HAL
open science

Comportement mécanique d'une mousse fragile. Application aux emballages de transport de matières dangereuses

Omar Kraiem

▶ **To cite this version:**

Omar Kraiem. Comportement mécanique d'une mousse fragile. Application aux emballages de transport de matières dangereuses. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paris Saclay (COmUE), 2016. Français. NNT : 2016SACLN028 . tel-01437331

HAL Id: tel-01437331

https://theses.hal.science/tel-01437331

Submitted on 17 Jan 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

NNT : 2016SACLS028

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay préparée Ecole Normale Supérieure Paris-Saclay

Ecole doctorale n°579
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences - SMEMAG
Spécialité de doctorat : solides, structures, matériaux
par

M. Omar KRAIEM

Comportement mécanique d'une mousse fragile. Application aux emballages de transport de matières dangereuses

Thèse présentée et soutenue à Cachan, le 2 septembre 2016.

Composition du Jury :

M.	Yves Berthaud	Professeur Université Pierre et Marie Curie	(Président)
M.	Philippe Viot	Professeur ENSAM - Centre de Bordeaux	(Rapporteur)
M.	Eric Deletombe	Ingénieur (HDR) Onera de Lille	(Rapporteur)
M.	Amine Neffati	Ingénieur R&D Areva TN	(Examinateur)
Mme.	Marie Houillon	Ingénieure R&D General Electric	(Examinatrice)
M.	Nicolas Schmitt	Professeur UPEC - Créteil	(Directeur de thèse)
M.	Han Zhao	Professeur Université Pierre et Marie Curie	(Co-directeur de thèse)

Table des matières

Table des matières i

Table des figures v

Liste des tableaux xi

Remerciement 1

1 Introduction 3
1 Contexte Industriel 4
2 Objectifs 7
3 Organisation de la thèse 8

2 Matériaux amortisseurs de chocs : état de l'art 11
1 Introduction 12
2 Qu'est ce qu'un absorbeur de choc ? 12
3 Matériaux cellulaires 13
3.1 Classification et domaines d'applications 14
3.2 Description microstructurale 15
3.3 Procédés de fabrication 16
4 Comportement mécanique des matériaux cellulaires 18
4.1 Comportement mécanique en compression et absorption d'énergie 18
4.2 Mécanismes d'absorption d'énergie en compression 21
4.3 Essais de caractérisation 26
4.4 Paramètres influençant le comportement mécanique 26
5 Modélisation du comportement mécanique 31
5.1 Modélisation micro-mécanique des matériaux cellulaires 32
5.2 Modèles phénoménologiques 37
6 Présentation des mousses carbone 41
6.1 Procédé de fabrication 41
6.2 Applications industrielles 42
6.3 Mousse HighPerf Foam 43
7 Conclusion 46

3 Comportement mécanique de la mousse carbone sous compression uniaxiale 49
1 Introduction . . . 50
2 Revue bibliographique du comportement mécanique des mousses fragiles . . . 50
3 Comportement de la mousse carbone en compression uniaxiale . . . 60
3.1 Compression uniaxiale simple (libre) . . . 60
3.2 Compression uniaxiale confinée ou compression œdométrique . . . 64
3.3 Essais de compression dynamique confinée . . . 68
4 Observations complémentaires . . . 73
4.1 Densité et porosité des mousses . . . 73
4.2 Comparaison des différentes nuances de mousse . . . 75
4.3 Anisotropie . . . 77
4.4 Energie absorbée . . . 77
4.5 Comportement cyclique . . . 80
5 Mécanismes de déformation et d'endommagement en compression confinée . . . 81
5.1 Analyse Post-Mortem sous MEB . . . 81
5.2 Essais interrompus sous micro-tomographe . . . 85
6 Conclusion . . . 94

4 Comportement multiaxial de la mousse carbone 95
1 Introduction . . . 96
2 Principaux essais multiaxiaux pour l'étude des matériaux cellulaires et des mousses . . . 96
2.1 Essais de compression-torsion-cisaillement . . . 96
2.2 Essais de compression biaxiale . . . 98
2.3 Essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cylindriques . . . 100
2.4 Essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cubiques . . . 103
3 Protocole expérimental des essais triaxiaux . . . 105
3.1 Dispositif expérimental . . . 106
3.2 Protocole expérimental . . . 110
3.3 Dépouillement des résultats expérimentaux . . . 112
4 Résultats expérimentaux . . . 114
4.1 Compression hydrostatique . . . 115
4.2 Compression œdométrique . . . 117
4.3 Compression triaxiale non proportionnelle . . . 121
5 Résultats complémentaires . . . 122
5.1 Influence de la densité . . . 122
5.2 Comparaison des essais de compression uniaxiaux et triaxiaux sur la mousse HP02 127
5.3 Surface de charge . . . 129
6 Conclusion . . . 132

5 Modélisation du comportement mécanique de la mousse carbone 135
1 Introduction . . . 136
2 Modèles de comportement de plasticité compressible . . . 137
2.1 Critères de plasticité d'un matériau compressible . . . 137
2.2 Autres modèles de comportement implantés dans les codes EF ABAQUS et LS-DYNA . . . 146
2.3 Modèles implantés dans LS-DYNA . . . 146

2.4 Comparaison et choix des modèles 147
3 Modélisation du comportement de la mousse carbone 148
3.1 Equations constitutives du modèle 149
3.2 Calcul du multiplicateur plastique 152
3.3 Implémentation numérique 152
4 Vérification de l'implémentation du modèle 156
5 Identification des paramètres du modèle 158
6 Validation du modèle numérique 164
7 Simulation numérique d'un essai d'écrasement de mini-capots 165
7.1 Campagne expérimentale menée 165
7.2 Simulation numérique des essais d'écrasement axial 168
8 Conclusion 175

Conclusions et perspectives **177**

Annexes **183**

A Montage de confinement **183**

B Comportement multiaxial de la mousse carbone **185**
1 Comportement multiaxial de la mousse HP01 185
2 Comportement Hydrostatique de la mousse HP02 186
3 Comportement Oedometrique de la mousse HP02 187
4 Comportement hydrostatique de la mousse HP03 187
5 Comportement Oedometrique de la mousse HP03 188
6 Comportement triaxiale de la mousse HP02 189

C Cadre général des lois de comportement **195**
1 Cinématique d'un milieu continu en grandes transformations 195
2 Description des efforts 199
3 Ecriture générale des lois de comportement 202

Table des figures

1.1 *Emballage de transport des combustibles irradiés TN® 12/2 [For11].* 5
1.2 *Principaux tests pour les emballages de Type B[Are15].* 6
1.3 *Capot amortisseur d'un emballage de matières radioactives, d'après [Kim+10].* 6

2.1 *Comparaison de la réponse en compression entre des absorbeurs de chocs réel et idéal, d'après [Har+00].* 12
2.2 *Classification des matériaux cellulaires.* 14
2.3 *Applications des milieux cellulaires, d'après [Ban01].* 15
2.4 *Echelle d'observation d'une structure de mousse d'aluminium obtenue par réplication, d'après [Rou+12].* 16
2.5 *Etapes de fabrication des céramiques poreuses par réplication, d'après [Stu+06].* 17
2.6 *Etapes de fabrication des céramiques poreuses par addition d'un agent de moussage, d'après [Stu+06].* 18
2.7 *Etapes de fabrication des céramiques poreuses par injection du gaz, d'après [Stu+06].* . 18
2.8 *Réponse contrainte - déformation d'un matériau cellulaire sous un chargement de compression simple.* 19
2.9 *Méthodes de détermination de la déformation à la densification.* 21
2.10 *Courbe schématique de contrainte-déformation en compression des matériaux mousses : a) mousse élastomère, b) mousse élasto-plastique, c) mousse fragile.* 22
2.11 *Réponse contrainte déformation du balsa en compression quasi-statique et mécanismes de déformation associés [GA99].* 23
2.12 *Mécanismes de déformation en compression des mousses ductiles, d'après [Bas00].* . . 24
2.13 *Mécanismes de déformation des matériaux cellulaires ductiles en compression uniaxiale.* 25
2.14 *Essais de caractérisation des matériaux cellulaires en fonction de la vitesse de déformation et l'application industriel envisagé* 27
2.15 *Influence de différents facteurs d'échelle sur la réponse en compression des mousses.* . 29
2.16 *Influence de la densité sur la réponse mécanique en compression du balsa [VR03 ; VR04].* 30
2.17 *Influence de la vitesse de sollicitation sur la contrainte initiale d'écrasement de certaines matériaux cellulaires [Zha+05 ; Pat+07].* 30
2.18 *Influence de la température d'essai sur la réponse mécanique des mousses polyréthane (a) et aluminium (b).* 31
2.19 *Modèle poutre pour les mousses à cellules ouvertes et modes de déformation, d'après [GA99] : a) Cellule de base, b) mousse fragile, c) mousse elasto-plastique, d) mousse élastomère.* 32

2.20 *Modèles mousses obtenus par la méthode du champs gaussien : a) single cut, b) double cut, c) mousses à cellules ouvertes, d) mousses à cellules fermés, d'après [RG02a].* . . 35
2.21 *Modèles de Voronoï : variation de module d'Young en fonction de la proportion de parois séparatives des vides dans le cas des mousses, d'après [Rob+00].* 35
2.22 *Modèles booléens des milieux poreux. (a) Inclusion sphérique inversée, (b) inclusion sphérique, (c) inclusion ellipsoïdale, d'après [RG02b].* 36
2.23 *Simulation numérique par éléments finis d'une mousse carbone soumise à une compression, d'après [Min09].* 37
2.24 *Comparaison des surfaces de plasticité des matériaux mousses[Han+02].* 40
2.25 *Processus de fabrication de la mousse de carbone Kfoam, d'après [Bra08].* 42
2.26 *Morphologie de la mousse carbone GF01.* 44
2.27 *Morphologie de la mousse carbone GF02.* 45
2.28 *Morphologie de la mousse carbone GF03.* 45
2.29 *Microporosité dans les jonctions et à l'intérieur des cellules de la mousse carbone GF02.* 46
2.30 *Défauts de microstructure dans la mousse carbone.* 46

3.1 *Microstructure des différentes mousses céramiques.* 51
3.2 *Influence de la densité et de la taille relative des cellules sur les propriétés élastiques et de rupture de mousse fragile.* 52
3.3 *Courbes contrainte - déformation en compression libre pour différents mousses céramiques.* 54
3.4 *Influence de la direction de chargement et de la vitesse de sollicitation sur la réponse mécanique en compression simple d'une céramique [Zha+06].* 55
3.5 *Influence des conditions limites sur la réponse mécanique en compression confinée d'une mousse carbone vitreux (60 ppi) de masse volumique relative égale à 0,04 [Del08].* 55
3.6 *Courbe contrainte - déformation pour les mousses carbone MER et WVU sous des chargements de compression simple et compression œdométrique, d'après [Car05].* . . . 56
3.7 *Variation de la réponse en compression confiné (contraintes-déformations) de la mousse carbone HP04 et HP02 en fonction de l'épaisseur de confinement et la taille des éprouvettes testées* 57
3.8 *Déformation d'une mousse carbone au cours d'un essai de compression œdométrique : les traits blancs représentant la grille rectangulaire permettent d'étudier les modes de déformation [Car05].* 58
3.9 *Comportement mécanique uniaxial en compression simple d'une mousse d'aluminium sous MEB, d'après [Son+08].* 58
3.10 *Comportement mécanique d'une mousse carbone vitreux en compression uniaxiale confinée sous microtomographie à rayon X, d'après [Cat+11].* 59
3.11 *Dispositif de compression simple.* 60
3.12 *Réponse mécanique de la mousse carbone HP01 en compression simple.* 61
3.13 *Réponse mécanique de la mousse carbone HP02 en compression simple.* 62
3.14 *Réponse mécanique de la mousse carbone HP03 en compression simple.* 63
3.15 *Détermination des paramètres du matériau dans l'essai de compression simple.* 64
3.16 *Dispositif de compression uniaxiale œdométrique.* 64
3.17 *Résultats des essais de compression uniaxiale confinée sur les mousses carbone HP01 et HP03.* 66

3.18 *Résultats des essais de compression uniaxiale confinée sur la mousse carbone HP02 dans les directions $\alpha = 0°$, $\alpha = 45°$ et $\alpha = 90°$.* 67
3.19 *Détermination des paramètres du matériau dans l'essais de compression œdométrique.* 68
3.20 *Principe de l'essai de compression dynamique.* 69
3.21 *Dispositif expérimental des barres de Hopkinson du LMT.* 69
3.22 *Acquisition des signaux lors d'un essai de compression confinée dynamique.* 70
3.23 *Traitement des signaux acquis lors d'un essai de compression confinée en dynamique.* 70
3.24 *Résultats des essais de compression uniaxiale confinée sous sollicitation dynamique de la mousse HP02.* 73
3.25 *Variation de la masse volumique apparente du matériau constitutif de la mousse carbone.* 74
3.26 *Réponses mécaniques de la mousse carbone sous sollicitation statique de compression.* 75
3.27 *Evolution des caractéristiques mécaniques des mousses carbone avec la masse volumique relative ρ_r en compression simple (CS) et confinée (CC).* 76
3.28 *Comportement mécanique en compression de la mousse carbone HP02 en fonction de la direction de sollicitation.* 77
3.29 *Evolution des propriétés mécaniques de la mousse carbone HP02 en fonction de la direction de sollicitation.* 78
3.30 *Energie spécifique absorbée en fonction de la déformation au cours des essais de compression confinée.* 79
3.31 *Energie absorbée de la la mousse carbone en fonction de la densité relative et évaluation de son potentiel d'utilisation.* 79
3.32 *Comportement cyclique de la mousse carbone en compression confinée.* 80
3.33 *Comportement en compression confinée de la mousse carbone HP02 en compression confinée statique.* 82
3.34 *Etat des éprouvettes de mousse carbone HP02 sollicitées en compression confinée statique à différents niveaux de déformation.* 83
3.35 *Schématisation des modes de déformations de la mousse carbone en compression confinée, avant la prémière rupture brutale.* 84
3.36 *Evolution microstructurale de la mousse carbone HP02 pendant l'essai de compression confinée.* 86
3.37 *Dispositif utilisé pour la contruction d'images 2D par microtomographie.* 87
3.38 *Réponse mécanique de la mousse carbone en compression confiné cyclique ; les points référencés scan (a) à (h) correspondent au niveau de chargement maximum atteint avant la réalisation de l'image tomographique après déchargment.* 88
3.39 *Position des coupes des images tomographiques 3D.* 88
3.40 *Image 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 à l'état initial.* 89
3.41 *Coupes tomographiques de l'éprouvette de mousse carbone HP02 à l'état initial* ***(scan a)***. 89
3.42 *Image 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 avant la rupture.* 90
3.43 *Coupes tomographiques de l'éprouvette de mousse carbone HP02 avant la rupture* ***(scan b)***. 90
3.44 *Image 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 juste après la rupture* ***(scans c)***. . 91
3.45 *Coupes tomographiques de l'éprouvette de mousse carbone HP02 après la rupture* ***(scan c)***. 91
3.46 *Coupes tomographiques de l'échantillon la mousse en cours de l'essai de compression confiné* ***(scans d & e)***. 92

3.47 *Coupes tomographiques de l'échantillon la mousse en cours de l'essai de compression confiné* ***(scans g & h)***. 93

4.1 *Résultats des essais de traction-cisaillement sur des éprouvettes des mousses Alporas obtenus à l'aide des montage Arcan modifié.* 97
4.2 *Réponse mécanique de la mousse d'aluminium en torsion compression et sa surface de charge deduite à travers les essais proportionnels et non proportionnels.* 98
4.3 *Montages développés pour les essais biaxiaux en compression.* 99
4.4 *Comportement mécanique de la mousse polyuréthane obtenue à l'aide de la cellule de compression triaxiale.* 101
4.5 *Comportement multiaxial de la mousse polypropylène.* 102
4.6 *Comportement multiaxial de la mousse PP obtenue avec la nouvelle cellule triaxiale développée par Viot* et al. *[Vio+05].* 102
4.7 *Réponse multiaxiale des mousses d'alumnium.* 103
4.8 *Surfaces de charge obtenues sur des éprouvettes cubiques en compression multiaxiale pour différentes mousses.* 104
4.9 *Comportement mécanique triaxial de l'épicéa d'après [Neu+10].* 105
4.10 *Machine d'essais triaxiale ASTREE.* 106
4.11 *Montage de compaction triaxial, d'après Canto [Can07].* 107
4.12 *Comparaison de la contrainte normale mesurée à partir du capteur de pression (CP) et celle déduite de l'effort du vérin (CF).* 108
4.13 *Positionnement d'un capteur laser sur l'axe des vérins de la machine Astree, d'après Fredy [Fre15].* 109
4.14 *Prélèvement des éprouvettes dans la plaque de la mousse de carbone dans différentes directions.* 110
4.15 *Trajets de chargement réalisés avec la machine d'essais ASTREE pour caractériser le comportement triaxial de la mousse carbone.* 111
4.16 *Montage de compression triaxial installé sur la machine ASTREE.* 112
4.17 *Une projection de l'évolution des surfaces de l'éprouvette lors des essais triaxiaux.* . . . 113
4.18 *Réponse d'une éprouvette de mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation ISOU.* 116
4.19 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression hydrostatique (ISOU).* 118
4.20 *Réponse expérimentale d'une éprouvette de mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation OEDO.* 119
4.21 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression œdométrique (OEDO).* 120
4.22 *Réponse d'une éprouvette de mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX05.* 122
4.23 *Réponse de la mousse carbone de nuance HP02 en compression TRIAX05.* 123
4.24 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX10.* 123
4.25 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX15.* 124
4.26 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX20.* 124

4.27 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX25.* . . . 125
4.28 *Courbes contrainte normale-déformation volumique en compression isostatique (ISOU).* 126
4.29 *Courbes contrainte normale-déformation volumique en compression œdométrique (OEDO).* 126
4.30 *Influence de la densité sur le comportement volumique de la mousse carbone en compression hydrostatique (ISOU) et compression œdométrique (OEDO).* . . . 127
4.31 *Comparaison des essais de compression OEDO et ISOU réalisés sur les presses uniaxiale et triaxiale sur la mousse carbone HP02.* . . . 128
4.32 *Comparaison des essais triaxiaux pour la mousse carbone HP02.* . . . 129
4.33 *Détermination des points de la surface de charge dans le plan (p-q).* . . . 130
4.34 *Evolution de la surface seuil de la mousse carbone dans le plan (p-q).* . . . 131
4.35 *Surface de charge de la mousse carbone HP02 obtenus en compression fittées par des modèles de type elliptique.* . . . 132

5.1 *Critère de limite d'élasticité de Zhang d'après [Zha+98]* . . . 138
5.2 *Critère de limite d'élasticité du modèle de Drucker-Prager / Cap et allure du potentiel plastique d'après [Aba11].* . . . 142
5.3 *a) Représentation graphique de l'ellipse de Deshpande et Fleck dans le plan (p-q) ; b) Evolution du coefficient de poisson plastique en fonction du coefficient de forme α.* . . . 143
5.4 *Algorithme d'intégration des équations de DF* . . . 157
5.5 *Vérification de l'implémentation de la loi de comportement.* . . . 159
5.6 *Identification des caractéristiques élastiques de la mousse carbone HP02 à partir des essais OEDO.* . . . 160
5.7 *Identification du facteur de forme α de la mousse carbone HP02 à l'aide d'un essai de compression œdométrique OEDO.* . . . 162
5.8 *Identification du coefficient de Poisson plastique ν^{pl} en fonction du facteur de forme α* 162
5.9 *Identification de la variable d'écrouissage et de la surface de charge du modèle DFM.* . . 164
5.10 *Mise en données de la simulation numérique des essais triaxiaux* . . . 165
5.11 *Comparaison simulation / expérimentation sur la mousse carbone HP02 des essais OEDO et TRIAX.* . . . 166
5.12 *Caractéristiques géométriques de mini-capots* . . . 167
5.13 *Configurations des essais réalisés sur les mini-capots en mousse carbone HP02.* . . . 167
5.14 *Résultats expérimentaux obtenus sur les mini-capots en mousse carbone HP02.* . . . 168
5.15 *Etat final du mini-capot en mousse carbone HP02 en fin d'essais.* . . . 168
5.16 *Mise en données de l'essai d'écrasement axial* . . . 169
5.17 *Simulation du comportement global effort-déplacement d'un mini-capot dans les deux configurations.* . . . 171
5.18 *Distribution de la déformation plastique dans la tôle de confinement à différents niveaux de déplacement au cours de l'essai d'écrasement axial.* . . . 171
5.19 *Distribution de déformation plastique volumique dans la mousse carbone HP02 à différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement axial.* . . . 172
5.20 *Distribution des pressions moyennes (en GPa) dans la mousse carbone pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement axial.* . . . 172
5.21 *Evolution de la pression moyenne p et de la contrainte déviatorique q dans le plan (p, q) aux points A, B, C, D et E du mini-capot en mousse carbone HP02 au cours de l'essai d'écrasement axial.* . . . 173

5.22 *Distribution des déformations plastiques dans la tôle de confinement pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement incliné.* 174
5.23 *Distribution des déformations plastiques volumiques dans la mousse carbone pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement incliné.* 174
5.24 *Distribution des pressions moyennes (en GPa) dans la mousse carbone pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement incliné.* 175
5.25 *Evolution de la pression moyenne p et de la contrainte déviatorique q dans le plan (p, q) aux points A, B, C et D du mini-capot en mousse carbone HP02 au cours de l'essai d'écrasement incliné.* 176

B.1 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP01 sous sollicitations multiaxiales.* 185
B.2 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression HYDRO.* 186
B.3 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression OEDO.* 187
B.4 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression HYDRO.* 188
B.5 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression HYDRO.* 188
B.6 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression HYDRO.* 188
B.7 *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression OEDO.* 189
B.8 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX25).* . . . 189
B.9 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX25).* . . . 190
B.10 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX25).* . . . 190
B.11 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX20).* . . . 190
B.12 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX20).* . . . 191
B.13 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX20).* . . . 191
B.14 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX15).* . . . 191
B.15 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX15).* . . . 192
B.16 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX15).* . . . 192
B.17 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX10).* . . . 192
B.18 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX10).* . . . 193
B.19 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX10).* . . . 193
B.20 *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX05).* . . . 193

Liste des tableaux

2.1 *Relation entre propriétés macroscopiques et paramètres microstructuraux dans le modèle micromécanique de Gibson et Ashby pour les mousses ouvertes, d'après [GA99].* . . . 33
2.2 *Propriétés physiques, thermique et mécanique de différentes nuances de mousse carbone[NK03].* . . . 43
2.3 *Proprietés physiques, thermique et mécaniques de la mousse carbone HighPerf Foam.* . . 44

3.1 *Propriétés mécaniques de mousses carbone, d'après [Car05]* . . . 56
3.2 *Caractéristiques mécaniques moyennes de la mousse carbone identifiées en compression simple.* . . . 63
3.3 *Caractéristiques mécaniques de la mousse carbone identifiées en compression confinée sous chargement statique.* . . . 67
3.4 *Caractéristiques de l'acier inoxydable Marval utilisé dans les barres d'Hopkinson.* . . . 69
3.5 *Tableau récapitulatif des essais réalisés sur la mousse carbone HP02.* . . . 71
3.6 *Caractéristiques mécaniques de la mousse carbone HP02 identifiées en compression uniaxiale confinée dynamique (inclinaison $\alpha = 0°$).* . . . 73
3.7 *Caractéristiques des mousses carbone données par le fabricant et les caractéristiques déduites.* . . . 74

4.1 *Essais triaxiaux effectués sur les mousses carbone.* . . . 114
4.2 *Valeur des efforts latéraux appliquées sur les éprouvettes durant la seconde phase du chargement triaxial.* . . . 121

5.1 *Fonctions de charge de modèles disponibles dans LS-DYNA, d'après [Han+02]* . . . 147
5.2 *Fonctions d'écrouissage de modèles disponibles dans LS-DYNA, d'après [Han+02]* . . 147
5.3 *Potentiel plastique des modèles disponibles dans LS-DYNA, d'après [Han+02]* . . . 147
5.4 *Comparaison des modèles de plasticité applicables aux mousses* . . . 148
5.5 *Paramètres de la loi Deshpande et Fleck modifiée pour la mousse d'aluminium* . . . 158
5.6 *Paramètres matériau des plateaux de la presse* . . . 169
5.7 *Paramètres matériau de la tôle (chemise métallique)* . . . 169
5.8 *Paramètres matériau de la mousse carbone HP02* . . . 170

Nomenclature

Grandeurs géometrique

Φ	Fraction du quantité solide dans les arrêtes d'une mousse
ϕ	Porosité d'un matériau cellulaire
ρ^*	Masse volumique apparente d'un matériau cellulaire
ρ_r	Densité relative ou fraction volumique d'un matériau cellulaire
ρ_s	Masse volumique du solide composant une mousse
ρ_{pd}	Masse volumique de la mousse broyée
l	Longeur d'une poutre des cellules d'une mousse
n_{pd}	Porosité de la mousse broyée
S_{ij}	Section vraie de l'éprouvette au cours des essais de compression sur ASTREE contenue dans le plan (x_i, x_j)
t	Epaisseur des arêtes des cellules d'une mousse à porosité ouverte

Grandeurs mécanique sacalaires

ν^{el}	Coefficient de Poisson élastique
ν^{pl}	Coefficient de Poisson plastique
ε_{dev}	*Déformation déviatorique*
ε_{vol}	*Déformation volumique*
ε_i	*Déformation logarithmique normale dans la direction* x_i
α	Facteur de forme
Δu_i	*Déplacement relatif des vérins de la machine ASTREE orientés dans la direction* x_i
$\dot{\varepsilon}^{pl}_{axi}$	Vitesse de déformation plastique axiale
$\dot{\varepsilon}^{pl}_{lat}$	Vitesse de déformation plastique latérale
η	Efficacité d'un absorbeur d'énergie mécanique
η_T	Taux de triaxialité des contraintes
σ_n	Contrainte uniaxiale nominale
σ^*_{el}	Limite élastique d'une mousse élastomère
σ_i	*Contrainte principale appliquée danss la direction* x_i
σ_{pl_s}	Limite élastique du solide composant une mousse élasto-plastique
σ^*_{pl}	Limite élastique d'une mousse élasto-plastique
σ^*_{rs}	Contrainte seuil du solide composant une mousse fragile
σ^*_r	Contrainte seuil d'une mousse fragile
θ	Angle de lode

ε_d Déformation à la densification d'une mousse
ε_L Déformation logarithmique (de Hencky)
ε_n Déformation uniaxiale nominale
$\vec{x}$ Vecteur position de déplacement
E^* Module de Young d'une mousse
E_s Module de Young du solide composant une mousse
F_{Ci} *Effort axial moyen appliqué par les deux vérins de la machine ASTREE orientés dans la direction x_i*
J_1, J_2, J_3 Invariants du déviateur des contraintes
J_2 Deuxième invariant de la contrainte déviatorique
J_3 Troisième invariant de la contrainte déviatorique
p Pression hydrostatique ($p = -\sigma_m = -\frac{I_1}{3}$)
p Contrainte hydrostatique
q Contrainte équivalente de Von Mises $q = \sqrt{3/2tr(\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S})}$
r Troisième invariant de la contrainte déviatorique ($r = (9/2\boldsymbol{S} : \boldsymbol{S} : \boldsymbol{S})^{1/3}$)
t Nouvelle mesure de la contrainte déviatorique $t = q/2[1 + 1/K - (1 - 1/K)(r/q)^3]$
W Energie absorbée par un matériau cellulaire en compression
w^{el} Densité d'énergie de déformation élastique
w^{el}_{dev} Energie de distorsion
w_{vol} Energie de déformation hydrostatique
Y Contrainte seuil

Grandeurs mécanique tensorielles

$\boldsymbol{\Pi}$ Premier tenseur de Piola-Kirchoff
$\boldsymbol{\sigma}$ Tenseur des contraintes de Cauchy
$\boldsymbol{\varepsilon^{el}}$ Tenseur des déformations élastiqes
$\boldsymbol{\varepsilon^{pl}}$ Tenseur des déformations plastiques
$\boldsymbol{\varepsilon}$ Tenseur des déformations
$\boldsymbol{B}$ Tenseur de Cauchy-Green gauche
$\boldsymbol{C}$ Tenseur de Cauchy-Green droit
$\boldsymbol{E}$ Tenseur de déformation de Green-Lagrange
$\boldsymbol{F}, \boldsymbol{F^p}, \boldsymbol{F^{el}}$ Tenseur gradient de la transformation total, élastique, plastique
$\boldsymbol{J}$ Jacobien des transformations
$\boldsymbol{L}, \boldsymbol{L^{el}}, \boldsymbol{L^{pl}}$ Gradient des vitesses total, élastique et plastique
$\boldsymbol{R}$ Rotation de la décomposition polaire
$\boldsymbol{U}$ Tenseur de déformation pure droit
$\boldsymbol{V}$ Tenseur de déformation pure gauche
$\boldsymbol{\sigma}$ Tenseur des contraintes
$\mathbb{C}$ Tenseur d'élasticité
$\mathbf{s}$ Tenseur des contraintes déviatoriques
I Tenseur identité
I_1 Premier invariant du tenseur des contraintes

Remerciement

Ce travail de cette thèse a été réalisé dans le cadre d'un contrat CIFFRE entre le laboratoire de Mécanique et Technologie de Cachan (LMT-Cachan) et l'entreprise AREVA TN.

Tout d'abord, je tiens à exprimer mes remerciements à mes deux encadrants, Nicolas schmitt et Han Zhao pour leur aide et leur soutien tout au long de ces dernières années. Leurs compétences et leurs conseils m'ont permis d'orienter mes travaux et d'enrichir mes connaissances à travers leur rigueur scientifique. Je remercie mes encadrants pour les encouragements et l'intérêt constant qu'ils m'ont manifesté tout au long de ma thèse.

Je souhaite également adresser mes plus sincères remerciements aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer mes travaux. Merci à Messieurs Philippe Viot et Eric Deletombe de m'avoir fait l'honneur de rapporter cette thèse. Merci également à Messieur Yves Bertaud pour avoir présidé ce jury.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Marie Houillon, ingénieur à AREVA TN, qui m'a fait profiter de ses connaissances et ses expériences sur les amortisseurs de chocs. Je tiens également à remercier Amine Neffati pour m'avoir suivi et encouragé tout au long de ma thèse.

Mes remerciements vont également à mes collègues au LMT-Cachan et à tous ceux qui, de près ou de loin, par leur soutien moral et matériel, ont apporté leur précieuse contribution à cette recherche.

Je tiens à remercier aussi ceux sans qui rien de tout cela n'aurait été possible : Ma mère Zohra, mes soeurs Nadia et Amel, mes frères Atef et Idriss, Ma nièce et mes neveux, Zeineb, Mohamed et *AHMED* et tous mes proches, je vais pas citer les noms car on va pas en finir.

Enfin Je dédie ce travail à mon père avec lequel je n'aurais pas le plaisir de partagé cet événement, mais qui est et qui restera dans nos cœurs et à jamais. J'espère que je serai à la hauteur des valeurs que tu as planté en nous.

Chapitre 1

Introduction

Contents

1 Contexte Industriel 4
2 Objectifs 7
3 Organisation de la thèse 8

1 Contexte Industriel

En 2014, l'industrie nucléaire a produit 12 % de l'énergie électrique mondiale [Cnr14]. En France, cette proportion est plus importante, elle atteint environ 77 % . Plusieurs raisons expliquent cette singularité française. Tout d'abord, après la seconde guerre mondiale, la France s'est dotée d'une force de dissuation pour assurer la sécurité de son territoire. Elle a voulu également développer l'énergie nucléaire civile pour être moins dépendente aux approvisionnements d'énergie primaire en multipliant leurs sources et en réduisant la part des énergies fossiles. Enfin l'industrie nucléaire a stimulé le marché du travail du pays dans une période difficile et a ainsi participé à sa construction économique. Le programme nucléaire civil et militaire mis en place a permis d'acquérir la maîtrise de cette source d'énergie et son exploitation.

Les centrales nucléaires de production d'électricité ont été construites à partir des années 1970. Aujourd'hui, des arguments supplémentaires sont avancés par les partisans du nucléaire, notamment la production d'énergie primaire à un coût plus faible et mieux maîtrisé que celui des autres énergies fossiles [Sen12] et le plus faible rejet de dioxyde de carbone CO_2 dans l'atmosphère (35 g/kWh en 2013) selon les statistiques fournies par la société EDF [EDF15].

Toutefois, ces avantages ne doivent pas occulter un problème majeur qui est celui de la gestion des déchets nucléaires. Cette gestion concerne à la fois les déchets produits par l'exploitation des centrales nucléaires et ceux, à plus longue échéance, liés au démantèlement des centrales vieillissantes. Dans cette gestion, une étape critique est le transport des déchets radioactifs des lieux où ils sont générés vers le recyclage en passant évidemment par le stockage temporaire. En cas d'accident lors du transport, l'impact environnemental pourrait être dramatique s'il a lieu en dehors des zones contrôlées.

Pour faire face à ce danger potentiel des colis spéciaux ont été conçus et fabriqués pour garantir la sûreté des contenus radioactifs durant leur transport (Fig. 1.1) [Ber07]. L'Agence Internationale de l'Énergie Atomique (AIEA) a mis en place une réglementation stricte visant la protection réciproque de l'homme, de son environnement et de la matière transportée [Ato09]. Les emballages des colis doivent empêcher tout relâchement de matière radioactive vers l'extérieur et garantir la protection radiologique des personnes situées à proximité des colis.

Vis-à-vis des risques, l'AIEA a défini plusieurs scénarii réglementaires pour lesquels le fabricant de colis doit prouver leur intégrité pour obtenir l'agréement de transport de l'Autorité de Sûreté Nucléaire (ASN) [Ber07]. Le colis doit résister à l'ensemble des épreuves prescrites. Deux méthodes sont généralement employées conjointement pour justifier la conformité : les essais et les simulations numériques.

Les essais sont effectués sur un prototype de l'emballage qui peut être réalisé à une échelle réduite. Les conditions auxquelles les colis de transport sont soumis sont définies ci-dessous [Are15] :

1. **Conditions de transport de routine** : aucun incident ou accident, sollicitations ordinaires ;

2. **Conditions normales de transport** (Fig.1.2) : prise en compte d'incidents et d'accidents mineurs représentés par des épreuves telles que :
   — la chute du colis de 1,2 m de hauteur sur une surface indéformable,
   — le gerbage sur le colis de 5 fois sa masse,

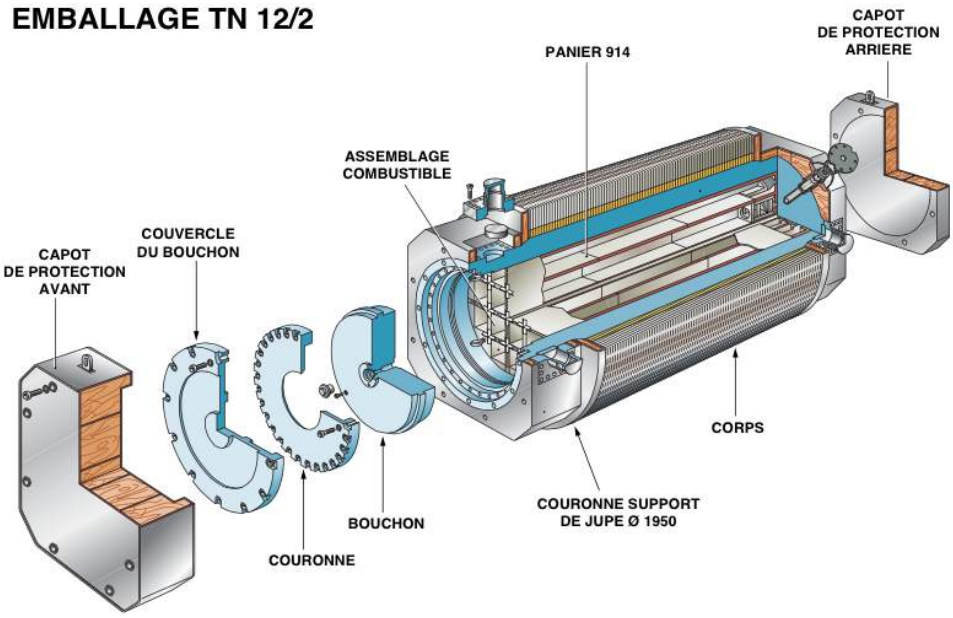


FIGURE 1.1 – *Emballage de transport des combustibles irradiés TN® 12/2 [For11].*

— la chute d'une barre métallique de 6 kg sur le colis.

3. **Conditions accidentelles de transport** (Fig.1.2) : prise en compte d'accidents sévères représentés par des épreuves suivantes :
   (a) la résistance à une chute du colis d'une hauteur de 9 m sur une cible indéformable, puis
   (b) la résistance à une chute du colis d'un mètre sur un poinçon, puis
   (c) la tenue au feu du colis à 800°C pendant 30 minutes,
   (d) enfin, la résistance à une immersion jusqu'à 200 m pendant 1 heure pour les colis les plus radioactifs.

Les emballages de transport sont des structures complexes constituées d'un ensemble de composants servant à confiner les déchets radioactifs. La taille typique des colis transportés est de 2 à 3 m de diamètre et environ 6 m de longueur. Leur masse peut atteindre 120 tonnes alors que celle de la matière radioactive ne dépasse pas 6 tonnes. En raison de la chaleur dégagée par les contenus radioactifs, la température atteinte dans la partie du capot proche du couvercle secondaire est de l'ordre de 140 °C.

Pour résister aux épreuves de chute, les colis sont équipés de capots amortisseurs, constitués la plupart du temps d'un matériau amortisseur confiné dans une enveloppe métallique (Fig. 1.1). En cas d'incendie, ces capots amortisseurs agissent également comme des barrières thermiques protégeant le contenu des colis. Diverses conceptions d'amortisseur ont été proposées par les fabricants de colis et plusieurs matériaux également sont utilisés comme des matériaux absorbeurs (bois, béton cellulaire, mousses métalliques et polymériques) [Mou02 ; Mir10]. Ces matériaux sont généralement connus sous le nom des matériaux cellulaires.

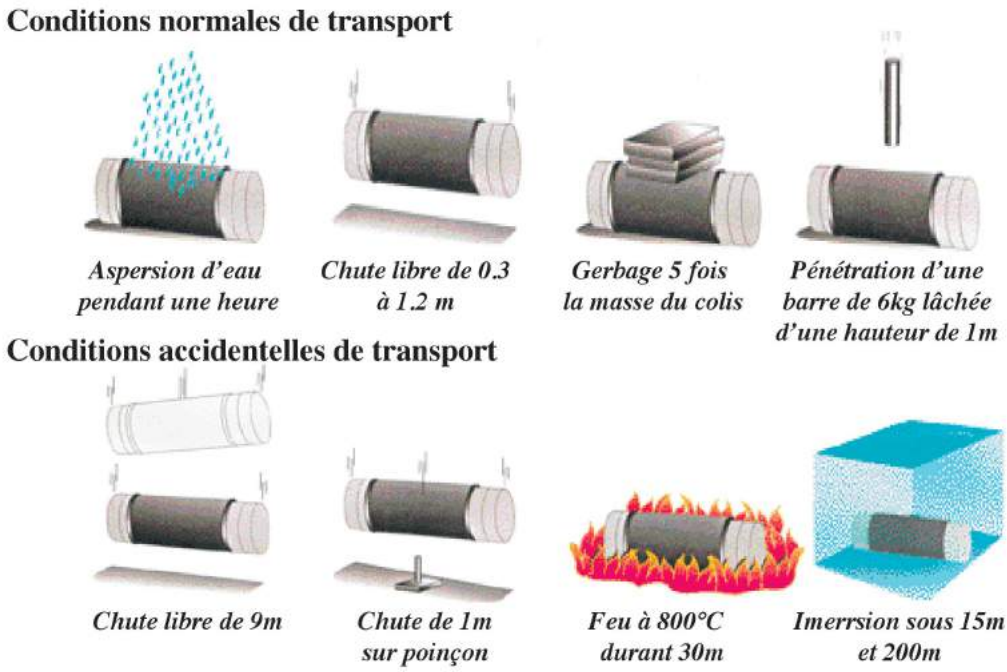
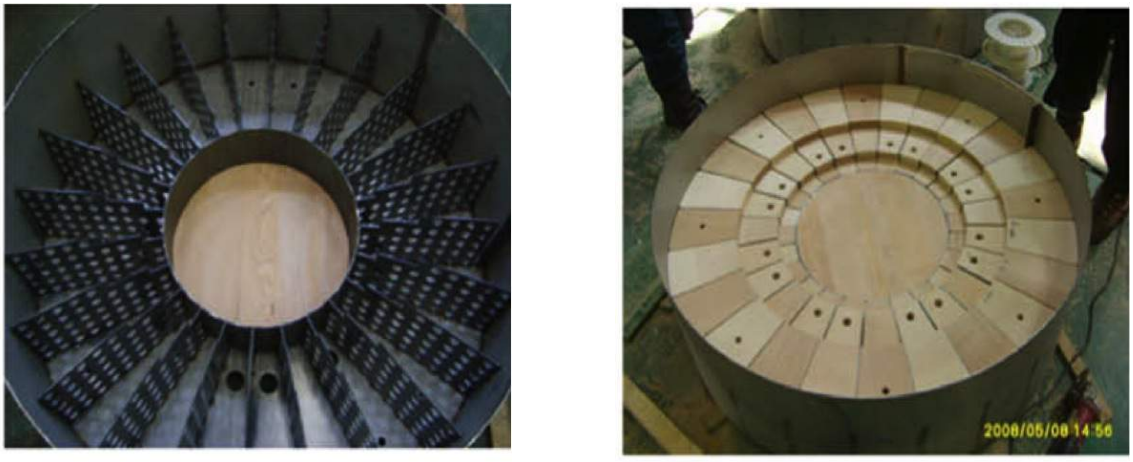


FIGURE 1.2 – *Principaux tests pour les emballages de Type B[Are15].*

La figure 1.3 montre deux photographies d'un capot amortisseur vide et rempli de bois. La mise en place d'un squelette du capot permet d'orienter plus facilement les morceaux de bois, matériau orthotrope, de sorte à exploiter au mieux sa propriété d'amortissement dans différentes directions.



(a) *Capot vide* (b) *Capot rempli de bois*

FIGURE 1.3 – *Capot amortisseur d'un emballage de matières radioactives, d'après [Kim+10].*

2 Objectifs

Le bois est le matériau absorbeur le plus couramment utilisé pour les capots amortisseurs. Sa nature et sa densité sont soigneusement sélectionnées et réparties en fonction du type de colis et de l'intensité de la sollicitation locale [Kra10]. Cependant, en raison de la variabilité des propriétés et leur sensibilité à l'environnement, notamment la température et l'hygrométrie, et également pour des raisons économiques, la société AREVA TN explore la possibilité de remplacer le bois par des mousses fragiles de type céramique ou carbone.

Certaines de ces mousses fragiles possèdent des propriétés mécaniques et thermiques intéressantes au regard des critères de sélection des matériaux retenus par la société AREVA TN. En particulier, la bonne maîtrise du procédé de fabrication permet, grâce un meilleur contrôle de la microstructure du matériau, d'obtenir des propriétés mécaniques et thermiques sur-mesure pour un coût de fabrication compétitif vis-à-vis de la solution bois. De plus, ces matériaux sont déjà très largement utilisés dans d'autres applications liées au renforcement structural (absorbeurs de choc), à l'isolation thermique ou la filtration [Stu+06]. De ce fait, on dispose déjà d'une connaissance technique de leur comportement et leurs propriétés.

Pour justifier le choix des mousses fragiles étudiées pour le capot amortisseur, AREVA TN s'est fixé comme objectif d'évaluer les performances d'une nouvelle famille de mousses fragiles. La société a souhaité connaitre finement le comportement mécanique de ces mousses sous des sollicitations multi-axiales. L'utilisation de mousses fragiles, dont la géométrie des éléments est très facilement usinable, permet également à plus long terme de faire évoluer le design des capots absorbeurs de choc et les solutions technologiques mises en place dans les structures complexes des emballages des déchets radioactifs.

Les épreuves prescrites par l'AIEA pouvant en partie être validées par des simulations numériques, AREVA TN a souhaité également enrichir sa base de données matériau disponible dans les logiciels de simulation numérique du comportement mécanique du colis. Le code de calculs par éléments finis LS-DYNA est actuellement utilisé pour effectuer les justifications mécaniques. Ce code possède déjà une bibliothèque de lois de comportement mécanique pour les matériaux mousses. Toutefois ces modèles ne décrivent pas de manière satisfaisante le comportement mécanique de la famille des mousses fragiles. L'objectif étant donc de développer, d'identifier et d'implémenter dans le code un modèle de comportement adapté à ce type de matériaux. Pour y répondre, la démarche scientifique adoptée dans cette recherche a comporté deux principaux volets.

Volet 1 : caractérisation du comportement mécanique des mousses fragiles objet de l'étude.

Cette caractérisation a été réalisée en deux étapes.

1. Caractérisation et identification des mécanismes de déformation sous chargement uniaxial. La famille de mousses fragiles étudiée dans le cadre de ce travail de thèse a fait l'objet de peu d'études. Cette première phase d'investigation expérimentale classique a été basée sur des essais réalisées à partir des chargements statiques et dynamiques appliqués dans une seule direction. Cette base a été à la fois utile pour comprendre les mécanismes de déformation et pour disposer de résultats d'essais classiques permettant une comparaison aisée avec d'autres matériaux absorbeurs d'énergie.

Différents essais de compression simple, compression confinée, ont été mis en œuvre sous chargements quasi-statiques et dynamiques. Ils ont permis d'accéder aux différentes propriétés mécaniques de la mousse carbone, notamment l'énergie d'absorption, et d'étudier sa sensibilité à la vitesse de déformation. Il s'agissait également de comprendre le rôle de la microstructure de ces mousses sur les mécanismes de déformation et d'endommagement observés. Dans ce but, des analyses post-mortem sous microscope électronique à balayage (MEB) et sous microtomographe à rayons X ont été effectuées.

2. Caractérisation du comportement sous chargement multiaxial : la campagne expérimentale précédente a été complétée par une caractérisation des matériaux sous des chargements multiaxiaux, car il est bien connu que la réponse mécanique est fortement dépendante du chargement appliqué et ne peut être décrite par des modèles identifiés sur la base d'essais uniaxiaux [Lem+09]. Les sollicitations multiaxiales doivent se rapprocher des conditions présentes dans le capot amortisseur lors de la chute du colis. Un dispositif triaxial initialement développé par R.Canto [Can07] a été adapté pour réaliser des essais de tricompression sur la machine d'essais ASTREE. Il permet d'explorer un domaine de l'espace de contraintes plus étendu que celui caraccterisé dans les essais proposés dans la littérature (essais bi-axiaux ou essais triaxiaux symétriques).

Volet 2 : modélisation du comportement mécanique multiaxial des mousses fragiles.

Pour mettre au point des simulations numériques de choc accidentel des colis, il était essentiel de développer et d'implanter un modèle de comportement 3D capable de reproduire de manière satisfaisante la réponse mécanique des matériaux étudiés et de l'identifier sur des trajets complexes. Pour ce faire, il a été décidé de partir du modèle de Deshpande et Fleck [DF00] et de l'enrichir pour rendre compte de certaines non linéarités mal décrites dans la version de base. Ce modèle enrichi, implémenté dans le code de calcul LS-Dyna, a été identifié sur les différentes densités des mousses fragiles étudiées et validé par la simulation d'essais spécifiques.

3 Organisation de la thèse

Le manuscrit est structuré en 5 chapitres.

Le premier chapitre dresse un état de l'art des matériaux absorbeurs de chocs. Pour des raisons de confidentialité, la description du matériau faisant l'objet de l'étude reste sommaire. On y décrit de manière générale d'abord les procédés de fabrication. Les essais effectués pour caractériser leur comportement mécanique ainsi que quelques propriétés mécaniques sont ensuite présentés. Enfin, les approches utilisées le plus souvent pour la modélisation du comportement sous compression sont brièvement décrites.

Le deuxième chapitre décrit les campagnes expérimentales effectuées pour caractériser le comportement macroscopique uniaxial des mousses fragiles étudiées. Les essais ont été réalisés sous chargement uniaxial quasi-statique et dynamique. Ils permettent d'étudier la sensibilité des propriétés de la mousse carbone à la densité, la direction de chargement et la vitesse de sollicitation. Des analyses post-mortem sous MEB et microtomographe ont été réalisées à l'aide d'un montage conçu spécialement pour réaliser des essais confinés. Elles ont permis d'étudier les mécanismes de déformation qui interviennent pendant l'écrasement de la mousse.

Le troisième chapitre étend la caractérisation du comportement mécanique de la mousse carbone à d'autres types de sollicitations triaxiales plus complexes. Un dispositif triaxial inspiré des travaux de R.B. Canto [Can07] a été fabriqué et a permis de réaliser des essais de tri compression (hydrostatique, oedométrique et triaxial) sur la machine ASTREE. Les essais réalisés sont présentés dans la première partie du chapitre. La deuxième partie est consacrée à l'analyse des résultats et à l'identification de la surface seuil de la mousse carbone.

Le quatrième chapitre traite de l'implémentation du modèle dans le code éléments finis LS-DYNA et de l'identification des paramètres et montre quelques résultats de simulations numériques. Une première validation du modèle est faite en simulant des essais expérimentaux n'ayant pas servi à l'identification. Pour conclure sur la qualité et les limites de la modélisation proposée, des essais d'écrasement sur des mini capots à l'échelle 1/32 ont été réalisés et ont été simulés. Une comparaison des résultats expérimentaux a été faite avec les résultats obtenus par la simulation.

Le mémoire se termine par un chapitre présentant de manière systématique les principales conclusions et met en perspective des orientations et travaux qui pouvaient enrichir cette étude.

Chapitre 2

Matériaux amortisseurs de chocs : état de l'art

Contents

1 Introduction **12**
2 Qu'est ce qu'un absorbeur de choc ? **12**
3 Matériaux cellulaires **13**
3.1 Classification et domaines d'applications 14
3.2 Description microstructurale 15
3.3 Procédés de fabrication 16
4 Comportement mécanique des matériaux cellulaires **18**
4.1 Comportement mécanique en compression et absorption d'énergie 18
4.2 Mécanismes d'absorption d'énergie en compression 21
4.3 Essais de caractérisation 26
4.4 Paramètres influençant le comportement mécanique 26
5 Modélisation du comportement mécanique **31**
5.1 Modélisation micro-mécanique des matériaux cellulaires 32
5.2 Modèles phénoménologiques 37
6 Présentation des mousses carbone **41**
6.1 Procédé de fabrication 41
6.2 Applications industrielles 42
6.3 Mousse HighPerf Foam 43
7 Conclusion **46**

1 Introduction

Ce chapitre présente un aperçu général sur les matériaux amortisseurs utilisés aujourd'hui comme des absorbeurs de choc. Dans un premier temps, la notion d'absorbeur de choc est définie et les fonctions qu'il doit remplir lors d'un choc ou d'un impact sont décrites. Les matériaux cellulaires sont ensuite présentés ainsi que leur classification structurelle, leurs principales propriétés et les applications technologiques. On présente ensuite quelques caractéristiques du comportement mécanique macroscopique de ces matériaux pour permettre au lecteur de mieux appréhender la démarche expérimentale mise en œuvre dans les chapitres suivants. Enfin, on expose de manière succinte les différentes approches de modélisation du comportement mécanique des matériaux cellulaires.

2 Qu'est ce qu'un absorbeur de choc ?

Les absorbeurs de chocs sont utilisés dans de nombreux secteurs, soit pour assurer la protection des passagers dans les différents moyens de transport, soit pour protéger des objets (des biens) durant leur transport[NT10]. En effet, en cas de choc, les occupants d'une véhicule (passagers) ou d'un emballage (biens) mis en mouvement subissent une décélération brutale qui ne peut être supportée sans dommage si elle dépasse un seuil admissible. Dans ce type de scénario, l'absorbeur de choc a pour rôle de dissiper une partie de l'énergie libérée suite à la variation d'énergie cinétique, et de limiter la décélération à des niveaux tolérables. L'absorbeur de chocs sert également dans certains cas d'élément structural en service et par conséquent doit avoir une certaine rigidité et résistance.

La performance des absorbeurs d'énergie est généralement évaluée à travers un essai d'écrasement (Fig. 2.1a). Dans cet essai, la quantité d'énergie absorbée au cours de l'essai, W_c, est égale à l'intégrale de la force fournie, F_c, sur la distance d'écrasement, u (Fig. 2.1b). Un absorbeur de choc idéal est celui qui possède une réponse en effort sous forme d'un long plateau constant en écrasement (Fig. 2.1c). En cas d'un choc, la force plateau ne doit pas dépasser un effort maximum, F_{max}, pour ne pas engendrer des dommages aux personnes ou aux biens.

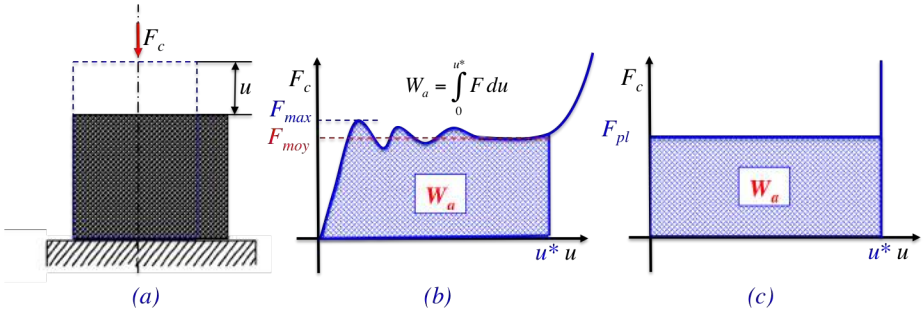


FIGURE 2.1 – *Comparaison de la réponse en compression entre des absorbeurs de chocs réel et idéal, d'après [Har+00].*

Plusieurs solutions technologiques ont été proposées dans la littérature pour réaliser cette fonction d'absorbeur de chocs : l'amortissement liquide, l'amortissement par frottement ou l'amortissement par flambage et rupture. Nous nous intéressons dans ce travail aux matériaux cellulaires dont

l'amortissement de l'énergie s'effectue par flambage et rupture. Ils ont été choisis en raison de leurs propriétés mécaniques intéressantes et notamment leur grande déformabilité à faible niveau de contrainte. L'architecture microstructurale de ces matériaux permet d'atteindre en écrasement jusqu'à 70% de déformation [GA99]. La grande maîtrise des procédés de fabrication permet de nos jours de fabriquer des matériaux sur-mesure en fonction des propriétés souhaitées comme les mousses syntactiques ou des matériaux métalliques présentant une structure périodique (lattice structure). Un autre facteur qui suscite l'intérêt pour ces familles de matériaux est la possibilité de combiner une bonne résistance mécanique associée à une faible densité. On les retrouve dans des applications où l'allègement est impératif.

Les matériaux cellulaires le plus utilisés aujourd'hui comme absorbeurs de chocs sont différentes essences de bois, les mousses métalliques, polymériques et céramiques [Sch98]. Le choix et la qualification d'un matériau s'effectuent d'abord à l'aide d'une démarche empirique qui s'appuie sur une caractérisation expérimentale. Ensuite, une optimisation de la géométrie et la masse des éléments absorbeurs de chocs est faite à l'aide d'outils de modélisation en vue de répondre aux exigences techniques d'un domaine d'application particulier. Les principales familles des matériaux cellulaires sont présentées dans les paragraphes suivants, ainsi que leur procédés de fabrication, leur architecture et leur comportement mécanique.

3 Matériaux cellulaires

Un matériau cellulaire peut être défini comme un assemblage de cellules vides, enfermée chacune par des arêtes ou des parois solides[GA99]. Ce type d'architecture peut exister dans la nature (bois, liège, os, éponge) où peut être obtenu par fabrication à partir d'autres matériaux - appelés matériaux constitutifs - comme le plastique, les métaux, la céramique ou encore le verre.

Les matériaux cellulaires sont essentiellement connus par leur faible densité relative ρ_r définie comme le rapport de la masse volumique apparente du matériau cellulaire ρ_a à celle du matériau constitutif ρ_s.

$$\rho_r = \frac{\rho_a}{\rho_s} \tag{2.1}$$

avec

$$\rho_a = \frac{m_f}{V_f} \qquad \text{et} \qquad \rho_s = \frac{m_s}{V_s} \tag{2.2}$$

où M_f et V_f sont respectivement la masse et le volume total du matériau cellulaire (f désignant pour foam) ; M_s et V_s respectivement la masse et le volume du matériau constitutif.

La porosité, ϕ, est alors définie par

$$\phi = \frac{V_v}{V_f} \tag{2.3}$$

où V_v est le volume des pores ou vide.

La porosité s'exprime en fonction de ρ_r par

$$\phi = 1 - \rho_r = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_s} \tag{2.4}$$

Les matériaux cellulaires sont également caractérisés par le nombre de pores par unité de longueur (PPI) qui correspond au nombre de pores éclipsés sur une longueur de 1 inch (2,54 cm).

3.1 Classification et domaines d'applications

D'une manière générale, les matériaux cellulaires peuvent être classés en deux grandes catégories selon leurs provenances : les matériaux d'origine naturelle et les matériaux d'origine artificielle[Ban01 ; GA99]. Les matériaux cellulaires naturels peuvent avoir des structures aléatoires ou des structures régulières dans lesquelles les cellules sont orientées dans des directions privilégiées (bois).

En se basant sur la classification de Gibson et Wadley [Wad02], Brun [Emm09] classifie les matériaux cellulaires en deux catégories (Fig. 2.2) : la famille des matériaux à structure périodique regroupant les matériaux ayant un arrangement bidimensionnel ou tridimensionnel comme les structures en « nid d'abeilles » et la famille des matériaux à structure stochastique à laquelle appartiennent notamment les mousses. Dans la deuxième famille, deux types de mousses peuvent être distingués : les mousses à porosité ouverte, où les pores communiquent entre-eux, et les mousses à porosité fermée où les pores sont séparés par les parois du squelette solide. Il existe aussi des mousses qui contiennent à la fois des cellules ouvertes et des cellules fermées.

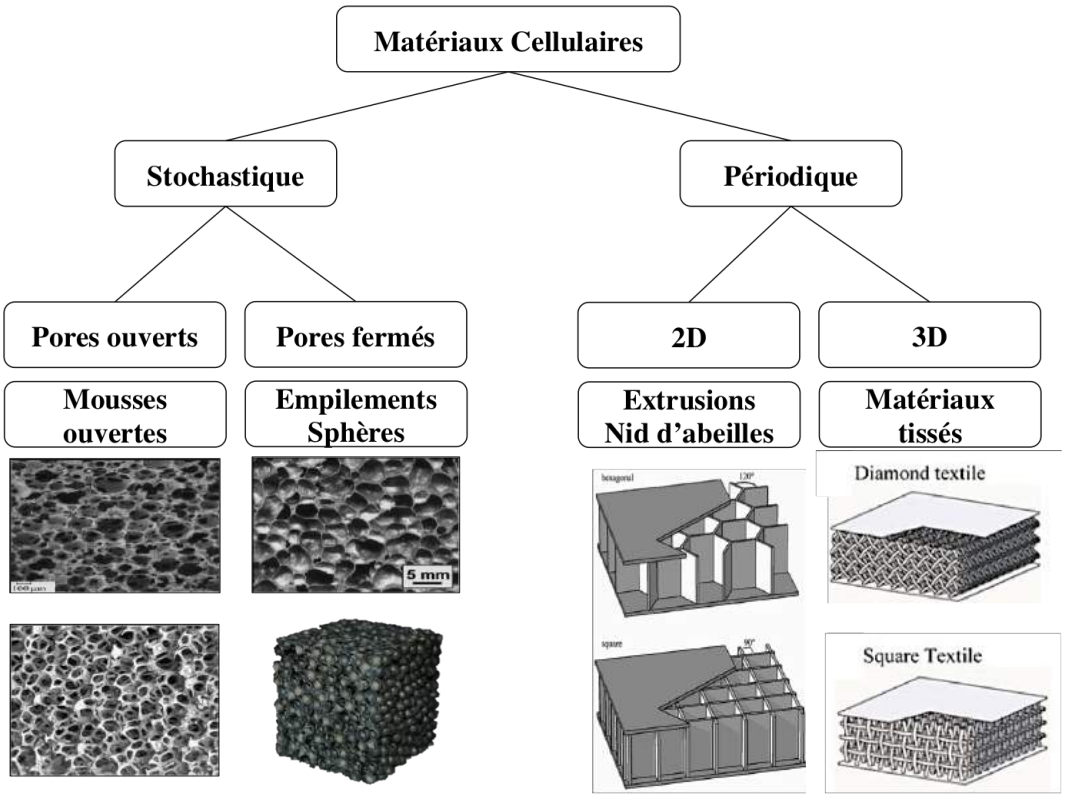


FIGURE 2.2 – *Classification des matériaux cellulaires.*

Plus récemment de nouvelles techniques de production sont apparues, permettant la fabrication de matériaux cellulaires différents de ceux décrits précédemment [Ban01]. Ces nouveaux matériaux sont

constitués essentiellement de petites sphères métalliques, polymériques, ou encore céramiques dont la taille peut atteindre jusqu'à 2,5 mm. Ces sphères peuvent être connectées entre-elles par collage ou par soudage et se présentent sous la forme d'empilements aléatoires ou réguliers en contrôlant leur taille et leur position. Elles peuvent aussi être utilisées comme charge d'allégement de matrices polymères conduisant, entre autres, à l'obtention de mousses syntactiques [Ruc16 ; Ban01].

En combinant la structure et le matériau constitutif adéquat, les matériaux cellulaires se présentent aujourd'hui comme de bons candidats dans différents domaines d'applications. Le choix d'un matériau cellulaire pour un usage donné est basé sur un compromis entre propriétés (morphologie, matériau constitutif), fonctions à assurer et contraintes techniques et économiques à satisfaire. On peut trouver les mousses plastiques dans des applications comme l'emballage, les structures de protection, le rembourrage, les structures flottantes et l'isolation thermique et acoustique. Les mousses métalliques sont très répandues dans les structures portantes, les absorbeurs de chocs, l'isolation acoustique et en tant qu'électrode de batterie. Finalement, les mousses céramiques sont rencontrées dans de nombreuses applications comme par exemple les bétons cellulaires, les catalyseurs, les filtres à particules ou aussi dans le domaine des biotechnologies.

La figure 2.3 montre un diagramme des applications des matériaux cellulaires en fonction de leur morphologie.

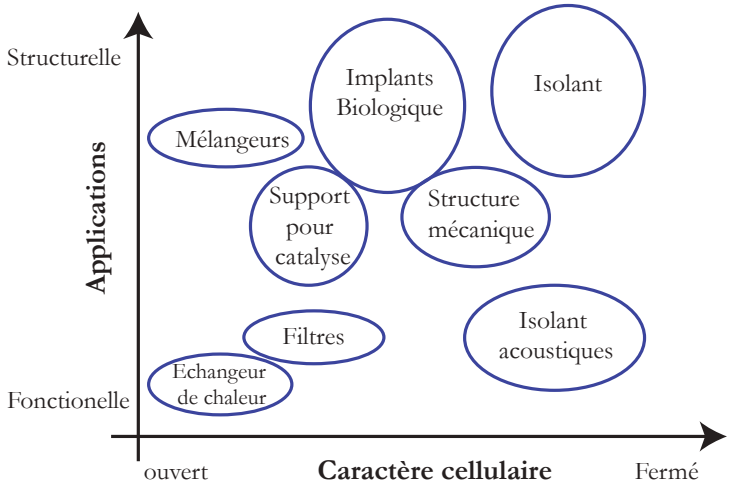


FIGURE 2.3 – *Applications des milieux cellulaires, d'après [Ban01].*

3.2 Description microstructurale

Les performances mécaniques d'un matériau cellulaire sont extrêmement dépendantes de sa microstructure, qui est elle-même conditionnée par le procédé de fabrication. Il est de ce fait important de bien comprendre les relations entre les procédés de fabrication et les microstructures, puis entre ces microstructures et les propriétés mécaniques d'usage. De nombreux chercheurs se sont intéressés à la caractérisation fine et complète de la structure des matériaux cellulaires [GA99 ; Kri+03]. Ils ont

observé que ces matériaux possédaient dans la plupart des cas une morphologie qui pouvait être caractérisée à trois échelles distinctes, comme l'illustre la figure 2.4. L'échelle microscopique est relative à la microstructure du matériau constitutif du matériau cellulaire, l'échelle mésoscopique concerne la distribution des cellules, leur taille et leur forme et finalement l'échelle macroscopique décrit les grandeurs globales du matériau, comme par exemple sa densité, son anisotropie et son caractère cellulaire (ouvert ou fermée) .

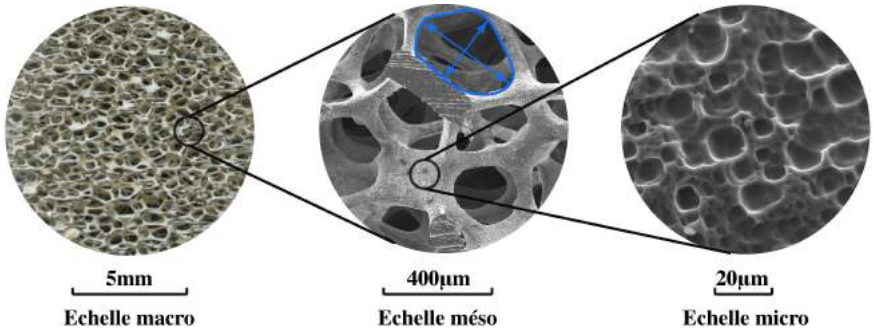


FIGURE 2.4 – *Echelle d'observation d'une structure de mousse d'aluminium obtenue par réplication, d'après [Rou+12].*

Les paramètres morphologiques décrivant la structure cellulaire sont nombreux. On peut citer ici ceux qui ont une forte influence sur les propriétés mécaniques [GA99 ; Kri+03] :

— la densité relative,
— le caractère ouvert ou fermé des cellules,
— l'arrangement des cellules (isotropie, anisotropie),
— la forme, la dispersion et la taille des cellules,
— la forme des arêtes et des faces,
— la microstructure du matériau constitutif.

Les paramètres architecturaux de la structure cellulaire peuvent être déterminés par différentes techniques. Les moyens d'observations comme la microscopie optique (MO) ou la microscopie électronique à balayage (MEB) fournissent des images bidimensionnelles d'une coupe du matériau permettant par conséquent de mesurer le taux de porosité et de caractériser la distribution apparente en taille des cellules et des parois [Kri+03]. Ces techniques destructives nécessitent une préparation de la surface de l'échantillon (découpe, polissage ou métallisation) et donc introduire des artéfacts de mesure. La microtomographie aux rayons X, technique non destructive est un moyen plus puissant pour visualiser le volume du matériau. Cette technique permet entre-autre de déterminer le nombre des cellules par unité de volume, leur forme, leur connectivité... Plusieurs matériaux ont été caractérisés par ce moyen, telles que les mousses métalliques [Mai+06 ; Dil04 ; Elm+02], céramiques [Sou+08 ; Mai+07] et polymères [Adr+07 ; Sou04].

3.3 Procédés de fabrication

Différentes techniques de fabrication de matériaux cellulaires de type mousse existent. Certains procédés sont proches, se distinguant essentiellement par la nature des précurseurs employés et le

choix des paramètres de fabrication ajustés pour obtenir la structure poreuse désirée. La présentation des procédés de fabrication est limitée aux mousses céramiques et carbones obtenues par réplication, par l'utilisation d'un agent de moussage ou encore par moussage direct [Stu+06 ; Col06].

Mode de fabrication par réplication d'une préforme

La majorité des céramiques poreuses est actuellement fabriquée à l'aide du procédé de réplication. Cette méthode consiste à répliquer ou déposer la céramique sur une préforme en mousse polymère à porosité ouverte de type polyuréthane (PU), polychlorure de vinyle (PVC) ou polystyrène (PS), comme l'illustre la figure 2.5.

Le dépôt de la céramique sur la préforme peut s'effectuer par voie électrochimique ou par condensation de vapeurs céramiques. Une fois le dépôt réalisé, la structure polymère est éliminée par traitement thermique à haute température. Il est indispensable que cette étape soit réalisée de manière progressive pour éviter la création de tensions et de défauts macroscopiques dans la structure céramique restante. Le produit issu de ce procédé de fabrication possède généralement une structure à très forte porosité (ϕ = 85 à 95 %). Les caractéristiques mécaniques, thermiques ou électriques sont également très variables selon la céramique choisie.

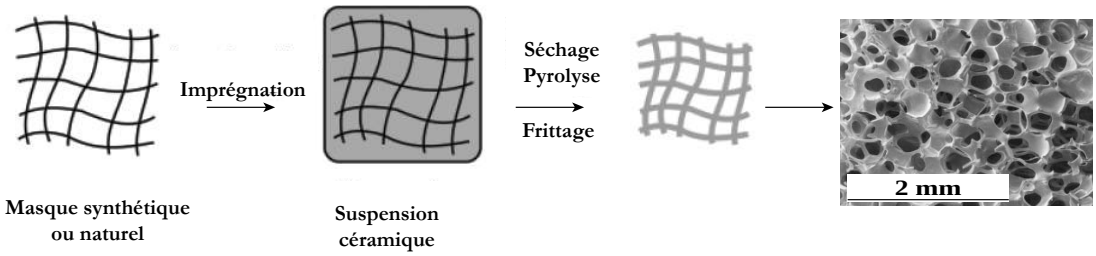


FIGURE 2.5 – *Etapes de fabrication des céramiques poreuses par réplication, d'après [Stu+06].*

Mode de fabrication utilisant un agent de moussage

Cette méthode consiste à mélanger des charges sacrificielles liquide (gaz) ou solide (cellules creuses) dans un précurseur céramique puis de l'éliminer de ce dernier par évaporation, pyrolyse ou séchage, comme le montre la figure 2.6 [Col06 ; RS96 ; CK06]. Une étape de frittage est ensuite réalisée pour maintenir la cohésion de l'ensemble. Les microcharges polymériques utilisées dans ce procédé sont généralement de type polymétylmétacrylate, PS ou PVC. La microstructure finale du produit fini (quantité, forme et taille des pores) est conditionnée par le type d'agent de remplissage utilisé.

Mode de fabrication par moussage direct par soufflage de gaz

Ce procédé consiste à créer des mousses céramiques macro et microcellulaires à porosité ouverte ou fermée par génération de bulles de gaz (agents gonflants) dans un polymère pré-céramique fondu comme l'illustre la figure 2.7. Deux types d'agents gonflants peuvent être utilisés. Lorsqu'une réaction chimique ou une séparation de phases a lieu entre les composants dans le système, les agents gonflants sont considérés comme intrinsèques. Les agents de type extrinsèque regroupent les solvants à bas point d'ébullition et les additifs qui par décomposition forment un gaz.

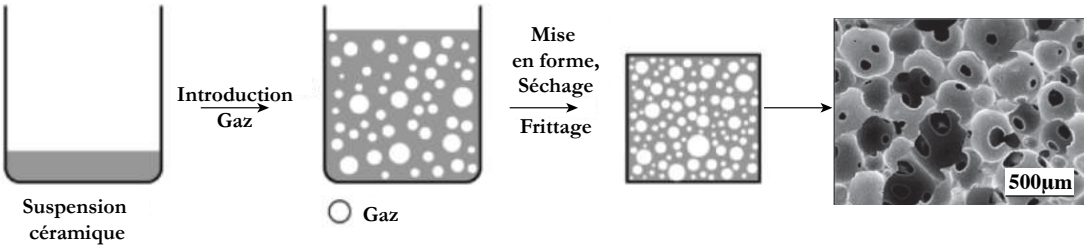


FIGURE 2.6 – *Etapes de fabrication des céramiques poreuses par addition d'un agent de moussage, d'après [Stu+06].*

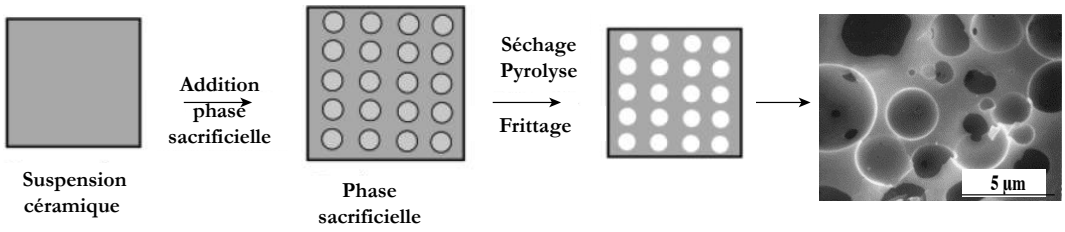


FIGURE 2.7 – *Etapes de fabrication des céramiques poreuses par injection du gaz, d'après [Stu+06].*

4 Comportement mécanique des matériaux cellulaires

4.1 Comportement mécanique en compression et absorption d'énergie

La sélection d'un matériau cellulaire comme absorbeur de choc se fait généralement à partir de certaines propriétés mécaniques telles le module d'Young, E, la limité d'élasticité, σ_e, et la déformation, ϵ_d, atteinte à la fin de la phase de densification. L'essai de compression simple ou compression confinée permet de mesurer ces propriétés. De nombreuses études, voir par exemple [GA99 ; You+05] montrent que sous un chargement compressif uniaxial, le comportement macroscopique de ces matériaux présente une spécifité par rapport à la plupart des matériaux, à savoir : un plateau, où la contrainte est sensiblement constante sur une très large plage de déformation. Cette caractéristique est exploitée dans des applications structurales où une grande quantité d'énergie doit être absorbée à une contrainte relativement faible et constante.

La figure 2.8 montre de manière schématique une courbe contrainte-déformation dans un essai de compression simple ou confinée ainsi que certains paramètres pouvant la décrire. On distingue dans la réponse mécanique en compression trois zones correspondant à des mécanismes de déformation différents [GA99].

Zone élastique

La première zone dite élastique, de faible déformation (moins de 5%), est souvent caractérisée par une déformation relativement homogène à l'échelle macroscopique de la microstructure. La déformation élastique dans cette zone est principalement régie par la flexion composée des arêtes des cellules dans le cas des mousses à porosité ouverte. Les mousses à porosité fermée se déforment par flexion et étirement des membranes formant les parois cellulaires. La pente initiale de la courbe permet de déterminer le

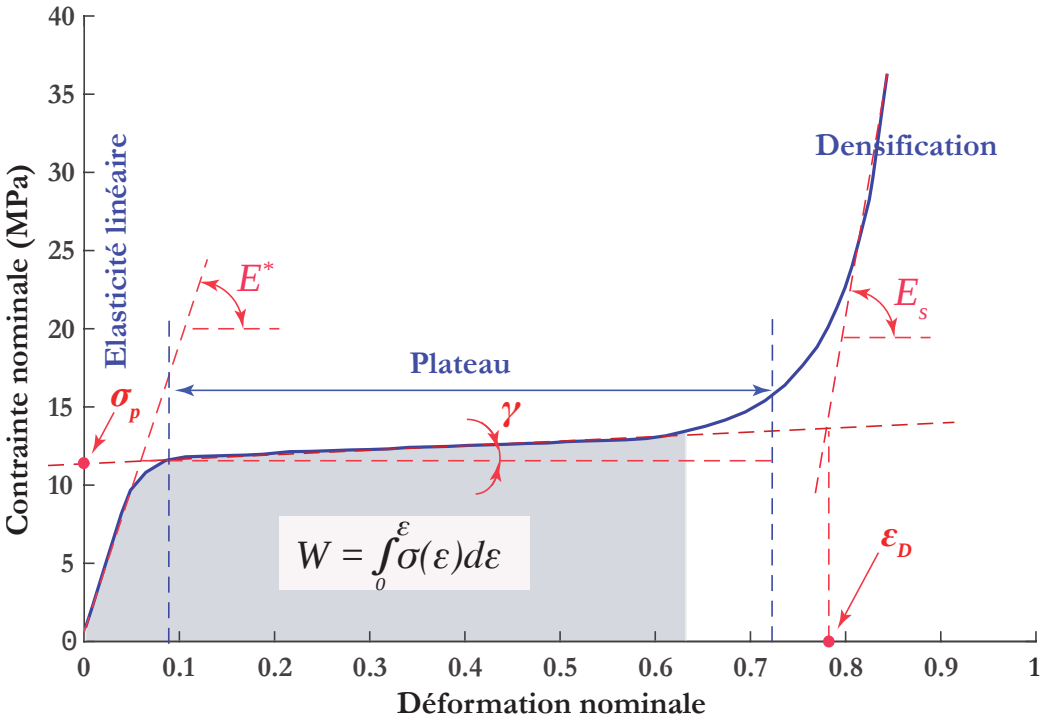


FIGURE 2.8 – *Réponse contrainte - déformation d'un matériau cellulaire sous un chargement de compression simple.*

module d'Young initial, E^* et la limite d'élasticité, σ_e correspond à la fin de la partie linéaire du début de la courbe.

Certaines matériaux cellulaires présentent un comportement initial élastique non linéaire qui n'est pas forcement réversible. En effectuant des essais de compression cyclique, certains chercheurs [RP04 ; FJ+08 ; War91 ; PR14] ont montré que la pente initiale était différente entre charge et décharge pour des mousses d'aluminium et des mousses polymériques. Cette non linéarité a été attribuée à un phénomène de localisation (micro-fissuration, micro-plasticité) généré dès la mise en charge de l'éprouvette [RK04]. En présence de cette nonlinéarité, il est plus judicieux d'identifier le module d'Young lors de la phase de décharge.

Zone plateau

La deuxième zone est nommée plateau. Elle est caractérisée par l'existence d'un niveau de contrainte plus au moins constant avec la déformation. Le mécanisme de déformation et d'endommagement mis en jeu correspond à l'effondrement des cellules par flexion et/ou flambement plastique si le matériau constitutif est ductile et par rupture fragile des parois si le matériau constitutif est fragile. Le comportement en décharge durant cette phase plateau non visible sur la figure montre le caractère irréversible du comportement [Pam10].

L'effondrement des cellules se produit lorsque la contrainte atteint une contrainte seuil qui débute à la fin de la phase élastique où la courbe $\varepsilon - \sigma$ commence à s'incurver. Cet effondrement conduit à une

perte d'homogénéité des déformations avec l'apparition de bandes de localisation de déformation et une densification perpendiculaire à la direction de chargement, comme cela sera détaillé plus loin. Ces bandes se propagent sur une large plage de déformation formant un plateau plus au moins régulier [Tu+01 ; GA99 ; Son+08]. La raideur de ce plateau est liée au caractère cellulaire du matériau : lorsque la porosité est ouverte, le gaz présent dans les cellules circulent librement et le plateau de contrainte est sensiblement horizontal. Dans le cas d'un matériau à cellules fermées, le gaz comprimé à l'intérieur engendre une augmentation de la pression au cours du chargement permettant ainsi d'avoir un plateau incliné positivement, dont la raideur est plus importante [Vio09].

Pour caractériser cette phase plateau "sensiblement linéaire", deux paramètres peuvent être définis (Fig. 2.8) : une contrainte plateau, σ_p et la pente du plateau, γ, caractéristique de l'écrouissage du matériau. La frontière à partir de laquelle cette phase plateau s'achève n'est pas triviale car elle est en principe associée à un changement de mécanisme de déformation, changement qui se produit progressivement.

Zone de densification

La troisième zone de la courbe est souvent appelée zone de densification du matériau, bien que le terme soit un peu impropre. La déformation augmente, les parois des cellules se rapprochent et entrent en contact. Les porosités se remplissant, on observe une augmentation rapide de la résistance. Le comportement le long de cette zone se rapproche de celui du matériau constitutif (sous forme dense ou de poudre). Les paramètres pouvant caractériser cette zone sont la déformation à la densification, ε_d et le module tangent, E_s caractérisant la rigidité du matériau constitutif.

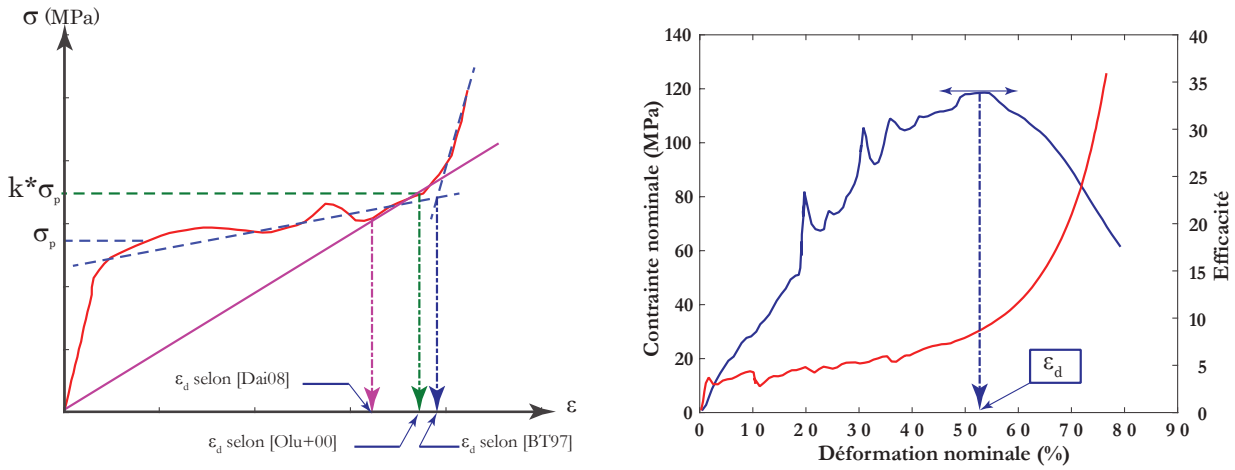
La quantité d'énergie absorbéeW lorsque le matériau a subi une déformation nominale ε peut être définie par

$$W = \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \tag{2.5}$$

Différentes méthodes empiriques sont proposées dans la littérature pour déterminer la déformation à la densification. Elles sont illustrées sur la figure 2.9. La plus simple définit cette déformation comme la déformation correspondant à l'intersection entre la droite tangente à la zone plateau et la tangente à la zone de densification [BT97] (Fig. 2.9(a)). D'après Olurin *et al.* [Olu+00], la déformation à la densification est atteinte lorsque la contrainte σ atteint k fois la valeur de la contrainte plateau σ_p, définie différemment de la proposition précédente. Ces deux méthodes sont jugées inadaptées pour certains matériaux cellulaires, car la déformation ϵ_d n'est qu'une valeur intuitivement pressentie à l'observation des courbes étudiées. Une nouvelle méthode présentée par Daphalapurkar *et al.* [Dai08] considère la déformation à la densification comme étant la déformation qui correspond au point de la courbe où la tangente passe par l'origine.

La déformation à la densification peut être également déterminée à travers la courbe caractérisant l'efficacité d'énergie (Fig. 2.9(b)) [Li+06b ; Flo+10]. A une déformation donnée, l'efficacité est le rapport entre l'énergie absorbée sur l'énergie qui aurait pu être absorbée par un absorbeur idéal (Eq. 2.6). La densification est atteinte lorsque l'efficacité atteint son maximum (Eq 2.7).

$$\eta(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma(\varepsilon)} \cdot \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) \cdot d\varepsilon \tag{2.6}$$



(a) *Méthodes de la tangente*

(b) *Méthode basée sur énergie absorbée*

FIGURE 2.9 – *Méthodes de détermination de la déformation à la densification.*

$$\eta(\varepsilon) = \frac{1}{\sigma(\varepsilon)} \cdot \int_0^{\varepsilon_d} \sigma(\varepsilon) \cdot d\varepsilon = 0 \tag{2.7}$$

La réponse en compression d'un matériau mousse varie selon le type de son matériau constitutif. Selon Gibson et Ashby [GA99], trois types de comportement existent (Fig. 2.10) :

— un comportement élastomérique, où la phase plateau de contrainte est régie par le flambage élastique de cellules ;

— un comportement élastoplastique, où la phase plateau de contrainte est induite par la déformation plastique des cellules ;

— un comportement élastique-fragile, où la phase plateau de contrainte existe en raison d'une succession de microruptures fragiles des cellules.

Quel que soit le type du comportement, les propriétés mécaniques peuvent être déterminées de la manière décrite précédemment.

4.2 Mécanismes d'absorption d'énergie en compression

L'écrasement d'une structure cellulaire est un processus complexe dans lequel différents mécanismes d'absorption d'énergie interviennent. Ces mécanismes, analysés et observés sur de nombreux matériaux, sont complexes et parfois difficiles à synthétiser du fait que la microstructure, le matériau constitutif et les conditions expérimentales varient d'une étude à l'autre. Nous exposons dans ce paragraphe les principaux mécanismes observés sur les matériaux cellulaires les plus utilisés en absorption d'énergie.

4.2.1 Le bois

Le bois a fait l'objet de nombreuses études de caractérisation mécanique, la plupart ayant été faite en statique [AS07 ; VR04 ; VR03 ; Vur03]. Les différentes nuances (balsa, douglas, hêtre, pin,

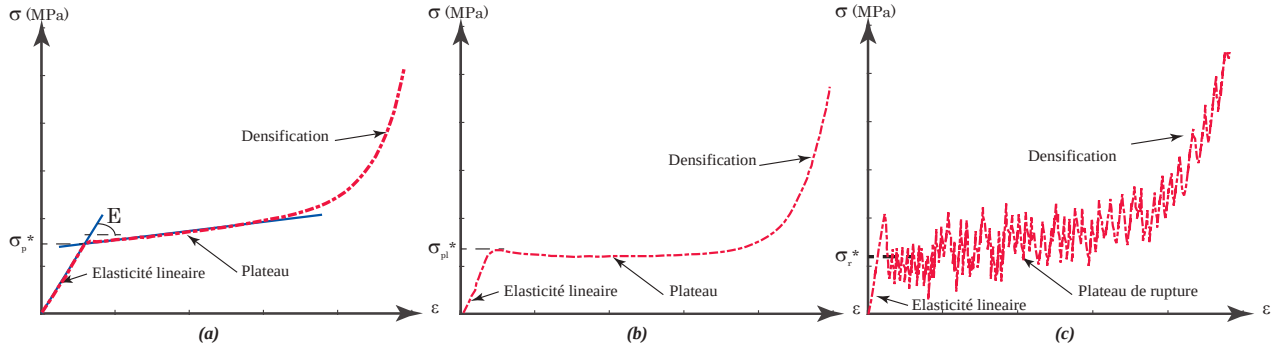


FIGURE 2.10 – *Courbe schématique de contrainte-déformation en compression des matériaux mousses : a) mousse élastomère, b) mousse élasto-plastique, c) mousse fragile.*

épicéa, chêne,cèdre rouge) étudiées dans ces travaux mettent en évidence un comportement anisotrope qui dépend de l'humidité, la température, la densité et la vitesse de déformation. Les mécanismes d'effondrement sont sensibles à la direction de sollicitation du matériau. Selon Gibson *et al.* [GA99], trois mécanismes ont été observés et expliquent les différences de comportement observées dans les trois directions orthogonales (Fig. 2.11a).

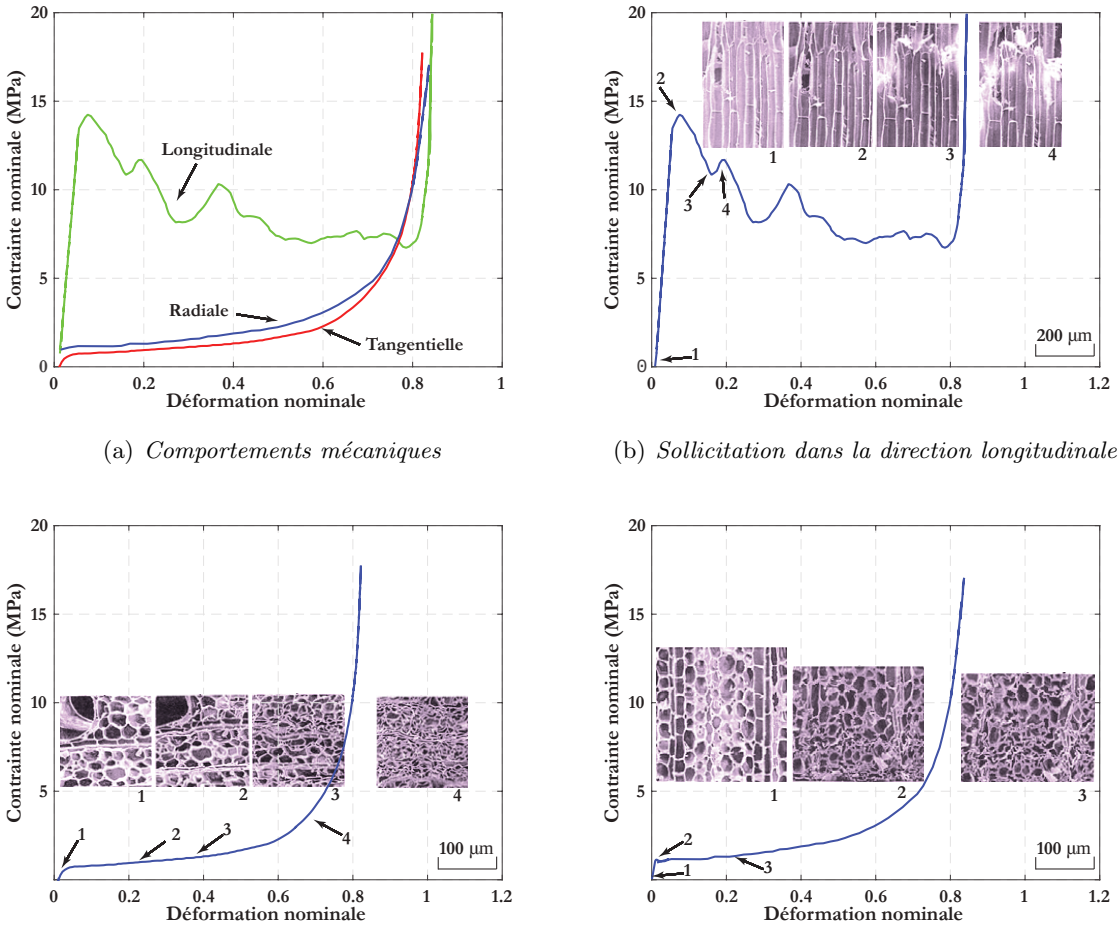
Deux modes de déformation peuvent induire la rupture du bois en compression longitudinale. Lorsque la densité est faible, comme c'est le cas pour le balsa, les parties terminales des fibres se rompent et s'emboîtent les unes dans les autres, ce qui explique l'adoucissement observé dans la phase plateau (Fig. 2.11b). Pour les bois le plus denses, la rupture est provoquée par bande de cisaillement, où les parois des fibres se flambent sous la charge de compression, ce qui produit une instabilité globale dans l'empilement des fibres. Ces instabilités expliquent le fait que le plateau de densification en compression longitudinale présente des décharges et des recharges.

Sous une compression tangentielle, la déformation résulte dans un premier temps d'un fléchissement élastique et non élastique des cellules (Fig. 2.11c). Le passage de la zone non linéaire vers la ruine du matériau est accompagné généralement par un écrasement ou flambement dans le sens radial du bois. Le plateau de contrainte est marqué par un réarrangement des cellules autour d'un ou plusieurs points, ce qui explique dans l'exemple du balsa la montée progressive et continue de la contrainte. Une fois que les vides cellulaires ont complètemenent disparus et que les parois cellulaires sont en contact, la contrainte augmente rapidement indiquant la densification et la rigidification du matériau.

Sollicité suivant la direction radiale, le balsa se déforme d'abord de manière élastique. Elle apparait comme étant uniforme suivant cette direction à cause de la flexion des parois cellulaires (Fig. 2.11d). La déformation élastique non linéaire est en partie liée aux effets de bord (contact plateau de compression / échantillon). La transition élasticité/plateau du contrainte est caractérisée par la rupture des cellules les plus faibles. Cette rupture se propage ensuite dans le volume du matériau jusqu'à la densification.

4.2.2 Les mousses ductiles

Les trois zones évoquées précédemment (élasticité, plateau plastique et densification) sont associées aux différents modes de déformation des arêtes et des parois cellulaires. En présence d'un choc ou d'un



(a) *Comportements mécaniques*

(b) *Sollicitation dans la direction longitudinale*

(c) *Sollicitation dans la direction tangentielle*

(d) *Sollicitation dans la direction radiale*

FIGURE 2.11 – *Réponse contrainte déformation du balsa en compression quasi-statique et mécanismes de déformation associés [GA99].*

impact, la dissipation d'énergie pour cette famille est principalement régie par la déformation plastique et la propagation de bandes de déformation. Ce constat a été vérifié expérimentalement sur différentes mousses ductiles métalliques et polymériques[Pam10 ; PG09 ; Son+08 ; Zho+04 ; Vio+05 ; Zha+12 ; Cat+11 ; Mai+09 ; Sou04 ; Elm+02 ; Mai+06 ; Adr+07 ; EW02 ; Lhu+09 ; Vio09]

Les observations effectuées par MEB [Zho+04 ; Pam10 ; PG09 ; Son+08 ; Vio+05] et/ou par microtomographie aux rayons X [Zha+12 ; Cat+11 ; Mai+09 ; Sou04 ; Elm+02 ; Mai+06 ; Adr+07 ; EW02 ; Lhu+09 ; Vio+07] révèlent que la déformation macroscopique élastique des mousses ductiles est généralement homogène. Elle résulte de la flexion des bords et l'allongement des parois cellulaires si la porosité est fermée. A l'échelle mésoscopique, la déformation est également réversible, mais sa répartition tout au long de l'éprouvette est fortement liée aux irrégularités présentes dans le matériau (distribution de taille de pores, gradient de densité, épaisseur des parois cellulaires, etc). L'augmentation de la pente élastique en fonction de la densité quant à elle est aussi liée à la compression du gaz piégé dans les cellules. Quand la charge critique est atteinte, un effondrement progressif des cellules est

engendré sous forme d'une bande de déformation (début de la non-linéarité). Cette bande se propage perpendiculairement (bande de compaction) ou de manière inclinée (bande de cisaillement) à l'axe de sollicitation le long de l'échantillon sur une petite épaisseur (de l'ordre d'une ou deux cellules). Les déformations en dehors de cette bande restent élastiques. Selon [Bas00 ; Lee+06 ; Dap+08], l'apparition des bandes de localisation de la déformation est liée essentiellement à la distorsion, la rotation et / ou le glissement des bords et des parois cellulaires. Les cellules qui sont autour de la bande sont également déformées sur une longueur de l'ordre de quelques cellules.

Différents mécanismes de déformation générant la formation d'une bande de localisation en déformation sont décrits sur la figure 2.12. Les graphes de la figure 2.13 présentent les mécanismes de déformation de trois mousses différentes.

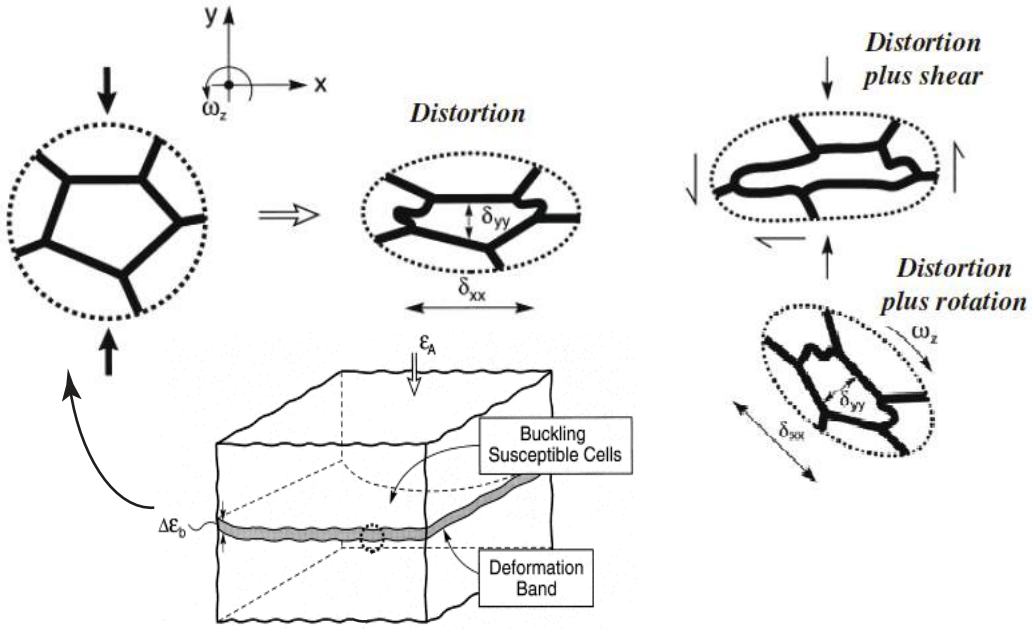
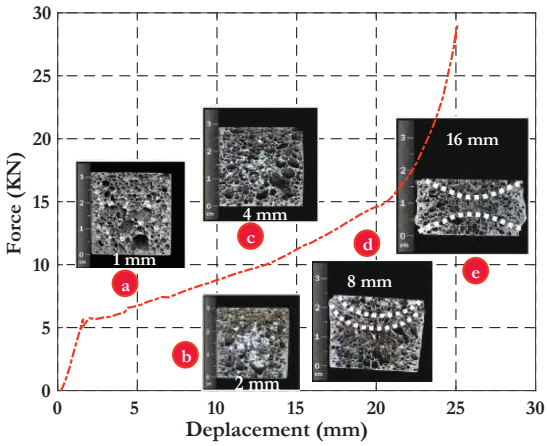


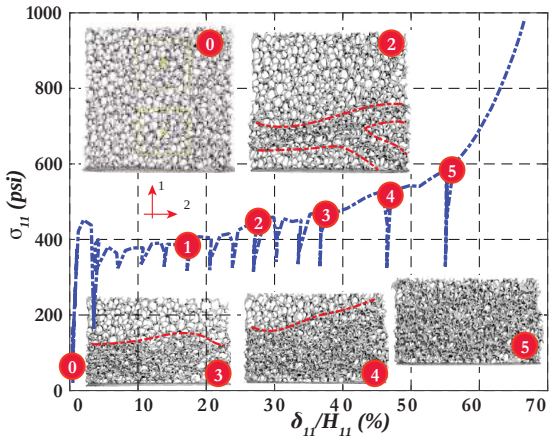
FIGURE 2.12 – *Mécanismes de déformation en compression des mousses ductiles, d'après [Bas00].*

Les mousses métalliques [Lee+06 ; Bas00]

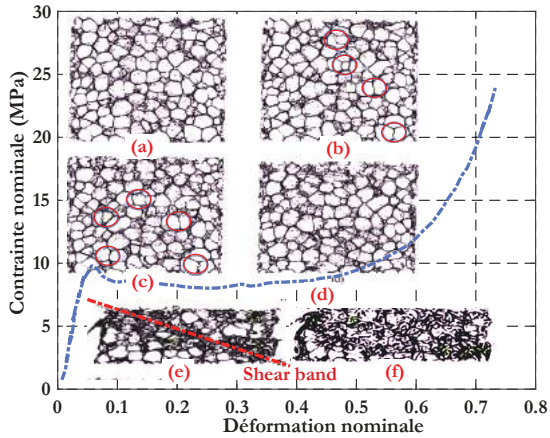
Duarte *et al.* ont réalisé une série d'essais de compression interrompus à différents niveaux de déplacement sur des mousses en alliage d'aluminium à porosité fermée [DO12 ; Gra02]. Les éprouvettes ont été découpées en deux pour observer et analyser l'évolution de leur structure cellulaire. La figure 2.13(a)) montre la réponse mécanique de la mousse et l'évolution microstructurale enregistrée à différents niveaux de déplacement. Sur les figures 2.13(a) et 2.13(b), on remarque que les déformations élastiques ne sont pas visibles. A partir de la figure (2.13(a).c) l'effondrement progressive des cellules commence à apparaitre dans les zones les plus denses. La forme globale de l'éprouvette a également été changée, elle a pris la forme d'un tonneau à cause de la compression du gaz piégé à l'intérieur des cellules. La figure (2.13(a).e) montre que l'effondrement des cellules évolue en couches successives conduisant par conséquent à la formation d'une bande de déformation.



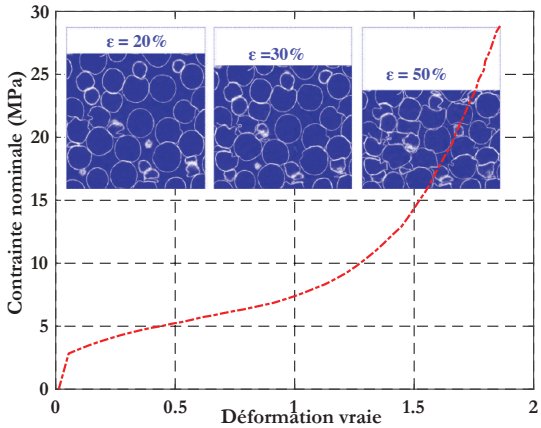
(a) *Compression ex situ d'une mousse d'aluminium, d'après [DO12]*



(b) *Compression in situ d'une mousse d'aluminium (AlSi7), d'après [JK09]*



(c) *Compression in situ d'une mousse polymère de type (Rohacell), d'après [Dap+08]*



(d) *Compression in situ d'un empilement des sphères creuses en nickel, d'après [Fal08]*

FIGURE 2.13 – *Mécanismes de déformation des matériaux cellulaires ductiles en compression uniaxiale.*

Des essais de compression in-situ sous micro-tomographie aux rayons-x ont été effectués par Wen et al.[JK09] sur des mousses d'aluminium à porosité ouverte. Des coupes tomographiques obtenues à partir de cette expérience sont présentées sur la figure 2.13(b). Les extrémités de l'éprouvette ont été collées sur des plaques planes. On voit clairement que la déformation de l'éprouvette dans la zone plateau n'est pas uniforme. Elle se concentre sous la forme d'une bande de localisation qui s'initie dans le coeur (au niveau de 1/3 de la hauteur de l'éprouvette), puis se propage ensuite vers les deux extrémités.

Les mousses polymères [Pam10 ; Cal+12 ; Dap+08]

La même expérience a été réalisée sur des mousses polymères (Rohacell) à porosité ouverte par Daphalapurkar *et al.* [Dap+08]. Les observations tomographiques ainsi que la réponse en compression

uniaxiale sont présentées sur la figure 2.13(c). Les trois premières scans représentant la phase élastique montrent clairement le processus de flexion et de flambage des parois cellulaires (zones entourées par de cercles rouges). A 57 % de déformation, on observe la formation d'une bande de cisaillement traversant l'éprouvette du coin gauche vers le coin droit. Cette bande s'étale progressivement en fonction du chargement jusqu'à la densification totale.

Les structures à nid d'abeilles [Ami+05 ; Cas+08]

Lorsque l'axe initial de la structure cellulaire organisée sous la forme de nid d'abeilles est vertical, la compression engendre un mode de cisaillement local qui déplace globalement les cellules flambées. Les mécanismes de défaillance en compression sont généralement liés à l'angle d'orientation dans le plan. Plus l'angle entre le nid d'abeilles et l'axe du chargement augmente, plus la rotation du nid d'abeilles devient le mécanisme de déformation privilégié. En présence d'un seule peau, le plissement s'initie du côté non collé. Les dimensions du plissement selon [Ami+05] ne dépendent que de la taille des cellules et de l'épaisseur des parois.

Les empilements des sphères creuses [Fal08 ; Lhu+09]

En utilisant toujours la microtomographie aux rayons X, Fallet [Fal08] a pu identifier les principaux mécanismes de déformation gouvernant la déformation d'un empilement des sphères creuses (en nickel) en compression. A l'échelle locale des sphères, les observations tomographiques montrent que la déformation se localise au voisinage des contacts, où une rotule plastique se développe entrainant la flexion des parois. Une localisation au niveau du contact est apparue en fonction de l'augmentation de la déformation sous la forme d'une indentation de chaque sphère par sa voisine (2.13(d)).

4.3 Essais de caractérisation

La compression uniaxiale est l'essai le plus simple à réaliser pour caractériser la réponse macroscopique des matériaux cellulaires, mais elle est complétée par d'autres essais complémentaires permettant d'obtenir une base de données plus riches en terme de réponse mécanique à des sollicitations plus complexes et des vitesses de chargement variant dans une grande plage. La figure 2.14 illustre les types d'essais de caractérisation en fonction de la plage de vitesses de déformation associée à différentes applications industrielles.

Dans le cadre de notre étude, le matériau cellulaire dont on dispose est soumis à des sollicitations fortement multiaxiales avec des vitesses d'impact qui peuvent atteindre jusqu'à 14 m/s. Cette gamme de vitesses est facilement accessible par le système des barres d'Hopkinson. La réponse sous compression uniaxiale quasi-statique est généralement obtenue à partir de presses standards uniaxiales. Les moyens de caractérisation en compression uniaxiale pour une large gamme de vitesses de déformation sont expliqués plus en détail dans la thèse de R. Bouix [Bou08].

Concernant les moyens de caractérisation sous sollicitations multiaxiales des matériaux cellulaires, une revue bibliographique des différents moyens est présenté dans le chapitre 4.

4.4 Paramètres influençant le comportement mécanique

Un grand nombre de paramètres peuvent influencer la réponse mécanique d'un matériau cellulaire. Ces paramètres peuvent être spécifiques au matériau, par exemple la nature du matériau constitutif, la

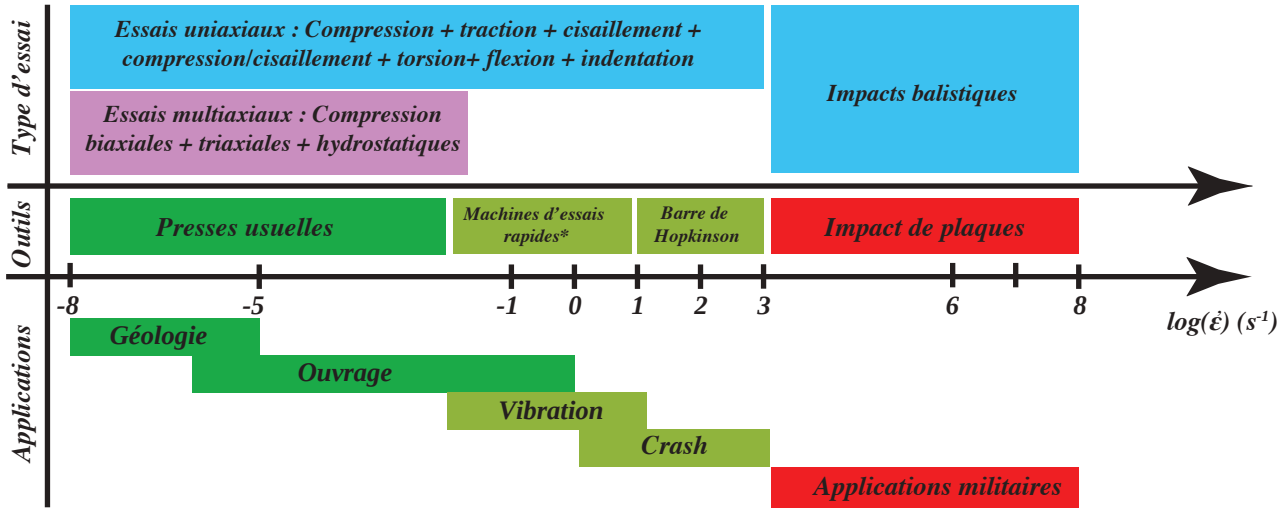


FIGURE 2.14 – *Essais de caractérisation des matériaux cellulaires en fonction de la vitesse de déformation et l'application industriel envisagé .*

densité relative, l'anisotropie, la microstructure. D'autres sont liés à la taille et la forme des éprouvettes testées, par exemple l'effet d'échelle. D'autres encore sont liés à l'environnement comme le type de sollicitation, la vitesse de chargement, la température, l'humidité. Nous présentons, dans ce qui suit, une synthèse de l'influence des principaux paramètres sur la réponse mécanique des matériaux mousses.

4.4.1 Effet d'échelle

Pour s'affranchir de l'effet d'échelle, la taille des éprouvette doit être suffisante pour caractériser le comportement macroscopique global. C'est une problématique importante dans les matériaux hétérogènes possédant une microstructure "grossière", comme les bétons ou certains matériaux cellulaires. Le volume élémentaire représentatif (VER) doit contenir un grand nombre d'hétérogénéités (grain, cellule) pour que la réponse macroscopique devienne indépendante de la microstucture. L'effet d'échelle dans les matériaux cellulaires (mousses métalliques et polymériques) a été largement étudié sous différents types de chargement en compression [Bas00 ; TOD+98 ; CAO+06 ; Wan+07 ; Kan+02 ; HB14 ; And+01], en flexion [And+01 ; BG90 ; Lak83], en traction [And+01], et en cisaillement [And+01 ; CF02].

Sous un chargement de compression, Bastawros et al. [Bas00] et Andrews *et al.* [And+01] ont étudié la réponse mécanique des mousses d'aluminium comportant des cellules ouvertes et fermées (Alporas, DUOCEL) en fonction de la taille des échantillons testés Fig.2.15(a) et Fig.2.15(b). Dans les deux études, les auteurs ont constaté que le module d'Young et la résistance à la compression diminuaient avec la diminution de la taille de l'éprouvette. Ils expliquent ces tendances par la présence d'un effet de bord ; la contrainte nominale diminue graduellement vers une contrainte nulle lorsqu'on se rapproche des bords libre de l'éprouvette. Ces constats ont été confirmés par les résultats obtenus par Tekoglu *et al.* à partir de simulations numériques [Tek+11].

Selon Andrews *et al.*, l'effet d'échelle peut être également relié aux défauts microstructuraux présents dans le volume de l'éprouvette [And+01]. A l'inverse, Lhuissier *et al.* n'ont pas observé cet effet sur le comportement en compression de sphères creuses [Lhu+09].

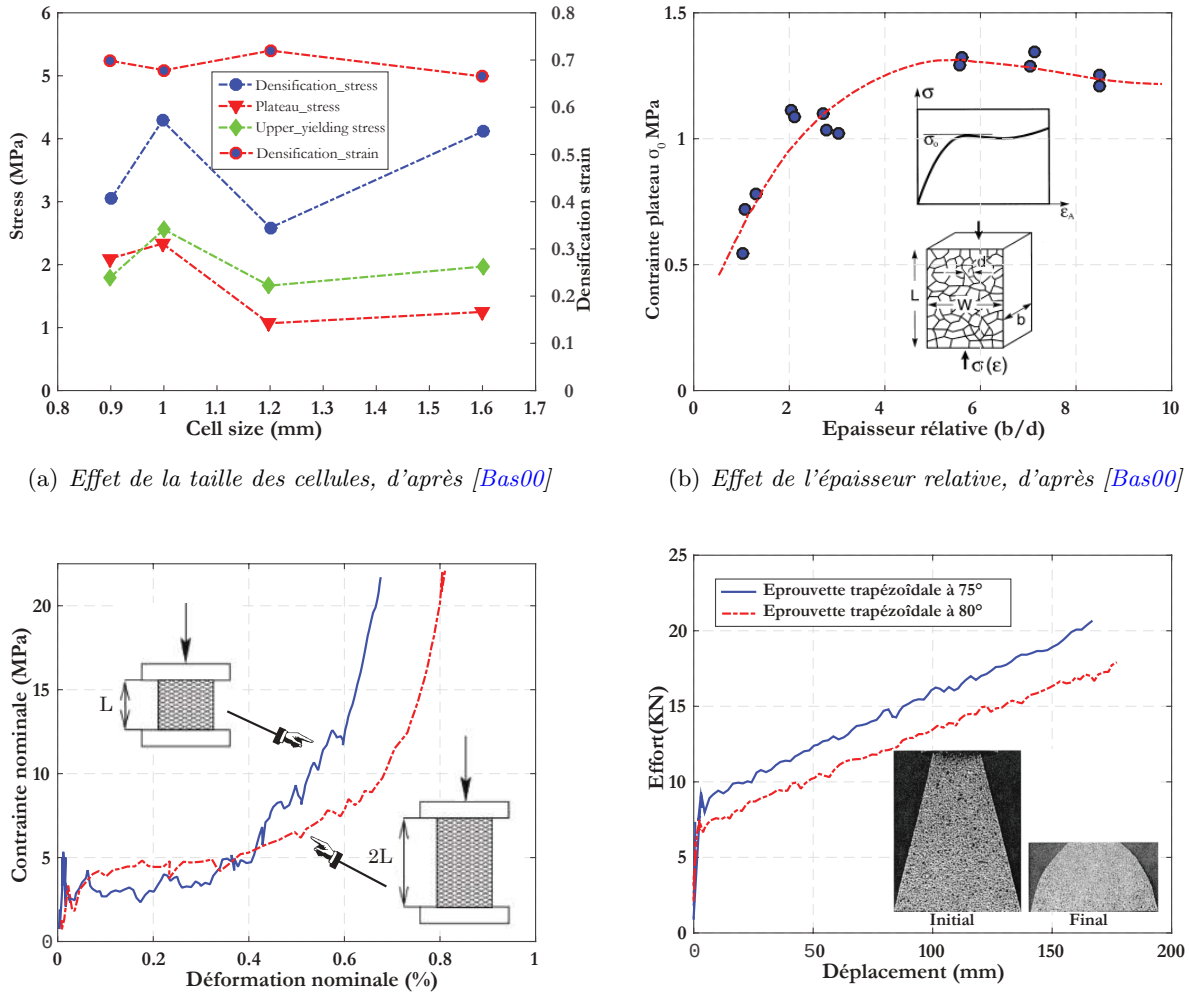
Des résultats contradictoires ont été aussi obtenus par Nie et al. et Chen *et al.* [Nie+00 ; CF02] sur des mousses en alliage d'aluminium, où la réponse mécanique d'une mousse à cellules ouvertes est affecté par la morphologie des cellules plutôt que par leur taille. Blazy a étudié également l'influence de l'élancement d'éprouvettes parallélipédiques en mousse d'aluminium Fig.2.15(c) [Bla03]. Il a constaté un retard à la densification au niveau de la courbe contrainte/déformation, lorsque l'essai de compression est réalisé sur des éprouvettes dont le rapport d'élancement est plus important. La forme de l'éprouvette peut aussi influencer la réponse en écrasement d'un matérieu mousse. Wierzbicki *et al.* ont effectué des essais de compression sur des éprouvettes de forme trapézoidale [WD03]. Ils ont constaté que la réponse effort/ déformation variait en fonction de l'angle θ. Ils attribuent ces variations à un effet structure Fig.2.15(d) .

4.4.2 Effet de la densité

La densité relative a une influence considérable sur le comportement mécanique des matériaux cellulaires [AS07 ; Lin+13 ; Wan+14 ; VR03 ; VR04]. Dans la plupart des études, les auteurs ont constaté d'importantes variations de certaines grandeurs mécaniques en fonction de la densité étudiée. Ils attribuent ces effets à la quantité de la matière contenue dans la mousse. Plus la mousse est dense plus son comportement mécanique se rapproche du celui du matériau constitutif. Plus la densité augmente plus le module d'Young, la limite d'élasticité, le seuil de contrainte lié à la phase du plateau de contrainte sont élevés. La déformation à la densification est atteinte plus rapidement pour une mousse plus dense que pour une mousse moins dense car la quantité de vide à combler lors de l'écrasement est plus faible. La figure 2.16 montre les variations des propriétés mécaniques du bois de balsa en fonction de sa densité relative.

4.4.3 Effet de vitesse de chargement

Les matériaux cellulaires utilisés dans les amortisseurs de chocs sont généralement soumis à des sollicitations dynamiques. Il est donc indispensable d'analyser l'influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement mécanique. Une sollicitation est considérée comme dynamique lorsque sa vitesse de déformation dépasse 100 s^{-1}. Les sollicitations sont considérées comme statiques lorsqu'elles sont effectuées à des vitesses de déformation inférieures à 0,1s^{-1}. Lorsque la vitesse augmente plusieurs effets peuvent être observés au niveau de la réponse mécanique, tels que l'augmentation de la pente à l'origine de la courbe contrainte/déformation, de la contrainte seuil et une diminution de la déformation à la rupture ou à la densification. Ces effets sont moindres lorsque la vitesse d'impact du projectile ou de l'impacteur est faible, typiquement inférieur à 50 m/s (Fig. 2.17(a)). Ils sont géneralement attribués à un effet visqueux du fluide présent dans la porosité, un effet de micro-inertie, une sensibilité à la vitesse du matériau constitutif, sans oublier les paramètres architectureaux du matériau [Koc11 ; Eln06 ; Kan+02 ; YFP02]. Au delà d'une vitesse d'impact de 50 m/s (Fig.2.17(b)) , une augmentation de la vitesse d'impact induit généralement une augmentation de la contrainte initiale d'écrasement [RP97]. Cette augmentation est due à la formation d'une onde de choc [Eln+07 ; Pat+07 ; Tan+12 ; Bar+14]. Selon Elnasri *et al.* [Eln+07], l'augmentation de la contrainte initiale d'écrasement de mousses Cymat et Nikel, attribuée à l'effet d'onde de choc, dépend uniquement du rapport de la densité à la contrainte d'écoulement et non de la microstructure et des modes de ruine locaux.



(a) *Effet de la taille des cellules, d'après [Bas00]*

(b) *Effet de l'épaisseur relative, d'après [Bas00]*

(c) *Effet de l'élancement, d'après [Bla03]*

(d) *Effet de la forme, d'après [WD03]*

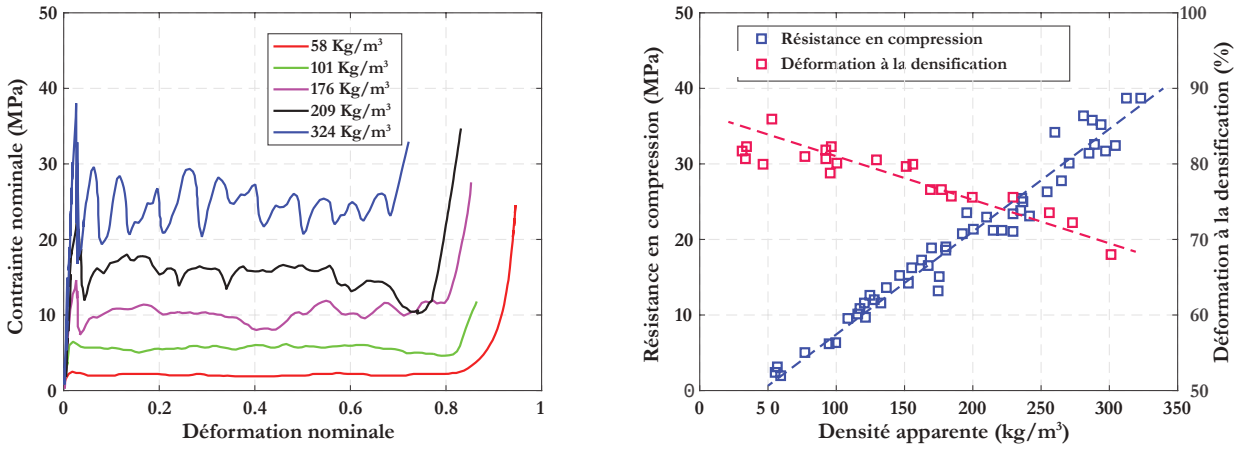
FIGURE 2.15 – *Influence de différents facteurs d'échelle sur la réponse en compression des mousses.*

Les matériaux cellulaires fragiles ont montré une faible sensibilité aux faibles vitesses d'impact ($V < 20m/s$). Cependant, aux grandes vitesses de déformation, l'effet d'onde de choc joue un rôle significatif dans l'augmentation de la contrainte d'écrasement [Abd04 ; Luo+09].

4.4.4 Effets dus à l'environnement

Les performances mécaniques des matériaux cellulaires sont fortement liées à un certain nombre de paramètres environnementaux, dont les plus importants sont la température, l'humidité et l'oxydation.

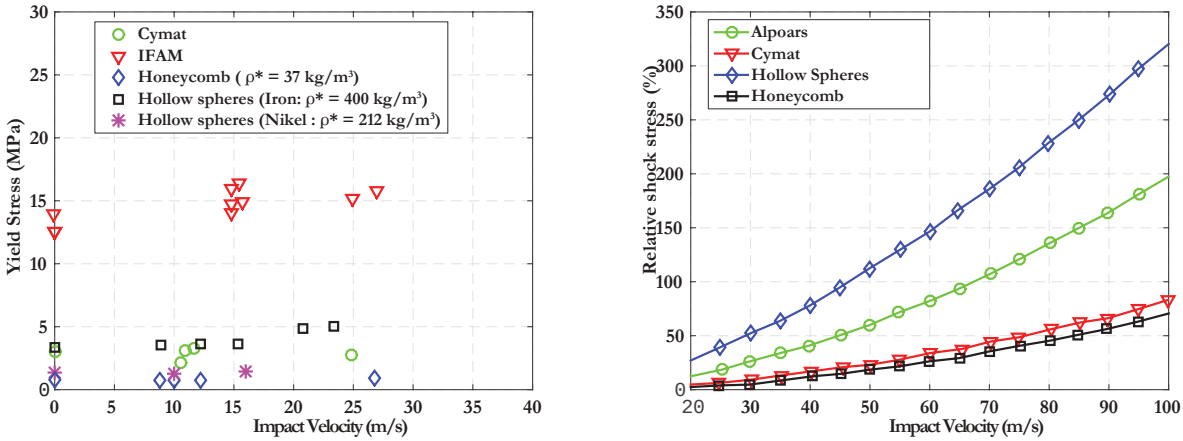
L'effet de la température a été étudié sur de nombreux matériaux cellulaires comme le bois [JC02], les mousses polymères [Are+13 ; Lin+13 ; GS10] et les mousses métalliques [Wan+14 ; Sah+14]. Quelque soit le matériau testé, ces études ont mis en évidence une diminution importante de la contrainte plateau pour les hautes températures, la densification du matériau est également atteinte



(a) *Courbes contrainte-déformation en fonction de la densité*

(b) *Résistance en compression et déformation de densification en fonction de la densité*

FIGURE 2.16 – *Influence de la densité sur la réponse mécanique en compression du balsa [VR03 ; VR04].*



(a) $V < 40m/s$

(b) $V > 20m/s$

FIGURE 2.17 – *Influence de la vitesse de sollicitation sur la contrainte initiale d'écrasement de certaines matériaux cellulaires [Zha+05 ; Pat+07].*

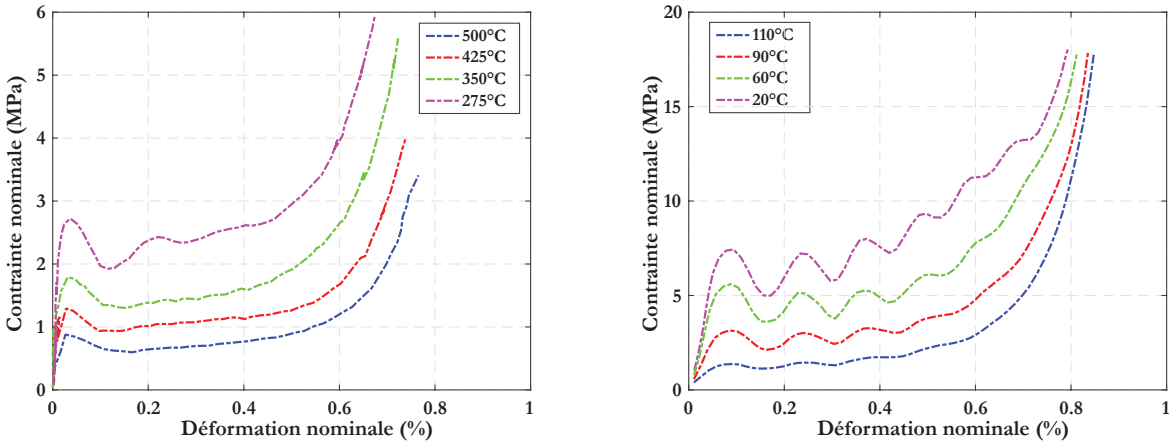
plus rapidement lorsque la température est élevée. La figure 2.18 montre les courbes contrainte-déformation de mousses polymères (Corecell M100) et de mousses d'aluminium soumises à des essais de compression uniaxiale.

De la même manière, Bruneteau *et al.* ont étudié l'influence de la température sur le comportement en compression quasi-statique d'une mousse carbone [Bru+02]. Les essais de compression dans cette étude ont été réalisés sur une gamme de température variant de la température ambiante à 3100 °C avec une vitesse de chauffage très élevée de 180 °C/s. A partir d'une température de 2000 °C,

une modification importante de la réponse mécanique de la mousse carbone est mise en évidence. Alors que le matériau se déforme de manière élastique fragile à la température ambiante, à très haute température une importante déformation plastique se produit sous compression. Ceci est lié à la modification structurale que la mousse subit avec l'augmentation de la température.

La température influence également le comportement mécanique du bois. Généralement, quand la température augmente, la résistance en compression/traction diminue pour le même niveau de déformation. Selon Goodrich *et al.*, ces changements, observés sur le comportement du balsa, sont indépendants de la structure cellulaire [Goo+10]. Ils sont principalement dus à l'adoucissement de l'hémicellulose et la lignine, qui subissent des changements de phase de transition commençant à 50 °C et 120 °C, respectivement.

Au même titre que la température, l'humidité est un facteur essentiel affectant la réponse mécanique du bois [Sah+08],[Zho+15],[Tag+12]. Elle induit généralement une importante chute des performances mécaniques. Des phénomènes de retrait et de gonflement du bois, apparaissent également dus aux variations d'humidité de l'air [WH98].



(a) *Mousse polyréthane Corecell M100 ($\rho = 300$ kg·m^{-3}) sous compression dynamique ($V = 2,77$ m/s), d'après [Wan+14]*

(b) *Mousse d'aluminium ($\rho = 315$ kg·m^{-3}) sous compression quasi-statique ($\dot{\varepsilon} = 0,001$ s^{-1}), d'après [Lin+13]*

FIGURE 2.18 – *Influence de la température d'essai sur la réponse mécanique des mousses polyréthane (a) et aluminium (b).*

La variabilité du comportement mécanique des matériaux cellulaires en compression peut être attribuée à d'autres effets. Une synthèse de ces effets a été faite dans l'ouvrage [Zha04] et les articles de Elnasri *et al.* [Eln06 ; Eln+07] et la thèse de Iltchev [Ilt14].

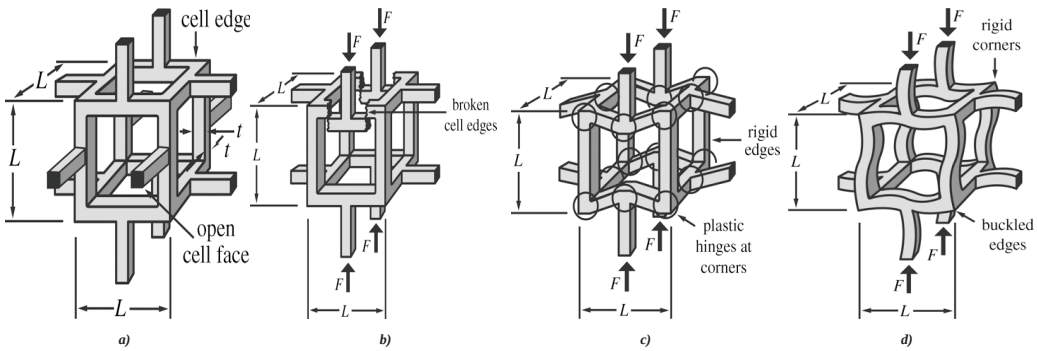
5 Modélisation du comportement mécanique

Deux types de modélisation peuvent être envisagés pour décrire le comportement mécanique d'un matériau cellulaire. Le premier, s'appuyant sur les outils de micro-mécanique, permet de modéliser

le comportement effectif ou macroscopique à partir d'informations sur la microstructure à travers le processus d'homogénéisation. Dans ce cas, la microstructure réelle du matériau est modélisée comme un assemblage périodique ou aléatoire de poutres. Le second type, s'appuie sur une approche phénoménologique et considère le matériau cellulaire comme un milieu continu. Il s'attache à reproduire le comportement macroscopique observé sans incorporer explicitement des mécanismes locaux responsables de ce comportement. L'identification des paramètres matériau du modèle nécessite d'avoir recours à une série d'expériences. Dans cette section, on présente principalement les différents modèles micromécanique basés sur une description géométrique de la microstructure. Pour la modélisation phénoménologique, la présentation est plus succinte dans la mesure où une revue détaillée est proposée dans le chapitre 5.

5.1 Modélisation micro-mécanique des matériaux cellulaires

En se basant sur les travaux de Gent et Thomas [GT63], Gibson et Ashby [GA82 ; GA99] ont proposé la première représentation de la microstructure des mousses à cellules ouvertes vues comme un réseau cubique constitué de poutres parallélépipédiques (Fig. 2.19(a)).



(a)

FIGURE 2.19 – *Modèle poutre pour les mousses à cellules ouvertes et modes de déformation, d'après [GA99] : a) Cellule de base, b) mousse fragile, c) mousse elasto-plastique, d) mousse élastomère.*

En fonction de la géométrie de la cellule, la longueur, L, et l'épaisseur, t, des arêtes, la densité relative, ρ_r, peut être déduite. Elle est proportionnelle au carré du rapport t/L

$$\rho_r \propto (\frac{t}{L})^2 \tag{2.8}$$

Ensuite, en considérant la flexion des poutres élastiques comme le mécanisme de déformation dominant en compression, la théorie des poutres permet l'estimation du module d'Young, du module de cisaillement et de la contrainte seuil. La déformation à la densification peut également être estimée facilement. Les propriétés des mousses à cellules fermées sont obtenues de la même manière en fermant la cellule par des membranes minces (type plaque) d'épaisseur t_p. Celles-ci sont supposées déformées par flexion des arêtes et étirement des parois.

Le tableau 2.1 résume les paramètres des mousses pour différents types du comportement obtenus par Gibson et Ashby.

Propriété	Mousse élastomère	Mousse élastoplastique	Mousse fragile
Module d'Young	$\frac{E^*}{E_s} = C_1 \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2$		
Limite d'élasticité	$\frac{\sigma^*_{el}}{E_s} = C_2 \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2$	$\frac{\sigma^*_{pl}}{\sigma_{pl_s}} = C_3 \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^{(3/2)}$	$\frac{\sigma^*_r}{\sigma_{rs}} = C_4 \cdot \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2$
Déformation de densification	$\varepsilon_d = 1 - 1{,}4\frac{\rho^*}{\rho_s}$		

TABLE 2.1 – *Relation entre propriétés macroscopiques et paramètres microstructuraux dans le modèle micromécanique de Gibson et Ashby pour les mousses ouvertes, d'après [GA99].*

En terme d'utilisation, le modèle micromécanique de Gibson et Ashby est considéré le plus simple à mettre en œuvre. Différents effets tels que la température et l'anisotropie ont été introduits par la suite via l'utilisation d'une cellule parallélépipédique. Mais, la géométrie de la microstructure des mousses est beaucoup plus complexe que celle exposée précédemment. De plus, la description proposée ne fait apparaître que la densité relative comme paramètre de description et néglige de fait leur taille. Les résultats obtenus avec ces approximations montrent un large écart entre les prévisions du modèle et les données expérimentales.

Dans le but de réduire ces écarts et optimiser aux mieux la détermination des paramètres élastiques, d'autres modèles plus sophistiqués ont été développés [Gib+89 ; ZA89]. Ces modèles proposent des descriptions plus réalistes de la microstructure des mousses. Le comportement d'une mousse élastique isotrope a été étudié par Ashby et Zhang via l'utilisation d'un assemblage périodique des tétraèdres [ZA89]. Ces auteurs considèrent un assemblage tétraédrique des poutres chargées macroscopiquement en contrainte imposée et calculent les sollicitations dans chaque poutre. La réponse macroscopique est déterminée par une opération de moyenne effectuée sur les volumes locaux et permettent de cette manière de déterminer les propriétés élastiques.

Ce modèle a été enrichi par Warren *et al.* pour analyser le comportement des mousses en phase élastique linéaire et non linéaire [War88 ; War91]. Les tétraèdres utilisés dans leurs études ont des orientations et des sections aléatoires. La réponse macroscopique obtenue par le modèle proposé est similaire à celle du modèle de Gibson et Ashby, dans le cas où les poutres possèdent des sections droites circulaires et triangulaires. Il a été également montré que le coefficient de Poisson dépendait uniquement de la géométrie de la mousse était indépendante du matériau constitutif. Sahraoui *et al.* ont ensuite proposé une extension du modèle de Warren pour étudier le comportement d'une mousse possédant une isotropie transverse [Sah+01].

Afin d'avoir une meilleure représentativité de la structure de la mousse, plusieurs autres formes de cellule ont été proposées telles que le dodécaèdre [Ko65] et le tétrakaidécaèdre [Lar02 ; LG12]. La structure tétrakaidécaèdrique est considérée comme étant la plus représentative de la réalité. Moyennant une approche de type homogénéisation numérique, Simone et Gibson [SH98] ont étudié les propriétés élastiques d'une mousse à cellules fermées en fonction de la quantité de la matière présente dans ses arêtes et la densité relative. En négligant la déformation des arêtes face à celle des parois ainsi que la pression de gaz à l'intérieur de la cellule, ils ont déduit les lois suivantes :

$$\frac{E^*}{E_s} \approx \Phi \left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^2 + (1-\Phi)\left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) \tag{2.9}$$

et

$$\frac{\sigma^*_{pl}}{\sigma_{pl_s}} \approx 0.3 \left(\Phi \frac{\rho^*}{\rho_s}\right)^{3/2} + (1-\Phi)\left(\frac{\rho^*}{\rho_s}\right) \tag{2.10}$$

Les relations simples qui peuvent être déduites de certains de ces modèles micromécaniques permettent de caractériser ou d'évaluer certaines propriétés physiques et mécaniques macroscopiques des mousses. Cependant, la description de ces microstructures par une structure régulière ne permet pas de prendre en compte les défauts. Par conséquent l'hétérogénéité des déformations est induite par ces défauts d'une cellule à l'autre. Pour y remédier, des études ont été réalisées s'appuyant sur des modèles purement numériques. Des techniques de génération de géométrie d'une microstructure ont été développées. Elles consistent à générer le maillage, soit à partir d'une image 3D réelle de la mousse obtenue par différentes techniques d'acquisition d'images (par exemple par la microtomographie à rayons X, la microscopie confocale optique ou à balayage laser), soit entièrement générée numériquement. Ces modèles sont ensuite utilisés en conjonction avec la méthode des éléments finis pour déterminer les propriétés macroscopiques des matériaux cellulaire [Rob+00].

Parmi les outils numériques de génération de microstructure aléatoire, les plus utilisés s'appuient sur les mosaïques de Voronoï [Vor08 ; Li+06a ; VDB+97]. Gibson et ses collaborateurs ont développé des modèles de Voronoï bidimensionnel [Mat+95 ; MG97]. Ils ont constaté que les réponses élastiques et plastiques sous chargement uniaxial de mousses de Voronoï 2D coïncidaient avec celles des alvéoles régulières périodiques. Ils ont également mis en évidence que la suppression de quelques pour cent du bord de la frontière de l'éprouvette numérique conduisait à une forte diminution de la rigidité et de la résistance uniaxiale de la mousse. Zhu *et al.* ont observé qu'à très faible densité relative, le module d'Young d'une mousse de Voronoï 3D était 50 fois supérieure à celle d'une mousse de type Kelvin de même densité [Zhu+06].

Robert *et al.* ont étudié le comportement élastique de mousses isotropes à cellules ouvertes et/ou fermées sur quatre structures différentes caractérisées par des nombres de coordination de noeuds variables [RG02a]. Les structures ont été obtenues par tesselation de Voronoï et en appliquant la méthode de champ gaussien (Fig. 2.20). Les résultats obtenus montrent que pour une distribution de taille importante les propriétés élastiques demeurent plus faibles que dans le cas des structures régulières. Les meilleures propriétés élastiques ont été obtenues avec un nombre de coordination de noeuds très élevé. Dans le cas des mousses à cellules fermées, [RG01] *et al.* ont aussi étudié l'effet de la porosité sur les propriétés élastiques. Ils ont constaté que les meilleures propriétés étaient atteintes lorsque la quantité de matière dans les parois était élevée.

Il existe d'autres modèles numériques basés sur le schéma booléen. La méthode de répartition consiste à placer des objets aléatoirement dans un espace limité. Roberts et Garboczi ont étudié le comportement élastique d'une alumine poreuse à travers des inclusions sphériques et ellipsoïdales (vide) plongées dans une matrice solide [Rob+00 ; RG02b]. Les résultats obtenus montrent un bon accord avec les données expérimentales lorsque la densité relative dépasse 0,5. Dans ce modèle, le seuil de percolation des sphères se produit pour une fraction volumique de 0,29, alors que la matrice perd déjà sa continuité à une fraction volumique de 0,9. Dans le cas des inclusions ellipsoïdales, le seuil de

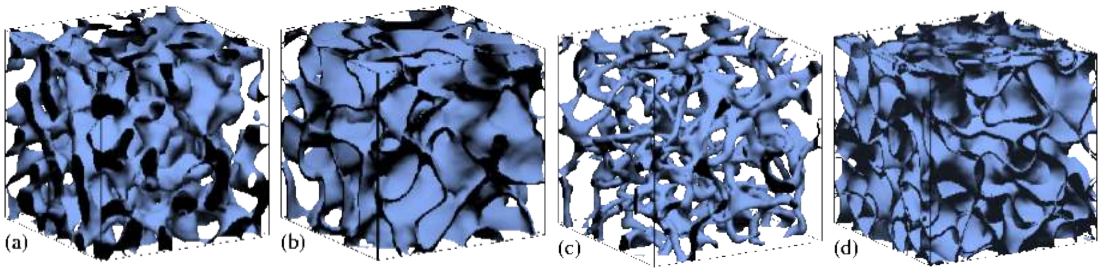


FIGURE 2.20 – *Modèles mousses obtenus par la méthode du champs gaussien : a) single cut, b) double cut, c) mousses à cellules ouvertes, d) mousses à cellules fermés, d'après [RG02a].*

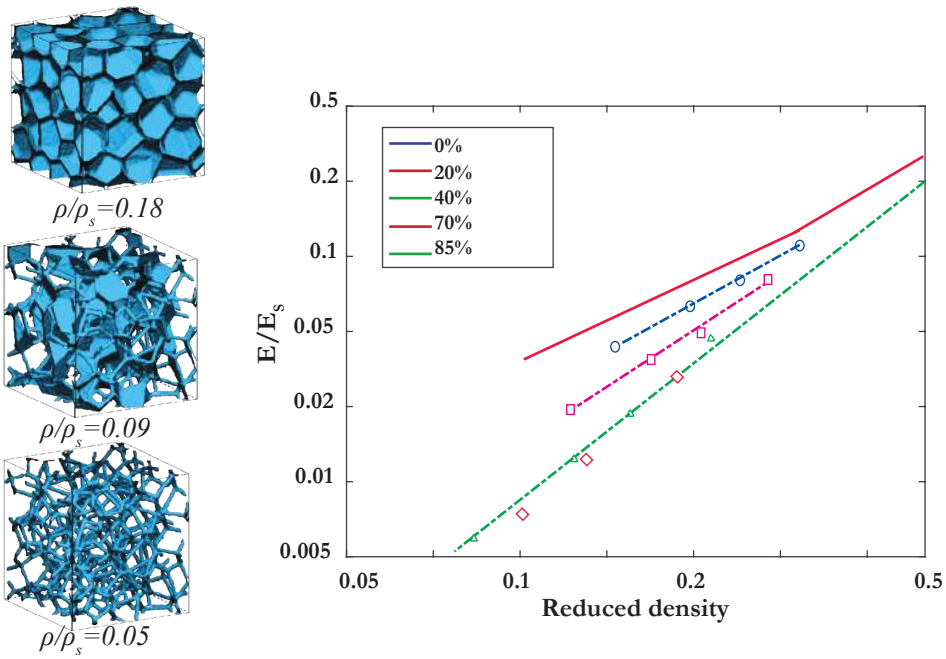


FIGURE 2.21 – *Modèles de Voronoï : variation de module d'Young en fonction de la proportion de parois séparatives des vides dans le cas des mousses, d'après [Rob+00].*

percolation est atteint pour une fraction volumique de 0,2 qui est plus faible. Dans ce cas, il est plus difficile d'estimer à partir de quelle fraction volumique la matrice percole.

Les modèles numériques basés sur une architecture théorique de la mousse prédisent correctement le comportement mécanique, cependant d'importants écarts persistent entre les prévisions et les résultats expérimentaux particulièrement en ce qui concerne le comportement anisotrope. La génération de maillage éléments finis de microstructures réelles, permet d'y remédier et de développer des modèles micromécaniques numériques. Cette approche permet de réaliser des calculs par éléments finis en élasticité et en plasticité pour prédire les différentes propriétés macroscopiques de la mousse.

Le maillage de la microstructure est généré à partir d'une image 3D obtenue par microtomographie à rayons X [EW02 ; Mai+06]. La génération d'un maillage suffisamment régulier n'est pas triviale

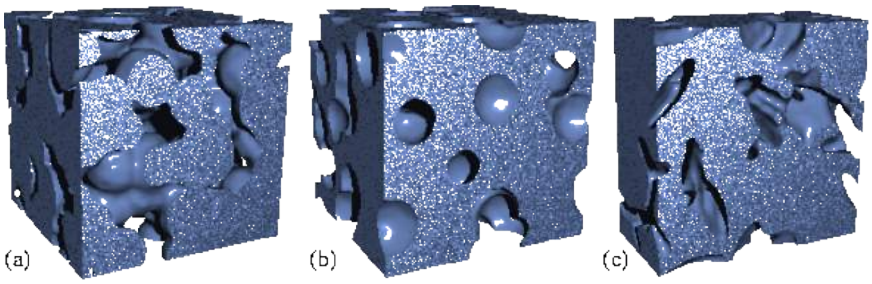


FIGURE 2.22 – *Modèles booléens des milieux poreux. (a) Inclusion sphérique inversée, (b) inclusion sphérique, (c) inclusion ellipsoïdale, d'après [RG02b].*

notamment en raison des grands écarts existant dans les dimensions caractéristiques de la microstructure. Diverses méthodes de maillage ont donc été développées pour reconstruire les structures réelles des matériaux cellulaires, voir par exemple [EW02 ; Sou04 ; You+05].

Les principaux types de maillage rencontrés sont :

— **Maillage par éléments hexaédriques.** Ce type de maillage est souvent appelé « maillage voxels ». Il consiste à convertir les voxels de l'image 3D en éléments hexaédriques [Mai+03 ; Ulr+98]. Les résultats obtenus montrent une forte dépendance à la résolution choisie. Lorsque la microstructure contient au minimum 3-4 éléments par arête une bonne précision du champ des contraintes locales est obtenue. Le maillage peut être rapidement lourd et conduire à des temps de calcul importants. En fonction de la résolution initiale de l'image, i.e., la taille du voxel, pour diminuer ce temps de calcul, plusieurs voxels sont regroupés pour former en un seul élément hexaédrique, si celà demeure compatible avec la précision recherchée.

— **Maillage par éléments tétraédriques.** Ce type de maillage est souvent appelé « maillage lissé ». Il consiste à convertir les voxels de l'image 3D en éléments tétraédriques [MR95]. Les surfaces générées par ce maillage sont plus réalistes que celles construites à partir d'éléments hexaédriques au prix d'un nombre d'éléments finis sensiblement plus élevé que pour le maillage précédent. Il nécessite donc un temps de calcul bien supérieur à celui requis par la modélisation à partir d'éléments hexaédriques. En contrepartie, les résultats obtenus à partir de ce type de ce maillage sont plus précis que ceux obtenus à partir d'un maillage voxels. Une comparaison entre les deux types de maillage a été faite par Rietbergen[Ulr+98]. Sur une éprouvette trabéculaire, il a montré un écart de l'ordre de 1,5 % sur la déformation maximale et de l'ordre de 30 % sur la contrainte équivalente de Von Mises.

— **Maillage par éléments de type poutre.** Ce maillage est fondé sur la squelettisation de la structure du matériau étudié [EW02]. Le squelette est modélisé par éléments finis poutre. Ce type de maillage est bien adapté pour modéliser les mousses à cellules ouvertes [Nyg03]. Il est suffisamment précis et permet de réduire le temps de calcul. En revanche, certains modèles ne permettent pas une analyse réaliste des déformations de la structure car ils négligent les modes de déformation en flexion ou flambement.

La figure 2.23 montre un exemple de simulation numérique réalisée par Minhea [Min09]. Le maillage par éléments tétraédriques est généré à partir de l'image 3D obtenu par microtomographie d'une mousse carbone. L'image de droite montre une carte des contraintes en compression uniaxiale sur laquelle on voit les zones les plus sollicitées.

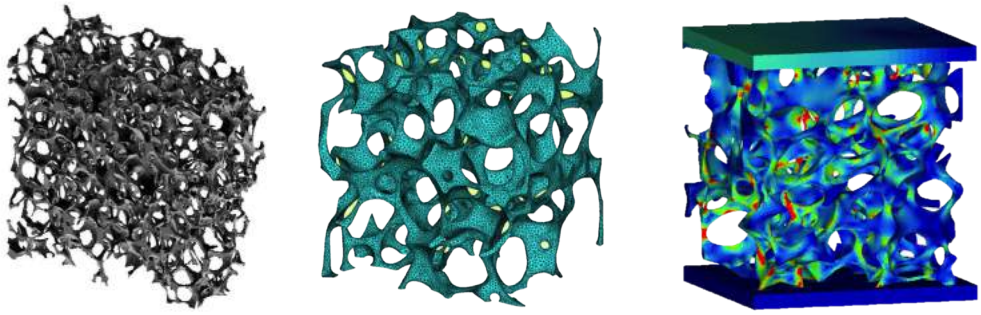


FIGURE 2.23 – *Simulation numérique par éléments finis d'une mousse carbone soumise à une compression, d'après [Min09].*

Si les modèles micromécaniques sont généralement utilisés pour évaluer le comportement macroscopique des matériaux cellulaires à de faibles niveaux de déformation et mieux comprendre les mécanismes de déformation locale, il leur est plus difficile de décrire le comportement en grande déformation. Les instabilités géométriques comme le flambage des poutres, le voilement des surfaces planes, les instabilités matérielles provenant des lois de comportement adoucissants, les phénomènes de fissuration ou de fragmentation, la gestion des contacts entre éléments lors de l'écrasement en compression génèrent de multiples problèmes numériques qui rendent la mise en œuvre particulièrement délicate, voire impossible avec des modèles numériques construits à partir d'une microstructure réelle.

5.2 Modèles phénoménologiques

La modélisation à l'échelle macroscopique est intéressante dès lors qu'il s'agit de modéliser des structures complètes ou partielle à base de matériaux cellulaires, car elle permet d'envisager des calculs numériques dans des temps et avec des moyens informatiques qui restent compatibles avec une démarche d'ingénierie habituelle. Les capacités des ordinateurs ne permettent pas d'envisager une description qui incluerait la microstructure, sauf en présence d'une analyse multi-échelle dans laquelle on analyserait par exemple en post-traitement le comportement macroscopique local avec des outils de micromécanique.

La modélisation phénoménologique s'appuie sur une description continue de la matière constitutive du matériau cellulaire sur tout le volume élémentaire représentatif (VER). Une telle modélisation n'a du sens que si l'on considère que le VER contient suffisamment de cellules pour qu'à l'échelle d'observation considérée, le VER apparaisse continu. La taille du VER doit également être suffisamment petite en regard de la dimension de la structure.

Les principaux éléments de la modélisation des matériaux cellulaires sont exposés dans l'introduction du chapitre 5. Néanmoins, une courte discussion est proposée dans ce sous chapitre sur l'une de leurs spécificités qui est la grande sensibilité du comportement mécanique à la contrainte moyenne σ_m ou la pression moyenne $p = -\sigma_m$ définies par

$$p = -\sigma_m = -\frac{I_1}{3} \tag{2.11}$$

où I_1 le premier invariant du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$

$$I_1 = \mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{ii} \tag{2.12}$$

en adoptantla convention sur la sommation des indices muets.

Cette influence a été montrée par de nombreux auteurs [Han+02 ; DF00 ; Tag+05 ; Mai10] sur des trajets de chargement en compression uniaxiale ou compression multiaxiale, parfois assez complexes et dont le détail est présenté dans le chapitre 4. Ils ont notamment caractérisé les critères de limite d'élasticité ou de rupture qui peuvent être visualisés dans le plan de contraintes " pression moyenne p / contrainte équivalente de Von Mises q ".

On rappelle que la contrainte équivalente de Von Mises q est définie à partir du tenseur des contraintes déviatoriques $\mathbf{s}$ qui s'écrit

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{I_1}{3}\boldsymbol{I} \tag{2.13}$$

q est définie en fonction du second invariant du déviateur des contraintes J_2 qui s'écrit

$$J_2 = \frac{1}{2}\mathbf{s} : \mathbf{s} = \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\mathbf{s}\right)^2 = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} \tag{2.14}$$

On a alors

$$q = \sqrt{3J_2} = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} \tag{2.15}$$

La contrainte déviatorique équivalente q est très utilisée dans les modèles classiques de plasticité des matériaux insensibles à la pression moyenne comme le modèle de Von Mises [SN+08] ou de plasticité compressible où les critères dépendent de p, comme les lois de comportement des matériaux issues de la géotechnique (sol, roche poreuse, ...),e.g. le modèle de Drucker-Prager[Aba11].

Dans certains cas, la contrainte déviatorique équivalente est définie en faisant intervenir le troisième invariant du tenseur des contraintes déviatoriques J_3 par l'intermédiaire de la grandeur r

$$r = \sqrt{9J_3} \tag{2.16}$$

Avec :

$$J_3 = \frac{1}{3}\mathbf{s}\cdot\mathbf{s}\cdot\mathbf{s} = \frac{1}{3}\mathrm{tr}\left(\mathbf{s}\right)^3 = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki} \tag{2.17}$$

La contrainte équivalente t est alors définie par [Aba11]

$$t = \frac{q}{2}\left[1 + \frac{1}{K} - \left(1 - \frac{1}{K}\right)\left(\frac{r}{q}\right)^3\right] \tag{2.18}$$

où K est un paramètre matériau et p, q et r sont donnés par les équations (2.11) et (2.15).

Cette contrainte équivalente t permet de modifier la forme du critère dans le plan déviatorique qui dans le cas du critère de Mises ou de Drucker Prager est un cercle.

Une synthèse des critères de limite d'élasticité et de rupture des matériaux cellulaires disponibles a été faite par Abrate [Abr08].

Pour les matériaux alvéolaires considérés comme isotropes, l'auteur classifie les critères en quatre catégories définies en fonction du degré de dépendance des premier et second invariants du tenseur des contraintes.

La première catégorie regroupe les critères $f(\boldsymbol{\sigma}) = 0$, où la contrainte déviatorique équivalente q est une fonction linéaire de la pression hydrostatique p.

$$f(p, q) = q - b_0 + b_1 p = 0 \tag{2.19}$$

où b_0 et b_1 sont des paramètres matériaux.

Le premier critère de ce type a été introduit dans le modèle original de Drucker Prager pour modéliser le comportement des sols [SN+08]. Ce modèle a été ensuite appliqué aux bétons, aux matériaux polymères ainsi qu'aux mousses polymères et syntactiques [Maj+95 ; Qui+97 ; DH69]. Ce type de critère a été également utilisé par Gibson *et al.* pour modéliser la rupture fragile de mousses carbone [Gib+89].

Une seconde catégorie regroupe les critères où la contrainte déviatorique équivalente est une fonction polynomiale d'ordre 2 de la contrainte moyenne.

$$f(p, q) = q - b_0 - b_1 p^2 = 0 \tag{2.20}$$

Il s'agit d'une extension non linéaire du critère de limite d'élasticité de Drucker Prager développée pour la mécanique des sols [SN+08]. A partir d'analyses micromécaniques, Gibson *et al.* [Gib+89] ont développé le modèle de comportement GAZT avec un critère de cette forme pour analyser la réponse de mousses idéalisées par des cellules cubiques. Les coefficients b_0 et b_1 de l'équation 2.20 changent de signe avec la pression moyenne et dépendent de certains paramètres physiques et mécaniques du matériau. La capacité de prédiction du critère de rupture a été démontrée par les auteurs sur une mousse polyuréthane flexible.

Le modèle de comportement de Miller est fréquemment utilisé pour prédire le comportement plastique des mousses métalliques [Mil00]. Les paramètres matériau varient en fonction de l'écrouissage et dépendent de la déformation volumique et la déformation plastique équivalente.

La troisième catégorie regroupe les critères limites d'élasticité et de rupture de forme elliptique dans le plan $(p - q)$.

$$f(p, q) = q^2 - b_0 - b_1 p^2 = 0 \tag{2.21}$$

Ce type de critère est également très connu dans le domaine de la géotechnique car il est utilisé dans les modèles de Cam Clay [SN+08].

Le modèle de Deshpande et Fleck, très utilisé dans les matériaux cellulaires utilise ce type de critère [DF00]. Ce modèle a été développé à partir d'une campagne d'essais multiaxiaux réalisés sur des mousses d'aluminium. Il est détaillé dans le chapitre 5.

La quatrième catégorie regroupe les critères où la contrainte moyenne est une fonction polynomiale d'ordre 2 de la contrainte déviatorique équivalente.

$$f(p, q) = q^2 - b_0 + b_1 p = 0 \tag{2.22}$$

Le critère le plus connu dans la littérature est celui de Raghava [Rag73]. Il a été utilisé pour étudier le comportement des matériaux polymères et permet de mieux prédire les résultats expérimentaux que le critère de Druger Prager lorsque la limite en compression représente environ 1,5 fois la limite en traction.

Pour faciliter la conception et l'analyse des structures impliquant les matériaux cellulaires, plusieurs lois du comportement ont été implémentées dans des codes de calcul par éléments finis comme LS-DYNA et ABAQUS. [Han+02] ont décrit brièvement certains de ces modèles développés pour les mousses solides, comme les modèles 26, 126, 63 et 75 de LS-DYNA, le modèle crushable foam d'ABAQUS et les modèles de Deshpande et Fleck [DF00], Miller [Mil00], Schreyer [Sch94] et Ehlers (Fig. 2.24). Une comparaison des différents critères est proposée sur la figure 2.24.

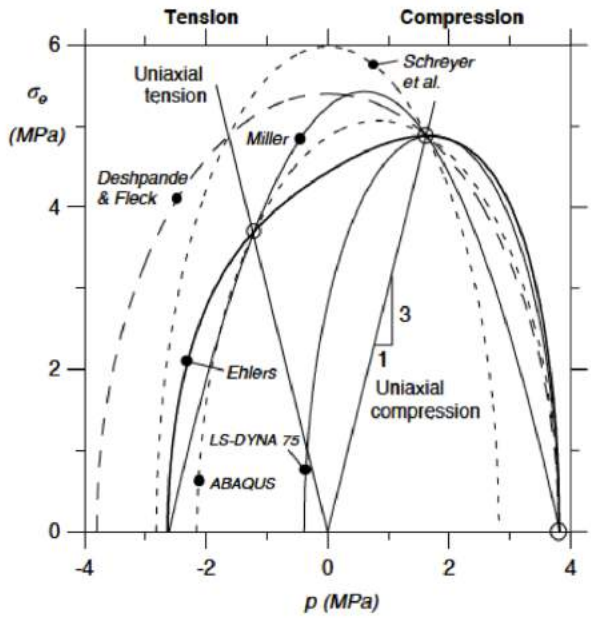


FIGURE 2.24 – *Comparaison des surfaces de plasticité des matériaux mousses[Han+02].*

Pour les matériaux cellulaires ayant un caractère anisotrope, les critères développés ont été inspirés du critère de Hill [Lem+09] . Une modification du critère est proposé pour rendre compte de la pression moyenne. D'après les travaux de [Tag+05], le critère de Hill modifié se met sous la forme

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = A(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + B(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + C(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + D\sigma_{23}^2 + E\sigma_{31}^2 + F\sigma_{12}^2 + G\sigma_m^2 - 1 = 0 \quad (2.23)$$

où les paramètres A, B, C, D, E, F et G sont des paramètres matériau identifiées à partir des essais de compression simple suivant les trois directions principales.

Ce type de critère a été utilisé pour caractériser différents matériaux cellulaires (bois, structure en forme de nids d'abeilles, mousses) [Mai10 ; Tag+05] ... Il pourrait convenir au balsa ainsi qu'à certaines mousses métalliques.

Pour la mousse PVC à cellules fermées, Gdoutos *et al.* et Mc Cormick [Gdo+02],[Gdo+] ont étudié le comportement multiaxial d'une mousse PVC à cellules fermées. La surface de plasticité obtenue a

été fittée par le critère de Tsai-Wu

6 Présentation des mousses carbone

Il existe plusieurs types de mousse de carbone, en fonction de la matière première utilisée (précurseur) et le procédé de fabrication mis en œuvre. Nous présentons dans ce sous-chapitre, le processus général de fabrication des mousses en carbone, leurs applications industrielles, la microstructure et les propriétés physiques, thermiques et mécaniques.

6.1 Procédé de fabrication

Les mousses carbone ont été développées dans les années 1960 par W. Ford et obtenues par pyrolyse d'une mousse polymère thermodurcissable [For60]. La microstructure du produit est réticulée et vitreuse (RVC Foam). Elle est caractérisée par un faible coefficient de dilatation thermique, ce qui en fait un bon candidat pour des applications techniques nécessitant d'avoir un matériau possédant une bonne résistance aux chocs thermiques. Dans les années 1970, les développements ont principalement visé à améliorer les performances thermiques et mécaniques et à réduire les coûts de fabrication du matériau en faisant évoluer la nature des précurseurs et le processus de fabrication. Les précurseurs utilisés sont alors essentiellement des mousses phénoliques et des mousses polyuréthanes [Sha+14].

Une nouvelle génération de mousses carbone a été développée dans les années 90 à partir des nouveaux précurseurs (à base de charbon, de brais de pétrole, de houille) [Min+07 ; Mx+08 ; Cho+06]. Les chercheurs de l'« US Air Force Materials » ont fabriqué des mousses carbone à partir des mésophases de brai. Ces mousses ont été élaborées principalement pour remplacer les fibres tissus et les structures en nid d'abeilles utilisées comme âme dans les matériaux composites. La société « MER Corporation » a ensuite été autorisée à utiliser cette technologie [NK03]. Un autre groupe de recherche à « West Virginia University » a développé une méthode de fabrication basée sur le charbon comme un précurseur pour fabriquer des mousses de haute résistance thermique et mécanique [SZ99]. Touchstone Research Group a ensuite pu exploiter ce procédé et commercialiser les produits.

Plus récemment, J. Klett a réduit de manière significative le nombre d'étapes de la fabrication de mousses carbone en éliminant les étapes de moussage et de stabilisation [Kle00]. La mousse obtenue via ce processus est de nature graphitique et possède d'excellentes propriétés thermiques. C'était la première mousse à avoir une conductivité thermique aussi élevée (jusqu'à 180 $W{\cdot}m^{-1}{\cdot}K^{-1}$) [NK03]. La technologie d'obtention de ce matériau a été commercialisée sous le nom de « POCOFoam ».

Dans le but d'améliorer les caractéristiques thermiques, WV. Ultramet a utilisé le procédé de dépôt chimique en phase vapeur (C.V.D : Chimical Vapor Deposition) pour déposer un dépôt solide sur les ligaments des mousses de carbone vitreux [Sta00]. Cette technique permet de renforcer les ligaments et de leur conférer de bonnes propriétés thermiques et mécaniques. D'autres précurseurs ont été synthétisés pour produire la mousse carbone comme la biomasse - mélanine, le liège, le tannin, les bois d'olives [Rio+06 ; Cho+06].

Les techniques mise en œuvre pour modifier les précurseurs en mousse de carbone sont diverses et nombreuses. Le processus général comporte les étapes suivantes :

— imprégnation de poudre, de granulat ou de mousses organiques avec des résines dans un moule ;

— pyrolyse de l'ensemble à haute température (500 °C) en présence de pression ;
— carbonisation entre 1000 et 1900 °C, cette étape produisant une perte de masse d'environ 90 % ;
— graphitisation entre 2000 et 2800 °C.

A titre d'exemple, les différentes étapes de fabrication de la mousse de carbone "Kfoam" sont présentées sur la figure 2.25.

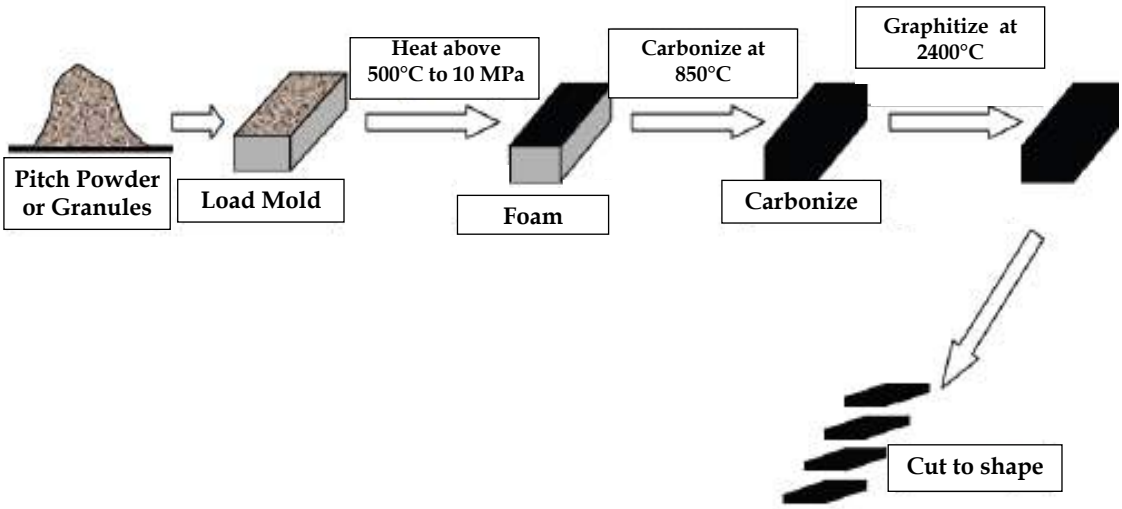


FIGURE 2.25 – *Processus de fabrication de la mousse de carbone Kfoam, d'après [Bra08].*

La morphologie des mousses de carbone ainsi que leurs propriétés physiques, thermiques et mécaniques sont très dépendantes des paramètres du procédé de fabrication [Yg+09 ; Kle+00b ; Eks+06 ; NK03 ; Kle+00a ; Ton+09]. Parmi ces paramètres, on peut citer le type de précurseur du base [Min+07], la pression de moussage et les paramètres du cycle thermique (température, vitesse et durée du traitement). Une température plus élevée a pour résultat d'engendrer une microstructure plus homogène et interconnectée avec une densité relative et résistance à la compression plus élevées. La nature du cycle thermique agit sur la morphologie de la microstructure (cellules ouvertes ou cellules fermées, présence de défauts). Une pression de moussage trop importante génère une microstructure poreuse à cellules ouvertes avec une faible densité et une faible résistance en compression. La bonne maîtrise de ces paramètres est essentielle pour obtenir la meilleure qualité possible en terme d'homogénéité de la microstructure et des propriétés recherchées.

Certaines propriétés des principales mousses carbone commercialisés sont présentées dans le tableau 2.2.

6.2 Applications industrielles

La mousse carbone est un matériau multifonctionnel et, de ce fait, possède un fort potentiel pour des applications industrielles diverses et variées.

Sa conductivité thermique est environ six fois supérieure à celle du cuivre et environ 5 fois supérieure à celle de l'aluminium. Cette propriété combinée avec une porosité ouverte et une surface spécifique

Proprietés	Ultramet's RVC	Cfoam	ORNL	MER	HighPerf Foam	Koppers	Poco
Densité (g/cc)	0,042		0,25-0,65	0,016-0,62	0,02 - 0,56	0,39 - 0,49	0,5
CTE [1](ppm/°C)	1,15-1,65	0,08	2	-	0,56	0,36 - 2,8	0,6 - 2
σ_c	0,763	6.8	1-3,5	1,7 - 7	40	1,1 - 3,9	3
σ_t	0,81	0,1	0,7-1,6	-	3,5	0,65 - 3,5	-
TC [2](W/m.k)	0,085	2,3	0,3-180	0,05-210	2,3	27,9 - 100	65 - 185

TABLE 2.2 – *Propriétés physiques, thermique et mécanique de différentes nuances de mousse carbone[NK03].*

élevée font de cette mousse le matériau idéal pour les systèmes de protection thermique ainsi que dans les refroidisseurs et les dissipateurs des chaleur [NK03 ; CW04 ; DW10]. Possédant un comportement relativement inerte, même à des températures élevées, la mousse est également utilisée dans les filtres à gaz ou de métaux en fusion [Col06], ainsi que dans des boucliers nucléaires, piles à combustible, électrodes de batteries et les tiges pour les réacteurs nucléaires [Ina00]. De par sa faible densité, l'intégrité structurale doit être étudiée avec attention, lorsque la mousse est utilisée dans le parechoc d'un véhicule, ou dans la tuyère des fusées [BAI07].

Le champ d'application des mousses carbone s'est progressivement élargi, notamment avec des applications dans le domaine médical (chirurgie osseuse, prothèses, implants dentaires) [Mar+06 ; Ina00] et dans le domaine de la construction mécanique (construction navale, aérospatiale, structures composites) [SO05 ; LD09]. Certains chercheurs et ingénieurs considèrent que la mousse de carbone est l'un des matériaux phares de la prochaine génération qui pourra remplacer certains matériaux cellulaires classiques tels que le bois et les mousses (métallique, céramique et plastique).

6.3 Mousse HighPerf Foam

Le choix de la mousse HighPerf Foam comme matériau potentiel susceptible de remplacer le bois dans les capots amortisseurs a été fait sur la base d'une étude comparative des propriétés physiques et mécaniques de différentes mousses carbone (Tableau 2.3). Ce matériau est le seul à présenter un bon compromis entre faible densité et bonne résistance à l'écrasement.

Le comportement mécanique de la mousse HighPerf Foam a été peu étudié dans la littérature. À notre connaissance, les seules études réalisées sur ce matériau sont celles de Carpenter et Cacchione *et al.* [Car05 ; Cac+11]. Dans ces études, les auteurs ont caractérisé le comportement mécanique par des essais de compression libre. Le comportement est élastique linéaire, la rupture est fragile. Il est sensible à la densité de la mousse. Cacchione *et al.* [Cac+11] ont montré que ce matériau était insensible à la vitesse de sollicitation pour des vitesses d'impact faibles, typiquement inférieure à 50 $m{\cdot}s^{-1}$. Un effet notable de la vitesse de chargement a été observé au delà.

Afin de comprendre les mécanismes des déformation de la mousse carbone étudiée au cours de son écrasement, il est nécessaire d'étudier dans un premier temps sa microstructure et de caractériser notamment : la forme des cellules, leur taille, leur distribution et leur orientation. Dans la présente étude, ces informations ont été obtenues par des observations au microscope électronique à balayage

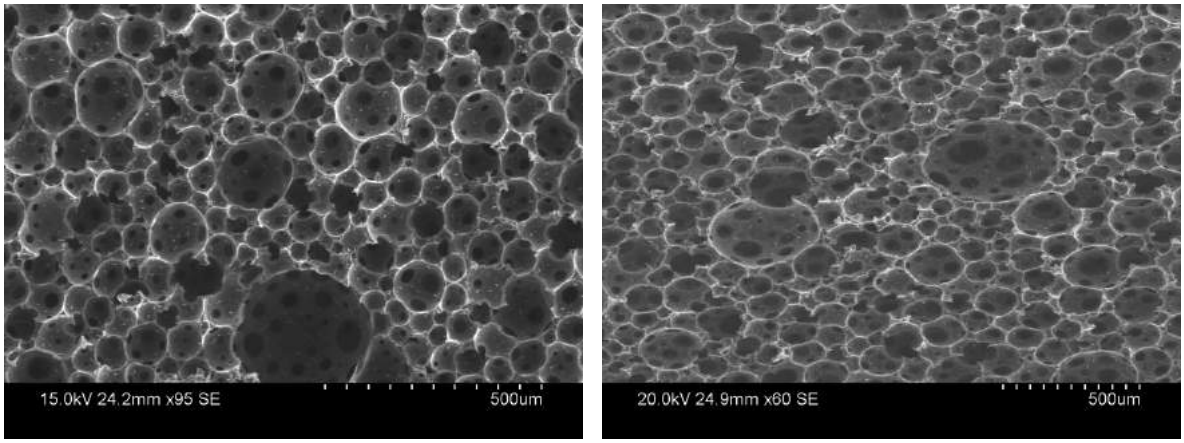
2. CTE = Coefficient d'expansion thermique.
2. TC = Conductivité thermique .

Mousse carbone		HP01	HP02	HP03	HP04
Proprieté	unité				
Densité apparente	$g{\cdot}cm^{-3}$	0.08	0.16	0.32	0.56
Résistance spécifique	$\mu\Omega_m$	6800	2500	650	400
Module d'Young	GPa	0.1	0.5	2	3.5
CTE(30-100°C)	$\times 10^{-6}$ °C^{-1}	2.3	2.3	2.3	2.3
Conductivité thermique	$W{\cdot}m^{-1}K^{-1}$	0.1	0.15	0.3	0.3
Résistance en compression	MPa	1	6	30	60
Résistance en traction	MPa	1,91	4,6	-	-
Résistance en flexion	MPa	1,5	5,5	-	8

TABLE 2.3 – *Proprietés physiques, thermique et mécaniques de la mousse carbone HighPerf Foam.*

(MEB). Les échantillons analysés sont des cylindres de 30 mm de diamètre et 30 mm d'épaisseur, des trois densités différentes (GF01, GF02 et GF03). Ils ont été étudiés sans préparation préalable (ni polissage, ni métallisation).

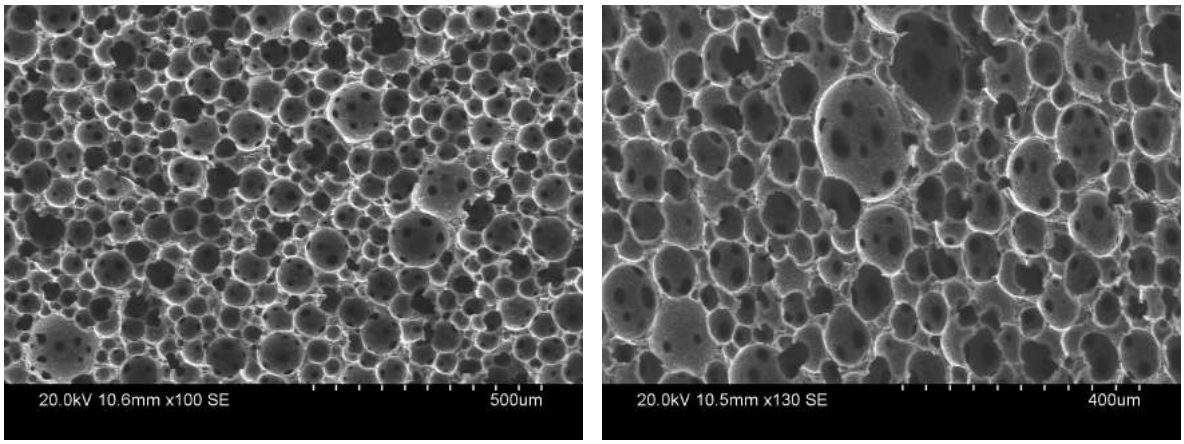
Les micrographies sont regroupées dans les figures 2.26-2.28. Les cellules ont une forme sphérique et sont ouvertes dans les trois nuances analysées. On remarque également la présence de deux types de porosité : des macropores reliés entre-eux par des ligaments (jonctions) et des microporosités qui se situent dans les parois solides entourant les macropores, ainsi que dans les jonctions Fig 2.29. Le diamètre des macropores est compris entre 50 à 150 μm et celui des microporosités est compris entre 1 et 10 μm. On voit clairement que lorsque la densité augmente le taux de vide diminue et les jonctions reliant les cellules deviennent plus épaisses.



(a) *Perpendiculaire au sens du moussage* (b) *Parallèle au sens du moussage*

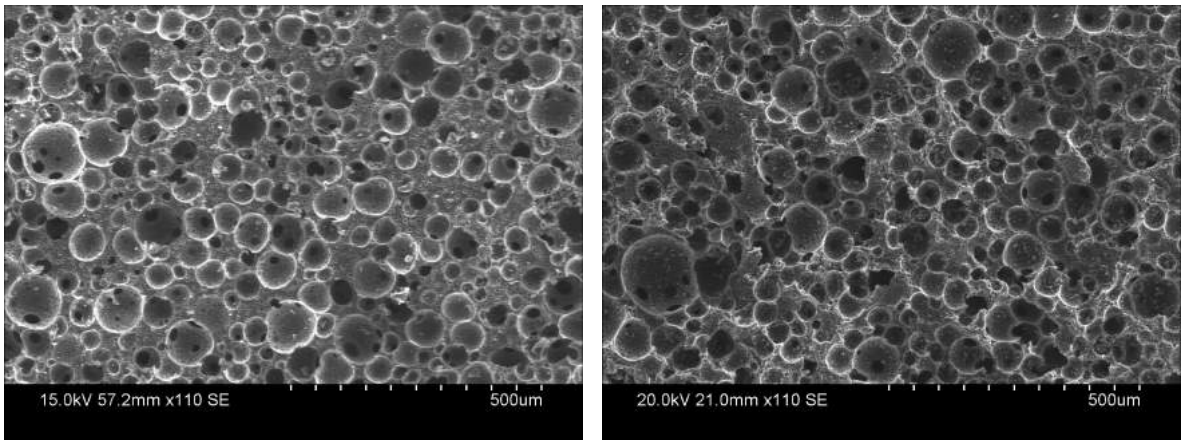
FIGURE 2.26 – *Morphologie de la mousse carbone GF01.*

Les analyses effectuées dans deux directions ont permis de mettre en évidence une orientation privilégiée des cellules plus ou moins marquée selon la densité. Plus la densité est faible, plus cette anisotropie est nette. La figure 2.27(b) montre que les cellules sont allongées et aplaties dans la direction du moussage.



(a) *Perpendiculaire au sens du moussage* (b) *Parallèle au sens du moussage*

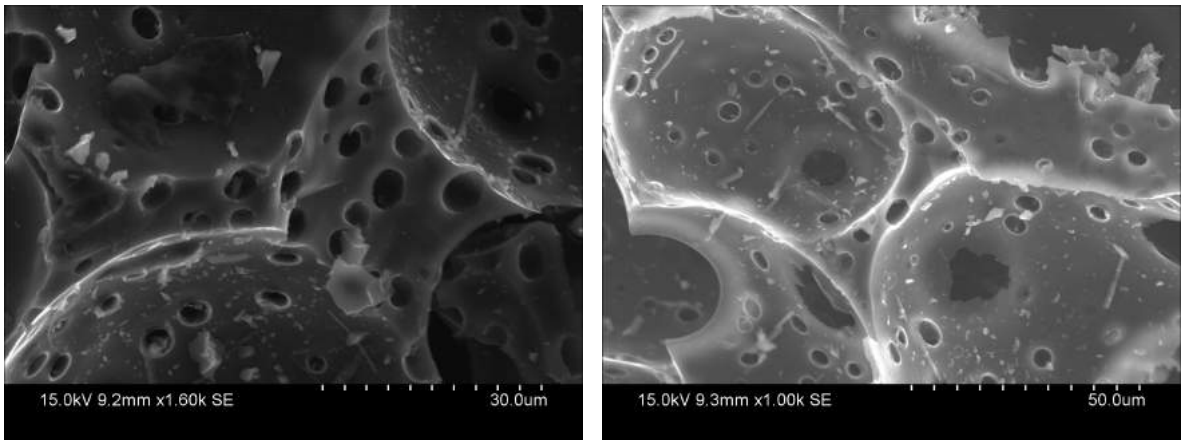
FIGURE 2.27 – *Morphologie de la mousse carbone GF02.*



(a) *Perpendiculaire au sens du moussage* (b) *Parallèle au sens du moussage*

FIGURE 2.28 – *Morphologie de la mousse carbone GF03.*

Des défauts de microstructure ont été observés. Ils sont liés au processus de fabrication et se manifestent sous la forme des gros pores de taille millimétrique Fig. 2.30. L'influence de ce type de défauts sur le comportement mécanique a été étudié sur plusieurs matériaux mousses. Les auteurs ont montré qu'ils généraient une réduction importante des propriétés mécaniques [JA05 ; Dlo+09].



(a) (b)

FIGURE 2.29 – *Microporosité dans les jonctions et à l'intérieur des cellules de la mousse carbone GF02.*

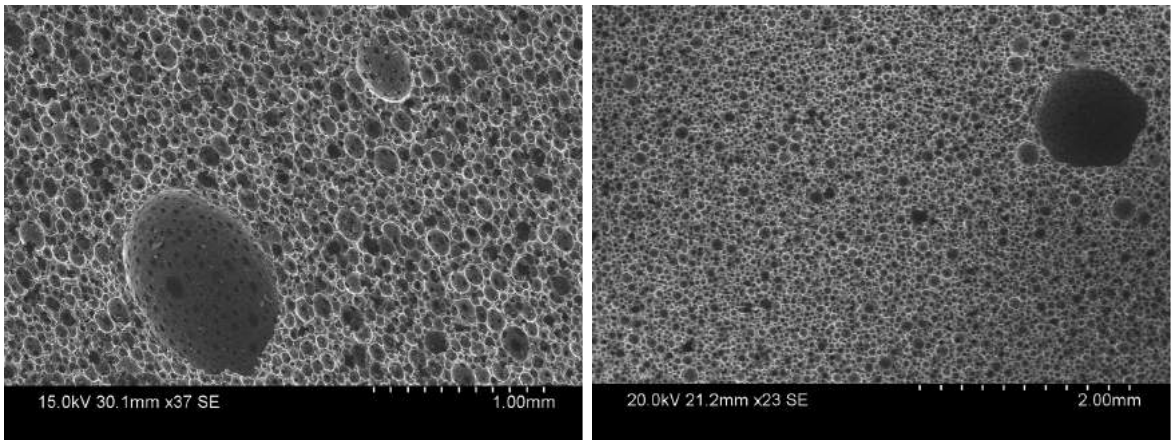


FIGURE 2.30 – *Défauts de microstructure dans la mousse carbone.*

7 Conclusion

Ce chapitre donne un aperçu général des matériaux cellulaires, leurs procédés de fabrication, leurs morphologies, ainsi que les types de modélisation qui peuvent être envisagés pour prédire leur comportement mécanique. Plusieurs conclusions peuvent être tirées sur les aspects caractérisation et modélisation :

1. Les matériaux cellulaires possèdent une architecture particulière et ont des performances intéressantes. Le caractère cellulaire (ouvert, fermé ou mixte) est à prendre en considération car il conditionne la réponse mécanique des matériaux cellulaires et les mécanismes de déformation, en particulier sous une sollicitation en compression. Les mécanismes de déformation mis en jeu sont variés et dépendent de la microstructure du matériau, du type de sollicitation, ...
2. Le comportement mécanique en compression d'un matériau cellulaire est, en général, composé de trois phases (élasticité, plateau et densification), quel que soit le comportement de son matériau constitutif. Ce comportement est sensible à plusieurs paramètres tels que l'effet d'échelle, l'effet

de vitesse de sollicitation, l'effet de la température. La densité reste le paramètre principal qui gouverne de manière significative le comportement mécanique des matériaux cellulaires.

3. Pour l'aspect modélisation des mousses, deux approches fondamentales ont été développées : l'approche basée sur la micromécanique, l'autre macroscopique est de type phénoménologique. Pour prendre en compte l'aspect hiérarchique des matériaux cellulaires, plusieurs stratégies de modélisation micro-mécanique ont été développées. Les modèles simples, ne sont pas capables de prendre en compte les hétérogénéités de déformation et de fracturation observées dans les matériaux cellulaires. Les modèles avancés basés sur la reconstruction 3D de la microstructure requièrent des moyens informatiques puissants pour effectuer de simulations et leur utilisation reste restreinte à la simulation de petits volumes. Ces volumes ne sont pas représentatifs du comportement d'une structure réelle. Les approches phénoménologiques apparaissent par conséquent comme le meilleur moyen de modéliser le comportement macroscopique global du matériau. Plusieurs lois du comportement ont été développées dans la littérature permettant de décrire convenablement la surface de plasticité expérimentale pour les matériaux cellulaires ductiles. Les matériaux cellulaires fragiles ont été moins étudiés dans la littérature. A notre connaissance, il n'existe pas de loi de comportement dédiée pour cette famille des matériaux. La construction d'une base de données expérimentales apparait indispensable dans un premier temps pour bien cibler les principales caractéristiques du comportement du matériau cellulaire fragile.

Chapitre 3

Comportement mécanique de la mousse carbone sous compression uniaxiale

Contents

1 Introduction **50**
2 Revue bibliographique du comportement mécanique des mousses fragiles . . **50**
3 Comportement de la mousse carbone en compression uniaxiale **60**
3.1 Compression uniaxiale simple (libre) 60
3.2 Compression uniaxiale confinée ou compression œdométrique 64
3.3 Essais de compression dynamique confinée 68
4 Observations complémentaires **73**
4.1 Densité et porosité des mousses 73
4.2 Comparaison des différentes nuances de mousse 75
4.3 Anisotropie 77
4.4 Energie absorbée 77
4.5 Comportement cyclique 80
5 Mécanismes de déformation et d'endommagement en compression confinée . **81**
5.1 Analyse Post-Mortem sous MEB 81
5.2 Essais interrompus sous micro-tomographe 85
6 Conclusion **94**

1 Introduction

Le comportement mécanique de la mousse carbone sollicitée en compression uniaxiale est au cœur de l'étude présentée dans ce chapitre. En raison de l'application industrielle envisagée et du caractère fragile de cette mousse, son comportement uniaxial a été caractérisé à partir d'essais de compression simple et d'essais de compression uniaxiale confinée (ou compression oedométrique) au cours desquels les éprouvettes sont confinées latéralement (déformations latérales nulles). L'objectif des essais de compression confinée était de comprendre l'influence du confinement sur la réponse en compression uniaxiale de la mousse carbone et de caractériser les mécanismes de déformation mis en jeu pour absorber l'énergie dissipée lors d'un choc.

Pour des vitesses de sollicitation faibles, les essais ont été réalisés sur une presse uniaxiale classique. L'effet de la vitesse de sollicitation sur le comportement mécanique a été étudié à partir d'essais dynamiques réalisés avec un montage de barres d'Hopkinson.

Les mécanismes de déformation et de rupture progressive permettant à la mousse d'absorber l'énergie cinétique par écrasement de la structure cellulaire, ont ensuite été étudiés. L'objectif final étant de développer un modèle de comportement mécanique macroscopique, cette caractérisation a été limitée à l'échelle représentative de l'éprouvette, i.e., celle du volume élémentaire représentatif. Les analyses s'appuient notamment sur des observations de micrographies faites au microscope électronique à balayage (MEB) et d'images 3D reconstruites à partir de radiographies réalisées au microtomographe aux rayons X. Ces images 2D et 3D ont été faites sur des éprouvettes soumises à des essais de compression oedométrique interrompus à différents niveaux de chargement.

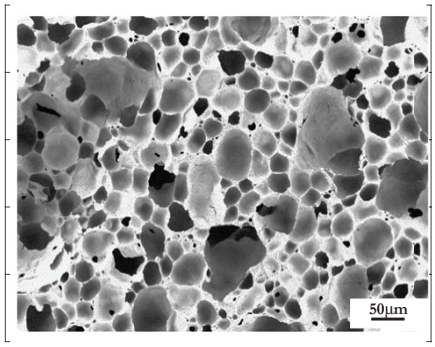
Les applications structurales de ces mousses fragiles étant assez peu développées, le comportement mécanique des mousses fragiles est assez peu documenté dans la littérature. C'est la raison pour laquelle une revue bibliographique est présentée en amont de ce chapitre.

2 Revue bibliographique du comportement mécanique des mousses fragiles

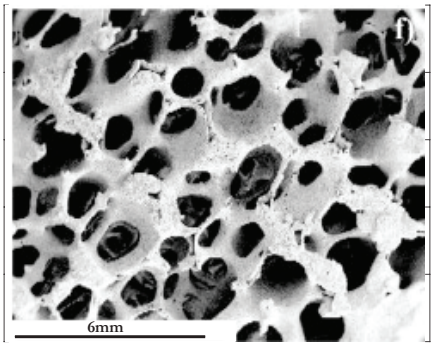
Il existe une grande diversité de mousses en fonction de la nature du matériau constitutif et du mode de fabrication. Les microstructures de quelques mousses céramiques ou organiques, proches de mousse carbone objet de cette étude sont présentées sur la figure 3.1. La plupart de ces mousses présentent une porosité ouverte ou partiellement ouverte permettant d'obtenir les propriétés requises pour assurer les fonctions d'usage. Ces mousses possèdent une grande variabilité des caractéristiques microstructurales (distribution en taille et forme des cellules, épaisseur de jonctions, porosité).

Dans la plupart des applications, l'endommagement des mousses fragiles résulte de sollicitations de compression ou de traction excessives. Aussi, en vue d'optimiser la microstructure de ces matériaux au regard de leur utilisation, un certain nombre d'études ont été menées pour mieux comprendre les phénomènes d'endommagement et de rupture et identifier les relations qui lient certains paramètres de la microstructure au comportement mécanique.

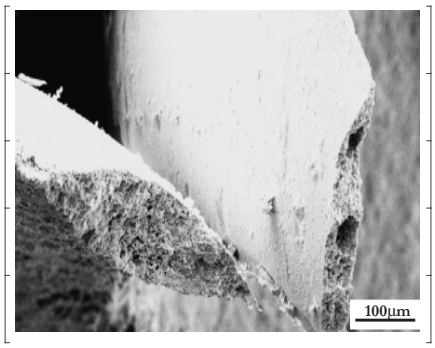
Brezny *et al.* [BG91 ; BG93] ont étudié le comportement mécanique de mousses fragiles réticulées de type céramique et carbone vitreux à l'aide d'essais de traction/compression simple et d'essais de flexion



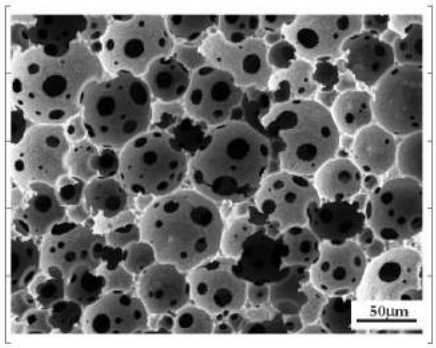
(a) *Mousse céramique (Al_2O_3) [See+13]*



(b) *Mousse céramique (SiC) [Sal+06]*



(c) *Mousse céramique (ZrO_2) [Acc+09]*



(d) *Mousse d'alumine [Alm08]*

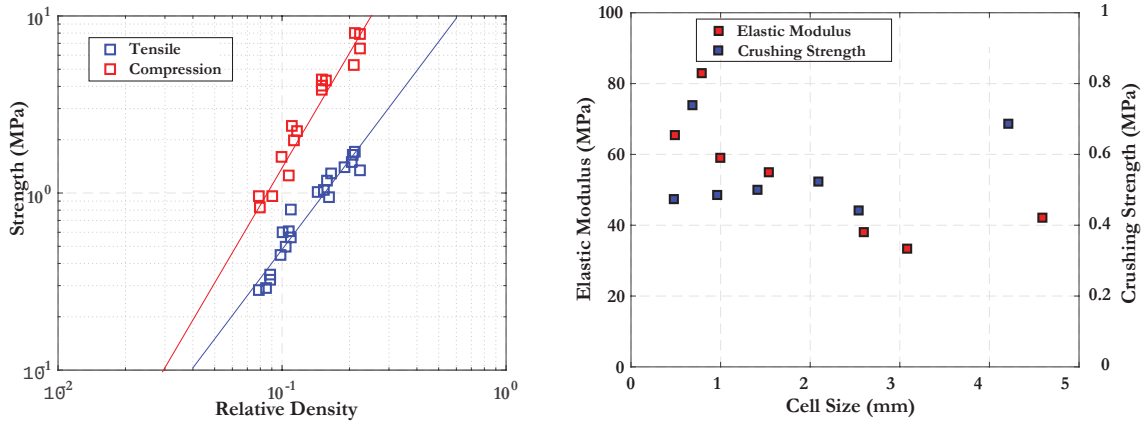
FIGURE 3.1 – *Microstructure des différentes mousses céramiques.*

et ont confronté leurs résultats expérimentaux avec certains modèles micromécaniques comme celui développé par Gibson and Ashby [GA99]. Ils ont montré que la résistance à la compression simple est largement supérieure à celle obtenue en traction simple dans le cas de la céramique alumine-mullite et ont corrélé l'évolution de ces grandeurs avec la masse volumique relative ρ_r (Fig. 3.2(a)). Cet écart est nettement moins marqué pour la mousse en carbone vitreux. Les auteurs ont également constaté que la résistance à la compression et la résistance à la flexion évoluent de manière inversement proportionnelle avec la taille des cellules.

Un effet d'échelle a également été observé sur la résistance mécanique et le module d'Young des mousses de carbone vitreux réticulées [BG91]. Leurs essais (traction/compression) montrent que ce deux proprietés diminuent lorsque le rapport diamètre éprouvette/diamètre des cellules est inférieur à 20.

La même tendance a été observée sur la mousse céramique alumine-mullite par Dam *et al.* [Dam+90]. Ces observations semblent en contradiction avec les résultats de Brezny et Green [BG91] pour le même type du matériau. Les évolutions de la contrainte à la rupture et du module d'élasticité ne sont pas

prévisibles par le modèle de Gibson et Ashby [GA99] qui les font dépendre uniquement de la masse volumique relative du matériau. Les auteurs expliquent cet écart du fait que ces propriétés dépendent de la structure du matériau solide constituant les parois cellulaires de la mousse, des défauts présents dans la microstructure et de l'effet d'échelle.



(a) *Résistance en compression et traction simple d'une mousse alumine-mullite, d'après [BG91]*

(b) *Influence de la taille des cellules sur l'évolution des propriétés élastiques [BG91]*

FIGURE 3.2 – *Influence de la densité et de la taille relative des cellules sur les propriétés élastiques et de rupture de mousse fragile.*

Les mécanismes d'endommagement des deux mousses ont également été analysés par Brezny *et al.* [BG91]. Sous une sollicitation de traction, après la rupture de quelques ligaments, une propagation brutale d'une fissure unique en mode I a été observée pour les deux types de mousses.

Sous une sollicitation de compression, dans les éprouvettes de mousse d'alumine-mullite, un endommagement diffus a d'abord été mis en évidence avec des ruptures locales de ligaments réparties dans le volume. L'endommagement progressif et uniforme s'est ensuite concentré dans une ou plusieurs zones des éprouvettes avant l'apparition d'une fissure inclinée par rapport à la direction du chargement entrainant la rupture finale.

Dans les éprouvettes de mousse carbone vitreux, des effondrements locaux de cellules ont été observés, localisés dans une bande sensiblement perpendiculaire à la direction de chargement. La rupture intervient très vite dans ce cas et se traduit par l'effondrement de la bande endommagée. Cette différence de comportement en phase d'endommagement et de rupture en compression est due à l'existence de défauts et de fissures générés par le procédé de fabrication.

Dans le cas de la mousse céramique, la distribution plus étalée de la résistance locale des ligaments pourrait expliquer le fait qu'un endommagement plus diffus a été observé avant la rupture finale.

Plus récemment, Meille *et al.* ont étudié le comportement en compression de mousses alumine et caractérisé les modes de rupture par des observations au microscope électronique à balayage et au microtomographe à rayons X sur une plage de porosité comprise de 30 à 75 % [Mei+12]. Les mécanismes de déformation diffèrent selon le taux de porosité. Pour les mousses à faible porosité, le

comportement à la rupture est fragile, tandis que celui des mousses à porosité élevée présente une phase nonlinéaire avec un endommagement progressif.

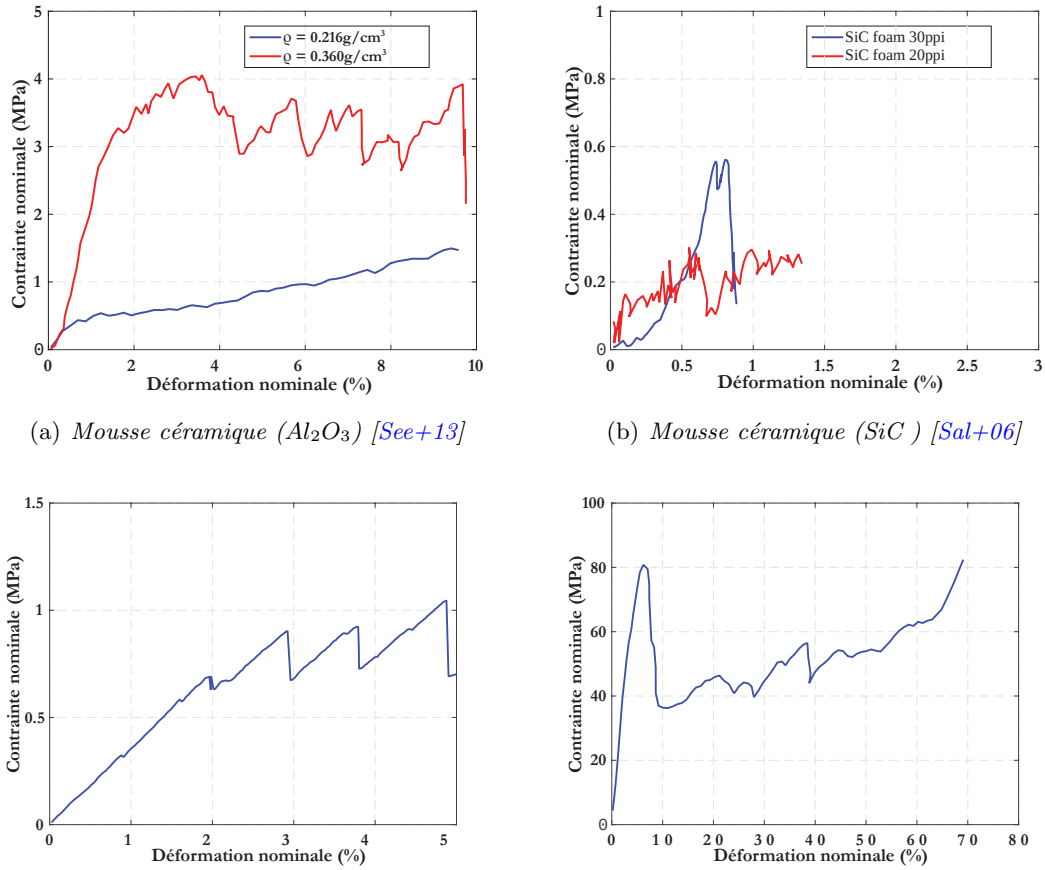
L'effet de certains paramètres microstructuraux (porosité, taille des cellules) de mousses d'alumine a également été étudié par Almeida [Alm08] qui confirme les observations précédentes, à savoir la diminution du module d'Young, du module de cisaillement et de la résistance en compression simple avec la porosité. Les variations de ces grandeurs en fonction de la densité relative sont en bon accord avec les prévisions du modèle de Gibson et Ashby.

Oliveira *et al.* ont caractérisé les propriétés élastiques et la ténacité de mousses fragiles en cordiérite composées de cellules ouvertes et préparées par la méthode de réplication de polymère [Oli05 ; Oli+06]. Ils ont observé les mêmes tendances que les auteurs précédents sur ce type de mousse : la résistance à la compression simple, le module d'Young et le module de cisaillement augmentent avec la densité relative. Un accord assez satisfaisant avec le modèle de Gibson et Ashby [GA99] a été également observé. Le léger écart entre les valeurs prédites et expérimentales est attribué aux macro-défauts (vides) et micro-défauts (fissures et micro-pores) [Acc+08 ; Acc+09]. Il est aussi souligné que la présence de parois de cellules fermées n'affecte pas la rigidité élastique des mousses fragiles ayant une porosité supérieure à 80 %. Comme pour les mousses d'alumine, les mousses de cordiérite s'endommagent progressivement.

La figure 4.6 montre les réponses contrainte - déformation en compression simple pour les mousses céramiques dont la microstructure est décrite en figure 3.1. L'influence de la microstructure apparait ici très clairement. Le comportement macroscopique d'une mousse peut être assez fragile, comme c'est le cas du carbure de silicuim SiC (Fig. 3.3(b)) ou présenter un caractère plus ductile comme c'est notamment le cas de l'Al_2O_3 (Figs. 3.3(a) et 3.3(c)). La rupture peut également se produire en deux phases avec un premier pic de contrainte marqué à faible déformation, suivi d'une phase non linéaire avec une contrainte plus faible, mais qui croit progressivement (Fig. 3.3(d)).

Zhang *et al.* ont caractérisé le comportement mécanique en compression simple de deux mousses céramiques à cellules ouvertes obtenues par remplissage et par réplication, de porosité respective 78 et 83 % [Zha+06]. Les effets de la direction de chargement et de la vitesse de sollicitation ont notamment été étudiés. Le comportement en compression simple des mousses obtenus par remplissage est similaire à celui des mousses carbone vitreux avec les trois zones élasticité - plateau - densification bien identifiées. L'anisotropie de ce matériau est importante, en particulier dans la zone de densification. Le comportement mécanique des mousses obtenues par réplication est quasi isotrope et légèrement sensible à la vitesse de sollicitation. La figure 3.4 montre respectivement la variation de la contrainte nominale en compression dans les directions y et z et pour deux vitesses de déformation ($0,0014$ s^{-1} et $0,0003$ s^{-1}).

Le comportement mécanique des mousses carbone très poreuses a fait l'objet de plusieurs études. Du fait que ces mousses ont été obtenues à partir de différents procédés de fabrication, une grande variabilité du comportement mécanique a été observée. Delettrez [Del08], Mora et Wass [MW02] ont montré que la réponse mécanique de la mousse carbone vitreux est fortement affectée par les conditions aux limites appliquées aux éprouvettes telles que la planéité des faces où la charge est appliquée, le fait que les faces soient collées ou non, la taille des éprouvettes et la présence ou non d'un confinement latéral. A titre d'exemple, la figure 3.5(a) montre la réponse d'une mousse carbone de 60 ppi sous une sollicitation de type compression confinée [Del08]. La contrainte moyenne dans la phase du plateau



(a) *Mousse céramique (Al_2O_3) [See+13]*

(b) *Mousse céramique (SiC) [Sal+06]*

(c) *Mousse céramique (ZrO_2) [Acc+09]*

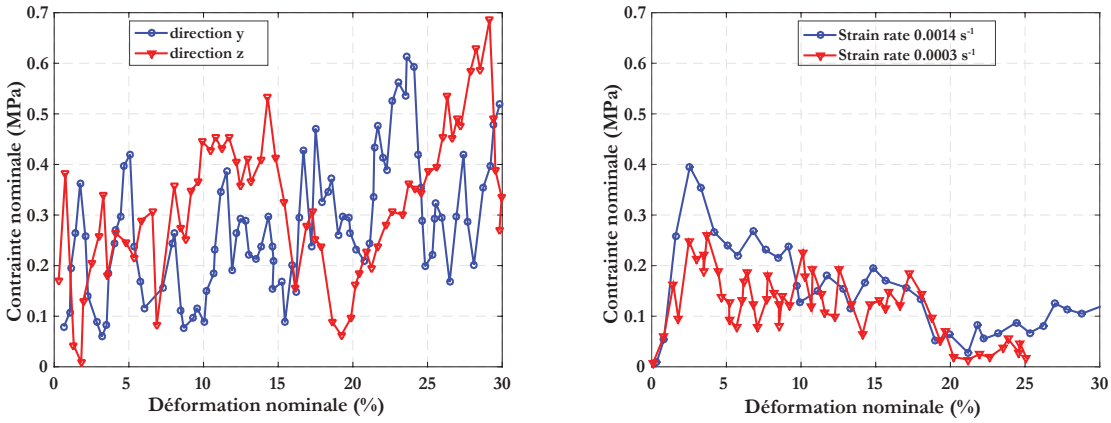
(d) *Mousse d'alumine [Alm08]*

FIGURE 3.3 – *Courbes contrainte - déformation en compression libre pour différents mousses céramiques.*

et les fluctuations de cette contrainte diminuent lorsque la section augmente. Sur la figure 3.5(b) est présentée l'influence du collage des sections chargées sur la réponse en compression. Ces exemples illustrent toute la difficulté rencontrée pour caractériser le comportement intrinsèque du matériau.

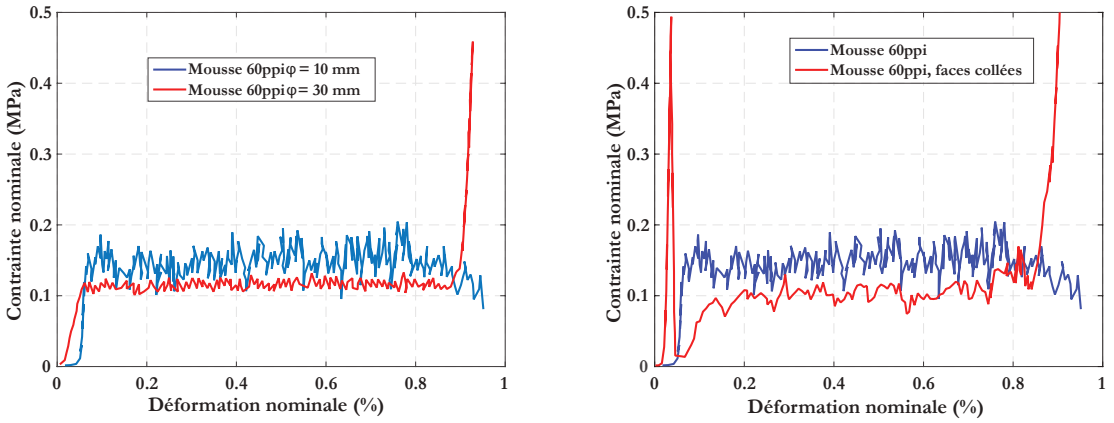
L'évolution de la contrainte plateau moyenne dépend également de la manière dont la charge est transmise à l'éprouvette [MW02 ; Del08]. Les essais de compression confinée réalisés par [Del08] sur des éprouvettes cylindriques (d_0 = 30 mm, h_0 = 10 mm) de mousses de 30, 60 et 100 ppi, de porosité moyenne 98 %, ont mis en évidence une augmentation de la résistance au niveau du palier de compression lorsque la taille des pores diminue. L'utilisation d'un confinement autour de l'éprouvette lors de l'écrasement a permis d'étudier le comportement de la mousse en phase de densification.

Des essais de compression simple et compression confinée ont également été réalisés par Carpenter [Car05] sur des éprouvettes cylindriques (d_0 = 25 mm, h_0 = 15 mm), pour caractériser le comportement mécanique et notamment l'énergie d'absorption de différentes mousses carbone sous compression confinée. Le confinement latéral des éprouvettes a été réalisé à l'aide d'un tube en acier. En compression simple, le comportement est du type élastique-quasi fragile (Fig. 3.6). En présence du confinement,



(a) *Effet de la direction du chargement* (b) *Effet de la vitesse de sollicitation*

FIGURE 3.4 – *Influence de la direction de chargement et de la vitesse de sollicitation sur la réponse mécanique en compression simple d'une céramique [Zha+06].*

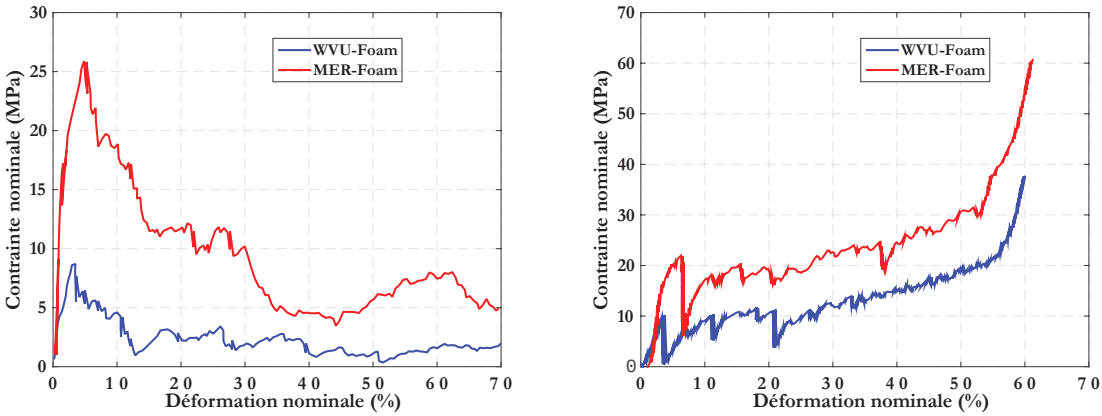


(a) *Influence du diamètre φ de l'éprouvette* (b) *Influence du collage ou non des faces chargées*

FIGURE 3.5 – *Influence des conditions limites sur la réponse mécanique en compression confinée d'une mousse carbone vitreux (60 ppi) de masse volumique relative égale à 0,04 [Del08].*

une zone, où la contrainte augmente graduellement, est observée. La présence d'une succession de déformations élastiques et de ruptures fragiles a été constatée. L'augmentation de la contrainte vers la fin du chargement indique que les cellules se sont effondrées et que la densité maximale a quasiment été atteinte.

Carpenter a également montré que le comportement élastique initial de la mousse carbone a été peu affecté par la présence du confinement latéral. Le module d'Young et la limite d'élasticité ont été identifiés en compression simple et compression confinée (Tab. 2). Ceci signifie que durant la toute première phase de chargement, le confinement latéral n'a eu aucun effet de renfort. En contre-partie, la présence du confinement a permis à ces mousses d'absorber une grande quantité de travail mécanique.



(a) *Sans confinement* (b) *Avec confinement*

FIGURE 3.6 – *Courbe contrainte - déformation pour les mousses carbone MER et WVU sous des chargements de compression simple et compression œdométrique, d'après [Car05].*

		Compression libre			Compression confinée		
Matériau	Masse volumique (g/cm^3)	Module d'Young (MPa)	Limite d'élasticité (MPa)	Energie absorbée (MJ/m^3)	Module d'Young (MPa)	Limite d'élasticité (MPa)	Energie absorbée (MJ/m^3)
Mousse HighPerf Foam	0,318	1100	16,4	-	915	16,6	11,03
Mousse MER	0,558	1160	22,8	-	910	20,8	12,3
Mousse WVU	0,591	347	8,88	-	350	6,08	—-

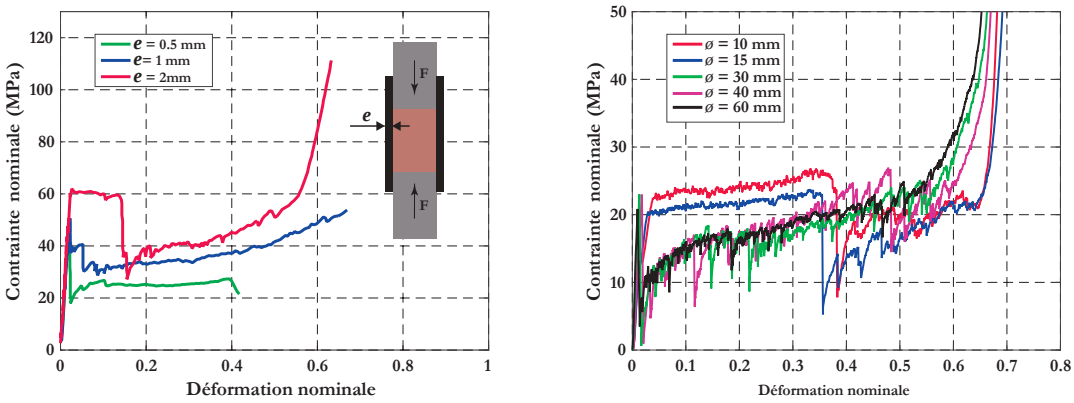
TABLE 3.1 – *Propriétés mécaniques de mousses carbone, d'après [Car05] .*

La méthode de caractérisation des mousses fragiles par des essais de compression œdométrique a été reprise par Janszen et Nettuno [JN09], pour évaluer les performances mécaniques de la mousse carbone HighPerf Foam en vue d'applications balistiques. Les auteurs ont notamment confirmé les observations faites par Zhao *et al.* [Zha+05 ; Eln+07 ; Pat+07] sur d'autres mousses fragiles en aluminium (mousses Cymat), à savoir que l'effet de la vitesse de déformation est très faible pour les mousses fragiles pour des vitesses de sollicitation inférieures à 50 m·s^{-1}. Au-delà et jusqu'à des vitesses de 200 m·s^{-1}, le comportement est impacté par la vitesse de sollicitation. Les résultats obtenus par ces différents auteurs montrent également que le module d'écrouissage en présence d'un confinement latéral croit en fonction de la densité du matériau testé.

La mousse carbone, matériau de notre étude, a été également étudiée dans le cadre d'un stage recherche [Kra10]. Des essais de compression confinée ont été effectués sur des éprouvettes cylindriques de mousses de différentes densités (HP01, HP02 et HP04) en faisant varier également l'épaisseur de

confinement métallique (acier 314L) de 0,5 mm à 2,5 mm. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 3.7(a). On remarque que la contrainte moyenne du palier d'écrasement augmente progressivement avec l'épaisseur du conformateur. Le talonnement n'est atteint que pour des épaisseurs importantes de la paroi de confinement.

Le choix de la taille des éprouvettes a été fait sur la base d'une étude consistant à faire varier la taille des éprouvettes testées en compression confinée de 10×10 mm à 60×60 mm. La figure 3.7(b) compare les résultats. On constate que la contrainte moyenne est quasiment identique et que la réponse globale est stable pour des dimensions supérieures de 30×30 mm. Cette taille d'éprouvette a été choisie ensuite comme la taille minimale nécessaire pour caractériser le comportement global de la mousse carbone.



scale

(a) *Influence de l'épaisseur de confinement*

(b) *Effet d'échelle*

FIGURE 3.7 – *Variation de la réponse en compression confiné (contraintes-déformations) de la mousse carbone HP04 et HP02 en fonction de l'épaisseur de confinement et la taille des éprouvettes testées .*

Pour caractériser les mécanismes de déformation au cours de l'écrasement d'une mousse carbone, Carpenter [Car05] a réalisé des essais de compression confinée sur des éprouvettes cylindriques ($d_0 = 25$ mm, $h_0 = 38,1$ mm) avec une cellule de confinement constituée d'un tube transparent en PMMA. Une grille rectangulaire blanche a été tracée sur la surface latérale des éprouvettes. La figure 3.8 montre l'évolution de la déformation de l'éprouvette. La première rupture a été observée dans la zone centrale de l'éprouvette. La poudre issue de la fragmentation progressive de la mousse a été expulsée vers la périphérie de l'éprouvette. Il faut cependant souligner la difficulté de suivre visuellement la déformation de l'éprouvette en raison de l'écoulement de la mousse fragmentée le long de la paroi.

Plus récemment, Song *et al.* [Son+08] ont effectué des essais de compression simple sur une mousse en alliage d'aluminium fragile ($AlSi12$) à l'intérieur d'un microscope électronique à balayage (Fig. 3.9) pour identifier les mécanismes de déformation des cellules. En raison de l'effet d'échelle, la courbe contrainte-déformation est différente de celle observée classiquement sur des éprouvettes de plus grande taille qui ne présentent pas de plateau de contrainte (Fig. 3.9(b)). Les auteurs ont identifié plusieurs modes de rupture des parois cellulaires (Fig. 3.9(c)) : par compression et flexion des jonctions reliant les cellules entre-eux (stage 2,15 %), en traction et cisaillement (stage 3,2 %), dans les faces des cellules (stage 5,35 %) et finalement par effrittement des cellules (stage 8,6 %).

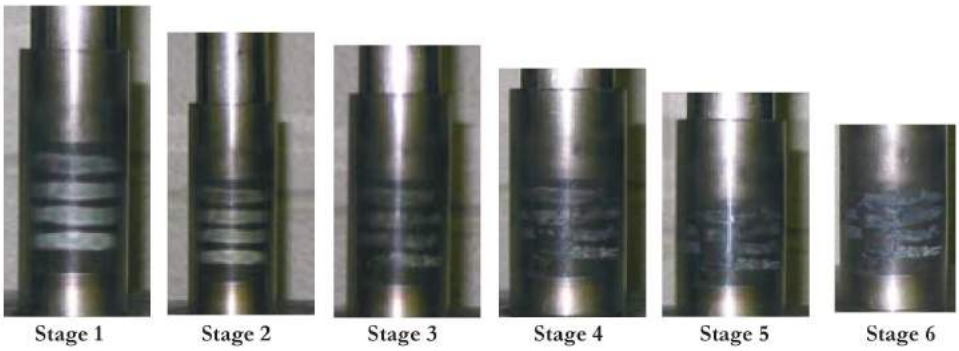
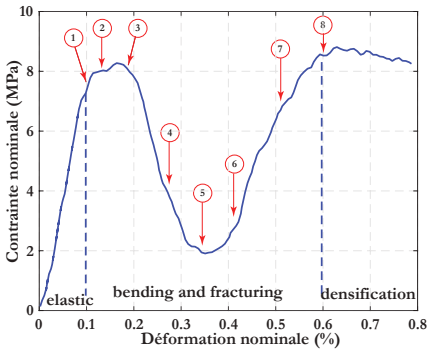
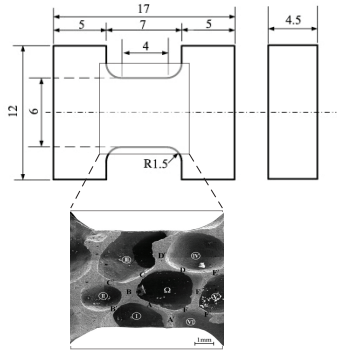


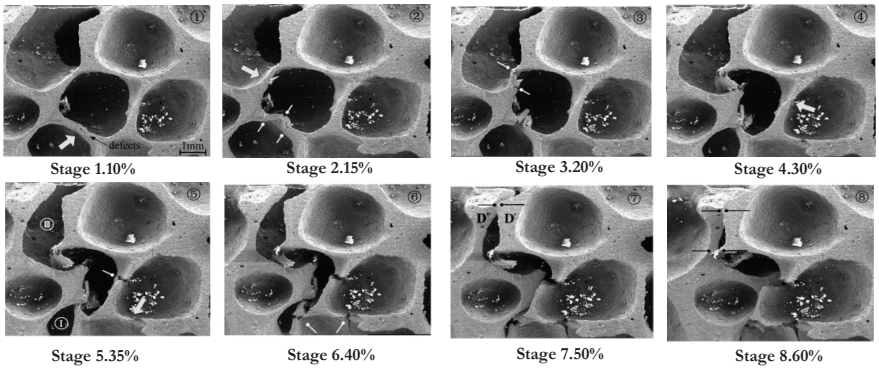
FIGURE 3.8 – *Déformation d'une mousse carbone au cours d'un essai de compression œdométrique : les traits blancs représentant la grille rectangulaire permettent d'étudier les modes de déformation [Car05].*



(a) *Contrainte de compression en fonction de la déformation*



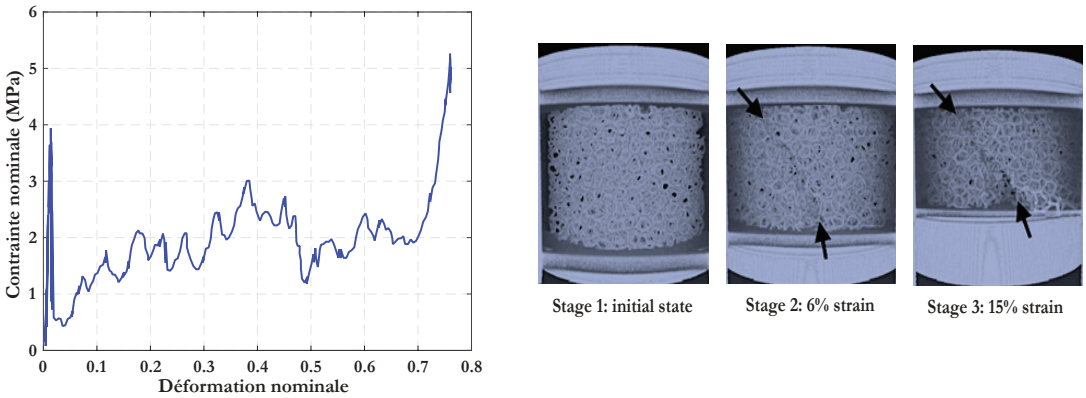
(b) *Géométrie de l'éprouvette et microstructure initiale*



(c) *Micrographies montrant l'évolution de l'endommagement local à différents états de déformation*

FIGURE 3.9 – *Comportement mécanique uniaxial en compression simple d'une mousse d'aluminium sous MEB, d'après [Son+08].*

Les mécanismes de déformation de la mousse carbone vitreux ont également été étudiés par Caty *et al.* à partir d'essais de compression confinée d'éprouvettes cylindriques ($d_0 = 10$ mm, $h_0 = 10$ mm) réalisés dans un microtomographe à rayons X [Cat+11]. Les radiographies en cours d'essai ont permis de reconstruire des images 3D de $1600 \times 1600 \times 1600$ voxels avec une résolution de 6 μm. Dans l'exemple présenté sur la figure 3.10, neuf scans ont été réalisés entre l'état initial et l'état densifié du matériau. Des coupes des trois premiers scans sont présentées dans la figure 3.10(b). Il apparait nettement que pour une déformation nominale supérieure à quelque pour cent, une fissure macroscopique inclinée de 30° à 45° est visible au centre de l'éprouvette. Cette fissure est la conséquence de l'accumulation des ruptures locales de ligaments.



(a) *Contrainte de compression en fonction de la déformation*

(b) *Coupes tomographiques à différents états de déformation*

FIGURE 3.10 – *Comportement mécanique d'une mousse carbone vitreux en compression uniaxiale confinée sous microtomographie à rayon X, d'après [Cat+11].*

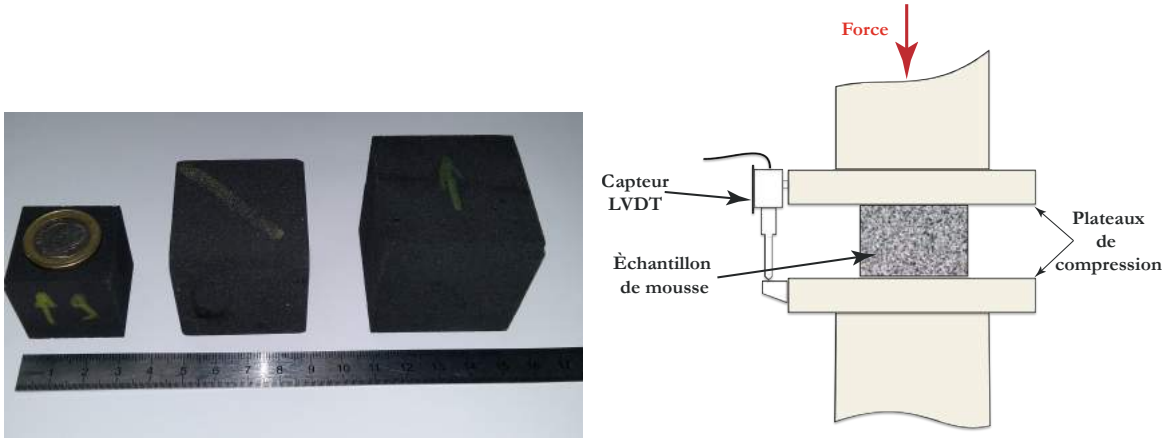
3 Comportement de la mousse carbone en compression uniaxiale

3.1 Compression uniaxiale simple (libre)

3.1.1 Protocole expérimental

Les essais de compression simple ont été réalisés à température ambiante sur une machine d'essais uniaxial MTS-810 équipée d'une cellule d'effort de 100 kN (précision 0,5% à pleine échelle). Les éprouvettes cubiques testées de dimensions $40 \times 40 \times 40$ mm^3 et $45 \times 45 \times 45$ mm^3 ont été prélevées dans trois directions par rapport à la direction du moussage (0°, 45° et 90°) dans des plaques parallélépipédiques de mousse carbone carbone de nuances : HP01, HP02 et HP03 (Fig. 3.11(a)).

Chaque éprouvette a été placée entre les plateaux de la machine d'essais (Fig. 3.11(b)). La compression a été effectuée en imposant une vitesse de déplacement constante du vérin égale à $0,05$ mm·s^{-1}. Le déplacement relatif Δu des plateaux supérieur et inférieur de la presse a été mesuré par un capteur de déplacement LVDT de course ± 50 mm ayant une précision de $\pm 0,01$ mm.



(a) *Eprouvettes de mousse carbone* (b) *Schéma de l'essai*

FIGURE 3.11 – *Dispositif de compression simple.*

Les données collectées à chaque test sont respectivement le temps, t, l'effort appliqué à l'éprouvette, F_v, le déplacement du vérin u_v et le déplacement relatif entre les deux plateaux, Δu. La réponse moyenne contrainte nominale σ_n - déformation nominale ε_n de la mousse a ensuite été déduite de ces mesures de la manière suivante.

La déformation nominale ε_n est calculée par la relation

$$\varepsilon_n = \frac{\Delta u}{h_0} \tag{3.1}$$

où h_0 est la hauteur initiale de l'éprouvette.

La contrainte nominale σ_n est définie par

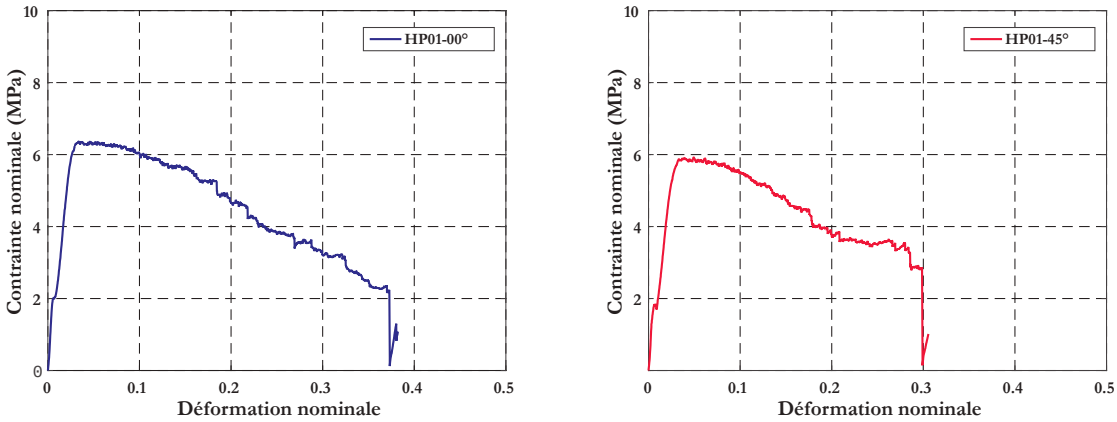
$$\sigma_n = \frac{F_v}{S_{ep}} \tag{3.2}$$

où S_{ep} est la section initiale de l'éprouvette.

3.1.2 Résultats expérimentaux

Les courbes $\sigma_n - \varepsilon_n$ des trois nuances de mousse sont présentées sur les figures 3.12 à 3.14. Le comportement mécanique diffère selon la densité de la mousse.

Dans deux directions de chargement, la mousse carbone HP01 a un comportement du type élastique quasi-fragile (Fig. 3.12). On y distingue deux zones : la première correspond au régime linéaire ; la contrainte est proportionnelle à la déformation imposée et ceci jusqu'à une contrainte seuil autour de 6 MPa. Lorsque la contrainte dépasse ce seuil, le comportement devient non-linéaire et la contrainte décroit progressivement. La rupture du matériau est atteinte pour une déformation maximale de l'ordre de 35 %. La phase d'adoucissement est progressive et sensiblement linéaire. Dans cette zone, la courbe est bruitée, ce qui est caractéristique de l'effondrement progressif des cellules, phénomène déjà observé dans la littérature [Car05]. Une faible anisotropie est également observée.

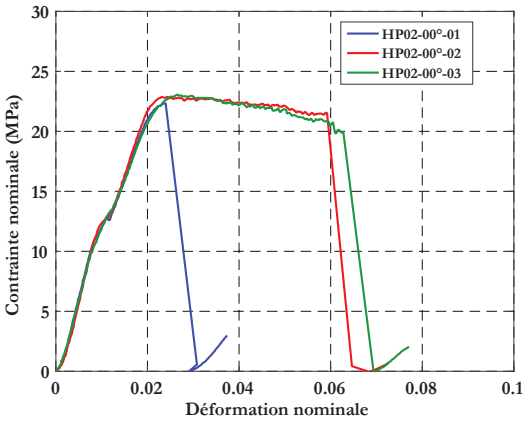


(a) *Inclinaison* $\alpha = 0°$ (b) *Inclinaison* $\alpha = 45°$

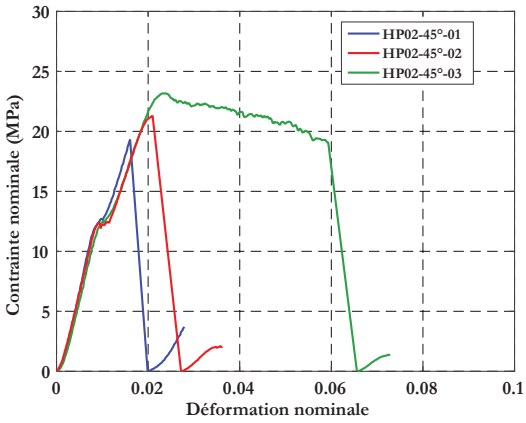
FIGURE 3.12 – *Réponse mécanique de la mousse carbone HP01 en compression simple.*

Deux types de comportement ont été mis en évidence pour la mousse carbone HP02 (Fig. 3.13). Dans certaines éprouvettes, le comportement est du type élastique quasi-fragile. La contrainte augmente linéairement en fonction de la déformation jusqu'à une contrainte seuil de l'ordre de 18 à 23 MPa selon l'orientation, puis elle chute brutalement et se rompt autour de 2 à 3 %. Pour d'autres éprouvettes, un adoucissement progressif est observé et la déformation maximale et environ deux fois plus élevées.

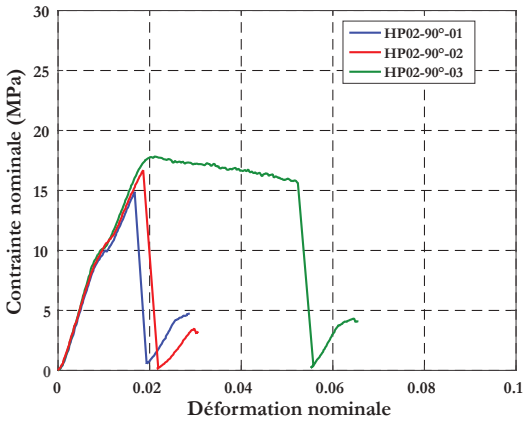
Quelle que soit l'inclinaison du chargement par rapport à la direction du moussage, la première rupture se produit à mi-hauteur de l'éprouvette dans une section sensiblement perpendiculaire à la direction d'application de l'effort de compression. Une fine bande de poudre compactée se forme également à la surface de contact plateau du compression/éprouvette qui pourrait expliquer la présence du plateau initial de contrainte. La formation de cette bande dans certaines éprouvettes pourraient être favorisée par la présence de défauts dans la microstructure de la mousse.



(a) *Inclinaison* $\alpha = 0°$



(b) *Inclinaison* $\alpha = 45°$

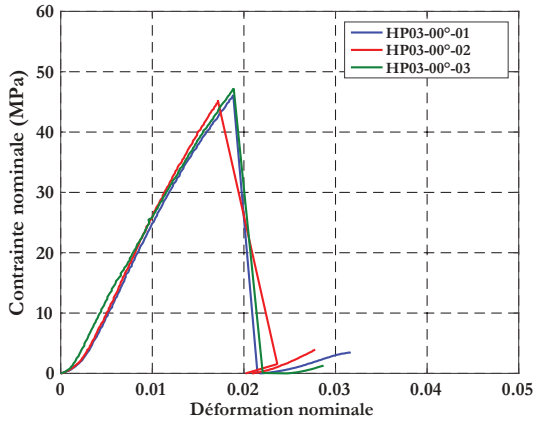


(c) *Inclinaison* $\alpha = 90°$

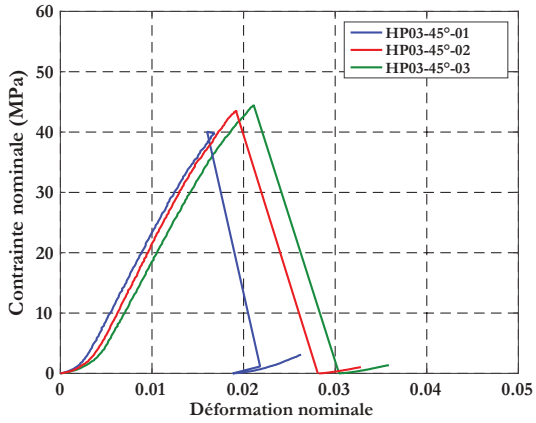
FIGURE 3.13 – *Réponse mécanique de la mousse carbone HP02 en compression simple.*

Le comportement mécanique des éprouvettes de la mousse carbone HP03 est plus fragile que celui des autres nuances (Fig. 3.14). Il est du type élastique fragile. La contrainte maximale est d'environ 48 MPa, puis elle chute assez brutalement. La déformation maximale est de l'ordre de 2 à 3 %.

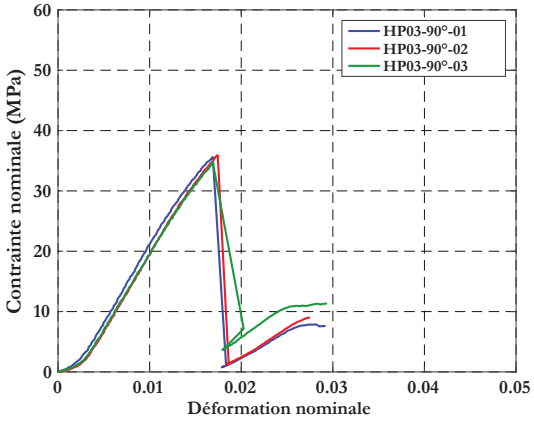
Les principales caractéristiques mécaniques reportées dans le tableau 3.2 ont été identifiées de la manière suivante (Fig. 3.15). Le module tangent E^* caractérisant la phase élastique a été calculé à partir de la pente de la droite tangente à la courbe entre une contrainte de l'ordre de 2-3 MPa et une contrainte inférieure à la contrainte maximale (fonction de la densité de la mousse). σ^*_{rupt} et ε^*_{rupt} sont les valeurs du point de la courbe correspondant à l'instant où s'est produite la rupture finale. Lorsque le comportement présente un premier pic juste avant la phase d'adoucissement progressif, la contrainte à laquelle cela se produit est nommée contrainte plateau adoucissant initial $\sigma^*_{plat-ini}$ et la déformation associée $\varepsilon^*_{plat-ini}$. Ces différents paramètres sont représentés sur les graphes de la figure 3.15.



(a) *Inclinaison* $\alpha = 0°$



(b) *Inclinaison* $\alpha = 45°$

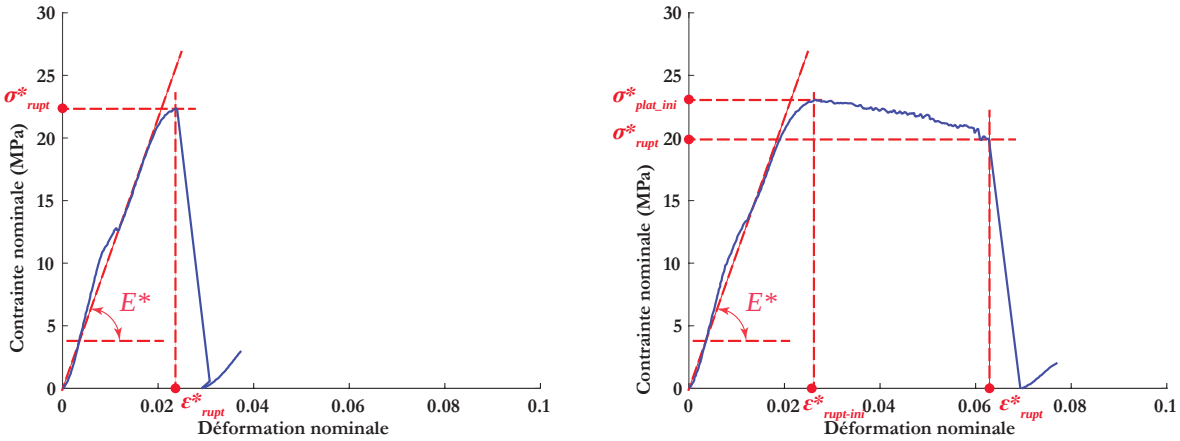


(c) *Inclinaison* $\alpha = 90°$

FIGURE 3.14 – *Réponse mécanique de la mousse carbone HP03 en compression simple.*

Mousse	α (°)	E^* (MPa)	σ_{rupt} (MPa)	$\varepsilon_{rupt-init}$	ϵ_{rupt}	$\sigma_{plat-init}$	E^*_{ab} (J·m^{-3})
HP01	00	223	$6,4$	-	$0,046$	-	$1,69$
	45	194	$5,9$	-	$0,049$	-	$1,31$
	90	-	-	-	-	-	–
HP02	00	1064 ± 150	$22,37$	$0,024 \pm 0,012$	$0,061 \pm 2,5E^{-3}$	$22,96 \pm 0,12$	$0,55 \pm 0,5$
	45	982 ± 50	$20,3 \pm 1,4$	$0,022 \pm 0,053$	$0,059$	$23,16$	-
	90	$895,1 \pm 1,2$	$15,78 \pm 1,26$	$0.018 \pm 0,021$	$0,052$	$17,83$	-
HP03	00	2775 ± 175	$46,2 \pm 1$	-	$0,018 \pm 0,009$	-	$0,51 \pm 0,016$
	45	2672 ± 87	$42,7 \pm 2,4$	-	$0,019 \pm 0,021$	-	-
	90	2418 ± 24	$35,2 \pm 0,6$	-	$0,017 \pm 0,0027$	-	-

TABLE 3.2 – *Caractéristiques mécaniques moyennes de la mousse carbone identifiées en compression simple.*



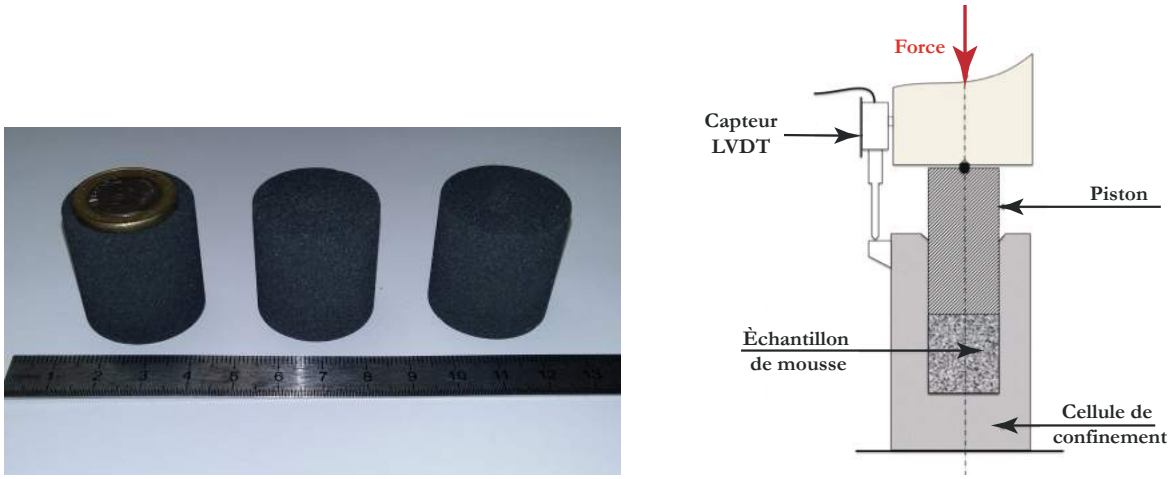
(a) *Comportement élastique-fragile* (b) *Comportement élastique-non linéaire*

FIGURE 3.15 – *Détermination des paramètres du matériau dans l'essai de compression simple.*

3.2 Compression uniaxiale confinée ou compression œdométrique

3.2.1 Procédure expérimentale

Les essais de compression œdométrique sur les trois nuances de mousse carbone ont été réalisés sur des éprouvettes cylindriques ($d_0 = 29$ mm, $h_0 = 30$ mm) carrotées dans les directions 0°, 45° et 90° dans les plaques (Fig. 3.16(a)). La machine d'essais uniaxiale MTS 810 a été utilisée dans cette campagne d'essais.



(a) *Eprouvette de compression œdométrique.* (b) *Principe de l'essai*

FIGURE 3.16 – *Dispositif de compression uniaxiale œdométrique.*

Les éprouvettes ont été placées dans une cellule de confinement métallique en acier XC35 (Fig 3.16(b)). La cellule est constituée de plusieurs éléments dont deux éléments semi-tubulaires assemblés par vis-

serie. Le diamètre intérieur de la cellule $d_i = 40$ mm et sa longueur $l_i = 120$ mm. Une enclume est vissée à une extrémité du tube. Un piston assure la transmission de l'effort du vérin sur l'éprouvette placée au centre de la cellule. Par un ajout de bagues additionnelles et l'adaptation du diamètre du piston ($d_i = 20$ mm et $d_i = 30$ mm), différentes tailles d'éprouvettes peuvent être testées. Les pièces de la cellule de confinement ont été traitées pour améliorer la dureté. La cellule de confinement est placée entre les plateaux de la machine d'essais.

Les conditions d'essais suivantes ont été appliquées. Les surfaces de l'éprouvette ont été graissées à l'aide d'un lubrifiant silicone pour réduire le frottement avant le début de l'essai. Les éprouvettes ont été centrées dans le conformateur pour garder un jeu uniforme entre l'éprouvette et la bague de confinement. Les essais ont été menés à température et humidité ambiantes. Une vitesse de déplacement du vérin de $0,05$ mm·s^{-1} a été imposée, ce qui correspond à une vitesse de déformation de l'ordre de $1,66 \times 10^{-3}$ s^{-1} pour une éprouvette de hauteur $h_0 = 30$ mm. La charge a été appliquée jusqu'au talonnement.

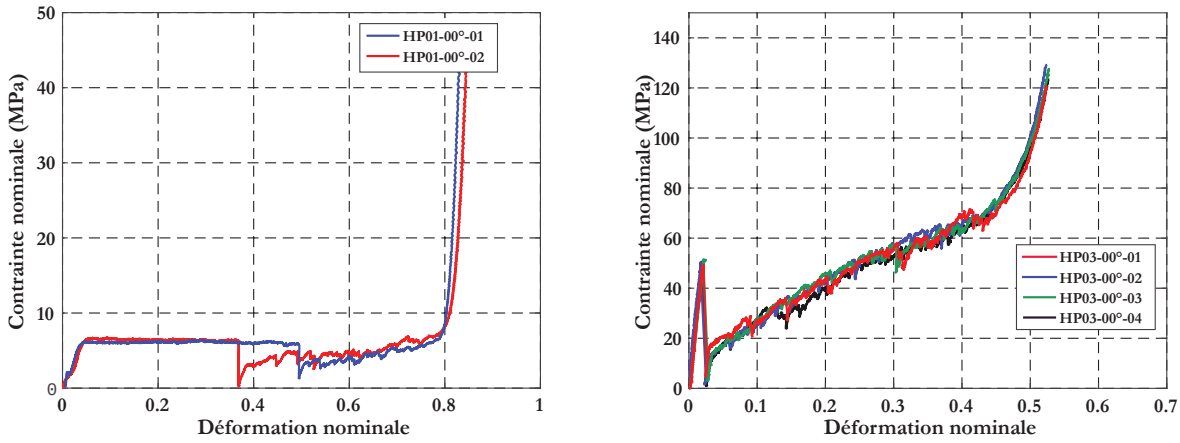
3.2.2 Résultats expérimentaux

Les résultats des essais de compression œdométrique réalisés sur les trois nuances de mousse carbone sont présentés sur les figures 3.17 à 3.18. La réponse mécanique est totalement différente de celle obtenue en compression simple et similaire à celle décrite dans la littérature sur les mousses ductiles [Del08 ; GA99 ; Den+12].

Le comportement de la mousse carbone HP01 dans la direction du moussage $\alpha = 0°$ est présenté sur la figure 3.17(a). Une première phase pseudo-élastique est observée. Elle est suivie d'une phase dite phase plateau au cours de laquelle la contrainte est sensiblement constante ($\sigma_p^* \approx 7$ MPa). Ce palier de contrainte se prolonge jusqu'à une déformation nominale de l'ordre de 40 %. La contrainte diminue alors brutalement, suite à l'apparition d'une première macrofissure. En raison du confinement, en poursuivant le chargement en déplacement, une nouvelle phase est ensuite observée au cours de laquelle la contrainte progresse doucement jusqu'à un certain niveau de déformation, de l'ordre de 80 %. Au-delà de cette déformation, comme le matériau a été fortement compacté, la contrainte croit rapidement avec la déformation jusqu'au niveau maximum de déformation de l'ordre de 85 %.

Le même type de comportement a été observé sur la mousse carbone HP02 (Fig. 3.18(a)). Du fait de sa densité plus élevée, la raideur élastique initiale et la contrainte seuil atteinte au début du premier plateau sont plus élevées, ce qui a été déjà constaté dans l'essai de compression simple. Une première diminution brutale de la contrainte apparait à une déformation nominale comprise entre 2 et 18 %. Le comportement qui a suivi est similaire à celui observé sur la nuance HP01 avec une pente $\sigma_n - \varepsilon_n$ plus élevée. On notera également que le raidissement se produit à partir d'une déformation plus faible de l'ordre de 55 %. Enfin, un effet d'anisotropie a été observé sur les graphes de la figure 3.18. La contrainte et la largeur du palier initial de contrainte diminuent avec l'inclinaison α de la charge par rapport à la direction du moussage.

Le comportement typique de la mousse carbone HP03 sollicitée dans la direction du sens de moussage est montrée sur la figure 3.17(b). Une rupture brutale s'est produite dès que la première contrainte seuil a été atteinte, vers 50 MPa. Le palier de contrainte visible sur les nuances de plus faible densité n'existe pas. Au-delà du pic de contraintes, le même type de comportement que pour les mousses de plus faible densité a été observé.



(a) *HP01 : $\alpha = 0°$*

(b) *HP03 : $\alpha = 0°$*

FIGURE 3.17 – *Résultats des essais de compression uniaxiale confinée sur les mousses carbone HP01 et HP03.*

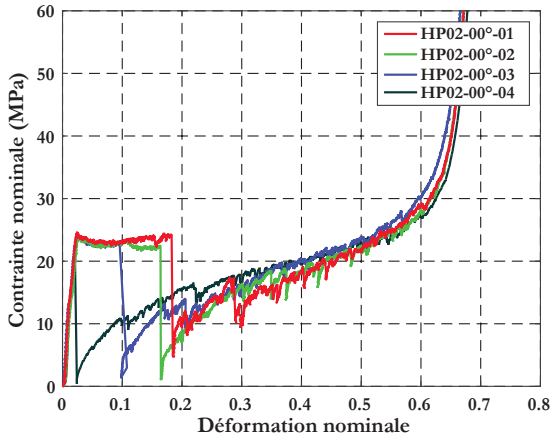
Dans les trois nuances de mousse testées, une fluctuation des contraintes a été observée dans la phase inélastique qui précède le raidissement vers la fin du chargement. Elle suggère que le mécanisme de déformation résulte d'une succession de chargements élastiques et de ruptures locales fragiles. Cette fluctuation est faible pour la mousse de faible densité et nettement plus marquée pour la mousse de densité la plus élevée. Il en est de même pour le palier initial de contrainte qui s'étale sur une plage de déformation plus ou moins importante selon la nuance de mousse ; une observation déjà notée par Carpentier [Car05] sur des mousses fragiles.

La forme plus complexe de la courbe $\sigma_n - \varepsilon_n$ justifie le fait de définir plus de paramètres pour caractériser son allure générale. Ceux-ci sont définis sur les graphes de la figure 3.19.

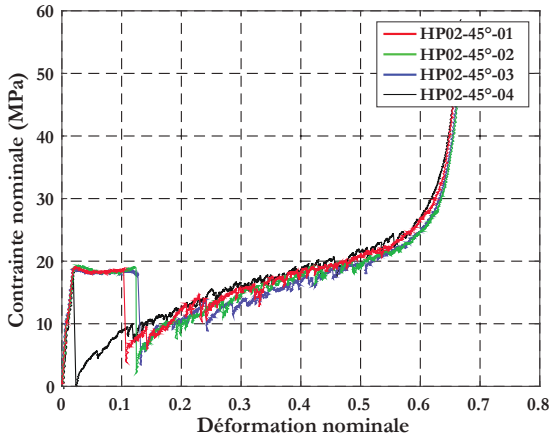
On y retrouve les paramètres déjà répertoriés dans l'essai de compression simple, à savoir le module d'Young dans la direction de la charge, E^*, la contrainte nominale et la déformation nominale associée au premier phénomène d'endommagement, $\sigma_{rupt-ini}$ et $\varepsilon_{rupt-ini}$.

Les autres paramètres identifiables sont les paramètres de la droite D_p caractérisant la zone sensiblement linéaire qui suit la chute brutale de la contrainte ; la contrainte σ_h enregistrée à l'intersection des droites D_e et D_p, la contrainte moyenne atteinte dans le palier de contrainte, σ_p et le module d'écrouissage γ_h, la déformation nominale intersection entre la droite D_p et la droite D_d correspondant à la phase où la mousse est presque densifiée, ε_d et finalement la déformation nominale maximale qui pourrait être atteinte si la porosité avait complètement disparue, ε_{d-max} .

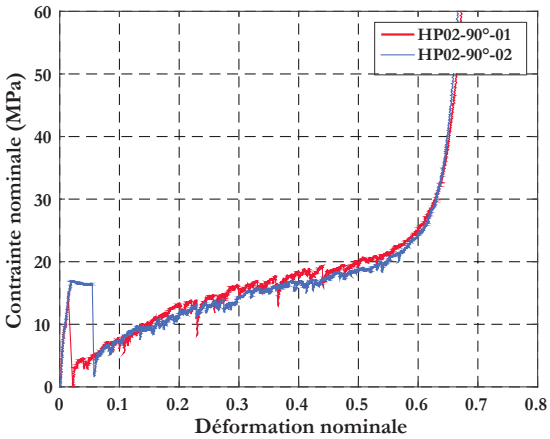
Le tableau 3.3 regroupe l'ensemble de ces paramètres.



(a) *HP02* :$\alpha = 0°$



(b) *HP02* :$\alpha = 45°$

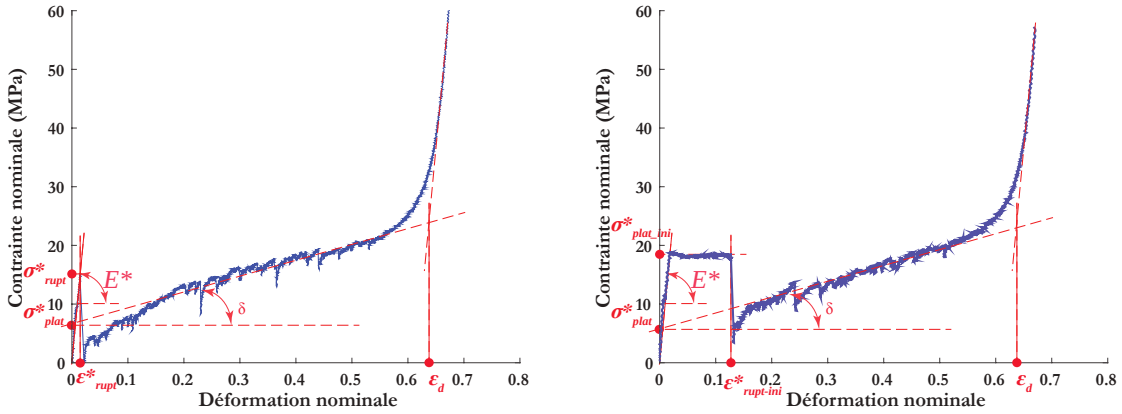


(c) *HP02* :$\alpha = 90°$

FIGURE 3.18 – *Résultats des essais de compression uniaxiale confinée sur la mousse carbone HP02 dans les directions* $\alpha = 0°$, $\alpha = 45°$ *et* $\alpha = 90°$.

Nuance	HP01	HP02			HP03
Inclinaison α (°)	0	0	45	90	0
Module d'Young E^* (MPa)	$144,8 \pm 25,5$	$1028 \pm 76,9$	882.4 ± 78.5	849.8 ± 37.39	$2577,9 \pm 90$
Contrainte $\sigma_{rup-ini}$ (MPa)	$6,28 \pm 0,45$	$24,43 \pm 0,46$	18.98 ± 0.44	16.1 ± 1.26	$50,41 \pm 0,85$
Déformation $\varepsilon_{rup-ini}$ (-)	$0,072 \pm 0.032$	$0,022 \pm 5E^{-3}$	$0.0225 \pm 6E^{-3}$	$0.0165 \pm 3E^{-3}$	$0,018 \pm 2E^{-3}$
Contrainte σ_p (MPa)	$5,53 \pm 0,36$	$21,57 \pm 1,25$	16.34 ± 1.37	13.73 ± 0.23	$45,03 \pm 1.38$
Contrainte σ_h (MPa)	$--$	////	$5,18 \pm 1.85$	$5,1 \pm 0,45$	14.78 ± 1.37
Pente γ_h (MPa)	$12,91 \pm 1,57$	$42 \pm 5,21$	31.66 ± 2.9	29.56 ± 0.73	$126,81 \pm 6,88$
Déformation ε_d (-)	$0,78 \pm 7.11E^{-3}$	$0,54 \pm 6E^{-2}$	$0.54 \pm 2.94E^{-2}$	$0,54 \pm 3E^{-4}$	$0,44 \pm 4E^{-3}$
Déformation ε_{max} (-)	$0,85 \pm 2,8E-2$	$0,7 \pm 7E^{-3}$	$0.67 \pm 2E^{-2}$	$0,68 \pm 4E^{-2}$	$0,53 \pm 2E^{-3}$
Energie absorbée E^*_{ab} (J·m^{-3})	$5,77 \pm 1,22$	$16,7 \pm 0,92$	12 ± 0.45	11.58 ± 0.21	$27,86 \pm 0,255$

TABLE 3.3 – *Caractéristiques mécaniques de la mousse carbone identifiées en compression confinée sous chargement statique.*



(a) *Comportement type en l'absence du palier* (b) *Comportement type en présence du palier*

FIGURE 3.19 – *Détermination des paramètres du matériau dans l'essais de compression œdométrique.*

3.3 Essais de compression dynamique confinée

Lors de la chute d'un colis, les vitesses de déformation sont sensiblement supérieures à celles applicables avec une machine d'essais conventionnelle sous chargement quasi-statique qui sont de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-1} s^{-1}. Il était donc utile de caractériser l'influence de la vitesse de sollicitation sur le comportement mécanique de la mousse carbone et de déterminer les propriétés sous chargement dynamique. Dans le cadre de cette étude, seule la mousse carbone HP02 a été caractérisée.

Le banc de barres d'Hopkinson disponible au LMT a été utilisé pour caractériser le comportement mécanique des matériaux à des vitesses de déformation comprise entre 10^1 et 10^4 s^{-1}. L'essai inventé par Hopkinson [Hop14] a été amélioré par Kolsky [Kol49] à qui l'on doit la configuration actuelle. Celui du laboratoire permet de réaliser différents types de sollicitation : traction, compression et cisaillement [Hou+11 ; Sal+13 ; Eln+07 ; Pat+07].

Le principe de l'essai est décrit sur la figure 3.20. Une onde de compression élastique est créée dans la barre d'entrée (ou incidente) par le choc d'un projectile (ou impacteur), généralement une barre de même section que la barre d'entrée. Ce projectile est lancé à l'aide d'un canon à air comprimé. L'onde incidente (i) engendrée se propage dans la barre d'entrée jusqu'à l'interface barre/éprouvette (notée $\mathcal{S}_{e/ep}$). Une partie de cette onde est réfléchie (r) tandis que l'autre partie traverse l'éprouvette et à travers l'interface notée $\mathcal{S}_{s/ep}$ se propage à la barre sortante (s). Les temps de passage et les amplitudes de ces trois ondes sont mesurées par des jauges de déformation collées sur les barres. Le traitement de ces signaux permet de remonter aux informations nécessaires à la détermination du comportement dynamique de l'éprouvette testée.

Les essais de compression dynamique confinée ont été effectués sur une piste de compression en configuration « Split Hopkinson Pressure Bar » (Fig. 3.21(a)). Les caractéristiques des barres et de l'impacteur sont précisées dans le tableau 3.4. Les trois barres sont fabriquées en acier inoxydable à durcissement structural (Marval). La longueur des barres d'entrée et de sortie, L_b, a été choisie de sorte à éviter la superposition des signaux incident et réfléchi. Celle de l'impacteur est plus courte pour que la durée de l'onde de compression soit suffisante pour solliciter l'éprouvette sur une période suffisamment

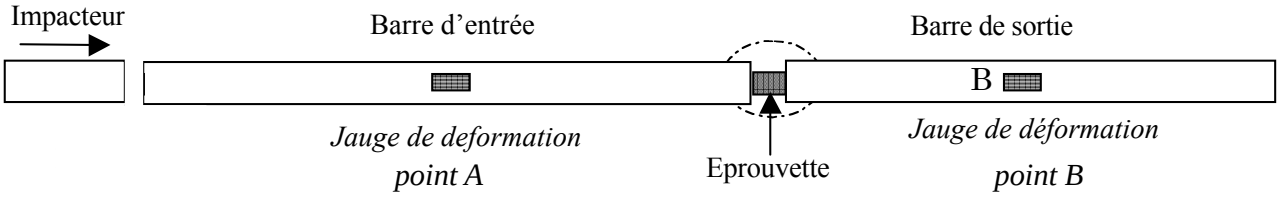
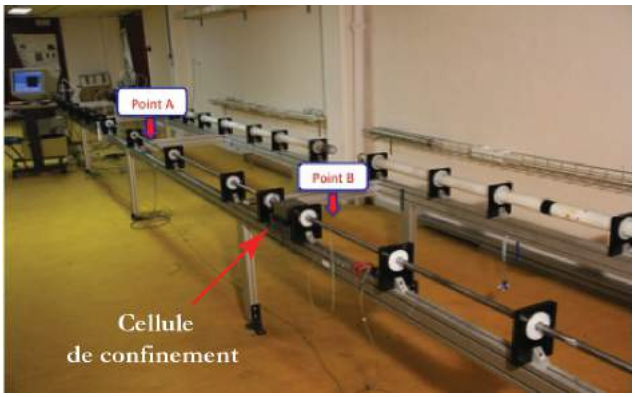


FIGURE 3.20 – *Principe de l'essai de compression dynamique.*

longue et retarder les retours d'ondes par rapport à la durée de l'essai. La vitesse du projectile a été mesurée en sortie de canon pneumatique par un capteur optique. Les jauges de déformation collées en A et B sur les barres d'entrée et de sortie sont distantes des extrémités de D_{bJ}.

Désignation	Impacteur	Barre d'entrée	Barre de sortie
Diamètre des barres D_b (mm)	22	22	22
Longueur L_b (m)	$1,25$	4	2
Distance jauge/éprouvette D_{bJ} (mm)	-	2100	275
Masse volumique ρ_b (kg·m^{-3})	8500	8500	8500
Célérité c_b (m·s^{-1})	4600	4600	4600
Module d'Young E_b (GPa)	185	185	185
Coefficient de Poisson ν	0,3	0,3	0,3
Limite d'élasticité σ_{Yb} (MPa)	1195	1195	1195

TABLE 3.4 – *Caractéristiques de l'acier inoxydable Marval utilisé dans les barres d'Hopkinson.*



(a) *Dispositif de barres d'Hopkinson*

(b) *Cellule de confinement*

FIGURE 3.21 – *Dispositif expérimental des barres de Hopkinson du LMT.*

La déformation des jauges a été mesurée à l'aide de ponts de jauges VISHAY (conditionneur 2810B). Les signaux ont été enregistrés via une carte d'acquisition de marque National Instruments (modèle BNC-2110) (fig 3.22). Le traitement des signaux des jauges de déformations a été réalisé à l'aide du programme DAVID de Gary et Greff [GG08]. Ce logiciel permet d'estimer à partir des ondes mesurées au cours du temps en A et B celles présentes aux interfaces barre/éprouvette $S_{e/ep}$ et $S_{s/ep}$ en prenant en compte le décalage temporel, la dispersion d'ondes,..., pour ensuite remonter aux vitesses et efforts (Fig. 3.23).

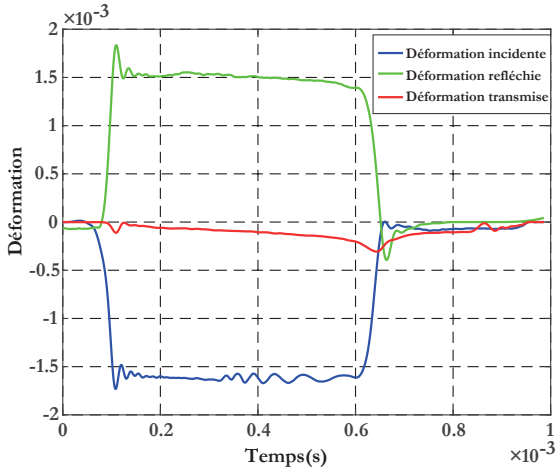
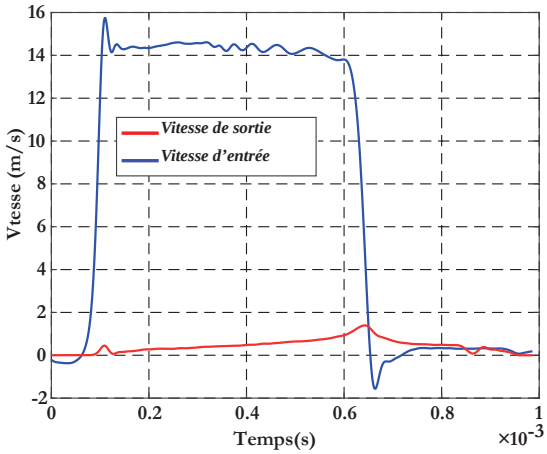
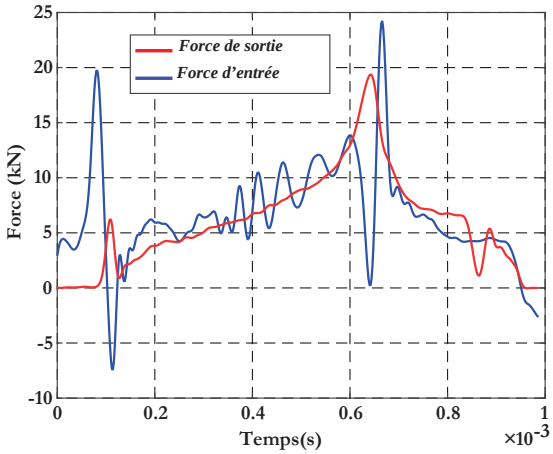


FIGURE 3.22 – *Acquisition des signaux lors d'un essai de compression confinée dynamique.*



(a) *Vitesses ou déplacements aux interfaces $S_{e/ep}$ et $S_{s/ep}$*



(b) *Efforts aux interfaces $S_{e/ep}$ et $S_{s/ep}$*

FIGURE 3.23 – *Traitement des signaux acquis lors d'un essai de compression confinée en dynamique.*

Les essais dynamiques ont été réalisés sur des échantillons cylindriques dont l'axe était orienté dans la direction de moussage. Le diamètre d_0 des éprouvettes était compris entre $21,1$ mm et $21,8$ mm et la hauteur h_0 entre 9 mm et 15 mm. Les vitesses d'impact appliquées étaient comprises entre 10 m·s^{-1} et 20 m·s^{-1} (Tab. 3.5). Les interfaces barre/éprouvette ont été lubrifiées avec un spray siliconé, pour limiter le frottement et obtenir des contraintes et déformations homogènes. La durée de l'essai est typiquement de l'ordre de $0,56$ microsecondes. Le confinement latéral des éprouvettes testées en compression œdométrique a été réalisé avec la cellule de confinement utilisée en compression quasi-statique (Fig. 3.21(b)).

Le principe de dépouillement d'un essai est rappelé succintement ci dessous.
La théorie des barres d'Hopkinson s'appuie sur les hypothèses suivantes [Zha92] :

— les ondes sont planes et se propagent dans l'axe des barres et de l'éprouvette ;

Numéro de l'essai	1	2	3	4	5
h_0 (mm)	10	13	9	10	12
V_i (m·s^{-1})	16,89	16,63	14,42	15,66	9,66

TABLE 3.5 – *Tableau récapitulatif des essais réalisés sur la mousse carbone HP02.*

— les déformations et les contraintes sont homogènes dans l'éprouvette ;

— les frottements sont négligeables aux niveaux des surfaces de contact barre-éprouvette ;

— les effets d'inertie radiale sont également négligeables.

L'équation d'équilibre local en dynamique dans les barres s'écrit :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho_b \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \tag{3.3}$$

où $\sigma = \sigma(x,t)$ est la contrainte axiale à l'abscisse courante x et au temps t, $u = u(x,t)$ le déplacement dans la barre et ρ_b la masse volumique de la barre.

Les barres restant élastiques, la contrainte et la déformation $\varepsilon = \varepsilon(x,t)$ sont reliées par la loi d'élasticité :

$$\sigma = E_b \cdot \varepsilon \tag{3.4}$$

où E_b est le module d'Young.

Du fait de l'hypothèse des petites perturbations, la déformation ε dérive du déplacement axial $u = u(x,t)$ par la relation :

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{3.5}$$

En combinant les équations précédentes, on obtient l'équation de propagation des ondes définie par :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{E_b}{\rho_b}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = C_b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \tag{3.6}$$

où $C_b = \sqrt{\dfrac{E_b}{\rho_b}}$ est la vitesse de propagation de l'onde élastique dans les barres.

La solution génerale de l'équation 3.6 dans la barre d'entrée $u_e = u_e(x,t)$ est la superposition de la solution de l'onde incidente $u_i = u_i(x,t)$ et de l'onde réfléchie $u_r = u_r(x,t)$ soit :

$$u_e = u_i + u_r = f(x - C_b t) + g(x + C_b t) \tag{3.7}$$

La solution générale dans la barre de sortie $u_s = u_s(x,t)$ est celle de l'onde transmise $u_t = u_t(x,t)$

$$u_s = u_t = h(x - C_b t) \tag{3.8}$$

La déformation moyenne nominale ε_{ep} dans l'éprouvette est donnée par :

$$\varepsilon_{ep} = \frac{u_e(x_{e/ep}, t) - u_s(x_{s/ep}, t)}{h_0} \tag{3.9}$$

où h_0 est la longueur initiale de l'éprouvette, $u_e(x_{e/ep}, t)$ est le déplacement de la section droite interface entre la barre d'entrée et l'éprouvette et $u_e(x_{s/ep}, t)$ est le déplacement de la section droite interface entre la barre de sortie et l'éprouvette.

La vitesse de déformation est donnée par

$$\dot{\varepsilon}_{ep} = \frac{\dot{u}_e(x_{e/ep}, t) - \dot{u}_s(x_{s/ep}, t)}{h_0} \tag{3.10}$$

où $\dot{u}_e(x_{e/ep}, t)$ et $\dot{u}_s(x_{s/ep}, t)$ sont les vitesses de déplacement des interfaces barre/éprouvette.

Les vitesses de déplacement n'étant pas mesurées expérimentalement, elles sont déduites des signaux des jauges de déformation de la manière suivante.

La relation 3.5 associée à la dérivation temporelle permet d'exprimer les vitesses de déplacement en tout point des barres d'abscisse x en fonction des vitesses de déformation des ondes incidente $\dot{\varepsilon}_i$, réfléchie $\dot{\varepsilon}_r$ et transmise $\dot{\varepsilon}_t$:

$$\begin{cases} \dot{u}_e(x,t) = C_b(-\varepsilon_i(x,t) + \varepsilon_r(x,t)) \\ \dot{u}_s(x,t) = C_b(-\varepsilon_t(x,t)) \end{cases} \tag{3.11}$$

et donc notamment aux points A et B où les déformations sont mesurées.

Ces mesures sont ensuite transportées dans le temps aux interfaces (barre entrante/éprouvette , barre sortante /éprouvette) en tenant en compte de la dispersion. Les efforts développées aux interfaces barre/éprouvette valent respectivement :

$$\begin{cases} F_e = S_b \cdot E_b \cdot (\varepsilon_i(x_{e/ep}, t) + \varepsilon_r(x_{e/ep}, t)) \\ F_s = S_b \cdot E_b \cdot \varepsilon_t(x_{s/ep}, t) \end{cases} \tag{3.12}$$

où S_b est l'aire de la section droite des barres.

La contrainte nominale dans l'éprouvette s'obtient à partir de ces efforts par :

$$\sigma_n = \frac{F_e + F_s}{2 \cdot S_{ep}} \tag{3.13}$$

où S_{ep} est l'aire de la section droite de l'éprouvette.

3.3.1 Résultats

La figure 3.24 montre les courbes contrainte nominale, σ_n, en fonction de la déformation nominale, ε_n, pour différentes vitesses de chargement de la mousse carbone HP02. Le comportement est similaire

à celui observé en compression quasi-statique confinée. Le comportement est quasi linéaire élastique et ceci pratiquement jusqu'à la première rupture de l'éprouvette. Dans la phase qui suit, il est similaire à celui d'une mousse ductile avec un écrouissage sensiblement linéaire. Dans la dernière phase, la contrainte croit de manière plus rapide car la densité se rapproche de la densité maximale. Elle est atteinte lorsque le matériau est complètement densifié sous forme de poudre. Les propriétés mécaniques sont regroupées dans le tableau 3.6. Les grandeurs ont été caractérisées de la même manière que celles identifiées dans l'essai de compression quasi-statique confinée.

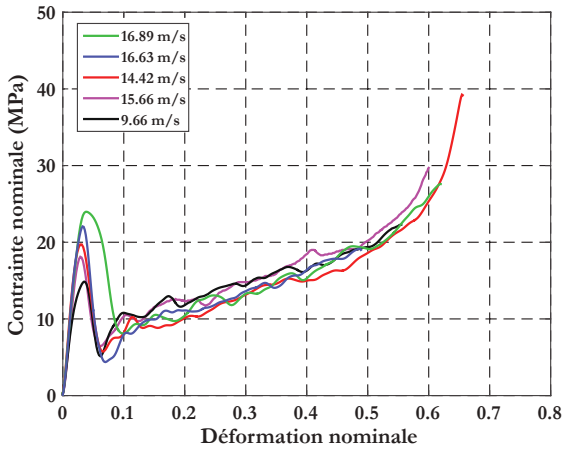


FIGURE 3.24 – *Résultats des essais de compression uniaxiale confinée sous sollicitation dynamique de la mousse HP02.*

Propriété	Numéro de l'essai				
	01	02	03	04	05
Module d'Young E^* (MPa)	839	655	904	814	877
Contrainte $\sigma_{rup-ini}$ (MPa)	18,1	14,9	19,7	24,0	22,1
Déformation $\varepsilon_{rup-ini}$	0,028	0,035	0,028	0,039	0,033
Contrainte σ_p (MPa)	13,4	14,7	15,0	14,2	12,8
Contrainte σ_h (MPa)	7,0	7,9	4,8	5,5	5,5
Pente γ_h (MPa)	26,2	22,5	27, 9	27,1	27,1
Déformation ε_d (-)	0,485	0,510	0,579	0,522	-
Déformation ε_{max} (-)	0,60	0,55	0,65	0,61	0,48
Energie absorbée E^*_{ab} (J·m^{-3})	9,33	7,95	10,08	9,78	-

TABLE 3.6 – *Caractéristiques mécaniques de la mousse carbone HP02 identifiées en compression uniaxiale confinée dynamique (inclinaison $\alpha = 0°$).*

4 Observations complémentaires

4.1 Densité et porosité des mousses

Le tableau 3.7 regroupe les caractéristiques des mousses carbone étudiées. Certaines données sont disponibles dans les fiches techniques du fabricant, d'autres déduites ou mesurées par nos soins.

Nuance	HP01	HP02	HP03
Masse volumique apparente$^{(*)}$ ρ_a (g·cm^{-3})	$0,16$	$0,32$	$0,51$
Porosité apparente$^{(*)}$ n (%)	≈ 90	80	60
Masse volumique absolue ρ_s (g·cm^{-3})	1,6	$1,60$	1,25
Masse volumique relative ρ_r (-)	$\approx 0,1$	$0,20$	$0,40$
Masse volumique de la mousse broyée ρ_{pd} (g·cm^{-3})	$0,90 \pm 10^{-2}$	$0,91 \pm 10^{-2}$	$0,98 \pm 10^{-2}$

TABLE 3.7 – *Caractéristiques des mousses carbone données par le fabricant et les caractéristiques déduites.*

La masse volumique absolue ρ_s et la masse volumique relative ρ_r sont déduites par les relations

$$\rho_s = \frac{\rho_a}{1-\phi} \qquad ; \qquad \rho_r = 1-\phi \tag{3.14}$$

La masse volumique apparente maximale peut être déduite de la masse volumique apparente de la mousse ρ_{pd}, une fois qu'elle a été densifiée sous forme de poudre dans un essai de compression œdométrique et avant la décharge, soit

$$\rho_{pd} = \frac{m_{ep}}{V_{f-ep}} \tag{3.15}$$

où V_{f-ep} est le volume final de l'éprouvette compactée à la fin de l'essai de compression œdométrique avant la décharge.

La figure 3.25 regroupe les valeurs de la masse volumique ρ_{pd} des trois nuances de mousse carbone à la fin de l'essai de compression œdométrique en quasi-statique, les valeurs moyennes étant reportées dans le tableau 3.7. On constate que la densité ρ_{pd} est proche pour les deux nuances les moins denses HP01 et HP02. La densité ρ_{pd} de la mousse HP03 est légèrement supérieure. Les valeurs mesurées ρ_{pd} et les valeurs calculées ρ_s à l'aide de la porosité apparaissent également très différentes. Ceci nous indique qu'à la densification, les morceaux de la mousse ne sont pas complétement broyées.

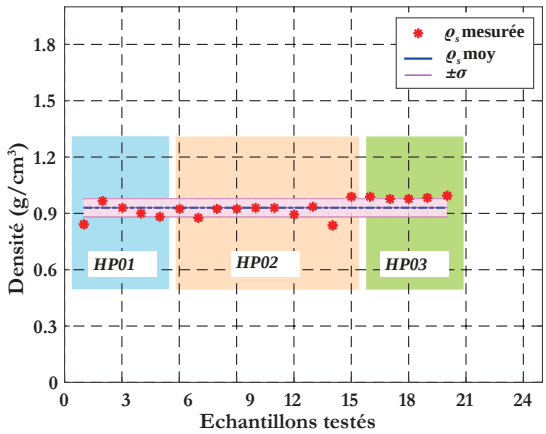
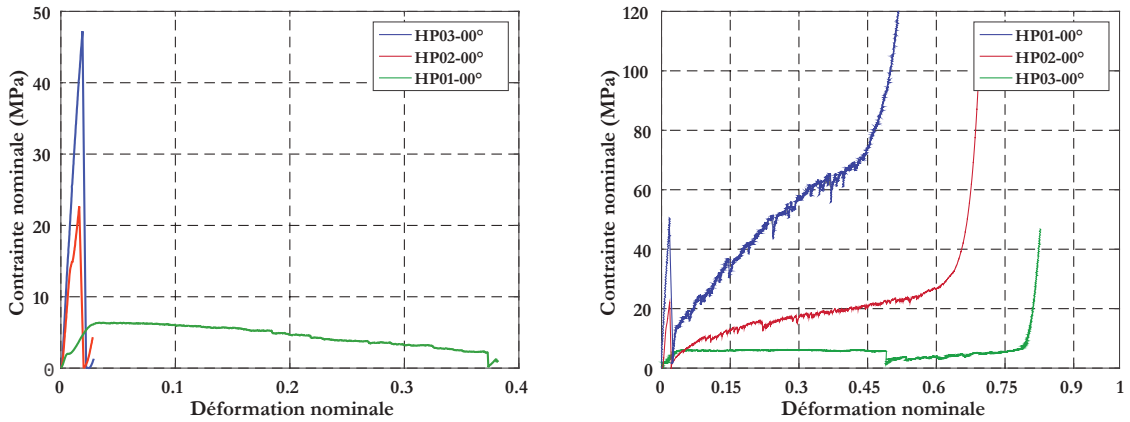


FIGURE 3.25 – *Variation de la masse volumique apparente du matériau constitutif de la mousse carbone.*

4.2 Comparaison des différentes nuances de mousse

Les figures 3.26(a) et 3.26(b) montrent l'évolution du comportement mécanique en statique de la mousse carbone en fonction de la densité. Que ce soit en compression simple ou en compression confinée, la réponse mécanique est très sensible à la masse volumique relative initiale du matériau.



(a) *Compression simple* (b) *Compression œdométrique*

FIGURE 3.26 – *Réponses mécaniques de la mousse carbone sous sollicitation statique de compression.*

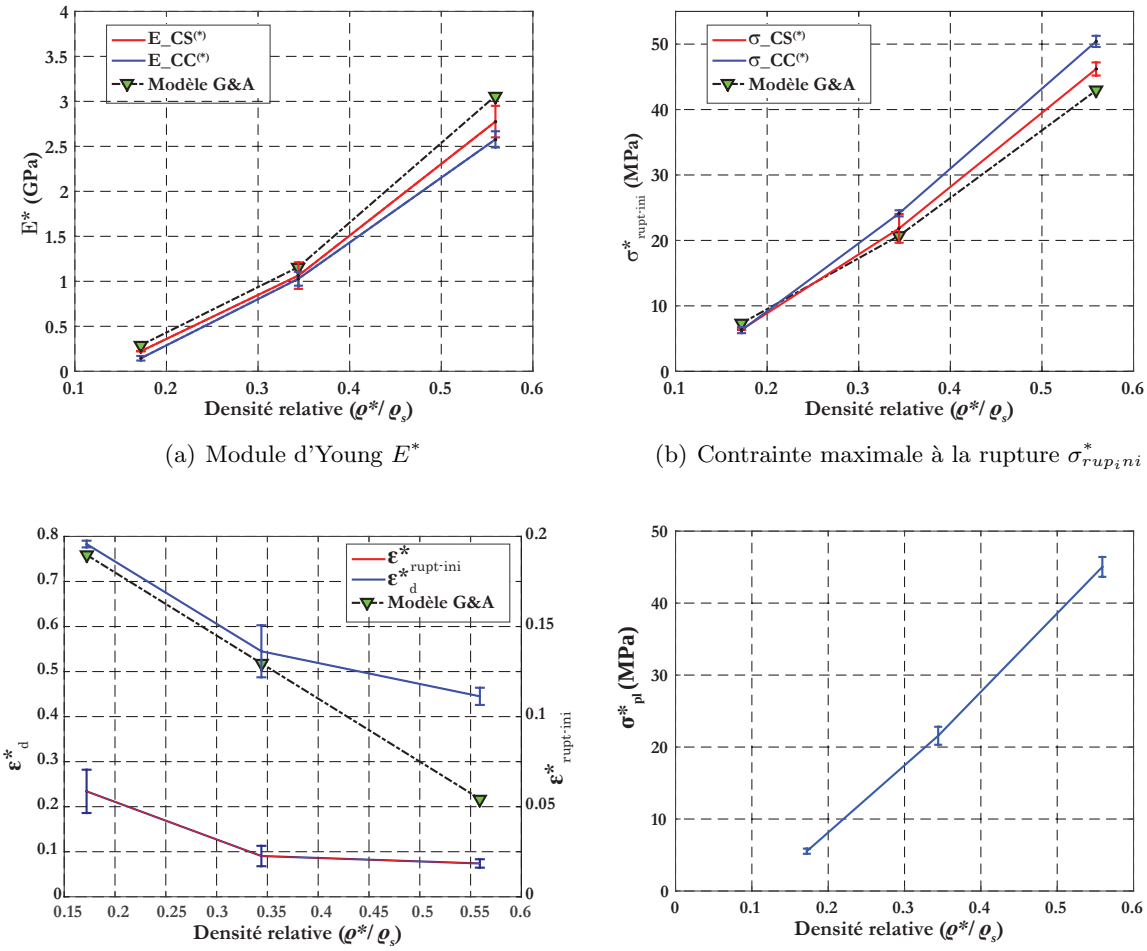
La présence du confinement latéral augmente très notablement la pseudo-ductilité de la mousse qui, après la première phase d'endommagement où des ruptures locales des cellules se sont produites, est en mesure de développer une certaine résistance avant la fin de la phase de densification. Cette large zone de pseudo-ductilité permet d'envisager l'utilisation de cette mousse comme absorbeur de choc mécanique.

En l'absence de confinement, la phase de densification n'existe pas car les débris formés lors de la rupture progressive des ligaments s'échappent de l'éprouvette. L'interprétation de la réponse au sens de la mécanique des milieux continus classique n'a pas de sens.

La valeur de certaines grandeurs caractéristiques augmente avec la masse volumique relative ρ_r comme par exemple la rigidité élastique et la résistance mécanique. La valeur d'autres grandeurs diminue avec ρ_r. Le matériau devient notamment moins déformable, comme c'est notamment le cas de la déformation maximale. Le plateau de contrainte en compression confinée se raccourcit et n'existe pas pour la densité la plus élevée. Certaines valeurs expérimentales sont reportées dans les graphes de la figure 3.27.

Ces évolutions peuvent être comparées avec le modèle de Gibson et Ashby [GA99] valable pour les mousses fragiles à cellules ouvertes. On rappelle ici les formules présentées :

$$\begin{cases} \dfrac{E^*}{E_s} &= C_1(\dfrac{\rho_a}{\rho_s})^2 \\ \dfrac{\sigma_r^*}{\sigma_{rs}} &= C_4(\dfrac{\rho_a}{\rho_s})^{\frac{3}{2}} \\ \varepsilon_d &= 1 - 1.4\dfrac{\rho_a}{\rho_s} \end{cases} \tag{3.16}$$



(a) Module d'Young E^*

(b) Contrainte maximale à la rupture $\sigma^*_{rup_ini}$

(c) Déformations à la rupture initiale $\varepsilon^*_{rup_ini}$ et déformations à la densification ε_{d^*}

(d) Contrainte plateau σ^*_{pl}

FIGURE 3.27 – *Evolution des caractéristiques mécaniques des mousses carbone avec la masse volumique relative ρ_r en compression simple (CS) et confinée (CC).*

où E^* est le module d'élasticité de la mousse, E_s est le module d'élasticité de la matière solide dense, σ^*_r est la contrainte seuil de la mousse fragile, σ_{rs}, la contrainte seuil du matière solide dense, ε_d la déformation à la densification.

Les constantes C_1 et C_4 sont des facteurs relatifs à la géométrie des cellules. Elles ont été identifiées comme suit :

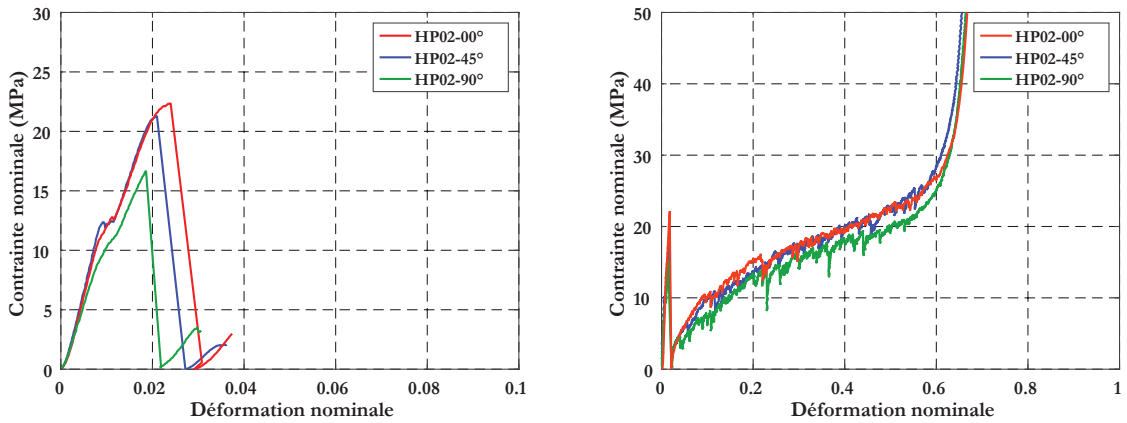
$$\begin{cases} C_1 E_s &= \text{Moy}\left(E^*_{10}(\frac{\rho_s}{\rho^*_{10}})^2, E^*_{20}(\frac{\rho_s}{\rho^*_{20}})^2, E^*_{31}(\frac{\rho_s}{\rho^*_{31}})^2\right) \\ C_4 \sigma_{rs} &= \text{Moy}\left(\sigma^*_{r10}(\frac{\rho_s}{\rho^*_{10}})^{\frac{3}{2}}, \sigma^*_{r20}(\frac{\rho_s}{\rho^*_{20}})^{\frac{3}{2}}, \sigma^*_{r31}(\frac{\rho_s}{\rho^*_{31}})^{\frac{3}{2}}\right) \end{cases} \tag{3.17}$$

où E^*_{10}, E^*_{20},E^*_{31},σ^*_{r10} ,σ^*_{r20} et σ^*_{r31} sont respectivement le module d'Young et la contrainte seuil à la rupture des mousses carbone HP01, HP02 et HP03.

Les constantes C_1 et C_4 ont été identifiés à partir des données expérimentales. Les résultats des graphes de la figure 3.27 montrent que le modèle analytique du Gibson et Ashby décrit de manière satisfaisante les évolutions du module d'Young et de la contrainte à la rupture de la mousse carbone. En revanche, l'accord est moins satisfaisant pour la déformation à la densification. Elle diminue bien avec la compacité de la mousse, mais une déviation est constatée pour la masse volumique relative la plus élevée. Le modèle n'est donc pas aussi prédictif qu'on aurait pu l'espérer.

4.3 Anisotropie

Le caractère isotrope ou anisotrope du comportement mécanique mousse carbone n'est pas mentionné par le fabricant. Les essais de compression réalisés sur les trois nuances de la mousse carbone ont permis de mettre en évidence que la texturation induite par le procédé de fabrication -plus précisément la phase de moussage- génère un comportement mécanique du type isotrope transverse. C'est notamment visible sur la nuance HP02 sur laquelle le nombre d'essais a permis de faire une comparaison quantitative (Fig. 3.28).



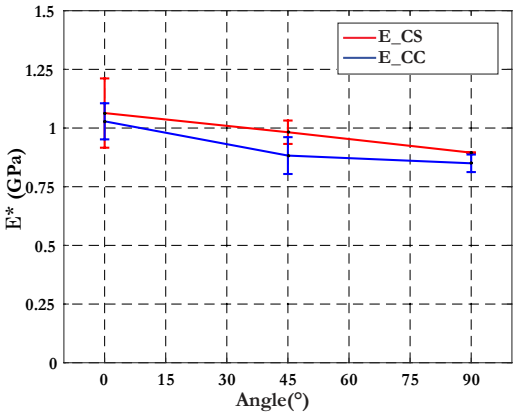
(a) *Compression simple* (b) *Compression œdométrique*

FIGURE 3.28 – *Comportement mécanique en compression de la mousse carbone HP02 en fonction de la direction de sollicitation.*

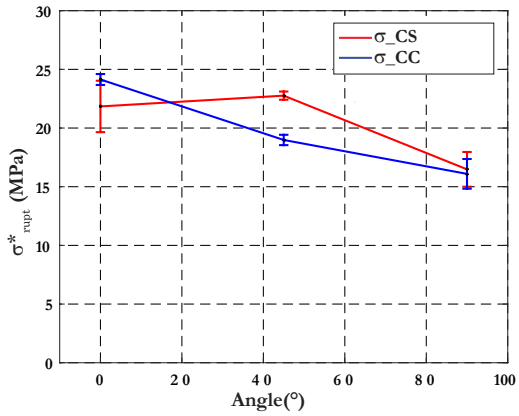
On remarque sur cette figure que la contrainte initiale $\sigma_{rup-ini}$ est très dépendante de l'inclinaison α. Sur les courbes $\sigma_n - \varepsilon_n$ où le palier de contrainte est absent, le module d'écrouissage γ_p et la contrainte σ_p sont également dépendants de l'angle d'inclinaison α. L'allure des trois courbes est similaire dans la phase finale de densification suggérant qu'au fur et à mesure que la mousse se détériore, le comportement redevient isotrope. Les figures 3.29(a) et 3.29(d) présentent l'évolution de certaines caractéristiques pour les trois angles d'inclinaison α.

4.4 Energie absorbée

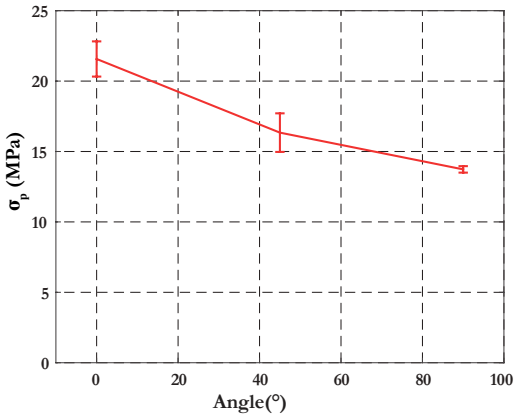
L'énergie absorbée spécifique $W_{a,s}$ (exprimée en kJ·kg^{-1}) est un paramètre important pour évaluer la capacité de la mousse carbone à absorber un travail mécanique. Ce paramètre est défini par l'énergie absorbée par unité de volume ($W_a(\varepsilon)$), divisée par la masse volumique apparente initiale $\rho_{a,i}$.



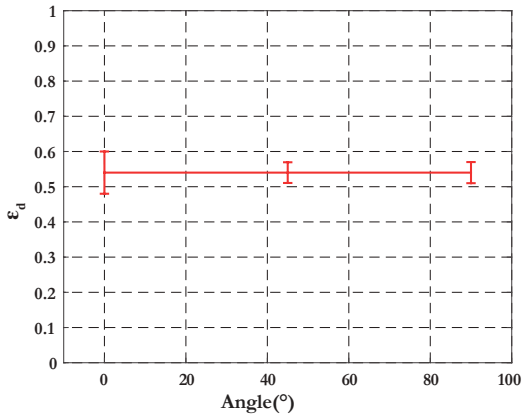
(a) *Module d'Young* E^*



(b) *Contrainte maximale à la rupture* $\sigma^*_{rup_i ni}$



(c) *Contrainte plateau moyenne* σ_p



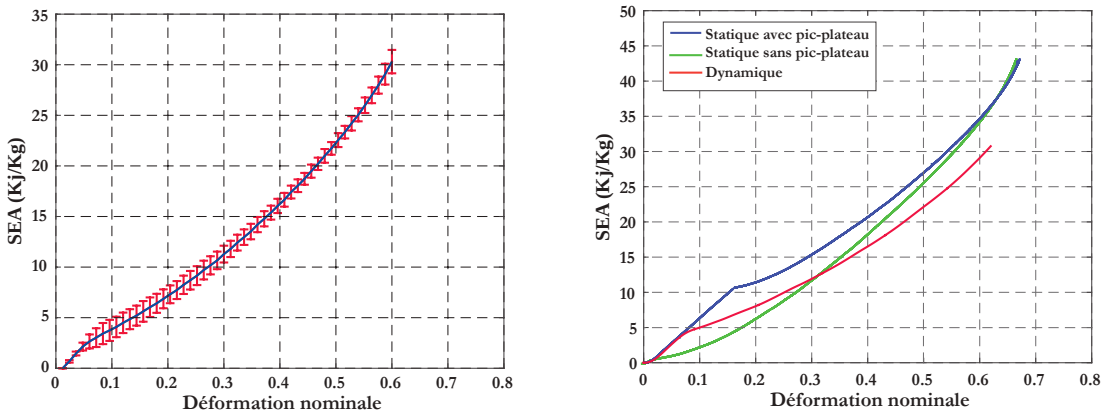
(d) *Déformation à la densification* ε_d

FIGURE 3.29 – *Evolution des propriétés mécaniques de la mousse carbone HP02 en fonction de la direction de sollicitation.*

$$W_{a,s}(\varepsilon) = \frac{W_a(\varepsilon)}{\rho_{a,i}} = \frac{\int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon}{\rho_{a,i}} \tag{3.18}$$

Les courbes présentées sur la figure 3.30(a) caractérisent l'évolution de l'énergie spécifique absorbée en fonction de la déformation des essais de compression confinée dynamique. La figure 3.30(b) compare les résultats obtenus en statique et en dynamique. On remarque qu'en l'absence de pic-plateau initial, la quantité d'énergie absorbée est quasiment la même jusqu'à la densification. En contre-partie, la présence de pic plateau initial entraine une augmentation significative de l'énergie absorbée jusqu'à la fin de l'apparition de ce pic plateau. Cette comparaison confirme également la faible sensibilité de la mousse carbone HP02 à la vitesse de sollicitation.

La figure 3.31(a) montre l'évolution de l'énergie spécifique en fonction de la masse volumique relative ρ_r de la mousse carbone. En l'absence de confinement, le matériau absorbe peu d'énergie

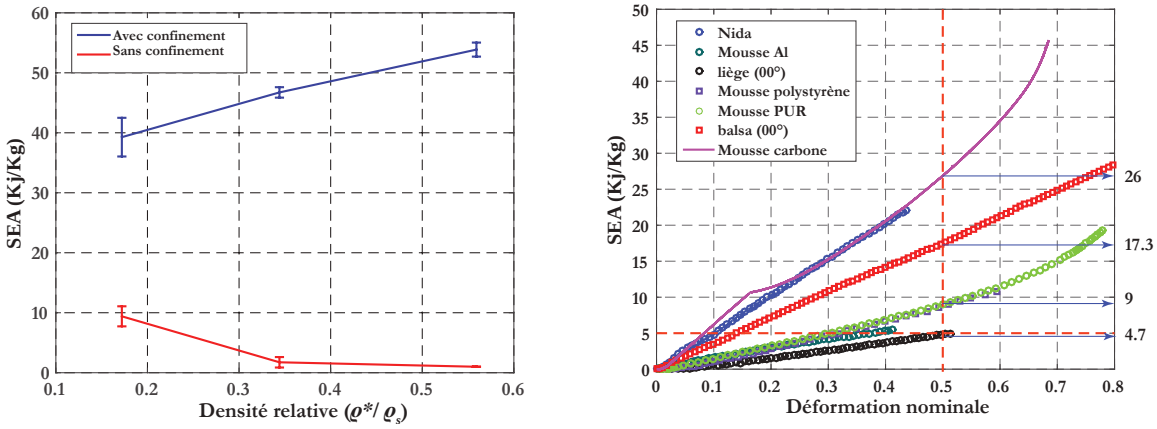


(a) *Energie absorbée spécifique en dynamique*

(b) *Comparaison statique / dynamique*

FIGURE 3.30 – *Energie spécifique absorbée en fonction de la déformation au cours des essais de compression confinée.*

car les débris formés sont rapidement expulsés du volume de l'éprouvette. Les essais de compression confinée conduisent à une capacité spécifique d'absorption d'énergie assez élevée. De plus, il est mis en évidence que l'énergie spécifique absorbée augmente avec la densité de la mousse.



(a) Variation de l'énergie spécifique absorbée pour les trois nuances

(b) Comparaison de la capacité d'absorption de différents matériaux

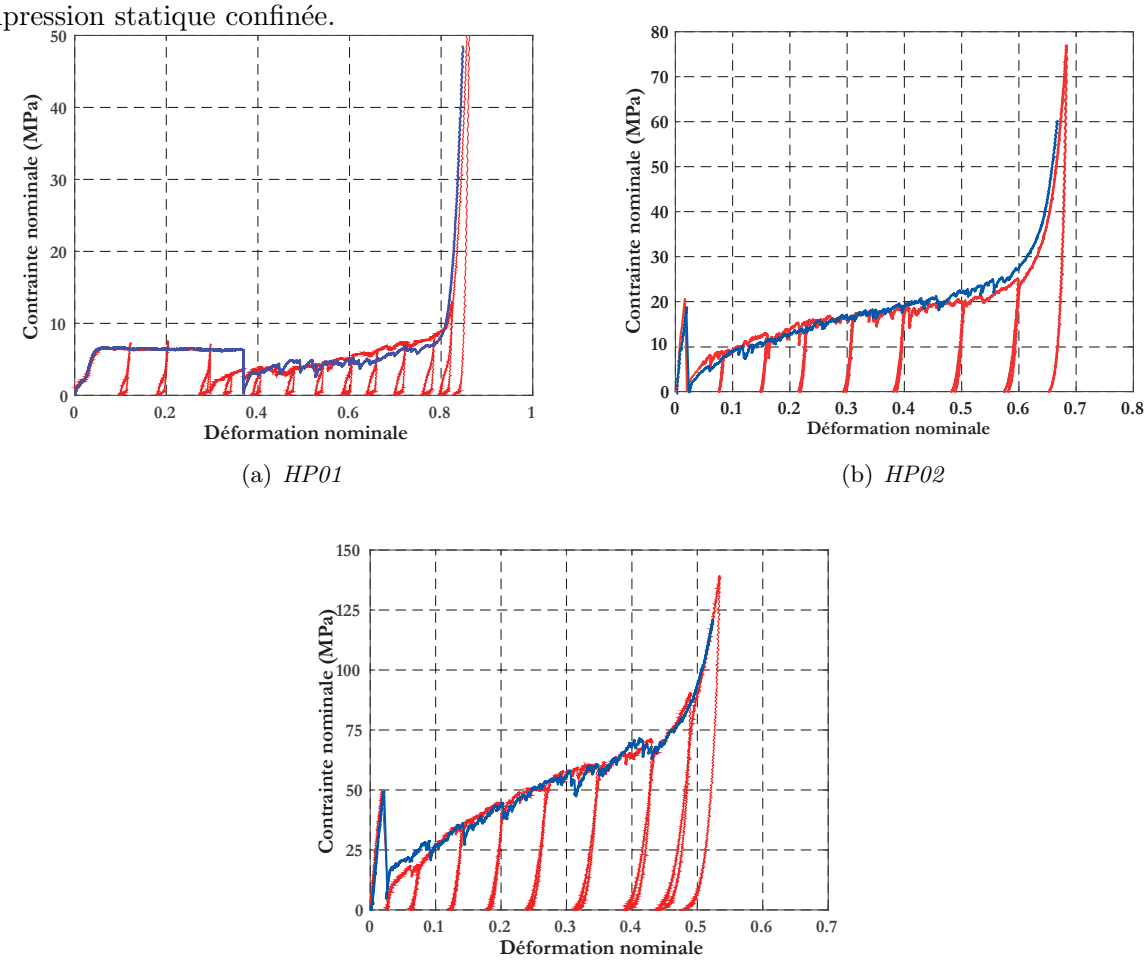
FIGURE 3.31 – *Energie absorbée de la la mousse carbone en fonction de la densité relative et évaluation de son potentiel d'utilisation.*

La figure 3.31(b) montre la courbe caractérisant l'évolution de l'énergie spécifique absorbée en fonction de la déformation d'écrasement pour la mousse carbone. Ont également été reportées sur ce graphe celles obtenues sur d'autres matériaux cellulaires [Bou08]. On voit que la mousse carbone HP02 peut absorber 5 kJ·kg^{-1} pour une déformation de 8 %, alors que les autres matériaux se déforment, de 30 à 50 %, pour absorber la même quantité d'énergie. Les structures de type nid d'abeilles et

le balsa absorbent également la même quantité d'énergie avec un taux de déformation faible, mais avec un comportement très anisotrope. A l'inverse, pour le même niveau de déformation de 50 %, on observe que la mousse d'aluminium ne dissipe qu'une faible quantité d'énergie environ 4,7 kJ·kg^{-1}, la mousse polystyrène et la mousse polyuréthane rigide peuvent en emmagasiner environ le double soit 9 kJ·kg^{-1}, le nid d'abeilles et le balsa peuvent en absorber près de trois fois plus alors que la mousse carbone conduit à une quantité d'energie spécifique assez importante 26 kJ·kg^{-1}, environ cinq fois plus que la mousse d'aluminium. Il faut noter également que ces quantités d'énergie ont été dissipées à des niveaux de contraintes variables.

4.5 Comportement cyclique

En vue d'identifier un modèle de comportement, et mieux analyser les mécanismes de déformation, des essais de compression cyclique confinée ont également été réalisés sur les trois nuances de la mousse carbone (géométrie des éprouvettes et vitesse de sollicitation identiques à celles des essais de compression statique confinée.



(a) *HP01* (b) *HP02*

(c) *HP03*

FIGURE 3.32 – *Comportement cyclique de la mousse carbone en compression confinée.*

Les réponses contrainte - déformation obtenues en compression cyclique confinée sont présentées sur

la figure 3.32. Juste après la rupture fragile, au moment où débute la phase de compaction de la mousse, on observe une légère augmentation du module tangent avec l'augmentation de la charge appliquée. Ceci peut être associé à un durcissement de la structure du fait que la porosité s'effondre. Pendant la phase de charge, des successions des ruptures fragiles sont apparues à cause de l'endommagement structural de la mousse et l'effondrement de cellules. Pendant la décharge, le module tangent de la courbe augmente légèrement, ce qui correspond au comportement élastique de la mousse endommagée. On remarque que les deux phases, décharge et recharge, sont relativement confondues soulignant le caractère élastique de ce matériau. Pour la mousse carbone HP01, une hystérésis est présente. Ce phénomène, absent dans les deux autres densités, n'est pas forcément lié à la réponse matériau. Il pourrait être attribué aux effets dissipatifs du frottement entre l'éprouvette et la cellule du confinement.

Enfin, si l'on compare les courbes des essais de compression confinée sous chargement cyclique à celles obtenues en compression confinée sous chargement monotone, on remarque que le cyclage n'a aucun effet sur l'enveloppe de la réponse globale de la mousse carbone.

5 Mécanismes de déformation et d'endommagement en compression confinée

Cette partie se focalise sur la caractérisation des mécanismes de déformation et d'endommagement progressif de la mousse carbone sollicitée en compression uniaxiale confinée quasi-statique. La cellule de confinement métallique est trop grande pour être utilisée dans un essai de compression confinée in-situ sous microscopique électronique à balayage (MEB). Pour lever cette difficulté, des essais de compression œdométrique ex-situ ont donc été effectués. Interrompus à différents niveaux de déformation (ou de charge) et après décharge, l'éprouvette a été extraite délicatement de la cellule et l'état final (endommagement, fissures) de ces éprouvettes a été examiné visuellement et au MEB. Ce type d'observations a fourni de précieuses informations. Mais un suivi précis de l'évolution de l'endommagement n'a pu être effectué car l'état des éprouvettes n'a pas pu être conservé au cours des manipulations qui ont suivi la fin de l'essai mécanique. De plus, les observations ont été faites de manière surfacique. Une étude complémentaire a donc été menée en réalisant des essais ex-situ sous microtomographie à rayons X pour suivre l'évolution de l'endommagement progressif dans le volume de l'éprouvette.

5.1 Analyse Post-Mortem sous MEB

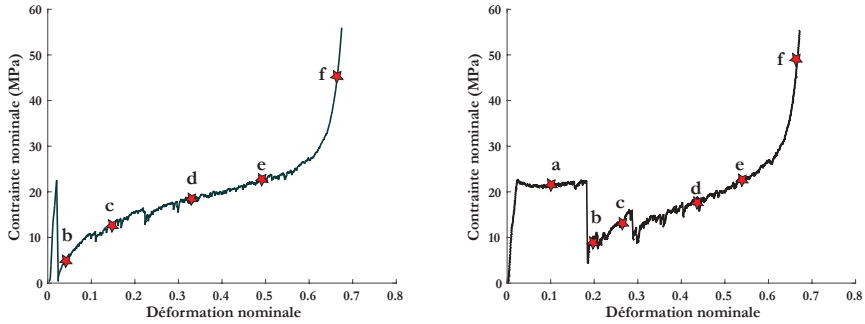
5.1.1 Protocole expérimental

Les essais de compression œdométrique interrompus ont été réalisés sur la mousse carbone HP02 dans des conditions proches de celles appliquées dans les essais quasi-statiques décrits dans la section 3.2. Des éprouvettes cylindriques de diamètre $d_0 = 40$ mm et de longueur $h_0 = 40$ mm ont été usinées, l'axe étant orienté dans la direction de moussage. Une vitesse de déplacement du vérin de la machine d'essais égale à $0,05$ mm·s^{-1} a été appliquée.

Pour caractériser les mécanismes de déformation dans les différents régimes mis en évidence auparavant, les essais de compression œdométrique interrompus à différents niveaux de déformation ont été réalisés sur plusieurs éprouvettes. La cellule de confinement réalisée par assemblage de deux

demi-coques a facilité l'extraction de l'éprouvette après essai. Une fois l'essai interrompu, l'éprouvette extraite de la cellule a été observée au MEB.

Les courbes expérimentales présentées sur les graphes de la figure 3.33 correspondent à des essais réalisés de manière monotone sans arrêt jusqu'au talonnement. Sur ces graphes, ont été repérés les zones d'intérêt où une information est recherchée en l'absence et en présence de pic plateau sur la courbe $\sigma_n - \varepsilon_n$. Les essais monotones qui ont suivi ont été interrompus à ces niveaux de déformation.



(a) *Comportement avec pic et sans plateau initial*

(b) *Comportement avec pic et plateau initial*

FIGURE 3.33 – *Comportement en compression confinée de la mousse carbone HP02 en compression confinée statique.*

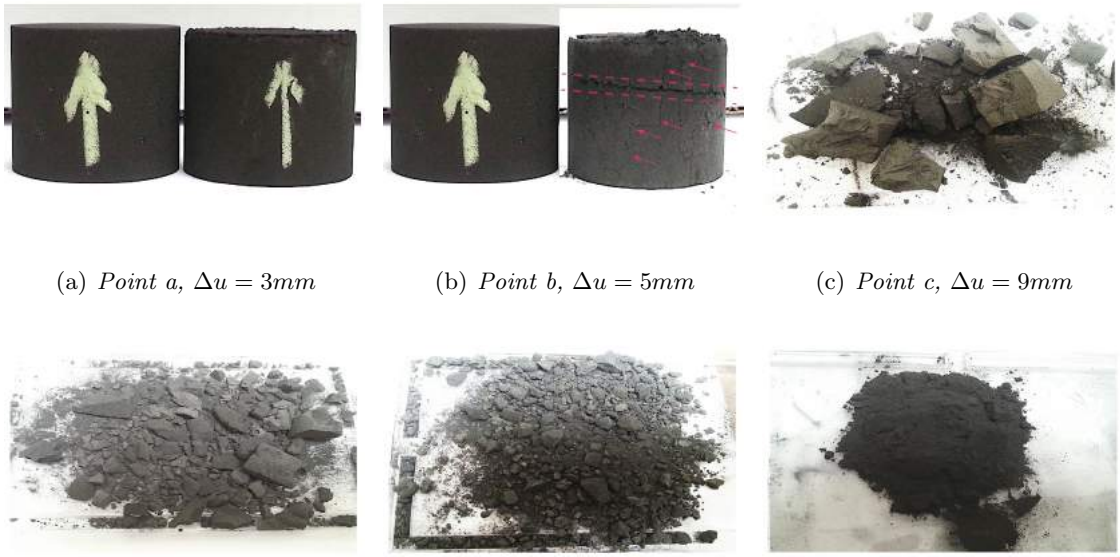
La figure 3.34 présente l'état de la microstructure de la mousse HP02 à chaque interruption. Les observations ont été faites en surface avant l'essai et durant la phase plateau, au niveau de la bande de cisaillement après rupture fragile, en surface des fragments de l'éprouvette durant la phase plateau et sur une couche de poudre durant la phase de densification.

5.1.2 Analyses des résultats

PHASE 1 : phase élastique

Cette phase correspond à la première partie de la courbe $\sigma_n - \varepsilon_n$ de l'essai de compression œdométrique, correspondant à un niveau de déformation inférieur à $0,5$ % (Fig. 3.35(b)). Le comportement de l'éprouvette est principalement élastique linéaire. De petites irrégularités de la courbe ont souvent été observées (petites diminutions de la force et légères modifications de la raideur), présentes de manière ponctuelle comme l'illustre le grossissement de la figure 3.35(a). L'observation visuelle des éprouvettes analysées a révélé une zone de faible épaisseur de mousse endommagée (apparition de poudre) au niveau des faces planes où les efforts de compression sont appliqués. A ce stade, l'éprouvette subissait encore de petits mouvements de corps rigide, pour s'ajuster parfaitement entre les deux plateaux de compression de la machine d'essai. Le long des éprouvettes, de petites zones d'écaillage ont également été observées sur la surface cylindrique de l'éprouvette, initiés à partir des extrémités.

À la fin de cette phase, comme cela a déjà été discuté précédemment, deux types de comportement ont été observés : soit la rupture est fragile et se traduit par une diminution brutale de la contrainte, soit



(a) *Point a,* $\Delta u = 3mm$ (b) *Point b,* $\Delta u = 5mm$ (c) *Point c,* $\Delta u = 9mm$

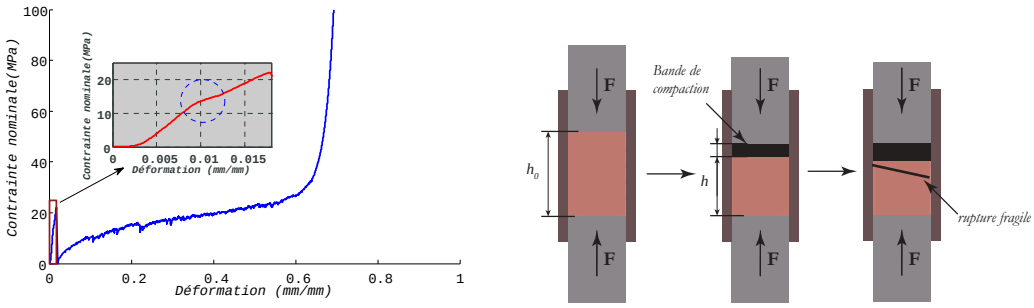
(d) *Point d,* $\Delta u = 13mm$ (e) *Point e,* $\Delta u = 17mm$ (f) *Point f,* $\Delta u = 19mm$

FIGURE 3.34 – *Etat des éprouvettes de mousse carbone HP02 sollicitées en compression confinée statique à différents niveaux de déformation.*

un plateau quasiment horizontal constant apparait. L'apparition du comportement avec présence d'un plateau peut être expliquée par un défaut d'uniformité de la distribution du chargement appliqué sur les faces planes des éprouvettes combinée au caractère fragile de l'éprouvette. Au début de l'essai, les pores voisins des faces planes et en contact avec les plateaux de compression se sont progressivement écrasés en formant une couche fine de poudre piégée dans les vides. La charge appliquée par l'intermédiaire des plateaux, qui s'est exercée d'abord ponctuellement sur les ligaments des cellules, s'est répartie de manière plus uniforme sur toute la surface et la rupture fragile s'est produite à la fin de la phase linéaire. Lorsque les surfaces de contact étaient trop fragilisées par rapport au coeur, la couche de poudre s'est propagée sous la forme d'une bande qui s'épaississait jusqu'à l'apparition de la rupture fragile. Une schématisation de ces modes de déformation est présentée dans la figure 3.35(b).

PHASE 2 : plateau de contrainte initial (point a)

Le plateau initial observé sur plusieurs éprouvettes et qui se manifeste jusqu'à des déformations d'environ $\varepsilon_{p-end} \approx 18\,\%$ a fait l'objet d'une attention particulière, car la quantité d'énergie absorbée lors d'un choc dépend de sa présence ou non. Pour mieux comprendre le phénomène à l'origine de ce palier et les changements microstructuraux induits, l'essai a été interrompu à différentes valeurs de déformation dans la zone centrale du plateau. Les observations visuelles ont montré qu'une fois la PHASE 1 terminée, les cellules au voisinage des faces planes des éprouvettes en contact avec le plateau de compression mobile ont continué à se densifier. La couche de poudre formée durant la PHASE 1 a continué à s'épaissir dans l'éprouvette sous la forme d'une bande de compaction. Cette bande assez homogène, perpendiculaire à la direction du chargement appliqué, est apparue dans la plupart des essais au niveau du contact éprouvette/plateau de compression mobile. L'étendue en déformation de



(a) *Réponse mécanique de la mousse carbone HP02 en compression confinée*

(b) *Détail sur la zone élasticité de la réponse mécanique*

FIGURE 3.35 – *Schématisation des modes de déformations de la mousse carbone en compression confinée, avant la prémière rupture brutale.*

ce plateau $\Delta\varepsilon_p = \varepsilon^*_{p-end} - \varepsilon^*_{rupt-ini}$ est variable d'une éprouvette à l'autre et doit être corrélée à la distribution en taille des défauts qui y sont contenus. Un nombre de gros défauts de taille sensiblement plus supérieure à celle des cellules réduit $\Delta\varepsilon_p$, et explique la disparition de la phase plateau. Dans ce dernier cas, la rupture initiale est fragile.

Rupture initiale fragile (point b)

Que la réponse initiale de la mousse soit élastique ou qu'elle soit élastique suivie d'un plateau initial de contrainte, la fin des PHASES 1 ou 1-2 est toujours marquée par une rupture fragile brutale de l'éprouvette en deux parties (Fig. 3.28(b)). Pour les essais ayant été interrompus juste après, les observations visuelles ont confirmé que ces séparations se sont faites suivant des plans plus ou moins inclinés par rapport au plan des sections droites des éprouvettes. Les surfaces de rupture sont relativement planes. Elles sont plus ou moins inclinées et ont traversé les éprouvettes sur environ les deux tiers de sa hauteur. Au voisinage de ces surfaces de rupture, la zone est fortement endommagée. La formation de poudre est liée à la fragmentation résultant d'efforts de flexion et de cisaillement locaux sur les cellules de la zone endommagée qui brisent les ligaments par le frottement entre les deux parties de l'éprouvette. Ces observations semblent confirmer que le glissement peut conduire à des ruptures et fragmentations locales de la mousse carbone en compression confinée et la présence d'une bande de cisaillement séparant deux parties de l'éprouvette dont le comportement peut toujours être considéré comme élastique. Les observations microstructurales au MEB des deux parties rompues de l'éprouvette montrent également l'apparition de fissures perpendiculaires à la bande de cisaillement.

Les fissures sont initiées à partir des gros défauts présents dans la mousse. A l'échelle de la structure cellulaire de la mousse, des zones ont été repérées, où des effondrements de cellules par rupture fragile se sont produites dans les deux parties non endommagées.

PHASE 3 : Densification avec augmentation progressive de la contrainte (points c-d-e)

La même analyse a été faite sur la phase plateau de contrainte de la mousse carbone qui débute juste après la rupture fragile et se prolonge jusqu'à une déformation d'environ 60 %. Plusieurs essais interrompus ont été effectués dans cette zone à différents niveaux de déformation.

Suite à la première rupture brutale de l'éprouvette, de nouvelles fissures ont été décelées qui sont apparues et se sont propagées de manière aléatoire et instable dans les éprouvettes. Les petites chutes d'effort qui marquaient la réponse de la mousse durant cette phase correspondent à la création de nouvelles fissures. Les éprouvettes se sont fragmentées en morceaux de plus en plus petits, le comportement de chaque fragment restant toujours élastique. Les micrographies de certains fragments ont permis de mettre en évidence qu'un des mécanismes de déformation est lié à l'effondrement des cellules par rupture fragile des ligaments. La poudre formée lors de la fragmentation pénètre dans la structure poreuse de la mousse et diminue la porosité. Des couches de poudre sont formées progressivement, plus compactes que les fragments de mousse sains, ce qui explique l'augmentation de la charge appliquée en compression œdométrique.

PHASE 4 : Densification avec augmentation rapide de la contrainte (point f)
Cette phase a débuté lorsque la courbe $\sigma_n - \varepsilon_n$ s'est incurvée et la rigidité a augmenté rapidement. Le processus de fragmentation s'est poursuivi au début jusqu'à ce que les derniers fragments de mousse aient été complètement détruits. La structure initiale a disparu rapidement au profit d'une structure de poudre (Fig.3.36(f)).

La figure 3.36 regroupe les observations microscopiques faites au MEB durant les phases 1 à 4.

5.2 Essais interrompus sous micro-tomographe

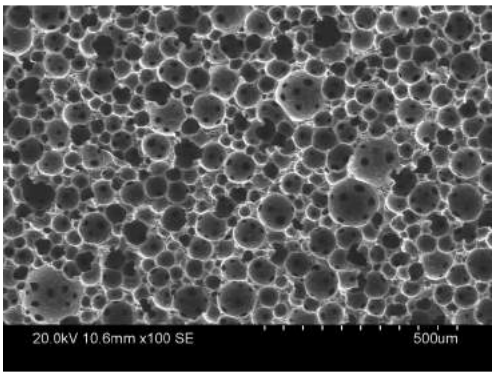
Les analyses post-mortem précédentes ont montré la présence de fragments d'éprouvettes et de zones densifiées sous forme de poudre dont l'état évolue en cours d'essai. S'agissant d'élaborer un modèle de comportement macroscopique établi dans le cadre de la mécanique des milieux continus, la définition du volume élémentaire représentatif dans le sens défini par Zaoui [Zao00] devient dès lors délicate dans la mesure où la structure du matériau évolue. Il était donc utile de mieux caractériser ces changements.

5.2.1 Procédure expérimentale et analyses tomographiques

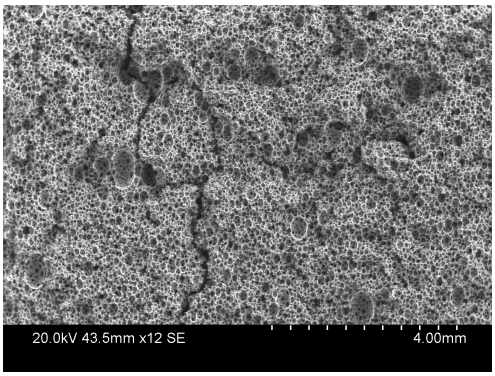
Les essais ont été effectués sur des éprouvettes cylindriques (d_0 = 30 mm, h_0 = 30 mm) carrotées suivant la direction de moussage d'une plaque parallélépipédique de la mousse carbone HP02. Les éprouvettes ont été soumises à un chargement de compression œdométrique avec une vitesse de déplacement du vérin égale à $0,05$ mm·s^{-1}.

Pour faciliter l'enlèvement de l'éprouvette, son positionnement sur la table rotative du microtomographe et la réalisation de radiographies, une adaptation de la cellule de confinement a été faite (Fig. 3.37). Un tube en polycarbonate, de 5 mm d'épaisseur, a été ajusté dans la cellule de confinement métallique pour éviter tout risque d'éclatement du tube lors du chargement. Ce tube transparent aux rayons X a permis de maintenir l'éprouvette placée à l'intérieur, même après endommagement. Après chaque arrêt et décharge, l'ensemble, tube en polycarbonate et éprouvette, a été déplacé sur la platine de rotation du microtomographe et scanné. Un support a été conçu pour maintenir le même positionnement de l'ensemble sur la platine du micro-tomographe d'une prise de radiographies à l'autre.

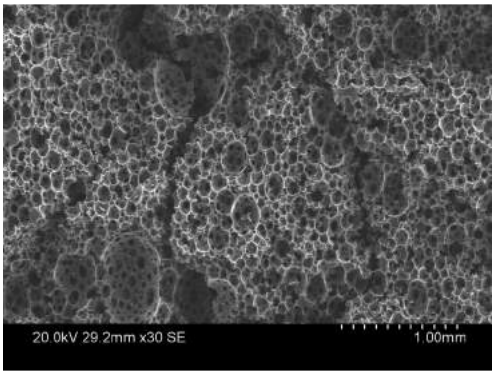
Le microtomographe X-View X50-CT commercialisé par la société North Star Imaging dispose d'un générateur de rayons X à double tête de type Microfocus et fonctionne sur le principe rappelé



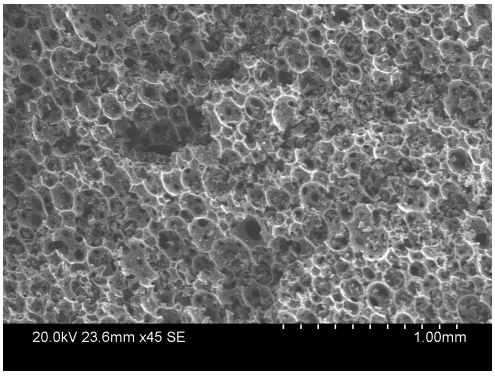
(a) *Microstructure de la mousse de carbone pendant la PHASE 1*



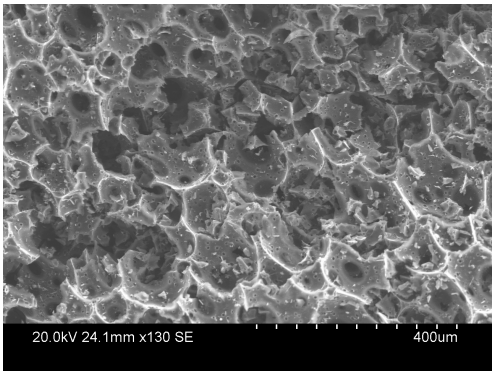
(b) *Microstructure de la mousse de carbone pendant la PHASE 3*



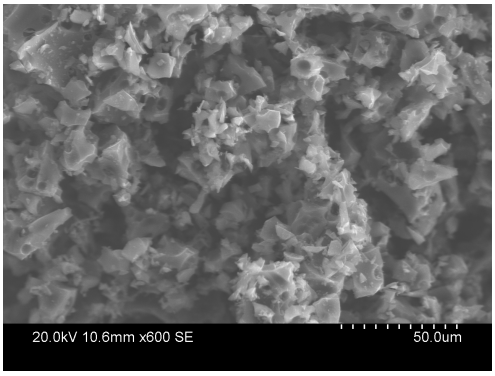
(c) *Microstructure de la mousse de carbone pendant la PHASE 3*



(d) *Microstructure de la mousse de carbone pendant la PHASE 3*



(e) *Microstructure de la mousse de carbone pendant la PHASE 3*



(f) *Microstructure de la mousse de carbone pendant la PHASE 4*

FIGURE 3.36 – *Evolution microstructurale de la mousse carbone HP02 pendant l'essai de compression confinée.*

sur la figure 3.37. Il a été utilisé en mode réflexion (tube XWT-240-CT, cible en tungstène, seuil de détection 1 μm). Le faisceau de rayons X a été réglé à un niveau d'énergie de 30 KeV et une intensité de 300uas. Ce choix a été justifié par le fait que la mousse carbone est faiblement absorbante vis à vis des

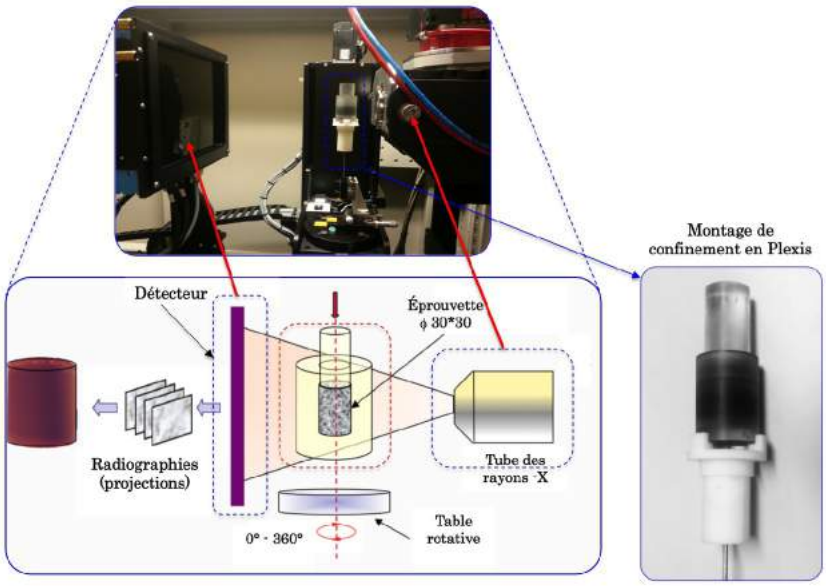


FIGURE 3.37 – *Dispositif utilisé pour la contruction d'images 2D par microtomographie.*

rayons X. Le détecteur plan est un DEXELA 7529, utilisant la technologie CMOS avec scintillateur en Césium. Sa définition est de 3888×3072 pixels avec une taille de pixel égale à 75 μm et une dynamique de 14 bits. Pour réduire la durée de la prise de radiographies, les pixels ont été binnées 2×2, ce qui porte la définition maximale à 1944×1536. 1000 radiographies ont été prises à chaque scan (durée 135 minutes). Les images ont été acquises à l'aide du logiciel EFX-DR et la reconstruction des images 3D codées (32 bits)avec le logiciel EFX-CT. La résolution des images 3D est de 27 μm par voxel. Elle est largement supérieure à la taille de la microporosité visible au MEB. Une partie de la microstructure n'a donc pas pu être caractérisée par ce moyen d'observation.

La réponse mécanique de l'éprouvette de mousse carbone HP02 soumise à un essai de compression confinée cyclique est présentée sur la figure 3.38. Sept cycles de charge-décharge ont été réalisés. La phase de plateau de contrainte a été observée jusqu'à un niveau de déformation de 10 %. La réponse mécanique montre ensuite une similiarité avec celles qui ont été obtenues en compression monotone et durant les essais interrompus pour les analyses post-mortem sous MEB.

Les mécanismes de déformation et d'endommagement intervenant au cœur de l'éprouvette au cours de chargement ont été étudiés dans les phases principales de la courbe $\sigma_n - \varepsilon_n$ déjà décrites auparavant. Des coupes transversales et diamétrales ont été extraites des images reconstruites pour identifier les modes de rupture. Quatres coupes transversales ont été sélectionnées pour illustrer l'évolution de la structure de l'éprouvette au cours de l'essai : deux dans la zone médiane, deux autres près des extrémités. Leur position est précisée sur la figure 3.39.

5.2.2 Résultats

Les résultats des observations sont présentés ci-dessous.

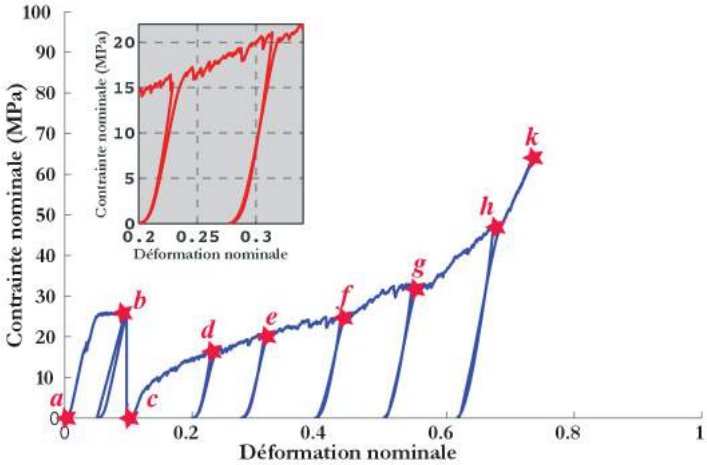


FIGURE 3.38 – *Réponse mécanique de la mousse carbone en compression confiné cyclique ; les points référencés scan (a) à (h) correspondent au niveau de chargement maximum atteint avant la réalisation de l'image tomographique après déchargment.*

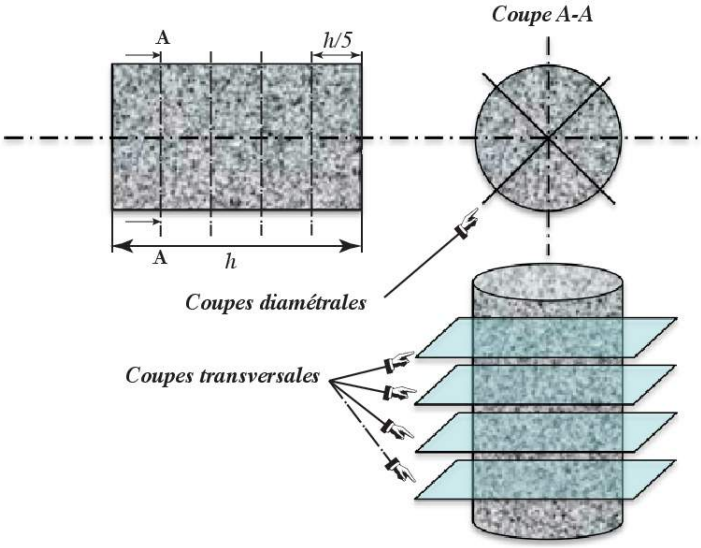


FIGURE 3.39 – *Position des coupes des images tomographiques 3D.*

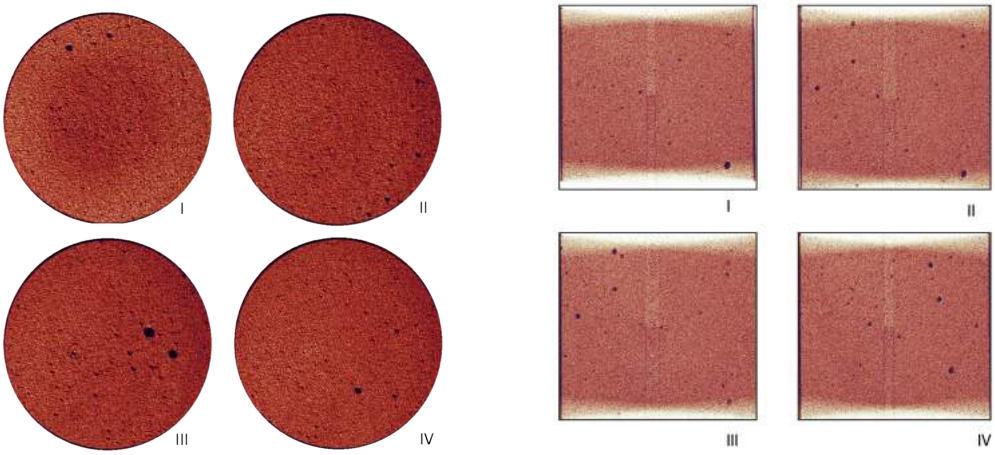
Etat initial avant chargement

La figure 3.40 montre l'image 3D reconstruite à partir des radiographies. La taille du voxel de 27 μm n'est pas petite pour observer finement les ligaments présents dans les cellules de la mousse. L'observation a donc été faite à une échelle intermédiaire. On rappelle que le diamètre moyen des micropores est inférieur à10 μm, celle de la cellule caractéristique de la microstructure est de 50 à 150 μm.

La figure de droite révèle les gros pores présents à l'intérieur de la matière, dont la taille est

supérieure à quelques centaines de microns. La porosité fine n'est pas visible à cette échelle d'observation. La structure des cellules est visible mais avec une qualité d'image assez faible.

FIGURE 3.40 – *Image 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 à l'état initial.*



(a) *Coupes transversales* (b) *Coupes diamétrales*

FIGURE 3.41 – *Coupes tomographiques de l'éprouvette de mousse carbone HP02 à l'état initial* ***(scan a)****.*

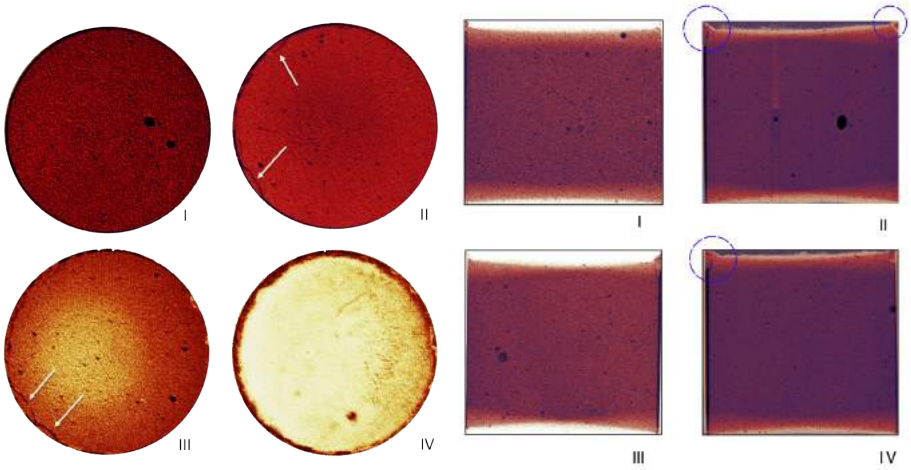
Les coupes transversales (Fig. 3.41(a)) et radiales (Fig. 3.41(b)) réalisées dans cette image 3D présentent les détails de la microstructure initiale de l'éprouvette avant essai (scan a). On observe également à travers ces images la présence aléatoire de gros défauts au coeur de l'éprouvette (grands pores de couleur noire de dimensions de l'ordre de quelques millimètres). C'est au niveau de ces défauts que la rupture et la fracturation de l'éprouvette peuvent s'amorcer au cours de chargement.

PHASE 1 : Zone avant rupture (points a-b)

Les coupes tomographiques prises au cours des deux phases (élasticité + plateau) montrent que l'éprouvette n'a pas subit des modifications microstructurales dans la zone centrale (Fig. 3.42). Les seules modifications ont été observées au niveau des interfaces du contact piston/éprouvette et sur les bords.

Les coupes 3.43(a).II et 3.43(b).III révèlent l'existence de fissures (lignes noires indiquées par les flèches) sur les extrémités de l'éprouvette et la présence d'écaillages partiels. Une localisation de déformation dans cette zone est clairement visible et se manifeste sous la forme d'une bande dense (blanche) qui s'explique par la densification du bord de la cellule mis en contact avec le piston de compression. Cette bande se propage uniformément jusqu'au la rupture brutale de l'éprouvette dont l'épaisseur varie selon la fragilité du matériau. La figure 3.43(a).IV présente une vue détaillée de la zone de la localisation en bande (pixels blancs).

FIGURE 3.42 – *Image 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 avant la rupture.*



(a) *Coupes transversales* (b) *Coupes diamétrales*

FIGURE 3.43 – *Coupes tomographiques de l'éprouvette de mousse carbone HP02 avant la rupture* ***(scan b)***.

Rupture initiale fragile (point c)

Le scan c, a été effectué juste après la chute brutale de la contrainte pour mieux comprendre le mécanisme de rupture initiale de l'éprouvette. Les coupes tomographiques sont présentées dans les figures 3.44 et 3.45.

Les coupes I, II, IV de la figure 3.45(a) révèlent l'existence d'un réseau de fissures distribuées aléatoirement dans le cœur de l'éprouvette. Une zone de forte densité (zone blanche) correspondant à une couche de poudre s'est formée. Elle résulte probablement du glissement des deux parties de l'éprouvette. Pour mieux visualiser cette bande de glissement ainsi que les fissures et leurs orientations, des coupes verticales ont été prises perpendiculairement à la bande de localisation (Fig. 3.45(b)). Sur ces coupes, la zone localisée est visible sous la forme d'une surface sensiblement plane et légèrement inclinée, ce qui est en accord avec la chute brutale de contrainte ; l'éprouvette a été rapidement cisaillée et des fissures perpendiculaires sont simultanément crées. Les coupes verticales montrent également des fissures orientées perpendiculairement à la bande de glissement.

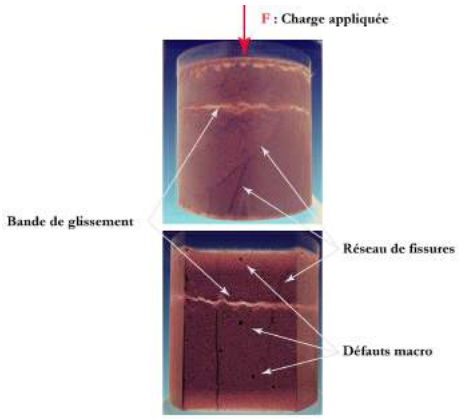
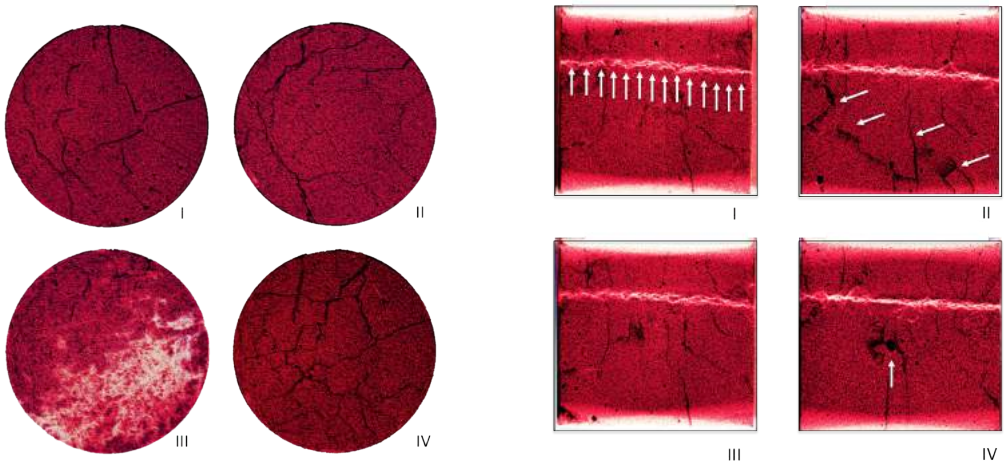


FIGURE 3.44 – *Image 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 juste après la rupture* ***(scans c)****.*

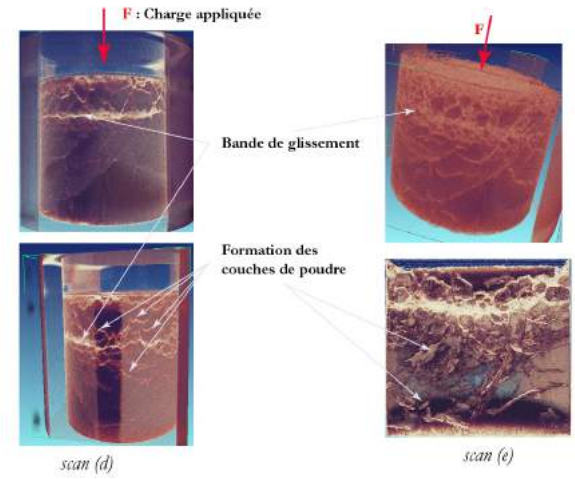


(a) *Coupes transversales* (b) *Coupes diamétrales*

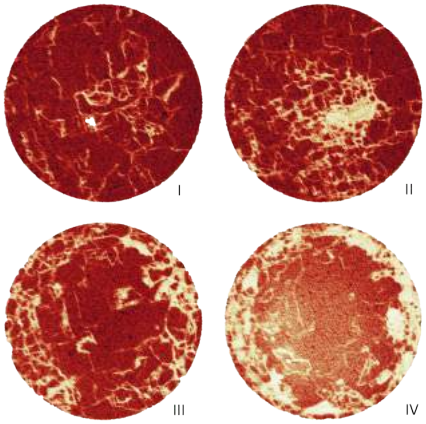
FIGURE 3.45 – *Coupes tomographiques de l'éprouvette de mousse carbone HP02 après la rupture* ***(scan c)****.*

PHASE 3 : Plateau de densification (points d-e-f-g-h)

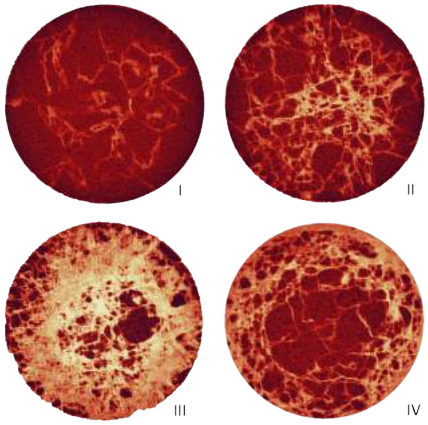
Plusieurs scans ont été réalisés le long de cette phase pour identifier les mécanismes de déformation qui se développent en compression œdométrique(Fig.3.46). Le scan (c), réalisé juste après la rupture brutale de l'éprouvette, a déjà mis en évidence un endommagement marqué de l'éprouvette. Cet endommagement se poursuit. Les interfaces entre les fragments de la mousse carbone présentes sous forme de lignes noires dans le scan (c) (Fig. 3.45) se transforment dans les scans suivants en lignes blanches, signes de la présence de couches fines et denses de poudre. Au fur et à mesure que la déformation progresse, le processus de densification se poursuit et devient progressivement le mécanisme principal de la déformation anélastique volumique de la mousse carbone. A partir du scan (e), la création de nouvelles fissures dans les fragments intacts est plus limitée.



(a) *Images 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 prises dans la phase plateau* ***(scans d & e)***



(b) *Scan d*

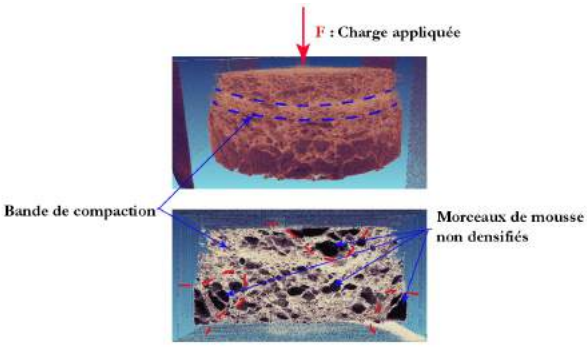


(c) *Scan e*

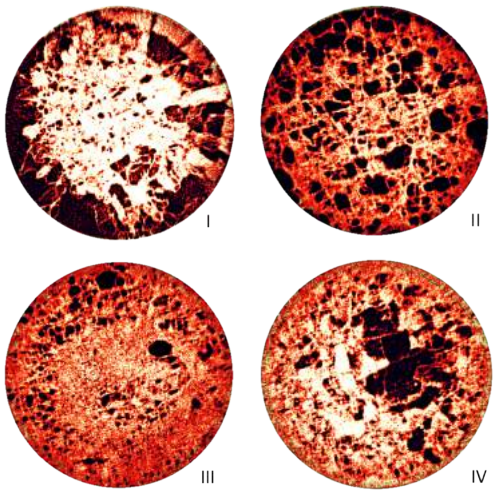
FIGURE 3.46 – *Coupes tomographiques de l'échantillon la mousse en cours de l'essai de compression confiné* ***(scans d & e)***.

La figure 3.47 montre une représentation 3D de l'éprouvette accompagnée d'une coupe diamétrale. On remarque clairement sur ces coupes que les couches de poudre se développent au voisinage de la bande de cisaillement, puis elles s'étalent rapidement au cœur de l'éprouvette. Les zones situées sur les parois latérales sont les dernières à se densifier. Ceci peut être observé sur la figure 3.47(b).I ou la coupe de la figure 3.47(c).I, où des débris de mousse sont coincés dans le coin du tube de confinement.

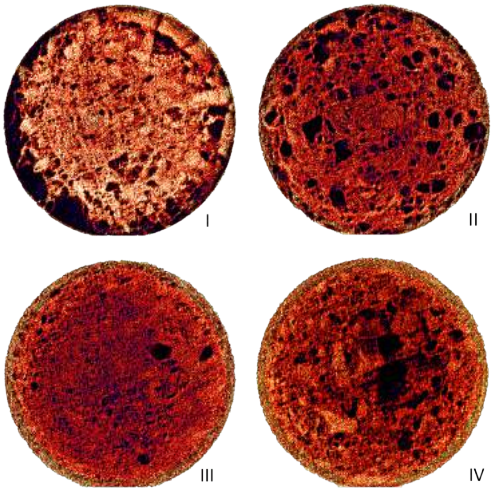
La figure 3.47(c) confirme l'existence de quelques fragments de mousse intacts, malgré le fait que l'on ait atteint la zone de densification, où la contrainte augmente rapidement. Ces fragments ont également été observés visuellement après extraction de l'éprouvette de la cellule de confinement. On peut conclure que la densification complète de la mousse carbone n'est atteinte que pour des valeurs de contrainte très élevées (typiquement $\geq$ 100 MPa).



(a) *Images 3D de l'éprouvette de mousse carbone HP02 prises dans la phase plateau* ***(scans (g))***



(b) *Scan g*



(c) *Scan h*

FIGURE 3.47 – *Coupes tomographiques de l'échantillon la mousse en cours de l'essai de compression confiné* ***(scans g & h)***.

6 Conclusion

Cette étude a permis de mieux appréhender le comportement mécanique de la mousse carbone sous des chargements uniaxiaux. Elle nous amène aux conclusions présentées ci-dessous.

1. En l'absence de confinement, le comportement en compression de la mousse carbone de type élastique quasi-fragile.
2. Le comportement mécanique est fortement influencé par le confinement latéral. Trois phases sont observées en présence du confinement latéral : d'abord un comportement élastique linéaire engendré par la déformation élastique de cellules, qui se termine par une rupture fragile lorsque la répartition de charge appliquée est devenue homogène, puis une augmentation progressive de la contrainte sous forme d'un plateau incliné accompagnée par des successions des ruptures fragiles et enfin une zone de densification où le comportement de la mousse est proche de celui de la poudre.
3. La présence d'un pic plateau initial dans la mousse carbone de faible et moyenne densité est une spécifité qui mériterait une étude plus approfondie. Elle présente un intérêt dans la mesure où elle permet de dissiper plus d'énergie en cas de choc. Cependant, elle n'est pas présente de manière systématique. Cette grande variabilité et la difficulté qui en résulte pour proposer une modélisation pertinente nous conduisent à être prudent en négligeant ce mécanisme, donc le plateau de contrainte initial. Quelques solutions ont été proposées par Houillon [Hou15] pour éviter la présence du pic plateau.
4. Les différents paramètres caractérisant le comportement mécanique de la mousse carbone sont gouvernés par la densité. Les paramètres élastiques vérifient bien les prévisions théoriques du modèle de Gibson et Ashby pour les mousses de type fragile à cellules ouvertes.
5. L'anisotropie structurelle de la mousse carbone observée au MEB n'a que des effets limités sur la réponse macroscopique. L'écart entre les propriétés mécaniques suivant les trois directions n'exèdent pas 5 %.
6. Aux vitesses de sollicitations élevées ($\geq$ 10 m·s^{-1}) le comportement mécanique de la mousse carbone est peu sensible à la vitesse de déformation.
7. Le mode de déformation de la mousse carbone en compression confinée est gouvernée essentiellement par la fragmentation en petits morceaux et la densification. La rupture est initiée dans un premier temps sous la forme d'une bande de glissement perpendiculaire à la direction du chargement de compression, des fissures perpendiculaires à cette bande s'initient et se développent rapidement dans toute l'éprouvette. Lorsque la charge appliquée augmente, les fragments continuent à se rompre et les cellules non rompues se remplissent de poudre formée progressivement.

Cette partie d'étude a permis de bien cerner le comportement macroscopique uniaxial de la mousse carbone ainsi que ses différentes spécificités sous sollicitations uniaxiales. Pour bien reproduire les sollicitations que subit le matériau lors d'un impact et décrire convenablement son comportement multiaxial, il faut avoir recours à des essais plus complexes, dans lesquels la mousse sera sollicitée suivant différentes directions.

Chapitre 4

Comportement multiaxial de la mousse carbone

Contents

1 Introduction . . . 96

2 Principaux essais multiaxiaux pour l'étude des matériaux cellulaires et des mousses . . . 96

2.1 Essais de compression-torsion-cisaillement . . . 96

2.2 Essais de compression biaxiale . . . 98

2.3 Essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cylindriques . . . 100

2.4 Essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cubiques . . . 103

3 Protocole expérimental des essais triaxiaux . . . 105

3.1 Dispositif expérimental . . . 106

3.2 Protocole expérimental . . . 110

3.3 Dépouillement des résultats expérimentaux . . . 112

4 Résultats expérimentaux . . . 114

4.1 Compression hydrostatique . . . 115

4.2 Compression œdométrique . . . 117

4.3 Compression triaxiale non proportionnelle . . . 121

5 Résultats complémentaires . . . 122

5.1 Influence de la densité . . . 122

5.2 Comparaison des essais de compression uniaxiaux et triaxiaux sur la mousse HP02 127

5.3 Surface de charge . . . 129

6 Conclusion . . . 132

1 Introduction

Le comportement mécanique de la mousse carbone a également été étudié sous des chargements multiaxiaux complexes proportionnels et non proportionnels. Les essais ont été réalisés sur la machine d'essais triaxiale ASTREE qui est équipée de six vérins disposés sur trois axes orthogonaux en asservissant soit le déplacement relatif des vérins et/ou en réalisant un asservissement mixte déplacement relatif / effort moyen des vérins.

Le chapitre débute par une étude bibliographique synthétisant les principaux essais multiaxiaux effectués sur des matériaux cellulaires ductiles et fragiles. Quelques résultats sont présentés en privilégiant le type du matériau constitutif des matériaux cellulaires : les matériaux cellulaires à base polymère dans un premier temps, puis ceux à base métallique et enfin ceux à base bois.

La suite du chapitre se focalise sur la campagne expérimentale menée sur la mousse carbone étudiée. Le protocole expérimental (moyens expérimentaux, trajets de chargement,...) est d'abord décrit. Les résultats expérimentaux obtenus sur différentes mousses sont ensuite présentés et analysés. Ils permettent de mieux appréhender le type de modèle de comportement à sélectionner et dont la description est faite dans le chapitre 5.

2 Principaux essais multiaxiaux pour l'étude des matériaux cellulaires et des mousses

Le comportement multiaxial des mousses fragiles a été assez peu étudié auparavant. Les études antérieures concernent principalement les matériaux cellulaires présentant un comportement ductile [Tri+97 ; DF00 ; Gio+00 ; SF05 ; Lor+06 ; Rua+07].

Dans certaines études, la réponse multiaxiale a été caractérisée par des essais uniaxiaux combinant plusieurs sollicitations élémentaires, comme par exemple des essais de compression-cisaillement où des essais de compression-torsion. Dans d'autres études, elle a été caractérisée en exerçant des contraintes simultanément dans différentes directions (essais biaxiaux et triaxiaux). Les moyens expérimentaux mis en œuvre s'inspirant des essais triaxiaux réalisés dans le domaine du génie civil. Les résultats obtenus ont largement contribué au développement de différentes lois de comportement phénoménologiques.

Une synthèse des principaux travaux qui font appel à ces essais est presentée dans les paragraphes suivants.

2.1 Essais de compression-torsion-cisaillement

Un des moyens expérimentaux les plus faciles à mettre en œuvre pour reproduire aux mieux la manière dont les matériaux cellulaires sont sollicités dans la réalité consiste à combiner deux chargements uniaxiaux différents. Sans masquer les difficultés expérimentales sous-jacents à ces essais, l'intérêt principal réside dans le fait qu'ils peuvent être réalisés sur une machine d'essais uniaxiale en utilisant un montage spécifique et/ou des éprouvettes de forme géometrique particulière.

Un des dispositifs les plus connus est celui développé par Arcan *et al.* [Arc+78] (Fig. 4.3(a)). Ce dispositif modifié a été adopté par Doyoyo et Wierzbicki [DW03] pour tester sous des chargements

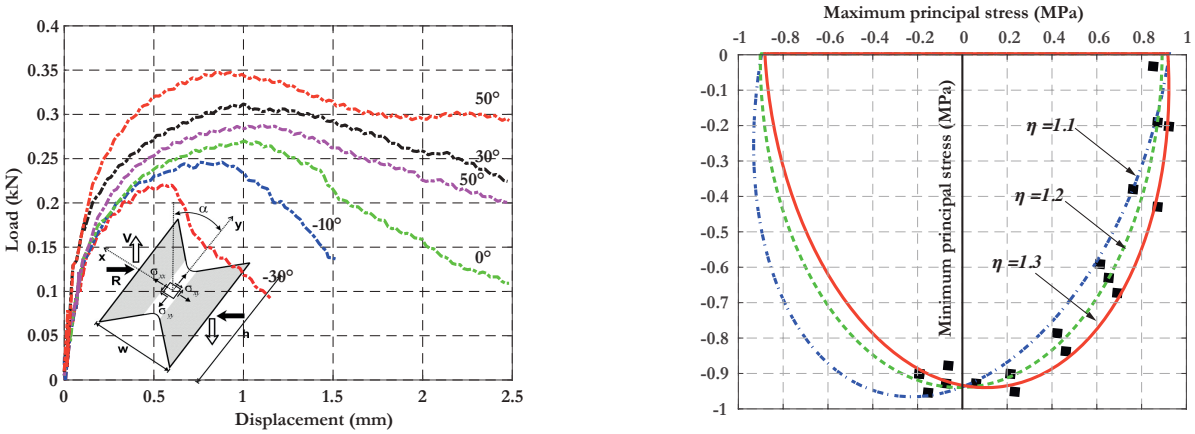
monotones proportionnels en traction-cisaillement des éprouvettes de mousses en aluminium (Alporas) ayant une géométrie en forme de papillon (Fig. 4.1(a)).

La section utile de l'éprouvette est la section centrale. Lorsque la force verticale, V, est appliquée, une réaction horizontale, R, est générée. Les contraintes σ_{xx}, σ_{xy} et σ_{yy} sont déterminées par

$$\sigma_{xy} = \frac{V}{l \times d}\cos\alpha + \frac{R}{l \times d}\sin\alpha \quad ; \quad \sigma_{xx} = \frac{V}{l \times d}\sin\alpha + \frac{R}{l \times d}\cos\alpha \quad ; \quad \sigma_{yy} = \xi\sigma_x \tag{4.1}$$

où l est la longueur de la zone centrale de l'éprouvette papillon (sur l'axe y) et d l'épaisseur.

Dans cet essai, les auteurs ont fait varier l'angle de chargement α entre -30° et 50°. Les réponses effort-déplacement et la surface seuil déterminée à partir de la force maximale et exprimée dans le plan des contraintes principales sont présentées sur les graphes de la figure 4.1. Ce dispositif permet d'avoir une première idée d'un comportement sous une sollicitation plus complexe en traction-cisaillement, mais ne permet pas de générer des états de contraintes de compression élevés. De ce fait, il n'explore qu'une partie de l'espace des contraintes (p, q). De plus, la géométrie de l'éprouvette conduit nécessairement à une forte localisation des déformations, ce qui pose le problème de la définition du volume élémentaire représentatif.



(a) *Courbes effort-déplacement*

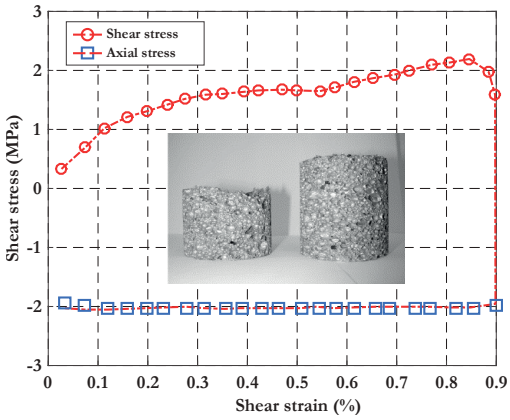
(b) *Surface de charge dans le plan des contraintes principales*

FIGURE 4.1 – *Résultats des essais de traction-cisaillement sur des éprouvettes des mousses Alporas obtenus à l'aide des montage Arcan modifié.*

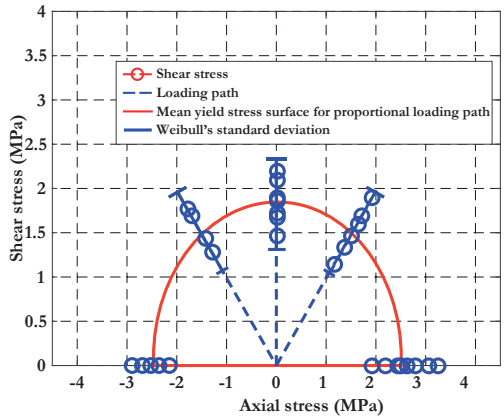
Le comportement multiaxial de la mousse d'aluminium a été également caractérisé par Blazy *et al.* [Bla+04]. Les auteurs ont mis en œuvre différents essais pour explorer le domaine de cisaillement et de la torsion combiné à la compression et à la traction. Des trajets de chargement de type compression-traction / torsion proportionnels et non proportionnels ont été réalisés pour explorer un domaine plus grand de l'espace de contraintes.

A titre d'exemple, la figure 4.2(a) montre la réponse contrainte-déformation en torsion-compression d'une éprouvette cylindrique de mousse d'aluminium. Elle met en évidence un comportement, où deux

régimes durcissants apparaissent, ce qui aussi été observé en compression. La campagne d'essais a permis de mettre en évidence que la surface seuil initiale est symétrique dans le plan de contraintes de la figure . 4.2(b). Pour rendre compte de la dispersion des résultats d'essais, les auteurs ont développé un modèle basé sur une analyse de type Weibull multiaxial.



(a) *Réponse contrainte -déformation de la mousse d'aluminium en torsion [Bla+04].*



(b) *Surface de charge obtenus à travers des essais proportionnels et non proportionnels [Bla+04].*

FIGURE 4.2 – *Réponse mécanique de la mousse d'aluminium en torsion compression et sa surface de charge deduite à travers les essais proportionnels et non proportionnels.*

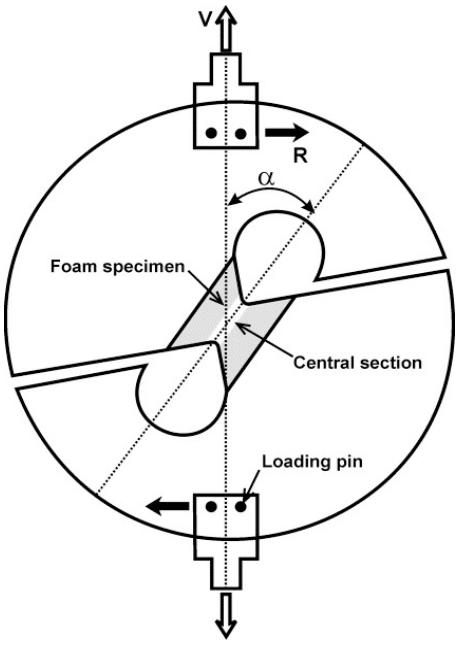
Pour caractériser le comportement multiaxial des structures nids d'abeilles, Hou *et al.* ont fait appel à des essais de compression combinés au cisaillement[Hou+11] Fig(4.3(b)). Ces essais ont été effectués dans des conditions statiques et dynamiques. La surface de charge obtenue a toujours une forme elliptique dans le plan des contraintes principales.

2.2 Essais de compression biaxiale

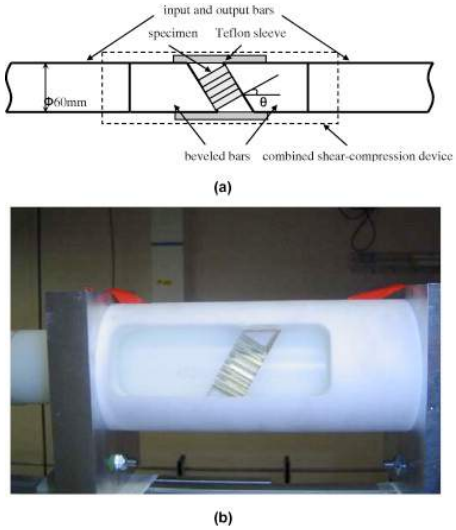
Le principe de ces essais consiste à solliciter une éprouvette cubique dans deux directions orthogonales x et y uniquement, sachant que dans la troisième direction z, la contrainte est nulle. Cet état de contrainte (biaxiale) peut être généré avec une presse uniaxiale par l'intermédiaire d'un dispositif en imposant un déplacement de vérin dans une seule direction qui sera ensuite converti en deux déplacements exercés sur les faces de l'éprouvette (Fig. 4.3(c)) ou en appliquant directement le déplacement dans deux directions orthogonales par une presse biaxiale (Fig. 4.3(d)).

Le second dispositif est le plus intéressant, dans la mesure où il permet d'appliquer un asservissement en effort ou en déplacement dans les deux directions, tandis que dans le premier dispositif, le chargement appliqué est gouverné par la cinématique du dispositif.

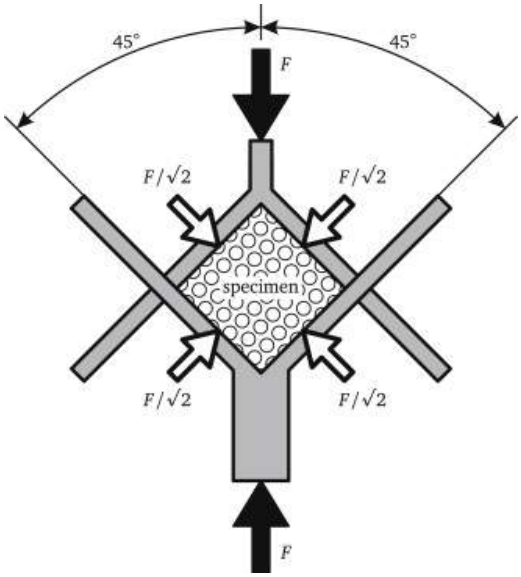
Les premières investigations expérimentales sur des mousses polymères (polyuréthane et polyéthylène) sollicitées sous un chargement biaxial ont été réalisés par Triantafillou *et al.* [Tri+97]. Pour les faibles densités, il a été confirmé que la rupture de ces mousses est bien régie par la contrainte maximale en compression. Cependant, le domaine de l'espace des contraintes principales exploré demeure limité et notamment, la région où le chargement est proche de celui d'un chargement hydrostatique n'est pas



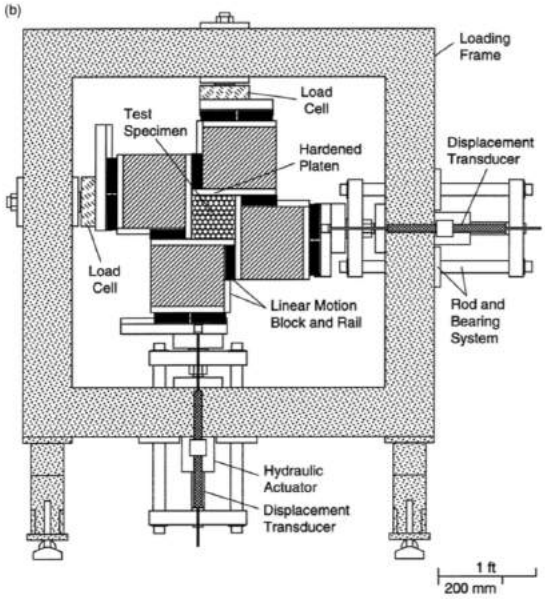
(a) *Principe de montage biaxial utilisé par [DW03]*



(b) *Montage de compression biaxial developée dans les travaux de [Hou+11]*



(c) *Principe de montage biaxial utilisé par [Kos15]*



(d) *Montage de compression biaxial developée dans les travaux de [PK99]*

FIGURE 4.3 – *Montages développés pour les essais biaxiaux en compression.*

accessible. De plus, selon les auteurs, pour les mousses à plus forte masse volumique relative, les essais biaxiaux n'ont pas donné de résultats concluants car les éprouvettes ont été rompues à l'interface éprouvette/plateau de compression.

Des essais biaxiaux sur des éprouvettes cubiques ont également été réalisés par Gioux *et al.* [Gio+00] , Kossa [Kos15] et Papaka et Kyriakides [PK99] pour caractériser respectivement le comportement multiaxial de mousses d'aluminium, de mousses polymère et de matériaux cellulaires à structure nid d'abeilles.

2.3 Essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cylindriques

Ce type d'essai triaxial est effectué en confinant latéralement une éprouvette cylindrique à l'aide d'une cellule de compression triaxiale (Fig. 4.4(a)). Le principe de l'essai consiste à appliquer un chargement de compression en deux étapes.

Durant la première phase, l'éprouvette -protégée par une chemise en polymère et placée dans une cellule de confinement- est soumise à une pression hydrostatique par le biais d'un fluide (eau, huile selon la pression appliquée et le type d'essais) contenu à l'intérieur de la cellule. Le tenseur des contraintes est uniforme dans l'éprouvette et de la forme $\boldsymbol{\sigma}(t) = -p(t) \cdot \mathbf{I}$, soit $\sigma_{zz}(t) = \sigma_{rr}(t) = -p(t)$ où $p(t)$ est la pression du fluide.

Durant la seconde phase, le plus couramment, un chargement axial additionnel, $\Delta\sigma_{zz}(t)$, est appliqué en maintenant constante la pression latérale (radiale) appliquée par le fluide. Le matériau est soumis à un tenseur de contraintes (dans les directions principales) comportant deux composantes pouvant être pilotées de manière indépendante ou non : la contrainte axiale, $\sigma_{zz}(t) = \sigma_{rr} + \Delta\sigma_{zz}(t)$ et la contrainte latérale ou radiale, $\sigma_{rr} = -p(t) = p$. Ce type d'essais est très largement utilisé dans le domaine de la géotechnique ou la mécanique des sols.

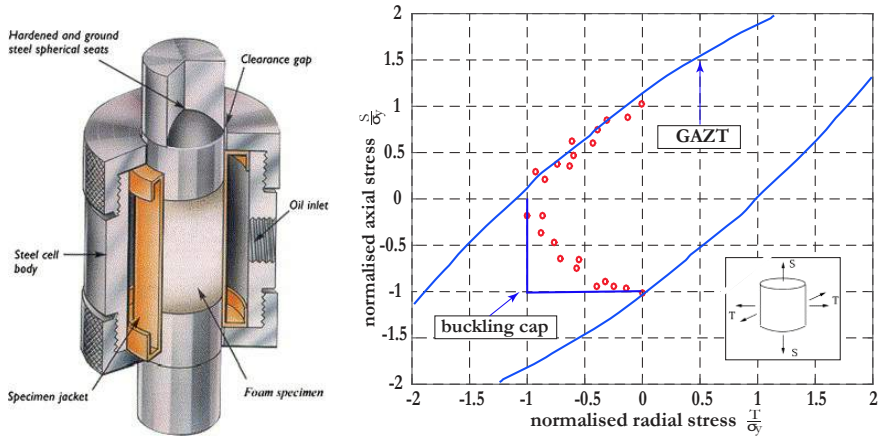
Dans cet essai, la déformation axiale, ε_{zz}, est déterminée à partir du déplacement du vérin et la déformation volumique, ε_v de l'éprouvette est mesurée par la variation de volume de liquide au cours de l'essai et ainsi permet de déduire la déformation radiale, ε_{rr}.

Triantafillou *et al.* [Tri+97] ont été parmi les premiers à étudier le comportement multiaxial de mousses de type polymère à l'aide d'un dispositif d'essais triaxiaux sous sollicitations axisymétriques.

En s'appuyant sur une structure idéalisée de la mousse (structure cubique ouverte ou fermée), Gibson et Ashby ont montré que les mécanismes de déformation locale des mousses polymères observés en compression multiaxiale varient en fonction de la sollicitation mécanique appliquée [GA99]. Sous un chargement principalement déviatorique, le mécanisme de déformation locale dominant est celui de la flexion plastique des parois. Dans le cas d'un chargement hydrostatique, le mécanisme dominant est l'étirement des parois pour les mousses fermées.

La figure 4.4(b) montre une interpolation des résultats des essais traixiaux axsymetriques obtenus sur des mousses polyuréthane par la loi GAZT dans le plan des contraintes déviatorique/ contrainte hydrostatique.

L'étude de l'effet de la vitesse de sollicitation sur le comportement multiaxial des mousses polyuréthanes, polypropylène et polyéthylène a été faite par Zhang *et al* [Zha+98]. La figure 4.5(a) montre l'évolution de la réponse hydrostatique à différentes vitesses de sollicitation. On observe que plus la vitesse est élevée plus le comportement est durcissant.



(a) *Cellule de compression triaxiale*

(b) *Surface de charge de la mousse polyuréthane obtenue en compression triaxiale d'après [Tri+97]*

FIGURE 4.4 – *Comportement mécanique de la mousse polyuréthane obtenue à l'aide de la cellule de compression triaxiale.*

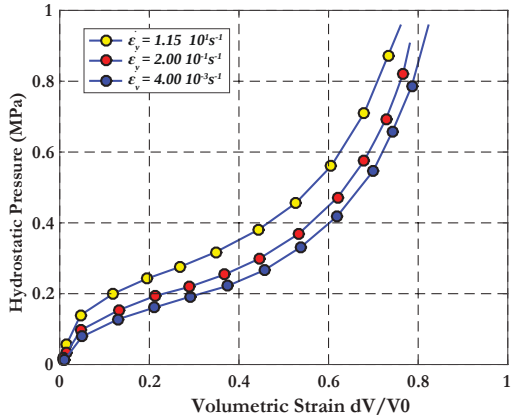
A partir de ces études, une loi du comportement a été proposée permettant de prendre en compte l'effet vitesse. Les résultats obtenus suite aux essais de compression hydrostatique rapide, traction uniaxiales et cisaillement ont conduit à une surface de charge elliptique dans le plan ($p-q$) (Fig.4.5(b)). L'équation de cette surface de charge est la suivante :

$$\frac{[p-p_0(\epsilon_{vp})]^2}{a(\epsilon_{vp})}+\frac{q^2}{b(\epsilon_{vp})}-1=0 \tag{4.2}$$

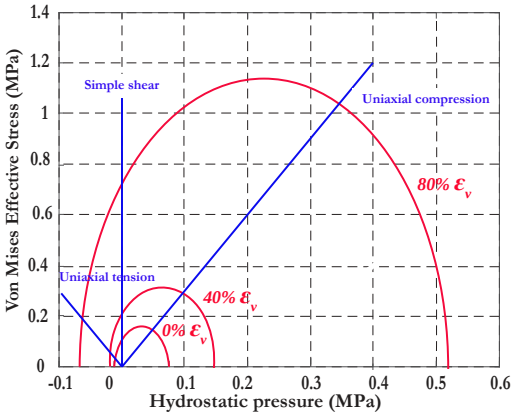
où q la contrainte effective de Von Mises, p la contrainte moyenne, p_0, a, b sont respectivement le centre de l'ellipse et ses demis axes. La figure 4.5(a) montrent l'evolution de la réponse hydrostatique des mousses polypropylène pour des vitesses de déformation varient de $4.10^{-3}/s$ à $1.15.10^{1}/s$.

Pour mieux cerner les mécanismes de ruine des mousses polymères soumises à des sollicitations complexes, Viot *et al.* [Vio+05] ont développé une cellule de compression hydrostatique spécifique (Fig.4.6(a)). Cette cellule équipée de quatre fenêtres en quartz permet de visualiser l'évolution de la microstructure au cours de l'essai. Des essais ont été réalisés sur des mousses en polypropylène (PP). Sous un chargement hydrostatique, la mousse PP possède un comportement isotrope transverse dont le plateau plastique est non linéaire avec un module d'écrouissage croissant en fonction de la déformation volumique de l'éprouvette testée. Cette croissance du module d'écrouissage est expliquée par la croissance de la pression du gaz piégé dans les cellules, ainsi que la progression de l'endommagement des cellules les plus rigides.

À des vitesses de déformation volumique plus élevées, la réponse hydrostatique de la mousse PP est sensible à l'effet de la vitesse de sollicitation appliquée. Celà se traduit par une augmentation du module de compressibilité et de la contrainte seuil en compression hydrostatique (Fig. 4.6(b)). Des bandes de localisation de déformation ont été observées par caméra rapide à la surface de l'éprouvette, prouvant que le comportement de certaines mousses ne reste pas homogène pendant la sollicitation. La dégradation du matériau se poursuit pendant la compression dynamique au voisinage de cette



(a) *Réponse contrainte-déformation d'une mousse polymère sous compression hydrostatique à différents vitesse de sollicitations d'après [Zha+98]*

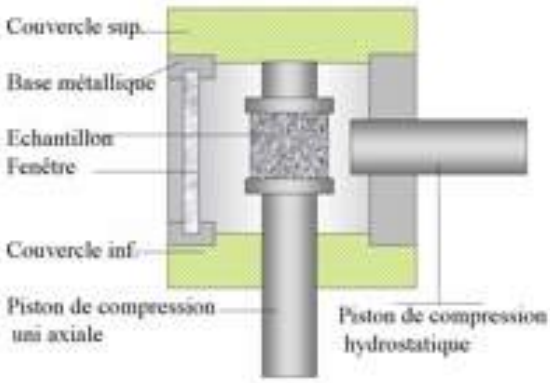


(b) *Surfaces de charge obtenues à l'aide du modèle Zhang d'après[Zha+98]*

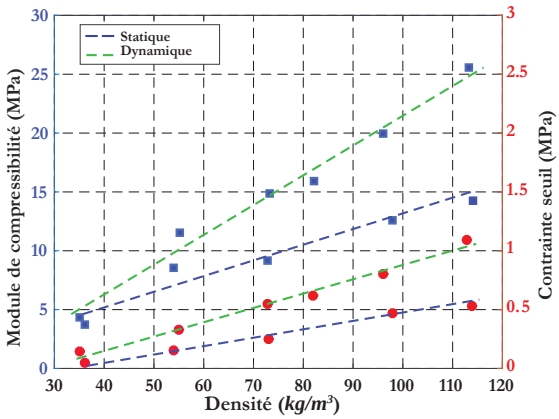
FIGURE 4.5 – *Comportement multiaxial de la mousse polypropylène.*

localisation initiale.

L'outil développé par Viot *et al.* a été utilisé pour tester d'autres matériaux tels que les mousses polypropylène, polystyrène et polyuréthane, le liège et le balsa. Au delà d'une déformation volumique de 0,2, l'éprouvette dont la géométrie est initialement cylindrique prend des formes complexes dont les dimensions sont difficiles à mesurer.



(a) *Cellule de compression triaxiale développée par Viot* et al. *[Vio+05]*



(b) *Effet de la vitesse de sollicitation sur le module de compressibilité et la contrainte seuil en compression hydrostatique de la mousse PP d'après [Vio+05]*

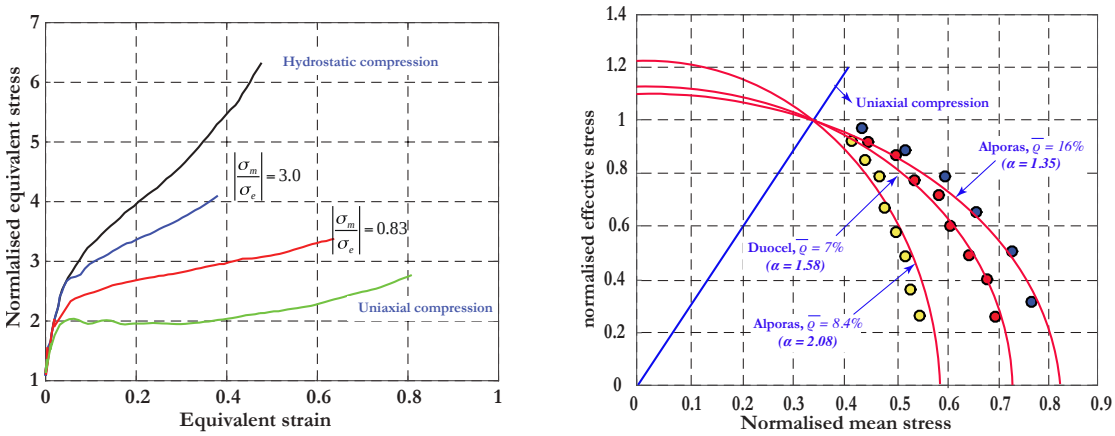
FIGURE 4.6 – *Comportement multiaxial de la mousse PP obtenue avec la nouvelle cellule triaxiale développée par Viot* et al. *[Vio+05].*

Le comportement multiaxial de mousses d'aluminium de type Alporas, Duocel et IFAM a également été caractérisé par Deshpande *et al.* et Peroni *et al.* [DF00 ; Lor+06]. Une dépendence de la réponse

mécanique au trajet de chargement suivi a été observée. La réponse de la mousse d'aluminium pour différents trajets de chargement ainsi que sa surface de charge dans le plan $(p-q)$ sont présentées sur la figure 4.7. Le critère le plus utilisé pour cette famille de mousse est celui de Deshpande et Fleck décrit par l'équation suivante :

$$\sqrt{\frac{q^2+\alpha^2 p^2}{1+(\alpha/3)^3}} - Y = 0 \tag{4.3}$$

où q la contrainte effective de Von Mises, p la pression moyenne, α est un facteur de forme pilotant la surface de charge et Y est la contrainte seuil en compression.



(a) *Réponse mécanique de la mousse Alporas sous différents trajets de chargement, d'après [DF00]*

(b) *Surface de charge obtenue pour différents types de mousses d'aluminium, d'après [DF00]*

FIGURE 4.7 – *Réponse multiaxiale des mousses d'alumnium.*

2.4 Essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cubiques

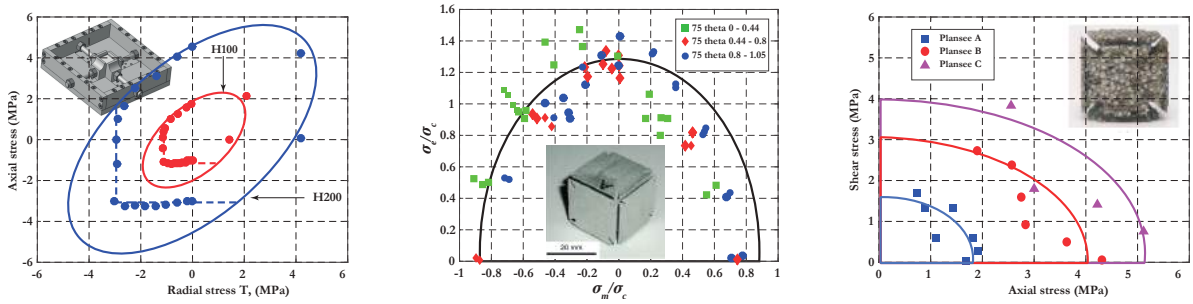
Les différents essais décrits précédemment ont permis d'avoir une idée précise sur le comportement multiaxial de certains matériaux cellulaires. Cependant, seul un essai triaxial vrai permet d'explorer la totalité de l'espace des contraintes principales. Le principe d'un tel essai consiste à appliquer des efforts sur les six faces d'une éprouvette parallélépipédique. Dans la réalité, les moyens expérimentaux permettant de réaliser ce type d'essai sont assez peu développés.

Un des dispositifs utilisés pour les mousses est celui proposé par Deshpande et Fleck [DF00], dont le schéma est décrit sur la figure 4.8(a). La charge verticale est appliquée par l'intermédiaire d'une presse uniaxiale. Les efforts horizontaux sont appliqués par l'intermédiaire d'un ensemble de vis, où l'effort appliqué est contrôlé par des jauges de déformation.

Comme attendu, ils ont observé un comportement en traction hydrostatique différent de celui existant en compression hydrostatique. Les points expérimentaux décrivant la surface seuil de plasticité ont été modélisés à partir de la surface seuil qu'ils avaient proposé en introduisant cependant un critère supplémentaire lié aux flambages locaux dans le domaine de l'espace des contraintes où des sollicitations de compression existent comme le montre la figure 4.8(a).

Combaz et al. [Com+10 ; Com+11] ont étudié de leur part, les comportements multiaxiaux vrais des mousses polymères et métalliques de type aluminium, en utilisant un montage et des éprouvettes comparables à ceux utilisé par Deshpande & Fleck. Pour bien prédire la dissymétrie du comportement obtenu, les auteurs ont proposé un critère de type Green fonction incluant le troisième invariant du tenseur des contraintes. Les mêmes essais ont été repris ensuite par Lhuissier *et al.* [Lhu+09] pour caractériser le comportement multiaxial d'empilements de sphères creuses en acier 314L.

La figure 4.8 montre les différentes formes des surfaces de charge dans le plan $(p - q)$ pour des mousses polymères (H100), des mousses d'aluminium et d'empilement de sphères creuses en acier 314L.



(a) *Mousse H100 d'après [DF00]* (b) *Mousse d'aluminium d'après [Com+10]* (c) *Empilement des sphères en 314L d'après [Lhu+09]*

FIGURE 4.8 – *Surfaces de charge obtenues sur des éprouvettes cubiques en compression multiaxiale pour différentes mousses.*

Vural *et al.* [Sha+15] ont développé un dispositif triaxial pour caractériser le comportement multiaxial de mousses PVC H100. Les résultats obtenus ont permis de retrouver le caractère isotrope transverse de la mousse H-100 déjà observé par Deshpande et Fleck. Contrairement aux autres études multiaxiales portées sur le même matériau, Vural *et al.* ont montré une dépendance linéaire à la pression hydrostatique du comportement de la mousse H100. Le critère proposé à partir des ces résultats est de la forme suivante :

$$\hat{q}^2 + \hat{\beta}^2\hat{p}^2 + \kappa\hat{p} = \varpi \tag{4.4}$$

avec :

$$\kappa = 3(Y_{1T} + Y_{1C})\left(1 + \frac{\hat{\beta}^2}{9}\right) \tag{4.5}$$

et

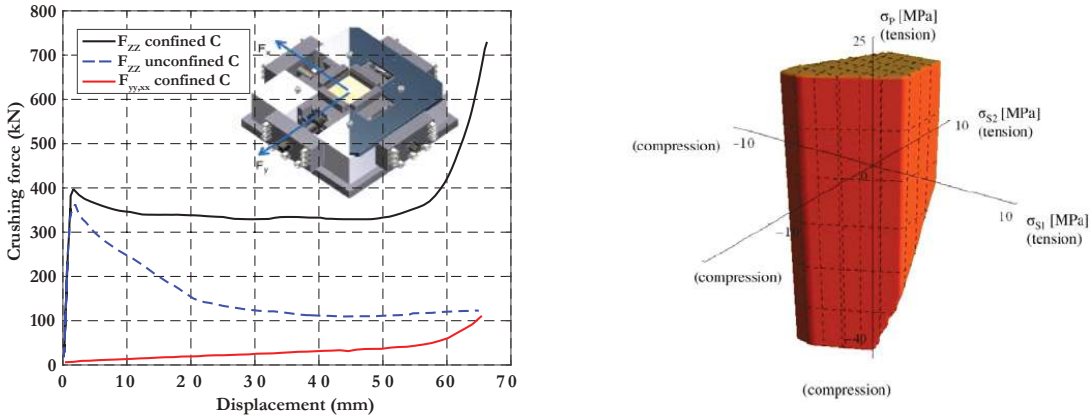
$$\varpi = Y_{1T}Y_{1C}\left(1 + \frac{\hat{\beta}^2}{9}\right) \tag{4.6}$$

où $\hat{q}$, $\hat{p}$ sont respectivement la contrainte effective de Von Mises et la contrainte moyenne pour un matériau isotrope transverse et , $\hat{\beta}, Y_{1T}, Y_{1C}$ sont respectivement le facteur forme agissant la surface de charge, la limite élastique en traction et la limite élastique en compression.

En ce qui concerne le comportement multiaxial du bois sur des éprouvettes cubiques, des études récentes ont été menées par Neumann *et al.* [Neu+10]. L'influence de la pression de confinement sur

le comportement mécanique a été caractérisée. Le banc d'essai est inspiré de celui de Deshpande et Fleck. Les essais effectués ont montré un effet considérable de la pression de confinement appliquée qui augmente avec l'augmentation de l'angle d'inclinaison des fibres par rapport à l'axe de l'éprouvette.

L'ensemble des résultats obtenus a permis d'identifier le caractère anisotrope de l'épicéa. La figure 4.9 présente la réponse multiaxiale de l'épicéa lorsque les fibres sont parallèles à la direction du chargement, ainsi que la surface de charge identifiée dans le plan des contraintes principales.



(a) *Comportement triaxial.* (b) *Surface limite,.*

FIGURE 4.9 – *Comportement mécanique triaxial de l'épicéa d'après [Neu+10].*

Enfin signalons que la caractérisation du comportement multiaxial a suscité un grand intérêt pour l'étude de la compaction des poudres (métallique, polymérique et pharmaceutique). La plupart des études a été concentrée sur les essais de compression triaxiale sur des éprouvettes cylindriques [BAC94],[SF05]. Plus récemment Canto [Can07] a développé un dispositif triaxial pour étudier le comportement des poudres PTFE, lequel est décrit en détail dans le paragraphe suivant.

En conclusion, différents dispositifs expérimentaux et différentes formes géométriques d'éprouvettes ont été développés pour étudier le comportement triaxial des matériaux cellulaires. Pour la mousse carbone, compte tenu de son caractère fragile, sa caractérisation sous chargement triaxial vrai ne présente un intérêt que s'il est confiné, donc sollicité principalement en compression. La machine d'essais et le montage de compaction qui assure le confinement de la mousse en compression triaxiale sont décrites dans le paragraphe suivant.

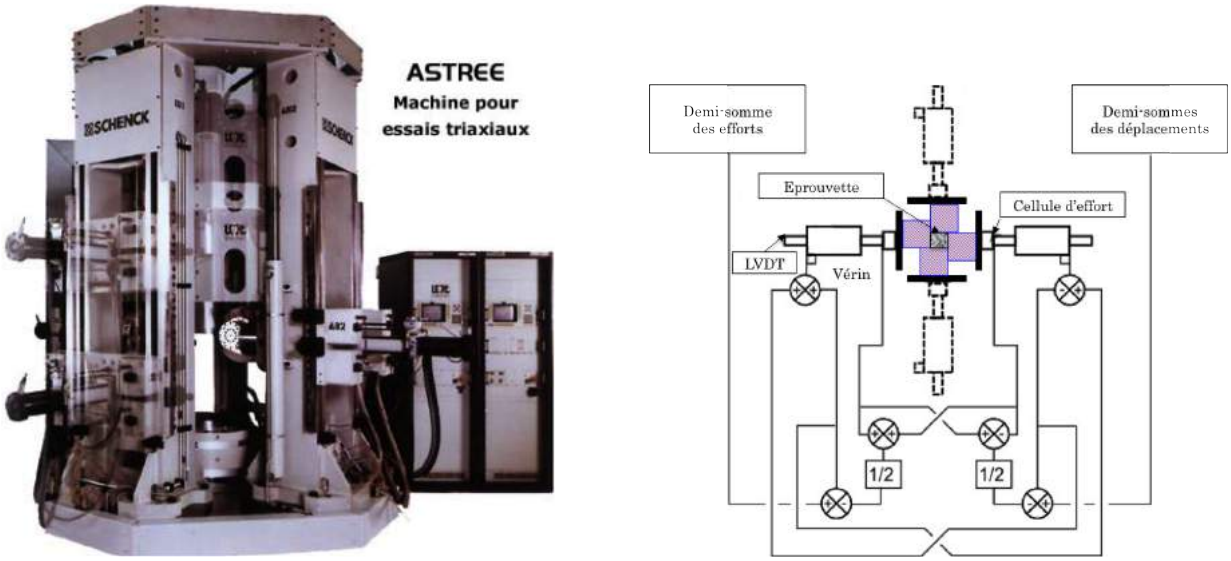
3 Protocole expérimental des essais triaxiaux

Les essais triaxiaux sur la mousse carbone ont été réalisés sur la machine d'essais ASTREE en utilisant un équipement de chargement développé dans les travaux de Canto [Can07]. Les moyens expérimentaux mis en œuvre sont décrits dans cette partie.

3.1 Dispositif expérimental

La machine triaxiale ASTREE est une presse développée par la société SCHENCK (Fig. 4.10(a)). Elle est constituée de six vérins hydrauliques à palier hydrostatique installés deux à deux selon trois axes perpendiculaires. Le bâti est constitué d'un soubassement fixe, de quatre colonnes verticales et d'une traverse supérieure mobile.

Les quatre vérins horizontaux ont une capacité de ±100 kN et une course de 250 mm. Les vérins verticaux ont une capacité de ±250 kN et une course de 400 mm. L'énergie hydraulique nécessaire au fonctionnement est fournie par des groupes hydrauliques (débit total 330 l·min^{-1}, pression d'huile 270 bars). Ces groupes alimentent les vérins et les paliers hydrostatiques. Chaque vérin est équipé d'une servovalve asservie électro-hydrauliquement dont le débit maximum est de 63 l·min^{-1}. La vitesse maximale de déplacement d'un vérin est respectivement de $0,2\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ pour les vérins verticaux et de $0,28\,\mathrm{m{\cdot}s^{-1}}$ pour les vérins horizontaux. Les vérins peuvent être asservis en effort ou en déplacement ou sur une consigne extérieure. L'asservissement de chaque vérin peut être fait soit de manière indépendante, soit en couplant le vérin avec son vis-à-vis, de sorte à garantir une position fixe du centre de l'éprouvette dans la direction du chargement au cours de l'application de la charge. Le schéma d'asservissement du mode couplé est présenté sur la figure 4.10(b).



(a) *Photo d'ASTREE* (b) *Asservissement en mode modal*

FIGURE 4.10 – *Machine d'essais triaxiale ASTREE.*

Le comportement sous chargement biaxial a fait l'objet de très nombreuses caractérisations expérimentales. En revanche, seules quelque études ont été réalisées pour caractériser le comportement mécanique triaxial des matériaux à l'aide de cette machine d'essais ASTREE [Chr01 ; Can07 ; Fre15].

Le comportement multiaxial de l'alliage à mémoire de forme à base de Cu-Al-Be a été caractérisé dans les travaux de Bouvet [Chr01] à travers des chargements bi-compression et tri-compression proportionnels et non proportionnels. Ces essais ont notamment permis d'étudier l'influence du multi-axialité et de la non proportionnalité de chargement sur le comportement pseudo-élastique de SMAs.

Canto [Can07], puis Fredy [Fre15] ont étudié le comportement multiaxial en compression de différentes poudres de polytétrafluoroéthylène (PTFE) en réalisant des essais hydrostatiques, oedométriques, triaxiaux proportionels et non proportionels. Un modèle de comportement triaxial de type Drucker-Prager/Cap a été identifié. Ces études ont démontré la capacité de la machine d'essais à effectuer des trajets de chargement complexes et ainsi obtenir des résultats expérimentaux assez riches pour identifier de manière robuste une loi de comportement tridimensionnelle et notamment les surfaces de limite d'élasticité et de rupture.

Les essais triaxiaux de cette étude ont été réalisés en utilisant un montage expérimental analogue à celui mis au point par Canto [Can07] et amélioré par la suite par Fredy [Fre15] (Fig. 4.11). Ce montage est constitué de six blocs métalliques en acier inoxydable 316L (X2CrNiMo17-12-02 1.4404), chacun étant mis en contact avec un des six vérins au début du chargement. Les blocs en contact glissent les uns par rapport aux autres sous l'action des vérins qui les poussent (ou non) dans les trois directions perpendiculaires, de sorte à rapprocher les faces intérieures des cubes en contact avec l'éprouvette.

L'éprouvette est placée dans la cavité centrale du montage. Cette cavité initiale a une forme parallélipédique et des dimensions variables, ici de 15×15×15 mm^3 à 45×45×45 mm^3. Durant la phase de mise en place de l'éprouvette, trois blocs du montage ont été posés sur une platine fixée sur le vérin vertical bas. Les trois blocs complémentaires ont reposé sur un support provisoire attaché à la tête du vérin vertical haut.

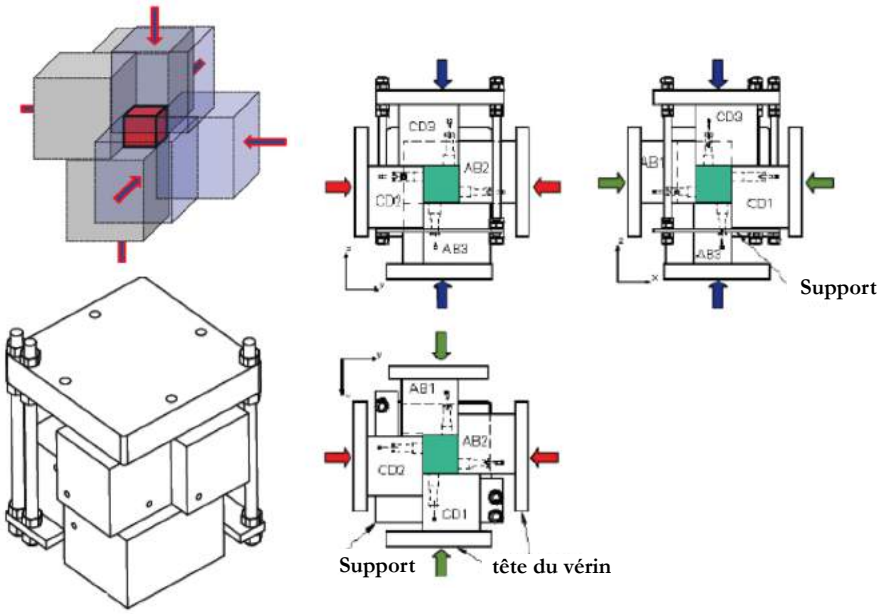


FIGURE 4.11 – *Montage de compaction triaxial, d'après Canto [Can07].*

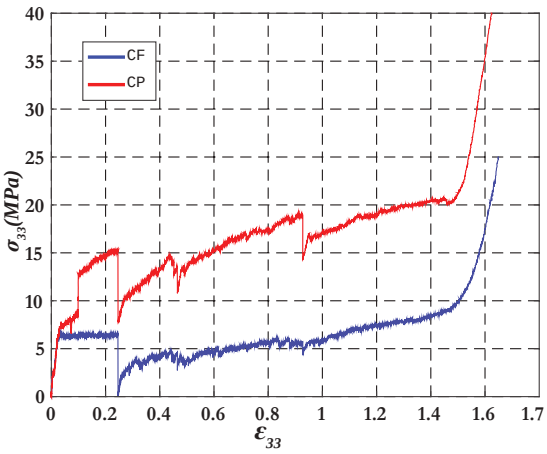
Dans ce dispositif, l'effort normal appliqué par chaque bloc sur l'éprouvette, F_b, est fonction de l'effort appliqué par le vérin en contact avec le bloc, F_v. Dans la pratique $F_b \leq F_v$ en raison des efforts parasites générés par le frottement des blocs glissant les uns sur les autres. Des capteurs de pression ont donc été ajoutés dans le montage original pour déterminer la contrainte normale moyenne de compression appliquée sur la face de l'éprouvette. Chaque bloc est équipé d'un capteur, permettant

ainsi de mesurer la pression de compaction de la poudre, même lorsqu'elle est relativement faible [Can07].

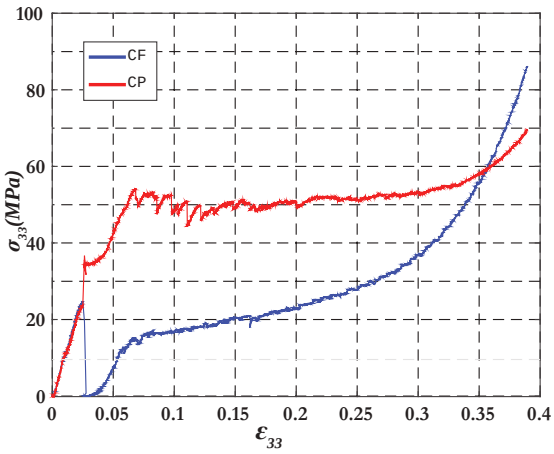
Les premiers essais effectués dans cette étude ont révélé certaines difficultés dans l'utilisation du montage original. Ce montage parfaitement adapté à la compaction de poudres polymériques est plus complexe à mettre en œuvre pour la réalisation des essais d'écrasement de matériaux cellulaires de faible densité et de comportement fragile.

La première difficulté rencontrée était liée à l'accumulation de petits débris de mousse, de l'éprouvette fracturée, à l'interface entre deux blocs en contact, lors du glissement des blocs les uns par rapport aux autres sous de faibles efforts des vérins. A plus haut niveau de pression de contact, ces débris rayaient les surfaces de contact et produisaient parfois des empreintes profondes. Les surfaces ainsi endommagées rendaient les blocs inutilisables. Il était donc nécessaire de fabriquer des blocs ayant une plus grande résistance ou dureté en surface.

La seconde était relative à la mesure de la contrainte. Lors de la première campagne expérimentale menée sur la mousse carbone, bien que le calibrage ait été refait au début de chaque essai, la contrainte déduite des capteurs de pression différait de la contrainte moyenne déduite de la mesure de l'effort du vérin comme l'illustre la figure 4.12.



(a) *Contrainte normale pour un essai de compression oedometrique (mousse HP01)*



(b) *Contrainte normale pour un essai de compression hydrostatique (mousse HP02)*

FIGURE 4.12 – *Comparaison de la contrainte normale mesurée à partir du capteur de pression (CP) et celle déduite de l'effort du vérin (CF).*

La concordance entre les deux mesures était satisfaisante dans le domaine linéaire précédent la première rupture. Après l'apparition de la première fissure, une divergence importante était observée. Cet écart s'expliquait par un mauvais contact entre la mousse et les capteurs de pression car l'éprouvette mono ou multifragmentée n'appuyait plus de manière uniforme sur toute la surface de contact éprouvette/bloc. Ce phénomène n'avait pas été observé lors de la compaction des poudres de PTFE car sa densité restait sensiblement homogène dans le volume de la cavité et la pression de contact homogène sur chaque surface d'un bloc.

Pour s'affranchir de ce problème, il a été décidé que la valeur moyenne de la contrainte appliquée dans une direction de la charge est toujours calculée à partir de la moyenne des efforts des vérins alignés sur le même axe.

L'hypothèse doit donc être faite que les forces de frottement parasite demeurent assez faibles et que par conséquence la force appliquée par le bloc sur l'éprouvette est égale à la force appliquée par le vérin sur le bloc. Elle est confortée par l'observation des courbes de la figure 4.12 montrant que l'écart entre les deux types de mesures demeure faible tant que la mousse n'est pas fragmentée. De même, il est supposé que les efforts tangentiels parasites présents demeurent assez faibles au regard des efforts normaux.

De nouveaux blocs ont donc été fabriqués, mieux adaptés à des essais sur des mousses sollicitées à des niveaux de charge plus élevés. La géométrie des blocs est similaire à celle des blocs du montage de Canto [Can07]. Les dimensions grandes des blocs permettent de tester des éprouvettes de taille initiale jusqu'à $50 \times 50 \times 75$ mm^3 et pouvant être comprimées jusqu'à une cavité finale de $15 \times 15 \times 15$ mm^3. Les blocs ont été réalisés en acier Z30C13. Un traitement thermique a été effectué pour augmenter leur dureté à 50 HV.

Les mesures du déplacement relatif entre deux blocs placés en vis à vis ont été réalisées à l'aide de capteurs laser Keyence modèle LK-G 407 disposés sur chaque axe de chargement (Fig. 4.13). Le but était d'éliminer les déplacements parasites liés à la raideur de l'assemblage machine-vérin-platine-cube.

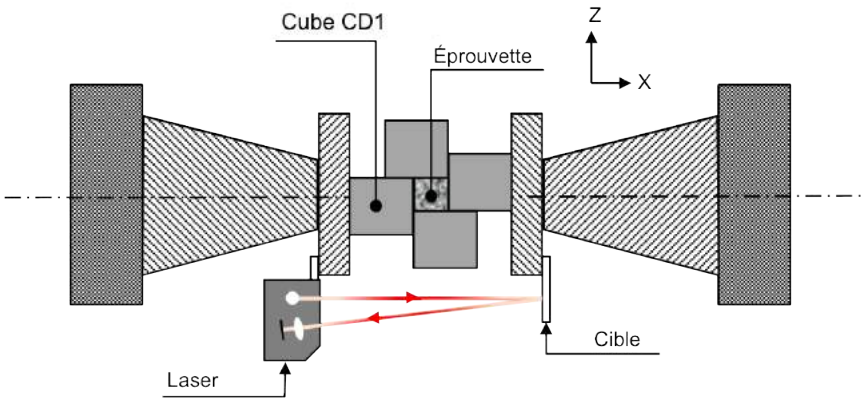


FIGURE 4.13 – *Positionnement d'un capteur laser sur l'axe des vérins de la machine Astree, d'après Fredy [Fre15].*

Le principe de mesure optique est basé sur la triangulation. Dans la configuration utilisée, les capteurs mesurent la position relative de chaque vérin par rapport à son opposé. Ce dispositif testé par Fredy [Fre15] avait permis d'améliorer sensiblement la précision de la mesure du déplacement différentiel lors d'essais de compaction de poudres PTFE chargés. La précision des capteurs est d'environ 2 microns de mesure d'incertitude à 10 Hz sur une plage de travail étendue allant de 300 à 500 mm. Le modèle utilisé (LK-G 407) dispose d'une distance de sécurité de 400 mm avec une plage de mesure de ± 100 mm et une précision de ± 0,1 mm.

3.2 Protocole expérimental

Pour les trois nuances de mousse carbone HP01, HP02 et HP03, la majorité des essais a été réalisée sur des éprouvettes cubiques $40 \times 40 \times 40\,\mathrm{mm}^3$. Ces dimensions ont été ajustées à la capacité maximale des vérins de la machine ASTREE, le volume étant largement supérieur au volume élémentaire représentatif. Seuls les essais hydrostatiques effectués sur la nuance HP03 ont été réalisés sur des éprouvettes de taille plus réduite $30 \times 30 \times 30\,\mathrm{mm}^3$.

Les éprouvettes ont été usinées à partir de plaques parallélépipédiques d'épaisseur 150 mm commercialisées par le fabricant. Les éprouvettes ont été prélevées dans deux directions des plaques : parallèlement et diagonalement au sens de moussage (Fig. 4.14). La tolérance dimensionnelle est de $0,5$ mm et les arêtes sont réalisée sans chanfrein.

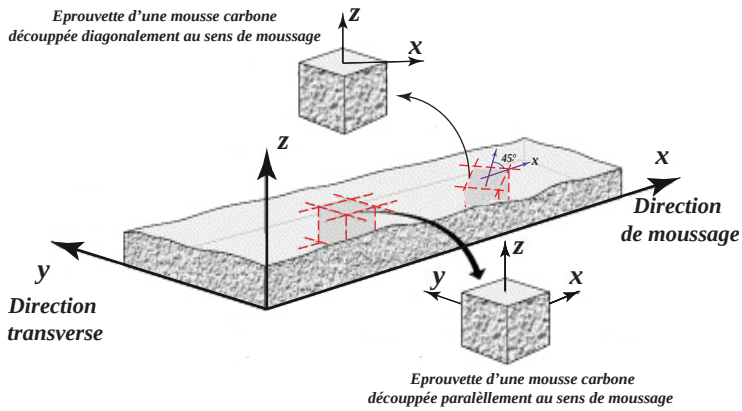


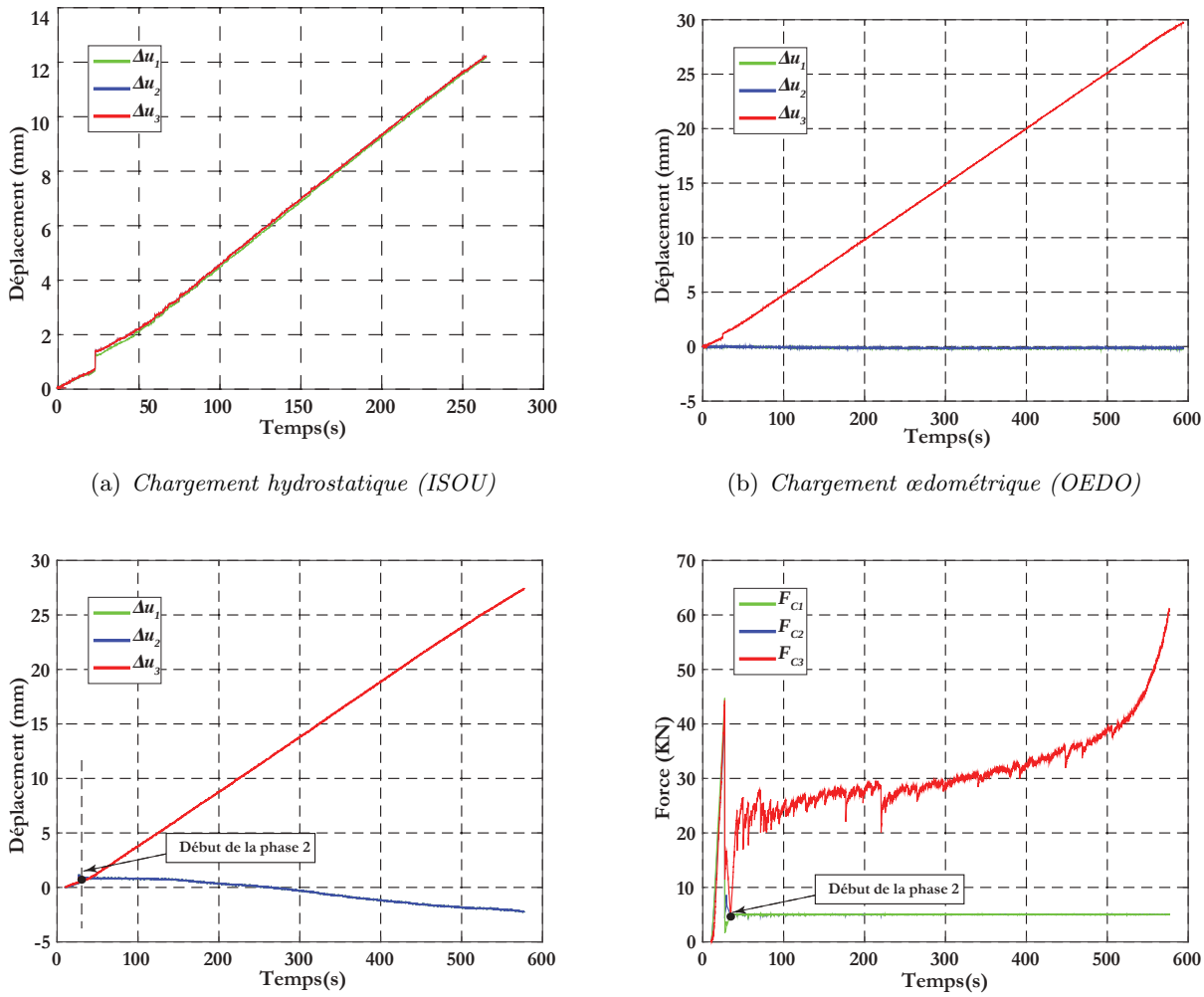
FIGURE 4.14 – *Prélèvement des éprouvettes dans la plaque de la mousse de carbone dans différentes directions.*

Compte tenu du caractère fragile de la mousse de carbone, les trajets de chargement suivants ont été réalisés à déplacement imposé [1].

1. ***Chargement hydrostatique (HYDRO)*** : l'éprouvette est soumise à une sollicitation de compression triaxiale en imposant une vitesse de déplacement des six vérins égale et constante dans les trois directions perpendiculaires (Fig. 4.15(a)).
2. ***Chargement oedométrique (OEDO)*** : l'éprouvette est soumise à une compression œdométrique. Une vitesse de déplacement constante est imposée sur les deux vérins verticaux tandis que le déplacement des quatre vérins horizontaux est bloqué, de sorte que la déformation radiale reste nulle (Fig. 4.15(b)).

1. Il eut été intéressant et préférable de réaliser des trajets de chargement à partir d'un asservissement en effort des vérins qui aurait permis de mieux explorer l'espace des contraintes principales en vue de caractériser la surface limite. Cependant, en raison du caractère fragile de la mousse, au début du chargement, ce mode de chargement n'a pas été retenu pour des raisons de sécurité.

3. ***Chargement triaxial (TRIAX[2])(non proportionnel)*** : le chargement en compression triaxiale s'effectue en deux étapes successives et est asservi en partie sur le déplacement des vérins et en partie sur les efforts. Dans la phase 1, l'éprouvette est d'abord sollicitée en compression hydrostatique ou œdométrique jusqu'à atteindre un niveau d'effort ciblé en imposant la vitesse de déplacement des six vérins (Fig. 4.15(c)). Cette phase se termine après la première rupture fragile. Puis, dans la phase 2, un chargement en vitesse de déplacement des vérins verticaux est imposé, en maintenant constante la force des quatre vérins horizontaux (Fig. 4.15(d)).



(a) *Chargement hydrostatique (ISOU)*

(b) *Chargement œdométrique (OEDO)*

(c) *Phase 1 du chargement triaxial (TRIAX)*

(d) *Phase 2 du chargement triaxial (TRIAX)*

FIGURE 4.15 – *Trajets de chargement réalisés avec la machine d'essais ASTREE pour caractériser le comportement triaxial de la mousse carbone.*

La même procédure de mise en place a été appliquée pour l'ensemble des essais triaxiaux. L'éprouvette a été placée entre les blocs du montage du compaction (Fig. 4.16). Pour limiter le frottement

2. Le trajet de chargement imposé dans le mode " TRIAX " a été adopté pour tenir compte de la capacité limitée des vérins horizontaux..

latéral éprouvette/bloc, un spray de lubrifiant silicone a été vaporisé sur les facettes de l'éprouvette. Une précharge de l'ordre de $0,5$ kN a été appliquée dans les trois directions pour garantir un contact des faces de l'éprouvette avec les six blocs du montage avant le début de l'essai. Les différents essais ont été réalisés à température et humidité ambiante.

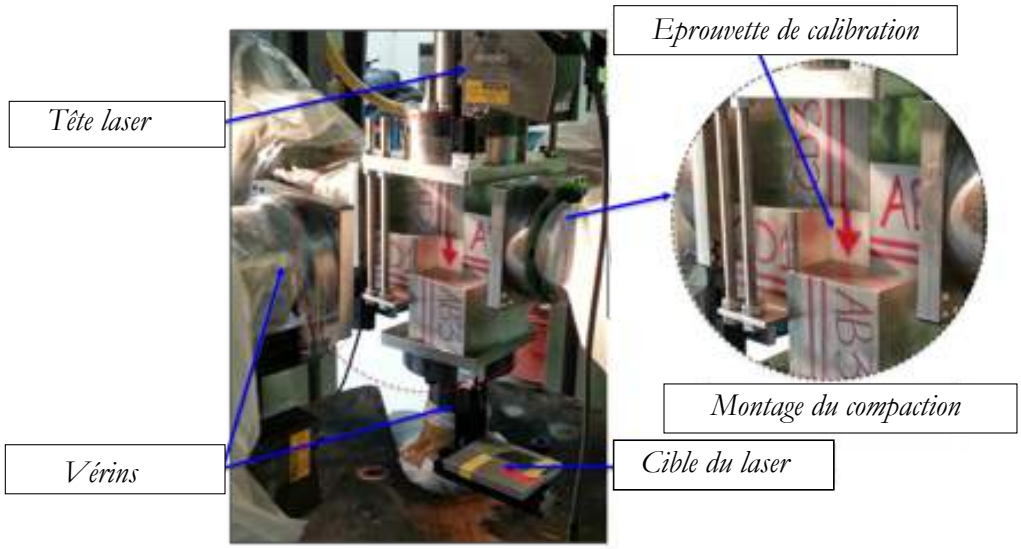


FIGURE 4.16 – *Montage de compression triaxial installé sur la machine ASTREE.*

Un ventilateur a été placé au voisinage de l'éprouvette dans la zone centrale de la machine d'essais pour évacuer une partie de la chaleur produite par la circulation d'huile du circuit hydraulique. L'échauffement de l'éprouvette a ainsi été limité. Enfin pour éviter des erreurs de mesure des déplacements relatifs des vérins, le parallélisme entre la surface cible et la tête de laser a été vérifié au début de chaque essai.

Les essais ont été menés jusqu'au talonnement qui est atteint lorsque le matériau est pratiquement densifié au maximum. La décharge de l'éprouvette a été faite progressivement, jusqu'à ce que les efforts dans les vérins soient nuls.

3.3 Dépouillement des résultats expérimentaux

Les données recueillies au cours d'un essai sont, d'une part, les déplacements et les efforts axiaux des six vérins, et d'autre part, les déplacements différentiels des capteurs laser au cours du temps.

En raison des grandes déformations observées sur les mousses étudiées, les déformations moyennes dans l'éprouvette sont définies à partir de la mesure logarithmique népérienne. Les déformations normales dans les trois directions x_i des axes de chargement sont calculées de la manière suivante

$$\varepsilon_1 = \ln\left(1 - \frac{\Delta u_1}{a}\right) \quad ; \quad \varepsilon_2 = \ln\left(1 - \frac{\Delta u_2}{a}\right) \quad ; \quad \varepsilon_3 = \ln\left(1 - \frac{\Delta u_3}{a}\right) \tag{4.7}$$

où Δu_1, Δu_2 et Δu_3 sont respectivement les déplacements relatifs des faces en vis à vis orientées par les axes des vérins horizontaux x_1, x_2 et verticaux x_3 mesurés par les capteurs laser qui coincident avec ceux de l'éprouvette cubique d'épaisseur initiale a.

Les déformations volumique ε_{vol} et déviatorique équivalente ε_{dev} sont calculées à partir des mesures des déformations principales [Lem+09].

$$\varepsilon_{vol} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \tag{4.8}$$

et

$$\varepsilon_{dev} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2} \tag{4.9}$$

Les contraintes principales moyennes vraies sont évaluées par

$$\sigma_1 = \frac{F_{C1}}{S_{23}} \quad ; \quad \sigma_2 = \frac{F_{C2}}{S_{13}} \quad ; \quad \sigma_3 = \frac{F_{C3}}{S_{12}} \tag{4.10}$$

où les sections S_{ij} , sont définies respectivement par :

$$S_{ij} = (a - \Delta u_i)(a - \Delta u_j) \tag{4.11}$$

La figure 4.17 présente une projection de l'évolution des surfaces de l'éprouvette lors des essais triaxiaux de compression :

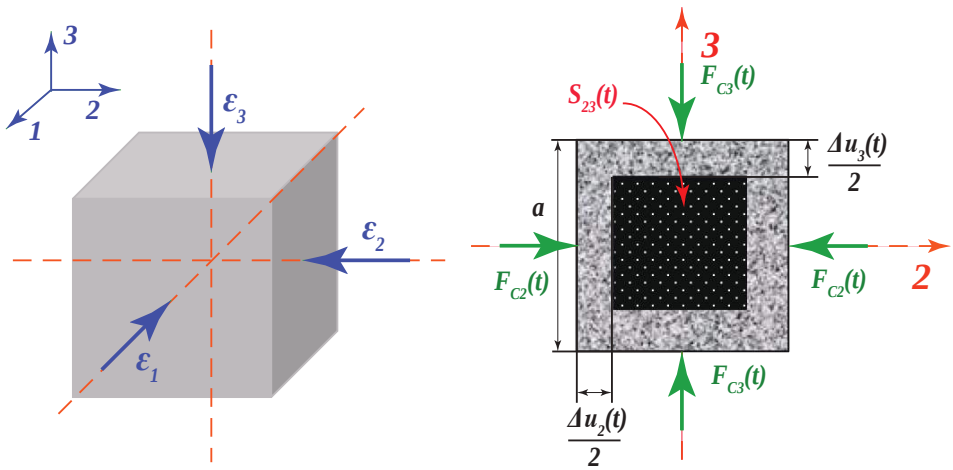


FIGURE 4.17 – *Une projection de l'évolution des surfaces de l'éprouvette lors des essais triaxiaux.*

La pression moyenne p et la contrainte déviatorique équivalente q sont définies respectivement par

$$p = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \tag{4.12}$$

et

$$q = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2} \tag{4.13}$$

4 Résultats expérimentaux

Les principaux résultats expérimentaux des essais de compression hydrostatique, œdométrique et triaxial à confinement variable mis en œuvre pour caractériser le comportement multiaxial des mousses étudiées sont présentés ci-dessous.

Les résultats des ces essais sont tracés sous la forme de courbes déformation logarithmique - contrainte vraie. Néanmoins, pour faciliter l'analyse, sur la plupart des figures décrivant l'essai, des graphes supplémentaires ont été ajoutés : un graphe relatif au chargement appliqué au cours du temps, un graphe précisant la réponse de l'éprouvette au cours du temps et un graphe montrant l'évolution de l'effort en fonction du déplacement.

Les types d'essais réalisés sont regroupés dans le tableau 4.1. Pour alléger la présentation, les résultats expérimentaux les plus importants sont décrits dans ce chapitre. Les autres résultats sont présentés en annexe B. Notons que pour l'analyse du comportement triaxial, on se restreint à l'étude de la mousse HP02. Les résultats obtenus pour la mousse HP03 ne sont pas présentés dans ce travail.

Densité	Essais	Chargement	Dimensions (mm×mm×mm)	Nombre d'essais
HP01	Hydrostatique	ISOU10	40×40×40	1
	Oedometrique	OEDO10	40×40×40	1
	Triaxial	χ	40×40×40	0
HP02	Hydrostatique	ISOU20	40×40×40	3
	Oedometrique	OEDO20	40×40×40	3
	Triaxial	TRIAX05	40×40×40	3
		TRIAX10	40×40×40	3
		TRIAX15	40×40×40	3
		TRIAX20	40×40×40	3
		TRIAX25	40×40×40	3
HP03	Hydrostatique	ISOU31	30×30×30	3
	Oedometrique	OEDO31	40×40×40	3
	Triaxial	TRIAX30	40×40×40	3
		TRIAX40	40×40×40	3
		TRIAX50	40×40×40	3
		TRIAX60	40×40×40	3
		TRIAX70	40×40×40	3

TABLE 4.1 – *Essais triaxiaux effectués sur les mousses carbone.*

Nota : pour simplifier la lecture des graphes, nous adopterons la convention suivante pour la présentation des figures :

1. les efforts de compression exercés par les vérins sont considérés comme positifs,

2. les déplacements relatifs sont positifs s'il s'agit de raccourcissement de la longueur,
3. la déformation volumique est positive si la variation relative de volume est négative (compression).

4.1 Compression hydrostatique

Le comportement volumique de la mousse carbone a été caractérisé par des essais de compression hydrostatique (ISOU). Les éprouvettes ont été positionnées de telle sorte que la direction de moussage soit parallèle à l'axe vertical de la machine d'essais ASTREE. Les essais ont été réalisés avec une vitesse de déplacement de chaque vérin constante et égale à $0,05$ mm·s^{-1}.

Le caractère reproductif des essais est présenté en annexe B où sont présentées les courbes expérimentales de plusieurs essais identiques effectués sur le même matériau.

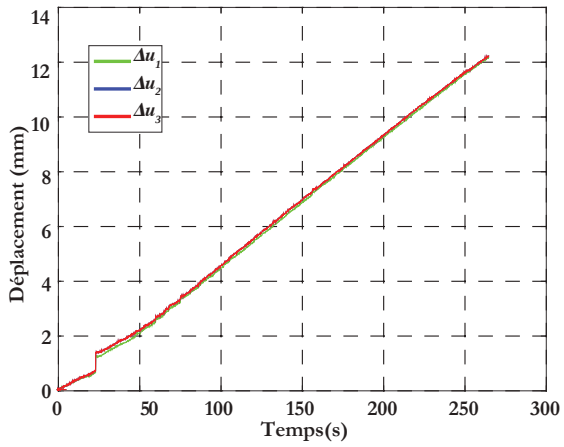
Les résultats obtenus sur la nuance HP02 sont présentés sur la figure 4.18.

Les courbes de la figure 4.18(a) montrent l'évolution des déplacements relatifs Δu_1 mesurés par les capteurs laser au cours du temps. La vitesse de sollicitation pour des temps supérieurs à 50 s est quasi constante et égale à 0.046 mm·s^{-1}. Cette valeur est plus faible que la vitesse de déplacement relatif imposée par les vérins $0,05$ mm·s^{-1}. On constate cependant qu'il est possible de piloter de manière satisfaisante le déplacement relatif.

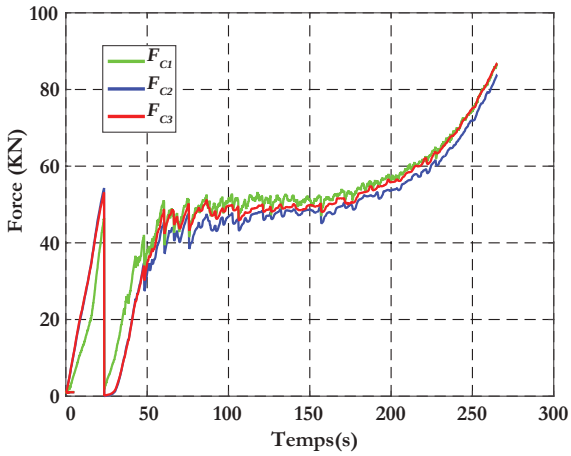
On notera plus particulièrement la présence d'un décrochement du déplacement au moment de la première rupture. La libération brutale de l'énergie mécanique a provoqué un réajustement des blocs et un léger déplacement de la tête des vérins. Ensuite, la fragmentation progressive ne pertube pratiquement plus le pilotage en déplacement relatif.

Le chargement en déplacement reste remarquablement symétrique. La figure 4.18(b) montre l'évolution des efforts au cours du temps. On retrouve ici un phénomène déjà observé lors du chargement en compression uniaxiale confinée. Une première chute brutale de l'effort des vérins apparait lorsque l'effort atteint un seuil, puis après le réajustement des fragments de l'éprouvette, l'effort augmente à nouveau. Le caractère très chahuté des courbes (succession de charges-décharges) est caractéristique de la fragmentation progressive de l'éprouvette. On notera en particulier le comportement homogène dans le plan horizontal défini par les directions x_1 et x_2 qui coincident avec celles du plan de moussage, illustrant au passage le caractère isotrope du comportement dans ce plan. L'effort est plus élevé dans la direction perpendiculaire au plan de moussage, mais l'allure reste sensiblement la même. La figure 4.18(c) montre les courbes $F_{Ci} - \Delta u_i$ qui caractérisent le comportement de l'éprouvette. Ce type de courbe illustre le fait que cette mousse présente une légère anisotropie de comportement déjà mise en évidence dans les essais uniaxiaux. En fait, le comportement est du type isotrope transverse. Pour cette nuance, l'anisotropie diminue au fur et à mesure du chargement, mais ne disparait pas.

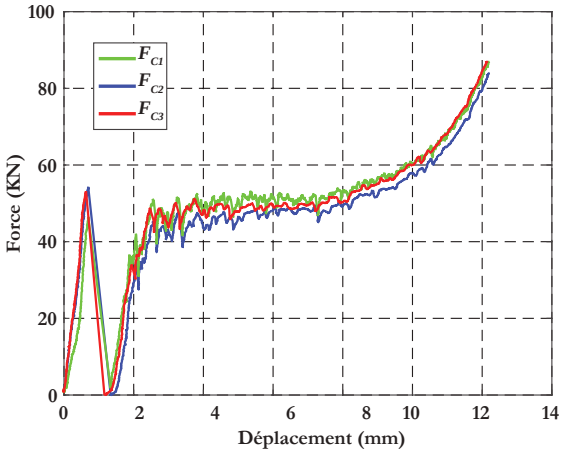
La figure 4.18(d) montre l'évolution du comportement moyen de cette mousse déduite des courbes de la figure 4.18(c) après dépouillement des résultats en utilisant les équations 4.7 à 4.13. On notera en particulier qu'il est difficile d'obtenir un chargement de compression hydrostatique pur en raison d'une part de l'anisotropie du matériau et d'autre part de la difficulté à maitriser parfaitement les conditions limites imposées.



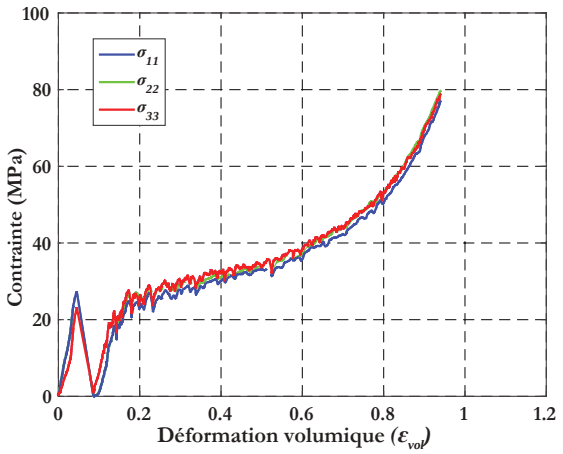
(a) *Déplacement relatif en fonction du temps*



(b) *Effort moyen en fonction du temps*



(c) *Effort en fonction du déplacement relatif*



(d) *Contraintes principales en fonction de la déformation volumique*

FIGURE 4.18 – *Réponse d'une éprouvette de mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation ISOU.*

La réponse mécanique de cette nuance de mousse est donc similaire à celle observée en compression uniaxiale confinée. Le comportement est élastique jusqu'à la première rupture fragile. La transition entre la phase élastique et la phase non linéaire est rapide et se manifeste par une chute brutale du niveau de contrainte. Ensuite, comme la variation de volume s'effectue à masse constante, des déformations non linéaires importantes sont observées avec une augmentation progressive de la contrainte qui peut être vue comme un écrouissage positif. Au début de la phase non linéaire, les oscillations dans les courbes contrainte-déformation sont importantes en raison de la fragmentation de l'éprouvette en morceaux. Puis, elles deviennent de moins en moins marquées au fur et à mesure que le chargement progresse, sans doute parce que la taille des morceaux devient plus petite et que leur nombre plus élevé tend à homogénéiser progressivement le matériau présent dans la cavité. Une zone de densification apparait vers la fin du chargement.

La figure 4.19(a) montre les évolutions de la contrainte hydrostatique p et la contrainte déviatorique q obtenue en compression ($ISOU$). On peut constater que la contribution de la partie hydrostatique est la plus marquante dans cet essai. Par ailleurs, la partie déviatorique varie très faiblement en fonction de la déformation volumique. Bien que les vitesses des déplacements appliqués au cours de ce trajet de chargement soient identiques suivant les trois directions, on observe sur la figure 4.19(a) une légère augmentation de la contrainte déviatorique au début de l'essai et juste après la rupture fragile. Ceci peut être attribué à une perte de contact éprouvette/cubes dans les deux endroits.

Le trajet (ISOU) est présenté dans les plans ($\varepsilon_{vol} - \varepsilon_{dev}$) et ($p - q$). On peut observer que la déformation déviatorique reste quasiment nulle pendant ce trajet de chargement ($< 3.10^{-3}$) (Fig.4.19(b)) tandis que la contrainte déviatorique (Fig.4.19(c)) enregistre deux pics aux alentours de 7 MPa à des déformations volumiques faibles (début de l'essai puis après la rupture brutale). Ensuite, elle évolue constamment autour du 2MPa. Le fait que ce trajet ne soit pas confondu avec l'axe d'abscisses (axes de pression hydrostatique) confirme le caractère faiblement isotrope transverse de la mousse carbone .

4.2 Compression œdométrique

La mise en œuvre des essais œdométriques réalisés sur la machine d'essais ASTREE est plus délicate que celle des essais de compression uniaxiale confinée. Cependant, ces essais sont nécessaires pour collecter des données supplémentaires sur les contraintes latérales exercées en cours de chargement axial. De plus, le chargement axial appliqué est symétrique, i.e., le déplacement axial imposé par les deux vérins verticaux est identique, ce qui n'est pas le cas des essais œdométriques réalisés à l'aide d'une machine d'essais uniaxiale.

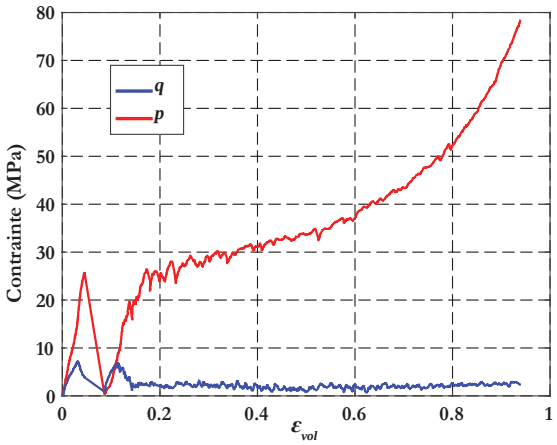
La même configuration des éprouvettes que dans le type d'essai précédent a été adoptée. Elles ont été positionnées de telle sorte que la direction de moussage soit parallèle à l'axe vertical de la machine d'essais ASTREE.

Comme pour l'essai de compression hydrostatique, les résultats expérimentaux sont détaillés pour la mousse carbone de nuance HP02. Ceux des mousses de densité plus légère HP01 et plus lourde HP03 sont présentés en annexe B.

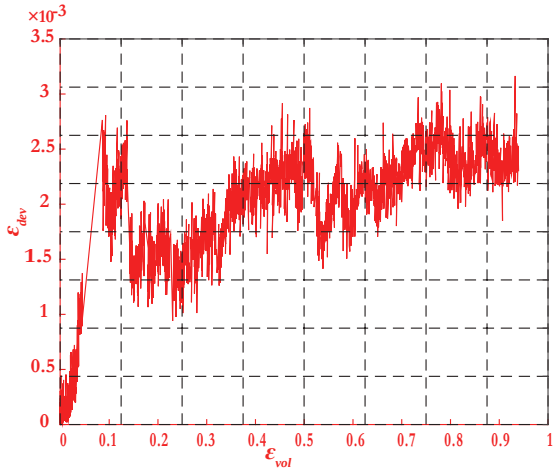
La figure 4.20 présente un résultat typique obtenu sur cette nuance de mousse. Il faut cependant garder à l'esprit que la dispersion des résultats est plus importante que celle observée dans les essais de compression hydrostatique.

Les courbes présentées sur la figure 4.20(a) montre l'évolution du déplacement relatif Δu_3 et les déplacements relatifs des axes horizontaux Δu_1 et Δu_2 mesurés par les capteurs laser au cours du chargement. On notera ici que le zéro en déplacement a été fixé à la fin de la précharge triaxiale des vérins de 0,5 kN. La vitesse réelle du déplacement vertical relatif était de 0.05 mm·s^{-1}. Comme pour l'essai de compression hydrostatique, un léger saut de déplacement relatif dans la direction verticale x_3 a été observé. Il est cependant moins marqué que dans le type d'essais précédent. Les déplacements horizontaux relatifs sont quasi-nuls démontrant que la condition d'essai œdométrique est pratiquement respectée (voir le grossissement de la figure 4.20(c)).

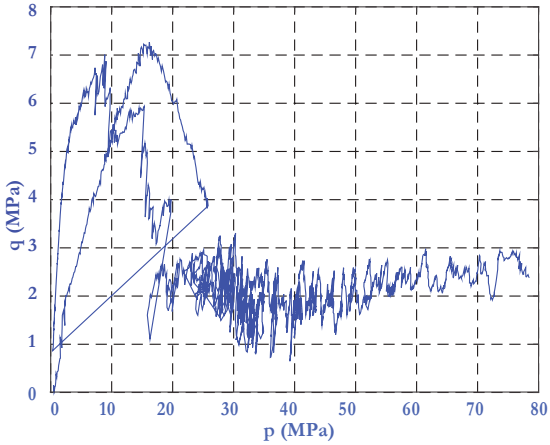
La figure 4.20(b) montre l'évolution des efforts verticaux et horizontaux au cours du temps. On retrouve les mêmes traits caractéristiques déjà mis en évidence dans les essais précédents, à savoir :



(a) *Contrainte moyenne et déviatorique en fonction de la déformation volumique*



(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformation volumique déformation déviatorique*



(c) *Trajet de chargement tracé dans le plan p-q (en bleu)*

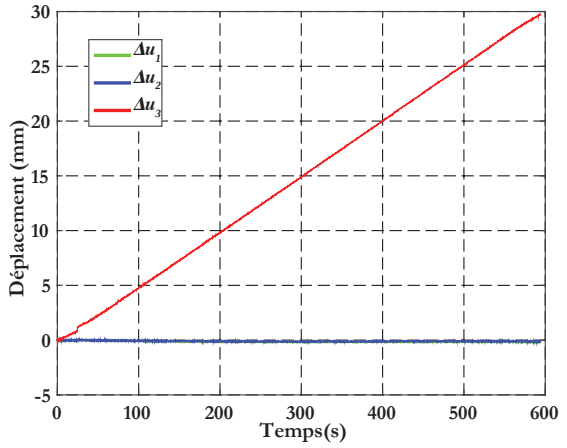
FIGURE 4.19 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression hydrostatique (ISOU).*

— une rupture brutale une fois la limite d'élasticité atteinte avec une perte de l'effort axial F_{C3} et des efforts horizontaux F_{C1} et F_{C2} ;

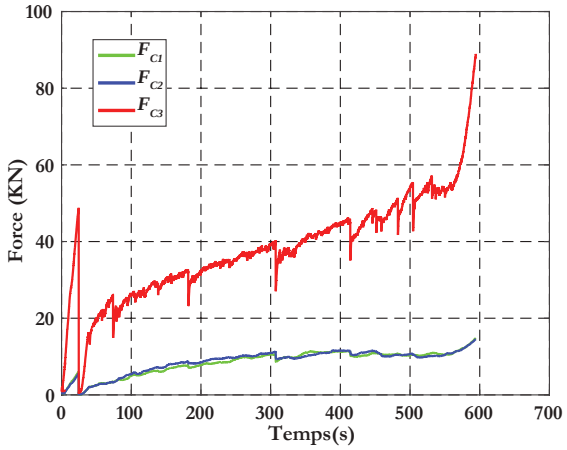
— une augmentation progressive des efforts avec présence de déformations non linéaires après cette première rupture ;

— une courbe effort vertical-temps très chahutée après la première rupture en raison de la fragmentation progressive de l'éprouvette ; ceci étant observé sur une plage de déformation plus importante que dans l'essai de compression hydrostatique ;

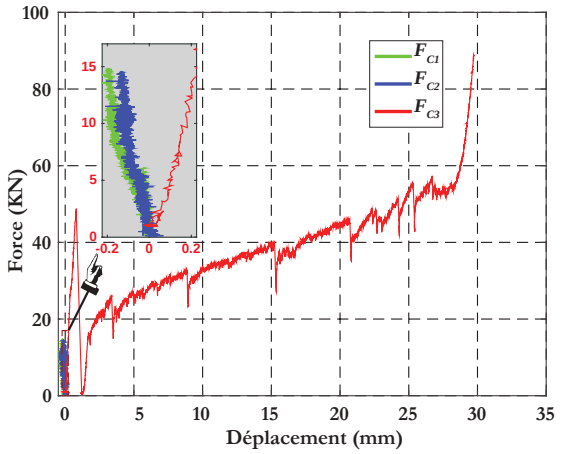
— des courbes effort horizontal-temps moins sensibles aux effondrements locaux des cellules de la mousse ;



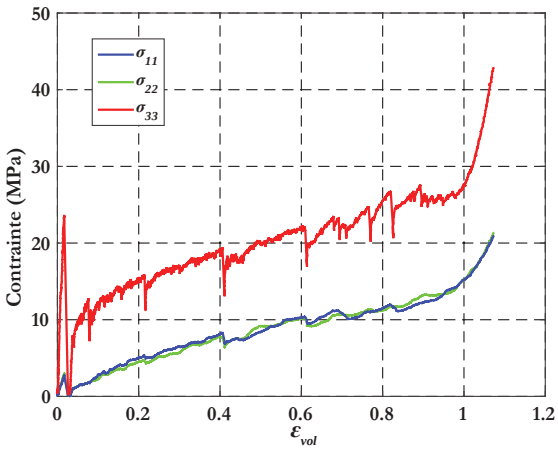
(a) *Déplacement relatif imposé en fonction du temps*



(b) *Effort moyen en fonction du temps*



(c) *Effort en fonction du déplacement relatif*



(d) *Contraintes principales en fonction de la déformation volumique*

FIGURE 4.20 – *Réponse expérimentale d'une éprouvette de mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation OEDO.*

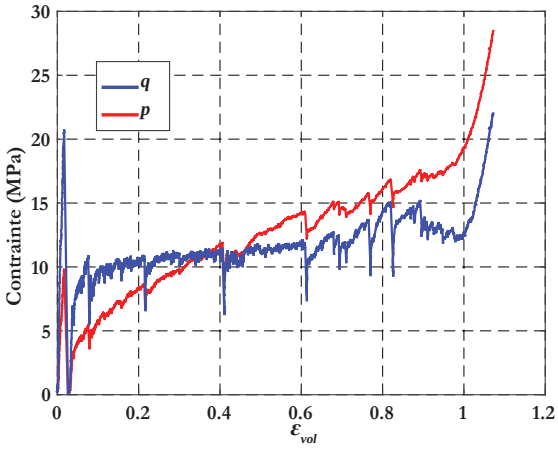
— des courbes plus régulières dans la zone de forte densification où les fragments sont suffisamment petits pour générer un comportement plus homogène dans le volume confiné et moins sensible aux effets des ruptures locales des fragments ;

— un comportement isotrope dans le plan perpendiculaire à la direction de moussage car $F_{C1} \approx F_{C2}$ tout le long du chargement.

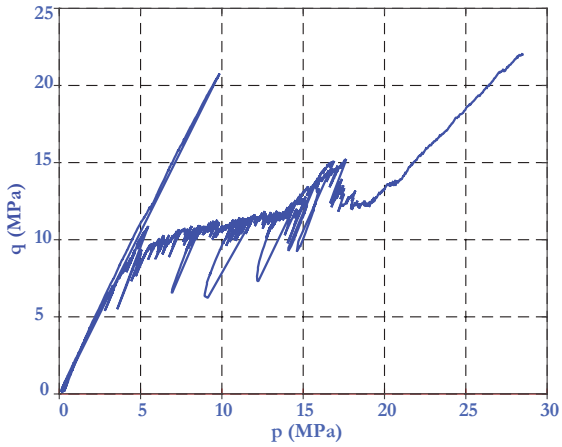
Les courbes contraintes-déformation volumique obtenues pour ce trajet sont tracées sur la figure 4.20(d). Contrairement aux réponses axiales caractérisées par la présence de trois zones classiques (élasticité + plateau + densification), les réponses horizontales évoluent linéairement jusqu'à que la mousse atteigne la densification. La valeur enregistrée à la fin du chargement peut être considérée comme la pression maximale qui pourra être exercée sur la mousse carbone HP02 en présence d'un

confinement passif (essai confiné rigide).

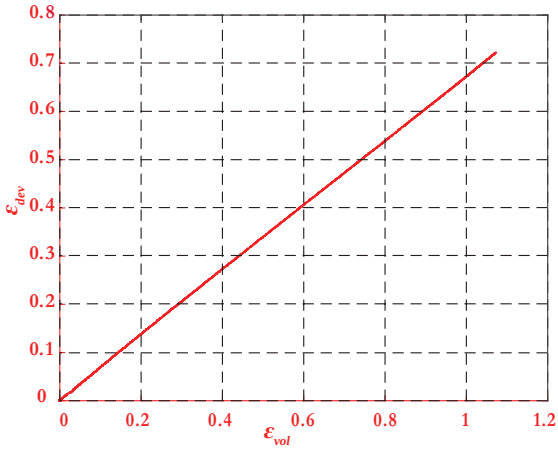
La répétabilité de ces essais est présentée en annexe (B) où sont présentées les courbes obtenues sur différents essais.



(a) *Contrainte moyenne et déviatorique fonction de la déformation volumique*



(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan p-q*



(c) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformations volumique-déviatorique*

FIGURE 4.21 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression œdométrique (OEDO).*

Les évolutions de la pression moyenne p et de la contrainte déviatorique équivalente q en fonction de la déformation volumique ε_{vol} sont présentées sur la figure 4.21(a). Comme précédement, ces grandeurs augmentent linéairement avec la déformation volumique avant la rupture initiale. On retrouve ensuite la phase non linéaire avec un écrouissage en fonction de la déformation volumique qui est plus marqué sur la composante p que la composante q. Cette phase se poursuit jusqu'au début du comportement

qu'on pourrait qualifier de durcissant. Le trajet de chargement OEDO est présenté dans l'espace de déformation déviatorique/volumique et dans l'espace ($p - q$) dans la figure 4.21(c).

4.3 Compression triaxiale non proportionnelle

Les essais triaxiaux réalisés sous un chargement de type TRIAX en deux étapes décrites en section 3.2 permettent d'explorer d'autres zones de l'espace des contraintes en vue d'identifier les surfaces limites. De manière plus générale, ils sont utiles pour le choix de la loi de comportement et l'identification des paramètres de cette loi. Les essais triaxiaux ont été réalisés à différents niveaux de pression de confinement latéral.

Cinq types de chargement TRIAX ont été effectués à des pressions de confinement latéral différentes (Tableau 4.2).

Type	TRIAX05	TRIAX10	TRIAX15	TRIAX20	TRIAX25
Effort $F_{C1} = F_{C2}$ (kN)	5	10	15	20	25

TABLE 4.2 – *Valeur des efforts latéraux appliquées sur les éprouvettes durant la seconde phase du chargement triaxial.*

L'effort latéral de 5 kN a été adopté car la pression associée correspond à l'ordre de grandeur de la pression de confinement appliquée par la tôle du capot amortisseur sur la mousse lors de l'épreuve de chute. Les autres pressions de confinement latéral permettent de construire des trajets de chargement supplémentaires dans le plan $(p - q)$.

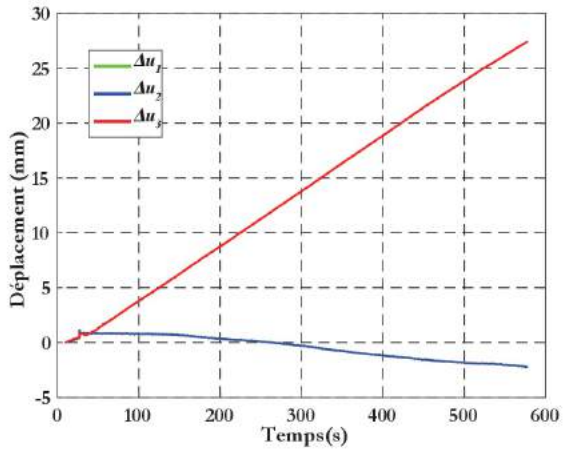
La figure 4.22 présente les résultats d'un essai TRIAX05 sous la forme de courbes déplacement/effort en fonction du temps, effort en fonction du déplacement et les courbes du comportement contraintes-déformations.

Dans la première phase du chargement, les déplacements des vérins sont imposés à une vitesse constante de 0.05 mm·s^{-1} (Fig. 4.22(a)). Dans la seconde, la vitesse des vérins orientés dans la direction x_3 est maintenue. Celle des vérins latéraux est ajustée de sorte à garantir un effort latéral constant (extension latérale). Cette condition effort latéral constante est assurée sur tout le trajet en dehors de la première rupture (Fig. 4.22(b)).

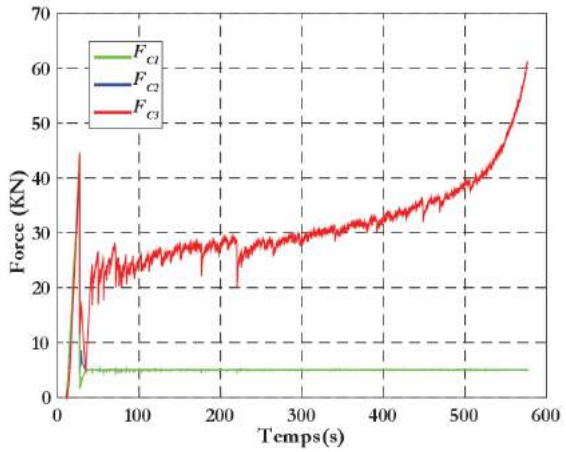
La courbe force F_{C3} fonction du déplacement relatif Δu_3, obtenue en présence d'un confinement latéral de 5 kN, a une allure similaire à celle qui est obtenue en compression œdométrique avec une chute brutale de l'effort durant la phase plateau. Ceci a également été observé aux autres niveaux de confinement (voir annexe B).

Les réponses expérimentales - effort-déplacement et contraintes p et q en fonction de la déformation volumique - pour les autres niveaux de confinement sont présentées dans la section suivante (voir Figs 4.23 à 4.27).

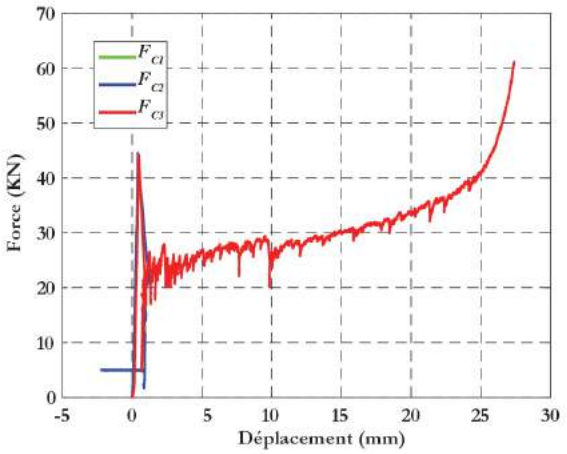
La réponse globale est toujours similaire à celle obtenue sous un confinement de 5 kN avec les trois phases bien identifiées : élasticité, plateau et densification. La comparaison des différents essais est présentée ci-dessous.



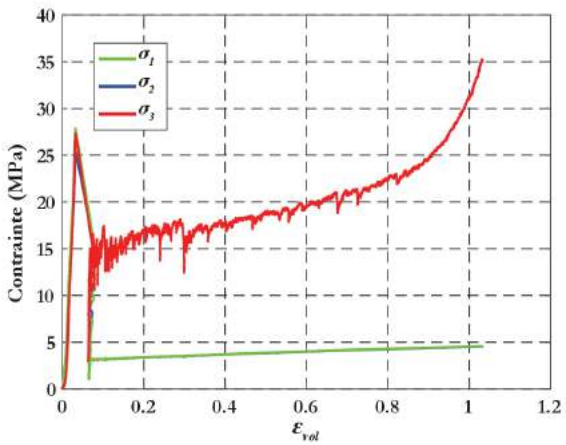
(a) *Déplacement relatif imposé en fonction du temps*



(b) *Effort moyen en fonction du temps*



(c) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(d) *Contraintes principales en fonction de la déformation volumique*

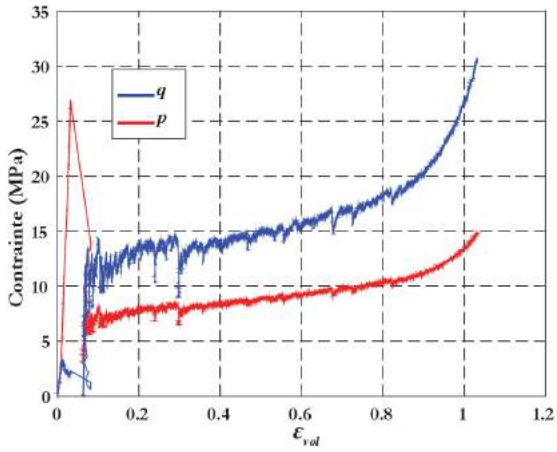
FIGURE 4.22 – *Réponse d'une éprouvette de mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX05.*

5 Résultats complémentaires

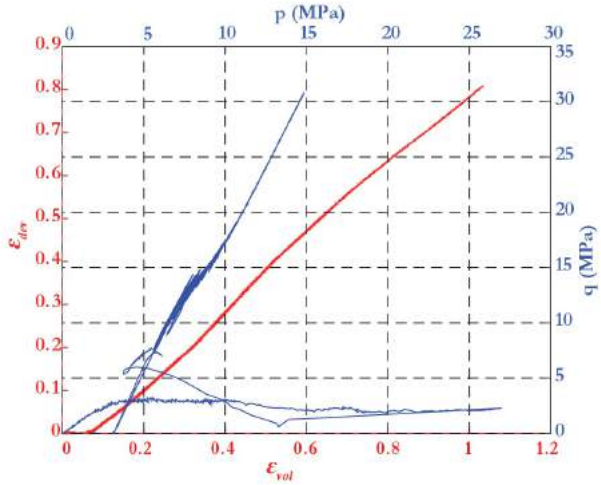
5.1 Influence de la densité

On compare dans cette section les résultats des essais hydrostatiques (ISOU10, ISOU20 et ISOU31) et oedométriques (OEDO10,OEDO20 et OEDO31).

Un aspect non traité précédemment est l'influence de la densité relative sur le caractère anistrope du comportement de la mousse carbone. Dans ce but, les graphes de la figure 4.28 montre l'évolution des contraintes normales σ_{ii} en fonction de la déformation volumique ε_{vol} dans un essai de compression isostatique (ISOU). On constate que pour la nuance HP01 de faible densité, les trois courbes sont quasiment confondues, ce qui indique que le matériau a un comportement quasiment isotrope sous un chargement isotrope monotone. En revanche, sur la nuance HP03 qui est la plus dense, on note une

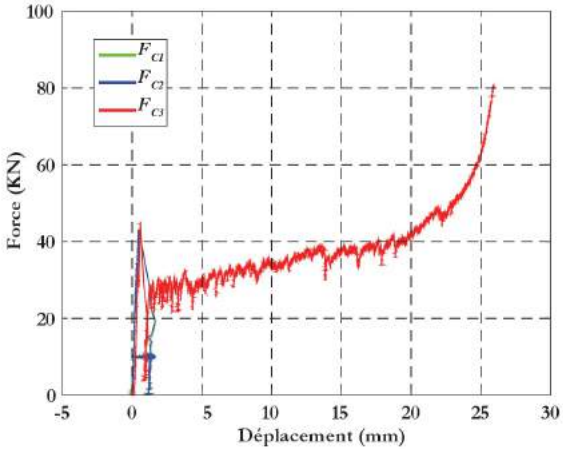


(a) *Contrainte moyenne et déviatorique fonction de la déformation volumique*

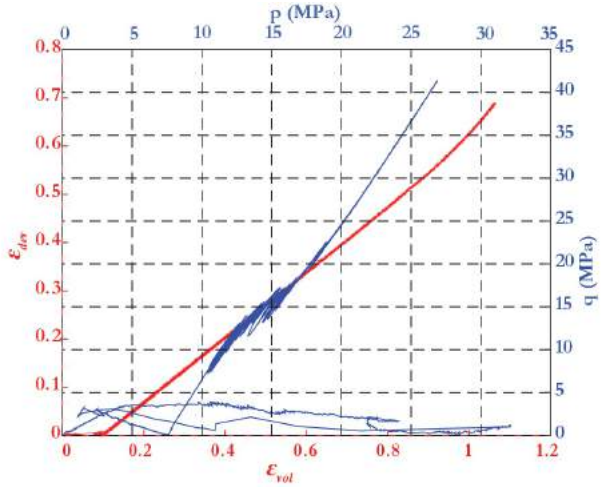


(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformations volumique-déviatorique (en rouge) et dans le plan p-q (en bleu)*

FIGURE 4.23 – *Réponse de la mousse carbone de nuance HP02 en compression TRIAX05.*



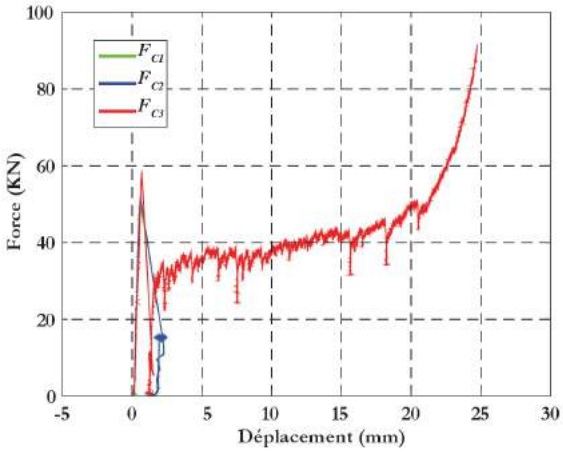
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



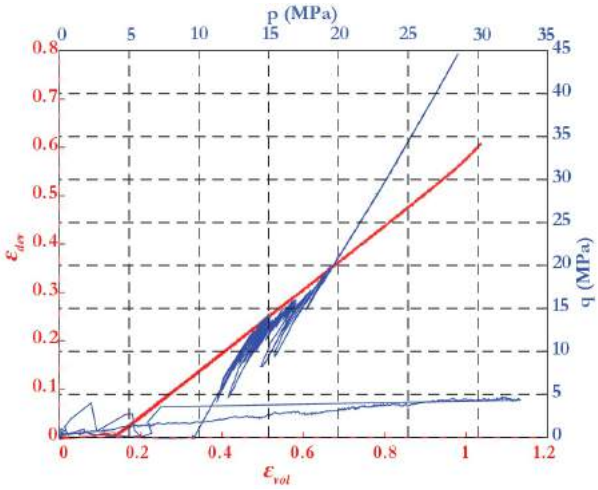
(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformations volumique-déviatorique (en rouge) et dans le plan p-q (en bleu)*

FIGURE 4.24 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX10.*

augmentation de la résistance dans la direction de moussage x_3. Dans les deux directions orthogonales (x_1 et x_2), cette résistance est plus faible et les deux courbes sont quasiment identiques. Pour cette nuance, le comportement est donc plutôt du type isotrope transverse. Cette anisotropie semble persister même à des déformations volumiques élevées de l'ordre de 60 % . Le caractère isotrope transverse est également observé sur la mousse de densité relative intermédiaire PFA-20, mais semble moins marqué (Fig. 4.18(d)).

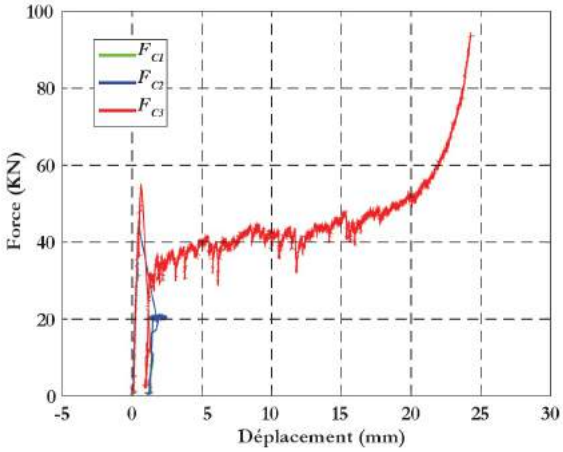


(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

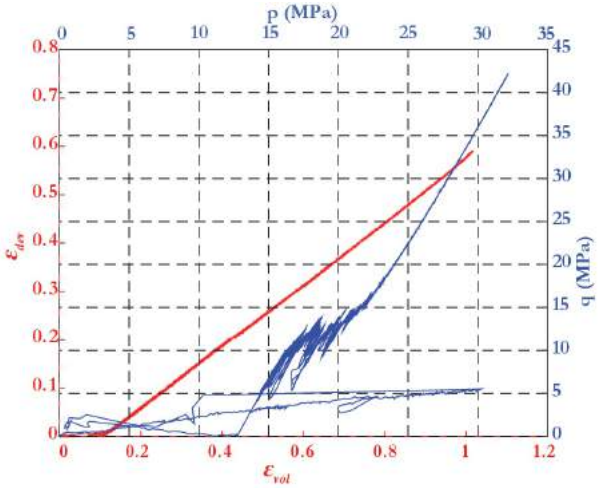


(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformations volumique-déviatorique (en rouge) et dans le plan p-q (en bleu)*

FIGURE 4.25 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX15.*



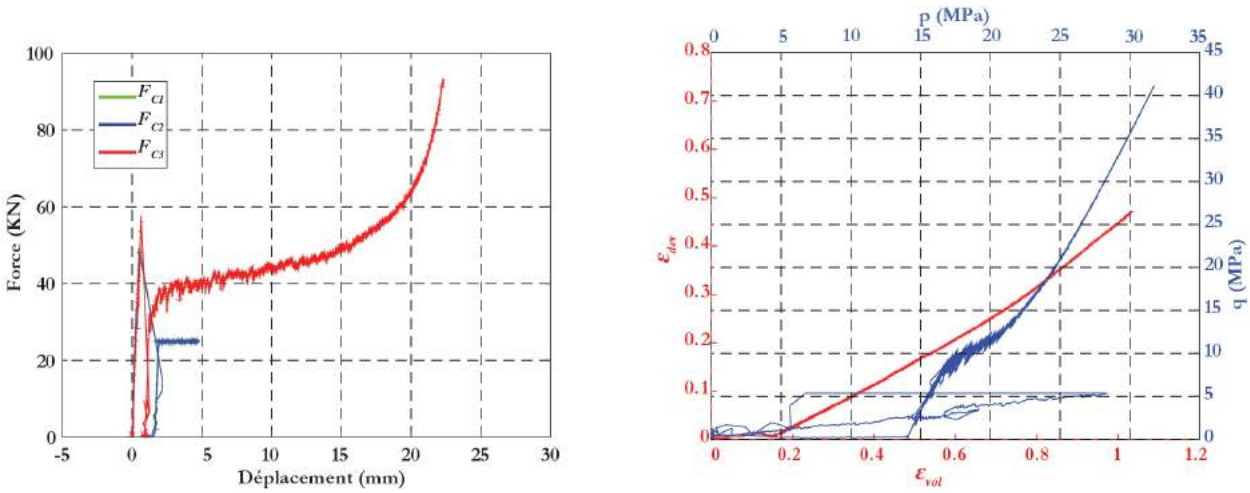
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformations volumique-déviatorique (en rouge) et dans le plan p-q (en bleu)*

FIGURE 4.26 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX20.*

Sous un chargement de compression œdométrique (OEDO), la mousse HP01, moins dense exhibe d'abord un plateau de contrainte constant dans la direction de moussage x_3, présent juqu'à une déformation axiale de 22 % avant la première rupture brutale. Ce plateau est totalement absent pour les nuances HP03 et HP02, la première rupture brutale se manifestant directement à la fin de la zone élastique.



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Trajet de chargement tracé dans le plan de déformations volumique-déviatorique (en rouge) et dans le plan p-q (en bleu)*

FIGURE 4.27 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 sous une sollicitation TRIAX25.*

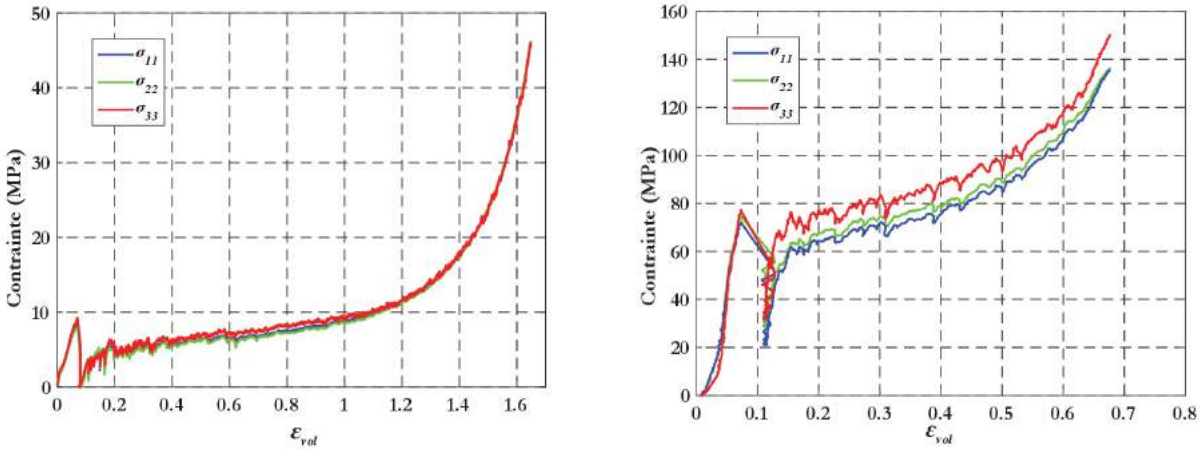
Après la première rupture, l'allure des courbes pour les trois densités est similaire avec une phase de rechargement élastique, une phase plastique avec écrouissage positif suivie d'une phase durcissante (densification). Les courbes des contraintes latérales (σ_{11} et σ_{22}) sont équivalentes pour les trois densités, confirmant le caractère isotrope dans le plan de moussage déjà observé au cours des essais de compression isostatique ISOU. Dans tous les cas, on observe que la cinématique de déformation orientée dans l'axe du chargement x_3 implique que lors des ruptures locales successives, la chute de contrainte locale durant le chargement est toujours plus marquée dans la direction x_3. Ces ruptures locales se produisent donc à contraintes latérales constantes .

La comparaison directe des réponses contrainte moyenne p - déformation volumique ε_{vol} des trois nuances de la mousse carbone est présentée sur les deux graphes de la figure 4.30. On retrouve sur la figure 4.30(b), les tendances déjà observées dans le chapitre précédent pour les essais uniaxiaux de compression confinés.

L'augmentation de la densité relative permet d'améliorer certaines propriétés mécaniques du matériau comme la rigidité élastique et la résistance initiale. Cette augmentation s'explique par le fait qu'une mousse plus dense contient moins de pores et que les parois cellulaires sont plus épaisses, rigidifiant ainsi la microstructure cellulaire.

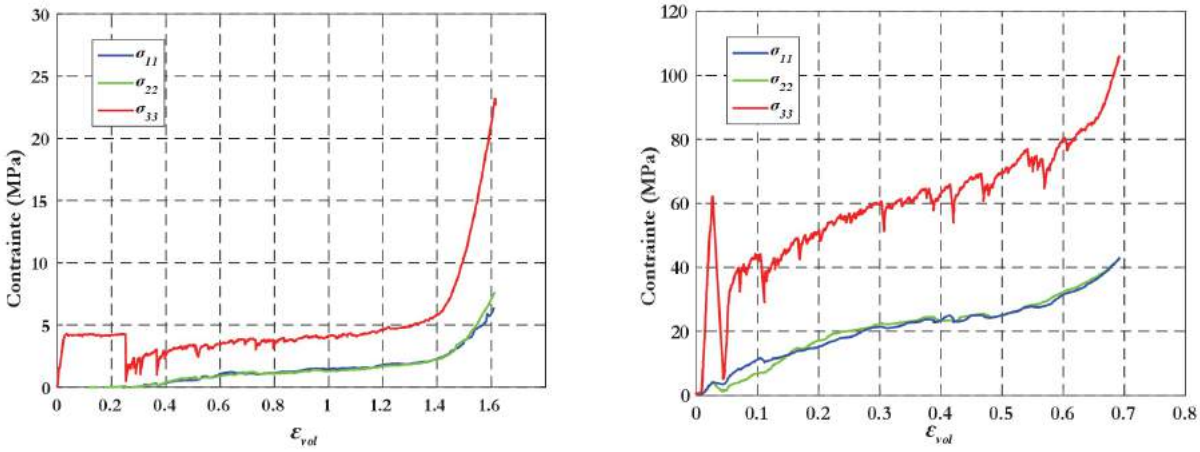
Sous chargement de compression hydrostatique (ISOU), la déformation à la rupture initiale est quasiment la même pour les trois densités testées. De petits écarts sont observés dans le cas du chargement œdométrique. En revanche en raison de la diminution de la porosité initiale, la déformation anélastique maximale devient plus faible avec l'augmentation de la densité relative.

La réponse hydrostatique de la mousse carbone soumis à un essai de compression isostatique (ISOU) ou œdométrique (EODO) diffère selon la densité. La résistance développée après le premier



(a) *ISOU10* (b) *ISOU31*

FIGURE 4.28 – *Courbes contrainte normale-déformation volumique en compression isostatique (ISOU).*

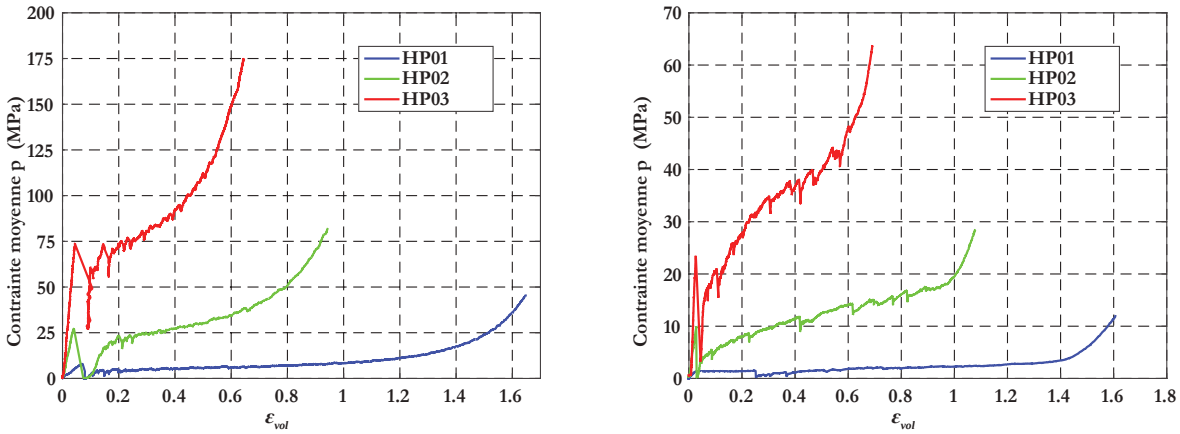


(a) *OEDO10* (b) *OEDO31*

FIGURE 4.29 – *Courbes contrainte normale-déformation volumique en compression œdométrique (OEDO).*

pic de contrainte croit avec la densité. Le comportement est non linéaire au niveau du plateau avec un écrouissage qui est également plus marqué lorsque la densité est plus élevée (Fig. 4.30). Ceci est principalement dû à la progressive détérioration des parois les plus rigides résistantes.

Les oscillations plus importantes au début de la phase de fragmentation lorsque la densité est plus élevée. Ce phénomène s'explique par le relachement d'une énergie élastique plus importante au moment des micro-ruptures.



(a) *Compression hydrostatique ISOU*

(b) *Compression œdométrique OEDO*

FIGURE 4.30 – *Influence de la densité sur le comportement volumique de la mousse carbone en compression hydrostatique (ISOU) et compression œdométrique (OEDO).*

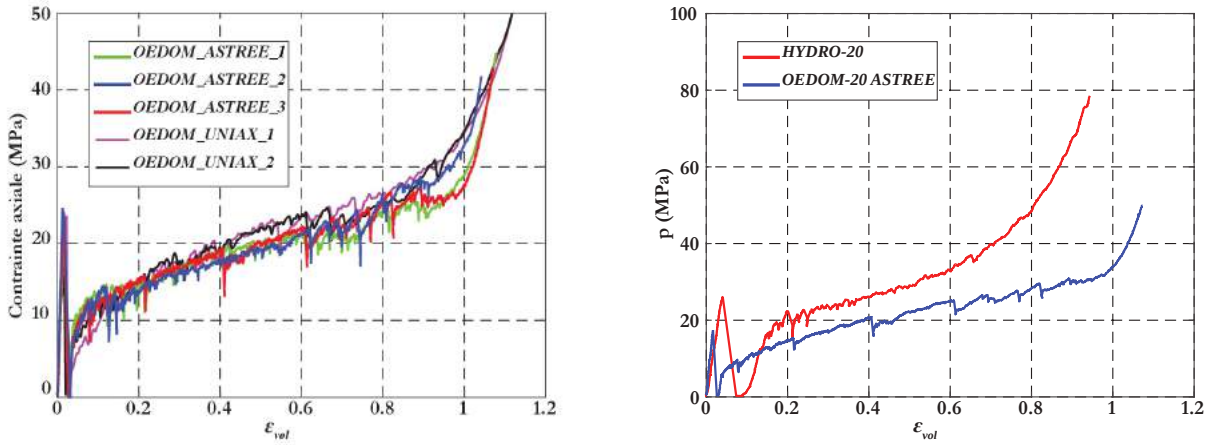
5.2 Comparaison des essais de compression uniaxiaux et triaxiaux sur la mousse HP02

Reproductibilité des essais réalisés sur la machine d'essais ASTREE

Comme cela a été indiqué précédemment , en raison de la complexité de la mise en place de l'essai OEDO et de la cinématique particulière des blocs qui enrobent l'éprouvette, une comparaison a été faite entre les résultats obtenus sur des essais de compression confinée réalisés sur la presse uniaxiale et ceux obtenus sur des essais de compression OEDO réalisés sur la presse triaxiale. Dans le cas du chargement OEDO sous ASTREE, les contraintes de cisaillement au niveau des surfaces de contact bloc/éprouvette se répartissent de manière différente de celles du chargement OEDO réalisé avec la presse uniaxiale. En effet, d'une part le chargement des vérins verticaux est symétrique et d'autre part, les blocs supérieur et inférieur en contact avec ces vérins se déplacent à la fois dans la direction x_3 et dans le plan horizontal. Cependant le frottement très localisé ne joue qu'un rôle secondaire sur le comportement global de l'éprouvette au moment de son écrasement. Un exemple de comparaison est illustré sur le graphe 4.31(a). Les deux types d'essais conduisent à des résultats très similaires, ce qui indique que le dispositif mis en place pour les essais triaxiaux est très satisfaisant et que le frottement entre l'éprouvette et la cellule de confinement n'a pas d'influence sur le comportement du matériau.

Il est à noter que cette faible sensibilité est très spécifique à ce type de matériau cellulaire. Par exemple, un effet notable du frottement sur le comportement mécanique triaxial du plâtre moussé -caractérisé avec le même dispositif sur la machine Astrée- a été observée par Bouterf [Bou14]. Ceci peut s'expliquer par le fait que les mécanismes de déformation sont différents. Le plâtre moussé se dégrade par effondrement progressif de cellules jusqu'à la densification, tandis que la mousse carbone se déforme par fragmentation en petits morceaux, par effondrement des cellules et par écoulement de poudre.

Effet du cisaillement dans un chargement de compression



(a) *Comparaison des essais OEDOM*

(b) *Comparaison des essais OEDOM20 et ISOU20*

FIGURE 4.31 – *Comparaison des essais de compression OEDO et ISOU réalisés sur les presses uniaxiale et triaxiale sur la mousse carbone HP02.*

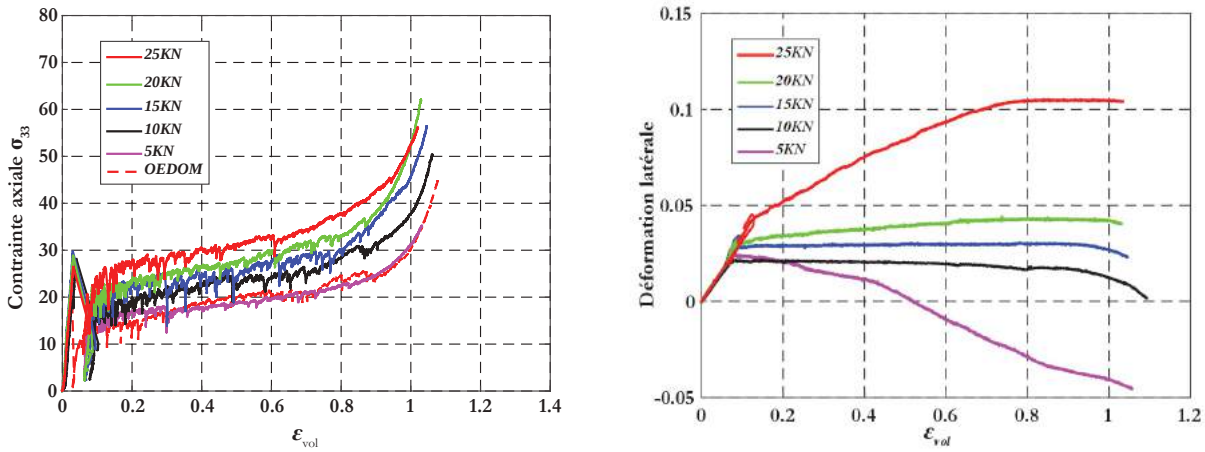
La figure 4.31(b) compare les comportements mécaniques volumiques moyens ε_{vol} de la mousse carbone HP02, lorsqu'elle est soit sollicitée sous un chargement de compression purement hydrostatique (ISOU) ou un chargement de compression œdométrique (OEDO). Il est intéressant de noter le rôle important joué par la contrainte de cisaillement dans la phase non linéaire du comportement. A contrainte moyenne p identique, la déformation volumique ε_{vol} sous le chargement OEDO est plus importante que celle sous le chargement ISOU. Ainsi, la déformation volumique est à la fois induite par la contrainte moyenne p et la contrainte déviatorique équivalente q. Cet aspect devra donc être pris en compte dans la modélisation du comportement mécanique.

Cet effet est bien connu dans le cas des géomatériaux, comme par exemple les mortiers et bétons [Bur97 ; Dup08]. Pour les mousses ductiles, le comportement volumique est nettement moins sensible à l'influence du déviateur de contraintes si la porosité est assez faible. A titre d'exemple, pour les mousses d'aluminium ayant une porosité comprise entre 1 et 17%, Bonnan et al.[Bon+98] ont observé des comportements volumiques proches sous des chargements hydrostatiques et œdometriques.

Effet du confinement latéral dans les essais de compression de type TRIAX

La figure 4.32 regroupe deux graphes décrivant le comportement moyen observé sur la mousse carbone HP02 au cours des essais de compression TRIAX. L'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation volumique est décrite sur le graphe 4.32(a). Elle est conforme à ce que l'on pouvait s'attendre en terme de tendance. Rappelons que ces courbes correspondent à la deuxième phase de chargement qui fait suite à la première rupture de l'éprouvette sous un chargement isostatique. Les courbes sont semblables à celles observées dans les essais œdométriques. On constate que la courbe d'un essai OEDO qui a été rajoutée sur la figure est très proche de celle de l'essai TRIAX05. On note également que durant la phase hydrostatique de chargement TRIAX, les déformations se superposent montrant à nouveau la bonne répétabilité de l'essai.

Avec l'augmentation de la force latérale appliquée sur l'éprouvette, le niveau de contrainte σ_3 dans



(a) *Contrainte σ_3 en fonction de la déformation volumique* (b) *Déformation latérale ε_{lat} en fonction de la déformation volumique*

FIGURE 4.32 – *Comparaison des essais triaxiaux pour la mousse carbone HP02.*

la direction verticale augmente. On rappelle au passage que le niveau des contraintes latérales σ_1 et σ_2 augmentent également par suite de la diminution des surfaces latérales des éprouvettes, mais de manière relativement modérée et linéaire comme l'illustre la figure 4.22(d), typiquement entre 3 et 5 MPa dans le cas du chargement TRIAX05. Cet effet durcissant observé avec l'augmentation de la force latérale a par conséquent un effet très bénéfique sur la quantité d'énergie absorbée en compression.

La figure 4.32(b) montre l'évolution de la déformation moyenne $\varepsilon_{lat} = (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2$ pendant la seconde phase du chargement. Pour l'effort latéral de 5 kN, dans la phase du chargement où l'effort latéral est constant, l'éprouvette subit une expansion latérale progressive avec le chargement bien que globalement le volume diminue. La déformation moyenne $\varepsilon_{lat} \approx 0,045$ en fin de chargement reste cependant faible en regard de la déformation verticale $\varepsilon_3 \approx 0,95$. Pour les niveaux de charges latérales 10 et 15 kN, on observe après le premier pic de contrainte aucune évolution de la déformation latérale. L'essai est donc très proche dans cette partie à un essai de compression œdométrique jusqu'à une déformation volumique importante ou une expansion latérale commence à se manifester. Enfin pour les charges latérales plus élevées, on observe une contraction de la déformation latérale qui s'accentue avec le niveau de chargement jusqu'à un niveau de déformation volumique de l'ordre de 0,6, avant d'observer une déformation constante. Ce changement de régime observé n'est actuellement pas expliqué car à la fin de l'essai l'éprouvette se retrouve sous forme de poudre. Il y a sans doute une évolution du mode de fragmentation ou de rupture de l'éprouvette. Une justification plus précise nécessiterait des investigations complémentaires, par exemple des essais interrompus à différents niveaux de déformation et l'observation des éprouvettes fragmentées au MEB ou par tomographie aux rayons X.

5.3 Surface de charge

Les essais œdométriques et triaxiaux ont mis en évidence la nécessité de définir les limites d'élasticité et/ou de rupture en prenant en compte au minimum le premier et second invariant du tenseur des contraintes ou des contraintes principales.

Dans le plan pression moyenne p - contrainte déviatorique équivalente q, le critère délimitant le domaine élastique du domaine non linéaire s'exprime à partir d'une ou plusieurs fonctions du type $f(p, q; a_k, V_k) = 0$ où a_k sont des paramètres du matériau et V_k des variables du matériau (e.g., déformation plastique équivalente, endommagement, écrouissage,...). Les critères bien connus sont les critères de type Mises, Drucker-Prager, ... utilisés dans les matériaux courants.

Dans l'espace des contraintes principales, le critère s'exprime sous la forme d'une hypersurface définie par $f(p, q; a_k, V_k) = 0$. Les critères bien connues sont les critères de type Rankine, Tresca, Mohr Coulomb utilisés couramment dans le domaine des géométériaux.

Pour la mousse carbone, le premier critère est celui qui délimite la transition entre la phase élastique initiale et la phase plateau observée dans la plupart des essais. Ensuite pour chaque essai, les contraintes principales, la contrainte moyenne, p, et la contrainte déviatorique équivalente, q correspondant à différents états de déformation volumique (état de compaction) ont été caractérisées. La méthode d'extraction des couples $(p - q)$ pour chaque état de déformation volumique est illustrée dans la figure (4.33).

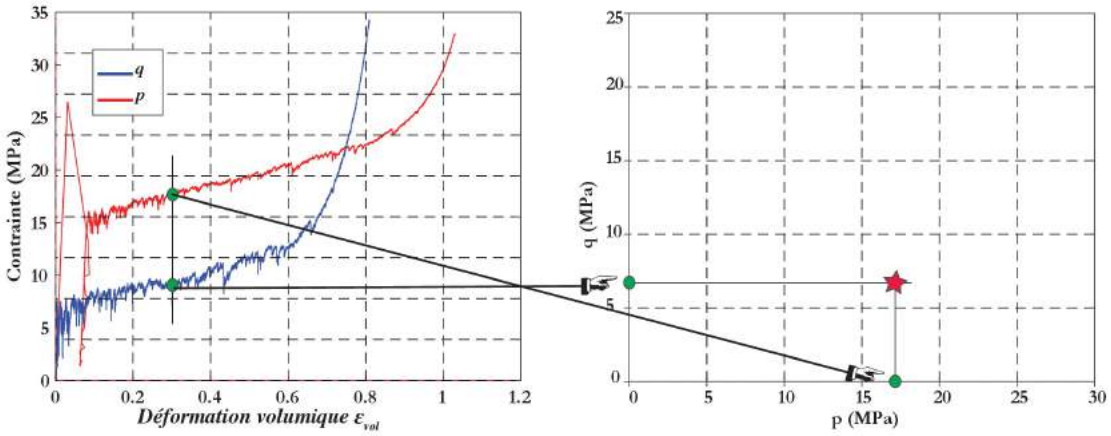
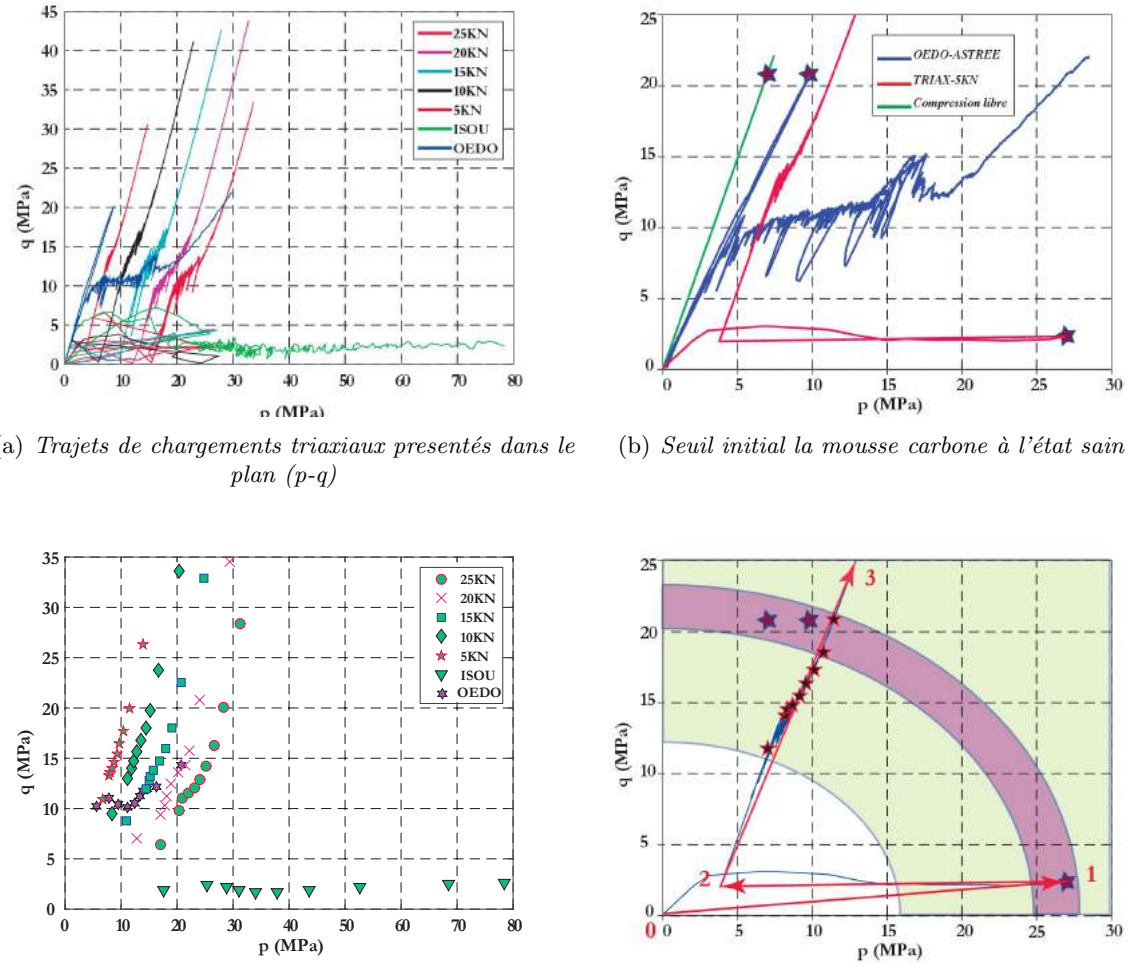


FIGURE 4.33 – *Détermination des points de la surface de charge dans le plan (p-q).*

Les graphes de la figure 4.34(a) et 4.34(c) montrent les trajets et les points expérimentaux dans le plan (p, q) correspondant à différents états de chargement ISOU, OEDO et TRIAX pour différentes déformations volumiques sur la mousse carbone HP02. L'augmentation de la limite d'élasticité avec celle de la densité relative mise en évidence est confirmée sur ces graphes sur les différents modes de chargement compressif. Le rôle de la pression moyenne, p, est mis en évidence. Lorsque la pression moyenne augmente, au-delà d'un seuil p_{max}, la contrainte déviatorique équivalente maximale diminue.

La figure 4.34(b) montre les points expérimentaux correspondant à la surface seuil du matériau sain c'est à dire la surface intiale atteinte sans tenir compte de l'effet structure (l'effet de confinement). On remarque que la mousse se comprime pour atteindre son seuil initial. Ensuite, elle se décharge suite aux ruptures fragiles, puis elle se récharge en compression de nouveau. La figure 4.34(d) illustre les



(a) *Trajets de chargements triaxiaux presentés dans le plan (p-q)*

(b) *Seuil initial la mousse carbone à l'état sain*

(c) *Evolution de la surface seuil initiale en fonction de la déformation volumique*

(d) *Etapes du chémain de sollicitation en compression triaxial*

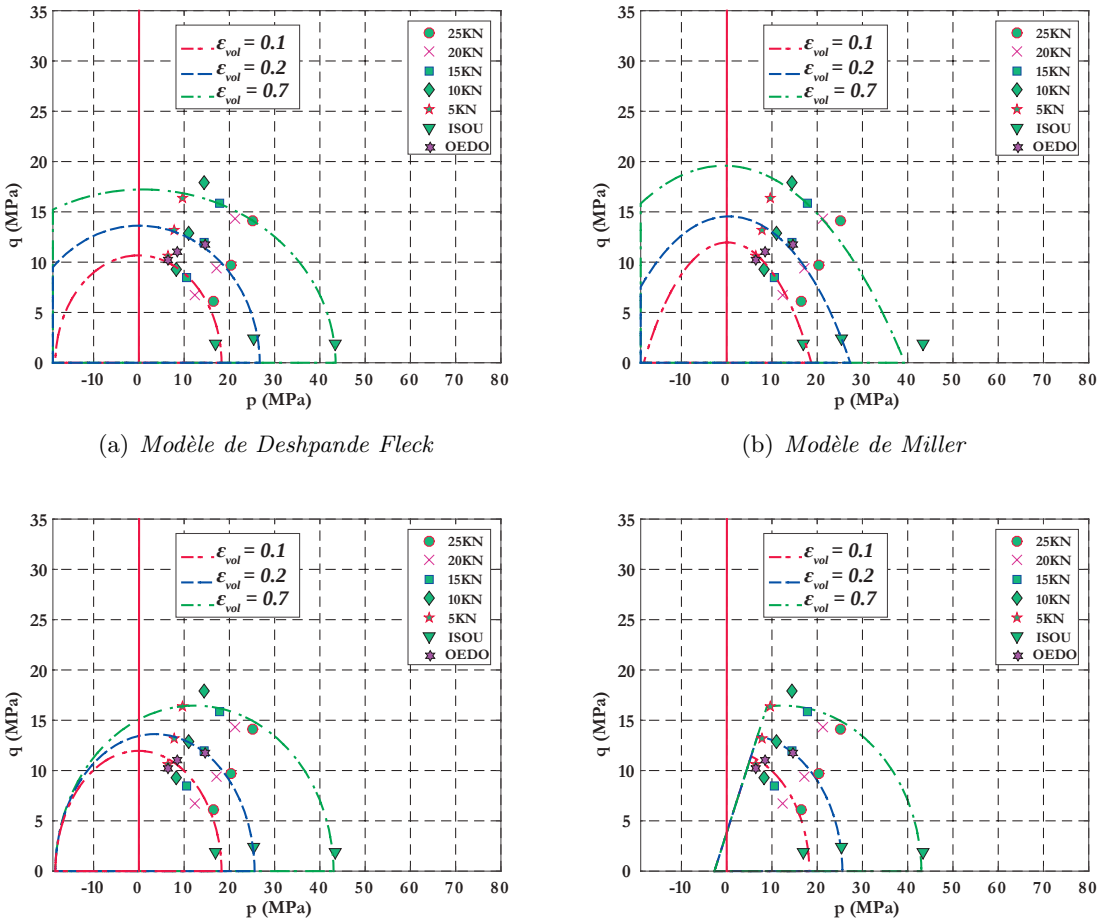
FIGURE 4.34 – *Evolution de la surface seuil de la mousse carbone dans le plan (p-q).*

différentes étapes du chemin de sollicitation auquel l'éprouvette de la mousse carbone HP02 est soumise dans le cas des essais triaxiaux.

Dans cette étude, il a été convenu de s'orienter vers des critères fonction de la pression moyenne p, et de la contrainte déviatorique équivalente, q, définis sous la forme $f(p, q) = 0$ pour être cohérent avec les modélisations proposées dans la littérature pour les matériaux cellulaires (chapitre 5).

Comme cela est détaillé dans la partie bibliographique du chapitre suivant, les points expérimentaux peuvent être fittés par deux familles de surface limite. Dans le plan (p, q), elles sont représentées soit par des ellipses, soit par la combinaison d'une portion d'ellipse pour les pressions moyennes élevées et des portions de droites pour les pressions moyennes plutôt faibles.

Les graphes de la figure 4.35, montrent l'identification faite à partir d'ellipses. Les points expérimentaux coincident remarquablement bien avec les courbes elliptiques. En revanche, ces courbes surestiment la



(a) *Modèle de Deshpande Fleck*

(b) *Modèle de Miller*

(c) *Modèle de Bilkhu Dubois*

(d) *Modèle de Drucker-Prager*

FIGURE 4.35 – *Surface de charge de la mousse carbone HP02 obtenus en compression fittées par des modèles de type elliptique.*

contrainte déviatorique équivalente maximale dans la zone de faibles pressions moyennes ou négatives, montrant les limites de la modélisation et la nécessité de borner le domaine (p, q), où ce type de modèle peut être utilisé.

Pour pallier à la faiblesse de la modélisation précédente, la solution pourrait consister à modéliser les surfaces seuils par un critère de type Drucker-Prager/Cap. Le résultat d'une telle identification est proposé sur les graphes de la figure 4.35.

6 Conclusion

Les essais de compression triaxiaux présentés dans ce chapitre ont permis de caractériser le comportement multiaxial de la mousse carbone. Quelque soit le trajet de chargement suivi, la mousse carbone a un comportement comparable à celui obtenu sous le chargement uniaxial avec différentes zones (élasticité, rupture, plateau et densification) bien identifiées.

Sous un chargement iso-déplacement, la résistance de la mousse carbone est légèrement plus élevée dans la direction de moussage que les directions orthogonale, ce qui confirme par conséquent son caractère légèrement isotrope transverse.

De fortes instabilités ont été observés le long de la phase plateau sous un chargement œdométrique. Elles sont essentiellement dues aux conditions limites (déformations latérales nulles). Dans la pratique, les contraintes latérales sont représentatives de la pression appliquée par la tôle sur la mousse carbone. Dans l'essai œdométrique, elles sont importantes et évoluent continuellement avec la charge axiale appliquée. Ceci indique que la mousse carbone possède un coefficient de Poisson plastique non nul qui évolue en fonction de sa déformation.

L'influence de la pression de confinement sur le comportement en compression de la mousse carbone a été identifiée à travers les essais de compression triaxiaux à confinement variable. La réponse macroscopique globale semble être identique quelque soit le confinement appliqué. En terme de résistance, la capacité de chargement de la mousse carbone est influencée par la pression appliquée : plus la pression de confinement augmente, plus la résistance de la mousse augmente et les déformations correspondantes sont plus importantes.

Grâce aux résultats de différents essais triaxiaux, la surface seuil de la mousse carbone a pu être identifiée par des critères de forme elliptique ou de forme du type Drucker-Prager Cap. Ceci ouvre la perspective de sélectionner un modèle adapté parmi plusieurs modèles de comportement proposés dans la littérature et décrits dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Modélisation du comportement mécanique de la mousse carbone

Contents

1 Introduction . . . 136

2 Modèles de comportement de plasticité compressible . . . 137

2.1 Critères de plasticité d'un matériau compressible . . . 137

2.2 Autres modèles de comportement implantés dans les codes EF ABAQUS et LS-DYNA . . . 146

2.3 Modèles implantés dans LS-DYNA . . . 146

2.4 Comparaison et choix des modèles . . . 147

3 Modélisation du comportement de la mousse carbone . . . 148

3.1 Equations constitutives du modèle . . . 149

3.2 Calcul du multiplicateur plastique . . . 152

3.3 Implémentation numérique . . . 152

4 Vérification de l'implémentation du modèle . . . 156

5 Identification des paramètres du modèle . . . 158

6 Validation du modèle numérique . . . 164

7 Simulation numérique d'un essai d'écrasement de mini-capots . . . 165

7.1 Campagne expérimentale menée . . . 165

7.2 Simulation numérique des essais d'écrasement axial . . . 168

8 Conclusion . . . 175

1 Introduction

La modélisation du comportement mécanique est au cœur de ce chapitre. Le premier objectif est de proposer une loi de comportement phénoménologique qui décrit de manière satisfaisante les principaux mécanismes de déformation et les réponses expérimentales du comportement de la mousse carbone. Le second objectif est de disposer d'un modèle opérationnel et robuste implanté dans le code d'éléments finis LS-DYNA, validé à travers des simulations d'essais complémentaires.

Le chapitre est organisé comme suit. D'abord, différents modèles de comportement phénoménologique utilisés pour les mousses et autres matériaux cellulaires sont présentés. Cette analyse bibliographique permet de justifier le choix du modèle de Deshpande-Fleck qui a été adopté et les modifications qui ont été apportées. Les paramètres du modèle ont été identifiés sur la mousse carbone de nuance HP02. Une présentation est également faite de l'implantation numérique du modèle dans une routine utilisateur UMAT dans le code LS-DYNA. Enfin quelques résultats de simulations sont présentés pour attester, d'une part du domaine de validité de la loi de comportement et, d'autre part, de tester la robustesse et la capacité du modèle à simuler des situations simplifiées de choc d'un mini-capot amortisseur.

En annexe (C), on rappelle de manière succinte le cadre général de la cinématique et de la statique et l'on donne quelques éléments sur la thermodynamique des processus irréversibles.

L'approche adoptée pour décrire le comportement de la mousse carbone est celle de la pseudo-plasticité continue. A la lumière des résultats et des observations décrits dans les chapitres précédents, cela pourrait paraitre paradoxal. La tentation a été forte de s'orienter vers des modèles de comportement de type micromécanique, ou du moins des modèles qui intègrent des informations d'origine microstructurale, comme le propose par exemple Hard af Segerstad *et al.* [Seg+08]. A notre connaissance, aucun modèle micromécanique n'est capable de décrire les fortes non-linéarités observées sur la mousse. Aussi, comme cela a déjà été mentionné à la fin du chapitre 2, l'approche phénoménologique nous est apparue comme étant la plus adaptée pour répondre à la problématique d'ingéniérie posée dans cette étude.

Dans le cadre de la modélisation choisie, un certain nombre d'hypothèses ont été formulées.

1. Le milieu poreux est considéré comme un milieu continu à l'échelle de la macrostructure. Ceci implique que le volume élémentaire représentatif (VER) soit suffisamment grand pour contenir une grande quantité de cellules.
2. Le VER n'échange pas de matière avec les VER voisins. Le problème peut se poser lorsque le matériau se dégrade et que les fines particules produites s'écoulent à travers les zones voisines. C'est notamment le cas au voisinage des zones fortement endommagées. Si l'on fait abstraction de ce type de phénomène, il n'est pas nécessaire de formuler la loi de comportement dans le cadre de la mécanique des milieux poreux, telle qu'elle est décrite par exemple par Coussy [Cou95].
3. Le principe de l'état local est valable [Ger+83]. Il implique que l'état thermodynamique d'un milieu matériel en un point M et à un instant donné t est complètement défini à partir d'un ensemble de variables d'état V_i définies en ce point, et de la connaissance des dérivées temporelles. Ces variables sont des grandeurs extérieures (la contrainte, la déformation totale, la température, ...) ou des variables internes (par exemple la déformation anélastique, l'écrouissage, l'endommagement, ...).

4. Bien que des phénomènes rapides puissent avoir lieu, le comportement peut-être décrit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, où les évolutions peuvent être considérées comme une succession d'états d'équilibre. Les processus devant être thermodynamiquement adminssibles et la loi de comportement doit satisfaire le second principe et en particulier l'inégalité de Clausius-Duhem [Lem+09].

2 Modèles de comportement de plasticité compressible

Les principaux modèles de plasticité des matériaux mousses ont été développés en considérant le comportement comme étant isotrope. Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, la décomposition du tenseur des contraintes en un tenseur hydrostatique et un tenseur déviatorique est particulièrement appropriée pour ces matériaux. Les critères se présentent donc sous la forme de combinaisons linéaires ou quadratiques de la contrainte équivalente de Von Mises (q) et la pression moyenne (p) définies par les équations Eq.(2.15) et Eq.(2.11).

La plupart de ces modèles considèrent que les lois d'évolution sont associées. Elles dérivent d'un potentiel plastique g qui est égal à la fonction seuil ou fonction de charge f. Dans certains modèles, l'écoulement plastique n'est pas associé. La loi d'évolution découle alors d'une fonction convexe g. Les lois d'écrouissage sont également variables d'une loi l'autre.

Une description de quelques modèles phénoménologiques des mousses et matériaux cellulaires est présentée dans cette section. La partie élasticité n'est pas discutée ici car elle est classique. D'autres modèles, potentiellement intéressants pour l'étude et disponibles dans les codes éléments finis ABAQUS et LS-DYNA, sont également présentés de manière plus succinte. Enfin, cette section s'achève par la comparaison des apports de différentes lois, afin de justifier le modèle retenu pour décrire le comportement de la mousse carbone.

2.1 Critères de plasticité d'un matériau compressible

2.1.1 Modèle de Green

Le modèle de Green est un des premiers modèles non-linéaires isotropes, développés pour les matériaux poreux contenant des pores approximativement sphériques ou des fissures distribuées aléatoirement [Gre72 ; Bla03]. Dans ce modèle, la fonction seuil décrivant la surface de charge est définie par

$$f(J_2, I_1) = \sqrt{C_S J_2 + F_c I_1^2} - Y \tag{5.1}$$

où I_1 et J_2 sont definies par les équations Eq.(2.12) et Eq.(2.14). C_s et F_c sont deux paramètres matériau fonction de la porosité Φet Y la limite d'élasticité en compression simple. Le critère est atteint lorsque $f = 0$.

Cette formulation permet de retrouver aisément la fonction seuil définissant le critère de von Mises, pour $F_c = 0$ et $C_s = 1$.

Le modèle étant associé, $g = f$, la loi d'évolution de la déformation plastique est déduite à partir de la règle de normalité

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \sigma} \tag{5.2}$$

où $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur obtenu par la relation de cohérence $df = 0$.

La forme générique de la fonction de charge f et la loi d'évolution ont été explicitées par Green à l'aide de modèles simplifiés. En particulier, il a montré que la porosité joue ici le rôle de variable d'écrouissage, C_s et F_c etant fonctions de ϕ.

Le modèle présente un bon compromis entre simplicité théorique et numérique, et permet de décrire de manière satisfaisante la réponse expérimentale des mousses métalliques [Bla03]. En contre-partie, ce critère ne distingue pas les comportements en traction et en compression.

2.1.2 Modèle de Zhang *et al.*

Le modèle de comportement élastoplastique de Zhang *et al.* [Zha+98] se distingue du modèle précédent, d'une part parce que la fonction de charge f, bien que du type quadratique, prend en compte le caractère assymétrique traction/compression et, d'autre part, le modèle est non associé.

La fonction de charge f est définie par

$$f(p,q) = \frac{[p-p_0]^2}{a} + \frac{(q)^2}{b} - 1 \tag{5.3}$$

où les paramètres matériaux a, b et p_0 sont fonction de la déformation volumique plastique ε_{vol}^{pl}.

Dans le plan méridional (p,q), ce critère est caractérisé par une demi-ellipse décentrée par rapport à l'origine (Fig. 5.1).

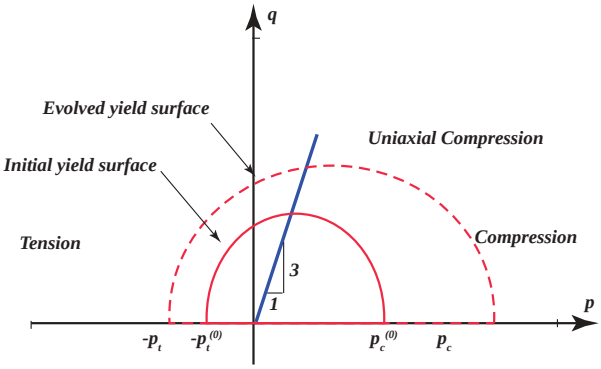


FIGURE 5.1 – *Critère de limite d'élasticité de Zhang d'après [Zha+98]*

Le potentiel plastique est défini par la fonction g

$$g(p,q) = \sqrt{\alpha^2 p^2 + q^2} \tag{5.4}$$

où α un paramètre matériau.

La loi d'écoulement est alors donnée par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda}\frac{\partial g(p,q)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.5}$$

où le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ est défini par la relation de cohérence.

Dans ce modèle, le coefficient de Poisson plastique est défini en termes de vitesse et vaut dans un essai de compression simple :

$$\nu^{pl} = -\frac{\dot{\epsilon}^{pl}_{lat}}{\dot{\epsilon}^{pl}_{axi}} \tag{5.6}$$

où $\dot{\epsilon}^{pl}_{lat}$ est la vitesse de déformation plastique latérale et $\dot{\epsilon}^{pl}_{axi}$ est la vitesse de déformation plastique dans la direction de chargement.

Sa mesure permet d'identifier directement le coefficient α

$$\alpha^2 = \frac{9}{2}\frac{1-2\nu^{pl}}{1+\nu^{pl}} \tag{5.7}$$

Le modèle de Zhang *et al.* a été développé pour modéliser le comportement multiaxial des mousses polymères. Les principaux avantages du modèle résident dans le fait que la pression hydrostatique en traction n'est pas constante et qu'aucun écrouissage volumique existe sous un chargement purement déviatorique. Ce modèle permet également de prendre en considération l'effet de la température et l'effet de la vitesse de déformation.

2.1.3 Modèle d'Ehlers

Le modèle proposé par Ehlers *et al.* a été développé principalement pour les matériaux granulaires poreux [Ehl95 ; WE99].

La fonction de charge f s'écrit :

$$f(J_2, I_1, \theta) = \sqrt{[J_2(1-\frac{2}{3\sqrt{3}}\gamma sin(3\theta))^m + \frac{1}{2}\alpha I_1^2 + \delta^2 I_1^4]} - \beta I_1 + \varepsilon I_1^2 - \sigma_y \tag{5.8}$$

où α, β, γ, δ,m, et σ_y sont des paramètres matériaux, et θ est l'angle de Lode.

Le potentiel plastique est défini par :

$$g(J_2, I_1, \theta) = \sqrt{J_2 + \frac{1}{2}\alpha I_1^2 + \delta^2 I_1^4} + \beta I_1 + \varepsilon I_1^2 \tag{5.9}$$

où α, β, ε et δ sont les paramètres qui interviennet dans la fonction charge.

Ce modèle a été adapté pour la description du comportement des mousses aluminium [WE99]. La particularité qui distingue ce modèle par rapport aux autres présentés en amont est sa dépendance au troisième invariant de déviateur des contraintes.

2.1.4 Modèle de Gürson

Le modèle de Gurson a été initialement développé pour caractériser le comportement plastique des matériaux métalliques poreux, dont la porosité est induite par l'endommagement [Gur77]. Il a été ensuite amélioré par différents auteurs, la version la plus connue étant celle proposée par Tvergaard et Needleman [Gur77 ; TN84].

La fonction seuil f originale de Gurson [Gur77], modifiée par Tvergaard et Needleman est définie par :

$$f(p,q) = \left(\frac{q}{\overline{\sigma}}\right)^2 + 2\phi^* q_1 \cosh\left(\frac{p}{2\overline{\sigma}}\right) - \left(1 + (q_1\phi^*)^2\right) \tag{5.10}$$

où $\overline{\sigma}$ est la limite d'élasticité moyenne de la matrice, et ϕ^* est la porosité, donnée par :

$$\begin{array}{lll} \phi^* = \phi & \text{pour} & \phi \leq \phi_c \\ \phi^* = \phi_C + K(\phi - \phi_C) & \text{pour} & \phi > \phi_c \end{array} \tag{5.11}$$

q_1 un paramètre matériau. Le modèle original de Gürson s'obtient pour $q_1 = 1$, $k = 1$et $\phi^* = \phi$.

La loi d'écoulement plastique est associée et est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}^{pl}_{dev} = \dfrac{3}{2}\dfrac{\dot{\varepsilon}^{pl}_{eq}}{q}\mathbf{s} \\ \\ \dot{\varepsilon}^{pl}_{vol} = \dfrac{\phi}{2}\dfrac{\overline{\sigma}}{q}\sinh\left(\dfrac{3}{3}\dfrac{\overline{\sigma}}{q}\right)\dot{\varepsilon}^{pl}_{eq} \end{cases} \tag{5.12}$$

La loi d'évolution de la porosité est donnée :

$$\dot{\phi} = (1-\phi)\mathrm{tr}(\varepsilon^{pl}_{eq}) \tag{5.13}$$

On notera ici que ce modèle est une extension du modèle de plasticité associé sans porosité basé sur le critère de plasticité de Von Mises.

Ce type de modèle a été utilisé pour la modélisation de mousses métalliques [Gar+06]. Cependant, pour les mousses d'aluminium, son identification n'a pas été convaincante en comparaison avec le modèle de Green ou celui de Desphande et Fleck présenté plus loin. Selon Garsot et *al.*, ceci est dû à la forte porosité ainsi qu'à l'approximation faite sur la forme des cellules.

2.1.5 Modèle de Miller

Miller *et al.* [Mil00] ont développé un modèle de comportement élastoplastique pour les matériaux à forte compressibilité. La fonction de charge f est exprimée en fonction de p et q et est dérivée de la combinaison du critère de Drucker-Prager et du critère elliptique GAZT de Gibson *et al.* [Gib+89].

$$f(p,q) = q - \gamma\, p + \frac{\alpha}{d}p^2 - d \tag{5.14}$$

où γ, α et d sont des paramètres matériau.

La présence du terme linéaire en pression hydrostatique permet de distinguer les réponses en traction et compression. La fonction seuil $f(\boldsymbol{\sigma})$ peut être identifiée par des essais de traction et de compression.

La loi d'évolution du modèle associé s'obtient par :

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda}\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} & \text{pour} \quad f(p,q) = 0 \quad \text{et} \quad \mathrm{d}f(p,q) > 0 \\ \dot{\varepsilon}^{pl} = 0 & \text{pour} \quad f(p,q) < 0 \end{cases} \tag{5.15}$$

La fonction d'écrouissage est introduite à partir de la courbe de compression simple en faisant dépendre la limite σ_c de la déformation volumique ε_{vol} et de la déformation plastique cumulée $\overline{\varepsilon}_{pl}$ définie par :

$$\overline{\varepsilon}_{pl} = \int_O^{\varepsilon_{ij}} \frac{\sigma_{ij}\mathrm{d}\varepsilon_{ij}^{pl}}{\sigma_c} \tag{5.16}$$

Dans l'essai uniaxial, comme le matériau est compressible, le rapport de la déformation latérale plastique ε_{lat}^{pl} sur la déformation axiale plastique ε_{axi}^{pl} est, au signe près définit le coefficient de Poisson plastique ν^{pl} :

$$\nu^{pl} = -\frac{\varepsilon_{lat}^{pl}}{\varepsilon_{axi}^{pl}} \tag{5.17}$$

Les paramètres matériau γ, α et d sont identifiés à partir des essais de compression et traction uniaxiales en fonction de σ_c, $\beta = \sigma_c/\sigma_t$ et de ν^{pl} en considérant β et ν^{pl} constants.

2.1.6 Critère de Shreyer

Schreyer et al. [Sch94] ont proposé un modèle permettant de décrire le comportement anisotrope des matériaux cellulaires en introduisant un écrouissage cinématique initial dans le critère de plasticité :

$$f_{She}(\sigma, b) = \sqrt{(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{b}) : (\boldsymbol{S} - \boldsymbol{b})} - Y \tag{5.18}$$

Ce critère défini par l'équation 5.18 est représenté par une sphère dans l'espace des contraintes principales.
L'identification du modèle se fait à partir d'un essai de compression hydrostatique et des essais de compression uniaxiaux suivant les trois directions orthogonales. L'écoulement plastique de ce modèle est non associé, il est similaire à celui de modèle Deshpande et Fleck décrit plus loin.

L'écrouissage considéré isotrope évolue avec la déformation volumique plastique. La fonction d'écrouissage est constante le long du plateau. Quand la déformation volumique atteint une valeur critique l'écrouissage est mis en place.

2.1.7 Modèle de Drucker-Prager/ Cap

Le modèle de Drucker-Prager/Cap est une extension du modèle standard linéaire de Drucker-Prager [Dru+51] pour rendre compte de la présence de deux mécanismes de déformation plastique observés lors de la compaction des géomatériaux Fig.5.2. Le modèle décrit en détail dans la notice d'ABAQUS [Aba11] est un modèle de plasticité non associée. Le critère de limite d'élasticité ($f_{DP} = 0$ ou $f_{cap} = 0$) est défini à partir de plusieurs fonctions seuil définies par :

$$\begin{cases} f_{DP}(p,q) = q - p\tan\beta - d \\ f_{cap}(p,R_q) = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[\dfrac{R_q}{1+\alpha-\alpha/\cos\beta}\right]^2} - R(d + p_a\tan\beta) \end{cases} \tag{5.19}$$

où d et β sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement du critère de Drucker-Prager, et p_a et R définissent respectivement la position et la forme du critère de cap. α est une constante permettant de raccorder les deux courbes de manière plus régulière dans la zone d'intersection par une petite portion de courbe définie par un troisième critère, $f_r = 0$. Cette forme de critère permet d'avoir une bonne prédiction du comportement en compression dans le domaine des taux de triaxialité élevés en fermant la surface de charge conique par une demi ellipse (surface Cap).

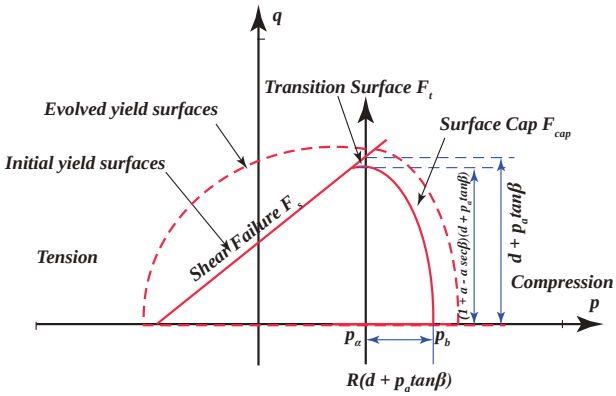


FIGURE 5.2 – *Critère de limite d'élasticité du modèle de Drucker-Prager / Cap et allure du potentiel plastique d'après [Aba11].*

Ce modèle de plasticité est non associé. On définit deux potentiels plastiques g_{DP} et g_{cap} selon le mécanisme de déformation mis en jeu :

$$\begin{cases} g_{DP}(p,q) &= \sqrt{(p-p_a)^2\tan^2\beta + \left[\dfrac{q}{1+\alpha-\alpha/\cos\beta}\right]^2} \\ g_{cap}(p,R_q) &= \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[\dfrac{R_q}{1+\alpha-\alpha/\cos\beta}\right]^2} \end{cases} \tag{5.20}$$

d'où est déduite la loi d'écoulement :

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda}\frac{\partial g(p,q)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.21}$$

Ce modèle est largement utilisé pour les géomatériaux. Dans sa version initiale décrite par une droite dans le plan méridional de contrainte, ce critère est efficace seulement pour la modélisation de la rupture des matériaux cellulaires [RE00]. Ce modèle a également été largement utilisé pour modéliser le comportement des différentes nuances des poudres [Can07 ; Fra02 ; Fre15].

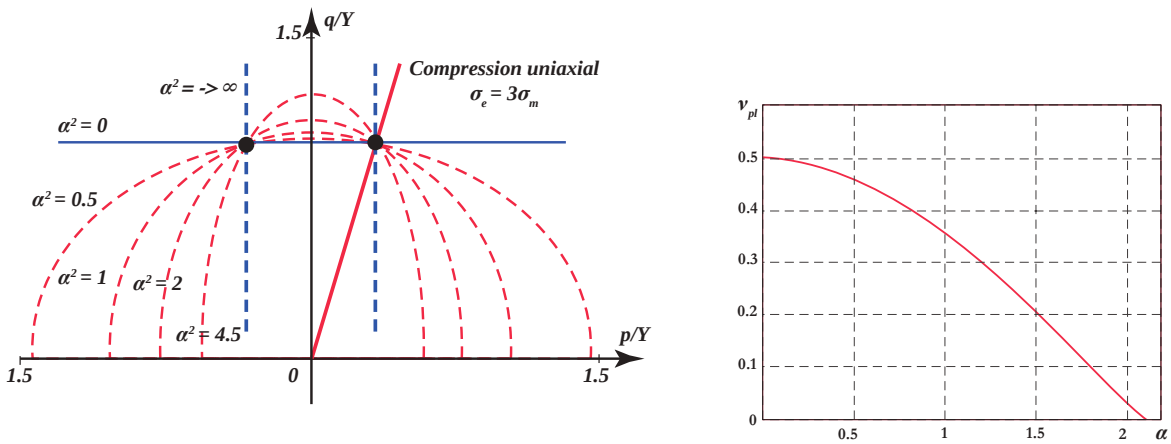
2.1.8 Modèles de Deshpande et Fleck (DF)

S'appuyant sur des résultats d'essais multi-axiaux (notamment axi-symmétriques) sur des mousses d'aluminium (Alporas and Duocel) , Deshpande et Fleck ont développé deux modèles de comportement élastoplastique en adoptant des fonctions de charge quadratiques dans l'espace des contraintes (p, q) [DF00].

Dans le premier modèle (dit modèle auto-similaire), les surfaces de charge, pour différents états d'écrouissage isotrope, sont considérées comme auto-similaires. La fonction de charge s'écrit sous la forme

$$f(p,q) = \hat{\sigma} - Y \qquad \text{avec} \qquad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left(q^2 + \alpha^2 p^2\right) \tag{5.22}$$

où $\hat{\sigma}$ est la contrainte équivalente qui se réduit à la contrainte équivalente de von Mises q lorsque $\alpha = 0$. Ce coefficient α caractérise la forme de la surface de plasticité elliptique. Y est un paramètre d'écrouissage qui dépend de la déformation plastique équivalente $\hat{\varepsilon}^{pl}$, elle-même fonction des déformations totales volumique et déviatorique équivalente.



(a) *Critère de DF en fonction de* α

(b) *Relation entre* ν^{pl} *et* α

FIGURE 5.3 – *a) Représentation graphique de l'ellipse de Deshpande et Fleck dans le plan (p-q) ; b) Evolution du coefficient de poisson plastique en fonction du coefficient de forme* α.

Les graphes de la figure 5.3 montrent l'évolution de la surface de charge de modèle DF et celui du coefficient de Poisson plastique en fonction du facteur de forme α.

Le modèle étant associé, la loi d'écoulement plastique, déduite par dérivation de la fonction f. Elle s'exprime par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \frac{\dot{Y}}{H}\frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.23}$$

où le module d'écrouissage H est défini par

— soit une fonction linéaire de $q/\hat{\sigma}$, sous la forme :

$$H = \frac{q}{\hat{\sigma}} h_\sigma + \left(1 - \frac{q}{\hat{\sigma}}\right) h_p \tag{5.24}$$

où h_σ et h_p sont des paramètres matériau ;

— soit une fonction de $\hat{\varepsilon}$ et de $\boldsymbol{\sigma}/\left|\boldsymbol{\sigma}\right|$.

Le second modèle proposé par Deshpande et Fleck (dit modèle à écrouissage différentiel), assouplie la condition d'évolution de la surface de charge qui n'est plus auto-similaire lors de la phase d'écrouissage. La fonction de charge prend la forme :

$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \left(\frac{q}{S}\right)^2 + \left(\frac{p}{P}\right)^2 - 1 \tag{5.25}$$

où S et P sont respectivement les limites d'élasticité en cisaillement et en chargement hydrostatique qui évoluent en cours de chargement.

La loi d'évolution de la déformation plastique dérive toujours de f et les lois d'évolution des variables d'écrouissage, $\dot{S}$ et $\dot{P}$, sont fonctions des vitesses de déformation déviatorique et hydrostatique. La fonction d'écrouissage H est prise sous la forme :

$$\begin{aligned} H \quad = \quad & \frac{4}{P}\left(\frac{p}{P}\right)^2 \left[\frac{h_{11}}{P}\left(\frac{p}{P}\right)^2 + \frac{h_{12}}{S}\left(\frac{q}{S}\right)^2\right] \\ & \frac{4}{S}\left(\frac{q}{S}\right)^2 \left[\frac{h_{21}}{P}\left(\frac{p}{P}\right)^2 + \frac{h_{22}}{S}\left(\frac{q}{S}\right)^2\right] \end{aligned} \tag{5.26}$$

Le second modèle, plus riche que le premier est a priori plus précis pour décrire les réponses, mais il est également plus complexe à mettre en œuvre. C'est pourquoi pour les cas courants, les auteurs recommandent le premier modèle. Ils notent cependant que pour des chargements non proportionnels, l'anisotropie induite joue un role non négligeable en grandes transformations et de ce fait, il est souhaitable d'utiliser des modèles dans lesquels un écrouissage cinématique est pris en compte.

Le modèle de Deshpande-Fleck a été implanté dans LS_Dyna par Reyes *et al.* sous le nom de MAT 154 [Rey+03] en modifiant l'évolution de la variable d'écrouissage Y. Cette dernière est écrite sous la forme :

$$Y = \sigma_p + \gamma\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_d} + \alpha_2 Log\left(\frac{1}{1 - (\hat{\varepsilon}/\varepsilon_d)^\beta}\right) \tag{5.27}$$

où σ_p, α_2, γ et β sont des paramètres matériau et la déformation à la densification ε_d est donnée par $\varepsilon_d = -\ln(\rho/\rho_0)$.

Cette forme d'écriture a permis à Reyes *et al.* d'introduire un aspect statistique prenant en compte le fait qu'initialement la masse volumique n'est pas uniforme, mais distribuée aléatoirement. Dans cette

version, les paramètres σ_p, α_2, γ et β sont également des fonctions de la densité initiale et sont donc également distribués de manière aléatoire.

Pour simuler le comportement des matériaux mousses présentant une expansion latérale non-nul au cours de leur écrasement, Doyoyo et *al.* [DW03] ont proposé une nouvelle formulation du critère d'admissibilité de Deshpande et Fleck en introduisant cette fois-ci un coefficient de Poisson non nul évoluant en fonction de la déformation équivalente selon une loi puissance décrite par :

$$\nu_p = \nu_{p0} + \eta(\hat{\varepsilon})^m \tag{5.28}$$

où ν_{p0}, η et m sont des paramètres du matériau.

La simulation de la réponse mécanique de la mousse d'aluminium en compression uniaxiale, montre uniquement un changement notable de l'évolution de l'expansion latérale qui se développe au cours de chargement. Lorsque le comportement est élastique, l'éprouvette se déforme peu latéralement. Ensuite en plasticité, la déformation latérale augmente progressivement en fonction de la déformation équivalente selon la loi proposée pour le coefficient de Poisson plastique. Le comportement global en compression uniaxiale est assez similaire à celui obtenu par la loi initiale de Deshpande et Fleck.

Pour prendre en compte les effets d'anisotropie, Tagarielli et *al.* ont modifié le critère d'admissibilité générale de Deshpande et Fleck en incluant un tenseur plastique paramétrable afin de l'adapter au comportement anisotrope des matériaux compressibles. Ce modèle continu peut être particularisé ensuite pour modéliser le comportement des matériaux isotropes et isotropes transverses [Tag+05 ; Mai10] comme c'est le cas du liège et du balsa.

Le nouveau critère proposé ainsi que le tenseur plastique sont définis par :

$$f = \boldsymbol{\sigma}\boldsymbol{P}\boldsymbol{\sigma}^T - Y \tag{5.29}$$

où P est défini par :

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & -P_{12} & -P_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -P_{12} & P_{22} & -P_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -P_{13} & -P_{23} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{66} \end{bmatrix} \tag{5.30}$$

2.1.9 Modèle de Chen et Lu

En s'appuyant sur la base des données expérimentales de Deshpande et Fleck, Chen et Lu [CL00] ont proposé une version simplifiée du modèle à écrouissage différentiel de Deshpande et Fleck. La fonction de charge est donnée par :

$$f(p,q) = \hat{\sigma}^2 + C(\hat{\varepsilon})p^2 - Y(\hat{\varepsilon}) \tag{5.31}$$

où $C(\hat{\varepsilon})$ et $Y(\hat{\varepsilon})$ sont des paramètres matériau dont les fonctions peuvent être identifiées à partir d'essais de compression uniaxiale et hydrostatique. $\hat{\sigma}$ et $\hat{\varepsilon}$ sont respectivement la contrainte équivalente et la

déformation équivalente de Deshpande et Fleck.

$$C(\bar{\varepsilon}) = \frac{\bar{\sigma_{hc}}^2 - \bar{\sigma_{uc}}^2}{\bar{\sigma_{uc}}^2/(9+\alpha^2) - \bar{\sigma_{hc}}^2/\alpha^2} \tag{5.32}$$

$$Y(\bar{\varepsilon}) = \bar{\sigma_{hc}}^2 \bar{\sigma_{uc}}^2 \frac{1/(9+\alpha^2) - 1/\alpha^2}{\bar{\sigma_{uc}}^2/(1+\alpha^2 - \bar{\sigma_{hc}}^2/\alpha^2)} \tag{5.33}$$

Etant donné que le modèle est associé, la loi d'évolution de la déformation plastique est donée par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda}\frac{\partial f(p,q)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.34}$$

Les simulations faites par Chen et *al.* avec ce modèle montrent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux [CL00]. Le modèle donne également une prédiction beaucoup plus précise que le critère DFH.

2.2 Autres modèles de comportement implantés dans les codes EF ABAQUS et LS-DYNA

2.2.1 Modèle Crushable Foam

Dans le code d'éléments finis ABAQUS [Aba11] un modèle de comportement spécifique a été implanté pour simuler le comportement des mousses qui est appelé modèle Crushable Foam. Dans ce modèle non associé, la fonction de charge est définie par :

$$f(p,q) = \sqrt{q^2 + \alpha^2(p-p_0)^2} - B \tag{5.35}$$

dont le critère limite d'élasticité $f = 0$ caractérise une ellipse décentrée par rapport à l'axe du cisaillement dans le plan des contraintes (p, q).

Le potentiel plastique est défini par :

$$g(p,q) = \sqrt{q^2 + \beta^2 p^2} \tag{5.36}$$

La loi d'évolution de la déformation plastique est donnée par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda}\frac{\partial g(p,q)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.37}$$

Dans le code ABAQUS, deux sous-modèles sont proposés : un modèle à écrouissage isotrope et un modèle à écrouissage volumique. Cette loi permet également de prendre en compte la dépendance à la vitesse de déformation.

2.3 Modèles implantés dans LS-DYNA

Plusieurs modèles de comportement sont disponibles dans le code éléments finis LS-DYNA, comme par exemple MAT 026 et MAT 126 pour décrire le comportement des matériaux compressibles anisotropes ou encore le Crushable Foam MAT 063 adapté aux mousses à comportement isotrope, ou le

modèle Bilkhu/Dubois (MAT 075). A notre connaissance, une description précise de chaque modèle n'est pas disponible dans la littérature. Hanssen *et al.* [Han+02] ont inventorié les modèles disponibles dans LS-DYNA. Ils sont regroupés dans les tableaux 5.1 à 5.3.

Type de modèle	Fonction de charge f
MAT 026	$f_{ij} = \lvert\sigma_{ij}\rvert - Y_{ij} \qquad i,j = \{1,2,3\}$
MAT 126	$f_{ij} = \lvert\sigma_{ij}\rvert - Y_{ij} \qquad i,j = \{1,2,3\}$
MAT 063	$f_i = \lvert\sigma_i\rvert - Y_i \qquad i = \{1,2,3\}$
MAT 075	$f = \left(\frac{p-\frac{1}{2}(p_c-p_t}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{b}\right)^2 - 1$
MAT 154	$f = \frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left(q^2 + \alpha^2 p^2\right) - Y$

TABLE 5.1 – *Fonctions de charge de modèles disponibles dans LS-DYNA, d'après [Han+02]*

Type de modèle	Fonction d'écrouissage Y
MAT 026	$Y_{ij} = Y^0_{ij} + H_{ij}(e_V) \qquad i,j = \{1,2,3\}$
MAT 126	$Y_{ij} = Y^0_{ij} + H_{ij}(e_{ij}) \qquad i,j = \{1,2,3\}$
MAT 063	$Y = Y^0 + H(e_V) \qquad \text{et} \qquad Y_t = Y^0_t$
MAT 075	$p_c = p^0_c + H_p(\varepsilon_v)$,
	$p_t = \frac{1}{10}p_c$,
	$a = \frac{1}{2}(p_c + p_t)$,
	$Y = Y^0 + H(\varepsilon^{pl}) \qquad , \qquad \varepsilon^{pl} = \varepsilon_V$,
	$b = Ma$
MAT 154	$Y = \sigma_p + \gamma\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_D} + \alpha_2 Log\left(\frac{1}{1-(\hat{\varepsilon}/\varepsilon_D)^\beta}\right)$

TABLE 5.2 – *Fonctions d'écrouissage de modèles disponibles dans LS-DYNA, d'après [Han+02]*

Type de modèle	tenseur taux de déformations anélastiques $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$
	$\dot{\varepsilon}^{pl}_{ij} = \dot{\lambda}\ \partial g_{\overline{\partial\sigma_{ij}}}$height
MAT 026	$g_{ij} = f_{ij} = \lvert\sigma_{ij}\rvert - Y_{ij} \qquad i,j = \{1,2,3\}$
MAT 126	$g_{ij} = f_{ij} = \lvert\sigma_{ij}\rvert - Y_{ij} \qquad i,j = \{1,2,3\}$
MAT 063	$g_i = f_i = \lvert\sigma_i\rvert - Y_i \qquad i = \{1,2,3\}$
MAT 075	$f = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\sigma}} = \sqrt{q^2 + \frac{9}{2}p^2}$
MAT 154	$g = \frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left(q^2 + \alpha^2 p^2\right)$

TABLE 5.3 – *Potentiel plastique des modèles disponibles dans LS-DYNA, d'après [Han+02]*

2.4 Comparaison et choix des modèles

Le choix du modèle de comportement pour la mousse carbone est un compromis entre simplicité et représentativité. Il doit être suffisamment simple pour être facile à mettre en oeuvre, et suffisamment précis pour être prédictif, de sorte à garantir un dimensionnement fiable du capot amortisseur.

Les modèles MAT 26, MAT 63 et MAT 126 disponibles dans LS-DYNA sont très différents des autres modèles. Associés à un repère matériau pré-défini pour les modèles HoneyComb et Modified HoneyComb ou principal pour le modèle Crushable Foam, ils ne font pas intervenir dans leurs formulations les invariants du tenseur des contraintes. Ils donnent donc des résultats peu pertinents lors de la simulation de sollicitations fortement multiaxiales. Pour cette raison et malgré leur simplicité, ils ont été écartés dès le début de ce travail.

Les modèles Chen /Lu et Bilkhu/Dubois permettent de prendre en compte les chargements multiaxiaux, ainsi que des seuils différents en traction et en compression hydrostatique.

Le modèle de Deshpande et Fleck peut raisonnablement être identifié sur un seul essai de compression et ne requiert que l'identification de quatre paramètres. Il conduit à des simulations assez pertinentes pour les mousses à haute densité relative.

Dans le cadre de l'étude, il a été décidé d'utiliser ce dernier modèle, bien qu'il soit basé sur une formulation en plasticité, alors que clairement, il a été observé que les mécanismes de déformation non linéaire sont de nature différente.

Le tableau 2.4 récapitule les principales caractéristiques des différents modèles.

Modèle	Nature		Critère				Lois d'évolution					Identification		
	Isotrope	Anisotrope	Invariants (p, q)	Contraintes principales	Dissymétrie T/C$^{(*)}$	Multi-critères	Endommagement	Plasticité	Vitesse	Multi-mécanismes	Localisation	Essais 1D	Essais 2D ou 3D	Nb de paramètres
Miller	•		•					•				•		4
Deshpande et Fleck	•	•	•		•	•		•	•			•	•	8
Chen et Lu	•		•					•					•	3
Zhang	•		•		•			•	•				•	3
Ehlers		•	•					•				•	•	8
Shreyer		•	•					•				•	•	5
Green	•		•					•				•	•	3
Gürson	•		•				•	•					•	5
Drucker-Prager/Cap	•		•			•		•		•			•	4
Modèles 26,126 et 142	•	•		•				•				•	•	-
Modèle 63	•			•				•				•	•	6
Bilkhu Dubois	•		•		•			•				•	•	7

TABLE 5.4 – *Comparaison des modèles de plasticité applicables aux mousses*

3 Modélisation du comportement de la mousse carbone

Comme nous avons pu le voir dans les chapitres précédents, la mousse carbone a un comportement légèrement isotrope transverse. Dans cette étude, il a été convenu de le modéliser par une loi de

comportement de type isotrope. Les déformations étant grandes, on adopte le cadre des grandes transformations en considérant la mesure des déformations lagrangiennes de type Hencky ou logarithmique ($\boldsymbol{\varepsilon}_L$) que nous écrirons par la suite simplement par $\boldsymbol{\varepsilon}$ pour des raisons de commodité.

Nous présentons ci-dessous plus en détail le modèle de Deshpande et Fleck, qui a été adopté. Notre contribution a été d'adapter ce modèle qui est disponible dans le code de calculs par éléments finis LS-DYNA, au matériau étudié en modifiant l'expression du coefficient de Poisson plastique, de sorte à mieux décrire l'expansion latérale de la mousse observée au cours des essais. Cette modification a été faite en se basant sur une prémière identification du modèle standard de Deshpande et Fleck où le coefficient de Poisson plastique identifié n'est pas constant.

3.1 Equations constitutives du modèle

Dans le cadre des grandes transformations rappelé en annexe (C), on adopte l'hypothèse de la partition des vitesses de déformation, soit :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \tag{5.38}$$

où $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ représente le tenseur vitesse de déformation ou tenseur des taux de déformation totale.

On rappelle que la vitesse $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ est associée au tenseur gradient des vitesses $\mathbf{L}$ par :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{D} = \mathbf{L} - \boldsymbol{\Omega} \tag{5.39}$$

où $\boldsymbol{\Omega}$ est le tenseur taux de rotation avec :

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\right) \qquad ; \qquad \boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T\right) \tag{5.40}$$

Le comportement élastique est supposé linéaire. Il est dérivé du potentiel énergie libre spécifique de Helmholtz ψ qui s'écrit sous la forme :

$$\rho_0\psi = \rho_0\psi(\overline{\mathbf{E}}^{el}, \mathbf{V_i}, ...) \tag{5.41}$$

où $\overline{\mathbf{E}}^{el}$ est le tenseur des déformations élastiques dans la configuration intermédiaire $\mathcal{C}_r$.

L'énergie libre spécifique ψ peut se découpler sous la forme :

$$\psi = \psi^{el} + \psi^{pl} + \psi^{th} \qquad \text{avec} \qquad \psi^{el} = \frac{1}{2}\overline{\mathbf{E}} : \mathbb{C}^E : \overline{\mathbf{E}}^{el} \tag{5.42}$$

ψ^{pl} et ψ^{th} sont respectivement l'énergie libre stockée par les écrouissages et la température.

En adoptant la formulation en vitesse de la loi d'élasticité, on a :

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} \tag{5.43}$$

$\dot{\boldsymbol{\sigma}}$ est la dérivée de Jaumann du tenseur des contraintes de Cauchy σ et $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el}$ est associé à $\overline{\mathbf{E}}^{el}$ par

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \left(\mathbf{F}^{el}\right)^{-T} \cdot \dot{\overline{\mathbf{E}}}^{el} \cdot \left(\mathbf{F}^{el}\right)^{-1} \tag{5.44}$$

En adoptant la notation de Voigt, le tenseur des rigidités élastiques vaut :

$$\mathbb{C} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \tag{5.45}$$

L'énergie des déformations élastiques w^{el} s'écrit sous la forme :

$$w^{el} = \frac{1}{2}\frac{1+\nu}{3E}\left[q^2 + \frac{9}{2}\frac{1-2\nu}{1+\nu}p\right] \tag{5.46}$$

En introduisant le facteur α défini par :

$$\alpha^2 = \frac{9}{2}\frac{1-2\nu}{1+\nu} \tag{5.47}$$

alors w^{el} peut s'écrire sous la forme :

$$w^{el} = \frac{1}{2E}\left(\frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\right)\left[q^2 + \alpha^2 p\right] \tag{5.48}$$

Sous une sollicitation uniaxiale, l'énergie de déformation vaudrait $w^{el} = \sigma^2/2E$. Deshpande et Fleck [DF00] se sont inspirés de cette forme pour définir la contrainte équivalente $\widehat{\sigma} = \sqrt{2Ew^{el}}$ qui s'écrit par :

$$\widehat{\sigma} = \frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left[q^2 + \alpha^2 p\right] \tag{5.49}$$

On peut de la même façon définir la vitesse de déformation équivalente par la relation [DF00]

$$\dot{\widehat{\varepsilon}} = \left[1 + \frac{\alpha^2}{3}\right]\left[\dot{\varepsilon}_{eq}^2 + \frac{1}{\alpha^2}\dot{\varepsilon}_m^2\right] \tag{5.50}$$

où ε_{eq} et ε_m sont respectivement la déformation plastique équivalente au sens de Von Mises et la déformation plastique moyenne. L'idée de Deshpande et Fleck est de remplacer le coefficient de Poisson élastique ν par un coefficient de Poisson plastique ν^{pl} qui est défini dans un essai de compression ou de traction simple par le rapport :

$$\nu^{pl} = -\frac{\dot{\varepsilon}_{lat}^{pl}}{\dot{\varepsilon}_{axi}^{pl}} \tag{5.51}$$

Le domaine d'élasticité est borné par la surface de charge dont la fonction seuil f a été modifiée par rapport au premier modèle de Deshande et Fleck (Eq. 5.22) et est donnée par l'équation 5.52

correspondant au modèle MAT 154 de LS-DYNA [Rey+03] :

$$f(p, q, Y(\varepsilon^p_{eq})) = \sqrt{\frac{q^2 + \alpha^2 p^2}{1 + (\alpha/3)^2}} - Y(\varepsilon^p_{eq}) \tag{5.52}$$

où q est la contrainte de Von-Mises et p est la pression moyenne.

Le domaine d'élasticité ainsi défini est convexe et les conditions suivantes doivent être respectées pour qu'un chargement infinitésimal produit une réponse élastique (réversible) :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{V}_i, ...) < 0 \qquad \text{ou} \qquad f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{V}_i, ...) = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \leq 0 \tag{5.53}$$

En l'absence de phénomènes visqueux, le comportement non linéaire est modélisé par un comportement de type plastique avec écrouissage. Une telle transformation élémentaire apparait lorsque la condition suivante est vérifiée :

$$f(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{V}_i, ...) = 0 \qquad \text{et} \qquad df(\boldsymbol{\sigma}, \mathbf{V}_i, ...) = 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} > 0 \tag{5.54}$$

Les lois d'évolution adoptées sont décrites ci-dessous.

En adoptant une loi d'écoulement associée, le potentiel plastique g est égal à la fonction de charge f. La loi d'écoulement plastique étant régie par la règle de normalité. En conséquence, la vitesse de déformation plastique est définie par :

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, Y)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\lambda} \mathbf{N} \tag{5.55}$$

où $\mathbf{N}$ est la normale à la surface de charge f.

L'incrément de la déformation plastique équivalente $\dot{\hat{\varepsilon}}$ peut être défini aussi par

$$\dot{\hat{\varepsilon}} = -\dot{\lambda} \frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, Y)}{\partial Y} = \dot{\lambda} \tag{5.56}$$

où le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$ est un scalaire positif et qui respecte les conditions de Kuhn et Tucker, c'est-à-dire vérifie :

$$\begin{aligned} &\dot{\lambda} = 0 \quad si \quad f(\sigma, Y) < 0 \quad ou \quad si \quad f(\sigma, Y) = 0 \quad et \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} = 0 \\ &\dot{\lambda} \geq 0 \quad si \quad f(\sigma, Y) = 0 \quad et \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} \cdot \dot{\sigma} > 0 \end{aligned} \tag{5.57}$$

$\mathbf{N}$ définit le tenseur normal.

$$\mathbf{N} = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial f}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{5.58}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial q}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3}{2} \frac{\boldsymbol{S}}{q} \quad , \quad \frac{\partial p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{3} \boldsymbol{I} \tag{5.59}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{1}{1 + (\alpha/3)^2} \frac{q}{\hat{\sigma}} \quad , \quad \frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\alpha^2}{1 + (\alpha/3)^2} \frac{p}{\hat{\sigma}} \tag{5.60}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\varepsilon}^p = \dot{\hat{\varepsilon}}(\frac{3}{2}\frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\frac{\boldsymbol{S}}{\hat{\sigma}} + \frac{1}{3}\frac{\alpha^2}{1+(\alpha/3)^2}\frac{p}{\hat{\sigma}}\boldsymbol{I}) \tag{5.61}$$

3.2 Calcul du multiplicateur plastique

Pour définir complètement la relation de comportement, lorsque l'état de contrainte se situe sur la surface d'écoulement, il est indispensable de calculer la valeur du multiplicateur plastique. Celle-ci peut être obtenue à partir de la condition de cohérence défini lors des déformations plastiques par :

$$\dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0 = \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\sigma + \frac{\partial f}{\partial \hat{\varepsilon}} d\hat{\varepsilon} \tag{5.62}$$

En utilisant l'hypothèse de partition des déformations élastique et plastique (5.38), ainsi que la relation liant les incréments de contrainte aux incréments de déformations élastiques (5.76), la condition de cohérence (5.62) permet d'établir l'expression du multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$

$$\dot{f}(\boldsymbol{\sigma}, Y) = \mathbf{N} : \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial \hat{\varepsilon}}\dot{\hat{\varepsilon}} \tag{5.63}$$

Avec

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad & \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : \dot{\varepsilon^e} = \mathbb{C} : (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon^p}) \\ \Rightarrow \quad & \dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{C} : (\dot{\varepsilon} - \dot{\lambda}\mathbf{N}) \\ \Rightarrow \quad & \dot{f}(\sigma, Y) = \mathbf{N} : \mathbb{C} : (\dot{\varepsilon} - \dot{\lambda}\mathbf{N}) + \frac{\partial f}{\partial \hat{\varepsilon}}\dot{\hat{\varepsilon}} \end{aligned} \tag{5.64}$$

$$\Rightarrow \quad \dot{\lambda} = \frac{\mathbf{N} : \mathbb{C} : \dot{\varepsilon}}{\mathbf{N} : \mathbb{C} : \mathbf{N} - \frac{\partial f}{\partial \hat{\varepsilon}}} \tag{5.65}$$

3.3 Implémentation numérique

Le calcul élastoplastique d'une structure sollicitée mécaniquement par la méthode des éléments finis est un problème non linéaire à deux échelles (celle de la structure et celle du point matériel). Sa résolution se fait avec des algorithmes mettant en oeuvre un processus itératif. Dans le cas étudié, l'évolution de la structure est gouvernée par les équations mécaniques suivantes (formulation forte) sur l'intervalle $0 \leq t \leq T$:

Equations de compatibilité

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}\left(Grad\boldsymbol{u} + (Grad\boldsymbol{u})^T\right) \qquad \text{dans } \Omega \times [0, T] \tag{5.66}$$

Equations d'équilibre

$$\text{div}\boldsymbol{\sigma} + \rho\vec{f_v} = \rho\vec{\ddot{u}} \qquad \text{dans } \Omega \times [0, T] \tag{5.67}$$

Equations de comportement

— *Décomposition des déformations*

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \tag{5.68}$$

— *Fonction seuil de plasticité*

$$f(\boldsymbol{\sigma}, Y(\varepsilon_{eq}^{pl})) = \sqrt{\frac{q^2 + \alpha^2 p^2}{1 + (\alpha/3)^2}} - Y(\varepsilon_{eq}^{pl}) \tag{5.69}$$

— *Comportement de la partie élastique* pour $f(\boldsymbol{\sigma}, Y) \leq 0$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \\ \\ \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} = 0 \end{cases} \tag{5.70}$$

— *Comportement de la partie plastique* pour $f(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0$ et $\mathrm{d}f(\boldsymbol{\sigma}, Y) = 0$

$$\begin{cases} f(\sigma, Y(\varepsilon_{eq}^{p})) = \hat{\sigma} - Y = \sqrt{\frac{1}{1 + (\alpha/3)^2}(q^2 + \alpha^2 p^2)} - Y(\varepsilon_{eq}^{p}) \\ \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = -\dot{\lambda}\frac{\partial f(\boldsymbol{\sigma}, Y)}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \\ \\ \dot{\lambda} = \frac{\mathbf{N} : \mathbb{C} : \dot{\varepsilon}}{\mathbf{N} : \mathbb{C} : \mathbf{N} - \frac{\partial f}{\partial \hat{\varepsilon}}} \\ \\ \nu^p = \nu_0^p + \zeta \hat{\varepsilon}^{\eta} \end{cases} \tag{5.71}$$

Conditions aux limites en déplacement et en efforts imposés sur les frontières $\partial\Omega^U$ et $\partial\Omega^F$

$$\begin{cases} \vec{u}(x,t) = \vec{u}^D(x,t) sur \partial\Omega^U \\ \\ \vec{F}(x,t) = \vec{F}^D(x,t) sur \partial\Omega^F \end{cases} \tag{5.72}$$

avec $\partial\Omega = \partial\Omega^U \cup \partial\Omega^F$ et $\partial\Omega^U \cap \partial\Omega^F = \emptyset$.

Condition initiale dans Ω

$$\vec{U}(x,0) = \vec{0} \tag{5.73}$$

La discrétisation temporelle et spatiale de ces équations conduit à trouver les champs discrets de solution $S_n^{EF} = \left\{\vec{u}_n, \boldsymbol{\varepsilon}_n, \boldsymbol{\varepsilon}_n^{pl}, \boldsymbol{V}_n, \boldsymbol{\sigma}_n\right\}$ aux instants t_n compris entre 0 et T, satisfaisant les conditions aux limites C_n^{EF-lim} et la condition initiale C_n^{EF-ini}.

A l'échelle de la structure, après une discrétisation temporelle et spatiale, le calcul élément finis est mené de manière incrémentale. On part d'un état mécanique connu S_n^{EF} à l'instant t_n et l'on recherche l'état S_{n+1}^{EF} à l'instant $t_{n+1} = t_n + \Delta t$, où Δt est l'incrément de temps fixé pour lequel un incrément du champ de déplacement test $\Delta\vec{U}_n$ est donné. Pour résoudre à l'échelle globale de la structure les équations d'équilibre et les conditions aux limites, il est nécessaire de calculer à l'échelle locale (point d'intégration de Gauss), l'état des variables $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{pl}$, $\boldsymbol{V}_{n+1}$, $\boldsymbol{\sigma}_n$. Ceci nécessite d'intégrer localement sur le pas de temps la loi de comportement élastoplastique. Pour la résolution globale, lorsque le calcul est implicite, il est également nécessaire de calculer la matrice jacobienne pour construire la matrice tangente élastoplastique. Le calcul de cette matrice n'est pas nécessaire dans le cas présent car le code éléments finis utilise un schéma de résolution numérique explicite.

L'utilisation d'un code de résolution explicite nécessite de prendre quelques précautions dans la discrétisation spatio-temporelle. En effet, il est nécessaire de s'assurer que l'incrément de temps est suffisamment petit et respecte la condition de stabilité

$$\Delta t \leq \Delta t_{stable} = \frac{L_e}{C_d} \tag{5.74}$$

avec L_e est la longueur du plus petit élément et C_d est la plus grande célérité des ondes dans la structure.

La résolution locale des équations constitutives sur l'incrément de temps $[t_n, t_{n+1}]$ se fait par un algorithme implicite basé sur le concept de prédiction élastique/correction élastoplastique classiquement utilisé pour l'intégration des lois de comportement élasto-plastique avec ou sans endommagement [SH98 ; Ben+88 ; SN+08 ; DP05]. Pour calculer la correction plastique, le système d'équations non linéaires est linéarisé au voisinage de l'état S_n^{EF} à l'instant t_n en utilisant le développement en série de Taylor, notamment appliqué à la fonction seuil. La méthode itérative de Newton-Raphson est utilisée pour résoudre les équations locales. L'évaluation de l'état local S_{n+1}^{EF} à l'instant t_{n+1} se décompose en deux étapes décrites ci-dessous.

3.3.1 Prédiction élastique

La prédiction élastique est faite en supposant que l'incrément de déformation totale est entièrement élastique, alors dans ces conditions toutes les variables internes ne varient pas cours de l'incrément, on a :

$$\Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_{n+1/2}\Delta t_{n+1} \tag{5.75}$$

La contrainte essai peut être évaluée par :

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial} = \boldsymbol{\sigma}_n + \Delta t_{n+1}[\boldsymbol{\sigma}_n \cdot \boldsymbol{\Omega}_{n+1/2} - \boldsymbol{\Omega}_{n+1/2} \cdot \boldsymbol{\sigma}_n] + \mathbb{C} : \Delta\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} \tag{5.76}$$

Le tenseur de la vitesse de déformation $\dot{\varepsilon}_{n+1/2}$ et le tenseur de spin $\Omega_{n+1/2}$ à l'instant $t_{n+1/2}$ sont établis à partir de la solution élément finis dans Ls_Dyna. Le calcul de la contrainte de Jaumann quant à lui aussi s'effectue en dehors de l'Umat.

A partir de cette valeur de la contrainte essai on calcule la contrainte de von-Mises et la contrainte

moyenne qui nous permettent de déterminer la contrainte équivalente de DF :

$$\begin{cases} q_{n+1}^{trial} = \sqrt{\frac{3}{2}\boldsymbol{S}_{n+1}^{trial} : \boldsymbol{S}_{n+1}^{trial}} \\ p_{n+1}^{trial} = \frac{1}{3}tr(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{trial}) \end{cases} \tag{5.77}$$

d'où l'on déduit la valeur de la contrainte équivalente de Deshpande et Fleck :

$$\Rightarrow \quad \hat{\sigma}_{n+1}^{trial} = \sqrt{\frac{q_{n+1}^{trial^2} + \alpha^2 (p_{n+1}^{trial})^2}{1 + (\alpha/3)^2}} \tag{5.78}$$

Maintenant que toutes les valeurs de $bm\sigma$ et Y à l'increment $n+1$ sont connues, nous calculons la fonction seuil $f(\sigma_{n+1}^{trial}, Y_n)$:

$$f(\sigma_{n+1}^{trial}, Y_{n+1}) = \hat{\sigma}_{n+1}^{trial} - Y_{n+1} = \sqrt{\frac{q_{n+1}^{trial^2} + \alpha^2 (p_{n+1}^{trial})^2}{1 + (\alpha/3)^2}} - Y_{n+1} \tag{5.79}$$

Si $f(\sigma_{n+1}^{trial}, Y_{n+1}) < 0$, le comportement est purement élastique, les variables internes et les variables associées restent constantes. Le calcul passe à l'incrément suivant $n+2$.

$$\dot{\varepsilon}^p = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial} \\ \varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p \\ Y_{n+1} = Y_n \end{cases} \tag{5.80}$$

Dans le cas contraire où $f(\sigma_{n+1}^{trial}, Y_{n+1}) > 0$, alors le comportement est élasto-plastique et une correction plastique devient indispensable sur les variables associées pour assurer que $f(\sigma_{n+1}^{trial}, Y_{n+1}) = 0$

3.3.2 Correction plastique

Lorsque la fonction seuil est positive, le correcteur plastique sert à reprojeter les variables associées sur la surface de charge afin que le critère de cohérence soit respecté. Pour ce faire, la méthode de Newton-Raphson est utilisée pour projeter de manière itérative la contrainte d'essai à la surface de charge en calculant le multiplicateur plastique $\dot{\lambda}$. La mise à jour de la contrainte à l'étape $(i+1)$ se fait comme suit :

$$\sigma_{n+1}^{i+1} = \mathbb{C} : (\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} - \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{pl}) \tag{5.81}$$

avec :

$$\varepsilon_{n+1}^{pl} = \varepsilon_n^{pl} + \Delta\varepsilon^{pl} \tag{5.82}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_{n+1}^{i+1} = \mathbb{C} : (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^{pl}) - \Delta\varepsilon^{pl} : \mathbb{C} \tag{5.83}$$

En utilisant la loi d'évolution l'équation ((5.83)) s'écrira :

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} \sigma_{n+1}^{i+1} = \sigma_{n+1}^{trial} - \dot{\lambda}\mathbb{C} : \mathbf{N} \\ \sigma_{n+1}^{i+1} = \sigma_{n+1}^{i} - \dot{\lambda}\mathbb{C} : \mathbf{N} \end{cases} \tag{5.84}$$

Avec nouvel état de contrainte, la contrainte équivalente de DF et la fonction d'écrouissage sont calculés à l'étape $(i+1)$ et le critère est vérifié à nouveau. La procédure itérative est répétée pour un certain nombre d'itérations jusqu'à ce que la condition de cohérence soit respectée :

$$f^{i+1}(\sigma_{n+1}^{i+1}, Y_{n+1}^{i+1}) \leq \delta \tag{5.85}$$

$\delta \simeq 10^{-7}$ est une tolérance suffisamment petite pour assurer la convergence du calcul. Le module tangent impliqué dans la méthode itérative de Newton-Raphson pour résoudre des équations non linéaires a été obtenu à partir du concept de linéarisation consistante introduit par Simo et Taylor [SH98].

Pour résoudre la fonction de charge $f^{i+1}(\sigma_{n+1}^{i+1}, Y_{n+1}^{i+1})$ non linéaire en σ et λ, l'équation de système présentée dans (5.60) est linéarisée en utilisant le développement en série de Taylor. La procédure itérative est répétée pour un certain nombre de sous-étapes jusqu'à ce que la cohérence plastique devienne inférieure à une tolérance donnée.

$$0 = f(\boldsymbol{\sigma}_{n+1}^{i}, \hat{\varepsilon}_{n+1}^{i}) + \frac{\partial f^i}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : d\sigma + \frac{\partial f^i}{\partial \hat{\varepsilon}} d\hat{\varepsilon} \tag{5.86}$$

En utilisant les équations (5.83) et (5.84), l'équation (5.86) amène au développement suivant :

$$\begin{cases} f(\sigma_{n+1}^{i}, \hat{\varepsilon}_{n+1}^{i}) + \dfrac{\partial f^i}{\partial \sigma} : (\sigma_{n+1}^{i+1} - \sigma_{n+1}^{i}) + \dfrac{\partial f^i}{\partial \hat{\varepsilon}} (\hat{\varepsilon}_{n+1}^{i+1} - \hat{\varepsilon}_{n+1}^{i}) \\ f(\sigma_{n+1}^{i}, \hat{\varepsilon}_{n+1}^{i}) - \dot{\lambda} \mathbf{N} : \mathbb{C} : \mathbf{N} + \dot{\lambda} \dfrac{\partial f^i}{\partial \hat{\varepsilon}} = 0 \end{cases} \tag{5.87}$$

L'incrément de la déformation plastique équivalente est donc défini par l'équation :

$$\dot{\lambda} = \frac{f(\sigma_{n+1}^{i}, \hat{\varepsilon}_{n+1}^{i})}{\mathbf{N} : \mathbb{C} : \mathbf{N} - \frac{\partial f^i}{\partial \hat{\varepsilon}}} \tag{5.88}$$

Le critère d'admissibilité linéarisé comme indiqué dans l'équation (5.87) définit une tangente à chaque nouvelle itération, puis les nouvelles variables sont projetées pour définir la prochaine itération. Étant donné que l'implémentation de la loi DF est utilisée dans le code éléments finis explicite LS-Dyna, il n'est pas nécessaire de calculer le module tangent cohérent car il est indispensable seulement dans les formulations implicites.

L'algorithme de résolution est illustré sur la figure (5.4).

4 Vérification de l'implémentation du modèle

Après avoir implementé La loi du Deshpande & Fleck modifiée telle que décrite dans la section précédente, nous consacrons cette partie à quelques essais de vérification afin de valider son implémentation numérique dans le code éléments finis Ls-Dyna. Plusieurs simulations numériques ont

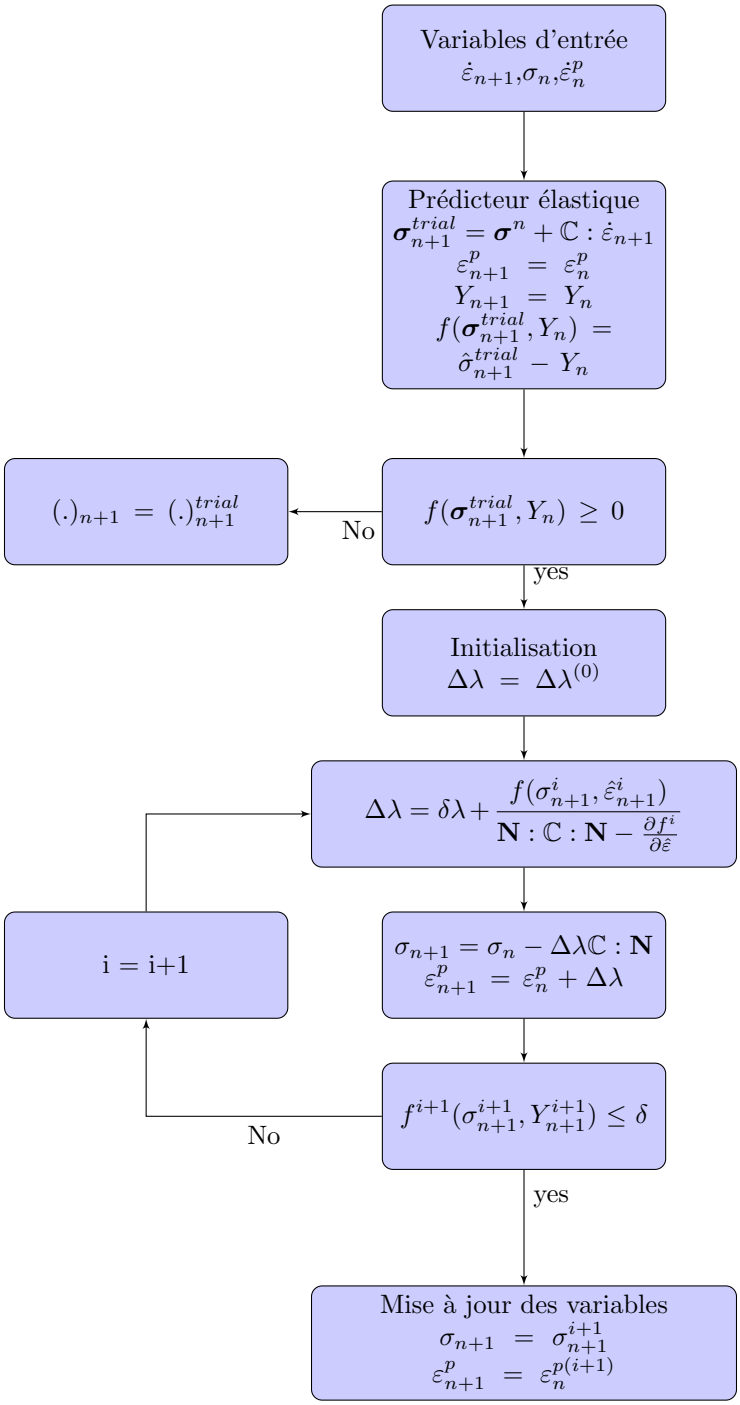


FIGURE 5.4 – *Algorithme d'intégration des équations de DF*

été réalisées sur un élément fini hexaédrique linéaire (8 nœuds) de 10 mm de coté. Les chargements suivants ont été simulés :

— compression-traction simple,

— compression hydrostatique,

— cisaillement.

Les résultats numériques sont présentés sous la forme de courbes contrainte vraie - déformation vraie et sont comparés aux résultats de la loi standard MAT-154 déjà implantée dans LS-DYNA en fixant α et $\nu^p l$ constants. La figure 5.5 présente ces résultats. On constate un excellent accord entre les deux simulations numériques pour ces trajets de chargement, ce qui vérifie la loi DFM dans l'UMAT.

Les paramètres utilisés pour cette étape de vérification sont ceux de la mousse d'aluminium (Tab.5.5)

Paramètres	$\rho(g/cm^3)$	$E(MPa)$	ν^e	$\sigma_p(MPa)$	α	$\gamma(MPa)$	$\alpha_2(MPa)$	β
Valeurs	230	1100	0	2	2.12	1.47	245	4

TABLE 5.5 – *Paramètres de la loi Deshpande et Fleck modifiée pour la mousse d'aluminium*

5 Identification des paramètres du modèle

Le modèle de Deshpande et Fleck dans sa version modifiée comporte neuf paramètres :

— 2 paramètres d'élasticité isotrope linéaire : E, ν^{el},

— 3 paramètres décrivant l'évolution du coefficient de Poisson plastique : ν_0^{pl}, ξ, η,

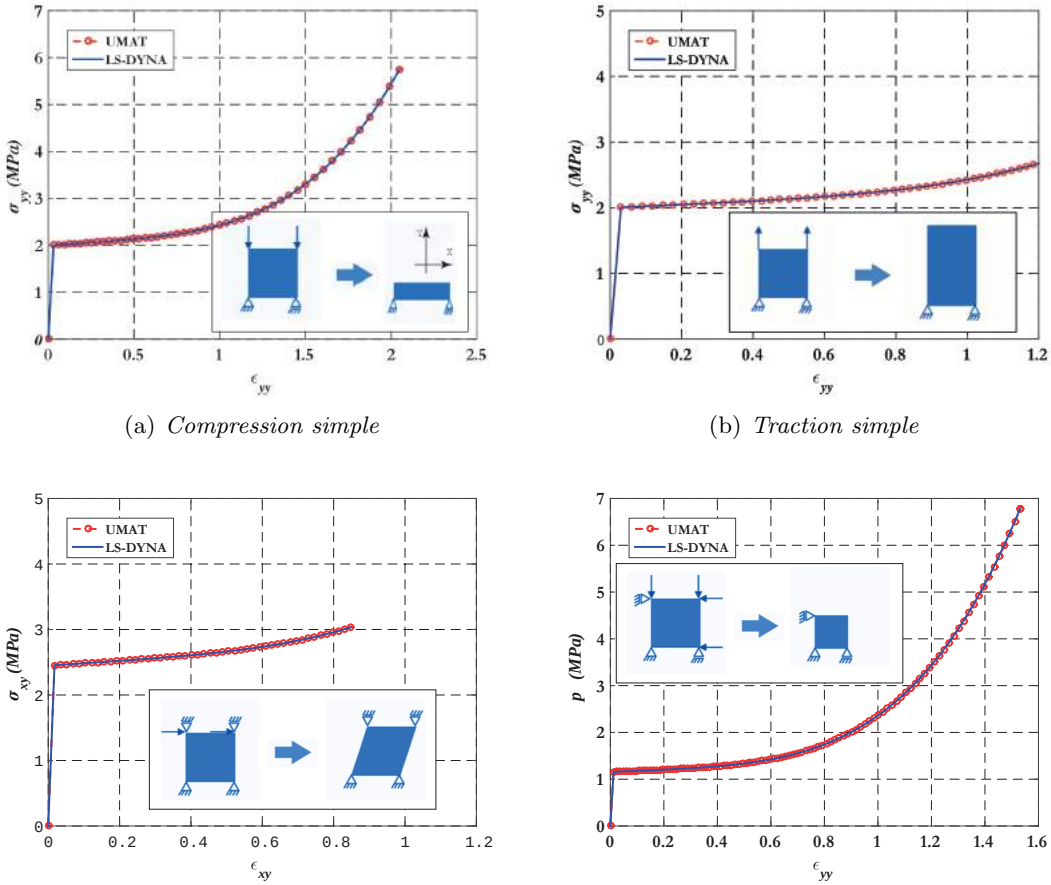
— 4 paramètres décrivant la fonction d'écrouissage Y : σ_p, ε_d, γ, α_2, β.

Il est pertinent de s'appuyer sur une campagne expérimentale d'essais uniaxiaux pour identifier ces paramètres, d'autant plus qu'un des objectifs visés à travers cette thèse est de proposer une procédure d'identification basée sur des essais qui soient les plus simples possible à réaliser.

Les paramètres élastiques sont usuellement identifiés à travers des essais uniaxiaux de traction/-compression simple (i.e., non confiné). Le module d'Young est identifié à partir de la pente à l'origine de la courbe contrainte-déformation en traction ou en compression et le coefficient de Poisson est donné par le rapport de la déformation transversale sur la déformation longitudinale $\nu^{el} = -\varepsilon_{lat}/\varepsilon_{axi}$. Dans les matériaux étudiés, l'hypothèse de petites déformations élastiques conduit à assimiler le tenseur des déformations logarithmiques élastiques $\boldsymbol{\varepsilon}_L^{el}$ au tenseur des petites déformations élastiques $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$.

Identifcation des paramètres d'élasticité

Dans le cas de cette étude, les essais de compression simple ont permis d'identifier le module d'Young, E, et le coefficient de Poisson, ν^e, avec les moyens d'extensométrie habituel. En raison du caractère fragile de la mousse carbone et de sa forte porosité, la mesure à l'aide de jauges longitudinale (déformation ε_{axi}) et transversale ou latérale (déformation ε_{lat}) est difficile à réaliser car la zone



(a) *Compression simple*

(b) *Traction simple*

(c) *Cisaillement*

(d) *Compression hydrostatique*

FIGURE 5.5 – *Vérification de l'implémentation de la loi de comportement.*

de l'éprouvette au voisinage des jauges est imprégnée par la colle qui modifie localement l'état du matériau.

L'identification des paramètres élastiques à travers les essais classique de compression œdométrique ou confinée peut également soulever des problèmes car dans cet essai, la mesure de déformation longitudinale est déduite du déplacement relatif du piston supérieur par rapport à la base inférieure de la cellule de confinement et la mesure de la contrainte latérale n'est pas envisageable. De plus, le contact initial entre l'éprouvette-cellule n'est pas pas parfait, de sorte que lors de la première phase de chargement, les conditions limites ne sont pas parfaitement maitrisées.

Le coefficient du Poisson plastique ν^{pl} est défini par l'équation (5.51). L'identification de ce paramètre est inaccessible via les essais de compression/traction simple en raison du mode de rupture particulière des éprouvettes (voir chapitre 3) En revanche, l'essai de compression œdométrique, de part sa cinématique particulière $\varepsilon_{lat} = 0$, est pertinent pour identifier le coefficient de Poisson plastique.

La procédure d'identification des paramètres E, ν^{el} et ν^{pl} sur la base de l'essai œdométrique triaxial est décrite ci-dessous.

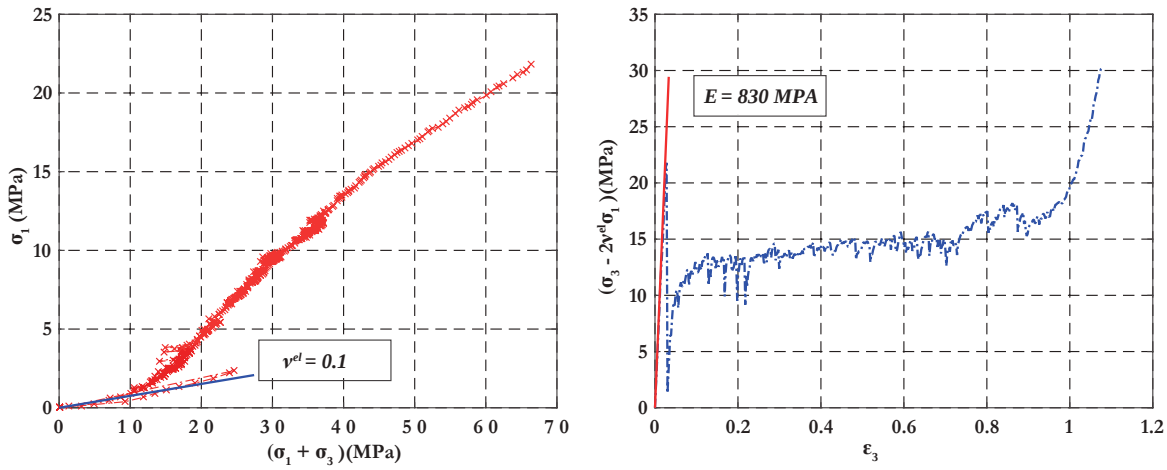
Dans l'essai de compression œdométrique, si l'on suppose qu'il n'y a pas de frottement entre la cellule de confinement et l'éprouvette cylindrique d'axe orienté par le vecteur unitaire $\vec{x}_3$, le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ et le tenseur des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$ peuvent être exprimés dans la base des contraintes principales où $\vec{x}_3$ est orienté dans la direction de l'effort de compression appliqué par le piston. Ils s'expriment dans le repère principal respectivement sous la forme

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3 \end{pmatrix} \tag{5.89}$$

Si le comportement du matériau est purement élastique linéaire et isotrope (Eq. (C.86)), alors, si la contrainte axiale σ_3 et la contrainte latérale σ_1 sont connues, on a :

$$\nu^{el} = \frac{\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_3} \qquad ; \qquad E = \frac{1}{\varepsilon_3}\left[\sigma_3 - 2\nu^{el}\sigma_1\right] = \frac{1}{\varepsilon_3}\left[\sigma_3 - 2\frac{\sigma_1^2}{\sigma_1 + \sigma_3}\right] \tag{5.90}$$

L'identification des paramètres a été faite à partir des essais œdométriques réalisés sur la machine triaxiale ASTREE (chapitre 4). A partir des réponses expérimentales, les courbes σ_1 en fonction de $(\sigma_1 + \sigma_3)$ et $(\sigma_3 - 2\nu^{el}\sigma_1)$ en fonction de ε_3 ont été construites. Elles ont permis d'identifier par une méthode des moindres carrées la pente à l'origine (voir les graphes de la figure 5.6).



(a) *Coefficient de Poisson* ν^{el} (b) *Module d'Young*

FIGURE 5.6 – *Identification des caractéristiques élastiques de la mousse carbone HP02 à partir des essais OEDO.*

L'identification de E et ν sur l'ensemble des essais OEDO conduit aux estimations suivantes : $E = 830$ MPa et $\nu = 0,1$ pour la mousse carbone de nuance HP02.

Identification des paramètres de la surface de charge

L'identification du coefficient de Poisson plastique à l'aide de l'essai œdométrique est possible en supposant que la déformation plastique est très grande vis à vis de la déformation élastique, de sorte que le tenseur taux de vitesse de déformation plastique est égal au tenseur des taux de vitesse de déformation totale, soit $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \approx \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Dans ces conditions on a :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \approx \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_3^{pl} \end{pmatrix} \tag{5.91}$$

La loi d'écoulement s'exprime alors sous la forme :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \frac{3}{2}\frac{1}{(1+(\alpha/3)^2)}\left[\frac{\mathbf{s}}{\hat{\sigma}} + \frac{2\alpha^2}{9}\frac{p\boldsymbol{I}}{\hat{\sigma}}\right]\dot{\hat{\varepsilon}} \tag{5.92}$$

ce qui donne :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_1^{pl} &= \dfrac{3}{2}\dfrac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left[\dfrac{s_1}{\hat{\sigma}} + 2(\alpha/3)^2\dfrac{p}{\hat{\sigma}}\right]\dot{\hat{\varepsilon}} = 0 \\ \dot{\varepsilon}_3^{pl} &= \dfrac{3}{2}\dfrac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left[\dfrac{s_3}{\hat{\sigma}} + 2(\alpha/3)^2\dfrac{p}{\hat{\sigma}}\right]\dot{\hat{\varepsilon}} \end{cases} \tag{5.93}$$

De la première expression de l'équation 5.93, on déduit :

$$\alpha = \sqrt{\frac{9}{2}\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\sigma_3 + 2\sigma_1}} \tag{5.94}$$

En raison de la relation entre α et le coefficient de Poisson plastique, on déduit :

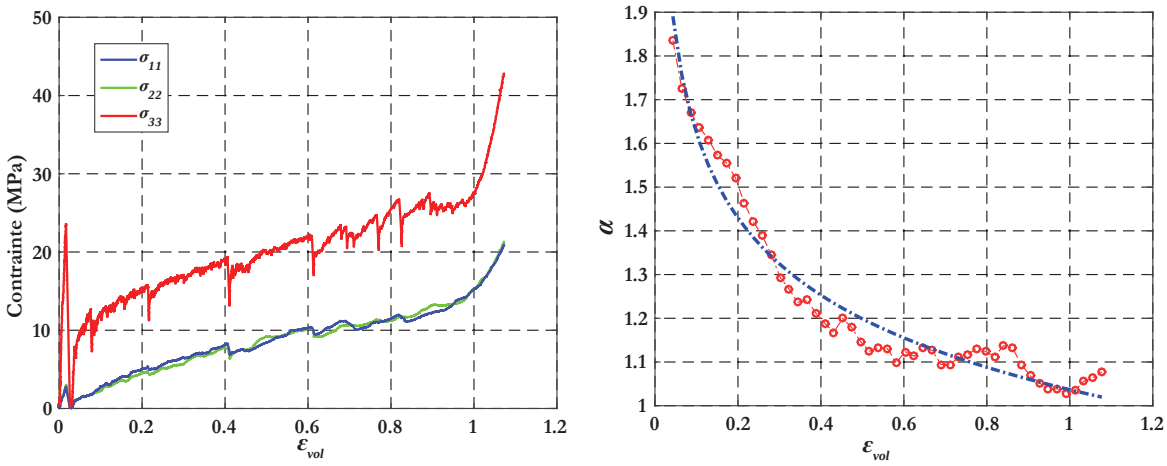
$$\alpha^2 = \frac{9}{2}\frac{1-2\nu^p}{1+\nu^p} \Leftrightarrow \nu^p = \frac{1/2-(\alpha/3)^2}{1+(\alpha/3)^2} \tag{5.95}$$

L'essai œdométrique instrumenté permet ainsi d'identifier le facteur de forme α de la surface de charge (Eq. (5.47)) et le coefficient de Poisson plastique ν^{pl} Eq.5.94.

La figure 5.7(b) montre l'évolution de α obtenue expérimentalement à partir de la mesure de σ_1 et σ_3 en fonction de la déformation volumique $\varepsilon_{vol} = \varepsilon_3 \approx \varepsilon_3^{pl}$ (Fig. 5.7(a)).

On constate que le paramètre α n'est pas constant au cours du chargement de compression confinée. Il varie typiquement entre 1 et 1,9.

On peut également représenter l'évolution du coefficient de Poisson plastique ν^{pl} en fonction de la déformation volumique ε_{vol} (Fig. 5.8).



(a) *Contraintes principales* σ_i (b) *Facteur de forme* α

FIGURE 5.7 – *Identification du facteur de forme* α *de la mousse carbone HP02 à l'aide d'un essai de compression œdométrique OEDO.*

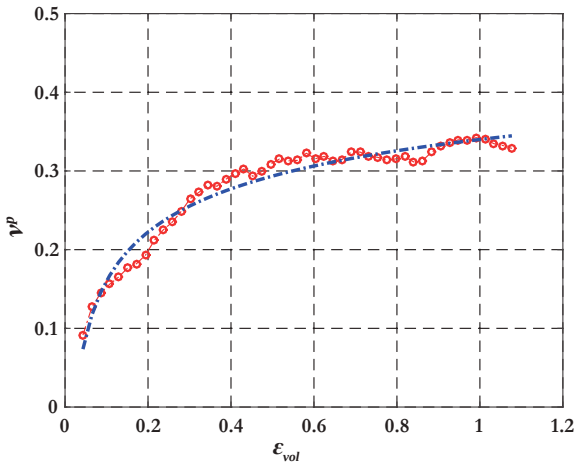


FIGURE 5.8 – *Identification du coefficient de Poisson plastique* ν^{pl} *en fonction du facteur de forme* α

Le facteur de forme et le coefficient de Poisson plastique ont été fittés par les fonctions suivantes

$$\begin{aligned} \alpha(\hat{\varepsilon}) &= \alpha_0 + \kappa\hat{\varepsilon}^{\varsigma} \\ \nu^{pl}(\hat{\varepsilon}) &= \nu_0^p + \zeta\hat{\varepsilon}^{\eta} \end{aligned} \tag{5.96}$$

Les paramètres ν_0^{pl}, ξ et η ont été identifiés sur l'ensemble des essais OEDO de la mousse carbone FP-20, et valent :

$$\nu_0^p = 0.1 \quad ; \quad \eta = 0.35 \quad ; \quad \xi = 0.31 \tag{5.97}$$

Pour identifier les paramètres définissant la variable d'écrouissage définie par $Y = \hat{\sigma}$, nous avons utilisé l'ensemble des essais triaxiaux incluant l'essai oedométrique sur ASTREE. Une fois l'histoire du chargement de compression connue, on peut tracer l'évolution de Y en fonction de la déformation volumique ε_{vol} d'après la définition Eq. (5.49). La fonction d'écrouissage $Y = \hat{\sigma}$ est rappelée dans l'équation suivante :

$$Y = \widehat{\sigma} = \frac{1}{1+(\alpha/3)^2}\left[q^2+\alpha^2 p^2\right] = \sigma_p + \gamma\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_d} + \alpha_2 Log\left(\frac{1}{1-(\hat{\varepsilon}/\varepsilon_d)^{\beta}}\right) \tag{5.98}$$

où σ_p, α_2, γ et β sont des paramètres matériau.

Ces paramètres ont été identifiées en appliquant la méthode des moindres carrés sur l'ensemble des points expérimentaux disponibles. Nous disposons pour chaque trajet de chargement de N points de mesures $\left\{\hat{\varepsilon_1},...,\hat{\varepsilon_n}\right\}$ ainsi que des N valeurs$\left\{\hat{\sigma_1},...,\hat{\sigma_n}\right\}$ correspondantes. Pour ces mêmes valeurs de $\hat{\varepsilon_i}$ nous avons aussi des prédictions Y_i exprimées en fonction des paramètres $P = \left\{\sigma_p, \varepsilon_d, \gamma, \alpha_2, \beta\right\}$. Les différents paramètres sont obtenus par minimisation de l'écart entre les valeurs mesurées et calculées en utilisant les différents trajets de chargement. Nous écrirons alors :

$$R = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(\hat{\sigma} - Y)^2 \tag{5.99}$$

où m est le nombre des points experimentaux et n est le nombre des points de mesure. Notons aussi que le nombre des paramètres à identifier se réduit à quatre en utilisant la définition de déformation à la densification donnée par $\varepsilon_d = -\ln(\rho/\rho_0)$.

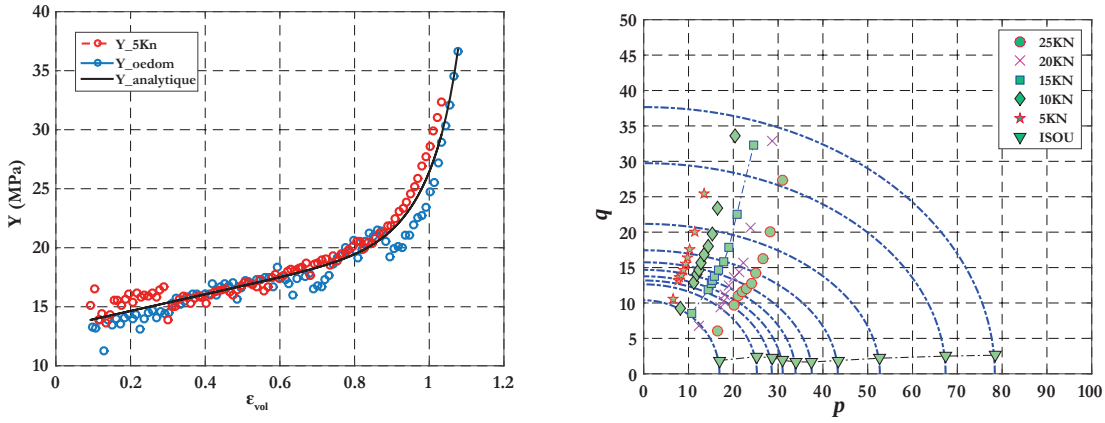
L'identification conduit aux paramètres suivants :

$$\varepsilon_d = 1,16 \quad ; \quad \gamma = 8,13MPa \quad ; \quad \alpha_2 = 21,3MPa \quad ; \quad \sigma_p = 13,23MPa \quad ; \quad \beta = 10,11 \tag{5.100}$$

La figure 5.9(a) présente le résultat de l'identification de la fonction d'écrouissage Y en fonction de la déformation volumique. La première identification faite, en utilisant l'ensemble des essais triaxiaux, a conduit à une surestimation de la surface de charge. Pour cette raison, il a été décidé d'utiliser que l'essai oedométrique triaxial et l'essai TRIAX5.

On notera par ailleurs que dans la mesure où le modèle identifié est un modèle associé ($g = f$), aucun paramètre supplémentaire ne doit être identifié pour caractériser les lois d'évolution.

A partir de ces paramètres, identifiés sur l'ensemble des essais OEDO et TRIAX réalisés sur la mousse carbone HP02, les courbes théoriques des surfaces de charge $f = 0$ pour différents états de compaction ont été construites et comparées aux résultats expérimentaux (Fig. 5.9(b)). Les surfaces de charge sont bien décrites dans la zone 2 (plateau de contrainte). Cependant on remarque une surestimation de la surface de charge dans la zone de forte densification. Aussi pour bien identifier le comportement de la mousse durant les essais de chute il est préferable d'identifier leurs paramètres sur les essais à faible confinement (de 5 à 15 KN).



(a) *Identification de la fonction d'écrouissage pour la mousse carbone*

(b) *Comparaison expérience-modèle de la surface de charge $f = 0$ pour la mousse carbone*

FIGURE 5.9 – *Identification de la variable d'écrouissage et de la surface de charge du modèle DFM.*

6 Validation du modèle numérique

Cette étape de validation de la loi de comportement implanté dans LS_ DYNApermet de juger sa capacité à simuler des essais de laboratoire n'ayant pas servi à son identification, par exemple des essais-multiaxiaux (TRIAX).

La simulation numérique des essais triaxiaux a été effectuée en adoptant les conditions suivantes :

— le chargement appliqué sur le cube est symmétrique car les frottements du dispositif de confinement soient négligeables ; cette hypothèse est sans doute discutable mais a permis d'éviter de modéliser numériquement l'éprouvette et son montage de confinement ,

— le chargement a été appliqué directement sur l'éprouvette ,

— le problème étant symétrique en terme de géométrie et de sollicitations, seul un huitième de l'éprouvette cubique a été maillé par un élément fini volumique de type hexaédrique linéaire à 8 nœuds ,

Le chargement et les conditions aux limites appliquées sur l'éprouvette sont précisés sur les schémas de la figure 5.10. Sur le schéma, seule la projection dans le plan (xy) de l'élément est présentée.

Les résultats de la simulation des essais OEDO et TRIAX5 et leur comparaison avec les essais sont présentés sur la figure 5.11.

En comparant ces résultats avec ceux obtenus expérimentalement, on constate une bonne corrélation dans le cas de l'essai œdométrique pour les deux courbes de contraintes axiales et radiales, ce qui de manière indirecte justifie le fait d'adopter une loi de comportement avec un potentiel plastique $g = f$. Pour l'essai de compression triaxial 5 kN, on remarque que le modèle DFM donne une bonne prédiction pour la contrainte axiale tout au long de l'essai. Pour les deux autres essais TRIAX10 et TRIAX15, on observe que le modèle sous-estime légèrement la réponse expérimentale.

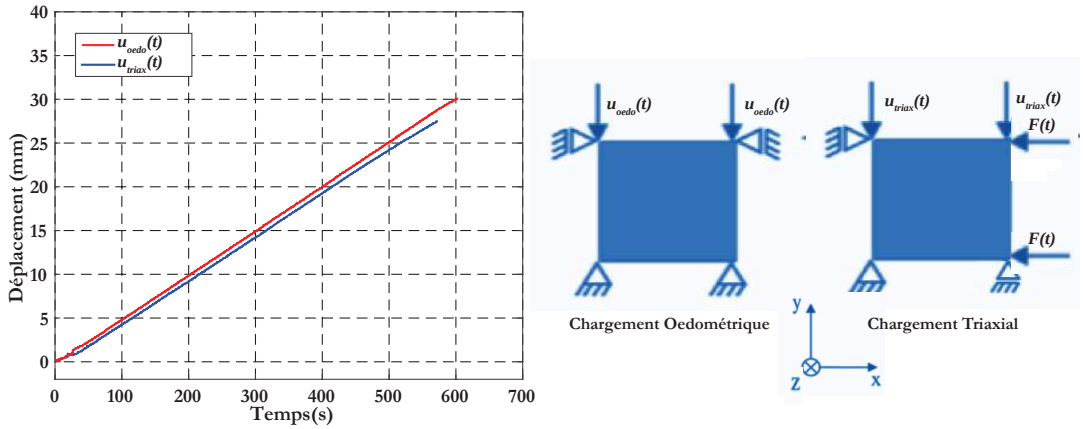


FIGURE 5.10 – *Mise en données de la simulation numérique des essais triaxiaux*

7 Simulation numérique d'un essai d'écrasement de mini-capots

La simulation numérique de la chûte du capot amortisseur à l'échelle 1 ou une échelle légèrement réduite et la comparaison avec des résultats issus d'une campagne expérimentale instrumentée n'a pas été envisagée dans le cadre de cette étude. La problématique industrielle évoquée au chapitre 1 du mémoire a été néanmoins abordée en réalisant des essais sur des maquettes à petite échelle (1/32) fabriquées par la société AREVA et qui ont servi de support pour la validation de la simulation.

7.1 Campagne expérimentale menée

Des mini-capots ont été fabriqués et testés dans différentes configurations de chargement quasi-statique (Fig. 5.12). Le mini-capot est constitué d'un disque de 68 mm de diamètre et de 19,7 mm d'épaisseur en mousse carbone HP02 enfermée dans une chemise métallique en acier 314L. Cette chemise est constituée d'un tube métallique de 0,25 mm d'épaisseur, soudé à une extrémité sur un disque métallique rigide correspondant à l'embase inférieure et soudée à l'autre extrémité par un couvercle de même épaisseur. La mousse a été découpée pour que le jeu entre la mousse et le tube soit inférieur à 0.1 mm.

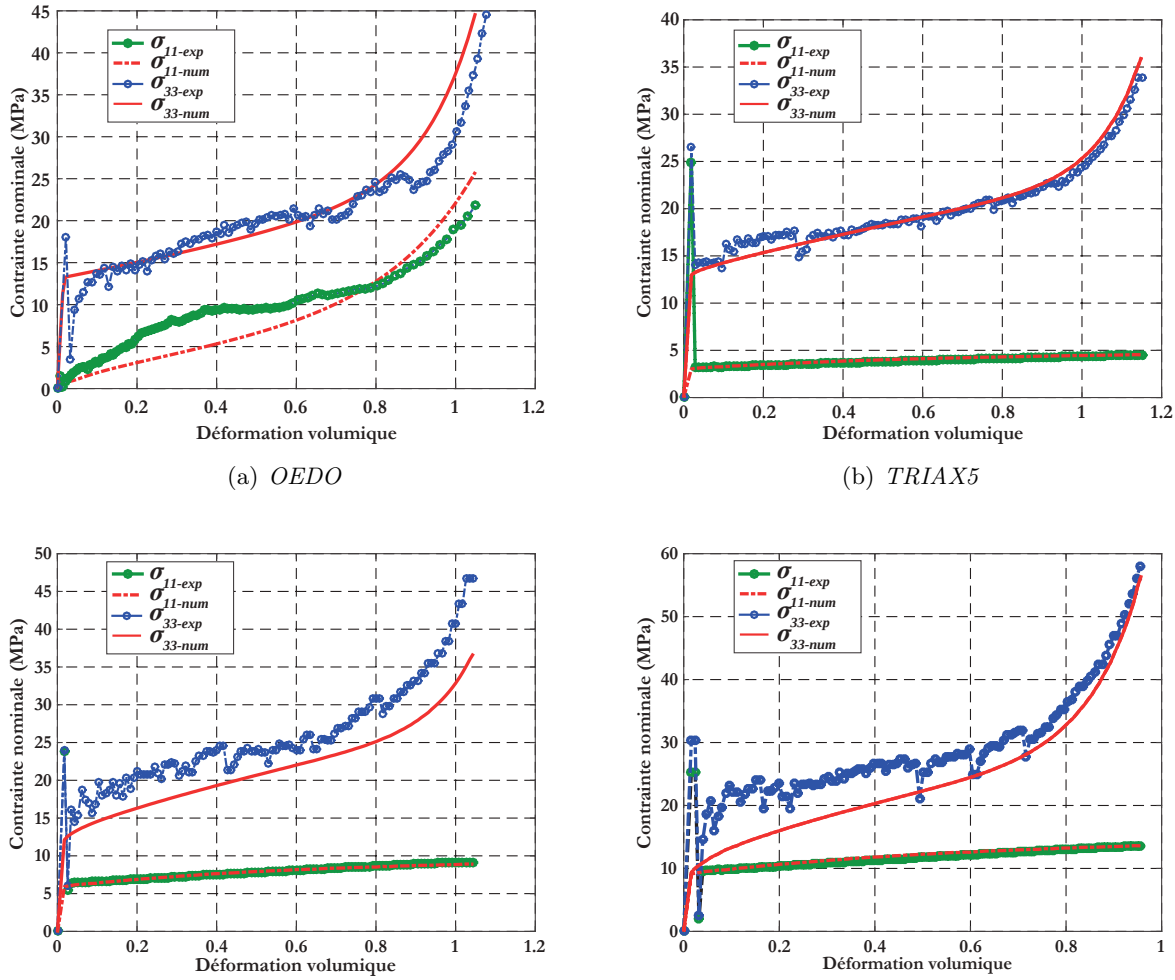
Le disque métallique inférieur est en contact avec le plateau inférieur de la presse et doit pouvoir être fixé dans la configuration essais d'écrasement incliné. Dans ce but, 4 trous de diamètre 6 mm ont été percés et répartis uniformément à une distance de 100.5 mm de l'axe du mini-capot.

Deux types d'essais ont été réalisés :

— des essais d'écrasement axial ;

— des essais d'écrasement incliné.

Les conditions d'essais sont précisées sur la figure 5.13. Les mini-capots ont été posés (et/ou fixés) entre les deux plateaux parallèles ou inclinés de 15°, solidaire de la presse, l'un jouant le rôle d'outil plan, l'autre le rôle de l'enclume. Les essais ont été réalisés en appliquant un chargement quasi-statique (déplacement du vérin à une vitesse de 5 mm·min^{-1}). Une vingtaine d'essais a été réalisée pour chaque configuration.



(a) *OEDO*

(b) *TRIAX5*

(c) *TRIAX10*

(d) *TRIAX15*

FIGURE 5.11 – *Comparaison simulation / expérimentation sur la mousse carbone HP02 des essais OEDO et TRIAX.*

Les graphes de la figure 5.14 présentent certaines courbes effort-déplacement du vérin obtenues sur les essais réalisés dans chaque configuration.

Dans l'essai d'écrasement axial, le comportement global est très similaire à celui observé sur les essais de compression œdométrique avec les différentes phases déjà mentionnées (élasticité - plateau - densification). On notera une dispersion importante de la réponse dans la phase plateau déjà observée précédemment. Par la suite la superposition des courbes expérimentales indique une réponse plus homogène. La présence de pic plateau initial est sans doute liée à la taille assez grande des mini-capots et au jeu entre la chemise métallique et la mousse.

Dans l'essai d'écrasement incliné à 15°, le comportement global est très différent de celui observé dans la configuration précédente. Conformément aux attentes, la rigidité est modifiée de manière très sensible. Le plateau de contrainte observé dans le type d'essai précédent n'est pas présent, en raison

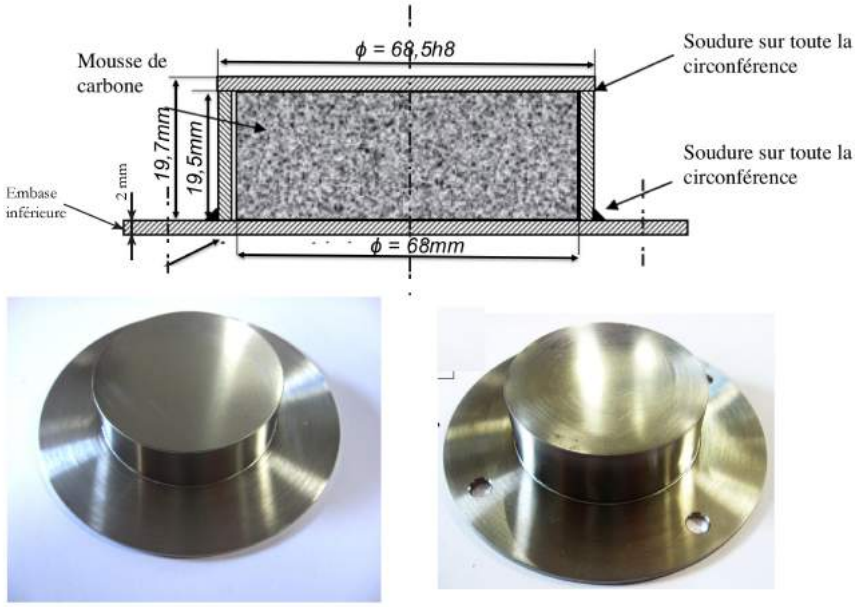
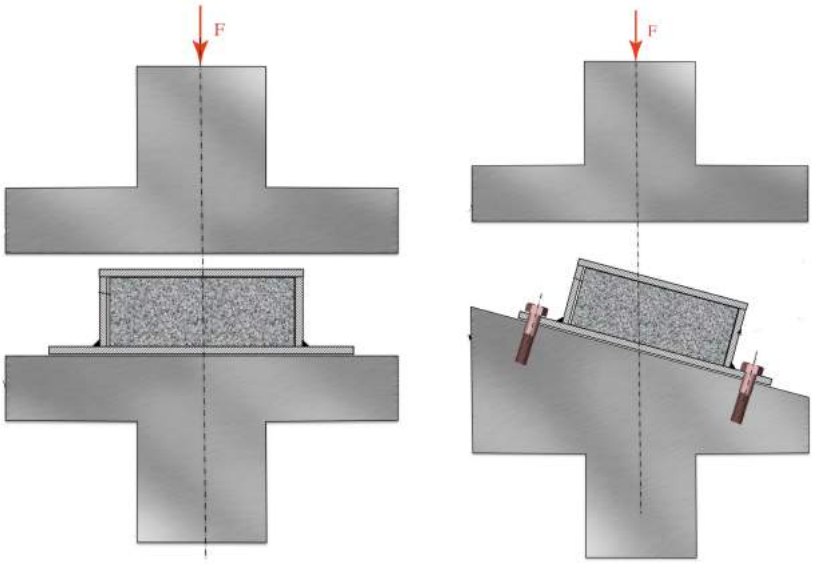


FIGURE 5.12 – *Caractéristiques géométriques de mini-capots*

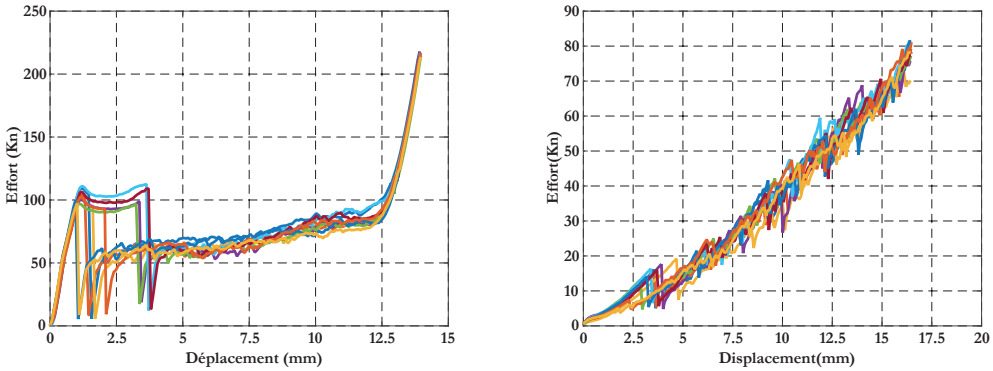


(a) *Essai d'écrasement axial* (b) *Essai d'écrasement incliné* 15°

FIGURE 5.13 – *Configurations des essais réalisés sur les mini-capots en mousse carbone HP02.*

de la localisation très forte des déformations dans la zone d'écrasement.

Les photos de la figure 5.15 montrent l'état final des mini-capots à la fin de l'essai. On observe dans les deux configurations de chargement (axiale et inclinée) la formation progressive des plis au niveau de la chemise métallique.



(a) *Essais d'écrasement axial* (b) *Essais d'écrasement incliné à 15°*

FIGURE 5.14 – *Résultats expérimentaux obtenus sur les mini-capots en mousse carbone HP02.*

(a) *Essai d'écrasement axial* (b) *Essai d'écrasement incliné à 15°*

FIGURE 5.15 – *Etat final du mini-capot en mousse carbone HP02 en fin d'essais.*

7.2 Simulation numérique des essais d'écrasement axial

La modélisation numérique 3D des essais d'écrasement de mini-capots a été réalisée avec le code de calcul LS-DYNA [Hal06] . L'élément mousse a été modélisé par des éléments finis de type hexaèdre à 8 nœuds sous-intégrés. La dimension caractéristique des éléments est typiquement comprise entre 0,4 mm et 2,1 mm. L'enveloppe métallique a été modélisée par des éléments coques de type **shell**. Les deux plateaux de compression de la presse sont modélisés par un disque solide du comportement élastique rigide sur lequel on applique le déplacement d'écrasement et par une plaque rigide de type "RgidWall". Sur le plateau de compression, on applique un déplacement des nœuds, équivalent à une vitesse de déplacement constante égale à 5 mm·min^{-1} (Fig. 5.16). Le contact entre les différentes pièces est modélisé par un alghorithme de type " surface -to-surface" sans frottement. Le modèle numérique compte 32500 éléments finis.

Cinq points A, B, C, D et E appartenant à la mousse ont été sélectionnés pour suivre l'évolution des états des contraintes au cours du chargement.

Les caractéristiques mécaniques des différents éléments sont précisées dans les tableaux 5.6 à 5.8.

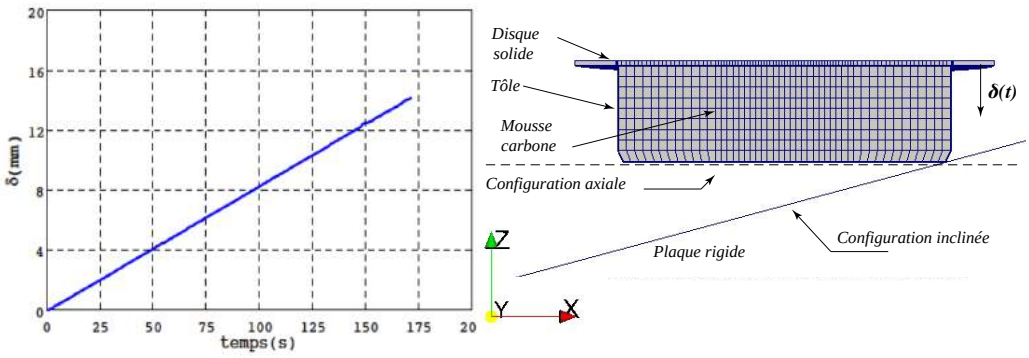


FIGURE 5.16 – *Mise en données de l'essai d'écrasement axial*

Le plateau de compression (disque solide) est considéré comme étant rigide et la tôle enrobant la mousse est un matériau élasto-plastique avec un écrouissage isotrope identifié à partir d'essais de traction [Kra10]. Les paramètres matériau de la mousse carbone sont ceux identifiés précédemment.

MAT_20(ELASTIC-RIGID)			
été	Symbole	Paramètre LS-DYNA	Valeur
Masse volumique (kg·m^{-3})	ρ	RO	7800
Module d'Young (GPa)	E	E	211
Coefficient de Poisson (-)	ν	PR	0,3

TABLE 5.6 – *Paramètres matériau des plateaux de la presse*

MAT_24 (MAT PIECEWISE LINEAR PLASTICITY)			
Propriété	Symbole	Paramètre LS-DYNA	Valeur
Densité(kg·m^{-3})	ρ	RO	7800
Module d'Young (GPa)	E	E	211
Coefficient de Poisson (-)	ν	PR	0,3
Module tangent (MPa)	E_{Tan}	ETAN	–
Limite élastique(MPa)	σ_y	SIGY	250
Courbe d'écrouissage	$\sigma_p = f(e_p)$	ESI = f(EPSI)	–

TABLE 5.7 – *Paramètres matériau de la tôle (chemise métallique)*

MAT_41 USER DEFINED MATERIALS			
Propriété	Symbole	Paramètre LS-DYNA	Valeur
Densité(kg·m^{-3})	ρ	RO	320
Module d'Young (GPa)	E	E	$0,83$
Cœfficient de Poisson (-)	ν		0,1
Contrainte plateau (MPa)	σ_p	//	13,23
Déformation à la densification (-)	ϵ_d	//	1,04
Coefficient d'écrouissage (MPa)	γ	//	8,13
Paramètre matériau C_1 (MPa)	α_2	//	21,3
Paramètre matériau C_2 (-)	β	//	10,18
Cœfficient de Poisson plastique initial	ν_0^p	//	0,1
Paramètre matériau C_3 (-)	η	//	0,35
Paramètre matériau C_4 (-)	ξ	//	0,32

TABLE 5.8 – *Paramètres matériau de la mousse carbone HP02*

Les premiers résultats des simulations numériques sont présentés ci-dessous.

Comportement global des mini-capots

Les graphes de la figure 5.17 présentent l'évolution de l'effort appliqué par la presse en fonction du déplacement pour les deux cas de charge étudiés. Pour faciliter la comparaison, les résultats de la simulation avec ceux obtenus expérimentalement, les courbes enveloppes limites, des courbes expérimentales décrites sur la figure 5.14, ont été rajoutées.

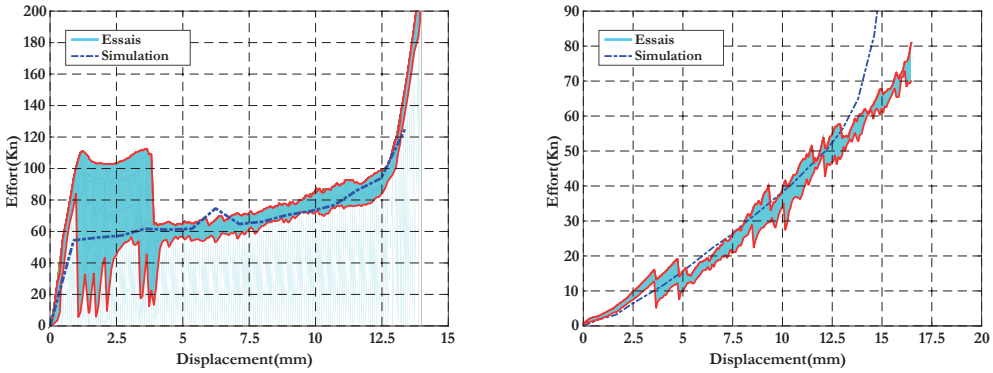
On constate que la réponse de l'essai d'écrasement axial est assez bien reproduite sur une plage de déformation, la courbe issue de la simulation étant située à l'intérieur du fuseau des courbes expérimentales (Fig. 5.17(a)). La dispersion observée dans la plage de déplacement inférieur à 3,5 mm ne peut être reproduite à l'aide du modèle de comportement implanté. Au voisinage d'un déplacement de 6 mm, on observe une petite bosse qui est attribuée à la géométrie du coin faisant la jonction entre la partie tubulaire et le disque du bas. Cette zone mériterait d'être raffinée par la suite.

La comparaison entre la simulation numérique et l'expérience est également assez satisfaisante dans le cas de l'essai d'écrasement inclinée à 15° jusqu'à un déplacement de 12,5 mm (Fig. 5.17(b)). Au-delà, la simulation numérique surestime la capacité de résistance. En revanche, le modèle étant continu, il n'est pas en mesure de décrire les chûtes locales des contraintes.

Comportement local d'un mini-capot

L'analyse de la distribution des variables d'état dans la mousse (contraintes, déformation totale et plastique) permet d'avoir une information plus riche sur les capacités du modèle à prédire l'état local de la mousse dans le mini-capot. On expose ici les résultats préliminaires. Des investigations complémentaires devront être réalisées, notamment par la confrontation avec des observations expérimentales.

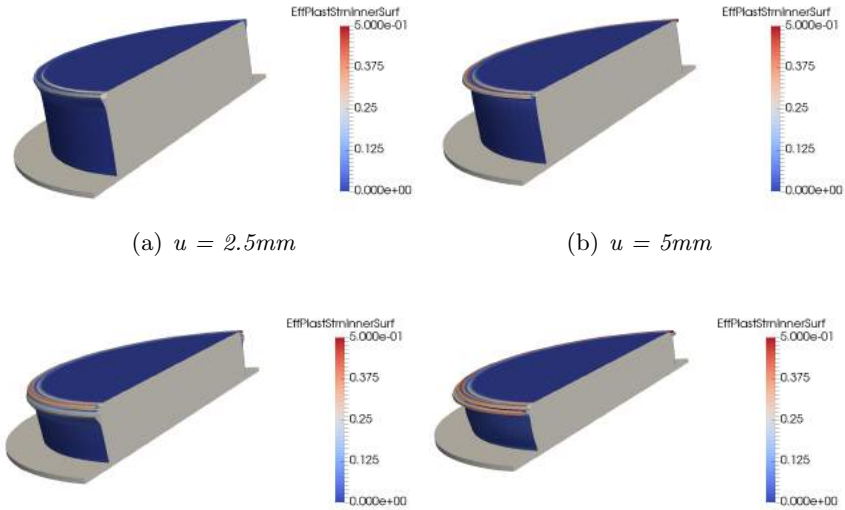
Comportement local d'un mini-capot au cours de l'essai d'écrasement axial



(a) *Essai d'écrasement axial* (b) *Essais d'écrasement incliné à 15°*

FIGURE 5.17 – *Simulation du comportement global effort-déplacement d'un mini-capot dans les deux configurations.*

La distribution de la déformation plastique et plastique volumique ε_{vol}^{pl} respectivement pour la tôle de confinement et la mousse carbone ainsi que la pression moyenne p de la mousse, variable responsable du changement du volume, sont présentés sur les figures 5.18 , 5.19 et 5.20 pour différents niveaux de déplacement du plateau de compression.

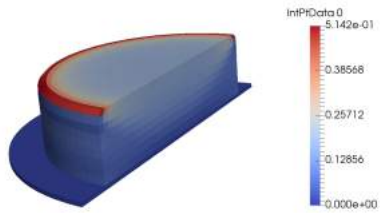


(a) $u = 2.5mm$ (b) $u = 5mm$

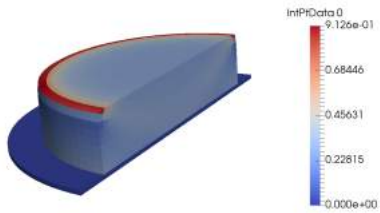
(c) $u = 7.5mm$ (d) $u = 10mm$

FIGURE 5.18 – *Distribution de la déformation plastique dans la tôle de confinement à différents niveaux de déplacement au cours de l'essai d'écrasement axial.*

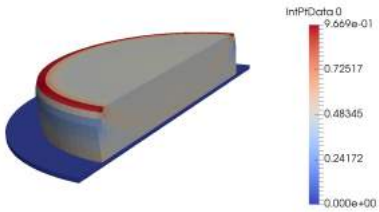
Les résultats obtenus sur la figure 5.18 montrent que la tôle de confinement se plie progressivement au niveau du contact avec la plaque rigide au cours de l'écrasement de mini-capot. Les champs de déformation plastique équivalente confirment la plastification de la tôle sur le bord où les plis ont été



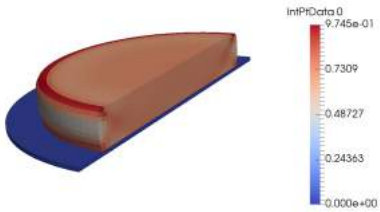
(a) $u = 2.5mm$



(b) $u = 5mm$

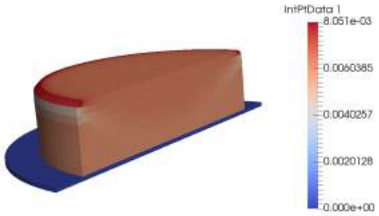


(c) $u = 7.5mm$

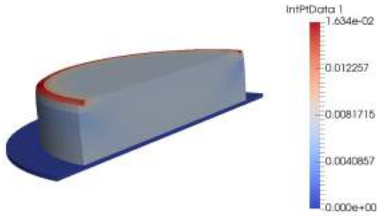


(d) $u = 10mm$

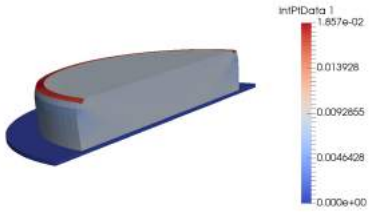
FIGURE 5.19 – *Distribution de déformation plastique volumique dans la mousse carbone HP02 à différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement axial.*



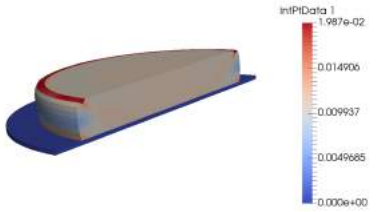
(a) $u = 2.5mm$



(b) $u = 5mm$



(c) $u = 7.5mm$



(d) $u = 10mm$

FIGURE 5.20 – *Distribution des pressions moyennes (en GPa) dans la mousse carbone pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement axial.*

créés.

Comme pour la tôle, les champs de déformation plastique volumique (Fig. 5.19) dans la mousse enregistrent des valeurs très importantes sur les bords du contact avec le plateau d'écrasement en haut et dans une moindre mesure avec la plaque rigide en bas. Ces champs de déformation s'étalent ensuite dans le cœur de l'éprouvette de la mousse, jusqu'à ce qu'on atteigne 0,975 à 10 mm d'écrasement. Afin d'observer l'état de chargement de la mousse carbone dans ce cas de chargement (écrasement axial) , les champs des pression moyenne sont présentés pour différents niveaux de déplacement sur la figure 5.20.

Les pressions moyennes enregistrées dans la mousse sont positives. Ceci indique que les chemins de chargement subis dans les différentes parties de la mousse sont des états de compression. Pour confirmer ces constatations, nous avons tracé dans le diagramme $(p - q)$ les trajets de chargement à cinq endroits différents (Fig. 5.21). Le résultat obtenu confirme l'état de compression que subit la mousse pendant l'écrasement axial. Nous constatons également que ces états de contrainte sont proches de celui de la compression oedométrique.

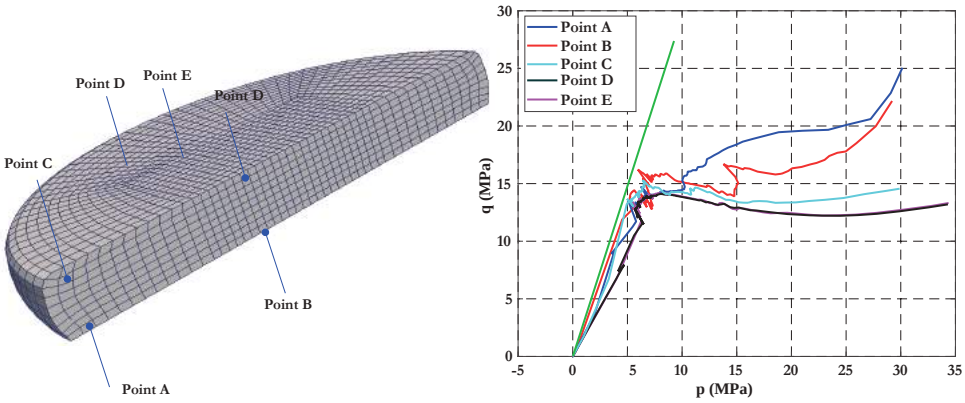
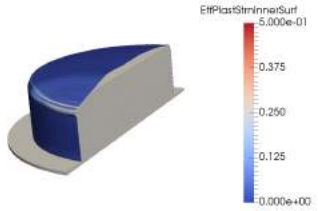


FIGURE 5.21 – *Evolution de la pression moyenne p et de la contrainte déviatorique q dans le plan (p, q) aux points A, B, C, D et E du mini-capot en mousse carbone HP02 au cours de l'essai d'écrasement axial.*

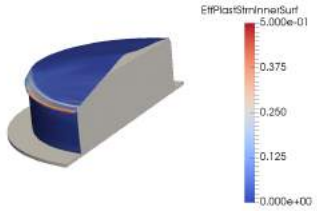
Comportement local d'un mini-capot au cours de l'essai d'écrasement incliné

Comme dans le cas de l'essai d'écrasement axial, pour cet essai, nous exposons les résultats en termes de répartition du champ de déformation plastique équivalente dans la tôle de confinement ainsi que de la déformation plastique volumique et la pression moyenne dans la mousse carbone HP02.

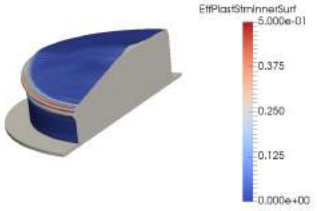
Dans ce cas de chargement, les plis de la tôle n'ont été observés que dans le coin du mini-capot. Les champs de pression hydrostatique et de déformation volumique plastique dans l'éprouvette de mousse soulignent également que la localisation de la déformation a lieu au niveau du coin de contact entre le mini-capot et la plaque rigide. La répartition des champs de pression moyenne revèle la présence des zones sollicitées en traction.



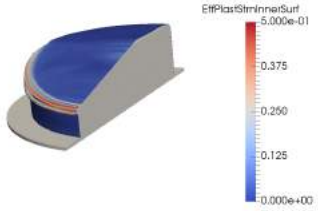
(a) $u = 2.5mm$



(b) $u = 5mm$

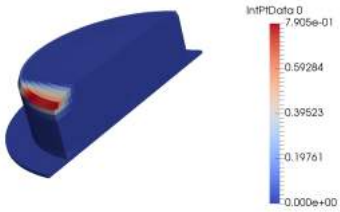


(c) $u = 7.5mm$

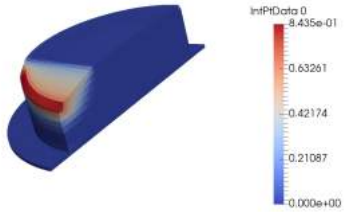


(d) $u = 10mm$

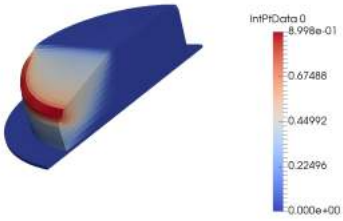
FIGURE 5.22 – *Distribution des déformations plastiques dans la tôle de confinement pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement incliné.*



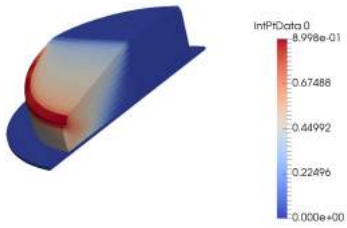
(a) $u = 2.5mm$



(b) $u = 5mm$

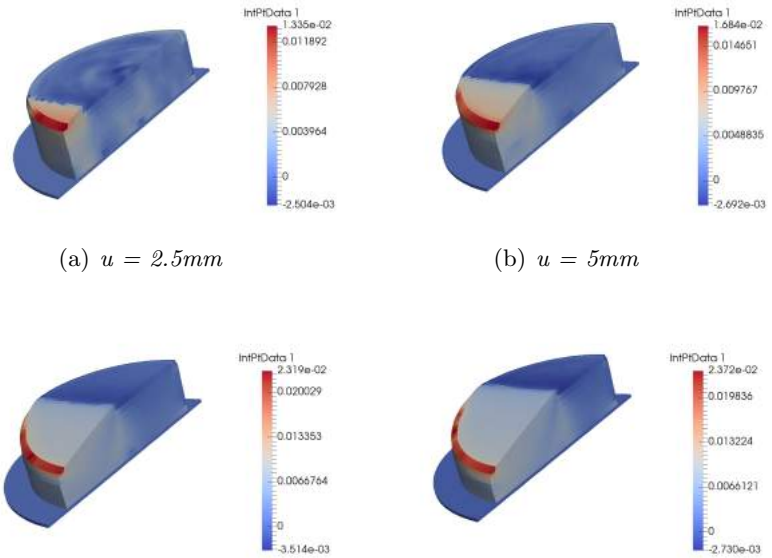


(c) $u = 7.5mm$



(d) $u = 10mm$

FIGURE 5.23 – *Distribution des déformations plastiques volumiques dans la mousse carbone pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement incliné.*



(a) $u = 2.5mm$ (b) $u = 5mm$

(c) $u = 7.5mm$ (d) $u = 10mm$

FIGURE 5.24 – *Distribution des pressions moyennes (en GPa) dans la mousse carbone pour différents niveaux de déplacement pendant l'essai d'écrasement incliné.*

La figure 5.25 montre l'évolution de l'état de contraintes aux points A à E dans le plan (p, q) au cours du chargement. Nous constatons que les zones situées dans la partie écrasée du mini-capot sont bien sollicitées en compression tandis que les zones situées dans la partie opposée (point A) sont sollicitées en traction. La loi de comportement actuellement proposée et identifiée ne permet pas de rendre en compte la dissymétrie traction/compression. De ce fait, la simulation est approximative dans cette partie. La solution évidente, pour rendre compte de la dissymétrie du comportement, consiste à modifier le type d'écrouissage du modèle DFM vers un écrouissage volumique (cinématique). Dans ce cas, il faut également réaliser des essais qui permettent de définir la contrainte seuil en traction hydrostatique.

8 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la présentation de la loi de comportement Deshpande et Fleck qui a été améliorée pour rendre compte de l'existence d'un coefficient de Poisson plastique non constant. Son implantation numérique a été faite et offre la possibilité d'être enrichie par la suite. Son identification a été effectuée pour une mousse carbone de densité moyenne (mousse carbone HP02). L'implantation numérique a été validée, une première simulation de l'écrasement en condition quasi-statique a été réalisée pour deux configurations de chargement afin de montrer les capacités et les limites du modèle de comportement. Après cette étape, nous avons identifié les paramètres matériau qui accordent au mieux les résultats expérimentaux et les prévisions du modèle. Le jeu des paramètres identifié a permis d'effectuer avec succès les essais de validation sur différents cas de chargements. Ensuite, toujours dans un but de validation des résultats, nous avons simulé un essai de compression oedométrique, leurs

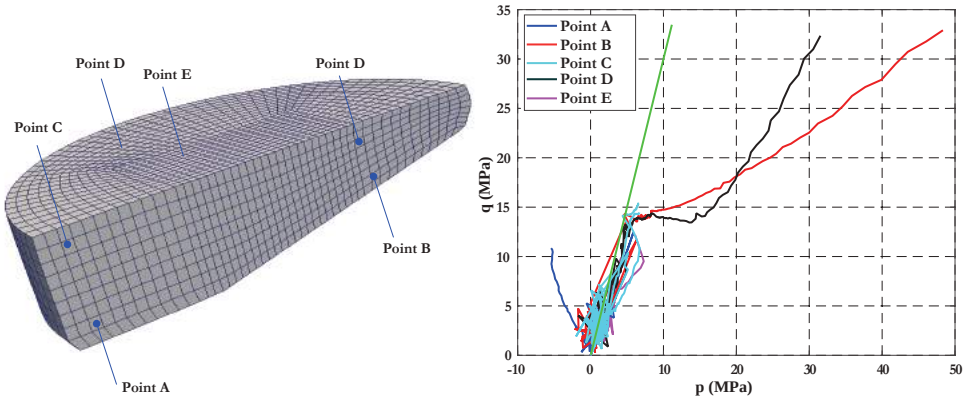


FIGURE 5.25 – *Evolution de la pression moyenne p et de la contrainte déviatorique q dans le plan (p, q) aux points A, B, C et D du mini-capot en mousse carbone HP02 au cours de l'essai d'écrasement incliné.*

résultats sont comparés à ceux obtenus par le modèle de Deshpande standard. Cette comparaison a bien montré l'effet "Poisson" sur l'évolution des contraintes radiales en présence du confinement.

A l'échelle de la structure, les prédictions sont assez proches des mesures expérimentales. Les résultats sont encourageants car aucun recalibrage ou ajustement n'a été effectué. L'analyse a également mis en évidence certaines limites du modèle actuel et reste à approndir. Il aurait été intéressant de comparer les évolutions des profils de déformation expérimentaux et numériques du mini-capot, de sorte à s'assurer que les modes de déformation sont comparables.

Conclusions et perspectives

L'objectif principal de cette étude est la caractérisation multiaxiale et la modélisation du comportement mécanique d'une mousse céramique fragile dans le but d'utiliser ce modèle pour prédire le comportement structural des capots de protection contre le choc qui sont greffés sur les systèmes d'emballage des substances radioactives.

Dans ce but, une vaste campagne expérimentale a été réalisée sur différentes densités d'une mousse céramique. Des essais de compression uniaxiale et multiaxiale ont permis d'explorer le comportement dans un domaine des contraintes dans lequel un élément mousse du capot amortisseur de choc pouvait être sollicité lors d'un impact.

Les résultats des essais de compression simple obtenus ont montré que le comportement de la mousse était du type élastique fragile ou quasi-fragile. Une faible pseudo-ductilité a été observée pour la densité la plus faible. En présence d'un confinement latéral rigide (compression œdométrique), le comportement mécanique est très différent. Après la rupture initiale fragile, la réponse contrainte/déformation est caractérisée comme la plupart des matériaux cellulaires par la présence de trois phases distinctes (élasticité, plateau et densification).

Les propriétés caractéristiques du comportement mécanique sont dépendantes de la masse volumique relative. Plus la densité est élevée, plus la mousse est résistante et plus sa déformabilité est faible. L'énergie absorbée en compression confinée augmente sensiblement avec la densité relative. La légère orientation de la structure cellulaire induite par le procédé de fabrication, qui a été observée au microscope électronique à balayage, ne génère qu'une faible anisotropie du comportement macroscopique.

Les propriétés mécaniques élastiques, supposées isotropes, sont prédites de manière satisfaisante par le modèle micro-mécanique de Gibson et Ashby. La déformation à la densification prédite est légèrement surestimée.

À des vitesses de sollicitations proches de celles atteintes lors des essais de chutes des colis, les essais de compression confinée réalisés avec un système des barres d'Hopkinson ont permis de montrer que les propriétés dynamiques de la mousse céramiquene différent pas de celles obtenues en compression confinée quasi-statique (libre et confinée). Ceci prouve le caractère non visqueux du comportement dans la gamme de vitesses correspondant aux vitesses de sollicitation rencontrées dans le capot amortisseur en cas de choc.

Pour comprendre les mécanismes de déformation et la façon dont la mousse céramique absorbe de l'énergie en compression confinée, des investigations complémentaires ont été réalisées. Des analyses

ont été effectuées sur des éprouvettes sollicitées en quasi-statique à différents niveaux de compression confinée. Les observations faites au microscope électronique à balayage ont montré que le mécanisme de déformation anélastique résultait d'une fragmentation progressive de la masse. Au fur et à mesure que la chargement se poursuit, les fragments deviennent plus petits et la fraction volumique de poudre augmente et ce jusqu'à ce que la densification soit complète. L'énergie mécanique est donc dissipée par ce mécanisme de fragmentation et en partie par le frottement entre les différents éléments broyés. Des analyses ont également été effectuées sur une éprouvette sollicitée en quasi-statique à différents niveaux de compression confinée (essais ex-situ). Les images 3D réalisées au microtomographe ont permis de reconstruire le développement du mécanisme de déformation et en particulier de mieux appréhender l'interaction entre les zones non endommagées (fragments) et les zones broyées en poudre et la localisation sous forme d'une puis plusieurs bandes de cisaillement.

Dans l'optique de reproduire au mieux les sollicitations complexes que peut subir le contenu (mousse céramique) du capot amortisseur lors des essais de chute, une compagne d'essais de compression multiaxiale a été réalisée sur la mousse céramique sous la machine triaxiale ASTREE. Des essais de compression pilotés soit totalement en déplacement soit piloté de manière mixte ont été effectués (déplacement selon un axe, effort dans les deux autres axes). La comparaison des essais œdométrique triaxiaux (i.e., effectués avec le montage de compaction sur la machine d'essai ASTREE) avec les essais de compression œdométriques réalisés en uniaxial a permis de montrer que l'influence du frottement latéral de l'éprouvette paroi de la cellule ou du montage était négligeable. L'essai œdométrique triaxial présente l'avantage de permettre de mesurer les contraintes latérales.

Le caractère isotrope transverse du comportement mécanique de la mousse a également été démontré au cours des essais œdométriques et des essais de compression iso-displacements.

Dans le cadre de cette étude expérimentale, pour se rapprocher des conditions de sollicitation réelles rencontrées dans la mousse présente dans un capot amortisseur lors d'un choc, des essais de compression triaxiale ont été réalisés. Nous avons ainsi essayé de reproduire le scénario d'un écrasement axial de la mousse céramique dans son confinement. Dans ce cas de chargement, l'éprouvette a été sollicitée axialement en déplacement imposé, tandis que les efforts ont été maintenus constants jusqu'à la densification en variant le confinement latéral de 5 à 25 kN. Ces essais ont permis de montrer l'influence du confinement et du trajet de chargement sur le comportement de la mousse. Une augmentation de la capacité de chargement axial de la mousse a été mise en évidence en fonction de confinement latéral. Un effet notable de la contribution de la partie hydrostatique du tenseur du contrainte a également été révélé par rapport à la partie déviatorique.

Pour pouvoir proposer une modélisation macroscopique du comportement mécanique dans le cadre de la pseudo-plasticité compressible continue, la surface de charge de la mousse céramique a été caractérisée à partir des essais de compression triaxiale. Les surfaces de charge sont de forme elliptique comme celles obtenues classiquement pour les mousses. Comme premier choix, nous avons retenu le modèle de Deshpande et Fleck. Ce modèle a été modifié pour mieux rendre compte de certains effets de plasticité et en particulier du fait que le cœfficient de Poisson plastique n'est pas constant sur les matériaux étudiés. Le modèle a été implanté dans LS-DYNA dans une routine umat en vue d'améliorer ultérieurement la modélisation proposée par des extensions. Le modèle a été identifié à partir des essais de compression œdométriques triaxiaux et validé sur la base des essais triaxiaux.

Pour valider le modèle de comportement, tester la robustesse de l'implantation numérique et anticiper le type de sollicitation à prédire dans le capot amortisseur, des simulations numériques par

éléments finis dans LS-DYNA ont été effectuées sur un mini-capot amortisseur soumis à différents chargements représentatifs d'un essai de choc. Les résultats numériques ont été comparés à des résultats expérimentaux. Une bonne prédiction du comportement global de la structure dans les deux configurations de chargement a été observée (effort-déplacement).

Enfin, nous pouvons conclure que l'objectif initial de cette étude a été atteint. Une base de données expérimentales a été développée pour une mousse céramique fragile spécifique pour différentes densités. La première modélisation proposée peut être jugée encourageante dans la mesure où les résultats des simulations numériques sont encourageants et reproduisent en grande partie les résultats expérimentaux.

Des améliorations de certains aspects expérimentaux et numériques sont bien évidemment envisageables et ouvrent la voie à de multiples perspectives pour prolonger les travaux menés dans le cadre de cette étude.

Les limites ont été mises en évidence, telles que la non prise en compte de la dissymétrie de comportement en traction et compression.

Sur le plan expérimental, plusieurs points méritent d'être étudiés plus rigoureusement :

— Le comportement de la mousse céramique est clairement dissymétrique en traction compression. Ce point n'a pas été abordé dans l'étude car le domaine de sollicitation dans le cas d'un choc est principalement situé dans le domaine de la compression triaxiale. Néanmoins, certaines zones localisées peuvent être sollicitées en traction. Il est donc nécessaire de compléter la campagne experimentale par des essais de traction ou équivalent pour définir l'évolution du seuil en traction. Des essais de fendage (essais brésiliens) ont été réalisés dans le cadre du stage de Kostas [Sfo15] ne pas oublier de citer. Outre la résistance en traction, les propriétés élastiques ont été mesurées à l'aide d'une technique de corrélation d'image numérique. Ces essais pourraient permettre de proposer une description plus fine de la surface de charge et de son évolution avec le niveau de sollicitation.

— La comparaison des essais œdométriques uniaxiaux et sur ASTREE a certes montré que le frottement éprouvette/montage ou cellule de confinement était négligeable, mais il serait intéressant de confirmer ce résultat en utilisant la cellule hydrostatique triaxiale.

— Les trajets de chargement mis en évidence par les simulations numériques des essais d'écrasement des mini-capots ont montré que l'état de chargement est toujours assez proche ce celui rencontré lors d'un essai œdométrique. Il pourrait donc être intéressant de développer un essai de compression œdométrique uniaxial avec une cellule de confinement instrumentée par des jauges de contraintes radiales pour mesurer la contrainte latérale en vue de remplacer à terme les essais sur la machine triaxiale ASTREE.

Sur le plan numérique, pour enrichir le modèle de comportement, plusieurs perspectives peuvent être tracées :

— A court terme, le modèle de comportement pourrait être amélioré en introduisant le caractère dissymétrique du comportement en traction/compression. L'option peut être envisagée en modifiant la forme du critère de Deshpande et Fleck ou en ajoutant un second critère du type Rankine qui limite le domaine d'élasticité en traction. Il faudrait alors également changer le type d'écrouissage pour rendre compte de la dissymétrie du comportement.

— Le caractère d'isotropie transverse pourrait également être introduit en modifiant sans doute la définition de la contrainte équivalente de Deshpande et Fleck, moyennant la réalisation d'essais complémentaires.

— Pour tenir compte de la variabilité des propriétés mécaniques liée au comportement fragile de la mousse céramique, il pourrait être également intéressant de développer un modèle probabiliste basé sur le modèle de Deshpande et Fleck en introduisant une variable aléatoire. Une telle approche a déjà été proposée dans les travaux de thèse de Blazy pour les mousses d'aluminium fragiles [Bla03]. La masse volumique relative pourrait jouer le rôle de variable aléatoire, sachant que des modèles micro-mécaniques existent déjà pour relier certains paramètres à la masse volumique relative. Un tel développement nécessiterait de compléter la campagne expérimentale en multipliant les essais déjà réalisés pour obtenir un échantillonnage de résultats expérimentaux suffisamment représentatif.

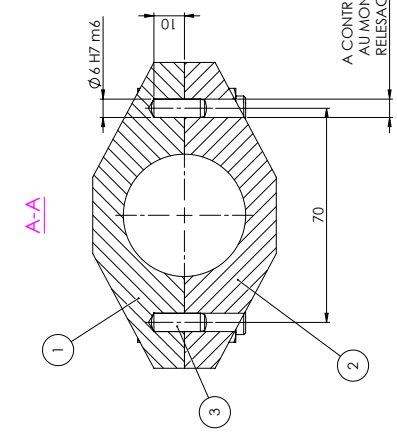
— Le choix d'un modèle associé est séduisant car il limite le nombre de paramètres du modèle à identifier. En revanche, il ne permet pas de prédire de manière satisfaisante tous les résultats expérimentaux. Un modèle non associé permettrait d'avoir une souplesse supplémentaire.

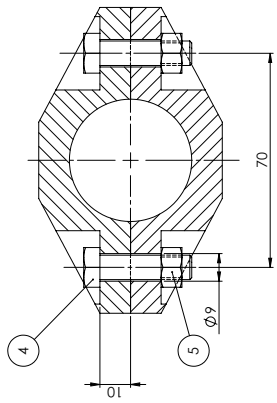
— A moyen terme, une option plus satisfaisante pour modéliser le comportement mécanique de ce type de mousse consisterait à développer un modèle multi-échelle pour décrire transition progressive de l'état de matériau cellulaire architecturé vers un état de matériau formé de poudre.

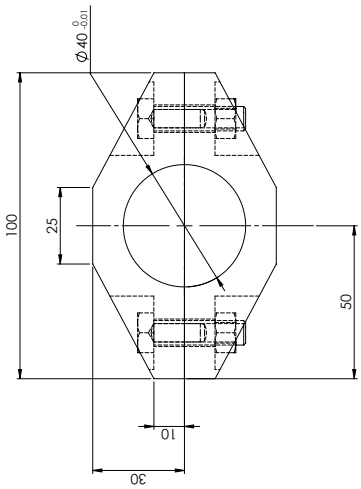
Annexes

Annexe A

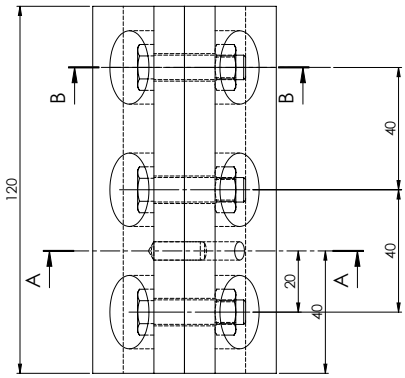
Montage de confinement

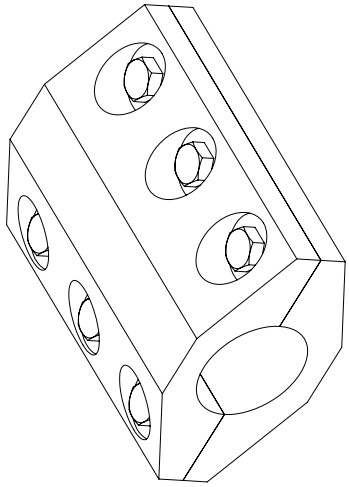






NOTA: MASSE 2.8 Kg





REV.	DATE	DESSINE / DRAWN	VERIFIE / CHECKED	APROUVE / APPROVED	MODIFICATIONS
-	-	-	-	-	-
00	-	A.BIGUET	DRAFT : 07/10/2011		-

NOMS ET VISAS / NAMES AND SIGNATURES

TN INTERNATIONAL
1, rue des Hêtres,
78180 MONTIGNY-le-Bretonneux,
TEL: 01 34 96 50 00
FAX: 01 34 96 54 85
www.tninternational.com

AREVA

TOLERANCES GENERALES
GENERAL ALLOWANCES
ISO 2768-cL
ISO 13920-CG

N° PLAN / DRAWING REFERENCE
PLA-11-00049676

CONFORMATEUR POUR
DES ESSAIS DE COMPRESSION
INTERROMPUS

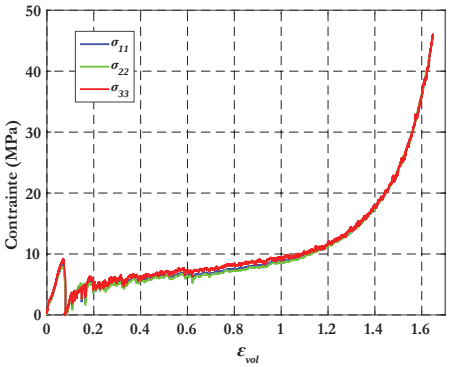
FORMAT A2
ECHELLE / SCALE 1:1

CE PLAN PROPRIETE DE TN INTERNATIONAL NE PEUT ETRE UTILISE, COMMUNIQUE OU REPRODUIT SANS AUTORISATION.
THIS DRAWING, PROPERTY OF TN INTERNATIONAL, CANNOT BE USED, TRANSMITTED OR REPRODUCED WITHOUT AUTHORIZATION

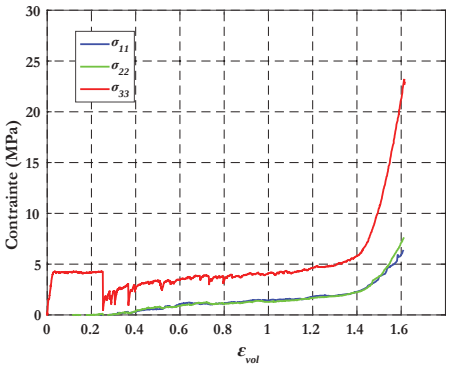
Annexe B

Comportement multiaxial de la mousse carbone

1 Comportement multiaxial de la mousse HP01



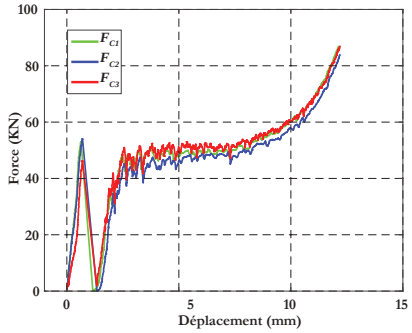
(a) *Comportement sous une sollicitation ISOU*



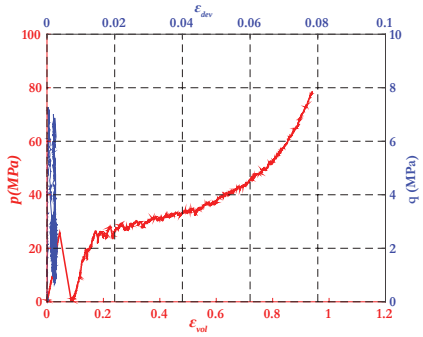
(b) *Comportement sous une sollicitation OEDO*

FIGURE B.1 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP01 sous sollicitations multiaxiales.*

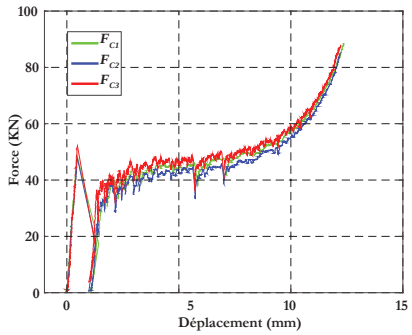
2 Comportement Hydrostatique de la mousse HP02



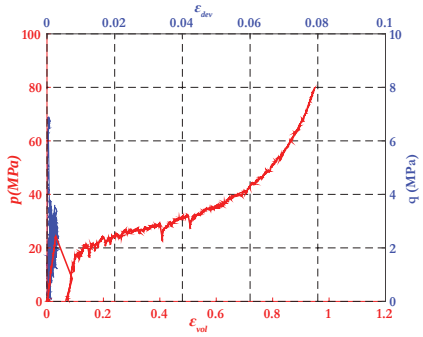
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



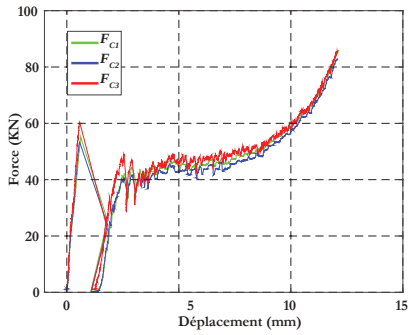
(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*



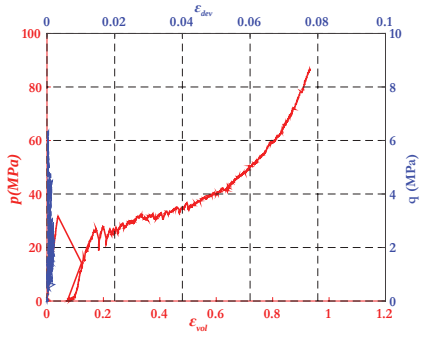
(c) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(d) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*



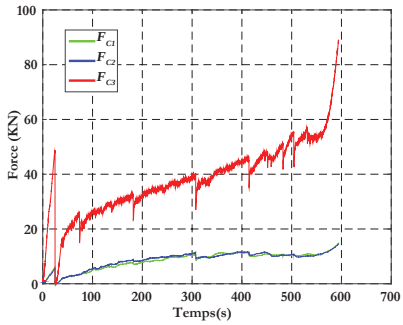
(e) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



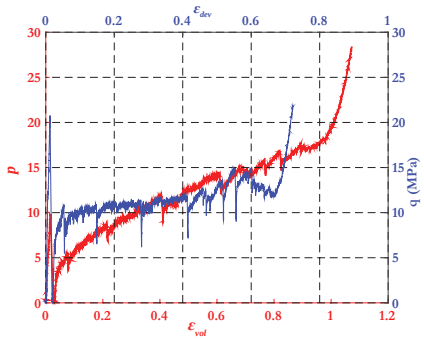
(f) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.2 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression HYDRO.*

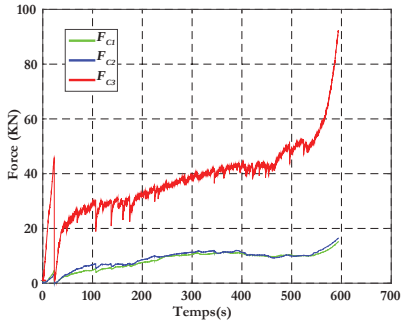
3 Comportement Oedometrique de la mousse HP02



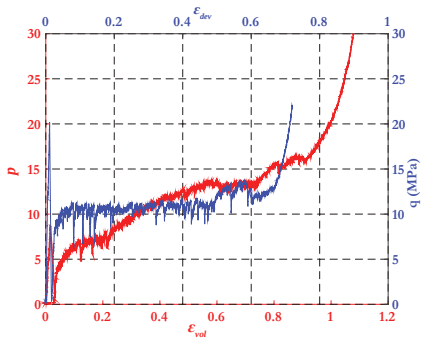
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



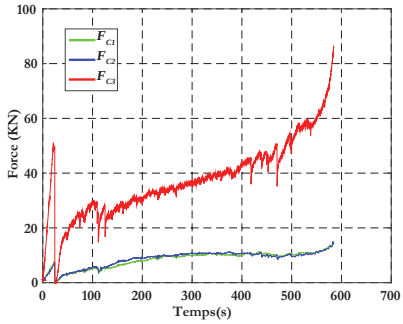
(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*



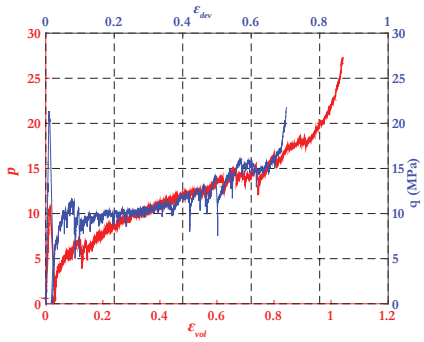
(c) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(d) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*



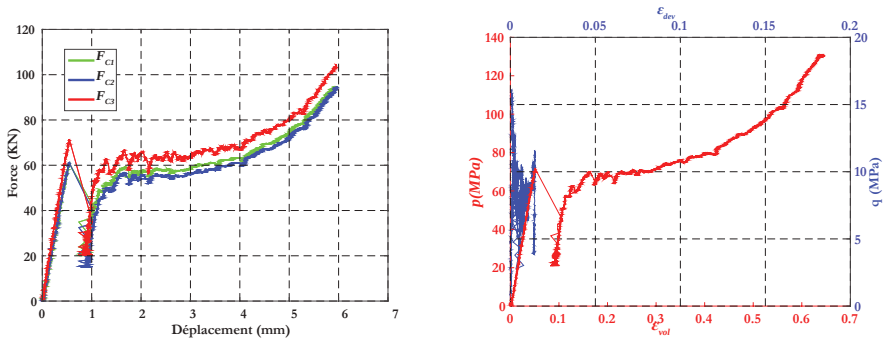
(e) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(f) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

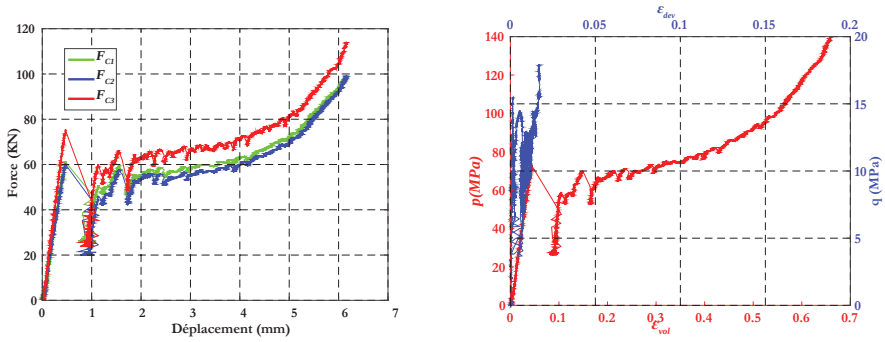
FIGURE B.3 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP02 en compression OEDO.*

4 Comportement hydrostatique de la mousse HP03



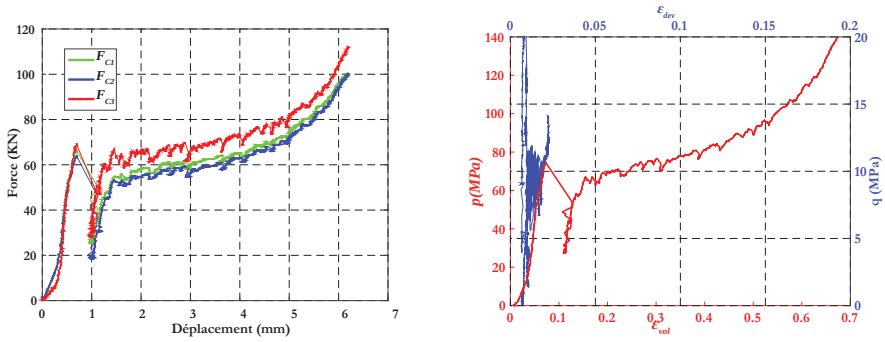
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs* (b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.4 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression HYDRO.*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs* (b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

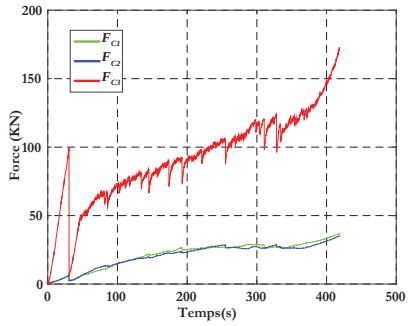
FIGURE B.5 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression HYDRO.*



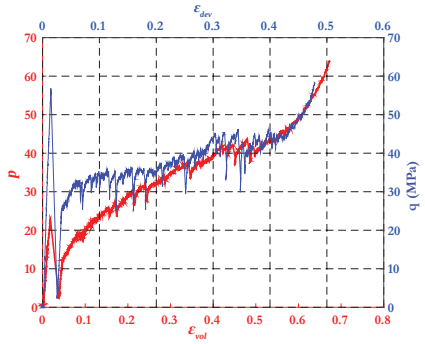
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs* (b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.6 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression HYDRO.*

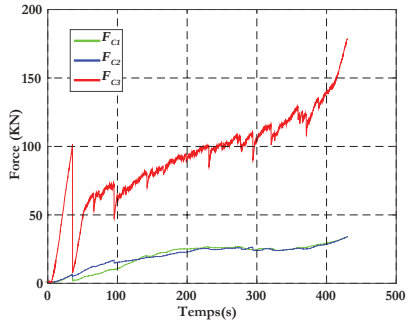
5 Comportement Oedometrique de la mousse HP03



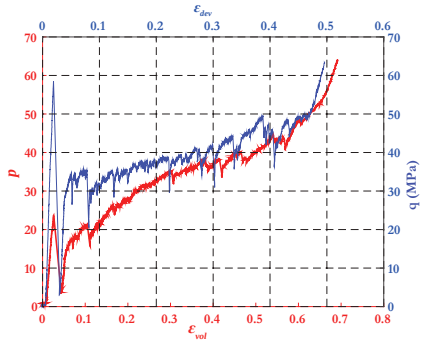
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*



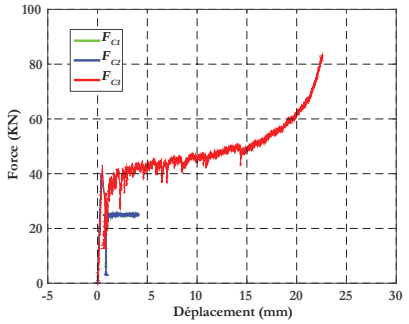
(c) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



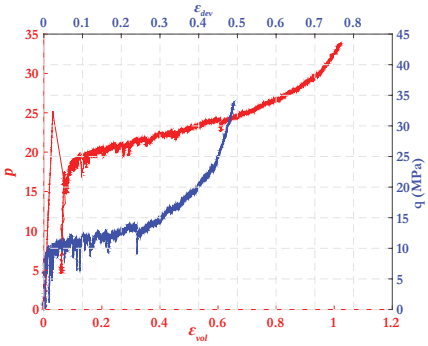
(d) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.7 – *Réponse expérimentale de la mousse carbone de nuance HP03 en compression OEDO.*

6 Comportement triaxiale de la mousse HP02

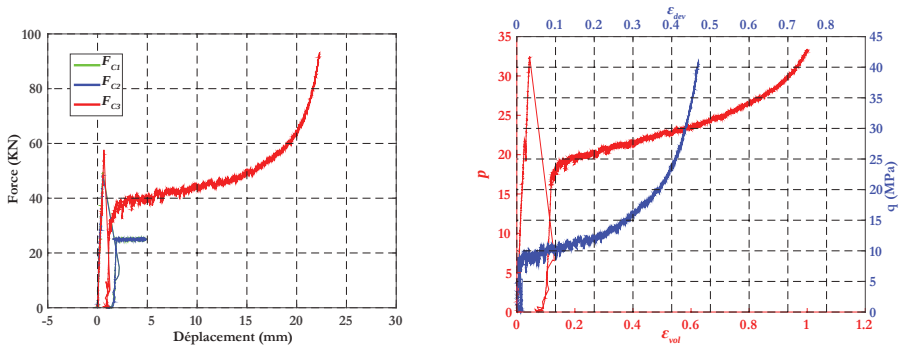


(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*



(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

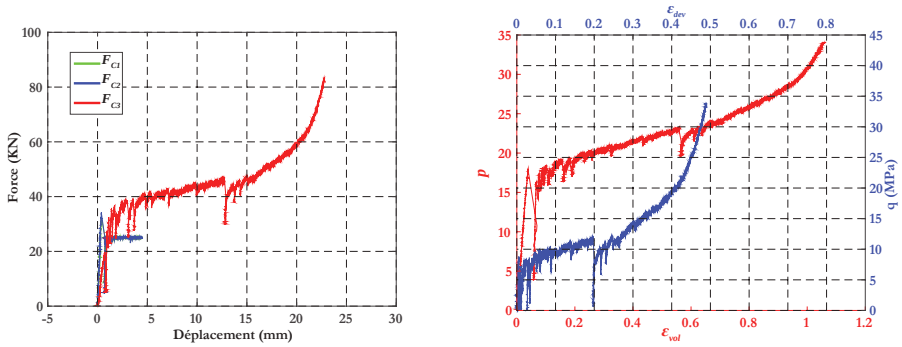
FIGURE B.8 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX25).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

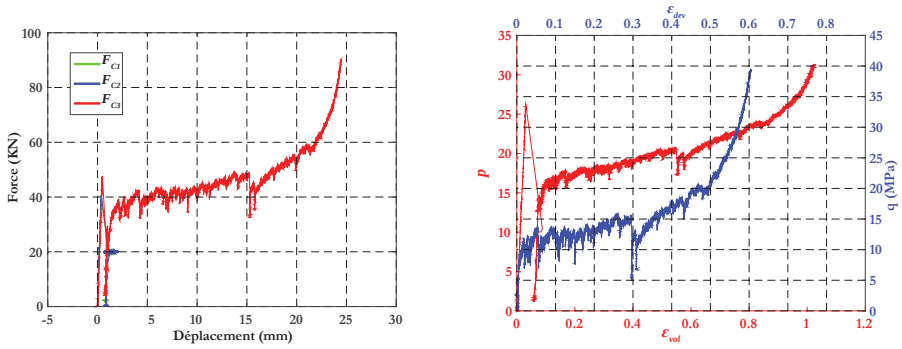
FIGURE B.9 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX25).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

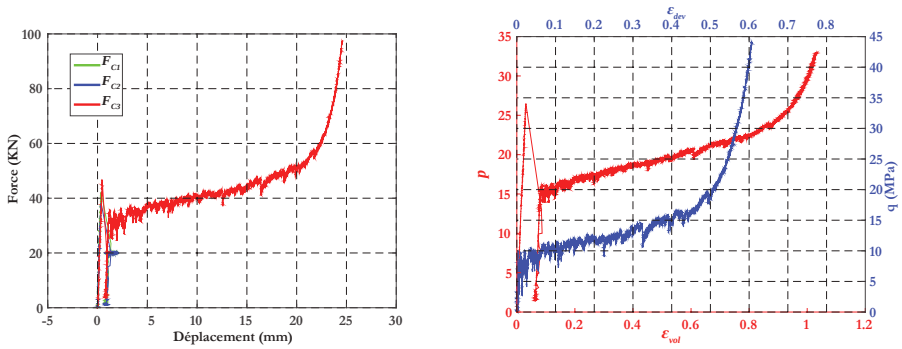
FIGURE B.10 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX25).*



(a) *Contrainte moyenne et déviatorique fonction de la déformation volumique*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

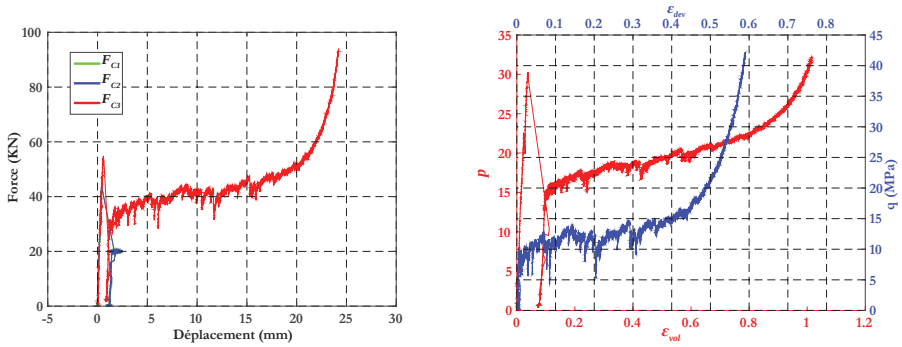
FIGURE B.11 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX20).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

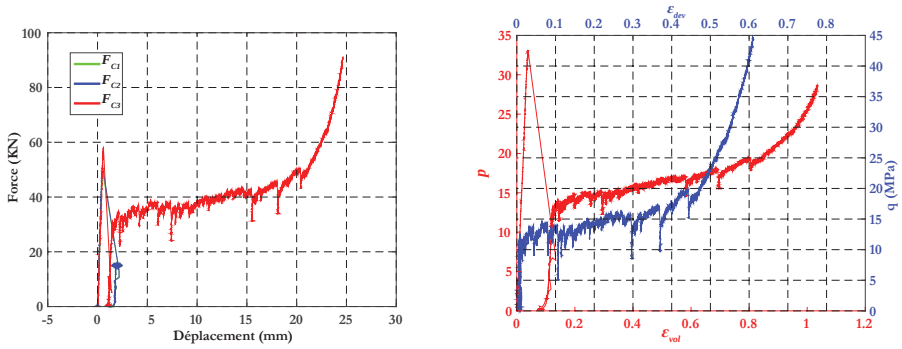
FIGURE B.12 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX20).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

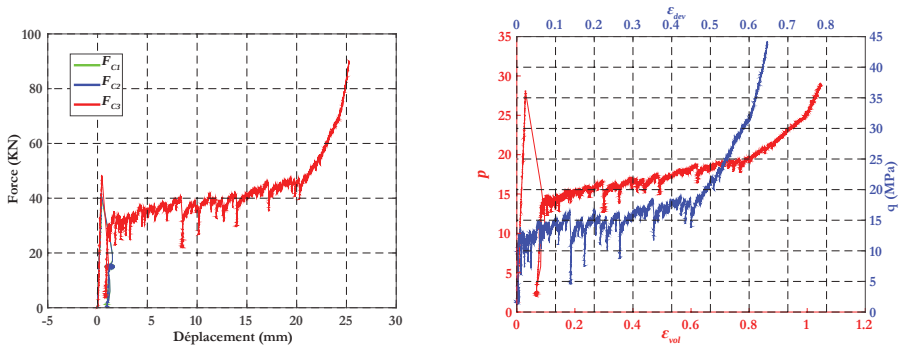
FIGURE B.13 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX20).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

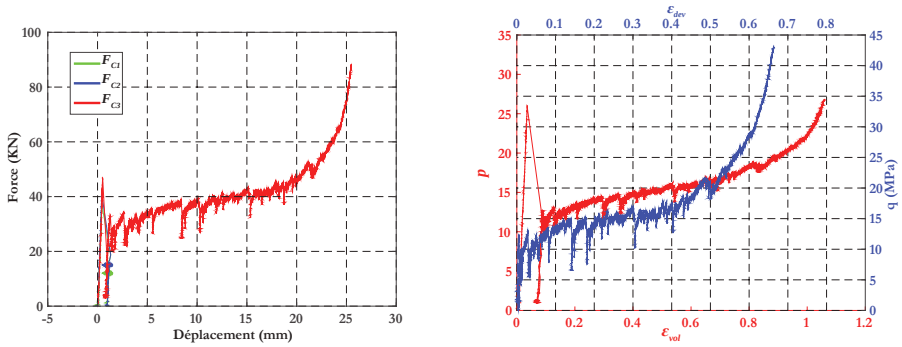
FIGURE B.14 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX15).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

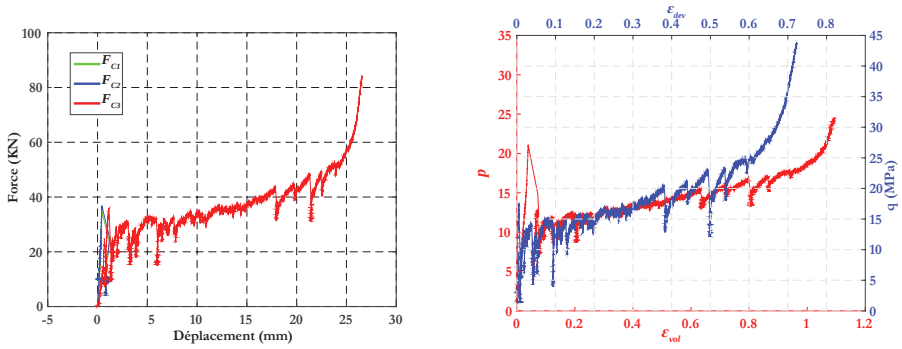
FIGURE B.15 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX15).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

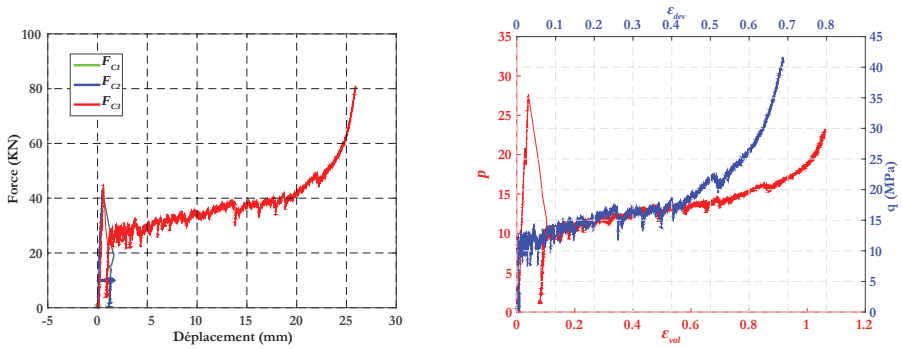
FIGURE B.16 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX15).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs*

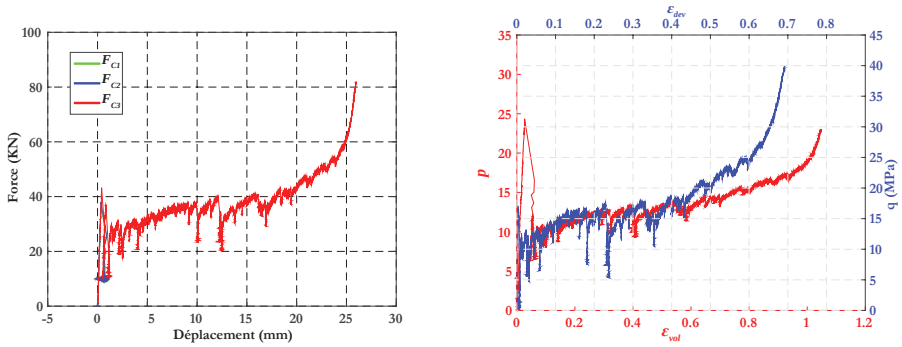
(b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.17 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX10).*



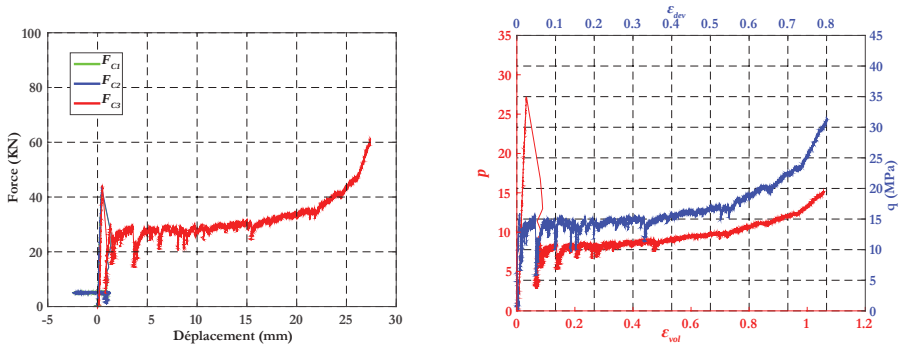
(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs* (b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.18 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX10).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs* (b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.19 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX10).*



(a) *Efforts en fonction des déplacements relatifs* (b) *Comportement volumique* $(p - \varepsilon_{vol})$ *en rouge et déviatorique* $(q - \varepsilon_{dev})$ *en bleu*

FIGURE B.20 – *Réponse expérimentale de la mousse HP02 en compression triaxiale (TRIAX05).*

Annexe C

Cadre général des lois de comportement

On propose ici de rappeler le cadre et les notations adoptées dans le cadre des grandes transformations où les lois de comportement des matériaux compressibles sont généralement décrites. On trouvera davantage plus de détails dans les ouvrages de [Lem+09 ; Bes+09].

1 Cinématique d'un milieu continu en grandes transformations

Le mouvement d'un solide continu déformable $\mathcal{S}$ peut être suivi dans un référentiel E attaché, soit à la configuration actuelle $\mathcal{C}_t$ à l'instant t, soit à la configuration initiale $\mathcal{C}_\prime$ à l'instant $t = 0$. Différentes approches peuvent être utilisées :

— description lagrangienne : les grandeurs physiques caractérisant l'évolution d'un milieu déformable en un point matériel M sont décrites par rapport à la configuration initiale $\mathcal{C}_0$; elles dépendent de la position M_0 qu'occupaient ce point à l'instant initial, soit $\overrightarrow{X}$ (variables de Lagrange) et du temps t. Cette description est souvent adoptée en mécanique des solides lorsque les déplacements sont limités ;

— description eulérienne : les grandeurs physiques, en particulier les vitesses, caractérisant l'évolution d'un milieu déformable en un point matériel M sont décrites par rapport à la configuration actuelle $\mathcal{C}_t$ et dépendent de la position actuelle de ce point $\vec{x}$ (variables d'Euler) et du temps t. Cette description est souvent adoptée en mécanique de fluide où les déplacements sont importants ;

— approche ALE (Lagrangienne-Eulérienne-Arbitraire) : cette approche a été développée pour combiner les points forts de deux premières approches tout en réduisant leurs points faibles. Elle est généralement utilisée lorsqu'il s'agit de traiter un problème faisant intervenir une interaction fluide/solide [Don+04].

Dans la description lagrangienne, la transformation d'un milieu continu $\mathcal{S}$ par rapport à sa configuration de réference $\mathcal{C}_0$ est définie par une fonction vectorielle $\overrightarrow{\phi}$ qui relie la position initiale $\overrightarrow{X}$ d'un point matériel à sa nouvelle position $\vec{x}$ à l'instant t

$$\overrightarrow{\phi} : \left\| \begin{array}{lcl} \mathcal{C}_0 & \longrightarrow & \mathcal{C}_t \\ \overrightarrow{X} & \longrightarrow & \vec{x} = \overrightarrow{\phi}\left(\overrightarrow{X}, t\right) \end{array} \right. \tag{C.1}$$

En introduisant le vecteur déplacement $\vec{u} = \vec{u}(\overrightarrow{X}, t)$, la position actuelle s'écrit également sous la forme

$$\vec{x} = \overrightarrow{X} + \vec{u}(\overrightarrow{X}, t) \tag{C.2}$$

En vue de définir la transformation locale au voisinage d'une particule M du solide $\mathcal{S}$, on introduit l'application linéaire tangente $\mathbf{F}$ associée à $\overrightarrow{\phi}$ et est définie par

$$\mathrm{d}\vec{x} = \mathbf{F} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{X} \tag{C.3}$$

où $\mathrm{d}\overrightarrow{X}$ est un vecteur élémentaire caractérisant une variation élémentaire de position dans la configuration initiale et $\mathrm{d}\vec{x}$ son image dans la configuration actuelle. Cette application est aussi appelée tenseur gradient de la déformation.

Le tenseur gradient de la transformation $\mathbf{F}$ s'exprime sous la forme

$$\mathbf{F} = \mathrm{grad}_X\,(\vec{x}) = \frac{d\vec{x}}{d\overrightarrow{X}} = \mathbf{I} + \mathbf{H} \tag{C.4}$$

ou encore en notation indicielle

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \delta_{ij} + H_{ij} \qquad \text{avec} \qquad H_{ij} = \frac{\partial u_i}{\partial X_j} \tag{C.5}$$

Le mouvement du solide continu est supposé tel que la transformation est inversible. Ceci impose que $\det(\mathbf{F}) \neq 0$. On adopte $\det(\mathbf{F}) > 0$, en appliquant la loi de conservation de la masse, $\boldsymbol{J}$ représente la dilatation volumique

$$J = \det\,(\mathbf{F}) = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}V} = \frac{\rho_0}{\rho_t} \tag{C.6}$$

où $\mathrm{d}v$ est le volume élémentaire après la transformation du solide du volume $\mathrm{d}V$ dans la configuration initiale, ρ_t et ρ_0 sont respectivement les masses volumiques actuelle et initiale. Enfin le transport d'un élément de surface $\mathrm{d}S$ orientée par la normale $\overrightarrow{N}$ s'obtient par

$$\mathrm{d}s \cdot \vec{n} = J \cdot \mathbf{F}^{-T} \cdot \mathrm{d}S \cdot \overrightarrow{N} \tag{C.7}$$

Le tenseur $\mathbf{F}$ contient les informations à propos de la déformation du solide $\mathcal{S}$ et sa rotation au voisinage d'une particule. Si le solide est rigide, alors

$$\vec{x} = \vec{c}(t) + \mathbf{Q}(t)\overrightarrow{X} \tag{C.8}$$

où $\mathbf{Q}$ est la rotation de corps rigide, transformation qui est indépendante de M.

Les deux contributions (déformation pure et rotation) sont obtenues à travers la décomposition polaire du gradient $\mathbf{F}$

$$\mathbf{F} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R} \tag{C.9}$$

où $\mathbf{U}$, $\mathbf{V}$ sont respectivement les tenseurs de déformations pures droit et gauche (symétriques et définis positifs) et $\mathbf{R}$ est le tenseur de rotation.

De manière générale, Hill a proposé de définir deux familles de mesures de déformation, $\mathbf{E}_n$ en description lagrangienne et $\mathbf{A}_n$ en description eulérienne qui sont définies par

$$\mathbf{E}_n = \frac{1}{n}\left(\mathbf{U}^n - \mathbf{I}\right) \qquad ; \qquad \mathbf{A}_n = \frac{1}{n}\left(\mathbf{V}^n - \mathbf{I}\right) \tag{C.10}$$

pour tout entier relatif n non nul et

$$\mathbf{E}_0 = \ln \mathbf{U} \qquad ; \qquad \mathbf{A}_0 = \ln \mathbf{V} \tag{C.11}$$

pour $n = 0$

Le cas $n = 2$ permet de définir, en description lagrangienne, le tenseur de Green-Lagrange $\mathbf{E} = \mathbf{E}_2$. Ce tenseur exprime en un point la relation entre deux vecteurs élémentaires $\mathrm{d}\overrightarrow{X}$ et $\mathrm{d}\overrightarrow{Y}$ dans la configuration de référence et qui ont pour images $\mathrm{d}\vec{x}$ et $\mathrm{d}\vec{y}$ dans la configuration actuelle, soit

$$\mathrm{d}\vec{x} \cdot \mathrm{d}\vec{y} - \mathrm{d}\overrightarrow{X} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{Y} = 2\mathrm{d}\overrightarrow{X} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{Y} \tag{C.12}$$

où de manière analogue en description eulérienne le tenseur d'Euler-Almansi $\mathbf{A} = \mathbf{A}_2$, soit :

$$\mathrm{d}\vec{x} \cdot \mathrm{d}\vec{y} - \mathrm{d}\overrightarrow{X} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{Y} = 2\mathrm{d}\overrightarrow{X} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{Y} \tag{C.13}$$

En notation indicielle, le tenseur $\mathbf{E}$ s'écrit

$$E_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i}\,\frac{\partial u_k}{\partial X_j}\right) \tag{C.14}$$

Evidemment, on peut également exprimer le produit scalaire $\mathrm{d}\overrightarrow{x} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{y}$ en fonction de $\mathrm{d}\overrightarrow{X}$ et $\mathrm{d}\overrightarrow{Y}$, soit

$$\mathrm{d}\overrightarrow{x} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{y} = \mathbf{C}\left(\mathrm{d}\overrightarrow{X}, \mathrm{d}\overrightarrow{Y}\right) = \mathrm{d}\overrightarrow{X} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{Y} \tag{C.15}$$

où $\mathbf{C}$ est le tenseur des dilatations ou tenseur de Cauchy-Green droit qui vaut

$$\mathbf{C} = \mathbf{F}^T\mathbf{F} \qquad \text{ou} \qquad C_{jk} = F_{ji}F_{ik} \tag{C.16}$$

Le tenseur de Green-Lagrange s'exprime alors par

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{C} - \mathbf{I}\right) \tag{C.17}$$

Le même raisonnement nous conduit à la définition du tenseur de Cauchy-Green gauche $\mathbf{B}$

$$\mathbf{B} = \mathbf{F}\mathbf{F}^T \qquad \text{ou} \qquad B_{jk} = F_{ji}F_{ki} \tag{C.18}$$

Le tenseur des déformations nominales $\boldsymbol{\varepsilon}_n$ correspond au cas $n = 1$; le tenseur des déformations logarithmiques ou de Hencky $\boldsymbol{\varepsilon}_L$ correspond à $n = 0$. Ces tenseurs peuvent être calculés à partir des valeurs propres λ_i et vecteurs propres $\overrightarrow{N}_i$ du tenseur $\mathbf{U}$.

$$\boldsymbol{\varepsilon_n} = \mathbf{E}_1 = \mathbf{U} - \mathbf{I} = \sum_{i=1}^{3} ln(\lambda_i - 1)\overrightarrow{N}_i \otimes \overrightarrow{N}_i \tag{C.19}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_L = \ln(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^{3} \ln(\lambda_i)\overrightarrow{N}_i \otimes \overrightarrow{N}_i \tag{C.20}$$

Les valeurs propres $\lambda_i = \dfrac{\mathrm{d}l_t}{\mathrm{d}l_0}$ s'expriment comme un rapport de longueur.

Si l'on reprend l'interprétation des essais décrits du chapitre précédent, où la mesure logarithmique ($n = 0$) a été adoptée, on a

$$\varepsilon_{vol} = \ln \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}V} = \ln(\lambda_1\lambda_2\lambda_3) = \varepsilon_{1,L} + \varepsilon_{2,L} + \varepsilon_{3,L} \tag{C.21}$$

où $\varepsilon_{i,L}$ sont les valeurs propres du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon_L}$.

Compte tenu de la nature des transformations finies observées dans les essais et des mécanismes de déformation à modéliser, il est judicieux de partitionner le tenseur des déformations logarithmiques en un tenseur de déformation volumique $\boldsymbol{\varepsilon}_{vol}$ et un tenseur des déformations déviatoriques $\boldsymbol{e}$, soit

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{vol} = \frac{1}{3}\varepsilon_{vol}\mathbf{I} \tag{C.22}$$

et

$$\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon}_L - \boldsymbol{\varepsilon}_{vol}\mathbf{I} \tag{C.23}$$

La déformation déviatorique équivalente, variable duale de la contrainte équivalente de von Mises, est définie par

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3}\mathbf{e} : \mathbf{e}} \tag{C.24}$$

Pour décrire les lois d'évolution, il est utile de définir la vitesse de déformation $\dot{\mathbf{E}}$. Dans ce but, on définit le vecteur vitesse $\overrightarrow{V}$, dérivée partielle par rapport au temps du vecteur position $\vec{x}\left(\overrightarrow{X}, t\right)$. La dérivée temporelle du vecteur élémentaire $\mathrm{d}\vec{x}$ qui est notée $\dot{\vec{x}}$ s'écrit

$$\mathrm{d}\dot{\vec{x}} = \dot{\mathbf{F}}\,\mathrm{d}\overrightarrow{X} = \mathbf{L}\,\mathrm{d}\vec{x} \tag{C.25}$$

avec

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} \qquad ; \qquad \dot{F}_{ij} = \frac{\partial V_i}{X_j} \tag{C.26}$$

où $\dot{*}$ désigne la dérivée temporelle $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(*)$.

Le tenseur $\mathbf{L}$ se décompose en une partie symétrique, le tenseur taux de déformation $\mathbf{D}$ et le tenseur antisymétrique taux de rotation $\mathbf{\Omega}$ qui est associé au rotationnel de $\overrightarrow{V}$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{L} + \mathbf{L}^T\right) \qquad \text{et} \qquad \mathbf{\Omega} = \frac{1}{2}\left(\mathbf{L} - \mathbf{L}^T\right) \tag{C.27}$$

Comme on a

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\mathrm{d}\vec{x} \cdot \mathrm{d}\vec{y}\right) = 2\mathrm{d}\vec{x} \cdot \mathbf{D}\mathrm{d}\vec{y} = 2\mathrm{d}\overrightarrow{X} \cdot \dot{\mathbf{E}} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{Y} \tag{C.28}$$

la vitesse de déformation sera mesurée dans la configuration de référence par le tenseur $\dot{\mathbf{E}}$ et dans la configuration actuelle par le tenseur $\mathbf{D}$, les deux étant reliés par

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{F}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{F} \tag{C.29}$$

Remarque

Comme cela a été indiqué plus haut, il existe de nombreux tenseurs des déformations pour écrire les lois de comportement. Dans la pratique, les plus utilisés sont les suivants.

1. Le tenseur des déformations de Green-Lagrange $\mathbf{E}$, car il se calcule très facilement à partir de $\mathbf{F}$ et la relation entre le second tenseur de contraintes de Piola Kirchhoff et le tenseur de Cauchy est direct (voir plus loin).
2. Le tenseur des déformations logarithmiques, car il est possible sous certaines conditions d'utiliser les ingrédients classiques des lois écrites dans le cadre des transformations infinitésimales :
   — décomposition de déformation totale en une partie élastique et une partie plastique ;
   — décomposition du tenseur des contraintes en une partie sphérique et une partie déviatorique ;
   — approche thermodynamique cohérente applicable et possible pour la dérivation des modèles.

C'est cette dernière mesure des déformations qui sera adoptée dans le modèle de comportement de la mousse carbone.

2 Description des efforts

Dans la configuration actuelle (description eulérienne), en chaque point M du milieu de position $\vec{x}$, les efforts intérieurs de cohésion, $\mathrm{d}\vec{t}$ s'exercent à travers la surface élémentaire déformée, $\mathrm{d}s$, orientée par sa normale, $\vec{n}$. En suivant le raisonnement classique de Cauchy, le tenseur des contraintes de Cauchy, $\boldsymbol{\sigma}$, est défini par

$$\mathrm{d}\vec{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n}\mathrm{d}s \tag{C.30}$$

Cette définition de $\boldsymbol{\sigma}$ n'est pas spécifique aux petites déformations. $\boldsymbol{\sigma}$ est un tenseur d'ordre deux symétrique.

Si l'on souhaite décrire l'état de contrainte dans la configuration de référence, plusieurs options sont possibles.

Une première option consiste juste à exprimer l'élément de surface dans la configuration de référence (description mixte), soit

$$\mathrm{d}\vec{t} = \boldsymbol{\sigma} \cdot J\boldsymbol{F}^{-T} \cdot \overrightarrow{N}dS = \mathbf{\Pi} \cdot \overrightarrow{N}\mathrm{d}S \tag{C.31}$$

où $\overrightarrow{N}$ est le vecteur normal unitaire orientant la surface élémentaire dS dont l'image par la transformation $\boldsymbol{F}$, est ds.

Le tenseur non symétrique $\mathbf{\Pi}$ est nommé premier tenseur de Piola-Kirchhoff ou tenseur de Boussinesq. Il s'exprime par

$$\mathbf{\Pi} = J\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{F}^{-T} \tag{C.32}$$

Comme le tenseur de Cauchy, le tenseur $\mathbf{\Pi}$ a un sens physique clair et il est bien adapté pour définir les conditions aux limites sur les efforts.

Une seconde option consiste à transporter d$\vec{t}$ dans la configuration de référence par

$$\mathrm{d}\vec{T} = \mathbf{F}^{-1}\mathrm{d}\vec{t} = J\,\mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} \cdot \overrightarrow{N} \cdot \mathrm{d}S = \mathbf{S} \cdot \overrightarrow{N} \cdot \mathrm{d}S \tag{C.33}$$

Le tenseur symétrique $\mathbf{S}$ est appelé le second tenseur de Piola Kirchhoff et la formulation ainsi établie s'appuie sur une description lagrangienne. Il a pour expression

$$\mathbf{S} = J\mathbf{F}^{-1} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{F}^{-T} = \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{\Pi} \tag{C.34}$$

On introduit également un quatrième tenseur de contrainte, le tenseur de Kirchhoff $\boldsymbol{\tau}$ qui est défini par

$$\boldsymbol{\tau} = J \cdot \boldsymbol{\sigma} \qquad \text{avec} \qquad J = \det\boldsymbol{F} \tag{C.35}$$

et qui joue un role important dans la formulation variationnelle[Sid82]

Dans le cadre de cette étude, les contraintes nominales ont été définies en considérant les forces intérieures de cohésion réelles d$\vec{f}$ appliquées sur les surfaces élémentaires dS définies dans la configuration initiale. Elles sont donc associées au premier tenseur des contraintes de Piola Kirchhoff $\mathbf{\Pi}$.

Les contraintes réelles également définies dans les chapitres précédents sont associées au tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$.

Les invariants I_1, I_2 et I_3 du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ sont des grandeurs indépendantes du référentiel et sont définis à partir du polynome caractéristique

$$\det(\boldsymbol{\sigma} - \lambda\mathbf{I}) = -\lambda^3 + I_1(\sigma)\lambda^2 - I_2(\sigma)\lambda + I_3(\sigma) = 0 \tag{C.36}$$

où les racines σ_i avec $i = \{1, 2, 3\}$ sont appelées les contraintes principales.

Les invariants de $\boldsymbol{\sigma}$ sont définis par

$$\begin{cases} I_1 &= \mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{ii} = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= \dfrac{1}{2}\left((\mathrm{tr}(\boldsymbol{\sigma}))^2 - \mathrm{tr}\left(\boldsymbol{\sigma}^2\right)\right) = \dfrac{1}{2}\left(\sigma_{ii}^2 - \sigma_{ij}\sigma_{ij}\right) = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3 \\ I_3 &= \det(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 \end{cases} \tag{C.37}$$

Comme cela a déjà été présenté dans les chapitres précédents, le tenseur des contraintes de Cauchy peut se décomposer en un tenseur déviatorique (à trace nulle) et un tenseur sphérique

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{s} - p\mathbf{I} \tag{C.38}$$

où $\mathbf{s}$ est le tenseur des contraintes déviatoriques. La contrainte moyenne p, est définie par

$$p = -\frac{1}{3}\mathbf{I}_1 = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \tag{C.39}$$

Le tenseur des contraintes déviatoriques $\mathbf{s}$ est donné par

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{I} \tag{C.40}$$

$\mathbf{s}$ possède également trois invariants, définis de manière équivalente aux invariants pratiques de σ donnés par

$$\begin{cases} J_1 &= \mathrm{tr}(\mathbf{s}) = 0 \\ J_2 &= \frac{1}{2}\mathrm{tr}\left(\mathbf{s}^2\right) = \frac{1}{2}s_{ij}s_{ji} \\ J_3 &= \frac{1}{3}\mathrm{tr}\left(\mathbf{s}^3\right) = \frac{1}{3}s_{ij}s_{jk}s_{ki} \end{cases} \tag{C.41}$$

La contrainte équivalente au sens de Von-Mises σ_{eq} ou q s'exprime en fonction du second invariant du tenseur des contraintes déviatoriques J_2

$$q = \sqrt{3J_2} \tag{C.42}$$

Cette contrainte est définie à partie d'une équivalence énergétique [Lem+09].

Deux autres invariants du tenseur des contraintes de Cauchy peuvent être définis pour construire un critère de plasticité compressible : le taux de triaxialité η_T et l'angle de Lode θ dont les expressions sont précisées ci-dessous

$$\eta_T = \frac{-p}{q} \tag{C.43}$$

$$cos(3\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{J_3}{\sqrt{(J_2)^3}} \tag{C.44}$$

Par application du principe de la dualité en mécanique, on associe à chaque tenseur des déformations défini auparavant un tenseur des contraintes dual associé à partir de la puissance de déformation. Par exemple, le tenseur des contraintes de Cauchy $\boldsymbol{\sigma}$ est associé au tenseur taux des déformations $\mathbf{D}$, le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff $\mathbf{S}$ est le tenseur dual du tenseur des déformations de Green-Lagrange $\mathbf{E}$.

L'application du principe des puissances virtuelles permet également d'écrire les conditions nécessaires et suffisantes de l'équilibre du milieu et les conditions limites sur les efforts appliqués au solide $\mathcal{S}$ occupant le domaine Ω_t dans la configuration actuelle et Ω_0 dans la configuration initiale. Les conditions s'écrivent :

— en formulation eulérienne

$$\begin{cases} \mathrm{div}_x \boldsymbol{\sigma} + \rho_t \vec{f}_m = \vec{0}, \ \forall \vec{x} \in \Omega_t \\ \vec{t} = \boldsymbol{\sigma}\vec{n} = \vec{t}_d, \ \forall \vec{x} \in \partial\Omega_t^F \end{cases} \tag{C.45}$$

— en formulation lagrangienne

$$\begin{cases} \mathrm{div}_X \boldsymbol{\Pi} + \rho_0 \vec{f}_m = \vec{0}, \quad \forall \vec{x} \in \Omega_0 \\ \vec{T} = \boldsymbol{\Pi}\overrightarrow{N} = \vec{T}_d, \quad \forall \vec{X} \in \partial\Omega_0^F \end{cases} \tag{C.46}$$

3 Ecriture générale des lois de comportement

3.0.1 Cadre thermodynamique

Les lois de comportement non linéaires des matériaux, considérés comme des milieux continus, sont généralement construites dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. Elles doivent respecter les premier et second principes. Ce cadre est exposé en détail dans de nombreux ouvrages. Nous invitons le lecteur à consulter les ouvrages de Germain *et al.* [Ger+83], Lemaitre *et al.* [Lem+09], Besson *et al.* [Bes+09].

En description eulérienne la conservation de l'énergie correspond au premier principe de la thermodynamique des milieus continus. Les différentes contributions à l'énergie totale d'un sous domaine quelconque D_t du domaine Ω_t du solide sont respectivement :

— l'énergie cinétique

$$K = \frac{1}{2}\int_{D_t} \rho_t \vec{v} \cdot \vec{v} dv \tag{C.47}$$

où $\vec{v}$ est le champs de vitesse ;

— la puissance des efforts appliqués

$$P = \int_{\partial D_t} \vec{t} \cdot \vec{v} ds + \int_{D_t} \rho \vec{f}_m \cdot \vec{v} dv \tag{C.48}$$

où $\vec{f}_m$ est la densité massique d'effort exterieur à distance, e.g. la gravité ;

— l'énergie interne E et sa densité massique e d'énergie interne

$$E = \int_{D_t} \rho_t e dv \tag{C.49}$$

— l'apport de chaleur Q sous la forme d'un apport surfacique h et d'un apport massique non mécanique r

$$Q = \int_{\partial D_t^h} h ds + \int_{D_t} \rho r ds \tag{C.50}$$

avec $h = -\vec{q} \cdot \vec{n}$ où est le flux surfacique de chaleur ;

Le premier principe stipule que

$$\dot{E} + \dot{K} = P + Q \tag{C.51}$$

En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, le premier principe se transforme en

$$\dot{E} = P^i + Q \tag{C.52}$$

où P^i est la puissance des efforts internes qui vaut

$$P^i = -\int_{D_t} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} dv \tag{C.53}$$

La formulation locale de ce premier principe s'écrit alors :

— en description eulérienne

$$\rho_t \dot{e} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} - \mathrm{div}_x \vec{q} + \rho_t r = 0 \tag{C.54}$$

— en description lagrangienne [Bes+09]

$$\rho_0 \dot{e} = \boldsymbol{S} : \dot{\mathbf{E}} - \mathrm{div}_X \vec{q}_0 + \rho_0 r = 0 \tag{C.55}$$

Le second principe de la thermodynamique spécifie que le taux d'entropie interne $\dot{S}_{int}$ d'un système ne peut que croitre, soit

$$\dot{S}_{int} = \dot{S} - \dot{S}_{ext} \geq 0 \tag{C.56}$$

Dans cette expression, l'entropie $\dot{S}$ est obtenue par intégration sur le volume de l'entropie spécifique η

$$S = \int_{\mathcal{D}_t} \rho_t \eta dv = \int_{\mathcal{D}_0} \rho_0 \eta dV \tag{C.57}$$

et le taux d'énergie échangée avec l'extérieur T_{ext} par

$$\dot{S}_{ext} = \int_{\mathcal{D}_t} \frac{\rho_t r}{T} dv - \int_{\partial \mathcal{D}_t} \frac{\vec{q} \cdot \vec{n}}{T} ds = \int_{\mathcal{D}_0} \frac{\rho_0 r}{T} dV - \int_{\partial \mathcal{D}_0} \frac{\overrightarrow{Q} \cdot \overrightarrow{N}}{T} dS \tag{C.58}$$

Les expressions locales du second principe sont déduites :

— en description eulérienne

$$\rho_t \dot{\eta} - \frac{\rho_t r}{T} + \vec{q} \cdot grad_x \left(\frac{1}{T} \right) \geq 0 \tag{C.59}$$

— en description lagrangienne

$$\rho_0 \dot{\eta} - \frac{\rho_0 r}{T} + \overrightarrow{Q} \cdot grad_X \left(\frac{1}{T} \right) \geq 0 \tag{C.60}$$

Les inégalités de Clausius-Duhem sont obtenues en introduisant les formes locales du premier principe dans ces expressions, ce qui conduit à :

— en description eulérienne

$$\phi_t = -\rho_t \left(\dot{e} - T\dot{\eta}\right) - \frac{1}{T}\vec{q} \cdot grad_x \left(T\right) + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \geq 0 \tag{C.61}$$

— en description lagrangienne

$$\phi_0 = -\rho_0 \left(\dot{e} - T\dot{\eta}\right) - \frac{1}{T}\overrightarrow{Q} \cdot grad_X \left(T\right) + \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} \geq 0 \tag{C.62}$$

Enfin, si l'on prend en compte le fait que dans la plupart des lois de comportement, le potentiel thermodynamique utilisé est l'énergie libre spécifique de Helmholtz définie par

$$\psi = e - T\eta \tag{C.63}$$

les expressions précédentes deviennent :

— en description eulérienne

$$\phi_t = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} - \rho_t \left(\dot{\psi} - \eta\dot{T}\right) - \frac{1}{T}\vec{q} \cdot grad_x \left(T\right) \geq 0 \tag{C.64}$$

— en description lagrangienne

$$\phi_0 = \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} - \rho_0 \left(\dot{\psi} - \eta\dot{T}\right) - \frac{1}{T}\overrightarrow{Q} \cdot grad_X \left(T\right) \geq 0 \tag{C.65}$$

Cette dissipation peut se décomposer en deux parties : une dissipation intrinsèque $\phi_{t,1}$ (respectivement $\phi_{0,1}$) et une dissipation thermique $\phi_{t,2}$ (respectivement $\phi_{0,2}$) avec

$$\phi_{t,1} = \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} - \rho_t \left(\dot{\psi} - \eta\dot{T}\right) \qquad \text{et} \qquad \phi_{t,2} = -\frac{1}{T}\vec{q} \cdot grad_x \left(T\right) \tag{C.66}$$

ou

$$\phi_{0,1} = \mathbf{S} : \dot{\mathbf{E}} - \rho_0 \left(\dot{\psi} - \eta\dot{T}\right) \qquad \text{et} \qquad \phi_{0,2} = -\frac{1}{T}\overrightarrow{Q} \cdot grad_X \left(T\right) \tag{C.67}$$

Comme la nature des dissipations est différente, dans la plupart des cas, on considère que

$$\phi_{t,1} \geq 0 \qquad ; \qquad \phi_{t,2} \geq 0 \tag{C.68}$$

ou

$$\phi_{0,1} \geq 0 \qquad ; \qquad \phi_{0,2} \geq 0 \tag{C.69}$$

3.0.2 Formulation classique

Les lois de comportement peuvent être formulées soit par une approche fonctionnelle, soit par une approche par variables d'état [Lem+09]

La seconde approche a été adoptée dans cette étude. L'état du matériau dépend de l'histoire de la sollicitation et peut être caractérisé par un ensemble de variables, $\boldsymbol{V}$, qui sont scalaires, vectorielles ou tensorielles. Ces variables vont décrire d'une part la partie réversible du comportement (e.g., thermoélasticité) et la partie irréversible (e.g., endommagement, plasticité).

Les variables observables sont directement accessibles par la mesure. C'est le cas du tenseur des déformations totales ou de la température. Elles ont de ce fait un statut à part. Les variables internes $\boldsymbol{V}_i$ décrivent des phénomènes dissipatifs ou des phénomènes conduisant à une variation d'énergie stockée. On peut citer par exemple le tenseur des déformations plastiques, les variables d'écrouissage ou les variables d'endommagement, les variables de transformation de phase réversible ou irréversible.

A ces variables primaires sont associées des variables duales ou associées $\boldsymbol{A}$ ou $\boldsymbol{A}_i$. Par exemple, le tenseur des contraintes est associé au tenseur des déformations totales, le taux de restitution d'énergie est associé à l'endommagement scalaire, l'entropie est associé à la température. Les relations directes entre certaines variables $\boldsymbol{V}$ et certaines variables $\boldsymbol{A}$ sont établies soit directement (par exemple la loi d'élasticité) soit déduite par dérivation d'un potentiel thermodynamique - l'énergie libre spécifique de Helmholtz, ψ, ou l'énergie libre spécifique de Gibbs est connu.

A titre d'exemple, dans le cadre de la plasticité en grandes transformations, si le potentiel d'état ψ est défini par

$$\psi = \psi\left(\mathbf{F}, T, \mathbf{F}^{pl}, \boldsymbol{V}_i\right) \tag{C.70}$$

les lois d'état suivantes sont obtenues

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Pi} = \rho_0 \dfrac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{F}} \quad ; & \boldsymbol{\Pi}^{pl} = -\rho_0 \dfrac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{F}^{pl}} \\ \eta = -\dfrac{\partial \psi}{\partial T} \quad ; & \boldsymbol{A}_i = \rho_0 \dfrac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{V}_i} \end{cases} \tag{C.71}$$

La première ligne de l'équation précédente peut être remplacée de manière équivalente par

$$\mathbf{S} = \rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{E}} \quad ; \quad \mathbf{S}^{pl} = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{E}^{pl}} \tag{C.72}$$

Pour décrire les phénomènes dissipatifs (plasticité, endommagement), on définit les lois d'évolution qui relient les vitesses de certaines variables caractérisant les non-linéarités à certaines variables d'état soit directement, soit au moyen d'un potentiel de dissipation

$$\phi^* = \phi^*(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{A}_i, \vec{g}_q) \tag{C.73}$$

obtenu par la transformée de Legendre-Fenchel du potentiel de dissipation $\phi(\boldsymbol{F}^{\boldsymbol{e}}, \dot{\boldsymbol{V}}_i, \vec{q})$. On obtient ainsi des lois d'évolution des variables sous la forme

$$\dot{\mathbf{F}}^{el} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad ; \quad -\dot{\boldsymbol{V}}_i = \frac{\partial \phi^*}{\partial \boldsymbol{A}_i} \quad ; \quad \vec{q} = \frac{\partial \phi^*}{\partial \vec{g}_q} \tag{C.74}$$

Si le potentiel de dissipation est une fonction convexe, non négative et nulle à l'origine, la règle de normalité ainsi établie permet de garantir, a priori, que le second principe est directement vérifié. Si la règle précédente s'applique à l'ensemble des variables internes, les matériaux ainsi générés sont appelés

matériaux standards généralisés. Certains modèles de comportement développés pour les mousses et les matériaux cellulaires s'inscrivent dans ce cadre.

Compte-tenu des symmétries du tenseur des déformations $\boldsymbol{\varepsilon}$ et du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$, il est souvent plus commode de manipuler les grandeurs sous la forme matricielle simplifiée. La notation de Voigt est généralement utilisée. Les grandeurs se définissent par

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4, \varepsilon_5, \varepsilon_6]^T = \left[\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \sqrt{2}\varepsilon_{23}, \sqrt{2}\varepsilon_{31}, \sqrt{2}\varepsilon_{12}\right]^T \tag{C.75}$$

et

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5, \sigma_6]^T = \left[\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sqrt{2}\sigma_{23}, \sqrt{2}\sigma_{31}, \sqrt{2}\sigma_{12}\right]^T \tag{C.76}$$

où ^{T} désigne le transposé.

3.0.3 Partition des déformations

Lorsque les déformations sont petites, il est usuel d'adopter la partition des déformations suivantes

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}^{el} + \boldsymbol{\varepsilon}^{pl} \tag{C.77}$$

où $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ est la déformation élastique et $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$ la déformation inélastique, e.g. la déformation plastique.

On en déduit immédiatement que

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \tag{C.78}$$

La partition des déformations ne peut pas être étendue directement aux grandes transformations. On introduit donc une configuration intermédiaire dite relachée $\mathcal{C}_r$ obtenue par relachement local des contraintes. Le gradient de la transformation peut se décomposer de manière multiplicative par

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^{el} \cdot \mathbf{F}^{pl} \tag{C.79}$$

où les tenseurs des déformations élastiques et inélastiques sont caractérisés respectivement par $\mathbf{F}^{el}$ et par $\mathbf{F}^{pl}$.

Le gradient des vitesses s'exprime alors

$$\mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \left[\dot{\mathbf{F}}^{el} \cdot \mathbf{F}^{pl} + \mathbf{F}^{el} \cdot \dot{\mathbf{F}}^{pl}\right] \left(\mathbf{F}^{pl}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{F}^{el}\right)^{-1} \tag{C.80}$$

qui peut être mis sous la forme

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}^{el} + \mathbf{L}^{pl} \tag{C.81}$$

avec

$$\mathbf{L}^{el} = \dot{\mathbf{F}}^{el} \cdot \left(\mathbf{F}^{el}\right)^{-1} \qquad ; \qquad \mathbf{L}^{pl} = \mathbf{F}^{el} \cdot \dot{\mathbf{F}}^{pl} \cdot \left(\mathbf{F}^{pl}\right)^{-1} \cdot \left(\mathbf{F}^{el}\right)^{-1} \tag{C.82}$$

Si l'on décompose les différents tenseurs $\mathbf{L}$, $\mathbf{L}^{el}$ et $\mathbf{L}^{el}$ en parties symmétriques $\mathbf{d}$ et antisymétriques $\mathbf{w}$, on a notamment

$$\mathbf{L} = \mathbf{d} + \mathbf{w} \qquad ; \qquad \mathbf{L}^{el} = \mathbf{d}^{el} + \mathbf{w}^{el} \qquad ; \qquad \mathbf{L}^{pl} = \mathbf{d}^{pl} + \mathbf{w}^{pl} \tag{C.83}$$

ce qui permet d'utiliser la partition du taux de déformation

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^{el} + \mathbf{d}^{pl} \tag{C.84}$$

Rappelons que la dérivée temporelle d'un tenseur écrit dans la configuration de référence $\mathcal{C}_0$ est objective. C'est le cas de la dérivée du tenseur de Green-Lagrange $\mathbf{E}$ ou du second tenseur de Piola-Kirchhoff $\mathbf{S}$. En revanche, la dérivée d'un tenseur écrit dans la configuration actuelle $\mathcal{C}_t$ ne l'est pas et de ce fait la dérivée du tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ ne l'est pas, tout comme celles de $\mathbf{F}$ et du premier tenseur de Piola-Kirchhoff $\mathbf{\Pi}$.

Pour palier à la difficulté, différentes dérivées objectives ont été proposées dans la littérature [Bes+09]. La dérivée souvent utilisée est la dérivée de Jaumann qui est définie par

$$\frac{D_J}{Dt}\sigma = \sigma^{\Delta} = \dot{\sigma} + \sigma \cdot \mathbf{\Omega} - \mathbf{\Omega} \cdot \sigma \tag{C.85}$$

où le taux de rotation $\mathbf{\Omega}$ est definie par l'équation (C.27).

3.0.4 Loi de comportement élastique

Dans la plupart des mousses, le comportement est quasi-linéaire au début du chargement avant l'apparition de la première non linéarité, de ce fait, il peut être modélisé par un comportement du type élastique. A ce stade, la déformation reste petite.

La relation contrainte-déformation dans cette zone du comportement peut être décrite par la loi de Hooke généralisée

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon}^{el} \tag{C.86}$$

où $\mathbb{C}$ est la matrice d'élasticité d'ordre 4 (ou matrice des rigidités élastiques) et $\boldsymbol{\varepsilon}^{el}$ le tenseur des déformations élastiques.

Lorsque le matériau est isotrope, les composantes de $\mathbb{C}$ s'écrivent sous la forme

$$\mathbf{C}_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \tag{C.87}$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé. Ces coefficients sont liés au module d'Young, E, et au coefficient de Poisson, ν, par les relations

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad \text{et} \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{C.88}$$

En notation de Voigt, cette matrice s'écrit

$$\mathbb{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44} \end{pmatrix} \tag{C.89}$$

avec :

$$C_{11} = C_{12} + 2C_{44} \quad ; \quad C_{44} = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad ; \quad C_{12} = \frac{E(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)} \tag{C.90}$$

De manière équivalente, en utilisant la partition du tenseur de déformation élastique en un tenseur sphérique ε_{vol}^{el} et un tenseur déviatorique $\mathbf{e}^{el}$, la loi de Hooke isotrope peut également s'écrire sous la forme

$$\boldsymbol{\sigma} = -p\mathbf{I} + \mathbf{s} = K\varepsilon_{vol}^{el}\mathbf{I} + 2G\mathbf{e}^{el} \tag{C.91}$$

où K est le module de compressibilité et G le module de cisaillement, les deux s'exprimant en fonction de E et ν comme suit

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \qquad \text{et} \qquad G = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{C.92}$$

Lorsque le matériau est anisotrope et plus particulièrement isotrope transverse, comme c'est le cas de certaines mousses, la loi de Hooke (Eq. C.86) est toujours valable, mais la matrice d'élasticité $\mathbb{C}$ est plus complexe. En utilisant la notation de Voigt définie précédemment, la matrice d'élasticité d'ordre 2 de composante C_{IJ}^{E} s'écrit :

$$\mathbb{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} \tag{C.93}$$

Par exemple, pour un matériau isotrope transverse, les composantes de $\mathbb{C}$ s'écrivent sous la forme.

$$\begin{cases} C_{11} = \dfrac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2E_2\Delta} & C_{22} = \dfrac{1-\nu_{13}\nu_{13}}{E_1E_2\Delta} & C_{33} = \dfrac{1-\nu_{12}\nu_{12}}{E_1E_2\Delta} \\ C_{12} = \dfrac{\nu_{21}-\nu_{21}\nu_{23}}{E_2E_2\Delta} & C_{13} = \dfrac{\nu_{21}-\nu_{21}\nu_{23}}{E_2E_2\Delta} & C_{23} = \dfrac{\nu_{32}-\nu_{12}\nu_{12}}{E_1E_2\Delta} \\ C_{44} = C_{22} - C_{23} = \dfrac{E_2}{1+\nu_{23}} & C_{55} = 2G_{12} & C_{66} = C_{55} \end{cases} \tag{C.94}$$

avec :

$$\Delta = \frac{1 - 2\nu_{12}\nu_{21-\nu_{23}\nu_{32}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{12}}}{E_1 E_2 E_3} \tag{C.95}$$

Enfin, si les déformations sont grandes, il convient de formuler la loi d'élasticité soit en formulation lagrangienne, soit en formulation eulérienne. Dans le cas de l'élasticité isotrope, on a par exemple [Bes+09]

— description eulérienne

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \mathrm{tr}\,(\mathbf{V})\,\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{V} \tag{C.96}$$

où $\mathbf{V}$ est l'eulérien qui intervent dans la décomposition de $\mathbf{F} = \mathbf{V} \cdot \mathbf{R}$

— description lagrangienne

$$\mathbf{S} = \lambda \mathrm{tr}\,(\mathbf{E})\,\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{E} \tag{C.97}$$

où $\mathbf{S}$ est le second tenseur de Piola-Kirchhoff et $\mathbf{E}$ le tenseur de Green-Lagrange.

Enfin, les lois d'élasticité décrites précédemment s'inscrivent dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles, en postulant la forme de l'énergie libre spécifique de Helmholtz $\psi(\mathbf{E})$. Par exemple, pour caractériser l'élasticité linéaire, on peut choisir la forme quadratique suivante

$$\rho\psi(\mathbf{E}) = \frac{1}{2}\mathbf{E} : \mathbb{C} : \mathbf{E} \tag{C.98}$$

d'où on déduirapar dérivation la loi d'état (élasticité).

3.0.5 Critères

Les critères permettent de définir la transition de comportement, par exemple entre un comportement élastique et un comportement plastique ou l'apparition d'un endommagement. Ils sont généralement écrits sous la forme d'une fonction seuil ou fonction de charge f, qui est fonction des variables duales comme le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$, des variables d'écrouissage isotrope R ou cinématique $\boldsymbol{X}$ dans le cas des matériaux élastoplastique, le taux de restitution y, variable duale de la variable d'endommagement d, si ce mécanisme est présent, ...

$$f = f\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{A}_i; \boldsymbol{V}_k\right) \tag{C.99}$$

en description eulérienne.

On notera que dans certains cas, les variables primaires $\boldsymbol{V}_k$ sont également présentes dans l'écriture de la fonction de charge, mais sous la forme de paramètres.

Les fonctions seuil des matériaux isostropes dépendent des invariants du tenseur des contraintes et plus généralement de grandeurs scalaires. Si les matériaux sont anisotropes, alors on remplace le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ par un autre tenseur des contraintes, $\widetilde{\boldsymbol{\sigma}}$, défini par une transformation linéaire de la forme

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{L}^{an} : \boldsymbol{\sigma} \qquad ; \qquad \hat{\sigma}_{ij} = L^{an}_{ijkl}\sigma_{kl} \tag{C.100}$$

où $\mathbf{L}^{an}$ est un tenseur d'ordre 4 contenant les coefficients d'anisotropie.

Le critère d'apparition d'un changement de comportement, par exemple de l'élasticité à l'élastoplasticité est alors défini par la condition

$$f = f\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{A}_i; \boldsymbol{V}_k\right) = 0 \tag{C.101}$$

Dans les matériaux à comportement indépendant du temps, si le chargement se poursuit, les variables internes évoluent de sorte à ce que lors d'une transformation infinitésimale, on respecte la condition de cohérence .

$$f = f\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{A}_i; \boldsymbol{V}_k\right) = 0 \qquad ; \qquad df\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{A}_i; \boldsymbol{V}_k\right) = 0 \tag{C.102}$$

La fonction f est strictement positive pour les matériaux ayant un caractère visqueux, par exemple pour les matériaux viscoplastiques

$$f = f\left(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{A}_i; \boldsymbol{V}_k\right) \geq 0 \tag{C.103}$$

De nombreux critères sont basés sur l'énergie de déformation élastique, w^{el}, qui s'exprime par

$$w^{el} = \frac{1}{2}\mathbb{C} : \boldsymbol{\varepsilon^{el}} : \boldsymbol{\varepsilon^{el}} = \frac{1}{2}\boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon^{el}} \tag{C.104}$$

Cette énergie peut être partitionnée en une énergie de déformation hydrostatique, w^{el}_{vol} et une énergie de déformation déviatorique w^{el}_{dev}, comme suit

$$w^{el} = w^{el}_{vol} + w^{el}_{dev} \tag{C.105}$$

avec

$$w^{el}_{vol} = \frac{1}{2}p\varepsilon^{el}_{vol} = \frac{1}{2}\frac{p^2}{K} \tag{C.106}$$

et

$$w^{el}_{dev} = \frac{1}{2}\boldsymbol{s} : \boldsymbol{\varepsilon^{el}} = \frac{1}{4G}\boldsymbol{s} : \boldsymbol{s} = \frac{J_2}{2G} = \frac{1}{2G}\frac{q^2}{3} \tag{C.107}$$

ce qui conduit à

$$w^{el} = \frac{1}{2G}\frac{q^2}{3} + \frac{1}{2}\frac{p^2}{K} = \frac{1}{2}\frac{1}{3G}\left(q^2 + \frac{3G}{K}p^2\right) \tag{C.108}$$

Les critères de plasticité développés pour les matériaux incompressibles sont basés généralement sur la théorie de l'énergie de distorsion élastique w^{el}_{dev}, l'écoulement commençant lorsque w^{el}_{dev} atteint une valeur critique. Ces critères de plasticité combinent les deux types d'énergie de déformation élastique si le matériau est compressible.

Enfin, il faut signaler que certains critères sont basés sur les contraintes ou les déformations principales. C'est notamment le cas des critères bien connus de Tresca, Mohr-Coulomb, Rankine.

3.0.6 Lois d'évolution

En élastoplasticité, les modèles de comportement sont définis par certains concepts fondamentaux dans les principaux sont les suivants :

La surface de charge : Appelée aussi surface seuil, elle permet de limiter le domaine

élastique d'un matériau. Une fonction scalaire f de l'état de contrainte et de l'écrouissage est associée à cette surface. En fonction du signe de f, trois cas peuvent se présenter :$f < 0$, le comportement est élastique ; $f = 0$, le comportement est élastoplastique ; $f > 0$, un état de contrainte physiquement impossible

On appele un critère de plasticité lorsque $f = 0$

— **Ecrouissage :**

Au cours de chargement, lorsqu'on atteint la frontière d'élasticité, deux types de comportement peuvent se produire : soit un comportement parfaitement plastique, soit un comportement plastique écrouissable. Dans le premier cas, la surface de charge reste inchangée. Dans le deuxième cas, la surface de charge dépend de l'état d'écrouissage qui est représentée par la variable H. Elle peut se dilater comme elle peut se déplacer dans l'espace des contraintes. Les deux phénomènes associés sont l'écrouissage isotrope et l'écrouissage cinématique. Ils peuvent coexister en même temps. Pour les matériaux compressibles écrouissables on parle souvent d'un écrouissage isotrope et un écrouissage volumétrique.

— **Loi d'écoulement plastique :**

Le règle d'écoulement plastique consiste à exprimer l'évolution de la déformation plastique en fonction des états des contraintes et d'écrouissge à l'aide d'un potentiel plastique g. Ce potentiel peut être égale à la fonction de charge f. Dans ce cas la loi d'écoulement est dite associée ; c'est à dire la direction d'écoulement est confondue avec la normale à la surface de charge. Dans le cas où le potentiel g est différent à la fonction de charge f, l'écoulement est dit non associée .

L'évolution de la déformation plastique est définie par

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\lambda}\frac{\partial g(\boldsymbol{\sigma})}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \tag{C.109}$$

avec $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique.

Pour définir complètement les relations du comportement, il faut aussi déterminer le multiplicateur plastique utilisant la condition de cohérance $\dot{f} = 0$. Ceci indique, qu'au cours de chargement, l'état des contraintes doit rester sur la surface de charge, c'est à dire $f = 0$ et $\dot{\lambda} > 0$. La condition de cohérence est définie par

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma}\dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial H}\dot{H} \tag{C.110}$$

Bibliographie

Références

[Aba11] Abaqus. *ABAQUS Documentation*. Sous la dir. de Dassault Systèmes. 2011.

[Abd04] S. Abdennadher. "Etude de l'ecrasement de structures alvéolaires sous sollicitation dynamique. Application aux maétériaux cellulaires". Thèse de doct. Université Pierre et Marie Curie, 2004.

[Abr08] S. Abrate. "Criteria for Yielding or Failure of Cellular Materials". In : *Journal of Sandwich Structures and Materials* 10.1 (2008), p. 5–51.

[Acc+08] W. Acchar, E.G. Ramalho, F.B.M. Souza, W.L. Torquato, V.P. Rodrigues et M.D.M. Innocentini. "Characterization of cellular ceramics for high-temperature applications". English. In : *Journal of Materials Science* 43.19 (2008), p. 6556–6561.

[Acc+09] W. Acchar, F.B.M. Souza, E.G. Ramalho et W.L. Torquato. "Mechanical characterization of cellular ceramics". In : *Materials Science and Engineering A* 513-514 (2009), p. 340 –343.

[Adr+07] J. Adrien, M. Eric, G. Nelly et S. M. Valérie. "Experimental study of the compression behaviour of syntactic foams by in situ X-ray tomography". In : *Acta Materialia* 55.5 (2007), p. 1667 –1679.

[Alm08] L. B. Almeida. "Mechanical properties of alumina foams produced via high alkane phase emulsified suspensions (HAPES)". Mém.de mast. Federal University of Santa Satrina, 2008.

[Ami+05] Y. Aminanda, B. Castanié, J. J. Barrau et P. Thevenet. "Experimental Analysis and Modeling of the Crushing of Honeycomb Cores". In : *Applied Composite Materials* 12.3 (2005), p. 213–227.

[And+01] E.W Andrews, G Gioux, P Onck et L.J Gibson. "Size effects in ductile cellular solids. Part II : experimental results". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 43.3 (2001), p. 701 –713.

[Arc+78] M. Arcan, Z. Hashin et A. Voloshin. "A method to produce uniform plane-stress states with applications to fiber-reinforced materials". In : *Experimental Mechanics* 18.4 (1978), p. 141–146.

[Are+13] S. Arezoo, V.L. Tagarielli, C.R. Siviour et N. Petrinic. "Compressive deformation of Rohacell foams : Effects of strain rate and temperature". In : *International Journal of Impact Engineering* 51 (jan. 2013), p. 50–57.

[Are15] Areva. *La sûreté des transports*. 2015.

[AS07] D. S. Andre et K. Stelios. "Compressive response and failure of balsa wood". In : *International Journal of Solids and Structures* 44.25-26 (2007), p. 8685 –8717.

[Ato09] Agence Internationale de l'Energie Atomique. "Normes de sûreté de l'AIEA. Règlement de transport des matières radioactives." In : (2009).

[BAC94] S. Brown et Georges Abou-Chedid. "Yield behavior of metal powder assemblages". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 42.3 (1994), p. 383–399.

[BAI07] M. BAI. "Numerical evaluation of heat transfer and pressure drop in open cell foam". Mém.de mast. University of Florida, 2007.

[Ban01] J. Banhart. "Manufacture, Characterization and application of cellular metals and metal foam". In : *Progress in materials Science* 46 (2001), p. 559–632.

[Bar+14] A.T. Barnes, K. Ravi-Chandar, S. Kyriakides et S. Gaitanaros. "Dynamic crushing of aluminum foams : Part I – Experiments". In : *International Journal of Solids and Structures* 51.9 (2014), p. 1631–1645.

[Bas00] H. Bart-Smith A.G. Evans Bastawros A-F. "Experimental analysis of deformation mechanisms in a closed-cell aluminum alloy foam". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48.2 (2000), p. 301 –322.

[Ben+88] A. Benallal, R. Billardon et I. Doghri. "An integration algorithm and the corresponding consistent tangent operator for fully coupled elastoplastic and damage equations". In : *Communications in Applied Numerical Methods* 4.6 (1988), p. 731–740.

[Ber07] B.C. Bernardo. "Conception, fabrication et essais des emballages pour le transport des matières radioactives". In : *AIEA BULLETIN*. T. 21. 6. 2007.

[Bes+09] j. Besson, C. George, J. L. chaboche et B. Marc. *Non-linear mechanics of materials*. Wiley, 2009.

[BG90] R. Brezny et D.J. Green. "Characterization of edge effects in cellular materials". English. In : *Journal of Materials Science* 25.11 (1990), p. 4571–4578.

[BG91] R. Brezny et David J. Green. "Factors Controlling the Fracture Resistance of Brittle Cellular Materials". In : *Journal of the American Ceramic Society* 74.5 (1991), p. 1061–1065.

[BG93] R. Brezny et David J. Green. "Uniaxial Strength Behavior of Brittle Cellular Materials". In : *Journal of the American Ceramic Society* 76.9 (1993), p. 2185–2192.

[Bla+04] J.-S. Blazy, A. Marie-Louise, S. Forest, Y. Chastel, A. Pineau, A. Awade, C. Grolleron et F. Moussy. "Deformation and fracture of aluminium foams under proportional and non proportional multi-axial loading : statistical analysis and size effect". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 46.2 (2004), p. 217 –244.

[Bla03] J. S. Blazy. "Comportement mécanique des mousses d'aluminium : caractérisations expérimentales sous sollicitations complexes et simulations numériques dans le cadre de l'élasto-plasticité compressible". Thèse de doct. École nationale supérieure des mines de Paris, 2003.

[Bon+98] S. Bonnan, P. L. Hereil et F. Collombet. "Experimental characterization of quasi static and shock wave behavior of porous aluminum". In : *Journal of Applied Physics* 83.11 (1998), p. 5741–5749.

[Bou08] R. Bouix. “Mechanical behaviour and numerical simulation of behaviour of polymeric foams under static and dynamic loading.” Theses. Arts et Métiers ParisTech, 2008.

[Bou14] A. Bouterf. “Comportement mécanique de la plaque de plâtre étudié par tomographie et essais mécaniques in-situ”. Thèse de doct. ENS-Cachan, 2014.

[Bra08] E. T. Bradley. “Investigation of blast mitigation properties of carbon and polyurethane based foams”. Mém.de mast. University of Kentucky UKnowledge ?, 2008.

[Bru+02] E. Bruneton, C. Tallaron, N. Gras-naulin et A. Cosculluela. “E volution of the structure and mechanical behaviour of a carbon foam at very high temperatures”. In : 40 (2002), p. 1919–1927.

[BT97] J.T Beals et M.S Thompson. “Density gradient effects on aluminium foam compression behaviour”. English. In : *Journal of Materials Science* 32.13 (1997), p. 3595–3600.

[Bur97] N. Burlion. “Compaction des bétons : éléments de modélisation et caractérisation expérimentale”. Thèse de doct. ENS-Cachan, 1997.

[Cac+11] B. Cacchione, G. Janszen et P. G. Nettuno. “Numerical investigation on carbon foam-based dampers for helicopter seats”. In : *International Journal of Crashworthiness* 16.5 (2011), p. 511–522.

[Cal+12] J. Caliri, M. Francisco, S. G. Pazzianotto, R. Afonso, R. B. Canto et T. Volnei. “Study of an anisotropic polymeric cellular material under compression loading”. In : *Materials Research* 15 (juin 2012), p. 359–364.

[Can07] B. R. Canto. “Étude théorique et expérimentale du procédé de compaction et frittage du polytetrafluoréthylène (PTFE)”. Thèse de doct. ENS Cachan, 2007.

[CAO+06] X. CAO, Zhi hua W., Hong wei MA, Long mao Z. et Gui tong Y. “Effects of cell size on compressive properties of aluminum foam”. In : *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* 16.2 (2006), p. 351 –356.

[Car05] S. P. Carpenter. “Development of a Constrained Piston Method for Compression Testing of Carbon Foams”. Mém.de mast. College of Engineering et Mineral Resources at West Virginia University, 2005.

[Cas+08] B. Castanié, C. Bouvet, Y. Aminanda, J.-J. Barrau et P. Thevenet. “Modelling of low-energy/low-velocity impact on Nomex honeycomb sandwich structures with metallic skins”. In : *International Journal of Impact Engineering* 35.7 (2008), p. 620 –634.

[Cat+11] O. Caty, F. Gaubert, G. Hauss et G. Chollon. “Characterisation of mechanical properties of cellular ceramic materials using X-Ray computed tomography”. English. In : *Optical Measurements, Modeling, and Metrology, Volume 5*. Sous la dir. de Tom Proulx. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. 2011, p. 39–46.

[CF02] C. Chen et N.A. Fleck. “Size effects in the constrained deformation of metallic foams”. In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 50.5 (2002), p. 955 –977.

[Cho+06] C. Chong, Elliot B. Kennel, Alfred H. Stiller, Peter G. Stansberry et John W. Zondlo. “Carbon foam derived from various precursors”. In : *Carbon* 44.8 (2006), p. 1535 –1543.

[Chr01] B. Christophe. “De l’uniaxial au multiaxial : Comportement pseudoélastique des alliages à memoire de forme”. Thèse de doct. Université de Franche-Comté, 2001.

[CK06] D.-P. Kim Christian M. Mitchell et P.J.A. Kenis. "Ceramic microreactors for on-site hydrogen production". In : *Journal of Catalysis* 241.2 (2006), p. 235 –242.

[CL00] C. Chen et T.J. Lu. "A phenomenological framework of constitutive modelling for incompressible and compressible elasto-plastic solids". In : *International Journal of Solids and Structures* 37.52 (2000), p. 7769 –7786.

[Cnr14] Cnrs. *L'énergie nucléaire dans le monde*. 2014.

[Col06] P. Colombo. "Conventional and novel processing methods for cellular ceramics". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 364.1838 (2006), p. 109–124.

[Com+10] E. Combaz, C. Bacciarini, R. Charvet, W. Dufour, F. Dauphin et A. Mortensen. "Yield surface of polyurethane and aluminium replicated foam". In : *Acta Materialia* 58.15 (2010), p. 5168–5183.

[Com+11] E. Combaz, Bacciarini C., Charvet R., Dufour W. et Mortensen A. "Multiaxial yield behaviour of Al replicated foam". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 59.9 (2011), p. 1777 –1793.

[Cou95] O. Coussy. *Mechanics of Porous Continua*. Wiley, 1995.

[CW04] D. Christopher et Steve S.and Roland W. "Strength Enhancement and Application Development of Carbon Foam for Thermal Protection Systems". In : *Ceramic Composites Inc* (2004).

[Dai08] J. Dairon. "Development of a new technique to manufacture steel foams by the foundry route and mechanical characterisation of this foam". Theses. Ecole Centrale de Lille, déc. 2008.

[Dam+90] C. Q. Dam, Rasto Brezny et David J. Green. "Compressive behavior and deformation-mode map of an open cell alumina". In : *Journal of Materials Research* 5 (01 1990), p. 163–171.

[Dap+08] N. P. Daphalapurkar, J. C. Hanan, N. B. Phelps, H. Bale et H. Lu. "Tomography and Simulation of Microstructure Evolution of a Closed-Cell Polymer Foam in Compression". In : *Mechanics of Advanced Materials and Structures* 15.8 (2008), p. 594–611.

[Del08] S. Delettrez. "Elaboration par voie gazeuse et caractérisation de céramique alvéolaire base pyrocarbone ou carbure de silicium". Thèse de doct. Université Bordeaux 1, 2008.

[Den+12] A. G. Denay, A. Castagnet S.and Roy, G. Alise, C. Coursault et D. Mellier. "Size effect in glass fiber reinforced and pure polyurethane foams in monotonic and creep compression". In : *Journal of Cellular Plastics* 48.3 (2012), p. 221–238.

[DF00] V.S. Deshpande et N.A. Fleck. "Isotropic constitutive models for metallic foams". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 48 (2000), p. 1253–1283.

[DH69] J. A. Deruntz et O Hoffman. "The Static Strength of Syntactic Foams". In : *Journal of Applied Mechanics* 36.3 (1969), p. 551–557.

[Dil04] T. Dillard. "Caractérisation et simulation numérique du comportement mécanique des mousses de nickel : morphologie tridimensionnelle, réponse élastoplastique et rupture". Thèse de doct. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2004.

[Dlo+09] I. Dlouhý, Z. Chlup et L. Řehořek. "Tensile Properties of Open Cell Ceramic Foams". In : *Fractography of Advanced Ceramics III*. T. 409. Key Engineering Materials. Trans Tech Publications, nov. 2009, p. 168–175.

[DO12] I. Duarte et M. Oliveira. "Aluminium Alloy Foams : Production and Properties". In : *Powder Metallurgy* (2012), p. 47–72.

[Don+04] Jean Donea, Antonio Huerta, J.-Ph. Ponthot et A. RodrÃguez-Ferran. "Arbitrary Lagrangian Eulerian Methods". In : *Encyclopedia of Computational Mechanics*. John Wiley Sons, Ltd, 2004.

[DP05] F Dunne et N Petrinic. *Introduction to Computational Plasticity*. Oxford University Press, USA, 2005.

[Dru+51] D.C. Drucker, W. Prager et Brown. *Soil Mechanics and Plastic Analysis Or Limit Design*. Technical report (Brown University. Division of Applied Mathematics). Division of Applied Mathematics, Brown University, 1951.

[Dup08] F Dupray. "Comportement du béton sous fort confinement : étude en compression et en extension triaxiales à l'échelle mésoscopique". Thèse de doct. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2008.

[DW03] M. Doyoyo et T. Wierzbicki. "Experimental studies on the yield behavior of ductile and brittle aluminum foams". In : *International Journal of Plasticity* 19.8 (2003), p. 1195 –1214.

[DW10] H.V. Dongrea et U.S. Wankhede. "Heat Transfer Enhancement through Porous Carbon Foams". In : *International Journal of Engineering Research and Technology*. 3.3 (2010), p. 363–386.

[EDF15] EDF. *EDF émet de plus en plus de CO2*. 2015.

[Ehl95] W. Ehlers. "A single-surface yield function for geomaterials". In : *Archive of Applied Mechanics* 65 (4 1995), p. 246–259.

[Eks+06] A. Eksilioglu, N. Gencay, M.F. Yardim et E. Ekinci. "Mesophase AR pitch derived carbon foam : Effect of temperature, pressure and pressure release time". In : *Journal of Materials Science* 41.10 (2006), p. 2743–2748.

[Elm+02] A. Elmoutaouakkil, L. Salvo, E. Maire et G. Peix. "2D and 3D Characterization of Metal Foams Using X-ray Tomography". In : *Advanced Engineering Materials* 4.10 (2002), p. 803–807.

[Eln+07] I. Elnasri, S. Pattofatto, H. Zhao, H. Tsitsiris, F. Hild et Y. Girard. "Shock enhancement of cellular structures under impact loading : Part I Experiments". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 55.12 (2007), p. 2652 –2671.

[Eln06] I. Elnasri. "Comportement des matériaux cellulaires sous impact et de panneaux sandwichs sous perforation dynamique". Thèse de doct. ENS Cachan, 2006.

[Emm09] C. M. B. Emmanuel. "De l'imagerie 3D des structures á l'étude des mécanismes de transport en milieux cellulaires". Thèse de doct. Université Aix Marseille 1, 2009.

[EW02] J. A. Elliott et A. H. Windle. "In-situ deformation of an open-cell flexible polyurethane foam characterised by 3D computed microtomography". In : 7 (2002), p. 1547–1555.

[Fal08] A. Fallet. "Structure et propriétés mécaniques d'empilements aléatoires de sphères creuses : caractérisation et modélisation". Theses. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, déc. 2008.

[FJ+08] E.A. Flores-Johnson, Q.M. Li et R.A.W. Mines. "Degradation of Elastic Modulus of Progressively Crushable Foams in Uniaxial Compression". In : *Journal of Cellular Plastics* 44.5 (2008), p. 415–434.

[Flo+10] R. Florek, R. Simanik, M. Nosko et J. Harnukova. "Compression Test Evaluation Method for Aluminium Foam ... Parts of Different Alloys and Densities". In : *Powder Metallurgy Progress* 10.4 (2010).

[For11] P. Fortier. "0verview of used fuel transport cask". In : sous la dir. de NWTRB. 2011, p. 166–178.

[For60] W. Ford. "Method of Making Cellular Refractory Thermal insulating Material". Brev. 3,121,050. 1960.

[Fra02] A. Frachon. "Modélisation et simulation numérique de la compression en matricede poudres métalliques". Thèse de doctorat dirigée par Doremus, Pierre Mécanique Grenoble, INPG 2002. Thèse de doct. 2002, 252 p.

[Fre15] C. Fredy. "Modeling of the mechanical behavior of PolyTetraFluoroEthylene (PTFE) compounds during their compaction at room temperature". In : (2015).

[GA82] L. J. Gibson et M. F. Ashby. "The Mechanics of Three-Dimensional Cellular Materials". In : *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 382.1782 (1982), p. 43–59.

[GA99] L.J. Gibson et M.F. Ashby. *Cellular solids : Structure and properties*. Secend. Cambridge Solid State Science Series, 1999.

[Gar+06] N. Garsot, Y. Liu, A. Cherouat et X. L. Gong. "Modélisations numériques d'un essai de compression de mousses métalliques d'aluminium avec cellules ouvertes". In : *MATERIAUX*. 2006.

[Gdo+] E. E. Gdoutos, M. D. Isaac et Kuang-An Wang. "Multiaxial Characterization and Modeling of a PVC Cellular Foam ". In : 14.September 2001 (), p. 365–373.

[Gdo+02] E.E. Gdoutos, I.M Daniel et K.-A Wang. "Failure of cellular foams under multiaxial loading". In : *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing* 33.2 (2002), p. 163 –176.

[Ger+83] P. Germain, Q. S. Nguyen et P. Suquet. "Continuum Thermodynamics". In : *Journal of Applied Mechanics* (1983).

[GG08] G. Gary et V . De Greef. *Logiciel de dépouillement DAVID*. LMS. 2008.

[Gib+89] L.J. Gibson, M.F. Ashby, J. Zhang et T.C. Triantafillou. "Failure surfaces for cellular materials under multiaxial loads I.Modelling". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 31.9 (1989), p. 635 –663.

[Gio+00] G. Gioux, T.M McCormack et L.J Gibson. "Failure of aluminum foams under multiaxial loads". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 42.6 (2000), p. 1097 – 1117.

[Goo+10] T. Goodrich, N. Nawaz, B. Y. Feih S.and Lattimer et A. P. Mouritz. "High-temperature mechanical properties and thermal recovery of balsa wood". In : *Journal of Wood Science* 56.6 (2010), p. 437–443.

[Gra02] A. Gra. "Deformation Mechanisms of Closed-Cell Aluminium Alloy Foams Under Uniaxial Compression". In : (2002).

[Gre72] R.J. Green. "A plasticity theory for porous solids". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 14.4 (1972), p. 215 –224.

[GS10] S. Gupta et Arun Shukla. "Effect of Temperature on the dynamic performance of the core material , face-sheets and the sandwich composite". In : Dic (2010).

[GT63] A N Gent et A G Thomas. "Mechanics of Foamed Elastic Materials". In : *Rubber Chemistry and Technology* 36.3 (juil. 1963), p. 597–610.

[Gur77] A. L. Gurson. "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth : Part 1Yield criteria and flow rules for a porous ductile media". In : (1977).

[Hal06] J. O. Hallquist. *LS-DYNA Theory Manual*. 2006.

[Han+02] A.G. Hanssen, O.S. Hopperstad, M. Langseth et H. Ilstad. "Validation of constitutive models applicable to aluminium foams". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 44.2 (2002), p. 359 –406.

[Har+00] A.M. Harte, A. Fleck Norman et M. F. Ashby. "Energy absorption of foam-filled circular tubes with braided composite walls". In : *European Journal of Mechanics - A/Solids* 19.1 (2000), p. 31 –50.

[HB14] G. Heness et N. Booth. "Specimen Size Effects on the Compressive Strength of Porous , Open Cell Ceramics - Size Matters". In : 50 (2014), p. 176–179.

[Hop14] B. Hopkinson. "A Method of Measuring the Pressure Produced in the Detonation of High Explosives or by the Impact of Bullets". In : *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 213.497-508 (1914), p. 437–456.

[Hou+11] B. Hou, A. Ono, S. Abdennadher, S. Pattofatto, Y.L. Li et H. Zhao. "Impact behavior of honeycombs under combined shear-compression. Part I : Experiments". In : *International Journal of Solids and Structures* 48.5 (2011), p. 687 –697.

[Hou15] M. Houillon. *Shock-absorbing protection element for packaging for the transport and/or temporary storage of radioactive materials*. 2015.

[Ilt14] A. Iltchev. "Periodic homogenisation of a cellular material in elastoplasticity and application to structural modelling : from small to large deformations". Thèse de doct. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2014.

[Ina00] M. Inagaki, éd. *New Carbons - Control of Structure and Functions*. Oxford : Elsevier Science, 2000, p. 30 –57.

[JA05] I. Jeon et T. Asahina. "The effect of structural defects on the compressive behavior of closed-cell Al foam". In : *Acta Materialia* 53.12 (2005), p. 3415–3423.

[JC02] F. Jong et Paul Clancy. "Compression properties of wood as functions of moisture, stress and temperature". In : March (2002), p. 223–242.

[JK09] W-Y. Jang et Stelios Kyriakides. “On the crushing of aluminum open-cell foams : Part I. Experiments”. In : *International Journal of Solids and Structures* 46.3-4 (2009), p. 617 –634.

[JN09] G. Janszen et P. G. Nettuno. “Implementation and validation of a strain rate dependent model for carbon foam”. In : *Computational Methods and Experimental Measurements* 14 (2009).

[Kan+02] H. Kanahashi, T. Mukai, T. ;G. Nieh, T. Aizawa et K. Higashi. “Effect of Cell Size on the Dynamic Compressive Properties of Open-Celled Aluminum Foams”. In : *Materials Transactions* 43.10 (2002), p. 2548–2553.

[Kim+10] K. Kim, J. Kim, K. Choi, T. Shin et H. Yun. “Dynamic impact characteristics of KN-18 {SNF} transport cask á Part 1 : An advanced numerical simulation and validation technique”. In : *Annals of Nuclear Energy* 37.4 (2010), p. 546 –559.

[Kle+00a] J. Klett, Rommie Hardy, Ernie Romine, Claudia Walls et Tim Burchell. “High-thermal-conductivity, mesophase-pitch-derived carbon foams : effect of precursor on structure and properties”. In : *Carbon* 38.7 (2000), p. 953 –973.

[Kle+00b] J. Klett, R. Hardy, E. Romine, C. Walls et T. Burchell. “Mesophase Pitch Derived Carbon Foams : effect of precursor on structure and properties.” In : *Carbon* 7.38 (2000), p. 953–973.

[Kle00] J. Klett. “Process for making carbon foam”. Brev. 6,033,506. 2000.

[Ko65] W.L. Ko. “Deformations of Foamed Elastomers”. In : *Journal of Cellular Plastics* 1.1 (1965), p. 45–50.

[Koc11] O. Kocaturk. “Inertial effect in a aluminum metal foams”. Mém.de mast. Izmir Institute of Technology, 2011.

[Kol49] H. Kolsky. “An Investigation of the Mechanical Properties of Materials at very High Rates of Loading”. In : *Proceedings of the Physical Society Section B* 62 (11 1949).

[Kos15] A Kossa. “A new biaxial compression fixture for polymeric foams”. In : *Polymer Testing* 45 (2015), p. 47 –51.

[Kra10] O. Kraiem. “Comportement mécanique des mousses fragiles : caractérisation et modélisation”. Mém.de mast. UPMC PARIS-VI, 2010.

[Kri+03] B. Kriszt, U. Martin, U. Mosler, E. Maire, H. P. Degischer et A. Kottar. “Characterization of Cellular Metals”. In : *Handbook of Cellular Metals.* Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2003, p. 127–178.

[Lak83] R. S. Lakes. “Size effects and micromechanics of a porous solid”. In : *Journal of Materials Science* 18.9 (1983), p. 2572–2580.

[Lar02] M. Laroussi. “Modelling of open-cell foams : a micro-mechanical approach”. Theses. Ecole des Ponts ParisTech, 2002.

[LD09] R. Lucas et H. Danford. “Case Studies : Low Cost, High-Strength, Large Carbon Foam Tooling”. In : *sampe journal* (2009).

[Lee+06] S. Lee, F. Barthelat, N. Moldovan, H. D. Espinosa et H. N.G. Wadley. “Deformation rate effects on failure modes of open-cell Al foams and textile cellular materials”. In : *International Journal of Solids and Structures* 43.1 (2006), p. 53–73.

[Lem+09] J. Lemaitre, J.L. Chaboche, A. Benallal et R. Desmorat. *Mécanique des matériaux solides*. 2009.

[LG12] K. Li et X.L. Gao. "Micromechanical Modeling of Three-dimensional Open-cell Foams". English. In : *Advances in Soft Matter Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg, 2012, p. 213–258.

[Lhu+09] P. Lhuissier, A. Fallet, L. Salvo et Y. Brechet. "Quasistatic mechanical behaviour of stainless steel hollow sphere foam : Macroscopic properties and damage mechanisms followed by X-ray tomography". In : *Materials Letters* 63.13-14 (2009), p. 1113 –1116.

[Li+06a] K. Li, X.-L. Gao et G. Subhash. "Effects of cell shape and strut cross-sectional area variations on the elastic properties of three-dimensional open-cell foams". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 54.4 (2006), p. 783 –806.

[Li+06b] Q. M. Li, I. Magkiriadis et J. J. Harrigan. "Compressive Strain at the Onset of Densification of Cellular Solids". In : *Journal of Cellular Plastics* 42.5 (2006), p. 371–392.

[Lin+13] E. Linul, L. Marsavina, T. Voiconi et T. Sadowski. "Study of factors influencing the mechanical properties of polyurethane foams under dynamic compression". In : *Journal of Physics : Conference Series* 451 (2013).

[Lor+06] P. Lorenzo, A. Massimiliano et M. Peroni. "The mechanical behaviour of aluminium foam structures in different loading conditions". In : *International Journal of Impact Engineering* 35 (2006), p. 644–658.

[Luo+09] H. Luo, A. Bhat, M. D. Demetriou, L. Hongbing et J. C. Hanan. "Dynamic Compressive Behavior of Bulk Metallic Glass Foam". In : (2009).

[Mai+03] E. Maire, A. Fazekas, L. Salvo, R. Dendievel, Y Souhail, P. Cloetens et J-M. Letang. "X-ray tomography applied to the characterization of cellular materials. Related finite element modeling problems". In : *Composites Science and Technology* 63.16 (2003). Porous Materials, p. 2431–2443.

[Mai+06] E. Maire, F. Wattebled, J.Y. Buffière et G. Peix. "Deformation of a Metallic Foam Studied by X-Ray Computed Tomography and Finite Element Calculations". In : *Microstructural Investigation and Analysis*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2006, p. 68 –73.

[Mai+07] E. Maire, P. Colombo, J. Adrien, L. Babout et B. Lisa. "Characterization of the morphology of cellular ceramics by 3D image processing of X-ray tomography". In : *Journal of the European Ceramic Society* 27.4 (2007), p. 1973 –1981.

[Mai+09] E. Maire, O. Caty, A. King et J. Adrien. "X Ray Tomography Study of Cellular Materials : Experiments and Modelling". English. In : *IUTAM Symposium on Mechanical Properties of Cellular Materials*. Sous la dir. d'Han Zhao et N.A. Fleck. T. 12. IUTAM Bookseries. Springer Netherlands, 2009, p. 35–42.

[Mai10] J. Mairesse. "Modélisation numérique du comportement rhéologique du bois soumis à une large gamme de vitesses de déformation : application au liège et au balsa". Thèse de doct. 2010.

[Maj+95] A. Maji, H. Schreyer, S. Donald, Q. Zuo et D. Satpathi. "Mechanical Properties of Polyurethane-Foam Impact Limiters". In : 121.4 (1995), p. 528–540.

[Mar+06] L. M. Marcelle, T. L. Mueller, P-E Bourban et P.D Pioletti. “Architecture and properties of anisotropic polymer composite scaffolds for bone tissue engineering”. In : *Biomaterials* 27.6 (2006), p. 905 –916.

[Mat+95] J. S. Matthew, C. H. Wilson et L.J. Gibson. “The effects of non-periodic microstructure on the elastic properties of two-dimensional cellular solids”. In : *International Journal of Mechanical Sciences* 37.11 (1995), p. 1161 –1177.

[Mei+12] S. Meille, M. Lombardi, J. Chevalier et L. Montanaro. “Mechanical properties of porous ceramics in compression : On the transition between elastic, brittle, and cellular behavior”. In : *Journal of the European Ceramic Society* 32.15 (2012), p. 3959 –3967.

[MG97] J. S. Matthew et Lorna J. Gibson. “The effects of non-periodic microstructure and defects on the compressive strength of two-dimensional cellular solids”. In : *International Journal of Mechanical Sciences* 39.5 (1997), p. 549 –563.

[Mil00] R. E. Miller. “A continuum plasticity model for the constitutive and indentation behaviour of foamed metals”. In : *International Journal of Mechanical Sciences* 42.4 (2000), p. 729 –754.

[Min+07] Z. H. Min, Min Cao, Shu Zhang, Xiu Dan Wang et Yong Gang Wang. “Effect of precursor on the pore structure of carbon foams”. In : *New Carbon Materials* 22.1 (2007), p. 75–79.

[Min09] S. A. Minhea. “Thermal and Mechanical Analysis of Carbon Foam”. Thèse de doct. the faculty of the Russ College of Engineering et Technology of Ohio University, 2009.

[Mir10] C. A. J. Miranda. “Transient thermal and drop test analysis of a scale model of a cask for nuclear spent fuel elements”. In : (2010).

[Mou02] R. P. Mourao. “Amortecedores de impacto em embalagens para transporte de materiais radioativos : uma metodologia para a sua avalia.” Mém.de mast. Universidade de Sâo Paulo, 2002.

[MR95] R. Müller et P. Rüegsegger. “Three-dimensional finite element modelling of non-invasively assessed trabecular bone structures”. In : *Medical Engineering & Physics* 17.2 (1995), p. 126–133.

[MW02] R. J. Mora et Anthony M. Waas. “Strength scaling of brittle graphitic foam”. In : *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 458.2023 (2002), p. 1695–1718.

[Mx+08] W. Mei-xian, Cheng-Yang Wang, Tong-Qi Li et Zi-Jun Hu. “Preparation of mesophase-pitch-based carbon foams at low pressures”. In : *Carbon* 46.1 (2008), p. 84 –91.

[Neu+10] M. Neumann, Jargen Herter, Bernhard Droste et Sylvius Hartwig. “Compressive behaviour of axially loaded spruce wood under large deformations at different strain rates”. In : *European Journal of Wood and Wood Products* 69 (2010), p. 1218–1234.

[Nie+00] T.G. Nieh, K. Higashi et J. Wadsworth. “Effect of cell morphology on the compressive properties of open-cell aluminum foams”. In : *Materials Science and Engineering : A* 283.1-2 (2000), p. 105 –110.

[NK03] C. G. Nidia et James W Klett. “Carbon foams for thermal management”. In : *Carbon* 41.7 (2003), p. 1461 –1466.

[NT10] J Norman et W Tomasz. *Structural Crashworthiness and Failure*. Sous la dir. de ? CRC Press, 2010.

[Nyg03] Jens, V. Nygaard. "Mechanical characterisation of microcellular thermoplastic foams manufactured using gas diffusion technique". Thèse de doct. 2003.

[Oli+06] F.A. Costa Oliveira, S. Dias, M. Fatima Vaz et J. Cruz Fernandes. "Behaviour of open-cell cordierite foams under compression". In : *Journal of the European Ceramic Society* 26.1-2 (2006), p. 179 –186.

[Oli05] F.A. Costa Oliveira. "Elastic moduli of open-cell cordierite foams". In : *Journal of Non-Crystalline Solids* 351.19-20 (2005), p. 1623 –1629.

[Olu+00] O.B. Olurin, N.A. Fleck et M.F. Ashby. "Deformation and fracture of aluminium foams". In : *Materials Science and Engineering : A* 291.1â2 (2000), p. 136 –146.

[Pam10] G. Pampolini. "Les propriétés mécaniques des mousses polymériques á cellules ouvertes : expériences, modéle théorique et simulations numériques". Thèse de doct. Université de Provence, 2010.

[Pat+07] S. Pattofatto, I. Elnasri, H. Zhao, H. Tsitsiris, F. Hild et Y. Girard. "Shock enhancement of cellular structures under impact loading : Part {II} analysis". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 55.12 (2007), p. 2672 –2686.

[PG09] G. Pampolini et Del Piero G. "Strain Localization in Polyurethane Foams : Experiments and Theoretical Model". In : *Mechanics of Microstructured Solids*. T. 46. 2009, p. 29–38.

[PK99] S.D. Papka et S. Kyriakides. "Biaxial crushing of honeycombs : âPart 1 : Experiments". In : *International Journal of Solids and Structures* 36.29 (1999), p. 4367 –4396.

[PR14] G. Pampolini et M. Raous. "Nonlinear elasticity, viscosity and damage in open-cell polymeric foams". English. In : *Archive of Applied Mechanics* 84.12 (2014), p. 1861–1881.

[Qui+97] R. Quinson, J. Perez, M. Rink et A. Pavan. "Yield criteria for amorphous glassy polymers". English. In : *Journal of Materials Science* 32.5 (1997), p. 1371–1379.

[Rag73] R. A. M. Raghava. "The macroscopic yield behaviour of polymers". In : 8 (1973), p. 225–232.

[RE00] E. Rizzi et A. Enrico P.and Corigliano. "Mechanical behavior of a syntactic foam : experiments and modeling". In : *International Journal of Solids and Structures* 37.40 (2000), p. 5773 –5794.

[Rey+03] A. Reyes, O.S. Hopperstad, T. Berstad, A.G. Hanssen et M. Langseth. "Constitutive modeling of aluminum foam including fracture and statistical variation of density". In : *European Journal of Mechanics - A/Solids* 22.6 (2003), p. 815 –835.

[RG01] A.P. Roberts et E.J. Garboczi. "Elastic moduli of model random three-dimensional closed-cell cellular solids". In : *Acta Materialia* 49.2 (2001), p. 189 –197.

[RG02a] Roberts et E.J. Garboczi. "Elastic properties of model random three-dimensional open-cell solids". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 50.1 (2002), p. 33 –55.

[RG02b] A.P. Roberts et E. J. Garboczi. “Computation of the linear elastic properties of random porous materials with a wide variety of microstructure”. In : *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* 458.2021 (mai 2002), p. 1033–1054.

[Rio+06] R.V.R.A. Rios, M. Martinez-Escandell, M. Molina-Sabio et F. Rodriguez-Reinoso. “Carbon foam prepared by pyrolysis of olive stones under steam”. In : *Carbon* 44.8 (2006), p. 1448 –1454.

[RK04] U. Ramamurty et M.C Kumaran. “Mechanical property extraction through conical indentation of a closed-cell aluminum foam”. In : *Acta Materialia* 52.1 (2004), p. 181 –189.

[Rob+00] A. P. Roberts, E J Garboczi et San Diego. “Modeling the microstructure and elastic properties of complex materials”. In : (2000).

[Rou+12] B. Rousseau, J Y Rolland, P Echegut, E Brun et J Vicente. “Numerical prediction of the radiative behavior of metallic foams from the microscopic to macroscopic scale”. In : *Journal of Physics : Conference Series* 369.1 (2012), p. 012003.

[RP04] U Ramamurty et A Paul. “Variability in mechanical properties of a metal foam”. In : *Acta Materialia* 52.4 (2004), p. 869 –876.

[RP97] S.R. Reid et C. Peng. “Dynamic uniaxial crushing of wood”. In : *International Journal of Impact Engineering* 19.5-6 (1997), p. 531 –570.

[RS96] A. L. Rogeazrio et Ana M. Segadaees. “Microstructure, permeability and mechanical behaviour of ceramic foams”. In : *Materials Science and Engineering : A* 209.1-2 (1996), p. 149 –155.

[Rua+07] D. Ruan, G. Lu, L.S. Ong et B. Wang. “Triaxial compression of aluminium foams”. In : *Composites Science and Technology* 67.6 (mai 2007), p. 1218–1234.

[Ruc16] J. M. Ruckebush. “Microsphères creuses de verre pour mousses syntactiques”. In : *Techniques de l’ingénieur* (2016).

[Sah+01] S. Sahraoui, E. Mariez et M. Etchessahar. “Linear elastic properties of anisotropic open-cell foams”. In : *The Journal of the Acoustical Society of America* 110.1 (2001), p. 635–637.

[Sah+08] M. C. Saha, S Mohan, D Hickman et A Balakrishnan. “Moisture Absorption Behavior and Its Effect on Flexure Properties of Polyurethane Foams”. In : (2008).

[Sah+14] S. Sahu, M.D. Goel, D.P. Mondal et S. Das. In : *Materials Science and Engineering : A* 607 (juin 2014), p. 162–172.

[Sal+06] J.M. Gomez de Salazar, M.I. Barrena, G. Morales, L. Matesanz et N. Merino. “Compression strength and wear resistance of ceramic foams polymer composites”. In : *Materials Letters* 60.13-14 (2006), p. 1687 –1692.

[Sal+13] D. Saletti, P. Pattofatto et H. Zhao. “Measurement of phase transformation properties under moderate impact tensile loading in a NiTi alloy”. In : *Mechanics of Materials* 65 (2013), p. 1 –11.

[Sch94] Zuo Q. Maji A. Schreyer H. “Anisotropic Plasticity Model for Foams and Honeycombs”. In : *Journal of Engineering Mechanics* 120.9 (1994), p. 1913–1930.

[Sch98] *Porous and Cellular Materials for Structural Applications.* 1998.

[See+13] B. S. M. Seeber, Gonzenbach U. T. et Gauckler L. J. "Mechanical properties of highly porous alumina foams". In : *Journal of Materials Research* 28 (17 2013), p. 2281–2287.

[Seg+08] P. Hard af Segerstad, R. Larsson et S. Toll. "A constitutive equation for open-cell cellular solids, including viscoplasticity, damage and deformation induced anisotropy". In : *International Journal of Plasticity* 24.5 (2008), p. 896 –914.

[Sen12] R. Sene. *Présentation générale des principales sources d'énergies fossiles.* Rapp. tech. 2012.

[SF05] I. Sridhar et N.A. Fleck. "The multiaxial yield behaviour of an aluminium alloy foam". In : *Journal of materials science* 40 (2005), p. 4005 –4008.

[Sfo15] Konstantinos Sfoungaris. "Characterization of a brittle foam through X-ray tomography and inverse analysis". Mém.de mast. Ecole normale Supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2015.

[SH98] J. C. Simo et T. J. R. Hughes. *Computational inelasticity.* Interdisciplinary applied mathematics. Autre tirage (corrigé) : 2000. Springer, 1998.

[Sha+14] F. Shameel, Ru-Min Wang, Hao Jiang et Noaman Ul-Haq. "Preparation and characterization of carbon foam derived from pitch and phenolic resin using a soft templating method". In : *Journal of Analytical and Applied Pyrolysis* 110.0 (2014), p. 229 –234.

[Sha+15] M. Shafiq, S. A. Ravi, M. Ehaab et M. Vural. "Multiaxial yield surface of transversely isotropic foams : Part II :Experimental". In : *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 76.0 (2015), p. 224 –236.

[Sid82] F Sidorff. *Les grandes déformations.* Cachan : Laboratoire de mécanique et technologie, 1982, 1982.

[SN+08] E. A. de Souza Neto, D. Peria et D. R. J. Owen. *Computational Methods for Plasticity.* John Wiley Sons, Ltd, 2008.

[SO05] M. D. Sarzynski et O. O. Ochoa. "Carbon Foam Core Composite Sandwich Beams : Flexure Response". In : *Journal of Composite Materials* 39.12 (2005), p. 1067–1080.

[Son+08] H-W. Song, Qi-Jian He, Ji-Jia Xie et A. Tobota. "Fracture mechanisms and size effects of brittle metallic foams : In situ compression tests inside SEM". In : *Composites Science and Technology* 68.12 (2008), p. 2441 –2450.

[Sou+08] E. de Sousa, C.R. Rambo, D. Hotza, A.P. Novaes de Oliveira, T. Fey et P. Greil. "Microstructure and properties of {LZSA} glass-ceramic foams". In : *Materials Science and Engineering : A* 476.1-2 (2008), p. 89 –97.

[Sou04] Y. Souhail. "Etude par tomographie X et modélisation par éléments finis du comportement mécanique des mousses solides." Thèse de doct. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2004.

[Sta00] E.P. Stankiewicz. *Method for producing controlled aspect ratio reticulated carbon foam and the resultant foam.* US Patent 6,103,149. 2000.

[Stu+06] A. R. Studart, U. T. Gonzbenbach, E. Tervoort et L. J. Gauckler. "Processing routes to macroporous ceramics : A review". In : *Journal of the American Ceramic Society* 89.6 (2006), p. 1771–1789.

[SZ99] P. G. Stiller A. H.and Stansberry et J.W. Zondlo. “Method of making a carbon foam material and resultant product”. Brev. 6,033,506. 1999.

[Tag+05] V.L. Tagarielli, V.S. Deshpande, N.A. Fleck et C. Chen. “A constitutive model for transversely isotropic foams, and its application to the indentation of balsa wood”. In : *International Journal of Mechanical Sciences* 47.4-5 (2005), p. 666 –686.

[Tag+12] G. Tagliavia, Maurizio Porfiri et Nikhil Gupta. “Influence of moisture absorption on flexural properties of syntactic foams”. In : *Composites Part B : Engineering* 43.2 (2012), p. 115 –123.

[Tan+12] P.J. Tan, S.R. Reid et J.J. Harrigan. “On the dynamic mechanical properties of open-cell metal foams – A re-assessment of the ‘simple-shock theory”’. In : *International Journal of Solids and Structures* 49.19–20 (2012). Proceedings of International Union of Theoretical and Applied Mechanics Symposium Mechanics of Liquid and Solid Foams, p. 2744–2753.

[Tek+11] C. Tekoglu, L.J. Gibson, T. Pardoen et P.R. Onck. “Size effects in foams : Experiments and modeling”. In : *Progress in Materials Science* 56.2 (2011), p. 109 –138.

[TN84] V. Tvergaard et A Needleman. “Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar”. In : *Acta Metallurgica* 32 (1984), p. 157–169.

[TOD+98] B. A. TODD, S. L. SMITH et T. VONGPASEUTH. “Polyurethane foams : Effects of specimen size when determining cushioning stiffness”. eng. In : *Journal of rehabilitation research and development* 35.2 (1998), p. 219–224.

[Ton+09] G. Tondi, V. Fierro, A. Pizzi et A. Celzard. “Tannin-based carbon foams”. In : *Carbon* 47.6 (2009), p. 1480 –1492.

[Tri+97] T. C. Triantafillou, J. Zhang, T. L. Shercliff, L. J. Gibson et M. F. Ashby. “Failure surfaces for cellular materials under multiaxial loads – II. Comparison of models with experiment”. Anglais. In : *Int. J. Mech. Sci.* 39 (1997), p. 549.

[Tu+01] Z.H Tu, V.P.W Shim et C.T Lim. “Plastic deformation modes in rigid polyurethane foam under static loading”. In : *International Journal of Solids and Structures* 38.50-51 (2001), p. 9267 –9279.

[Ulr+98] D. Ulrich, B. van Rietbergen, H. Weinans et P. Rüegsegger. “Finite element analysis of trabecular bone structure : a comparison of image-based meshing techniques”. In : *Journal of Biomechanics* 31.12 (1998), p. 1187 –1192.

[VDB+97] M. W. D. Van Der Burg, V. Shulmeister, E. Van Der Geissen et R. Marissen. “On the Linear Elastic Properties of Regular and Random Open-Cell Foam Models”. In : *Journal of Cellular Plastics* 33.1 (1997), p. 31–54.

[Vio+05] P. Viot, F. Beani et J.-L. Lataillade. “Polymeric foam behavior under dynamic compressive loading”. In : *Journal of Materials Science* 40.22 (2005), p. 5829–5837.

[Vio+07] P. Viot, D. Bernard et E. Plougonven. “Polymeric foam deformation under dynamic loading by the use of the microtomographic technique”. In : *Journal of Materials Science* 42.17 (2007), p. 7202–7213.

[Vio09] P. Viot. “Hydrostatic compression on polypropylene foam”. In : *International Journal of Impact Engineering* 36.7 (2009), p. 975 –989.

[Vor08] G. Voronoi. “Nouvelles applications des paramétres continus à la théorie des formes quadratiques. Deuxiéme mémoire. Recherches sur les parallélloédres primitifs.” In : *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 134 (1908), p. 198–287.

[VR03] M. Vural et G. Ravichandran. “Microstructural aspects and modeling of failure in naturally occurring porous composites”. In : *Mechanics of Materials* 35.3-6 (2003), p. 523 –536.

[VR04] M. Vural et G. Ravichandran. “Failure mode transition and energy dissipation in naturally occurring composites”. In : *Composites Part B : Engineering* 35.6-8 (2004), p. 639 –646.

[Vur03] G. Ravichandran Vural M. “Dynamic response and energy dissipation characteristics of balsa wood : experiment and analysis”. In : *International Journal of Solids and Structures* 40.9 (2003), p. 2147 –2170.

[Wad02] H.N.G. Wadley. “Cellular Metals Manufacturing”. In : *Advanced Engineering Materials* 4.10 (2002), p. 726–733.

[Wan+07] Z. H. Wang, H. W. Ma, L. M. Zhao et G. T. Yang. “Effect of Cell Size on the Dynamic Compressive Properties of Aluminum Alloy Foams”. In : *Solid State Phenomena* Vols. 124-126 (2007), p. 1317–1320.

[Wan+14] P. Wang, L. Songlin X.and Zhibin, Y. Jinglei, H. Zheng et S. Hu. “Temperature effects on the mechanical behavior of aluminum foam under dynamic loading”. In : *Materials Science and Engineering : A* 599.0 (2014), p. 174 –179.

[War88] A. M. Warren W. E.and Kraynik. “The Linear Elastic Properties of Open-Cell Foams”. In : *Journal of Applied Mechanics* 55.2 (1988), p. 341–346.

[War91] A. M. Warren W. E. Kraynik. “TheNon Linear Elastic Properties of Open-Cell Foams”. In : *Journal of Applied Mechanics* 58.2 (1991), p. 376–381.

[WD03] T. Wierzbicki et M. Doyoyo. “Determination of the Local Stress-Strain Response of Foams”. In : *J. Appl. Mech* 70(2) (2003), p. 204–211.

[WE99] A. Droste W. Ehlers. “A continuum model for highly porous aluminum foam”. In : *Technischf mechanik* 19 (1999), p. 341–350.

[WH98] A.S. Wheeler et A.R. Hutchinson. “Resin repairs to timber structures”. In : *International Journal of Adhesion and Adhesives* 18.1 (1998), p. 1 –13.

[YFP02] Z. Yi Feng et ZHU Shisheng HU Yi PAN. “Effect of Porosity and Cell Size on the Dynamic Compressive Properties of Aluminum Alloy Foams”. In : *Journal of Materials Sciences and Technology* 18.05 (2002), p. 395.

[Yg+09] W. Yong-gang, M. Zhen-hua, C. Min et D. XU. “Effect of heating conditions on pore structure and performance of carbon foams”. In : *New Carbon Materials* 24.4 (2009), p. 321 –326.

[You+05] S. Youssef, E. Maire et R. Gaertner. “Finite element modelling of the actual structure of cellular materials determined by X-ray tomography”. In : *Acta Materialia* 53.3 (2005), p. 719 –730.

[ZA89] J. Zhang et M.F. Ashby. *Theoretical studies on isotropic foams.* Rapp. tech. Cambridge University Engineering Department, 1989.

[Zao00] A. Zaoui. *matériaux hétérogènes et composites,Cours de l'Ecole polytechnique, Majeure 1.* 2000.

[Zha+05] H. Zhao, I. Elnasri et S. Abdennadher. "An experimental study on the behaviour under impact loading of metallic cellular materials". In : *International Journal of Mechanical Sciences* 47.4-5 (2005), p. 757 –774.

[Zha+06] J. Y. Zhang, Y. Fu et W-M. Zeng. "Compressive properties of open-cell ceramic foams". In : *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* 16, Supplement 2.0 (2006), s453 –s456.

[Zha+12] L. Zhang, M.F. Jose, O. Susana, L. Courtois, T. Zhang, E. Maire et J. Rauhe. "Modeling the mechanical properties of optimally processed cordierite-mullite-alumina ceramic foams by X-ray computed tomography and finite element analysis". In : *Acta Materialia* 60.10 (2012), p. 4235 –4246.

[Zha+98] J. Zhang, N. Kikuchi, V. Li, A Yee et G. Nusholtz. "Constitutive modeling of polymeric foam material subjected to dynamic crash loading". In : *International Journal of Impact Engineering* 21.5 (1998), p. 369 –386.

[Zha04] H. Zhao. *Cellular materials under impact loading.* eng. Book. Warsaw, 2004.

[Zha92] H. Zhao. "Analyse de l'essai aux barres d'hopkinson. Application a la mesure du comportement dynamique des matériaux". Thèse de doctorat dirigée par Gary, Gérard Physique Paris, ENPC 1992. Thèse de doct. 1992, 138 p.

[Zho+04] J. Zhou, P Shrotriya et W.O Soboyejo. "Mechanisms and mechanics of compressive deformation in open-cell Al foams". In : *Mechanics of Materials* 36.8 (2004), p. 781 –797.

[Zho+15] A. Zhou, L. Tam, Z. Yu et D. Lau. "Effect of moisture on the mechanical properties of CFRP wood composite : An experimental and atomistic investigation". In : *Composites Part B : Engineering* 71.0 (2015), p. 63 –73.

[Zhu+06] H.X. Zhu, S.M. Thorpe et A.H. Windle. "The effect of cell irregularity on the high strain compression of 2D Voronoi honeycombs". In : *International Journal of Solids and Structures* 43.5 (2006), p. 1061 –1078.

ÉCOLE DOCTORALE

Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences (SMEMAG)

Titre : Comportement mécanique d'une mousse fragile. Application aux emballages de transport de matières dangereuses

Mots clefs : Absorption de choc, mousse fragile, compression multiaxiale, mécanismes de déformation, surface de charge, modélisation mécanique

Résumé : Les mousses fragiles font aujourd'hui partie des nouveaux matériaux très performants dont le procédé de fabrication permet un contrôle précis de la microstructure finale. De nouveaux débouchés apparaissent dans des applications structurales (absorption de choc, allègement des structures) en raison de leurs excellente tenue mécanique alliée à une grande légèreté.Dans les travaux réalisés dans le cadre de cette thèse, une mousse carbone à cellules ouvertes a été étudiée dans le but d'être utilisée pour assurer la protection des capots de protection d'emballages. Le comportement mécanique en compression a été caractérisé sous des sollicitations uniaxiales et multiaxiales. La surface de charge de la mousse ainsi que son évolution au cours du chargement ont été identifiées. Les principales propriétés mécaniques ont été évaluées et certaines d'entre-elles ont été corrélées avec celles prédites par le modèle micro-mécanique de Gibson et Ashby développé pour les mousses fragiles. Grâce aux observations post-mortem sous microscope électronique à balayage (MEB) et en micro-tomographie aux rayons X, les mécanismes de déformation et d'absorption d'énergie ont été également caractérisés. Pour modéliser le comportement multiaxial en compression de la mousse carbone, considérée comme un milieu continu homogène et isotrope, le modèle de Deshpande et Fleck (DF) a été adopté et adapté. Ce modèle a été implanté dans le code éléments finis LS-DYNA. Il a été identifié et validé sur l'ensemble des essais triaxiaux réalisés ainsi que sur des essais d'écrasement de mini-structures. Le comportement macroscopique global, obtenu à l'aide de simulations numériques, est prédit de manière satisfaisante. Il sera amélioré par la suite pour prendre en compte certains aspects non décrits actuellement.

Title : Mechanical behavior of a brittle foam: Application to the packaging of dangerous materials

Keywords : Shock absorption, brittle foam, multiaxial compression, deformation mechanisms, yield surface, mechanical modelling

Abstract : Due to improvement of the manufacturing process that allows a better control of their microstructure, brittle foams are now part of the new efficient materials. New markets in the field of structural applications open up thanks to their excellent mechanical properties combined with light weight. In this study, a carbon foam with open cells has been studied in order to be used as shock absorber in packagings. Its compressive mechanical behavior has been characterized under various uniaxial and multiaxial loadings. The carbon foam yield surface and its evolution during loading have been identified. The main mechanical properties have been evaluated and some of them have been correlated with those predicted by the Gibson and Ashby micro-mechanical model. The mechanisms of deformation and the energy absorption have been studied using post-mortem observations by scanning electron microscopy (SEM) and X-Ray microtomography. The Deshpande and Fleck model (DF) has been adopted and slightly modified to model the compressive multiaxial behavior of the carbon foam. The latter is considered as an homogeneous continuum medium. The constitutive equations have been implemented in the finite element code LS-DYNA via a Umat routine. The model parameters have been identified and the model estimations validated on available triaxial tests as well as on crushing tests made on micro-structures. Numerical simulations are relevant in predicting the global macroscopic behavior. Nevertheless, the mechanical model needs to be improved to better account for some phenomena not currently described.

Université Paris-Saclay
Espace Technologique / Immeuble Discovery
Route de l'Orme aux Merisiers RD 128 / 91190 Saint-Aubin, France