



**HAL**  
open science

# Simulation en présence d'incertitude d'un gazosiphon de grande échelle. Application à l'optimisation d'un nouveau système géothermique urbain

Bastien Monmarson

## ► To cite this version:

Bastien Monmarson. Simulation en présence d'incertitude d'un gazosiphon de grande échelle. Application à l'optimisation d'un nouveau système géothermique urbain. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2015. Français. NNT : 2015GREAI045 . tel-01512423

**HAL Id: tel-01512423**

**<https://theses.hal.science/tel-01512423>**

Submitted on 23 Apr 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Mécanique des fluides, procédés, énergétique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Bastien MONMARSON**

Thèse dirigée par **Christophe CORRE**  
et codirigée par **Jean-Luc ACHARD**

préparée au sein du  
**Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels (LEGI)**  
dans l'**École Doctorale I-MEP<sup>2</sup>**  
Ingénierie – Matériaux, Mécanique, Environnement, Energétique,  
Procédés, Production

## **Simulation en présence d'incertitude d'un gazosiphon de grande échelle. Application à l'optimisation d'un nouveau système géothermique urbain.**

Thèse soutenue publiquement le 22 octobre 2015,  
devant le jury composé de :

**M. Jean-Yves CHAMPAGNE**

Professeur des Universités, INSA de Lyon (Rapporteur)

**M. Pietro Marco CONGEDO**

Chargé de Recherche (HDR) INRIA, Centre de Bordeaux (Rapporteur)

**M. Eric GONCALVES DA SILVA**

Professeur des Universités, Institut P', Poitiers (Président)

**M. Laurent DAVOUST**

Professeur des Universités, Grenoble-INP (Examineur)

**M. Jean-Luc ACHARD**

Directeur de Recherche CNRS au LEGI, Grenoble (Directeur de thèse)

**M. Christophe CORRE**

Professeur des Universités, Ecole Centrale de Lyon (Directeur de thèse)





---

# Remerciements

---

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Yves Champagne, Pietro Congedo, Laurent Davoust et Eric Goncalves d'avoir accepté de faire partie de mon jury et d'avoir porté un regard critique sur mon travail. Je remercie particulièrement Pietro Congedo et Jean-Yves Champagne pour leur investissement dans l'analyse de mon manuscrit et les retours précis et complets dont ils m'ont fait part.

Mes deux directeurs de thèse, Christophe et Jean-Luc, pourraient objectivement faire l'objet de longues tirades pour décrire la plus-value humaine et intellectuelle que j'ai retiré de leur encadrement. Ils se sont investis au delà de mes attentes pour me former et me guider, rendant mon travail d'autant plus intéressant et gratifiant. Ils m'ont apporté chacun à leur manière quantité de connaissances sur le fond comme sur la forme, dans un climat humain toujours chaleureux et stimulant. A défaut d'être exhaustif, je me contenterai de souligner une de leurs qualités parmi celles qui m'ont marqué. J'ai apprécié la justesse intellectuelle de Christophe, décelable jusque dans la mesure de son discours, qui apporte finesse et richesse dans les discussions scientifiques, et plus largement dans les contacts humains en général. L'investissement passionné de Jean-Luc n'a pu qu'accroître ma curiosité et mon enthousiasme, et j'ai été sensible à son effort permanent pour identifier mes lacunes et me faire progresser là où j'en avais besoin.

Merci aux personnes du LEGI et de l'équipe MoST qui ont passé du temps pour m'aider. Notamment à Patrick pour avoir rattrapé un nombre non négligeable de boulettes informatiques. A Thibaud, Seb, Mariana et les autres thésards pour les conversations scientifiques, mais pas que. A mon ami et co-bureau Nath, malgré sa propension un peu trop marquée à chanter a cappella des morceaux improbables de bon matin, pour sa motivation sans faille et sa bonne humeur inconditionnelle (ceux qui le connaissent confirmeront que ces superlatifs sont justifiés).

Merci aussi à ceux qui m'ont apporté une assistance précieuse (sans aucune contrepartie !) pendant la dernière ligne droite (voire même un peu plus). Nath, Thibaud, Léo et quelques autres pour certaines discussions scientifiques précieuses. Lucas, Ju et Véro pour leur coup de pouce logistique. Émilie, Sylvie, Denis, Jeff et Marine pour leur avis avisé. Sylvie et Mina pour leur ultime contribution. Lucile pour plein de choses que je ne compte plus.

Enfin, je ne peux que faire un clin d'œil aux copains et à ma famille qui, s'ils n'ont pas vraiment révolutionné mes travaux, m'ont offert un cadre de vie fait de quantité de belles

---

et bonnes choses. A mes coloc Lucile, Thibaud, Marine, Lucile Vi, Lucas, Matthieu et Thomas dont l'inertie naturelle parfois contre-productive pour ma thèse a avant tout été synonyme d'une atmosphère de vie chatoyante et enrichissante. Aux copains du coin et d'ailleurs, dont je ne vais malheureusement pas m'atteler à citer tous les noms, mais qui j'en suis sûr se reconnaîtront à travers tous les chouettes moments dont ils ont fait partie. Et évidemment à ceux qu'on ne choisit pas, mais qui me donnent encore et toujours le sentiment d'être particulièrement bien tombé... mes parents Sylvie et Denis et mes frangines Émilie, Maud et Perrine. Sans oublier mes beaux Yann, Alex et Thomas et les petits derniers Luka, Johane, Manon, Romane et Lou.

Pour finir, je rajouterai une pensée spéciale à Thibaud qui a joué un rôle particulier dans ma vie sociale et scientifique Grenobloise.

---

# Table des matières

---

Liste des tableaux	vii
Table des figures	ix
Nomenclature	xvii
Introduction	1
<b>1 Gazosiphons de grande échelle et applications environnementales</b>	<b>5</b>
1.1 Applications environnementales de grands gazosiphons . . . . .	6
1.1.1 Aquaculture . . . . .	6
1.1.2 Traitement des eaux usées . . . . .	7
1.1.3 Pompage de nutriments . . . . .	7
1.1.4 Captation du CO <sub>2</sub> . . . . .	8
1.1.5 Travaux de minage . . . . .	8
1.1.6 Géothermie . . . . .	9
1.2 Principales fonctions du gazosiphon . . . . .	9
1.2.1 Gazosiphon utilisé comme pompe . . . . .	9
1.2.2 Transferts de masse . . . . .	14
1.2.3 Transport solide . . . . .	15
1.2.4 Échanges de chaleur . . . . .	16
1.3 L'énergie géothermique . . . . .	16

---

1.3.1	Nature de la ressource . . . . .	17
1.3.2	Modes d'extraction de l'énergie thermique de la ressource . . . . .	18
1.3.3	Modes de transfert de l'énergie thermique en tête de puits . . . . .	19
1.3.4	Mode d'utilisation d'énergie . . . . .	19
1.4	Nouveau système d'exploitation géothermique urbain . . . . .	21
1.4.1	Gazosiphon utilisé dans un système de doublet . . . . .	22
1.4.2	Gazosiphon utilisé dans un système monopuits . . . . .	27
1.4.3	Exploitation de l'énergie géothermique . . . . .	30
<b>2</b>	<b>Modélisation de l'écoulement dans un gazosiphon</b>	<b>33</b>
2.1	Études expérimentales de gazosiphons utilisés comme pompes . . . . .	34
2.1.1	Analyse des capacités de pompage . . . . .	34
2.1.2	Efficacité de pompage . . . . .	35
2.2	Modélisation de gazosiphons utilisés comme pompes . . . . .	42
2.2.1	Modèles simplifiés . . . . .	42
2.2.2	Modèles bifluide . . . . .	44
2.2.3	Modèles de mélange . . . . .	46
2.2.4	Approches 2D et 3D . . . . .	47
2.3	Modèle de mélange à flux de dérive quasi-1D . . . . .	50
2.3.1	Formulation du modèle à flux de dérive . . . . .	50
2.3.2	Transferts de masse . . . . .	52
2.3.3	Lois de fermeture du modèle à flux de dérive . . . . .	56
2.4	Construction de la fermeture hydrodynamique . . . . .	57
2.4.1	Changements de configuration . . . . .	58
2.4.2	Paramètre de distribution . . . . .	62
2.4.3	Vitesse de dérive . . . . .	63
<b>3</b>	<b>Validation et exploitation du code de simulation d'un gazosiphon</b>	<b>65</b>
3.1	Discrétisation du modèle à flux de dérive . . . . .	65
3.1.1	Etat de l'art succinct . . . . .	66
3.1.2	Méthode de résolution . . . . .	69

3.2	Validation préliminaire du code de résolution . . . . .	75
3.2.1	Problème de Riemann . . . . .	75
3.2.2	Écoulement en conduite . . . . .	77
3.3	Validation pour le calcul d'un gazosiphon . . . . .	79
3.3.1	Compléments de modélisation . . . . .	79
3.3.2	Dispositif à l'échelle du laboratoire . . . . .	81
3.3.3	Gazosiphon d'échelle intermédiaire . . . . .	84
3.3.4	Gazosiphon de grande échelle . . . . .	86
3.4	Analyse paramétrique d'un gazosiphon : Variante n°1 de "refoulement" . . . . .	88
3.4.1	Efficacité de pompage . . . . .	88
3.4.2	Distributions axiales . . . . .	89
3.4.3	Hauteur de refoulement . . . . .	91
3.5	Analyse paramétrique d'un gazosiphon : Variante n°2 de "charge" . . . . .	92
3.5.1	Efficacité de pompage . . . . .	94
3.5.2	Comparaison des distributions axiales . . . . .	95
3.5.3	Variation de pression de sortie . . . . .	96
3.5.4	Profondeur d'injection . . . . .	97
3.5.5	Variation du diamètre . . . . .	97
3.5.6	Variation de température . . . . .	98
<b>4</b>	<b>Analyse d'un gazosiphon en présence d'incertitudes</b>	<b>101</b>
4.1	Paramètres incertains du dispositif étudié . . . . .	102
4.1.1	Incertaines de modélisation . . . . .	102
4.1.2	Incertaines physiques et de fonctionnement . . . . .	104
4.2	Méthodologies de quantification d'incertitudes . . . . .	105
4.2.1	Généralités . . . . .	105
4.2.2	Chaos Polynomial Non Intrusif . . . . .	107
4.2.3	Approche UQ semi-intrusive . . . . .	111
4.2.4	Choix d'une méthode pour l'analyse d'un gazosiphon . . . . .	115
4.3	Quantification d'incertitudes pour un gazosiphon de grande échelle . . . . .	119

4.3.1	Choix des variables incertaines . . . . .	119
4.3.2	Réalisation de l'analyse UQ . . . . .	120
4.3.3	Analyse des résultats . . . . .	121
4.3.4	Précision de l'approche UQ . . . . .	128
4.3.5	Profondeurs d'injection variables . . . . .	130
4.4	Quantification d'incertitudes dans un contexte géothermique . . . . .	132
4.4.1	Description du dispositif . . . . .	132
4.4.2	Quantification d'incertitude et analyse de la variance . . . . .	133
4.4.3	Précision de l'analyse UQ . . . . .	136
4.4.4	Incertitudes de modélisation . . . . .	138
<b>5</b>	<b>Optimisation d'une centrale géothermique urbaine</b>	<b>141</b>
5.1	Système géothermique urbain . . . . .	142
5.1.1	Variante n°1 : énergie thermique pour le chauffage . . . . .	142
5.1.2	Variante n°2 : Cycle TLC pour la production d'électricité . . . . .	146
5.2	Bilan énergétique . . . . .	150
5.2.1	Chauffage de l'eau par la ressource . . . . .	150
5.2.2	Compression de l'air . . . . .	155
5.2.3	Puissance équivalente d'une pompe . . . . .	156
5.2.4	Puissance thermique de l'eau . . . . .	156
5.2.5	Puissance électrique . . . . .	158
5.3	Dimensionnement optimal des systèmes proposés . . . . .	160
5.3.1	Paramètres de conception . . . . .	160
5.3.2	Méthodes d'optimisation . . . . .	162
5.3.3	Optimisation de la variante n° 1 de la centrale géothermique . . . . .	163
5.3.4	Optimisation de la variante n° 2 de la centrale géothermique . . . . .	173
5.4	Optimisation robuste . . . . .	179
5.4.1	Objectifs de l'optimisation robuste . . . . .	180
5.4.2	Démarche d'optimisation . . . . .	180
5.4.3	Analyse des designs optimaux . . . . .	181

<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>187</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>193</b>
<b>A Dispositif de détente du cycle TLC</b>	<b>203</b>



---

# Liste des tableaux

---

1.1	Avantages des différents systèmes de pompage (repris de Honegger [1986]) . . . . .	25
1.2	Inconvénients des différents systèmes de pompage (repris de Honegger [1986]) . . . . .	26
2.1	Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux de l'efficacité de gazosiphons utilisés comme pompes. Cas des expériences réalisées à l'échelle laboratoire (1/2). $S$ = longueur immergée (en m). $L$ = hauteur de refoulement (en m). $H = L + S$ =hauteur/longueur totale de la conduite. $S_r = S/H$ = rapport de submergence. $D$ = diamètre de la conduite (en m). . . . .	39
2.2	Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux de l'efficacité de gazosiphons utilisés comme pompes. Cas des expériences réalisées à l'échelle laboratoire (2/2). $S$ = longueur immergée (en m). $L$ = hauteur de refoulement (en m). $H = L + S$ =hauteur/longueur totale de la conduite. $S_r = S/H$ = rapport de submergence. $D$ = diamètre de la conduite (en m). . . . .	40
2.3	Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux de l'efficacité de gazosiphons utilisés comme pompes. Cas des expériences réalisées à grande échelle. $S$ = longueur immergée (en m). $L$ = hauteur de refoulement (en m). $H = L + S$ =hauteur/longueur totale de la conduite. $S_r = S/H$ = rapport de submergence. $D$ = diamètre de la conduite (en m). . . . .	41
3.1	Longueurs en fonction du ratio de submergence en mètre [Kassab <i>et al.</i> , 2009] . . . . .	82
3.2	Gazosiphon de grande échelle Saito <i>et al.</i> [2004]. Tableau récapitulatif des paramètres géométriques pour les cas simulés. . . . .	86
4.1	Définition et formulation des paramètres incertains pour le cas de [Saito <i>et al.</i> , 2004] . . . . .	119
4.2	Définition et formulation des 3 paramètres incertains retenus pour le cas de [Saito <i>et al.</i> , 2004] . . . . .	129
4.3	Nombre de calculs en fonction du degré du polynôme pour 3 sources d'incertitudes . . . . .	130

4.4	Définition et formulation des paramètres incertains pour le cas du gazosiphon dans un contexte géothermique. . . . .	132
4.5	Définition et formulation des 3 paramètres incertains dominants retenus . . . . .	137
4.6	Définition et formulation des paramètres incertains pour le cas de [Saito <i>et al.</i> , 2004] . . .	138
5.1	Paramètres fixés pour les systèmes étudiés . . . . .	161
5.2	Paramètres géométriques de conception pour l'optimisation énergétique du système . . .	162
5.3	Définition et formulation des paramètres de modélisation incertains . . . . .	179

---

# Table des figures

---

1.1	Colonne à bulles au repos (gauche) ; Colonne à bulles en fonctionnement (centre) ; Réacteur gazosiphon (droite) . . . . .	5
1.2	Schéma standard d'un gazosiphon utilisé comme pompe . . . . .	6
1.3	Gazosiphon immergé utilisé comme pompe avec hauteur de refoulement . . . . .	10
1.4	Ligne piézométrique théorique à l'intérieur et l'extérieur du gazosiphon . . . . .	10
1.5	Gazosiphon immergé utilisé comme pompe avec création d'une charge en sortie . . . . .	11
1.6	Ligne piézométrique théorique à l'intérieur et l'extérieur du gazosiphon . . . . .	11
1.7	Principales configurations d'écoulement diphasique vertical en conduite . . . . .	13
1.8	Gazosiphon à dépression . . . . .	15
1.9	Ligne piézométrique théorique à l'intérieur et l'extérieur du gazosiphon . . . . .	15
1.10	Utilisations classiques des différents types de ressources géothermiques . . . . .	20
1.11	Modèles classiques de production d'électricité . . . . .	21
1.12	Schéma du système géothermique avec un pompage par gazosiphon . . . . .	23
1.13	Système géothermique monopuits . . . . .	28
1.14	Coupe de la structure du puits pour l'exploitation d'un aquifère . . . . .	29
1.15	Coupe de la structure du puits pour l'exploitation de roches sèches . . . . .	29
2.1	Débits prédits par le modèle de Nicklin et résultats expérimentaux de Barrut [2011] . . . . .	43
2.2	Comparaison de différents modèles analytiques avec des résultats du dispositif expérimental de Kassab <i>et al.</i> [2009] . . . . .	43

2.3	Prédiction des débits de liquide créés pour différents types d'injecteurs utilisés dans l'expérience de Fan <i>et al.</i> [2013]. Symboles triangles : résultats expérimentaux. Trait continu : modèle théorique de Fan <i>et al.</i> [2013]. Symboles cercles : résultats de la simulation numérique bi-fluide de Meng <i>et al.</i> [2013]. . . . .	45
2.4	Débits prédits par le modèle de mélange de Saito <i>et al.</i> [2004] pour différentes profondeurs d'injection. Résultats tirés de Saito <i>et al.</i> [2004]. . . . .	47
2.5	Contours du taux de vide pour une conduite de 1600 m de long et des diamètre de 17.78cm et 30.48cm. Figure tirée de Pougatch & Salcudean [2008] . . . . .	48
2.6	Distribution radiale des vitesses gaz/liquide/solide à des profondeurs respectives de 200 m, 50 m et 0 m pour une conduite de 400 m et une injection à 290 m. Figure tirée de Pougatch & Salcudean [2008] . . . . .	48
2.7	Comparaison des débits liquides prédits par un modèle 3D à des résultats expérimentaux obtenus par Kassab <i>et al.</i> [2009] pour différentes profondeurs d'injection. Résultats extraits de Wahba <i>et al.</i> [2014]. . . . .	49
2.8	Solubilité du CO <sub>2</sub> en fonction de la pression pour la loi de Henry simple et modifiée en fonction de résultats expérimentaux . . . . .	54
2.9	Évolution du diamètre d'une bulle de CO <sub>2</sub> en ascension libre dans l'océan pour différentes valeurs du diamètre initial. . . . .	55
2.10	Évolution du diamètre d'une bulle de CO <sub>2</sub> confinée pour différentes valeurs du diamètre initial. . . . .	55
2.11	Carte de changement de configuration pour un écoulement diphasique ascendant dans une conduite verticale (tirée de Taitel <i>et al.</i> [1980]) . . . . .	59
2.12	Schéma de la proximité limite théorique avant coalescence . . . . .	60
2.13	Carte de configurations proposée par Schlegel <i>et al.</i> [2009] . . . . .	61
2.14	Courbes de transition d'écoulement modifiées d'après Omebere-Iyari <i>et al.</i> [2007] pour 20 (a) et 90 bars (b) . . . . .	61
3.1	Problème de Riemann. Comparaison de la solution obtenue à $t = 0.5$ s par le code développé (dans un maillage régulier de 200 cellules) avec la solution de Baudin <i>et al.</i> [2005] calculée dans le même maillage et la solution exacte. . . . .	76
3.2	Ecoulement en conduite de Munkejord <i>et al.</i> [2006]. Convergence en maillage des distributions axiales (suivant $x$ ) des quantités d'intérêt calculées par le code développé à $t = 175$ s. En haut : fraction de vide $\alpha$ selon $x$ (à gauche) et pression $p$ selon $x$ (à droite). En bas : vitesse du gaz $u_g$ selon $x$ (à gauche) et vitesse du liquide $u_l$ selon $x$ (à droite). . . . .	77
3.3	Ecoulement en conduite de Munkejord <i>et al.</i> [2006]. Comparaison des distributions axiales (suivant $x$ ) des quantités d'intérêt calculées par le code développé à $t = 175$ s et obtenues par Munkejord <i>et al.</i> [2006] grâce à l'approche dite MUSAT. En haut : fraction de vide $\alpha$ selon $x$ (à gauche) et pression $p$ selon $x$ (à droite). En bas : vitesse du gaz $u_g$ selon $x$ (à gauche) et vitesse du liquide $u_l$ selon $x$ (à droite). . . . .	78
3.4	Schéma du dispositif de Kassab <i>et al.</i> [2009] . . . . .	82

3.5	Débit expérimental pour un diamètre de 24.5 mm, une longueur de 3.5 m et ratio de submergence variable . . . . .	82
3.6	Simulation d'un gazosiphon à l'échelle laboratoire. Débit liquide en fonction du débit gazeux pour un ratio de submergence égal à 0.484 (à gauche) et 0.75 (à droite). . . . .	84
3.7	Simulation d'un gazosiphon d'échelle intermédiaire. Comparaison expérience Yamamoto & Tanaka [2001] / numérique (présent code) pour la prédiction du débit liquide en fonction du débit de gaz injecté. En haut : $S = 18$ m et $L = 3$ m (à gauche), $L = 4$ m (à droite). Au milieu : $S = 28$ m et $L = 3$ m (à gauche), $L = 4$ m (à droite). En bas : $S = 28$ m et $L = 5$ m. . . . .	85
3.8	Gazosiphon de grande échelle. Vue schématique du dispositif de Saito <i>et al.</i> [2004] . . .	86
3.9	Gazosiphon de grande taille. Convergence du code à flux de dérive pour le cas (a); courbe représentative des convergences observées pour ce cas. Evolution des résidus sur les composantes du vecteur $Q$ en fonction des itérations en pseudo-temps. . . . .	87
3.10	Gazosiphon de grande taille étudié par Saito <i>et al.</i> [2004]. Comparaison calcul (code à flux de dérive développé) / expérience pour l'évolution du débit liquide en fonction du débit gaz injecté, pour différentes valeurs de la profondeur d'injection. (a) 184 m, (b) 131 m, (c) 100 m, (d) 71 m. . . . .	87
3.11	Etude paramétrique des performances d'un gazosiphon. Efficacité et capacité de pompage liquide en fonction du débit d'injection de gaz pour une hauteur de lift (ou de refoulement) de 50 m. . . . .	89
3.12	Fraction de vide $\alpha$ en fonction de la position $z$ . . . . .	90
3.13	Vitesse du mélange $u$ en fonction de la position $z$ . . . . .	91
3.14	Vitesse gaz et liquide en fonction de la position $z$ . . . . .	91
3.15	Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs hauteurs de refoulement . .	92
3.16	Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs hauteurs de refoulement . . . . .	92
3.17	Débit liquide en fonction du débit de gaz pour une charge en sortie $p_s = \rho_l g L$ (courbe "pression") et pour la variante n°1 avec une hauteur de refoulement $L = 50$ m (courbe "lift"). . . . .	93
3.18	Efficacité de pompage en fonction du débit de gaz pour une pression de sortie $p = \rho_l g L$ et une hauteur de lift analogue $L = 50$ m . . . . .	94
3.19	Fraction de vide $\alpha$ en fonction de la position $z$ pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression). . . . .	95
3.20	Pression en fonction de la position $z$ pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression). .	95
3.21	Vitesse du mélange $u$ en fonction de la position $z$ pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression). . . . .	95
3.22	Vitesse gaz et liquide en fonction de la position $z$ pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression). . . . .	95

3.23	Débit liquide en fonction du débit d'injection pour différents niveaux de pression imposée en sortie. . . . .	96
3.24	Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour différents niveaux de pression imposée en sortie. . . . .	96
3.25	Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs longueurs de conduite . . .	97
3.26	Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs longueurs de conduite	97
3.27	Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs diamètres de conduite . . .	98
3.28	Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs diamètres de conduite	98
3.29	Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs températures dans la conduite	99
3.30	Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs températures dans la conduite . . . . .	99
4.1	Courbes théoriques du paramètre de distribution $C_0$ et valeurs expérimentales Kataoka & Ishii [1988] . . . . .	104
4.2	Courbes théoriques du paramètre de distribution $C_0$ et valeurs expérimentales Ishii & Hibiki [2006] . . . . .	104
4.3	Courbes théoriques de la vitesse de dérive locale et valeurs expérimentales Kataoka & Ishii [1988] . . . . .	105
4.4	Courbes théoriques de la vitesse de dérive locale et valeurs expérimentales Kataoka & Ishii [1988] . . . . .	105
4.5	Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ , $pdf$ uniformes). Définition de la condition aux limites d'entrée dans le domaine de calcul incluant une incertitude sur la valeur des plateaux de valeur pour $w$ et une incertitude sur la position de la transition linéaire entre les deux valeurs (gauche et droite). . . . .	117
4.6	Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ , $pdf$ uniformes). Isovaleurs de la valeur moyenne $\bar{w}(x, y)$ calculées en appliquant l'approche UQ SI avec 10 points de discrétisation dans chaque direction de l'espace stochastique. . . . .	117
4.7	Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ , $pdf$ uniformes). Isovaleurs de la variance $\sigma_w^2(x, y)$ calculées en appliquant l'approche UQ SI avec 10 points de discrétisation dans chaque direction de l'espace stochastique. . . . .	118
4.8	Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ , $pdf$ uniformes). Distribution de la variance $\sigma_w^2$ le long de la frontière de sortie ( $y = 1$ ) du domaine de calcul. Comparaison entre la prédiction de l'approche SI pour différents raffinements du maillage de l'espace stochastique et la prédiction de l'approche NIPC avec $p = 6$ . . . . .	118
4.9	Débits moyens (en kg/s) et écart type pour le cas de [Saito <i>et al.</i> , 2004] avec 6 sources d'incertitude comparés aux résultats expérimentaux . . . . .	121

4.10	Efficacité moyenne de pompage et écart type pour le cas de [Saito <i>et al.</i> , 2004] avec 6 sources d'incertitude comparée aux résultats expérimentaux . . . . .	122
4.11	Indice de variance du premier ordre sur le débit liquide issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude : $q_g(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	123
4.12	Indice de variance du premier ordre sur l'efficacité de pompage issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude : $q_g(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	123
4.13	Indice total de variance sur le débit liquide issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude : $q_g(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	124
4.14	Indice total de variance sur l'efficacité de pompage issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude : $q_g(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	124
4.15	Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s	125
4.16	Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s . . . . .	125
4.17	Valeurs moyennes et écart type de la vitesse de dérive $V_{gj}$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s . . . . .	125
4.18	Valeurs moyennes et écart type du coefficient de distribution $C_0$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s . . . . .	125
4.19	Indice de sensibilité totale de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s . . . . .	125
4.20	Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.1$ kg/s .	126
4.21	Valeurs moyennes et écart type de la vitesse de dérive $V_{gj}$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.1$ kg/s . . . . .	126
4.22	Indice de sensibilité d'ordre 1 de la vitesse de dérive $V_{gj}$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.1$ kg/s . . . . .	126
4.23	Indice de sensibilité total de la vitesse de dérive $V_{gj}$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.1$ kg/s . . . . .	126
4.24	Vitesse relative moyenne $u_r$ et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.1$ kg/s	127
4.25	Analyse ANOVA sur la variance de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.1$ kg/s . . . . .	127
4.26	Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.7$ kg/s .	127
4.27	Analyse ANOVA sur la variance de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.7$ kg/s . . . . .	127
4.28	Valeurs moyennes et écart type de la vitesse de dérive $V_{gj}$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.7$ kg/s . . . . .	128
4.29	Analyse ANOVA sur la variance de la vitesse de dérive $V_{gj}$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.7$ kg/s . . . . .	128

4.30	Comparaison des débits moyens (en kg/s) et écart type pour le cas de [Saito <i>et al.</i> , 2004] avec 6 et 3 sources d'incertitude et des polynômes de degré 2 . . . . .	129
4.31	Indice total de variance sur le débit liquide issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude : $q_g(1)$ , $V_{gjj}(45)$ , $C_0(6)$ . . . . .	129
4.32	Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour plusieurs degrés de polynômes de chaos . . . . .	130
4.33	Variance du débit liquide pour plusieurs degrés de polynômes de chaos . . . . .	130
4.34	Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour le cas (b) avec $z_{inj} = -131$ m . . . . .	131
4.35	Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour le cas (c) avec $z_{inj} = -100$ m . . . . .	131
4.36	Débits moyens et écarts types pour 6 sources d'incertitudes . . . . .	133
4.37	Indice de variance du 1 <sup>er</sup> ordre $S_i$ sur le débit liquide pour chaque source d'incertitude : $T_{GS}(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	134
4.38	Indice total de variance $S_{T_i}$ sur le débit liquide pour chaque source d'incertitude : $T_{GS}(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	134
4.39	Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s . . . . .	135
4.40	Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.015$ kg/s . . . . .	135
4.41	Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.3$ kg/s . . . . .	135
4.42	Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.3$ kg/s pour chaque source d'incertitude : $T_{GS}(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	135
4.43	Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.6$ kg/s . . . . .	136
4.44	Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative $u_r$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.6$ kg/s pour chaque source d'incertitude : $T_{GS}(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	136
4.45	Fraction massique de gaz $c$ moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.15$ kg/s . . . . .	136
4.46	Indice de variance d'ordre 1 de la fraction massique de gaz $c$ en fonction de la profondeur pour $q_g = 0.15$ kg/s pour chaque source d'incertitude : $T_{GS}(1)$ , $\alpha_b(2)$ , $\alpha_s(3)$ , $V_{gjb}(4)$ , $V_{gjs}(5)$ , $C_0(6)$ . . . . .	136
4.47	Comparaison des débits moyens (en kg/s) et écart type avec 6 et 3 sources d'incertitude et des polynômes de degré 2 . . . . .	137
4.48	Variance sur le débit liquide en fonction du débit d'injection pour 3 et 6 sources d'incertitude pour chaque source d'incertitude : $q_g(1)$ , $V_{gjj}(45)$ , $C_0(6)$ . . . . .	137

4.49	Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour plusieurs degrés de polynômes de chaos . . . . .	138
4.50	Variance du débit liquide pour plusieurs degrés de polynômes de chaos . . . . .	138
4.51	Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour 4 et 3 paramètres incertains . . . . .	139
4.52	Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz avec 3 incertitudes pour plusieurs degrés de polynômes . . . . .	139
5.1	Nouveau système géothermique schématique . . . . .	142
5.2	Diagramme (T,s) du cycle du gaz pour la récupération de chaleur . . . . .	143
5.3	Pression de vapeur saturante de l'eau en fonction de la température . . . . .	144
5.4	Diagramme (T,s) du cycle idéal de l'eau . . . . .	145
5.5	Schéma d'un cycle TLC . . . . .	146
5.6	Diagramme (T,s) du cycle TLC . . . . .	146
5.7	Schéma détaillé du système géothermique avec cycle TFC . . . . .	147
5.8	Cycle trilatéral de l'eau . . . . .	148
5.9	Diagramme (T,s) du cycle du gaz pour la production d'électricité . . . . .	149
5.10	Schéma simplifié du système avec les différents niveaux de température et de pression . . . . .	150
5.11	Profile de température à Soultz-sous-Forêts . . . . .	151
5.12	Caractéristique du forage du puits <i>GPK3</i> à Soultz-sous-Forêts . . . . .	152
5.13	Géométrie du puits . . . . .	152
5.14	Coupe horizontale du puits à la côte $z$ . . . . .	153
5.15	Puissance thermique de l'eau sur un diagramme $(T, s)$ . . . . .	157
5.16	Cycle TLC de l'eau . . . . .	158
5.17	Rendement isentropique de l'appareil de détente diphasique proposé par Steffen <i>et al.</i> [2013] en fonction des températures d'entrée et de sortie du dispositif, resp. $T_I$ et $T_E$ sur la figure . . . . .	159
5.18	Schéma du "workflow" réalisé dans modeFRONTIER pour l'optimisation déterministe . . . . .	164
5.19	Visualisation dans l'espace des objectifs (puissance de compression en abscisse et puissance thermique récupérée en ordonnée) des designs réalisables calculés par l'algorithme NSGA-II au cours du processus d'optimisation. Les individus du front de Pareto sont visualisés par des carrés verts. . . . .	165
5.20	Puissance thermique récupérée en fonction de la puissance de compression pour les designs optimaux. . . . .	166

5.21	Température $T_f$ en fonction du débit liquide $q_l$ pour les designs optimaux . . . . .	167
5.22	Perte de charge en fonction du débit liquide pour les designs optimaux . . . . .	167
5.23	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $(q_g, q_l)$ . . . . .	168
5.24	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $D_i$ et $D_{i(am)}$ . . . . .	168
5.25	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $(z_{min}, z_{inj})$ . . . . .	169
5.26	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $(D_i, z_{inj})$ . . . . .	170
5.27	Efficacité du gazosiphon en fonction de $q_l$ pour les designs du front pareto . . . . .	170
5.28	Efficacité du gazosiphon en fonction de $z_{inj}$ pour les designs du front de Pareto . . . . .	171
5.29	Efficacité du gazosiphon en fonction de $\alpha_{mid}$ pour les designs du front de Pareto . . . . .	172
5.30	$\alpha_{max}$ en fonction de $\alpha_{min}$ pour les designs du front de Pareto . . . . .	172
5.31	Puissance thermique récupérée en fonction de la puissance de compression sur l'ensemble des calculs . . . . .	174
5.32	Température $T_f$ en fonction du débit liquide $q_l$ sur l'ensemble des calculs . . . . .	175
5.33	Puissance électrique $P_{TLC}$ récupérée en fonction de la puissance de compression $P_{CR}$ pour les designs du front de Pareto . . . . .	175
5.34	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $q_g$ et $q_l$ . . . . .	176
5.35	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $p_s$ et $q_l$ . . . . .	176
5.36	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $D_i$ et $D_{an}$ . . . . .	177
5.37	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $z_{inj}$ et $z_{min}$ . . . . .	178
5.38	Efficacité en fonction de $P_{TLC}$ pour les designs du front de Pareto . . . . .	178
5.39	Front de Pareto pour les objectifs respectifs de la variante 2 déterministe (rouge) et stochastique (bleu) dans l'espace $(P_{CR}, P_{TLC})$ . . . . .	181
5.40	Valeur moyenne et écart type de $P_{TLC}$ en fonction de $P_{CR}$ pour l'ensemble des designs du front de Pareto . . . . .	182
5.41	$\sigma_{P_{CR}}/\bar{P}_{comp}$ en fonction de $\bar{P}_{CR}$ pour l'ensemble des designs du front de Pareto . . . . .	182
5.42	$\sigma_{P_{TLC}}/\bar{P}_{TLC}$ en fonction de $\bar{P}_{CR}$ pour l'ensemble des designs du front de Pareto . . . . .	183
5.43	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $q_g$ et $\bar{q}_l$ . . . . .	184
5.44	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $D_i$ et $D_{i(am)}$ . . . . .	184
5.45	Ensemble optimal de Pareto dans le plan $z_{inj}$ et $z_{min}$ . . . . .	185
5.46	Valeur moyenne (rouge) et valeur moyenne $\pm\sigma$ (vert) de $\eta_{GS}$ en fonction de $P_{TLC}$ . . . . .	185

---

# Nomenclature

---

## Acronymes

<i>CFL</i>	Nombre de Courant-Friedrichs-Lewy
$G^3$	Nom du code de simulation quasi-1D développé, basé sur un modèle de mélange à flux de dérive
<i>LES</i>	Large eddy simulation
<i>pdf</i>	Probability density function
NIPC	Non-intrusive polynomial chaos
NISP	Non-intrusive spectral projection
ORC	Organic Rankine Cycle
SI	Semi-intrusive
TLC	Trilateral cycle
UFO	Projet Uncertain Flow Optimization
UQ	Uncertainty quantification

## Constantes

$\gamma$	$\approx 1.4$ , Rapport des capacités thermiques de l'air
$g$	$\approx 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ , Accélération de la pesanteur
$p_{atm}$	$\approx 101325 \text{ Pa}$ , Pression atmosphérique
$R$	$\approx 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , Constante spécifique de l'air
$r$	$\approx 8,3144621 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ , Constante universelle des gaz parfait

## Exposants

L	Etat gauche de la face
m	Itération en temps fictif

n	Itération en temps physique
R	Etat droite de la face

**Symboles grecs**

$\alpha$	Fraction de vide	
$\alpha_b$	Fraction de vide de transition d'un écoulement à bulles	
$\alpha_s$	Fraction de vide de transition vers un écoulement à poches	
$\beta$	Multientier dépendant des $M$ variables aléatoires et de l'ordre du développement polynômial	
$\epsilon$	Rugosité relative	
$\eta_{charge}$	Efficacité de pompage dans le cas d'une pression en sortie	
$\eta_{comp}$	Rendement du compresseur	
$\eta_{GS}$	Rendement du gazosiphon relativement à une pompe	
$\eta_{lift}$	Efficacité de pompage dans le cas d'une hauteur de refoulement	
$\eta_{pompe}$	Rendement de la pompe	
$\eta_{SE}$	Rendement isentropique de la détente diphasique du cycle TLC	
$\Gamma_g$	Terme source des équations de conservation	
$\lambda$	Coefficient de frottement	
$\lambda_i$	Conductivités thermiques du matériaux $i$	$[W.m^{-1}K^{-1}]$
$\mu$	Viscosité dynamique	$[Pa.s^{-1}]$
$\nu$	Viscosité cinématique	$[m^2.s^{-1}]$
$\Omega$	Volume fini de la discrétisation de l'espace stochastique (segment si monodimensionnel)	
$\Psi$	Polynômes définissant la base du développement de $\mathcal{Q}(z, \xi)$	
$\rho$	Masse volumique	$[kg.m^{-3}]$
$\sigma$	Ecart-type	
$\sigma_g$	Tension superficielle	$[kg/s^2]$
$\sigma_i^m$	Rapport du pas de temps fictif sur le pas d'espace	
$\tau$	Pas de temps fictif	
$\tau_w$	Contrainte visqueuse à la paroi	
$\xi$	Variable aléatoire	

**Nombres adimensionnels**

Re	Nombre de Reynolds
$S_r$	Rapport de submergence

**Symboles latins**

$\Delta p_{fa}$	Somme des pertes de charge dans le puits	[Pa]
$\mathcal{D}$	Vecteur flux diffusif	
$\mathcal{F}$	Vecteur flux	
$\mathcal{F}^c$	Vecteur flux convectif	
$\mathcal{O}$	Objectif d'optimisation	
$\mathcal{P}_{i,k}(\xi)$	Polynôme de reconstruction de $\mathcal{Q}_i(\xi)$ dans la cellule $\Omega_k$	
$\mathcal{Q}$	Vecteur des variables conservatives	
$\mathcal{S}$	Vecteur des termes sources	
$\mathcal{V}$	Variance	
$A$	Section du gazosiphon	[m <sup>2</sup> ]
$a_g$	Vitesse du son dans le gaz	[m/s]
$c$	Fraction massique de gaz	
$C_0$	Paramètre de distribution	
$C_l$	Capacité thermique massique de l'eau	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$C_p$	Capacité thermique massique de l'air	[J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ]
$c_{i(int)}$	Concentration du gaz $i$ dissout dans le liquide à l'interface de la bulle	[mol/m <sup>3</sup> ]
$c_{i_l}$	Concentration du gaz $i$ dissout dans le liquide au loin	[mol/m <sup>3</sup> ]
$D$	Bilan de flux numérique approchant $\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial z}$ (section 3.1 et 4.2)	
$D$	Diamètre du gazosiphon	[m]
$D_h$	Diamètre hydraulique	[m]
$D_i$	Diamètre de la conduite centrale du puits géothermique	[m]
$D_{an}$	Diamètre de l'espace annulaire du puits géothermique	[m]
$d_b$	Diamètre de la bulle	[m]
$F_w$	Terme de pertes de charge par frottement dans le gazosiphon	
$f_\xi$	fonction densité de probabilité de $\xi$	
$H$	Bilan de flux numérique approchant $\frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial z}$ (section 3.1 et 4.2)	
$H$	Longueur totale du gazosiphon $S + L$	[m]
$H_a$	Longueur de conduite en amont de l'injection	[m]
$h_{eau}$	Coefficient de transfert thermique de l'eau dans l'espace annulaire du puits	
$j$	Vitesse superficielle	[m/s]
$K_b$	Vitesse de transfert de masse	[m/s]
$K_{hi}$	coefficient de Henry du gaz $i$	[mol/m <sup>3</sup> .Pa]
$L$	Hauteur de refoulement (lift)	[m]
$n_c$	Nombre d'étages de compression	
$n_i$	Nombre de mole du gaz $i$	[mol]

P	Puissance	[W]
p	Pression	[Pa]
$p_{bg}$	Pression totale dans la bulle	[Pa]
$p_{bi}$	Pression partielle du gaz $i$	[Pa]
$P_{c_{iso}}$	Puissance de compression isotherme	[W]
$P_{Ci}$	Puissance de compression de l'étage $i$	[W]
$P_{Cn}$	Puissance de compression multiétage isentropique	[W]
$P_{CR}$	Puissance réelle de compression du compresseur multiétage	[W]
$p_i$	Pression en entrée de l'étage de compression $i$	[Pa]
$p_{pce}$	Perte de charge en entrée	[Pa]
$p_{pcf}$	Perte de charge en amont de l'injection	[Pa]
$P_{pompe}$	Puissance développée par une pompe	[W]
$P_{th}$	Puissance thermique récupérée en sortie	[W]
$P_{TLC}$	Puissance électrique récupérée avec le cycle TLC	[W]
Q	Débit volumique	[m <sup>3</sup> /s]
q	Débit massique	[kg/s]
$r_b$	Rayon de la bulle	[m]
S	Longueur du gazosiphon entre la surface libre et l'injection de gaz	[m]
s	entropie	[J.K <sup>-1</sup> ]
$S_b$	Surface de de la bulle	[m <sup>2</sup> ]
T	Température	[K]
t	Temps	[s]
$T_{comp}$	Température initiale de compression du gaz	[K]
$T_f$	Température au fond du puits après échange avec la ressource	[K]
$T_{gs}$	Température dans le gazosiphon	
$T_{mid}$	Température moyenne de l'eau dans l'annulaire	[K]
$T_R$	Température de la ressource	[K]
u	Vitesse	[m/s]
$u_r$	Vitesse relative du gaz par rapport au liquide	[m/s]
$V_b$	Volume de la bulle	[m <sup>3</sup> ]
$V_e$	Volume d'eau autour de la bulle	[m <sup>3</sup> ]
$V_{gjb}$	Vitesse de dérive pour un écoulement à bulles	[m/s]
$V_{gjs}$	Vitesse de dérive pour un écoulement à poches	[m/s]
$V_{gj}$	Vitesse de dérive	[m/s]
x	Fraction massique de vapeur	

---

z	position verticale	[m]
---	--------------------	-----

**Indices**

am	Relatif à la zone en amont de l'injection de gaz ( <i>i.e.</i> plus profonde)
an	Relatif à l'espace annulaire
atm	Atmosphérique
comp	Relatif à la compression
cuv	Relatif au cuvelage (casing)
f	Relatif au fond du puits géothermique (entrée de la conduite centrale)
froid	Relatif à la source froide de surface
g	Gaz
GS	Relatif au gazosiphon
hs	Hydrostatique
in	Relatif à l'entrée du dispositif de récupération d'énergie thermique/électrique en surface
inj	Relatif au niveau de l'injection de gaz
l	Liquide
out	Relatif à la sortie du dispositif de surface de récupération d'énergie thermique/électrique
R	Relatif à la ressource géothermique
s	Relatif au niveau de sortie du gazosiphon
th	Thermique
TLC	Relatif au cycle trilatéral
vap	Vaporisation



---

# Introduction

---

Les travaux de cette thèse se situent à la rencontre de deux préoccupations dont les origines étaient initialement très éloignées. La première, à caractère applicatif et environnemental, est le développement d'un nouveau concept pour des centrales géothermiques adaptées à un milieu urbain. La deuxième préoccupation, à caractère plus méthodologique, tend à puiser, dans le domaine de la quantification d'incertitudes appliquée aux codes de simulation des phénomènes physiques et couplée aux méthodes d'optimisation, des outils adaptables à un problème relevant de la Mécanique des Fluides. Ce type de démarche se trouve en effet peu abordé par les Mécaniciens des Fluides, alors même que les Mécaniciens des Solides et des Structures en font en revanche un usage beaucoup plus systématique, poussés par les besoins d'évaluation des risques constructifs (notamment dans le domaine nucléaire). La description d'un gazosiphon de grande échelle se trouve être l'objet d'étude commun à ces deux préoccupations.

L'installation de centrales géothermiques en milieu urbain est un enjeu énergétique actuel. La proximité urbaine induit en effet des contraintes environnementales qui ne sont pas entièrement satisfaites par les systèmes géothermiques classiques d'exploitation d'aquifères ou de roches sèches. On envisage, dans ce contexte, de proposer un nouveau type de centrale, avec deux variantes, qui satisfait ces contraintes relatives à l'implantation urbaine. Il est naturel en premier lieu de tester les performances de ces nouvelles solutions émergentes par la voie numérique compte tenu de leur coût et de leur complexité ; des premières indications sur la viabilité de ces solutions, dont les caractéristiques peuvent en outre être optimisées par cette même voie numérique, sont ainsi obtenues pour un investissement faible. Au cœur du système proposé se trouve un gazosiphon de grande échelle, dont la vocation est ici de remplacer avantageusement les pompes classiques immergées utilisées généralement pour l'extraction de l'énergie géothermique et posant notamment des problèmes de robustesse et de coût de maintenance. Par ailleurs, ce dispositif de transport d'un liquide par effet gravitaire à large échelle, se retrouve dans un large éventail d'applications : le traitement des eaux, l'exploitation pétrolière, l'aquaculture, la captation de gaz, etc. . . Les travaux présentés ici pourront donc trouver un intérêt qui déborde la seule application géothermique visée. Cependant les autres fonctions qu'un gazosiphon peut assurer ne sont pas prises en compte ici : la dissolution ou la désorption, les échanges de chaleur, la flottation, les travaux de minage. . .

Un gazosiphon, *a fortiori* de grande échelle, constitue en soi un exemple particulièrement

illustratif de la complexité des écoulements diphasiques gaz-liquide qui présentent en outre une importante variabilité liée à la physico-chimie des interfaces. La description globale d'un gazosiphon demande de se confronter à toute une gamme de problèmes typiques de ces écoulements : injection de bulles d'une taille donnée, changement de configurations d'écoulements, traînée sur des bulles ou des poches de gaz en présence d'autres bulles ou poches, frottement en paroi, répartition radiale du taux de vide etc. . . L'étude numérique de gazosiphons de grande échelle, utilisés pour des processus de pompage, entraîne donc tout d'abord un choix difficile parmi les modèles disponibles dans la littérature ; il s'agit d'obtenir un compromis entre le coût de calculs, qui peut rapidement exploser suite au choix de modélisations trop élaborées, et la précision des simulations fondées sur ces modèles. Ce n'est qu'après qu'il sera envisageable de mettre en application des techniques de quantification d'incertitudes pour servir les prédictions numériques avant de les coupler à un processus d'optimisation de la centrale géothermique dans son ensemble.

Composantes essentielles d'un nouveau système d'exploitation de l'énergie géothermique en milieu urbain, les gazosiphons de grande échelle sont brièvement présentés dans chapitre 1. On s'attarde tout d'abord sur les applications environnementales dans lesquelles se retrouvent des gazosiphons de grande échelle, ainsi que sur les fonctions variées qu'ils peuvent assurer. Ensuite, un aperçu des différents types d'exploitation géothermique permet de situer le système proposé dans le champ des centrales géothermiques en fonctionnement. Suite à une critique de l'utilisation des pompes immergées, quelques avantages du système proposé sont présentés. Dans ce système, un gazosiphon, isolé thermiquement, se trouve logé au sein d'un puits géothermique unique pour assurer le pompage en surface de l'eau réchauffée lors de sa descente en périphérie du gazosiphon. De l'air, issu d'un compresseur placé en surface, est également canalisé dans cette zone annulaire jusqu'à la base du siphon pour y être injecté. Ce système est décliné suivant deux types de centrales géothermiques. Une analyse plus fine des deux variantes ne sera décrite qu'à la fin de la thèse dans le chapitre 5. Les chapitres 2, 3 et 4 qui suivent sont dédiés à l'analyse numérique à caractère générique d'un gazosiphon de grande échelle utilisé comme pompe.

Le chapitre 2 est consacré à une revue des études expérimentales et des modélisations d'écoulements diphasiques dans un gazosiphon à des fins de pompage ; le but est d'une part de guider le choix du modèle mathématique finalement adopté pour décrire l'écoulement diphasique, et d'autre part d'identifier les études expérimentales les plus pertinentes. Le modèle établi pour simuler l'écoulement dans les gazosiphons étudiés dans le présent travail est un modèle de mélange à flux de dérive ou "drift-flux model", et certaines lois de fermeture en sont spécifiées. Compte tenu de la nature de l'application finale, seuls les aspects relatifs à la dynamique de l'écoulement sont pris en compte dans le détail. De plus, dans cet écoulement, l'inconnue qui joue un rôle clef dans l'optimisation du système, et donc dans son dimensionnement, est le débit de liquide récupéré en sortie en fonction du débit d'injection de gaz au niveau de l'entrée. Les aspects thermiques ainsi que d'éventuels transferts de masse ou changements de phase sont exclus de l'étude, mais ces deux restrictions seront justifiées. Cependant il va de soi que pour d'autres applications, le modèle développé dans ce chapitre 2 peut en partie être intégré dans des approches requérant des modèles multi-physiques et la démarche suivie dans les deux chapitres suivants pourra, *mutatis mutandis*, être reprise.

Dans la continuité de la mise en place du modèle mathématique, le chapitre 3 est centré sur l'établissement d'un outil de simulation efficace pour prédire l'écoulement dans un gazosiphon, le code dit  $G^3$ . La stratégie de résolution numérique est conduite toujours dans cette même perspective de compromis entre coût et précision, en portant une at-

tention particulière à la robustesse de l'outil de simulation produit. Les grandes échelles du dispositif envisagé, ainsi que ses conditions de fonctionnement, s'éloignent des gazosiphons habituellement utilisés pour le pompage qui autorisent généralement des études expérimentales fines ; il n'est ainsi pas aisé de trouver des points de repères expérimentaux représentatifs. L'aptitude de la simulation à prédire l'écoulement dans un gazosiphon est validée en prenant notamment appui sur les études expérimentales, issues de l'état de l'art proposé dans le chapitre 2, qui ressortent comme les plus cohérentes. L'application du code, dans le cadre d'une première analyse paramétrique, permet d'évaluer les spécificités de la physique des grands gazosiphons dans le contexte de la géothermie, notamment l'efficacité de pompage.

L'objet du chapitre 4 est de présenter la méthode adoptée pour propager et quantifier les incertitudes relatives à la physique et à la modélisation, avant de mettre en œuvre dans le dernier chapitre 5 du mémoire une optimisation robuste du système. Cette thèse s'est, notons-le, inscrite dans le cadre d'un projet financé par l'Agence Nationale de la Recherche, intitulé "Uncertain Flow Optimization" et consacré au développement et à la mise en œuvre de méthodes efficaces de quantification d'incertitudes pour l'analyse et l'optimisation des écoulements. Notre propre contribution à ce projet, à travers ce chapitre 4, s'est tout d'abord focalisée sur l'évaluation de deux stratégies de prise en compte d'incertitudes, respectivement une stratégie non-intrusive et une approche semi-intrusive. Dans le but de prendre en compte la variabilité des prédictions du modèle et de la physique de l'écoulement, les paramètres incertains du dispositif sont sélectionnés. Sur la base de la méthode non-intrusive finalement retenue pour l'analyse, la suite du chapitre 4 est consacrée à l'analyse de résultats de la quantification d'incertitude appliquée au gazosiphon utilisé comme pompe.

Le chapitre 5 offre une description détaillée des deux variantes proposées pour les centrales géothermiques en milieu urbain, l'une pour récupérer l'énergie thermique, l'autre pour produire l'électricité ; elles sont obtenues en couplant des composants de surface, spécifiques à chaque variante, avec un gazosiphon du type de ceux qui ont été précédemment étudiés de manière générique dans les chapitres 2, 3 et 4. A partir d'un bilan énergétique simplifié, une évaluation préliminaire du potentiel énergétique des deux variantes proposées est effectuée afin d'évaluer les rendements optimaux du gazosiphon qu'on peut attendre en fonction de l'énergie thermique ou électrique récupérée. Cette démarche d'optimisation est ensuite couplée avec les outils de quantification d'incertitudes décrits dans le chapitre 4 pour procéder à un calcul d'optimisation robuste du système.

Ce mémoire se conclut par un rappel des outils numériques à caractère générique développés pour les gazosiphons de grande échelle utilisés comme pompe. Ensuite des résultats obtenus lors de l'application de ces outils aux nouvelles centrales géothermiques proposées pour le milieu urbain sont exposés. Cette thèse, qui se voudrait initiatrice d'études sur le nouveau concept d'exploitation géothermique proposé, suscite plusieurs perspectives qui sont enfin énumérées.



---

# Chapitre 1

---

## Gazosiphons de grande échelle et applications environnementales

---

Un gazosiphon est un dispositif analogue aux colonnes à bulles à plusieurs égards (cf. Fig. 1.1). Ces dernières consistent en un vase cylindrique vertical dans lequel un fluide est initialement au repos. On injecte du gaz à la base du dispositif sous forme de bulles, qui remontent par gravité le long de la colonne. Il en résulte un mélange diphasique le long du dispositif et une évacuation du gaz en haut de la conduite. Le niveau de la surface libre du mélange est plus élevé que celui du liquide au repos, en raison de la présence supplémentaire d'une fraction volumique de gaz. S'il y a bien un débit gazeux dans le dispositif, le liquide, lui, n'est pas transporté. Le réacteur gazosiphon, principalement utilisé en génie des procédés, consiste en une colonne à bulles avec une jambe de retour permettant la recirculation du seul liquide jusqu'au niveau de l'injection du gaz à la base de la conduite. Le liquide n'est donc plus seulement brassé dans la colonne mais aussi transporté jusqu'en haut de la conduite où le gaz est évacué ; cette circulation globale résulte du déséquilibre de pression hydrostatique entre la colonne et la jambe de retour. Ce principe de mise en circulation du liquide est utilisé pour plusieurs applications environnementales, dans un but de pompage allié le plus souvent à d'autres fonctions spécifiques. C'est ce type de gazosiphon, de grande échelle par rapport aux réacteurs généralement utilisés en génie des procédés, qui nous intéresse plus particulièrement.

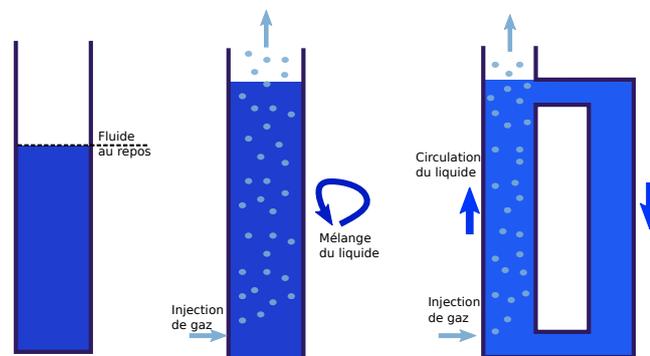


FIGURE 1.1 – Colonne à bulles au repos (gauche) ; Colonne à bulles en fonctionnement (centre) ; Réacteur gazosiphon (droite)

Une configuration standard de gazosiphon utilisé comme pompe est schématisée sur la figure 1.2 et servira de point de repère pour la plupart des études de la littérature. La configuration classique retenue comporte une hauteur de refoulement  $L$ , et une longueur immergée  $S$ . On note  $H$  la longueur totale, à laquelle peut s'ajouter une distance  $H_a$  en amont de l'injection de gaz. Le réservoir indiqué sur la figure 1.2 peut être un réservoir artificiel mais peut aussi correspondre à un lac ou à l'océan. Une des caractéristiques fréquemment étudiées est la hauteur de refoulement relativement à la longueur de conduite immergée. Cet effet est traduit dans le rapport de submergence  $S_r = S/H$  ; lorsque ce rapport diminue, la hauteur relative de refoulement augmente.

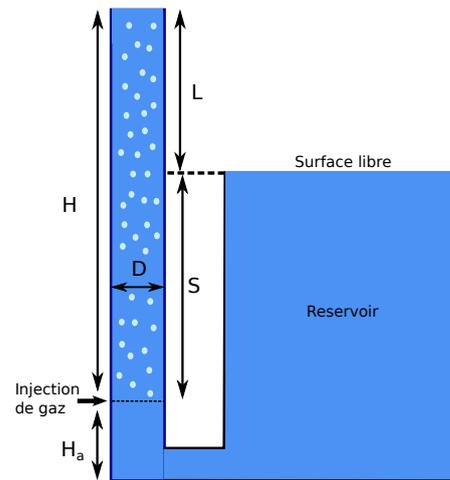


FIGURE 1.2 – Schéma standard d'un gazosiphon utilisé comme pompe

Dans ce chapitre, on commencera dans un premier temps par donner un aperçu des applications classiques des gazosiphons dans le domaine de l'environnement, suivi de la description des principales fonctions qui y sont mises en œuvre, souvent simultanément. Ces gazosiphons de grande échelle ne sont *a priori* pas attrayants pour leur efficacité énergétique si on les limite à une fonction de pompage. Cependant, même pour cette fonction, leur robustesse et leur simplicité de fonctionnement en font des substituts potentiellement intéressants aux dispositifs de pompage standards, dont l'efficacité peut de surcroît être potentiellement améliorée par une démarche d'optimisation. Dans un second temps, une introduction sur l'exploitation de l'énergie géothermique sera suivie d'une première description d'une centrale géothermique innovante, son étude détaillée figurant dans le chapitre 5. La principale originalité de cette centrale est d'intégrer un gazosiphon de grande échelle tout en étant soumise à des contraintes lui permettant de fonctionner dans un environnement urbain.

## 1.1 Applications environnementales de grands gazosiphons

La notion de grande échelle se traduit par une large gamme de diamètres et de longueurs de conduite, en premier lieu en opposition aux gazosiphons d'échelle laboratoire et aux réacteurs utilisés principalement en génie des procédés. Le diamètre des gazosiphons de grande échelle considérés est ainsi au minimum de l'ordre de la dizaine de centimètres, et les longueurs de conduite dépassent le mètre et peuvent atteindre le kilomètre en fonction des applications visées. Un autre facteur important dans la notion de grande échelle est le rapport d'aspect  $D/H$  entre diamètre  $D$  et hauteur totale  $H$ . Les configurations de grande échelle présentent généralement des rapports  $D/H$  faibles. Passons donc en revue les différentes applications environnementales qui impliquent l'utilisation et l'analyse de gazosiphons de grande taille, et les gammes d'échelles associées.

### 1.1.1 Aquaculture

Le gazosiphon est un dispositif privilégié pour l'aquaculture. Dans ce contexte, il est utilisé à des fins de pompage pour faire circuler l'eau, tout en favorisant les transferts de masse

tels que l'oxygénation de l'eau ou la désorption du  $\text{CO}_2$ . L'échelle des dispositifs réels est typiquement de quelques mètres de long pour des diamètres de l'ordre d'une dizaine de centimètres, soit autour de la limite basse des gazosiphons qu'on pourra considérer encore de grande échelle. On notera qu'un certain nombre d'études expérimentales, qui donnent en particulier accès à des mesures des caractéristiques de ces gazosiphons, sont réalisées pour une part non négligeable sur des dispositifs dont les échelles (diamètre et/ou longueur) sont trop faibles par rapport à nos préoccupations, et dans certains cas présentent des rapports  $D/H$  bien trop élevés.

Bien que les phénomènes de transfert de masse soient centraux dans ce domaine de l'aquaculture, la capacité de pompage fait généralement partie des objectifs recherchés importants. Parker & Suttle [1987] étudient la capacité de pompage d'un gazosiphon de 130 cm pour plusieurs diamètres (3.75 cm–30 cm) et pour différentes profondeurs d'injection (entre 15 cm et 120 cm). Wurts *et al.* [1994], dans la même perspective, mesurent la capacité de pompage pour un dispositif de 185 cm pour un diamètre entre 7 et 15 cm. Gudipati [2005] étudie les capacités de pompage en fonction du rapport de submergence pour un dispositif de quelques centimètres de diamètre et d'une longueur de l'ordre du mètre.

Parmi les phénomènes de transfert, l'oxygénation de l'eau est particulièrement utilisée. Reinemann [1987]; Reinemann & Timmons [1989] analysent ainsi le pompage et l'oxygénation de l'eau dans un dispositif de 1.8 m de long pour 38 mm de diamètre. En parallèle, la désorption du surplus de  $\text{CO}_2$  qui peut être présent dans l'eau pompée est un autre paramètre important. Loyless & Malone [1998] étudient ces processus de transfert de masse du  $\text{CO}_2$  et de l'oxygène dans un dispositif de l'ordre du mètre de longueur pour plusieurs types d'injecteurs. Sur la base d'un dispositif identique, Moran [2010] étudie expérimentalement les capacités et l'efficacité de pompage associées à la désorption de  $\text{CO}_2$  initialement dissous dans l'eau.

Barrut *et al.* [2012b,a]; Barrut [2011] étudient eux-aussi les capacités de pompage et la désorption du  $\text{CO}_2$  et de l'oxygène dans un gazosiphon de longueur allant de 2 à 6 m pour un diamètre de 16 cm. L'influence de l'injection de gaz, en fonction du débit de gaz et de la taille de bulles, est estimée. Une des particularités de l'étude tient à la dépression variable qui est appliquée en sortie du gazosiphon afin d'imposer une pression plus faible que la pression atmosphérique, particularité technique qui sera approfondie dans la sous-section 1.2.2.

### 1.1.2 Traitement des eaux usées

Johnson [2008] développe un prototype expérimental pour étudier le pompage et les transferts d'oxygène en fonction de la hauteur de refoulement et du diamètre de la conduite, dans un contexte de traitement des eaux usées ; sa démarche est analogue dans l'esprit aux préoccupations de l'aquaculture. Les échelles de ces dispositifs sont aussi des mêmes ordres de grandeurs et se situent donc à la limite basse des gazosiphons pouvant être considérés de grande échelle.

### 1.1.3 Pompage de nutriments

Le pompage de l'eau en profondeur dans l'océan ou dans un lac permet de remonter en surface une eau froide riche en nutriments. Cette application nécessite des gazosiphons de

plusieurs dizaines de mètres de long au minimum, dont les diamètres feront généralement quelques dizaines de centimètres, afin de garantir des capacités de pompage importantes. L'objectif d'une telle opération de pompage est de limiter le déficit de plancton dans les couches supérieures de l'océan ou d'un lac. Fan *et al.* [2013] notamment présentent des résultats expérimentaux d'un tel dispositif. Dans cette configuration, la hauteur de refoulement est négative, autrement dit la sortie du gazosiphon est située légèrement sous la surface de l'eau, le but étant de créer un processus de circulation de l'eau du fond vers la surface.

#### 1.1.4 Captation du CO<sub>2</sub>

Des gazosiphons de grande longueur immergés sous la surface de l'océan ont été conçus pour la captation du CO<sub>2</sub>. Le but est de piéger dans les profondeurs de l'océan le surplus de CO<sub>2</sub> émis par les usines, véhicules, etc. Cette application fait passer au premier plan, de manière encore plus marquée que dans le domaine de l'aquaculture, les phénomènes de transfert au détriment du pompage qui, bien que faisant partie intégrante du fonctionnement du dispositif, est relégué au second plan. Dans cette perspective, les longueurs de conduite sont bien plus élevées, de l'ordre de quelques centaines de mètres, afin de permettre d'augmenter les temps de transfert et par extension la proportion de CO<sub>2</sub> dissoute.

Le système "GLAD" (pour Gas-Lift Advanced Dissolution) proposé par Saito *et al.* [1996] s'appuie sur une conduite de quelques centaines de mètres dont la particularité est d'avoir son point culminant immergé à une centaine de mètres de profondeur. A ce niveau, la conduite forme un J inversé et replonge jusqu'à une profondeur comprise entre 1 et 3 km où l'eau pompée et chargée en CO<sub>2</sub> sera évacuée. Un prototype à échelle réduite, d'environ 7 m de long pour un diamètre de 10 cm, a été développé par Saito *et al.* [1996, 1999] pour obtenir des données expérimentales sur le pompage et la dissolution du CO<sub>2</sub> dans l'eau de la conduite de remontée. Kosugi *et al.* [2001] ont étudié la dissolution du CO<sub>2</sub> en relation avec l'application de grande échelle de Saito *et al.* [1996]. Il est évidemment nécessaire de faire circuler l'eau jusqu'à la sortie mais l'objectif principal consiste à obtenir des conditions de fonctionnement permettant une dissolution totale du CO<sub>2</sub> injecté. Cet objectif est rendu possible par les capacités de dissolution dans l'eau du CO<sub>2</sub>, bien plus importantes que celles de l'air. Cependant afin de maximiser la dissolution, il est nécessaire non seulement d'introduire des longueurs de conduite beaucoup plus importantes que dans les applications précédentes, de l'ordre de quelques centaines de mètres, pour des diamètres de l'ordre de 10 cm et plus, mais aussi de limiter les débits de gaz injectés.

#### 1.1.5 Travaux de minage

La robustesse du gazosiphon permet d'envisager le pompage d'un liquide en présence d'une phase solide sans limitation technique majeure. Une application concrète de ces possibilités est le minage de matière solide en profondeur dans l'océan. Les tailles réelles de ces dispositifs atteignent plusieurs de long, pour des diamètres qui se situent toujours dans une gamme de quelques dizaines de centimètres, comme en témoigne l'étude numérique de Pougatch & Salcudean [2008]. Un certain nombre d'études visent à caractériser l'opération de minage sur des dispositifs d'échelle réduite. Yoshinaga & Sato [1996] expérimentent un dispositif à échelle réduite, d'une longueur d'environ 7 m pour des diamètres de 4 cm et 2.6 cm pour un écoulement à trois phases. Leur but est de quantifier la capacité de pom-

page liquide conjointement à la capacité d'entraînement de particules solides. La variation du pompage liquide en fonction du flux de particules solides est étudiée en fonction du débit d'injection de gaz. Kassab *et al.* [2007] ont conçu un dispositif analogue de petite échelle (3.75 m de long pour un diamètre de 2.54 cm) fonctionnant à plusieurs hauteurs de refoulement, et dans lequel des particules solides de plusieurs diamètres sont pompées avec l'eau. L'efficacité de pompage liquide est un point non négligeable de ces dispositifs, puisqu'elle conditionne en partie le transport de la phase solide qui est la finalité du dispositif.

### 1.1.6 Géothermie

Dans le cadre de l'exploitation de l'énergie géothermique, à l'échelle de centrale de moyenne ou haute énergie, le gazosiphon peut se substituer à une pompe classique pour remonter la saumure chaude d'un aquifère. La longueur du dispositif dépend de la géographie de la ressource, mais globalement on se situe dans des tranches analogues à celles des travaux de minage, plutôt de l'ordre du kilomètre de longueur. On notera notamment les travaux de Honegger [1984] qui étudie le pompage par gazosiphon dans le cadre d'une centrale géothermique de moyenne énergie pour remonter directement la saumure d'un aquifère en surface.

L'utilisation du gazosiphon dans ce contexte par Honegger [1984, 1986] fait apparaître deux modes de fonctionnement :

- l'un avec une injection sous forme directement gazeuse pour pomper la saumure. ;
- l'autre, proposé par Hunt [2011] et aussi par Honegger [1986], consiste à se servir du gazosiphon aussi comme un échangeur à contact direct entre la saumure et un fluide injecté sous forme liquide (fluide organique) qui se vaporise après échange thermique dans le fluide qui circule dans le gazosiphon.

## 1.2 Principales fonctions du gazosiphon

Comme on vient de le voir, le gazosiphon peut être utilisé pour des applications variées. Cette diversité applicative est directement liée aux différentes fonctions qu'il offre et qui vont être maintenant décrites séparément et de manière plus approfondie.

### 1.2.1 Gazosiphon utilisé comme pompe

Dans une mesure qui peut être très variable, le dénominateur commun des gazosiphons dans les différentes applications répertoriées, concerne sa fonction de transport de la phase liquide, qui est intrinsèque à son fonctionnement. La fonction de pompage du gazosiphon se matérialise sous plusieurs variantes.

#### 1.2.1.1 Hauteur de refoulement

Au-delà de la création d'un mouvement liquide qui se limite à s'opposer au frottement entre le fluide et les parois du gazosiphon, on peut obtenir un débit liquide à une hauteur

de refoulement  $L$  ("lift" en anglais). Un dispositif concret simple qui requiert une hauteur de refoulement est le pompage de l'eau d'un puits, schématisé sur la figure 1.3, qui est analogue au dispositif général présenté figure 1.2. On considère la pression hydrostatique à la base du puits fixée par la hauteur d'eau  $S$  telle que  $p_{hs} = \rho_l g S$ . Il est alors nécessaire d'injecter un débit de gaz qui réduit suffisamment le poids de la colonne de mélange diphasique de longueur  $S + L$  afin d'obtenir un équilibre avec la pression hydrostatique en entrée liée à la colonne d'eau de hauteur  $S$  du puits, dont la distribution est tracée en noir sur la figure 1.4. La compensation du poids de la colonne de fluide supplémentaire issue de la hauteur de refoulement requiert une présence de gaz minimum pour induire une réduction du poids du mélange diphasique en-dessous de laquelle aucun pompage fluide ne sera possible. Pour que l'allègement soit suffisant et permette de compenser le gradient de pression en sortie, il est nécessaire que la densité du mélange soit réduite dans une proportion telle que :

$$\rho g(S + L) = \rho_l g S \quad (1.1)$$

avec  $\rho$  la masse volumique associée au mélange diphasique air/eau en  $\text{kg/m}^3$ ,  $\rho_l$  la masse volumique de l'eau du puits en  $\text{kg/m}^3$  et  $g$  l'accélération de pesanteur. La répartition de pression qui en découle est tracée en rouge sur la figure 1.4. Au-delà du cas limite d'un allègement qui compense exactement le poids de la colonne d'eau supplémentaire  $\rho_l g L$ , lorsque  $\rho g(S + L) > \rho_l g S$ , le gradient de pression supplémentaire obtenu est compensé par la mise en mouvement du liquide et la création d'un débit plus ou moins important à la hauteur de refoulement  $L$ .

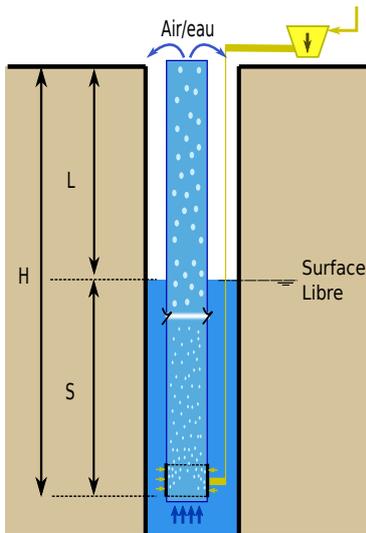


FIGURE 1.3 – Gazosiphon immergé utilisé comme pompe avec hauteur de refoulement

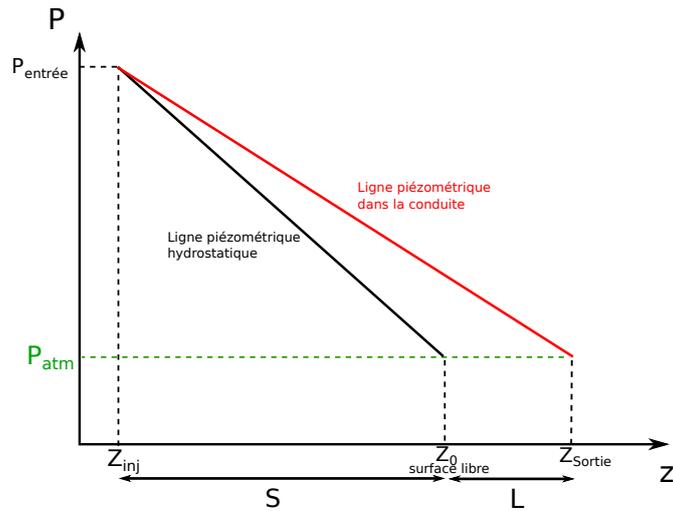


FIGURE 1.4 – Ligne piézométrique théorique à l'intérieur et l'extérieur du gazosiphon

L'efficacité de pompage d'un gazosiphon utilisé comme pompe est classiquement exprimée par Nicklin [1963] comme le rapport entre la puissance d'un certain débit d'eau monté à une hauteur de refoulement  $L$ , et la puissance liée au travail de la détente isotherme du gaz lors de la remontée dans la conduite, de la pression d'injection  $p_{inj}$  à la pression en sortie de conduite  $p_{atm}$ . Ce rendement est calculé en fonction des débits massiques du gaz  $q_g$  et du liquide  $q_l$ , des pressions d'injection  $p_{inj}$  et de sortie  $p_{atm}$ , de la densité de l'eau  $\rho_l$ , de la hauteur de refoulement  $L$  et de la température dans le gazosiphon  $T_{GS}$  :

$$\eta_{lift} = \frac{q_l g L}{q_g R T_{GS} \ln \frac{p_{inj}}{p_{atm}}} \quad (1.2)$$

Globalement, les rendements obtenus dans la littérature, répertoriés dans la chapitre 2, sont plus faibles que ceux des dispositifs de pompage "classiques", et plafonnent en général aux alentours de 50 – 60%. Cependant, il n'y a à notre connaissance que très peu d'études qui visent à optimiser cette efficacité, ce qui laisse donc une marge de manœuvre potentielle pour glaner quelques points d'efficacité supplémentaires pour des configurations optimisées. En contrepartie de faibles rendements observés en général, il reste que le principal avantage du dispositif réside dans sa robustesse et sa souplesse d'utilisation. Tout d'abord le fait que le dispositif ne présente aucune partie mobile permet de limiter toutes les problématiques d'usure liées à la pression de pièces en mouvement ou en rotation. De plus il est possible de pomper des liquides même en présence d'une phase solide, comme des sédiments par exemple dans le cas d'un puits ou de travaux de minage comme mentionné précédemment. Enfin observons que cette efficacité de pompage peut être interprétée comme un rendement classique à condition de considérer le dénominateur comme une puissance isotherme de compression de  $p_{atm}$  à  $p_{inj}$ , à savoir la puissance que l'expérimentateur doit idéalement fournir à l'injecteur pour créer des bulles.

### 1.2.1.2 Création d'une charge liquide

Sur le même principe de pompage par gravité, le gazosiphon peut permettre, plutôt que d'amener un débit d'eau à une certaine hauteur de refoulement, de créer une charge liquide en sortie au niveau de la surface libre. Dans ce cas, le mécanisme de pompage est le même, mais le poids de la colonne d'eau est "remplacé" par un niveau de pression en sortie  $p_s$  visible sur la figure 1.6. Le dispositif est schématisé sur la figure 1.5. Pour compenser cette fois un écart de pression entre la pression atmosphérique et la pression en sortie du gazosiphon, il est nécessaire d'obtenir un allègement tel que la baisse de la ligne piézométrique dans le gazosiphon, tracée en rouge, permette de compenser cette surpression. Tout allègement supplémentaire induit un écart de pression excédentaire qui permet d'augmenter le débit liquide pompé, par la mise en mouvement du fluide qui crée de la perte de charge par frottement.

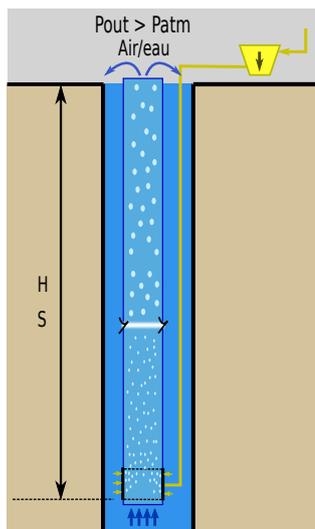


FIGURE 1.5 – Gazosiphon immergé utilisé comme pompe avec création d'une charge en sortie

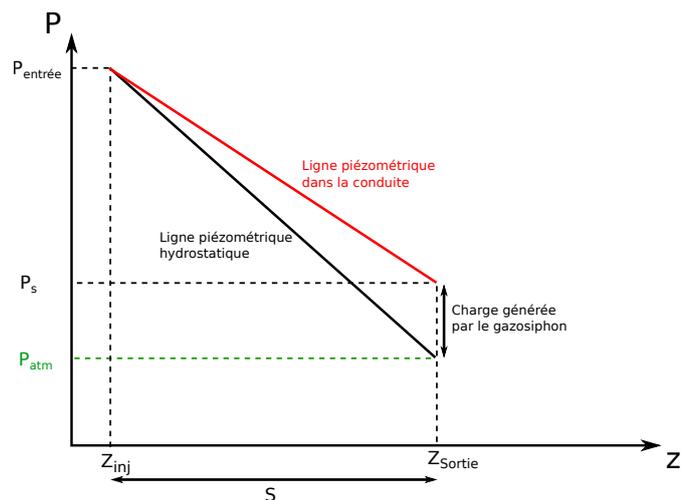


FIGURE 1.6 – Ligne piézométrique théorique à l'intérieur et l'extérieur du gazosiphon

Dans le calcul de l'efficacité, la puissance relative au débit liquide monté à une hauteur de

refoulement  $L$ , égale à  $\rho_l g L Q_l$  avec  $Q_l$  le débit volumique du liquide, est remplacée par la charge obtenue en sortie, dépendante des conditions aux limites. La puissance hydraulique du fluide en sortie sera calculée en fonction de la charge de l'eau en sortie relativement à la pression atmosphérique  $\Delta p = p_s - p_{atm}$ . L'efficacité de pompage est alors définie par :

$$\eta_{charge} = \frac{Q_l \Delta p}{q_g R T_G S \ln \frac{p_{inj}}{p_s}} \quad (1.3)$$

Les efficacités de pompage peuvent être calculées dans le cas intermédiaire d'une hauteur de refoulement conjointement à une charge liquide en sortie. Notons que si l'on veut interpréter encore cette efficacité de pompage (1.3) comme un rendement, le dénominateur doit correspondre à la puissance que l'expérimentateur doit idéalement fournir à l'injecteur de  $p_s$  à  $p_{inj}$ . Cette interprétation suppose qu'il existe une boucle de retour pour le gaz comme il en existe une pour le liquide. Si tel n'est pas le cas il convient d'introduire la véritable valeur de la pression du gaz avant compression. Seule cette façon de procéder permet une comparaison quantitative avec d'autres systèmes de pompage. C'est bien cette approche qui sera adoptée dans le chapitre 5, où on remplacera la puissance relative au travail de la détente isotherme du gaz dans la conduite par la puissance nécessaire pour la compression du gaz.

### 1.2.1.3 Importance des configurations d'écoulement

Les numérateurs des expressions donnant les efficacités (ou rendements) de pompage telles qu'elles apparaissent dans les formules (1.2) ou (1.3) correspondent aux puissances ou aux grandeurs que l'on gagne et dont on souhaite donc la croissance via un fonctionnement idéal du gazosiphon. En d'autres termes on souhaite maximiser l'efficacité de l'entraînement du liquide par le gaz. Cet entraînement dépend fortement de la structure de l'écoulement diphasique, appelée communément configuration d'écoulement.

Les configurations qui peuvent apparaître, en fonction des conditions de fonctionnement du gazosiphon, présentent des propriétés physiques très distinctes associées à des allures visuelles bien différentes. Les principales configurations d'écoulement, dans les conduites verticales, sont répertoriées sur la figure 1.7 et nous en précisons maintenant les caractéristiques essentielles.

#### - Écoulement à bulles :

Le gaz est présent sous forme de bulles dans une phase liquide continue. La taille et la forme des bulles peuvent varier, mais elles restent proches de l'état sphérique grâce à leur petite taille, qui est bien inférieure au diamètre de la conduite. L'écoulement sera symétrique mais la phase gazeuse ne se déplacera pas à la même vitesse que la phase liquide (présence d'une vitesse de glissement). Cependant cette configuration d'écoulement est la plus favorable pour maximiser l'efficacité d'entraînement du liquide par le gaz. En effet, pour un débit de gaz donné, elle suppose une distribution du volume total en petites bulles sphériques, qui permettent de maximiser les surfaces d'interfaces gaz/liquide. L'augmentation de ces surfaces induit une augmentation des forces de traînée permettant au gaz d'entraîner efficacement le liquide lors de sa remontée dans la conduite. Lorsque, pour un volume de gaz fixé, les diamètres de bulles augmentent et induisent par là-même une perte de sphéricité, ces surfaces d'interface diminuent et provoquent une baisse des forces de traînée jouant directement sur l'efficacité d'entraînement. Cette configuration est préservée tant que le

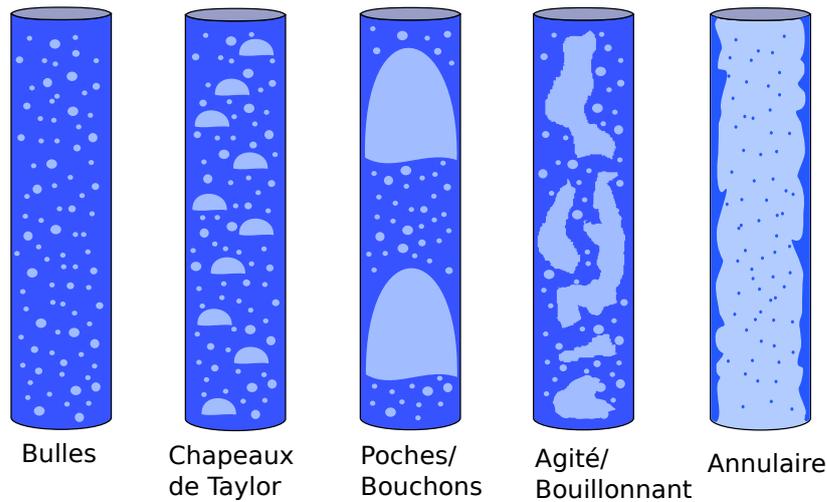


FIGURE 1.7 – Principales configurations d'écoulement diphasique vertical en conduite

taux de vide reste suffisamment faible et ne conduit donc pas à une coalescence importante des bulles. L'existence de la configuration à bulles suppose une croissance modérée des bulles de gaz, qui leur permet de garder une forme quasi-sphérique. Le caractère turbulent de l'écoulement influence le taux de vide maximum à partir duquel la coalescence devient importante ; selon le niveau de turbulence, les bulles de gaz présenteront en effet un mouvement plus ou moins chaotique et seront donc plus ou moins en mesure d'interagir les unes avec les autres. Notons cependant que, à l'inverse, l'augmentation du niveau de turbulence peut aussi conduire à l'augmentation des phénomènes de fragmentation des bulles de gaz.

- **Écoulement à chapeaux de Taylor :**

A partir d'un certain taux de vide, la proximité des bulles augmente de façon telle que les phénomènes de coalescence se multiplient. On voit ainsi apparaître des bulles plus grosses qui ne sont plus sphériques, appelées chapeaux de Taylor, dont le sommet est arrondi et la base plus émoussée. La diminution des interfaces gaz/liquide de ce type de bulles induit une dégradation de la qualité d'entraînement du liquide par le gaz. L'augmentation du taux de vide provoque une transition progressive vers un écoulement dominé par ces chapeaux de Taylor, qui peut éventuellement se muer en écoulement à poches.

- **Écoulement à poches :**

Si le débit de gaz augmente, les chapeaux de Taylor continuent à croître par coalescence, en formant des bulles plus grandes, dont les dimensions peuvent devenir de l'ordre de grandeur du diamètre de la conduite dans certaines conditions. Les bulles peuvent croître par coalescence et par la diminution de la pression jusqu'à atteindre une taille critique, dépendante notamment de la physique de l'écoulement, au-delà de laquelle elles ne sont plus stables. Si le diamètre de la conduite est plus faible que cette taille limite, alors l'augmentation de taux de vide peut induire un écoulement à poches, qui correspondent à des chapeaux de Taylor dont la taille caractéristique est équivalente au diamètre de la conduite. Le passage de ces grosses bulles entraîne de fortes variations des propriétés de l'écoulement. De plus la surface d'échange entre le fluide et le gaz diminue largement par rapport aux configurations précédentes.

- **Écoulement à bouillons / bouillonnant / agité :**

Il s'agit d'une configuration intermédiaire entre l'écoulement à poches et l'écoulement annulaire. Cette configuration d'écoulement très perturbé est caractérisée par la présence de poches de gaz très instables et déformées. Cette configuration d'écoulement est fortement chaotique et par conséquent souvent considérée comme un régime transitoire.

- **Écoulement annulaire :**

A très haut débit de gaz, les contraintes de cisaillement du gaz circulant à grande vitesse deviennent dominantes devant la gravité : le liquide est alors expulsé du centre de la conduite et forme un film sur la paroi (anneau de liquide), pendant que le gaz circule sous forme d'une phase continue au centre de la conduite. L'interface est perturbée par des ondes, et du liquide peut être entraîné dans la phase gazeuse sous forme de gouttelettes. La fraction de liquide entraînée par le gaz peut être similaire à celle entraînée dans le film à la paroi. Ce régime d'écoulement est stable, et n'est bien évidemment pas souhaitable dans la mesure où l'efficacité d'entraînement du liquide est quasiment nulle.

- **Écoulement dispersé :**

Pour des débits de gaz encore plus importants, le film de liquide est aminci par le cisaillement du gaz sur l'interface, jusqu'à ce que cette dernière devienne instable et disparaisse. Tout le liquide est alors entraîné sous forme de gouttelettes dans une phase gazeuse continue. Cette configuration correspond en quelque sorte à l'inverse de la configuration à bulles. Les gouttes de liquide sont souvent trop petites pour pouvoir être visualisées sans un dispositif d'observation adapté.

Les critères de transition entre ces configurations d'écoulements sont souvent représentés sous forme de cartes d'écoulements. Ces critères interviennent de façon cruciale dans la modélisation de l'écoulement et seront discutés de façon détaillée dans le chapitre suivant.

### 1.2.2 Transferts de masse

Les transferts de masse font partie des fonctions recherchées du gazosiphon, qui sont exploitées dans plusieurs domaines environnementaux répertoriés dans la section 1.1. La présence de deux phases, liquide et gazeuse, en contact permanent, induit de fait des échanges massiques. Ces transferts sont régis au niveau des interfaces par la célèbre loi de Henry qui stipule qu'à température donnée et à l'équilibre, la quantité de gaz dissous dans un liquide (mesurée par sa fraction molaire ou sa concentration en solution) est proportionnelle à la pression partielle qu'exerce ce gaz sur le liquide. D'un point de vue macroscopique les transferts dépendent de la densité d'aire interfaciale et donc de la configuration de l'écoulement. La vitesse relative entre les deux phases joue évidemment un rôle essentiel.

Les configurations d'écoulement qui pilotent en partie le pompage du liquide ont donc une importance notable aussi sur la physique des transferts. Les écoulements à bulles seront généralement privilégiés puisqu'ils permettent de maximiser la densité d'aire interfaciale.

Un exemple de système qui favorise les transferts, à partir d'une variante peu commune du gazosiphon et utilisé dans l'aquaculture par Barrut *et al.* [2012b,a], consiste à abaisser le niveau de pression en haut du gazosiphon. Une dépression est ainsi appliquée au niveau de

l'évacuation du gaz en haut de la conduite schématisée figure 1.8. Le niveau de pression, commun à la colonne diphasique et à la jambe monophasique de retour, plutôt que d'être imposé par la pression hydrostatique à la base du gazosiphon, est imposé d'une part en haut du gazosiphon et fixé d'autre part en-dessous de la pression atmosphérique à  $p_{dep}$  (voir figure 1.9). Cette dépression amplifie le débit de gaz injecté à la base du gazosiphon, accroissant l'allègement de la colonne de fluide. Le procédé permet d'accroître le débit d'eau recirculant, cette augmentation étant obtenue avec une consommation énergétique plus faible que celle qui serait induite par une seule injection d'air à la base. Toutefois ces avantages ne peuvent être transposés aux dispositifs de grande échelle qui concernent l'application visée dans cette thèse. Un intérêt de cette variante réside dans ses effets sur les propriétés des échanges massique entre l'eau et le gaz. En effet la dépression permet de diminuer la pression partielle qu'exerce un gaz donné contenu dans les bulles injectées et donc la concentration de saturation de ce même gaz dissous dans l'eau. La désorption de ce même gaz se trouve donc favorisée ; ce peut être la désorption d'un surplus de  $\text{CO}_2$  présent dans l'eau.

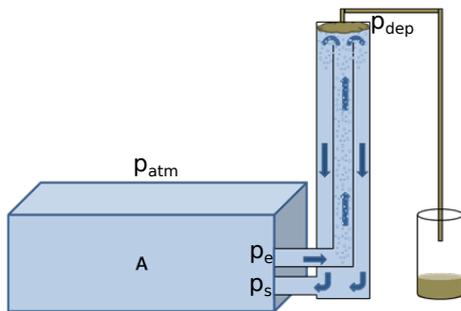


FIGURE 1.8 – Gazosiphon à dépression

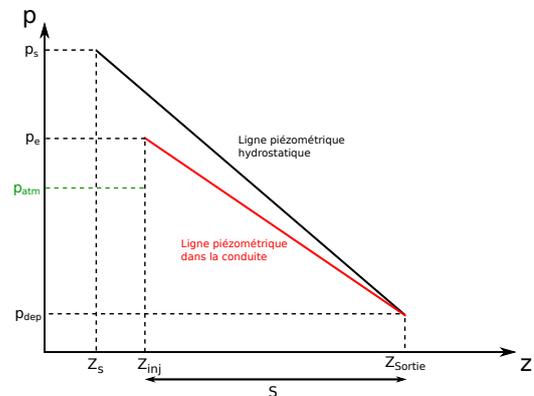


FIGURE 1.9 – Ligne piézométrique théorique à l'intérieur et l'extérieur du gazosiphon

L'amplification des phénomènes de dissolution peut être également favorisée en opérant une injection de fines bulles permettant de maximiser la densité d'aire interfaciale. Par ailleurs, l'utilisation d'échelle importante, comme dans le cas de la captation du  $\text{CO}_2$ , permet que les transferts s'opèrent à haute pression, favorisant ainsi la dissolution du  $\text{CO}_2$  dans l'eau.

La fonction de transfert de masse n'est pas recherchée dans l'application géothermique envisagée. Il est évident que même si cette fonction n'est pas recherchée, cela ne signifie pas qu'il faille la négliger *a priori*, les transferts de masse pouvant jouer sur l'allègement du mélange et par extension sur le pompage liquide. Concernant spécifiquement notre application, l'influence de ces effets sera estimée dans la section 2.2 du prochain chapitre.

### 1.2.3 Transport solide

La robustesse du gazosiphon lui permet de pomper un écoulement en présence de particules solides. La flottation, fonction recherchée principalement en aquaculture et pour le traitement des eaux usées, consiste à utiliser les possibilités de captation des particules solides par les interfaces des bulles, ces interfaces se retrouvant en tête de gazosiphon dans une sorte d'écume surnageant. D'une façon générale, il existe différents procédés pour

recupérer l'écume produite. Ainsi le skimmer ou écumeur de surface peut être un point d'entrée dans les systèmes de séparation par flottation. Son rôle premier est de permettre l'aspiration de l'eau à filtrer. Outre qu'il sépare les impuretés qui flottent en surface, il régule le niveau mais par là même n'assure pas une séparation régulière. Le gazosiphon évoqué précédemment Barrut *et al.* [2012b,a]; Barrut [2011] consiste à aspirer par le vide l'écume avec les particules qui sont piégées dedans. Les derniers tests menés montrent qu'en plus des particules, ce système appelé COLDEP permet également de piéger les bactéries et les virus.

#### 1.2.4 Échanges de chaleur

Un gazosiphon peut se concevoir comme un échangeur de chaleur à contact direct, puisque la présence des deux phases en contact permanent est propice aux transferts thermiques. Principalement en géothermie, on trouve des applications qui s'appuient sur cette fonction via l'utilisation d'un fluide à faible température et pression de vaporisation (liquide organique). Dans ce cas il s'agit de transfert de chaleur avec changement de phase. Le fluide sous forme liquide est injecté dans le gazosiphon et rentre en contact avec le liquide géothermique à haute température [Honegger, 1986; Hunt, 2011], permettant ainsi qu'il monte en température et se vaporise dans la conduite. Une autre variante en géothermie, aussi mise en œuvre par Honegger [1984], utilise indirectement cette fonction d'échange direct, dans le cas d'une injection de fluide sous forme gazeuse. Il n'y a alors pas de changement de phase, mais la température du gaz s'harmonisera avec celle du liquide pompé à haute température, et permettra une augmentation du débit volumique gazeux.

Les échanges de chaleur entre le flux gazeux et le flux liquide ne peuvent se concevoir qu'imposés par la phase liquide qui joue le rôle de thermostat. En effet, le débit de capacité thermique du liquide  $q_l c_l$  est toujours plus important que le débit de capacité thermique du gaz  $q_g c_p$ , dans des proportions élevées sur lesquelles on reviendra dans le chapitre 5.

Ces échanges thermiques entre les deux phases dans le système ne constitueront pas un objectif en soi mais il se trouve qu'on tirera parti de la stabilisation de la température du gaz injecté dans un liquide chauffé par une ressource géothermique, en faisant l'approximation d'une influence négligeable sur les variations de température du liquide.

### 1.3 L'énergie géothermique

Le but de cette fin de chapitre est de montrer en quoi un système de pompage par gazosiphon, et cela malgré les faibles performances énergétiques que l'on peut *a priori* espérer, peut être préféré à l'utilisation d'une pompe conventionnelle qui demeure classiquement mise en œuvre dans les centrales géothermiques. Pour cela, on introduira d'abord dans cette section quelques rappels sur l'énergie géothermique pour situer, dans le champ très vaste des différents types de centrales géothermiques qui sont développées de par le monde, le type de centrale que l'on compte proposer.

L'exploitation géothermique consiste à récupérer la chaleur présente dans le sous-sol. En moyenne, le gradient géothermique, c'est-à-dire l'augmentation de température avec la profondeur, est d'environ 3.3 °C tous les 100 mètres, avec une base d'environ 10 °C à 14 °C au niveau du sol (en France). Les températures atteignent donc en théorie environ 140 °C à 4 km de profondeur. Il est bien entendu possible de trouver des zones plus profitables,

dont le rapport température/profondeur est meilleur. Cette source d'énergie est stable et inépuisable à notre échelle.

L'exploitation de l'énergie géothermique peut être caractérisée suivant au moins trois critères : la nature de la ressource (géologie et température), les modes d'extraction de l'énergie thermique et le mode de production de l'énergie (chauffage ou électricité).

### 1.3.1 Nature de la ressource

Les sources géothermiques sont classées en fonction de leur température, et généralement la profondeur des sites y est en partie corrélée :

- **Très basse énergie** < 30 °C :

Ce type de géothermie correspond aux aquifères de faible profondeur (inférieure à 100 m) et dont le niveau de température ne dépasse pas 30 °C. La chaleur extraite est généralement utilisée avec une pompe à chaleur pour assurer le chauffage et le rafraîchissement de bâtiments.

- **Basse énergie** 30 °C à 90 °C :

Elle explore des aquifères profonds situés aux alentours d'un à deux kilomètres de profondeur ou des zones d'anomalie thermique (proximité des bords des plaques tectoniques), pour des températures qui peuvent atteindre entre 30 °C et 90 °C. Ces niveaux de températures restent trop faibles pour produire efficacement de l'électricité mais sont idéaux pour récupérer de la chaleur. Les applications vont du chauffage urbain au thermalisme, en passant par le chauffage des serres et le séchage des produits agricoles.

- **Moyenne énergie** 90 °C à 150 °C :

Les centrales de cette géothermie exploitent généralement des gisements d'eau chaude ou de vapeur humide compris entre 90 ° et 150 °. Dans les bassins sédimentaires en question, il faut généralement atteindre des profondeurs de 2000 à 4000 mètres pour obtenir ces températures. Cependant, il est possible de trouver des températures de cet ordre aux alentours de 1000 mètres dans certaines zones d'anomalie thermique. Ces niveaux de température peuvent permettre de produire de l'électricité, mais la chaleur reste plutôt la production énergétique préférentielle dans la tranche basse des températures.

- **Haute énergie** 150 °C à 350 °C :

Il est question ici d'exploiter des fluides atteignant des températures supérieures à 150 °C, pour produire de l'électricité. Les sources sont localisées entre 1500 à 3000 mètres de profondeur, généralement dans les zones de volcanisme ou de tectonique active.

- **Géothermie profonde assistée** :

Les niveaux de température sont souvent associés à la géothermie de haute énergie mais la géothermie profonde assistée se trouve liée aux caractéristiques physiques de la source. Elle consiste à extraire la chaleur de roches chaudes fissurées situées globalement entre 3 et 5 kilomètres de profondeur. Contrairement à la géothermie haute température classique qui exploite des réservoirs capables de fournir des débits

de fluides élevés, la géothermie profonde assistée nécessite de fracturer des roches peu perméables à l'aide d'eau sous pression. L'eau au contact de la roche se réchauffe et est récupérée par une conduite de remontée.

### 1.3.2 Modes d'extraction de l'énergie thermique de la ressource

Suivant le niveau d'énergie thermique de la ressource, on la prélèvera dans le sous-sol, dans les aquifères ou directement dans les roches chaudes. Auparavant, il faut mettre en œuvre différentes techniques de forage (par marteau fond de trou, par système rotary...) qui dépendent de la profondeur de la ressource ciblée ainsi que de la nature des terrains (durs ou meubles, cavités souterraines ...). Elles diffèrent surtout selon la nature de la ressource, ci-dessus mentionnée, que l'on cherche à exploiter. Une fois le puits créé, les principaux modes d'extraction de l'énergie thermique sont :

- Sondes géothermiques : ce sont des tubes échangeurs de chaleur en U, enterrés à faible profondeur, le plus souvent réalisés en polymère, destinés à capter les calories du sous-sol grâce à une injection d'eau ; cette eau réchauffée revient en surface au moyen d'une pompe de surface. Ces sondes sont utilisées dans les endroits où le sous-sol ne révèle pas d'aquifères exploitables et correspondent à la géothermie de très basse énergie.
- Doublets géothermiques dans aquifère de basse ou moyenne énergie : en général le principe du doublet géothermique est retenu pour augmenter la durée de vie de l'exploitation de l'aquifère dans lequel on puise l'eau chaude. Le principe est de faire deux forages : le premier puits permet de puiser la saumure, le second puits de la réinjecter dans l'aquifère. Le puits de production ou de prélèvement amène, au moyen d'une pompe immergée, l'eau géothermale chaude à la surface. Il existe différents modes de remontée de l'eau (on parle de mode d'activation). Le plus classique est par l'utilisation de pompe électrique immergée au fond du puits de production. Dans des cas plus rares on utilise des pompes aux tiges.
- Doublets géothermiques dans aquifère de haute énergie : si la saumure en tête de puits est suffisamment chaude pour se vaporiser (vaporisation flash) ou se trouve sur le point de se vaporiser, l'allègement de la colonne diphasique entraîne une auto-stimulation du puits. Cette saumure participe directement à la production d'électricité comme nous le verrons plus loin. Ce cas se produit dans des environnements géologiquement actifs comme les limites de plaques lithosphériques où siègent des volcans et correspond à l'utilisation de l'énergie géothermique de haute énergie.
- Technique EGS : la ressource géothermique est abondamment répartie à la surface de la terre mais les zones avec des aquifères perméables occupent moins de 10 % de cette surface. Une technique pour prélever la chaleur dans les zones sèches qui sont naturellement mais faiblement fracturées est connu sous l'acronyme EGS, soit "Enhanced Geothermal Systems" ("Systèmes Géothermiques Stimulés"), ou encore sous l'acronyme HDR soit "Hot Dry Rock" ("Roches Sèches Chaudes"). Elle est notamment expérimentée à Soultz-sous-Forêts en France. La technologie consiste à effectuer deux voire trois forages : le premier pour injecter l'eau froide à partir de la surface, et le second (ou deuxième), voire le troisième, pour récupérer l'eau réchauffée après passage dans les roches profondes. Cependant, il est nécessaire après avoir foré le puits d'injection d'augmenter la perméabilité des roches au pied de ce puits par stimulation, ce qui est réalisé en injectant de l'eau ou du dioxyde de carbone liquéfié

à haute pression ou en utilisant des explosifs. Ce n'est qu'après cette opération que l'eau peut circuler via les roches chaudes et que la chaleur peut être récupérée par le ou les puits de prélèvement pour produire de l'électricité. Cette situation correspond à l'utilisation de l'énergie géothermique de moyenne et surtout de haute énergie.

### 1.3.3 Modes de transfert de l'énergie thermique en tête de puits

On considérera tout d'abord le cas des sondes géothermiques. L'eau réchauffée à l'extrémité des sondes (échangeurs de chaleur en U) placées dans le sous-sol revient en surface pour se raccorder à une pompe à chaleur. Dans la boucle géothermique des doublets géothermiques associés aux aquifères de très basse, basse ou moyenne énergie, l'eau, après avoir cédé ses calories, est restituée dans l'aquifère par le puits de réinjection et tourne ainsi en circuit fermé. Différents cas sont à considérer suivant le niveau d'énergie de la ressource :

- Cas correspondant à la géothermie de très basse énergie : lorsque le puits de production puise la chaleur contenue dans l'eau des nappes phréatiques à faible profondeur où la température de l'eau est constante entre 7 et 12 °C, l'eau peut être alors raccordée à une ou plusieurs pompes à chaleur apportant chauffage ou rafraîchissement à des maisons individuelles.
- Cas correspondant à l'énergie géothermique de basse énergie : il existe un deuxième cas où l'eau est issue d'un aquifère profond. Elle cède sa chaleur, via un échangeur de chaleur en surface, à un autre réseau dans lequel circule l'eau chauffée qui distribue sa chaleur à diverses sous-stations (immeubles de bureau, bâtiments de santé, hôtellerie, grandes surfaces commerciales, piscines communales et plus récemment, habitats urbains collectifs). L'échangeur est nécessaire pour transférer les calories car il évite la corrosion du réseau de chaleur, l'eau géothermale étant notamment chargée en sels minéraux ; cette eau sera appelée Saumure ("Brine" en anglais) par la suite.
- Il existe un troisième cas, décrit plus loin, qui correspond à l'utilisation de l'énergie géothermique de moyenne énergie pour laquelle l'aquifère est très profond. La saumure y est à une température plus élevée que dans le cas précédent mais encore insuffisante pour produire directement de l'électricité en se vaporisant en tête de puits. Elle cède alors sa chaleur en surface via un échangeur à un circuit dit binaire dans lequel le fluide de travail (éventuellement un fluide organique) se vaporise à une température plus basse que l'eau. Ce fluide peut alors produire de l'électricité via un Cycle de Rankine Organique ("ORC") ou un Cycle de Kalina par exemple.

### 1.3.4 Mode d'utilisation d'énergie

La ressource géothermique exploitée peut être utilisée sous différentes formes, respectivement pour le chauffage ou pour la production d'électricité. La figure 1.10 résume les applications envisagées en fonction du niveau d'énergie de la ressource.

**Production de chaleur** - Toutes les applications liées au chauffage et à la climatisation peuvent être envisagées (habitat urbain collectif ou individuel, locaux industriels et agricoles, thermalisme, balnéothérapie, usages industriels, pisciculture). Afin de rentabiliser au mieux l'utilisation d'une ressource géothermique, les rejets de fluide (réinjection dans l'aquifère) doivent se faire à la température la plus basse possible. La solution idéale

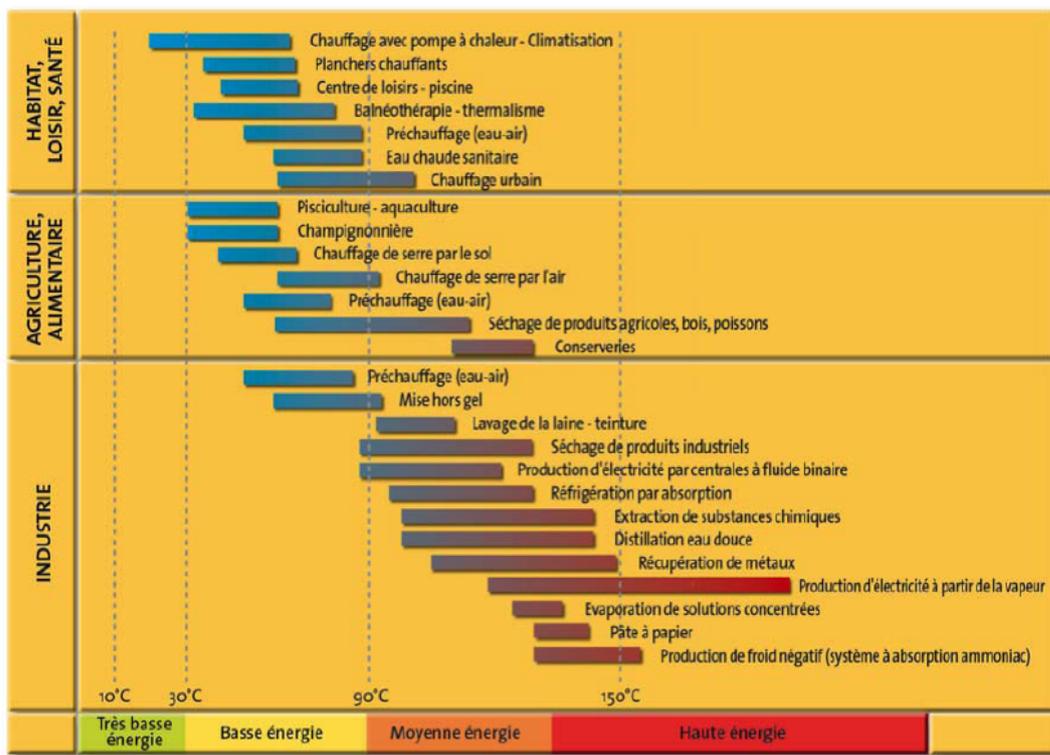


FIGURE 1.10 – Utilisations classiques des différents types de ressources géothermiques

est de refroidir le fluide géothermique par des échanges successifs en cascade, jusqu'à la température ambiante.

**Production d'électricité** - En remontant dans un puits de production, la saumure, sous forme liquide ou diphasique, se trouve progressivement dépressurisée et peut éventuellement se vaporiser. Dans ce cas la vapeur sous pression permet de convertir son énergie en électricité, au moyen d'une turbine et d'un générateur. Plus précisément, il existe trois modèles de centrales géothermiques, qui exploitent toutes l'eau chaude et/ou la vapeur extraite du sol. Dans le modèle le plus simple, la vapeur passe directement à travers une turbine. Dans un deuxième modèle, l'eau en tête de puits atteint une température importante sans pour autant se présenter sous forme de vapeur. Il faut la forcer à passer dans un étranglement afin qu'elle subisse une vaporisation flash ; la vapeur produite peut ensuite être utilisée pour entraîner une turbine. Un cas intermédiaire entre ces deux modes de production apparaît lorsque le fluide extrait du réservoir géothermique, constitué de vapeur et liquide, passe par un séparateur de phase :

- la vapeur est dirigée dans un premier circuit à haute pression vers la turbine ;
- l'eau liquide est vaporisée par abaissement de sa pression puis dirigée par un deuxième circuit vers la turbine.

Dans le troisième modèle, appelé système binaire, l'eau en tête de puits est encore loin de la température de vaporisation ; elle passe alors à travers un échangeur de chaleur, où elle réchauffe un second fluide circulant dans un circuit secondaire, qui bout à une température plus basse que l'eau. C'est ce second fluide de travail converti en vapeur lors de son passage dans l'échangeur qui fait fonctionner la turbine avant d'être de nouveau liquéfié. A la sortie de la turbine, les fluides rejetés sont à une température permettant encore une utilisation calorifique de leur énergie thermique.

Les trois modèles sont présentés dans les schémas de la figure 1.11 ci-dessous. Les deux premiers modèles se trouvent dans la géothermie de haute énergie tandis que le troisième modèle est adapté à la géothermie de moyenne énergie caractérisée par une température de l'eau insuffisante pour être transformée dès sa sortie en vapeur.

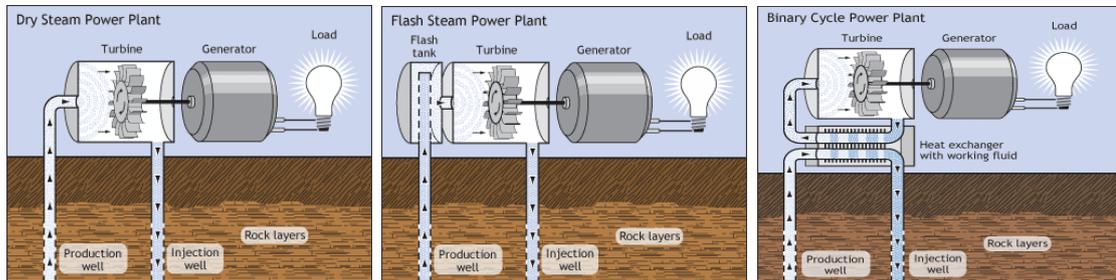


FIGURE 1.11 – Modèles classiques de production d'électricité

**Cogénération** - La production d'électricité géothermique peut éventuellement être couplée avec une valorisation thermique (cogénération). Plusieurs installations en Europe fonctionnent selon cette configuration. Cette valorisation peut être envisagée dans les deux premiers modèles évoqués ci-dessus. Après passage dans la turbine, la vapeur d'eau, encore à une température élevée, est soit envoyée dans l'atmosphère, soit dirigée vers un échangeur de chaleur situé à proximité. Dans ce dernier cas, il y a cogénération, c'est-à-dire production combinée de chaleur (énergie thermique) et d'électricité (énergie électrique). Autre possibilité : la vapeur à la sortie de la turbine est condensée pour être évacuée sous forme liquide. Le rendement de production électrique est ainsi amélioré.

## 1.4 Nouveau système d'exploitation géothermique urbain

Ce n'est que dans une niche particulière du champ qui vient d'être décrit que le concept proposé ambitionne d'apporter une piste pour amorcer des développements concrets futurs. On présente ici de manière très générale les caractéristiques du concept que l'on souhaite développer. On montrera en particulier qu'il se veut être adaptable à des environnements urbains en se gardant d'être nocif pour l'environnement.

On se placera dans le contexte de la géothermie de moyenne (voire haute) énergie, ce qui implique des températures de la ressource dans un intervalle large d'environ 80 à 200 °C. La ressource géothermique considérée est constituée en priorité par un aquifère en profondeur, ou éventuellement par des roches sèches.

On présentera les avantages potentiels offerts par l'intégration d'un gazosiphon de grande échelle dans une centrale géothermique, en remplacement d'un dispositif de pompage classique. Une attention particulière sera tout d'abord accordée à la viabilité énergétique de ce dispositif qui n'est pas acquise *a priori* comme cela a été mentionné à plusieurs reprises.

Un autre objectif du système proposé sera sa compatibilité avec une implantation en milieu urbain, ce qui suppose la prise en compte de contraintes environnementales. Les systèmes classiques d'exploitation d'aquifères de moyenne et haute énergie sont généralement accompagnés de caractéristiques qui ne satisfont pas ces contraintes, telles que :

- l'utilisation directe de saumure ou d'eau qui a été contaminée par de multiples composants nocifs (sulfate d'hydrogène, chlorure d'hydrogène, acide sulfurique...) en passant dans des roches fracturées; ces liquides peuvent se libérer en surface en cas de fuite ou d'explosion;
- la nécessité dans certains cas de fracturer la roche et d'engendrer une certaine sismicité;
- l'utilisation de fluides organiques comme fluide caloporteur ou dans des cycles annexes pour la production d'électricité qui peuvent aussi se libérer dans l'atmosphère en cas de fuite ou d'explosion.

La centrale devra pouvoir surmonter ces contraintes environnementales, que ce soit dans la perspective de produire de la chaleur ou de l'électricité. Par ailleurs la centrale devra pouvoir bénéficier d'une source d'eau froide à proximité, telle qu'un lac ou une rivière. On peut admettre qu'une telle nécessité n'est pas incompatible, même au contraire, avec cette proximité urbaine où de telles sources sont fréquentes; elle est donc cohérente avec les objectifs environnementaux de la centrale.

#### 1.4.1 Gazosiphon utilisé dans un système de doublet

En règle générale, l'extraction d'énergie géothermique est assurée par des pompes immergées. Les conditions de fonctionnement ne sont pas simples en raison des températures et de la composition des fluides pompés. Ces aspects impliquent des coûts de maintenance importants (renouvellement, difficulté d'intervention...). L'étude ici envisagée concernant l'utilisation d'un gazosiphon comme dispositif de pompage a tout d'abord été initiée pour cette raison.

Un récapitulatif des avantages et inconvénients de différents systèmes de pompage est effectué par Honegger [1986] et retranscrit sur les tableaux 1.1 et 1.2. Cet état des lieux, avec une certaine ancienneté, donne une comparaison entre les pompes et le gazosiphon particulier proposé par Honegger [1986] et qui a été mentionné dans la section 1.2.4, pour un contexte très général d'exploitation d'aquifère en profondeur, mais qui peut globalement s'appliquer dans le cas de roches sèches. Cette différence entre le gazosiphon proposé par Honegger [1986] et celui que sera proposé ici est une raison pour laquelle les conclusions de ces tableaux ne peuvent être reprises telles quelles dans notre cas. Ainsi le système envisagé ne sera pas sujet à tous les avantages/inconvénients soulevés par Honegger [1986]. Enfin initialement, ces tableaux comparatifs s'inspirent fortement du domaine de l'exploitation pétrolière. Cependant ils donnent des informations d'ordre général qui sont partiellement transposables dans un contexte d'exploitation de l'énergie géothermique.

On peut opposer un gazosiphon et un système de pompage classique sur deux plans. A partir de la comparaison de Honegger [1986], le gazosiphon apparaît comme globalement bien plus intéressant lorsqu'on s'attarde sur sa robustesse et sa facilité d'usage. Il est beaucoup moins sensible au contexte d'utilisation, sa maintenance est aisée, et les coûts qu'implique son utilisation sont donc réduits. Même dans le cas de composition chimique très agressive de la saumure, ou de présence de phases solides, il reste possible d'effectuer l'opération de pompage à l'aide d'un gazosiphon, ce qui en fait la seule alternative pour certaines ressources trop agressives pour être exploitées par des pompes classiques.

En contrepartie d'avantages évidents, le coût de fonctionnement est en règle générale bien moins bon que celui des pompes. C'est un inconvénient majeur, plusieurs fois mentionné,

de notre gazosiphon et dont ne souffre pas forcément le type de gazosiphon de Honegger [1986]. La comparaison énergétique entre le gazosiphon et une pompe classique, en partie dépendante de l'efficacité de pompage du gazosiphon décrite via les relations (1.2) ou (1.3), sera abordée précisément dans le chapitre 5. Les coûts relatifs du système de pompage en géothermie sont généralement faibles (de l'ordre de quelques %) devant les puissances thermiques/électriques récupérées, ce qui relativise en partie la faiblesse énergétique du gazosiphon. Cependant on cherchera à obtenir un coût de fonctionnement aussi attractif que possible.

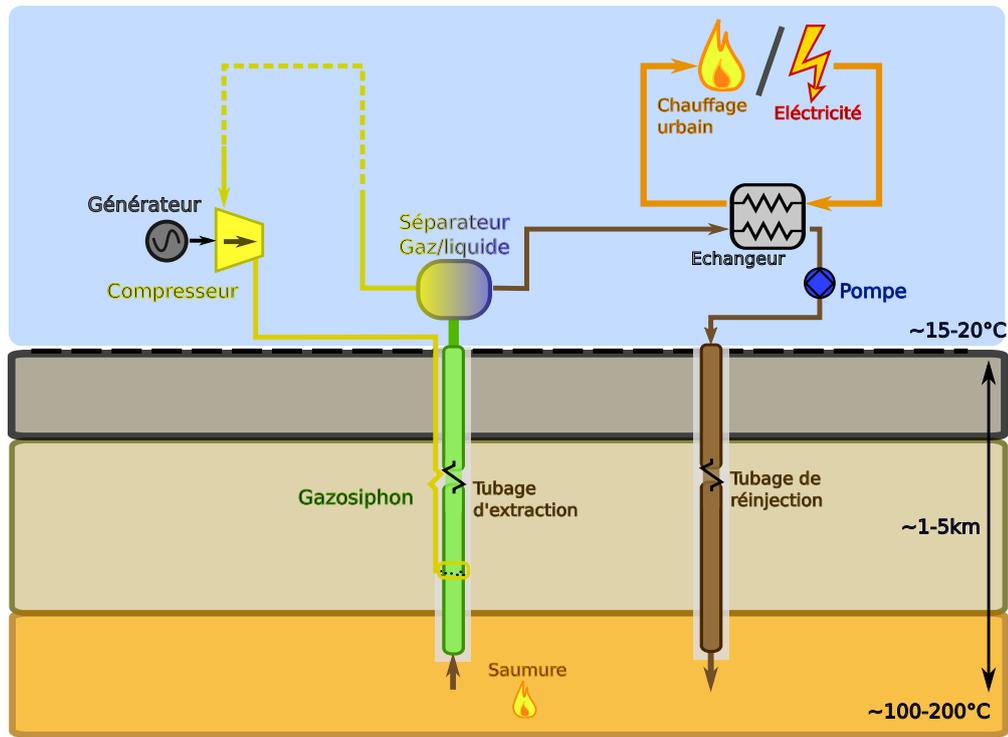


FIGURE 1.12 – Schéma du système géothermique avec un pompage par gazosiphon

On schématise sur la figure 1.12 un système standard à doublet d'exploitation d'un aquifère en profondeur avec un gazosiphon. Le principe classique de fonctionnement d'un tel doublet, consiste à extraire la saumure de l'aquifère pour en exploiter son énergie thermique directement pour le chauffage ou pour créer de l'électricité. La remontée de la saumure est assurée par l'injection de gaz dans une première conduite permettant de récupérer un débit en surface. Après un passage dans un échangeur de chaleur pour transférer son énergie thermique à un réseau annexe (pour du chauffage ou de la production d'électricité), la saumure doit être réinjectée dans l'aquifère via un second puits avec une pompe en tenant compte de ses caractéristiques chimiques contraignantes. Le gaz est injecté en profondeur via une conduite annulaire qui entoure le gazosiphon proprement dit, en opposition avec les systèmes dits "inverses" dans lesquels l'injection de gaz est effectuée par une conduite centrale et la remontée du mélange diphasique dans un espace annulaire. L'utilisation d'un gazosiphon suppose quelques opérations supplémentaires spécifiques. En surface, le mélange gaz/liquide récupéré passe dans un séparateur pour isoler chaque fluide. Le gaz retourne dans la boucle d'injection, à savoir le compresseur puis la conduite annulaire. En plus du gain de robustesse de fonctionnement, observons que le compresseur servant à injecter le gaz au pied de la conduite est placé en surface, facilitant ainsi les opérations de maintenance et donc la simplicité d'exploitation par rapport à l'utilisation d'une pompe

immergée.

Comme on l'a vu dans la sous-section 1.2.4, il y a deux types possibles d'injection de fluide, l'une sous forme d'un liquide se vaporisant à basse température, et l'autre directement sous forme gazeuse. C'est cette deuxième solution qu'on privilégiera dans le système proposé.

D'un point de vue énergétique, la dépense nécessaire pour faire circuler l'eau n'est plus une puissance mécanique à fournir à une pompe, mais une puissance nécessaire à la compression du débit de gaz injecté à la base du gazosiphon. La disponibilité d'une source d'eau froide prend ici une part de sa justification dans l'amélioration de la puissance requise pour la compression qu'elle permet ; ce point sera décrit plus précisément dans le chapitre 5.

TABLE 1.1 – Avantages des différents systèmes de pompage (repris de Honegger [1986])

Gazosiphon	Pompes aux tiges	Pompage hydraulique	Pompage électrique
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Accepte la présence importante de solide en suspension</li> <li>- Peut pomper des débits importants</li> <li>- Ne présente pas de nuisances en milieu urbain</li> <li>- La source d'énergie peut être disposée loin du puits</li> <li>- Il est facile de connaître les pressions de fond et les gradients fluides</li> <li>- Pas de problème pour les fluides contenant du gaz</li> <li>- Un système de câble métallique suffit en général à la maintenance.</li> <li>- Pas de problème pour les puits déviés</li> <li>- Peu de problème de corrosion</li> <li>- Applicable en configuration "offshore"</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Efficace, simple, facile à opérer</li> <li>- Applicable à des dispositifs de petit diamètre ou à des dispositifs multiples</li> <li>- Peut fonctionner avec des pressions de fond très basses</li> <li>- Système laissant l'annulaire libre pour ventiler le gaz séparé du fond et mesurer le niveau fluide</li> <li>- Système souple qui peut s'adapter à la baisse de potentiel du puits lors du déclin</li> <li>- Facile à analyser</li> <li>- Peut pomper des fluides à haute température et très visqueux</li> <li>- Peut utiliser une source d'énergie électrique ou à gaz</li> <li>- Il est facile de procéder à des traitements contre la corrosion</li> <li>- Contrôle automatisé possible</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Moins limité en profondeur et débit</li> <li>- Pas de problème en puits déviés</li> <li>- Pas de nuisance dans les zones urbaines</li> <li>- La source d'énergie peut être disposée loin du puits</li> <li>- Facile à analyser</li> <li>- Souple, peut s'adapter au déclin du puits</li> <li>- Peut utiliser indifféremment l'énergie électrique ou le gaz</li> <li>- Les pompes de fond peuvent être remontées par circulation</li> <li>- Peut fonctionner avec des pressions de fond très basses</li> <li>- Applicable à des configurations multiples</li> <li>- Applicable en configuration "offshore"</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Peut pomper des volumes très importants</li> <li>- Pas de nuisances dans les zones urbaines</li> <li>- Facile à opérer</li> <li>- Possibilité d'installer des appareils de fond de mesure de pression reliés à la surface par câble</li> <li>- Pas de problème en puits déviés</li> <li>- Applicable en configuration "offshore"</li> </ul>

TABLE 1.2 – Inconvénients des différents systèmes de pompage (repris de Honegger [1986])

Gazosiphon	Pompes aux tiges	Pompage hydraulique	Pompage électrique
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Difficile à utiliser avec des installations multiples</li> <li>- Le gaz est coûteux</li> <li>- Le gaz n'est pas toujours disponible</li> <li>- Peu rentable pour des petits champs ou un seul puits</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les puits déviés présentent des problèmes de frottement</li> <li>- Des quantités importantes de solides en suspension peuvent être nuisibles</li> <li>- La présence de gaz dans le fluide abaisse le rendement volumétrique</li> <li>- La profondeur est limitée par la capacité des tiges</li> <li>- Peut provoquer des nuisances en milieu urbain</li> <li>- Installation lourde et volumineuse pour "l'offshore"</li> <li>- Des problèmes de paraffines peuvent nuire au fonctionnement</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Les installations pour l'huile moteur présentent un risque d'incendie</li> <li>- Les spécifications de l'huile moteur la rendent coûteuse</li> <li>- De grandes quantités de solides en suspension peuvent être nuisibles</li> <li>- Coûts d'opération souvent élevés</li> <li>- Il n'est pas toléré de gaz dans le fluide car il n'est pas prévu normalement de ventilation par l'annulaire</li> <li>- La ventilation par l'annulaire requiert un tubage supplémentaire</li> <li>- Traitements contre la corrosion et les dépôts difficiles</li> <li>- Dépannage délicat</li> <li>- Essais de puits peu significatifs pour des puits à faible volume</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Non applicable aux configurations multiples</li> <li>- Demande exclusivement de l'énergie électrique</li> <li>- Des voltages importants sont nécessaires</li> <li>- Impossible à utiliser dans des puits de faibles volumes ou pour des hauteurs de refoulement trop importantes</li> <li>- L'adaptation du déclin du puits demande un changement coûteux du matériel</li> <li>- Le câble pose des problèmes lors de la manipulation</li> <li>- Le câble est fragile à haute température</li> <li>- Système limité en profondeur en raison du prix du câble et de l'impossibilité d'amener assez de puissance au fond</li> <li>- Problème en cas de présence de gaz en trop grande quantité ou de particules solides en suspension</li> </ul>

### 1.4.2 Gazosiphon utilisé dans un système monopuits

L'objectif de compatibilité avec une implantation urbaine nécessite de prendre en compte des contraintes qui ne sont pas respectées dans le cadre classique de l'exploitation par doublet d'aquifère ou de roches sèches (cf. Fig. 1.12).

L'exploitation directe de la saumure induit des contraintes environnementales et techniques liées à son caractère très corrosif et aux problématiques d'entartrage. Les sources corrosives sont liées aux composants chimiques présents, parmi lesquels on peut trouver le dioxyde de carbone, le sulfate d'hydrogène, le chlorure d'hydrogène, le sulfate de fer, l'acide sulfurique, l'oxygène. Cette composition varie en fonction des caractéristiques de la source géothermique, comme par exemple la géologie de la ressource, sa température, sa pression, sa proportion d'eau. Une haute température corrélée à une forte proportion d'eau a tendance à augmenter les niveaux de silice causant des problèmes d'entartrage. D'autres ressources posent des problèmes de corrosion à cause de teneurs importantes en chlorure d'hydrogène ou en sulfate d'hydrogène. Les sources de dépôts sont principalement issues du calcium, de la silice et des sulfites. Au-delà des contraintes financières et techniques de sûreté que cela entraîne, il est évident que tout rejet de la saumure dans la nature est toxique pour l'environnement, et *a fortiori* dangereux pour l'homme, limitant ainsi les possibilités d'implantation de centrales en environnement urbain. Ces problèmes de toxicité justifient en partie d'ailleurs la nécessité de réinjecter la saumure dans l'aquifère une fois sa chaleur exploitée, l'autre raison étant de maintenir l'aquifère sous pression.

La saumure est donc problématique à plusieurs niveaux :

- Elle pose des problèmes de corrosion et/ou d'entartrage.
- Sa nature induit de potentiels risques de sûreté environnementale et complique, voire interdit, l'implantation de dispositifs à proximité de zones urbaines.
- Il est nécessaire de la réinjecter via une nouvelle conduite dans l'aquifère après avoir exploité son énergie thermique, ce qui implique des coûts supplémentaires à la fois énergétiques, financiers et techniques.

Dans le cas d'une ressource constituée de roches sèches, la problématique est assez proche. La structure du système est similaire, à la différence près qu'il est nécessaire de faire circuler de l'eau qui descend par un puits d'injection et après circulation dans la roche est récupérée par la conduite de remontée. D'une part, la circulation d'eau dans la roche nécessite la fracturation de cette roche afin de la rendre perméable entre le puits d'injection et d'extraction. Cette opération, qui nécessite l'injection de fluide à haute pression, est peu compatible avec une exploitation tenant compte de préoccupations environnementales ; des considérations de sismicité qui résultent de ce type d'injection rendent l'implantation en milieu urbain discutable. Par ailleurs, même si le fluide utilisé est de l'eau, son contact avec les roches en profondeur lors de sa circulation la pollue de constituants chimiques indésirables et conduit à des conclusions similaires à celles découlant de l'utilisation directe de la saumure d'un aquifère.

En prenant en compte les contraintes environnementales fixées, il est apparu souhaitable d'éviter de remonter directement la saumure ou un fluide pollué par la roche souterraine. Ainsi, le choix d'utiliser de l'eau comme fluide caloporteur circulant dans une boucle fermée pour préserver sa "pureté" sera adopté. Un puits unique dans lequel le liquide sera amené au contact de l'aquifère en profondeur puis rapatrié en surface permettra de réaliser cette boucle. De plus, le gaz utilisé pour faire fonctionner le gazosiphon sera tout simplement

de l'air. Une vue schématique du système est présentée sur la figure 1.13.

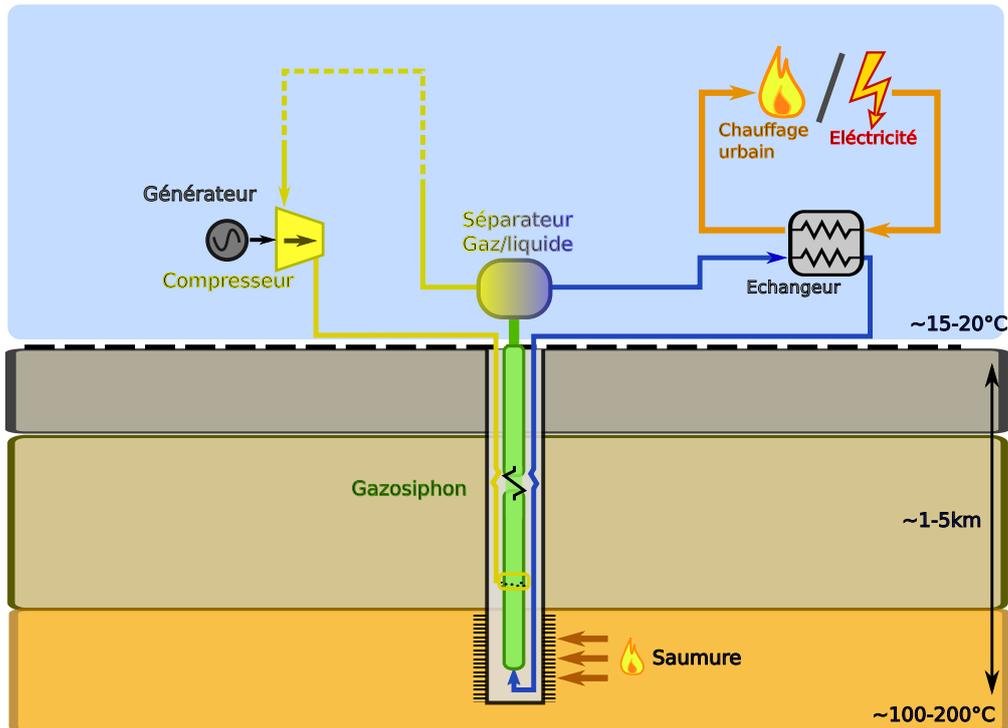


FIGURE 1.13 – Système géothermique monopuits

La saumure n'étant plus remontée directement, la définition de la structure optimale du puits permettant la circulation du fluide caloporteur revêt une grande importance. Pour des dispositifs peu profonds, une configuration classique, préconisée par exemple par Nakatani & Kato [2014], consiste en une conduite en U qui permet d'assurer l'aller-retour du fluide au fond du puits. Dans le cas présent, compte tenu de la profondeur importante du puits, on privilégiera une autre configuration, qui est constituée par deux conduites circulaires concentriques, analogue à celle proposée par Sarria [2010]. L'eau est envoyée au contact de la saumure par l'annulaire extérieur, dont la paroi extérieure, qui n'est autre que le cuvelage (cuvelage) du puits, permet les transferts de chaleur avec la ressource, pour permettre au fluide de se réchauffer lors de sa descente. A la base du puits, lorsque le cuvelage est en contact direct avec la saumure, les transferts thermiques sont maximisés avec un échangeur de chaleur. L'eau chauffée à la base de la conduite remonte ensuite par le tubage central. Ce dernier est isolé thermiquement de l'annulaire, dans le but de limiter au maximum les pertes thermiques qui provoqueraient une baisse de la température du fluide lors de sa remontée vers la surface.

Une coupe de la structure du puits est visible sur les figures 1.14 et 1.15 respectivement pour l'exploitation d'aquifère ou de roches sèches. La remontée du mélange diphasique se fait par le tubage central isolé thermiquement avec l'extérieur. Le gaz est injecté par un annulaire qui descend jusqu'à la profondeur d'injection. Cet espace annulaire permet notamment d'améliorer la limitation des transferts thermiques entre la remontée du fluide chaud et la descente du fluide froid. La descente de ce dernier jusqu'à la base du puits se fait dans un espace annulaire extérieur en contact avec le cuvelage avec pour objectif de favoriser les transferts de chaleur avec l'extérieur. Dans le cas d'un aquifère en profondeur, le tubage plonge directement dans ce dernier. Pour le cas de roches sèches, le cuvelage

à l'approche de la ressource doit être constitué de matériaux favorisant au maximum les transferts. Cette structure de puits est présentée ici dans sa forme la plus élémentaire, sans solution originale pour augmenter les transferts avec la ressource, et sera étudiée comme telle.

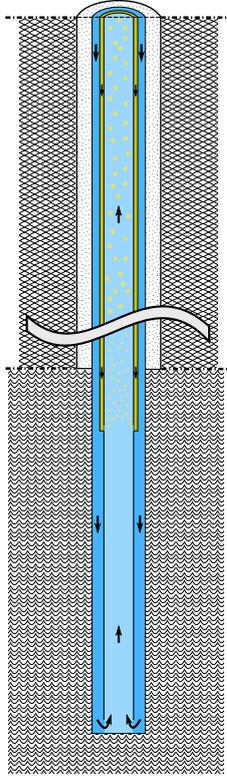


FIGURE 1.14 – Coupe de la structure du puits pour l'exploitation d'un aquifère

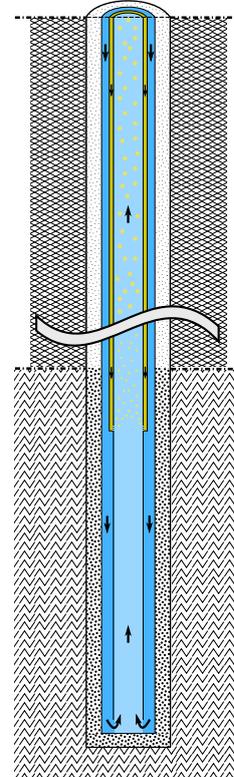


FIGURE 1.15 – Coupe de la structure du puits pour l'exploitation de roches sèches

La qualité de l'échange de chaleur à la base du puits est en effet un des points limitants du système monopuits par rapport aux configurations classiques. En effet l'utilisation directe de la saumure ou l'injection d'eau directement dans les roches fracturées permet de maximiser la température du fluide en surface par rapport à la température de la ressource en profondeur. Les contraintes de l'exploitation directe de la saumure dont on souhaite se défaire sont donc reportées sur de nouvelles problématiques d'efficacité des échanges thermiques entre le fluide et la saumure (ou les roches chaudes) à la base du puits. L'efficacité de ces échanges, notamment soulignée par Lockett & Thurston [1987], n'est pas garantie et influe directement sur la quantité d'énergie thermique remontée à la surface. Cette problématique pose de nouveaux enjeux techniques qui appellent aux développements de nouvelles solutions. Pour augmenter ces échanges et permettre au fluide de s'approcher de la température de la saumure, quelques brevets proposent des solutions. Une possibilité envisagée par Montgomery & Maloney [2014]; Shnell [1999] consiste à étendre la longueur de la conduite horizontalement dans l'aquifère pour maximiser les surfaces et le temps des transferts thermiques. Une autre possibilité, compatible avec la précédente, est de se focaliser sur l'échangeur de chaleur. Par exemple, Hara [2011] propose l'utilisation d'échangeurs en graphite qui relient le puits à des zones chaudes afin de transférer un maximum de chaleur à la base du puits mais aussi via les parois

internes et externes des conduites. Il ne sera envisagé ici ni de proposer ni de quantifier l'efficacité de solutions permettant de maximiser les transferts de chaleur. Il faut cependant garder à l'esprit que cet aspect constitue une incertitude technique notable du système qui sera proposé. Comme on le soulignera dans le chapitre 5, les transferts thermiques avec l'annulaire d'un tubage simple nécessiteraient des longueurs de conduite importantes pour espérer obtenir des températures qui se rapprochent de celles de la ressource chaude en profondeur, notamment dans le cas de roches sèches.

Dans son état actuel, le coût énergétique de fonctionnement d'une centrale intégrant un gazosiphon n'est pas aussi rentable qu'un système analogue utilisant une pompe pour la circulation du liquide. Cependant, l'utilisation du gazosiphon comporte bien des avantages qui viennent d'être énumérés, outre ses atouts bien connus de robustesse et de fiabilité par rapport à une pompe. La potentielle marge d'amélioration des rendements des gazosiphons à grande échelle dans des configurations spécifiques ne semble pas avoir été explorée. C'est pourquoi il paraît approprié de viser une optimisation des rendements de pompages de ce dispositif dans le présent contexte ; cet objectif sera poursuivi dans le détail dans le chapitre 5 en se fondant sur les développements conduits dans les chapitres précédents.

### 1.4.3 Exploitation de l'énergie géothermique

On envisagera deux variantes (cf. chapitre 5) d'exploitation de l'énergie thermique du fluide pompé par le gazosiphon, dépendant de la température obtenue et des besoins visés :

- l'une pour la récupération directe de la chaleur par un réseau de chauffage,
- l'autre pour la création d'électricité.

Il est envisageable d'allier ces deux variantes pour faire de la cogénération.

Dans le cas de températures ne dépassant pas 100 °C, après la séparation des deux phases en surface, le fluide peut simplement céder son énergie thermique à un réseau de chauffage via un échangeur. L'utilisation de l'eau permet une certaine flexibilité dans les échanges, avec éventuellement des contacts directs. Dans ce cas de figure, la charge que doit créer le gazosiphon, indépendamment des frottements de la circulation de l'eau dans le tubage, correspond à la perte de charge provoquée par l'ensemble du système de récupération de chaleur en surface.

Pour des températures plus élevées, au-dessus de 100 °C, on envisage la possibilité de convertir l'énergie thermique en électricité. La volonté d'éviter les cycles nécessitant des fluides organiques (ORC par exemple) nous conduit à proposer des solutions directement avec l'eau comme fluide de travail, et ce sans passer par un échange de chaleur supplémentaire à un réseau annexe en surface. Le cycle trilatéral (TLC) envisagé directement avec l'eau comme fluide de travail justifiera à nouveau la nécessité d'avoir une source d'eau froide disponible pour servir de réfrigérant.

Une description détaillée de ces deux variantes, notamment par le biais de cycles thermodynamiques, sera proposée dans le chapitre 5, et suivie d'une analyse numérique, dans la perspective d'étudier et d'optimiser leur potentiel énergétique. Pour ce faire, il est d'abord nécessaire de faire un zoom sur l'objet central des présents travaux, autour duquel le système géothermique présenté ici s'articule, à savoir le gazosiphon de grande échelle utilisé comme pompe. La physique complexe de l'écoulement dans un gazosiphon nécessite de porter une attention particulière à sa modélisation. L'enjeu consistera à trouver un compromis

entre la précision de la description du gazosiphon et les coûts de calculs qui en découlent, qui doivent en particulier rester compatibles avec une démarche d'optimisation. Nous nous efforcerons dans un premier temps de proposer un modèle pour la simulation numérique de l'écoulement dans le gazosiphon au chapitre 2. Ce modèle fera par la suite, au chapitre 3, l'objet d'un processus de validation sur des cas expérimentaux et sera exploité pour préciser les caractéristiques de fonctionnement d'un gazosiphon (isolé) de grande échelle utilisé comme pompe. Compte tenu des incertitudes présentes sur les paramètres des modèles physiques adoptés pour décrire l'écoulement diphasique dans le gazosiphon ainsi que des incertitudes associées aux conditions mêmes de fonctionnement du gazosiphon intégré dans le système géothermique, une analyse d'incertitudes sera menée au chapitre 4 afin de quantifier les caractéristiques du gazosiphon en termes de valeur moyenne et de variance. Nous reviendrons enfin dans le dernier chapitre du mémoire sur l'optimisation (déterministe et robuste) des performances des variantes de système géothermique exploitant un gazosiphon comme pompe qui ont été décrites dans le présent chapitre.



---

## Chapitre 2

---

# Modélisation de l'écoulement dans un gazosiphon

---

Ce chapitre, dont la finalité est l'établissement d'un modèle de l'écoulement diphasique dans un gazosiphon de grande échelle, commencera par un état de l'art de la littérature consacrée aux gazosiphons utilisés comme pompe, en abordant à la fois les études expérimentales dans la section 2.1 et les travaux de modélisation et de simulation dans la section 2.2. La revue des travaux expérimentaux sera en particulier utile pour identifier des cas-tests de validation de l'outil numérique qui sera développé.

Le choix des caractéristiques du modèle mathématique qui sera à la base de la simulation numérique permettant de dimensionner le système visé doit concilier deux types de contraintes opposées. D'une part le modèle doit être suffisamment raffiné pour décrire de manière réaliste la physique complexe induite par l'écoulement diphasique dans le gazosiphon. Pour que le dimensionnement final d'un système géothermique intégrant un gazosiphon soit pertinent, les incertitudes associées au modèle sous-jacent de gazosiphon (cf. chapitre 4) devront en effet être limitées, et cela n'est pas possible dans un modèle trop élémentaire qui condenserait toute cette complexité dans un nombre réduit de corrélations limitées aux cas sur lesquelles elles ont été établies. D'autre part, le modèle doit être suffisamment simple pour pouvoir mener à bien le processus d'optimisation de ce système géothermique (cf. chapitre 5), car dans ce processus un grand nombre de simulations du gazosiphon est nécessaire, demandant donc des temps de calcul modérés. Il sera donc légitime de s'attarder sur le niveau de description requis pour prédire l'écoulement diphasique.

Le choix d'un modèle de mélange à flux de dérive, détaillé dans la section 2.3, sera justifié dans cette perspective. Les lois de conservation doivent classiquement être complétées par des relations de fermeture, thermodynamique et hydrodynamique ; elles seront également présentées dans cette section. La section 2.4 détaille l'établissement de la fermeture hydrodynamique incluant des compléments de modélisation propres au cas de gazosiphon étudié : adaptation des paramètres du modèle au cas d'une conduite de grand diamètre, gestion de la configuration de l'écoulement (régime à bulles privilégié), ...

## 2.1 Études expérimentales de gazosiphons utilisés comme pompes

Comme mentionné dans le chapitre précédent, les gazosiphons de grande échelle utilisés comme pompes sont présents dans diverses applications. Cependant selon les fonctions demandées à un gazosiphon pour une application donnée, fonctions qui peuvent être multiples, l'analyse des capacités et de l'efficacité de pompage de ce type de dispositif - cruciale pour notre application - peut être plus ou moins mise en avant. Par ailleurs, l'échelle globale ainsi que les détails géométriques des dispositifs varient fortement d'une application à l'autre. Les diamètres des conduites s'étendent ainsi de quelques centimètres à plusieurs dizaines de centimètres, et la longueur peut dépasser le mètre et varier jusqu'à plusieurs kilomètres. Les études expérimentales de la littérature sont majoritairement concentrées autour de configurations d'échelle relativement modeste. On le comprend aisément mais ce fait constitue pour l'étude entreprise ici un obstacle important. On cherchera à identifier en premier lieu dans l'état de l'art des dispositifs utilisés comme pompes. Parmi ces études, seront ensuite sélectionnées celles dont l'efficacité de pompage est un point central et qui produisent des informations quantitatives sur le rendement. Les études qui retiendront plus particulièrement notre attention parmi ces dernières seront évidemment celles dont les échelles se rapprochent du dispositif étudié par la suite dans le cadre d'un système géothermique.

### 2.1.1 Analyse des capacités de pompage

Une grande partie des études sur les gazosiphons est centrée sur l'analyse des capacités de pompage, sans être nécessairement focalisée explicitement sur des objectifs applicatifs précis. Ce type d'étude cherche généralement à quantifier l'efficacité de pompage du gazosiphon en fonction de divers paramètres géométriques et/ou physiques. On reprend la configuration standard avec une hauteur de refoulement  $L$ , schématisée dans le chapitre 1 sur la figure 1.2. La distance en amont de l'injecteur  $H_a$  est généralement négligeable, ou négligée, mais il arrive qu'elle soit directement prise en compte dans le calcul de la longueur  $H$ , et par extension dans le rapport de submergence  $S_r$  qui est une caractéristique souvent étudiée.

Les dimensions de l'ordre du mètre de long pour quelques centimètres de diamètre sont considérées comme caractéristiques des "échelles de laboratoire" ou encore de "petite échelle". L'analyse bibliographique que nous avons réalisée a permis d'identifier plusieurs études de ce type. C'est ainsi que Lawniczak & Francois [1999] étudient un gazosiphon pour des hauteurs de refoulement importantes devant la longueur de conduite immergée. White [2001] a développé un dispositif expérimental pour pouvoir comparer des mesures effectuées sur ce dispositif avec les résultats de modèles "classiques" de quantification des capacités de pompage. On peut noter également les études expérimentales sur les capacités de pompage de Awari *et al.* [2007]. Kassab *et al.* [2009] étudient expérimentalement les capacités de pompage, l'efficacité et les configurations d'écoulement. Cho *et al.* [2009] analysent l'influence du rapport de submergence sur la capacité de pompage. Tighzert *et al.* [2013] estiment expérimentalement les capacités de pompage en fonction du rapport de submergence en lien avec les vitesses liquides et le taux de vide. Kim *et al.* [2014] comparent les performances de pompage en fonction du diamètre et du rapport de submergence.

Quelques rares études s'intéressent à des dispositifs d'échelle plus importante. Barrut *et al.* [2012b] étudient ainsi la capacité de pompage pour des longueurs de submergence jusqu'à 6 m. Le dispositif de Fan *et al.* [2013] mesure 30 m de long et l'injection se situe à 8 m de profondeur. Nenes *et al.* [1996b,a] reprennent des résultats expérimentaux issus d'un rapport de Karydakis [1988] pour un gazosiphon allant jusqu'à 46.6 m de long et 10.16 cm de diamètre avec des rapports de submergence variables. Yamamoto & Tanaka [2001] étudient les capacités de pompage d'un dispositif de 0.15 m de diamètre, avec une longueur de 30 m immergée à laquelle s'ajoute une hauteur de refoulement variable de 3, 4 ou 5 m. Par ailleurs, plusieurs profondeurs d'injection sont étudiées : 8, 18 et 28 m. Enfin, Kajishima & Saito [1996] étudient un gazosiphon de grande échelle, de 212.6 m de long, dont 200 m immergés, pour un diamètre de 15 cm. Saito *et al.* [2004] effectuent des tests de pompage pour différentes profondeurs d'injection sur le même dispositif.

Outre le rapport de submergence, un autre facteur qui joue un rôle notable sur le développement de l'écoulement dans le gazosiphon, et donc sur le pompage du liquide, est le dispositif d'injection du gaz. En premier lieu, la taille de bulle injectée joue un rôle important dans la caractérisation des surfaces de contact entre l'air et le liquide, et modifie donc l'entraînement de la phase liquide par le gaz. Par ailleurs, les configurations géométriques d'injection peuvent modifier la répartition spatiale des bulles, ainsi que la distance nécessaire à la formation d'un écoulement établi sur l'ensemble de la section. Cet établissement de l'écoulement est également fonction du rapport entre le diamètre de la conduite et sa longueur. La présence d'effets tridimensionnels dans l'écoulement peut également influencer le pompage global.

Khalil *et al.* [1999] étudient les performances de pompage d'un gazosiphon de petite échelle (2m de long pour 2.5cm de diamètre) en fonction du rapport de submergence pour différentes méthodes d'injection. Guet *et al.* [2003, 2004] ont étudié l'influence de l'injection sur l'évolution de l'écoulement suivant la taille des bulles produites au niveau de l'injection. Hu *et al.* [2012] proposent un dispositif de pompage d'un mélange liquide/solide pour différentes configurations de surface d'injection en faisant varier le nombre et la disposition des orifices d'injection. Ahmed & Badr [2012] étudient expérimentalement, sur un dispositif d'échelle laboratoire, l'influence d'une injection radiale et axiale sur l'efficacité de pompage. Barrut *et al.* [2012b], toujours dans le domaine de l'aquaculture, analysent l'incidence de la taille de bulle injectée sur l'efficacité de pompage. Dans le même contexte, ils quantifient l'impact de l'eau utilisée, respectivement de l'eau douce ou de l'eau de mer, sur les capacités de pompage. Notamment, les tensio actifs présents dans l'eau de mer tendent à augmenter la traînée, car une bulle sphérique se rapprochant d'une sphère solide, le couplage entre phases est augmenté.

### 2.1.2 Efficacité de pompage

Parmi les études de gazosiphons utilisés comme pompes qui viennent d'être passées en revue, une sélection va être opérée; on retiendra celles qui mettent au premier plan le rendement obtenu en fonction du débit de gaz injecté. Les études pour lesquelles l'efficacité de pompage du liquide est secondaire seront laissées de côté; ce sont celles qui ont pour objet principal les transferts de masse, comme la captation du CO<sub>2</sub> ou la dissolution de l'oxygène. Les études d'écoulements triphasiques (injection de gaz dans un liquide en présence de particules solides) constituent également une catégorie non-pertinente, l'impact des particules solides sur les capacités de pompage n'ayant pas d'intérêt pour notre application. Enfin, la géométrie constitue un dernier critère important. Comme cela a été

souligné plus haut, les gazosiphons de grande échelle sont particulièrement pertinents pour l'application finale visée dans cette thèse mais, malheureusement, une large part des études disponibles dans la littérature est consacrée à l'analyse de dispositifs de petite échelle. Certains de ces travaux peuvent néanmoins rester intéressants pour notre propre étude, sur le plan qualitatif, à condition d'en éliminer les cas où les diamètres sont particulièrement faibles, ainsi que ceux où les rapports entre diamètre et longueur sont trop importants. Les premiers entraînent une prédominance des effets de tension de surface et la limitation à des écoulements à poches, alors que les seconds donnent lieu à d'importants phénomènes tri-dimensionnels d'établissement de l'écoulement dans le gazosiphon. Ces deux types de configurations géométriques produisent des effets qui modifient la physique de l'écoulement, et donc le pompage obtenu.

La sélection opérée conduit à une synthèse qui se présente sous la forme des 3 tableaux 2.1, 2.2 et 2.3 qui résument les propriétés géométriques des dispositifs expérimentaux et quantifient les débits de liquide obtenus en sortie, ainsi que les rendements associés, en fonction du débit de gaz injecté. Cette synthèse fournit une vue d'ensemble de l'efficacité de pompage mesurée pour des gazosiphons représentatifs de celui que nous souhaitons insérer dans le système géothermique présenté au chapitre précédent. La notion de représentativité est bien entendu à relativiser, puisque peu de dispositifs expérimentaux se rapprochent réellement des grandes échelles sur lesquelles on se focalise. Malgré cela, un certain nombre de dispositifs étudiés pour le pompage permettent d'obtenir des informations utiles. Nous pouvons donc espérer tirer de premiers enseignements sur le niveau d'efficacité qui peut être atteint. Un autre objectif pratique est également visé avec cette synthèse : il s'agit de retenir quelques cas-tests de validation pour l'outil numérique qui sera développé par la suite. La prédiction numérique correcte des performances de pompage de dispositifs étudiés expérimentalement nous permettra de gagner une certaine confiance dans les résultats produits par le modèle final utilisé pour le système géothermique.

Les tableaux 2.1 et 2.2 sont centrés sur des dispositifs d'échelle laboratoire de l'ordre du mètre de longueur pour des diamètres de quelques centimètres. Les quelques études expérimentales de plus grande échelle, allant de quelques mètres pour Barrut *et al.* [2012b] et Fan *et al.* [2013], à plusieurs dizaines de mètres pour Yamamoto & Tanaka [2001] voire centaines de mètres de long pour Saito *et al.* [2004], sont décrites dans le tableau 2.3. Les courbes de rendement sont calculées en fonction des capacités de pompage ou sont directement issues des données fournies par les auteurs. Le rendement de pompage de Nicklin [1963] exprimé par l'équation (1.2) est utilisé, puisqu'il est adapté à l'objectif classique de pompage de l'eau à une hauteur de refoulement donnée. Seul le dispositif de Fan *et al.* [2013] induit un calcul de rendement différent compte tenu de la hauteur de refoulement qui est négative, puisque l'objectif est simplement de faire circuler l'eau en profondeur vers les couches supérieures à l'aide d'un gazosiphon entièrement immergé. Ces auteurs définissent leur rendement comme le rapport entre le travail relatif au pompage de l'eau froide vers la surface et le travail relatif à la détente isotherme du gaz le long de la conduite.

Au moment de tirer des conclusions sur l'efficacité de pompage de dispositifs expérimentaux de gazosiphons, il faut garder à l'esprit que ces dispositifs n'ont pas fait l'objet d'une véritable optimisation pour maximiser l'efficacité de pompage. Les valeurs maximales obtenues pour l'efficacité de pompage correspondent donc simplement en pratique aux maximums réalisés dans le cadre d'études paramétriques simples sur les dimensions caractéristiques de la conduite fixées par d'autres contraintes et sur le débit d'injection du gaz. Comme ces tableaux de synthèse le font bien apparaître, le rapport de submergence

$S_r = S/H$  est le paramètre privilégié des études paramétriques de la littérature. Lorsque ce rapport diminue, la hauteur relative de refoulement augmente, donnant lieu à une diminution du débit liquide à débit d'injection de gaz fixé. En contrepartie, le liquide est amené à une hauteur plus importante en sortie de conduite. L'efficacité de pompage, mesurée avec le débit liquide et la hauteur de refoulement, peut alors être estimée en fonction du débit d'injection de gaz et de ce rapport de submergence. On note une disparité importante des maximums d'efficacité obtenus, qui varient entre 0.25 et 0.7. Un rapprochement se fait naturellement entre ces résultats et les performances qui peuvent être attendues d'un gazosiphon intégré dans un système géothermique; une analogie directe doit alors être évitée puisque dans l'application visée c'est une charge qui sera créée en sortie, sans hauteur de refoulement. Les informations que l'on peut tirer de ces études, qui peuvent servir à l'analyse d'un gazosiphon de grande échelle pour la géothermie, concernent plutôt l'évolution qualitative du rendement, calculée par la relation (1.2), en fonction des conditions de fonctionnement du dispositif. Bien qu'une analogie stricte soit à proscrire, puisque la configuration visée implique un rendement différent, donné par l'équation (1.3) et dépendant de la charge liquide créée en sortie, il est toutefois possible de conclure de cet état de l'art que l'efficacité maximum est généralement observée pour des rapports de submergence plutôt élevés, autour de 80%, et des débits faibles relativement à la plage de fonctionnement des dispositifs.

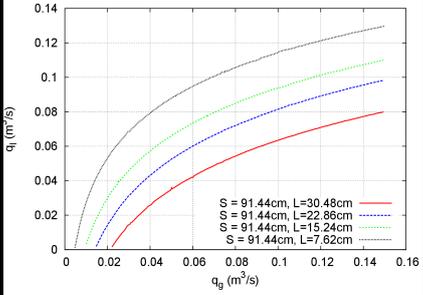
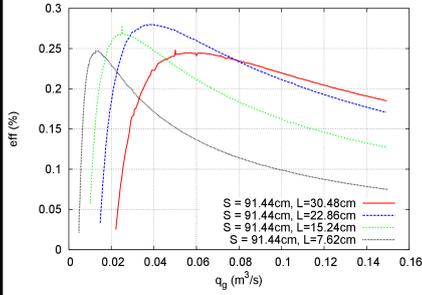
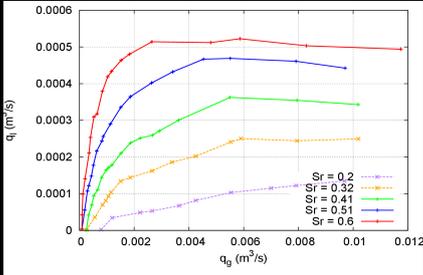
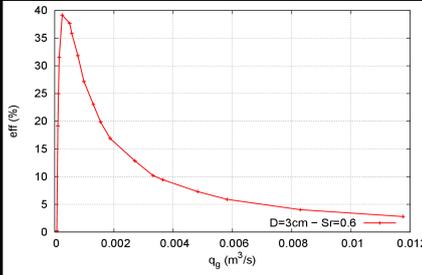
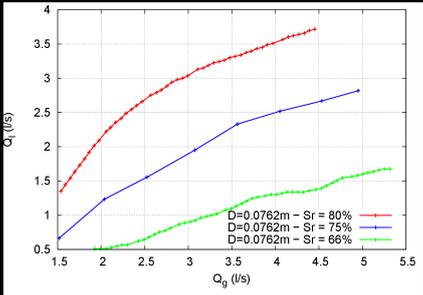
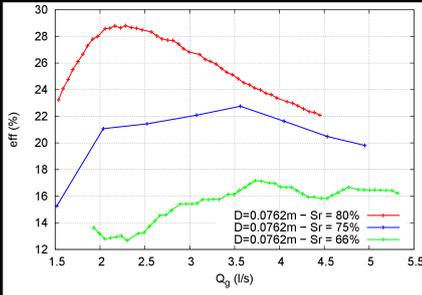
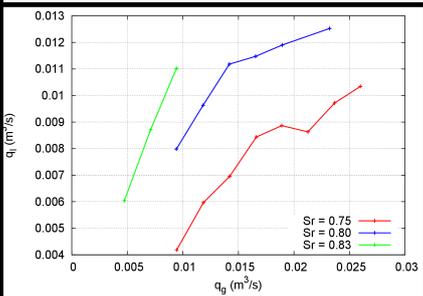
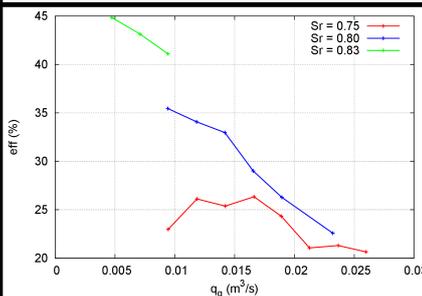
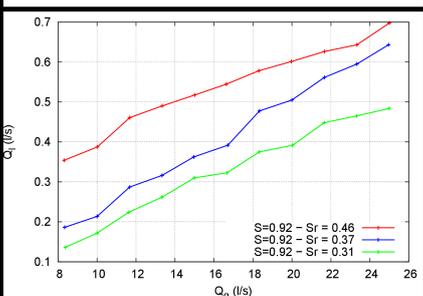
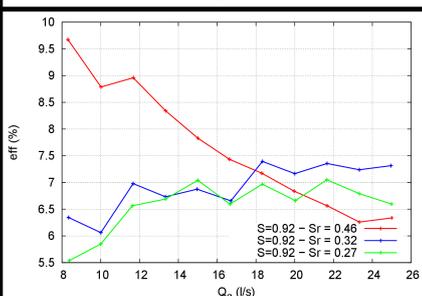
Ces observations confirment l'importance de la configuration d'écoulement dans l'efficacité d'entraînement. Un rapport de submergence important, c'est à dire une hauteur relative de refoulement faible, permet de limiter l'allègement nécessaire pour créer un mouvement ascendant. Cet allègement se traduit par une certaine répartition axiale de la fraction de vide dans le gazosiphon, notée  $\alpha$ , qui correspond au taux de vide moyenné dans une section. Si cette fraction de vide reste suffisamment faible en moyenne, typiquement aux alentours de  $\alpha = 0.3$  au maximum (cf. section 2.4.1), la configuration d'écoulement peut rester cantonnée à un écoulement à bulles qui permet une efficacité d'entraînement du liquide optimale. Si la hauteur relative de refoulement augmente au-delà d'un certain seuil (typiquement  $S_r \approx 80\%$ ), le débit d'injection minimum pour permettre la création d'un mouvement ascendant entraînera une fraction de vide trop élevée (typiquement supérieure à 0.3) pour garantir un écoulement à bulles dans la conduite. Il en résultera une perte d'efficacité d'entraînement. Il faut noter que lorsque les longueurs de conduite augmentent, les gradients de pression induisent des variations de fraction de vide plus importantes, pouvant donner lieu à des changements de configuration, même dans le cas d'allègement moyen nécessaire faible. Ainsi le ratio de submergence optimal ne peut pas être déduit seulement de l'allègement moyen minimum qu'il implique dès lors que les gradients de pression sont significatifs.

Les paramètres dont l'analyse a été privilégiée dans les tableaux 2.1, 2.2 et 2.3, c'est-à-dire les paramètres géométriques et le débit d'injection du gaz, ne sont pas les seuls paramètres qui caractérisent un gazosiphon. Comme mentionné au chapitre précédent, les conditions d'injection (qui déterminent notamment la taille des bulles de gaz) et les phénomènes physico-chimiques produisant des transferts de masse jouent également un rôle qui peut être important sur le rendement d'un gazosiphon. L'analyse de ces paramètres supplémentaires est, à notre connaissance, plus rare dans la littérature. On note quelques références qui se penchent sur l'étude de l'influence de la géométrie et du positionnement de l'injection. Hu *et al.* [2012]; Khalil *et al.* [1999] analysent les effets du nombre d'orifices d'injection tout en conservant une surface d'injection totale quasi inchangée. Guet *et al.* [2003] étudient différentes méthodes d'injection (poreux, aiguille) et Fan *et al.* [2013] proposent quatre configurations d'injection différentes. Enfin Ahmed & Badr [2012] étudient

la différence et le couplage entre une injection radiale et axiale. La méthode d'injection peut avoir, d'après ces analyses, un impact non négligeable sur le pompage. Outre l'influence de l'injection sur la structure des bulles, la part des effets radiaux produits par la méthode d'injection - qui peut être non négligeable dans les configurations précédentes - ne posera pas de problème dans les dispositifs de très grande longueur auxquels les présents travaux sont consacrés. Les transferts de masse sont généralement étudiés dans les applications où ils sont favorisés, tels que l'aquaculture et la captation du  $\text{CO}_2$  présentés dans 1.1. S'ils ne sont pas par principe négligeables dans d'autres applications, ces mécanismes de transfert ne sont généralement pas pris en compte dans la description de l'écoulement, pour les raisons invoquées section 2.3.2.

Sur la base de la revue des études sur le pompage et l'efficacité, il semble possible de réaliser un premier dimensionnement pertinent du dispositif sans prendre en compte à ce stade ces paramètres supplémentaires dans l'outil de simulation qui sera développé. Il sera ainsi admis de façon systématique qu'il est possible d'injecter du gaz sous forme de bulles avec une taille permettant à la fois d'éviter la diminution du pompage liée à une valeur initiale excessive sans pour autant basculer dans la configuration opposée d'une injection de micro-bulles qui amplifieraient la dissolution.

TABLE 2.1 – Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux de l'efficacité de gazosiphons utilisés comme pompes. Cas des expériences réalisées à l'échelle laboratoire (1/2).  $S$  = longueur immergée (en m).  $L$  = hauteur de refoulement (en m).  $H = L + S$ =hauteur/longueur totale de la conduite.  $S_r = S/H =$  rapport de submergence.  $D$  = diamètre de la conduite (en m).

Auteur	Géométrie (m)					Débits volumiques	Rendement (%)
	S	L	H	Sr (%)	D		
[Loyless & Malone, 1998]	0.91	0.076	0.991	92%	0.0508		
		0.152	1.067	85%			
		0.229	1.143	80%			
		0.305	1.219	75%			
[Lawniczak & Francois, 1999]	0.6	0.4	1	60%	0.03		
	0.51	0.49		51%			
	0.41	0.59		41%			
	0.32	0.68		32%			
	0.20	0.80		20%			
[Gudipati, 2005]	1.21	0.305	1.524	79%	0.076		
	0.91	0.305	1.219	75%			
	0.60	0.305	0.914	66%			
[Johnson, 2008]	0.686	0.2286	0.914	75%	0.152		
	0.914		1.143	80%			
	1.143		1.372	83%			
[Cho et al., 2009]	0.8	1.08	2	46%	0.92		
		1.58	2.5	37%			
		2.08	3	31%			

2.1. Études expérimentales de gazosiphons utilisés comme pompes

TABLE 2.2 – Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux de l'efficacité de gazosiphons utilisés comme pompes. Cas des expériences réalisées à l'échelle laboratoire (2/2).  $S$  = longueur immergée (en m).  $L$  = hauteur de refoulement (en m).  $H = L + S$ =hauteur/longueur totale de la conduite.  $S_r = S/H$  = rapport de submersion.  $D$  = diamètre de la conduite (en m).

Auteur	Géométrie (m)					Débits volumiques	Rendements (%)
	S	L	H	Sr (%)	D		
[Kassab et al. , 2009]	1.5	2.25	3.75	40 %	0.025		
	1.8	1.935		48 %			
	2.138	1.613		57 %			
[Moran, 2010]	0.9	0.11	1.01	94%	0.05		
		0.16	1.06	90%			
		0.25	1.15	83%			
[Ahmed & Badr, 2012]	0.97	0.97	1.94	50 %	0.032		
	1.455	0.485		75 %			
[Tighzert et al. , 2013]	1.612	1.488	3.1	52%	0.033		
	2.015	1.085		65%			
	2.418	0.682		78%			
	2.604	0.496		84%			

TABLE 2.3 – Tableau récapitulatif des résultats expérimentaux de l'efficacité de gazosiphons utilisés comme pompes. Cas des expériences réalisées à grande échelle.  $S$  = longueur immergée (en m).  $L$  = hauteur de refoulement (en m).  $H = L + S$ =hauteur/longueur totale de la conduite.  $S_r = S/H$  = rapport de submergence.  $D$  = diamètre de la conduite (en m).

Auteur	Géométrie (m)					Débits Volumiques	Rendements (%)
	S	L	H	Sr	D		
[Yamamoto & Tanaka, 2001]	28	3	33	85%	0.15		
		4	34	82%			
		5	35	80%			
[Barrut et al., 2012b,a; Barrut, 2011]	6	0.1	6.1	98%	0.16		
		0.2	6.2	97%			
		0.3	6.3	95%			
[Fan et al., 2013]	8	-2.1	17.9	X	0.4		
[Saito et al., 2004]	184	12.6	196.6	94%	0.151		
	131		143.6	91%			
	100		112.6	89%			
	71		83.6	85%			

## 2.2 Modélisation de gazosiphons utilisés comme pompes

Les études numériques existantes de gazosiphons utilisés comme pompes s'appuient sur des formulations de niveau de complexité très variable, qui donnent accès à une description plus ou moins détaillée de l'écoulement au sein du gazosiphon : ainsi des modèles analytiques ou quasi-analytiques peuvent être exclusivement focalisés sur la prédiction d'une quantité d'intérêt telle que le débit liquide associé à un débit gazeux injecté ; à l'autre extrémité du spectre, des simulations 2D ou 3D de l'écoulement diphasique dans le gazosiphon peuvent être réalisées, et fournir des champs complets de l'écoulement dans le gazosiphon, à partir desquels les quantités d'intérêt peuvent être calculées. La présente section propose une revue de ces différents modèles de la littérature de prédiction des capacités de pompage d'un gazosiphon.

Il faut noter que certains modèles prennent en compte la conservation de l'énergie dans leur formulation. Cet aspect sera négligé par la suite, comme c'est souvent le cas, en considérant un écoulement isotherme dans le gazosiphon (cf. sous-section 2.3.3) et un équilibre thermodynamique entre les phases déjà évoqué dans la sous-section 1.2.4 du chapitre 1.

Par ailleurs, la grande majorité des études numériques, tous types de modèles confondus, fait l'approximation d'un écoulement monodimensionnel dans la direction axiale. Cette approximation se justifie lorsque le rapport d'aspect  $H/D$  est suffisamment grand, et qu'une direction pour l'écoulement est privilégiée, permettant de négliger son établissement et ses composantes radiales. Cette approximation nécessite un processus de moyenne sur la section, qui permet de simplifier la formulation du modèle développé, et par extension de diminuer les coûts de calcul, pour des pertes d'informations quantitatives généralement limitées.

### 2.2.1 Modèles simplifiés

Un nombre important d'études théoriques de gazosiphon utilisé comme pompe est consacré à l'établissement de modèles simplifiés permettant des résolutions analytiques ou semi analytiques, généralement dans le but de quantifier des quantités globales ciblées telles que la capacité de pompage liquide en fonction du débit d'injection de gaz. Ces modèles algébriques, ou parfois différentiels, sont simples à résoudre, mais ils supposent en contrepartie l'introduction d'hypothèses simplificatrices qui peuvent être fortes ; ces dernières limitent la portée de la description que les modèles fournissent.

Les premiers modèles d'évaluation des performances de pompage des gazosiphons datent du début du 20<sup>ème</sup> siècle, avec notamment les premières études de Harris [1895], Stepanoff [1929] et celle de Pickert [1932]. Dans le modèle de Harris [1895], la flottabilité, considérée comme moteur du gazosiphon, est traduite par le mouvement d'une bulle typique qui conduit à une relation entre sa taille, sa vitesse relative et l'entraînement liquide. Une théorie thermodynamique est développée par Stepanoff [1929] pour étudier l'effet du rapport de submergence, du diamètre et de la fraction de vide sur l'efficacité de pompage.

Un traitement plus complet, fondé sur la théorie d'un écoulement à poches, est développé par Nicklin [1963], qui pose également la définition aujourd'hui classique de l'efficacité de pompage d'un gazosiphon, fonction de la hauteur de refoulement couplée aux débits de gaz et du liquide. Le modèle de Nicklin [1963] néglige les effets d'entrée, et sa validité reste

limitée à des conduites courtes, puisqu'il ne prend pas en compte la variation volumétrique du flux de gaz le long de la conduite. Les débits prédits par le modèle de Nicklin [1963] sont comparés par Barrut [2011] à ses résultats expérimentaux sur la figure 2.1 ; les écarts importants observés sur cette comparaison illustrent bien les limites de ce modèle. La théorie de Nicklin [1963] est par la suite améliorée pour les conduites longues par Clark & Dabolt [1986], qui intègrent une équation de quantité de mouvement sur la longueur de la conduite. Reinemann *et al.* [1990] apportent une nouvelle amélioration en introduisant l'effet de la tension superficielle, ce qui permet la modélisation de gazosiphons de petits diamètres.

Stenning & Martin [1968] proposent un modèle monodimensionnel qui inclut les effets de frottement et de glissement entre les phases via deux corrélations. Ces corrélations sont améliorées par Kassab *et al.* [2009] qui utilisent la relation de Griffith & Snyder [1964] pour un écoulement à poches et la relation de Colebrook pour modéliser le frottement. Le modèle de Kassab *et al.* [2009] fournit une meilleure prédiction des débits par rapport aux modèles de Clark & Dabolt [1986] et de Stenning & Martin [1968] comme on peut l'observer sur la figure 2.2.

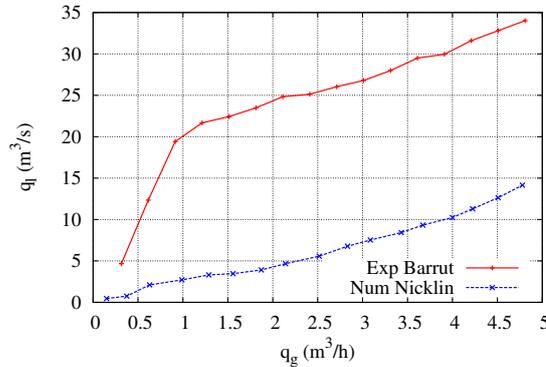


FIGURE 2.1 – Débits prédits par le modèle de Nicklin et résultats expérimentaux de Barrut [2011]

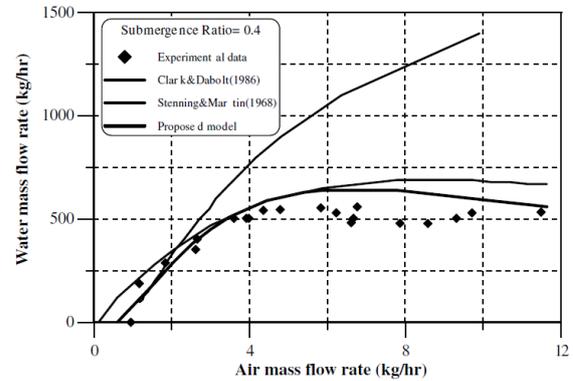


FIGURE 2.2 – Comparaison de différents modèles analytiques avec des résultats du dispositif expérimental de Kassab *et al.* [2009]

Liang & Peng [2005] développent un modèle analytique fondé sur un bilan d'énergie en exprimant les pertes de pression par frottement pour calculer les pertes d'énergie sur une section de conduite. Fan *et al.* [2013] améliorent le modèle précédent en incluant l'effet de la fraction de vide et de la perte de charge locale. Yoshinaga & Sato [1996] développent un modèle basé sur une équation de quantité de mouvement couplée à des relations de fermeture pour les pertes de pression et la fraction de vide. Ce modèle divise le gazosiphon en plusieurs segments et intègre les équations de quantité de mouvement sur chacun de ces segments. Un système d'équations algébriques couplées à des corrélations pour le frottement est ainsi obtenu et peut être résolu par un processus itératif. Kassab *et al.* [2007] reprend ce modèle pour le comparer à son dispositif expérimental. De même, Mahrous [2013, 2014] s'inspire de ce modèle pour simuler un gazosiphon de section variable, ainsi que l'impact de plusieurs hauteurs d'injection. Pan *et al.* [2011] proposent un modèle analytique issu de la formulation d'un modèle de mélange à vitesse de dérive. Cependant la formulation du modèle suppose une hypothèse simplificatrice qui modifie le statut de pompe du gazosiphon étudié. Le débit liquide est contraint par les conditions d'entrée, ce qui implique que le pompage n'est plus induit par l'entraînement produit par l'injection de gaz, mais forcé directement par les conditions aux limites imposées.

Nenes *et al.* [1996b,a] comparent deux modèles : un modèle simple basé sur l'hypothèse d'une fraction de vide constante et d'une configuration d'écoulement de type agité ("churn"), et un modèle plus élaboré établi d'emblée sur une discrétisation de l'espace et l'application de bilan de quantité de mouvement sur chaque cellule. Des corrélations empiriques sont utilisées pour modéliser les frottements et la valeur de la fraction de vide. François *et al.* [1996] développent un modèle basé sur un bilan de quantité de mouvement du mélange, dans lequel la vitesse relative est modélisée par une corrélation exprimant la vitesse de dérive du gaz. De Cachard & Delhaye [1996] établissent un modèle sur la base de bilans de masse et de quantité de mouvement simplifiés. Carvalho *et al.* [2000] fondent leur modélisation sur un bilan de quantité de mouvement couplé à une fermeture pour la fraction de vide. Enfin, Hu *et al.* [2012] proposent un modèle fondé sur l'équation de Bernoulli appliquée sur l'ensemble de la conduite, permettant d'obtenir un débit total gaz/liquide en fonction de l'injection de gaz.

### 2.2.2 Modèles bifluide

Le modèle bifluide, détaillé par Ishii [1976]; Ishii & Mishima [1984], consiste à considérer chaque phase, ici liquide et gazeuse, séparément. Des équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et éventuellement de l'énergie, distinctes pour chaque fluide, sont prises en compte. Les phases n'étant évidemment pas indépendantes entre elles, des termes d'interaction entre phases apparaissent dans ces équations de conservation, sous la forme de transferts de masse, de quantité de mouvement et d'énergie. Ce type de modélisation permet d'obtenir une description fine de l'écoulement, mais induit une complexité importante, non seulement en termes de nombre d'équations de bilan, mais aussi dans l'expression des termes d'interaction entre des phases. Ces termes, correspondant aux transferts interfaciaux, doivent être exprimés par des lois de fermeture. Ces transferts dépendent de variables interfaciales moyennées ainsi que d'une nouvelle variable "géométrique" distincte de la fraction de vide, l'aire interfaciale, qui demande aussi une équation d'évolution spécifique. L'aire interfaciale est fortement reliée à la configuration d'écoulement considérée.

Le degré de précision que fournit potentiellement une modélisation bifluide, grâce notamment à la prise en compte de deux champs de vitesses distincts, réside en grande partie dans la possibilité de traduire les déséquilibres entre les phases. La description bi-fluide est ainsi particulièrement adaptée pour simuler les phénomènes instationnaires avec des changements de configurations ou, plus généralement, des situations dans lesquelles le couplage entre phases reste faible. Lorsque le couplage des phases est important, la complexité des modèles bifluide est moins justifiable et on préférera souvent utiliser des modélisations plus simples à mettre en œuvre. Le modèle bi-fluide est donc finalement peu utilisé en pratique pour simuler les écoulements dans les gazosiphons utilisés comme pompes. Il existe toutefois des études de laboratoire qui s'attachent à évaluer l'importance de certains paramètres spécifiques, par exemple le système d'injection, ce qui justifie alors pleinement l'utilisation de ce type de modélisation. Par souci d'exhaustivité, nous passons rapidement en revue de telles études en nous limitant aux modèles 1D.

Le modèle de Guet *et al.* [2005] est restreint à des écoulements stationnaires et établis; sont négligés les termes de gravité, de contrainte du gaz ainsi que la différence pour le liquide entre le tenseur des contraintes moyen et le tenseur des contraintes d'interface. Par ailleurs, la vitesse relative est considérée uniforme sur toute la section, faisant l'hypothèse d'une répartition homogène du gaz dans la section.

Des modèles plus élaborés ont été développés. Ils impliquent par exemple la prise en compte des mécanismes de coalescence et de rupture de bulles, à l'aide d'approches de type bilan de population, comme celle proposée par Cheung *et al.* [2013]. Hatta *et al.* [1998] modélisent l'écoulement stationnaire gaz/liquide/solide dans un gazosiphon sur la base d'une formulation bi-fluide, avec l'ajout d'équations pour la phase solide. L'influence des changements de configuration est prise en compte à travers la modélisation de l'aire interfaciale et de la traînée associée. Le modèle développé par ces auteurs est notamment comparé aux résultats expérimentaux et numériques de Yoshinaga & Sato [1996]; Weber & Dedegil [1976].

Meng *et al.* [2013] développent un modèle fondé sur une approche de type Euler-Lagrange. Compte tenu des faibles fraction de vide testées, le modèle est basé sur la présence d'une configuration à bulles. Une des particularités de ce modèle est qu'il permet la prise en compte du diamètre des bulles, autorisant ainsi la modélisation de différents types d'injecteurs. Des comparaisons de pompage avec le dispositif expérimental de Fan *et al.* [2013] sont réalisées pour plusieurs types d'injecteurs, qui impactent de façon distincte la taille de bulle initiale. Quelques résultats typiques de ces comparaisons sont présentés sur la figure 2.3. On peut observer que la simulation de Meng *et al.* [2013] permet bien une meilleure prédiction du débit liquide créé dans le gazosiphon par rapport au modèle théorique de Fan *et al.* [2013], ce dernier ne permettant pas de gérer l'impact du type d'injection. Cependant, l'écart avec les résultats expérimentaux reste encore important selon l'injecteur utilisé.

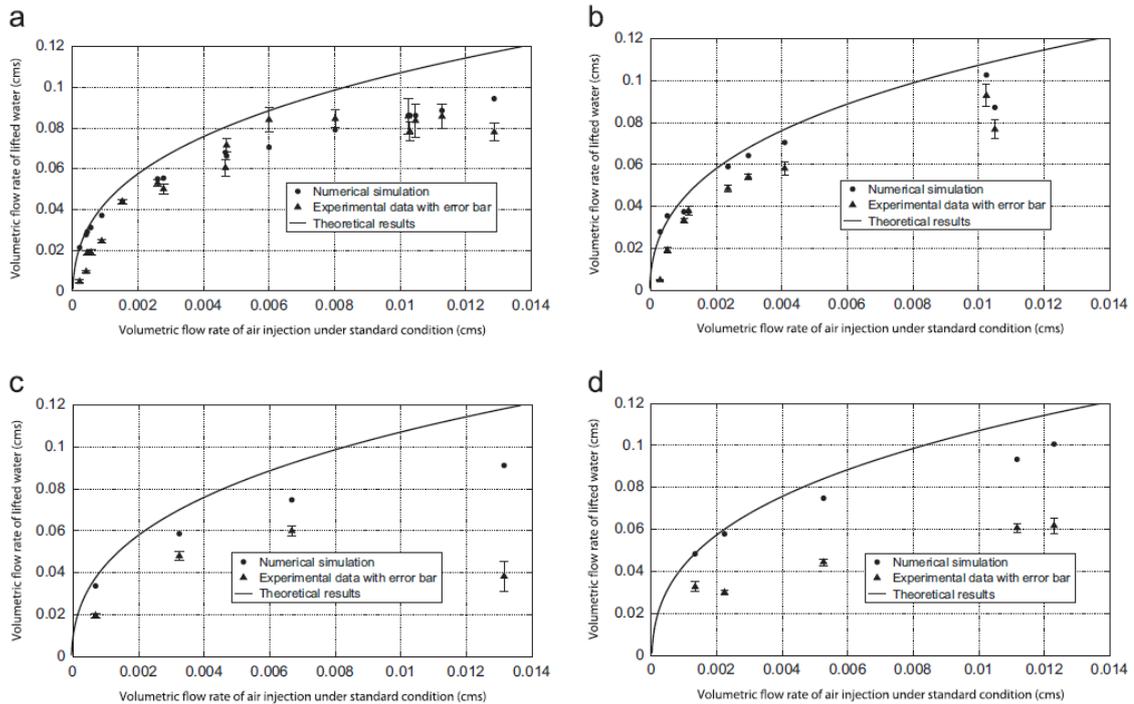


FIGURE 2.3 – Prédiction des débits de liquide créés pour différents types d'injecteurs utilisés dans l'expérience de Fan *et al.* [2013]. Symboles triangles : résultats expérimentaux. Trait continu : modèle théorique de Fan *et al.* [2013]. Symboles cercles : résultats de la simulation numérique bi-fluide de Meng *et al.* [2013].

### 2.2.3 Modèles de mélange

Le modèle de mélange est une approximation du modèle bifluide. L'idée de base est de considérer le mélange diphasique dans son ensemble plutôt que les deux phases séparément. Il en découle une simplification importante de la formulation du modèle. Notamment l'expression explicite de l'échange de quantité de mouvement entre les deux phases. La formulation du modèle consiste en l'utilisation de trois équations bilans (dans le cas où le bilan d'énergie n'est pas considéré) : deux équations pour la conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour le mélange, ainsi qu'une équation pour la conservation de la masse du gaz. Le modèle de mélange est généralement efficace lorsque les phases sont fortement couplées. La disparition d'une seconde équation de quantité de mouvement nécessite des relations de substitution pour modéliser la dynamique d'interaction entre les phases. Ainsi, il est nécessaire d'exprimer la vitesse relative d'une phase par rapport à l'autre par l'ajout d'une relation de fermeture (fermeture hydrodynamique du modèle).

Le modèle de mélange dit homogène est le plus simple des modèles de mélange couramment utilisés. Cette approche est valable dans le cas d'écoulements dominés par la traînée dans lesquels les phases ont un couplage extrêmement important. Elle suppose de traiter l'écoulement diphasique comme un pseudo fluide monophasique. Dans ce modèle, les équations qui entrent en jeu sont uniquement les bilans de masse et de quantité de mouvement du mélange. La vitesse du mélange est donc résolue à partir d'une seule équation de quantité de mouvement, et la vitesse relative est considérée nulle. Pour certains rares écoulements en conduite, comme par exemple des écoulements à très fines bulles, une telle approximation peut conduire à des résultats acceptables ; ils sont décrits par une vitesse unique pour le gaz et le liquide. Dans les cas du gazosiphon utilisé comme pompe, la capacité de pompage et l'efficacité sont les points centraux d'intérêt. Ainsi l'approximation de l'absence d'une vitesse de glissement entre les phases, qui suppose un entraînement parfait du liquide par le gaz, n'est pas justifiable pour l'application visée ici.

Le modèle de mélange dit à flux de dérive permet de prendre en compte cette vitesse de glissement entre les phases par l'ajout d'une expression dérivée d'un bilan de quantité de mouvement. La corrélation qui modélise cette vitesse dépendra fortement de la structure de l'écoulement et de la géométrie de la conduite. Dans le cas d'un écoulement à effets tridimensionnels marqués, le modèle bifluide est à privilégier compte tenu de la difficulté à développer une corrélation correcte pour modéliser cette vitesse relative entre les phases. En revanche, dans le cas d'un gazosiphon utilisé comme pompe, l'approximation d'un écoulement monodimensionnel dans la direction axiale est possible dès lors que le diamètre est faible devant la longueur de la conduite. Le couplage important entre les phases permet alors d'obtenir généralement de bons résultats si les fermetures sont correctement choisies, tout en mettant en œuvre un modèle moins lourd que les formulations bi-fluide sur le plan du développement de la modélisation numérique et de son coût de calcul pour l'évaluation d'une configuration donnée de gazosiphon.

Saito *et al.* [1996]; Kajishima *et al.* [1997]; Saito *et al.* [1999]; Kosugi *et al.* [2001]; Saito *et al.* [2004] modélisent l'écoulement dans un gazosiphon à l'aide de lois de bilan monodimensionnelles pour le mélange couplées à des corrélations développées par Zuber & Findlay [1965]; Ishii [1977] pour exprimer la vitesse relative du gaz. Le modèle est complexifié pour prendre en compte les transferts massiques, dans une perspective de dissolution du CO<sub>2</sub>, par de simples corrélations rajoutées sous forme de terme source par Kajishima *et al.* [1997] puis par l'ajout d'équations différentielles sur la quantité de matière par Kosugi *et al.* [2001]. La comparaison des résultats numériques avec un

dispositif expérimental de grande échelle (212.6 m de long pour un diamètre de 0.151 m) analysé par Saito *et al.* [2004], pour plusieurs profondeurs d'injection sans transfert de matière, est présentée sur la figure 2.4 et illustre la capacité prédictive du modèle de mélange développé.

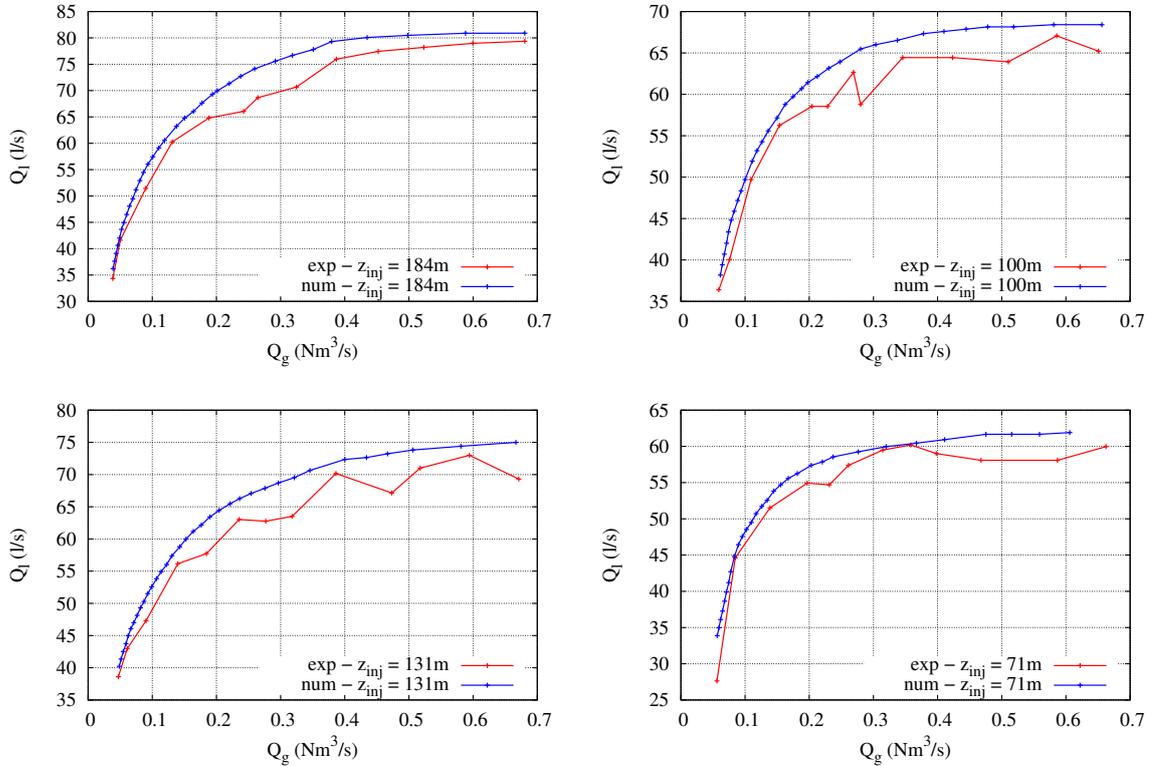


FIGURE 2.4 – Débits prédits par le modèle de mélange de Saito *et al.* [2004] pour différentes profondeurs d'injection. Résultats tirés de Saito *et al.* [2004].

## 2.2.4 Approches 2D et 3D

La quasi-totalité des outils de simulation de gazosiphon développés utilisent des approximations 1D justifiées par la géométrie du dispositif. On peut néanmoins relever quelques études visant à modéliser directement l'impact des effets transverses sur le pompage du dispositif. Cette description plus fine de la physique de l'écoulement se paie cependant d'un surcoût de calcul significatif.

Behbahani *et al.* [2012] développent un modèle bi-fluide pour simuler l'effet d'un gazosiphon pour le pompage du pétrole dans une configuration à bulles, intégrant un modèle de turbulence  $k - \epsilon$ . Une des particularités de leur modélisation est l'introduction de trois "sous-configurations" à bulles qui impliquent notamment des répartitions radiales différentes. Pougatch & Salcudean [2007, 2008] utilisent une formulation de type bi-fluide avec l'ajout d'une équation pour une phase solide pompée en même temps que le liquide. L'axi-symétrie du modèle, qui nécessite donc l'introduction d'une seule variable radiale supplémentaire, permet de limiter les coûts de calcul. Leur simulation, qui n'est pas confrontée à des résultats expérimentaux, permet de donner un aperçu de la richesse d'informations que fournit un tel modèle 2D. Dans le cas d'une conduite de 1600 m de long, pour deux diamètres de 17.78cm et 30.48cm, la figure 2.5 tirée de Pougatch & Salcudean [2008] re-

présente les contours du taux de vide du gaz, dont le profil radial n'est pas réparti de façon homogène, ni constant suivant la position axiale. La figure 2.6, également extraite de Pougatch & Salcudean [2008], présente les distributions radiales du gaz, du liquide et du solide pour trois positions verticales, et met en évidence l'importance de la prise en compte du profil radial en fonction des conditions d'écoulement.

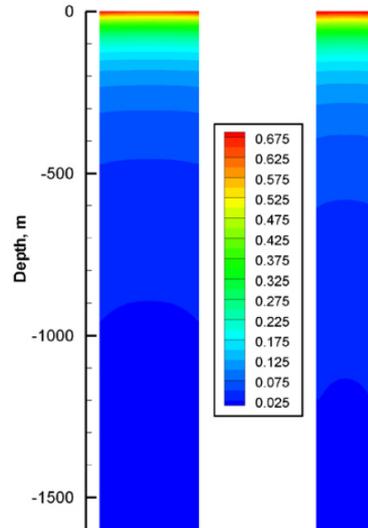


FIGURE 2.5 – Contours du taux de vide pour une conduite de 1600 m de long et des diamètres de 17.78cm et 30.48cm. Figure tirée de Pougatch & Salcudean [2008]

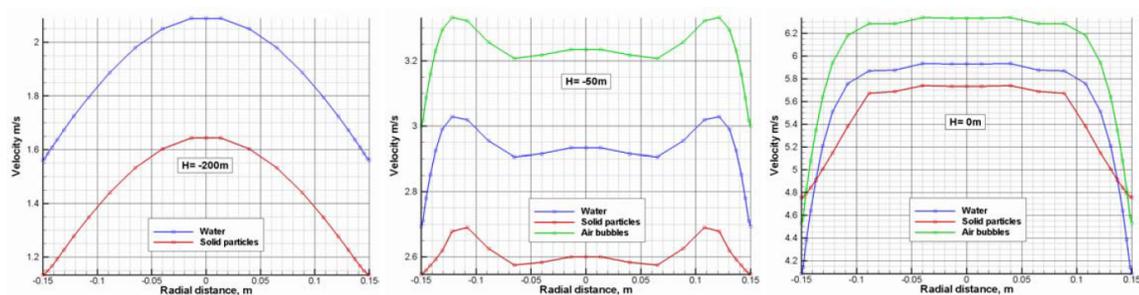


FIGURE 2.6 – Distribution radiale des vitesses gaz/liquide/solide à des profondeurs respectives de 200 m, 50 m et 0 m pour une conduite de 400 m et une injection à 290 m. Figure tirée de Pougatch & Salcudean [2008]

Très récemment, Wahba *et al.* [2014] ont mis en place une simulation des grandes échelles (LES) 3D diphasique basée sur une méthode de type "Volume of Fluid" (VOF). Leur modèle est construit sur des équations de quantité de mouvement et de conservation de la masse pour le mélange, auxquelles s'ajoute une équation de transport pour le taux de vide. La simulation 3D permet notamment de décrire avec précision la géométrie du cas traité, jusque dans la configuration de l'injecteur. Les débits liquides en fonction de l'injection, présentés sur la figure 2.7, présentent une bonne correspondance avec les résultats du dispositif expérimental de Kassab *et al.* [2009] pour deux rapports de submergence  $S_r = 0.75$  et  $S_r = 0.484$ .

Cette capacité prédictive des résultats LES 3D, en plus de la description fine de l'écoulement dans le gazosiphon qu'ils fournissent, a évidemment une contrepartie en termes de coût de calcul. Ce coût n'est pas compatible avec la perspective d'une étude paramétrique et *a fortiori* d'une démarche d'optimisation robuste, compte tenu des moyens de calcul à

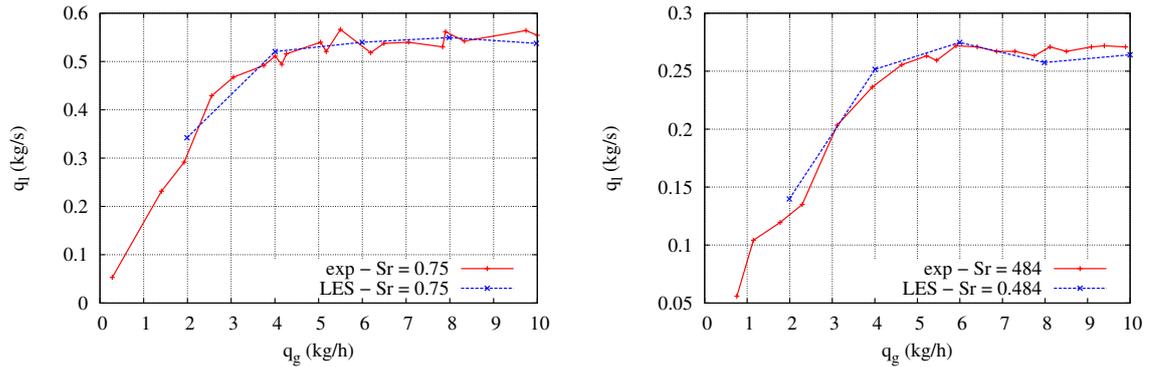


FIGURE 2.7 – Comparaison des débits liquides prédits par un modèle 3D à des résultats expérimentaux obtenus par Kassab *et al.* [2009] pour différentes profondeurs d'injection. Résultats extraits de Wahba *et al.* [2014].

notre disposition.

Les modèles simplifiés présentent l'intérêt qu'ils permettent d'obtenir des quantités macroscopiques pour un coût très faible, de l'ordre de la seconde. Il est ainsi possible d'envisager des calculs d'optimisation robuste sans contraintes majeures du point de vue des temps de restitution. Mais, comme on l'a vu, les résultats qu'il est possible d'obtenir sont d'une part limités à quelques quantités macroscopiques et, surtout, ne sont pas suffisamment fiables pour espérer optimiser un dispositif dans un espace de contraintes suffisamment étendu (géométrie et conditions de fonctionnement).

A l'autre extrémité de la palette de méthodes disponibles, la simulation des grandes échelles autorise en théorie des démarches d'optimisation aussi fines que nécessaire en termes de paramétrisation géométrique et physique, tout en garantissant des résultats fiables. La contrepartie est un coût très important. Pour fixer les idées, la simulation de Wahba *et al.* [2014] concerne un gazosiphon de l'ordre du mètre de longueur, maillé au plus fin en utilisant 5 millions d'éléments. L'établissement de l'écoulement nécessite un temps physique de 20s, sachant que le pas de temps est fixé à  $10^{-4}$ s. Si on estime à la microseconde le coût de simulation par élément et par pas de temps, on aboutit à un temps de simulation mono-processeur de l'ordre d'une dizaine de jours. Le temps de restitution peut bien sûr être abaissé grâce à la parallélisation du calcul, cependant la transposition de la démarche aux dispositifs de très grande échelle conduit à des temps de simulation rédhibitoires. A titre indicatif, on peut donner des ordres de grandeurs issus de tests menés dans le cadre de la thèse sur des calculs RANS 2D pour un gazosiphon de l'ordre d'une centaine de mètres de long. Avec un maillage pas particulièrement fin de 200000 éléments environ, les temps de calcul mesurés pour obtenir un état stationnaire sont de l'ordre de la journée en utilisant un parallélisme sur 12 cœurs.

La recherche d'un compromis coût / précision est donc nécessaire. Les contraintes liées à la puissance de calcul disponible conduisent à écarter les modélisations 2D et 3D, surtout dans une finalité d'optimisation qui exigera de multiplier les cas de calcul. Pour ce qui concerne les modélisations 1D ou quasi-1D (avec prise en compte d'une variation de section de la conduite), il est recommandé d'aller au-delà de modèles trop simplifiés tels qu'ils ont été mentionnés dans la section 2.2.1, et un modèle de mélange offre en ce sens un compromis intéressant entre capacité prédictive et coût de mise en oeuvre. Enfin les longueurs de conduites importantes devant le diamètre permettent de négliger les effets d'établissement

radial de l'écoulement liés aux détails des mécanismes d'injection du gaz.

## 2.3 Modèle de mélange à flux de dérive quasi-1D

Rappelons donc les choix progressivement dégagés de l'étude qui vient d'être faite :

- Pour analyser les performances d'un gazosiphon utilisé comme pompe, le modèle de mélange sera choisi car il réalise un bon compromis entre d'une part la complexité de la formulation mathématique et de la lourdeur calculatoire d'un modèle bifluide, et d'autre part le caractère assez rudimentaire d'un modèle homogène qui ignore la différence de vitesse entre les phases. Enfin, un modèle simplifié qui impliquerait nécessairement l'introduction de corrélations *ad hoc* ne permettrait pas de réaliser de façon satisfaisante des études d'optimisation.
- Pour gagner en coût de calcul, l'approximation d'un écoulement quasi-1D (la section de la conduite peut être variable) dans la direction axiale est adoptée.

Détaillons maintenant les principaux ingrédients du modèle à flux de dérive mis en œuvre dans ce mémoire.

### 2.3.1 Formulation du modèle à flux de dérive

Le modèle de mélange est issu d'une formulation simplifiée du modèle bi-fluide décrit par Ishii [1976], basée sur les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement de chaque phase moyennées en temps et sur la section. La construction du modèle de mélange consiste à combiner les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement pour chaque phase afin d'obtenir des équations dépendantes des variables du mélange.

On pose tout d'abord l'équation de conservation de la masse du mélange, issue de la combinaison des équations pour chaque fluide dans le cas d'un écoulement uni-directionnel (suivant l'axe  $z$  du gazosiphon) au sein d'une conduite de section variable  $A = A(z) = \pi D(z)^2/4$  avec  $D(z)$  le diamètre de la conduite à la cote  $z$  :

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\alpha_g\rho_g + A\alpha_l\rho_l) + \frac{\partial}{\partial z}(A\alpha_g\rho_g u_g + A\alpha_l\rho_l u_l) = \Gamma_g \quad (2.1)$$

où l'indice  $l$  représente la phase liquide et l'indice  $g$  la phase gazeuse ; l'absence d'indice indique que la grandeur considérée est relative au mélange des 2 phases. La quantité  $\rho_k$  est la masse volumique et  $u_k$  la vitesse de cette même phase  $k$ . Le taux de présence du gaz moyenné sur la section, dit aussi la fraction (volumique) de vide, sera noté  $\alpha_g = \alpha$  et par voie de conséquence la fraction de liquide est telle que  $\alpha_l = 1 - \alpha$ . Le terme  $\Gamma_g$  fait référence à un terme source qui peut être relatif au gaz injecté d'une part, et aux transferts de masse entre le gaz et le liquide d'autre part.

On introduit les variables du mélange qui constituent les trois inconnues du système d'équations du modèle : la masse volumique du mélange  $\rho$ , la vitesse du mélange  $u$  et la concentration massique du gaz  $c$ .

La masse volumique du mélange  $\rho$ , dépendante de la fraction de vide  $\alpha$ , de la masse volumique de l'eau  $\rho_l$  et de la masse volumique du gaz  $\rho_g$ , avec  $\rho_l = cste$  dans l'hypothèse d'une phase liquide incompressible, est définie par :

$$\rho = \alpha\rho_l + (1 - \alpha)\rho_g \quad (2.2)$$

La vitesse du mélange  $u$  s'exprime en fonction de la fraction de vide  $\alpha$ , des masses volumiques des deux fluides ainsi que des vitesses gaz et liquide, respectivement  $u_g$  et  $u_l$  :

$$u = \frac{\alpha \rho_g u_g + (1 - \alpha) \rho_l u_l}{\rho} \quad (2.3)$$

La fraction massique de gaz  $c$  est définie en fonction de la fraction de vide, des masses volumiques du gaz et du mélange :

$$c = \frac{\alpha \rho_g}{\rho} \quad (2.4)$$

La reformulation des équations en fonction des variables du mélange suppose d'exprimer les grandeurs spécifiques à chaque fluide. La fraction de vide  $\alpha$ , correspondant au taux de présence du gaz  $\alpha_g$ , peut s'exprimer en fonction de  $\rho$  et  $c$  :

$$\alpha = \alpha_g = 1 - \alpha_l = \frac{\rho_l - \rho(1 - c)}{\rho_l} \quad (2.5)$$

La masse volumique du gaz s'exprime en fonction des variables du mélange  $\rho$  et  $c$  et de la masse volumique (constante) du liquide  $\rho_l$  :

$$\rho_g = \frac{\rho_l \rho c}{\rho_l + \rho c - \rho} \quad (2.6)$$

On définit la vitesse de glissement entre la phase gazeuse et la phase liquide comme la différence entre les vitesses respectives de ces phases :

$$u_r = u_g - u_l \quad (2.7)$$

L'introduction de la vitesse de mélange  $u$  et de la concentration massique  $c$  permet de réexprimer les vitesses du gaz et du liquide en fonction des variables du mélange et de la vitesse relative :

$$\begin{aligned} u_l &= u - c u_r \\ u_g &= u + (1 - c) u_r \end{aligned} \quad (2.8)$$

Le bilan de masse du mélange de l'équation (2.1) peut être exprimé en fonction des variables du mélange :

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\rho) + \frac{\partial}{\partial z}(A\rho u) = \Gamma_g \quad (2.9)$$

La seconde équation relative au mélange est le bilan de conservation de quantité de mouvement, obtenu en combinant ces équations de bilan pour chaque fluide, et exprimée en fonction des variables du mélange. On fait l'hypothèse que la pression est la même pour chaque phase, ce qui permet d'introduire une pression de mélange telle que  $p_l = p_g = p$ . La vitesse de glissement  $u_r$  intervient, ainsi que la pression  $p$ , la force de pesanteur  $\rho g$  et le terme de modélisation des frottements pariétaux  $F_w$ . La prise en compte d'une section variable  $A$  en fonction de la position  $z$  fait apparaître un terme dépendant de la pression  $p$  et de la dérivée de la section  $p \frac{dA}{dz}$  :

$$\frac{\partial(\rho u A)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ A \left( \rho u^2 + \rho c (1 - c) u_r^2 + p \right) \right] = -\rho g + F_w + p \frac{dA}{dz} \quad (2.10)$$

Il est nécessaire de poser une troisième équation pour compléter le système. Cette équation traduit la conservation de la masse du gaz. Si on l'exprime d'abord en fonction des variables du gaz, il vient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(A\alpha\rho_g) + \frac{\partial}{\partial z}(A\alpha\rho_g u_g) = \Gamma_g \quad (2.11)$$

En utilisant la concentration massique du gaz  $c$ , le bilan de masse du gaz (2.11) peut se reformuler en fonction des variables conservatives du mélange  $\rho$ ,  $c$  et de la vitesse du gaz  $u_g$  :

$$\frac{\partial}{\partial t} (A\rho c) + \frac{\partial}{\partial z} (A\rho c u_g) = \Gamma_g \quad (2.12)$$

L'introduction de l'expression de  $u_g$  en fonction de  $u$ ,  $c$  et  $u_r$  permet de réécrire le bilan de masse (2.12) du gaz en fonction de la vitesse relative :

$$\frac{\partial}{\partial t} (A\rho c) + \frac{\partial}{\partial z} (A\rho c u) + \frac{\partial}{\partial z} (A\rho c (1-c)u_r) = \Gamma_g \quad (2.13)$$

En rassemblant le bilan de masse du mélange, de quantité de mouvement du mélange et de masse du gaz, on obtient le système d'équations régissant l'évolution de l'écoulement gaz-liquide qui nous intéresse :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{Q})}{\partial z} = \mathcal{S}(\mathcal{Q}) \quad (2.14)$$

avec  $\mathcal{Q}$  le vecteur des variables conservatives,  $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$  le vecteur flux et  $\mathcal{S}(\mathcal{Q})$  le vecteur des termes sources. Ces différents vecteurs ont pour expressions respectives :

$$\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho c A \end{pmatrix}, \quad \mathcal{S}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} \Gamma_g \\ -\rho g + F^w(\rho, \rho u, \rho c) + p \frac{dA}{dz} \\ \Gamma_g \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

$$\mathcal{F}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} \rho u A \\ \rho u^2 A + p(\rho, \rho c)A + \rho c (1-c) u_r^2(\rho, \rho u, \rho c)A \\ \rho u c A + \rho c (1-c) u_r(\rho, \rho u, \rho c)A \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

Les variables conservatives du système sont telles que :

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho A \\ \rho u A \\ \rho c A \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

où la section  $A(z)$  est connue. Dans le cas d'une section constante,  $A(z) = cste$ , le système (2.14) ne dépend plus de  $A$  et le problème à résoudre devient purement 1D avec pour variables conservatives  $(\rho, \rho u, \rho c)$ . Les variables dites primitives sont la masse volumique  $\rho$  du mélange, la vitesse  $u$  du mélange et la concentration massique  $c$  du gaz. Pour obtenir un système d'équations fermé, on doit exprimer la vitesse relative  $u_r$ , la pression  $p$  et le terme de frottement pariétal  $F_w$  en fonction de ces variables primitives ou conservatives.

### 2.3.2 Transferts de masse

Dans le système d'équations précédent, les transferts de masse aux interfaces relatifs aux gaz absorbés dans la phase liquide ou désorbés de celle-ci devraient être exprimés via le terme source  $\Gamma_g$  des équations de conservation de la masse (2.9) et (2.13) ; la contribution de tous ces transferts sera en fait négligée dans la présente étude, pour des raisons qui vont être précisées ici. L'argumentaire reposera tout d'abord sur l'examen critique d'études portant sur certains écoulements verticaux pilotés par l'ascension gravitaire des bulles dans lesquels les transferts de masse, qui y jouent un rôle essentiels, se trouvent pris en compte. Or, si les écoulements dans les gazosiphons utilisés comme pompe qui vont être

ici considérés, sont proches de ces écoulements à certains égards, ils s'en éloignent par des caractéristiques spécifiques qui tendent à réduire voir à inhiber les transferts.

Avant d'entreprendre cet argumentaire, on rappellera brièvement des notions élémentaires sur l'évolution temporelle de la masse d'une bulle composée de plusieurs gaz susceptibles de diffuser dans ou hors du liquide environnant. Ces gaz sont par exemple pour l'air : azote, oxygène, CO<sub>2</sub> et vapeur d'eau. La variation dans le temps de la quantité d'un constituant peut être exprimée sous la forme suivante :

$$\frac{dn_i}{dt} = S_b K_b (c_{i_l} - c_{i(int)}) \quad (2.18)$$

avec  $n_i$  le nombre de moles de gaz dans la bulle,  $S_b$  la surface de transfert considérée qui dépend notamment du rayon de la bulle,  $K_b$  la vitesse de transfert, qui dépend du rayon et de la vitesse de la bulle,  $c_{i_l}$  la concentration du gaz dans le liquide "au loin" (*i.e.* loin de la bulle considérée) et  $c_{i(int)}$  la concentration en gaz dans l'eau à l'interface de la bulle. Les propriétés des gaz dans la bulle (viscosité et diffusivité) entraînent des transferts de masse et de quantité de mouvement rapides et permettent de supposer l'uniformité des différentes variables au sein de la bulle. Il en est ainsi pour la pression partielle de chaque gaz  $p_i$  et de la pression totale dans la bulle  $p_{bg}$  qui sont reliées par la loi de Dalton :

$$\sum p_{bi} = p_{bg} \quad (2.19)$$

En supposant classiquement que les conditions à l'interface sont à l'équilibre, il est possible de faire appel à la loi de Henry pour faire le lien entre la concentration en gaz dissous  $i$  dans l'eau à l'interface de la bulle, qui figure dans l'expression des échanges de masse de l'équation (2.18), et la pression partielle de ce gaz  $p_i$  dans toute la bulle.

$$c_{i(int)} = K_{hi} p_{bi} \quad (2.20)$$

Le coefficient de Henry  $K_{hi}$ , propre au gaz  $i$  considéré, dépend de la température. L'équation de transfert peut alors s'écrire en fonction de la pression partielle et du coefficient de Henry :

$$\frac{dn_i}{dt} = S_b K_b (c_{i_l} - K_{hi} p_{bi}) \quad (2.21)$$

avec  $n_i$  exprimé en mol,  $z$  en m,  $S_b$  en m<sup>2</sup>,  $K_b$  en m/s,  $K_{Hi}$  en mole/m<sup>3</sup>.Pa,  $c_{i_l}$  en mole/m<sup>3</sup> et  $p_i$  en Pascal.

Développons maintenant l'argumentaire annoncé. Les premières caractéristiques des écoulements dans les gazosiphons qui vont être considérées, pour leur impact sur la réduction des transferts, sont la pressions et la température. D'une part, les pressions très élevées n'amplifient pas les transferts dans les proportions auxquelles on pourrait s'attendre, et d'autre part les températures importantes tendent à les inhiber. D'abord, la loi de Henry, lorsque la pression atteint plusieurs MPa, *i.e.* au fond d'une conduite de plusieurs centaines de mètres, doit être modifiée. L'évolution linéaire avec la pression du terme  $K_{hi} p_i$  n'est plus valable, et tend à limiter l'augmentation de la solubilité du gaz avec la pression. Zheng & Yapa [2002] proposent une loi de Henry modifiée, pour les gaz peu solubles, qui prend en compte ce comportement non linéaire. On peut ainsi déduire de l'évolution de la solubilité du CO<sub>2</sub> en fonction de la pression sur la figure 2.8, une perte de linéarité à partir de 25 MPa, et une stabilisation au-delà de 75 MPa. L'augmentation des longueurs de conduite n'aura donc pas l'influence que l'on aurait pu attendre et les phénomènes de dissolution seront amplifiés de manière tout à fait marginale avec l'augmentation de la pression au delà de 75 MPa.

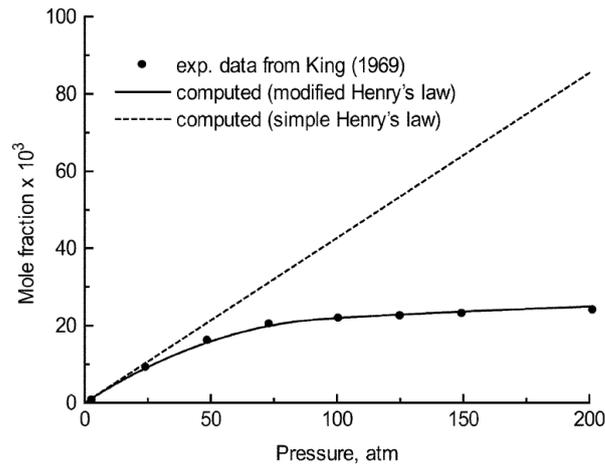


FIGURE 2.8 – Solubilité du  $\text{CO}_2$  en fonction de la pression pour la loi de Henry simple et modifiée en fonction de résultats expérimentaux

Ensuite, dans les configurations étudiées à terme dans le cadre de la géothermie, la température peut atteindre des valeurs élevées, de plus de  $100^\circ\text{C}$ . Le coefficient de Henry dans ces conditions peut être divisé dans des proportions de l'ordre de 2 à 3, ce qui limite de fait l'ampleur des transferts de masse en réduisant le déséquilibre entre le gaz dissout et les bulles.

L'autre caractéristique des écoulements dans les gazosiphons considérés est la taille des bulles émises à l'injection, qui est supposée suffisamment élevée. Il est assez intuitif que l'on observe une dissolution rapide et totale d'autant plus marquée que le diamètre initial de la bulle est faible. L'étude numérique de Chen *et al.* [2009], qui propose une modélisation de l'évolution de l'ascension d'une bulle dans l'océan, établie sur un système de deux équations de conservation, respectivement de la masse et de la quantité de mouvement sur une bulle, le montre très bien. Cette étude traite de profondeurs qui vont jusqu'à 150 m. Une modification de la loi de Henry basée sur Chen *et al.* [2003] est utilisée pour décrire l'évolution du rayon d'une bulle de  $\text{CO}_2$  d'un diamètre donné, en ascension libre dans l'océan à partir de 150 m de profondeur. Il faut noter que les résultats numériques de Chen *et al.* [2009] ne présentent aucun point de validation expérimental. On gardera donc un regard critique sur la portée réelle de ces calculs, et on se limitera à mettre en avant quelques résultats pour étayer notre propos concernant la dissolution dans le gazosiphon. Une simulation a été entreprise à l'aide d'un code développé par nos soins dans le but de reproduire le cas physique décrit et de comparer nos résultats avec ceux de Chen *et al.* [2009]. L'accord entre les deux est bon, comme il est possible de le constater sur la figure 2.9.

Cet accord n'est cependant pas parfait car Chen *et al.* [2009] ne fournissent pas l'intégralité des valeurs numériques adoptées pour les paramètres physiques du modèle de sorte que certains écarts de modélisation subsistent. En tout état de cause, les résultats numériques mettent en évidence une dissolution totale assez rapide d'une bulle de  $\text{CO}_2$  qui remonte librement par gravité. Il faut noter de plus que la vitesse d'ascension est très faible, de l'ordre de 10 à  $20\text{cm/s}$ , ce qui explique en partie la dissolution totale au bout d'une distance très faible, notamment pour les plus petits diamètres.

La troisième caractéristique des écoulements dans les gazosiphons concerne le degré significatif de confinement de l'écoulement, qui résulte en partie des fractions de vide qui ne

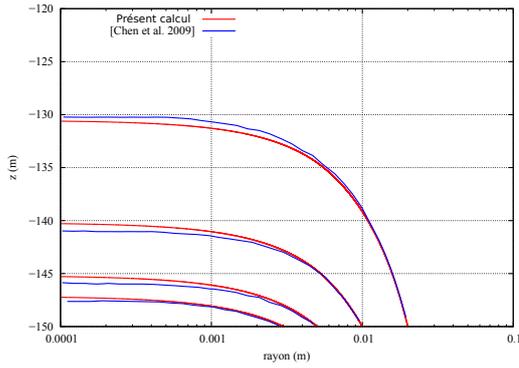


FIGURE 2.9 – Évolution du diamètre d'une bulle de  $\text{CO}_2$  en ascension libre dans l'océan pour différentes valeurs du diamètre initial.

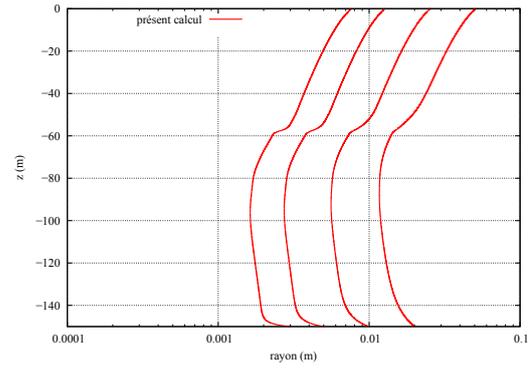


FIGURE 2.10 – Évolution du diamètre d'une bulle de  $\text{CO}_2$  confinée pour différentes valeurs du diamètre initial.

sont pas négligeables et des longueurs de conduite importantes. Dans ce cas, la concentration en gaz dissous dans le liquide  $c_{i_l}$  qui figure dans l'équation (2.18) ne pourra être considérée comme invariable le long de la conduite : il est même tout à fait envisageable que la saturation de l'eau soit atteinte avant une éventuelle dissolution totale des bulles de gaz. À l'inverse, dans le cas traité par Kosugi *et al.* [2001], le  $\text{CO}_2$  pur est injecté dans des proportions assez faibles pour assurer une dissolution complète sans s'approcher de la saturation du liquide ; il est alors légitime de supposer que  $c_{i_l}$  soit constant dans le temps et donc fixé à sa valeur initiale.

En revenant au cas traité par Chen *et al.* [2009] d'une bulle isolée on a cherché à utiliser le code évoqué ci-dessus pour évaluer numériquement l'importance du confinement. Un volume d'eau  $V_e$  a été maintenu constant autour de la bulle tout le long de la remontée. En considérant le volume initial de la bulle, on fixe par exemple un volume d'eau  $V_e$  par rapport au volume initial de la bulle  $V_b$  tel que  $V_e = 0.75 (V_e + V_b)$  pour simuler une fraction de vide de 0.25. La bulle qui remonte dans ces conditions n'échangera qu'avec ce même volume d'eau, dont la concentration en  $\text{CO}_2$  sera donc variable et évaluée en fonction de la masse dissoute ou désorbée. La figure 2.10 présente l'évolution du diamètre de la bulle confinée pour différents diamètres initiaux. Les résultats obtenus mettent en évidence la forte modification du comportement de la bulle lorsqu'on simule une fraction de vide rapporté ici à une seule bulle. Plutôt qu'une dissolution complète comme celle observée dans le cas de l'ascension dans l'océan sur la figure 2.9, on observe en effet une stabilisation du diamètre de la bulle au cours de l'ascension, qui correspond à un équilibre entre les concentrations  $c_{i_l}$  et  $c_{i(int)}$  dans (2.18).

Ce calcul est une première approche pour traduire l'influence du confinement lorsque la fraction de vide n'est pas négligeable. Le comportement de l'écoulement dans le gazosiphon est malgré tout bien différent de celui observé pour la bulle isolée étudiée ci-dessus. Par exemple les vitesses sont plus importantes, diminuant ainsi les temps de transfert, ce qui va plutôt dans le bon sens. Mais par ailleurs, les phases liquide et gazeuse ayant toutes les deux des vitesses différentes, les échanges entre gaz et liquide ne se décrivent pas simplement en considérant un volume fluide assigné à un volume de gaz de manière figée dans le temps. On peut malgré tout considérer que le confinement, associé à une fraction de vide, joue de façon marquée sur la limitation de la dissolution des bulles.

La quatrième caractéristique des écoulements dans les gazosiphons est relative à la solubilité de l'azote qui n'est pas très élevée. Le gaz qui nous intéresse étant en effet l'air, sa

solubilité sera fondamentalement différente de celle du  $\text{CO}_2$  pur qui apparaît dans l'étude d'une bulle isolée de Chen *et al.* [2009] et celle du gazosiphon de Kosugi *et al.* [2001]. La solubilité de l'azote, constituant principal de l'air, est plus de 50 fois inférieure à celle du  $\text{CO}_2$ . La dissolution dans les gazosiphons étudiés sera donc réduite en conséquence.

Après avoir terminé l'argumentaire visant à justifier l'omission des transferts de masse du modèle global d'écoulement dans le gazosiphon, il faut tout de même admettre que seule la prise en compte effective de ces transferts permettrait vraiment de quantifier avec précision l'approximation faite. Pour s'assurer finalement que l'omission des transferts de masse proposée ici ne constitue pas une hypothèse sans fondement, il convient de tenir compte de la validation de la modélisation développée tout au long de ce chapitre, qui sera réalisée dans le chapitre 3 qui suit. En effet, pour le gazosiphon de grande échelle calculé dans la section 3.3.4, des correspondances très satisfaisantes avec les mesures expérimentales [Saito *et al.*, 2004] de débit liquide sont obtenues sans prendre en compte les transferts de masse. Par la suite, le terme source  $\Gamma_g$  dans le système d'équations (2.14)-(2.17) est donc généralement nul sauf éventuellement pour traduire une injection de gaz radiale dans la conduite.

### 2.3.3 Lois de fermeture du modèle à flux de dérive

#### 2.3.3.1 Fermeture thermodynamique

Nous avons précédemment omis l'établissement d'une équation d'énergie, ce qui peut paraître étonnant compte tenu de l'application évoquée dans le chapitre 1. En fait, la structure de la conduite décrite dans la section 1.4 permet de considérer un écoulement adiabatique dans le gazosiphon, qui est considéré comme isolé avec l'extérieur. Compte tenu de l'influence négligeable des transferts entre l'eau et l'air dans le gazosiphon (cf. sous-section 1.2.4), sur lesquels nous reviendrons brièvement dans le chapitre 5, l'hypothèse d'un gazosiphon adiabatique nous conduit à considérer un écoulement dans le gazosiphon à température  $T$  constante.

On utilise la loi des gaz parfaits pour relier la pression  $p$  à la masse volumique du gaz  $\rho_g$  :

$$p = \rho_g RT \quad (2.22)$$

La pression peut alors s'exprimer en fonction des variables du mélange  $\rho$  et  $c$  en considérant un liquide incompressible ( $\rho_l = \text{cste}$ ) :

$$p(\rho, c) = \frac{\rho_l RT \rho c}{\rho_l - \rho + \rho c} \quad (2.23)$$

#### 2.3.3.2 Fermeture hydrodynamique

Pour assurer la fermeture du système de lois de conservation correspondant au modèle à flux de dérive, il est nécessaire d'exprimer la vitesse relative moyenne d'une phase par rapport à l'autre en fonction des variables primitives ou conservatives, *i.e.* de proposer une relation pour calculer  $u_r$  à partir de  $\rho$ ,  $u$ ,  $c$ . Une telle fermeture, que l'on peut qualifier de fermeture hydrodynamique, a été développée par Zuber & Findlay [1965]; nous en rappelons les points essentiels, en commençant par rappeler le processus de moyenne sur la section et la notion de moyenne pondérée par le taux de vide.

On définit les densités de flux volumétrique (ou vitesses superficielles)  $j_k = \alpha_k u_k$ . La vitesse de dérive locale est définie comme la vitesse du gaz  $u_g$  par rapport à la vitesse superficielle  $j = j_g + j_l$  du mélange :

$$V_{gj} = u_g - j \quad (2.24)$$

Cette vitesse de dérive peut être exprimée en fonction de la vitesse relative locale  $u_r$  :

$$V_{gj} = u_r(1 - \alpha) \quad (2.25)$$

La moyenne d'une quantité  $F$  sur la section  $A$  du gazosiphon est définie par :

$$\langle F \rangle = \frac{1}{A} \int_A F dA \quad (2.26)$$

La moyenne pondérée par le taux de vide d'une quantité  $F$  définie pour la phase  $k$  (et notée alors  $F_k$ ) s'exprime par :

$$\bar{F}_k = \frac{\langle \alpha_k F_k \rangle}{\langle \alpha_k \rangle} \quad (2.27)$$

A partir de l'équation (2.24) on peut exprimer la vitesse moyenne du gaz  $\bar{u}_g$  en fonction de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  :

$$\bar{u}_g = \frac{\langle j_g \rangle}{\langle \alpha \rangle} = C_0 \langle j \rangle + \bar{v}_{gj} \quad (2.28)$$

avec  $C_0 = \frac{\langle \alpha j \rangle}{\langle \alpha \rangle \langle j \rangle}$  le paramètre de distribution et  $\bar{v}_{gj} = V_{gj} = \frac{\langle \alpha V_{gj} \rangle}{\langle \alpha \rangle}$  la vitesse de dérive. Le paramètre  $C_0$  provient du terme de covariance entre le profil de concentration et le profil des densités de flux volumétrique [Zuber & Findlay, 1965; Ishii, 1977] qui apparaît dans l'expression (2.28). Il traduit l'impact du profil radial de concentration du taux de vide sur le transport global et, plus précisément, son écart par rapport à un profil uniforme. La vitesse de dérive  $V_{gj}$  locale exprime le transport de la phase gazeuse par rapport à la vitesse superficielle locale  $j$  et non  $\langle j \rangle$ . Ainsi, si la phase gazeuse est par exemple plus concentrée dans des régions de flux importants, alors son transport moyen est soutenu par une densité de flux volumétrique locale plus importante.

A partir de l'expression liant la vitesse relative en fonction de la vitesse de dérive, on peut exprimer la vitesse relative moyenne (notée  $u_r$ ) en fonction de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  et du paramètre de distribution  $C_0$ , ainsi que des quantités du mélange moyennes :

$$u_r(\rho, u, c) = \frac{\rho_l [V_{gj} + (C_0 - 1) u]}{\rho_l + C_0 (\rho - \rho_l)} \cdot \frac{1}{1 - c} \quad (2.29)$$

Les deux paramètres  $C_0$  et  $V_{gj}$  sont définis à l'aide de corrélations semi-empiriques directement dépendantes de la géométrie du système et de la physique de l'écoulement. Cette dernière dépend de la configuration de l'écoulement qu'il convient d'anticiper.

## 2.4 Construction de la fermeture hydrodynamique

Une analyse critique des lois disponibles dans la littérature pour les deux paramètres  $C_0$  et  $V_{gj}$  de la vitesse de glissement (2.29) va être entreprise. Avant de fournir leurs expressions, le cheminement qui a permis de les formuler sera décrit. Comme ces lois ont une forme qui

dépend de la configuration de l'écoulement diphasique considéré, des critères de transition d'une configuration d'écoulement diphasique à une autre seront proposés. Un souci de simplicité guidera les choix des critères qui seront adoptés dans la formulation du modèle physique final.

### 2.4.1 Changements de configuration

Les changements de configuration modifient radicalement la structure de l'écoulement et par conséquent l'efficacité d'entraînement du liquide ; cette efficacité dépend en effet de l'intensité du couplage entre les phases, assurée essentiellement par la traînée visqueuse, qui varie inversement avec la vitesse relative du gaz par rapport au liquide. Parmi les configurations d'écoulement possibles qui ont déjà été passées en revue dans le chapitre 1, les écoulements à bulles revêtent une importance particulière puisqu'ils permettent d'obtenir la meilleure efficacité d'entraînement du liquide. Les critères importants sont ceux qui définissent la transition de cette configuration vers des écoulement à chapeaux de Taylor et/ou à bouchons liquides.

Pour des injecteurs classiques, une configuration à bulles sphériques est généralement obtenue par une injection de gaz à faible débit, conduisant à une fraction de vide faible (par exemple  $\alpha = 0.05$ ). Lorsque le débit de gaz augmente, la fraction de vide croît, provoquant une proximité croissante des bulles entre elles, ce qui augmente la coalescence et provoque l'apparition de bulles déformées de taille supérieure. En contrepartie, l'augmentation de la vitesse liquide et de l'intensité des fluctuations turbulentes qui découle de l'augmentation de la fraction de vide tend à augmenter les phénomènes de morcellement des bulles. La transition vers d'autres configurations d'écoulement peut être évitée tant que la coalescence est limitée par le morcellement des bulles issu des fluctuations turbulentes. La coalescence dépend donc de la proximité des bulles entre elles et donc de la fraction de vide, mais elle dépend aussi de la taille des bulles au moment de l'injection. Si les bulles injectées sont suffisamment petites, elles se déplacent de façon rectiligne. A partir d'un diamètre critique d'environ 0.15 cm, à titre indicatif, pour un écoulement air/eau, les bulles se déforment et leur mouvement devient chaotique, entraînant une amplification des phénomènes de coalescence. Une description précise de la forme des bulles en fonction notamment des nombres de Reynolds et d'Eötvös est donnée par Clift *et al.* [1978]. Observons que la polydispersité des bulles émises joue aussi un rôle. Enfin il va de soi que la coalescence est en général modulée par la présence de tensioactif qui, via l'effet Marangoni compositionnel, a tendance généralement à bloquer la fusion de deux bulles qui se rapprochent.

#### 2.4.1.1 Prédiction du changement de configuration

Dans les études de la littérature, c'est d'abord la fraction de vide qui est considéré comme le paramètre déterminant pour définir la transition d'un écoulement à bulles vers un écoulement à bouchons liquides. La fraction de vide maximum avant que la coalescence ne soit trop importante se situe vers  $\alpha = 0.25 - 0.3$  selon les données de Griffith & Snyder [1964]. Une approche théorique a été développée par Radovcich & Moissis [1962] ; elle consiste à considérer une distribution des bulles sphériques arrangées selon un réseau cubique. Le taux de vide maximum avant que la proximité induise une explosion de la coalescence est d'environ 0.52. Cependant les déformations et les fluctuations spatiales augmentent la distance limite qui implique l'apparition nette de la coalescence. Pour prendre en compte cet interstice supplémentaire entre les bulles, nécessaire pour limiter l'augmentation de la

coalescence, on considère un espace d'un demi-diamètre. On débouche alors sur une valeur de fraction de vide d'environ  $\alpha = 0.25$ .

Un critère de transition à partir de la fraction de vide est également proposé par Taitel *et al.* [1980]; il débouche lui-aussi sur la valeur critique  $\alpha = 0.25$ . Les données étudiées, notamment issues des résultats de Griffith & Snyder [1964] et de Radovcich & Moissis [1962], montrent que la fraction de vide maximum pour une configuration à bulles dépasse rarement 0.35, et les transitions vers d'autres configurations ne se produisent pas en dessous de  $\alpha = 0.2$ . La carte globale de configuration d'écoulement proposée par Taitel *et al.* [1980] (cf. Fig. 2.11) décrit les transitions de l'ensemble des configurations d'écoulement en fonction des valeurs de vitesses superficielles  $j_g$  et  $j_l$ , directement fonction des fractions de vide observées. Ces vitesses superficielles du gaz et du liquide sont définies respectivement comme  $j_g = \alpha u_g$  et  $j_l = (1 - \alpha)u_l$  où  $\alpha$  est le taux de présence du gaz,  $u_g$  (resp.  $u_l$ ) la vitesse du gaz (resp. du liquide).

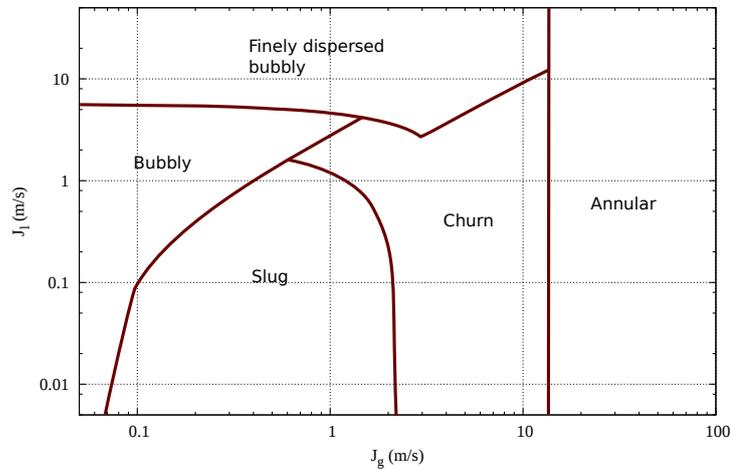


FIGURE 2.11 – Carte de changement de configuration pour un écoulement diphasique ascendant dans une conduite verticale (tirée de Taitel *et al.* [1980])

Kaichiro & Ishii [1984] proposent aussi une approche géométrique simple pour prédire le point d'augmentation notable du taux de coalescence. On suppose tout d'abord des bulles réparties selon un réseau tétraédrique (figure 2.12). Les fluctuations supposées des bulles dans l'écoulement induisent une sphère d'influence autour de chaque bulle qui augmente la limite de proximité avant que la coalescence ne s'intensifie. Lorsque la distance entre les bulles est inférieure à deux rayons  $r_b$ , la coalescence devient importante. La fraction de vide correspondant à la proximité limite est donnée par :

$$\alpha_c = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \approx 0.3$$

Song *et al.* [1995] propose une fraction de vide critique plus précise faisant intervenir le rapport entre le diamètre des bulles  $d_b$  et le diamètre  $D$  de la conduite. Ce critère, repris par Guet *et al.* [2003], est testé pour des diamètres de conduite compris entre  $25 \text{ mm} < D < 72 \text{ mm}$  et pour des tailles de bulles injectées de grands diamètres telles que  $0.05 < \frac{d_b}{D} < 0.2$  :

$$\alpha_c = 0.55 - 2.37 \frac{d_b}{D} \quad (2.30)$$

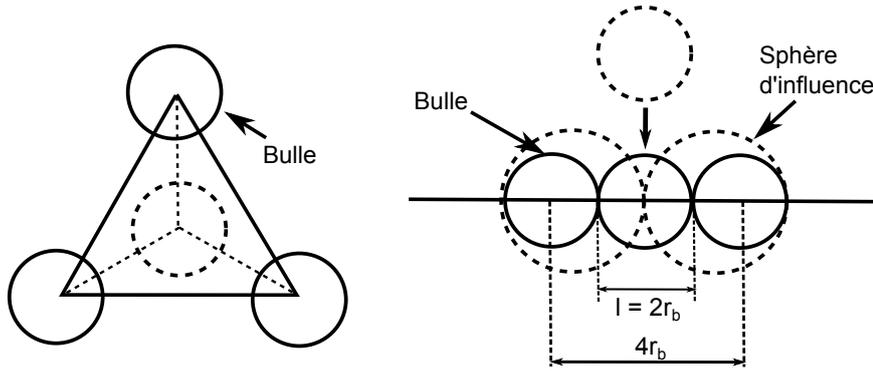


FIGURE 2.12 – Schéma de la proximité limite théorique avant coalescence

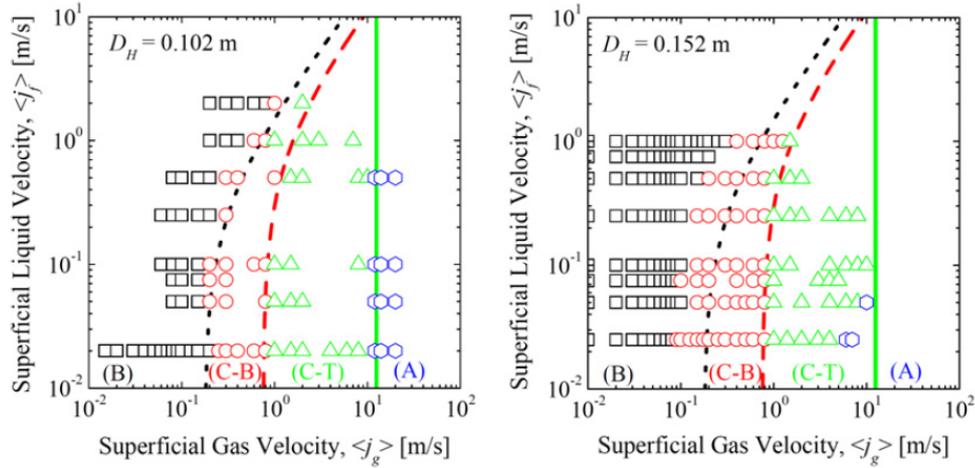
A partir de cette corrélation, dans les conditions expérimentales étudiées par Guet *et al.* [2003], la fraction de vide critique de transition d'écoulement peut atteindre  $\alpha_c = 0.43$  dans le cas des bulles les plus fines telles que  $d_b/D = 0.05$ . *A contrario*, pour les tailles de bulles les plus importantes, la valeur de la fraction de vide critique descend à moins de  $\alpha_c = 0.08$ . Cette relation permet de nuancer, dans certaines configurations géométriques, les règles classiques de transition vers des configurations à bouchons liquides. Cependant, son extrapolation pour des diamètres plus importants que les 72 mm testés ne va pas de soi. Il est possible que les processus de stabilité régissant la taille des bulles dépendent moins du diamètre de la conduite quand il augmente que ne le suggère la corrélation proposée ci-dessus ; il est en fait probable que la corrélation suggérée soit limitée en dehors de la gamme de test.

### 2.4.1.2 Conduites de grands diamètres

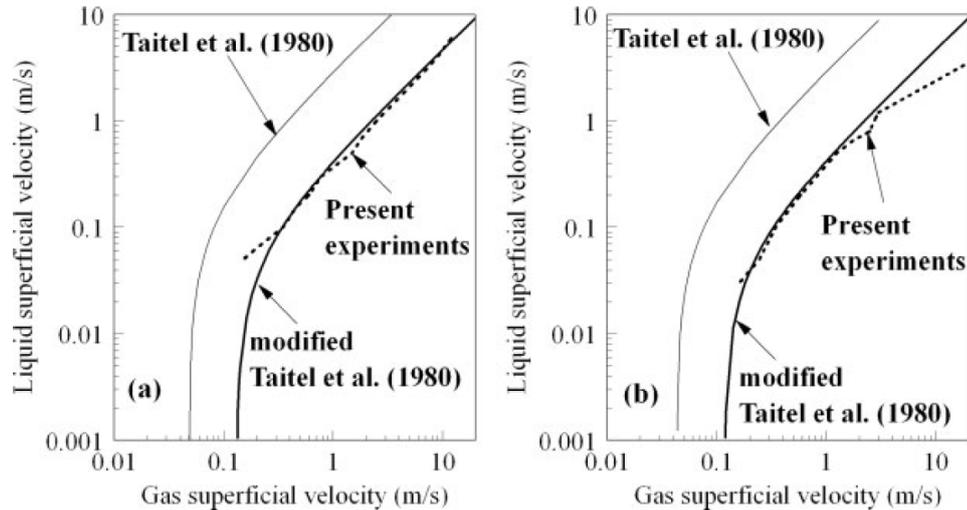
Les chapeaux de Taylor, qui apparaissent à la suite de la coalescence des bulles initialement sphériques, ne peuvent pas atteindre une taille suffisante pour induire un écoulement à bouchons liquides si le diamètre de la conduite est trop important. La taille limite de conduite laissant apparaître un écoulement à bouchons liquides est liée à la taille critique de stabilité des bulles. Dans ces conditions, la configuration d'écoulement consiste en un écoulement à poches constitué de bulles de Taylor. Le diamètre critique  $D_c$  de la conduite pour l'apparition d'un écoulement à bouchons liquides est donné par Kataoka & Ishii [1988] :

$$D_c = D^* \sqrt{\frac{\sigma_g}{g\Delta\rho}} \quad (2.31)$$

où le diamètre adimensionné  $D^*$  prend des valeurs typiquement comprises entre 30 et 40,  $\sigma_g$  est la tension superficielle des bulles de gaz,  $g$  la gravité et  $\Delta\rho$  est la différence de masse volumique entre le liquide et le gaz. Le diamètre critique est typiquement égal à environ 0.1 m pour un écoulement air/eau à pression atmosphérique. Les gazosiphons de très grande échelle étudiés par la suite auront des diamètres généralement supérieurs à 0.1 m. Dans ce cas, la transition vers un écoulement à chapeaux de Taylor est étalée sur des fractions de vide entre  $\alpha = 0.2$  et  $\alpha = 0.3$  d'après les résultats de Schlegel *et al.* [2009]. Leur carte de configuration (figure 2.13) est reprise par Smith *et al.* [2012] pour comparer leurs résultats expérimentaux pour des conduites de 0.1 et 0.152 m de diamètre. Sur cette intervalle de transition, les bulles de Taylor apparaissent progressivement par coalescence jusqu'à devenir majoritaires.


 FIGURE 2.13 – Carte de configurations proposée par Schlegel *et al.* [2009]

D'après les résultats expérimentaux de Omebere-Iyari *et al.* [2007] dans des conduites de grands diamètres, la transition d'écoulements à bulles vers des écoulements à chapeaux de Taylor peut être repoussée vers des fractions de vide plus importantes. Le dispositif étudié est une conduite verticale de 189 mm de diamètre pour 52 m de long. Les gaz utilisés sont l'azote et le naphtha, à des pressions de 20 et 90 bars. Les configurations d'écoulement observées sont illustrées sur les courbes de la figure 2.14 : elles montrent un retard de transition entre écoulement à bulles et écoulement à poches par rapport aux prédictions de Taitel *et al.* [1980], exprimées en fonction des vitesses superficielles. La transition a lieu pour des fractions de vide pouvant atteindre des valeurs aussi élevées que  $\alpha = 0.68$ .


 FIGURE 2.14 – Courbes de transition d'écoulement modifiées d'après Omebere-Iyari *et al.* [2007] pour 20 (a) et 90 bars (b)

### 2.4.1.3 Critère de transition

Retenons de ces différents travaux que le critère de changement de configuration, vers un écoulement à poches/chapeaux de Taylor, est généralement défini par une valeur de la fraction de vide. La plupart des études numériques utilisent un critère de transition

autour de 0.25 – 0.3, fondé sur les études de données expérimentales réalisées par Ishii [1977] et Taitel *et al.* [1980]. Ce critère est en particulier utilisé pour la simulation d'un gazosiphon de grande échelle par Kajishima & Saito [1996]; Saito *et al.* [2004], simulation qui sera prise comme base de validation de notre propre outil de simulation. A partir des résultats analysés par Ishii [1977], on considère que la présence d'un écoulement à bulles est assurée en dessous de  $\alpha = 0.25$ , et qu'une zone de transition apparaît jusqu'à  $\alpha = 0.3$ , valeur à partir de laquelle un écoulement à poches se manifeste. Sur l'intervalle de transition entre ces deux régimes, Kajishima & Saito [1996]; Saito *et al.* [2004] suggèrent de procéder à une simple interpolation linéaire des expressions du paramètre de distribution  $C_0$  et de la vitesse de dérive locale  $V_{gj}$ , respectivement pour l'écoulement à bulles et à poches, afin de prendre en compte le caractère progressif de cette transition. Il est évident que ce point de transition peut être affecté par de nombreux paramètres physiques et géométriques. Cependant, le choix simple qui vient d'être décrit donne des résultats tout à fait satisfaisants dans une large gamme de cas testés dans la littérature et nous l'adopterons donc par la suite.

La condition de transition en fonction de  $\alpha$  peut aussi s'exprimer en fonction de la fraction massique de gaz  $c$  et de la masse volumique du mélange  $\rho$ , deux variables primitives du modèle. On a ainsi :

$$\alpha \leq 0.25 \Leftrightarrow c \leq 1 - 0.75 \frac{\rho_l}{\rho} \quad (2.32)$$

$$\alpha \geq 0.3 \Leftrightarrow c \geq 1 - 0.7 \frac{\rho_l}{\rho} \quad (2.33)$$

### 2.4.2 Paramètre de distribution

Le paramètre de distribution  $C_0$  traduit l'incidence de la répartition radiale du taux de vide sur l'entraînement global de la phase liquide. Cette répartition radiale du taux de vide, qui est gérée par des équations de quantité de mouvement transverses à l'écoulement, ne peut être modélisée directement compte tenu de l'approximation mono-dimensionnelle. Or, en fonction notamment de la configuration d'écoulement, cette répartition radiale du gaz varie. Généralement, pour un écoulement à bulles, le taux de vide est réparti uniformément au centre de la conduite et présente des pics de concentration à proximité de la paroi. L'augmentation de la fraction de vide et de la turbulence tend à uniformiser la répartition radiale des bulles, et l'apparition de configuration à chapeaux de Taylor ou à poches tend à augmenter la présence des bulles au centre de la conduite. Ces observations qualitatives ont été étudiées et quantifiées notamment par Shen *et al.* [2005] pour un gazosiphon de grand diamètre (0.2 m et 24 m de long) et par Hibiki & Ishii [2003] pour un gazosiphon de 0.102 m de diamètre. La valeur du paramètre de distribution, pour un écoulement turbulent, oscille entre 1 et 1.2. Pour un écoulement à bulles turbulent dans une conduite cylindrique, le paramètre de distribution prend classiquement la forme suivante, proposée par Ishii [1977] et réutilisée notamment par Kataoka & Ishii [1988] pour des conduites de grand diamètre :

$$C_0 = 1.2 - 0.2 \sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}} \quad (2.34)$$

D'autres corrélations spécifiquement adaptées aux grands diamètres existent, notamment celles développées plus récemment par Hibiki & Ishii [2003], et considérées par la suite par Schlegel *et al.* [2010] et Shen *et al.* [2010] comme corrélations de référence. Cependant, le modèle à flux de dérive développé par Saito *et al.* [2004] reprend l'expression (2.34) qui présente l'intérêt d'être simple à mettre en oeuvre et a permis de simuler un gazosiphon

de grande échelle avec une bonne précision. Par la suite l'expression (2.34) sera retenue dans nos simulations de gazosiphon pour définir le paramètre  $C_0$ .

Signalons qu'un point important dans l'établissement d'une corrélation pour le paramètre de distribution  $C_0$  dans le cas de dispositifs de grand diamètre tient au caractère établi ou non de l'écoulement. Ainsi, malgré des diamètres considérés comme grands, les longueurs de conduite de l'ordre de plusieurs centaines de mètres qui vont être considérées induisent une distance d'établissement de l'écoulement négligeable devant la longueur totale de la conduite. Les études expérimentales qui visent à déterminer des corrélations pour des conduites de grand diamètre analysent généralement des conduites dont le rapport entre la longueur et le diamètre n'est pas suffisamment important pour que la longueur relative à l'établissement radial de l'écoulement puisse être effectivement négligeable. Ainsi, la forme de l'injection de gaz peut dans ce cas de figure influencer fortement l'importance relative de la zone d'établissement d'un écoulement établi dans la conduite (cf. Hibiki & Ishii [2003]). Il sera en revanche légitime de s'affranchir de cette prise en compte précise du dispositif d'injection dans les simulations à grande échelle qui seront conduites, puisqu'elles porteront sur des conduites de rapport  $H/D$  élevé.

### 2.4.3 Vitesse de dérive

La vitesse de dérive  $V_{gj}$  est fortement influencée par la physique et la géométrie des bulles de gaz, et donc par extension, d'un point de vue plus macroscopique, par la configuration de l'écoulement diphasique. L'établissement d'une corrélation pour la vitesse de dérive locale est fondé sur un bilan de quantité de mouvement et sur la corrélation donnant la vitesse terminale d'une bulle isolée Zuber & Findlay [1965]; Ishii [1977]. La vitesse relative d'une bulle isolée peut être exprimée en fonction du coefficient de traînée  $C_{D\infty}$  par un bilan entre la force de traînée et de flottabilité. Ce coefficient dépend de la physique de l'écoulement considéré, à savoir la taille et la forme des bulles, qui pourront être reliées à la configuration d'écoulement. Clift *et al.* [1978] ont proposé un récapitulatif des valeurs de coefficients de traînée et des vitesses terminales de bulles isolées pour une large gamme de bulles. La prise en compte de la présence d'un nuage de bulles dans le gazosiphon, conduit à modifier l'expression de la vitesse terminale d'une bulle isolée pour obtenir une formulation de la vitesse de dérive représentative de la physique de l'écoulement. On se propose de reprendre les corrélations utilisées par Kajishima & Saito [1996]; Saito *et al.* [2004] pour la vitesse de dérive dans la mesure où celles-ci permettent à ces auteurs d'obtenir une bonne adéquation entre la simulation et le dispositif expérimental de grande échelle étudié. Les expressions utilisées sont issues des travaux de Ishii [1977] et Kataoka & Ishii [1988] qui préconisent, pour un écoulement à bulles turbulent dans une conduite de grand diamètre, l'utilisation de l'expression suivante :

$$V_{gjb} = \sqrt{2} \left( \frac{\sigma_g g \Delta \rho}{\rho_l^2} \right)^{1/4} \quad (2.35)$$

Pour un écoulement à poches, la relation suivante est proposée par Ishii [1977] :

$$V_{gjs} = 0.35 \sqrt{\frac{g D \Delta \rho}{\rho_l}} \quad (2.36)$$

Les indices  $b$  et  $s$  de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  se rapportent respectivement à une configuration à bulles et à poches ("slug" en anglais). L'utilisation de  $V_{gjb}$  et  $V_{gjs}$  est liée à

la configuration d'écoulement dépendante de la fraction de vide. La première expression (2.35) est utilisée pour les configurations à bulles, caractérisées par le critère (2.32), jusqu'au point de transition  $\alpha_b = 0.25$ . La seconde expression intervient lorsque l'écoulement est dans une configuration à chapeau de Taylor ou à poches, caractérisée par le critère (2.33), au-delà du point de transition  $\alpha_s = 0.3$  donc. Pour  $0.25 < \alpha < 0.3$ , l'écoulement est considéré en phase de transition entre les deux configurations, et une simple interpolation linéaire est réalisée entre les deux corrélations. Il faut noter que, dans le cas de grands diamètres, donc pour un écoulement à chapeaux de Taylor, l'expression utilisée par Kataoka & Ishii [1988] est différente de celle utilisée par Saito *et al.* [2004] pour un écoulement à poches :

$$V_{gjc} = 3 \left( \frac{\sigma_g g \Delta \rho}{\rho_l^2} \right)^{1/4} \quad (2.37)$$

Cependant Saito *et al.* [2004] continuent à utiliser l'expression (2.36) et obtiennent des résultats concluants pour un cas expérimental qui nous intéresse. On testera donc la validité de cette corrélation pour les cas de conduites de grande échelle qui sont au coeur de la présente étude. Pour résumer, la corrélation complète pour la vitesse de dérive en fonction de la prédiction des changements de configuration s'exprime par :

$$V_{gj} = \begin{cases} 1.41 \left( \frac{\sigma_g g \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l^2}} \right)^{1/4} & \text{si } \alpha \leq 0.25 \\ 0.35 \sqrt{gD \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l}} & \text{si } \alpha \geq 0.3 \end{cases} \quad (2.38)$$

A l'issue de ce chapitre, nous disposons d'un modèle physique complet pour décrire l'écoulement dans un gazosiphon de grande taille. Il nous faut maintenant mettre en place une stratégie de résolution numérique de ce modèle physique ; ce dernier est constitué par un système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires et exige de faire appel à une méthode de discrétisation pour en calculer une solution. Le développement de cet outil de simulation d'un gazosiphon est détaillé dans le chapitre 3 qui suit.

---

## Chapitre 3

---

# Validation et exploitation du code de simulation d'un gzosiphon

---

Le chapitre précédent a permis de choisir le modèle pour simuler l'écoulement dans les gzosiphons étudiés dans le présent travail, à savoir le modèle de mélange à flux de dérive ou "drift-flux model", et d'en spécifier certaines lois de fermeture. Dans ce chapitre, la résolution numérique de ce modèle mathématique est conduite. Dans la section 3.1 le schéma numérique utilisé pour discrétiser les équations du modèle à flux de dérive est décrit et plus généralement la stratégie de résolution du modèle discrétisé qui a finalement été adoptée est justifiée. La validation de l'outil développé est présentée dans la section 3.2 où quelques cas-tests de référence disponibles dans la littérature sont calculés à l'aide du code mis au point. Ce code de simulation est finalement appliqué dans la section 3.3 à la prédiction des performances de pompage de quelques configurations de gzosiphons analysées dans la littérature (cf. l'état de l'art de la section 2.1). Après avoir démontré la bonne capacité prédictive du code développé, ce chapitre se conclut dans les sections 3.4 et 3.5, par une analyse de la sensibilité des performances du gzosiphon à ses conditions de fonctionnement, respectivement pour une configuration classique de grande échelles et pour une variante de création de charge.

### 3.1 Discrétisation du modèle à flux de dérive

Le problème posé est celui de la résolution numérique du système (2.14)-(2.17), complété par les lois de fermeture thermodynamique (2.23) et hydrodynamique (2.29). La prise en compte d'une section variable  $A = A(z)$  n'introduit pas de difficulté numérique supplémentaire par rapport au cas d'un problème à section constante  $A = cste$ ; similairement, la discrétisation des termes sources ne pose pas non plus de difficulté numérique. Nous nous limiterons donc ici à considérer le cas d'un système mono-dimensionnel :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{Q})}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

avec  $\mathcal{Q}$  le vecteur des variables conservatives et  $\mathcal{F}(\mathcal{Q})$  le vecteur flux, d'expressions respectives :

$$\mathcal{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho c \end{pmatrix}, \quad \mathcal{F}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p(\mathcal{Q}) + \rho c (1 - c) u_r^2(\mathcal{Q}) \\ \rho u c + \rho c (1 - c) u_r(\mathcal{Q}) \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

On rappelle que les loi de fermeture thermodynamique et hydrodynamique sont de la forme :

$$p(\mathcal{Q}) = \frac{\rho_l \rho c a_g^2}{\rho_l - \rho + \rho c} \quad (3.3)$$

avec  $a_g$  la vitesse du son dans le gaz, fonction de la température seulement, donc  $a_g = cste$  sous hypothèse de température constante ;

$$u_r(\mathcal{Q}) = \frac{\rho_l [V_{gj}(\mathcal{Q}) + (C_0(\mathcal{Q}) - 1) u]}{\rho_l + C_0(\mathcal{Q}) (\rho - \rho_l)} \cdot \frac{1}{1 - c} \quad (3.4)$$

On pourra se reporter au chapitre précédent pour le détail des expressions de  $C_0$  et  $V_{gj}$  en fonction des variables conservatives  $\mathcal{Q}$ .

### 3.1.1 Etat de l'art succinct

L'analyse de la littérature a permis d'identifier les travaux de Evje & Fjelde [2002] comme l'une des premières contributions consacrées à l'établissement d'une méthode de résolution du modèle à flux de dérive. Des travaux antérieurs existent [Theron, 1989; Benzoni-Gavage, 1991] mais ils correspondent globalement à des thèses dans le contexte des écoulements dans des pipe-lines, avec une forte orientation mathématique (caractère hyperbolique du système d'équations aux dérivées partielles décrivant le modèle à flux de dérive). Les travaux de Evje & Fjelde [2002] soulignent notamment la difficulté propre à la résolution numérique de (3.1)-(3.4) : il n'est pas possible de calculer de façon analytique, dans le cas général, le système propre (les valeurs propres et vecteurs propres) de la matrice jacobienne associée au flux  $\mathcal{F}$ , c'est-à-dire la matrice  $\frac{d\mathcal{F}}{d\mathcal{Q}}$ . L'origine de cette difficulté est précisément la présence du terme de vitesse de glissement  $u_r(\mathcal{Q})$  dans l'expression du flux  $\mathcal{F}$ . Dans le cas d'un modèle homogène pour lequel  $u_r = 0$ , le système (3.1)-(3.3) se réduit au système des équations d'Euler et il est possible d'obtenir une expression analytique des vecteurs propres et des valeurs propres de la matrice jacobienne du flux  $\mathcal{F}$ . La connaissance de ce système propre est particulièrement utile car elle permet de discrétiser le système (3.1) de façon stable en utilisant un schéma numérique décentré, dit schéma de Roe. L'impossibilité de connaître l'expression du système propre exige de faire appel à des schémas numériques différents. C'est ainsi que Evje & Fjelde [2002] proposent de résoudre (3.1) grâce à un schéma décentré de type "décomposition de vecteur flux" qui autorise une discrétisation stable sans faire appel au système propre : le flux  $\mathcal{F}$  est décomposé, de façon semi-arbitraire, en un flux  $\mathcal{F}^+$  dont on estime - sans calculer leur expression explicite - les valeurs propres positives et un flux  $\mathcal{F}^-$  dont on estime - toujours sans calculer leur expression explicite - les valeurs propres négatives. En supposant les vitesses ou vitesses d'onde positives orientées suivant les  $x$  positifs, on applique alors une formule décentrée "à gauche" pour discrétiser le flux  $\mathcal{F}^+$  et une formule décentrée "à droite" pour discrétiser le flux  $\mathcal{F}^-$ . L'inconvénient majeur de ce type de décomposition est sa mauvaise capture des ondes de type discontinuité de contact. Evje & Fjelde [2002] cherchent à améliorer ce comportement en combinant ce schéma FVS (Flux Vector Splitting) avec un schéma de type AUSM mieux adapté à la capture d'une discontinuité de contact mais moins précis pour la représentation d'autres ondes.

Le même groupe de recherche a amélioré par la suite sa stratégie de résolution en faisant appel à des schémas numériques plus élaborés de type FORCE ou MUSTA [Munkejord *et al.*, 2006], tout en conservant le principe d'une discrétisation décentrée pour l'ensemble du flux  $\mathcal{F}$ . En raison de la complexité de mise en œuvre des choix numériques de ces auteurs, cette stratégie de résolution ne sera pas détaillée davantage. Notons que ce groupe de recherche norvégien applique aujourd'hui les outils développés autour de la résolution du modèle à flux de dérive à des problèmes de forage d'intérêt tout particulier pour le secteur pétrolier norvégien [Aarsnes *et al.*, 2014].

Dans la lignée des travaux à caractère mathématique de Benzoni-Gavage [1991], on trouve dans Baudin *et al.* [2005] une méthode de relaxation appliquée à la résolution du système d'EDP décrivant le modèle à flux de dérive ; ces travaux sont motivés par des applications dans le domaine pétrolier, comme ceux du groupe précédent. L'approche développée nous est apparue particulièrement complexe à mettre en œuvre, d'autant plus qu'elle ne correspond qu'à une stratégie explicite d'avancement en temps qu'il aurait donc fallu faire évoluer vers une stratégie implicite pour gagner en efficacité. Nous verrons dans la section de validation que les résultats fournis par l'approche simple que nous avons développée se comparent très favorablement à ceux fournis section 3.2.1 par la méthode proposée dans Baudin *et al.* [2005].

Une autre stratégie de résolution du système (3.1)-(3.2) a été proposée par Zeidan & Slaouti [2010]. Elle consiste à transformer le système d'équations régissant l'écoulement en remplaçant l'équation d'évolution de la concentration du gaz par une équation sur la vitesse relative  $u_r$ . Zeidan & Slaouti [2010] modifient alors légèrement le nouveau système obtenu (les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement du mélange sont inchangées par rapport au système initial) en considérant une partie du terme  $\frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{Q})}{\partial z}$  comme un terme source  $\mathcal{S}$  ; ils se ramènent ainsi à la résolution d'un système de la forme :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}(\mathcal{Q})}{\partial z} = \mathcal{S}$$

avec  $\mathcal{Q} = (\rho, \rho u, u_r)^T$  et une nouvelle expression pour le flux  $\mathcal{F}$  non détaillée ici. Le choix de  $u_r$  comme variable conservative permet aux auteurs de calculer de façon explicite la matrice jacobienne  $\frac{d\mathcal{F}}{d\mathcal{Q}}$  du nouveau système ainsi que ses vecteurs et valeurs propres. Il est alors possible, puisque le système propre à utiliser est connu, de construire différents schémas de résolution pour le système associé au modèle à flux de dérive en transposant directement les méthodologies classiquement développées pour le système hyperbolique des équations d'Euler : schémas de Lax-Wendroff, de Roe, etc. Malgré son intérêt, cette approche n'a pas été retenue pour développer notre propre stratégie de résolution, pour une raison purement "chronologique" : nous n'avons pris connaissance de ces travaux qu'après avoir développé la stratégie qui sera décrite de façon détaillée dans la section qui suit. Dans la mesure où cette stratégie s'est avérée satisfaisante, comme nous l'illustrerons sur un ensemble de cas-test, nous n'avons pas cherché à explorer d'autres approches alternatives, telles que celle de Zeidan & Slaouti [2010].

Les travaux qui nous ont semblé les plus intéressants pour construire une méthode de résolution efficace du système (3.1)-(3.2) sont ceux de Guillard & Duval [2007] qui développent plusieurs idées que nous n'avons pas toutes retenues. La première idée, qui sera adoptée, consiste à résoudre le problème du calcul du système propre associé au système de lois de conservation en décomposant le flux complet  $\mathcal{F}$  en un flux pour lequel le cal-

cul des valeurs propres et vecteurs propres de la matrice jacobienne sera possible et un flux qui sera traité soit comme un terme source soit par une stratégie de décentrement spécifique. L'idée est donc proche de celle développée par la suite par Zeidan & Slaouti [2010], à la différence près que Guillard & Duval [2007] décomposent le flux  $\mathcal{F}$  associé au système (3.1)-(3.2), sans transformer l'équation de bilan pour la concentration du gaz en une équation de bilan pour la vitesse de glissement  $u_r$ . Le système associé au modèle à flux de dérive est donc réécrit sous la forme :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}^c(\mathcal{Q})}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{D}(\mathcal{Q})}{\partial z} = 0 \quad (3.5)$$

où le flux dit convectif  $\mathcal{F}^c(\mathcal{Q})$  est le flux qui apparaît dans le modèle de mélange homogène et pour lequel la matrice jacobienne est bien connue, ainsi que son système propre :

$$\mathcal{F}^c(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p(\mathcal{Q}) \\ \rho u c \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Le nouveau flux  $\mathcal{D}(\mathcal{Q})$  contient les termes propres au modèle de mélange à flux de dérive qui dépendent donc de l'expression de la vitesse relative  $u_r$  :

$$\mathcal{D}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \rho c(1-c)u_r^2(\mathcal{Q}) \\ \rho c(1-c)u_r(\mathcal{Q}) \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Une deuxième idée développée par Guillard & Duval [2007] qui sera également retenue est de montrer que la seconde composante du vecteur  $\mathcal{D}$  peut en réalité être négligée lors de la résolution du système (3.5). En toute rigueur, cette conclusion est obtenue par Guillard & Duval [2007] en réalisant un développement de Chapman-Enskog du modèle à flux de dérive dans le cas où une hypothèse est formulée (c'est la troisième idée développée dans Guillard & Duval [2007]) sur l'expression de la vitesse de glissement, qui est reliée à un gradient de pression dans l'esprit d'une loi de Darcy. Dans ce travail la formulation (3.4) pour la vitesse de glissement sera conservée, et la formulation modifiée proposée dans Guillard & Duval [2007] ne sera pas retenue. En revanche nous avons vérifié de façon pratique, par une série de tests numériques, qu'il était effectivement légitime de se limiter à considérer :

$$\mathcal{D}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho c(1-c)u_r(\mathcal{Q}) \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

La dernière idée proposée dans Guillard & Duval [2007] concerne l'utilisation d'une approche à deux pas pour résoudre (3.5) :

- le premier pas consiste à discrétiser l'équation de type convectif :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathcal{F}^c(\mathcal{Q})}{\partial z} = 0$$

en s'appuyant sur les schémas numériques qui peuvent être classiquement écrits pour ce système de matrice jacobienne aux valeurs propres et vecteurs propres explicitement calculables.

- le second pas consiste à discrétiser l'équation de type "diffusif" :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathcal{D}(\mathcal{Q})}{\partial z}$$

en faisant appel à un schéma implicite pour lever la limite de stabilité associée à cette étape. Notons que la justification du caractère diffusif du terme au second membre de l'équation ci-dessus est justifiée par Guillard et Duval en s'appuyant sur la forme particulière d'une vitesse de glissement exprimée par une loi de Darcy, qui conduit donc à faire apparaître un terme de type Laplacien de la pression.

Pour notre part, l'idée d'une discrétisation différenciée pour le flux  $\mathcal{F}^c$  et pour le flux  $\mathcal{D}$  sera enfin retenue mais, afin de privilégier l'efficacité de la simulation, une résolution implicite en un seul pas sera adoptée. Il se trouve, et cela sera montré par la suite, que ce choix est bien adapté à l'objectif poursuivi de simulations multiples, impliquées à la fois dans des études de quantification d'incertitudes du chapitre 4 ainsi que dans l'optimisation de dispositifs du chapitre 5.

### 3.1.2 Méthode de résolution

#### 3.1.2.1 Phase explicite

En utilisant l'expression (3.4) de la vitesse de glissement, (3.8) peut être réécrite sous la forme :

$$\mathcal{D}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho c \psi(\mathcal{Q}) \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

où la vitesse  $\psi$  s'exprime en fonction des paramètres du modèle à flux de dérive :

$$\psi(\mathcal{Q}) = \frac{[V_{gj}(\mathcal{Q}) + (C_0(\mathcal{Q}) - 1)u]}{1 + C_0(\mathcal{Q})(\rho/\rho_l - 1)} \quad (3.10)$$

Il s'agit donc de résoudre :

$$\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho c \end{pmatrix}}_{=\mathcal{Q}} + \frac{\partial}{\partial z} \underbrace{\begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p(\mathcal{Q}) \\ \rho u c \end{pmatrix}}_{=\mathcal{F}^c} + \frac{\partial}{\partial z} \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho c \psi(\mathcal{Q}) \end{pmatrix}}_{=\mathcal{D}} = 0 \quad (3.11)$$

avec  $p$  donnée par (3.3) et  $\psi$  donnée par (3.10).

Le système (3.11) est discrétisé dans une cellule  $i$  du domaine de calcul, centrée sur la position  $z_i$  et limitée par les faces  $i - \frac{1}{2}$  et  $i + \frac{1}{2}$  distantes du pas de discrétisation  $\Delta z$ . On note  $Q_i$  la valeur prise par les variables conservatives au centre de la cellule  $i$ . Nous choisissons d'approcher :

- $\frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial z}$  par un bilan de flux numérique  $H$
- $\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial z}$  par un bilan de flux numérique  $D$

En adoptant à ce stade une simple discrétisation en temps de type Euler explicite, la forme discrétisée en temps et en espace du système (3.11) s'écrit :

$$\frac{Q_i^{n+1} - Q_i^n}{\Delta t} + \frac{H_{i+\frac{1}{2}}^n - H_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} + \frac{D_{i+\frac{1}{2}}^n - D_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta z} = 0 \quad (3.12)$$

où la notation  $\phi^n$  désigne une quantité discrète calculée au temps  $n\Delta t$  avec  $\Delta t$  le pas de discrétisation en temps. La matrice jacobienne  $\frac{d\mathcal{F}^c}{d\mathcal{Q}}$  est telle que ses valeurs propres

peuvent être explicitement calculées ; ces valeurs propres sont  $u$ ,  $u - a$ ,  $u + a$  avec la vitesse du son  $a$  dans le mélange donnée par :

$$a(Q) = \frac{a_g \sqrt{c}}{1 - \rho + \rho c}$$

On choisit pour flux numérique  $H$  un solveur de Riemann approché en raison des bonnes propriétés de robustesse de cette classe de schémas. Le choix effectué ici est celui d'un flux numérique de type Harten-Lax-van Leer (HLL) initialement proposé en 1983 pour des systèmes hyperboliques de lois de conservation et dont on peut trouver une construction détaillée dans l'ouvrage de référence Toro [2009]. L'intérêt pratique pour l'application visée est le faible coût d'évaluation de ce flux numérique qui ne fait appel qu'aux valeurs propres de la matrice jacobienne du flux physique.

Pour construire le flux numérique  $H_{i-\frac{1}{2}}$  approchant  $\mathcal{F}^c$  au niveau de la face  $i - \frac{1}{2}$ , le schéma HLL utilise les états à gauche et à droite de la face, notés respectivement  $Q_{i-\frac{1}{2}}^L$  et  $Q_{i-\frac{1}{2}}^R$ . A partir de ces états, les flux physiques à gauche et à droite de la face sont calculés :

$$(\mathcal{F}^c)_{i-\frac{1}{2}}^L = \mathcal{F}^c(Q_{i-\frac{1}{2}}^L) \quad , \quad (\mathcal{F}^c)_{i-\frac{1}{2}}^R = \mathcal{F}^c(Q_{i-\frac{1}{2}}^R)$$

Dans le cas le plus simple d'un schéma d'ordre 1 en espace, l'état à gauche de la face  $i - \frac{1}{2}$  est l'état au centre de la cellule  $i - 1$  tandis que l'état à droite est l'état au centre de la cellule  $i$ . Il est possible d'exprimer ces états à gauche et à droite de la face en élargissant le support et en reconstruisant les valeurs aux faces à partir des états aux centres et des gradients aux centres. On reviendra par la suite sur le choix (ordre 1 sans reconstruction) adopté dans ce travail.

Deux vitesses d'ondes  $S_{i-\frac{1}{2}}^L$  et  $S_{i-\frac{1}{2}}^R$  qui vont permettre de caractériser simplement la stratégie de décentrement sont ensuite définies :

$$S_{i-\frac{1}{2}}^L = \min(u_{i-\frac{1}{2}}^L - a_{i-\frac{1}{2}}^L, 0) \quad , \quad S_{i-\frac{1}{2}}^R = \max(u_{i-\frac{1}{2}}^R + a_{i-\frac{1}{2}}^R, 0)$$

Le flux numérique  $H$  au niveau d'une face est alors construit comme suit :

- si  $S_{i-\frac{1}{2}}^L \geq 0$  (écoulement supersonique de l'amont vers l'aval donc décentrement complet vers l'amont) alors  $H_{i-\frac{1}{2}} = (\mathcal{F}^c)_{i-\frac{1}{2}}^L$
- si  $S_{i-\frac{1}{2}}^R \leq 0$  (écoulement supersonique de l'aval vers l'amont donc décentrement complet vers l'aval) alors  $H_{i-\frac{1}{2}} = (\mathcal{F}^c)_{i-\frac{1}{2}}^R$
- si  $S_{i-\frac{1}{2}}^L \leq 0$  et  $S_{i-\frac{1}{2}}^R \geq 0$  (cas intermédiaire d'un écoulement subsonique) alors :

$$H_{i-\frac{1}{2}} = \frac{\left( S_{i-\frac{1}{2}}^R (\mathcal{F}^c)_{i-\frac{1}{2}}^L - S_{i-\frac{1}{2}}^L (\mathcal{F}^c)_{i-\frac{1}{2}}^R + S_{i-\frac{1}{2}}^L S_{i-\frac{1}{2}}^R \left( Q_{i-\frac{1}{2}}^R - Q_{i-\frac{1}{2}}^L \right) \right)}{S_{i-\frac{1}{2}}^R - S_{i-\frac{1}{2}}^L}$$

La difficulté consiste maintenant à formuler une expression adaptée pour le flux numérique  $D$  approchant le flux physique  $\mathcal{D}$  propre au modèle à flux de dérive. Pour approcher de façon robuste le terme  $\frac{\partial \mathcal{D}}{\partial z}$ , il est naturel d'adopter également une discrétisation décentrée. En adoptant par commodité la même notation pour le vecteur et pour sa troisième composante, seule composante non-nulle,  $D_{i-\frac{1}{2}}$  sera calculé comme suit :

$$D_{i-\frac{1}{2}} = \psi_{i-\frac{1}{2}} (\rho c)_{i-\frac{1}{2}} = \begin{cases} \psi_{i-\frac{1}{2}} \rho_i c_i & \text{si } \psi_{i-\frac{1}{2}} \leq 0 \\ \psi_{i-\frac{1}{2}} \rho_{i-1} c_{i-1} & \text{si } \psi_{i-\frac{1}{2}} \geq 0 \end{cases}$$

L'idée, très classique, est donc de décentrer à gauche ou à droite en fonction du signe de la vitesse  $\psi_{i-\frac{1}{2}}$ . Cette vitesse est calculée au niveau de la face par une simple moyenne arithmétique des vitesses de part et d'autre de la face :

$$\psi_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\psi_{i-1} + \psi_i)$$

Le simple flux numérique  $D_{i-\frac{1}{2}}$  approchant le terme spécifique au modèle à flux de dérive peut aussi être mis sous la forme :

$$D_{i-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \psi_{i-\frac{1}{2}} ((\rho c)_{i-1} + (\rho c)_i) - \frac{1}{2} |\psi_{i-\frac{1}{2}}| ((\rho c)_i - (\rho c)_{i-1}) \quad (3.13)$$

Le schéma de discrétisation (3.12) est entièrement défini à ce stade pour ce qui concerne la discrétisation en espace. La stratégie élémentaire d'avancement en temps sera décrite pour le cas du calcul d'un écoulement stationnaire. Dans la recherche d'une solution stationnaire, le système (3.11) est réécrit sous la forme :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial z} = 0 \quad (3.14)$$

où  $\tau$  désigne un pas de temps fictif et non plus physique qui peut être calculé localement dans chaque cellule puisque la solution stationnaire atteinte ne dépendra pas de la valeur prise par ce pas de temps. Afin de distinguer les itérations en temps physique des itérations en temps fictif, on indice  $m$  l'itération en temps fictif. Le schéma (3.12) s'écrit alors :

$$\Delta Q_i^m = -\frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \left[ (H_{i+\frac{1}{2}}^m + D_{i+\frac{1}{2}}^m) - (H_{i-\frac{1}{2}}^m + D_{i-\frac{1}{2}}^m) \right] \quad (3.15)$$

où  $\Delta Q_i^m = Q_i^{m+1} - Q_i^m$  désigne l'incrément du vecteur des variables conservatives. Le pas de temps fictif local devrait idéalement tenir compte du temps caractéristique associé au flux convectif  $\mathcal{F}^c$  et de celui associé au flux diffusif  $\mathcal{D}$ . Dans la mesure où il est difficile, voire impossible, de calculer explicitement les valeurs propres de la matrice jacobienne associée à  $\mathcal{D}$ , le pas de temps est calculé en pratique à partir du seul rayon spectral de la matrice jacobienne du flux  $\mathcal{F}^c$  soit :

$$\Delta \tau_i^m = CFL \times \frac{\Delta z_i}{|u_i| + a_i}$$

avec  $CFL$  le nombre dit de Courant-Friedrichs-Lewy qui correspond donc au facteur par lequel il est possible de multiplier le pas de temps caractéristique défini par le maillage (pas de discrétisation) et la physique (rayon spectral) tout en préservant la stabilité de l'intégration en temps. Dans le cas de l'intégration en temps de type Euler explicite définie par (3.15), le nombre CFL doit être choisi inférieur à 1, voire bien inférieur à 1 pour assurer la stabilité de l'avancement en temps, dans la mesure où une contrainte de stabilité est également associée au flux diffusif. La limitation dans le choix du CFL a pour conséquence un manque d'efficacité de la méthode de résolution, qui peut nécessiter un très grand nombre d'itérations en temps fictif avant qu'un état stationnaire ne soit atteint. Compte tenu du grand nombre de simulations envisagées par la suite, un tel comportement est problématique car il est en effet souhaitable de privilégier à la fois robustesse et efficacité. Cette observation nous conduit donc à développer une formulation en temps implicite que nous détaillons dans le paragraphe qui suit.

### 3.1.2.2 Phase implicite

Utiliser une intégration en temps de type Euler implicite pour résoudre le système de lois de conservation associé au modèle à flux de dérive consiste à calculer dans (3.15) les termes de discrétisation en espace non plus à l'instant connu  $m$  mais au nouvel instant, inconnu,  $m + 1$  soit :

$$\Delta Q_i^m = -\frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \left[ (H_{i+\frac{1}{2}}^{m+1} + D_{i+\frac{1}{2}}^{m+1}) - (H_{i-\frac{1}{2}}^{m+1} + D_{i-\frac{1}{2}}^{m+1}) \right] \quad (3.16)$$

L'intérêt d'un tel traitement implicite est qu'il permet de lever la contrainte de stabilité associée à une intégration en temps explicite. Le prix à payer est cependant le coût de résolution de (3.16) puisque désormais, pour passer de  $\mathcal{Q}^m$  à  $\mathcal{Q}^{m+1}$ , il est nécessaire de résoudre un système d'équations non-linéaire pour la quantité inconnue  $\mathcal{Q}^{m+1}$ . La méthode de Newton constitue l'approche classiquement utilisée pour résoudre un tel système d'équations non-linéaires ; son coût de mise en oeuvre peut cependant devenir rapidement excessif. La stratégie privilégiée va donc consister plutôt à approcher les bilans de flux à l'instant  $m + 1$  par une somme des bilans de flux à l'instant  $m$  d'une part (qui formeront la phase dite explicite du schéma) et d'une phase implicite calculée en fonction de  $\mathcal{Q}^m$  et de l'incrément  $\Delta \mathcal{Q}^m$  d'autre part :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \left[ (H_{i+\frac{1}{2}}^m + D_{i+\frac{1}{2}}^m) - (H_{i-\frac{1}{2}}^m + D_{i-\frac{1}{2}}^m) \right]^{m+1} &\approx \frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \left[ (H_{i+\frac{1}{2}}^m + D_{i+\frac{1}{2}}^m) - (H_{i-\frac{1}{2}}^m + D_{i-\frac{1}{2}}^m) \right]^m \\ &+ \mathcal{I}(\Delta \mathcal{Q}^m; \mathcal{Q}^m) \end{aligned} \quad (3.17)$$

En injectant ce développement dans (3.16) on obtient un schéma implicite de la forme :

$$\Delta Q_i^m + \mathcal{I}(\Delta \mathcal{Q}^m; \mathcal{Q}^m) = -\frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \left[ (H_{i+\frac{1}{2}}^m + D_{i+\frac{1}{2}}^m) - (H_{i-\frac{1}{2}}^m + D_{i-\frac{1}{2}}^m) \right] \quad (3.18)$$

La phase explicite au membre de droite de (3.18) est celle qui apparaît dans le schéma explicite initialement développé (3.15) ; cet incrément explicite, calculé au niveau de temps  $m$  connu, sera noté  $\Delta Q_i^{exp}$  par la suite. La différence entre le schéma implicite (3.18) et le schéma explicite (3.15) est que le calcul de cette phase explicite ne constitue plus maintenant qu'une première étape de calcul. Il reste à résoudre l'équation (3.18) sur les incréments inconnus  $\Delta \mathcal{Q}^m$ . Nous allons montrer comment un choix judicieux de l'opérateur  $\mathcal{I}$  va nous permettre de transformer cette seconde étape de résolution de la phase implicite en la résolution classique d'un système linéaire tout en assurant la stabilité et la robustesse du schéma.

Pour expliciter ce choix, introduisons deux opérateurs qui permettront d'écrire plus aisément cette phase implicite ; les opérateurs de différence sur une maille  $\delta$  et de moyenne sur une maille  $\mu$  sont définis comme suit :

$$\begin{cases} \delta \phi_i = \phi_{i+\frac{1}{2}} - \phi_{i-\frac{1}{2}} \\ \mu \phi_i = \frac{1}{2}(\phi_{i+\frac{1}{2}} + \phi_{i-\frac{1}{2}}) \end{cases}$$

En utilisant la notation  $\delta$  de différence sur une maille et la notation  $\Delta$  d'incrément en temps, la relation (3.17) peut être réécrite sous la forme :

$$\delta(\Delta(H + D))_i^m \approx \mathcal{I}(\Delta \mathcal{Q}^m; \mathcal{Q}^m)$$

On propose de considérer que, dans l'écriture de la phase implicite et uniquement dans celle-ci (l'expression de  $H$  dans la phase explicite, donnée par le schéma HLL précédemment détaillé, reste inchangée), le flux numérique  $H$  prend la forme simplifiée suivante :

$$H = \mu \mathcal{F}^c - \frac{1}{2} \rho(A^c) \delta Q$$

Le premier terme du membre de droite correspond à un classique flux numérique centré tandis que le second terme introduit une dissipation numérique stabilisatrice. Cette dissipation est très simplement calculée à partir du rayon spectral  $\rho(A^c)$  de la matrice jacobienne du flux  $\mathcal{F}^c$ ; nous avons vu précédemment que  $\rho(A^c) = |u| + a$ .

De façon analogue, considérons dans l'écriture de la phase implicite et uniquement dans celle-ci que le flux numérique  $D$  prend la forme simplifiée suivante :

$$D = \mu \mathcal{D} - \frac{1}{2} |\psi| K \delta Q$$

avec

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho c \psi \end{pmatrix}, \quad K = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

On en déduit donc une expression simplifiée pour  $\delta(\Delta(H + D))$ , *i.e.* pour la phase implicite du schéma :

$$\delta(\Delta(H + D)) = \delta\mu(\Delta(\mathcal{F}^c + \mathcal{D})) - \delta(J\delta\Delta Q)$$

avec  $J = \rho(A^c)Id + |\psi|K$  où  $Id$  désigne la matrice identité.

Cette expression, réinjectée dans (3.18), conduit au schéma implicite suivant :

$$[Id + (j^+)_i^m + (j^-)_i^m] \Delta Q_i^m + \frac{\Delta\tau_i^m}{\Delta z} \delta\mu(\Delta(\mathcal{F}^c + \mathcal{D}))_i^m - (j^+)_i^m \Delta Q_{i+1}^m - (j^-)_i^m \Delta Q_{i-1}^m = \Delta Q_i^{exp} \quad (3.19)$$

où les coefficients matriciels  $(j^+)_i^m$  et  $(j^-)_i^m$  ont pour expression :

$$\begin{cases} (j^+)_i^m = \frac{\Delta\tau_i^m}{\Delta z} \left[ \rho(A^c)_{i+\frac{1}{2}}^m Id + |\psi_{i+\frac{1}{2}}^m| K \right] \\ (j^-)_i^m = \frac{\Delta\tau_i^m}{\Delta z} \left[ \rho(A^c)_{i-\frac{1}{2}}^m Id + |\psi_{i-\frac{1}{2}}^m| K \right] \end{cases}$$

La mise en oeuvre du schéma implicite (3.19) s'effectue en 2 étapes :

- calcul de la phase explicite  $\Delta Q_i^{exp}$  en utilisant le flux numérique HLL (ou le flux numérique de Roe) pour  $H$  et le flux numérique (3.13) pour  $D$
- résolution de la phase implicite qui couple à la fois des incréments inconnus pour le vecteur des variables conservatives  $\Delta Q$  et pour les flux physiques dans le terme  $\delta\mu(\Delta(\mathcal{F}^c + \mathcal{D}))_i^m$ .

Cette étape supplémentaire de résolution de la phase implicite est pleinement justifiée par le fait que le schéma (3.19) peut être utilisé avec de grandes valeurs du pas de temps fictif  $\Delta\tau_i^m$ , ou de façon équivalente avec de grandes valeurs du nombre CFL qui permettent ainsi une convergence rapide vers l'état stationnaire. Même si chaque itération pour passer de  $m$  à  $m + 1$  en utilisant (3.19) est plus coûteuse qu'une itération utilisant le schéma explicite (3.15), le nombre beaucoup plus faible d'itérations nécessaires pour atteindre l'état stationnaire conduit finalement à un coût de simulation bien plus faible lorsque le schéma implicite est utilisé.

Il reste à préciser comment résoudre en pratique la phase implicite. Le choix simple retenu

consiste à utiliser une technique de relaxation de type Jacobi par point. La solution de (3.19) est obtenue par la résolution itérative de :

$$[Id + (J^+)_i^m + (J^-)_i^m] \Delta Q_i^{(l+1)} = \Delta Q_i^{exp} - \frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \delta \mu (\Delta (\mathcal{F}^c + \mathcal{D}))_i^{(l)} - (J^+)_i^m \Delta Q_{i+1}^{(l)} - (J^-)_i^m \Delta Q_{i-1}^{(l)} \quad (3.20)$$

où on a noté  $\Delta \phi^{(l+1)} = \phi^{(l+1)} - \phi^m$  et  $\Delta \phi^{(l)} = \phi^{(l)} - \phi^m$ . La résolution de (3.20) est initialisée avec un incrément  $\Delta Q^{(0)} = 0$ ; l'itération sur  $l$  pendant quelques pas permet de converger rapidement vers une valeur stabilisée de  $\Delta Q^{(l+1)}$  qui est alors retenue comme approximation de  $\Delta Q^m$  solution exacte de (3.19).

Le schéma implicite qui vient d'être détaillé est d'ordre 1 en temps et en espace. La précision en temps n'a pas d'importance pour les applications aux gazosiphons visées dans cette thèse qui restent stationnaires et permettent donc de bénéficier pleinement de la grande efficacité du schéma proposé aux grands nombres CFL. En revanche, on peut légitimement se poser la question de l'intérêt d'une discrétisation d'ordre 2 en espace plutôt qu'une simple discrétisation d'ordre 1. Cette élévation d'ordre a été envisagée; elle suppose de modifier la phase explicite du schéma seulement, en introduisant des variables reconstruites aux faces dans l'expression des flux numériques  $H$  et  $D$ . Cependant, il nous est apparu difficile de garantir la robustesse du schéma d'ordre 2 pour la large gamme de simulations envisagées. La robustesse d'une discrétisation d'ordre 1 seulement a finalement été privilégiée en acceptant toutefois de faire appel à un raffinement du maillage pour augmenter si nécessaire la précision du résultat numérique.

Afin de simplifier la présentation du schéma développé, la présence des termes sources dans le modèle numérique n'a pas été prise en compte. En pratique, le système à résoudre pour obtenir une solution stationnaire de l'écoulement dans un gazosiphon ne se réduit pas à l'équation homogène (3.14) mais inclut également un vecteur de termes-sources :

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial z} = \mathcal{S}(\mathcal{Q}) \quad (3.21)$$

Pour les gazosiphons étudiés par la suite, le vecteur  $\mathcal{S}$  prend la forme :

$$\mathcal{S}(\mathcal{Q}) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho g + F^w(\mathcal{Q}) \\ 0 \end{pmatrix}$$

avec  $g$  la gravité et  $F^w$  le terme modélisant le frottement au niveau des parois de la conduite, dont l'expression sera détaillée par la suite. La présence de ce terme-source n'introduit pas de difficulté supplémentaire dans la résolution numérique. Du point de vue de la discrétisation spatiale, on écrit simplement dans la cellule  $i$  :

$$S_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -\rho_i g + F^w(Q_i) \\ 0 \end{pmatrix}$$

Enfin, ce terme-source peut être implicite de façon à introduire une contribution supplémentaire au coefficient de  $\Delta Q_i^m$  dans l'expression (3.19) du schéma implicite.

## 3.2 Validation préliminaire du code de résolution

Même si le code développé va être appliqué par la suite de façon exclusive à la simulation d'écoulements dans des gazosiphons de grande taille, il nous a semblé intéressant de le valider dans un premier temps en l'appliquant à la simulation de cas-tests calculés par d'autres auteurs ayant mis en œuvre une méthode de résolution du système de lois de conservation associé au modèle à flux de dérive. Nous avons donc tiré de Baudin *et al.* [2005] et Munkejord *et al.* [2006] deux cas-tests d'écoulements diphasiques instationnaires : un problème de Riemann d'une part et un écoulement en conduite avec alimentation fixée d'autre part. Une version instationnaire du code de calcul a été développée, dans laquelle la marche en temps est réalisée par une approche de type pas de temps dual. Les détails supplémentaires sur cette approche ne seront pas fournis ici ; en effet, cette approche ne sera pas réutilisée par la suite pour les simulations de gazosiphons, systématiquement réalisées en régime stationnaire. Mentionnons simplement que la précision en temps physique dans les simulations qui suivent du problème de Riemann et de l'écoulement en conduite est d'ordre 2, de sorte que l'erreur dominante reste l'erreur de discrétisation en espace, d'ordre 1. Par soucis de simplicité, le code de simulation sera noté par la suite  $G^3$  pour "Grand Gazosiphon pour la Géothermie".

### 3.2.1 Problème de Riemann

Le problème de Riemann traité par Baudin *et al.* [2005] et Munkejord *et al.* [2006] et qui est reconsidéré ici utilise une modélisation simple de la vitesse de dérive. Les deux coefficients qui définissent la vitesse relative gaz/liquide sont en effet donnés par des constantes, respectivement  $C_0 = 1.07$  pour le paramètre de distribution et  $V_{gj} = 0.21$  m/s pour la vitesse de dérive. Ces deux valeurs sont donc celles utilisées dans l'expression (3.10) de  $\psi$ . La masse volumique du liquide est fixée à  $\rho_l = 1000$  kg/m<sup>3</sup> et la vitesse du son dans le gaz  $a_g$  est également supposée constante, égale à 300 m/s. La loi de fermeture thermodynamique pour la pression (3.3) est donc également entièrement définie.

Le domaine de calcul est une conduite de 100 m de long pour 1 m de diamètre dans laquelle, à  $t = 0$ , coexistent deux états physiques distincts pour le mélange, l'un (indiqué  $L$ ) pour  $x \in [0, 50]$  m (on suppose que la conduite s'étend de  $x = 0$  à  $x = 100$  m) et l'autre (indiqué  $R$ ) pour  $x \in [50, 100]$ . Les conditions initiales de ce problème de Riemann sont données (en unités SI pour la masse volumique et la vitesse du mélange) :

$$\begin{pmatrix} \rho \\ c \\ u \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} 453.197 \\ 0.00705 \\ 24.8074 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} \rho \\ c \\ u \end{pmatrix}_R = \begin{pmatrix} 454.915 \\ 0.0108 \\ 1.7461 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

Compte tenu des conditions initiales simples et de la géométrie également simple, il est possible de construire une solution exacte pour ce problème de Riemann (voir notamment Benzoni-Gavage [1991]). Nous pourrions donc comparer les résultats fournis par le code  $G^3$  à cette solution exacte.

De plus, puisque le but est de vérifier que la construction d'un schéma implicite efficace ne s'est pas faite au détriment de la précision, il est souhaitable de comparer nos résultats avec ceux obtenus en utilisant le même modèle mais avec une autre méthode de résolution. A cet effet, on présentera donc également les résultats obtenus par Baudin *et al.* [2005] à l'aide d'une méthode de relaxation mathématiquement élaborée. Pour rendre cette comparaison la plus pertinente possible, le calcul effectué avec le code  $G^3$  utilise le même nombre de

points (200) et le même pas de temps physique (équivalent à un CFL physique de 0.5) que ceux utilisés par Baudin *et al.* [2005]. Enfin, la comparaison des différentes répartitions (de masse volumique du mélange  $\rho$ , de pression  $p$ , de concentration du gaz  $c$  et de vitesse du mélange  $u$ ) est réalisée au temps physique  $t = 0.5$  s.

On observe sur la figure 3.1 l'accord tout à fait satisfaisant entre les résultats de la simulation utilisant le code développé et la solution exacte. La structure physique de la solution est la suivante : deux ondes de choc se propagent respectivement vers la gauche et vers la droite du domaine de calcul tandis qu'une onde "centrale", de type discontinuité de contact, se propage également vers la droite. Classiquement la discontinuité de contact n'est pas visible sur la distribution de pression (compte tenu de la continuité de la pression à travers cette onde) mais on la distingue très clairement sur la distribution de  $\rho$  et de la fraction massique  $c$ . Lorsque l'on compare les résultats obtenus dans cette thèse à ceux de Baudin *et al.* [2005] on observe une plus grande précision de notre simulation pour ce qui concerne la capture des deux ondes de choc et une plus grande précision de la simulation de Baudin *et al.* [2005] pour ce qui concerne la capture de la discontinuité de contact. Ce comportement peut s'expliquer par la nature du flux numérique sous-jacent à la méthode de relaxation développée dans Baudin *et al.* [2005] (il s'agit d'un schéma de type Roe), mieux adapté à la capture d'une discontinuité de contact. La principale conclusion reste cependant que la solution produite par le code  $G^3$  est physiquement pertinente et se compare favorablement aux résultats obtenus par d'autres stratégies de résolution numérique du modèle à flux de dérive.

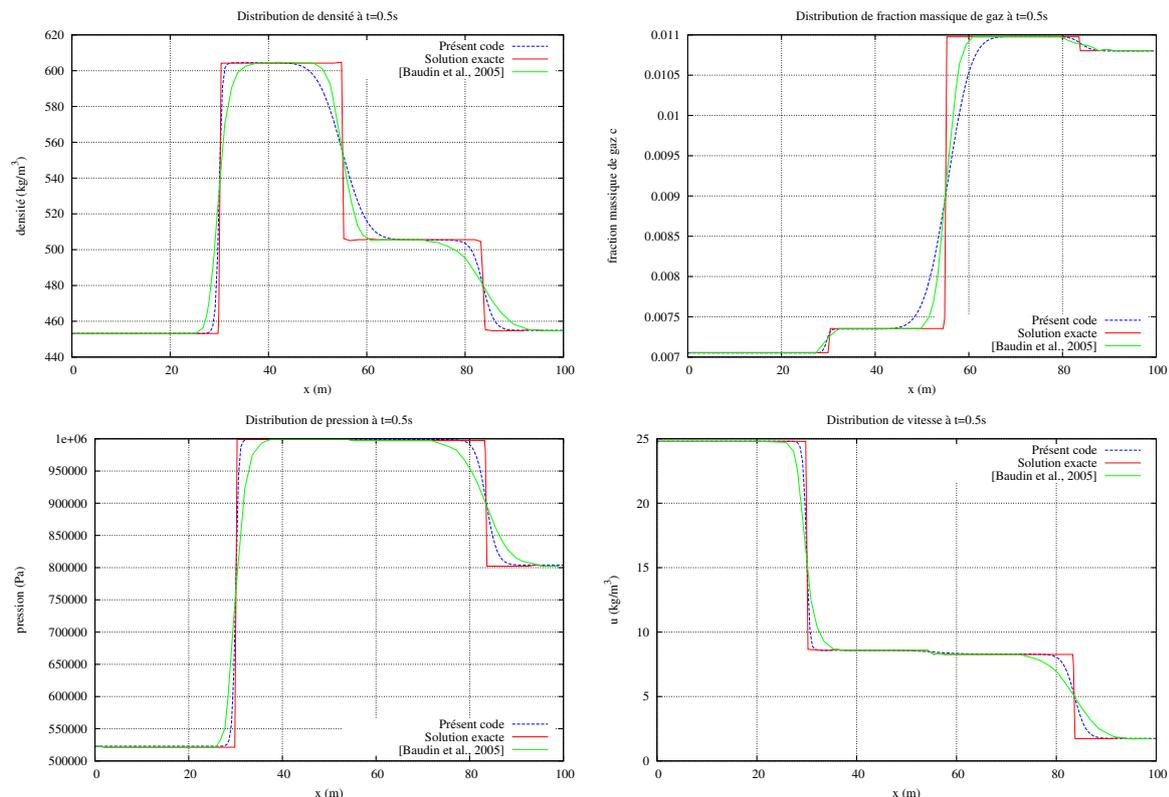


FIGURE 3.1 – Problème de Riemann. Comparaison de la solution obtenue à  $t = 0.5$  s par le code développé (dans un maillage régulier de 200 cellules) avec la solution de Baudin *et al.* [2005] calculée dans le même maillage et la solution exacte.

### 3.2.2 Écoulement en conduite

Le second cas de validation tiré de la littérature sur la résolution numérique du modèle à flux de dérive a été traité par Munkejord *et al.* [2006] : il consiste à simuler un écoulement gaz/liquide transitoire dans une conduite horizontale. Par rapport au cas précédent, la loi de fermeture hydrodynamique gagne en complexité puisque, si le paramètre de distribution est toujours supposé constant mais égal cette fois à  $C_0 = 1$ , la vitesse de dérive  $V_{gj}$  est quant à elle désormais exprimée en fonction de la fraction de vide  $\alpha$  par une relation non linéaire :

$$V_{gj} = \frac{1}{2} \sqrt{1 - \alpha} \quad (3.23)$$

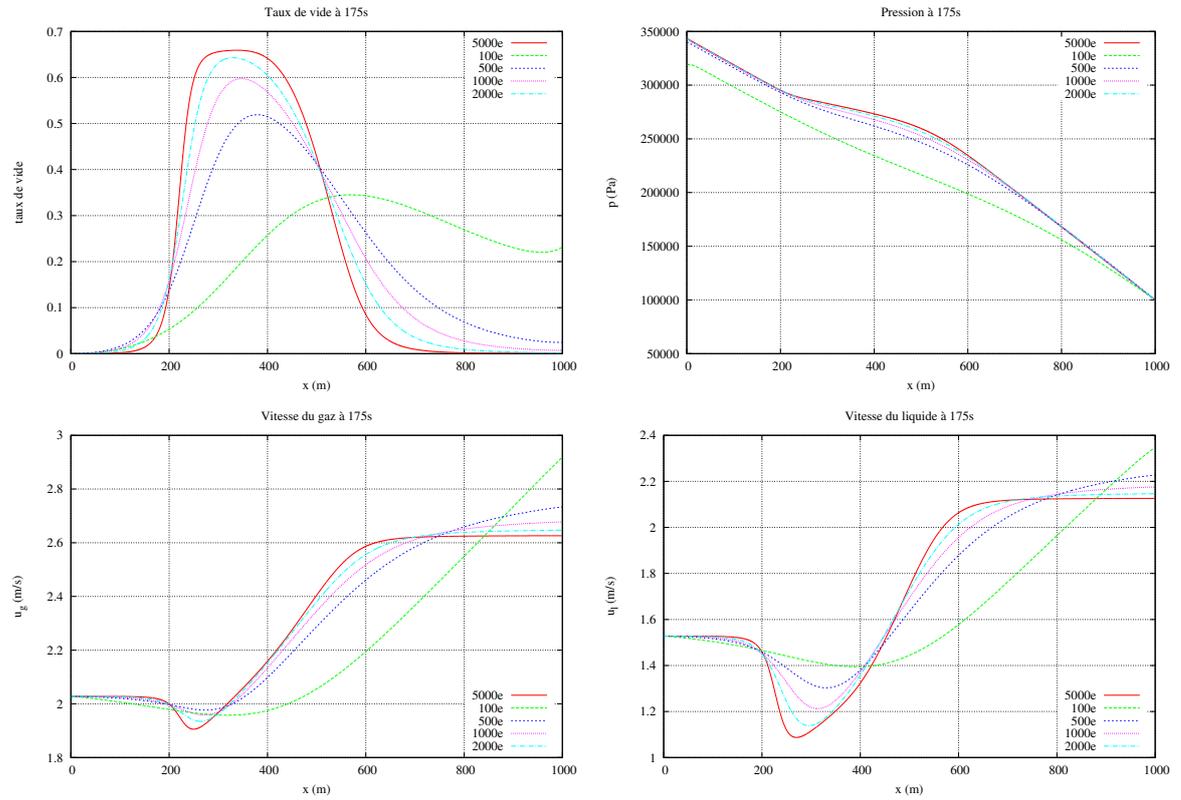


FIGURE 3.2 – Ecoulement en conduite de Munkejord *et al.* [2006]. Convergence en maillage des distributions axiales (suivant  $x$ ) des quantités d'intérêt calculées par le code développé à  $t = 175$  s. En haut : fraction de vide  $\alpha$  selon  $x$  (à gauche) et pression  $p$  selon  $x$  (à droite). En bas : vitesse du gaz  $u_g$  selon  $x$  (à gauche) et vitesse du liquide  $u_l$  selon  $x$  (à droite).

Le traitement numérique qui a été développé est tout à fait général et s'applique pour toute forme des paramètres  $C_0$  et  $V_{gj}$  en fonction des composantes de  $\mathcal{Q}$  ; ce nouveau cas-test donne donc l'opportunité de vérifier en pratique ce degré de généralité. Le système résolu est bien de la forme (3.21), sans terme de gravité dans le vecteur-source  $\mathcal{S}$  mais avec un frottement pariétal donné par la relation :

$$F_w = \frac{32u\mu_m}{D^2} \quad (3.24)$$

avec  $u$  la vitesse du mélange telle que  $u = \alpha u_g + (1 - \alpha)u_l$ ,  $\mu_m$  la viscosité dynamique du mélange donnée par

$$\mu_m = \alpha\mu_g + (1 - \alpha)\mu_l \quad (3.25)$$

où les viscosités dynamiques respectives du gaz et du liquide sont telles que  $\mu_g = 5.10^{-6}$  Pa/s et  $\mu_l = 5.10^{-2}$  Pa/s. La vitesse du son  $a_g$  utilisée pour la fermeture thermodynamique est égale à  $\sqrt{10^5}$  m/s. La conduite est de longueur  $L = 1000$  m et de diamètre intérieur  $D = 0.1$  m. Initialement, la conduite est remplie presque exclusivement de liquide, avec une fraction de vide  $\alpha = 10^{-5}$ . Pendant 175 s, des débits liquide et gazeux qui évoluent dans le temps sont appliqués en entrée de la conduite :

- de  $t = 0$  s à 10 s, les débits de gaz et de liquide en entrée augmentent linéairement, respectivement de 0 à 0.08 kg/s et de 0 à 12 kg/s.
- de  $t = 10$  s à 175 s, le débit liquide est maintenu constant à sa valeur de 12 kg/s.
- de  $t = 10$  s à 50 s, le débit gazeux est également maintenu constant, à sa valeur de 0.08 kg/s.
- de 50 s à 70 s, le débit gazeux décroît linéairement de 0.08 à  $10^{-8}$  kg/s, puis est maintenu constant jusqu'à la fin de la simulation.

Au niveau de la sortie de la conduite, la pression est fixée à la valeur  $p = 10^5$  Pa.

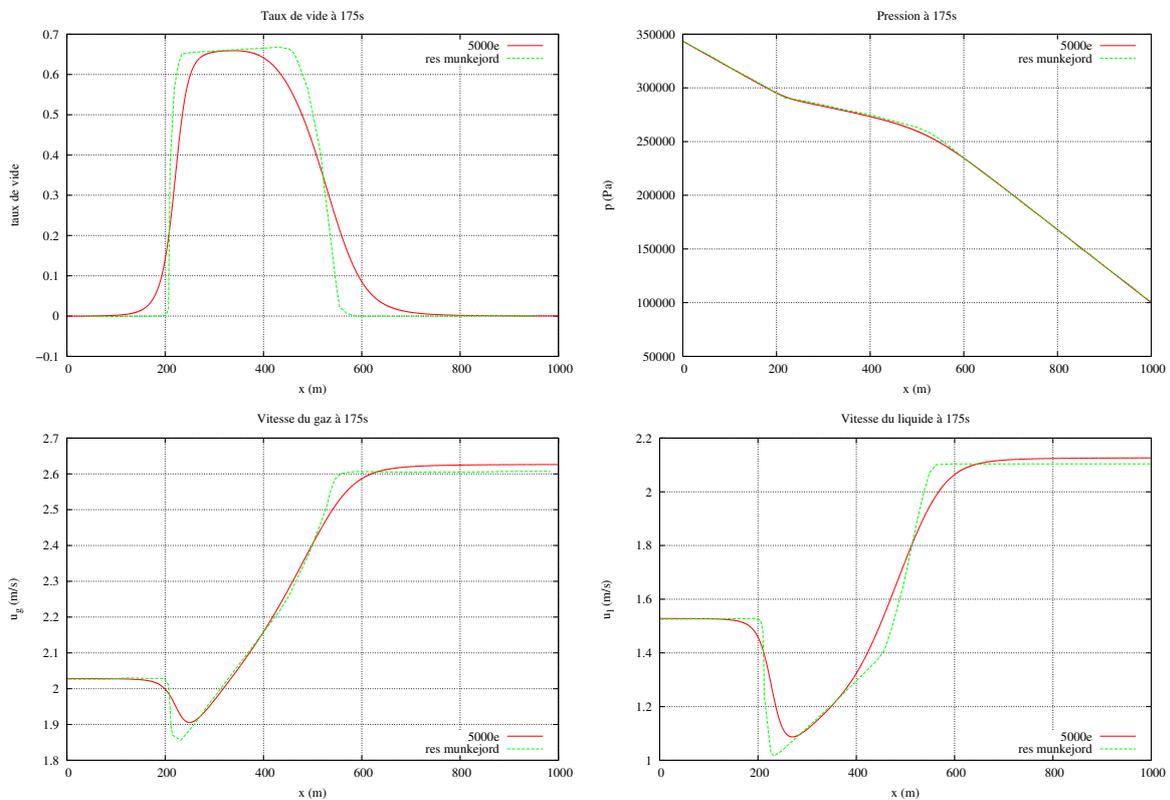


FIGURE 3.3 – Écoulement en conduite de Munkejord *et al.* [2006]. Comparaison des distributions axiales (suivant  $x$ ) des quantités d'intérêt calculées par le code développé à  $t = 175$  s et obtenues par Munkejord *et al.* [2006] grâce à l'approche dite MUSAT. En haut : fraction de vide  $\alpha$  selon  $x$  (à gauche) et pression  $p$  selon  $x$  (à droite). En bas : vitesse du gaz  $u_g$  selon  $x$  (à gauche) et vitesse du liquide  $u_l$  selon  $x$  (à droite).

La figure 3.2 représente tout d'abord la répartition axiale des grandeurs d'intérêt (fraction de vide  $\alpha$ , pression, vitesse du gaz et vitesse du liquide) calculée à  $t = 175$  s pour différents raffinements de maillage : de 100 éléments (ou cellules) pour le maillage le plus grossier jusqu'à 5000 éléments pour le maillage le plus fin. Pour l'écoulement considéré, on observe (classiquement) une convergence en maillage assez rapide pour la pression  $p$ , avec des variations faibles au-delà de 1000 cellules de maillage. Les autres grandeurs d'intérêt, dont on rappelle qu'elles sont calculées avec une discrétisation d'ordre 1 en espace, présentent

des évolutions qui restent limitées (mais bien visibles toutefois) lorsque l'on passe de 2000 à 5000 éléments.

La pertinence de la solution physique calculée par le code  $G^3$  est finalement évaluée en la comparant sur la figure 3.3 à la solution présentée dans Munkejord *et al.* [2006]. On compare différentes grandeurs physiques de notre simulation avec les résultats du schéma numérique développé dans Munkejord *et al.* [2006] : il s'agit d'une approche centrée à pas multiples (dite MUSTA), de complexité de mise en oeuvre (et donc de coût) bien supérieure à celle de l'approche simple que nous avons développée. Le maillage utilisé dans Munkejord *et al.* [2006] contient 3200 éléments ; la comparaison sera limitée à la précision des différentes grandeurs physiques calculées car aucune information disponible ne permet d'évaluer finement le coût de l'approche MUSTA. On observe sur la figure 3.3 la probable plus grande précision de l'approche MUSTA développée par Munkejord *et al.* [2006], dans la mesure où nos propres résultats apparaissent comme un peu plus dissipatifs. Cependant, l'accord entre les deux simulations est globalement (très) satisfaisant et nous permet donc surtout de conclure positivement quant à la validation de notre solveur pour des lois de fermeture hydrodynamiques générales.

### 3.3 Validation pour le calcul d'un gazosiphon

Les deux cas-tests qui viennent d'être présentés permettent de démontrer la capacité du code  $G^3$  à résoudre correctement le système d'EDP qui forme le modèle à flux de dérive d'un écoulement diphasique. Nous avons ainsi établi que notre stratégie numérique constitue une alternative crédible à des traitements numériques plus sophistiqués (et potentiellement plus précis) mais que nous n'estimons pas suffisamment efficaces ou robustes pour être mis en oeuvre de façon intensive dans le cadre des études de quantification d'incertitude et d'optimisation qui seront présentées dans les chapitres qui suivent. Le second volet de la démarche de validation consiste maintenant à démontrer que le code développé permet bien de prédire les caractéristiques-clés de gazosiphons utilisés comme pompes. Il conviendra donc en priorité de comparer les résultats de ce code avec des données expérimentales de référence. A cet effet, sur la base de l'analyse bibliographique présentée dans le chapitre 2, trois cas de validation ont été retenus ; ils correspondent à des gazosiphons d'échelle croissante (de l'échelle laboratoire à une très grande échelle). Avant de présenter les résultats obtenus pour ces différentes configurations, quelques éléments complémentaires de modélisation sont fournis : prise en compte des frottements pariétaux pour l'ensemble des simulations de gazosiphons qui suivent, et traitement des conditions aux limites d'entrée/sortie.

#### 3.3.1 Compléments de modélisation

##### 3.3.1.1 Frottements pariétaux

Le terme  $F_w$  qui caractérise les pertes de charge par frottement s'exprime en fonction du diamètre  $D$  de la conduite et de la contrainte visqueuse au niveau de la paroi de la conduite  $\tau_w$  :

$$F_w = -\frac{4\tau_w}{D} \quad (3.26)$$

Suivant en cela d'autres auteurs (cf. Kajishima & Saito [1996] par exemple), on considère uniquement le liquide dans le calcul des pertes de charge dues aux frottements à la paroi. Autrement dit, on fait l'hypothèse que le taux de présence du gaz est nul à la paroi, entraînant l'absence d'influence du gaz sur les frottements pariétaux. Ce frottement pariétal du liquide peut être estimé à partir de  $\alpha$  et  $u_l$ , ou directement à partir de la vitesse superficielle du liquide  $j_l = (1 - \alpha)u_l$  en utilisant le modèle suivant :

$$\tau_w = \frac{\lambda \rho_l j_l^2}{8(1 - \alpha)^{7/4}} \quad (3.27)$$

avec le coefficient  $\lambda$  donné, selon le caractère laminaire ou turbulent du régime d'écoulement, par :

$$\lambda = \begin{cases} 64/Re_l & \text{si } Re_l < 2300 \\ \text{eq. de Colebrook (3.28)} & \text{si } Re_l \geq 2300 \end{cases}$$

où le nombre de Reynolds liquide  $Re_l$  est défini en fonction de la vitesse superficielle et de la viscosité du liquide, respectivement  $j_l$  et  $\mu_l$ , par  $Re_l = \frac{\rho_l j_l D}{\mu_l}$ .

L'équation de Colebrook permet de calculer la valeur du coefficient de frottement  $\lambda$  pour un écoulement turbulent en prenant en compte la rugosité relative  $\epsilon$  de la conduite :

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon}{3.7D} + \frac{2.51}{Re_l \sqrt{\lambda}} \right) \quad (3.28)$$

### 3.3.1.2 Traitements aux limites

Un traitement spécifique au niveau de la frontière d'entrée et de la frontière de sortie du gazosiphon est nécessaire pour calculer les valeurs de  $\rho$ ,  $u$  et  $c$  en fonction de grandeurs connues. En entrée, le débit massique de gaz, noté  $q_g^*$ , est imposé. Le débit liquide  $q_l^*$  qui n'est pas connu est extrapolé à partir de  $\rho$ ,  $u$  et  $c$  depuis l'intérieur du domaine. La pression en entrée  $p_{in}^*$  est calculée en considérant la pression hydrostatique  $p_{hs}$  de la colonne d'eau de hauteur  $S$ , analogue à la hauteur de submergence, à laquelle s'ajoute la pression de référence ici considérée égale à la pression atmosphérique  $p_{atm}$  :

$$p_{hs} = p_{atm} + \rho_l g S \quad (3.29)$$

La perte de charge en entrée de conduite est calculée en considérant la vitesse du fluide  $u_l$  en entrée pondérée par la fraction de vide pour évaluer la vitesse de l'eau en amont de l'injecteur pour un débit équivalent :

$$p_{pce} = 0.5 \rho_l (u_l (1 - \alpha))^2 \quad (3.30)$$

S'ajoute la perte de charge par frottement  $p_{pcf}$  dans la partie amont de l'injecteur de longueur  $h_{amont}$ . On utilise l'équation de Darcy-Weisbach pour estimer cette perte de charge :

$$p_{pcf} = \lambda \frac{h_{amont}}{D_h} \frac{\rho_l (u_l (1 - \alpha))^2}{2} \quad (3.31)$$

avec  $\lambda$  calculé en utilisant la relation (3.27) et l'équation de Colebrook (3.28).

La pression en entrée au niveau de l'injection  $p_{inj}^*$  est donc finalement donnée par :

$$p_{inj}^* = p_{hs} - p_{pce} - p_{pcf} \quad (3.32)$$

En sortie, on fixe les valeurs de débits en extrapolant les débits liquides  $q_l^*$  et gazeux  $q_g^*$  à partir de l'intérieur du domaine. La pression  $p_s^*$  est imposée en fonction du dispositif étudié, et sera typiquement égale à la pression atmosphérique, ou à une valeur relative à un dispositif en sortie qui impose une charge connue.

En entrée comme en sortie, on cherche à obtenir une équation uniquement dépendante de la concentration massique de gaz  $c$  et des grandeurs fixées qui sont connues, à savoir les débits  $q_g^*$  et  $q_l^*$  et la pression  $p^*$  (correspondant à  $p_{in}^*$  ou  $p_s^*$ ), pour pouvoir ainsi calculer la valeur de  $c$  puis en déduire le vecteur des grandeurs conservatives  $\mathcal{Q}$ . Le débit massique du gaz  $q_g^* = \rho_g \alpha u_g A$ , exprimé en fonction des variables du mélange, permet d'obtenir une équation dépendante des inconnues  $\rho$ ,  $u$  et  $c$ , avec  $\psi(\rho, u, c) = (1 - c)u_r$  :

$$\frac{q_g^*}{A} = c\rho u - \rho c c \psi(\rho, u, c) \quad (3.33)$$

Le débit total est la somme des débits de chaque phase  $q^* = q_l^* + q_g^*$ . On utilisera par la suite l'expression  $q_A^* = q^*/A$ . La vitesse  $u$  du mélange apparaît comme une fonction du débit  $q_A^*$  et de la masse volumique du mélange  $\rho$  :

$$u = \frac{q_A^*}{\rho} \quad (3.34)$$

A partir de l'expression de la pression (2.23) du chapitre 2,  $\rho$  peut s'exprimer en fonction uniquement de la pression connue  $p^*$  et de  $c$  :

$$\rho = \frac{p^* \rho_l}{\rho_l a_g^2 c + (1 - c)p^*} \quad (3.35)$$

Les deux relations précédentes (3.34) et (3.35), introduites dans l'équation (3.33), permettent d'obtenir une équation avec pour seule inconnue la fraction massique de gaz  $c$  :

$$q^* c + \rho c \psi(\rho(c), u(c), c) = q_g^* \quad (3.36)$$

Une classique méthode de Newton-Raphson permet de résoudre cette équation et d'obtenir la valeur de  $c$ . A partir des équations (3.35) et (3.34), on déduit respectivement les valeurs de  $u$  et  $\rho$  pour calculer le vecteur des variables conservative  $\mathcal{Q}$  aux limites du domaine.

### 3.3.2 Dispositif à l'échelle du laboratoire

Le cas expérimental de Kassab *et al.* [2009] est intéressant à étudier, bien qu'il concerne un gazosiphon de petite échelle, dans la mesure où des approches de modélisation d'un niveau de complexité très variable ont également été appliquées à la prédiction des performances de ce dispositif. Il sera ainsi possible de situer les prédictions numériques fournies par le code  $G^3$  par rapport à des données expérimentales mais aussi par rapports aux résultats fournis par ces différentes approches numériques.

L'expérience réalisée par Kassab *et al.* [2009] porte donc sur un gazosiphon de petite échelle : la conduite mesure au total 3.75 m de long pour 24.5 mm de diamètre. Le ratio de submergence  $S_r$  utilisé peut être visualisé sur le schéma du dispositif présenté en figure 3.4. L'ensemble des débits liquides obtenus expérimentalement pour différentes valeurs du rapport de submergence sont indiqués sur la figure 3.5 tirée elle-aussi de Kassab *et al.* [2009]. Le tableau 3.3.2 récapitule les caractéristiques géométriques du dispositif en fonction du rapport de submergence testé. Parmi cet ensemble de cas possibles, les deux cas

$S_r = 0.484$  et  $S_r = 0.75$  sont sélectionnés car ils autorisent une comparaison avec une large gamme de modèles . Wahba *et al.* [2014] ont en effet effectué une (coûteuse) simulation des grandes échelles ou LES (Large Eddy Simulation) de l'écoulement dans ce gazosiphon, tandis qu'à l'autre extrémité du spectre des modèles disponibles, des modèles simplifiés sont également mis en oeuvre par Kassab *et al.* [2009]. On rappelle brièvement les ingrédients de ces modèles.

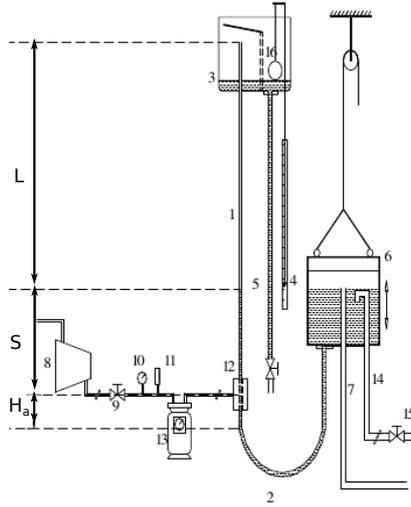


FIGURE 3.4 – Schéma du dispositif de Kassab *et al.* [2009]

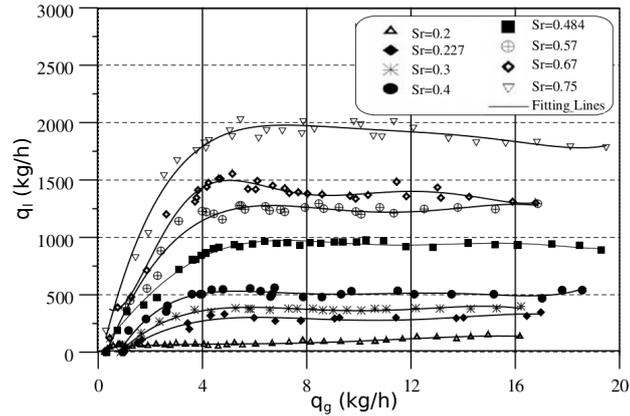


FIGURE 3.5 – Débit expérimental pour un diamètre de 24.5 mm, une longueur de 3.5 m et ratio de submergence variable

$S_r = S/(S + L)$	Profondeur totale $S + H_a$ (m)	Injection $S$ (m)	Hauteur de lift $L$ (m)
0.2	0.75	0.55	3
0.227	0.85	0.65	2.9
0.3	1.125	0.925	2.625
0.4	1.5	1.3	2.25
0.484	1.815	1.615	1.935
0.57	2.137	1.94	1.61
0.67	2.512	2.31	1.24
0.75	2.812	2.61	0.94

TABLE 3.1 – Longueurs en fonction du ratio de submergence en mètre [Kassab *et al.* , 2009]

Le modèle développé par Stenning & Martin [1968] inclut les effets de frottement et de mouvement relatif entre les phases. A partir des équations de continuité et de quantité de mouvement, une équation non linéaire est obtenue, qui relie différentes caractéristiques du gazosiphon et quantités d'intérêt entre elles :

$$\frac{S}{H} - \frac{1}{\left(1 + \frac{Q_g}{sQ_l}\right)} = \frac{Q_l^2}{2gHA^2} \left[ \left(\frac{\lambda H}{D} + 1\right) + \left(\frac{\lambda H}{D} + 1\right) \frac{Q_g}{Q_l} \right] \quad (3.37)$$

avec  $S/H$  le ratio de submergence,  $A$  la section de la conduite,  $Q_g$  le débit volumique de gaz,  $Q_l$  le débit volumique liquide,  $H$  la longueur de la conduite et  $D$  le diamètre de la conduite.

Le ratio de glissement  $s$  ainsi que le coefficient de frottement  $\lambda$  étaient initialement fixés dans le modèle original mais Kassab *et al.* [2009] ont mis en place des relations paramétriques pour calculer ces coefficients, relations issues de Griffith & Snyder [1964] pour  $s$  et de l'équation de Colebrook pour  $f$  :

$$s = 1.2 + 0.2 \frac{Q_g}{Q_l} + \frac{0.35 A \sqrt{gD}}{Q_l} \quad (3.38)$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left( \frac{\epsilon/D}{3.7} + \frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \quad (3.39)$$

Le modèle développé par Reinemann *et al.* [1990] s'appuie sur celui proposé par Nicklin [1963]. Compte tenu des faibles diamètres de conduite considérés, les effets de tension de surface sont pris en compte dans le calcul des vitesses d'ascension des bulles. On a ainsi une relation entre rapport de submergence et débits réduits qui prend la forme :

$$\frac{S}{H} = \left[ 1 - \frac{Q'_g}{1.2 (Q'_l + Q'_g) V'_{TS}} \right] \left[ 1 + \frac{\lambda}{2} (Q'_l + Q'_g)^2 \right] \quad (3.40)$$

où les débits réduits du liquide et du gaz sont donnés par :

$$Q'_l = \frac{Q_l}{A \sqrt{gD}} \quad Q'_g = \frac{Q_g}{A \sqrt{gD}}$$

et la quantité  $V'_{TS}$ , qui correspond à la vitesse adimensionnée d'ascension du gaz dans un liquide au repos s'exprime comme suit en fonction des propriétés physiques du mélange diphasique et du diamètre de la conduite :

$$V'_{TS} = 0.352 \left[ 1 - 3.18 \left( \frac{\sigma}{\rho g D^2} \right) - 14.77 \left( \frac{\sigma}{\rho g D^2} \right)^2 \right]$$

Enfin, le coefficient de frottement  $\lambda$  qui apparaît dans (3.40) est donné par la relation ;

$$f = \frac{0.312}{Re^{0.25}}$$

avec un nombre de Reynolds calculé comme suit :

$$Re = \frac{(Q_l + Q_g) D}{\nu A}$$

La résolution des deux modèles simplifiés décrits ci-dessus, respectivement basés sur les équations (3.37) et (3.40), nécessite une classique méthode de Newton-Raphson pour résoudre le système d'équations non-linéaires, qui permet de déterminer un débit liquide  $Q_l$  à partir d'une valeur de débit gazeux  $Q_g$  donnée.

Nous présentons sur la figure 3.6 les résultats obtenus pour les deux cas  $S_r = 0.484$  et  $S_r = 0.75$ . Pour chacun de ces cas nous comparons :

- les données expérimentales de Kassab *et al.* [2009]
- les modèles analytiques ou semi-analytiques de Reinemann et de Stenning
- les résultats de LES de Wahba *et al.* [2014]
- les résultats produits par le code  $G^3$ ,

pour ce qui concerne l'évolution du débit liquide en fonction du débit gaz injecté (courbe de pompage).

Les résultats produits par le code  $G^3$  sont obtenus en utilisant un maillage de 100 cellules et un nombre CFL égal à 100 qui assure une convergence vers l'état stationnaire en, typiquement, quelques centaines d'itération - la convergence dépend du débit gazeux considéré mais se situe aux alentours de ce nombre d'itérations pour assurer une réduction des résidus d'au minimum 6 ordres de grandeur. On appelle résidu la norme  $L_2$  de la différence entre deux valeurs successives d'une variable conservative (composante  $i$  de  $\mathcal{Q}$ ) au cours de la convergence en temps (fictif) :  $res^{(i)} = \|(\mathcal{Q}^{(i)})^{m+1} - (\mathcal{Q}^{(i)})^m\|_{L_2}$ . Par définition de la norme  $L_2$  (calculée sur le domaine de calcul), la convergence vers 0 du résidu signifie la convergence vers 0 de  $\Delta\mathcal{Q}^{(i)} = (\mathcal{Q}^{(i)})^{m+1} - (\mathcal{Q}^{(i)})^m$  dans chaque cellule du domaine de calcul, donc la réalisation d'un état stationnaire. Le coût de calcul du débit liquide associé à un débit de gaz est de l'ordre de quelques secondes sur un cœur. A titre de comparaison, le coût de la prédiction par les modèles simplifiés est de l'ordre de quelques secondes tandis que la prédiction LES représente plusieurs dizaines d'heures de simulation.

La hiérarchie attendue est globalement bien respectée puisque le modèle le plus élaboré, *i.e.* l'approche LES, fournit effectivement des résultats en très bon accord avec l'expérience sur l'ensemble de la gamme de débits gaz. Inversement, le modèle de Reinemann *et al.* [1990] présente un écart assez important par rapport à l'expérience, même si bien entendu son coût de mise en œuvre est plusieurs ordres de grandeur inférieur à celui de l'approche LES. Les résultats fournis par notre code  $G^3$  sont globalement assez proches des résultats expérimentaux, tout comme d'ailleurs les prédictions du modèle simplifié de Stenning & Martin [1968] amélioré par Kassab *et al.* [2009]. L'intérêt d'utiliser le modèle à flux de dérive que nous avons développé par rapport au modèle semi-analytique amélioré n'est pas ici évident. Il faut noter toutefois le caractère *ad hoc* de ce dernier modèle dont certains coefficients ont été ajustés pour reproduire les résultats expérimentaux. Nos propres résultats sont fournis par un code de portée générale, applicable directement à la prédiction des performances d'autres gazosiphons de grande échelle (cf. sections qui suivent).

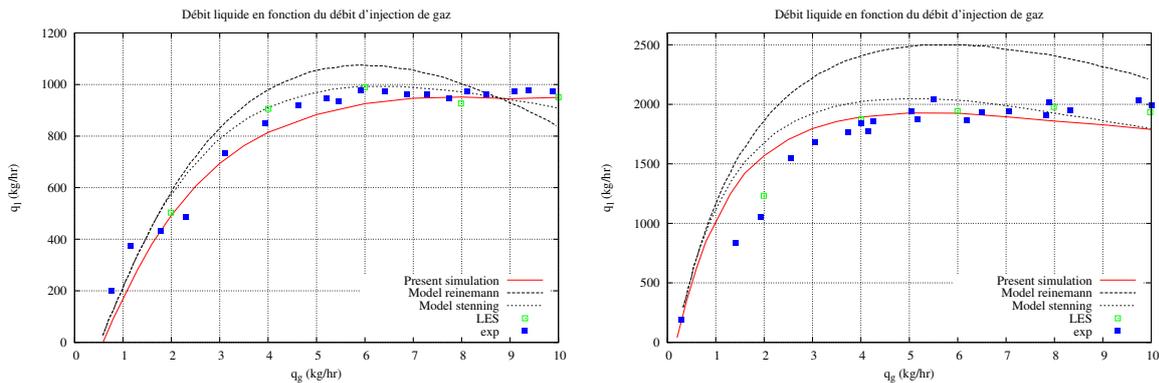


FIGURE 3.6 – Simulation d'un gazosiphon à l'échelle laboratoire. Débit liquide en fonction du débit gazeux pour un ratio de submersion égal à 0.484 (à gauche) et 0.75 (à droite).

### 3.3.3 Gazosiphon d'échelle intermédiaire

Le dispositif expérimental étudié par Yamamoto & Tanaka [2001] consiste en une conduite de 15 cm de diamètre immergée dans l'océan sur 30 m de profondeur. La hauteur de refoulement  $L$  est égale à 3, 4 ou 5 m selon les expériences réalisées. Les tests de pompage

sont effectués pour des profondeurs d'injection  $S$  de 8, 18 et 28 m. La figure 3.7 présente une série de comparaisons entre les expériences de Yamamoto & Tanaka [2001] pour les profondeurs d'injection les plus élevées et les simulations réalisées grâce au code  $G^3$ . Ce dernier est mis en œuvre après avoir vérifié qu'un maillage de 100 cellules permettait d'assurer une convergence en maillage des simulations. L'état stationnaire est typiquement atteint entre 500 et 2500 (en fonction des conditions de fonctionnement) itérations grâce à l'utilisation d'un nombre CFL élevé ( $CFL = 100$ ) qu'autorise le traitement implicite développé.

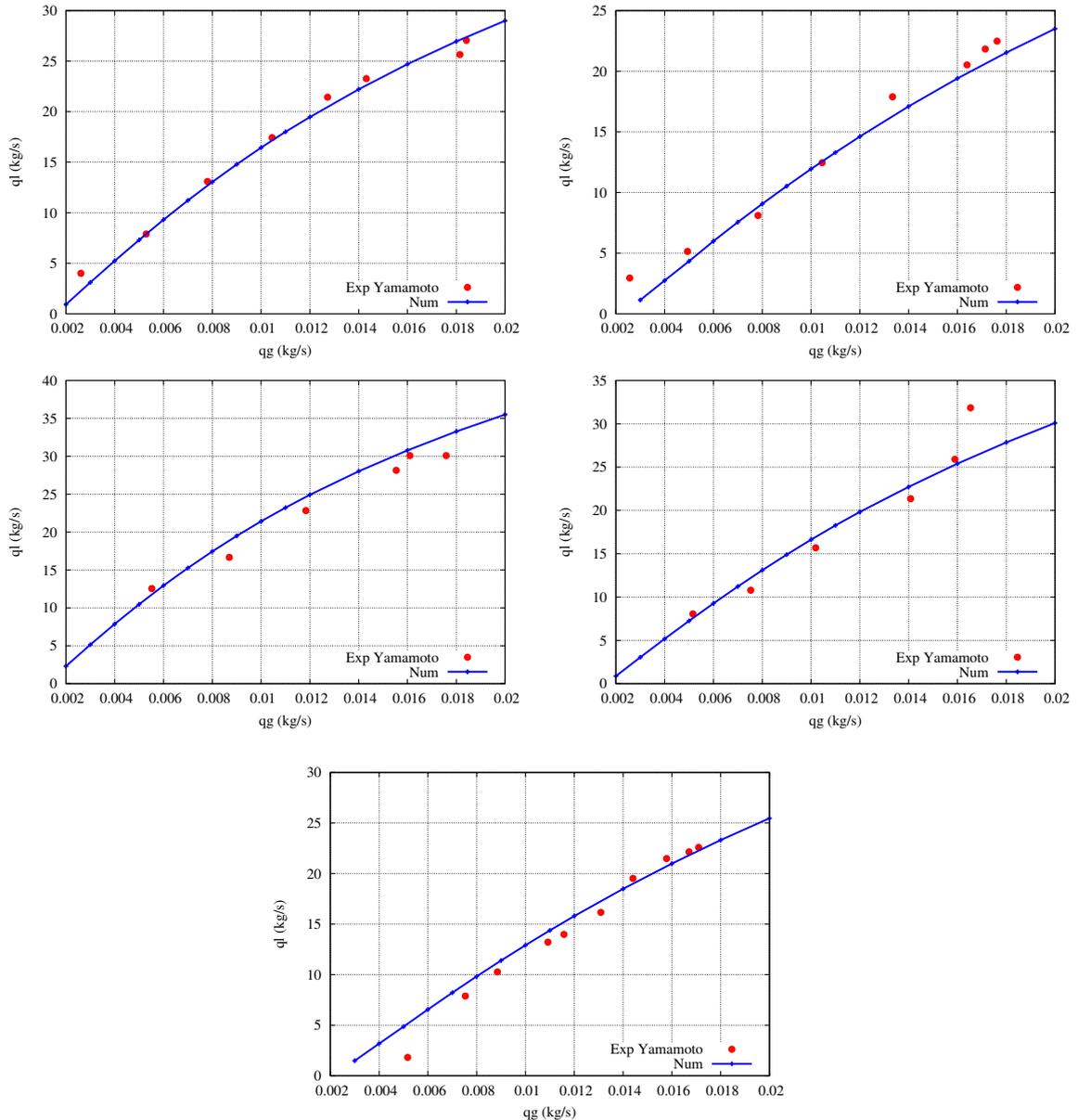


FIGURE 3.7 – Simulation d'un gazosiphon d'échelle intermédiaire. Comparaison expérience Yamamoto & Tanaka [2001] / numérique (présent code) pour la prédiction du débit liquide en fonction du débit de gaz injecté. En haut :  $S = 18$  m et  $L = 3$  m (à gauche),  $L = 4$  m (à droite). Au milieu :  $S = 28$  m et  $L = 3$  m (à gauche),  $L = 4$  m (à droite). En bas :  $S = 28$  m et  $L = 5$  m.

L'analyse des résultats obtenus indique que notre outil de simulation est en mesure de prédire correctement la courbe d'évolution du débit liquide en fonction du débit gaz pour

l'ensemble des configurations étudiées. Des écarts systématiques de quelques pourcents peuvent être relevés si on procède à une comparaison point de fonctionnement par point de fonctionnement. Mais le point qui semble essentiel est la prédiction correcte de l'ensemble des tendances, sans réglage *ad hoc* des paramètres du modèle ; ces derniers sont directement utilisés tels qu'ils ont été définis dans la première partie de ce chapitre.

### 3.3.4 Gazosiphon de grande échelle

Cette étape de validation du code  $G^3$  pour la simulation d'écoulements dans des gazosiphons s'achève en abordant le cas le plus important pour les applications visées, *i.e.* le cas d'un gazosiphon de grande échelle. Il s'agit d'une configuration étudiée par Kajishima & Saito [1996]; Saito *et al.* [2004] pour des applications diverses allant de l'exploitation minière dans l'océan profond, jusqu'à la séquestration de  $\text{CO}_2$ . Le gazosiphon étudié ici peut-être considéré comme étant de grande échelle malgré des différences qui restent substantielles avec le dispositif visé à terme : le gazosiphon simulé dans la présente section, et pour lequel des mesures expérimentales sont disponibles, présente une longueur totale de 212.6 m avec une hauteur de refoulement constante  $L = 12.6$  m ; le diamètre de la conduite est égal à 0.151 m. La profondeur d'injection  $S$  varie selon les cas étudiés, ce qui modifie la longueur de la partie en amont de l'injecteur et la distance sur laquelle le gaz entraîne le liquide. Les paramètres géométriques du dispositif sont récapitulés sur la figure 3.8 tandis que le tableau 3.2 présente une synthèse des cas simulés à l'aide de notre code.

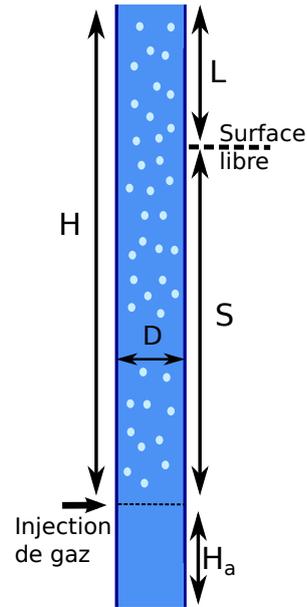


FIGURE 3.8 – Gazosiphon de grande échelle. Vue schématique du dispositif de Saito *et al.* [2004]

cas	diamètre (m)	$H = S + L$ (m)	$S$ (m)	$H_a$ (m)	$H_a + S$ (m)	$L$ (m)
a	0.151 m	196.6	184	16	200	12.6
b	0.151 m	143.6	131	79	200	12.6
c	0.151 m	112.6	100	100	200	12.6
d	0.151 m	83.6	71	129	200	12.6

TABLE 3.2 – Gazosiphon de grande échelle Saito *et al.* [2004]. Tableau récapitulatif des paramètres géométriques pour les cas simulés.

La figure 3.9 présente l'évolution typique des résidus obtenue grâce à notre solveur implicite pour cette simulation de gazosiphon de grande taille, réalisée sur un maillage de 200 éléments et avec un CFL égal à 100. Il a été vérifié que ce choix de raffinement de maillage était suffisant pour assurer la convergence en maillage de la quantité d'intérêt prédite ici, à savoir le débit liquide en fonction du débit de gaz injecté. L'évolution des résidus est tracée en utilisant une échelle logarithmique suivant l'axe  $y$  afin de visualiser clairement la convergence vers zéro de ces différentes quantités. Une réduction de 5 ordres de grandeur des résidus sur les 3 variables conservatives est obtenue en 700 itérations environ.

Un accord tout à fait satisfaisant peut être globalement observé entre la simulation et

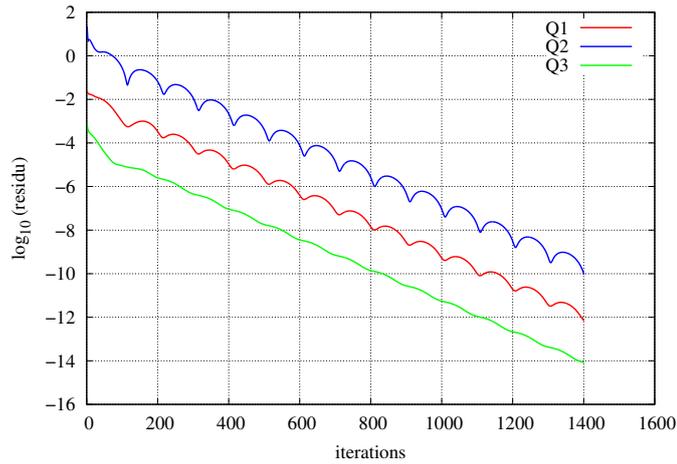


FIGURE 3.9 – Gazosiphon de grande taille. Convergence du code à flux de dérive pour le cas (a) ; courbe représentative des convergences observées pour ce cas. Evolution des résidus sur les composantes du vecteur  $\mathcal{Q}$  en fonction des itérations en pseudo-temps.

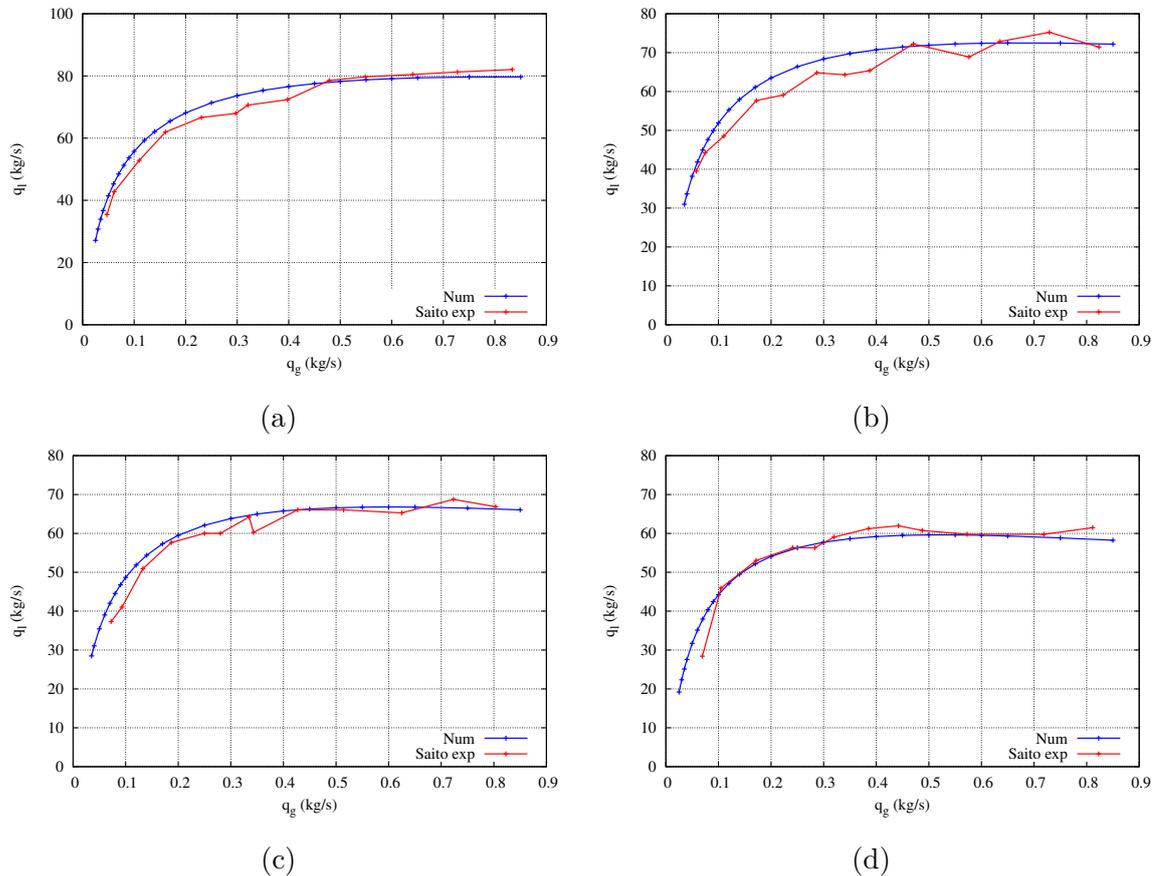


FIGURE 3.10 – Gazosiphon de grande taille étudié par Saito *et al.* [2004]. Comparaison calcul (code à flux de dérive développé) / expérience pour l'évolution du débit liquide en fonction du débit gaz injecté, pour différentes valeurs de la profondeur d'injection. (a) 184 m, (b) 131 m, (c) 100 m, (d) 71 m.

l'expérience (cf. Fig. 3.10), pour un coût de calcul qui reste très raisonnable puisque chacun des points de fonctionnement simulés (pour une profondeur d'injection fixée et à un débit de gaz donné) représente environ une minute en moyenne. On considère donc à ce stade avoir démontré la capacité de notre outil de simulation à prédire efficacement les

caractéristiques de performance de gazosiphons de grande taille. Cependant, dans le cas qui vient d'être étudié, nous n'avons pas cherché à analyser la signification physique des courbes obtenues. La dernière section de ce chapitre est précisément consacrée à l'analyse physique du comportement d'un gazosiphon utilisé comme pompe, analyse réalisée en s'appuyant sur les prédictions du code  $G^3$  désormais considéré comme validé.

### 3.4 Analyse paramétrique d'un gazosiphon : Variante n°1 de "refoulement"

Le code  $G^3$ , supposé validé, va permettre d'étudier différents comportements physiques de l'écoulement diphasique dans un gazosiphon de grande taille dans deux types de configurations. On considérera d'abord la variante standard classiquement étudiée dans la littérature, dite de "refoulement", de relevage d'un débit liquide à une hauteur de refoulement  $L$  (cf. section 1.2.1.1). Différents paramètres physiques et géométriques de cette configuration de base vont être successivement modifiés et une grande attention sera portée sur l'influence de ces variations sur la structure de l'écoulement, et par extension sur le pompage liquide et l'efficacité du gazosiphon. Cette démarche constituera une étape préparatoire pour analyser finalement des conditions de fonctionnement adaptées au contexte de la géothermie. La seconde variante, dite de "charge", consistera donc à modifier la configuration de base pour utiliser le gazosiphon comme une pompe dans un circuit pour créer une charge liquide (cf. section 1.2.1.2), ici sans hauteur de refoulement.

Les caractéristiques de la configuration de base retenue possède des ordres de grandeur proches du cas étudié par Saito *et al.* [2004] : la conduite mesure au total 250 m de long, dont 200 m immergés, et présente une hauteur de refoulement de 50 m, induisant un rapport de submergence égal à  $S_r = 80\%$ . Le diamètre mesure  $D = 0.15$  m, et l'injection a lieu à la base de la conduite, à 200 m de profondeur. La convergence en maillage a été vérifiée pour chaque configuration simulée et l'utilisation d'un grand nombre CFL (typiquement  $CFL = 100 - 1000$ ) a permis de mener efficacement cette étude paramétrique.

#### 3.4.1 Efficacité de pompage

Il convient tout d'abord de définir la plage de fonctionnement du gazosiphon étudié, plage qui correspond à la gamme des débits massiques d'injection de gaz. Cette plage, qui ne peut être définie que par tâtonnement, est bornée inférieurement par des valeurs du débit trop faibles pour permettre la création d'un mouvement ascendant de liquide. Elle est bornée supérieurement par des valeurs du débit au-delà desquelles le débit liquide n'augmente plus. L'intervalle de fonctionnement correspond donc ici à la plage de débit  $[0.05; 1.2]$  kg/s. Il est *a priori* possible d'obtenir un débit liquide pour un débit d'injection encore plus faible que 0.05 kg/s, mais la zone qui précède le pic d'efficacité ne présente généralement pas d'intérêt en termes d'efficacité dans une fonction de pompage. Sur cette plage de fonctionnement du gazosiphon "de référence", la figure 3.11 présente l'efficacité de pompage calculée avec le rendement de Nicklin [1963] défini par l'expression (1.2) du chapitre 1; cette même figure présente aussi le débit liquide en fonction du débit d'injection de gaz.

Dans cette configuration de référence et définie sans considération énergétique, il apparaît possible dans l'absolu de pomper un débit liquide d'environ 64 kg/s à une hauteur de refoulement de 50 m. On observe instantanément que l'efficacité maximum est obtenue pour

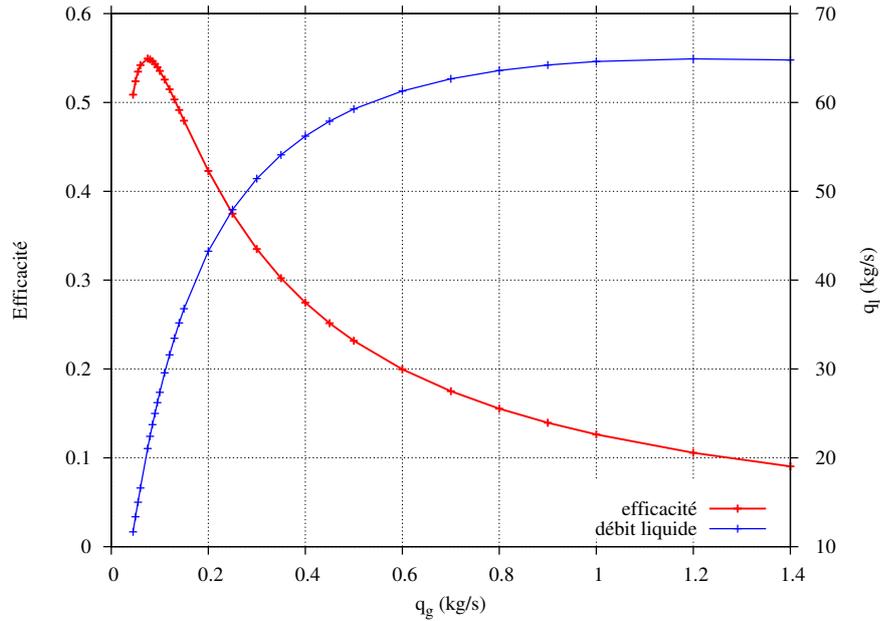


FIGURE 3.11 – Etude paramétrique des performances d'un gazosiphon. Efficacité et capacité de pompage liquide en fonction du débit d'injection de gaz pour une hauteur de lift (ou de refoulement) de 50 m.

un débit bien plus faible d'environ  $q_l = 25$  kg/s, pour un débit d'injection correspondant légèrement inférieur à 0.1 kg/s. La valeur de l'efficacité de pompage maximum, d'environ 55%, est cohérente avec la tranche haute des ordres de grandeur obtenus dans les tableaux 2.2 et 2.3 qui synthétisent une partie des résultats expérimentaux de pompage. Cependant, si on compare la position de l'efficacité maximum par rapport à l'intervalle de fonctionnement de notre dispositif, on observe qu'elle est proche du débit d'injection minimum. La plupart des études expérimentales répertoriées mesurent des efficacités optimales pour des débits plus élevés relativement à l'intervalle de fonctionnement des dispositifs étudiés [Barrut *et al.*, 2012b; Yamamoto & Tanaka, 2001; Ahmed & Badr, 2012; Tighzert *et al.*, 2013; Moran, 2010; Kassab *et al.*, 2009]. Le dispositif de Saito *et al.* [2004] pour lequel les débits d'injection minimum expérimentés ne permettent pas l'obtention du pic d'efficacité de pompage fait exception. Étant donnée la proximité avec notre configuration, cette similitude de l'évolution des débits est évidemment attendue.

La principale différence entre notre configuration, proche de celle de Saito *et al.* [2004], et celles des auteurs cités ci-dessus, concerne les longueurs totales de conduite, ici de 250 m contre généralement quelques mètres seulement. La différence sur les distributions de fractions de vide et sur l'allègement total sont les principales causes de ce déplacement du maximum d'efficacité vers des débits d'injection faibles dans l'intervalle de fonctionnement. Compte tenu du fait que les variations de pression dépendent de façon directe de la longueur du gazosiphon, la fraction de vide varie de façon d'autant plus significative que cette longueur est importante.

### 3.4.2 Distributions axiales

Pour analyser plus en détail le comportement de l'écoulement dans le gazosiphon avec un pompage liquide réalisé en sortie, on trace les distributions axiales des grandeurs d'intérêt pour deux débits d'injections correspondant respectivement à une efficacité élevée et à

un pompage liquide élevé, soit  $q_g = 0.1 \text{ kg/s}$  et  $q_g = 0.4 \text{ kg/s}$ . Pour ces deux débits, on visualise les distributions moyennes de la fraction de vide  $\alpha$ , de la vitesse du mélange  $u$  et des vitesses de chaque fluide  $u_g$  et  $u_l$ , respectivement sur les figures 3.12, 3.13 et 3.14.

Qualitativement, les conditions de fonctionnement idéales supposent d'une part l'obtention d'une fraction de vide suffisamment faible ( $\alpha < 0.3$ ) pour préserver une configuration d'écoulement à bulles. D'autre part, il est nécessaire que l'allègement du mélange soit suffisant pour compenser le poids de la colonne fluide relatif à la hauteur de refoulement de 50 m.

Pour un débit d'injection  $q_g = 0.1 \text{ kg/s}$ , correspondant à une efficacité quasi maximale, la distribution axiale de la fraction de vide permet d'obtenir un pompage efficace. La simulation traduit ici la présence d'une configuration d'écoulement à bulles majoritaire le long de la conduite jusqu'à environ  $z = -25 \text{ m}$  (cf. Fig. 3.12), puis la présence d'une zone de transition débouchant sur un écoulement à poches aux alentours de  $z = 0 \text{ m}$ . Plus précisément, l'augmentation limitée de la fraction de vide permet, tout en contenant les vitesses à un niveau modéré, de réduire le glissement  $u_r$  entre le gaz et le liquide (cf. Fig. 3.14) en supposant la préservation d'un écoulement à bulles. Par ailleurs, la vitesse du mélange tracée sur la figure 3.13 est plus faible, limitant de fait les frottements pariétaux.

Pour un débit de gaz injecté  $q_g = 0.4 \text{ kg/s}$ , l'augmentation de la fraction de vide le long de la conduite, qui diminue la section de passage effective du liquide, est associée à une augmentation encore plus significative de la vitesse (cf. Fig. 3.13), permettant ainsi d'obtenir des débits plus élevés au détriment de l'efficacité de pompage (cf. Fig. 3.11). La simulation fait apparaître un entraînement caractéristique des écoulements à chapeaux de Taylor ( $\alpha > 0.3$ ), d'après la distribution de la fraction de vide (cf. Fig. 3.12), sur un tronçon plus important de la conduite (à partir de  $z = -75 \text{ m}$ ). Cette configuration, qui se traduit par des corrélations spécifiques, est moins efficace pour entraîner le liquide bien qu'il soit possible d'augmenter encore le pompage en injectant plus de gaz. Cette perte d'efficacité se traduit notamment par l'augmentation de la vitesse relative du gaz par rapport au liquide (voir figure 3.14).

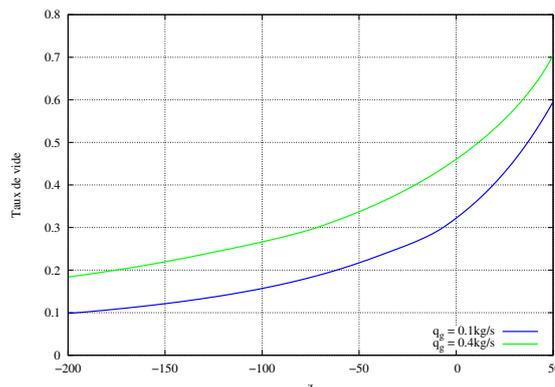
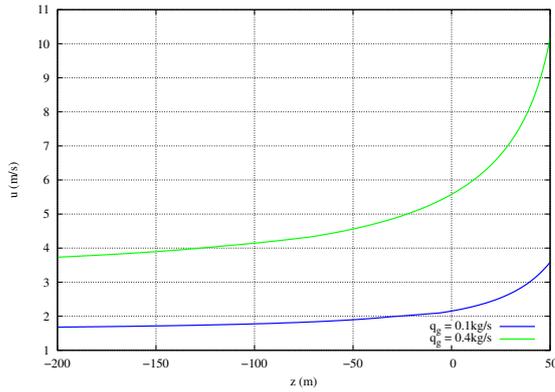
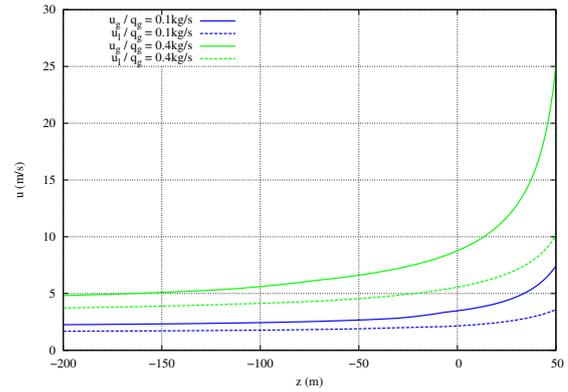


FIGURE 3.12 – Fraction de vide  $\alpha$  en fonction de la position  $z$

Les valeurs élevées observées sur les répartitions de fraction de vide, même pour l'efficacité maximum, montrent que la configuration géométrique ne permet pas d'obtenir un fonctionnement idéal du dispositif. Le rapport de submergence de 80% suppose qu'il est nécessaire d'avoir une fraction de vide moyenne de 0.2 environ pour créer un mouvement ascendant si on néglige la masse du gaz. Pour des conduites de faible longueur, la varia-


 FIGURE 3.13 – Vitesse du mélange  $u$  en fonction de la position  $z$ 

 FIGURE 3.14 – Vitesse gaz et liquide en fonction de la position  $z$ 

tion de pression est limitée et permet de garantir un écoulement à bulles sur l'ensemble de la conduite tout en produisant un allègement suffisant puisque la fraction de vide sera approximativement uniforme. Ici, les variations de pression dues aux grandes longueurs induisent forcément des écarts de fraction de vide importants entre l'entrée et la sortie. De fait, même pour un allègement total limité, les fractions de vide maximums sont élevées. La distribution de fraction de vide présentée sur la figure 3.12 pour  $q_g = 0.1 \text{ kg/s}$  donne un allègement estimé entre 0.2 et 0.3, mais les écarts de pression induisent des variations de fraction de vide entre 0.1 et 0.6.

Une augmentation du rapport de submergence  $S_r$ , obtenue en diminuant la hauteur de refoulement, est une première possibilité pour espérer limiter l'augmentation des fractions de vide et donc pour repousser l'apparition de configurations d'écoulement peu efficaces pour entraîner le liquide. Cependant, compte tenu de la longueur de conduite immergée, les variations de la hauteur de refoulement ne pourront probablement pas produire des fractions de vide optimales sur l'ensemble du gazosiphon.

Par ailleurs, la validité des résultats de la simulation devient discutable lorsque les fractions de vide sont trop élevées. On situe généralement aux alentours de  $\alpha \approx 0.7 - 0.8$  le critère de transition vers une configuration d'écoulement annulaire qui se trouve dépourvue de presque toute capacité d'entraînement. Ce critère en fonction de  $\alpha$  reste indicatif mais n'est pas pris en compte par notre modèle, capable malgré tout de reproduire correctement la gamme de fonctionnement du cas traité par Saito *et al.* [2004]. Dans le cas analysé, pour  $q_g = 1.2 \text{ kg/s}$ , la fraction de vide maximale est comprise entre 0.7 et 0.8, et peut donc induire des transitions de configurations ignorées par notre modèle. Cependant ces valeurs de fraction de vide ne sont observées que sur les vingt derniers mètres de conduite et de plus les conditions de fonctionnement correspondantes (débits maximums) ne seront pas celles recherchées dans le dimensionnement optimal du dispositif.

### 3.4.3 Hauteur de refoulement

On trace, sur la figure 3.15, les débits liquides obtenus en fonction du débit de gaz pour plusieurs valeurs de  $L$  allant de 10 m à 200 m, soit un rapport de submergence  $S_r$  entre 95% et 50%. La hauteur de refoulement conditionne en partie l'efficacité de pompage du liquide de Nicklin [1963], dont le numérateur, qui correspond à la puissance hydraulique en sortie, est calculé dans ce cas par  $P_{lift} = Q_l \rho_l g L$  avec  $L$  la hauteur de refoulement.

Cette hauteur influe positivement sur l'efficacité à travers sa valeur  $L$  dans le calcul de  $P_{lift}$ . En contrepartie, l'augmentation de  $L$  diminue les débits liquides  $Q_l$  qu'il est possible d'obtenir, puisque qu'elle provoque une hauteur de colonne d'eau supplémentaire qui doit être compensée par gravité en allégeant d'autant plus le mélange grâce à l'injection de gaz. La figure 3.15 confirme bien la baisse de débit obtenue lorsqu'on diminue le rapport de submergence.

L'efficacité de pompage pour les différentes hauteurs de refoulements  $L$  est tracée sur la figure 3.16. L'évolution du maximum pour chaque hauteur de refoulement montre une tendance nette : plus le rapport de submergence est élevé et plus l'efficacité maximum qu'il est possible d'obtenir l'est aussi. Les cas traités dans la littérature qui proposent une étude paramétrique de l'influence de la hauteur de refoulement convergent généralement sur une zone optimale d'efficacité autour de  $S_r = 75\% - 85\%$ . Cela implique qu'il est nécessaire d'avoir au moins une fraction de vide de l'ordre de  $0.15 - 0.25$  pour compenser le poids de colonne d'eau excédentaire et créer un mouvement ascendant. Pour les longueurs de quelques mètres traitées dans la littérature, le faible gradient de pression permet d'obtenir un gradient de fraction de vide faible entre l'entrée et la sortie de la conduite. Il s'ensuit qu'il est possible d'obtenir une fraction de vide qui varie peu autour de  $0.25$ , et donc de conserver un écoulement efficace en termes d'entraînement sur l'ensemble de la conduite ( $\alpha < 0.3$ ).

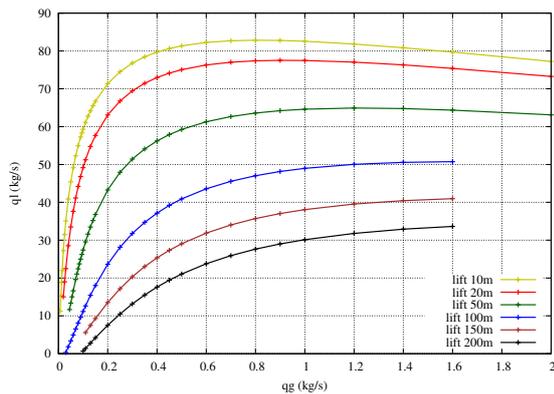


FIGURE 3.15 – Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs hauteurs de refoulement

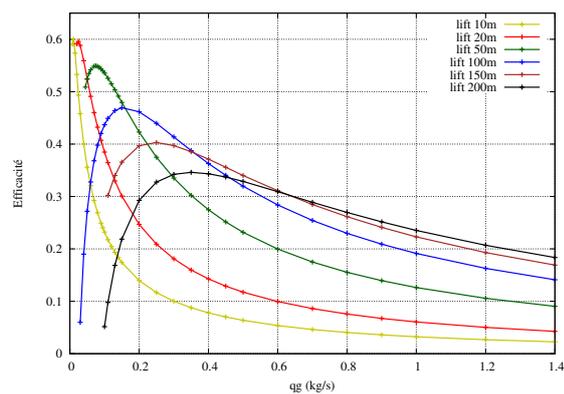


FIGURE 3.16 – Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs hauteurs de refoulement

Dans notre cas, comme on l'a vu dans la section précédente, un faible allègement global se traduit par des gradients importants de fraction de vide. Contrairement aux plus faibles longueurs, un rapport de submergence  $S_r = 75\% - 85\%$  ne pourra pas être compensé sans que l'écoulement ne soit sujet à des changements de configuration. Il est donc plus logique de limiter la fraction de vide maximum en diminuant  $L$ , dans une mesure bien plus importante que pour des conduites de faible longueur.

### 3.5 Analyse paramétrique d'un gazosiphon : Variante n°2 de "charge"

Traditionnellement, le gazosiphon utilisé comme pompe permet de remonter un débit d'eau à une hauteur de refoulement fixée par les besoins de l'application et les possibilités physiques du dispositif. Le gazosiphon intégré dans le système géothermique visé a

pour objectif, comme on l'a vu au chapitre 1, d'être utilisé comme une pompe dans un circuit devant contrebalancer des contraintes de pressions. On souhaite donc à présent se positionner dans cette variante de "charge", qui suppose un fonctionnement du gazosiphon sans hauteur de refoulement et avec une contrainte de pression en sortie plus élevée que la pression atmosphérique. Pour faciliter d'éventuelles comparaisons avec la variante précédente de "refoulement", on utilisera une conduite de 200 m, dont la pression en sortie est fixée équivalente au poids d'une colonne d'eau de  $L = 50$  m, soit  $p_s = \rho_l g L$ . L'efficacité de pompage sera donc basée sur la puissance hydraulique créée par le gazosiphon, définie par l'équation (1.3).

On peut s'attendre à obtenir, pour un débit d'injection fixé, un pompage liquide plus important pour la variante de "refoulement" grâce à la longueur de conduite supplémentaire sur laquelle le gaz travaille à l'entraînement du liquide. Le poids de la colonne d'eau  $L$  est analogue à la pression fixée en sortie  $p_s$ , cependant la hauteur de refoulement  $L$  dans la variante de "refoulement", qui augmente la longueur totale de la conduite, permet au gaz d'induire un allègement supplémentaire de la colonne d'eau pour un débit donné. Une autre différence notable est la modification de la distribution de pression contrainte par la pression imposée en sortie. Le tracé des débits liquides en fonction des débits d'injection de gaz pour chaque cas est présenté sur la figure 3.17. La courbe légendée "lift" correspond à la variante n°1 avec une hauteur de refoulement de  $L = 50$  m. La courbe légendée "pression" correspond à la variante n°2 donc sans refoulement mais avec pression de sortie fixée. Globalement, les débits liquides pompés sont nettement inférieurs dans le cas d'une charge imposée en sortie. Dans la zone de fortes variations des débits liquides pompés, on relève des capacités de pompage multipliées jusqu'à un facteur 2 dans le cas de la variante n°1.

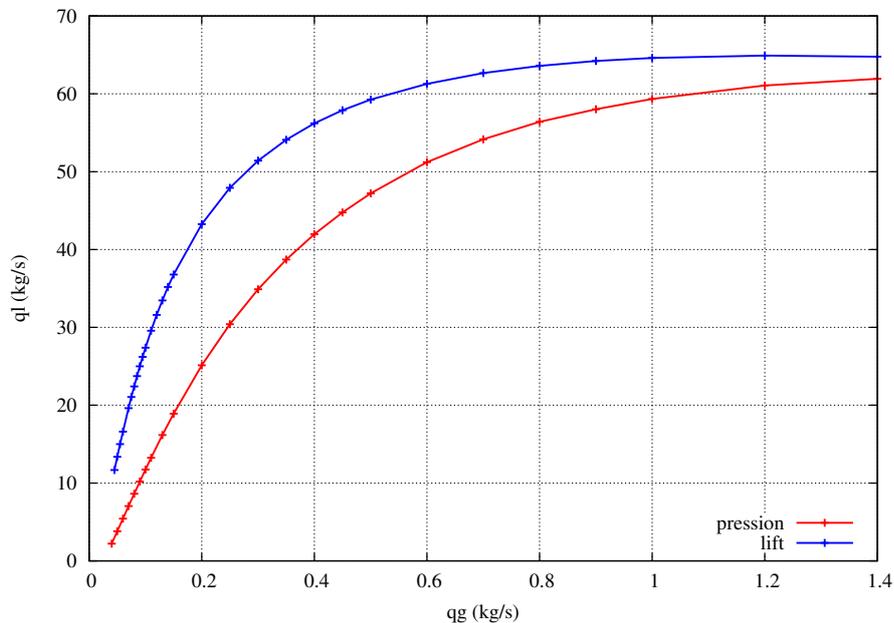


FIGURE 3.17 – Débit liquide en fonction du débit de gaz pour une charge en sortie  $p_s = \rho_l g L$  (courbe "pression") et pour la variante n°1 avec une hauteur de refoulement  $L = 50$  m (courbe "lift").

### 3.5.1 Efficacité de pompage

Le tracé de l'efficacité de pompage liquide en fonction des débits d'injection de gaz pour chacune des deux variantes est présenté sur la figure 3.18. L'efficacité maximum est légèrement supérieure, tout en étant décalée vers des débits d'injection plus importants. Pour rappel, l'efficacité de pompage dépend de la puissance liquide en sortie par rapport à la puissance de compression isotherme entre la pression de sortie et la pression d'injection. Sans rentrer dans le détail des valeurs numériques, on peut comparer la puissance du liquide en sortie pour chaque variante, respectivement  $P_{GS(lift)} = Q_l \rho_l g L$  et  $P_{GS(charge)} = Q_l \Delta p_s$ , où on rappelle que  $Q_l$  désigne le débit volumique de liquide tel que  $q_l = \rho_l Q_l$ .  $\Delta p_s$  et  $\rho_l g L$  ont été choisis pour être équivalents. Pour comparer la valeur des débits  $Q_l$ , on relève sur la figure 3.18 les valeurs des débits massiques gazeux qui correspondent aux efficacités maximales soit respectivement  $q_g$  égal à 0.075 kg/s pour la variante de "refoulement" et à 0.15 kg/s pour la variante de "charge". Les débits liquides correspondants à ces débits gazeux respectifs sur la figure 3.17 sont proches, avec une valeur légèrement supérieure (environ 21 kg/s contre 19 kg/s) pour la variante de "refoulement". D'autre part, la puissance de compression isotherme du gaz fait intervenir notamment le débit massique de gaz  $q_g$  et le gradient de pression entre l'entrée et la sortie  $p_{inj}/p_s$ . Le débit d'injection  $q_g$  est nettement inférieur pour variante de "refoulement", mais le rapport de compression est bien plus élevé puisque la pression initiale est la pression atmosphérique contre environ 6 bar pour la variante de "charge", ce qui permet de compenser le débit  $q_g$  plus élevé. A titre indicatif, la puissance de compression vaut environ 18.5 kW et 14.5 kW respectivement pour les variantes 1 et 2 dans les conditions d'efficacité maximum. La baisse du coût d'injection compense dans le cas 2 la légère perte de débit liquide en sortie, et permet d'obtenir des rendements légèrement meilleurs.

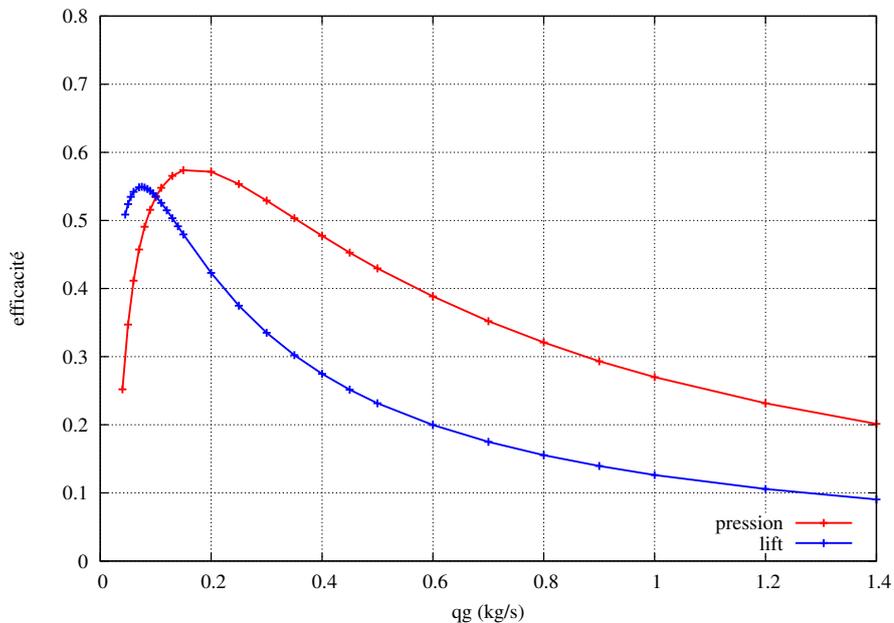


FIGURE 3.18 – Efficacité de pompage en fonction du débit de gaz pour une pression de sortie  $p = \rho_l g L$  et une hauteur de lift analogue  $L = 50$  m

### 3.5.2 Comparaison des distributions axiales

Nous comparons les distributions correspondant au fonctionnement optimal de chaque variante afin de lier le gain d'efficacité avec la physique de l'écoulement qui est modélisé. Les figures 3.19, 3.20, 3.21 et 3.22 décrivent les distributions respectives de la fraction de vide  $\alpha$ , de la pression  $p$ , de la vitesse de mélange  $u$  et des vitesses de chaque phase  $u_g$  et  $u_l$ . Les débits d'injection  $q_g = 0.075 \text{ kg/s}$  pour la variante de "refoulement" et  $q_g = 0.15 \text{ kg/s}$  pour la variante de "charge", sont choisis de manière à correspondre à l'efficacité optimale.

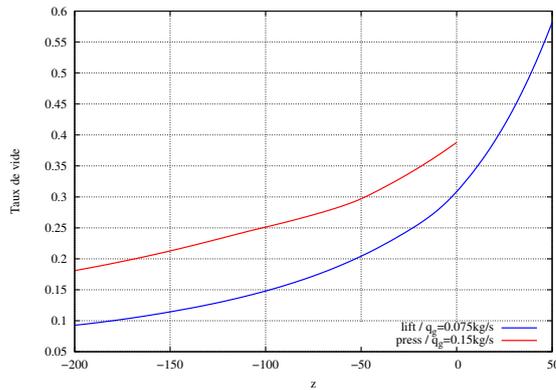


FIGURE 3.19 – Fraction de vide  $\alpha$  en fonction de la position  $z$  pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression).

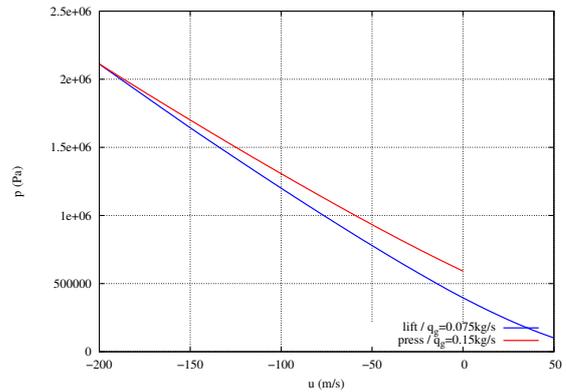


FIGURE 3.20 – Pression en fonction de la position  $z$  pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression).

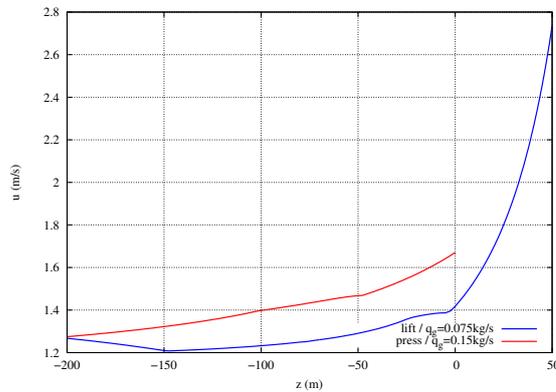


FIGURE 3.21 – Vitesse du mélange  $u$  en fonction de la position  $z$  pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression).

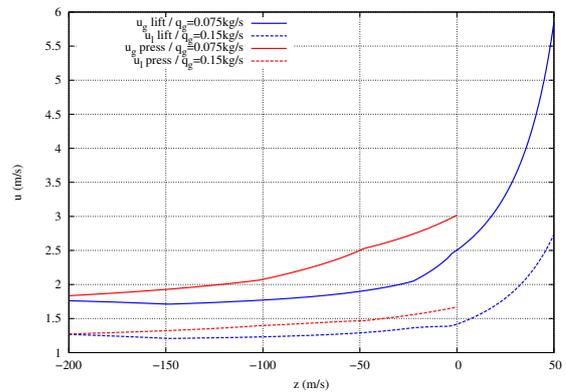


FIGURE 3.22 – Vitesse gaz et liquide en fonction de la position  $z$  pour les variantes 1 (refoulement) et 2 (pression).

Le débit d'injection est plus élevé dans la variante 2, ce qui se répercute sur la valeur de la fraction de vide dans la partie immergée de la conduite, (cf. Fig. 3.19), puisque la pression en entrée est équivalente. Cependant, la distribution de pression, présentée sur la figure 3.20, permet de limiter l'expansion des bulles à l'approche de la sortie. Bien que la fraction moyenne soit plus importante dans le cas d'une charge, son augmentation est plus progressive et permet, sur l'ensemble de la conduite, d'obtenir une meilleure efficacité d'entraînement du liquide. Que ce soit sur les fractions de vide (cf. Fig. 3.19) ou sur les vitesses (cf. Fig. 3.21 et 3.22), la zone supplémentaire de  $z = 0$  à  $z = 50 \text{ m}$  n'est pas rentable. Les fractions de vide et les vitesses étant fortement augmentées dans cette zone, l'efficacité de pompage est moindre et les frottements élevés. Le gain d'allègement, qui permet un débit liquide légèrement supérieur, allié au débit d'injection plus faible, ne

compense donc pas le rapport de compression plus coûteux énergétiquement. Finalement, la longueur de conduite supplémentaire ne permet pas d'obtenir un gain de débit suffisant pour compenser l'élévation du rapport de compression  $p_{inj}/p_{atm}$ .

On note que la variante n° 2 avec pression imposée en sortie présente encore l'inconvénient, à l'instar de la variante n° 1 avec hauteur de refoulement, mais dans une moindre mesure, de présenter une configuration à poches ( $\alpha > 0.3$ ) à l'approche de la sortie (voir la distribution des fractions de vide sur la figure 3.19).

### 3.5.3 Variation de pression de sortie

Au même titre que l'influence de la hauteur de refoulement a été analysée dans la variante 1, on peut analyser pour la variante 2 l'impact de la variation de la pression imposée en sortie sur l'évolution de l'efficacité de pompage. Le débit liquide pour plusieurs pressions de sortie est tracé sur la figure 3.23 ; il diminue globalement de façon très significative lorsque la contrainte de pression en sortie augmente. Ce phénomène est encore plus net que dans le cas d'une hauteur de refoulement (cf. Fig. 3.15) puisqu'il n'y a aucune longueur de conduite supplémentaire qui permette de contrebalancer l'influence de la contrainte en sortie sur le pompage liquide.

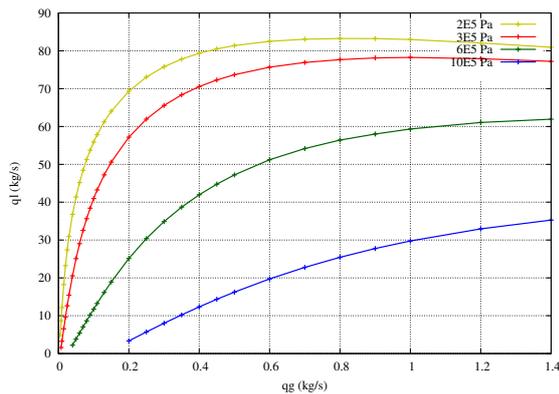


FIGURE 3.23 – Débit liquide en fonction du débit d'injection pour différents niveaux de pression imposée en sortie.

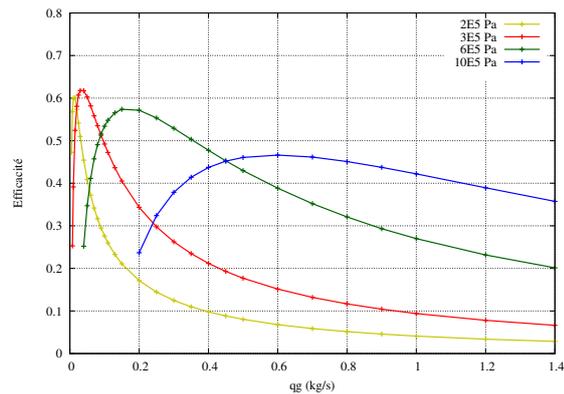


FIGURE 3.24 – Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour différents niveaux de pression imposée en sortie.

L'évolution de l'efficacité maximale, présentée sur la figure 3.24, se comporte différemment. Elle augmente avec la diminution de la pression imposée en sortie, jusqu'à atteindre un maximum aux alentours de  $p_s = 3.10^5$  Pa, soit un rapport entre pression de sortie et d'injection de 0.14. Ce rapport de pression suppose donc une fraction de vide moyenne minimum de 0.14, si on néglige la variation de densité du gaz, pour permettre la création d'un mouvement ascendant. Cet allègement minimum faible, corrélé à la limitation des valeurs maximales de la fraction de vide, doit ainsi permettre la conservation d'un écoulement majoritairement à bulles, favorable à l'efficacité d'entraînement. La pression en sortie qui permet d'obtenir le pic d'efficacité maximum reste faible devant la longueur de la conduite. Cependant par analogie aux rapports  $S_r$  précédemment étudiés (cf. section 3.4.3), en reliant  $p_s$  avec le poids  $\rho g L$ , la configuration optimale correspond ici à une contrainte plus élevée que pour la variante 1 dans laquelle la hauteur de refoulement optimale était très faible (cf. Fig. 3.16).

L'homogénéisation de la distribution de fraction de vide, c'est à dire des valeurs minimales

à la hausse et des valeurs maximums contenues, ne permet pas d'obtenir des gains très significatifs sur l'efficacité maximum (cf. Fig. 3.16). Cependant il est possible, si on compare les figures 3.16 et 3.24 des variantes 1 et 2, d'obtenir des efficacités convenables sur des gammes de contraintes en sortie légèrement plus large, et pour des plages de débits d'injection plus importante.

### 3.5.4 Profondeur d'injection

La profondeur d'injection, tous paramètres géométriques et physiques étant fixés par ailleurs (notamment une pression de sortie fixée à  $p_s = 6 \text{ bar}$ ), est un autre moyen de modifier le rapport entre pression d'injection et pression de sortie. Les débits liquides et l'efficacité de pompage pour plusieurs longueurs de conduite sont présentés sur les figures 3.25 et 3.26. L'injection de gaz est systématiquement réalisée ici en pied de conduite, de sorte que faire varier la profondeur d'injection revient à faire varier la longueur immergée de la conduite. On retrouve une efficacité de pompage maximum pour un rapport de pression d'environ 0.1, dans le même ordre de grandeur que le point de fonctionnement optimal précédent (cf. Fig. 3.24). Dans l'absolu, l'augmentation de la profondeur d'injection permet d'augmenter la contrainte de pression en sortie qu'il est possible de compenser pour créer un débit liquide.

D'après la configuration optimale précédemment identifiée pour une pression de sortie imposée  $p_s = 3 \text{ bar}$  (cf. Fig. 3.24), on obtient logiquement pour  $6 \text{ bar}$  une longueur de conduite optimale plus importante, ici aux alentours de 500 m.

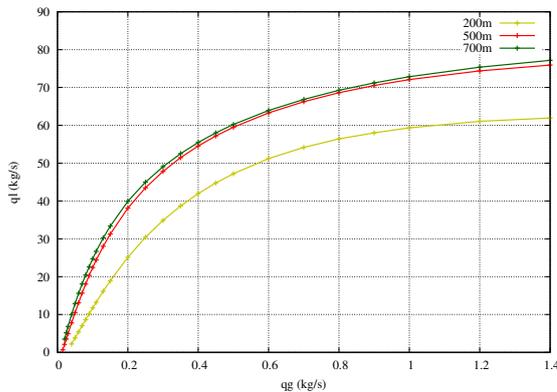


FIGURE 3.25 – Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs longueurs de conduite

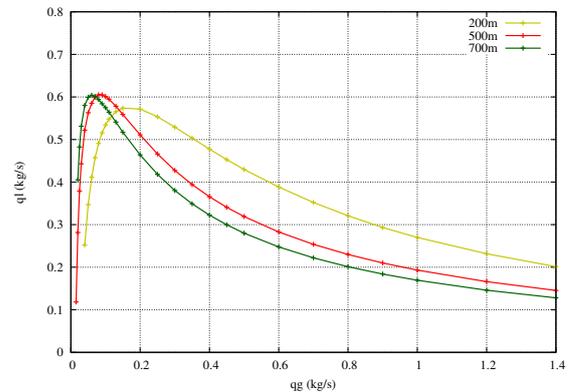


FIGURE 3.26 – Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs longueurs de conduite

### 3.5.5 Variation du diamètre

Le fonctionnement du gazosiphon à diamètre fixé implique des contraintes physiques sur les débits liquides maximums. L'augmentation de la fraction de vide nécessite des vitesses de plus en plus importantes pour obtenir des débits liquides équivalents, puisque la section de passage du liquide en dépend. La capacité de pompage plafonne donc principalement en fonction des limitations relatives à la section de la conduite. L'augmentation du diamètre du gazosiphon permet d'augmenter les capacités de pompage puisque le débit volumique d'eau pour une fraction de vide équivalente sera plus important. Le débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs diamètres de conduite est présenté sur la figure

3.27. La diminution de la fraction de vide à débit d'injection fixé permet de repousser l'efficacité maximale vers des débits  $q_g$  plus élevés (voir figure 3.28). La diminution des frottements pariétaux permet de gagner quelques points d'efficacité de pompage. Globalement, l'intérêt de l'augmentation du diamètre de la conduite, tant qu'il reste négligeable devant les longueurs, réside dans la possibilité de découpler les capacités de pompage du liquide dans l'absolu, à efficacité de pompage équivalente (à l'influence des frottements pariétaux près).

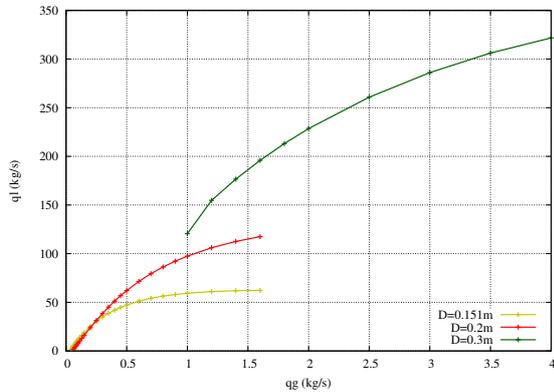


FIGURE 3.27 – Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs diamètres de conduite

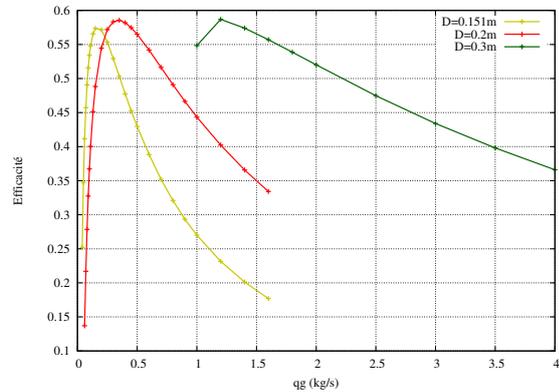


FIGURE 3.28 – Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs diamètres de conduite

Le modèle utilisé a été validé pour des diamètres de 0.151 m au maximum sur le cas Saito *et al.* [2004]. La cohérence des résultats de la simulation pour des diamètres trop éloignés de cet ordre de grandeur n'est donc pas assurée. L'incertitude sur l'occurrence des changements de configuration ainsi que les modifications de la structure de l'écoulement liées au rapport entre les tailles de bulles et le diamètre peuvent fausser la justesse des prédictions de la simulation. L'impact de l'évolution de la section sur les performances semble qualitativement cohérente mais l'absence de points de comparaison expérimentaux limite la fiabilité des prédictions du modèle. D'ailleurs, les dispositifs à diamètres variables ne sont pas détaillés faute de points de comparaison expérimentaux.

### 3.5.6 Variation de température

La géothermie en général et *a fortiori* le contexte spécifique du système original introduit au chapitre 1 suppose des différences importantes entre la température de la source chaude et la température froide en surface, pouvant dépasser 100 °C. Ici, pour le gazosiphon étudié seul, c'est uniquement la température de la source chaude qui sera considérée. Cette température sera la température d'injection du mélange, donc commune au gaz et au liquide, au pied d'une conduite adiabatique. On cherchera ici à quantifier l'influence de cette température sur le pompage. Différentes valeurs seront choisies, égales à 288 K, 303 K, 353 K et 403 K ; elles correspondent à des ordres de grandeurs typiquement rencontrés dans le contexte de la géothermie.

Plus le gaz est chaud, plus il occupe un volume important à débit massique égal. Ainsi, à débit massique d'injection fixé, le gain de volume induit par l'augmentation de la température permet un allègement global de la colonne fluide plus important, et donc un pompage plus élevé. On peut le constater sur la figure 3.29, qui présente l'évolution du débit liquide en fonction du débit d'injection, pour plusieurs températures dans la conduite. A

haute température, le débit liquide augmente plus rapidement avec le débit d'injection et reste supérieur aux débits observés pour des températures plus faibles, jusqu'à atteindre un plateau aux alentours de  $q_g = 1.2 \text{ kg/s}$ , lorsque l'augmentation de la fraction de vide ne permet plus d'augmenter significativement le pompage. Pour un débit d'injection fixé, l'élévation de la température permet d'obtenir un gain sur les débits massiques de l'ordre de 20% sur un large intervalle de pompage autour de la zone de haute efficacité.

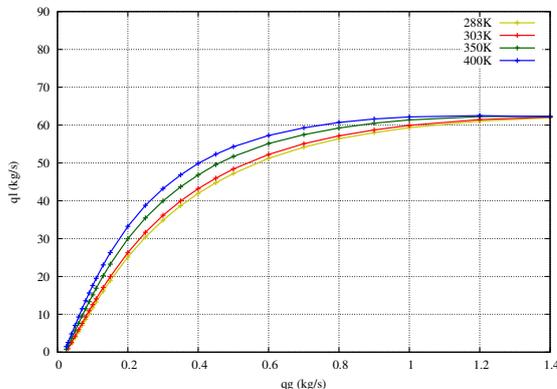


FIGURE 3.29 – Débit liquide en fonction du débit d'injection pour plusieurs températures dans la conduite

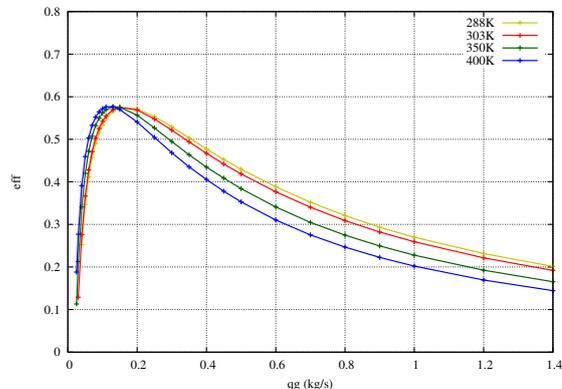


FIGURE 3.30 – Efficacité de pompage en fonction du débit d'injection pour plusieurs températures dans la conduite

Dans le cadre du modèle physique utilisé, la température n'a pas d'influence notable sur les rendements maximums. Le coût de compression du gaz dans le calcul de l'efficacité de pompage est évalué en considérant une compression isotherme à la température fixée dans le gazosiphon. On verra dans le chapitre 5 que la compression, bien que n'étant pas isotherme, sera réalisée sur la base d'une température froide, indépendamment donc de la température dans le gazosiphon. L'augmentation du volume occupé par le gaz à haute température dans le gazosiphon ne sera pas compensée par l'influence de cette température élevée sur l'augmentation de l'énergie nécessaire à la compression. De fait l'efficacité de pompage maximum calculée sur la base d'une compression à faible température augmentera à mesure que la température dans le gazosiphon s'élèvera.

Les différentes études de sensibilité qui viennent d'être réalisées constituent autant d'indications utiles pour mettre en place la démarche de dimensionnement optimal visée pour le dispositif final et qui sera réalisée dans le dernier chapitre 5 du mémoire. Avant de procéder à ce dimensionnement, le chapitre qui suit aborde un aspect supplémentaire de la démarche d'analyse d'un gazosiphon : prendre en compte la présence de paramètres incertains dans la description du dispositif et être en mesure de quantifier l'influence de ces paramètres sur la variabilité résultante des performances du gazosiphon utilisé comme pompe.



---

## Chapitre 4

---

# Analyse d'un gazosiphon en présence d'incertitudes

---

Le précédent chapitre 3 a proposé une analyse paramétrique de l'influence de paramètres tels que le diamètre de la conduite, la profondeur d'injection, le niveau de pression en sortie et le niveau de température sur les performances d'un gazosiphon utilisé comme pompe dans un contexte géothermique. Dans le chapitre 5 suivant du mémoire, la problématique du dimensionnement d'un tel gazosiphon sera abordée, en passant d'une simple étude paramétrique du seul gazosiphon à un problème d'optimisation globale de ses performances lorsqu'il est intégré dans un système de production d'énergie exploitant une source géothermique. Cette optimisation sera menée tout d'abord dans un classique cadre déterministe qui suppose connus tous les paramètres du système, à la fois les paramètres physiques (conditions de fonctionnement fixées) et les paramètres de modélisation (essentiellement dans notre cas les paramètres utilisés dans la construction de la fermeture thermodynamique du modèle à flux de dérive). Le cas plus réaliste d'une optimisation dite robuste, c'est-à-dire prenant en compte les incertitudes qui existent notamment sur les paramètres de modélisation, sera aussi considéré. Pour mener une telle optimisation robuste, il est nécessaire de pouvoir propager les incertitudes dans le modèle physique et de quantifier leur effet sur les grandeurs d'intérêt, notamment sur l'efficacité du dispositif dans notre cas.

L'objet du présent chapitre 4 est de présenter la méthode adoptée dans cette thèse pour propager et quantifier les incertitudes physiques et de modélisation, avant de la mettre en œuvre pour l'optimisation robuste qui vient d'être évoquée. La première section du chapitre est consacrée à l'analyse des paramètres incertains du dispositif étudié : il convient en effet de justifier la prise en compte de la variabilité de certains paramètres et de préciser autant que possible les caractéristiques (amplitude notamment) de cette variabilité. La deuxième section est ensuite consacrée à la présentation de la méthode de quantification et de propagation d'incertitudes mise en œuvre dans ce travail. La raison pour laquelle une classique méthode dite non-intrusive, de type "Chaos Polynômial", a été finalement retenue, sera expliquée et justifiée en comparaison d'une méthode plus originale, dite semi-intrusive, également explorée ; cette dernière méthode avait été proposée par l'un des partenaires du projet ANR "Uncertain Flow Optimization" dans le cadre duquel cette thèse s'est déroulée. La troisième section du chapitre analyse les résultats de la quantification d'incertitude appliquée au gazosiphon utilisé comme pompe, tandis que la quatrième

section présente une démarche analogue dans des conditions spécifiques, analogues au contexte de la géothermie.

## 4.1 Paramètres incertains du dispositif étudié

Les paramètres du dispositif qui peuvent faire l'objet d'une prise en compte d'incertitudes sont classiquement répartis en deux catégories :

- on peut évaluer d'une part un certain nombre d'incertitudes physiques, c'est-à-dire liées aux données physiques ou aux conditions de fonctionnement qui ne sont pas connues avec une précision suffisante. Ces incertitudes concernent principalement les paramètres qui définissent les deux fluides de l'écoulement, la physique des matériaux du gazosiphon, ainsi que les conditions aux limites fixées aux bornes du gazosiphon. Le but de la quantification d'incertitudes sur ces paramètres est, par exemple, de reproduire numériquement l'erreur introduite (et mesurée) dans des résultats expérimentaux, ou de prendre en compte la méconnaissance de paramètres physiques pouvant être la cause d'écart entre résultats numériques et réels.
- l'autre type d'incertitudes concerne les modèles utilisés. Les corrélations qui font office de lois de fermeture pour le système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires du modèle mathématique mis en place sont établies sur des bases en partie empiriques, ou issues de modèles eux-mêmes empreints d'une certaine dose d'empirisme. Il convient donc de quantifier la sensibilité des résultats de simulation à la variabilité de certains des paramètres des modèles physiques mis en œuvre.

L'objet de la présente section est donc d'identifier les différents paramètres qui sont susceptibles d'être incertains avec une première estimation de leur degré de variabilité.

### 4.1.1 Incertitudes de modélisation

Les incertitudes de modélisation sont dans notre simulation principalement liées à la complexité des écoulements diphasiques, qui n'est pas toujours restituée fidèlement avec des relations semi-empiriques. Les corrélations qui ne sont pas propres à la description du caractère diphasique de l'écoulement seront en revanche considérées comme suffisamment précises. Il s'agit des relations utilisées pour décrire les frottements pariétaux, la loi de fermeture thermodynamique ou encore les calculs de pertes de charge. La loi de fermeture hydrodynamique qui fait la particularité du modèle de mélange utilisé ici retiendra toute notre attention et plus précisément encore, l'expression de la vitesse relative moyennée du gaz par rapport au liquide  $u_r$ . La loi de fermeture (2.29) qui la donne s'écrit :

$$u_r(\rho, u, c) = \frac{\rho_l [V_{gj} + (C_0 - 1)u]}{\rho_l + C_0(\rho - \rho_l)} \cdot \frac{1}{1 - c}$$

Elle fait apparaître deux paramètres-clés : la vitesse de dérive locale  $V_{gj}$  et le paramètre de distribution  $C_0$ . En outre, les expressions (2.34) pour le paramètre de distribution  $C_0$  et (2.38) pour la vitesse de dérive locale ont été décrites au chapitre 2 et sont rappelées pour mémoire ici :

$$C_0 = 1.2 - 0.2\sqrt{\frac{\rho_g}{\rho_l}}$$

$$V_{gj} = \begin{cases} 1.41 \left( \frac{\sigma g \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l^2}} \right)^{1/4} & \text{si } \alpha \leq 0.25 \\ 0.35 \sqrt{g D \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l}} & \text{si } \alpha \geq 0.3 \end{cases}$$

Les valeurs numériques qui apparaissent dans ces expressions, notamment sur le critère de changement de configuration d'un écoulement à bulles vers un écoulement à chapeaux de Taylor, caractérisées par des valeurs de seuil pour la fraction de vide  $\alpha$ , constituent autant de sources d'incertitudes potentielles pour la loi fermeture hydrodynamique qui va être analysée dans cette section.

La première source d'incertitude notable du modèle physique utilisé réside donc dans ce critère qui est fixé dans le modèle adopté par les valeurs  $\alpha = 0.25$  et  $\alpha = 0.3$ . Le critère utilisé est simple et s'avère efficace au regard des comparaisons avec l'expérience réalisées au chapitre 3. Cependant, il a déjà été observé dans le chapitre 2 qu'un certain nombre de paramètres physiques et chimiques peuvent modifier les propriétés du liquide ou du gaz, provoquant l'avance ou le retard de la transition vers un écoulement à chapeaux de Taylor causée par la prédominance des phénomènes de coalescence des bulles lorsque la fraction de vide devient trop importante. La position et la taille de l'intervalle de transition entre écoulement à bulles et écoulement à poches, en fonction de la fraction de vide, ne sont donc pas définies avec certitude par le choix  $[0.25, 0.3]$ , au regard des études expérimentales de la littérature de gazosiphons de grand diamètre décrites dans le chapitre 2. Schlegel *et al.* [2009]; Smith *et al.* [2012] observent une transition progressive de la configuration d'écoulement entre  $\alpha = 0.2$  et  $\alpha = 0.3$ . Song *et al.* [1995] établit un critère de transition donné par  $\alpha_c = 0.55 - 2.37(d_b/D)$ , qui prédit une transition pour une fraction de vide qui peut monter jusqu'à  $\alpha = 0.43$  dans certains cas étudiés où le rapport entre la taille de bulle injectée  $d_b$  et le diamètre de la conduite est faible. Par ailleurs, les résultats expérimentaux de Omebere-Iyari *et al.* [2007] mettent en évidence un point de transition pouvant atteindre une fraction de vide encore plus importante, égale à  $\alpha = 0.68$  dans certaines configurations particulières. Cette gamme possible de valeurs de fraction de vide associées à des changements de configurations peut être prise en compte par la mise en place de paramètres incertains sur le point de transition et l'intervalle de transition, initialement fixé à  $[0.25, 0.3]$  dans notre modèle, afin d'englober des valeurs plus étendues observées dans certaines analyses expérimentales. Typiquement, l'intervalle de variation de la transition oscille entre  $\alpha = 0.2$  et  $\alpha = 0.5$ . Les valeurs extrêmes de quelques rares études sont évitées. Ainsi la revue qui vient d'être réalisée permettra de définir une variabilité réaliste des bornes de la zone de transition d'une configuration d'écoulements à bulles à une configuration à chapeaux de Taylor

La relation rappelée ci-dessus pour le paramètre  $C_0$  est utilisée dans la littérature pour une large gamme de cas tests. Cependant, on peut noter d'une part que certains résultats expérimentaux sur la base desquels cette relation a été établie initialement présentent des écarts par rapport à la courbe théorique, qui sont visibles par exemple sur les courbes présentées par Kataoka & Ishii [1988] et Ishii & Hibiki [2006] qui sont reproduites sur les figures 4.1 et 4.2. Ces résultats expérimentaux ne sont pas représentatifs des configurations propres au contexte de la géothermie de cette thèse, mais leur dispersion reste significative de résultats qui pourront être éventuellement observés. D'autre part, certaines études laissent entrevoir que  $C_0$  peut prendre des valeurs supérieures à 1.2, notamment dans le cas d'une recirculation du fluide en proche paroi (cf. Hibiki & Ishii [2003]). Par soucis de simplicité, la corrélation décrivant  $C_0$  ne sera pas abandonnée au profit d'autres expressions supposées plus abouties proposées par exemple par Hibiki & Ishii [2003] pour des conditions

d'écoulement spécifiques. La forme fonctionnelle "déterministe" (2.34) de cette relation sera donc conservée mais il sera admis que la valeur effective de  $C_0$  fournie par cette relation peut en réalité fluctuer de  $\pm 5\%$  autour de sa valeur théorique de référence. Il sera ainsi intéressant de pouvoir caractériser la sensibilité de la prédiction numérique à cette variabilité.

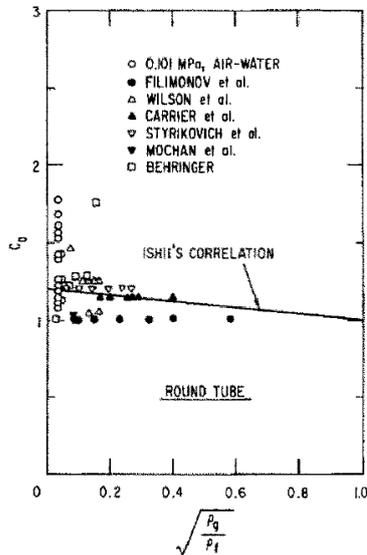


FIGURE 4.1 – Courbes théoriques du paramètre de distribution  $C_0$  et valeurs expérimentales Kataoka & Ishii [1988]

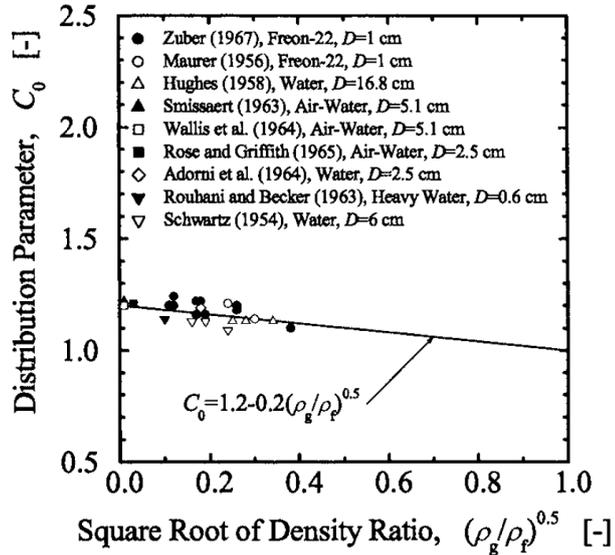


FIGURE 4.2 – Courbes théoriques du paramètre de distribution  $C_0$  et valeurs expérimentales Ishii & Hibiki [2006]

La variation des valeurs expérimentales de  $V_{gj}$  par rapport aux corrélations semi-empiriques existantes peut être observée sur les figures 4.3 et 4.4 ; ces données expérimentales fournissent des informations utiles sur l'ordre de grandeur de l'incertitude que l'on peut envisager pour ce paramètre. De nouveau, remarquons que la dispersion des résultats observés sur ces figures illustre la dispersion des écarts obtenus sur des configurations diverses, qui ne sont pas nécessairement directement représentatives des configurations visées ici de gazosiphons. Les écarts observés ici sont de l'ordre de  $\pm 50\%$ . Les disparités importantes entre résultats expérimentaux et corrélations de la littérature ne sont pas étonnantes compte tenu de la complexité physique associée à la caractérisation du mouvement relatif des bulles par rapport à la phase liquide (propriétés physico-chimiques des fluides, caractéristiques des bulles, ...). Cette complexité ne peut évidemment pas être entièrement décrite par les seules corrélations étudiées ici. Il sera donc également légitime d'introduire une variabilité importante pour les paramètres  $V_{gjb}$  et  $V_{gjs}$  caractérisant l'expression de la vitesse de dérive.

#### 4.1.2 Incertitudes physiques et de fonctionnement

Deux paramètres de contrôle du fonctionnement des gazosiphons étudiés sont le débit d'injection de gaz  $q_g$  et la température  $T$  dans le gazosiphon. L'incertitude associée en pratique aux valeurs prescrites pour ces conditions de fonctionnement ont évidemment une influence sur les performances du gazosiphon, et ce lien sera étudié prioritairement. D'autres paramètres physiques et de fonctionnement sont évidemment sujets à approximation dans leur expression selon les contextes étudiés et les données à disposition. Il n'est cependant pas souhaitable de multiplier artificiellement les incertitudes à prendre

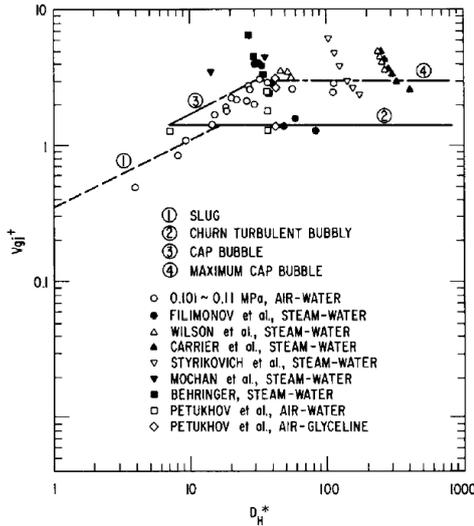


FIGURE 4.3 – Courbes théoriques de la vitesse de dérive locale et valeurs expérimentales Kataoka & Ishii [1988]

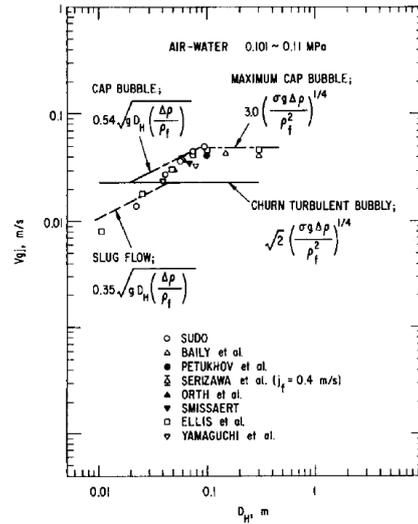


FIGURE 4.4 – Courbes théoriques de la vitesse de dérive locale et valeurs expérimentales Kataoka & Ishii [1988]

en compte et il vaut mieux se concentrer plutôt sur l'analyse de l'influence relative des incertitudes de modélisation précédemment décrites et de ces incertitudes physiques sur le point de fonctionnement du dispositif.

Dans la littérature pertinente, aucune information quantitative dans les données expérimentales sur l'erreur susceptible d'être commise n'a pu être trouvée quant à la prescription d'un débit d'injection de gaz dans le gazosiphon. La configuration de Saito *et al.* [2004], décrite dans la section 4.3 et précédemment calculée dans un cadre purement déterministe sera reprise en faisant une hypothèse "raisonnable" sur l'incertitude associée à  $q_g$  et en se focalisant sur l'influence de cette incertitude par rapport aux incertitudes de modélisation.

La température  $T$  dans le gazosiphon a une influence appréciable sur les performances du dispositif comme souligné dans la section 3.5.6, puisqu'elle influe sur la densité, et donc la fraction de vide, via la loi des gaz parfaits. Dans une configuration typique du contexte de la géothermie, la température dans le gazosiphon résultant des transferts avec l'aquifère présente une variabilité naturelle qui peut être importante. Dans la section 4.4, l'influence de cette incertitude relative à  $T$  sur la performance du gazosiphon sera comparée à celle des incertitudes de modélisation.

## 4.2 Méthodologies de quantification d'incertitudes

### 4.2.1 Généralités

Nous avons détaillé au chapitre précédent l'approche numérique développée pour résoudre le modèle physique à flux de dérive adopté pour décrire l'écoulement dans un gazosiphon de grande taille utilisé comme pompe. En reprenant les notations de ce chapitre, nous avons donc construit une méthode numérique permettant de calculer le champ  $Q(z)$  solution stationnaire du système :

$$\frac{\partial Q}{\partial \tau} + \frac{\partial \mathcal{F}^c}{\partial z} + \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial z} = \mathcal{S}(Q) \quad (4.1)$$

complété par les fermetures (thermodynamique, hydrodynamique) et les conditions aux limites détaillées au chapitre 3. Dans le présent chapitre, nous souhaitons calculer le champ  $\mathcal{Q}$  lorsque la fermeture hydrodynamique et les conditions aux limites du problème ne sont plus connues de façon certaine mais dépendent de variables aléatoires rassemblées dans un vecteur  $\vec{\xi}$ . Pour fixer les idées et dans la lignée de l'analyse présentée dans la section précédente, ces variables aléatoires peuvent permettre de décrire par exemple l'incertitude sur les coefficients de la fermeture hydrodynamique ou encore sur le débit de gaz injecté dans le dispositif. Nous cherchons donc désormais à calculer  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$  solution de (4.1) devenu un problème stochastique avec fermeture hydrodynamique et conditions aux limites dépendant de  $\vec{\xi}$ . Puisque le champ  $\mathcal{Q}$  dépend désormais des incertitudes  $\vec{\xi}$ , de fonctions densités de probabilité (*pdf*) supposées connues, les quantités d'intérêt propres à notre analyse (par exemple le débit liquide produit ou encore l'efficacité de pompage) sont également des fonctions de  $\vec{\xi}$ . Quantifier l'effet des incertitudes sur ces quantités d'intérêt suppose de pouvoir calculer, au moins, les premiers moments statistiques des quantités d'intérêt, par exemple  $\bar{q}_l$  la moyenne du débit liquide et  $\sigma_{q_l}$  l'écart-type sur le débit liquide, quand les variables aléatoires  $\vec{\xi}$  sont décrites par des *pdf* connues. Les méthodologies développées pour propager des incertitudes dans un modèle physique et quantifier l'effet de ces incertitudes sont dénommées de façon générale comme des méthodes ou méthodologies de Quantification d'Incertitude ou *Uncertainty Quantification* dans la littérature anglo-saxonne. Nous adopterons, suivant en cela de nombreux auteurs, la notation abrégée "méthode UQ" pour désigner de façon générale une méthode de propagation et quantification d'incertitudes.

De nombreuses approches UQ ont été proposées dans la décennie écoulée pour aborder la résolution d'un problème stochastique dans le contexte général de la simulation des écoulements. Iaccarino [2008] propose une revue complète des différentes méthodes disponibles à la fin des années 2000. Il est intéressant de classer ces méthodes selon le degré d'intrusivité qu'elles introduisent dans la résolution du problème stochastique. Ce degré d'intrusivité correspond à l'importance des développements à réaliser dans le solveur déterministe initialement disponible, *i.e.* dans notre cas par l'outil numérique permettant la résolution de (4.1) sans prise en compte des variables aléatoires  $\vec{\xi}$ , afin de lui donner la capacité à résoudre le problème avec prise en compte des incertitudes :

- les méthodes UQ dites non-intrusives sont celles qui permettent de calculer les premiers moments de quantités d'intérêt en réutilisant le code déterministe sans le modifier. Elles sont donc particulièrement attractives en termes de facilité d'utilisation mais le prix à payer pour cette flexibilité peut être le coût de mise en oeuvre et/ou le manque de généralité de ces méthodes qui s'appuient en particulier sur des hypothèses relatives au *pdf* décrivant les variables aléatoires.
- les méthodes UQ dites intrusives transforment le code déterministe initial en un nouveau code "stochastique" permettant le calcul de  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$ . La réécriture d'un code de résolution stochastique peut s'avérer utile pour gagner en efficacité de résolution par rapport à une méthode non-intrusive mais le prix à payer réside dans le temps de développement d'un nouveau code de résolution.
- des approches intermédiaires dites semi-intrusives ont été récemment proposées par Barth [2011] et Abgrall *et al.* [2013]. Elles sont qualifiées de "semi-intrusives" car les modifications à apporter au code déterministe originel sont d'amplitude limitée. Ceci est rendu possible par une approche fondamentalement différente des méthodes UQ spectrales qui sont les plus répandues : la solution stochastique n'est pas décomposée en une série de modes, ce qui caractérise les approches spectrales, mais discrétisée dans un espace "augmenté" qui contient à la fois les dimensions de l'espace physique et les dimensions de l'espace stochastique (nombre de composantes du vecteur des

variables aléatoires  $\vec{\xi}$ ).

Dans le cadre du projet UFO, notre contribution s'est tout d'abord focalisée sur l'évaluation de deux stratégies UQ : une classique stratégie non-intrusive basée sur le concept de Chaos Polynomial et l'approche semi-intrusive originale proposée par Abgrall *et al.* [2013], partenaires du projet UFO. Dans les sections qui suivent, ces deux approches sont présentées, ainsi que la justification du choix final de l'approche non-intrusive pour mener à bien le second volet de notre contribution. Cette dernière porte sur l'application de cette méthode UQ à l'analyse et à l'optimisation d'un gazosiphon utilisé comme pompe en présence d'incertitudes sur les paramètres physiques et sur la modélisation.

## 4.2.2 Chaos Polynomial Non Intrusif

La méthode UQ dite de Chaos Polynomial Non Intrusif appartient à la catégorie des méthodes spectrales de quantification d'incertitude, qui sont décrites de façon très complète dans l'ouvrage de référence [Le Maître & Knio, 2010].

Cette approche (qui est désignée par la suite en abrégé "méthode NIPC" pour "*Non-Intrusive Polynomial Chaos*") a été mise en oeuvre en s'appuyant sur la bibliothèque NISP (*Non Intrusive Spectral Projection*) développée par le CEA (DM2S/SFME) et EDF [Baudin & Martinez, 2010]. Cette méthode sera ici présentée en mettant l'accent sur les modalités pratiques de sa mise en oeuvre plutôt que sur ses fondements théoriques, dans la mesure où notre démarche est à caractère applicatif.

Dans le contexte général d'une approche spectrale, nous supposons que la solution  $Q(z, \vec{\xi})$  du problème stochastique peut être exprimée comme un développement sur une base polynomiale :

$$Q(z, \vec{\xi}) = \sum_{\beta=0}^{\infty} Q_{\beta}(z) \Psi_{\beta}(\vec{\xi}) \quad (4.2)$$

où les polynômes  $\Psi_{\beta}$  définissant la base dépendent des *pdf* associées aux variables aléatoires mais sont connus et où les  $Q_{\beta}(z)$  sont des coefficients à déterminer. Depuis les travaux de Ghanem & Spanos [1991], les approches spectrales stochastiques ont suscité un intérêt considérable. Les différentes approches développées jusqu'à ce jour se distinguent par le choix des bases de fonctions  $\Psi_{\beta}$  et la méthode de calcul des coefficients  $Q_{\beta}$  de la décomposition. De nombreux choix ont été proposés pour la construction de  $\Psi_{\beta}$ . Les choix classiques s'appuient sur des constructions traditionnelles de bases polynomiales : chaos polynomial [Wiener, 1938; Ghanem & Spanos, 1991], chaos polynomial généralisé [Xiu & Karniadakis, 2003], interpolants de Lagrange [Loeven *et al.*, 2007] ... Le choix d'une représentation spécifique dépend en particulier des propriétés de régularité des fonctions à représenter. Par exemple, pour une variable aléatoire avec une densité de probabilité gaussienne, les polynômes d'Hermite seront utilisés alors que dans le cas d'une loi uniforme, ce seront les polynômes de Legendre. Afin de faire une présentation aussi concrète que possible des ingrédients de la méthode NISP tout en conservant une certaine simplicité descriptive, nous supposerons dans la suite de cette présentation que les variables aléatoires  $\xi_i$  qui forment les  $M$  composantes du vecteur  $\vec{\xi}$  sont toutes décrites par une *pdf* uniforme sur l'intervalle  $[-1, 1]$ .

En pratique, le développement (4.2) ne peut pas être réalisé pour  $\beta$  variant jusqu'à

l'infini et doit donc être nécessairement tronqué :

$$\mathcal{Q}(z, \vec{\xi}) = \sum_{\beta \in \mathcal{A}} Q_{\beta}(z) \Psi_{\beta}(\vec{\xi}) \quad (4.3)$$

où l'indice  $\beta$  désigne précisément le multi-entier  $\beta = \beta_1, \dots, \beta_M$ , avec  $M$  le nombre de variables aléatoires considérées. On note  $|\beta| = \sum_{i=1}^M \beta_i$ . L'ensemble  $\mathcal{A}$  auquel appartient  $\beta$  est défini comme  $\mathcal{A} = \beta \in N^M : |\beta| \leq p$  avec  $p$  l'ordre retenu pour le développement polynomial. Imaginons par exemple que  $M = 2$  variables aléatoires  $(\xi_1, \xi_2)$  sont prises en compte dans le problème stochastique et que l'ordre retenu pour le développement polynomial est  $p = 2$ . L'ensemble  $\mathcal{A}$  contient alors les 6 indices multi-entiers :  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(1, 1)$ ,  $(0, 2)$ , qui peuvent être numérotés de  $\beta = 0$  pour  $(0, 0)$  à  $\beta = 5$  pour  $(0, 2)$ .

Le polynôme  $\Psi_{\beta}(\vec{\xi})$  de la base spectrale est alors construit comme le produit de  $M$  polynômes mono-variable :

$$\Psi_{\beta}(\vec{\xi}) = \prod_{i=1}^M \Psi_{\beta_i}(\xi_i) \quad (4.4)$$

Dans le cas particulier d'une variable aléatoire  $\xi_i$  décrite par une *pdf* uniforme sur  $[-1, 1]$ , les fonctions  $\Psi_{\beta_i}^i$  sont formées à partir des polynômes de Legendre  $\mathcal{P}_{\beta_i}^i(\xi_i)$  :

$$\Psi_{\beta_i}^i(\xi_i) = \frac{\mathcal{P}_{\beta_i}^i(\xi_i)}{\sqrt{\frac{1}{2\beta_i+1}}} \quad (4.5)$$

On a ainsi, par définition des polynômes de Legendre :

$$\Psi_0^i(\xi_i) = 1 \quad , \quad \Psi_1^i(\xi_i) = \sqrt{3}\xi_i \quad , \quad \Psi_2^i(\xi_i) = \frac{\sqrt{5}}{2}(3\xi_i^2 - 1) \quad , \quad \dots \quad (4.6)$$

Les polynômes  $\Psi_i(\vec{\xi})$  qui forment la base de développement de  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$  dans le cas particulier de 2 variables aléatoires de *pdf* uniforme et d'un développement de degré  $p = 2$  sont alors construits en appliquant (4.4) soit :

$$\begin{aligned} \Psi_0(\vec{\xi}) &= \Psi_0^1(\xi_1) \Psi_0^2(\xi_2) = 1, \\ \Psi_1(\vec{\xi}) &= \Psi_1^1(\xi_1) \Psi_0^2(\xi_2) = \sqrt{3}\xi_1, \quad \Psi_2(\vec{\xi}) = \Psi_0^1(\xi_1) \Psi_1^2(\xi_2) = \sqrt{3}\xi_2, \\ \Psi_3(\vec{\xi}) &= \Psi_2^1(\xi_1) \Psi_0^2(\xi_2) = \frac{\sqrt{5}}{2}(3\xi_1^2 - 1), \quad \Psi_4(\vec{\xi}) = \Psi_1^1(\xi_1) \Psi_1^2(\xi_2) = 3\xi_1\xi_2, \\ \Psi_5(\vec{\xi}) &= \Psi_0^1(\xi_1) \Psi_2^2(\xi_2) = \frac{\sqrt{5}}{2}(3\xi_2^2 - 1), \end{aligned} \quad (4.7)$$

Dans l'exemple considéré, le développement spectral de  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$  prend alors la forme :

$$\mathcal{Q}(z, \vec{\xi}) = \sum_{\beta=0}^5 Q_{\beta}(z) \Psi_{\beta}(\vec{\xi})$$

Dans le cas général d'un problème stochastique à  $M$  variables aléatoires résolu par un développement polynomial de degré  $p$ , le cardinal de l'ensemble  $\mathcal{A}$  des indices multi-entiers  $\beta$  est donné par :

$$\text{card}(\mathcal{A}) = \frac{(M+p)!}{M! p!} \quad (4.8)$$

et le développement spectral de  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$  s'écrit dans ce cas général :

$$\mathcal{Q}(z, \vec{\xi}) = \sum_{\beta=0}^{\text{card}(\mathcal{A})-1} Q_{\beta}(z) \Psi_{\beta}(\vec{\xi}) \quad (4.9)$$

Il reste à préciser comment sont évalués les coefficients inconnus  $Q_{\beta}(z)$  du développement (4.9). En exploitant l'orthogonalité des polynômes composant la base, il est possible d'exprimer  $Q_{\beta}(z)$  sous la forme d'une intégrale multiple faisant intervenir  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$ , les polynômes  $\Psi_{\beta}(\vec{\xi})$  et les fonctions densités de probabilités  $f$  associées aux différentes variables aléatoires du problème. Dans le cas particulier de  $M = 2$  variables aléatoires définies sur  $[-1, 1]$  on a ainsi pour expression de  $Q_{\beta}(z)$  :

$$Q_{\beta}(z) = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathcal{Q}(z, \vec{\xi}) \Psi_{\beta}(\vec{\xi}) f_{\xi_1}(\xi_1) f_{\xi_2}(\xi_2) d\xi_1 d\xi_2 \quad (4.10)$$

Cette intégrale multiple peut être évaluée grâce à une formule de quadrature qui conduit finalement à estimer  $Q_{\beta}(z)$  par une formule du type :

$$Q_{\beta}(z) = \sum_{i_1=1}^{p+1} \sum_{i_2=1}^{p+1} \omega_{i_1} \omega_{i_2} \mathcal{Q}(z, \xi_{i_1}, \xi_{i_2}) \Psi_{\beta}(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) f_{\xi_1}(\xi_{i_1}) f_{\xi_2}(\xi_{i_2}) \quad (4.11)$$

Dans cette expression, les points de quadrature  $(\xi_{i_1}, \xi_{i_2})$  (pour l'exemple  $M = 2$ ) et les poids de quadrature  $(\omega_{i_1}, \omega_{i_2})$  sont fixés par la formule de quadrature utilisée. Les polynômes  $\Psi_{\beta}$  et les pdf  $f_{\xi_i}$  sont connus de sorte que leurs valeurs aux points de quadrature peuvent être calculées. Pour calculer la valeur du coefficient  $Q_{\beta}(z)$  du développement spectral, il ne reste donc plus qu'à évaluer les valeurs des expressions  $\mathcal{Q}(z, \xi_{i_1}, \xi_{i_2})$ . Cela est réalisé de façon non-intrusive à partir du code déterministe disponible qui permet de résoudre (4.1) avec les variables aléatoires du problème fixées aux valeurs définies par le point de quadrature  $(\xi_{i_1}, \xi_{i_2})$ . Dans le cas général de  $M$  variables aléatoires et d'un ordre polynomial  $p$ , l'ensemble des  $M$ -uplets  $(\xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_M})$  nécessaire à l'évaluation des coefficients  $Q_{\beta}(z)$  par la formule généralisant (4.11) est de taille  $(p+1)^M$ .

En s'appuyant sur la librairie NISP disponible, la quantification des incertitudes associées à  $M$  variables aléatoires est donc réalisée en quatre grandes étapes :

- Etape 1 : génération des polynômes de chaos  $\Psi_{\beta}$ , des points et des poids de quadrature pour l'estimation des coefficients  $Q_{\beta}$ . Chaque point de quadrature correspond à un jeu de valeurs spécifiques pour les variables aléatoires et l'ensemble de ces jeux de valeurs définit un "plan d'expériences" (DOE pour *Design of Experiments*) dit stochastique au sens où il rassemble les valeurs des variables aléatoires pour lesquelles des simulations doivent être réalisées à l'aide du code de calcul déterministe de base.
- Etape 2 : évaluation du plan d'expériences stochastique par exécution du code déterministe pour les valeurs successivement prises par les variables aléatoires aux points de quadrature. Cette étape est particulièrement coûteuse en temps de calcul puisque la taille du plan d'expériences,  $(p+1)^M$ , croît rapidement avec le nombre  $M$  de variables aléatoires et l'ordre polynomial  $p$ . Ce degré maximum des Polynômes de Chaos utilisés pour l'analyse est un paramètre important puisque l'augmentation de  $p$  permet d'améliorer la précision de l'estimation des moments statistiques. En revanche, cette précision accrue se paie d'un coût de simulation qui peut rapidement devenir excessif. A titre d'exemple, pour 2 variables aléatoires seulement et  $p = 2$ , le plan d'expériences à calculer se limite à 9 configurations seulement. Mais pour 6 variables aléatoires (avec toujours  $p = 2$ ) il est nécessaire d'effectuer 729 simulations pour pouvoir calculer les coefficients  $Q_{\beta}$  du développement spectral de  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$ .

- Etape 3 : assemblage de l'ensemble des simulations du DOE stochastique, en utilisant les poids de quadrature fournis par NISP et détermination des coefficients  $Q_\beta$  du développement spectral par application de formules du type (4.11).
- Etape 4 : utilisation des coefficients  $Q_\beta$  pour estimer les premiers moments statistiques (moyenne et variance) des quantités d'intérêt de l'écoulement. Ces coefficients permettent également de procéder à une analyse de la variance que nous allons détailler ci-après.

La moyenne  $\bar{Q}$  et la variance  $\sigma_Q^2$  de  $Q(z, \vec{\xi})$  sont calculées comme suit :

$$\begin{cases} \bar{Q}(z) = Q_0(z) \\ \sigma_Q^2(z) = \sum_{\beta \in \mathcal{A}, \beta \neq 0} (Q_\beta(z))^2 \end{cases} \quad (4.12)$$

Par la suite, les variables recherchées ne seront pas nécessairement la moyenne et la variance des composantes de  $Q$  mais plutôt, par exemple, la moyenne et la variance du débit liquide  $q_l$ . Pour obtenir une estimation de ces quantités par l'approche NIPC, il suffit d'appliquer les formules (4.11) en remplaçant  $Q(z, \xi_{i_1}, \xi_{i_2})$  par  $q_l(\xi_{i_1}, \xi_{i_2})$  où la quantité  $q_l(\xi_{i_1}, \xi_{i_2})$  est le débit liquide calculé à l'aide du code déterministe dans le cas où les variables aléatoires  $(\xi_1, \xi_2)$  prennent les valeurs du point de quadrature  $(\xi_{i_1}, \xi_{i_2})$ . Une fois les coefficients  $(q_l)_\beta$  calculés par (4.11), la moyenne et la variance de cette quantité d'intérêt sont estimées grâce aux formules (4.12) dans lesquelles les coefficients  $Q_\beta$  sont naturellement remplacés par les coefficients  $(q_l)_\beta$ . L'approche NIPC peut donc être mise en oeuvre de façon souple mais son coût devient rapidement élevé lorsque le nombre de variables aléatoires prises en compte dans l'analyse augmente.

Il peut alors être avantageux d'exploiter une autre propriété du développement en polynômes de chaos, qui réside dans la possibilité de réaliser de façon simple une analyse de sensibilité des quantités d'intérêt en estimant la contribution de chaque paramètre incertain et de chaque combinaison de ces paramètres (contributions croisées) à la variance de ces quantités d'intérêt (approche dite ANOVA pour ANalysis Of VAriance). En décomposant la variance estimée par les formules utilisant le développement spectral, il est possible de calculer la part de la variance induite par les interactions des variables aléatoires, et la part de la variance générée par une variable aléatoire, données par des formules simples réutilisant les coefficients  $Q_\beta$  du développement spectral précédemment calculés. Nous ne fournissons à nouveau ici que les informations pratiques qui nous ont été utiles pour l'application de l'approche ANOVA. Plus de détails sur les concepts de décomposition de Sobol, d'indices de Sobol et d'analyse de la variance peuvent être trouvés dans [Sobol, 1993; Saltelli *et al.*, 2000; Crestaux *et al.*, 1996; Congedo *et al.*, 2011].

Notons  $\mathcal{V}$  la variance d'une quantité d'intérêt  $y$  (par exemple l'efficacité de pompage) calculée en utilisant l'approche NIPC décrite ci-dessus. En utilisant la décomposition de Sobol de  $y(\vec{\xi})$  (avec le vecteur  $\vec{\xi}$  des variables aléatoires de dimension  $M$ ), on peut exprimer  $\mathcal{V}$  sous la forme :

$$\mathcal{V} = \sum_{i=1}^M \mathcal{V}_i + \sum_{1 \leq i < j \leq M} \mathcal{V}_{ij} + \dots + \mathcal{V}_{12\dots M} \quad (4.13)$$

où  $\mathcal{V}_i$  désigne la partie de la variance totale  $\mathcal{V}$  qui peut être attribuée à la variable aléatoire  $\xi_i$ ,  $\mathcal{V}_{ij}$  désigne la partie de  $\mathcal{V}$  qui peut être attribuée à la combinaison des variables aléatoires  $(\xi_i, \xi_j)$ , etc. Ces différentes contributions à la variance totale sont directement calculables à partir des coefficients  $y_\beta$  du développement en chaos polynomial de la quan-

tité  $y$  :

$$\mathcal{V}_i = \sum_{\beta \in \mathcal{A}_i} y_\beta^2 \quad (4.14)$$

où l'ensemble  $\mathcal{A}_i$  est défini par :  $\mathcal{A}_i = \beta : \beta_i > 0, \beta_{j \neq i} = 0$ . Dans l'exemple précédemment traité ( $M = 2$ , variables aléatoires de *pdf* uniforme,  $p = 2$ ), le développement spectral de  $y$  prend la forme :

$$y(\vec{\xi}) = y_0 + y_1 \sqrt{3} \xi_1 + y_2 \sqrt{3} \xi_2 + y_3 \frac{\sqrt{5}}{2} (3\xi_1^2 - 1) + y_4 3\xi_1 \xi_2 + y_5 \frac{\sqrt{5}}{2} (3\xi_2^2 - 1)$$

et la contribution à la variance de  $\xi_1$  et  $\xi_2$  est respectivement donnée par :

$$\mathcal{V}_1 = y_1^2 + y_3^2 \quad , \quad \mathcal{V}_2 = y_2^2 + y_5^2$$

Des formules analogues à (4.14) peuvent être établies pour les différentes combinaisons de variables aléatoires permettant ainsi de calculer successivement les termes  $\mathcal{V}_{ij}$ ,  $\mathcal{V}_{ijk}$ , etc. . . du développement de Sobol (4.13) en utilisant les coefficients  $y_\beta$  du développement en polynômes du chaos ; on trouvera dans Sudret [2008] des expressions générales pour ces contributions à la variance. Les contributions à la variance peuvent aussi être exprimées sous la forme normalisée d'indices de sensibilité (cf. notamment Homma & Saltelli [1996], Saltelli *et al.* [2000]) :

- l'indice de sensibilité du premier ordre ou indice d'effet principal ou encore indice de variance du premier ordre pour la variable aléatoire  $\xi_i$  est défini par :

$$S_i = \frac{\mathcal{V}_i}{\mathcal{V}} \quad (4.15)$$

L'indice  $S_i$  mesure la fraction de variance expliquée par la seule variabilité de  $\xi_i$ .

- l'indice de sensibilité totale ou indice total de variance  $S_{T_i}$  est la somme de la contribution principale de  $\xi_i$  à la variance, soit  $\mathcal{V}_i$ , et de toutes les contributions produites par les interactions de  $\xi_i$  avec les autres variables aléatoires, normalisée par la variance totale.

L'analyse de ces indices est particulièrement utile pour simplifier le traitement d'un problème stochastique en présence d'incertitudes multiples. L'estimation des indices de sensibilité à partir des coefficients du développement spectral permet en effet d'identifier les incertitudes qui ont le plus d'influence sur la variance. Cette analyse comparative peut être effectuée à l'aide d'un développement spectral d'ordre faible (par exemple  $p = 2$ ) puisque la précision absolue n'est pas cruciale : l'essentiel est de pouvoir trier les variables aléatoires de façon à ne conserver dans l'analyse ultérieure qu'un nombre réduit de variables aléatoires, limité aux variables les plus influentes. L'estimation précise des moments statistiques, en particulier de la variance, peut alors être réalisée dans un second temps en faisant appel à un développement spectral d'ordre plus élevé que  $p = 2$ , qui peut néanmoins conduire à un coût de calcul acceptable grâce à la réduction de variables incertaines prises en compte dans l'analyse. La librairie NISP mise en oeuvre dans la thèse donne également accès aux estimations des indices  $S_i$  et  $S_{T_i}$ .

### 4.2.3 Approche UQ semi-intrusive

Une autre méthode UQ explorée dans ce travail est l'approche dite semi-intrusive récemment proposée par Abgrall *et al.* [2013]. Contrairement à la méthode NIPC présentée ci-dessus, cette nouvelle approche est bien intrusive puisque elle requiert une modification

du code de calcul déterministe initial. Elle peut cependant être considérée comme "semi-intrusive" seulement, dans la mesure où la transformation du code déterministe en un code stochastique peut être réalisée en respectant la structure du code initial, alors que les méthodes spectrales intrusives exigent une modification complète d'un code déterministe. Le point de départ de l'approche UQ semi-intrusive, qui sera désormais notée SI, est le schéma de résolution du solveur déterministe. En reprenant les notations du chapitre précédent et en se limitant pour le moment à considérer une formulation explicite, le schéma de résolution explicite du système (4.1) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Delta Q_i^m = -\frac{\Delta \tau_i^m}{\Delta z} \left[ (H_{i+\frac{1}{2}}^m + D_{i+\frac{1}{2}}^m) - (H_{i-\frac{1}{2}}^m + D_{i-\frac{1}{2}}^m) \right] \quad (4.16)$$

Pour établir l'approche SI, il n'est pas utile de distinguer le flux numérique  $H$  approchant le flux physique convectif et le flux numérique  $D$  approchant le flux physique "diffusif" ou flux physique contenant le terme de vitesse relative. Nous simplifions donc l'écriture du schéma en rassemblant sous la notation  $H$  le flux numérique total qui dépend des états de part et d'autre de la face où il s'applique, soit :

$$\Delta Q_i^m = -\sigma_i^m [H(Q_{i-1}^m, Q_i^m) - H(Q_i^m, Q_{i+1}^m)] \quad (4.17)$$

avec  $\sigma_i^m = \Delta \tau_i^m / \Delta z$ . Nous cherchons maintenant à étendre ce schéma de résolution au cas stochastique où  $Q$  ne dépend plus seulement de  $z$  mais également d'un vecteur  $\vec{\xi}$  de variables aléatoires :  $Q(z, \vec{\xi})$ . Afin de simplifier la présentation, nous ne considérerons qu'une seule variable aléatoire  $\xi$  mais l'approche se généralise de façon immédiate au cas de  $M$  variables aléatoires. Nous introduisons en premier lieu une discrétisation de l'espace stochastique en un ensemble de volumes finis ; dans le cas de l'espace stochastique mono-dimensionnel considéré chaque volume fini  $\Omega_k$  est un segment tel que  $\Omega_k = [\xi_k - \frac{\Delta \xi}{2}, \xi_k + \frac{\Delta \xi}{2}]$ . La solution stochastique  $Q(z, \xi)$  est alors décrite dans l'espace généralisé, formé par l'espace physique (direction  $z$ ) et l'espace stochastique (direction  $\xi$ ), grâce aux espérances conditionnelles calculées sur chaque volume  $\Omega_k$ . L'espérance conditionnelle  $Q_{i,k}$  est ainsi définie comme :

$$Q_{i,k} = E(Q_i(\xi) | \Omega_k) = \frac{\int_{\Omega_k} Q_i(\xi) f(\xi) d\xi}{\int_{\Omega_k} f(\xi) d\xi} \quad (4.18)$$

où on rappelle que  $f$  est la fonction densité de probabilité associée à la variable aléatoire  $\xi$ . Il est alors possible de calculer la valeur moyenne de  $Q_i$  dans la cellule  $i$  du domaine physique ainsi que la variance de  $Q_i$  en utilisant les valeurs des espérances conditionnelles  $Q_{i,k}$ . On a ainsi :

$$\bar{Q}_i = \sum_{\Omega_k} Q_{i,k} \quad , \quad \sigma_{Q_i} = \sum_{\Omega_k} \int_{\Omega_k} (\bar{Q}_i - Q_{i,k})^2 d\xi \quad (4.19)$$

L'un des intérêts de l'approche SI est qu'elle peut être mise en oeuvre sans qu'aucune hypothèse ne soit faite sur la nature de la *pdf*  $f(\xi)$  décrivant la variable aléatoire - alors que l'approche de type Chaos Polynomial présentée ci-dessus ne s'applique que pour des *pdf* spécifiques : uniformes, gaussiennes, etc. Puisque les formules (4.19) permettent de calculer les premiers moments de  $Q$  à partir des espérances conditionnelles  $Q_{i,k}$ , la résolution du problème stochastique suppose donc de calculer l'évolution de ces espérances conditionnelles. Cette évolution peut être décrite en prenant l'espérance conditionnelle du schéma (4.17). On obtient ainsi :

$$\Delta Q_{i,k}^m = -\sigma_i^m [E(H(Q_{i-1}^m, Q_i^m) | \Omega_k) - E(H(Q_i^m, Q_{i+1}^m) | \Omega_k)] \quad (4.20)$$

Le problème à résoudre est d'évaluer maintenant l'espérance conditionnelle du flux numérique en fonction des espérances conditionnelles de  $\mathcal{Q}$ . Par définition de l'espérance conditionnelle, la quantité  $E(H(\mathcal{Q}_{i-1}^m, \mathcal{Q}_i^m)|\Omega_k)$  s'exprime sous la forme :

$$E(H(\mathcal{Q}_{i-1}^m, \mathcal{Q}_i^m)|\Omega_k) = \frac{\int_{\Omega_k} H(\mathcal{Q}_{i-1}^m(\xi), \mathcal{Q}_i^m(\xi)) f(\xi) d\xi}{\int_{\Omega_k} f(\xi) d\xi} \quad (4.21)$$

où la dépendance de  $\mathcal{Q}$  vis-à-vis de la variable aléatoire  $\xi$  apparaît explicitement. Suivant l'idée développée par Abgrall *et al.* [2013], l'estimation de l'intégrale (4.21) est rendue possible en remplaçant, pour l'évaluation de l'espérance conditionnelle du flux numérique, les quantités  $\mathcal{Q}_{i-1}^m(\xi)$  et  $\mathcal{Q}_i^m(\xi)$  par des reconstructions polynomiales dans la cellule  $\Omega_k$ . On a donc plutôt :

$$E(H(\mathcal{Q}_{i-1}^m, \mathcal{Q}_i^m)|\Omega_k) \approx \frac{\int_{\Omega_k} H(\mathcal{P}_{i-1,k}^m(\xi), \mathcal{P}_{i,k}^m(\xi)) f(\xi) d\xi}{\int_{\Omega_k} f(\xi) d\xi} \quad (4.22)$$

avec  $\mathcal{P}_{i,k}(\xi)$  polynôme de reconstruction de  $\mathcal{Q}_i(\xi)$  dans la cellule  $\Omega_k$ , tel que  $E(\mathcal{P}_{i,k}(\xi)|\Omega_k) = \mathcal{Q}_{i,k}$ .

Le polynôme  $\mathcal{P}_{i,k}(\xi)$  dans la cellule  $\Omega_k$  est entièrement défini en procédant comme suit :

- une forme quadratique en  $\xi$  est postulée pour  $\mathcal{P}_{i,k}$  :

$$\mathcal{P}_{i,k}(\xi) = a + b \frac{(\xi - \xi_k)}{\Delta\xi} + c \frac{(\xi - \xi_k)^2}{\Delta\xi^2}$$

- les coefficients  $a, b, c$  sont déterminés en exigeant :

$$E(\mathcal{P}_{i,k}|\Omega_l) = \mathcal{Q}_{i,l}$$

pour  $l = k - 1, k, k + 1$ .

- après calcul, le polynôme  $\mathcal{P}_{i,k}(\xi)$  peut être mis sous la forme :

$$\mathcal{P}_{i,k}(\xi) = \theta_k^-(\xi) \mathcal{Q}_{i,k-1} + \theta_k^0(\xi) \mathcal{Q}_{i,k} + \theta_k^+(\xi) \mathcal{Q}_{i,k+1} \quad (4.23)$$

où les coefficients  $\theta_k^{-/0/+}$  sont calculés une fois pour toutes à l'initialisation du processus de résolution puisqu'ils ne dépendent que de la forme de la *pdf*  $f$  de la variable aléatoire  $\xi$ .

Les intégrales sur  $\Omega_k$  qui apparaissent dans l'estimation (4.22) de l'espérance conditionnelle du flux numérique sont calculées à l'aide d'une classique quadrature de Gauss d'ordre 3 (en cohérence avec le choix d'une représentation quadratique en  $\xi$  dans la cellule  $\Omega_k$ ) qui utilise 2 points de quadrature dans la cellule  $\Omega_k$ , notés  $\xi_{k_1}$  et  $\xi_{k_2}$ . Tous calculs faits, l'espérance conditionnelle du flux numérique dans la cellule  $\Omega_k$  est donc estimée par la formule suivante :

$$E(H(\mathcal{Q}_{i-1}^m, \mathcal{Q}_i^m)|\Omega_k) \approx \varphi_{k_1} H(\mathcal{P}_{i-1,k_1}^m, \mathcal{P}_{i,k_1}^m) + \varphi_{k_2} H(\mathcal{P}_{i-1,k_2}^m, \mathcal{P}_{i,k_2}^m) \quad (4.24)$$

où on a noté  $\mathcal{P}_{i,k_1} = \mathcal{P}_{i,k}(\xi_{k_1})$  (avec  $\mathcal{P}_{i,k}$  donné par (4.23)) et de manière analogue pour  $\mathcal{P}_{i,k_2}$ . Les coefficients  $\varphi_{k_l}$  ( $l = 1, 2$ ) sont calculables à partir de la *pdf*  $f$  :  $\varphi_{k_l} = \frac{f(\xi_{k_l})}{f(\xi_{k_1}) + f(\xi_{k_2})}$ .

A ce stade le schéma qui permet de faire évoluer en temps l'espérance conditionnelle  $Q_{i,k}$  est donc disponible :

$$\Delta Q_{i,k}^m = -\sigma_{i,k}^m \left[ \varphi_{k_1} H(\mathcal{P}_{i,k_1}^m, \mathcal{P}_{i+1,k_1}^m) + \varphi_{k_2} H(\mathcal{P}_{i,k_2}^m, \mathcal{P}_{i+1,k_2}^m) - \varphi_{k_1} H(\mathcal{P}_{i-1,k_1}^m, \mathcal{P}_{i,k_1}^m) - \varphi_{k_2} H(\mathcal{P}_{i-1,k_2}^m, \mathcal{P}_{i,k_2}^m) \right]$$

ou encore

$$\Delta Q_{i,k}^m = -\sigma_{i,k}^m \varphi_{k_1} (H(\mathcal{P}_{i,k_1}^m, \mathcal{P}_{i+1,k_1}^m) - H(\mathcal{P}_{i-1,k_1}^m, \mathcal{P}_{i,k_1}^m)) - \sigma_{i,k}^m \varphi_{k_2} (H(\mathcal{P}_{i,k_2}^m, \mathcal{P}_{i+1,k_2}^m) - H(\mathcal{P}_{i-1,k_2}^m, \mathcal{P}_{i,k_2}^m)) \quad (4.25)$$

Comparer l'expression (4.25) qui définit le schéma de résolution du problème stochastique à l'expression (4.16) du schéma de résolution du problème déterministe permet de bien comprendre la terminologie "méthode semi-intrusive" utilisée pour décrire l'approche proposée par Abgrall *et al.* [2013]. La structure du code déterministe initial reste préservée et doit simplement être modifiée pour inclure :

- la représentation polynomiale  $\mathcal{P}_{i,k}(\xi)$  de  $Q_{i,k}$  dans la cellule  $\Omega_k$  de l'espace stochastique,
- l'évaluation du bilan de flux numérique aux points de Gauss  $\xi_{k_1}$  et  $\xi_{k_2}$

Le schéma (4.25) est un schéma explicite qui présente donc une limitation dans le choix du pas d'avancement en temps fictif  $\Delta\tau_{i,k}^m$  pour assurer sa stabilité. Pour gagner en efficacité dans le processus de convergence vers un état stationnaire, le schéma stochastique peut être rendu implicite. Afin d'alléger l'écriture de l'expression de ce schéma implicite, deux opérateurs linéaires  $S_{k_1}$  et  $S_{k_2}$  sont introduits pour exprimer la relation (4.23) lorsqu'elle est appliquée aux 2 points de Gauss  $\xi_{k_1}$  et  $\xi_{k_2}$  ; nous notons ainsi :

$$\begin{cases} \mathcal{P}_{i,k_1} = \mathcal{P}_{i,k}(\xi_{k_1}) = \varphi_k^-(\xi_{k_1}) Q_{i,k-1} + \varphi_k^0(\xi_{k_1}) Q_{i,k} + \varphi_k^+(\xi_{k_1}) Q_{i,k+1} = S_{k_1} Q_{i,k} \\ \mathcal{P}_{i,k_2} = \mathcal{P}_{i,k}(\xi_{k_2}) = \varphi_k^-(\xi_{k_2}) Q_{i,k-1} + \varphi_k^0(\xi_{k_2}) Q_{i,k} + \varphi_k^+(\xi_{k_2}) Q_{i,k+1} = S_{k_2} Q_{i,k} \end{cases}$$

En reprenant la démarche de construction du schéma implicite déterministe introduit au chapitre précédent, il est formellement possible d'écrire le schéma implicite stochastique sous la forme :

$$\mathcal{I}((\varphi_{k_1} S_{k_1} + \varphi_{k_2} S_{k_2}) \Delta Q_{i,k}^m) = \Delta Q_{i,k}^{exp} \quad (4.26)$$

où l'incrément explicite  $\Delta Q_{i,k}^{exp}$  est donné par (4.25) tandis que l'opérateur  $\mathcal{I}$  associé à la phase implicite est le même opérateur que celui introduit au chapitre précédent dans le cas déterministe mais appliqué désormais à  $(\varphi_{k_1} S_{k_1} + \varphi_{k_2} S_{k_2}) \Delta Q_{i,k}^m$  dans le cas stochastique au lieu de  $\Delta Q_{i,k}^m$  dans le cas déterministe.

La phase implicite (4.26) est résolue en 2 étapes afin de conserver le caractère semi-intrusif du schéma de résolution stochastique par rapport au schéma déterministe initial :

- Etape 1 : on introduit l'inconnue intermédiaire  $\Delta Y_{i,k}^m$  telle que  $\Delta Y_{i,k}^m = (\varphi_{k_1} S_{k_1} + \varphi_{k_2} S_{k_2}) \Delta Q_{i,k}^m$ . On résout alors :

$$\mathcal{I}(\Delta Y_{i,k}^m) = \Delta Q_{i,k}^{exp}$$

Cette première étape de résolution est réalisée en utilisant exactement la même méthode que celle décrite au chapitre précédent pour le cas déterministe.

- Etape 2 : on résout le système linéaire suivant

$$(\varphi_{k_1} S_{k_1} + \varphi_{k_2} S_{k_2}) \Delta Q_{i,k}^m = \Delta Y_{i,k}^m$$

pour obtenir  $\Delta Q_{i,k}^m$  à partir de  $\Delta Y_{i,k}^m$ .

La méthode qui vient d'être présentée dans le cas simple d'une seule variable aléatoire  $\xi$  se généralise de façon immédiate au cas de  $M$  variables aléatoires et constitue donc une approche alternative à la méthode spectrale de type NIPC présentée dans la section précédente.

#### 4.2.4 Choix d'une méthode pour l'analyse d'un gazosiphon

Avant de donner dans cette section les arguments qui ont conduits à ne retenir finalement qu'une seule des deux approches (NIPC et SI) décrites ci-dessus pour mener l'analyse d'un gazosiphon en présence d'incertitudes qui sera présentée dans les sections qui suivent, il est instructif de faire une comparaison des deux approches pour un problème modèle, qui a fait l'objet de la contribution [Monmarson & Corre, 2013].

Les méthodes NIPC et SI sont comparées pour résoudre le problème stochastique correspondant à l'équation de Burgers en 2 dimensions d'espace en présence de 3 incertitudes. L'équation d'évolution à résoudre dans le cas déterministe est la classique équation de Burgers 2D :

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial f(w)}{\partial x} + \frac{\partial g(w)}{\partial y} = 0 \quad (4.27)$$

où  $w(x, y, t)$  est la variable conservative, le flux non-linéaire  $f(w)$  est tel que  $f(w) = \frac{1}{2}w^2$  et le flux linéaire  $g(w)$  est tel que  $g(w) = 0.1w$ . Le problème déterministe consiste à trouver une solution stationnaire de (4.27) dans le domaine physique  $[0, 1] \times [0, 1]$  avec une distribution de  $w$  imposée le long de la frontière d'entrée  $y = 0$ .

Le problème est rendu stochastique :

- en supposant que le flux physique dans la direction  $x$  est incertain, donné par :

$$f(w) = (1 + 0.05\xi_3)\frac{1}{2}w^2$$

avec  $\xi_3$  une variable aléatoire de *pdf* uniforme sur  $[-1, 1]$ .

- en supposant que la distribution  $w(x, y = 0)$  n'est pas connue avec certitude. Comme schématisé sur la figure 4.16, les valeurs attribuées à  $w(y = 0)$  pour  $x$  compris entre 0 et 0.4 d'une part et  $x$  compris entre 0.6 et 1 d'autre part sont supposées incertaines :

$$\begin{cases} w_1 = -0.4(1 + 0.05\xi_2) \\ w_2 = 0.15(1 + 0.05\xi_2) \end{cases}$$

avec  $\xi_2$  une variable aléatoire de *pdf* uniforme sur  $[-1, 1]$ . De plus, on suppose également que la position de la transition linéaire entre  $w_1$  et  $w_2$  est également incertaine, soit :

$$\begin{cases} x_1 = 0.4(1 + 0.05\xi_1) \\ x_2 = 0.6(1 + 0.05\xi_1) \end{cases}$$

avec  $\xi_1$  une variable aléatoire de *pdf* uniforme sur  $[-1, 1]$ .

Le problème ainsi posé admet une solution stationnaire  $w(x, y, \vec{\xi})$  avec  $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T$ . Cette solution est calculée en appliquant les deux méthodes UQ qui ont été précédemment détaillées :

- l'approche de Chaos Polynomial non-intrusif, NIPC, est mise en oeuvre en utilisant un code déterministe disponible pour résoudre l'équation de Burgers 2D et la librairie NISP.

- l'approche semi-intrusive SI est mise en oeuvre en développant une version stochastique du code déterministe initial, suivant la procédure décrite dans la section précédente.

Les figures 4.6 et 4.7 représentent respectivement les isovaleurs de la valeur moyenne  $\bar{w}(x, y)$  de  $w(x, y, \vec{\xi})$  et les isovaleurs de la variance  $\sigma_w^2(x, y)$  de  $w(x, y, \vec{\xi})$  dans le domaine physique  $[0, 1] \times [0, 1]$ . La solution moyenne illustre l'allure de  $w$  classiquement attendue pour un problème de Burgers : la distribution moyenne imposée le long de  $y = 0$  (frontière d'entrée) et transportée et déformée à travers le domaine de calcul qu'elle quitte par la frontière supérieure ( $y = 1$ ). La déformation non-linéaire de la distribution moyenne correspond à une détente en raison du choix des valeurs moyennes initiales pour les plateaux de gauche et de droite le long de  $y = 0$ . Dans le même temps, la distribution de variance est également transportée et déformée avant de quitter le domaine de calcul par la frontière  $y = 1$  (l'état stationnaire du problème est alors atteint). L'interprétation physique de la solution stochastique  $w(x, y, \vec{\xi})$  ne présente pas d'intérêt particulier ; ce problème modèle a pour mérite d'autoriser une comparaison à moindre coût entre les deux approches UQ. La figure 4.8 présente la distribution de la variance  $\sigma_w^2$  le long de la frontière de sortie  $y = 1$ , calculée en appliquant d'une part l'approche NIPC avec  $p = 6$  et d'autre part l'approche SI avec différents raffinements du maillage de l'espace stochastique. Pour mémoire, le calcul de cette variance avec l'approche NIPC requiert  $(p + 1)^M = 7^3 = 343$  simulations du problème de Burgers déterministe (avec les valeurs de  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$  correspondant au plan d'expériences fourni par NISP). Dans le même temps, le solveur stochastique développé à partir de l'approche semi-intrusive représente un coût de simulation qui peut être estimé comme  $\chi$  fois le coût d'une simulation de type Burgers déterministe avec  $\chi$  égal au produit du nombre de cellules dans l'espace stochastique et du nombre de points de quadrature de Gauss utilisés pour l'estimation des intégrales définissant l'espérance conditionnelle des flux numériques soit  $2^M$ . Par exemple, pour 5 points seulement par direction d'espace, on obtient  $\chi = 5^3 \times 2^3 = 1000$  donc un coût de SI qui est déjà supérieur à celui de l'approche NIPC. Rappelons cependant que l'intérêt majeur de l'approche SI se situe dans sa généralité, *i.e.* la possibilité d'appliquer cette méthode pour des *pdf* absolument quelconques. Dans le cadre de la présente étude, on vérifie que les deux approches, NIPC et SI, fournissent des prédictions identiques de la distribution de variance dès lors qu'un raffinement suffisant de l'espace stochastique est utilisé pour SI (l'écart avec NIPC est très faible pour 10 points par direction d'espace et nul pour 15 points). Cependant, l'approche SI mise en oeuvre pour 15 points par direction d'espace (stochastique) est entre 1 et 2 ordres de grandeur plus coûteuse que l'approche NIPC. Les résultats obtenus et présentés dans le cadre de [Monmarson & Corre, 2013] ont permis d'établir que la méthodologie de construction d'un code stochastique à partir d'un code déterministe qui a été présentée était bien opérationnelle. Ils ont également mis en évidence le surcoût important de l'approche SI, qui doit cependant être nuancé :

- ce surcoût peut se justifier si le problème stochastique à résoudre met en jeu des *pdf* quelconques pour décrire les variables aléatoires. L'approche SI peut en effet être mise en oeuvre dans ce cas alors que l'approche NIPC n'est pas applicable (faute de pouvoir exhiber une base polynomiale  $\Psi_\beta$ ), mais peut être remplacée par une approche, plus coûteuse, de type Chaos Polynomial Généralisé.
- dans le cas de la résolution d'un problème stochastique instationnaire, l'approche SI permet de suivre de façon naturelle l'évolution du champ stochastique  $w(x, y, t, \vec{\xi})$  (ou  $Q(z, t, \vec{\xi})$  dans le cas des problèmes diphasiques qui nous intéressent) alors que l'approche NIPC, avec appel à la librairie NISP, doit être appliquée à chaque itération en temps de l'évolution instationnaire.
- enfin, il est possible d'améliorer significativement l'efficacité de l'approche SI en fai-

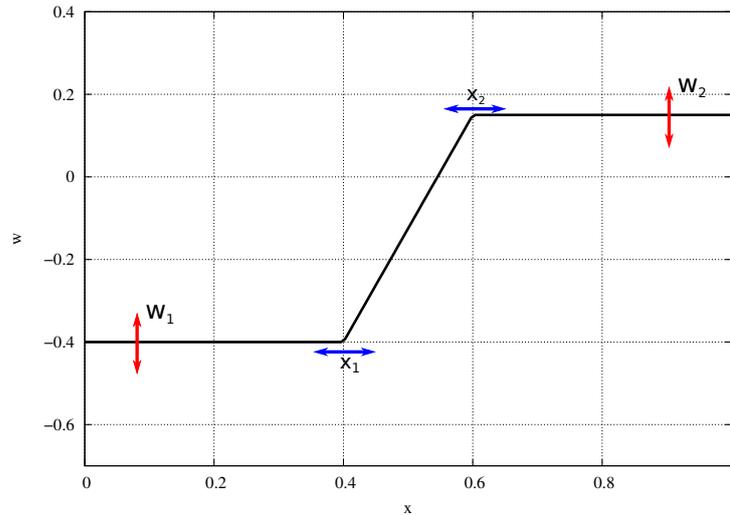


FIGURE 4.5 – Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ ,  $pdf$  uniformes). Définition de la condition aux limites d'entrée dans le domaine de calcul incluant une incertitude sur la valeur des plateaux de valeur pour  $w$  et une incertitude sur la position de la transition linéaire entre les deux valeurs (gauche et droite).

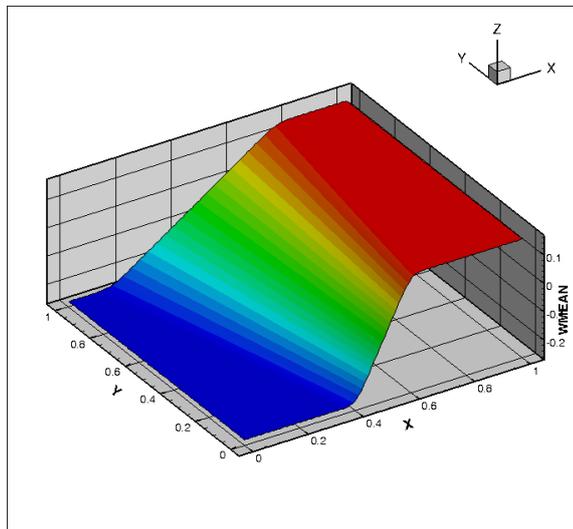


FIGURE 4.6 – Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ ,  $pdf$  uniformes). Isovaleurs de la valeur moyenne  $\bar{w}(x, y)$  calculées en appliquant l'approche UQ SI avec 10 points de discrétisation dans chaque direction de l'espace stochastique.

sant appel à une stratégie de maillage adaptatif dans l'espace "généralisé" couplant l'espace physique et l'espace stochastique. Une telle stratégie est présentée dans les récents travaux de Abgrall *et al.* [2014].

On observe que l'analyse du gazosiphon en présence d'incertitudes est un problème d'écoulement stationnaire. En outre, en l'état des informations disponibles sur les variables incertaines, nous n'avons pas de raison de faire un autre choix qu'une densité de probabilité uniforme pour chacune des variables aléatoires prises en compte. Ces deux arguments sont suffisants pour justifier de retenir l'approche non-intrusive NIPC afin de mener l'analyse du gazosiphon en présence d'incertitudes. L'expérience pratique acquise en développant des codes stochastiques à partir de codes déterministes pour y implémenter l'approche SI a permis d'ajouter une raison supplémentaire justifiant ce choix : le caractère "semi-

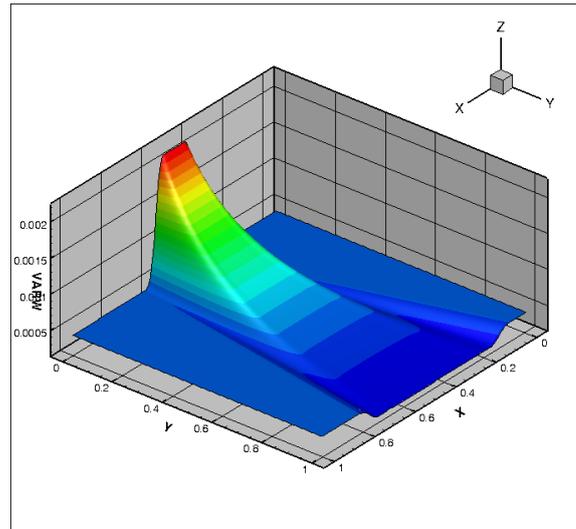


FIGURE 4.7 – Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ ,  $pdf$  uniformes). Isovaleurs de la variance  $\sigma_w^2(x, y)$  calculées en appliquant l'approche UQ SI avec 10 points de discrétisation dans chaque direction de l'espace stochastique.

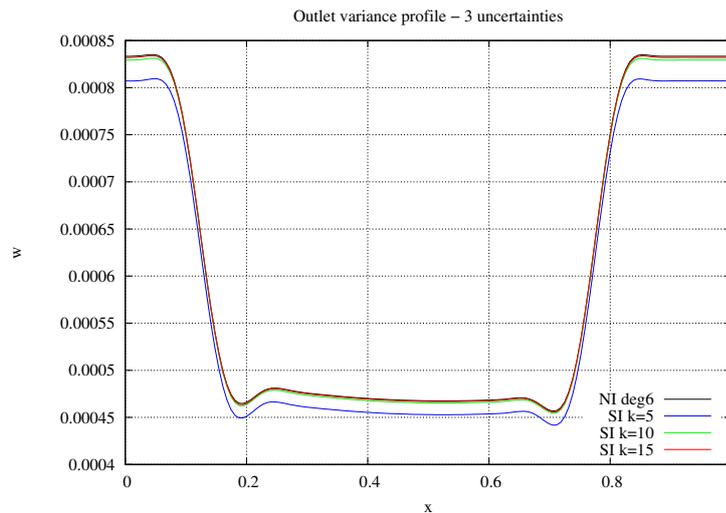


FIGURE 4.8 – Problème de Burgers stochastique ( $M = 3$ ,  $pdf$  uniformes). Distribution de la variance  $\sigma_w^2$  le long de la frontière de sortie ( $y = 1$ ) du domaine de calcul. Comparaison entre la prédiction de l'approche SI pour différents raffinements du maillage de l'espace stochastique et la prédiction de l'approche NIPC avec  $p = 6$ .

intrusif" devient discutable quand il est nécessaire d'intégrer de nouvelles incertitudes à un code stochastique déjà développé. Il devient en effet fastidieux (et coûteux en temps de développement) d'ajouter une ou des variables stochastiques supplémentaires dans le schéma de résolution. Si le développeur du code stochastique connaît *a priori* les variables incertaines qu'il souhaite prendre en compte, il peut réaliser le développement du code une fois pour toutes. Dans notre cas, de nouvelles variables aléatoires ont progressivement été ajoutées dans la modélisation (par exemple la température  $T$ ), et nous avons pu constater que les développements informatiques nécessaires pour tenir compte de cette dimension supplémentaire dans l'espace stochastique n'étaient pas triviaux.

### 4.3 Quantification d'incertitudes pour un gazosiphon de grande échelle

Le cas d'étude retenu est le dispositif de Saito *et al.* [2004], qui est le dispositif de plus grande échelle donnant accès à des points de comparaison expérimentaux, ainsi qu'à une large gamme de conditions de fonctionnement. Il a été montré au chapitre précédent que le code  $G^3$  était capable de simuler ce dispositif avec une précision satisfaisante, pour un choix fixé de paramètres du modèle hydrodynamique et de conditions de fonctionnement. Cette étude va être maintenant reprise en tenant compte des incertitudes présentes sur ces paramètres de modélisation et de fonctionnement. Il sera ainsi possible comparer les résultats expérimentaux à des résultats numériques présentés sous forme de quantités moyennes avec leurs barres d'erreur associées.

#### 4.3.1 Choix des variables incertaines

En cohérence avec l'analyse de la section précédente, six sources d'incertitudes sont retenues à ce stade initial :

- 5 sources d'incertitude au niveau du modèle,
- 1 source d'incertitude au niveau du point de fonctionnement.

TABLE 4.1 – Définition et formulation des paramètres incertains pour le cas de [Saito *et al.* , 2004]

Grandeur incertaine	Valeurs en fonction de la <i>pdf</i> $\xi_i$	Forme de la <i>pdf</i> $\xi_i$
$q_g$	$q_g (1 + 0.05\xi_1)$	<i>pdf</i> uniforme sur $[-1, 1]$
$\alpha_b$	$\alpha_b + \xi_2$	<i>pdf</i> uniforme sur $[-0.05; 0.15]$ avec $\alpha_b = 0.25$
$\alpha_s$	$\alpha_s + \xi_2 + \xi_3$	<i>pdf</i> uniforme sur $[-0.025; 0.1]$ avec $\alpha_s = 0.3$
$V_{gjb}$	$V_{gjs} (1 + 0.5\xi_4)$	<i>pdf</i> uniforme sur $[-1, 1]$
$V_{gjs}$	$V_{gjb} (1 + 0.5\xi_5)$	<i>pdf</i> uniforme sur $[-1, 1]$
$C_0$	$C_0 (1 + 0.05\xi_6)$	<i>pdf</i> uniforme sur $[-1, 1]$

Pour la configuration étudiée, l'incertitude sur le point de fonctionnement est celle sur la valeur du débit de gaz injecté. Ce choix implique une part d'arbitraire, faute de données expérimentales disponibles (Saito *et al.* [2004] ne fournissent pas d'incertitude expérimentale sur cette quantité) ; il consiste à supposer que la valeur de  $q_g$  est prescrite à 5% près. Ce choix se traduit par un débit de gaz exprimé comme  $q_g(1 + 0.05\xi_1)$  avec la variable aléatoire  $\xi_1$  décrite par une *pdf* uniforme sur l'intervalle  $[-1, 1]$ .

Les incertitudes de modélisation portent tout d'abord sur les bornes  $\alpha_b$  et  $\alpha_s$  utilisées pour caractériser les transitions d'une configuration d'écoulement à une autre. Les valeurs déterministes de référence sont respectivement  $\alpha_b = 0.25$  et  $\alpha_s = 0.3$  et définissent un intervalle de transition d'amplitude limitée à 0.05 en termes de variation de la valeur de la fraction de vide. Compte tenu de l'analyse précédemment conduite, nous considérons d'une part que la borne inférieure  $\alpha_b$  de l'intervalle de transition peut varier en réalité de façon uniforme entre 0.2 et 0.4 et d'autre part que l'intervalle  $\Delta\alpha$  correspondant à cette

transition de configuration peut varier de façon uniforme entre 0.025 et 0.1. Ce comportement est traduit à l'aide de deux variables aléatoires  $\xi_2$  et  $\xi_3$  choisies de *pdf* uniforme respectivement sur l'intervalle  $[-0.05, 0.15]$  et sur l'intervalle  $[-0.025, 0.1]$ . La frontière du régime à bulles est alors calculée comme  $\alpha_b + \xi_2$  tandis que la frontière du régime à chapeaux de Taylor est donnée par  $\alpha_s + \xi_2 + \xi_3$ . De façon analogue, les valeurs de référence en régime à bulles et en régime à chapeaux de Taylor pour la vitesse de dérive (respectivement  $V_{gjb}$  de valeur déterministe de référence 1.41 et  $V_{gjs}$  de valeur déterministe de référence 0.35, qui correspondent aux coefficients respectifs de chaque expression) sont également considérées comme des paramètres incertains du modèle. Compte tenu de la dispersion des résultats expérimentaux relativement à la valeur des expressions utilisées pour la vitesse de dérive pour des écoulements à bulles ou à poches (cf. section 4.1), on choisit une variation uniforme de l'ordre de  $\pm 50\%$  autour des valeurs déterministes de base. On traduit donc cette variabilité en multipliant les valeurs déterministes de référence pour  $V_{gjb}$  et  $V_{gjs}$  respectivement par un facteur  $(1 + 0.5\xi_4)$  et  $(1 + 0.5\xi_5)$  avec  $\xi_4$  et  $\xi_5$  deux variables aléatoires de *pdf* uniforme sur  $[-1, 1]$ . Enfin, l'incertitude sur  $C_0$  est construite sur la base d'une variation de  $\pm 5\%$  autour de son expression déterministe de référence, ce qui sera traduit de nouveau en multipliant cette expression déterministe par un facteur  $(1 + 0.05\xi_5)$  avec  $\xi_5$  de *pdf* uniforme sur  $[-1, 1]$ . Le tableau 4.1 récapitule les définitions adoptées pour les grandeurs incertaines retenues.

### 4.3.2 Réalisation de l'analyse UQ

L'approche NIPC (mise en oeuvre grâce à la librairie NISP) a été retenue, et son choix justifié, pour réaliser la quantification d'incertitude associée à la configuration "stochastique" du gazosiphon de grande échelle étudié expérimentalement par [Saito *et al.*, 2004]. Pour  $M = 6$  incertitudes, un développement en polynômes du Chaos avec un ordre maximal limité à  $p = 2$  sera utilisé dans un premier temps. Comme précédemment expliqué, cela implique la réalisation d'un plan d'expériences de dimension  $(p + 1)^M = 729$  pour déterminer les coefficients  $\mathcal{Q}_\beta$  du développement spectral de  $\mathcal{Q}(z, \vec{\xi})$  (ou d'une autre quantité d'intérêt telle que le débit liquide produit). En pratique, une simulation stochastique de la courbe de pompage donnant  $q_l$  en fonction de  $q_g$  sera réalisée. Comme dans le cas déterministe, 26 points de débit d'injection seront utilisés afin de disposer d'une courbe de débit liquide en fonction du débit gaz qui soit correctement définie. Dans le cadre de l'analyse stochastique, 729 calculs seront donc réalisés pour chaque valeur de débit  $q_g$  (avec une variabilité de  $\pm 5\%$  autour de chacune de ces valeurs) afin d'estimer la valeur moyenne correspondante du débit liquide et l'écart-type sur cette même quantité. L'analyse UQ réalisée représente donc au total 18954 calculs et il est donc clair qu'une telle étude ne peut être raisonnablement menée que pour un modèle numérique suffisamment peu coûteux, même si il est bien sûr possible de réduire le temps de restitution en effectuant de façon simultanée plusieurs calculs puisque ceux-ci sont indépendants les uns des autres. Le choix d'exécuter séquentiellement chaque point de débit fut privilégié, tout en faisant appel de façon systématique à des reprises d'une simulation à l'autre qui permettent de minimiser les temps de convergence. Selon les points de débits traités, le temps de convergence varie de quelques secondes seulement à plusieurs minutes de temps de calcul, ce qui permet de mener la présente analyse de quantification d'incertitudes en quelques jours (rapportée à un seul processeur pour traiter tous les points de débit).

### 4.3.3 Analyse des résultats

Les premiers résultats globaux attendus en priorité sont les moyennes et écarts types du débit liquide et de l'efficacité de pompage. La figure 4.9 porte la valeur moyenne du débit liquide avec une barre d'erreur ou d'incertitude correspondant à l'amplitude de l'écart-type (de part et d'autre de la valeur moyenne), en fonction de la valeur moyenne du débit de gaz et de sa barre d'incertitude. La figure 4.9 rappelle également les valeurs expérimentales fournies par Saito *et al.* [2004]; ces valeurs correspondent *a priori* à des mesures moyennes mais ne peuvent pas être complétées par des barres d'incertitude faute d'informations communiquées en ce sens dans Saito *et al.* [2004]. De façon analogue, sur la figure 4.10, la valeur moyenne de l'efficacité de pompage et son écart-type sont portés en fonction du débit de gaz injecté (valeur moyenne et écart-type). On peut observer le bon accord de la simulation avec l'expérience, conclusion déjà tirée dans le cadre de l'étude déterministe menée au chapitre précédent.

Le point-clé de l'analyse UQ est l'observation de la variabilité du débit liquide et de l'efficacité de pompage selon la gamme de débit gaz considérée. On constate que le débit liquide et l'efficacité de pompage sont particulièrement influencés par les incertitudes pour des débits d'injection faibles, jusqu'à environ 0.2 – 0.3 kg/s. Au-delà, l'impact des incertitudes est négligeable, bien que l'écart type observé remonte légèrement pour les plus hauts débits. Cette zone de faibles débits d'injection correspond aux efficacités de pompage les plus élevées, comme on peut l'observer sur la figure 4.10. A titre d'exemple, on note ainsi que l'efficacité de pompage pour un débit gaz moyen de 0.015 kg/s varie entre 0.565 et 0.63. Cette sensibilité plus forte du débit liquide et de l'efficacité de pompage aux faibles débits de gaz s'explique en partie par la forme même de la courbe  $q_l = f(q_g)$  dont la pente est forte pour les faibles valeurs du débit. La variabilité de  $q_g$  a donc, dans cette zone de faibles débits, une influence forte sur la variabilité de  $q_l$ . Cependant, il faut garder à l'esprit que le débit de gaz n'est qu'une source d'incertitude parmi les 6 incertitudes considérées au total.

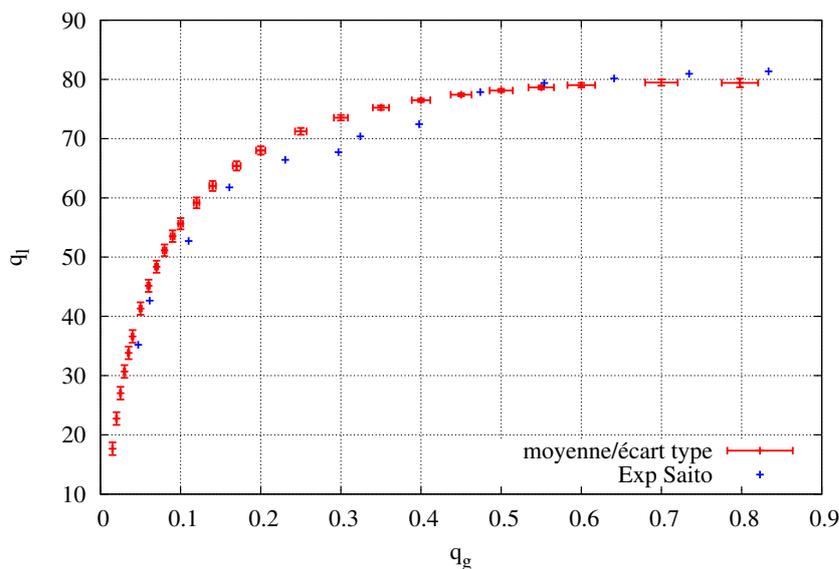


FIGURE 4.9 – Débits moyens (en kg/s) et écart type pour le cas de [Saito *et al.*, 2004] avec 6 sources d'incertitude comparés aux résultats expérimentaux

Comme précédemment expliqué, l'analyse de la variance (ANOVA) permet de préciser

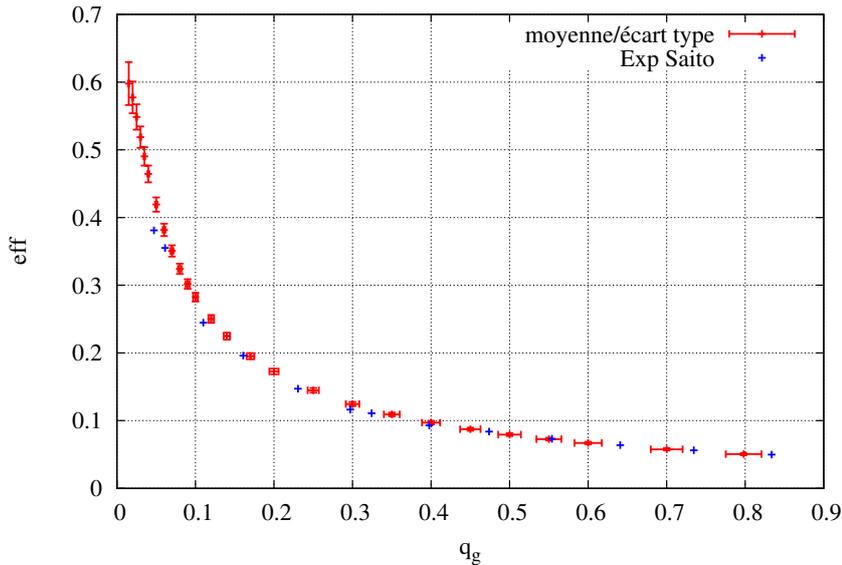


FIGURE 4.10 – Efficacité moyenne de pompage et écart type pour le cas de [Saito *et al.*, 2004] avec 6 sources d'incertitude comparée aux résultats expérimentaux

le degré d'influence de chacune des incertitudes sur les grandeurs de sortie (ici le débit liquide et l'efficacité de pompage). Le post-traitement des coefficients du développement en polynômes du chaos permet de calculer les indices de sensibilité  $S_i$  (indice du premier ordre) ou  $S_{T_i}$  (indice de sensibilité totale). On trace ainsi sur les figures 4.11 et 4.12 l'indice de sensibilité du premier ordre associé à chaque incertitude en fonction du débit de gaz injecté (valeur moyenne), respectivement pour la variance du débit liquide et pour la variance de l'efficacité de pompage. Par définition de ces indices, on rappelle qu'une valeur proche de 1 pour l'indice de sensibilité  $S_i$  signifie que la variable aléatoire  $\xi_i$  explique à elle-seule la quasi-totalité de la variance de la grandeur d'intérêt. Inversement, une valeur faible de l'indice de sensibilité  $S_i$  signifie que la contribution à la variance de la variable aléatoire  $\xi_i$  n'est pas significative; par conséquent, il n'est pas indispensable de prendre la peine de considérer la variable physique associée à  $\xi_i$  comme incertaine puisque sa variabilité est sans impact notable. Lorsque l'on analyse des courbes d'indice de sensibilité, il faut également garder en tête le niveau absolu de variance : il n'est pas forcément utile de discuter des différentes contributions des variables incertaines à une variance très faible en niveau absolu.

On observe, en premier lieu, une variation importante des poids relatifs des différentes incertitudes selon la valeur du débit de gaz injecté. Nous sommes plus particulièrement intéressés par l'intervalle des faibles débits, jusqu'à environ  $q_g = 0.2 - 0.3$  kg/s, qui correspond aux valeurs maximales de l'efficacité de pompage. Cette zone mérite d'être scrutée particulièrement, d'autant plus que la variance totale sur le débit liquide et sur l'efficacité de pompage décroît beaucoup pour les plus fortes valeurs du débit gaz. Trois sources d'incertitudes se détachent nettement, en particulier dans cet intervalle d'intérêt :  $\xi_1$  variable aléatoire associée au débit d'injection  $q_g$  (courbe rouge),  $\xi_4$  variable aléatoire associée à la valeur de la vitesse de dérive locale pour un écoulement à bulles  $V_{gjb}$  (courbe violette) et  $\xi_6$  variable aléatoire associée au paramètre de distribution  $C_0$  (courbe noire).

L'influence de  $\xi_1$  sur le débit d'injection est assez transparent, et correspond à l'explication précédemment fournie avant de procéder à l'analyse détaillée de la variance. Lorsqu'on

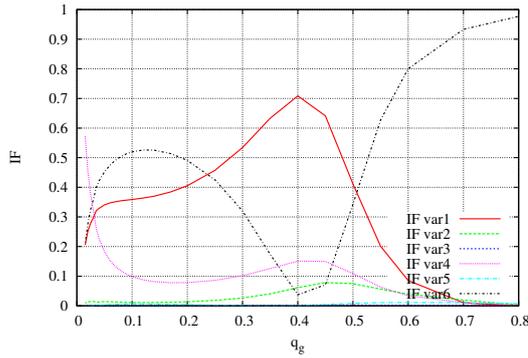


FIGURE 4.11 – Indice de variance du premier ordre sur le débit liquide issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude :  $q_g(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

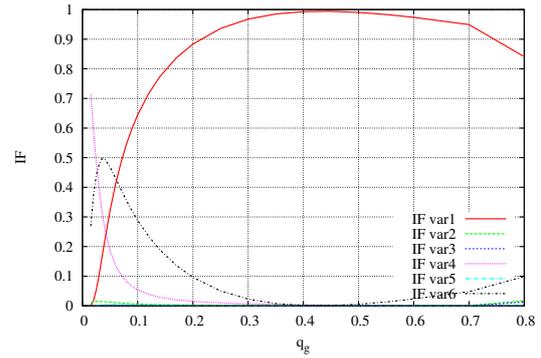


FIGURE 4.12 – Indice de variance du premier ordre sur l'efficacité de pompage issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude :  $q_g(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

trace la courbe  $q_l = f(q_g)$  la dérivée est maximale pour les faibles débits, puis diminue progressivement en s'approchant des débits de gaz plus élevés. Une variation donnée sur le débit  $q_g$ , même en pourcentage relativement à sa valeur, aura un impact sur  $q_l$  négligeable à l'approche du plateau des débits maximums, où  $q_l$  est presque constant avec les variations de  $q_g$ . L'intérêt majeur de l'analyse de la variance menée ici est bien sûr de permettre de situer cet impact de la variabilité du débit d'injection  $q_g$  relativement aux autres sources d'incertitudes.

Dans la zone des débits d'intérêt, les indices de sensibilité des variables aléatoires associées à  $q_g$  et au paramètre  $C_0$  sont du même ordre, entre 0.4 et 0.5 ; l'explication du reste de la variance (pour ce qui concerne les contributions principales, sans effets d'interaction) est fournie par la variable aléatoire associée à  $V_{gjb}$  pour un indice de l'ordre de 0.1. L'augmentation du débit qui induit des fractions de vide plus importantes, et donc de potentiels changements de configuration d'écoulement, se traduit par une diminution de l'impact de  $V_{gjb}$ , sans que l'impact de  $V_{gjs}$  soit pour autant significatif. Les incertitudes sur les conditions de transitions ont par ailleurs une influence négligeable par rapport aux autres sources d'incertitudes. A ce stade, l'incertitude de modélisation a le même niveau de contribution à la variance du débit liquide que l'incertitude physique sur  $q_g$ , dans la zone de débits faibles / modérés. Pour ce qui concerne l'efficacité de pompage, on observe également cet équilibre entre contribution de l'incertitude sur  $q_g$  et contribution des incertitudes de modélisation associées à  $V_{gjs}$  et  $C_0$  pour des valeurs de débit jusqu'à 0.1 kg/s. Au-delà, l'incertitude sur  $q_g$  tend à devenir exclusivement dominante mais, comme précédemment indiqué, ce comportement est finalement peu significatif compte tenu de la faible valeur absolue de la variance totale de l'efficacité dans cette zone de débits. Le caractère dominant de  $\xi_1$  sur la variance de l'efficacité de pompage, alors que son impact sur les débits de liquide reste limité, s'explique par l'influence directe de la valeur de  $q_g$  sur le calcul de la puissance de compression qui intervient dans le calcul d'efficacité de l'équation (1.2). La variation de  $q_g$  de 5% autour de sa valeur déterministe se répercute donc directement sur le calcul de l'efficacité de pompage.

On peut supposer que les sources d'incertitude qui pilotent les changements de configuration,  $\xi_2$  et  $\xi_3$ , influent notablement la variance lorsqu'elles sont corrélées aux autres sources d'incertitude, puisqu'elles régissent directement la relation donnant la vitesse de dérive locale. Pour évaluer cette influence en prenant en compte les dépendances des différents paramètres incertains, on trace les indices de sensibilité totaux  $S_{T_i}$  sur la variance du débit liquide (figure 4.13) et de l'efficacité (figure 4.14) de chaque source d'incertitude en

fonction du débit d'injection. La valeur de l'indice total de variance est plus élevée pour  $\xi_2$ ,  $\xi_3$  et  $\xi_5$ , mais l'augmentation reste globalement négligeable. La zone d'évolution notable se trouve dans une zone (aux alentours de  $q_g = 0.4 \text{ kg/s}$ ) où les paramètres incertains n'induisent qu'une variance très faible sur les débits liquides et l'efficacité.

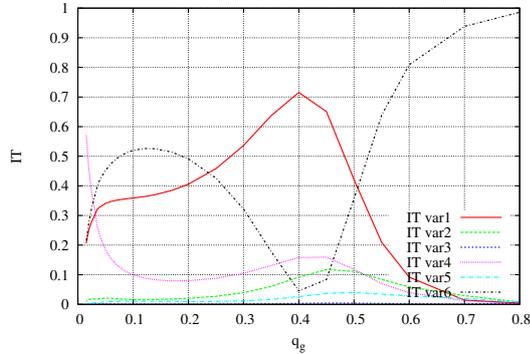


FIGURE 4.13 – Indice total de variance sur le débit liquide issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude :  $q_g(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

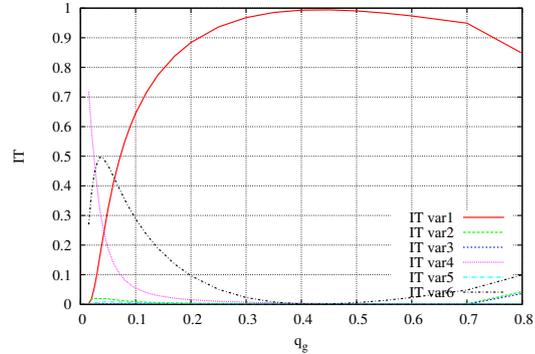


FIGURE 4.14 – Indice total de variance sur l'efficacité de pompage issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude :  $q_g(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

L'analyse des répartitions axiales de quantités d'intérêts, pour plusieurs débits d'injection, permet de mieux comprendre les conditions d'écoulement qui justifient la hiérarchisation des paramètres incertains vis-à-vis de la variance des débits de liquide notamment. On trace ainsi sur les figures 4.15, 4.17 et 4.18 les répartitions spatiales le long du gazosiphon de la fraction de vide (valeur moyenne et écart-type), de la vitesse de dérivée  $V_{gj}$  et du coefficient de distribution  $C_0$  dans le cas d'un faible débit d'injection  $q_g = 0.015 \text{ kg/s}$  correspondant à une variance importante du débit liquide et de l'efficacité de pompage. Dans ce cas, comme précédemment noté, l'incertitude  $\xi_4$  sur la vitesse de dérive utilisée pour les écoulements à bulles  $V_{gjb}$  domine. Le niveau de la fraction de vide en fonction de la position  $z$  (figure 4.15) confirme d'une part la présence d'un écoulement à bulles sur la majeure partie de la conduite, jusqu'à environ  $z = 0 \text{ m}$ , où  $\alpha$  prend sa valeur maximum  $\alpha = 0.2$  à partir de laquelle il peut y avoir un début de transition de configuration d'écoulement dépendant notamment de  $\xi_2$  et  $\xi_3$ . Dès lors, c'est la corrélation  $V_{gjb}$  qui est utilisée dans la simulation pour décrire la vitesse de dérive sur la quasi totalité du domaine. Cela est bien confirmé par l'analyse ANOVA de la vitesse relative  $u_r$  présentée sur la figure 4.16. A partir de  $z = 0 \text{ m}$ , la fraction de vide est supérieure à  $\alpha = 0.2$  et laisse donc place à une possible transition d'écoulement vers un écoulement à chapeaux de Taylor influencé par l'incertitude  $\xi_2$  sur la position de la transition. Dans ce cas, la vitesse de dérive pour un écoulement à chapeaux de Taylor  $V_{gjs}$  intervient avec une probabilité non nulle dans la définition de la vitesse relative. Le coefficient  $C_0$  et sa variation étant globalement stable (figure 4.18), son impact l'est aussi; cela malgré que l'augmentation de la vitesse de dérive moyenne (figure 4.17) et de son écart type à l'approche de la surface, due à l'apparition de l'utilisation de  $V_{gjs}$ , tende à modifier l'importance de  $C_0$  sur la valeur de la vitesse relative  $u_r$  en extrémité haute de conduite.

L'analyse de l'indice de sensibilité totale sur la vitesse relative  $u_r$ , tracé sur la figure 4.19, met en évidence l'augmentation de l'influence de  $\xi_2$  et  $\xi_5$  lorsqu'ils sont considérés conjointement avec les autres paramètres incertains dans la zone de transition vers la sortie du gazosiphon. Cet impact étant très localisé, il ne joue pas notablement sur la variation des débits de liquide ni sur l'efficacité.

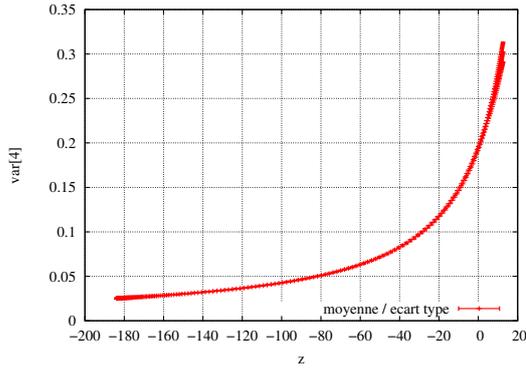


FIGURE 4.15 – Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

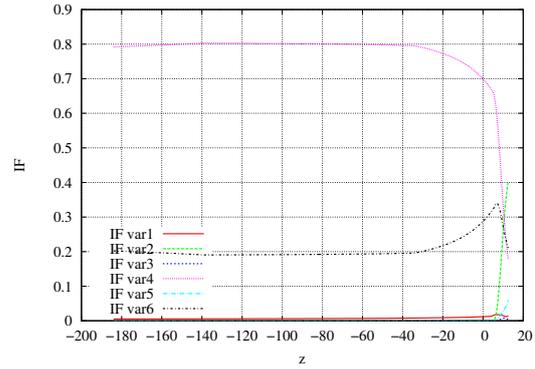


FIGURE 4.16 – Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

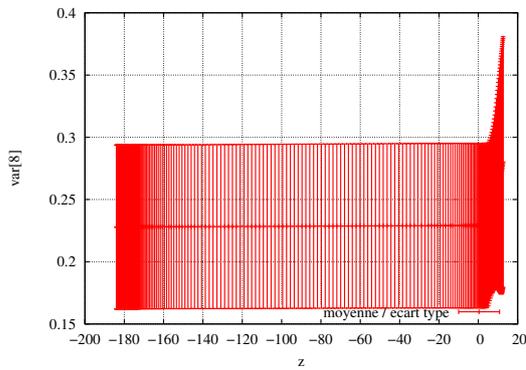


FIGURE 4.17 – Valeurs moyennes et écart type de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

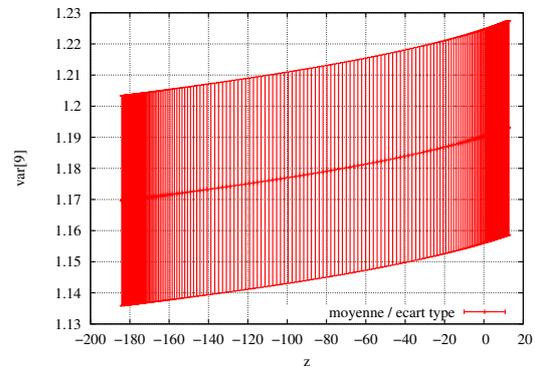


FIGURE 4.18 – Valeurs moyennes et écart type du coefficient de distribution  $C_0$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

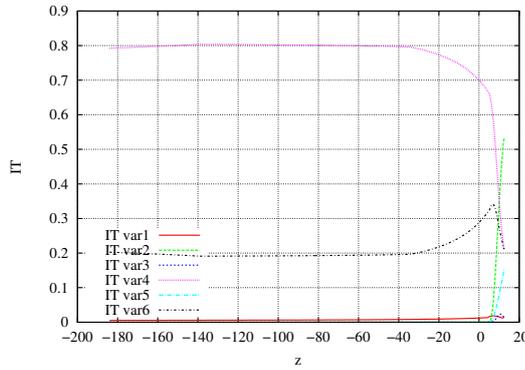


FIGURE 4.19 – Indice de sensibilité totale de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

Pour un débit d'injection plus important, de  $q_g = 0.1$  kg/s, les incertitudes sur le paramètre  $C_0$  et le débit injecté  $q_g$  sont dominantes d'après l'analyse ANOVA des figures 4.11 et 4.12, suivies par la vitesse de dérive  $V_{gjb}$  avec un impact plus faible. Les variations sur la position et l'intervalle de transition sont négligeables, ainsi que sur la vitesse de dérive pour un écoulement à poches  $V_{gjs}$ . La répartition de la fraction de vide dans la conduite, tracée pour ce débit d'injection sur la figure 4.20, explique le rôle dominant de la vitesse de dérive locale  $V_{gjb}$  sur  $V_{gjs}$ . Jusque vers  $z = -20$  m, la fraction de vide est suffisamment faible pour

garantir un écoulement à bulles, ce qui implique une vitesse de dérive calculée par  $V_{gjb}$  (cf. Fig. 4.21). Au-delà de cette position, apparaît une zone de transition qui dépend des incertitudes  $\xi_2$  et  $\xi_3$  jusqu'à la sortie de la conduite et fait intervenir les deux expressions de la vitesse de dérive  $V_{gjb}$  et  $V_{gjs}$ . L'analyse des sensibilités d'ordre 1 et totales sur la valeur de la vitesse de dérive, respectivement tracées sur les figures 4.22 et 4.23, confirme les paramètres dominants déduits par l'observation de la répartition axiale de la vitesse de dérive. L'incertitude sur  $V_{gjb}$  domine jusqu'à la position  $z$  qui correspond à la fraction de vide minimale de transition à partir de laquelle la configuration d'écoulement peut basculer et implique l'expression  $V_{gjs}$  pour le calcul de la vitesse de dérive. L'incertitude  $\xi_2$  provoque une variation de la position de l'amorçage de la transition de configuration, et induit donc un impact simultané de  $V_{gjb}$  et  $V_{gjs}$  dans cette zone correspondant à  $0.2 < \alpha < 0.5$ . La taille de l'intervalle de transition pilotée par le paramètre  $\xi_3$  reste négligeable. Par ailleurs, on peut à nouveau observer le poids de l'incertitude  $\xi_2$  sur la vitesse relative lorsqu'elle est couplée avec  $\xi_4$  et  $\xi_5$  en comparant les figures 4.22 et 4.23.

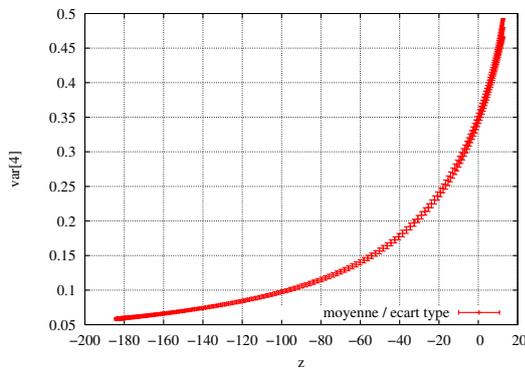


FIGURE 4.20 – Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.1$  kg/s

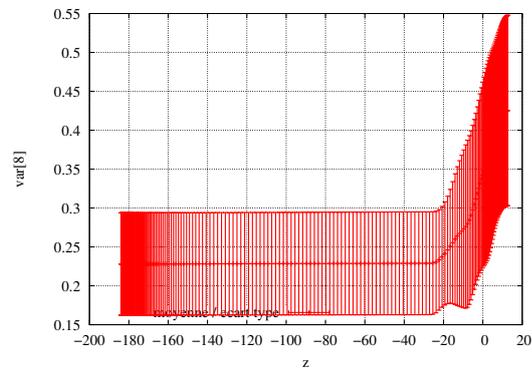


FIGURE 4.21 – Valeurs moyennes et écart type de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.1$  kg/s

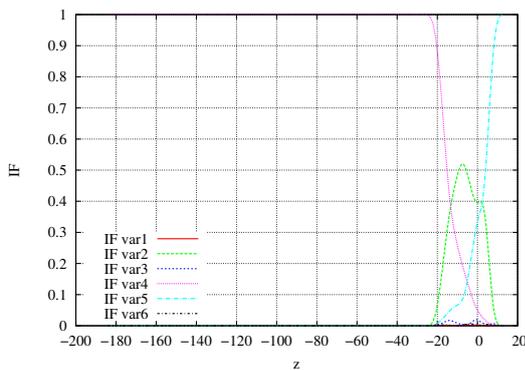


FIGURE 4.22 – Indice de sensibilité d'ordre 1 de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.1$  kg/s

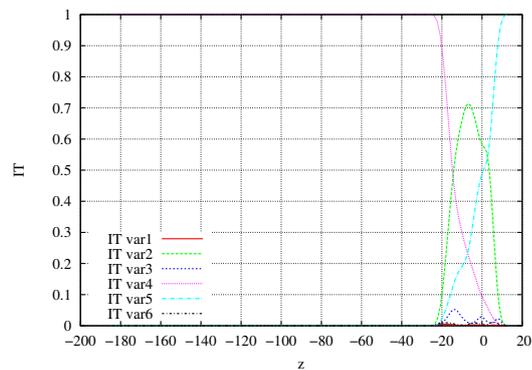


FIGURE 4.23 – Indice de sensibilité total de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.1$  kg/s

Dans ces conditions d'écoulement cependant, le poids des paramètres incertains sur le calcul de la vitesse de dérive n'est pas extrapolable à l'impact sur le débit liquide. Ici, l'importance des incertitudes  $\xi_2$  et  $\xi_5$  dans le calcul de la vitesse de dérive locale est limitée par le rôle de  $C_0$  dans le calcul de la vitesse relative. La distribution axiale de la vitesse relative  $u_r$  et l'analyse de sensibilité d'ordre 1 associée (cf. Fig. 4.24 et 4.25) mettent en évidence le gain d'influence, par rapport aux débits d'injection précédents, de

la variation sur  $C_0$  associée au paramètre incertain  $\xi_6$ . L'inversion de la hiérarchie entre  $V_{gj}$  et  $C_0$  ou de façon équivalente les paramètres incertains qui affectent respectivement ces deux corrélations, est principalement due à la répartition de la vitesse du mélange  $u$  et de sa masse volumique  $\rho$  qui pondèrent le paramètre  $C_0$  dans le calcul de la vitesse relative moyenne  $u_r$ . La diminution globale de la masse volumique  $\rho$  et l'augmentation de la vitesse  $u$ , lorsque les débits  $q_g$  augmentent, induisent logiquement une élévation de l'influence relative de  $C_0$  dans le calcul de la vitesse relative  $u_r$ , à travers les coefficients  $(C_0 - 1)u$  et  $C_0(\rho - \rho_l)$  qui apparaissent dans la loi de fermeture.

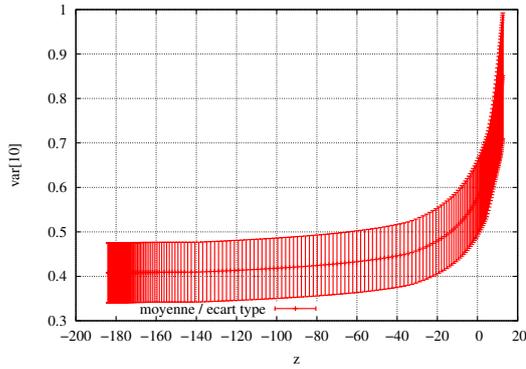


FIGURE 4.24 – Vitesse relative moyenne  $u_r$  et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.1$  kg/s

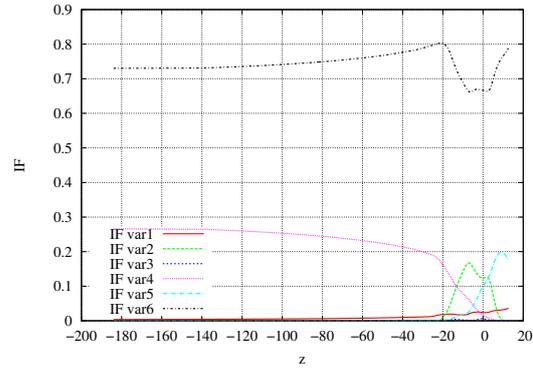


FIGURE 4.25 – Analyse ANOVA sur la variance de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.1$  kg/s

Bien que les débits d'injection élevés, au-delà du pompage liquide maximal, offrent peu d'intérêt, on peut confirmer la hiérarchie des différents paramètres incertains. Ainsi pour un débit d'injection  $q_g = 0.7$  kg/s, on retrouve le même type de courbe pour l'analyse ANOVA des vitesses de dérive et relative. L'augmentation globale de la fraction de vide (cf. Fig. 4.26) induit un décalage de la zone de transition vers des profondeurs plus importantes comme en témoignent la valeur de la vitesse de dérive locale présentée sur la figure 4.28 et son analyse ANOVA tracée sur la figure 4.29. L'analyse ANOVA de la vitesse relative (cf. Fig. 4.27) confirme une domination encore plus marquée de l'incertitude sur  $C_0$ . De nouveau, l'augmentation globale des vitesses et la diminution de la fraction de vide amplifie l'importance de  $C_0$  dans l'expression de la vitesse relative.

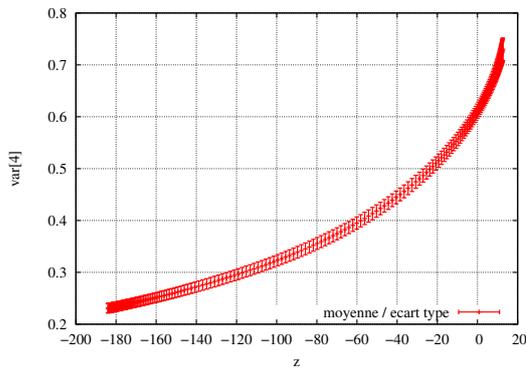


FIGURE 4.26 – Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.7$  kg/s

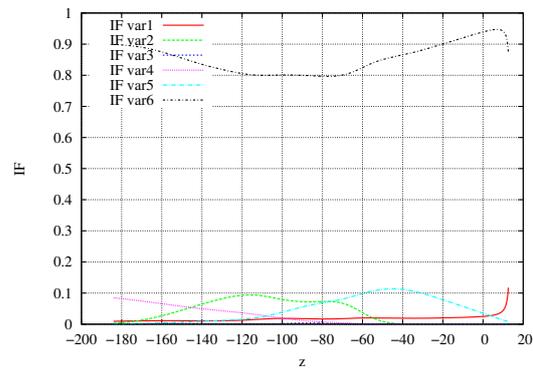


FIGURE 4.27 – Analyse ANOVA sur la variance de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.7$  kg/s

L'utilisation pratique de la quantification d'incertitudes peut se limiter à l'estimation d'écart-type / de barre d'erreur sur des quantités globales d'intérêt, telles que l'efficacité

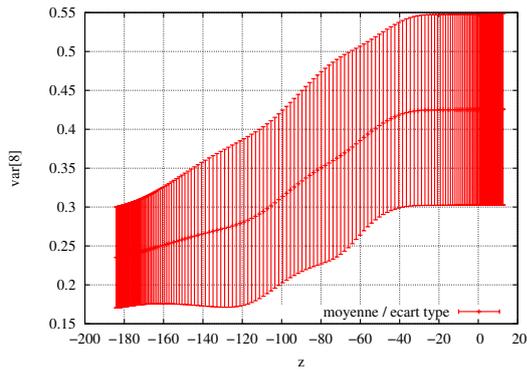


FIGURE 4.28 – Valeurs moyennes et écart type de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.7 \text{ kg/s}$

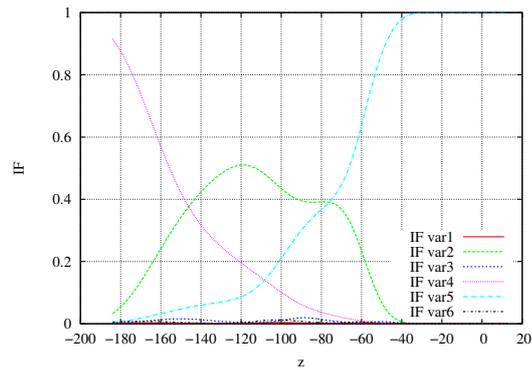


FIGURE 4.29 – Analyse ANOVA sur la variance de la vitesse de dérive  $V_{gj}$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.7 \text{ kg/s}$

de pompage par exemple dans notre étude. Un tel usage de l'approche UQ sera d'ailleurs fait dans chapitre suivant lorsque une démarche d'optimisation robuste sera mise en œuvre. Il apparaît toutefois utile de proposer dans cette section une analyse physique détaillée des résultats fournis par la méthode de quantification d'incertitudes afin de mieux exprimer le lien entre variabilité des paramètres de fonctionnement et de modélisation et variabilité des quantités d'intérêt. Via une analyse des répartitions des grandeurs physiques dans le gazosiphon pour différents débits d'injection de gaz, une cohérence des tendances observées au niveau de l'influence des différentes incertitudes a pu être établie. Il reste cependant que cette analyse a été conduite sur la base d'un développement en polynômes du chaos de degré maximal égal à  $p = 2$  seulement. Dans la section qui suit la validité de l'analyse présentée sera confirmée en faisant appel à un développement spectral d'ordre plus élevé mais réalisé sur les seules incertitudes les plus influentes.

#### 4.3.4 Précision de l'approche UQ

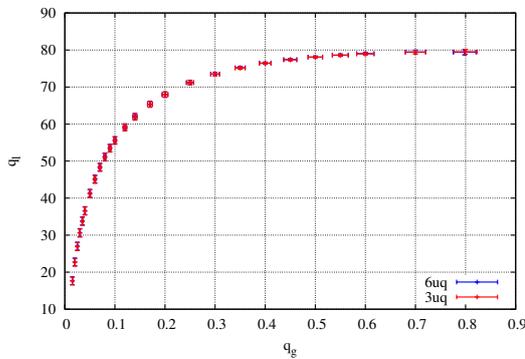
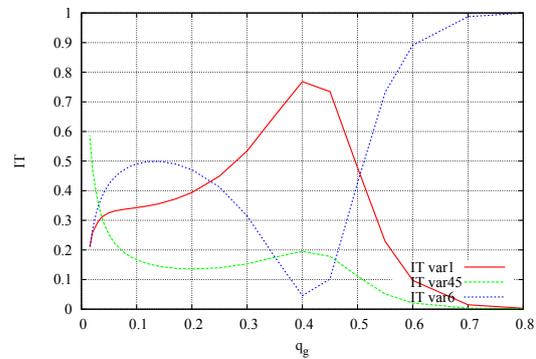
Pour permettre une étude de la convergence du degré des polynômes de chaos à un coût de calcul acceptable, et dans le but d'intégrer par la suite les paramètres incertains dans l'étude d'optimisation, il est souhaitable de trier les incertitudes par ordre d'influence et de ne conserver dans l'analyse que celles dont l'influence relative sur les résultats est prédominante. Compte tenu de la plage de débit étudiée, on choisit assez naturellement de tenir compte des incertitudes sur le débit d'injection  $\xi_1$ , le paramètre de distribution  $\xi_6$  et la vitesse de dérive pour un écoulement à bulles  $\xi_4$ . Les incertitudes sur les changements de configuration  $\xi_2$  et  $\xi_3$  étant mises de côté, l'interdépendance entre  $\xi_4$  et  $\xi_5$  n'en sera que diminuée. Pour prendre en compte l'influence de  $\xi_5$ , on regroupe les deux paramètres incertains sur la vitesse de dérive,  $\xi_4$  et  $\xi_5$ , pour appliquer une seule source d'incertitude à la vitesse de dérive, indépendamment de la configuration d'écoulement. Cela permet de continuer à quantifier les variations sur la vitesse de dérive  $V_{gjs}$  en perdant évidemment l'indépendance du comportement incertain en fonction de la configuration d'écoulement. Les sources d'incertitudes retenues  $\xi_1$ ,  $\xi_4$  et  $\xi_6$  sont récapitulées dans le tableau 4.2.

Avec  $M = 3$  variables aléatoires et en conservant  $p = 2$ , 27 simulations par point de débit suffisent à obtenir la moyenne et l'écart type des débits par l'approche NIPC. On compare sur la figure 4.30 cette prédiction avec le cas initial à 6 incertitudes. Les différences, autant sur les valeurs moyennes que sur les écarts types, sont négligeables ce qui confirme

TABLE 4.2 – Définition et formulation des 3 paramètres incertains retenus pour le cas de [Saito *et al.*, 2004]

Grandeur incertaine	Valeurs en fonction de la pdf $\xi_i$	Forme de la pdf $\xi_i$
$\mathbf{q}_g$	$q_g (1 + 0.05\xi_1)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$\mathbf{V}_{gj}$	$V_{gj} (1 + 0.5\xi_{45})$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$\mathbf{C}_0$	$C_0 (1 + 0.05\xi_6)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$

la prédominance des 3 incertitudes sélectionnées. Une analyse de la variance sur débits liquides en fonction du débit gaz est tracée sur la figure 4.31. L'impact relatif de chaque incertitude garde logiquement une forme très proche du cas à 6 incertitudes, et permet de justifier d'une part l'abandon des incertitudes sur les changements de configuration d'écoulement, ainsi que le regroupement des incertitudes sur les différentes expressions de la vitesse de dérive.


 FIGURE 4.30 – Comparaison des débits moyens (en kg/s) et écart type pour le cas de [Saito *et al.*, 2004] avec 6 et 3 sources d'incertitude et des polynômes de degré 2

 FIGURE 4.31 – Indice total de variance sur le débit liquide issu de l'analyse ANOVA pour chaque source d'incertitude :  $q_g(1)$ ,  $V_{gj}(45)$ ,  $C_0(6)$ 

L'intérêt majeur de la réduction du nombre d'incertitudes de  $M = 6$  à  $M = 3$  est qu'elle permet de s'assurer de la fiabilité des résultats probabilistes en termes de quantification d'incertitudes sur les quantités de sortie et les distributions le long du gazosiphon en élevant l'ordre  $p$  du développement spectral, tout en conservant un coût global de simulation qui demeure acceptable. Le nombre de calculs par point de débit est donné par  $(p + 1)^M$  et sa valeur pour  $p = 2$ ,  $p = 3$  et  $p = 4$  est récapitulée dans le tableau 4.3.4 ainsi que le nombre total de simulations à effectuer pour tracer la courbe d'évolution du débit liquide en fonction du débit de gaz. Le tracé du débit moyen du liquide et de son écart type en fonction du débit d'injection (cf. Fig. 4.32) montre une convergence atteinte dès le degré 2 des polynômes de chaos. L'analyse directe de la valeur de la variance en fonction du débit d'injection, présentée sur la 4.33, confirme la convergence des résultats : la différence entre le degré 2 et 3 est tout à fait négligeable devant la valeur de la variance. Ces conclusions seront étendues à notre étude UQ du présent gazosiphon de grande échelle en utilisant désormais des polynômes de chaos de degré 2.

TABLE 4.3 – Nombre de calculs en fonction du degré du polynôme pour 3 sources d'incertitudes

Degré du polynôme	nombre de calculs par point de débit	nombre de calculs total (26 débits)
2	27	702
3	64	1664
4	125	3250

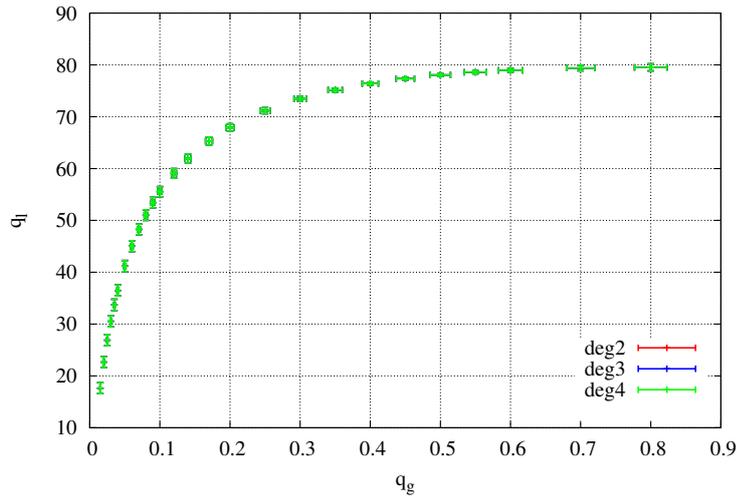


FIGURE 4.32 – Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour plusieurs degrés de polynômes de chaos

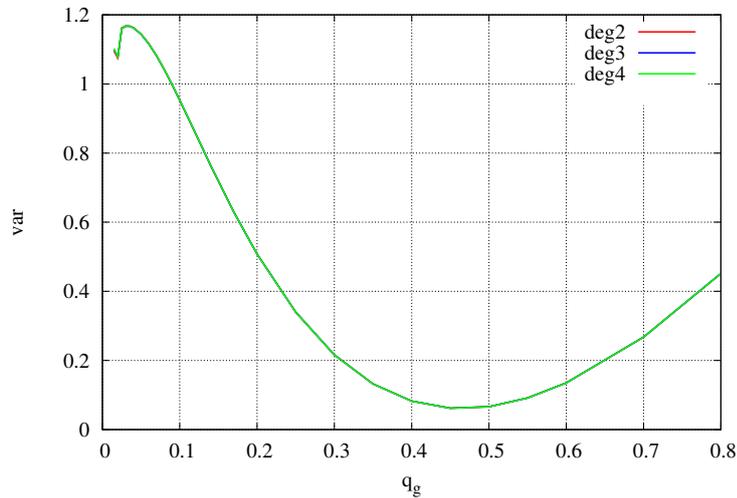


FIGURE 4.33 – Variance du débit liquide pour plusieurs degrés de polynômes de chaos

### 4.3.5 Profondeurs d'injection variables

Une analyse UQ menée avec  $M = 3$  incertitudes dominantes et un ordre polynomial  $p = 2$  ne représente *in fine* que 27 calculs par point de débit. Cette démarche de quantification

d'incertitudes mise au point peut donc être appliquée aux autres configurations de grandes échelles traitées par Saito *et al.* [2004]. On choisit ainsi deux autres profondeurs d'injection, respectivement  $z = -131$  m et  $z = -100$  m, pour évaluer l'impact des 3 paramètres incertains retenus sur les débits dans ces configurations. Ces deux nouvelles configurations ne constituent pas une modification fondamentale des conditions de fonctionnement. Cependant, elles permettent tout de même de tester l'impact de rapports de submergence  $S_r$  différents, qui s'accompagnent d'une longueur de conduite en amont de l'injection de 69 m et 100 m induisant des pertes de charge supplémentaires dépendant du fonctionnement du gazosiphon.

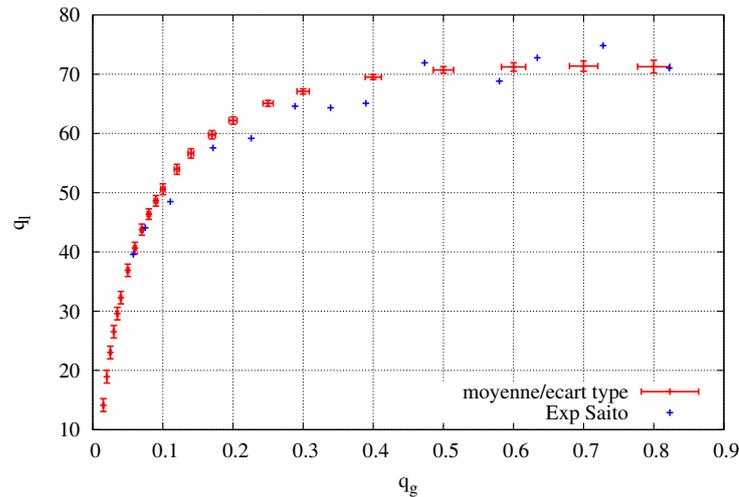


FIGURE 4.34 – Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour le cas (b) avec  $z_{inj} = -131$  m

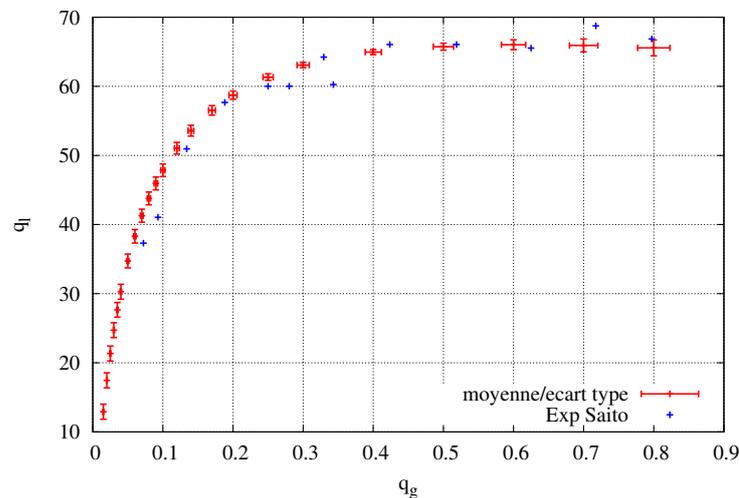


FIGURE 4.35 – Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour le cas (c) avec  $z_{inj} = -100$  m

L'influence des paramètres incertains sur le débit liquide en fonction du débit d'injection pour  $z_{inj} = -131$  m et  $z_{inj} = -100$  m est présenté respectivement sur les figures 4.34 et 4.35 ; on observe la même tendance que pour le cas précédent. On remarque quantitative-

ment une légère augmentation de l'écart type avec la baisse du rapport de submergence (corrélée avec la longueur de conduite en amont de l'injection). Par ailleurs, cette augmentation de l'écart type sur les débits est de plus en plus marquée à mesure que le débit d'injection augmente.

## 4.4 Quantification d'incertitudes dans un contexte géothermique

On se place maintenant dans une configuration représentative du contexte géothermique, qui se caractérise en particulier par : une augmentation de la longueur de la conduite, des valeurs de température plus élevées et la création d'une charge en sortie au détriment de la hauteur de refoulement.

### 4.4.1 Description du dispositif

On choisit une longueur de conduite de 500 m de long pour un diamètre de 0.15 m. La zone d'injection est située à la base de celle-ci à  $z = -500$  m. Un niveau de température élevée dans le gazosiphon, égale à 403 K, est adopté car on le suppose induit par les échanges thermiques favorables avec un aquifère. La sortie de la conduite se situe au niveau de la surface libre, et on impose une pression de sortie à 10 bar, choisie en fonction de la pression hydrostatique induite en entrée pour contraindre le système. Plus précisément, on souhaite que la contrainte de pression imposée en sortie induise une fraction de vide nécessaire à la création d'un mouvement ascendant qui reste limitée (configuration d'écoulement préférentiellement à bulles), tout en correspondant à une pression suffisante pour induire une influence visible sur la physique de l'écoulement. Dans le cas analysé ici, la pression de sortie entraîne un allègement théorique minimum de la colonne d'eau d'environ un cinquième de sa masse pour obtenir un écoulement. Ce choix de pression de sortie correspond à des conditions de fonctionnement qui diffèrent bien du pompage classique d'un gazosiphon de grande échelle avec une hauteur de refoulement.

TABLE 4.4 – Définition et formulation des paramètres incertains pour le cas du gazosiphon dans un contexte géothermique.

Grandeur incertaine	Valeur en fonction de la pdf $\xi_i$	Forme de la pdf $\xi_i$
$\mathbf{T}_{GS}$	$T_{GS} (1 + 0.05\xi_1)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$\alpha_b$	$\alpha_b + \xi_2$	pdf uniforme sur $[-0.05; 0.15]$ avec $\alpha_b = 0.25$
$\alpha_s$	$\alpha_s + \xi_2 + \xi_3$	pdf uniforme sur $[-0.025; 0.1]$ avec $\alpha_s = 0.3$
$\mathbf{V}_{gjb}$	$V_{gjb} (1 + 0.5\xi_4)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$\mathbf{V}_{gjs}$	$V_{gjs} (1 + 0.5\xi_5)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$\mathbf{C}_0$	$C_0 (1 + 0.05\xi_6)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$

On reprend les sources d'incertitude de modélisation précédemment étudiées pour quantifier à nouveau leur impact relatif et absolu dans le contexte du présent fonctionnement.

Faute de point de comparaison avec des résultats expérimentaux, nous renonçons à considérer une variation sur le débit d'injection en entrée. Cette quantité  $q_g$  avait été précédemment retenue dans l'analyse car elle permettait d'évaluer l'impact d'une incertitude physique relativement aux incertitudes de modélisation. Pour la présente configuration, le paramètre de fonctionnement retenu est la température  $T_{GS}$  dans le gazosiphon. Cette quantité influencera le calcul du rendement global du dispositif puisqu'elle joue à la fois sur la détente du gaz et l'énergie thermique de l'eau (cf. le dimensionnement et le bilan énergétique du dispositif réalisé au chapitre suivant). Nous intégrons donc une source d'incertitude sur ce paramètre : nous considérons une variabilité de  $\pm 5\%$  autour de valeur déterministe de référence fixée à 403 K.

Le tableau 4.4 récapitule les sources d'incertitudes considérées pour le calcul. Les 5 incertitudes de modélisation sont identiques au premier cas traité dans 4.3.1. Nous considérons en effet que les conclusions qui ont été précédemment tirées pour le gazosiphon étudié par Saito *et al.* [2004] ne peuvent pas être extrapolées à cette nouvelle configuration, compte tenu des différences de fonctionnement que nous avons soulignées. Par conséquent, il sera initialement pris en compte 6 paramètres incertains au total, avec un degré polynomial limité à  $p = 2$ ; avec 729 calculs par point de débit, l'évaluation des 20 points de débits calculés pour décrire la courbe  $q_l$  en fonction de  $q_g$  représente donc un total de 14580 calculs.

#### 4.4.2 Quantification d'incertitude et analyse de la variance

La courbe d'évolution du débit liquide moyen et de son écart type en fonction du débit d'injection (cf. Fig. 4.36) met en évidence une influence des incertitudes plus marquée pour les faibles débits d'injection, de façon analogue à la configuration précédente.

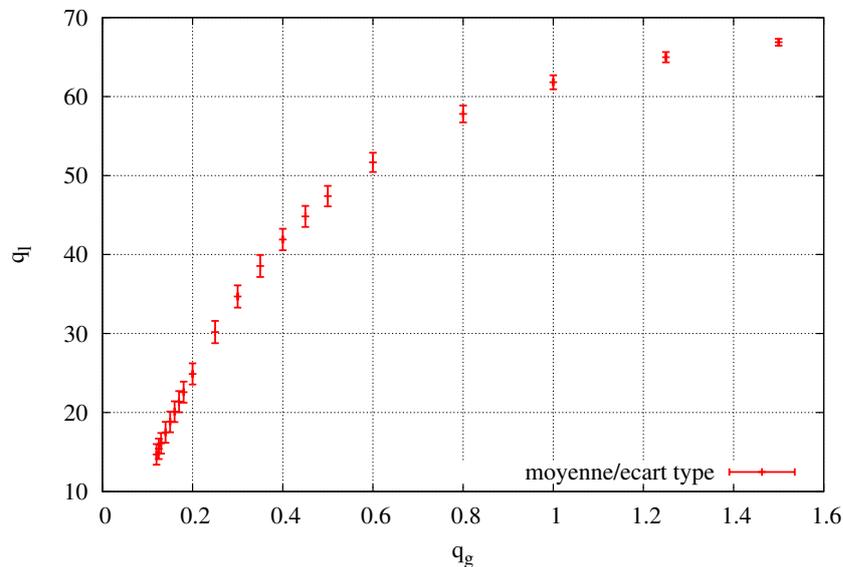


FIGURE 4.36 – Débits moyens et écarts types pour 6 sources d'incertitudes

Les influences individuelles et couplées des différentes sources d'incertitude en fonction du débit d'injection sur le débit gaz, fondées sur l'analyse de l'indice de variance du premier ordre  $S$  et total  $S_T$ , sont présentées respectivement sur les figures 4.37 et 4.38.

Une comparaison rapide avec l'analyse ANOVA du cas précédent (cf. Fig. 4.13 et 4.14) conduit à noter tout d'abord les similitudes de l'influence des paramètres incertains dans un intervalle de débit resserré. On retrouve qualitativement la même tendance au niveau de la hiérarchisation des incertitudes de modélisation, avec une prédominance de  $\xi_4$  et  $\xi_6$  (variables aléatoires respectivement associées à  $V_{gjb}$  et  $C_0$ ). De même, la taille de l'intervalle de transition n'a qu'un impact négligeable sur les débits pompés. La position du point de transition, et la vitesse de dérive d'un écoulement à poches, pilotées respectivement par les variables aléatoires  $\xi_2$  et  $\xi_5$ , ont quant à elles une influence plus significative que précédemment. L'incertitude sur la température  $\xi_1$  est significative dans tout l'intervalle de débit traité.

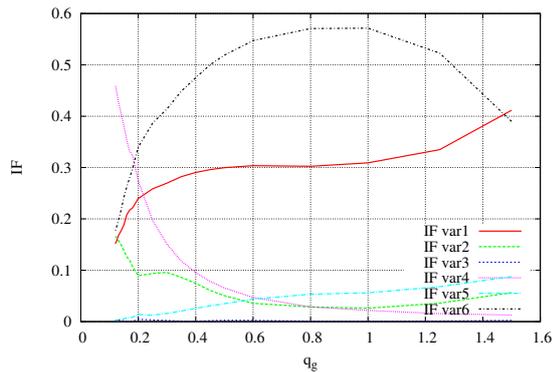


FIGURE 4.37 – Indice de variance du 1<sup>er</sup> ordre  $S_i$  sur le débit liquide pour chaque source d'incertitude :  $T_{GS}(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

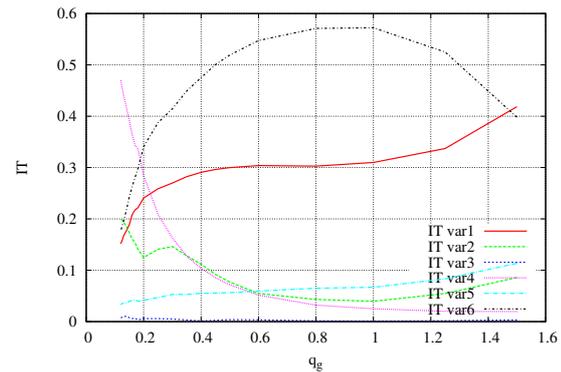


FIGURE 4.38 – Indice total de variance  $S_{T_i}$  sur le débit liquide pour chaque source d'incertitude :  $T_{GS}(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

Les contributions croisées des paramètres incertains peuvent être observées en comparant les figures 4.37 et 4.38 ; on observe une amplification de l'influence relative de  $\xi_2$  et  $\xi_5$ . Cela est d'autant plus marqué lorsqu'on compare ces augmentations d'influence à celles du cas précédent dans lequel l'influence d'effets croisés sur la variance n'était que marginale. On peut expliquer cette augmentation des effets croisés par la modification de la répartition de pression dans la conduite induite par les conditions aux limites. Malgré l'augmentation de la longueur totale, le rapport entre pression d'entrée et pression de sortie est bien plus faible, et la pression bien plus élevée dans l'absolu. Il s'ensuit une progression plus faible des fraction de vide et des vitesses dans la conduite. Ainsi, les zones de transition s'étalent sur des distances plus élevées, impliquant une importance marquée de la transition de configuration pour certaines plages de débits d'injections proches de la zone d'efficacité de pompage maximum. On note en conséquence une influence importante des paramètres incertains appliqués au point de transition de configuration et par extension de l'incertitude sur la vitesse relative d'un écoulement à poches.

L'analyse des répartitions axiales de quantités d'intérêt, pour plusieurs débits d'injection, permet d'identifier les modifications d'influence des paramètres incertains dans le cas de la présente configuration de gazosiphon dans un contexte géothermique. Le débit d'injection correspondant à l'efficacité de pompage maximale,  $q_g = 0.15$  kg/s, est plus élevé que dans le cas de Saito *et al.* [2004], car la pression élevée en sortie nécessite un allègement global plus important, et tend à limiter le volume moyen de gaz à débit massique fixé (cf. chap 3). L'augmentation de la longueur, qui a pour effet inverse de produire un allègement moyen plus élevé à débit d'injection fixé, ne contrebalance par cette pression élevée en sortie. La répartition de fraction de vide, tracé sur la figure 4.39, varie de façon plus progressive que dans le cas traité précédemment du gazosiphon de Saito *et al.* [2004]. La distribution de

la fraction de vide prend des valeurs, entre  $z = -200$  m et  $z = 0$  m soit proche de la moitié de la longueur totale, qui se situent dans la zone probable de transition d'écoulement. Dès lors, l'augmentation de l'impact quantitatif de l'incertitude  $\xi_2$  sur le point de transition  $\alpha_b$  dans cette gamme de débit, et par extension de  $\xi_5$  sur  $V_{gjb}$ , apparaît logique. L'analyse des indices de variance totale sur la vitesse relative  $u_r$  présentée sur la figure 4.40 confirme la prédominance de l'incertitude sur le point de changement de configuration d'écoulement  $\alpha_b$  et sur la vitesse de dérive pour un écoulement à poches  $V_{gjs}$  dans un intervalle plus large.

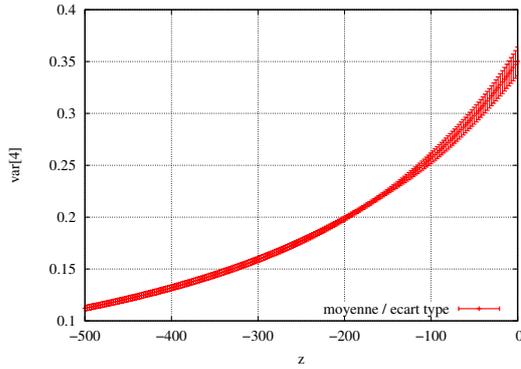


FIGURE 4.39 – Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

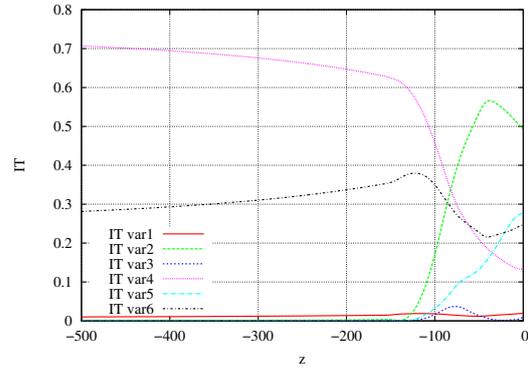


FIGURE 4.40 – Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.015$  kg/s

Pour des débits d'injection plus importants, respectivement de  $q_g = 0.3$  kg/s et  $q_g = 0.6$  kg/s, on retrouve une augmentation logique des répartitions de fraction de vide dans la conduite (cf. Fig. 4.41 et 4.43). Cela se traduit par l'augmentation du tronçon du gazosiphon dans lequel l'écoulement est dans un intervalle de transition, et donc par l'importance croissante de  $\xi_2$  et  $\xi_5$  devant  $\xi_4$  qui peut être visualisée sur les analyses des contributions à la variance de la vitesse relative  $u_r$  présentées sur les figures 4.42 et 4.44. Dans le même temps, en raison des conditions d'écoulement couplées à la structure de la loi de fermeture hydrodynamique, les termes qui dépendent de  $C_0$  dans le calcul de  $u_r$  sont dominants, et de ce fait le paramètre incertain sur  $C_0$  domine les autres incertitudes malgré l'influence grandissante de  $\xi_2$  et  $\xi_5$  relativement à  $\xi_4$ .

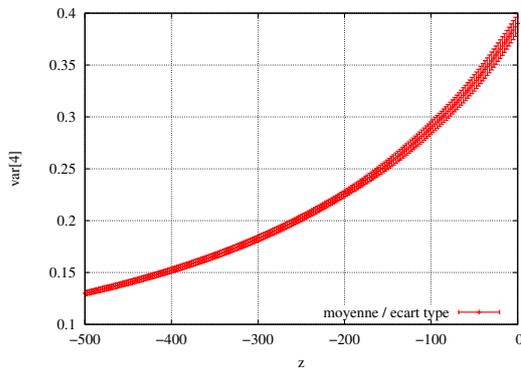


FIGURE 4.41 – Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.3$  kg/s

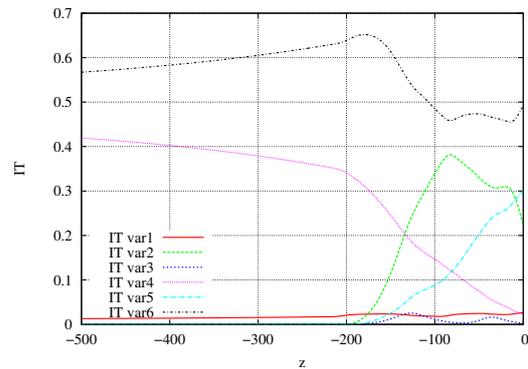


FIGURE 4.42 – Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.3$  kg/s pour chaque source d'incertitude :  $T_{GS}(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

L'incertitude physique sur la température joue un rôle non négligeable sur les variations

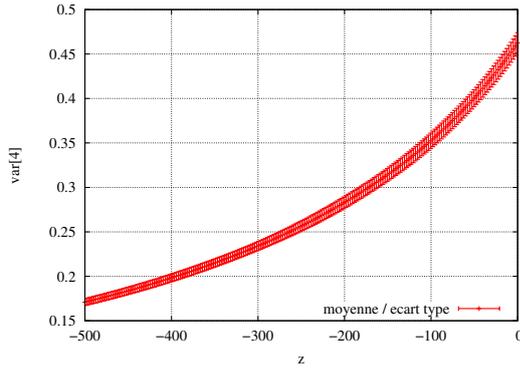


FIGURE 4.43 – Fraction de vide moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.6$  kg/s

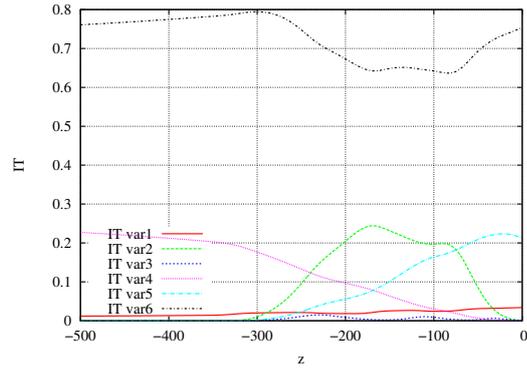


FIGURE 4.44 – Indice de variance d'ordre 1 de la vitesse relative  $u_r$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.6$  kg/s pour chaque source d'incertitude :  $T_{GS}(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

de débit observées dans la mesure où elle joue directement sur la masse volumique du gaz. La répartition de la fraction massique de gaz dans la conduite (cf. Fig. 4.45) et l'analyse des indices de variance totale associée (cf. Fig. 4.46) confirment que l'incertitude sur la température impacte la masse volumique, et justifient son influence notable sur le pompage du liquide.

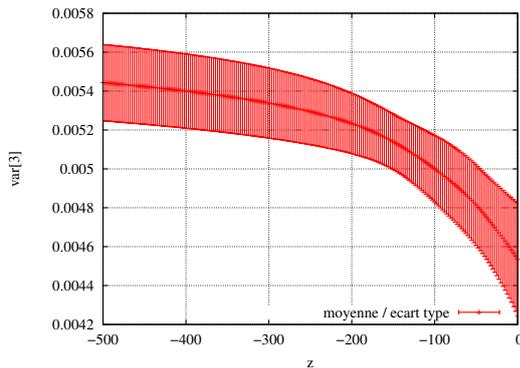


FIGURE 4.45 – Fraction massique de gaz  $c$  moyenne et écart type en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.15$  kg/s

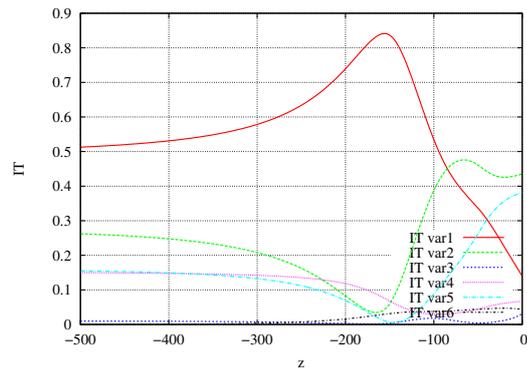


FIGURE 4.46 – Indice de variance d'ordre 1 de la fraction massique de gaz  $c$  en fonction de la profondeur pour  $q_g = 0.15$  kg/s pour chaque source d'incertitude :  $T_{GS}(1)$ ,  $\alpha_b(2)$ ,  $\alpha_s(3)$ ,  $V_{gjb}(4)$ ,  $V_{gjs}(5)$ ,  $C_0(6)$

### 4.4.3 Précision de l'analyse UQ

La physique de l'écoulement dans la configuration actuelle de gazosiphon mis en oeuvre dans un contexte géothermique ne modifie pas fondamentalement la hiérarchie de l'influence des paramètres incertains. Cependant, la diminution des intervalles de variation de la fraction de vide le long de la conduite tend à donner de l'importance à la position du point de changement de configuration. Dans un premier temps, l'influence des trois incertitudes globalement dominantes, à savoir celles sur la température  $T_{in}$ , sur le paramètre de distribution  $C_0$  et sur la vitesse de dérive  $V_{gj}$  (pour les deux corrélations dépendantes de la configuration d'écoulement) sera de nouveau évaluée. Les paramètres incertains sont récapitulés dans le tableau 4.5.

TABLE 4.5 – Définition et formulation des 3 paramètres incertains dominants retenus

Grandeur incertaine	Valeurs en fonction de la pdf $\xi_i$	Forme de la pdf $\xi_i$
<b>T</b>	$T(1 + 0.05\xi_1)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
<b>V<sub>gj</sub></b>	$V_{gj}(1 + 0.5\xi_{45})$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
<b>C<sub>0</sub></b>	$C_0(1 + 0.05\xi_6)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$

La comparaison de l'écart type du débit liquide pour 3 ou 6 incertitudes est tracée sur la figure 4.47. On observe des écarts entre ces deux prédictions qui sont d'autant plus marqués que les débits sont faibles, en relation directe avec l'omission de  $\xi_2$ . La diminution de la valeur moyenne, notable surtout pour les faibles débits, s'explique par l'influence de  $\xi_2$  qui tendait à privilégier avec une probabilité plus grande un point de transition d'écoulement pour des fractions de vide plus importantes. La comparaison de la valeur de la variance est présentée sur la figure 4.48. Même si des différences sont bien visibles entre la prédiction complète à 6 paramètres et la prédiction simplifiée à 3 paramètres seulement, les écarts restent modérés, même aux plus faibles débits d'injection pour lesquels la transition d'écoulement est importante, ce qui induit un écart maximum entre les cas à 3 et à 6 incertitudes.

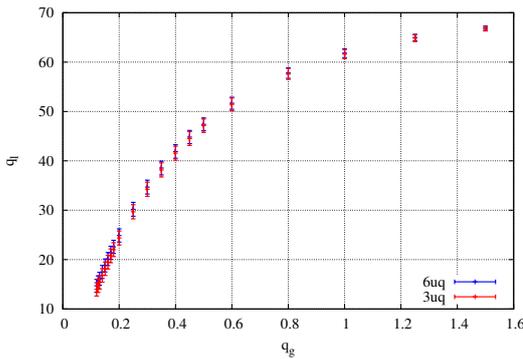
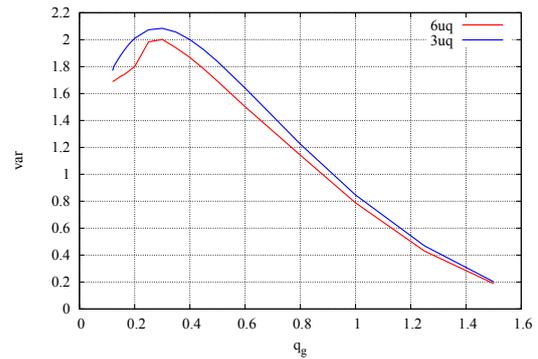


FIGURE 4.47 – Comparaison des débits moyens (en kg/s) et écart type avec 6 et 3 sources d'incertitude et des polynômes de degré 2


 FIGURE 4.48 – Variance sur le débit liquide en fonction du débit d'injection pour 3 et 6 sources d'incertitude pour chaque source d'incertitude :  $q_g(1)$ ,  $V_{gj}(45)$ ,  $C_0(6)$ 

L'étude de l'impact de l'augmentation du degré des polynômes de chaos pour ce cas à 3 paramètres incertains rejoint les conclusions tirées des précédents résultats du cas [Saito *et al.*, 2004], à savoir une convergence optimale dès le degré 2, visible sur la valeur moyenne et l'écart type du débit liquide (figure 4.49) et sur la valeur de la variance du débit liquide pour des polynômes de degré 2 et 3 (cf. Fig. 4.50).

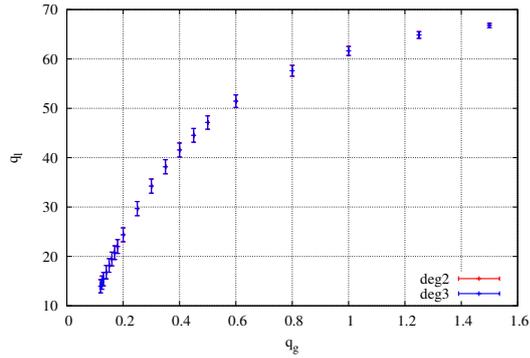


FIGURE 4.49 – Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour plusieurs degrés de polynômes de chaos

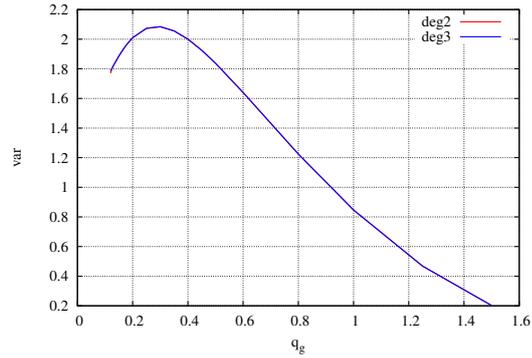


FIGURE 4.50 – Variance du débit liquide pour plusieurs degrés de polynômes de chaos

#### 4.4.4 Incertitudes de modélisation

 TABLE 4.6 – Définition et formulation des paramètres incertains pour le cas de [Saito *et al.*, 2004]

Grandeur incertaine	Valeurs en fonction de la <i>pdf</i> $\xi_i$	Forme de la <i>pdf</i> $\xi_i$
$\alpha_b$	$\alpha_b + \xi_2$	pdf uniforme sur $[-0.05; 0.15]$
$V_{gjb}$	$V_{gjs} (1 + 0.5\xi_4)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$V_{gjs}$	$V_{gjb} (1 + 0.5\xi_5)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$C_0$	$C_0 (1 + 0.05\xi_6)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$

L'influence notable des incertitudes  $\xi_2$  et  $\xi_5$  sur la variance des grandeurs caractéristiques de la configuration traitée ici souligne l'importance qu'il peut y avoir à prendre en compte plus précisément les incertitudes de modélisation dans l'optique d'une optimisation robuste. Les contraintes de coût de calcul obligent cependant à ne conserver que les incertitudes strictement utiles à l'analyse. Pour ce qui concerne les incertitudes physiques, la température ne sera pas retenue comme paramètre incertain faute de données fiables pour caractériser sa variabilité. Seules les incertitudes de modélisation seront prises en compte pour prédire la variance des résultats induite par le modèle dans la zone d'efficacité de pompage maximum.

Si l'incertitude  $\xi_3$  sur la taille de l'intervalle de changement de configuration peut être négligée, il apparaît en revanche intéressant de chercher à conserver une source d'incertitude pour chacune des deux expressions de la vitesse de dérive. Sur la base des analyses précédentes, la variable aléatoire  $\xi_5$  est moins influente que les autres variables aléatoires. Cependant l'influence croisée de  $\xi_2$  et  $\xi_5$ , observée dans la comparaison entre les indices de variance du premier ordre et totaux sur les figures 4.37 et 4.38, ne permet pas de négliger avec certitude l'influence de  $\xi_5$ . En vue de l'optimisation robuste finale menée au chapitre suivant, il conviendra donc de déterminer si 4 paramètres incertains sont nécessaires pour décrire les incertitudes de modélisation avec précision (cf. le récapitulatif du tableau 4.4.4) ou si il est possible de se limiter à 3 paramètres incertains en supposant  $\xi_4 = \xi_5$ . Cette démarche est d'autant plus justifiée que l'optimisation robuste va conduire à effectuer de nouveau entre plusieurs centaines et plusieurs milliers de simulations de gazosiphons en présence d'incertitudes, de sorte que gagner un facteur 3 sur la taille du plan d'expériences

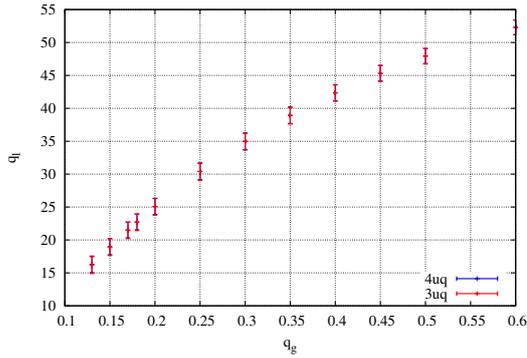


FIGURE 4.51 – Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz pour 4 et 3 paramètres incertains

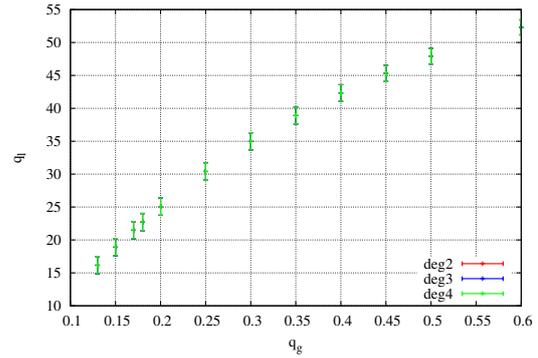


FIGURE 4.52 – Moyenne et écart type du débit liquide en fonction du débit gaz avec 3 incertitudes pour plusieurs degrés de polynômes

à réaliser pour estimer moyenne et variance n'est pas négligeable.

La figure 4.51 présente le débit liquide en fonction du débit de gaz pour 4 incertitudes et pour un regroupement de  $\xi_4$  et  $\xi_5$ . Les différences entre les deux prédictions sont négligeables et par conséquent le choix simplifié des 3 variables aléatoires  $\xi_2$ ,  $\xi_{45}$  et  $\xi_6$  apparaît suffisant pour décrire la variance des grandeurs d'intérêt induite par les incertitudes associées au modèle à flux de dérive. Une ultime vérification, présentée sur la figure 4.52, consiste à s'assurer que le choix d'un développement polynomial de degré  $p = 2$  est effectivement suffisant pour garantir des moments statistiques convergés.

L'influence notable des incertitudes de modélisation sur les performances globales du gazosiphon utilisé comme pompe a été mise en évidence, et nous permet d'obtenir des informations supplémentaires quant aux capacités prédictives de l'outil de simulation. Il conviendra donc de prendre en compte ces incertitudes dans la démarche de dimensionnement optimal qui fait l'objet du dernier chapitre 5 du mémoire.



---

## Chapitre 5

---

# Optimisation d'une centrale géothermique urbaine

---

Les outils numériques développés dans les chapitres précédents vont être appliqués pour décrire le comportement des écoulements diphasiques dans les gazosiphons intégrés dans les deux variantes de centrales géothermiques introduites dans le chapitre 1. Chacune des deux variantes, l'une destinée à alimenter un réseau de chauffage urbain, l'autre pour produire de l'électricité, seront décrites par les cycles thermodynamiques spécifiques que parcourent l'air et l'eau qui ont été choisis comme fluides de travail pour des raisons environnementales.

Pour atteindre les fonctions qui leur ont été assignées, chaque centrale comporte un ensemble de composants en surface qui sont couplés au gazosiphon. Dans ces composants l'eau et l'air parcourent un ensemble de processus énergétiques complémentaires à ceux qu'ils ont parcouru dans le gazosiphon. Ces processus doivent être décrits pour établir un bilan énergétique global de chaque centrale. Des modélisations simplifiées seront mises en place ; couplées aux modélisations évoquées ci-dessus des gazosiphons, elles permettent d'obtenir une boucle numérique pour évaluer chaque potentiel énergétique global recherché.

Sur la base de ces bilans énergétiques, une optimisation déterministe du fonctionnement du gazosiphon intégré à chaque variante de centrale géothermique sera conduite. Ainsi une première évaluation du rendement maximum auquel on peut prétendre sera obtenue. Elle sera comparée à celle d'une pompe qui est le composant classique qui aurait pu être choisi à la place du gazosiphon ; les inconvénients d'une pompe, en dehors du domaine énergétique proprement dit ont été mentionnés dans la section 1.4.1. Une optimisation robuste, fondée sur la prise en compte des incertitudes de modélisation répertoriées dans le chapitre 4 précédent, sera ensuite détaillée.

## 5.1 Système géothermique urbain

On envisage donc deux variantes de production d'énergie, respectivement pour le chauffage et la création d'électricité, et il n'est pas exclu pour cette dernière variante d'envisager de la cogénération.

### 5.1.1 Variante n°1 : énergie thermique pour le chauffage

Dans le cas où la température de la ressource est insuffisante pour envisager la production d'électricité, l'énergie thermique récupérée est destinée au chauffage. Pour simplifier, on prendra comme limite 373 K pour éviter toute vaporisation à pression atmosphérique. A partir du système monopuits utilisant un gazosiphon pour le pompage décrit au chapitre 1, on décrit les cycles respectifs du gaz et du liquide dans la centrale géothermique schématisée figure 5.1.

Un débit diphasique air/eau à haute température est récupéré en sortie du gazosiphon ; il se trouve ensuite séparé afin d'exploiter individuellement chaque fluide. Le gaz est refroidi, puis après avoir subi une compression multiétagée, est directement réinjecté dans l'annulaire de descente. L'eau passe dans un échangeur de chaleur afin de transférer son énergie thermique à un réseau annexe de chauffage. Elle retourne ensuite dans l'annulaire de descente du puits.

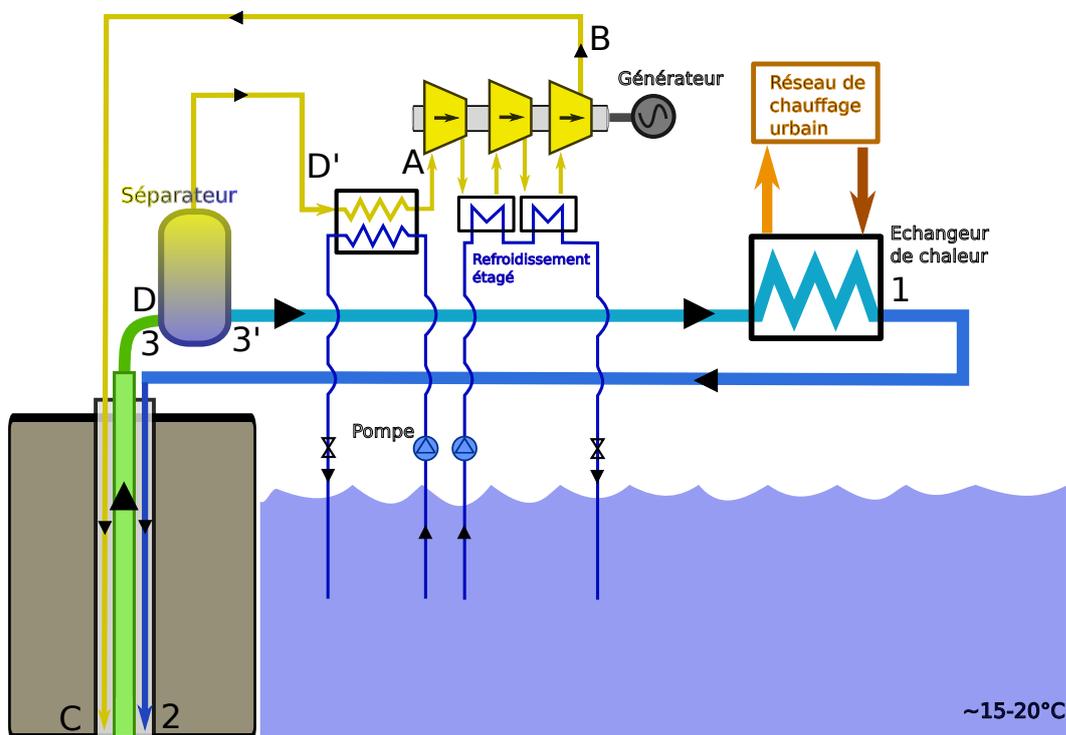


FIGURE 5.1 – Nouveau système géothermique schématique

Dans cette centrale, la dépense énergétique est associée à l'injection du débit de gaz  $q_g$ , et le gain est associé au transfert vers le réseau de chauffage urbain de l'énergie thermique de l'eau chaude récupérée en surface grâce au pompage du gazosiphon. Les cycles res-

pectifs de l'eau et de l'air peuvent être décrits plus finement à travers des diagrammes thermodynamiques  $(T, s)$ , avec  $s$  qui correspond à l'entropie en  $\text{J.K}^{-1}$ .

### 5.1.1.1 Cycle du gaz

On cherche à minimiser le coût de compression du gaz pour une puissance thermique récupérée donnée qui est directement dépendante du débit liquide pompé en sortie. Pour suivre le trajet de l'air on se rapportera au cycle décrit dans le diagramme schématisé  $(T, s)$  ci-après figure 5.2, qui se rapproche, dans sa forme idéalisée, d'un cycle Ericsson. Dans le seul but de fixer des grandeurs pour la figure qui va suivre, des valeurs arbitraires de 373 K et 293 K sont prises pour les températures chaudes et froides. De même, la pression  $p_s$  au niveau du séparateur est supposée légèrement plus élevée que la pression atmosphérique  $P_{atm}$ . Les étapes du cycle reprennent les notations de la figure 5.2.

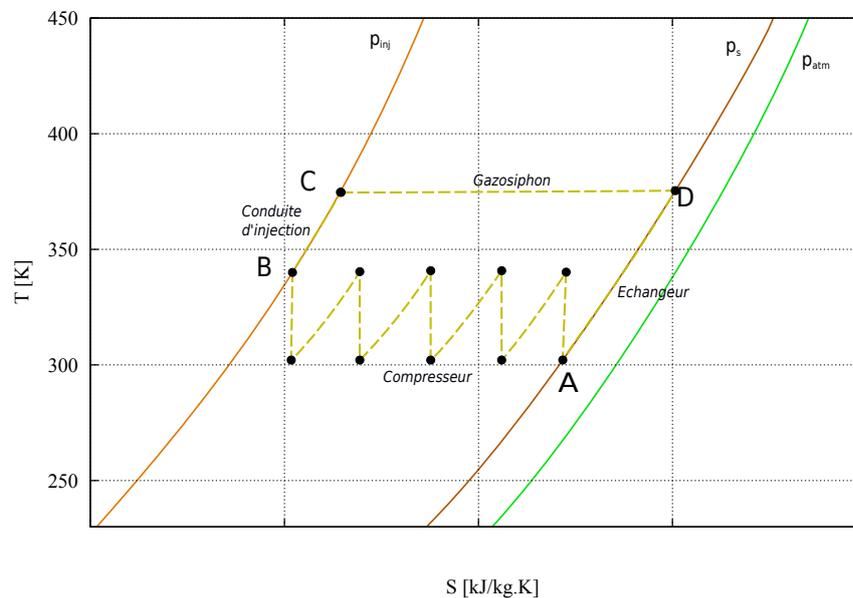


FIGURE 5.2 – Diagramme  $(T,s)$  du cycle du gaz pour la récupération de chaleur

- **A → B** : Le gaz, initialement à une température voisine de la source froide et à une pression  $p_s$  dépendante de l'ensemble du système, notamment de la boucle liquide, est comprimé afin de permettre la création d'un débit d'injection à haute pression dans le gazosiphon à une profondeur donnée. Pour limiter les coûts énergétiques de compression, on s'efforce de se rapprocher d'un processus isotherme par une succession de compression. Pour ce faire, on tire partie de l'existence, commune dans un site urbain, de sources naturelles d'eau (lac, rivière ou fleuve) comme source froide disponible. La compression du gaz consiste donc en une série de compression idéalement isentropique, entrecoupées de refroidissements isobares permettant de ramener le gaz à une température voisine de la source froide entre chaque étage de compression. Pour se rapprocher du processus isotherme le nombre d'étages est, en théorie, le plus élevé possible. Dans la pratique ce nombre dépend de considérations diverses : énergétiques, technologiques, pratiques et financières. En réalité, chaque processus de compression n'est pas parfaitement isentropique, et les étapes de refroidissement induisent des pertes de charge qui seront négligées. La pression après

les étages de compression  $p_{inj}$  dépend de la profondeur à laquelle le gaz est injecté dans le gazosiphon.

- **B** → **C** : Le gaz comprimé descend par l'annulaire d'injection puis est injecté dans le gazosiphon. Initialement réchauffé par le dernier étage de la compression, il subit un chauffage approximativement isobare durant ce processus, pour arriver à la température de l'eau dans laquelle il est injecté. Le niveau de la pression d'injection est directement dépendant de la pression hydrostatique fonction de la profondeur, avec de légers écarts liés d'une part aux pertes de charge et d'autre part à l'écart de pression nécessaire à l'injection, dépendant de la nature de l'injecteur et du débit injecté.
- **C** → **D** : Le gaz subit une détente isotherme en remontant dans le gazosiphon, induite par la baisse de la pression avec la profondeur et par un apport thermique continu de l'eau. En sortie de conduite, de  $D$  à  $D'$  (considéré comme confondus sur le diagramme), le mélange passe dans un séparateur afin de séparer le gaz du liquide. Les deux fluides subissent une perte de pression, durant ce processus mais qui dans un souci de simplicité sera négligée. Les diverses techniques de séparation envisageables ne seront pas étudiées et les dimensionnements afférents ne sont donc pas conduits. La pression du liquide et du gaz au niveau du séparateur doit être cohérente, et sera fixée par le cycle liquide décrit par la suite.
- **D** → **A** : Après séparation, le gaz chaud à pression  $p_s$  subit un refroidissement isobare, via la source froide disponible, pour retourner à une température basse avant d'être à nouveau comprimé. La pression en sortie  $p_s$ , avant la recompression, est relative à la boucle de l'eau décrite plus loin, puisque les pressions au niveau de la séparation doivent être cohérentes entre les deux cycles. La pression d'entrée dans le compresseur est donc directement calquée sur la pression de l'eau qui dépend du fonctionnement du système, à savoir les pertes de charge éventuelles par frottement dans le circuit en surface et les dispositifs qui imposent des pertes de charge par leur fonctionnement.

### 5.1.1.2 Cycle liquide

On se focalise à présent sur le trajet de l'eau. Un premier aspect important à prendre en compte est l'évolution du couple pression/température dans la boucle qui est contraint par la pression de vaporisation de l'eau. En effet, on souhaite ici garder l'eau sous forme liquide. Pour une température donnée il est donc nécessaire que la pression ne soit pas trop basse par rapport à la pression de vaporisation  $p_{sat}(T)$  tracée sur la figure 5.3, afin d'éviter l'apparition de vapeur dans la phase liquide.

Dans le cas d'un cycle ouvert, l'eau est à la pression atmosphérique après récupération de ses calories dans l'échangeur de chaleur et avant de redescendre dans le puits. Dans ce cas de figure, au gradient de pression près dépendant du passage dans l'échangeur en surface, la température de l'eau ne dépassera pas 100 °C. Il est possible d'envisager un cycle

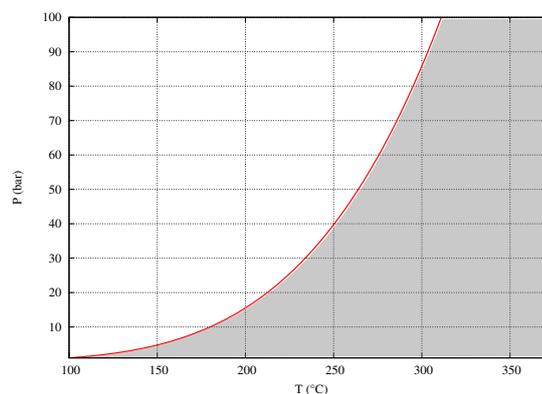


FIGURE 5.3 – Pression de vapeur saturante de l'eau en fonction de la température

fermé où la pression en sortie de l'échangeur est supérieure à la pression atmosphérique pour empêcher la vaporisation. Cependant, pour des températures élevées, la solution envisagée est plutôt de se tourner vers la production, au moins partielle, d'électricité, solution décrite dans la variante de centrale géothermique qui suivra. Par soucis de simplicité de mise en œuvre, une récupération directe de l'énergie thermique sera privilégiée pour des températures inférieures à 100 °C. On peut décrire le trajet de l'eau à travers le diagramme schématique ( $T, s$ ) présenté figure 5.4.

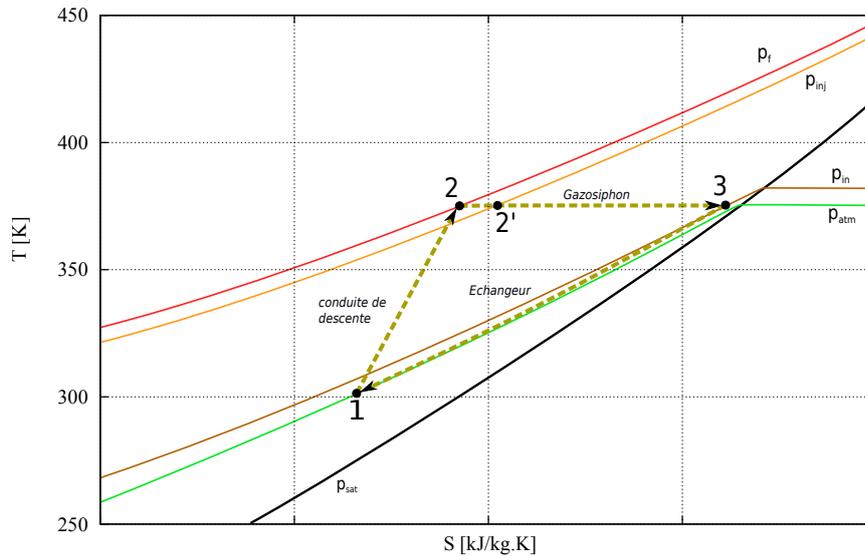


FIGURE 5.4 – Diagramme ( $T,s$ ) du cycle idéal de l'eau

- **1 → 2** : L'eau est dans son état initial à la pression atmosphérique  $p_{atm}$  et à une température voisine de la source froide. Lors de la descente dans l'annulaire, sa pression augmente avec la profondeur de manière sensiblement hydrostatique et les échanges thermiques avec la ressource conduisent à accroître sa température. L'eau atteint l'état 2 en bas du puits à la pression  $p_f$  et à une température qui dépend des échanges avec la ressource, ici fixée à 100 °C.
- **2 → 3** : En remontant dans le gazosiphon, le liquide voit progressivement sa pression décroître jusqu'au niveau  $p_s$  au niveau du séparateur. Les parois du gazosiphon sont isolées thermiquement avec l'extérieur, permettant que le processus de remontée soit adiabatique ; le but est en effet de garder autant que possible le potentiel thermique du fluide chauffé par l'aquifère. Le point 2' représente le niveau d'injection du gaz dans le gazosiphon, au delà duquel il y a un mélange diphasique dans la conduite. Les transferts thermiques entre le fluide et l'air, dominés par le liquide, ont un impact négligeable sur la température du liquide (cf. section 5.2.4). Le fluide atteint une pression en sortie du séparateur idéal (cf. point 3'), *i.e.* à l'entrée de l'échangeur de chaleur du réseau de chauffage, égale à  $p_{in} = p_s$ .
- **3 → 1** : Le liquide passe dans un échangeur pour céder ses calories à un circuit de chauffage. Ce processus représente le gain énergétique du système. Les fluides étant tous deux de l'eau, on peut envisager diverses méthodes d'échanges de chaleur. En sortie d'échangeur, l'eau à pression atmosphérique et à une température voisine du circuit d'eau froide, redescend dans l'annulaire du puits géothermique. En fonction du dimensionnement de l'échangeur et du régime de fonctionnement du système, le



condenser le fluide en sortie. Les cycle trilatéraux utilisant de l'eau comme fluide de travail ont été étudiés notamment par Fischer [2011]; Lai & Fischer [2012]; Steffen *et al.* [2013].

La figure 5.6 fournit une description qualitative des processus du cycle dans un diagramme  $(T, s)$ . De 1 à 2, une pompe fait circuler le fluide de travail, initialement à la température basse  $T_1$  et à la pression de saturation associée, ce qui produit une augmentation de sa pression et de sa température. Le fluide passe ensuite dans un échangeur pour être chauffé par une source chaude ( $5 \rightarrow 6$ ) de manière quasi-isobare, jusqu'à atteindre une température haute à pression de saturation au point 3. Le fluide, en passant dans l'appareil de détente diphasique entre 3 et 4 subit une détente quasi-isentropique qui implique sa vaporisation partielle, et une chute de pression dépendante de la température de sortie, par exemple voisine de la température de la source froide. Ce processus permet de récupérer de l'énergie mécanique avec des rendements dépendants du dispositif, qui en théorie sont intéressants notamment dans le cas de l'eau. Le mélange liquide/vapeur en sortie passe dans un échangeur entre 4 et 1 pour être condensé par la source froide à température constante  $T_1$ . En sortie de l'échangeur au point 1, le fluide est à nouveau à la température basse  $T_1$  et à la pression de saturation associée, et retourne dans la pompe.

### 5.1.2.2 Utilisation du cycle TLC en géothermie

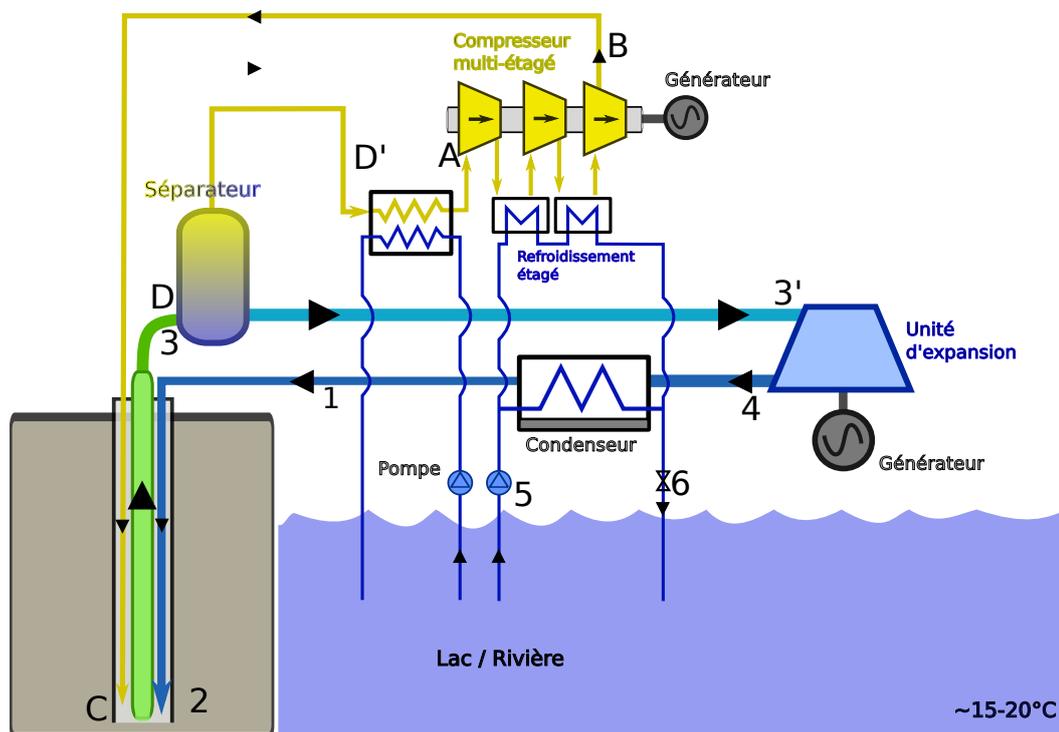


FIGURE 5.7 – Schéma détaillé du système géothermique avec cycle TFC

La mise en œuvre d'un cycle trilatéral paraît justifiée dès lors que la température est suffisante pour permettre un processus de vaporisation important. Le système, schématisé sur la figure 5.7, fonctionne de manière semblable à la configuration visant à récupérer la chaleur directement. La principale différence, qui implique une modification du cycle de l'eau, réside dans le remplacement de l'échangeur en surface par un dispositif permettant

de vaporiser le fluide et de récupérer le travail de la détente.

La particularité du système qui est ici proposé par rapport au cycle TLC classique qui vient d'être décrit tient à la nature de la source chaude. Généralement en géothermie, la source chaude est associée à l'eau qui circule dans les roches chaudes ou à la saumure directement pompée d'un aquifère. Cette source chaude fournit de la chaleur à un fluide de travail dans un échangeur en surface, schématisé sur la figure 5.6. Dans notre cas le fluide de travail, qui est de l'eau, va directement échanger avec la source chaude en profondeur. Cette contrainte, en termes d'énergie thermique récupérée, permet par ailleurs d'éviter l'utilisation d'un cycle annexe en surface. La température du fluide est directement exploitée sans échange intermédiaire. La source froide quant à elle est utilisée de manière analogue au cycle TLC standard. D'un point de vue thermodynamique, la principale différence provient donc, outre la présence de gaz, du trajet dans le puits effectué par l'eau.

### 5.1.2.3 Cycle liquide

L'exploitation d'un cycle TLC pour le liquide modifie certains états dans le fonctionnement du système. Tout d'abord, en sortie du séparateur, l'exploitation de la charge et de l'énergie thermique du liquide par un appareil de détente diphasique nécessite une pression proche de la pression de vaporisation  $p_{vap}$ , qui dépend directement de la température du fluide (cf. Fig. 5.3). De plus, en fonction de la température en sortie du dispositif de détente diphasique, la pression peut descendre sous la pression atmosphérique, et nécessite alors que le système fonctionne en boucle fermée.

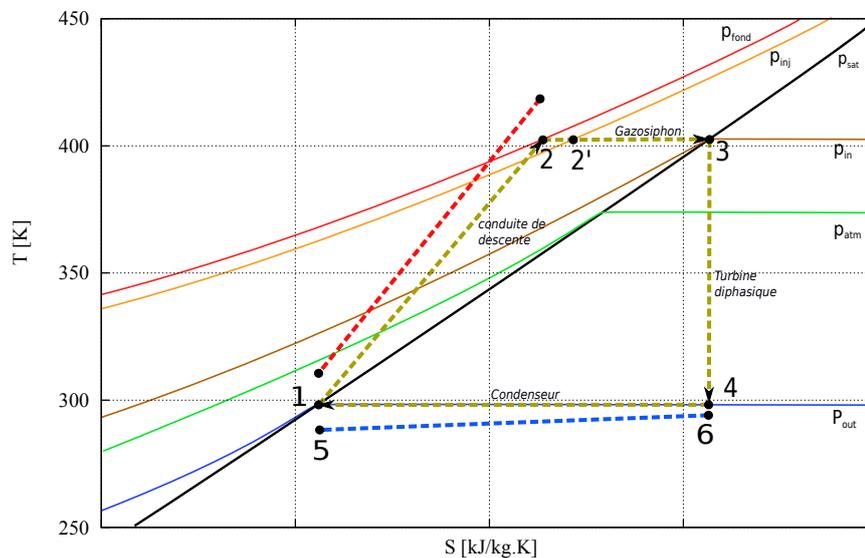


FIGURE 5.8 – Cycle trilatéral de l'eau

Le cycle de l'eau se décompose suivant les étapes ci-dessous, schématisées dans le diagramme ( $T, s$ ) de la figure 5.8 :

- **1  $\Rightarrow$  2** : L'eau descend par le pourtour du tubage et subit un chauffage hydrostatique, l'amenant idéalement à une température voisine de celle de l'aquifère grâce aux

échanges thermiques à la base du puits. La pression  $p_f$  au fond du puits est voisine de la pression hydrostatique de la colonne d'eau associée à la longueur du puits.

- **2**  $\Rightarrow$  **3** : En remontant dans le gazosiphon, la pression du liquide chute progressivement jusqu'au niveau fixé  $p_{in} = p_s$  en sortie de séparateur et en entrée de l'appareil de détente diphasique, qui correspond à une pression voisine de la pression de saturation. Les parois du gazosiphon sont isolées thermiquement de l'extérieur, ce qui permet de conserver au maximum le potentiel thermique du fluide chauffé par l'aquifère. A partir du point 2', le liquide est mélangé au gaz injecté dans la conduite.
- **3**  $\Rightarrow$  **4** : A la sortie du séparateur, la pression est fixée environ à la pression de saturation du liquide. Le liquide passe alors dans un dispositif de détente diphasique et subit une détente idéalement isentropique. Le mélange diphasique qui en résulte perd en température et en pression jusqu'à une température fixée en fonction de la source froide et des niveaux de pression possibles dans le système.
- **4**  $\Rightarrow$  **1** : Le mélange diphasique est condensé par échange thermique avec la source froide, et retrouve un état totalement liquide à la même température et pression. Si la température en sortie de turbine diphasique est telle qu'elle implique une pression de sortie inférieure à la pression atmosphérique, comme c'est le cas sur la figure 5.8, alors le circuit doit être fermé. Si la sortie de la turbine diphasique est à 373 K, alors il n'est pas nécessaire d'avoir un circuit totalement fermé et la pression basse peut-être la pression atmosphérique.

#### 5.1.2.4 Cycle du gaz

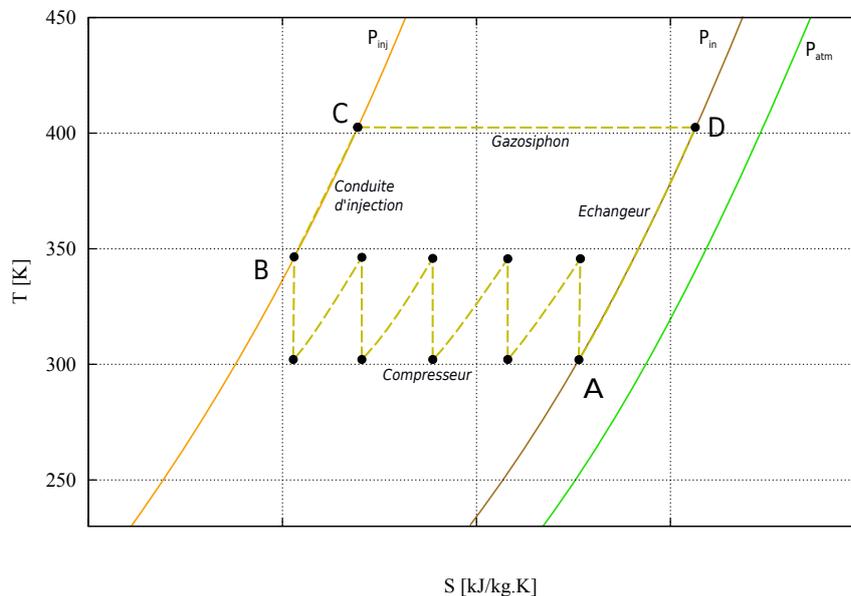


FIGURE 5.9 – Diagramme (T,s) du cycle du gaz pour la production d'électricité

Le cycle du gaz, représenté dans un diagramme  $(T, s)$  présenté sur la figure 5.9, est qualitativement identique à la configuration précédente pour la création de chaleur. La différence notable est la pression basse  $p_{in}$  en sortie du séparateur (*i.e.* en entrée de l'appareil de détente diphasique), qui dépend directement du régime de fonctionnement de la turbine diphasique. Cette pression est voisine de la pression de saturation du liquide en sortie,

qui est fonction de la température du liquide. Les pressions du gaz et du liquide étant les mêmes à ce niveau, la pression du gaz avant réinjection est donc égale à  $p_{in}$ , ce qui tend à limiter le rapport de compression avec l'augmentation de la température en sortie du gazosiphon.

## 5.2 Bilan énergétique

L'optimisation des systèmes géothermiques qui viennent d'être présentés et en particulier du fonctionnement du gazosiphon dans ce contexte, doit reposer sur un bilan énergétique global du système en jeu dans la centrale afin de pouvoir chercher à en maximiser les gains. Un point central de l'étude du système est la modélisation du gazosiphon qui est désormais bien établie. D'autres processus ou éléments vont être soit décrits de façon simplifiée soit tout simplement négligés afin de limiter la complexité et le coût de l'optimisation. Passons maintenant en revue ces différents modèles à la base de ce bilan énergétique global.

Le schéma (cf. Fig. 5.10) donne les étapes qui sont communes aux deux variantes, en fixant les notations de températures et de pressions utilisées par la suite dans les calculs et la mise en place de l'optimisation.

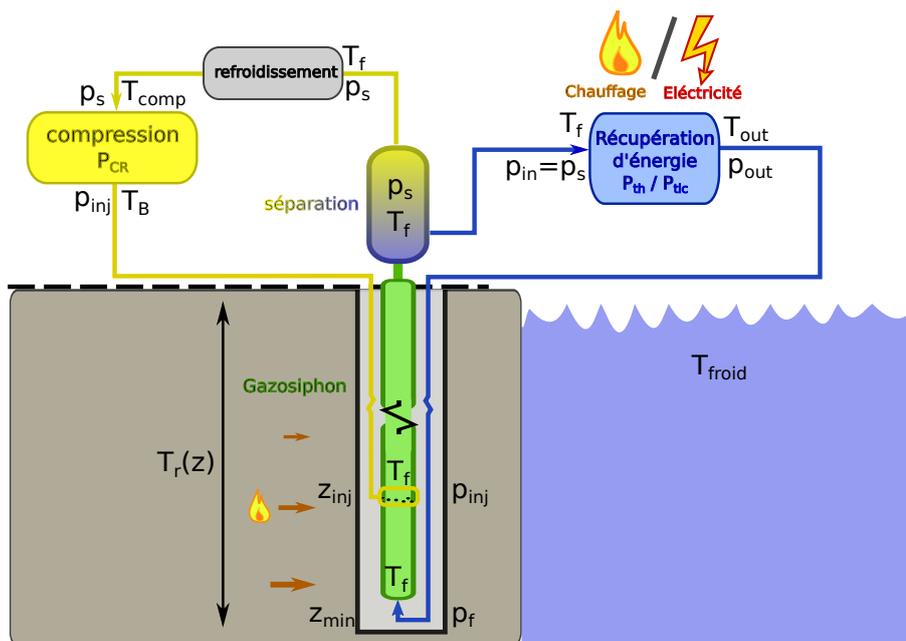


FIGURE 5.10 – Schéma simplifié du système avec les différents niveaux de température et de pression

### 5.2.1 Chauffage de l'eau par la ressource

Avant d'évaluer les principaux gains et dépenses énergétiques du système, la température de l'eau dans la conduite centrale considérée adiabatique doit être calculée. Pour cela, il est nécessaire de connaître les propriétés de la ressource et de fixer les caractéristiques géométriques du puits. Ces considérations permettront d'avoir un cadre quantitatif en partie fixé pour faire le lien entre la ressource et son extraction (par le gazosiphon) avec le

système d'exploitation de l'énergie en surface. Le site de Soultz-sous-Forêts offre une base réaliste pour l'analyse du dimensionnement qui va être menée par la suite. Cette base se trouve déjà utilisée dans diverses études de la littérature [Baujard & Bruel, 2006; Wang *et al.*, 2010; Held *et al.*, 2014; Zarrouk & Moon, 2014]. Les informations géométriques et physiques relatives au site géothermique de Soultz-sous-Forêts utilisées dans les sections suivantes proviennent d'une communication privée [Zorn & Jeandel, 2015].

Le processus de chauffage  $1 \Rightarrow 2$  est visible sur les diagrammes  $(T, s)$  de l'eau pour les variantes de chauffage et de création d'électricité, respectivement sur les figures 5.4 et 5.8. La différence vient de la pression de référence qui est égale à la pression atmosphérique dans le premier cas alors qu'il est fixé par des considérations énergétiques relatives au fonctionnement du système dans le second cas.

### 5.2.1.1 Température de la ressource

La ressource exploitée à Soultz-sous-Forêts se présente sous forme de roches chaudes, qui dans la pratique est moins favorable que celle d'un aquifère sur le plan des transferts lors d'une extraction de chaleur par un puits unique fermé. Le gradient de température de la roche en fonction de la profondeur dans cette zone est mesuré jusqu'à 5000 m, où cette température est égale à environ 200 °C. La répartition de la température mesurée en fonction de la profondeur est tracée sur la figure 5.11. Au-delà des mesures directes, il est possible d'obtenir des extrapolations pour des profondeurs plus importantes. Cependant, pour rester dans des ordres de grandeur réalistes, les profondeurs au-delà de 5 km ne seront pas envisagées.

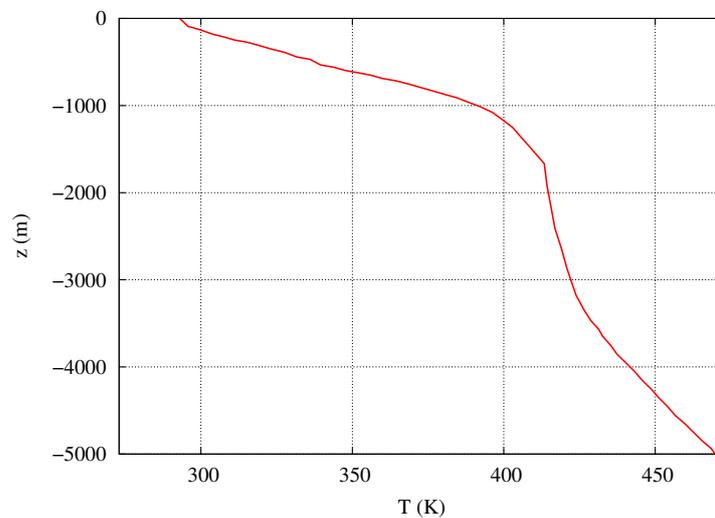
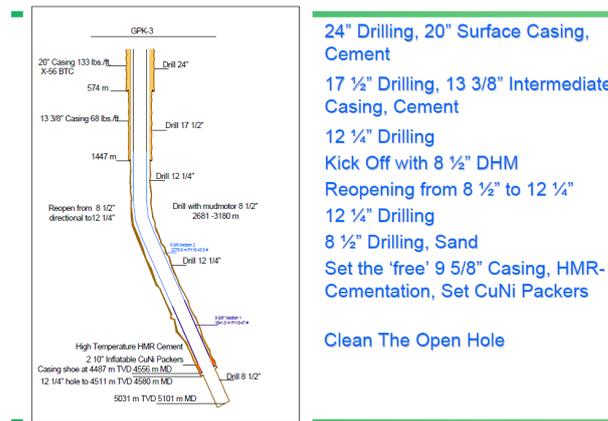


FIGURE 5.11 – Profil de température à Soultz-sous-Forêts

### 5.2.1.2 Géométrie du puits

En théorie, pour limiter les pertes de charge et maximiser la capacité de pompage du gazosiphon, il est souhaitable de maximiser les diamètres du tubage. Dans la pratique, la géométrie du puits est contrainte par les coûts et les possibilités techniques. On se fondera sur les ordres de grandeur des puits creusés à Soultz-sous-Forêts pour se donner

FIGURE 5.12 – Caractéristique du forage du puits *GPK3* à Soultz-sous-Forêts

un diamètre maximal du forage qui soit réaliste. La figure 5.12 présente les caractéristiques géométriques du puits *GPK3* creusé pour la centrale de Soultz-sous-Forêts.

La géométrie du puits qui va servir de base aux deux systèmes qui seront étudiés est présentée sur la figure 5.13. Elle fait apparaître des diamètres de forage successifs qui diminuent avec la profondeur. Le tronçon supérieur du puits, au-dessus de la zone d'injection d'air, aura donc un diamètre total supérieur au reste du puits dont les limitations de taille sont d'autant plus marquées que la profondeur augmente. Le gazosiphon se situe entre la cote  $z_{inj}$ , profondeur d'injection, et la cote  $z_0$ . La profondeur d'injection est limitée à  $z = 1000$  m. Entre  $z_{inj}$  et  $z_0$  le diamètre maximum du tubage, qui correspond au diamètre de l'annulaire, est pris égal à  $D_{an} = 0.4$  m. En-dessous de cette zone d'injection et jusqu'au fond du puits, une limite haute de  $D_{an(am)} = 0.25$  m est choisie. Le diamètre du forage est pris égal à  $D_{an} + 0.05$  m. Les diamètres maximums envisagés se situent dans les ordres de grandeurs des forages de certains dispositifs existants, mais plutôt en limite haute. Les diamètres intérieurs  $D_i$  et  $D_{i(am)}$  sont des paramètres qui seront laissés libres afin de participer au processus d'optimisation, en lien avec le fonctionnement du gazosiphon. Le diamètre  $D_i$  intervient directement dans la simulation du gazosiphon (cf. l'étude de sensibilité au diamètre menée au chapitre 3) tandis que le diamètre  $D_{i(am)}$  intervient de façon indirecte via la condition de pression en entrée du domaine de simulation gazosiphon, *i.e.* en  $z = z_{inj}$ .

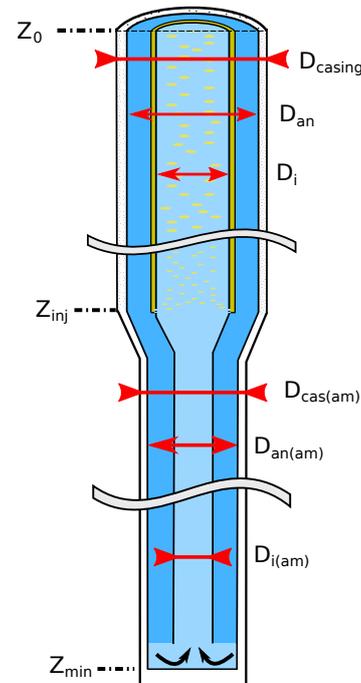


FIGURE 5.13 – Géométrie du puits

### 5.2.1.3 Transferts thermiques

Une évolution temporelle à long terme de la ressource [Wang *et al.*, 2010; Feng *et al.*, 2015] sort du cadre de cette étude. Seul un régime permanent des transferts entre la

ressource et l'annulaire de descente du fluide, valable pour une période donnée de la vie du puits, sera ici abordé. Pour chaque portion  $dz$  de l'annulaire de descente, schématisée en coupe sur la figure 5.14, le calcul des transferts qui ont lieu entre la ressource et les fluides de travail, ici l'air et surtout l'eau, en fonction de la géométrie du puits, du débit liquide  $q_l$  et de la température de la ressource  $T_R$ , permettent d'estimer la température à la base du puits. Une hypothèse très forte va être introduite permettant d'éviter la complexité de ce calcul : la température sur la paroi du puits égale à la température de la ressource  $T_R$ . Les transferts dépendent alors de l'écoulement fluide dans l'annulaire et de la résistance thermique du cuvelage.

Cette hypothèse se justifie dans le contexte de cette étude pour plusieurs raisons. D'une part la démarche entreprise ici a un caractère générique. Un calcul précis et spécifique des transferts thermiques autour d'un puits particulier serait hors de propos ; il demanderait une cartographie des champs thermiques préexistants au percage du puits ainsi que de la nature des phases solides et liquides présentes dans le sous-sol dont la production constitue une étude en soi. Ensuite, à partir de ces données, l'impact du puits en action pourrait être estimé, mais après de lourds calculs. Enfin, lors d'une extraction de chaleur par un puits unique fermé, divers dispositifs sont actuellement mis au points (cf. sous-section 1.4.2) pour favoriser les transferts thermiques entre la ressource et le puits. Il conviendrait, notamment lorsque le puits n'est pas immergé dans un aquifère, d'intégrer ces dispositifs dans le calcul.

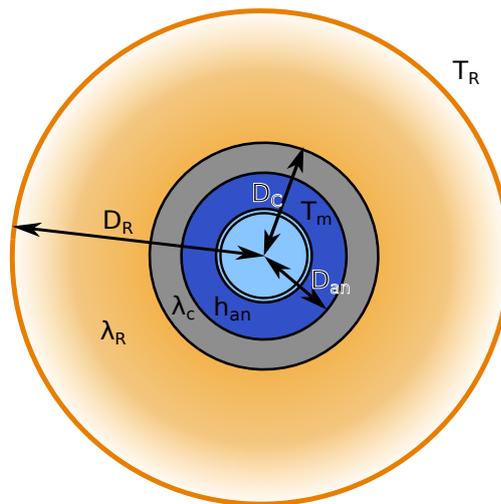


FIGURE 5.14 – Coupe horizontale du puits à la côte  $z$

Toutefois un aperçu de ce qui pourrait constituer un premier modèle permettant de conduire des calculs élémentaires de transferts thermiques entre la ressource et le puits, va être ici proposé. On introduit le diamètre arbitraire  $D_R$  (supposé nul par la suite) autour du tubage, dans un milieu supposé constitué d'un matériau homogène, à partir duquel la température est fixée à  $T_R$ . En fonction de cette température, le flux thermique  $q_{th}$  entre la ressource et la température moyenne  $T_m$  du liquide sur une tranche  $dz$  dans l'annulaire en fonction des résistances thermiques des différents milieux s'écrit :

$$q_{th} = \frac{T_{mid} - T_r}{1/(h_{eau}\pi D_{an}dz) + R_R + R_c} \quad (5.1)$$

Les résistances thermiques du sous-sol et du cuvelage s'expriment respectivement par  $R_R = \ln(D_R/D_{cuv})/(2\lambda_R\pi dz)$  et  $R_c = \ln(D_{cuv}/D_{an})/(2\lambda_c\pi dz)$ , avec les conductivités thermiques supposées telles que  $\lambda_R = \lambda_c = 4 \text{ W/mK}$ . Le coefficient de transfert thermique de l'eau  $h_{eau}$  est calculé d'après les relations utilisées par Yekoladio *et al.* [2013] en fonction des conditions d'écoulement, en prenant en compte son caractère turbulent.

La conduite centrale est supposée isolée thermiquement de l'annulaire, et la résistance thermique de la paroi de l'annulaire est négligée. L'évolution de la température moyenne de l'eau  $T_{mid}$  dans l'annulaire entre la cote  $z$  et  $z + dz$  dépend du flux de chaleur  $q_{th}$  exprimé précédemment, du débit liquide  $q_l$  et de la capacité thermique de l'eau  $c_l$  :

$$q_{th} = q_l c_l (T_{mid}(z + dz) - T_{mid}(z)) \quad (5.2)$$

Par une simple discrétisation monodimensionnelle du puits suivant  $z$ , l'évolution de la température dans l'annulaire peut être évaluée en fonction de la profondeur jusqu'à la base du puits par un processus itératif ; elle dépendra de la géométrie du puits, du débit liquide  $q_l$  et de la distribution de température de la ressource  $T_R(z)$ . Ce calcul doit évidemment être couplé avec les conditions aux limites du code de simulation du gazosiphon.

#### 5.2.1.4 Pertes de charge

Les pertes de charge dans l'annulaire et dans le tronçon du gazosiphon en amont de l'injection sont évaluées à partir du débit liquide  $q_l$  qui y circule et des propriétés de l'eau en fonction de la température dans le puits. La chute de pression totale  $\Delta p_{fa}$  dans les différents tronçons est estimée en utilisant les coefficients de frottement définis dans le chapitre 3 qui dépendent des conditions d'écoulement.

$$\Delta p_{fa} = \Delta p_{an} + \Delta p_{an(am)} + \Delta p_{i(am)} + \Delta p_{loc} \quad (5.3)$$

avec  $\Delta p_{an}$  la perte de charge dans la partie haute de l'annulaire,  $\Delta p_{an(am)}$  dans l'annulaire en amont de l'injection,  $\Delta p_{i(am)}$  dans la conduite centrale en amont de l'injection et  $\Delta p_{loc}$  la perte de charge locale à la base du puits. Le débit liquide dont cette perte de charge dépend est fourni par le fonctionnement du gazosiphon. La pression en entrée du gazosiphon se déduit de la géométrie du puits et du débit liquide  $q_l$  à l'aide de la relation de Darcy-Weisbach (3.31) du chapitre 3. Les pertes de charge dans chaque tronçon de l'annulaire de descente et dans la partie basse du puits en amont de l'injection sont estimées séparément.

Le passage de l'eau, à la base du puits, de l'annulaire à la conduite centrale, induit une perte de charge locale supplémentaire calculée en suivant la même démarche que Yekoladio *et al.* [2013]. La variation de pression est ainsi donnée par :

$$\Delta p_{loc} = 0.5 K_{loc} \rho_l u_{li}^2 \quad (5.4)$$

avec  $u_{li}$  est la vitesse de l'eau dans la conduite centrale et le coefficient de perte de charge locale  $K_{loc}$  est estimé en considérant une contraction soudaine, avec  $D_i$  le diamètre de la conduite centrale :

$$K_{loc} = 0.45 \left( 1 - \left( \frac{D_i}{D_{an}} \right)^2 \right) \quad (5.5)$$

La chute de pression finalement calculée au niveau de l'injection est couplée avec le code de simulation du gazosiphon par le biais des conditions aux limites d'entrée.

## 5.2.2 Compression de l'air

Un processus crucial dans le cycle de l'air est celui relatif à la compression  $A \Rightarrow B$  (cf. Fig. 5.2 et 5.9), puisqu'il est associé à la dépense énergétique nécessaire au fonctionnement du pompage. Cette compression doit être effectuée idéalement de façon isotherme à une température notée  $T_{froid}$  de la pression initiale égale à la pression en sortie du séparateur  $p_s$  à la pression finale d'injection  $p_{inj}$ .

En réalité, il ne sera que possible de se rapprocher d'une compression isotherme en disposant plusieurs étages en série dans un compresseur multi-étagé, comme cela apparaît dans les figures 5.2 et 5.9; la source froide à disposition sera également mise à contribution dans ce processus approché. Ainsi, le taux final de compression sera obtenu en jouant sur une succession de  $n_c$  étages  $i$  identiques de compression, de fonctionnement supposé isentropique. Chaque étage assure une fraction du taux de compression total, produit des taux partiels, mais augmentant simultanément la température initiale. La source froide est alors utilisée pour refroidir le gaz avant chaque étage de compression, de manière supposée isobare, à la température basse initiale. Cette température basse commune à tous les étages ne peut être  $T_{froid}$  à cause de diverses résistances thermiques; elle sera considérée égale à  $T_{froid} + 10$  K et notée  $T_{comp}$ . Le taux de compression supposé commun pour chaque étage  $p_{i+1}/p_i$  peut se déduire du taux de compression total  $p_{inj}/p_s$  et du nombre d'étages  $n_c$  du compresseur par la relation suivante :

$$\frac{p_{i+1}}{p_i} = \sqrt[n_c]{\frac{p_{inj}}{p_s}} \quad (5.6)$$

La puissance à fournir à l'étage  $i$  pour comprimer le débit de gaz  $q_g$  est donnée par  $P_{Ci}$ , et dépend du taux de compression entre la pression haute après l'étage considéré de compression  $p_{i+1}$  et la pression basse avant cet étage  $p_i$  :

$$P_{Ci} = q_g R T_{comp} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \left[ \left( \frac{p_{i+1}}{p_i} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right] \quad (5.7)$$

Cette puissance à fournir est commune à tous les étages (cf.  $A \Rightarrow B$  figures 5.2 et 5.9). On admettra que les refroidissements avant la compression et entre les étages induisent des pertes de charge négligeables pour obtenir la température basse du gaz  $T_{comp} = T_{froid} + 10$  K.

La puissance  $P_{Cn}$  nécessaire pour la compression isentropique du gaz de la pression initiale  $p_s$  (ou  $p_{in}$ ) à la pression d'injection  $p_{inj}$  est alors égale à la somme des puissances nécessaires pour chaque étage de compression  $P_{Ci}$  :

$$P_{Cn} = \sum_{i=0}^{n_c} P_{Ci} \quad (5.8)$$

Cependant la puissance réelle  $P_{CR}$  à fournir au compresseur multiétagé pour chaque étage de compression est dépendante de l'efficacité du moteur, de l'efficacité mécanique du compresseur et de l'efficacité adiabatique. Chacun de ces rendements est approché par une valeur standard de 90%, et débouche sur un rendement isentropique  $\eta_{comp}$  d'environ 0.7. La puissance  $P_{CR}$  est définie par l'expression suivante :

$$P_{CR} = \frac{P_{Cn}}{\eta_{comp}} \approx \frac{P_{Cn}}{0.7} \quad (5.9)$$

Cette puissance  $P_{CR}$  dépendante du débit d'injection  $q_g$  représente le coût énergétique de fonctionnement du gazosiphon, et donc par extension la dépense énergétique du système géothermique qui permet de pomper un débit liquide  $q_l$  dans le puits. Bien entendu des sources de dissipation du processus global qui ont été négligées tendent à corriger partiellement cette proposition.

### 5.2.3 Puissance équivalente d'une pompe

Pour justifier l'intégration d'un gazosiphon dans la centrale géothermique qui est ici présentée, il est indispensable d'évaluer le surplus, actuel ou qu'il est possible d'anticiper, du coût énergétique de son fonctionnement par rapport à celui d'une pompe classique. La puissance équivalente nécessaire au fonctionnement d'une pompe qui remplacerait le gazosiphon dépend du débit liquide  $Q_l$ , du gradient de pression  $\Delta p_{pompe}$  induit par les pertes de charge dans le puits (annulaire de descente et conduite de remontée) et par le dispositif d'exploitation de l'énergie thermique récupérée en sortie et du rendement global de la pompe  $\eta_{pompe}$ , qui sera fixé à 80% (cf. communication privée [Zorn & Jeandel, 2015]) :

$$P_{pompe} = \frac{Q_l \Delta p_{pompe}}{\eta_{pompe}} \quad (5.10)$$

Le rapport entre la puissance  $P_{CR}$  nécessaire à la compression du gaz et la puissance  $P_{pompe}$  nécessaire à une pompe classique pour délivrer le même débit liquide peut alors être estimé. Il conduit à définir le rendement du gazosiphon  $\eta_{GS}$  comme le coût du fonctionnement du gazosiphon par rapport à celui d'une pompe pour délivrer le même débit  $q_l$  dans les mêmes conditions de fonctionnement.  $\eta_{GS}$  est défini par :

$$\eta_{GS} = P_{pompe} / P_{CR} \quad (5.11)$$

Ce rendement du gazosiphon ne doit pas être confondu avec l'efficacité de pompage utilisée à plusieurs reprises dans les chapitres précédents et donnée par (1.2) et (1.3).

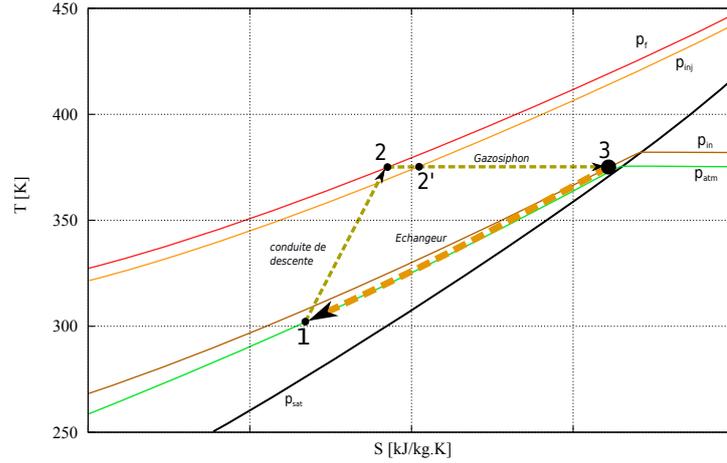
### 5.2.4 Puissance thermique de l'eau

La puissance thermique récupérée, dans la variante 1, correspond au processus 3  $\Rightarrow$  1 rappelé sur le diagramme 5.15 qui consiste en un échange de chaleur avec un circuit de chauffage en surface. Ce processus est ici supposé isobare, avec une pression en sortie  $p_s = p_{atm}$ .

La puissance thermique théorique  $P_{th_T}$  du liquide en sortie de séparateur est exprimée en fonction du débit liquide massique  $q_l$ , de la différence de température  $\Delta T$  entre la température de la ressource  $T_R$  et la température de la source froide  $T_{froid}$ , et de la capacité calorifique de l'eau  $C_l$  en J/kg.K :

$$P_{th_T} = C_l q_l \Delta T = C_l q_l (T_R - T_{froid})$$

La valeur  $\Delta T = T_R - T_{froid}$  considérée suppose ici des échanges parfaits avec la ressource et une récupération en surface de la totalité du potentiel thermique du fluide. La température de l'eau effectivement obtenue au fond du puits par transfert de chaleur avec la ressource, dans l'hypothèse où le gazosiphon est isolé thermiquement, n'est pas égale à la température de la ressource  $T_R$ . La température  $T_f$  effectivement obtenue au fond du


 FIGURE 5.15 – Puissance thermique de l'eau sur un diagramme  $(T, s)$ 

puits est dépendante des transferts avec la ressource dans l'annulaire de descente. La température  $T_{out}$  obtenue après que l'eau ait cédé ses calories dans un échangeur de chaleur est définie égale à  $T_{out} = T_{froid} + 10 \text{ K}$ , soit 303 K dans la configuration précédemment décrite (cf. Fig. 5.4).

La puissance thermique effectivement récupérée  $P_{th}$  dépend donc de la différence de température entre la température fluide caloporteur  $T_f$  après échange avec la ressource, modélisée par des échanges de chaleur simplifiés (cf. section 5.2.1), et la température du fluide caloporteur  $T_{out}$  après un passage dans un échangeur en surface qui permet le transfert thermique avec le circuit de chauffage. L'expression qui sera utilisée pour exprimer la puissance thermique effectivement récupérée  $P_{th}$  en surface est finalement donnée par :

$$P_{th} = C_l q_l \Delta T = C_l q_l (T_f - T_{out}) \quad (5.12)$$

Comme mentionné précédemment, l'écoulement dans le gazosiphon a été supposé adiabatique compte tenu de la structure du puits envisagé (cf. sous-section 1.4.2 et 2.3.3). De plus, le gazosiphon fonctionne ici intrinsèquement comme un échangeur de chaleur à contact direct (cf. section 1.2.4). Le liquide joue en outre un rôle de thermostat, dont la température n'évolue pas, qu'on peut confirmer dans le présent cas de figure. La puissance thermique que le liquide doit céder au gaz durant sa remontée pour le maintenir à la température  $T_f$  est égale à la puissance  $P_{th_g}$  relative au travail de détente isotherme  $w_T$  du gaz le long du gazosiphon, de la pression  $p_{inj}$  à la pression  $p_s$  ( $p_{in}$ ) :

$$P_{th_g} = q_g w_T = q_g r C_p T_f \ln \left( \frac{p_{inj}}{p_s} \right)$$

Cette puissance thermique  $P_{th_g}$  cédée par l'eau au gaz pour le maintenir à  $T_f$  peut être comparée à la puissance thermique de l'eau  $P_{th}$  correspondant à la diminution de la température  $T_f$  induite par ces échanges en calculant  $P_{th} - P_{th_g}$ . La capacité thermique de l'eau  $C_l$  est environ 4 fois supérieure à celle du gaz  $C_p$ . Le débit massique de l'eau  $q_l$  est en règle générale supérieur d'un rapport 50 – 100 au moins au débit massique du gaz  $q_g$ .

A cette variation de température négligeable s'ajoute une autre variation, qui l'est aussi, liée au réchauffement du gaz à l'injection. Le gaz est injecté à la température en sortie du

dernier étage de compression, qui peut-être élevée, mais on fait l'hypothèse défavorable que le gaz est injecté à la température  $T_{out}$  proche de la température froide. Le fluide réchauffe le gaz en entrée pour l'amener à la température  $T_f$ . La puissance  $P_{ginj}$  qu'il faut céder au gaz pour le ramener à cette température chaude  $T_f$  est égale à :

$$P_{ginj} = C_p q_g (T_f - T_{out})$$

A nouveau, si  $P_{ginj}$  est comparé avec  $P_{th}$ , on observe que  $C_p \approx C_l/4$  et  $q_g \ll q_l$ . Au final, la puissance thermique cédée à l'eau par le gaz entre l'injection et la sortie du gazosiphon est négligeable dans la mesure où elle n'implique pas de baisse significative de la température de l'eau, dont le débit de capacité thermique  $q_l C_l$  est bien plus élevé que celui du gaz  $q_g C_p$ . L'hypothèse d'isothermie est donc justifiée dans un contexte géothermique.

### 5.2.5 Puissance électrique

Dans le cas où la température est suffisante pour créer de l'énergie électrique, la nécessité de faire appel à un dispositif de détente diphasique (cf. section 5.1.2) a été déjà mentionné pour produire de l'électricité, correspondant au processus  $3 \Rightarrow 4$  sur le cycle trilatéral de la figure 5.16.

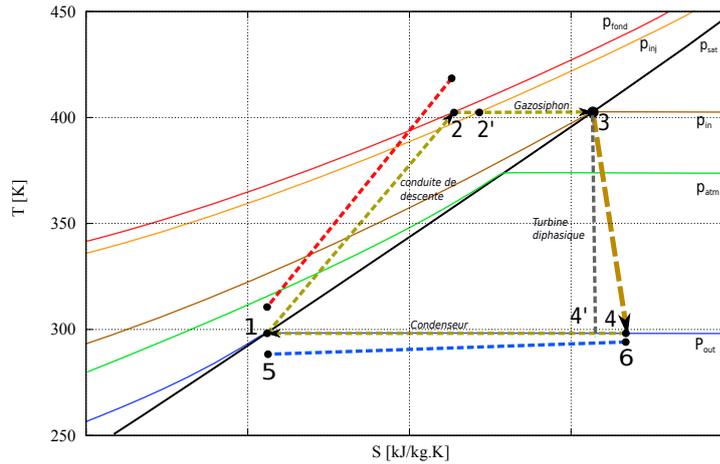


FIGURE 5.16 – Cycle TLC de l'eau

On peut exprimer la puissance théorique  $P_{tlc_{is}}$  obtenue lors de la détente diphasique isentropique de l'état 3 à l'état 4' en fonction des enthalpies  $h$  associées à ces états, avec les indices  $l$  et  $g$  correspondant aux états saturés respectivement liquides et gazeux :

$$P_{tlc_{is}} = q_l (h_{3l} - h_{4'}) = q_l (h_{3l} - x h_{4g} - (1-x) h_{4l}) \quad (5.13)$$

où la fraction massique  $x$  de gaz après le processus de détente, de l'état 3 à 4, peut s'exprimer en fonction des variations d'entropie des états saturés équivalent :

$$x = \frac{s_{3l} - s_{4l}}{s_{4g} - s_{4l}} \quad (5.14)$$

Pour calculer la puissance mécanique effectivement récupérée lors du processus de détente, on utilise les rendements isentropiques calculés par Steffen *et al.* [2013]. Ces derniers

effectuent des calculs théoriques de rendement pour un système de moteur à piston assurant le processus de vaporisation et de récupération d'énergie mécanique. Ces rendements, en fonction des températures d'entrée et de sortie du dispositif de détente diphasique, sont tracés sur la figure 5.17 pour plusieurs fluides. L'utilisation d'eau par rapport à d'autres fluides (organiques) pour les gammes de températures visées y paraît favorable. La puissance  $P_{TLC}$  effectivement récupérée est dépendante du rendement isentropique  $\eta_{SE}$  de l'appareil de détente diphasique (cf. Fig. 5.17). Dans le cas de ce cycle  $TLC$ , la puissance électrique récupérée  $P_{TLC}$  se calcule par :

$$P_{TLC} = \eta_{SE} P_{TLCis} \quad (5.15)$$

Dans la pratique, l'obtention de ces rendements est liée à l'utilisation d'un dispositif de détente spécifique à piston, dans des conditions de fonctionnement particulières du dispositif, décrites précisément par Steffen *et al.* [2013], qui peuvent nécessiter la mise en parallèle de plusieurs dispositifs de détente diphasique en fonction du débit obtenu en sortie. Il n'est pas envisageable ici d'entrer dans ce niveau de détail pour la description du dispositif et il suffira donc d'utiliser le calcul de rendement isentropique reporté sur la figure 5.17 pour estimer la puissance électrique récupérée en fonction des niveaux de température à l'entrée et à la sortie du dispositif.

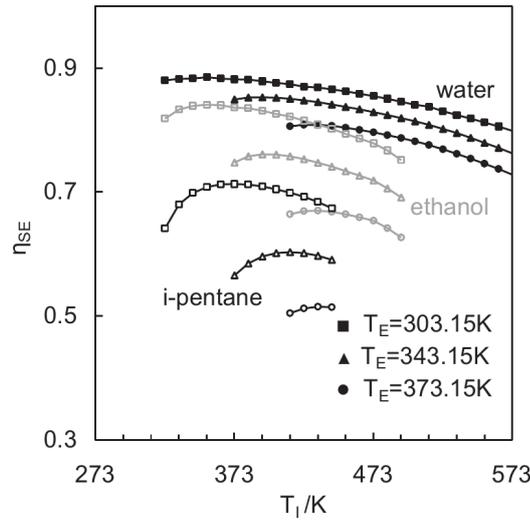


FIGURE 5.17 – Rendement isentropique de l'appareil de détente diphasique proposé par Steffen *et al.* [2013] en fonction des températures d'entrée et de sortie du dispositif, resp.  $T_I$  et  $T_E$  sur la figure

Sur la base de la température obtenue dans le gazosiphon après transfert dans l'annulaire de descente, on couple les conditions aux limites du code de simulation avec un code spécifiquement développé, qui calcule la pression de saturation en sortie et les propriétés physico-chimiques des états 3 et 4 relatifs au processus de détente diphasique à partir des formulations IAPWS-IF97 [Wagner & Pruß, 2002; IAPWS, 2007, 2014]. La pression en sortie de gazosiphon sera fixée à une valeur 10% supérieure à celle de la pression de vaporisation  $p_{vap}$  de l'eau à la température de sortie en accord avec les considérations de Steffen *et al.* [2013].

## 5.3 Dimensionnement optimal des systèmes proposés

Une chaîne complète de calcul a été mise en place afin d'évaluer les performances des deux variantes proposées de centrale géothermique en milieu urbain. Il est alors envisageable de coupler cette chaîne de calcul avec un outil d'optimisation afin de déterminer les choix de dimensionnement, pour les deux variantes, qui permettent de maximiser les performances. Une démarche d'optimisation suppose de :

- définir les paramètres de conception (design), c'est à dire les paramètres variables dans la description du système dont on recherche une combinaison de valeurs particulières pour maximiser les performances attendues ;
- définir les fonctions objectifs à maximiser ou à minimiser ou, en d'autres termes, les critères de performance à maximiser ; ces objectifs peuvent être complétés par des contraintes que les systèmes doivent respecter pour pouvoir être considérés comme réalisables ;
- choisir une méthode d'optimisation adaptée à la nature des paramètres de conception (à valeurs réelles ou discrètes par exemple) et aux caractéristiques des fonctions objectifs (en particulier, fonction objectif unique ou multiples fonctions objectifs).

La section 5.3.1 récapitule les paramètres de conception retenus pour les systèmes étudiés et rappelle également les paramètres fixés dans l'analyse, appelés paramètres caractéristiques dans la suite. La section 5.3.2 justifie le choix des méthodes d'optimisation retenues et présente brièvement l'outil utilisé pour réaliser le couplage entre la chaîne de calcul et ces méthodes d'optimisation, disponibles dans le logiciel modeFRONTIER. La section 5.3.3 est consacrée au dimensionnement optimal de la variante 1 de notre système, destinée à la production d'énergie thermique. Sont précisés dans cette section les 2 objectifs retenus pour optimiser ce dimensionnement et sont détaillées de façon complète les conceptions optimales obtenues, dans l'espace des objectifs (niveaux de performance) et dans l'espace des paramètres. Une démarche analogue est conduite dans la section 5.3.4 pour le dimensionnement optimal de la variante 2 de notre système, destinée à la production d'énergie électrique, avec possibilité de cogénération.

### 5.3.1 Paramètres de conception

#### 5.3.1.1 Caractéristiques fixées du système

Dans la première partie de ce chapitre, le nombre élevé de paramètres géométriques ou physiques qui apparaissent dans la description des systèmes proposés a été souligné. Il n'est pas réaliste de retenir comme paramètres de conception, laissés variables à l'intérieur de certaines plages, l'ensemble de ces paramètres dont certains doivent être fixés ; le tableau 5.1 synthétise ces paramètres caractéristiques, leurs descriptions succinctes et les valeurs qui leur sont attribuées. On se rapportera aux figures 5.10 et 5.13 pour rappel.

Les diamètres du forage en amont et en aval de l'injection (resp.  $D_i$  et  $D_{i(am)}$ ) sont fixés en fonction des contraintes données dans la section 5.2.1. Le nombre d'étages de compression  $n_c$  du compresseur d'air sera fixé à 5. Le choix de 5 étages permet de garder une température raisonnable dans chaque étage de compression même dans le cas d'un rapport de compression maximum. La température froide  $T_{froid}$  est fixée pour correspondre à une valeur de température ambiante standard de 293 K, et la température basse des étages de compression  $T_{comp}$  est directement dépendante de celle-ci avec une marge de

10 K. La température après exploitation de la ressource est typiquement fixée de la même manière en faisant l'hypothèse de récupération du liquide à  $T_{out} = T_{froid} + 10$  K. Dans l'hypothèse d'une production d'électricité conjointement à une récupération de chaleur (cogénération), on envisage une température intermédiaire de 373 K après l'appareil de détente diphasique afin que le liquide soit approximativement à la pression atmosphérique  $p_{atm}$  après condensation.

TABLE 5.1 – Paramètres fixés pour les systèmes étudiés

Paramètre	Valeur	Description
$D_a$	0.4 m	Diamètre de l'annulaire entre la surface et la profondeur d'injection $z_{inj}$
$D_{an(am)}$	0.25 m	Diamètre de l'annulaire en amont de la profondeur d'injection $z_{inj}$
$n_c$	5	Nombre d'étages de compression du compresseur d'air multiétagé
$T_{froid}$	293 K	Température de la source froide (lac, rivière...)
$T_{comp}$	303 K	Température initiale des étages de compression, fixée à $T_{froid} + 10$ K
$T_{out}$	303 K (373 K)	Température de sortie de l'échangeur de surface, ou de l'appareil de détente diphasique
$T_r$	$T_r(z)$	Température de la ressource basée sur le profil donné figure 5.11

### 5.3.1.2 Paramètres de conception

Les paramètres retenus pour l'optimisation des systèmes proposés sont d'une part des paramètres géométriques caractérisant le gazosiphon et d'autre part le débit de gaz injecté dans le gazosiphon. Ces différents paramètres et leurs intervalles de variation respectifs sont récapitulés dans le tableau 5.2. Les intervalles de variation des diamètres intérieurs  $D_i$  et  $D_{i(am)}$  sont fixés en fonction de la taille du forage, sans s'écarter de manière trop marquée des diamètres de dispositifs qui ont précédemment constitué la base de validation de la simulation de grands gazosiphons (typiquement  $D = 0.15$  m). Une borne inférieure égale à  $D = 0.05$  m est fixée pour ne pas trop s'éloigner de la propriété de "grand diamètre" du gazosiphon dans toutes les configurations explorées par l'optimiseur. La profondeur d'injection varie entre  $z = -100$  m et  $z = -1000$  m. Le choix de limiter la profondeur d'injection à 1000 m est motivé en premier lieu par le fait que la valeur  $D_a = 0.4$  m du diamètre de forage en aval (*i.e.* au-dessus de l'entrée) du gazosiphon ne peut pas être envisagée de façon réaliste pour des profondeurs qui seraient supérieures à 1000 m. De plus, et cela apparaît comme un bénéfice supplémentaire induit par ce choix, cette longueur de gazosiphon limitée à 1000 m permet également de conserver des coûts de calcul de l'écoulement dans le gazosiphon qui restent raisonnables. Le minimum de  $z_{inj}$  fixé à 100 m pourrait être encore réduit, mais entraînerait l'impossibilité d'obtenir un pompage significatif lorsque le puits est suffisamment profond pour permettre l'obtention de température satisfaisante, et induit donc des pertes de charge plus élevées. Finalement, la profondeur totale du puits varie entre  $z_{inj}$  et 5000 m. Dans le cas où  $z_{min} = z_{inj}$  l'injection de gaz est supposée réalisée en fond de puits alors que dans le cas où  $z_{min} = -5000$  m, la longueur de puits en amont

(ou en-dessous) de la zone d'injection est supérieure à 4000 m.

TABLE 5.2 – Paramètres géométriques de conception pour l'optimisation énergétique du système

Paramètre	Intervalle de variation	Description
$D_i$ (m)	[0.05; 0.3]	Diamètre du gazosiphon dans la zone diphasique au dessus de l'injection
$D_{i(am)}$ (m)	[0.05; 0.2]	Diamètre du gazosiphon en amont de la zone d'injection $z_{inj}$
$z_{inj}$ (m)	[-1000; -100]	Profondeur dans le puits à laquelle le gaz est injecté dans la conduite centrale
$z_{min}$ (m)	[-5000; $z_{inj}$ ]	Profondeur totale du puits
$q_g$ (kg/s)	$[10^{-4}; 5]$	Débit massique de gaz injecté

Le débit d'injection de gaz  $q_g$  en kg/s est un paramètre-clé du fonctionnement du gazosiphon. Pour une configuration géométrique donnée, la plage de valeurs permettant un fonctionnement "normal" du gazosiphon, privilégiant en particulier un régime d'écoulement à bulles, n'est pas connue *a priori*. L'intervalle de variation de  $q_g$  est donc choisi très large, entre  $10^{-4}$  et 5 kg/s, afin de s'assurer de couvrir l'ensemble des plages de fonctionnement de toutes les configurations possibles associées aux paramètres géométriques de conception passés en revue ci-dessus.

### 5.3.2 Méthodes d'optimisation

Les sections 5.3.3 et 5.3.4 qui suivent, précisent la nature des objectifs d'optimisation retenus pour le dimensionnement optimal des 2 variantes proposées de système géothermique urbain, respectivement pour exploiter de l'énergie thermique et pour produire de l'électricité. Il y apparaîtra naturel de formuler le problème de dimensionnement optimal de ces systèmes en introduisant 2 objectifs. Par ce choix, la résolution d'un problème d'optimisation multi-objectifs et multi-variables est anticipée, résolution mettant notamment en jeu un code de simulation - le code permettant le calcul des caractéristiques du gazosiphon utilisé comme pompe - pour obtenir les valeurs des objectifs et/ou des contraintes du problème. Pour résoudre un tel problème, il sera fait appel à un algorithme génétique fondé sur la dominance dit NSGA-II (pour Non-dominated Sorting Genetic Algorithm) qui présente les avantages suivants :

- NSGA-II permet de prendre simultanément en compte plusieurs objectifs grâce au concept de dominance ; l'algorithme fait évoluer une population d'individus, *i.e.* de vecteurs de paramètres de conception, jusqu'à atteindre le front de Pareto global associé au problème.
- NSGA-II ne requiert que les valeurs des fonctions objectifs (et non pas également leurs gradients, comme c'est le cas pour des méthodes d'optimisation classiques de type quasi-Newton) pour faire évoluer la population. Ces valeurs sont utilisées pour trier la population courante par rang de dominance et sélectionner de façon probabiliste les individus les mieux adaptés, *i.e.* ceux qui dominent le reste de la population. Cette phase d'exploitation de la population courante est suivie par une phase d'exploration de l'espace de conception qui s'appuie sur deux opérateurs, dits de croisement et de mutation pour produire de nouveaux vecteurs de designs, susceptibles de conduire à des valeurs optimales ou quasi-optimales des fonctions objectifs.

On renvoie à l'ouvrage de référence de Deb [2008] pour une description complète de l'algorithme NSGA-II. Pour notre part, l'algorithme mis en oeuvre est celui qui est implémenté dans le logiciel commercial modeFRONTIER, commercialisé par la société ESTECO. Les paramètres de l'algorithme à régler par l'utilisateur sont : les probabilités de croisement et de mutation utilisées pour la phase d'exploration, la taille de la population manipulée par l'algorithme. Le nombre de générations (ou d'itérations) dépend en pratique du suivi de la convergence vers un front de Pareto global : les simulations ont été interrompues lorsqu'aucune évolution significative de ce front n'était observée dans l'espace des objectifs d'une génération à l'autre. Les valeurs de ces paramètres seront précisées ci-dessous pour chacune des optimisations réalisées.

### 5.3.3 Optimisation de la variante n° 1 de la centrale géothermique

La variante n° 1 du système géothermique urbain proposé est la configuration dont le but est de récupérer de l'énergie thermique (cf. sous-section 5.1.1). Les objectifs retenus pour réaliser un dimensionnement optimal de cette configuration sont d'abord détaillés ; ensuite, quelques indications sur le déroulement pratique de la démarche d'optimisation sont fournies ; enfin une analyse détaillée des résultats obtenus est conduite dans le but d'identifier le niveau de performance optimale qui peut être atteint et les choix de conception correspondants.

#### 5.3.3.1 Objectifs et contraintes

La maximisation de la puissance thermique  $P_{th}$  récupérée en sortie, donnée par l'équation (5.12), constitue un premier objectif :

$$\mathcal{O}_{P_{th}} = \max_{\zeta} [P_{th}(\zeta)] \quad (5.16)$$

où le vecteur  $\zeta$  est le vecteur des 5 paramètres de conception définis dans le tableau 5.2. Une contrainte sur la température  $T_f$  obtenue à l'entrée du gazosiphon (cf. Fig. 5.10), est ajoutée ; elle sera limitée à une valeur de 100 °C afin de se placer dans des cas de figure sans vaporisation lorsque la pression en sortie est égale à la pression atmosphérique  $p_{atm}$ .

Par ailleurs, la minimisation du coût de la compression du gaz injecté dans le gazosiphon constitue un second objectif. Comme ce coût est supposé directement proportionnel à la puissance  $P_{CR}$  donnée par la relation (5.9) ce second objectif s'exprime comme suit :

$$\mathcal{O}_{P_{CR}} = \min_{\zeta} [P_{CR}(\zeta)] \quad (5.17)$$

Ces deux objectifs sont clairement antagonistes. La puissance thermique récupérée croît avec le débit du liquide pompé, qui lui-même est en règle générale lié à la croissance du débit de gaz injecté ; augmenter le débit de gaz injecté joue un rôle favorable dans la maximisation du premier objectif  $P_{th}$ . Dans le même temps, augmenter le débit de gaz va conduire à augmenter la puissance  $P_{CR}$  et donc le coût de mise fonctionnement du gazosiphon ; cette augmentation joue donc un rôle défavorable en ce qui concerne la minimisation du second objectif. Il est donc attendu un ensemble de solutions optimales du problème, formant un ensemble de Pareto ou encore un front de Pareto (dans le plan des objectifs) et offrant donc différents compromis possibles entre les deux objectifs de maximisation de  $P_{th}$  et de minimisation de  $P_{CR}$ .

Les contraintes sont prises en compte dans l'algorithme NSGA-II par le biais d'une méthode dite de pénalisation. Les individus qui ne satisfont pas les contraintes sont pénalisés, *i.e.* voient leur valeur de fonction d'adaptation (rang de dominance) dégradée en proportion du degré de violation de contraintes. Ces individus dits non-réalisables car ils ne satisfont pas l'ensemble des contraintes du problème, sont néanmoins utilisés dans les processus de sélection, de croisement et de mutation dans la mesure où ils permettent à l'algorithme d'explorer plus efficacement l'espace de conception. Notre expérience avec l'utilisation de NSGA-II nous a permis d'observer que le nombre d'individus ou de designs non-réalisables étaient particulièrement élevé dans les premières générations du processus d'optimisation ; cela n'est pas surprenant puisque dans ces toutes premières générations l'algorithme n'a pas encore identifié les plages de variation des paramètres de conception qui permettent d'assurer le caractère réalisable des différents designs. Au fil des générations, l'algorithme parvient à identifier ces plages de variation pertinentes et à faire émerger un ensemble de solutions optimales à l'intérieur de ce sous-espace des solutions réalisables.

### 5.3.3.2 Démarche d'optimisation

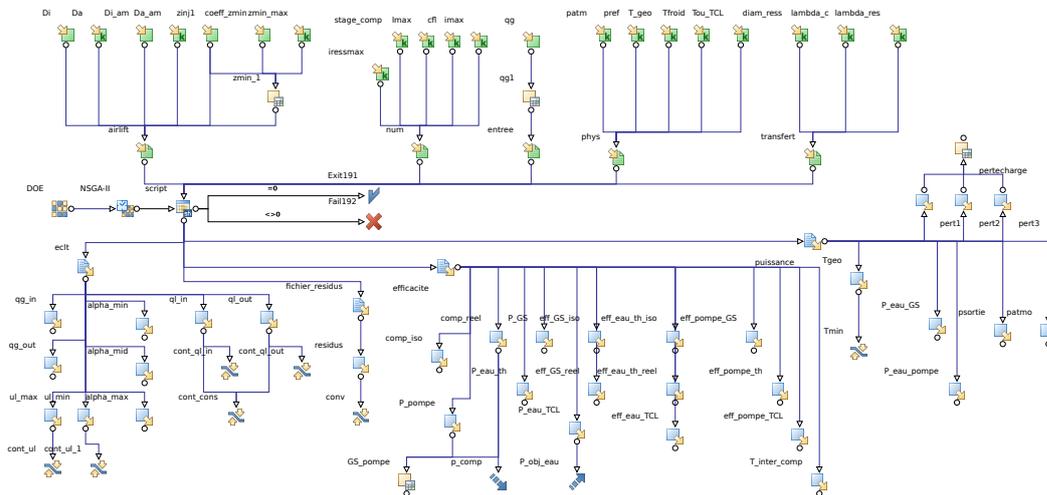


FIGURE 5.18 – Schéma du "workflow" réalisé dans modeFRONTIER pour l'optimisation déterministe

L'algorithme NSGA-II a été mis en oeuvre avec une population de 100 individus. Le couplage entre la chaîne de calcul des contraintes et des objectifs et l'algorithme d'optimisation est réalisé via un "workflow" dans le logiciel modeFRONTIER (cf. Fig. 5.18). Les valeurs par défaut des probabilités de croisement et de mutation ont été utilisées soit une probabilité de croisement de 0.9 et une probabilité de mutation de 0.1. La population évolue pendant environ 300 générations ce qui conduit au total à environ 27000 designs évalués. Parmi ces solutions potentielles, on ne retient que 15000 individus réalisables, qui satisfont donc l'ensemble des contraintes. Cette population est tracée dans le plan des objectifs sur la figure 5.19 (chaque carré noir correspond à un design possible), où sont également visualisés les designs optimaux appartenant au front de Pareto global sous la forme de carrés verts. Il a été vérifié au cours du processus d'optimisation que la position de ce front de Pareto dans l'espace des objectifs ne variait quasiment plus après les 300 générations calculées. Nous analysons maintenant les caractéristiques de ces designs optimaux qui correspondent donc à un ensemble de compromis possibles entre la maximisation de  $P_{th}$  et la minimisation de  $P_{CR}$ .

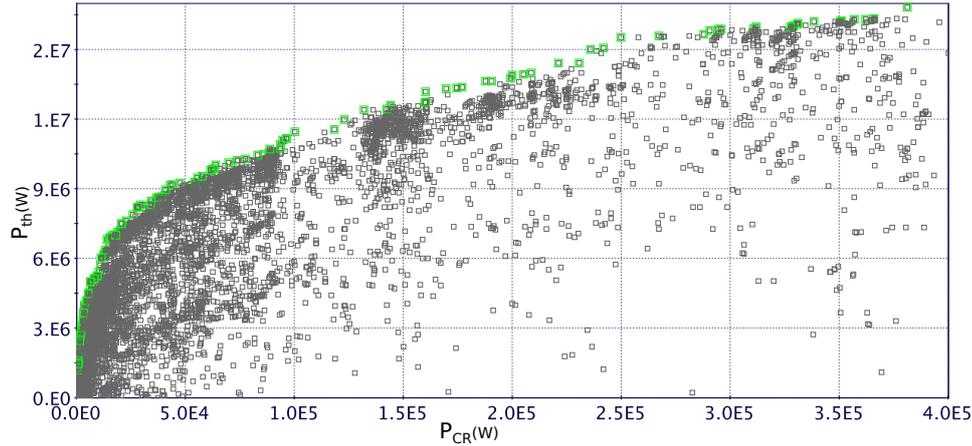


FIGURE 5.19 – Visualisation dans l'espace des objectifs (puissance de compression en abscisse et puissance thermique récupérée en ordonnée) des designs réalisables calculés par l'algorithme NSGA-II au cours du processus d'optimisation. Les individus du front de Pareto sont visualisés par des carrés verts.

### 5.3.3.3 Analyse des designs optimaux

L'une des difficultés dans une démarche d'optimisation multi-objectifs est de visualiser clairement les solutions optimales dans l'espace des paramètres. Si l'examen de la figure 5.19 permet immédiatement de se donner une idée des caractéristiques des designs optimaux en termes de couples de valeurs  $(P_{CR}, P_{th})$ , les valeurs des paramètres de conception qui conduisent à ces valeurs optimales des objectifs demeurent en revanche inconnues. On apprend ainsi qu'il est possible d'extraire une puissance thermique maximale de  $17 \text{ MW}_{th}$  au prix d'une puissance de compression de  $380 \text{ kW}$  (extrémité supérieure droite du front de Pareto dans le plan des objectifs) ou encore qu'il est possible de dépenser une puissance de compression de  $39 \text{ kW}$  seulement mais pour produire une puissance thermique limitée à  $1 \text{ MW}_{th}$ . La démarche de dimensionnement optimal du système doit aussi et surtout permettre de préciser quels sont les choix de  $q_g$ ,  $D_i$ ,  $D_{i(am)}$ ,  $z_{inj}$  et  $z_{min}$  qui permettent de réaliser ces différentes performances. Il n'est pas immédiat de visualiser l'ensemble de Pareto du problème dans l'espace des paramètres qui est un espace à 5 dimensions.

Afin de faciliter l'analyse des designs optimaux, nous allons repérer les designs appartenant au front de Pareto global en utilisant les choix suivants lors d'une visualisation de designs dans un plan de paramètres :

- la taille du symbole (cercle) associé à un design sera proportionnelle à la puissance  $P_{CR}$ . Les symboles les plus petits sont donc ceux qui se trouvent "à gauche" du front de Pareto dans le plan des objectifs  $(P_{CR}, P_{th})$  tandis que les symboles les plus gros sont ceux qui se trouvent "à droite" de ce front de Pareto ;
- chaque symbole associé à un design sera coloré en utilisant une palette de couleurs qui correspond à la variation de  $P_{th}$ . Les plus faibles valeurs de  $P_{th}$  (en bas du front de Pareto dans le plan  $(P_{CR}, P_{th})$ ) seront colorées en bleu foncé tandis que les valeurs les plus élevées de  $P_{th}$  (en haut de ce front de Pareto) seront colorées en rouge foncé.

A titre d'illustration, on visualise sur la figure 5.20 le front de Pareto de la figure 5.19 en adoptant ce choix de représentation graphique. Dans ce cas, on dispose bien sûr d'une information redondante puisque les designs optimaux sont tracés dans le plan des objectifs. La combinaison de la taille du symbole et de sa couleur définit de façon très claire différentes zones successives du front de Pareto : des petits symboles bleu foncé optimaux

vis-à-vis du premier objectif  $P_{CR}$  aux gros symboles rouge foncé optimaux vis-à-vis du second objectif  $P_{th}$  en passant par des symboles de taille intermédiaire et de couleur orange qui correspondent à des solutions de compromis vis-à-vis des 2 objectifs.

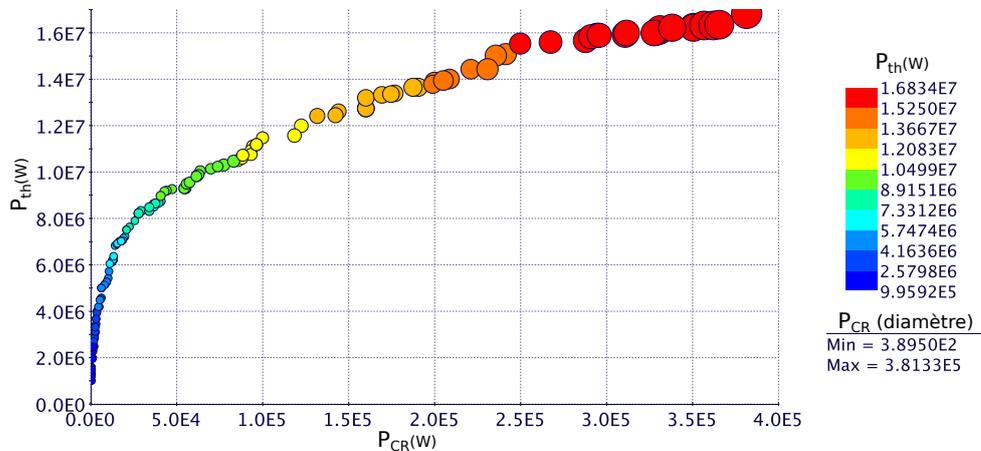


FIGURE 5.20 – Puissance thermique récupérée en fonction de la puissance de compression pour les designs optimaux.

La figure 5.20 montre que la progression de la puissance thermique obtenue en fonction de la puissance de compression présente une forme globale en racine carrée, avec une pente forte jusqu'à environ  $P_{CR} = 50 \text{ kW}$ , puis une diminution progressive de la dérivée au-delà. Les puissances thermiques les plus faibles, inférieures à  $1 \text{ MW}_{th}$ , qui se résument à quelques configurations isolées, pourront d'emblée être écartées d'une l'analyse détaillée. Les puissances thermiques les plus élevées, qui vont de pair avec des puissances de compression importantes, sont conservées (en ignorant temporairement d'éventuelles limitations techniques pour réaliser en pratique ces couples de puissances).

Avant d'étudier la distribution des paramètres de conception pour les designs optimaux, il est utile d'observer les relations entre les objectifs et les paramètres physiques "intermédiaires" qui les définissent, afin de faciliter l'analyse du lien entre paramètres de conception et objectifs. La puissance thermique récupérée est ainsi visualisée (via le code couleur des symboles des designs optimaux) sur la figure 5.21 en fonction du couple température/débit de l'eau dans le gzosiphon. La température est proche du maximum fixé à  $373 \text{ K}$ , pour l'ensemble des designs du front de Pareto, et varie quasiment dans la même gamme (entre  $367 \text{ K}$  et  $373 \text{ K}$ ) pour toutes les sous-catégories (associées à chaque tranche colorée des isovaleurs des objectifs) du front de Pareto. L'augmentation des températures se fait au détriment des débits liquides, puisqu'elles nécessitent une longueur de conduite plus importante (*i.e.* des pertes de charge plus élevées) et/ou une baisse des débits liquides pour permettre des temps de transfert plus important. Or la concentration des designs optimaux proche du maximum autorisé ( $373 \text{ K}$ ) laisse entrevoir que les contreparties qu'on vient d'énoncer ne pénalisent pas outre mesure le gain énergétique de la maximisation de  $T_f$ . On peut par exemple observer sur la plage réduite des puissances maximales (en rouge), que le débit n'augmente que très légèrement lorsque la température  $T_f$  diminue, pour des puissances qui sont équivalentes. Par ailleurs sur l'ensemble du front Pareto, c'est bien la variation du débit liquide  $q_l$  qui a la principale incidence sur la puissance thermique  $P_{th}$  (*i.e.* sur la puissance de compression  $P_{CR}$ ). Sans tenir compte des paramètres de conception qui seront analysés par la suite, la somme des pertes de charge  $\Delta p_{fa}$  dans le puits jusqu'au point d'injection, tracée sur la figure 5.22, suit la tendance d'évolution

des débits  $q_l$ .

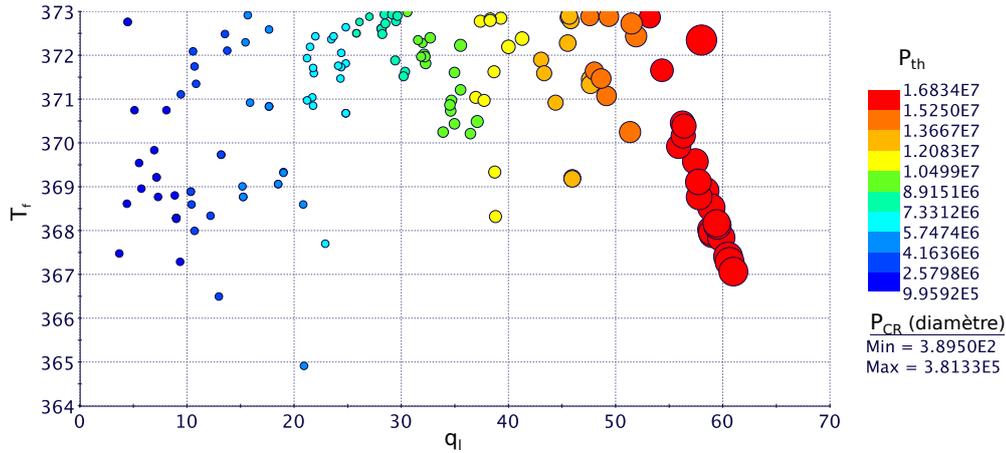


FIGURE 5.21 – Température  $T_f$  en fonction du débit liquide  $q_l$  pour les designs optimaux

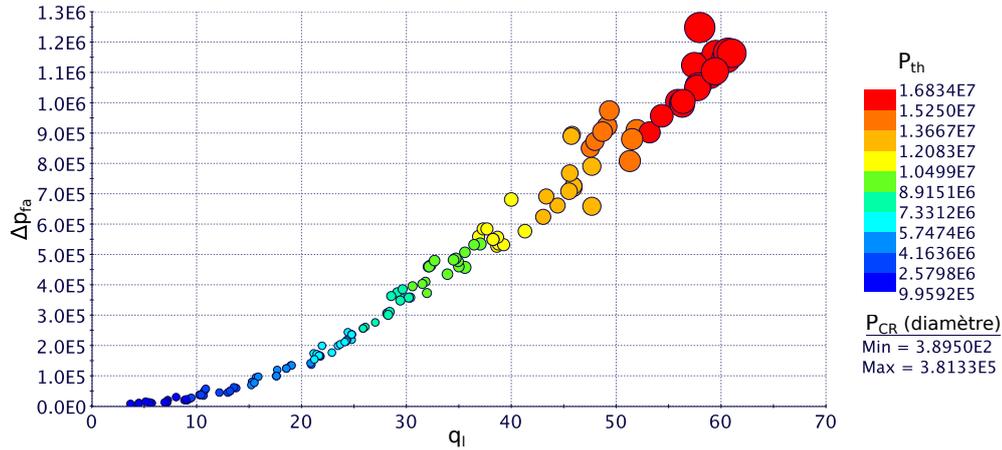
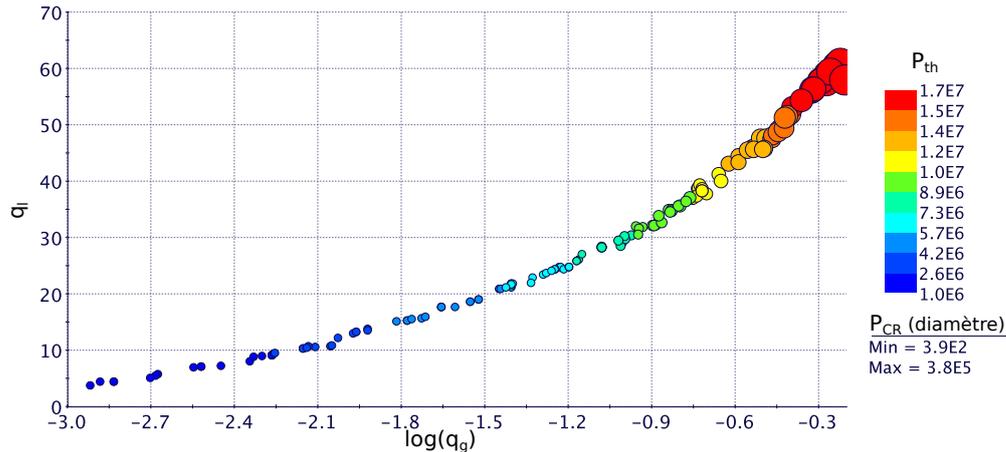


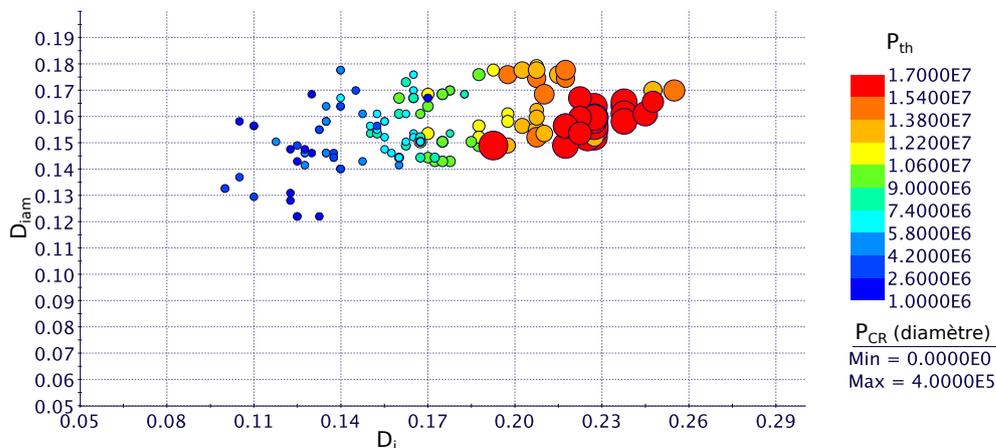
FIGURE 5.22 – Perte de charge en fonction du débit liquide pour les designs optimaux

On en vient maintenant à l'analyse des designs optimaux en fonction des paramètres de conception, tracés dans le plan des débits ( $q_g$ ,  $q_l$ ) pour commencer. Le débit  $q_l$  n'est pas un paramètre de conception mais il nous semble intéressant de le corrélérer avec le débit de gaz  $q_g$  qui lui est bien un des 5 paramètres de conception. Compte tenu de la large gamme de variation adoptée pour  $q_g$  (entre  $10^{-4}$  et  $5$  kg/s), on choisit de tracer son logarithme (en base 10) suivant l'axe des abscisses. Dans la figure 5.23, la valeur du débit  $q_g$  pour les designs optimaux s'étend entre  $10^{-3}$  kg/s pour les plus faibles débits à  $0.5$  kg/s pour les plus forts débits (cette valeur de  $q_g$  correspond à  $\log_{10}(q_g) \approx -0.3$ ). L'augmentation de  $P_{CR}$  est directement corrélée (de façon évidente) à l'augmentation de  $q_g$  et l'augmentation de  $P_{th}$  est elle-aussi corrélée à l'augmentation de  $q_g$ , notamment à travers le débit  $q_l$  associée. Le lien direct de  $P_{th}$  avec  $q_l$  s'explique notamment par la très faible variation de la température, autre grandeur clé du calcul de  $P_{th}$ , observée dans la figure 5.21.

Le front de Pareto est tracé ensuite sur la figure 5.24 dans le plan défini par les diamètres  $D_i$  (en abscisse) et  $D_{i(am)}$  (en ordonnée). Un regroupement des diamètres amonts, qui traduisent la gamme de rapport optimal entre  $D_{i(am)}$  et  $D_{an(am)}$ , se manifeste dans un in-

FIGURE 5.23 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $(q_g, q_l)$ 

tervalle plus resserré que l'intervalle de variation possible pour ce paramètre (entre 0.05 et 0.2 m). Le diamètre en amont de l'injection  $D_{i(am)}$  se situe entre 0.14 et 0.18 m pour l'ensemble des designs optimaux. Ce paramètre n'est pas géométriquement directement lié au fonctionnement du gazosiphon ; il dépend principalement du rapport entre les frottements dans l'annulaire et dans la conduite centrale pour un débit donné. En plus des frottements pariétaux, la valeur du diamètre de l'annulaire joue aussi sur les transferts thermiques avec la ressource. Ses variations ne décrivent pas de tendance particulière permettant un lien évident avec les puissances  $P_{th}$  et  $P_{CR}$ . Le diamètre du gazosiphon  $D_i$  pour les designs optimaux s'étend sur un intervalle plus large, de 0.1 à 0.25 m, mais qui ne correspond de nouveau qu'à une partie de l'intervalle de variation possible  $[0.05; 0.3]$ . La tendance globale d'augmentation du diamètre intérieur  $D_i$  avec la puissance  $P_{th}$  s'explique par le fait que plus le diamètre du gazosiphon est élevé, plus ses capacités potentielles de pompage sont importantes (cf. sous-section 3.5.5). Cela est cohérent avec l'augmentation des débits  $q_l$  associée à l'augmentation de  $P_{th}$  qui a été observée sur la figure 5.23. En contrepartie, à l'augmentation des débits s'ajoute une vitesse plus importante dans l'annulaire (dont la surface diminue) et donc des frottements pariétaux plus élevés observés sur la figure 5.22.

FIGURE 5.24 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $D_i$  et  $D_{i(am)}$

Les seuls diamètres ne permettent évidemment pas d'expliquer les évolutions des objectifs le long du front de Pareto : la profondeur totale du puits  $z_{min}$  ainsi que la profondeur d'injection  $z_{inj}$  sont des paramètres déterminants. L'ensemble des designs optimaux au sens de Pareto sont tracés sur la figure 5.25 dans le plan des paramètres  $(z_{min}, z_{inj})$ . En premier lieu, on constate que si le paramètre de conception  $z_{inj}$  décrit l'ensemble de son intervalle de variation possible, entre  $-1000$  m et  $-100$  m, lorsque l'on balaie l'ensemble des solutions optimales, il n'en va pas du tout de même pour le paramètre de conception  $z_{min}$  qui varie sur une plage limitée, entre  $-1000$  m et  $-2300$  m. On peut également noter que, pour ces designs optimaux,  $z_{min}$  n'est jamais proche de la borne supérieure de son intervalle de variation,  $z_{inj}$ . En général, la valeur  $z_{min}$  de la longueur du puits pour les designs optimaux est plus élevé de 1000 à 1500 m que la profondeur d'injection  $z_{inj}$ . Physiquement, l'augmentation de la profondeur d'injection permet un allègement maximum de plus en plus important pour un coût de compression de plus en plus significatif à débit d'injection fixé. La profondeur d'injection  $z_{inj}$  permet donc d'augmenter  $P_{th}$ , tendance qu'on retrouve assez logiquement ici. Par ailleurs, la longueur totale du puits dépend directement des échanges de chaleur. Une longueur importante permet d'augmenter les temps de transfert dans l'annulaire de descente et d'atteindre des températures plus élevées en profondeur (cf. Fig. 5.11). La variation de  $z_{min}$  entre  $-1000$  m et  $-2000$  m lorsque  $P_{th}$  augmente peut être reliée aux couples  $(q_l, T_f)$  précédents (cf. Fig. 5.21). Lorsque  $P_{th}$  augmente, le diamètre de l'annulaire amont  $D_{an(am)}$  est quasiment constant alors que  $q_l$  augmente aussi nettement, ce qui a pour cause directe d'élever la vitesse dans l'annulaire, provoquant une chute des temps de transfert, et donc en théorie des températures obtenues. Cependant on peut postuler, compte tenu de la stabilité des températures (cf. Fig. 5.21) et de l'augmentation progressive des débits liquides avec  $P_{th}$ , que la variation de  $z_{min}$  entre  $-1000$  m et  $-2000$  m permet une augmentation des temps de transfert qui compense les pertes que l'on vient d'énoncer dues à l'élévation des vitesses.

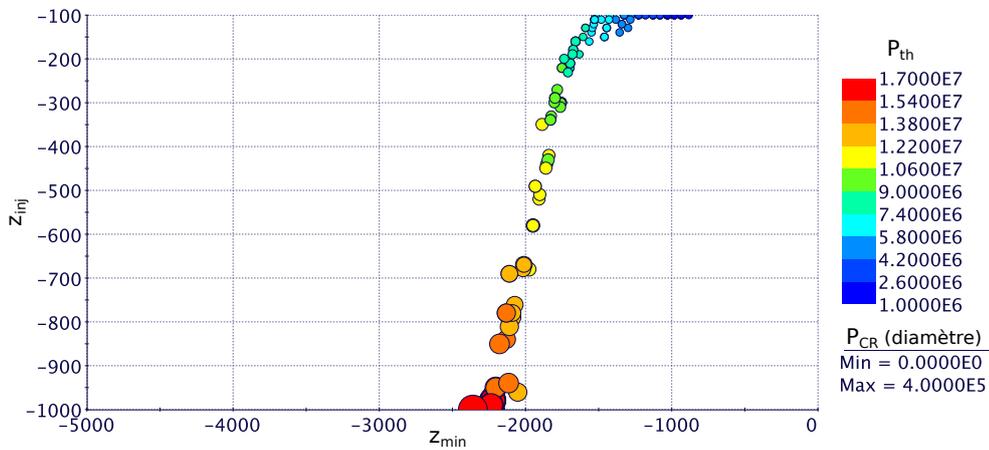


FIGURE 5.25 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $(z_{min}, z_{inj})$ .

Plus que tous les autres paramètres géométriques du puits, la longueur  $z_{inj}$  et le diamètre  $D_i$  influent directement sur l'écoulement diphasique qui s'y développe. L'ensemble des designs optimaux dans le plan  $(D_i, z_{inj})$  sont tracés sur la figure 5.26. Une intéressante corrélation entre l'évolution de  $P_{th}$  le long du front de Pareto et l'évolution de ces 2 paramètres se manifeste. Les plus faibles valeurs de  $P_{th}$  et de  $P_{CR}$  sont associées à  $z_{inj} = -100$  m avec un diamètre  $D_i$  qui varie entre 0.1 m et 0.17 m tandis que les plus fortes valeurs de  $P_{th}$  et de  $P_{CR}$  sont associées à  $z_{inj} = -1000$  m avec un diamètre  $D_i$  qui varie entre

0.19 m et 0.25 m. La tendance presque linéaire, à l'intérieur de l'intervalle, de l'évolution du couple  $(z_{inj}, D_i)$  avec  $P_{th}$  montre que les configurations délivrant les puissances les plus importantes, tout en fonctionnant de manière optimale, sont obtenues en augmentant simultanément et proportionnellement la longueur et le diamètre.

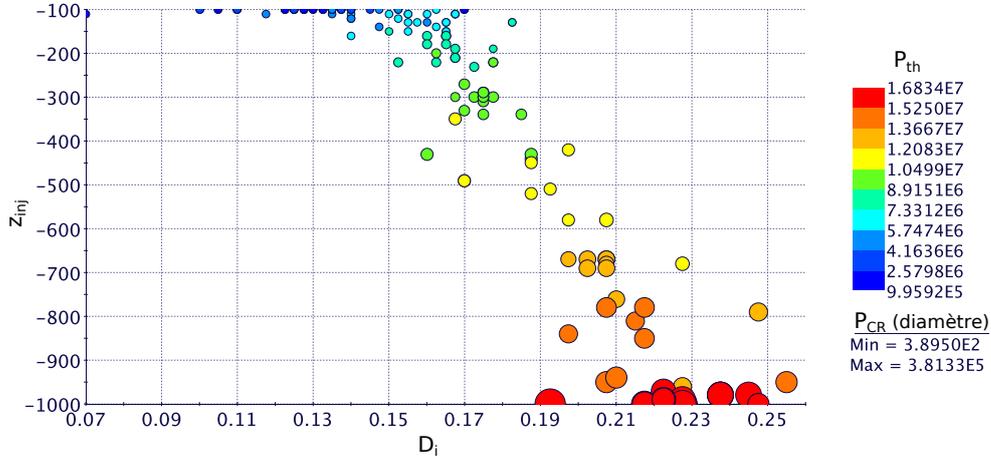


FIGURE 5.26 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $(D_i, z_{inj})$ .

Après ce tour d'horizon des paramètres de conception permettant l'obtention de designs optimaux, on en revient au rendement  $\eta_{GS}$  du gazosiphon par rapport à une pompe classique (5.11). Le rendement  $\eta_{GS}$  en fonction du débit liquide  $q_l$ , sur la figure 5.27, donne un maximum légèrement au dessus de 0.4 aux alentours de  $q_l = 23$  kg/s. Cette zone correspond à la zone de changement rapide de la dérivée de la puissance thermique en fonction de la puissance de compression figure 5.20, au delà de laquelle le gain de puissance thermique nécessite une augmentation de plus en plus soutenue de la puissance de compression.

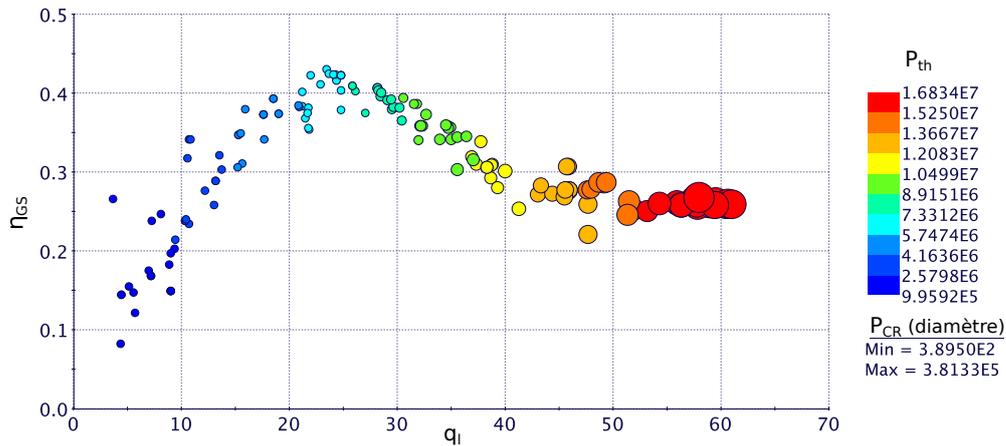


FIGURE 5.27 – Efficacité du gazosiphon en fonction de  $q_l$  pour les designs du front pareto

Il y a principalement deux éléments qui jouent sur les valeurs du rendement de la figure 5.27. La première est liée à la longueur du gazosiphon, et la seconde à l'efficacité d'entraînement du liquide. Plus la profondeur d'injection est faible, et plus le tronçon diphasique est limité devant la longueur totale du puits. A débit liquide égal, la zone diphasique, par rapport à un écoulement uniquement liquide, induit naturellement des vitesses plus

importantes et donc des frottements pariétaux plus élevés, augmentant de fait la puissance développée pour obtenir ce débit par rapport à une pompe. Sur ce point, il est donc préférable de limiter autant que possible  $z_{inj}$ . L'efficacité en fonction de la profondeur d'injection figure 5.28 montre clairement une efficacité maximum pour un  $z_{inj}$  proche du minimum, aux alentours de  $q_l = 22 \text{ kg/s}$ , puis une diminution progressive à mesure que la puissance  $P_{th}$ , et donc  $z_{inj}$ , augmente au delà.

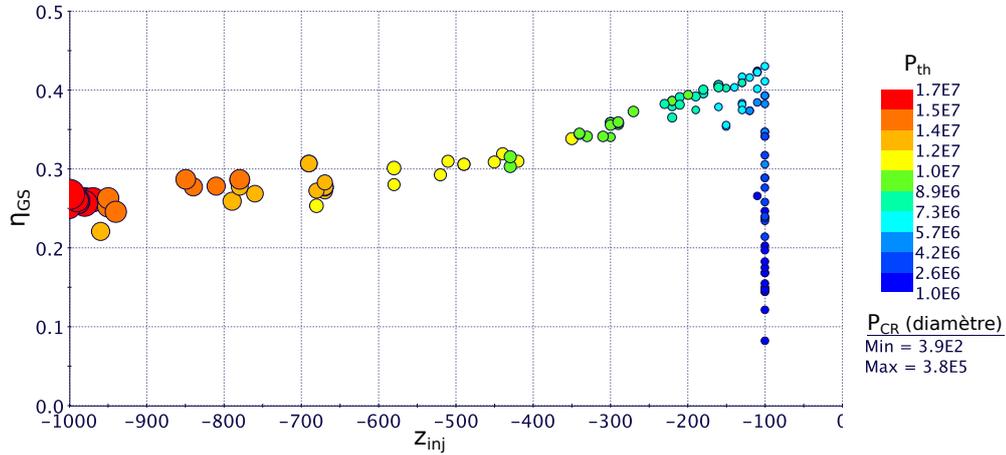
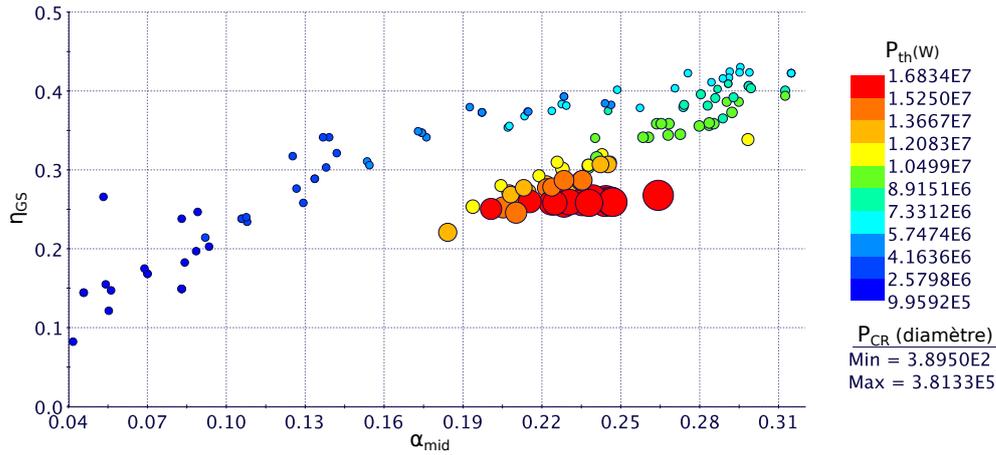
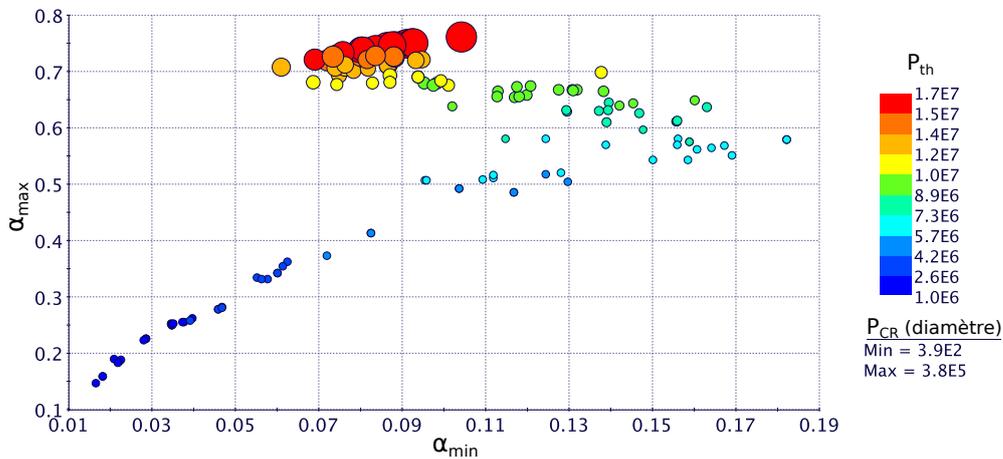


FIGURE 5.28 – Efficacité du gazosiphon en fonction de  $z_{inj}$  pour les designs du front de Pareto

A ces conclusions s'ajoutent des considérations d'efficacité d'entraînement du liquide dans le gazosiphon, qui sont reliées à la répartition axiale de la fraction de vide. Sans rentrer à nouveau dans les détails de ces répartitions (cf. section 3.4), on trace deux figures pour illustrer les tendances observées ici : le rendement en fonction de la répartition de fraction de vide moyennée  $\alpha_{mid}$  (cf. Fig. 5.29) et l'ensemble des designs du front de Pareto dans l'espace  $(\alpha_{min}, \alpha_{max})$  qui correspond à l'entrée et à la sortie du gazosiphon (cf. Fig. 5.30). On notera que les fractions de vide maximum sont extrêmement localisées à la sortie du gazosiphon et ne doivent pas être surinterprétées comme représentatives de l'écoulement dans le tronçon proche de la sortie. Elles servent avant tout de point de comparaison entre les différents designs optimaux. Le rendement maximum obtenu correspond bien aux répartitions de la fraction de vide les plus homogènes. Pour un allègement moyen plus élevé (cf. Fig. 5.29), les dimensionnements optimaux permettent d'obtenir des fractions minimum suffisantes pour ne pas induire un allègement négligeable, et qui restent contenues à l'approche de la surface. En dessous de  $P_{th} \approx 5.5 \text{ MW}_{th}$ , les fractions de vide restent limitées mais l'allègement moyen est trop faible pour permettre un pompage optimal. Au dessus de  $P_{th} \approx 7.5 \text{ MW}_{th}$ , l'allègement moyen tend à diminuer, et surtout s'accompagne de fractions de vide plus élevées à l'approche de la sortie.

L'efficacité du gazosiphon par rapport à une pompe est ici, même à son maximum, médiocre. On pourrait donc en conclure qu'en l'état, les gains pratiques de l'utilisation d'un gazosiphon sont accompagnés d'une perte énergétique trop conséquente par rapport à une pompe. Deux remarques tendent à moduler cette conclusion hâtive.

- Une augmentation de l'efficacité est en théorie possible en réduisant la profondeur d'injection minimum, mais au détriment d'une récupération d'énergie thermique qui devient plus faible. Cette contrainte apparemment peu avantageuse peut se révéler compatible pour certains sites avec la vitesse de régénération du potentiel de la ressource thermique qui peut imposer une telle contrainte.

FIGURE 5.29 – Efficacité du gazosiphon en fonction de  $\alpha_{\text{mid}}$  pour les designs du front de ParetoFIGURE 5.30 –  $\alpha_{\text{max}}$  en fonction de  $\alpha_{\text{min}}$  pour les designs du front de Pareto

- Une pression atmosphérique en sortie du gazosiphon a été fixée. Or le système d'échange de chaleur en surface implique en réalité des pertes de charge qui n'ont pas été évaluées : elles ont été simplement négligées. En réalité, la pression au niveau du séparateur est plus élevée que la pression atmosphérique dans une mesure qui dépend des dispositifs d'échange de chaleur de surface. Or ces dispositifs, même optimisés peuvent dans certains cas induire des pertes de charge non négligeables et nécessiter en amont des pressions de sortie du gazosiphon significativement plus élevées que la pression atmosphérique. La pression de sortie du gazosiphon n'étant alors plus la pression atmosphérique, l'écart avec la pression d'injection se trouve réduit et la croissance de la fraction de vide le long de la conduite ralentie (cf. section 3.5). Les basculements intempestifs vers des configurations d'écoulement à faible pouvoir d'entraînement se trouvent éventuellement éliminées et l'efficacité augmentée. Si dans le cas d'un échangeur de surface, une perte de charge importante n'est pas une fin en soi, et doit être reliée à la puissance thermique qu'il est possible de récupérer, il en est autrement dans la variante de création d'électricité, qui nécessite par principe des pressions élevées en sortie lorsque la température l'est aussi.

### 5.3.4 Optimisation de la variante n° 2 de la centrale géothermique

Considérons maintenant la variante n°2 pour la production d'électricité (cf. sous-section 5.1.2). Pour rappel, les principales différences de cette variante sont d'une part la température finale qui n'est pas bornée, et d'autre part la pression en sortie du gazosiphon dépendante de la pression de vaporisation du liquide à la température de sortie. A nouveau, les objectifs retenus pour réaliser un dimensionnement optimal vont être détaillés, puis suivra l'analyse des calculs d'optimisation et des résultats obtenus.

#### 5.3.4.1 Objectifs et contraintes

Dans cette variante, , il s'agit toujours de maximiser la puissance récupérée en sortie, qui sera cette fois la puissance électrique  $P_{TLC}$  définie par l'équation (5.15), à travers l'objectif suivant :

$$\mathcal{O}_{P_{TLC}} = \max_{\zeta} [P_{TLC}(\zeta)] \quad (5.18)$$

où le vecteur  $\zeta$  est à nouveau le vecteur des 5 paramètres de conception définis dans le tableau 5.2. L'objectif principal de l'optimisation est d'obtenir, en fonction des paramètres géométriques et physiques, une puissance électrique maximale  $P_{TLC}$ , calculée en utilisant la relation 5.2.5. La dépense énergétique de la compression, qui est de même nature, pourrait être directement soustraite à la puissance électrique récupérée par la turbine diphasique. Cependant on souhaite avant tout pouvoir comparer le comportement du système par rapport au précédent cas traité, sans se focaliser uniquement sur les capacités maximales du gazosiphon. Le second objectif est donc le même que dans la variante 1, et consiste à minimiser le coût de la compression du gaz injecté dans le gazosiphon  $P_{CR}$  donnée par la relation (5.9) :

$$\mathcal{O}_{P_{CR}} = \min_{\zeta} [P_{CR}(\zeta)] \quad (5.19)$$

On considère le système fermé avec une température en sortie de l'appareil de détente diphasique égale à 303 K, ce qui suppose une pression basse en sortie de l'appareil de détente diphasique inférieure à la pression atmosphérique. La température maximum n'est limitée que pas la géométrie et la profondeur du puits, et on rajoutera une contrainte obligeant l'obtention d'une température d'au moins 373 K afin d'être cohérent avec les principes du cycle utilisé. Le reste de la paramétrisation de l'outil d'optimisation est analogue à la variante 1 (cf. section 5.3.3).

Il faut noter qu'il est tout à fait envisageable d'utiliser cette variante pour la cogénération en considérant une température de sortie de l'appareil de détente diphasique égale à 373 K, afin d'exploiter l'énergie thermique restante de l'eau sous forme de chaleur. Le fonctionnement du système est analogue, mais la démarche est quelque peu différente puisqu'il y a deux gains énergétiques distincts en sortie ; ces derniers complexifient les choix d'objectifs. On préfère ici garder un maximum de similitudes avec la configuration précédente pour simplifier l'analyse des résultats.

#### 5.3.4.2 Démarche d'optimisation

L'algorithme NSGA-II a été mis en œuvre comme dans la variante 1 (cf. section 5.3.3), et le "workflow" est identique dans la forme (cf. Fig. 5.18). La population évolue pendant environ 250 générations, conduisant à un total d'environ 25000 designs évalués. Parmi ces

solutions, seuls 11000 individus réalisables, qui satisfont donc l'ensemble des contraintes, sont retenus. Cette population est tracée dans le plan des objectifs sur la figure 5.19 (chaque carré noir correspond à un design possible), où sont également visualisés les designs optimaux appartenant au front de Pareto global sous la forme de carrés verts. On peut remarquer un front de Pareto "local" qui s'est formé au cours du processus d'exploration, bien en dessous du front de Pareto finalement atteint, suite à une évolution de la population à partir d'un autre choix d'algorithme évolutionnaire proposé par modeFRONTIER.

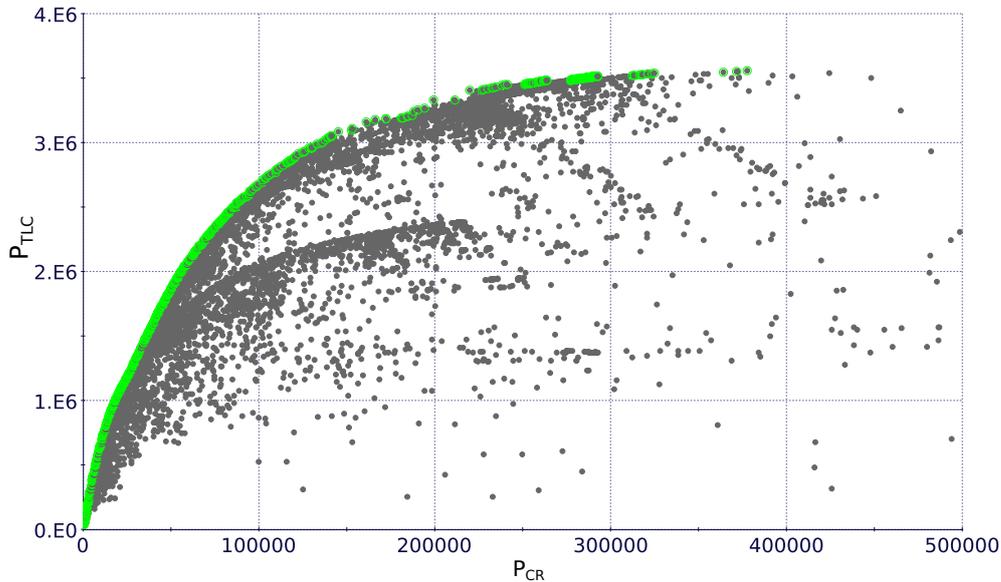


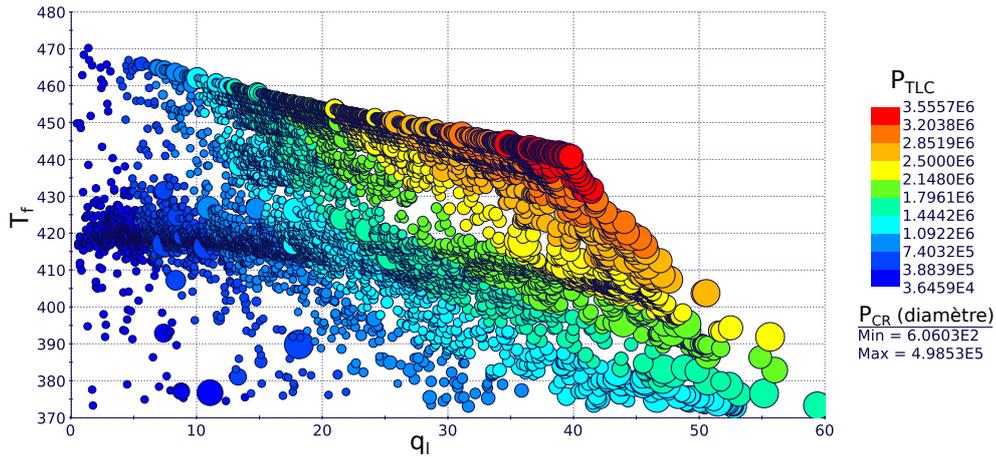
FIGURE 5.31 – Puissance thermique récupérée en fonction de la puissance de compression sur l'ensemble des calculs

La même démarche d'analyse que pour le cas précédent est reprise ; l'accent est mis sur les différences fondamentales observées sur le fonctionnement et les designs optimaux.

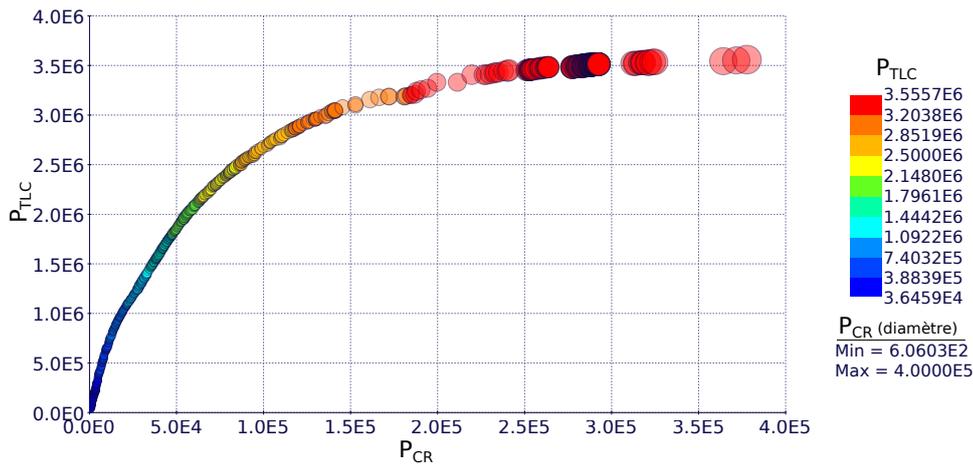
### 5.3.4.3 Analyse des designs optimaux

Avant de s'attarder sur les couples d'objectifs optimaux, on trace tous les designs de la gamme de fonctionnement dans l'espace des paramètres physiques de sortie ( $q_l, T$ ), qui font partie intégrante du calcul la puissance électrique  $P_{TLC}$ , sur la figure 5.32. Le code couleur/taille utilisé précédemment et permettant d'identifier la valeur des deux objectifs est ici réutilisé et permet d'observer l'effet de la pression de saturation en sortie (cf. Fig. 5.3). L'augmentation de la température  $T_f$  se répercute sur la pression de sortie, et limite les débits de liquide qu'il est possible de pomper. Pour chaque gamme de valeurs d'objectif (coloriée en conséquence), il y a un antagonisme net entre la température  $T_f$  et le débit liquide  $q_l$  obtenus, laissant entrevoir les différences de fonctionnement notables par rapport à la variante 1.

Le front pareto est isolé et tracé dans l'espace des objectifs ( $P_{CR}, P_{TLC}$ ) figure 5.33. La même forme en racine carrée de progression de la puissance récupérée  $P_{TLC}$  est retrouvée, cette fois sous forme d'une puissance électrique obtenue en fonction de la puissance de compression. Il est possible d'extraire une puissance électrique maximale de 3.55 MW pour une puissance de compression de 375 kW (extrémité supérieure droite du front de

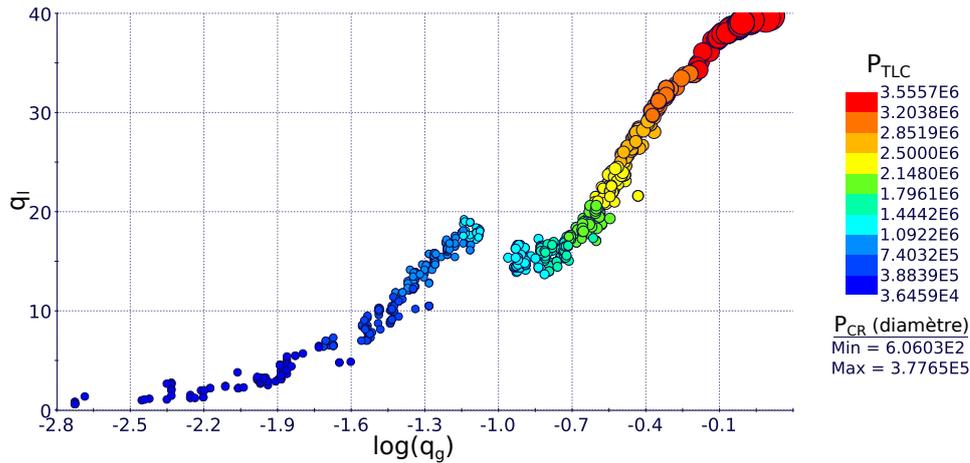

 FIGURE 5.32 – Température  $T_f$  en fonction du débit liquide  $q_l$  sur l'ensemble des calculs

Pareto dans le plan des objectifs). A l'autre extrémité du front de Pareto, une puissance de compression de 600 W seulement permet de produire une puissance électrique limitée à 36 kW.

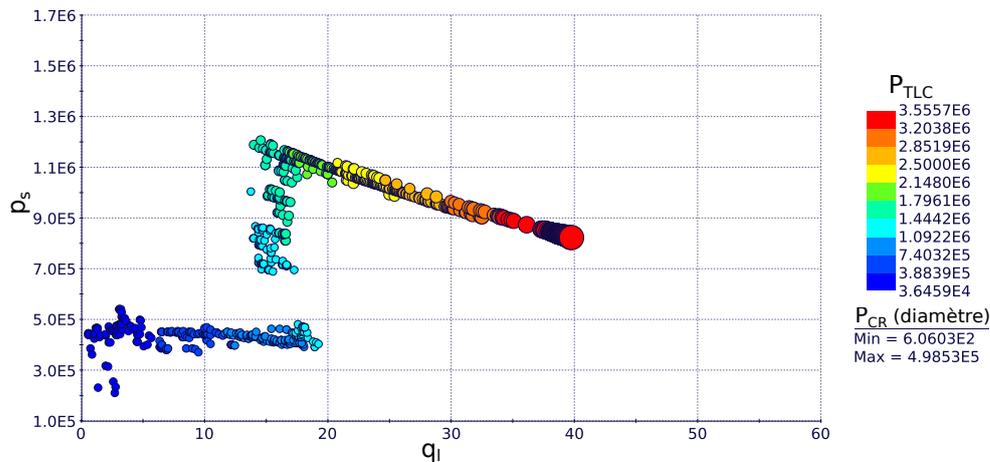

 FIGURE 5.33 – Puissance électrique  $P_{TLC}$  récupérée en fonction de la puissance de compression  $P_{CR}$  pour les designs du front de Pareto

Le débit gazeux  $q_g$  tout d'abord est analysé seul, relié au paramètre de sortie  $q_l$  sur la figure 5.34. La valeur du débit  $q_g$  pour les designs optimaux, donnée en logarithme (base 10) sur le graphique, s'étend entre 0.0015 kg/s et 1.25 kg/s. Par rapport au cas précédent (cf. Fig. 5.23), la dispersion des débits liquides est plus importante ; pour un débit d'injection donné, plusieurs valeurs de  $q_l$  donnent correspondent à des objectifs équivalents. Cette dispersion des  $q_l$  pour des puissances équivalentes laisse entrevoir une variation des températures, pour des designs équivalents, plus importante que dans la variantes 1. Par ailleurs, on observe un saut dans la répartition des débits d'injection du front pareto autour de  $q_g = 0.1$  kg/s.

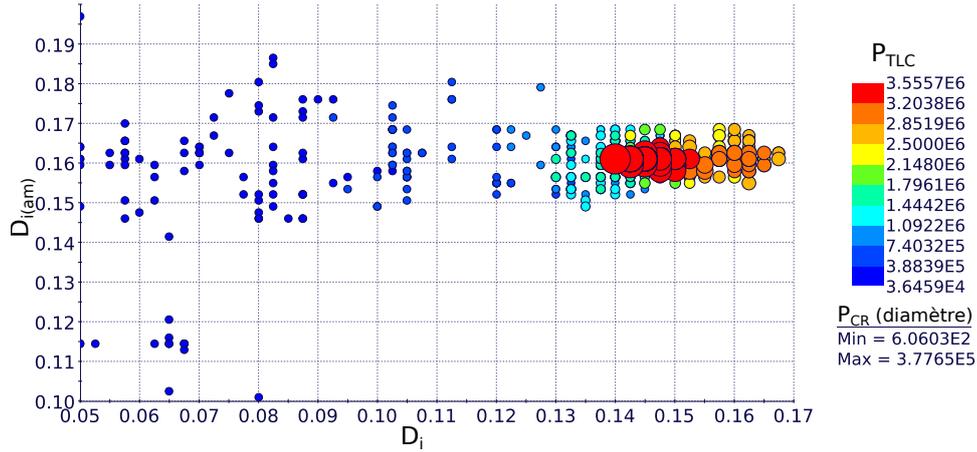
Cette discontinuité au niveau de la pression de sortie se retrouve lorsque le front de Pareto est tracé dans l'espace  $(p_s, q_l)$  sur la figure 5.35. On rappelle le lien direct entre  $T_f$  et  $p_s$  à travers le calcul de la pression de vaporisation  $p_{vap}$ . Cette figure 5.35 est donc analogue

FIGURE 5.34 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $q_g$  et  $q_l$ 

à la figure 5.32 après avoir isolé les designs du front de Pareto. La discontinuité semble assez nettement corrélée au niveau de pression  $p_s$  (*i.e.* de température  $T_f$ ) compte tenu de la chute brutale observée pour des débits constants de liquide aux alentours de 16 kg/s, de  $p_s = 12$  bar à  $p_s = 4$  bar. La cause est à chercher dans le lien entre la géométrie du dispositif et la température de la ressource analysée par la suite (cf. Fig. 5.37).

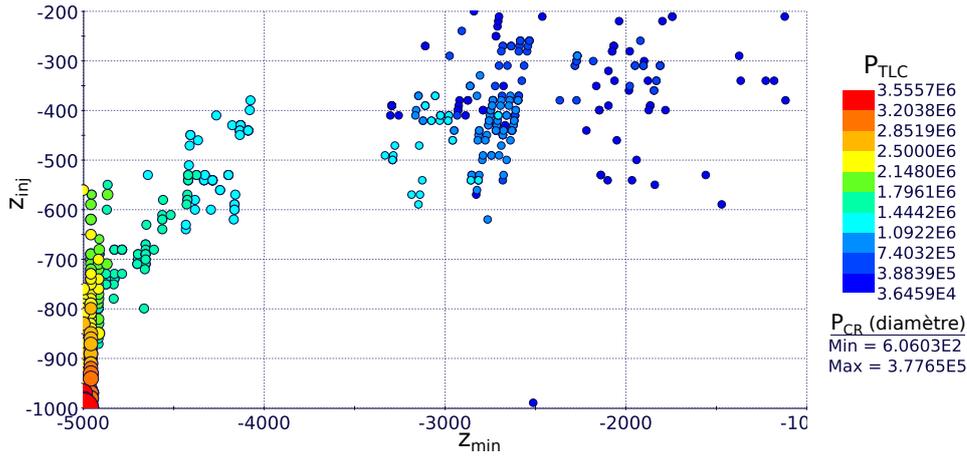
FIGURE 5.35 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $p_s$  et  $q_l$ 

Le front de Pareto est maintenant tracé sur la figure 5.36 dans le plan défini par les diamètres  $D_i$  (en abscisse) et  $D_{i(am)}$  (en ordonnée). Le diamètre amont  $D_{i(am)}$  est concentré autour de valeurs semblables au cas précédent (0.16 m), à l'exception de quelques designs marginaux dans la tranche de puissance  $P_{TLC}$  basse, inférieures à 300 kW, dont la répartition est plus chaotique. Le reste des designs ( $q_l > 5$  kg/s), montre un intervalle de variation encore plus resserré que pour la variante 1 (cf. Fig. 5.24). Le diamètre du gzosiphon  $D_i$  est principalement concentré entre 0.12 et 0.17 m, et seuls les designs correspondant à l'extrémité basse du front de Pareto atteignent la limite inférieure de l'intervalle de variations possibles, soit 0.05 m. Le diamètre  $D_i$  ne dépasse guère 0.16 m, et il n'y a pas de tendance particulière, en fonction de  $P_{TLC}$  (cf. Fig. 5.24), qui ressorte à partir d'environ 1 MW, c'est à dire dans la zone de concentration maximum des designs.

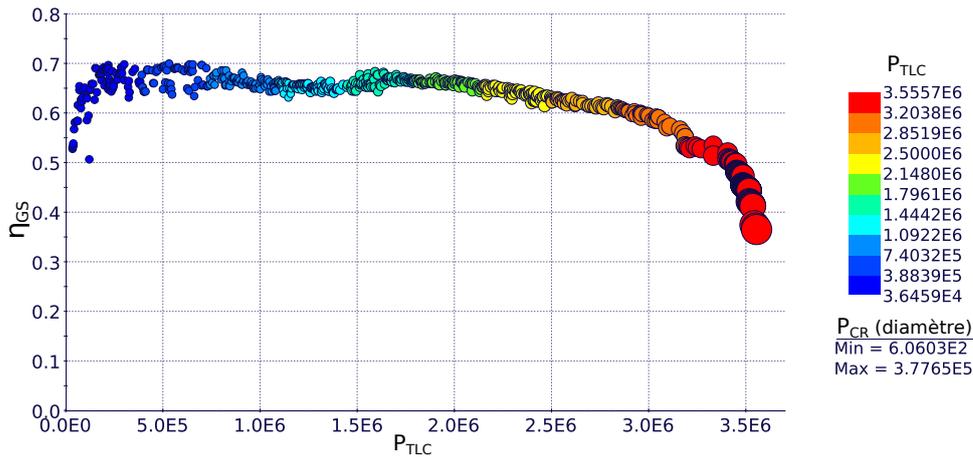

 FIGURE 5.36 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $D_i$  et  $D_{an}$ 

L'ensemble des designs optimaux au sens de Pareto sont enfin tracés sur la figure 5.37 dans le plan des paramètres  $(z_{min}, z_{inj})$ . Comme constaté précédemment (cf. Fig. 5.32), la température n'étant ici plus bornée, l'optimisation de la concurrence entre les deux quantité du couple  $(T_f, q_l)$ , qui définit  $P_{TLC}$ , n'est plus aussi unilatéral que pour la variante 1 (cf. Fig. 5.21). En effet la température  $T_f$  est loin d'être aussi stable pour l'ensemble des designs du front de Pareto. Il en découle une répartition plus diffuse notamment de  $z_{min}$  qui est déterminant dans la valeur de température obtenue. En premier lieu le paramètre de conception  $z_{inj}$  ne décrit pas tout à fait l'ensemble de son intervalle de variation possible : il atteint sa borne basse de  $-1000$  m, mais reste systématiquement inférieur à  $-200$  m. La température n'ayant plus de limite imposée, la profondeur du puits  $z_{min}$  varie sur la quasi-totalité de son intervalle, et atteint notamment la borne inférieure de  $-5000$  m. Ensuite  $z_{min}$  est systématiquement  $1000$  m en dessous, au minimum, de sa borne supérieure qui est égale à  $z_{inj}$ . On observe une discontinuité entre  $z_{min} = -3300$  m et  $z_{min} = -4000$  m qui fait écho aux figures 5.34 et 5.35. Cette zone vide de configuration optimale est liée à la répartition de température de la ressource (cf. Fig. 5.11). Entre  $z = -1500$  m et  $z = -3500$  m, le gradient de température de la ressource par rapport à la profondeur se stabilise. Cette stabilisation influence évidemment les transferts, avec un retard lié à la distance nécessaire pour permettre aux transferts d'augmenter la température du fluide. Lorsque le fluide a atteint la température de la ressource dans cette zone de faible gradient, l'augmentation de la longueur n'entraîne pas de gain appréciable de température alors que les pertes de charge croissent. Il est alors nécessaire d'augmenter significativement la longueur de la conduite, pour atteindre des zones plus chaudes, afin d'en retirer un gain énergétique.

Après avoir listé les différences géométriques et physiques qui sont apparues entre les configurations optimales de la variante 1 et de cette variante 2, il reste à examiner pour cette dernière variante l'efficacité du gazosiphon par rapport à une pompe, et à la comparer à celle qui été obtenue pour la première variante (cf. Fig. 5.27). Le rendement  $\eta_{GS}$  du gazosiphon est tracé en fonction de  $P_{TLC}$  sur figure 5.38. Une nette augmentation du maximum se manifeste, légèrement au dessus de 0.7 pour des designs répartis entre 0.25 MW et 0.70 MW. Par ailleurs, pour des puissances plus élevées et jusqu'à environ 3 MW, la chute de rendement est limitée, en restant supérieur à 0.6. Ces caractéristiques diffèrent nettement des résultats d'optimisation de la variante précédente puisque le rendement  $\eta_{GS}$  est d'une part plus élevé ici, et d'autre part il n'y a pas de diminution drastique lorsque les

FIGURE 5.37 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $z_{inj}$  et  $z_{min}$ 

puissances récupérées augmentent (cf. fig 5.27). Cependant, une chute de rendement de plus en plus marquée au-delà de  $P_{TLC} = 3$  MW est visible.

FIGURE 5.38 – Efficacité en fonction de  $P_{TLC}$  pour les designs du front de Pareto

L'augmentation des rendements qu'on obtient est à attribuer d'une part à l'augmentation de la température de fonctionnement, qui n'affecte pas la compression, et permet d'obtenir des volumes de gaz plus importants à débit massique équivalent. Plus la température dans le gazosiphon est élevée, plus le débit massique de gaz injecté prendra un volume important et permettra un débit élevé (cf. sous-section 3.5.6). Comme le coût d'injection est contenu en surface par l'utilisation d'une source froide, l'augmentation de la température peut être considérée comme un gain net sur l'efficacité de fonctionnement du gazosiphon. A cela s'ajoute l'influence de la corrélation entre la température et la pression en sortie. La pression de vaporisation (+10%) fixée en sortie pour le bon fonctionnement du système limite l'expansion maximum du gaz tout en permettant un rapport de compression moins coûteux. La contrainte de pression limite évidemment les débits liquides pour des conditions de fonctionnement fixées (cf. sous-section 3.5.3), de manière analogue quel que soit le dispositif de pompage utilisé. Cependant la fraction de vide est répartie de manière plus homogène dans le gazosiphon. Notamment les fractions de vide maximales sont limitées

grâce aux pressions de sortie élevées exigées par le fonctionnement du cycle TLC. Les changements de configuration d'écoulement, conduisant à des capacités d'entraînement moindres, sont ainsi supprimés ou repoussés pour un allègement moyen donné.

## 5.4 Optimisation robuste

Les optimisations réalisées dans la section précédente se sont appuyées sur une modélisation mathématique du gazosiphon dans laquelle les paramètres du modèle à flux de dérive ont été fixés à des valeurs de référence. Il a cependant été montré dans le chapitre 4 que la prédiction des caractéristiques de pompage d'un gazosiphon était affectée d'une façon notable par la variabilité de ces paramètres de modélisation. Plus précisément, pour deux configurations (cf. section 4.3 et 4.4), la variance sur l'efficacité de pompage était maximale précisément dans la zone d'efficacité maximale, avec des écarts à la moyenne de l'ordre de  $\pm 5 - 6\%$ . Par rapport au cas de gazosiphon isolé étudié dans la section 4.4, la température (de la ressource) comme source d'incertitude n'est pas retenue, car nous préférons nous concentrer sur l'impact des incertitudes de modélisation. Ce choix est motivé par le fait que dans l'état actuel de l'analyse, la modélisation du gazosiphon est au centre de nos objectifs, et ainsi la prise en compte de la température de la ressource est simplifiée. La quantification d'incertitudes (physiques) sur cette dernière, au delà d'une étude de sensibilité menée dans le chapitre 4, n'aurait pas la portée pratique qu'on pourrait attendre dans le cadre de l'optimisation actuelle du système.

Comme cela a été justifié dans le chapitre 4, 3 paramètres de modélisation, rappelés dans le tableau 5.4, sont considérés incertains, et un développement en polynômes de chaos d'ordre maximal  $p = 2$  sera utilisé. Par rapport aux optimisations déterministes précédentes, la présente optimisation robuste introduit donc un couplage supplémentaire de l'optimiseur avec non seulement le code gazosiphon mais également la librairie NISP. Pour chaque jeu de paramètres de conception, un plan d'expériences de 27 simulations du système géothermique analysé est réalisé, chacune de ces simulations correspondant à un jeu distinct de valeurs des paramètres de modélisation  $\alpha_b$ ,  $V_{gj}$  et  $C_0$ , qui conduit donc à des valeurs distinctes des caractéristiques du système géothermique. Ces différentes réalisations du système sont alors combinées, en utilisant NISP pour mettre en œuvre les estimations des moments statistiques à partir des coefficients du développement en polynômes de chaos. On dispose finalement des valeurs moyennes des objectifs et de leurs écarts-types associés.

TABLE 5.3 – Définition et formulation des paramètres de modélisation incertains

Grandeur incertaine	Valeurs en fonction de la $pdf \xi_i$	Forme de la $pdf \xi_i$
$\alpha_b$	$\alpha_b + \xi_1$	pdf uniforme sur $[-0.05; 0.15]$
$V_{gj}$	$V_{gj} (1 + 0.5\xi_2)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$
$C_0$	$C_0 (1 + 0.05\xi_3)$	pdf uniforme sur $[-1, 1]$

On peut noter que le logiciel modeFRONTIER offre la possibilité d'une optimisation robuste via une fonctionnalité dite MORDO pour Multi-Objective Robust Design Optimization. L'option MORDO apparaît analogue à la stratégie adoptée avec NISP puisque l'utilisateur doit également fournir la description des variables incertaines en termes de  $pdf$ , l'ordre  $p$  du développement en polynômes de chaos. En dépit de l'attractivité de

ce choix - déjà disponible dans le logiciel et évitant donc une étape supplémentaire de couplage avec un outil externe - nous avons retenu l'utilisation de la librairie NISP pour mener l'optimisation robuste qui suit par souci de cohérence avec les analyses du chapitre 4, toutes effectuées en faisant appel à cette librairie. De plus, malgré le travail supplémentaire de mise en place de ce couplage avec modeFRONTIER, l'utilisation de NISP est plus flexible et permet un meilleur contrôle de la gestion des calculs, donnant lieu à des gains de temps de calcul non négligeables.

### 5.4.1 Objectifs de l'optimisation robuste

Compte tenu du surcoût non-négligeable associé à la prise en compte des incertitudes, on se limite à considérer une optimisation robuste pour la seule variante n° 2 du système géothermique proposé. Il est possible d'envisager différentes façons d'utiliser les informations statistiques disponibles (valeurs moyennes et écarts-types) sur les grandeurs d'intérêt de ce système. Par exemple, le problème déterministe initial consistant à maximiser la puissance  $P_{TLC}$  et à minimiser la puissance  $P_{CR}$  peut être transformé en un problème à 4 objectifs que l'on peut regrouper 2 à 2 et qui seraient :

- la maximisation de la valeur moyenne de la puissance  $P_{TLC}$  et la minimisation de l'écart-type ou de la variance associée à cette puissance  $P_{TLC}$  ;
- la minimisation de la valeur moyenne de la puissance  $P_{CR}$  et la minimisation de l'écart-type ou de la variance associée à cette puissance  $P_{CR}$  ;

Ce choix peut être intéressant en particulier dans le cas où l'on souhaite privilégier la stabilité d'un système de production d'énergie et éviter une trop grande variabilité de la réponse du système à la variabilité de conditions de fonctionnement. Dans le cas étudié ici, les incertitudes prises en compte sont exclusivement des incertitudes de modélisation de sorte qu'il paraît plus logique de réaliser une optimisation robuste qui corresponde au cas le plus défavorable pour l'estimation des objectifs. Les grandeurs d'intérêt  $P_{CR}$  et  $P_{TLC}$  sont donc conservées, mais de nouveaux objectifs sont proposés, intégrant valeur moyenne et écart-type :

- maximisation de la valeur moyenne de la puissance TLC,  $\bar{P}_{TLC}$ , diminuée de l'écart-type  $\sigma_{P_{TLC}}$  soit :

$$\mathcal{O}_{P_{TLC}} = \max \left[ \bar{P}_{TLC} - \sigma_{P_{TLC}} \right] \quad (5.20)$$

- minimisation de la valeur moyenne de la puissance de compression,  $\bar{P}_{CR}$ , augmentée de l'écart-type  $\sigma_{P_{CR}}$  soit :

$$\mathcal{O}_{P_{CR}} = \min \left[ \bar{P}_{CR} + \sigma_{P_{CR}} \right] \quad (5.21)$$

L'intérêt de la démarche sera d'une part de comparer les performances optimales atteintes via la résolution du problème robuste à celles obtenues dans la section précédente lors de la résolution du problème déterministe et d'autre part de comparer les designs optimaux (caractéristiques géométriques et débits de gaz injectés) du cas robuste à ceux du cas déterministe.

### 5.4.2 Démarche d'optimisation

On a précédemment souligné le surcoût associé à l'optimisation robuste. Afin d'éviter une coûteuse phase d'exploration de l'espace des paramètres de conception à partir d'une population initiale générée aléatoirement, l'optimisation déterministe réalisée pour la variante

n° 2 du système est exploitée, en utilisant les designs du front de Pareto déterministe (cf. Fig. 5.33) pour construire la population initiale du calcul d'optimisation robuste.

Ce choix a permis d'atteindre un front de Pareto convergé après 50 générations utilisant une population de 100 individus soit 5000 calculs de designs, correspondant au total à  $5000 \times 27 = 135000$  points de fonctionnement évalués. La version de modeFRONTIER mise en œuvre correspond à une licence académique et n'autorise que 4 évaluations simultanées de designs. Avec une évaluation unitaire de design présentant un coût de l'ordre de la minute de simulation, l'ensemble de la démarche d'optimisation robuste a nécessité environ 25 jours de calcul.

### 5.4.3 Analyse des designs optimaux

On cherche dans un premier temps à identifier dans quelles mesures les couples d'objectifs optimaux obtenus pour ce cas "défavorable" peuvent, à travers une tentative d'optimisation, se rapprocher du front de Pareto du cas déterministe. Pour cela, on trace les objectifs  $(\bar{P}_{TLC} - \sigma_{P_{TLC}})$  et  $(\bar{P}_{CR} - \sigma_{P_{CR}})$  dans l'espace  $(P_{CR}, P_{TLC})$  sur la figure 5.39, qu'on compare avec les puissances optimales du cas déterministe précédemment calculé. Le front de Pareto déterministe (en rouge) est de façon logique dominant pour l'ensemble des couples  $(P_{CR}, P_{TLC})$ . La perte de puissance observée, qui est minimisée par le calcul d'optimisation, est de l'ordre de  $\pm 4\%$ . Cette diminution est assez réduite et permet de relativiser les conséquences les plus défavorables de l'imprécision des lois de fermeture du modèle. Cependant, il faut noter que malgré tout la comparaison est limitée, puisque les objectifs optimisés ne sont pas équivalents dans les deux variantes.

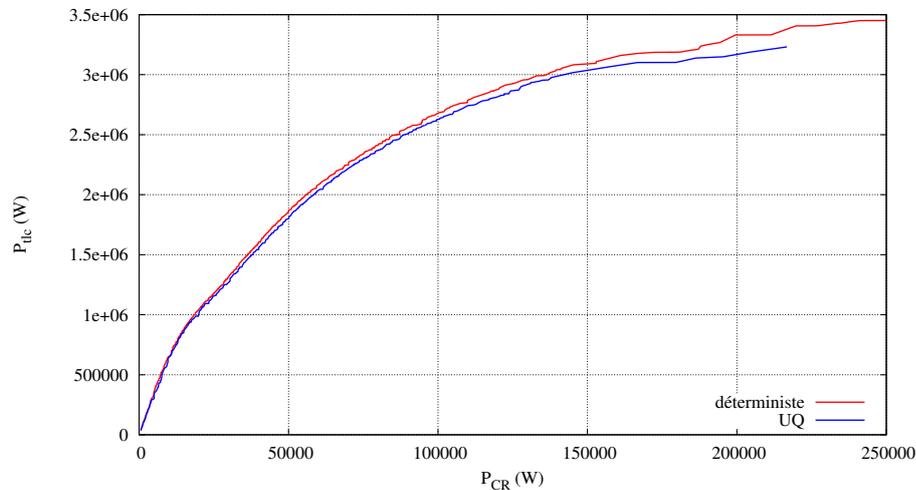


FIGURE 5.39 – Front de Pareto pour les objectifs respectifs de la variante 2 déterministe (rouge) et stochastique (bleu) dans l'espace  $(P_{CR}, P_{TLC})$

Pour quantifier le rôle des incertitudes directement sur les puissances obtenues, les valeurs moyennes  $\bar{P}_{TLC}$  en fonction de  $\bar{P}_{CR}$ , ainsi que leur écart type respectif, sont tracés sur la figure 5.40. Les écarts relatifs obtenus sont limités, d'environ  $\pm 4\%$  autour de la moyenne  $\bar{P}_{TLC}$  au maximum, et la variance de  $\bar{P}_{CR}$  est à première vue négligeable. Cependant il est souhaitable de quantifier plus précisément les écarts à la moyenne induits par les paramètres incertains, indépendamment sur chaque puissance  $P_{CR}$  et  $P_{TLC}$ .

On trace d'abord le coefficient de variation de  $P_{CR}$ , égal au rapport entre son écart-type

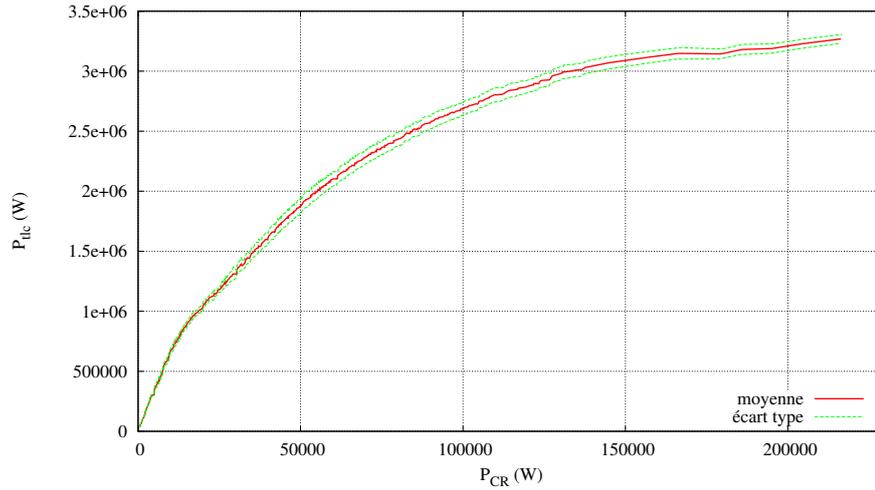


FIGURE 5.40 – Valeur moyenne et écart type de  $P_{TLC}$  en fonction de  $P_{CR}$  pour l'ensemble des designs du front de Pareto

et sa moyenne, en fonction de  $P_{CR}$ , sur la figure 5.41. Le coefficient de variation de  $P_{CR}$  est ici négligeable, avec une valeur maximale de 0.45% pour  $P_{CR} = 50$  kW, et une chute notable sur le reste des designs optimaux. La température de compression  $T_{comp}$  étant indépendante de celle dans le gazosiphon, le seul paramètre influent sur  $P_{CR}$  et qui est touché par les incertitudes est la pression de vaporisation  $p_s$  (+10%) en sortie du dispositif, qui est aussi la pression basse à laquelle on entame le processus de compression du gaz. L'influence des incertitudes de modélisation, pour un débit d'injection  $q_g$  donné, se retranscrit principalement dans les débits liquides  $q_l$ . Ce débit  $q_l$ , en fonction des paramètres géométriques, joue sur la température obtenue à la base du puits par transfert avec la ressource dans l'annulaire de descente. Cette température  $T_f$  est directement couplée à la pression de vaporisation qui joue à son tour le coût énergétique de la compression. Ce couplage indirect entre les incertitudes de modélisation et la puissance de compression est quantitativement marginal comme le confirme la figure 5.41.

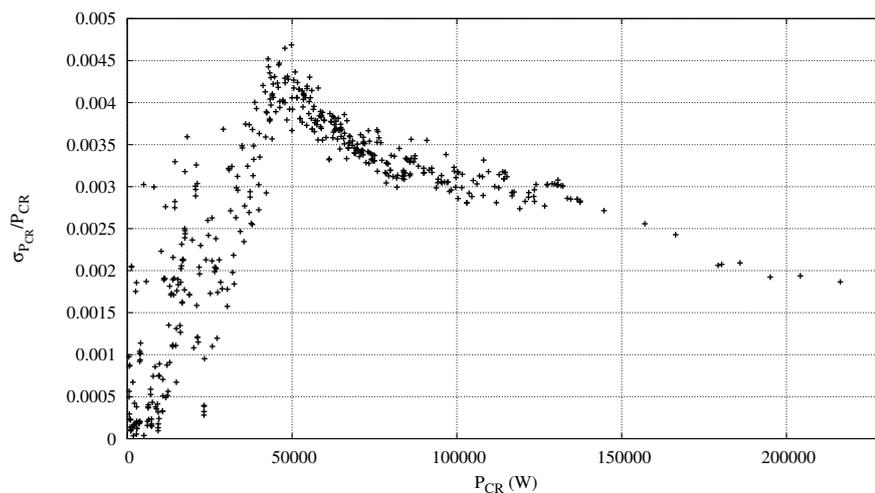


FIGURE 5.41 –  $\sigma_{P_{CR}}/\bar{P}_{comp}$  en fonction de  $\bar{P}_{CR}$  pour l'ensemble des designs du front de Pareto

La variance observée sur les puissances (cf. Fig. 5.40) est donc principalement issue de

l'influence des incertitudes sur  $P_{TLC}$ . On visualise le coefficient de variation de  $P_{TLC}$  en fonction de  $P_{CR}$  sur la figure 5.42. Une variabilité entre 1% et 6%, en tenant compte des extrémités du front de Pareto, est obtenue. La majorité des designs, pour des valeurs de  $P_{CR}$  entre 10 kW et 150 kW, donnent un coefficient de variation plus restreint compris entre 2% et 4%. L'influence des incertitudes sur  $P_{TLC}$  se traduit assez logiquement par leur influence sur le débit liquide  $q_l$ . Dans une moindre mesure, la température  $T_f$  joue aussi un rôle, et son influence sur  $P_{TLC}$  est plus directe que sur  $P_{CR}$  où le paramètre intermédiaire supplémentaire de la pression  $p_{vap}$  intervient.

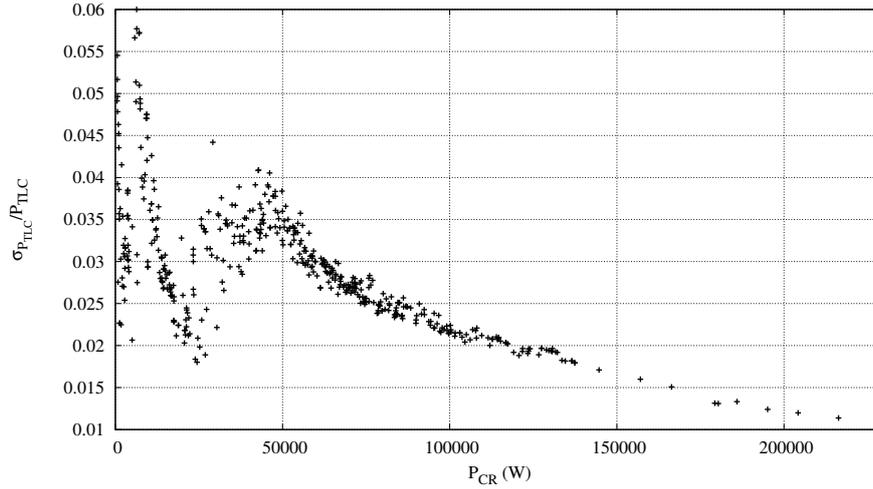
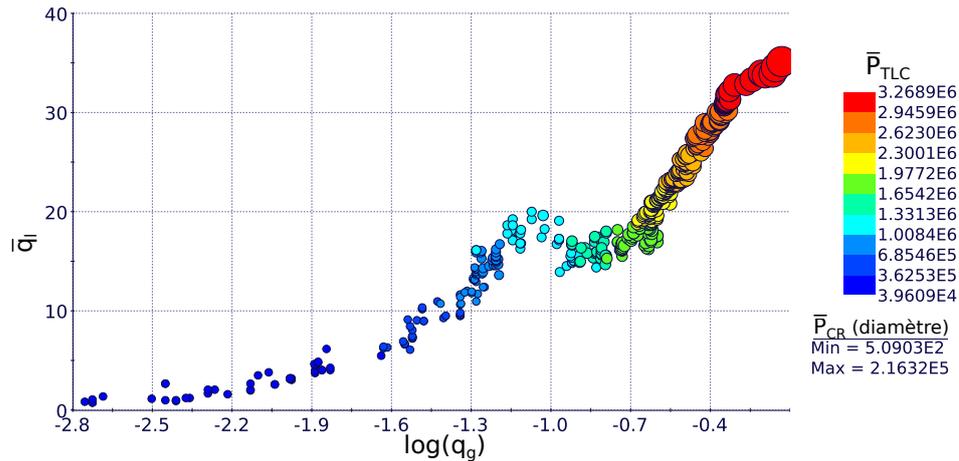
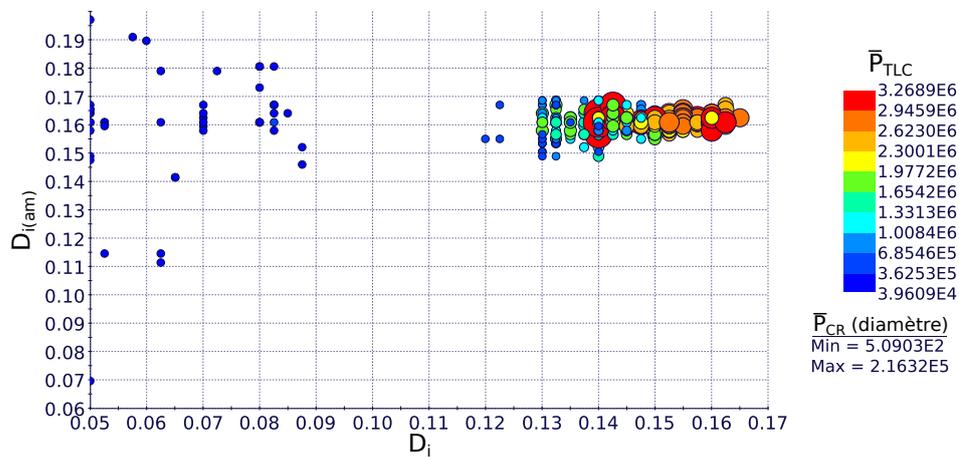


FIGURE 5.42 –  $\sigma_{P_{TLC}}/\bar{P}_{TLC}$  en fonction de  $\bar{P}_{CR}$  pour l'ensemble des designs du front de Pareto

Les designs optimaux en lien avec les paramètres de conception sont à présent analysés. Avant d'étudier les paramètres géométriques, on trace tout d'abord les designs optimaux dans le plan des débits ( $q_g$ ,  $q_l$ ) sur la figure 5.43. Quantitativement, la même gamme de variation de  $q_g$  que le cas déterministe (cf. Fig. 5.34) est retrouvée, sauf pour l'extrémité du front de Pareto correspondant aux puissances maximales. Les débits d'injection les plus élevés sont ici légèrement inférieurs, d'environ 0.7 kg/s. On obtient des débits liquides  $q_l$  maximum de 35 kg/s contre 40 kg/s dans le cas déterministe. La discontinuité observée précédemment n'est plus aussi notable, cependant un saut des débits liquides moyens persiste aux alentours de  $q_g = 0.1 \text{ kg/s}$ .

Le front de Pareto est ensuite tracé sur la figure 5.44 dans le plan défini par les diamètres  $D_i$  et  $D_{i(am)}$ . La concentration des diamètres  $D_{i(am)}$  autour de  $0.16 \pm 0.1 \text{ m}$  rejoint la répartition observée sur le cas déterministe (cf. Fig. 5.36). On retrouve à nouveau une dispersion plus marquée pour les faibles puissances du front de Pareto, entre 0.11 et 0.19 environ. Le diamètre du gazosiphon  $D_i$  pour les designs optimaux suit à nouveau la même tendance, avec une concentration dans la zone allant de 0.13 m à 0.165 m. Un nombre plus faible de designs est présent dans la zone de basse puissance, mais les valeurs extrêmes atteignent à nouveau la borne inférieure de 0.05 m.

L'ensemble des designs optimaux au sens de Pareto est enfin tracé sur la figure 5.45 dans le plan des paramètres ( $z_{min}$ ,  $z_{inj}$ ). A l'image du cas déterministe, le paramètre de conception  $z_{inj}$  varie entre  $-1000 \text{ m}$  et  $-200 \text{ m}$ , sans atteindre la borne supérieure de son intervalle de variation possible. A nouveau le paramètre  $z_{min}$  suit la répartition précédemment obtenue sur une large gamme de son intervalle sans atteindre sa borne supérieure. La discontinuité, qui s'expliquait principalement par la relation entre  $z_{min}$

FIGURE 5.43 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $q_g$  et  $\bar{q}_i$ FIGURE 5.44 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $D_i$  et  $D_{i(am)}$ 

et la répartition de température de la ressource  $T_r(z)$ , est bien présente, entre  $z_{min} = -3300$  m et  $z_{min} = -4000$  m. Globalement, l'analyse des paramètres de conception permet de conclure à une forte similitude des designs optimaux calculés par l'optimisation. La différence notable se situe dans la légère diminution des puissances maximum obtenues.

Passons à présent à l'étude de l'influence des incertitudes sur le rendement du gazosiphon  $\eta_{GS}$ , en visualisant la moyenne et l'écart type en fonction de  $\bar{P}_{tlc}$  sur la figure 5.46. Les valeurs moyennes obtenues sont très légèrement inférieures au cas déterministe, dans une mesure à peine perceptible (cf. Fig. 5.38). Cela traduit finalement la faible influence sur le front de Pareto de la redéfinition des objectifs visant à maximiser/minimiser les puissances dans un scénario incertain défavorable. La variabilité du rendement aux incertitudes, quant à elle, est égale en moyenne à environ  $\pm 0.03$ , à l'image des écarts type observés sur la puissance  $\bar{P}_{TLC}$ .

La variabilité des paramètres de modélisation, quantifiée dans le chapitre 4, ne remet donc pas en cause les conclusions sur le bilan énergétique, et la perte de rendement dans le cadre incertains qui a été fixé est limitée et assez stable sur une large gamme du front de

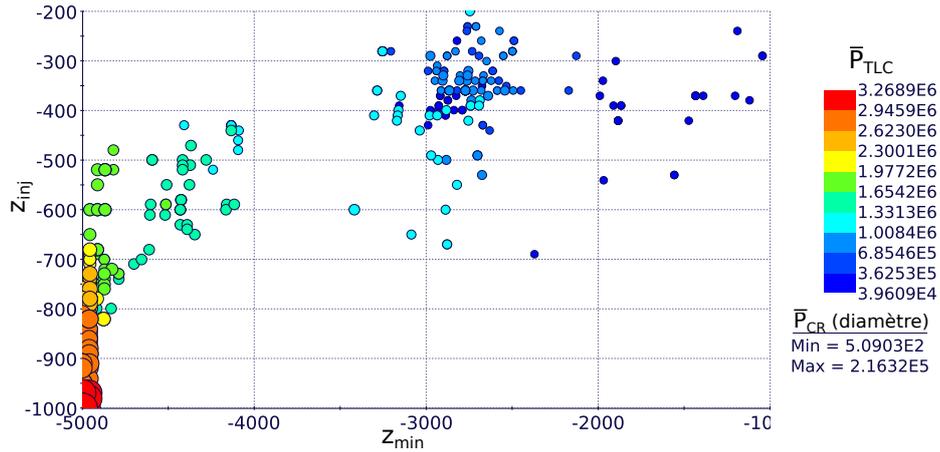


FIGURE 5.45 – Ensemble optimal de Pareto dans le plan  $z_{inj}$  et  $z_{min}$

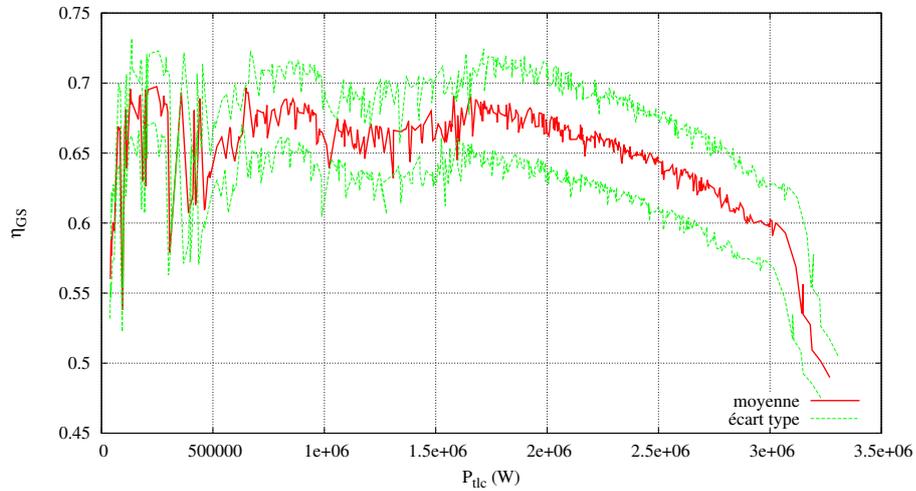


FIGURE 5.46 – Valeur moyenne (rouge) et valeur moyenne  $\pm\sigma$  (vert) de  $\eta_{GS}$  en fonction de  $P_{TLC}$

Pareto, sans être pour autant négligeable.

L'utilisation dans ce chapitre 5 des outils précédemment mis en œuvre au service d'une démarche d'optimisation a permis de conduire une première évaluation du potentiel énergétique du système géothermique proposé, avec une préoccupation particulière concernant l'utilisation du gazosiphon pour remplacer un dispositif de pompage plus classique. La revue de l'ensemble de la démarche de ces travaux de thèse, des résultats obtenus et des perspectives que cela amène vont faire l'objet de la section suivante qui conclut ce mémoire.



---

# Conclusions et perspectives

---

Cette thèse a permis de conduire une étude préliminaire de faisabilité numérique et d'optimisation d'un nouveau système géothermique en milieu urbain intégrant un gazosiphon de très grande échelle utilisé comme pompe. Les travaux entrepris ont juxtaposé le développement de ce nouveau système et la mise en place d'outils numériques gravitant autour de la simulation de l'écoulement dans le gazosiphon.

Un tour d'horizon des gazosiphons de grande taille utilisés dans diverses applications environnementales a été conduit au chapitre 1. Concernant les centrales géothermiques, ce tour a été suivi d'une comparaison entre les pompes classiques immergées, qui présentent un certain nombre d'inconvénients notamment de maintenance, et les gazosiphons utilisés à leur place comme dans le nouveau système géothermique proposé. Les caractéristiques principales de ce système ont conclu ce chapitre. Le chapitre 2 fut consacré à la mise en place d'un modèle d'écoulement diphasique gaz/liquide dans un gazosiphon de grande taille, sur la base d'un état de l'art des études numériques et expérimentales, en gardant à l'esprit son utilisation ultérieure particulière dans son contexte géothermique. Tout en quantifiant les incertitudes, le modèle devait en effet aboutir à optimiser sur le plan énergétique le fonctionnement et la caractéristique de la centrale dans laquelle le gazosiphon était inséré.

Une méthode efficace de discrétisation du modèle 1D à flux de dérive, retenue pour décrire les écoulements qui se produisent dans les gazosiphons de grande taille, a été présentée dans le chapitre 3. Le code de simulation  $G^3$  mis au point a tout d'abord été validé avec succès pour quelques cas-tests de la littérature (problème de Riemann, écoulement instationnaire en conduite), également calculés par d'autres auteurs en utilisant le même modèle, *i.e.* le modèle à flux de dérive avec des lois de fermetures hydrodynamiques de degré de complexité variable. Le code de simulation  $G^3$  a été appliqué à la prédiction du pompage de gazosiphons de tailles variables afin de démontrer qu'il était possible de fournir des estimations fiables de la variation du débit liquide en fonction du débit de gaz injecté en se comparant à des résultats expérimentaux disponibles. Une première étude paramétrique des performances d'un gazosiphon de grande taille utilisé comme pompe fut ensuite conduite avec une attention particulière accordée au cas où une charge hydraulique en sortie est recherchée. Les différentes études de sensibilité réalisées constituèrent une étape préliminaire à la démarche d'optimisation du chapitre 5.

Le chapitre 4 s'est attaché à évaluer l'influence d'incertitudes physiques et de modélisation sur la variabilité des prédictions de l'écoulement dans un gazosiphon de grande échelle

utilisé comme pompe. Deux différentes méthodes de quantification d'incertitudes y furent présentées. L'une, classique, s'appuie sur un développement spectral, valable pour un choix limité de variables aléatoires (décrites par des densités de probabilité "classiques", *i.e.* uniformes, gaussiennes,...). L'autre, plus originale, utilise une discrétisation de type volumes finis pour décrire l'évolution de la solution dans l'espace stochastique ; cette méthode avait été proposée par l'un des partenaires du projet ANR "Uncertain Flow Optimization" dans le cadre duquel cette thèse s'est inscrite [Abgrall *et al.* , 2013]. L'approche classique, non-intrusive, finalement retenue, permet d'estimer, pour des coûts de calculs maîtrisés, l'effet des incertitudes de modélisation et de fonctionnement sur deux configurations de gazosiphons isolés aux objectifs distincts : production d'une hauteur de refoulement et/ou d'une charge hydraulique.

Enfin, dans le chapitre 5, les outils développés dans les chapitres 3 et 4 furent utilisés dans un processus d'optimisation énergétique du nouveau système géothermique introduit initialement dans le chapitre 1. Une description des deux variantes de centrales géothermiques envisagées, respectivement pour la récupération de chaleur et la production d'électricité, fit intervenir une modélisation simplifiée des différents dispositifs qui complètent le gazosiphon en surface. A partir d'une analyse des cycles thermodynamiques, un bilan énergétique global put être conduit en s'appuyant sur les caractéristiques du site de Soultz-sous-Forêts. La définition d'objectifs énergétiques, assignés au code  $G^3$  de simulation du gazosiphon, a débouché sur la mise en place d'un processus d'optimisation des deux variantes géothermiques. Pour la variante 1 de récupération de chaleur, on a montré dans quelle mesure les avantages du gazosiphon devant les systèmes de pompage plus classiques, notamment concernant la maintenance, se font, dans le contexte étudié, au détriment de son efficacité énergétique ; les coûts de maintenance n'étant pas disponibles, il était difficile d'aller plus loin dans la comparaison. Bien moindre est apparu le déficit énergétique dans la variante 2 pour la production d'électricité ou la cogénération qui fait intervenir un cycle trilatéral. Enfin, l'introduction d'un couplage avec la méthode non intrusive de quantification d'incertitudes mise en œuvre dans le chapitre 4 a donné lieu à un calcul d'optimisation robuste. En s'appuyant sur tous les choix effectués dans les chapitres 2, 3 et 4, cette optimisation robuste a été conduite pour des coûts de calcul raisonnables. Dans la poursuite d'un objectif d'optimisation du rendement, la variabilité des résultats obtenus résultant des incertitudes de modélisation sur la fermeture hydrodynamique a été quantifiée à partir d'un cas défavorable. Cette variabilité assez limitée a montré que la portée des résultats de l'optimisation déterministe ne devait pas être remise en cause.

Après avoir rappelé quelques résultats marquants obtenus dans le cadre de cette thèse, différentes perspectives de ce travail vont être esquissées. Elles sont de trois types. Tout d'abord (i) un raffinement des modèles mathématiques d'écoulement diphasique peut être envisagé. Ensuite, (ii) la structure du gazosiphon peut être modifiée à plusieurs égards. Enfin et surtout (iii) une prise en compte plus réaliste des échanges de chaleur au fond du puits devrait être conduite.

- (i) En préambule du premier type de perspective, il est utile de revenir sur la question de la dimension du modèle. Faut-il garder l'approximation 1D de l'écoulement ou faut-il se tourner vers des modèles 2D axisymétriques ? Des calculs 2D axisymétriques ont été mis en place dans cette thèse sans être présentés, parce qu'insuffisamment validés et analysés pour en tirer pleinement partie. Ce type de simulation plus élaboré pourrait d'une part servir d'outil de validation croisé pour les modélisations 1D, compte tenu des insuffisances en termes de résultats expérimentaux pour les dispositifs de très grande échelle. D'autre part il pourrait permettre de prendre en compte

de manière fine des zones non pleinement établies telles que la zone d'injection. La contrepartie évidente est bien sur l'accroissement du coût de calcul, notamment pour la quantification des incertitudes et la conduite du processus d'optimisation. Sans être insurmontable, cet obstacle ne paraît pas celui vers lequel les efforts devraient être portés dans le futur immédiat compte tenu d'autres raffinements qu'il paraît plus urgent de conduire. Ainsi, les considérations physiques du chapitre 2, et dans un second temps la validation du code de simulation dans le chapitre 3, ont conduit à ne pas tenir compte des transferts de masse. Cependant, il reste probable que ces transferts de masse puisse moduler les résultats dans une mesure qui ne peut être précisément connue sans intégrer de fait ces transferts dans le modèle. Tout d'abord remarquons qu'une modélisation de ces transferts par une simple corrélation semi-empirique, telle que proposée par Saito *et al.* [1996, 1999]; Kajishima *et al.* [1997] paraît bien arbitraire. En fait, une description plus fine de la phase gazeuse, s'avère nécessaire pour évaluer les transferts de masse qui s'expriment à l'interface de chaque bulle par la loi de Henry. Elle devrait pouvoir relier le terme source  $\Gamma_g$  avec une équation d'évolution du volume moyen d'une bulle. Les transferts de masse sont ainsi traduits par Kosugi *et al.* [2001], dans le cadre d'un modèle de mélange à flux de dérive, par l'ajout d'une équation sur la densité de bulles. En fait, l'approche la plus séduisante paraît être celle d'un modèle bifluide hybride qui couplerait les équations classiques de conservation de la phase liquide avec les équations de moments de base d'une densité de probabilité des rayons et des vitesses de bulles. Dans cette approche, décrite par exemple dans un contexte différent par Achard [1978], les moments de base incluent au moins, pour une cote donnée, la densité de bulles, le volume moyen des bulles ou de manière équivalente la fraction de vide, les vitesses moyennes de la phase gazeuse pondérées par le nombre de bulles, ainsi que par leur volume. La troncature des moments, dont le nombre est *a priori* infini, est effectuée en supposant une fonction de distribution comportant autant de paramètres que le nombre de moments de base que l'on souhaite retenir. Il va de soi que l'intérêt d'une telle approche dépasse la seule possibilité de prise en compte des transferts de masse : elle permet une définition plus précise des mouvements relatifs de chaque phase. On notera que la définition de paramètres incertains, dans ces modèles plus raffinés, peut nécessiter de faire appel à un établissement de fonctions densités de probabilité de forme "non-standard", ce qui justifie le compromis entre flexibilité et investissement d'une approche semi-intrusive. Or, cette thèse a permis de définir précisément la façon de limiter les modifications du code déterministe et on peut être confiant sur le fait de transformer à l'avenir un code déterministe plus élaboré en code "stochastique" sur la base d'une approche semi-intrusive.

- (ii) On peut envisager au moins deux modifications de la structure du gazosiphon. Quel que soit le grand intérêt pratique de ces modifications, elles n'ont pas été intégrées dans l'étude d'optimisation conduite dans ce mémoire pour deux raisons. La première est une absence de point de comparaison expérimental sur les écoulements diphasiques rencontrant ces modifications. La seconde tient au volume supplémentaire considérable de travail que leur intégration dans cette thèse aurait entraîné. Au stade préliminaire où se situe l'analyse du système géothermique nouveau proposé, la seule prise en compte de la configuration élémentaire du gazosiphon est apparue suffisante pour démontrer la pertinence de la démarche utilisée. Toutefois, en se limitant à l'étape de simulation, ces modifications ont été prises en compte dans le code  $G^3$  où elles sont déjà opérationnelles. Les deux modifications sont :

- *Injection d'air à différentes profondeurs*

Cette configuration est tout à fait classique des gazosiphons utilisés pour la récu-

pération assistée du pétrole [Guet & Ooms, 2006]. Malgré le caractère très commun des dispositifs d'injection utilisés dans ce type d'application, seule l'étude numérique de Mahrous [2014], qui se fonde sur un modèle simplifié [Yoshinaga & Sato, 1996] a pu être relevée. On a obtenu avec le code  $G^3$  des résultats qui sont cohérents qualitativement et ne nécessitent pas de complexification numérique particulière; les éventuelles effets radiaux amplifiés par des injections radiales successives ne permettent pas cependant d'être complètement confiant sur les résultats obtenus. L'influence de cette modification devrait toutefois être étudiée dans le futur car elle ouvre la possibilité d'une optimisation du gazosisphon proposé dans les cas où les phénomènes de transfert de masse se révéleraient importants et conduiraient à une dissolution des bulles injectées dans les zones profondes du puits.

- *Conduite de section variable*

La prise en compte de cette géométrie ne pose pas non plus de difficulté particulière, et le code  $G^3$  donne des résultats qualitativement cohérents. Encore une fois, le seul point de comparaison disponible dans la littérature est une étude numérique [Mahrous, 2013] fondée sur un modèle très simplifié qui ne s'appuie pas sur des résultats expérimentaux. Le gain potentiel d'une variation de section optimisée est double. Elle permettrait d'introduire une cohérence avec les contraintes habituelles associées aux tailles de forages successifs d'un puits géothermique. Ensuite l'incidence de la variation de section sur la répartition des vitesses et des fractions de vide semble pouvoir améliorer l'efficacité du dispositif; la succession des sections devrait donc être intégrée dans le processus d'optimisation comme paramètres géométriques supplémentaires.

- (iii) Le gazosisphon étant au centre de l'étude du système proposé, les perspectives des travaux qui viennent d'être présentées concernent ce seul dispositif. Cependant, un des points centraux de l'amélioration de la description du système dans son ensemble consiste à se donner les moyens d'estimer plus précisément le processus de transfert de chaleur au fond du puits. Ce processus a pour l'instant été traité avec des hypothèses simplificatrices et les conditions aux limites que l'on s'est données à la surface du tubage doivent être en quelque sorte reculées. Une description précise des transferts de chaleur dans le sous-sol pour évaluer les flux thermiques échangés à la surface du tubage doit être entreprise. Les configurations géologiques peuvent être très variées, et il est bien évident que chacune de ces descriptions doit être propre à un site donné. Associé à la levée de cette limitation, se trouve la caractérisation de l'évolution temporelle de la ressource. Il est clair qu'une description précise des transferts de chaleur dans le sous-sol peut être conduite avec une échelle de temps longue qui traduirait éventuellement l'épuisement de la ressource; en revanche les échanges au sein de l'annulaire du puits gérés par le code  $G^3$  peuvent rester stationnaires même si le flux au niveau du tubage évolue dans le temps sous l'influence de l'épuisement de la ressource. Enfin, une voie de nature technologique doit être explorée et traduite dans les calculs. Une faiblesse bien connue du monopuits, choix qui a été adopté dans le système proposé quelles qu'en soient les variantes, se situe dans la faiblesse des échanges de chaleur autour de la base du puits unique, sauf peut-être dans certains aquifères. C'est le prix à payer pour ne pas remonter la saumure ou pour ne pas remonter l'eau injectée ayant balayé les roches chaudes, naturellement ou artificiellement fracturées. Ces liquides sont, dans le cas de la saumure, ou sont devenus, pour un liquide injecté, contaminés par de multiples composants chimiques (sulfate d'hydrogène, chlorure d'hydrogène, acide sulfurique...). Il existe des solutions qui constituent en quelque sorte des échangeurs de fond de puits placés en

amont de l'injection. Certaines ont déjà été évoquées dans le chapitre 1 [Montgomery & Maloney, 2014; Hara, 2011; Shnell, 1999]. Dans le système proposé dans cette thèse, nous avons fait une impasse sur les dispositifs qu'il convient de développer pour améliorer ces échanges, le choix de ces dispositifs nécessitant une étude en soi qui sortait de notre propos. La prise en compte dans les calculs d'une de ces innovations prometteuses fait évidemment partie des travaux à venir.



---

# Bibliographie

---

- Aarsnes, Ulf Jakob F., Di Meglio, Florent, Evje, Steinar, & Aamo, Ole Morten. 2014. Control-Oriented Drift-Flux Modeling of Single and Two-Phase Flow for Drilling. *Page V003T37A003 of : Volume 3 : Industrial Applications; Modeling for Oil and Gas, Control and Validation, Estimation, and Control of Automotive Systems; Multi-Agent and Networked Systems; Control System Design; Physical Human-Robot Interaction; Rehabilitation Robotics; Sensin.* ASME.
- Abgrall, R, Congedo, P M, & Geraci, G. 2014. A one-time truncate and encode multiresolution stochastic framework. *Journal of Computational Physics*, **257**, 19–56.
- Abgrall, Rémi, Congedo, Pietro Marco, & Galéra, Stéphane. 2013 (feb). *A semi-intrusive deterministic approach to uncertainty quantification in non-linear fluid flow problems.* Tech. rept. INRIA.
- Achard, J-L. 1978. *Contribution à l'étude théorique des écoulements diphasiques en régime transitoire.* Ph.D. thesis, Institut National Polytechnique et Université scientifique et médicale de Grenoble.
- Ahmed, Wael H., & Badr, Hassan M. 2012. Dual-Injection Airlift Pumps : An Enhanced Performance. *Particulate Science and Technology*, **30**(6), 497–516.
- Ajimoto, Habib A. 2014. *A study of trilateral flash cycles for low-grade waste heat recovery-to-power generation.* Ph.D. thesis, Cranfield University.
- Awari, Gajanan K., Bhuyar, L. B., & Wakde, D. G. 2007. A generalized gas-liquid two-phase flow analysis for efficient operation of airlift pump. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, **29**(3), 307–312.
- Badr, O., O'Callaghan, P.W., Hussein, M., & Probert, S.D. 1984. Multi-vane expanders as prime movers for low-grade energy organic Rankine-cycle engines. *Applied Energy*, **16**(2), 129–146.
- Badr, O., Naik, S., O'Callaghan, P.W., & Probert, S.D. 1991a. Expansion machine for a low power-output steam Rankine-cycle engine. *Applied Energy*, **39**(2), 93–116.
- Badr, O., Naik, S., O'Callaghan, P.W., & Probert, S.D. 1991b. Expansion machine for a low power-output steam Rankine-cycle engine. *Applied Energy*, **39**(2), 93–116.

- Badr, O., Naik, S., O'Callaghan, P.W., & Probert, S.D. 1991c. Rotary Wankel engines as expansion devices in steam Rankine-cycle engines. *Applied Energy*, **39**(1), 59–76.
- Barrut, Bertrand. 2011. *Etude et optimisation du fonctionnement d ' une colonne airlift à dépression - Application à l'aquaculture*. Ph.D. thesis, Université Montpellier II.
- Barrut, Bertrand, Blancheton, Jean Paul, Champagne, Jean Yves, & Grasmick, Alain. 2012a. Mass transfer efficiency of a vacuum airlift-Application to water recycling in aquaculture systems. *Aquacultural Engineering*, **46**(1), 18–26.
- Barrut, Bertrand, Blancheton, Jean Paul, Champagne, Jean Yves, & Grasmick, Alain. 2012b. Water delivery capacity of a vacuum airlift - Application to water recycling in aquaculture systems. *Aquacultural Engineering*, **48**(dec), 31–39.
- Barth, Timothy. 2011. On the propagation of statistical model parameter uncertainty in CFD calculations. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, **26**(5), 435–457.
- Baudin, M, & Martinez, J.-M. 2010. Polynômes de chaos sous {S}cilab via la librairie {NISP}. In : *42èmes Journées de Statistique*.
- Baudin, Michaël, Berthon, Christophe, Coquel, Frédéric, Masson, Roland, & Tran, Quang Huy. 2005. A relaxation method for two-phase flow models with hydrodynamic closure law. *Numerische Mathematik*, **99**, 411–440.
- Baujard, Clément, & Bruel, Dominique. 2006. Numerical study of the impact of fluid density on the pressure distribution and stimulated volume in the Soultz HDR reservoir. *Geothermics*, **35**(5-6), 607–621.
- Behbahani, M. a., Edrisi, M., Rashidi, F., & Amani, E. 2012. Tuning a multi-fluid model for gas lift simulations in wells. *Chemical Engineering Research and Design*, **90**(4), 471–486.
- Benzoni-Gavage, S. 1991. *Analyse numerique des modeles hydrodynamiques d'écoulements diphasiques Instationnaires dans les reseaux de production petroliere*. Ph.D. thesis, ENS Lyon (France).
- Brown, B. W., & Mines, G. L. 1998. Flowsheet simulation of the trilateral cycle. *Geothermal Resources Council Transactions*, **22**(23-30), 373.
- Calise, Francesco, Capuozzo, Claudio, Carotenuto, Alberto, & Vanoli, Laura. 2013. Thermoeconomic analysis and off-design performance of an organic Rankine cycle powered by medium-temperature heat sources. *Solar Energy*.
- Carvalho, E., Camarasa, E., Meleiro, L. a C, Maciel Filho, R., Domingues, a., Vial, Ch, Wild, G., Poncin, S., Midoux, N., & Bouillard, J. 2000. Development of a hydrodynamic model for air-lift reactors. *Brazilian Journal of Chemical Engineering*, **17**(4), 607–615.
- Chen, Baixin, Nishio, Masahiro, Song, Yongchen, & Akai, Makoto. 2009. The fate of CO<sub>2</sub> bubble leaked from seabed. *Energy Procedia*, **1**(1), 4969–4976.
- Chen, By Baixin, Song, Yongchen, Nishio, Masahiro, & Akai, Makoto. 2003. Large-eddy simulation of double-plume formation induced by CO<sub>2</sub> dissolution in the ocean. *Tellus B*, **55**(2), 723–730.
- Cheung, S. C P, Deju, L., Yeoh, G. H., & Tu, J. Y. 2013. Modeling of bubble size distribution in isothermal gas-liquid flows : Numerical assessment of population balance approaches. *Nuclear Engineering and Design*, **265**, 120–136.

- Cho, Nam Cheol, Hwang, In Ju, Lee, Chae Moon, & Park, Jung Won. 2009. An experimental study on the airlift pump with air jet nozzle and booster pump. *Journal of Environmental Sciences*, **21**(SUPPL. 1), S19–S23.
- Clark, N.N., & Dabolt, R.J. 1986. A General Design Equation for Air Lift Pumps Operating in Slug Flow. *AIChE journal*, **32**(1), 56–64.
- Clift, R, Grace, Jr, & Weber, Me. 1978. *Bubbles, drops, and particles*. New York ; London : Academic Press.
- Congedo, P M, Corre, C, & Martinez, J M. 2011. Shape optimization of an airfoil in a BZT flow with multiple-source uncertainties. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **200**, 216–232.
- Crestaux, T, Le Maître, O, & Martinez, J M. 1996. Polynomial chaos expansion for sensitivity analysis. *Reliability Engineering & System Safety*, **94**(7), 1161–1172.
- De Cachard, F., & Delhaye, J. M. 1996. A slug-churn flow model for small-diameter airlift pumps. *International Journal of Multiphase Flow*, **22**(4), 627–649.
- Deb, K. 2008. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. Wiley-Blackwell (an imprint of John Wiley & Sons Ltd).
- Evje, S, & Fjelde, K K. 2002. Hybrid flux-splitting schemes for a two-phase flow model. *Journal Of Computational Physics*, **175**(2), 674–701.
- Fan, Wei, Chen, Jiawang, Pan, Yiwen, Huang, Haocai, Arthur Chen, Chen Tung, & Chen, Ying. 2013. Experimental study on the performance of an air-lift pump for artificial upwelling. *Ocean Engineering*, **59**(feb), 47–57.
- Feng, Yin, Tyagi, Mayank, & White, Christopher D. 2015. A downhole heat exchanger for horizontal wells in low-enthalpy geopressured geothermal brine reservoirs. *Geothermics*, **53**, 368–378.
- Fischer, Johann. 2011. Comparison of trilateral cycles and organic Rankine cycles. *Energy*, **36**(10), 6208–6219.
- François, O, Gilmore, T, Pinto, MJ, & Gorelick, SM. 1996. A physically based model for airlift pumping.pdf. *Water resources research*, **32**(8), 2383–2399.
- Ghanem, R, & Spanos, P. 1991. *Stochastic finite elements : a spectral approach*. Springer.
- Griffith, P., & Snyder, G. 1964. *The bubbly-slug transition in a high velocity two phase flow*. Tech. rept. Massachusetts institute of technology.
- Guangbin, Liu, Yuanyang, Zhao, Liansheng, Li, & Pengcheng, Shu. 2010. Simulation and experiment research on wide ranging working process of scroll expander driven by compressed air. *Applied Thermal Engineering*, **30**(14-15), 2073–2079.
- Gudipati, Sripavani. 2005. *Distributed airlift systems design with application to recirculating soft shell crawfish shedding systems*. Ph.D. thesis, Louisiana State University.
- Guet, S., & Ooms, G. 2006. Fluid Mechanical Aspects of the Gas-Lift Technique. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **38**(1), 225–249.
- Guet, S., Ooms, G., Oliemans, R. V a, & Mudde, R. F. 2003. Bubble injector effect on the gaslift efficiency. *AIChE Journal*, **49**(9), 2242–2252.

- Guet, S., Ooms, G., Oliemans, R. V a, & Mudde, R. F. 2004. Bubble size effect on low liquid input drift-flux parameters. *Chemical Engineering Science*, **59**(16), 3315–3329.
- Guet, S., Ooms, G., & Oliemans, R. V a. 2005. Simplified two-fluid model for gas-lift efficiency predictions. *AIChE Journal*, **51**(7), 1885–1896.
- Guillard, H., & Duval, F. 2007. A Darcy law for the drift velocity in a two-phase flow model. *Journal of Computational Physics*, **224**(1), 288–313.
- Hara, H. 2011 (Sept. 29). *Geothermal well using graphite as solid conductor*. US Patent App. 12/946,104.
- Harris, Elmo G. 1895. The theory of the air-lift pump. *Journal of the Franklin Institute*, **140**(1), 32–52.
- Hatta, N, Fujimoto, H, Isobe, M, & Kang, J S. 1998. Theoretical analysis of flow characteristics of multiphase mixtures in a vertical pipe. *International Journal of Multiphase Flow*, **24**(4), 539–561.
- Held, Sebastian, Genter, Albert, Kohl, Thomas, Kölbl, Thomas, Sausse, Judith, & Schoenball, Martin. 2014. Economic evaluation of geothermal reservoir performance through modeling the complexity of the operating EGS in Soultz-sous-Forêts. *Geothermics*, **51**, 270–280.
- Hibiki, Takashi, & Ishii, Mamoru. 2003. One-dimensional drift-flux model for two-phase flow in a large diameter pipe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **46**(10), 1773–1790.
- Homma, T, & Saltelli, A. 1996. Importance measures in global sensitivity analysis of non linear models. *Reliability Engineering and System Safety*, **52**, 1–17.
- Honegger, J.L. 1984. *Activation de puits géothermiques par gas-lift continu*. Tech. rept. BRGM.
- Honegger, J.L. 1986. *Activation des puits géothermique de basse enthalpie par gaslift recyclé*. Tech. rept. BRGM.
- Hu, Dong, Tang, Chuan-Lin, Cai, Shu-Peng, & Zhang, Feng-Hua. 2012. The Effect of Air Injection Method on the Airlift Pump Performance. *Journal of Fluids Engineering*, **134**(11), 111302.
- Hunt, R.D. 2011 (Nov. 10). *Separation Under Pressure of Methane from Hot Brine Useful for Geothermal Power*. US Patent App. 13/156,711.
- Iaccarino, Gianluca. 2008. Quantification of Uncertainty in Flow Simulations Using Probabilistic Methods. *Chap. Non equili of : VKI Lecture Series - Sept. 8-12*.
- IAPWS. 2007. Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam. Available from <http://www.iapws.org>, 1–47.
- IAPWS. 2014. Revised Release on the IAPWS Formulation 1995 for the Thermodynamic Properties of Ordinary Water Substance for General and Scientific Use. Available from <http://www.iapws.org>, 1–18.
- Ishii, M. 1976. Thermo-fluid dynamic theory of two-phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, **3**(2), 197–198.

- Ishii, M., & Mishima, K. 1984. Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations. *Nuclear Engineering and Design*, **82**(2-3), 107–126.
- Ishii, Mamoru. 1977. One-Dimensional Drift Flux Model and Constitutive Equations for Relative Motion Between Phases in Various Two-Phase Flow Regimes. *Anl-77-47*.
- Ishii, Mamoru, & Hibiki, Takashi. 2006. *Thermo-fluid dynamics of two-phase flow*.
- Johnson, Brian Sidney. 2008. *Airlift Assisted Wastewater Treatment*. Ph.D. thesis, Louisiana State University.
- Kaichiro, Mishima, & Ishii, Mamoru. 1984. Flow regime transition criteria for upward two-phase flow in vertical tubes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **27**(5), 723–737.
- Kajishima, T., & Saito, T. 1996. Numerical simulation of unsteady flow in air-lift pump. *Soc. Mech. Eng.*, **60**(580), 4125–4131.
- Kajishima, Takeo, Saito, Takayuki, Nagaosa, Ryuichi, & Kosugi, Sanai. 1997. Glad : A gas-lift method for CO<sub>2</sub> disposal into the ocean. *Energy*, **22**(2-3), 257–262.
- Karydakis, G. 1988. *Experimental data of airlift pump systems*. Tech. rept. Institute of Geological and Mineral Exploration, Athens.
- Kassab, S. Z., Kandil, H. a., Warda, H. a., & Ahmed, W. H. 2007. Experimental and analytical investigations of airlift pumps operating in three-phase flow. *Chemical Engineering Journal*, **131**(1-3), 273–281.
- Kassab, Sadek Z., Kandil, Hamdy a., Warda, Hassan a., & Ahmed, Wael H. 2009. Air-lift pumps characteristics under two-phase flow conditions. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **30**(1), 88–98.
- Kataoka, Isao, & Ishii, Mamoru. 1988. Reply to ‘discussion of “drift flux model for large diameter pipe and new correlation for pool void fraction”’. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **31**(9), 1956–1957.
- Khalil, M F, Elshorbagy, K a, Kassab, S Z, & Fahmy, R I. 1999. Effect of air injection method on the performance of an air lift pump. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **20**, 598–604.
- Kim, Seung Hwan, Sohn, Chae Hoon, & Hwang, Jun Young. 2014. Effects of tube diameter and submergence ratio on bubble pattern and performance of air-lift pump. *International Journal of Multiphase Flow*, **58**(oct), 195–204.
- Kosugi, Sanai, Niwa, Kentaro, Saito, Takayuki, Kajishima, Takeo, & Hamaogi, Kenji. 2001. Design factors in gas-lift advanced dissolution (GLAD) system for CO<sub>2</sub> sequestration into the ocean. *Chemical Engineering Science*, **56**(21-22), 6205–6210.
- Lai, Ngoc Anh, & Fischer, Johann. 2012. Efficiencies of power flash cycles. *Energy*, **44**(1), 1017–1027.
- Lawniczak, F, & Francois, P. 1999. The efficiency of short airlift pumps operating at low submergence ratios. *The Canadian . . .*, **77**(1987), 3–10.
- Le Maître, O, & Knio, O. 2010. *Spectral Methods for Uncertainty Quantification with Applications to Computational Fluid Dynamics*. Springer.

- Lemort, V, & Quoilin, S. 2009. Designing scroll expanders for use in heat recovery Rankine cycles. *Retrieved April*, 3–12.
- Liang, Nai Kuang, & Peng, Hai Kuen. 2005. A study of air-lift artificial upwelling. *Ocean Engineering*, **32**(5-6), 731–745.
- Lockett, G.E., & Thurston, R.D. 1987 (Feb. 24). *Heat recovery systems*. US Patent 4,644,750.
- Loeven, G J A, Witteveen, J A S, & Bijl, H. 2007. Probabilistic Collocation : an efficient non-intrusive approach for arbitrarily distributed parametric uncertainties. *In : Proceedings of the 45th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*.
- Loyless, J.Clay, & Malone, Ronald F. 1998. Evaluation of air-lift pump capabilities for water delivery, aeration, and degasification for application to recirculating aquaculture systems. *Aquacultural Engineering*, **18**(2), 117–133.
- Mahrous, A.F. 2013. Airlift Pump With a Gradually Enlarged Segment in the Riser Tube. *Journal of Fluids Engineering*, **135**(3), 031301.
- Mahrous, A.F. 2014. Performance of Airlift Pumps : Single-Stage vs. Multistage Air Injection. *American Journal of Mechanical Engineering*, **2**(1), 28–33.
- Meng, Qicheng, Wang, Chizhong, Chen, Ying, & Chen, Jiawang. 2013. A simplified CFD model for air-lift artificial upwelling. *Ocean Engineering*, **72**, 267–276.
- Monmarson, B, & Corre, C. 2013. Implicit Semi-Intrusive Approach for Uncertainty Quantification : Efficiency Assessment. *In : Boquse 2013, International Workshop on Uncertainty Quantification in Fluids Simulation*.
- Montgomery, C.T., & Maloney, D.R. 2014 (Apr. 29). *Closed loop energy production from geothermal reservoirs*. US Patent 8,708,046.
- Moran, Damian. 2010. Carbon dioxide degassing in fresh and saline water. II : Degassing performance of an air-lift. *Aquacultural Engineering*, **43**(3), 120–127.
- Munkejord, Svend Tollak, Evje, Steinar, & Flåtten, Tore. 2006. The multi-stage centred-scheme approach applied to a drift-flux two-phase flow model. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, **52**(6), 679–705.
- Nakatani, H., & Kato, J. 2014 (July 8). *Geothermal power-generation system*. US Patent 8,769,951.
- Nenes, A., Assimacopoulos, D., Markatos, N., & Mitsoulis, E. 1996a. Simulation of airlift pumps for deep water wells. *Can. J. Chem. Eng.*, **74**, 448–456.
- Nenes, a., Assimacopoulos, D., Markatos, N., & Karydakis, G. 1996b. Simulation of Airlift Pumps for Moderate-Depth Water Wells. *Technika Chonika*, **14**(4), 1–20.
- Nicklin, DJ. 1963. The air-lift pump : Theory and optimization. *Transaction of Institution of chemical engineers*, **41**, 29–39.
- Omebere-Iyari, N.K., Azzopardi, B.J., & Ladam, Y. 2007. Two-phase flow patterns in large diameter vertical pipes at high pressures. *Fluid mechanics and transport phenomena*, **53**(10).

- Pan, Lehua, Webb, Stephen W., & Oldenburg, Curtis M. 2011. Analytical solution for two-phase flow in a wellbore using the drift-flux model. *Advances in Water Resources*, **34**(12), 1656–1665.
- Parker, Nick C., & Suttle, Mary Anna. 1987. Design of airlift pumps for water circulation and aeration in aquaculture. *Aquacultural Engineering*, **6**(2), 97–110.
- Pickert, F. 1932. The theory of the air-lift pump. *Engineering*.
- Pougatch, K., & Salcudean, M. 2008. Numerical modelling of deep sea air-lift. *Ocean Engineering*, **35**(11-12), 1173–1182.
- Pougatch, Konstantin, & Salcudean, Martha. 2007. Application of CFD methods to the analysis of the flow in air-lift pump. *International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 1–11.
- Quoilin, Sylvain, Declaye, Sébastien, & Lemort, Vincent. 2010. Expansion Machine and Fluid Selection for the Organic Rankine Cycle . *Hefat 2010*, 1–7.
- Quoilin, Sylvain, Declaye, Sébastien, Tchanche, Bertrand F., & Lemort, Vincent. 2011. Thermo-economic optimization of waste heat recovery Organic Rankine Cycles. *Applied Thermal Engineering*, **31**(14-15), 2885–2893.
- Radovcich, Nick a, & Moissis, Raphael. 1962. *The transition from two phase bubble flow to slug flow - June 1962 Report No . 7-7673-22 Department of Mechanical Engineering Massachusetts Institute.* Tech. rept. Massachusetts Institue of Technology.
- Reinemann, Dj. 1987. *A theoretical and experimental study of airlift pumping and aeration with refernce to aquacultural applications.* Ph.D. thesis, Cornell University.
- Reinemann, D.J., & Timmons, M.B. 1989. Prediction of oxygen transfer and total dissolved gas pressure in airlift pumping. *Aquacultural Engineering*, **8**(1), 29–46.
- Reinemann, D.J., Parlange, J.Y., & Timmons, M.B. 1990. Theory of small-diameter airlift pumps. *International Journal of Multiphase Flow*, **16**(1), 113–122.
- Saito, T., Kajishima, T., & Tsuchiya, K. 2004. Pumping characteristics of a large-scale gas-lift system. *Experimental Thermal and Fluid Science*, **28**(5), 479–488.
- Saito, Takayuki, Kajishima, Takeo, & Nagaosa, Ryuichi. 1996. Highly efficient disposal of CO<sub>2</sub> into the ocean by gas-lift method (Basic characteristics of glad system). *ACS Division of Fuel Chemistry, Preprints*, **41**(4), 1441–1443.
- Saito, Takayuki, Kajishima, Takeo, Tsuchiya, Katsumi, & Kosugi, Sanai. 1999. Mass transfer and structure of bubbly flows in a system of CO<sub>2</sub> disposal into the ocean by a gas-lift column. *Chemical Engineering Science*, **54**(21), 4945–4951.
- Saltelli, A, Chan, K, & Scott, E M. 2000. *Sensitivity Analysis.* Wiley.
- Sarria, A. 2010 (Oct. 28). *Two-concentric pipe system to heat fluids using the earth's interior thermal energy (deep).* US Patent App. 12/718,546.
- Schlegel, J. P., Sawant, P., Paranjape, S., Ozar, B., Hibiki, T., & Ishii, M. 2009. Void fraction and flow regime in adiabatic upward two-phase flow in large diameter vertical pipes. *Nuclear Engineering and Design*, **239**(12), 2864–2874.

- Schlegel, Joshua, Hibiki, Takashi, & Ishii, Mamoru. 2010. Development of a comprehensive set of drift-flux constitutive models for pipes of various hydraulic diameters. *Progress in Nuclear Energy*, **52**(7), 666–677.
- Shen, Xiuzhong, Mishima, Kaichiro, & Nakamura, Hideo. 2005. Two-phase phase distribution in a vertical large diameter pipe. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **48**(1), 211–225.
- Shen, Xiuzhong, Matsui, Ryota, Mishima, Kaichiro, & Nakamura, Hideo. 2010. Distribution parameter and drift velocity for two-phase flow in a large diameter pipe. *Nuclear Engineering and Design*, **240**(12), 3991–4000.
- Shnell, J.H. 1999 (June 15). *System for geothermal production of electricity*. US Patent 5,911,684.
- Smith, I. K., Stosic, N., Mujic, E., & Kovacevic, a. 2011. Steam as the working fluid for power recovery from exhaust gases by means of screw expanders. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E : Journal of Process Mechanical Engineering*, **225**(2), 117–125.
- Smith, T. R., Schlegel, J. P., Hibiki, T., & Ishii, M. 2012. Two-phase flow structure in large diameter pipes. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **33**(1), 156–167.
- Sobol, I M. 1993. Sensitivity estimates for non linear mathematical models. *Mathematical Modelling and Computational Experiments*, **1**, 407–414.
- Song, CH., NO, Hee Cheon, & Chung, Moon Ki. 1995. Investigation of bubble flow developments and its transition based on the instability of void fraction waves. *International Journal of Multiphase Flow*, **21**(3), 381–404.
- Steffen, Michael, Löffler, Michael, & Schaber, Karlheinz. 2013. Efficiency of a new Triangle Cycle with flash evaporation in a piston engine. *Energy*, **57**, 295–307.
- Stenning, A H, & Martin, C B. 1968. An Analytical and Experimental Study of Air-Lift Pump Performance. *Journal of Engineering for Power*, **90**(2), 106–110.
- Stepanoff, A.J. 1929. Thermodynamic theory of air-lift pump. *ASME transaction*, **51**, 49–55.
- Sudret, B. 2008. Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansions. *Reliability Engineering & System Safety*, **93**(7), 964–979.
- Taitel, Y, Barnea, D, & Dukler, a E. 1980. Modelling flow pattern transitions for steady upward gas-liquid flow in vertical tubes. *AIChE Journal*, **26**(3), 345–354.
- Theron, B. 1989. *Écoulements diphasiques instationnaires en conduite horizontale*. PhD thesis, INP Toulouse (France).
- Tighzert, Hamid, Brahim, Malek, Kechroud, Nassima, & Benabbas, Farida. 2013. Effect of submergence ratio on the liquid phase velocity, efficiency and void fraction in an air-lift pump. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **110**(oct), 155–161.
- Toro, Eleuterio. 2009. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics ~ : A Practical Introduction*. Springer.

- Wagner, W., & Pruß, A. 2002. The IAPWS formulation 1995 for the thermodynamic properties of ordinary water substance for general and scientific use. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, **31**(2), 387–535.
- Wahba, Essam M., Gadalla, Mohamed, Abueidda, Diab, Dalaq, Ahmed, Hafiz, Hashim, Elawadi, Khaled, & Issa, Ryan. 2014. On the Performance of Air-Lift Pumps : From Analytical Models to Large Eddy Simulations. *Journal of Fluids Engineering*, apr.
- Wang, Zhe, McClure, Mark W, & Horne, Roland N. 2010. Modeling Study of Single-Well EGS Configurations. *Pages 25–29 of : Proceedings World Geothermal Congress*.
- Weber, M., & Dedegil, Y. 1976. Transport of solids according to the air-lift principle. *4th International Conference on the Hydraulic Transport of Solids in Pipes, BHRA Fluid Engineering*, 1–24.
- White, Susan Jennifer. 2001. *Bubble Pump Design and Performance*. Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology.
- Wiener, N. 1938. The Homogeneous Chaos. *American Journal of Mathematics*, **60**(4), 897–936.
- Wurts, William a, McNeill, Sam G, & Overhults, Douglas G. 1994. Performance and design characteristics of airlift pumps for field applications. *World Aquaculture*, **25**(December), 51–55.
- Xiu, D, & Karniadakis, G E M. 2003. The Wiener-Askey polynomial chaos for stochastic differential equations. *SIAM journal on scientific computing*, **24**(2), 619–644.
- Yamamoto, Ryosuke, & Tanaka, Nobukazu. 2001. Numerical study of airlift pump performance for drawing up the deep see water. *Pages 809–816 of : advances in fluid modeling and turbulence measurement*.
- Yekoladio, P.J., Bello-Ochende, T., & Meyer, J.P. 2013. Design and optimization of a downhole coaxial heat exchanger for an enhanced geothermal system (EGS). *Renewable Energy*, **55**(jul), 128–137.
- Yoshinaga, T., & Sato, Y. 1996. Performance of an air-lift pump for conveying coarse particles. *International Journal of Multiphase Flow*, **22**(2), 223–238.
- Zarrouk, Sadiq J., & Moon, Hyungsul. 2014. Efficiency of geothermal power plants : A worldwide review. *Geothermics*, **51**, 142–153.
- Zeidan, D., & Slaouti, Arezki. 2010. Validation of hyperbolic model for two-phase flow in conservative form. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, **23**(6), 299–318.
- Zheng, Li, & Yapa, PD. 2002. Modeling gas dissolution in deepwater oil/gas spills. *Journal of Marine Systems*, **31**, 299–309.
- Zorn, R. (EIFER), & Jeandel, E.C. (EIFER). 2015. *Private communication*.
- Zuber, N., & Findlay, J. a. 1965. Average Volumetric Concentration in Two-Phase Flow Systems. *Journal of Heat Transfer*, **87**(4), 453.



---

## Annexe A

---

# Dispositif de détente du cycle TLC

---

Le processus de détente diphasique, qui intervient dans le cycle trilatéral pour convertir l'énergie thermique, représente actuellement des difficultés techniques. Une rapide description des dispositifs de détente est proposée ici, basée notamment sur les travaux de Ajimoto [2014].

Les dispositifs de détente du cycle TLC peuvent être séparés en deux catégories : d'une part les turbines, et d'autre part les dispositifs volumétriques [Badr *et al.*, 1991a]. Généralement, les dispositifs tels que les détendeurs volumétriques font partie des dispositifs privilégiés lorsque l'on parle de cycle relatif à la conversion de chaleur en électricité. Ce sont des appareils à faible vitesse de rotation ( $< 5000rpm$ ) introduits dans des systèmes de puissance mesurée, entre  $10kW$  et  $1MW$  [Badr *et al.*, 1984]. Un nombre important de dispositifs ont été examinés pour permettre l'expansion d'un fluide sous pression dans la zone diphasique. On relève 5 catégories : le détendeur Lysholm, le détendeur à impulsion, les "total flow turbines", "total flow systems" et les "hero expanders" [Brown & Mines, 1998]. Les détendeurs Lysholm, aussi appelés vis d'expansion, comprennent des rotors hélicoïdaux contrarotatifs, qui tournent lors de la détente du fluide le long de l'axe du rotor [Brown & Mines, 1998]. Les différents types de dispositifs de détente ont été évalués qualitativement par Ajimoto [2014] sur la base de leur fonctionnement. Une attention particulière est consacrée aux machines rotatives dans la catégorie des dispositifs volumétriques. Les autres alternatives existantes ont souvent de nombreux composants rotatifs avec des problèmes d'équilibrage, sont sujets à des pertes de charge par frottement importantes, présentent de faibles rendements à cause de problèmes de lubrification (comme dans les moteurs thermiques à vapeur), et enfin sont coûteux à produire [Badr *et al.*, 1991b,c]. Les études expérimentales ont montré que les dispositifs de détente volumétrique sont des candidats sérieux grâce à plusieurs avantages : efficacité élevée, vitesse de rotation contenue, nombre réduits de composants tournant, fiabilité, large gamme de puissance de sortie, disponibilité effective, structure simple, bon rendement isentropique [Guangbin *et al.*, 2010; Quoilin *et al.*, 2011]. En particulier, des études expérimentales ont révélé des résultats très prometteurs sur les détendeurs "scroll" (spiro-orbitaux) développés sur la base de compresseurs "scroll", dont les efficacités isentropiques rapportées sont de l'ordre de 48 à 68 % [Lemort & Quoilin, 2009; Quoilin *et al.*, 2011]. Un autre candidat très prometteur est l'extenseur à vis, qui fonctionne à une puissance de sortie légèrement supérieure [Smith *et al.*, 2011]. Le dispositif de détente est le composant clé des cycles TLC et sa sélection dans la pratique est de la première importance pour dimensionner

précisément un système. La sélection d'un dispositif approprié dépend notamment des propriétés thermo-physiques du fluide de travail, de la puissance mécanique requise, des débits volumétriques et massiques visés, du rapport volumétrique de détente [Calise *et al.* , 2013; Quoilin *et al.* , 2010].

Les travaux de thèse se sont basés sur des évaluations de rendement isentropique d'un dispositif de détente avec l'eau comme fluide de travail [Steffen *et al.* , 2013; Fischer, 2011]. Les dispositifs de détente évalués par Steffen *et al.* [2013] consistent en un moteur à piston dans lequel une certaine quantité de liquide est injecté à chaque fois que le piston atteint le point mort. L'injection et la vaporisation sont assurés par un "cyclone" en amont du piston qui permet une séparation du fluide et de la vapeur, et une injection de la vapeur. Dans ce système on note notamment des problèmes techniques liés à la séparation du mélange diphasique à vitesse élevée [Steffen *et al.* , 2013]. Ce dispositif qui fonctionne de manière discontinue se démarque des turbines ou des vis de détente introduite ci-dessus. De nouvelles considérations physiques sont donc à prendre en compte, telles que la plage temporelle d'injection, le volume perdu et de masse résiduelle. La thèse n'a pas vocation à étudier précisément les dispositifs de détente existants. On ne cherchera donc pas à les qualifier ou les dimensionner, et au delà des rendements isentropiques quantifiés sur la base des travaux de Steffen *et al.* [2013]; Fischer [2011], un dispositif générique sera considéré. Dans le corps du mémoire, on emploiera donc le terme générique "d'appareil de détente diphasique" et ou "dispositif de détente diphasique" pour faire référence à l'appareil utilisé pour convertir l'énergie thermique par le processus de détente du cycle TLC.