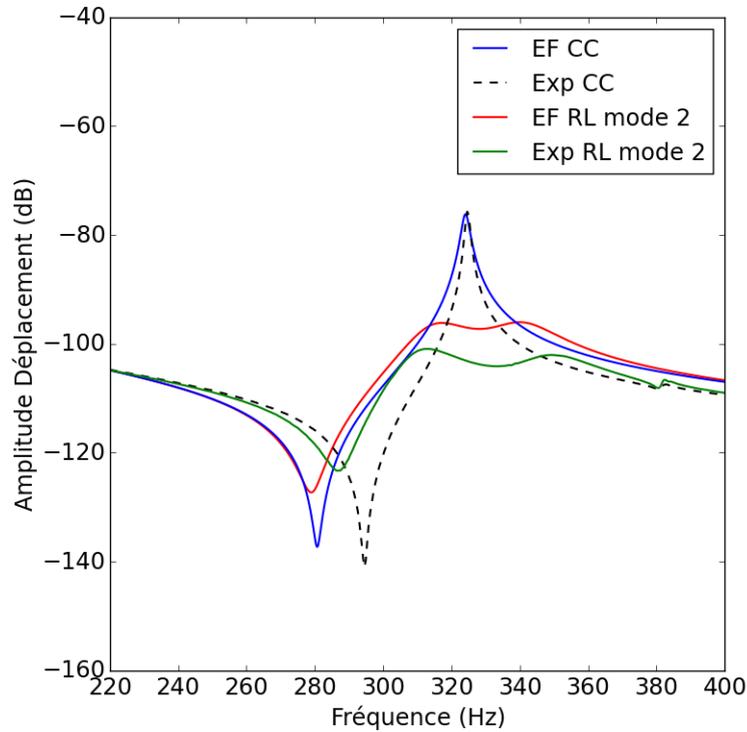


FIGURE 3.35 – Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocéramiques de 0,5 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion

ensuite à nouveau comparés avec ceux obtenus numériquement sur les figures 3.38, 3.40 et 3.39. Dans ce cas, un recalage est effectué sur les propriétés matériaux des patches. On obtient ainsi après recalage :  $C_{11} = 58,6$  GPa,  $C_{33} = 58,4$  GPa,  $e_{31} = -8,63$  N.V<sup>-1</sup>.m<sup>-1</sup> et  $\epsilon_{11}^{\sigma} = 1600$ . On remarque là aussi une bonne superposition des courbes entre les essais et les résultats numériques. On peut noter que la réduction obtenue avec le shunt est de l'ordre de 9 dB lorsqu'il est accordé sur le second mode (voir figure 3.40) et environ 6 dB lorsqu'il est réglé sur le premier mode (voir figure 3.39).

Les réponses en fréquence sont mesurées avec le vibromètre laser à balayage sur une grille de points définie avec le logiciel d'acquisition. Les déformées opérationnelles mesurées sont présentées sur la figure 3.38 à chaque pics de résonance.

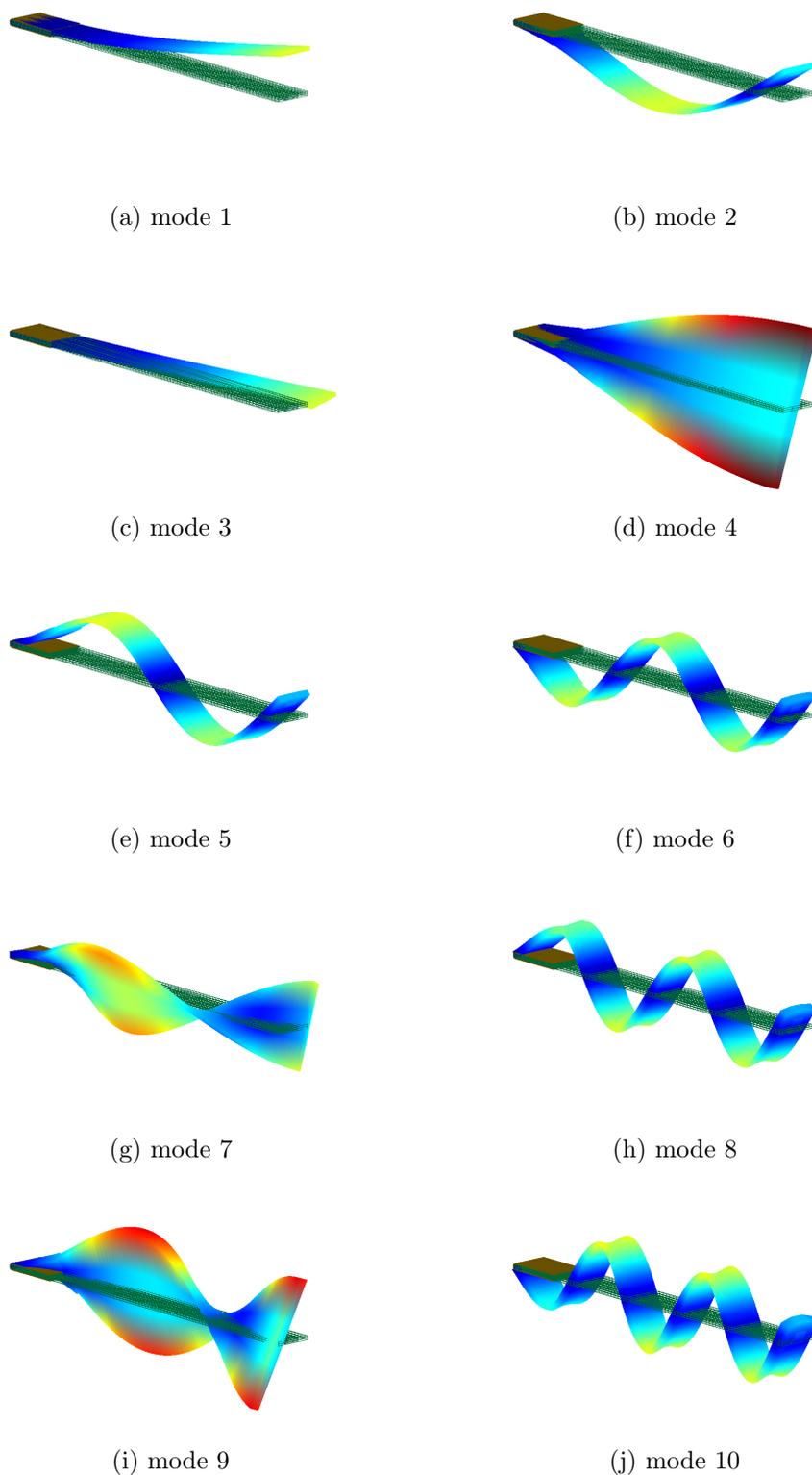
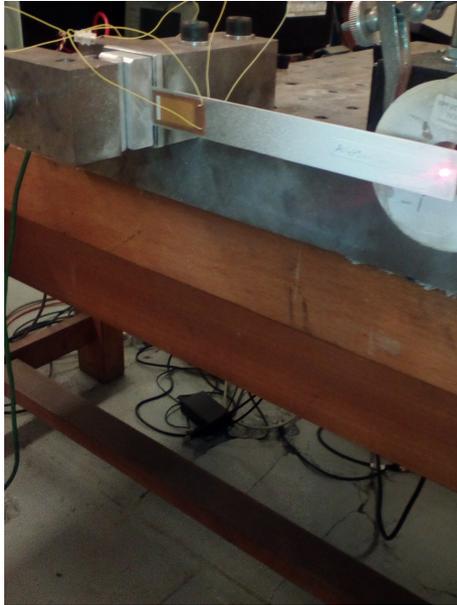
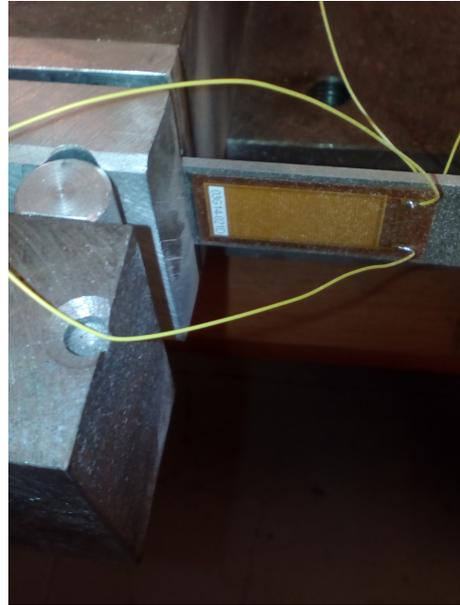


FIGURE 3.36 – Déformées modales des 10 premiers modes propres de la poutre encastree munie des patchs piézoceamiques de 0,5 mm d'épaisseur. Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement



(a) Vue globale



(b) Zoom sur un des patches

FIGURE 3.37 – Photographie de la poutre avec les patches piézocomposites lors de l'acquisition (a) Vue globale (b) Zoom sur un des patches

### 3.3.5 Etude de l'influence du nombre d'éléments dans l'épaisseur du patch

On souhaite ici quantifier l'influence du nombre d'éléments dans l'épaisseur du patch. Pour cela, une étude est effectuée en prenant successivement 1, 2, 3 puis 4 éléments dans l'épaisseur du matériau piézoélectrique. On choisit d'utiliser le modèle avec des patches en céramique qui sont plus simples et ne nécessitent pas de recalage sur les propriétés des matériaux piézoélectriques.

Les réponses en fréquences de la structure sont obtenues avec les différents maillages en court-circuit et avec un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion. La comparaison des résultats montre que l'augmentation du nombre d'éléments dans les patches piézoélectriques n'influe pas sur la réponse fréquentielle de la structure pour cet ordre de grandeur de dimensions. On peut ainsi se contenter d'utiliser un seul élément à fonctions de forme quadratiques dans l'épaisseur pour le reste de l'étude sur les poutres et de même pour l'application sur l'aube. Ceci résulte de la formulation du problème développée dans le chapitre 2 et utilisée dans cette étude. En effet, l'avantage de cette formulation est que l'on ne fait pas l'hypothèse que le champ électrique est linéaire dans l'épaisseur contrairement à de nombreuses

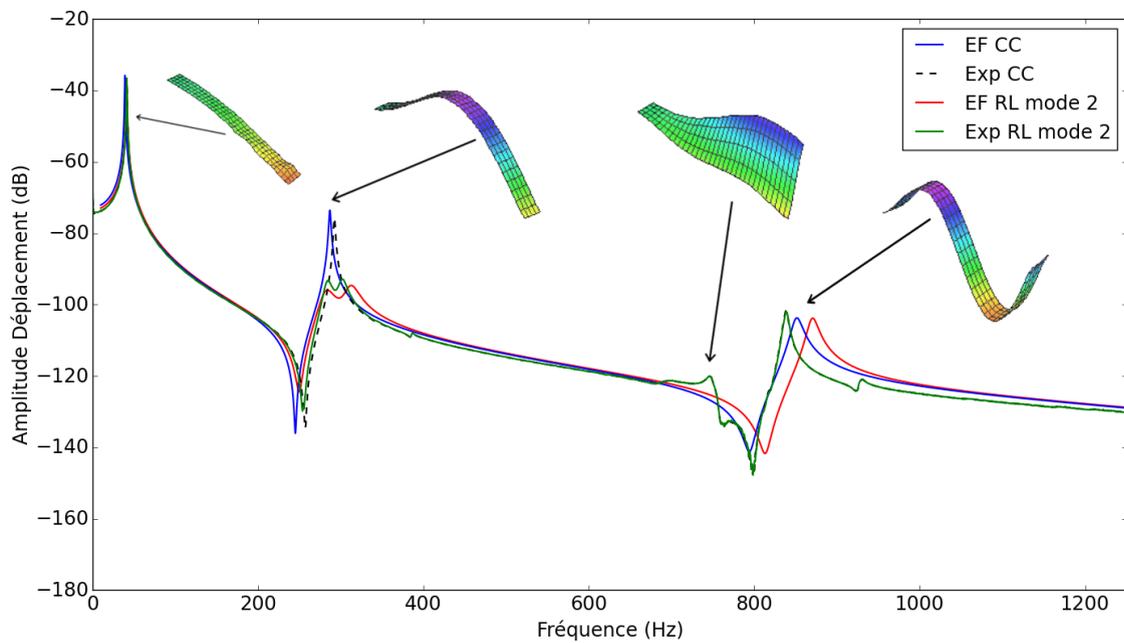


FIGURE 3.38 – Courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocomposites de 0,3 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion

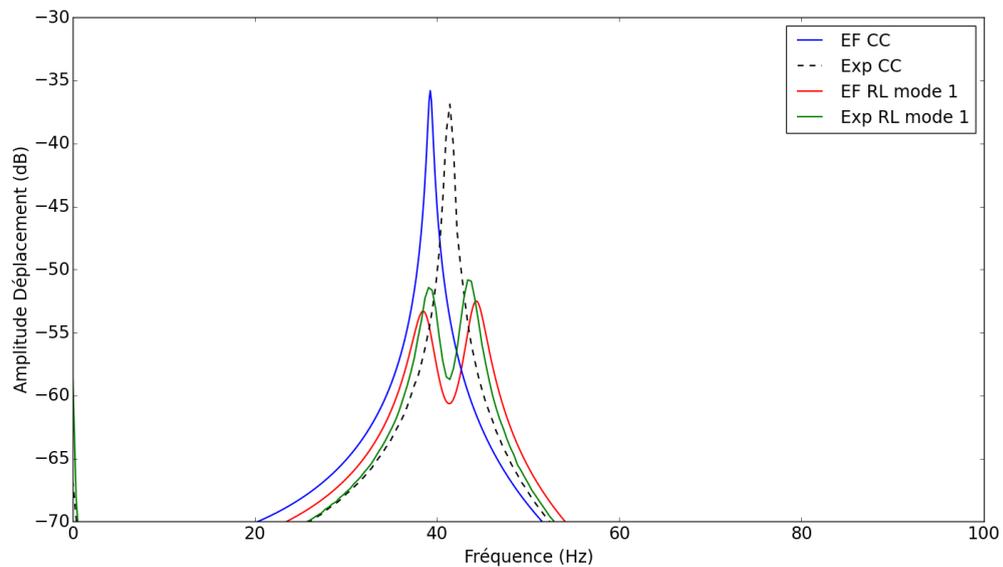


FIGURE 3.39 – Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocomposites de 0,3 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le premier mode de flexion

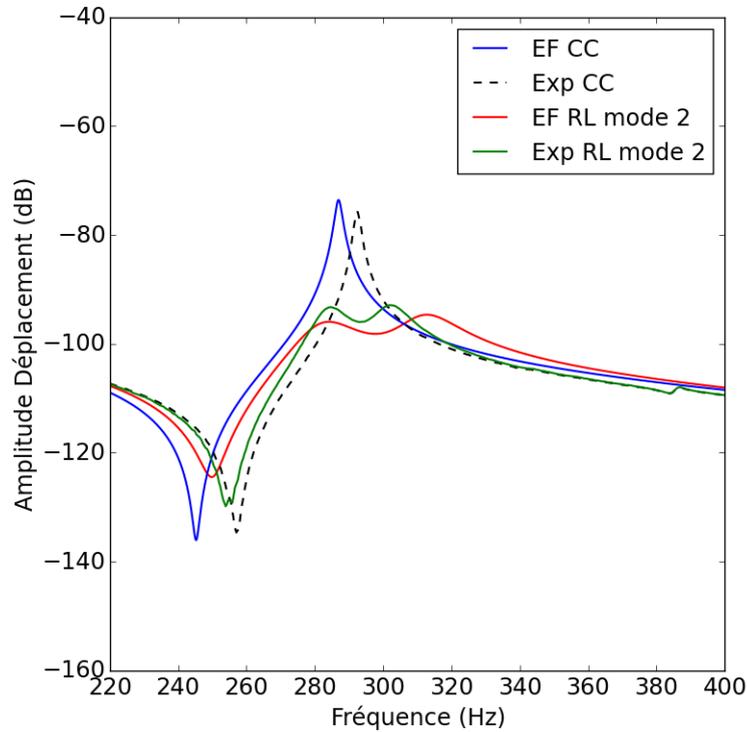
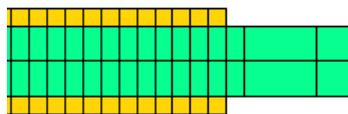


FIGURE 3.40 – Zoom sur les courbes de réponse en fréquence de la structure encastrée munie de piézocomposites de 0,3 mm connectées à un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion

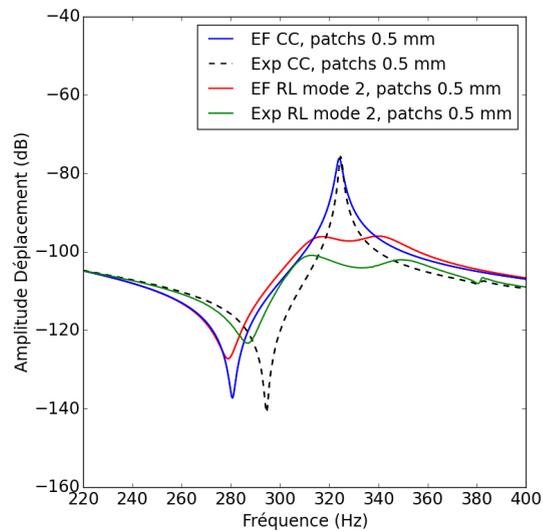
études liées à la piézoélectricité.

### 3.3.6 Etude de l'influence de la géométrie des patches

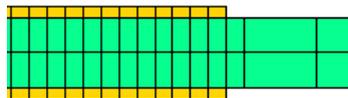
L'objectif de cette section est de déterminer l'efficacité du dispositif d'amortissement piézoélectrique avec des patches piézocéramiques plus fins que 0,5 mm. On choisi pour cette étude de prendre les épaisseurs de patches suivantes : 0,5 mm, 0,3 mm, 0,2 mm et 0,1 mm. Les résultats de cette étude sont présentés sur la figure 3.41 et 3.42. Ils montrent que de réduire l'épaisseur des patches par cinq préserve les très bons résultats d'atténuation de vibration sur le mode observé en basse fréquence (perte de 30% sur l'amplitude de la réduction entre des patches de 0,5 et 0,1 mm d'épaisseur). L'avantage dans la diminution de l'épaisseur des patches réside dans un encombrement moins important et dans le fait le comportement dynamique reste plus proche de celui de la structure nue.



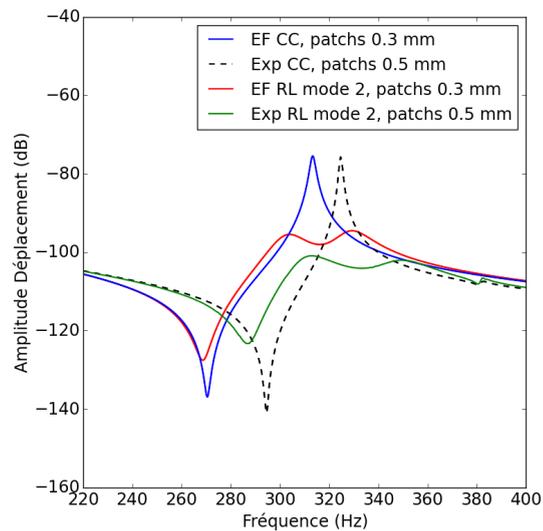
(a) Modèle avec des patches de 0,5 mm d'épaisseur



(b) FRF avec shunt RL sur le mode 2F



(c) Modèle avec des patches de 0,3 mm d'épaisseur

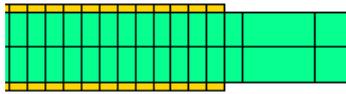


(d) FRF avec shunt RL sur le mode 2F

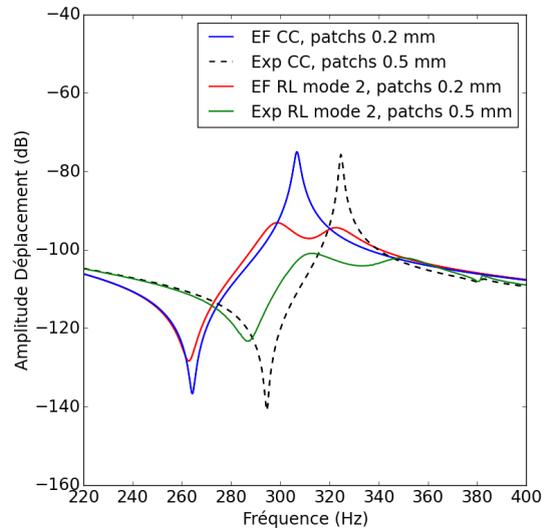
FIGURE 3.41 – Etude d'influence de l'épaisseur des patches piézocéramiques (0,5 et 0,3 mm) sur les performances d'amortissement du second mode de flexion avec un shunt résonant

## Conclusions

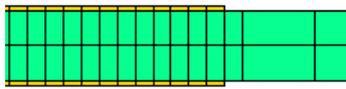
Dans cette partie, les différents types de patches piézoélectriques ainsi que les différents shunts sont présentés. A l'issue d'une étude bibliographique, deux types



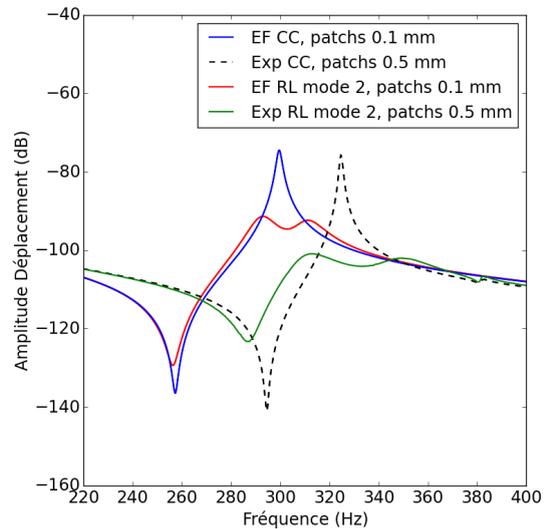
(a) Modèle avec des patches de 0,2 mm d'épaisseur



(b) FRF avec shunt RL sur le mode 2F



(c) Modèle avec des patches de 0,1 mm d'épaisseur



(d) FRF avec shunt RL sur le mode 2F

FIGURE 3.42 – Etude d'influence de l'épaisseur des patches piézo-céramiques (0,2 et 0,1 mm) sur les performances d'amortissement du second mode de flexion avec un shunt résonant

de patches ont été retenus ainsi qu'un shunt linéaire pour effectuer des tests sur une application poutre. Le shunt résistif n'a pas été retenu puisqu'il est moins efficace

que le shunt résonant.

Les premiers patches testés, les patches piézocéramiques, présentent des résultats d'atténuation de vibration élevés et les résultats expérimentaux correspondent aux résultats obtenus avec les modèles reposant sur la formulation développée dans le chapitre 2.

Une étude sur le nombre d'éléments dans l'épaisseur des patches montre qu'avec la formulation utilisée, on peut se contenter d'un seul élément quadratique dans l'épaisseur. Cette partie permet aussi de valider les modèles qui seront ensuite repris pour être utilisés sur l'aube de soufflante.

Une étude d'influence numérique sur l'épaisseur des patches en céramiques est ensuite réalisée et montre qu'une diminution de l'épaisseur du patch piézocomposite par 5, offre des performances toujours très satisfaisantes en terme d'amortissement et ont d'une part l'avantage de moins modifier le comportement dynamique de la poutre et d'autre part de mieux s'intégrer puisqu'ils sont moins encombrants.

Les deuxièmes patches testés sont les patches piézocomposites, ces patches dont les propriétés matériaux sont recalées expérimentalement sont eux aussi efficaces sur les deux premiers modes de flexion de la poutre même s'ils ne permettent pas d'apporter autant d'amortissement que les céramiques. Leur usage est donc à réserver dans le cas où la courbure de la structure est trop importante pour y intégrer des patches piézocéramiques. Un autre inconvénient des patches piézocomposites est leur forte anisotropie qui peut être désavantageuse lorsque l'on souhaite contrôler des modes de flexion bidimensionnels. Ceci sera notamment le cas des premiers modes de flexion de l'aube sur laquelle est développé un dispositif de réduction de vibration dans le chapitre 5.

# Chapitre 4

## Caractérisation numérique des propriétés matériau

Ce chapitre concerne la détermination des propriétés homogénéisées d'un composite tissé intégrant des éléments piézoélectriques dans le revêtement de protection ou dans la préforme tissée. La méthode développée, qui utilise une discrétisation par éléments finis, fournit les caractéristiques mécanique linéaires d'un milieu homogène équivalent au milieu hétérogène d'origine. Un volume élémentaire représentatif (VER) d'un composite tissé est discrétisé par éléments finis et soumis à plusieurs cas de charge mécaniques. Cette approche de caractérisation a d'abord été validé en comparant les résultats obtenus avec des résultats disponibles dans la littérature sur un cas simple, avant d'être appliqué à un modèle de composite tissé simplifié.

### 4.1 Généralités

Les méthodes d'homogénéisation ont pour objectif de prédire l'influence de la microstructure sur la réponse de la structure. La résolution du problème mécanique à l'échelle de la microstructure n'est pas envisageable à cause des coûts de calcul qui seraient prohibitifs. On distingue ainsi deux échelles : l'échelle microscopique qui est celle des hétérogénéités et l'échelle macroscopique pour laquelle le solide peut être considéré comme localement homogène. Le lien entre les deux échelles se fait par le concept de volume élémentaire représentatif. On peut classer ces méthodes en deux catégories : les méthodes analytiques de champ moyen et les méthodes numériques basées sur une discrétisation éléments finis de la cellule élémentaire.

Les méthodes d'homogénéisation analytiques se basent pour la plupart sur le principe d'inclusion d'Eshelby [36] qui est valable uniquement pour des hétérogénéités ellipsoïdales. Le comportement macroscopique obtenu repose sur des quantités moyennes effectives. L'avantage de ces méthodes est la rapidité d'obtention des propriétés effectives, cependant, cette approche ne permet pas de remonter aux champs de déformation et de contrainte locaux.

Les méthodes numériques basées sur une discrétisation éléments finis de la cellule élémentaire ont l'avantage d'être moins limitées concernant la complexité de la microstructure et le comportement macroscopique est obtenu à partir d'essais numériques.

Chacune de ces deux méthodes permettent d'obtenir le comportement macroscopique du matériau à l'échelle mésoscopique. Le comportement ainsi identifié est ensuite introduit dans les modèles éléments finis de la structure.

## 4.2 Etude bibliographique sur les méthodes d'homogénéisation en piézoélectricité

Les progrès réalisés récemment sur les métiers à tisser et le procédé de moulage RTM (Resin Transfer Molding) permettent la fabrication de composites tissés constitués de torons de fibres de carbone ou de céramique. Il y a deux raisons de s'intéresser à l'intégration de transducteurs piézoélectriques dans une structure composite : les éléments piézoélectriques peuvent être utilisés comme capteur pour détecter un endommagement de la structure ou ils peuvent être employés comme actionneur pour notamment réduire les vibrations et ainsi augmenter la durée de vie des pièces. En effet, la propriété principale des matériaux piézoélectriques est leur capacité à transformer l'énergie mécanique en énergie électrique et vice versa.

Ainsi, le composite tissé doit être conçu de manière à optimiser le coefficient de couplage électromécanique. Deux approches sont classiquement utilisées pour la détermination des propriétés d'un matériau : soit les méthodes de prédiction numériques, soit les méthodes expérimentales. La conception des structures composites peut être améliorée avec une méthode numérique permettant d'estimer les propriétés d'un composite qui dépendent du nombre de phases, leur matériau et leur géométrie. Plusieurs méthodes d'homogénéisation ont été développées pour estimer le comportement mécanique et électrique d'un matériau composite. Les premières études ont été menées par Newnham [58], avec sa théorie des connexités qui est basée sur des mo-

dèles série-parallèle. Tout comme les approches développées par Smith et Auld [75], ces méthodes reposent sur les hypothèses de Voigt et Reuss mais elles ne peuvent pas fournir tous les coefficients du tenseur d'élasticité. C'est l'utilisation de méthodes de type champ moyen réalisées par Benveniste [13] et Dunn et Taya [33] qui permettent la détermination de l'intégralité des propriétés mécaniques. Ces méthodes reposent sur la méthode d'Eshelby [36] pour laquelle une inclusion elliptique est embarquée dans un milieu infini soumis à une déformation libre de contrainte. Elles permettent de déterminer la réponse macroscopique ainsi que des informations sur l'état de déformation à l'intérieur des phases (c'est-à-dire des informations sur les champs moyens). Ces méthodes sont très efficace du point de vue du temps de calcul, cependant, elles ont un inconvénient. En effet, elles ne permettent pas d'accéder aux champs locaux (déformation, contrainte), en effet, elles utilisent des représentations moyennées des champs électriques et mécaniques, c'est pourquoi les effets sur les variations de forme ne peuvent être étudiés.

Gaudenzi [38] a développé une approche éléments finis qui permet de calcul la réponse linéaire d'un couplage électromécanique. Une géométrie simple de cellule piézocomposite est ensuite soumise à différent cas de charge et par chacun d'entre eux, les champs électrique et mécanique peuvent être évalués. Cette discrétisation éléments finis combinée avec la méthode des cellules unitaires utilisée par Aboudi [6] pour le calcul des propriétés mécaniques est appliqué par Poizat [63]. Cette procédure numérique est formalisée par Berger [15] et employé sur un composite mono-fibre pour lequel l'intégralité des propriétés électromécanique (mécanique, diélectrique et piézoélectrique) est déterminé. Le principal inconvénient de ces techniques numériques est leur coût de calcul comparé aux méthodes analytiques. Cependant, son avantage comparé au méthodes des champs moyens est leur capacité à remonter aux champs locaux.

### 4.3 Caractérisation des propriétés mécaniques d'un composite tissé

Dans cette partie, un VER d'un composite tissé est discrétisé par éléments finis avec un maillage non conforme de type voxel et est soumis à plusieurs cas de charge mécaniques et électriques pour déterminer la loi de comportement mécanique linéaire d'un composite tissé intégrant des matériaux piézoélectriques.

### 4.3.1 Théorie

A une certaine échelle, chaque matériau peut être considéré hétérogène. Dans ce travail, les hétérogénéités structurales sont les torons du composite tissé. En effet, il n'est pas nécessaire de représenter une échelle inférieure, l'échelle des fibres, pour déterminer les caractéristiques ciblées. Le but de l'homogénéisation est de définir un milieu homogène fictif qui à la même réponse globale quand il est soumis aux mêmes chargements que le volume élémentaire hétérogène dans l'objectif de simplifier le modèle numérique de la structure sans perdre de précision. Plus précisément, cette étude porte sur la définition d'un milieu de Cauchy homogène équivalent. La microstructure d'un composite tissé est variable de part son procédé de fabrication. Dans cette étude, l'analyse des propriétés homogénéisées se contente d'être déterministe et le point de vue statistique n'est pas pris en compte mais fait l'objet de nombreuses études visant à déterminer le VER statistiquement représentatif des microstructures aléatoires [44]. La géométrie du VER est simplifiée avec des torons rectilignes dans les directions longitudinales et transverses de manière à simplifier le modèle éléments finis pour une première estimation des caractéristiques.

Dans un milieu périodique, une cellule unitaire définie l'intégralité de l'armure du tissé dans l'espace par translation suivant les trois directions de l'espace, la cellule unitaire n'est pas unique [16] mais les propriétés homogénéisées le sont. Si des conditions aux limites périodiques ne sont pas appliquées sur la cellule unitaire, les résultats seront moins précis. En effet, si des déformations ou des contraintes homogènes sont appliquées sur les bords, la contrainte (respectivement la déformation) sera uniforme sur la frontière, ce qui est incorrect à cause de l'hétérogénéité de la microstructure. Par conséquent, pour réduire ces effets de bord, le VER doit être choisi plus grand selon le principe de Saint Venant. Le composite tissé étudié (figure 4.1) peut être considéré comme périodique et les conditions aux limites périodiques seront utilisées pour la détermination des propriétés homogénéisées.

### 4.3.2 Ecriture des conditions aux limites périodiques

En considérant qu'un matériau composite est la répétition dans les trois directions de l'espace d'une cellule élémentaire, l'application des conditions aux limites périodiques à la cellule élémentaire permet de remonter aux caractéristiques matériaux du composite. Les conditions aux limites périodiques [78] sur la frontière  $\partial V$  s'écrivent :

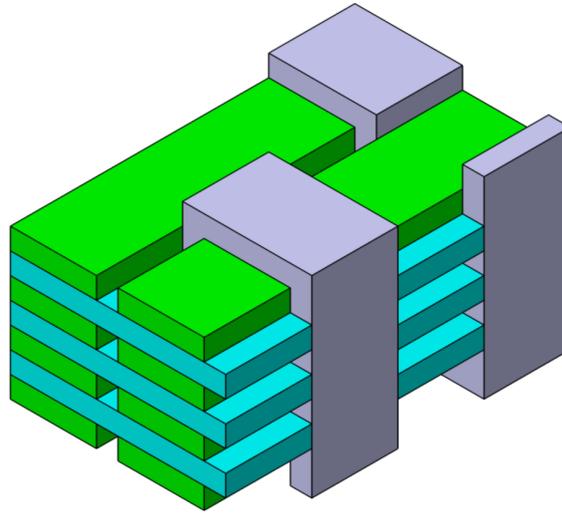


FIGURE 4.1 – Modèle simplifié du VER composite interlock

$$u_i = \bar{\epsilon}_{ij}x_k + v_i \quad (4.1)$$

avec  $\bar{\epsilon}_{ij}$  le tenseur des déformations macroscopiques et  $v_i$  le vecteur des fluctuations périodiques.

Pour un VER parallélépipédique (voir figure 4.2), l'application des conditions aux limites sur chacune des deux faces opposées se note :

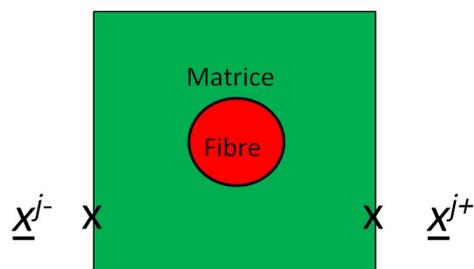


FIGURE 4.2 – Schéma de VER

$$\begin{cases} u_i^{j+} = \bar{\epsilon}_{ij}x_k^{j+} + v_i \\ u_i^{j-} = \bar{\epsilon}_{ij}x_k^{j-} + v_i \end{cases}$$

avec  $j+$  indiquant le sens positif de l'axe  $X^j$  et  $j-$  le sens négatif de ce même axe.

Dans un solveur éléments finis en déplacement on ne peut intégrer ces équations de façon dissociée, il est plus simple de faire la différence de ces deux équations afin que le vecteur des fluctuations périodiques soit implicite. La différence des deux équations précédentes donne ainsi :

$$u_i^{j+} - u_i^{j-} = \bar{\epsilon}_{ik}(x_k^{j+} - x_k^{j-}) = \bar{\epsilon}_{ik}\Delta x_k^j \quad (4.2)$$

Pour un VER de forme parallélépipédiques,  $\Delta x_k^j$  est constant et ainsi :

$$u_i^{j+}(x, y, z) - u_i^{j-}(x, y, z) = a_i^j \quad (4.3)$$

avec  $a_i^j = \bar{\epsilon}_{ik}\Delta x_k^j$

Les déformations et contraintes moyennes sont définis par :

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij} dV \quad \text{et} \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad (4.4)$$

où  $V$  correspond au volume du VER.

On peut approximer les valeurs des contraintes et déformations moyennes en s'appuyant sur le théorème de Gauss plutôt qu'en sommant les contraintes (respectivement les déformations) sur l'intégralité du volume [6]. La déformation moyenne peut ainsi s'écrire :

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \epsilon_{ij} dV = \frac{1}{2V} \int_S (u_i n_j + u_j n_i) dS \quad (4.5)$$

Puisque chacune des faces extérieures du VER est perpendiculaire à un axe du repère (hypothèse du VER parallélépipédique), on peut réduire l'intégration de sorte que :

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2V} \left[ \int_{S_j} (u_i^{j+} - u_i^{j-}) n_j dS + \int_{S_i} (u_j^{i+} - u_j^{i-}) n_i dS \right] \quad (4.6)$$

soit :

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2V} (a_i^j S_j + a_j^i S_i) = \frac{a_i^j \Delta x_i \Delta x_k + a_j^i \Delta x_j \Delta x_k}{2 \Delta x_i \Delta x_j \Delta x_k} \quad (4.7)$$

On a ainsi :

$$\bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \frac{a_i^j \Delta x_i + a_j^i \Delta x_j}{\Delta x_i \Delta x_j} \quad (4.8)$$

De la même façon, en appliquant le théorème de Gauss en utilisant l'équation d'équilibre  $\sigma_{ij,j} = 0$  la contrainte moyenne s'écrit :

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_S \sigma_{ik} x_j n_k dS \quad (4.9)$$

Ainsi,

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_S \sigma_{ik} x_j n_k dS = \frac{1}{V} \left( \int_{S_m^+} \sigma_{im}^+ x_j^+ dS - \int_{S_m^-} \sigma_{im}^- x_j^- dS \right) = \frac{1}{V} \int_{S_m^+} \sigma_{im}^+ (x_j^+ - x_j^-) dS \quad (4.10)$$

D'où,

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{\Delta x_j}{V} \int_{S_j} \sigma_{ij} dS = \frac{P_{ij}}{S_j} \quad (4.11)$$

Il existe deux méthodes d'homogénéisation possibles, soit on applique une contrainte sur le VER et on post-traite sur les déformations, soit on applique une déformation et on post-traite sur les contraintes. La méthode développée ici repose sur l'application de contraintes et le post-traitement des déformations. On peut post-traiter soit sur les déplacements des surfaces (théorème de Gauss) soit en sommant l'intégralité des déformations dans le VER. Des tests ont montré que la convergence vers les résultats du cas test Zébulon était meilleure si les déformations sont sommées sur la totalité du VER. Dans les deux cas, il est nécessaire de lier des groupes de noeuds entre eux de façon à appliquer les conditions aux limites périodiques sur le VER. Si les groupes de noeuds créés contiennent la totalité des noeuds des faces, les conditions aux limites périodiques seraient respectées pour un cas de charge mais pas pour les suivants, en effet, on ne peut pas contraindre les déplacements des noeuds d'une arête pour un cas de charge puisque pour un autre cette arête ne peut être contrainte de la même manière. C'est la même problématique pour les sommets du VER qui appartiennent chacun à trois faces différentes. Différents types de groupes de noeuds doivent être ainsi créés, des groupes contenant les noeuds des faces sauf leurs arêtes, des groupes contenant les noeuds des arêtes sauf les sommets et 8 groupes contenant chacun un des sommets. Six variables correspondant aux déformations macroscopiques sont créées dans le but de lier les groupes de noeuds entre eux pour les cas de charge.

Une des difficultés dans l'intégration des conditions aux limites périodiques est dû au fait que les cas de charge vont se superposer à celles-ci et sur-contraindent les déplacements des noeuds, certaines équations liant les déplacements des noeuds sont ainsi absorbées par les cas de charge.

Les conditions aux limites périodiques sur les groupes de noeuds des faces [4.3] s'écrivent ainsi :

— Conditions aux limites périodiques entre les faces F1 et F3 :

$$\begin{cases} u_x(F1) - u_x(F3) = l_x \cdot \bar{\varepsilon}_1 & \text{traction suivant } x \\ u_y(F1) - u_y(F3) = 0 & \text{périodicité} \\ u_z(F1) - u_z(F3) = 0 & \text{périodicité} \end{cases}$$

— Conditions aux limites périodiques entre les faces F5 et F6 :

$$\begin{cases} u_x(F5) - u_x(F6) = l_x \cdot \bar{\varepsilon}_6 & \text{cisaillement dans le plan } xy \\ u_y(F5) - u_y(F6) = l_y \cdot \bar{\varepsilon}_2 & \text{traction suivant } y \\ u_z(F5) - u_z(F6) = 0 & \text{périodicité} \end{cases}$$

— Conditions aux limites périodiques entre les faces F2 et F4 :

$$\begin{cases} u_x(F2) - u_x(F4) = l_z \cdot \bar{\varepsilon}_5 & \text{cisaillement dans le plan } zx \\ u_y(F2) - u_y(F4) = l_z \cdot \bar{\varepsilon}_4 & \text{cisaillement dans le plan } yz \\ u_z(F2) - u_z(F4) = l_z \cdot \bar{\varepsilon}_3 & \text{traction suivant } z \end{cases}$$

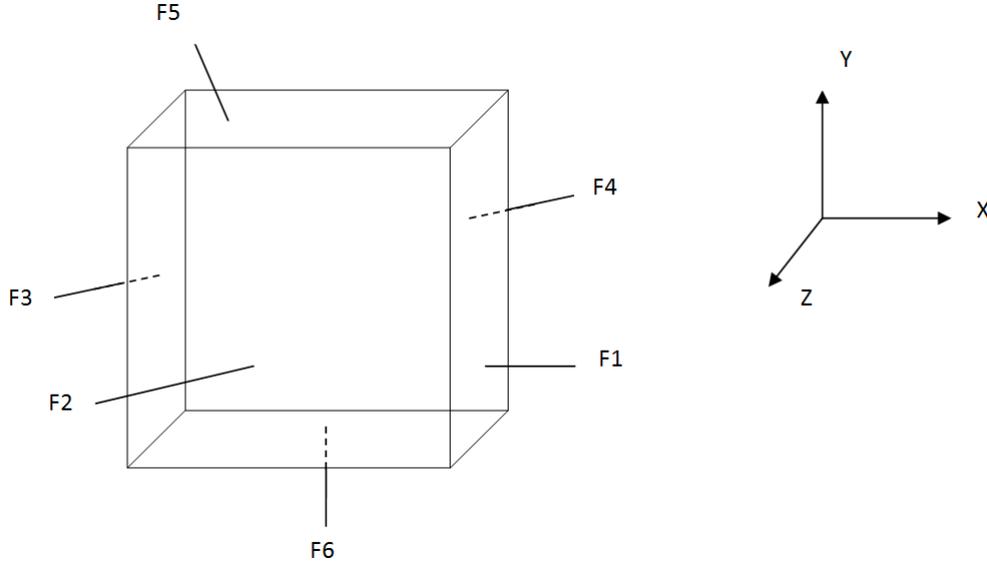


FIGURE 4.3 – Notation des faces du parallèlèpipède

Pour les conditions aux limites entre les groupes d'arêtes et les groupes de sommets, le principe est le même que pour les groupes de faces. La méthode développée permet de connaître les propriétés élastiques homogénéisées du matériau orthotrope équivalent.

### 4.3.3 Implémentation la méthode d'homogénéisation

Le système à résoudre est le suivant :

$$\begin{pmatrix}
 0 & \cdots & \cdots & 0 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 0 & \cdots & \cdots & 0 \\
 \hline
 V_{\text{VER}} & 0 & \cdots & 0 \\
 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\
 \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\
 0 & \cdots & 0 & V_{\text{VER}}
 \end{pmatrix} = [\mathbf{K}] \begin{pmatrix}
 u_1 & \cdots & \cdots & u_1 \\
 u_2 & \vdots & \vdots & u_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 u_n & \cdots & \cdots & u_n \\
 \hline
 \bar{\varepsilon}_1 & \cdots & \cdots & \bar{\varepsilon}_6
 \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

avec  $[\mathbf{K}]$  la matrice de raideur du système incluant les conditions de périodicité, qui se traduisent par des relations linéaires entre degrés de liberté des noeuds des bords du VER et les variables correspondant aux grandeurs macroscopiques. Imposer dans les six colonnes du terme de gauche la valeur du volume du VER permet d'imposer des contraintes macroscopiques unitaires au VER. Il suffit ensuite de lire les valeurs de déformations macroscopiques pour remonter aux coefficients du tenseur d'élasticité.

### 4.3.4 Validation de la méthode développée

L'objectif de ce cas test, issu de [28], est de valider la méthode d'homogénéisation développée pour la partie mécanique. Cette méthode est appliquée à un matériau composite mono-fibre dont les deux phases sont considérées élastiques isotropes. La fraction volumique de fibres est de 13% et les propriétés des matériaux constituant le composite sont situées dans le tableau [4.1]. Les éléments finis utilisés sont des éléments finis à fonction de forme quadratique possédant 20 noeuds et 27 points d'intégration et le maillage est non conforme de type voxel pour lequel les propriétés matériau de chaque élément sont assignées en fonction de la position de leur centre. La cellule mesure  $10 \times 10 \times 0,5$  mm et le rayon de la fibre vaut 2 mm.

Les cartes des déformations pour les six cas de charge sont illustrées sur la figure [4.4] et les propriétés homogénéisées sont reportées dans le tableau [4.2].

On peut noter que le maillage voxel choisi est suffisamment fin pour obtenir des valeurs convergées proches de celles obtenues avec le maillage conforme. L'intérêt ici

| Caractéristiques     | Matrice | Fibre |
|----------------------|---------|-------|
| Module d'Young (GPa) | 3       | 50    |
| Coeff. de Poisson    | 0,3     | 0,3   |

TABLE 4.1 – Propriétés matériaux du composite

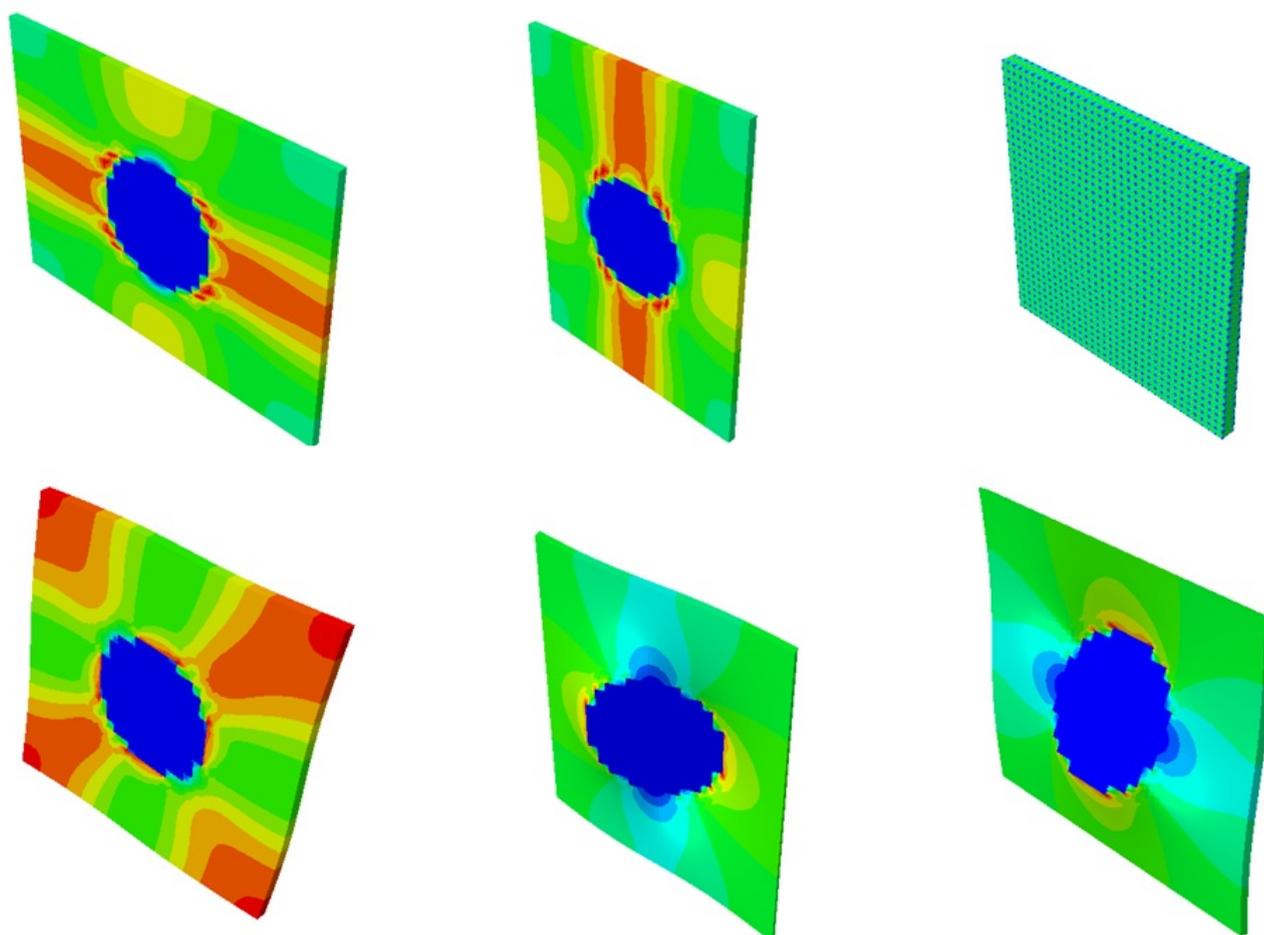


FIGURE 4.4 – Carte des déformations (principales max.) sur la déformée pour les six cas de charge mécanique

du maillage voxel est d'assurer plus facilement la correspondance entre les noeuds des faces qui s'opposent pour l'application des conditions aux limites périodiques, ainsi que la possibilité de générer des VER avec des scripts dédiés.

| Maillages | Test  | Référence Zébulon |
|-----------|-------|-------------------|
| $C_{11}$  | 4837  | 4822              |
| $C_{12}$  | 1997  | 2001              |
| $C_{13}$  | 2050  | 2047              |
| $C_{33}$  | 10086 | 10134             |
| $C_{44}$  | 1368  | 1365              |
| $C_{55}$  | 1450  | 1443              |

TABLE 4.2 – Propriétés mécaniques homogénéisées du cas test (en MPa)

### 4.3.5 Gestion de l'anisotropie des fibres

Pour tenir compte de l'anisotropie des torons du composite tissé, la loi de Hooke doit être écrite dans différents repères pour suivre la direction des fibres. On note  $[\mathbf{a}]$  la matrice de passage de la base  $(x)$  à la base  $(x')$  :

$$[\mathbf{a}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Le tenseur d'élasticité écrit dans la nouvelle base donne [25] :

$$[\mathbf{C}'] = [\mathbf{M}][\mathbf{C}][\mathbf{M}]^T \quad (4.14)$$

avec,

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} a_{11}^2 & a_{21}^2 & a_{31}^2 & 2a_{21}a_{31} & 2a_{31}a_{11} & 2a_{11}a_{21} \\ a_{12}^2 & a_{22}^2 & a_{32}^2 & 2a_{22}a_{32} & 2a_{32}a_{12} & 2a_{12}a_{22} \\ a_{13}^2 & a_{23}^2 & a_{33}^2 & 2a_{23}a_{33} & 2a_{33}a_{13} & 2a_{13}a_{23} \\ a_{12}a_{13} & a_{22}a_{23} & a_{32}a_{33} & a_{22}a_{33} + a_{32}a_{23} & a_{32}a_{13} + a_{12}a_{33} & a_{12}a_{23} + a_{22}a_{13} \\ a_{13}a_{11} & a_{23}a_{21} & a_{33}a_{31} & a_{23}a_{31} + a_{33}a_{21} & a_{33}a_{11} + a_{13}a_{31} & a_{13}a_{21} + a_{23}a_{11} \\ a_{11}a_{12} & a_{21}a_{22} & a_{31}a_{32} & a_{21}a_{32} + a_{31}a_{22} & a_{31}a_{12} + a_{11}a_{32} & a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

### 4.3.6 Application à un composite tissé 3D

Dans cette application on considère que le composite tissé simplifié [4.1] possède une matrice de type époxy, homogène isotrope, d'une densité de  $1,2 \text{ g.cm}^{-3}$ , de module d'Young  $E = 4500 \text{ MPa}$  et ayant un coefficient de Poisson valant  $\nu = 0,4$ .

Le tableau [4.3] donne les propriétés matériaux des torons de fibres de carbone imprégnés de résine époxy, ces caractéristiques sont extraits de [34]. Les modules d'Young et de cisaillement sont exprimés en MPa. La direction d'orthotropie des éléments qui se trouvent dans les angles du toron interlock est orientée à 45°. Un script créé un modèle paramétrique (géométrie et maillage) du VER et écrit les données d'entrée du solveur.

| Caractéristiques          | $E_1$  | $E_2 = E_3$ | $\nu_{12} = \nu_{13}$ | $\nu_{23}$ | $G_{12} = G_{13}$ | $G_{23}$ |
|---------------------------|--------|-------------|-----------------------|------------|-------------------|----------|
| Toron de fibre de carbone | 165580 | 15110       | 0,31                  | 0,45       | 6050              | 5170     |

TABLE 4.3 – Caractéristiques mécaniques des torons

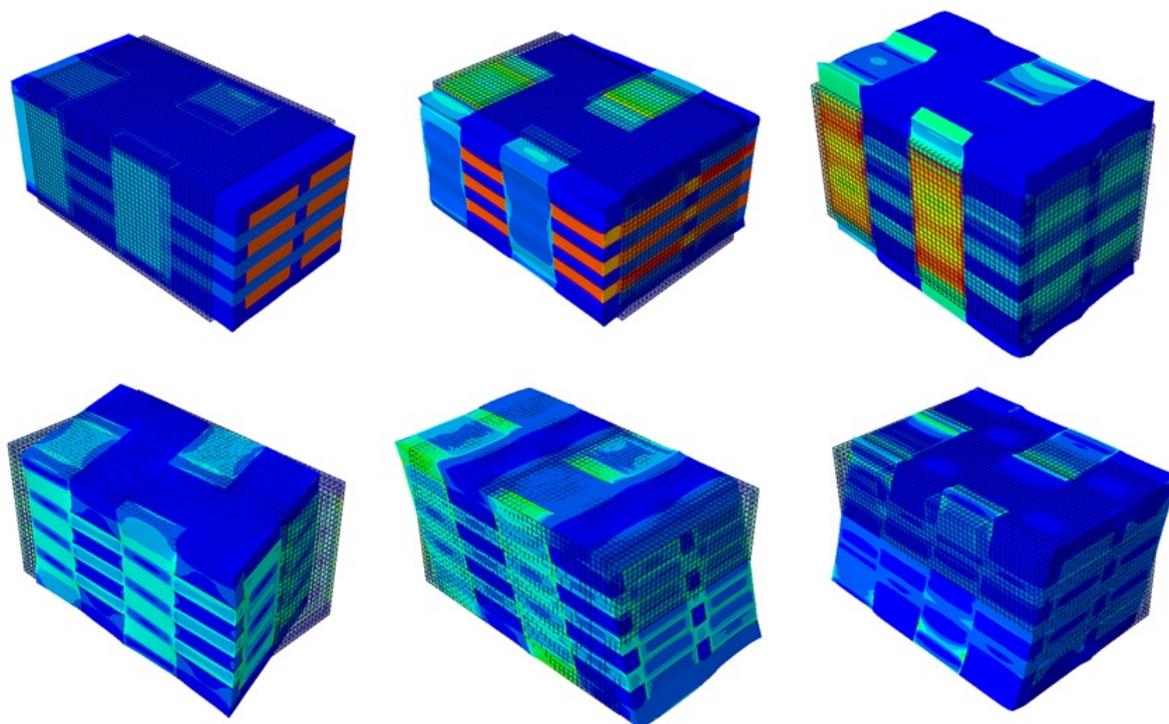


FIGURE 4.5 – Carte des contraintes de Von Mises sur la déformée pour les six cas de charge mécanique

Une étude de convergence sur le maillage a été réalisée afin de valider le modèle, cinq maillages ont été effectués, les résultats de l'étude se trouve dans le tableau [4.4] ainsi que sur la figure 4.6. On remarque que l'on obtient des valeurs convergées dès le deuxième maillage pour le VER testé.

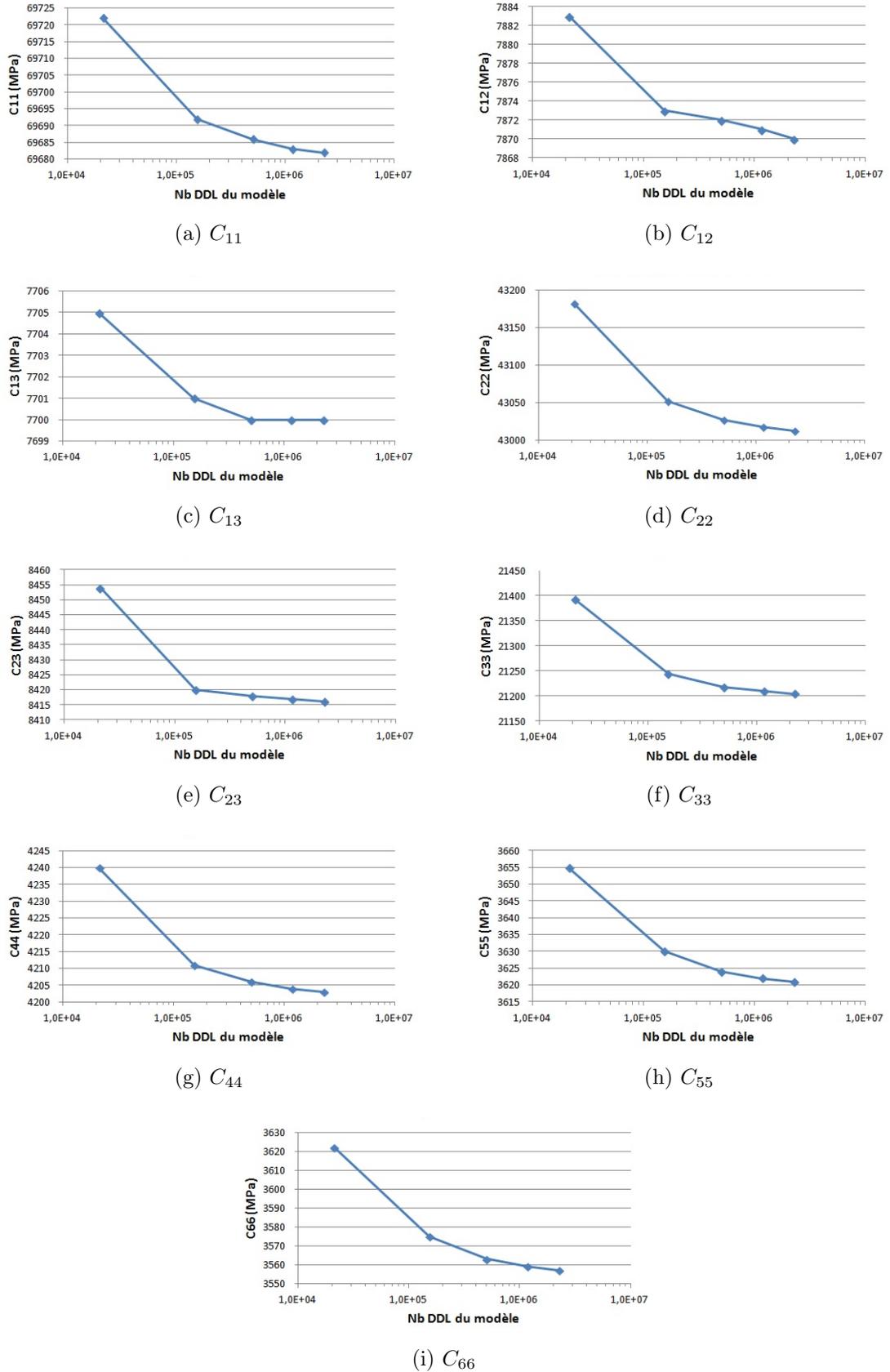


FIGURE 4.6 – Convergence des coefficients du tenseur d'élasticité

| Maillages | Maillage 1 | Maillage 2 | Maillage 3 | Maillage 4 | Maillage 5 |
|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Nb DDL    | 21 045     | 152 853    | 499 113    | 1 163 505  | 2 249 709  |
| $C_{11}$  | 69722      | 69692      | 69686      | 69683      | 69682      |
| $C_{12}$  | 7883       | 7873       | 7872       | 7871       | 7870       |
| $C_{13}$  | 7705       | 7701       | 7700       | 7700       | 7700       |
| $C_{22}$  | 43182      | 43052      | 43027      | 43017      | 43012      |
| $C_{23}$  | 8454       | 8420       | 8418       | 8417       | 8416       |
| $C_{33}$  | 21393      | 21244      | 21218      | 21209      | 21204      |
| $C_{44}$  | 4240       | 4211       | 4206       | 4204       | 4203       |
| $C_{55}$  | 3655       | 3630       | 3624       | 3622       | 3621       |
| $C_{66}$  | 3622       | 3575       | 3563       | 3559       | 3557       |

TABLE 4.4 – Propriétés mécaniques homogénéisées pour différents maillages (en MPa)

## 4.4 Extension au matériau piézoélectrique

Les modèles de VER utilisés précédemment dans le cadre de l’homogénéisation des paramètres mécaniques ont été modifié de façon à intégrer des fibres piézoélectriques. Par exemple, des tests ont été effectués sur le VER correspondant à une cellule élémentaire mono-fibre. L’application des conditions aux limites sur les degrés de liberté électriques (les potentiels) ne permet pas après écriture du problème de remonter aux propriétés homogénéisées puisqu’on ne retrouve pas le tenseur de comportement symétrique.

L’extension de cette méthode d’homogénéisation à des matériaux piézoélectriques n’est pas simple puisque les conditions aux limites périodiques ne peuvent pas être appliquées à des champs piézoélectriques tel que c’est mentionné dans les articles [63] et [15].

Dans le cas où on tient compte du couplage électromécanique, la nature des champs est très différente : le champ mécanique est local et continu alors que le champ électrique est global et discontinu. Ceci pose problème pour les opérations de moyennes puisque les valeurs macroscopiques de ces champs ne sont plus directement les valeurs moyennes des grandeurs locales associées à cause des incompatibilité que les phénomènes de couplages engendrent [20].

## Conclusions

La technique développée permet de caractériser un composite tissé composé de torons dont les propriétés sont orthotropes et suivent la direction des fibres. L'outil mis au point, validé avec des cas tests, est capable de déterminer le comportement orthotrope équivalent de matériaux composite tissé, et permettra de réaliser des études d'influence quant à la fraction volumique de fibres, ainsi que la nature de celles-ci. Il est donc possible de caractériser les propriétés mécaniques d'un composite intégrant des fibres piézoélectriques, par exemple PZT ou PVDF et de comparer ces résultats par rapport à ceux obtenus avec un VER constitué uniquement de torons de fibres de carbone. La perspective de l'extension de cette méthode aux matériaux piézoélectriques permettra de déterminer les coefficients de couplage électromécanique d'un composite intégrant des matériaux piézoélectriques. Cela permettra de simuler le comportement de structures tissées intégrant des fibres piézoélectriques comme celles qui sont actuellement à l'étude au Laboratoire des Matériaux Céramiques et Procédés Associés (LMCPA) et à l'ONERA [29]. Les applications pourront viser l'amortissement des vibrations si les matériaux piézoélectriques sont utilisés comme actionneur ou, dans le cas où ils seront employés comme capteur, pour du contrôle de santé des pièces (Structure Health Monitoring en anglais).



# Chapitre 5

## Application à l'aube de soufflante en composite CMO

Etant donné que les résultats des essais réalisés précédemment sur des poutres avec des shunts résonants passifs sont concluants, l'objectif de cette partie est d'adapter ce type de dispositif à une aube de soufflante en composite CMO, en tenant compte des contraintes industrielles liées à l'intégration de ce système d'amortissement de vibrations. Dans un premier temps, le procédé de fabrication de l'aube de soufflante est détaillé afin de définir les différentes sollicitations qu'auraient à supporter les inserts piézoélectriques. Des mesures vibratoires sont ensuite effectuées sur un prototype de l'aube afin de caractériser le comportement dynamique de la structure sans système piézoélectrique. Puis trois niveaux d'intégration du dispositif d'amortissement sont proposés et la démarche de mise en place du dispositif est détaillée pour la solution d'intégration retenue. Les résultats d'atténuation de vibration obtenus lors des essais sont ensuite comparés avec la simulation. Dans ce chapitre, pour des raisons de confidentialité, les données/résultats ont été normalisés et les vues ont été déformées.

### 5.1 Aube de soufflante en composite CMO

Dans le chapitre 3, l'utilisation de patches piézoélectriques est appliquée sur le cas simple d'une poutre. Cette partie a permis notamment de mettre en évidence les avantages et inconvénients des différentes modélisations ainsi que de valider leurs résultats par l'expérience, l'exemple de la poutre étant particulièrement bien adapté à cet objectif de développement et de validation de méthodologie. Ce cas simple per-

met en effet de maîtriser plus facilement l'ensemble des paramètres de mesure lors des essais qui ont servi à la validation des modèles numériques simulant le couplage électromécanique.

L'objectif ici est d'étudier la réduction de vibration avec des composants piézoélectriques dans le cas d'une aube de soufflante. Cette application présente une géométrie et des sollicitations complexes. De plus, le contexte industriel ajoute certaines contraintes, notamment de fabrication et d'intégration.

Dans cette partie, le rôle ainsi que les sollicitations subies par l'aube de soufflante au sein d'une turbomachine seront présentés. La fabrication de l'aube est détaillée afin de justifier les concepts d'intégration proposés par la suite. La caractérisation vibratoire d'une aube sans dispositif de réduction de vibration sera ensuite exposée avant d'y appliquer un système d'amortissement piézoélectrique optimisé compte tenu des propriétés de masse, raideur et d'amortissement de la structure.

### 5.1.1 Introduction aux turboréacteurs

Les turboréacteurs sont utilisés pour propulser la plupart des avions. La propulsion est générée par le principe d'action/réaction. La poussée qui permet à l'avion de se déplacer vers l'avant est ainsi la réaction aux gaz expulsés vers l'arrière de la machine. La force de poussée dépend principalement de la différence de quantité de mouvement de la masse d'air en entrée et sortie du moteur. La poussée est le produit du débit massique d'air traversant le moteur par la différence de la vitesse de l'air entre l'entrée et la sortie du turboréacteur. L'objectif du moteur est donc d'accélérer l'air entrant dans ce dernier.

L'apport d'énergie est réalisé dans la chambre de combustion. Comme son nom l'indique, dans cette partie du moteur la combustion du kérozène permet d'élever la température du flux d'air. L'air entre ensuite dans la turbine qui transforme l'énergie potentielle du gaz, chaud et comprimé, en énergie cinétique et mécanique. La première permet d'accélérer le flux d'air avant la sortie du gaz au niveau de la tuyère et de contribuer ainsi à la poussée. La deuxième met en rotation le compresseur situé en amont de la chambre de combustion via un arbre assurant la liaison mécanique des deux modules. Cette dernière partie située à l'amont du moteur permet en effet d'augmenter la pression du gaz à un niveau optimum avant d'entrer dans la chambre

de combustion.

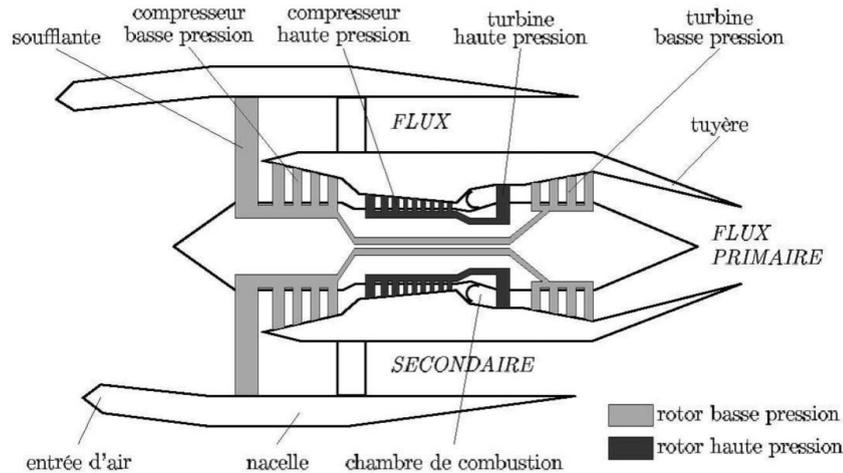


FIGURE 5.1 – Coupe schématique d'un turboréacteur double corps / double flux

Afin d'améliorer le rendement des moteurs, la vitesse de rotation a été adaptée pour chacune des parties du turboréacteur. Ce dernier est ainsi séparé en plusieurs corps. L'augmentation du nombre de corps a cependant l'inconvénient d'augmenter le nombre de pièces et la masse du système propulsif, un compromis doit donc être trouvé. Dans le cas des moteurs double-corps, deux parties peuvent être distinguées. La première appelée basse pression (BP) est constituée des premiers étages du compresseur à l'amont du moteur entraînés en rotation par les derniers étages de la turbine à l'aval du moteur. La deuxième partie, dite haute pression (HP), est quant à elle composée des derniers étages de compression, situés à la suite du compresseur basse pression et juste avant la chambre de combustion, ainsi que de la turbine haute pression située juste après la chambre de combustion. La turbine entraîne également toujours en rotation la partie compresseur. La partie haute pression a une vitesse de rotation plus élevée que la partie basse pression. L'aube de soufflante, objet de cette étude, fait partie du premier étage du compresseur basse pression.

Également dans un souci d'amélioration du rendement, les motoristes ont privilégié l'augmentation du débit plutôt que celle de la vitesse de l'air en sortie de moteur pour augmenter la poussée du turboréacteur. La solution employée aujourd'hui sur de nombreux moteurs est l'utilisation de l'architecture en double-flux. Le flux primaire est celui entrant successivement dans le compresseur BP, le compresseur HP, la chambre de combustion, la turbine HP puis la turbine BP comme illustré dans

l'exemple 5.1 d'un moteur double-corps. Le flux secondaire est quant-à lui uniquement comprimé par le premier étage du compresseur basse pression, encore appelé fan, avant de rejoindre la sortie. Son débit est plus important que celui du flux primaire tandis que le taux de compression suivi par la détente transformant l'énergie potentielle en cinétique est relativement bas. Ce flux contribue ainsi entre 80% et 90% de la poussée totale. La tendance est donc à la hausse du diamètre du fan permettant d'augmenter le débit et d'améliorer ainsi le rendement. Cette architecture permet de plus de limiter les nuisances sonores. Il existe cependant des limitations pour des raisons d'aérodynamisme, de masse et d'encombrement sous l'aile notamment. Cette architecture est utilisée majoritairement sur les applications civiles. L'aube de soufflante, également appelée aube fan, est traversée par le flux primaire et secondaire, c'est ainsi l'aube la plus grande du moteur.

### 5.1.2 Généralités sur l'aube de soufflante

L'aube est constituée d'une partie pale qui permet de travailler le flux d'air et d'un pied qui constitue l'attache avec le disque. Ce dernier entre en rotation grâce à la turbine entraînant les aubes. Il résiste à l'effort centrifuge et l'effort généré par les aubes, qui sont elles-même soumises au régime et aux efforts aérodynamiques. Les aubes de la famille des CFM56, développée depuis 1974, sont réalisées en titane. Pour la dernière génération de moteur cette pièce est désormais en composite tissé 3D avec des fibres de carbone.

Le système propulsif est soumis aux exigences de sécurité des autorités de certification sans quoi l'avion équipé du moteur ne serait pas autorisé à voler. A cela s'ajoute les demandes des différents clients et utilisateurs de l'avion : avionneurs, compagnies aériennes, usagers. Ces demandes se traduisent au niveau du module fan principalement par les fonctions suivantes :

- le rendement et la performance ;
- la signature acoustique ;
- l'opérabilité ;
- la tenue dans le temps : fatigue vibratoire et oligocyclique ;
- la résistance aux ingestions ;
- la résistance aux chargements exceptionnels ;
- la maintenabilité.

Le rendement et la performance sont caractérisés par le taux de dilution qui est le rapport entre la masse d'air du flux primaire et secondaire ainsi que le rapport de pression sortie/entrée du compresseur et le débit fan.

Afin d'améliorer le rendement, le jeu entre l'aube fan et le carter doit être le plus faible possible. Lors du rodage, l'aube vient usiner sa trace sur un matériau abrasable situé sur le carter. Cette solution permet d'adapter la géométrie face aux variabilités de production. L'amélioration des outils de numérisation et de fabrication a permis de concevoir des aubes de plus en plus vrillées permettant d'optimiser la géométrie. La géométrie des aubes tend ainsi à se complexifier. L'écoulement de l'air est également analysé d'un point de vue acoustique. Les exigences réglementaires sont de plus en plus strictes sur ce sujet. Enfin, le module fan contribue pour une part importante à la masse totale du moteur. Une des stratégies de réduction de masse est l'utilisation de matériaux composites. L'application de ce type de matériaux sur l'aube et son procédé de fabrication sont décrits dans ce chapitre.

Les sources d'excitation vibratoires sont nombreuses dans l'environnement d'un moteur. Tout d'abord, le sillage des obstacles et des discontinuités fixes (bras de carter, sondes,...) présents dans la veine génère des excitations dont la fréquence correspond aux harmoniques de la vitesse de rotation. Un écoulement d'air non homogène est également source d'excitation. Le fan étant situé à l'entrée du moteur, les conditions extérieures tels que du vent de travers, la proximité du sol lors du décollage ou le fuselage de l'avion peuvent perturber le flux d'air. Dans tous ces cas, l'aube voit ainsi des variations de pression au cours de sa rotation, ces excitations sont appelés synchrones car leur fréquence correspond aux harmoniques de la vitesse de rotation. Le disque aubagé possède des modes propres qui peuvent être prédits par simulation numérique. Les fréquences de ces modes varient selon le régime avec le raidissement centrifuge. Lorsque la fréquence d'une des harmoniques du régime coïncide avec une fréquence propre de la roue aubagée, le phénomène de résonance apparaît. Il est peu probable d'éviter toutes les coïncidences sur la plage de fonctionnement du moteur, le niveau de la réponse vibratoire doit donc être vérifié. Les coïncidences peuvent être prédites facilement. Elles sont représentées graphiquement sur le diagramme de Campbell (voir figure 5.2). Cependant il est difficile de connaître par calcul celles qui vont effectivement répondre ainsi que leur amplitude. En effet, l'ensemble des excitations n'est pas précisément connu et la capacité d'amortissement du système est difficilement prédictible.

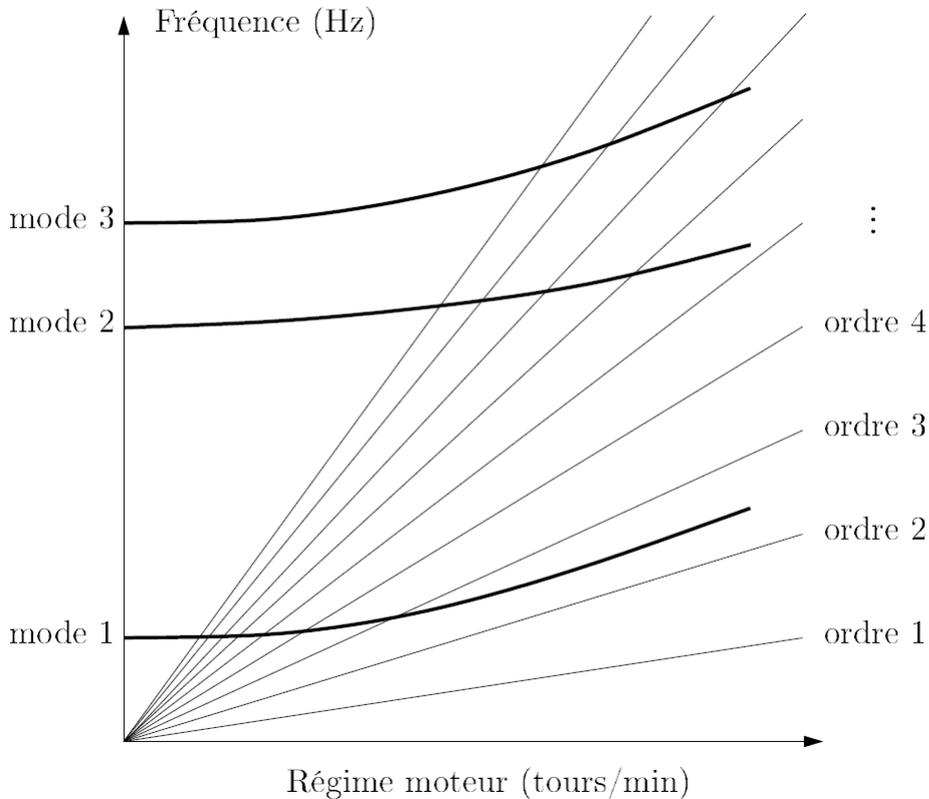


FIGURE 5.2 – Diagramme de Campbell d'une aube

Pour connaître la réponse vibratoire du fan, des essais sont réalisés dans différentes conditions de fonctionnement (vent de travers, effet de sol,...). Une fois le niveau vibratoire mesuré, celui-ci est comparé avec les contraintes dynamiques admissibles du matériau. Les fréquences des phénomènes vibratoires étant importantes, les contraintes dynamiques admissibles correspondent à la limite d'endurance fixée à  $10^7$  cycles de telle sorte d'éviter tout amorçage. En effet, au dessus de la limite d'endurance, le nombre de cycles admissibles sera atteint très rapidement compte tenu du niveau des fréquences. Ces phénomènes vibratoires sont caractérisés par un fort rapport de charge, c'est-à-dire par des oscillations autour d'une contrainte moyenne relativement élevée par rapport à l'amplitude des contraintes alternées (contraintes vibratoires). La contrainte moyenne correspond à l'état de contrainte au point de fonctionnement pour le régime auquel apparaît la coïncidence étudiée. Il est nécessaire de connaître les contraintes moyennes pour déterminer les contraintes dynamiques admissibles. Pour un niveau de contrainte vibratoire relevé à une coïncidence donnée et donc un régime donné, il est ainsi possible de connaître la contrainte

statique associée et donc la contrainte dynamique admissible qui est comparée à la contrainte dynamique mesurée en essai.

En plus des vibrations répondant à des sources d'excitation synchrone, il existe également des excitations asynchrones dont la fréquence ne correspond pas à une harmonique de la vitesse de rotation. C'est le cas du flottement, du décollement tournant et du SFV (Separated Flow vibration). Le flottement est un phénomène d'instabilité d'origine aéroélastique. Il existe deux types de flottement : le flottement classique et le flottement de décrochage. Le premier type concerne les profils d'aile tel que les aubes dont la torsion et la flexion sont couplées. Le mouvement de torsion va en effet modifier l'angle d'incidence et donc la sustentation et le mouvement de flexion de l'aube. A partir d'une vitesse d'air critique, les deux fréquences propres du système couplé se rapprochent et un phénomène d'instabilité s'installe. La structure prélève de l'énergie à l'écoulement et les amplitudes de vibration augmentent allant jusqu'à la ruine de l'aube. L'autre type de flottement dit de décrochage intervient lorsque le flux d'air vient déformer l'aube qui en retour déforme l'écoulement d'air et ainsi de suite. Il peut arriver que l'énergie apportée par l'écoulement soit supérieure à celle qui est dissipée par la structure. L'amplitude vibratoire augmente progressivement, l'instabilité est dite par amortissement ajouté. Le décollement tournant est un autre phénomène asynchrone qui apparaît lorsque localement l'écoulement d'air se décroche et tourne à une vitesse différente de la vitesse de rotation. Les aubes rencontrent des niveaux de pression différents au cours de la rotation ce qui génère des vibrations. Cette instabilité aérodynamique peut également être à l'origine du pompage. Il existe deux sortes de décollements. La longueur d'onde du premier, appelé décrochage modal, est de l'ordre de grandeur de la circonférence du rotor. Le second, plus courant, est concentré au sommet de l'aube et lié à l'écoulement au niveau du jeu entre le rotor et le stator. La longueur d'onde de ce dernier est plus petite. Un flux turbulent peut également venir exciter les aubes compte tenu de la disparité temporelle et spatiale du flux d'air et donc des pressions aérodynamiques. Le SFV est ainsi une autre source d'excitation asynchrone.

L'ensemble de ces phénomènes vibratoires synchrones et asynchrones sont caractérisés sur l'ensemble du domaine de vol lors des essais moteur. Si le niveau vibratoire est plus important que la limite d'endurance du matériau, le pilote peut soit mettre en place des restrictions d'utilisation en accord avec l'avionneur soit revoir la conception de la soufflante pour baisser le niveau vibratoire.

Afin de réduire les réponses vibratoires plusieurs systèmes d'amortissement peuvent

être mis en place. En plus de l'amortissement naturel du système (amortissement mécanique et amortissement du fluide), des technologies permettent de réduire le niveau vibratoire. Les motoristes privilégient aujourd'hui des solutions de type passives basées sur la dissipation d'énergie par frottement. La première solution consiste à générer du frottement lorsque l'aube vibre. Une masse est positionnée sous les plateformes, entre les deux aubes comme illustré sur la figure 5.3. L'énergie centrifuge lui permet d'exercer un effort sous les plateformes et lorsque les aubes vibrent de l'énergie est dissipée par frottement ce qui limite les vibrations. Une masse trop importante génère un effort normal au contact trop important pour permettre un glissement et donc une dissipation d'énergie. A l'inverse, avec une masse trop petite, le contact sera glissant mais l'effort normal étant faible, l'énergie de dissipation ne sera pas suffisante. D'autres systèmes fonctionnant sur le même principe existent,

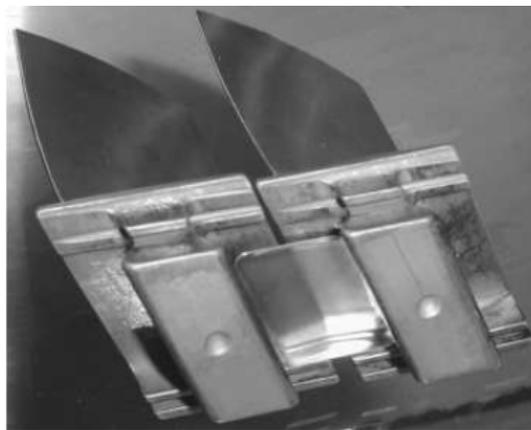


FIGURE 5.3 – Frotteur entre deux aubes adjacentes [17]

tels que des jons annulaires coupés placés sous une jante ou une virole. Cette solution est cependant généralement envisagée sur les structures tel que les disques aubagés monoblocs (DAM) n'offrant pas la possibilité de loger le frotteur décrit précédemment. Les aubes de soufflante à talon et les aubes à nageoires sont des structures ajoutant des interfaces pour générer du frottement. Les nageoires ne sont plus utilisées car celles-ci perturbent l'écoulement de l'air et diminuent le rendement. Enfin, la liaison avec le disque au niveau du pied d'aube génère naturellement une dissipation d'énergie par frottement [57] [88]. Les matériaux viscoélastiques sont une autre solution utilisée pour limiter les niveaux vibratoires. L'amortissement est généré par la capacité du matériau à dissiper de l'énergie sous forme de chaleur. Ces matériaux de type élastomère ou silicone sont appliqués sur des démonstrateurs à l'interface aube-disque, à l'intérieur d'une aube creuse ou sur la paroi extérieure de

l'aube. Les matériaux piézoélectriques utilisés comme amortisseur passif, semi-passif ou actif sont à l'étude pour des applications sur aube [46] [47] [72] [73]. Cette thèse s'intègre dans ce contexte. Ils sont aussi à l'étude sur des pâles d'hélicoptère et volets d'avion.

Le detuning ou désaccordage est également appliqué pour réduire les niveaux vibratoires. Compte-tenu des variabilités de production, la géométrie et les caractéristiques des matériaux varient d'un secteur à l'autre de la roue aubagée. Il en résulte une différence de fréquence propre. Cet écart perturbe la symétrie cyclique, la réponse vibratoire se localise alors sur quelques aubes au lieu de se répartir sur l'ensemble de la roue aubagée. Les contraintes vibratoires sont ainsi localement amplifiées. C'est le désaccordage involontaire. Pour limiter cet effet une solution est de maîtriser et réduire les tolérances de la fabrication des aubes afin de s'approcher d'une roue aubagée parfaitement accordée mais les écarts restent inévitables. En augmentant le désaccordage, l'amplification augmente jusqu'à un certain niveau au delà duquel celle-ci vient à diminuer. Parfois le motoriste choisit alors d'intégrer volontairement un désaccordage généralement plus important que le désaccordage naturel de telle sorte que lorsque le désaccordage involontaire s'additionne au désaccordage volontaire l'amplification de la réponse vibratoire est diminuée. Cette solution consiste donc à diminuer les effets néfastes liés à la variabilité de la production. Dans ce cas des motifs différents se répètent au sein de la roue aubagée.

En plus de l'endommagement par fatigue vibratoire, les aubes subissent des sollicitations générant de la fatigue oligocyclique ou LCF (Low Cycle Fatigue). C'est un phénomène de fatigue généralement défini pour des durées de vie inférieures à  $10^4$  ou  $10^5$  cycles. Les niveaux de contraintes sont également plus élevés que pour la fatigue vibratoire décrite précédemment. L'endommagement est généré majoritairement par des effets de micro-plasticité contrairement à la fatigue LCF ou vibratoire dont le comportement reste principalement élastique. Les cycles de fatigue sont déterminés selon l'évolution des contraintes au cours d'une mission de vol d'un avion. Les principaux chargements s'exerçant sur l'aube fan lors d'une mission sont la vitesse de rotation basse pression (les contraintes variant selon le carré du régime), les efforts aérodynamiques et le champ thermique (la contribution de ce dernier reste relativement faible). La pièce est de plus retenue par le disque sur les portées du pied de l'aube. L'évolution des contraintes peut être ainsi décrite selon l'évolution de ces chargements lors des différentes phases de vol allant de l'état moteur à l'ar-

rêt, décollage, montée en altitude, croisière, approche, atterrissage avec reverse. Les contraintes dynamiques sont à prendre aussi en compte car celles-ci majorent les contraintes des cycles de fatigue oligocyclique. La mission est décomposée en cycles de fatigue à l'aide par exemple de la méthode dite Rainflow [54]. Chaque cycle élémentaire est ensuite caractérisé par sa demie amplitude, son rapport de charge et sa température. Des courbes de Wöhler sont déterminées expérimentalement, elles permettent de lier la demie contrainte alternée à la durée de vie. L'effet de la température et du rapport de charge sont définis de manière expérimentale ou bien en s'appuyant sur des modèles. Il existe par exemple plusieurs modèles dans la littérature permettant de calculer la contrainte alternée équivalente à un rapport de charge de référence comme ceux de Goodman et Walker [83]. La durée de vie de chacun des cycles peut ainsi être calculée puis sommée selon la loi de Miner en faisant l'hypothèse de cumul d'endommagement linéaire. Le nombre de missions avant amorçage de l'aube est donc connu. Lorsqu'une fissure est amorcée il s'ensuit une phase de propagation de fissure avant la rupture finale. La durée de vie de cette phase peut être également calculée en décomposant de la même manière la mission en cycle élémentaire. A chaque cycle l'avancée de la fissure est déterminée à l'aide de la loi de Paris et l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte est comparé au facteur d'intensité de contrainte critique du matériaux. Si la fissure traverse la pièce où le facteur d'intensité de contrainte critique est atteint l'aube est alors rompue. Le dernier type d'endommagement de l'aube fan est l'usure du pied d'aube à l'endroit du contact avec le disque. Pour limiter cette usure et assurer un bon contact les portées sont protégées par des revêtements, des tôles, cette liaison est aussi régulièrement lubrifiée.

De part sa position à l'entrée du moteur, l'aube fan est particulièrement exposée aux chocs et à l'ingestion de corps étrangers. Celle-ci doit ainsi résister à la grêle et à l'ingestion d'oiseaux. Après l'ingestion d'oiseaux légers, le moteur doit être capable de retrouver sa poussée, la déformation de l'aube devra donc rester limitée. Lors de l'ingestion d'un oiseau plus lourd (de type canard, oie par exemple), il est démontré qu'aucun effet dit dangereux n'apparaît. Ce sont des phénomènes qui mettent en danger la sécurité des personnes tels que le feu non maîtrisé, l'éjection de débris haute énergie en dehors du système propulsif, la perte du moteur ou l'impossibilité d'arrêter celui-ci. La perte d'une aube fan qui peut survenir entre autre lors d'une ingestion d'oiseau lourd fait l'objet d'un essai de certification spécifique sur moteur permettant de vérifier l'absence de ces effets dangereux. Le carter fan doit alors

contenir tous les fragments de l'aube rompue et des aubes adjacentes éventuellement endommagées, de plus l'ensemble des pièces doivent résister au balourd généré de telle sorte qu'aucun débris haute énergie ne soit éjecté. L'avion peut ainsi se poser en sécurité à l'aide du ou des autres moteurs en fonctionnement. La fragmentation, la masse et la raideur de l'aube sont par conséquent importantes lors d'un tel événement. Durant une ingestion d'oiseaux, l'aube doit également être capable de découper le projectile afin de réduire la taille des morceaux ingérés par la suite dans le moteur. C'est ainsi que sur les aubes composites, une lame en titane est ajoutée sur le bord d'attaque.

L'aube fan, toujours de part sa position en entrée de moteur, ingère des particules et subit des impacts qui dégradent au fur et à mesure sa performance. La mise en place de solutions de réparation est particulièrement importante pour cette pièce. L'aube de soufflante a l'avantage d'être facilement inspectée et démontée directement sous l'aile. Le nombre de dépose nécessaire d'un moteur et la durée de réparation de celui-ci sont des données très importantes pour les compagnies aériennes.

Plusieurs corps de métier sont ainsi nécessaires pour concevoir une aube : mécanique, aérodynamique, acoustique. La géométrie finale résulte d'un compromis entre les différentes spécifications décrites ci-dessus. Dans ce cadre, les problématiques vibratoires sont des enjeux majeurs qui ne sont pas totalement prévisibles par des analyses numériques. Les éventuels problèmes peuvent être découverts tardivement dans la conception lors des essais. L'application de shunts piézoélectriques est une solution de réduction de vibration aujourd'hui en cours d'étude. Celle-ci devra tenir compte de l'ensemble de ce contexte afin de pouvoir être mise en place.

### 5.1.3 Procédés de fabrication de l'aube composite tissée

Dans un contexte industriel, l'application de systèmes piézoélectriques doit également tenir compte du procédé de fabrication des aubes. Le périmètre de cette thèse concerne la réduction de vibration des aubes fan composites. Le procédé de fabrication spécifique à ces aubes fan réalisées en composite tissé 3D est donc décrit dans cette partie.

Les nombreuses études qui ont été menées dans le domaine des matériaux com-

posites ont permis de mettre en avant leur excellente propriété en termes de rigidité et de légèreté. De nombreux travaux ont porté sur l'aspect fabrication d'aubes en composite et les résultats de ces études permettent d'envisager leur industrialisation alors que jusqu'à maintenant seuls les matériaux métalliques remplissaient les critères de résistance mécanique et de coût de production. De plus, l'augmentation continue de la production des fibres de carbone et de verre entraîne une baisse significative des coûts de matière première des renforts des matériaux composites. Cependant, les deux inconvénients majeurs des matériaux composites sont les problèmes d'endommagement, et ceux liés à la maîtrise du processus industriel.

L'intérêt porté sur les matériaux composites par les industries à forte valeur ajoutée comme l'aéronautique et le spatial ont permis par l'intermédiaire de nombreux développements de proposer des techniques innovantes comme le tissage 3D et le moulage par injection de résine RTM (Resin Transfert Molding), qui permettent d'envisager une fabrication en série d'éléments de structure fabriqués en matériaux composites.

L'entreprise SAFRAN Aircraft Engines a développé ces technologies et conçoit un moteur, le LEAP, dont les aubes de soufflante sont des aubes en composite tissées 3D. Par rapport au CFM56 Tech Insertion, le LEAP réduira la consommation en carburant de 15%, les émissions de NOx de 50% et le bruit de 15 EPNdB (Effective Perceived Noise)[1]. L'évolution des technologies autorise donc l'utilisation de structures plus légères que les métalliques pour une rigidité équivalente.

Les vibrations auxquelles sont soumises ces structures sont sources d'augmentation de bruit et sont susceptibles de diminuer la durée de vie des pièces. Ainsi, depuis une quinzaine d'années, des projets de recherche s'orientent vers le développement de nouvelles technologies qui permettront de respecter les cahiers des charges des futurs moteurs.

Les ingénieurs de l'entreprise SAFRAN Aircraft Engines ont déjà étudié des dispositifs d'amortissement intégrés dans une aube de soufflante en composite tels que l'ajout de matériaux viscoélastiques [24], [45]. L'ajout de ces matériaux représente un dispositif efficace pour réduire les vibrations mais est sensible aux variations de température.

Cette partie a pour objectif de donner quelques éléments de base sur les aubes composite tissées 3D et notamment sur leur fabrication. Les étapes de fabrication de cette aube sont détaillées dans la partie suivante et s'appuient sur les brevets [66], [22], [40] et [32] ainsi que sur le mémoire de thèse [23].

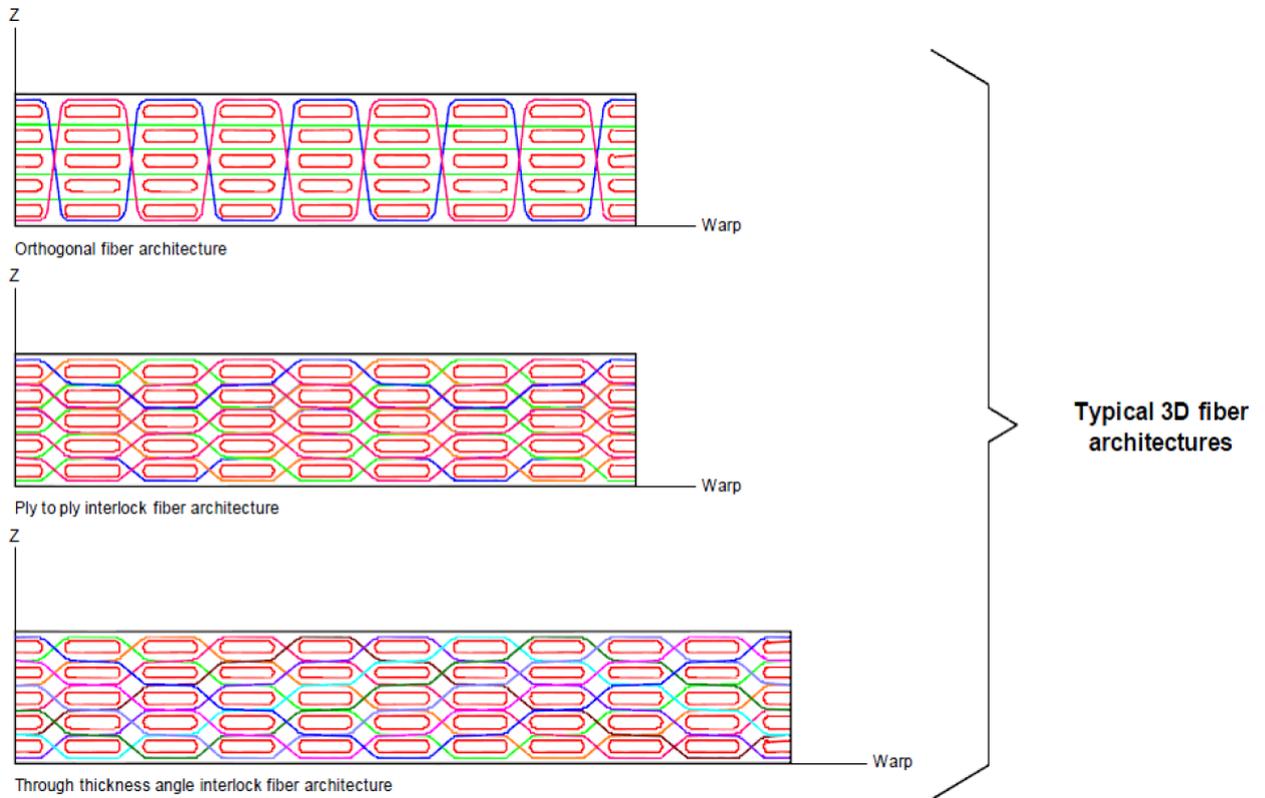


FIGURE 5.4 – Exemple de trois armatures tissées 3D [23]

### Étapes de fabrication :

L'aube est constituée d'un renfort tissé dans les trois dimensions, ce renfort est essentiellement composé de fibres de carbone et de fibres de carbure de silicium (SiC). La matrice de cette aube composite est obtenue après polymérisation d'une résine thermodurcissable de faible viscosité. Voici les différentes étapes de sa fabrication :

#### — Tissage du renfort

Le tissage du renfort s'effectue avec un métier à tisser "Jacquard" équipé d'une commande numérique et modifié afin de réaliser une maille en trois dimensions. Un exemple de trois différentes armures tissées 3D est présenté sur la figure 5.4.

Le renfort illustré figure 5.5 est formé de ces différentes armures de tissage selon les propriétés mécaniques attendues localement de l'aube. L'aube est ainsi construite

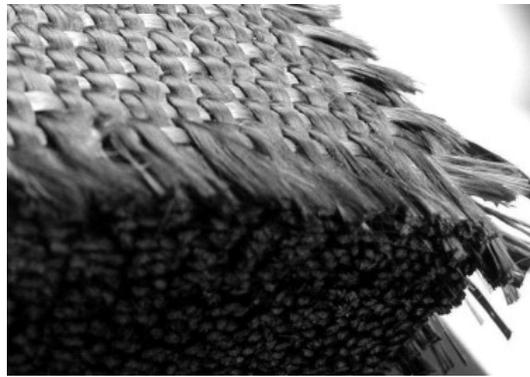


FIGURE 5.5 – Photographie de la préforme tissée [23]

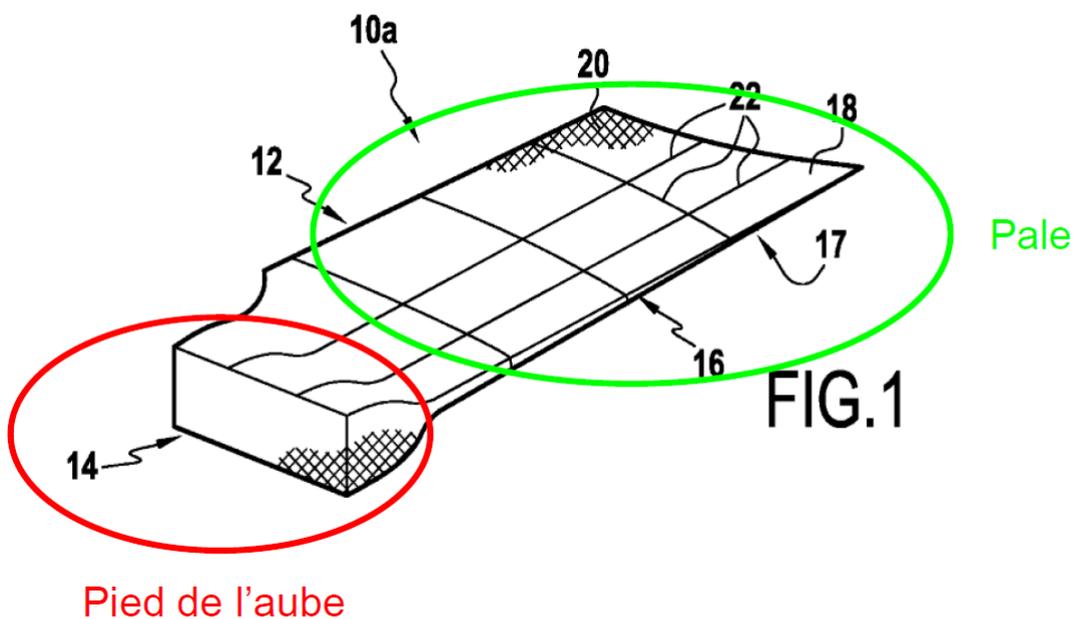


FIGURE 5.6 – Géométrie de la préforme après découpage au jet d'eau

sur mesure en fonction des sollicitations rencontrées au cours des différentes phases de vol. La préforme de l'aube obtenue après tissage comprend la pale et le pied de l'aube. La transition se fait par variation de l'épaisseur du tissu comme illustré sur les figures 5.4 et 5.7.

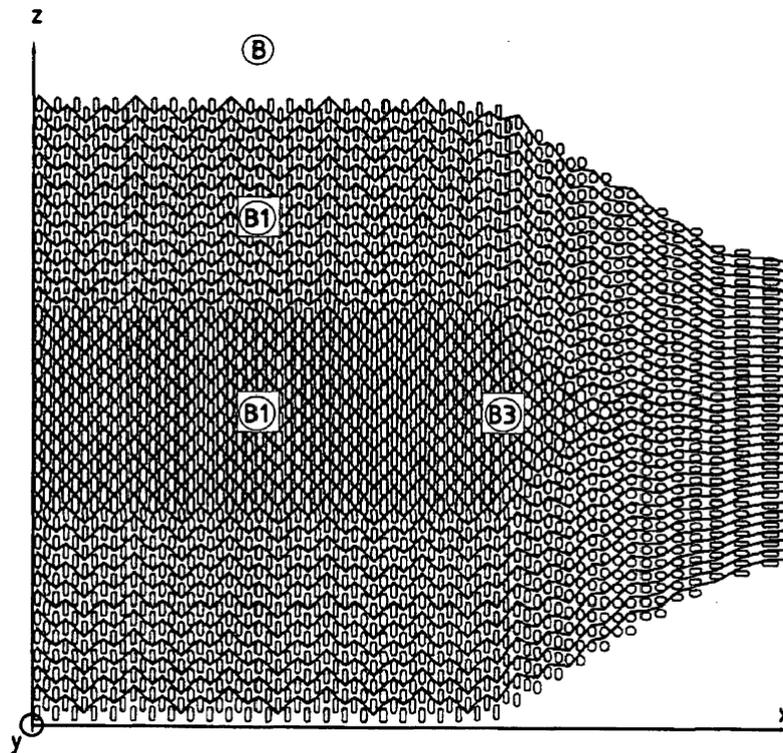


FIGURE 5.7 – Vue en coupe du renfort de l’aube dans la zone de variation de l’épaisseur entre le pied de l’aube et la pale [22]

#### — Découpage du renfort

Le découpage de la préforme (figure 5.6) est réalisé par découpe au jet d’eau. Le procédé de découpage laser a été écarté puisque celui-ci brûle localement les fibres de carbone. Afin de réaliser le découpage de manière précise, des fils traceurs sont intégrés à la surface de l’aube dans la direction des fils de chaîne et de trame. Ces fils traceurs sont en fibre de carbone ou en fibre de verre. Ils sont facilement visibles puisqu’ils sont peints en blanc contrairement au reste de la préforme qui est noire. De plus, les fils traceurs sont détectables par la technologie de contrôle non destructif par rayon X afin de s’assurer du bon dimensionnement de la pièce lors des différentes étapes de fabrication et afin de révéler la présence éventuelle de poches ou de blocs de résines.

#### — Déformation et compactage de la préforme

Après l’obtention de la préforme découpée, on vient déformer puis compacter celle-ci dans un moule afin qu’elle prenne une forme proche de la forme finale de

l'aube. Le compactage est réalisé par compression de l'aube. La présence d'un produit d'ensimage recouvrant les fibres pour en faciliter le tissage permet de limiter le phénomène de gonflement de la préforme et ainsi permet d'obtenir le taux volumique de fibre de carbone désiré. Ce produit d'ensimage peut être par exemple complété par une résine époxyde diluée. Le moule de compactage est porté à une température de 100°C. Il est formé de deux coquilles dont l'une est fixe, l'autre étant mobile et actionnée par une presse. La partie du moule destinée à mouler le pied de l'aube possède une forme élaborée de manière à éviter le flambement des fibres situées dans le sens longitudinal de l'aube et aussi de façon à minimiser la formation de poches ou de blocs de résines.

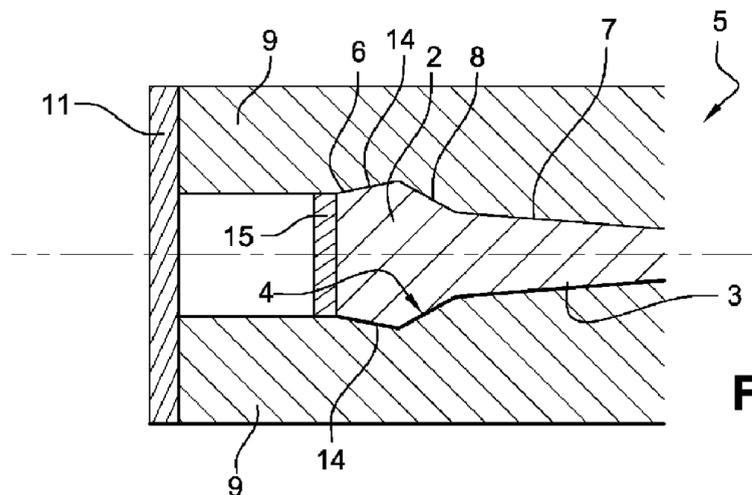


FIGURE 5.8 – Vue en coupe du moule du pied d'aube [22]

- 2- Pied
- 3- Pale
- 4- Faces latérales obliques
- 5- Moule
- 6- Pied
- 7- Pale
- 8- Premières faces latérales obliques
- 9- Coquille
- 11- Plaque d'extrémité
- 14- Secondes faces obliques
- 15- Paroi d'arrêt

Ce moule va compacter la préforme tissée à un taux volumique de fibres de l'ordre de 55% à 58%, ce qui correspond approximativement au taux volumique de la pièce finale. Le compactage est plus élevé (de l'ordre de 65%) dans la zone destinée à accueillir l'élément de protection en titane.

### — Moulage RTM (Resin Transfer Moulding)

La préforme est moulée suivant le procédé RTM qui est un moulage par injection de résine. Une résine de faible viscosité (0.1 à 1 Pa.s à température ambiante) est injectée par une pompe basse pression (1 à 10 bars) entre le moule et le contre-moule, le moule étant fermé et chauffé. Le vide est créé dans le moule ce qui permet de diminuer la pression d'injection. Après le démoulage, l'aube possède une forme très proche de la forme définitive. Des corrections peuvent être apportées par usinage. L'inconvénient majeur étant que des fibres sont alors coupées et, par conséquent, des phénomènes de décohésion peuvent apparaître.

### — Pose du film protecteur

Un film de protection en polyuréthane, qui va servir de protection anti-érosion, est appliqué sur l'aube. Pour fixer le film de protection, une colle peu visqueuse et résistante aux températures d'injection et de cuisson (respectivement de l'ordre de 160 et de 180°C) est utilisée.

Afin de minimiser la déformation du film de protection par l'état de surface de la préforme de l'aube, un élément d'interface souple (tel qu'un tissu sec, pré-imprégné ou un non tissé) réalisé en fibre de carbone est interposé entre l'aube et le film protecteur.

### — Fixation du bord d'attaque en titane

Afin d'assurer notamment une bonne résistance aux chocs, le bord d'attaque de l'aube est recouvert de titane.

Les étapes de mise en place sont les suivantes :

- Lors de l'étape de compactage, la pression exercée au niveau du bord d'attaque est plus importante que celle exercée sur le reste de l'aube.
- De la colle est disposée sur la surface de l'aube qui sera recouverte par la lame en titane.

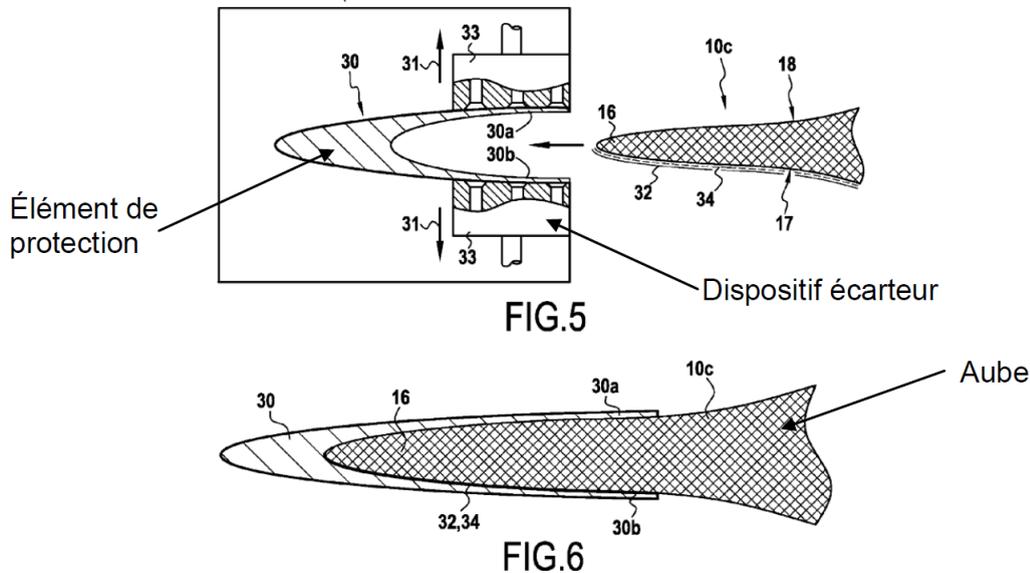


FIGURE 5.9 – Assemblage de l'élément de protection

- L'élément de protection en titane, qui vient envelopper les surfaces intrados et extrados du bord d'attaque, est écarté pour en permettre la pose grâce au dispositif illustré figure 5.9.

**Contraintes subies par des inserts piézoélectriques durant le processus de fabrication :**

Le procédé de fabrication de l'aube, détaillé dans les parties précédentes, met en évidence certaines contraintes dont il faudra tenir compte pour réaliser l'intégration d'un matériau piézoélectrique.

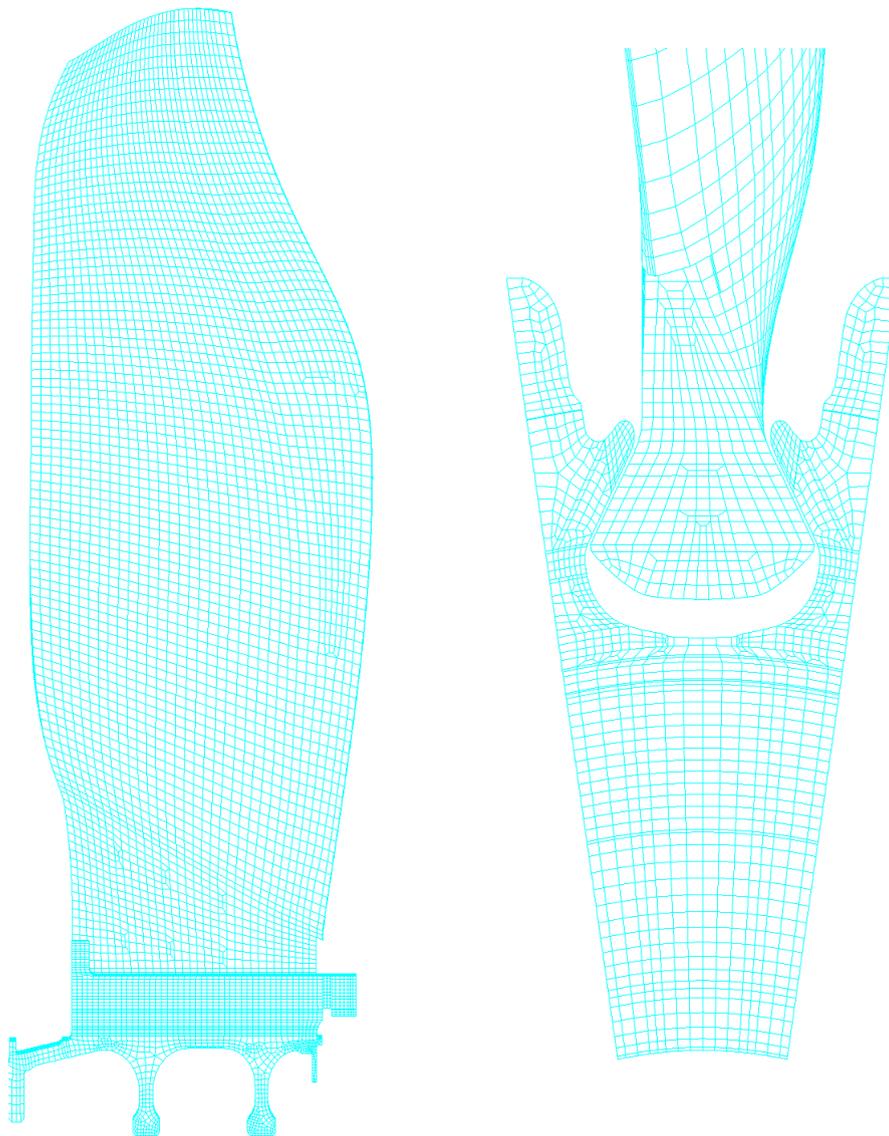
- La première contrainte que devra supporter le dispositif piézoélectrique lors de la fabrication de l'aube est celle causée par la déformation importante à laquelle est soumise la préforme. En effet, l'aube composite tissée 3D est une aube fortement vrillée (l'angle formé entre le pied de l'aube et la corde étant relativement élevé comparé aux précédentes générations d'aubes fan).
- La deuxième contrainte est liée à la pression appliquée lors de l'étape de compactage qui n'est pas uniforme sur la préforme.
- La troisième limitation dépend du nombre de cycles et des différentes températures de cuisson employées lors de la technique RTM. La température d'injection est de 160°C et la température de cuisson de 180°C environ.

Le dispositif de contrôle de vibration ne doit pas nécessairement s'intégrer à

l'aube avant la phase de moulage, c'est pourquoi cette liste des contraintes ne correspondra pas forcément à celles rencontrées pour l'intégration du matériau piézo-électrique choisi.

#### 5.1.4 Modèle éléments finis de l'aube composite CMO

Pour simuler le comportement dynamique de l'aube composite, les modèles développés par SAFRAN Aircraft Engines sont des modèles éléments finis constitués d'éléments volumiques (voir figure 5.10).



(a) Vue d'ensemble

(b) Zoom sur le pied

FIGURE 5.10 – Modèle EF de l'aube et du disque de soufflante

Le fichier de données fourni est un fichier d'entrée SAMCEF d'un secteur du rotor comprenant une aube, le disque fan et l'arbre BP. L'aube étudiée ne possède pas de bord d'attaque ni de revêtement situé sur le pied. L'aube isolée est constituée de 21220 éléments hexaédriques.

Le modèle numérique permet de gérer l'anisotropie du composite tissé, chaque élément est associé à un repère matériau et l'aube est constituée d'une dizaine de matériaux aux propriétés mécaniques différentes qui dépendent notamment de la fraction volumique dans la zone concernée.

Comme évoqué dans le chapitre 2, le solveur ainsi que les modèles ont été entièrement développés au laboratoire. Le choix d'une architecture logicielle orientée objet permet de disposer d'un outil pour lequel l'ajout de nouvelles fonctionnalités est simplifié. La création du modèle de l'aube avec un maillage constitué d'éléments à fonctions de forme quadratiques est effectuée avec le même maillage que celui du modèle linéaire (la géométrie des hexaèdres reste inchangée). Seule la formulation de l'élément change ainsi que le nombre de points d'intégration qui passe de 8 à 27.

Les conditions aux limites et les chargements du modèle initial ont été supprimés, les efforts aérodynamiques et les efforts de la cale sur l'aube ne sont pas pris en compte puisqu'ils ne correspondent pas aux conditions de mesure vibratoire qui sont réalisées par la suite. La condition de contact au niveau des noeuds des flancs est supprimée et elle est remplacée par un blocage de ces noeuds.

L'aube a été pesée et sa masse correspond à celle du modèle numérique après avoir enlevé, avec un script dédié, le bord d'attaque en titane, la colle et les éléments de peau.

### 5.1.5 Caractérisation vibratoire de l'aube

L'objectif des analyses modales expérimentales réalisées est d'identifier dans un premier temps les propriétés dynamiques de l'aube, en terme de fréquences propres, d'amortissements modaux et de déformées modales opérationnelles en basse fréquence. Dans un second temps, cela permet de valider expérimentalement les modèles numériques avant de modéliser les éléments piézoélectriques.

Pour obtenir une corrélation satisfaisante entre les essais et les simulations numériques, les conditions de mesure doivent être maîtrisées. Ces conditions expérimentales correspondent au système d'excitation utilisé, au dispositif de mesure, aux conditions de maintien de la structure et aux effets liés à l'environnement dans lequel

s'effectue la caractérisation vibratoire.

Deux conditions aux limites ont été testées :

- Condition libre :

Elle a pour objectif de valider le modèle éléments finis. En effet, la condition libre est numériquement la condition la plus simple. Dans le cas de l'aube composite, cela permet de valider à la fois la finesse du maillage et le type d'éléments finis, ainsi que les propriétés matériaux (les propriétés des matériaux homogénéisées et chaque zone d'attribution des différents matériaux).

- Condition encastree :

Celle-ci est plus proche de celle que l'aube connaît en fonctionnement même si le disque fan est beaucoup moins raide que le mors d'essai fourni par SAFRAN Aircraft Engines ce qui implique que les fréquences des modes sont différentes. Le mors fourni est un bâti parallélépipédique en acier qui pèse environ 130 kg.

L'avantage de ce mors, dont la raideur est très importante, est que cela correspond, pour la condition encastree, à bloquer tous les noeuds des flancs en contact avec celui-ci. L'encastrement dans ce mors est donc plus simple à modéliser numériquement que la liaison dans le disque fan. En effet, celui-ci étant moins raide, il aurait probablement fallu ajouter dans le modèle des éléments de raideur entre les portées du disque et les flancs de l'aube sur lesquels il faudrait effectuer un recalage en raideur en comparant les résultats numériques avec des essais sur banc.

Deux types d'encastrements ont été testés sur le modèle numérique, le premier consiste à bloquer les noeuds appartenant aux flancs du pied. Le second consiste à bloquer ces noeuds, plus les noeuds situés sous le pied de l'aube. La comparaison à la fois sur les valeurs des fréquences propres ainsi que sur les déformées modales montre que la différence entre ces deux conditions d'encastrement est très faible.

Mise en place des conditions de support pour les essais :

- Condition libre :

Pour suspendre l'aube, des supports permettant de lier l'aube aux sandows ont été

fabriqués. Les deux attaches sont en alliage d'aluminium pour rajouter le moins de masse à la structure et ont été cintrées pour épouser la forme des flancs du pied d'aube. L'objectif étant de réaliser deux centrages courts avec des appuis ponctuels pour ne pas modifier la raideur du pied d'aube (voir figure 5.11).

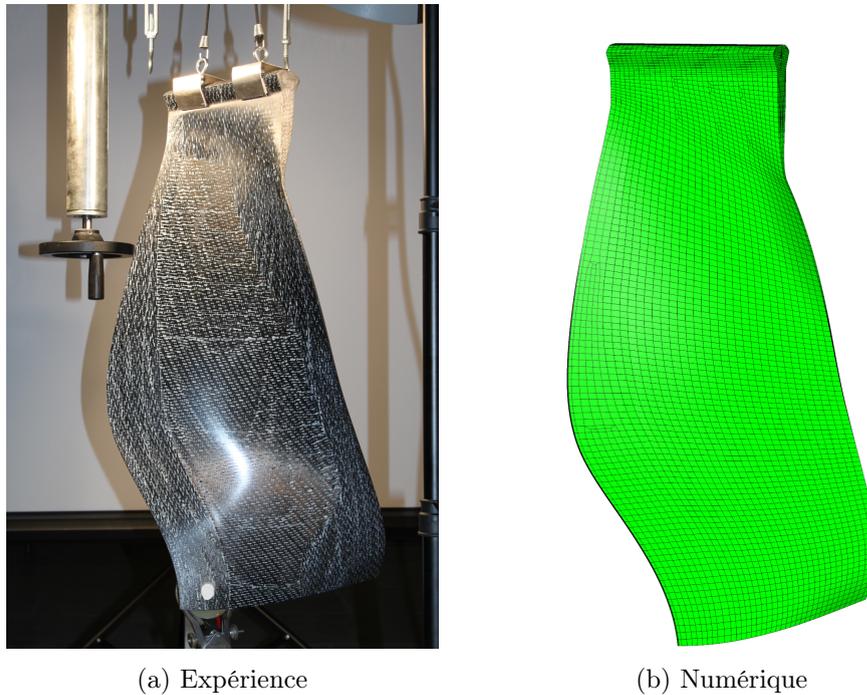


FIGURE 5.11 – Aube en condition libre

- Condition encastrée :

Le mors doit être suspendu afin de ne pas faire apparaître de perturbations dues à l'environnement dans la réponse dynamique de la structure correspondant à une propagation d'onde provenant de l'environnement et se propageant au travers du support sur lequel le mors serait posé. Le mors est ainsi suspendu à l'aide d'un palan (voir figure 5.12).

Le pied de l'aube est positionné dans son logement puis les flancs de l'aube sont ensuite plaqués contre les portées du mors à l'aide d'un serrage par vis. Le couple de serrage appliqué sur les six vis est de 85 Nm, celui-ci est appliqué avec une clé dynamométrique.

Le dispositif de mesure expérimentale est similaire à celui utilisé dans le chapitre 3. Le système d'excitation employé est un système bobine-aimant (voir figure 5.13) et le type de signal utilisé pour l'excitation est aussi un bruit blanc.

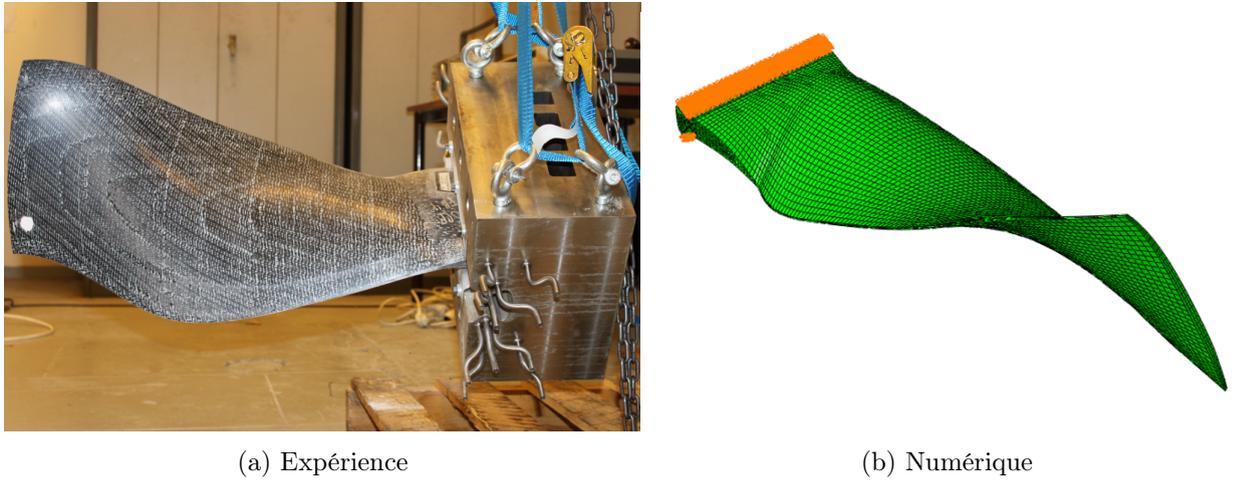


FIGURE 5.12 – Aube en condition encastrée

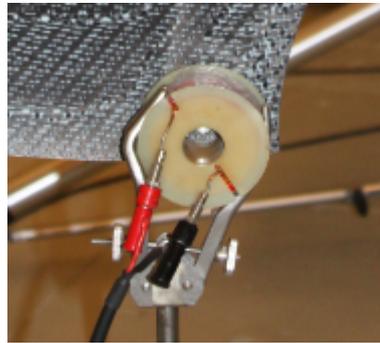


FIGURE 5.13 – Système d'excitation bobine-aimant

La position de l'excitation a été choisie de manière à ce que la zone de pose de l'aimant soit la moins raide, de façon à pouvoir exciter l'aube. Elle est donc éloignée du pied, et positionnée de sorte qu'elle ne se trouve pas sur une ligne nodale pour les premiers modes observés au vibromètre.

Les figures 5.14 et 5.15 présentent les courbes expérimentales et numériques de la réponse en fréquence de l'aube en condition libre et en condition encastrée mesurée en bout d'aube. On remarque une très bonne superposition des courbes entre les essais et les résultats numériques.

Les amortissements modaux sont recalés sur l'expérimental. Les valeurs des amortissements des premiers modes de l'aube pour la condition libre et encastrée sont donnés dans les tableaux 5.1 et 5.2.

Les amortissements modaux obtenus sont en moyenne de l'ordre de grandeur de 0,1% pour les premières fréquences propres. On peut remarquer qu'ils sont du même

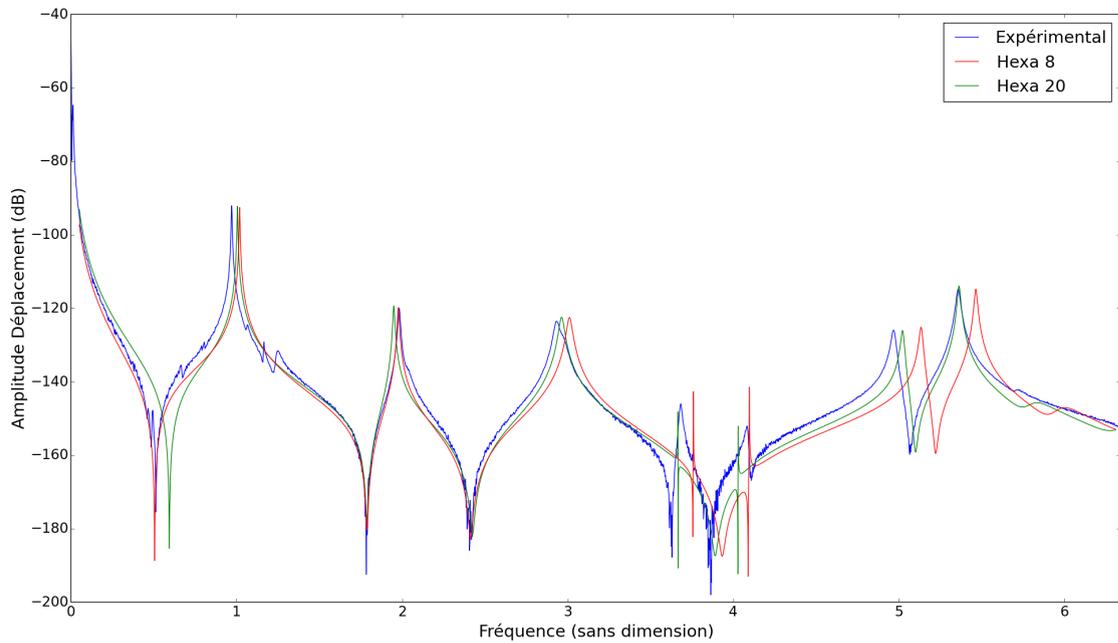


FIGURE 5.14 – Courbes expérimentale et numériques (éléments linéaires et quadratiques) de la réponse en fréquence de l’aube en condition libre

ordre de grandeur pour les deux conditions aux limites étudiées. Ce résultat montre que le montage d’encastrement n’ajoute quasiment pas d’amortissement à la structure. Cela s’explique par la qualité du montage pour lequel très peu d’énergie est dissipée par frottement au niveau du contact entre le pied et les surfaces du mors.

Pour la condition libre présentée sur la figure 5.14, on peut noter que le modèle éléments finis à fonctions de forme quadratiques recalcule mieux avec les essais que le modèle constitué d’éléments finis linéaires. L’écart entre l’expérience et le modèle avec les éléments finis linéaires augmente avec la fréquence. Le modèle avec des éléments à fonctions de forme quadratiques est ainsi le seul à avoir été tracé pour la condition encastree sur la figure 5.15. La courbe de réponse en fréquence de l’aube pour la condition encastree avec des éléments à fonctions de forme linéaires se situe dans l’annexe B.1.

L’utilisation d’un vibromètre laser à balayage (figure 5.17) permet de réaliser de nombreuses séries de mesures sans rajouter de masse contrairement aux accéléromètres. L’utilisation d’une poudre de ressuage a été préférée à l’utilisation de pastilles réfléchissantes puisque que le nombre de points de mesure sur une structure

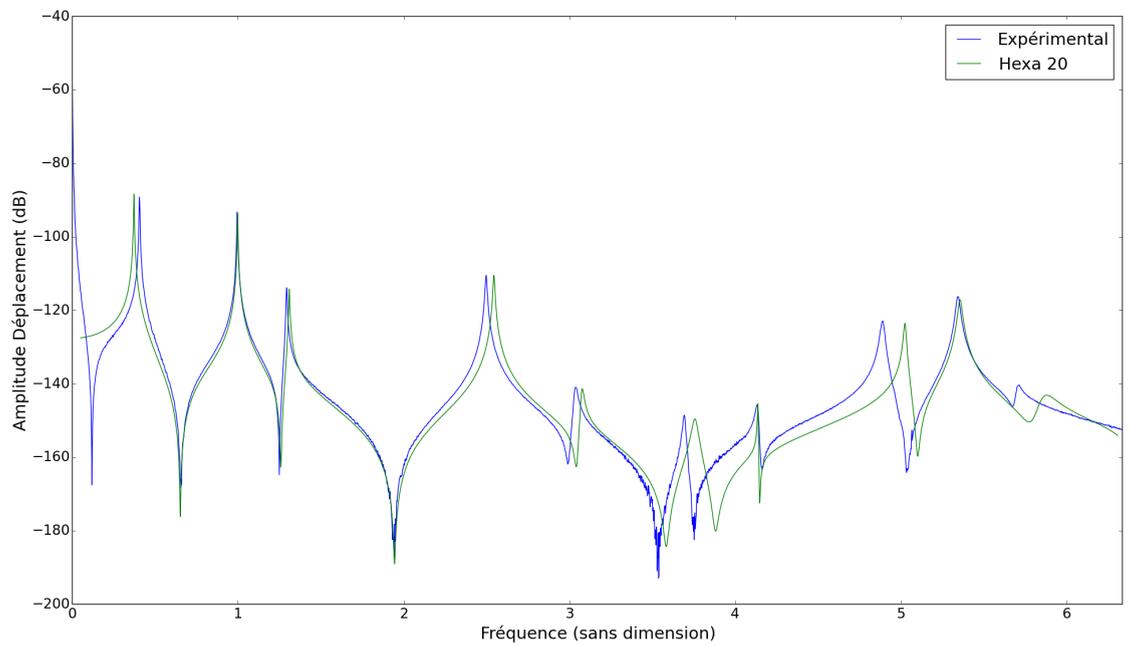


FIGURE 5.15 – Courbes expérimentale et numérique (éléments quadratiques) de la réponse en fréquence de l’aube en condition encastree

| mode                   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\xi_i$ (%)            | 0,24 | 0,4  | 0,95 | 0,04 | 0,04 | 0,33 | 0,26 | 2,0  |
| $f_{th}/f^{ref}$       | 1,01 | 1,96 | 2,98 | 3,69 | 4,06 | 5,06 | 5,40 | 5,84 |
| $f_{exp}/f^{ref}$      | 0,98 | 2,00 | 2,96 | 3,71 | 4,11 | 5,01 | 5,38 | 5,74 |
| $\Delta f/f_{exp}$ (%) | 3,13 | 1,79 | 0,86 | 0,55 | 1,36 | 1,02 | 0,28 | 1,60 |

TABLE 5.1 – Aube en conditions libre : fréquences propres, amortissement modaux

| mode                   | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| $\xi_i$ (%)            | 0,43 | 0,2  | 0,33 | 0,2  | 1,2  | 0,85 | 0,22 | 0,19 |
| $f_{th}/f^{ref}$       | 0,37 | 1,01 | 1,32 | 2,56 | 3,10 | 3,79 | 4,16 | 5,06 |
| $f_{exp}/f^{ref}$      | 0,41 | 1,00 | 1,30 | 2,52 | 3,06 | 3,71 | 4,16 | 4,92 |
| $\Delta f/f_{exp}$ (%) | 8,75 | 0,51 | 1,18 | 1,83 | 1,17 | 1,92 | 0,00 | 2,80 |

TABLE 5.2 – Aube en conditions encastree : fréquences propres, amortissement modaux

de cette taille est relativement important si l’on souhaite comparer les déformées opérationnelles aux déformées obtenues numériquement. La grille utilisé pour la

condition encadrée comporte ainsi 705 points de mesure de façon à ce que sa finesse se rapproche de celle du maillage du modèle numérique (voir figure 5.16). Le temps d'acquisition des réponses en fréquence sur l'ensemble des points est d'environ 4 heures pour chacune des deux conditions aux limites.

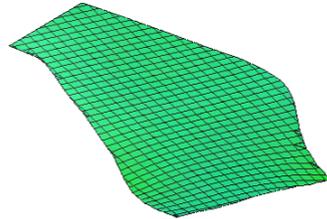


FIGURE 5.16 – Grille de mesure pour la condition encadrée

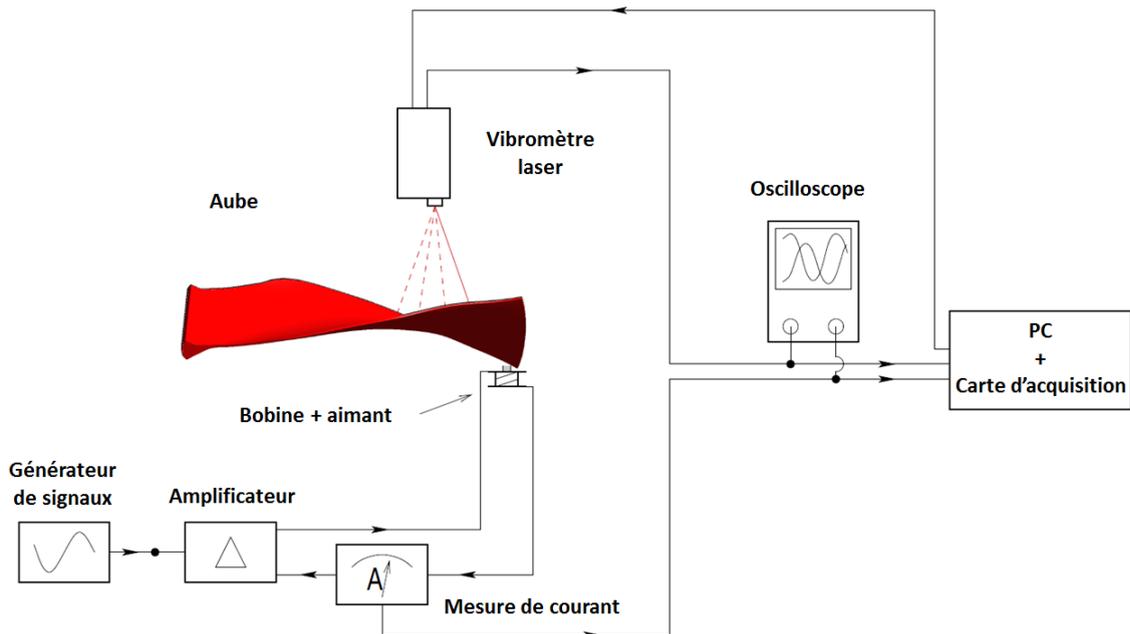


FIGURE 5.17 – Schéma du dispositif de mesure expérimentale

Il faut projeter suffisamment de poudre sur la structure pour mesurer avec précision les très faibles amplitudes de vibration sur la plage de fréquence étudiée puisque avec ce dispositif de mesure il est nécessaire de maximiser l'intensité du signal réfléchi. Ceci est d'autant plus important pour la condition libre puisque pour celle-ci les amplitudes de vibration sont plus faibles que pour la condition encadrée. Le nombre de points doit être suffisamment élevé de façon à capter correctement

les gradients de déplacement pour l'ensemble des modes appartenant à la plage de fréquences étudiée. Les déformées sont simples, elles possèdent peu de lignes nodales, puisqu'on reste en basses fréquences. On aurait donc pu prendre moins de points cependant cela permet d'avoir une grille qui se rapproche en finesse du modèle éléments finis pour ensuite pouvoir comparer plus finement les écarts entre les gradients de déplacement obtenus numériquement et expérimentalement.

Le vibromètre laser utilisé est un vibromètre Polytec PSV-300 qui permet d'effectuer des mesures monodimensionnelles. Il mesure ainsi la projection du vecteur vitesse sur la normale au plan de mesure, ce qui est problématique pour un mouvement de flexion si le faisceau n'est pas normal à la surface. De plus, si pour le mode observé, le mouvement est localement lié aux vibrations de membrane, le vibromètre 1D ne permettra pas non plus de caractériser correctement les vibrations de la structure. Dans notre cas, la forme complexe de l'aube, qui est en hélice, induit pour certains modes, dont la fréquence n'est pas dans la plage observée, un couplage entre les vibrations de membrane et de flexion, ce qui montre les limites d'une mesure avec un vibromètre 1D. Cependant, dans notre application, pour les 8 premiers modes en condition libre et encastree, les gradients mesurés avec le vibromètre sont très proches des gradients de déplacement obtenus numériquement comme on peut le constater sur les figures 5.18, 5.19, 5.20 et 5.21. Ces différentes figures permettent de valider le modèle numérique (gestion des directions d'anisotropie matériau pour les différentes zones de l'aube et finesse du maillage éléments finis pour la plage de fréquence considérée).

## 5.2 Dispositifs de réduction de vibration

### 5.2.1 Etat de l'art

#### Technique viscoélastique

Cette partie n'a pas pour vocation de détailler l'état de l'art sur la technique d'amortissement avec éléments viscoélastiques mais simplement de présenter ces dispositifs d'amortissement ainsi qu'un exemple d'application possible sur turbomachine.

Quand on impose une excitation périodique à un matériau viscoélastique, celui-ci dissipe une partie de l'énergie sous forme de chaleur, qui résulte du frottement des molécules de l'élastomère.

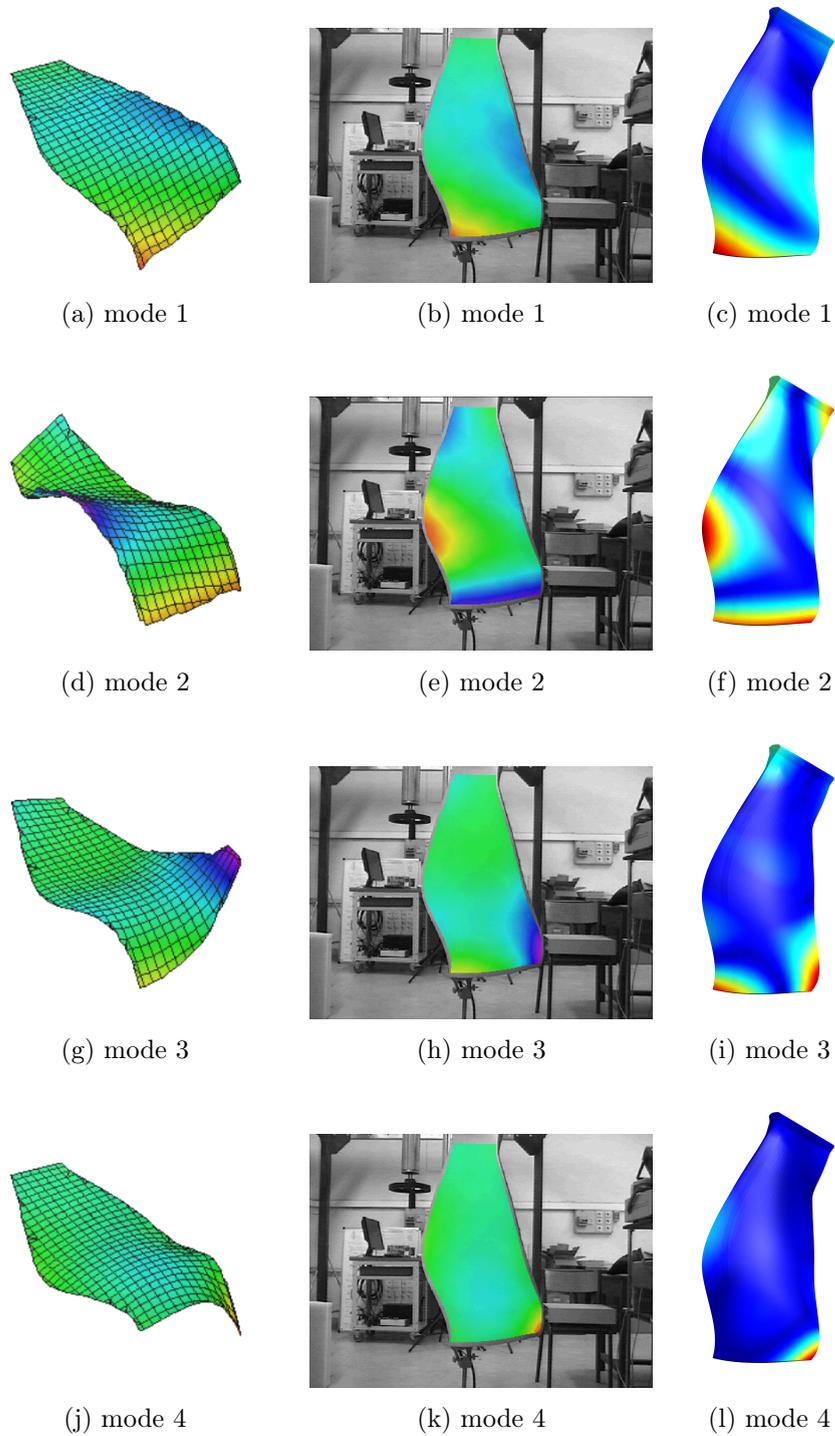


FIGURE 5.18 – Déformées modales des 8 premiers modes propres de l’aube en condition libre (modes 1 à 4). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement

Il existe deux manières d’utiliser les matériaux viscoélastiques pour réduire les

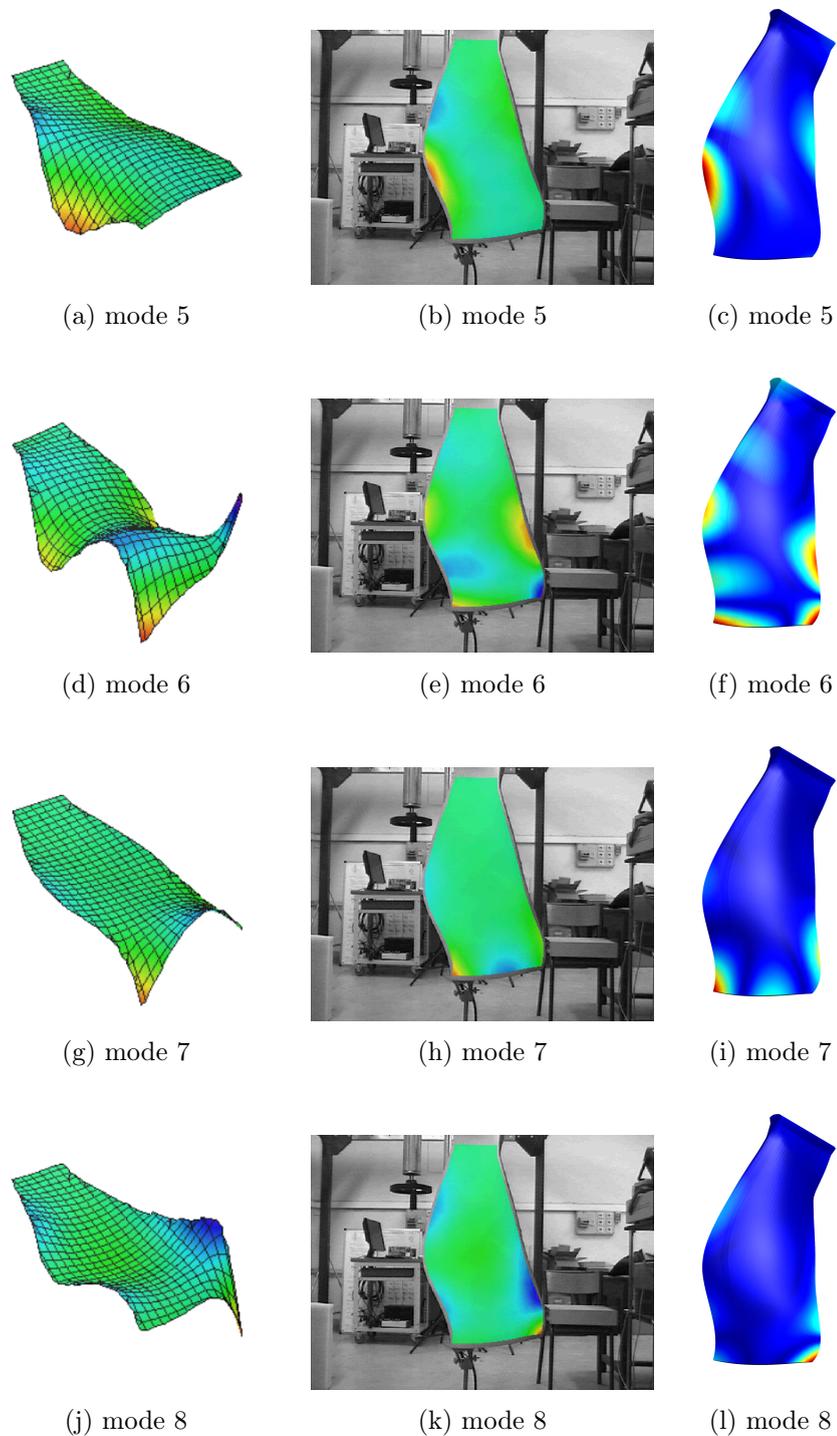


FIGURE 5.19 – Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube en condition libre (modes 5 à 8). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement

vibrations de structure [68]. La première consiste à fixer un matériau viscoélastique

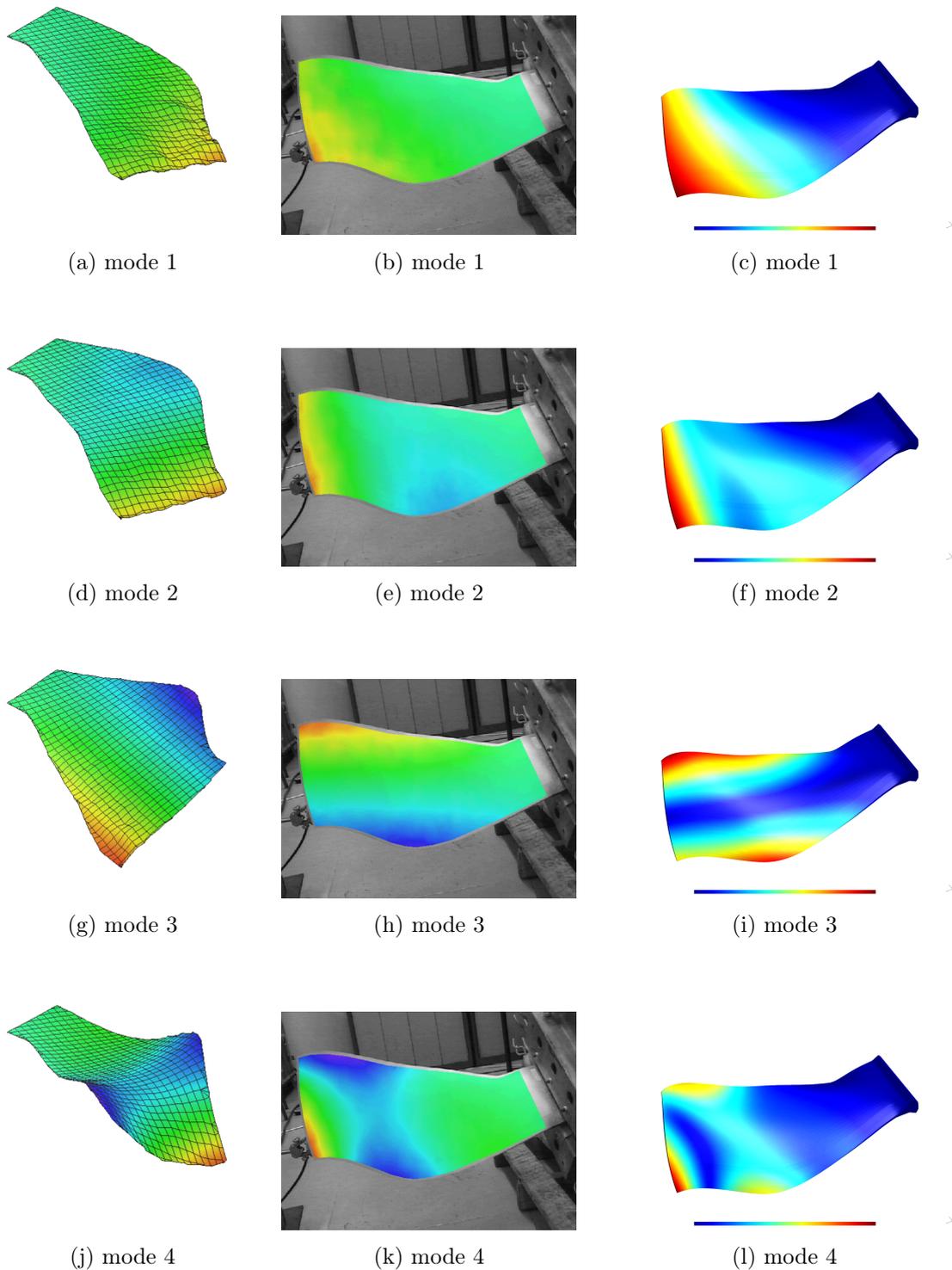


FIGURE 5.20 – Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube encastree (modes 1 à 4). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement

directement sur la structure, on parle alors de revêtement simple. Ainsi, lorsque la structure est soumise à une déformation de flexion, le matériau viscoélastique est

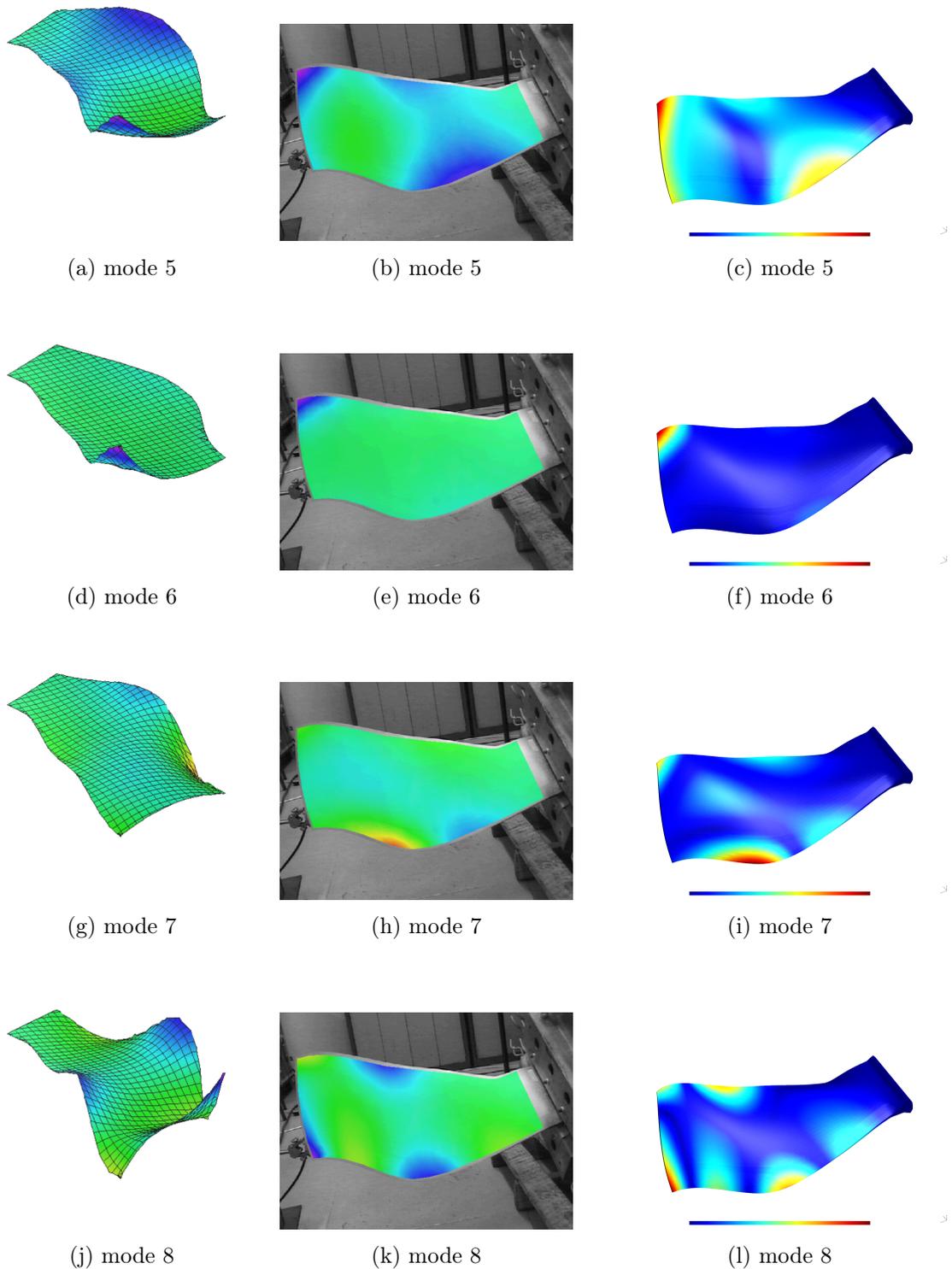


FIGURE 5.21 – Déformées modales des 8 premiers modes propres de l'aube encastree (modes 5 à 8). Les niveaux de couleurs représentent le module du déplacement

sollicité en traction/compression et dissipe une partie de l'énergie de déformation de la structure sur laquelle il est fixé. La deuxième méthode consiste, par rapport



FIGURE 5.22 – Dispositif d’amortissement viscoélastique sur le diamètre intérieur d’un disque aubagé [10]

à la première méthode, à rajouter une couche fine de matériau, par exemple de l’aluminium, sur la surface libre du matériau viscoélastique. Cette méthode, dite de revêtement contraint, permet de solliciter principalement le matériau viscoélastique en cisaillement lorsque la structure se déforme, et donc de dissiper d’avantage d’énergie [69] [70]. C’est pour cette raison que la deuxième méthode permet généralement d’aboutir à de meilleures performances.

Pour concevoir de nouveaux moteurs, les motoristes ont de plus en plus recours à des disques aubagés monobloc (bladed disks en anglais, BLISK) qui présentent de faibles niveaux d’amortissement à cause de leur architecture monobloc. En effet, l’amortissement de friction entre les composants (disque-aubage) n’existe plus dans ce cas. L’étude réalisée dans le document [10] montre que l’amortissement est augmenté de manière significative par l’ajout de traitement viscoélastique. Cependant, les matériaux viscoélastiques sont sensibles à la température, et par conséquent il faut optimiser le choix de ces matériaux pour qu’ils puissent être efficaces dans les conditions opérationnelles du moteur.

### Technique piézoélectrique

Plusieurs études récentes, utilisant des transducteurs piézoélectriques et étant appliquées aux aubes de soufflante ou aux disques aubagés de turbomachine, ont eu pour objectif de réduire les vibrations de ces structures.

Par exemple, Sénéchal [2] a appliqué deux techniques d’amortissement piézoélectrique, nommées "shunt" et "switch" [42] au cas d’une aube fan. Le premier dispositif

consiste à utiliser un circuit électrique résistif ou résonant. Le second, comporte un circuit muni d'un interrupteur synchronisé aux oscillations de la structure, ce qui produit un amortissement analogue à celui d'un frottement sec. Une procédure d'optimisation a également été mise en place pour pouvoir trouver les géométries et les emplacements des pastilles qui maximisent le couplage électromécanique. Deux algorithmes différents, recuit simulé et recherche avec liste taboue, ont été développés puis mis en interaction avec les outils de calcul éléments finis et de construction des modèles réduits pour trouver des solutions optimisées. L'ensemble des travaux a ensuite été validé et a montré l'efficacité du dispositif mis en place sur une aube fan de CFM56-7b.

Delpero et Bachmann [9] ont proposé l'intégration de transducteurs piézoélectriques dans des prototypes échelle réduite d'aube de soufflante en composite stratifié. Bachmann a développé l'intégration de piézocéramiques tandis que Delpero a étudié l'intégration de patchs piézocomposites entre les plis du composite stratifié. La première partie des travaux réalisés par Bachmann est consacrée à la recherche de la position optimale des éléments piézoélectriques. Sa stratégie est ensuite appliquée à un prototype d'aube d'open-rotor en composite stratifié. Une partie de son étude concerne l'intégration des matériaux actifs dans le composite. Son choix se porte sur des patchs piézocéramiques qui sont ensuite isolés électriquement avec deux feuilles de polyimides qui ont aussi pour objectif de précontraindre le matériau piézoélectrique. Dans un second temps, il étudie les matériaux à mémoire de forme pour augmenter l'amortissement des structures. Enfin, des prototypes d'aube intégrant les matériaux actifs sont réalisés et sont comparés. Delpero a lui utilisé pour son étude des patchs piézocomposites du commerce qu'il intègre dans la préforme de l'aube stratifiée avant le processus de cuisson RTM. Le shunt utilisé est un shunt à commutation résonant qui est muni d'un interrupteur qui s'ouvre ou se ferme à certains instants choisis de l'évolution des vibrations du système. La deuxième partie de l'étude porte sur l'intégration des transducteurs piézoélectriques à une échelle inférieure : celle des métamatériaux. L'exploitation de la périodicité du système permet de maximiser les échanges d'énergie entre la structure et le réseau électrique et offre des perspectives intéressantes dans le cadre de la réduction de vibration.

Choi [18] a testé plusieurs patchs piézocomposites pour identifier le transducteur ayant les meilleures performances. Pour cela, les patchs sont collés sur des poutres en composite stratifié encastrées à une extrémité. La réduction de vibration est effectuée avec un shunt résonant accordé sur le mode à contrôler. Ensuite, le piézocomposite

sélectionné a été collé sur une aube de soufflante en composite stratifié et des essais de réduction de vibrations ont été effectués pour plusieurs vitesses de rotation sur un banc de d'essai tournant. Le dispositif utilisé est un dispositif actif, un des patchs collés à l'aube à un rôle de capteur et une boucle de contrôle permet ainsi synthétiser l'inductance nécessaire au shunt résonant pour le mode ciblé. Les résultats des études numériques et ceux issus des essais montrent que le dispositif d'amortissement piézoélectrique atténue de manière importante les vibrations de flexion.

Zhou [86] s'est intéressé aux méthodes d'amortissement piézoélectriques shuntées appliquées aux disques aubagés désaccordés avec plusieurs patchs piézocéramiques. Les transducteurs ont été fixés sur la surface interne du disque pour ne pas perturber l'écoulement d'air. La vibration des aubages a pu être réduite à travers le couplage aube-disque. Le désaccordage des aubes évolue au cours de la vie du moteur c'est pourquoi la stratégie de contrôle développée s'adapte à l'évolution du désaccordage. Les études numériques [87] montrent que le shunt résonant adaptatif réduit de manière importante les vibrations de la structure désaccordée.

Mokrani [55] [56] a utilisé un système d'amortissement par shunt résonant sur des structures à symétrie cyclique avec des patchs piézoélectriques connectés en réseau. Puis il a appliqué son dispositif d'amortissement à un disque aubagé de moteur d'avion. Grâce à la symétrie cyclique de la structure, les modes se présentent par paires, avec la même fréquence de résonance et une forme modale harmonique dans la direction circonférentielle. Le shunt résonant qui est utilisé repose sur ces propriétés de symétrie. Pour un mode à  $n$  diamètre nodaux à amortir, Mokrani utilise sa forme harmonique pour placer ces patchs piézoélectriques en deux boucles indépendantes et pour lesquelles les patchs sont connectés en parallèle de manière à minimiser l'inductance requise pour le réglage du shunt. Il a mentionné la possibilité d'utiliser un shunt résonant purement passif puisque l'inductance requise pour le mode ciblé est faible. Cependant, l'auteur a indiqué une valeur de résistance requise dans le shunt qui est relativement basse, et qui peut donc être inférieure à la résistance interne d'une bobine. Dans les travaux effectués, Mokrani étudie aussi l'influence du désaccordage des aubages sur la réponse du disque.

### 5.2.2 Concepts proposés pour l'intégration du dispositif piézoélectrique

Trois niveaux d'intégration ont été proposés durant la thèse. En effet, la structure étudiée peut permettre d'intégrer des matériaux piézoélectriques de trois façons dif-

férentes : (1) soit en mettant des matériaux actifs dans le renfort tissé du composite, (2) soit en intégrant les éléments piézoélectriques sous forme de patchs avant l'étape de moulage, (3) soit en intégrant des patchs après le procédé de moulage mais avant que ne soit déposé le revêtement de protection en polyuréthane.

### 1/ Intégration des matériaux piézoélectriques dans le renfort tissé

Par rapport à une aube en alliage de titane, une aube composite permet d'envisager une intégration à l'intérieur du tissé sec. Pour réduire les vibrations de flexion d'une structure, les éléments piézoélectriques travaillent en déformation, ils doivent être positionnés le plus loin de la fibre neutre, c'est-à-dire être situés au niveau de la peau.

Dans ce cas de matériaux actifs sous forme de fibres, l'intégration est complexe puisque le tissé sec comprend les fibres en céramique piézoélectrique. La première difficulté est donc de pouvoir tisser des fibres céramiques qui sont dures et fragiles. Dans le groupe Safran, une entreprise possède le savoir faire quant au tissage de fibre céramique, c'est la société Héракles. En effet, cette entreprise produit les composites CMC (fibres et matrice céramiques) pour des applications dans des parties chaudes comme par exemple les tuyères de moteur d'avion. La fragilité des fibres céramiques rend le procédé de tissage et de moulage plus compliqué qu'avec des fibres en carbone. Les fibres peuvent posséder des électrodes mais pas nécessairement, l'objectif étant que des conducteurs de charge opposée soient localement en contact avec la fibre active pour que celle-ci puisse se déformer afin d'atténuer les vibrations de la structure. La direction de polarisation des matériaux piézoélectriques détermine l'agencement des électrodes sur le transducteur. En effet, la fibre peut être polarisée dans la direction transverse ou dans la direction de la fibre.

Dans les deux cas, il est nécessaire qu'aucune des fibres de carbone du tissé ne court-circuite les électrodes ou la fibre active. Il semble intéressant d'utiliser des torons de fibres conductrices initialement présentes dans le tissé pour remplir la fonction d'électrode puisque ceux-ci ont un rôle de structure dans le composite. Cela rajoute une fonction de conducteur pour le dispositif d'amortissement. Afin que le système ne soit pas court-circuité, il est possible que certaines fibres initialement en carbone, soient remplacées par des fibres de silicium qui a lui l'avantage d'être isolant. Certains des torons réalisant la liaison entre les plis pourraient ainsi être en silicium lors de l'intégration de ce type de dispositif. Ce type de dispositif est aujourd'hui encore trop complexe à mettre en oeuvre, à la fois pour des raisons de

procédé de fabrication de composite, mais aussi à cause de la difficulté de fabriquer des fibres piézoélectriques.

L'utilisation de matériaux composites tissés à matrice organique pour les aubes des nouveaux moteurs du groupe Safran permet ainsi d'envisager l'intégration d'éléments piézoélectriques au sein de la préforme tissée. L'intérêt de cette intégration est double : elle permet de respecter les contraintes aérodynamiques imposées pour ce type de structure et de limiter les problèmes de tenue mécanique des composants additionnels.

À plus long terme, il s'agirait d'optimiser l'architecture du composite pour maximiser le couplage électromécanique et ainsi l'amortissement apporté par le dispositif piézoélectrique, tout en préservant des caractéristiques mécaniques admissibles.

### **2/ Intégration des éléments piézoélectriques sous forme de patches avant l'étape de moulage**

Dans ce cas, le patch peut soit être intégré avec une modification de l'armure du tissé, soit en conservant le tissé sec d'origine mais en modifiant le moule supérieur du procédé de moulage RTM, c'est-à-dire en rajoutant de la matière sur cette partie du moule afin de créer un emplacement pour loger le patch piézoélectrique avant l'injection de résine.

### **3/ Intégration sous le revêtement en polyuréthane (PU) après le moulage**

Le troisième concept d'intégration proposé consiste à intégrer le système piézoélectrique sous le revêtement de protection, après le processus de moulage RTM (Resin Transfer Molding). Ce concept est moins intégré que les concepts présentés dans les paragraphes précédents puisque les matériaux piézoélectriques ne sont pas intégrés à la préforme tissée.

Une des difficultés dans cette solution d'intégration est lié au fait que pour ne pas trop modifier les propriétés mécaniques et les performances aérodynamiques de la structure initiale, c'est à dire sans dispositif piézoélectrique, il faut nécessairement rapporter très peu de matériaux actifs à la structure. Contrairement au premier concept proposé dans lequel certains torons sont remplacés par des matériaux actifs, dans ce concept, les matériaux actifs sont rapportés à la structure initiale. Le dispositif d'amortissement doit donc être optimisé, à la fois au niveau du choix des

éléments piézoélectriques, de leur positionnement et du circuit électrique, de manière à fournir un maximum d'amortissement tout en étant extrêmement compact.

L'objectif est donc ici de noyer le dispositif piézoélectrique de faible épaisseur dans le revêtement PU, qui sert à lisser la surface et protéger le composite. Dans ce cas d'intégration les matériaux actifs doivent pouvoir épouser la surface courbe de l'aube de soufflante donc là aussi leur géométrie doit être adaptée à la sollicitation de flexion/torsion à laquelle ils seront soumis lors de leur collage.

#### 4/ Intégration de la bobine et connexion avec les patches

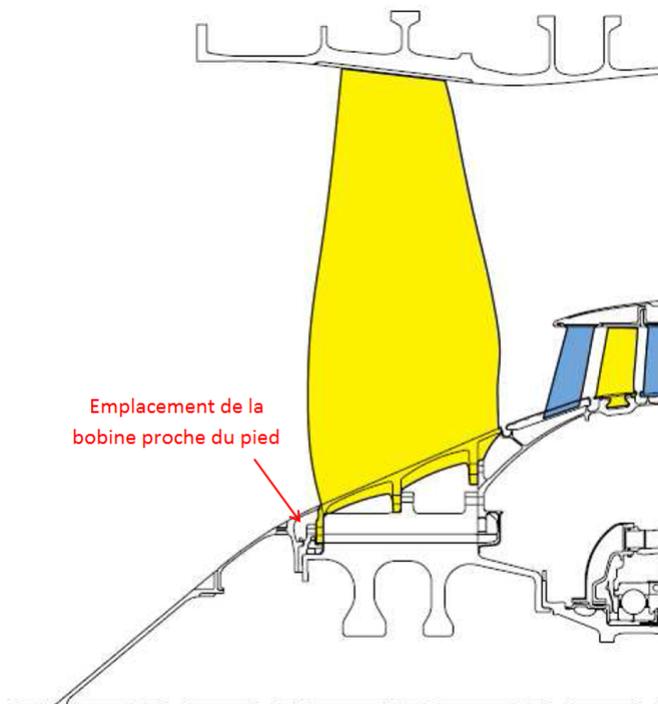


FIGURE 5.23 – Emplacement de la bobine sur une vue en coupe du module de soufflante

Comme le composite tissé comporte des fibres de carbone, on peut envisager d'utiliser une fibre de carbone du renfort pour assurer la connexion entre les patches et la bobine située plus proche de l'axe de rotation du moteur. L'intégration serait ainsi améliorée et une fibre du tissé aurait à la fois une fonction de tenue mécanique et de connexion électrique. La bobine pourrait être logée au niveau du pied d'aube, par exemple intégrée au disque de soufflante comme illustré sur la figure 5.23.

La solution retenue ici, compte tenu que nous disposions d'une aube nue, est ainsi de coller les éléments piézoélectriques de faible épaisseur sur l'aube. Cela va permettre de quantifier la réduction de vibration obtenue avec une telle configuration et valider les différents concepts proposés.

### 5.3 Positionnement des transducteurs piézoélectriques

Cette partie a pour objectif de détailler les choix effectués concernant le positionnement et le dimensionnement du dispositif d'amortissement constitué de matériaux actifs.

Trois propriétés de couplage piézoélectrique peuvent être utilisées pour des applications d'amortissement. Dans cette étude, les effets du couplage "31" des éléments piézoélectriques sont utilisés pour réduire les vibrations. Dans ce cas, l'expansion ou la contraction des transducteurs est perpendiculaire au champ électrique.

Pour augmenter l'amortissement, il est essentiel de maximiser le facteur de couplage modal, qui caractérise l'énergie échangée entre la structure mécanique et les patches piézoélectriques pour un mode donné.

Dans les travaux réalisés précédemment au laboratoire [71], une méthode d'optimisation du positionnement des patches et de leur géométrie a été développée. La procédure d'optimisation développée est séparée en deux parties. La première partie néglige l'influence des pastilles sur les modes et les fréquences propres de la structure alors que la seconde réintègre l'effet de la raideur et de la masse des pastilles piézoélectriques sur les modes et les fréquences propres de l'aube. Cette procédure d'optimisation montre que la position qui maximise le coefficient de couplage est différente de la zone du maximum de déformation de l'aube.

Cependant, l'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne tient pas compte des problématiques liées à la fabrication. Plus précisément, elle ne tient pas compte des difficultés liées à l'application des patches piézocéramiques en fonction de la courbure, ou encore de l'importance de la minimisation de l'épaisseur de colle. Par conséquent, l'intégration d'un système d'amortissement ne peut être complètement optimisée.

Dans cette thèse, la contrainte sur l'intégration du dispositif fait partie des priorités, ce qui implique nécessairement que la quantité de matériaux actifs ajoutée soit faible. Par conséquent, la raideur et la masse ajoutée est peu importante, ce qui implique que les fréquences et déformées propres de la structure sans patches sont très

proches des fréquences et déformées propres de la structure intégrant le transducteur piézoélectrique. C'est pourquoi, la procédure d'optimisation du positionnement des patches développée ici néglige l'influence des propriétés de masse et de raideur des patches sur le comportement dynamique de la structure.

### Prise en compte des effets centrifuge pour le positionnement

L'influence des non-linéarités géométriques sur les déformées n'est pas négligeable pour une aube de soufflante en rotation (voir figure 5.24).

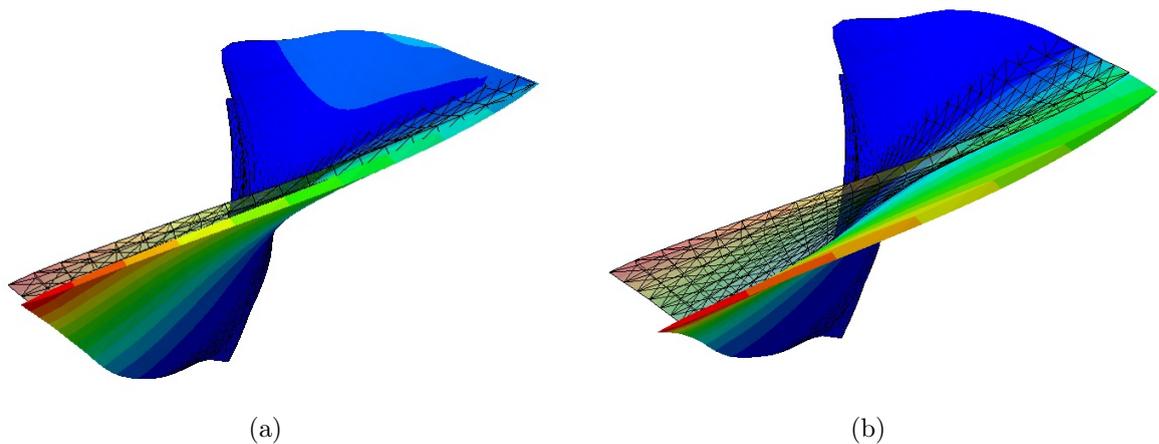


FIGURE 5.24 – Vue de dessus de la déformée d'une aube de CFM56-7b pour une vitesse de rotation de 5000 tr/min (a) avec prise en compte des non-linéarités géométriques (b) sans prise en compte des non-linéarités géométriques

Dans le cas où un patch piézoélectrique est collé au niveau de la surface de l'aube pour atténuer l'amplitude de vibration sur les premiers modes de flexion, il est nécessaire de le positionner à proximité de l'endroit où l'énergie de déformation est maximale. Dans cette partie, une analyse modale est effectuée pour plusieurs vitesses de rotation afin de connaître l'évolution de la position de la zone en fonction de la vitesse. Le second objectif est de vérifier la tenue des patches aux effets centrifuges. En effet, les contraintes en peau ne doivent pas dépasser la résistance admissible en cisaillement de la colle utilisée pour fixer les patches.

### Modélisation avec prise en compte des effets centrifuges

Les étapes conduisant à l'obtention des équations de la dynamique d'une structure en rotation formulées dans un repère tournant sont les suivantes : (1) Ecriture

de la cinématique d'une particule d'un solide tridimensionnel dans le cadre général. (2) Ecriture des formes continues des énergies cinétiques et potentielles définies dans le repère mobile. (3) Ecriture, après introduction d'une approximation de Ritz, de la formulation discrète du problème. Cette dernière étape permet d'aboutir à l'équation matricielle régissant le comportement d'une structure en rotation. Dans les thèses [41] et [17], ces étapes sont rigoureusement détaillées et permettent ainsi d'aboutir, dans le cas où la vitesse de rotation est constante, à l'équation suivante :

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{U}}\} + [\mathbf{G}]\{\dot{\mathbf{U}}\} + ([\mathbf{K}] - [\mathbf{K}_c])\{\mathbf{U}\} = \{\mathbf{F}_\Omega\} \quad (5.1)$$

avec  $\{\mathbf{U}\}$  le vecteur des coordonnées généralisées.

Les différents termes sont :

- matrice de masse :

$$[\mathbf{M}] = \int_{\tau} \rho [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\tau \quad (5.2)$$

- matrice gyroscopique :

$$[\mathbf{G}] = 2 \int_{\tau} \rho [\mathbf{N}]^T [\boldsymbol{\Omega}] [\mathbf{N}] d\tau \quad (5.3)$$

- matrice de raideur :

$$[\mathbf{K}] = \int_{\tau} [\nabla \mathbf{N}]^T [\mathbf{C}] [\nabla \mathbf{N}] d\tau \quad (5.4)$$

- matrice de raideur centrifuge :

$$[\mathbf{K}_c] = - \int_{\tau} \rho [\mathbf{N}]^T [\boldsymbol{\Omega}]^2 [\mathbf{N}] d\tau \quad (5.5)$$

- vecteur des efforts centrifuges :

$$\{\mathbf{F}_\Omega\} = \int_{\tau} \rho [\mathbf{N}]^T [\boldsymbol{\Omega}]^2 \{\mathbf{x}\} d\tau \quad (5.6)$$

avec  $[\mathbf{N}]$  la matrice des fonctions de forme,  $[\mathbf{C}]$  le tenseur d'élasticité et  $\rho$  la masse volumique du solide déformable  $\tau$ .

Pour évaluer l'influence des effets centrifuges, le solveur implicite utilise une méthode de Newton-Raphson pour déterminer les solutions du système algébrique non-linéaire. La détermination de la matrice de raideur géométrique, liée à la précontrainte de la structure par les efforts d'inertie nécessite d'utiliser l'expression complète du tenseur de déformations de Green-Lagrange, c'est à dire les termes linéaires et les termes quadratiques. Dans ce calcul qui tient compte des non-linéarités géométriques, la solution ne peut être déterminée en résolvant un seul système d'équations,

comme ce serait le cas pour la résolution d'un problème linéaire. La solution est ainsi déterminée en appliquant les chargements de façon incrémentale. Pour chaque incrément de charge, il faut souvent plusieurs itérations pour atteindre une solution convergée. La résolution de l'équation statique non-linéaire peut alors se ramener à un problème de minimisation du résidu.

### Résultats de l'étude tenant compte des effets centrifuges

Les résultats de l'étude tenant compte du régime moteur sur le positionnement des transducteurs piézoélectriques sont illustrés dans le tableau 5.3, le diagramme de Campbell (figure 5.25) et sur la figure 5.26 présentant l'évolution de la carte des contraintes de Von Mises pour le mode 2F en fonction du régime.

On remarque que pour le deuxième mode de flexion de l'aube encastrée, la zone de déformation maximale se situe proche du centre de la pale de l'aube pour une vitesse de rotation nulle, et se rapproche de l'axe moteur à mesure que le régime augmente comme illustré sur la figure 5.26.

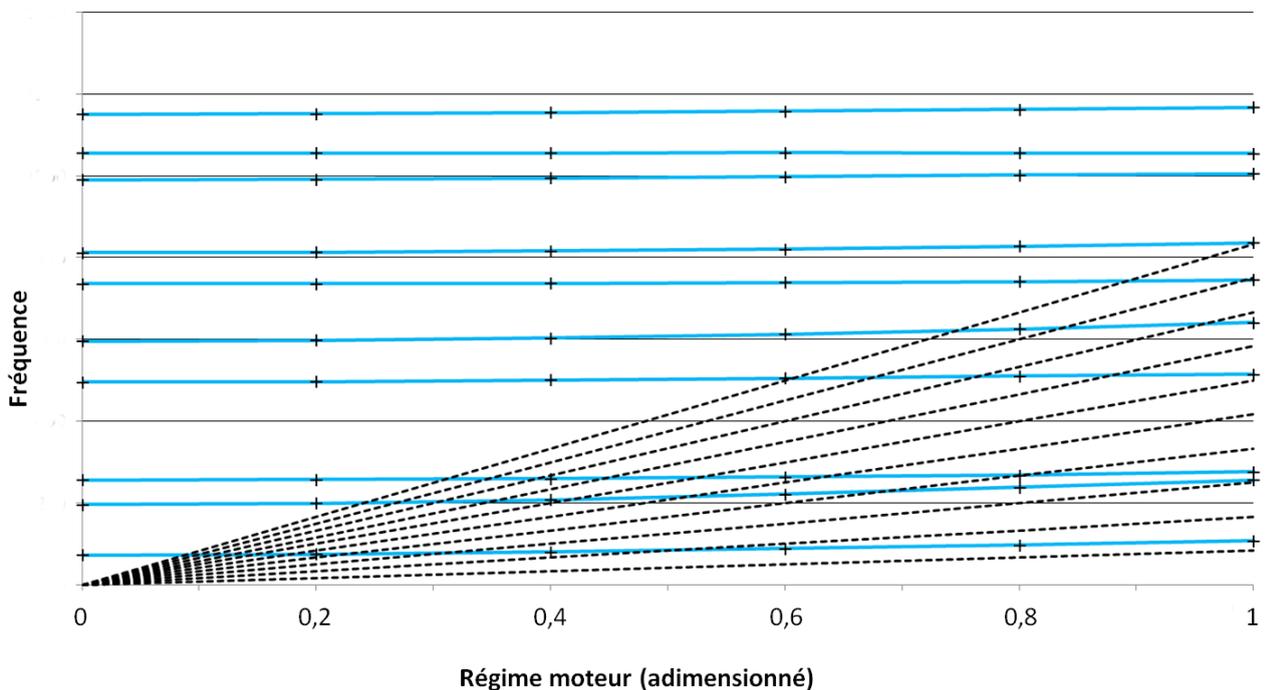


FIGURE 5.25 – Diagramme de Campbell pour les dix premiers modes de l'aube

| Modes  | 0 tr/min | 1000 tr/min | 2000 tr/min | 3000 tr/min | 4000 tr/min | 5000 tr/min |
|--------|----------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 1 (1F) | 0,37     | 0,38        | 0,41        | 0,45        | 0,50        | 0,55        |
| 2 (2F) | 1,00     | 1,02        | 1,06        | 1,13        | 1,22        | 1,31        |
| 3 (1T) | 1,31     | 1,31        | 1,32        | 1,34        | 1,37        | 1,41        |
| 4      | 2,53     | 2,53        | 2,55        | 2,58        | 2,60        | 2,62        |
| 5      | 3,04     | 3,05        | 3,08        | 3,12        | 3,19        | 3,27        |
| 6      | 3,75     | 3,75        | 3,76        | 3,77        | 3,78        | 3,80        |
| 7      | 4,14     | 4,14        | 4,16        | 4,18        | 4,22        | 4,26        |
| 8      | 5,05     | 5,05        | 5,07        | 5,09        | 5,11        | 5,12        |
| 9      | 5,38     | 5,38        | 5,38        | 5,38        | 5,38        | 5,37        |
| 10     | 5,87     | 5,87        | 5,88        | 5,90        | 5,93        | 5,95        |

TABLE 5.3 – Evolution des fréquences en fonction du régime pour les dix premiers modes

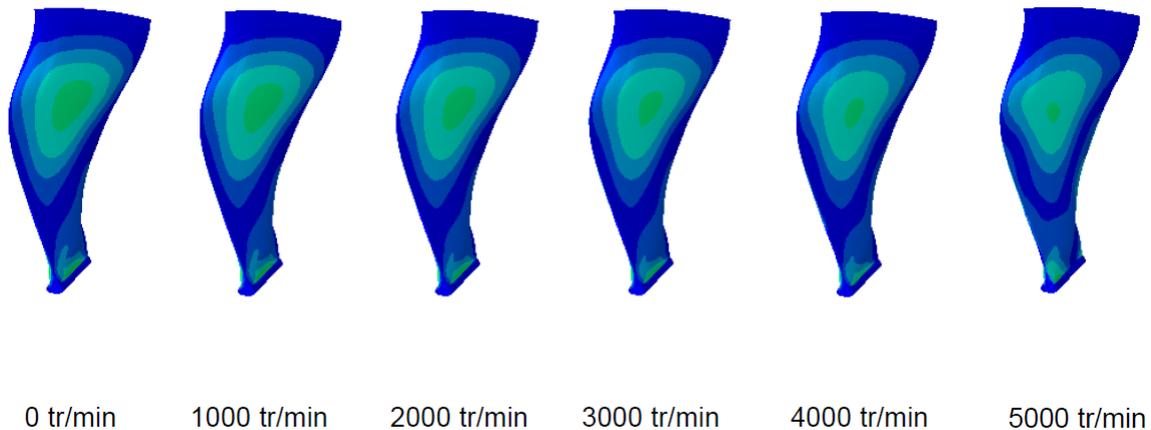


FIGURE 5.26 – Evolution de la carte des contraintes de Von Mises pour le mode 2F en fonction du régime

## 5.4 Choix des patchs et technique de collage

Les résultats obtenus dans la partie précédente permettent de connaître la zone de déformation maximale pour les deux premiers modes de flexion de la structure et par conséquent, de déterminer la zone de collage des patchs.

En considérant une intégration sous le revêtement de protection, l'intérêt est de mettre au point, à partir de l'aube fournie, un démonstrateur intégrant un dispositif d'amortissement piézoélectrique.

Le film de colle a une fonction très importante dans un tel dispositif et son influence sur l'efficacité du système d'amortissement peut-être non négligeable selon la colle choisie et selon l'épaisseur du film de colle.

L'objectif est donc que le film de colle détériore le moins possible la transmission des déformations de la structure à l'élément piézoélectrique et inversement. Dans le cas contraire, le coefficient de couplage électromécanique diminue tout comme les performances du dispositif.

Dans les travaux effectués par Aurélien Sénéchal [71], les éléments piézoélectriques utilisés étaient des pastilles piézocéramiques de 5 mm d'épaisseur. La surface de collage (intradors ou extradors) était déterminée par le fait que la transmission des efforts est meilleure lorsque la surface est concave. Puisque dans ce cas l'épaisseur du film de colle est plus mince sur les bords des pastilles et ainsi les effets de bords, qui sont à l'origine d'une perte d'efficacité des pastilles piézoélectriques, sont minimisés.

#### **Optimisation des caractéristiques mécaniques du film de colle :**

Parmi les nombreux paramètres qui influencent la réponse dynamique de la couche de colle, deux jouent un rôle important : l'épaisseur et le module de cisaillement [71]. Pour que la couche de colle transmette correctement les efforts entre la structure et l'élément piézoélectrique, il faut maximiser la raideur en cisaillement ( $\frac{G_c}{h_c}$ , avec  $G_c$  le module en cisaillement et  $h_c$  l'épaisseur de colle). L'objectif est ainsi de choisir une colle avec un module de cisaillement élevé et de minimiser l'épaisseur de colle située entre la structure et l'élément piézoélectrique.

Le collage doit aussi tenir compte des contraintes suivantes :

- la viscosité de la colle doit être adaptée au collage des patchs sur l'aube ;
- la colle doit être adaptée au matériaux concernés, c'est-à-dire un composite carbone-époxy et l'alliage paladium-argent avec lequel sont recouvertes les électrodes des patchs ;
- la colle doit présenter une durée de vie importante sous sollicitations dynamiques.

Les colles des principaux fournisseurs (Huntsmann, Henkel, 3M) ont été comparées et le choix s'est porté sur la colle structurale 3M DP460 (voir annexe D.1) qui réunissait l'ensemble des critères. C'est une colle époxyde bi-composante polymérisant à température ambiante et qui s'applique avec un pistolet à colle. Elle possède un ratio de mélange base-durcisseur de 2 : 1.

La plupart des caractéristiques des tableaux fournis en annexe (voir annexe D.1) sont valables pour une température de 23°C. La valeur de la viscosité de la colle permet de l'appliquer facilement même si la surface de l'aube est incurvée. Étant donnée la très faible épaisseur d'adhésif, le temps de durcissement choisi est de 24 heures. Même si cette colle a été principalement sélectionnée pour son module ainsi que sa résistance au cisaillement, sa résistance après vieillissement ainsi que sa résistance en fatigue n'ont pas été négligées dans une perspective d'industrialisation.

La mise en oeuvre de la solution théorique optimale n'est pas possible puisqu'un patch piézocéramique de grande dimension ne peut pas résister aux déformations nécessaires à son adaptation sur l'aube. Pour des raisons de faisabilité il faut ainsi diviser ce grand patch théorique en plusieurs patches plus petits qui pourront se plaquer à la structure sans rompre. Ces patches, formant une mosaïque, doivent être collés [71] au plus près les uns des autres pour limiter les pertes de couplage.

Il est ainsi nécessaire de calculer les rayons de courbure principaux en chacun des noeuds du maillage du modèle éléments finis de zone de plus grande déformation pour le mode de vibration à contrôler (cela a été fait pour le second mode de l'aube encastree). Il faut ensuite valider le positionnement de chacun des patches en vérifiant qu'ils puissent prendre la forme de la surface de la structure sans rompre lors du collage.

Les patches choisis possèdent des électrodes retournées qui sont donc accessibles par le dessus (voir figure 5.27). Dans cette étude, il n'y a pas besoin d'utiliser une colle conductrice, la fonction de l'adhésif est uniquement de lier les transducteurs à la structure. De plus, les colles conductrices ont un module de cisaillement plus faible que les colles structurales.

### **Choix des éléments piézoélectriques :**

Après avoir mesuré la résistance électrique de l'aube CMO avec un voltmètre en différents points de celle-ci, nous en avons conclu que celle-ci était isolante. Ainsi, l'utilisation de patches avec électrodes retournées est nécessaire pour avoir facilement accès aux électrodes positives et négatives de chacun des patches. Dans le cas contraire, il aurait fallu insérer un fil conducteur entre le patch et l'aube pour avoir accès à l'électrode située sur la face inférieure. Cela aurait compliqué l'étape de collage et dégradé la liaison entre le patch et la surface de l'aube, ainsi que le couplage électromécanique qui en dépend.

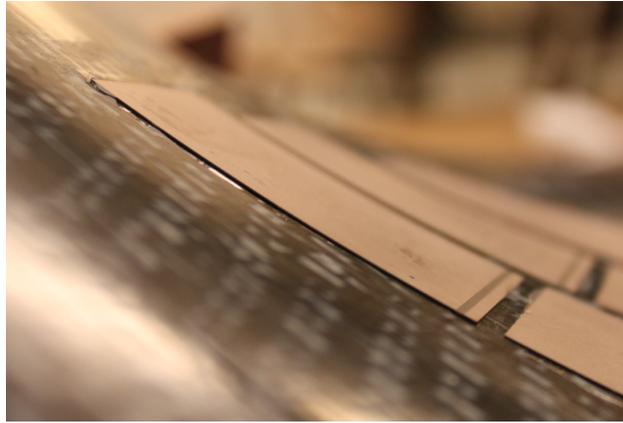


FIGURE 5.27 – Zoom sur un patch à électrode retournée

Les éléments piézoélectriques utilisés sont des piézocéramiques (PIC151, voir les propriétés en annexe A.1) avec électrodes retournées, de dimension :  $50 \times 30 \times 0,2$  mm.

Neufs patches sont utilisés, et connectés en parallèle. Le choix du nombre de patches utilisés ainsi que leur dimension résultent d'un compromis permettant de :

- répondre aux exigences d'intégration à la structure avec une épaisseur du dispositif piézoélectrique très faible
- obtenir un niveau d'atténuation de vibration sur le premier ou le deuxième mode de flexion de l'aube
- réduire l'encombrement et la masse des composants du shunt piézoélectrique

Le second mode possède un ventre de vibration (voir figure 5.28), il est ainsi plus intéressant d'utiliser des éléments piézoélectriques ayant un comportement isotrope dans le plan que des éléments comme les patches MFC ayant une forte anisotropie dans le plan puisqu'ils sont constitués de fibres.

L'utilisation de patches très fins a trois intérêts. Tout d'abord, plus ceux-ci sont fins, plus la valeur de l'inductance permettant d'amortir un mode donné est faible. La fine épaisseur permet ensuite de les intégrer sous le revêtement de protection. L'autre avantage de cette très faible épaisseur (0,2 mm) est que les céramiques peuvent ainsi se déformer pour s'adapter à la forme de la surface de l'aube. En effet, avec des patches ayant un ratio épaisseur/longueur plus grand, la contrainte dans la section atteint la valeur de la contrainte à rupture pour une flèche moindre.

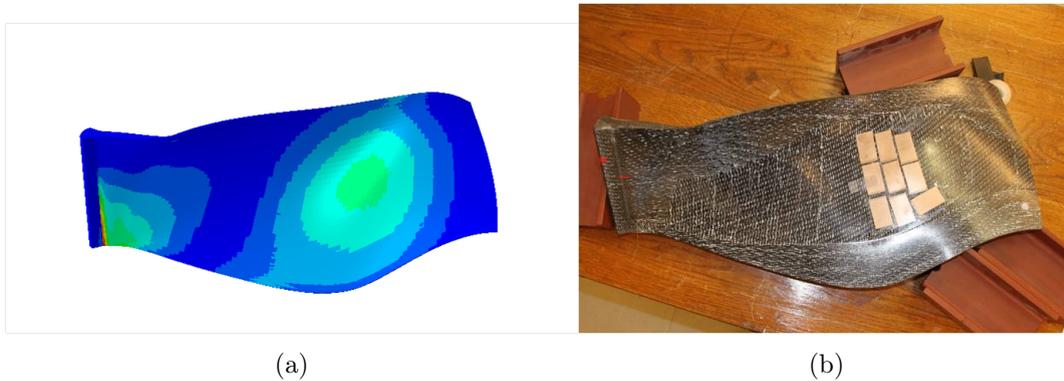


FIGURE 5.28 – Intrados de l’aube (a) Modèle nu avec pied encastré, carte des contraintes éq de Von Mises (mode 2F) (b) Aube avec patches collés

Les étapes du collage sont les suivantes :

- ponçage à la toile émeri de grain 400 de la zone sur laquelle vont être collés les patches
- nettoyage de la surface de l’aube et des patches
- dépose de la colle avec le pistolet à colle
- pose des éléments piézoélectriques
- maintien en position de ceux-ci avec du ruban adhésif
- mise sous pression avec une masse permettant d’appliquer une pression de l’ordre de 100 kPa sur les patches

La préparation des surfaces est importante puisque la résistance et la durée de vie de la liaison en dépend. La surface des patches piézoélectriques est recouverte d’une fine couche d’argent qui a le rôle d’électrode. Cette couche est trop fine pour être poncée, par conséquent, seule la surface de l’aube peut être préparée (poncée, abrasée) pour augmenter la surface de contact (augmentation de la rugosité).

Le nettoyage de la surface de l’aube et des patches a pour but de dégraisser et d’enlever la poussière présente sur les surfaces. Le choix de la substance dégraissante est important puisqu’elle doit être compatible avec la matrice en époxy, la couche de l’électrode en argent et la colle utilisée. Aucun de ces trois matériaux dont la liaison dépend ne doit être attaqué chimiquement par le dégraissant. Le choix de celui-ci s’est ainsi porté sur de l’acétone après avoir vérifié les comptabilités.

La température de séchage est celle de l’air ambiant (environ 20°C) et la procédure de collage employée ici ne permet pas de faire le vide pour être certain d’enlever les éventuelles bulles d’air présentes dans la colle.

La surface de l’aube sur laquelle sont posés les patches (intrados) est concave,

c'est pourquoi il a été nécessaire d'utiliser un système permettant de répartir l'effort de pression sur la surface des patchs incurvés. Une pochette plastique remplie de sel est utilisée entre les patchs et les poids pour répartir l'effort. Les patchs sont connectés entre eux en parallèles grâce à du fils à wrapper (0,255 mm de diamètre) et les soudures sont faites avec de l'étain.

## 5.5 Shunt résonant

Les résultats obtenus dans le chapitre 3 ont montré qu'il était possible d'obtenir de très bonnes performances en termes d'atténuation de vibration avec un shunt résonant même si la quantité de matériaux piézoélectriques est relativement peu importante. La première méthode pour créer un shunt résonant consiste à synthétiser une inductance (voir chapitre 3) et la seconde à utiliser une bobine. Les notions élémentaires concernant les shunts résonants sont rappelées dans le chapitre 3. Cette partie présente une façon de réaliser l'inductance nécessaire à des shunts résonants purement passifs. Cette partie du travail a été menée en collaboration avec Boris Losouarn dont la thèse s'intitule "Multimodal vibration damping of structures coupled to their analogous piezoelectric networks".

### 5.5.1 Généralités sur les bobines d'inductance

Les bobines d'inductance [21] sont les composants dont l'effet dominant est l'inductance propre. Elles sont généralement fabriquées spécialement pour chaque cas d'application. Toutefois, on trouve également des composants miniatures à valeurs normalisées (100 nH à 100 mH), pour une utilisation en électronique liée au traitement du signal.

Les bobines d'inductance sont de deux types [21] : à air ou à noyau magnétique.

#### – Caractéristiques :

L'inductance  $L$  d'une bobine est donnée par la relation 5.7. Elle est proportionnelle au carré du nombre de spires ( $N$ ) et dépend de la géométrie du bobinage. Celle-ci augmente avec la perméabilité du milieu traversé par les lignes de champ magnétique. L'inductance volumique est donc accrue en bobinant le fil conducteur sur un noyau de matériau magnétique qui canalise le flux. Une bobine cylindrique longue (solénoïde), sans noyau magnétique, possède une inductance donnée approxi-

mativement par la relation 5.7.

$$L = \frac{N^2 \mu_0 A}{l} \quad (5.7)$$

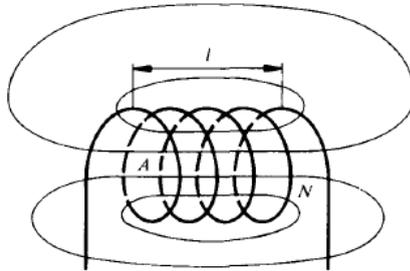


FIGURE 5.29 – Bobine cylindrique longue (solénoïde) sans noyau magnétique [21]

Dans le cas d'un noyau magnétique, il faut multiplier ce résultat par la perméabilité relative  $\mu$  du noyau. Pour une bobine à noyau annulaire (toroïdal), on obtient :

$$L = \frac{N^2 \mu A}{\pi d_m} \quad (5.8)$$

où  $A$  est la section du noyau et  $d_m$  est le diamètre moyen du tore.

Outre sa valeur nominale, une bobine d'inductance est principalement caractérisée par son facteur de qualité, sa capacité propre et la valeur maximale admissible du courant.

– **Pertes dans le noyau magnétique :**

Lorsqu'une inductance comporte un noyau magnétique, celui-ci dissipe une certaine quantité de chaleur si l'enroulement est parcouru par un courant alternatif.

– **Résistance du conducteur :**

Le fil conducteur utilisé pour le bobinage possède une résistance propre, d'autant plus élevée que le fil est fin, que le nombre de spires est grand, et qui augmente en haute fréquence en raison des effets pelliculaire et de proximité. La présence de cette résistance entraîne des pertes par échauffement dans le conducteur.

– **Capacité propre :**

La différence de potentiel entre les spires successives et entre les couches superposées du bobinage crée des courants capacitifs parasites.

– **Schéma équivalent :**

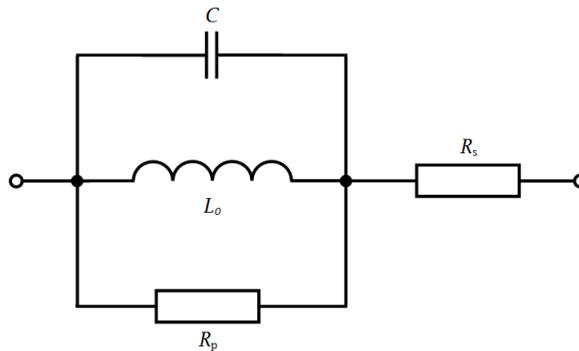


FIGURE 5.30 – Modèle équivalent d'une bobine avec capacité en parallèle

### 5.5.2 Bobines d'inductances pour les circuits résonants

Dans notre cas le nombre de tours est suffisamment faible pour que l'effet capacitif soit négligeable. La bobine est donc modélisée par une inductance parfaite  $L_0$  associée en parallèle avec une résistance  $R_s$  en série et une résistance  $R_p$  en parallèle. On a donc :

- $R_s$  est la résistance qui correspond aux pertes cuivres ;
- $R_p$  représente la perte dans le matériau magnétique. Celle-ci est plus difficile à évaluer puisqu'elle dépend du matériau du noyau, de la fréquence et de la densité de courant.

Ainsi, la résistance série équivalente des bobines avec tore fermé dépend de la fréquence et de l'amplitude du courant [51]. Ces non-linéarités ont peu d'importance

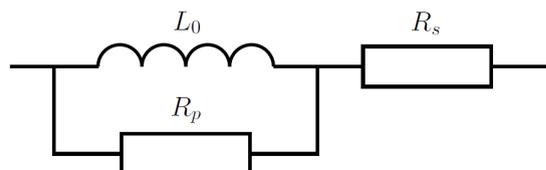


FIGURE 5.31 – Modèle équivalent d'une bobine pour l'application [51]

pour des bobines standards où le champ magnétique passe en majeure partie à travers l'air, ce qui offre une perméabilité quasi constante et des pertes magnétiques faibles.

L'utilisation de bobines pour un circuit résonant nécessite des composants ayant une valeur élevée d'inductance et une faible résistance interne. L'étude [51] menée sur la comparaison des technologies de bobines appliquées à un système d'amortissement piézoélectrique avec shunt résonant permet de montrer les avantages et les inconvénients de chacune d'elles et de définir leur domaine d'application lorsqu'elles sont utilisées dans des shunts.

L'inductance nécessaire pour atténuer les vibrations du 3<sup>e</sup> mode de la poutre décrite dans [51] peut éventuellement être réalisée par l'association en série de deux bobines standard. Cependant, pour contrôler l'un des deux premiers modes de vibration, il faudrait utiliser de nombreux composants ce qui impliquerait que la résistance équivalente soit bien supérieure à la résistance nécessaire pour le shunt. Les bobines standard sont généralement faites d'un fil de cuivre bobiné autour d'un tore en ferrite cylindrique. Ainsi, environ la moitié du circuit magnétique est constituée d'air où le champ magnétique doit se propager d'une extrémité du cylindre à une autre. L'avantage est que l'air offre une perméabilité relativement constante, ce qui limite les non-linéarités de la bobine. Cependant, le principal inconvénient est la faible valeur de perméabilité de l'air qui induit des facteurs de qualité bas et qui limite la valeur de l'inductance des composants standard. D'autres conceptions de bobines qui pourraient satisfaire les spécifications du shunt sont ainsi requises.

### 5.5.3 Comparaison des technologies de bobines d'inductance

Les noyaux magnétiques fermés mènent à des valeurs d'inductance qui dépassent de manière significative ce qui est proposé pour les composants standard. Les noyaux en ferrite offrent de meilleures valeurs de perméabilité mais certaines applications nécessitent un noyau en matériau nanocristallin lorsque les valeurs d'inductances sont très élevées. Ces solutions permettent de réduire le nombre de tours de fil ce qui signifie que les pertes cuivre peuvent être diminuées de manière importante. Par conséquent, quand la perte dans le milieu magnétique est réduite, les bobines avec un noyau fermé possèdent des facteurs de qualité plus importants que les bobines standard. L'utilisation des shunts résonants sur des structures industrielles met au premier plan le coût de ces bobines. Les bobines standard utilisées dans cette étude coûtent environ 2 euros. Les bobines avec noyau fermé sont plus chères. En effet,

les noyaux de ferrites valent environ 5 euros et les bobines avec noyau en matériau nanocristallin coutent environ 13 euros. Les bobines standard sont moins onéreuses que les deux autres types de bobine présentées et leur principal avantage est qu'elles ne possèdent pas un comportement non-linéaire.

Pour l'application à l'aube de soufflante, la technologie retenue est celle des bobines avec un noyau de type RM en ferrite puisque les travaux sur les tores nanocristallins n'étaient pas assez avancés pour en valider l'utilisation sur l'aube et car les bobines standards possèdent une résistance interne trop élevée pour une application sur les deux premiers modes de flexion. Dans les récents travaux [49], cette technologie de bobine démontre ces avantages dans les applications concernant des shunts piézoélectriques notamment la très faible valeur de résistance interne par tour.

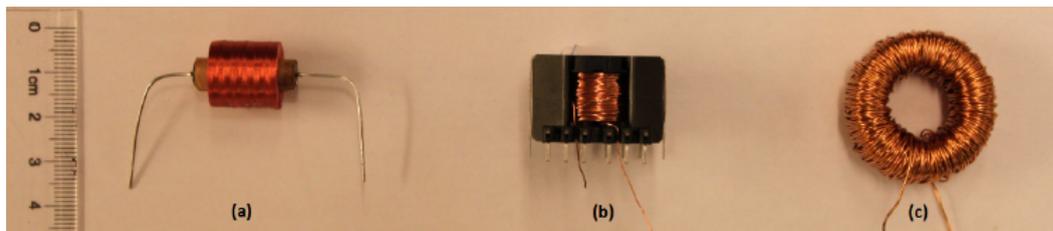


FIGURE 5.32 – Trois technologies de bobine : (a) Bobine standard avec un noyau cylindrique en ferrite (b) Bobine avec un noyau de type RM en ferrite (c) Bobine avec un tore en matériau nanocristallin [51]

## 5.6 Application du dispositif de réduction des vibrations à une aube de soufflante en composite CMO

Dans cette partie, le dispositif de réduction des vibrations piézoélectrique, optimisé dans la partie précédente, est collé sur le prototype à disposition et est modélisé grâce aux éléments théoriques développés dans la partie concernant la formulation éléments finis d'un problème électromécanique.

### 5.6.1 Modèle éléments finis de l'aube composite avec patches piézocéramiques

Le maillage des patches repose sur le maillage surfacique de l'aube sans patches (voir figure 5.33). La surface totale des patches est égale  $13,5 \text{ cm}^2$  et la surface totale des patches modélisés est égale à  $12,9 \text{ cm}^2$ . Même si leur forme n'est pas parfaitement rectangulaire, la quantité de matériau piézoélectrique ajoutée dans le modèle est très proche de celle rajoutée sur le démonstrateur. Les champs locaux ne seront pas précis, cependant la dynamique de la structure pourra être comparée avec le modèle. L'isotropie transverse des patches piézocéramiques (suivant la direction de polarisation) est prise en compte dans les modèles. Ainsi, comme les patches utilisés sont des patches exploitant le couplage piézoélectrique 3-1, cette direction de polarisation correspond à la normale à la surface au point considéré. Les repères des éléments piézoélectriques sont définis comme étant les mêmes que les repères des éléments de la surface du tissé.

Dans le chapitre 3, on a vu qu'il était suffisant de mettre un seul élément dans l'épaisseur du patch étant donné leur faible épaisseur. Dans cette partie, les patches piézoélectriques sont maillés avec un seul élément dans l'épaisseur comme illustré sur la figure 5.34.



FIGURE 5.33 – Vue globale du modèle éléments finis et du prototype

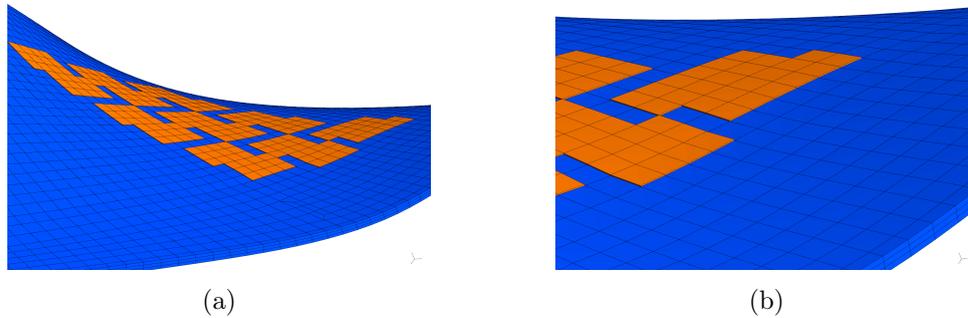


FIGURE 5.34 – Maillage des patches

### 5.6.2 Résultats des simulations et de l'expérience

On remarque sur la figure 5.35 que pour des structures dont l'amortissement modal est faible, même si le coefficient de couplage modal est faible, on peut obtenir des niveaux d'atténuation de vibration élevés. Il faut noter que plus le coefficient de couplage électromécanique est faible, plus un shunt résonant est compliqué à réaliser et à régler.

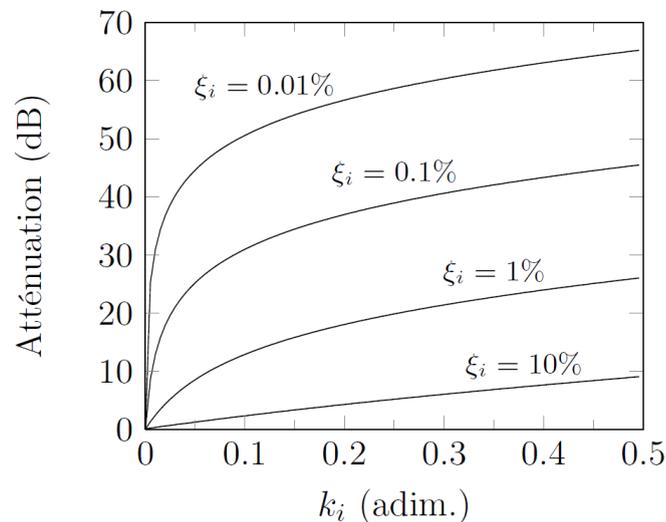


FIGURE 5.35 – Atténuation apportée par un shunt résonant en fonction du facteur de couplage modal  $k_i$ , pour différentes valeurs de l'amortissement modal  $\xi_i$  [71]

#### Réglage du shunt avec inductance synthétique et résultats

Le dispositif présenté figure 5.17 et 5.36 est utilisé pour acquérir des fonctions réponse en fréquence (FRF) vitesse sur courant (proportionnel à l'effort au point d'excitation). Un bruit blanc est utilisé pour l'excitation. Les mesures sont effectuées

avec différentes conditions électriques : circuit ouvert (CO), court-circuit (CC) et avec un shunt résonant (RL). Ensuite pour les deux premiers modes, les shunts sont réglés de la manière suivante :

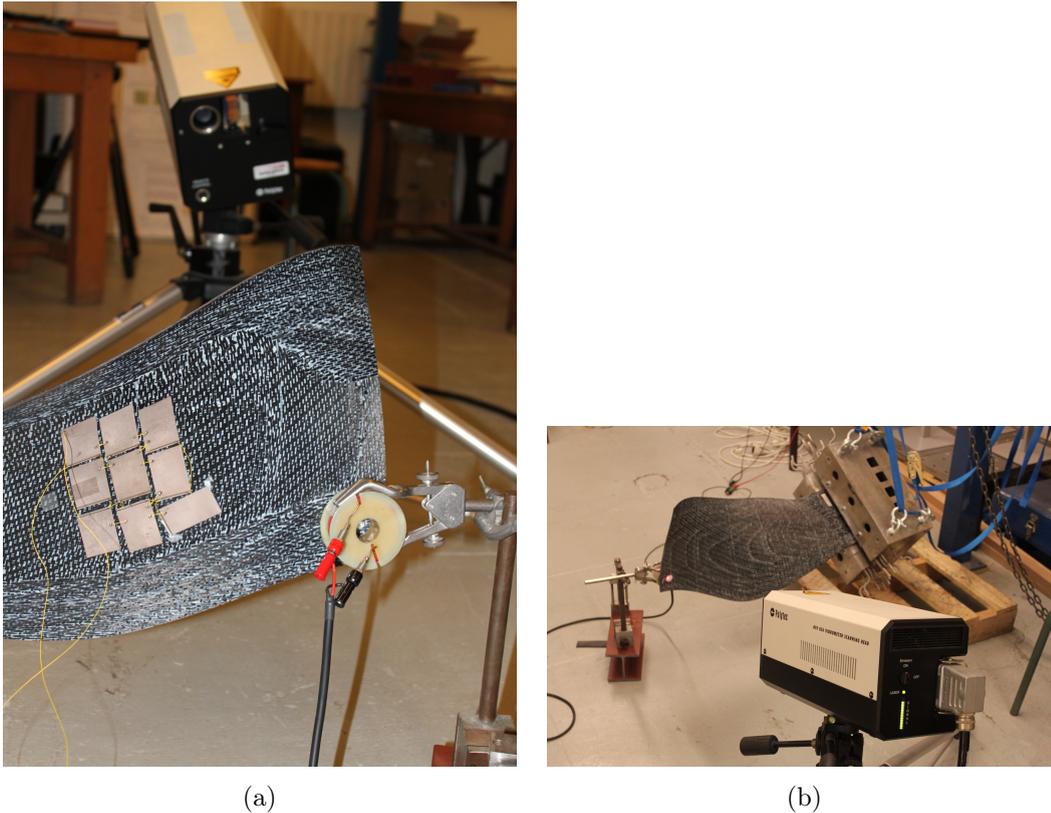


FIGURE 5.36 – Mesure avec le dispositif d’amortissement piézoélectrique (a) excitation sur intrados (b) mesure sur l’extrados

- Pour le shunt résonant l’inductance est réglée approximativement à la valeur d’accord prévue pour le mode visé et la résistance additionnelle laissée à zéro. On observe une antirésonance sur la FRF, qui correspond à la résonance électrique du shunt ; on règle alors l’inductance pour amener l’antirésonance sur le mode visé.
- Une fois l’inductance réglée, la partie résistive du shunt inductif est réglée en observant la FRF. Finalement, l’acquisition est réalisée, puis les valeurs d’inductance et résistance sont relevées au multimètre.

Les résultats de réduction de vibration sont présentés figure 5.37 et 5.38. Ils correspondent à une atténuation de l’ordre de 8 dB pour le premier mode et de 16 dB pour le second. La résolution fréquentielle du tracé de la figure 5.38 n’est pas suffisante pour visualiser les 16 dB d’atténuation puisque l’amortissement modal du deuxième mode est très faible et par conséquent la réponse fréquentielle en CO et

CC est écrêtée. Cette valeur n'est visible qu'avec une résolution plus fine, comme celle du tracé de la figure 5.37 pour le shunt sur le premier mode. Ces résultats d'atténuation sont très élevés compte tenu de l'encombrement du dispositif d'amortissement puisqu'ils correspondent à une réduction de l'amplitude de vibration de 60% pour le mode 1F et 84% pour le mode 2F.

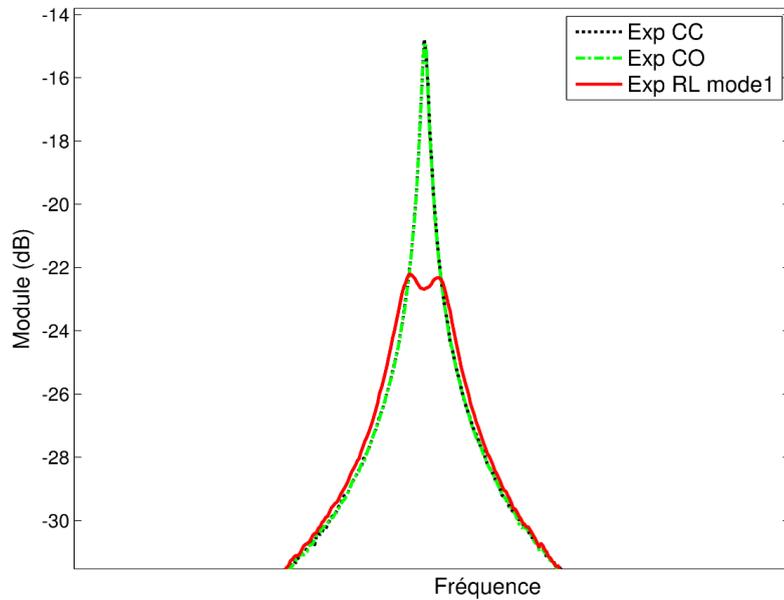


FIGURE 5.37 – Réponse en fréquence de l'aube encastrée en court-circuit, en circuit ouvert et avec shunt RL sur le mode 1F

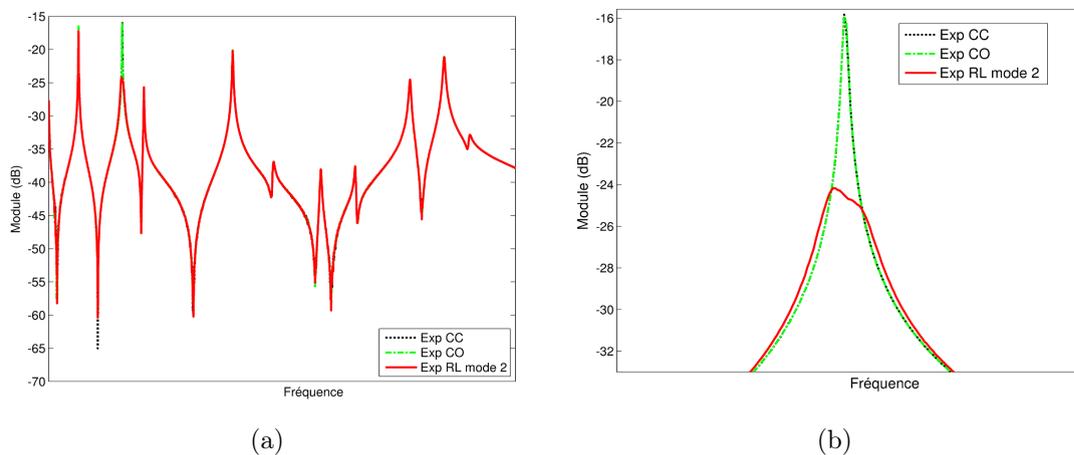


FIGURE 5.38 – Réponse en fréquence de l'aube encastrée en court-circuit, en circuit ouvert et avec shunt RL sur le mode 2F

### Réglage du shunt résonant avec des bobines passives et résultats

Les bobines ont été réalisées après avoir effectué les mesures d'atténuation de vibration avec un shunt résonant et en utilisant une inductance synthétique. Cela permet de connaître précisément la valeur d'inductance requise pour accorder les shunts résonants sur le premier et sur le deuxième mode de flexion. En effet, les valeurs obtenues avec les formulations analytiques donnent une bonne approximation des valeurs de résistance et d'inductance du shunt résonant mais ne sont pas les valeurs optimales du shunt lorsque le dispositif piézoélectrique est installé sur la structure. En effet, la capacité d'une pastille collée sur une structure est comprise entre la capacité libre et bloquée. La capacité dépend donc de la raideur des éléments actifs, de la colle et de la structure hôte.

Une bobine a été élaborée afin de réaliser les shunts résonants passif accordés sur le mode 2F de l'aube. Pour ce mode, la valeur de l'inductance nécessaire est d'approximativement 0,6 H.

### Résultats de réduction de vibration

Les résultats numériques et expérimentaux d'atténuation de vibration sont présentés sur la figure 5.39 où sont tracées les réponses dynamiques en bout d'aube en circuit ouvert et avec un shunt résonant accordé sur le deuxième mode de flexion. On remarque la très bonne corrélation entre les résultats numériques et ceux issus de l'expérience.

#### 5.6.3 Etude d'influence du nombre de patches

Vu la qualité des résultats numériques par rapport aux résultats expérimentaux, les simulations peuvent être utilisées pour des études paramétriques. Ainsi une étude numérique a été menée sur l'influence du nombre de patches collés à la structure. Plusieurs modèles ont été réalisés avec 6, 4 et 1 patch (voir figures 5.40, 5.41, 5.42 et 5.43) en plus du modèle déjà présenté pour lequel 9 patches sont collés. Pour chacune des configurations, le choix des patches à conserver a fait l'objet d'une étude préalable permettant de déterminer les patches contribuant le plus à l'atténuation de vibration de l'aube. Les résultats d'atténuation de vibration pour les différentes conditions testées sont présentées sur la figure 5.44. Comme prévu, plus le nombre de patch diminue plus la réduction de l'amplitude de vibration est faible. On remarque que

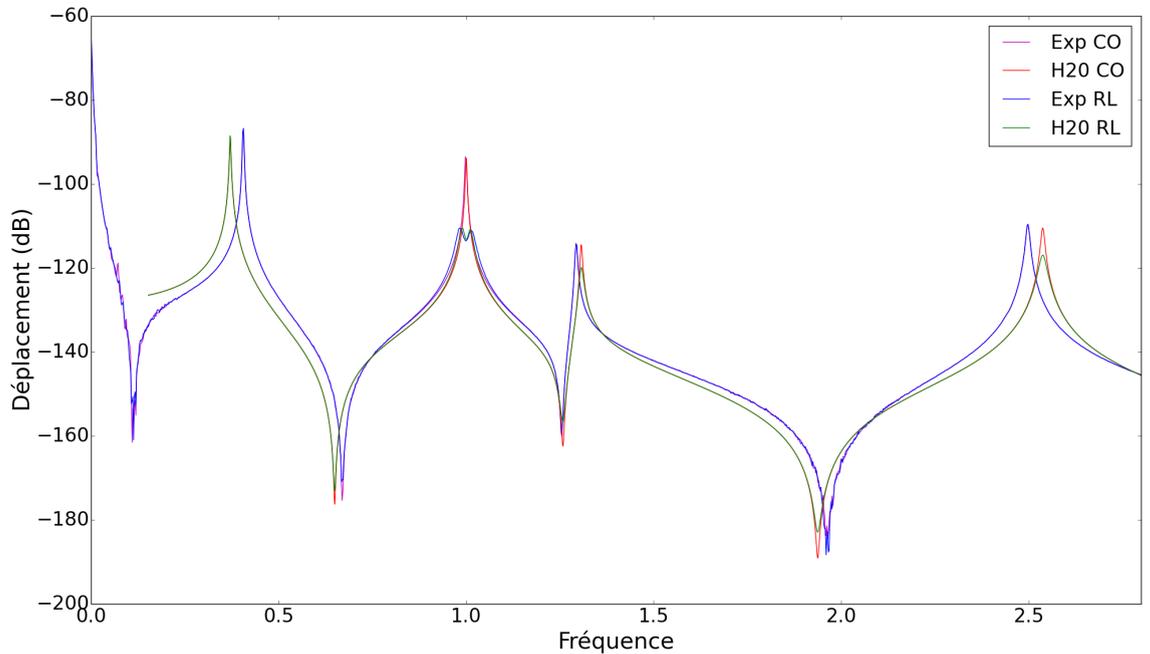


FIGURE 5.39 – Courbes de réponse en fréquence de l’aube munie de 9 patches, comparaison numérique et expérimental en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL)

les résultats d’atténuation sont très proches pour 9, 6 et 4 patches comme présenté figure 5.44. On en conclut que dans notre cas, la différence de performance entre 9 et 4 patches est suffisamment faible pour considérer que 4 patches suffisent. Cependant, on remarque que l’inductance nécessaire vaut 2,5 H pour 4 patches (1 H pour 9 patches) et la résistance vaut 50  $\Omega$  pour 4 patches (30  $\Omega$  pour 9 patches). Le ratio résistance/inductance nécessaire est donc différent et il est plus simple de concevoir une bobine passive pour la configuration à 9 patches que la configuration à 4 patches à cause la résistance interne du composant.

Il est à noter que la configuration avec 1 patch présente aussi des performances élevées puisqu’elles sont d’environ 10 dB. Dans cette configuration à un seul patch, le ratio résistance/inductance nécessaire est encore plus défavorable que pour les autres configurations.

Il faut aussi remarquer que le coefficient de couplage effectif décroît lui aussi avec le nombre de patches (voir le tableau 5.4). Plus le coefficient de couplage est faible plus le circuit résonant nécessite un accord précis pour être efficace.

| Modes | Type de mode | Elastique |         | Court-circuit |         | Circuit ouvert |         | Coeff. couplage |       |
|-------|--------------|-----------|---------|---------------|---------|----------------|---------|-----------------|-------|
|       |              | H08       | H20     | H08           | H20     | H08            | H20     | H08             | H20   |
| 1     | 1F           | 0,36980   | 0,37060 | 0,36980       | 0,37060 | 0,36982        | 0,37061 | 0,85%           | 0,83% |
| 2     | 2F           | 1,00000   | 1,00000 | 1,00000       | 1,00000 | 1,00015        | 1,00015 | 1,74%           | 1,71% |
| 3     | 1T           | 1,30428   | 1,30681 | 1,30428       | 1,30681 | 1,30428        | 1,30682 | 0,32%           | 0,30% |
| 4     | 3F           | 2,54418   | 2,53807 | 2,54418       | 2,53807 | 2,54422        | 2,53810 | 0,56%           | 0,51% |

TABLE 5.4 – Fréquences adimensionnées et coefficients de couplage pour les différents modèles (éléments linéaires et quadratiques) et conditions (élastique, court-circuit et circuit ouvert) testés

## Conclusions

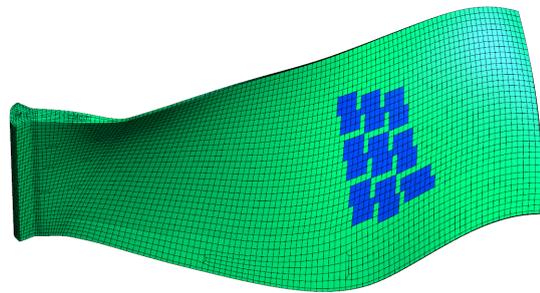
L'objectif de cette partie était d'adapter un dispositif de type shunt résonant à une aube de soufflante en composite CMO équipant les moteurs de nouvelle génération, en tenant compte des contraintes industrielles liées à l'intégration de ce système d'amortissement de vibrations. Dans un premier temps, le procédé de fabrication de l'aube de soufflante a été détaillé afin de définir les différentes sollicitations qu'auraient à supporter les inserts piézoélectriques. La température de Curie des matériaux piézoélectriques est suffisamment élevée pour être compatible avec le procédé de moulage de l'aube. De plus, les patchs piézocéramiques utilisés supportent les sollicitations de flexion et de torsion nécessaires pour s'adapter à la forme en hélice de l'aube.

Des mesures vibratoires ont ensuite été effectuées sur un prototype de l'aube afin de caractériser le comportement dynamique de la structure sans système piézoélectrique. Ces mesures ont permis de déterminer les valeurs des amortissements modaux pour ensuite les intégrer dans les modèles. Les comparaisons entre les résultats d'essais et numériques pour les deux conditions aux limites testées montrent une très bonne corrélation entre les résultats.

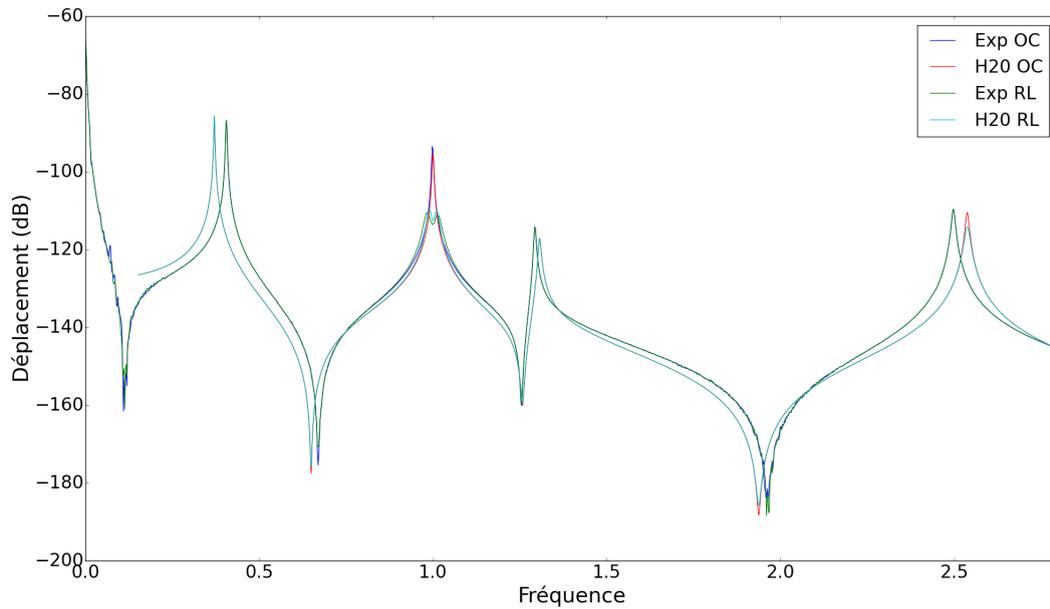
Puis trois niveaux d'intégration du dispositif d'amortissement sont proposés, pour lesquels l'optimisation du coefficient de couplage est essentiel afin de bénéficier de performances de réduction de vibration élevées. La démarche de mise en place du dispositif d'amortissement est détaillée pour la solution d'intégration retenue. La conception du système d'amortissement : dimensionnement et fixation des patchs puis dimensionnement du circuit shunté est précisée.

Les résultats d'atténuation de vibration obtenus lors des essais sur le démonstrateur sont très élevés (84% de réduction de l'amplitude de vibration du second mode de flexion) compte tenu de l'encombrement du dispositif et de plus, celui-ci ne requiert aucun apport d'énergie extérieur. Ces résultats expérimentaux avec dispositif piézoélectrique sont ensuite comparés avec la théorie et on remarque une très bonne prédictibilité des modèles numériques intégrant la formulation développée dans le chapitre 2. Une étude d'influence est finalement effectuée sur l'efficacité du dispositif en fonction du nombre de patches utilisés. Celle-ci rappelle que le choix des éléments piézoélectriques ne peut se faire indépendamment de la conception du circuit électrique.

Les résultats obtenus ici sont donc très encourageant et permettent d'affirmer que ce type de dispositif piézoélectrique représente une solution viable pour l'atténuation des vibrations d'aubes de soufflante de turbomachine.

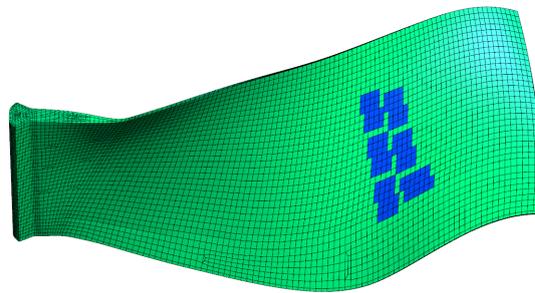


(a)

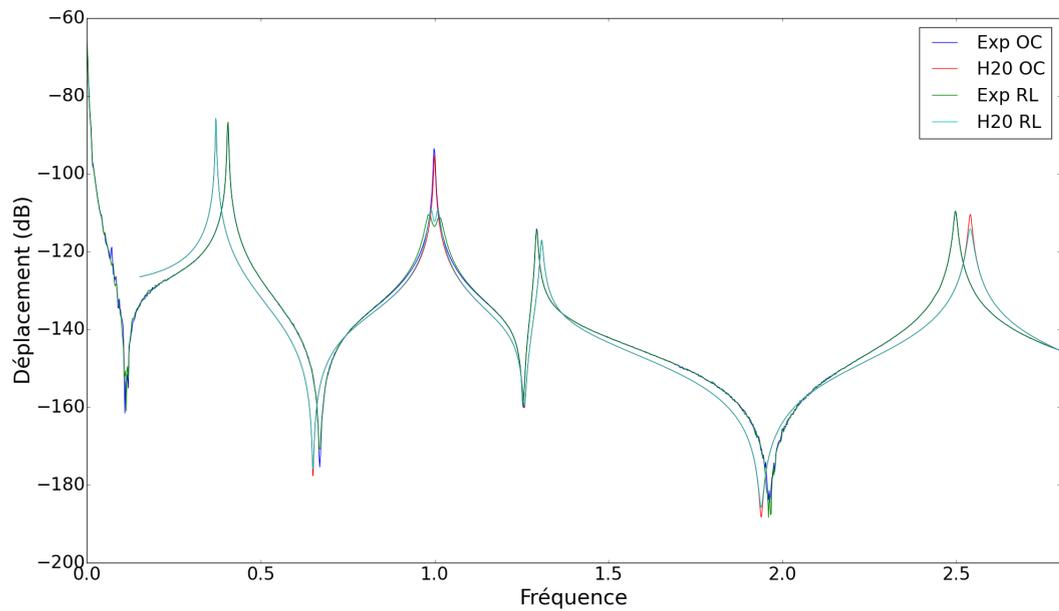


(b)

FIGURE 5.40 – Aube avec 9 patches (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL)

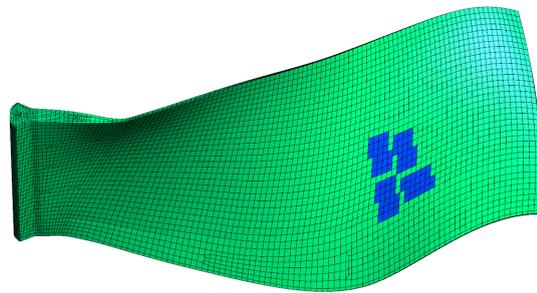


(a)

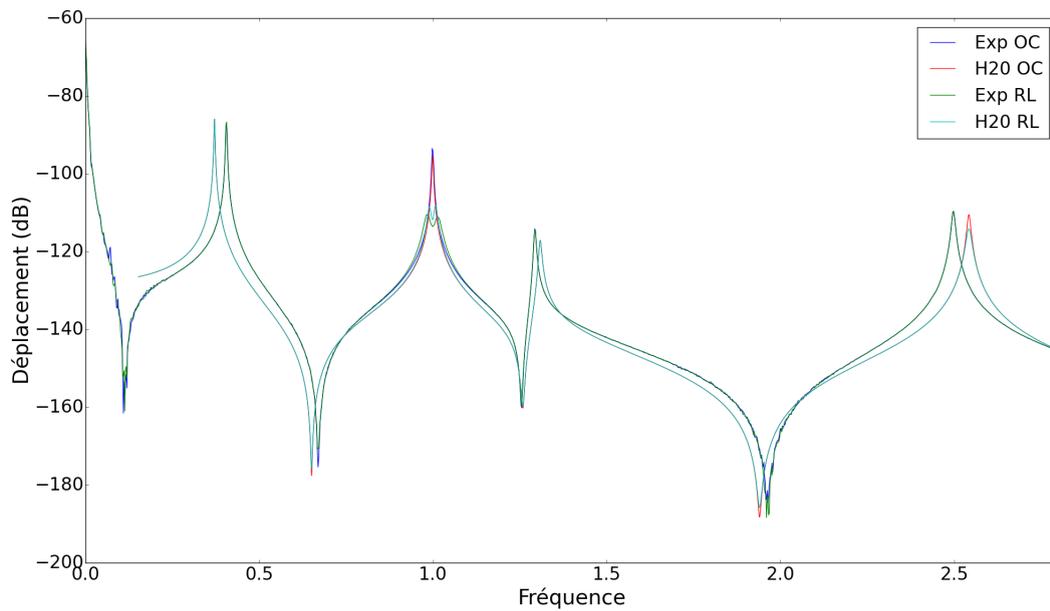


(b)

FIGURE 5.41 – Aube avec 6 patches (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales (avec 9 patches) en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL)

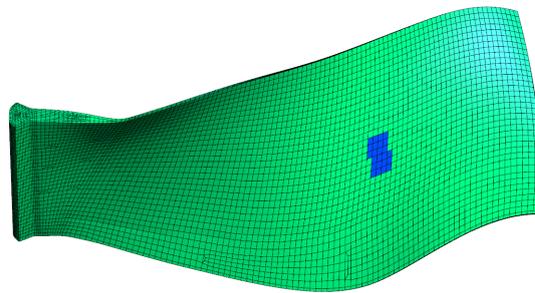


(a)

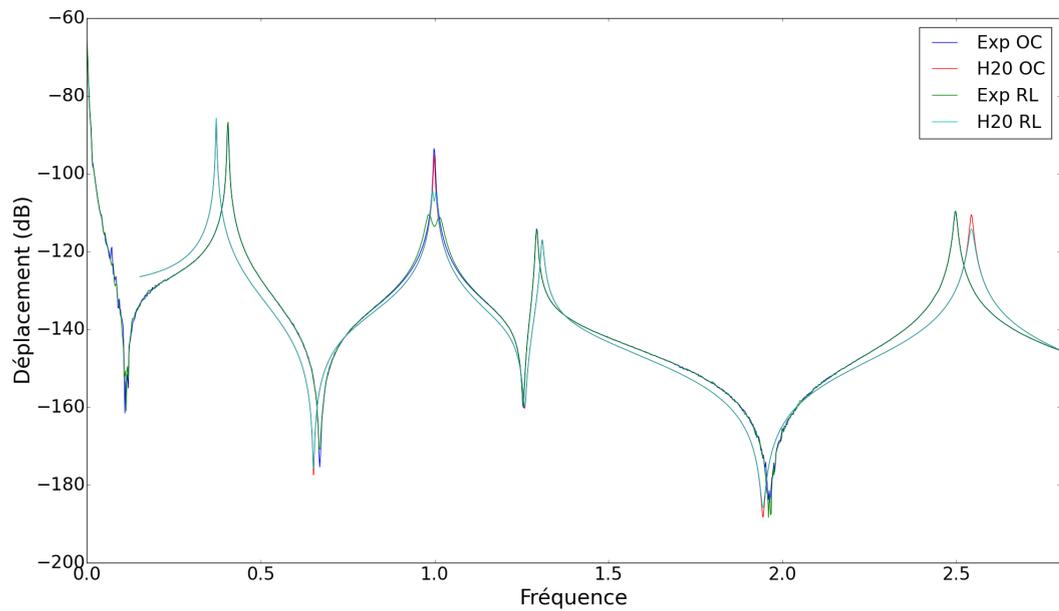


(b)

FIGURE 5.42 – Aube avec 4 patchs (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales (avec 9 patchs) en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL)



(a)



(b)

FIGURE 5.43 – Aube avec 1 patch (a) Modèle éléments finis (b) Courbes de réponse en fréquence numériques et expérimentales (avec 9 patches) en circuit ouvert (CO) et avec un shunt résonant (RL)

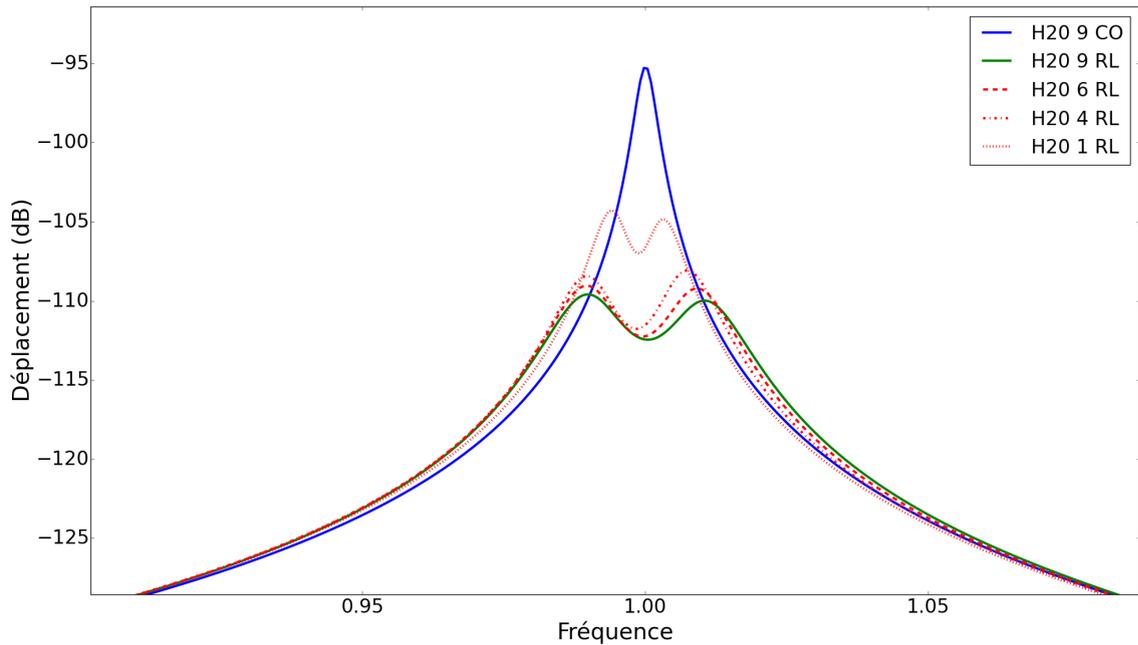


FIGURE 5.44 – Réponse en fréquence en bout d'aube pour le deuxième mode de flexion avec 9, 6, 4 et 1 patches

| Nombre de patches | Coefficient de couplage | Résistance   | Inductance |
|-------------------|-------------------------|--------------|------------|
| 9                 | 1,71%                   | 30 $\Omega$  | 1,1 H      |
| 6                 | 1,58%                   | 40 $\Omega$  | 1,7 H      |
| 4                 | 1,40%                   | 50 $\Omega$  | 2,5 H      |
| 1                 | 0,67%                   | 100 $\Omega$ | 9,0 H      |

FIGURE 5.45 – Tableau des valeurs des coefficients de couplage, résistances et inductances pour l'atténuation du 2<sup>e</sup> mode de flexion avec 9, 6, 4 et 1 patches en utilisant un shunt résonant

# Chapitre 6

## Conclusion

L'objectif initial de ce travail était de mettre au point, pour une aube de soufflante en composite tissé, un dispositif permettant d'augmenter l'amortissement sur les premiers modes de vibration de flexion en utilisant des matériaux piézoélectriques. Le dispositif piézoélectrique réalisé se devait d'être performant sur cette structure massive de forme complexe. De plus, le système d'amortissement développé devait s'intégrer à l'aube pour respecter les contraintes aérodynamiques imposées à ce type de structure.

Une partie du travail consiste ainsi à bâtir un modèle éléments finis prédictif de la structure composite couplée aux éléments piézoélectriques, en vue de quantifier les performances du dispositif d'amortissement. Plusieurs solutions sont testées sur une structure simple puis sur l'aube composite pour évaluer l'influence, (1) du choix du matériau piézoélectrique, (2) du placement et de la géométrie des matériaux actifs ainsi que (3) du circuit électrique dissipatif sur l'atténuation des vibrations. Différentes solutions d'intégration à l'aube sont également proposées et une méthode de caractérisation des propriétés des matériaux tissés est développée dans la perspective d'intégrer les matériaux actifs à la préforme du composite.

### **Bilan des travaux**

Dans la première partie du chapitre 2, les principes de base de la piézoélectricité sont rappelés. Dans un second temps, la loi de comportement tridimensionnelle d'un matériau possédant un couplage électromécanique est décrite puis utilisée dans une formulation éléments finis tridimensionnelle du problème. Cette formulation éléments finis est appliquée au cas d'une structure élastique munie de patchs piézoélectriques connectés à un circuit électrique. Deux types de shunts piézoélectriques

sont intégrés à la modélisation théorique : (1) le cas d'un circuit électrique résistif (court-circuit des éléments piézoélectriques par une simple résistance électrique appelé shunt résistif) et (2) le cas d'un circuit électrique résonant (court-circuit des éléments piézoélectriques par une résistance et une inductance appelé shunt résonant). La réduction de la taille du problème est effectuée en deux étapes : (1) condensation des degrés de liberté internes, (2) projection des inconnues de déplacement mécanique sur une base tronquée de modes propres. La condensation des ddls de potentiel interne et l'utilisation d'éléments à fonctions de forme quadratique est une amélioration par rapport aux modèles précédemment employés, puisque la condensation des ddls de potentiel interne et l'équipotentialité des électrodes permet d'utiliser un seul degré de liberté électrique pour le calcul des réponses en fréquence sans faire d'hypothèse à priori sur le champ électrique dans les éléments piézoélectriques.

Dans le chapitre 3, différents types de patchs piézoélectriques ainsi que les différents shunts sont présentés. A l'issue d'une étude bibliographique, deux types de patchs ont été retenus et deux types de shunts ont été étudiés (résistif et résonant) et seul le shunt résonant a été retenu dans la suite. Les premiers patchs testés (piézocéramiques), présentent des résultats d'atténuation de vibration élevés et les résultats expérimentaux correspondent aux résultats obtenus avec les modèles reposant sur la formulation développée dans le chapitre 2. Une étude sur le nombre d'éléments dans l'épaisseur des patchs montre qu'avec la formulation utilisée, on peut se contenter d'un seul élément quadratique dans l'épaisseur. Cette partie permet aussi de valider les modèles qui seront ensuite repris pour être utilisés sur l'aube de soufflante. Une étude d'influence numérique sur l'épaisseur des patchs en céramiques est ensuite réalisée et montre qu'une diminution de l'épaisseur du patch piézocomposite par 5, offre des performances toujours très satisfaisante en terme d'amortissement et ont d'une part l'avantage de moins modifier le comportement dynamique de la poutre et d'autre part de mieux s'intégrer puisqu'ils sont moins encombrants. Les deuxièmes patchs testés sont les patchs piézocomposites, ces patchs dont les propriétés matériaux sont recalées expérimentalement sont eux aussi efficaces sur les deux premiers modes de flexion de la poutre même s'ils ne permettent pas d'apporter autant d'amortissement que les céramiques. Leur usage est donc à réserver dans le cas où la courbure de la structure est trop importante pour y intégrer des patchs piézocéramiques. Un autre inconvénient des patchs piézocomposites est leur forte

anisotropie qui peut-être désavantageuse lorsque le mode à amortir est un mode de flexion bidimensionnel.

Dans le chapitre 4, la technique développée permet de caractériser un composite tissé composé de toron dont les propriétés sont orthotropes et suivent la direction des fibres. La perspective de l'extension de cette méthode aux matériaux piézoélectriques permettra de déterminer les coefficients de couplage électromécanique d'un composite intégrant des matériaux piézoélectriques. Cela permettra de simuler le comportement de structures tissées intégrant des fibres piézoélectriques comme celles qui sont actuellement à l'étude au Laboratoire des Matériaux Céramiques et Procédés Associés (LMCPA) et à l'ONERA [29]. Les applications pourront viser l'amortissement des vibrations si les matériaux piézoélectriques sont utilisés comme actionneur ou dans le cas où ils seront employés comme capteur pour du contrôle de santé des pièces (Structure Health Monitoring en anglais).

L'objectif du chapitre 5 est d'adapter ce type de dispositif à une aube de soufflante en composite CMO équipant les moteurs LEAP, en tenant compte des contraintes industrielles liées à l'intégration de ce système d'amortissement de vibrations. Dans un premier temps, le procédé de fabrication de l'aube de soufflante a été détaillé afin de définir les différentes sollicitations qu'auraient à supporter les inserts piézoélectriques. Des mesures vibratoires ont ensuite été effectuées sur un prototype de l'aube afin de caractériser le comportement dynamique de la structure sans système piézoélectrique. Puis, trois niveaux d'intégration du dispositif d'amortissement sont proposés, et la démarche de mise en place du dispositif est détaillée pour la solution d'intégration retenue. L'avantage de la solution piézoélectrique sur une aube est donc que les éléments piézoélectriques qui sont fixés sur la pièce tournante contribuent à une masse et une raideur ajoutée très faible par rapport à la structure initiale. Ce qui permet de conserver les propriétés dynamiques de la structure d'origine tout en lui apportant de l'amortissement sur le premier ou le second mode de flexion. Ces résultats expérimentaux sont ensuite comparés avec la théorie et on remarque une très bonne prédictibilité des modèles numériques. Les résultats d'atténuation de vibration obtenus lors des essais sont très élevés compte tenu de l'encombrement du dispositif et ne requiert aucun apport d'énergie extérieur.

## Perspectives

Les résultats obtenus lors de la thèse ouvrent les perspectives suivantes :

- Intégrer des matériaux piézoélectriques à l'intérieur du composite tissé sous forme de patches ou de fibres piézoélectriques. Des solutions de fibres courtes piézoélectriques et recouvertes d'électrodes font déjà l'objet de travaux expérimentaux et numériques [29]. On peut envisager de réaliser des essais de traction ainsi que des essais vibratoire sur des éprouvettes intégrant des matériaux piézoélectriques dans le composite ;
- Améliorer le dispositif d'amortissement piézoélectrique pour qu'il soit plus large bande. On pourrait étendre les travaux à des approches multimodales pour pouvoir contrôler le premier et le second mode de flexion simultanément. Des études réalisées au laboratoire sur du contrôle multimodale passif appliquées à des barres, poutres et plaques [50] [49] [48] pourraient être étendues à une application comme une aube et on pourrait optimiser la taille des composants du circuit, notamment la bobine d'inductance ;
- Utiliser des matériaux viscoélastiques en peau en plus des matériaux piézoélectriques. Par exemple, le coating de protection serait réalisé avec une résine ayant des propriétés viscoélastiques. Cependant, il est possible que les performances ne soient pas suffisante puisque la couche de matériaux viscoélastique n'est pas précontrainte. Dans ce cas, on pourrait ainsi mettre ces matériaux sous le bord d'attaque en titane pour qu'ils travaillent en cisaillement ;
- Valider l'efficacité du dispositif sur banc tournant, le banc d'essai construit au LTDS à Lyon dans le cadre de l'équipex PHARE.

# Bibliographie

- [1] Disponible sur : <http://www.cfmaeroengines.com>, consulté le 12 mars 2013.
- [2] Fiche technique 3m dp460, disponible sur : <http://www.3mfrance.fr>, consulté le 26 juin 2014.
- [3] Macro fiber composite-mfc. Tech. rep., Smart Material Corporation, 2003. <http://www.smart-material.com>.
- [4] Céramiques piézoélectriques. Tech. rep., Saint-Gobain, 2006. <http://www.quartz.saint-gobain.com>.
- [5] Midé. Tech. rep., Midé, 2016. <http://www.mide.com>.
- [6] ABOUDI, J. *Mechanics of composite materials : a unified micromechanical approach*, vol. 29. Elsevier, 2013.
- [7] AMESTOY, P. R., DUFF, I. S., L'EXCELLENT, J.-Y., AND KOSTER, J. A fully asynchronous multifrontal solver using distributed dynamic scheduling. *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications* 23, 1 (2001), 15–41.
- [8] ANTONIOU, A. Realisation of gyrators using operational amplifiers, and their use in rc-active-network synthesis. *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of* 116, 11 (1969), 1838–1850.
- [9] BACHMANN, F., DE OLIVEIRA, R., SIGG, A., SCHNYDER, V., DELPERO, T., JAEHNE, R., BERGAMINI, A., MICHAUD, V., AND ERMANNI, P. Passive damping of composite blades using embedded piezoelectric modules or shape memory alloy wires : a comparative study. *Smart Materials and Structures* 21, 7 (2012), 075027.
- [10] BALMES, E., CORUS, M., BAUMHAUER, S., JEAN, P., AND LOMBARD, J.-P. Constrained viscoelastic damping, test/analysis correlation on an aircraft engine. In *Structural Dynamics, Volume 3*. Springer, 2011, pp. 1177–1185.
- [11] BECK, B. S., CUNEFARE, K. A., AND COLLET, M. Response-based tuning of a negative capacitance shunt for vibration control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 25, 13 (2014), 1585–1595.
- [12] BENJEDDOU, A. Advances in piezoelectric finite element modeling of adaptive structural elements : a survey. *Computers & Structures* 76, 1 (2000), 347–363.

- 
- [13] BENVENISTE, Y., AND DVORAK, G. Uniform fields and universal relations in piezoelectric composites. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 40, 6 (1992), 1295–1312.
- [14] BERARDENGO, M., THOMAS, O., GIRAUD-AUDINE, C., AND MANZONI, S. Improved resistive shunt by means of negative capacitance : new circuit, performances and multi-mode control. *Smart Materials and Structures* 25, 7 (2016), 075033.
- [15] BERGER, H., KARI, S., GABBERT, U., RODRIGUEZ-RAMOS, R., GUINOVART, R., OTERO, J. A., AND BRAVO-CASTILLERO, J. An analytical and numerical approach for calculating effective material coefficients of piezoelectric fiber composites. *International Journal of Solids and Structures* 42, 21 (2005), 5692–5714.
- [16] BORNERT, M., BRETHERAU, T., AND GILORMINI, P. Homogénéisation en mécanique des matériaux, tome 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques.
- [17] CHARLEUX, D. *Etude des effets de la friction en pied d'aube sur la dynamique des roues aubagées*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2006.
- [18] CHOI, B. B., DUFFY, K., KAUFFMAN, J. L., AND KRAY, N. Optimal topology and experimental evaluation of piezoelectric materials for actively shunted general electric polymer matrix fiber composite blades.
- [19] COLLET, M., AND CUNEFARE, K. A. Modal synthesis and dynamical condensation methods for accurate piezoelectric systems impedance computation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (2008).
- [20] CORCOLLE, R., DANIEL, L., AND BOUILLAULT, F. Generic formalism for homogenization of coupled behavior : Application to magnetoelectroelastic behavior. *Physical Review B* 78, 21 (2008), 214110.
- [21] COULON, I., AND JUFER, M. Introduction à l'électrotechnique (introduction to electrotechnics), 1989.
- [22] DAMBRINE, B., MOLINARI, O., AND COUPE, D. Turbomachine blade, in particular a fan blade, and its method of manufacture, July 10 2007. US Patent 7,241,112.
- [23] DE LUYCKER, E. *Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks*. PhD thesis, Lyon, INSA, 2009.
- [24] DE MOURA, R. F., JEAN, P. B., LE HONG, S., AND LOMBARD, J.-P. F. Blade made of composite material comprising a damping device, Aug. 6 2013. US Patent 8,500,410.
- [25] DECOLON, C. Structures composites. *Hermes Science Publication, Paris* (2000).
- [26] DERAEMAERKER, A., AND NASSER, H. Numerical evaluation of the equivalent properties of macro fiber composite (mfc) transducers using periodic homogenization. *International journal of solids and structures* 47, 24 (2010), 3272–3285.

- [27] DEÛ, J.-F., AND BENJEDDOU, A. Free-vibration analysis of laminated plates with embedded shear-mode piezoceramic layers. *International journal of solids and structures* 42, 7 (2005), 2059–2088.
- [28] DIRRENBARGER, J. *Propriétés effectives de matériaux architecturés*. PhD thesis, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2012.
- [29] DOLAY, A. *Développement et caractérisations de fibres piézoélectriques à âme métallique pour applications aéronautiques*. PhD thesis, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2013.
- [30] DUCARNE, J. *Modélisation et optimisation de dispositifs non-linéaires d’amortissement de structures par systèmes piézoélectriques commutés*. PhD thesis, Paris, CNAM, 2009.
- [31] DUCARNE, J., THOMAS, O., AND DEÛ, J.-F. Optimisation de dispositif passif d’atténuation de vibration par shunt piézoélectrique. In *Actes du 8ème colloque national en calcul de structures* (2007), vol. 2, pp. 519–524.
- [32] DUNLEAVY, P. 3d composite fabric, Nov. 22 2011. US Patent 8,061,391.
- [33] DUNN, M., AND TAYA, M. Micromechanics predictions of the effective electroelastic moduli of piezoelectric composites. *International Journal of Solids and Structures* 30, 2 (1993), 161–175.
- [34] EL HAGE, C. *Modélisation du comportement élastique endommageable de matériaux composites à renfort tridimensionnel*. PhD thesis, Compiègne, 2006.
- [35] ELECTROCERAMICS, M. Piezoelectric ceramics properties & applications. *Tutorial, Morgan Electroceramics–Philips components, Eindhoven. Disponible en URL : <http://www.morganelectroceramics.com>* (2009).
- [36] ESHELBY, J. D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* (1957), vol. 241, The Royal Society, pp. 376–396.
- [37] FORWARD, R. L. Electronic damping of vibrations in optical structures. *Applied optics* 18, 5 (1979), 690–697.
- [38] GAUDENZI, P. On the electromechanical response of active composite materials with piezoelectric inclusions. *Computers & structures* 65, 2 (1997), 157–168.
- [39] GEUZAIN, C., AND REMACLE, J.-F. Gmsh : A 3-d finite element mesh generator with built-in pre-and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 79, 11 (2009), 1309–1331.
- [40] GIUSTI, S. R. J., JACQ, C., LOMBARD, J.-P. F., AND SUFFIS, A. R. Composite turbomachine blade with metal reinforcement, Mar. 20 2012. US Patent 8,137,073.

- [41] GRUIN, M. *Dynamique non-linéaire d'une roue de turbine Basse Pression soumise à des excitations structurales d'un turboréacteur*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2012.
- [42] GUYOMAR, D., RICHARD, T., AND RICHARD, C. Sound wave transmission reduction through a plate using piezoelectric synchronized switch damping technique. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* (2007).
- [43] HAGOOD, N. W., AND VON FLOTOW, A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks. *Journal of Sound and Vibration* 146, 2 (1991), 243–268.
- [44] KANIT, T., FOREST, S., GALLIET, I., MOUNOURY, V., AND JEULIN, D. Determination of the size of the representative volume element for random composites : statistical and numerical approach. *International Journal of solids and structures* 40, 13 (2003), 3647–3679.
- [45] LE HONG, S., AND LOMBARD, J.-P. F. Damping device for composite blade, Nov. 22 2011. US Patent 8,061,997.
- [46] LIVET, S., BERTHILLIER, M., COLLET, M., AND COTE, J. Numerical and experimental optimized shunted piezoelectric circuit for turbomachinery blades. In *12th IFToMM World Congress (Besançon, France (2007))*.
- [47] LIVET, S., COLLET, M., BERTHILLIER, M., JEAN, P., AND COTE, J.-M. Structural multi-modal damping by optimizing shunted piezoelectric transducers. *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique* 20, 1-4 (2011), 73–102.
- [48] LOSSOUARN, B., AUCEJO, M., AND DEÛ, J. Multimodal coupling of periodic lattices and application to rod vibration damping with a piezoelectric network. *Smart Materials and Structures* 24, 4 (2015), 045018.
- [49] LOSSOUARN, B., CUNEFARE, K. A., AUCEJO, M., AND DEÛ, J.-F. Robustness of a multimodal piezoelectric damping involving the electrical analogue of a plate. In *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring* (2016), International Society for Optics and Photonics, pp. 97992G–97992G.
- [50] LOSSOUARN, B., DEÛ, J., AND AUCEJO, M. Wave propagation in coupled periodic lattices and application to vibration attenuation through a piezoelectric network. In *ISMA2014 International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium* (2014).
- [51] LOSSOUARN, B., THIERRY, O., AUCEJO, M., AND DEÛ, J.-F. Comparison of passive inductor designs for piezoelectric shunt damping. In *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring* (2016), International Society for Optics and Photonics, pp. 97991S–97991S.

- [52] MALL, S. Integrity of graphite/epoxy laminate embedded with piezoelectric sensor/actuator under monotonic and fatigue loads\*. *Smart Materials and Structures* 11, 4 (2002), 527.
- [53] MALL, S., AND HSU, T. Electromechanical fatigue behavior of graphite/epoxy laminate embedded with piezoelectric actuator. *Smart Materials and Structures* 9, 1 (2000), 78.
- [54] MATSUISHI, M., AND ENDO, T. Fatigue of metals subjected to varying stress. *Japan Society of Mechanical Engineers, Fukuoka, Japan* 68, 2 (1968), 37–40.
- [55] MOKRANI, B., BASTAITS, R., VIGUIE, R., AND PREUMONT, A. Vibration damping of turbomachinery components with piezoelectric transducers : Theory and experiment. In *ISMA2012 International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium* (2012), vol. 69.
- [56] MOKRANI, B., RODRIGUES, G., IOAN, B., BASTAITS, R., AND PREUMONT, A. Synchronized switch damping on inductor and negative capacitance. *Journal of intelligent material systems and structures* (2012), 1045389X11433493.
- [57] NACIVET, S. *Modélisation du frottement en pied d'aube par une approche fréquentielle*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2002.
- [58] NEWNHAM, R., SKINNER, D., AND CROSS, L. Connectivity and piezoelectric-pyroelectric composites. *Materials Research Bulletin* 13, 5 (1978), 525–536.
- [59] NUFFER, D. J., SCHÖNECKER, B., KOHLRAUTZ, D., MICHELIS, D., ADARAGGA, O., AND WOLF, K. Reliability investigation of piezoelectric macro fiber composite (mfc) actuators. In *Adaptronic Congress* (2007).
- [60] PEREIRA DA SILVA, L. *Atténuation du bruit et des vibrations de structures minces par dispositifs piézoélectriques passifs : modèles numériques d'ordre réduit et optimisation*. PhD thesis, Paris, CNAM, 2014.
- [61] PEREIRA DA SILVA, L., LARBI, W., AND DEÛ, J. Comparison of finite element formulations for the dynamic analysis of elastic structures with piezoelectric patches. In *6th ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials* (2013).
- [62] PETITNIOT, J., ROCHETTES, H. D., AND LECONTE, P. Experimental assessment and further development of amplified piezo actuators for active flap devices. *ONERA-PUBLICATIONS-TP*, 154 (2002).
- [63] POIZAT, C., AND SESTER, M. Effective properties of composites with embedded piezoelectric fibres. *Computational Materials Science* 16, 1 (1999), 89–97.
- [64] PORFIRI, M., MAURINI, C., AND POUGET, J. Identification of electromechanical modal parameters of linear piezoelectric structures. *Smart Materials and Structures* 16, 2 (2007), 323.

- [65] PREUMONT, A. *Vibration control of active structures : an introduction*, vol. 179. Springer Science & Business Media, 2011.
- [66] ROMERO, J.-L., AND WOZNIAK, M. Method of fabricating a test blade of composite material, Dec. 14 2010. US Patent 7,850,892.
- [67] ROSATTI, L. M., ET AL. *Fatigue performance of macro-fiber piezoelectric composite actuator with respect to variable beam geometry*. PhD thesis, Montana State University-Bozeman, College of Engineering, 2012.
- [68] ROULEAU, L. *Modélisation vibro-acoustique de structures sandwich munies de matériaux visco-élastiques*. PhD thesis, Conservatoire national des arts et métiers, 2013.
- [69] ROULEAU, L., DEÛ, J.-F., AND LEGAY, A. Interface finite elements for parametric study of structures with thin constrained layer damping. In *2nd ECCOMAS Young Investigators Conference (YIC 2013)* (2013).
- [70] ROULEAU, L., DEÛ, J.-F., LEGAY, A., SIGRIST, J.-F., LE LAY, F., AND MARIN-CURTOUD, P. A component mode synthesis approach for dynamic analysis of viscoelastically damped structures. In *Proceedings of the 10th World Congress on Computational Mechanics (WCCM 2012)* (2012), vol. 229, p. 231.
- [71] SÉNÉCHAL, A. *Réduction de vibrations de structure complexe par shunts piézoélectriques : Application aux turbomachines*. PhD thesis, Conservatoire national des arts et métiers, 2011.
- [72] SÉNÉCHAL, A., THOMAS, O., AND DEÛ, J. Optimization of shunted piezoelectric patches for vibration reduction of complex structures : Application to a turbojet fan blade. In *ASME 2010 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference* (2010).
- [73] SÉNÉCHAL, A., THOMAS, O., DEÛ, J., AND JEAN, P. Atténuation des vibrations de structures complexes par shunt piézoélectrique application à un modèle simplifié d'aube de turbomachine. In *Neuvième colloque national en calcul des structures (Giens, France, 2009)* (2009).
- [74] SESSLER, G. Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride. *The Journal of the Acoustical Society of America* 70, 6 (1981), 1596–1608.
- [75] SMITH, W. A., AND AULD, B. A. Modeling 1-3 composite piezoelectrics : thickness-mode oscillations. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control* 38, 1 (1991), 40–47.
- [76] SNOWDON, J. *Vibration and shock in damped mechanical systems*, 1968. John Wiley 8, 200.
- [77] STANDARD, I. Ieee standard on piezoelectricity. *ANSI/IEEE Std* (1988), 176–1987.

- [78] SUQUET, P. Local and global aspects in the mathematical theory of plasticity. *Plasticity today : modelling, methods and applications* (1985), 279–310.
- [79] THOMAS, O. Dynamique linéaire et non linéaire de structures élastiques et piézoélectriques. instruments de musique, micro/nano systèmes électromécaniques, contrôle de vibration, mémoire d’HDR, 2011.
- [80] THOMAS, O., DEÛ, J.-F., AND DUCARNE, J. Vibrations of an elastic structure with shunted piezoelectric patches : efficient finite element formulation and electromechanical coupling coefficients. *International journal for numerical methods in engineering* 80, 2 (2009), 235–268.
- [81] THOMAS, O., DUCARNE, J., AND DEÛ, J. Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction. *Smart Materials and Structures* 21, 1 (2012), 015008.
- [82] THOMAS, O., TOUZÉ, C., AND CHAIGNE, A. Asymmetric non-linear forced vibrations of free-edge circular plates. part ii : experiments. *Journal of Sound and Vibration* 265, 5 (2003), 1075–1101.
- [83] WALKER, K. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-t3 and 7075-t6 aluminum. In *Effects of environment and complex load history on fatigue life*. ASTM International, 1970.
- [84] WILKIE, W., HIGH, J., AND BOCKMAN, J. Reliability testing of nasa piezocomposite actuators. *U.S. Army Research Laboratory and NASA Langley Research Center, Hampton, Virginia, USA* (2002).
- [85] WILKIE, W. K., BRYANT, R. G., FOX, R. L., HELLBAUM, R. F., HIGH, J. W., LITTLE, B. D., MIRICK, P. H., JALINK JR, A., ET AL. Method of fabricating a composite apparatus, Apr. 3 2007. US Patent 7,197,798.
- [86] ZHOU, B. *Etude de l’amortissement piézoélectrique shunté appliqué aux roues aubagées désaccordées*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon, 2012.
- [87] ZHOU, B., THOUVEREZ, F., AND LENOIR, D. An adaptive control strategy based on passive piezoelectric shunt techniques applied to mistuned bladed disks. *Journal of Computational and Applied Mathematics* 246 (2013), 289–300.
- [88] ZINKOVSKII, A., MATVEEV, V., ET AL. On the problem of improvement of the damping ability of rotor blades of contemporary gas-turbine engines. *Strength of materials* 35, 4 (2003), 368–375.

## BIBLIOGRAPHIE

---

# Annexes



# Annexe A

## Données matériau du PIC151

Les paramètres matériau ont été fournis par PI Ceramic. Ils sont mesurés d'après le standard Européen EN 50324 2.

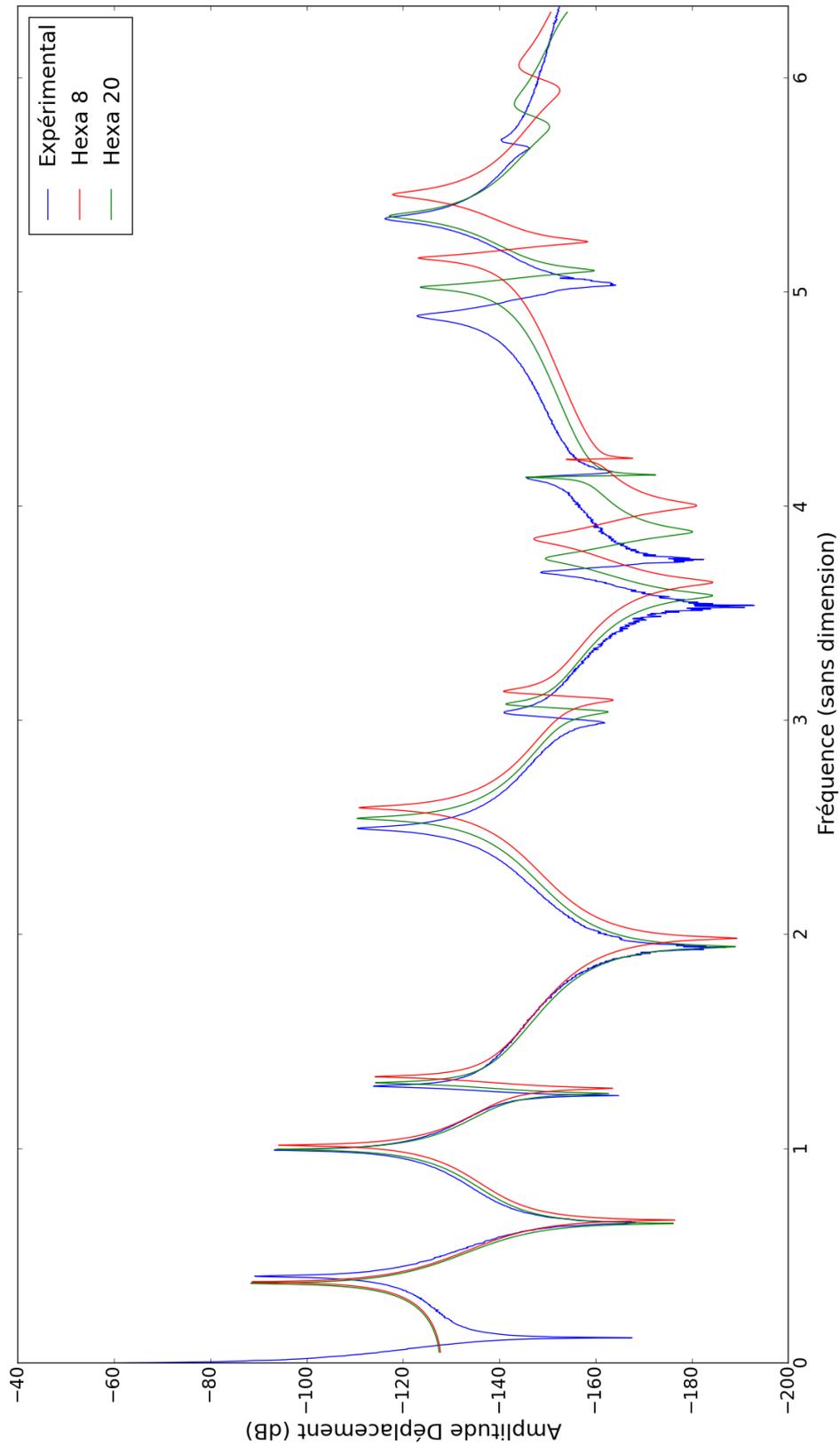
ANNEXE A. DONNÉES MATÉRIAU DU PIC151

| Coefficient              | Unité                      | Valeur                  | Coefficient | Unité                           | Valeur                 |
|--------------------------|----------------------------|-------------------------|-------------|---------------------------------|------------------------|
| $\rho$                   | $\text{kg.m}^{-3}$         | $7.76 \cdot 10^3$       | $N_1$       | Hz.m                            | 1384                   |
|                          |                            |                         | $N_3$       | Hz.m                            | 1817                   |
| $Q_m$                    |                            | 88                      | $N_5$       | Hz.m                            | 1050                   |
|                          |                            |                         | $N_p$       | Hz.m                            | 1915                   |
| $\epsilon_{11}^\sigma$   |                            | 1936                    | $N_t$       | Hz.m                            | 2118                   |
| $\epsilon_{33}^\sigma$   |                            | 2400                    |             |                                 |                        |
| $\epsilon_{11}^\epsilon$ |                            | 1110                    | $d_{31}$    | $\text{m.V}^{-1}$               | $-2.14 \cdot 10^{-10}$ |
| $\epsilon_{33}^\epsilon$ |                            | 852                     | $d_{33}$    | $\text{m.V}^{-1}$               | $4.23 \cdot 10^{-10}$  |
| $\tan \delta$            |                            | $15.7 \cdot 10^{-3}$    | $d_{15}$    | $\text{m.V}^{-1}$               | $6.10 \cdot 10^{-10}$  |
|                          |                            |                         |             |                                 |                        |
| $k_{31}$                 |                            | 0.382                   | $g_{31}$    | $\text{V.m.N}^{-1}$             | $-1.15 \cdot 10^{-2}$  |
| $k_{33}$                 |                            | 0.697                   | $g_{33}$    | $\text{V.m.N}^{-1}$             | $2.18 \cdot 10^{-2}$   |
| $k_{15}$                 |                            | 0.653                   | $g_{15}$    | $\text{V.m.N}^{-1}$             | $3.65 \cdot 10^{-2}$   |
| $k_p$                    |                            | 0.663                   |             |                                 |                        |
| $k_t$                    |                            | 0.528                   | $e_{31}$    | $\text{N.V}^{-1}.\text{m}^{-1}$ | -9.60                  |
|                          |                            |                         | $e_{33}$    | $\text{N.V}^{-1}.\text{m}^{-1}$ | 15.10                  |
|                          |                            |                         | $e_{15}$    | $\text{N.V}^{-1}.\text{m}^{-1}$ | 12.00                  |
|                          |                            |                         |             |                                 |                        |
| $s_{11}^E$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $1.683 \cdot 10^{-11}$  | $c_{11}^E$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $1.076 \cdot 10^{11}$  |
| $s_{33}^E$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $1.900 \cdot 10^{-11}$  | $c_{33}^E$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $1.004 \cdot 10^{11}$  |
| $s_{12}^E$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $-5.656 \cdot 10^{-12}$ | $c_{12}^E$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $6.312 \cdot 10^{10}$  |
| $s_{13}^E$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $-7.107 \cdot 10^{-12}$ | $c_{13}^E$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $6.385 \cdot 10^{10}$  |
| $s_{44}^E$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $5.096 \cdot 10^{-11}$  | $c_{44}^E$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $1.962 \cdot 10^{10}$  |
| $s_{66}^E$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $4.497 \cdot 10^{-11}$  | $c_{66}^E$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $2.224 \cdot 10^{10}$  |
|                          |                            |                         |             |                                 |                        |
| $s_{11}^D$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $1.436 \cdot 10^{-11}$  | $c_{11}^D$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $1.183 \cdot 10^{11}$  |
| $s_{33}^D$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $9.750 \cdot 10^{-11}$  | $c_{33}^D$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $1.392 \cdot 10^{11}$  |
| $s_{12}^D$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $-8.112 \cdot 10^{-12}$ | $c_{12}^D$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $7.376 \cdot 10^{10}$  |
| $s_{13}^D$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $-2.250 \cdot 10^{-12}$ | $c_{13}^D$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $4.436 \cdot 10^{10}$  |
| $s_{44}^D$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $2.924 \cdot 10^{-11}$  | $c_{44}^D$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $3.420 \cdot 10^{10}$  |
| $s_{66}^D$               | $\text{m}^2.\text{N}^{-1}$ | $4.497 \cdot 10^{-11}$  | $c_{66}^D$  | $\text{N.m}^{-2}$               | $2.224 \cdot 10^{10}$  |

TABLE A.1 – Coefficients du matériau piézoélectrique PIC151 de chez PI Ceramic

## Annexe B

### Comparaisons calculs/essais



## Annexe C

### Evolution des propriétés des céramiques piézoélectriques PIC151, PIC255 et PIC155 en fonction de la température

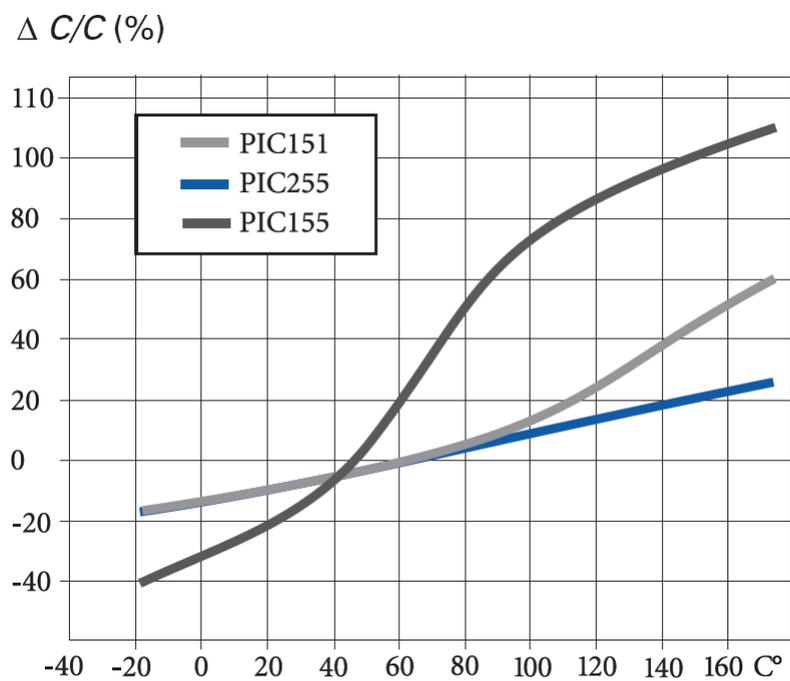


FIGURE C.1 – Evolution de la capacité en fonction de la température

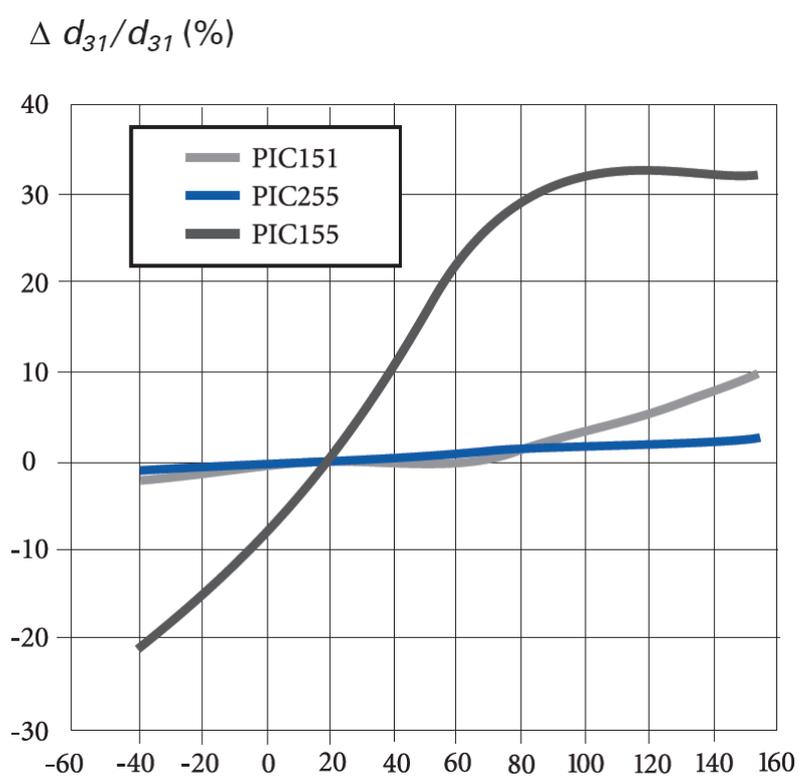


FIGURE C.2 – Evolution du couplage en fonction de la température

## Annexe D

### Propriétés de la colle 3M DP460

| <b>Propriétés physiques</b> | <b>Base</b>                            | <b>Ducisseur</b> |
|-----------------------------|--|------------------|
| Base                        | Epoxyde modifié                        | Amine modifiée   |
| Couleur                     | Blanc cassé                            | Ambre            |
| Viscosité Brookfield (23°C) | 30 000 mPa.s                           | 15 000 mPa.s     |
| Densité                     | 1.14                                   | 1.10             |
| Temps de travail à 23°C     | 90 minutes<br>75 minutes<br>60 minutes |                  |
| 5 g de mélange              |  |                  |
| 10 g de mélange             |  |                  |
| 20 g de mélange             | 4 à 6 heures                           |                  |
| Temps de manipulation       |  |                  |

FIGURE D.1 – Propriétés physiques de la colle [2]

|   |            |
|---|------------|
| Mesuré sur acier abrasé à 24°C                  | 43.9 N/cm  |
| Mesuré sur aluminium décapé chimiquement à 23°C | 105.4 N/cm |

FIGURE D.2 – Résistance au pelage de la colle [2]

| Conditions   | Sur aluminium décapé | Sur acier galvanisé |
|--|----------------------|---------------------|
| 30 jours à 23°C et 50% d'humidité                          | 35.8                 | 15.2                |
| 30 jours en immersion dans l'eau distillée                 | 35.2                 | 15.9                |
| 30 jours à 50°C et 100% d'humidité                         | 34.5                 | 13.1                |
| 14 jours à 93°C et 100% d'humidité                         | 21.4                 | 10.3                |
| 30 jours en immersion dans Antigél/Eau (50/50) à 82°C      | 34.5                 | 13.8                |
| 30 jours en immersion dans l'Isopropanol à 23°C            | 39.3                 | 13.8                |
| 30 jours en immersion dans la Méthyle Ethyle Cétone à 23°C | 29.0                 | 13.8                |
| 30 jours de Brouillard Salin à 65°C                        | 35.2                 | 13.1                |

FIGURE D.3 – Résistance au cisaillement (MPa) de la colle après vieillissement [2]

| Matériaux   |      |
|---|------|
| Acier galvanisé                                   | 13.8 |
| Acier laminé à froid                              | 19.3 |
| Aluminium sulfochromique (7jours à 23°C°)         | 31.0 |
| Aluminium sulfochromique (6h à 23°C° + 1h à 80°C) |      |
| Testé à 23°C                                      | 40.5 |
| Testé à 70°C                                      | 19.0 |
| Cuivre  | 27.6 |
| Inox  | 27.6 |
| Bronze  | 27.6 |
| PMMA  | 2.3  |
| PVC   | 2.4  |
| Polycarbonate                                     | 3.4  |
| Néoprène/Métal                                    | 0.8* |
| SBR/Métal   | 1.0* |
| ABS   | 4.0  |
| Plastic renforcé (FRP)                            | 6.9* |

\*Rupture du substrat

FIGURE D.4 – Résistance au cisaillement (MPa) de la colle sur divers matériaux [2]

|                                 |                  |
|---------------------------------|------------------|
| Résistance diélectrique (V/mm)  | $2.8 \cdot 10^4$ |
| Résistivité volumique (ohms/cm) | $2.4 \cdot 10^4$ |

FIGURE D.5 – Propriétés électriques de la colle [2]

|  |   |
|--|---|
| Conductivité thermique (W/m.°C)              | 0.180   |
| Coefficient d'expansion thermique (cm/cm/°C) | De -50°C à 30°C : $59 \cdot 10^{-6}$<br>De 50°C à 110°C : $159 \cdot 10^{-6}$ |

FIGURE D.6 – Propriétés thermiques de la colle [2]





Olivier THIERRY

Réduction des vibrations de  
structures composites complexes par  
dispositifs piézoélectriques shuntés.  
Application aux aubes de turbomachines

le cnam

**Abstract :** The purpose of this thesis is to study several shunted piezoelectric devices for vibration reduction in the low frequency range, which can be applied to a woven composite turbojet fan blade. The performances of such devices are directly related to the electromechanical coupling factor that requires to be maximized. This coefficient depends on all the features of the structure and in particular the materials used and the placement and geometry of the piezoelectric elements. A part of the work is thus to develop a predictive finite element model of the structure coupled to the piezoelectric material to quantify the performance of the damping device. Various integration solutions in the blade are then proposed and a method for characterizing the properties of woven materials is developed in the perspective of integrating the active materials in the composite preform. This study is both numerical and experimental : a demonstrator is designed and tested in the laboratory to validate the proposed concepts.

**Keywords :**

Vibration reduction, Woven composite, Piezoelectric coupling, Resonant shunt, Reduced order model.

**Résumé :** L'objet de cette thèse est d'étudier différents dispositifs piézoélectriques shuntés pour l'amortissement de vibrations en basse fréquence, applicables à une aube de turbomachine fabriquée en matériau composite. Les performances de ce genre de dispositifs sont directement liées au facteur de couplage électromécanique, qu'il s'agit de maximiser. Il dépend de toutes les caractéristiques de la structure et en particulier des matériaux utilisés et du placement et de la géométrie des éléments piézoélectriques. Une partie du travail consiste ainsi à bâtir un modèle éléments finis prédictif de la structure composite couplée aux matériaux piézoélectriques, en vue de quantifier les performances du dispositif d'amortissement. Différentes solutions d'intégration à l'aube sont alors proposées et une éthode de caractérisation des propriétés des matériaux tissés est développée dans la perspective d'intégrer les matériaux actifs à la préforme du composite. Cette étude est à la fois numérique et expérimentale : un démonstrateur est conçu puis testé en laboratoire pour valider les concepts proposés.

**Mots clés :**

Réduction vibratoire, Composite tissé, Couplage piézoélectrique, Shunt résonant, Modèle d'ordre réduit.