



**HAL**  
open science

# Structure des ondes de choc dans les gaz granulaires

Alexandre Vilquin

► **To cite this version:**

Alexandre Vilquin. Structure des ondes de choc dans les gaz granulaires. Milieux fluides et réactifs. Université de Bordeaux, 2015. Français. NNT : 2015BORD0349 . tel-01292809

**HAL Id: tel-01292809**

**<https://theses.hal.science/tel-01292809>**

Submitted on 23 Mar 2016

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

**DOCTEUR DE**

**L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX**

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR  
SPÉCIALITÉ : LASERS, MATIÈRE ET NANOSCIENCES

par Alexandre VILQUIN

**STRUCTURE DES ONDES DE CHOC DANS LES GAZ  
GRANULAIRES**

Sous la direction de : M. Jean-François BOUDET

Soutenue le 17 décembre 2015

Membres du jury :

M. Vladimir TIKHONCHOUK	Professeur	Université de Bordeaux	Président
M. Angel GARCIMARTIN-MONTERO	Universidad de Navarra	Professeur	Rapporteur
M. Thierry FAUG	Chercheur	Irstea Grenoble	Rapporteur
M. Philippe GONDRET	Professeur	Université Paris-Sud	Examinateur
M. Jean-François BOUDET	Maître de conférences	Université de Bordeaux	Directeur de thèse



# Remerciements

Je tiens à remercier en premier Christian, sans qui je ne me serais peut-être pas lancé dans cette aventure.

Je remercie tous les membres de mon jury d'avoir accepté d'évaluer mes travaux. Leurs questions et remarques ont été très intéressantes et permettent d'envisager de nouvelles études.

Je remercie Jean-François pour tout le temps passé sur cette thèse. Merci d'avoir toujours été ouvert à la discussion, d'avoir toujours eu la patience de m'expliquer les choses et pour toutes tes relectures de mon manuscrit. Je remercie Hamid pour toutes ses idées et ses conseils. Il est une source intarissable de projets de recherche tous plus intéressants les uns que les autres. Merci aussi de m'avoir initié à la rédaction d'articles et pour tes innombrables relectures et corrections. Je remercie Yacine pour ses conseils techniques tant sur Matlab que sur l'installation de ce satané vibreur !

Je remercie tous les non-permanents de l'équipe Instabilités et Turbulence. Un merci tout particulier à Rim et Antoine pour leur bonne humeur, leur soutien et de m'avoir supporté aussi bien en travail qu'en dehors. Merci à Tini avec ses chants thaïtiens, merci à Nicolas avec ses macarons et ses potins, merci à François et son éternel optimisme, merci à Gaël et son initiation à Matlab.

Je remercie tous les membres du Laboratoire Onde et Matière d'Aquitaine où il a été agréable de faire aussi bien ma thèse que mes stages de recherche. Merci à Jean-Pierre pour son accueil, ses conseils et d'avoir toujours fait de son mieux que ce soit en tant que directeur de stage ou directeur du laboratoire pour m'aider. Merci à Rodolphe pour son soutien tant pendant l'agrégation qu'après, ses cours restent des références pour tous ses agrégatifs. Merci à Aloïs et Thomas de m'avoir proposé d'intéressants stage de recherche durant mon Master. Merci à eux et à David d'avoir toujours été ouverts à répondre à mes questions pendant ma thèse. Merci à Eddie et au service mécanique pour leur travail sur les différents montages. Merci à Bernadette de m'avoir trouvé tous les articles ancestraux que je lui demandais. Merci à Hassan pour sa disponibilité et sa gentillesse au moindre problème informatique. Merci au service gestion, et tout particulièrement à Suzanne, pour leur aide avec toute la paperasse qui accompagne inévitablement la moindre commande ou mission.

Je remercie tous les doctorants, post-doc et bien d'autres rencontrés au LOMA et en

dehors. Ce sont des rencontres enrichissantes sur le plan humain et scientifique. Merci à Marion C pour tous les rires et les soirées même si tu fais du térahertz. Merci à Sarah et toi pour l'aventure école doctorale, si on s'ennuie plus tard, on pourra toujours se relancer dans l'événementiel. Merci à Xavier, Julien, Olga, Joyce, Jean-Baptiste, Arthur, Bin, Morgane, Antoine, Alain, David, Quentin, Fabien, Ibtissem, Jérôme, Christine ainsi que les gens rencontrés en conférence et en école d'été. Je m'excuse par avance parce que je suis certain d'en oublier tant il y a eu de rencontres en trois ans. Un merci tout particulier à une certaine Marion du Béarn, je te remercie pour tout soutien, ta patience, ta présence tant dans mon travail de thèse qu'en dehors. J'espère pouvoir te soutenir autant que tu l'as fait.

Merci à ma famille et avant tout à mes parents pour leur soutien durant la thèse, avant la thèse et bien après j'espère. Merci de toujours avoir été là tout en me laissant mener ma barque et en m'aidant de votre mieux. Sans vous, je vivrais dans des appartements vides remplis de cartons encore emballés. Il n'est vraiment pas difficile de réussir ses études avec un soutien tel que le vôtre pendant toutes ces années.

Merci à Marion d'avoir été là avant et pendant la thèse, de tout ce que tu m'as apporté et donné tout en devant gérer tes propres études.

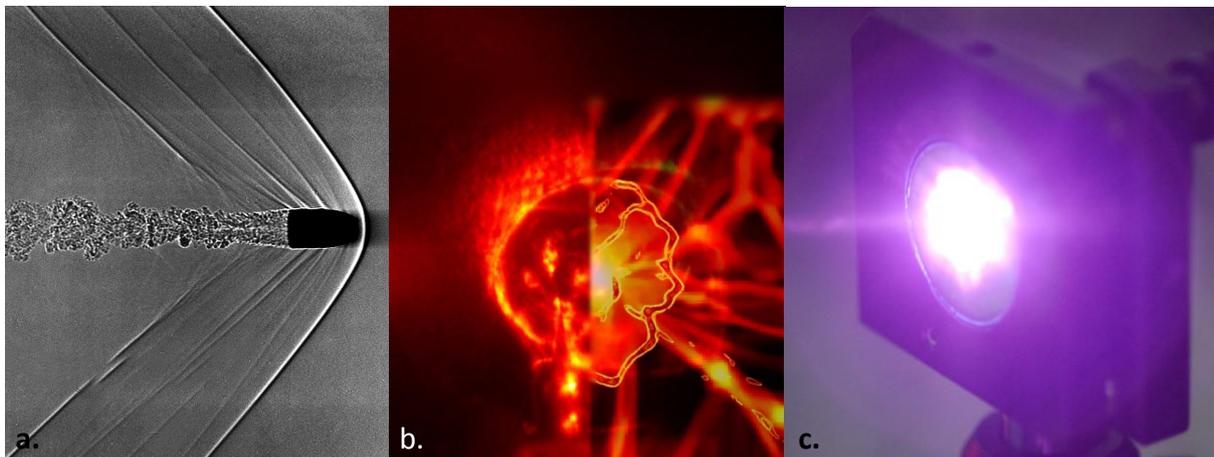
# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>7</b>
<b>1 Les ondes de choc</b>	<b>11</b>
1.1 Structure des ondes de choc normales . . . . .	12
1.1.1 Qu'est-ce qu'une onde de choc . . . . .	12
1.1.2 Les conditions de Rankine-Hugoniot . . . . .	13
1.1.3 Le modèle bimodal de Mott-Smith . . . . .	14
1.1.4 Études expérimentales de la structure de l'onde de choc . . . . .	19
1.2 Les ondes de choc dans les milieux granulaires . . . . .	23
1.2.1 La théorie cinétique des gaz granulaires . . . . .	23
1.2.2 Les ondes de choc dans les milieux granulaires . . . . .	28
1.3 Objectifs et plan de la thèse . . . . .	34
<b>2 Méthodes expérimentales</b>	<b>37</b>
2.1 Ondes de choc induites par un écoulement dilué sous gravité . . . . .	38
2.1.1 Montage . . . . .	38
2.1.2 Méthodes de mesures en transmission . . . . .	39
2.1.3 Méthodes de mesures en réflexion . . . . .	42
2.1.4 Obtention des trajectoires et des vitesses . . . . .	43
2.1.5 Suivi de particules dans l'épaisseur . . . . .	44
2.2 Ondes de choc dans un gaz granulaire vibré . . . . .	47
2.2.1 Montage . . . . .	47
2.2.2 Suivi des particules . . . . .	48
2.2.3 Reconstruction des images dans le référentiel de l'onde de choc . . . . .	49
2.3 Méthodologie et précision des mesures . . . . .	50
2.3.1 Précision des mesures en suivi de particules . . . . .	51
2.3.2 Obtention des grandeurs moyennes . . . . .	51
2.3.3 Correction des fractions volumiques mesurées . . . . .	53
2.3.4 Construction des distributions de vitesses . . . . .	57

<b>3 Ondes de choc dans un gaz granulaire vibré</b>	<b>61</b>
3.1 Le bain granulaire vibré . . . . .	62
3.1.1 Obtention d'un gaz granulaire . . . . .	62
3.1.2 Distributions de vitesses et température . . . . .	66
3.1.3 Distributions de vitesses dans l'épaisseur . . . . .	69
3.2 Interaction entre obstacle et gaz granulaire vibré . . . . .	76
3.2.1 Obstacle à vitesse $V_{obs} \gg c$ . . . . .	77
3.2.2 Obstacle à vitesse $V_{obs}$ proche de $c$ . . . . .	79
3.2.3 Obstacle à vitesse $V_{obs} < c$ . . . . .	81
3.3 Le modèle bimodal dissipatif . . . . .	84
3.3.1 Séparation des sous-populations . . . . .	84
3.3.2 Les hypothèses de base du modèle . . . . .	87
3.3.3 Résolution numérique . . . . .	90
3.3.4 Comparaison modèle/expérience . . . . .	91
3.3.5 Épaisseur de l'onde de choc . . . . .	95
<b>4 Les distributions des vitesses dans une onde de choc normale</b>	<b>99</b>
4.1 Structure d'une onde de choc normale induite par un écoulement granulaire dilué . . . . .	100
4.1.1 Structure de l'onde de choc . . . . .	100
4.1.2 Évolution des distributions de vitesses . . . . .	104
4.1.3 Les particules intermédiaires . . . . .	107
4.2 Modèles à plusieurs populations . . . . .	109
4.2.1 Les particules intermédiaires (1) . . . . .	110
4.2.2 Les particules intermédiaires (2) . . . . .	113
4.3 Description des distributions de vitesses . . . . .	116
4.3.1 Prévision des distributions de vitesses pour les particules intermédiaires . . . . .	116
4.3.2 Reconstruction des distributions de vitesses locales . . . . .	118
4.4 Distributions de vitesses dans un gaz granulaire vibré et dans les gaz moléculaires . . . . .	120
4.4.1 Dans les gaz granulaires vibrés . . . . .	120
4.4.2 Dans les gaz moléculaires . . . . .	122
4.4.3 Nombre de particules intermédiaires . . . . .	126
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>131</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>134</b>

# Introduction

Lorsqu'un objet, comme un avion ou une balle de fusil, se déplace plus vite que la vitesse du son dans un fluide, il génère devant lui une forte onde de pression, autrement appelée onde de choc dont un exemple est illustré sur la figure 1 a. L'onde de choc est la région où le fluide subit de fortes modifications et est dans un état très éloigné de l'état d'équilibre thermodynamique. Les ondes de choc constituent à la fois un problème

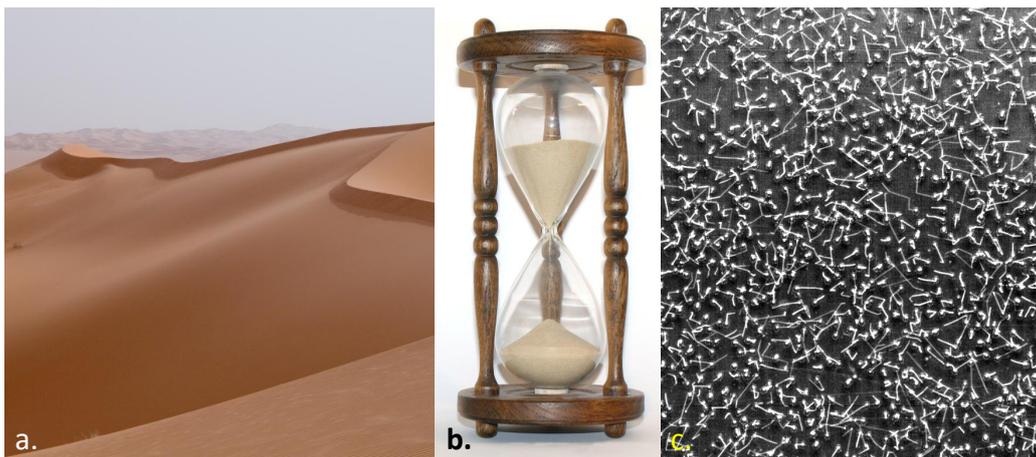


**FIGURE 1** – **a.** Observation par ombroscopie de l'onde de choc formée dans l'air par une balle avec une vitesse d'environ Mach 1,5. Image de la NASA : [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/galex/20070815/f.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/galex/20070815/f.html). **b.** Cette image composite montre une onde de choc formée dans un plasma produit par laser du côté gauche. Le côté droit montre la simulation de l'effondrement d'une onde de choc comme il aurait pu s'en produire durant la phase pré-galactique de l'Univers [1]. Source : <http://phys.org/news/2012-01-galactic-magnetic-field-lab-bolsters.html>. **c.** Plasma chaud brillant créé par une impulsion laser de 100 picosecondes sur une pièce d'aluminium. L'onde de choc créée par ces impulsions peut générer des vibrations acoustiques, ou phonons, avec des fréquences dans la gamme de longueurs d'ondes térahertz, à l'échelle des distances inter-atomiques [2, 3]. Source : <http://physics.aps.org/story/v22/st2>.

ancien, avec le premier vol supersonique en 1947, mais aussi très actuel. En effet, malgré de nombreuses recherches depuis plus d'un demi-siècle, ce phénomène n'est pas encore totalement expliqué. Même pour des ondes de choc induites dans les gaz moléculaires, les distributions des vitesses des particules dans le front d'onde sont très différentes des distributions gaussiennes rencontrées à l'équilibre. Leur forme complexe n'est que partiellement décrite. Pourtant la compréhension de ce phénomène est un enjeu important dans des domaines fondamentaux et industriels. Un exemple frappant en a été donné récem-

ment en astrophysique. La présence d'ondes de choc lors de la formation des galaxies a été évoquée pour répondre à la question "Pourquoi l'Univers est-il magnétisé?" [1]. En recréant en laboratoire les conditions dans lesquelles se sont formées les galaxies à l'aide de lasers, une équipe de recherche a pu mettre en évidence le rôle de celles-ci dans la création d'un champ magnétique dans l'espace (voir Fig. 1 b.). L'expansion rapide d'un plasma, comme on en retrouve dans des applications telles que la fusion nucléaire, la propulsion supersonique ou la génération d'impulsions térahertz (voir Fig. 1 c.), induit également la formation d'ondes de choc. Ce phénomène se produit dans des milieux aux propriétés très différentes, y compris dans les milieux granulaires. Tout comme les plasmas, ces milieux sont dissipatifs. Cette thèse porte sur l'observation et la description des ondes de choc générées dans des milieux granulaires dilués, dissipatifs de par des collisions inélastiques entre particules.

Les milieux granulaires sont omniprésents sur notre planète, dans la nature comme dans notre industrie. Leurs propriétés étonnantes et leurs multiples comportements en ont fait un objet d'étude dans de nombreux domaines de la physique où certaines questions restent ouvertes. Les milieux granulaires sont définis comme un ensemble de particules de taille supérieure à  $100 \mu\text{m}$ . Ils ne sont ainsi ni sensibles aux interactions faibles entre particules (interactions de van der Waals), ni à l'agitation thermique. Ces milieux dissipent très facilement l'énergie injectée, par des collisions inélastiques et par des phénomènes de friction entre particules. Par exemple, un projectile envoyé dans le sable ne rebondira pas. Suivant la sollicitation imposée à ce type de milieu et la densité de particules, il peut aussi bien se comporter comme un solide, que comme un liquide ou un gaz (voir Fig. 2). Un tas de sable, tel une dune, va pouvoir rester immobile et se comporter comme un

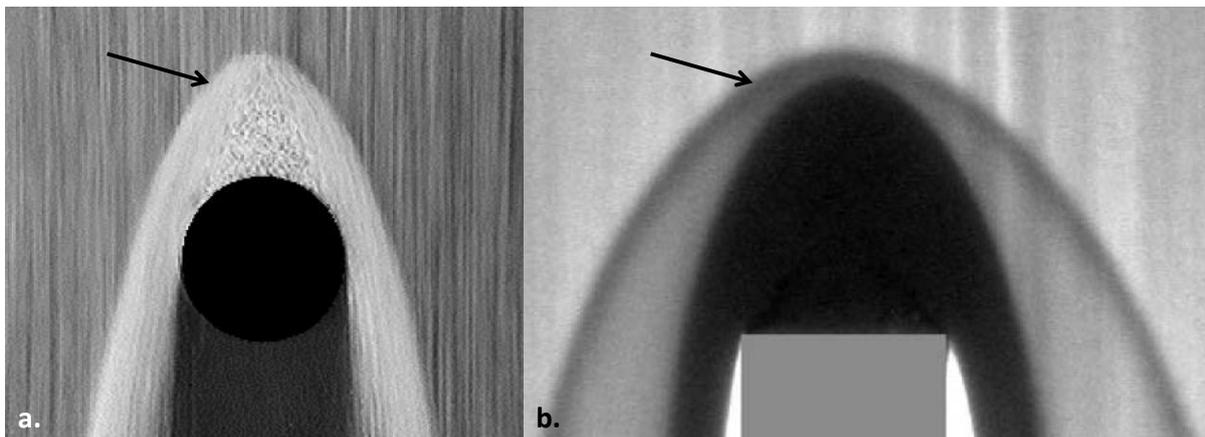


**FIGURE 2** – **a.** Dune de l'Erg Awbari (Fezzan, Libye), photo prise par Luca Galuzzi. **b.** Écoulement de sable dans un sablier. **c.** Chronophotographie d'un gaz granulaire vibré composé de petites billes d'acier de 1 mm de diamètre, généré par le dispositif décrit dans la section 2.2.1.

solide. L'écoulement dense de gravas, pouvant survenir après un glissement de terrain, a un comportement plus proche des liquides. Le même type de milieu fortement agité

formera un ensemble de particules bougeant dans toutes les directions et interagissant par des collisions binaires, ce qui correspondra davantage à un gaz. Dans cette description déjà complexe, il a seulement été question des milieux granulaires dit secs où le fluide environnant a une influence souvent négligeable. Des grains plongés dans un liquide, ou granulaires humides, obéissent à une physique encore différente.

Cette thèse porte sur les milieux granulaires dilués secs et plus précisément les gaz granulaires. Plusieurs études, aussi bien expérimentales que théoriques, ont montré de nombreuses similitudes entre les écoulements dans ces milieux dilués et dans les gaz moléculaires. Cette analogie est à l'origine d'une théorie cinétique dite "granulaire", dans laquelle la dissipation d'énergie, due aux collisions inélastiques entre particules, doit être prise en compte. L'objectif de cette théorie est de pouvoir obtenir des équations hydrodynamiques pour décrire les écoulements dans ce milieu dissipatif. Cette analogie a donné naissance à la notion de la température granulaire  $T = \langle \delta \vec{v}^2 \rangle$  où  $\vec{V}$  et  $\delta \vec{v}$  représentent respectivement la vitesse moyenne et la partie fluctuante des vitesses  $\vec{v}$  d'un ensemble de particules avec  $\vec{v} = \vec{V} + \delta \vec{v}$ . La température granulaire traduit l'agitation des grains constituant le gaz granulaire. Sa définition montre la différence avec la température thermodynamique, qui traduit l'agitation des atomes constituant ces grains. La théorie cinétique granulaire permet aussi de prévoir la vitesse des perturbations dans ces milieux dilués, équivalent de la vitesse du son dans les fluides. L'ordre de grandeur de ces vitesses, vérifié expérimentalement, est de 10 cm/s. Ces faibles vitesses permettent de générer très facilement des ondes de choc dans les gaz granulaires. Un simple écoulement dilué sur un obstacle va former une onde de choc au sommet de celui-ci (voir Fig. 3). L'écoulement



**FIGURE 3** – Ondes de choc formées dans des écoulements de sable sur un obstacle circulaire **a.** (image extraite de [4]) et plat **b.** (image extraite de [5]). Les flèches noires indiquent la position de l'onde de choc.

n'est perturbé que sur une certaine zone spatiale, de manière analogue à ce qui se produit dans un gaz moléculaire.

L'onde de choc est un phénomène très hors-équilibre qui n'est pas complètement décrit par les théories cinétiques actuelles. Créer de tels phénomènes dans un gaz granulaire

permet d'aller tester des théories microscopiques dans un système macroscopique. Il est en effet possible de suivre chaque particule se déplaçant dans le front d'onde, d'avoir leur position et leur vitesse à chaque instant. Cependant une partie de l'énergie utilisée pour la formation de l'onde de choc va être dissipée par les collisions inélastiques. Cette dissipation va entraîner des modifications dans la structure des ondes de choc ainsi formées. Les conséquences de ses modifications ne sont pas encore totalement comprises.

Cette thèse présente deux systèmes expérimentaux permettant de générer des ondes de choc dans des gaz granulaires à différents nombres de Mach. La description du front de l'onde de choc, tant au niveau macroscopique que "microscopique" est étudiée. L'une des problématiques est l'effet de la dissipation d'énergie sur la structure des ondes de choc, question posée dans différents milieux. Par ailleurs comme expliqué précédemment, les distributions des vitesses des particules dans le front d'onde ne sont pas complètement comprises, même dans les gaz moléculaires. Leur étude dans un gaz granulaire, où chaque particule peut être suivie et la vitesse connue à chaque instant, constitue une approche originale et permet une description plus précise de ces structures. Ces distributions sont indispensables à l'établissement des équations hydrodynamiques régissant le phénomène qu'est l'onde de choc.

# Chapitre 1

## Les ondes de choc

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Structure des ondes de choc normales . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1.1	Qu'est-ce qu'une onde de choc . . . . .	12
1.1.2	Les conditions de Rankine-Hugoniot . . . . .	13
1.1.3	Le modèle bimodal de Mott-Smith . . . . .	14
1.1.4	Études expérimentales de la structure de l'onde de choc . . . . .	19
<b>1.2</b>	<b>Les ondes de choc dans les milieux granulaires . . . . .</b>	<b>23</b>
1.2.1	La théorie cinétique des gaz granulaires . . . . .	23
1.2.2	Les ondes de choc dans les milieux granulaires . . . . .	28
<b>1.3</b>	<b>Objectifs et plan de la thèse . . . . .</b>	<b>34</b>

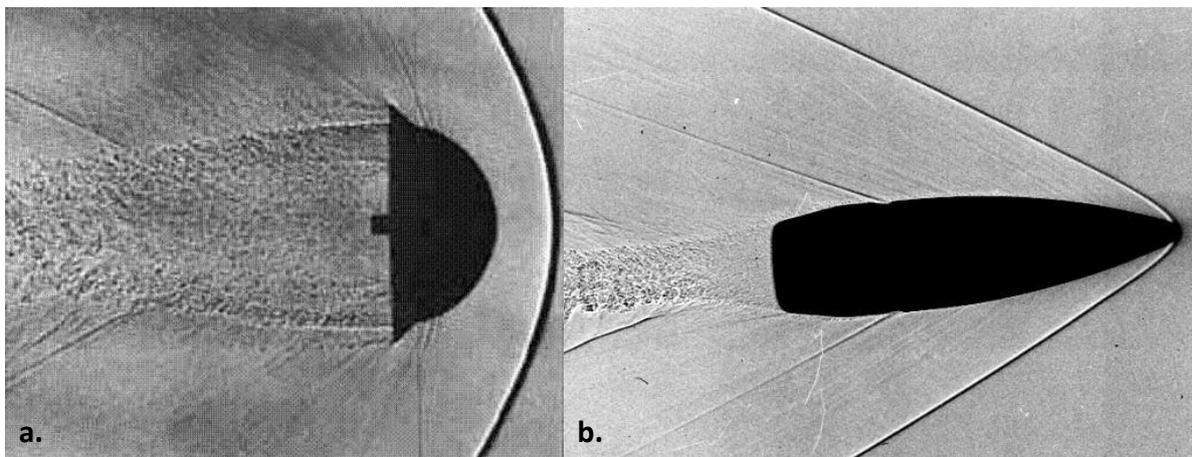
---

Ce chapitre présente un état non-exhaustif des connaissances sur les ondes de choc afin de situer les questions auxquelles entend répondre ce travail de thèse. Les deux problématiques principales sont d'appréhender le rôle de la dissipation d'énergie dans la structure d'une onde de choc dans un gaz granulaire et comprendre la forme des distributions des vitesses des particules dans le front d'onde.

## 1.1 Structure des ondes de choc normales

### 1.1.1 Qu'est-ce qu'une onde de choc

La vitesse  $c$  du son correspond à la vitesse des ondes de compression dans un milieu donné. Elle dépend principalement de l'élasticité et de la densité  $\rho$  du milieu. Dans les fluides,  $c = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_S}$  où  $P$  est la pression et  $S$  l'entropie. Dans un gaz parfait, cette vitesse devient  $c = \sqrt{\gamma k T / m}$  où  $\gamma$ ,  $T$ ,  $k$  et  $m$  sont respectivement le coefficient adiabatique, la température du gaz, la constante de Boltzmann et la masse atomique ou moléculaire du gaz. La valeur de la vitesse du son est de 331 m/s pour de l'air sec à 0 ° C et d'environ 1500 m/s dans l'eau. Les écoulements restent incompressibles lorsque les vitesses  $\vec{v}$  mises en jeu restent très inférieures à  $c$ . Cela signifie que le nombre de Mach  $M = \|\vec{v}\| / c$  doit rester très inférieur à 1. Si un objet se déplace à des vitesses supérieures à  $c$ , il va compresser le fluide devant lui et générer une onde de choc qui est une onde de compression de grande amplitude. Contrairement à une onde sonore, qui est une onde de compression de faible amplitude laissant le milieu de propagation inchangé, l'onde de choc va entraîner de brusques changements de pression, de densité et de température sur de très courtes distances de l'ordre du libre parcours moyen. Cette onde de choc peut être oblique et attachée à l'objet ou être une onde de choc dite "normale" détachée de l'objet. La figure 1.1

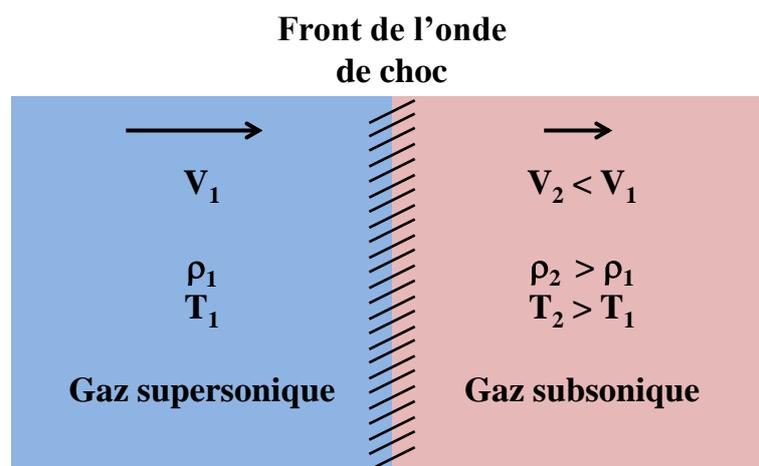


**FIGURE 1.1** – a. Ombroscopie d'une onde de choc normale induite devant un obstacle arrondi. Source NASA : <http://ails.arc.nasa.gov/ails/printPreview.php?rid=7033>. b. Ombroscopie d'une onde de choc oblique induite devant un obstacle pointu, ici une balle. Source U.S. Army Research Laboratory : [http://www.rifletech.net/video/sv\\_brake\\_2.htm](http://www.rifletech.net/video/sv_brake_2.htm).

montre la compression de l'air devant des obstacles de formes différentes par ombroscopie. D'autres méthodes, telles que l'interférométrie, permettent une meilleure visualisation de l'augmentation de la densité du milieu. Dans le cas de l'obstacle pointu, l'onde de choc est "attachée" au niveau de l'obstacle. Le front d'onde forme ensuite un angle, appelé angle de Mach, supérieur à celui de l'obstacle. Dans le cas de l'obstacle arrondi, le front d'onde est totalement détaché de l'obstacle. Cette onde de choc est dite "normale" à l'obstacle. La formation d'une onde de choc oblique ou normale dépend de la géométrie de l'objet et du nombre de Mach associé à l'écoulement. Pour un nombre de Mach donné, les ondes de choc obliques ne peuvent pas être formées si l'obstacle possède un angle supérieur à une certaine valeur [6]. Cette thèse porte exclusivement sur la structure des ondes de choc normales. Les ondes de choc obliques dans les gaz granulaires ont été étudiées, entre autres, par Rericha [7].

### 1.1.2 Les conditions de Rankine-Hugoniot

Une onde de choc normale entraîne plusieurs changements dans le milieu de propagation. Dans le référentiel de l'onde, le gaz initial supersonique, arrivant d'un côté du front d'onde, est ralenti, comprimé et chauffé en devenant subsonique de l'autre côté. Il y a donc une augmentation importante de la densité et de la température du gaz dans le front d'onde. Le front d'onde est la zone hors-équilibre séparant deux états à l'équilibre : d'un côté le gaz initial supersonique et de l'autre le gaz subsonique plus dense et plus chaud que le premier (voir Fig. 1.2). Les conditions liant ces deux états ont été déduites par



**FIGURE 1.2** – Schéma illustrant les deux états d'équilibre d'un gaz de part et d'autre du front de l'onde de choc.

V. Rankine (1870) et H. Hugoniot (1889) en supposant la conservation de masse, de la

quantité de mouvement et de l'énergie dans l'onde de choc :

$$\begin{aligned}\rho_1 V_1 &= \rho_2 V_2 \\ \rho_1 V_1^2 + P_1 &= \rho_2 V_2^2 + P_2 \\ \rho_1 V_1 \left( \frac{1}{2} V_1^2 + e_1 + \frac{P_1}{\rho_1} \right) &= \rho_2 V_2 \left( \frac{1}{2} V_2^2 + e_2 + \frac{P_2}{\rho_2} \right)\end{aligned}$$

Où  $e_i$  est l'énergie interne du fluide dans l'état  $i$  par unité de masse. Ces relations permettent de lier les grandeurs thermodynamiques du fluide initial supersonique (1) et du fluide subsonique (2). Dans le cas du gaz parfait, les sauts de masse volumique, vitesse moyenne et température peuvent être exprimés simplement en fonction du nombre de Mach  $M$  et du nombre de degrés de liberté  $N$  :

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{(N + M^2) [(N + 2) M^2 - 1]}{(N + 1)^2 M^2} \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{M^2 + N}{(N + 1) M^2} \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} \quad (1.1)$$

Ces rapports tendent tous vers 1 lorsque le nombre de Mach tend vers 1, ce qui signifie simplement la disparition de l'onde de choc et le retour à un écoulement incompressible. Lorsque le nombre de Mach devient infiniment grand, la température du gaz subsonique le devient aussi. En revanche, les sauts de vitesses et de densité sont limités. Le rapport des vitesses tend vers  $1/(N + 1)$  soit 0,25 pour  $N = 3$  et le rapport des densités suit la loi inverse. Les relations de Rankine-Hugoniot mesurent les sauts de densité, de vitesse et de température subis par le fluide. Elles n'apportent cependant pas d'information sur le front d'onde, qui est vu comme une discontinuité (voir Fig. 1.2).

### 1.1.3 Le modèle bimodal de Mott-Smith

Loin d'être une discontinuité, le front d'onde a une longueur finie : les variations des grandeurs thermodynamiques ont lieu sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen. Cette distance de variation permet de définir une "épaisseur" caractéristique de l'onde de choc. Les nombreuses mesures expérimentales de cette épaisseur ont permis de soulever un problème important en montrant que les méthodes classiques, telles que l'équation de Navier-Stokes, ne donnent pas de prédiction correcte. Ces courtes distances de variation des grandeurs macroscopiques remettent en cause ce type de description continue. L'onde de choc est un problème hors-équilibre, nécessitant l'utilisation de la théorie cinétique à travers l'équation de Boltzmann dont la résolution est très complexe. Cette équation sert à prédire l'évolution temporelle de la fonction de distribution des vitesses des particules. Pour un gaz de particules de masse  $m$  en l'absence de force extérieure, la fonction de distribution à une particule  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  est définie tel que  $f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{r} d\vec{v}$  est le nombre de particules se trouvant à la position  $\vec{r} \pm d\vec{r}$  avec la vitesse  $\vec{v} \pm d\vec{v}$  à l'instant  $t$ . Le nombre de particules  $N$ , la vitesse moyenne  $\vec{V}$ , la température  $T$  et toute grandeur moyenne  $\langle \psi \rangle$

sont définis par :

$$N(\vec{r}, t) = \int f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad T(\vec{r}, t) = \frac{1}{3k_m N(\vec{r}, t)} \int (\vec{v} - \vec{V})^2 f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$$

$$\vec{V}(\vec{r}, t) = \frac{1}{N(\vec{r}, t)} \int \vec{v} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad \langle \psi(\vec{r}, t) \rangle = \frac{1}{N(\vec{r}, t)} \int \psi f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$$

Où  $k_m = k/m$  avec  $k$  la constante de Boltzmann et  $m$  la masse atomique ou moléculaire du gaz. En l'absence de force extérieure (qui n'a pas d'importance majeure pour le raisonnement exposé ici), l'équation de Boltzmann s'écrit :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_j \frac{\partial f}{\partial x_j} = \left( \frac{\partial f}{\partial t} \right)_{col}$$

Les termes de gauche traduisent l'évolution temporelle de la fonction  $f$  en l'absence de collision entre particules. Le terme de droite, appelé opérateur de collision, représente l'évolution temporelle de  $f$  sous l'effet des collisions. Les collisions dévient les particules vers des positions et avec des vitesses qui n'auraient pas été atteintes en leur absence. La distribution de vitesses des particules est alors inconnue. À partir de la forme intégrale de cette équation, les équations des bilans de masse, d'impulsion et d'énergie peuvent être obtenues. Elles ne sont cependant pas utilisables tant que les distributions des vitesses sont inconnues. Dans le cas d'un gaz dilué à l'équilibre, la distribution des vitesses est une distribution gaussienne. Il s'agit de la distribution de Maxwell décrivant un gaz classique moléculaire :

$$f_M(\vec{v}) = \frac{\rho}{(2\pi k_m T)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\vec{v} - \vec{V})^2}{2k_m T}\right) \quad (1.2)$$

Cela n'est pas le cas pour dans une onde de choc où le gaz est très hors-équilibre. L'hypothèse très forte, formulée par H.M. Mott-Smith en 1951 [8], est de considérer une onde de choc comme la superposition des deux états d'équilibre présentés dans la figure 1.2 : le gaz initial supersonique et le gaz subsonique, lié au premier par les conditions de Rankine-Hugoniot. Les proportions de chaque état varient à mesure que l'on se déplace dans le front d'onde. Cette théorie est analogue à la théorie des orbitales moléculaires en mécanique quantique. Dans cette approximation, chaque orbitale moléculaire est décrite par une combinaison linéaire des différentes orbitales atomiques associées aux atomes constituant la molécule. De la même manière, les distributions de vitesses des particules dans l'onde de choc sont une combinaison linéaire des distributions de vitesses des populations supersonique et subsonique. Dans cette théorie et pour une onde de choc formée suivant

l'axe  $\hat{y}$ , elles sont donc sous la forme d'une double distribution gaussienne :

$$f(v) = f_{sup}(v) + f_{sub}(v) \quad f_i(v) = \frac{\rho_i(y)}{(2\pi k_m T_i)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(v - V_i)^2}{2k_m T_i}\right) \quad (1.3)$$

Cette distribution constitue le nouvel état "de base" qui est ensuite injecté dans l'équation de Boltzmann. Les particules supersoniques et subsoniques sont respectivement notées 1 et 2. Les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie sont obtenues à partir du calcul des valeurs moyennes des grandeurs  $m$ ,  $mv_i$  et  $\frac{1}{2}m(v_i - V_i)^2$  pour chaque composante  $i$ . Elles sont exprimées avec les fractions volumiques  $\phi_1$  et  $\phi_2$  des populations supersonique et subsonique :

$$\phi_1(y) V_1 + \phi_2(y) V_2 = \phi_1^\infty V_1 \quad (1.4)$$

$$\phi_1(y) (V_1^2 + k_m T_1) + \phi_2(y) (V_2^2 + k_m T_2) = \phi_1^\infty (V_1^2 + k_m T_1) \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} \phi_1(y) V_1 (V_1^2 + (N+2) k_m T_1) + \phi_2(y) V_2 (V_2^2 + (N+2) k_m T_2) \\ = \phi_1^\infty V_1 (V_1^2 + (N+2) k_m T_1) \end{aligned} \quad (1.6)$$

$\phi_1^\infty$  est la fraction volumique initiale de la population supersonique et  $y$  la position dans le front d'onde. Pour les trois grandeurs  $m$ ,  $mv_i$  et  $\frac{1}{2}m(v_i - V_i)^2$ , l'intégration de l'opérateur de collision donne un résultat nul puisque ces grandeurs sont conservées lors d'une collision élastique. Ces équations montrent immédiatement que les températures et vitesses moyennes des populations supersonique et subsonique sont liées par les conditions de Rankine-Hugoniot données dans l'équation (1.1). Ce n'est pas le cas pour les fractions volumiques qui dépendent de la position  $y$ . À ce stade, il manque une équation pour pouvoir exprimer  $\phi_1(y)$  et  $\phi_2(y)$ . En prenant un moment supplémentaire ( $v_y^2$  pour Mott-Smith dans [8]) pour lequel l'opérateur de collision n'est pas nul, Mott-Smith obtient une relation supplémentaire permettant d'obtenir la fraction volumique des particules supersoniques :

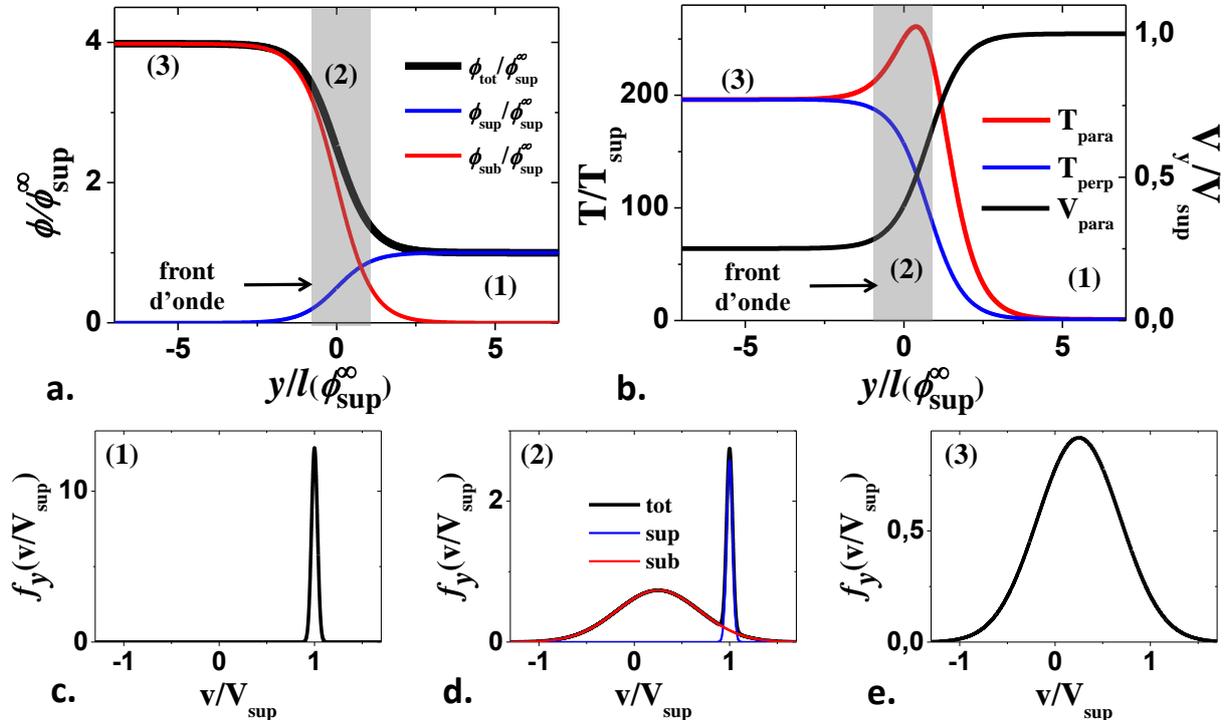
$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{B}{l} \phi_1 (\phi_1 - \phi_1^\infty) = 0 \quad (1.7)$$

Le coefficient  $B$  ne dépend que du nombre de Mach et  $l = l(\phi_1^\infty)$  est le libre parcours moyen dans le fluide supersonique initial. Cette équation se résout analytiquement et donne immédiatement l'expression de  $\phi_1(y)$  puis de  $\phi_2(y)$  :

$$\phi_1(y) = \frac{\phi_1^\infty}{1 + \exp(-By/l)} \quad \phi_2(y) = \frac{V_1}{V_2} (\phi_1^\infty - \phi_1) = \frac{V_1}{V_2} \frac{\phi_1^\infty}{1 + \exp(By/l)} \quad (1.8)$$

La figure 1.3 a. illustre les profils de fractions volumiques prévus par le modèle de Mott-Smith dans le cas d'un gaz parfait, initialement à une fraction volumique  $\phi_1^\infty = \phi_{sup}^\infty$ ,

dans un écoulement supersonique selon  $\hat{y}$ , à une vitesse moyenne  $V_1 = V_{sup}$  telle que le nombre de Mach soit 25. La fraction volumique des particules supersoniques décroît de



**FIGURE 1.3** – Profils de densité normalisés par la fraction volumique lointaine  $\phi_{sup}^\infty$  de l'écoulement supersonique (a.), températures longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$ , vitesse longitudinale  $V_{para}$  (b.), en fonction de la distance  $y$  normalisé par le libre parcours moyen  $l$  ( $\phi_{sup}^\infty$ ). Distributions normalisées  $f_y(v/V_{sup})$  des vitesses longitudinales, normalisées par la vitesse moyenne de l'écoulement supersonique, avant (c.), dans (d.) et après (e.) le front de l'onde de choc à  $M = 25$ .

$\phi_{sup}^\infty$  à 0 sur une distance caractéristique qui est l'épaisseur de l'onde de choc. La fraction volumique des particules subsoniques  $\phi_{sub}$  et la fraction volumique totale  $\phi$  augmentent jusqu'à la valeur donnée par les conditions de Rankine-Hugoniot sur cette même distance. Mott-Smith définit l'épaisseur de l'onde de choc  $X$  par :

$$X = \frac{\phi(+\infty) - \phi(-\infty)}{\left(\frac{\partial\phi}{\partial y}\right)_{max}} = \frac{4B}{l}$$

Cette prédiction a pu être confrontée à plusieurs études expérimentales réalisées par la suite (voir Sec. 1.1.4). Ces fractions volumiques permettent de reconstruire la vitesse moyenne et la température longitudinales (notées para) et transversales (notées perp) à l'écoulement dirigé selon  $\hat{y}$ . La vitesse moyenne totale  $V_i$  et la température totale  $T_i$  avec  $i = x, y, z$  peuvent être définies à partir de l'état des populations supersonique et

subsonique, respectivement notées 1 et 2 :

$$V_y = \frac{\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2}{\phi_{tot}} \quad T_i = \frac{\phi_1 (T_{1i} + V_{1i}^2) + \phi_2 (T_{2i} + V_{2i}^2)}{\phi_{tot}} - V_i^2 \quad (1.9)$$

La vitesse moyenne transverse  $V_x = V_{perp}$  est nulle et non représentée. La vitesse moyenne longitudinale  $V_y = V_{para}$  décroît de la valeur  $V_1 = V_{sup}$  jusqu'à la valeur  $V_2 = V_{sub}$ , prévue par les conditions de Rankine-Hugoniot. Cette vitesse et les températures granulaires transverse et longitudinale sont représentées dans la figure 1.3 b. Les deux températures augmentent de  $T_1 = T_{sup}$  jusqu'à  $T_2 = T_{sub}$ . Cependant la différence entre les vitesses moyennes longitudinales des deux sous-populations conduit à l'existence d'un maximum local pour la température totale longitudinale  $T_y = T_{para}$ , inexistant pour la température transverse  $T_x = T_{perp}$ , strictement monotone. La taille de ce domaine d'anisotropie est directement liée à l'épaisseur de l'onde de choc. La différence de température peut être exprimée en fonction des densités et des vitesses moyennes de chaque sous-population :

$$T_y - T_x = \frac{\phi_1(y) \phi_2(y)}{(\phi_1(y) + \phi_2(y))^2} (V_{1y} - V_{2y})^2 \quad (1.10)$$

Où  $V_{1y}$  et  $V_{2y}$  sont respectivement les valeurs moyennes des vitesses longitudinales pour les populations supersonique et subsonique. La valeur du maximum de cette différence est obtenue lorsque les fractions volumiques sont égales avec  $\phi_1(y) = \phi_2(y)$ , ce qui donne :

$$(T_y - T_x)_{max} = \frac{(V_{1y} - V_{2y})^2}{4} \quad (1.11)$$

Cette anisotropie a pu être mesurée dans les gaz moléculaires (voir Sec. 1.1.4) et sera utilisée ultérieurement dans l'analyse des ondes de choc granulaires (voir Sec. 3.2). Bien que l'on parle de température, la valeur de celle-ci n'a pas un réel sens physique dans le front d'onde, qui est complètement hors-équilibre. L'obtention des proportions des deux sous-populations permet également de tracer les distributions de vitesses à différentes positions (voir Fig. 1.3 c. d. e.). La fine distribution gaussienne des vitesses du gaz supersonique (1) est remplacée progressivement par la distribution gaussienne plus large du gaz subsonique chauffé (3). Dans la région (2), les distributions prévues sont bimodales, constituées d'un mélange des deux états dans des proportions dépendant de la position  $y$  dans le front d'onde. Plusieurs observations expérimentales et simulations numériques ont confirmé, à posteriori, une structure globalement bimodale des distributions de vitesses dans le front d'onde.

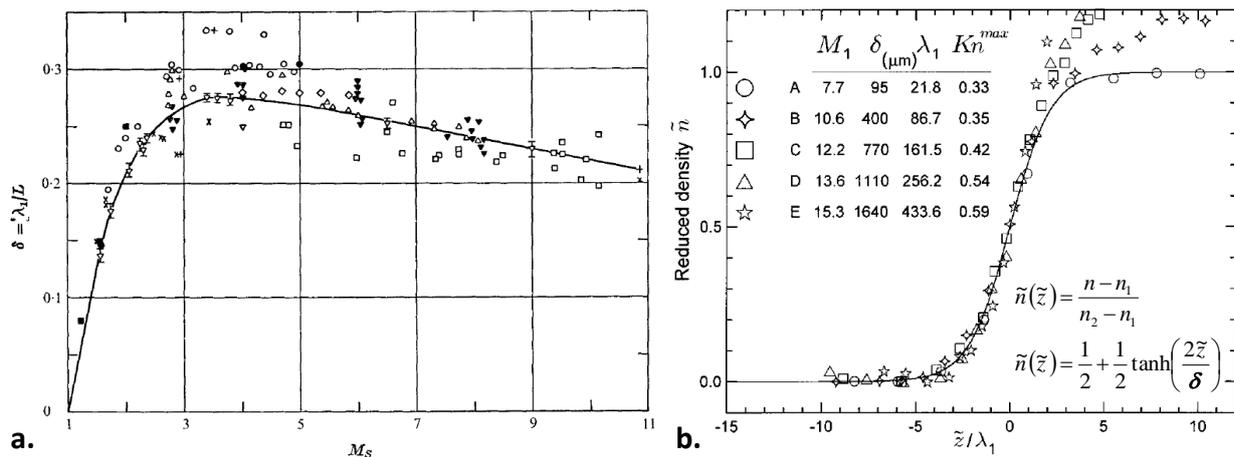
Le modèle de Mott-Smith a servi de base à plusieurs autres études théoriques sur les écoulements gazeux [9–13] mais aussi dans d'autres domaines tel que l'astrophysique [1, 14, 15]. Cependant les distributions des vitesses prédites par le modèle de Mott-Smith ne sont pas strictement solution de l'équation de Boltzmann. Ainsi l'utilisation

d'un moment différent pour obtenir la relation supplémentaire, liant les densités des deux sous-populations, va conduire à une équation similaire à (1.7) mais avec un coefficient  $B$  différent. L'épaisseur de l'onde de choc obtenue aura donc une valeur dépendant du moment choisi. Cet écart est dû à un choix des distributions des vitesses (Eq (1.3)) ne correspondant pas exactement aux distributions réelles (voir Sec. 1.1.4).

### 1.1.4 Études expérimentales de la structure de l'onde de choc

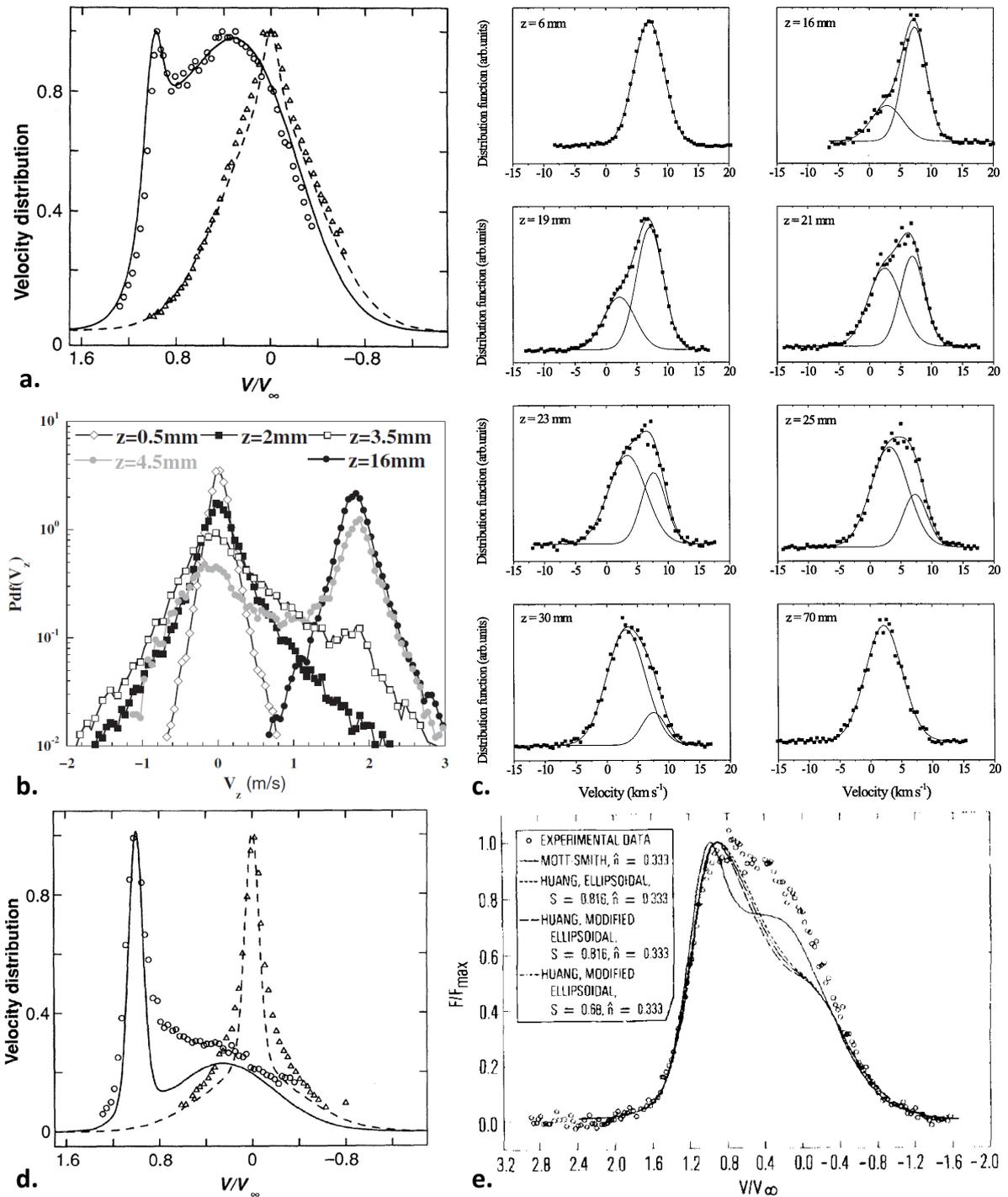
#### Mesure de l'épaisseur de l'onde de choc

Depuis les années 60, de nombreuses études se sont attachées à mesurer les profils de densité et l'épaisseur de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach [16–25], essentiellement par des méthodes de spectroscopie. Ces mesures ont permis de tester plusieurs théories dont le modèle établi par Mott-Smith. Deux exemples sont illustrés sur la figure 1.4. La figure 1.4 a. montre l'inverse de l'épaisseur de l'onde de choc à travers diffé-



**FIGURE 1.4** – **a.** Inverse de l'épaisseur de l'onde de choc en fonction du nombre de Mach dans l'argon, graphique extrait de [23]. **b.** Profils de densité normalisé pour différents nombres de Mach, graphique extrait de [25].

rents résultats expérimentaux. Cette figure montre une divergence de l'épaisseur lorsque le nombre de Mach tend vers 1, un passage par un minimum pour  $M \sim 3 - 4$  puis une ré-augmentation progressive avec le nombre de Mach. La figure 1.4 b. montre des profils de densité normalisés à différents nombre de Mach, comparés au modèle de Mott-Smith. Si la majeure partie du profil semble en accord avec le modèle, la précision des mesures ne permet pas de comparer tout les profils, notamment vers les hautes densité à grands nombres de Mach. Des théories plus récentes reproduisent les grandeurs macroscopiques de manière plus satisfaisante, notamment en développant le modèle de Mott-Smith comme proposé par M. A. Solovchuk [13, 26].



**FIGURE 1.5** – a. et d. Distributions des vitesses transverses et longitudinales dans une onde de choc dans l'hélium ( $M = 25$ ). Sur d., les traits pleins et pointillés représentent les distributions prévues par le modèle de Mott-Smith. Graphiques extrait de [27]. b. et c. Distributions des vitesses longitudinales à différentes positions  $z$  dans le front d'une onde de choc générée par un écoulement granulaire dilué autour d'un obstacle circulaire (b. : graphique extrait de [28]) et dans un plasma d'hydrogène (c. : graphique extrait de [29]). e. Distributions des vitesses longitudinales pour une onde de choc induite dans l'argon ( $M = 7, 18$ ). Graphique extrait de [24].

## Mesure des distributions des vitesses dans le front d'onde

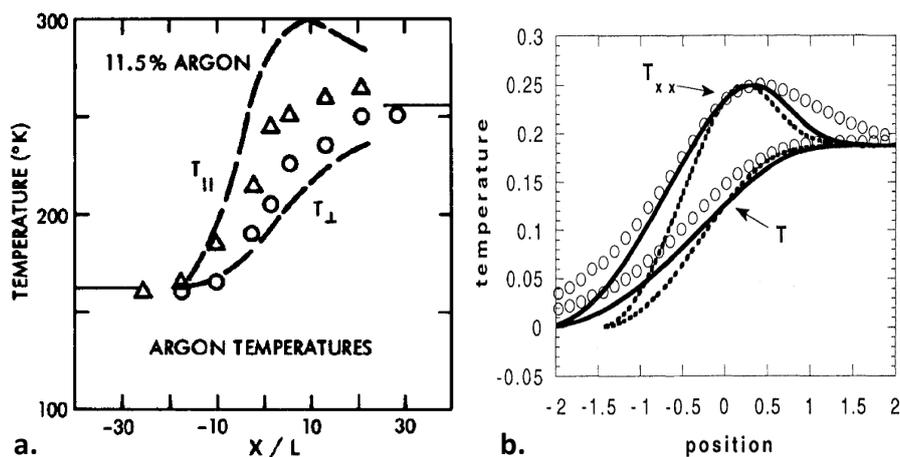
Malgré leur importance, les distributions de vitesses des particules n'ont pu être mesurées que plus tardivement et tout d'abord dans les gaz moléculaires grâce à des méthodes de spectroscopie développées par E. P. Muntz [22, 24, 27, 30, 31] vers des nombres de Mach de plus en plus élevés, jusqu'à  $M = 25$ , en descendant la température du gaz supersonique initial. Quelques expériences ont permis de mesurer ces distributions également dans les plasmas [29, 32] et dans les milieux granulaires dilués [28, 33] comme illustré par la figure 1.5. La figure 1.5 a. montre les distributions des vitesses longitudinales (parallèles à l'écoulement) et transverses (perpendiculaires à l'écoulement) normalisées par la vitesse moyenne  $V_{sup}$  des particules supersoniques dans l'hélium, comparées à d'autres distributions de vitesses réalisées à la même position dans le front d'onde par des simulations numériques Monte-Carlo. Les figures 1.5 b. et c. montrent les distributions des vitesses longitudinales à différentes positions dans le front d'une onde de choc, respectivement dans un plasma d'hydrogène et dans un écoulement granulaire dilué. Quel que soit le milieu étudié, les distributions de vitesses longitudinales montrent cette structure bimodale qui passe progressivement d'un pic fin centré sur la vitesse initial du fluide supersonique à un pic plus large centré sur les basses vitesses en accord qualitatif avec le modèle bimodal de Mott-Smith. Plusieurs travaux [34, 35] reproduisent ces distributions aussi bien en dynamique moléculaire qu'en simulation Monte-Carlo. En première approche, le modèle de Mott-Smith semble bien vérifié. L'élargissement du pic vers les basses vitesses traduit l'échauffement du gaz devenant subsonique. Cependant, dans une expérience où est générée une onde de choc dans l'hélium à très grand nombre de Mach [27], un écart conséquent avec le modèle de Mott-Smith est noté comme le montre la figure 1.5 d.. Les auteurs mentionnent la présence de très nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires, ne faisant parti ni de la population supersonique, ni de la population subsonique définies par le modèle bimodale de Mott-Smith. Une expérience dans l'argon à plus bas nombre de Mach  $M = 7, 18$ , montrée par la figure 1.5 e., est un autre exemple de l'écart entre les distributions réelles et ce modèle. Cet écart explique pourquoi la distribution bimodale de Mott-Smith ne permet pas d'obtenir une équation unique liant les densités des deux sous-populations (voir Sec. 1.1.3). L'origine de ces particules avec des vitesses intermédiaires n'est pas discutée. H. Salwen a tenté d'étendre le modèle de Mott-Smith en ajoutant une troisième population [9]. Les deux populations supersonique et subsonique décrites par Mott-Smith sont conservées et la troisième, inconnue, doit disparaître avant et après l'onde de choc. Salwen montre que, dans ces conditions, la distribution des vitesses de la troisième population ne peut être gaussienne. Cependant la distribution choisie  $f_3(v) \propto (v_y - V_3) \exp\left(-\left(\vec{v} - \vec{V}_3\right)/T_3\right)$  pour la troisième population, dans un écoulement selon  $\hat{y}$ , n'est pas physiquement acceptable. La distribution est séparée en deux parties avec une probabilité nulle d'avoir une particule à la vitesse  $\vec{v} = \vec{V}_3$ . Le

problème reste donc ouvert.

Ce travail de thèse propose l'ajout d'une troisième population, différente de celle proposée par Salwen. L'origine de cette sous-population est expliquée et le modèle est confronté aux mesures expérimentales faites dans différents milieux (voir Chapitre 4).

### Anisotropie des températures

La structure bimodale des distributions de vitesses longitudinales a des conséquences sur les températures. Plus le nombre de Mach est élevé, plus les populations supersonique et subsonique sont séparées, ce qui n'est pas le cas pour les vitesses transverses comme le montrent les figures 1.5 a. et d. Ainsi la température longitudinale  $T_{\parallel}$  et la température transverse  $T_{\perp}$  à l'écoulement évoluent différemment dans le front d'onde avec notamment une augmentation locale plus importante de la température longitudinale. Ce comportement est prévu par le modèle bimodal de Mott-Smith et illustré dans la figure 1.3. Différents travaux [22, 36, 37] expérimentaux, mais surtout numériques, illustrent cette anisotropie des températures pour des ondes de choc dans des gaz moléculaires. La figure



**FIGURE 1.6** – **a.** Mesures expérimentales des températures longitudinales et transverses de l'argon dans un mélange hélium-argon (graphique extrait de [22]). **b.** Températures longitudinales et transverses obtenues par simulations de dynamique moléculaire (graphique extrait de [36]).

1.6 a. montre les températures longitudinales et transverses de l'argon dans un mélange hélium-argon, comparées à deux modèles théoriques différents. La figure 1.6 b. illustre une résolution théorique par une version modifiée de l'équation de Navier-Stokes (ligne pleine) tenant compte de l'anisotropie des températures. Cette théorie est comparée avec une résolution par l'équation "classique" de Navier-Stokes et avec des simulations de dynamiques moléculaires. Cette anisotropie des températures est à mettre en relation avec la structure quasi-bimodale des distributions de vitesses dans une onde de choc comme discuté précédemment. Cela constitue un marqueur caractéristique d'un phénomène d'onde de choc.

Cette partie montre que, bien que l'étude des ondes de choc soit un problème ancien, toutes les caractéristiques du front d'onde en sont pas encore comprises, en particulier, les distributions des vitesses. Dans ce phénomène très hors-équilibre, celles-ci présentent une structure plus complexe que la description bimodale proposée par Mott-Smith. Elles montrent la présence de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires dont la présence n'est pas expliquée. C'est une des questions abordées dans ce travail de thèse.

## 1.2 Les ondes de choc dans les milieux granulaires

Les écoulements granulaires présentent de nombreux points communs avec les écoulements dans les liquides et les gaz [38]. Plus particulièrement, ils permettent d'observer des phénomènes qui sont tout à fait analogue aux ondes de choc dans les fluides. Cette thèse se focalise sur les ondes de choc générées dans les gaz granulaires.

### 1.2.1 La théorie cinétique des gaz granulaires

Un milieu granulaire fortement agité se comporte comme un ensemble de particules interagissant par collisions binaires, comme les molécules ou atomes d'un gaz. Il est donc modélisé par un ensemble de sphères non-interpénétrables et inélastiques. Ce type de milieu est qualifié de gaz granulaire.

#### Un milieu dissipatif

La principale différence entre un gaz moléculaire et un gaz granulaire est l'inélasticité des collisions. Lors de chacune de ces collisions entre deux particules sphériques de masse  $m$ , de vitesses  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  avant la collision, il y a une dissipation  $\Delta E_C$  d'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = -\frac{m}{4} (1 - r^2) [(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}]^2$$

Où  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire liant les centres des deux particules et  $r$  le coefficient de restitution ou d'inélasticité défini ici par :

$$(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \vec{n} = -r (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}$$

$\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  sont les vitesses des particules après les collisions. La perte d'énergie est d'autant plus grande que le coefficient de restitution est petit. Le cas des gaz moléculaires ayant des collisions élastiques correspond à  $r = 1$ . Ce coefficient est souvent pris constant dans la plupart des modèles bien cela ne soit pas exact. Les travaux de McNamara *et al.* [39] montrent que, si ce coefficient semble bien rester constant pour les basses vitesses, il décroît rapidement à partir d'une vitesse seuil de 30 cm/s dans le cas des billes d'acier. Les vitesses mises en jeu pour la formation des ondes de choc dans un gaz granulaire

peuvent être supérieures à 1 m/s, donc bien au-delà de cette limite. Cette dissipation oblige à injecter continuellement de l'énergie dans le système afin de maintenir l'état de gaz granulaire. Il existe principalement deux façons de maintenir cet état :

- Un écoulement dilué sous gravité. L'énergie cinétique des particules incidentes maintient le système à l'état "gazeux".
- Un milieu granulaire vibré. Sous certaines conditions de vibration et de densité, l'énergie apportée par les parois vibrées compense la dissipation et permet d'obtenir un gaz granulaire vibré.

### Les équations de conservation

Malgré cette différence essentielle avec les gaz moléculaires, l'analogie reste forte et une théorie cinétique des gaz granulaires a été développée depuis les années 80 [40–46] avec notamment la notion de température granulaire [40]. L'approche la plus simple a été développée par Haff en 1983 [42] et permet de comprendre l'origine microscopique des coefficients de transport. L'approche principale, plus complète, consiste à partir de l'équation de Boltzmann inélastique. Comme précédemment les grandeurs moyennes que sont le nombre de particules  $N$ , la vitesse moyenne  $\vec{V}$ , la température  $T$  sont définies à partir de la fonction de distribution  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$ . La seule grandeur dont la définition varie est la température, puisqu'il s'agit de la température granulaire qui mesure l'agitation des particules constituant le milieu granulaire et non l'agitation des atomes ou molécules constituant ces particules. La température granulaire ne fait donc pas apparaître la constante de Boltzmann :

$$T(\vec{r}, t) = \frac{1}{N(\vec{r}, t)} \int (\vec{v} - \vec{V})^2 f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v}$$

Cette température est homogène au carré d'une vitesse. De la même manière que dans le cas d'un gaz moléculaire, l'équation de Boltzmann (1.1.3) est le point de départ pour déterminer la fonction de distribution et les équations constitutives associées. Pour traiter le gaz granulaire, deux éléments doivent être pris en compte. Tout d'abord l'inélasticité des collisions va intervenir dans le calcul de l'opérateur de collisions. De plus celui-ci va être affecté par la taille finie des particules de diamètre  $d$  qui va entraîner une distance non-nulle entre les particules au moment de la collision. Cette taille finie va ainsi limiter la fraction volumique pouvant être occupée par ces particules. Le détail des calculs est donné dans la référence [38]. L'équation de Boltzmann permet d'obtenir les équations de conservations de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie en présence d'une force extérieure  $f$  par unité de volume. Comme dans le cas des gaz moléculaires, ces équations viennent du calcul des valeurs moyennes des grandeurs  $m$ ,  $mv_i$  et  $\frac{1}{2}m(v_i - V_i)^2$

où  $i = x, y, z$  :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho V_j)}{\partial x_i} = 0 \quad (1.12)$$

$$\rho \left( \frac{\partial V_i}{\partial t} + V_j \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + f_i \quad (1.13)$$

$$\frac{1}{2} \rho \left( \frac{\partial T}{\partial t} + V_j \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = \sigma_{ij} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} - \frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \Gamma \quad (1.14)$$

L'opérateur de collision n'intervient pas pour les deux premières qui restent donc inchangées par rapport au cas du gaz élastique<sup>1</sup>. En revanche, l'inélasticité des collisions fait apparaître un terme de dissipation  $\Gamma$  dans l'équation de conservation de l'énergie. Cependant ces équations ne permettent une description hydrodynamique du gaz granulaire qu'à la condition de connaître la distribution des vitesses. En supposant le gaz faiblement hors-équilibre, cette fonction est obtenue à l'aide du développement suivant :

$$f = f_{(0)} + K_n f_{(1)} + K_n^2 f_{(2)} + \dots$$

$K_n = l/L$  est le nombre Knudsen avec  $l$  le libre parcours moyen d'une particule et  $L$  la distance caractéristique de variation des grandeurs macroscopiques. Les termes habituels de l'équation de Navier-Stokes sont obtenus à l'ordre 1 en  $K_n$ .  $f_{(0)}$  est la fonction de distribution des vitesses décrivant l'état de base du gaz. En première approximation pour des gaz granulaires faiblement dissipatifs, cette fonction a été supposée identique à la distribution de Maxwell décrivant un gaz classique moléculaire donnée par l'équation (1.2). À partir de cette fonction de distribution, Lun *et al.* ont proposé des équations hydrodynamiques en 1984 pour décrire un gaz granulaire [43]. Les expressions de la pression  $P$  et du terme de dissipation d'énergie  $\Gamma$  sont particulièrement utiles dans l'étude des ondes de choc :

$$P(\phi, T) = \rho_p \phi (1 + 2(1+r)\phi g_0(\phi)) T \quad (1.15)$$

$$\Gamma = \frac{\rho_p}{d} (1-r^2) \frac{12}{\sqrt{\pi}} \phi^2 g_0(\phi) T^{\frac{3}{2}} \quad (1.16)$$

$$g_0(\phi) = \left[ 1 - \left( \frac{\phi}{\phi_{max}} \right)^{(4/3)\phi_{max}} \right]^{-1} \quad (1.17)$$

$\rho_p$  est la masse volumique d'une particule. Le volume fini de ces particules rend le terme de pression non linéairement dépendant de la fraction volumique  $\phi$ .  $g_0(\phi)$  est un terme qui rend compte de la taille finie des particules, qui a pour conséquence une distance non-nulle entre les particules au moment de la collision et donc de limiter la fraction volumique à une valeur maximum  $\phi_{max}$  proche de la compacité maximum. Pour un empilement

1. uniquement dans la forme car les relations constitutives, telle que l'expression de la pression, seront différentes.

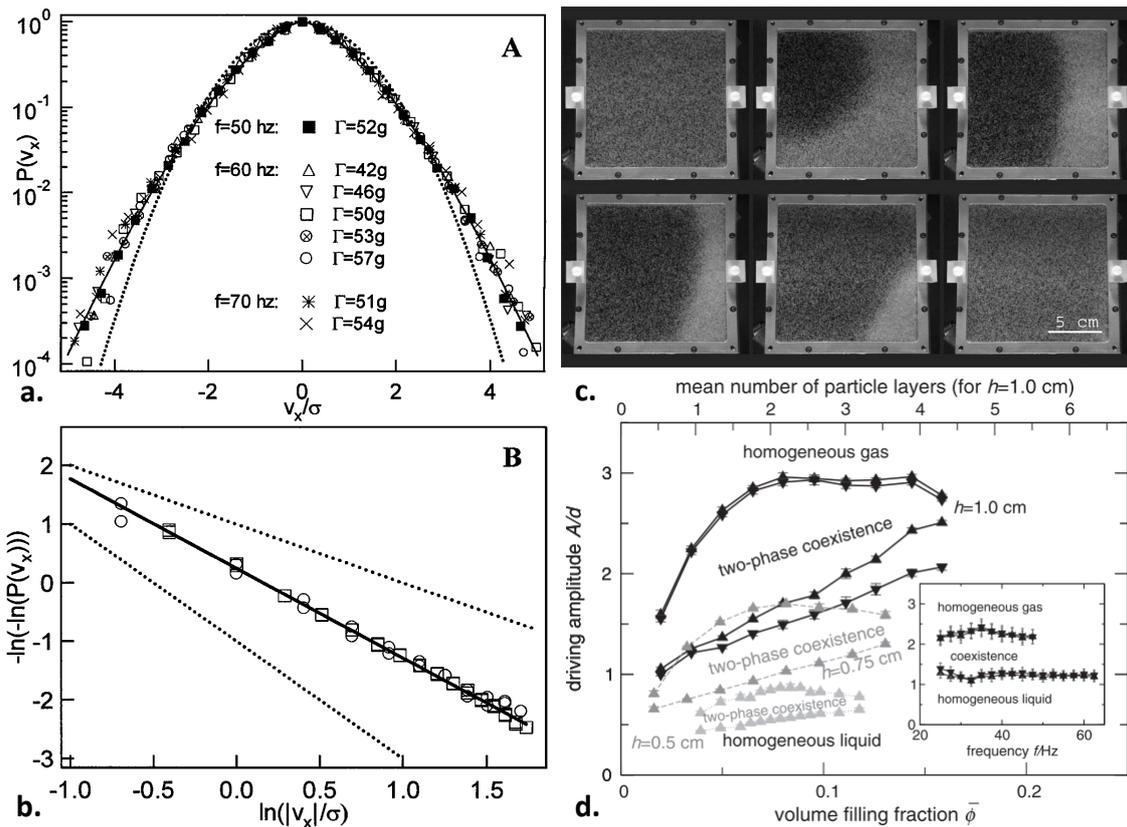
parfaitement ordonné de sphères dures de taille identique, la compacité maximum est 0,74. Pour des écoulement granulaires, les empilements sont souvent désordonnés et la valeur  $\phi_{max}$  atteinte est inférieure, variable suivant la vitesse de l'écoulement et la géométrie de l'environnement. Le terme  $g_0(\phi)$  intervient dans l'approximation permettant d'exprimer la fonction de distribution à deux particules. Les relations constitutives obtenues sont plus complexes que dans le modèle phénoménologique de Haff. Cependant celui-ci permet de bien comprendre la dépendance de la dissipation d'énergie en  $\phi^2$  et  $T^{3/2}$  par une estimation des coefficients de transports.

### Vers des modèles plus complexes : l'apport des gaz granulaires vibrés

Ce modèle n'a eu de cesse d'être amélioré, par exemple en tenant compte du caractère non gaussien de la distribution des vitesses de l'état de base d'un gaz granulaire [47–49]. Par défaut, la distribution de Maxwell est utilisée comme état de base pour obtenir les équations de conservation. Son utilisation limite la validité de ces équations aux gaz faiblement dissipatifs. La recherche d'un état de base plus approprié, dans lequel la dissipation et l'injection d'énergie sont prises en compte, permet de s'affranchir de cette approximation. L'étude des gaz granulaires vibrés a permis d'obtenir des informations plus précises sur cet état. Pour un gaz granulaire vibré en deux dimensions, il a été montré des distributions de vitesses de la forme  $f_{(0)}(v) \propto \exp\left[-\left(|\delta v|/\sqrt{T}\right)^{3/2}\right]$  (voir figures 1.7 a. et b.). Les figures 1.7 a. et b. montrent la superposition des distributions des vitesses pour un gaz granulaire vibré à deux dimensions généré à l'aide d'un vibreur électromagnétique dans une grande gamme de paramètres différents (accélération  $\Gamma$ , amplitude  $A$  et fréquence  $f$ ). Des distributions similaires ont été obtenues par des simulations numériques dans une étude théorique [51] s'intéressant à l'interaction entre les parois et les particules et à la température du gaz vibré. Cette question est très étudiée dans les gaz granulaires vibrés et encore débattue [52].

Les gaz granulaires sont d'autant plus intéressants qu'ils peuvent être contrôlés en densité et en température dans certaines limites [50, 53]. Cet état ne se forme que dans une certaine gamme de paramètres de vibration pour une géométrie donnée. La figure 1.7 c. montre les différents états d'un milieu granulaire vibré obtenus par Roeller *et al.* Le milieu vibré peut se trouver soit à l'état de "liquide", avec une fraction volumique élevée et une température faible, soit à l'état de "gaz", avec une fraction volumique faible et une température élevée. Le milieu vibré n'est pas nécessairement homogène. Les deux états peuvent coexister et l'état de gaz granulaire n'est pas systématique. Le diagramme de phases de la figure 1.7 d. montre les conditions d'obtention de l'état d'un gaz granulaire dans une configuration donnée.

D'autres voies ont été explorées pour affiner le modèle en étudiant la dépendance du coefficient de restitution avec la vitesse [54] ou en modélisant les collisions plus précisément



**FIGURE 1.7** – a. et b. Distributions des vitesses pour un gaz granulaire vibré en 2 dimensions (graphiques extrait de [48]). c. Photographie d'un milieu granulaire (particules de diamètre  $d = 610 \mu\text{m}$ ) vibré à  $f = 45 \text{ Hz}$  de fraction volumique  $\phi = 0.059$  avec des accélérations  $\Gamma = 5, 9; 7,5; 9,0; 10,6; 12,0$  et  $13,7$  en partant du coin gauche haut jusqu'au coin bas à droite avec  $A/d = 1, 19; 1,51; 1,81; 2,13; 2,41; 2,76$  (Images extraites de [50]). d. Diagramme de phases obtenu dans la cellule horizontale vibrée verticalement de la figure c. (graphique extrait de [50]).

[55, 56].

### Les limites de la théorie cinétique

Malgré tout, deux principales limites subsistent, liées à l'inélasticité des collisions. La dissipation d'énergie entraîne un problème de séparation entre l'échelle microscopique et macroscopique [57], condition pour construire des lois de conservation sur des grandeurs statistiques. Les collision inélastiques, à l'origine de cette dissipation, ont lieu sur des distances de l'ordre du libre parcours moyen  $l$ . La variation des grandeurs macroscopiques a donc lieu sur cette même distance, ce qui complique le passage à une description continue. Comme discuté précédemment, ce problème de séparation d'échelle existe aussi dans les gaz pour certains phénomènes et notamment les ondes de choc. L'autre limite à la théorie cinétique granulaire est "l'effondrement inélastique". Lorsque le milieu se densifie ou que l'énergie injectée n'est plus assez importante pour compenser la dissipation, le milieu quitte le régime des collisions binaires instantanées et cesse de se comporter comme un gaz granulaire. Hors de ce régime, les hypothèses de la théorie cinétique ne sont plus

valables.

Décrire les ondes de choc dans un gaz granulaire avec la théorie cinétique présente donc de nombreuses difficultés. D'une part, le problème de l'onde de choc est hors-équilibre avec des distributions de vitesses complexes même dans les gaz moléculaires. D'autre part, les gaz granulaires, même dans leur état de base, ne sont pas encore complètement décrits par ce type de théorie où la dissipation d'énergie est difficile à prendre en compte. Les ondes de choc dans ce type de milieu constituent une expérience macroscopique permettant d'aller sonder les deux aspects : la structure des ondes de choc et les gaz granulaires eux-mêmes.

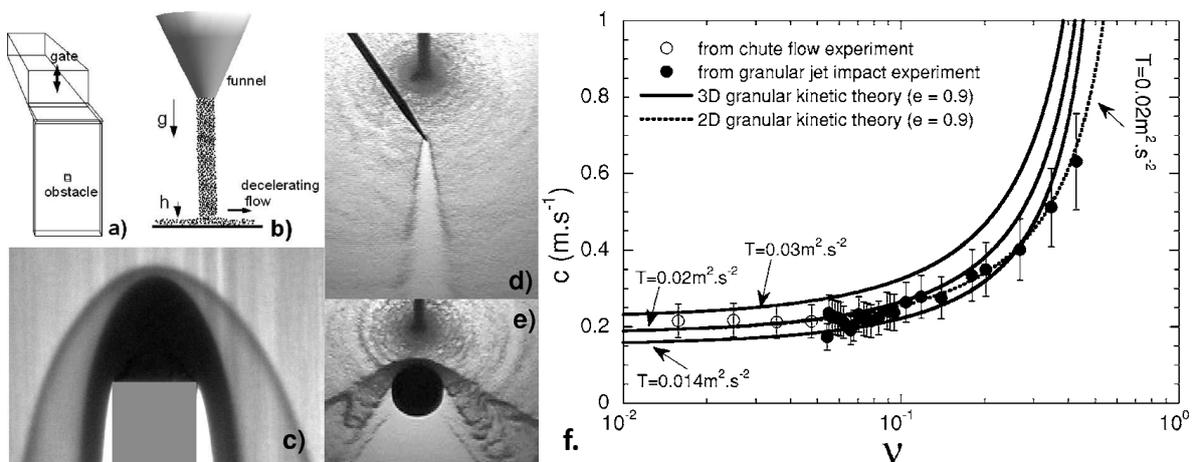
## 1.2.2 Les ondes de choc dans les milieux granulaires

### La vitesse du son dans les milieux granulaires

La théorie cinétique granulaire [58] ainsi que plusieurs travaux expérimentaux [5,59,60] et numériques [61] ont montré que la vitesse des perturbations dans un milieu granulaire, équivalente à la vitesse du son dans les fluides, était beaucoup plus faible que dans un gaz moléculaire. L'expression obtenue par Savage à partir de la pression dans un gaz granulaire permet d'en donner une estimation :

$$c = \sqrt{T\chi \left( 1 + \frac{2}{3}\chi + \frac{\phi}{\chi} \frac{\partial \chi}{\partial \phi} \right)} \quad \chi = 1 + 2(1+r)\phi g_0(\phi) \quad (1.18)$$

Pour des valeurs usuelles, la vitesse du son dans un gaz granulaire est de l'ordre de 10 cm/s. Ces valeurs ont été confirmées expérimentalement comme le montre la figure 1.8 sur un exemple. Différents obstacles sont placés dans des écoulements supersoniques. Ceux-ci



**FIGURE 1.8** – **a.** Expérience 1 : écoulement quasi-bidimensionnel pris entre deux plaques de verres. **b.** Expérience 2 : Jet granulaire impactant une surface solide plane. **c.** Formation d'une onde de choc dans l'expérience 1. **d.** et **e.** Interaction du gaz granulaire avec deux obstacles différents dans l'expérience 2. **f.** Mesures de la vitesse du son en fonction de la fraction volumique et confrontation avec le modèle théorique de Savage. Ces figures sont extraites de [5].

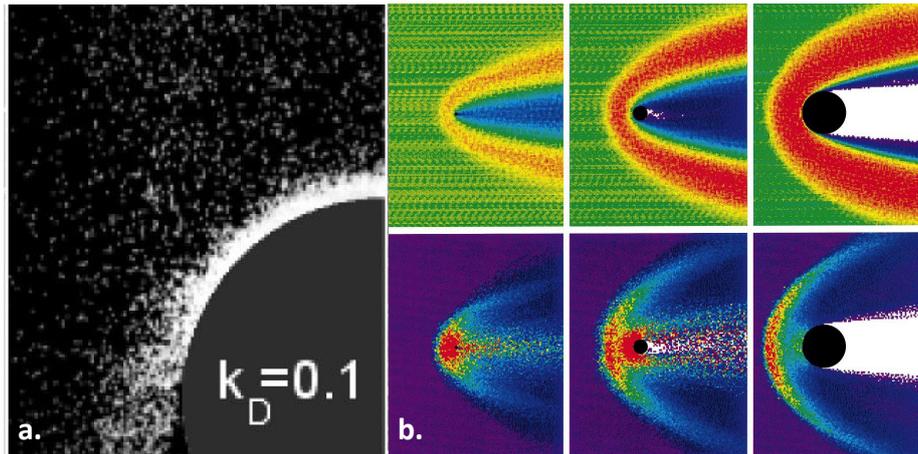
sont déviés par ces obstacles. Les vitesses du son sont déduites de ces angles de déviation, montrés par les figures 1.8 c., d. et e. Les mesures de la figure 1.8 e. montrent la dépendance de la vitesse du son avec la fraction volumique du milieu, en bon accord avec l'équation (1.18). Une autre mesure expérimentale a été réalisée dans un gaz granulaire vibré [60]. Dans ce cas, un milieu granulaire est vibré verticalement dans une mince cellule verticale. Des ondes de choc sont créées à chaque cycle de vibration lorsque la paroi rencontre le milieu granulaire. Leur vitesse de propagation est comparée aux travaux de Bougie *et al.* [61] et sont en bon accord avec les prédictions données par l'équation (1.18).

L'équation (1.18) ne constitue pas une expression universelle pour tous les milieux granulaires. Dans des milieux vibrés plus denses, Heil *et al.* ont eux, mis en évidence en mesurant l'angle du sillage laissé par un cylindre fin, un régime analogue à celui existant en eau peu profonde avec une vitesse du son  $c = \sqrt{gh}$  [62]. L'existence de telles ondes de surface permet d'expliquer l'observation d'un phénomène analogue au ressaut hydraulique appelé "ressaut hydraulique granulaire" [63, 64].

### Ondes de choc dans les écoulements granulaires

Malgré ces valeurs de vitesses du son très différentes, les structures formées dans les écoulements granulaires supersoniques présentent de nombreuses similitudes avec les ondes de choc dans les gaz moléculaires. De la même manière, suivant l'angle présenté par l'obstacle à l'écoulement, les ondes de choc granulaires peuvent, elles aussi, être attachées ou normales [4, 59, 65, 66]. Les conditions d'obtention de l'une ou l'autre en fonction de l'angle de l'obstacle et du nombre de Mach ont été étudiées dans le cas d'un écoulement granulaire dense sur un plan incliné [65].

Le cas particulier de l'interaction d'un écoulement avec un obstacle cylindrique est un problème fondamental de mécanique des fluides. Il permet de tester les théories existantes et est entouré d'une riche phénoménologie dont la formation d'ondes de choc normales. Cette situation a donc été le sujet de plusieurs travaux expérimentaux [28, 67] et numériques [68–70] dans les écoulements granulaires dilués, illustrés dans la figure 1.9. Ces travaux s'intéressent à la force exercée par l'écoulement sur l'obstacle. Buchholtz *et al.* étudient la dépendance de cette force en fonction des paramètres de l'écoulement et la taille de l'obstacle par des simulations numériques [68]. Boudet *et al.* montrent une transition dans l'évolution de cette force lorsque l'écoulement passe d'un régime dilué à un régime plus dense [28]. La figure 1.9 b. montre une partie de la structure de l'onde de choc formée devant l'obstacle, notamment l'augmentation de densité et de la température pour différents rayons de l'obstacle cylindrique. Cette structure est présentée plus en détails dans la section 1.2.2. La force subie par l'obstacle cylindrique est dépendante de la structure de l'onde de choc formée par le milieu lorsqu'il rencontre cette obstacle.

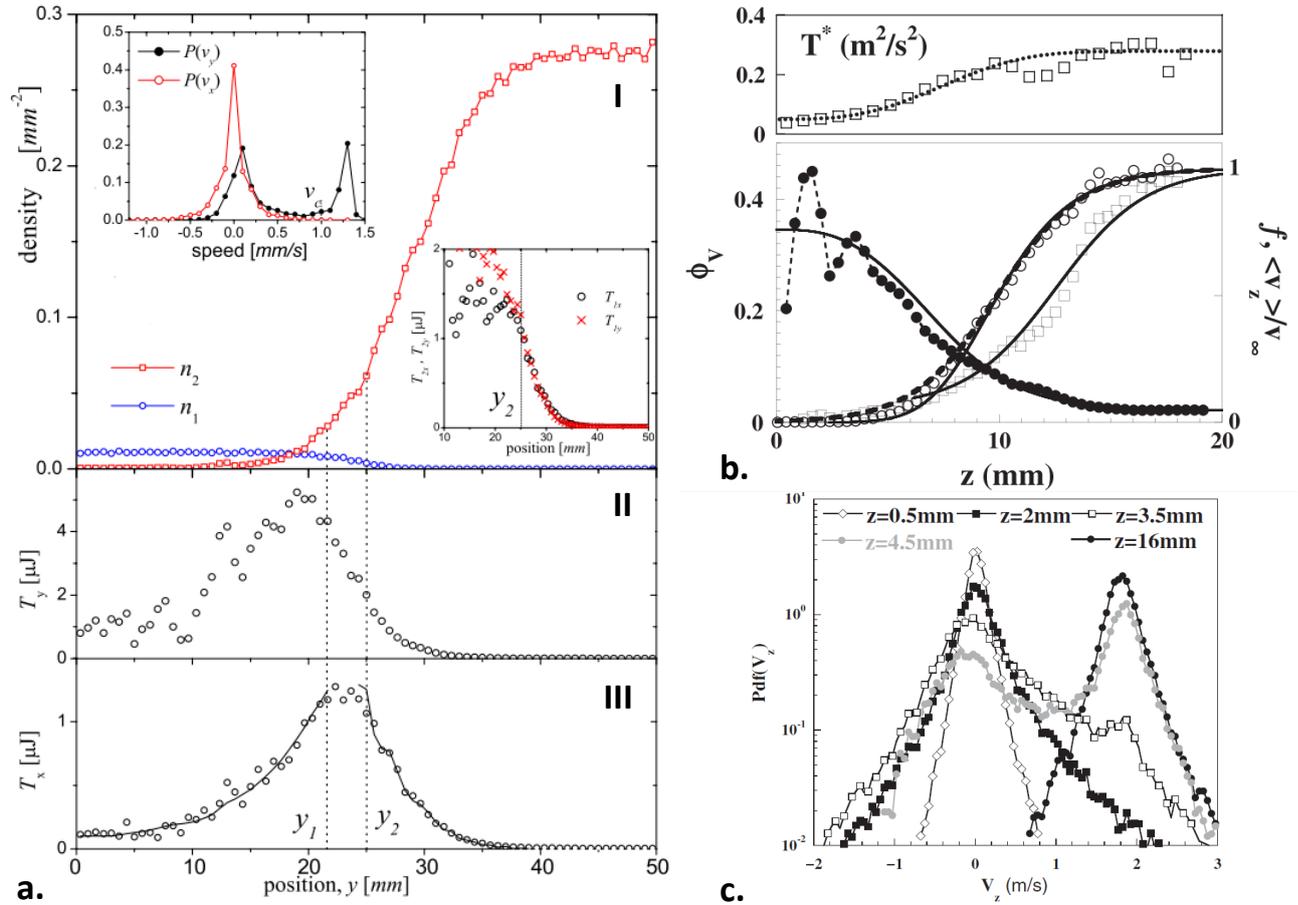


**FIGURE 1.9** – **a.** Écoulement de billes d'acier ( $d = 1$  mm) sur un obstacle cylindrique (figure extraite de [67]). **b.** Simulation numériques montrant les fractions volumiques (images du haut) et les températures (images du bas) d'un écoulement granulaire autour d'obstacles cylindriques de différentes tailles (graphique extrait de [68]).

### Structure des ondes de choc

De toutes ces études, et en particulier de deux travaux [28, 33], il ressort plusieurs éléments sur la structure du front d'une onde de choc dans un milieu granulaire, résumés dans la figure 1.10. Les distributions de vitesses, données dans la figure 1.10 a. I et c., sont globalement bimodales avec des populations très séparées. Une telle séparation indique des ondes de choc à très grands nombres de Mach, résultat confirmé en calculant la vitesse du son dans ces écoulements à partir de l'équation (1.18). Les théories connues prévoient de faibles épaisseurs pour les ondes de choc à grands nombres de Mach dans le cas des gaz moléculaires. Cependant les fractions volumiques montrées sur les figures 1.10 a. et b. semblent évoluer sur une distance importante jusqu'à atteindre une compacité maximale qui diffère suivant la situation. Dans les gaz granulaires, la distance de variation du profil de la fraction volumique totale n'est pas l'épaisseur du front d'onde contrairement aux gaz moléculaires (voir Fig. 1.3). En effet la température granulaire augmente puis re-diminue (voir Fig. 1.10 a. II et III) alors que le milieu est comprimé et chauffé dans le front de l'onde de choc (comme cela se produit dans un gaz moléculaire). Mais ainsi le nombre de collisions augmente et avec lui la dissipation d'énergie. Ceci provoque une re-diminution de la température granulaire à partir d'une certaine fraction volumique atteinte, où l'énergie apportée par l'onde de choc ne compense plus la collision. Ce refroidissement du milieu va provoquer un "effondrement" du gaz granulaire qui ne va pas rester à l'état de gaz et dont la fraction volumique va ainsi continuer à augmenter jusqu'à la compacité maximale possible<sup>2</sup>. La dissipation influe donc ici sur la structure du front de l'onde de choc, tant sur la fraction volumique que sur la température.

2. Cela est vrai pour un écoulement uni-dimensionnel dans [33, 71]. Dans le cas d'un écoulement bi-dimensionnel [28], l'augmentation de densité sera moins importante et ne saturera que pour un écoulement initial suffisamment dense.



**FIGURE 1.10** – **a.** Fraction volumique des sous-populations rapide et lente (I), distributions des vitesses dans le front d’onde (insert haut-gauche dans I), températures longitudinale ( $T_{2y}$ ) et transverse ( $T_{2x}$ ) de la population lente (insert bas-droite dans I), température granulaire longitudinale (II) et température granulaire transverse (III) totales dans le référentiel d’une onde de choc générée par un écoulement granulaire dilué sur un plan incliné (figure extraite de [33]). Température granulaire, fraction volumique et vitesse moyenne (**b.**), distributions des vitesses à différentes positions (**c.**) dans une onde de choc formée par écoulement supersonique sur un obstacle cylindrique entre deux plaques de verre (figure extraite de [28]).

D’autre part, en se basant sur la structure bimodale des distributions, Boudet *et al.* puis Hu *et al.* ont suggéré une séparation en deux populations à partir des distributions de vitesses [28, 33] sans faire l’analogie avec la description bimodale de Mott-Smith. Les auteurs séparent les deux sous-populations, dites rapide et lente, par un seuillage sur la vitesse, ce qui permet d’accéder aux fractions volumiques (Fig. a. I) et aux températures (insert Fig. 1.10 a. I et Fig. 1.10 b.) de ces sous-populations. L’insert de la figure 1.10 a. I montre ainsi que la population lente a une température isotrope suivant  $x$  et  $y$ .

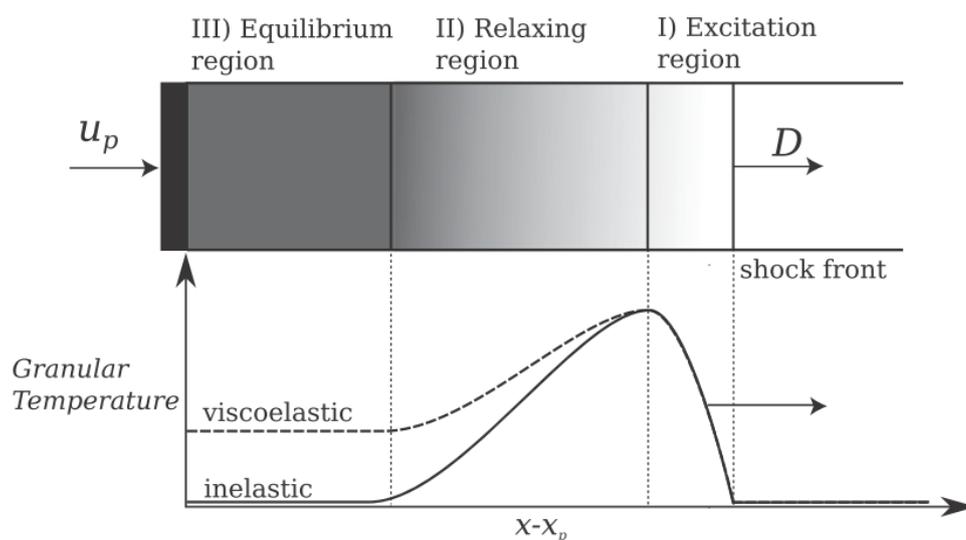
L’adaptation du modèle bimodal de Mott-Smith, dans le cas d’une onde de choc dans un gaz granulaire, est un des points approfondis dans cette thèse. Son utilisation sera appliquée à la description d’une onde de choc générée par un piston supersonique dans un gaz granulaire vibré.

## Le piston supersonique

Une autre manière de générer des ondes de choc consiste à déplacer un obstacle dans un milieu granulaire. Ce problème a été traité analytiquement par Goldshtein *et al.* [72] et par des simulations numériques [71]. À cause de la dissipation d'énergie due aux collisions inélastiques entre particules, un milieu granulaire ne pourra pas conserver un état stationnaire avec une température non-nulle, sans injection d'énergie supplémentaire.

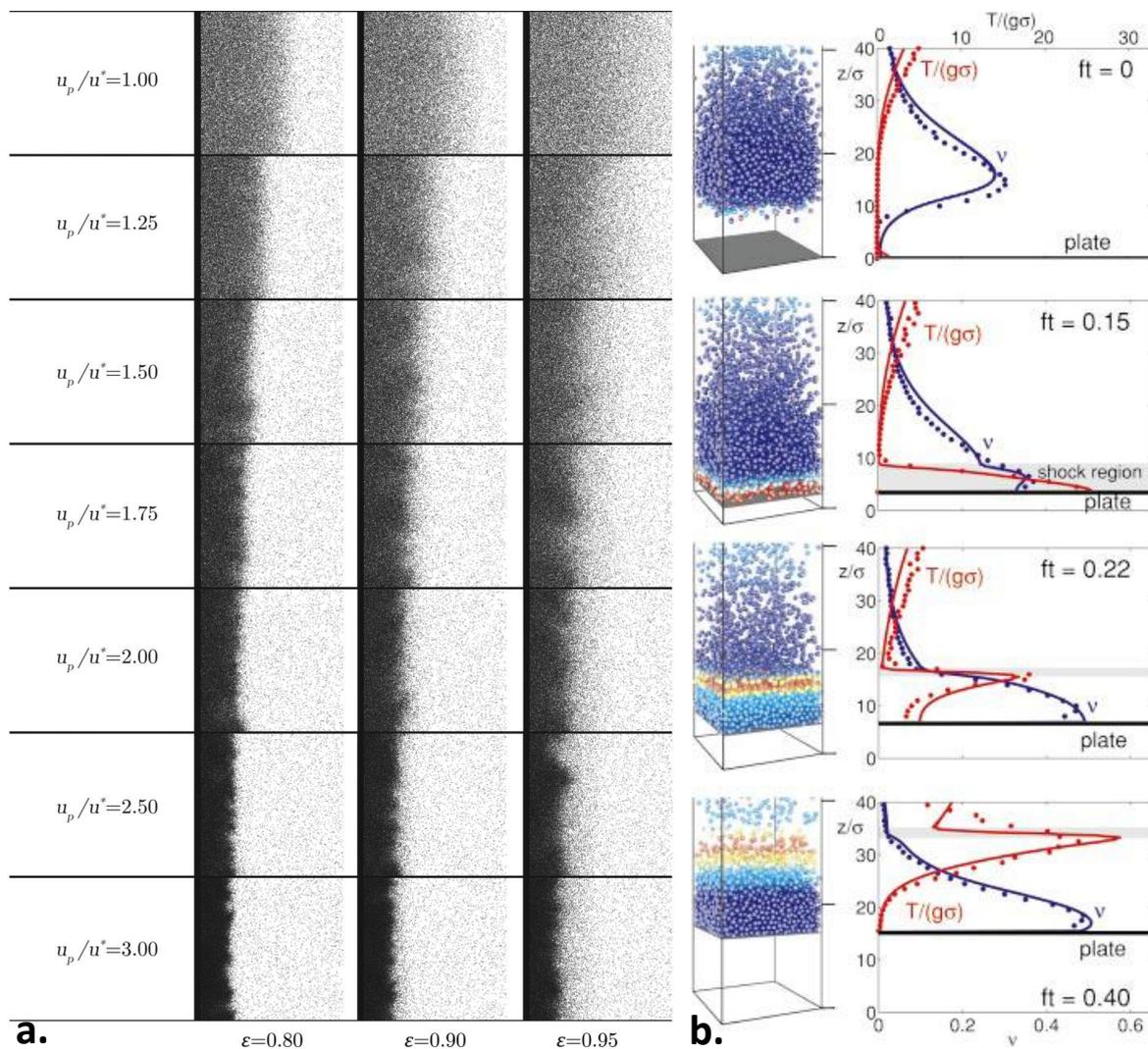
Goldshtein *et al.* considèrent ainsi le déplacement d'un obstacle dans un milieu granulaire avec des particules initialement immobiles, donc une température nulle. Dans ces conditions, la vitesse du son est également nulle et une onde de choc est systématiquement générée devant l'obstacle avec un nombre de Mach infini. La théorie cinétique granulaire est utilisée pour formuler une description continue de l'état du milieu devant l'obstacle.

Sirmas *et al.* ont étudié le problème d'un piston déplacé à une vitesse  $u_p$  dans un gaz granulaire, à l'aide de simulations numériques [71]. La situation est similaire à celle déjà étudiée analytiquement par Goldshtein *et al.* [72] mais la température initiale du gaz est non-nulle. Pour obtenir cet état initial, les auteurs définissent une vitesse seuil  $u^*$  en dessous de laquelle les collisions sont élastiques. Cette astuce permet d'avoir un gaz de température non-nulle comme état initial mais cela limite le domaine des nombres de Mach accessibles dans cette étude. Pour former une onde de choc dans le cas d'un gaz inélastique, la vitesse du piston doit être bien supérieure à  $u^*$ . Hors cette vitesse est elle-même supérieure aux vitesses initiales caractéristiques  $\sqrt{T_i}$  des particules, où  $T_i$  est la température initiale du gaz. Cela entraîne  $u_p \gg \sqrt{T_i}$  et donc la formation d'ondes de choc à grands nombres de Mach, même pour de basses vitesses  $u_p$ . La figure 1.11 schématise la structure de l'onde de choc formée devant le piston déplacé dans le gaz granulaire. Le



**FIGURE 1.11** – Schéma de la structure d'une onde de choc formée par le déplacement d'un piston supersonique dans un gaz granulaire avec le profil de température dans l'écoulement (schéma extrait de [71]).

déplacement du piston injecte de l'énergie dans ce gaz granulaire, initialement élastique et à une température non-nulle. Les auteurs décrivent différentes régions. Le front d'onde est défini comme une zone d'excitation dans laquelle la température du milieu augmente grâce à l'énergie injectée par le piston. Les particules peuvent ainsi atteindre des vitesses supérieures à  $u^*$  et le gaz devient inélastique. La température commence alors à décroître dans une seconde région appelée zone de relaxation. Le milieu s'effondre alors complètement, la température devient nulle près de l'obstacle dans une troisième région appelée zone d'équilibre. La température nulle montre que le milieu a quitté l'état de gaz granulaire. Cette description montre clairement l'effet de la dissipation d'énergie sur l'onde de choc. La figure 1.12 a. montre le front de l'onde de choc pour différents rapports  $u_p/u^*$  et différents coefficients de restitution (noté  $\epsilon$ ) testés dans ces simulations numériques. La



**FIGURE 1.12** – **a.** Simulations numériques d'une onde de choc formée par le déplacement d'un piston à vitesse supersonique pour différents rapports  $u_p/u^*$  et différents coefficients de restitution (images extraites de [71]). **b.** Simulation numérique d'une onde de choc créé par une paroi vibrée à différents instants (figure extraite de [61]).

forme du front d'onde semble dépendre du coefficient de restitution. Il n'est pas possible

de visualiser directement les différentes régions mais plus le coefficient de restitution est faible, plus le milieu est dense devant l'obstacle. La figure montre aussi le milieu pour différents rapport  $u_p/u^*$ . Plus la vitesse  $u^*$  est faible, plus la dissipation d'énergie intervient rapidement, réduisant ainsi la zone d'excitation. Ces observations impliquent plusieurs effets de la dissipation d'énergie dans la structure de l'onde de choc, notamment en limitant l'échauffement du gaz granulaire.

Ce problème de piston supersonique est proche de celui consistant à générer un gaz granulaire par des parois vibrées verticalement. Huang *et al.* [60] ainsi que Bougie *et al.* [61] ont étudié le comportement d'un milieu granulaire soumis au mouvement périodique rapide d'une paroi. La figure 1.12 b. est interprétée par les auteurs par la propagation d'une onde de choc dans le milieu suite à une collision avec la paroi vibrée [61]. Les augmentations de densité et de température pendant le cycle de vibration sont visualisées dans les simulations numériques (voir Fig. 1.12 b.). Les auteurs montrent l'évolution des grandeurs macroscopiques dans le milieu en fonction du temps. L'impact de la paroi vibrée génère une augmentation de la fraction volumique et de la température dans le milieu, similaire aux observations faites dans une onde de choc. Le milieu relaxe ensuite en se décollant de la paroi.

La propagation d'ondes de choc par une paroi vibrée a été réalisée expérimentalement [60] et les résultats vérifient bien les prédictions sur la vitesse du son [58]. Dans ces trois études [60, 71, 72], les auteurs ont privilégié une description hydrodynamique de la structure du front d'onde, ce qui se justifie lorsque les distributions des vitesses sont gaussiennes. La section 1.2.2 a montré que cela n'était pas le cas pour des ondes de choc formées dans d'autres gaz granulaires, il n'est donc pas évident que les distributions des vitesses soient gaussiennes dans ces trois études. La situation d'un piston déplaçant à vitesse constante, étudiée théoriquement et par des simulations numériques [71, 72], n'a pas fait l'objet d'une étude expérimentale à notre connaissance. La structure de l'onde de choc générée par le déplacement de ce piston n'a pas été observée en détail, notamment à travers l'étude des distributions des vitesses dans le front d'onde.

Le chapitre 3 de cette thèse présentera une expérience de piston déplacé dans un gaz granulaire vibré pour une large gamme de nombres de Mach. La structure du milieu devant l'obstacle sera observée et décrite à travers une approche similaire au modèle de Mott-Smith dans les gaz moléculaires pour tout nombre de Mach.

### 1.3 Objectifs et plan de la thèse

Ce chapitre a permis de soulever plusieurs points. Tout d'abord, bien que les modèles actuels rendent assez bien compte de l'évolution des grandeurs macroscopiques dans le front de l'onde de choc, les distributions des vitesses des particules ne sont pas décrites de manière totalement satisfaisantes. Le modèle bimodal de Mott-Smith ne rend pas compte

d'un nombre non-négligeable de particules avec des vitesses intermédiaires observées expérimentalement. D'autre part, les ondes de choc se forment dans des milieux dissipatifs tels que les plasmas et les gaz granulaires. Cette dissipation d'énergie joue clairement un rôle dans la structure des ondes de choc.

Dans cette thèse, je vais principalement présenter les résultats obtenus sur l'étude expérimentale d'ondes de choc formées dans deux types de gaz granulaires différents où chaque particule peut être suivie, contrairement aux gaz moléculaires. Le chapitre 2 présentera les montages expérimentaux et les différentes méthodes de traitement utilisées. Le chapitre 3 est consacré à l'étude des ondes de choc formées devant un piston se déplaçant à des vitesses supersoniques dans un milieu granulaire vibré, contrôlable en température et en fraction volumique. Un modèle simplifié, adapté du modèle bimodal de Mott-Smith et prenant en compte la dissipation d'énergie, est utilisé pour décrire la structure du front d'onde et éclaircir le rôle de cette dissipation, due aux collisions inélastiques, pour tout nombre de Mach. Le chapitre 4 est consacré à l'étude des distributions de vitesses dans le front d'ondes de choc, formées aussi bien dans les gaz granulaires que moléculaires. Une description des particules avec des vitesses intermédiaires est proposée et confrontée aux différentes expériences réalisées dans ces milieux.



# Chapitre 2

## Méthodes expérimentales

### Sommaire

---

<b>2.1 Ondes de choc induites par un écoulement dilué sous gravité</b>	<b>38</b>
2.1.1 Montage . . . . .	38
2.1.2 Méthodes de mesures en transmission . . . . .	39
2.1.3 Méthodes de mesures en réflexion . . . . .	42
2.1.4 Obtention des trajectoires et des vitesses . . . . .	43
2.1.5 Suivi de particules dans l'épaisseur . . . . .	44
<b>2.2 Ondes de choc dans un gaz granulaire vibré . . . . .</b>	<b>47</b>
2.2.1 Montage . . . . .	47
2.2.2 Suivi des particules . . . . .	48
2.2.3 Reconstruction des images dans le référentiel de l'onde de choc	49
<b>2.3 Méthodologie et précision des mesures . . . . .</b>	<b>50</b>
2.3.1 Précision des mesures en suivi de particules . . . . .	51
2.3.2 Obtention des grandeurs moyennes . . . . .	51
2.3.3 Correction des fractions volumiques mesurées . . . . .	53
2.3.4 Construction des distributions de vitesses . . . . .	57

---

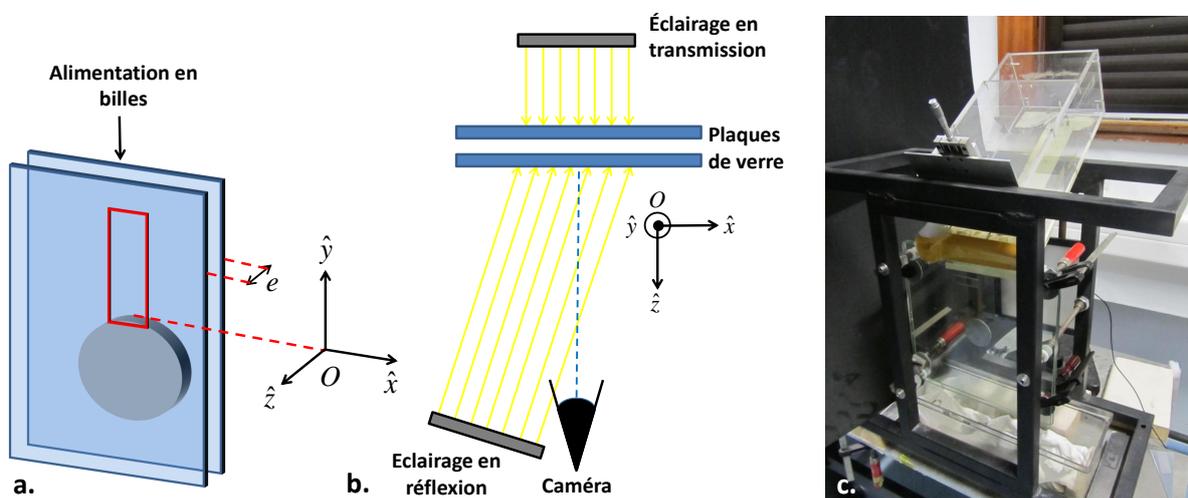
Dans ce chapitre, Les deux montages utilisés pour l'étude des ondes de choc dans les gaz granulaires sont détaillés. Le milieu granulaire est constitué de billes d'acier de  $1,000 \pm 0,025 \mu\text{m}$  de diamètre vendues par Marteau et Lemarié. Ces billes sont considérées comme mono-disperses (répondent au grade 1000 de la norme ANSI/ABMA). Dans le premier montage décrit, les ondes de choc sont induites par un écoulement dilué sous gravité autour d'un obstacle circulaire. Dans le deuxième montage, un obstacle se déplaçant dans un gaz granulaire vibré génère devant lui une onde de choc. Les méthodes de mesure utilisées notamment sur le suivi de particules sont exposées.

## 2.1 Ondes de choc induites par un écoulement dilué sous gravité

Ce montage, déjà existant, a déjà été utilisé et cité dans plusieurs publications antérieures à cette thèse [4, 5, 28, 67].

### 2.1.1 Montage

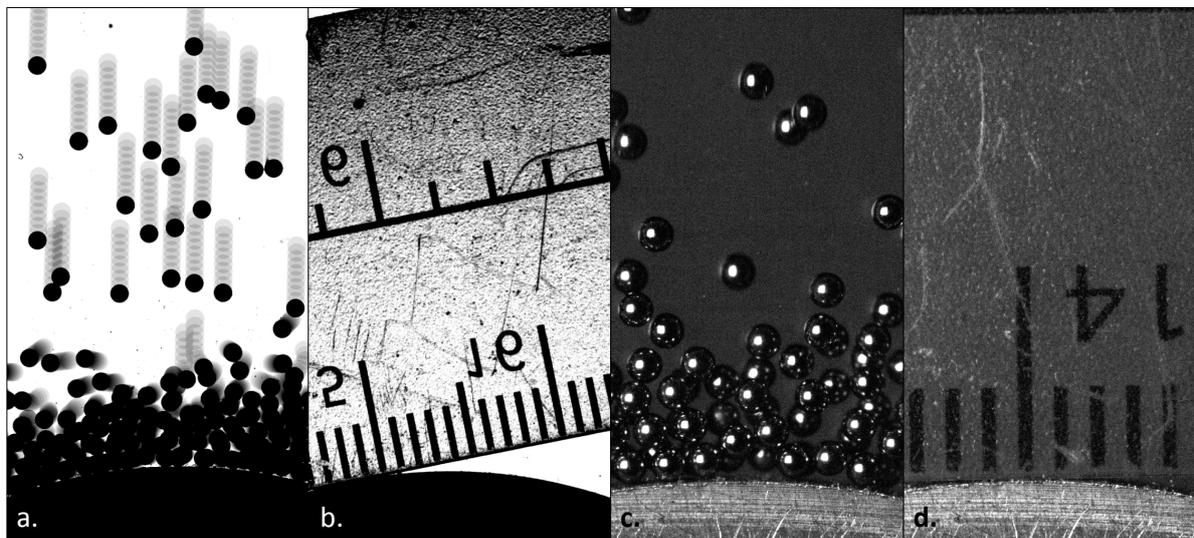
Les billes d'acier sont versées sur un obstacle circulaire en aluminium d'environ 4 cm de rayon, placé entre deux plaques de verre verticales séparées par l'épaisseur  $e$  de l'obstacle (voir Fig. 2.1 a.). Les plaques sont percées et fixées sur un cadre métallique réalisé



**FIGURE 2.1** – Schémas (en perspective **a.** et de face **b.**) et photographie (**c.**) du montage permettant la formation d'une onde de choc par un écoulement granulaire dilué sous gravité sur un obstacle circulaire.

au laboratoire (voir Fig. 2.1 c.) afin d'assurer la verticalité et la stabilité du montage. L'écoulement granulaire, homogène sur toute la largeur de l'obstacle, est assuré par un entonnoir rectangulaire dont l'ouverture peut être ajustée par une vis micrométrique. Cette ouverture permet de régler la fraction volumique  $\phi_{sup}^{\infty}$  de l'écoulement supersonique

initial. Celle-ci reste tout de même limitée pour de faibles valeurs de l'épaisseur  $e$ . Cette distance a été variée de 1,5 à 20 mm dans les expériences réalisées permettant ainsi de passer d'une situation quasi-bidimensionnelle à une situation à trois dimensions. Les résultats présentés sont essentiellement pour des valeurs de  $e = 1,5$  mm et  $e = 2$  mm. Lorsque l'écoulement est suffisamment important, une onde de choc normale détachée se forme au dessus du sommet de l'obstacle. Le montage est éclairé par une lampe (Phlox ledW-BL, 200x200 mm, uniformité d'éclairage 95,7%), rectangulaire et permettant un éclairage homogène de la zone de mesure. La lampe peut être placée face à la caméra afin de filmer les billes en transmission ou à côté de la caméra afin de filmer la lumière réfléchie par les billes. La figure 2.2 montre les images obtenues en lumière transmise (a.,



**FIGURE 2.2** – **a.** Chronophotographie d'une onde de choc formée par un écoulement de billes d'acier de fraction volumique lointaine  $\phi_{sup}^{\infty} = 0,016$ , une vitesse moyenne d'écoulement lointain  $V_{sup} = 1,5$  m/s avec  $e = 2$  mm, filmée en transmission avec la calibration utilisée (**b.**). **c.** Photographie d'une onde de choc réalisée dans les mêmes conditions que a. mais filmée en réflexion avec la calibration utilisée (**d.**).

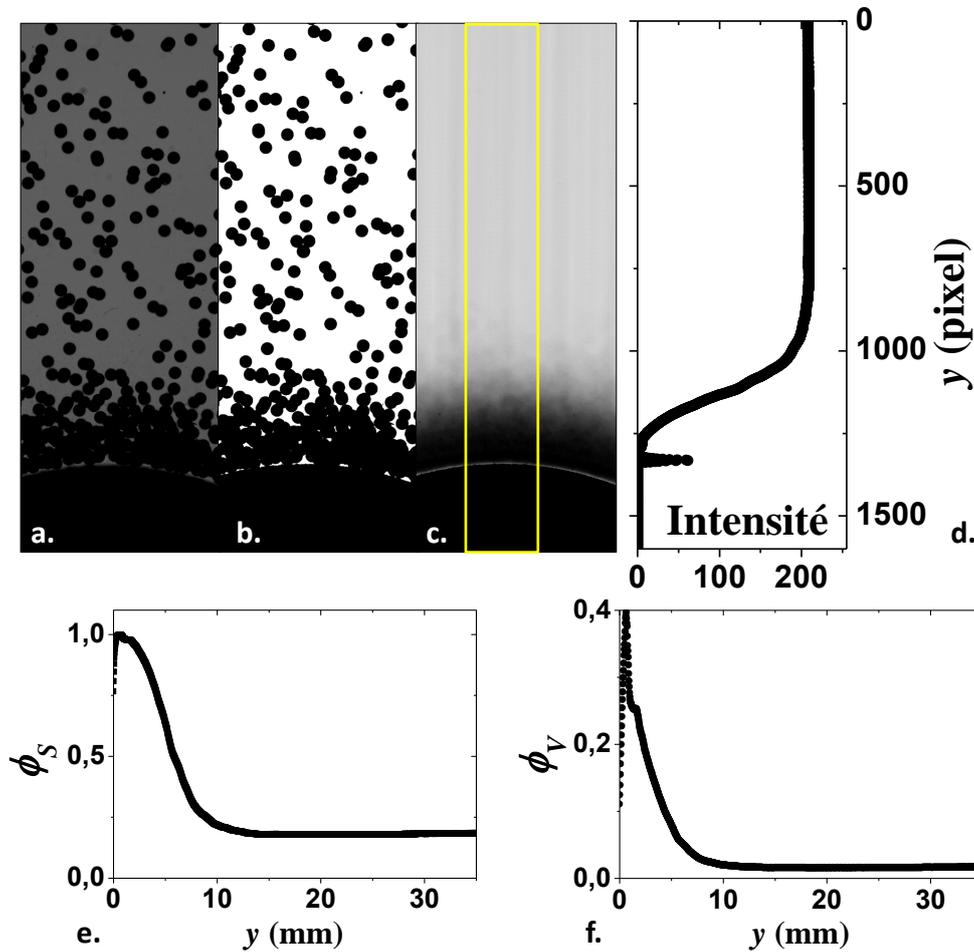
b.) et réfléchie (c., d.). Les avantages et inconvénients des deux méthodes sont exposés dans la section suivante. Les images sont filmées par une caméra rapide Phantom v640 à des fréquences typiques d'échantillonnage de 5000 images par seconde. La résolution spatiale est de l'ordre de 50 pixels/mm. La calibration spatiale est réalisée à l'aide de la photographie d'une règle fine prise dans les mêmes conditions de réalisation que les films.

## 2.1.2 Méthodes de mesures en transmission

### Mesure de la fraction volumique locale

Les images filmées en transmission permettent une mesure directe de la fraction volumique locale pour un écoulement granulaire stationnaire. Elle n'est pas transposable à des images filmées en réflexion. La méthode, citée dans [28], consiste à binariser les images

avec le logiciel ImageJ de telle sorte que le rayon apparent des billes ne soit pas modifié (voir Fig. 2.3 a. et b.). Le même logiciel permet d'obtenir une moyenne temporelle



**FIGURE 2.3** – a. Photographie d'une onde de choc formée par un écoulement de billes d'acier filmée en transmission avec  $\phi_{sup}^{\infty} = 0,013$ ,  $V_{sup} = 2,1$  m/s et  $e = 8$  mm. b. Image a. après une binarisation. c. Photographie de la moyenne temporelle de l'intensité lumineuse transmise sur toute la durée de l'expérience  $\sim 0,5$  s. Le cadre jaune indique la zone sur laquelle est moyennée l'intensité lumineuse transmise. d. Intensité lumineuse transmise  $I$  en fonction de la position  $y$  en pixel. Fraction surfacique  $\phi_s$  en e. et volumique  $\phi_v$  en f. en fonction de la distance  $y$  en mm avec une origine prise au sommet de l'obstacle.

de l'intensité lumineuse  $I$  transmise à travers l'écoulement lorsque le nombre d'images est suffisamment grand (voir Fig. 2.3 c.). Les images sont initialement codées en 8 bits. L'intensité lumineuse peut donc aller de 0, en l'absence de lumière transmise, à 255 pour toute la lumière transmise. La 2.3 d. montre l'intensité lumineuse transmise à travers l'écoulement. Celle-ci est élevée dans l'écoulement dilué initial puis diminue au fur et à mesure que les billes s'accroissent vers l'obstacle. Plus la fraction volumique occupée par les particules est importante, moins il y a de lumière transmise. La fraction surfacique locale  $\phi_s$  de l'écoulement en fonction de la distance  $y$  par rapport au sommet de l'obstacle est calculée à partir de l'intensité lumineuse  $I$  transmise. Une intensité maximale de 255

correspond à une fraction surfacique nulle alors que 0 signifie que les billes occupent tout l'espace. La fraction surfacique s'exprime donc :

$$\phi_s = 1 - \frac{I}{255} \quad (2.1)$$

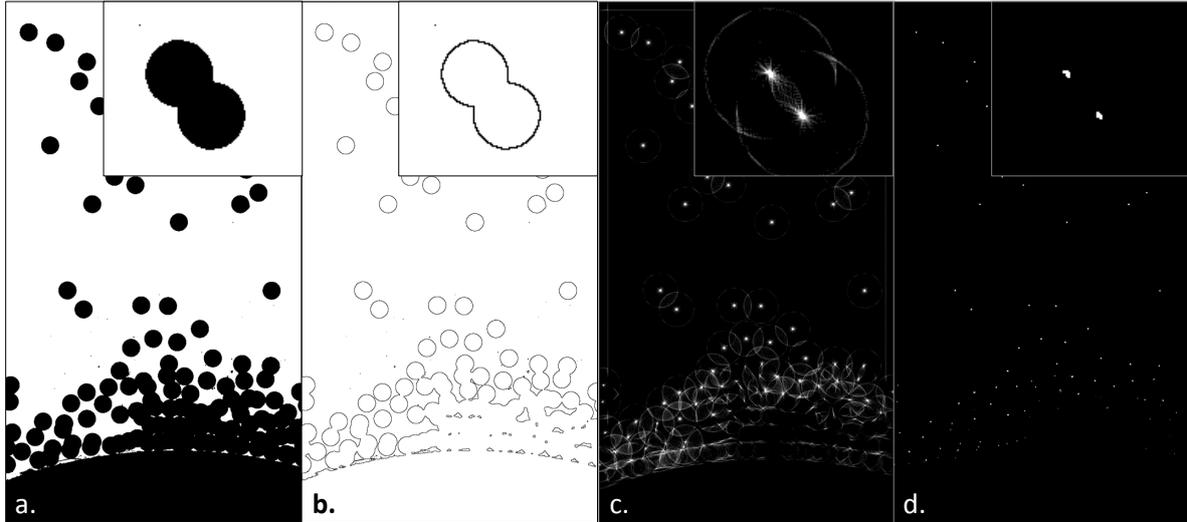
La figure 2.3 e. montre la fraction surfacique locale de l'écoulement. Celle-ci croît jusqu'à être proche de 1 très près de l'obstacle. D'après un modèle similaire à la loi de Beer-Lambert, déjà utilisé dans [28], les fractions surfacique  $\phi_s$  et volumique  $\phi_v$  sont liées par :

$$\phi_v = \frac{2}{3} \left( 1 - (1 - \phi_s)^{\frac{d}{e}} \right) \quad (2.2)$$

Où  $d$  et  $e$  sont respectivement le diamètre des billes et l'épaisseur entre les plaques. La figure 2.3 f. montre la fraction volumique le long de l'écoulement. Cette méthode a l'avantage de permettre une mesure de la fraction volumique occupée par l'écoulement même dans des zones où elle est très importante. Cela n'est pas le cas des méthodes de suivi de particules décrites ci-dessous dans les zones où le nombre de particules devient très élevé. Toutefois, la courbure de l'obstacle empêche des mesures correctes tout au bord de l'obstacle. Cette zone est très éloignée du front de l'onde de choc et cela ne constitue pas une gêne pour l'étude exposée ici.

### Suivi de particules

La méthode précédente ne permet pas de mesurer les vitesses des particules et donc ni la vitesse moyenne et la température granulaire locale de l'écoulement. Un suivi individualisé des particules à partir des images est utilisé dans ce but. Cependant, en transmission, deux billes très proches ne sont pas séparables simplement pour des méthodes de suivi de chaque particule (voir Fig. 2.4 a.) et les images nécessitent un traitement préalable. Sans traitement d'image, les deux particules montrées dans l'insert de la figure 2.4 a. seront comptées comme étant une seule avec une position et une vitesse erronées. Afin de pouvoir séparer les billes dans ce type de situation, leurs contours sont tout d'abord imagés à l'aide d'un module du logiciel ImageJ (voir Fig. 2.4 b.). La transformée de Hough est ensuite utilisée à travers un programme créé à partir du logiciel Matlab. Le principe de cette transformée est de tracer autour de chaque point du contour, un cercle de rayon égale au rayon d'une bille (voir Fig. 2.4 c.). De cette façon, ces cercles vont se croiser majoritairement aux centres des billes qui sont ainsi identifiés. Une binarisation des images avec un seuil adapté par le logiciel ImageJ permet enfin d'isoler ces centres, plus lumineux que le reste des traits tracés sur l'image (voir Fig. 2.4 d.). Les images obtenues sont finalement des centres blancs se déplaçant sur un fond noir. Lors d'une collision, ces centres blancs restent séparés. Les billes peuvent ainsi être suivies en utilisant le module de suivi de particules du logiciel ImageJ pour obtenir la trajectoire de chaque bille. Ce module

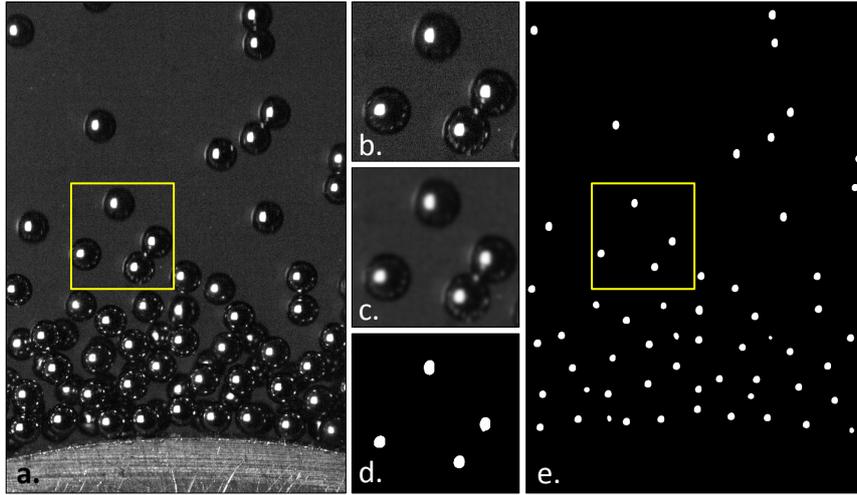


**FIGURE 2.4** – **a.** Photographie binarisée d'une onde de choc formée par un écoulement de billes d'acier filmé en transmission avec  $\phi_{sup}^{\infty} = 0,016$ ,  $V_{sup} = 1,5$  m/s et  $e = 2$  mm. **b.** Photographie après obtention des bords avec le logiciel ImageJ. **c.** Photographie après traitement par la transformée de Hough avec Matlab. **d.** Photographie après binarisation de l'image c. Les insets représentent un zoom sur deux particules.

permet de suivre les particules dont la taille est comprises entre deux valeurs définies et avec des vitesses inférieures à un seuil, lui aussi défini. La résolution spatiale et temporelle nécessaire est définie par ce suivi. En effet, il est nécessaire qu'entre deux images, les billes ne parcourent pas une distance supérieure à leur rayon. Plus la distance parcourue est grande, plus il y aura de chance que deux billes soient "confondues" par le logiciel, notamment parce qu'elles ont en permanence des collisions entre elles. De plus, pour des zones très peuplées avec de nombreuses billes en contact, et pour des épaisseurs  $e > 2d$ , toutes les billes ne peuvent pas être suivies. Certaines billes peuvent en effet être dissimulées par d'autres et même par traitement d'image, les centres blancs restent dissimulés. Il est possible de quantifier le nombre de billes non suivies et de corriger la fraction volumique obtenue en étudiant la conservation de la masse dans l'écoulement (Sec. 2.3.3).

### 2.1.3 Méthodes de mesures en réflexion

La lampe est placée à côté de la caméra pour des mesures utilisant la lumière réfléchie par l'écoulement. Comme observé sur les figures 2.5 a. et b., chaque bille d'acier se comporte comme un miroir convexe réfléchissant l'éclairage en une image plus petite que son propre rayon. Il faut noter ici que les images de la figure 2.5 ont été volontairement contrastées afin d'observer également le contour des billes. En pratique, ce contour ne présente pas d'intérêt pour le suivi. L'éclairage et la caméra sont réglés de manière à n'observer que les centres lumineux issus de la réflexion. Ces centres lumineux peuvent ainsi être suivis facilement et restent séparés même pour des billes assez proches. Un filtre gaussien permet de lisser les images et d'élargir ces centres lumineux afin d'améliorer la



**FIGURE 2.5** – **a.** Photographie d’une onde de choc formée par un écoulement de billes d’acier filmé en réflexion avec  $\phi_{sup}^{\infty} = 0,016$ ,  $V_{sup} = 1,5$  m/s et  $e = 2$  mm. **b.** Zoom sur la zone localisée par le rectangle jaune. **c.** Utilisation du filtre gaussien. **d.** Binarisation de l’image. **e.** Photographie a. après filtre gaussien et binarisation.

précision du suivi de particules (voir Fig. 2.5 c.). Les images sont ensuite binarisées pour isoler les centres lumineux (voir Fig. 2.5 d. et e.). Comme précédemment, des images avec des centres blancs sur un fond noir sont obtenues. Le même module de suivi de particules que pour les images en réflexion est ensuite utilisé afin d’obtenir les trajectoires montrées dans la section suivante. la précision de cette méthode est discutée dans la section 2.3.1. Comme pour la méthode de suivi précédente, pour des épaisseurs  $e > 2d$  et des zones très peuplées, il n’est pas possible de suivre toutes les particules et la fraction volumique doit être corrigée par l’étude de la conservation de la masse (Sec. 2.3.3).

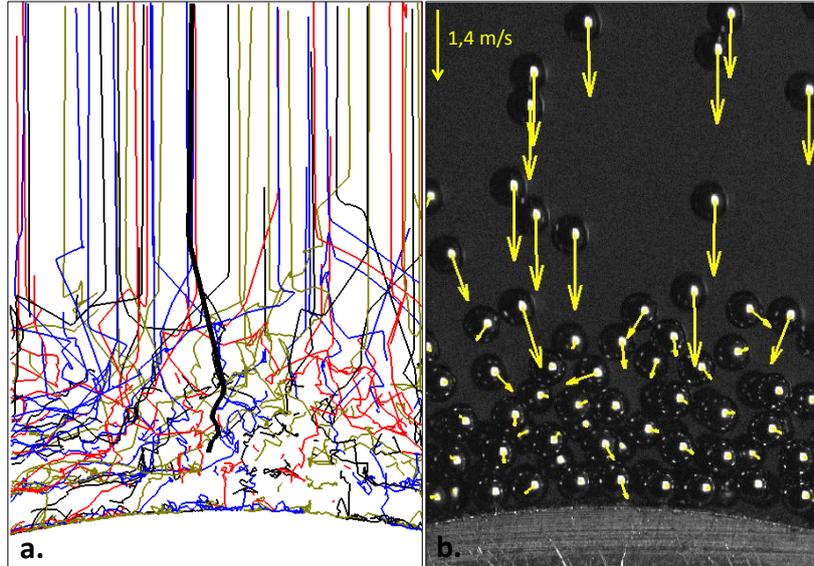
#### 2.1.4 Obtention des trajectoires et des vitesses

Dans les deux configurations, en lumière transmise ou réfléchi, les billes sont réduites à des zones blanches sur fond noir afin de pouvoir être suivies facilement par le module Mtrack3 du logiciel ImageJ. Les trajectoires de plus de 3 points sont obtenues. Soit  $dt$  le temps entre deux images, les vitesses  $\vec{v}$  sont calculées sur 3 positions  $\overrightarrow{OM}$  successives,  $O$  étant l’origine du repère et  $t$  un numéro d’image :

$$\vec{v}(t) = \frac{\overrightarrow{OM}(t + dt) - \overrightarrow{OM}(t - dt)}{2dt} \quad (2.3)$$

Par défaut, le logiciel ne calcule les vitesses que sur 2 positions successives. En prendre 3 permet d’augmenter la précision. Cela peut poser problème dans les zones fortement peuplées où les trajectoires sont très courtes. La résolution temporelle doit être assez élevée pour avoir plusieurs points entre les différents chocs dans le front d’onde. Par ailleurs, la vitesse maximale autorisée dans le suivie peut être limitée à une valeur  $v_{max}$ . En effet,

autoriser de trop grandes valeurs pour le suivi peut provoquer un "saut" d'une particule à une autre entre deux images, construisant ainsi une trajectoire fictive avec une valeur en vitesse fausse. La vitesse a également été construite avec 2 positions successives et les différences sont mineures pour cette expérience. La figure 2.6 a. montre 200 trajectoires obtenues (dont une mise en valeur en gras) à partir d'un film en lumière réfléchi où  $e = 2$  mm. Dans cette configuration quasi bi-dimensionnelle, les billes peuvent presque toujours



**FIGURE 2.6** – **a.** Tracé de 200 trajectoires dans une onde de choc ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,016$ ,  $V_{sup} = 1,5$  m/s,  $e = 2$  mm) filmée en réflexion. Une trajectoire est mise en valeur en gras. **b.** Illustration sur une image des vecteurs vitesses obtenus dans la même onde de choc.

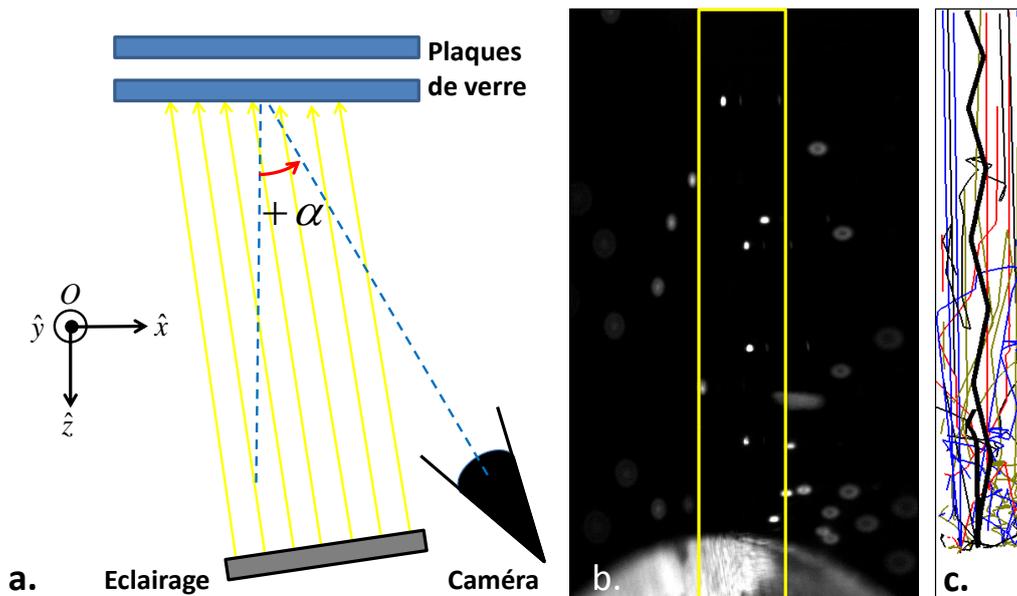
être suivies, ce n'est plus le cas pour des épaisseurs plus grandes où les trajectoires sont "perdues" lorsque qu'une bille passe derrière une autre. La figure 2.6 b. montre une image du même film sur laquelle les vecteurs vitesses ont été obtenus. Les fichiers de données (regroupant les positions  $x$ ,  $y$ , les vitesses  $v_x$ ,  $v_y$ , l'instant  $t$  et le numéro de trajectoire pour chaque particule) sont ensuite traités sous le logiciel Matlab afin d'obtenir différentes grandeurs locales dans l'écoulement (Sec. 2.3.2).

### 2.1.5 Suivi de particules dans l'épaisseur

Afin d'étudier notamment l'interaction des billes d'acier avec les parois de verre, le mouvement des billes selon l'axe  $\hat{z}$  a dû être déterminé. Deux méthodes ont été utilisées avec le montage en réflexion.

#### Caméra placée avec un angle

La première méthode consiste à placer la caméra comme indiqué sur la figure 2.7 a., non face aux plaques de verre mais décalée avec un angle  $\alpha$  d'environ  $60^\circ$ . Il est ainsi possible d'étudier le mouvement des particules dans une zone restreinte. La profondeur

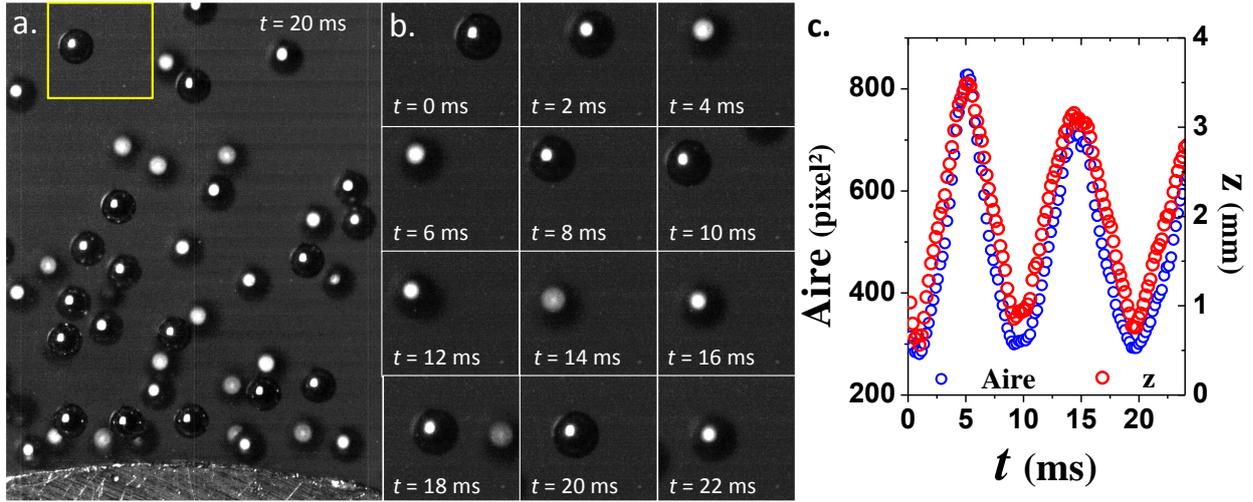


**FIGURE 2.7** – **a.** Schéma du montage vu de dessus. **b.** Photographie d'une onde de choc ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,007$ ,  $V_{sup} = 1,7$  m/s,  $e = 1,5$  mm) filmée en réflexion et de côté ( $\alpha = 58$ ). Le rectangle jaune délimite la zone d'étude. **c.** Tracé de 50 trajectoires obtenues dans la zone d'études.

de champ limite la zone dans laquelle les trajectoires peuvent être obtenues (voir Fig.2.7 b.). Dans l'expérience étudiée, la trajectoire mise en valeur en gras dans la figure 2.7 c. montre que la particule a de nombreux chocs avec les parois. Ces collisions n'étaient pas observées en filmant l'expérience de face. Néanmoins cette méthode ne donne qu'une combinaison du mouvement selon les axes  $\hat{x}$  et  $\hat{z}$ . Une étude avec deux caméras synchronisées permettrait de caractériser totalement le mouvement. La méthode par défocalisation, exposée ci-dessous, permet d'obtenir le mouvement dans les trois dimensions de l'espace avec une caméra unique.

### Méthode par défocalisation

La deuxième méthode utilisée permet d'obtenir le mouvement des billes dans les trois directions  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$ ,  $\hat{z}$ . La caméra est placée de face mais avec un diaphragme davantage ouvert de manière à avoir une profondeur de champ plus petite que l'épaisseur  $e$  entre les plaques. La mise au point est faite sur une bille placée contre la plaque de verre avant (voir Fig. 2.8 a.). Comme le montre la figure 2.8 b., le centre lumineux sur chaque bille a ainsi une aire minimale  $A_{min}$  lorsque la bille est contre la plaque avant et bien focalisée. Le centre lumineux a une aire maximale  $A_{max}$  lorsque la bille est située contre la plaque de verre arrière et donc défocalisée. Connaissant la distance  $e$  entre les deux plaques de verre et le diamètre  $d$  des billes, il est possible de remonter à la position  $z$  des billes à partir de l'aire  $A$  du centre lumineux. L'aire  $A$  atteint un minimum pour une certaine position  $z$  puis augmente si l'on s'éloigne d'un côté ou de l'autre de cette position. Ces



**FIGURE 2.8** – a. Photographie d'une onde de choc ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,012$ ,  $V_{sup} = 2,0$  m/s,  $e = 4$  mm) filmée en réflexion et légèrement défocalisée. Le rectangle jaune montre la zone choisie pour la figure b. ci-contre. b. Chronophotographie suivant l'évolution de l'aire d'une bille. c. Tracé de l'évolution de l'aire de la bille en figure b. ainsi que sa position  $z$  correspondante obtenue à partir de l'équation (2.5).

grandeurs sont considérées simplement liées par la relation :

$$A(z) = az^2 + b \quad (2.4)$$

Cette relation est inversée pour isoler  $z$ . Les constantes  $a$  et  $b$  sont déterminées en fixant les positions contre la plaque avant  $z(A_{min}) = d/2$  et contre la plaque arrière  $z(A_{max}) = e - d/2$ . Position et aire sont ainsi liées par :

$$z(A) = \sqrt{\frac{e(e-d)}{A_{max} - A_{min}} (A - A_{min}) + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (2.5)$$

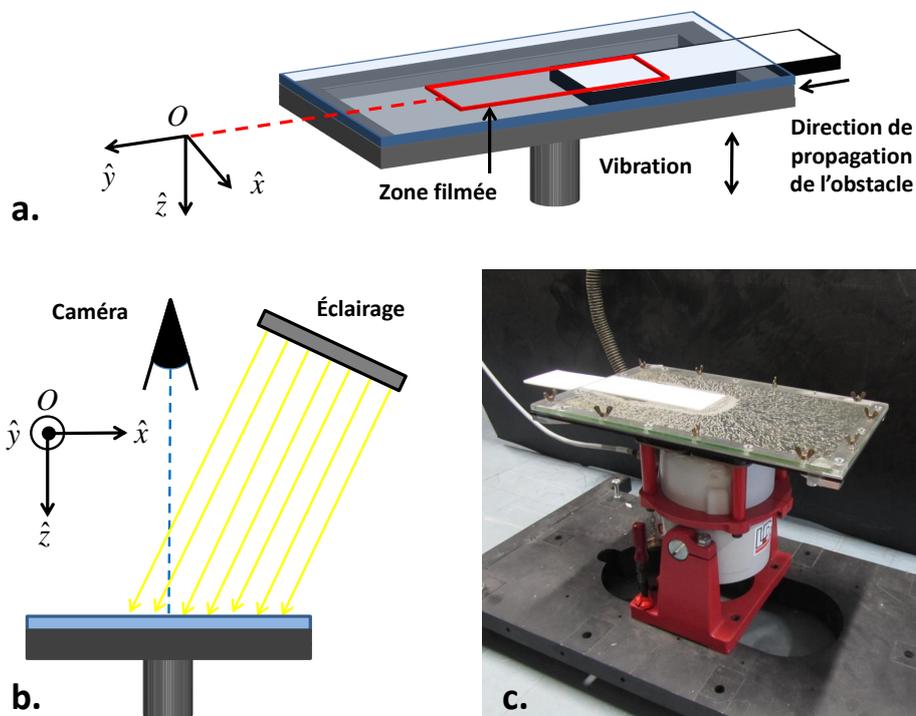
La figure 2.8 c. montre un exemple de trajectoire obtenue suivant  $z$ . La séquence d'image montre la variation de la taille du zone blanche formée par la lumière réfléchi. Ici l'image est lissée à l'aide du même filtre gaussien utilisé précédemment puis binarisée. L'aire est ensuite obtenue à l'aide de la fonction "Analyse Particules" du logiciel ImageJ et transformée en la coordonnée  $z$  à l'aide de l'équation (2.5). Dans cet exemple, la bille ne bouge quasiment pas dans le plan  $Oxy$  mais l'aire varie périodiquement dans le temps. La position  $z$  obtenue à partir de cette aire montre que la particule a plusieurs collisions avec les parois. Entre chacune de ces collisions, la trajectoire est balistique. La précision de cette méthode est dépendante de l'éclairage et du traitement d'image choisi. Cette technique permet l'observation des collisions des particules avec les parois et la mesure des distributions des vitesses suivant  $\hat{z}$  dans l'écoulement sous gravité (voir Fig. 4.2 b.).

## 2.2 Ondes de choc dans un gaz granulaire vibré

Comme exposé dans le chapitre 1, la deuxième méthode pour obtenir un gaz granulaire est de soumettre un milieu granulaire dilué à des vibrations suffisamment importantes. Le montage suivant a été entièrement réalisé pendant cette thèse. Les billes d'acier ( $d = 1$  mm) sont placées dans une cellule horizontale vibrée verticalement afin de réaliser un gaz granulaire homogène. Le but est d'obtenir un gaz granulaire vibré homogène, de température contrôlable. Un obstacle est ensuite déplacé dans le milieu à une vitesse contrôlée. Cette expérience de piston dans un gaz granulaire vibré, et notamment quand il est déplacé à des vitesses supersoniques, n'avait pas encore été réalisée à ma connaissance. Sirmas *et al.* s'y sont intéressés à travers des simulations numériques [71].

### 2.2.1 Montage

Le gaz granulaire est réalisé à l'aide d'une cellule vibrée. Le montage se constitue d'une cellule horizontale constituée de deux plaques de  $25 \times 40$  cm séparées d'une distance  $e = 3$  mm par des bords en aluminium de 2 cm de largeur (voir Fig. 2.9). Les billes ont ainsi un volume disponible de  $21 \times 36 \times 0.3$  cm. La plaque inférieure est en aluminium anodisé afin d'éviter les réflexions parasites de l'éclairage homogène situé au dessus. La plaque supérieure est en verre pour être à la fois transparente et rigide. Un éclairage homogène



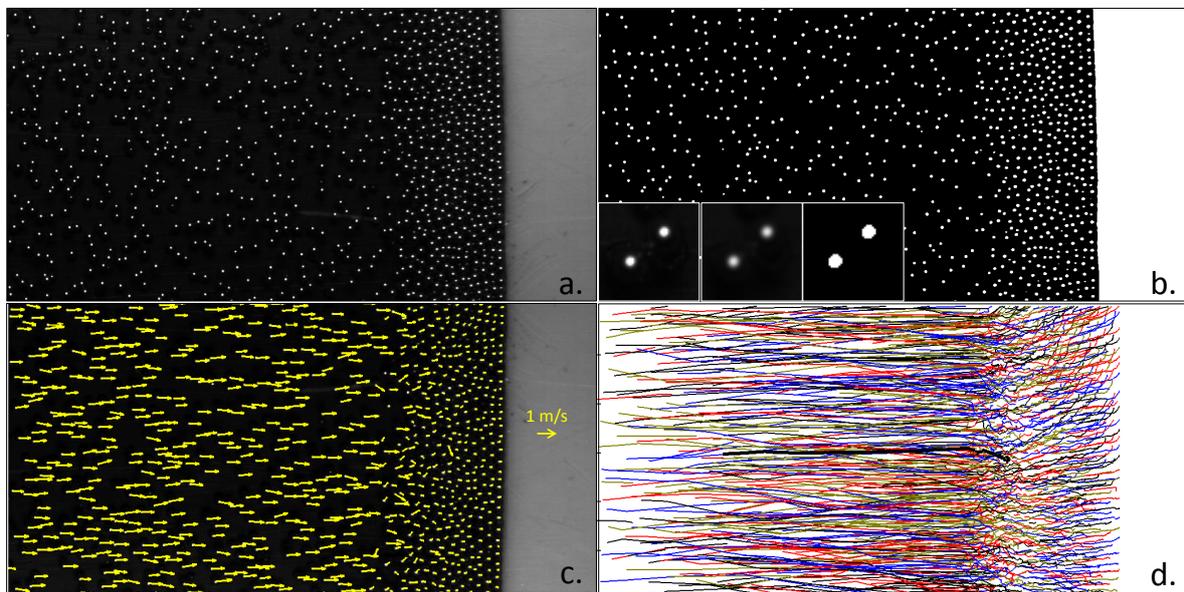
**FIGURE 2.9** – Schémas (en perspective **a.** et de côté **b.**) et photographie (**c.**) du montage permettant de générer des ondes de choc dans un gaz granulaire vibré.

est placé au-dessus et en biais pour éviter que l'image réfléchie de l'éclairage ne soit dans

le champ de la caméra. La cellule est rigidifiée par une croix en aluminium située sous la plaque inférieure et elle-même fixée à un vibreur électromagnétique. Le vibreur est fixé sur une plaque en fonte afin d'assurer la stabilité du montage. La cellule est ainsi soumise à un mouvement sinusoïdal précis. Le vibreur (Vibrator V406, LDS) est alimenté par un amplificateur. Il possède un accéléromètre et une boucle de rétroaction afin de pouvoir contrôler précisément l'amplitude  $A$ , la fréquence  $f$  et l'accélération  $\Gamma$  imposées. Ces trois grandeurs sont liées : Le vibreur confère un mouvement sinusoïdal à la cellule dont l'accélération est ainsi déterminée par  $\Gamma = A\omega^2$  où  $\omega = 2\pi f$  est la pulsation. Les gammes de fréquence utilisées vont de 20 à 80 Hz, l'amplitude de 0,5 à 2 mm, l'accélération de 1,5  $g$  à 4  $g$  où  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  est l'accélération de la pesanteur. La fraction volumique  $\phi_{sup}^\infty$  du gaz granulaire vibré a été variée entre 7% et 14%. Les ondes de choc sont ensuite réalisées en déplaçant un obstacle dans le gaz granulaire vibré. Ces expériences ont été réalisées avec un obstacle plan en Téflon, pour limiter la friction, de 7 cm de largeur et 3 mm d'épaisseur. Un obstacle plan de 21 cm de largeur et des obstacles circulaires avec différents rayons ont aussi été utilisés.

### 2.2.2 Suivi des particules

Les billes sont filmées ici uniquement en réflexion. La méthode de suivi est similaire à celle présentée pour le précédent montage à la section 2.1.3 utilisant un filtre gaussien puis une binarisation de l'image. La figure 2.10 a. montre une image brute obtenue (juste



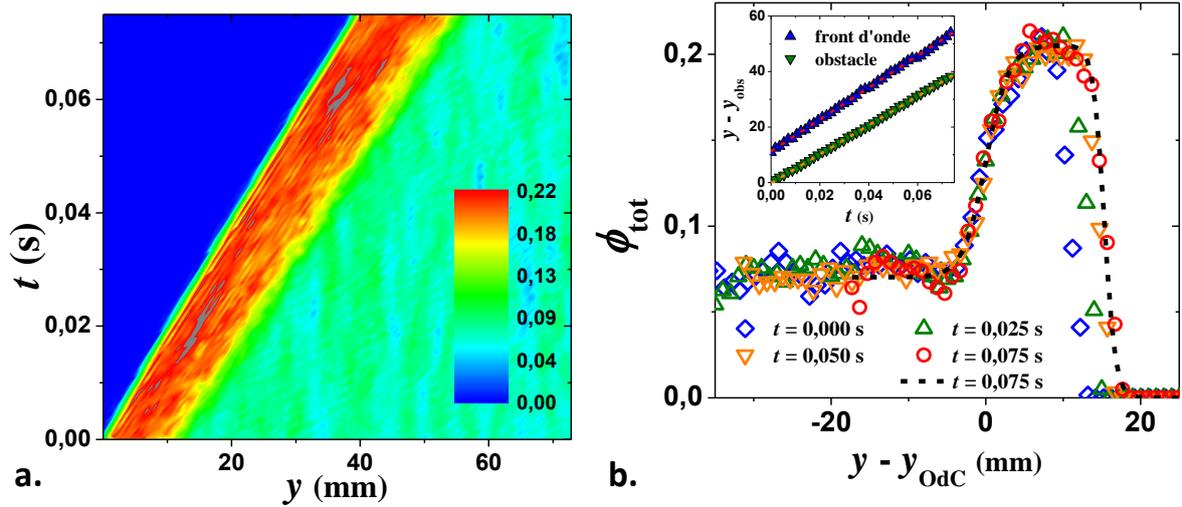
**FIGURE 2.10** – a. Photographie d'une onde de choc dans le gaz granulaire vibré filmée en réflexion. b. Photographie après application d'un filtre gaussien et binarisation. c. Vitesses des particules dans le référentiel du front d'onde. d. Tracé de 800 trajectoires de particules dans le référentiel du front d'onde.

contrastée pour la visualisation). Un filtre gaussien puis une binarisation sont ensuite

opérés sur l'image (Fig. 2.10 b.). L'insert de cette figure montre l'effet sur deux particules proches. Les centres lumineux sont ensuite suivis par le module MTrack3 du logiciel ImageJ. Les trajectoires (Fig. 2.10 d.) et les vitesses (Fig. 2.10 c.) sont ainsi obtenues. La figure 2.10 montre un exemple d'obtention de trajectoires et de vitesses dans le référentiel du front de l'onde de choc. Ce point de vue donne l'impression d'un écoulement de billes vers l'obstacle, similaire à la première expérience. Les images sont initialement réalisées dans le référentiel du laboratoire et un changement de référentiel est réalisé à posteriori à partir des profils de fractions volumiques (voir Sec. 2.2.3). L'intérêt de ce changement de référentiel est expliqué dans cette même section. La résolution spatiale est typiquement de l'ordre de 20 pixels/mm et les fréquences d'acquisition de l'ordre de 4000 images par seconde. La résolution spatiale est inférieure à celle du montage précédent car la zone d'intérêt, le front de l'onde de choc, se déplace avec l'obstacle. Il convient donc de trouver un compromis pour filmer une zone assez grande tout en conservant une résolution spatiale suffisante. Les résolutions temporelles et spatiales doivent toujours être suffisantes pour qu'une bille ne parcourt pas une distance supérieure à son rayon. Plus la distance parcourue entre deux images est petite, meilleur sera le résultat du suivi de particules. Cette règle est d'autant plus importante que les fractions volumiques mises en jeu sont plus élevées. Comme expliqué dans la section 2.1.3, lorsque le nombre de particules devient élevé, certaines ne sont pas suivies. Cela est notamment le cas près de l'obstacle.

### 2.2.3 Reconstruction des images dans le référentiel de l'onde de choc

Dans cette expérience de piston supersonique, l'onde de choc formée devant l'obstacle se déplace à une vitesse proche de celle de celui-ci. Pour chaque image, la fraction volumique locale, en fonction de la position  $y$  par rapport à l'obstacle, est calculée à partir du nombre de particules détectées par le module "Analyse Particles" du logiciel ImageJ. Ce calcul est fait notamment en moyennant cette grandeur sur toute la largeur de l'obstacle plan servant de piston. La figure 2.11 montre l'évolution de cette fraction volumique moyennée en fonction du temps. Dans ce cas, l'obstacle est déplacé durant 75 ms sur une distance d'environ 40 mm à une vitesse constante de 53 cm/s. Le profil spatio-temporel montre la formation d'un profil de fraction volumique devant l'obstacle déplacé (voir Fig. 2.11 a.). La figure 2.11 b. montre plusieurs profils des fractions volumiques à différents instants et les positions de l'obstacle et du front de l'onde de choc au cours du temps (insert). Ces profils sont centrés à une valeur donnée de la fraction volumique pour pouvoir être comparés entre eux. Les fractions volumiques montrent que le profil formé est stationnaire avec une épaisseur constante pendant la durée de l'expérience. Cette stationnarité permet de se placer dans le référentiel du front de l'onde. La reconstruction du film se fait en détectant la position  $y_{odc}$  du centre du front d'onde. Chaque profil est modélisé



**FIGURE 2.11** – a. Profil spatio-temporel de la fraction volumique du gaz granulaire vibré pendant l’avancée de l’obstacle ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,07$ ,  $V_{sup} = 0,55$  m/s,  $e = 3$  mm, vibreur :  $\Gamma = 4,0$  g,  $f = 46,2$  Hz,  $A = 1$  mm). b. Profils des fractions volumiques à différents instants durant le déplacement de l’obstacle en fonction de la position du front d’onde. L’insert représente la position de l’obstacle et du front d’onde en fonction du temps. Les traits hachurés représentent une régression linéaire de ces positions, nécessaire pour construire le film dans le référentiel du front d’onde.

par une fonction de la forme :

$$\phi(y) = \phi_{sup}^{\infty} - \phi_{max} + \frac{\phi_{max} - \phi_{sup}^{\infty}}{1 + \exp(-(y - y_{odc})/l_{odc})} + \frac{\phi_{max}}{1 + \exp((y - y_{obs})/l_{obs})} \quad (2.6)$$

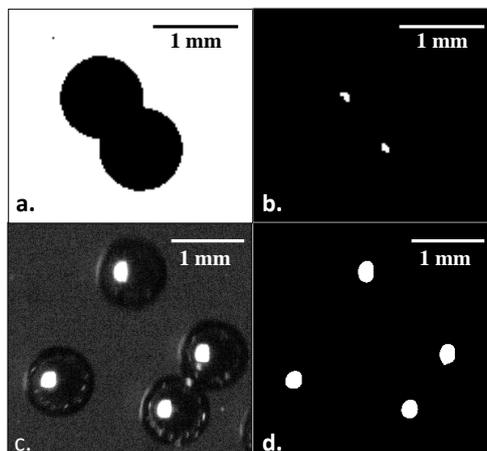
Un exemple de cette modélisation est tracé en traits hachurés noirs pour  $t = 75$  ms (Fig. 2.11 b.). Les positions  $y_{odc}$  du front d’onde au cours du temps sont relevées et ajustées par une régression linéaire (insert Fig. 2.11 b.). Les images sont ensuite reconstruites avec une précision de 1 pixel. Lors du suivi de particules dans le référentiel du front d’onde, il est nécessaire de corriger les positions en tenant compte de la position réelle de l’onde de choc par rapport à la position "pixelisée" utilisée pour la reconstruction des images. La stationnarité de l’écoulement est le critère essentiel qui permet ce changement de référentiel. Dans le référentiel du front d’onde, la configuration devient semblable à celle de la première expérience et il est possible de moyenner les différentes grandeurs macroscopiques sur toute la durée de déplacement du piston tant que le profil de densité est stationnaire (voir Sec. 2.3.2). Les mesures de ces grandeurs macroscopiques et des distributions de vitesses locales sont ainsi beaucoup plus précises (voir Sec. 2.3.1).

## 2.3 Méthodologie et précision des mesures

Cette section apporte des compléments sur la précision des mesures en suivi de particules individuelles et sur les mesures des valeurs moyennes dans les écoulements.

### 2.3.1 Précision des mesures en suivi de particules

Le traitement d'image diffère selon que les films sont réalisés en lumière transmise ou réfléchi. Pour réaliser un suivi de chaque particule, il faut obtenir des zones blanches sur fond noir comme montré sur la figure 2.12. Les figures 2.12 a. et b. montrent les images



**FIGURE 2.12** – a. et b. Photographies extraites de la figure 2.4 a. et d. pour le traitement des images en lumière transmise. c. et d. Photographies extraites de la figure 2.5 b. et d. pour le traitement des images en lumière réfléchi.

obtenues en lumière transmise et 2.12 c. et d., les images obtenues en lumière réfléchi. La différence principale est la taille beaucoup plus importante des zones blanches obtenus en lumière réfléchi. Le logiciel ImageJ permet d'obtenir les positions  $\vec{OC}$  des barycentres de ces zones blanches :

$$\vec{OC} = \frac{\int_S i(\vec{r}) \vec{r} d\vec{r}}{\int_S i(\vec{r}) d\vec{r}} \Rightarrow (x_C, y_C) = \left( \frac{\sum i(x, y) \cdot x}{\sum i(x, y)}, \frac{\sum i(x, y) \cdot y}{\sum i(x, y)} \right) \quad (2.7)$$

Où  $i$  est l'intensité lumineuse codée en niveau de gris de 0 (noir) à 255 (blanc). La résolution ainsi obtenue est sub-pixel et approximativement égale à  $1/S$  pixel où  $S$  est la surface de la tâche en  $\text{pixel}^2$ . Les tailles caractéristiques en transmission et réflexion sont respectivement de l'ordre 10 et 200  $\text{pixel}^2$  soit des résolutions de 0.1 et 0.005 pixels. La fréquence d'acquisition est de l'ordre de 4000 Hz. Dans le cas de l'écoulement sous gravité, où la résolution spatiale est de l'ordre de 40 pixels/mm, les précisions sur les vitesses sont de 1 cm/s en transmission et de 0.5 mm/s en réflexion. Cette résolution indique également une limite dans la construction des distributions de vitesses.

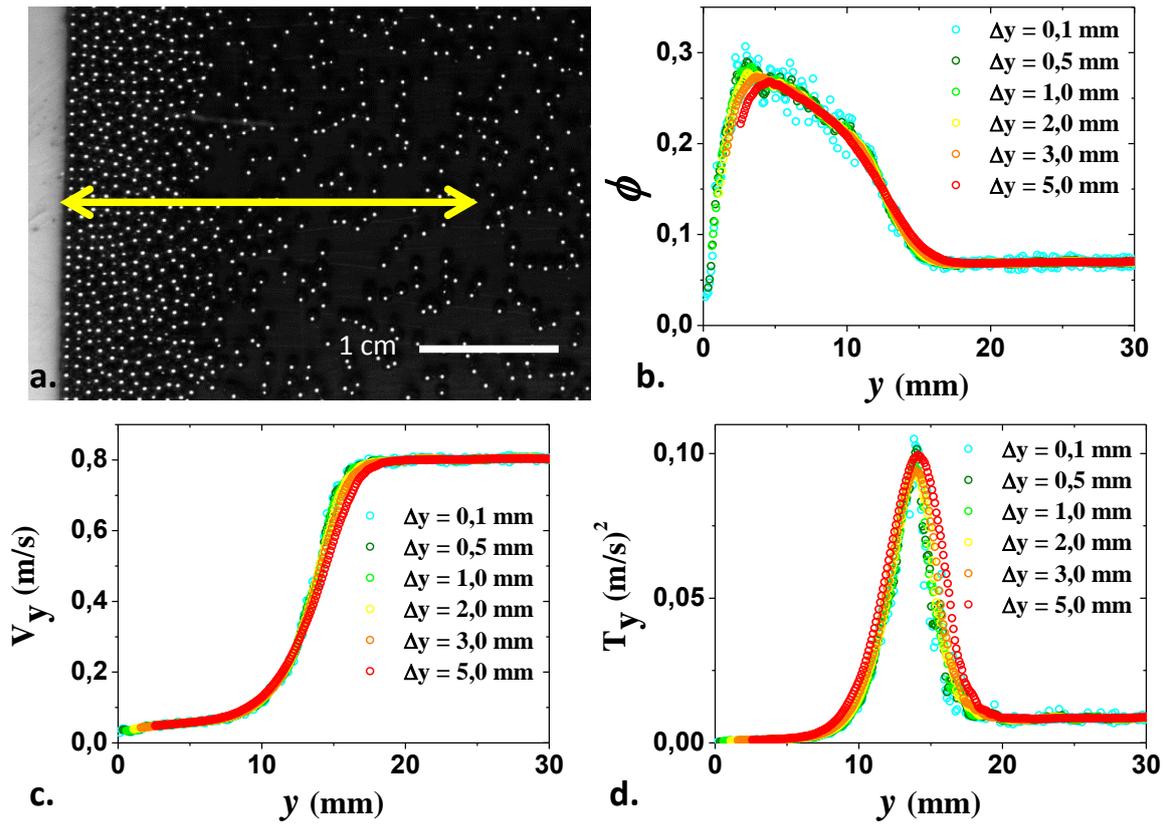
### 2.3.2 Obtention des grandeurs moyennes

À partir de la mesure des positions et des vitesses de chaque particule, trois grandeurs moyennes locales sont calculées dans l'écoulement : la fraction volumique  $\phi$  occupée par les billes d'acier, la vitesse moyenne  $V$  et la température granulaire  $T = \langle \delta V^2 \rangle$  où  $\delta V$  est

l'écart quadratique des vitesses  $\vec{v}$  des particules. Ces grandeurs sont calculées en moyennant dans l'espace et sur une certaine durée. L'écoulement sous gravité est stationnaire et toute la durée du film peut être utilisée. Dans le cas de l'obstacle déplacé dans un gaz granulaire vibré, les grandeurs sont moyennées dans le référentiel du front de l'onde de choc, dans une zone où les profils sont stationnaires (voir Sec. 2.2.3) correspondant à une certaine durée de déplacement suivant la vitesse de l'obstacle.  $\Delta y$ , la taille de la zone dans laquelle est moyennée chaque grandeur dans la direction de l'écoulement, est d'une ou deux tailles de bille ( $d = 1$  mm) suivant les distances caractéristiques de variations des grandeurs. Les grandeurs sont par ailleurs moyennées sur une certaine largeur. Ces moyennes spatiales et temporelles permettent d'augmenter les statistiques et d'améliorer la précision des grandeurs macroscopiques mesurées. Soit  $N$  le nombre de billes de volume  $V_b$  détectées dans une fenêtre de volume  $V_f$  durant la durée  $\Delta t$ . La fraction volumique  $\phi$ , la vitesse moyenne  $\vec{V}$  et la température granulaire  $T$  sont alors calculées :

$$\phi = \frac{N \times V_b}{\Delta t \times V_f} \quad \vec{V} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \vec{v}_i \quad T_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_{k,i}^2 - V_k^2 \quad k = x, y, z$$

La figure 2.13 illustre les mesures de ces grandeurs dans le cas d'une onde de choc induite par un piston supersonique dans un gaz granulaire vibré. La figure 2.13 b. montre que la fraction volumique augmente près de l'obstacle. On notera qu'elle n'augmente pas jusqu'à des valeurs proches de la compacité maximale bien que l'image montre une structure très compacte (voir Fig. 2.13 a.). Comme expliqué dans la section 2.1.3, il n'est pas possible de suivre correctement toutes les particules dans les zones très peuplées. La fraction volumique est donc sous-évaluée en particulier près de l'obstacle. Il est possible d'estimer le nombre de particules non-détectées et de corriger les fractions volumiques (voir Sec. 2.3.3). Les grandeurs moyennes sont ici mesurées dans le référentiel du front de l'onde de choc. Ainsi la vitesse moyenne des particules est élevée loin de l'obstacle et décroît rapidement vers une valeur proche de 0 en allant vers cet obstacle. La température granulaire longitudinale est mesurée dans ce même référentiel. La température part d'une valeur constante (la température initiale du gaz granulaire) augmente fortement puis décroît jusqu'à 0 comme déjà observé par [28, 33, 71]. Il est à noter que bien que toutes les particules ne soient pas détectées, il est supposé, dans les travaux présentés ici, que le nombre de particules détectées est suffisant pour que la vitesse moyenne et la température calculées soient représentatives de l'ensemble des particules. Par ailleurs, il convient de vérifier que le choix d'une trop grande valeur de  $\Delta y$  ne "lisse" pas les signaux, ce qui ne permettrait pas de visualiser les fluctuations sur des distances inférieures à  $\Delta y$ . La figure 2.13 montre que pour une taille de zone  $\Delta y > 2$  mm, les signaux commencent à différer. Ce lissage peut conduire, par exemple, à surestimer l'épaisseur d'une onde de choc. Les ondes de chocs sont des phénomènes où les grandeurs macroscopiques varient fortement



**FIGURE 2.13** – a. Photographie d'une onde de choc induite dans un gaz granulaire vibré par un obstacle plan supersonique ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,07$ ,  $V_{sup} = 0,8$  m/s,  $e = 3$  mm, vibreur :  $\Gamma = 3,0$  g,  $f = 40$  Hz,  $A = 1$  mm). La double-flèche jaune indique la zone où sont calculées les grandeurs moyennes. Fraction volumique  $\phi$  (b.), vitesse moyenne  $V_y$  (c.) et température granulaire  $T_y$  (d.) le long de l'écoulement dans le référentiel du front d'onde. Les grandeurs sont calculées sur toute la largeur de l'image et pour différentes tailles  $\Delta y$  de chaque zone le long de l'écoulement.

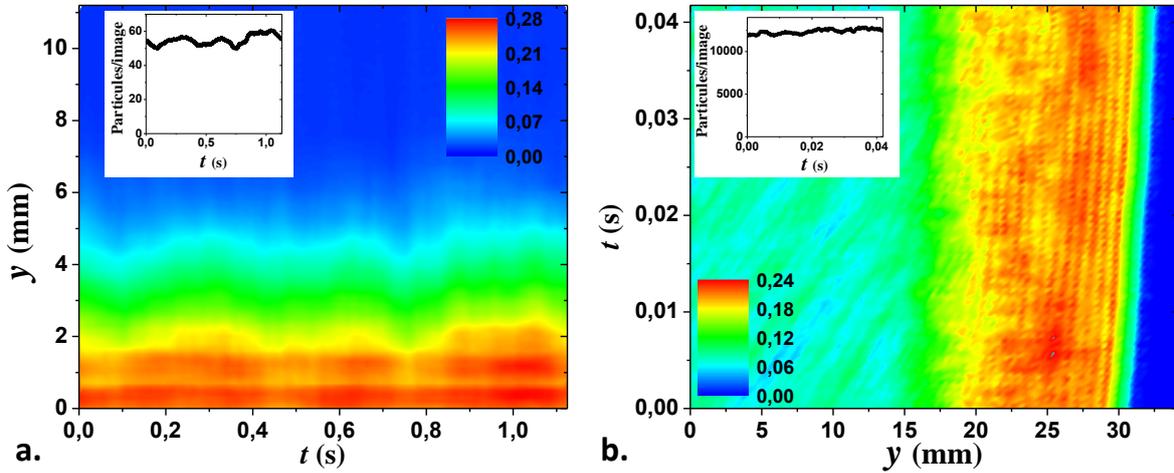
sur des distances très faibles. Les mesures de ces distances, très faibles pour des ondes de choc à grand nombre de Mach, peuvent être impactées par une moyenne une zone trop large. Il est nécessaire d'avoir une convergence des profils des grandeurs macroscopiques pour des petites valeurs de  $\Delta y$ .

### 2.3.3 Correction des fractions volumiques mesurées

Les mesures de suivi de particules en transmission et en réflexion ne permettent pas de suivre toutes les particules dans les zones très peuplées. Même dans les écoulements dilués, les billes peuvent être dissimulées par d'autres billes lorsque l'épaisseur  $e > 2d$ . Les fractions volumiques mesurées doivent donc être corrigées. Cette correction s'effectue par une étude de la conservation de la masse dans l'écoulement.

### Stationnarité de l'écoulement

Pour réaliser cette correction par la conservation de la masse, l'écoulement doit être stationnaire. Dans les deux expériences, les profils spatio-temporels, montrés dans la figure 2.14, attestent de cette stationnarité. La construction des profils est identique à celle



**FIGURE 2.14** – a. Profil spatio-temporel d'une onde de choc formée par un écoulement dilué sur un obstacle circulaire ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,015$ ,  $V_{sup} = 1,4$  m/s,  $e = 2$  mm). b. Profil spatio-temporel d'une onde de choc formée par l'avancée d'un obstacle plan dans un gaz granulaire vibré ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,07$ ,  $V_{sup} = 0,5$  m/s, vibreur :  $\Gamma = 4,0$  g,  $f = 46,2$  Hz,  $A = 1$  mm). Les insets représentent le nombre de particules totale détectées par image. Les deux expériences sont filmées à 4000 images par seconde.

décrite précédemment. La fraction volumique est calculée en fonction de la position  $y$  le long de l'écoulement et moyennée sur une certaine largeur à chaque instant  $t$ . Dans le cas de l'onde de choc généré par un écoulement dilué sous gravité, les particules sont peu nombreuses par image (environ 60 d'après l'insert de la figure 2.14 a.). Les profils et le nombre de particules sont moyennés sur 10 images. Le front d'onde conserve une épaisseur quasi-constante et reste situé au même niveau. Le nombre de particules par image est quasiment constant.

La figure 2.14 b. montre les profils des fractions volumiques dans le cas de l'expérience du piston supersonique mais contrairement à la figure 2.11, dans le référentiel du front de l'onde de choc. Dans cette expérience, les particules sont bien plus nombreuses. Les profils sont donc étudiés image par image. La durée de l'expérience est bien moins importante car limitée par la zone et la vitesse de déplacement de l'obstacle. La zone d'intérêt est le front de l'onde de choc et, bien que la matière s'accumule devant l'obstacle, la forme des profils ne changent pas dans cette zone comme cela avait été montré sur la figure 2.11. Le nombre de particules par image semble légèrement augmenter, ce qui n'est pas incohérent puisque l'obstacle cumule de la matière devant lui en se déplaçant.

La figure 2.14 montre ainsi que ces deux expériences différentes correspondent à des écoulements stationnaires. Cette stationnarité et l'analogie entre les deux situations, grâce

au changement de référentiel effectué dans le cas du piston supersonique, permettent de concevoir une procédure commune de correction des fractions volumiques mesurées.

### Procédure de correction par conservation de la masse

Dans les deux configurations, on considère un écoulement stationnaire suivant  $\hat{y}$ . Dans le cas réel d'un écoulement granulaire de fraction volumique  $\phi_r$  et de vitesse moyenne  $V_y$ , le flux de masse est conservé :

$$\frac{\partial(\phi_r V_y)}{\partial y} + \phi_r \frac{\partial V_x}{\partial x} = 0 \quad (2.8)$$

Le second terme  $\phi_r \partial V_x / \partial x$  traduit l'importance des pertes de masse dans le cas d'un écoulement bi-dimensionnel. Il est mesuré par une régression linéaire sur les vitesses transverses à l'écoulement. Dans nos expériences à des épaisseurs  $e > 2d$ , les billes d'acier peuvent être dissimulées les unes par les autres. le flux de masse mesuré n'est ainsi pas nécessairement conservé, ce qui se traduit par :

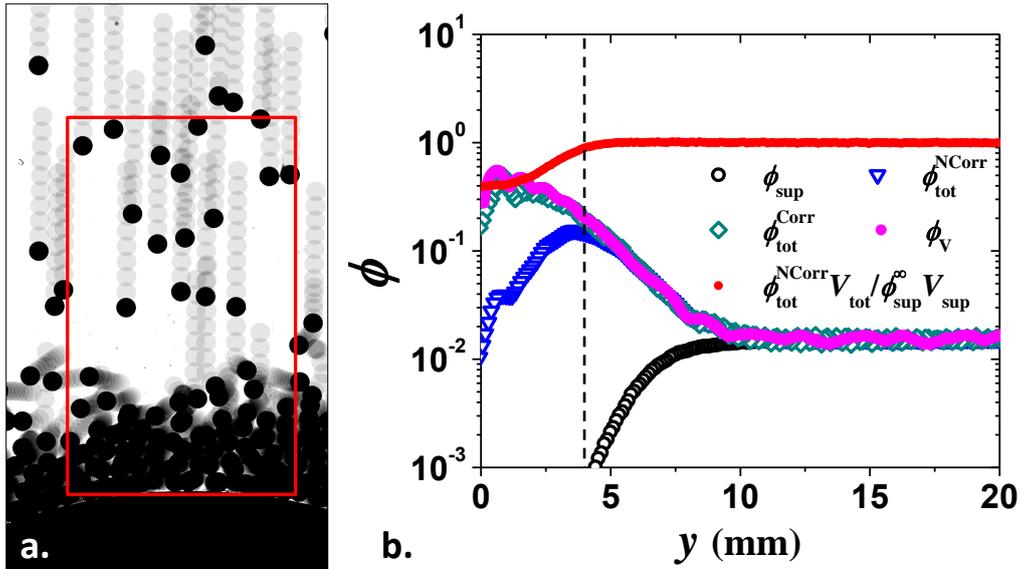
$$\frac{\partial(\phi_d V_y)}{\partial y} + \phi_d \frac{\partial V_x}{\partial x} = f \quad (2.9)$$

$\phi_d$  et  $f$  sont respectivement la fraction volumique détectée et l'écart à la conservation de la masse, mesurées expérimentalement et dépendants de  $y$ . Dans l'exemple de la figure 2.15,  $f$  est représenté par  $\phi_{tot}^{NCorr} V_{tot} / \phi_{sup}^{\infty} V_{sup}$ . Cette grandeur est conservée dans une large zone mais décroît lorsque la fraction volumique dépasse 0,1. Le nombre de particules détectées est tout de même supposé suffisamment grand pour que les valeurs des vitesses moyennes mesurées soient supposées représentatives de l'ensemble des particules. Les fractions volumiques, réelle  $\phi_r$  et détectée  $\phi_d$ , sont supposées liées par un facteur  $b$  dépendant de  $y$  tel que  $\phi_r(y) = \phi_d(y) / b(y)$ . Le facteur correctif  $b$  peut être exprimé en fonction des grandeurs mesurées :

$$f = b \frac{\partial(\phi_r V_y)}{\partial y} + \phi_r V_y \frac{\partial b}{\partial y} + b \phi_r \frac{\partial V_x}{\partial x} = \frac{\phi_d V_y}{b} \frac{\partial b}{\partial y} \Rightarrow \frac{\partial(\ln b)}{\partial y} = \frac{f}{\phi_d V_y}$$

$$b(y) = \exp \left( \int_{\infty}^y \frac{f(y')}{\phi_d(y') V_x(y')} dy' \right) \quad (2.10)$$

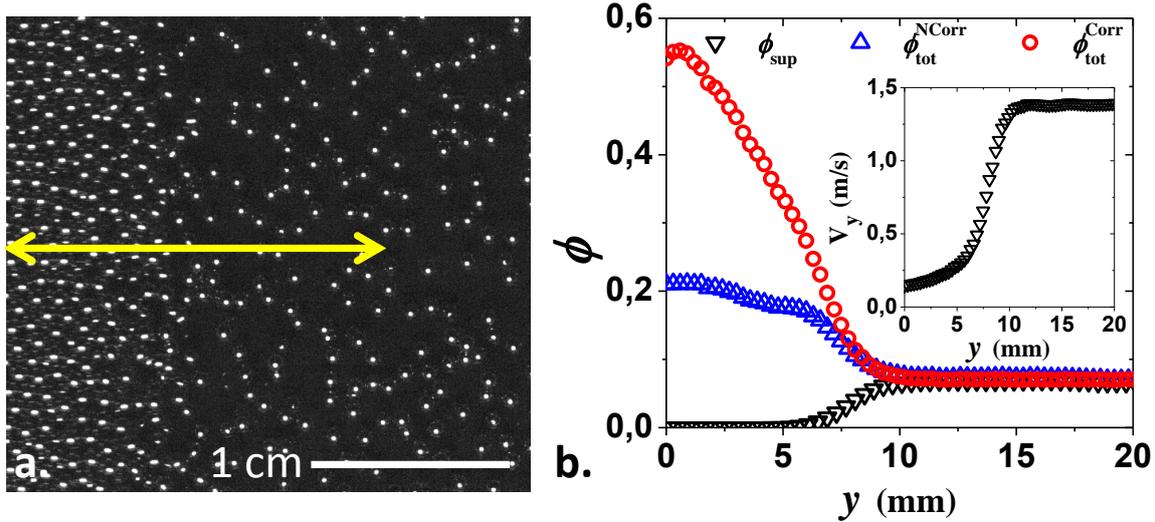
La mesure expérimentale de l'écart à la conservation du flux de masse permet de remonter à la fraction volumique réelle. Cette méthode permet de corriger le nombre de particules détectées en suivi de particules. Dans le cas des films en transmission, le figure 2.15 montre que cette correction permet de retrouver la fraction volumique  $\phi_v$  mesurée à partir de la lumière absorbée (voir section 2.1.2). Avec cette vérification dans le cas des films en lumière transmise, la procédure peut être supposée valide et étendue au cas des films



**FIGURE 2.15** – a. Chronophotographie d'une onde de choc filmée en réflexion ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,017$ ,  $V_{sup} = 1,5$  m/s,  $e = 2$  mm). Le temps entre 2 positions successives est 0,5 ms. Le cadre rouge représente la zone d'étude où sont mesurées les fractions volumiques. b. Mesure de la fraction volumique  $\phi_{sup}$  des particules supersoniques,  $\phi_{tot}^{NCorr}$  pour les particules totales détectées par suivi de particules sans correction.  $\phi_{tot}^{NCorr} V_{tot} / \phi_{sup}^{\infty} V_{sup} = f$  est le flux de masse mesuré et normalisé.  $\phi_{tot}^{Corr}$  est la fraction volumique des particules totales après correction par la procédure décrite.  $\phi_v$  est la fraction volumique mesurée en transmission.

fait en lumière réfléchi. Il n'existe pas de procédure de contrôle pour ces films faits en réflexion.

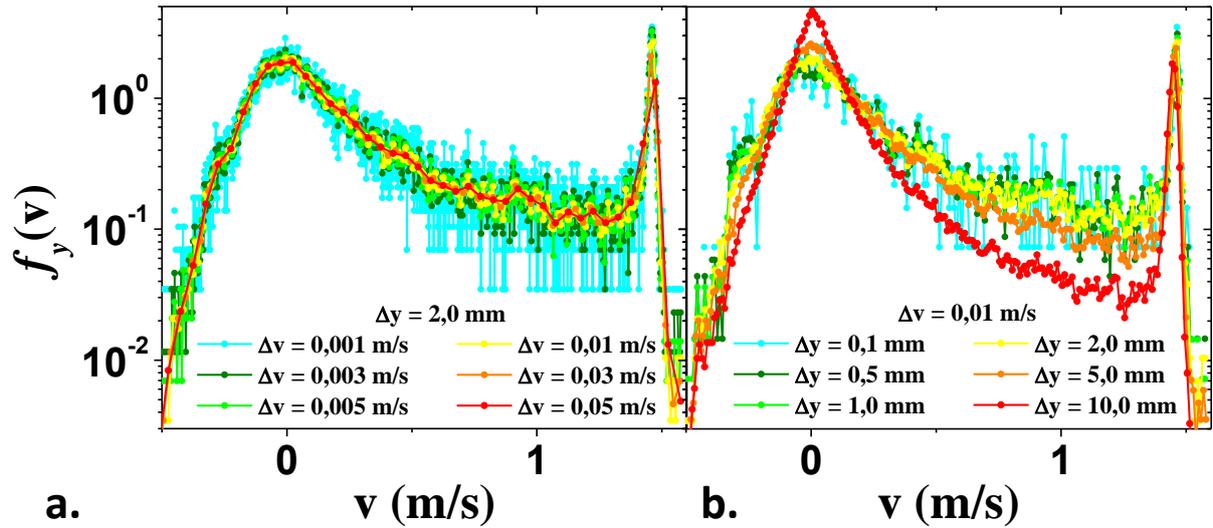
Cette procédure a également été appliquée pour les ondes de choc induites par un obstacle plan dans un gaz granulaire vibré dont la figure 2.16 montre un exemple. Pour ces films réalisés en lumière réfléchi, aucune vérification n'est possible a posteriori. La figure 2.16 b. montre l'effet de la correction sur la fraction volumique totale. La fraction volumique des particules supersoniques permet de repérer la zone du front d'onde, également repérable par l'évolution de la vitesse moyenne (voir insert Fig. 2.16 b.). Ces mesures sont réalisées dans le référentiel du front de l'onde de choc. La correction des fractions volumiques intervient beaucoup plus tôt dans le front d'onde pour ce cas que pour celui des ondes de choc formées par un écoulement granulaire dilué. Dans le cas de l'expérience du piston supersonique, deux points importants diffèrent. D'une part la fraction volumique augmente beaucoup plus et la correction peut être très importante, il est donc crucial d'avoir un écoulement stationnaire. D'autre part, il n'est pas possible de vérifier la correction avec des mesures en transmission. La seule indication ici est que les fractions volumiques corrigées obtenues, saturent à des valeurs proches des valeurs attendues pour la compacité maximale pour ces situations (voir Fig. 2.16 b.).



**FIGURE 2.16** – a. Photographie d'une onde de choc filmée en réflexion ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,07$ ,  $V_{sup} = 1,4$  m/s,  $e = 3$  mm, vibreur :  $\Gamma = 1,5$  g,  $f = 28$  Hz,  $A = 1$  mm). La double-flèche jaune représente la zone d'étude où sont mesurées les fractions volumiques. b. Mesure de la fraction volumique  $\phi_{sup}$  des particules supersoniques,  $\phi_{tot}^{NCorr}$  pour les particules totales détectées par suivi de particules sans correction.  $\phi_{tot}^{Corr}$  est la fraction volumique des particules totales après correction par la procédure décrite. L'insert montre la vitesse moyenne longitudinale  $V_y$  dans le référentiel dans le front d'onde.

### 2.3.4 Construction des distributions de vitesses

Une large part de ce travail de thèse porte sur l'étude des distributions de vitesses. De nombreuses distributions ont été mesurées et construites sous la forme d'une fonction  $f_i(v)$  donnant la densité de probabilité pour une particule d'avoir une vitesse  $v$  suivant la composante  $i$ . Pour une série de  $N$  valeurs des vitesses dans une zone donnée, la densité de probabilité donne les effectifs de particules dont la vitesse a une valeur  $v$  avec un pas  $\Delta v$ . Ces effectifs sont ensuite divisés par  $N$  et par  $\Delta v$  afin d'obtenir une densité de probabilité et non une distribution. Le choix du pas  $\Delta v$  est une question importante. La figure 2.17 a. montre la mesure d'une densité de probabilité des vitesses longitudinales  $v_y$  dans le front d'une onde de choc induite par un écoulement dilué autour d'un obstacle circulaire pour différents pas dans une zone mesurant  $\Delta y = 2,0$  mm. Pour de grandes valeurs  $\Delta v$ , la fonction a tendance à être lissée et peut fournir une information erronée. Par exemple, sur la figure 2.17, la courbe correspondant à  $\Delta v = 0,05$  m/s a tendance à élargir le pic des hautes vitesses. À l'inverse, un pas trop petit va entraîner un bruit dans le signal. Il y a donc un certain compromis à trouver. Le pas doit être suffisamment petit pour rendre compte des variations de la fonction de densité de probabilité. Cette fonction doit converger lorsque le pas tend vers de petites valeurs  $\Delta v$ . Cependant le pas ne peut pas être infiniment petit et sa valeur la plus basse est limitée par deux éléments. Le premier élément est la précision des mesures, discutée dans la section 2.3.1. Prendre une valeur inférieure à cette précision va entraîner une forte "pixellisation" du signal. La deuxième limite est



**FIGURE 2.17** – Fonction de densité de probabilité des vitesses longitudinales  $v_y$  dans le front d'une onde de choc induite par un écoulement granulaire dilué autour d'un obstacle circulaire ( $\phi_{sup}^\infty = 0,015$ ,  $V_{sup} = 1,5$  m/s,  $e = 2$  mm) filmée en réflexion : **a.**  $f_n(v)$  est tracée pour différentes valeurs du pas  $\Delta v$  dans une zone mesurant  $\Delta y = 2,0$  mm. **b.**  $f_n(v)$  est tracée pour différentes tailles  $\Delta y$  de zone avec une valeur constante du pas  $\Delta v = 0,01$  m/s.

donnée par l'effectif  $N$ . Le nombre de classe pour un effectif de  $N$  valeurs comprises entre  $v_{min}$  et  $v_{max}$  est  $\sqrt{N}$ . Le pas minimum est ainsi donné par  $\Delta v_{eff} = (v_{max} - v_{min}) / \sqrt{N}$ . La figure 2.3.1 montre bien une convergence des distributions vers les petites valeurs  $\Delta v$  mais avec des signaux fortement bruités dès la valeur  $\Delta v = 0,005$  m/s. Pour ce type de film fait en réflexion, la précision des mesures est pourtant inférieure à 1 mm/s mais la limite du pas donnée par l'effectif est  $\Delta v_{eff} \sim 0,01$  m/s. Plus la durée de l'expérience sera longue, plus la valeur de cette limite sera basse tout en restant limitée par la précision des mesures. Le "faible" nombre de particules mis en jeu dans les ondes de choc induite par un écoulement dilué est compensé par une durée plus longue de l'expérience (voir Fig. 2.14 a.). Au contraire dans les ondes de choc induites dans un gaz granulaire dilué, le grand nombre de particules permet de mesurer les distributions des vitesses malgré des durées d'expérience beaucoup plus courtes (voir Fig. 2.14 b.).

Une autre manière d'avoir des statistiques importantes et donc une faible valeur  $\Delta v_{eff}$  est de mesurer les distributions dans des zones importantes. La figure 2.17 b. montre la densité de probabilité mesurée dans la figure 2.17 a. avec un pas  $\Delta v = 0,01$  m/s pour différentes tailles  $\Delta y$  de la zone. Pour des tailles  $\Delta y \leq 2,0$  mm, les distributions ont une forme globale semblable et sont de plus en plus bruitées au fur et à mesure que la taille de la zone se réduit. Mais pour des tailles supérieures, la forme globale de la distribution change. Le problème est le même que pour le calcul des grandeurs moyennes (voir Sec. 2.3.2), la taille de la zone de mesure doit rester petite devant la distance caractéristique de variation des grandeurs macroscopiques.  $\Delta y$  doit donc rester inférieur à l'épaisseur de l'onde de choc et la convergence des distributions doit être observée pour de petites

valeurs de  $\Delta y$ .

La construction des distributions des vitesses dans le front de l'onde de choc doit ainsi respecter un certain nombre d'exigences dépendant autant du dispositif expérimental que du phénomène d'onde de choc.  $\Delta v$  est limité par le nombre de particules détectées et  $\Delta y$  par la distance de variation des grandeurs macroscopiques. Ce sont ces conditions qui ont permis par la suite une étude plus poussée de la forme de ces distributions des vitesses.



# Chapitre 3

## Ondes de choc dans un gaz granulaire vibré

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Le bain granulaire vibré . . . . .</b>	<b>62</b>
3.1.1	Obtention d'un gaz granulaire . . . . .	62
3.1.2	Distributions de vitesses et température . . . . .	66
3.1.3	Distributions de vitesses dans l'épaisseur . . . . .	69
<b>3.2</b>	<b>Interaction entre obstacle et gaz granulaire vibré . . . . .</b>	<b>76</b>
3.2.1	Obstacle à vitesse $V_{obs} \gg c$ . . . . .	77
3.2.2	Obstacle à vitesse $V_{obs}$ proche de $c$ . . . . .	79
3.2.3	Obstacle à vitesse $V_{obs} < c$ . . . . .	81
<b>3.3</b>	<b>Le modèle bimodal dissipatif . . . . .</b>	<b>84</b>
3.3.1	Séparation des sous-populations . . . . .	84
3.3.2	Les hypothèses de base du modèle . . . . .	87
3.3.3	Résolution numérique . . . . .	90
3.3.4	Comparaison modèle/expérience . . . . .	91
3.3.5	Épaisseur de l'onde de choc . . . . .	95

---

Une des questions soulevées dans le chapitre 1 est l'effet de la dissipation d'énergie sur la structure des ondes de choc. Plusieurs milieux sont le siège de phénomènes dissipant l'énergie fournie, par rayonnement dans les plasmas, par des collisions inélastiques dans les gaz granulaires. Dans ce type de milieu, une partie de l'énergie injectée lors de la formation de l'onde de choc, est dissipée. Quels sont les effets de ce phénomène sur la structure des ondes de choc? L'épaisseur ou la température du milieu dans le front d'onde s'en trouvent-elles affectées? Les gaz granulaires vibrés permettent d'aborder cette question dans ce chapitre dans le cas de la dissipation due à l'inélasticité des collisions. Le montage présenté dans la section 2.2.1 permet de générer des ondes de choc dans un gaz granulaire vibré à l'aide d'un obstacle se déplaçant à vitesse constante contrôlable, donc à nombre de Mach variable. Après avoir présenté les propriétés du gaz granulaire vibré formé, les ondes de choc générées sont décrites à l'aide d'un modèle associant la description bimodale de Mott-Smith, utilisée dans les gaz moléculaires (voir Sec. 1.1.3), et la théorie cinétique granulaire (voir Sec. 1.2.1), nécessaire pour tenir compte de la dissipation d'énergie.

### 3.1 Le bain granulaire vibré

Avant même de parler de la formation d'ondes de choc, il est nécessaire de décrire le gaz granulaire vibré obtenu dans le montage expérimental utilisé. Comme expliqué dans la section 1.2.1, de nombreuses études se sont attachées à comprendre la structure de tels objets. Ces systèmes sont complexes car leur état stationnaire est un "équilibre" entre l'énergie dissipée en permanence par les collisions inélastiques entre les particules et l'énergie injectée par les parois vibrées. Les différents états ou phases des milieux granulaires vibrés, les distributions des vitesses et la température des gaz granulaires vibrés, sont des points qui ne sont pas encore totalement compris.

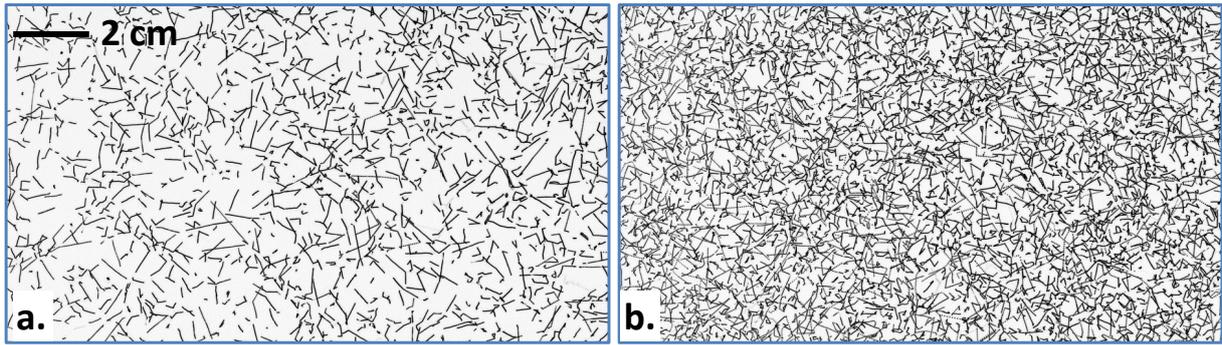
#### 3.1.1 Obtention d'un gaz granulaire

Cette partie décrit les conditions d'obtention d'un gaz granulaire vibré homogène, ainsi que son domaine de variation en température et en fraction volumique. Ces deux paramètres permettent de modifier la vitesse du son. Un milieu granulaire vibré ne forme pas systématiquement un gaz granulaire [48]. Les billes d'acier ( $d = 1$  mm) sont placées dans une cellule de  $3 \text{ mm}^1$  d'épaisseur animée d'un mouvement sinusoïdal. Pour une fraction volumique  $\phi_{bain}$  fixée, les paramètres de vibration, l'accélération  $\Gamma$ , l'amplitude  $A$ , la fréquence  $f$ , influent sur l'homogénéité du milieu. L'accélération a été variée entre 1,5 et 4  $g$ , la fréquence entre 20 et 80 Hz, l'amplitude de 0,1 et 2 mm. Les valeurs sont limitées par le poids de la cellule vibrée mise en mouvement et par le fait que les paramètres soient liés par  $\Gamma = A\omega^2$  avec la pulsation  $\omega = 2\pi f$ . La figure 3.1 montre deux cas différents de

---

1. En dessous de cette valeur, le milieu n'était pas homogène, ce qui sera justifié dans la suite.

trajectoires de particules dans le milieu granulaire vibré. Ces trajectoires ont été obtenues

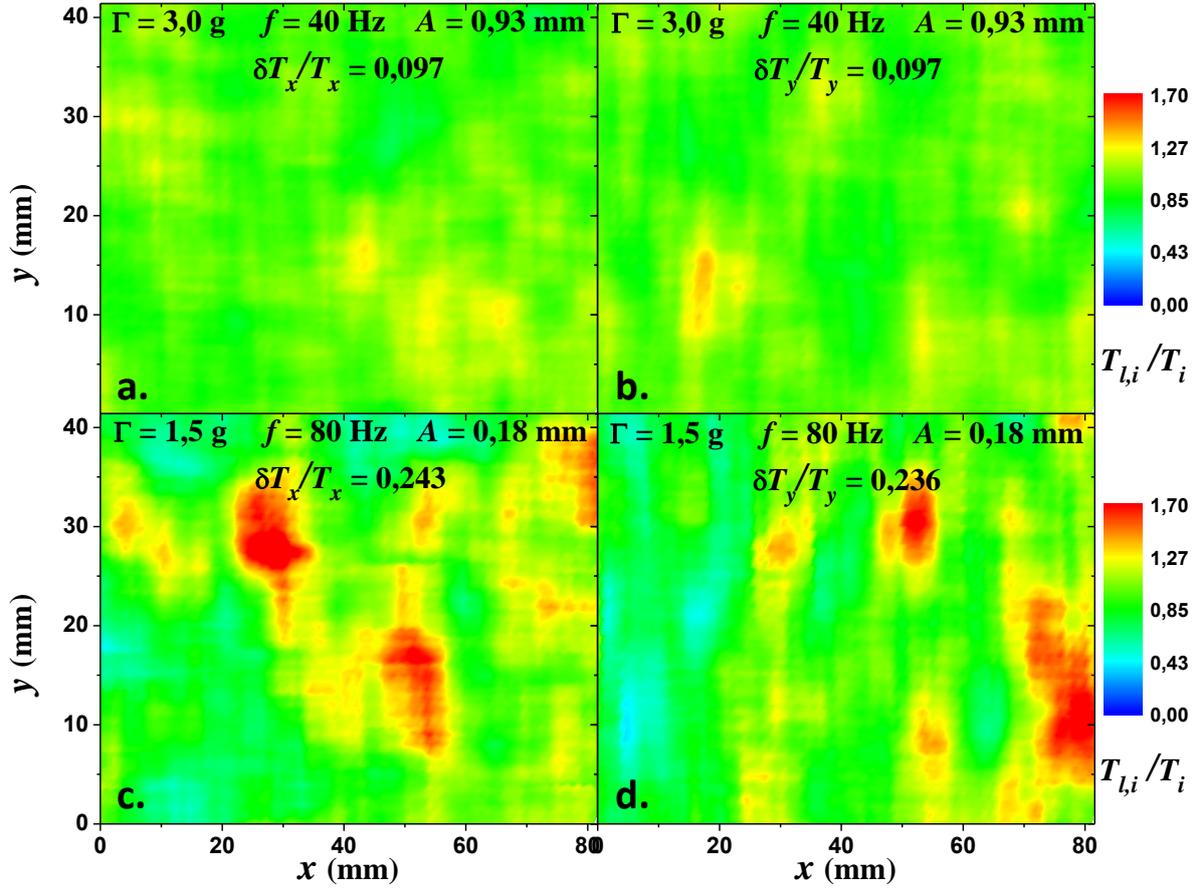


**FIGURE 3.1** – Trajectoires des particules dans un milieu granulaire vibré ( $\phi_{\text{bain}}^{\infty} = 0.07$ ,  $e = 3$  mm) filmé pendant 50 images à une fréquence de 1000 images/s pour différents paramètres de vibration : **a.**  $\Gamma = 1,5$  g,  $f = 80$  Hz,  $A = 0,116$  mm, **b.**  $\Gamma = 3$  g,  $f = 40$  Hz,  $A = 0,931$  mm.

en gardant l'intensité lumineuse minimale sur 50 images de film, préalablement binarisées et aux couleurs inversées afin d'obtenir des trajectoires noires sur fond blanc. Sur la figure 3.1 a., les particules ne sont pas réparties uniformément sur toute la zone d'étude. Les trajectoires obtenues montrent également des vitesses très différentes suivant les particules. La figure 3.1 b. montre une répartition beaucoup plus homogène des particules. Ces figures ne permettent que des observations qualitatives sur l'homogénéité du milieu, elles montrent simplement que le milieu répond différemment suivant la sollicitation imposée par le vibreur.

Le gaz granulaire souhaité ici doit être le plus homogène possible. Afin de quantifier l'homogénéité du milieu vibré, la température granulaire est étudiée dans la zone dans les deux directions  $x$  et  $y$  du plan de la cellule vibrée. Les températures granulaires  $T_x$  et  $T_y$  sont calculées dans des zones carrées de côté  $10d$  ( $d$  est le diamètre d'une particule) et moyennée dans le temps. Le choix de la taille de la zone est arbitraire. Afin de comparer l'homogénéité des milieux vibrés suivant les différents paramètres de vibration utilisés, les températures locales  $T_{l,i}$  (où  $i = x, y$ ) de chaque zone sont normalisées par la température granulaire globale  $T_i$  de toute la zone d'étude. Un milieu parfaitement homogène doit ainsi avoir une température locale  $T_{l,i} = 1$  sur toute la zone. La figure 3.2 montre une cartographie de la température locale en fonction de la position  $(x, y)$  pour deux exemples avec des paramètres de vibration différents. Les figures 3.2 a. et b. montrent une température locale très homogène sur toute la zone d'étude dans les deux directions  $x$  ou  $y$  du plan. Au contraire, les figures 3.2 c. et d. montrent une température locale hétérogène avec des zones fortement agitées et d'autres avec des particules aux vitesses plus basses. Les zones aux basses températures correspondent à des zones faiblement peuplées où des particules isolées n'interagissent qu'avec les parois suivant l'axe  $\hat{z}$  en restant presque immobiles dans le plan de la cellule vibrée.

Afin de quantifier l'homogénéité du milieu pour différents paramètres, l'écart quadratique  $\delta T_i$ , avec  $i = x, y$ , est calculé à partir des températures locales  $T_{l,i}$  sur toute la



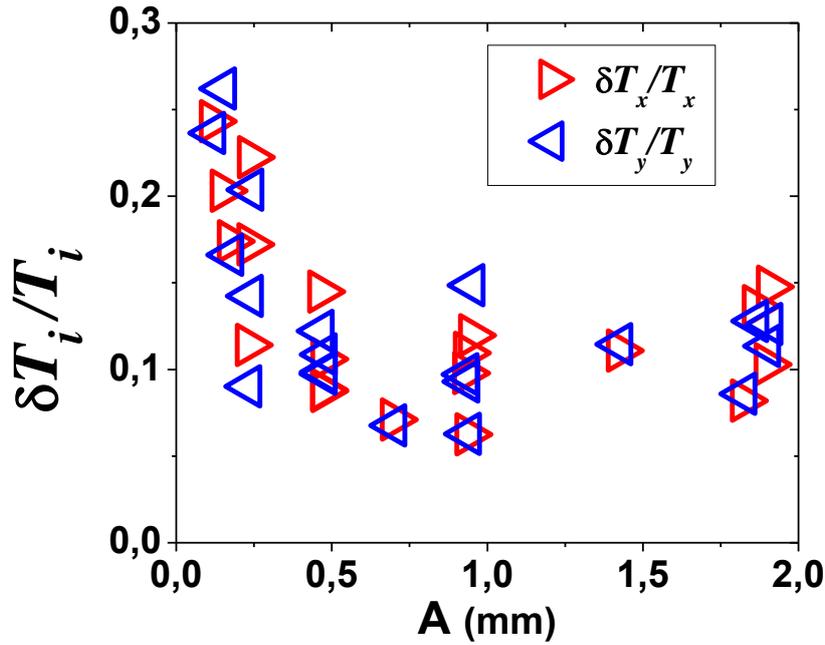
**FIGURE 3.2** – Température locale  $T_{l,i}$  dans un milieu granulaire vibré ( $\phi_{bain}^\infty = 0.07$ ,  $e = 3 \text{ mm}$ ) filmé pendant 100 images à une fréquence de 1000 images/s pour différents paramètres de vibration : **a.** Température suivant  $x$  pour  $\Gamma = 3,0 \text{ g}$ ,  $f = 40 \text{ Hz}$ ,  $A = 0,931 \text{ mm}$ , **b.** Température suivant  $y$  pour  $\Gamma = 3,0 \text{ g}$ ,  $f = 40 \text{ Hz}$ ,  $A = 0,931 \text{ mm}$ , **c.** Température suivant  $x$  pour  $\Gamma = 1,5 \text{ g}$ ,  $f = 80 \text{ Hz}$ ,  $A = 0,116 \text{ mm}$ , **d.** Température suivant  $y$  pour  $\Gamma = 1,5 \text{ g}$ ,  $f = 80 \text{ Hz}$ ,  $A = 0,116 \text{ mm}$ .

zone :

$$\delta T_i = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{l=1}^N T_{l,i}^2 - T_i^2}$$

Dans les deux exemples de la figure 3.2, les valeurs de  $\delta T_i$  sont calculées et normalisées par la température globale  $T_i$ . Les valeurs sont bien plus importantes dans le cas des figures 3.2 c. et d. où le milieu est beaucoup plus hétérogène. Les écarts quadratiques  $\delta T_x$  et  $\delta T_y$  ont été mesurés et calculés pour de nombreux paramètres de vibrations. La figure 3.3 montrent ces mesures en fonction de l'amplitude  $A$  du vibreur. Les mesures des figures 3.2 et 3.3 montrent que les vitesses  $v_x$  et  $v_y$  sont isotropes dans le plan<sup>2</sup>. Les écarts quadratiques sont particulièrement élevés pour de petites amplitudes puis constant au-delà d'une amplitude de 1 mm. L'obtention d'un milieu homogène nécessite donc de se placer à des amplitudes suffisamment importantes (au moins 0,5 mm ici). Pour l'étude

2. Ce point sera développé avec l'étude des distributions de vitesses.



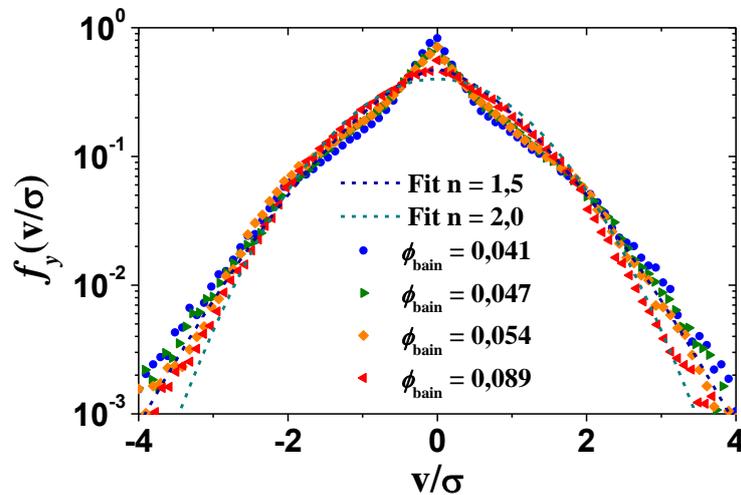
**FIGURE 3.3** – Écart quadratique  $\delta T_i$  normalisé par la température globale  $T_i$  en fonction de l'amplitude  $A$  du vibreur électromagnétique dans un bain granulaire vibré ( $\phi_{bain}^\infty = 0,07$ ,  $e = 3$  mm). L'insert montre la valeur de l'écart quadratique normalisé  $\delta T_n$ .

des ondes de choc, cette amplitude sera fixée à  $A = 1$  mm pour assurer un état homogène. Ce résultat est cohérent avec l'étude de Roeller *et al.* [50], présentée dans la figure 1.7 (voir Sec. 1.2.1). Dans cette étude, pour une fraction volumique donnée, le rapport  $A/d$  (amplitude/diamètre) doit être suffisamment élevé pour obtenir un gaz homogène. D'après la figure 1.7 c.,  $A/d > 0,8$  pour une fraction volumique  $\phi_{bain}^\infty = 0,07$  mais dans leur cas avec une distance  $e = 0,5$  mm entre les plaques et des billes de diamètre  $d = 610 \mu\text{m}$ , soit  $h/d = 8,2$ . Or cette valeur limite est d'autant plus élevée que la distance  $h = e$  l'est aussi. Il n'est donc pas étonnant de trouver un rapport limite  $A/d$  d'environ 0,5 dans un système où  $e = 0,3$  mm avec des billes de diamètre  $d = 1$  mm, soit  $e/d = 3$ . Le même type d'étude peut être réalisé pour la fraction volumique. Les valeurs  $\delta T_i$  déterminées sont valables pour la taille de zone et la durée, relativement courte, choisies ici. Pour une étude plus complète, il faudrait s'assurer de la convergence de ces valeurs pour des zones de plus en plus petites sur des temps longs. Une valeur précise de  $\delta T_i$  permet d'estimer la précision sur le nombre de Mach calculé ensuite pour un écoulement dans ce type de milieu.

Cette étude montre que l'amplitude est un paramètre déterminant pour contrôler l'homogénéité du milieu. Cette amplitude sera fixée à  $A = 1$  mm pour assurer cet état de gaz granulaire homogène pour le milieu vibré dans lequel seront générées les ondes de choc. La section suivante montrera que les autres paramètres peuvent être utilisés pour contrôler la température de ce gaz.

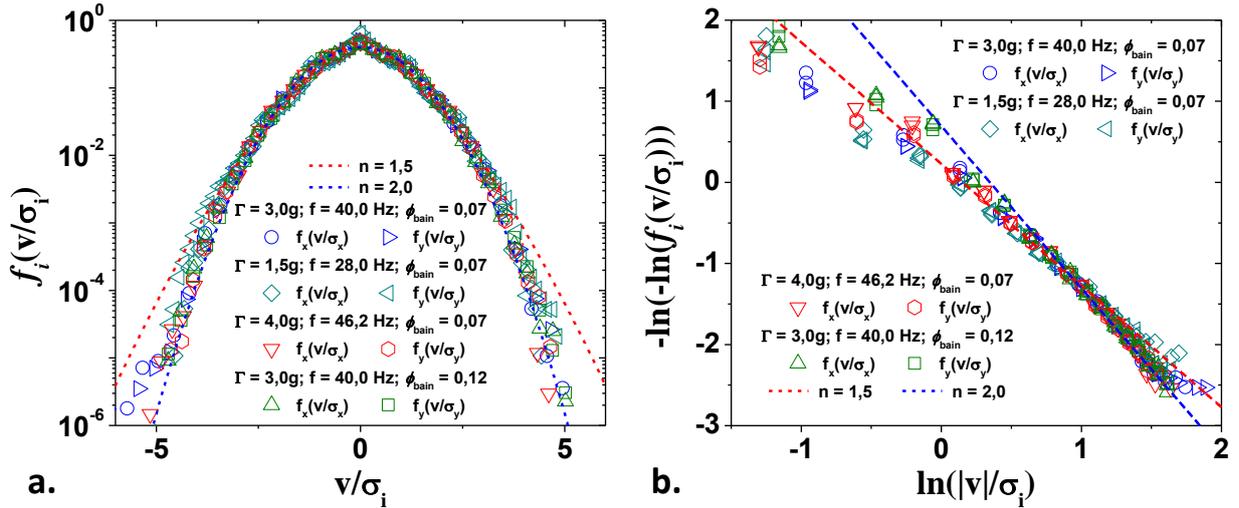
### 3.1.2 Distributions de vitesses et température

L'étude des ondes de choc nécessite un gaz granulaire vibré dont les conditions d'obtention ont été détaillées dans la section précédente. Cette section présente les caractéristiques de ce gaz granulaire obtenu. L'amplitude de vibration étant un paramètre important, le choix a été fait de la fixer à  $A = 1$  mm. Cette amplitude est suffisante pour assurer un état de gaz granulaire homogène tout en permettant de varier l'accélération et la fréquence sur une gamme suffisamment importante. Le premier paramètre étudié a été la fraction volumique. Les expériences ont montré que le comportement du gaz granulaire était différent suivant la fraction volumique. Les distributions des vitesses ont été tracées sur la figure 3.4 pour différentes fractions volumiques  $\phi_{bain}$  pour un jeu de paramètres donnés ( $\Gamma = 4$  g et  $f = 46$  Hz) afin de comprendre ces observations. Plus la fraction volumique



**FIGURE 3.4** – Distributions normalisées  $f_i(v)$  des vitesses des particules dans un gaz granulaire vibré pour différentes fractions volumiques  $\phi_{bain}$  avec  $\Gamma = 4$  g et  $f = 46$  Hz.

du milieu vibré est faible, plus les distributions contiennent un pic fin centré en 0. Au delà d'une certaine valeur de  $\phi_{bain}$ , les figures 3.5 et 3.4 montrent que la forme des distributions converge. Les observations directes des expériences ainsi que les distributions montrent qu'en dessous de  $\phi_{bain} = 0,07$ , un grand nombre de particules interagissent seulement avec les parois et n'ont donc pas de mouvement dans le plan de la cellule vibrée. Ces particules sont immobiles dans le plan  $Oxy$  et provoquent donc les pics importants à une vitesse nulle, observés dans les distributions des vitesses de la figure 3.4. Le choix a été fait de n'étudier les ondes de choc que dans le cas où les particules ont des collisions binaires entre elles, la fraction volumique doit ainsi être au moins 0,07. Les distributions des vitesses ont donc étudiées pour différents paramètres de vibration avec une fraction volumique de 0,07 et supérieure. La figure 3.5 montre ces distributions dans les 4 cas configurations utilisées par la suite dans l'étude des ondes de choc. Dans cette figure, les vitesses ont été normalisées par l'écart quadratique  $\sigma_i = \sqrt{\langle v_i^2 \rangle - \langle v_i \rangle^2} = \sqrt{T_i}$  où  $T_i$  est la température granulaire dans la zone étudiée avec  $i = x, y$ . La figure 3.5 a. montre les distributions des

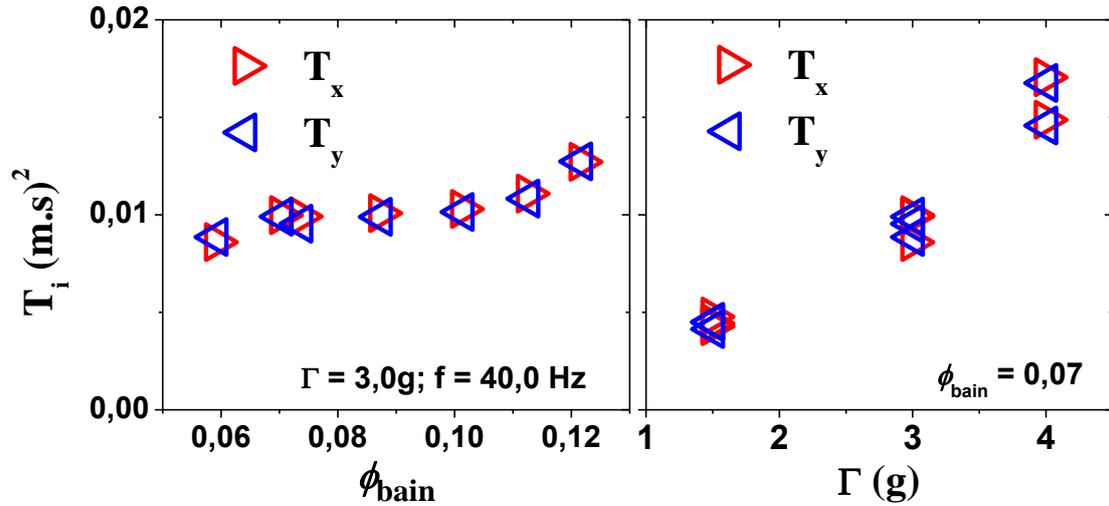


**FIGURE 3.5** – Distributions normalisées  $f_i(v)$  des vitesses des particules dans un gaz granulaire vibré soumis à différentes accélérations  $\Gamma$  pour une amplitude  $A = 1$  mm et à une fraction volumique  $\phi_{bain}$  différente. Les distributions sont représentées en semi-log **a.** et en "log-log" **b.**

vitesses dans les deux directions en représentation semi-log, insistant ainsi sur les queues des distributions. Par ailleurs, deux fonctions de la forme  $f_i(v) = K \exp(-(|v|/\sigma)^n)$ , avec  $n = 1,5$  et  $n = 2$ , sont tracées sur cette figure. La constante  $K$ , qui peut être exprimée en fonction de  $\sigma$  et  $n$ , assure la normalisation de ces distributions théoriques dont l'écart quadratique est égal à 1. Dans cette représentation, les distributions expérimentales sont toutes superposées pour toutes les configurations et proches d'une fonction gaussienne. Ce résultat confirme l'isotropie des vitesses dans le plan de la cellule, évoquée dans la section précédente. Afin de préciser la forme des distributions, la quantité  $-\ln(-\ln(f_i(v/\sigma_i)))$  est tracée en fonction de  $\ln(|v|/\sigma_i)$  dans la figure 3.5 b.. Cette représentation permet de visualiser aussi bien les queues de distributions que les sommets. Les distributions restent superposées et proches d'une distribution gaussienne pour les hautes vitesses. Pour les basses vitesses, les distributions sont plus proches de la distribution  $n = 1,5$ , tout comme celles mesurées par Rouyer *et al.* dans le cas bi-dimensionnel [48]. La forme des distributions des vitesses ne semble pas dépendre des conditions de sollicitation ou de la fraction volumique, dans la gamme étudiée. Les vitesses des particules sont isotropes dans le plan de la cellule vibrée. Comme déjà constaté dans les milieux granulaires, les distributions ne sont pas gaussiennes à cause de l'inélasticité des collisions. La forme de ces distributions est proche de la distribution  $f_i(v) = K \exp(-(|v|/\sigma)^n)$  avec  $n = 1,5$  pour de basses vitesses et proches d'une distribution gaussienne pour les hautes vitesses. La connaissance de cet état de base est préalable à l'étude de l'onde de choc, particulièrement pour l'étude des distributions de vitesses dans le chapitre 4.

Les vitesses ont été normalisées par  $\sqrt{T_i}$  pour les différentes conditions dans lesquelles ont été générées les ondes de choc. Les valeurs des températures granulaires ont été mesurées en fonction de ces paramètres de vibration et de la fraction volumique. Ces mesures

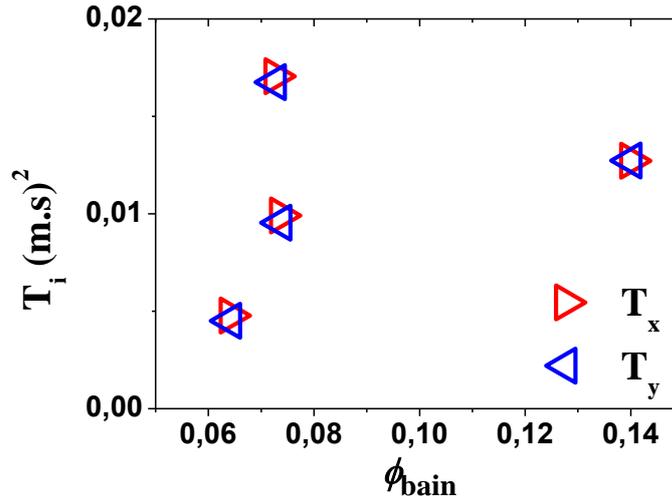
sont reportées dans la figure 3.6. Les températures granulaires sont les mêmes dans les



**FIGURE 3.6** – Températures granulaires  $T_x$  et  $T_y$  du gaz granulaire dans les deux directions de la cellule vibrée en fonction de la fraction volumique  $\phi_{\text{bain}}$  **a.** et en fonction de l'accélération  $\Gamma$  du vibreur électromagnétique **b.**

deux directions  $x$  et  $y$ , ce qui confirme l'isotropie des vitesses montrée par les distributions (voir Fig. 3.5). La figure 3.6 a. montre que la température augmente légèrement quand la fraction volumique augmente, avec un plateau pour  $0,07 < \phi_{\text{bain}} < 0,10$ . Pour  $\phi_{\text{bain}} < 0,07$ , la température semble diminuer. Cette diminution de température aux basses fractions volumiques s'interprète avec le nombre croissant de particules n'interagissant qu'avec les parois. Les distributions des vitesses ont alors un pic fin en  $v = 0$ , ces particules n'ont plus aucun mouvement suivant les axes  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$ . La température diminue donc au fur et à mesure que ce type de particule apparaît. Une augmentation de température est constatée pour  $\phi_{\text{bain}} > 0,10$  sans pouvoir être expliquée. Il n'est pas possible d'augmenter la fraction volumique au-delà de 0,14 en gardant un gaz granulaire homogène dans le système utilisé. Sur la figure 3.6 b., la température est tracée pour une fraction volumique fixe ( $\phi_{\text{bain}} = 0,07$ ) en fonction de l'accélération  $\Gamma$ . La température du gaz granulaire augmente avec l'accélération. Sa valeur triple lorsque l'accélération passe de 1,5 g à 4,0 g. Le système vibré utilisé permet donc de disposer d'un gaz granulaire vibré contrôlable en température sans que la forme des distributions des vitesses en soit affectée.

Les propriétés du gaz granulaire utilisé pour générer des ondes de choc sont résumées dans la figure 3.7. Trois températures sont ainsi étudiées à une fraction volumique d'environ 0,07 et une température pour une fraction volumique de 0,14. Ces propriétés sont celles du gaz granulaire initial dans lequel sera généré des ondes de choc par le déplacement d'un obstacle. Il est donc possible de varier la température d'un facteur 3 et la fraction volumique d'un facteur 2. Cet obstacle sera déplacé sur une large gamme de vitesses allant quelques cm/s à plus de 1,5 m/s. Pour chacun des états initiaux, le nombre



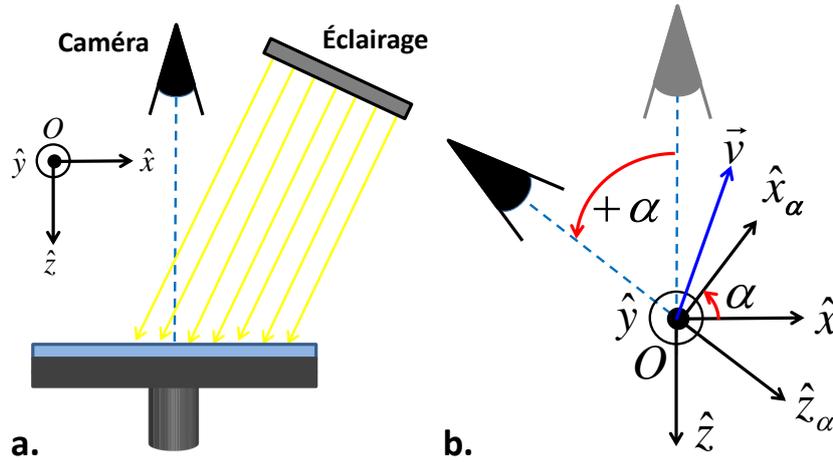
**FIGURE 3.7** – Températures granulaires  $T_x$  et  $T_y$  du gaz granulaire dans les deux directions de la cellule vibrée en fonction de la fraction volumique  $\phi_{\text{bain}}$  dans les 4 configurations utilisées pour générer des ondes de choc.

de Mach peut être calculé à partir de l'équation (1.18). Les vitesses du son typiques sont comprises entre 10 et 20 cm/s. Cette gamme de vitesses sera particulièrement étudiée. Le système permet ainsi de générer des écoulements qui vont de  $M = 0,2$  à  $M = 20$ .

### 3.1.3 Distributions de vitesses dans l'épaisseur

Le gaz granulaire vibré n'est pas bidimensionnel. Les particules sont des billes de diamètre  $d = 1$  mm et l'épaisseur entre les plaques vaut  $e = 3$  mm et l'amplitude de vibration vaut  $A = 1$  mm. Le vibreur fait vibrer la cellule suivant selon l'axe  $\hat{z}$ . Pour une fraction volumique suffisante ( $\phi_{\text{bain}} \geq 0,07$ ), l'énergie est répartie dans les différents degrés de liberté par les collisions entre particules. En dessous de cette valeur, la figure 3.4 montre que les particules peuvent n'interagir qu'avec les parois. Le vibreur permet de maintenir un régime de gaz granulaire où les particules n'interagissent que par des collisions binaires malgré l'importante dissipation due à l'inélasticité de ces collisions. Au-delà de l'étude des ondes de choc, la répartition de l'énergie dans un gaz granulaire vibré reste un problème ouvert.

Pour caractériser le système, les distributions de vitesses ont été étudiées selon  $z$ . Afin d'étudier le mouvement des particules selon cette direction, la caméra est placée avec un angle  $\alpha$  d'environ  $50^\circ$  dans le plan  $Oxz$  (voir Fig. 3.8). La caméra est réglée de manière à augmenter la profondeur de champ pour maximiser la zone d'étude. Comme dans le cas des mesures réalisées en biais dans l'écoulement sur un obstacle (voir Sec. 2.1.5), cette méthode ne permet pas d'obtenir le mouvement des billes uniquement suivant  $\hat{z}$ . Cependant cette méthode permet une étude des distributions de vitesses et de la température des bains granulaires vibrés suivant l'axe  $\hat{z}$ . En effet dans ce cas, les distributions de vitesses sont supposées isotropes suivant  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  (voir Fig. 3.5) et il est possible de remonter aux



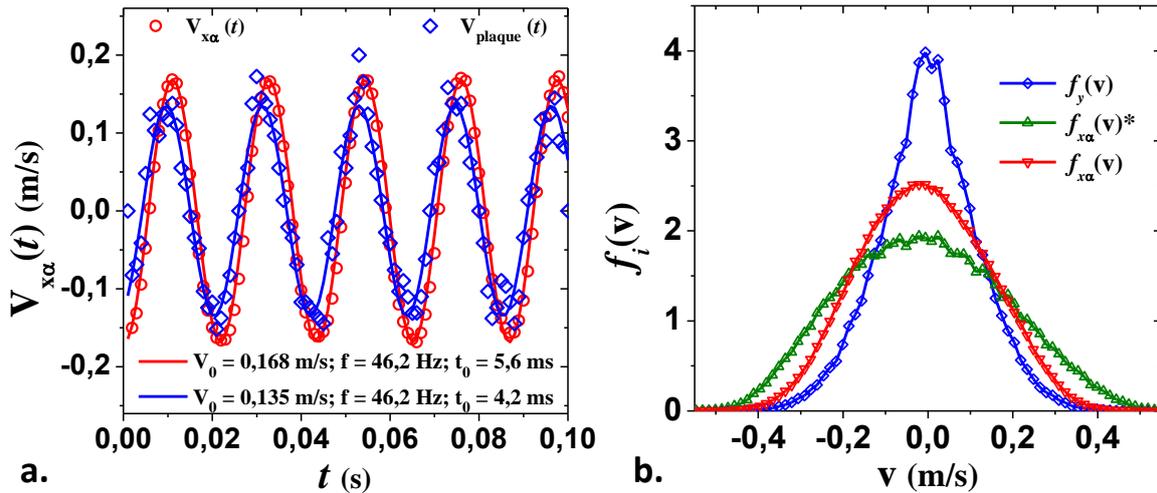
**FIGURE 3.8** – **a.** Vue de profil du montage permettant la génération et l’observation d’ondes de choc dans un gaz granulaire vibré (voir Fig. 2.9). La caméra est placée de manière à étudier le mouvement dans le plan. **b.** Rotation de la caméra et construction du nouveau repère pour l’étude du mouvement des particules suivant l’axe  $\hat{z}$ .

distributions de vitesses suivant  $\hat{z}$ . La rotation de la caméra, autour de  $\hat{y}$ , permet d’obtenir les vitesses dans un nouveau repère. Les positions et vitesses sont obtenues sur les axes  $\hat{y}$  (inchangé) et  $\hat{x}_\alpha$ . La vitesse  $v_{x_\alpha}$  s’exprime en fonction de la vitesse  $v_x$  et de la vitesse  $v_z$  :

$$v_{x_\alpha} = v_x \cos \alpha - v_z \sin \alpha \quad (3.1)$$

Avant de pouvoir étudier les distributions des vitesses  $f_{x_\alpha}(v)$  suivant  $\hat{x}_\alpha$  pour retrouver les distributions des vitesses  $f_z(v)$  suivant  $\hat{z}$ , il est nécessaire de prendre en compte le mouvement de la cellule vibrée par rapport à celui du laboratoire. Le bain vibré a été étudié avec les mêmes paramètres de vibration que dans la section 3.1.2, assurant l’existence d’un état homogène de gaz granulaire. Le mouvement d’ensemble des particules est mis en évidence en mesurant la vitesse moyenne instantanée  $V_{x_\alpha}(t)$  sur l’ensemble des particules de la zone d’étude. La figure 3.9 a. montre l’évolution de  $V_{x_\alpha}(t)$  ainsi que de la vitesse de la plaque inférieure de la cellule. La vitesse de la plaque inférieure a été obtenue par un suivi manuel d’un défaut dans la couche anodisée de cette plaque d’aluminium. Les deux vitesses sont sinusoïdales et une modélisation de la forme  $V(t) = V_0 \sin(2\pi f(t - t_0))$  est effectuée sur chacune des deux vitesses. Les valeurs des paramètres  $V_0, f, t_0$  montrent que les deux vitesses ont une fréquence identique qui est la fréquence de consigne  $f = 46,2$  Hz du vibreur dans cette expérience. Les amplitudes sont proches sans être identiques et les signaux sont légèrement déphasés. La plaque a une avance de 1,4 ms sur le mouvement d’ensemble des particules, faible devant la période  $T = 21,6$  ms. L’hypothèse est que les vitesses mesurées  $v_{x_\alpha}(t)^*$  sont constituées de deux parties :

$$v_{x_\alpha}(t)^* = v_{x_\alpha}(t) + V_0 \sin(2\pi f(t - t_0))$$



**FIGURE 3.9** – a. Vitesse moyenne instantanée  $V_{x\alpha}(t)$  de toutes les particules et vitesse  $V_{\text{plaque}}(t)$  en fonction du temps. Une modélisation de la forme  $V_0 \sin(2\pi f(t - t_0))$  est tracée en trait plein pour les deux vitesses. b. Distributions des vitesses suivant  $\hat{y}$  et suivant  $\hat{x}\alpha$ . L'étoile\* indique que le mouvement d'ensemble sinusoïdale n'a pas été soustrait dans la distribution  $f_{x\alpha}(v)^*$ . La courbe  $f_{x\alpha}(v)$  est la distribution des vitesses  $v_{x\alpha}$  sans la contribution sinusoïdale d'ensemble.

La partie sinusoïdale de la vitesse va élargir les distributions des vitesses et mener à des valeurs de températures granulaires surévaluées. À partir de la modélisation effectuée sur la vitesse instantanée  $V_{x\alpha}(t)$  de l'ensemble des particules, la distribution  $f_{x\alpha}(v)$  sont mesurées à nouveau seulement sur la partie fluctuante  $v_{x\alpha}(t)$  non sinusoïdale. Ces distributions sont tracées sur la figure 3.9 b. La soustraction de la composante sinusoïdale conduit à une distribution  $f_{x\alpha}(v)$ , plus fine que la distribution  $f_{x\alpha}(v)^*$  initiale. Cette distribution  $f_{x\alpha}(v)$  reste un mélange de la distribution  $f_x(v)$  et de la distribution  $f_z(v)$  dans des proportions définies par la valeur de l'angle  $\alpha$ . La largeur de  $f_{x\alpha}(v)$ , supérieure à celle de  $f_y(v)$ , montre déjà qualitativement que la température granulaire suivant  $\hat{z}$  est plus importante que les températures  $T_x$  et  $T_y$  identiques.

Disposant de la distributions des vitesses  $f_{x\alpha}(v)$  sans la composante sinusoïdale, de la distribution  $f_y(v)$ , identique à  $f_x(v)$  et connaissant la valeur de l'angle  $\alpha$ , il est possible de retrouver la distribution  $f_z(v)$  des vitesses selon  $\hat{z}$ . D'après l'équation (3.1) :

$$v_x = \frac{v_{x\alpha} + v_z \sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (3.2)$$

La valeur de la distribution  $f_{x\alpha}(v)$  pour une vitesse  $v = v_1$  suivant  $\hat{x}\alpha$  s'écrit sous la forme :

$$f_{x\alpha}(v = v_1) = K \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(v = v_0) f_x \left( v = \frac{v_1 + v_0 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) dv_0 \quad (3.3)$$

Où  $K$  est un pré-facteur assurant la normalisation de la distribution. Pour chaque distri-

bution  $f_i(v)$ , cette condition s'écrit :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_i(v) dv = 1 \quad (3.4)$$

Appliquée à la distribution  $f_{x\alpha}(v)$ , cette condition permet le calcul du pré-facteur  $K$  :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_{x\alpha}(v = v_1) dv_1 = 1 \Rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ K \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(v = v_0) f_x \left( v = \frac{v_1 + v_0 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) dv_0 \right] dv_1 = 1 \quad (3.5)$$

En posant  $v_2 = \frac{v_1 + v_0 \sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow dv_1 = \cos \alpha dv_2$ , l'expression de  $K$  est obtenue :

$$K \cos \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(v = v_0) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} f_x(v = v_2) dv_2 \right] dv_0 = 1 \Rightarrow K = \frac{1}{\cos \alpha} \quad (3.6)$$

L'équation (3.3) peut ainsi être réécrite en étant discrétisée :

$$f_{x\alpha}(v = v_1) = \frac{1}{\cos \alpha} \sum_{v=-v_{max}}^{v=+v_{max}} f_z(v = v_0) f_x \left( v = \frac{v_1 + v_0 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) \quad (3.7)$$

Où  $v_{max}$  est expérimentalement la valeur maximum autorisée dans le suivi de particules mentionnée dans la section 2.1.4. L'expression discrétisée précédente peut être développée :

$$\begin{aligned} f_{x\alpha}(v = a_1) &= \frac{1}{\cos \alpha} f_z(v = b_1) f_x \left( v = \frac{a_1 + b_1 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) + \frac{1}{\cos \alpha} f_z(v = b_2) f_x \left( v = \frac{a_1 + b_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) + \dots \\ f_{x\alpha}(v = a_2) &= \frac{1}{\cos \alpha} f_z(v = b_1) f_x \left( v = \frac{a_2 + b_1 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) + \frac{1}{\cos \alpha} f_z(v = b_2) f_x \left( v = \frac{a_2 + b_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) + \dots \\ &\vdots \end{aligned}$$

Et enfin écrite sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} f_{x\alpha}(v = a_1) \\ f_{x\alpha}(v = a_2) \\ \vdots \end{pmatrix} = \frac{1}{\cos \alpha} \begin{pmatrix} f_x \left( v = \frac{a_1 + b_1 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & f_x \left( v = \frac{a_1 + b_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & \dots \\ f_x \left( v = \frac{a_2 + b_1 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & f_x \left( v = \frac{a_2 + b_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_z(v = b_1) \\ f_z(v = b_2) \\ \vdots \end{pmatrix}$$

Le lien entre la distribution des vitesses  $f_{x\alpha}(v)$ , mesurée expérimentalement, et la distribution  $f_z(v)$  recherchée peut être exprimé sous une forme simple :

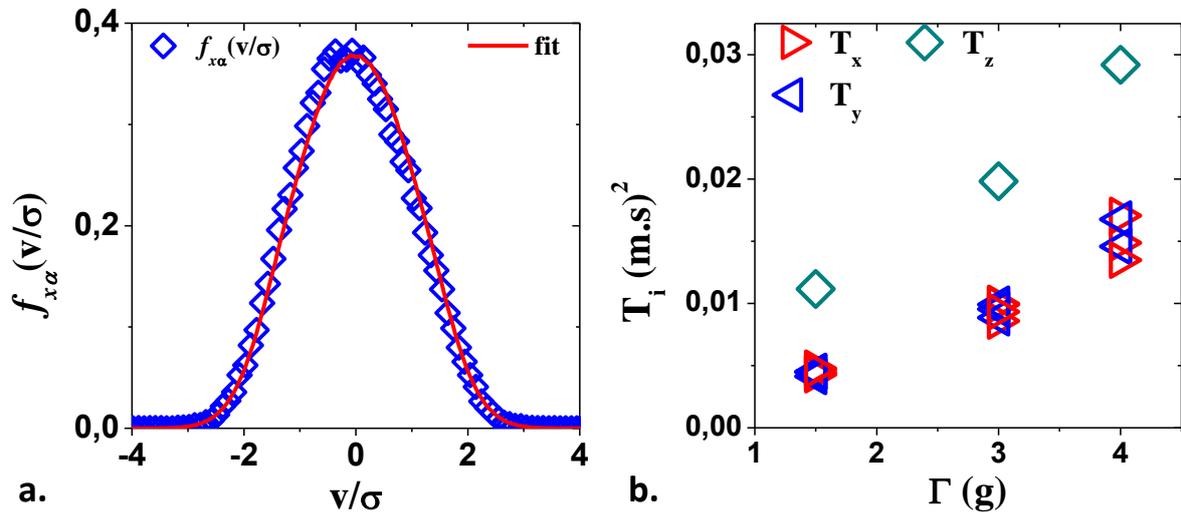
$$f_{x\alpha}(v) = \bar{M}_\alpha \times f_z(v) \quad \text{où} \quad \bar{M}_\alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \begin{pmatrix} f_x \left( v = \frac{a_1 + b_1 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & f_x \left( v = \frac{a_1 + b_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & \dots \\ f_x \left( v = \frac{a_2 + b_1 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & f_x \left( v = \frac{a_2 + b_2 \sin \alpha}{\cos \alpha} \right) & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

Où la matrice  $\bar{M}_\alpha$  est totalement connue puisque la distribution  $f_y(v)$ , mesurée expé-

rimentalement, est identique à  $f_x(v)$ . Il suffirait ensuite en théorie d'inverser la matrice  $\overline{M}_\alpha$  pour obtenir la distribution  $f_z(v)$  recherchée. En pratique, cette inversion conduit à une distribution  $f_z(v)$  très bruitée, inexploitable. Afin d'obtenir  $f_z(v)$ , une méthode d'ajustement par les moindres carrés a été utilisée. En supposant une forme fonctionnelle adéquate pour  $f_z(v)$  avec des paramètres libres, le produit matriciel  $\overline{M}_\alpha \times f_z(v)$  est ajusté pour être le plus proche possible de la distribution  $f_{x\alpha}(v)$  mesurée expérimentalement. La forme fonctionnelle choisie est :

$$f_z(v) = \sum_{i=1}^k c_i \exp(-a_i |v - v_i|^{n_i}) \quad \text{avec } k = 2 \quad (3.9)$$

La vitesse  $v_1$  est imposée négative,  $v_2$  positive. Les paramètres  $c_i$ ,  $a_i$  et  $n_i$  sont laissés libres. La figure 3.10 a. montre l'ajustement par la forme fonctionnelle choisie. Le but de cette



**FIGURE 3.10** – a. Distribution des vitesses  $f_{x\alpha}(v)$  mesurée expérimentalement avec l'ajustement obtenu à partir de la forme fonctionnelle tirée de l'équation (3.9). b. Températures d'un gaz granulaire vibré, soumis à différentes conditions, mesurées dans le plan ( $T_x$  et  $T_y$ ) et dans l'épaisseur ( $T_z$ ) de la cellule vibrée.

forme fonctionnelle complexe est de pouvoir ajuster au mieux la distribution expérimentale  $f_x(v)$ . La température granulaire  $T_z$  est calculée à partir de cette distribution :

$$T_z = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(v) v^2 dv$$

Ces distributions étant de vitesse moyenne nulle. Plusieurs formes fonctionnelles permettent d'ajuster les distributions expérimentales. Cependant les températures  $T_z$  obtenues restent très proches. En supposant l'absence de corrélation entre les vitesses  $v_x$  et  $v_z$ , l'équation (3.1) permet d'estimer la valeur théorique  $T_{z,th}$  de cette température suivant

l'axe  $\hat{z}$  :

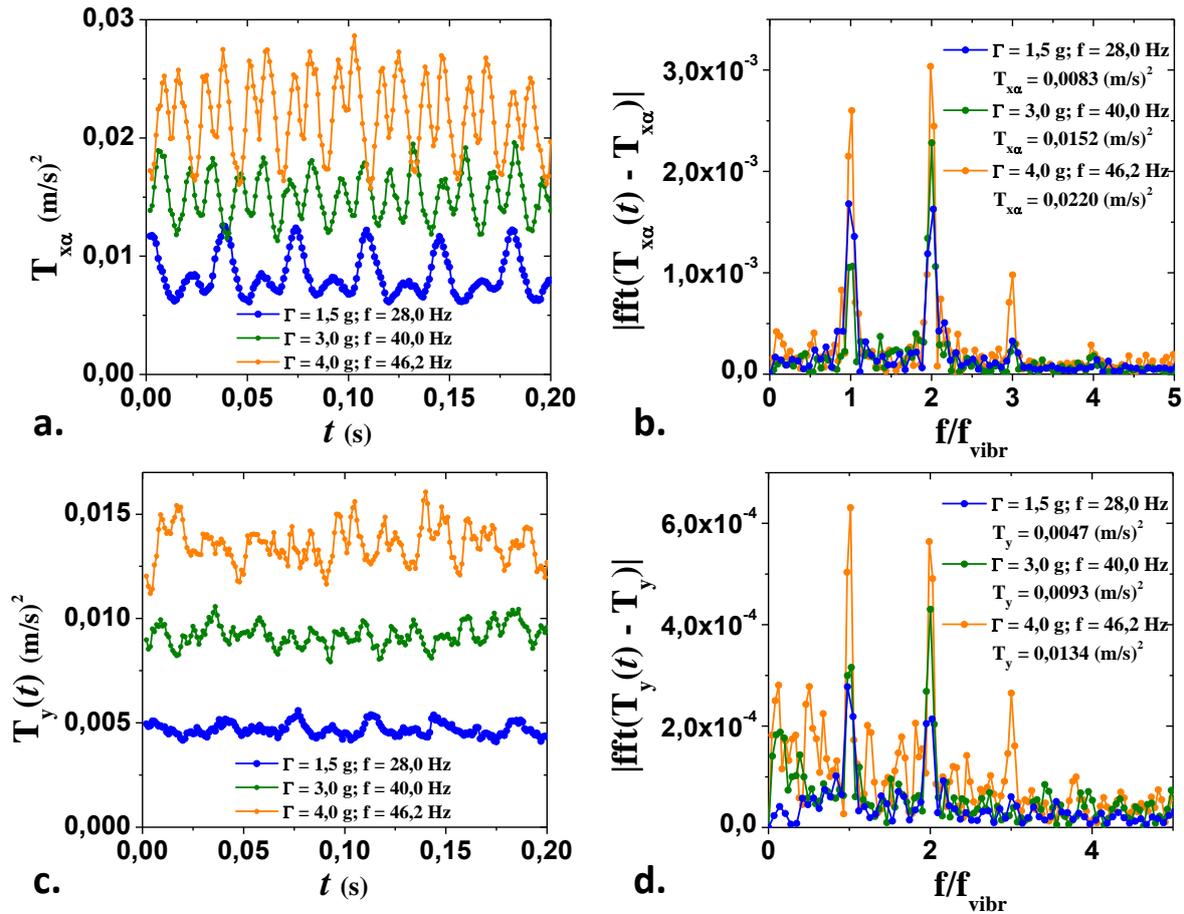
$$T_{x\alpha} = T_x \cos^2 \alpha + T_{z,th} \sin^2 \alpha \quad (3.10)$$

Les valeurs  $T_{z,th}$  sont calculées à partir des valeurs des températures  $T_{x\alpha}(t)$  et  $T_y(t) = T_x(t)$  moyennées sur toute la durée de l'expérience (voir Fig. 3.11). Les valeurs  $T_z$ , obtenues par différentes formes fonctionnelles, sont proches entre elles et en très bon accord avec la valeur  $T_{z,th}$  correspondante. Dans l'exemple de la figure 3.10 a.,  $T_{z,th} = 0,0202$  (m/s)<sup>2</sup> et  $T_z = 0,0198$  (m/s)<sup>2</sup>. Les valeurs des températures granulaires  $T_z$  sont reportées sur la figure 3.10 b. et comparées aux températures  $T_x$  et  $T_y$  mesurées dans le plan de la cellule vibrée pour trois configurations. Les températures  $T_z$  augmentent avec l'accélération du vibreur et sont environ deux fois supérieures aux températures  $T_x$  et  $T_y$ .

La température sur l'axe  $\hat{z}$  est supérieure aux températures mesurées dans le plan  $Oxy$ . Il n'est pas possible de conclure complètement sur la forme des distributions selon  $\hat{z}$  mais la méthode présentée permet d'estimer la température sur cette direction.

Afin d'étudier plus en détail les transferts d'énergie sur les différents degrés de liberté, les températures granulaires instantanées  $T_{x\alpha}(t)$  et  $T_y(t)$  sont représentées sur la figure 3.11. Les températures  $T_{x\alpha}(t)$  sont clairement périodiques. Une analyse spectrale des températures est effectuée par la transformée de Fourier sous le logiciel Matlab (fft pour "Fast Fourier Transform") en soustrayant la valeur moyenne du signal afin de ne pas avoir une composante importante nulle en fréquence. Le spectre des températures  $T_{x\alpha}(t)$  est tracé en fonction de la fréquence normalisée par la fréquence de consigne  $f_{vibr}$  du vibreur pour chaque expérience. Cette analyse spectrale montre deux composantes importantes à  $f_{vibr}$  et  $2f_{vibr}$  et une composante faible à  $3f_{vibr}$ . L'amplitude de chaque composante varie en fonction de l'expérience. La température  $T_y$  dans le plan de la cellule vibrée, suivant  $\hat{y}$  a également été mesurée dans trois configurations. L'analyse spectrale de  $T_y$  montre que ces températures présentent les mêmes périodicités. Les composantes à  $f_{vibr}$ ,  $2f_{vibr}$  et, dans une moindre mesure,  $3f_{vibr}$  sont présentes. L'amplitude des pics des spectres pour  $T_y$  est environ 5 à 8 fois plus petite que celle des pics des spectres pour  $T_{x\alpha}$ . Cependant, d'après l'équation (3.10) et avec  $\alpha = 50,17^\circ$ ,  $T_{x\alpha} \approx 0,41 T_x + 0,59 T_z$ . Le spectre affiché n'est donc pas purement celui de  $T_z$ . Bien que l'analyse n'ait pas été poussée plus avant, une hypothèse possible à l'écart en amplitude est que l'énergie, injectée selon l'axe  $\hat{z}$ , se trouve ensuite répartie sur différents degrés de liberté, en translation  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  mais également peut-être en rotation. Une partie de cette énergie est également dissipée lors des collisions inélastiques entre particules dans le milieu.

Dans tous les signaux, des phases d'injection ainsi que des phases de dissipation et de transfert d'énergie sont constatées. Ces phases semblent clairement dépendre de l'accélération du vibreur devant la gravité, avec une forme plus symétrique pour les accélérations  $\Gamma$  importantes. Les résultats précédents ne prétendent pas expliquer la répartition de l'énergie injectée dans le milieu vibré mais apportent certaines informations. Le mouvement



**FIGURE 3.11** – Températures instantanées d’un gaz granulaire vibré, soumis à différentes conditions, mesurées suivant  $\hat{x}\alpha$  ( $T_{x\alpha}(t)$  en **a.**) et dans le plan de la cellule vibrée ( $T_y(t)$  en **c.**). Transformées de Fourier des températures  $T_{x\alpha}(t)$  (**b.**) et  $T_y(t)$  (**d.**) diminuées des valeurs moyennes respectives  $T_{x\alpha}$  et  $T_y$  en fonction de la fréquence  $f$  normalisée par la fréquence de consigne  $f_{vibr}$  du vibreur.

d’ensemble des particules et de la plaque sont simplement en léger déphasage (voir Fig. 3.9). L’analyse spectrale montre les différents modes sollicités pour les degrés de liberté en translation. La fréquence de vibration joue un rôle clé dans les durées des phases de transfert d’énergie. Enfin la température dans la direction de l’injection d’énergie est deux fois plus élevée que dans la plan de la cellule vibrée.

Cette partie a permis la caractérisation du gaz granulaire vibré généré dans une configuration particulière. Sans pouvoir expliquer la dépendance de ce gaz avec les paramètres de vibration, ceux-ci peuvent être adaptés pour contrôler la température du gaz dans une certaine gamme. Ce contrôle en température, et également en fraction volumique, est un outil supplémentaire pour l’étude de la structure des ondes de choc, présentée dans la section suivante.

## 3.2 Interaction entre obstacle et gaz granulaire vibré

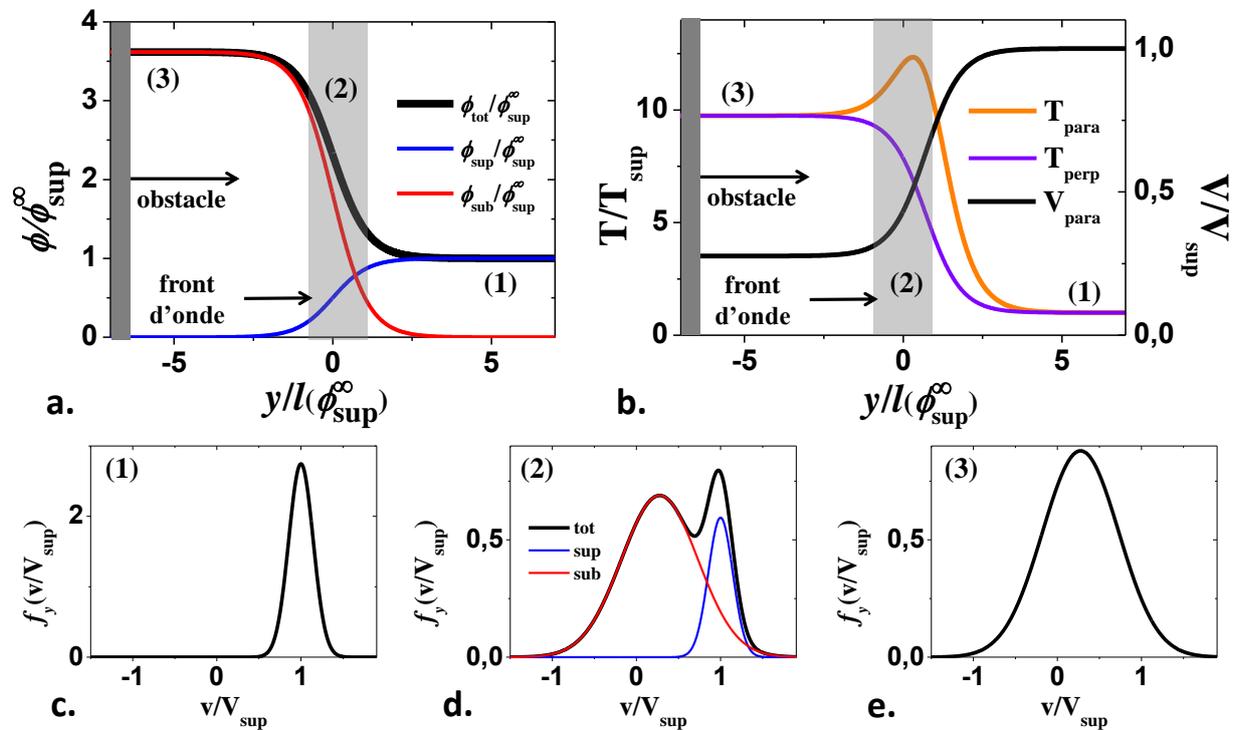
Une manière simple de générer des ondes de choc dans un gaz granulaire vibré va consister à déplacer un obstacle dans ce milieu. Ce problème de piston supersonique a été étudié analytiquement par Goldshtein *et al.* [72] dans un gaz granulaire, mais non vibré avec une température granulaire initiale nulle. Dans ce cas, la vitesse du son est également nulle et une onde de choc va être générée devant l'obstacle déplacé, quel que soit sa vitesse. Plus récemment, Sirmas *et al.* ont repris ce problème à travers des simulations numériques [71]. Les auteurs ont imposé un coefficient de restitution à seuil afin de pas avoir une température granulaire initiale nulle. En dessous d'une certaine vitesse seuil  $u^*$ , les collisions sont élastiques. Ces simulations ne permettent ainsi pas d'explorer de petits nombres de Mach (voir Sec. 1.2.2).

Le montage réalisé dans ce travail de thèse (voir Sec. 2.2.1) permet de réaliser l'expérience du piston supersonique déplacé dans un gaz granulaire vibré, contrôlable en température et en fraction volumique. D'après la théorie cinétique granulaire présentée dans la section 1.2.1, la vitesse du son peut être calculée à partir de l'équation (1.18) dans un gaz granulaire. Pour des valeurs typiques de fraction volumique  $\phi_{bain} = 0,07$  et de température granulaire  $T = 0,01 \text{ (m/s)}^2$ , la vitesse du son vaut  $c = 15 \text{ cm/s}$ . Un obstacle plan a été déplacé dans le gaz granulaire vibré dans une large gamme de vitesses  $V_{obs}$ , il génère devant lui un front d'onde se déplaçant à une vitesse  $V_{front}$ . Pour  $M > 1$ , une partie de la matière s'accumule devant l'obstacle en déplacement. Le front d'onde avance ainsi plus vite que l'obstacle lui-même. La vitesse  $V_{front}$  du front d'onde est 5 à 10% supérieure à  $V_{obs}$ .

Trois cas sont présentés dans cette section. Tout d'abord, l'obstacle est déplacé à une vitesse  $V_{obs} \gg c$ , puis proche de  $c$  et enfin  $V_{obs} < c$ . La stationnarité des profils générés par le déplacement de l'obstacle a été montrée dans la section 2.3.3 pour une onde de choc générée à grand nombre de Mach. Cette stationnarité reste valable pour tous les nombres de Mach étudiés sur la durée des expériences réalisées. Cela permet d'étudier la structure du milieu devant l'obstacle dans le référentiel du front d'onde (voir Sec. 2.2.3). Dans ce référentiel, la mesure des grandeurs macroscopiques, que sont la fraction volumique  $\phi$ , la vitesse moyenne  $V$  et les températures granulaires longitudinale  $T_{para}$  et transversale  $T_{perp}$  au déplacement de l'obstacle (ou à l'écoulement dans le référentiel du front d'onde), peuvent être faites plus précisément par une moyenne temporelle et spatiale. Ces mesures, décrites dans la section 2.3.2, sont présentées pour trois valeurs différentes de la vitesse  $V_{obs}$ .

### 3.2.1 Obstacle à vitesse $V_{obs} \gg c$

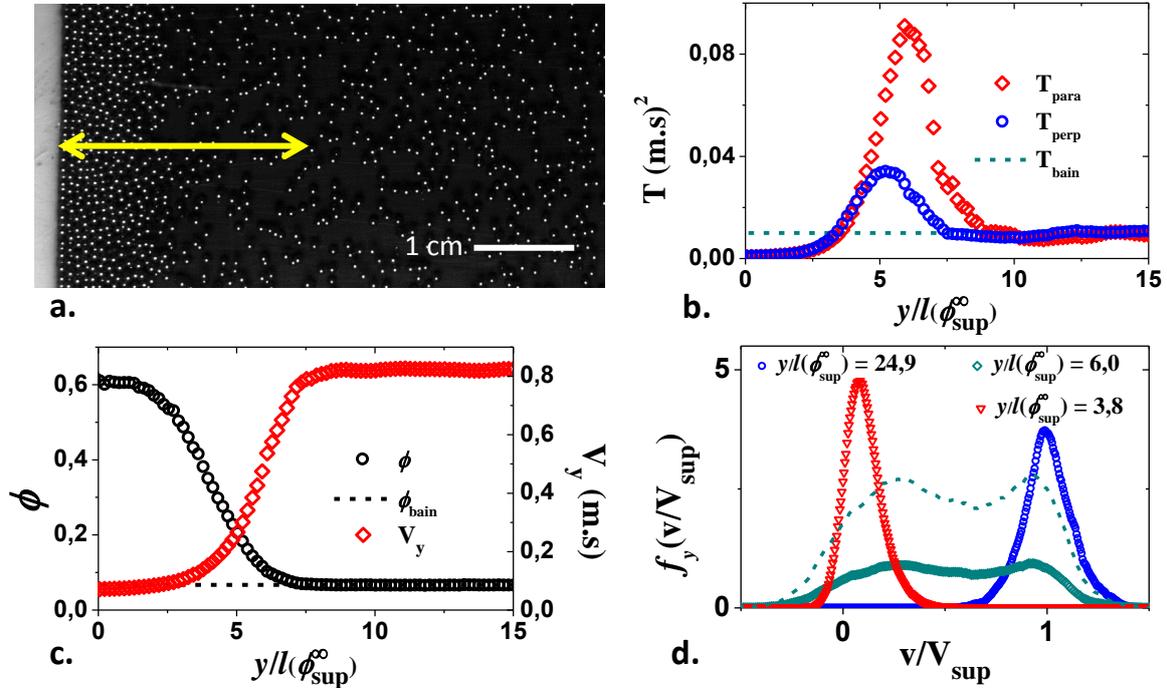
Dans l'expérience présentée, le front d'onde a une vitesse proche de 80 cm/s. La vitesse du son dans le gaz granulaire vibré est évaluée à 15 cm/s à partir de l'équation (1.18). Le nombre de Mach  $M$  est calculé à partir de la vitesse du front et de la vitesse du son  $M = V_{front}/c = 5,33$ . Pour un obstacle déplacé au même nombre de Mach dans un gaz moléculaire, il y a formation d'une onde de choc. Le gaz est comprimé et chauffé devant l'obstacle. La figure 3.12 présente la structure de cette onde prédite par le modèle de Mott-Smith, exposé dans la section 1.1.3, pour  $M = 5,33$  dans une géométrie unidimensionnelle. Les grandeurs macroscopiques sont exprimées dans le référentiel du front de l'onde de choc. La structure est très similaire à celle obtenue pour  $M = 25$  présentée dans la figure 1.3



**FIGURE 3.12** – Profils de fraction volumique normalisée par la fraction volumique lointaine  $\phi_{sup}^\infty$  de l'écoulement supersonique (a.), températures longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$ , vitesse longitudinale  $V_{para}$  (b.), en fonction de la distance  $y$  normalisé par le libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^\infty)$ . Distributions normalisées  $f_y(v/V_{sup})$  des vitesses longitudinales, normalisées par la vitesse moyenne de l'écoulement supersonique, avant (c.), dans (d.) et après (e.) le front de l'onde de choc. Ces courbes sont des prédictions issues du modèle de Mott-Smith à  $M = 5,33$ .

(voir Sec. 1.1.3). La densité et la température du gaz augmentent, la vitesse moyenne diminue. Ses grandeurs se stabilisent aux valeurs données par les conditions de Rankine-Hugoniot (Eq. (1.1)). Les distributions des vitesses dans le front d'onde (voir Fig. 1.1.3 d.) présentent toujours une structure bimodale visible, même si moins prononcée que pour  $M = 25$ . L'anisotropie des températures longitudinale et transverse (voir Fig. 3.12 b.) est toujours valable.

Dans le cas d'un obstacle déplacé à  $M = 5,33$  dans un gaz granulaire vibré, l'organisation du milieu révèle certaines similitudes. La figure 3.13 montre la mesure des grandeurs macroscopiques dans le gaz granulaire vibré devant l'obstacle durant son déplacement à 80 cm/s. L'accumulation de matière devant l'obstacle explique que le front d'onde ait une vitesse légèrement supérieure à celle de l'obstacle lui-même. La figure 3.13



**FIGURE 3.13** – **a.** Photographie du front d'onde généré par un obstacle dans un gaz granulaire ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,07$ ,  $e = 3$  mm,  $V_{sup} = 0,080$  m/s, vibreur :  $\Gamma = 3,0$  g,  $f = 40,0$  Hz,  $A = 1$  mm) filmée en réflexion. **b.** Températures granulaires longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$  en fonction de  $y$ . La ligne hachurée indique la température initiale du bain vibré. **c.** Fraction volumique  $\phi$  et vitesse moyenne longitudinale  $V_y$  mesurées en fonction de  $y$ . La ligne hachurée indique la fraction volumique du bain vibré. **d.** Distributions normalisées  $f_y(v/V_{sup})$  des vitesses longitudinales normalisées  $V_{sup}$  pour trois positions différentes dans l'écoulement. La distribution en ligne hachurée correspond à la distribution dans la zone  $y/l(\phi_{sup}^{\infty}) = 6,0$  multipliée par 3.

c. montre que, comme dans un gaz moléculaire, la vitesse moyenne longitudinale diminue alors que la fraction volumique augmente. Cependant la fraction volumique sature vers 0,6 qui est proche de la compacité maximale pour un empilement aléatoire. Sur la photographie (voir Fig. 3.13 a.), les particules accumulées devant l'obstacle forment une structure quasi-cristalline. Comme expliqué dans la section 1.2.2, le gaz est d'abord chauffé en étant comprimé, de la même manière que dans un gaz moléculaire. Mais cet échauffement va provoquer une augmentation des collisions inélastiques et donc une forte dissipation d'énergie. Cela se traduit par une diminution des températures transverse et longitudinale (voir Fig. 3.13 b.), le milieu vibré quitte son état de gaz granulaire. Ainsi, et bien que l'échelle de variation de la fraction volumique soit de l'ordre du libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^{\infty}) = d/6\sqrt{2}\phi_{sup}^{\infty}$ , elle n'est pas nécessairement l'épaisseur de l'onde de choc. Malgré

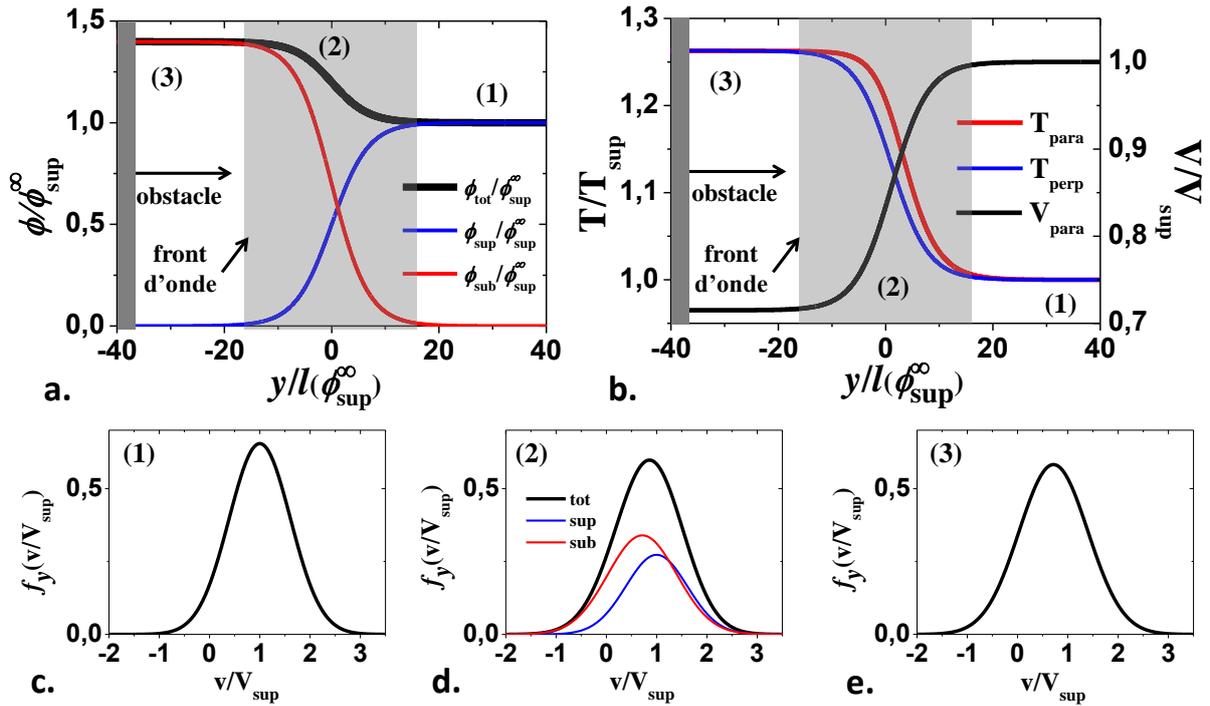
cette diminution des températures dans le front d'onde, l'anisotropie dans les directions transverse et longitudinale est toujours observée, comme le montre la figure 3.13 b. De la même manière que dans les gaz moléculaires, cette anisotropie est due à la structure particulière des distributions des vitesses (voir Fig .3.13 d.). Dans le gaz granulaire vibré, les distributions des vitesses longitudinales évoluent. Bien qu'elles soient non gaussiennes, comme dans de nombreuses expériences dans les granulaires, la distribution initiale du bain vibré évolue vers une structure bimodale dans le front d'onde. Cette bimodalité finit par laisser place à une distribution unique centrée sur les basses vitesses. Contrairement aux gaz moléculaires, et du fait de la dissipation d'énergie, cette nouvelle distribution est plus fine que la distribution initiale du bain vibré. Cette amincissement se traduit par la diminution de température observée dans la figure 3.13 b. au niveau macroscopique. Les structures observées sont ainsi très proches de celles présentées dans les simulations numériques de Sirmas *et al.* [71] et dans les expériences de Boudet *et al.* [28] et Hu *et al.* [33] (voir Sec. 1.2.2). La structure du milieu est proche de celle prédite par le modèle de Mott-Smith mais avec des différences essentiellement dues à la dissipation d'énergie dans le gaz granulaire.

La structure du front d'onde observée pour  $M = 5,33$  se retrouve pour toutes les ondes de choc à  $M > 3$ . Au delà de cette valeur, l'épaisseur de l'onde de choc mesurée varie peu. Les maximums atteints par les températures longitudinale et transverse augmentent avec le nombre de Mach, tout comme l'écart entre les deux pics dans les distributions des vitesses longitudinales dans le front d'onde.

### 3.2.2 Obstacle à vitesse $V_{obs}$ proche de $c$

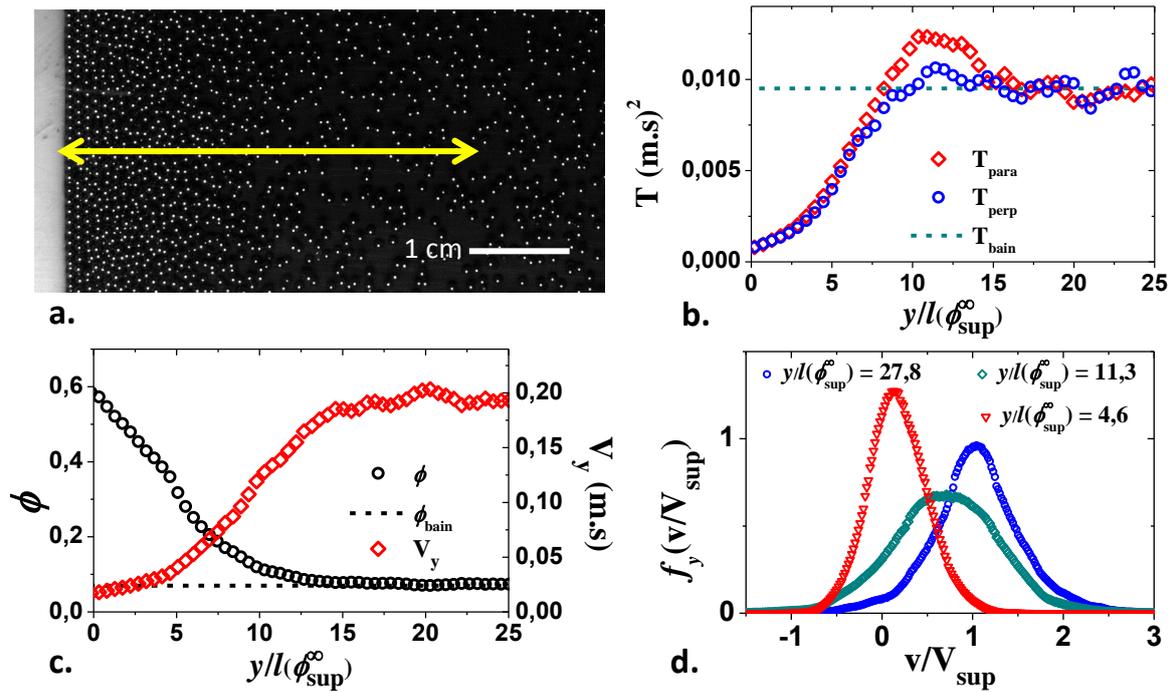
Pour des écoulements supersoniques se rapprochant de  $M = 1$  dans les gaz moléculaires, les propriétés des ondes de choc diffèrent avec notamment une augmentation importante de l'épaisseur du front par rapport au cas des grands nombres de Mach (voir Fig. 1.4). Le montage expérimental utilisé permet de varier la vitesse de l'obstacle pour se rapprocher de  $M = 1$ . Dans les mêmes conditions de vibration, donc avec  $c = 15$  cm/s, la vitesse de l'obstacle et du front d'onde est d'environ 19 cm/s. Le nombre de Mach vaut  $M = 1,27$ . Dans le cas d'un gaz moléculaire, il y a encore existence d'une onde de choc devant l'obstacle. La figure 3.14 montre la structure prévue par le modèle de Mott-Smith pour  $M = 1,27$ . L'épaisseur du front d'onde est bien plus importante (environ 6 fois). Les variations des grandeurs macroscopiques sont bien plus faibles. L'anisotropie des températures est toujours présente. La bimodalité des distributions de vitesses n'est plus visible dans le front d'onde mais la décomposition en deux sous-populations reste toujours valable.

Cette structure est à comparer avec celle obtenue dans un gaz granulaire. La figure 3.15 montre la mesure des grandeurs macroscopiques dans le gaz granulaire vibré devant



**FIGURE 3.14** – Profils de fraction volumique normalisée par la fraction volumique lointaine  $\phi_{sup}^\infty$  de l'écoulement supersonique (a.), températures longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$ , vitesse longitudinale  $V_{para}$  (b.), en fonction de la distance  $y$  normalisé par le libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^\infty)$ . Distributions normalisées  $f_y(v/V_{sup})$  des vitesses longitudinales, normalisées par la vitesse moyenne de l'écoulement supersonique, avant (c.), dans (d.) et après (e.) le front de l'onde de choc. Ces courbes sont des prédictions issues du modèle de Mott-Smith à  $M = 1,27$ .

l'obstacle déplacé dans le référentiel du front d'onde. La photographie de la figure 3.15 a. et la fraction volumique (voir Fig. 3.15 c.) montrent un front d'onde plus étendu et donc une épaisseur de l'onde de choc bien plus importante que pour le cas précédent à  $M = 5,33$ . Dans ce cas également, la fraction volumique sature à 0,6 au moment où les billes sphériques s'organisent de manière quasi-cristalline. La dissipation d'énergie provoque à nouveau une chute des températures longitudinale et transverse (voir Fig. 3.15 b.). Une anisotropie de ces températures est toujours observée. La température transverse n'augmente presque plus alors que la température longitudinale augmente puis les deux diminuent de manière similaire. Bien que les distributions des vitesses ne présentent pas une structure bimodale évidente (voir Fig. 3.15 d.), la distribution  $f_y(v/V_{sup})$  située à  $y/l(\phi_{sup}^\infty) = 11,3$  peut être vue comme la somme de deux distributions, une centrée à  $v/V_{sup} = 1$  et l'autre à une vitesse subsonique inférieure, comme dans les gaz moléculaires. Comme précédemment, les distributions s'affinent après le front d'onde au fur et à mesure que la dissipation d'énergie due aux collisions inélastiques augmente. L'augmentation de la fraction volumique jusqu'à la saturation, l'échauffement du milieu et la forme des distributions des vitesses sont autant d'éléments qui laissent penser à la formation d'une onde de choc dans le gaz granulaire vibré. Cette observation confirme que l'équation (1.18), utilisée pour évaluer la vitesse du son, reste valable dans le gaz granulaire vibré généré.



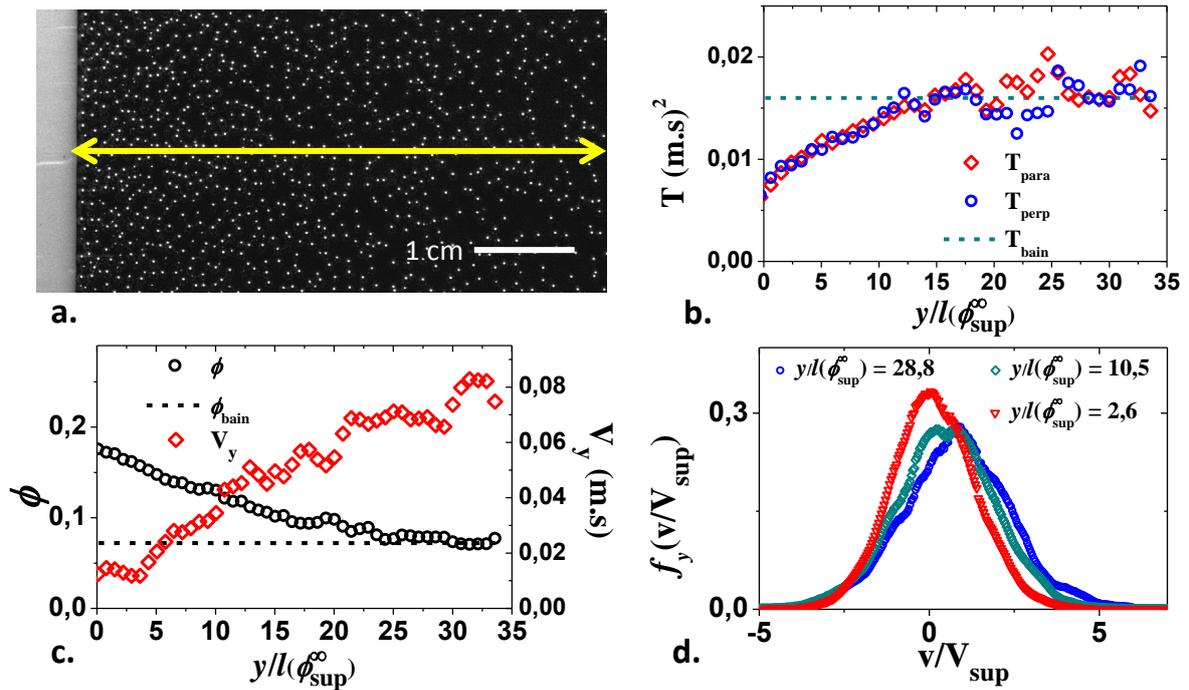
**FIGURE 3.15** – a. Photographie du front d’onde généré par un obstacle dans un gaz granulaire ( $\phi_{sup}^\infty = 0,07$ ,  $e = 3$  mm,  $V_{sup} = 0,019$  m/s, vibreur :  $\Gamma = 3,0$  g,  $f = 40,0$  Hz,  $A = 1$  mm) filmée en réflexion. b. Températures granulaires longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$  en fonction de  $y$ . La ligne hachurée indique la température initiale du bain vibré. c. Fraction volumique  $\phi$  et vitesse moyenne longitudinale  $V_y$  mesurées en fonction de  $y$ . La ligne hachurée indique la fraction volumique du bain vibré. d. Distributions normalisées  $f_y(v/V_{sup})$  des vitesses longitudinales normalisées  $V_{sup}$  pour trois positions différentes dans l’écoulement.

Bien que la compression du milieu soit initialement bien moindre que pour  $M = 5,33$ , elle suffit à provoquer à nouveau un effondrement du milieu, qui va quitter son état de gaz granulaire.

Plus le nombre de Mach se rapproche de 1, plus l’épaisseur de l’onde de choc augmente et l’anisotropie des températures diminue. Les distributions des vitesses n’ont plus de bimodalité apparente. Ces distributions s’affinent ne comportent plus qu’un seul pic qui s’affine au fur et à mesure que la dissipation d’énergie agit dans le front d’onde.

### 3.2.3 Obstacle à vitesse $V_{obs} < c$

Le montage permet d’aller explorer des écoulements subsoniques en déplaçant l’obstacle plan à des vitesses inférieures à  $c$ . La structure du gaz granulaire vibré à ces vitesses peut être observée. Les conditions de vibration sont maintenant  $\Gamma = 4,0$  g et  $f = 46,2$  Hz, ce qui donne une température de  $T = 0,016$  ( $\text{m}\cdot\text{s}^2$ ) et une vitesse du son  $c = 19$  cm/s. La vitesse de l’obstacle et du front d’onde est à présent d’environ 8 cm/s et le nombre de Mach vaut  $M = 0,41$ . Un écoulement à ce nombre de Mach dans un gaz moléculaire est subsonique et ne forme pas d’onde de choc. Un obstacle plan déplacé à  $M = 0,41$  dans un gaz granulaire vibré perturbe ce milieu. La figure 3.16 présente les variations des

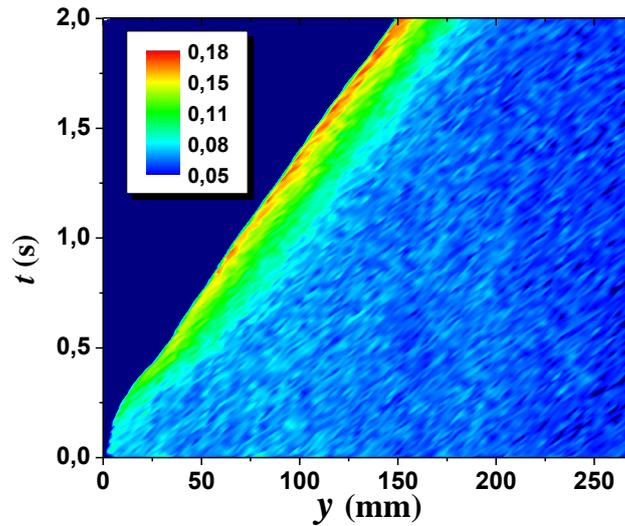


**FIGURE 3.16** – a. Photographie du front d'onde généré par un obstacle dans un gaz granulaire ( $\phi_{\text{sup}}^{\infty} = 0,07$ ,  $e = 3$  mm,  $V_{\text{sup}} = 0,008$  m/s, vibreur :  $\Gamma = 3,0$  g,  $f = 40,0$  Hz,  $A = 1$  mm) filmée en réflexion. b. Températures granulaires longitudinale  $T_{\text{para}}$  et transverse  $T_{\text{perp}}$  en fonction de  $y$ . La ligne hachurée indique la température initiale du bain vibré. c. Fraction volumique  $\phi$  et vitesse moyenne longitudinale  $V_y$  mesurées en fonction de  $y$ . La ligne hachurée indique la fraction volumique du bain vibré. d. Distributions normalisées  $f_y(v/V_{\text{sup}})$  des vitesses longitudinales normalisées  $V_{\text{sup}}$  pour trois positions différentes dans l'écoulement.

grandeurs macroscopiques dans ce cas. La photographie de la figure 3.16 a. et surtout le profil de fraction volumique (voir Fig. 3.16 c.) montre que une légère compression du gaz granulaire devant l'obstacle. La fraction volumique croît jusqu'à une valeur proche de 0,2, bien inférieure à la compacité maximale. Contrairement aux cas où  $M > 1$ , les billes ne forment pas de structure quasi-cristalline et la distance sur laquelle évolue la fraction volumique est beaucoup plus importante. Les températures longitudinale et transverse (voir Fig. 3.16 b.), diminuent sous l'effet des collisions inélastiques mais ne tombent pas à zéro comme dans les deux cas précédents. Par ailleurs, ces températures sont identiques, il n'y a plus de zone d'anisotropie. Les distributions de vitesses (voir Fig. 3.16 d.) évoluent peu dans le front d'onde et s'amincissent simplement au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'obstacle, traduction "microscopique" de la diminution de température. Le déplacement de l'obstacle entraîne toujours une augmentation de la fraction volumique, faible mais sur une distance importante, mais ne provoque pas d'échauffement du milieu dans le front d'onde. Cette dernière différence semble indiquer l'absence d'onde de choc, ce qui est cohérent avec le nombre de Mach évalué.

Malgré l'absence d'onde de choc, la fraction volumique est modifiée. Il existe un profil de fraction volumique qui reste stationnaire. La figure 3.17 montre le profil spatio-temporel

de la fraction volumique  $\phi$  détectée dans le gaz granulaire pour  $M = 0,41$ . Ce profil est

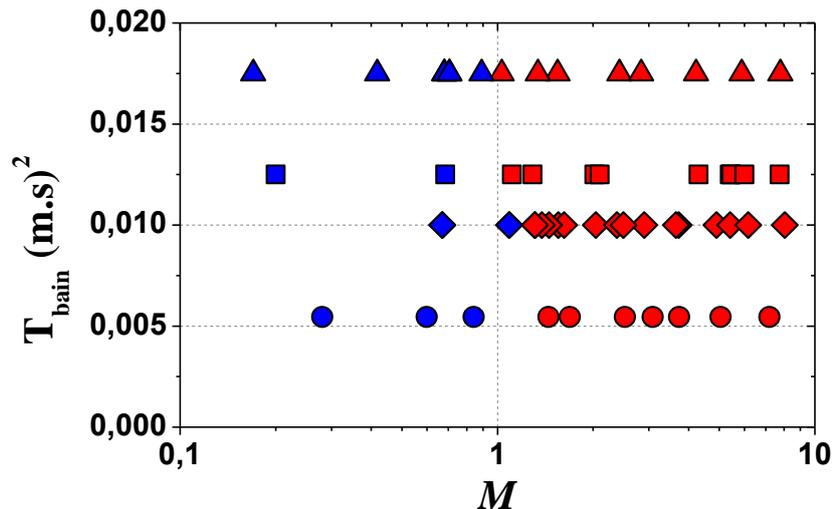


**FIGURE 3.17** – Profil spatio-temporel de la fraction volumique  $\phi$  détectée dans le gaz granulaire vibré, généré par le déplacement d’obstacle plan à  $M = 0,41$ . La couleur bleu nuit, située à dans la partie haute à gauche du profil spatio-temporel, correspond à  $\phi = 0$ .

réalisé dès le démarrage de l’obstacle. Il existe une zone non-stationnaire pour  $t < 0,5$  s avant que l’obstacle n’atteigne une vitesse constante. Quand l’obstacle atteint  $M = 0,41$ , la distance sur laquelle s’étend le profil de fraction volumique ne semble plus évoluer sur toute la durée restante de l’expérience. Il y a une légère accumulation de matière, visible par les zones rouges apparaissant sur le profil, au fur et à mesure que l’obstacle avance mais la distance caractéristique du front d’onde (zone verte du profil) ne semble pas évoluer.

Il semble donc bien exister un profil de fraction volumique pour des régimes subsoniques dans le gaz granulaire vibré. La distance caractéristique de ces profils est plus importante que celle mesurée pour les ondes de choc, même très légèrement supersonique. Cette distance croît d’autant plus le nombre de Mach est faible. L’existence de ce profil peut être attribué à la compressibilité du milieu ou à la diminution de température, due à la dissipation d’énergie. Une autre hypothèse est la friction créée par les parois qui freine la propagation des ondes de compression dans le milieu.

Dans le gaz granulaire vibré dans 4 états initiaux différents, de nombreuses vitesses de déplacement d’obstacle ont été testées. La présence d’onde de choc ou non est reportée sur la figure 3.18 pour chacune de ces expériences. Le nombre de Mach est calculé à partir de l’équation (1.18) en considérant la température  $T_{bain}$  et la fraction volumique  $\phi_{bain}$  initiale du gaz granulaire vibré. Même pour de très faibles vitesses du front d’onde, la fraction volumique augmente et la vitesse moyenne longitudinale diminue. La présence d’une onde de choc est donc détectée par l’anisotropie des températures transverse et longitudinale. L’apparition de cette anisotropie se situe aux alentours de  $M = 1$ . Ce résultat semble indiquer d’une part, que l’équation (1.18) est tout à fait valable dans le milieu vibré



**FIGURE 3.18** – Température initiale  $T_{bain}$  du gaz granulaire vibré en fonction du nombre Mach pour différents paramètres : ( $\circ$ ) pour  $\Gamma = 1,5$  g,  $f = 28,0$  Hz,  $\phi_{bain} = 0,07$ ; ( $\diamond$ ) pour  $\Gamma = 3,0$  g,  $f = 40,0$  Hz,  $\phi_{bain} = 0,07$ ; ( $\square$ ) pour  $\Gamma = 3,0$  g,  $f = 40,0$  Hz,  $\phi_{bain} = 0,14$ ; ( $\triangle$ ) pour  $\Gamma = 4,0$  g,  $f = 46,2$  Hz,  $\phi_{bain} = 0,07$ . Les couleurs rouge et bleu indiquent respectivement la présence ou l’absence d’onde de choc.

considéré, et d’autre part que l’anisotropie des températures est un bon indicateur de la présence d’une onde de choc ou non.

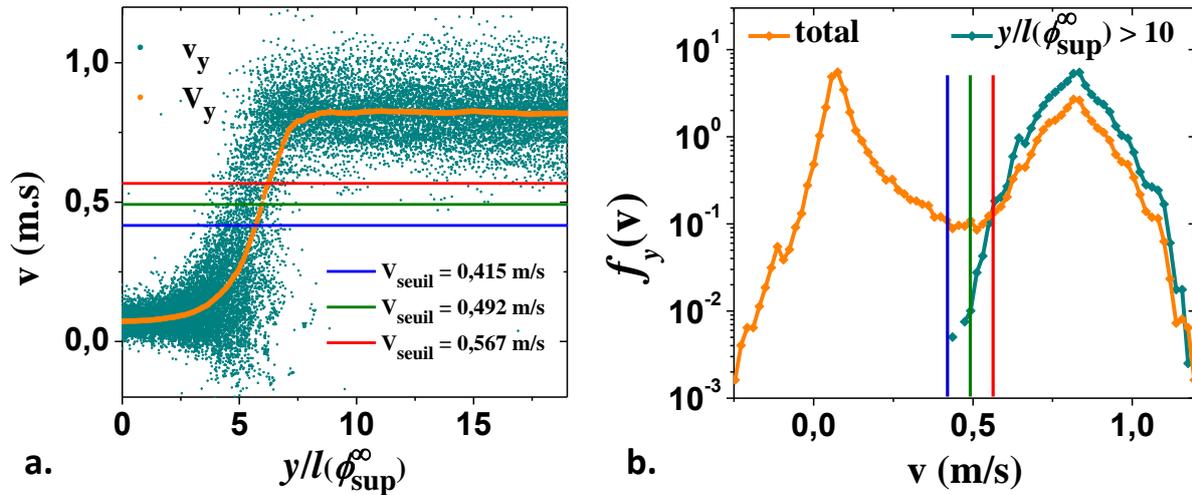
### 3.3 Le modèle bimodal dissipatif

Les ondes de choc formées dans le gaz granulaire dilué peuvent être interprétées par un modèle simple associant la description bimodale formulée par H.M. Mott-Smith en 1951 [8], présentée dans la section 1.1.3, et la dissipation d’énergie due aux collisions inélastiques dans un milieu granulaire. Ce modèle, que l’on appellera bimodal dissipatif, permet d’interpréter les grandeurs macroscopiques pour les écoulements avec un nombre de Mach  $M > 1$ . Il décrit le front d’une onde de choc dans un gaz granulaire avec les deux sous-populations supersonique et subsonique, par analogie avec le modèle de Mott-Smith dans les gaz moléculaires, en intégrant la dissipation d’énergie due aux collisions inélastiques, spécifique à ce type de milieu. Il s’agit d’éclaircir le rôle de cette dissipation dans la structure des ondes de choc formées dans un gaz granulaire.

#### 3.3.1 Séparation des sous-populations

Dans les gaz moléculaires, l’hypothèse de base du modèle de Mott-Smith est de considérer l’état du milieu dans le front d’onde comme un mélange des deux états de base que sont le gaz supersonique initial et le gaz subsonique, compressé et chauffé, obtenu après le front d’onde. Cette séparation peut également être mise en évidence pour les ondes de choc formées à grands nombres de Mach dans les gaz granulaires vibrés. La figure 3.19

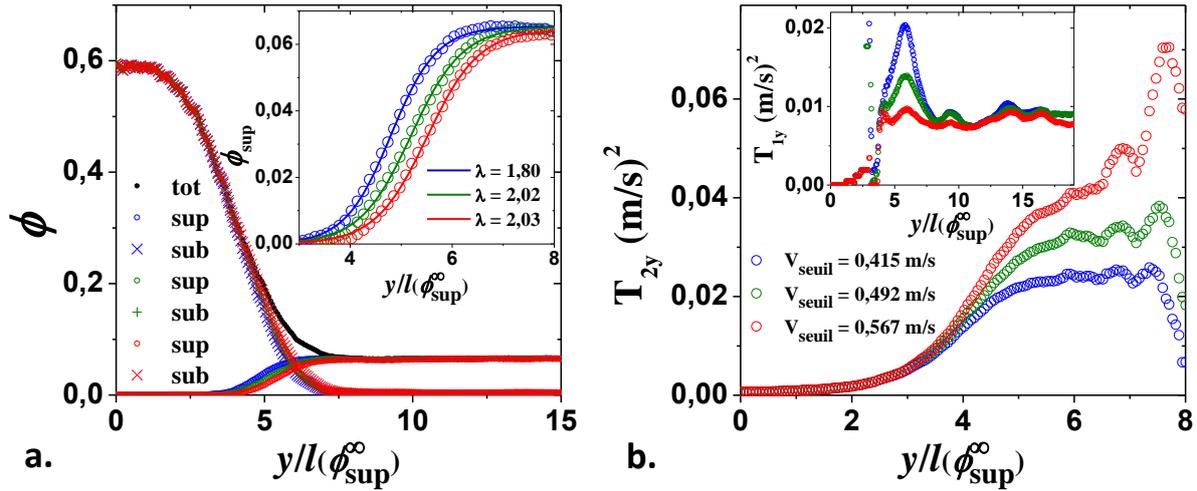
montre la manière dont cette séparation peut être effectuée dans un l'exemple précédent à grand nombre de Mach. La figure 3.19 a. montre l'ensemble des vitesses longitudinales à



**FIGURE 3.19** – a. Vitesses longitudinales  $v_y$  des particules et vitesse moyenne  $V_y$  en fonction de la position normalisée  $y/l(\phi_{sup}^{\infty})$  dans le référentiel du front d'une onde de choc générée par le déplacement d'un obstacle plan à  $M = 5,33$ . Trois exemples de seuil sur la vitesse sont tracés en traits pleins. b. Distributions normalisées  $f_y(v)$  des vitesses longitudinales pour toutes les particules et pour les particules supersoniques dans la même onde de choc. Les exemples de seuil sur la vitesse sont identiques à la figure a.

l'écoulement dans l'onde de choc générée dans le gaz granulaire vibré à  $M = 5,33$  dans le référentiel du front d'onde. Une bande importante se situe vers les hautes vitesses tout au long de l'écoulement. L'autre partie du graphe comprend une large population centrée sur les basses vitesses. Cette répartition se retrouve dans la distribution des vitesses totales de toutes les particules avec un pic vers les hautes vitesses et un autre pic, plus large vers les basses vitesses. À l'aide d'un seuil sur la vitesse choisi à partir de la figure 3.19, une séparation est réalisée entre les deux populations. La large bande à hautes vitesses est identifiée au gaz initial supersonique. La population située aux basses vitesses est identifiée au gaz subsonique. Il faut noter que sur la figure 3.19 a. de nombreuses particules ont également des vitesses intermédiaires et ne sont ni dans la "bande supersonique" ni dans la population subsonique. Cette observation a déjà été faite dans les gaz moléculaires (voir Sec. 1.1.4), la prise en compte de ces particules est l'objet du chapitre 4.

Le but de cette séparation est d'obtenir les proportions et propriétés des deux sous-populations en présence. Cela permet une mesure des grandeurs macroscopiques pour chaque population et notamment des fractions volumiques. Trois différents niveaux de seuil sur la vitesse sont montrés sur la figure 3.19. Le but de ces trois exemples est de montrer l'effet du niveau du seuil sur les grandeurs macroscopiques mesurées. L'exemple de l'onde de choc formée à  $M = 5,33$  illustre ces mesures dans la figure 3.20. La figure 3.20 a. montre les proportions de chaque sous-population pour trois seuils en vitesse différents. Les sous-populations obtenues après cette séparation apparaissent, à première



**FIGURE 3.20** – a. Fraction volumique  $\phi$  totale et pour les particules supersoniques et subsoniques pour les trois seuils en vitesse présentés dans la figure 3.19. Insert : zoom sur les fractions volumiques des particules supersoniques avec modélisation de la forme  $\phi(\tilde{y}) = \phi_{sup}^\infty / (1 + \exp(-\tilde{y}/l))$  avec  $\tilde{y} = y/l(\phi_{sup}^\infty)$  et  $\lambda = 4l$  donné en nombre de libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^\infty)$ . b. Températures granulaires longitudinales,  $T_{2y}$  pour la populations subsonique et  $T_{1y}$  pour la population supersonique en insert pour les trois seuil en vitesse.

vue, très similaires aux populations supersonique et subsonique décrites par Mott-Smith, et représentées dans la figure 3.12. Cependant contrairement aux gaz moléculaires, les particules supersoniques disparaissent sur une distance qui n'est pas la même que la distance sur laquelle évoluent les fractions volumiques subsonique et totale. La saturation de la fraction volumique totale n'est pas donnée par les conditions de Rankine-Hugoniot, mais par la compacité maximale  $\phi_{max}$  due au volume fini des particules. Le niveau du seuil en vitesse a pour effet de décaler les profils des sous-populations sans en changer la forme. Chacune des fractions volumiques des particules supersoniques (voir insert) est modélisée par une fonction de la forme  $\phi(\tilde{y}) = \phi_{sup}^\infty / (1 + \exp(-\tilde{y}/l))$  avec  $\tilde{y} = y/l(\phi_{sup}^\infty)$ . Bien qu'un niveau de seuil mal choisi ait pour effet de modifier ces profils, la forme fonctionnelle reste la même et la distance caractéristique  $\lambda = 4l$  n'est que peu sensible à la valeur  $V_{seuil}$  choisie. Les températures longitudinales  $T_{2y}$  de la population subsonique (voir Fig. 3.20 b.) sont en revanche fortement impactées par le seuil choisi. Toutes ces températures partent d'une valeur plateau puis décroissent sous l'effet des collisions inélastiques, plus nombreuses dans les zones fortement peuplées. Cependant cette valeur plateau dépend du niveau de seuillage choisi. Les températures longitudinales  $T_{1y}$  de la population supersonique, qui seraient supposées restées constantes à la valeur initiale du gaz granulaire vibré,  $\sim 0,01$  (m/s)<sup>2</sup>, varient d'autant plus que  $V_{seuil}$  diminue. Cette observation montre qu'un seuillage correct doit être pour une valeur  $V_{seuil}$  aussi élevée que possible sans entrer dans la "bande supersonique" montrée par la figure 3.19 a. La population subsonique restante comprend alors de nombreuses particules aux vitesses intermédiaires et n'est plus strictement celle définie par Mott-Smith dans le cas des gaz moléculaires.

Cette séparation des populations permet de supposer une forme fonctionnelle, pour la fraction volumique des particules rapides, qui est identique à celle utilisée pour les gaz moléculaires. L'indépendance de la distance  $\lambda$  vis à vis du niveau de seuil permet d'utiliser cette grandeur lorsqu'elle est accessible dans le modèle décrit en suivant. Cette séparation ne permet cependant pas d'obtenir les grandeurs macroscopiques pour chaque sous-population. En effet, la présence des nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires, rend cette séparation très sensible au niveau choisi. Il est donc préférable de considérer les grandeurs macroscopiques de toutes les particules (voir Fig. 3.13 pour  $M = 5, 33$ ) pour décrire l'onde de choc formée.

### 3.3.2 Les hypothèses de base du modèle

Le but de cette section est de pouvoir modéliser les propriétés macroscopiques des ondes de choc créées dans le gaz granulaire vibré par l'obstacle plan se déplaçant à  $M > 1$ . D'après la section précédente, la description bimodale de Mott-Smith peut être appliquée. Bien que la séparation des populations pose certains problèmes, l'existence de distributions des vitesses bimodales dans le front d'onde justifie cette description. Pour prendre en compte la dissipation d'énergie due aux collisions inélastiques, il convient toutefois d'utiliser la théorie cinétique granulaire. Pour ce modèle, et par analogie à l'hypothèse de Mott-Smith dans les gaz moléculaires, une double distribution gaussienne, caractérisant les deux populations supersonique et subsonique (Eq. (1.3)), va être injectée dans les équations de la théorie cinétique granulaire (Eq. 1.14). Les trois équations sur les flux de masse, de quantité de mouvement et d'énergie sont ainsi obtenues. Dans un écoulement stationnaire, unidimensionnel suivant l'axe  $\hat{y}$ , et en notant respectivement 1 et 2 les populations supersonique et subsonique, ces équations s'écrivent :

$$\frac{\partial}{\partial y} (\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} (\phi_1 V_1^2 + P_1 + \phi_2 V_2^2 + P_2) = 0 \quad (3.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \phi_1 V_1 \left( \frac{1}{2} V_1^2 + \frac{N}{2} T_1 + \frac{P_1}{\phi_1} \right) + \phi_2 V_2 \left( \frac{1}{2} V_2^2 + \frac{N}{2} T_2 + \frac{P_2}{\phi_2} \right) \right) = \Gamma \quad (3.13)$$

Le nombre de degrés de libertés  $N$  est choisi égal à 6 avec 3 degrés en translation et 3 en rotation pour un gaz de sphères dures. Ce choix  $N = 6$  n'est pas évident car l'énergie transmise sur les degrés de liberté en rotation n'est pas évaluée et l'axe  $\hat{z}$ , sur lequel est injecté l'énergie par le vibreur, joue un rôle particulier puisque la température  $y$  est plus élevée (voir Sec. 3.1.3). Ces équations sont proches de celles obtenues dans les gaz mais deux grandes différences apparaissent. Tout d'abord la pression  $P_i$  de chaque sous-population  $i$  est donnée par l'équation (1.15) en normalisant par la masse  $m$  d'une

particule :

$$P_i(\phi_i, T_i) = \phi_i (1 + 2(1 + r) \phi g_0(\phi_i)) T_i = \phi_i \chi_i T_i \quad (3.14)$$

L'expression de  $g_0(\phi)$  est donnée par l'équation (1.17). Cette forme prend en compte à la fois l'inélasticité des collisions, à travers le coefficient d'inélasticité  $r$ , mais aussi le volume de chaque particule. La fraction volumique du gaz granulaire ne peut excéder une fraction maximale  $\phi_{max}$  proche de 0,66 pour un empilement sphérique aléatoire. La deuxième différence essentielle est la non-conservation de l'énergie avec l'apparition du terme dissipatif  $\Gamma$  due à l'inélasticité des collisions entre particules. Pour un gaz granulaire constitué d'une population unique  $i$ , l'expression (voir Sec. 1.2.1) de cette dissipation est donnée par l'équation (1.16) obtenue à partir de l'équation de Boltzmann inélastique :

$$\Gamma_{i,i} = (1 - r^2) \frac{12}{d\sqrt{\pi}} \phi_i^2 g_0(\phi_i) T_i^{\frac{3}{2}} \quad (3.15)$$

Dans le cadre d'un modèle à deux populations, le terme de dissipation comporte trois contributions :  $\Gamma_{1,1}$  pour l'énergie dissipée par les collisions uniquement entre particules de la population supersonique ; de la même manière  $\Gamma_{2,2}$  pour l'énergie dissipée par la seule population subsonique ;  $\Gamma_{1,2}$  pour l'énergie dissipée par les collisions entre ces deux sous-populations.

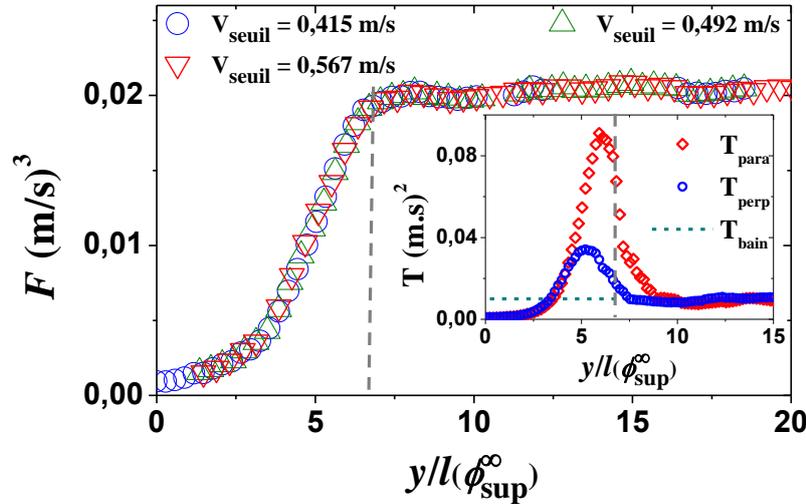
Dans le cas d'un gaz granulaire vibré, il est nécessaire de prendre en compte les interactions entre le gaz et les parois. Sans l'énergie apportée par ces dernières, le milieu ne pourrait rester à l'état de gaz granulaire. Malgré l'inélasticité des collisions parois/particules et une éventuelle perte d'énergie par friction, ce terme  $\Gamma_{parois}$  est donc positif car fournit de l'énergie au milieu. L'analyse précises des interactions avec les parois n'a pas été faite dans cette étude, il a été choisi de décomposer ce terme en deux contributions  $\Gamma_{parois} = \Gamma_{p,1} + \Gamma_{p,2}$ , respectivement pour l'interaction avec les populations supersonique et subsonique. Ces termes sont complexes, les particules et les parois n'ont pas a priori un mouvement en phase suivant l'axe  $\hat{z}$ . Les résultats de la section 3.1.3 montre que la fréquence du vibreur intervient dans la répartition de l'énergie (voir Fig. 3.11) sans apporter suffisamment de précision pour quantifier ces termes. Toutefois le gaz granulaire vibré, en l'absence d'obstacle, atteint un état stationnaire, les parois apportant suffisamment d'énergie pour compenser la dissipation. Dans le référentiel du front d'onde, cela signifie que les termes de dissipation et d'injection d'énergie ayant trait au gaz initial supersonique se compensent et donc  $\Gamma_{1,1} + \Gamma_{p,1} = 0$ .

Le flux d'énergie  $F$  transporté par les populations supersonique et subsonique permet de le montrer, il est défini par :

$$F = \phi_1 V_1 \left( \frac{1}{2} V_1^2 + \frac{N}{2} T_1 + \frac{P_1}{\phi_1} \right) + \phi_2 V_2 \left( \frac{1}{2} V_2^2 + \frac{N}{2} T_2 + \frac{P_2}{\phi_2} \right) \quad (3.16)$$

La figure 3.21 présente ce flux dans le cas de l'onde de choc formée à  $M = 5,33$  pour les

trois seuils de vitesses considérés dans la séparation des sous-populations (voir Sec. 3.3.1). Le flux d'énergie ne dépend pas de la valeur du seuil choisi. Ce flux reste constant avant



**FIGURE 3.21** – Flux d'énergie  $F$ , températures longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$  (insert), en fonction de la distance  $y$  normalisée par le libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^\infty)$ .

et dans une partie du front d'onde, puis décroît fortement jusqu'à une valeur proche de 0 près de l'obstacle. La dissipation est donc bien compensée dans le gaz granulaire initial. L'insert montre l'évolution des températures transverse et longitudinale dans la même expérience. La comparaison entre le flux d'énergie et ces températures montre que la dissipation d'énergie ne démarre pas immédiatement dans le front d'onde. En effet, la température augmente avant que le flux  $F$  n'ait commencé à diminuer.

Il est supposé que la relation  $\Gamma_{1,1} + \Gamma_{p,1} = 0$  reste vraie dans tout le front d'onde. Le terme de dissipation total comprend ainsi trois contributions  $\Gamma = \Gamma_{2,2} + \Gamma_{1,2} + \Gamma_{p,2}$  dont deux inconnues. Il est nécessaire de préciser ce terme pour pouvoir réaliser une résolution numérique du modèle. Plusieurs formes fonctionnelles ont été testées, la forme retenue ici est :

$$\Gamma = -\beta (1 - r^2) \phi_2^2 T_2^{\frac{3}{2}} \quad \beta = k \frac{12}{d\sqrt{\pi}} \quad (3.17)$$

Où  $k$  est une constante. Cette forme n'a pas à priori, de justification physique pour toute la dissipation. Il est proche de  $\Gamma_{2,2}$  que l'on peut supposer prédominant puisque les particules subsoniques sont les plus nombreuses. Cependant il ne contient pas le terme géométrique  $g_0(\phi)$ , dû au volume fini occupé par les particules, ni des interactions avec les parois. L'ajout de  $g_0(\phi)$  ne permet pas une résolution numérique en bon accord avec les observations expérimentales.

Le modèle bimodal dissipatif se compose des trois équations (3.11), (3.12), (3.13) explicitées ci-dessus. Les termes de pression et de dissipation  $\Gamma$  sont donnés respectivement par les équations (3.14) et (3.17). La relation supplémentaire (1.7), liant les densités

des populations supersonique et subsonique dans les gaz moléculaires, n'est à priori pas nécessairement valable dans un gaz granulaire vibré. Cependant la séparation des sous-populations (voir Fig. 3.20) réalisée à partir des données expérimentales, a montré que la fraction volumique des particules supersoniques pouvait se mettre sous la forme :

$$\phi_1 = \phi_{sup}(\tilde{y}) = \frac{\phi_{sup}^\infty}{1 + \exp(-(\tilde{y} - \tilde{y}_0)/l)} \quad (3.18)$$

Avec  $\tilde{y} = y/l$  ( $\phi_{sup}^\infty$ ).  $\tilde{y}_0$  détermine la position du front d'onde. La longueur  $\lambda = 4l$  est indépendante du seuil et constitue un premier paramètre à régler dans le modèle. Pour les ondes de choc avec un nombre de Mach élevé, la séparation des populations peut permettre d'estimer  $\lambda$ . Le deuxième paramètre ajustable de ce modèle est la constante  $k$  intervenant dans la forme choisie pour la dissipation. Avec ces deux paramètres, la figure 3.22 montre qu'il est possible de reproduire les signaux expérimentaux.

### 3.3.3 Résolution numérique

Les équations précédentes permettent de résoudre le modèle bimodal dissipatif proposé. En pratique, la résolution numérique est basée sur une méthode d'Euler à partir des flux de masse, impulsion et énergie, respectivement notés  $M$ ,  $P$  et  $E$  :

$$\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2 = M \quad (3.19)$$

$$\phi_1 (V_1^2 + \chi_1 T_1) + \phi_2 (V_2^2 + \chi_2 T_2) = P \quad (3.20)$$

$$\frac{1}{2} \phi_1 V_1 (V_1^2 + (N + 2\chi_1) T_1) + \frac{1}{2} \phi_2 V_2 (V_2^2 + (N + 2\chi_2) T_2) = E \quad (3.21)$$

Ces flux sont connus avant le front d'onde donc pour  $y \rightarrow -\infty$  car ils sont ceux du gaz initial supersonique. Les grandeurs  $V_1$  et  $T_1$  sont connues et constantes. La fraction volumique  $\phi_1$  des particules supersonique est connue à pour tout  $y$  par l'équation (3.18). Les valeurs de  $V_2$ ,  $T_2$  et  $\phi_2$  peuvent ainsi être déterminées de proche en proche. Le système peut en effet être réécrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \phi_2 V_2 &= \tilde{M} = M - \phi_1 V_1 \\ \phi_2 V_2 (V_2^2 + \chi_2 T_2) &= V_2 \tilde{P} = V_2 (P - \phi_1 (V_1^2 + \chi_1 T_1)) \\ \phi_2 V_2 (V_2^2 + (N + 2\chi_2) T_2) &= \tilde{E} = 2E - \phi_1 V_1 (V_1^2 + (N + 2\chi_1) T_1) \end{aligned}$$

Le système est à priori non-linéaire et complexe à résoudre à cause du terme  $\chi_2$  dépendant de la fraction volumique  $\phi_2$  des particules subsoniques. Le choix des conditions initiales permet de contourner le problème. Soit  $y_1$  le point initial situé au tout début du front

d'onde où le milieu n'est constitué presque exclusivement que du gaz supersonique :

$$\begin{aligned} M(y_1) &= \phi_1^\infty V_1 \\ P(y_1) &= \phi_1^\infty (V_1^2 + \chi_1(\phi_1^\infty) T_1) \\ E(y_1) &= \frac{1}{2} \phi_1^\infty V_1 (V_1^2 + (N + 2\chi_1(\phi_1^\infty)) T_1) \end{aligned}$$

La valeur de  $\phi_1(y_1)$ , très légèrement inférieure à  $\phi_1^\infty$ , est connue. La fraction volumique  $\phi_2(y_1)$  des particules subsoniques est très faible en  $y_1$  ainsi l'approximation  $\chi_2(y_1) \approx 1$  est choisie. Avec la valeur  $\chi_2$  fixée, les équations précédentes permettent d'isoler  $V_2$  :

$$\begin{aligned} V_2^2 + \chi_2 T_2 &= \frac{V_2 \tilde{P}}{\tilde{M}} \\ V_2^2 + (N + 2\chi_2) T_2 &= \frac{\tilde{E}}{\tilde{M}} \Rightarrow \tilde{M} (N + \chi_2) V_2^2 - \tilde{P} (N + 2\chi_2) V_2 + \chi_2 \tilde{E} = 0 \end{aligned}$$

En posant  $a = \tilde{M} (N + \chi_2)$ ,  $b = -\tilde{P} (N + 2\chi_2) V_2$  et  $c = \chi_2 \tilde{E}$ , les valeurs de la fraction volumique  $\phi_2$ , de la vitesse moyenne  $V_2$  et de la température  $T_2$  des particules subsoniques sont obtenues en  $y_1$  :

$$V_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad T_2 = \frac{\tilde{E} - V_2 \tilde{P}}{\tilde{M} (N + \chi_2)} \quad \phi_2 = \frac{\tilde{M}}{V_2}$$

Pour poursuivre le même raisonnement au point  $y_2$  suivant, il est nécessaire d'obtenir les flux. Les flux de masse et d'impulsion sont conservés mais le flux d'énergie diminue à cause du terme de dissipation  $\Gamma$ , dont l'expression est donnée par l'équation (3.17).  $\Gamma$  est calculé à partir des valeurs  $\phi_2$ ,  $V_2$ ,  $T_2$  obtenues en  $y_1$ . Le flux d'énergie peut être calculé au point  $y_2$ . Cependant le système ne peut être résolu sans une nouvelle approximation sur la valeur de  $\chi_2$  en  $y_2$ . Avec un pas numérique suffisamment petit, la valeur de  $\chi_2$  en  $y_2$  sera fixée et calculée à partir de la valeur de  $\phi_2$  déterminée en  $y_1$ . Le calcul des grandeurs macroscopiques  $V_2$ ,  $T_2$  et  $\phi_2$  peut ainsi être fait en  $y_2$ . De proche en proche, les propriétés macroscopiques du gaz subsonique dans l'onde de choc sont calculées.

### 3.3.4 Comparaison modèle/expérience

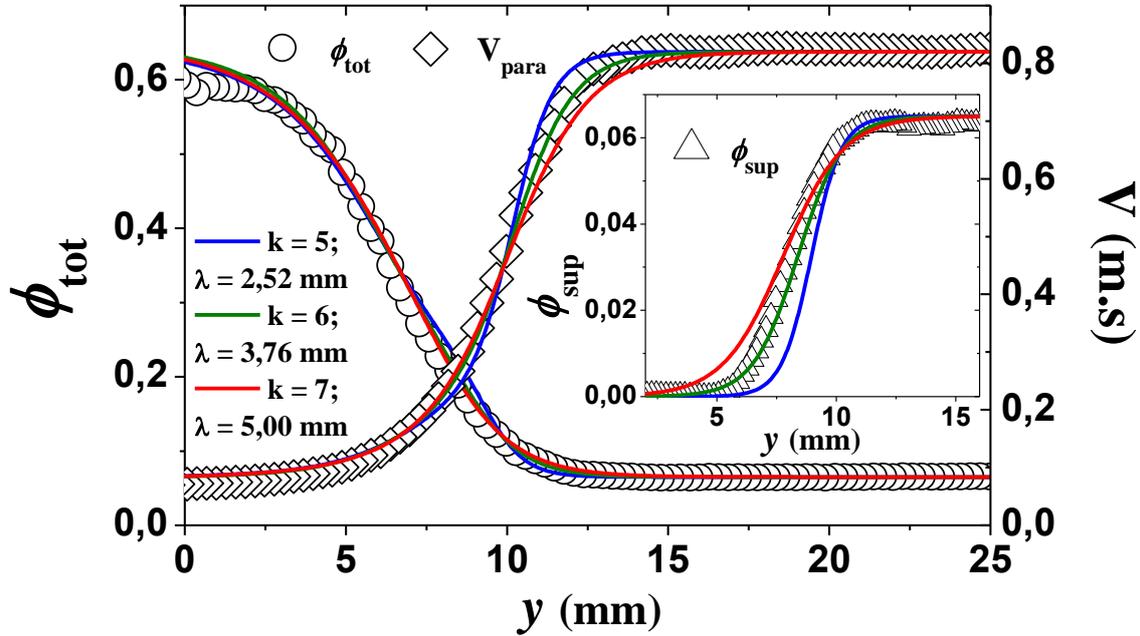
Afin de pouvoir confronter ce modèle aux résultats expérimentaux, les grandeurs macroscopiques sont calculées pour toutes les particules :

$$\begin{aligned} \phi_{tot} &= \phi_1 + \phi_2 & V_{para} &= \frac{\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2}{\phi_{tot}} \\ T_{perp} &= \frac{\phi_1 T_1 + \phi_2 T_2}{\phi_{tot}} & T_{para} &= \frac{\phi_1 (T_1 + V_1^2) + \phi_2 (T_2 + V_2^2)}{\phi_{tot}} - V_{para}^2 \end{aligned}$$

Ces grandeurs sont calculées numériquement pour différentes valeurs de  $\lambda$  avec le paramètre  $k$  associé qui donne le meilleur accord avec les mesures expérimentales.

### Résultats pour $M = 5,33$

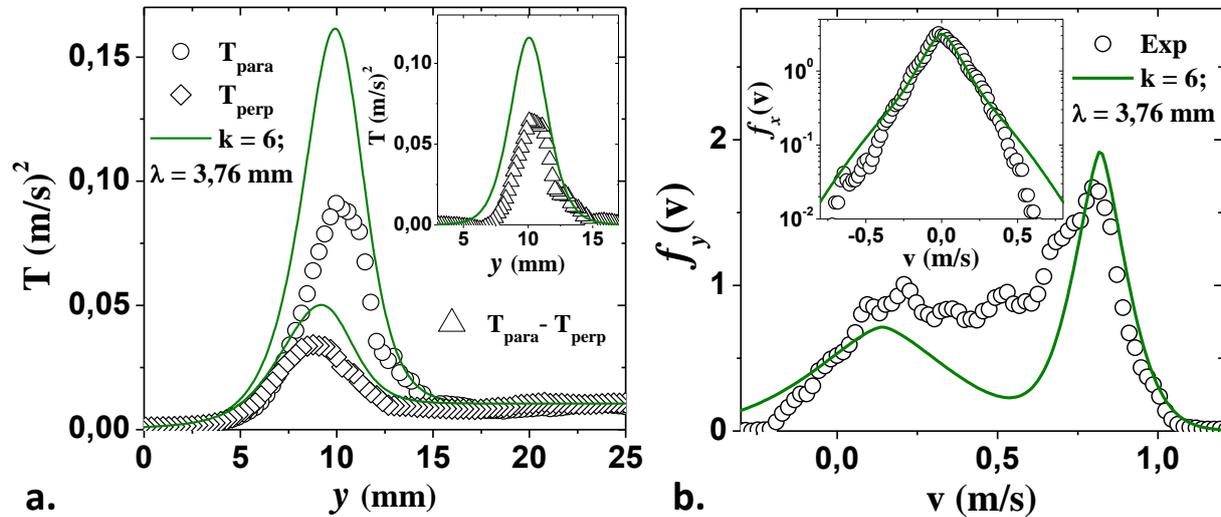
La figure 3.22 montre la comparaison avec les mesures de la fraction volumique et de la vitesse moyenne totales pour trois valeurs de  $\lambda$  différentes pour un obstacle poussé à  $M = 5,33$ . Dans le cas de ce front d'onde réalisé à grand nombre de Mach, il a été possible



**FIGURE 3.22** – Fraction volumique  $\phi$  et vitesse moyenne longitudinale  $V_{para}$  pour toutes les particules à  $M = 5,33$  comparées au modèle de Mott-Smith dissipatif pour 3 valeurs de  $\lambda$  différentes. Insert : zoom sur la fraction volumique des particules supersonique obtenue par un seuil sur la vitesse.

d'obtenir une indication sur la paramètre  $\lambda$  grâce à la séparation des deux sous-populations (voir Fig. 3.20 a.). Dans cet exemple, l'épaisseur de l'onde de choc est évaluée à  $\lambda = 3,76$  mm. L'insert de la figure 3.22 montre la fraction volumique des particules supersonique à partir de laquelle est obtenue la valeur  $\lambda = 3,76$  mm. Cette valeur, ainsi que deux autres valeurs inférieure et supérieure, ont été utilisées pour la résolution numérique en adaptant à chaque fois le coefficient  $k$  lié à la dissipation  $\Gamma$  pour être le plus en accord possible. Pour les trois valeurs de  $\lambda$ , il est difficile de distinguer les résultats qui rendent tous compte correctement des mesures de la fraction volumique et de la vitesse moyenne. La valeur  $\lambda = 3,76$  mm semble toutefois décrire un peu mieux la vitesse moyenne que les deux autres valeurs. Le coefficient  $k$  diminue légèrement quand  $\lambda$  augmente sans toutefois varier de manière importante. Les valeurs obtenues sont cependant élevées. L'absence du facteur géométrique  $g_0(\phi)$  n'est pas suffisante pour expliquer ce coefficient élevé puisqu'une forme fonctionnelle similaire à  $\Gamma_{2,2}$  (donc comprenant  $g_0(\phi)$ ) a été testée sans succès pour rendre compte des mesures expérimentales. La forme fonctionnelle utilisée dans ce modèle est très simpliste et il est difficile de discuter du coefficient  $k$  sans élaborer une forme plus complète de la dissipation  $\Gamma$ .

D'autre part, si le modèle rend bien compte qualitativement des températures granulaires longitudinale et transverse, la figure 3.23 a. montre un écart important avec les mesures expérimentales. La forme générale des températures granulaires est bien décrite



**FIGURE 3.23** – a. Températures granulaires longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$  pour toutes les particules à  $M = 5,33$  comparées au modèle de Mott-Smith dissipatif pour 3 valeurs de  $\lambda$  différentes. Insert : Différence entre les températures longitudinale et transverse. b. Distribution des vitesses longitudinales ( $f_y(v)$ ) et transverses ( $f_x(v)$  en insert) dans la zone où  $T_{para} - T_{perp}$  atteint son maximum.  $y = 0$  indique la position de l'obstacle.

par le modèle. Les deux températures partent de la valeur mesurée pour le bain vibré puis augmentent fortement dans le front d'onde et décroissent à cause de la dissipation d'énergie au fur et à mesure que la fraction volumique augmente. Le modèle surestime légèrement la température transverse et de manière bien plus importante la température longitudinale. La figure 3.23 b. permet de comprendre cet écart par l'étude des distributions des vitesses. Ces distributions sont tracées à la position  $y$  où l'anisotropie des températures (voir insert Fig. 3.23 a.), ainsi que l'écart entre le modèle et les mesures expérimentales, sont les plus importants. Les distributions numériques  $f_{y,tot}(v)$  ont été tracées pour chaque position  $y$  en fonction de celles des particules supersoniques et subsoniques notées respectivement 1 et 2 :

$$f_{y,tot}(v) = \frac{\phi_1 f_{y,1}(v) + \phi_2 f_{y,2}(v)}{\phi_1 + \phi_2} \quad f_{y,i}(v) = K_i \exp\left(-\frac{|v - V_i|}{\sqrt{T_i}}\right)^{3/2} \quad i = 1, 2 \quad (3.22)$$

Contrairement au cas des gaz moléculaires, les distributions  $f_{y,1}(v)$  et  $f_{y,2}(v)$  des particules supersoniques et subsoniques ne sont pas choisies gaussiennes (voir Eq. (1.3)) car l'état de base du grain vibré est plus proche d'une distribution avec un exposant de 3/2 comme montré dans la figure 3.5.  $K_i$  est une constante assurant la normalisation de la distribution  $f_{y,i}(v)$ . Ce choix de distributions non-gaussiennes peut avoir des conséquences sur l'écriture de notre modèle avec l'apparition de termes supplémentaires qui n'ont pas

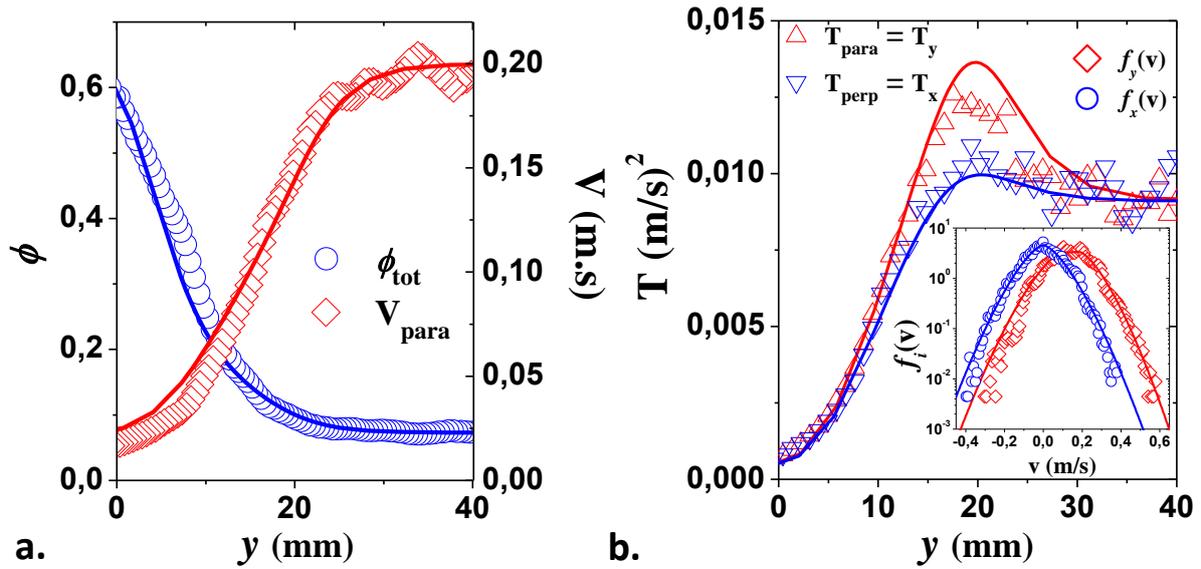
été pris en compte ici. La comparaison entre les distributions bimodales, générées à partir du modèle de Mott-Smith dissipatif, et celles mesurées expérimentalement, montre un écart important. En plus des populations supersonique et subsonique, les distributions expérimentales montrent la présence de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires, comme déjà mentionné dans les gaz moléculaires (voir Sec. 1.1.4 et [27]). L'étude de cette sous-population supplémentaire est l'objet du chapitre 4. L'insert de la figure 3.23 b. montre un écart, moindre mais présent, pour les distributions  $f_x(v)$  des vitesses transverses. Le modèle bimodal utilisé ne rend donc pas complètement compte des distributions des vitesses, et en conséquence des températures granulaires pour des écoulements à grand nombre de Mach. Cet écart peut aussi être lié en partie au choix de la forme fonctionnelle prise pour tracer les distributions des vitesses.

Pour toutes les ondes de choc formées à  $M > 3$ , le modèle reproduit correctement la fraction volumique, la vitesse moyenne longitudinale et la température transverse. Les valeurs  $\lambda$  et  $k$  trouvées sont relativement proches tant que  $M > 3$ . La valeur importante de  $k$ , qui traduit une importante dissipation, n'est pas comprise. Le modèle prédit l'allure de la température longitudinale mais pas le maximum atteint. Cela est lié au fait qu'il ne permet pas de décrire les distributions des vitesses de manière satisfaisante. L'écart est d'autant plus important que le nombre de Mach augmente.

### Résultats pour $M = 1,27$

Ce même modèle peut être utilisé pour décrire le cas d'une onde de choc formée à un nombre de Mach légèrement supérieur à 1. Dans ce cas l'évaluation de l'épaisseur  $\lambda$  de l'onde de choc par une séparation des population ne peut être faite expérimentalement et plusieurs valeurs doivent être testées numériquement en faisant également varier la dissipation à travers le paramètre  $k$ . La figure 3.24 montre les grandeurs macroscopiques mesurées pour une onde de choc formée à un nombre de Mach  $M = 1,27$  comparées au modèle bimodal dissipatif pour un jeu de paramètres ( $\lambda = 9,5$  mm et  $k = 3$ ). La fraction volumique ainsi que la vitesse moyenne totales restent bien décrites par le modèle (voir Fig. 3.24 a.). La vitesse moyenne, peu affectée par la dissipation au début du front d'onde permet à elle-seule d'estimer l'épaisseur de l'onde de choc, la dissipation d'énergie n'étant vraiment active que plus tardivement. La valeur de  $\lambda$  obtenue est bien plus importante que pour de grands nombres de Mach. La constante  $k$  nécessaire est en revanche plus faible mais traduit toujours l'existence d'une dissipation importante, non expliquée, dans le front d'onde. La température longitudinale est correctement prédite contrairement au cas  $M = 5,33$  (voir Fig. 3.24 b.). Les distributions des vitesses longitudinales et transverses sont bien décrites par le modèle bimodal.

Ces observations montrent que le modèle de Mott-Smith dissipatif prédit mieux les grandeurs macroscopiques dans le front d'onde pour des nombres de Mach peu élevés, légèrement supérieurs à 1. Les valeurs de  $\lambda$  nécessaires sont d'autant plus élevées que



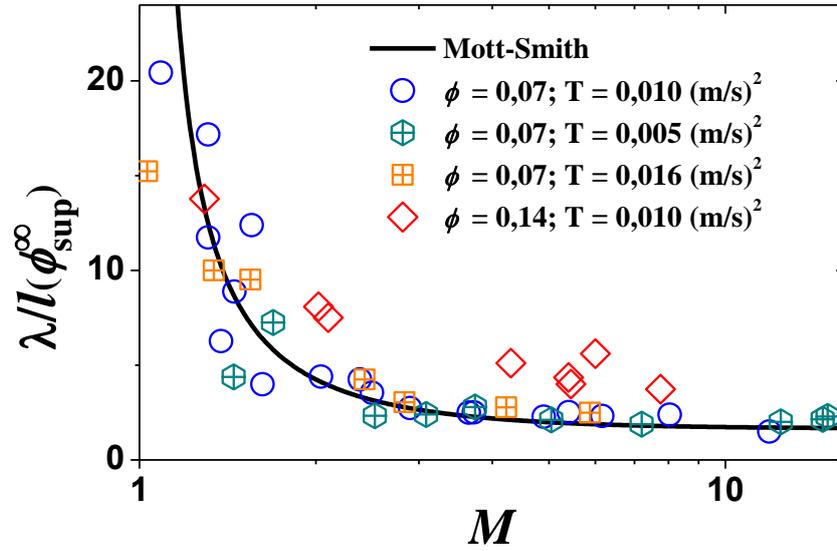
**FIGURE 3.24** – a. Fraction volumique  $\phi_{tot}$  et vitesse moyenne longitudinale  $V_{para}$  pour toutes les particules à  $M = 1,27$  comparés au modèle bimodal dissipatif ( $\lambda = 8$  mm et  $k = 3$ ). b. Températures granulaires longitudinale  $T_{para}$  et transverse  $T_{perp}$  pour toutes les particules à  $M = 1,27$  comparées au modèle bimodal dissipatif. Insert : Distribution des vitesses longitudinales ( $f_y(v)$ ) et transverses ( $f_x(v)$ ) dans la zone où  $T_{para} - T_{perp}$  atteint son maximum.  $y = 0$  indique la position de l'obstacle.

le nombre de Mach est petit. La dissipation, à travers les valeurs de la constante  $k$ , est d'autant plus faible que le nombre de Mach est petit. Lorsque le nombre de Mach tend vers 1, le modèle prédit correctement la température longitudinale. Ce résultat conforte l'hypothèse formulée précédemment selon laquelle l'écart entre les prédictions du modèle et les mesures expérimentales serait principalement dû à la présence de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires. Plus les populations supersonique et subsonique sont différentes, plus il est nécessaire de tenir compte de ces états intermédiaires, ajoutant ainsi une sous-population supplémentaire.

### 3.3.5 Épaisseur de l'onde de choc

Le modèle bimodal dissipatif a été confronté à de nombreuses mesures expérimentales. Les ondes de choc ont été réalisées à nombre de Mach variable, pour trois températures différentes à une fraction volumique donnée, et également pour une des températures à une fraction volumique supérieure. Les différentes températures sont obtenues en faisant varier les paramètres de vibration (voir Sec. 3.1.2). La plage de variation de ces paramètres est conditionnée par la possibilité d'obtenir un état homogène dans le bain vibré (voir Sec. 3.1.1). Pour chaque configuration, l'obstacle a été déplacé à différentes vitesses afin d'obtenir les propriétés du gaz granulaire vibré dans le front d'onde. Le modèle bimodal dissipatif a ensuite été utilisé pour interpréter ces mesures expérimentales. Dans chaque cas, la valeur du paramètre  $\lambda$ , nécessaire pour un bon accord entre le modèle et les

mesures, a été relevée et reportée sur la figure 3.25. Plus le nombre de Mach est élevé,



**FIGURE 3.25** – Épaisseur  $\lambda$  de l'onde de choc normalisée par le libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^{\infty})$  pour différentes fractions volumiques  $\phi$  et températures  $T$  du bain granulaire vibré, en fonction du nombre de Mach  $M$  comparé à l'épaisseur prédite par le modèle de Mott-Smith pour un gaz de sphères dures avec 6 degrés de liberté.

plus l'épaisseur  $\lambda$  de l'onde de choc, normalisée par le libre parcours moyen  $l(\phi_{sup}^{\infty})$ , décroît. Elle augmente fortement quand  $M$  se rapproche de 1 et tend vers un plateau pour  $M > 3$ . La figure 3.25 est à rapprocher de la figure 1.4 montrant un comportement similaire pour l'épaisseur de l'onde de choc dans les gaz moléculaires.

Afin de pousser plus loin la comparaison avec les gaz moléculaires, la solution du modèle de Mott-Smith a été calculée pour un gaz de sphères dures avec 6 degrés de libertés. Il s'agit de la solution  $B_0$  déterminée dans [8] à l'aide du moment  $v_y^2$ . De manière surprenante, les points expérimentaux, déterminés dans le gaz granulaire vibré pour  $\phi = 0,07$ , semblent suivre cette solution, pourtant valable dans un gaz de sphères dures élastiques. Une interprétation possible est que la dissipation d'énergie n'est active que tardivement dans le front d'onde et ne change pas significativement l'épaisseur de celui-ci. Il est également remarquable que la température initiale du gaz, pourtant variée d'un facteur 3, ne semble pas avoir d'influence sur l'épaisseur dans l'onde de choc.

Toutefois, contrairement au cas des gaz moléculaires, l'épaisseur de l'onde de choc ne diverge pas dans le cas du gaz granulaire vibré étudié ici. L'épaisseur augmente fortement mais ne diverge pas puisque un profil de fraction volumique continue à exister dans le régime subsonique en l'absence d'onde de choc (voir Fig. 3.17). D'autres mécanismes, à l'origine de l'existence de ces profils dans le régime subsonique, empêchent la divergence de cette épaisseur dans le régime supersonique, lorsque le nombre de Mach tend vers 1.

Les ondes de choc formées à une fraction volumique  $\phi = 0,14$  ont un comportement légèrement différent. Si les tendances restent les mêmes, la valeur plateau de l'épaisseur

$\lambda$  est légèrement supérieure aux autres configurations. et donc différentes de la solution de Mott-Smith. Le volume fini occupé par les particules peut intervenir de manière plus conséquente à travers le terme de pression et modifier la relation existant entre les fractions volumiques des populations supersonique et subsonique, inconnue dans le gaz granulaire vibré.

---

L'étude d'une expérience de piston supersonique déplacé dans un gaz granulaire vibré a permis l'observation et la description des ondes de choc formées dans ce milieu de température et de fraction volumique contrôlables. Les ondes de choc formées ont des distributions bimodales dans le front d'onde, avec deux pics d'autant plus séparés que le nombre de Mach est grand, de la même manière que dans les gaz moléculaires. Lorsque le nombre de Mach tend vers 1, la bimodalité n'est plus apparente. Si les températures transverse et longitudinale sont bien anisotropes et augmentent au début du front d'onde, elles finissent par décroître. La fraction volumique peut augmenter jusqu'à la compacité maximale, le milieu n'est alors plus à l'état de gaz granulaire.

En associant le modèle bimodal de Mott-Smith dans les gaz moléculaires avec une description de la dissipation due aux collisions inélastiques issue de la théorie cinétique granulaire, il a été possible de modéliser les structures formées dans de nombreuses configurations. Ce modèle bimodal dissipatif ne rend cependant pas parfaitement compte de la température et des distributions des vitesses dans le gaz granulaire vibré pour de grands nombres de Mach. La présence de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires, n'étant plus les particules supersoniques initiales mais pas encore les particules subsoniques aux températures isotropes, montre la nécessité d'un modèle plus précis. L'étude de ces particules intermédiaires à travers les distributions des vitesses sera l'objet du chapitre 4. Le deuxième résultat notable de cet étude est le peu d'influence que semble avoir la dissipation sur l'épaisseur des ondes formée ici. L'épaisseur du front d'onde est la même que dans le cas d'un gaz de sphères dures élastiques. Toutefois elle permet d'expliquer la forte décroissance de la température et l'augmentation de la fraction volumique jusqu'à la compacité maximale, qui montre que le milieu a quitté son état de gaz granulaire.



# Chapitre 4

## Les distributions des vitesses dans une onde de choc normale

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Structure d'une onde de choc normale induite par un écoulement granulaire dilué . . . . .</b>	<b>100</b>
4.1.1	Structure de l'onde de choc . . . . .	100
4.1.2	Évolution des distributions de vitesses . . . . .	104
4.1.3	Les particules intermédiaires . . . . .	107
<b>4.2</b>	<b>Modèles à plusieurs populations . . . . .</b>	<b>109</b>
4.2.1	Les particules intermédiaires (1) . . . . .	110
4.2.2	Les particules intermédiaires (2) . . . . .	113
<b>4.3</b>	<b>Description des distributions de vitesses . . . . .</b>	<b>116</b>
4.3.1	Prévision des distributions de vitesses pour les particules intermédiaires . . . . .	116
4.3.2	Reconstruction des distributions de vitesses locales . . . . .	118
<b>4.4</b>	<b>Distributions de vitesses dans un gaz granulaire vibré et dans les gaz moléculaires . . . . .</b>	<b>120</b>
4.4.1	Dans les gaz granulaires vibrés . . . . .	120
4.4.2	Dans les gaz moléculaires . . . . .	122
4.4.3	Nombre de particules intermédiaires . . . . .	126

---

Le chapitre précédent a montré qu'un gaz granulaire vibré permet de générer des ondes de choc normales très semblables à celles rencontrées dans les gaz moléculaires. La version dissipative du modèle bimodal de Mott-Smith rend bien compte des grandeurs macroscopiques mesurées que sont la fraction volumique  $\phi$ , la vitesse moyenne  $\vec{V}$  et assez bien de la température granulaire transverse. La température longitudinale  $T_{\parallel}$ , et en particulier son maximum, reste mal décrite (voir Fig. 3.23). Cette erreur de prédiction est liée à l'écart entre les distributions de vitesses observées et celles obtenues par le modèle pour de grands nombres de Mach. Dans le front d'onde, ces distributions ne sont pas simplement la somme des deux distributions de vitesses de la population initiale supersonique et la population subsonique. De nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires ont déjà été observées dans les gaz moléculaires (voir Fig. 1.5 d.). Le chapitre précédent a montré des résultats similaires dans les ondes de choc générées par un piston supersonique dans un gaz granulaire vibré (voir Fig. 3.23 b.).

Ce chapitre se propose d'interpréter la forme des distributions de vitesses dans ces deux cas en expliquant notamment l'origine des particules avec des vitesses intermédiaires. À l'aide de l'étude des trajectoires des particules dans une onde de choc générée par un écoulement granulaire dilué, il est démontré que ces particules proviennent des collisions entre une population supersonique et une population subsonique. Cette description permet l'élaboration d'un modèle permettant de prédire la quantité de ces particules intermédiaires. Ce modèle permet la reconstruction des distributions des vitesses, non seulement dans les expériences faites dans les gaz granulaires, mais aussi dans les gaz moléculaires.

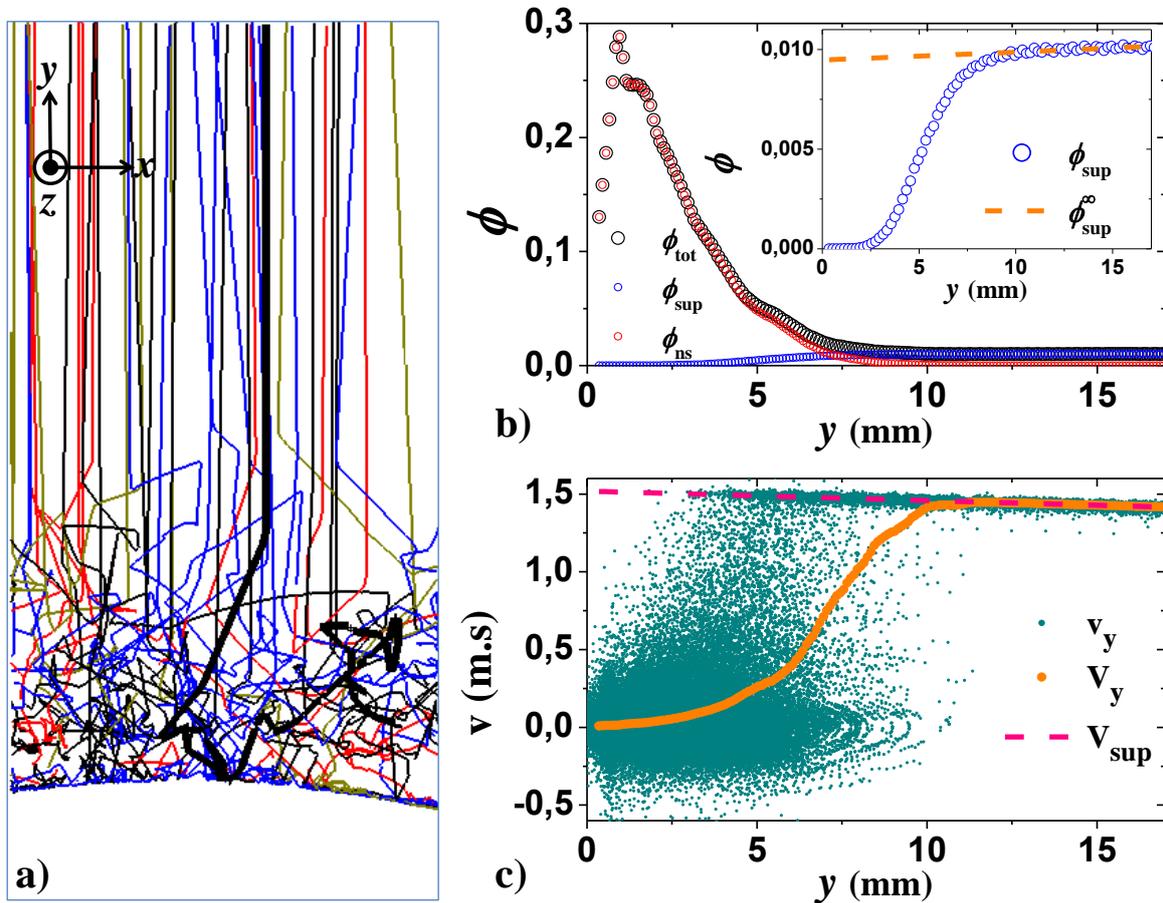
## 4.1 Structure d'une onde de choc normale induite par un écoulement granulaire dilué

Comprendre l'origine des particules "intermédiaires" présuppose de pouvoir aller isoler ces états pour les observer. Dans le gaz granulaire vibré, les particules supersoniques ont des collisions entre elles bien avant le front d'onde. Il n'est pas possible d'étudier leur évolution. Dans ce but, nous reprenons un montage déjà utilisé auparavant dans le groupe, décrit dans la section 2.1.1. Dans ce montage, un écoulement granulaire dilué sous gravité génère une onde de choc sur un obstacle circulaire. Les particules supersoniques tombent sans avoir de collisions entre elles, ce qui permet d'étudier leur évolution au fur et à mesure des collisions dans un écoulement à très grand nombre de Mach. La première collision et les collisions successives des particules tombant sous gravité peuvent en effet être isolées.

### 4.1.1 Structure de l'onde de choc

La structure d'une onde de choc formée par un écoulement granulaire dilué sur un obstacle circulaire, est assez similaire à celle des ondes de choc formées par le piston

supersonique dans le gaz granulaire vibré à grand nombre de Mach (voir Fig. 3.13). Cette analogie peut être faite dans une zone restreinte au sommet de l'obstacle, dont la largeur reste faible devant le rayon de courbure de celui-ci (voir Fig. 2.1 a.). L'évolution des grandeurs macroscopiques dans le milieu en fonction de la distance  $y$  à l'obstacle est représentée sur la figure 4.1. Tout comme précédemment, la fraction volumique augmente



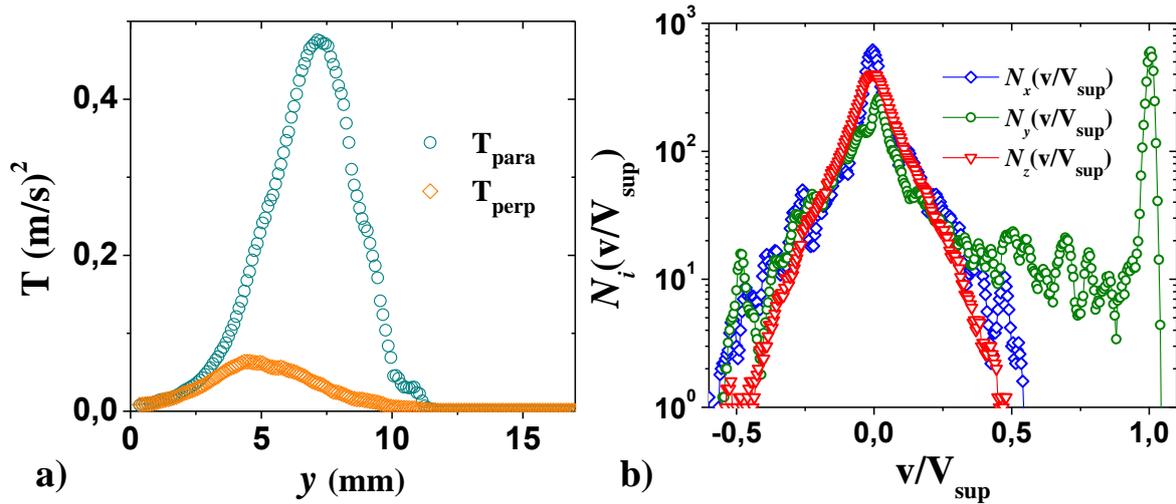
**FIGURE 4.1** – a. Tracé de 100 trajectoires de particules dont une mise en valeur en gras dans une onde de choc induite par un écoulement granulaire dilué sur un obstacle circulaire ( $\phi_{sup}^\infty = 0,01$ ,  $V_{sup} = 2,0$  m/s,  $e = 2$  mm). b. Fractions volumiques  $\phi_{tot}$  de toutes les particules,  $\phi_{sup}$  des particules supersoniques,  $\phi_{ns}$  des particules non-supersoniques en fonction de la distance  $y$  à l'obstacle. L'insert montre un zoom de  $\phi_{sup}$  avec la fraction volumique lointaine  $\phi_{sup}^\infty$ . c. Vitesses  $v_y$  des particules, vitesse moyenne  $V_y$  et vitesse lointaine  $V_{sup}$  en fonction de  $y$ .

fortement sur une distance de quelques mm au fur et à mesure que la vitesse moyenne longitudinale diminue (voir Fig. 4.1 b. et c.). Les fractions volumiques initiales  $\phi_{sup}^\infty$ , entre 0,05 et 2%, sont bien inférieures à celles mises en jeu dans le gaz granulaire vibré (entre 7 et 14%). L'écoulement est bidimensionnel. De nombreuses billes tombent de chaque côté de l'obstacle, ce qui empêche un cumul de matière continu au delà d'une certaine quantité sur l'obstacle. Sans cumul de matière, l'écoulement devient ainsi rapidement stationnaire (voir Sec. 2.3.3). Les vitesses  $v_y$  forment le même genre de structure que précédemment observé dans les ondes de choc formées dans un gaz granulaire vibré (voir Fig. 3.19), avec

une bande contenant des vitesses supersoniques et une large population centrée sur 0, et non plus sur une vitesse moyenne subsonique non-nulle. Cela est certainement dû à la bi-dimensionnalité de l'écoulement. La gravité provoque une accélération de l'écoulement initial, observé sur la figure 4.1 c. avec l'inclinaison de la bande des hautes vitesses, et donc de la vitesse moyenne, loin de l'obstacle. Cette augmentation de la vitesse moyenne initiale doit être prise en compte lors de la normalisation des vitesses par la vitesse  $V_{sup}$  des particules supersoniques. Par conservation de la masse  $m = \phi_{sup}^{\infty} V_{sup}$ , la fraction volumique lointaine  $\phi_{sup}^{\infty}$  diminue (voir insert Fig. 4.1 b.).

Dans le montage précédent, les particules supersoniques pouvaient être isolées par un seuillage sur la vitesse, décrit dans la section 3.3.1, pour de grands nombres de Mach. Les propriétés macroscopiques étaient cependant dépendantes du seuil choisi, ce qui limitait les informations apportées par cette méthode. Dans l'onde de choc induite par un écoulement dilué, il est possible de définir et d'isoler différemment et plus précisément les particules de la population supersonique. La figure 4.1 a. représente 100 trajectoires de particules, elles montrent que les particules incidentes tombent sous gravité sans avoir de collisions entre elles. La trajectoire mise en valeur en gras, montre clairement les premières collisions subies par une particule tombant initialement sous gravité. Les particules supersoniques sont définies comme étant celles qui n'ont pas encore eu une collision avec une autre particule. En étudiant l'angle de la trajectoire et la vitesse de chaque particule, il est possible de déterminer l'instant de la première collision et d'isoler la portion de trajectoire supersonique. La fraction volumique  $\phi_{sup}$  de ces particules est tracée dans la figure 4.1 b. et son insert. Elle montre que cette population disparaît au fur et à mesure que l'on se rapproche de l'obstacle. Dans le gaz granulaire vibré, les particules supersoniques ont des collisions entre elles (voir Fig. 2.10 d.) et il n'est pas possible d'isoler cet état de la même manière. Les particules n'étant pas supersoniques sont pour le moment appelées par défaut particules non-supersoniques. L'analyse des distributions des vitesses montrées dans les figures 4.2 b. et 4.3 permettra d'affiner ce que sont les particules non-supersoniques.

Les températures transverse ( $T_{perp}$ ) et longitudinale ( $T_{para}$ ) à l'écoulement sont tracées dans la figure 4.2. Comme dans le gaz granulaire vibré, la température augmente puis décroît au fur et à mesure que la dissipation d'énergie due aux collisions inélastiques augmente. La température initiale des particules supersoniques est très basse mais non nulle. Les particules tombant sous gravité n'ont pas de choc entre elles, et le milieu est quasiment de température nulle. Il est ainsi difficile d'estimer le nombre de Mach mais sur la base des valeurs de températures mesurées, les écoulements dans ce montage ont des nombres de Mach situés entre 30 et 60. Ceci est cohérent avec le très fort échauffement du milieu montrés par les températures, en particulier la température longitudinale. L'anisotropie des températures déjà constatée dans de nombreuses ondes de choc, tant dans les gaz moléculaires que dans les gaz granulaires, est encore présente et très importante ici, ce qui est cohérent avec les nombres de Mach élevés évalués.



**FIGURE 4.2** – **a.** Températures granulaires longitudinale  $T_{\text{para}}$  et transverse  $T_{\text{perp}}$ , dans une onde de choc induite par un écoulement granulaire dilué sur un obstacle circulaire ( $\phi_{\text{sup}}^{\infty} = 0.01$ ,  $V_{\text{sup}} = 2,0$  m/s,  $e = 2$  mm). **b.** Distributions  $N_x(v/V_{\text{sup}})$ ,  $N_y(v/V_{\text{sup}})$ ,  $N_z(v/V_{\text{sup}})$  respectivement des vitesses transverses  $v_x$ , longitudinales  $v_y$ , et dans l'épaisseur  $v_z$ , des particules, normalisées par  $V_{\text{sup}}$  dans la zone où le maximum d'anisotropie est atteint ( $y \approx 8$  mm).

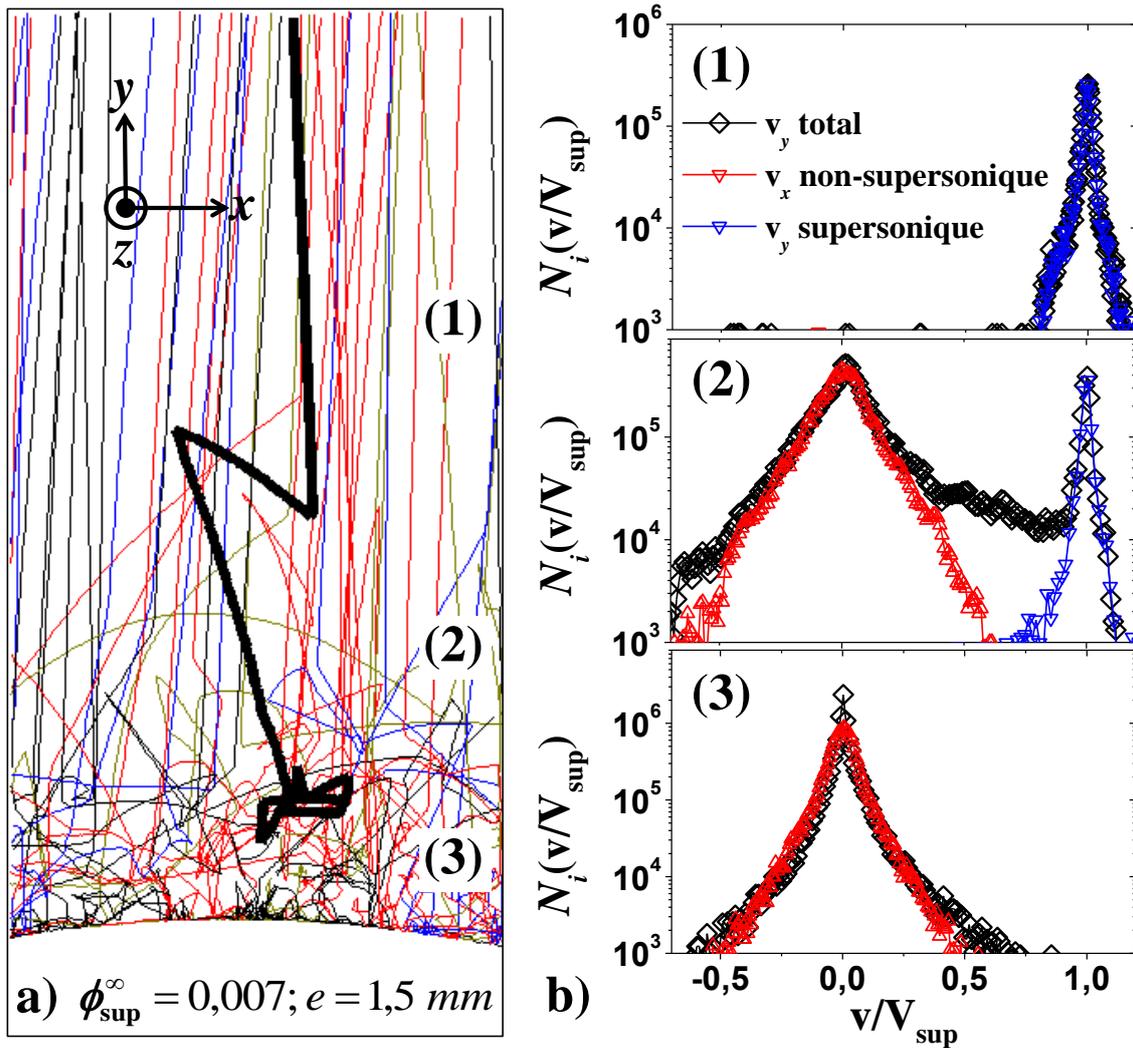
La figure 4.2 b. montre les distributions des vitesses obtenues dans les trois directions de l'espace dans la zone où l'anisotropie des températures est maximale. Les distributions suivant la direction  $\hat{z}$  de l'épaisseur ont été obtenues par la méthode de défocalisation décrite à la section 2.1.5. Ces distributions de vitesses dans une onde de choc générée par un écoulement dilué sous gravité, ont déjà été observées dans ce montage [28] (voir figure 1.5 b.). Elles ont une forme légèrement différente de celles rencontrées dans le gaz granulaire vibré. Les profils semblent plus proches d'une distribution exponentielle que de la forme  $f_i(v) = K \exp(-(|v|/\sigma)^n)$  avec un exposant passant de 1,5 à 2, rencontrée précédemment (voir Sec. 3.1.2). La distribution  $N_y(v/V_{\text{sup}})$  des vitesses longitudinales présente une structure bimodale avec deux pics bien plus écartés que dans les ondes de choc générées dans le gaz granulaire vibré (voir Fig. 3.13 d.), ce qui est en accord avec la forte anisotropie et le grand nombre de Mach mesurés. Le premier pic est centré sur la vitesse moyenne des particules supersoniques. Il est de faible largeur, traduction microscopique de la faible température mesurée. Les distributions  $N_x(v/V_{\text{sup}})$  et  $N_z(v/V_{\text{sup}})$  des vitesses transverses dans les deux autres directions sont centrées en 0 et se superposent en partie à  $N_y(v/V_{\text{sup}})$ . La sous-population majoritaire semble ainsi constituée de particules aux distributions des vitesses isotropes sur au moins deux des trois directions de l'espace. Il sera montré dans la section suivante que cette deuxième sous-population, aux distributions des vitesses isotropes, peut être définie comme étant la population subsonique. La distribution  $N_y(v/V_{\text{sup}})$  montre clairement que la population supersonique et la population subsonique, tel qu'il a été choisi de les définir, ne suffit pas à expliquer la forme. Il existe également de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires situées entre les deux pics de vitesses principaux.

Dans cette onde de choc induite par un écoulement sous gravité, la structure est très proche de celle déjà observée dans le gaz granulaire vibré. Ce montage permet d'atteindre de grands nombre de Mach. Les particules incidentes n'ayant pas de collisions entre elles, il est possible d'étudier plus en détail l'évolution des distributions des vitesses. Les particules supersoniques sont ainsi définies comme n'ayant pas encore subi de collision. Les particules subsoniques sont ici supposées constituer une sous-population aux distributions des vitesses isotropes. L'hypothèse que cette sous-population peut être définie de cette manière sera vérifiée par la suite. En plus de ces deux sous-populations, de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires sont présentes dans le front d'onde.

### 4.1.2 Évolution des distributions de vitesses

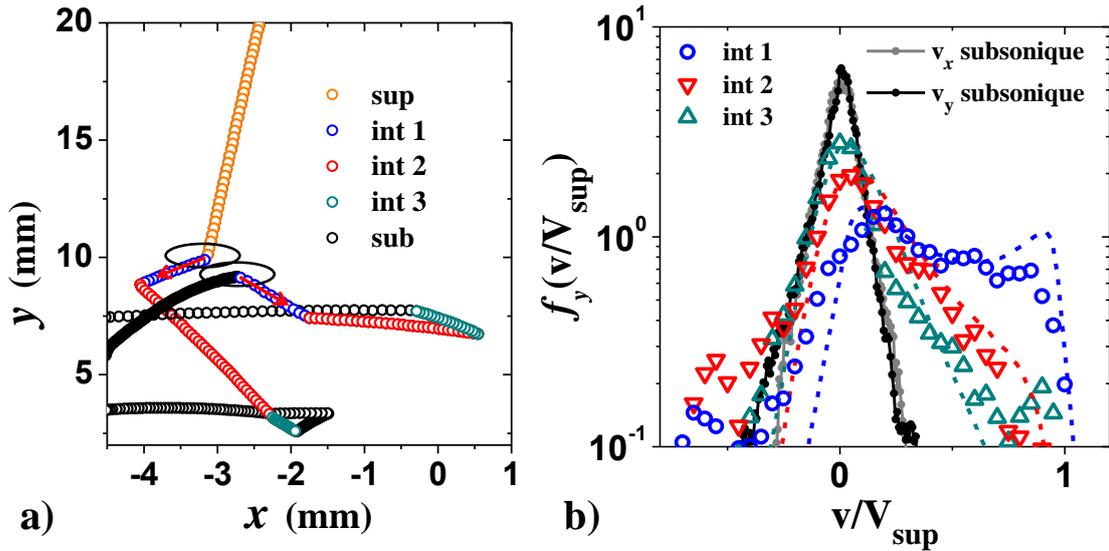
Afin de préciser la présence de particules aux vitesses intermédiaires, les distributions de vitesses sont étudiées localement à différentes distances de l'obstacle circulaire. La figure 4.3 montre les trajectoires obtenues et les distributions de vitesses locales qui en sont déduites à trois positions différentes dans l'écoulement. À partir des trajectoires, il est possible d'isoler les particules supersoniques et les particules non-supersoniques. Les distributions de vitesses longitudinales des particules totales et supersoniques, et les distributions des vitesses transverses des particules non-supersoniques permettent de faire ressortir trois grandes régions. Dans la région (1), les particules, constituant l'écoulement supersonique, tombent sous gravité sans avoir de collision entre elles. Les vitesses sont normalisées par la vitesse  $V_{sup}$  locale de cet écoulement supersonique (voir Fig. 4.1 c.). Dans la région (2), qui est le front d'onde, les particules n'ont que quelques collisions et les distributions de vitesses sont globalement bimodales comme observé dans [28], dans le gaz granulaire vibré et dans la figure 4.2. Dans la région (3), la densité de particules augmente fortement et les collisions sont beaucoup plus nombreuses. Les distributions des vitesses sont isotropes suivant  $\hat{x}$  et  $\hat{y}$  et ne comportent plus qu'un seul pic centré en 0. Leur largeur montre une température bien plus élevée que dans la région (1), ce qui traduit l'échauffement du gaz. Cette population aux vitesses isotropes est la population subsonique définie précédemment.

Ces observations montrent que l'écoulement est constitué par la population supersonique initiale dans la région (1), la population subsonique avec une température plus élevée dans la région (3), et d'une région (2) intermédiaire où les distributions semblent bimodales. Dans cette région (2), la distribution des vitesses  $v_y$  des particules supersoniques se superpose au premier pic centré à  $v/V_{sup} = 1$ . De la même manière, la distribution des vitesses transverses  $v_x$  de toutes les particules se superpose au second pic centré en 0. Toutefois, ces deux pics ne suffisent pas à reconstruire toute la distribution, de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires sont présentes. Des particules avec des vitesses intermédiaires existent et sont présentes dans la région (2), le front d'onde.



**FIGURE 4.3** – **a.** Tracé de 50 trajectoires de particules dont une mise en valeur en gras dans une onde de choc induite par un écoulement granulaire dilué sur un obstacle circulaire ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,007$ ,  $V_{sup} = 1,8$  m/s,  $e = 1,5$  mm). **b.** Distributions normalisées des vitesses  $v_y$  longitudinales de toutes les particules (noir), des particules supersoniques (bleu), et  $v_x$  transverses pour les particules non-supersoniques (rouge).

La compréhension de ces états intermédiaires est essentielle pour expliquer la forme des distributions des vitesses. De la même manière que l'évolution des distributions des vitesses a été observée dans le front d'onde, il apparaît naturel d'étudier l'évolution de la population supersonique. En utilisant les trajectoires des particules, il est possible d'isoler les particules ayant subies 1, 2 ou plus de deux collisions (voir Fig. 4.4 a.). Cette expérience a été réalisée avec une épaisseur entre les plaques de  $e = 1,5$  mm afin de se placer dans un cas bi-dimensionnel. Les trajectoires sont ainsi plus simples à obtenir puisqu'une bille ne peut pas passer derrière une autre bille. La figure 4.4 a. montre les trajectoires d'une particule supersonique et de la particule collisionnée. Cette particule est supposée initialement subsonique, donc ayant subi un grand nombre de collision. Les parties de la trajectoire entre chaque collision sont isolées et montrées par des couleurs



**FIGURE 4.4** – a. Trajectoire d’une particule supersonique lors de sa première collision avec une particule. Les cercles et les flèches représentent les positions et directions des billes au moment de la première collision. b. Distributions des vitesses longitudinales  $v_y$  des particules juste après 1, 2 et 3 collisions et distributions des vitesses transverses  $v_x$  et longitudinales  $v_y$  de toutes les particules non-supersoniques après deux collisions. Les traits hachurés montrent les prévisions décrites dans la section 4.3.1 comparées aux mesures expérimentales réalisées.

différentes. Les points oranges indiquent la partie de la trajectoire où la particule n’a pas eu de collision et est donc supersonique. Les points bleus indiquent la partie de trajectoire entre la première et la deuxième collision. Les points rouges indiquent la partie de trajectoire entre la deuxième et la troisième collision. Les points vert (cyan) indiquent la partie de trajectoire entre la troisième et la quatrième collision.

En respectant le même code de couleurs, la figure 4.4 b. montre les distributions des vitesses longitudinales des particules, juste après 1, 2, 3 collisions. Les distributions des vitesses transverses et longitudinales de toutes les particules non-supersoniques, après plus de 2 collisions subies, sont également représentées. La distribution des vitesses après une collision concernent les vitesses des particules supersoniques juste après cette première collision, mais aussi les vitesses des particules collisionnées. Les vitesses de ces particules sont ensuite étudiées après la deuxième et la troisième collision, ainsi que les vitesses des particules qu’elles ont collisionnées. La distribution des vitesses de la population supersonique n’est pas tracée. Au fur et à mesure des chocs, la vitesse moyenne des distributions est déplacée vers 0, elle est approximativement divisée par 2 après chaque choc. La distributions des vitesses des particules ayant subi trois chocs est très proche de celle de toutes les particules non-supersoniques. La distribution des vitesses après la première collision est la plus différente, celle dont la contribution dans les distributions totales est la plus importante, étudiée dans la section 4.1.3. Les distributions des vitesses des particules non-supersoniques, après plus de 2 collisions, sont isotropes selon  $x$  et  $y$ ,

ce qui confirme l'importance des premières collisions. Ces particules aux distributions des vitesses isotropes correspondent aux particules subsoniques.

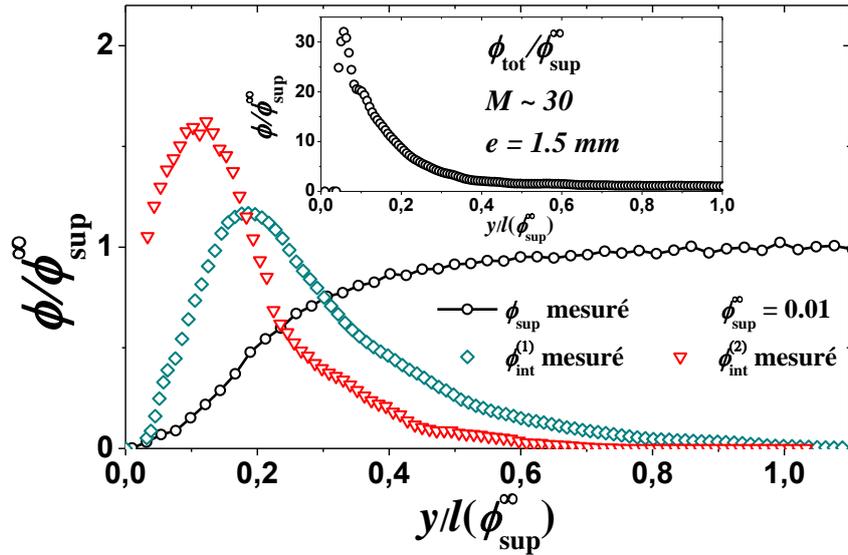
Le fait que la vitesse moyenne des distributions soit divisée par 2 après chaque collision permet de supposer que les particules avec des vitesses intermédiaires sont issues de collisions entre la population supersonique (de vitesse moyenne normalisée égale à 1) et la population subsonique (de vitesse moyenne normalisée égale à 0). Cette hypothèse est à la base du modèle élaboré dans la section 4.2. D'autre part, les particules supersoniques après une collision, ainsi que les particules collisionnées, ont les vitesses intermédiaires dont la contribution va être la plus importante dans les distributions des vitesses totales. Ces particules sont définies comme étant les particules intermédiaires (1). Lorsque ces particules subissent une deuxième collision, elles-mêmes et les particules collisionnées sont appelées particules intermédiaires (2).

### 4.1.3 Les particules intermédiaires

Dans la section précédente, il a été supposé que la distribution bimodale de la région (2) était constituée de la population supersonique, de la population subsonique, constituée de particules aux distributions des vitesses isotropes dans les trois directions de l'espace, et d'une sous-population supplémentaire, constituée d'un surplus de particules avec des vitesses intermédiaires. Afin de tester cette hypothèse, les contributions des particules dans des états intermédiaires après une et deux collisions doivent être évaluées dans la distribution totale.

Soustraire les contributions des particules intermédiaires nécessite de connaître les proportions de ces sous-populations. La figure 4.5 montre les fractions volumiques mesurées à partir des trajectoires pour les particules supersoniques ( $\phi_{sup}$ ), pour les particules après 1 collision ( $\phi_{int}^{(1)}$ ) et pour les particules après 2 collisions ( $\phi_{int}^{(2)}$ ). L'insert montre la fraction volumique totale de l'écoulement. Au-delà de trois collisions, les particules se trouvent souvent dans la zone la plus dense et il devient très difficile de les détecter. Ces fractions volumiques sont normalisées par la fraction volumique de l'alimentation  $\phi_{sup}^\infty$  et tracées en fonction de la position  $y$ , normalisée par le libre parcours moyen  $l$  ( $\phi_{sup}^\infty = d/6\sqrt{2}\phi_{sup}^\infty$ ). La fraction volumique des particules supersoniques  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty$ , proche de 1 par définition loin de l'obstacle, diminue quand ces particules ont leurs premières collisions dans la région (2) et tend vers 0 dans la région (3) dense. Alors que les particules supersoniques disparaissent, la fraction volumique  $\phi_{int}^{(1)}$  augmente puis diminue. La fraction volumique  $\phi_{int}^{(2)}$  suit les mêmes tendances mais en étant décalée vers l'obstacle par rapport à  $\phi_{int}^{(1)}$ . Les fractions volumiques  $\phi_{sup}$ ,  $\phi_{int}^{(1)}$ ,  $\phi_{int}^{(2)}$  sont faibles devant la fraction volumique totale  $\phi_{tot}$  de l'écoulement excepté au début du front d'onde quand surviennent les premières collisions.

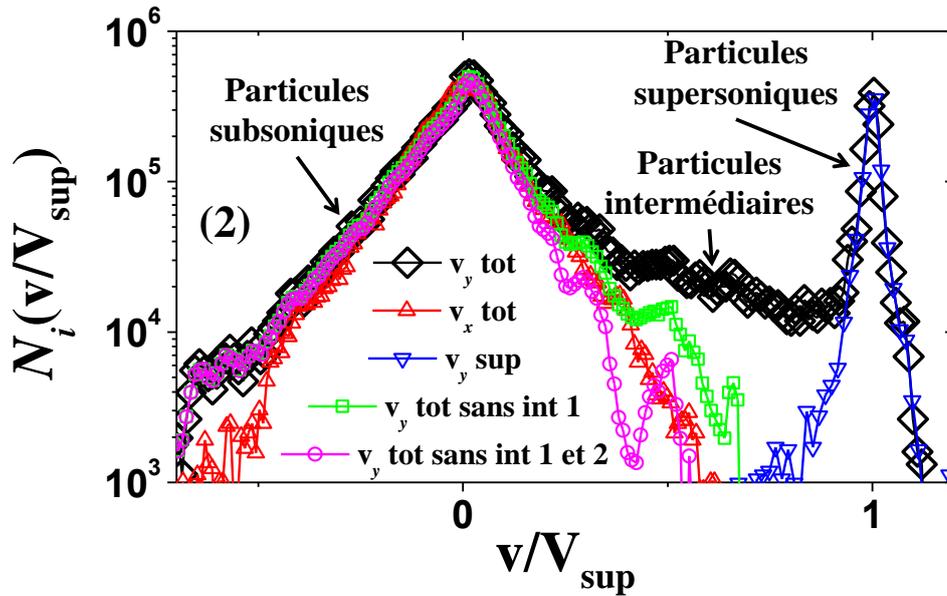
En utilisant ces fractions volumiques et les distributions de vitesses mesurées (voir Fig. 4.4), la contribution de ces états intermédiaires peut être soustraite à la distribution



**FIGURE 4.5** – Mesures des fractions volumiques  $\phi_{sup}$  des particules supersoniques,  $\phi_{int}^{(1)}(y)$  des particules détectées après 1 collision et  $\phi_{int}^{(2)}(y)$  détectée des particules après 2 collisions,  $\phi_{tot}$  de l'écoulement total (insert) pour une onde de choc générée par un écoulement dilué sous gravité ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,01$ ,  $M = 30$ ,  $e = 1,5$  mm).

des vitesses  $v_y$  de toutes les particules. Le résultat est montré sur la figure 4.6. Après soustraction des contributions, les distributions des vitesses longitudinales et transverses sont superposées et symétriques. Par ailleurs, soustraire uniquement la contribution des particules après une seule collision suffit quasiment à retrouver cette isotropie. Ce résultat est cohérent avec le fait que cette distribution soit la plus différente de la distribution des vitesses de la population subsonique. Cette population subsonique est donc définie comme étant constituée des particules avec des vitesses isotropes. Cette sous-population peut être dite "thermalisée". L'hypothèse faite sur l'existence de la population subsonique est ainsi confirmée. Cette population est constituée de particules ayant subi suffisamment de collisions pour que leurs distributions des vitesses sont isotropes dans les trois directions de l'espace.

Dans le front d'onde, les distributions des vitesses sont donc constituées des populations supersonique et subsonique dans des proportions qui varient avec la distance dans le front d'onde. Cependant la passage de la sous-population supersonique à la sous-population subsonique génère des états intermédiaires dont la présence se retrouve dans les distributions des vitesses. Il est donc indispensable de décrire précisément l'origine de ces états intermédiaires. Les distributions des vitesses peuvent ainsi être décrites avec une ou deux sous-populations intermédiaires supplémentaires.



**FIGURE 4.6** – Distributions des vitesses  $v_y$  longitudinales de toutes les particules (noir), des particules supersoniques (bleu), des particules totales sans les particules supersoniques ni les particules après 1 collision (vert), des particules totales sans les particules supersoniques ni les particules après 1 et 2 collisions (rose), et  $v_x$  transverses pour les particules non-supersoniques (rouge) dans la région (2).

## 4.2 Modèles à plusieurs populations

Pour prévoir les distributions de vitesses totales, il est nécessaire de caractériser totalement les états intermédiaires décrits dans la section précédente. Il faut donc pouvoir modéliser les distributions de vitesses et les fractions volumiques totales des particules avec des vitesses intermédiaires.

L'hypothèse formulée dans ce travail est que ces particules proviennent des collisions entre la population supersonique et uniquement la population subsonique. La population subsonique est constituée des particules dont les distributions de vitesses sont isotropes. Une particule supersonique devient intermédiaire après une collision avec une particule subsonique. Cette particule subsonique devient elle aussi une particule intermédiaire. Ces deux particules sont appelées particules intermédiaires (1) et correspondent aux particules après une collision mentionnées précédemment. De la même manière, chacune de ces deux particules va devenir une particule intermédiaire (2) en collisionnant une particule subsonique. Les particules subsoniques collisionnées vont également devenir des particules intermédiaires (2). Dans le modèle proposé, les collisions sont supposées se produire exclusivement avec des particules subsoniques car, comme le montre l'insert de la figure 4.5, celles-ci sont bien plus nombreuses. Cette approximation est détaillée plus loin.

À partir de ces hypothèses, il est possible d'obtenir une forme analytique des fractions volumiques  $\phi_{int}^{(1)}(y)$  des particules intermédiaires (1) et  $\phi_{int}^{(2)}(y)$  des particules intermédiaires (2). L'obtention de ces deux expressions est détaillée par la suite. Le calcul est

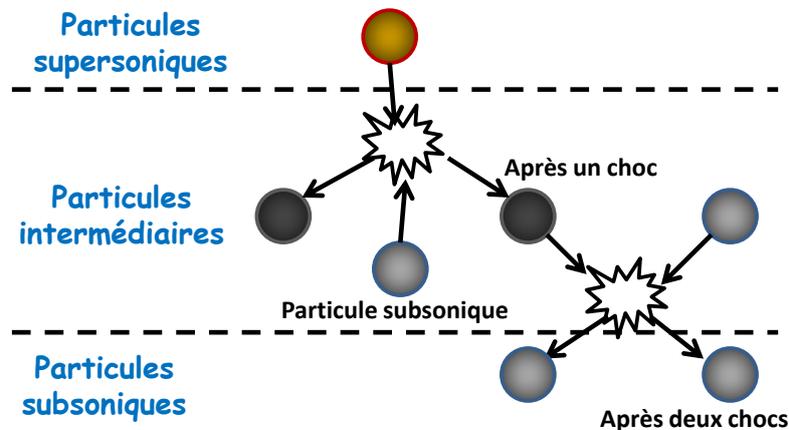
d'abord mené pour  $\phi_{int}^{(1)}(y)$  dans un modèle à 3 populations. Ce modèle est ensuite étendu à 4 populations pour obtenir l'expression de  $\phi_{int}^{(2)}(y)$ .

### 4.2.1 Les particules intermédiaires (1)

Dans un écoulement uni-dimensionnel suivant  $\hat{y}$ , la conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial (\phi V)}{\partial y} = 0 \quad (4.1)$$

Où  $\phi$  et  $\vec{V}$  sont respectivement la fraction volumique totale et la vitesse moyenne de l'écoulement. Dans un premier temps, seules 3 sous-populations sont considérées : les particules supersoniques, subsoniques et les particules intermédiaires (1). Des transferts de populations ont lieu dans le front de l'onde de choc. Comme défini précédemment, lorsqu'une particule supersonique collisionne une particule subsonique, les deux particules deviennent des particules intermédiaires (1). Celles-ci collisionnent à leur tour d'autres particules subsoniques et deviennent elles-mêmes subsoniques comme l'indique la figure 4.7. Dans ce modèle, les collisions entre les particules intermédiaires et d'autres particules



**FIGURE 4.7** – Description des transferts de populations dans l'onde de choc pour un modèle à trois populations.

supersoniques sont négligées car celles-ci sont beaucoup moins nombreuses que les particules subsoniques. Dans l'exemple de la figure 4.3, l'étude des trajectoires des particules intermédiaires (1) permet de montrer que 13% de collisions suivantes de ces particules intermédiaires (1) ont lieu avec des particules supersoniques, sur tout le front d'onde. Cette hypothèse permet de simplifier grandement le modèle mais elle n'est à priori pas valable dans tout l'écoulement, ni pour les ondes de chocs dans les gaz granulaires vibrés et moléculaires avec des conséquences discutées après.

Pour chaque sous-population  $i$ , les transferts de populations sont décrits par des processus d'apparition et de disparition agissant comme des termes sources :

$$\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + \frac{\partial (\phi_i V_i)}{\partial y} = \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right)_{disp} + \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \right)_{app} \quad (4.2)$$

Pour un écoulement stationnaire,  $\frac{\partial \phi_i}{\partial t} = 0$  pour chaque sous-population  $i$ . Les particules supersoniques, subsoniques et intermédiaires (1) sont respectivement notées 1, 2 et 3 dans un souci de clarté des calculs. D'après ce modèle, les particules supersoniques ne peuvent que disparaître après une collision avec une particule subsonique. Une particule supersonique disparaît à chaque collision :

$$\frac{\partial (\phi_1 V_1)}{\partial y} = \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right)_{disp} = -J_{12} \quad (4.3)$$

Où  $J_{12}$  est l'opérateur de collision entre les particules supersoniques et subsoniques. De manière plus générale, pour deux sous-populations  $a$  et  $b$  :

$$J_{ab} = \iint \Omega \cdot f_a(\vec{v}_a) \cdot f_b(\vec{v}_b) \cdot |\vec{v}_a - \vec{v}_b| d\vec{v}_a d\vec{v}_b \quad (4.4)$$

$\Omega = \pi d^2$  est la section efficace dans le cas de sphères dures (diamètre  $d$ ) et  $f_i(\vec{v}_i)$  est la distribution normalisée des vitesses, supposée gaussienne (pour simplifier) dans ce calcul :

$$f_i(\vec{v}) = \frac{N_i(y)}{(2\pi T_i)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\vec{v} - \vec{V}_i)^2}{2T_i}\right) \quad (4.5)$$

$N_i$ ,  $\vec{V}_i$  et  $T_i$  sont respectivement le nombre de particules, la vitesse moyenne et la température pour la sous-population  $i$ . En utilisant les distributions gaussiennes de l'équation (4.5),  $J_{ab}$  peut s'écrire :

$$J_{ab} = J_{ba} = \frac{6\sqrt{2}}{d} \phi_a \phi_b |V_a - V_b| \times A_{ab}$$

$$A_{ab} = \frac{C^{3/2}}{6\sqrt{\pi}} \int_0^\infty (|1+x|^3 - |1-x|^3) \exp\left(-\frac{Cx^2}{2}\right) x dx \quad C = \frac{(v_a - v_b)^2}{T_a + T_b} \quad (4.6)$$

Les figures 4.3 et 4.4 b. montrent que les distributions des vitesses des particules supersoniques, subsoniques et intermédiaires ne sont pas gaussiennes, ce qui peut mener à des valeurs légèrement différentes de  $A_{ab}$ . Les particules subsoniques apparaissent après collisions entre des particules intermédiaires (1) et des particules subsoniques déjà existantes.

Elles disparaissent lors de collisions avec particules supersoniques :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\phi_2 V_2)}{\partial y} &= \left(\frac{\partial\phi_2}{\partial t}\right)_{disp} + \left(\frac{\partial\phi_2}{\partial t}\right)_{app} \\
&= \left(\frac{\partial\phi_2}{\partial t}\right)_{disp} - \left(\frac{\partial\phi_3}{\partial t}\right)_{disp} \\
&= -J_{12} + J_{32}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Les particules intermédiaires apparaissent après des collisions entre les particules supersoniques et subsoniques. Une collision entre une particule supersonique et une particule subsonique mène à deux particules intermédiaires (1). Elles disparaissent après une seconde collision avec une particule subsonique :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial(\phi_3 V_3)}{\partial y} &= \left(\frac{\partial\phi_3}{\partial t}\right)_{disp} + \left(\frac{\partial\phi_3}{\partial t}\right)_{app} \\
&= \left(\frac{\partial\phi_3}{\partial t}\right)_{disp} - \left(\frac{\partial\phi_1}{\partial t}\right)_{disp} - \left(\frac{\partial\phi_2}{\partial t}\right)_{disp} \\
&= -J_{32} + 2J_{12}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Les équations (4.3), (4.7) et (4.8) respectent la conservation de la masse donnée par l'équation (4.1). La conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie, en considérant un modèle élastique<sup>1</sup>, permettent d'exprimer simplement la vitesse moyenne et la température des particules intermédiaires (1) :

$$V_3 = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \text{et} \quad T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{4N} \tag{4.9}$$

$N$  est le nombre de degrés de libertés. À partir des équations (4.3), (4.4), (4.8) et (4.9), le flux  $\phi_3 V_3$  de particules intermédiaires (1) peut être exprimé :

$$\frac{\partial(\phi_3 V_3)}{\partial y} = -2 \frac{\partial(\phi_1 V_1)}{\partial y} - \frac{6\sqrt{2}}{d} \phi_3 \phi_2 (V_3 - V_2) \times A_{32} \tag{4.10}$$

En ré-exprimant la fraction volumique  $\phi_2$  à partir de l'équation (4.3) :

$$\frac{\partial(\phi_3 V_3)}{\partial y} = -2 \frac{\partial(\phi_1 V_1)}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{A_{32}}{A_{12}} \frac{\phi_3}{\phi_1} \frac{\partial(\phi_1 V_1)}{\partial y} \tag{4.11}$$

La position  $y$  peut être éliminée. La vitesse moyenne des particules supersoniques est constante (en négligeant l'effet de la gravité). La vitesse moyenne des particules intermé-

---

1. Pour une faible élasticité, on s'attend à une vitesse  $V_3$  identique et à une température  $T_3$  légèrement inférieure.

diaires est considérée comme lentement variable pour de grandes valeurs de  $V_1$  :

$$\frac{V_3}{V_1} \frac{\partial \phi_3}{\partial \phi_1} = -2 + \frac{1}{2} \frac{A_{32} \phi_3}{A_{12} \phi_1} \quad (4.12)$$

Avec  $\lim_{y \rightarrow -\infty} \phi_1(y) = \phi_1^\infty$ , l'équation (4.12) admet une solution analytique :

$$\begin{aligned} \phi_3(\phi_1) &= K \phi_1^\infty \left( \frac{\phi_1}{\phi_1^\infty} - \left( \frac{\phi_1}{\phi_1^\infty} \right)^n \right) \\ K^{-1} &= \frac{1}{2} \frac{V_3}{V_1} (n-1) \quad n = \frac{1}{2} \frac{A_{32} V_1}{A_{12} V_3} \end{aligned} \quad (4.13)$$

La solution est tracée sur la figure 4.9 et est en très bon accord avec les mesures directes des fractions volumiques. Une légère correction est nécessaire pour prendre en compte la bi-dimensionnalité de l'écoulement granulaire sous gravité. De plus la valeur de  $A_{32}/A_{12}$  utilisée pour décrire notre expérience est légèrement différente. Une explication possible à cet écart est le caractère non gaussien des distributions de vitesses.

Ce modèle décrit la fraction volumique des particules intermédiaires dans le cas de l'onde de choc induite par l'écoulement dilué sous gravité. C'est uniquement dans ce cas que les collisions entre particules intermédiaires et supersoniques peuvent être négligées, ce qui a été vérifié expérimentalement. Ces collisions sont beaucoup plus nombreuses dans le cas des gaz moléculaires et des gaz granulaires vibrés, ce qui implique un processus de disparition supplémentaire pour les particules intermédiaires (1).

### 4.2.2 Les particules intermédiaires (2)

Plus loin dans le front d'onde, il peut être nécessaire de tenir compte des particules appelées intermédiaires (2) afin d'interpréter les distributions de vitesses. Le modèle est étendu à 4 sous-populations : les particules supersoniques, subsoniques, intermédiaires (1) et (2), notées respectivement 1, 2, 3 et 4. Tout d'abord les particules intermédiaires (1) sont créées à partir des collisions entre particules supersoniques et subsoniques comme expliqué précédemment. La différence est qu'elles deviennent des particules intermédiaires (2) après une collision avec des particules subsoniques existantes, puis subsoniques à leur tour après une troisième collision comme le montre la figure 4.8.

Les processus d'apparition et de disparition sont décrits par les équations suivantes :

$$\frac{\partial(\phi_1 V_1)}{\partial y} = -J_{12} \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial(\phi_2 V_2)}{\partial y} = -J_{12} - J_{32} + J_{42} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial(\phi_3 V_3)}{\partial y} = 2J_{12} - J_{32} \quad (4.16)$$

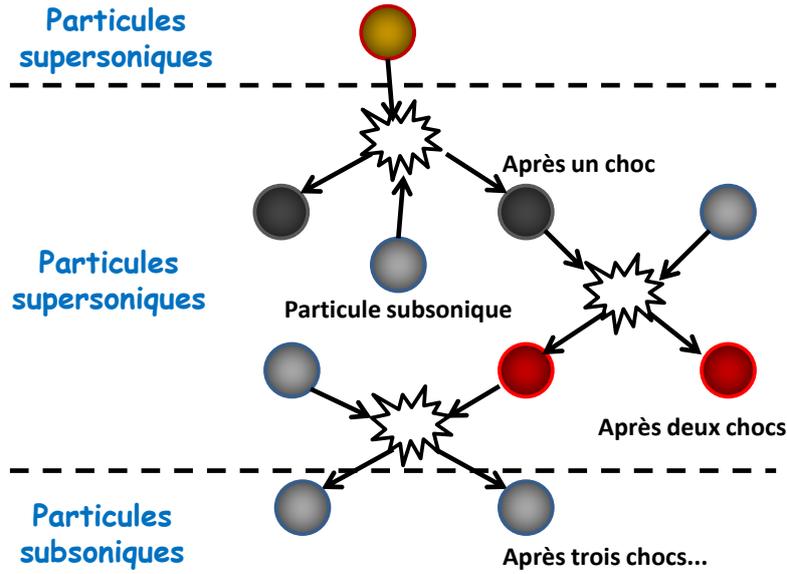


FIGURE 4.8 – Description des transferts de populations dans l’onde de choc pour un modèle à quatre populations.

$$\frac{\partial(\phi_4 V_4)}{\partial y} = 2J_{32} - J_{42} \quad (4.17)$$

La conservation de la quantité de mouvement et de l’énergie (toujours dans un modèle élastique) permettent d’exprimer la vitesse moyenne et la température des particules intermédiaires (1) et (2) :

$$V_3 = \frac{V_1 + V_2}{2} \quad \text{et} \quad T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{(V_1 - V_2)^2}{4N} \quad (4.18)$$

$$V_4 = \frac{V_3 + V_2}{2} \quad \text{et} \quad T_4 = \frac{T_3 + T_2}{2} + \frac{(V_3 - V_2)^2}{4N} \quad (4.19)$$

La fraction volumique des particules intermédiaires (1) est à nouveau déduite de l’équation (4.12) avec la même expression que celle donnée pour le cas à trois populations dans l’équation (4.13). À partir des équations (4.14), (4.15), (4.17), (4.4), la fraction volumique des particules intermédiaires (2) peut être exprimée à travers l’équation différentielle :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\phi_4 V_4)}{\partial(\phi_1 V_1)} &= -4 - 2 \frac{\partial(\phi_3 V_3)}{\partial(\phi_1 V_1)} + \frac{\phi_4 V_4 - V_2 A_{42}}{\phi_1 V_1 - V_2 A_{12}} \\ &= -\frac{A_{32} \phi_3}{A_{12} \phi_1} + \frac{1}{4} \frac{A_{42} \phi_4}{A_{12} \phi_1} \end{aligned} \quad (4.20)$$

En utilisant les quantités normalisées  $\tilde{\phi}_i = \phi_i / \phi_1^\infty$  et  $\tilde{V}_i = V_i / V_1$ , la fraction volumique des particules intermédiaires (1) est donnée par (4.13) et celle des particules intermédiaires

(2) peut être exprimée analytiquement :

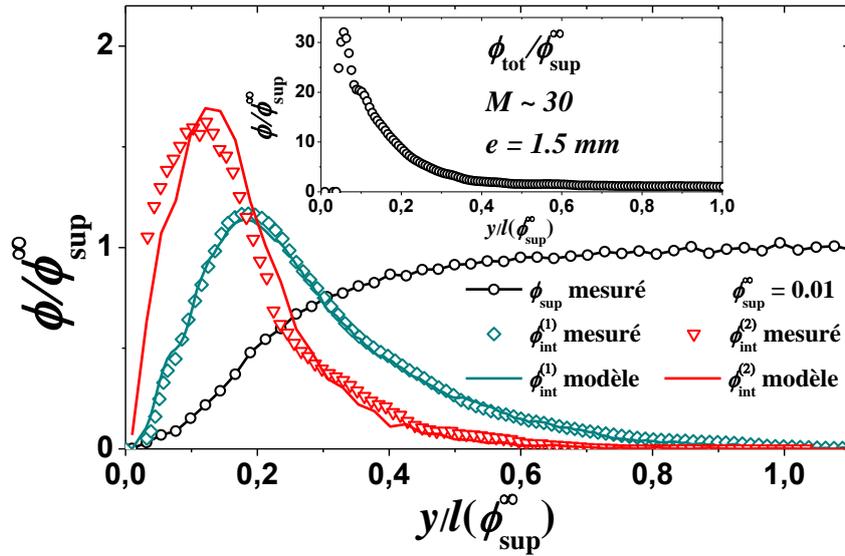
$$\tilde{\phi}_3(\tilde{\phi}_1) = K_1(\tilde{\phi}_1 - \tilde{\phi}_1^{n_1}) \quad (4.21)$$

$$K_1 = \frac{2}{(n_1 - 1)\tilde{V}_3} \quad n_1 = \frac{1}{2} \frac{A_{32}}{A_{12}} \frac{1}{\tilde{V}_3}$$

$$\tilde{\phi}_4(\tilde{\phi}_1) = K_2(\tilde{\phi}_1^{n_2} - \tilde{\phi}_1^{n_1} + n_1(\tilde{\phi}_1 - \tilde{\phi}_1^{n_2}) - n_2(\tilde{\phi}_1 - \tilde{\phi}_1^{n_1})) \quad (4.22)$$

$$K_2 = \frac{4n_1}{(n_1 - n_2)(n_1 - 1)(n_2 - 1)\tilde{V}_4} \quad n_2 = \frac{1}{4} \frac{A_{42}}{A_{12}} \frac{1}{\tilde{V}_4}$$

L'expression de  $\tilde{\phi}_3$  demeure inchangée par rapport au modèle à trois populations. La figure 4.9 montre ces deux expressions avec les corrections dues à la bi-dimensionnalité de l'écoulement sous gravité. Ces expressions sont comparées avec les fractions volumiques



**FIGURE 4.9** – Mesures des fractions volumiques  $\phi_{sup}$  des particules supersoniques,  $\phi_{int}^{(1)}(y)$  des particules détectées après 1 collision et  $\phi_{int}^{(2)}(y)$  détectée des particules après 2 collisions,  $\phi_{tot}$  de l'écoulement total (insert) pour une onde de choc générée par un écoulement dilué sous gravité ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,01$ ,  $M = 30$ ,  $e = 1,5 \text{ mm}$ ). Les traits pleins indiquent les formes analytiques calculées par le modèle décrit dans cette section.

des particules intermédiaires mesurées. Le modèle rend correctement compte de l'évolution de ces grandeurs macroscopiques. Ce bon accord conforte l'idée que les particules intermédiaires (1) proviennent de collisions binaires entre les particules supersoniques et subsoniques. Elles deviennent ensuite des particules intermédiaires (2) par des collisions essentiellement avec d'autres particules subsoniques. La figure 4.6 montre que la contribution essentielle des états intermédiaires aux distributions des vitesses est due aux

particules intermédiaires (1). Ainsi bien que le modèle puisse éventuellement être encore étendu, décrire d'autres états ne présente pas d'intérêt. Par ailleurs, il serait très difficile expérimentalement de mesurer précisément les fractions volumiques des particules après plus de deux collisions. Comme précédemment, les collisions entre particules intermédiaires et supersoniques sont négligées et devront peut-être être prises en compte pour décrire les gaz granulaires vibrés et les gaz moléculaires. Les mêmes hypothèses pourront être utilisées et vérifiées en modélisant les distributions des vitesses de ces états intermédiaires.

### 4.3 Description des distributions de vitesses

Afin de pouvoir interpréter les distributions des vitesses locales dans tout le front d'onde, il est nécessaire de comprendre la forme des distributions des vitesses des particules intermédiaires après 1, 2 ou plusieurs collisions mesurées dans la figure 4.4.

#### 4.3.1 Prévion des distributions de vitesses pour les particules intermédiaires

Les distributions des vitesses des particules intermédiaires peuvent être simulées à partir du modèle précédent et en écrivant les équations gouvernant les collisions inélastiques entre deux sphères non inter-pénétrables. D'après ce modèle, les particules intermédiaires proviennent des collisions entre les particules supersoniques et les particules subsoniques. Les distributions de vitesses de ces deux sous-populations doivent donc être déterminées préalablement. Dans l'onde de choc induite par l'écoulement granulaire dilué sous gravité autour d'un obstacle cylindrique, les particules subsoniques ont une vitesse moyenne nulle. Les distributions de vitesses des populations supersonique et subsonique sont mesurées expérimentalement comme le montre la figure 4.4 c. Ces deux distributions sont utilisées pour calculer celle des particules intermédiaires (1). Pour deux sphères dures, de vitesses

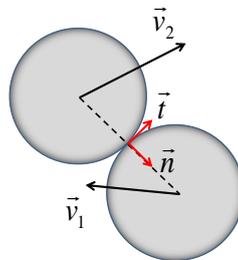


FIGURE 4.10 – Schéma d'une collision entre deux sphères.

$\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  avant la collision, qui ont une collision inélastique et avec de la friction, les vitesses

$\vec{u}_1$  et  $\vec{u}_2$  après cette collision sont liées aux premières par les équations suivantes :

$$\vec{u}_1 + \vec{u}_2 = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \quad (4.23)$$

$$(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot \vec{n} = -r (\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n} \quad (4.24)$$

$$[(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) - (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)] \cdot \vec{t} = -\mu |[(\vec{u}_1 - \vec{u}_2) - (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)] \cdot \vec{n}| \quad (4.25)$$

$\vec{n}$  est un vecteur unitaire liant les centres des deux sphères comme le montre la figure 4.10.  $\vec{t}$  est un vecteur unitaire perpendiculaire à  $\vec{n}$  défini par :

$$\vec{v}_1 - \vec{v}_2 = ((\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}) \vec{n} + ((\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{t}) \vec{t} \quad (4.26)$$

$$\vec{t} = \frac{\vec{v}_1 - \vec{v}_2 - |(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}| \vec{n}}{\| \vec{v}_1 - \vec{v}_2 - |(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}| \vec{n} \|} \quad (4.27)$$

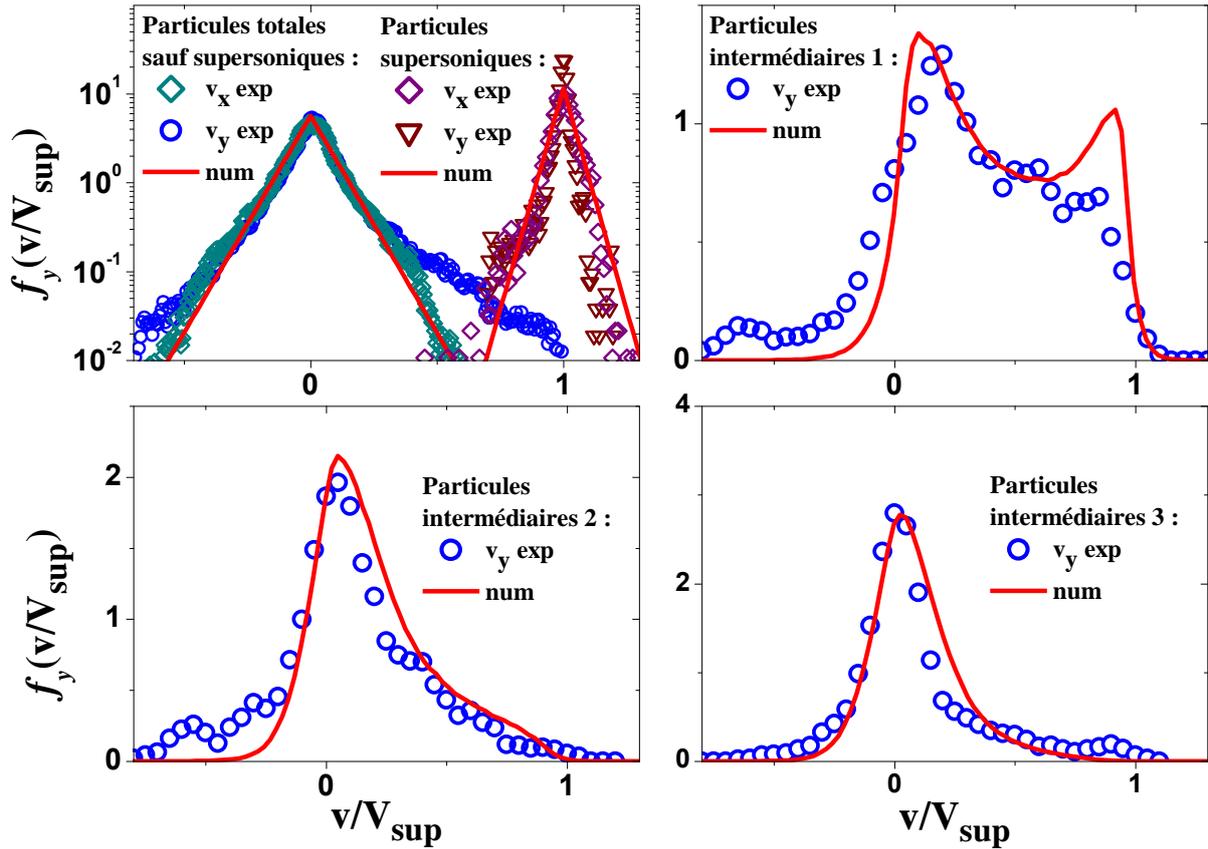
$r$  and  $\mu$  sont respectivement les coefficients d'inélasticité et de friction.  $r = 0.95$  et  $\mu = 0.15$  dans le cas de deux billes d'acier. Les vitesses immédiatement après la collision sont calculées :

$$\vec{u}_1 = \vec{v}_1 - \frac{1+r}{2} [(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}] \vec{n} - \frac{\mu(1+r)}{2} |(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}| \vec{t} \quad (4.28)$$

$$\vec{u}_2 = \vec{v}_2 - \frac{1+r}{2} [(\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot \vec{n}] \vec{n} + \frac{\mu(1+r)}{2} |(\vec{v}_1 - \vec{v}_2) \cdot \vec{n}| \vec{t} \quad (4.29)$$

Les vitesses des particules intermédiaires (1) sont calculées à partir des vitesses des particules supersoniques et subsoniques en utilisant un paramètre d'impact aléatoire. Pour chaque valeur de ce paramètre d'impact, un grand nombre de vitesses supersoniques et subsoniques, tirées aléatoirement dans les distributions des vitesses respectives, sont utilisées afin d'assurer la convergence des distributions calculées. Les vitesses des particules intermédiaires (2) sont calculées à partir des distributions des vitesses des particules intermédiaires (1) et des particules subsoniques par une procédure identique.

Les distributions ainsi calculées sont tracées dans les figures 4.4 b. et 4.11 b. c. d. et sont en bonne accord avec les mesures expérimentales. Seule la distribution des particules intermédiaires (1) présente un léger écart pour les hautes vitesses entre les mesures expérimentales et les prédictions du modèle. Cet écart peut être dû aux mesures expérimentales elles-mêmes. Les particules intermédiaires (1) ayant des hautes vitesses sont des particules supersoniques n'ayant été que peu ou pas déviées lors de la première collision. La procédure de détection est avant tout basée sur les variations d'angles de la trajectoire et sur les variations des vitesses. Une collision où la particule supersonique effleure à peine une autre particule peut ne pas être prise en compte, ce qui peut expliquer le déficit constaté. Les distributions des vitesses des particules intermédiaires (2) et (3) sont elles en bon accord. Ces distributions se rapprochent au fur et à mesure des chocs de la distribution des vitesses des particules subsoniques.



**FIGURE 4.11** – **a.** Distributions des vitesses longitudinales ( $v_y$ ) et transverses ( $v_x$ ) mesurées expérimentalement dans l'écoulement granulaire dilué sous gravité pour les particules supersoniques et subsoniques avec les distributions numériques choisies pour générer les particules intermédiaires. **b. c. d.** Distributions des vitesses des particules intermédiaires (1) (2) (3) mesurées expérimentalement et distributions numériques générées à partir du modèle.

Ces résultats confirment que les particules intermédiaires (1) proviennent bien de collisions binaires entre particules supersoniques et subsoniques. Les particules intermédiaires (2) proviennent des collisions entre particules intermédiaires (1) et particules subsoniques. Et enfin les particules intermédiaires (3) proviennent des collisions entre particules intermédiaires (2) et particules subsoniques. Ce calcul numérique a été aussi utilisé pour générer les distributions des vitesses dans les gaz moléculaires. Dans ce cas  $r = 1$ ,  $\mu = 0$  et les distributions des vitesses des particules supersoniques et subsoniques sont choisies gaussiennes. Ces résultats sont exposés dans la section 4.4.

### 4.3.2 Reconstruction des distributions de vitesses locales

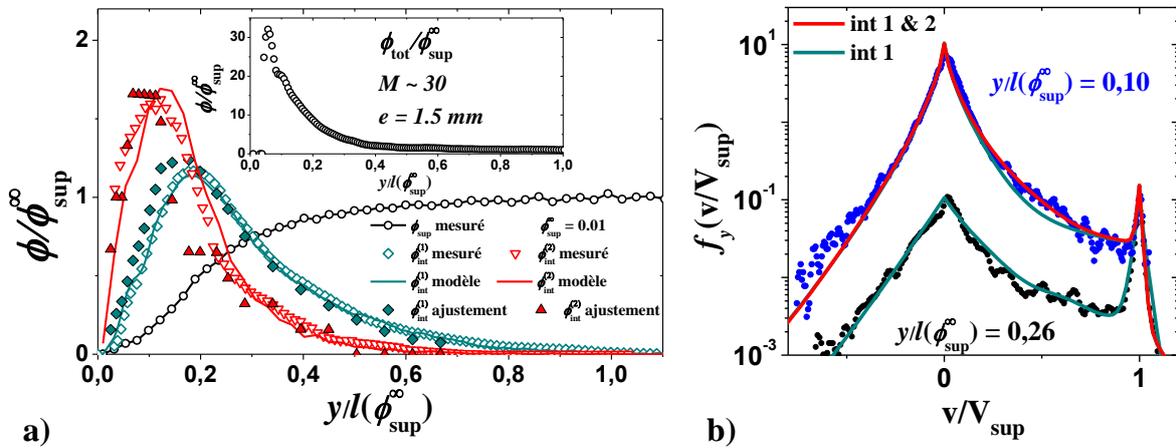
L'origine des particules intermédiaires observées est bien décrite par le modèle précédent. Leur effet sur les distributions locales des vitesses longitudinales de toutes les particules, et notamment le poids de leur contribution, est étudié. Dans le cas de l'écoulement granulaire, les distributions des vitesses des particules supersoniques et subsoniques sont parfaitement connues et fixées (voir Fig. 4.11 a.). Les distributions des vitesses inter-

médiales peuvent ainsi être calculées pour différentes positions  $y$  dans le front de l'onde de choc. Un ajustement des distributions normalisées totales pour différents  $y$  est ensuite réalisé avec la forme fonctionnelle :

$$f_{tot}(v) = c_1 f_1(v) + c_2 f_2(v) + c_3 f_3(v) + c_4 f_4(v) \quad (4.30)$$

Où  $f_1(v)$ ,  $f_2(v)$ ,  $f_3(v)$ ,  $f_4(v)$  sont les distributions normalisées des vitesses des particules supersoniques, subsoniques, intermédiaires (1) et (2). Les coefficients  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  sont proportions de chacune de ces sous-populations et sont les seuls paramètres ajustables pour reconstruire les distributions expérimentales. Ces proportions permettent de remonter aux fractions volumiques pour chaque sous-population. Le but de cette méthode est double. D'une part, c'est une procédure de contrôle qui permet une mesure différentes des fractions volumiques des particules intermédiaires dans le cas de l'onde de choc induite par un écoulement dilué. D'autre part, cette méthode pourra être étendue à d'autre milieux, tels que les gaz granulaires vibrés et les gaz moléculaires, où la mesure directe de ces fractions volumiques à partir des trajectoires est impossible.

La figure 4.12 montre les fractions volumiques des particules intermédiaires (1) et (2) obtenues par cette méthode (a.) ainsi que deux exemples d'ajustements dans le cas de l'écoulement sous gravité (b.) sur un obstacle circulaire. Les proportions utilisées pour



**FIGURE 4.12** – **a.** Mesures des fractions volumiques  $\phi_{sup}$  des particules supersoniques,  $\phi_{int}^{(1)}(y)$  des particules détectées après 1 collision et  $\phi_{int}^{(2)}(y)$  détectée des particules après 2 collisions,  $\phi_{tot}$  de l'écoulement total (insert) pour une onde de choc générée par un écoulement dilué sous gravité ( $\phi_{sup}^{\infty} = 0,01$ ,  $M = 30$ ,  $e = 1,5$  mm). Les traits pleins indiquent les formes analytiques calculées par le modèle décrit dans cette section. Les points colorés indiquent les proportions obtenues par l'ajustement avec 4 populations. **b.** Deux exemples de distributions des vitesses longitudinales ( $v_y$ ) mesurées expérimentalement avec les distributions obtenues par ajustement. Ligne verte : ajustement avec uniquement les particules intermédiaires (1). Ligne rouge : ajustement avec les particules intermédiaires (1) et (2).

l'ajustement sont en accord avec les valeurs mesurées directement ainsi qu'avec le modèle établi. Dans la plus grande partie du front d'onde, les mesures montrent que les particules

intermédiaires (1) suffisent pour interpréter le surplus de particules observé, telle la distribution des vitesses située à  $y/l (\phi_{sup}^\infty) = 0,26$  (voir Fig. 4.12 b.). Plus loin dans le front d'onde, la prise en compte des particules intermédiaires (2) permet un meilleur ajustement pour la distribution des vitesses située à  $y/l (\phi_{sup}^\infty) = 0,10$  (voir Fig. 4.12 b.). Ces ajustements confirment que les particules intermédiaires, dont l'origine est exposée par notre modèle, sont de bonnes candidates pour expliquer la forme des distributions des vitesses. Le modèle élaboré ainsi que l'ajustement par les distributions des vitesses découlant de ce modèle montrent tout deux un très bon accord avec les mesures expérimentales directes des fractions volumiques pour les particules intermédiaires. Ces résultats renforcent la description faite de ces états intermédiaires intervenant lors de la "transformation" des particules supersoniques en particules subsoniques dans le front de l'onde de choc.

## 4.4 Distributions de vitesses dans un gaz granulaire vibré et dans les gaz moléculaires

Le scénario exposé dans la section précédente n'est jusqu'à présent valable que dans l'onde de choc générée par un écoulement granulaire dilué. Le but de cette section est de montrer que ces résultats ont une portée plus générale, à la fois dans l'expérience précédente consistant à générer des ondes de choc dans un gaz granulaire vibré, mais aussi dans les ondes de choc formées dans les gaz moléculaires. Les particules intermédiaires ne sont pas mesurables directement avec nos méthodes de suivi dans les gaz granulaires vibrés ni dans les gaz moléculaires. En supposant que les particules intermédiaires sont également issues des collisions entre particules supersoniques et subsoniques, la méthode d'ajustement a été étendue à ces milieux pour décrire les distributions des vitesses locales.

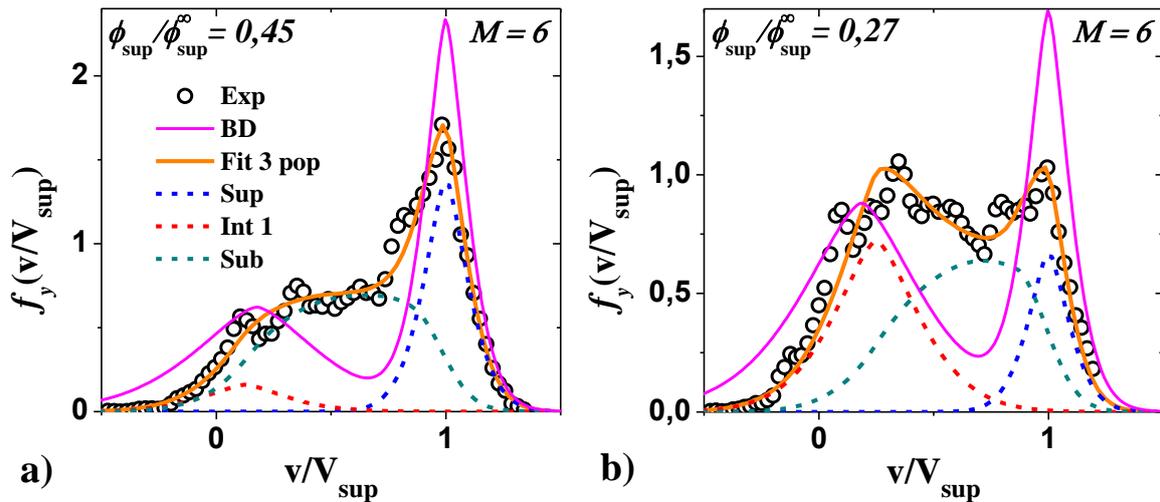
### 4.4.1 Dans les gaz granulaires vibrés

La méthode d'ajustement des distributions fonctionne en plusieurs étapes qui dépendent de l'expérience. Dans un premier temps, il convient de caractériser les distributions des vitesses des particules supersoniques et subsoniques. À partir de ces distributions, les distributions des vitesses des particules intermédiaires sont générées numériquement comme expliqué précédemment et mimées par une forme fonctionnelle adaptée. Les proportions de chaque sous-population sont ensuite ajustées pour être au plus près des mesures expérimentales des distributions des vitesses de toutes les particules pour différentes positions  $y$ .

Dans le cas de l'onde de choc générée par un écoulement dilué sous gravité sur un obstacle circulaire, les référentiels de l'obstacle et du front de l'onde de choc sont les mêmes car l'écoulement est bi-dimensionnel. La vitesse moyenne des particules subsoniques est nulle et la température granulaire subsonique est mesurée expérimentalement grâce aux

distributions des vitesses transverses. Les distributions supersoniques et subsoniques sont totalement déterminées et les particules intermédiaires peuvent être générées.

Dans le cas du gaz granulaire vibré, la population subsonique a été supposée isotrope et sa température est mesurée expérimentalement. Bien que la distributions des vitesses transverses contiennent toutes les particules, la population subsonique est très majoritaire et sa large distribution impose la température. Cependant sa vitesse moyenne longitudinale reste inconnue. La vitesse supersonique est connue et mesurée mais la vitesse subsonique devient un paramètre inconnu supplémentaire. Il est inclus dans la procédure d'ajustement en générant les distributions des vitesses intermédiaires sur une large gamme de vitesses moyennes subsoniques. Les seuls paramètres ajustables restent les proportions de chaque sous-populations mais l'ajustement se fait pour chaque distribution générée dans la gamme des vitesses subsoniques choisies. Le meilleur ajustement avec les données expérimentales est ensuite choisi. Il n'est pas possible de laisser directement ce paramètre comme ajustable car la forme des distributions des vitesses des particules intermédiaires dépend directement des vitesses des populations supersonique et subsonique. Deux exemples sont donnés sur la figure 4.13. Comme expliqué dans la section 2.2.3, les



**FIGURE 4.13** – Distributions des vitesses mesurées expérimentalement dans une onde de choc à un nombre de Mach de 6 induite dans un gaz granulaire dilué pour deux positions :  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^{\infty} = 0,45$  **a.** et  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^{\infty} = 0,27$  **b.**. Le trait plein rose montre les prédictions du modèle bimodal dissipatif (BD). Le trait plein orange montre le résultat de l'ajustement avec les particules intermédiaires avec les proportions de chaque sous-population en traits hachurés.

distributions sont obtenues dans le référentiel de l'onde de choc. Les vitesses sont normalisées par la vitesse de ce front d'onde qui est l'équivalent de la vitesse de l'écoulement supersonique dans l'onde de choc généré par un écoulement dilué sur un obstacle circulaire. La position à laquelle est tracée chaque distribution est repérée par la fraction volumique normalisée  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^{\infty}$  des particules supersoniques. Ces mesures sont ensuite comparées avec le modèle bimodal dissipatif (noté BD), présenté dans la section 3.3, et avec l'ajustement (noté fit) comprenant les particules intermédiaires. Le modèle bimodal

dissipatif montre à nouveau que les populations supersoniques et subsoniques sont insuffisantes à décrire totalement la forme des distributions. En revanche, l'ajustement avec les particules intermédiaires est en très bon accord avec les mesures expérimentales.

De manière surprenante, les particules intermédiaires (1) suffisent seules pour ajuster le modèle avec ces données. L'intégration de cette seule sous-population dans le modèle bimodal dissipatif peut donc à priori suffire pour décrire complètement les grandeurs macroscopiques mesurées dans le front de l'onde de choc. Les proportions de particules intermédiaires (1) obtenues par cette méthode sont tracées dans la figure 4.17 et discutées par la suite. Les deux exemples montrent déjà une forte proportion de particules intermédiaires dans le début du front de l'onde de choc.

#### 4.4.2 Dans les gaz moléculaires

La méthode d'ajustement proposée ici a été étendue aux gaz moléculaires sur la base de distributions des vitesses fournies par la littérature. Il s'agit de distributions mesurées expérimentalement par des méthodes de spectroscopie [24,27] mais également d'un travail numérique basé sur des simulations de dynamique moléculaire [34].

##### Relation entre $V_{sub}$ et $T_{sub}$

La méthode d'ajustement dans les gaz moléculaires est un peu plus complexe car la température et la vitesse moyenne de la population subsonique sont inconnues. Même dans les gaz moléculaires, un modèle à trois populations ne permet plus d'écrire des relations telles que les conditions de Rankine-Hugoniot pour lier les grandeurs macroscopiques des populations supersonique et subsonique. La distribution des vitesses des particules subsoniques est donc supposée gaussienne mais avec une vitesse  $V_{sub} = V_2$  et une température  $T_{sub} = T_2$  inconnues. Pour pouvoir générer les distributions des vitesses des particules intermédiaires, il est nécessaire de pouvoir lier ces deux grandeurs. En supposant un écoulement stationnaire et unidimensionnel, les équations d'Euler assurant la conservation de la masse, de l'impulsion et de l'énergie sont écrites pour un gaz parfait moléculaire pour un modèle à trois populations. Ces populations sont les particules supersoniques, les particules subsoniques et les particules intermédiaires (1) respectivement notées 1, 2 et 3. Les particules intermédiaires (2) ne sont pas prises en compte pour simplifier le modèle mais la suite montre que leur effet est, de toute manière, très peu visible dans les distributions de vitesses. Dans ce cas, les équations s'écrivent :

$$\phi_1 V_1 + \phi_2 V_2 + \phi_3 V_3 = \phi_1^\infty V_1$$

$$\phi_1 (V_1^2 + k_n T_1) + \phi_2 (V_2^2 + k_n T_2) + \phi_3 (V_3^2 + k_n T_3) = \phi_1^\infty (V_1^2 + k_n T_1)$$

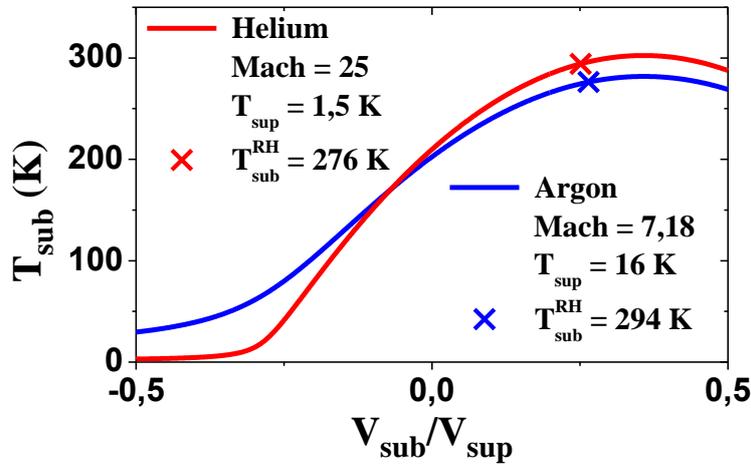
$$\begin{aligned} \phi_1 V_1 (V_1^2 + (N+2) k_n T_1) + \phi_2 V_2 (V_2^2 + (N+2) k_n T_2) \\ + \phi_3 V_3 (V_3^2 + (N+2) k_n T_3) = \phi_1^\infty V_1 (V_1^2 + (N+2) k_n T_1) \end{aligned}$$

Où  $k_n = k/m$  avec  $k$  la constante de Boltzmann et  $m$  la masse atomique du gaz moléculaire considéré. Le système peut être réécrit sous forme matricielle :

$$M \begin{pmatrix} \phi_1 - \phi_1^\infty \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{pmatrix} = 0 \quad (4.31)$$

$$M = \begin{pmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ V_1^2 + k_n T_1 & V_2^2 + k_n T_2 & V_3^2 + k_n T_3 \\ V_1 (V_1^2 + (N+2) k_n T_1) & V_2 (V_2^2 + (N+2) k_n T_2) & V_3 (V_3^2 + (N+2) k_n T_3) \end{pmatrix}$$

Ce système n'admet une solution non-nulle que si le déterminant  $\det(M) = 0$ . Cette équation, combinée à l'équation (4.9), impose une relation entre la température  $T_{sub} = T_2$  et la vitesse moyenne  $V_{sub} = V_2$  de la population subsonique. Cette solution analytique a une forme complexe et est tracée dans la figure 4.14 pour les deux gaz moléculaires étudiés à partir de [24, 27]. La température  $T_{sub} = T_2$  des particules subsoniques donnée en kelvin



**FIGURE 4.14** – Relation entre la température  $T_{sub}$  et la vitesse moyenne  $V_{sub}$  de la population subsonique dans les deux cas étudiés dans les gaz moléculaires : l'argon à un nombre de Mach de 7.18 [24] et l'hélium à un nombre de Mach de 25 [27]. Les croix indiquent la température donnée par les conditions de Rankine-Hugoniot dans une onde de choc normale.

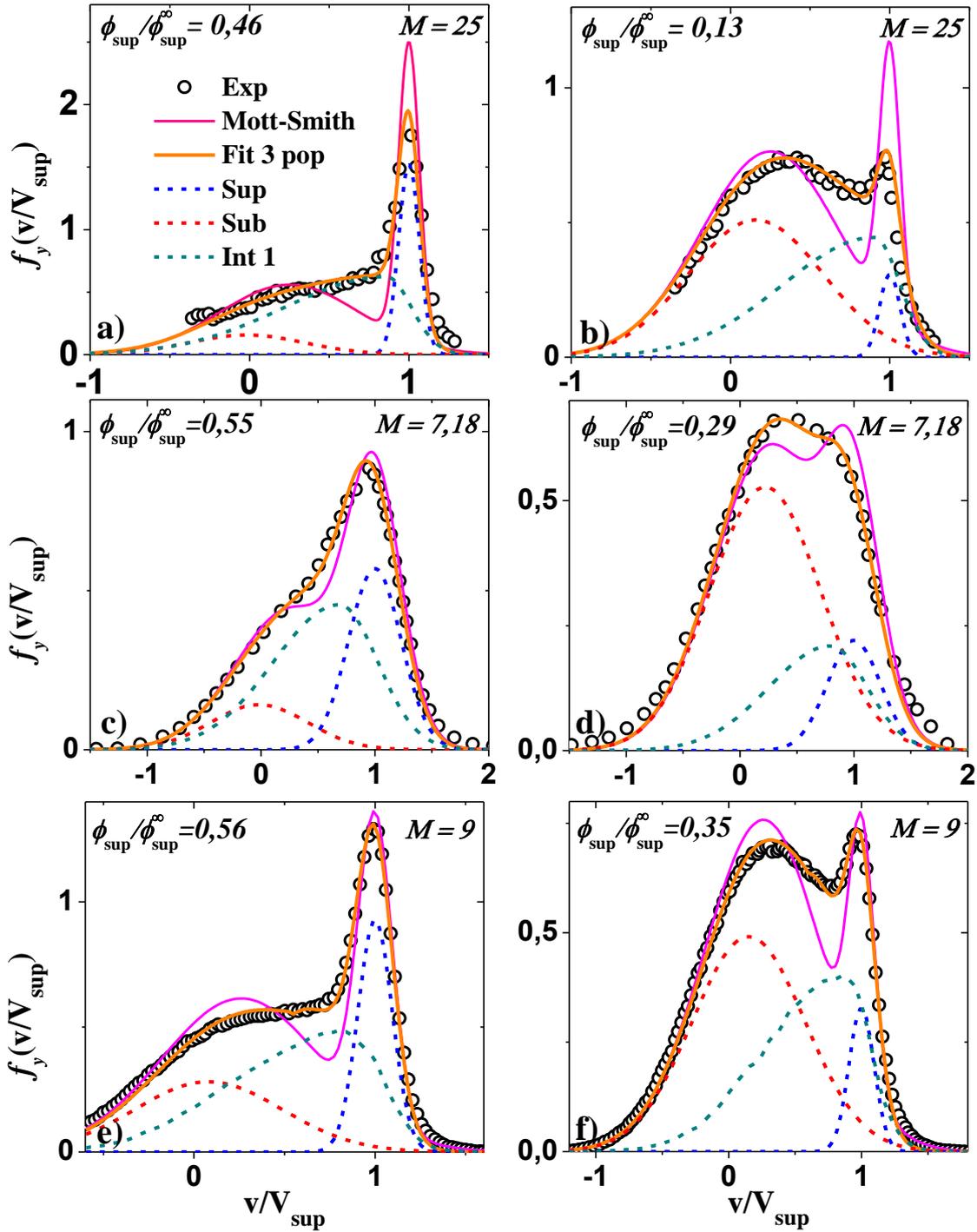
est tracée en fonction de la vitesse moyenne  $V_{sub} = V_2$  de cette même sous-population, normalisée par les vitesse moyenne  $V_{sup} = V_1$  des particules supersoniques. Cette température augmente avec la vitesse. Ce modèle autorise même des vitesses moyennes négatives et donc un population subsonique avançant dans le sens inverse des particules supersoniques. Les croix indiquent les solutions données par les conditions de Rankine-Hugoniot, cas particulier où la proportion des particules intermédiaires est nulle.

### Comparaison modèle/expériences

En utilisant cette relation, les distributions numériques peuvent être générées sur une large gamme de  $V_{sub}$ . Pour chacune de ses valeurs, la valeur  $T_{sub}$  associée permet d'obtenir les distributions des vitesses des particules subsoniques et donc les distributions des vitesses des particules intermédiaires. L'ajustement peut ensuite être fait sur chaque distribution expérimentale, préalablement numérisée. Les paramètres ajustables sont les proportions des sous-populations et les distributions sont générées dans une large gamme de vitesses subsoniques. Ce travail a été réalisé à partir de deux travaux expérimentaux [24, 27] et d'un travail numérique dans les gaz moléculaires [34]. Les distributions obtenues sont tracées dans la figure 4.15. Les mesures expérimentales sont comparées aux prédictions données par le modèle de Mott-Smith et à l'ajustement obtenu à l'aide des particules intermédiaires. Les distributions expérimentales (Fig. 4.15 a. b. c. d.) sont élargies par les méthodes de mesures spectroscopiques. Pour comparer avec les prédictions, il est nécessaire de convoluer les distributions numériques générées, connaissant l'élargissement spectrale inhérent à une expérience donnée. Dans tous les cas, le modèle de Mott-Smith ne suffit pas à décrire complètement les distributions des vitesses. Un surplus de particules avec des vitesses intermédiaires est systématiquement présent pour les distributions issues des expériences et des simulations numériques. L'écart est d'autant plus important que le nombre de Mach est élevé. L'ajustement à l'aide des particules intermédiaires permet de reproduire très fidèlement toutes les distributions expérimentales et numériques.

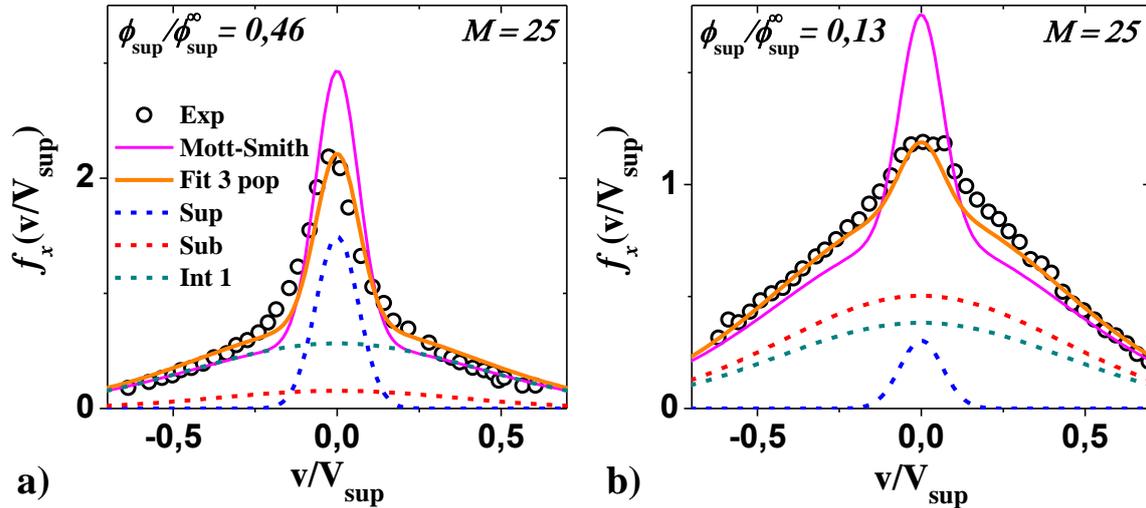
Tout comme dans les gaz granulaires vibrés, et de manière toujours surprenante, les particules intermédiaires (1) sont ici aussi suffisantes pour décrire les distributions des vitesses expérimentales. L'importance de la prise en compte des états intermédiaires semble logiquement d'autant plus indispensable que l'écart entre la population supersonique et la population subsonique est grand. Valentini *et al.* ont réalisé leurs simulations de dynamique moléculaire à plusieurs nombres de Mach. Seul le cas du plus grand nombre,  $M = 9$ , est montré ici mais le cas  $M = 5$  a également été traité. Les proportions de particules intermédiaires obtenues par la méthode d'ajustement ont été relevées et sont tracées sur la figure 4.17.

Dans le cas de l'expérience à  $M = 25$  [27], les distributions des vitesses transverses sont également disponibles. Il n'est pas possible de procéder à un ajustement sur les vitesses transverses car toutes les sous-populations ont une vitesse moyenne transverse nulle. Cependant, afin de vérifier les proportions obtenues à partir des vitesses longitudinales, la prédiction pour la distribution des vitesses transverses a été générée en conservant les proportions déterminées à l'aide des distributions des vitesses longitudinales présentées dans la figure 4.15. Ces distributions numériques des vitesses transverses sont comparées aux données expérimentales dans la figure 4.16. Les prédictions données par le modèle de Mott-Smith sont également tracées sur la figure. Comme précédemment, l'ajout des



**FIGURE 4.15** – Distributions des vitesses longitudinales mesurées expérimentalement dans une onde de choc : dans l'hélium à un nombre de Mach de 25 pour deux positions  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,46$  a. et  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,13$  b. [27]; dans l'argon à un nombre de Mach de 7,18 pour deux positions  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,55$  c. et  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,29$  d. [24]. Distributions des vitesses obtenues par simulations de dynamique moléculaire dans une onde de choc dans l'hélium à un nombre de Mach de 9 pour deux positions  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,56$  e. et  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,35$  f. [34]. Le trait plein rose montre les prédictions du modèle bimodal de Mott-Smith. Le trait plein orange montre le résultat de l'ajustement avec les particules intermédiaires avec les proportions de chaque sous-population en traits hachurés.

particules intermédiaires améliore l'accord avec les données expérimentales. Il ne s'agit pas d'un ajustement avec les trois populations cette fois puisque les proportions utilisées sont celles déterminées à l'aide des distributions longitudinales. Bien que cela ne soit pas la seule combinaison possible, les proportions obtenues pour reconstruire la distribution des vitesses longitudinales permettent également de reconstruire la distribution des vitesses transverses à la même position dans le front d'onde.



**FIGURE 4.16** – Distributions des vitesses transverses mesurées expérimentalement dans une onde de choc : dans l'hélium à un nombre de Mach de 25 pour deux positions  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,46$  **a.** et  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^\infty = 0,13$  **b.** [27]. Le trait plein rose montre les prédictions du modèle bimodale de Mott-Smith. Le trait plein orange montre le résultat de l'ajustement avec les particules intermédiaires avec les proportions de chaque sous-population en traits hachurés.

La possibilité de reconstruire les distributions des vitesses avec trois populations ouvre la voie à une nouvelle extension du modèle de Mott-Smith avec l'ajout d'une troisième population. Contrairement aux travaux de Salwen [9], cette troisième population serait parfaitement connue, il reste à écrire les relations régissant les transferts de population pour ce modèle.

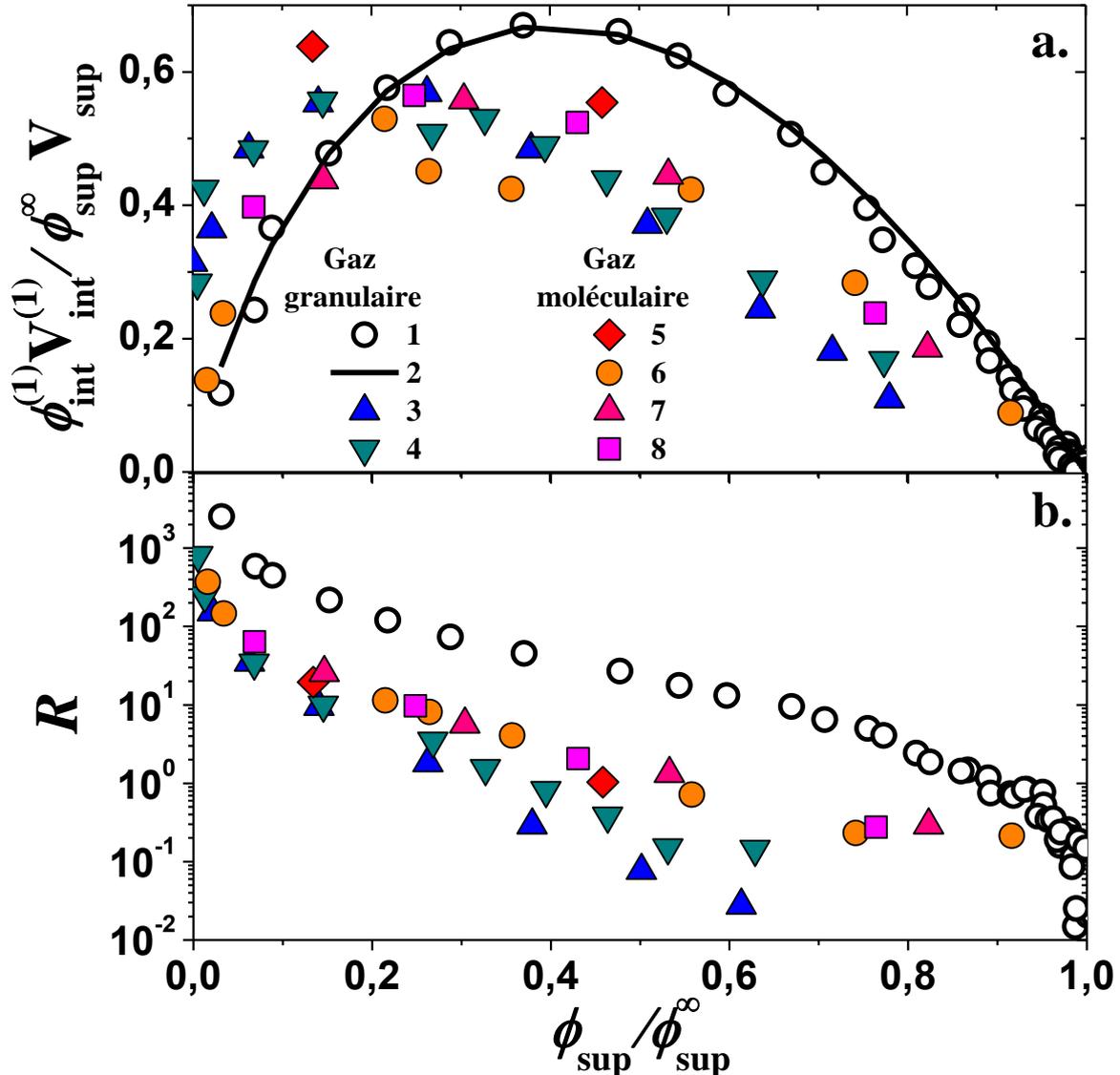
#### 4.4.3 Nombre de particules intermédiaires

Hormis dans le cas de l'onde de choc générée par un écoulement dilué sur un obstacle cylindrique, les proportions de particules intermédiaires obtenues par les méthodes d'ajustement n'ont pas été montrées jusqu'ici. Elles ont été mesurées dans différents milieux dans différentes conditions :

- Expérience avec un écoulement dilué sur un obstacle circulaire (voir Fig. 4.3)
- Expérience avec un obstacle déplacé dans un gaz granulaire vibré (voir Fig. 4.13 a) et b))
- Expérience dans l'argon à un nombre de Mach  $M = 7.18$  décrite dans [24]
- Expérience dans l'hélium à un nombre de Mach  $M = 25$  décrite dans [27]

- Simulations numériques dans l'argon aux nombres de Mach  $M = 5$  et  $M = 9$  décrites dans [34].

Toutes les mesures des proportions des particules intermédiaires (1) sont reportées dans la figure 4.17. Dans la figure 4.17 a., le flux de particules intermédiaires (1)  $\phi_{int}^{(1)}V_{int}^{(1)}$ , nor-



**FIGURE 4.17** – a. Flux de particules intermédiaires (1)  $\phi_{int}^{(1)}V_{int}^{(1)}$ , normalisé par le flux initial de particules supersoniques  $\phi_{sup}^{\infty}V_{sup}$ , tracé en fonction de la fraction volumique normalisée des particules supersoniques  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^{\infty}$ . b. Rapport  $R = J_{32}/J_{31}$  de la probabilité de collision entre une particule intermédiaire et une particule subsonique sur la probabilité de collision entre une particule intermédiaire et une particule supersonique. Les différentes courbes proviennent des distributions des vitesses longitudinales pour **1** : expérience avec un écoulement granulaire sous gravité impactant un obstacle cylindrique; **2** : Le modèle à trois sous-populations décrit dans la section 4.2.1; **3** et **4** : expériences avec un obstacle déplacé dans un gaz granulaire vibré respectivement aux nombres de Mach  $M \sim 10$  et  $M \sim 6$ ; **5** : expérience dans l'hélium à un nombre de Mach  $M = 25$  [27]; **6** : expérience dans l'argon à un nombre de Mach  $M = 7.18$  [24]; **7** et **8** : Simulations numériques dans l'argon aux nombres de Mach respectivement aux nombres de Mach  $M = 5$  et  $M = 9$  [34].

malisé par le flux initial de particules supersoniques  $\phi_{sup}^{\infty} V_{sup}$ , est tracé en fonction de la fraction volumique normalisée des particules supersoniques  $\phi_{sup}/\phi_{sup}^{\infty}$ . L'utilisation de cette grandeur permet de comparer les différentes expériences entre elles, mais aussi de ne considérer que la zone du front de l'onde de choc. Seules les particules intermédiaires (1) sont étudiées car les autres ne sont pas visibles dans les expériences étudiées. En effet il a été montré que les particules intermédiaires (1) étaient suffisantes pour mimer les distributions des vitesses dans presque toutes les situations. Dans toutes les cas considérés, les particules intermédiaires apparaissent puis disparaissent dans le front d'onde au fur et à mesure que les particules supersoniques initiales disparaissent. Les mesures ne permettent pas de montrer une dépendance avec le nombre de Mach ni de différence évidente de comportement entre les cas des gaz granulaires vibrés et des gaz moléculaires. La forme du flux de particules intermédiaires mesuré dans l'écoulement dilué sous gravité est légèrement différente. En effet ce flux augmente plus vite au début du front de l'onde de choc que dans tous les autres cas. C'est de plus la seule forme réellement bien décrite par le modèle. Comme discuté dans la section 4.2.1, cette différence est attribuée aux collisions entre particules intermédiaires et supersoniques. L'approximation faite dans le modèle consiste à dire que les particules intermédiaires ne disparaissent que par collisions avec d'autres particules subsoniques.

Afin d'étudier la validité de cette hypothèse, le rapport  $R = J_{32}/J_{31}$ , de la probabilité de collision entre une particule intermédiaire et une particule subsonique sur la probabilité de collision entre une particule intermédiaire et une particule supersonique, est tracé dans la figure 4.17 b. Plus le rapport est élevé, plus les particules intermédiaires ont de chance d'avoir une collision avec une particule subsonique plutôt qu'avec une particule supersonique. L'hypothèse faite dans le modèle n'est donc valable que pour des valeurs élevées de  $R$ . Ce rapport est nettement plus élevé dans l'expérience avec un écoulement dilué que pour les gaz granulaires vibrés et les gaz moléculaires, en particulier au début de l'onde de choc. Moins ce rapport est grand, plus les proportions mesurées sont éloignées des prédictions du modèle, ce qui conforte le fait d'attribuer cet écart au fait d'avoir négligé les collisions entre particules intermédiaires et supersoniques. Une description plus complète de ces proportions demanderait d'intégrer ce processus de disparition supplémentaire.

---

En conclusion de ce chapitre, à partir des ondes de choc générées dans des gaz granulaires avec deux configurations différentes, une nouvelle description des distributions des vitesses des particules est proposée. Celles-ci sont décrites comme étant la superposition d'une population supersonique, d'une population subsonique mais aussi d'une troisième population dite intermédiaire. Cette sous-population correspond aux particules n'ayant subi qu'une collision dans le front d'onde. Ce modèle relativement simple rend non seulement bien compte des mesures expérimentales dans les gaz granulaires, mais a aussi pu

être étendu avec succès aux gaz moléculaires. Si la forme des distributions est bien reproduite, les proportions de particules intermédiaires mesurées ne sont pas encore totalement décrites dans les gaz granulaires vibrés et moléculaires. La prise en compte des collisions entre particules intermédiaires et supersoniques est nécessaire pour affiner le modèle proposé. La prise en compte de ces états intermédiaires dans le modèle bimodal dissipatif, présenté au chapitre 3, peut permettre une meilleure description des fronts d'onde formés à grands nombres de Mach dans les milieux granulaires. De la même manière, leur prise en compte dans le modèle bimodal de Mott-Smith permettrait de décrire plus finement les ondes de choc formées dans les gaz moléculaires.



# Conclusion et perspectives

## Conclusion

À travers ce travail de thèse, j'ai pu mettre en place une nouvelle expérience de piston supersonique, permettant de générer et d'observer des ondes de choc dans un gaz granulaire vibré à un nombre de Mach variable. Cette étude a permis de montrer l'influence de la dissipation d'énergie, due aux collisions inélastiques, sur la structure du front d'onde. Tout comme dans les gaz moléculaires, l'épaisseur de l'onde de choc augmente quand le nombre de Mach se rapproche de 1. Elle ne diverge cependant pas et un profil de fraction volumique subsiste en régime subsonique. Cette épaisseur de l'onde de choc n'est pas affectée par la dissipation d'énergie, qui n'intervient que tardivement dans le front d'onde. Les températures longitudinale et transverse à l'écoulement présentent une anisotropie due à la structure bimodale des distributions des vitesses dans le front d'onde, tout comme dans les gaz moléculaires. La dissipation d'énergie va cependant provoquer un effondrement du milieu. Au fur et à mesure que le milieu est comprimé et chauffé, les collisions, et donc la dissipation, augmentent. La température va ainsi diminuer et le milieu va quitter son état de gaz granulaire, formant une structure très compacte pour de grands nombres de Mach.

Malgré ces différences, la structure bimodale des distributions des vitesses nous a permis de développer un modèle basé sur la description de Mott-Smith, adapté au cas des gaz granulaires. Ce modèle phénoménologique est incomplet. La modélisation de la dissipation reste très simple et les équations régissant les transferts de populations ne sont que partiellement connues. Ce modèle bimodal dissipatif rend tout de même bien compte des grandeurs macroscopiques mesurées dans le gaz granulaire, excepté la température longitudinale pour de grands nombres de Mach. Dans ce cas, le modèle ne décrit pas non plus les distributions des vitesses dont la structure n'est pas complètement bimodale.

Tout comme déjà observé dans les gaz moléculaires, les distributions des vitesses ont une forme plus complexe que la structure bimodale prévue par le modèle de Mott-Smith. En plus des particules supersoniques, n'ayant pas subi de collisions dans le front d'onde, des particules subsoniques, dont les distributions des vitesses sont isotropes, de nombreuses particules avec des vitesses intermédiaires ont pu être mises en évidence. Cette étude a permis de complètement caractériser ces particules intermédiaires dans une onde

de choc induite par un écoulement dilué sous gravité sur un obstacle circulaire. Les particules intermédiaires sont issues des collisions entre particules supersoniques et particules subsoniques. Nous avons montré que les distributions des vitesses peuvent alors être interprétées avec ces trois populations. Cette méthode a pu être étendue aux ondes de choc générés par un piston supersonique dans un gaz granulaire vibré mais également aux ondes de choc générées dans un gaz moléculaire. Cette description ouvre la voie à une nouvelle extension du modèle de Mott-Smith avec trois populations.

## Perspectives

L'étude des ondes de choc dans les gaz granulaires a soulevé de nombreuses questions, dont certaines sont encore à éclaircir.

Tout d'abord, si le gaz granulaire vibré utilisé l'expérience du piston supersonique a bien été caractérisé, le lien entre sa température granulaire et l'injection d'énergie par le vibreur n'a pas été exploré. Les transferts d'énergie entre la direction d'injection de l'énergie et les autres degrés de liberté restent mystérieux. La forme des distributions des vitesses des particules, non gaussienne, n'est pas comprise non plus. De plus, il a été constaté qu'en dessous d'une certaine fraction volumique, les particules n'interagissent qu'avec les parois. Cette valeur "critique" de fraction volumique, la forme des distributions des vitesses, les liens entre paramètres de vibration et température du milieu granulaire, sont des points clés à aborder pour comprendre les transferts d'énergie dans les milieux vibrés.

Le piston a également été poussé à des vitesses subsoniques dans ce bain vibré. Il y a alors une légère augmentation de la fraction volumique devant l'obstacle et ce profil devient rapidement stationnaire. La taille caractéristique de ce profil a été mesurée pour différentes vitesses mais n'a pas été modélisée. Cette structure particulière dans un écoulement subsonique n'a pas son équivalent dans un gaz moléculaire. Un bilan de quantité de mouvement montre que celle-ci n'est pas conservée. Le rôle de la force de friction induite par les parois vibrées peut être envisagé pour expliquer les profils de fraction volumique observés dans un écoulement subsonique pour un gaz granulaire vibré.

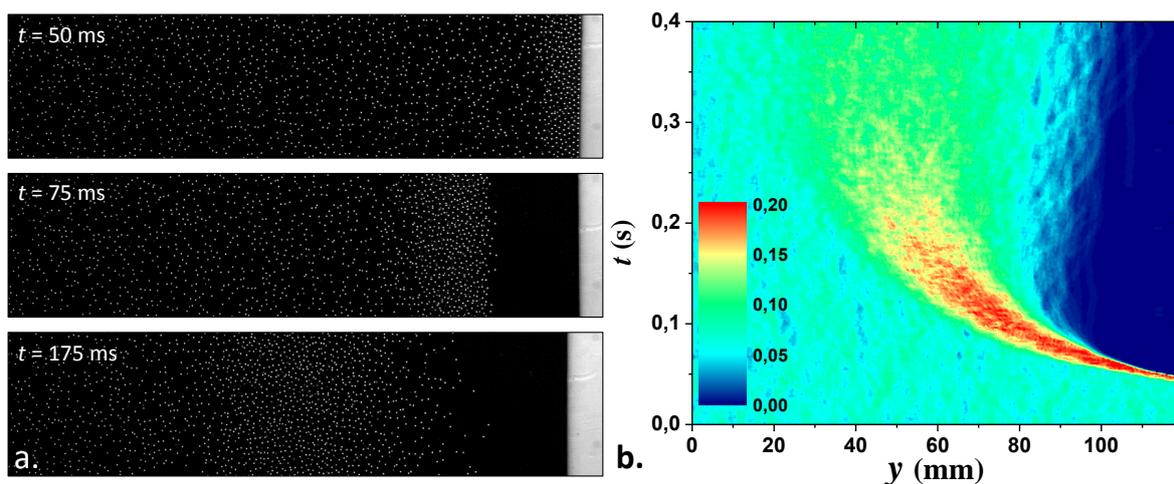
Ce travail a montré qu'il était possible de décrire les distributions des vitesses dans une onde de choc, pour les gaz granulaires et moléculaires, avec trois populations. Connaissant ces trois populations, supersonique, subsonique, intermédiaire, il est possible d'établir un nouveau modèle permettant de mieux décrire les distributions des vitesses. Il reste essentiellement à établir les équations régissant les transferts de populations. Ce travail doit être fait à partir de l'équation de Boltzmann pour les gaz moléculaires, et à partir de l'équation de Boltzmann inélastique pour les gaz granulaires. Dans le seul cas de l'onde de choc induite par un écoulement dilué, ces relations ont été établies. La suite directe de notre travail est donc de terminer ce modèle à trois populations, en prenant en compte

les interactions avec les parois de verre, pour décrire les grandeurs macroscopiques et les distributions des vitesses dans cette expérience.

Par ailleurs, l'utilisation d'obstacles avec des géométries différentes (plane, circulaire avec différents rayons), dans l'expérience du piston supersonique, a permis de montrer que la quantité de particules dites intermédiaires présentes dépendait de cette géométrie. Ce constat a pour le moment simplement été observé sans aucune autre explication. La bi-dimensionnalité de l'écoulement intervient certainement d'une manière encore inconnue dans les transferts de population dans le front d'onde.

Enfin le montage permettant de générer un gaz granulaire vibré a également utilisé pour générer des "explosions granulaires". Une explosion est ce qui se produit lorsqu'une grande quantité d'énergie est déposée dans un petit volume en un temps très court. Ce phénomène génère la propagation d'une onde de choc. L'équivalent a été réalisé dans des écoulements granulaires dilués par l'envoi rapide d'un projectile [73,74]. Le projectile crée l'ouverture rapide d'un cratère dont la dynamique est proche de celle d'une explosion dans l'air. La croissance du rayon de l'explosion et la stabilité du front d'onde induit ont ainsi été étudiées. Ce type d'expérience a été abordé à travers des simulations numériques [75], proposant une description de la propagation de l'explosion et de la structure d'une partie du front d'onde.

Dans le montage élaboré pendant cette thèse, le gaz granulaire vibré est contrôlable en température et en fraction volumique. En déplaçant rapidement puis en bloquant brutalement le piston, des explosions granulaires peuvent être générées dans ce milieu. La figure 4.18 montre le profil spatio-temporel de la fraction volumique dans le gaz granulaire dans ce type d'explosion. L'obstacle avance rapidement jusqu'à  $t = 52,7$  ms puis est



**FIGURE 4.18** – Photographies à différents instants (a.) et profil spatio-temporel (b.) de la fraction volumique détectée d'un gaz granulaire vibré soumis à une "explosion" après l'avancée et l'arrêt brutal d'un obstacle plan.

stoppé net. La perturbation se décolle de l'obstacle, se propage sur une certaine distance

et s'élargit dans le gaz granulaire vibré. Le système mis en place doit permettre l'étude détaillée de la propagation de l'onde de choc, des profils de densité et de température ainsi que des distributions des vitesses dans le front d'onde.

# Bibliographie

- [1] G. GREGORI, a. RAVASIO, C. D. MURPHY, K. SCHAAR, a. BAIRD, a. R. BELL, a. BENUZZI-MOUNAIX, R. BINGHAM, C. CONSTANTIN, R. P. DRAKE, M. EDWARDS, E. T. EVERSON, C. D. GREGORY, Y. KURAMITSU, W. LAU, J. MITHEN, C. NIEMANN, H.-S. PARK, B. a. REMINGTON, B. REVILLE, a. P. L. ROBINSON, D. D. RYUTOV, Y. SAKAWA, S. YANG, N. C. WOOLSEY, M. KOENIG et F. MINIATI : Generation of scaled protogalactic seed magnetic fields in laser-produced shock waves. *Nature*, 481(7382):480–483, 2012.
- [2] Evan REED, Michael ARMSTRONG, Ki-Yong KIM et James GLOWNIA : Atomic-Scale Time and Space Resolution of Terahertz Frequency Acoustic Waves. *Physical Review Letters*, 101(1):1–4, 2008.
- [3] M. TRIGO, Y. M. SHEU, D. a. ARMS, J. CHEN, S. GHIMIRE, R. S. GOLDMAN, E. LANDAHL, R. MERLIN, E. PETERSON, M. REASON et D. a. REIS : Probing unfolded acoustic phonons with X rays. *Physical Review Letters*, 101(2):2–5, 2008.
- [4] Y. AMAROUCHENE, J. F. BOUDET et H. KELLAY : Dynamic sand dunes. *Physical Review Letters*, 86(19):4286–4289, 2001.
- [5] Yacine AMAROUCHENE et Hamid KELLAY : Speed of sound from shock fronts in granular flows. *Physics of Fluids*, 18(3):–, 2006.
- [6] John David ANDERSON : Modern Compressible Flow : With Historical Perspective, 2004.
- [7] Erin C RERICH : *Shocks in Rapid Granular Flows*. Thèse de doctorat, Faculty of the Graduate School of The University of Texas, 2004.
- [8] H. M. MOTT-SMITH : The solution of the Boltzmann equation for a shock wave. *Physical Review*, 82(1935):885–892, 1951.
- [9] H SALWEN, C E GROSCH et S ZIERING : Extension of the Mott-Smith Method for a One-Dimensional Shock Wave. *Physics of Fluids*, 7(1964):180–189, 1964.
- [10] Sheldon H. RADIN : Orthogonal Polynomial Solution of the Boltzmann Equation for a Strong Shock Wave. *Physics of Fluids*, 9(9):1621, 1966.
- [11] Alexander V. ORLOV : Extension of the mott smith method to denser gases. *Physics of Fluids A*, 4(8):1856–1858, 1992.

- [12] A. G. BASHKIROV et A. V. ORLOV : Shock-wave structure for some nonanalytical in-velocity closures. *Phys. Rev. E*, 53(1):R17–R20, Jan 1996.
- [13] Maxim a. SOLOVCHUK et Tony W H SHEU : Prediction of strong-shock structure using the bimodal distribution function. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 83(1):1–7, 2011.
- [14] Jason PRUET : Neutrinos from the propagation of a relativistic jet through a star. *The Astrophysical Journal*, 591(2):1104, 2003.
- [15] F. V. CORONITI : On the Possible Origin of the Large Scale Cosmic Magnetic Field. *The Astrophysical Journal*, 780:146, 2014.
- [16] E. F. GREENE et D. F. HORNIG : The Shape and Thickness of Shock Fronts in Argon, Hydrogen, Nitrogen, and Oxygen. *The Journal of Chemical Physics*, 21(4):617, 1953.
- [17] M. LINZER et D. F. HORNIG : Structure of Shock Fronts in Argon and Nitrogen. *Physics of Fluids*, 6(12):1661, 1963.
- [18] Morton CAMAC : Argon Shock Thickness. *Physics of Fluids*, 7(7):1076, 1964.
- [19] F. ROBBEN : Measurement of Shock Wave Thickness by the Electron Beam Fluorescence Method. *Physics of Fluids*, 9(4):633, 1966.
- [20] R. E. CENTER : Measurement of Shock-Wave Structure in Helium-Argon Mixtures. *PoF*, 10:1777, 1967.
- [21] B. SCHMIDT : Electron beam density measurements in shock waves in argon. *Journal of Fluid Mechanics*, 39:361–373, 11 1969.
- [22] Ln HARNETT et Ep MUNTZ : Experimental investigation of normal shock wave velocity distribution functions in mixtures of argon and helium. *Physics of Fluids*, 15(1972):565–572, 1972.
- [23] H. ALSMEYER : Density profiles in argon and nitrogen shock waves measured by the absorption of an electron beam. *Journal of Fluid Mechanics*, 74:497, 1976.
- [24] T. HOLTZ : Molecular velocity distribution functions in an argon normal shock wave at Mach number 7. *Physics of Fluids*, 26(7):2425, 1983.
- [25] A. RAMOS, B. MATÉ, G. TEJEDA, J. FERNÁNDEZ et S. MONTERO : Raman spectroscopy of hypersonic shock waves. *Physical Review E*, 62(4):4940–4945, 2000.
- [26] Maxim a. SOLOVCHUK et Tony W H SHEU : Prediction of shock structure using the bimodal distribution function. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 81:1–11, 2010.
- [27] G. PHAM-VAN-DIEP, D. ERWIN et E.P. MUNTZ : Nonequilibrium molecular motion in a hypersonic shock wave. *Science*, 245(4918):624–626, 1989.
- [28] J. F. BOUDET, Y. AMAROUCHE et H. KELLAY : Shock front width and structure in supersonic granular flows. *Phys. Rev. Lett.*, 101:254503, Dec 2008.

- [29] S MAZOUFFRE, P VANKAN, R ENGELN et D C SCHRAM : Behavior of the H atom velocity distribution function within the shock wave of a hydrogen plasma jet. *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, 64:066405, 2001.
- [30] E. P. MUNTZ : Molecular velocity distribution function measurements in a flowing gas. *Physics of Fluids*, 11(1):64–76, 1968.
- [31] E. P. MUNTZ et L. N. HARNETT : Molecular velocity distribution function measurements in a normal shock wave. *Physics of Fluids*, 12(10):2027–2035, 1969.
- [32] P. VANKAN, S. MAZOUFFRE, R. ENGELN et D. C. SCHRAM : Inflow and shock formation in supersonic, rarefied plasma expansions. *Physics of Plasmas*, 12(2005):1–10, 2005.
- [33] Guoqi HU, Yinchang LI, Meiying HOU et Kiwing TO : Traveling shock front in quasi-two-dimensional granular flows. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 81(1):1–5, 2010.
- [34] Paolo VALENTINI et E. Thomas SCHWARTZENTRUBER : Large-scale molecular dynamics simulations of normal shock waves in dilute argon. *Physics of Fluids*, 21(2009), 2009.
- [35] Sha LIU et Chengwen ZHONG : Investigation of the kinetic model equations. *Physical Review E*, 89:033306, 2014.
- [36] B. L. HOLIAN, C. W. PATTERSON, M. MARESCHAL et E. SALOMONS : Modeling shock waves in an ideal gas : Going beyond the Navier-Stokes level. *Physical Review E*, 47(1), 1993.
- [37] Wm G. HOOVER et Carol G. HOOVER : Tensor temperature and shock-wave stability in a strong two-dimensional shock wave. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 80(May):1–6, 2009.
- [38] Bruno ANDREOTTI, Yoel FORTERRE et Olivier POULIQUEN : *Les milieux granulaires : Entre fluide et solide*. EDP Sciences, décembre 2012.
- [39] Sean MCNAMARA et Eric FALCON : Simulations of vibrated granular medium with impact-velocity-dependent restitution coefficient. *Phys. Rev. E*, 71:031302, Mar 2005.
- [40] S. OGAWA : Multitemperature theory of granular materials. *Proceedings US - Japan Seminar on Continuum-Mechanical and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials*, pages 208 – 217, 1978.
- [41] S. B. SAVAGE et D. J. JEFFREY : The stress tensor in a granular flow at high shear rates. *Journal of Fluid Mechanics*, 110:255–272, 9 1981.
- [42] P. K. HAFF : Grain flow as a fluid-mechanical phenomenon. *Journal of Fluid Mechanics*, 134(-1):401, 1983.

- [43] C. K. K. LUN, S. B. SAVAGE, D. J. JEFFREY et N. CHEPURNIY : Kinetic theories for granular flow : inelastic particles in couette flow and slightly inelastic particles in a general flowfield. *Journal of Fluid Mechanics*, 140:223–256, 3 1984.
- [44] Alexander GOLDSHTEIN et Michael SHAPIRO : Mechanics of collisional motion of granular materials. part 1. general hydrodynamic equations. *Journal of Fluid Mechanics*, 282:75–114, 1 1995.
- [45] E. L. GROSSMAN, Tong ZHOU et E. BEN-NAIM : Towards granular hydrodynamics in two dimensions. *Phys. Rev. E*, 55:4200–4206, Apr 1997.
- [46] Nikolai BRILLIANTOV et Thorsten PÖSCHEL : Hydrodynamics and transport coefficients for dilute granular gases. *Phys. Rev. E*, 67:061304, Jun 2003.
- [47] T.P.C. van NOIJE et M.H. ERNST : Velocity distributions in homogeneous granular fluids : the free and the heated case. *Granular Matter*, 1(2):57–64, 1998.
- [48] Florence ROUYER et Narayanan MENON : Velocity fluctuations in a homogeneous 2D granular gas in steady state. *Physical Review Letters*, 85:3676–3679, 2000.
- [49] Nikolai V. BRILLIANTOV et Thorsten PÖSCHEL : Deviation from maxwell distribution in granular gases with constant restitution coefficient. *Phys. Rev. E*, 61:2809–2812, Mar 2000.
- [50] Klaus ROELLER, James P D CLEWETT, R. M. BOWLEY, Stephan HERMINGHAUS et Michael R. SWIFT : Liquid-gas phase separation in confined vibrated dry granular matter. *Physical Review Letters*, 107(July):1–4, 2011.
- [51] Alain BARRAT et Emmanuel TRIZAC : Molecular dynamics simulations of vibrated granular gases. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 66:1–13, 2002.
- [52] S AUMAÎTRE : Power injected in dissipative systems and the fluctuation theorem. *PHYSICAL JOURNAL B*, 460:449–460, 2001.
- [53] Michael HECKEL, Achim SACK, Jonathan E. KOLLMER et Thorsten PÖSCHEL : Fluidization of a horizontally driven granular monolayer. *Physical Review E*, 91(6):062213, 2015.
- [54] Nikolai V. BRILLIANTOV, Nicole ALBERS, Frank SPAHN et Thorsten PÖSCHEL : Collision dynamics of granular particles with adhesion. *Phys. Rev. E*, 76:051302, Nov 2007.
- [55] Nikolai V. BRILLIANTOV, Frank SPAHN, Jan-Martin HERTZSCH et Thorsten PÖSCHEL : Model for collisions in granular gases. *Phys. Rev. E*, 53:5382–5392, May 1996.
- [56] Patric MULLER et Thorsten POSCHEL : Oblique impact of frictionless spheres : on the limitations of hard sphere models for granular dynamics. *Granular Matter*, 14(2):115–120, 2012.

- [57] I. GOLDBIRSCHE : Scales and kinetics of granular flows. *Chaos (Woodbury, N.Y.)*, 9(3):659–672, 1999.
- [58] Stuart B. SAVAGE : Streaming motions in a bed of vibrationally fluidized dry granular material. *Journal of Fluid Mechanics*, 194(-1):457, 1988.
- [59] Erin C RERICHA, Chris BIZON, Mark D SHATTUCK et Harry L SWINNEY : Shocks in supersonic sand. *Physical review letters*, 88:014302, 2002.
- [60] Kai HUANG, Guoqing MIAO, Peng ZHANG, Yi YUN et Rongjue WEI : Shock wave propagation in vibrofluidized granular materials. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 73(4):1–5, 2006.
- [61] J. BOUGIE, Sung Joon MOON, J. B. SWIFT et Harry L. SWINNEY : Shocks in vertically oscillated granular layers. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 66(5):1–9, 2002.
- [62] Patrick HEIL, E. C. RERICHA, Daniel I. GOLDMAN et Harry L. SWINNEY : Mach cone in a shallow granular fluid. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 70(6 1):1–4, 2004.
- [63] J. F. BOUDET, Y. AMAROUCHENE, B. BONNIER et H. KELLAY : The granular jump. *Journal of Fluid Mechanics*, 572:413–431, 2 2007.
- [64] C. G. JOHNSON et J. M. N. T. GRAY : Granular jets and hydraulic jumps on an inclined plane. *Journal of Fluid Mechanics*, 675:87–116, 2011.
- [65] Kristin Martha HÁKONARDÓTTIR et Andrew J. HOGG : Oblique shocks in rapid granular flows. *Physics of Fluids*, 17(7):1–10, 2005.
- [66] J. M. N. T. GRAY et X. CUI : Weak, strong and detached oblique shocks in gravity-driven granular free-surface flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 579:113–136, 5 2007.
- [67] J. F. BOUDET et H. KELLAY : Drag coefficient for a circular obstacle in a quasi-two-dimensional dilute supersonic granular flow. *Physical Review Letters*, 105(September):1–4, 2010.
- [68] Volkhard BUCHHOLTZ et Thorsten PÖSCHEL : Interaction of a granular stream with an obstacle. *Granular Matter*, 1(1):33–41, 1998.
- [69] C. R. WASSGREN, J. a. CORDOVA, R. ZENIT et a. KARION : Dilute granular flow around an immersed cylinder. *Physics of Fluids*, 15(11):3318–3330, 2003.
- [70] Avi LEVY et Mohamed SAYED : Numerical simulations of granular materials flow around obstacles : The role of the interstitial gas. *Physics of Fluids*, 19(2007), 2007.
- [71] N. SIRMAS et M. I. RADULESCU : Evolution and stability of shock waves in dissipative gases characterized by activated inelastic collisions. *Physical Review E*, 91(2):1–12, 2015.

- 
- [72] A. GOLDSHTEIN, M. SHAPIRO et C. GUTFINGER : Mechanics of collisional motion of granular materials. part 3. self-similar shock wave propagation. *Journal of Fluid Mechanics*, 316:29–51, 6 1996.
- [73] J. F. BOUDET, J. CASSAGNE et H. KELLAY : Blast shocks in quasi-two-dimensional supersonic granular flows. *Phys. Rev. Lett.*, 103:224501, Nov 2009.
- [74] J. F. BOUDET et H. KELLAY : Unstable blast shocks in dilute granular flows. *Phys. Rev. E*, 87:052202, May 2013.
- [75] Matthieu BARBIER : *De l'impermanence des formes dans les fluides granulaires*. Thèse de doctorat, École Doctorale de Physique de la Région Parisienne, 2012.

## RÉSUMÉ : STRUCTURE DES ONDES DE CHOC DANS LES GAZ GRANULAIRES

Dans des milieux tels que les gaz, les plasmas et les milieux granulaires, un objet se déplaçant à des vitesses supersoniques, comprime et chauffe le fluide devant lui, formant ainsi une onde de choc. La zone hors-équilibre appelée front d'onde, où ont lieu de brusques variations de température, pression et densité, présente une structure particulière, avec notamment des distributions des vitesses des particules fortement non-gaussiennes et difficiles à visualiser. Dans une avancée importante en 1951, Mott-Smith décrit le front d'onde comme la superposition des deux états que sont le gaz supersonique initial et le gaz subsonique comprimé et chauffé, impliquant ainsi l'existence de distributions des vitesses bimodales. Des expériences à grands nombres de Mach ont confirmé cette structure globalement bimodale. Ce modèle n'explique cependant pas la présence d'un surplus de particules à des vitesses intermédiaires, entre le gaz supersonique et le gaz subsonique.

Ce travail de thèse porte sur l'étude des ondes de choc dans les gaz granulaires, où les particules interagissent uniquement par des collisions binaires inélastiques. Dans ces gaz dissipatifs, la température granulaire, traduisant l'agitation des particules, permet de définir l'équivalent d'une vitesse du son par analogie aux gaz moléculaires. Les basses valeurs de ces vitesses du son dans les gaz granulaires, permettent de générer facilement des ondes de choc dans lesquelles chaque particule peut être suivie, contrairement aux gaz moléculaires. La première partie de cette étude porte sur l'effet de la dissipation d'énergie, due aux collisions inélastiques, sur la structure des ondes de choc dans les gaz granulaires. Les modifications induites sur la température, la densité et la vitesse moyenne mesurées, sont interprétées à l'aide d'un modèle basé sur l'hypothèse bimodale de Mott-Smith et intégrant la dissipation d'énergie. La deuxième partie est consacrée à l'interprétation des distributions des vitesses dans le front d'onde. À partir des expériences réalisées dans les gaz granulaires, une description trimodale, incluant un état intermédiaire supplémentaire, est proposée et étendue avec succès aux distributions des vitesses dans les gaz moléculaires.

**Mots-clés** : Onde de choc, milieu granulaire, physique hors-équilibre, physique statistique, théorie cinétique, équation de Boltzmann, distribution des vitesses.

---

### ABSTRACT: SHOCK WAVE STRUCTURE IN GRANULAR GASES

In different materials such as gases, plasmas and granular material, an object, moving at supersonic speed, compresses and heats the fluid ahead. The shock front is the out-of-equilibrium area, where violent changes in temperature, pressure and density occur. It has a particular structure with notably strongly non-Gaussian particle velocity distributions, which are difficult to observe. In an important breakthrough in 1951, Mott-Smith describes the shock front as a superposition of two states: the initial supersonic gas and the compressed and heated subsonic gas, implying existence of bimodal velocity distributions. Several experiences at high Mach numbers show this overall bimodal structure. However this model does not explain the existence of a surplus of particles with intermediate velocities, between the supersonic and the subsonic gas.

This thesis focuses on shock waves in granular gases, where particles undergo only inelastic binary collisions. In these dissipative gases, the granular temperature, reflecting the particle random motion, allows to define the equivalent to the speed of sound by analogy with molecular gases. The low values of this speed of sound permit to generate easily shock waves in which each particle can be tracked, unlike molecular gases. The first part of this work focuses on the effect of the energy dissipation, due to inelastic collisions, on the shock front structure in granular gases. Modifications induced on temperature, density and mean velocity, are captured by a model based on the bimodal hypothesis of Mott-Smith and including energy dissipation. The second part is devoted to the study of velocity distributions in the shock front. From experiences in granular gases, a trimodal description, including an additional intermediate state, is proposed and successfully extended to the velocity distributions in molecular gases.

**Keywords**: shock waves, granular material, out-of-equilibrium physics, statistical physics, kinetic theory, Boltzmann equation, velocity distributions.

---

### UNITÉ DE RECHERCHE

Laboratoire Onde et matière d'Aquitaine (LOMA), UMR 5798

351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex