



HAL
open science

Les Alpes occidentales : tomographie, localisation de séismes et topographie du Moho

Bertrand Potin

► **To cite this version:**

Bertrand Potin. Les Alpes occidentales : tomographie, localisation de séismes et topographie du Moho. Géophysique [physics.geo-ph]. Université Grenoble Alpes, 2016. Français. NNT : 2016GREAU022 . tel-01539221

HAL Id: tel-01539221

<https://theses.hal.science/tel-01539221>

Submitted on 14 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Sciences de la Terre, de l'Univers et de l'Environnement**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Bertrand POTIN

Thèse dirigée par **François THOUVENOT** et **Bernard VALETTE**

préparée au sein de l'**Institut des Sciences de la Terre** de Grenoble,
et de l'école doctorale **Terre Univers Environnement**

Les Alpes occidentales : tomographie, localisation de séismes et topographie du Moho

Thèse soutenue publiquement le **1^{er} juillet 2016**,
devant le jury composé de :

Michel CAMPILLO

Université Grenoble-Alpes, ISTerre, président

Sébastien CHEVROT

CNRS, GET Toulouse, rapporteur

Hélène LYON-CAEN

CNRS, Laboratoire de géologie de l'ENS-Paris, rapporteur

Vadim MONTEILLER

CNRS, LMA Marseille, examinateur

François ROURE

IFPEN et Université d'Utrecht (Pays-Bas), examinateur

François THOUVENOT

Université Grenoble-Alpes, ISTerre, co-directeur de thèse

Bernard VALETTE

IRD, ISTerre, co-directeur de thèse



Remerciements

Merci...

À mes parents, Janine et Michel, qui m'ont toujours aidé à avancer et qui m'ont toujours encouragé. Cette aventure n'aurait pas été la même sans votre soutien sans faille.

À ma sœur Pascaline et au petit bout de chou Maël qui vient de montrer le bout de son nez. Cette année 2016 aura été chargée en émotion ! À mon frère aussi, Guillaume, pour nos discussions géologiques bien souvent farfelues.

À ma famille, mes grand-parents, mes oncles et tantes, mes cousines et mes cousins, les pièces rapportées et la foulitude de pitchous. À quand la prochaine réunion ?

À mes amis de chez moi, Cécile, Thibaud, Claire et tous les autres, avec qui c'est toujours un plaisir de refaire le monde autour d'une limonade et d'affiner notre technique de brasse coulée à la pointe de l'Espiguette.

À mes amis d'ici, Audrey, Vince, Margaux, Flex, Céline, Ianis, Marie, Tof, Anne, Bapou, Simon, Blandine, Carole, Mich, Mélanie, Anne-So, Karim, Romain L., Romain T., Marine, Nils, Fede, Romain I., Manu, Gauthier, Jerem, Dam, Manuel, Vico et j'en passe ! Ces amis de tous les jours avec qui on rigole autour d'un café, on se détend après le travail, on s'entraide avant les examens ou les conférences, on part en randonnée, on se soutient, toujours.

À mes deux autres « mamans », Liliane et Anne-Marie, qui ont toujours su me remonter le moral à grand renfort de biscuits, de confitures et de chocolat. À l'évidence, vous m'avez rendu la vie plus douce.

À ma chère équipe, *Mécanique des Failles*, qui m'a très chaleureusement accueilli et qui s'octroie donc le très honorable (mais très subjectif) titre de meilleure équipe ! À mon laboratoire d'accueil aussi, ISTERre. Je pense évidemment à toutes celles et ceux que j'ai côtoyés, les chercheurs, les doctorants, les ingénieurs, l'équipe administrative et les chambériens, évidemment !

À l'école doctorale Terre Univers Environnement, et particulièrement à Christine qui, peut-être sans le savoir, a su trouver les mots pour me redonner l'envie d'avancer dans ces moments de la thèse où rien ne va.

À Xavier, mon étudiant de master 1 dont le travail m'a permis de rédiger quelques pages de cette thèse. Puisses-tu, toi aussi, te lancer dans cette expérience ! À Abdullah aussi, dont j'ai co-encadré les recherches de master 2. Bon courage pour ta thèse qui commence.

À Sebastián et Vadim, avec qui j'ai collaboré tout au long de ma thèse et avec qui j'ai toujours eu plaisir à discuter de tomographie, de politique, de philosophie, etc. À Emmanuel aussi, pour avoir eu l'audacieuse idée de cette rencontre entre François et Bernard.

Aux membres de mon jury de thèse, pour leurs commentaires, leurs appréciations et les discussions qui ont suivi cette journée si spéciale.

Enfin, mais non des moindres, je tiens à remercier très sincèrement mes deux directeurs de thèse, François et Bernard. Deux chercheurs pour le moins originaux, probablement un peu fous d'après certains, compétents dans des domaines très différents et pourtant extrêmement complémentaires. François, tu m'as appris à observer, à mesurer, à écouter les grondements de la Terre. Tu m'as appris à *cuisiner* des données pour en extraire la substantifique moelle. Bernard, tu m'as introduit dans cette *jungle* de mathématiques. Tu as essayé de m'en montrer la beauté, que j'ai pu apprécier une fois les méninges apaisées. Merci à vous deux donc, merci de m'avoir beaucoup appris et de m'avoir accompagné tout au long de cette folle expérience.

Résumé

Les Alpes, résultat de la collision entre la plaque Eurasie et le promontoire Adriatique de la plaque Afrique, traversent l'Europe sur près de 1 200 km. C'est l'une des chaînes de montagnes les mieux étudiées au monde, notamment par des méthodes d'imagerie géophysique. Celles-ci ont permis de réaliser plusieurs grands profils d'échelle crustale par sismique active. Parallèlement, la sismicité de magnitude relativement modérée a motivé le déploiement de réseaux sismologiques denses permettant de localiser plusieurs milliers d'évènements par an. Ces données apportent énormément d'informations sur la géodynamique actuelle des Alpes et ont servi à réaliser plusieurs tomographies. L'ensemble de ces travaux permet une bonne compréhension de la chaîne, cependant des incertitudes persistent motivant la présente étude dont l'ambition est de réaliser une tomographie de la lithosphère des Alpes occidentales.

Cette tomographie s'appuie sur plus de 791 000 temps d'arrivée d'ondes P et S émises par plus de 36 000 séismes locaux et enregistrées par 375 stations. Le domaine d'étude de $456 \times 414 \text{ km}^2$ couvre le sud-est de la France, le nord-ouest de l'Italie et la majeure partie de la Suisse. Dans ce domaine, la majorité des séismes a lieu dans les premiers 15 km de la croûte et une grande partie des temps d'arrivée correspond à des ondes réfractées au toit du manteau. Cela permet d'obtenir une résolution convenable à la fois dans la croûte et dans le toit du manteau. L'intérêt d'utiliser un grand nombre de données est double : cela assure une couverture relativement complète du domaine et améliore par la loi des grands nombres la précision du modèle déterminé. Toutefois, ce type de jeu de données nécessite un traitement adapté pour gérer les inévitables données aberrantes.

La tomographie par temps d'arrivée de séismes locaux de la lithosphère a été réalisée à l'aide du code INSIGHT, développé au cours de cette étude à partir d'un code de V. Monteiller et B. Valette. Le modèle est constitué des valeurs de v_p et v_p/v_s en chaque nœud d'une grille 3D à taille de maille constante, des localisations et des paramètres d'effets de site analogues aux « corrections statiques » de la prospection sismique. Le modèle v_p a priori pour la croûte et le manteau supérieur est une fonction continue de la profondeur. Les localisations initiales

des foyers ont été obtenues à l'aide du code LOCIN développé pour cette étude et permettant de déterminer une densité de probabilité par recherche sur grille. Les temps de propagation sont déterminés pour les premières arrivées en intégrant la lenteur le long des rais ; la géométrie de ceux-ci est déterminée par le maximum du gradient des temps de propagation, eux-mêmes calculés par la résolution de l'équation eikonale par différences finies. L'inversion est menée par une approche de moindres carrés non-linéaires, basée sur une description stochastique des données et des paramètres du modèle.

La topographie du Moho est déduite de ce modèle de tomographie en prenant le maximum du gradient de v_p obtenu entre les isovitesse 7,3 et 7,6 km.s⁻¹. Cette information est complétée par des modèles issus de précédentes études. La large proportion d'ondes réfractées de notre lot de données permet un niveau de détails relativement fin. Ce modèle du Moho est ensuite introduit comme interface a priori dans un nouveau processus de tomographie dans lequel les paramètres v_p et v_p/v_s de la croûte et du manteau sont décorrélés. La discontinuité du Moho est mieux modélisée et les ondes réfractées sont mieux déterminées. Cette approche permet par ailleurs de calculer les temps de propagation des ondes directes lorsque celles-ci arrivent après les ondes réfractées : plus de 100 000 temps d'arrivées sont ainsi ajoutés aux données et la résolution dans la croûte est améliorée.

Ces deux tomographies, la topographie du Moho et les localisations fines apportent de nouvelles informations sur les structures profondes des Alpes occidentales.

Abstract

The Alpine chain, which stretches in the middle of Europe across six countries, is probably the most studied mountain range in the world. Geology and metamorphism studies contributed for a large part to the current understanding of the geodynamics and history of this region. Since the second half of the 20th century, geophysical methods have been employed to study its lithosphere and several crustal cross-sections were performed, mainly using controlled-source seismology. In parallel, dense seismic networks were also deployed in France, Italy, and Switzerland in order to study the usually low-magnitude activity of the western Alps. Over the past 25 years, these networks have permitted to locate tens of thousands of local earthquakes. In the last two decades, local or regional tomographic studies have been conducted using subsets of this data, which substantially improved our understanding of the deep structure of the Alps.

Here, and based on 36,000 seismic events, 375 stations and more than 791,000 P and S -waves arrival times, we performed a tomographic study on a $456 \times 414 \text{ km}^2$ area covering the western Alps. Even if most of these earthquakes occurred within the first 15 km of the Earth's crust, a large part of the data is composed of refracted waves, letting us insight the deep structure of the crust. The interest of such a large dataset relies on the accuracy ensured by the law of large numbers, but the unavoidable presence of outliers requires a specific approach in order to handle it. The a priori earthquake locations were computed using the LOCIN algorithm developed in this study, which is basically a grid-search algorithm combined with a probabilistic approach.

Tomography of the crust and upper mantle based on travel-times analysis was conducted using the INSIGHT algorithm which was developed in this study (based on an original algorithm by V. Monteiller and B. Valette). Our model consists of a set of v_p and v_p/v_s values given at each node of a three-dimensional, regularly-spaced grid, which constitutes the inversion grid. Transition between crust and mantle is modelled by a continuous change in velocity, as we do not introduce any a priori information on the Moho interface. Earthquake locations and site-effect residuals at each station (analogous to "static corrections" in seismic prospecting) are also determined in the process. The forward computation of travel times in the 3D model is

performed by integrating slowness along the rays, which are determined by a finite-difference resolution of the eikonal equation. Inversion is carried out using a non-linear least-squares approach based on a stochastic description of data and model. The smoothing and damping parameters are adjusted by means of L-curves analysis.

The Moho topography is then determined by matching two informations : (i) the maximum of the v_p gradient within this preliminary tomographic model, taken in a 7.3-7.6 km.s⁻¹ range and (ii) information provided by previous studies to fix Moho depth in the border area of our study zone, where our model is poorly resolved. As our tomographic model relies on a large set of refracted waves, the Moho topography we build is detailed and presents interesting new insights for the western Alps. This Moho interface is then used as an a priori discontinuity in a new tomography process. Parameters within the crust and the upper mantle are then decorrelated, letting refracted-waves to be more correctly modelled. By this approach, we are able to compute not only the first- but also the second-arrival travel-time which corresponds to the direct wave in the crust for focus–station distances greater than 100–125 km. This allows us to add more than 100,000 new data to our dataset, which of course improves the resolution in the crust.

Both tomographic models, the Moho topography and the earthquake relocations provides new evidences and constraints on the deep structure of the western Alps.

Table des matières

Remerciements	4
Résumé	6
Abstract	8
Les Alpes Occidentales : Sismicité et Tomographie	17
I Données, Modèles, Méthodes	21
1 Sismicité des Alpes occidentales : sources et stations	23
1.1 La sismicité des Alpes occidentales	25
1.2 Les réseaux à l'écoute des Alpes	27
1.2.1 Sismalp	27
1.2.2 Bureau Central Sismologique Français	29
1.2.3 Réseau Sismologique Régional du Nord-Ouest de l'Italie	30
1.2.4 Service Sismologique Suisse	31
1.2.5 Réseaux temporaires	32
1.2.5.1 Cifalps	32
1.2.5.2 Réseau du lac du Bourget	33
1.3 De la donnée au bulletin de sismicité	34
1.3.1 Harmonisation de l'incertitude d'observation	34
1.3.2 Fonte des jeux de données	36
1.3.3 Limites géographiques et filtres de qualité	37
1.3.4 Filtrage par localisation 3-D et analyse de diagramme de Wadati	37
1.3.5 Une autre approche des données : les pointés automatiques	41
2 Méthode d'inversion	45
2.1 Approche probabiliste de l'inversion	47
2.1.1 Mesure de probabilité et estimateur	47
2.1.2 Différentes approches du problème inverse	48
2.1.2.1 Approche classique bayésienne	48
2.1.2.2 Approche par conjonction de mesures de probabilité	49
2.1.2.3 Approche par estimation pure	49
2.1.3 Approche bayésienne et différence de données	50

TABLE DES MATIÈRES

2.2	Le problème inverse de la localisation	51
2.2.1	Localisation dans un modèle de vitesse a priori	53
2.2.2	Localisation dans un modèle de vitesse issu d'une étude tomographique	57
2.3	Le problème inverse de la tomographie	63
2.3.1	Relation entre les données et les paramètres du modèle	63
2.3.2	Stratégie d'inversion	64
2.3.2.1	Fonction aléatoire gaussienne	64
2.3.2.2	L'approche stochastique	67
2.3.3	Atténuation, lissage et renormalisation	69
2.3.4	Discrétisation des paramètres fonctionnels	70
2.3.5	Discrétisation de \mathbf{G}	71
2.3.6	Discrétisation de la covariance	73
2.3.7	Résolution et indice de restitution	73
3	Domaine d'étude, modèle de vitesse et temps de propagation	77
3.1	Modèles de vitesse	79
3.1.1	À propos des modèles de vitesse	79
3.1.2	Modèle de vitesse a priori pour les Alpes occidentales	80
3.2	Grille de calcul, coordonnées géographiques et forme de la Terre	81
3.2.1	Un peu de géométrie de l'ellipsoïde de révolution	83
3.2.1.1	Les rayons de courbure	83
3.2.1.2	Latitude géographique et latitude géocentrique	85
3.2.2	Conversion entre coordonnées géographiques et coordonnées locales	86
3.2.2.1	Du système géographique au système cartésien	86
3.2.2.2	Du système cartésien au système géographique	87
3.3	Discrétisation de la zone d'étude	89
3.3.1	Extension géographique	89
3.3.2	Surface topographique	90
3.4	Temps de propagation et rais sismiques	92
3.4.1	Méthode de tir ou de perturbation de rai	92
3.4.2	Résolution de l'équation eikonale	93
3.4.3	Notre approche du problème direct	96
3.4.3.1	Algorithme TIME3D	96
3.4.3.2	Tracé des rais et précision du temps de propagation	96
II	Mise en œuvre : Localisation, Tomographie, Moho	101
4	Localisation de séismes	103
4.1	Introduction générale à l'art de localiser les séismes	105
4.1.1	Aperçu historique	105
4.1.2	Approche moderne de la localisation	106
4.2	L'algorithme LOCIN	107
4.3	Quelques exemples de localisations	109

5	Tomographie par ondes de volume de séismes locaux	115
5.1	Petit tour d’horizon des méthodes de tomographie	117
5.2	L’algorithme INSIGHT	119
5.2.1	Paramètres du modèle	120
5.2.2	Cas particulier des études très locales	121
5.2.3	Rais, temps de propagation, lignes de G et différences de données	122
5.2.3.1	Temps de propagation et lignes de la matrice G	122
5.2.3.2	Traitement particulier des différences de temps	123
5.2.4	À propos du stockage des matrices creuses	123
5.2.5	Robustesse, filtrage et données auxiliaires	124
5.2.6	Matrices de covariance	128
5.2.6.1	Matrice de covariance sur les données	128
5.2.6.2	Matrice de covariance sur les paramètres du modèle	128
5.2.7	Préconditionnement et résolution du système linéaire	131
5.2.8	Itérations, suivi et résultat de l’inversion	132
5.3	Paramètres de contrôle et courbes en L	135
5.3.1	L’atténuation (<i>damping</i>)	136
5.3.2	Le lissage (<i>smoothing</i>)	138
5.3.3	Normalisation de l’atténuation par le lissage	140
5.4	Sensibilité, confiance, ajustement	142
5.4.1	Ajustement aux temps d’arrivée	142
5.4.2	Indice de restitution	143
5.4.3	Test de damier	145
6	Tomographie des Alpes occidentales	149
6.1	Bref aperçu des Alpes	151
6.1.1	Géologie, géodynamique, métamorphisme : un rapide aperçu	151
6.1.2	Imagerie géophysique	154
6.2	Exploration des Alpes occidentales	157
6.2.1	Le corps d’Ivrée	158
6.2.2	Subductions	158
6.2.3	Chevauchements intracrustaux	159
6.3	Sismicité des Alpes occidentales	172
6.3.1	Tirs de carrière	172
6.3.2	Sismicité des Alpes occidentales	173
6.4	Topographie de la discontinuité de Mohorovičić	180
6.4.1	Modèles de Moho régionaux	180
6.4.2	Du modèle de tomographie au modèle de Moho	182
6.5	Tomographie avec interface	191
6.6	Effets de site aux stations	200
	Conclusions et perspectives	203
	Bibliographie	207

TABLE DES MATIÈRES

A	Liste des stations	219
B	Changement de variable : loi sécante hyperbolique	225
	B.1 Calcul de la variance de la densité (5.14) par la méthode des résidus	225
	B.2 Calcul asymptotique de $\text{Erf}^{-1}(x)$ pour x grand	226
	Liste des Figures	239
	Liste des Tables	241

Les Alpes occidentales :

sismicité et tomographie

Les Alpes occidentales sont un laboratoire privilégié pour les géosciences. La chaîne alpine est en effet l'une des chaînes de montagnes les mieux étudiées au monde depuis le début du XX^e siècle, et particulièrement depuis les années 1960 et l'arrivée des méthodes de géophysique qui ont permis d'en explorer la structure profonde. La sismicité de magnitude modérée que l'on y rencontre a motivé l'installation pérenne de réseaux denses de surveillance sismique. Ceux-ci ont permis de constituer une base de données de plusieurs dizaines de milliers d'évènements locaux avec une magnitude de complétude par endroits très faible, de l'ordre de 1,5.

Plusieurs profils sismiques (Roure *et al.*, 1990 ; Valasek *et al.*, 1991 ; Blundell *et al.*, 1992 ; Pfiffner *et al.*, 1997 ; Gebrande *et al.*, 2001 ; Zhao *et al.*, 2015) et études tomographiques (Solarino *et al.*, 1997 ; Paul *et al.*, 2001 ; Lippitsch *et al.*, 2003 ; Diehl *et al.*, 2009b ; Di Stephano *et al.*, 2009, etc.) ont été réalisés au travers de la chaîne des Alpes au cours des 25 dernières années. Ces études ont apporté des contraintes locales sur la structure lithosphérique des Alpes, mais certaines zones d'ombre persistent, notamment concernant la base de la croûte et la topographie du Moho pour lesquelles les interprétations divergent (voir par exemple : Roure *et al.*, 1990, 1996 ; Ye *et al.*, 1995 ; Schmid et Kissling, 2000 ; Tardy *et al.*, 2004 ; Bousquet *et al.*, 2012 ; Wagner *et al.*, 2012 ; Handy *et al.*, 2014) ; et, concernant la topographie du Moho : (Ménard, 1979 ; Grellet *et al.*, 1993 ; Chamot-Rooke *et al.*, 1997 ; Ziegler et Dèzes, 2006 ; Thouvenot *et al.*, 2007 ; Stehly *et al.*, 2009 ; Diehl *et al.*, 2009b ; Grad *et al.*, 2009 ; Schreiber *et al.*, 2010 ; Wagner *et al.*, 2012).

Bien que la sismicité des Alpes soit concentrée dans les 15 premiers kilomètres de la croûte, la densité des réseaux permet très souvent d'observer des ondes réfractées dans le toit du manteau, lorsque la magnitude des séismes dépasse 2, voire 1,5 dans certains cas. L'ensemble des données acquises par les différents réseaux alpins représente donc une bonne opportunité d'étudier en détail les structures profondes de la croûte au travers d'une étude tomographique.

La constitution d'un jeu de données regroupant les temps d'arrivées des ondes P et S détectées par les différents réseaux locaux, temporaires et permanents, fait l'objet du premier chapitre de cette thèse. Le jeu de données ainsi constitué contient plus de 36 000 séismes locaux, pour lesquels au minimum 7 phases ont été lues en au moins 4 stations. Ce jeu de données, constitué de près de 900 000 temps d'arrivées P et S, a été élaboré par regroupement de bulletins de sismicité produits par les différentes équipes responsables des réseaux sismologiques alpins. Les données aberrantes ainsi que les mauvais regroupements de séismes ont été pour la plupart nettoyés par différentes approches, comme par exemple l'analyse utilisant un diagramme de Wadati.

Nous avons choisi d'aborder le problème d'inversion par l'approche probabiliste bayésienne, aussi bien pour la localisation des séismes que pour la tomographie. Dans le deuxième chapitre de cette thèse, nous présentons les bases de notre approche de ces problèmes sous un angle théorique.

Dans le troisième chapitre, nous présentons le modèle de vitesse que nous avons constitué et qui nous sert de modèle a priori pour la croûte et le toit du manteau. Nous y détaillons également notre approche du problème direct du calcul des rais et des temps de propagation. Ce chapitre permet en outre d'aborder les problèmes liés à la discrétisation de l'espace et à la considération de la forme réelle de la Terre.

Dans les chapitres 4 et 5, nous abordons respectivement la localisation et la tomographie sous un angle pratique. Ces chapitres présentent deux algorithmes que nous avons développés au cours de cette thèse : LOCIN, qui permet de localiser des séismes en explorant une densité de probabilité par recherche sur grille, et INSIGHT, qui est un algorithme de tomographie dont l'une des particularités est de gérer à la fois de grands jeux de données et un nombre de paramètres très important.

Enfin, le dernier chapitre présente la tomographie de la lithosphère des Alpes occidentales que nous avons réalisée. Ce chapitre est l'occasion de comparer nos résultats avec les études précédentes qui ont été menées dans la région. Nous y présentons également l'interface du Moho que nous avons constituée et une seconde tomographie dans laquelle nous introduisons cette interface comme une discontinuité a priori, ce qui nous permet de décorréler la croûte et le manteau. Ainsi, la discontinuité de vitesse du Moho est mieux reproduite et les rais des ondes réfractées sont mieux déterminés, ce qui permet d'accroître la résolution dans la croûte.

Première partie

Données, Modèles, Méthodes

Chapitre 1

Sismicité des Alpes occidentales : sources et stations

L'ESSENTIEL

Sismicité des Alpes occidentales :

- ▣ peu de fortes magnitudes ; sismicité proche de la surface : 50 % des foyers à moins de 10 km de profondeur, 85 % à moins de 15 km ;
- ▣ en moyenne 5 à 6 évènements localisés par jour.

Les réseaux de surveillance sismique :

- ▣ 5 réseaux de surveillance : Sismalp, LDG et RéNaSS réunis dans le BCSF, RSNI (Italie) et SED (Suisse), plus des réseaux temporaires ;
- ▣ 375 stations permanentes et temporaires, espacées en moyenne de 30 à 40 km ;
- ▣ magnitude de complétude inférieure à 2 pour l'ensemble des Alpes occidentales.

Construction d'un catalogue de sismicité :

- ▣ harmonisation des erreurs d'observation ;
- ▣ identification des évènements communs et regroupement des données lorsqu'elles sont cohérentes ;
- ▣ rejet des données aberrantes à l'aide de localisations précises et d'une analyse par diagramme de Wadati ;
- ▣ au moins 7 phases par évènement enregistrées par un minimum de 4 stations ;
- ▣ au moins une P et une S, séparées d'au maximum 30 secondes ;
- ▣ 36 000 évènements localisés et sélectionnés, 791 000 temps d'arrivée ;
- ▣ rapport v_p/v_s moyen déterminé par diagramme de Wadati : 1,69.

Sommaire

1.1	La sismicité des Alpes occidentales	25
1.2	Les réseaux à l'écoute des Alpes	27
1.2.1	Sismalp	27
1.2.2	Bureau Central Sismologique Français	29
1.2.3	Réseau Sismologique Régional du Nord-Ouest de l'Italie	30
1.2.4	Service Sismologique Suisse	31
1.2.5	Réseaux temporaires	32
1.2.5.1	Cifalps	32
1.2.5.2	Réseau du lac du Bourget	33
1.3	De la donnée au bulletin de sismicité	34
1.3.1	Harmonisation de l'incertitude d'observation	34
1.3.2	Fonte des jeux de données	36
1.3.3	Limites géographiques et filtres de qualité	37
1.3.4	Filtrage par localisation 3-D et analyse de diagramme de Wadati	37
1.3.5	Une autre approche des données : les pointés automatiques	41

1.1 La sismicité des Alpes occidentales

Les Alpes occidentales sont le siège d'une sismicité habituellement modérée. Quelques rares évènements dépassent la magnitude 5 — en moyenne un tous les 5 ou 6 ans. Ce type d'évènement cause généralement des dégâts dans cette région montagneuse où, paradoxalement, la densité de population est parfois élevée. En deçà de cette activité destructrice, de nombreux

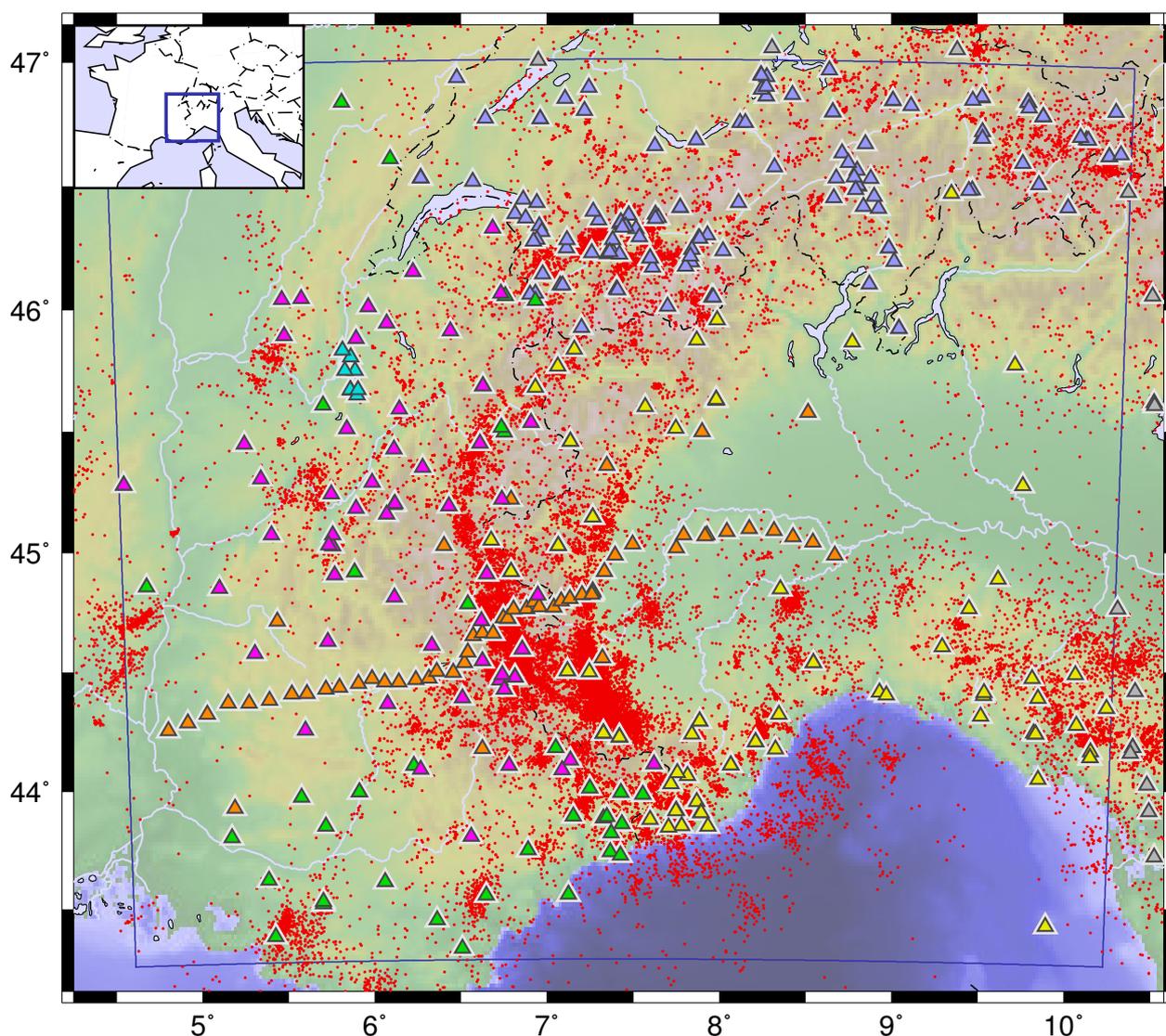


Figure 1.1 – Carte de la sismicité des Alpes occidentales et des réseaux couvrant la zone entre 1989 et 2014. \blacktriangle : Sismalp, France ; \blacktriangle : RSNI, INGV, Italie ; \blacktriangle : SED, Suisse ; \blacktriangle : BCSF, (RéNaSS (hors Sismalp), LDG), France ; \blacktriangle : Réseau temporaire Cifalps (2012-2013), Chine, Italie et France ; \blacktriangle : Réseau temporaire du lac du Bourget (2013-2014), ISTERre, Bouget-du-Lac ; \blacktriangle : stations hors de notre zone d'étude ; \bullet : Évènements sismiques localisés par LOCIN (voir chap. 4 p. 103) dans la zone d'étude (cadre bleu) et HYP071 à l'extérieur.

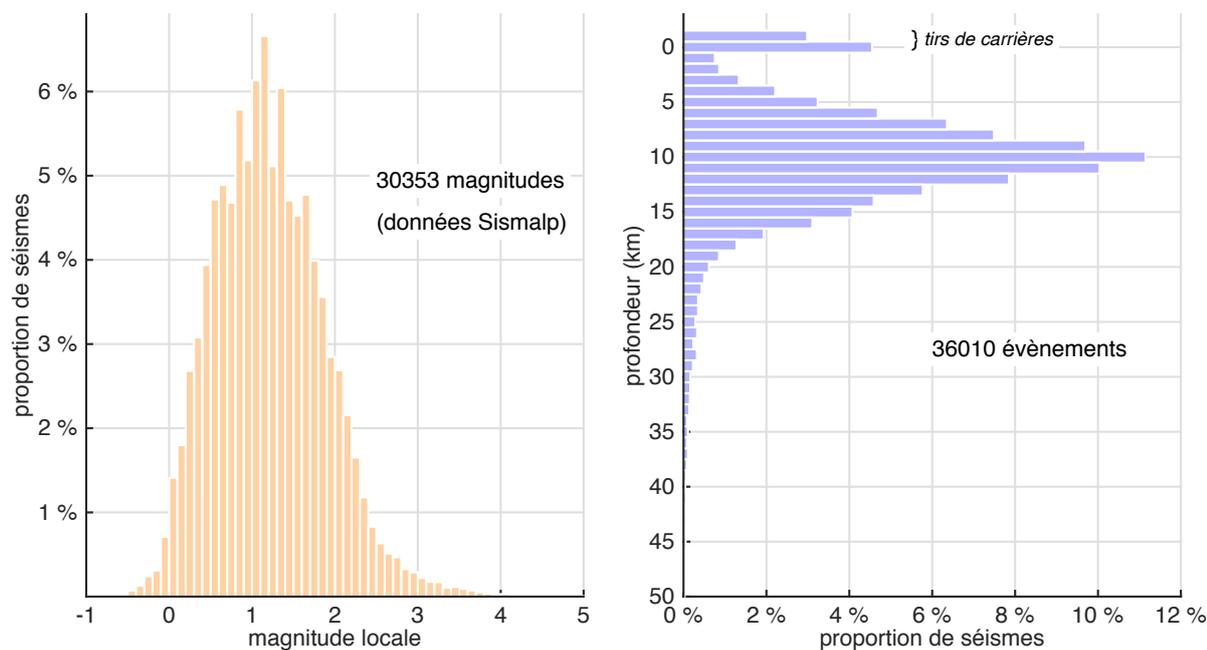


Figure 1.2 – Gauche : Nombre d'évènements par tranche de 0,1 degré de magnitude locale. Tous les évènements sont localisés par le réseau Sismalp entre 1989 et 2013, dans la zone $4.3^\circ \text{ E} - 10.3^\circ \text{ E}$, et $43.3^\circ \text{ N} - 47.5^\circ \text{ N}$. Calcul de magnitude locale M_L à partir des stations Sismalp. **Droite :** Répartition des évènements en fonction de la profondeur. Les évènements proches de la surface sont essentiellement des tirs de carrière. Catalogue final : voir paragraphe 1.3 page 34 ; localisation LOCIN : voir chapitre 4 page 103).

séismes se produisent avec des magnitudes beaucoup plus faibles (figure 1.2, gauche) : un à deux par an dépasse la magnitude 4, un à deux par mois la magnitude 3, deux à trois par semaine la magnitude 2 (magnitudes locales déterminées par le réseau Sismalp pour l'intégralité de la zone représentée sur la carte de la figure 1.1). La grande majorité de ces séismes se produisent dans les quinze premiers kilomètres de la croûte (figure 1.2, droite) bien que quelques évènements atteignent des profondeurs plus importantes, une trentaine de kilomètres en Suisse (Singer *et al.*, 2014) ou 80 à 100 km sous la plaine du Pô en Italie (Cattaneo *et al.*, 1999). Ces séismes profonds sont une possible trace de la subduction de la plaque Européenne sous la plaque Adriatique.

Cette activité sismique a motivé le déploiement de réseaux de surveillance qui, au-delà d'assurer un suivi en temps réel de l'activité tectonique de la région dans un but de sécurité civile, permettent d'étudier en détail la répartition spatiale des séismes, leur répartition temporelle et les mécanismes qui les régissent. Dans le cas des Alpes, le nombre de séismes de forte magnitude est faible et seul le déploiement de réseaux très denses peut permettre de détecter un nombre suffisant d'évènements pour une analyse fine de la sismicité. La magnitude de complétude des réseaux alpins est inférieure à 2 — de l'ordre de 1 pour Sismalp seul — et localement

des séismes de magnitude inférieure à 0 peuvent être localisés dans les zones les mieux instrumentées. Sur le terrain, cela se traduit par plus de 350 stations installées tous les 35 kilomètres environ. Lors des vingt-cinq dernières années, ces réseaux denses ont permis de localiser 2 500 séismes par an en moyenne et de constituer un jeu de données de plus d'un million de pointés. Plusieurs essais de séismes viennent compléter la sismicité de la région, comme par exemple dans la vallée de l'Ubaye, à la frontière entre les Hautes-Alpes et les Alpes-de-Haute-Provence, en 2003-2004 (Jenatton *et al.*, 2007) puis à nouveau en 2012-2015. Ce dernier, toujours actif actuellement, a été à l'origine de plus de 2 500 séismes en 2012, localisés dans une zone de seulement quelques dizaines de kilomètres carrés.

Contrairement aux régions montagneuses qui sont bien instrumentées, les zones de remplissage sédimentaire telles que la plaine du Pô en Italie ou la vallée du Rhône en France sont de véritables lacunes dans la distribution géographique des stations : l'acquisition de données sismologiques y est compromise par la forte atténuation des sols peu consolidés et les rares stations qui s'y trouvent enregistrent un signal bruité et difficile à exploiter.

1.2 Les réseaux à l'écoute des Alpes

1.2.1 Sismalp

Le réseau Sismalp¹, sous la responsabilité du laboratoire de géophysique interne et de tectonophysique (LGIT) entre 1989 et 2012, puis de l'Institut des Sciences de la Terre² (ISTerre), assure la surveillance des Alpes françaises depuis plus de 25 ans. Entre 1989 et 2013, ce réseau a compté jusqu'à 44 stations permanentes et une dizaine de stations temporaires. Le réseau s'étend entre le lac Léman au nord, la Corse au sud, la vallée du Rhône à l'ouest et la frontière franco-italienne à l'est. Chaque station est équipée d'un sismomètre à courte période de 1 seconde ou de 0,5 seconde, ces derniers ne concernant que quelques stations temporaires. La plupart des capteurs sismiques installés permettent l'acquisition du signal selon trois composantes : une verticale et deux horizontales, les autres n'ayant que la composante verticale. Toutes les stations échantillonnent le signal sismique à 100 Hz. Les stations enregistrent un sismogramme lorsqu'elles détectent un événement et transmettent cet enregistrement par liaison téléphonique au laboratoire. Depuis 2010, une dizaine de stations ont été progressivement remplacées par des stations à large bande dont le signal est désormais transmis en continu à

1. <http://sismalp.obs.ujf-grenoble.fr>, ISTerre, Grenoble

2. <http://isterre.fr>

l'ISTerre. En parallèle, huit stations frontalières du Service Sismologique Suisse (SED) et du Réseau Sismologique Régional du Nord-Ouest de l'Italie (RSNI) ont été incorporées et leurs sismogrammes sont transmis en continu depuis la fin de 2010.

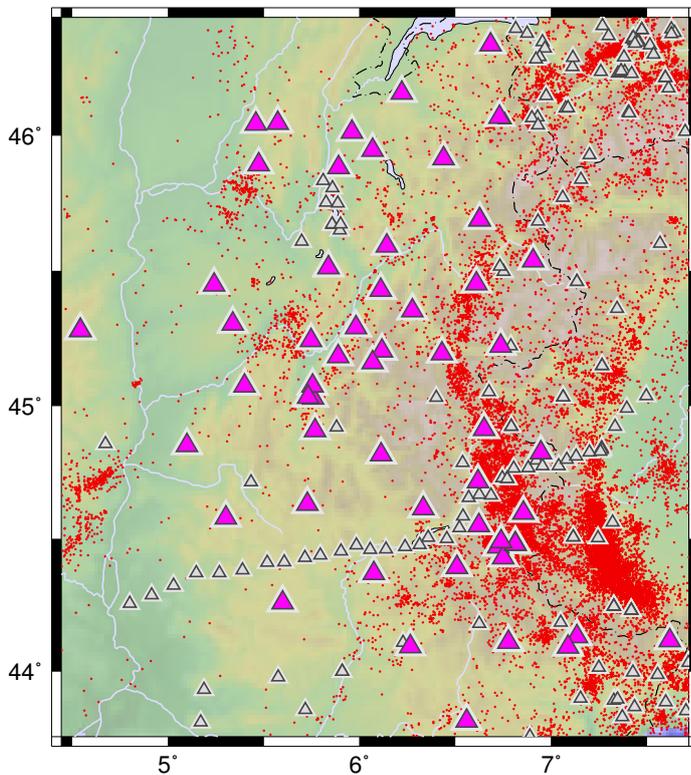


Figure 1.3 – Carte des stations du réseau Sismalp sélectionnées pour cette étude.

▲ : Sismalp ; △ : autres réseaux ; • : évènements

et 6000 points) et sont prises sur les intervalles $[t - 1 \text{ s}, t]$ et $[t - 60 \text{ s}, t]$, où t désigne l'instant pour lequel on calcule le rapport. On considère qu'un évènement est détecté lorsque le rapport STA/LTA dépasse un seuil compris entre 3,5 et 5 selon les stations.

En ce qui concerne les stations dont le signal est transmis en continu, la détection des évènements est validée lorsque l'amplitude du signal d'au moins deux stations dépasse un seuil. Ces détections sont assurées par le logiciel EARTHWORM³.

Le traitement des données Sismalp est effectué quotidiennement à l'ISTerre. Les pointés des ondes de volumes P et S sont effectués pour les séismes locaux en distinguant les phases directes dans la croûte (P_g et S_g) et les phases réfractées au toit du manteau (P_n et S_n). L'incertitude d'observation est attribuée aux données de manière automatique : une qualité maximale pour

La détection par les stations du réseau des évènements sismiques s'appuie sur le critère de *Short Time Average / Long Time Average*, communément désigné STA/LTA. Cette méthode est basée sur le rapport de deux quantités (STA et LTA) qui sont les moyennes des valeurs absolues du signal discrétisé, calculées pour deux fenêtres de durées différentes. Celles-ci sont positionnées l'une par rapport à l'autre, la plus petite étant généralement contenue dans la plus grande. Le rapport STA/LTA est déterminé à chaque instant en déplaçant ces fenêtres le long du signal.

Dans le cas du réseau Sismalp, les fenêtres STA et LTA durent respectivement 1 et 60 secondes (100

3. <http://www.earthwormcentral.org>

les ondes P et une qualité intermédiaire pour les ondes S.

Le sens de déviation de la première arrivée (P_n ou P_g) est systématiquement lu quand il est identifiable. On distingue les arrivées impulsives des arrivées émergentes ou incertaines. Ce sens de déviation est identifié par un C pour une compression franche (ou U pour *up* en anglais), D pour une dilatation franche, + ou – pour une compression ou une dilatation émergente ou incertaine.

1.2.2 Bureau Central Sismologique Français

Le Bureau Central Sismologique Français⁴ (BCSF) a été créé en 1921, avec pour objectif de collecter l'information concernant les observations sismologiques françaises. Aujourd'hui, le BCSF a pour mission de centraliser les données des différents réseaux français afin de les analyser et d'en assurer la valorisation. Les données sont diffusées sous la forme d'un catalogue de sismicité, élaboré à partir des données du réseau du Laboratoire de Détection Géophysique⁵ (LDG-CEA) et de celui du Réseau National de Surveillance Sismique⁶ (RéNaSS).

Ces deux réseaux ont été créés dans les années 60 avec pour objectif d'assurer la surveillance sismique de la France. Le RéNaSS est une fédération de réseaux locaux — dont fait partie Sismalp — qui compte un peu plus de 70 stations à courte période déployées dans les zones les plus sismiques du territoire. Le ré-

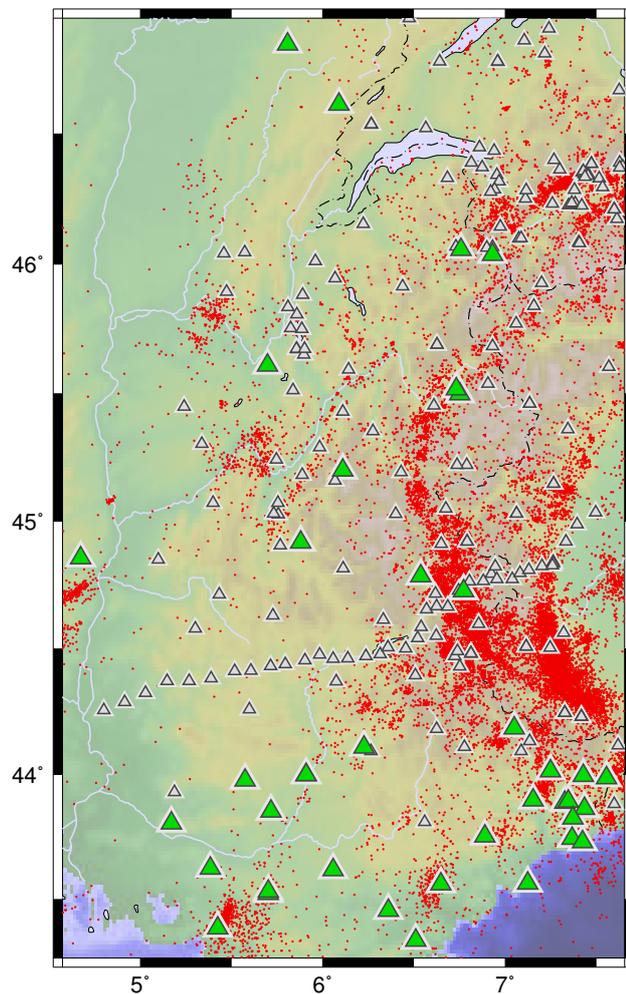


Figure 1.4 – Carte des stations du réseau du BCSF (LDG-CEA, RéNaSS) sélectionnées pour cette étude.
 ▲ : BCSF ; ▲ : autres réseaux ; • : événements.

4. <http://www.franceseismes.fr>

5. <http://www-dase.cea.fr>

6. <http://renass.unistra.fr>

seau du LDG compte une quarantaine de stations plus uniformément réparties en France métropolitaine et en Corse. Ce réseau comble en partie les lacunes du RéNaSS en complétant notamment la couverture de la Bretagne, du sud de la Normandie ou encore de la Champagne.

Le bulletin du BCSF que nous avons utilisé dans le cadre de notre étude est constitué de temps d'arrivées regroupés par évènements sismiques. Les localisations de ces évènements sont indiquées lorsqu'elles ont pu être déterminées. Les phases directes (P_g , S_g) et réfractées sur le manteau (P_n , S_n) sont identifiées, en revanche, aucune indication n'est donnée concernant la qualité des pointés où le sens de déviation des ondes P.

1.2.3 Réseau Sismologique Régional du Nord-Ouest de l'Italie

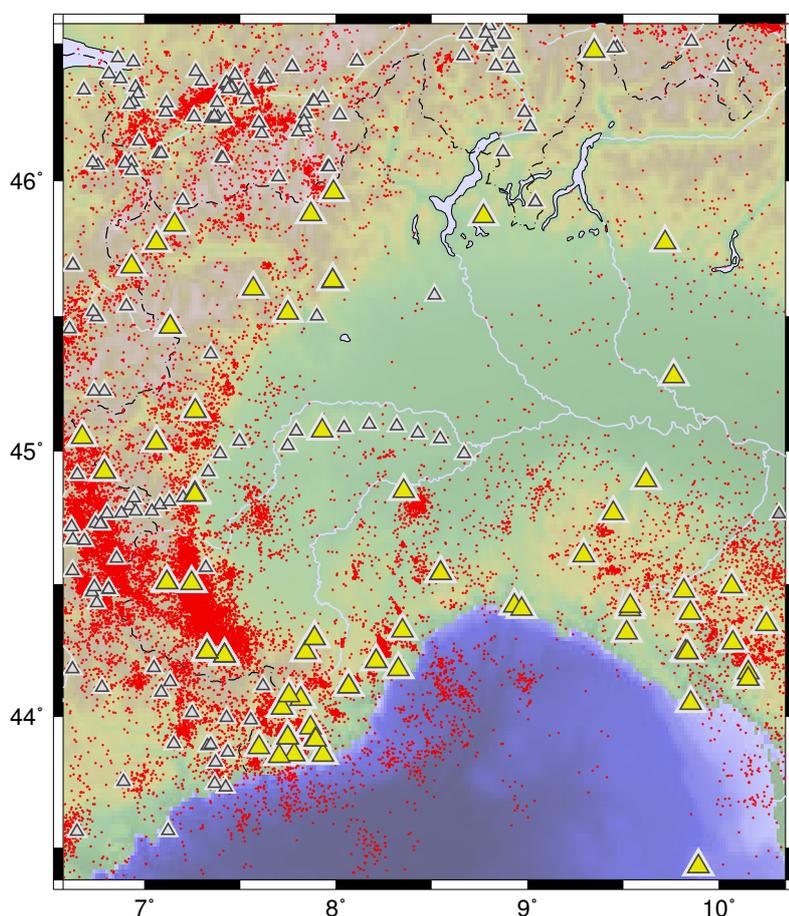


Figure 1.5 – Carte des stations du RSNI et du réseau de l'INGV sélectionnées pour cette étude.

▲ : RSNI, INGV ; ▲ : autres réseaux ; • : évènements sismiques.

Le Réseau Sismologique Régional du Nord-Ouest de l'Italie⁷ (RSNI) assure la surveillance sismique de la partie italienne des Alpes occidentales et centrales et des Apennins septentrionaux. Ce réseau est géré par l'université de Gênes qui l'a mis en place à la fin des années 60. Il est constitué d'un peu moins de quarante stations disséminées dans tout le Nord-Ouest de l'Italie.

Les données extraites des stations du RSNI, complétées de celles venant des stations de l'Institut National de Géophysique et de Volcanologie⁸ (INGV), sont transmises sous forme

7. Regional Seismic network of Northwestern Italy, <http://www.distav.unige.it/rsni>

8. Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia, <http://www.ingv.it>

de bulletins annuels. Les temps pointés sont regroupés par évènements et les ondes sont identifiées par un P ou un S : seule la première arrivée parmi l'onde directe et l'onde réfractée est pointée, mais sans préciser s'il s'agit de l'une ou l'autre. La qualité des pointés est indiquée sous forme de poids et parfois l'allure du début du signal est décrite, soit comme étant impulsive (*I*), soit comme étant juste émergente du bruit (*E*).

1.2.4 Service Sismologique Suisse

Le Service Sismologique Suisse⁹ (SED) assure la surveillance des tremblements de terre en Suisse depuis 1914. Ce réseau est le service officiel compétent en matière de surveillance sismique de la confédération suisse. Il est pleinement intégré à l'Ecole Polytechnique Fédérale¹⁰ (ETH) de Zurich. Dès les années 70, le SED s'est équipé de stations autonomes à courte période reliées par télémétrie à l'ETH. Une décennie plus tard, un système de traitement et d'analyse assurant automatiquement la détection et la localisation des séismes a été mis en place. Depuis la fin des années 90, le réseau évolue grâce au remplacement des stations à courte période par des stations à large bande. Aujourd'hui le SED compte une soixantaine de stations vélocimétriques réparties sur tout le territoire suisse, et une quarantaine de stations accélérométriques.

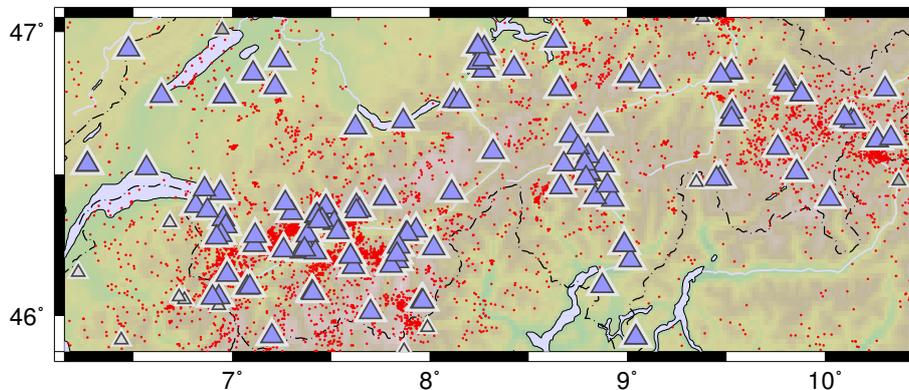


Figure 1.6 – Carte des stations du réseau du SED sélectionnées pour cette étude.

▲ : SED ; ▲ : autres réseaux ; • : évènements sismiques.

Les données du SED sont pointées automatiquement et vérifiées quotidiennement par un opérateur. Pour les séismes locaux, les ondes directes et réfractées dans le manteau sont identifiées et l'incertitude d'observation est estimée en secondes. Le sens de déviation ainsi que l'impulsivité du premier mouvement sont également lus.

9. <http://www.seismo.ethz.ch>

10. <https://www.ethz.ch>

1.2.5 Réseaux temporaires

Lors d'une activité sismique exceptionnelle — par exemple à la suite d'un séisme de forte magnitude ou lors du déclenchement d'un essaim de séismes — ou pour étudier un objet géologique particulier comme une faille faiblement sismique, les opérateurs des réseaux régionaux déploient généralement des stations temporaires qui viennent compléter localement la couverture des réseaux permanents. Ces stations permettent de diminuer la magnitude de complétude et de mieux contraindre les localisations.

À titre d'exemple, des stations temporaires ont été déployées à la suite des plus gros séismes alpins de ces dernières décennies : le séisme d'Épagny-Annecy (M_L 4,9 le 15 juillet 1996), le séisme de Vallorcine (M_L 4,5 le 8 septembre 2005), le séisme de Saint-Paul-sur-Ubaye (M_L 4,3 le 26 février 2012) ; mais aussi pour étudier la microsismicité de la faille de Belledonne entre 1997 et 1999. Lors de la constitution de notre jeu de données, nous avons systématiquement inclus ces données issues de stations temporaires en les intégrant aux réseaux sismologiques régionaux.

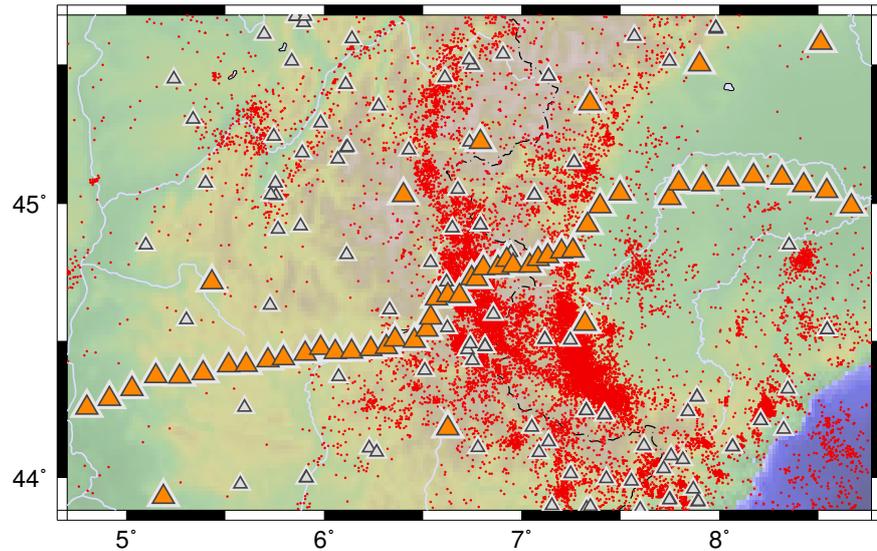
Nous avons également utilisé deux jeux de données établis à partir d'expériences temporaires menées indépendamment des réseaux permanents. Certaines stations de ces réseaux apportent de nouvelles données dans des régions où la couverture est faible ou permettent de contraindre très localement les localisations de quelques séismes bien enregistrés par ailleurs par les réseaux permanents.

1.2.5.1 Cifalps

Le réseau temporaire Cifalps a été en activité entre les mois de juillet 2012 et juin 2013. Il avait pour objet la réalisation d'un profil au travers de la chaîne alpine en vue d'un traitement dit des « fonctions récepteurs ». Les stations mises en place pour mener cette expérience suivaient un profil *grosso modo* est-ouest, perpendiculaire à la chaîne. La distance entre stations était d'environ 5 km dans la partie centrale et 10 km aux extrémités. Quelques stations supplémentaires ont complété le réseau de part et d'autre du profil. Dans l'ensemble, ce sont 55 stations à large bande qui ont ainsi fonctionné sur des périodes de 6 mois à pratiquement 1 an.

Les stations aux extrémités, ainsi que certaines stations réparties de part et d'autre de ce profil viennent combler quelques lacunes géographiques des réseaux régionaux. Nous avons donc pris le parti de dépouiller les sismogrammes de l'ensemble des stations Cifalps sur une première période de l'expérience (de juillet à décembre 2012 inclus), ainsi que ceux des stations présentant le plus d'intérêt géographique sur une seconde période (de janvier 2013 jusqu'à la fin de l'expérience). Après dépouillement, plus de 6 000 nouveaux temps d'arrivée ont été ajoutés

Figure 1.7 – Carte des stations du réseau temporaire Cifalps sélectionnées pour cette étude.
 ▲ : Cifalps ; ▲ : autres réseaux ; • : événements sismiques.



à notre collection de données. Les pointés ont été réalisés en identifiant les ondes directes et les ondes réfractées, les sens de déviation et les incertitudes d'observations codées sous forme de poids.

1.2.5.2 Réseau du lac du Bourget

Le réseau temporaire du lac du Bourget a été déployé entre décembre 2013 et juin 2014 dans le cadre de la thèse de doctorat de Camille de la Taille (ISTerre, le Bourget-du-Lac). Ce réseau avait pour objet la caractérisation de l'activité sismique de la faille de Culoz aux alentours du lac. Il est mentionné dans l'histoire sismologique locale un séisme d'intensité VI-VII en 1822, que l'on attribue à cette faille décrochante. Plus récemment, le réseau Sismalp a permis d'identifier deux petits essais de sismicité sous le lac. Ce réseau de 8 stations s'étendant sur une zone de 20 km de rayon a permis de détecter et de localiser une activité sismique de très faible magnitude, bien en deçà de la magnitude de complétude des réseaux régionaux.

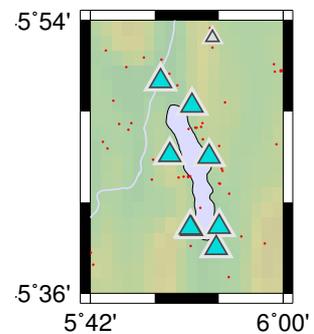


Figure 1.8 – Carte des stations du réseau du lac du Bourget sélectionnées pour cette étude.
 ▲ : Stations du lac du Bourget ; ▲ : autres réseaux ; • : événements sismiques.

Nous avons dépouillé les sismogrammes enregistrés par ces stations en suivant la même approche que pour les stations du réseau Cifalps, c'est-à-dire en identifiant les ondes directes et réfractées dans le manteau, en lisant les sens de déviation et en attribuant des poids aux données qui reflètent les incertitudes d'observation.

1.3 De la donnée au bulletin de sismicité

Les bulletins de sismicité produits par les différents réseaux se présentent sous la forme de listes dans lesquelles chaque ligne est relative à un temps d'arrivée en une station et pour un séisme. On y trouve les informations qui caractérisent le pointé : code de station, phase, temps pointé, incertitude d'observation, sens de déviation, etc. Les données sont regroupées par évènement et parfois une ligne supplémentaire nous renseigne sur celui-ci, en indiquant sa localisation, l'ajustement aux données correspondant, etc. Généralement, toutes les données pointées apparaissent dans ces bulletins, même lorsque leur nombre est insuffisant pour localiser un évènement. Le tableau 1.1 fournit quelques caractéristiques de chaque bulletin utilisé pour cette étude.

Réseau	distinction P_n P_g (S_n S_g)	plusieurs phases par stations (P_n et P_g)	incertitude d'observation	Sens de déviation
Sismalp	✓	✓	✗	✓
BCSF	✓	✓	✗	✗
RSNI, INVG	✗	✗	✓ (poids)	✗
SED	✓	✓	✓ (estimation)	✗
Cifalps	✓	✓	✓ (poids)	✓
Lac du Bourget	✓	✓	✓ (poids)	✓

Table 1.1 – Résumé des caractéristiques principales des jeux de données exploités dans cette étude.

Afin de créer un bulletin unique de l'ensemble des données de la région, on doit regrouper tous les temps d'arrivée relatifs à un même séisme. Cette opération est généralement appelée « fonte des données ». Cette opération nécessite d'identifier les séismes communs aux différents bulletins, mais aussi d'harmoniser les incertitudes d'observation.

1.3.1 Harmonisation de l'incertitude d'observation

Les incertitudes d'observation sont évaluées de manières différentes pour chaque réseau : soit sous forme de temps absolu, soit sous forme de « poids ». En règle générale, ce poids varie entre 0, indiquant une bonne qualité et 3, correspondant à une donnée très médiocre. La valeur 4 indique qu'une donnée ne doit pas être prise en compte. La valeur 9 attribuée à une donnée P indique, quant à elle, un problème avec l'horloge de la station : les temps pointés ne sont donc

pas justes, mais il est néanmoins possible d'utiliser l'écart $t_S - t_P$ qui est indépendant du temps propre de la station. Dans ce cas, on perd l'information sur la qualité du pointé de l'onde P.

Lorsqu'on souhaite inverser des données sismologiques, les incertitudes d'observation évaluées lors du dépouillement sont une part essentielle de l'information. Elles sont malheureusement très difficiles à estimer lors du dépouillement : elles dépendent uniquement de l'appréciation de l'opérateur, et leur quantification nécessite beaucoup de minutie. En pratique, les pointés des différents réseaux alpins sont effectués quotidiennement afin d'assurer la surveillance sismique de la région. Ces données permettent principalement d'alimenter un catalogue de sismicité en temps réel et d'assurer ainsi le suivi de l'activité sismique. Cet aspect opérationnel de la gestion d'un réseau requiert beaucoup d'attention et de temps. En conséquence, les opérateurs de certains réseaux renoncent à déterminer ce paramètre jugé peu fiable et trop coûteux en temps.

À titre d'exemple, pour le réseau Sismalp, le parti pris est de systématiquement lire le sens de déviation des ondes P. Les opérateurs distinguent trois niveaux de qualité : départ franc, départ émergent ou pointé incertain, et sens de déviation indéterminé. Le caractère systématique de cette lecture nous permet donc d'affiner l'estimation de l'incertitude sur les pointés d'ondes P. En pratique, nous avons utilisé ce critère de la façon suivante :

- Dans le cas d'une première déviation impulsive, l'erreur est minimale, la qualité de la donnée est donc maximale : le poids 0 est conservé.
- Pour une première déviation émergente ou incertaine, nous avons légèrement dégradé le poids attribué à la donnée en le fixant à 1.
- Enfin, lorsque le sens de déviation n'est pas indiqué, il existe une forte incertitude sur le pointé. Dans ce cas, nous avons attribué au poids la valeur 2.

Ce qui est possible pour les ondes P du bulletin du réseau Sismalp ne l'est malheureusement pas pour toutes les données. Parfois, il n'existe aucune information nous permettant d'estimer l'incertitude d'observation. C'est notamment le cas pour les ondes S du bulletin Sismalp, mais aussi pour l'ensemble des données du bulletin BCSF dont nous disposons. Nous avons donc dû considérer une incertitude commune à toutes ces données, correspondant à une qualité moindre.

En s'appuyant sur les poids des données et sur l'observation de formes d'ondes, nous avons déterminé une équivalence entre ces poids et l'incertitude absolue en secondes (tableau ci-dessous).

poids	0	1	2	3
σ_{obs} ondes P (en s)	0.10	0.25	0.40	0.80
σ_{obs} ondes S (en s)	0.15	0.38	0.60	1.20

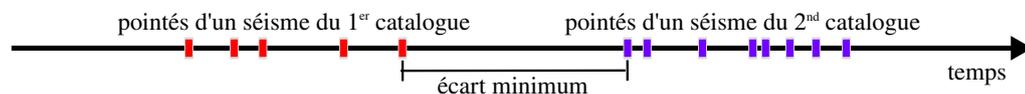
Table 1.2 – Équivalence entre les poids et les incertitudes d'observations σ_{obs} en secondes.

1.3.2 Fonte des jeux de données

Lorsqu'on souhaite fondre deux jeux de données, il est nécessaire d'identifier les événements communs aux deux catalogues, et de laisser les autres événements tels quels. Pour identifier des événements communs, plusieurs contraintes peuvent être utilisées. Par exemple : les temps pointés doivent être dans une fenêtre temporelle acceptable ; les localisations — lorsqu'elles sont disponibles — doivent être raisonnablement proches à la fois spatialement et temporellement ; les temps pointés doivent être cohérents, c'est-à-dire qu'ils doivent croître en s'éloignant de l'épicentre ; les stations ayant détecté l'évènement doivent se trouver dans une même zone géographique, dont l'extension dépend de la magnitude.

Pour notre part, nous avons utilisé les critères suivants pour fondre nos données :

Fenêtre de temps : Deux événements sont réunis lorsque l'écart entre deux temps d'arrivée provenant chacun d'un des deux jeux de données est inférieur à un seuil fixé à 45 s.



En moyenne 6 à 7 événements sont localisés dans les Alpes occidentales tous les jours. Statistiquement, ils sont donc bien séparés temporellement et, dans la grande majorité des cas, ce simple critère est suffisant. La taille de la fenêtre temporelle est fixée en fonction des zones qui ont été les moins bien instrumentées au cours des 25 dernières années.

Ajustement de la localisation : Lorsque deux événements sont identifiés comme pouvant correspondre à un seul même événement, une nouvelle localisation s'appuyant sur la réunion de leurs temps d'arrivée respectifs permet de discriminer les mauvais regroupements. Cette localisation est effectuée à l'aide du programme HYPREF (Fréchet, 2005) qui dérive du programme HYPO71 (Lee et Lahr, 1975). HYPREF tient compte des ondes directes et réfractées, ainsi que des altitudes des stations. Il détermine plusieurs paramètres de qualité de la localisation, notamment la moyenne quadratique (RMS¹¹) des résidus entre les temps de propagation observés et théoriques, pondérés par une erreur de modélisation. Cette moyenne augmente rapidement si une ou plusieurs données ne sont pas

11. *Root Mean Square*

cohérentes avec la nouvelle localisation. Elle permet ainsi de repérer les données aberrantes, et par extension les erreurs de regroupement. Nous avons choisi de valider tous les regroupements pour lesquels cette RMS est inférieure à 2,5 s. Nous avons fixé ce seuil en nous appuyant sur le catalogue Sismalp : la RMS moyenne calculée sur plus de 25 000 séismes naturels est de 0,42 s ; 95 % de ces séismes ont une RMS inférieure à 1,00 s. Concernant les explosions ou les tirs de carrières, ces valeurs, déterminées à partir de près de 9 000 évènements, atteignent respectivement 0,56 s et 1,33 s.

Une autre approche envisageable consisterait à comparer directement les localisations des deux séismes à réunir. Cette méthode présente néanmoins deux désavantages importants : (i) aucune localisation n'est possible lorsque l'on a peu de données pour un évènement ; (ii) lorsqu'il s'agit d'un évènement extérieur à un réseau ou qui a été mal enregistré, les localisations sont souvent très incertaines.

1.3.3 Limites géographiques et filtres de qualité

Le bulletin obtenu par la fonte des différents bulletins régionaux a été filtré pour ne garder que les séismes les mieux enregistrés et localisés dans notre zone d'étude. Les séismes sélectionnés sont localisés par le programme HYPREF dans une zone limitée géographiquement entre les longitudes 4,40° E et 10,40° E, et les latitudes 43,15° N et 47,05° N (figure 1.9 page 38). Aucune restriction sur la profondeur n'est appliquée.

Nous avons retenu tous les séismes comptant au moins 7 phases pointées, sur un minimum de 4 stations. Parmi ces 7 phases, tous les séismes comptent au moins une onde P et une onde S, et l'écart $t_S - t_P$ minimal n'excède pas 30 secondes. Ces deux derniers critères permettent d'éliminer d'éventuels télé-séismes qui n'auraient pas été identifiés comme tels lors du dépouillement. Le programme HYPREF étant dédié aux séismes locaux, il ne peut pas localiser correctement un télé-séisme, mais le positionne généralement au centre du réseau, généralement à grande profondeur.

1.3.4 Filtrage par localisation 3-D et analyse de diagramme de Wadati

Afin de détecter les données aberrantes, nous avons effectué un dernier filtrage en nous appuyant sur de nouvelles localisations issues de la modélisation 3-D développée au chapitre 4. Ces localisations sont effectuées en trois étapes :

- on détermine une première localisation approximative avec l'ensemble des données ;

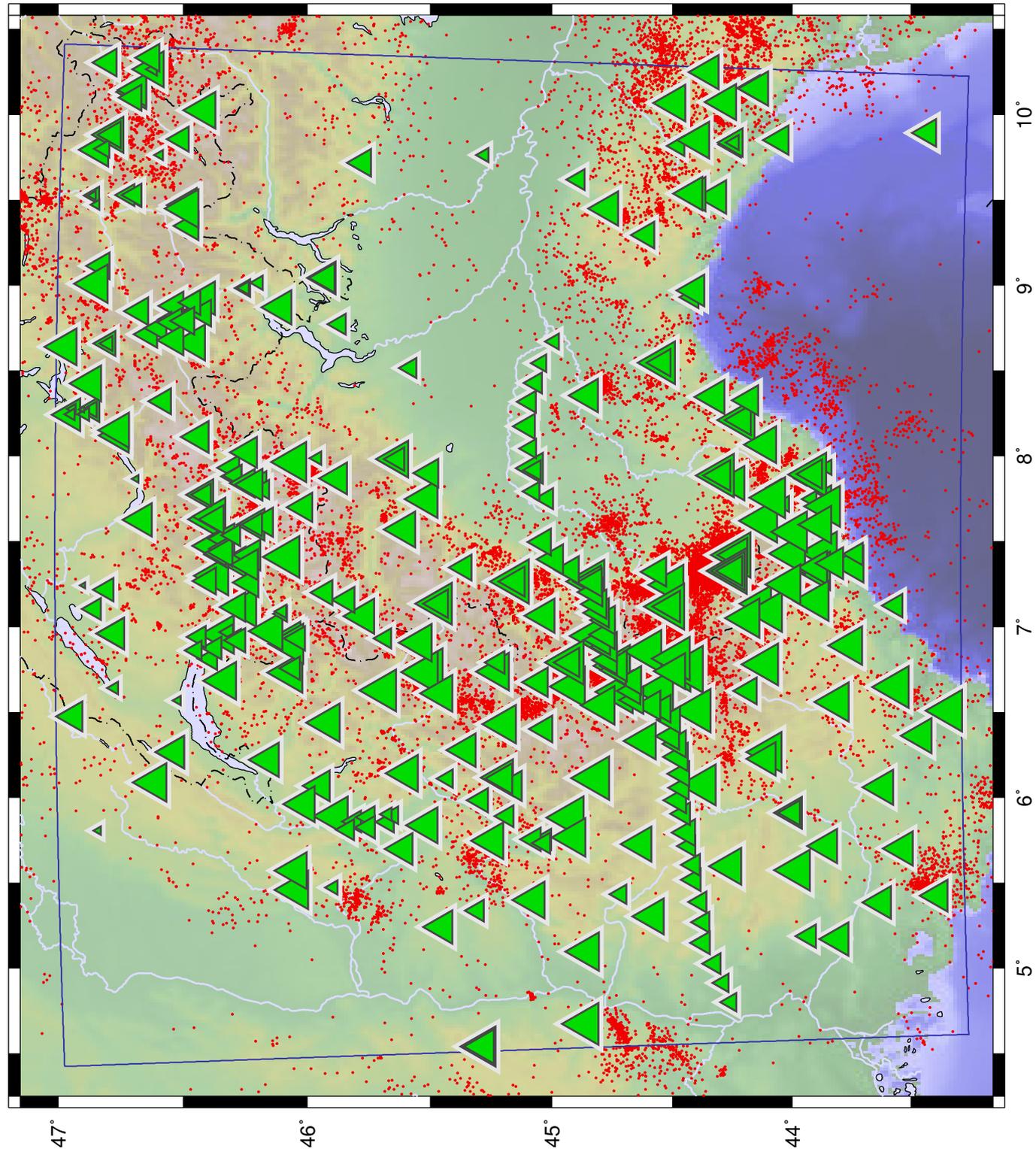


Figure 1.9 – Carte des stations sismologiques des Alpes occidentales. La taille des symboles indique le nombre de lectures (P et S confondues) pour chaque station. Évènements sismiques localisés par INLOC (voir chap. 4 p. 103) dans la zone d'étude (cadre bleu) et HYPREF à l'extérieur.

1000
100
10
10000

Symboles de station
en fonction du
nombre de données

- on détecte les éventuelles données aberrantes à partir de l'écart entre les temps d'arrivée observés et calculés : une donnée est éliminée quand cet écart est supérieur à 3 s ou à 20σ s, où σ représente l'erreur attribuée à la donnée pour le calcul de la localisation, qui tient compte de l'incertitude d'observation et de l'approximation liée au modèle ;
- on calcule une localisation fine à partir des données restantes.

Nous avons vérifié manuellement les séismes les moins bien localisés, que nous avons identifiés sur au moins l'un des trois critères :

- moins de quatre données ou moins de trois stations restantes après filtrage ;
- plus de 20 % de données aberrantes ;
- au moins une donnée pour laquelle l'écart entre les temps observé et calculé est supérieur à 6 s.

À ce stade de l'élaboration de notre jeu de données, seulement une centaine de séismes ont dû être vérifiés sur les plus de 36 000 que contenait notre catalogue. Deux types d'anomalies ont été observés : (i) de mauvais assemblages entre d'un côté, un séisme comptant plusieurs dizaines de temps d'arrivée et de l'autre, un séisme n'en comptant que deux ou trois, ces derniers étant alors ignorés par HYPREF ; (ii) des données réellement aberrantes, comme par exemple des temps P et S identiques, des ondes S arrivant avant les P, etc.

Après avoir effectué ce filtrage, une analyse des données à l'aide d'un diagramme de Wadati permet de visualiser les erreurs résiduelles. Ce diagramme (figure 1.10) est construit en comparant, pour un même séisme et pour deux stations, les écarts entre les deux arrivées P et les deux arrivées S. Il permet en outre de déduire une valeur moyenne du rapport v_P/v_S .

Le temps d'arrivée t d'une onde à une station s'écrit :

$$t = t_0 + T \quad (1.1)$$

où t_0 est le temps origine du séisme et T le temps de propagation entre la source et la station. Ce temps de propagation s'exprime par :

$$T = \int_{\mathcal{R}} \frac{ds}{v(s)} \quad (1.2)$$

où s est l'abscisse curviligne du rai \mathcal{R} reliant la source à la station et v est la vitesse de l'onde. L'écart entre les temps d'arrivée t_1 et t_2 d'une même onde à deux stations s'exprime donc par :

$$t_1 - t_2 = \int_{\mathcal{R}_1} \frac{ds}{v(s)} - \int_{\mathcal{R}_2} \frac{ds}{v(s)} \quad (1.3)$$

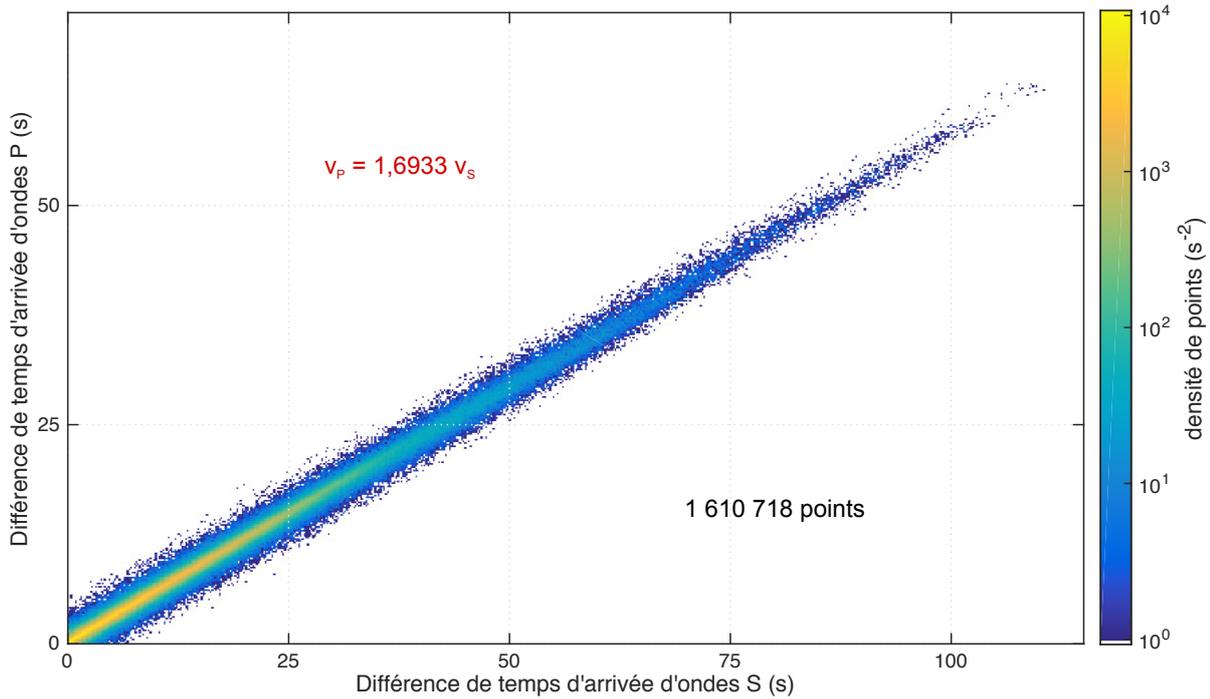


Figure 1.10 – Diagramme de Wadati construit à partir des 36 010 évènements qui constituent notre jeu de données.

En faisant l’hypothèse que le rapport v_p/v_s est constant, qui se justifie par le fait qu’il varie peu dans la lithosphère, les rais des ondes P sont identiques à ceux des ondes S. En appliquant la formule 1.3 aux ondes P et S, on en déduit que :

$$t_1^S - t_2^S = \int_{\mathcal{R}_1} \frac{ds}{v_S(s)} - \int_{\mathcal{R}_2} \frac{ds}{v_S(s)} \simeq \frac{v_P}{v_S} \left[\int_{\mathcal{R}_1} \frac{ds}{v_P(s)} - \int_{\mathcal{R}_2} \frac{ds}{v_P(s)} \right] = \frac{v_P}{v_S} (t_1^P - t_2^P) \quad (1.4)$$

Il en résulte que, si l’on représente les valeurs de $t_1^S - t_2^S$ en fonction de celles de $t_1^P - t_2^P$ pour tous les couples de stations ayant enregistré le même séisme, puis qu’on répète l’opération pour tous les séismes, on obtient un nuage de points au travers duquel on peut faire passer une droite. Celle-ci passe par l’origine et sa pente fournit une estimation du rapport v_p/v_s moyen de la zone d’étude.

Cette représentation permet également de déceler des données aberrantes : une telle donnée se traduit par une série de points s’alignant sur une droite parallèle à la droite moyenne, mais ne passant plus par l’origine. Le nombre de points correspond au nombre de couples de stations dans lesquels la donnée aberrante apparaît. L’écart entre cette droite et l’origine se déduit de l’écart entre la donnée aberrante et la « vraie » donnée, qu’on ne connaît évidemment pas. La

figure 1.10 présente nos données après correction ou filtrage de ces pointés aberrants. On peut observer que la pente moyenne de la droite, estimée par la médiane des pentes correspondantes à chaque points, nous donne comme estimation du rapport moyen de $v_p/v_s = 1,6933$, inférieure à la valeur théorique de $\sqrt{3}$.

Après la fonte des différents catalogues régionaux et le nettoyage de notre jeu de données, 36 010 séismes ont été sélectionnés. Ils ont été enregistrés par 375 stations, comptant chacune entre 5 et 31 532 données P et S. Cela représente un total de 791 754 pointés manuels. Une liste complète des stations est donnée en annexe A.

1.3.5 Une autre approche des données : les pointés automatiques

Lors de la constitution de notre jeu de données, nous nous sommes posé la question de la possibilité d'utiliser des pointés automatiques. Conceptuellement, les pointés automatiques présentent des avantages indéniables et permettent de résoudre certains problèmes évoqués dans les paragraphes précédents : systématisation des pointés, harmonisation des identifications de phases et des estimations des incertitudes. Cette approche a été utilisée par Diehl (2008) qui a notamment développé une méthode de pointé automatique d'onde S et a réalisé une tomographie des Alpes à partir de ce type de pointés (Diehl *et al.*, 2009b,c). Les pointés d'ondes P ont été effectués par le logiciel MANNEKENPIX (MPX) (Aldersons, 2004) et les pointés d'ondes S par le logiciel S-PICKER (Diehl *et al.*, 2009a).

Afin d'évaluer l'apport du traitement automatique des signaux, nous avons testé le logiciel MPX sur les données du réseau temporaire Cifalps, pour la période allant de juillet à décembre 2012. À partir d'un catalogue de localisation, 15 400 sismogrammes ont été extraits des signaux continus provenant des enregistrements des 55 stations du réseau. Les pointés manuels ont été effectués par trois opérateurs expérimentés¹². Cette étude a été menée par Xavier Heris (Heris, 2014) lors de son stage de recherche de master 1 que j'ai co-encadré avec François Thouvenot.

Le logiciel MPX a été utilisé sur l'ensemble des 15 400 sismogrammes disponibles. Son fonctionnement est fondé sur l'algorithme de Baer et Kradolfer (1987). Les pointés sont déduits de l'analyse d'une fonction caractéristique de l'enveloppe du signal. MPX a repéré 4 676 arrivées d'ondes P : 3 611 pour des sismogrammes sur lesquels un pointé manuel a été produit, et 1 065 pour des sismogrammes sur lesquels les opérateurs n'ont rien pointé. Les opérateurs ont en revanche effectué 1 585 pointés d'ondes P que MPX n'a pas repéré.

12. François Thouvenot, Liliane Jenatton et moi-même

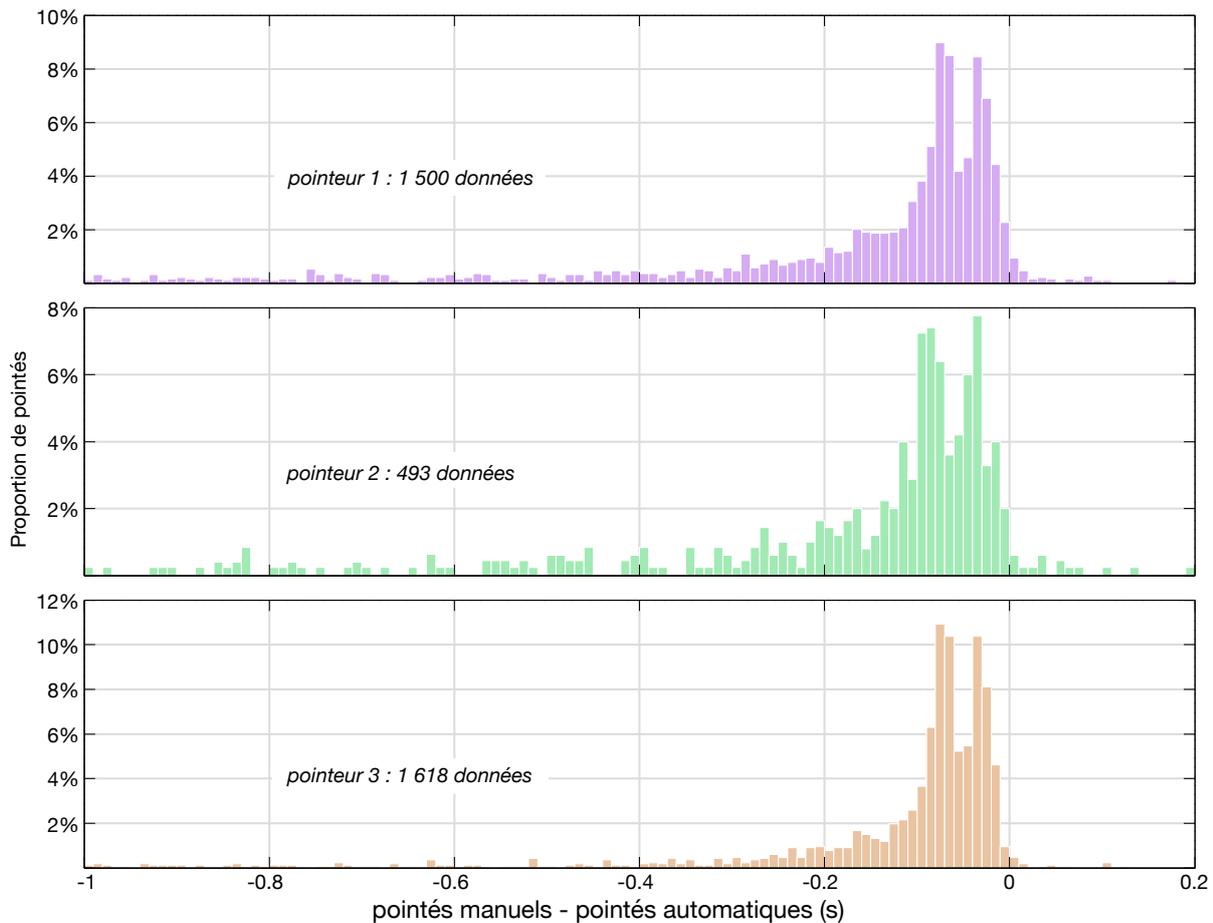


Figure 1.11 – Différences temporelles entre les pointés manuels et automatiques, en fonction de l’opérateur. Modifié d’après Heris (2014).

La figure 1.11 présente une comparaison des pointés manuels et automatiques, pour chacun des trois opérateurs. Deux conclusions transparaissent derrière ce résultat.

Tout d’abord, considérant que la technique employée par MPX est systématique, fondée sur un traitement mathématique et statistique du signal, on peut admettre que les pointés qu’il fournit sont « constants » : il effectue toujours le même traitement, et ses erreurs sont systématiques. Ses pointés peuvent donc servir de référence pour comparer les trois opérateurs. Sur la figure 1.11, on voit clairement que les histogrammes sont très similaires. Le niveau de bruit pour le deuxième opérateur, plus élevé que pour les deux autres, est dû à la différence du nombre de données traitées. Les trois opérateurs ont donc une méthode très similaire de pointer et les observations qu’ils produisent sont cohérentes.

D’autre part, les pointés effectués par MPX affichent systématiquement un retard par rapport aux pointés manuels des trois opérateurs. Ces retards s’organisent autour de deux moyennes : 0.035 s et 0.070 s. L’observation des signaux montre que ces deux délais correspondent généra-

lement à la moitié ou à une période complète de l'onde P, la fréquence dominante observée lors des deux premières secondes du signal variant entre 10 et 20 Hz. Cette fréquence est cohérente avec les séismes considérés, qui sont des séismes proches, localisés pour la plupart à moins de 100 km des stations, de faible magnitude, et dont les premières arrivées sont souvent tout juste émergentes du bruit. Les retards de MPX s'expliquent donc par le fait que l'algorithme n'identifie pas le tout début de l'onde P lorsque celle-ci est peu énergétique, et pointe une ou deux demi-périodes plus tard. Pour les séismes les plus énergétiques, les pointés manuels et automatiques sont pratiquement identiques ; le rapport signal sur bruit est plus important et la probabilité de mal identifier le début du signal est donc réduite.

En ce qui concerne les ondes S, Diehl (2008) a montré qu'elles sont encore plus difficiles à pointer car, pour des séismes proches, leur arrivée est généralement « noyée » dans la coda de l'onde P. Son approche pour pointer automatiquement les ondes S consiste à chercher des différences dans les fonctions caractéristiques des différentes composantes d'une station. Ces fonctions sont calculées après rotation des composantes dans la direction normale au front d'onde qui est directement déduite de la première période de l'onde P : le pic énergétique de cette onde indiquant la direction normale de son front. Cette approche implique donc de bien déterminer l'onde P, mais également de n'utiliser que des stations 3 composantes. Dans son jeu de données constitué de 552 séismes, Diehl (2008) a obtenu plus de 13 000 pointés automatiques d'ondes P pour seulement 2 600 pointés d'ondes S. Les pointés produits par S-PICKER correspondaient principalement à des trajets source-station courts, pour la plupart inférieurs à 100 km. Les rais des ondes S correspondants ne couvraient que la Suisse, le Sud des Alpes occidentales (Italie, France) ainsi que leur extrémité orientale (Italie, Slovénie), et l'Apennin septentrional (Italie). Son domaine d'étude allant du Massif central à la Slovénie, et de la Corse au Sud de l'Allemagne, cette couverture limitée ne lui a pas permis de réaliser une tomographie à partir des ondes S.

L'approche des pointés automatiques s'avère utile dans les régions à forte sismicité : il faut y gérer un flux de données important et les séismes y sont souvent de forte magnitude. En revanche, cette approche n'est pas (encore) adaptée à des zones de faible activité sismique comme celle des Alpes occidentales.

Chapitre 2

Méthode d'inversion

L'ESSENTIEL

Inversion par l'approche probabiliste :

- ➡ l'approche classique bayésienne combine une mesure de probabilité a priori sur les paramètres du modèle avec la réalisation de l'estimateur associé aux données ;
- ➡ considérer des différences de données permet de renforcer la résolution de certains paramètres et éventuellement d'en éliminer d'autres.

Localisation de séismes :

- ➡ approche probabiliste : localisation par densité de probabilité ;
- ➡ l'inversion doit tenir compte des incertitudes d'observation et de modélisation ;
- ➡ l'erreur de modélisation évolue avec la racine carrée du temps de propagation et dépend de la configuration des stations par rapport à la source.

Tomographie :

- ➡ modèle : paramètres v_p , v_p/v_s , localisations et effets de site ;
- ➡ approche stochastique : coût = ajustement données + écart au modèle a priori ;
- ➡ minimisation du coût ($\nabla \text{coût} = 0$) \Rightarrow algorithme de quasi-Newton, nécessitant de discrétiser les paramètres fonctionnels ;
- ➡ la résolution du système linéaire de chaque itération de l'algorithme de quasi-Newton est effectuée à l'aide de l'algorithme LSQR ;
- ➡ régularisation de l'inversion : paramètres de lissage et d'atténuation physiquement interprétable ;
- ➡ validation des résultats : noyau de résolution et indice de restitution.

Sommaire

2.1	Approche probabiliste de l'inversion	47
2.1.1	Mesure de probabilité et estimateur	47
2.1.2	Différentes approches du problème inverse	48
2.1.2.1	Approche classique bayésienne	48
2.1.2.2	Approche par conjonction de mesures de probabilité . . .	49
2.1.2.3	Approche par estimation pure	49
2.1.3	Approche bayésienne et différence de données	50
2.2	Le problème inverse de la localisation	51
2.2.1	Localisation dans un modèle de vitesse a priori	53
2.2.2	Localisation dans un modèle de vitesse issu d'une étude tomographique	57
2.3	Le problème inverse de la tomographie	63
2.3.1	Relation entre les données et les paramètres du modèle	63
2.3.2	Stratégie d'inversion	64
2.3.2.1	Fonction aléatoire gaussienne	64
2.3.2.2	L'approche stochastique	67
2.3.3	Atténuation, lissage et renormalisation	69
2.3.4	Discrétisation des paramètres fonctionnels	70
2.3.5	Discrétisation de \mathbf{G}	71
2.3.6	Discrétisation de la covariance	73
2.3.7	Résolution et indice de restitution	73

2.1 Approche probabiliste de l'inversion

2.1.1 Mesure de probabilité et estimateur

L'approche probabiliste de l'inversion utilise les concepts de mesure de probabilité et d'éléments aléatoires pour décrire l'état d'information dont on dispose sur les paramètres physiquement mesurables tels que les données, et les paramètres non mesurables constituant le modèle. Les mesures sont généralement définies par des fonctions de densité de probabilité, dans le cas où l'on considère des espaces de dimensions finies.

Il y a fondamentalement deux manières d'interpréter les mesures de probabilité :

- Soit l'on considère une telle mesure comme une représentation stricte de l'état d'information à un certain stade de connaissance. La densité de probabilité représente alors la probabilité de présence de la vraie valeur de la grandeur physique. Elle tient compte soit de l'imprécision de la mesure physique, soit du degré d'ignorance que l'on a du paramètre. La densité de probabilité est alors centrée sur une valeur moyenne qui correspond à une mesure physique dans le cas d'une donnée, ou à une valeur a priori dans le cas d'un paramètre. Étant donné qu'on ne connaît pas sa vraie valeur, celle-ci est considérée comme une variable aléatoire associée à la mesure de probabilité. Cela ne veut pas dire que l'on considère la valeur de la quantité physique comme étant le résultat d'un tirage aléatoire ; cette variable aléatoire représente simplement la probabilité de présence de la vraie valeur autour de la valeur mesurée ou de la valeur a priori.
- Soit l'on considère cette mesure de probabilité comme celle associée à un estimateur statistique, c'est-à-dire à une variable (ou plus généralement un élément) aléatoire résultant d'un processus aléatoire de mesure physique ou de tirage d'un modèle. On suppose généralement que la vraie valeur de la grandeur physique est donnée par l'espérance mathématique de cet estimateur ; on parle alors d'estimateur non biaisé. Bien entendu, on ne connaît pas cette vraie valeur et l'on ne dispose que d'une réalisation (ou d'un tirage) de cet estimateur et d'une forme théorique de sa densité de probabilité conditionnelle étant donnée la vraie valeur. Cette réalisation est soit le résultat d'une mesure physique que l'on considère comme un processus aléatoire, soit le résultat d'une inversion antérieure dans le cas d'une chaîne de traitement.

La première conception, *subjective*, met en avant le concept de mesure qui représente *l'état actuel de connaissance*, et qui est centrée sur une valeur moyenne. La seconde conception, *objective*, préfère le concept d'estimateur aléatoire qu'on suppose non biaisé, c'est-à-dire centré sur la vraie valeur.

2.1.2 Différentes approches du problème inverse

Partant de ces deux conceptions de la mesure de probabilité, on peut définir trois manières d'aborder le problème inverse probabiliste.

Dans les paragraphes suivants, nous notons \mathbb{D} l'espace des données et \mathbb{M} l'espace des paramètres physiques du modèle intervenant dans l'expérience considérée, ainsi que respectivement \mathbf{d} et \mathbf{m} les vecteurs génériques de \mathbb{D} et \mathbb{M} .

2.1.2.1 Approche classique bayésienne

L'approche bayésienne du problème inverse implique de considérer \mathbf{d} comme un estimateur et \mathbf{m} comme le vecteur aléatoire associé à une mesure de probabilité. On dispose donc d'une densité de probabilité $\rho_{prior}(\mathbf{m})$ décrivant l'information a priori sur le modèle et d'une réalisation \mathbf{d}^{obs} d'un estimateur \mathbf{d} dont on connaît la loi conditionnelle $\rho(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ étant donné le modèle \mathbf{m} . Si l'on considère que la théorie physique qui relie les données génériques \mathbf{d} au modèle générique \mathbf{m} est exacte, c'est-à-dire qu'on peut l'écrire sous la forme $\mathbf{d} = g(\mathbf{m})$ où g est une fonction de \mathbb{M} dans \mathbb{D} , alors :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{m}) = \rho(\mathbf{d}|g(\mathbf{m})) \quad (2.1)$$

représente l'imprécision due au processus de mesure physique.

Si l'on considère maintenant que la théorie n'est pas exacte, mais qu'on peut la représenter sous la forme d'une probabilité conditionnelle $\theta(\hat{\mathbf{d}}|\mathbf{m})$ et que l'on connaît la statistique des erreurs de mesure $\rho_{obs}(\mathbf{d}|\hat{\mathbf{d}})$ étant donnée la vraie valeur de $\hat{\mathbf{d}}$, alors :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{m}) = \int_{\mathbb{D}} \rho_{obs}(\mathbf{d}|\hat{\mathbf{d}}) \theta(\hat{\mathbf{d}}|\mathbf{m}) d\hat{\mathbf{d}} \quad (2.2)$$

Dans ces deux cas, on dispose donc de la loi conjointe de probabilité sur $(\mathbf{d}, \mathbf{m}) \in \mathbb{D} \times \mathbb{M}$:

$$\rho(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \rho(\mathbf{d}|\mathbf{m}) \rho_{prior}(\mathbf{m}) \quad (2.3)$$

et la règle de Bayes permet d'en déduire la loi a posteriori sur \mathbf{m} étant donnée la réalisation particulière \mathbf{d}^{obs} de \mathbf{d} :

$$\rho_{post}(\mathbf{m}) \propto \rho(\mathbf{d}^{obs}|\mathbf{m}) \rho_{prior}(\mathbf{m}) \quad (2.4)$$

où la proportionnalité vient du fait qu'on néglige de préciser la constante de normalisation de la densité $\rho_{post}(\mathbf{m})$.

2.1.2.2 Approche par conjonction de mesures de probabilité

Dans cette approche (Tarantola et Valette, 1982a), on traite de la même manière les données et les paramètres qui sont tous considérés comme des paramètres physiques plus ou moins bien connus. On dispose donc d'une mesure d'information a priori sur \mathbb{D} et sur \mathbb{M} . Celle sur \mathbb{D} résulte de l'observation physique effectuée lors de l'expérience que l'on étudie ; celle sur \mathbb{M} de l'a priori sur le modèle physique, représentant donc l'information dont on dispose avant l'inversion du jeu de données de l'expérience traitée. Comme l'incertitude sur ces données est indépendante de l'information a priori sur le modèle :

$$\rho(\mathbf{d}, \mathbf{m}) = \rho_{obs}(\mathbf{d})\rho_{prior}(\mathbf{m}) \quad (2.5)$$

\mathbf{d} et \mathbf{m} étant ici les vraies données et paramètres du modèle, qu'on ne connaît pas et que l'on considère donc comme des vecteurs aléatoires.

Si l'on suppose que la théorie physique reliant \mathbf{d} à \mathbf{m} est exacte, alors celle ci peut s'écrire $\mathbf{t} = \mathbf{d} - g(\mathbf{m}) = 0$. Cela revient à considérer que le vecteur \mathbf{t} , a priori aléatoire puisqu'il dépend des vecteurs aléatoires \mathbf{d} et \mathbf{m} , est en fait nul ou est considéré comme tel. On est donc amené à conditionner \mathbf{m} par le fait que $\mathbf{t} = 0$ (Valette, 2011). Cela conduit à :

$$\rho_{post}(\mathbf{m}) = \rho(\mathbf{m}|\mathbf{t} = 0) = \rho_{obs}(g(\mathbf{m}))\rho_{prior}(\mathbf{m}) \quad (2.6)$$

Si l'on considère maintenant que la théorie est représentée par une densité de probabilité $\theta(\mathbf{d}, \mathbf{m})$, on fait alors face à deux densités de probabilité dans l'espace $\mathbb{D} \times \mathbb{M}$: l'une provient de l'information a priori sur les paramètres et les données observées, l'autre est purement théorique et est indépendante de la première. Tarantola et Valette (1982b) ont proposé une méthode pour conjointre ces deux informations, comparable dans ses résultats à l'approche bayésienne classique.

2.1.2.3 Approche par estimation pure

La dernière approche est celle où l'on considère cette fois \mathbf{d}^{obs} et \mathbf{m}_{prior} comme des estimateurs non biaisés et où l'on cherche un estimateur a posteriori du vrai modèle \mathbf{m} , fonction de \mathbf{d}^{obs} et \mathbf{m}_{prior} , non biaisé et avec une loi aussi centrée que possible sur le vrai modèle. Ce point de vue n'est facilement développable que dans le cas d'une théorie exacte et linéaire, et en supposant que \mathbf{d}^{obs} et \mathbf{m}_{prior} sont gaussiens et de covariances connues. L'estimateur \mathbf{m}_{post} de \mathbf{m} est alors déterminé en supposant que : (i) il dépend linéairement de \mathbf{d}^{obs} et \mathbf{m}_{prior} ; (ii) il est non biaisé ;

(iii) il minimise l'espérance de l'écart quadratique au vrai modèle $E(\|\mathbf{m}_{\text{post}} - \mathbf{m}_{\text{vrai}}\|^2)$ parmi tous les estimateurs linéaires possibles. Cet estimateur est connu sous le nom de BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*). Les formules que l'on obtient correspondent à celles des moindres carrés et aux deux approches précédentes dans ce cas très restrictif. Seule l'interprétation de \mathbf{d}^{obs} et de $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ diffère.

2.1.3 Approche bayésienne et différence de données

Dans beaucoup de domaines, il peut-être intéressant d'inverser non pas les données que l'on a mesurées, mais leurs différences. Cela peut en effet conduire à affaiblir et même parfois à supprimer l'influence de certains paramètres et à renforcer l'influence d'autres paramètres.

Supposons donc que n données mesurées sont représentées par un estimateur $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n \equiv \mathbb{D}$ dont la densité de la loi conditionnelle, étant donné le vrai modèle \mathbf{m} , est de la forme :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{m}) = \varphi(\mathbf{d} - \mathbf{g}(\mathbf{m})) \quad (2.7)$$

où g est une fonction de \mathbb{M} dans \mathbb{D} et φ une fonction de \mathbb{D} dans \mathbb{R}^+ . Supposons de plus que $\rho_{\text{prior}}(\mathbf{m})$ est uniforme dans le domaine considéré. L'approche de Bayes classique nous conduit donc à :

$$\rho_{\text{post}}(\mathbf{m}) \propto \rho(\mathbf{d}^{\text{obs}}|\mathbf{m}) = \varphi(\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m})) \quad (2.8)$$

\mathbf{d}^{obs} étant la réalisation observée de l'estimateur \mathbf{d} .

Supposons maintenant qu'on veuille considérer les différences de données observées à la place de ces données brutes. Le nouveau vecteur \mathbf{d}' est alors défini dans \mathbb{R}^{n-1} :

$$d'_i = d_{i+1} - d_i \quad 1 \leq i \leq n-1 \quad (2.9)$$

de sorte que :

$$d_i = d_1 + \sum_{k=1}^{i-1} d'_k \quad 1 \leq i \leq n \quad (2.10)$$

On peut facilement calculer la densité de probabilité de \mathbf{d}' à partir de celle de \mathbf{d} (équations 2.7 et 2.10) :

$$\rho(\mathbf{d}'|\mathbf{m}) = \int_{\mathbb{R}} \rho(s, \dots, s + \sum_{k=1}^{i-1} d'_k, \dots | \mathbf{m}) ds \quad (2.11)$$

$$= \int_{\mathbb{R}} \varphi(s - g_1(\mathbf{m}), \dots, s + \sum_{k=1}^{i-1} d'_k - g_i(\mathbf{m}), \dots) ds \quad (2.12)$$

L'approche bayésienne classique conduit maintenant à :

$$\rho_{post}(\mathbf{m}) \propto \rho(\mathbf{d}'^{obs} | \mathbf{m}) \quad (2.13)$$

en notant \mathbf{d}'^{obs} la réalisation de \mathbf{d}' déduite de \mathbf{d}^{obs} par la formule (2.9). Il faut donc remplacer dans la formule (2.12) \mathbf{d}' par les valeurs de la réalisation obtenue \mathbf{d}'^{obs} . Ainsi :

$$\rho_{post}(\mathbf{m}) \propto \int_{\mathbb{R}} \varphi(s - g_1(\mathbf{m}), \dots, s + d_i^{obs} - d_1^{obs} - g_i(\mathbf{m}), \dots) ds \quad (2.14)$$

En faisant le changement de variable $t = s - d_1^{obs}$, on est conduit à :

$$\rho_{post}(\mathbf{m}) \propto \int_{\mathbb{R}} \varphi(d_1^{obs} - g(\mathbf{m}) + t, \dots, d_i^{obs} - g_i(\mathbf{m}) + t, \dots) dt \quad (2.15)$$

On voit ainsi que considérer des différences de données en transportant correctement la probabilité conduit à une nouvelle densité $\rho_{post}(\mathbf{m})$ qui se déduit par une simple intégration de la densité obtenue à partir des données originelles.

2.2 Le problème inverse de la localisation

Dans le cas particulier de la localisation, on note $\mathbb{M} \equiv \mathbb{R}^4$ l'espace modèle et $\mathbf{m} = (\mathbf{x}, t_0)$ le vecteur générique de \mathbb{M} contenant les paramètres spatiaux $\mathbf{x}(x, y, z)$ et le temps origine t_0 de l'évènement à localiser. Les données que nous allons utiliser sont les temps d'arrivée t_p des ondes P ainsi que les différences $\Delta t = t_s - t_p$ obtenues en chaque station. L'intérêt d'utiliser ces différences au lieu des temps d'arrivée t_s est double : elles ne dépendent pas de t_0 et permettent d'éliminer un éventuel décalage temporel propre à la station, par exemple lié à une mauvaise datation (horloge défectueuse). On note \mathbf{d} le vecteur des données défini dans $\mathbb{D} \equiv \mathbb{R}^{m+n}$ et qui est constitué des vecteurs $\mathbf{d}^{S-P} = (t_s - t_p)_{i=1,m} \in \mathbb{R}^m$ et $\mathbf{d}^P = (t_p)_{i=m+1,m+n} \in \mathbb{R}^n$. La relation théorique idéale g entre les données et le modèle prend la forme :

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{S-P} \\ \mathbf{d}^P \end{bmatrix} = g(\mathbf{x}, t_0) = \begin{bmatrix} T_S(\mathbf{x}) - T_P(\mathbf{x}) \\ T_P(\mathbf{x}) + t_0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq m \\ m+1 \leq j \leq m+n \end{array} \quad (2.16)$$

où $T_p(\mathbf{x})$ et $T_s(\mathbf{x})$ sont les temps de propagation des ondes P et S entre la source localisée en \mathbf{x}

et la station correspondant à la i^e donnée. La loi conditionnelle de l'estimateur \mathbf{d} (cf. 2.7) prend alors la forme :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{m}) = \varphi(\mathbf{d} - g(\mathbf{x}, t_0)) \quad (2.17)$$

$$= \varphi\left(\underbrace{\dots, \Delta t_i - T_i^S(\mathbf{x}) + T_i^P(\mathbf{x}), \dots}_{1 \leq i \leq m}, \dots, \underbrace{\dots, t_j^P - T_j^P(\mathbf{x}) - t_0, \dots}_{m+1 \leq j \leq m+n}\right) \quad (2.18)$$

ce qui conduit, par un calcul analogue à celui menant à 2.15, à :

$$\rho_{post}(\mathbf{x}) \propto \int_{\mathbb{R}} \varphi\left(\dots, \Delta t_i - T_i^S(\mathbf{x}) + T_i^P(\mathbf{x}), \dots, \dots, t_j^P - T_j^P(\mathbf{x}) - t_0 + t, \dots\right) dt \quad (2.19)$$

où la variable t n'intervient que dans les n dernières entrées de la fonction φ . De plus, en effectuant le changement de variable $\tau = t_0 + t$, on obtient :

$$\rho_{post}(\mathbf{x}) \propto \int_{\mathbb{R}} \varphi\left(\dots, \Delta t_i - T_i^S(\mathbf{x}) + T_i^P(\mathbf{x}), \dots, \dots, t_j^P - T_j^P(\mathbf{x}) - \tau, \dots\right) d\tau \quad (2.20)$$

c'est-à-dire la densité marginale en \mathbf{x} de la loi a posteriori de (\mathbf{x}, t_0) étant données les données mesurées physiquement. Ainsi, éliminer le temps initial t_0 en considérant les différences des temps d'observation aux stations est équivalent à considérer la densité marginale a posteriori en \mathbf{x} , dès lors qu'on transporte correctement les probabilités. Il faut toutefois observer qu'on peut dans certains cas mesurer directement des différences de temps d'arrivée d'un même front d'onde entre deux stations voisines par intercorrélation. Dans ce cas, on obtient un autre type de données dont la précision est accrue et auxquelles l'approche développée plus haut ne peut s'appliquer. Il faut donc les considérer à part, comme les données de $T_S - T_P$ à une même station, puisque le temps origine t_0 n'intervient pas.

Il faut également choisir la densité (2.7). On peut soit se la donner au travers de l'équation (2.2) en distinguant l'imprécision résultant de la mesure de l'imprécision liée à la relation théorique, soit la fixer d'emblée. La première approche n'est facilement praticable que dans le cadre de lois gaussiennes. Nous l'avons réservée au cas où l'on dispose d'un modèle 3-D des champs v_p et v_p/v_s issu d'une étude tomographique et pour lequel une modélisation gaussienne des erreurs est raisonnable. Dans le cadre de localisations dans un modèle de vitesse initial lisse et 1-D, nous avons pris le parti de fixer φ d'emblée.

2.2.1 Localisation dans un modèle de vitesse a priori

Dans le cas de localisations dans un modèle de vitesse fixé a priori, nous avons adopté d'emblée une densité conditionnelle sur \mathbf{d} de la forme :

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{d}|\mathbf{x}, t_0) &= \prod_{i=1}^m \frac{1}{2\sigma_i(\mathbf{x})} \exp \left[-\frac{|t_i^P - T_i^P(\mathbf{x}) - t_0|}{\sigma_i(\mathbf{x})} \right] \\ &\times \prod_{j=m+1}^{m+n} \frac{1}{2\sigma_j(\mathbf{x})} \exp \left[-\frac{|\Delta t_j - T_j^S(\mathbf{x}) + T_j^P(\mathbf{x})|}{\sigma_j(\mathbf{x})} \right] \end{aligned} \quad (2.21)$$

avec $\sigma_i^2(\mathbf{x}) = \sigma_{obs\ i}^2 + \sigma_{th\ i}^2$, où $\sigma_{obs\ i}$ représente l'incertitude d'observation et $\sigma_{th\ i}$ l'erreur sur les temps de propagation due à la méconnaissance de la vraie vitesse des ondes. Nous avons donc supposé que les lois sur les différentes données sont indépendantes. Cela est justifié pour l'incertitude d'observation, mais cela ne constitue qu'une première approximation pour les erreurs théoriques, puisque ces erreurs ne sont pas indépendantes d'une station à l'autre mais sont fonction de la position respective de ces dernières par rapport au séisme considéré. Cette approche nous a cependant semblé suffisante pour les localisations a priori, pour lesquelles nous ne disposons que d'un modèle a priori très lisse. En effet, la forme exponentielle de la loi la rend suffisamment robuste pour pallier cette approximation et les éventuelles erreurs grossières de pointés. Il ne reste alors qu'à déterminer la forme de $\sigma_{th\ i}(\mathbf{x})$.

Si l'on suppose que l'incertitude sur la lenteur $n(\mathbf{x}) = 1/v(\mathbf{x})$ du modèle peut être modélisée par une fonction aléatoire gaussienne stationnaire, de moyenne nulle et de noyau de covariance :

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma_n^2 f \left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi} \right) \quad (2.22)$$

où ξ est la longueur caractéristique de la fonction d'auto-corrélation f , la variance du temps de propagation $T(\mathbf{x})$ entre la source en \mathbf{x} et la station correspondant à la donnée considérée est :

$$\begin{aligned} \sigma_{th}^2 &= \int_0^L \int_0^L C(\mathbf{x}(s), \mathbf{x}(s')) ds ds' \\ &= \sigma_n^2 \int_0^L \int_0^L f \left(\frac{\|\mathbf{x}(s) - \mathbf{x}(s')\|}{\xi} \right) ds ds' \end{aligned} \quad (2.23)$$

où L est la longueur du rai. Cherchons les comportements asymptotiques de cette expression

en fonction de ξ/L . Pour les grandes valeurs de ξ/L , la fonction de corrélation $f\left(\frac{\|\mathbf{x}(s)-\mathbf{x}(s')\|}{\xi}\right)$ reste voisine de 1 quand $\mathbf{x}(s)$ et $\mathbf{x}(s')$ décrivent le rai, de sorte que σ_{th}^2 est de l'ordre de $\sigma^2 L^2$. Si maintenant ξ/L est petit, en écrivant :

$$\sigma_{th}^2 = \sigma_n^2 \int_0^L ds \int_0^L f\left(\frac{\|\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s)\|}{\xi}\right) ds' \quad (2.24)$$

et en faisant le changement de variable $s' \rightarrow t = \frac{\|\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s)\|}{\xi}$, on obtient, en tenant compte de :

$$\frac{dt}{ds'} = \frac{1}{\xi} \frac{(\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s)) \cdot \boldsymbol{\tau}(s)}{\|\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s)\|} = \frac{1}{\xi} \cos(\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s), \boldsymbol{\tau}(s)) \quad (2.25)$$

où $\boldsymbol{\tau}(s)$ est le vecteur unitaire tangent au rai en $\mathbf{x}(s)$, tel que :

$$\sigma_{th}^2 = \sigma_n^2 \xi \int_0^L ds \int_{\frac{\mathbf{x}(0)-\mathbf{x}(s)}{\xi}}^{\frac{\mathbf{x}(1)-\mathbf{x}(s)}{\xi}} f(t) \frac{dt}{\cos(\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s), \boldsymbol{\tau}(s))} \quad (2.26)$$

et $\|\mathbf{x}(s') - \mathbf{x}(s)\| = \xi t$. Il en résulte que dans la limite $\xi/L \rightarrow 0$:

$$\sigma_{th}^2 \underset{\xi \rightarrow 0}{\sim} \sigma_n^2 \xi L \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt \quad (2.27)$$

Ainsi, $\sigma_{th} \propto L$ pour les petites valeurs de L et $\sigma_{th} \propto \sqrt{L}$ pour les grandes valeurs de L , de sorte que σ_{th} est proportionnelle à T ou \sqrt{T} suivant que T est petit ou grand. Cela nous conduit à adopter :

$$\sigma_{th}(T) = \begin{cases} kT & T \leq T_c \\ k(2\sqrt{T T_c} - T_c) & T > T_c \end{cases} \quad (2.28)$$

où k et T_c sont deux paramètres à préciser. Cette fonction $\sigma_{th}(T)$ est représentée sur la figure 2.1.

Après avoir effectué plusieurs essais pour notre catalogue alpin, nous avons retenu $k = 0,05$ et $T_c = 6$ s. Cela revient à prendre une erreur relative de 5 % du temps de propagation pour les trajets inférieurs à 6 s.

En ce qui concerne maintenant le cas des erreurs théoriques sur les données $t_s - t_p$, il s'agit d'estimer l'erreur sur $\Delta T(\mathbf{x}) = T_s(\mathbf{x}) - T_p(\mathbf{x})$ au voisinage d'un modèle pour lequel v_p/v_s est

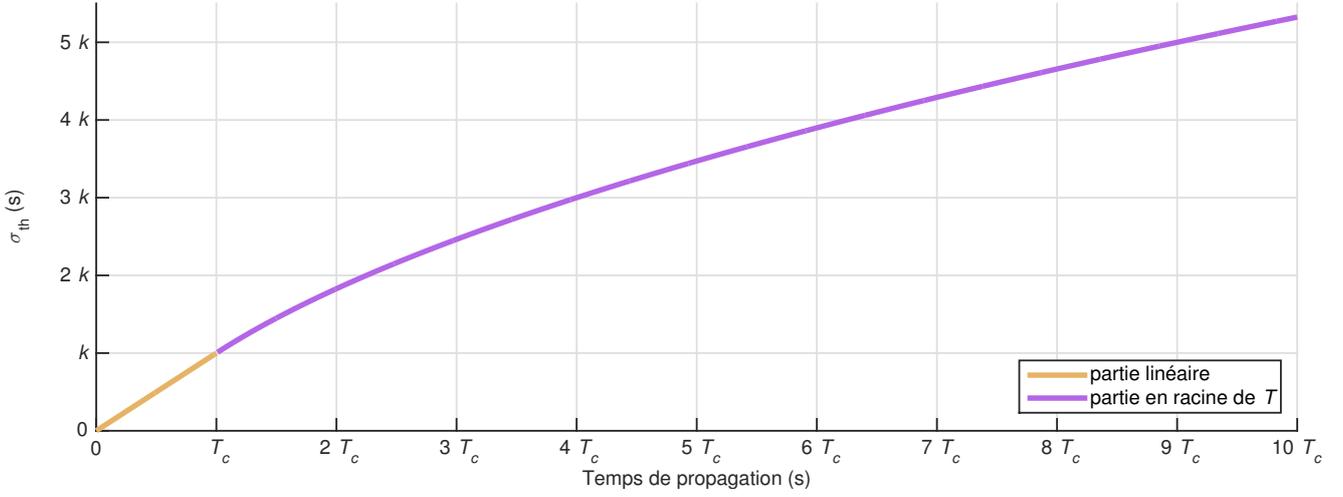


Figure 2.1 – σ_{th} en fonction du temps de propagation T .

constant, avec :

$$\Delta T(\mathbf{x}) = \int_0^L \left(\frac{v_P}{v_S}(\mathbf{x}(s)) - 1 \right) \frac{ds}{v_P(\mathbf{x}(s))} \quad (2.29)$$

Si l'on suppose que l'erreur sur $v_P/v_S(\mathbf{x})$ est modélisée par une fonction aléatoire, stationnaire, gaussienne, de moyenne nulle et de covariance $\sigma_{v_P/v_S}^2 f\left(\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{x}'\|}{\xi}\right)$ et de même noyau de corrélation $f\left(\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{x}'\|}{\xi}\right)$ que celle de $n_P(\mathbf{x}) = 1/v_P(\mathbf{x})$, on déduit que la variance sur $\Delta T(\mathbf{x})$ est :

$$\sigma_{\Delta T}^2 = \int_0^L \int_0^L \left(\sigma_{n_P}^2 \left(\frac{v_P}{v_S} - 1 \right)^2 + \frac{\sigma_{v_P/v_S}^2}{v_P(\mathbf{x}(s))v_P(\mathbf{x}(s'))} \right) f\left(\frac{\|\mathbf{x}(s) - \mathbf{x}(s')\|}{\xi}\right) ds ds' \quad (2.30)$$

Ce qui conduit à :

$$\sigma_{\Delta T}^2 \sim \left(\left(\frac{v_P}{v_S} - 1 \right)^2 + \frac{\sigma_{v_P/v_S}^2}{\sigma_{n_P}^2} \bar{n}_P^{-2} \right) \sigma_{T_P}^2 \quad (2.31)$$

où \bar{n}_P est ici une valeur moyenne de n_P dans notre modèle lisse et σ_{T_P} est l'erreur théorique sur le temps de propagation P. Pour $v_P/v_S \sim 1,7$ et $\sigma_{v_P/v_S} \sim \frac{\sigma_{n_P}}{n_P}$, on obtient :

$$\sigma_{\Delta T}^2 \sim \frac{3}{2} \sigma_{T_P}^2 \quad (2.32)$$

Nous avons finalement adopté à titre conservatif pour $\sigma_{\Delta T}$ la valeur correspondant à σ_{T_S} , qui est de l'ordre de $\sqrt{3}\sigma_{T_P}$, ce qui est légèrement supérieur à l'estimation obtenue ci-dessus.

Revenons maintenant au calcul de la densité de probabilité a posteriori sur \mathbf{x} . À partir de l'expression 2.21 de $\rho(\mathbf{d}|\mathbf{x}, t_0)$, on déduit :

$$\begin{aligned} \rho_{post}(\mathbf{x}) \propto & \left(\prod_{k=1}^{m+n} \frac{1}{\sigma_k(\mathbf{x})} \right) \int_{\mathbb{R}} \exp \left[- \sum_{i=1}^m \frac{|t_i^{obs} - T_i^P(\mathbf{x}) + t|}{\sigma_i(\mathbf{x})} \right] dt \\ & \times \exp \left[- \sum_{j=m+1}^{m+n} \frac{|\Delta t_j^{obs} - T_j^S(\mathbf{x}) + T_j^P(\mathbf{x})|}{\sigma_j(\mathbf{x})} \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

Le facteur concernant les données t_p de cette expression, qui contient l'intégrale, se calcule analytiquement. Si l'on pose $t_i = T_i^P(\mathbf{x}) - t_i^{obs}$, ce facteur s'écrit :

$$\int_{\mathbb{R}} \exp \left[- \sum_{i=m+1}^{m+n} \frac{|t - t_i|}{\sigma_i} \right] \quad (2.34)$$

Pour expliciter le calcul, on suppose que les t_i sont ordonnés par valeurs croissantes : $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_m$. La position de t par rapport aux t_i permet alors d'explicitier les valeurs absolues $|t - t_i|$ ce qui conduit à :

– Pour $t \leq t_1$:

$$\frac{\prod \frac{1}{\sigma_i}}{\sum \frac{1}{\sigma_i}} \exp \left(\sum_{i=2}^m \frac{t_1 - t_i}{\sigma_i} \right) \quad (2.35)$$

– Pour $t_{j-1} \leq t \leq t_j$, avec $j = 2, \dots, m$:

– Soit $\sum_{i=j}^m \frac{1}{\sigma_i} - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{\sigma_i} \neq 0$:

$$\frac{\prod \frac{1}{\sigma_i}}{\sum_{i=j}^m \frac{1}{\sigma_i} - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{\sigma_i}} \left[\exp \left(- \sum_{i=1}^{j-1} \frac{t - t_i}{\sigma_i} + \sum_{i=j}^m \frac{t - t_i}{\sigma_i} \right) \right]_{t_{j-1}}^{t_j} \quad (2.36)$$

– Soit $\sum_{i=j}^m \frac{1}{\sigma_i} - \sum_{i=1}^{j-1} \frac{1}{\sigma_i} = 0$:

$$(t_j - t_{j-1}) \prod \frac{1}{\sigma_i} \exp \left(- \sum_{i=1}^{j-1} \frac{t_i}{\sigma_i} - \sum_{i=j}^m \frac{t_i}{\sigma_i} \right) \quad (2.37)$$

– Pour $t \geq t_m$:

$$\frac{\prod \frac{1}{\sigma_i}}{\sum \frac{1}{\sigma_i}} \exp \left(\sum_{i=1}^{m-1} \frac{t_i - t_m}{\sigma_i} \right) \quad (2.38)$$

2.2.2 Localisation dans un modèle de vitesse issu d'une étude tomographique

Dans le cas où l'on dispose d'un modèle de tomographie 3-D pour lequel on souhaite faire une localisation plus fine, on peut calculer explicitement en suivant Tarantola et Valette (1982b, section 10 et appendice) :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{x}, t_0) = \int_{\mathbb{R}^{m+n}} \rho_{obs}(\mathbf{d}|\mathbf{d}') \theta(\mathbf{d}'|\mathbf{x}, t_0) d\mathbf{d}' \quad (2.39)$$

Pour cela, on suppose que $\rho_{obs}(\mathbf{d}|\mathbf{d}')$ est une densité gaussienne :

$$\rho_{obs}(\mathbf{d}|\mathbf{d}') \propto \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{C}_d^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{d}')|\mathbf{d} - \mathbf{d}')\right] \quad (2.40)$$

de même que $\theta(\mathbf{d}'|\mathbf{x}, t_0)$:

$$\theta(\mathbf{d}'|\mathbf{x}, t_0) \propto \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{C}_T^{-1}(\mathbf{d}' - g(\mathbf{x}, t_0))|\mathbf{d}' - g(\mathbf{x}, t_0))\right] \quad (2.41)$$

On en déduit que :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{x}, t_0) \propto \int_{\mathbb{R}^{m+n}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{C}_d^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{d}')|\mathbf{d} - \mathbf{d}') - \frac{1}{2} (\mathbf{C}_T^{-1}(\mathbf{d}' - g(\mathbf{x}, t_0))|\mathbf{d}' - g(\mathbf{x}, t_0))\right] d\mathbf{d}' \quad (2.42)$$

Le calcul est alors classique puisqu'il s'agit de la convolution de deux gaussiennes et conduit à :

$$\rho(\mathbf{d}|\mathbf{x}, t_0) \propto \exp\left[-\frac{1}{2} ((\mathbf{C}_d + \mathbf{C}_T)^{-1}(\mathbf{d} - g(\mathbf{x}, t_0))|\mathbf{d} - g(\mathbf{x}, t_0))\right] \quad (2.43)$$

c'est-à-dire à une densité gaussienne de covariance $\mathbf{C}_d + \mathbf{C}_T$. L'expression 2.20 de $\rho_{post}(\mathbf{x})$ peut alors s'écrire synthétiquement sous la forme :

$$\rho_{post}(\mathbf{x}) \propto \int_{\mathbb{R}} \exp\left[-\frac{1}{2} (\mathbf{C}^{-1}(\mathbf{t}(\mathbf{x}) - t\mathbf{u})|\mathbf{t}(\mathbf{x}) - t\mathbf{u})\right] dt \quad (2.44)$$

où $\mathbf{C} = \mathbf{C}_d + \mathbf{C}_T$, et en notant $\mathbf{t}(\mathbf{x})$ le vecteur :

$$t_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} \Delta t_i^{obs} - T_i^S(\mathbf{x}) + T_i^P(\mathbf{x}) & 1 \leq i \leq m \\ t_i^{obs} - T_i^P(\mathbf{x}) & m+1 \leq i \leq m+n \end{cases} \quad (2.45)$$

et \mathbf{u} le vecteur :

$$u_i = \begin{cases} 0 & 1 \leq i \leq m \\ 1 & m+1 \leq i \leq m+n \end{cases} \quad (2.46)$$

Suivant une ligne de calcul analogue à celle de Tarantola et Valette (1982b, appendice), cela mène successivement à :

$$\begin{aligned} \rho_{post}(\mathbf{x}) &\propto \int_{\mathbb{R}} \exp \left[-\frac{1}{2} (at^2 - 2b(\mathbf{x})t + c(\mathbf{x})) \right] dt \\ &= \int_{\mathbb{R}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(a \left(t - \frac{b(\mathbf{x})}{a} \right)^2 + c(\mathbf{x}) - \frac{b^2(\mathbf{x})}{a} \right) \right] dt \end{aligned} \quad (2.47)$$

avec $a = (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})$, $b = (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{t}(\mathbf{x}))$ et $c = (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{t}(\mathbf{x}))$, puis à :

$$\rho_{post}(\mathbf{x}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \left(c(\mathbf{x}) - \frac{b^2(\mathbf{x})}{a} \right) \right] \quad (2.48)$$

qu'on peut encore écrire :

$$\rho_{post}(\mathbf{x}) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \left((\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{t}(\mathbf{x})) - \frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \right) \right] \quad (2.49)$$

Le coût qui apparaît dans la formule 2.49 :

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}) = (\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{t}(\mathbf{x})) - \frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \quad (2.50)$$

peut être réécrit de deux manières plus significatives. Tout d'abord un développement simple montre que :

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}) = \left(\mathbf{C}^{-1} \left(\mathbf{t}(\mathbf{x}) - \frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \mathbf{u} \right) \middle| \mathbf{t}(\mathbf{x}) - \frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \mathbf{u} \right) \quad (2.51)$$

Rappelons que le vecteur $\mathbf{t}(\mathbf{x})$ est constitué des différences entre les données observées et les données calculées après avoir éliminé le temps origine t_0 des n dernières données (équation 2.45). On voit donc que considérer les différences de temps d'arrivée des ondes P revient à fixer le temps origine à une valeur moyenne, tenant compte des erreurs $\frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})}$ pour les n données d'arrivées d'ondes P.

Mais on peut écrire $\mathcal{J}(\mathbf{x})$ d'une autre manière. En convenant de noter $\mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$ l'opérateur linéaire de \mathbb{R}^{n+m} dans \mathbb{R}^{n+m} , défini par $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^{n+m}$, $\mathbf{w} \rightarrow \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}(\mathbf{w}) = (\mathbf{w}|\mathbf{v})\mathbf{v}$, et en posant $\mathbf{v} = \frac{\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u}}{\|\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u}\|}$, on peut observer que :

$$\frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})^2}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} = (\mathbf{C}^{-1/2}(\mathbf{v} \otimes \mathbf{v})\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{t}(\mathbf{x})) \quad (2.52)$$

puisque

$$\mathbf{C}^{-1/2}(\mathbf{v} \otimes \mathbf{v})\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}^{-1/2} \frac{\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u} \otimes \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u}}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x}) = \mathbf{C}^{-1}\mathbf{u} \frac{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{u})}{(\mathbf{C}^{-1}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \quad (2.53)$$

Il en résulte que $\mathcal{J}(\mathbf{x})$ peut se réécrire :

$$\mathcal{J}(\mathbf{x}) = (\mathbf{C}^{-1/2}(\mathbf{I} - \mathbf{v} \otimes \mathbf{v})\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{t}(\mathbf{x})) \quad (2.54)$$

On peut de plus remarquer que l'opérateur $\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}$ est un projecteur orthogonal puisque $\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}$ et qu'il est auto-adjoint pour le produit scalaire de \mathbb{R}^{m+n} . De plus, son noyau qui correspond à sa direction de projection est la droite $\mathbb{R}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u}$ de \mathbb{R}^{m+n} . En effet :

$$\mathbf{P}\mathbf{w} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{w} = \mathbf{v} \otimes \mathbf{v}(\mathbf{w}) = (\mathbf{v}|\mathbf{w})\mathbf{v} = \frac{(\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u}|\mathbf{w})}{(\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u}|\mathbf{u})} \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u} \quad (2.55)$$

Ainsi l'opérateur $\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{P}\mathbf{C}^{-1/2}$ est bien un opérateur auto-adjoint positif mais il n'est pas défini positif puisque son noyau est la droite $\mathbb{R}\mathbf{u}$:

$$\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{P}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{w} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{P}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{w} = 0 \Leftrightarrow \mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{w} \in \mathbb{R}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{u} \Leftrightarrow \mathbf{w} \in \mathbb{R}\mathbf{u} \quad (2.56)$$

Cela montre qu'ajouter un temps constant aux n dernières composantes de $\mathbf{t}(\mathbf{x})$ ne change pas la fonction coût. Ceci est normal puisque l'on inverse les différences de temps qui sont indépendantes du temps origine. L'interprétation correspondant à cette écriture de $\mathcal{J}(\mathbf{x})$ est que l'on élimine le terme t_0 dans la relation théorique et qu'on n'évalue le coût que dans l'hyperplan de \mathbb{R}^{m+n} orthogonal à la direction \mathbf{u} . En effet :

$$\mathbf{P}^2 = \mathbf{P} \quad \mathbf{P}^* = \mathbf{P} \Rightarrow \mathcal{J}(\mathbf{x}) = (\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{P}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{t}(\mathbf{x})) = (\mathbf{P}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x})|\mathbf{P}\mathbf{C}^{-1/2}\mathbf{t}(\mathbf{x})) \quad (2.57)$$

Passons maintenant à la détermination de la covariance \mathbf{C}_T associée à l'erreur théorique provenant de la méconnaissance du vrai modèle de vitesse. Nous supposons qu'on dispose

d'un modèle de vitesse des ondes P et du rapport v_p/v_s qui est bien résolu pour des distances supérieures à ξ_0 . Nous supposons qu'on dispose également d'une première localisation sommaire de l'hypocentre qu'on prend pour centre de la zone de recherche fine de sa position. Nous supposons enfin que l'information sur les champs des vraies valeurs de v_p et v_p/v_s peut être représentée par deux fonctions aléatoires gaussiennes stationnaires de moyenne nulle centrées sur le modèle dont on dispose et qui sont indépendantes. L'opérateur de covariance associé à ce champ aléatoire vectoriel admet donc un noyau matriciel de la forme :

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \begin{pmatrix} \sigma_p^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{v_p/v_s} \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

où ξ est la longueur de corrélation qu'on choisit petite devant ξ_0 . Tenant compte de l'expression des temps de propagation en fonction des champs v_p et v_p/v_s :

$$T_p(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{R}^p} \frac{ds}{v_p} \quad \text{et} \quad T_s(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{R}^s} \frac{v_p ds}{v_s v_s} \quad (2.59)$$

on déduit qu'une perturbation δ_{v_p} et δ_{v_p/v_s} de ces champs induit des perturbations δ_{T_p} et δ_{T_s} de la forme :

$$\delta_{T_p}(\mathbf{x}) = - \int_{\mathcal{R}^p} \frac{\delta_{v_p}}{v_p^2} ds \quad \text{et} \quad \delta_{T_s}(\mathbf{x}) = \int_{\mathcal{R}^s} \frac{1}{v_p} \delta_{v_p/v_s} - \frac{v_p}{v_s} \frac{\delta_{v_p}}{v_p^2} ds \quad (2.60)$$

en remarquant que, du fait de la stationnarité des temps de propagation, les rais \mathcal{R}^p et \mathcal{R}^s restent inchangés au premier ordre. La perturbation de 2.16 conduit alors à :

$$\delta g_i \equiv \mathbf{G}_i(\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s}) = \begin{cases} \delta_{T_i^s(\mathbf{x}) - T_i^p(\mathbf{x})} = - \int_{\mathcal{R}_i^s} \frac{\delta_{v_p}}{v_p v_s} ds + \int_{\mathcal{R}_i^s} \frac{\delta_{v_p/v_s}}{v_p} ds + \int_{\mathcal{R}_i^p} \frac{\delta_{v_p}}{v_p^2} ds & 1 \leq i \leq m \\ \delta_{T_i^p(\mathbf{x})} = - \int_{\mathcal{R}_i^p} \frac{\delta_{v_p}}{v_p^2} ds & m+1 \leq i \leq m+n \end{cases} \quad (2.61)$$

où \mathbf{G} est un opérateur linéaire de $\mathbb{L}^2(\mathbb{R}^3) \times \mathbb{L}^2(\mathbb{R}^3)$ à valeurs dans \mathbb{R}^{m+n} . L'erreur théorique occasionnée par ces champs aléatoires δ_{v_p} et δ_{v_p/v_s} d'opérateur de covariance \mathbf{C} est donc $\mathbf{C}_T = \mathbf{G}\mathbf{C}\mathbf{G}^*$, en notant \mathbf{G}^* l'adjoint de l'opérateur \mathbf{G} .

Calculons tout d'abord \mathbf{GC} en l'appliquant à un champ $(\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s})$ et en tenant compte de :

$$\mathbf{C}(\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s}) = \int_{\mathbb{R}^3} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \left(\sigma_p^2 \delta_{v_p}, \sigma_{v_p/v_s}^2 \delta_{v_p/v_s} \right) dV(\mathbf{x}') \quad (2.62)$$

Cela mène aux équations suivantes :

– pour $1 \leq i \leq m$:

$$\begin{aligned} \mathbf{GC}(\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s}) = & \int_{\mathbb{R}^3} \left[\delta_{v_p}(\mathbf{x}') \sigma_p^2 \left(- \int_{\mathcal{R}_i^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_s(\mathbf{x})v_p(\mathbf{x})} + \int_{\mathcal{R}_i^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})^2} \right) \right. \\ & \left. + \delta_{v_p/v_s}(\mathbf{x}') \sigma_{v_p/v_s}^2 \int_{\mathcal{R}_i^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})} \right] dV(\mathbf{x}') \quad (2.63) \end{aligned}$$

– pour $m + 1 \leq i \leq m + n$:

$$\mathbf{GC}(\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s}) = - \int_{\mathbb{R}^3} \delta_{v_p}(\mathbf{x}') \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})^2} dV(\mathbf{x}') \quad (2.64)$$

En utilisant la définition de l'adjoint :

$$\sum_{j=1}^{m+n} (\mathbf{GC}(\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s}))_j d_j = \int_{\mathbb{R}^3} (\mathbf{GC})^*(\mathbf{d}) \cdot (\delta_{v_p}, \delta_{v_p/v_s}) dV \quad (2.65)$$

on déduit que pour v_p :

$$\begin{aligned} (\mathbf{GC})^*(\mathbf{d}) = \mathbf{CG}^*(\mathbf{d}) = & \sigma_p^2 \left[\sum_{j=1}^m d_j \left(- \int_{\mathcal{R}_j^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_s(\mathbf{x})v_p(\mathbf{x})} + \int_{\mathcal{R}_j^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})^2} \right) \right. \\ & \left. - \sum_{j=m+1}^{m+n} d_j \int_{\mathcal{R}_j^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})^2} \right] \quad (2.66) \end{aligned}$$

et pour v_p/v_s :

$$(\mathbf{GC})^*(\mathbf{d}) = \mathbf{CG}^*(\mathbf{d}) = -\sigma_{v_p/v_s}^2 \sum_{j=1}^m d_j \int_{\mathcal{R}_j^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})} \quad (2.67)$$

En appliquant à nouveau \mathbf{G} à \mathbf{CG}^* , on déduit finalement que :

– pour $1 \leq i \leq m$ et $1 \leq j \leq m$:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{Tij} = & \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^S} \int_{\mathcal{R}_j^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_s(\mathbf{x})v_p(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_s(\mathbf{x}')v_p(\mathbf{x}')} \\ & + \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^P} \int_{\mathcal{R}_j^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_p^2(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_p^2(\mathbf{x}')} \\ & - \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^S} \int_{\mathcal{R}_j^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_s(\mathbf{x})v_p(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_p^2(\mathbf{x}')} \\ & - \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^P} \int_{\mathcal{R}_j^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_p^2(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_s(\mathbf{x}')v_p(\mathbf{x}')} \\ & + \sigma_{v_p/v_s}^2 \int_{\mathcal{R}_i^S} \int_{\mathcal{R}_j^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_p(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_p(\mathbf{x}')} \end{aligned} \quad (2.68)$$

– pour $m+1 \leq i \leq m+n$ et $m+1 \leq j \leq m+n$:

$$\mathbf{C}_{Tij} = \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^P} \int_{\mathcal{R}_j^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_p^2(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_p^2(\mathbf{x}')} \quad (2.69)$$

– pour $m+1 \leq i \leq m+n$ et $1 \leq j \leq m$:

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{Tij} = & -\sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^P} \int_{\mathcal{R}_j^P} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_p^2(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_p^2(\mathbf{x}')} \\ & + \sigma_p^2 \int_{\mathcal{R}_i^P} \int_{\mathcal{R}_j^S} \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{\xi}\right) \frac{ds_i(\mathbf{x})}{v_p^2(\mathbf{x})} \frac{ds_j(\mathbf{x}')}{v_s(\mathbf{x}')v_p(\mathbf{x}')} \end{aligned} \quad (2.70)$$

2.3 Le problème inverse de la tomographie

Notre approche de l'inversion pour la tomographie est similaire à celle des localisations de séismes. C'est une approche bayésienne classique, pour laquelle on considère des lois gaussiennes à la fois pour les paramètres des modèles et pour les données. L'inversion est conduite par une approche de moindres carrés non linéaires (Tarantola et Valette, 1982a ; Valette, 2011). L'introduction des champs de vitesses en plus de la définition des localisations dans l'espace des modèles conduit à considérer les fonctions aléatoires gaussiennes. Précisons tout d'abord cet espace des modèles et la relation théorique reliant les données aux modèles.

2.3.1 Relation entre les données et les paramètres du modèle

Les données que nous utilisons sont les temps d'arrivée t_p des ondes P ainsi que les différences $\Delta t = t_s - t_p$ obtenues en chaque station. Notons \mathbf{d} le vecteur des données défini dans $\mathbb{D} \equiv \mathbb{R}^{m+n}$ et qui est constitué des vecteurs $\mathbf{d}_{s-p} = (t_s - t_p)_{i=1,m} \in \mathbb{R}^m$ et $\mathbf{d}_p = (t_p)_{i=m+1,m+n} \in \mathbb{R}^n$.

L'espace des modèles \mathbb{M} est cette fois composé des paramètres fonctionnels v_p et v_p/v_s et des paramètres scalaires de localisation des évènements $(\mathbf{x}, \mathbf{t}_0)$. Nous avons également introduit des paramètres d'effet de site propres à chaque station (Δ^p, Δ^{s-p}) qui sont des paramètres scalaires que l'on ajoute aux temps de propagation théoriques T_p et aux différences $T_s - T_p$:

$$\left. \begin{array}{l} \mathbf{x} = (x, y, z)_i \\ \mathbf{t}_0 = t_{0\ i} \\ \Delta^p = \Delta^p_j \\ \Delta^{s-p} = \Delta^{s-p}_j \end{array} \right\} \begin{array}{l} i = 1, \dots, n_e \quad \text{avec } n_e \text{ le nombre d'évènements} \\ \\ j = 1, \dots, n_s \quad \text{avec } n_s \text{ le nombre de stations} \end{array}$$

Nous avons choisi de déterminer le modèle v_p/v_s plutôt que la vitesse v_s seule puisque ce rapport est relativement bien contraint et que sa valeur moyenne, qu'on prend comme a priori, est obtenue par une analyse de diagramme de Wadati (figure 1.10). L'effet de site — parfois appelé résidu de station — correspond à l'influence du modèle au voisinage direct d'une station ; il ne doit pas être confondu avec l'effet de site dont on parle lors d'une étude de risque sismique. Tous les rais qui passent au voisinage direct d'une station sont ceux qui arrivent à cette station, ils ne croisent donc aucun autre rai à cet endroit. La résolution locale est donc faible car l'inversion ne permet pas de déterminer une éventuelle anomalie de vitesse localisée juste sous la station, comme par exemple une fine couche de sédiments non consolidés caractérisée par des vitesses relativement faibles. Le paramètre d'effet de site correspond au décalage temporel

propre à la station qui est induit par la traversée de cette éventuelle anomalie de vitesse. Le prendre en compte évite de diffuser cette anomalie plus profondément dans le modèle lors de l'inversion.

Notons $\mathbf{m} = [v_p, v_p/v_s, \mathbf{x}, \mathbf{t}_0, \Delta^P, \Delta^{S-P}]$ le vecteur générique de M . La relation théorique g qui lie les données au modèle prend dans le cas de la tomographie la forme :

$$\mathbf{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{d}^{S-P} \\ \mathbf{d}^P \end{bmatrix} = g(\mathbf{m}) = \begin{bmatrix} \Delta T(v_p, v_p/v_s, \mathbf{x}) + \Delta^{S-P} \\ T_p(v_p, \mathbf{x}) + t_0 + \Delta^P \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq m \\ m+1 \leq i \leq m+n \end{array} \quad (2.71)$$

où T_p et ΔT sont les temps de propagation des ondes P et les différences entre les temps de propagation des ondes S et P. T_p et ΔT s'expriment par :

$$T_p = \int_{\mathcal{R}_p} \frac{ds}{v_p(s)} \quad (2.72)$$

$$\Delta T = \int_{\mathcal{R}_s} \frac{v_p}{v_s}(s) \frac{ds}{v_p(s)} - \int_{\mathcal{R}_p} \frac{ds}{v_p(s)} \quad (2.73)$$

où \mathcal{R}_p et \mathcal{R}_s sont les rais des ondes P et S reliant la source localisée en \mathbf{x} à la station considérée, et s représente l'abscisse curviligne de ces rais. g est donc une relation non linéaire puisque les rais dépendent des modèles de vitesse.

2.3.2 Stratégie d'inversion

L'espace des modèles contenant des fonctions de l'espace v_p et v_p/v_s , on est conduit à considérer des fonctions aléatoires gaussiennes dans le cadre de l'approche stochastique du problème inverse (Valette, 2011).

2.3.2.1 Fonction aléatoire gaussienne

Une fonction aléatoire peut être considérée comme un ensemble de variables aléatoires $m(\mathbf{x})$ dépendant de la position \mathbf{x} dans un domaine $\mathbb{V} \subseteq \mathbb{R}^3$. Cette fonction est gaussienne si, pour tout entier n et tout ensemble de points $(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)$ dans \mathbb{V} , la loi conjointe des variables $(m(\mathbf{x}_1), \dots, m(\mathbf{x}_n))$ est gaussienne. Étant donné une fonction gaussienne, on peut définir son noyau de covariance $C(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ comme étant la covariance des variables $m(\mathbf{x})$ et $m(\mathbf{x}')$ pour \mathbf{x} et \mathbf{x}' décrivant \mathbb{V} . Un noyau de covariance est donc symétrique en $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ et il est défini par le fait

que c'est un noyau de type positif, c'est-à-dire que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \forall (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) \in \mathbb{V}^n, \quad \forall (v_1, \dots, v_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i,j=1}^n C(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) v_i v_j \geq 0 \quad (2.74)$$

Il découle de cette définition que la somme de deux noyaux de covariance est un noyau de covariance, que la restriction d'un noyau $C(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ à un sous ensemble de \mathbb{V} est également un noyau de covariance et que pour toute fonction f définie sur \mathbb{V} , $f(\mathbf{x})f(\mathbf{x}')C(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ l'est aussi. En se restreignant éventuellement au sous-ensemble de \mathbb{V} pour lequel $C(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sigma^2(\mathbf{x})$ est strictement positif, on définit le noyau de corrélation par :

$$\text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \frac{C(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}{\sigma(\mathbf{x}) \sigma(\mathbf{x}')} \quad \text{avec} \quad \sigma(\mathbf{x}) = \sqrt{C(\mathbf{x}, \mathbf{x})} \quad (2.75)$$

qui varie entre -1 et 1, de sorte que $C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma(\mathbf{x}) \sigma(\mathbf{x}') \text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$. D'un point de vue pratique, il est donc important de caractériser les noyaux de type positif. On ne peut malheureusement pas le faire dans le cas général. Cependant, on peut le faire dans le cas homogène (ou stationnaire). Un noyau de corrélation est homogène s'il s'écrit sous la forme :

$$\text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \quad (2.76)$$

où φ est une fonction paire, définie dans \mathbb{R}^3 .

Une fonction φ qui vérifie la propriété (2.74) est dite de type positif. On a alors la caractérisation suivante :

Une fonction φ réelle et continue dans \mathbb{R}^3 qui est paire et absolument intégrable est de type positif si et seulement si sa transformée de Fourier (qui est aussi paire et réelle) est positive.

Un cas plus particulier, mais important à considérer, est celui des noyaux homogènes isotropes, c'est-à-dire des noyaux qui s'écrivent sous la forme :

$$\text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \varphi(\mathbf{x} - \mathbf{x}') = \psi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|) \quad (2.77)$$

où φ est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} , supposée paire. La caractérisation précédente devient alors : *Une fonction réelle $\varphi(\mathbf{x}) = \psi(\|\mathbf{x}\|)$ définie dans \mathbb{R}^3 , avec ψ définie dans \mathbb{R} , paire, continue et telle que $\|\mathbf{x}\|^2 \psi$ soit absolument intégrable, est de type positif si et seulement si la transformée de Fourier de ψ est une fonction décroissante du nombre d'onde k , pour $k \geq 0$ ¹.*

On peut d'ailleurs lever partiellement l'hypothèse d'isotropie en remarquant que si φ est une

1. La définition de la transformée de Fourier que nous avons adoptée est : $\mathcal{F}(f)(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}^3} e^{ikx} f(x) dV(x)$

fonction de \mathbb{R}^3 de type positif, la fonction φ_ξ avec $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)_{\xi_i > 0}$ définie par :

$$\varphi_\xi(\mathbf{x}) = \varphi\left(\frac{x_1}{\xi_1}, \frac{x_2}{\xi_2}, \frac{x_3}{\xi_3}\right) \quad (2.78)$$

est également de type positif puisque $\mathcal{F}(\varphi_\xi)(k) = \mathcal{F}(\varphi)(k')$ avec $\mathbf{k}' = (\xi_1 k_1, \xi_2 k_2, \xi_3 k_3)$. Ainsi, si l'on prend par exemple $\varphi(\mathbf{x}) = \exp(-\|\mathbf{x}\|)$, $\mathcal{F}(\varphi)(k) = \frac{8\pi}{(1+|k|^2)^2}$ et donc :

$$\mathcal{F}(\varphi_\xi)(k) = \frac{8\pi\xi_1\xi_2\xi_3}{(1 + \xi_1^2 k_1^2 + \xi_2^2 k_2^2 + \xi_3^2 k_3^2)^2} \quad (2.79)$$

Cela montre que le noyau :

$$\text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \exp\left(-\sqrt{\frac{(x_1 - x'_1)^2}{\xi_1^2} + \frac{(x_2 - x'_2)^2}{\xi_2^2} + \frac{(x_3 - x'_3)^2}{\xi_3^2}}\right) \quad (2.80)$$

est bien un noyau de corrélation.

Étant donné une fonction aléatoire gaussienne, son opérateur d'auto-corrélation est défini comme étant l'opérateur intégral qui a pour noyau :

$$f \rightarrow g(\mathbf{x}) = \int_{\mathbb{R}^3} \text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') f(\mathbf{x}') dV(\mathbf{x}') = \mathbf{C}(f) \quad (2.81)$$

On voit que dans le cas d'un noyau homogène de fonction φ :

$$g = \mathbf{C}(f) = \varphi * f \quad (2.82)$$

où le signe $*$ dénote le produit de convolution, et donc

$$\mathcal{F}(g) = \mathcal{F}(\varphi)\mathcal{F}(f) \quad (2.83)$$

Si l'on considère le noyau exponentiel, on a donc :

$$\mathcal{F}(g(k)) = \mathcal{F}(\varphi_\xi)\mathcal{F}(f(k)) \quad (2.84)$$

soit :

$$\mathcal{F}(f(k)) = \mathcal{F}(g(k)) \frac{(1 + \sum_{j=1}^3 \xi_j^2 k_j^2)^2}{8\pi\xi_1\xi_2\xi_3} \quad (2.85)$$

et donc :

$$f = \frac{1}{8\pi\xi_1\xi_2\xi_3}(\mathbf{I} - \Delta_\xi)^2 g \quad (2.86)$$

en notant $\Delta_\xi = \sum_{j=1}^3 \xi_j^2 \partial_j^2$.

Ainsi :

$$\mathbf{C}^{-1} = \frac{1}{8\pi\xi_1\xi_2\xi_3}(\mathbf{I} - \Delta_\xi)^2 \quad \text{et} \quad \mathbf{C}^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\xi_1\xi_2\xi_3}}(\mathbf{I} - \Delta_\xi) \quad (2.87)$$

Un noyau de type exponentiel conduit donc à un opérateur de corrélation analytiquement inversible. Voyons ce qu'il en est de l'opérateur de covariance. Le noyau de covariance s'écrit :

$$C(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \sigma(\mathbf{x})\sigma(\mathbf{x}') \exp \left[- \left(\sum_{i=1}^3 \frac{(x_i - x'_i)^2}{\xi_i^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.88)$$

En terme d'opérateur :

$$\mathbf{C} = \mathbf{\Sigma} \mathbf{Cor} \mathbf{\Sigma} \quad (2.89)$$

en notant $\mathbf{\Sigma}$ l'opérateur de multiplication local par $\sigma(\cdot)$:

$$(\mathbf{\Sigma}f)(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{x})f(\mathbf{x}) \quad (2.90)$$

On a donc :

$$\mathbf{C}^{-1} = \mathbf{\Sigma}^{-1} \mathbf{Cor}^{-1} \mathbf{\Sigma}^{-1} = (\mathbf{Cor}^{-1/2} \mathbf{\Sigma}^{-1})^* \mathbf{Cor}^{-1/2} \mathbf{\Sigma}^{-1} \quad (2.91)$$

On voit finalement que se donner une fonction aléatoire gaussienne revient à se donner sa moyenne, une fonction de type positif, les longueurs de corrélation ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 , et les écarts-types $\sigma(\mathbf{x})$.

2.3.2.2 L'approche stochastique

L'approche stochastique (Tarantola et Valette, 1982b ; Valette, 2011) conduit alors au problème de minimisation de la fonction coût :

$$E(\mathbf{m}) = \frac{1}{2} \left(\|\mathbf{C}_d^{-1/2}(\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m}))\|^2 + \|\mathbf{C}_m^{-1/2}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})\|^2 \right) \quad (2.92)$$

pour $\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}} \in \text{Im } \mathbf{C}_m^{-1/2}$ et où \mathbf{C}_m est l'opérateur de covariance du modèle, $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ le modèle a priori, \mathbf{C}_d la covariance des données associée aux incertitudes d'observation, \mathbf{d}^{obs} le vecteur des données observées.

L'équation de stationnarité de la fonction coût ($\text{Grad } E(\mathbf{m}) = 0$) peut aussi s'écrire :

$$\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}} = \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^* (\mathbf{C}_d + \mathbf{G}_m \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^*)^{-1} (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m}) + \mathbf{G}_m (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})) \quad (2.93)$$

en notant \mathbf{G}_m l'opérateur dérivée de \mathbf{g} en \mathbf{m} et où $*$ désigne l'opérateur adjoint (transposée pour une matrice). Cette équation peut être résolue par un algorithme de point fixe :

$$\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_{\text{prior}} = \mathbf{C}_m \mathbf{G}_k^* (\mathbf{C}_d + \mathbf{G}_k \mathbf{C}_m \mathbf{G}_k^*)^{-1} (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m}_k) + \mathbf{G}_k (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{\text{prior}})) \quad (2.94)$$

en notant $\mathbf{G}_k \equiv \mathbf{G}_{\mathbf{m}_k}$.

Dans le cas où l'espace des modèles est de dimension finie, on peut réécrire cet algorithme sous la forme :

$$\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k = - (\mathbf{C}_m^{-1} + \mathbf{G}_k^* \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G}_k)^{-1} (\mathbf{G}_k^* \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{g}(\mathbf{m}_k) - \mathbf{d}^{\text{obs}}) + \mathbf{C}_m^{-1} (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{\text{prior}})) \quad (2.95)$$

et sous cette seconde forme on reconnaît un algorithme de quasi-Newton avec comme quasi-hessien $(\mathbf{C}_m^{-1} + \mathbf{G}_k^* \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G}_k)$, c'est-à-dire le hessien de $E(m)$ privé des termes faisant intervenir la dérivée seconde de \mathbf{g} .

On est alors face à l'alternative suivante : soit l'on se place dans le cadre fonctionnel et l'on adopte la première forme de l'algorithme qui implique à chaque itération l'inversion d'un système dont la matrice $(\mathbf{C}_d + \mathbf{G}_k \mathbf{C}_m \mathbf{G}_k^*)$ est pleine et d'ordre égal au nombre de données ; soit l'on discrétise l'espace modèle et l'on utilise la forme quasi-Newton de l'algorithme qui implique d'inverser un système de très grande taille mais dont la matrice est $(\mathbf{C}_m^{-1} + \mathbf{G}_k^* \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G}_k)$. Or, cette matrice peut être rendue creuse par un choix judicieux de \mathbf{C}_m (par exemple de type exponentiel) et en remarquant que l'opérateur dérivé \mathbf{G}_k ainsi que son adjoint ne font intervenir pour chaque donnée qu'un nombre limité de paramètres : ceux qui contrôlent les vitesses dans le voisinage direct du rai considéré.

Il en résulte que, bien que le nombre de paramètres soit beaucoup plus grand que celui des données, cette seconde approche est la seule praticable lorsque l'on considère un jeu de données important.

Dans la pratique, pour effectuer chaque itération de l'algorithme de quasi-Newton, nous avons choisi, à la suite de Monteiller *et al.* (2005), d'utiliser l'algorithme LSQR de Paige et

Saunders (1982). Cela impose de réécrire chaque itération de (2.95) sous une forme normale :

$$\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k = (\mathbf{A}_k^* \mathbf{A}_k)^{-1} \mathbf{A}_k^* \mathbf{v}_k \quad (2.96)$$

avec :

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-1/2} \mathbf{G}_k \\ \mathbf{Cor}^{-1/2} \mathbf{\Sigma}^{-1} \end{bmatrix} \quad \mathbf{v}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_d^{-1/2} (\mathbf{g}(\mathbf{m}_k) - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \\ \mathbf{Cor}^{-1/2} \mathbf{\Sigma}^{-1} (\mathbf{m}_k - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{C}_m = \mathbf{\Sigma} \mathbf{Cor} \mathbf{\Sigma}$$

2.3.3 Atténuation, lissage et renormalisation

L'inspection de l'équation (2.93) que vérifie le modèle final montre que dans le cas d'un paramètre fonctionnel on a :

$$(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x}) = \sigma(\mathbf{x}) \int_V \sigma(\mathbf{x}') \mathbf{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \sum_{i=1}^{n_d} h_i(\mathbf{x}') v_i dV(\mathbf{x}') \quad (2.97)$$

où $h_i(\cdot)$ est le noyau de la dérivée de la $i^{\text{ème}}$ donnée par rapport à ce paramètre et où v_i est la composante correspondante du vecteur :

$$\mathbf{v} = (\mathbf{C}_d + \mathbf{G}_m \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^*)^{-1} (\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m}) + \mathbf{G}_m (\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})) \quad (2.98)$$

En première approximation, on voit que la valeur de $(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x})$ est proportionnelle à $\sigma(\mathbf{x})^2 \xi_1 \xi_2 \xi_3$ puisque le noyau va rassembler l'information venant des données sur un volume proportionnel à $\xi_1 \xi_2 \xi_3$, où ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 sont les longueurs de corrélation dans les trois directions de l'espace. Cela conduit à renormaliser l'écart-type σ en fonction de ces longueurs de lissage de manière à maintenir constant l'ordre de grandeur de $(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x})$ indépendamment de $\xi_1 \xi_2 \xi_3$, en posant (Vergely *et al.*, 2010 ; Valette, 2011) :

$$\sigma_{\text{eff}}^2 = \frac{\xi_0^3}{\xi_1 \xi_2 \xi_3} \sigma_{\text{phy}}^2 \quad (2.99)$$

où ξ_0 est la taille caractéristique du volume de matière pour lequel on est capable de fixer l'écart-type σ_{phy} sur la grandeur physique. On distingue alors clairement l'a priori physique σ_{phy} des paramètres de régularisation ξ_0 (atténuation ou *damping*) et ξ (lissage ou *smoothing*), nécessaires à une stabilisation du problème inverse en fonction de la quantité d'information apportée par les données.

2.3.4 Discrétisation des paramètres fonctionnels

La discrétisation des paramètres fonctionnels v_p et v_p/v_s sur les nœuds d'une grille ne permet plus de déterminer les temps de propagation par les équations (2.72) et (2.73). Afin de déterminer les rais des ondes P et S, il est nécessaire d'interpoler ces paramètres entre les nœuds de la grille. L'interpolation trilineaire (linéaire dans les trois directions) conduit à des formules simples et est suffisante quand on adopte un maillage fin. La valeur d'une fonction $f(x, y, z)$ définie dans \mathbb{R}^3 et discrétisée sur une grille — c'est-à-dire d'une fonction dont on connaît la valeur aux nœuds (x_i, y_j, z_k) où i, j et k sont les indices identifiant les nœuds de cette grille — est donnée par :

$$\begin{aligned}
 f(x, y, z) = & f(x_i, y_j, z_k) (1 - r_x) (1 - r_y) (1 - r_z) + \\
 & f(x_{i+1}, y_j, z_k) r_x (1 - r_y) (1 - r_z) + \\
 & f(x_i, y_{j+1}, z_k) (1 - r_x) r_y (1 - r_z) + \\
 & f(x_{i+1}, y_{j+1}, z_k) r_x r_y (1 - r_z) + \\
 & f(x_i, y_j, z_{k+1}) (1 - r_x) (1 - r_y) r_z + \\
 & f(x_{i+1}, y_j, z_{k+1}) r_x (1 - r_y) r_z + \\
 & f(x_i, y_{j+1}, z_{k+1}) (1 - r_x) r_y r_z + \\
 & f(x_{i+1}, y_{j+1}, z_{k+1}) r_x r_y r_z
 \end{aligned} \tag{2.100}$$

avec :

$$r_x = \frac{x - x_i}{x_{i+1} - x_i} \quad r_y = \frac{y - y_j}{y_{j+1} - y_j} \quad r_z = \frac{z - z_k}{z_{k+1} - z_k}$$

et où $i, j, k, i + 1, j + 1$ et $k + 1$ sont ici les différents indices des nœuds qui délimitent la cellule dans laquelle se trouve le point de coordonnées (x, y, z) . Cette formule se réécrit de manière plus compacte sous la forme :

$$f(x, y, z) = \sum_{\alpha=1}^8 c_\alpha(x, y, z) f_\alpha \tag{2.101}$$

où f_α prend successivement la valeur de la fonction f aux huit sommets de la cellule considérée et c_α est la fonction de (x, y, z) attachée à ce sommet, qui ne dépend pas de f .

Les temps de propagation T_p sont désormais calculés en introduisant (2.101) dans (2.72) :

$$T_p = \int_{R_p} \sum_{\alpha=1}^8 c_\alpha(s) \frac{1}{v_{p\alpha}} ds \tag{2.102}$$

qui peut être réécrit sous la forme :

$$T_P = \sum_{i=1}^{n_c} \sum_{\alpha=1}^8 \frac{1}{v_{P i, \alpha}} \int_{\mathcal{R}_P^i} c_\alpha(s) ds \quad (2.103)$$

où n_c représente le nombre de cellules et \mathcal{R}_P^i est soit la portion de rai de l'onde P qui traverse la $i^{\text{ème}}$ cellule, soit l'ensemble vide si le rai ne traverse pas cette cellule. Cette expression qui est indexée par les cellules de la grille permet de comprendre le calcul pratique des temps de propagation : l'intégration est menée en parcourant le rai depuis la source jusqu'à la station et les coefficients c_α sont incrémentés au fur et à mesure des cellules traversées. Toutefois, le modèle n'est pas paramétré par les cellules mais par les nœuds de la grille. L'expression précédente se réécrit alors sous la forme :

$$T_P = \sum_{i=1}^{n_n} \frac{1}{v_{P i}} \int_{\mathcal{R}_P^i} c_i(s) ds \quad (2.104)$$

où n_n représente le nombre de nœuds et \mathcal{R}_P^i est cette fois soit la portion de rai se trouvant au voisinage direct du $i^{\text{ème}}$ nœud, c'est-à-dire dans l'ensemble des huit cellules qui entourent ce nœud (quatre cellules si le nœud se trouve sur un bord, deux sur une arrête, une pour un sommet), soit l'ensemble vide. De la même manière, les différences de temps ΔT sont maintenant déterminés en introduisant (2.101) dans (2.73) :

$$\Delta T = \sum_{i=1}^{n_n} \frac{1}{v_{P i}} \left[\frac{v_P}{v_{S i}} \int_{\mathcal{R}_S^i} c_i(s) ds - \int_{\mathcal{R}_P^i} c_i(s) ds \right] \quad (2.105)$$

où \mathcal{R}_P^i et \mathcal{R}_S^i sont respectivement les portions des rais des ondes P et S et c_i les coefficients (2.101) correspondant au i^{e} nœud.

2.3.5 Discrétisation de G

La discrétisation des paramètres du modèle implique la discrétisation de \mathbf{g} et donc de sa dérivée \mathbf{G} . En s'appuyant sur l'expression (2.71) de \mathbf{g} et des expressions (2.104) et (2.105) de T_P et ΔT pour un modèle de vitesse discret, on déduit les dérivées partielles par rapport aux

paramètres du modèle \mathbf{m} (Monteiller, 2005) pour une donnée t_p :

$$\frac{\partial t_p}{\partial v_{P_i}} = -\frac{1}{v_{P_i}^2} \int_{\mathcal{R}_p^i} c_i(s) ds \quad \frac{\partial t_p}{\partial v_P/v_{S_i}} = 0 \quad (2.106)$$

pour $1 \leq i \leq n_n$. En ce qui concerne la localisation spatiale \mathbf{x} du séisme correspondant à la donnée t_p , les dérivées partielles selon x_j ($1 \leq j \leq 3$) sont :

$$\frac{\partial t_p}{\partial x_j} = \frac{1}{v_P(\mathbf{x})} u_j^P \quad (2.107)$$

où u_j^P est la $j^{\text{ème}}$ composante du vecteur directeur \mathbf{u} du rai de l'onde P à la source. Pour les temps origine t_0 :

$$\frac{\partial t_p}{\partial t_0} = 1 \quad (2.108)$$

et pour les effets de site :

$$\frac{\partial t_p}{\partial \Delta^P} = 1 \quad \frac{\partial t_p}{\partial \Delta^{S-P}} = 0 \quad (2.109)$$

De la même manière, on obtient les dérivées partielles pour une différence $t_S - t_P$:

$$\frac{\partial t_S - t_P}{\partial v_{P_i}} = \frac{1}{v_{P_i}^2} \int_{\mathcal{R}_p^i} c_i(s) ds - \frac{1}{v_{P_i} v_{S_i}} \int_{\mathcal{R}_s^i} c_i(s) ds \quad \frac{\partial t_S - t_P}{\partial v_P/v_{S_i}} = \frac{1}{v_{P_i}} \int_{\mathcal{R}_s^i} c_i(s) ds \quad (2.110)$$

pour $1 \leq i \leq n_n$. En ce qui concerne la localisation spatiale du séisme :

$$\frac{\partial t_S - t_P}{\partial x_j} = \frac{1}{v_S(\mathbf{x})} u_j^S - \frac{1}{v_P(\mathbf{x})} u_j^P \quad (2.111)$$

où u_j^P et u_j^S sont les composantes des vecteurs directeurs des rais des ondes P et S à la source. Pour les temps origine t_0 :

$$\frac{\partial t_S - t_P}{\partial t_0} = 0 \quad (2.112)$$

et pour les effets de site :

$$\frac{\partial t_S - t_P}{\partial \Delta^P} = 0 \quad \frac{\partial t_S - t_P}{\partial \Delta^{S-P}} = 1 \quad (2.113)$$

2.3.6 Discrétisation de la covariance

D'un point de vue pratique, on doit juste discrétiser $\mathbf{Cor}^{-1/2}$ qui intervient d'une part dans la fonction coût $E(\mathbf{m})$ (2.1.2.2) et d'autre part dans la matrice \mathbf{A}_k à chaque itération de l'inversion (2.96). La considération de la fonction coût montre comment renormaliser la covariance. En effet, le terme de régularisation de $E(\mathbf{m})$ s'écrit :

$$\|\mathbf{Cor}^{-1/2}\Sigma^{-1}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})\|^2 = \frac{1}{8\pi\xi_1\xi_2\xi_3} \int_V \left[(\mathbf{I} - \Delta_\xi) \left(\frac{\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}}{\sigma} \right) \right]^2 dV \quad (2.114)$$

$$= \frac{1}{8\pi} \prod_{j=1}^3 \frac{h_j}{\xi_j} \sum_{i=1}^{n_m} \left[(\mathbf{I} - \Delta_\xi) \left(\frac{\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}}{\sigma} \right) \right]_i^2 \quad (2.115)$$

où h_j est la taille de la maille dans la $j^{\text{ème}}$ direction de l'espace. Cela montre qu'il faut renormaliser les valeurs de σ par la racine carrée de l'élément de volume :

$$\sigma_i = \frac{\sigma_{\text{eff } i}}{\sqrt{h_1 h_2 h_3}} = \prod_{j=1}^3 \left(\frac{\xi_0}{\xi_j h_j} \right)^{1/2} \sigma_{\text{phy } i} \quad (2.116)$$

Enfin, la discrétisation de l'opérateur $\mathbf{I} - \Delta_\xi = \mathbf{I} - \sum_{j=1}^3 \xi_j^2 \partial_j^2$ par différences finies appliquée à une fonction générique f conduit à :

$$\begin{aligned} [(\mathbf{I} - \Delta_\xi)(f)]_{i,j,k} &= f_{i,j,k} - \left(\frac{\xi_1}{h_1} \right)^2 (f_{i+1,j,k} - 2f_{i,j,k} + f_{i-1,j,k}) \\ &\quad - \left(\frac{\xi_2}{h_2} \right)^2 (f_{i,j+1,k} - 2f_{i,j,k} + f_{i,j-1,k}) \\ &\quad - \left(\frac{\xi_3}{h_3} \right)^2 (f_{i,j,k+1} - 2f_{i,j,k} + f_{i,j,k-1}) \end{aligned} \quad (2.117)$$

2.3.7 Résolution et indice de restitution

Le concept de noyau de résolution, introduit par Backus et Gilbert (1970), est un bon moyen d'apprécier la qualité du processus d'inversion. Ce noyau est obtenu par le développement au premier ordre de $\mathbf{d} = \mathbf{g}(\mathbf{m})$ pour \mathbf{m} voisin du vrai modèle \mathbf{m}_{vrai} :

$$\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m}) + \mathbf{G}_m(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) = \mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{d}_{\text{vrai}} + \mathbf{G}_m(\mathbf{m}_{\text{vrai}} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \quad (2.118)$$

En introduisant ce développement dans l'équation (2.93) on obtient :

$$\mathbf{m}_{\text{post}} - \mathbf{m}_{\text{prior}} = \mathbf{R}_m(\mathbf{m}_{\text{vrai}} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) - \mathbf{K}_m(\mathbf{d}_{\text{vrai}} - \mathbf{d}^{\text{obs}}) \quad (2.119)$$

avec \mathbf{m}_{post} le modèle a posteriori, \mathbf{R}_m l'opérateur de résolution :

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^* (\mathbf{C}_d + \mathbf{G}_m \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^*)^{-1} \mathbf{G}_m \quad (2.120)$$

et \mathbf{K}_m le filtre de Kalman :

$$\mathbf{K}_m = \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^* (\mathbf{C}_d + \mathbf{G}_m \mathbf{C}_m \mathbf{G}_m^*)^{-1} \quad \mathbf{R}_m = \mathbf{K}_m \mathbf{G}_m \quad (2.121)$$

Au premier ordre, on voit donc que l'écart entre le modèle \mathbf{m}_{post} est le modèle a priori est la somme de deux termes : le premier est l'écart entre le vrai modèle et le modèle a priori filtré par l'opérateur de résolution, le second est un terme de bruit qui provient de l'incertitude des observations. Cette expression prend pratiquement la forme suivante pour un paramètre spatial :

$$(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x}) = \int_V h(\mathbf{x}, \mathbf{x}')(\mathbf{m}_{\text{vrai}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x}') dV(\mathbf{x}') + \text{bruit} \quad (2.122)$$

où h est le noyau de l'opérateur de résolution, que l'on appelle couramment noyau de résolution. Cette expression montre que la valeur de $(\mathbf{m}_{\text{post}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})$ en \mathbf{x} est la moyenne des valeurs de $(\mathbf{m}_{\text{vrai}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})$ dans l'espace, pondérées par le noyau de résolution h . $h(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ présente généralement un maximum autour de $\mathbf{x}' = \mathbf{x}$, avec éventuellement quelques lobes négatifs. Ce noyau peut être déterminé en chaque point \mathbf{x} du modèle, mais cela n'est pas envisageable dans notre cas étant donné la taille du domaine d'étude.

Un autre concept permettant d'évaluer la qualité de l'inversion est l'indice de restitution (Vergely *et al.*, 2010 ; Valette, 2011). Notons $\overline{(\mathbf{m}_{\text{vrai}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})}(\mathbf{x})$ la valeur moyenne du vrai modèle autour du point \mathbf{x} . En supposant que le noyau $h(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ est suffisamment centré sur ce voisinage, l'équation (2.122) se réécrit :

$$(\mathbf{m}_{\text{post}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x})\overline{(\mathbf{m}_{\text{vrai}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})}(\mathbf{x}) + \text{bruit} \quad (2.123)$$

en définissant l'indice de restitution en \mathbf{x} par :

$$I(\mathbf{x}) = \int_V h(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dV(\mathbf{x}') \quad (2.124)$$

Si la valeur de cet indice est voisine de 1 en un point \mathbf{x} et si le noyau de résolution est bien centré sur ce point, alors $(\mathbf{m}_{\text{post}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x})$ est voisin de $(\overline{\mathbf{m}_{\text{vrai}}} - \mathbf{m}_{\text{prior}})(\mathbf{x})$. Par contre, si cet indice prend une valeur très faible, c'est généralement le signe d'un manque de résolution en ce point. Cet indice permet donc d'identifier les limites spatiales au delà desquelles il n'y a plus de résolution.

Chapitre 3

Domaine d'étude, modèle de vitesse et temps de propagation

L'ESSENTIEL

Modèle de vitesse a priori pour les Alpes occidentales :

- ⇒ modèle 1D continu dans la lithosphère, fonction de la profondeur ;
- ⇒ raccord coôte–manteau continu, tient compte des perturbations du Moho.

Coordonnées géographiques et forme de la Terre :

- ⇒ le domaine d'étude prend la forme d'un parallélépipède rectangle ;
- ⇒ aucune projection n'est employée, la forme ellipsoïdale de la Terre est préservée ;
- ⇒ conversion des coordonnées géographiques / cartésiennes à la précision machine.

Domaine d'étude :

- ⇒ centre de la grille proche de Turin (Italie) : $7,42^\circ$ E, $45,15^\circ$ N ;
- ⇒ extension : 456 km d'ouest en est, 414 km du sud au nord, 90 km verticalement ;
- ⇒ discrétisation pour le calcul des temps de propagation : cellules cubiques de 750 m de côté, $609 \times 553 \times 119$ nœuds.

Temps de propagation et rais :

- ⇒ les temps de propagation sont déterminés soit par des méthodes basées sur les rais sismiques (tir ou perturbation de rai), soit en résolvant l'équation eikonale ;
- ⇒ cette étude :
 - ⇒ résolution de l'équation eikonale ;
 - ⇒ rai déduit du gradient des temps de propagation ;
 - ⇒ amélioration du temps par intégration de la lenteur le long du rai.

Sommaire

3.1	Modèles de vitesse	79
3.1.1	À propos des modèles de vitesse	79
3.1.2	Modèle de vitesse a priori pour les Alpes occidentales	80
3.2	Grille de calcul, coordonnées géographiques et forme de la Terre	81
3.2.1	Un peu de géométrie de l'ellipsoïde de révolution	83
3.2.1.1	Les rayons de courbure	83
3.2.1.2	Latitude géographique et latitude géocentrique	85
3.2.2	Conversion entre coordonnées géographiques et coordonnées locales	86
3.2.2.1	Du système géographique au système cartésien	86
3.2.2.2	Du système cartésien au système géographique	87
3.3	Discrétisation de la zone d'étude	89
3.3.1	Extension géographique	89
3.3.2	Surface topographique	90
3.4	Temps de propagation et rais sismiques	92
3.4.1	Méthode de tir ou de perturbation de rai	92
3.4.2	Résolution de l'équation eikonale	93
3.4.3	Notre approche du problème direct	96
3.4.3.1	Algorithme TIME3D	96
3.4.3.2	Tracé des rais et précision du temps de propagation	96

3.1 Modèles de vitesse

3.1.1 À propos des modèles de vitesse

La localisation et la tomographie s'appuient sur des modèles de vitesse à partir desquels on détermine les temps de propagation des ondes. La précision de ces temps dépend donc de l'exactitude de ces modèles. Toutefois, plus ceux-ci sont complexes, plus le calcul des temps de propagation est coûteux.

Les modèles les plus simples sont des modèles 1-D dont la vitesse ne dépend que de la profondeur. Ils sont généralement constitués de couches d'épaisseurs constantes surmontant un demi-espace ; la vitesse de chaque couche est soit constante, soit linéairement variable. Les modèles 1-D permettent de déterminer analytiquement le tracé des rais et les temps de propagation : les calculs sont donc très rapides. Lorsqu'il n'existe pas de modèle plus précis, ces modèles sont utilisés par la plupart des observatoires qui fournissent des localisations en temps réel. Les localisations déterminées à l'aide d'un modèle 1-D sont souvent entachées d'une grande incertitude puisque le modèle est approximatif. C'est d'autant plus vrai que le réseau d'observation est étendu et/ou que les variations latérales de vitesses sont importantes, comme c'est le cas de la partie occidentale de l'arc alpin.

Lorsqu'on détermine un hypocentre, le modèle de vitesse influe sur l'ajustement aux données et sur l'incertitude de la localisation. Pour un séisme qui se produit au centre d'un réseau, l'épicentre n'est généralement pas trop affecté par ce modèle ; en revanche, la profondeur du foyer y est plus sensible. Ceci est dû au compromis, couramment appelé *trade-off*, existant entre la profondeur et le temps origine du séisme. Ce problème concerne également les séismes s'étant produits à l'extérieur d'un réseau : le compromis est alors entre le temps origine et la distance au réseau.

Une approche permettant d'améliorer la précision de la localisation consiste à utiliser un modèle plus élaboré pour lequel la vitesse varie de manière continue avec la profondeur ou même selon les trois directions de l'espace, comme par exemple un modèle issu de la modélisation géologique (par exemple : Turrini *et al.*, 2015 ; Béthoux *et al.*, 2016) ou d'une étude tomographique. L'ajustement aux données et les incertitudes sont généralement améliorés par le fait que les temps de propagation sont alors plus fiables ; en contrepartie les rais et les temps de propagation ne peuvent plus être déterminés analytiquement.

3.1.2 Modèle de vitesse a priori pour les Alpes occidentales

L'approche du problème direct que nous avons adoptée, présentée plus loin dans ce chapitre, permet de générer des temps de propagation relativement précis pour des modèles de vitesse pouvant être très hétérogènes, nous offrant ainsi une grande liberté dans le choix du modèle.

À partir des connaissances générales que nous avons sur les vitesses des ondes P dans la croûte et le manteau supérieur, nous avons défini une fonction paramétrable donnant la vitesse v en fonction de la profondeur p ($p = 0$ sur l'ellipsoïde de référence). Cette fonction, représentée sur la figure 3.1, varie linéairement de la valeur $v_{\text{surf}} = 4,0 \text{ km.s}^{-1}$ à la surface à $v_0 = 4,5 \text{ km.s}^{-1}$ à $p = 0$, et s'exprime par :

$$v(p) = v_0 + \delta v_c \left[1 - \exp\left(-\frac{p}{p_0}\right) \right] \quad (p > 0) \quad (3.1)$$

en dessous de l'ellipsoïde de référence. p_0 est un paramètre contrôlant l'allure de la fonction et δv_c est fixé de manière à ce que $v_0 + \delta v_c$ soit proche de la vitesse supposée des ondes P en base de croûte. Nous avons fixé $\delta v_c = 2,6 \text{ km.s}^{-1}$ et $p_0 = 14 \text{ km}$.

Lorsqu'on franchit le Moho, la vitesse des ondes augmente brutalement. Dans les Alpes occidentales, la profondeur de cette discontinuité subit d'importantes variations latérales pouvant atteindre 100 %. Bien qu'il existe de nombreux modèles de cette interface, ils diffèrent malheureusement dans la partie centrale de la chaîne, avec des écarts atteignant par endroits plusieurs dizaines de kilomètres (voir la comparaison présentée sur la figure 6.21 page 181). Afin de s'affranchir de la modélisation du Moho dans le modèle de vitesse — et aussi parce que la tomographie réalisée au cours de cette thèse fournira un nouveau modèle du Moho sous les Alpes — nous avons préféré définir dans un premier temps une zone de transition dans laquelle la vitesse augmente progressivement d'une vitesse de base de croûte à une vitesse de toit du manteau. Les profondeurs limitant cette zone de transition sont fixées à partir des profondeurs des différents modèles déjà existants du Moho alpin. La vitesse dans le manteau est empruntée au modèle AK135 (Kennett *et al.*, 1995) défini radialement pour la Terre.

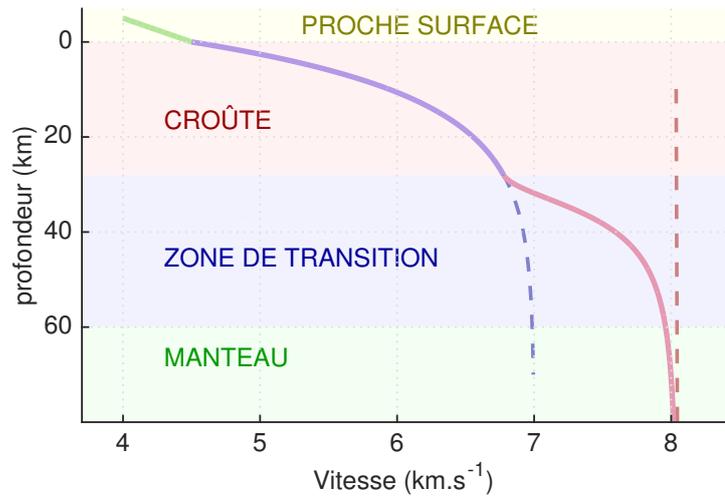
En pratique, nous avons défini un terme Δv que l'on ajoute à la vitesse de la croûte (3.1) lorsque $p > p'_0$:

$$\Delta v(p) = \delta v_m \frac{(p - p'_0)^2}{l^2 + (p - p'_0)^2} \quad \text{pour} \quad p \geq p'_0 \quad (3.2)$$

On remarque que Δv et sa dérivée s'annulent en p'_0 : le raccord avec le modèle de vitesse de la croûte est continu et n'est pas anguleux. δv_m doit être fixé de manière à ce que $v_0 + \delta v_c + \delta v_m$ soit

Figure 3.1 – Modèle de vitesse utilisé comme modèle a priori.

— : vitesse linéaire entre la surface topographique et $p = 0$; — : vitesse dans la croûte (équation 3.1); — : vitesse dans la zone de transition (équation 3.2); - - : modèle AK135 de la vitesse dans le manteau.



proche de la vitesse attendue dans le manteau supérieur, de l'ordre de $8,04 \text{ km.s}^{-1}$ à $8,05 \text{ km.s}^{-1}$ entre 35 et 120 km de profondeur d'après le modèle AK135. Le paramètre l permet de contrôler l'épaisseur de la zone de transition et p'_0 correspond à la profondeur du toit de cette zone. Nous avons fixé $p'_0 = 30 \text{ km}$, $l = 9 \text{ km}$ et $\delta v_m = 0,95 \text{ km.s}^{-1}$.

Étant donné que la sismicité des Alpes occidentales est presque exclusivement contenue dans la croûte, les seules ondes qui atteignent le manteau sont les ondes P_n et S_n qui traversent le manteau quasi-horizontalement, en restant proche du Moho. Les rais que nous devons considérer n'atteignent pas de grandes profondeurs et il n'est pas nécessaire de définir un modèle au-delà de 120 km, profondeur à partir de laquelle le modèle AK135 varie sensiblement.

En ce qui concerne les vitesses des ondes S, nous nous sommes appuyés sur le diagramme de Wadati présenté au chapitre 1, figure 1.10 (p. 40). Ce diagramme fournit une estimation moyenne du rapport v_p/v_s à 1,6933.

3.2 Grille de calcul, coordonnées géographiques et forme de la Terre

Dans cette étude, nous nous intéressons à une zone de $456 \times 414 \text{ km}^2$ couvrant les Alpes occidentales, dans laquelle nous étudions la croûte terrestre et les premières dizaines de kilomètres du manteau, ce qui correspond à une profondeur maximale d'une centaine de kilomètres. Notre calcul des rais et des temps de propagation par l'algorithme de Podvin et Lecomte (1991) implique l'utilisation d'un système de coordonnées cartésien orthonormé dans lequel nous définissons une grille à cellules cubiques sur laquelle notre modèle de vitesse est appliqué.

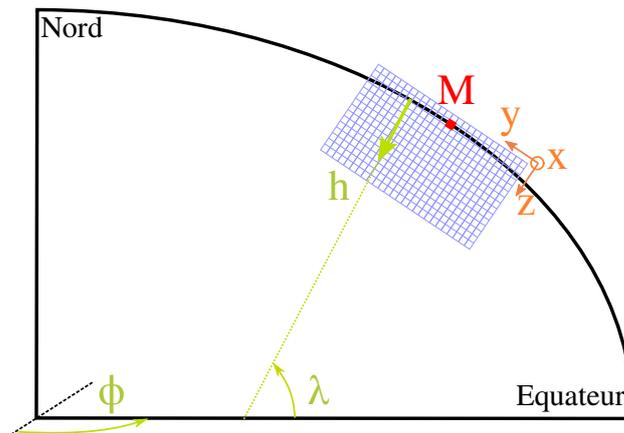


Figure 3.2 – Schéma en coupe de la Terre indiquant le positionnement de la grille du modèle de vitesse. x , y et z : coordonnées cartésiennes. ϕ , λ et h : coordonnées géographiques. À noter : la latitude géographique est l'angle entre le vecteur normal à l'ellipsoïde au point de mesure et le plan équatorial. L'angle entre la droite qui relie ce point de mesure au centre de la Terre et le plan équatorial est la latitude géocentrique, notée θ sur la figure 3.3.

La construction d'une telle grille dans le but de modéliser la Terre n'est pas évidente et nécessite généralement une approximation, par une approche plane pour les zones de taille restreinte (par exemple : Diehl *et al.*, 2009b ; Marone *et al.*, 2004 ; Lippitsch *et al.*, 2003), ou par une approche sphérique lorsque la zone d'étude couvre un continent ou le globe dans son ensemble (par exemple : Chang *et al.*, 2010 ; Schaeffer et Lebedev, 2013). Afin de compenser l'effet de ces approximations, on introduit généralement des corrections sous forme de délais systématiques appliqués aux données (corrections statiques) ou l'on en tient compte au travers de l'erreur théorique du modèle.

Plutôt que de faire appel à une approche classique impliquant une approximation géométrique, nous avons choisi une approche nouvelle permettant de préserver la forme réelle de la Terre. Nous avons pour cela défini un parallélépipède rectangle englobant notre zone d'étude et dans lequel chaque point de l'espace peut être identifié par ses coordonnées géographiques et par un jeu de coordonnées cartésiennes locales (figure 3.2).

La conversion d'un système de coordonnées à l'autre est fondée sur l'ellipsoïde de référence GRS80, très proche du géoïde terrestre. Cette approche nous permet d'une part de parfaitement référencer notre modèle d'un point de vue géographique, et d'autre part d'éliminer les approximations puisque la grille de calcul est directement définie dans le repère cartésien orthonormé, ses coordonnées étant ensuite converties dans le repère géographique. On fixe l'origine de ce repère à la surface de l'ellipsoïde de référence (point M sur la figure 3.2), ses axes horizontaux sont orientés vers le nord (y) et vers l'est (x) et sont tangents à l'ellipsoïde en M , et son axe vertical (z) est orienté selon la normale à l'ellipsoïde en M vers l'intérieur de la Terre.

3.2.1 Un peu de géométrie de l'ellipsoïde de révolution

L'ellipsoïde de référence GRS80 est un ellipsoïde de révolution autour de l'axe de rotation de la Terre, qui est défini par son demi-grand axe $a = 6\,378,137$ km (rayon équatorial) et son demi-petit axe $b = 6\,356,752\,314\,14$ km (rayon polaire)¹.

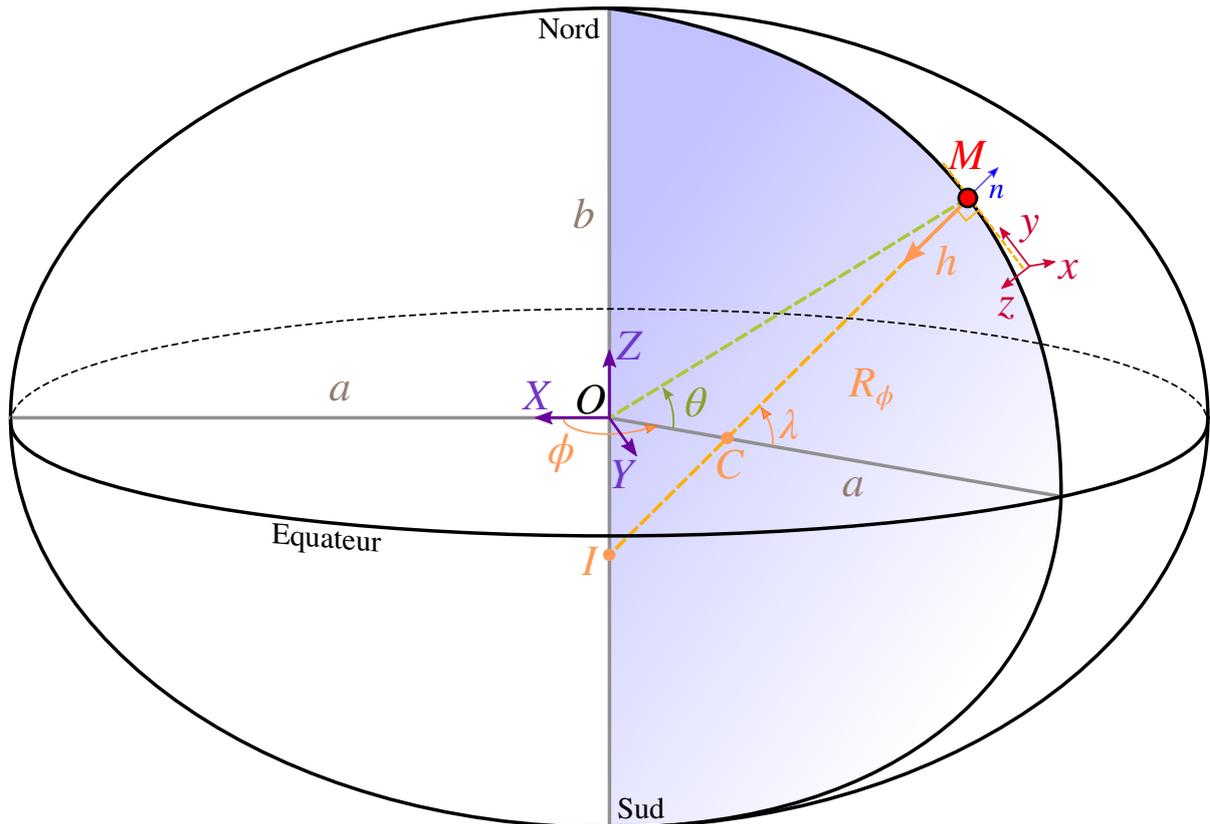


Figure 3.3 – Schéma de l'ellipsoïde de référence

3.2.1.1 Les rayons de courbure

En tout point à la surface d'un ellipsoïde de révolution, on peut définir deux rayons de courbure R_θ et R_ϕ qui sont respectivement les rayons de courbure selon le méridien et selon le parallèle.

1. *Geodetic Reference System 1980*, adopté lors de la XVII^e assemblée générale de l'IUGG (*International Union of Geodesy and Geophysics*) à Canberra (Australie) en décembre 1979. a est une constante de définition de l'ellipsoïde, sa valeur est donc exacte ; b est une constante dérivée de la définition de l'ellipsoïde, déterminée avec 12 chiffres significatifs.

En effet, si l'on considère un repère orthonormé (O, X, Y, Z) , l'ellipsoïde de révolution autour de OZ a pour équation :

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1 \quad (3.3)$$

Soit M le point générique de l'ellipsoïde de coordonnées (X_M, Y_M, Z_M) , de latitude géocentrique $\theta \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ et de longitude $\phi \in [-\pi, \pi]$.

L'ellipse du plan méridien $\phi = 0$ a pour équation :

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Z^2}{b^2} = 1 \quad (3.4)$$

En cherchant son intersection avec la droite $Z = X \tan \theta$, on trouve que les coordonnées du point générique de cette ellipse s'exprime en fonction de θ comme :

$$OM_0 = \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \tan^2 \theta}} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ \tan \theta \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

et la normale \mathbf{n}_0 à cette ellipse a pour composantes :

$$\mathbf{n}_0 = \frac{1}{\sqrt{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}} \begin{vmatrix} b^2 \\ 0 \\ a^2 \tan \theta \end{vmatrix} \quad (3.6)$$

Par rotation d'angle ϕ autour de OZ , on déduit les coordonnées du point $M(\theta, \phi)$ de l'ellipsoïde et les composantes de la normale :

$$OM = \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2 \tan^2 \theta}} \begin{vmatrix} \cos \phi \\ \sin \phi \\ \tan \theta \end{vmatrix} \quad \mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}} \begin{vmatrix} b^2 \cos \phi \\ b^2 \sin \phi \\ a^2 \tan \theta \end{vmatrix} \quad (3.7)$$

Les courbures principales d'une surface sont les valeurs propres de l'opérateur symétrique de Weingarten, qui est défini comme étant l'opérateur dérivée suivant le plan tangent Σ de la normale \mathbf{n} . Les vecteurs de base du plan tangent à l'ellipsoïde sont $\frac{\partial M}{\partial \phi}$ et $\frac{\partial M}{\partial \theta}$, et par définition :

$$D\mathbf{n} \left(\frac{\partial M}{\partial \phi} \right) = \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \phi} \quad \text{et} \quad D\mathbf{n} \left(\frac{\partial M}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} \quad (3.8)$$

Des expressions 3.7 de OM et \mathbf{n} , on déduit simplement que :

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \phi} = \frac{b}{a} \sqrt{\frac{b^2 + a^2 \tan^2 \theta}{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}} \frac{\partial M}{\partial \phi} \quad (3.9)$$

d'une part, et que :

$$\frac{\partial M}{\partial \theta} = \frac{ab}{(b^2 + a^2 \tan^2 \theta)^{3/2}} \begin{vmatrix} -a^2 \tan \theta \cos \phi \\ -a^2 \tan \theta \sin \phi \\ b^2 \end{vmatrix} \quad \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} = \frac{a^2 b^2}{(b^4 + a^4 \tan^2 \theta)^{3/2}} \begin{vmatrix} -a^2 \tan^2 \theta \cos \phi \\ -a^2 \tan^2 \theta \sin \phi \\ b^2 \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

et donc que :

$$\frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \theta} = ab \left(\frac{b^2 + a^2 \tan^2 \theta}{b^4 + a^4 \tan^2 \theta} \right)^{3/2} \frac{\partial M}{\partial \theta} \quad (3.11)$$

d'autre part. On en déduit que les vecteurs $\frac{\partial M}{\partial \phi}$ et $\frac{\partial M}{\partial \theta}$ sont les vecteurs propres de l'opérateur de Weingarten et que les rayons de courbure sont :

$$R_\theta = \frac{1}{ab} \left(\frac{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}{b^2 + a^2 \tan^2 \theta} \right)^{3/2} \quad \text{selon le méridien,} \quad (3.12)$$

$$R_\phi = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}{b^2 + a^2 \tan^2 \theta}} \quad \text{selon le parallèle.} \quad (3.13)$$

3.2.1.2 Latitude géographique et latitude géocentrique

La latitude géographique λ est par définition l'angle de la normale à l'ellipsoïde avec le plan équatorial. La latitude géocentrique θ est l'angle entre OM et ce même plan (figure 3.3).

Par symétrie de révolution, on se ramène à l'ellipse du plan méridien $\phi = 0 : (O, X, Z)$.

Du fait que $\tan \lambda$ est la pente de la normale, on déduit de (3.6) que :

$$\tan \lambda = \frac{a^2}{b^2} \tan \theta \quad \text{et donc} \quad \cos \lambda = \frac{b^2}{\sqrt{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}} \quad (3.14)$$

On en déduit que les composantes de OM_0 (3.5) peuvent encore s'écrire :

$$OM_0 = R_\phi \begin{cases} \cos \lambda \\ 0 \\ \frac{a^2}{b^2} \sin \lambda \end{cases} \quad (3.15)$$

dont on déduit celles de OM par rotation autour de l'axe OZ d'angle $\phi \in [-\pi, \pi]$:

$$OM = R_\phi \begin{cases} \cos \lambda \cos \phi \\ \cos \lambda \sin \phi \\ \frac{a^2}{b^2} \sin \lambda \end{cases} \quad (3.16)$$

Par ailleurs, revenant dans le plan méridien $\phi = 0$ et à son ellipse, on voit que (figure 3.3) :

$$\|CM_0\| = R_\phi \frac{b^2}{a^2} \quad (3.17)$$

$$\|IM_0\| = R_\phi \quad (3.18)$$

et donc :

$$\|IC\| = \frac{a^2 - b^2}{a^2} R_\phi \quad (3.19)$$

$$\|OC\| = R_\phi \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cos \lambda = \frac{b^2}{a^2} \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{b^4 + a^4 \tan^2 \theta}} \quad (3.20)$$

3.2.2 Conversion entre coordonnées géographiques et coordonnées locales

3.2.2.1 Du système géographique au système cartésien

Le passage des coordonnées géographiques d'un point $m(\phi_m, \lambda_m, h_m)$ de l'espace à ses coordonnées dans le repère cartésien (M, x, y, z) se fait par l'intermédiaire du repère cartésien géocentrique (O, X, Y, Z) (figure 3.3). Comme il est plus pratique de manipuler la latitude géographique λ que la latitude géocentrique θ , on réécrit le rayon de courbure R_ϕ (3.13) à l'aide des égalités (3.14) :

$$R_\phi = \frac{a}{\cos \lambda \sqrt{1 + (b^2/a^2) \tan^2 \lambda}} \quad (3.21)$$

L'origine M du repère cartésien, fixé à la surface de l'ellipsoïde, a pour coordonnées dans

le repère (O, X, Y, Z) :

$$OM = \begin{pmatrix} \frac{a}{\sqrt{1 + (b^2/a^2) \tan^2 \lambda_M}} \cos \phi_M \\ \frac{a}{\sqrt{1 + (b^2/a^2) \tan^2 \lambda_M}} \sin \phi_M \\ \frac{b^2/a}{\sqrt{1 + (b^2/a^2) \tan^2 \lambda_M}} \tan \lambda_M \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

et le point de l'espace m de coordonnées géographiques (ϕ_m, λ_m, h_m) :

$$Om = \begin{pmatrix} (R_\phi + h_m) \cos \phi_m \cos \lambda_m \\ (R_\phi + h_m) \sin \phi_m \cos \lambda_m \\ (R_\phi(b^2/a^2) + h_m) \sin \lambda_m \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

À partir des différences de coordonnées $X' = X_M - X_m$, $Y' = Y_M - Y_m$ et $Z' = Z_M - Z_m$, on définit les coordonnées de $m(x_m, y_m, z_m)$ dans le repère (M, x, y, z) :

$$Om = \begin{pmatrix} -X' \sin \phi_M + Y' \cos \phi_M \\ -X' \sin \lambda_M \cos \phi_M - Y' \sin \lambda_M \sin \phi_M + Z' \cos \lambda_M \\ X' \cos \lambda_M \cos \phi_M + Y' \cos \lambda_M \sin \phi_M + Z' \sin \lambda_M \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

3.2.2.2 Du système cartésien au système géographique

La conversion des coordonnées du repère (M, x, y, z) aux coordonnées géographiques est plus complexe. À partir des coordonnées (3.24) du point m dans le repère (M, x, y, z) , on retrouve ses coordonnées dans le repère (O, X, Y, Z) :

$$Om = \begin{pmatrix} X_M - x_m \sin \phi_M - y_m \sin \lambda_M \cos \phi_M + z_m \cos \lambda_M \cos \phi_M \\ Y_M + x_m \cos \phi_M - y_m \sin \lambda_M \sin \phi_M + z_m \cos \lambda_M \sin \phi_M \\ Z_M + y_m \cos \lambda_M + z_m \sin \lambda_M \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

La longitude ϕ_m se déduit directement :

$$\phi_m = \begin{cases} \arccos \frac{X_m}{\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}} & \text{si } Y_m \geq 0 \\ - \arccos \frac{X_m}{\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}} & \text{si } Y_m < 0 \end{cases} \quad (3.26)$$

La latitude géographique λ_m est plus délicate à déterminer puisqu'on ne connaît pas la normale \mathbf{n} au point de l'ellipsoïde se trouvant à la « verticale » du point m . On l'obtient par un processus itératif permettant de converger vers sa valeur. Étant donné que le rapport a/b est très proche de 1 pour la Terre, en première approximation :

$$\lambda_m \simeq \theta_m = \frac{Z_m}{\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}} \quad (3.27)$$

Pour déterminer la valeur de λ_m , on définit $l_{k=0} = \theta_m$ et l'on calcule récursivement l_{k+1} en fonction de l_k depuis $k=0$:

$$l_{k+1} = \frac{Z_m}{\sqrt{X_m^2 + Y_m^2}} \left[1 - \frac{ae^2}{\sqrt{X_m^2 + Y_m^2} \sqrt{1 + (b^2/a^2)l_k^2}} \right] \quad (3.28)$$

avec $e = \sqrt{a^2+b^2}/a$ l'excentricité de l'ellipsoïde. La latitude λ_m est alors :

$$\lambda_m = \arctan l_\infty \quad (3.29)$$

En pratique, moins d'une dizaine d'itérations suffisent pour que l'incrément $l_{k+1} - l_k$ soit négligeable, de l'ordre de 10^{-15} km. Cela vient du fait que la première approximation est déjà très bonne, avec un écart maximal $\lambda - \theta \simeq 0,192^\circ$ à la latitude $\lambda = 45^\circ$.

Finalement, l'altitude h_m est donnée par :

$$h_m = \frac{1}{\cos \lambda_m} \left[\sqrt{X_m^2 + Y_m^2} - \frac{a}{\sqrt{1 + (b^2/a^2) \tan^2 \lambda_m}} \right] \quad (3.30)$$

D'un point de vue informatique, la précision de la conversion des coordonnées géographiques aux coordonnées cartésiennes est de l'ordre de 10^{-13} km. Pour la conversion inverse, la longitude est obtenue avec une précision de 10^{-13} °. La précision de l'altitude et de la latitude

dépendent de cette dernière : elle est minimale à la latitude 45° où elle atteint 10^{-11} ° pour la latitude et 10^{-9} km pour l'altitude (par exemple, à la latitude 15° , ces valeurs sont respectivement 10^{-15} ° et 10^{-13} km).

3.3 Discrétisation de la zone d'étude

3.3.1 Extension géographique

La zone d'étude s'étend grossièrement des longitudes $4,40^\circ\text{E}$ à $10,40^\circ\text{E}$, et des latitudes $43,15^\circ\text{N}$ à $47,05^\circ\text{N}$. Comme l'essentiel de la sismicité de ce domaine géographique est concentré dans la croûte et que nous nous intéressons à une zone de collision, notre modèle n'a pas besoin de s'étendre très profondément dans le manteau pour englober une structure particulière, comme cela pourrait être le cas dans une zone de subduction sismiquement active par exemple. Nous avons choisi de fixer le point M , origine du repère cartésien local, au centre de notre zone d'étude. Il est localisé à une vingtaine de kilomètres à l'ouest-nord-ouest de Turin (Italie), sur l'ellipsoïde de référence GRS80, aux coordonnées géographiques ($7,417\,959^\circ\text{E}$, $45,150\,439^\circ\text{N}$, $0,0 \text{ km}$). Dans ce référentiel (M, x, y, z) , l'extension de notre zone d'étude est $-228 \leq x \leq 228 \text{ km}$ d'est en ouest et $-207 \leq y \leq 207 \text{ km}$ du nord au sud.

En ce qui concerne l'extension verticale du domaine, il est important de tenir compte de plusieurs éléments pour la fixer :

- l'ellipticité de la Terre implique que la profondeur géographique en chaque point d'un plan d'équation $z = h$ est inférieure ou égale à h ; elle est maximale au point $(0, 0, h)$ et elle décroît en fonction de la distance horizontale à l'origine.
- Au regard de la répartition de la sismicité, la profondeur maximale du domaine ne dépend pas des sources mais plutôt de la profondeur des trajets empruntés par les ondes. On peut estimer cette profondeur analytiquement à partir d'un modèle de vitesse simple dans une Terre sphérique, ou la déterminer par une modélisation numérique : il suffit alors de créer un modèle exagérément profond, de tracer l'intégralité des rais en se basant sur des localisations préliminaires et d'utiliser les points bas de ces rais pour définir la profondeur maximale du domaine.
- Enfin, une marge de sécurité est nécessaire, particulièrement en profondeur, pour pallier un problème lié au calcul des temps de propagation. Ce problème apparaît lorsque la vitesse est croissante au-delà d'un bord du modèle, impliquant que certains rais auraient tendance à sortir du modèle pour revenir plus loin. Les algorithmes de calcul des temps

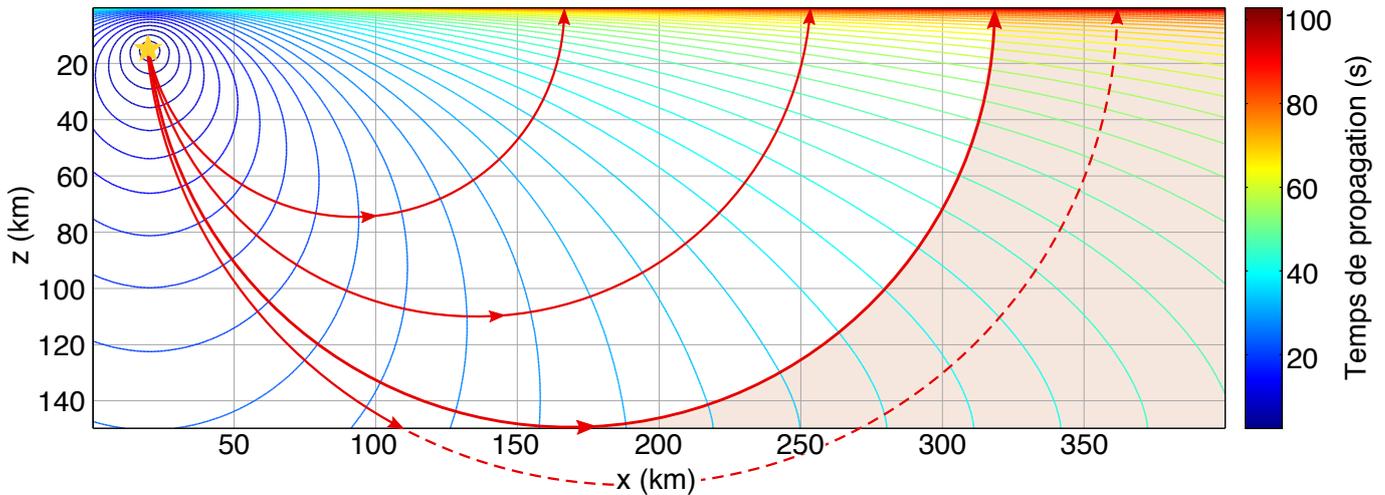


Figure 3.4 – Fronts d'onde à différents temps de propagation dans un modèle de vitesse à gradient $v(z) = v_0 + k(z - z_{source})$ en km.s^{-1} . $v_0 = 1,5 \text{ km.s}^{-1}$, $z_{source} = 15 \text{ km}$ et $k = 0,1 \text{ s}^{-1}$. Les fronts sont particulièrement déformés pour $z > 130 \text{ km}$ et $x > 200 \text{ km}$, puisque les rais auraient tendance à descendre plus profondément dans cette zone. Cela se traduit par des fronts verticaux quand $z = z_{max}$, et tous les temps correspondants à des trajets longeant l'interface du bas sont donc majorés.
 ★ : source ; — : rais ; - - - : rai théorique, n'existe pas parce que le domaine n'est pas assez profond ; zone orangée : zones où les temps sont mal calculés.

de propagation tels que celui de Podvin et Lecomte (1991) ne tiennent pas compte des vitesses à l'extérieur du modèle ; il en résulte que les temps de propagation sont mal calculés dans certaines zones, comme on peut le voir sur la figure 3.4.

Pour prendre en compte l'intégralité de la topographie de surface, englober l'ensemble des rais et assurer une marge de sécurité raisonnable en profondeur, nous avons fixé l'extension verticale à $-5 \leq z \leq 83,5 \text{ km}$, soit 5 km au-dessus et 83,5 km en dessous de l'ellipsoïde GRS80 en M .

3.3.2 Surface topographique

La partie supérieure du modèle de vitesse est constituée par la surface topographique ; cette surface permet également de limiter vers le haut la recherche des foyers, que ce soit lors des localisations ou pour la tomographie. Nous l'avons constituée par interpolation du modèle ETOPO1 (Amante et Eakins, 2009) qui fournit l'altitude géographique toutes les minutes d'arc.

Dans notre modèle, chaque nœud de la grille peut-être identifié par trois indices (i, j, k) variant respectivement entre 0 et $n_x - 1$, 0 et $n_y - 1$ et 0 et $n_z - 1$, où n représente le nombre de nœuds dans la direction considérée. L'interpolation de la surface topographique consiste donc

à déterminer, pour toutes les positions $(i, j)_{i=0, \dots, n_x-1; j=0, \dots, n_y-1}$, la cote topographique. On ne parle pas ici d'altitude puisque celle-ci est définie dans la direction de la normale au géoïde. Dans le repère cartésien local, l'axe vertical n'est proche de cette normale qu'au centre du modèle et nulle part ailleurs.

Étant donné que le modèle ETOPO1 est défini en coordonnées géographiques et que notre grille est définie en coordonnées cartésiennes dans un repère local, l'interpolation peut être menée dans l'un ou l'autre des deux repères. Si l'on choisit d'effectuer l'interpolation dans le repère cartésien local, les coordonnées cartésiennes des nœuds de la grille ETOPO1 rendent l'opération difficile puisque ces points ne sont pas alignés selon notre grille et que leur coordonnées horizontales (x, y) varient en fonction de leurs altitudes respectives. En contrepartie, si l'on choisit d'effectuer l'interpolation dans le repère géographique, il est nécessaire de tenir compte du fait que l'axe vertical dans le repère local ne correspond pas à la verticale géographique.

Nous avons choisi d'effectuer l'interpolation dans le repère géographique, et nous avons résolu le problème évoqué ci-dessus par un calcul itératif de l'interpolation. Pour chaque position de la grille (x, y) où x et y prennent la position d'un nœud, nous avons procédé comme suit :

- les coordonnées $(x, y, 0)$ sont converties dans le repère géographique en un nouveau jeu de coordonnées (ϕ, λ, h_0) ;
- l'altitude h_1 est interpolée aux coordonnées (ϕ, λ) par un calcul barycentrique :

$$h_1 = \frac{1}{\sum_{k=1}^4 \frac{1}{d_k}} \sum_{k=1}^4 \frac{H_k^{\text{ETOPO1}}}{d_k} \quad (3.31)$$

où k représente successivement les quatre sommets de la cellule du modèle ETOPO1 contenant le point courant, d_k est la distance horizontale entre le point courant et chacun des sommets, et H_k^{ETOPO1} est leurs altitudes respectives ;

- le nouveau jeu de coordonnées (ϕ, λ, h_1) est converti dans le repère cartésien, donnant un nouveau jeu $(x + \delta_x, y + \delta_y, z_1)$;
- l'opération est répétée en partant du nouveau point (x, y, z_1) pour trouver la hauteur z_2 , et ainsi de suite jusqu'à ce que la hauteur $z_i - z_{i-1} \simeq 0$, ce qui correspond à l'itération où $\delta_x \simeq 0$ et $\delta_y \simeq 0$.

Dans notre cas, la convergence à la précision machine près est atteinte en une cinquantaine d'itérations. Le résultat est représenté sur la figure 3.5.

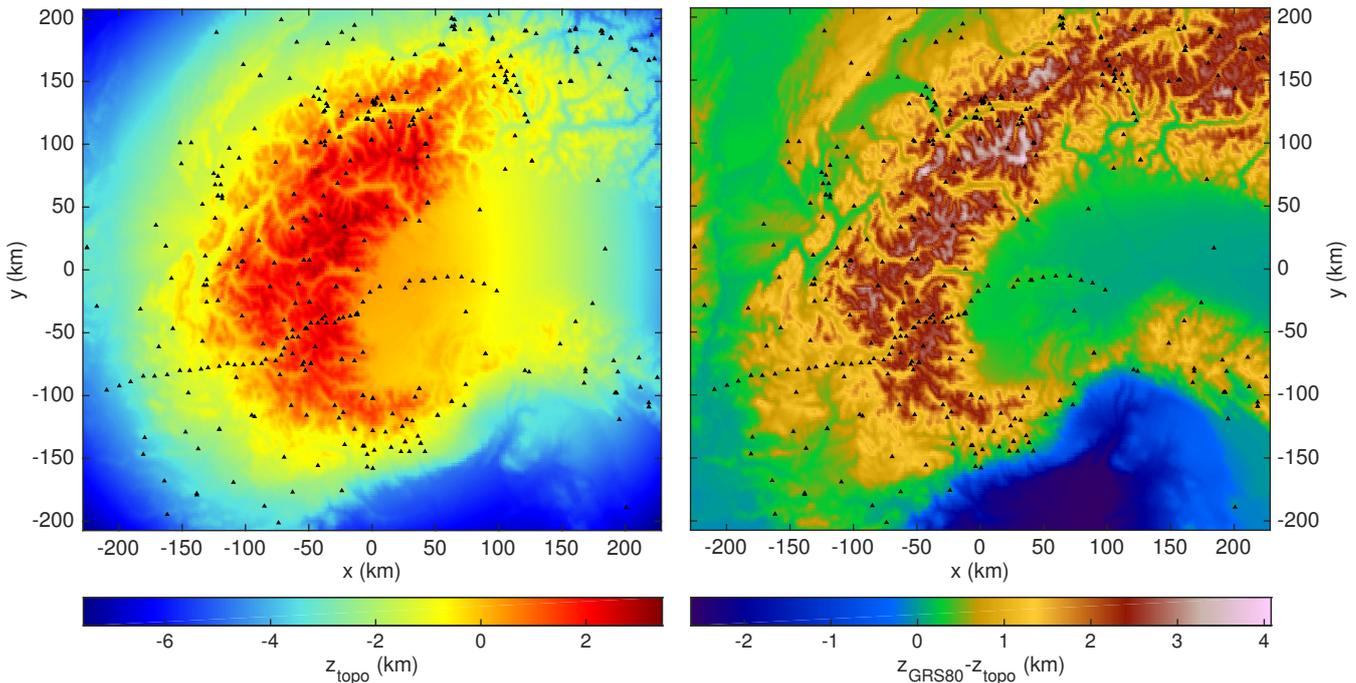


Figure 3.5 – Surface topographique représentée dans le système cartésien local. À gauche : la représentation de la cote z de la topographie dans notre modèle permet d’apprécier la forme réelle de la surface de la Terre ; à droite : représentation traditionnelle de la topographie. ▲ : stations.

3.4 Temps de propagation et rais sismiques

Que ce soit pour une localisation ou dans le cadre d’une tomographie, il est nécessaire de calculer la propagation d’un front d’onde dans le modèle de vitesse choisi afin de déterminer un temps de propagation théorique entre une source et une station. Cette propagation peut s’avérer délicate lorsque le modèle de vitesse est fortement hétérogène. Nous présentons ici plusieurs approches développées au cours des vingt-cinq dernières années.

3.4.1 Méthode de tir ou de perturbation de rai

Ces deux méthodes permettent de déterminer les temps de propagation à partir des rais sismiques. Elles ont notamment été décrites par Keller (1968) ; Roberts et Shipman (1972) ; Chandler (1975) ; Julian et Gubbins (1977) ; Virieux (1991), etc. La méthode de tir (*ray shooting* en anglais) consiste à initier un rai dans une direction choisie et à le construire de proche en proche, en respectant les lois qui régissent la propagation des ondes dans les milieu hétérogènes, jusqu’à ce qu’il atteigne une limite telle que la topographie de surface par exemple. La direction initiale est ensuite affinée dans l’espoir d’atteindre la cible visée. La méthode de per-

turbation de rai (*ray bending* en anglais) consiste, comme son nom l'indique, à déformer un rai sismique, en partant d'un rai linéaire reliant la source à la station, et en cherchant à minimiser le temps de propagation de long de celui-ci. Ces perturbations sont effectuées en discrétisant le rai de plus en plus finement, et en déplaçant les points du rai en fonction du gradient de vitesse. Ces deux méthodes mettent à profit la stationnarité du temps de propagation autour du rai sismique, qui permet d'obtenir des temps très précis à partir d'une approximation du « vrai » rai sismique.

Il existe parfois plusieurs rais minimisant localement le temps de propagation entre un foyer et une station. C'est le cas par exemple des ondes P_n et P_g (ou S_n et S_g) : la première est une onde conique qui est réfractée dans le manteau, la seconde est une onde directe qui n'a traversé que la croûte terrestre. Afin de s'assurer qu'on ne manque pas le trajet le plus rapide pour l'onde considérée, il est donc nécessaire d'explorer tout l'espace. Cela se traduit, pour les méthodes de tir, à un grand nombre de directions initiales plus ou moins plausibles a priori. En ce qui concerne les méthodes de perturbation, il est nécessaire de tester différentes géométries afin de trouver les éventuels minima locaux.

Les programmes LOTOS (Koulakov, 2009) ou SIMULPS (Thurber, 1983 ; Um et Thurber, 1987 ; Eberhart-Phillips, 1986, 1990), utilisés pour de nombreuses études tomographiques à partir de séismes locaux, utilisent tous deux une approche fondée sur la perturbation des rais.

3.4.2 Résolution de l'équation eikonale²

Cette équation, qui régit la propagation des fronts d'ondes élastiques, s'exprime par :

$$\|\nabla T(\mathbf{x})\| = \frac{1}{v(\mathbf{x})}, \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (3.32)$$

où Ω est un domaine de \mathbb{R}^n , $v(\mathbf{x})$ est la vitesse locale de propagation, et $T(\mathbf{x})$ est le temps de propagation entre la source \mathbf{x}_0 et le point \mathbf{x} . ∇ représente le gradient et $\|\cdot\|$ la norme euclidienne.

De nombreux algorithmes permettent de résoudre l'équation eikonale. Nous en présentons quelques-uns ci-dessous. Une présentation plus détaillée et exhaustive est proposée par Belayouni (2013).

Ces algorithmes permettent de déterminer par différences finies les temps de propagation entre une source ponctuelle et chaque nœud d'une grille, en s'appuyant sur un modèle de vitesse hétérogène discrétisé. Certains algorithmes comme ceux de Vidale (1990) et Podvin et

2. De l'allemand *Eikonale*, de racine grecque, signifiant image, ressemblance, illustration.

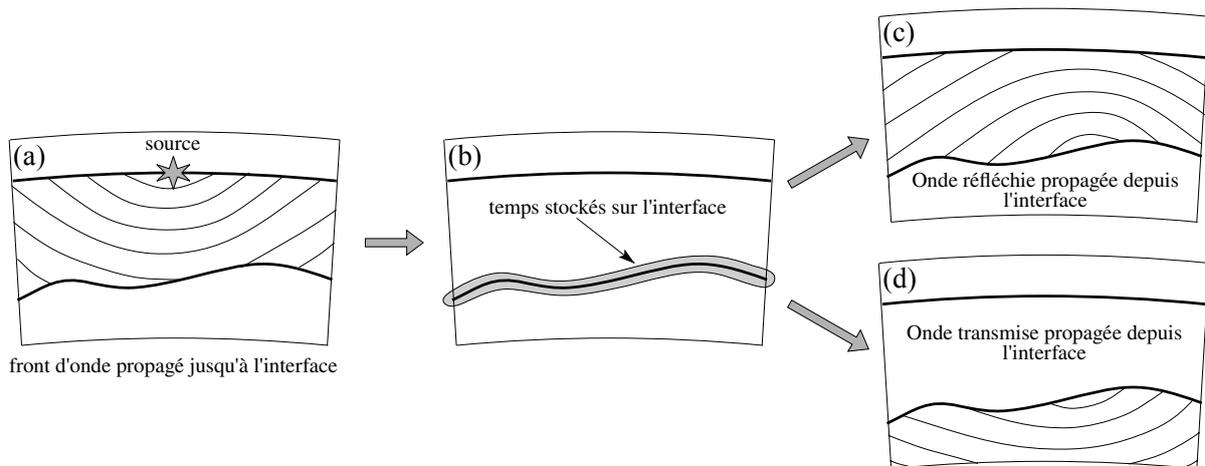


Figure 3.7 – Propagation d'ondes dans un modèle à couches, calcul des temps de propagation des ondes directe, réfléchie et réfractée. **a)** propagation depuis la source dans la première couche ; **b)** les temps d'arrivée à l'interface sont stockés ; ils sont déduits des temps d'arrivée aux nœuds de la grille qui l'entoure ; **c)** l'onde réfléchie est propagée depuis l'interface dans la première couche ; **d)** l'onde réfractée est propagée depuis l'interface dans la seconde couche. Modifié d'après De Kool et al. (2006).

l'algorithme de Fomel *et al.* (2009). Plus récemment, l'algorithme de Belayouni (2013) allie cette approche dans un voisinage de la source à une approche classique en dehors.

Ces algorithmes permettent uniquement de calculer les temps de propagation de la première onde arrivée en chaque point de l'espace, privilégiant ainsi l'onde directe ou éventuellement l'onde conique dans un modèle à couches séparées par un saut de vitesse. L'algorithme de De Kool *et al.* (2006) permet de calculer plusieurs temps d'arrivée correspondant aux trajets des ondes directes, coniques et réfléchies, dans un milieu à deux ou plusieurs couches. Ces différents trajets sont obtenus par une suite de calculs de propagation similaires à ceux qu'on vient de présenter. On considère alors le modèle de vitesse couche par couche, en commençant par celle qui contient la source. L'onde directe est propagée dans cette couche depuis la source ; les temps d'arrivée à chaque point des interfaces qui bornent cette couche sont stockés. Une nouvelle onde est ensuite propagée, interface par interface, dans chacune des deux couches qu'elles séparent. Cette nouvelle onde est émise par tous les points constituant l'interface, en respectant les délais calculés lors de la première propagation. À nouveau, les temps d'arrivée à chaque point des interfaces sont stockés. L'opération est répétée autant de fois que nécessaire pour obtenir les trajets désirés. La figure 3.7, modifiée d'après De Kool *et al.* (2006), représente schématiquement cet algorithme.

La résolution de l'équation eikonale pour le calcul des temps de propagation présente deux avantages par rapport à la méthode de tir : (i) on est assuré de trouver systématiquement le temps de propagation le plus court puisqu'on procède par propagation de front d'onde ; (ii)

d'un point de vue pratique, on peut calculer une fois pour toutes les temps de propagation entre tous les points de la grille et chaque station, pour un modèle donné. Étant donné que le temps de propagation d'une onde émise en un point A et observée en un point B est le même que le temps de propagation de l'onde émise au point B et observée en A , ce calcul s'effectue en prenant comme source les différentes stations du réseau considéré. Les temps ainsi calculés sont stockés sous forme de tables de temps que l'on utilise à la demande ; c'est une approche parfaitement adaptée à la localisation de séismes par une recherche sur grille.

3.4.3 Notre approche du problème direct

Le choix d'un algorithme de calcul des temps de propagation repose essentiellement sur les spécificités de celui-ci, telles que la précision, la gestion des interfaces, ou la gestion du modèle de vitesse.

3.4.3.1 Algorithme TIME3D

Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé l'algorithme TIME3D développé par Podvin et Lecomte (1991) qui utilise un référentiel cartésien et qui permet de calculer les ondes coniques, celles-ci représentant une grande partie de notre jeu de données. Le modèle de vitesse est discrétisé en cellules cubiques de dimension constante et de vitesse constante.

La précision de l'algorithme dépend en partie de la dimension des mailles de la grille du modèle de vitesse. Les cellules doivent être suffisamment petites pour limiter l'imprécision du calcul. Dans notre cas, il est aussi nécessaire de tenir compte des capacités informatiques puisque l'étendue de la zone d'étude, le nombre de stations et le nombre de données sont tous importants. Nous avons fixé la taille des cellules à 750 m de côté, ce qui conduit à $609 \times 553 \times 119 = 40\,076\,463$ nœuds.

Comme on peut le pressentir sur la figure 3.6, la précision de l'algorithme TIME3D dépend de la direction de propagation et de la position du point considéré relativement à la source. Une étude des erreurs de TIME3D a été menée par Monteiller (2005).

3.4.3.2 Tracé des rais et précision du temps de propagation

Une méthode a été proposée par Latorre *et al.* (2004) pour améliorer la précision du calcul du temps de propagation. Elle se fonde sur le fait que, parmi tous les trajets possibles, le rai joignant la source à la station minimise le temps de propagation, de telle sorte qu'une petite

perturbation du rai n'affecte que très peu ce temps. En pratique, les rais sont construits de proche en proche en suivant les lignes de plus grande pente des temps, à partir d'une source quelconque jusqu'à la station (Vidale, 1988). Ces rais sont donc approximatifs, quoique relativement voisins des rais exacts. En revanche, les temps de propagation qu'on calcule en intégrant la lenteur le long de ces rais sont bien plus précis que ceux obtenus par l'algorithme TIME3D, comme l'a montré dans sa thèse V. Monteiller (Monteiller, 2005). En effet, l'erreur sur le calcul du temps de propagation dans un modèle simple est un à deux ordres de grandeur plus petit avec cette méthode qu'avec l'algorithme TIME3D seul.

En pratique, les rais sont modélisés par des segments successifs à partir d'un point source en suivant l'opposé du gradient des temps de propagation jusqu'à la station. En chaque nœud de la grille que l'on identifie par ses indices (i, j, k) , les composantes du gradient $\mathbf{g}_{ijk} = (g_i^x, g_j^y, g_k^z)$ sont calculées selon les formules :

$$g_i^x = \frac{t_{i+1,j,k} - t_{i-1,j,k}}{2p} \quad g_j^y = \frac{t_{i,j+1,k} - t_{i,j-1,k}}{2p} \quad g_k^z = \frac{t_{i,j,k+1} - t_{i,j,k-1}}{2p} \quad (3.33)$$

où $p = 750$ m est la distance entre les nœuds de la grille.

À partir de la source, le rai est construit segment par segment. La direction de chaque segment est déterminée par le gradient dont les composantes sont interpolées trilineairement depuis les nœuds de la grille. La longueur des segments doit être petite par rapport aux mailles de la grille afin que le rai soit relativement lisse : nous l'avons fixée à 75 m, ce qui correspond à un dixième de la longueur d'un côté d'une cellule.

À la station, le gradient s'annule et le calcul de ses composantes aux nœuds voisins de celle-ci est peu précis, p étant localement trop grand. La construction du rai est alors arrêtée à une distance de $2p$ de la station et le raccord est effectué en étirant les k derniers segments de rais dans la direction du vecteur \mathbf{v} joignant l'extrémité du rai à la station. Pour cela, on détermine la position \mathbf{x}^{corr} des k dernières jonctions de segments constituant le rai :

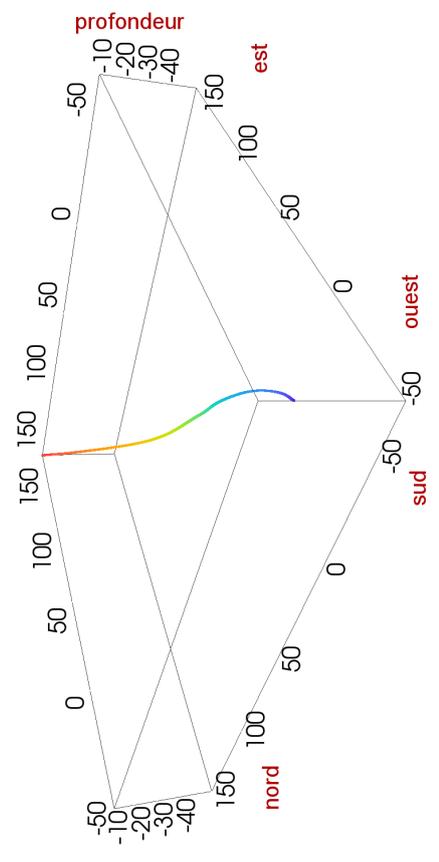
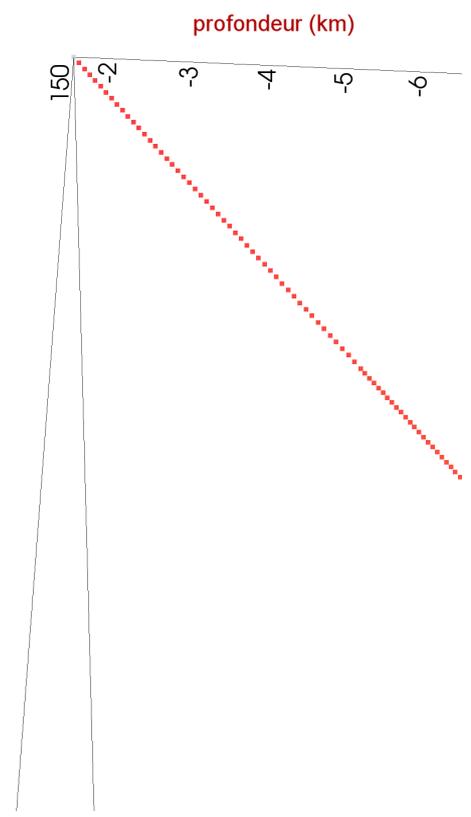
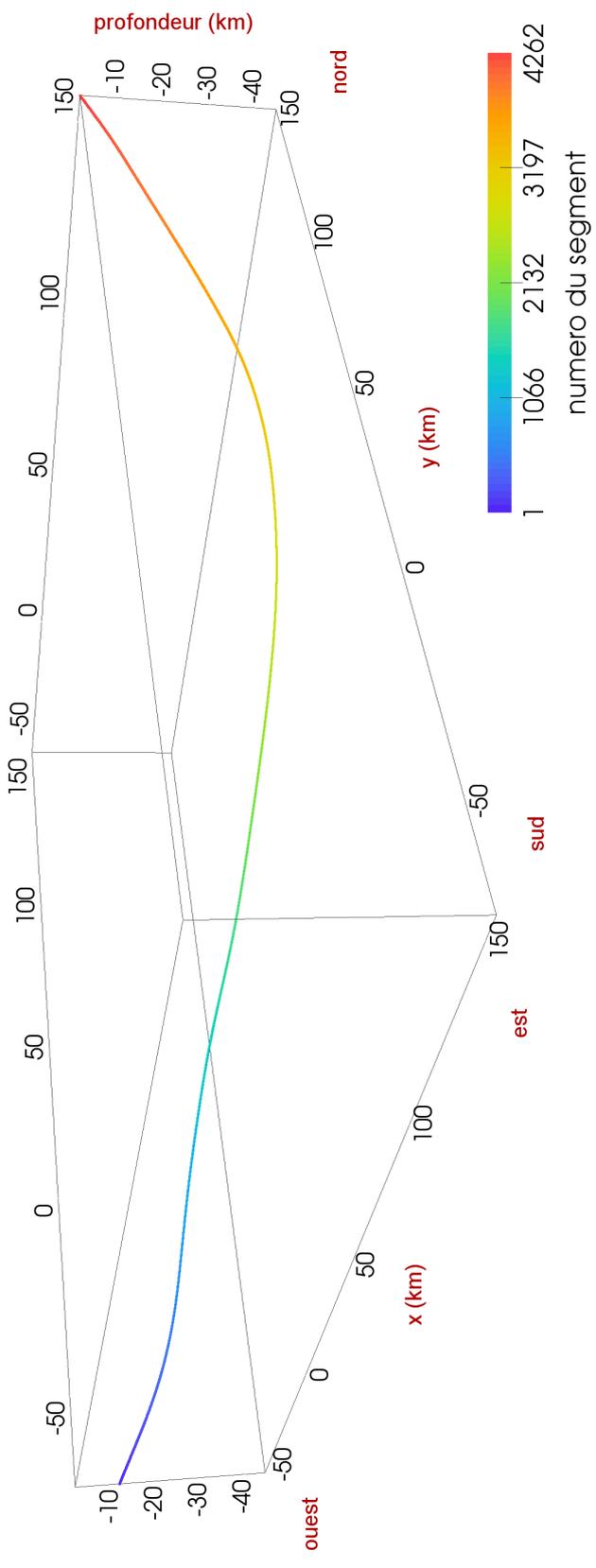
$$\mathbf{x}_{n-i}^{corr} = \mathbf{x}_{n-i} + \mathbf{v} \frac{k-i}{k} \quad \text{pour} \quad 0 \leq i \leq k-1 \quad (3.34)$$

où \mathbf{x} est la position de ces jonctions et n est le nombre total de jonctions pour l'ensemble du rai. Nous avons fixé $k = \min(n-1; 50)$. La figure 3.8 représente un rai obtenu par cette approche dans un modèle issu d'une tomographie.

Cette approche est relativement coûteuse en temps de calcul. Nous l'avons donc utilisée uniquement dans le cadre de la tomographie, pour laquelle il ne faut tracer qu'un rai par donnée, soit environ 800 000 par itération. Pour les localisations en revanche, nous avons préféré

utiliser l'algorithme TIME3D seul. En effet, notre approche des localisations par recherche sur grille nécessiterait de tracer les rais pour tout l'espace et pour chaque station, ce qui prendrait énormément de temps. Étant donné que le modèle de vitesse a priori que nous avons défini précédemment est un modèle très simple, le gain de précision apporté par la méthode de Latorre *et al.* (2004) serait illusoire.

Figure 3.8 – Représentation en trois dimension d'un rai tracé dans un modèle issu d'une tomographie. Séisme du 26 février 2012 à 22h37 GMT, vallée de l'Ubaye, France ; onde P à la station VDL, réseau SED (ETH, Zurich, Suisse). **En haut** : vue d'ensemble du rai observé depuis le sud-est. Le foyer est à gauche (sud-ouest) et la station est à droite (nord-est). **En bas à gauche** : même rai vu dans l'axe foyer-station (le foyer est au coin en bas de l'image). On observe qu'au départ du rai, celui-ci est dévié vers l'est. Ceci s'explique par la présence de roches mantelliques proches de la surface (corps d'Ivrée) dans lesquelles les ondes se propagent plus vite que dans la croûte. **En bas à droite** : grossissement sur les derniers segments du rai. Le raccord du rai à la station est fait sur les cinquante derniers segments.



Deuxième partie

Mise en œuvre :

Localisation, Tomographie, Moho

Chapitre 4

Localisation de séismes

L'ESSENTIEL

La localisation de séismes :

- ▣ bases théoriques de la localisation établies au début du XX^e siècle ;
- ▣ généralement basées sur une fonction coût ou une densité de probabilité ;
- ▣ la précision dépend de la qualité des données, du modèle de vitesse et du calcul des temps de propagation.

L'algorithme LOGIN :

- ▣ détermine la densité de probabilité de présence du foyer ;
- ▣ les données considérées sont les temps d'arrivées t_p et les différences $t_S - t_P$;
- ▣ les temps de propagation sont calculés une fois pour toutes ;
- ▣ les données aberrantes sont éliminées dans le processus d'inversion ;
- ▣ la densité de probabilité permet d'évaluer l'incertitude de la localisation.

Tests de localisation :

- ▣ l'algorithme fournit des localisations cohérentes ;
- ▣ la profondeur des foyers est relativement bien estimée.

Sommaire

4.1	Introduction générale à l'art de localiser les séismes	105
4.1.1	Aperçu historique	105
4.1.2	Approche moderne de la localisation	106
4.2	L'algorithme LOCIN	107
4.3	Quelques exemples de localisations	109

4.1 Introduction générale à l'art de localiser les séismes

4.1.1 Aperçu historique

D'un point de vue historique (Agnew, 2002 ; Fréchet et Rivera, 2012), le premier enregistrement de télé-séisme qui nous soit parvenu date du 18 avril 1889. On le doit à E. von Rebeur-Paschwitz qui s'intéressait au phénomène de marée dans le cadre de l'astronomie à Potsdam en Allemagne. Les premiers enregistrements de séismes locaux sont probablement plus anciens, bien qu'on ne soit pas capable de les dater exactement. Ils ont probablement été acquis au Japon ou en Italie, où des séismes importants dans les années 1880 ont motivé la mise en place de services nationaux de sismologie. Il est encore plus compliqué de dater la première localisation qui ait été réalisée, bien que W. Hopkins ait démontré dès 1847 comment des mesures de temps d'arrivée d'ondes sismiques en différents endroits pouvaient servir à localiser un séisme. En 1848, R. Mallet allait plus loin en s'intéressant à la direction des ondes observées en différents lieux, de laquelle il essayait de déduire une localisation.

Il est raisonnable de penser que les premières localisations effectuées à partir de lectures de temps d'arrivées ont été obtenues par la méthode des arcs de cercles qui se fonde sur les différences $t_S - t_P$, celle-ci permettant d'estimer la distance entre la source et la station sans avoir besoin d'horloges correctement synchronisées entre les stations. Pour cette même raison de difficulté de synchronisation d'horloge, la méthode graphique des hyperboles, qui se base sur le délai d'arrivée d'une onde (généralement l'onde P) à différentes stations, est probablement apparue beaucoup plus tard. Dans la première moitié du XX^e siècle, cette méthode a été très utilisée dans les observatoires, probablement parce que sa mise en œuvre est relativement simple. Parallèlement, E. Wiechert et son étudiant L. Geiger avaient, dès le début du XX^e siècle, décrit les bases de la localisation par la méthode des moindres carrés généralisés qui est encore aujourd'hui très utilisée (Lee et Lahr, 1975).

Finalement, le problème de la localisation consiste à déterminer l'origine spatiale et temporelle des ondes émises par un séisme, en se basant sur les temps d'arrivée de ces ondes en différentes stations sismologiques. Pour cela, les temps d'arrivée sont comparés à des temps théoriques qu'on détermine par la somme d'une heure origine théorique et d'un temps de propagation calculé pour une source théorique dans un modèle de vitesse choisi. Tout le problème de la localisation consiste donc à déterminer la « meilleure » position possible de cette source théorique et son heure origine pour que l'écart entre les temps observés et les temps théoriques soit minimum. Généralement, les ondes utilisées pour la localisation sont les premières arrivées des ondes P et des ondes S car leur lecture est relativement simple et le calcul de leur temps de

propagation l'est également ; d'autres arrivées peuvent aussi être utilisées. La précision de la localisation obtenue dépend de plusieurs critères, concernant aussi bien les données (qualité et nombre d'observations, répartition des stations par rapport à la source) que le modèle (modèle 1D, 3D, issu d'une étude tomographique, forme de la Terre, calcul des temps de propagation, etc.).

4.1.2 Approche moderne de la localisation

Les méthodes actuelles de localisation de séismes s'appuient sur des fonctions coût, des fonctions de vraisemblance ou des fonctions de densité de probabilité : la localisation d'un foyer est alors déterminée par le maximum (ou le minimum) de ce type de fonction. L'étendue de la zone des valeurs significatives de ces fonctions, ou l'existence de plusieurs maximums locaux permet d'estimer l'incertitude de localisation.

Les fonctions coût ou de vraisemblance sont plus commode à utiliser que les densités de probabilité puisqu'elles ne nécessitent pas de renormalisation : il n'est donc pas nécessaire de les déterminer dans tout l'espace. En revanche, elles ne permettent pas de caractériser l'incertitude aussi finement qu'une fonction de probabilité pour laquelle on peut déterminer des zones de confiance.

La méthode de minimisation dépend de la fonction que l'on utilise. Pour les fonctions coût ou de vraisemblance, l'approche consiste généralement à améliorer la localisation à partir d'une position initiale par des méthodes de quasi-Newton¹ ou des méthodes de gradient². Lorsqu'il existe plusieurs maximums locaux — ce qui arrive lorsque les données sont de mauvaise qualité ou que les stations ayant enregistré le séisme sont alignées — la localisation finale dépend de la position initiale du foyer par rapport à ces maximums.

Le programme de localisation HYPREF (Fréchet, 2005), fondé sur le programme HYP071 (Lee et Lahr, 1975), que nous avons utilisé en premier lieu au cours de cette thèse est basé sur la méthode de localisation proposée par Geiger (1912). Ce programme minimise la fonction coût suivante par une approche de quasi-Newton :

$$\sum_{i=1}^n p_i (t_i^{obs} - t_i^{cal}(t_0, \mathbf{x}))^2 \quad (4.1)$$

1. Méthode de quasi-Newton : méthode similaire à la méthode de Newton dans laquelle on remplace la dérivée de la fonction par une approximation de cette dérivée, en général plus commode à déterminer.

2. Méthode de gradient : consiste à chercher le minimum (ou le maximum) d'une fonction qu'on ne connaît pas simplement en l'échantillonnant par points successifs, chaque point étant déterminé selon la direction du gradient de la fonction calculé au point précédent.

où t_i^{obs} est le $i^{\text{ème}}$ temps d'arrivée observé, t_i^{cal} est le temps d'arrivée prédit par un modèle de vitesse, et p_i est un coefficient de pondération. Ce coefficient tient compte de l'incertitude sur la lecture du temps d'arrivée et de l'erreur théorique liée au modèle de vitesse et au calcul du temps de propagation. L'incertitude de localisation fournie par HYPREF est déterminée par la taille des incréments spatiaux déterminés pour la dernière itération de l'algorithme de quasi-Newton.

De manière générale, les méthodes de localisation basées sur la minimisation d'un coût sont très rapides, surtout lorsque l'on utilise un modèle de vitesse simple. Pour cette raison, cette approche est couramment utilisée dans les observatoires pour le traitement quotidien des séismes, qui ne nécessite pas une localisation extrêmement fine.

Lorsqu'on souhaite obtenir une information plus précise sur l'incertitude de localisation, il faut utiliser une fonction de densité de probabilité. Dans le cas de la localisation de séismes, le coefficient de normalisation de la densité n'est pas implicite, la densité dépendant des temps de propagation qui eux ne sont pas déterminés de manière analytique. La densité doit donc être déterminée dans tout l'espace vraisemblable et pour tous les temps origines envisageables.

L'approche généralement employée pour déterminer le maximum d'une densité de probabilité est la recherche sur grille. Elle consiste à calculer cette fonction dans un domaine borné et discrétisé. Afin de réduire le temps de calcul, les temps de propagation peuvent être déterminés une fois pour toutes pour chaque station et pour chaque nœud de la grille. Pour obtenir une précision maximale, les mailles de la grille doivent être aussi petites que possible. L'incertitude de localisation est obtenue par la répartition de probabilité autour du foyer. La recherche sur grille permet également de déceler la présence de plusieurs maximums locaux puisque la fonction est déterminée dans tout le domaine. Cette approche est celle que nous avons utilisée pour déterminer la position des foyers.

Il existe d'autres méthodes pour explorer une densité de probabilité, telle que celle proposée par Lomax *et al.* (2000, 2009) pour le programme NONLINLOC consistant à chercher le maximum de probabilité par la méthode des chaînes de Markov.

4.2 L'algorithme LOCIN

Nous avons développé au cours de cette thèse le programme LOCIN, qui permet de localiser des séismes en suivant l'approche présentée au chapitre 2 dans le cadre d'une localisation à partir d'un modèle a priori (paragraphe 2.2.1, page 53).

Concrètement, la localisation est effectuée par recherche sur grille : l’algorithme LOCIN permet de déterminer la densité de probabilité (2.33) discrétisée sur les nœuds d’une grille couvrant le domaine d’étude. Une étape préliminaire à la localisation consiste à déterminer les temps de propagation théoriques entre chaque station et chaque nœud de la grille, pour une phase et un modèle de vitesse choisi. Par commodité, ces temps sont déterminés une fois pour toutes pour chaque paire phase–station et sont stockés sous forme de tables de temps.

Dans le cas de la présente étude, la grille en question est la même que celle ayant servi au calcul des temps de propagation par l’algorithme de Podvin et Lecomte (1991) (paragraphe 3.4.3 page 96) et dont les cellules mesurent 750 m de côté. Pour rappel, les données considérées sont les temps d’arrivée t_p et les différences $t_s - t_p$. Les tables de temps contiennent chacune 40 076 463 temps, stockés sous forme de nombres réels en simple précision³. Cela représente, en terme de mémoire, $40\,076\,463 \times 4$ octets $\simeq 160$ Mo par table de temps, et donc 160 Mo $\times 375$ stations $\times 2$ phases $\simeq 120$ Go au total.

L’algorithme LOCIN détermine ensuite la localisation en plusieurs étapes :

- la grille est d’abord parcourue grossièrement, à raison d’un nœud sur trois, afin de déterminer approximativement la position \mathbf{x} de la source.
- On en déduit un temps origine approximatif du séisme $t_0 = \text{Mediane}(\mathbf{t}_p^{\text{obs}} - \mathbf{T}_p(\mathbf{x}))$ avec $\mathbf{t}_p^{\text{obs}}$ le vecteur des temps observés t_p et $\mathbf{T}_p(\mathbf{x})$ le vecteur des temps de propagation théoriques correspondant à $\mathbf{t}_p^{\text{obs}}$ et pour la source \mathbf{x} . Seules les données t_p sont utilisées pour déterminer le temps origine car, d’une part, les données t_p sont généralement mieux déterminées que les données t_s et, d’autre part, les données t_s interviennent dans la localisation sous la forme de différences $t_s - t_p$ qui ne dépendent pas de t_0 .
- Les éventuelles données aberrantes — identifiées par un écart $t_p^{\text{obs}} - T_p(\mathbf{x}) - t_0$ supérieur à 3 secondes ou à 20 écarts-types⁴ pour les données t_p , ou pour un écart $t_s^{\text{obs}} - t_p^{\text{obs}} - T_s(\mathbf{x}) + T_p(\mathbf{x})$ également supérieur à 3 secondes ou à 20 écarts-types pour les données $t_s - t_p$ — sont éliminées.
- La grille est à nouveau parcourue en passant cette fois par tous les nœuds et en se limitant à un domaine restreint de 60 mailles dans les trois directions autour de \mathbf{x} .
- La position \mathbf{x} finale retenue correspond au maximum de la densité que l’on obtient par interpolation entre les nœuds.

D’un point de vue algorithmique, le programme LOCIN est écrit en Fortran 2003⁵ et utilise

3. La « simple précision » permet de stocker entre 6 et 7 chiffres significatifs d’un nombre réel en le codant sur 4 octets. En « double précision » (8 octets) la précision atteint 16 chiffres significatifs.

4. L’écart-type effectif de la localisation tient compte des incertitudes d’observation et de l’erreur de modélisation (voir le paragraphe 2.2.1 et la figure 2.1).

5. Norme Fortran 2003 (Septembre 2004).

la bibliothèque de parallélisation *OpenMP*⁶. C'est un programme d'utilisation très souple qui s'adapte facilement aux capacités des machines de calcul (nombre de cœurs de calcul, mémoire disponible, mémoire partagée, etc.). L'ensemble des calculs de localisation a été mené sur les plateformes GOFREE et FROGGY du centre de calcul intensif CIMENT⁷ de Grenoble. Le temps de calcul est très dépendant du nombre de données et donc du nombre de tables de temps qui doivent être chargées en mémoire. Sur la plateforme FROGGY, la parallélisation sur 16 cœurs à mémoire partagée permet de déterminer une localisation en quelques secondes pour des séismes comptant une dizaine de données et en une à deux minutes pour des séismes comptant plus d'une centaine de données.

4.3 Quelques exemples de localisations

Afin d'estimer la qualité des localisations produites par l'algorithme LOCIN, nous nous sommes intéressé à sept séismes alpins qui ont fait l'objet d'études détaillées.

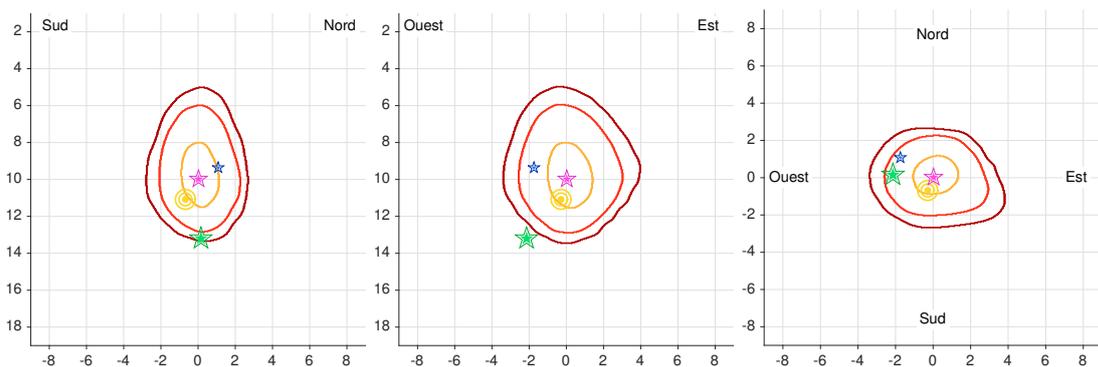
Le premier de ces séismes est le séisme du Grand Bornand (Haute-Savoie) qui s'est produit le 14 décembre 1994 à 8h55 temps universel (TU). Ce séisme de magnitude locale $M_L = 5,1$ a été ressenti jusqu'à Valence et Lyon. Il a été étudié en détail et relocalisé par Fréchet *et al.* (1996). Le deuxième séisme est celui d'Épagny-Annecy (Haute-Savoie), de magnitude $M_L = 5,3$, qui s'est produit à 00h13 (TU) le 15 juillet 1996. Il a été relocalisé par Thouvenot *et al.* (1998) sur l'extrémité sud de la faille du Vuache, à deux kilomètres de profondeur. Il a causé d'importants dégâts dans la région.

Pour ces deux premiers séismes, très peu de temps d'arrivée d'ondes S ont été identifiés car les systèmes d'acquisition utilisés alors par les stations les plus proches n'étaient pas adaptés aux fortes amplitudes et ont donc saturé.

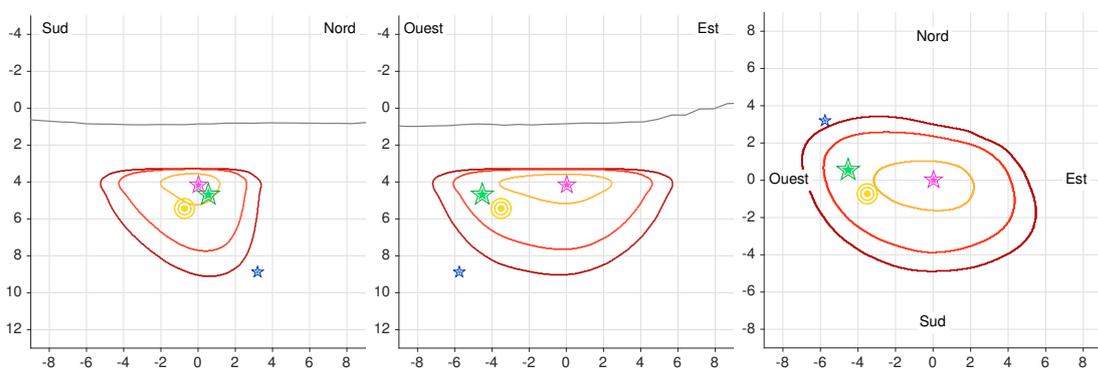
Nous nous sommes ensuite intéressé au séisme de Laffrey (Isère) de magnitude $M_L = 3,5$ qui s'est produit le 11 janvier 1999 à 03h36 (TU). Ce séisme est l'un des plus importants qui soit survenu sur la faille de Belledonne depuis l'installation du réseau Sismalp. Sur cette faille dont l'activité a été mise en évidence par Thouvenot *et al.* (2003) grâce à l'observation d'un alignement de foyers, pourrait un jour se produire des séismes dépassant la magnitude 6. En effet, la faille peut être suivie de façon plus ou moins continue du sud de Grenoble jusqu'à Albertville, soit sur une longueur d'environ 100 km. Le quatrième séisme que nous avons étudié

6. *Open Multi Processing*, parallélisation pour machines à mémoire partagée, <http://openmp.org/>.

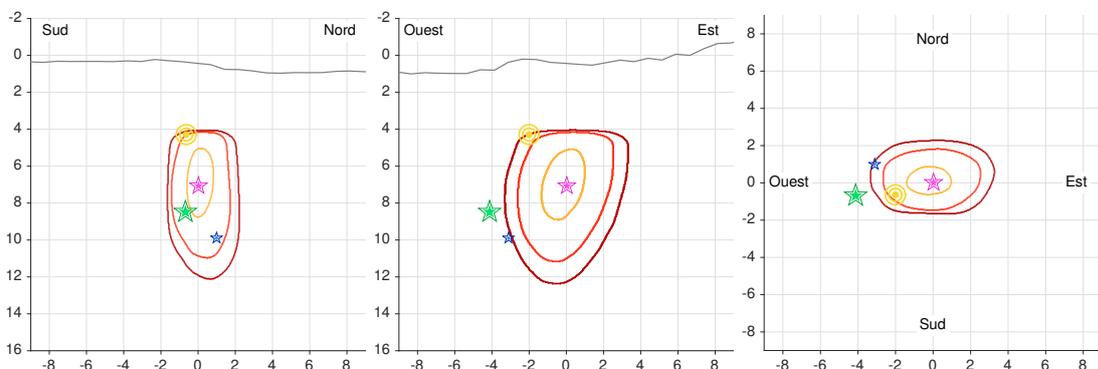
7. Calcul Intensif, Modélisation, Expérimentation Numérique et Technologique (CIMENT) <https://ciment.ujf-grenoble.fr> (région Rhône-Alpes, labex OSUG@2020, projet ANR Investissements d'Avenir Equip@Meso).



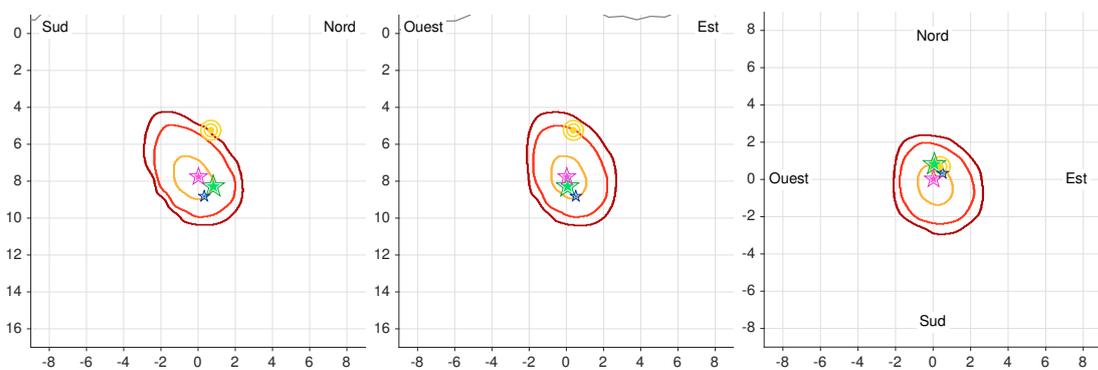
(a) Séisme du Grand-Bornand, $M_L = 5, 1$; 14/12/1994, 8h55 TU.



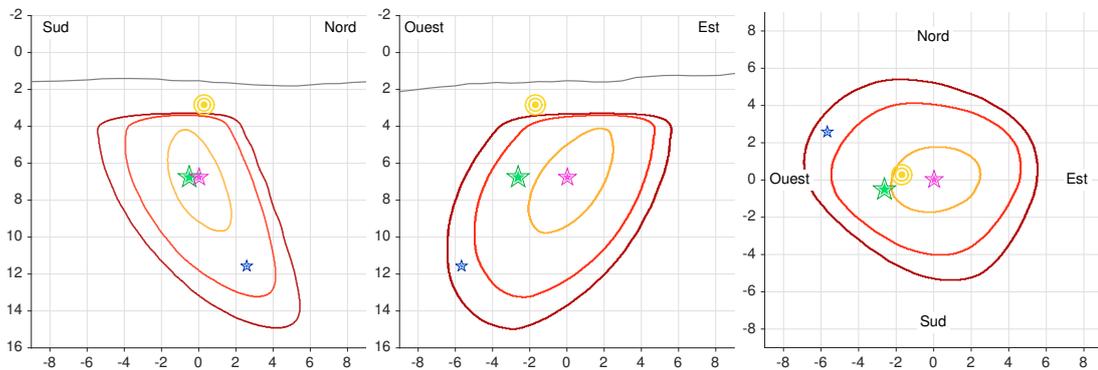
(b) Séisme d'Épagny-Annecy, $M_L = 5, 3$; 15/07/1996, 0h13 TU.



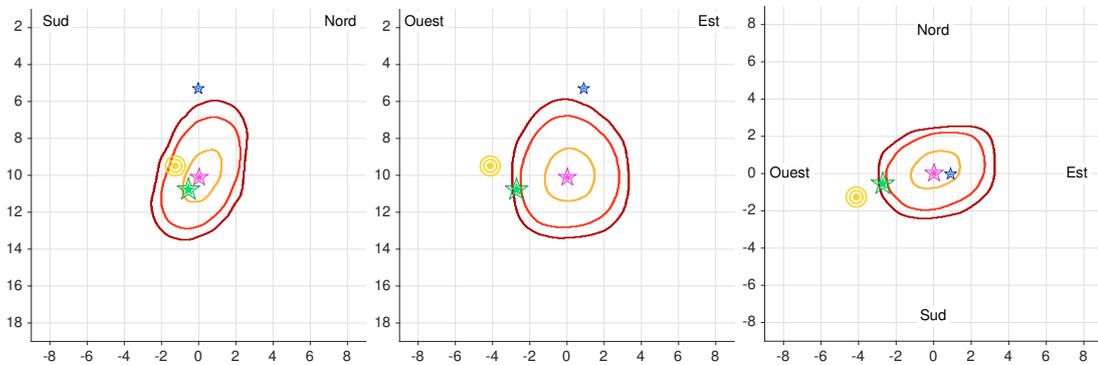
(c) Séisme de Laffrey, $M_L = 3, 5$; 11/01/1999, 3h36 TU.



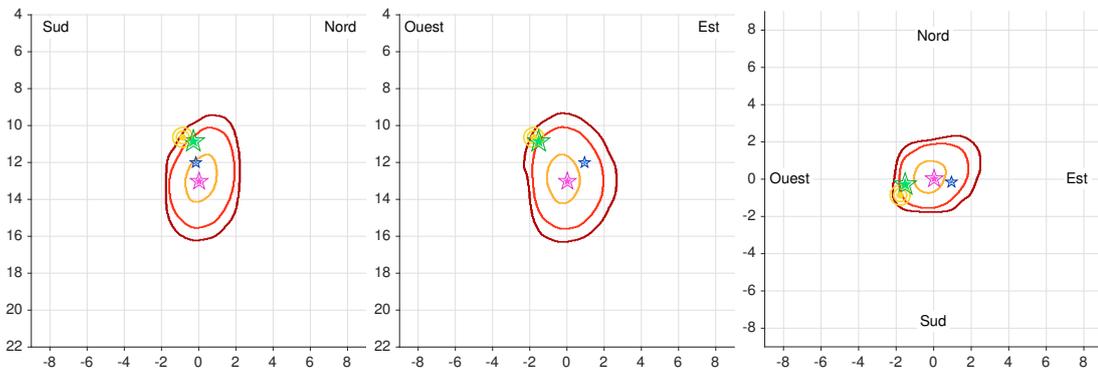
(d) Séisme de Vallorcine, $M_W = 4, 5$; 8/09/2005, 11h27 TU.



(e) Séisme de Conand, $M_L = 3,5$; 11/01/2006, 10h32 TU.



(f) Séisme de l'Ubaye, $M_L = 4,3$; 26/02/2012, 22h37 TU.



(g) Séisme de l'Ubaye, $M_L = 4,8$; 7/04/2014, 19h26 TU.

Figure 4.1 – Localisation par l'algorithme LOCIN des séismes de référence. Axes en kilomètres.

- ★ : localisation LOCIN (maximum de probabilité) ;
- contours de confiance : — : 50 % ; — : 95 % ; — : 99 % ;
- ⊙ : localisation publiée ;
- ★ : localisation HYPREF ;
- ★ : localisation par la tomographie ;
- : topographie de surface.

est celui de Vallorcine (Haute-Savoie), de magnitude de moment $M_W = 4,5$ et qui s'est produit le 8 septembre 2005 à 11h27 (TU). Le cinquième séisme est le séisme de Conand (Ain) qui s'est produit le 11 janvier 2006 à 10h32 (TU). Malgré sa faible magnitude ($M_L = 3,5$), ce séisme a causé ponctuellement quelques légers dégâts à cause de la faible profondeur de son foyer, moins d'un kilomètre sous la surface (Thouvenot et Bouchon, 2008). Enfin, les deux derniers séismes que nous avons étudiés en détails sont les deux séismes les plus importants de l'essai de sismicité de la haute vallée de l'Ubaye (Alpes-de-Haute-Provence) de 2012 à aujourd'hui. Le premier est le séisme du 26 février 2012 à 22h37 (TU) et de magnitude $M_L = 4,3$; le second est le séisme du 7 avril 2014 à 19h26 (TU) et de magnitude $M_L = 4,8$. Ces deux séismes sont localisés à quelques centaines de mètres d'écart et font partie d'un essaim qui a généré plusieurs milliers de séismes localisés par le réseau Sismalp entre 2012 et 2015 (Thouvenot *et al.*, 2016).

Sur la figure 4.1, nous avons représenté des agrandissements des lois marginales dans les trois directions de l'espace pour chacun des sept séismes considérés. Sur ces figures, les localisations dites « publiées » sont les localisations fines fournies par articles de référence cités précédemment. Les localisations obtenues par le programme HYPREF (Fréchet, 2005) ont été réalisées à partir du jeu de données constitué lors de cette thèse et du modèle de vitesse utilisé pour les localisations du réseau Sismalp. Ce modèle est un modèle tabulaire 1-D qui a été développé pour les Alpes occidentales. Nous avons également représenté sur ces figures les localisations issues de la tomographie qui ont donc été déterminées dans un modèle de vitesse plus précis que le modèle 1-D utilisé pour les localisations a priori.

Les localisations horizontales par l'algorithme LOCIN sont très proches des localisations publiées, qu'on peut a priori considérer comme des références. L'écart horizontal maximum atteint 4 km pour les séismes d'Épagny et de l'Ubaye (2012), bien que pour Épagny la localisation de référence se trouve dans la zone des 95 % de probabilité de présence du foyer. Dans le cas du séisme de l'Ubaye de 2012, l'écart s'explique par le fait que le modèle de vitesse a priori ne tient pas compte des variations latérales de vitesse. Or, dans le cas de l'Ubaye, le corps d'Ivrée — corps mantellique situé dans la croûte à quelques kilomètres à l'est du séisme — induit une importante variation latérale vers l'est, et explique le déplacement de la localisation. D'autre part, deux stations locales qui auraient pu contraindre cette localisation étaient en panne au moment du séisme. On remarque d'ailleurs que la localisation HYPREF est affectée de la même manière. Pour le séisme de 2014, ces deux stations locales ont bien fonctionné et ont permis de mieux contraindre la position de la source.

Les localisations verticales sont généralement moins bien contraintes que les localisations horizontales à cause du *trade-off* qui lie la détermination de la profondeur focale à la détermination du temps origine. On voit sur la figure 4.1 que les zones de confiance de la localisation

sont généralement étirées verticalement, mais leur étendue ne dépasse pas 8 km (iso-contour 99 % de confiance), sauf pour le séisme de Conand (~ 12 km). Toutefois, les localisations LOCIN sont relativement proches des localisations publiées, avec un écart toujours inférieur à 4 km.

Globalement, les localisations fournies par notre algorithme LOCIN sont proches des localisations de référence. Bien que la profondeur des séismes soit un paramètre souvent mal contraint, on peut noter que les profondeurs focales déterminées par LOCIN sont cohérentes avec les localisations publiées. On peut également noter que les localisations issues de la tomographie présentée au chapitre 6 sont horizontalement très proches des localisations de référence.

Chapitre 5

Tomographie par ondes de volume de séismes locaux : l'approche par les grands nombres

L'ESSENTIEL

Méthodes et algorithmes de tomographie :

- ▣ étude tomographique par inversion de temps d'arrivée d'ondes de volume P et S de séismes locaux ;
- ▣ plusieurs algorithmes existent, les différences concernent la discrétisation de l'espace, les jeux de données gérés, les modèles initiaux et la régularisation ;

L'algorithme INSIGHT :

- ▣ problème direct : intégration de la longueur le long des rais déterminés par le gradient des temps de propagation, eux-même obtenus par l'algorithme TIME3D ;
- ▣ prise en compte d'une densité de probabilité adaptée aux données ; nécessite un changement de variable ;
- ▣ inversion : résolution du système linéaire déterminé à chaque itération par l'algorithme LSQR ;
- ▣ paramètres de contrôle : lissage ξ et atténuation μ ;
- ▣ analyse de résolution et confiance : test de damier et indice de restitution.

Sommaire

5.1	Petit tour d’horizon des méthodes de tomographie	117
5.2	L’algorithme INSIGHT	119
5.2.1	Paramètres du modèle	120
5.2.2	Cas particulier des études très locales	121
5.2.3	Rais, temps de propagation, lignes de G et différences de données	122
5.2.3.1	Temps de propagation et lignes de la matrice G	122
5.2.3.2	Traitement particulier des différences de temps	123
5.2.4	À propos du stockage des matrices creuses	123
5.2.5	Robustesse, filtrage et données auxiliaires	124
5.2.6	Matrices de covariance	128
5.2.6.1	Matrice de covariance sur les données	128
5.2.6.2	Matrice de covariance sur les paramètres du modèle	128
5.2.7	Préconditionnement et résolution du système linéaire	131
5.2.8	Itérations, suivi et résultat de l’inversion	132
5.3	Paramètres de contrôle et courbes en L	135
5.3.1	L’atténuation (<i>damping</i>)	136
5.3.2	Le lissage (<i>smoothing</i>)	138
5.3.3	Normalisation de l’atténuation par le lissage	140
5.4	Sensibilité, confiance, ajustement	142
5.4.1	Ajustement aux temps d’arrivée	142
5.4.2	Indice de restitution	143
5.4.3	Test de damier	145

5.1 Petit tour d’horizon des méthodes de tomographie

La tomographie en sciences de la Terre rassemble toutes les techniques d’imagerie indirecte qui permettent d’observer l’intérieur de la Terre. Elle vient compléter les connaissances apportées par la géologie qui s’appuie essentiellement sur l’observation en surface. Elle a été développée parallèlement à la sismologie au siècle dernier et les méthodes ont beaucoup évolué au cours des trois dernières décennies, notamment grâce au développement de l’informatique. Différentes approches de tomographie ont été utilisées dans la région des Alpes occidentales : l’inversion des temps d’arrivée (P et/ou S) de séismes locaux (Solarino *et al.*, 1997 ; Paul *et al.*, 2001 ; Diehl *et al.*, 2009b) ; l’inversion de temps d’arrivée (P et/ou S) de télé-séismes (Lip-pitsch *et al.*, 2003 ; Piromallo et Morelli, 2003) ; l’inversion de la vitesse de groupe des ondes de surface (Stehly *et al.*, 2009) déduite de la corrélation du bruit sismique enregistré par les différentes stations d’un réseau (Campillo et Paul, 2003 ; Shapiro et Campillo, 2004) ; l’inversion de formes d’ondes complètes (Monteiller *et al.*, 2013, 2015) à partir d’enregistrements de télé-séismes (Beller *et al.*, 2015) ; l’imagerie d’interfaces par la méthode dite des « fonctions récepteurs » (Zhao *et al.*, 2015).

Notre approche de la tomographie est celle de l’inversion des temps d’arrivée des ondes de volume P et S de séismes locaux. Il existe de nombreux algorithmes qui permettent de l’appliquer, comme par exemple SIMULPS (Thurber, 1983 ; Um et Thurber, 1987 ; Eberhart-Phillips, 1986, 1990), LOTOS (Koulakov, 2009) ou encore l’approche de Benz *et al.* (1996) pour n’en citer que quelques-uns. Toutefois, notre approche de l’inversion se démarque de ces algorithmes par plusieurs points.

Concernant par exemple la discrétisation des paramètres fonctionnels de vitesse, notre approche consiste à définir une grille dont les cellules sont de petite taille, permettant de bien déterminer les temps de propagation et de limiter les approximations du modèle. La régularisation est assurée au travers d’un opérateur de covariance qui ne dépend pas de la grille. Dans SIMULPS, la régularisation dépend de la taille des cellules : chaque cellule doit donc être suffisamment grande pour être traversée par un nombre minimum de rais. Cette approche pose plusieurs problèmes : d’un point de vue pratique, si la taille des cellules est variable, la géométrie de la grille peut être très complexe ; d’un point de vue conceptuel, les temps de propagation théoriques sont moins bien déterminés et la résolution du modèle a posteriori peut être limitée par le choix de grille.

Une autre différence importante entre ces algorithmes de tomographie par séismes locaux et notre approche concerne les jeux de données. La plupart des algorithmes ne permettent l’in-

version que d'un nombre limité de données. Les jeux utilisés contiennent peu de séismes — quelques centaines tout au plus — minutieusement sélectionnés selon des critères d'intérêt géographique et de qualité d'enregistrement. Il n'existe malheureusement pas de jeu de données parfait en sismologie et, comme nous l'avons vu au premier chapitre, il est très difficile de détecter toutes les anomalies. Notre approche consiste à utiliser l'ensemble des données disponibles pour une zone d'étude. Cette approche présente deux avantages : la couverture du modèle par les rais est maximale, et l'information est stabilisée par les grands nombres. Toutefois, cette approche n'est pas triviale et nécessite d'utiliser une densité de probabilité sur les données permettant de gérer les données aberrantes.

En ce qui concerne le modèle initial, les approches varient en fonction des auteurs. Ce modèle est généralement déterminé soit par l'état de connaissance a priori que l'on en a, soit par une première inversion des données permettant de construire un modèle à une dimension (Kissling *et al.*, 1994). Dans ce cas il est primordial de tenir compte de l'erreur de modélisation due à l'hypothèse 1-D pour ne pas sur-ajuster les données, ce qui introduirait un biais sur le modèle.

Enfin, une dernière différence notable concerne les paramètres de contrôle de l'inversion. Dans le cas de la tomographie par séismes locaux, le modèle final est déterminé par la minimisation d'une fonction coût au voisinage d'un modèle initial. Ce minimum est généralement obtenu à l'aide d'un algorithme de quasi-Newton. La fonction coût contient un terme d'ajustement aux données et éventuellement un terme de régularisation, c'est-à-dire un terme qui dépend de l'écart entre le modèle et un modèle de référence a priori et/ou de la régularité du modèle qu'on détermine (régularisation de Tikhonov). D'un point de vue pratique, cela revient à introduire de nouvelles données « de régularisation » correspondant à l'annulation de ce terme.

Dans le cas de l'algorithme SIMULPS, il n'y a pas de terme de régularisation dans la fonction coût. La stabilité de l'algorithme de type quasi-Newton est assurée par l'adjonction d'un terme positif sur la diagonale de la matrice du quasi-hessien, d'une manière analogue à l'algorithme de Levenberg-Marquardt. La valeur de ce terme est choisi par une analyse de type « courbe en L » (*L-curve*, Hansen, 1992).

Dans le cas de l'algorithme LOTOS (Koulakov, 2009), le terme de régularisation correspond à la norme H^1 des vitesses ($\int v^2 dv + \int \|\nabla v\|^2 dv$). D'un point de vue pratique, cela revient à introduire comme nouvelles données de « régularisation » (i) les valeurs de la vitesse en chaque point de la grille et (ii) les valeurs des composantes du gradient obtenues par différences finies.

Dans l'algorithme de Benz *et al.* (1996) le terme de régularisation des vitesses est la norme

L^2 de leur laplacien. Il ne s'agit donc pas d'une norme, mais d'une semi-norme. Les données de « régularisation » correspondent cette fois à l'annulation du laplacien discrétisé par différences finies en chaque point de la grille.

Dans notre approche de la tomographie, le terme de régularisation de la fonction coût est une norme sur l'écart entre les vitesses et les localisations des séismes, et leurs valeurs a priori respectives. Cette norme est associée à la racine carrée de l'inverse de l'opérateur de covariance sur le modèle et présente ainsi des paramètres de contrôle du lissage facilement interprétable. Les paramètres de régularisation sont indépendants du maillage dès lors que celui-ci est suffisamment fin pour assurer un calcul correct des différents opérateurs et du problème direct. Dans le cas où l'on adopte un noyau de corrélation de type exponentiel pour les champs de vitesse, ce terme de régularisation fait aussi intervenir le laplacien, mais pondéré par les longueurs de lissage : il consiste en fait en une norme d'ordre 2 de l'écart des vitesses aux valeurs a priori.

5.2 L'algorithme INSIGHT

Nous avons développé au cours de cette thèse l'ensemble des programmes INSIGHT permettant de réaliser des tomographies par temps d'arrivée de séismes locaux. Ces programmes ont été développés à partir d'un programme de tomographie en double différence (Monteiller *et al.*, 2005 ; Monteiller, 2005), initialement dédié à des données acquises sur le dôme volcanique d'Hawaï. Dans le cadre de leur étude, la densité du réseau d'acquisition d'Hawaï permet en effet de mesurer les différences de temps d'arrivée entre les stations par corrélation des signaux sismiques, ce qui accroît considérablement la précision des mesures (Poupinet *et al.*, 1984 ; Fréchet, 1985 ; Got *et al.*, 1994) par rapport à des pointés manuels.

Une variante de ce programme a par la suite été développée par V. Monteiller et B. Valette dans le but de traiter les temps d'arrivée de séismes locaux. Cette variante a notamment été utilisée pour imager des volcans au Mexique (Berger *et al.*, 2011) et en Équateur (Monteiller *et al.*, 2010) ; ce programme a aussi permis de réaliser des tomographies régionales dans les Alpes occidentales (Potin *et al.*, 2012, 2014, 2015a,b), les Pyrénées (Theunissen *et al.*, 2013) ou encore en Équateur (Araujo *et al.*, 2014).

Les principaux points forts du programme de V. Monteiller et B. Valette sont l'utilisation d'une formule analytique de la racine carrée de l'inverse de l'opérateur de covariance, l'utilisation d'une densité de probabilité de type sécante hyperbolique sur les données ainsi que la décorrélation de la croûte et du manteau permettant de modéliser la discontinuité du Moho. Ces différents points seront détaillés dans ce chapitre. Le programme de tomographie a été

développé en Fortran 77¹ par V. Monteiller, et nous l'avons entièrement repensé et réécrit en Fortran 2003². Notre ensemble de programmes présente une nette amélioration en terme de performance et de précision grâce à une parallélisation efficace basée sur les bibliothèques *OpenMP*³ et *MPI*⁴ et à l'utilisation de la « double précision »⁵ pour le stockage en mémoire des nombres réels. Nous avons d'autre part introduit l'utilisation des différences de temps ($t_S - t_P$) et des effets de site propres aux stations. Ces programmes peuvent être utilisés pour réaliser des tomographies à grande échelle ou dans des domaines restreints, permettant ainsi d'augmenter la résolution dans les zones à forte densité de données. Ils permettent également de réaliser des tomographies en différences de temps d'arrivée lorsque l'on étudie un essaim de sismicité (différences station par station entre séismes consécutifs) ou lorsque l'on utilise un réseau local très dense (différences séisme par séisme entre toutes les stations du réseau).

5.2.1 Paramètres du modèle

Notre algorithme permet de déterminer de manière itérative les différents paramètres du modèle \mathbf{m} décrit au chapitre concernant l'inversion (paragraphe 2.3 page 63), en s'appuyant sur un modèle a priori $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ et à partir d'un modèle initial \mathbf{m}_0 . Nous avons généralement pris $\mathbf{m}_0 = \mathbf{m}_{\text{prior}}$ dans la mesure où $\mathbf{m}_{\text{prior}}$ est une bonne approximation de l'état de connaissance que nous avons des vrais paramètres du modèle.

La zone d'étude est discrétisée sur une grille dont les cellules sont des parallélépipèdes rectangles, et les valeurs des paramètres v_P et v_P/v_S sont déterminées en chaque nœud. Le domaine d'étude est celui présenté au chapitre 3 et la dimension des cellules est de 3 km dans les directions horizontales et 1,5 km dans la direction verticale. Ce maillage conduit au nombre de nœuds $n_n = 153 \times 139 \times 60 = 1\,276\,020$.

Le modèle a priori des vitesses des ondes P est le même que celui que nous avons utilisé pour les localisations (paragraphe 3.1.2, figure 3.1). Il en est de même pour le modèle a priori de v_P/v_S que nous avons déterminé par l'analyse d'un diagramme de Wadati (paragraphe 1.3.4, figure 1.10). Concernant les localisations a priori (\mathbf{x}, t_0), elles ont été déterminées par l'algorithme LOCIN présenté au chapitre précédent. Enfin, les paramètres d'effet de site a priori (Δ^P, Δ^{S-P}) sont considérés comme nuls, afin de ne pas biaiser le modèle avant l'inversion.

1. Langage de programmation basé sur la norme Fortran V (1977).
2. Norme Fortran 2003 (Septembre 2004).
3. *Open Multi Processing*, parallélisation pour machines à mémoire partagée, <http://openmp.org/>.
4. *Message Passing Interface*, parallélisation par processus indépendants, <http://www.mpi-forum.org/>.
5. La « double précision » permet de stocker jusqu'à 16 chiffres significatifs d'un nombre réel en le codant sur 8 octets. En « simple précision » (4 octets) la précision est limitée à 6 à 7 chiffres significatifs.

Le modèle \mathbf{m} se présente donc sous la forme :

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_i^{v_p} \\ \mathbf{m}_i^{v_p/v_s} \\ \mathbf{m}_i^x \\ \mathbf{m}_i^{t_0} \\ \mathbf{m}_i^{\Delta^p} \\ \mathbf{m}_i^{\Delta^{s-p}} \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n_n \\ n_n + 1 \leq i \leq 2n_n \\ 2n_n + 1 \leq i \leq 2n_n + 3n_e \\ 2n_n + 3n_e + 1 \leq i \leq 2n_n + 4n_e \\ 2n_n + 4n_e + 1 \leq i \leq 2n_n + 4n_e + n_s \\ 2n_n + 4n_e + n_s + 1 \leq i \leq 2n_n + 4n_e + 2n_s \end{array} \quad (5.1)$$

où n_n représente le nombre de nœuds de la grille d'inversion, n_e le nombre d'évènements sismiques et n_s le nombre de stations. Au total, cela représente dans le cas de la tomographie alpine 2 696 830 paramètres à déterminer.

5.2.2 Cas particulier des études très locales

La méthode de calcul des temps de propagation que nous avons choisie implique de n'utiliser que des séismes et des stations situés à l'intérieur de la grille délimitant le domaine d'étude. Or, dans le cadre d'une étude très localisée, il peut être intéressant de limiter géographiquement le domaine d'inversion afin d'augmenter localement la résolution et de réduire le nombre de paramètres à déterminer. L'application la plus courante est la tomographie d'édifices volcaniques sur lesquels sont déployés des réseaux denses, mais cela peut aussi concerner des essaims de séismes comptant quelques centaines ou milliers d'évènements dans des zones de quelques kilomètres carrés.

Notre algorithme permet de mener ce type d'inversion en définissant deux grilles, l'une étant la grille dite d'inversion et l'autre la grille dite globale. La grille d'inversion est la grille sur laquelle les valeurs des fonctions v_p et v_p/v_s sont déterminées par l'inversion. La grille globale est plus étendue et ses cellules peuvent être plus grandes. Pour le calcul des temps de propagation, les paramètres v_p et v_s sont interpolés sur une troisième grille dont les mailles sont plus fines, à partir des valeurs de la grille d'inversion ou la grille globale selon la position des nœuds. Dans le processus de tomographie, les fonctions v_p et v_p/v_s doivent rester cohérentes entre les deux grilles : l'application d'un paramètre d'atténuation aux nœuds des bords de la grille d'inversion permet de conserver cette cohérence.

5.2.3 Rais, temps de propagation, lignes de G et différences de données

Le calcul des temps de propagation est mené par l'approche présentée au paragraphe 3.4.3 qui nécessite une grille à cellules cubiques. La vitesse de l'onde que l'on considère (v_p ou v_s) est donc interpolée trilinéairement depuis la grille d'inversion (ou la grille globale si elle existe) sur une seconde grille dont les cellules doivent être de plus petite taille afin d'accroître la précision du calcul. Dans notre cas, les nœuds de la grille sont espacés de 750 m, conduisant à un nombre de nœuds de $609 \times 553 \times 119 = 40\,076\,463$.

Bien que les données que l'on inverse soient les temps d'arrivée t_p des ondes P et les différences $t_s - t_p$, le calcul du rai de l'onde S et celui du temps de propagation T_S nécessite dans un premier temps de traiter indépendamment les données t_p et t_s . Le modèle de vitesse v_s est déduit des modèles v_p et v_p/v_s pour chaque nœud de la grille. La relation théorique (2.71) pour une donnée t_s et un modèle \mathbf{m} (5.1) est :

$$t_s = T_S(v_s, \mathbf{x}) + t_0 + \Delta^P + \Delta^{S-P} \quad (5.2)$$

et les dérivées partielles correspondantes sont similaires aux équations (2.106) à (2.109) :

$$\frac{\partial t_s}{\partial v_{Pi}} = -\frac{1}{v_{Pi}v_{Si}} \int_{\mathcal{R}_s^i} c_i(s) ds \quad \frac{\partial t_s}{\partial v_p/v_{Si}} = \frac{1}{v_{Pi}} \int_{\mathcal{R}_s^i} c_i(s) ds \quad (5.3)$$

pour $1 \leq i \leq n_n$,

$$\frac{\partial t_s}{\partial \mathbf{x}_j} = \frac{1}{v_s(\mathbf{x})} u_j^S \quad (5.4)$$

où \mathbf{u}_j^S représente les composantes du vecteur directeur du rai S à la source. Pour les temps origine t_0 :

$$\frac{\partial t_s}{\partial t_0} = 1 \quad (5.5)$$

et pour les effets de site :

$$\frac{\partial t_s}{\partial \Delta^P} = 1 \quad \frac{\partial t_s}{\partial \Delta^{S-P}} = 1 \quad (5.6)$$

5.2.3.1 Temps de propagation et lignes de la matrice G

Une fois le rai construit, le temps de propagation est obtenu par l'approche de Latorre *et al.* (2004) qui consiste à le déterminer par intégration de la lenteur (l'inverse de la vitesse) de l'onde considérée le long du rai (2.104). Les termes de la ligne de la matrice \mathbf{G} sont quant à

eux déterminés suivant les équations (2.106) à (2.109) pour une donnée t_p , ou (5.3) à (5.6) pour une donnée t_s .

Si l'on s'intéresse aux équations (2.104), (2.106) et (5.3), on remarque qu'elles ont toutes un commun le terme $\int_{\mathcal{R}^i} c_i(s) ds$ où \mathcal{R}^i représente la portion de rai se trouvant au voisinage direct du i^e nœud. Par commodité, ce terme est calculé une fois pour toutes pour chaque nœud de la grille. Le rai étant discrétisé, l'intégration est effectuée segment par segment en prenant soin de scinder ceux qui traversent une interface entre cellules. Pour l'intégration, nous avons utilisé la formule de Simpson⁶ à trois points :

$$\int_S f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \simeq \frac{\|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_d\|}{6} (f(\mathbf{x}_d) + 4f(\mathbf{x}_i) + f(\mathbf{x}_f)) \quad (5.7)$$

où \mathbf{x}_d et \mathbf{x}_f sont les extrémités et \mathbf{x}_i le point milieu du segment S .

Une fois le calcul de cette intégrale effectué pour tous les nœuds voisins du rai, le calcul du temps de propagation (2.104) et des dérivées de la ligne de \mathbf{G} correspondante (pour une donnée t_p : 2.106 à 2.109, pour une donnée t_s : 5.3 à 5.6) sont immédiats.

5.2.3.2 Traitement particulier des différences de temps

Les données t_s sont ensuite remplacées par les différences $t_s - t_p$. La ligne de la matrice \mathbf{G} correspondant à une donnée $t_s - t_p$ est obtenue par une simple différence terme à terme de la ligne de la donnée t_s et de celle de la donnée t_p , comme on le voit en comparant les expressions des dérivées (2.106) à (2.109) pour les données t_p , (5.3) à (5.6) pour les données t_s et (2.110) à (2.113) pour les différences $t_s - t_p$. Il arrive parfois que seule la donnée t_s ait été lue : la donnée t_s est alors conservée telle quelle.

Dans l'algorithme INSIGHT, le calcul des différences est optionnel et il est possible de traiter séparément les données t_p et les données t_s .

5.2.4 À propos du stockage des matrices creuses

L'opérateur \mathbf{G} discrétisé se présente sous la forme d'une matrice de dimension n_d lignes \times n_p colonnes avec n_d le nombre de données et n_p le nombre de paramètres du modèle. Les rais pris individuellement ne traversent que très peu de cellules de la grille, cette matrice est donc

6. L'intégration de Simpson consiste à calculer l'intégrale d'une fonction discrète en l'approximant localement par un polynôme passant par trois points consécutifs. Le résultat est donc la somme des intégrales successives calculées tous les trois points.

très creuse. D'autre part, le modèle étant constitué de 2 696 830 paramètres et le jeu de données de 791 754 temps d'arrivée, la matrice \mathbf{G} compte plus de $2 \cdot 10^{12}$ termes.

Il existe différentes méthodes pour optimiser le stockage des matrices creuses ; le format CSR (*compressed sparse row*) est le plus adapté à notre cas car il est optimisé pour les produits *matrice* \times *vecteur*. Ce format — également appelé CRS (*compressed row storage*) ou format Yale — permet de ne stocker que les termes non nuls d'une matrice creuse. Les nombres non nuls sont stockés comme éléments d'un vecteur v . Un second vecteur, i_c , de même taille que v contient les indices de colonne de ces termes non nuls. Un troisième vecteur, i_l , contient les indices de changement de ligne qui se réfèrent aux deux vecteurs précédents. La figure 5.1 fournit un exemple de ce format de compression.

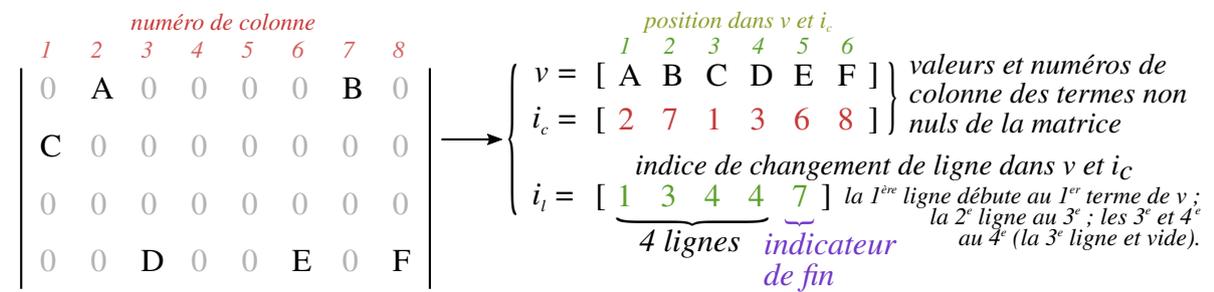


Figure 5.1 – Représentation du format CSR pour la compression des matrices creuses. Dans cet exemple, la matrice compte 32 termes dont seulement 6 sont non nuls. La compression permet dans cet exemple de réduire à 17 le nombre de termes stockés (vecteurs v , i_c et i_l).

L'algorithme INSIGHT stocke l'ensemble des matrices creuses sous ce format, laissant ainsi une grande marge de manœuvre pour la discrétisation et le nombre de données.

5.2.5 Robustesse, filtrage et données auxiliaires

Les jeux de données utilisés dans le cadre de la tomographie sismique contiennent généralement peu de séismes, quelques centaines tout au plus, qui ont été minutieusement sélectionnés selon des critères d'intérêt géographique et de qualité d'enregistrement. Les temps d'arrivée sont soigneusement passés en revue avant inversion afin d'éliminer toutes les données incertaines ou aberrantes en s'appuyant sur des critères stricts. Dans de tels cas, on peut attribuer aux temps observés des densités de probabilité gaussienne, dont l'écart-type est une fonction de l'incertitude d'observation. Une densité gaussienne permet de concentrer l'information proche de sa valeur moyenne, mais elle n'est pas adaptée en cas de mesure aberrante puisque sa valeur tend très rapidement vers 0 en s'éloignant de cette moyenne.

Malgré tous les efforts et l'attention qu'on peut déployer pour nettoyer un jeu de données comptant plusieurs milliers de séismes, il semble inévitable d'introduire des données aberrantes, notamment parce que les moyens automatiques de détection sont limités. Or, les données aberrantes peuvent biaiser fortement l'estimation par moindres carrés et ralentir la convergence de l'algorithme. Le programme INSIGHT est conçu pour gérer l'inversion d'un tel jeu de données et pallier ces difficultés, notamment grâce à deux points particuliers.

D'une part, à chaque itération les données trop mal ajustées sont filtrées. Une donnée t_p est éliminée si :

$$t_p - (T_p + t_0 + \Delta^P) \geq \min(\tau, n \sigma_{obs}) \quad (5.8)$$

et une donnée $t_s - t_p$ si :

$$t_s - t_p - (T_s - T_p + \Delta^{S-P}) \geq \min\left(\tau, n \sqrt{\sigma_{obs}^P{}^2 + \sigma_{obs}^S{}^2}\right) \quad (5.9)$$

où $\tau = 3$ s, σ_{obs} est l'incertitude d'observation sur la donnée t_p ou t_s considérée et $n = 20$. Les éventuelles données t_s pour lesquelles il n'y a pas de temps t_p correspondant sont filtrées de la même manière que les données t_p . Les valeurs de τ et n sont relativement grandes et permettent de n'éliminer que des données vraiment aberrantes pour des séismes locaux.

Les données éliminées ne le sont que pour l'itération courante ; elles sont réintégrées à l'itération suivante. Après filtrage, les séismes qui comptent moins de quatre données ou moins de trois stations sont éliminés pour l'itération courante et sont réintégrés à l'itération suivante. Leur localisation est réinitialisée à la position a priori, ce qui permet d'éviter de les bloquer s'ils ont atteint une position aberrante au cours de l'inversion. Si cette situation se reproduit, ces séismes sont définitivement supprimés après la quatrième élimination.

D'autre part, un choix judicieux de densité de probabilité sur les données permet de tenir compte de l'éventualité de données aberrantes et de rendre plus robuste l'inversion. Mais comme la résolution du problème inverse par la méthode des moindres carrés ne s'applique qu'à des variables gaussiennes, il est donc nécessaire de procéder à un changement de variable de manière à ramener les variables non gaussiennes, associées aux données physiques, à des variables gaussiennes (Valette, 2011).

Supposons donc que les erreurs sur une donnée x conduisent à lui attribuer une densité de probabilité $f(x)$ non gaussienne. On cherche alors à définir une nouvelle variable $y(x)$ qui dépende bijectivement de x et qui soit gaussienne (centrée). Supposant y croissant avec x , cela

conduit à :

$$f(x) dx = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-y^2) dy \quad (5.10)$$

et par intégration à :

$$\int_{x_0}^x f(t) dt = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{y(x)} \exp(-t^2) dt = \frac{1}{2} \text{Erf}(y) \quad (5.11)$$

où x_0 est la médiane de la distribution de x et Erf la fonction erreur. Ainsi :

$$y = \text{Erf}^{-1} \left[2 \int_{x_0}^x f(t) dt \right] \quad (5.12)$$

Le problème inverse est alors reposé avec cette donnée auxiliaire $y = y(x(\mathbf{m}))$ gaussienne. De plus, on déduit de (5.10) :

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{\pi} \exp(y^2) f(x) \quad (5.13)$$

Nous avons choisi comme densité de probabilité $f(x)$ une fonction sécante hyperbolique de la forme :

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sigma} \frac{1}{\cosh\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)} \quad (5.14)$$

centrée en x_0 et d'écart-type $\sigma_f = \frac{\pi}{2}\sigma$. La densité $f(x)$ (figure 5.2) présente l'avantage d'être tangente à une gaussienne quand $\left|\frac{x-x_0}{\sigma}\right| \rightarrow 0$ (gaussienne d'écart-type $\sigma\sqrt{\pi/2}$) et tangente à une exponentielle décroissante quand $\left|\frac{x-x_0}{\sigma}\right| \rightarrow +\infty$. Elle conduit donc à un coût quadratique pour les données bien ajustées et seulement en valeur absolue pour celles qui le sont mal, comme dans le cas d'un M-estimateur de Huber (1964).

Il est important de noter que la variance σ_f^2 de cette fonction n'est pas égale au carré du σ qui intervient dans cette fonction, mais à :

$$\sigma_f^2 = \frac{\pi^2}{4} \sigma^2 \quad (5.15)$$

En d'autres termes, cela signifie que pour que la variance σ_f^2 de cette densité de probabilité soit

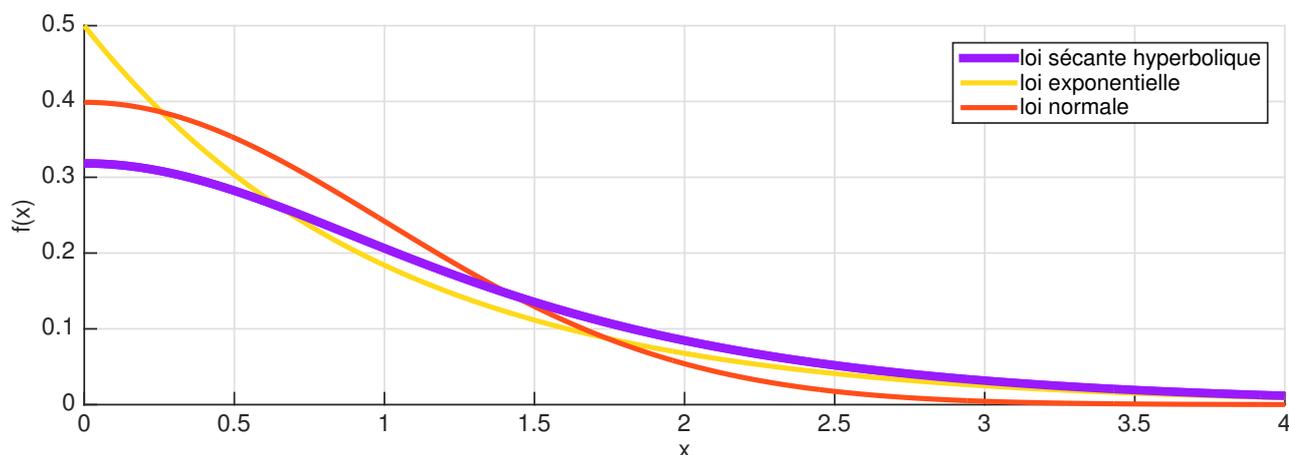


Figure 5.2 – Comparaison de la répartition des densités de probabilité des lois sécante hyperbolique, exponentielle et normale pour un écart-type identique égal à 1.

égale à la variance observationnelle σ_{obs}^2 , il faut que :

$$\sigma = \frac{2}{\pi} \sigma_{obs} \quad (5.16)$$

Le changement de variable (5.12) et le calcul de la dérivée (5.13) appliqués à la fonction $f(x)$ (5.14) mènent respectivement à :

$$y(x) = \text{Erf}^{-1} \left[\frac{2}{\pi} \arctan \left(\sinh \left(\frac{x - x_0}{\sigma} \right) \right) \right] \quad (5.17)$$

d'une part, et :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \sigma} \frac{\exp(y^2)}{\cosh \left(\frac{x - x_0}{\sigma} \right)} \quad (5.18)$$

d'autre part.

Une simple implémentation de la fonction Erf^{-1} permet de mener ce calcul simplement, tant que $u = \frac{x - x_0}{\sigma}$ reste proche de 0. En revanche, pour de grandes valeurs de u , $\sinh u$ devient très grand, $\frac{2}{\pi} \arctan(\sinh u)$ tend vers 1 et le calcul de Erf^{-1} devient peu précis. Pour contourner ce problème, nous avons fait appel à un calcul asymptotique permettant d'approcher la fonction Erf^{-1} pour ces grandes valeurs. Le détail de ce calcul est donné en annexe B.

D'après l'équation (5.10), l'écart-type de la variable y est $1/\sqrt{2}$. En pratique, nous avons choisi d'inverser la donnée $y\sqrt{2}$ dont l'écart-type est égal à 1. La nouvelle ligne de **G** correspondant à cette nouvelle donnée est obtenue en multipliant chacun de ses termes par $\frac{dy}{dx}$.

Pour le calcul effectif, nous nous sommes appuyés sur une implémentation de la fonction Erf

qui est fondée sur l'approximation de Cody (1969). À partir d'une série de tests, nous avons fixé la valeur seuil entre l'utilisation de la fonction Erf et l'approche asymptotique à $u = 18$.

Dans l'algorithme INSIGHT, cette étape de changement de variable est optionnelle et il est également possible de mener l'inversion en utilisant une densité gaussienne sur les données.

5.2.6 Matrices de covariance

Pour mener l'inversion par l'expression (2.95) sous sa forme normale (2.96), il est nécessaire de déterminer les matrices $\mathbf{C}_d^{-1/2}$ et $\mathbf{C}_m^{-1/2}$. Pour rappel, la matrice \mathbf{C}_d est la matrice de covariance sur les données et la matrice \mathbf{C}_m est la matrice de covariance sur les paramètres du modèle.

5.2.6.1 Matrice de covariance sur les données

En ce qui concerne les données, on les considère généralement comme indépendantes les unes des autres. Cela se traduit par une matrice de covariance dont les seuls termes non nuls sont les termes diagonaux qui prennent les valeurs $\mathbf{C}_{d,i,i} = (\sigma_i^{obs})^2$. La détermination de $\mathbf{C}_d^{-1/2}$ est donc immédiate, ses termes non nuls étant également ses termes diagonaux, dont les valeurs sont $\mathbf{C}_d^{-1/2}{}_{i,i} = 1/\sigma_i^{obs}$.

Comme nous venons de le voir, l'utilisation d'une densité de probabilité sécante hyperbolique implique un changement de variable. L'incertitude d'observation est directement appliquée dans ce changement de variable (équations 5.15 à 5.18) et la nouvelle variable considérée a pour écart-type 1. La matrice $\mathbf{C}_d^{-1/2}$ est tout simplement la matrice identité de dimension $n_d \times n_d$, où n_d représente le nombre de données.

5.2.6.2 Matrice de covariance sur les paramètres du modèle

Pour la covariance sur les paramètres du modèle, chaque famille de paramètres est traitée séparément. Rappelons que notre approche de l'inversion par la résolution du système (2.96) nous mène à déterminer la matrice $\text{Cor}^{-1/2} \Sigma^{-1}$, telle que $\mathbf{C}_m = \Sigma \text{Cor} \Sigma$.

Le lissage sur les paramètres v_p et v_p/v_s est effectué au moyen de l'opérateur de covariance. Celui-ci est déterminé par les équations (2.114) à (2.117). L'écart-type physique a priori est constant pour tous les paramètres des familles v_p et v_p/v_s ; nous les avons fixés à $\sigma_{v_p} = 700 \text{ m.s}^{-1}$ et $\sigma_{v_p/v_s} = 0,15$, ce qui correspond à une variation d'environ 10 % du modèle a priori.

Concrètement, on détermine le coefficient qui apparaît dans l'équation (2.115) une seule fois pour v_p et pour v_p/v_S :

$$\frac{1}{\left(\prod_{i=1}^3 \frac{\xi_0}{\xi_i}\right)^{1/2}} \sigma \sqrt{\frac{1}{8\pi} \prod_{i=1}^3 \frac{h_i}{\xi_i}} \quad (5.19)$$

où ξ_0 est la longueur d'atténuation, ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 les longueurs de lissage selon les trois directions de l'espace, h_1 , h_2 et h_3 les dimensions des cellules et σ prend la valeur de σ_{v_p} ou de σ_{v_p/v_S} . On détermine ensuite les termes de l'opérateur $\mathbf{I} - \Delta_\xi$ (2.117) qu'on multiplie par l'un ou l'autre de ces coefficients pour construire l'opérateur $\text{Cor}^{-1/2} \Sigma^{-1}$.

Pour chaque nœud de la grille, l'opérateur $\mathbf{I} - \Delta_\xi$ contient sept termes qui correspondent au nœud courant et aux nœuds immédiatement précédant et suivant le nœud courant dans les trois directions de l'espace. Pour les nœuds des bords, des arrêtes et des sommets de la grille, nous avons considéré que le gradient à l'extérieur du domaine était nul. Cette approximation n'a pas d'impact dans l'inversion puisque de toute manière aucune résolution n'est attendue sur les bords du modèle.

En ce qui concerne les paramètres de localisation (\mathbf{x} , t_0) et d'effets de site (Δ^P , Δ^{S-P}), ils sont considérés tous indépendants les uns des autres dans le processus d'inversion. Les termes de $\mathbf{C}_m^{-1/2}$ les concernant sont donc tous sur la diagonale de cet opérateur. Pour les localisations spatiales, $(\text{Cor}^{-1/2} \Sigma^{-1})_{i,i} = \lambda/\sigma_i$ ($2n_n + 1 \leq i \leq 2n_n + 3n_e$), où λ est un paramètre d'atténuation et σ_i l'écart-type a priori du i^e paramètre. Pour les paramètres t_0 et les effets de site, $(\text{Cor}^{-1/2} \Sigma^{-1})_{i,i} = 1/\sigma_i$ ($2n_n + 3n_e + 1 \leq i \leq 2n_n + 4n_e + 2n_s$).

Concernant maintenant les écarts-types physiques a priori sur ces paramètres, leur valeur pour les localisations dépendent de la composante : pour les composantes horizontales, nous avons fixé à $\sigma_x = \sigma_y = 30$ km, leur laissant ainsi beaucoup de liberté dans le processus d'inversion. Pour la composante verticale, σ_z dépend de la distance verticale h entre la source et la surface topographique et d'un paramètre p :

$$\sigma_z = \begin{cases} \sigma_{\min} + (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) \left[a \left(\frac{h}{h_c} \right)^3 + b \left(\frac{h}{h_c} \right)^2 + c \frac{h}{h_c} \right] & \text{pour } 0 \leq h \leq h_c \\ \sigma_{\max} & \text{pour } h > h_c \end{cases} \quad (5.20)$$

avec

$$a = 8p - 6 \quad b = -16p + 11 \quad c = 8p - 4 \quad \text{pour } 1/2 \leq p \leq 7/8$$

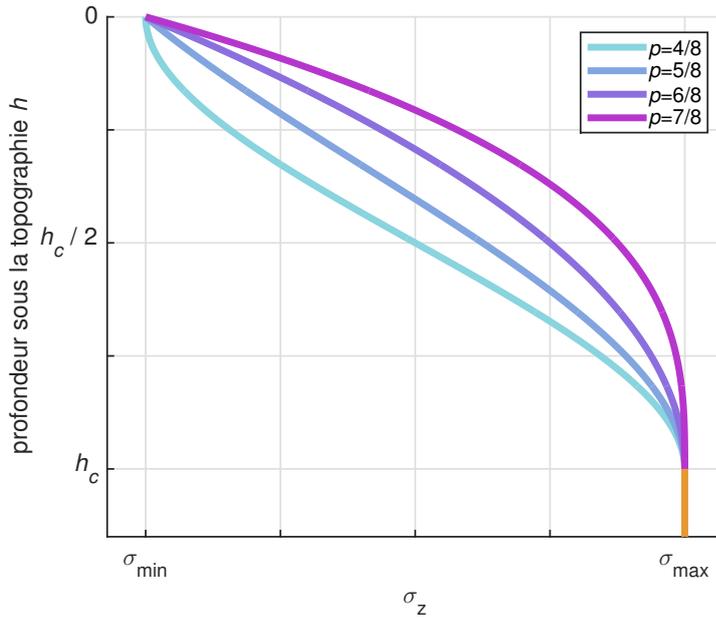


Figure 5.3 – Écart-type a priori σ_z de la composante verticale de la localisation des séismes, en fonction de la profondeur h de ces séismes sous la surface topographique (équation 5.20). p permet d'ajuster l'allure de la fonction entre la surface topographique et la profondeur limite h_c .

Cette fonction (cf. figure 5.3) vérifie :

$$\sigma_z(0) = \sigma_{\min}, \quad \sigma_z\left(\frac{h_c}{2}\right) = (1-p)\sigma_{\min} + p\sigma_{\max}, \quad \sigma_z(h_c) = \sigma_{\max}, \quad \sigma'_z(h_c) = 0$$

Elle est croissante de σ_{\min} à σ_{\max} pour $1/2 \leq p \leq 7/8$. Pour $p = 1/2$:

$$\sigma'_z(0) = 0, \quad \sigma_z\left(\frac{h_c}{2}\right) = \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}$$

et le point $\left(\frac{h_c}{2}, \frac{\sigma_{\min} + \sigma_{\max}}{2}\right)$ est un point de symétrie du graphe. Enfin, pour $p = 7/8$, $\sigma''_z(h_c) = 0$.

Cette forme de σ_z permet de rendre compte du fait que les séismes sont a priori en dessous de la surface. La valeur non nulle σ_{\min} de σ_z à la surface vient du fait qu'un séisme localisé a priori très près de la surface doit avoir un degré de liberté minimum quant à sa profondeur. Par ailleurs, dans l'algorithme INSIGHT les séismes localisés au dessus de la surface au cours de l'inversion sont systématiquement replacés à la surface, en gardant la même position a priori. Dans le cas des Alpes, nous avons fixé $\sigma_{\min} = 0,5$ km, $\sigma_{\max} = 30$ km, $h_c = 30$ km et $p = 0,5$. Notre jeu de données compte également de nombreux évènements identifiés comme tirs de carrières, pour lesquels l'écart-type a priori σ_z est fixé à 30 % du σ_{\min} , soit 150 m. Dans le processus d'inversion, ces évènements sont replacés à la surface topographique locale à chaque itération.

Quant aux temps origine des séismes t_0 , nous avons choisi de les laisser complètement libres en leur affectant un écart-type de 1000 s.

Enfin, concernant les paramètres d'effets de site aux stations, les écarts-types a priori sont déterminés en fonction du nombre de données par station. Nous avons choisi cette approche dans le but de limiter au maximum ce paramètre pour les stations ayant enregistré peu de données, le risque étant que l'information portée par le rai soit entièrement transférée dans le paramètre d'effet de site au lieu d'être reportée sur les paramètres de vitesses. En revanche, plus une station compte de données, plus ce paramètre est moyenné et il devient raisonnable de le laisser varier plus librement. De manière générale, ces écarts-types a priori devraient être petits puisque leur fonction est d'absorber uniquement les variations de vitesse au voisinage direct de la station. Nous avons fixé ces écarts-types de la manière suivante :

$$\sigma = \sigma_{\max} \sqrt{\frac{\min(n, n_c)}{n_c}} \quad (5.21)$$

où n représente le nombre de données t_p ou t_s , n_c est un nombre limite que nous avons fixé à 20 000 et σ_{\max} est la valeur maximale de l'écart-type que l'on obtient pour $n \geq n_c$, et que nous avons fixée à $2 \cdot 10^{-2}$ s. Bien que le nombre de différences $t_s - t_p$ puisse théoriquement être différent du nombre de temps t_s , ils sont en fait très proches dans le jeu de données de cette étude ; l'approximation que nous faisons ici est donc tout à fait raisonnable. Dans notre cas, n varie entre 1 et 16 634 pour les temps t_p , ce qui mène à un $\sigma_{\Delta p}$ compris entre $1,41 \cdot 10^{-4}$ et $1,82 \cdot 10^{-2}$. Pour les temps t_s , n varie entre 1 et 14 564, $\sigma_{\Delta s-p}$ est donc compris entre $1,41 \cdot 10^{-4}$ et $1,71 \cdot 10^{-2}$.

5.2.7 Préconditionnement et résolution du système linéaire

La résolution du système linéaire que nous venons de décrire est relativement difficile car les ordres de grandeurs des différents paramètres varient beaucoup ce qui conduit à un mauvais conditionnement du système. Le preconditionnement de ce système permet de simplifier sa résolution en ramenant chaque famille de paramètres au même ordre de grandeur.

Pour un système de la forme :

$$\mathbf{M}\mathbf{x} = \mathbf{v} \quad (5.22)$$

le preconditionnement de la matrice \mathbf{M} se fait par l'intermédiaire d'une matrice Σ qui peut être définie par différentes approches. La résolution du système linéaire est effectuée à partir d'une matrice \mathbf{M}' , obtenue en appliquant Σ^{-1} à \mathbf{M} à droite, à gauche ou à droite et à gauche. La matrice $\mathbf{M} = \mathbf{A}^* \mathbf{A}$ (équation 2.96) qu'on doit résoudre à chaque itération étant définie positive, on adopte une écriture de la forme $\mathbf{M} = \Sigma \mathbf{M}' \Sigma$ avec Σ diagonale analogue à une expression de

la covariance en fonction de la corrélation, de manière à normaliser \mathbf{M}' . Le système (2.96) que résout le code LSQR est de la forme :

$$\mathbf{A}^* \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{A}^* \mathbf{v} \quad (5.23)$$

où \mathbf{A}^* est la transposée de \mathbf{A} . Posant $\mathbf{A} = \mathbf{A}'\Sigma$, on est conduit à :

$$\mathbf{A}'^* \mathbf{A}' \Sigma \mathbf{x} = \mathbf{A}'^* \mathbf{v} \quad (5.24)$$

c'est-à-dire à remplacer \mathbf{A} par \mathbf{A}' dans l'algorithme LSQR puis à appliquer Σ^{-1} au vecteur $\Sigma \mathbf{x}$ retourné par cet algorithme.

Si l'on suit strictement l'analogie avec une matrice de covariance, on est conduit à définir :

$$\Sigma_{ii} = \sqrt{\mathbf{M}_{ii}} = \sqrt{\sum_{k=1}^n \mathbf{A}_{ki}^2} \quad (5.25)$$

On peut également définir :

$$\Sigma_{ii} = \max_{j \in \mathcal{P}_i} \left(\sqrt{\mathbf{M}_{jj}} \right) \quad (5.26)$$

où \mathcal{P}_i représente une sous-classe d'indices correspondant aux paramètres d'une même famille, c'est-à-dire aux indices des paramètres de vitesse v_p , des rapports v_p/v_s , des localisations spatiales \mathbf{x} , des temps d'origine t_0 ou des effets de site Δ^P et Δ^{S-P} .

Les meilleurs ajustements sont obtenus avec ces deux types de matrices de préconditionnement Σ . Toutefois, le conditionnement colonne par colonne est celui qui donne le meilleur résultat lorsque l'on aborde le problème inverse dans une sous-région de la zone d'étude (paragraphe 5.2.2). En effet, ce cas de figure implique l'utilisation de deux grilles, l'une globale et l'autre locale pour l'inversion, et la transition continue des paramètres v_p et v_p/v_s entre les deux grilles est assurée par un écart-type pratiquement nul sur les bords. Il en résulte que les normes des colonnes correspondantes de \mathbf{A} sont très grandes, de sorte que, dans un préconditionnement par blocs, les valeurs de ces paramètres sont pratiquement annihilées, ce qui conduit en fait à un très mauvais conditionnement.

5.2.8 Itérations, suivi et résultat de l'inversion

Nous avons réalisé de nombreuses tomographies avec différentes valeurs des paramètres de lissage et d'atténuation dans le but de déterminer un modèle réaliste et plausible. À chaque

itération, l'algorithme fournit plusieurs indicateurs permettant de suivre l'évolution de l'inversion. Ces indicateurs, représentés sur la figure 5.4 pour un modèle réalisé dans le cadre de cette étude, sont de deux sortes :

- Indicateurs sur les données :
 - écart quadratique moyen sur la variable d'inversion (variable filtrée, normalisée par l'incertitude d'observation et après changement de variable) ;
 - écart quadratique moyen sur la variable filtrée et normalisée ;
 - écart quadratique moyen sur la variable normalisée ;
 - écart quadratique moyen sur la variable brute ;
 - nombre de données effectives dans l'inversion (données non filtrées) ;
 - nombre de séismes effectifs dans l'inversion (séismes non éliminés) ;
- Indicateurs sur le modèle :
 - écart à l'a priori moyen (L^1), quadratique (L^2) et maximal (L^∞) du modèle v_p ;
 - écart à l'a priori moyen (L^1), quadratique (L^2) et maximal (L^∞) du modèle v_p/v_s ;
 - distance médiane, moyenne et quadratique entre les localisations et les localisations a priori ;

Ces indicateurs sont les témoins du bon déroulement de l'inversion et ils permettent d'identifier les paramètres de lissage et d'atténuation pour lesquels l'inversion est stable. Comme on peut en voir un exemple sur la figure 5.4, le processus d'inversion est relativement stable au fil des itérations.

La variation brutale du nombre de séismes (et donc de données) que l'on observe sur les quatre premières itérations s'explique par la variation brusque du modèle dès la première itération. Certains séismes sont alors fortement déplacés comme cela se remarque sur la figure 5.4 (courbes violettes en bas à droite), ce qui peut mener à deux problèmes : (i) un évènement peut être localisé à l'extérieur du domaine d'étude, il devient alors impossible de déterminer les temps de propagation théoriques pour cet évènement ; (ii) un évènement peut être exagérément déplacé et éliminé pour l'itération courante car les temps de propagation théoriques correspondant à cette nouvelle localisation sont trop différents des temps de propagation observés (voir le paragraphe 5.2.5 sur le filtrage des données). Les séismes ayant été éliminés sont réintroduits à l'itération suivante, expliquant l'augmentation du nombre de séismes que l'on observe à la deuxième itération sur la figure 5.4. Dans les deux cas de figure exposés ci-dessus, les séismes sont repositionnés à leur localisation a priori avant de commencer l'itération suivante, ce qui explique la baisse du déplacement moyen des sources à la deuxième itération. Ce mécanisme

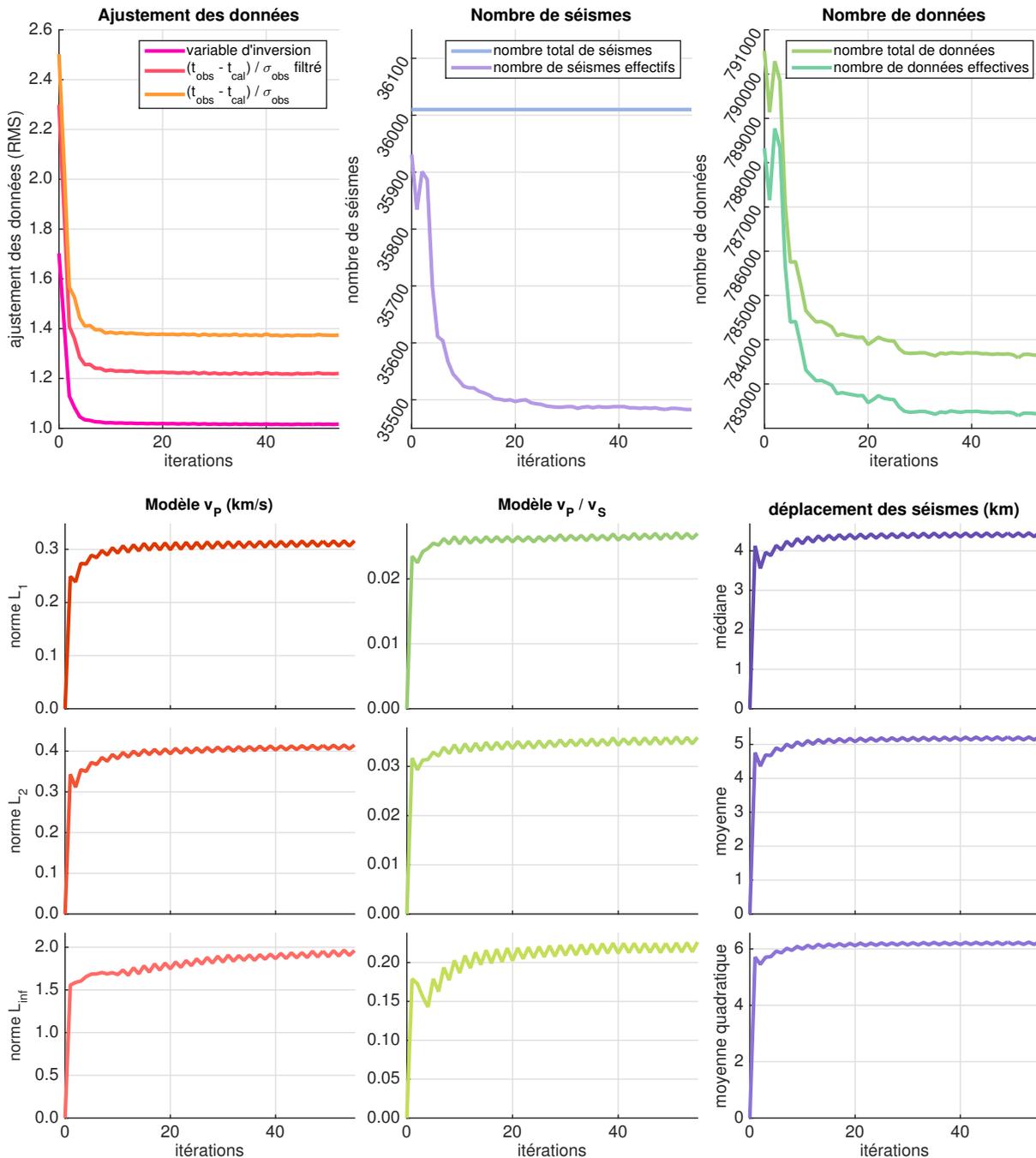


Figure 5.4 – Exemple de l'évolution des indicateurs sur les données et sur les paramètres du modèle au fil des itérations de la tomographie. **En haut à gauche** : évolution de l'ajustement de la variable d'inversion (variable y , voir le paragraphe 5.2.5) et des données physiques normalisées par l'incertitude d'observation, filtrées ou non ; **en haut au centre** : évolution du nombre de séismes, rend compte des séismes dont les données sont filtrées et des séismes localisés à l'extérieur du domaine ; **en haut à droite** : évolution du nombre de données avant et après filtrage ; **en bas, graphes de gauche** : évolution des normes L^1 , L^2 et L^∞ de l'écart entre le modèle v_p et son a priori (en $\text{km}\cdot\text{s}^{-1}$) ; **en bas, graphes du centre** : évolution des normes L^1 , L^2 et L^∞ de l'écart entre le modèle v_p/v_s et son a priori (adimensionnel) ; **en bas, graphes de droite** : évolution de la médiane, de la moyenne et de la moyenne quadratique de la distance des sources à leur position a priori (en km).

de réintégration des sources ne permet à un évènement de revenir dans le jeu de données que trois fois, les évènements étant définitivement supprimés à la quatrième élimination. Ce dernier point explique la diminution du nombre d'évènements que l'on observe à partir de la quatrième itération.

En général, 20 à 30 itérations sont nécessaires pour que le modèle converge, c'est-à-dire que l'incrément $\mathbf{m}_{k+1} - \mathbf{m}_k$ soit négligeable et que l'ajustement de la variable d'inversion soit stabilisé. Idéalement, cet ajustement atteint une valeur proche de 1, ce qui correspond à un ajustement aux données, compte tenu de l'incertitude d'observation.

L'ensemble des calculs pour la tomographie des Alpes occidentales a été mené sur la plateforme FROGGY du centre de calcul intensif CIMENT⁷ de Grenoble. Le programme INSIGHT est un programme parallèle dont l'utilisation est très souple puisqu'il s'adapte facilement aux capacités des machines de calcul (nombre de cœurs de calcul, mémoire disponible, mémoire partagée, etc.). Sa parallélisation sur 64 cœurs de calcul de la machine FROGGY permet d'effectuer une itération en 45 minutes environ⁸.

Pour l'anecdote, l'intégralité des calculs réalisés pour cette thèse ont nécessité 1 038 467 h de temps processeur, soit 118 ans, 5 mois et environ 3 semaines. Ce temps inclut les calculs de localisation, ceux de la tomographie, mais aussi les phases de développement et de test des codes LOCIN et INSIGHT.

5.3 Paramètres de contrôle et courbes en L

L'approche de la tomographie que nous avons suivie s'appuie sur deux paramètres contrôlant l'inversion (équation 2.99) : le lissage et l'atténuation (respectivement *smoothing* et *damping* en anglais).

Le lissage est appliqué sur les paramètres v_p et v_p/v_s au travers des longueurs ξ_1 , ξ_2 et ξ_3 , comme nous l'avons présenté dans la définition de la covariance sur le modèle. Concernant l'atténuation, deux paramètres permettent de la fixer : $\mu = \sqrt{\frac{\epsilon_0^3}{\xi_1 \xi_2 \xi_3}}$ (voir équation 2.99) est appliqué aux écarts-types physiques des paramètres v_p et v_p/v_s , et λ est appliqué aux écarts-types physiques des paramètres de localisation spatiale. Une série de tests nous a menés à fixer

7. Calcul Intensif, Modélisation, Expérimentation Numérique et Technologique (CIMENT) <https://ciment.ujf-grenoble.fr> (région Rhône-Alpes, labex OSUG@2020, projet ANR Investissements d'Avenir Equip@Meso).

8. Le temps de calcul dépend de nombreux paramètres concernant la machine, le compilateur, la bibliothèque MPI, mais aussi le nombre de stations, de données, de paramètres, etc.

$\lambda = 0,7$. Concernant l'atténuation sur les paramètres t_0 et sur les paramètres d'effets de site, nous l'avons fixée à 1.

Afin de déterminer les modèles les plus vraisemblables, il est nécessaire d'explorer l'espace des solutions en testant différentes combinaisons des paramètres ξ et μ . Les modèles sont comparés selon plusieurs critères : l'ajustement aux données, l'écart entre le modèle a priori et le modèle déterminé par l'inversion, la résolution qui peut être soit calculée en un point, soit estimée par des outils tels qu'un test de damiers ou le calcul de l'indice de restitution, ou encore l'observation des modèles que l'on compare à d'autres sources d'information comme la géologie de surface et les éventuelles campagnes de mesures géophysiques.

5.3.1 L'atténuation (*damping*)

L'atténuation du modèle est contrôlée par l'opérateur C_m qui intervient dans la fonction coût 2.92. L'atténuation est appliquée à l'écart-type physique qui correspond au degré de liberté laissé aux paramètres du modèle pour s'écarter du modèle a priori : plus l'atténuation est forte, moins le modèle s'éloignera de son a priori et moins il sera en mesure d'ajuster les données. Au contraire, si le modèle est très peu atténué, celui-ci permettra de mieux ajuster les données, mais risque de s'éloigner énormément du modèle a priori, quitte à devenir complètement invraisemblable.

Sur la figure 5.5, nous avons positionné différents modèles obtenus pour différentes valeurs de μ dans un diagramme dont l'axe des abscisses représente les normes L^1 , L^2 et L^∞ sur les paramètres v_p et l'axe des ordonnées représente l'ajustement de la variable d'inversion. Chaque modèle a été obtenu pour des longueurs de lissage horizontal $\xi_1 = \xi_2 = 25$ km et vertical $\xi_3 = 12$ km. On obtient une courbe classique en L (*L-curves*, Hansen, 1992) représentant le compromis entre l'ajustement aux données et l'écart au modèle a priori.

Sur la figure 5.6, nous comparons une coupe au travers de quatre modèles obtenus pour quatre valeurs de ξ_0 différentes. La coupe représentée suit grossièrement le parallèle $44,5^\circ$ N, entre le lac de Serre-Ponçon à l'ouest et la ville de Carrù en Italie à l'est (longitudes $6,40^\circ$ E à $7,90^\circ$ E). Cette coupe traverse donc les Alpes occidentales, la frontière entre la plaque tectonique Européenne à l'ouest qui plonge sous la plaque Adriatique à l'est, et le « corps d'Ivrée » (*Ivrea body*). Ce dernier, composé de roches du manteau remontées à proximité de la surface, est caractérisé par des vitesses des ondes P et S relativement élevées par rapport à la croûte continentale classique. Sous ce corps d'Ivrée, la croûte continentale Eurasienne s'enfonce dans le manteau.

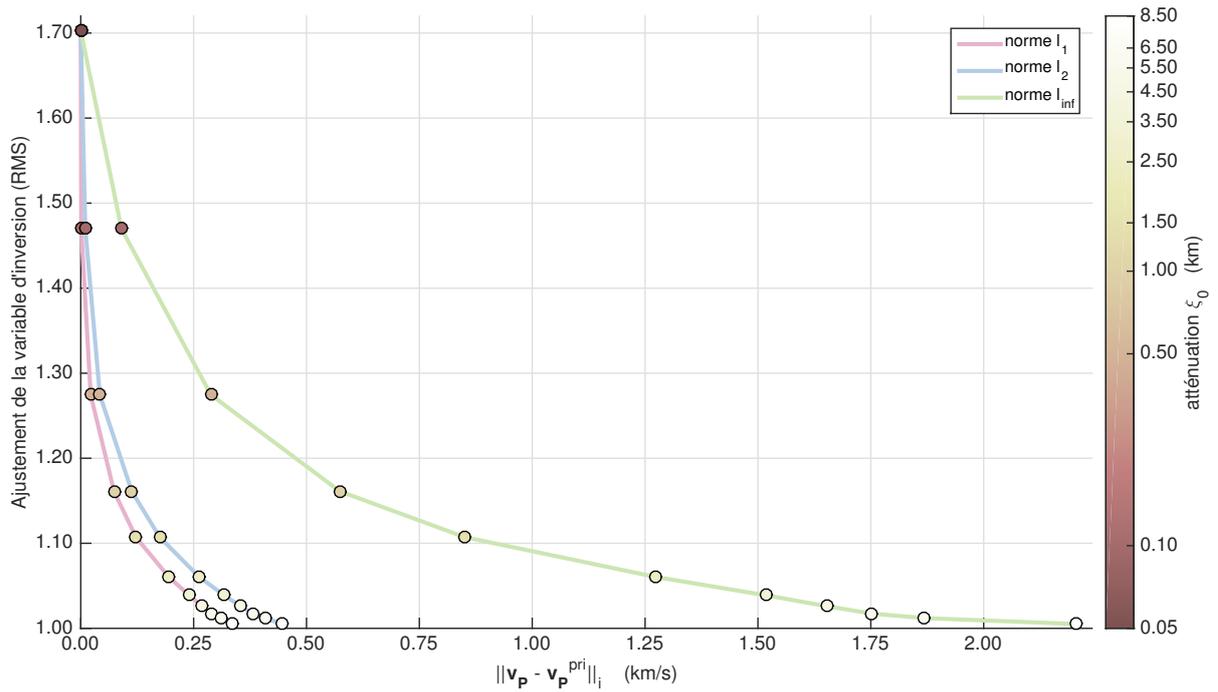


Figure 5.5 – Courbe en L (L-curve) d’atténuation, modèles obtenus pour un lissage constant ($\xi_1 = \xi_2 = 25$ km, $\xi_3 = 12$ km) et une atténuation μ variable. μ est une fonction de ξ_0 (voir texte). L’ajustement aux données est l’écart quadratique moyen déterminé sur la variable d’inversion qui est filtrée, normalisée par l’incertitude d’observation et obtenue après changement de variable. Les normes L^1 , L^2 et L^∞ sur le modèle sont déterminées à partir des paramètres de vitesse v_P uniquement.

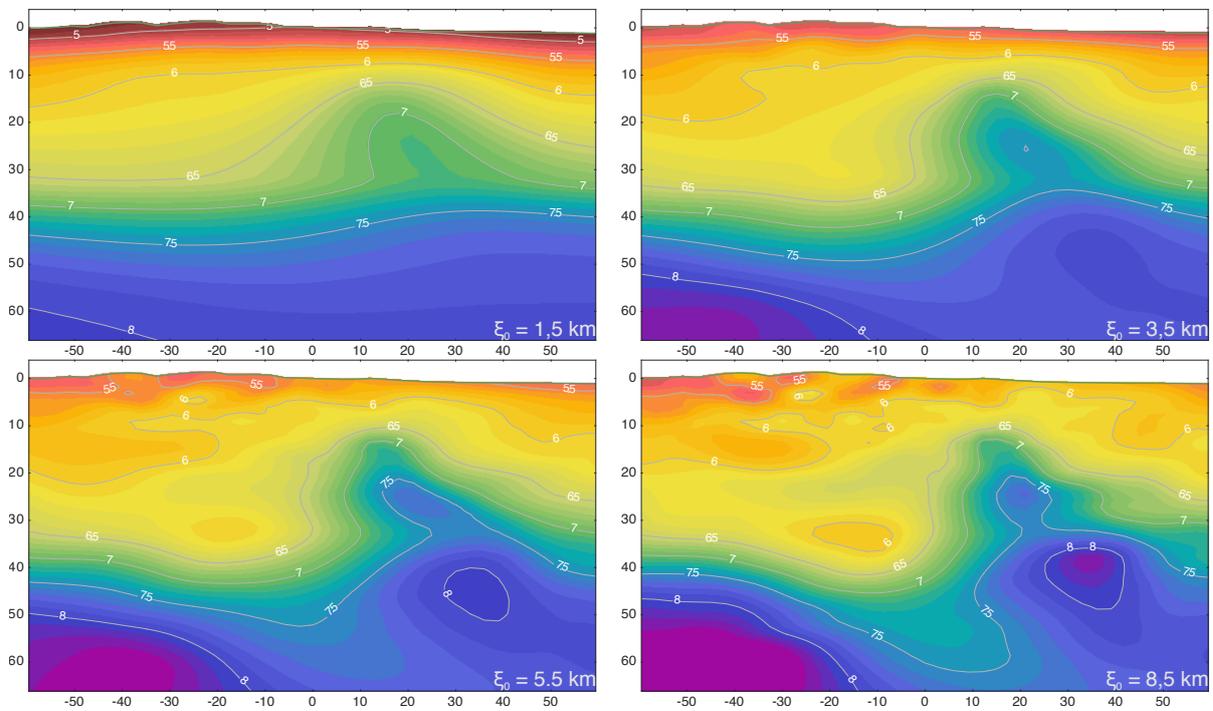


Figure 5.6 – Comparaison de quatre modèles représentés en coupe. Pour ces modèles, $\xi_1 = \xi_2 = 25$ km, $\xi_3 = 12$ km ; μ est variable (fonction de ξ_0)

Le modèle le plus atténué ($\xi_0 = 1,5$ km) est relativement proche du modèle a priori décrit au paragraphe 3.1.2 : près de la surface topographique, la vitesse est globalement inférieure à 5 km.s^{-1} et, dans le corps d'Ivrée, la variation de vitesse n'excède pas 6 %⁹. Cette variation dépasse 10 % pour les modèles obtenus pour des valeurs de ξ_0 plus grandes qui sont de plus en plus hétérogènes, et dans le cas où $\xi_0 = 8,5$ km, le modèle est oscillant en surface et sur le contour du corps d'Ivrée. Pour des valeurs de ξ_0 plus grandes, l'inversion devient instable et, bien que l'écart au modèle a priori continue d'augmenter, l'ajustement aux données devient de moins en moins bon.

5.3.2 Le lissage (*smoothing*)

La valeur d'un paramètre (v_p ou v_p/v_s) déterminée par l'inversion en un nœud de la grille dépend de l'information portée par les rais passant au voisinage de ce nœud. Ce voisinage correspond à un volume qui est lui même déterminé par la longueur de lissage. En d'autres termes, le lissage est un moyen de contrôler la distance autour d'un nœud jusqu'à laquelle on prend de l'information pour déterminer la valeur d'un paramètre en ce nœud.

Sur la figure 5.7, nous avons représenté de la même manière que sur la figure 5.5 différents modèles obtenus pour différentes valeurs de ξ_h . Ces modèles ont été obtenus pour une atténuation μ constante (correspondant à $\xi_0 = 3,5$ km pour $\xi_h = 25$ km et une longueur de lissage verticale constante $\xi_v = 12$ km). Le choix d'un lissage vertical constant est justifié car les variations de vitesse dans la direction verticale sont généralement supérieures aux variations de vitesses horizontales. Trop lisser verticalement reviendrait à écraser l'augmentation des vitesses avec la profondeur et les modèles résultants ne pourraient pas permettre d'ajuster les données.

Sur la figure 5.8, nous avons représenté la même coupe que celle de la figure 5.6, mais cette fois en faisant varier le lissage. Les grandes longueurs de lissage donnent des modèles relativement proches du modèle a priori. Contrairement à l'atténuation, cela ne veut pas dire que le modèle ne peut pas s'éloigner de son a priori, mais cela découle du fait qu'à une profondeur donnée la valeur des paramètres correspond à une valeur moyenne des vitesses du modèle à cette profondeur, qui s'avère être proche de l'a priori. Lorsque la longueur de lissage diminue, les modèles s'éloignent de l'a priori et permettent d'ajuster de mieux en mieux les données, jusqu'à une longueur seuil en dessous de laquelle l'ajustement continue d'être amélioré mais l'écart à l'a priori diminue à nouveau. Ce phénomène s'explique par le fait que de nombreux

9. Sur la figure 5.6, pour la coupe $\xi_0 = 1,5$ km et aux coordonnées (25,30) : $v_p \simeq 7,2 \text{ km.s}^{-1}$. Vitesse a priori $v_p^{pri} \simeq 6,8 \text{ km.s}^{-1}$ déterminée par les équations du paragraphe 3.1.2.

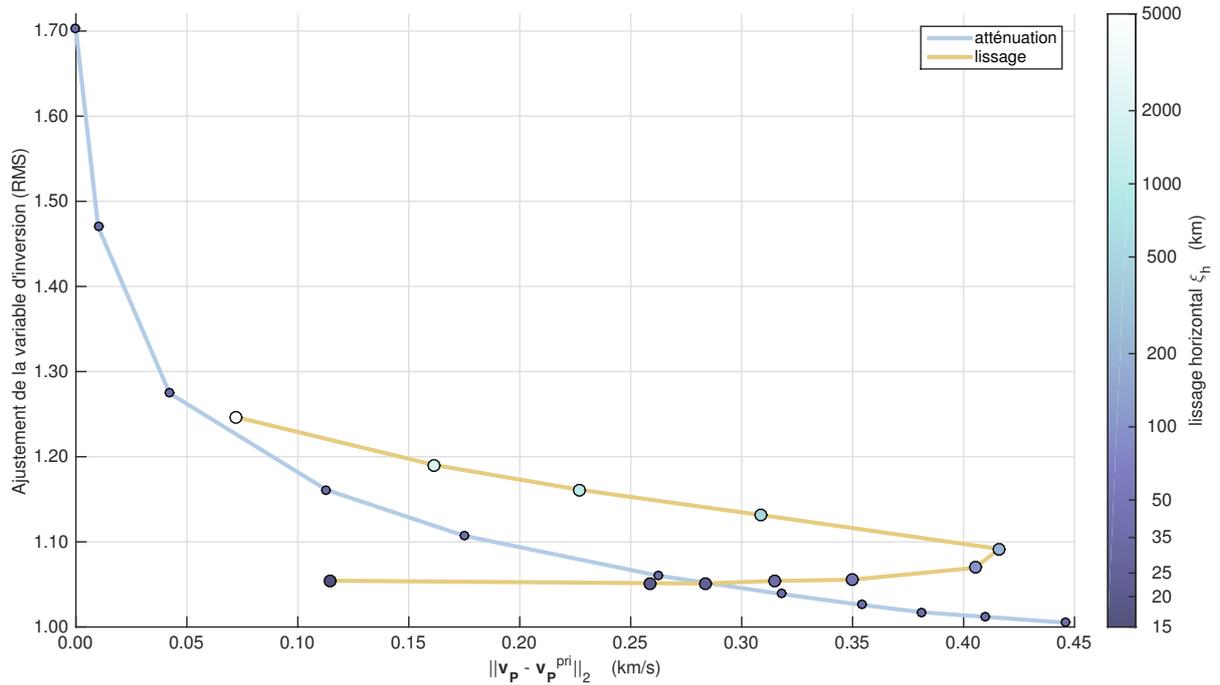


Figure 5.7 – Courbe pour un lissage variable, modèles obtenus pour une atténuation μ constante et un lissage horizontal $\xi_h = \xi_1 = \xi_2$ variable (lissage vertical constant $\xi_3 = 12$ km). La courbe d’atténuation (norme L^2) de la figure 5.5 est reportée sur cette figure à titre de comparaison.

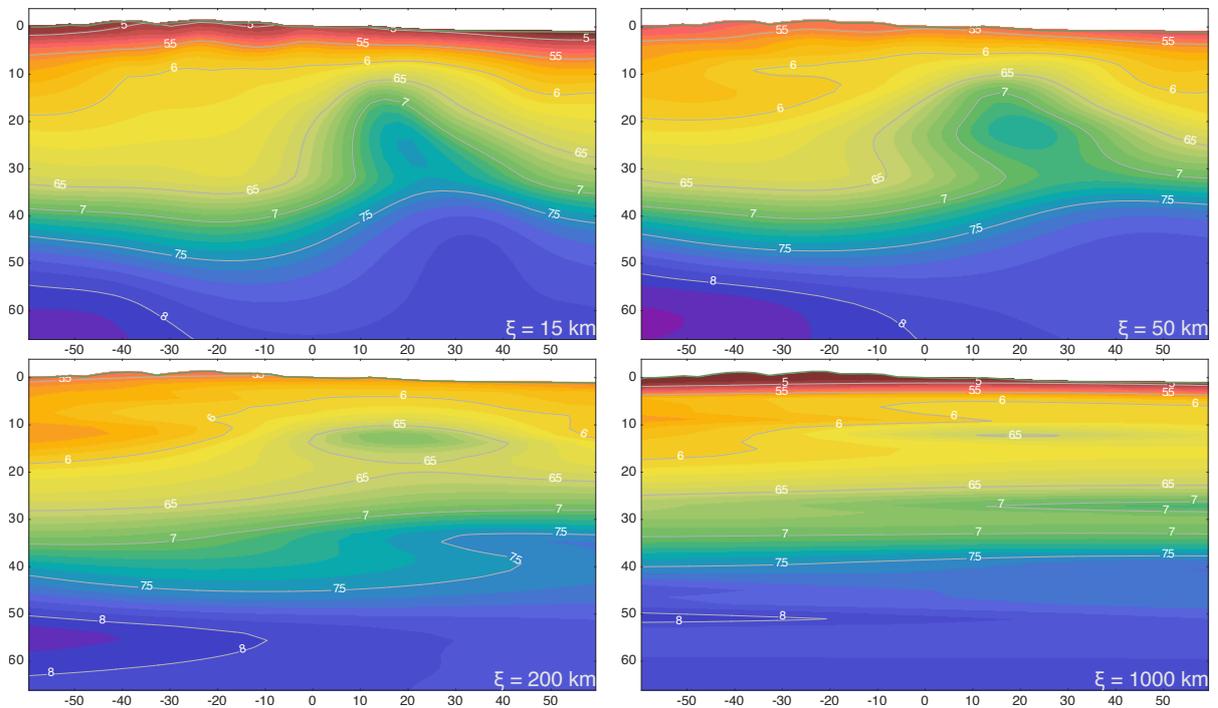


Figure 5.8 – Comparaison de quatre modèles représentés en coupe. Pour ces modèles, $\xi_1 = \xi_2$ variables, $\xi_3 = 12$ km ; μ constant.

nœuds du modèle sont très éloignés des rais et donc que les valeurs des paramètres correspondants ne peuvent être déterminées que pour de grandes longueurs de lissage. Lorsque le lissage est trop faible, ces paramètres ne sont plus déterminés et restent voisins de l'a priori, faisant ainsi diminuer artificiellement la norme sur la différence entre le modèle et son a priori.

La comparaison des modèles obtenus avec un lissage ξ variable et une atténuation μ constante est problématique car à la fois la variabilité du modèle et l'ajustement aux données varient en fonction de ξ (figure 5.7). La figure 5.8 illustre parfaitement ce problème : si l'on se concentre sur la vitesse proche de la topographie de surface, elle est proche de l'a priori pour les lissages $\xi = 15$ km et $\xi = 1000$ km, mais elle augmente fortement pour des lissages intermédiaires. Comme cela a été introduit au paragraphe 2.3.3, une manière d'explorer plus simplement ces paramètres de contrôle de l'inversion est de renormaliser l'atténuation par le volume de « lissage » (équation 2.99), c'est-à-dire de contrôler l'atténuation par le paramètre ξ_0 et non μ .

5.3.3 Normalisation de l'atténuation par le lissage

La renormalisation de l'atténuation par le lissage (équation 2.99) permet de fixer, par le paramètre ξ_0 , l'intensité de la variabilité du modèle. Ainsi, faire varier le lissage pour un ξ_0

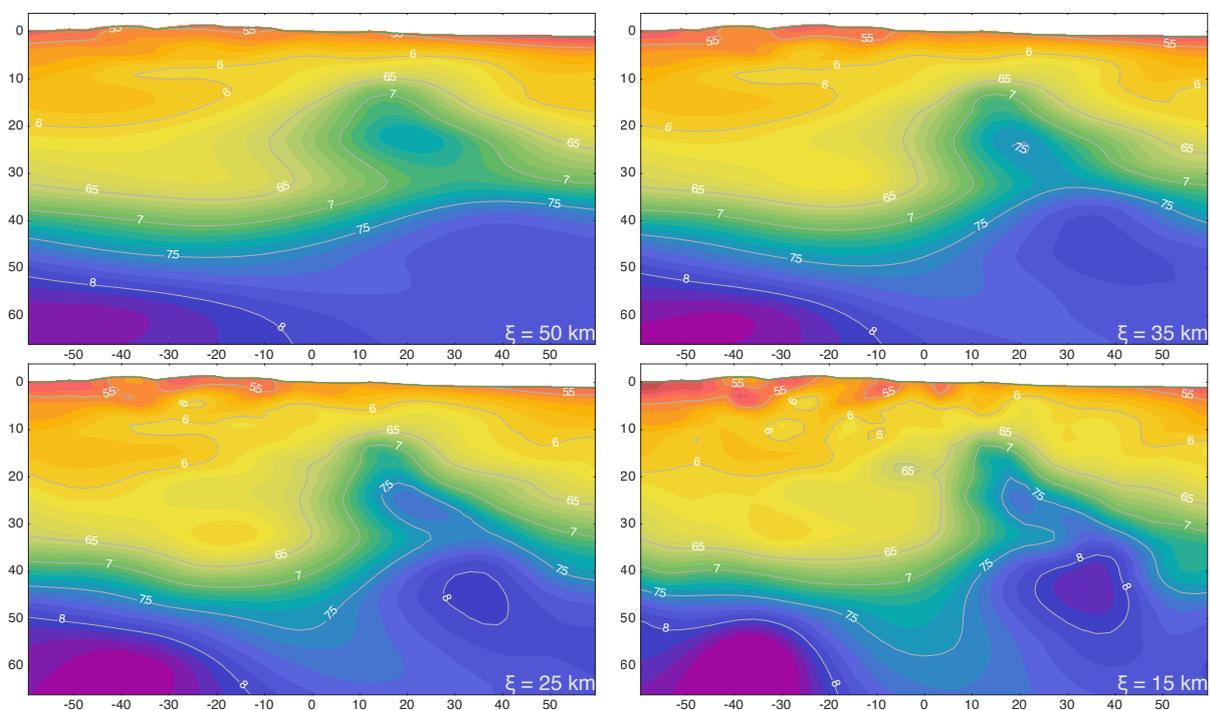


Figure 5.9 – Comparaison de quatre modèles représentés en coupe. Pour ces modèles, $\xi_1 = \xi_2$ variables, $\xi_3 = 12$ km ; $\xi_0 = 5,5$ km.

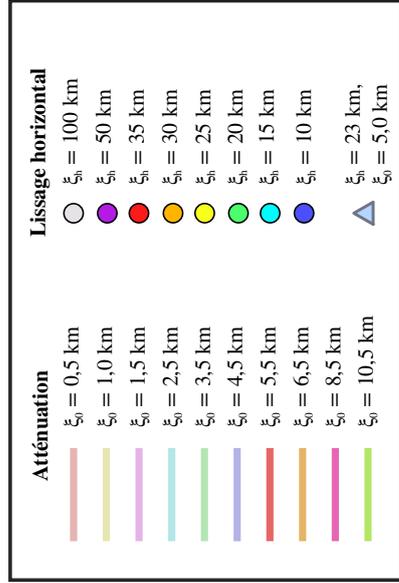
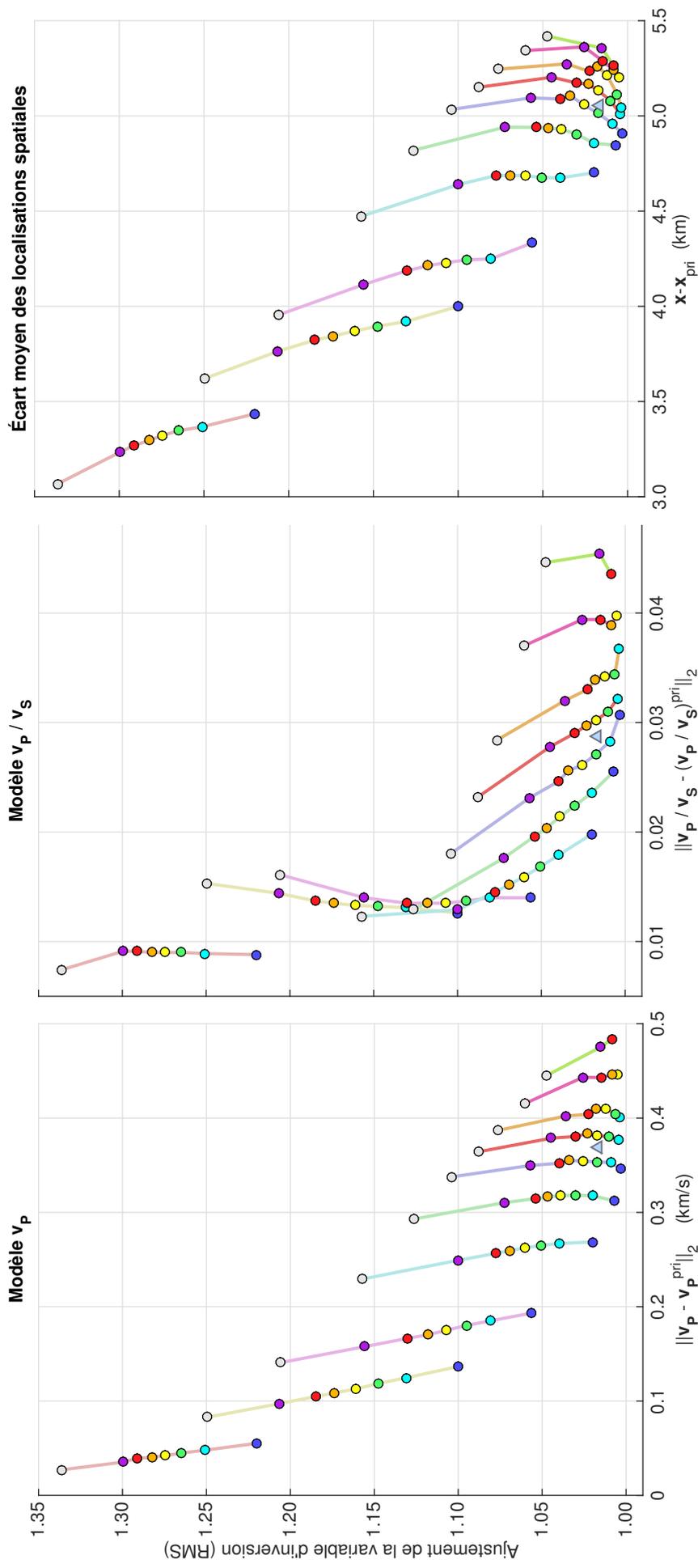


Figure 5.10 – Comparaison des modèles en fonction de l'ajustement de la variable d'inversion et de l'écart au modèle a priori. Courbes obtenues pour un lissage horizontal ξ_h variable, un lissage vertical $\xi_v = 12$ km constant, et une atténuation ξ_0 (équation 2.99). À gauche : norme l_2 de l'écart entre les paramètres du modèle v_p et du modèle a priori ; au centre : norme l_2 de l'écart entre les paramètres du modèle v_p/v_s et du modèle a priori ; à droite : moyenne de la distance entre les localisations spatiales et les localisations a priori. Le modèle présenté au chapitre 6, obtenu pour $\xi_0 = 5$ km et $\xi_h = 23$ km est également représenté.

constant ne change pas la valeur de cette variabilité, mais seulement l'ajustement aux données.

L'intérêt de la renormalisation est de faciliter la comparaison des résultats. Faire varier ξ_0 revient à augmenter la variabilité du modèle ; faire varier ξ_h revient à modifier le lissage du modèle. Sur la figure 5.9, nous comparons des modèles obtenus pour $x_0 = 5,5$ km, $\xi_3 = 12$ km et $\xi_1 = \xi_2$ compris entre 15 et 50 km. La renormalisation permet d'obtenir des modèles structurellement semblables. Sur la figure 5.10, nous avons représenté les courbes obtenues par cette approche.

5.4 Sensibilité, confiance, ajustement

Il existe de nombreuses approches permettant d'évaluer la confiance qu'on peut avoir dans le résultat d'une inversion. Le test le plus répandu et probablement le plus simple est le test de damier (*checkerboard test* en anglais) qu'on retrouve dans de nombreuses études tomographiques. Bien sûr, l'amélioration de l'ajustement aux données doit aussi être pris en compte dans l'évaluation de la qualité d'un modèle de tomographie. Bien qu'il soit possible de déterminer un noyau de résolution en chaque point du modèle, cette approche n'est pas praticable étant donné la taille de nos modèles.

5.4.1 Ajustement aux temps d'arrivée

L'ajustement aux temps d'arrivée t_p et t_s , avant et après la tomographie, est représenté sur la figure 5.11. On remarque que pour les temps t_p , l'ajustement après tomographie aux données est globalement bon, avec près de 35 % des données présentant un ajustement $|t_{obs} - t_{cal}| < 0,05$ s et environ 80 % pour lesquelles $|t_{obs} - t_{cal}| < 0,25$ s. Ces mêmes ajustements aux temps t_s sont atteints par respectivement 15 % et 60 % des données.

Dans le modèle a priori, les ajustements sont globalement moins bons, bien que, dans le cas des temps t_p , ils soient tout de même très corrects avec 25 % des données ajustées à moins de 0,05 s et 70 % à moins de 0,25 s. En revanche, pour les temps t_s , l'ajustement n'est pas centré sur 0 et présente un décalage moyen $\overline{t_{obs} - t_{cal}} = -0,425$ s. Ce décalage s'explique par le fait que, d'une part, les temps origine t_0 déterminés par l'algorithme LOCIN ne dépendent que des temps t_p , et d'autre part, les données ajustées lors de la localisation sont les temps t_p et les écarts $t_s - t_p$, et non les données t_s seules.

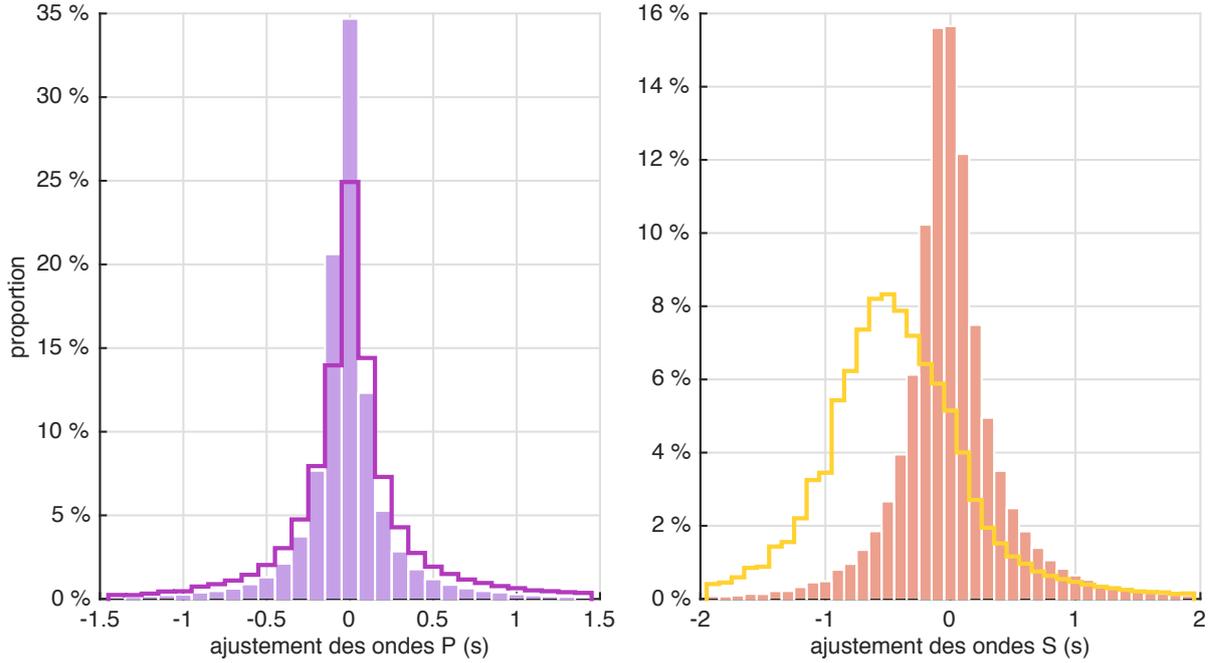


Figure 5.11 – Histogramme de l’ajustement aux temps d’arrivée des ondes P (à gauche) et S (à droite). Contours : ajustement aux données dans le modèle a priori ; barres : ajustement aux données dans le modèle de tomographie. Après tomographie, il reste 434 101 temps t_P et 348 788 temps t_S .

5.4.2 Indice de restitution

L’indice de restitution que nous avons introduit au paragraphe 2.3.7 est déterminé par famille de paramètres, pour v_p et v_p/v_s . Le calcul explicite de cet indice est réalisé en inversant le système 2.96 dans lequel on remplace le vecteur \mathbf{v} par :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ v_i \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} 1 \leq i \leq n_d \\ n_d + 1 \leq i \leq n_d + n_p \end{array} \quad (5.27)$$

avec n_d et n_p les nombres de données et de paramètres, $v_i = 1$ aux lignes des paramètres de la famille que l’on considère (soit v_p , soit v_p/v_s) et $v_i = 0$ partout ailleurs. L’indice de restitution pour un paramètre v_p ou v_p/v_s est obtenu par :

$$I = 1 - x_i \quad (5.28)$$

où \mathbf{x} est le vecteur obtenu par l’inversion du système 2.96.

Conceptuellement, le calcul de l’indice de restitution revient à effectuer une itération de l’inversion dans laquelle on impose trois informations : (i) l’ajustement aux données est tel que $\mathbf{v}_{i=1,n_d} = \mathbf{C}_d^{-1/2}(\mathbf{d}^{\text{obs}} - \mathbf{g}(\mathbf{m})) \equiv 0$; (ii) les paramètres de la famille \mathcal{P}_j que l’on considère sont tels

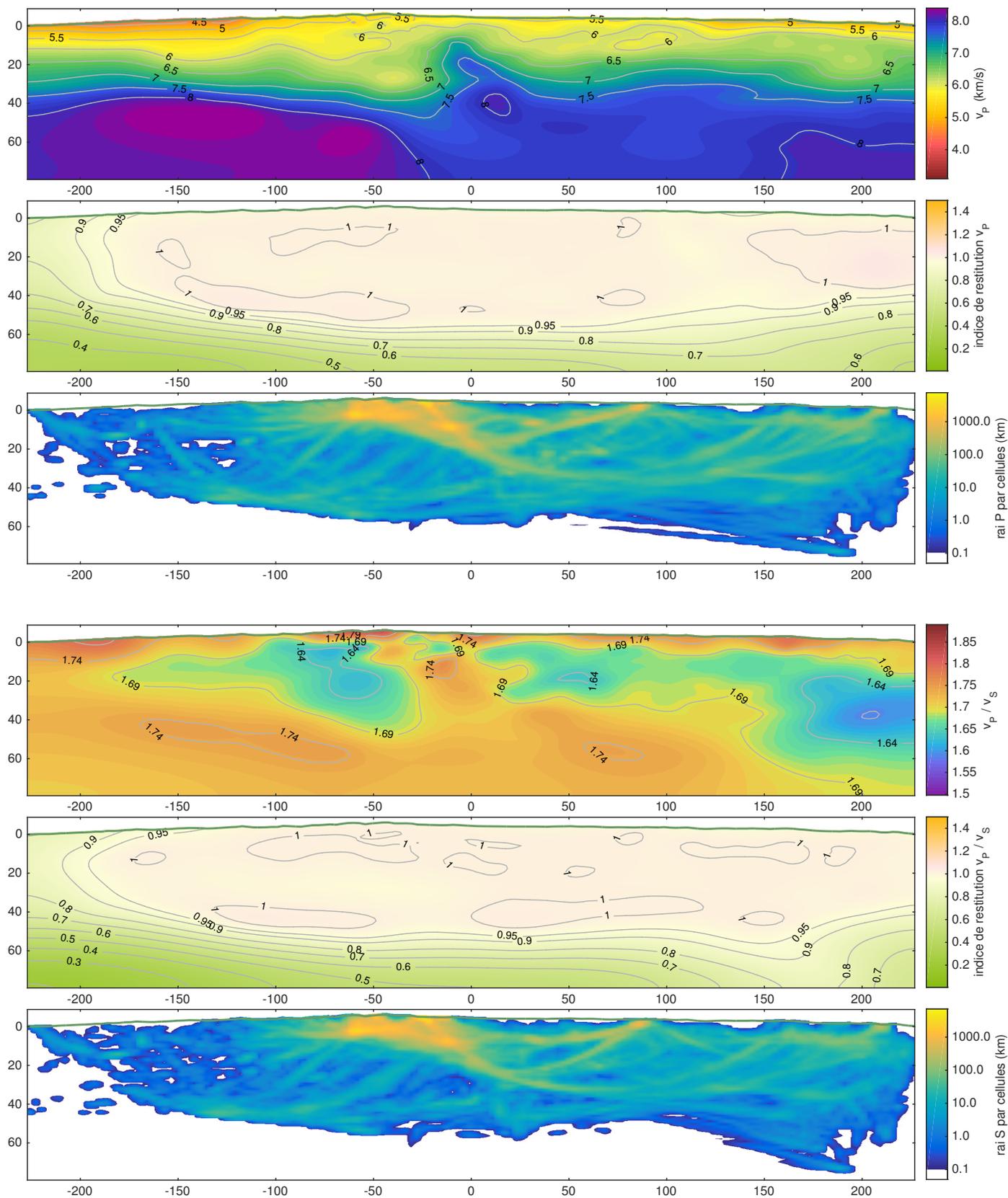


Figure 5.12 – Coupe de tomographie et indice de restitution des modèles v_p et v_p/v_s , et longueur cumulée de rai P et S. Axes en kilomètres. La coupe représentée est une extension de la coupe des figures 5.6, 5.8 et 5.9 suivant grossièrement le parallèle $44,5^\circ$ N entre Montélimar à l'ouest et une cinquantaine de kilomètres au nord-est de La Spezia en Italie à l'est (longitudes $4,50^\circ$ E à $10,10^\circ$ E). La zone de confiance délimitée par l'indice de restitution n'inclut pas le bord inférieur de la coupe correspondant à la zone où il y a peu ou pas de rais. Les longueurs de rais cumulées inférieures à 100 m par cellule ne sont pas représentées.

que $\mathbf{v}_{i \in \mathcal{P}_j} = [\text{Cor}^{1/2} \Sigma^{-1}(\mathbf{m}_{\text{prior}} - \mathbf{m})]_{i \in \mathcal{P}_j} \equiv \text{constante}$, égale à $\frac{1}{\sigma_{\text{phy}} \sqrt{2\pi}} \prod_{\alpha=1}^3 (h_{\alpha}/\xi_0)^{1/2}$ (equations 2.115 et 2.116); (iii) tous les autres paramètres sont égaux à l'a priori, c'est-à-dire $\mathbf{v}_{i \notin \mathcal{P}_j} \equiv 0$. Après inversion, les paramètres bien contraints par les données ne changent pas : l'incrément du modèle est nul et l'indice reste proche de 1. En revanche, les paramètres qui ne sont pas contraints par les données vont tendre vers ceux du modèle a priori : l'incrément du modèle x_i avoisine 1 et l'indice est faible.

Cet indice est représenté sur la figure 5.12 pour la même coupe que celle des figures 5.6, 5.8 et 5.9 mais étendue vers l'est et l'ouest, réalisée dans les modèles v_p et v_p/v_s . Nous avons également représenté sur cette figure la longueur cumulée de rais dans chaque cellule traversée par cette coupe.

En comparant la longueur cumulée des rais à l'indice de restitution, on voit que la limite de 100 m/cellule correspond sur les bords à un indice compris entre 0,7 et 0,8. Lorsque la densité de rai est localement faible dans une petite zone mais qu'elle est importante tout autour, l'indice reste au voisinage de 1 comme on peut le voir sur la partie ouest de la coupe, entre les cotes horizontales -200 km et -120 km. Cela indique que le lissage est suffisant pour déterminer à cet endroit les valeurs des paramètres. En revanche, quand il n'y a pas de rai à proximité, l'indice diminue comme c'est le cas en profondeur. Compte tenu de ces observations, nous avons délimité une zone de confiance correspondant à un indice supérieur ou égal à 0,7 sur les coupes présentées au chapitre 6.

5.4.3 Test de damier

Les tests de damier et les tests synthétiques en général sont des approches consistant à évaluer la qualité d'une inversion en comparant le modèle résultant de l'inversion de données synthétiques au modèle synthétique — c'est-à-dire au « vrai » modèle — à partir duquel on a au préalable déterminé ces données. Ce jeu de données est constitué à partir d'un jeu de données réel, issu de l'observation, en remplaçant simplement les temps d'arrivée observés par des temps d'arrivée théoriques déterminés dans le modèle synthétique. Pour que ces tests aient un sens, il est important que les sources, les stations ainsi que les temps d'arrivée soient les mêmes que ceux du jeu de données réel puisque l'objectif est d'identifier les zones ou les structures qu'on peut retrouver à partir d'un jeu de données réel.

Les tests de damiers sont généralement utilisés pour identifier les zones bien résolues d'un modèle, et des tests synthétiques plus ciblés peuvent servir à supporter une théorie sur l'existence ou la morphologie d'une structure particulière. Pour l'exemple, on peut citer les travaux

de Muther *et al.* (2012) qui a réalisé une série de test sur la tomographie de Lippitsch *et al.* (2003) afin d’apprécier la morphologie réelle des structures identifiées. Toutefois, il est important de noter que ces tests ne reposent pas sur une quelconque mesure de la résolution contrairement au calcul du noyau de résolution ou à l’indice de restitution. Le résultat de ce type de test dépend essentiellement du modèle synthétique choisi et de la disposition des sources et des stations par rapport à ce modèle (Lévêque *et al.*, 1993 ; Rawlinson et Spakman, 2016).

Sur les figures 5.13 et 5.14, nous représentons les résultats d’un test de damier réalisé pour la tomographie des Alpes occidentales. Les cellules sont correctement reproduites dans la croûte comme on peut l’observer sur les plans horizontaux, avec une résolution optimale dans les zones où se concentre la sismicité. Sur les coupes nord-sud aux cotes -35 km et -120 km (figure 5.14), les cellules de la croûte sont parfaitement reproduites, l’amplitude des variations de vitesse est légèrement amortie en profondeur. Sur le plan horizontal à la cote verticale -45 km, les cellules du centre du modèle sont bien reproduites, bien que leur amplitude soit amortie. En revanche, les bords du modèle à cette profondeur ne sont pas résolus, ce qui s’explique simplement par le fait que l’essentiel de la sismicité est proche de la surface. Enfin, au centre de la coupe nord-sud à la cote 120 km, la résolution est relativement faible en surface mais s’améliore en profondeur. Cette zone correspond à la plaine du Pô en Italie où très peu de stations sont installées. Peu de rais arrivent donc en surface dans cette zone, mais la sismicité du nord des Appennins (coin sud-est du modèle) permet de générer de nombreux rais qui traversent le modèle en profondeur jusqu’aux stations alpines — et inversement — expliquant le gain de résolution en profondeur.

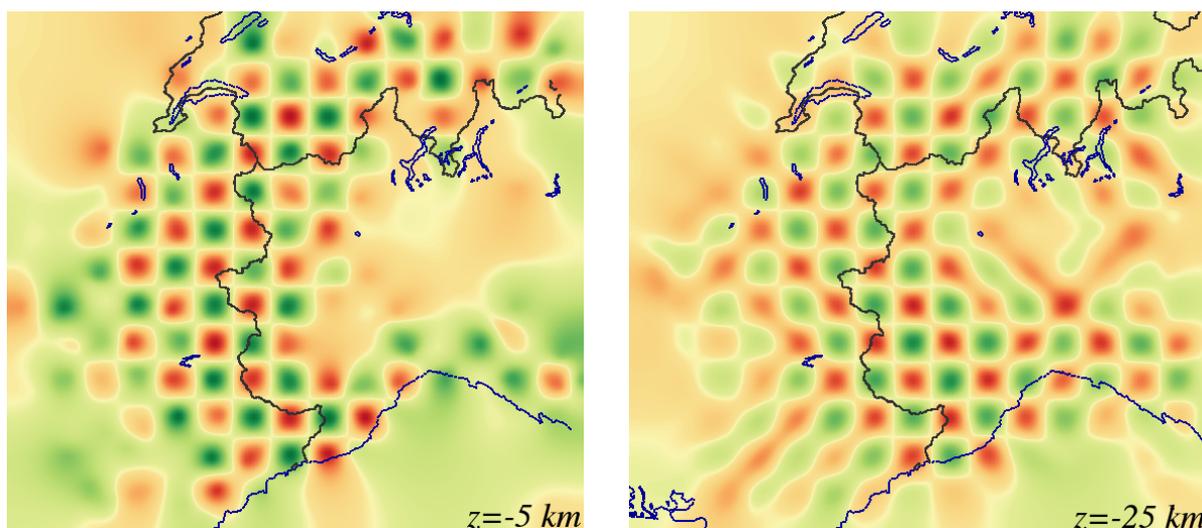


Figure 5.13 – Sections horizontales d’un test de damier sur le paramètre v_p aux profondeurs $z = -5$ km et $z = -25$ km. Cellules de $30 \times 30 \times 20$ km³, variation de vitesse de ± 10 %.

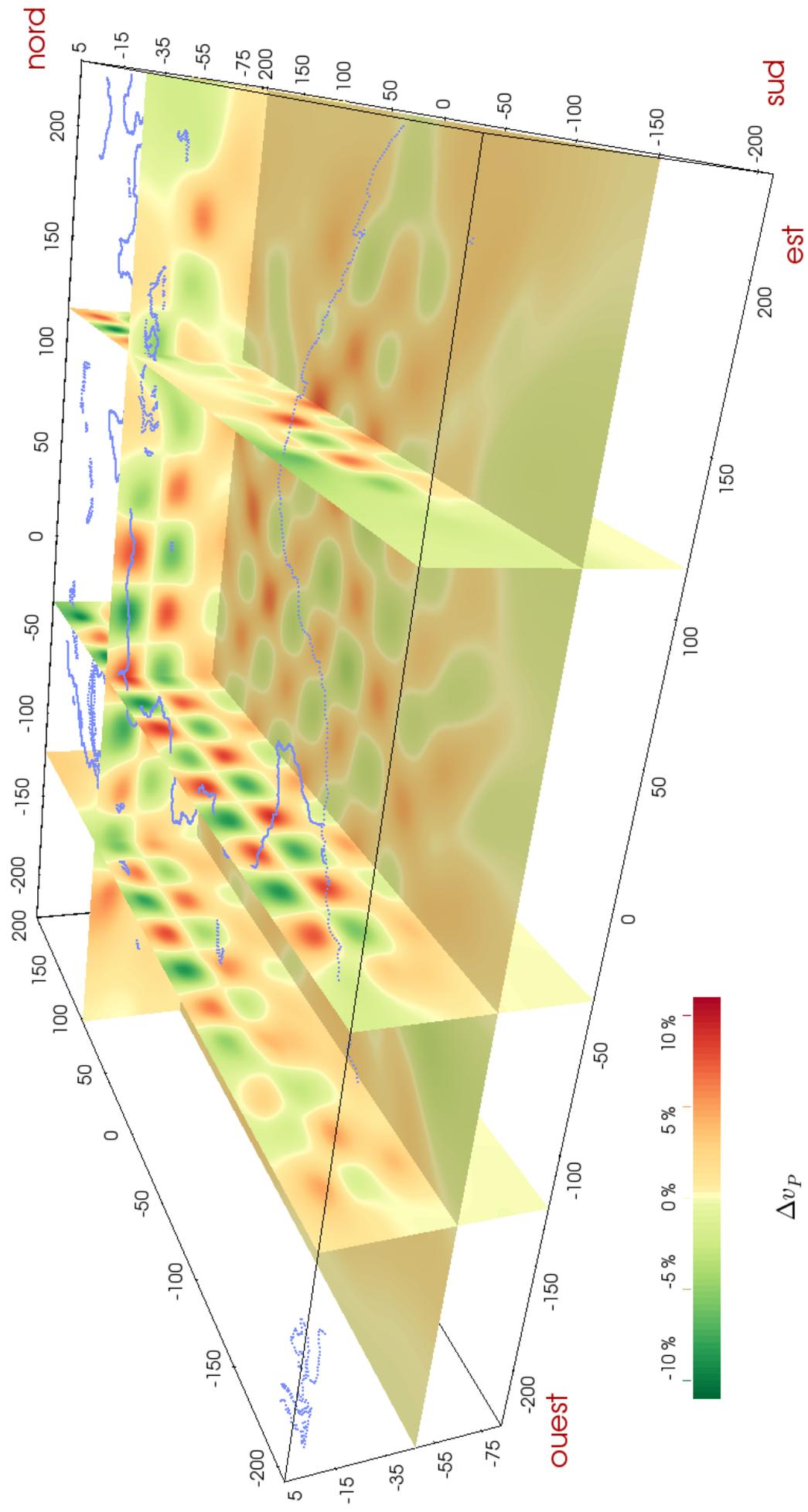


Figure 5.14 – Visualisation 3-D du résultat d'un test de damier sur le paramètre v_p . Cellules de $30 \times 30 \times 20 \text{ km}^3$, variation de vitesse de $\pm 10 \%$.
 ... : côtes et lacs ; — : frontières politiques.

Chapitre 6

Tomographie des Alpes occidentales

L'ESSENTIEL

Les Alpes occidentales :

- ▣ chaîne de montagnes « la mieux étudiée du monde », structures géologiques et métamorphiques bien identifiées en surface ;
- ▣ nombreuses données géophysiques (profils, tomographie, etc.) mais résolution faible sous les zones internes.

Tomographie des Alpes :

- ▣ image détaillée de la structure du corps d'Ivrée ;
- ▣ les subductions sont clairement observées ;
- ▣ de nombreux chevauchements intra-crustaux apparaissent.

Localisation des séismes :

- ▣ la tomographie améliore nettement les localisations ;
- ▣ la sismicité des Alpes s'organise en partie en essaims de sismicité.

Topographie du Moho et tomographie avec interface :

- ▣ topographie du Moho obtenue par interpolation du maximum de la norme du gradient de vitesse et de modèles de Moho régionaux ;
- ▣ le corps d'Ivrée apparaît coupé en deux blocs distincts ;
- ▣ le Moho est intégré à la tomographie pour augmenter la résolution dans la croûte : 100 000 données supplémentaires sont injectées dans l'inversion.

Sommaire

6.1	Bref aperçu des Alpes	151
6.1.1	Géologie, géodynamique, métamorphisme : un rapide aperçu	151
6.1.2	Imagerie géophysique	154
6.2	Exploration des Alpes occidentales	157
6.2.1	Le corps d'Ivrée	158
6.2.2	Subductions	158
6.2.3	Chevauchements intracrustaux	159
6.3	Sismicité des Alpes occidentales	172
6.3.1	Tirs de carrière	172
6.3.2	Sismicité des Alpes occidentales	173
6.4	Topographie de la discontinuité de Mohorovičić	180
6.4.1	Modèles de Moho régionaux	180
6.4.2	Du modèle de tomographie au modèle de Moho	182
6.5	Tomographie avec interface	191
6.6	Effets de site aux stations	200

6.1 Bref aperçu des Alpes

Les Alpes sont aujourd'hui l'une des chaînes de montagnes les mieux étudiées au monde. Depuis les années 1960 et l'arrivée des méthodes géophysiques permettant de réaliser des images des structures profondes de la Terre, de très nombreuses études ont dressé les grands traits structuraux et géodynamiques de cette chaîne. La compilation de ces données, croisées avec les études géologiques (métamorphisme, structures, accumulations sédimentaires, etc.), nous confère une bonne connaissance de l'ensemble de la chaîne, bien que des zones d'ombre et des incohérences subsistent. Schreiber (2010) en présente dans sa thèse un état des lieux assez complet et récent ; il existe également de nombreux ouvrages, comme par exemple ceux de Jolivet (1995), de Lemoine *et al.* (2000) ou encore de Robert et Bousquet (2013) pour n'en citer que trois.

6.1.1 Géologie, géodynamique, métamorphisme : un rapide aperçu

La chaîne alpine est une chaîne d'environ 1 200 km de long qui relie le sud-est de la France à l'est de l'Autriche en passant par l'ouest et le nord de l'Italie, la Suisse, le sud de l'Allemagne et le nord-ouest de la Slovénie. Cette chaîne résulte de la collision entre la plaque eurasiatique au nord et le promontoire adriatique¹ au sud.

Ce promontoire adriatique est une microplaque qui s'est désolidarisée de la plaque Afrique lors de la fermeture de l'océan Téthys, qui débute dès la fin du Crétacé inférieur (100 - 110 Ma). Cette fermeture est le résultat de la subduction de la plaque océanique Téthys sous la plaque adriatique, menant à la collision entre la plaque eurasiatique et la plaque adriatique. Celle-ci peut être datée aux alentours de l'Éocène (~ 50 à 35 Ma) si l'on se base sur le métamorphisme de haute pression et basse température. La convergence *grosso modo* nord-sud de ces deux plaques a généré une chaîne d'orientation globalement est-ouest. Toutefois, la rotation antihoraire de la plaque adriatique qui a débuté approximativement en même temps que la collision, donne à la chaîne une forme arquée à l'ouest.

Dans le prolongement de l'extrémité sud-est des Alpes occidentales, on rencontre la chaîne des Apennins qui s'étend de la région de Gênes jusqu'au sud de l'Italie. Cette chaîne résulte de la subduction de la plaque adriatique sous les bassins méditerranéens, qui sont rattachés à la plaque eurasiatique par une marge passive. Ces bassins sont le résultat d'une ouverture océanique débutée il y a ~ 35 Ma, ayant conduit entre autres à l'ouverture de la mer Ligure

1. La plaque adriatique porte différents noms dans la littérature, notamment celui de plaque apulienne.

(35-15 Ma) en lien avec la rotation du bloc corso-sarde (quasiment mis en place dès 15 Ma), et à l'ouverture de la mer Tyrrhénienne depuis 5 Ma. Compte tenu du sens des subductions des Alpes et des Apennins, la jonction entre ces deux chaînes correspond donc à un changement de polarité entre, à l'ouest et au nord, la plaque adriatique qui chevauche la plaque eurasiennne et, au sud, cette même plaque adriatique qui plonge sous les bassins de la Méditerranée occidentale.

D'un point de vue géologique, on rencontre trois unités superposées dans la partie occidentale de la chaîne des Alpes. De bas en haut (voir figure 6.1) :

- les unités d'origine européenne formant la zone externe des Alpes, constituées d'une couverture sédimentaire affectée par une tectonique superficielle et de massifs cristallins affectés par de grands accidents intra-crustaux. La couverture sédimentaire peut être découpée en trois unités : la zone dauphinoise (nappe de Digne, Vercors, Chartreuse, Bauges, Bornes et Pré-alpes) dont la tectonique est liée aux Alpes ; le bassin vocontien (Baronnies, Diois), qu'on peut rattacher à la zone dauphinoise mais qui se caractérise par une épaisseur de remplissage sédimentaire de plus de 10 km ; le bassin provençal (chaînes provençales, Luberon) qui est affecté par une tectonique liée à la chaîne des Pyrénées.
- Un deuxième groupe d'unités faisant partie des Alpes internes, constituées du Briançonnais (sédiments de la marge Téthys métamorphisés), du Piémontais (couverture sédimentaire de ce même océan, métamorphisée, plissée et contenant des ophiolites et des péridotites) et des massifs cristallins internes (Dora-Maira, Grand-Paradis, Mont-Rose) présentant un faciès métamorphique éclogitique voire de ultra-haute pression (coésite).
- Les unités d'origine adriatique constituant l'autre partie de la zone interne, représentées par des massifs cristallins (nappe de la Dent-Blanche) ou des roches sédimentaires (Sesia) hautement métamorphisés.

De part et d'autre de la chaîne, on rencontre des remplissages sédimentaires datant de l'Oligocène à l'Holocène (~ 30 Ma à actuel), avec, à l'ouest, la vallée du Rhône et, à l'est, la plaine du Pô caractérisée par un important remplissage sédimentaire dont l'épaisseur, croissante vers le sud, atteint plus de 3 000 m au pied de l'Apennin septentrional.

Si l'on s'intéresse maintenant à la structure profonde de la chaîne, la partie occidentale des Alpes est caractérisée par la présence du « corps d'Ivrée » (*Ivrea body*). Ce corps d'origine mantellique et d'affinité adriatique se trouve imbriqué très haut dans la croûte, à une quinzaine de kilomètres sous la surface comme nous le verrons sur les coupes et modèles 3-D présentés ci-après. En ce qui concerne les structures plus profondes, les données fiables dans les zones internes sont relativement ponctuelles tant la complexité des structures rend l'exploration géophysique difficile : par exemple, on observe relativement peu d'énergie sismique réfléchie sur

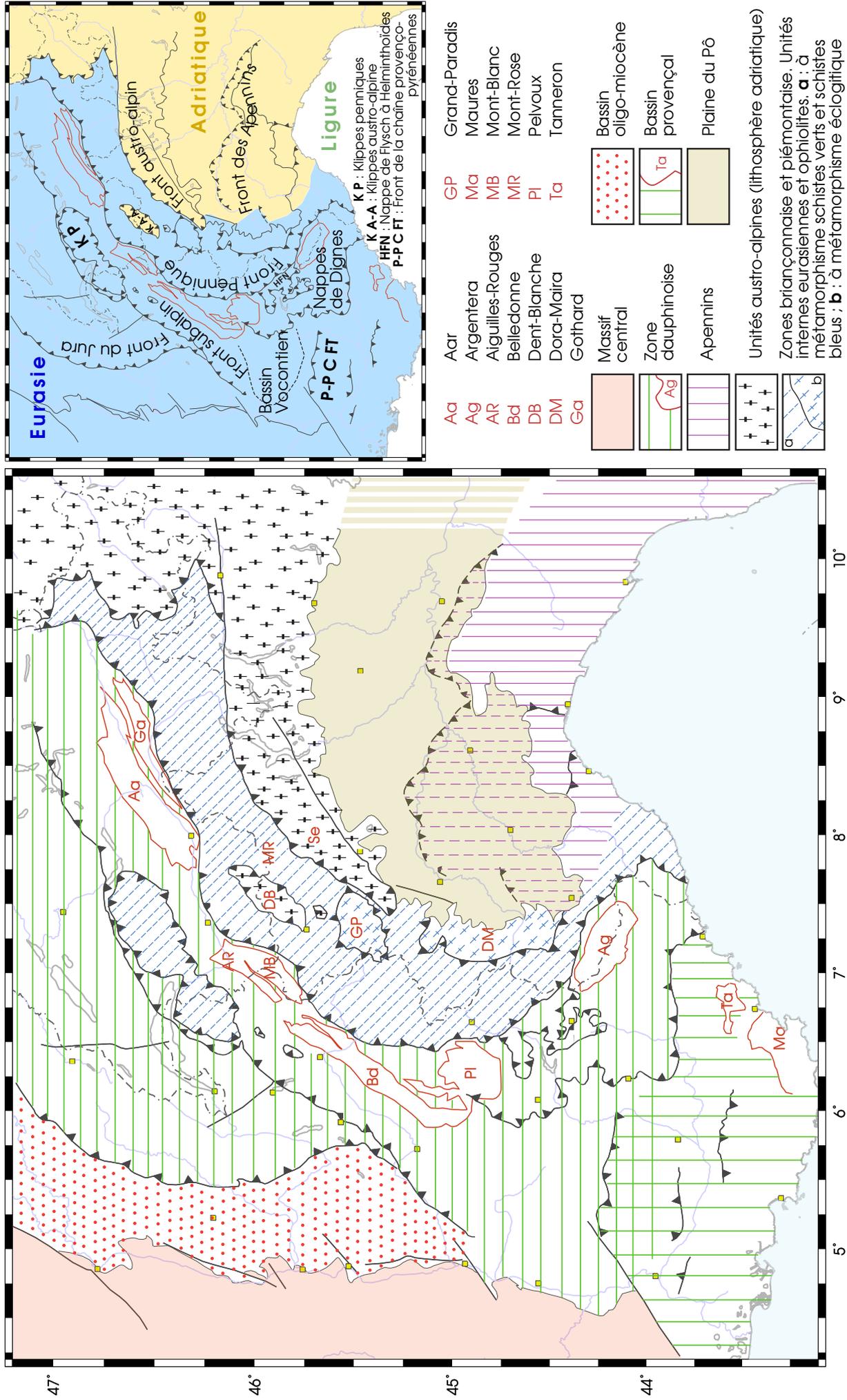


Figure 6.1 – Schéma structural des Alpes occidentales. Contours extraits de la carte géologique de la France au 1 : 1 000 000, 6^e édition, BRGM. (Chantraine et al., 1996)

le Moho dans les zones internes pour la plupart des grands profils sismiques alpins, contrairement aux zones externes. D'autre part, les tomographies à partir des séismes locaux sont limitées en résolution en profondeur car la sismicité alpine est modérée et relativement proche de la surface.

6.1.2 Imagerie géophysique

À la fin du XX^e siècle, les méthodes de sismique active par explosion ou vibrosismique ont permis de réaliser plusieurs grands profils en sismique réflexion verticale, sismique grand-angle ou sismique réfraction au travers de la chaîne alpine. Ce type d'expérimentation est aujourd'hui pratiquement impossible à mettre en œuvre en raison de leurs coûts prohibitifs et des difficultés administratives liées aux nouvelles réglementations, notamment en matière d'environnement. Motivées par cette contrainte, les techniques d'imagerie passive qui se fondent sur la sismicité locale ou les ondes télésismiques ont été intensivement développées et sont aujourd'hui la principale source d'information sur la structure profonde de la Terre.

Concernant les Alpes occidentales et centrales, plusieurs profils et modèles de tomographie ont été réalisés depuis la fin du XX^e siècle (figure 6.2) : Paul *et al.* (2001) ont effectué une tomographie dont la zone résolue s'étend entre la plaine du Pô à l'est, le massif de l'Argentera–Mercantour au sud et le massif de Belledonne au nord ; Zhao *et al.* (2015) ont procédé à un profil par la méthode des « fonctions récepteurs » le long des stations de leur réseau temporaire CIFALPS (figure 1.7 page 33) ; le projet ECORS-CROP (Roure *et al.*, 1990, 1996) a permis de réaliser un profil sismique reliant la marge nord-est du Massif central à la plaine du Pô ; le projet suisse NFP/NRP 20 a permis de réaliser deux profils baptisés NFP/NRP 20 west (Pfiffner *et al.*, 1997) reliant le lac de Neuchâtel à la plaine du Pô et NFP/NRP 20 east (Valasek *et al.*, 1991 ; Pfiffner *et al.*, 1997) reliant le lac de Constance à Monza en Italie ; le projet EGT (*European Geotraverse*) (Blundell *et al.*, 1992) a permis d'effectuer un profil suivant le méridien 9,3° E reliant le sud de l'Allemagne à la côte méditerranéenne (même tracé que le profil NFP/NRP 20 east dans sa partie suisse) ; le projet TRANSALP (Gebrande *et al.*, 2001) a permis de réaliser un profil qui suit *grosso modo* le méridien 12° E et qui se trouve donc en dehors de notre domaine d'étude ; Solarino *et al.* (1997) ont réalisé un modèle de tomographie s'étendant sur une zone proche de la nôtre ; Diehl *et al.* (2009b) ont procédé à une tomographie de l'ensemble des Alpes occidentales et centrales ; Di Stephano *et al.* (2009) ont effectué pour leur part une tomographie de tout le territoire italien et qui englobe les Alpes ; on peut également citer le modèle réalisé par Lippitsch *et al.* (2003) qui concerne plutôt le manteau supérieur sur la même zone que Diehl *et al.* (2009b), et qu'on peut raccorder en profondeur aux différents modèles présentés ici.

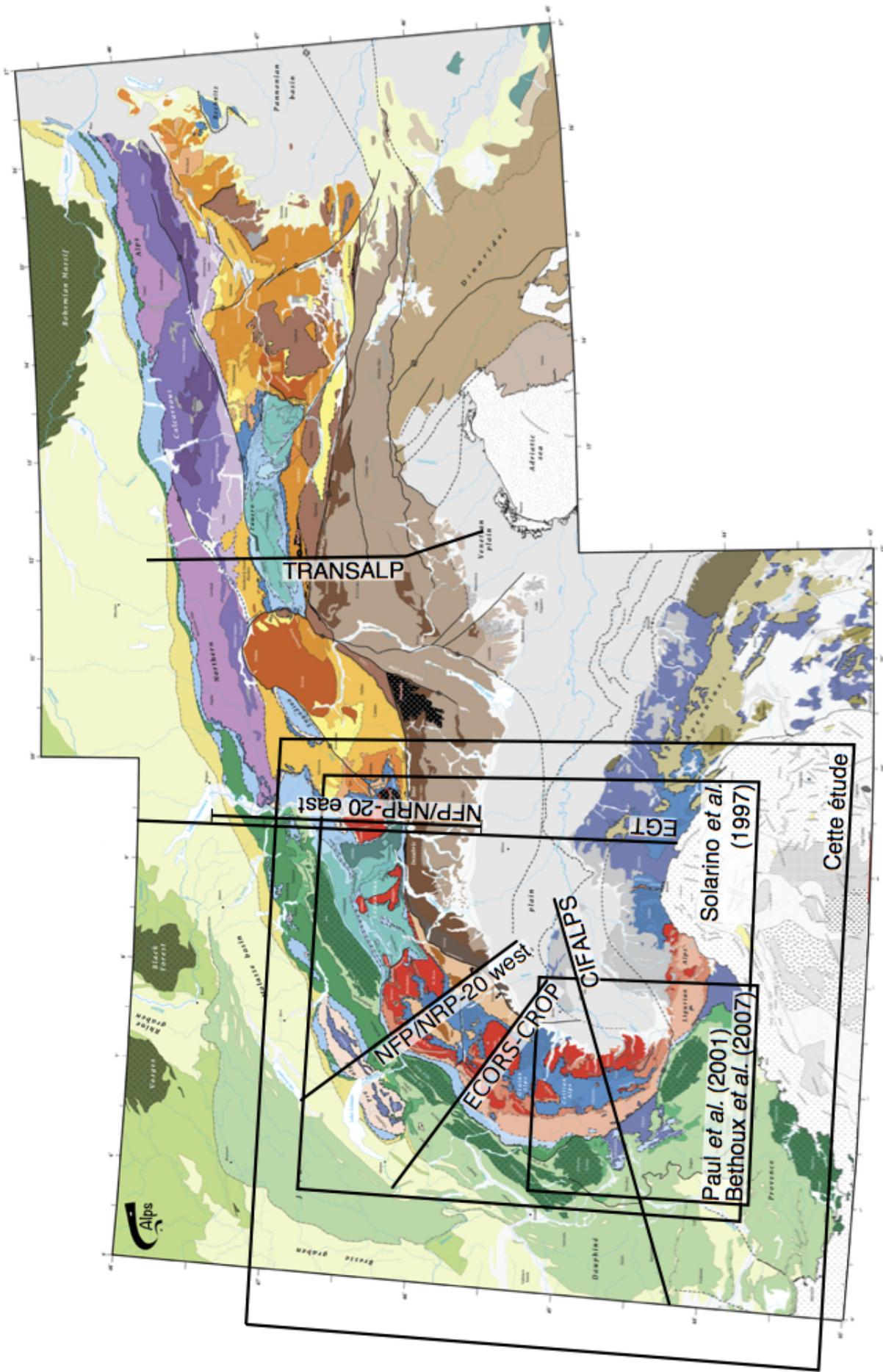


Figure 6.2 – Carte de positionnement des différents profils alpins et des modèles de tomographie, modifiée d'après Bousquet et al. (2012). Les modèles de Diehl et al. (2009b) et Di Stephano et al. (2009), non représentés ici, englobent la majeure partie de la carte, s'étendant respectivement entre 3,5° E et 16,0° E et entre 42,0° N et 49,5° N pour le premier et entre 5,0° E et 20,0° E et entre 36,0° N et 48,0° N pour le second.

Les interprétations de ces profils et de ces modèles (Tardy *et al.* (1990) ; Polino *et al.* (1990) ; Ye *et al.* (1995) ; Roure *et al.* (1996) ; Burkhard et Sommaruga (1988) ; Schmid et Kissling (2000) ; Gebrande *et al.* (2002) ; Bucher *et al.* (2004) ; Schmid *et al.* (2004) ; Tardy *et al.* (2004) ; Bousquet *et al.* (2012) ; Wagner *et al.* (2012) ; Handy *et al.* (2014) ; etc.) ont évolué depuis les années 90, au fur et à mesure où se modifiait et s'affinait le contexte tectonique de cette chaîne. Toutes ces interprétations s'accordent globalement sur les grands traits structuraux des Alpes, même si quelques zones d'ombre persistent, notamment en ce qui concerne la base de la croûte et le détail des zones internes les plus déformées. Si l'on prend l'exemple du Moho, il n'est pas visible sur la plupart des profils sismiques car la croûte filtre l'essentiel de l'énergie qui pourrait être réfléchi. Les interprétations divergent donc : le long du profil CIFALPS, Zhao *et al.* (2015) proposent ainsi un modèle du Moho européen atteignant 80 km de profondeur bien que celui-ci soit relativement mal contraint par leurs résultats ; le long du profil TRANSALP, Bousquet *et al.* (2012) et le TRANSALP Working Group (Gebrande *et al.*, 2002) ne s'accordent pas sur le sens de la subduction : les premiers font passer la plaque eurasiatique sur la plaque adriatique, ce qui implique un changement de polarité de la subduction entre l'est et l'ouest, tandis que les seconds proposent un modèle cohérent avec ce qui est observé sur la partie occidentale des Alpes.

Concernant les modèles de tomographie, la zone couverte par Paul *et al.* (2001) est géographiquement limitée, ce qui ne permet pas d'atteindre la croûte en profondeur. En effet, leur jeu de données ne peut contenir que très peu d'ondes réfractées (P_n et S_n) au niveau du Moho puisque ce type d'onde ne peut vraiment être observé qu'à grande distance, au delà de 100 à 130 km dans les Alpes occidentales. Dans le cadre d'une tomographie en ondes de volume de séismes locaux, ce type d'onde est pourtant le seul à atteindre le toit du manteau lorsque la sismicité est concentrée dans la moitié supérieure de la croûte, comme c'est le cas dans les Alpes. Le modèle de Diehl *et al.* (2009b) couvre une zone bien plus grande et n'est donc pas concerné par ce problème. En revanche, il souffre d'une résolution limitée car, d'une part, le jeu de données utilisé ne compte que 13 809 temps d'arrivée d'ondes P réparties sur une zone de $900 \times 1000 \text{ km}^2$ et, d'autre part, le modèle est discrétisé sur une grille dont les cellules mesurent $25 \times 25 \times 15 \text{ km}^3$. De plus, leur technique de lecture automatique des temps d'arrivée (Diehl *et al.*, 2009c) ne leur a pas permis de réaliser une tomographie à partir des ondes S. Celles-ci sont en effet très difficiles à détecter par pointé automatique, la structure crustale des Alpes complexifiant la coda des ondes P et rendant ainsi souvent très difficile, même pour un sismologue expérimenté, l'identification de l'onde S. Le modèle de Solarino *et al.* (1997), qui couvre une zone un peu plus restreinte que la nôtre, a été obtenu à partir d'un jeu de données de 44 317 temps d'arrivée d'ondes P. Cependant leur modèle est sous-régularisé, le rendant

difficile à interpréter. Enfin le modèle de Di Stephano *et al.* (2009), centré sur l'Italie, a été réalisé à partir d'environ 166 000 temps d'arrivée d'ondes P avec l'approche d'inversion de Zhao *et al.* (1992) (Algorithme de Levenberg-Marquardt et LSQR pour résoudre le système linéaire à chaque itération) et des mailles de $15 \times 15 \times 15 \text{ km}^3$.

Avec les différents grands profils alpins, les modèles de Diehl *et al.* (2009b) et de Di Stephano *et al.* (2009) sont probablement aujourd'hui les modèles de tomographie les mieux résolus en ce qui concerne la croûte des Alpes occidentales et des Apennins.

6.2 Exploration des Alpes occidentales

Le modèle que nous avons choisi de présenter a été obtenu avec des longueurs de lissages $\xi_h = 23 \text{ km}$ et $\xi_v = 12 \text{ km}$, et une longueur d'atténuation $\xi_0 = 5 \text{ km}$ (voir la figure 5.10). Pour mémoire, les incertitudes sur les différents paramètres du modèle sont rappelées dans le tableau ci-dessous :

Paramètre	σ physique	σ effectif
vitesse des ondes v_p	$\sigma_{v_p} = 0,700 \text{ km.s}^{-1}$	$\sigma_{v_p} = 98,2 \text{ m.s}^{-1}$
rapport v_p/v_s	$\sigma_{v_p/v_s} = 0,15$	$\sigma_{v_p/v_s} = 0,021$
localisation spatiale	$\sigma_h = 30 \text{ km}$ $0,5 \leq \sigma_v \leq 30 \text{ km}$	$\sigma_h = 21 \text{ km}$ $0,35 \leq \sigma_v \leq 21 \text{ km}$
temps origine t_0	$\sigma_{t_0} = 1000 \text{ s}$	$\sigma_{t_0} = 1000 \text{ s}$
effets de site Δ^P et Δ^{S-P}	$10 \cdot 10^{-6} \leq \sigma_\Delta \leq 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$	$10 \cdot 10^{-6} \leq \sigma_\Delta \leq 2 \cdot 10^{-2} \text{ s}$

La figure 6.3 est une version simplifiée de la carte 6.1, sur laquelle sont positionnés les profils présentés sur les figures 6.4 à 6.11. Pour chaque profil, nous avons représenté les vitesses v_p , l'écart relatif $(v_p - v_p^{\text{pri}})/v_p^{\text{pri}}$ et le rapport v_p/v_s . Le profil 1 correspond au profil CIFALPS ; le profil 2 correspond à une coupe des modèles de Paul *et al.* (2001) et de Diehl *et al.* (2009b) ; le profil 4 correspond au profil ECORS ; le profil 5 correspond à une coupe dans le modèle de Diehl *et al.* (2009b) ; le profil 7 correspond au profil EGT.

6.2.1 Le corps d'Ivrée

Comme nous l'avons introduit précédemment, l'extrémité ouest de la chaîne des Alpes se distingue par la présence du corps d'Ivrée, constitué de matériel mantellique imbriqué dans la croûte, à la limite entre les plaques eurasiatique et adriatique. Ce corps a été identifié par l'anomalie gravimétrique qu'il génère et par des mesures de vitesse des ondes P atteignant $7,4 \text{ km.s}^{-1}$ à 10 km de profondeur (Closs et Labrouste, 1963), ce qui a conduit à supposer son origine mantellique (Nicolas *et al.*, 1990). Sur les profils 1 à 3 (figures 6.4 à 6.9), ce corps est très bien visible et l'on peut même le suivre jusqu'au profil 5 (6.8), où il apparaît moins proche de la surface.

Sur le profil 1 (figure 6.4), le sommet du corps d'Ivrée semble constituer un bloc quasiment désolidarisé du reste du manteau en profondeur. En effet, la vitesse des ondes P atteint un minimum local entre le sommet du corps et le manteau sous-jacent, délimitant ainsi un bloc de $15 \times 15 \text{ km}$ environ. Ce bloc est caractérisé par une anomalie positive du rapport v_p/v_s , caractéristique des roches du manteau comme le propose Kennett *et al.* (1995) qui estime la valeur moyenne de ce rapport à 1,795 au toit du manteau, contre 1,688 en base de croûte. Ce bloc se devine également sur les profils 2 et 3, bien que sa limite soit nettement moins marquée.

Le profil 8 (figure 6.11) est une coupe qui longe le corps d'Ivrée en passant par son sommet et qui est quasiment perpendiculaire aux profils 1, 2 et 3. Le bloc quasi-désolidarisé se voit très bien, notamment sur la coupe d'anomalie Δv_p . Le profil 1 coupe ce profil à la cote horizontale 40 km, le profil 2 à la cote 75 km et le profil 3 à la cote 0 km. Ce bloc partiellement désolidarisé est en réalité constitué de deux unités : la première, au nord, centrée sur Turin (Italie) et s'étendant sur environ 50 km selon une direction nord-sud ; la seconde, au sud, centrée sur Cuneo (Italie) et s'étendant également sur environ 50 km.

6.2.2 Subductions

Sur les profils 1 à 5, on observe de façon nette le plongement de la croûte eurasiatique sous le corps d'Ivrée ; ce plongement est caractérisé par un domaine où les vitesses v_p sont anormalement faibles, qui s'enfonce dans le manteau vers l'est et vers le sud. Sur les profils 5 et 6, on observe également la subduction de la plaque adriatique sous le bassin ligure vers le sud. Ces deux zones de subduction sont également visibles sur le profil 7, bien que la résolution à cet endroit soit limitée car proche de l'extrémité est de notre zone d'étude.

Sur la figure 6.4, on se propose de comparer le profil de Moho établi le long du profil CI-FALPS par Zhao *et al.* (2015) à notre modèle de tomographie. De l'extrémité ouest du modèle

jusqu'à la cote horizontale -30 km, le Moho tracé sur le profil CIFALPS correspond dans notre tomographie à des vitesses v_p comprises entre 7 et $7,7$ km.s^{-1} . Entre les cotes -100 et -30 km, ce Moho correspond également à une anomalie de vitesse v_p comprise entre 0 et -3 %, et à un rapport v_p/v_s moyen de $1,69$. À la cote -30 km, le Moho atteint une profondeur d'une cinquantaine de kilomètres. Plus à l'est, le Moho du profil CIFALPS continue de s'approfondir régulièrement pour atteindre pratiquement 80 km de profondeur à la cote horizontale 20 km. Si l'on suit en revanche l'anomalie de vitesse v_p comprise entre 0 et -3 %, les valeurs relativement faibles de vitesse v_p ou du rapport v_p/v_s , le plongement de la plaque eurasiatique semble plus fort et la profondeur -80 km est atteinte plus rapidement, entre les cotes -25 et 0 km. Sur les profils 2 à 5, cette tendance de plongement rapide se confirme : la plaque eurasiatique plonge sous la plaque adriatique avec un pendage assez fort, supérieur ou égal à 45° . Sur les profils 5 et 6, la subduction de la croûte adriatique sous la croûte ligurienne semble avoir un pendage encore plus fort.

Sur la figure 6.13, nous avons représenté une surface 3-D d'iso-vitesse $v_p = 7,90$ km.s^{-1} dans l'ensemble du modèle. Cette vitesse est intermédiaire entre une vitesse de base de croûte et une vitesse de toit du manteau. Cette figure permet d'apprécier la forme du toit du manteau sous la chaîne alpine et sous le nord des Apennins. À l'ouest, on observe très bien la subduction de la plaque eurasiatique sous la plaque adriatique et la base du corps d'Ivrée qui remonte vers l'ouest. Au nord, la plaque adriatique plonge sous la chaîne alpine et forme une large zone d'épaississement crustal, tel qu'on peut l'observer sur les profils 6 et 7, notamment marqués par une anomalie Δv_p négative et un rapport v_p/v_s faible. Vers le sud, on observe également la croûte adriatique qui plonge sous la croûte ligurienne, bien que la résolution plus limitée au sud-est ne permette pas de suivre cette subduction vers l'est. Enfin, on peut également voir sur cette figure le point de contact entre les croûtes ligurienne et adriatique, qui apparaît au sud des Alpes. Ce point de contact correspond à un changement de polarité de subduction entre l'ouest où la plaque adriatique est au-dessus de la plaque eurasiatique et le sud où cette plaque passe sous la plaque ligurienne.

6.2.3 Chevauchements intracrustaux

Sur tous les profils présentés ici, on observe un certain nombre de chevauchements intracrustaux, notamment dans la croûte eurasiatique. Ces chevauchements se caractérisent par une inversion de vitesse locale : des matériaux d'origine plus profonde et dans lesquels les ondes se propagent rapidement chevauchent des matériaux d'origine plus superficielle, dans lesquels les ondes se propagent plus lentement. Sur les profils 2 et 3, on peut suivre deux chevauchements

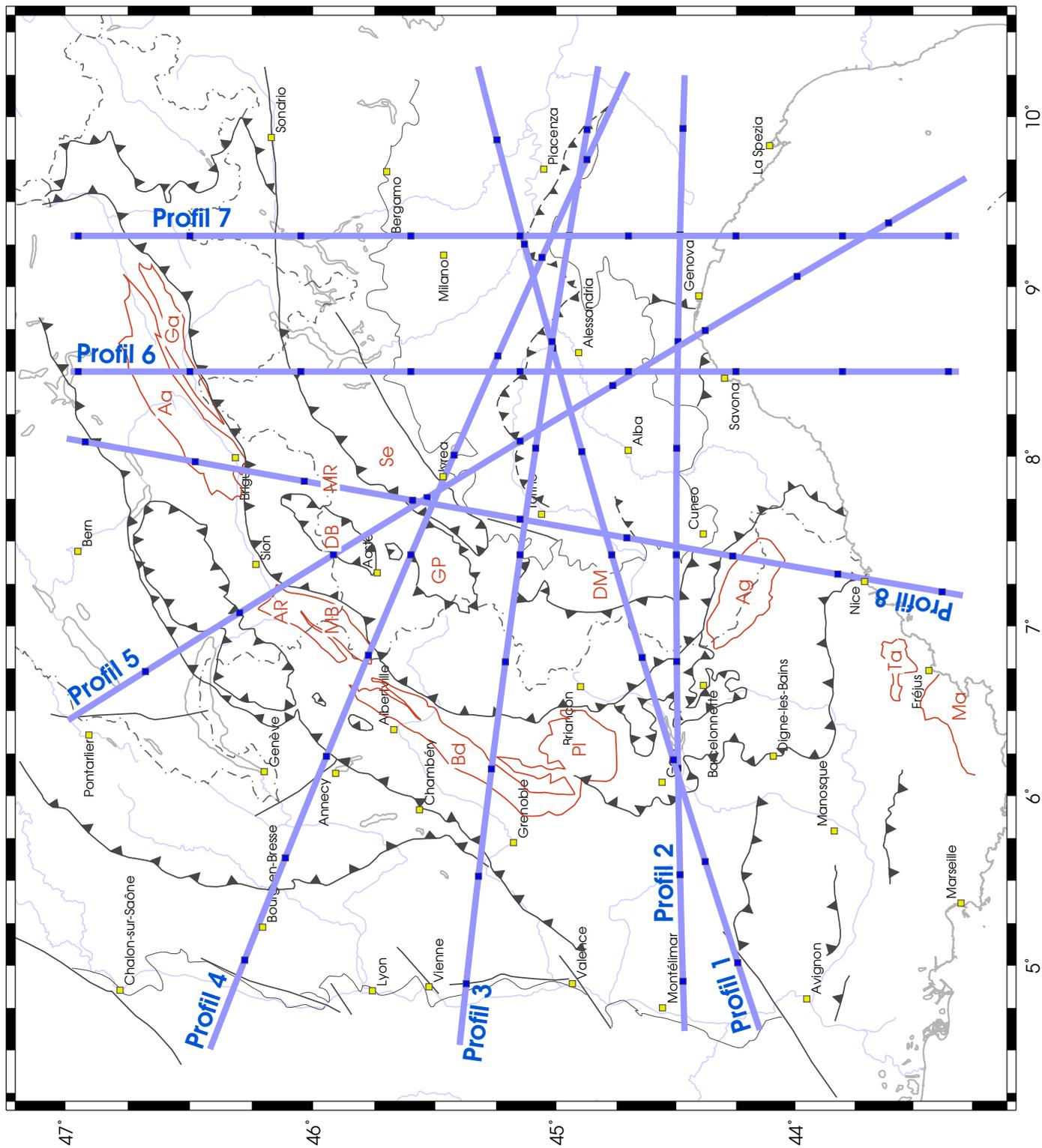
bien marqués et soulignés par le contour d'iso-vitesse à 6 km.s^{-1} .

Sur la figure 6.12, nous avons représenté une surface 3-D d'iso-vitesse $v_p = 5,95 \text{ km.s}^{-1}$ dans l'ensemble du modèle. Cette surface permet d'apprécier la répartition géographique des chevauchements superficiels dans l'ensemble de notre domaine d'étude. On peut voir qu'il est possible de suivre ces chevauchements tout le long de la chaîne, essentiellement avec un déversement sur les zones externes. On peut également voir sur cette figure les chevauchements liés aux Apennins à déversement vers le nord.

Sur les profils 2 et 3, on observe des chevauchements superficiels qui s'enracinent à proximité du sommet du corps d'Ivrée, et qui correspondent aux différents accidents majeurs des Alpes comme le front pennique ou le front des nappes de Digne.

Figure 6.3 – Carte de positionnement des profils présentés dans cette étude.

— : tracé des profils présentés sur les figures 6.4 à 6.11 ;
 ■ : repères tous les 50 km sur les profils, correspondant aux coupes. — : contours des principaux massifs ; **Aa** : Aar ; **AR** : Aiguilles-Rouges ; **Ag** : Argentera–Mercantour ; **Bd** : Belledonne, **DB** : Dent-Blanche ; **DM** : Dora-Maira ; **Ga** : Gothard ; **GP** : Grand-Paradis ; **Ma** : Maures ; **MB** : Mont-Blanc ; **MR** : Mont-Rose ; **Pl** : Pelvoux ; **Ta** : Tanneron. Légende détaillée sur la figure 6.1.



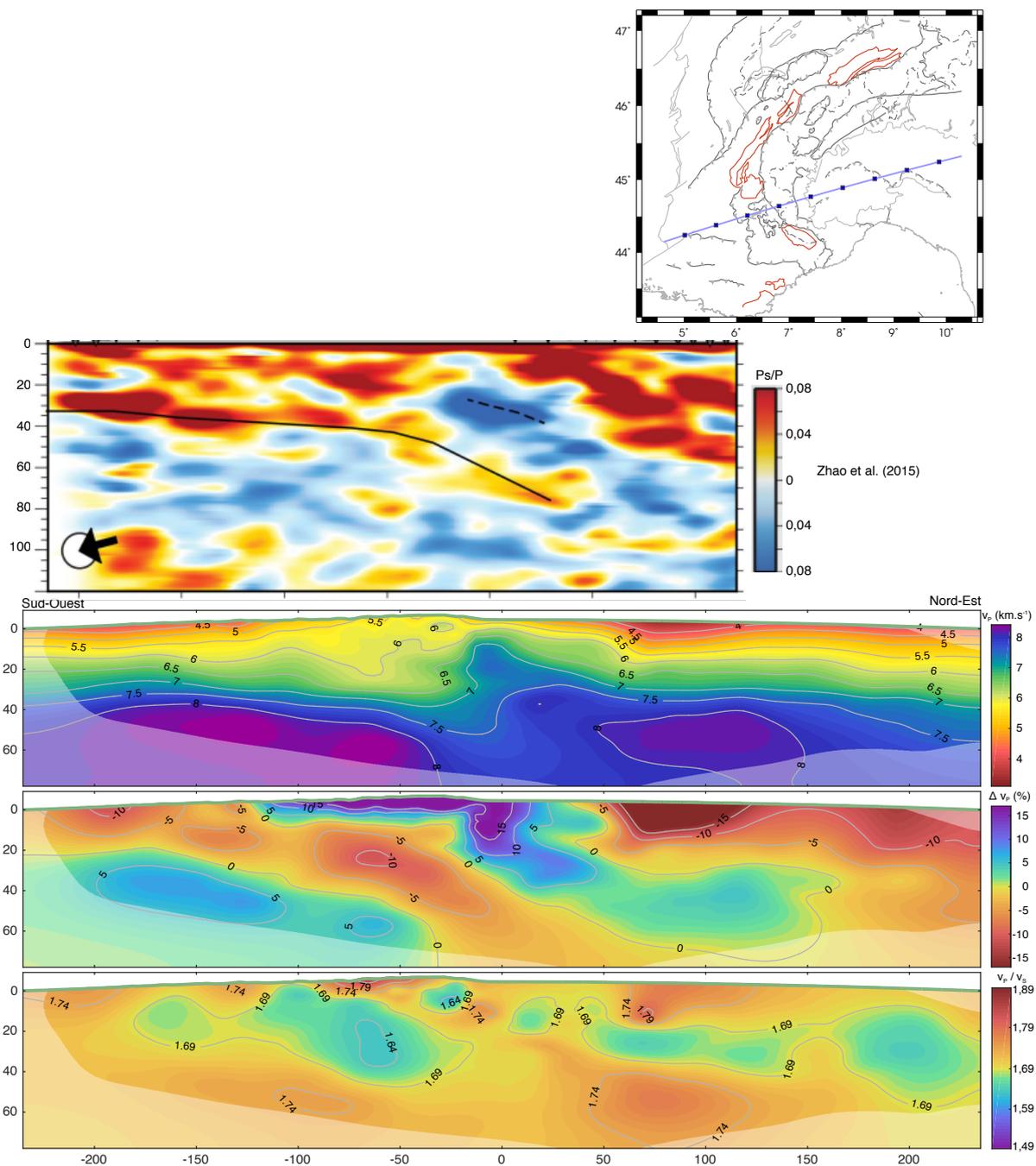


Figure 6.4 – Profil 1 (CIFALPS) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). **En haut** : tomographie d'interface par la méthode des « fonctions récepteurs », modifié d'après Zhao et al. (2015). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.

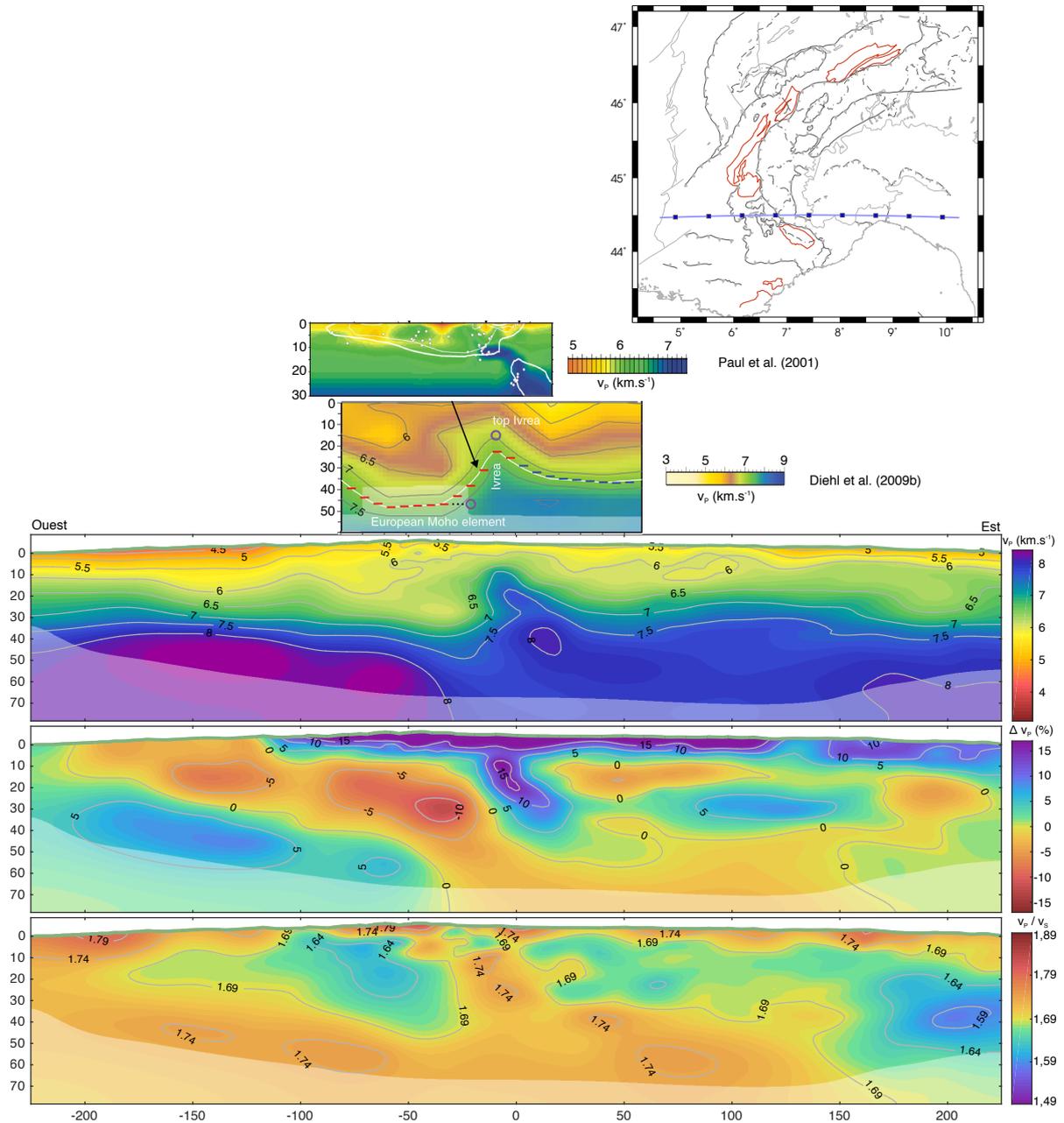


Figure 6.5 – Profil 2 (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). Profil d’orientation est-ouest, suivant le parallèle 44,5° N. **En haut** : coupes dans les modèles de tomographie de Paul et al. (2001) (tout en haut, coupe modifiée d’après Béthoux et al., 2007) et de Diehl et al. (2009b) (juste en dessous de la coupe précédente, coupe modifiée d’après Wagner et al., 2012). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.

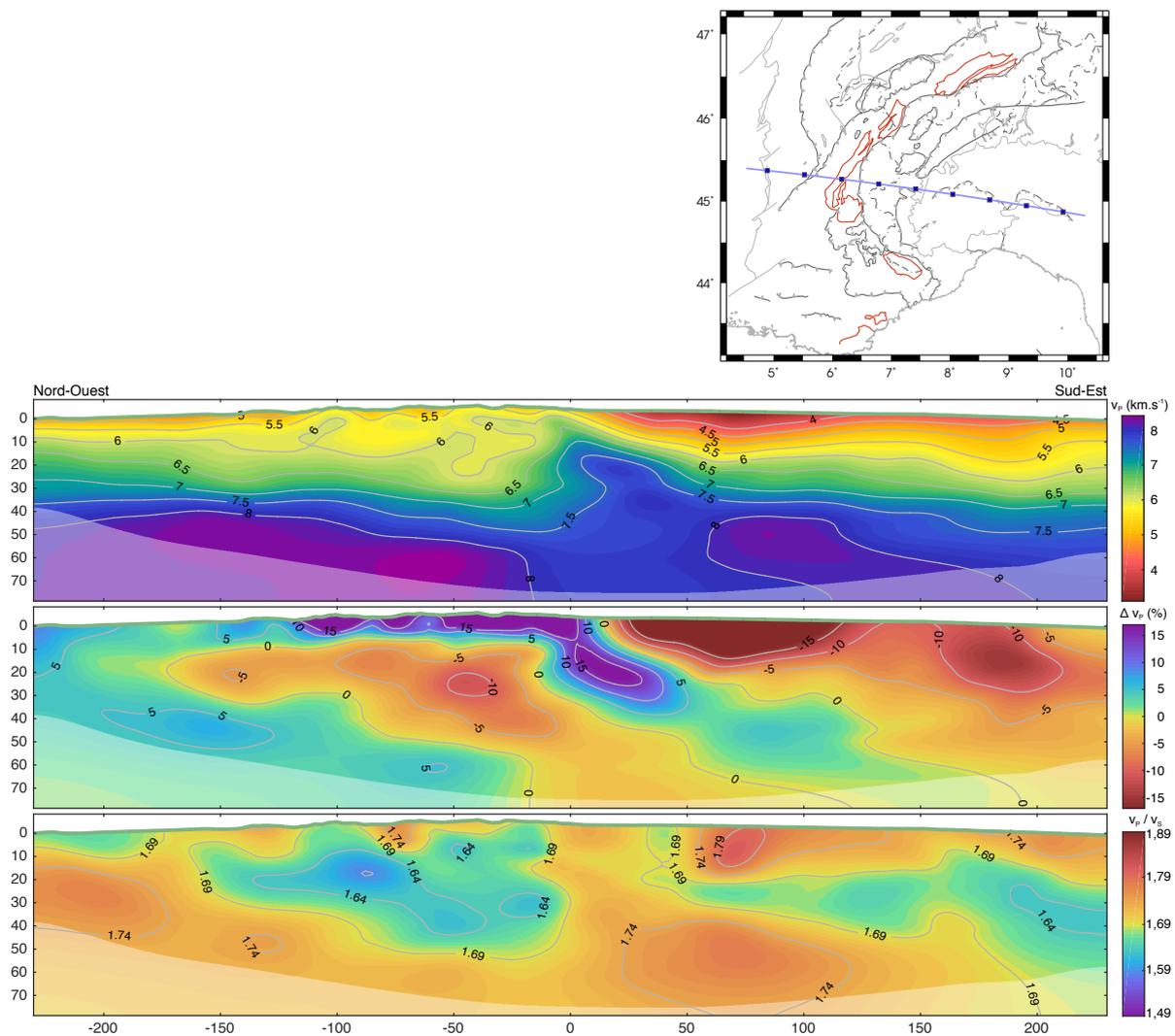


Figure 6.6 – Profil 3 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

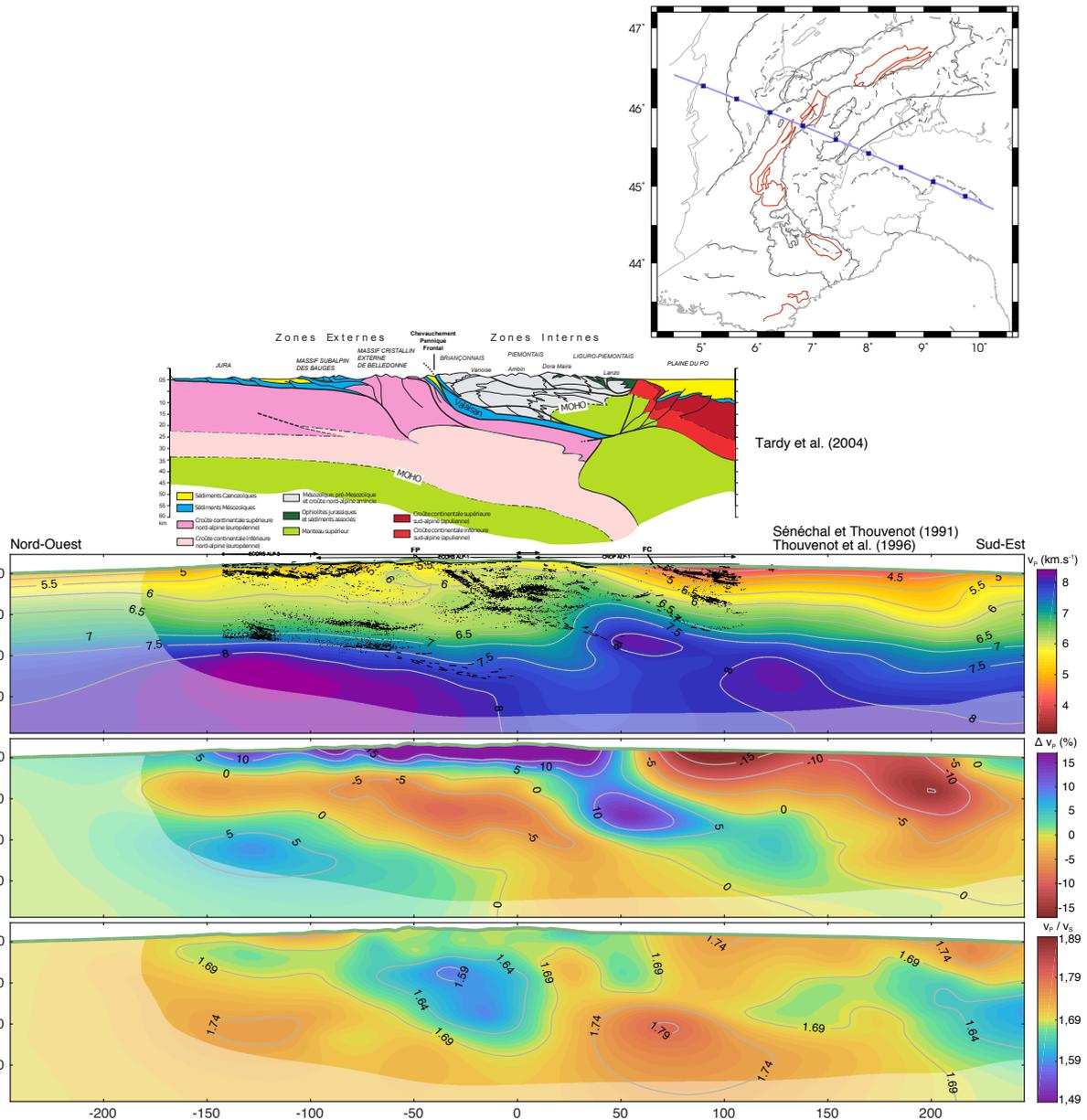


Figure 6.7 – Profil 4 (ECORS-CROP) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). **En haut :** profil interprété (Tardy et al., 2004, modifié par C. Beck). Superposition des réflecteurs pointés et migrés (Sénéchal et Thouvenot, 1991 ; Thouvenot et al., 1996). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.

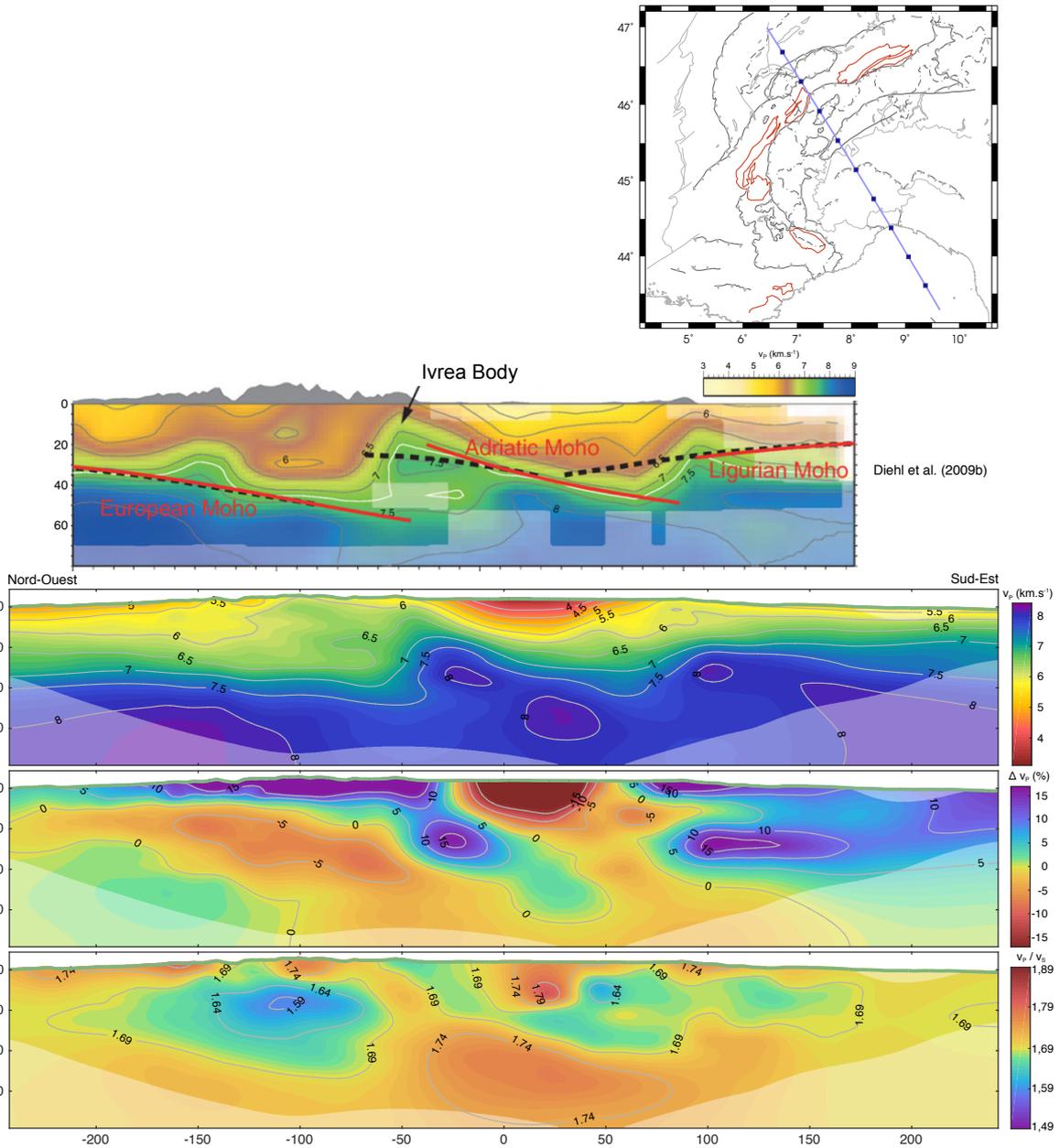


Figure 6.8 – Profil 5 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). **En haut** : coupe dans le modèle de tomographie de Diehl et al. (2009b) (modifiée d'après Wagner et al., 2012). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.

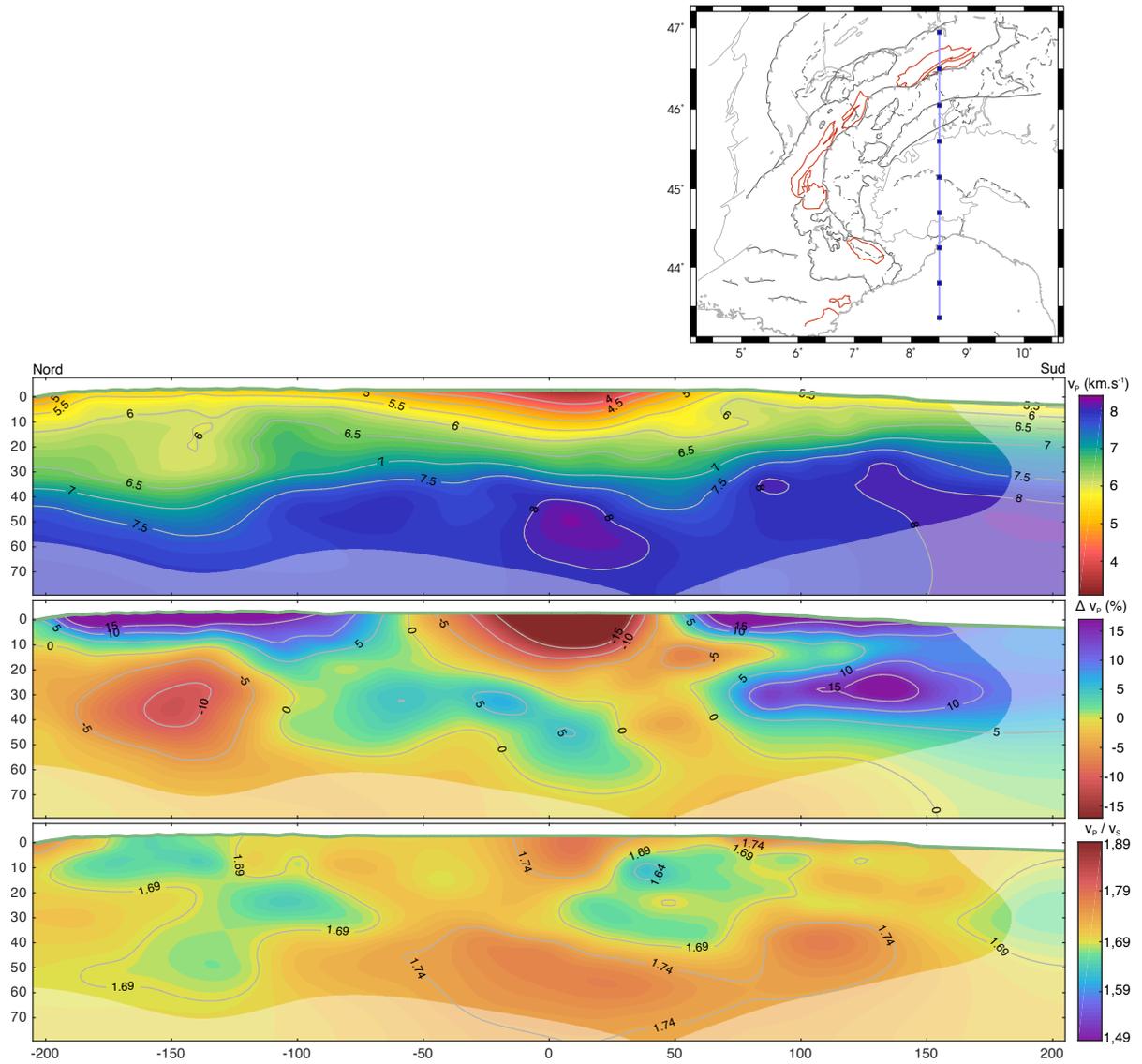


Figure 6.9 – Profil 6 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

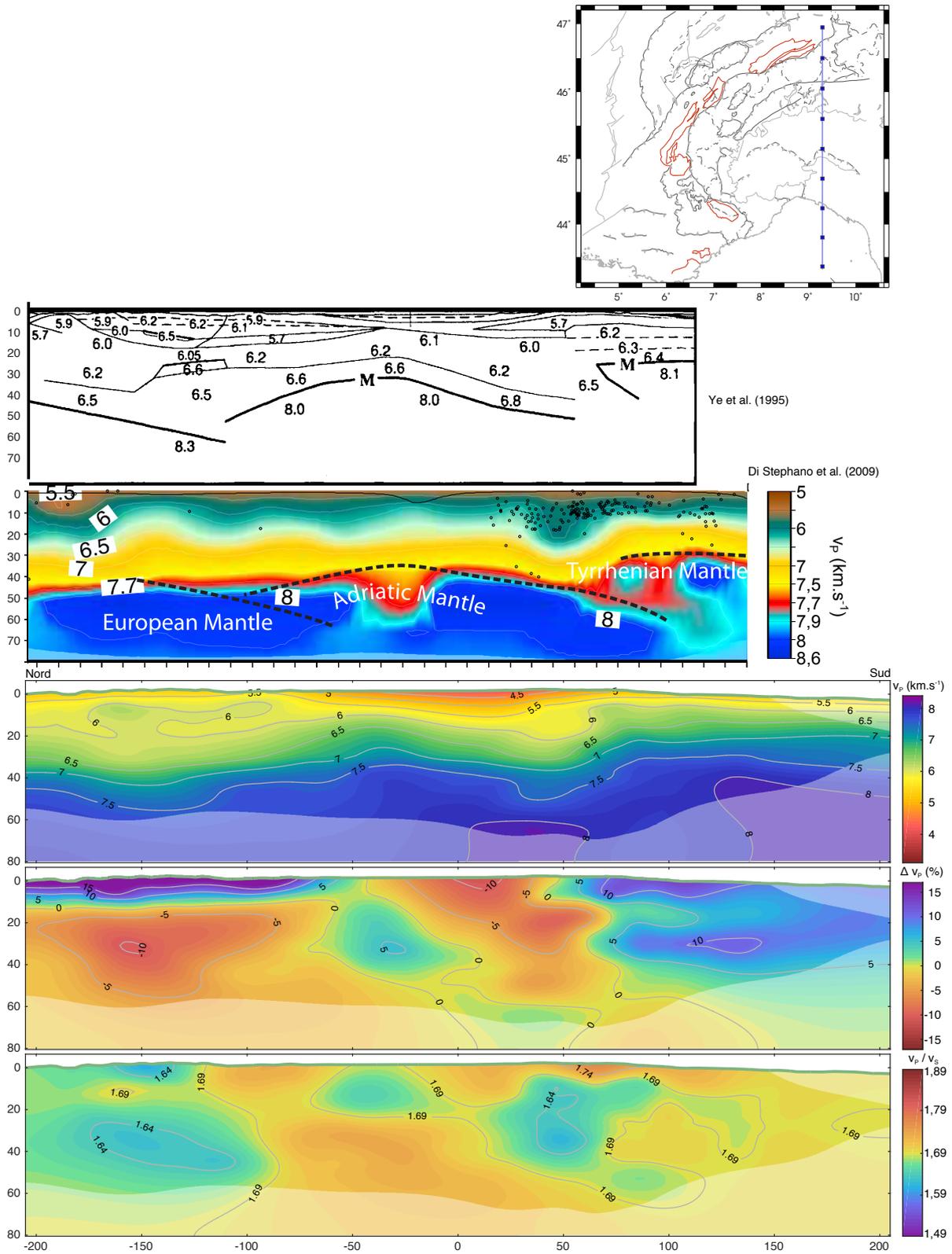


Figure 6.10 – Profil 7 (EGT) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). **En haut** : coupe des modèles de tomographie de Ye et al. (1995) (en haut) et Di Stephano et al. (2009) (sous la coupe précédente). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.

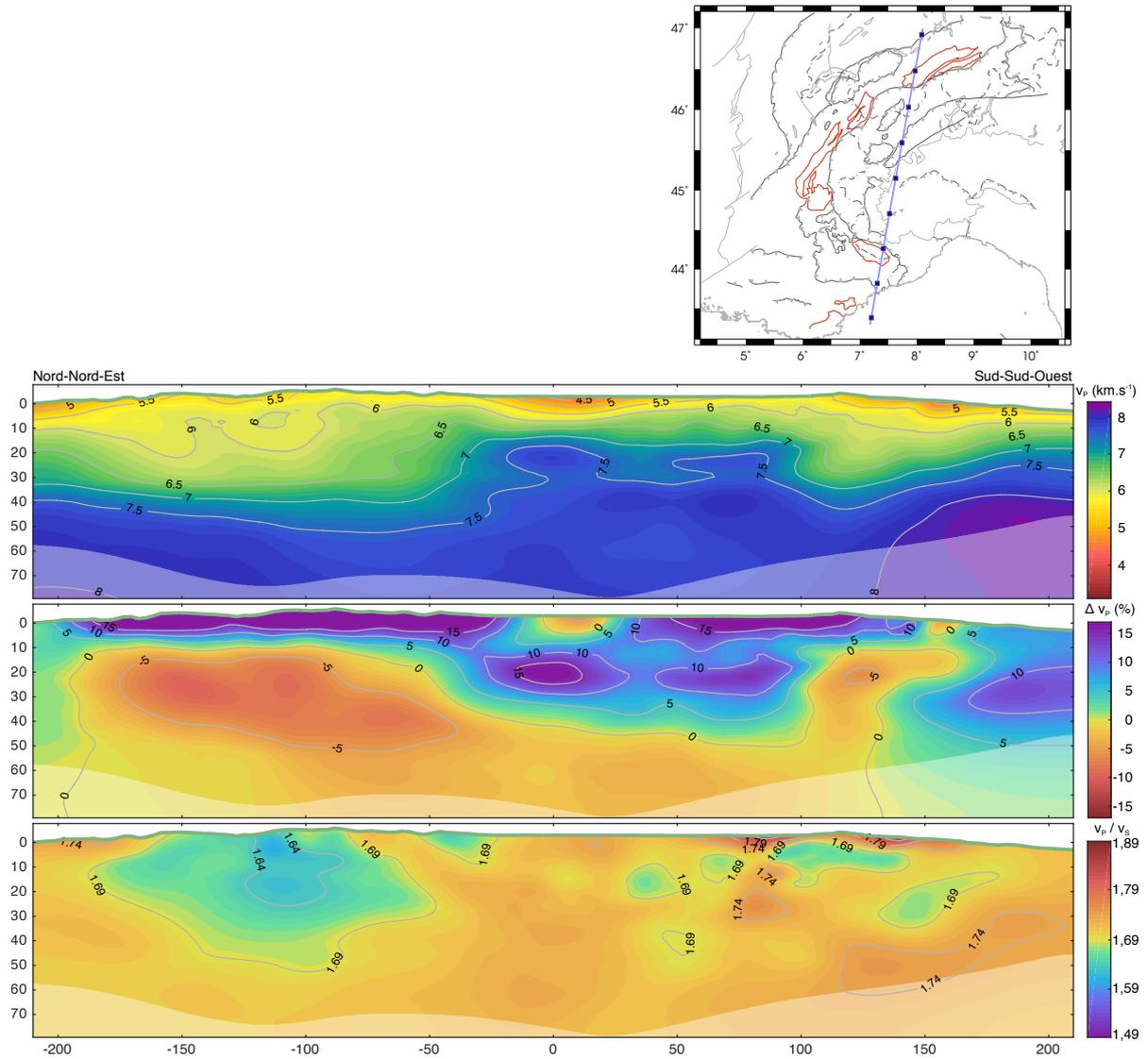


Figure 6.11 – Profil 8 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

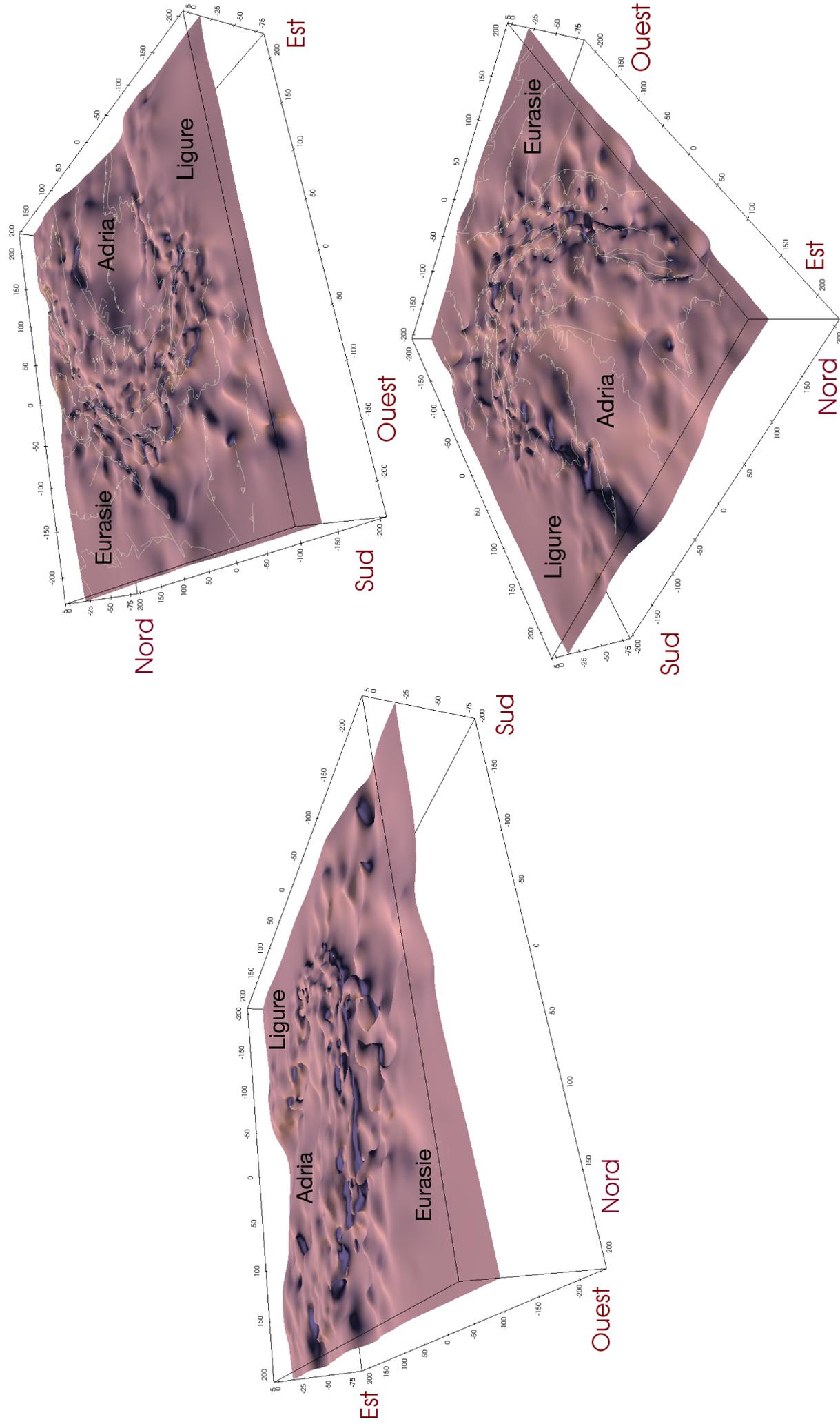


Figure 6.12 – Surface d'isovitesse $v_p = 5,95 \text{ km.s}^{-1}$, vue du nord-ouest (à gauche), du sud-ouest (en haut à droite) et du nord-est (en bas à droite). Cette surface permet d'identifier les principales nappes des zones externes de la chaîne, dont la partie inférieure apparaît en bleuté. Les nappes liées au chevauchement entre la plaque adriatique et la plaque ligure sont également bien visibles sur ces figures.

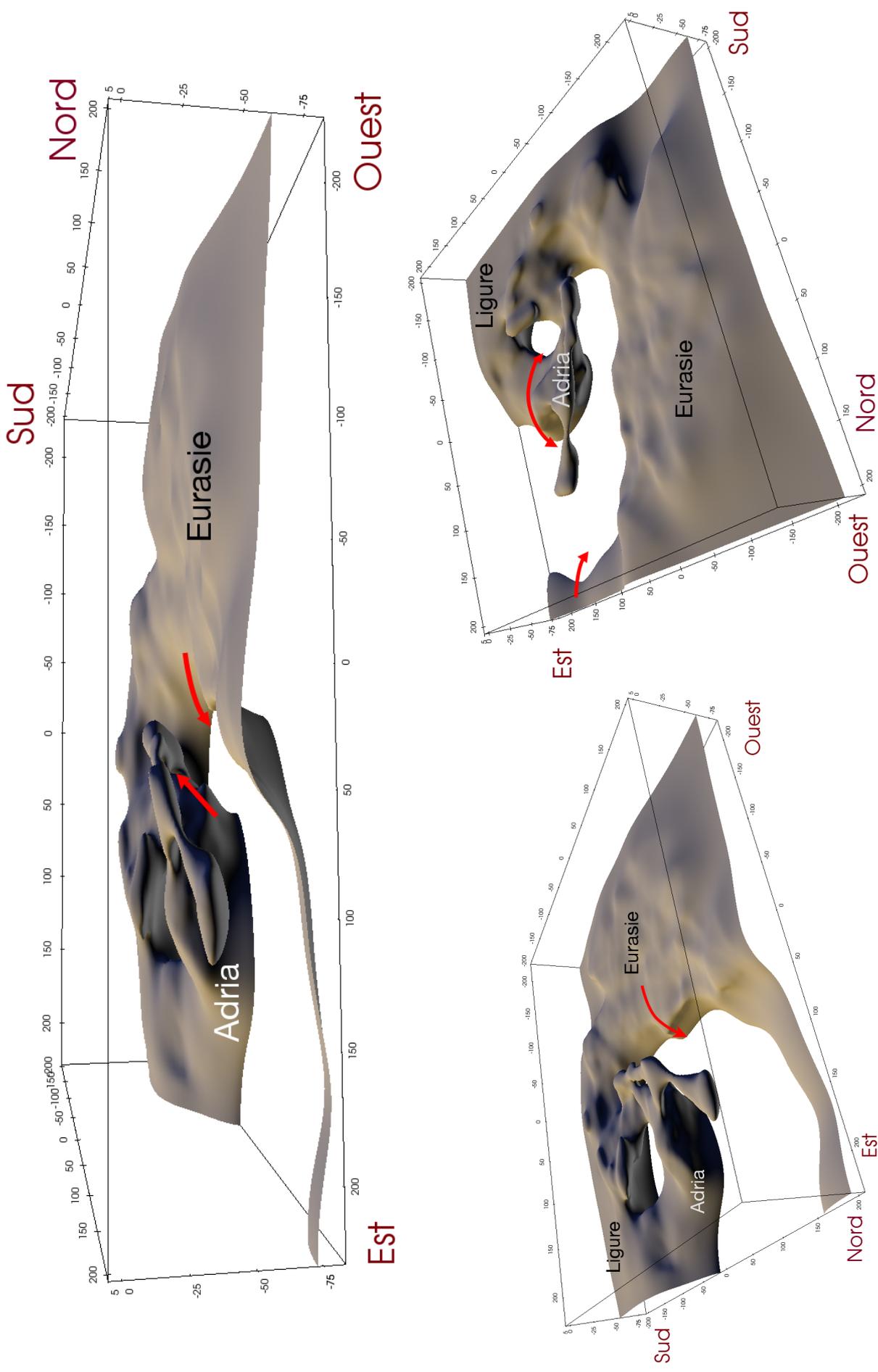


Figure 6.13 – Surface d'isovitesse $v_p = 7,9 \text{ km.s}^{-1}$, vue du nord (en haut), du nord-est (en bas à gauche) et du nord-ouest (en bas à droite). Cette vitesse correspond grosso modo au toit du manteau. Cette vue met en évidence la subduction de la plaque eurasiatique sous la plaque adriatique à l'extrémité ouest de la chaîne, mais également le plongement de la plaque adriatique à la fois sous la plaque ligure au sud, et sous cette dernière au niveau de la chaîne alpine vers le nord (bien visible en bas à droite). La remontée visible vers l'ouest de la plaque adriatique correspond à la base du corps d'Ivrée.

6.3 Sismicité des Alpes occidentales

Le catalogue de sismicité du réseau Sismalp contient des informations sur les évènements identifiés comme étant des tirs de carrière. L'identification est basée sur la forme très particulière du signal sismique (forte amplitude dans les basses fréquences, onde S quasiment inexistante), la localisation par rapport aux carrières connues, l'heure et le jour d'occurrence (les tirs sont généralement à heure fixe, et souvent le même jour dans la semaine), etc.

Pour interpréter le résultat de la localisation par la tomographie, nous avons choisi de séparer les tirs de carrière de la sismicité naturelle. Toutefois, seul le catalogue fourni par Sismalp contient de telles identifications ; celles-ci concernent donc essentiellement la France. D'autre part, cette identification étant souvent délicate, certains tirs peuvent se retrouver classés comme évènements naturels et ainsi apparaître sur les cartes de sismicité naturelle présentées plus loin.

6.3.1 Tirs de carrière

La figure 6.14 présente un comparatif de localisation des tirs de carrière entre le catalogue Sismalp et les localisations issues de la tomographie. Les localisations du catalogue Sismalp ont été réalisées à l'aide du programme HYPREF. Le catalogue Sismalp contient beaucoup plus de tirs que ceux présentés ici mais nous n'avons représenté sur cette carte que les évènements sélectionnés pour notre étude.

Curieusement, les tirs de carrière sont majoritairement localisés en bordure du domaine d'étude. Ils correspondent à des évènements de magnitude modérée, généralement comprise entre 1 et 2,5. Les phases sont souvent difficiles à lire, et il est rare qu'on dispose de pointés d'onde S. Ces évènements sont donc généralement localisés avec le nombre minimal de stations et/ou de phases que nous nous sommes fixé, à savoir 4 stations et 7 phases par séismes. Avec les tirs de carrière, on atteint donc les limites de ce qu'il est possible de faire en terme de localisation.

Sur la figure 6.14, on observe pratiquement partout une concentration des localisations sur les carrières elles-mêmes, et plus particulièrement pour les carrières proches de la côte méditerranéenne, celles de la vallée du Rhône et celles au nord-ouest de Grenoble.

Pour les deux carrières de la vallée du Rhône (région de Montélimar), il subsiste dans les localisations issues de la tomographie un allongement des deux « essaims » correspondants, dans une direction sud-ouest – nord-est. Cet allongement d'une quinzaine de kilomètres dans le cas des localisations issues de la tomographie est relativement suspect étant donné que les

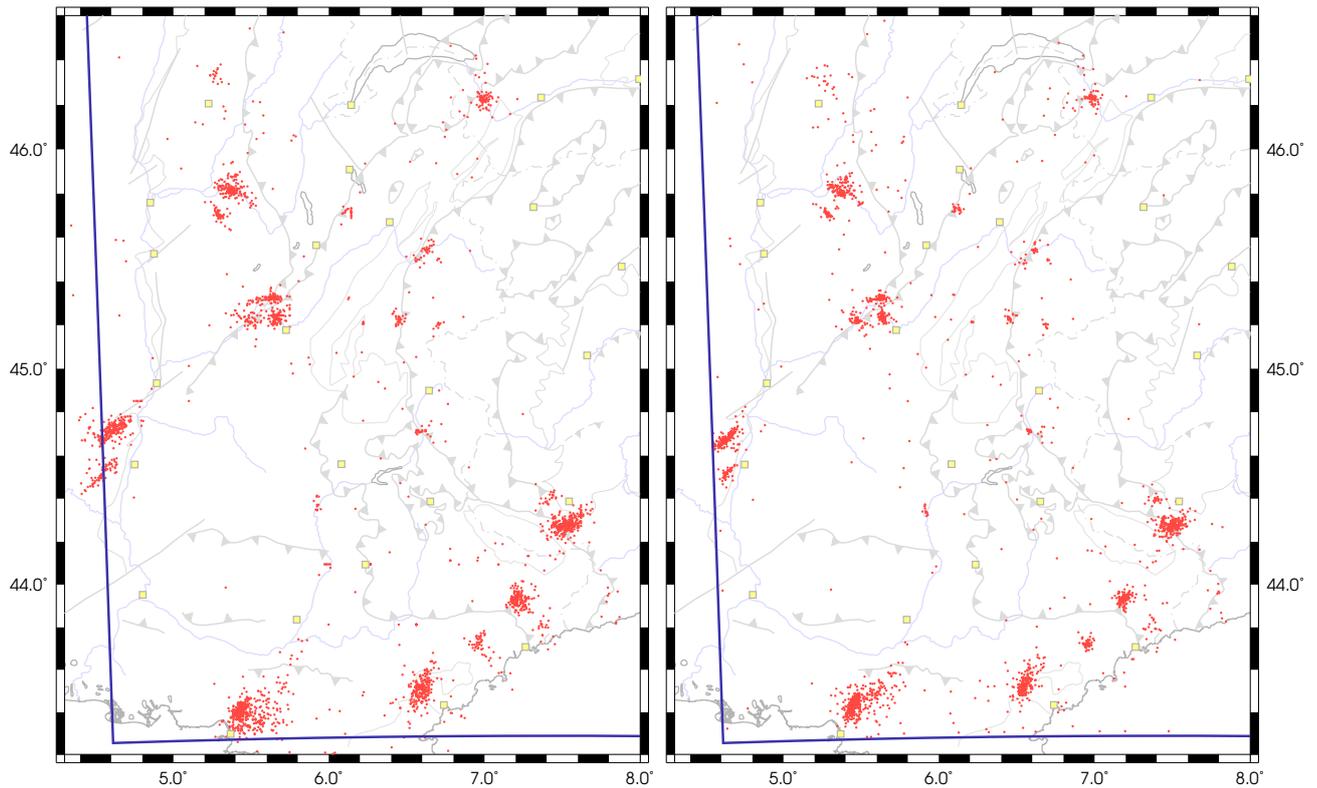


Figure 6.14 – Carte de localisation des évènements identifiés comme tirs de carrières. À gauche : localisation HYPREF ; à droite : localisation issue de l'étude de tomographie. ■ : villes principales.

carrières sont généralement très localisées. Une explication possible est que la disposition des stations qui enregistrent habituellement ces évènements n'est pas adéquate pour contraindre la localisation dans cette direction précise (problème classique des stations alignées). On retrouve ce problème mais de façon moins marquée pour la sismicité de Gardanne, au nord-est de Marseille. Dans ces deux cas, ces essaims de sismicité sont localisés à l'extérieur du réseau, et sont donc moins bien contraints que les tirs de carrières au centre du réseau.

Compte tenu de ces observations, il faut donc se garder de toute interprétation détaillée d'éventuels alignements qu'on pourrait identifier sur les cartes de sismicité naturelle, si l'on se trouve en bordure de la zone d'étude.

6.3.2 Sismicité des Alpes occidentales

Les figures 6.15 et 6.16 présentent un comparatif de localisation des séismes naturels localisés par le programme HYPREF et les localisations issues de la tomographie.

Il semble impossible ici d'aborder en détail la sismicité d'une zone aussi étendue que la

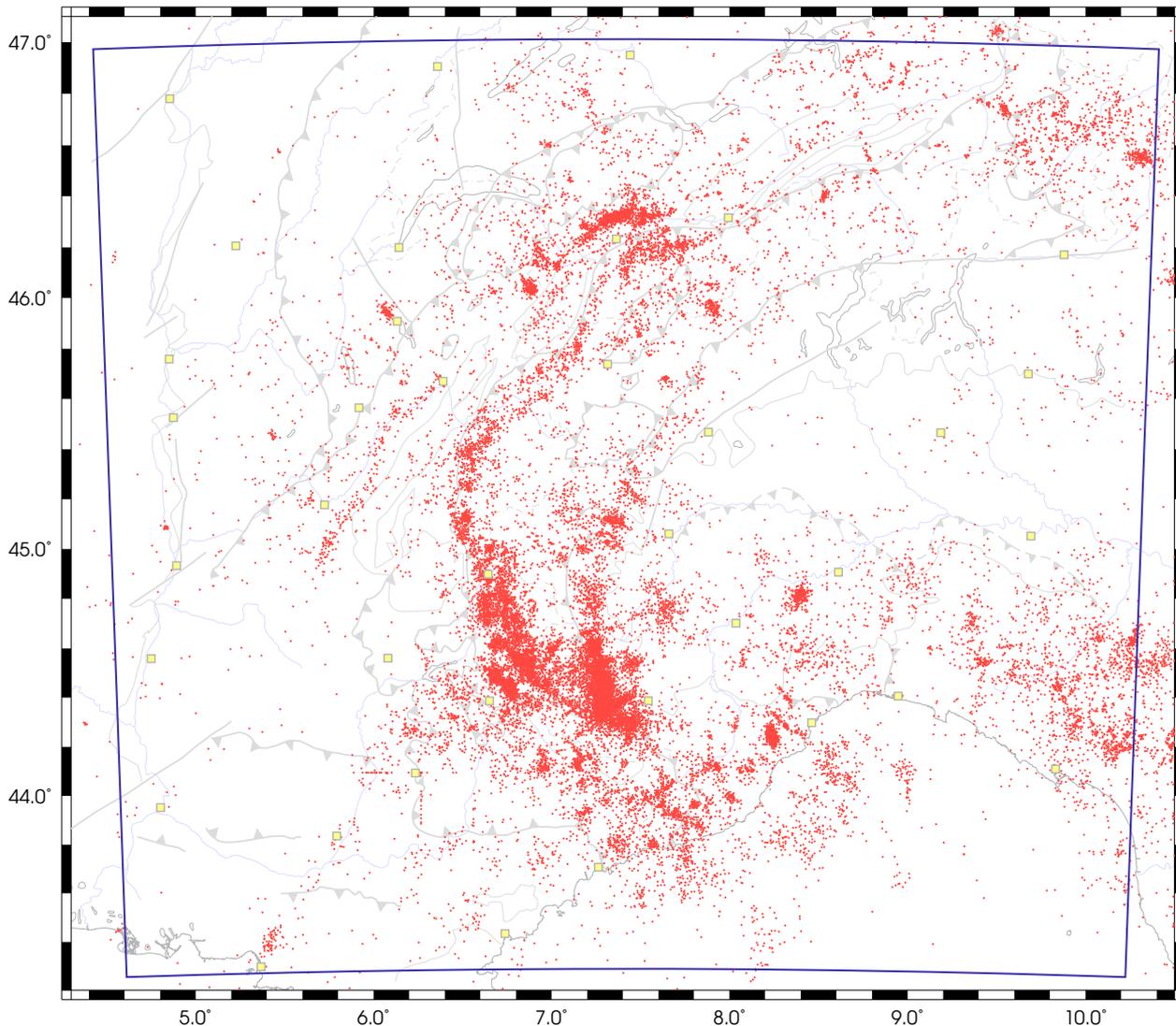


Figure 6.15 – Carte des séismes alpins localisés par HYPREF. ■ : villes principales.

nôtre, qui nécessiterait d'étudier chaque essaim et chaque alignement séparément, en remontant pour chacun d'eux à la littérature les concernant. Nous allons donc nous limiter aux grandes structures dans leur ensemble.

Dans les Alpes françaises du Nord (Haute-Savoie), les localisations issues de la tomographie sont plus convaincantes au niveau de l'essaim d'Épagny (au nord-ouest d'Annecy) et de l'essaim de Vallorcine (au nord-ouest du massif des Aiguilles-Rouges, 6,85° E, 46,05° N). Le premier de ces essaims conserve l'alignement nord-ouest – sud-est que l'on observait déjà avec la localisations HYPREF, et qui est significatif d'un point de vue tectonique. Le second, agrandi sur la figure 6.17, est en revanche beaucoup plus concentré par la tomographie, et fait apparaître un alignement nord-est – sud-ouest et deux essaims vers le nord-ouest. Ce résultat est en bon

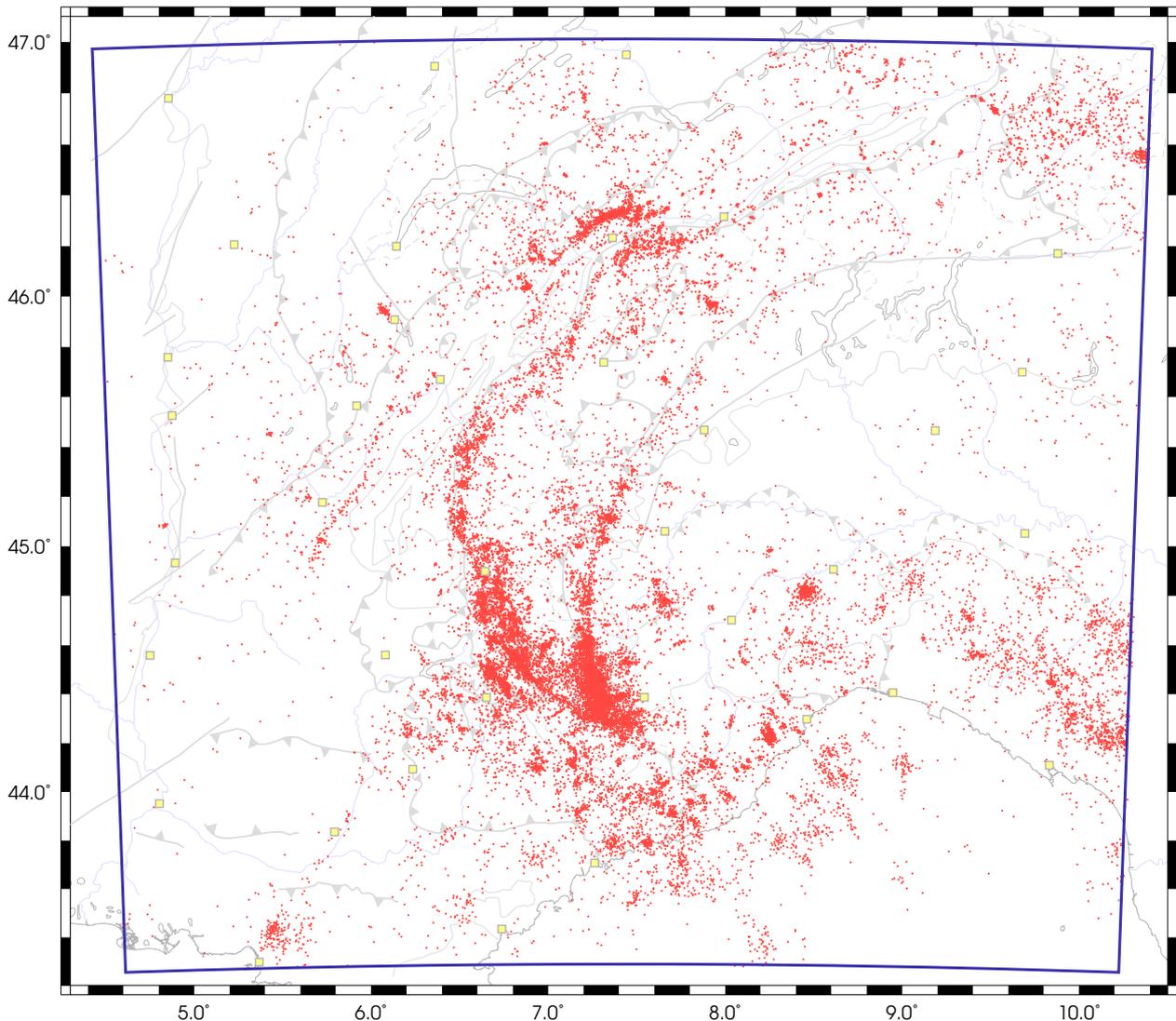


Figure 6.16 – Carte des séismes alpins relocalisés par INSIGHT lors de la tomographie. ■ : villes principales.

accord avec les travaux de Fréchet *et al.* (2011) qui, par l'étude des répliques survenues au cours du mois qui a suivi le séisme de 2005 (magnitude $M_W = 4,5$), et grâce à un réseau temporaire localement dense, sont parvenus à identifier plusieurs sous-essaims : un essaim principal, avec un alignement sud-ouest – nord-est bien marqué ; trois essaims secondaires, sans étirement, à 750 m, 1,5 km et 5 km vers le nord-ouest. Nos localisations par la tomographie atteignent donc une précision relativement importante, malgré le fait que, d'une part, toutes les stations très proches dont disposaient Fréchet *et al.* (2011) n'ont pas été utilisées et, d'autre part, ces auteurs utilisaient un code de localisation par doubles différences permettant d'affiner ce qu'il est possible de faire avec des localisations traditionnelles.

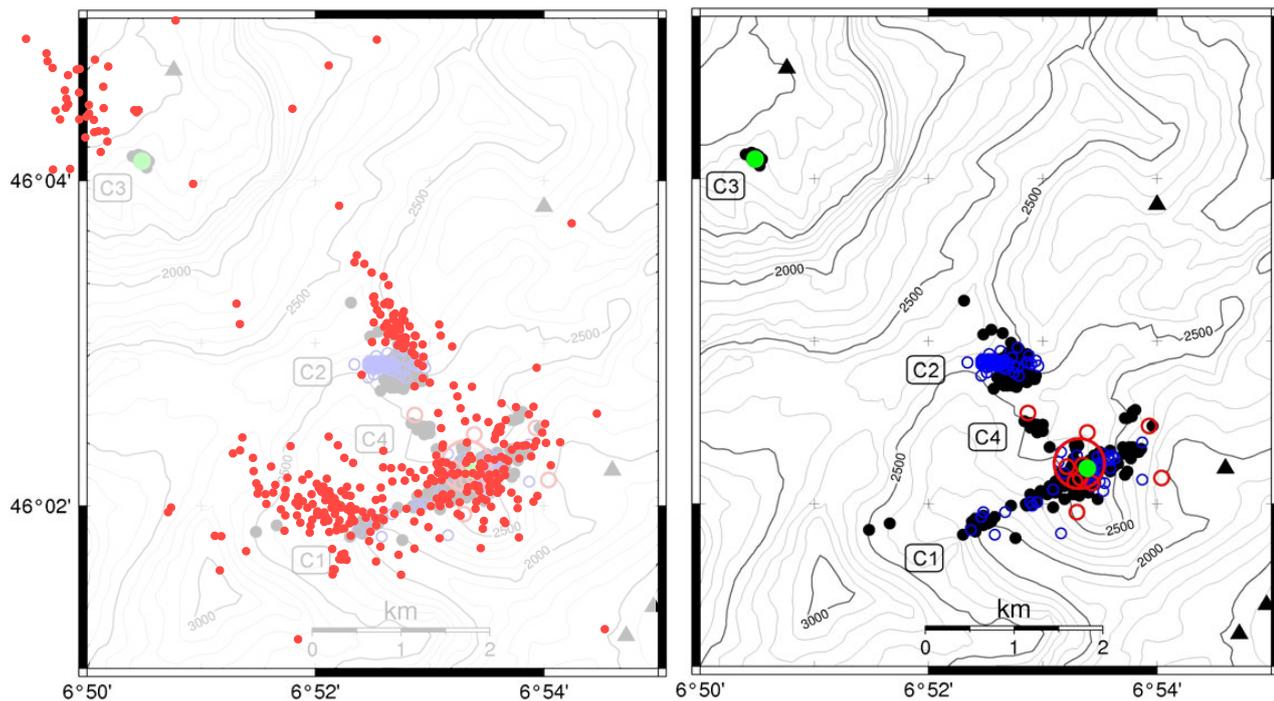


Figure 6.17 – Grossissement de la carte 6.16 sur l’essai de Vallorcine. À *gauche* : localisations issues de la tomographie et superposées sur la carte de Fréchet et al. (2011) ; à *droite* : relocalisations de Fréchet et al. (2011).

En ce qui concerne la faille de Belledonne (Thouvenot *et al.*, 2003) qui longe le massif du même nom entre Monestier-de-Clermont au sud de Grenoble et Albertville, elle semble un peu mieux définie par les localisations issues de la tomographie. On distingue très bien au nord la fourche de cette faille avec ses deux branches : la branche sud qui longe la vallée de l’Isère jusqu’à Alberville et la branche nord qui traverse le massif des Bauges. Le plus énigmatique concernant cette faille concerne ses deux extrémités : au nord, on peut penser que les deux branches de la faille s’arrêtent au niveau d’Alberville parce qu’elles butent sur le prolongement vers le sud-est de la faille du Vuache (depuis Annecy, en empruntant la cluse où se trouve le lac d’Annecy) ; au sud, la terminaison de la faille de Belledonne au niveau de Monestier-de-Clermont dans la vallée du Drac reste une énigme. L’explication la plus plausible est que le socle, à cet endroit, plonge fortement vers le sud-ouest et le bassin vocontien, comme on peut le voir sur la zone du Diois et du sud du Vercors de la coupe présentée à la figure 6.18. Cet enfoncement du socle pourrait modifier la rhéologie de la faille et la zone sismogène située normalement entre 3 et 15 km de profondeur le long du massif de Belledonne pourrait alors se retrouver, sous le Diois, à plus grande profondeur, avec un fluage qui serait favorisé par une probable augmentation de température et par la nature plus argileuse des roches de la fosse vocontienne (terres noires).

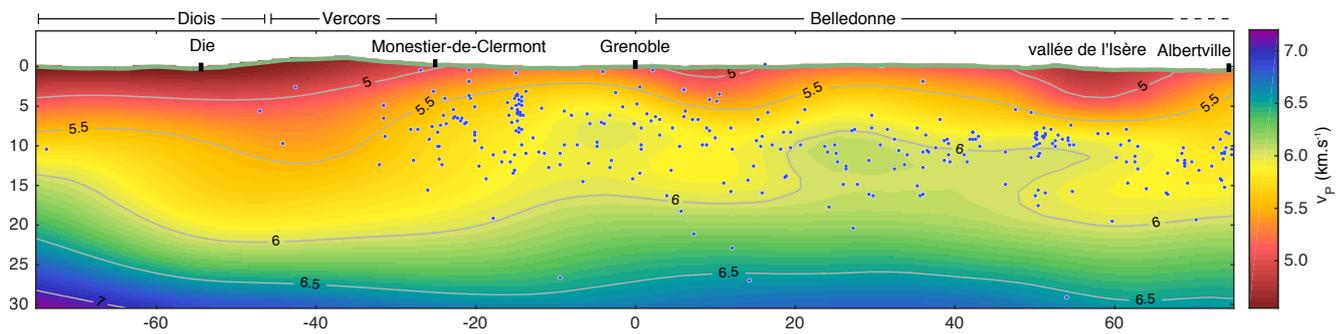


Figure 6.18 – coupe le long de la faille de Belledonne, entre Albertville au nord-est et Rochefourchat (Drôme) au sud-ouest. Projection des foyers des séismes localisés à moins de 10 km de part et d'autre de la coupe.

L'arc briançonnais qui suit fidèlement le chevauchement pennique, semble également mieux résolu par la tomographie. Il révèle surtout de nombreux essaïms qu'il faudrait étudier de façon individuelle. Au niveau d'Albertville, cet arc se dédouble à présent en deux branches sub-parallèles sur environ 60 km. L'arc piémontais, en bordure de la plaine du Pô, est également beaucoup plus net et la sismicité importante correspondant à la jonction de ces deux arcs est mieux contrainte et laisse apparaître de manière assez nette quelques alignements sud-ouest – nord-est.

Dans l'extrême est de la Suisse, certains essaïms de l'Engadine sont mieux localisés et concentrés par la tomographie. En Italie, à l'ouest de Savona, un essaïm localisé par HYPREF se trouve subdivisé en deux essaïms très proches par la tomographie, avec des alignements nord-ouest – sud-est qui semblent bien établis. La forte densité de stations dans ce secteur proche du bord sud de la zone d'étude nous donne confiance en ce résultat qu'on retrouve pour d'autres alignements du secteur.

Il reste en revanche délicat de trop vouloir interpréter les alignements nord-ouest – sud-est de la sismicité en mer sur la marge ligurienne étant donné ce que nous avons établi en conclusion du paragraphe précédent. On remarquera cependant un comportement différent de part et d'autre du méridien 7,9 ° E : à l'ouest de celui-ci, toute la marge est sismique jusqu'à la côte tandis qu'à l'est, on observe une lacune de sismicité d'une vingtaine de kilomètres entre la côte et la marge ligurienne.

Comme on pouvait l'attendre, la tomographie apporte une amélioration certaine et bien identifiable par l'amalgamation en essaïms. Ces essaïms sont un phénomène très fréquent dans les Alpes, comme probablement ailleurs dans le monde. Les essaïms d'Épagny-Annecy et de Vallorcine en sont des exemples concrets ; ces deux essaïms sont actifs depuis des décennies, de même que l'essaïm de l'Ubaye, non discuté ici, mais qu'on reconnaît très bien par ses deux

sous-essaims à quelques kilomètres au nord-est de Barcelonnette (Thouvenot *et al.*, 2016).

Si l'on s'intéresse maintenant à la profondeur des séismes représentée sur la carte 6.20, on s'aperçoit rapidement que les profondeurs moyennes pour les deux arcs briançonnais et piémontais varient sensiblement. En effet, alors que les foyers sont relativement proches de la surface tout au long de l'arc briançonnais (entre 3 et 8 km sur la carte), ceux de l'arc piémontais sont globalement plus profonds et dépassent par endroit les 15 km.

Légèrement plus à l'est, aux alentours de 7,7° E, la profondeur des foyers augmente encore et dépasse parfois les 30 km. On ne peut pas vraiment parler d'arc ici, bien que ces foyers profonds semblent s'aligner entre les latitudes 44,6° N et 45,3° N. Cette zone est toutefois caractérisée par deux essaims profonds qui sont représentés sur la figure 6.19 : le premier, à la latitude 44,8° N, entre 30 et 40 km de profondeur ; le second, à la latitude 44,6° N, à une profondeur atteignant 70 km. Ces deux essaims, dont la profondeur est très inhabituelle dans la région des Alpes occidentales, semblent être en relation avec la base du bloc sud du corps d'Ivrée pour le plus superficiel, et le contact entre la croûte européenne et le manteau Adriatique pour le plus profond. Une étude détaillée de ces essaims serait nécessaire pour en comprendre l'origine mais demanderait une relecture fine des temps d'arrivée, ainsi que des sens de déviation des ondes P dans le but de déterminer les mécanismes aux foyers.

Si la sismicité des Alpes occidentales est localisée pour l'essentiel dans les premiers kilomètres de la croûte, celle de l'Apennin septentrional est quant à elle plus étendue en profondeur. Là aussi, une étude fine serait nécessaire pour caractériser la sismicité de cette chaîne, mais le domaine géographique de la présente étude ne s'y prête guère.

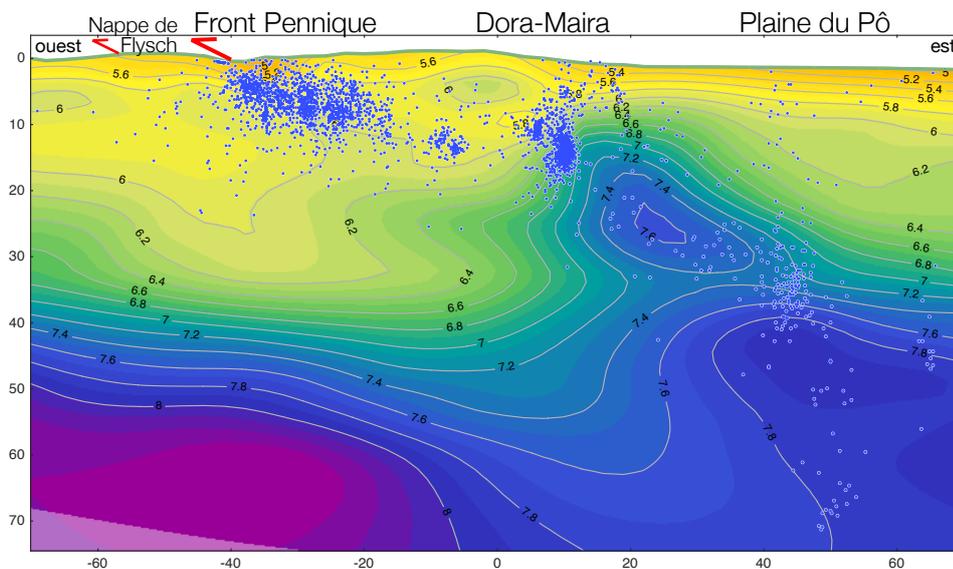


Figure 6.19 – Coupe est-ouest à la latitude 44,7°, dans la région du corps d'Ivrée. Les séismes localisés à moins de 10 km de part et d'autre de la coupe sont représentés. La position exacte de la coupe est indiquée sur la carte 6.20

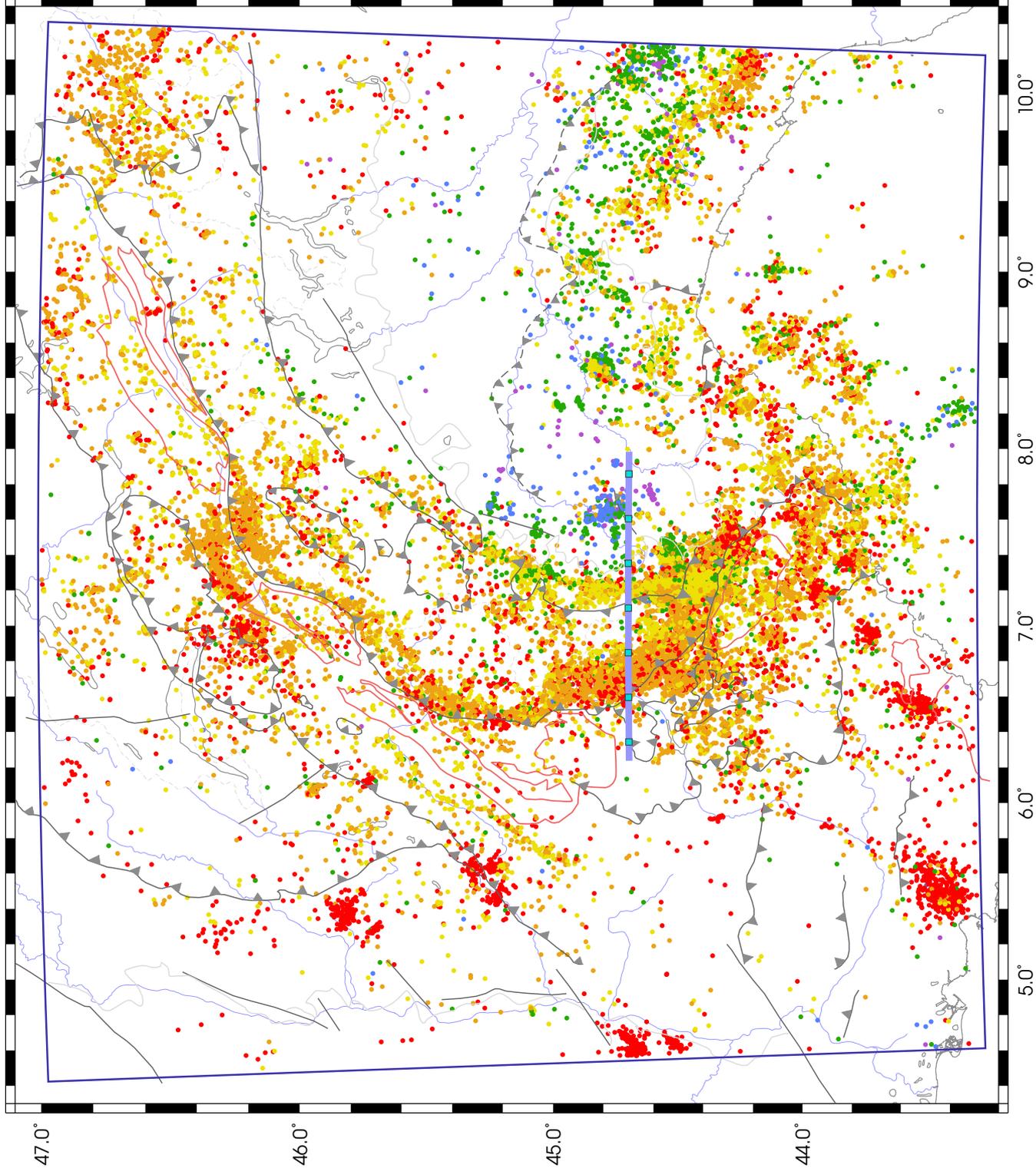


Figure 6.20 – Carte des séismes alpins représentés en fonction de leur profondeur. Les localisations ont été réalisées à l'aide du code INSIGHT lors de l'étude tomographique présentée précédemment. L'échelle de couleur est ouverte, les séismes pouvant être localisés au dessus ou en dessous des limites indiquées. La trace de la coupe de la figure 6.19 est représentée par le trait bleu ciel.

6.4 Topographie de la discontinuité de Mohorovičić

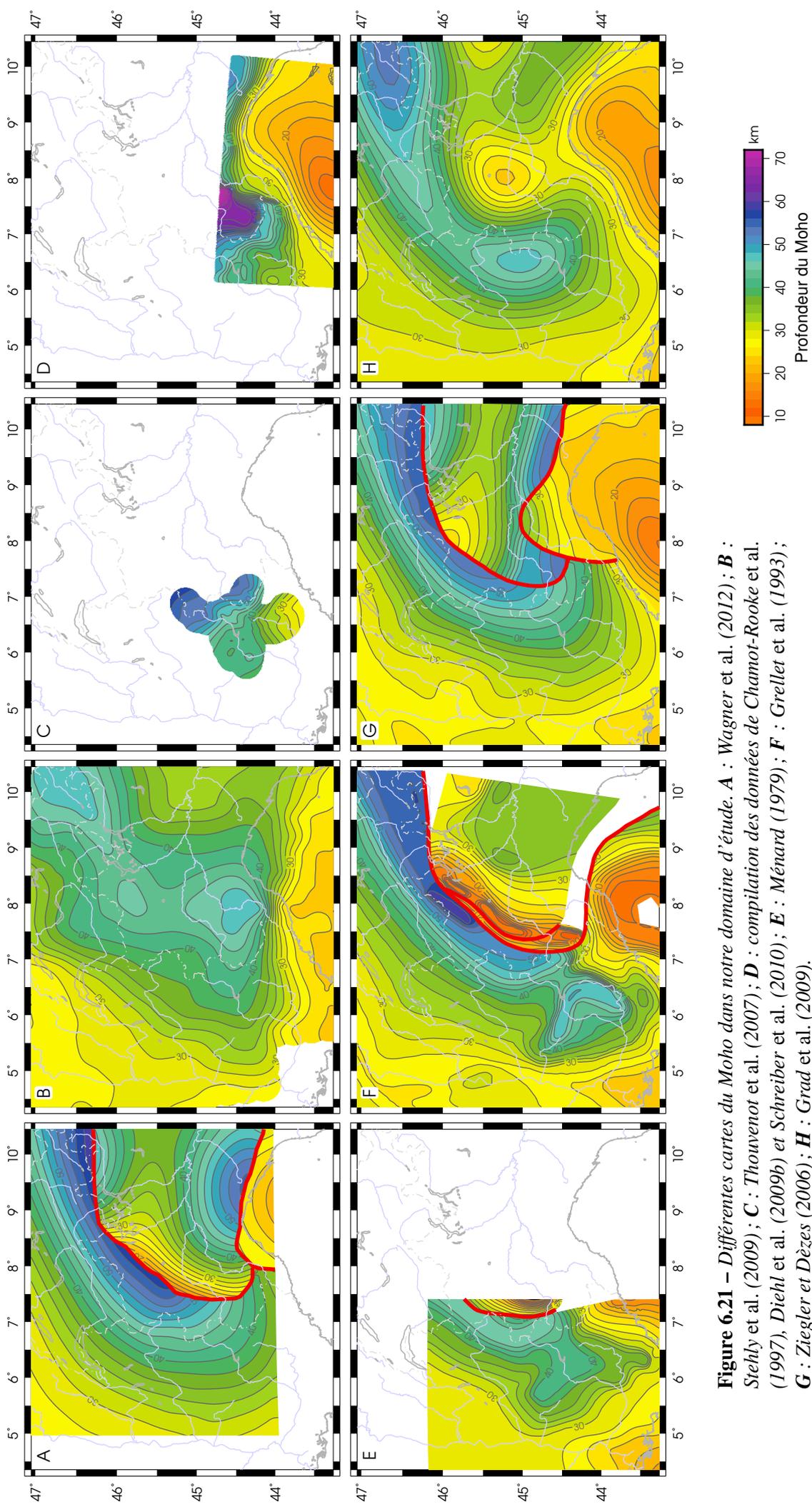
Outre l'intérêt géologique considérable de pouvoir reconstituer la géométrie des croûtes continentales impliquées dans la formation des Alpes, connaître la discontinuité de Mohorovičić et l'intégrer au modèle dans l'inversion présenterait deux avantages : d'une part cette interface permettrait de mieux modéliser les rais des ondes coniques² que l'on observe dans les Alpes pour des distances source–station qui dépassent la centaine de kilomètres ; d'autre part, cette interface permettrait de déterminer deux temps de propagation à ces mêmes distances par notre approche du calcul des temps : celui de l'onde directe qui se propage dans la croûte et celui de l'onde conique réfractée dans le toit du manteau. Concrètement, cette approche permettrait d'ajouter plus de 100 000 nouvelles données que nous avons éliminées faute de pouvoir les modéliser. En outre, ces nouvelles données et la modélisation plus précise des ondes réfractées devraient améliorer la résolution dans la croûte.

Le modèle tel que nous l'avons conçu consiste en des valeurs de v_p et v_p/v_s en chaque nœud d'une grille dont les mailles sont des parallélépipèdes rectangles de taille constante. Dans le processus d'inversion, ces deux familles de paramètres varient continûment et ne peuvent pas présenter de discontinuité. Conceptuellement, on peut donc s'attendre à ce que la discontinuité de vitesse du Moho soit restituée par l'inversion sous la forme d'un fort gradient entre des vitesses de base de croûte et des vitesses de toit du manteau. Pour les ondes P, cela correspond a priori à des vitesses de 6,50 à 6,95 km.s⁻¹ pour la croûte et 8,05 km.s⁻¹ pour le manteau (Kennett *et al.*, 1995).

6.4.1 Modèles de Moho régionaux

Dans notre domaine d'étude, il existe de nombreux modèles du Moho dont nous présentons un aperçu sur la figure 6.21 et qui ont été réalisés à différentes échelles (locale, régionale ou continentale) et par différentes approches (gravimétrie, sismique réflexion ou tomographie). Malheureusement, ces modèles ne coïncident pas toujours dans la partie centrale de la chaîne où il y a parfois des différences de plusieurs dizaines de kilomètres de profondeur. Le modèle de Waldhauser *et al.* (1998) complété par Wagner *et al.* (2012) a été réalisé à partir d'études tomographiques locales et de données de sismique réflexion. C'est un modèle très lisse dans lequel les discontinuités entre les Moho des différentes plaques continentales sont reproduites.

2. Ondes réfractées (P_n ou S_n) au niveau de l'interface du Moho avec un angle d'incidence critique les conduisant à se propager dans le toit du manteau le long du Moho. Ces ondes remontent vers la surface et, au delà d'une certaine distance, arrivent en premier devant l'onde directe (P_g ou S_g) qui ne se propage que dans la croûte.



Le modèle de Stehly *et al.* (2009) a été réalisé à partir d’une tomographie par inversion de la vitesse de groupe des ondes de surface obtenue par corrélation de bruit sismique. Ce modèle est continu et ne reproduit pas la remontée du manteau dans la croûte au niveau du corps d’Ivrée. Il peut être considéré comme un modèle régional lisse, profond sous la chaîne des Alpes, faisant le raccord entre les différentes plaques tectoniques. Thouvenot *et al.* (2007) apportent des contraintes locales sur la profondeur du Moho obtenue par une expérience de sismique grand-angle. Un modèle de la partie sud-est de notre domaine d’étude qui se trouve en mer Ligure a été réalisé par Marie-Odile Beslier, Dimitri Schreiber et Soazig Simon du laboratoire Géoazur³ dans le cadre de travaux réalisés à la suite de la campagne GROSMarin⁴ de 2008 (Dessa *et al.*, 2011). Le Moho qu’ils ont déterminé a été obtenu par la compilation des données de Chamot-Rooke *et al.* (1997), et des modèles de Diehl *et al.* (2009b) et Schreiber *et al.* (2010). Le modèle de Ménard (1979), qui couvre la moitié ouest de notre zone d’étude, et celui de Grellet *et al.* (1993) s’appuient sur diverses données géophysiques et apportent notamment des contraintes dans la vallée du Rhône. Plus récemment, Ziegler et Dèzes (2006) et Grad *et al.* (2009) ont proposé des cartes du Moho européen construites par compilation de données ponctuelles sur l’ensemble du continent.

Ces différents modèles s’accordent globalement sur les grandes structures du Moho alpin, notamment sur la forme arquée de la racine de la chaîne. Leurs principales différences portent sur les positions des limites entre les plaques et les structures locales de petites tailles.

6.4.2 Du modèle de tomographie au modèle de Moho

Nous avons choisi de modéliser le Moho en interpolant le maximum de la norme du gradient de la vitesse v_p issue d’un de nos modèles de tomographie. Comme le modèle de tomographie est mal résolu sur les bords du domaine, nous avons complété ces points de mesure par des données issues de certains des modèles présentés sur la figure 6.21.

Le gradient des vitesses v_p est obtenu par différences finies en chaque nœud du modèle. Le long de chaque verticale i, j de la grille ($1 \leq i \leq n_x$ et $1 \leq j \leq n_y$, n_x et n_y étant les nombres de nœuds dans les directions horizontales), nous avons déterminé la profondeur $z_{i,j}$ du maximum de la norme de ce gradient. Comme ce maximum ne se trouve pas forcément au niveau du Moho — elle est souvent à la base des bassins sédimentaires, proche de la surface — cette recherche est limitée entre les vitesses $7,3 \text{ km.s}^{-1}$ et $7,6 \text{ km.s}^{-1}$. Ces valeurs ont été choisies

3. <https://geoazur.oca.eu/>, Université Nice-Sophia-Antipolis.

4. La campagne GROSMarin (2008) visait à explorer la marge nord-ligure en s’appuyant sur des données sismologiques acquises par un réseau dense de sismomètres et d’OBS (*Ocean Bottom Seismometer*).

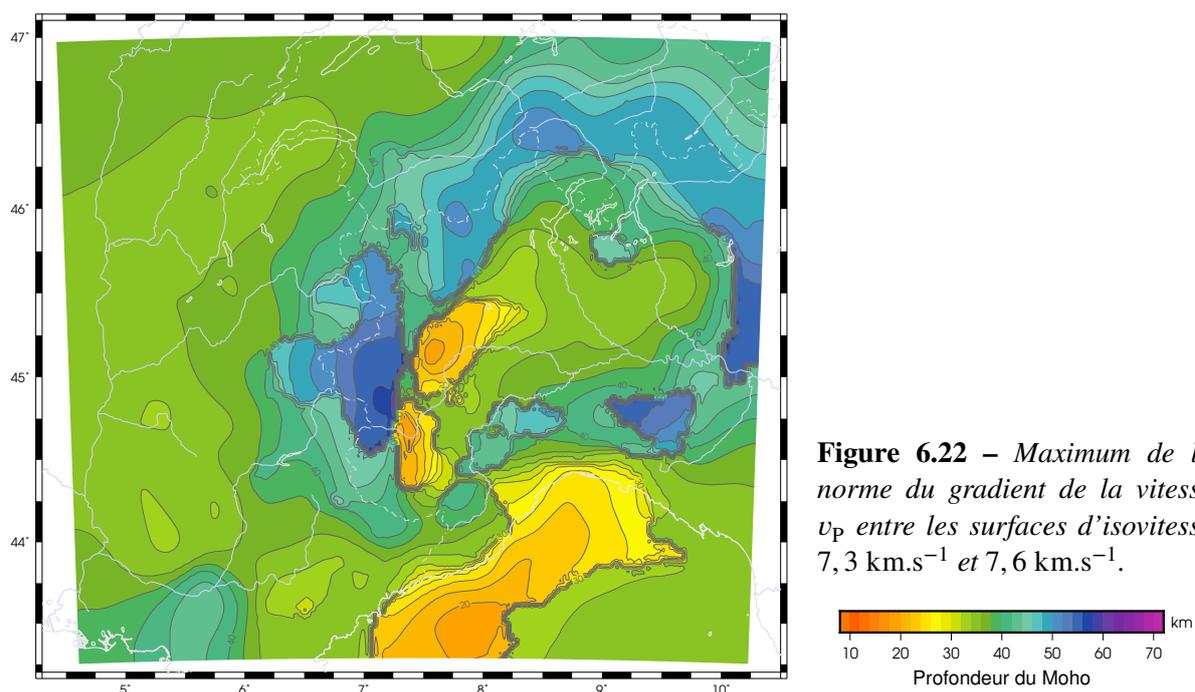


Figure 6.22 – Maximum de la norme du gradient de la vitesse v_p entre les surfaces d'isovitesse $7,3 \text{ km.s}^{-1}$ et $7,6 \text{ km.s}^{-1}$.

car, d'une part, elles correspondent au Moho de Diehl *et al.* (2009b) qui fixent le Moho par une surface d'isovitesse $v_p = 7,3 \text{ km.s}^{-1}$, et, d'autre part, les profondeurs $z_{i,j}$ correspondantes coïncident avec les profondeurs des modèles présentés précédemment. La surface obtenue, représentée sur la figure 6.22, correspond relativement bien au Moho tel que l'on a pu l'observer précédemment, avec notamment l'enfoncement de la croûte eurasiatique à l'ouest et au nord, le corps d'Ivrée séparé en deux blocs, et, de manière moins prononcée, le plongement de la croûte adriatique sous la mer Ligure au sud. Cette surface présente plusieurs discontinuités locales qui apparaissent en gris sur la figure 6.22 et qui sont dues au fait que le maximum du gradient est un paramètre relativement instable. D'autre part, cette surface semble aberrante en certains endroits, comme par exemple dans l'est de la mer Ligure où le modèle est mal résolu.

À ce stade, on dispose donc d'une collection de points issus du modèle de tomographie et des points des différents Moho représentés en figure 6.22. Le modèle de Moho que nous avons constitué dans cette étude est une surface continue et discrétisée, chaque nœud étant situé sur une verticale (i, j) de notre grille. La profondeur de ces points est obtenue par interpolation des profondeurs des points constituant les différents Mohos sélectionnés. Nous avons choisi le modèle de Wagner *et al.* (2012) (**A** sur la figure 6.21) pour la partie adriatique et le nord-est de la plaque eurasiatique ; le modèle d'O. Beslier, D. Schreiber et S. Simon (**D**) pour la plaque ligure ; les modèles de Grellet *et al.* (1993) (**F**) et Ziegler et Dèzes (2006) (**G**) pour la plaque eurasiatique dans la moitié ouest de notre modèle.

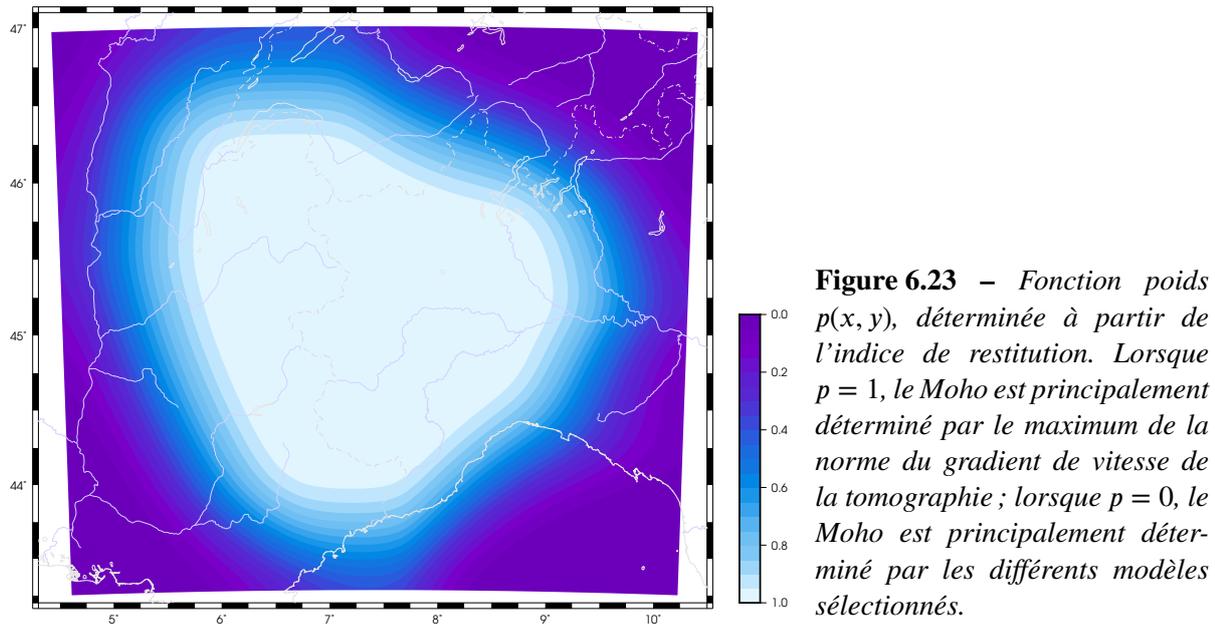


Figure 6.23 – Fonction poids $p(x, y)$, déterminée à partir de l'indice de restitution. Lorsque $p = 1$, le Moho est principalement déterminé par le maximum de la norme du gradient de vitesse de la tomographie ; lorsque $p = 0$, le Moho est principalement déterminé par les différents modèles sélectionnés.

L'interpolation a été menée en suivant un formalisme d'inversion dans l'espace des données (équation 2.94), où le vecteur \mathbf{d} des données contient les profondeurs de chaque points des différents modèles utilisés et les paramètres du modèle \mathbf{m} sont les profondeurs interpolées sur chaque verticale (i, j) de la grille.

Plutôt que d'imposer un modèle a priori du Moho qui biaiserait le résultat puisqu'on ne dispose pas d'information fiable sur cette interface, nous avons choisi un modèle $\mathbf{m}_{pri} \equiv 0$. Un tel modèle a priori n'est cependant pas idéal étant donné les variations de profondeur dans les Alpes. Pour résoudre ce problème, nous avons abordé l'interpolation en considérant que le modèle final qu'on cherche est la somme de deux modèles : l'un étant une surface lisse qui ajuste les variations de grande longueur d'onde des données (modèle « porteur »), l'autre étant un modèle des perturbations locales et de faible amplitude autour du premier.

Cela revient dans la pratique à adopter un noyau de corrélation sous la forme :

$$\text{Cor}(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = \varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{L}\right) + c\varphi\left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|}{l}\right) \quad \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\| = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \quad (6.1)$$

où la fonction φ est une fonction paire de type positif, $L \gg l$ et c est une constante positive qui pondère les écarts-types relatifs aux longueurs caractéristiques L et l . Dans le cas du Moho alpin, nous avons pris $\varphi(r) = \frac{1}{\cosh(r)}$.

La jonction entre les points déterminés dans notre modèle et les modèles régionaux des bords est assurée par l'intermédiaire des écarts-types a priori que l'on attribue à chaque point. À partir de l'indice de restitution, nous avons déterminé une zone de confiance de notre mo-

dèle : dans cette zone, le Moho est principalement déterminé par les points issus de cette étude ; à l'extérieur de cette zone, le Moho est principalement déterminé par les points issus des modèles régionaux. Cela revient à attribuer aux points issus de notre modèle un petit écart-type à l'intérieur de cette zone et un grand écart-type à l'extérieur ; et inversement pour les points des modèles régionaux.

Concrètement, nous avons déterminé une fonction $p(x, y)$ qui varie entre 0 et 1 (figure 6.23) et à partir de laquelle on détermine l'écart-type σ_d d'une donnée $d(x_d, y_d, z_d)$ par :

$$\sigma_d = \sigma_d^{\min} + \begin{cases} p(x_d, y_d) (\sigma_d^{\max} - \sigma_d^{\min}) & \text{pour les modèles régionaux} \\ (1 - p(x_d, y_d)) (\sigma_d^{\max} - \sigma_d^{\min}) & \text{pour le maximum du gradient} \end{cases} \quad (6.2)$$

où σ^{\min} et σ^{\max} sont les valeurs minimale et maximale de l'écart-type associé au point d . Pour les points issus de notre modèle de tomographie, $\sigma^{\min} = 0,75$ km et $\sigma^{\max} = 5$ km ; pour les points des autres modèles, $0,5 \leq \sigma^{\min} \leq 2,0$ km et $10 \leq \sigma^{\max} \leq 30$ km selon la confiance accordée aux différents modèles, que nous avons estimée en comparant ces modèles aux points issus de notre modèle dans les zones bien résolues.

Le modèle de Moho que nous avons construit et qui est présenté sur la figure 6.24 a été obtenu pour des valeurs de lissage $L = 150$ km et $l = 15$ km, une pondération $c = 0,25$ entre les deux fonctions du noyau de corrélation, et une erreur $\sigma_m = 1$ km sur les paramètres du modèle.

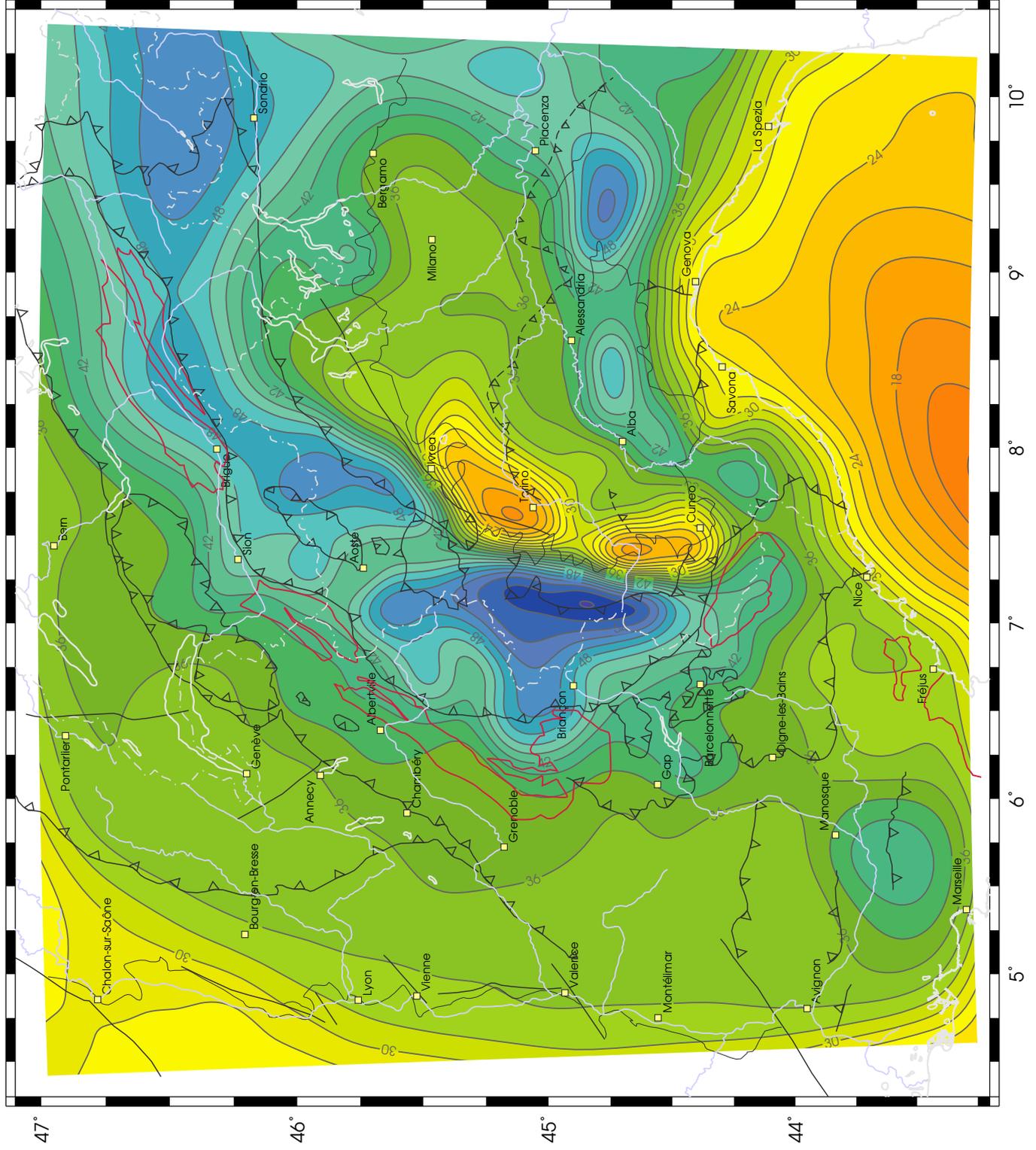
Ce modèle du Moho sous les Alpes occidentales est une surface continue ; les raccords entre les Mohos de chaque domaine tectonique sont lissés. On reconnaît très bien le corps d'Ivrée sur cette figure, séparé en deux blocs culminant à moins de 20 km de profondeur, et correspondant aux deux unités identifiées précédemment (profil 8, figure 6.11). La limite entre les plaques eurasiatique et adriatique est caractérisée par l'enfoncement du Moho eurasiatique, qui atteint 56 km à l'ouest du corps d'Ivrée. Le plongement de la plaque adriatique sous les bassins méditerranéens est également bien marqué au sud-est du modèle.

L'anomalie gravimétrique de Bouguer, représentée sur la figure 6.26 (d'après Grandjean *et al.*, 1998,⁵), met en évidence la séparation en deux blocs du corps d'Ivrée. Toutefois, la faible amplitude de la variation gravimétrique que l'on observe au niveau de cette séparation ne permet pas de conclure sur la morphologie de ce corps uniquement à partir de ces mesures.

La figure 6.25 présente ce modèle en coupe le long des profils 1 et 5, afin de le comparer aux modèles du profil CIFALPS (Zhao *et al.*, 2015) et des modèles de Waldhauser *et al.* (1998) et

5. http://sigminesfrance.brgm.fr/geophy_gravi.asp (consulté en septembre 2016).

Figure 6.24 – Carte du Moho alpin déterminé dans le cadre de la tomographie des Alpes occidentales.



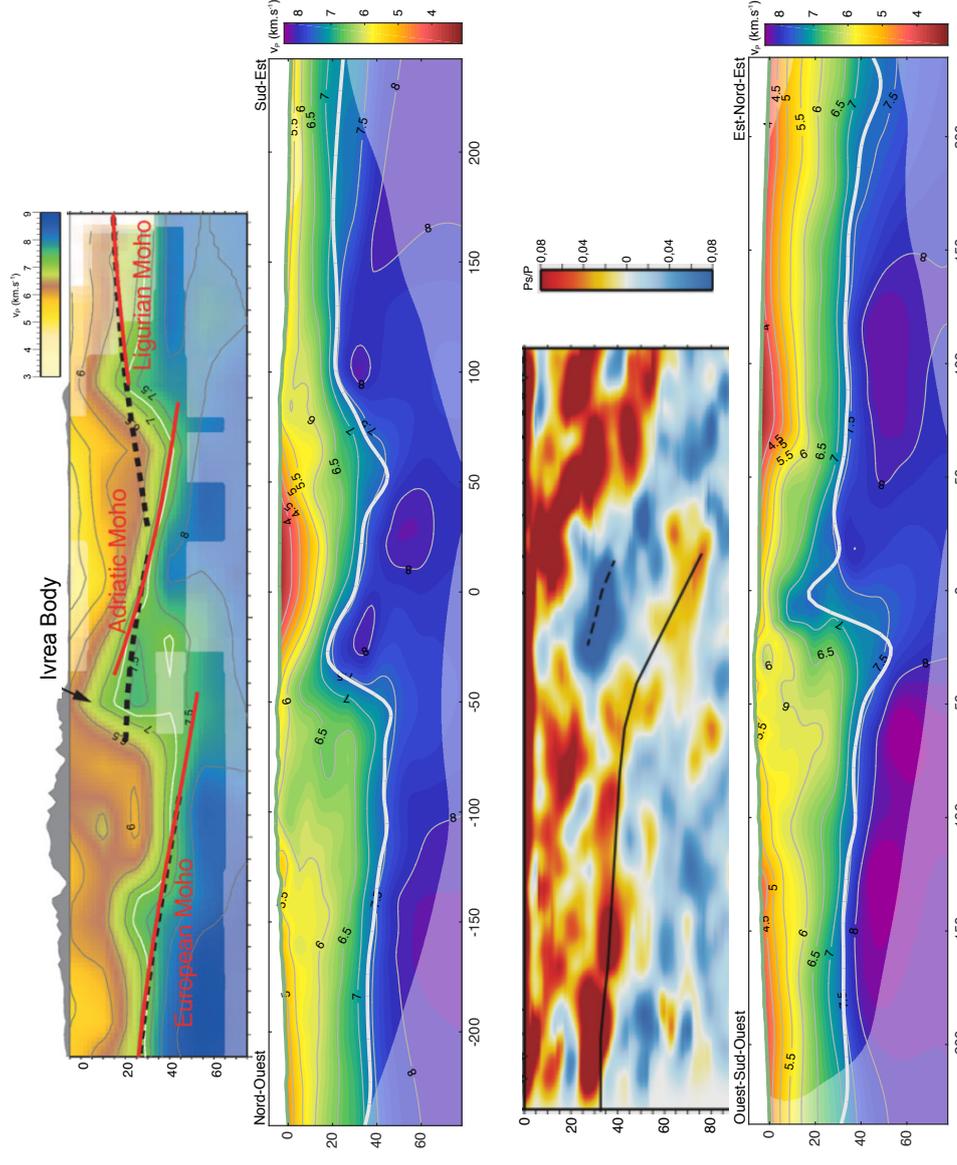


Figure 6.25 – Comparaison de la topographie du Moho. **En haut** : coupe modifiée d'après Wagner et al. (2012). **- - -** : Moho de Waldhauser et al. (1998), **—** : Moho de Wagner et al. (2012). **En bas** : coupe modifiée d'après Zhao et al. (2015), **—** : Moho européen.

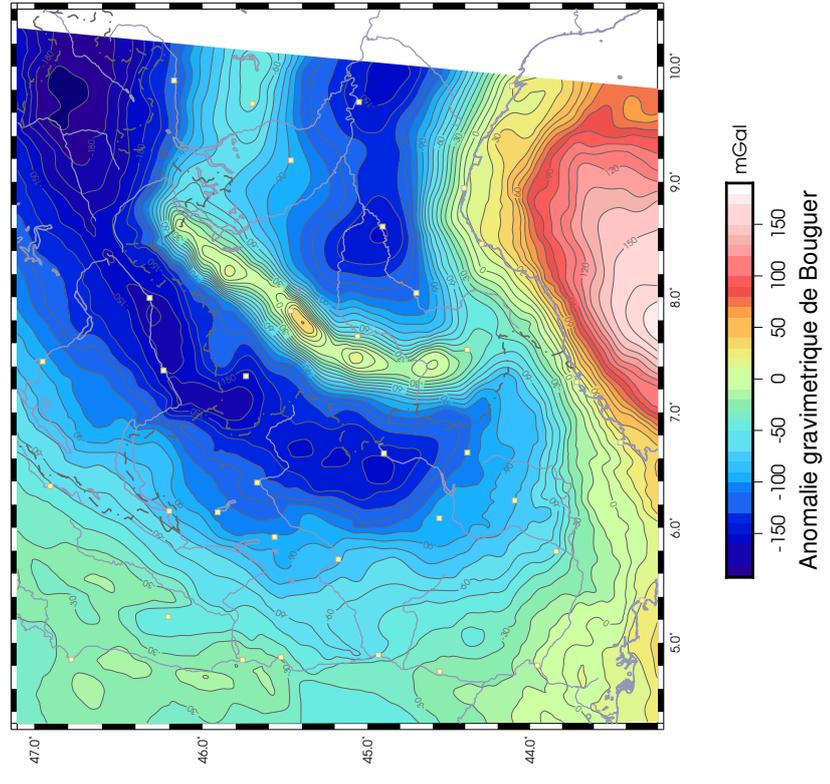


Figure 6.26 – Anomalie gravimétrique de Bouguer, d'après Grandjean et al. (1998).

Wagner *et al.* (2012). Dans la partie centrale du domaine d'étude, là où le Moho est essentiellement déterminé par notre tomographie, le Moho est très similaire aux modèles de Waldhauser *et al.* (1998) et Wagner *et al.* (2012). Le modèle CIFALPS, quant à lui, ne présente que le Moho de la plaque eurasiatique qui s'enfonce vers l'est. La partie commune ne concerne donc que la partie ouest de ces coupes, jusqu'à la cote -25 km environ à laquelle notre Moho fait la jonction avec le Moho adriatique. À cette cote, les deux modèles du Moho sont très similaires, avec une profondeur d'une cinquantaine de kilomètres.

La comparaison avec les modèles présentés sur la figure 6.21 montre que notre modèle du Moho se distingue par quatre caractéristiques notables : une dépression du Moho entre Marseille et Manosque ; une remontée du Moho dans la région d'Aoste, entre les massifs du Grand-Paradis et du Mont-Blanc ; un enfoncement du Moho directement au nord de Briançon et la séparation en deux blocs du corps d'Ivrée. Par ailleurs, on peut noter l'alignement approximativement est-ouest entre la subduction de la plaque adriatique à l'est, la limite entre les blocs du corps d'Ivrée et la dépression du Moho au nord de Briançon.

Une explication de la séparation en deux blocs du sommet du corps d'Ivrée serait une rupture de celui-ci, au moins dans sa partie superficielle désolidarisée, comme nous avons pu l'observer sur le profil 8 (figure 6.11). À partir des profils présentés précédemment, de la carte 6.24 ainsi que des vues en 3-D de la figure 6.27 qui représentent une surface d'isovitesse $v_p = 7,35 \text{ km.s}^{-1}$ nous pouvons établir les points suivants :

- le sommet du corps d'Ivrée semble en partie désolidarisé du reste du manteau adriatique ;
- ce corps désolidarisé est séparé en deux blocs qui chevauchent la plaque eurasiatique ;
- plus à l'est, la plaque adriatique plonge au sud sous la plaque ligurienne ;
- ces blocs sont pris en étau et viennent buter au sud dans le coin formé par la jonction des plaques eurasiatique et ligurienne.

Pour accommoder le raccourcissement de la plaque adriatique dû aux subductions au nord et au sud, une explication possible serait la suivante : (i) la base mantellique du corps d'Ivrée ainsi que la croûte adriatique est subduite sous la plaque ligurienne ; (ii) les blocs du corps d'Ivrée, coincés sur la plaque eurasiatique, sont désolidarisés du manteau sous-jacent ; (iii) ces blocs, coincés entre la chaîne alpine au nord et la jonction des croûtes eurasiatique et ligurienne au sud chevauchent l'un sur l'autre.

Un tel accident ne peut pas se voir directement sur la tomographie étant donné que les matériaux de part et d'autre ont les mêmes propriétés physiques. La figure 6.28 présente cette interprétation schématique sur les profils 3 et 8.

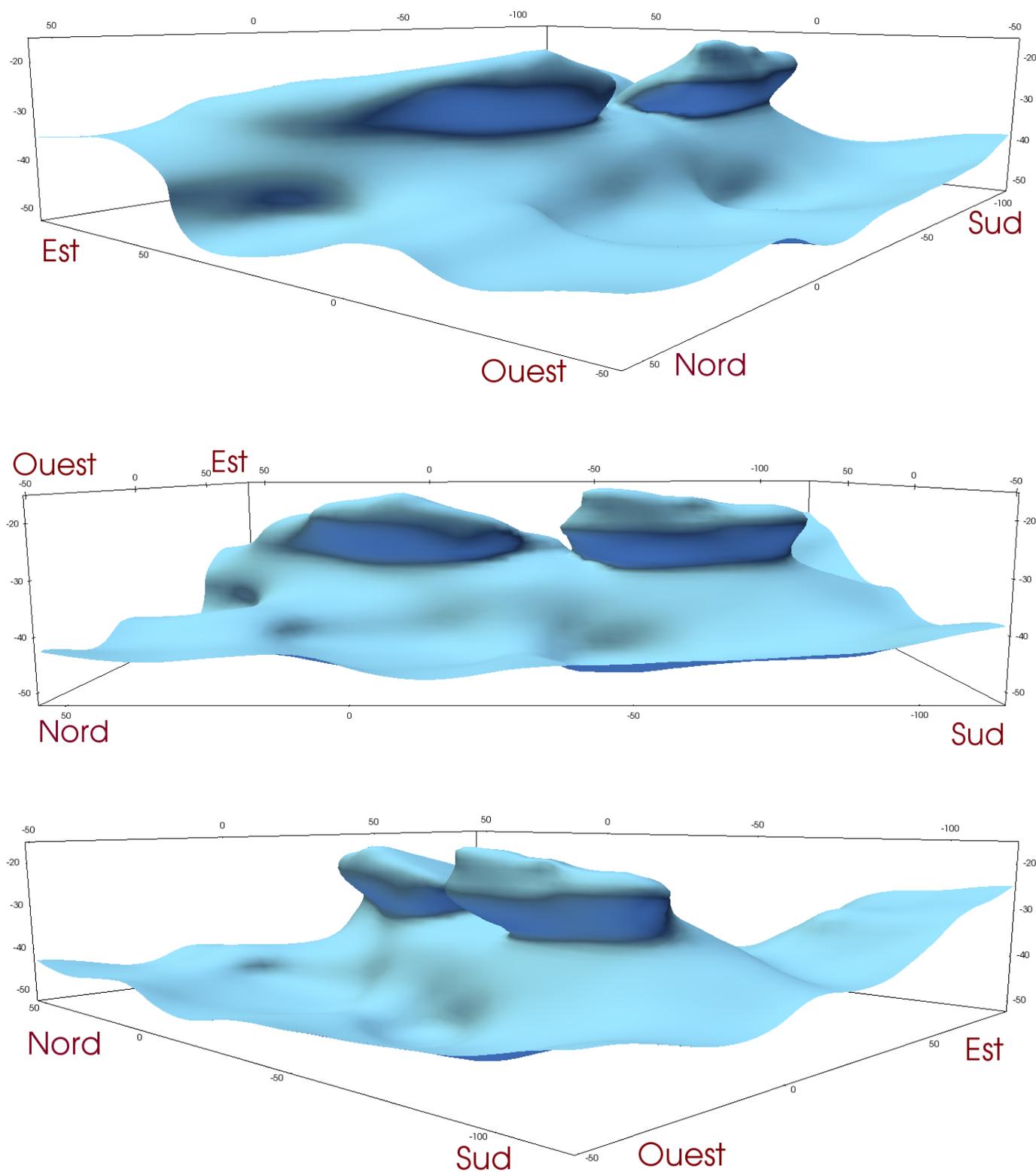


Figure 6.27 – Surface d'isovitesse $v_p = 7,35 \text{ km.s}^{-1}$, centrée sur la région du corps d'Ivrée, vue du nord-ouest (en haut), de l'ouest (au centre) et du sud-ouest (en bas). Cette vitesse correspond grosso modo à l'interface du Moho. Cette vue met en évidence la forme du sommet du corps d'Ivrée, constitué de deux blocs distincts.

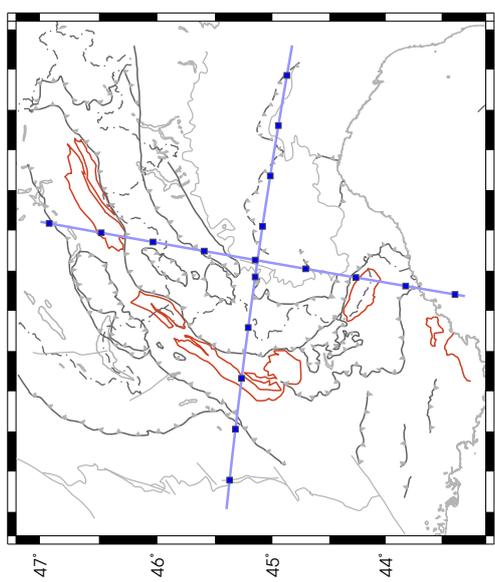
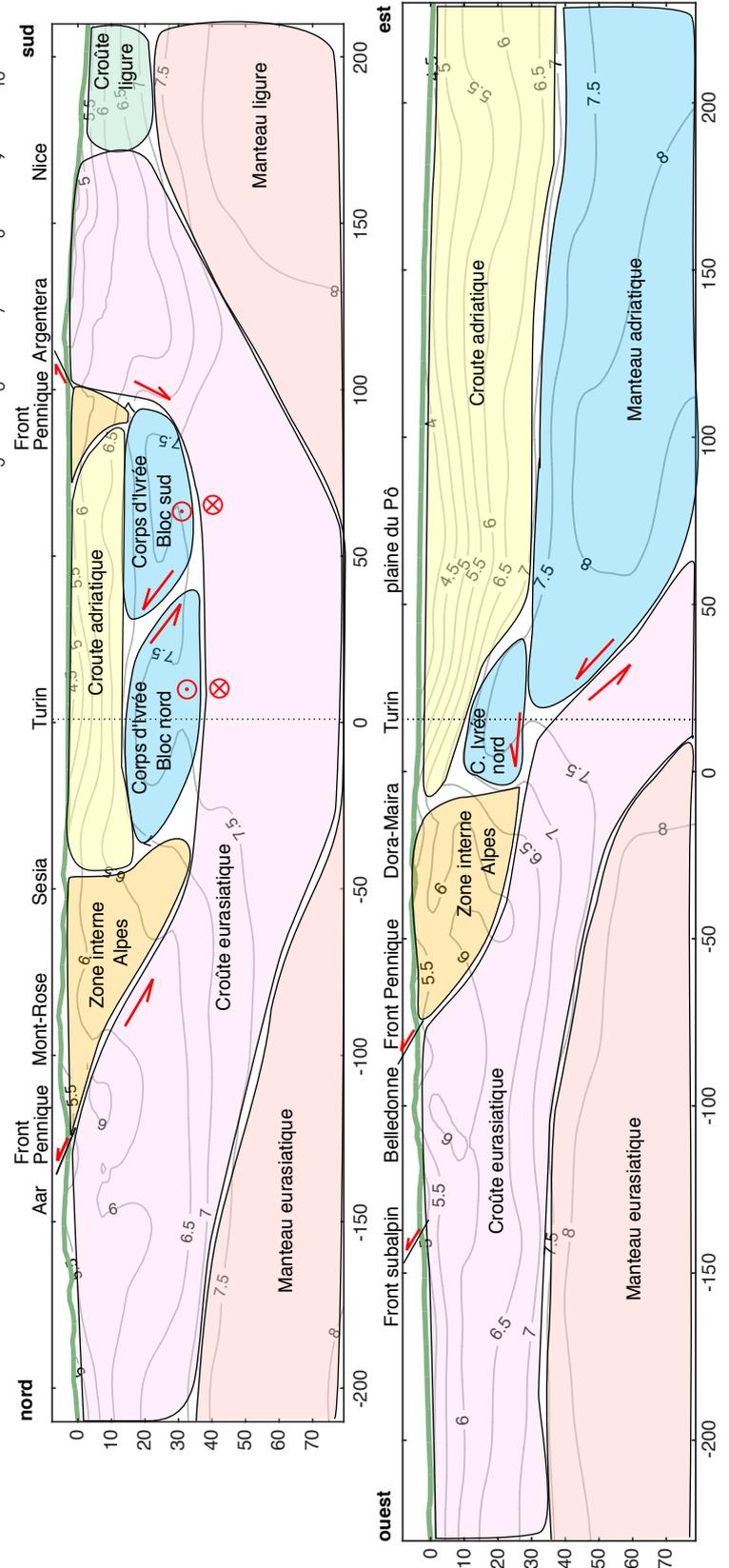


Figure 6.28 – Schéma d'interprétation des coupes des profils perpendiculaires 3 (en bas) et 8 (en haut), réalisés en tenant compte des observations faites sur le Moho (figures 6.24 et 6.27). Sur ces schémas, la ligne en pointillés représente l'intersection entre les coupes.



6.5 Tomographie avec interface

Comme cela a été introduit en préambule de la partie 6.4, l'intérêt de l'interface du Moho dans le processus de tomographie est double : cela permet de mieux modéliser les réfractons des rais et de déterminer par notre approche plusieurs temps de propagation pour un couple source–station, dès lors que la distance entre les deux est suffisamment grande. Cela devrait donc nettement améliorer la résolution de la tomographie dans la croûte puisque, d'une part, les temps seront généralement mieux calculés et, d'autre part, plus de 100 000 nouvelles données correspondant à des temps de seconde arrivée peuvent être ajoutées aux 790 000 données que contient déjà notre jeu de données.

Pour réaliser une tomographie dans un modèle qui contient une discontinuité de vitesse, il est nécessaire de décorréler les paramètres qui se trouvent de part et d'autre de cette interface, sans quoi la régularisation lisserait la discontinuité. Pour mener l'inversion dans un tel modèle, nous avons donc adapté l'approche présentée au chapitre 5, en définissant non plus une mais deux valeurs de v_p et de v_p/v_s en chaque nœud de la grille d'inversion : une pour la valeur de ces paramètres dans la croûte, l'autre pour la valeur de ces paramètres dans le manteau. Cette approche revient donc à pratiquement doubler le nombre de paramètres de \mathbf{m} , qui contient désormais 5 248 870 paramètres contre 2 696 830 auparavant.

La valeur a priori des paramètres v_p de la croûte est définie par l'équation (3.1) qui est l'équation utilisée pour les vitesses a priori dans la croûte de la tomographie présentée précédemment. La valeur a priori des paramètres v_p du manteau est définie par le modèle de Kennett *et al.* (1995). Ces modèles sont représentés sur la figure 6.29. Pour les paramètres v_p/v_s , nous avons reproduit l'analyse par diagramme de Wadati présentée au chapitre 1 (figure 1.10) en séparant cette fois les temps d'arrivée des ondes directes dans la croûte (P_g et S_g) des temps

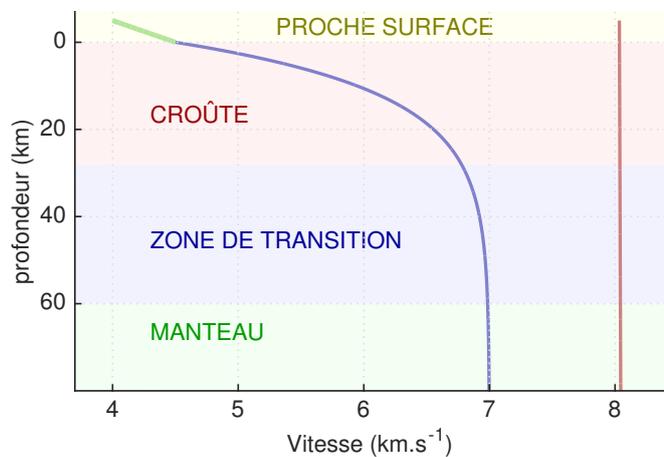


Figure 6.29 – Modèle de vitesse utilisé comme modèle a priori dans la tomographie avec interface.

— : vitesse linéaire entre la surface topographique et $p = 0$; — : vitesse dans la croûte (équation 3.1) ; — : modèle AK135 de la vitesse dans le manteau.

d'arrivée des ondes réfractées (P_n et S_n). Ces analyses nous ont mené aux valeurs a priori $v_p/v_s = 1,692$ dans la croûte et $v_p/v_s = 1,702$ dans le manteau.

Pour le calcul des temps de propagation et le tracé des rais, l'approche présentée au chapitre 3 est simplement adaptée à ces deux grilles. Pour rappel : le calcul est d'abord mené par l'algorithme de Podvin et Lecomte (1991) qui permet de définir des tables de temps. Ces tables sont calculées à partir des vitesses v_p ou v_s discrétisées en chaque nœud d'une grille dont les cellules sont des cubes de 750 m de côté. Dans le processus d'inversion, les valeurs de v_p et v_s sont interpolées trilineairement à chaque itération depuis leurs valeurs aux nœuds de la grille d'inversion, dont les cellules mesurent $3 \times 3 \times 1,5 \text{ km}^3$. Dans le cas de la tomographie avec interface, cette interpolation est réalisée différemment pour les données d'ondes directes ou d'ondes réfractées. Pour les ondes réfractées, l'interpolation est obtenue soit à partir des valeurs « de croûte » des paramètres v_p et v_p/v_s pour les nœuds de la grille fine se trouvant au-dessus de l'interface, soit à partir des valeurs « de manteau » pour les nœuds de la grille fine se trouvant au-dessous. Pour les ondes directes, l'interpolation est menée uniquement à partir des valeurs « de croûte » dans tout le domaine. Pour les ondes réfractées, le modèle interpolé reproduit donc la discontinuité de vitesse, avec cependant une résolution de 750 m menant à une interface « en escalier » pour l'algorithme de Podvin et Lecomte (1991).

Les rais sont construits à partir du maximum du gradient des temps qu'on vient de déterminer, et le temps de propagation est affiné en intégrant la lenteur $1/v_p$ ou $1/v_s$ le long de ces rais. De la même manière que pour la constitution de la grille fine, la lenteur est interpolée différemment pour les ondes directes et les ondes réfractées. Pour les premières, la lenteur est interpolée depuis les valeurs « de croûte » des paramètres v_p et v_p/v_s ; pour les secondes, elle est interpolée soit depuis les valeurs « de croûte » pour la partie des rais se trouvant au-dessus de l'interface, soit à partir des valeurs « de manteau » pour la partie des rais se trouvant au-dessous. Dans le cas des ondes directes, il peut éventuellement arriver que le rai tracé par cette méthode dépasse localement la profondeur du Moho. Ceci peut être dû à une mauvaise identification de l'onde lors de la lecture ou à l'incertitude du modèle de vitesse et/ou du Moho. Lorsque ce cas se présente, la donnée est éliminée pour l'itération courante.

Les lignes de l'opérateur \mathbf{G} sont remplies de la même manière que dans le cas sans interface, en appliquant les dérivées aux nœuds de la grille, soit aux paramètres de la croûte, soit aux paramètres du manteau. Concernant maintenant la covariance sur le modèle, cette approche permet de définir des écarts-types a priori différents dans la croûte et dans le manteau, ainsi que des longueurs de lissage différentes. Cela permet de tenir compte du fait que l'essentiel de la sismicité des Alpes occidentale est localisée dans la croûte, et donc que la résolution dans la croûte devrait être meilleure que dans le manteau. Nous avons fixé $\sigma_{v_p} = 700 \text{ m.s}^{-1}$ dans

la croûte et le manteau, ce qui correspond à des variations de l'ordre de 10 à 15 % dans la croûte et inférieure à 9 % dans le manteau ; $\sigma_{v_p/v_s} = 0,15$ dans la croûte et $\sigma_{v_p/v_s} = 0,13$ dans le manteau, correspondant à des variations de l'ordre de 9 % dans la croûte et 7,5 % dans le manteau. Concernant le lissage, nous avons fixé $\xi_h = 16$ km et $\xi_v = 8$ km dans la croûte et $\xi_h = 30$ km et $\xi_v = 15$ km dans le manteau.

Les figures 6.32 à 6.39 représentent les mêmes profils que ceux présentés précédemment, et qui sont repérés géographiquement sur la figure 6.3 (page 161).

Les structures de la croûte sont généralement mieux définies sur ces figures que sur les coupes présentées précédemment. Cela s'observe par exemple sur le profil 1 (figures 6.4 et 6.32) pour le bassin de la plaine du Pô que l'on observe à l'est de la cote 0 km. On remarque que dans le modèle avec Moho, son contour est plus prononcé, avec une transition entre le bassin et le socle sous-jacent plus rapide. Vers la cote 65 km, le bassin devient brusquement plus profond vers l'est. Cette zone correspond à la transition entre, à l'ouest, la flexure des Apennins (grands plis d'orientation est-ouest entre Turin et Alexandrie) et, à l'est, le remplissage sédimentaire de la plaine du Pô. Dans le modèle avec Moho, cette transition est plus localisée.

Plus à l'ouest, les observations mènent à la même conclusion : toujours sur le profil 1, la zone interne des Alpes occidentales qui s'étend des cotes -10 km à -60 km est caractérisée par des vitesses rapides en surface. Entre les cotes -60 km et -115 km, se trouvent la nappe de Flysch à Helminthoïdes et la nappe de Digne qui sont caractérisées par des vitesses plus lentes. Au-delà de la cote -115 km, on traverse le bassin vocontien dont l'épaisseur atteint la dizaine de kilomètres. Ces trois structures qui sont déjà bien identifiables sur la coupe de la figure 6.4, sont mieux définies dans ce modèle avec Moho (figure 6.32).

En ce qui concerne les structures internes de la croûte, les chevauchements intracrustaux sont globalement plus visibles dans ce nouveau modèle de tomographie, notamment sur les coupes des profils 3, 4, 5, 7 et 8 pour la croûte eurasiatique et des profils 6, 7 et 8 pour les croûtes adriatique et ligurienne. Un grossissement du profil 1 centré sur la croûte eurasiatique, présenté sur la figure 6.30, révèle un nombre important de ces chevauchements. On peut notamment suivre deux de ces chevauchements depuis leur enracinement au niveau du corps d'Ivrée, à respectivement 15 et 27 km de profondeur, jusqu'à respectivement le front Pennique et le front de la nappe de Digne. D'autre part, cette coupe révèle des structures à la base de la croûte eurasiatique qui chevauchent vers l'est et qui s'enracinent au niveau de la concavité du Moho entre les cotes -120 km et -90 km. Ces structures sont associées, d'une part, à l'épaississement crustal qui correspond à la dépression du Moho au sud-est de Gap (figure 6.24) et enserrant, d'autre part, un morceau de croûte présentant des vitesses inférieures à 6 km.s^{-1} entre 20 km

TOMOGRAPHIE DES ALPES OCCIDENTALES

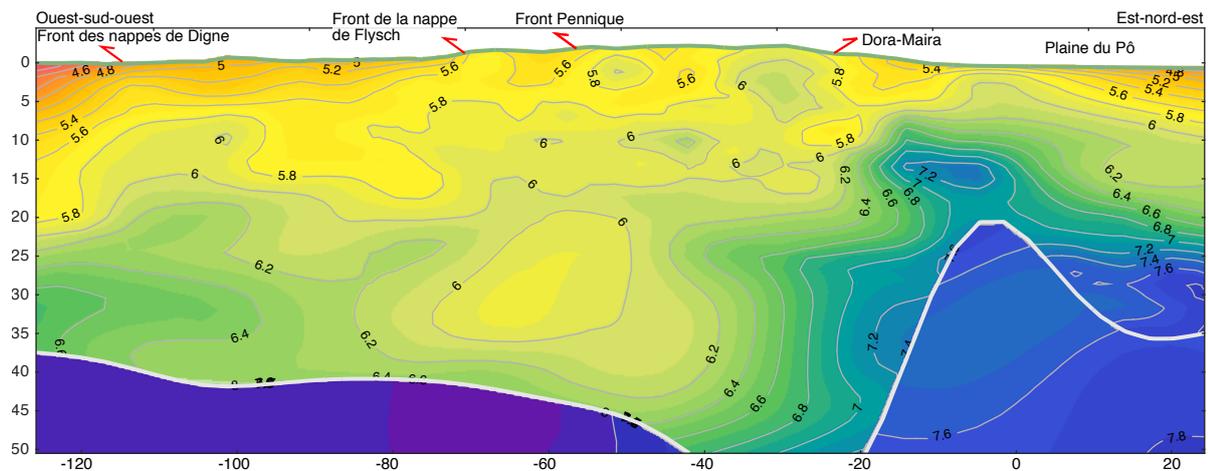


Figure 6.30 – Grossissement du profil 1 réalisé dans le modèle de tomographie avec Moho.

et 35 km de profondeur.

L'ajustement aux données après inversion, présenté en figure 6.31, est légèrement moins bon que dans la tomographie sans interface (figure 5.11). En effet, pour les ondes P, 33 % des temps d'arrivée sont ajustés à moins de 0,05 s et 76 % à moins de 0,25 s, au lieu de respectivement 35 % et 80 % précédemment. Pour les ondes S, ces valeurs atteignent respectivement 15 % et 59 % au lieu de 15,5 % et 60 % précédemment.

Cette diminution de l'ajustement liée à l'ajout de plus de 100 000 nouvelles données indique que ces dernières sont généralement d'une qualité moindre. Cela s'explique par le fait qu'elles correspondent à des secondes arrivées qui sont généralement plus difficiles à lire puisqu'elles arrivent dans la coda des premières arrivées.

Il est toutefois intéressant de remarquer que l'ajustement de la variable d'inversion dans le modèle a priori est sensiblement le même pour les modèles avec et sans Moho (tableau 6.1). Cela peut paraître surprenant étant donné que le nombre de données est nettement supérieur dans le cas du modèle avec Moho et que, comme nous venons de le voir, la qualité de ces données est moindre. Une explication possible est que le modèle avec interface correspond mieux à la réalité : les rais des « bonnes données » y sont donc mieux modélisés et l'ajustement est amélioré, compensant ainsi la dégradation due aux nouvelles données.

En revanche, cet ajustement est moins bon pour le modèle avec Moho lorsqu'on a atteint un modèle final. Cette différence d'approximativement 2 % peut s'expliquer en partie par la qualité moindre des nouvelles données, mais peut-être également par l'approximation faite dans la modélisation du Moho que l'on considère dans notre approche comme une surface continue entre les différentes plaques en jeu dans le domaine d'étude.

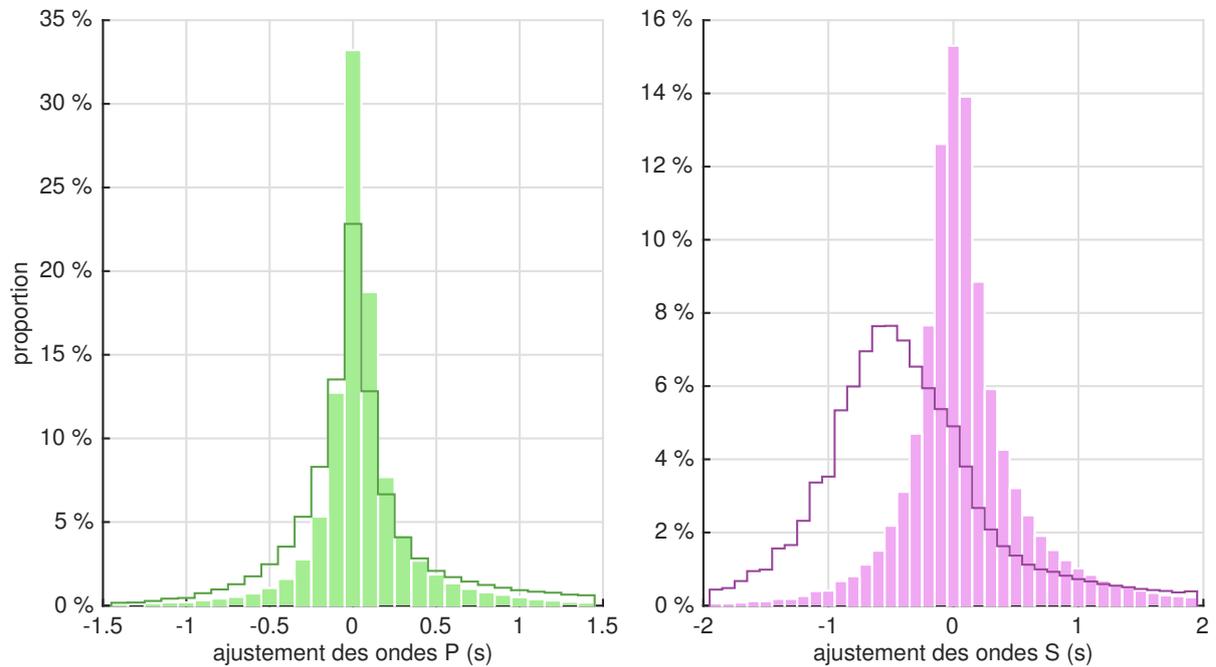


Figure 6.31 – Histogramme de l’ajustement aux temps d’arrivée des ondes P (à gauche) et S (à droite) du jeu de données complété des secondes arrivées. Contours : ajustement aux données dans le modèle a priori ; barres : ajustement aux données dans le modèle de tomographie. Après tomographie, il reste 478 020 temps t_P et 390 584 temps t_S .

	modèle sans Moho	modèle avec Moho
modèle a priori	1,703 (788 325 données)	1,707 (876 454 données)
modèle final	1,016 (782 687 données)	1,034 (870 822 données)

Table 6.1 – Ajustement (RMS) de la variable d’inversion. Variable obtenue après le changement de variable, donc sans unité (voir le paragraphe 5.2.5).

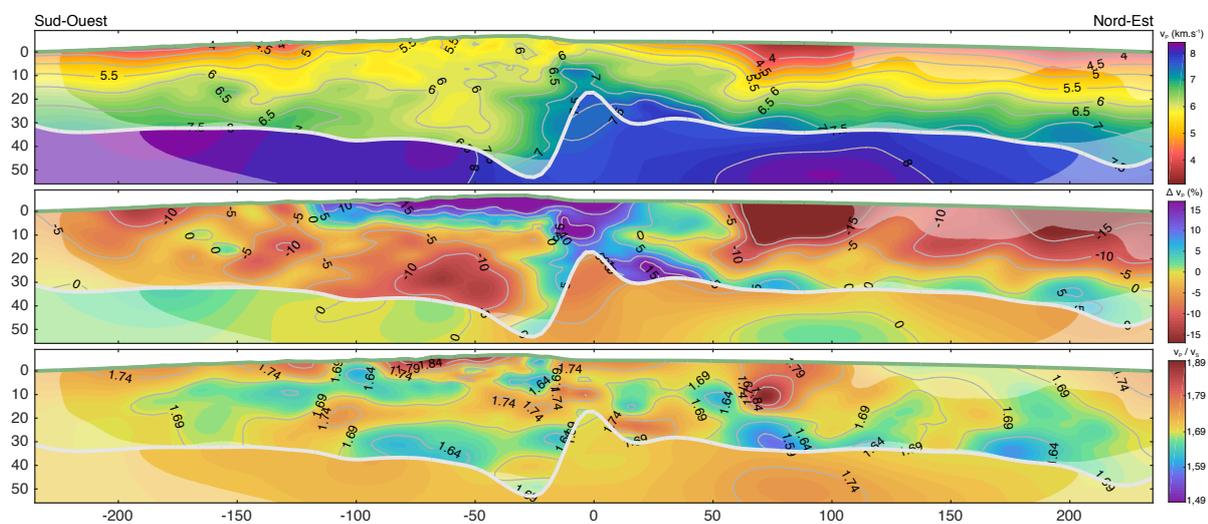


Figure 6.32 – Profil 1 (le long du profil CIFALPS) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

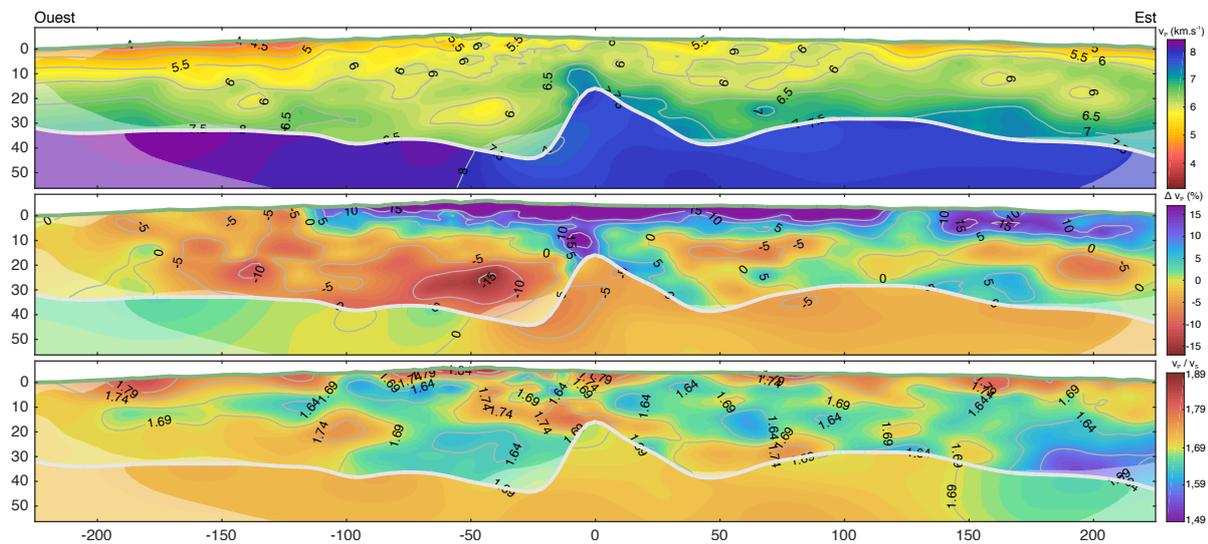


Figure 6.33 – Profil 2 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

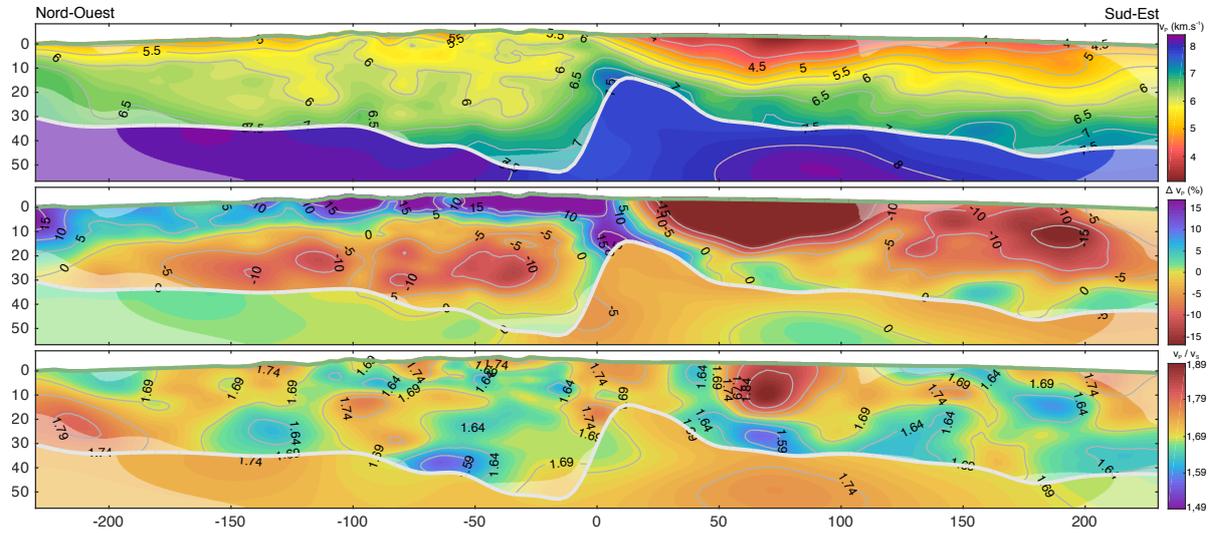


Figure 6.34 – Profil 3 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

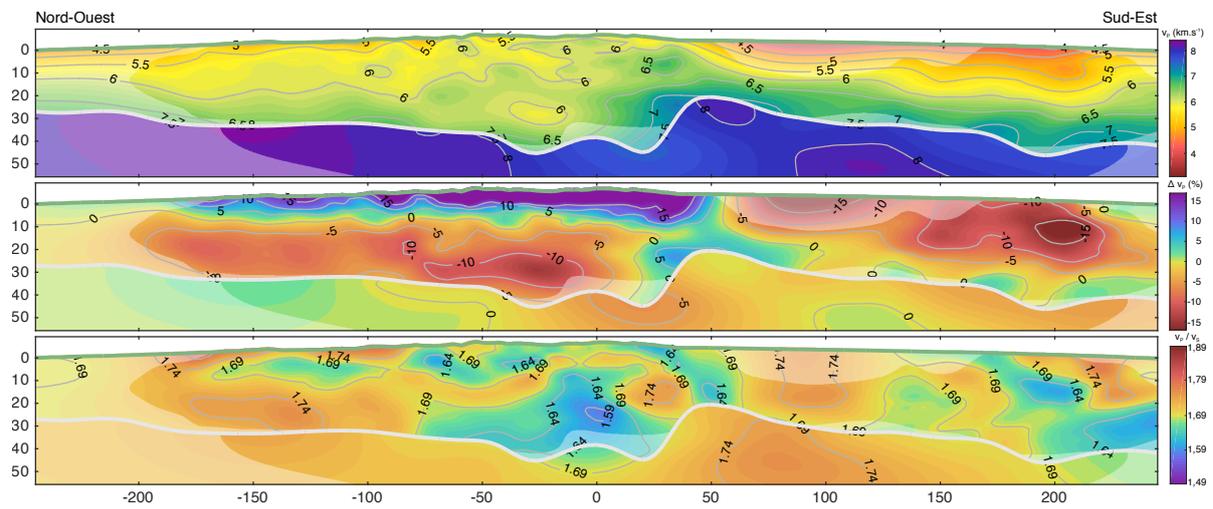


Figure 6.35 – Profil 4 (ECORS) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

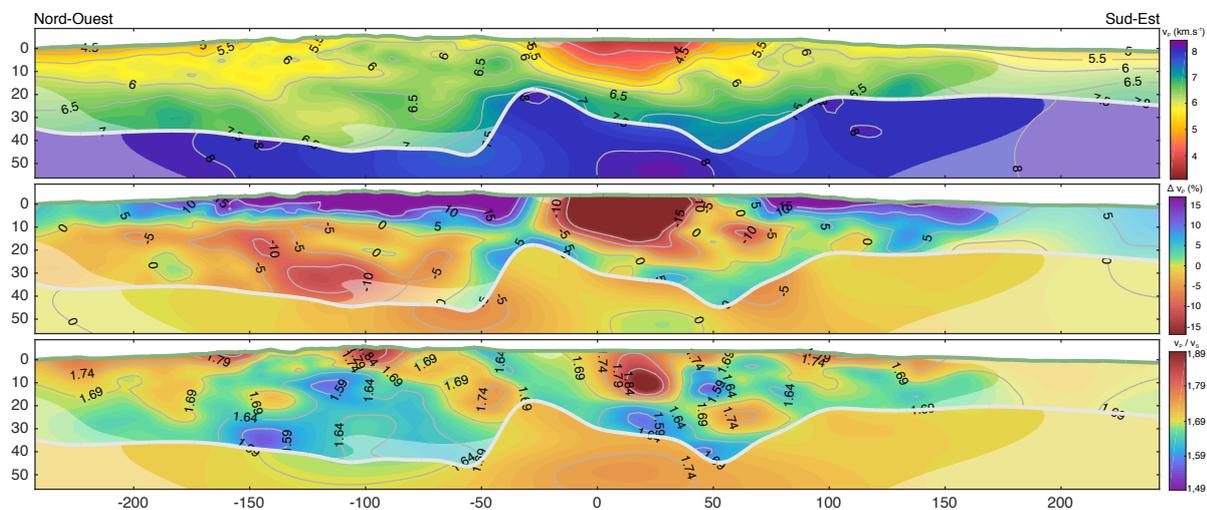


Figure 6.36 – Profil 5 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

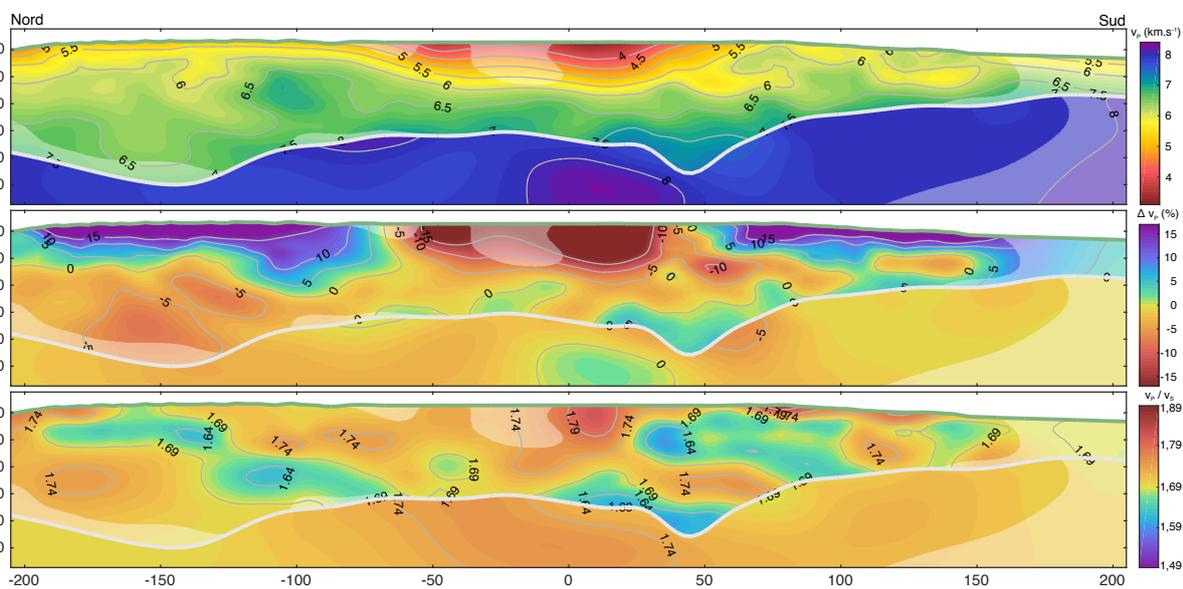


Figure 6.37 – Profil 6 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

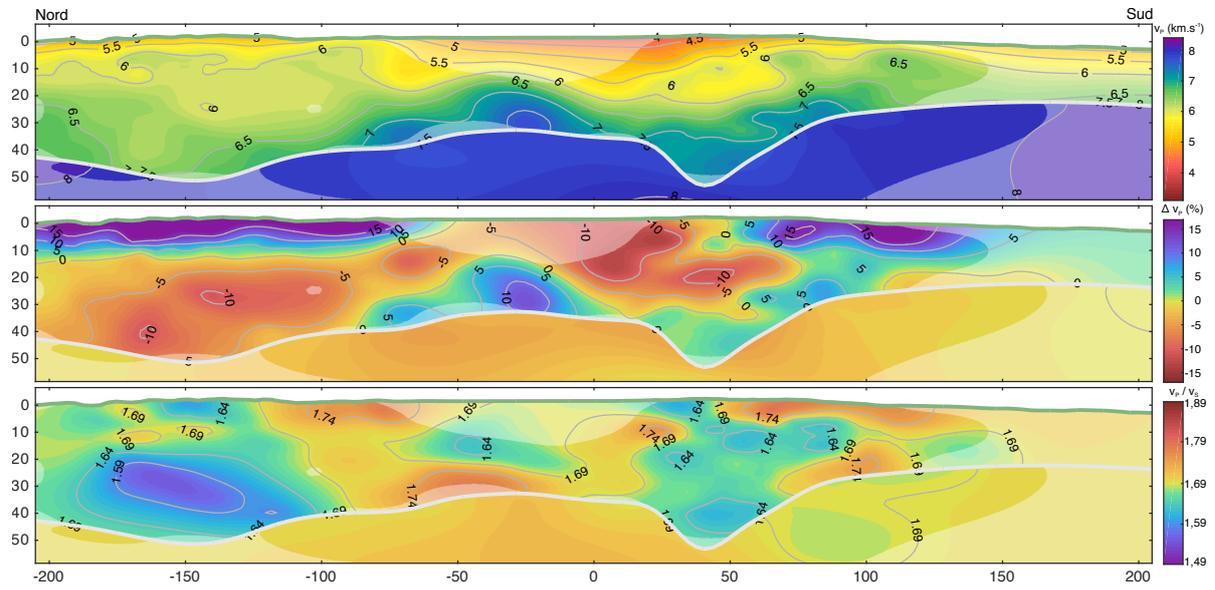


Figure 6.38 – Profil 7 (EGT) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

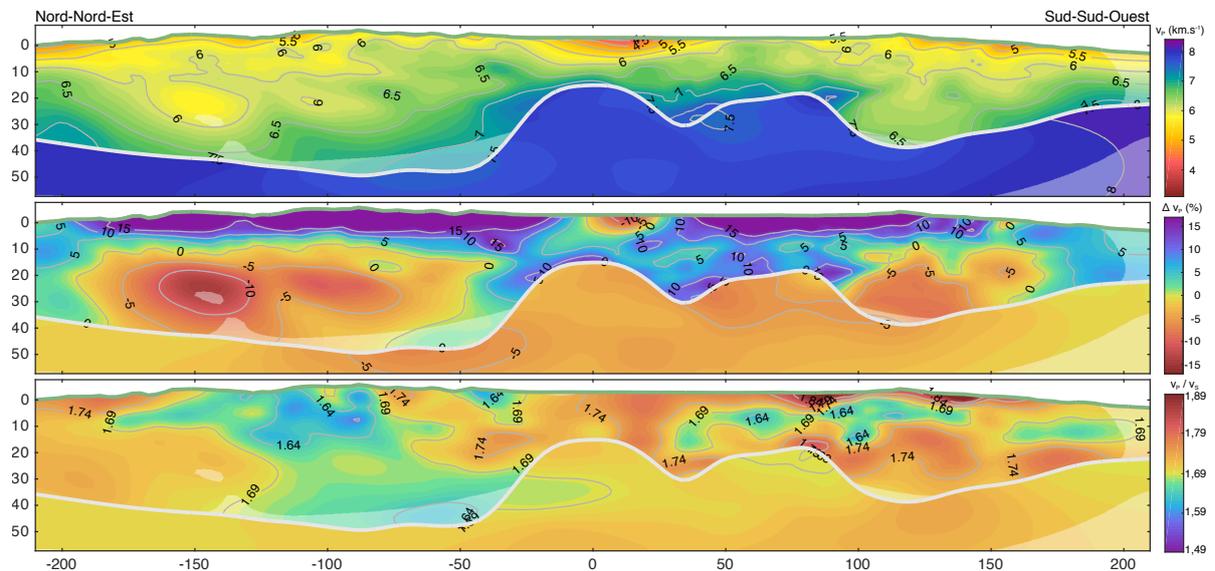


Figure 6.39 – Profil 8 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.

6.6 Effets de site aux stations

Comme nous les avons introduits précédemment, les paramètres d'effet de site permettent de compenser les effets d'une anomalie de vitesse très localisée qui perturbe systématiquement les temps d'arrivée à une station donnée, sans affecter les temps d'arrivée aux stations voisines. Les valeurs des effets de site représentées sur les cartes de la figure 6.40 ont été obtenues pour la tomographie sans Moho. Pour mémoire, dans le processus d'inversion, la valeur a priori de ces paramètres est égale à 0 et leurs écarts-types, déterminés en fonction du nombre de données n , sont obtenus par l'équation (5.21) que l'on rappelle :

$$\sigma^\Delta = \sigma_{\max} \sqrt{\frac{\min(n, n_c)}{n_c}} \quad (6.3)$$

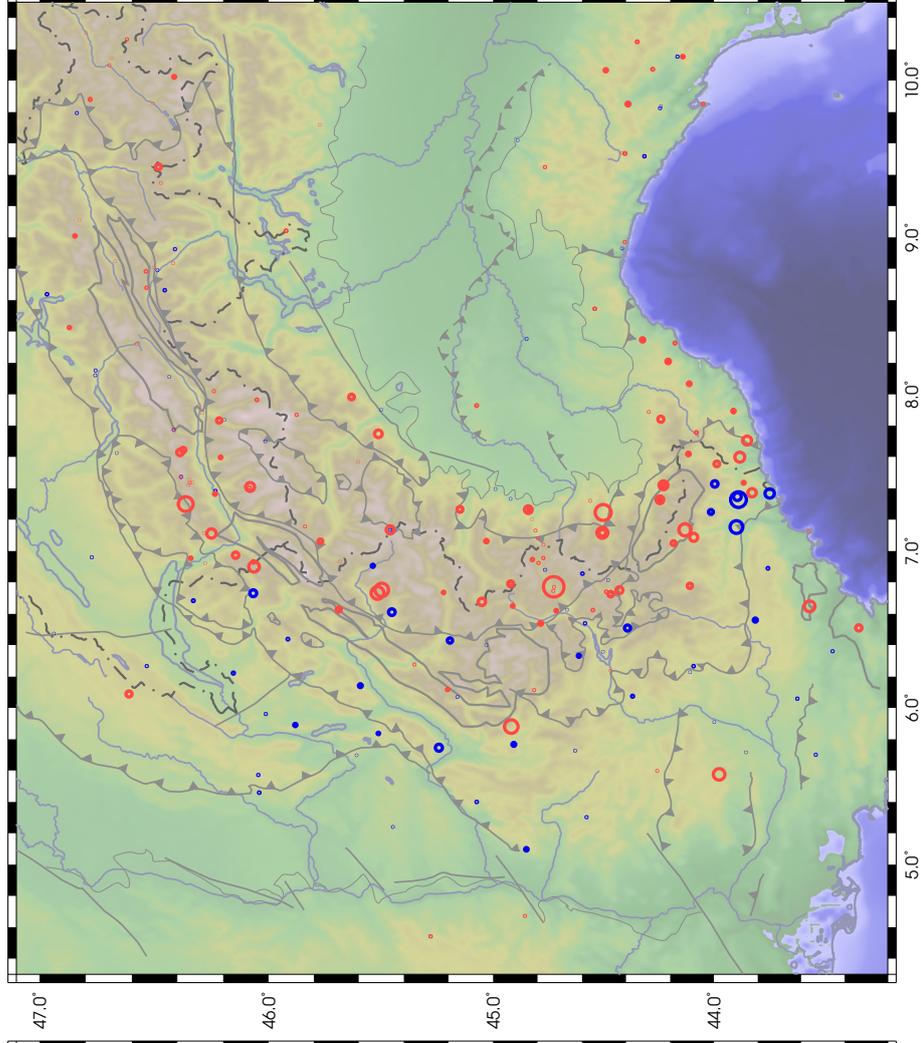
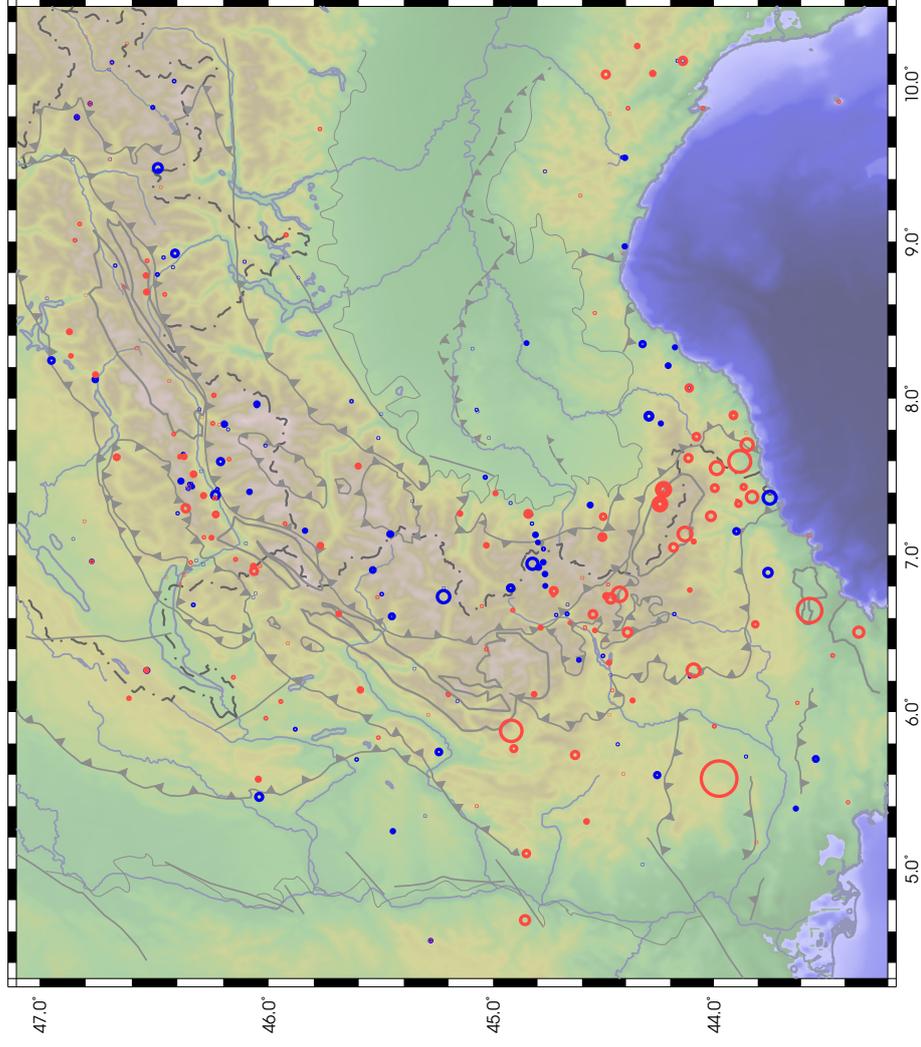
où n représente le nombre de données t_p ou t_s , n_c est un nombre limite que nous avons fixé à 20 000 et σ_{\max} est la valeur maximale de l'écart-type. Dans la pratique, nous avons fixé $\sigma_{\max} = 2 \cdot 10^{-2}$ s pour tous les tests de tomographie. Généralement, les valeurs d'effet de site varient très peu : pour le modèle présenté dans ce chapitre, les valeurs absolues des effets de site Δ^P de 331 stations et Δ^{S-P} de 360 stations sont inférieures à $5 \cdot 10^{-3}$ s, et aucune ne dépasse $5 \cdot 10^{-2}$ s (pour mémoire, 375 stations sont utilisées dans cette étude).

Dans le cas des cartes ci-contre, nous avons choisi $\sigma_{\max} = 1 \cdot 10^{-1}$ s afin d'amplifier les valeurs déterminées dans le processus de tomographie. Dans ce cas, les valeurs absolues des effets de site Δ^P de 140 stations et Δ^{S-P} de 208 stations sont inférieures à $5 \cdot 10^{-3}$ s, et 36 stations présentent un effet de site dont la valeur absolue est supérieure à 0,1 s.

Le fait que les effets de site Δ^{S-P} soient en moyenne plus proches de l'a priori que les effets Δ^P peut être un signe de défaillance répétée des horloges des stations. En effet, une défaillance d'horloge n'affecte pas l'écart de temps $t_s - t_p$ mais les temps t_p et t_s seuls. Certaines stations ne sont pas synchronisées en continu avec un système d'horloge fiable (GPS, DCF77⁶) et peuvent donc dériver entre deux mises à l'heure successives.

Concernant les résultats représentés sur les cartes ci-contre, il est hasardeux de tirer des conclusions sur les effets de site locaux puisque ceux-ci ont été volontairement amplifiés. On remarque toutefois une station du sud-ouest de la France, aux coordonnées 5,575° E 43,976° N, qui présente des effets de site $\Delta^P = 0,37$ s et $\Delta^{S-P} = 0,12$ s pour des écarts-types $\sigma_{\Delta^P} = 0,035$ s (2 487 données) et $\sigma_{\Delta^{S-P}} = 0,032$ s (2 075 données), soit respectivement $10,6 \sigma_{\Delta^P}$ et $3,7 \sigma_{\Delta^{S-P}}$. De telles valeurs sont très probablement la signature d'une anomalie, géologique ou non !

6. Signaux horaires DCF77 : <http://www.ptb.de/cms/index.php?id=1787&L=1>



0,4 0,2 0,1 0,3
 effet de site (s)

○ : $\Delta > 0$ ($t_{\text{cal}} < t_{\text{obs}}$)
 ○ : $\Delta < 0$ ($t_{\text{cal}} > t_{\text{obs}}$)

Figure 6.40 – Cartes des effets de site obtenus dans le processus de tomographie. À gauche : effets de site sur les temps d'arrivée P ($\Delta^P = t_P^{\text{obs}} - t_0 - T_P$) ; à droite : effets de site sur les délais $t_S - t_P$ ($\Delta^{S-P} = t_S^{\text{obs}} - t_P^{\text{obs}} - T_S + T_P$).

Conclusions et perspectives

Ces travaux de thèse avaient pour ambition l'étude des Alpes occidentales au travers de l'activité sismique que l'on y observe. Depuis la fin des années 1980, cette activité de magnitude habituellement modérée a pu être identifiée précisément grâce à des réseaux sismologiques denses qui ont permis de localiser chaque année plusieurs milliers d'évènements.

Ces travaux de thèse ont comporté trois volets :

- le premier a consisté en la constitution d'un jeu de données par assemblage des bulletins de sismicité produits par les différents réseaux alpins. Notre jeu de données ne compte pas moins de 36 000 évènements locaux et plus de 896 000 temps d'arrivée d'ondes P et S (premières et secondes arrivées), qui ont été lus à partir des enregistrements de 375 stations sismologiques.
- Le développement des codes de localisation LOCIN et de tomographie INSIGHT a constitué le deuxième volet de cette thèse. LOCIN permet de localiser des évènements par une approche probabiliste et les tests que nous avons menés confirment son efficacité (figures 4.1). INSIGHT, fondé sur un algorithme de V. Monteiller et B. Valette, permet de déterminer les champs v_p et v_p/v_s ainsi que les localisations des séismes, et est particulièrement adapté à l'inversion de grands jeux de données.
- Le troisième volet concerne la tomographie de la lithosphère des Alpes occidentales, qui apporte de nouvelles contraintes sur leurs structures profondes, notamment dans les zones internes où l'imagerie géophysique n'avait jusqu'à présent pu fournir que des observations parcellaires. Notre modèle présente une bonne résolution dans la croûte et les structures observées en profondeur sont cohérentes avec la géologie de surface. En outre, nous avons produit un modèle du rapport v_p/v_s des Alpes occidentales, qui n'avait jusqu'alors jamais été étudié.

Cette tomographie apporte une image détaillée du corps d'Ivrée ainsi que de nouvelles contraintes sur sa structure : il apparaît clairement au travers des différentes coupes réalisées

(figures 6.4 à 6.11) que le sommet de ce corps est désolidarisé du manteau adriatique, et qu'il est divisé en deux blocs distincts (figure 6.28).

À partir de cette tomographie, nous avons également déterminé un modèle de topographie de la discontinuité de Mohorovičić. Nous avons intégré ce Moho à une nouvelle tomographie dans laquelle la croûte et le manteau sont décorrélés. Cette approche nous a permis d'ajouter plus de 100 000 données supplémentaires, et ainsi d'accroître la résolution dans la croûte (figures 6.32 à 6.39).

Enfin, la tomographie a permis d'affiner les localisations des séismes de notre jeu de données (figure 6.16). Ces nouvelles localisations présentent un niveau de détail qui permet d'observer l'organisation en essaims de la sismicité alpine et le dédoublement de certaines zones sismiques jusqu'alors considérées comme indivises.

Dans la continuité de ces travaux de thèse, il sera nécessaire d'approfondir l'interprétation de ces différents résultats et de les confronter à d'autres sources de données (géodésie, gravimétrie, etc.). Un aspect important concernera l'étude de la sismicité relocalisée, qui pourra en outre bénéficier des nouveaux mécanismes au foyer, logiquement plus fiables et plus précis, que notre modèle tomographique permet maintenant d'obtenir.

Enfin, ce même modèle pourra servir de base à des études très locales centrées sur des essaims de séismes. Une des variantes du code INSIGHT, fondée sur l'analyse en doubles différences, permettra d'examiner ces zones avec un maximum de précision.

Bibliographie

- Agnew, D. C. (2002). History of seismology. *Dans* Lee, W., Kanamori, H., Jennings, P. et Kisslinger, C. (éditeurs) : *International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology, Part 1*, chapitre 1, pages 3 – 11. Academic Press for International Association of Seismology and Physics of the Earth's Interior. (Cité page 105)
- Aldersons, F. (2004). *Toward a Three-Dimensional Crustal Structure of the Dead Sea region from Local Earthquake Tomography*. Thèse de doctorat, Tel-Aviv University. (Cité page 41)
- Amante, C. et Eakins, B. W. (2009). ETOPO1 1 arc-minute global relief model : Procedures, data sources and analysis. NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24. National Geophysical Data Center, NOAA. (Cité page 90)
- Araujo, S., Valette, B., Monteiller, V. et Ruiz, M. (2014). Seismic travel-time tomography of the Northern Andean volcanic zone in Ecuador. *Conférence : EGU General Assembly*. (Cité page 119)
- Backus, G. et Gilbert, F. (1970). Uniqueness in the inversion of inaccurate gross earth data. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 266 : 123–192. (Cité page 73)
- Baer, M. et Kradolfer, U. (1987). An automatic phase picker for local and teleseismic events. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 77 (4) : 1437–1445. (Cité page 41)
- Belayouni, N. (2013). *Nouveaux algorithmes efficaces de modélisation 2D et 3D : Temps des premières arrivées, angles à la source et amplitudes*. Thèse de doctorat, École nationale supérieure des mines de Paris. (Cité pages 93 et 95)
- Beller, S., Monteiller, V., Operto, S., Nolet, G., Virieux, J., Paul, A. et Zhao, L. (2015). The Western Alps lithospheric structure, preliminary results from full-waveform inversion of CI-FALPS data. *Conférence : EGU General Assembly*. (Cité page 117)
- Benz, H. M., Chouet, B. A., Dawson, P. B., Lahr, J. C., Page, R. A. et Hole, J. A. (1996). Three-dimensional P and S wave velocity structure of Redoubt volcano, Alaska. *J. Geophys. Res.*, 101 (B4) : 8111–8128. (Cité pages 117 et 118)
- Berger, P., Got, J.-L., González, C. V. et Monteiller, V. (2011). Seismic tomography at Popocatepetl volcano, Mexico. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 200 : 234–244. (Cité page 119)

BIBLIOGRAPHIE

- Béthoux, N., Sue, C., Paul, A., Virieux, J., Fréchet, J., Thouvenot, F. et Cattaneo, M. (2007). Local tomography and focal mechanisms in the south-western Alps : Comparison of methods and tectonic implications. *Tectonophysics*, 432 : 1–19. (Cité pages 163 et 236)
- Béthoux, N., Theunissen, T., Beslier, M.-O., Font, Y., Thouvenot, F., Dessa, J.-X., Simon, S., Courrioux, G. et Guillen, A. (2016). Earthquake relocation using a 3D a-priori geological velocity model from the western Alps to Corsica : Implication for seismic hazard. *Tectonophysics*, 670 : 82–100. (Cité page 79)
- Blundell, D., Freeman, R. et Mueller, S. (1992). *A continent revealed : the European Geotransverse*. Cambridge University Press. (Cité pages 17 et 154)
- Bousquet, R., Schmid, S. M., Zeilinger, G., Oberhänsli, R., Rosenberg, C., Molli, G., Robert, C., Wiederkehr, M. et Rossi, P. (2012). Tectonic framework of the Alps, CCGM/CGMW. url : http://www.geodynalps.org/tecto/index_fr.html. (Cité pages 17, 155, 156 et 235)
- Bucher, S., Ulardic, C., Bousquet, R., Ceriani, S., Fügenschuh, B., Gouffon, Y. et Schmid, S. M. (2004). Tectonic evolution of the Briançonnais units along a transect (ECORS-CROP) through the Italian-French Western Alps. *Eclogae geol. Helv.*, 97 : 321–345. (Cité page 156)
- Burkhard, M. et Sommaruga, A. (1988). Evolution of the western Swiss molasse basin : structural relations with the Alps and the Jura belt. Dans Mascle, A., Puigdefàbregas, C., Luterbacher, H. P. et Fernandez, M. (éditeurs) : *Cenozoic Foreland Basins of Western Europe*, volume 134, pages 279–298. Geological Society of London — Special Publications. (Cité page 156)
- Campillo, M. et Paul, A. (2003). Long-range correlations in the diffuse seismic coda. *Science*, 299 : 547–549. (Cité page 117)
- Cattaneo, M., Augliera, P., Parolai, S. et Spallarossa, D. (1999). Anomalously deep earthquakes in northwestern Italy. *Journal of Seismology*, 3 : 421–435. (Cité page 26)
- Chamot-Rooke, N., Jestin, F. et Gaulier, J.-M. (1997). Constraints on Moho depth and crustal thickness in the Liguro-Provençal basin from a 3D gravity inversion : geodynamic implications. *Revue de l'Institut Français de Pétrole*, 52 (6) : 557–583. (Cité pages 17, 181, 182 et 237)
- Chandler, R. (1975). On tracing seismic rays with specified end points. *J. Geophys.*, 41 : 173–177. (Cité page 92)
- Chang, S. J., van der Lee, S., Flanagan, M. P., Bedle, H., Marone, F., Matzel, E. M., Pasyanos, M. E., Rodgers, A. J., Romanowicz, B. et Schmid, C. (2010). Joint inversion for three-dimensional S velocity mantle structure along the Tethyan margin. *J. Geophys. Res.*, 115 : 22 pages. (Cité page 82)
- Chantraine, J., Autran, A., Cavelier, C. et coll. (1996). Carte géologique de la France à 1 : 1 000 000, 6^e édition, BRGM. url : <http://www.brgm.fr/>. (Cité pages 153 et 235)

- Closs, H. et Labrouste, Y. (1963). *Recherches séismologiques dans les Alpes occidentales au moyen des grandes explosions en 1956, 1958 et 1960*. Mém. Coll. Année géophys. Int. ; 12, CNRS, Paris. (Cité page 158)
- Cody, W. J. (1969). Rational Chebyshev approximations for the Error function. *Mathematics of Computation*, 23 : 631–637. (Cité pages 128 et 229)
- De Kool, M., Rawlinson, N. et Sambridge, M. (2006). A practical grid-based method for tracking multiple refraction and reflection phases in three-dimensional heterogeneous media. *Geophys. J. Int.*, 167 : 253–270. (Cité pages 95 et 233)
- Dessa, J.-X., Simon, S., Lelievre, M., Beslier, M.-O., Deschamps, A., Béthoux, N., Solarino, S., Sage, F., Eva, E., Ferretti, G., Bellier, O. et Eva, C. (2011). The GROSMarin experiment : three dimensional crustal structure of the North Ligurian margin from refraction tomography and preliminary analysis of microseismic measurements. *Bulletin de la Société Géologique de France*, 182 (4) : 305–321. (Cité page 182)
- Di Stephano, R., Kissling, E., Chiarabba, C., Amato, A. et Giardini, D. (2009). Shallow subduction beneath Italy : Three-dimensional images of the Adriatic-European-Tyrrhenian lithosphere system based on high-quality P wave arrival times. *J. Geophys. Res.*, 114 (B05305) : 1–17. (Cité pages 17, 154, 155, 157, 168, 235 et 236)
- Diehl, T. (2008). *3-D Seismic Velocity Models of the Alpine Crust from Local Earthquake Tomography*. Thèse de doctorat, ETH, Zürich (Suisse). (Cité pages 41 et 43)
- Diehl, T., Deichmann, N., Kissling, E. et Husen, S. (2009a). Automatic S-Wave picker for local earthquake tomography. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 99 (3) : 1906–1920. (Cité page 41)
- Diehl, T., Husen, S., Kissling, E. et Deichmann, N. (2009b). High-resolution 3-D P-wave model of the Alpine crust. *Geophys. J. Int.*, 179 : 1133–1147. (Cité pages 17, 41, 82, 117, 154, 155, 156, 157, 163, 166, 181, 182, 183, 235, 236 et 237)
- Diehl, T., Kissling, E., Husen, S. et Aldersons, F. (2009c). Consistent phase picking for regional tomography models : application to the greater Alpine region. *Geophys. J. Int.*, 176 : 542–554. (Cité pages 41 et 156)
- Eberhart-Phillips, D. (1986). Three-dimensional velocity structure in northern California coast ranges from inversion of local earthquake arrival times. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 76 (4) : 1025–1052. (Cité pages 93 et 117)
- Eberhart-Phillips, D. (1990). Three-dimensional P and S velocity structure in the Coalinga region, California. *J. Geophys. Res.*, 95 (B10) : 15343–15363. (Cité pages 93 et 117)
- Fomel, S., Luo, S. et Zhao, H. (2009). Fast sweeping method for the factored eikonal equation. *Journal of Computational Physics*, 228 (17) : 6440–6455. (Cité page 95)
- Fréchet, J. (1985). *Sismogenèse et doublets sismiques*. Thèse d'État, 207 pages, Université Sci. Technol. Medic. Grenoble. (Cité page 119)

BIBLIOGRAPHIE

- Fréchet, J. (2005). Hypref. url : <http://sismalp.obs.ujf-grenoble.fr/ftp-sismalp/>. (Cité pages 36, 106 et 112)
- Fréchet, J. et Rivera, L. (2012). Horizontal pendulum development and the legacy of Ernst von Rebeur-Paschwitz. *Journal of Seismology*, 16 : 315–343. (Cité page 105)
- Fréchet, J., Thouvenot, F., Frogneux, M., Deichmann, N. et Cara, M. (2011). The M_w 4.5 Val-lorcine (French Alps) earthquake of 8 September 2005 and its complex aftershock sequence. *J. Seismol.*, 15 : 43 – 58. (Cité pages 175, 176 et 237)
- Fréchet, J., Thouvenot, F., Jenatton, L., Hoang-Trong, P. et Frogneux, M. (1996). Le séisme du Grand-Bornand (Haute-Savoie) du 14 décembre 1994 : un coulissage dextre dans le socle subalpin. *C.R. Acad. Sci. Paris.*, 323 : 517–524. (Cité page 109)
- Gebrande, H., Lüschen, E., Bopp, M., Bleibinhaus, F., Lammerer, B., Oncken, O., Stiller, M., Kummerow, J., Kind, R., Millahn, K., Grassl, H., Neubauer, F., Bertelli, L., Borrini, D., Fantoni, R., Pessina, C., Sella, M., Castellarin, A., Nicolich, R., Mazzotti, A. et Bernabini, M. (2001). European orogenic processes research transects the Eastern Alps. *EOS Trans. AGU*, 82 (453) : 460–461. TRANSALP Working Group. (Cité pages 17 et 154)
- Gebrande, H., Lüschen, E., Bopp, M., Bleibinhaus, F., Lammerer, B., Oncken, O., Stiller, M., Kummerow, J., Kind, R., Millahn, K., Grassl, H., Neubauer, F., Bertelli, L., Borrini, D., Fantoni, R., Pessina, C., Sella, M., Castellarin, A., Nicolich, R., Mazzotti, A. et Bernabini, M. (2002). First deep seismic reflection images of the Eastern Alps reveal giant crustal wedges and transcrustal ramps. *Geophys. Res. Lett.*, 29 (10) : 92, 1–4. TRANSALP Working Group ; Correction published 9 August 2006. (Cité page 156)
- Geiger, L. (1912). Probability method for the determination of earthquake epicenters from the arrival time only (translated from Geiger's 1910 German article). *Bulletin of St. Louis University*, 8 (1) : 56–71. (Cité page 106)
- Got, J.-L., Fréchet, J. et Klein, F. W. (1994). Deep fault plane geometry inferred from multiplet relative relocation beneath the south flank of Kilauea. *J. Geophys. Res.*, 99 (B8) : 15375–15386. (Cité page 119)
- Grad, M., Tiira, T. et ESC Working Group (2009). The Moho depth map of the European Plate. *Geophys. J. Int.*, 176 : 279–292. (Cité pages 17, 181, 182 et 237)
- Grandjean, G., Mennechet, C., Debeglia, N. et Bonijoly, D. (1998). Insuring the quality of gravity data. *Eos, Transactions, American Geophysical Union*, 79 (18) : 217 – 221. (Cité pages 185, 187 et 238)
- Grellet, B., Combes, P., Granier, T., Philip, H. et Mohammadioun, B. (1993). Sismotectonique de la France métropolitaine dans son cadre géologique et géophysique, avec atlas de 23 cartes au 1/250 000 et une carte au 1/1 000 000. *Mémoire de la société géologique de France*, 164 (1 & 2) : 76 p., 24 pl. et 1 carte. (Cité pages 17, 181, 182, 183 et 237)

- Handy, M. R., Ustaszewski, K. et Kissling, E. (2014). Reconstructing the Alps–Carpathians–Dinarides as a key to understanding switches in subduction polarity, slab gaps and surface motion. *Int. J. Earth Sci.*, 104 : 1 – 26. (Cité pages 17 et 156)
- Hansen, C. (1992). Analysis of discrete ill-posed problems by mean of the L-curve. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 34 (4) : 561–580. (Cité pages 118 et 136)
- Heris, X. (2014). Automatisation des pointés d’ondes de volume P pour la localisation de séismes. Mémoire de Master 1, Université Joseph-Fourier. (Cité pages 41, 42 et 232)
- Huber, P. J. (1964). Robust estimation of a location parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*, 35 (1) : 73–101. (Cité page 126)
- Jenatton, L., Guiguet, R., Thouvenot, F. et Daix, N. (2007). The 16,000-event 2003–2004 earthquake swarm in Ubaye (French Alps). *J. Geophys. Res.*, 112 (B11304) : 13 pages. (Cité page 27)
- Jolivet, L. (1995). *La déformation des continents, exemples régionaux*. Hermann, Paris. (Cité page 151)
- Julian, B. R. et Gubbins, D. (1977). Three-dimensional seismic ray tracing. *J. Geophys.*, 43 : 95–113. (Cité page 92)
- Keller, H. B. (1968). *Numerical methods for two-point boundary-value problems*. Blaisdell, Waltham, Massachusetts. (Cité page 92)
- Kennett, B. L. N., Engdahl, E. R. et Buland, R. (1995). Constraints on seismic velocities in the Earth from traveltimes. *Geophys. J. Int.*, 122 : 108–124. (Cité pages 80, 158, 180 et 191)
- Kissling, E., Ellsworth, W. L., Eberhart-Phillips, D. et Kradolfer, U. (1994). Initial reference models in local earthquake tomography. *J. Geophys. Res.*, 99 (B10) : 19635 – 19646. (Cité page 118)
- Koulakov, I. (2009). LOTOS code for local earthquake tomographic inversion : Benchmarks for testing tomographic algorithms. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 99 (1) : 194–214. (Cité pages 93, 117 et 118)
- Latorre, D., Virieux, J., Monfret, T., Monteiller, V., Vanorio, T., Got, J.-L. et Lyon-Caen, H. (2004). A new seismic tomography of Aigion area (Gulf of Corinth, Greece) from the 1991 data set. *Geophys. J. Int.*, 159 : 1013–1031. (Cité pages 96, 98 et 122)
- Lee, W. H. K. et Lahr, J. C. (1975). HYPO71 (revised) : a computer program for determining hypocenter, magnitude, and first motion pattern of local earthquakes. U. S. Geological Survey. (Cité pages 36, 105 et 106)
- Lemoine, M., de Graciansky, P.-C. et Tricart, P. (2000). *De l’océan à la chaîne de montagnes, tectonique des plaques dans les Alpes*. Gordon and Breach Science Publishers. (Cité page 151)

BIBLIOGRAPHIE

- Lévêque, J.-J., Rivera, L. et Wittlinger, G. (1993). On the use of the checker-board test to assess the resolution of tomographic inversions. *Geophys. J. Int.*, 115 : 313–318. (Cité page 146)
- Lippitsch, R., Kissling, E. et Ansorge, J. (2003). Upper mantle structure beneath the Alpine orogen from high-resolution teleseismic tomography. *J. Geophys. Res.*, 108 (B8) : 2376, 1 – 15. (Cité pages 17, 82, 117, 146 et 154)
- Lomax, A., Michelini, A. et Curtis, A. (2009). Earthquake location, direct, global-search methods. *Dans Complexity In Encyclopedia of Complexity and System Science*, chapitre 5, pages 2449–2473. Springer, New York. (Cité page 107)
- Lomax, A., Virieux, J., Volant, P. et Berge, C. (2000). Probabilistic earthquake location in 3D and layered models : Introduction of a Metropolis-Gibbs method and comparison with linear locations. *Dans Thurber, C. et Rabinowitz, N. (éditeurs) : Advances in Seismic Event Location*, chapitre 5, pages 101–134. Kluwer Academic Publishers, Amsterdam. (Cité page 107)
- Marone, F., van der Lee, S. et Giardini, D. (2004). Three-dimensional upper-mantle S-velocity model for the Eurasia-Africa plate boundary region. *Geophys. J. Int.*, 158 : 109–130. (Cité page 82)
- Ménard, G. (1979). *Relations entre structures profondes et structures superficielles dans le Sud-Est de la France. Essai d'utilisation de données géophysiques*. Thèse de doctorat, Grenoble. (Cité pages 17, 181, 182 et 237)
- Monteiller, V. (2005). *Tomographie à l'aide de décalages temporels d'ondes sismiques P : développements méthodologiques et applications*. Thèse de doctorat, Université de Savoie, Bourget-du-Lac (73). (Cité pages 72, 96, 97 et 119)
- Monteiller, V., Chevrot, S., Komatitsch, D. et Fuji, N. (2013). A hybrid method to compute short-period synthetic seismograms of teleseismic body waves in a 3-D regional model. *Geophys. J. Int.*, 192 (1) : 230–247. (Cité page 117)
- Monteiller, V., Chevrot, S., Komatitsch, D. et Yi, W. (2015). Three-dimensional full waveform inversion of short-period teleseismic wavefields based upon the SEM–DSM hybrid method. *Geophysical Journal International*, 202 (2) : 811–827. (Cité page 117)
- Monteiller, V., Got, J.-L., Virieux, J. et Okubo, P. (2005). An efficient algorithm for double-difference tomography and location in heterogeneous media, with an application to the kilauea volcano. *J. Geophys. Res.*, 110 : 1 – 22. (Cité pages 68 et 119)
- Monteiller, V., Métaxian, J.-P., Valette, B. et Araujo, S. (2010). Seismic tomography of Cotopaxi volcano, Ecuador : a two-scale approach. non publié à ce jour. (Cité page 119)
- Muther, N., Kissling, E. et Gerya, T. (2012). Resolution assessment in teleseismic tomography : application to Alpine-Mediterranean convergence belt. Mémoire de Master 2, ETH Zürich. (Cité page 146)

- Nicolas, A., Hirn, A., Nicolich, R., Polino, R. et ECORS-CROP Working Group (1990). Lithospheric wedging in the western Alps inferred from the ECORS-CROP traverse. *Geology*, 18 : 587–590. (Cité page 158)
- Paige, C. C. et Saunders, M. A. (1982). LSQR : An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 8 (1) : 43–71. (Cité page 68)
- Paul, A., Cattaneo, M., Thouvenot, F., Spallarossa, D., Béthoux, N. et Fréchet, J. (2001). A three-dimensional crustal velocity model of the southwestern Alps from local earthquake tomography. *J. Geophys. Res.*, 106 (B9) : 19367–19389. (Cité pages 17, 117, 154, 156, 157, 163 et 236)
- Pfiffner, O., Lehner, P., Heitzmann, P., Müller, S. et Steck, A. (1997). *Deep Structure of the Swiss Alps, Results of NRP20*. Studia Geophysica et Geodaetica, Birkhauser, Verlag, Basel. (Cité pages 17 et 154)
- Piromallo, C. et Morelli, A. (2003). P wave tomography of the mantle under the Alpine-Mediterranean area. *J. Geophys. Res.*, 108 (B2) : 23 pages. (Cité page 117)
- Podvin, P. et Lecomte, I. (1991). Finite difference computation of traveltimes in very contrasted velocity models : a massively parallel approach and its associated tools. *Geophys. J. Int.*, 105 : 271–284. (Cité pages 81, 90, 93, 94, 96, 108, 192 et 232)
- Polino, R., Dal Piaz, G. V. et Gosso, G. (1990). Tectonic erosion at the Adria margin and accretionary processes for the Cretaceous orogeny of the Alps. Dans Roure, F., Heitzmann, P. et Polino, R. (éditeurs) : *Deep structure of the Alps*. Mémoires de la Société Géologique de France, 156 ; Mémoire de la Société Géologique de Suisse, 1 ; Speciale Società Geologica Italiana, 1. (Cité page 156)
- Potin, B., Monteiller, V., Valette, B. et Thouvenot, F. (2012). Locating earthquakes in the western Alps with a probabilistic approach using a tomographic model and a 26,000-event database (poster). *Conférence : AGU Fall Meeting*. (Cité page 119)
- Potin, B., Valette, B., Thouvenot, F. et Monteiller, V. (2014). Imaging the crust of the Western Alps using travel times from 30,000 earthquakes (talk). *Conférence : EGU General Assembly*. (Cité page 119)
- Potin, B., Valette, B., Thouvenot, F. et Monteiller, V. (2015a). From local earthquake tomography to Moho topography beneath the western Alps (talk). *Conférence : EGU General Assembly*. (Cité page 119)
- Potin, B., Valette, B., Thouvenot, F. et Monteiller, V. (2015b). Western Alps tomography and Moho topography based on 35,000 local earthquakes (solicited talk). *Conférence : E. Argand Alpine Workshop*. (Cité page 119)

BIBLIOGRAPHIE

- Poupinet, G., Ellsworth, W. L. et Fréchet, J. (1984). Monitoring velocity variations in the crust using earthquake doublets : An application to the Calaveras fault, California. *J. Geophys. Res.*, 89 (B7) : 5719–5731. (Cité page 119)
- Rawlinson, N. et Spakman, W. (2016). On the use of sensitivity tests in seismic tomography. *Geophys. J. Int.*, 205 : 1221–1243. (Cité page 146)
- Robert, C. et Bousquet, R. (2013). *Géosciences, la dynamique du système Terre*. Belin. (Cité page 151)
- Roberts, S. M. et Shipman, J. S. (1972). *Two-point boundary value problem : shooting methods*. Elsevier, New York. (Cité page 92)
- Roure, F., Bergerat, F., Damotte, B., Mugnier, J. et Polino, R. (1996). *The ECORS-CROP Alpine seismic traverse*, volume 170. Mémoires de la Société Géologique de France. (Cité pages 17, 154 et 156)
- Roure, F., Heitzmann, P. et Polino, R. (éditeurs) (1990). *Deep structure of the Alps*. Mémoires de la Société Géologique de France ; Mémoire de la Société Géologique de Suisse ; Speciale Società Geologica Italiana. (Cité pages 17 et 154)
- Schaeffer, A. J. et Lebedev, S. (2013). Global shear speed structure of the upper mantle and transition zone. *Geophys. J. Int.*, 194 : 417–449. (Cité page 82)
- Schmid, S. M., Fügenschuh, B., Kissling, E. et Schuster, R. (2004). Tectonic map and overall architecture of the Alpine orogen. *Eclogae geol. Helv.*, 97 : 93–117. (Cité page 156)
- Schmid, S. M. et Kissling, E. (2000). The arc of the western Alps in the light of geophysical data on deep crustal structure. *Tectonics*, 19 (1) : 62–85. (Cité pages 17 et 156)
- Schreiber, D. (2010). *Modélisation géométrique 3-D et champs de déformations dans les Alpes du sud*. Thèse de doctorat, Université de Nice-Sophia-Antipolis, Sophia-Antipolis. (Cité page 151)
- Schreiber, D., Lardeaux, J.-M., Martelet, G., Courrioux, G. et Guillen, A. (2010). 3-D modelling of Alpine Mohos in Southwestern Alps. *Geophys. J. Int.*, 180 : 961–975. (Cité pages 17, 181, 182 et 237)
- Sénéchal, G. et Thouvenot, F. (1991). Geometrical migration of line-drawings : a simplified method applied to ECORS data. *Geodynamics 22 : Continental Lithosphere : Deep Seismic Reflections*, American Geophysical Union, pages 401–407. (Cité pages 165 et 236)
- Shapiro, N. M. et Campillo, M. (2004). Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophys. Res. Lett.*, 31 (L07614) : 1–4. (Cité page 117)
- Singer, J., Diehl, T., Husen, S., Kissling, E. et Duretz, T. (2014). Alpine lithosphere slab roll-back causing lower crustal seismicity in northern foreland. *EPSL*, 397 : 42–56. (Cité page 26)

- Solarino, S., Kissling, E., Sellami, S., Smriglio, G., Thouvenot, F., Granet, M., Bonjer, K. P. et Sleijko, D. (1997). Compilation of a recent seismicity data base of the greater Alpine region from several seismological networks and preliminary 3D tomographic results. *Annali di geofisica*, 11 (1) : 161–174. (Cité pages 17, 117, 154 et 156)
- Stehly, L., Fry, B., Campillo, M., Shapiro, N. M., Guilbert, J. et Boschi, L. (2009). Tomography of the Alpine region from observations of seismic ambient noise. *Geophys. J. Int.*, 178 : 338 – 350. (Cité pages 17, 117, 181, 182 et 237)
- Tarantola, A. et Valette, B. (1982a). Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20 (2) : 219–232. (Cité pages 49 et 63)
- Tarantola, A. et Valette, B. (1982b). Inverse problems = quest for information. *Journal of Geophysics*, 50 : 159–170. (Cité pages 49, 57, 58 et 67)
- Tardy, M., Bertrand, J.-M., Deville, E., Fudral, S., Ganne, J., Jouanne, F. et Philippe, Y. (2004). Coupe crustale des Alpes Occidentales — Transect Ile Crémieu – Torino. Poster. (Cité pages 17, 156, 165 et 236)
- Tardy, M., Deville, E., Fudral, S., Guellec, S., Ménard, G., Thouvenot, F. et Vialon, P. (1990). Interprétation structurale des données du profil de sismique réflexion profonde ECROS-CROP Alpes entre le front Pennique et la ligne du Canavese (Alpes Occidentales). Dans Roure, F., Heitzmann, P. et Polino, R. (éditeurs) : *Deep structure of the Alps*. Mémoires de la Société Géologique de France (156) ; Mémoire de la Société Géologique de Suisse (1) ; Speciale Società Geologica Italiana (1). (Cité page 156)
- Theunissen, T., Chevrot, S., Sylvander, M., Monteiller, V., Villasenor, A., Benahmed, S. et Calvet, M. (2013). 3-D crustal and lithospheric structure of the Pyrenean orogenic wedge. *Conférence : EGU General Assembly*. (Cité page 119)
- Thouvenot, F. et Bouchon, M. (2008). What is the lowest magnitude threshold at which an earthquake can be felt or heard, or objects thrown into the air ? Dans Fréchet, J., Meghraoui, M. et Stucchi, M. (éditeurs) : *Modern Approaches in Solid Earth Sciences*, chapitre Historical Seismology : Interdisciplinary Studies of Past and Recent Earthquakes, pages 313–326. Springer, Dordrecht. (Cité page 112)
- Thouvenot, F., Fréchet, J., Jenatton, L. et Gamond, J.-F. (2003). The Belledonne Border Fault : identification of an active seismic strike-slip fault in the western Alps. *Geophys. J. Int.*, 155 : 174–192. (Cité pages 109 et 176)
- Thouvenot, F., Fréchet, J., Tapponnier, P., Thomas, J.-C., Brun, B. L., Ménard, G., Lacassin, R., Jenatton, L., Grasso, J.-R., Coutant, O., Paul, A. et Hatzfeld, D. (1998). The M_L 5.3 Epagny (French Alps earthquake of 1996 July 15 : a long-awaited event on the Vuache Fault. *Geophys. J. Int.*, 135 : 876–892. (Cité page 109)

BIBLIOGRAPHIE

- Thouvenot, F., Jenatton, L., Scafidi, D., Turino, C., Potin, B. et Ferretti, G. (2016). Encore Ubaye : Earthquake swarms, foreshocks, and aftershocks in the southern French Alps. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 106 (5) : 14 pages. (Cité pages 112 et 178)
- Thouvenot, F., Paul, A., Fréchet, J., Béthoux, N., Jenatton, L. et Guiguet, R. (2007). Are there really superposed Mohos in the southwestern Alps ? new seismic data from fan-profiling reflections. *Geophys. J. Int.*, 170 : 1180–1194. (Cité pages 17, 181, 182 et 237)
- Thouvenot, F., Sénéchal, G., Truffert, C. et Guellec, S. (1996). Comparison between two techniques of line-drawing migration (ray tracing and common tangent method). Dans Roure, F., Bergerat, F., Damotte, B., Mugnier, J.-L. et Polino, R. (éditeurs) : *The ECORS-CROP Alpine Seismic Traverse*, volume 170, pages 53–59. Mémoires de la Société Géologique de France. (Cité pages 165 et 236)
- Thurber, C. H. (1983). Earthquake locations and three-dimensional crustal structure in the Coyote Lake area, central California. *J. Geophys. Res.*, 88 (B10) : 8226–8236. (Cité pages 93 et 117)
- Turrini, C., Angeloni, P., Lacombe, O., Ponton, M. et Roure, F. (2015). Three-dimensional seismo-tectonics in the Po Valley basin, Northern Italy. *Tectonophysics*, 661 : 156–179. (Cité page 79)
- Um, J. et Thurber, C. (1987). A fast algorithm for two-point seismic ray tracing. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 77 (3) : 972–986. (Cité pages 93 et 117)
- Valasek, P., Mueller, S., Frei, W. et Holliger, K. (1991). Results of NFP 20 seismic reflexion profiling along the Alpine section of the European Geotraverse (EGT). *Geophys. J. Int.*, 105 : 85–102. (Cité pages 17 et 154)
- Valette, B. (2011). Inversion of geophysical data. Dans *EFIDIR : Extraction and Fusion of Information for Displacement measurement from SAR Imagery*. Ecole de Physique des Houches, Chamonix. (Cité pages 49, 63, 64, 67, 69, 74 et 125)
- Vergely, J.-L., Valette, B., Lallement, R. et Raimond, S. (2010). Spatial distribution of interstellar dust in the Sun's vicinity. *Astronomy & Astrophysics*, 518 (A31) : 12 pages. (Cité pages 69 et 74)
- Vidale, J. (1988). Finite-difference calculation of traveltimes. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 78 (6) : 2062–2076. (Cité page 97)
- Vidale, J. E. (1990). Finite-difference calculation of traveltimes in three dimensions. *Geophysics*, 55 (5) : 521–526. (Cité pages 93 et 94)
- Virieux, J. (1991). Fast and accurate ray tracing by Hamiltonian perturbation. *J. Geophys. Res.*, 96 (B1) : 579–594. (Cité page 92)

- Wagner, M., Kissling, E. et Husen, S. (2012). Combining controlled-source seismology and local earthquake tomography to derive a 3D crustal model of the western Alpine region. *Geophys. J. Int.*, 191 : 789–802. (Cité pages 17, 156, 163, 166, 180, 181, 183, 187, 188, 236, 237 et 238)
- Waldhauser, F., Kissling, E., Ansorge, J. et Mueller, S. (1998). Three-dimensional interface modelling with two-dimensional seismic data : the Alpine crust–mantle boundary. *Geophys. J. Int.*, 135 : 264–278. (Cité pages 180, 185, 187, 188 et 238)
- Ye, S., Ansorge, J., Kissling, E. et Mueller, S. (1995). Crustal structure beneath the eastern Swiss Alps derived from seismic refraction data. *Tectonophysics*, 242 : 199–221. (Cité pages 17, 156, 168 et 236)
- Zhao, D., Hasegawa, A. et Horiuchi, S. (1992). Tomographic imaging of P and S wave velocity structure beneath northeastern Japan. *J. Geophys. Res.*, 97 (B13) : 19909–19928. (Cité page 157)
- Zhao, L., Paul, A., Guillot, S., Solarino, S., Malusà, M. G., Zheng, T., Aubert, C., Salimbeni, S., Dumont, T., Schwartz, S., Zhu, R. et Wang, Q. (2015). First seismic evidence for continental subduction beneath the Western Alps. *Geology*, 43 (9) : 815–818. (Cité pages 17, 117, 154, 156, 158, 162, 185, 187, 236 et 238)
- Ziegler, P. A. et Dèzes, P. (2006). Crustal evolution of western and central Europe. *Geological Society of London*, 32 : 43–56. (Cité pages 17, 181, 182, 183 et 237)

Annexe A

Liste des stations

Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)	Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)
AIGL	6.95383	46.34150	800	BRAN	6.47300	46.93800	1193
ALLS	6.10917	45.42900	632	BRI	8.07333	46.75883	700
ANTF	7.12300	43.56400	54	BROM	6.06683	45.94500	535
APL	8.24283	46.94967	880	BRVS	6.72450	44.46917	1710
AURF	7.32750	43.88733	1040	BVT	9.81583	44.47400	1010
AUTN	7.42750	43.99550	2065	CABF	6.08750	46.61117	1070
BACM	10.07217	44.27833	490	CALI	9.83483	44.24133	410
BERF	5.69050	43.31300	1030	CALN	6.88950	43.75217	1430
BERN	10.02317	46.41333	2310	CALT	9.83483	44.24133	410
BHB	7.26333	44.84167	530	CBB	6.85517	44.59717	1990
BIBA	7.93033	46.30267	660	CEP6	7.74833	43.91917	1050
BIS	8.97217	46.40183	0	CH03	5.85817	45.80617	390
BLB	7.26333	44.83517	585	CHDW	9.87950	46.78050	1876
BLBA	7.26333	44.83517	585	CHI2	8.83617	46.41917	810
BNAL	8.42500	46.87050	1540	CHME	9.38050	47.04933	1080
BNI	6.67517	45.05033	1395	CIRO	7.56817	45.60200	2516
BO02	5.85733	45.67067	285	CNDS	5.47317	45.89250	420
BO07	5.85567	45.67233	332	CODM	9.85000	44.39083	350
BOB	9.44817	44.76667	930	CREF	6.62283	44.54950	1680
BORS	9.82317	44.24533	510	CROS	6.93167	46.03650	1275
BR3S	5.33667	45.30400	570	CT01	4.79917	44.25617	167

LISTE DES STATIONS

Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)	Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)
CT02	4.91383	44.28733	164	CT38	7.74833	45.01867	463
CT03	5.02750	44.32433	450	CT39	7.79283	45.07233	589
CT04	5.14767	44.37100	454	CT40	7.91700	45.06933	460
CT05	5.26767	44.37050	575	CT41	8.04267	45.08667	479
CT06	5.38717	44.38233	745	CT42	8.17283	45.09900	359
CT07	5.51700	44.41050	830	CT43	8.31733	45.09217	282
CT08	5.60517	44.41183	901	CT44	8.42650	45.06567	230
CT09	5.71433	44.42950	776	CT45	8.54250	45.04417	149
CT10	5.79400	44.43733	895	CT46	8.66867	44.98900	240
CT11	5.90267	44.45367	1037	CT47	5.18650	43.92850	435
CT12	5.98267	44.47517	1007	CT49	6.62467	44.18033	1313
CT13	6.05583	44.45967	687	CT50	7.32000	44.56200	751
CT14	6.13750	44.46083	725	CT51	5.43183	44.71350	619
CT15	6.23617	44.46933	805	CT52	6.40000	45.03000	2159
CT16	6.31400	44.47717	1086	CT53	6.79000	45.22150	1537
CT17	6.35767	44.50417	1174	CT54	7.34467	45.36033	898
CT18	6.45550	44.50067	1188	CT55	7.90017	45.50017	375
CT19	6.51983	44.54083	1226	CT56	8.51367	45.57817	270
CT20	6.53883	44.58533	1128	CTL8	9.76217	45.27633	138
CT21	6.56867	44.65400	1171	CUNA	8.71083	46.63483	1960
CT22	6.62483	44.66633	1067	CURA	8.84667	46.67117	1400
CT23	6.68483	44.66417	1531	DAV	9.84867	46.86017	2300
CT24	6.74483	44.72883	1598	DAVN	9.79667	46.83683	2800
CT25	6.77050	44.72550	1586	DAVO	9.87950	46.78050	1876
CT26	6.80417	44.76500	1733	DAVS	9.79433	46.83933	2800
CT27	6.87983	44.76617	1983	DAVX	9.87967	46.78067	1830
CT28	6.92367	44.79533	1684	DIX	7.40817	46.08050	2410
CT29	6.95483	44.77417	1671	DIX2	7.40367	46.08333	2190
CT30	7.03933	44.77317	1789	DOET	8.87733	46.53233	1771
CT31	7.08133	44.79817	1006	DOI	7.24533	44.50350	1015
CT32	7.13017	44.80917	780	EMBD	7.83217	46.21650	1180
CT33	7.20100	44.82500	760	EMS	6.93100	46.06683	1780
CT34	7.25817	44.82750	626	EMV	6.89967	46.06433	2210
CT35	7.33283	44.92133	430	ENR	7.41833	44.22950	1030
CT36	7.39467	44.98933	864	ENRA	7.41833	44.22950	1030
CT37	7.49667	45.03500	438	ENR_	7.41833	44.22950	1030

Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)	Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)
ESCA	7.37100	43.82500	550	LACH	7.77167	46.41550	2160
ESIO	7.34767	46.22683	482	LARN	5.75550	45.02817	1205
FENE	7.06267	45.03017	1000	LAUC	7.77167	46.41550	2160
FENM	7.06267	45.03017	1000	LEPF	5.70200	43.52300	345
FIES	8.11033	46.43533	2338	LKB1	7.62817	46.38833	1550
FIN	8.20883	44.20817	600	LKB2	7.64433	46.37450	2128
FINA	8.20883	44.20817	600	LLS	9.00833	46.84683	1740
FINB	8.32533	44.17750	85	LLS2	9.00717	46.84667	1809
FRF	6.64683	43.56067	310	LMR	6.50917	43.33383	200
FUSO	8.66317	46.45483	1480	LPG	6.75150	45.49767	2570
GANF	5.90867	43.99783	650	LPL	6.73233	45.51650	2070
GBOS	7.83983	44.24167	897	LRG	6.36033	43.45467	110
GDM	6.11633	45.20383	1574	LSD	7.13433	45.45950	2285
GELF	5.42450	43.38367	550	LSDA	7.13433	45.45950	2285
GEN	8.93000	44.41817	54	LUCF	7.34617	43.89250	1087
GENL	8.96967	44.40567	80	LUK1	8.80017	46.56467	1921
GIME	6.26583	46.53467	1130	MBDF	6.77133	44.72700	1520
GIML	6.26583	46.53483	1130	MCGN	7.98783	45.95733	1185
GORR	9.29300	44.60700	621	MDI	9.71133	45.77717	0
GRAM	10.06583	44.49133	871	MELS	9.38267	47.04833	1058
GRIM	8.31883	46.57817	1746	MESS	5.75367	45.07267	495
GRM1	7.86683	43.95633	650	MFSA	8.80800	46.50033	427
GRM2	7.78067	43.85383	260	MFSB	8.80450	46.50550	441
GRM3	7.81467	44.06600	740	MMK	7.96400	46.05050	2210
GRM4	7.71733	44.03167	970	MMK2	7.96167	46.05417	2080
GRM5	7.93200	43.85200	230	MNQS	5.78333	43.83333	380
GRM7	7.74700	43.91800	1050	MONA	7.42367	43.73033	0
GRN	5.74517	45.24250	1040	MONC	7.92700	45.07400	480
GROG	9.89200	43.42617	118	MONE	7.75500	44.07950	1320
GRYN	7.11117	46.25050	1300	MRGE	7.06100	45.76983	1660
HASI	8.15117	46.75683	1280	MSSA	9.51733	44.31617	930
IMI	7.89317	43.91050	840	MUGI	9.04167	45.92183	878
IMIA	7.89317	43.91050	840	MUGO	9.04167	45.92183	830
IN05	5.88483	45.75017	469	MUO	8.63717	46.96767	1920
ISO	7.05000	44.18400	910	MVIF	7.15250	43.89633	1480
JAUF	6.75000	44.42917	1585	NALP	8.74833	46.59517	2296

LISTE DES STATIONS

Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)	Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)
NARA	8.89817	46.46033	1450	OG30	6.77750	44.10950	1350
NEC	6.94867	47.00633	600	OG31	7.13483	44.13150	1035
NEGI	7.70383	43.84767	640	OG32	6.55933	43.81033	1130
NOV1	6.81383	46.38867	465	OG33	7.08717	44.09183	1195
NOV2	6.87383	46.37183	375	OG34	5.96000	46.01133	445
NOV3	6.94033	46.43367	1091	OG35	5.57150	46.04450	900
NOV4	6.85983	46.44750	380	OGAG	6.53800	44.78600	1300
OG01	6.68300	46.33000	1040	OGDI	6.22667	44.10850	845
OG02	6.22083	46.15417	620	OGGM	6.11000	45.20000	1574
OG03	6.73050	46.06667	1000	OGSI	6.75667	46.05617	738
OG04	6.43800	45.91367	1330	OGSM	5.69700	45.60933	546
OG05	5.45833	46.04050	400	ON04	5.82400	45.75200	778
OG06	5.89017	45.88100	650	ORIF	5.88000	44.91833	1082
OG07	6.14100	45.59267	915	ORX	7.98167	45.63167	1230
OG08	5.23967	45.44817	550	ORXA	7.98167	45.63167	1230
OG09	5.83633	45.51233	630	OSS	10.13317	46.68967	1600
OG10	6.27583	45.35217	1035	OSS2	10.14450	46.68667	1600
OG11	6.60950	45.45267	1120	PANX	9.11167	46.82567	1433
OG12	6.90533	45.53750	1550	PCP	8.54517	44.54133	770
OG13	5.39950	45.07333	560	PCPA	8.54517	44.54133	770
OG14	6.11233	44.81517	1090	PIOA	8.78333	46.53733	817
OG15	6.64867	44.91133	1985	PLMA	9.85067	44.04983	22
OG16	5.09750	44.85000	775	PLOS	9.38067	47.04917	1020
OG17	5.76617	44.90667	1140	PRAF	5.16917	43.80450	700
OG18	6.42900	45.19317	1455	PUYF	5.70033	43.53217	460
OG19	5.72600	44.63033	1035	PZZ	7.11600	44.50683	1430
OG20	6.33117	44.61333	1570	PZZA	7.11600	44.50683	1430
OG21	6.61850	44.71550	1395	QLNO	8.34583	44.32450	547
OG22	6.94517	44.82267	1810	REMY	7.15650	45.83783	2448
OG23	7.61850	44.11617	930	REVF	7.36667	43.74433	700
OG24	6.73567	45.22167	1495	REVS	5.88850	45.18267	945
OG25	6.07350	44.36983	1060	RITO	8.67800	46.53450	1822
OG26	5.30217	44.57833	840	ROB	7.88633	44.29583	810
OG27	6.50850	44.39317	1393	ROBA	7.88633	44.29583	810
OG28	5.59750	44.25817	1040	ROM	6.91800	46.75300	620
OG29	6.26500	44.09250	685	RONM	7.59817	43.88133	300

Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)	Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)
RORM	8.06617	44.11217	260	STV	7.32600	44.24550	930
RORO	8.06617	44.11217	260	STV2	7.32600	44.24550	930
ROTM	8.35267	44.84933	221	STVA	7.32600	44.24550	930
RRL	6.79083	44.92083	2130	surf	6.81283	44.48083	1820
RRLA	6.79083	44.92083	2130	SURF	6.81283	44.48083	1820
rsl	6.62550	45.68833	1583	SVIO	7.88033	46.29083	650
RSL	6.62550	45.68833	1583	SVIT	7.88467	46.28967	655
RSP	7.26533	45.14817	1285	TAVF	6.05783	43.61717	689
RSPA	7.26533	45.14817	1285	TE08	5.89583	45.65000	322
SALN	6.97300	46.14417	1885	THES	5.98167	45.29033	960
SAOF	7.55533	43.98633	600	THUI	6.93200	45.68250	2323
SATI	7.86850	45.87533	3005	TMA	8.87250	46.10567	1850
SAYF	7.41717	46.28800	1030	TNXS	6.73900	44.48967	1495
SBF	7.43483	43.86350	847	TONG	8.78983	46.48700	864
SC2M	9.53433	44.40433	664	TORY	6.95867	46.77367	758
SCOU	7.10367	46.85400	600	TOUF	7.24833	44.01350	1830
SCUM	9.53717	44.41633	750	TR01	5.90083	45.67300	359
SENN	7.29933	46.36333	2035	TRAV	7.74700	45.51267	990
SGRA	7.83567	46.19367	1591	TREF	5.38383	43.62417	460
SIE	7.48567	46.34667	2500	TUE	9.34733	46.47217	1924
SIEE	7.47333	46.38533	2910	VANI	7.59683	46.21017	1520
SIMP	8.01950	46.23967	1930	VANN	7.59683	46.21017	1520
SIOM	7.36183	46.22900	495	VARE	8.77000	45.86767	1219
SIOO	7.38317	46.23283	495	VAU	6.06817	45.16017	1455
SIOV	7.36417	46.23517	560	VDL	9.44967	46.48317	1930
SMRF	5.57500	43.97600	654	VDL2	9.47033	46.48633	1930
SMUK	6.94067	46.28633	388	VEA	9.61900	44.88933	330
SMUR	6.92500	46.27717	480	VI06	5.80950	45.83333	319
SNIB	7.80233	46.17717	1110	VILF	5.71533	43.85250	770
SOU	6.81283	44.48083	1820	VIVF	4.67283	44.85617	620
SRGI	5.73033	45.03083	770	WAMI	7.51617	46.32917	1540
SSB	4.54200	45.27917	700	WARB	7.37983	46.28483	1440
SSBG	4.54200	45.27917	700	WAVE	7.25967	46.23167	1120
STAF	7.21617	46.80517	650	WAYE	7.61183	46.17267	1550
STG	6.25000	46.53333	1000	WBAR	7.11417	46.28350	1300
STOF	5.90900	43.99800	650	WGST	7.26717	46.39867	1165

LISTE DES STATIONS

Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)	Nom	Long. (°)	Lat. (°)	Alt. (m)
WIMS	7.62417	46.66650	770	ZZA	7.42200	46.35133	1790
WLEU	7.62800	46.36983	1390	ZZB	7.43733	46.34683	1640
WNAX	7.41933	46.22433	1000	ZZC	7.42767	46.35683	1870
WTOE	7.84033	46.24467	1785	ZZD	7.45467	46.33867	1840
WTOU	7.20033	45.92683	1705	ZZE	7.43733	46.33450	1770
WZMU	7.69917	46.01300	2417	ZZF	7.45400	46.34783	1860
ZEHW	8.65783	46.79967	640	ZZG	7.43467	46.34633	1770
ZFLI	8.27100	46.86400	830				

Annexe B

Changement de variable : loi sécante hyperbolique

B.1 Calcul de la variance de la densité (5.14) par la méthode des résidus

En partant de l'équation 5.14 qui exprime la densité de probabilité :

$$f(x) = \frac{1}{\pi\sigma} \frac{1}{\cosh\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)}$$

La variance de cette fonction peut être déterminée par la méthode des résidus. Par définition :

$$\sigma_f^2 = \frac{1}{\pi\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-x_0)^2}{\cosh\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)} dx \quad (\text{B.1})$$

en notant $u = \frac{x-x_0}{\sigma}$, B.1 prend la forme :

$$\sigma^2(x) = \frac{\sigma^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u^2}{\cosh(u)} du = \frac{\sigma^2}{\pi} I \quad (\text{B.2})$$

Notons que :

$$\cosh u = \frac{\exp(u) + \exp(-u)}{2} = -\frac{\exp(u + i\pi) + \exp(-u - i\pi)}{2} = -\cosh(u + i\pi) \quad (\text{B.3})$$

où i représente le nombre complexe défini par $i^2 = -1$.

En intégrant sur le chemin Γ qui forme un rectangle suivant l'axe des réels de $-\infty$ à $+\infty$ et qui revient suivant la droite d'équation $y = i\pi$ de $+\infty$ à $-\infty$, on obtient par la méthode des résidus :

$$\int_{\Gamma} \frac{u^2}{\cosh(u)} du = I + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(u + i\pi)^2}{\cosh(u)} du = 2I - \pi^3 = 2i\pi \frac{(i\frac{\pi}{2})^2}{\sinh(i\frac{\pi}{2})} = \frac{\pi^3}{2} \quad (\text{B.4})$$

en tenant compte de l'égalité :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\cosh(u)} du = \pi \quad (\text{B.5})$$

On en déduit finalement que $I = \pi^3/4$ et donc :

$$\sigma(x) = \frac{\pi}{2}\sigma \quad (\text{B.6})$$

B.2 Calcul asymptotique de $\text{Erf}^{-1}(x)$ pour x grand

Le caractère quasi-constant de la fonction Erreur pour des valeurs élevées rend le calcul de sa fonction inverse très délicat. Toutefois, ce calcul peut être approximé par un calcul asymptotique permettant d'approcher la fonction Erf^{-1} pour ces grandes valeurs.

Pour rappel, ce calcul intervient dans le changement de variable (5.17) :

$$y(x) = \text{Erf}^{-1} \left[\frac{2}{\pi} \arctan \left(\sinh \left(\frac{x - x_0}{\sigma} \right) \right) \right]$$

et par conséquent dans le calcul de la dérivée (5.18) :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \frac{\exp(y^2)}{\cosh\left(\frac{x-x_0}{\sigma}\right)}$$

Par commodité, nous noterons dans la suite de l'exposé $u = \frac{x-x_0}{\sigma}$

Estimons tout d'abord la valeur de $y(x)$ pour u qui tend vers l'infini : on peut approximer $\text{Erf}(y)$ pour $y \rightarrow \infty$ par l'expression :

$$\text{Erf } y \underset{y \rightarrow \infty}{\sim} 1 - \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{y} \sum_{m=0}^{+\infty} \left[(-1)^m \frac{-\prod_{n=0}^m (2n-1)}{(2y^2)^m} \right] \quad (\text{B.7})$$

Le développement en série de Taylor de la fonction arc tangente est :

$$\arctan y = \sum_{m=0}^{+\infty} \frac{y^{2m+1}}{2m+1} \quad (\text{B.8})$$

Par ailleurs, $\tan\left(\frac{\pi}{2} - v\right) = \frac{1}{\tan v}$, donc si $x = \tan v$, $v = \arctan x$ et $\frac{\pi}{2} - \arctan x = \arctan \frac{1}{x}$. En prenant l'arc tangente de l'expression (5.17), on a donc pour u et y à l'infini :

$$1 - \frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{y} \sum_{m=0}^{+\infty} \left[(-1)^m \frac{-\prod_{n=0}^m (2n-1)}{(2y^2)^m} \right] \underset{(y,u) \rightarrow \infty}{\sim} \frac{2}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{1}{(2k+1)(\sinh u)^{2k+1}} \right] \quad (\text{B.9})$$

On en déduit :

$$\frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{y} \sum_{m=0}^{+\infty} \left[(-1)^m \frac{-\prod_{n=0}^m (2n-1)}{(2y^2)^m} \right] \underset{(y,u) \rightarrow \infty}{\sim} \frac{2}{\pi} \sum_{k=0}^{+\infty} (-1)^k \frac{1}{(2k+1)(\sinh u)^{2k+1}} \quad (\text{B.10})$$

En ne retenant que les premiers termes, on en déduit que :

$$\frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi} y} \underset{y \rightarrow \infty}{\sim} \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sinh u} \quad (\text{B.11})$$

$$\exp(-y^2) \underset{y \rightarrow \infty}{\sim} \frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u) \quad (\text{B.12})$$

$$y \underset{y \rightarrow \infty}{\sim} \sqrt{u} \quad (\text{B.13})$$

La nouvelle variable $y(u)$ varie donc entre $\frac{u}{\sqrt{\pi}}$ pour $u \rightarrow 0$ et \sqrt{u} pour $u \rightarrow +\infty$. La fonction $y(u)$ étant impaire, nous avons réalisé par commodité le changement de variable pour $u \geq 0$ et $y \geq 0$. À partir des premiers termes de part et d'autre de l'égalité (B.10) :

$$\frac{\exp(-y^2)}{\sqrt{\pi} y} \left[1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{4y^4} - \frac{15}{8y^6} + \frac{105}{16y^8} - \frac{945}{32y^{10}} + \frac{10395}{64y^{12}} - \frac{135135}{128y^{14}} \right] \underset{\infty}{\sim} \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{\sinh u} \right] \quad (\text{B.14})$$

À gauche, le terme suivant dans la série est $\frac{2\,027\,025}{256y^{16}}$. Comme $y \sim \sqrt{u}$ à l'infini, on a pour $u = 10$: $\frac{2\,027\,025}{256u^8} = 7,92 \cdot 10^{-5}$; pour $u = 13$: $\frac{2\,027\,025}{256u^8} = 9,71 \cdot 10^{-6}$. À droite, le terme suivant est $\frac{1}{3 \sinh u^3}$.

CHANGEMENT DE VARIABLE : LOI SÉCANTE HYPERBOLIQUE

Si l'on sort $\frac{1}{\sinh u}$ de la série, le membre de droite devient :

$$\frac{2}{\pi \sinh u} \left[1 - \frac{1}{3 \sinh u^2} \right] \sim \frac{2}{\pi \sinh u} \quad (\text{B.15})$$

à moins de $\frac{1}{3 \sinh u^2}$ près car cette série est alternée. Pour $u = 10 : \frac{1}{3 \sinh u^2} = 2,48 \cdot 10^{-44}$ et $\frac{2}{\pi \sinh u} = 5,78 \cdot 10^{-5}$.

On est donc conduit à :

$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} \exp(-u) \sim \frac{\exp(-y^2)}{y} \left[1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{4y^4} - \frac{15}{8y^6} + \frac{105}{16y^8} - \frac{945}{32y^{10}} + \frac{10395}{64y^{12}} - \frac{135135}{128y^{14}} \right] \quad (\text{B.16})$$

La variable y est approchée par la méthode de Newton. On pose la fonction g de \mathbb{R} :

$$g(y) = \log \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \right) - u + y^2 + \log y - \log \left[1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{4y^4} - \frac{15}{8y^6} + \frac{105}{16y^8} - \frac{945}{32y^{10}} + \frac{10395}{64y^{12}} - \frac{135135}{128y^{14}} \right] \quad (\text{B.17})$$

et sa dérivée :

$$g'(y) = \frac{1}{y} + 2y - \frac{\frac{1}{y^3} - \frac{3}{y^5} + \frac{90}{8y^7} - \frac{840}{16y^9} + \frac{9450}{32y^{11}} - \frac{124740}{64y^{13}} + \frac{1891890}{128y^{15}}}{1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{4y^4} - \frac{15}{8y^6} + \frac{105}{16y^8} - \frac{945}{32y^{10}} + \frac{10395}{64y^{12}} - \frac{135135}{128y^{14}}} \quad (\text{B.18})$$

En posant $y_0 = \sqrt{u - \log \frac{4}{\sqrt{\pi}}}$, on détermine y :

$$y_{k+1} = y_k - \frac{g(y_k)}{g'(y_k)} \quad \text{jusqu'à ce que} \quad \frac{y_{k+1} - y_k}{y_k} < 10^{-10} \quad (\text{B.19})$$

Pour le calcul de $\frac{dy}{dx}$ (5.18), on déduit de (B.14) :

$$\frac{2 \exp(y^2)}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sinh u} \sim \frac{1}{y} \left[1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{4y^4} - \frac{15}{8y^6} + \frac{105}{16y^8} - \frac{945}{32y^{10}} + \frac{10395}{64y^{12}} - \frac{135135}{128y^{14}} \right] \quad (\text{B.20})$$

donc :

$$\frac{dx}{dy} \underset{\infty}{\sim} \frac{1}{2\sigma} \frac{\tanh u}{y} \left[1 - \frac{1}{2y^2} + \frac{3}{4y^4} - \frac{15}{8y^6} + \frac{105}{16y^8} - \frac{945}{32y^{10}} + \frac{10395}{64y^{12}} - \frac{135135}{128y^{14}} \right] \quad (\text{B.21})$$

ce qui ne pose pas de problème de calcul puisque, pour $u \rightarrow +\infty$, $\tanh u \rightarrow 1$.

Pour le calcul effectif, nous nous sommes appuyés sur une implémentation de la fonction Erreur qui est fondée sur l'approximation de Cody (1969). À partir d'une série de tests, nous avons fixé la valeur seuil entre l'utilisation de la fonction Erreur et l'approche asymptotique à $u = 18$. Pour ce calcul asymptotique, ces tests ont révélé qu'au delà de 8 termes dans les suites des équations (B.17), (B.18) et (B.21), le calcul est numériquement moins fiable.

Table des figures

1.1	Carte de la sismicité des Alpes occidentales et des réseaux couvrant la zone entre 1989 et 2014. ▲ : Sismalp, France ; ▲ : RSNI, INGV, Italie ; ▲ : SED, Suisse ; ▲ : BCSF, (RéNaSS (hors Sismalp), LDG), France ; ▲ : Réseau temporaire Cifalps (2012-2013), Chine, Italie et France ; ▲ : Réseau temporaire du lac du Bourget (2013-2014), ISTERre, Bouget-du-Lac ; ▲ : stations hors de notre zone d'étude ; ● : Évènements sismiques localisés par LOCIN (voir chap. 4 p. 103) dans la zone d'étude (cadre bleu) et HYP071 à l'extérieur.	25
1.2	Gauche : Nombre d'évènements par tranche de 0,1 degré de magnitude locale. Tous les évènements sont localisés par le réseau Sismalp entre 1989 et 2013, dans la zone 4.3° E – 10.3° E, et 43.3° N – 47.5° N. Calcul de magnitude locale M_L à partir des stations Sismalp. Droite : Répartition des évènements en fonction de la profondeur. Les évènements proches de la surface sont essentiellement des tirs de carrière. Catalogue final : voir paragraphe 1.3 page 34 ; localisation LOCIN : voir chapitre 4 page 103).	26
1.3	Carte des stations du réseau Sismalp sélectionnées pour cette étude. ▲ : Sismalp ; ▲ : autres réseaux ; ● : évènements	28
1.4	Carte des stations du réseau du BCSF (LDG-CEA, RéNaSS) sélectionnées pour cette étude. ▲ : BCSF ; ▲ : autres réseaux ; ● : évènements.	29
1.5	Carte des stations du RSNI et du réseau de l'INGV sélectionnées pour cette étude. ▲ : RSNI, INGV ; ▲ : autres réseaux ; ● : évènements sismiques.	30
1.6	Carte des stations du réseau du SED sélectionnées pour cette étude. ▲ : SED ; ▲ : autres réseaux ; ● : évènements sismiques.	31
1.7	Carte des stations du réseau temporaire Cifalps sélectionnées pour cette étude. ▲ : Cifalps ; ▲ : autres réseaux ; ● : évènements sismiques.	33
1.8	Carte des stations du réseau du lac du Bourget sélectionnées pour cette étude. ▲ : Stations du lac du Bourget ; ▲ : autres réseaux ; ● : évènements sismiques.	33
1.9	Carte des stations sismologiques des Alpes occidentales. La taille des symboles indique le nombre de lectures (P et S confondues) pour chaque station. Évènements sismiques localisés par INLOC (voir chap. 4 p. 103) dans la zone d'étude (cadre bleu) et HYPREF à l'extérieur.	38

TABLE DES FIGURES

1.10	Diagramme de Wadati construit à partir des 36 010 évènements qui constituent notre jeu de données.	40
1.11	Différences temporelles entre les pointés manuels et automatiques, en fonction de l'observateur. Modifié d'après Heris (2014).	42
2.1	σ_{th} en fonction du temps de propagation T	55
3.1	Modèle de vitesse utilisé comme modèle a priori. — : vitesse linéaire entre la surface topographique et $p = 0$; - - - : vitesse dans la croûte (équation 3.1); - - : vitesse dans la zone de transition (équation 3.2); - - : modèle AK135 de la vitesse dans le manteau.	81
3.2	Schéma en coupe de la Terre indiquant le positionnement de la grille du modèle de vitesse. x , y et z : coordonnées cartésiennes. ϕ , λ et h : coordonnées géographiques. À noter : la latitude <i>géographique</i> est l'angle entre le vecteur normal à l'ellipsoïde au point de mesure et le plan équatorial. L'angle entre la droite qui relie ce point de mesure au centre de la Terre et le plan équatorial est la latitude <i>géocentrique</i> , notée θ sur la figure 3.3.	82
3.3	Schéma de l'ellipsoïde de référence	83
3.4	Fronts d'onde à différents temps de propagation dans un modèle de vitesse à gradient $v(z) = v_0 + k(z - z_{source})$ en km.s^{-1} . $v_0 = 1,5 \text{ km.s}^{-1}$, $z_{source} = 15 \text{ km}$ et $k = 0,1 \text{ s}^{-1}$. Les fronts sont particulièrement déformés pour $z > 130 \text{ km}$ et $x > 200 \text{ km}$, puisque les rais auraient tendance à descendre plus profondément dans cette zone. Cela se traduit par des fronts verticaux quand $z = z_{max}$, et tous les temps correspondants à des trajets longeant l'interface du bas sont donc majorés. ★ : source ; — : rais ; - - - : rai théorique, n'existe pas parce que le domaine n'est pas assez profond ; zone <i>orangée</i> : zones où les temps sont mal calculés.	90
3.5	Surface topographique représentée dans le système cartésien local. À gauche : la représentation de la cote z de la topographie dans notre modèle permet d'apprécier la forme réelle de la surface de la Terre ; à droite : représentation traditionnelle de la topographie. ▲ : stations.	92
3.6	Représentation simplifiée et en 2-D de la propagation des ondes (algorithme de Podvin et Lecomte, 1991). ★ : source ; en <i>rouge</i> : vitesse (maille par seconde) ; en <i>bleu</i> : temps de propagation calculés (s) ; → : trajet le plus court en temps retenu pour chaque nœud ; → et → : deux trajets alternatifs non validés car les temps sont supérieurs au trajet retenu.	94

3.7 Propagation d’ondes dans un modèle à couches, calcul des temps de propagation des ondes directe, réfléchie et réfractée. **a)** propagation depuis la source dans la première couche ; **b)** les temps d’arrivée à l’interface sont stockés ; ils sont déduits des temps d’arrivée aux nœuds de la grille qui l’entourent ; **c)** l’onde réfléchie est propagée depuis l’interface dans la première couche ; **d)** l’onde réfractée est propagée depuis l’interface dans la seconde couche. Modifié d’après De Kool *et al.* (2006). 95

3.8 Représentation en trois dimension d’un rai tracé dans un modèle issu d’une tomographie. Séisme du 26 février 2012 à 22h37 GMT, vallée de l’Ubaye, France ; onde P à la station VDL, réseau SED (ETH, Zurich, Suisse). **En haut** : vue d’ensemble du rai observé depuis le sud-est. Le foyer est à gauche (sud-ouest) et la station est à droite (nord-est). **En bas à gauche** : même rai vu dans l’axe foyer-station (le foyer est au coin en bas de l’image). On observe qu’au départ du rai, celui-ci est dévié vers l’est. Ceci s’explique par la présence de roches mantelliques proches de la surface (corps d’Ivrée) dans lesquelles les ondes se propagent plus vite que dans la croûte. **En bas à droite** : grossissement sur les derniers segments du rai. Le raccord du rai à la station est fait sur les cinquante derniers segments. 98

4.1 Localisation par l’algorithme LOCINdes séismes de référence. Axes en kilomètres. **★** : localisation LOCIN(maximum de probabilité) ; contours de confiance : — : 50 % ; — : 95 % ; — : 99 % ; **⊙** : localisation publiée ; **★** : localisation HYPREF ; **★** : localisation par la tomographie ; — : topographie de surface. 111

5.1 Représentation du format CSR pour la compression des matrices creuses. Dans cet exemple, la matrice compte 32 termes dont seulement 6 sont non nuls. La compression permet dans cet exemple de réduire à 17 le nombre de termes stockés (vecteurs v , i_c et i_l). 124

5.2 Comparaison de la répartition des densités de probabilité des lois sécante hyperbolique, exponentielle et normale pour un écart-type identique égal à 1. . . 127

TABLE DES FIGURES

5.3 Écart-type a priori σ_z de la composante verticale de la localisation des séismes, en fonction de la profondeur h de ces séismes sous la surface topographique (équation 5.20). p permet d'ajuster l'allure de la fonction entre la surface topographique et la profondeur limite h_c 130

5.4 Exemple de l'évolution des indicateurs sur les données et sur les paramètres du modèle au fil des itérations de la tomographie. **En haut à gauche** : évolution de l'ajustement de la variable d'inversion (variable y , voir le paragraphe 5.2.5) et des données physiques normalisées par l'incertitude d'observation, filtrées ou non ; **en haut au centre** : évolution du nombre de séismes, rend compte des séismes dont les données sont filtrées et des séismes localisés à l'extérieur du domaine ; **en haut à droite** : évolution du nombre de données avant et après filtrage ; **en bas, graphes de gauche** : évolution des normes L^1 , L^2 et L^∞ de l'écart entre le modèle v_p et son a priori (en km.s^{-1}) ; **en bas, graphes du centre** : évolution des normes L^1 , L^2 et L^∞ de l'écart entre le modèle v_p/v_s et son a priori (adimensionnel) ; **en bas, graphes de droite** : évolution de la médiane, de la moyenne et de la moyenne quadratique de la distance des sources à leur position a priori (en km). 134

5.5 Courbe en L (*L-curve*) d'atténuation, modèles obtenus pour un lissage constant ($\xi_1 = \xi_2 = 25$ km, $\xi_3 = 12$ km) et une atténuation μ variable. μ est une fonction de ξ_0 (voir texte). L'ajustement aux données est l'écart quadratique moyen déterminé sur la variable d'inversion qui est filtrée, normalisée par l'incertitude d'observation et obtenue après changement de variable. Les normes L^1 , L^2 et L^∞ sur le modèle sont déterminées à partir des paramètres de vitesse v_p uniquement. 137

5.6 Comparaison de quatre modèles représentés en coupe. Pour ces modèles, $\xi_1 = \xi_2 = 25$ km, $\xi_3 = 12$ km ; μ est variable (fonction de ξ_0) 137

5.7 Courbe pour un lissage variable, modèles obtenus pour une atténuation μ constante et un lissage horizontal $\xi_h = \xi_1 = \xi_2$ variable (lissage vertical constant $\xi_3 = 12$ km). La courbe d'atténuation (norme L^2) de la figure 5.5 est reportée sur cette figure à titre de comparaison. 139

5.8 Comparaison de quatre modèles représentés en coupe. Pour ces modèles, $\xi_1 = \xi_2$ variables, $\xi_3 = 12$ km ; μ constant. 139

5.9 Comparaison de quatre modèles représentés en coupe. Pour ces modèles, $\xi_1 = \xi_2$ variables, $\xi_3 = 12$ km ; $\xi_0 = 5,5$ km. 140

5.10	Comparaison des modèles en fonction de l'ajustement de la variable d'inversion et de l'écart au modèle a priori. Courbes obtenues pour un lissage horizontal ξ_h variable, un lissage vertical $\xi_v = 12$ km constant, et une atténuation ξ_0 (equation 2.99). À gauche : norme l_2 de l'écart entre les paramètres du modèle v_p et du modèle a priori ; au centre : norme l_2 de l'écart entre les paramètres du modèle v_p/v_s et du modèle a priori ; à droite : moyenne de la distance entre les localisations spatiales et les localisations a priori. Le modèle présenté au chapitre 6, obtenu pour $\xi_0 = 5$ km et $\xi_h = 23$ km est également représenté. . .	141
5.11	Histogramme de l'ajustement aux temps d'arrivée des ondes P (à gauche) et S (à droite). Contours : ajustement aux données dans le modèle a priori ; barres : ajustement aux données dans le modèle de tomographie. Après tomographie, il reste 434 101 temps t_p et 348 788 temps t_s	143
5.12	Coupe de tomographie et indice de restitution des modèles v_p et v_p/v_s , et longueur cumulée de rai P et S. Axes en kilomètres. La coupe représentée est une extension de la coupe des figures 5.6, 5.8 et 5.9 suivant grossièrement le parallèle 44,5° N entre Montélimar à l'ouest et une cinquantaine de kilomètres au nord-est de La Spezia en Italie à l'est (longitudes 4,50° E à 10,10° E). La zone de confiance délimitée par l'indice de restitution n'inclut pas le bord inférieur de la coupe correspondant à la zone où il y a peu ou pas de rais. Les longueurs de rais cumulées inférieures à 100 m par cellule ne sont pas représentées. . .	144
5.13	Sections horizontales d'un test de damier sur le paramètre v_p aux profondeurs $z = -5$ km et $z = -25$ km. Cellules de $30 \times 30 \times 20$ km ³ , variation de vitesse de ± 10 %.	146
5.14	Visualisation 3-D du résultat d'un test de damier sur le paramètre v_p . Cellules de $30 \times 30 \times 20$ km ³ , variation de vitesse de ± 10 %. \cdots : côtes et lacs ; $—$: frontières politiques.	147
6.1	Schéma structural des Alpes occidentales. Contours extraits de la carte géologique de la France au 1 :1 000 000, 6 ^e édition, BRGM. (Chantraine <i>et al.</i> , 1996)	153
6.2	Carte de positionnement des différents profils alpins et des modèles de tomographie, modifiée d'après Bousquet <i>et al.</i> (2012). Les modèles de Diehl <i>et al.</i> (2009b) et Di Stephano <i>et al.</i> (2009), non représentés ici, englobent la majeure partie de la carte, s'étendant respectivement entre 3,5° E et 16,0° E et entre 42,0° N et 49,5° N pour le premier et entre 5,0° E et 20,0° E et entre 36,0° N et 48,0° N pour le second.	155

6.3	Carte de positionnement des profils présentés dans cette étude. — : tracé des profils présentés sur les figures 6.4 à 6.11 ; ■ : repères tous les 50 km sur les profils, correspondant aux coupes. — : contours des principaux massifs ; Aa : Aar ; AR : Aiguilles-Rouges ; Ag : Argentera–Mercantour ; Bd : Belledonne, DB : Dent-Blanche ; DM : Dora-Maira ; Ga : Gothard ; GP : Grand-Paradis ; Ma : Maures ; MB : Mont-Blanc ; MR : Mont-Rose ; Pl : Pelvoux ; Ta : Tanneron. Légende détaillée sur la figure 6.1.	161
6.4	Profil 1 (CIFALPS) (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). En haut : tomographie d’interface par la méthode des « fonctions récepteurs », modifié d’après Zhao <i>et al.</i> (2015). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.	162
6.5	Profil 2 (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). Profil d’orientation est-ouest, suivant le parallèle 44,5° N. En haut : coupes dans les modèles de tomographie de Paul <i>et al.</i> (2001) (tout en haut, coupe modifiée d’après Béthoux <i>et al.</i> , 2007) et de Diehl <i>et al.</i> (2009b) (juste en dessous de la coupe précédente, coupe modifiée d’après Wagner <i>et al.</i> , 2012). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.	163
6.6	Profil 3 (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	164
6.7	Profil 4 (ECORS-CROP) (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). En haut : profil interprété (Tardy <i>et al.</i> , 2004, modifié par C. Beck). Superposition des réflecteurs pointés et migrés (Sénéchal et Thouvenot, 1991 ; Thouvenot <i>et al.</i> , 1996). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.	165
6.8	Profil 5 (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). En haut : coupe dans le modèle de tomographie de Diehl <i>et al.</i> (2009b) (modifiée d’après Wagner <i>et al.</i> , 2012). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.	166
6.9	Profil 6 (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	167
6.10	Profil 7 (EGT) (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). En haut : coupe des modèles de tomographie de Ye <i>et al.</i> (1995) (en haut) et Di Stephano <i>et al.</i> (2009) (sous la coupe précédente). Les échelles, en kilomètres, sont calées les unes par rapport aux autres.	168
6.11	Profil 8 (voir l’implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	169
6.12	Surface d’isovitesse $v_p = 5,95 \text{ km.s}^{-1}$, vue du nord-ouest (à gauche), du sud-ouest (en haut à droite) et du nord-est (en bas à droite). Cette surface permet d’identifier les principales nappes des zones externes de la chaîne, dont la partie inférieure apparaît en bleuté. Les nappes liées au chevauchement entre la plaque adriatique et la plaque ligure sont également bien visibles sur ces figures. . . .	170

6.13	Surface d'isovitesse $v_p = 7,9 \text{ km.s}^{-1}$, vue du nord (en haut), du nord-est (en bas à gauche) et du nord-ouest (en bas à droite). Cette vitesse correspond <i>grosso modo</i> au toit du manteau. Cette vue met en évidence la subduction de la plaque eurasiatique sous la plaque adriatique à l'extrémité ouest de la chaîne, mais également le plongement de la plaque adriatique à la fois sous la plaque ligure au sud, et sous cette dernière au niveau de la chaîne alpine vers le nord (bien visible en bas à droite). La remontée visible vers l'ouest de la plaque adriatique correspond à la base du corps d'Ivrée.	171
6.14	Carte de localisation des évènements identifiés comme tirs de carrières. À gauche : localisation HYPREF ; à droite : localisation issue de l'étude de tomographie. ■ : villes principales.	173
6.15	Carte des séismes alpins localisés par HYPREF. ■ : villes principales.	174
6.16	Carte des séismes alpins relocalisés par INSIGHT lors de la tomographie. ■ : villes principales.	175
6.17	Grossissement de la carte 6.16 sur l'essai de Vallorcine. À gauche : localisations issues de la tomographie et superposées sur la carte de Fréchet <i>et al.</i> (2011) ; à droite : relocalisations de Fréchet <i>et al.</i> (2011).	176
6.18	coupe le long de la faille de Belledonne, entre Albertville au nord-est et Rochefourchat (Drôme) au sud-ouest. Projection des foyers des séismes localisés à moins de 10 km de part et d'autre de la coupe.	177
6.19	Coupe est-ouest à la latitude $44,7^\circ$, dans la région du corps d'Ivrée. Les séismes localisés à moins de 10 km de part et d'autre de la coupe sont représentés. La position exacte de la coupe est indiquée sur la carte 6.20	178
6.20	Carte des séismes alpins représentés en fonction de leur profondeur. Les localisations ont été réalisées à l'aide du code INSIGHT lors de l'étude tomographique présentée précédemment. L'échelle de couleur est ouverte, les séismes pouvant être localisés au dessus ou en dessous des limites indiquées. La trace de la coupe de la figure 6.19 est représentée par le trait bleu ciel.	179
6.21	Différentes cartes du Moho dans notre domaine d'étude. A : Wagner <i>et al.</i> (2012) ; B : Stehly <i>et al.</i> (2009) ; C : Thouvenot <i>et al.</i> (2007) ; D : compilation des données de Chamot-Rooke <i>et al.</i> (1997), Diehl <i>et al.</i> (2009b) et Schreiber <i>et al.</i> (2010) ; E : Ménard (1979) ; F : Grellet <i>et al.</i> (1993) ; G : Ziegler et Dèzes (2006) ; H : Grad <i>et al.</i> (2009).	181
6.22	Maximum de la norme du gradient de la vitesse v_p entre les surfaces d'isovitesse $7,3 \text{ km.s}^{-1}$ et $7,6 \text{ km.s}^{-1}$	183
6.23	Fonction poids $p(x, y)$, déterminée à partir de l'indice de restitution. Lorsque $p = 1$, le Moho est principalement déterminé par le maximum de la norme du gradient de vitesse de la tomographie ; lorsque $p = 0$, le Moho est principalement déterminé par les différents modèles sélectionnés.	184
6.24	Carte du Moho alpin déterminé dans le cadre de la tomographie des Alpes occidentales.	186

TABLE DES FIGURES

6.25	Comparaison de la topographie du Moho. En haut : coupe modifiée d'après Wagner <i>et al.</i> (2012). - - - : Moho de Waldhauser <i>et al.</i> (1998), — : Moho de Wagner <i>et al.</i> (2012). En bas : coupe modifiée d'après Zhao <i>et al.</i> (2015), — : Moho européen.	187
6.26	Anomalie gravimétrique de Bouguer, d'après Grandjean <i>et al.</i> (1998).	187
6.27	Surface d'isovitesse $v_p = 7,35 \text{ km.s}^{-1}$, centrée sur la région du corps d'Ivrée, vue du nord-ouest (en haut), de l'ouest (au centre) et du sud-ouest (en bas). Cette vitesse correspond <i>grosso modo</i> à l'interface du Moho. Cette vue met en évidence la forme du sommet du corps d'Ivrée, constitué de deux blocs distincts.	189
6.28	Schéma d'interprétation des coupes des profils perpendiculaires 3 (en bas) et 8 (en haut), réalisés en tenant compte des observations faites sur le Moho (figures 6.24 et 6.27). Sur ces schémas, la ligne en pointillés représente l'intersection entre les coupes.	190
6.29	Modèle de vitesse utilisé comme modèle a priori dans la tomographie avec interface. — : vitesse linéaire entre la surface topographique et $p = 0$; — : vitesse dans la croûte (équation 3.1); — : modèle AK135 de la vitesse dans le manteau.	191
6.30	Grossissement du profil 1 réalisé dans le modèle de tomographie avec Moho.	194
6.31	Histogramme de l'ajustement aux temps d'arrivée des ondes P (à gauche) et S (à droite) du jeu de données complété des secondes arrivées. Contours : ajustement aux données dans le modèle a priori ; barres : ajustement aux données dans le modèle de tomographie. Après tomographie, il reste 478 020 temps t_p et 390 584 temps t_s	195
6.32	Profil 1 (le long du profil CIFALPS) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	196
6.33	Profil 2 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	196
6.34	Profil 3 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	197
6.35	Profil 4 (ECORS) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	197
6.36	Profil 5 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	198
6.37	Profil 6 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	198
6.38	Profil 7 (EGT) (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	199
6.39	Profil 8 (voir l'implantation sur la carte de la figure 6.3). Les échelles sont en kilomètres.	199

6.40 Cartes des effets de site obtenus dans le processus de tomographie. À **gauche** : effets de site sur les temps d'arrivée P ($\Delta^P = t_P^{obs} - t_0 - T_P$); à **droite** : effets de site sur les délais $t_S - t_P$ ($\Delta^{S-P} = t_S^{obs} - t_P^{obs} - T_S + T_P$). 201

Liste des tableaux

1.1	Résumé des caractéristiques principales des jeux de données exploités dans cette étude.	34
1.2	Équivalence entre les poids et les incertitudes d'observations σ_{obs} en secondes.	36
6.1	Ajustement (RMS) de la variable d'inversion. Variable obtenue après le changement de variable, donc sans unité (voir le paragraphe 5.2.5).	195

Les Alpes occidentales : tomographie, localisation de séismes et topographie du Moho

Les Alpes occidentales ont été, au cours du XX^e siècle, un laboratoire de recherche exceptionnel pour tous les domaines des sciences de la Terre. Bien que la géologie de la surface soit aujourd'hui relativement bien connue, il n'en est pas de même des structures profondes de cette chaîne où les connaissances reposent encore sur de nombreuses hypothèses.

L'ambition de cette thèse était de produire des images de ces structures cachées. En nous appuyant sur plus de 25 ans d'observations sismologiques dans les Alpes occidentales et en développant une méthodologie de tomographie adaptée, nous avons obtenu un modèle de la croûte, du Moho et du toit du manteau avec une résolution jusqu'à présent inégalée. Plusieurs structures non connues à ce jour ont ainsi été identifiées et pourront guider de futures études spécifiques.

Par ailleurs, les nouvelles localisations des séismes alpins obtenues dans le modèle tomographique gagnent en précision et vont permettre de mieux comprendre la dynamique actuelle de la chaîne.

Mots clés : Tomographie, Localisation, Topographie du Moho, Alpes occidentales

The western Alps : tomography, earthquake location and Moho topography

During the 20th century, the western Alps have been one of the most studied mountain belts in the world. Nowadays, although the near-surface geology is fairly well mapped, the knowledge of the deep structures of this region remains largely based on assumptions.

One of the goals of the present study was to investigate these deep structures using a seismology-based approach. Since the late 1980s, observatories in the greater Alpine region have accumulated data from tens of thousands of earthquakes located there. This data, combined with a specific theoretical approach, enabled us to build a model of the crust, the Moho and the upper mantle with a resolution never equalled before. Several unknown structures have been identified and will now need to be studied in great details.

Earthquake locations in the new tomographic model have also been improved. This new data set provides an opportunity to better understand the seismogenic structures of the western Alps and the overall dynamic of the chain.

Keywords : Tomography, Earthquake location, Moho topography, western Alps