



Quantification gamma des radionucléides par modélisation équivalente

Nicolas Guillot

► To cite this version:

Nicolas Guillot. Quantification gamma des radionucléides par modélisation équivalente. Autre [cond-mat.other]. Université Blaise Pascal - Clermont-Ferrand II, 2015. Français. NNT : 2015CLF22557 . tel-01247249

HAL Id: tel-01247249

<https://theses.hal.science/tel-01247249>

Submitted on 16 Feb 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N° d'Ordre : D.U. 2557



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ CLERMONT II – BLAISE PASCAL

Spécialité

Sciences Physiques

École doctorale de Sciences fondamentales de Clermont-Ferrand N°ED SF 818

Présentée par

Nicolas GUILLOT

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de L'UNIVERSITÉ CLERMONT II – BLAISE PASCAL

Sujet de la thèse :

QUANTIFICATION GAMMA DE RADIONUCLÉIDES PAR MODÉLISATION ÉQUIVALENTE

Dirigée par M. MONTAROU Gérard, Directeur de recherche CNRS

Encadrée par M. SAUREL Nicolas, Ingénieur-chercheur CEA

Soutenue le 09 Mars 2015, devant le jury composé de :

M. MONTAROU Gérard	Directeur de recherche CNRS	Directeur de thèse
M. SAUREL Nicolas	Ingénieur-chercheur CEA	Encadrant CEA
M. COLLOT Johann	Professeur des Universités	Rapporteur
M. BAN Gilles	Directeur de recherche CNRS	Rapporteur
M. NORMAND Stéphane	Ingénieur-chercheur CEA	Examineur
M. DOUYSET Guilhem	Ingénieur-chercheur CEA	Examineur

Résumé : Cette thèse s'inscrit dans le domaine de la métrologie des rayonnements ionisants. Plus particulièrement dans la mesure par spectrométrie gamma des actinides contenus dans les colis et fûts de déchets. Le travail mené consiste à modéliser le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure, élément indispensable à la quantification de l'activité (ou à la masse de radionucléides recherchée) de l'objet mesuré. La thèse comporte deux parties. La première partie traite de la modélisation de la réponse numérique spatiale et énergétique équivalente à la réponse réelle du détecteur, étape indispensable pour remonter à l'activité de l'objet. La seconde partie traite de la quantification du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure sans hypothèse de l'opérateur. Le premier travail de thèse est la mise au point d'une méthodologie quasi automatisée d'obtention d'une réponse numérique équivalente à la réponse réelle du détecteur à un critère de convergence fixé. La réponse numérique est obtenue, sans expert, en conditions de terrain avec un critère de convergence inférieur à 5%. Le second travail est une étude de faisabilité sur la quantification de l'activité pour des colis complexes sans hypothèse de l'opérateur grâce à l'utilisation de métamodèles. Les métamodèles permettent de générer rapidement un ensemble de configurations du coefficient d'étalonnage par rapport aux données d'entrée. Les configurations sont ensuite triées pour sélectionner le coefficient d'étalonnage correspondant à la scène de mesure.

Mots clés : Mesure non destructive, spectrométrie gamma, caractérisation de détecteur, rendement/efficacité de détection et métamodélisation.

Abstract: This thesis deals with radiation measurement. More particularly it concerns gamma ray spectroscopy for low level wastes. It consists in modeling the full efficiency calibration coefficient of the measured scene. It is essential to quantify the activity/mass of the measured object. This thesis is split in two parts. The first part consists in HPGe detector characterization. The HPGe characterization is available in space and energy range. The second part consists in determining the full efficiency calibration coefficient of the measured scene without operator hypothesis. First work is the development of an automated methodology to obtain detector characterization. HPGe detector characterization has similar performance to the real detector with a control of the discrepancy between them. HPGe detector characterization is achieved without expert, on field condition with a convergence criterion lower than 5%. Second work is a feasibility study for activity quantification of complex waste package without operator hypothesis. It will be possible by using metamodeling. Metamodeling generate quickly a set of configurations of the calibration coefficient with regard to input data. Configurations are sorted out according some criterions.

Key words: Passive assay measurement, gamma ray, spectroscopy, HPGe characterization, efficiency calibration and metamodeling.

REMERCIEMENTS

Je remercie les membres du jury qui ont décidé d'évaluer mon travail de thèse. Merci à M. Gérard Montarou d'avoir bien voulu accepter la supervision de mon travail de thèse. Merci à M. Gilles Ban de l'université de Caen et M. Johann Collot de l'Université de Grenoble d'être mes rapporteurs. Merci à M. Stéphane Normand et à M. Guilhem Douysset d'être mes examinateurs. Je remercie également M. Nicolas Saurel d'avoir encadré et suivi ces travaux depuis ces trois années.

Je remercie Hervé, Patrick et l'ensemble des personnes du service pour leur accueil et la facilité d'intégration au sein du service. Un remerciement à Pascal pour ces conseils en simulation.

Je remercie Claire et Jean qui se sont bien investis dans mon sujet et qui m'ont beaucoup apporté dans le domaine des mathématiques.

Je remercie chaleureusement mes collègues du laboratoire de mesure Olivier, Gilles, Martine, Gaëlle, Blanche, Guillaume, Tania, Sonia et Charles. Je remercie également Mathieu et Thomas qui ont été mes stagiaires et qui ont bien évolué depuis.

Je remercie tout particulièrement Nicolas pour sa confiance accordée au cours de la thèse et son sang-froid, notamment pour la période de rédaction ainsi que l'ensemble de ses conseils dans tous les domaines. Je remercie également Sébastien avec qui j'ai partagé son bureau pendant 3 ans pour sa bonne ambiance et la musique régnant dans le bureau.

Je remercie également Christophe Guicheney et Fabrice Podliski qui ont su m'orienter tout au long du master PTR et sans qui je n'aurais jamais fait cette thèse.

Je tiens à remercier ma famille qui m'a soutenu pendant ces trois ans.

Table des matières

REMERCIEMENTS	2
I. INTRODUCTION	6
II. ENJEUX SCIENTIFIQUES, TECHNIQUES ET INDUSTRIELS	10
1. Enjeux scientifiques.....	10
1.1 Réponse numérique du détecteur	10
1.2 Quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse de l'opérateur	11
2. Enjeux techniques	12
2.1 Réponse numérique du détecteur.....	13
2.2 Quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse de l'opérateur	14
3. Enjeux industriels	14
3.1 Réponse numérique du détecteur.....	14
3.2 Quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse de l'opérateur	15
III. RÉPONSE NUMÉRIQUE DU DÉTECTEUR	16
1. Description et état de l'art de l'obtention de la réponse numérique d'un détecteur gamma GeHP	16
1.1 Description d'un détecteur (GeHP).....	16
1.2 État de l'Art	19
1.3 Nouveauté proposée	22
2. Détermination des paramètres impactants en vue de modéliser l'écart entre la réponse numérique et la réponse réelle	23
2.1 Vocabulaire et définitions.....	24
2.2 Modélisation mathématique de l'écart normalisé relatif	29
2.3 Conclusions sur le plan fractionnaire.....	48
3. Dimensionnement géométrique optimisé du schéma détecteur par plan d'expériences 49	
3.1 Modélisation mathématique de la réponse du détecteur	49
3.2 Optimisation des valeurs des facteurs.....	53
4. Étude des erreurs potentielles sur le dimensionnement optimisé de la réponse numérique du détecteur	55
4.1 Définition des erreurs	56

4.2 Indicateurs des erreurs	56
4.3 Application des indicateurs aux erreurs	57
4.4 Erreur par ajout/suppression d'élément structurel associé au dimensionnement optimisé	60
5. Validation expérimentale de la réponse numérique	66
5.1 Objectifs et domaine de validité	66
5.2 Mesures et détecteurs testés	67
5.3 Comparaison des réponses numériques et des réponses réelles des détecteurs	68
5.4 Comparaison avec les réponses numériques des fabricants.....	70
6. Conclusion	71
IV. ÉTALONNAGE NUMÉRIQUE PAR MODÉLISATION ÉQUIVALENTE DE LA SCÈNE DE MESURE	73
1. Définition et État de l'art de la détermination du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure	74
1.1 Définition du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure	74
1.2 État de l'Art	75
1.3 Nouveauté proposée	82
2. Analyse de sensibilité des facteurs impactants le coefficient d'étalonnage de l'objet	83
2.1 Définition des facteurs	83
2.2 Définition des métamodèles et validation associée	85
2.3 Analyse de sensibilité	95
2.4 Conclusion	97
3. Détermination des activités de la scène de mesure par métamodélisation	98
3.1 Définition des caractéristiques des métamodèles	98
3.2 Validation du meilleur métamodèle pour chaque forme géométrique	100
3.3 Détermination de toutes les valeurs d'activités de la scène de mesure globale	101
4. Sélection de la meilleure estimation de l'activité	106
4.1 Critères métrologiques de quantification de l'activité	106
4.2 Critères liés aux propriétés physiques de la scène de mesure	110
4.3 Critères statistiques	112
5. Application à des scènes de mesure réelles	113
5.1 Source contenant 0,372 grammes de plutonium 239	114
5.2 Conteneur cylindrique contenant 13 grammes de plutonium 239	116

5.3 Conteneur cylindrique contenant 4,6 grammes de plutonium 239	118
6. Conclusion	120
V. PERSPECTIVES.....	123
VI. CONCLUSION GÉNÉRALE	125
VII. BIBLIOGRAPHIE	127
VIII. ANNEXES	134
Annexe 1. Algorithme du gradient réduit généralisé	134
Annexe 2. Synthèse des modèles et de leur pertinence.	141
Annexe 3. Indicateurs des erreurs.....	145
Annexe 4. Communications.....	152
4.1 Communications écrites	152
4.2 Communications orales	152
4.3 École d'été.....	153

I. INTRODUCTION

L'objectif de cette thèse est de quantifier, par spectrométrie gamma, les actinides et plus particulièrement le plutonium contenus dans des objets tels que les colis et fûts de déchets nucléaires. Les signatures gamma sont observées par une mesure spectrométrique gamma, avec un détecteur Germanium Hyper Pur (GeHP), afin de les identifier puis de les quantifier. La quantification est issue d'une corrélation entre la mesure du spectre et le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. La scène de mesure comprend le détecteur et l'objet mesuré. Dans le cadre de la métrologie classique, le coefficient d'étalonnage est établi avant la mesure à l'aide d'une gamme de références appelées étalons. L'objet mesuré est réputé appartenir à cette gamme d'étalons. Dans le cadre du contrôle non destructif par spectrométrie gamma, le coefficient d'étalonnage est souvent établi a posteriori de la mesure. Cette méthode est en rupture avec la précédente. Elle intervient notamment quand l'application de la métrologie classique est impossible. L'enjeu de cette thèse consiste à construire une quantification robuste du coefficient d'étalonnage a posteriori de la mesure, sans connaissance des éléments constitutifs du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.

Le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure détermine la grandeur recherchée de l'objet mesuré. Dans notre étude, la grandeur recherchée correspond à l'activité ou la masse, les deux grandeurs étant reliées par un coefficient de proportionnalité. L'objet mesuré peut prendre différentes formes qui vont du colis, aux fûts de déchets de type pétrolier (100L et 200L) jusqu'aux boîtes à gants (quelques m³) avec leur procédé. L'obtention de la valeur vraie de ce coefficient d'étalonnage est une problématique à triple enjeux :

- Le premier enjeu est la quantification, dans le déchet, de l'activité totale, en becquerel, de la contamination présente et de son incertitude. Il faut également garantir le respect du non dépassement de la limite maximale d'activité du déchet. Si ces objectifs ne sont pas atteints, alors le déchet classé suivant son activité et la période de décroissance de ces radionucléides ne pourra pas être expédié vers son exutoire (Très Faible Activité, Faible Activité Vie Courte, Faible Activité Vie Longue, Haute Activité Vie Courte et Haute Activité Vie Longue). Une surestimation de l'activité entraîne un surclassement du déchet et donc un surcoût financier pour son producteur. A contrario, une sous-estimation peut entraîner un non-respect des exigences de l'exutoire. Les conséquences potentielles d'un tel non-respect peuvent amener une suspension d'expédition des déchets vers l'exutoire, voire, une déclaration d'événement significatif auprès de l'autorité de sûreté nucléaire compétente.
- Le second enjeu est la gestion des matières nucléaires. À chaque instant la localisation et la quantification de la matière nucléaire doivent pouvoir être assurées. La comptabilité matière peut être demandée au milligramme. Là encore, dans cet enjeu, la mesure gamma doit fournir la quantification, en grammes, de la contamination présente ainsi que l'incertitude associée. Une surestimation ou une sous-estimation engendre des écarts dans les bilans matières. Un éventuel écart sur le bilan peut amener à une déclaration auprès de l'autorité garante de la sécurité des matières nucléaires.

- Le troisième enjeu est la garantie du respect des règles de sûreté/criticité des procédés dans les installations. Pour cet enjeu, la mesure par spectrométrie gamma doit garantir que pour la quantification réalisée, toutes incertitudes comprises, de la masse maximale de matière fissile autorisée dans l'unité criticité n'est pas dépassée. L'unité de criticité peut être la cellule dans laquelle se trouve un ou plusieurs procédés ou un procédé particulier, par exemple. Le non-respect de cette prescription entraîne une déclaration d'événement significatif auprès de l'autorité de sûreté nucléaire compétente.

Les événements significatifs sont classés selon l'échelle INES décrite sur la figure 1.

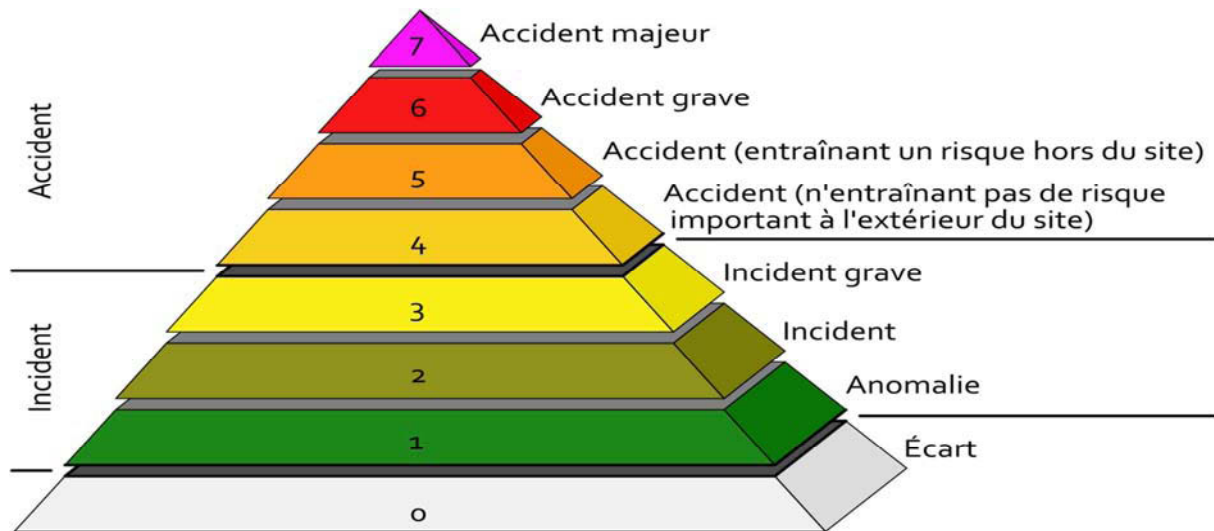


Figure 1 : Échelle des niveaux 0 à 7 des incidents et accidents survenant dans l'industrie nucléaire.

À titre d'exemple, l'événement qui s'est produit à Fukushima en 2011 est classé sur cette échelle à un niveau 7, ainsi que celui de Tchernobyl. À notre connaissance, parmi les trois enjeux supra, le niveau de classement le plus élevé est de 2. Toujours dans cette catégorie, la grande majorité des événements sont classés de niveau 0, puis avec une occurrence moindre de niveau 1.

Tout non-respect des exigences liées à ces enjeux engendre des surcoûts pour l'exploitant relatifs à :

- La mobilisation de ressources humaines pour traiter ce non-respect et pour proposer, mettre en place et suivre les actions correctives et d'amélioration associées vis à vis de l'Autorité de Sûreté Nucléaire ASN.
- La suspension de l'exploitation de l'atelier pour une durée plus ou moins longue suivant la gravité du non-respect.
- Le coût lié aux investissements éventuels nécessaires à la mise en œuvre des actions correctives (achat de nouveaux appareils de mesures, par exemple).

Ces trois enjeux démontrent tout l'intérêt d'avoir une mesure non destructive fiable (pour satisfaire, en une mesure, les exigences de ces trois enjeux), automatisée (pour maintenir un rythme d'exploitation optimisé de l'atelier) et aisément adaptable aux différents types d'objets à mesurer (pour une réactivité maximum de déploiement de mise en œuvre de la mesure avec une mobilisation minimum de ressource humaine).

La détermination du coefficient d'étalonnage est un enjeu majeur dans le processus de rendu de résultat par spectrométrie gamma. La métrologie classique réalise un étalonnage empirique du coefficient d'étalonnage avec une gamme d'étalons. La gamme d'étalons définit le domaine de validité de l'activité rendue. Ainsi, l'objet mesuré possède des caractéristiques géométriques, physico-chimiques et un terme source de la grandeur recherchée figées par les conditions d'étalonnage. L'activité est obtenue par application directe de ce coefficient d'étalonnage sans adaptation possible aux caractéristiques spécifiques de l'objet caractérisé. Une telle méthodologie est donc complexe à mettre en œuvre si la disparité des objets à mesurer est grande.

L'application du coefficient d'étalonnage spécifique à l'objet à caractériser à l'aide d'étalons pour des objets tels que les colis, fûts de déchets ou les boîtes à gants est d'une grande complexité difficilement compatible avec une productivité optimisée. Ces objets possèdent trois propriétés caractérisant cette difficulté :

- Complexe : les matrices, géométries et le terme source ainsi que l'agencement possible entre ces termes sont quasi infinis. La confection d'un étalon spécifique nécessite de disposer de toutes les matrices et les géométries associées.
- Unique : chaque objet possède ses propres caractéristiques physico-chimiques, géométriques et de contamination.
- Non reproductible : d'un objet à l'autre les caractéristiques physico-chimiques, géométriques et de contamination peuvent présenter une très grande variabilité. Celle-ci n'est pas ou est ponctuellement quantifiable (tomodensitométrie, etc.) avec les outils présents dans l'industrie nucléaire.

En conséquence, le coût humain, matériel, financier et temporel pour réaliser une gamme d'étalons spécifiques n'est pas envisageable pour ces objets.

Pour remédier à ce problème, la voie utilisée est la quantification numérique du coefficient d'étalonnage [BRONSON01, BRONSON02, etc.]. La modélisation nécessite de connaître les paramètres géométriques, physico-chimiques et la définition du terme source de l'objet afin de déterminer le coefficient d'étalonnage propre à l'objet. Cependant ces paramètres sont en général mal connus ou inconnus. Leur détermination peut se faire à l'aide d'outils industriels complexes (Radiographie X [ESTRE01], Tomodensitométrie [ESTEP01], etc.) avec un recoupement des résultats issus de ces techniques pour déterminer au mieux tous les paramètres physico-chimiques et géométriques de l'objet. À ces techniques, il faut ajouter la localisation du terme source de rayonnement qui est actuellement en cours de développement pour le cas des actinides [KRINGS01]. Cependant ces techniques sont très coûteuses en ressources humaines, financières et en infrastructures. En l'absence partielle ou totale des paramètres définissant l'objet, l'opérateur émet des hypothèses sur ces paramètres afin de déterminer l'activité de l'objet mesuré. Elles proviennent principalement de son retour d'expérience. L'émission d'hypothèses entraîne d'une part une durée de rendu de l'activité proportionnelle au nombre d'hypothèses à émettre et, d'autre part une précision de rendu de l'activité inversement proportionnelle à la robustesse et au nombre d'hypothèses émises. Pour pallier l'émission d'hypothèses sur des a priori difficiles à évaluer, cette thèse propose une alternative nouvelle basée sur la modélisation itérative automatisée de l'objet. La géométrie proposée possède des propriétés d'atténuation équivalente à

l'objet mesuré. Toutefois elles sont obtenues sans connaissance préalable des paramètres physico-chimiques, géométriques et de contamination de l'objet mesuré.

Le coefficient d'étalonnage de l'objet, établi avec ou sans hypothèses, ne permet pas de remonter directement à l'activité de l'objet. Pour cela le coefficient d'étalonnage de l'objet doit être convolué/adossé par le/au coefficient d'étalonnage du détecteur afin d'obtenir le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Le coefficient d'étalonnage du détecteur correspond à la réponse spatiale et énergétique du détecteur. Afin de l'adosser au coefficient d'étalonnage de l'objet il est nécessaire d'obtenir une version numérique de ce coefficient d'étalonnage. On parle alors de réponse numérique spatiale et énergétique. Dans la suite de ce document, elle sera nommée réponse numérique du détecteur. Dans ce contexte, cette thèse présente les avancées et les nouveautés pour ces deux axes majeurs de recherche :

- Le premier axe est la détermination de la réponse numérique du détecteur. La réponse numérique du détecteur étant indispensable pour toute quantification de l'activité par modélisation de l'objet.
- Le second axe est la détermination automatique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèses de la part de l'opérateur. Il s'agit de modéliser un objet qui possède les mêmes propriétés d'atténuation que l'objet réel sans a priori sur les propriétés physico-chimiques, géométriques et de contamination de l'objet réel.

La première partie de cette thèse présentera les avancées et les nouveautés obtenues sur le premier axe. La seconde partie présentera la synthèse de l'étude de faisabilité menée sur le second axe ainsi que les nouveautés apportées par ces travaux.

II. ENJEUX SCIENTIFIQUES, TECHNIQUES ET INDUSTRIELS

1. Enjeux scientifiques

Le premier enjeu de cette thèse est la construction de la réponse numérique dont on maîtrise l'écart avec la réponse réelle. Le second enjeu est la quantification de l'activité d'un objet réel avec une géométrie équivalente en termes d'atténuation à l'objet réel et avec la réponse numérique du détecteur.

1.1 Réponse numérique du détecteur

La détermination de la réponse numérique d'un détecteur demande à l'heure actuelle une expertise forte dans les codes de calcul de transport de particules de type MCNP [MCNP01], TRIPOLI [TRIPOLI01] ou GEANT [GEANT01] par exemple, associée à de solides connaissances en instrumentation nucléaire et en électromagnétisme. Les physiques associées à l'interaction rayonnement-matière et l'électromagnétisme sont modélisées indépendamment les unes des autres dans les codes de calcul. L'absence de corrélation induit une absence de quantification des phénomènes de couplage physique qui se réalisent au sein du détecteur [BAUCHET01]. A cela s'ajoute la propagation des erreurs issues d'un code à l'autre dont il faut identifier les sources puis les quantifier (voir figure 2).

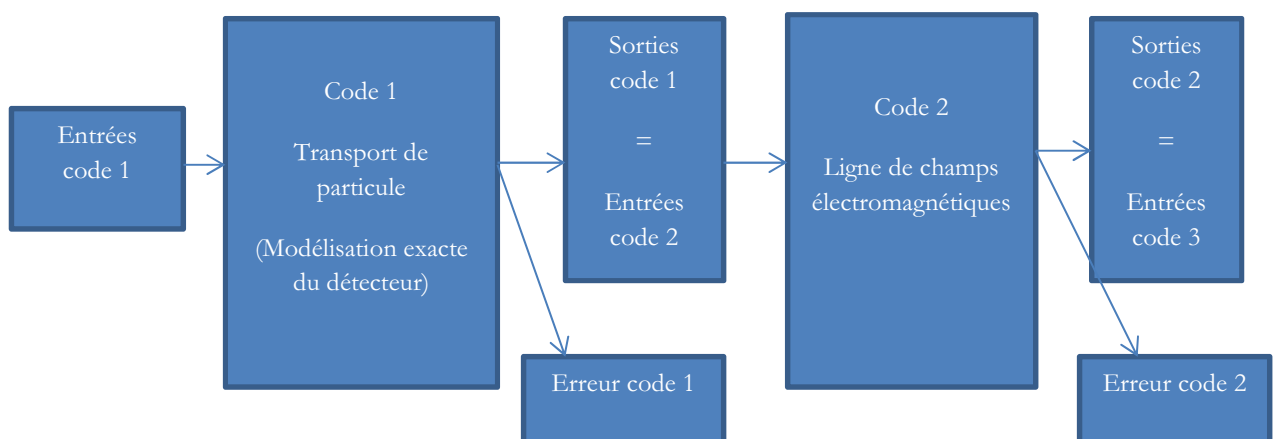


Figure 2 : Erreurs potentielles dans un processus sans prise en compte du cumul des erreurs.

La réponse numérique du détecteur ne peut donc être réalisée par un expert de ces domaines.

Dans cette thèse nous proposons de déterminer la réponse numérique d'un détecteur de Germanium Hyper Pur (GeHP) équivalente, à un facteur près, à la réponse réelle. Ce facteur

dénommé écart normalisé relatif, correspond à l'écart relatif, entre la réponse numérique et la réponse réelle. Cette thèse propose une méthode de quantification de cet écart normalisé relatif. L'objectif est d'obtenir le modèle mathématique du comportement de l'écart normalisé relatif en fonction des paramètres intrinsèques du détecteur (interactions rayonnement-matière, pertes de charges, zones à forte densité de dopant, pertes électroniques propre au détecteur). Les paramètres intrinsèques du détecteur constituent les paramètres d'entrée du modèle mathématique, la sortie est représentée par l'écart normalisé relatif. Le nombre de paramètres d'entrée est élevé, de l'ordre d'une vingtaine (dimensions du capteur, épaisseurs des zones mortes, dimensions et géométrie des éléments constitutifs du détecteur, etc.). Le but est de déterminer les paramètres les plus impactants sur la valeur de l'écart normalisé relatif afin de diminuer le nombre de paramètres d'entrée. Ces paramètres seront déterminés par une analyse de sensibilité. L'écart normalisé relatif est modélisé mathématiquement à l'aide d'un modèle de régression (linéaire, polynomiale, etc.) en fonction des paramètres les plus impactants. Un coefficient de corrélation est associé afin de vérifier si le modèle de régression prédit correctement les valeurs de l'écart normalisé. Une fois le modèle de régression obtenu, ce dernier ne permet toutefois pas de donner directement la réponse numérique équivalente à la réponse réelle à l'écart normalisé relatif voulu. Pour obtenir cette réponse numérique, suivant l'écart normalisé voulu, il est nécessaire d'obtenir les valeurs des paramètres d'entrée. On parle alors de problème inverse. Les valeurs optimisées des paramètres d'entrée définissent, à l'écart normalisé relatif près, la réponse numérique équivalente à la réponse réelle. L'écart normalisé relatif doit tendre vers une valeur nulle. La réponse numérique ainsi obtenue définit une base indispensable pour toute quantification numérique de l'activité par modélisation de l'objet.

La réponse d'un détecteur peut en théorie s'appliquer à tout type de détecteur de rayonnement. Ainsi tout type de détecteur de rayonnement pourrait être modélisé de manière équivalente en appliquant la même procédure.

1.2 Quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse de l'opérateur

La détermination de l'activité d'un objet mesuré demande la description la plus précise de celui-ci afin de le modéliser le plus fidèlement. Sa description correspond à la connaissance de ces paramètres physico-chimiques, géométriques et de contamination de l'ensemble de ces éléments constitutifs. La détermination de l'ensemble de ces paramètres est une étape pouvant nécessiter plusieurs techniques de contrôle non destructifs (radiographie X [ESTRE01], tomodensitométrie [ESTEP01] et localisation gamma [KRINGS01]). Ces techniques nécessitent des infrastructures lourdes, du personnel qualifié et sont financièrement coûteuses. Il faut recouper et traiter les différentes informations de ces techniques afin de remonter aux paramètres physico-chimiques, géométriques et de contamination de l'objet. Cela nécessite l'appel à différents experts (imagerie, instrumentation, numéricien et interaction rayonnement-matière) et un coût humain, financier, technique et un temps de traitement élevés.

Actuellement, dans le cas où ces paramètres ne sont pas connus, des hypothèses sur leurs valeurs sont introduites afin de quantifier la grandeur recherchée. Ces hypothèses permettent de définir un objet dit « équivalent » en termes d'atténuation des rayonnements gamma par rapport à l'objet réel. Cependant, les paramètres physico-chimiques, géométriques et de contamination modélisés peuvent être différents des paramètres réels. L'utilisation d'une géométrie équivalente permet de s'affranchir de la connaissance exacte des paramètres physico-chimiques, géométriques et de contamination. L'obtention du coefficient d'étalonnage est actuellement réalisée via la procédure suivante :

- Édition manuelle par l'opérateur des fichiers d'entrées des géométries équivalentes contenant les hypothèses de celui-ci.
- Utilisation d'un code de calcul de transport des particules (notamment les codes Monte-Carlo 3D ou déterministe).
- Traitement et interprétation du résultat puis génération d'un nouveau fichier d'entrée, jusqu'à la détermination d'une géométrie équivalente validée par un ensemble de critères.

Ces hypothèses sont difficiles à émettre et le temps de traitement associé dépend du nombre d'hypothèses.

Dans cette thèse nous proposons de reprendre le principe de la modélisation équivalente à l'objet réel mais sans émission d'hypothèse formulée par l'opérateur. Pour cela les étapes précédentes seront respectivement remplacées par :

- Un fichier d'entrée unique qui contient toutes les géométries équivalentes.
- Un modèle mathématique (métamodèle) qui approxime « au mieux » le code de calcul de transport de particules afin de déterminer rapidement (de l'ordre de 10000 calculs par minute) les valeurs du coefficient d'étalonnage associées aux géométries équivalentes.
- Une routine automatisée qui traite les résultats et prédit les meilleures configurations géométriques obtenues suivant les critères d'acceptation.

La définition, la construction et la validation de ces étapes constituent les briques élémentaires pour la quantification de la contamination de manière rapide, automatique et sans hypothèse de la part de l'opérateur sur les propriétés physico-chimiques, géométriques et de contamination de l'objet réel à caractériser.

2. Enjeux techniques

Cette thèse propose de relever les enjeux techniques qui sont l'obtention d'une réponse numérique fiable avec incertitude associée sur l'ensemble du processus sans recours à des techniques supplémentaires de contrôle non destructif (radiographie X, par exemple) tout en minimisant le nombre de mesures. Dans le cadre de la quantification il est proposé de remplacer le code de calcul coûteux en temps de calcul par un modèle mathématique plus économe.

2.1 Réponse numérique du détecteur

L'obtention de la réponse numérique d'un détecteur de rayonnement est un processus qui nécessite au minimum trois étapes :

- Les mesures afin de recaler la réponse numérique aux données expérimentales.
- La modélisation sous code de calcul de transport de particules du détecteur.
- La correction de la modélisation afin d'ajuster le modèle aux valeurs expérimentales.

Les mesures sont coûteuses en temps (durée d'acquisition généralement supérieure à une heure), en infrastructures (sources et banc de mesure) et en personnel. Pour cela le nombre de mesures à effectuer pour recaler la réponse numérique doit être optimisé. Dans cette thèse, nous proposons une méthodologie permettant de disposer d'un minimum de mesures tout en garantissant le domaine de validité voulu.

Actuellement la modélisation du détecteur, qui donne la réponse numérique, est construite avec le schéma TQC (Tel Que Construit) du détecteur. La vérification des cotes du schéma TQC s'effectue à l'aide d'une radiographie X du détecteur en deux dimensions. Ceci permet de vérifier si les dimensions et le positionnement des différents éléments du schéma TQC correspondent bien à ceux relevés sur la radiographie X. La modélisation correspond désormais au schéma TQC corrigé par radiographie X. Ensuite, des paramètres de correction (ajustement des épaisseurs de zones mortes, par exemple) sont appliqués pour ajuster la réponse numérique à la réponse réelle. Cet ajustement n'est pas décrit et reste la propriété du fabricant.

Dans cette thèse nous proposons de ne pas utiliser de radiographie X afin de vérifier et/ou corriger le schéma de principe du détecteur. Il s'agit de définir les paramètres les plus impactants sur la réponse numérique du détecteur, modéliser leur comportement, puis de déterminer les valeurs optimales afin d'effectuer une correction globale des dimensions du détecteur mentionnées sur le schéma de principe. Le modèle numérique optimisé ainsi obtenu donne une réponse numérique équivalente à la réponse réelle. Les simulations sous code de calcul de transport nécessaires pour modéliser les variations des paramètres sont réalisées une seule fois pour une gamme de détecteur donné avec le schéma de principe. Elles resteront valables pour tous les détecteurs « frères » de la même série. Le temps nécessaire à la réalisation des simulations peut prendre quelques journées. Une fois les modélisations établies, pour une gamme donnée de détecteur, la variation de l'écart normalisé relatif sera uniquement due à la réponse réelle. Ainsi, le type de modèle de régression une fois établi pour cette gamme de détecteur, seuls les coefficients des paramètres du modèle évolueront en fonction du détecteur. Donc, pour une gamme donnée de détecteur, la durée de l'obtention de la réponse numérique est de quelques journées pour le premier détecteur et pour les autres détecteurs de cette même gamme cette durée sera celle du temps nécessaire à la réalisation des points de mesure. La gamme de détecteur correspond à des détecteurs qui disposent des mêmes matériaux constitutifs et des dimensions similaires.

2.2 Quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse de l'opérateur

La quantification numérique sans émission d'hypothèse sur l'objet mesuré repose sur le fait que les informations décrivant l'objet sont difficiles, voir hors d'accès. Les techniques actuelles de contrôle non destructif [ESTRE01, KRINGS01] nécessitent un engagement élevé en termes humain, infrastructure, financier et temporel. La modélisation d'un objet équivalent doit permettre de s'affranchir de l'émission d'hypothèses sur ces propriétés réelles. La validation de la géométrie de l'objet équivalent est uniquement effectuée à l'aide des paramètres globaux de l'objet mesuré, faciles à obtenir. Il s'agit de sa masse et de son volume dont on déduit sa densité apparente. À l'aide de la propriété des radionucléides multi-émetteurs gamma, ainsi que des critères choisis, il est possible de déterminer les configurations géométriques qui donnent les meilleurs modèles équivalents. Ce processus peut être codé afin de déterminer automatiquement les meilleurs modèles équivalents.

La modélisation est un processus qui demande la numérisation de l'objet et du détecteur. Une fois l'objet numérisé, la durée de la simulation diffère suivant le code de calcul utilisé. De l'ordre de la minute pour un code déterministe à quelques heures pour un code purement Monte Carlo. Pour rappel, les codes Monte-Carlo 3D de transport de particules (MCNP, TRIPOLI, GEANT, etc.) permettent une modélisation plus juste de la physique ainsi que de la complexité des géométries rencontrées, ce que généralement ne permettent pas les codes déterministes ou pseudo Monte Carlo.

L'enjeu de cette thèse est de remplacer ce code par un modèle mathématique qui ajuste au mieux le code de calcul et cela de manière très rapide. Une fois cette étape réalisée, l'enjeu suivant sera d'établir le procédé associé de quantification automatisé des multi-émetteurs gamma sans émission d'hypothèses par l'opérateur de mesure.

3. Enjeux industriels

Les enjeux industriels que nous proposons de relever dans cette thèse est une quasi-automatisation de l'obtention de la réponse numérique. Celle-ci pouvant être vérifiée étape par étape à l'aide d'indicateurs et cela sans utiliser de radiographie X. Dans le cadre de la quantification de l'activité, l'enjeu de la thèse est de déterminer les bases d'un outil polyvalent suivant le type d'objet et s'adaptant à toutes les configurations de mesures et de détecteurs.

3.1 Réponse numérique du détecteur

La méthode d'obtention des réponses numériques pour un détecteur donné est effectuée au cas par cas pour les industriels. Le délai actuel d'obtention d'une réponse numérique par les fournisseurs est de 3 mois. La méthode présentée permet de réduire à une semaine pour le premier détecteur et de quelques jours pour le détecteur suivant sous condition qu'il appartienne à la même gamme que le premier.

Les enjeux sont ici d'obtenir :

- La réponse numérique du détecteur avec uniquement le schéma de principe du fabricant et sans utilisation de radiographie X.
- Une méthode avec des indicateurs ou « gardes fous » permettant de vérifier si les valeurs optimisées des paramètres appartiennent aux bornes de validité. Dans le cas contraire, le sens d'ajustement des bornes est indiqué. Cela permet de vérifier étape par étape que la réponse numérique respecte l'écart normalisé voulu avant toute vérification expérimentale, une réponse numérique sur le terrain à l'aide d'un banc de mesure portatif ne nécessitant qu'un schéma de principe et des simulations Monte Carlo au préalable. Ainsi le détecteur n'a pas besoin d'être renvoyé chez le fournisseur afin d'obtenir une nouvelle réponse numérique, processus de durée supérieure à trois mois. Cela permet de s'affranchir de tout retour de matériel et du risque de casse ou de perte lors du transport.

3.2 Quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse de l'opérateur

Il s'agit de quantifier l'activité d'un objet mesuré sans connaissance des propriétés de cet objet et peu importe les conditions de mesure (détecteur et position détecteur-objet) présentes sur le terrain. L'objectif est d'avoir un outil intégré adaptable à tout type de détecteur, facile d'utilisation et rapide, c'est-à-dire un temps de traitement de la mesure de l'ordre de l'heure tout en garantissant un résultat fiable. La facilité d'utilisation de cette méthode de quantification permet de faire du contrôle transféré. Ainsi la quantification de l'activité pour un objet complexe ne nécessite plus un opérateur expert qui ajuste au mieux un modèle via son retour d'expérience. Elle peut être transférée à un opérateur non expert du domaine. La validité du résultat étant définie par le domaine de validité de la méthode et les critères de sélection associés.

III. RÉPONSE NUMÉRIQUE DU DÉTECTEUR

La démarche proposée dans cette partie a pour objectif l'obtention de la réponse numérique d'un détecteur GeHP équivalente à la réponse réelle. Il s'agit d'établir une méthode d'obtention de la réponse numérique dont l'écart normalisé relatif entre la réponse numérique et la réponse réelle est maîtrisé. Après avoir déterminé les paramètres intrinsèques du détecteur impactant le plus cet écart, son comportement en fonction des paramètres choisis sera modélisé. Il s'agit de déterminer les valeurs optimales de ces paramètres à l'aide des modèles de comportement afin que la réponse numérique corresponde à la réponse réelle. La validation consiste à comparer la réponse numérique et la réponse réelle et à vérifier si l'écart normalisé relatif obtenu est inférieur ou égal à l'écart normalisé relatif cible. La réponse numérique du détecteur est une étape indispensable pour toute quantification de l'activité par modélisation de l'objet.

1. Description et état de l'art de l'obtention de la réponse numérique d'un détecteur gamma GeHP

1.1 Description d'un détecteur (GeHP)

De manière générale, un détecteur germanium hyper pur est constitué des éléments suivants :

- Un cristal de germanium.
- Un cryostat.
- Un capot.
- Une électronique.
- Un système de refroidissement.

Le cristal est placé dans un cryostat sous vide et monté dans un support en cuivre (ou en aluminium) appelé "holder". La totalité est insérée et protégée dans un capot en aluminium (cf. figure 3). Le détecteur est couplé à un réservoir d'azote liquide dont la température est de 77 K. Le support en cuivre ou en aluminium sert de contact thermique avec le doigt froid qui relie le réservoir au cristal. Il existe deux géométries de cristaux (cf figure 4): planaires (cristal sans trou central) et coaxiales (cristal avec un trou central). Les BeGe (Broad Energy Germanium) sont des cristaux de type planaires.

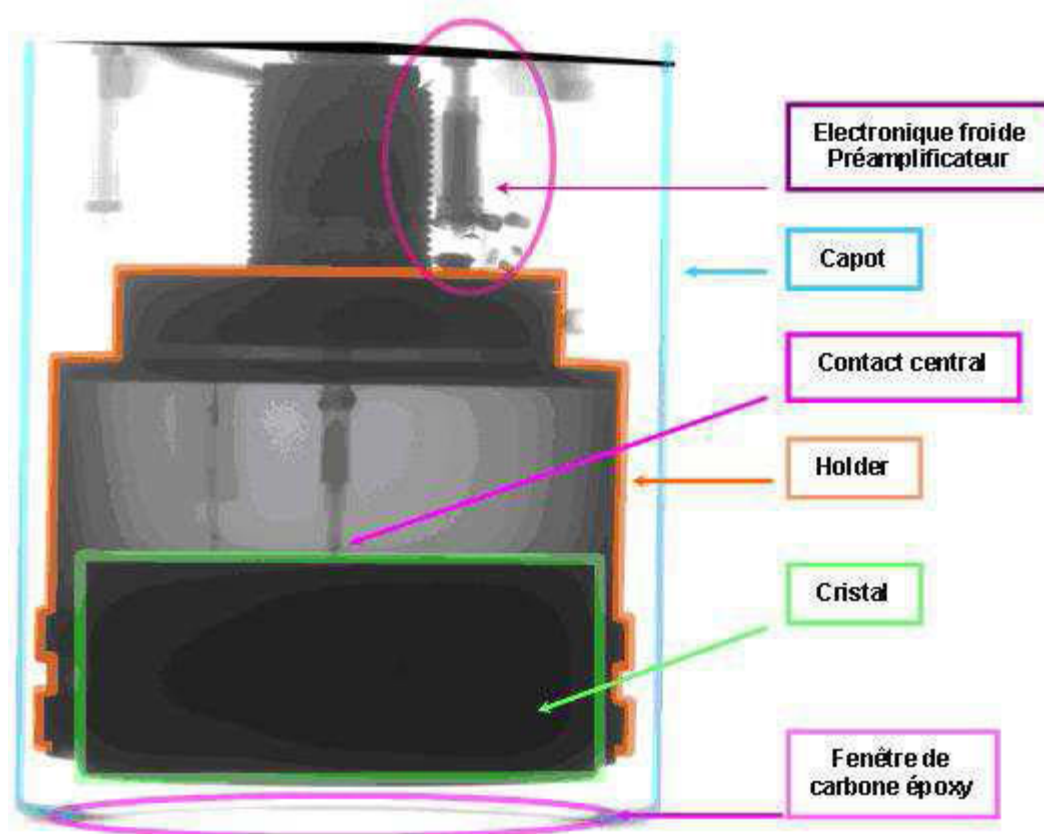


Figure 3 : Radiographie X du détecteur Germanium Hyper Pur (GeHP) B3035 de type planaire.

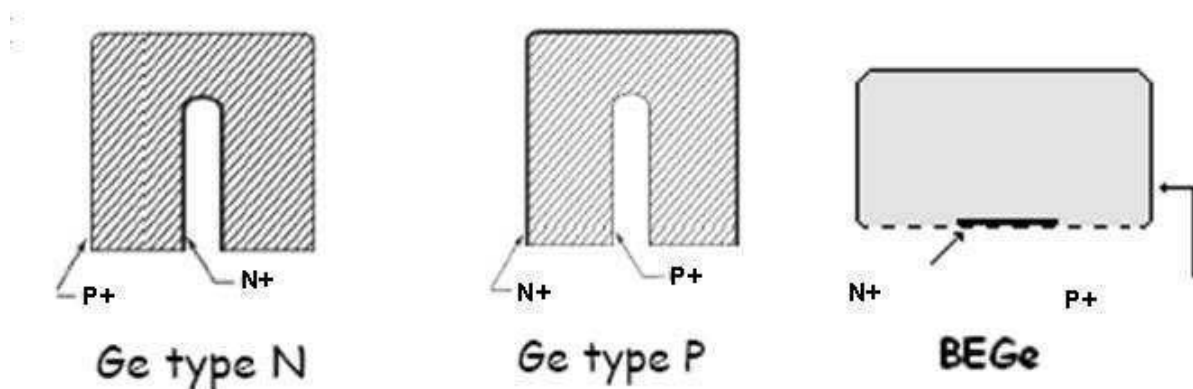


Figure 4 : Détecteurs coaxiaux de type N, P et planaire de type BeGe.

Du point de vue physique, lorsqu'un rayon gamma interagit avec le cristal, un électron primaire est produit par effet photoélectrique [KNOLL01], par diffusion Compton [GILMORE01] ou éventuellement par production de paires [GILMORE01]. Ces électrons primaires possèdent une énergie de plusieurs ordres de grandeur supérieure au gap du semi-conducteur. À chaque création d'électron primaire, une cascade de paires électron-trou est générée. La différence de potentiel appliquée au cristal de germanium produit une migration des charges : les électrons migrent vers la cathode et les trous migrent vers l'anode. Les charges ainsi collectées sur les contacts sont intégrées par un préamplificateur de charge et convertie en une impulsion de tension dont l'amplitude est proportionnelle à l'énergie déposée dans le cristal.

La différence de potentiel entre la partie anode et la partie cathode va générer des zones équipotentiels, c'est à dire des lignes de champ. Ces lignes de champ facilitent la migration des charges créés par les rayonnements gamma lors de leur interaction dans le cristal de germanium (cf figure 5). Les lignes de champ doivent être uniformément réparties dans tout le cristal afin d'éviter toute perte de charges. En réalité, il existe des zones où ces lignes de champ ne sont pas parfaitement équipotentiels, ce qui génère des pertes de charges utiles qui modifient la réponse du détecteur.

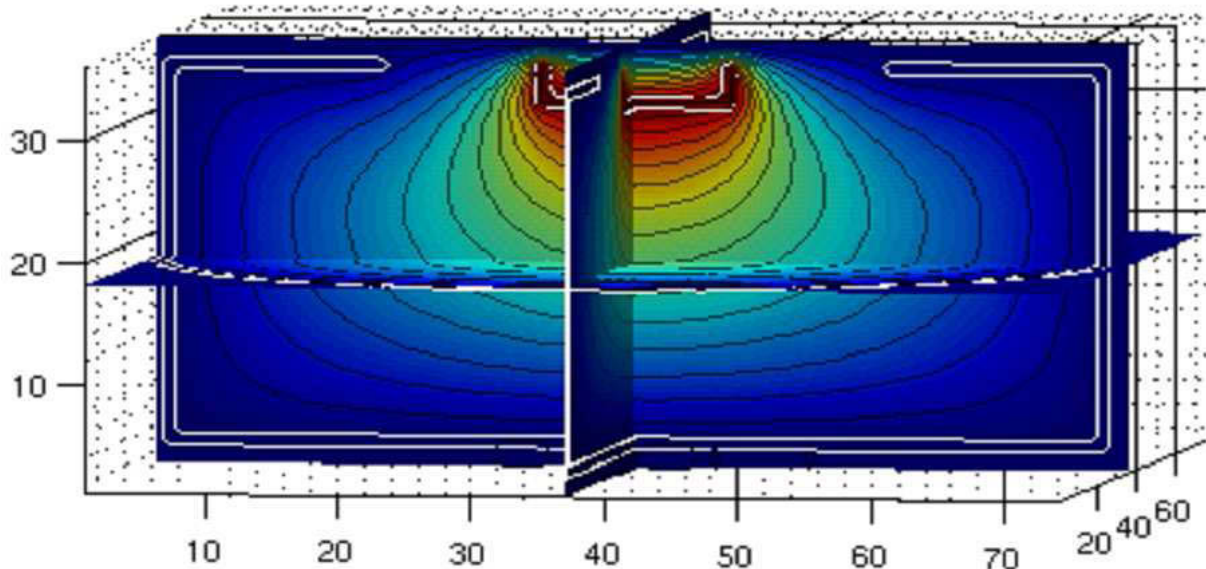


Figure 5 : Lignes de champs dans un cristal de Germanium Hyper Pur.

Les pertes de signal utile peuvent provenir de différentes sources :

- Au niveau des contacts à cause des dépôts de dopant (bore, lithium). Ceci crée des "zones mortes" dans lesquelles le signal utile ne peut être recueilli.
- Les lignes de champ pouvant localement amener une collection nulle ou incomplète des charges. Une collecte
- incomplète dégrade la résolution du détecteur, ce qui se traduit sur le spectre par une "queue à gauche" au niveau du pic d'absorption totale.
- L'électronique de traitement du signal.

Tous les phénomènes décrits ci-dessus participent à la réponse réelle du détecteur et doivent être intégrés dans la réponse numérique de ce dernier. L'obtention de la réponse numérique correspond à la modélisation du détecteur par code de calcul de transport de particules à partir du schéma de principe. Le schéma de principe correspond aux matériaux utilisés, aux différentes dimensions des éléments constitutifs et leur agencement entre eux. Cependant, le détecteur réel n'est pas parfait. Il existe différentes sources de perte du signal. Tout l'enjeu consiste à corriger la réponse numérique via les dimensions du schéma de principe afin que celles-ci prennent en compte les pertes du signal du détecteur réel.

1.2 État de l'Art

La détermination de la réponse numérique a déjà fait l'objet de plusieurs publications. Nous allons introduire les principales afin de définir les points forts et faibles de chacune d'elles. Puis nous allons exposer les nouveautés proposées par ce travail de thèse.

La première méthode, la plus ancienne, consiste à modéliser parfaitement le détecteur par un code de calcul de transport de particules (MCNP, GEANT, TRIPOLI, etc.). La réponse spatiale du détecteur ainsi obtenue par modélisation est décrite par F. BRONSON [BRONSON01] en 1996. Il a modélisé parfaitement tous les paramètres du détecteur (cristal, support du cristal et capot avec les caractéristiques associées), soit une vingtaine de paramètres à modéliser. Cependant, le modèle géométrique et les valeurs des paramètres nécessaires à la modélisation de la réponse numérique du détecteur ne sont pas explicitement spécifiés [BRONSON01]. Par exemple, nous ne savons pas si l'épaisseur des zones mortes correspond uniquement à l'épaisseur des dopants du cristal ou si elles ajustent d'autres phénomènes notamment les pertes de charges liées aux lignes de champ du cristal. Les épaisseurs des dopants sont des données difficiles d'accès car elles sont uniquement connues du fabricant du détecteur. Les résultats de cette étude montrent que l'écart normalisé relatif entre la réponse réelle et la réponse numérique est de 5% pour toutes les énergies testées pour une gamme allant de 88 keV à 1836 keV et pour un point de mesure situé dans l'axe du détecteur à une distance de 36,5 cm du capot du détecteur. L'écart augmente pour les mesures effectuées avec un angle d'incidence de 45° ou de 90°. Il passe respectivement à 6% et 7%.

Cette méthode prouve qu'il est possible d'obtenir la réponse numérique d'un détecteur en ayant un écart normalisé relatif inférieur à 7%. Cependant, elle nécessite de connaître l'ensemble des paramètres physico-chimiques du détecteur et les cotes exactes sont vérifiées par radiographie X. Ainsi les réponses numériques sont obtenues au cas par cas et nécessitent un investissement lourd pour déterminer les paramètres nécessaires à la modélisation.

Un an plus tard, une autre méthode a été établie par F. BRONSON [BRONSON02]. Elle consiste également à modéliser le détecteur sous code de calcul MCNP à l'aide du schéma de principe et de la radiographie X du détecteur. Une fois le détecteur modélisé, le modèle est ajusté et testé avec trois points de mesure situés à 29,5 cm et des angles d'incidences de 0°, 90° et 135°. Pour ces mesures, une source Américium-Europium est utilisée. Cette source couvre une gamme d'énergie de 59 keV à 1408 keV. À l'aide de cette modélisation numérique du détecteur, une grille de points est construite allant d'une distance de 0 m à 50 m pour une distribution angulaire allant de -90° à 90°. La réponse numérique du détecteur est calculée pour chacun de ces points à l'aide de la modélisation du détecteur par un code de calcul de transport. La grille de points représente un hémisphère. L'hémisphère est découpé en 3 sous hémisphères dont le rayon varie de 0 à 0,175 m puis de 0,175 m à 1,75 m et de 1,75 à 50 m. Dans chacune de ces zones, une fonction mathématique de type krigeage [QIAN01] est construite pour quantifier l'efficacité de détection d'un point particulier à l'intérieur de ces zones. Une des propriétés de la fonction de type krigeage est de donner une incertitude associée à chaque valeur de la réponse numérique prédite par la fonction. L'avantage est que la fonction mathématique calcule la réponse numérique du détecteur quasi instantanément contrairement à celle donnée par un code de calcul Monte Carlo.

Cependant le résultat prédit par la fonction mathématique est uniquement valable dans son domaine de définition mais devient aberrant au dehors. Le nombre de points nécessaires pour définir le domaine de validité de la fonction est élevé (186). Ces points sont obtenus à l'aide de la modélisation du détecteur par le code de calcul MCNP. Ainsi, le temps de calcul nécessaire pour obtenir la réponse numérique en chacun de ces points est élevé (de l'ordre d'une semaine, une heure par point). Un autre inconvénient est que la fonction mathématique est directement issue des résultats de la réponse numérique sous code de calcul MCNP. Si la modélisation du détecteur est erronée, la fonction mathématique le sera également. Aucun indicateur ne permet de détecter une éventuelle erreur hormis lors de la vérification de la réponse spatiale à la fin du processus.

En 2005, les travaux de Rodenas [RODENAS01] porte sur la modélisation de détecteur pour des géométries de type Marinelli afin de déterminer la réponse numérique du détecteur. Une telle géométrie est modélisée sous code de calcul MCNP. La réponse numérique est modélisée afin de savoir si elle correspond à la réponse réelle du détecteur. Cependant la réponse numérique obtenue avec la modélisation issue du schéma de principe ne correspond pas avec la réponse réelle. Des zones mortes, dont l'épaisseur a été fixée arbitrairement, sont utilisées pour corriger la réponse numérique. La correction a été effectuée avec une source contenant plusieurs radionucléides dont la gamme en énergie couvre les énergies de 59 à 1836 keV. La variation de l'épaisseur de la zone morte corrige la réponse numérique du détecteur. Cependant cette correction ne s'applique pas de la même façon à toutes les énergies, lorsque les valeurs à basses énergies sont bien corrigées les valeurs à hautes énergies ne le sont pas et vice-versa. Les écarts entre la réponse numérique et réelle varient de -76% à 150% pour une énergie de 59 keV suivant les bornes respectivement minimale et maximale de la zone morte. Ils varient de 42% à 1% pour une énergie de 1836 keV. Le choix empirique de l'épaisseur de la zone morte est donc difficile à établir sachant que suivant l'énergie étudiée la correction de l'épaisseur de zone morte à appliquer va varier. La modélisation d'une seule zone morte ne permet pas de corriger l'efficacité de détection pour toute la gamme d'énergie. Une autre correction a été effectuée au niveau de l'épaisseur de la paroi en aluminium se trouvant entre la source et le cristal. Des écarts entre la réponse numérique et réelle de 13% et 22% sont observés pour une énergie de 59 keV et de -22% à -19% pour une énergie de 1836 keV pour les bornes respectivement minimale et maximale de l'épaisseur de la paroi en aluminium. L'influence de l'épaisseur d'aluminium est tout à fait relative à haute énergie car elle relève d'une variation de l'ordre de 3% pour des épaisseurs d'aluminium variant de 0,77 mm à 2,27 mm.

L'introduction d'une zone morte dans le cristal dans le but de corriger la réponse numérique est une idée intéressante. L'inconvénient est la détermination de l'épaisseur de cette zone morte. Celle-ci corrige la réponse numérique. Cependant la correction n'est pas uniforme suivant les différentes énergies. Dans ce cas, différentes valeurs sont testées arbitrairement. Cependant, aucune ne permet de corriger correctement la réponse numérique.

Une évolution importante de ces méthodes a été apportée par les travaux de Courtine [COURTINE01] en 2008. L'environnement de mesure est un détecteur de type puits avec deux sources, l'une à basse énergie (32 keV) et l'autre à haute énergie (662 keV). Les mesures sont réalisées à l'intérieur du puits en faisant varier la hauteur de la position de la source dans le puits pour tester la réponse numérique par le code de calcul Monte Carlo GEANT4 [GEANT401]. La modélisation numérique prend en compte plusieurs zones mortes (avant, arrière et contour),

d'épaisseur constante, qui entourent complètement le cristal de germanium. Ces zones mortes ont une influence significative sur la réponse numérique mais ne permettent pas de corriger complètement l'écart entre la réponse numérique et réelle. Ainsi, les zones mortes ne sont pas modélisées avec une épaisseur constante mais avec une épaisseur variable. La discrétisation des zones mortes représente 26 épaisseurs de zones mortes à évaluer. Chaque zone morte est ajustée manuellement. Les résultats de l'ajustement manuel de chaque zone morte donnent une corrélation entre la réponse numérique et réelle inférieure à 1% pour 32 keV et 5% pour 662 keV, ce qui représente une excellente corrélation entre la simulation et l'expérience. Un ajustement automatique des épaisseurs de ces zones mortes est réalisé à l'aide de fonctions mathématiques de type polynomiales. Cependant, l'apprentissage des coefficients du polynôme est basé sur l'ajustement manuel des zones mortes. Cette automatisation dépend du modèle initial et elle est uniquement valable pour ce détecteur.

L'ajustement automatique d'une modélisation de détecteur a été étudié par J. Simonato [SIMONATO01] en 2011. La modélisation contient un schéma du détecteur prédéfini donné par le fabricant avec les zones mortes établies par celui-ci. L'ajustement automatique est effectué sur les dimensions du cristal, à savoir le diamètre et la hauteur, dans le cadre d'un détecteur de type planaire pour une gamme d'énergie de 121 à 1408 keV (source d'euprécium 152, couvrant la gamme d'énergie de 121 keV à 1408 keV). L'ajustement automatique prend en compte les configurations des mesures expérimentales qui peuvent avoir une distribution angulaire et spatiale variable. Il est réalisé à l'aide d'une routine qui pilote la modélisation numérique du détecteur. Elle comprend l'établissement du jeu de données avec le schéma de principe du détecteur, la position de la source, le calcul du code de transport et la récupération du résultat. La comparaison des résultats de simulation avec les valeurs expérimentales ainsi que la modification de la réponse numérique sont également réalisées par la routine. La méthode a l'avantage d'être automatique mais nécessite les données du fabricant et nécessairement les valeurs des zones mortes associées au cristal. Les valeurs des zones mortes sont uniquement données lors de l'achat de la réponse spatiale modélisée du fabricant.

Bilan de ces techniques

La construction de la réponse numérique d'un détecteur est possible et elle a déjà été réalisée. Pour obtenir un écart entre la réponse numérique et la réponse réelle de l'ordre de 5%, il est nécessaire de disposer de tous les paramètres physico-chimiques et géométriques du détecteur. L'obtention de ces paramètres nécessite de fortes connaissances des procédés de fabrication du cristal et de l'assemblage du détecteur. Il faut également effectuer un contrôle par radiographie X de l'assemblage du détecteur afin de vérifier les cotes du schéma de principe. Il y a trois inconvénients majeurs à ces techniques actuelles : le coût, la nécessité d'avoir des experts et l'obtention des réponses numériques au cas par cas sans information sur la validité du modèle numérique établi.

L'introduction d'une correction du schéma de principe, généralement appliquée sur la zone morte, permet de corriger la réponse numérique. Cette correction est complexe car elle varie

suivant l'énergie. Une autre alternative, encore plus lourde, est l'utilisation de plusieurs codes issus de différents domaines physiques (électromagnétisme, rayonnement-matière, etc.) qui peuvent se superposer pour corriger la réponse numérique [ROCCAZ01].

1.3 Nouveauté proposée

1.3.a) Pourquoi un besoin de nouveauté ?

Actuellement les réponses numériques sont principalement établies de la manière suivante :

- Étape 1 : Modélisation du détecteur par un code de calcul avec le schéma tel que construit du détecteur afin d'obtenir la réponse numérique [BRONSON02, ITECH01, COURTINE01, SIMONATO01]. Le schéma tel que construit fournit les dimensions avec les matériaux et les densités associées des éléments constitutifs du détecteur (cristal, support, capot, etc.). La vérification des données du schéma est réalisée par radiographie X.
- Étape 2 : Correction de la réponse numérique. Celle-ci peut prendre différentes formes, ajustement des côtes du schéma [SIMONATO01], création et dimensionnement de zones mortes [RODENAS01, COURTINE01], utilisation des codes de calcul en électromagnétisme pour déterminer la collecte des charges et pour quantifier les pertes de charges [ROCCAZ01]. À partir de cette étape on dispose déjà de la réponse numérique. Toutefois, celle-ci est uniquement disponible pour le code de calcul de transport de particule utilisé pour sa quantification.
- Étape 3 : Construction d'une fonction mathématique pour prédire la réponse numérique. Celle-ci est établie à partir d'une grille de points sous code de calcul Monte Carlo [BRONSON02]. Si la réponse numérique est mal définie, la fonction l'est également.
- Étape 4 : Vérification de la réponse numérique et de la fonction (si elle est établie) par rapport à la réponse réelle (mesure).

Les besoins en nouveautés trouvent leur origine dans les inconvénients de cette méthode qui résident principalement dans les étapes 1 et 2. Ces inconvénients sont :

- Dans l'étape 1, il est nécessaire de connaître avec précision l'agencement et les propriétés physico-chimiques des éléments du détecteur. La vérification de l'agencement des éléments est effectuée à l'aide d'une radiographie X qui est une technique nécessitant un coût et une infrastructure spécifique. La détermination de ces éléments nécessite un ou des experts maîtrisant l'imagerie X, les procédés de fabrication et d'assemblage du détecteur.
- Dans l'étape 2, l'ajustement de la réponse numérique à la réponse réelle est l'étape la plus critique. Dans le cadre de l'utilisation de plusieurs codes de calculs, les différents

couplages entre les différentes physiques et la propagation des erreurs issus des différents codes nécessitent une expertise très élevée. L'ajustement des zones mortes et/ou des éléments constitutifs n'est pas explicitement décrit par les industriels. Nous supposons qu'il est effectué à l'aide d'un expert en instrumentation et en code de calcul avec un retour d'expérience élevé. Cette étape est réalisée au cas par cas et nécessite un délai élevé de réalisation (trois mois dans le cadre industriel).

Les nouveautés recherchées dans cette thèse sont la définition de la réponse numérique sans donnée précise sur la géométrie du capteur, à partir d'un seul code de calcul, avec une incertitude calculée sur l'ensemble du procédé et avec des indicateurs évaluant la justesse de la réponse numérique établie par rapport aux mesures réalisées.

1.3.b) Nouveauté proposée

Dans le cadre de la thèse nous proposons de modifier les étapes 1 et 2 de la manière suivante :

- Étape 1 : Il s'agit d'utiliser uniquement le schéma de principe du détecteur.
- Étape 2 : Cette étape va constituer le cœur de la proposition de thèse. Les éléments proposés sont les suivants :
 - Déterminer les paramètres les plus impactants sur la réponse numérique,
 - Modéliser le comportement de l'écart entre la réponse numérique et la réponse réelle en fonction des paramètres les plus impactants,
 - Déterminer les valeurs optimisées de ces paramètres suivant l'écart fixé a priori par l'opérateur.

La nouveauté proposée ici est une méthode d'obtention de la réponse numérique du détecteur de rayonnement gamma extrapolable à tout autre type de rayonnement. La méthode présentée utilise un modèle équivalent global de la réponse numérique du détecteur. Il n'y a ni ajout ni suppression de chaque contribution exacte de l'ensemble des effets (ligne de champ, épaisseur des dopants, zones mortes) ayant un impact sur la réponse du détecteur. Cet ajustement mathématique permet de s'affranchir de la radiographie X du détecteur et des connaissances précises des dimensions de ce dernier.

2. Détermination des paramètres impactants en vue de modéliser l'écart entre la réponse numérique et la réponse réelle

Il s'agit de mettre en place nos hypothèses afin de les tester. La première étape consiste à modéliser les écarts entre la réponse numérique et la réponse réelle en fonction des paramètres du détecteur. Comme le nombre initial de paramètres est élevé (de l'ordre d'une vingtaine de

paramètre), il est nécessaire de déterminer les paramètres les plus impactants sur la réponse afin de réduire la dimension du problème

2.1 Vocabulaire et définitions

2.1.a) Facteurs

Un facteur ou paramètre d'entrée est une variable dont on veut connaître l'influence sur la réponse étudiée. Dans notre cas la réponse étudiée est $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_i)$.

Les paramètres d'entrée sont de deux types. Le premier correspond aux paramètres intrinsèques du détecteur qui sont définis dans la liste suivante pour un détecteur gamma de type planaire :

- Le diamètre du cristal.
- La hauteur du cristal.
- La zone équivalente morte se situant à l'avant du cristal.
- La zone équivalente morte se situant à l'arrière du cristal.
- La zone équivalente morte se situant autour du cristal.
- L'épaisseur du capot.
- La longueur du capot.
- Le diamètre de la fenêtre avant.
- L'épaisseur de la fenêtre avant.
- L'épaisseur du support du cristal.
- La distance fenêtre avant au cristal.
- La distance support du cristal au capot.
- La distance support du cristal au cristal.
- La densité du germanium.
- La densité du support du cristal.
- La densité du capot.
- La densité de la fenêtre d'entrée.
- Le matériau du support.
- Le matériau du capot.
- Le matériau de la fenêtre d'entrée.

Les paramètres associés aux matériaux et à leur densité sont considérés comme connus. L'hypothèse faite considère que ces paramètres sont invariants pour une gamme de détecteur donné et qu'ils ne présentent pas d'erreur dans le schéma de principe. Les zones équivalentes mortes sont des zones qui prennent en compte toutes les pertes de signal potentielles.

Le second type de paramètres concerne les paramètres de la configuration de mesure. La réponse numérique doit être valable dans une région de l'espace et sur une gamme énergétique, il est nécessaire d'introduire des paramètres liés à la configuration de mesure :

- Distance détecteur source.
- L'angle défini entre l'axe de révolution du détecteur (détecteur de forme cylindrique) et la source.
- Les différentes énergies émises par la source couvrant la gamme énergétique souhaitée.

2.1.b) Niveaux des facteurs

Les niveaux sont les valeurs prises par les facteurs pour le calcul de la réponse. À un niveau fixé d'ordre n , il est possible d'observer des interactions des facteurs jusqu'à l'ordre $n-1$ (cf figure 6). Plus n est grand, plus le nombre d'expériences à réaliser est grand.

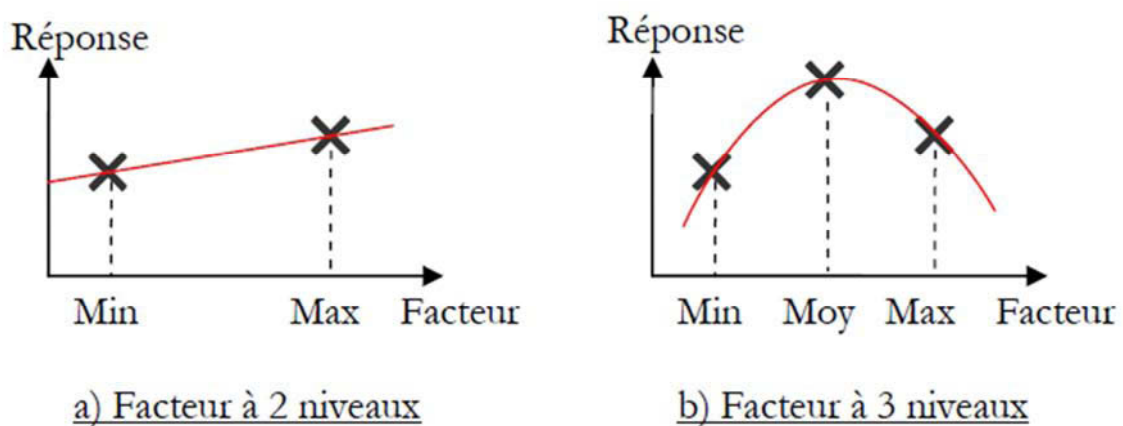


Figure 6 : Evolution de la réponse en fonction du niveau d'un facteur. Deux niveaux (cas a) ne permettent pas de détecter l'effet quadratique dans l'évolution de la réponse. En introduisant un trois niveaux (cas b) on peut détecter un effet quadratique.

2.1.c) Plan d'expériences

La mise en place d'un plan d'expériences est nécessaire à partir du moment où il existe plusieurs facteurs susceptibles d'influencer les réponses. Le choix du plan d'expériences [BENOIST01] dépend principalement du nombre de facteurs identifiés et du nombre de niveaux de chaque facteur. Plus le nombre de niveaux et de facteurs est important, plus le nombre d'essais à réaliser est important. Un plan factoriel complet [STPIERRE01, KEYWANL01] consiste à déterminer toutes les combinaisons possibles entre les niveaux des facteurs. Sa réalisation permet d'obtenir une vision complète et détaillée du comportement et des performances du système. Cependant le nombre d'essais devient vite très important. Le nombre d'essais est le produit de chaque facteur élevé à la puissance du nombre de ces niveaux.

Pour réduire le nombre d'essais, un plan factoriel fractionnaire basé sur la méthode de Taguchi [COCHRAN01, HARDIN01] peut être réalisé au préalable. Le principe de la méthode est de

fusionner plusieurs essais en un seul. Le plan résultant doit être orthogonal afin de garantir la meilleure précision sur les coefficients du modèle. L'orthogonalité du plan apporte l'indépendance de l'influence de chaque facteur les uns par rapport aux autres. L'orthogonalité du plan est définie si la matrice est diagonale. Les plans factoriels complets et factoriels fractionnaires sont orthogonaux. Cependant, plus le nombre d'essais fusionnés est important, plus la quantité de résultats est faible. Les conclusions tirées de ce nombre restreint d'essais sont moins précises que la totalité des essais mais elles permettent d'identifier les facteurs qui influent le plus sur la réponse. Ces facteurs sont ensuite étudiés par un plan factoriel complet afin de d'établir un modèle de comportement entre les facteurs et la réponse.

2.1.d) Modèles de comportement

La réalisation des essais permet d'évaluer l'écart normalisé relatif entre la réponse numérique et réelle afin d'identifier comment évolue l'écart suivant les facteurs. L'utilisation d'un modèle de comportement permet de calculer les performances quelle que soit la valeur des facteurs. Pour cela, il est établi une fonction qui minimise l'écart entre chaque réponse et la valeur calculée avec la fonction. La relation pour relier les facteurs et les réponses est un modèle de type linéaire (cf équation 1):

$$Y(x) = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_i + \sum_{i,j} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon$$

Équation 1

Avec :

- $Y(x)$ représente la réponse (c'est-à-dire $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_i)$).
- x_i représente les différents facteurs.
- β_0 représente le terme constant.
- β_i représente l'effet principal de x_i sur $Y(x)$.
- β_{ij} représente les effets croisés d'ordre 1 sur $Y(x)$ (interaction des paramètres entre eux).
- ε représente le résidu du modèle.

Le résidu est la part de la réponse que le modèle ne permet pas d'expliquer. Il doit être le plus faible possible. L'utilisation du test de Fisher-Snedecor [NEUILLY01, AFNOR01] permet de déterminer si la valeur du résidu est significativement faible ou pas et donc de déterminer si le modèle trouvé par la régression est globalement pertinent. Le principe du test de Fisher-Snedecor est de comparer les variances v_x et v_y de deux échantillons $(x_1, \dots, x_p)$ et $(y_1, \dots, y_q)$.

L'hypothèse testée est $v_x = v_y$ avec un risque d'erreur α . La variance de chaque échantillon se calcule avec (cf équation 2 et 3) :

$$v_x = \frac{\sum_{i=1}^p (x_i - \bar{x})^2}{p - 1}$$

Équation 2

Et

$$v_y = \frac{\sum_{i=1}^q (y_i - \bar{y})^2}{q - 1}$$

Équation 3

Avec $\bar{x}$ et $\bar{y}$ représentant la moyenne de chaque échantillon.

La variable du test, t, s'obtient avec (cf équation 4) :

$$t = \frac{p \times v_x \times (q - 1)}{q \times v_y \times (p - 1)}$$

Équation 4

Avec p et q représentant le nombre d'individus de chaque population.

La valeur de t est comparée à la valeur critique de la loi de Fischer-Snedecor, $F_{p-1, q-1}$, à p-1 et q-1 degrés de liberté et correspondant au risque α recherché.

Le risque α est la probabilité de refuser l'hypothèse testée alors qu'elle est exacte. Il s'exprime en pourcents et la quantité $(1-\alpha)$ représente le niveau de confiance du test. Si t est supérieure à la valeur $F_{p-1, q-1}$, l'hypothèse testée est rejetée, dans le cas contraire elle est acceptée. Le tableau 1 est un extrait de la table de Fisher.

$V_x \backslash V_y$	1	2	3	4
1	161,4	199,5	215,7	224,6
2	18,51	19,00	19,16	19,25
3	10,13	9,55	9,28	9,12
4	7,71	6,94	6,59	6,39

Tableau 1 : Extrait de la table de Fisher-Snedecor pour un risque α de 5% et 4 degrés de libertés.

Appliquée à notre modèle, l'hypothèse testée est (cf équation 5):

$$\sum_{i=1}^{nbessais} (\hat{Y} - \bar{Y})^2 \leq \sum_{i=1}^{nbessais} (\varepsilon_i)^2$$

Équation 5

où : $\hat{Y} - \bar{Y}$ est la différence entre les valeurs des réponses calculées avec le modèle et la moyenne des réponses

ε_i le résidu de chaque essai.

Si l'hypothèse est vérifiée, nous pouvons conclure que le modèle est globalement pertinent. Les paramètres β_0 , β_i , β_{ij} , et ε du modèle sont ajustés par la méthode des moindres carrés, qui consiste à déterminer la combinaison des β_0 , β_i , β_{ij} et ε qui minimise le carré de l'écart entre la réponse Y_i et l'estimation avec le modèle $\hat{Y}$. Les valeurs sont rendues à $k=2$ (c'est à dire avec 95% de confiance) par un test de Student [NEUILLY01, AFNOR01].

Le principe général du test de Student est de déterminer si la moyenne $\bar{x}$ d'une population de taille n est d'écart-type σ est égale à une valeur fixée μ_0 .

La variable $t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ suit une loi de Student à $n-1$ degrés de liberté. La comparaison de la valeur

calculée de t à la table de Student permet de déterminer avec quelle confiance $\bar{x}$ est égale à μ_0 . Le tableau suivant (cf tableau 2) est un extrait de la table de Student pour n variant de 1 à 5.

n	Indice de confiance										
1	75%	80%	85%	90%	95%	97,5%	99%	99,5%	99,75%	99,9%	99,95%
2	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	127,3	318,3	636,6
3	0,816	1,061	1,386	1,886	2,29	4,303	6,965	9,925	14,09	22,33	31,6
4	0,765	0,97	1,25	1,638	2,353	3,182	4,541	5,84	7,453	10,21	12,92
5	0,741	0,941	1,19	1,533	2,132	2,776	3,747	4,606	5,598	7,173	8,61

Tableau 2 : Extrait de la table de Fisher-Snedecor pour un risque α de 5% et 4 degrés de libertés.

Dans notre cas, chaque paramètre d'ajustement du modèle ($\beta_0, \beta_i, \beta_{ij}$) fait l'objet d'un test de Student.

Une fois la pertinence globale du modèle et celle de chaque paramètre d'ajustement vérifiées, le modèle peut être utilisé pour identifier les paramètres les plus influents sur les réponses et pour connaître la valeur des réponses en tout point des plages de variation des facteurs.

2.2 Modélisation mathématique de l'écart normalisé relatif

2.2.a) Moyens utilisés

Plan d'expériences

Pour la génération de plan d'expériences et l'analyse des modèles, nous utilisons le logiciel LUMIERE (Logiciel à Usage de Modélisation Industrielle Et de Recherche Expérimentale) [LUMIERE01]. Ce logiciel dispose de plusieurs modèles mathématiques et des tests statistiques nécessaires à la validation des systèmes et des modèles.

Moyens expérimentaux

Il est nécessaire de déterminer la réponse réelle afin d'établir l'écart normalisé relatif. La réponse réelle est établie sur différents points expérimentaux. Les points expérimentaux définissent une gamme spatiale. Cette gamme est définie suivant la distance source-détecteur et l'angle entre la source et le détecteur. Le banc de mesure réalisé par J. Simonato [SIMONATO01] possède deux configurations de mesure suivant la distance à laquelle on travaille. Le fonctionnement de ce banc est illustré dans les figures suivantes (cf figures 7 et 8) :

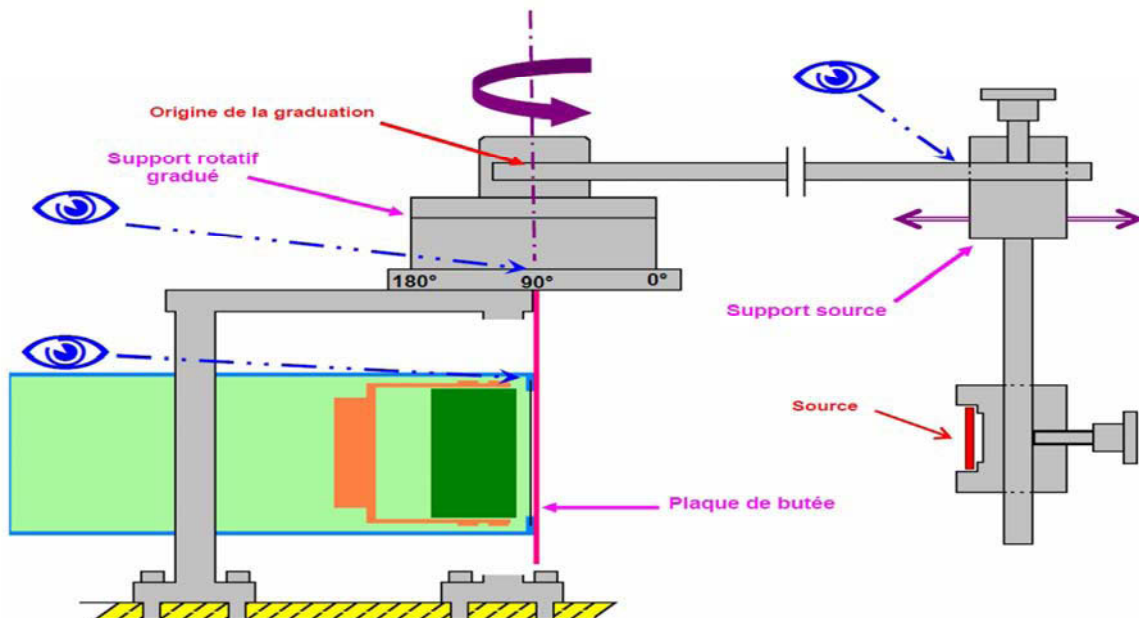


Figure 7 : Banc de mesure pour les courtes distances allant de 10 à 30 cm. La distance est mesurée à l'aide de la règle graduée, la position angulaire est obtenue à l'aide du support rotatif gradué.

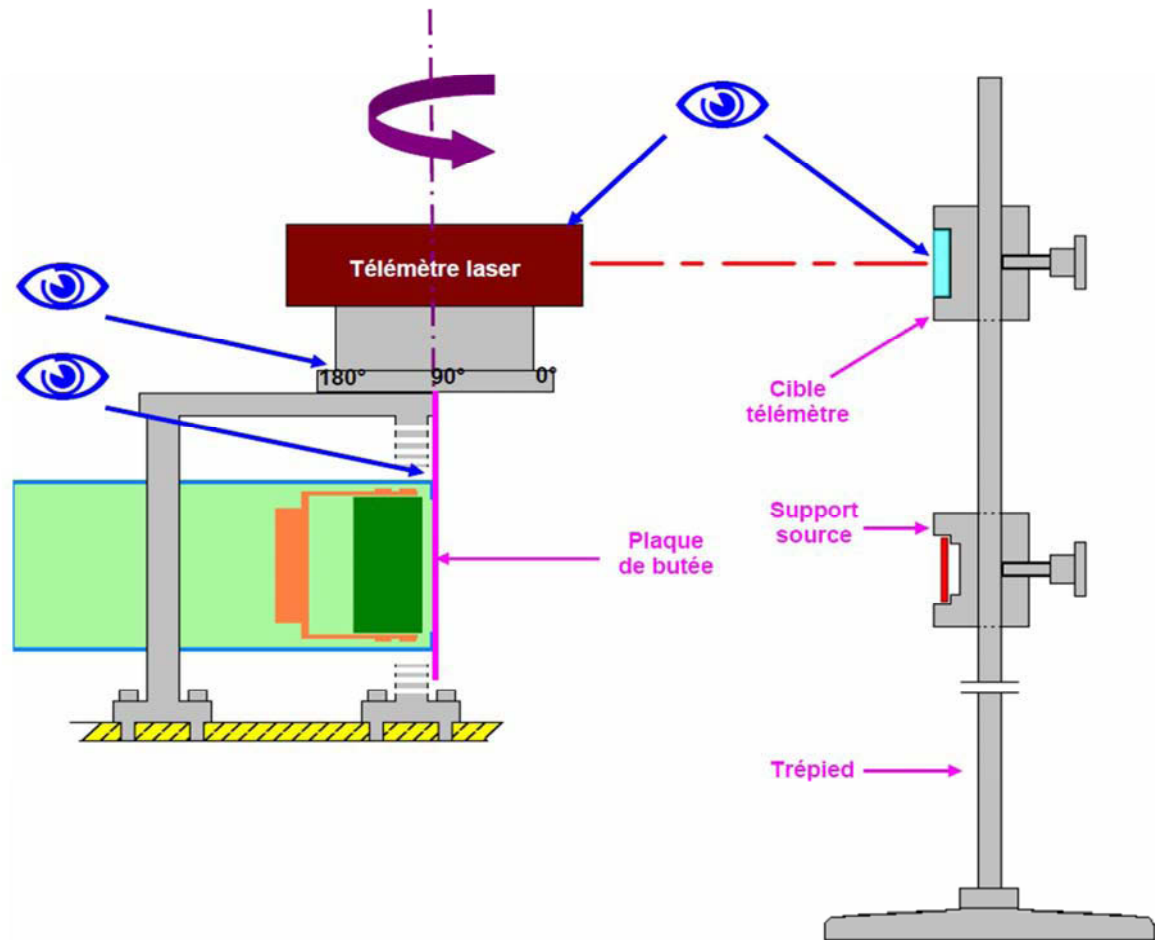


Figure 8 : Banc de mesure pour les grandes distances allant de 30 cm à plusieurs mètres. La distance est mesurée à l'aide d'un télémètre laser, la position angulaire est obtenue à l'aide du support rotatif gradué.

La précision géométrique du banc de mesure est de $\pm 0,2$ cm en distance et $\pm 0,5^\circ$ en angle. Les sources d'émission gamma utilisées sont des sources d'Europium 152 et de Baryum 133 afin de couvrir une gamme d'énergie allant de 53 keV à 1408 keV. Elles sont raccordées au système international et certifiées COFRAC. L'incertitude sur l'activité de la source étalonnée est de l'ordre de 1%. Les conditions d'acquisition et de traitement des données extraites du spectre sont les suivantes :

- Le temps mort du détecteur [LYOUSSI01] est fixé à une valeur inférieure ou égale à 5%.
- Le temps de la mesure doit respecter la condition d'obtention d'une surface nette extraite du pic supérieure à 10000 coups. La conséquence est une incertitude obéissant à la loi de Poisson dont la valeur est inférieure à 1%.

L'extraction des données du spectre est réalisée par le logiciel Genie2000 [ANSI01, GENIE200001]. L'incertitude sur l'intensité des raies d'émission est inférieure au pourcent [JANIS01]. L'erreur finale expérimentale est obtenue par la méthode du cumul quadratique des différents écarts type. Elle est de l'ordre de 1,7% dans les conditions décrites ci-dessus.

2.2.b) Facteurs

Facteurs propres aux configurations de mesure

La définition des facteurs et de leur plage de variation dépend de la connaissance du système. Il existe 2 types de facteurs. Les facteurs géométriques propres au détecteur et les facteurs liés à la configuration de la mesure.

Les facteurs liés à la configuration de la mesure sont les suivants (cf figure 9) :

- La distance entre la source et la face avant du détecteur.
- L'angle formé entre la source et l'axe de révolution du capteur.
- L'énergie des différentes raies de la source d'émission nécessaires au calibrage en énergie du détecteur.

Ces facteurs ont une influence sur la réponse spatiale du détecteur. Cependant ils sont propres à la configuration de la mesure et non à la géométrie intrinsèque du détecteur. Ces facteurs sont utiles pour établir le nombre de points expérimentaux nécessaires à la définition de la réponse numérique du détecteur.

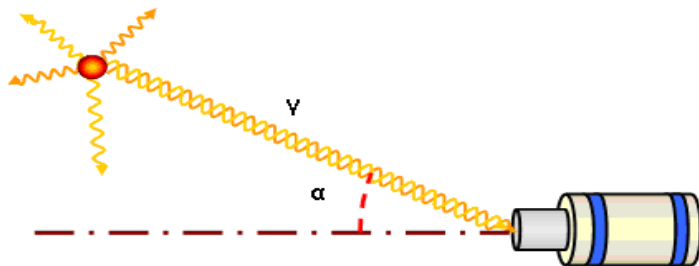


Figure 9 : Schéma de l'angle entre le détecteur et la source de rayonnements à l'angle α .

Facteurs propres aux détecteurs

Le schéma de principe définit les cotes de l'ensemble des éléments constitutifs du détecteur (cf figure 10). Celles-ci peuvent varier suivant le détecteur utilisé. Il existe différents types de détecteurs avec différentes géométries et différentes dimensions de cristal (puits, planaire, etc.). Les premiers détecteurs utilisés pour cette étude sont des détecteurs de type planaire (cf figure 10). Sur la figure 10, les différentes cotes sont représentées.

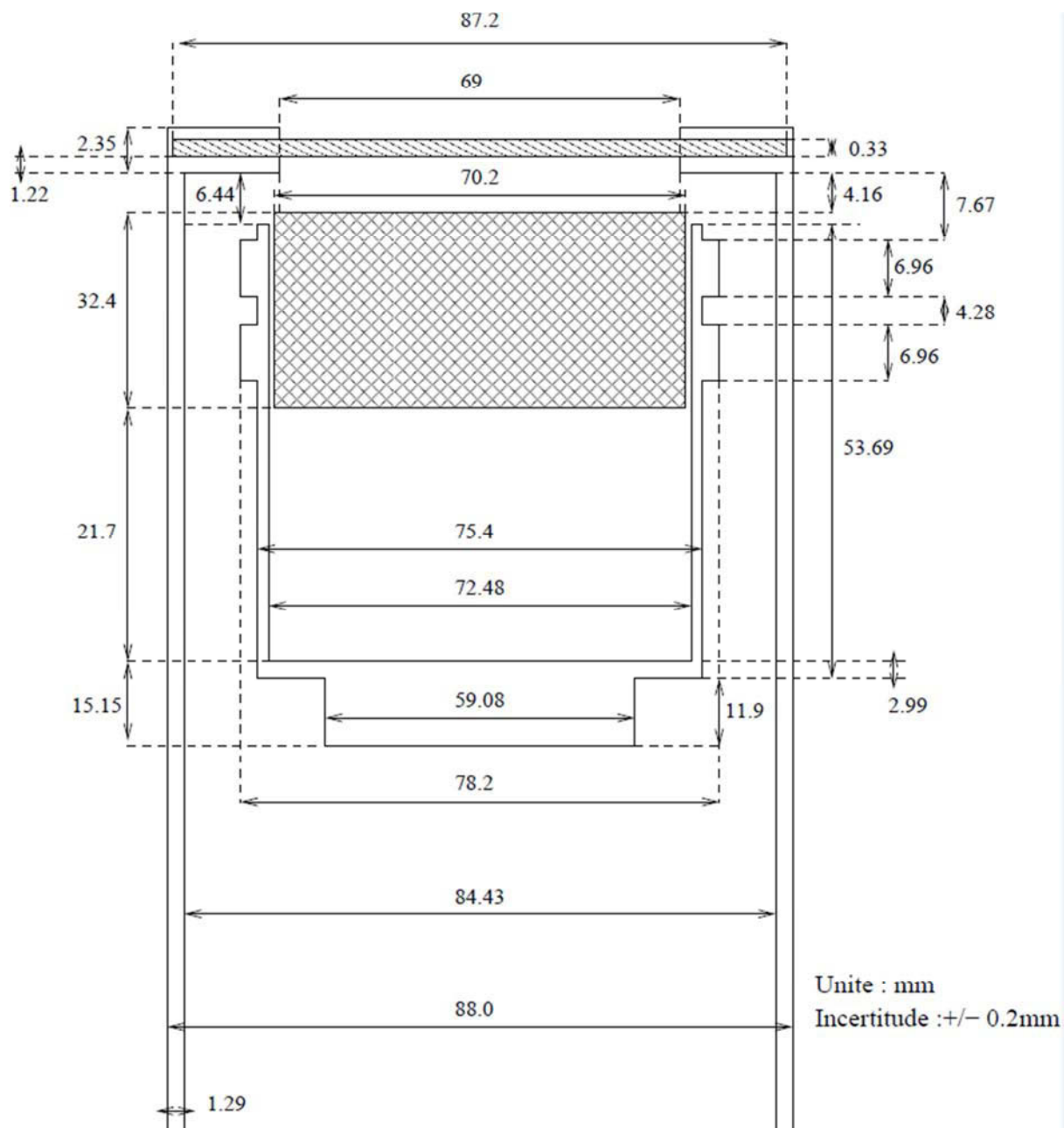


Figure 10 : Schéma de principe des éléments constitutifs fourni par le fabricant pour le détecteur B08034 de type planaire. L'incertitude des cotes sont données à +/- 0,2 mm.

Il faut également rajouter les facteurs de définition des zones équivalentes mortes qui représentent trois facteurs (cf figure 11).

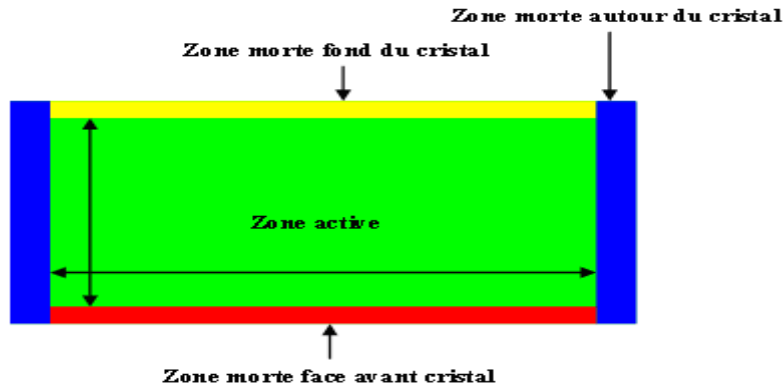


Figure 11 : Visualisation des zones équivalentes mortes dans le cristal.

Les facteurs utilisés pour cette étude correspondent aux dimensions propres des éléments constitutifs du détecteur et aux facteurs liés aux corrections de l'ensemble des pertes de signal potentielles. Les facteurs sélectionnés sont les suivants :

- Diamètre du cristal (repère c2 sur la figure 12).
- Hauteur du cristal (repère c3 sur la figure 12).
- Zone équivalente morte à l'avant du cristal.
- Zone équivalente morte autour du cristal.
- Zone équivalente morte au fond du cristal.
- Diamètre de la fenêtre avant (repère c4 sur la figure 12).
- Épaisseur de la fenêtre avant (repère c11 sur la figure 12).
- Épaisseur du capot sur le côté (repère c15 sur la figure 12).
- Épaisseur du contour du support (repère c14 sur la figure 12).

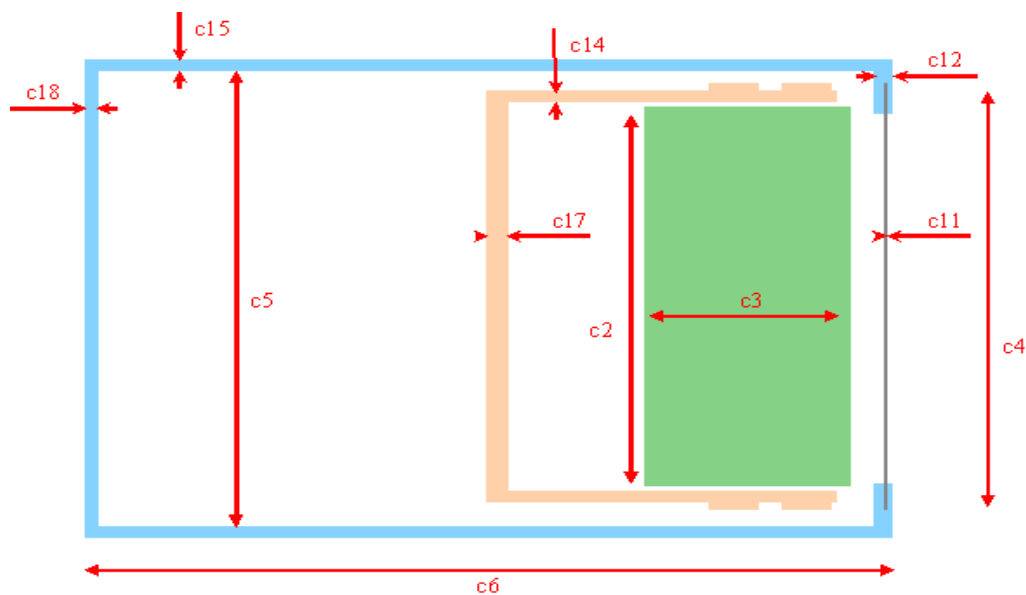


Figure 12 : Visualisation des facteurs propres au détecteur pour un détecteur de type planaire.

Les facteurs sont maintenant identifiés. Il s'agit alors de fixer les niveaux associés à ces facteurs. Les niveaux associés sont les valeurs minimales, médianes et maximales du facteur. Les niveaux des différents facteurs sont définis de la manière suivante :

- Le niveau médian des facteurs liés à la structure du détecteur (diamètre de la fenêtre avant, épaisseur de la fenêtre avant, épaisseur du capot et épaisseur du support du cristal) est donné par le schéma de principe. Les niveaux inférieurs et supérieurs sont donnés par l'incertitude mécanique du schéma de principe (cf figure10) ou par une tolérance fixée par l'opérateur.
- Le niveau médian des facteurs liés au cristal (diamètre et hauteur) est donné soit par le schéma de principe, soit par le retour d'expérience sur différents détecteurs issus d'une même gamme. Les niveaux inférieurs et supérieurs correspondent alors aux valeurs extrêmes de ce retour d'expérience.
- Les niveaux inférieurs, médians et supérieurs des facteurs liés aux zones mortes équivalentes sont évalués par retour d'expérience. Dans notre étude, ce retour d'expérience est basé sur les travaux de Courtine [COURTINE01] et pour les détecteurs planaires par Roccaz [ROCCAZ01].

Le tableau 3 récapitule les facteurs identifiés ainsi que les valeurs des niveaux associées pour notre détecteur de type planaire. Ces facteurs sont utilisés comme paramètres d'entrée du plan d'expériences.

Facteurs (en mm)	Niveau inférieur	Niveau médian	Niveau supérieur
diamètre cristal	67	69	71
hauteur cristal	27	29	31
zone équivalente morte avant	0	0,005	0,01
zone équivalente morte contour	0	1	2
zone équivalente morte arrière	0	1	2
diamètre fenêtre avant	76	76,2	76,4
épaisseur fenêtre avant	0,3	0,5	0,7
épaisseur du capot	1,3	1,5	1,7
épaisseur du support cristal	2,48	2,68	2,88

Tableau 3 : Récapitulatif des facteurs et de leurs plages de variation.

L'impact des facteurs propres au détecteur ne peut pas être testé expérimentalement. Cela nécessiterait la confection de multiples cristaux avec de multiples épaisseurs de dopant ainsi que celles des multiples éléments du détecteur. Pour ces raisons, l'impact des facteurs propres est testé à l'aide d'une modélisation numérique du détecteur dont les valeurs des différents facteurs

évoluent suivant l'ordre établi par la planification des expériences. La numérisation du détecteur est représentée figure 13.

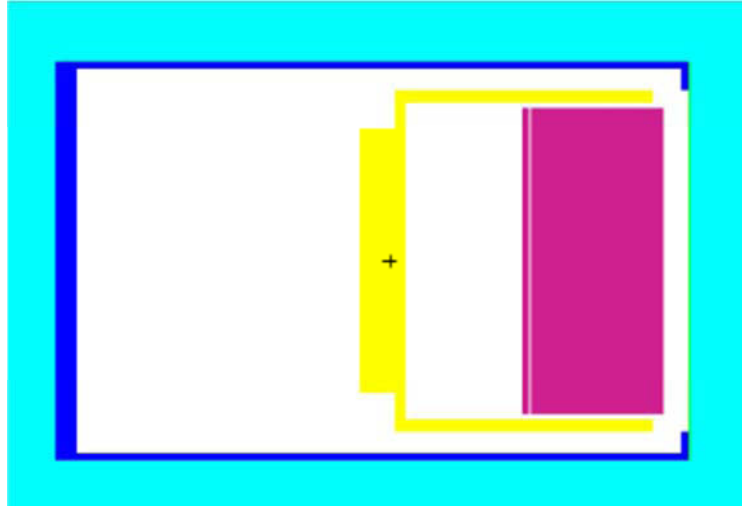


Figure 13 : Modélisation du détecteur sous code de calcul.

2.2.b) Points expérimentaux

La correction de la réponse numérique nécessite des mesures dans l'espace. Les mesures sont également nécessaires pour établir l'écart normalisé relatif (notre réponse). La réponse réelle du détecteur est déterminée en un point de l'espace avec la formule suivante :

$$A^{(r,\theta,z)}(E_i) = \frac{S(E_i)}{I(E_i) \cdot T \cdot \varepsilon^{(r,\theta,z)}(E_i)}$$

Équation 6

Avec :

- $A^{(r,\theta,z)}(E_i)$ représente l'activité de la source à la position (r,θ,z) à l'énergie E_i (en Bq).
- (r, θ, z) représente la position de la source en coordonnée cylindrique.
- E_i représente la ou les énergies des photons émis par la source considérée (en keV).
- $S(E_i)$ représente la surface nette du pic d'absorption totale à l'énergie E_i (en nombre de coups).
- $I(E_i)$ représente le rapport d'embranchement de la source de rayonnement à l'énergie E_i .
- $\varepsilon^{(r,\theta,z)}(E_i)$ représente la réponse réelle du détecteur à la position (r,θ,z) à l'énergie E_i .
- T représente la durée de la mesure (en seconde).

Suivant la distance, l'angle et l'énergie, les rayonnements gamma sont atténués différemment suivant qu'ils rencontrent ou non les éléments constitutifs du détecteur. Nous devons tester

différentes configurations de mesure afin de prendre en compte ces effets de positionnement de la source par rapport au détecteur. Les configurations de mesure sont les suivantes :

- Les distances sont 10, 20 et 30 cm.
- Les angles sont 0° , 45° et 90° .
- Les énergies sont 53, 81, 121, 244, 276, 302, 344, 356, 383, 778, 964, 1085 et 1112 keV.

Les énergies testées sont obtenues avec une source d'Europium 152 et une source de Baryum 133 (cf paragraphe III.2.2). Le nombre de mesures à effectuer est de 18 (3 angles x 3 distances pour chacune des deux sources). Le nombre de réponses du détecteur à établir est de 117. Cela correspond au nombre de configurations géométriques, à savoir trois distances, trois angles par treize valeurs d'énergie ce qui fait au total $117(3 \times 3 \times 13 = 117)$ réponses réelles du détecteur à établir. Les mesures sont réalisées à l'aide du banc de mesure (cf paragraphe III.2.2).

2.2.c) Réalisation et analyse du plan d'expériences

Les facteurs, les niveaux associés et les différentes configurations de mesure sont maintenant fixés. Il s'agit maintenant de les intégrer sous forme de plan d'expériences, puis de modéliser le comportement de ces facteurs afin de déterminer leur impact sur la sortie (écart normalisé relatif). Pour rappel, l'écart normalisé relatif représente l'écart entre la réponse numérique et la réponse réelle divisé par la réponse réelle. La réponse réelle est prise comme référence.

Réalisation du plan d'expériences fractionnaire

L'étude des contributions débute par la définition du modèle de comportement. Pour rappel, voici la liste des neuf facteurs propres au détecteur ayant potentiellement un impact sur l'écart normalisé relatif :

- Diamètre du cristal notée dc .
- Hauteur du cristal notée lc .
- Zone équivalente morte à l'avant du cristal notée zma .
- Zone équivalente morte autour du cristal notée zmc .
- Zone équivalente morte à l'arrière du cristal notée zmf .
- Diamètre de la fenêtre avant notée dfa .
- Épaisseur de la fenêtre avant notée efa .
- Épaisseur du capot sur le côté notée ecc .
- Épaisseur du support du cristal notée esc .

Les trois paramètres correspondant aux configurations de mesure sont :

- La distance source détecteur : 10, 20 et 30cm.
- L'angle entre la source et le détecteur: 0, 45 et 90°.
- L'énergie des raies d'émission : 53, 81, 121, 244, 276, 302, 344, 356, 383, 778, 964, 1085 et 1112keV.

Les points expérimentaux correspondent aux distances et aux angles. Il y a 3 angles et 3 distances soit 9 points. Pour chacun de ces points, 13 énergies sont testées. Nous appelons configuration une combinaison du triplet des valeurs de distance, d'angle et d'énergie. Un plan d'expériences de type Taguchi est associé à chaque configuration. Le plan d'expériences contient 27 essais (9 facteurs x 3 niveaux (minimum, médian, maximum)) qui représentent les différentes combinaisons des niveaux et des facteurs propres au détecteur. Le nombre de simulations à effectuer est de 27x13x9 soit 3159 simulations. Toutes ces simulations sont réalisées avec le code de transport de particule MCNP5 [MCNP01]. Le code MCNP donne en sortie la valeur du rendement de détection simulé (réponse numérique) pour une configuration donnée et pour une combinaison des niveaux et des facteurs définie par le plan d'expériences de type Taguchi. Une routine automatisée, créée par nos soins, génère les jeux de données pour chaque combinaison, effectue les simulations, récupère le résultat et le range dans un fichier et ce pour chaque configuration. Nous avons alors la réponse numérique pour chaque configuration et la réponse expérimentale. Le calcul de l'écart normalisé relatif peut donc être calculé pour chaque configuration.

Un modèle de régression est associé à chaque configuration. Les facteurs propres au détecteur constituent les paramètres d'entrée du modèle de régression. La sortie est définie par l'écart normalisé relatif. L'analyse de chaque modèle de comportement suit la même démarche. Nous présentons ainsi l'analyse complète de la configuration suivante : 10 cm, 0° et 53 keV.

Le modèle de comportement obtenu par régression linéaire multiple sur les 27 valeurs de $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53})$ est donnée par l'équation 7 :

$$\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53}) = cte + \alpha_{dc} \cdot dc + \alpha_{lc} \cdot lc + \alpha_{zma} \cdot zma + \alpha_{dfa} \cdot dfa + \alpha_{efa} \cdot efa + \beta_{lc} \cdot lc^2 + \beta_{zma} \cdot zma^2 + \beta_{dfa} \cdot dfa^2 + \beta_{efa} \cdot efa^2 + \varepsilon$$

Équation 7

Avec : $cte=31,9184$, $\alpha_{dc}=-2,0185$, $\alpha_{lc}=-0,3614$, $\alpha_{zma}=99,258$, $\alpha_{dfa}=-0,6606$, $\alpha_{efa}=2,3477$, $\beta_{lc}=-0,1503$, $\beta_{zma}=-68,1964$, $\beta_{dfa}=0,8522$, $\beta_{efa}=-0,7562$ et $\varepsilon=0,4010$

Les facteurs qui ne figurent pas dans le modèle ont été rejetés par le test de Student à 95%, c'est-à-dire qu'ils n'ont a priori pas d'impact sur la réponse. Ce point sera traité à la suite de notre vérification de la pertinence du modèle.

ε représente le résidu du modèle de comportement. Il représente la part que le modèle de comportement ne peut pas expliquer. Il doit être le plus faible possible afin que les modèles de comportement modélisent l'écart normalisé relatif de la manière la plus pertinente possible.

Les résultats complets concernant la confiance associée aux coefficients du modèle de comportement (test de Student, intervalle de confiance, etc.) sont fournis dans le tableau 4. Aucun risque n'est associé à l'obtention du modèle de comportement. Nous sommes donc confiants à hauteur de 95% de la qualité de la régression et des coefficients associés. Nous validons donc le modèle de régression pour cette configuration. Il est procédé de même sur l'ensemble des configurations (au total $9 \times 13 = 117$), qui, au final, ont toutes été validées avec le même indice confiance (cf Annexe 2).

Variable	Coefficient	Ecart-Type	t Student	Confiance %	Risque %
Constante	31,9157	0,076	419,9318	100	0
dc_#	-2,0185	0,0176	-114,7463	100	0
lc_#	-0,3614	0,0176	-20,5456	100	0
dfa#	-0,6606	0,0352	-18,7752	100	0
zma#	99,258	0,1407	705,3154	100	0
efc#	2,3477	0,1759	13,3462	100	0
lc_# ²	-0,1503	0,0152	-9,8632	100	0
dfa# ²	0,8522	0,0609	13,9857	100	0
zma# ²	-68,1964	0,975	-69,9454	100	0

Tableau 4 : Récapitulatif des coefficients et leur écart-type associé. La colonne "t Student" correspond à la variable de Student. La comparaison de cette valeur à la table de Student conduit à un indice de confiance (en %) sur la valeur trouvée pour chaque coefficient. Le risque correspond à 100% moins la confiance.

Maintenant que la première étape de l'analyse de sensibilité est réalisée (définition du modèle de comportement), nous passons à la seconde étape qui est la vérification de la pertinence du modèle.

Pertinence du modèle

La pertinence globale est testée par le test de Fisher-Snedecor. Les deux grandeurs comparées sont la variance du résidu et la somme de la variance des autres termes de la régression. Le résultat du test permettra de déterminer si le résidu du modèle, ϵ , est significativement faible par rapport à la contribution de tous les autres facteurs. Les résultats du test de Fisher-Snedecor sont dans le tableau suivant (cf tableau 5). Si le test est positif, le modèle est pertinent.

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	11513,61	1014239,39	100	0
Résidu	0,401			
Total	11514,01			

Tableau 5 : Résultat du test de Fisher-Snedecor sur la pertinence de la régression. « t Fisher » est la variable du test. La confiance obtenue en comparant la valeur de « t Fisher » à la table de Fisher. Le terme « total » englobe la régression et le terme du résidu.

Le tableau 5 nous montre que le test de Fisher-Snedecor permet de conclure que le modèle est pertinent. Nous pouvons donc utiliser ce modèle pour identifier les facteurs les plus influents sur la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53})$.

Nous passons maintenant à la dernière étape de l'analyse de sensibilité qui est l'utilisation du modèle pour identifier chaque contribution des facteurs les plus influents sur la réponse.

2.2.d) Identification des facteurs les plus impactants

L'influence relative de chaque facteur est déterminée en calculant la contribution de sa variance par rapport à la somme de la variance de tous les facteurs. Plus la contribution de la variance est importante, plus l'influence du facteur associé est importante. La variance est calculée pour chaque coefficient ainsi que la contribution de chaque facteur à la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53})$. Les facteurs qui contribuent le plus à la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53})$ pour le point situé à 30, à 0° pour une énergie de 53keV sont la zone équivalente morte avant avec 96,26% et le diamètre du cristal avec 2,55%. Les autres facteurs représentent moins de 1% de la part de la variance de la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53})$ à la variance totale. La part du résidu ϵ est de 0,003%. Le modèle de comportement est expliqué à hauteur de 99,997%. L'ensemble des contributions sont synthétisés dans le tableau 6.

Coefficient	Variance	Contribution de la variance (en %)
α_{dc}	293,55	2,55
α_{lc}	9,4	0,08
α_{dfa}	7,83	0,07
α_{zma}	11083,66	96,26
α_{efa}	3,96	0,03
β_{lc}	2,16	0,02
β_{dfa}	4,35	0,04
β_{zma}	109	0,95
ε	0,401	0,003

Tableau 6 : Variance de chaque coefficient du modèle de comportement et la contribution (en %) de chaque facteur à la réponse $\Delta\varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}(E_{53})$ du point à 30 cm en face du détecteur.

Cette démarche est réalisée pour l'ensemble des 13 énergies pour chacun des 9 points expérimentaux. La valeur du résidu le plus élevé est de 7,83% sur les 117 modèles de comportement. La moyenne des résidus sur l'ensemble des 117 modèles est de 1,81% avec un écart-type à 2σ égal à 2,2. Les modèles de comportement sont en moyenne expliqués à hauteur de 98,2% avec les neuf facteurs potentiels qui ont été identifiés quels que soient la distance, l'angle et l'énergie. Cela indique que les facteurs potentiels sont tous correctement identifiés et qu'il n'y a pas eu d'oubli d'autres facteurs impactants potentiels. Les résultats des contributions pour chaque énergie (qui correspondent à chaque réponse du système) pour les 9 points expérimentaux expliquent très bien la réponse du détecteur (à hauteur de 98,2% en moyenne). Elles sont données dans les figures 14 à 22.

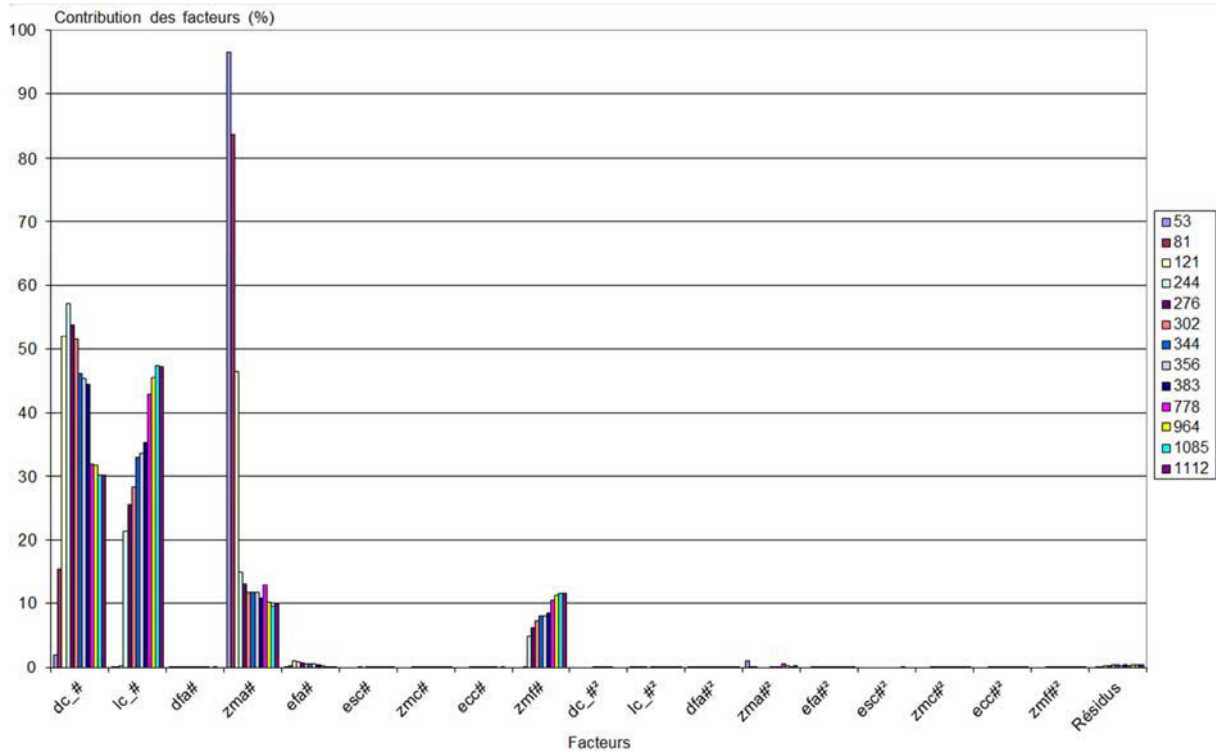


Figure 14 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}} \text{ normalisé relatif}(E_{53})$ à $\Delta\epsilon_{\text{écart}} \text{ normalisé relatif}(E_{1112})$ (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 10 cm à 0° (Les valeurs des énergies sont données en keV).

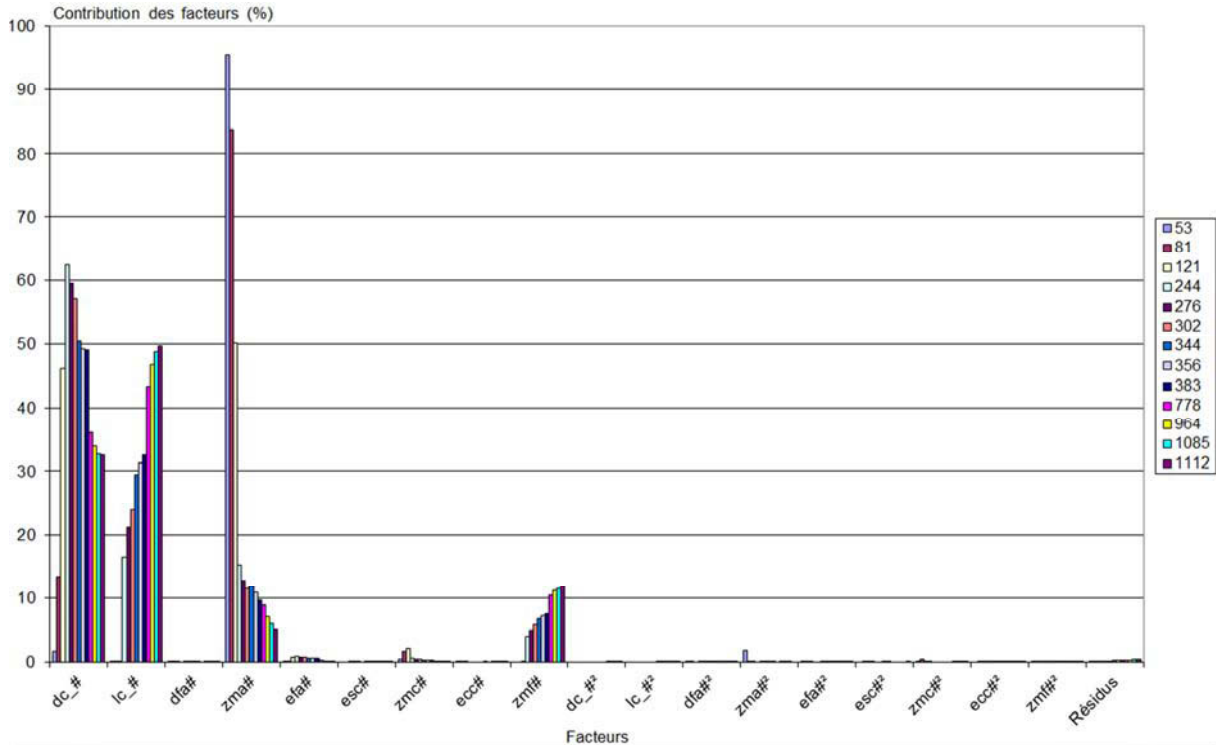
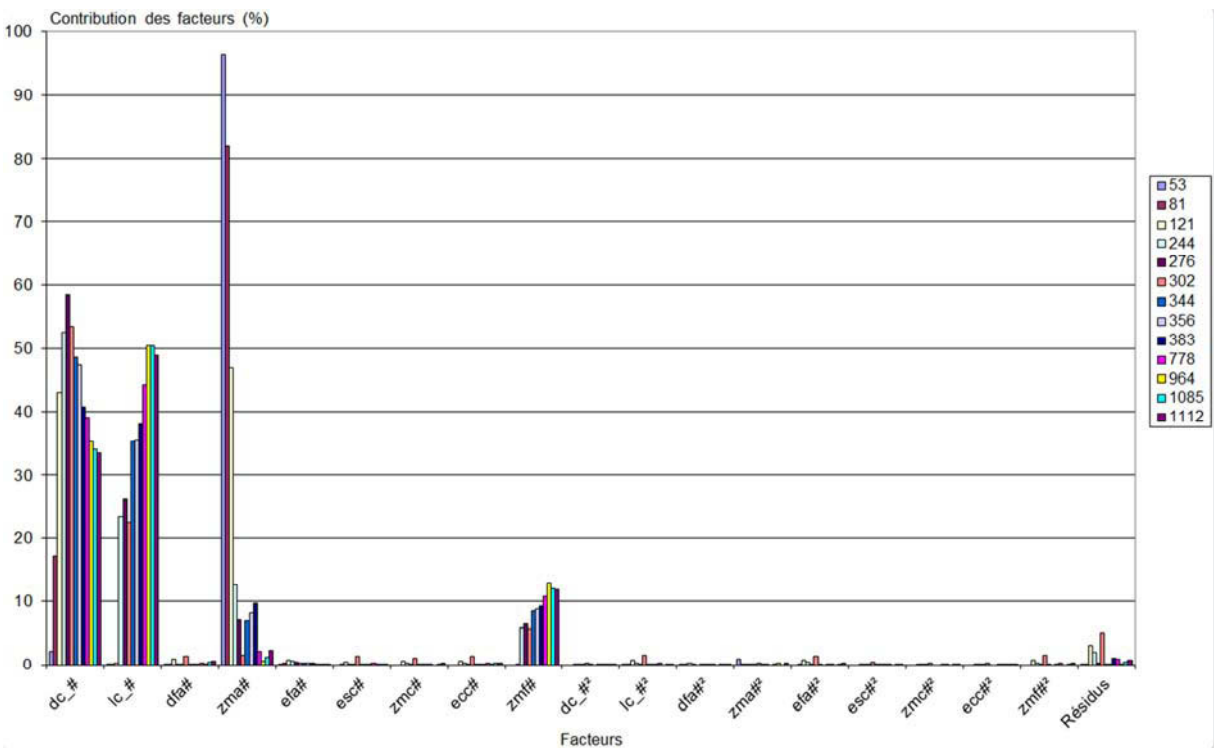
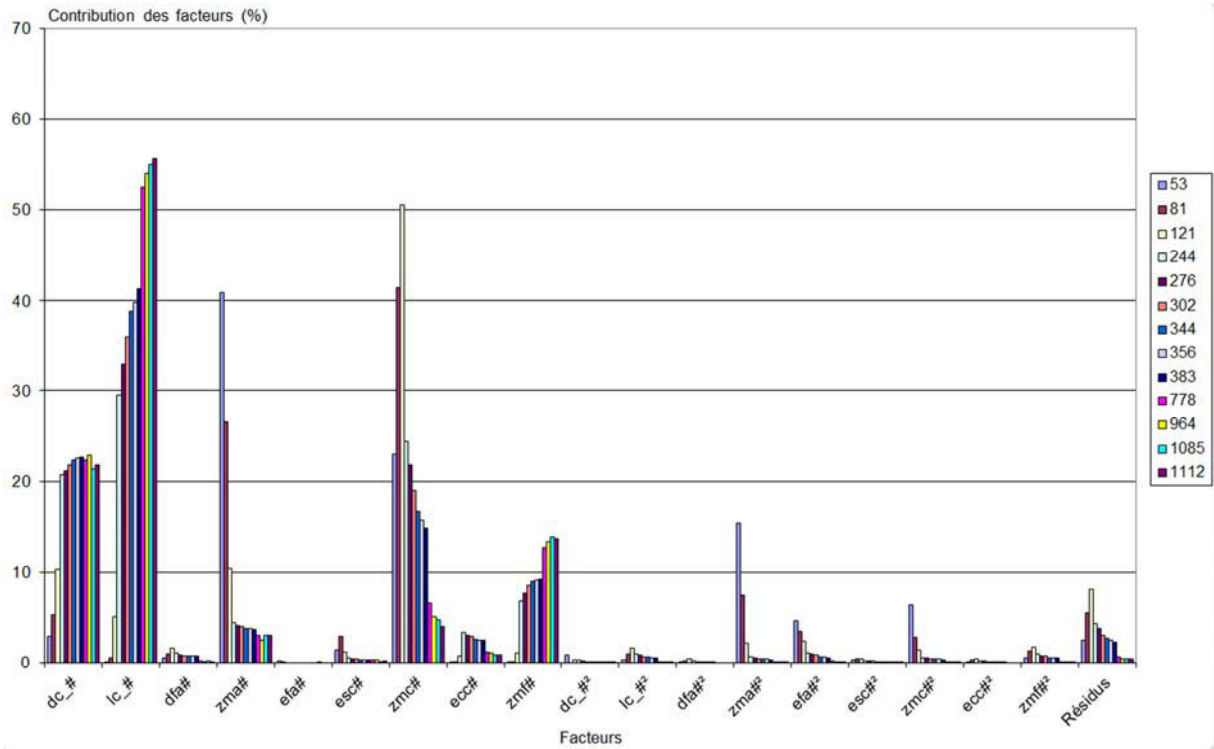


Figure 15 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}} \text{ normalisé relatif}(E_{53})$ à $\Delta\epsilon_{\text{écart}} \text{ normalisé relatif}(E_{1112})$ (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 10 cm à 45° .



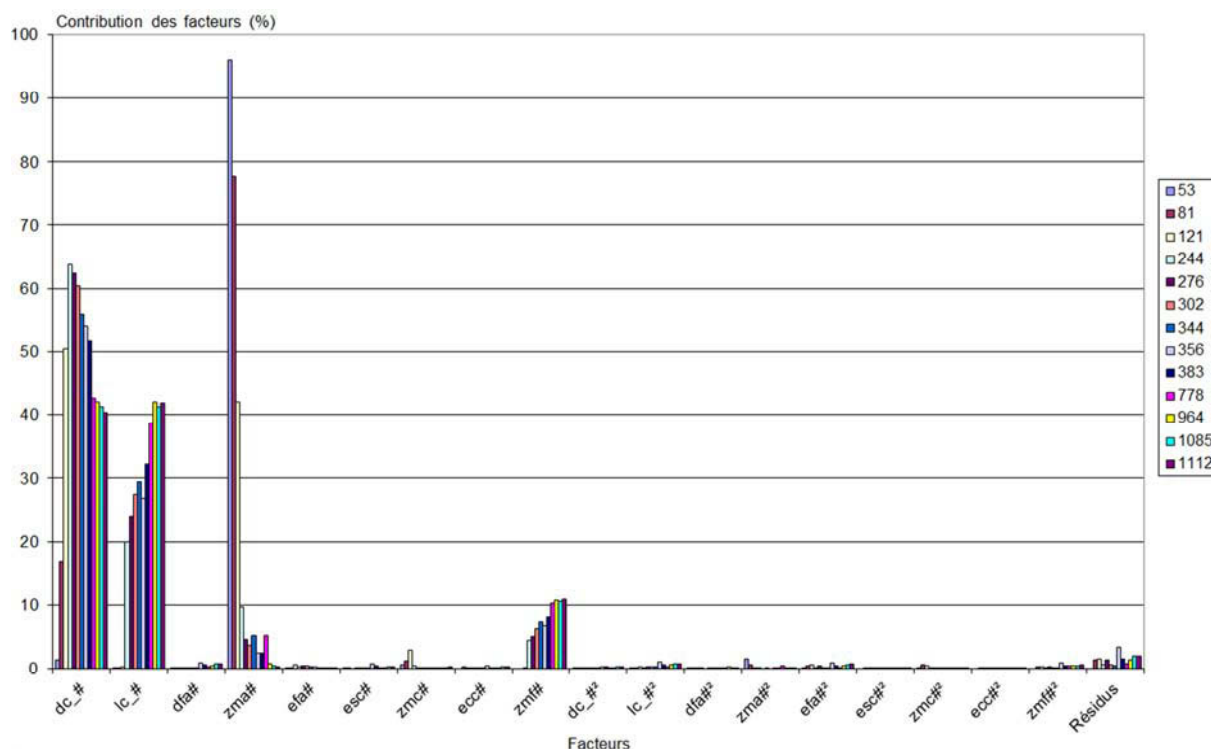


Figure 18 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{53}) à $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{1112}) (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 20 cm à 45°.

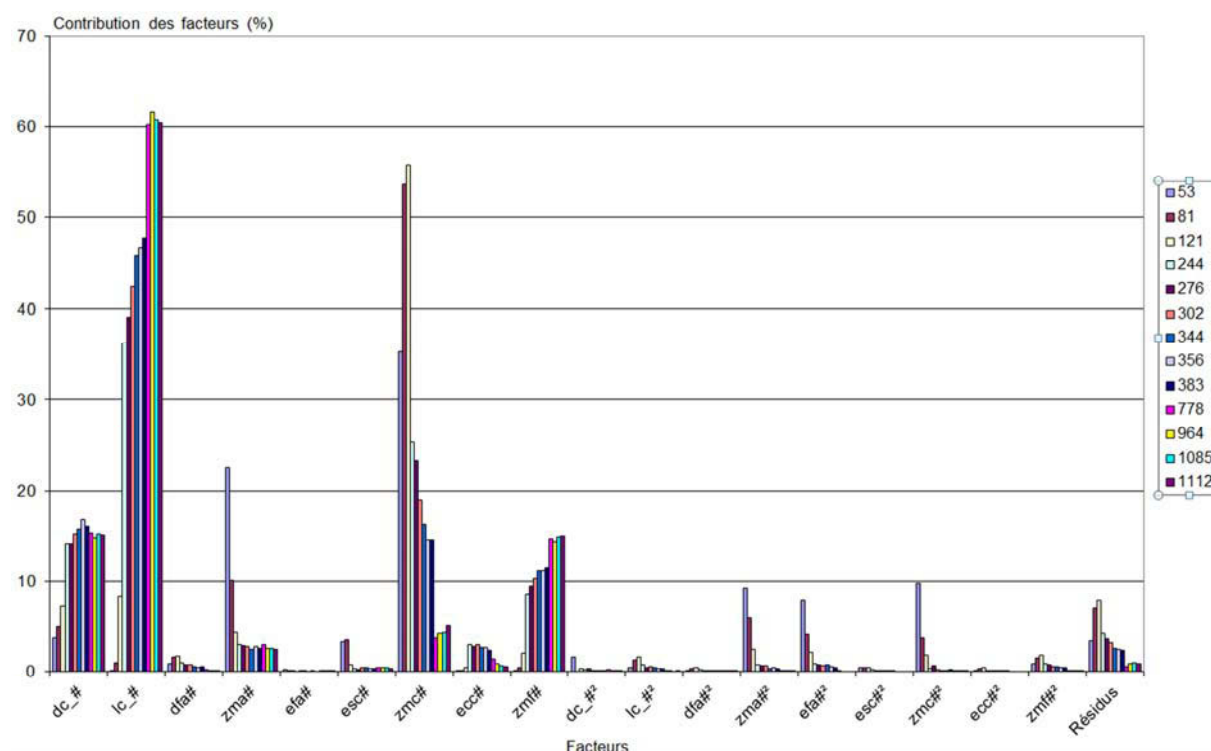


Figure 19 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{53}) à $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{1112}) (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 20 cm à 90°.

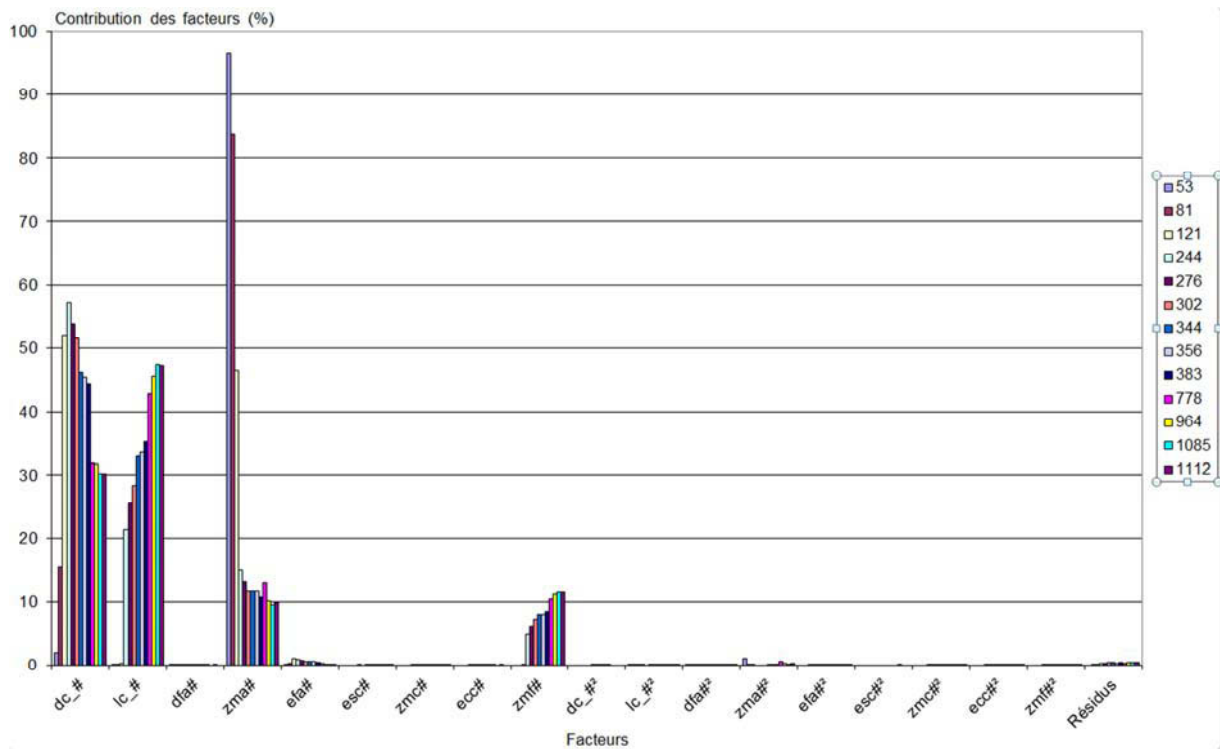


Figure 20 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{53}) à $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{1112}) (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 30 cm à 0°.

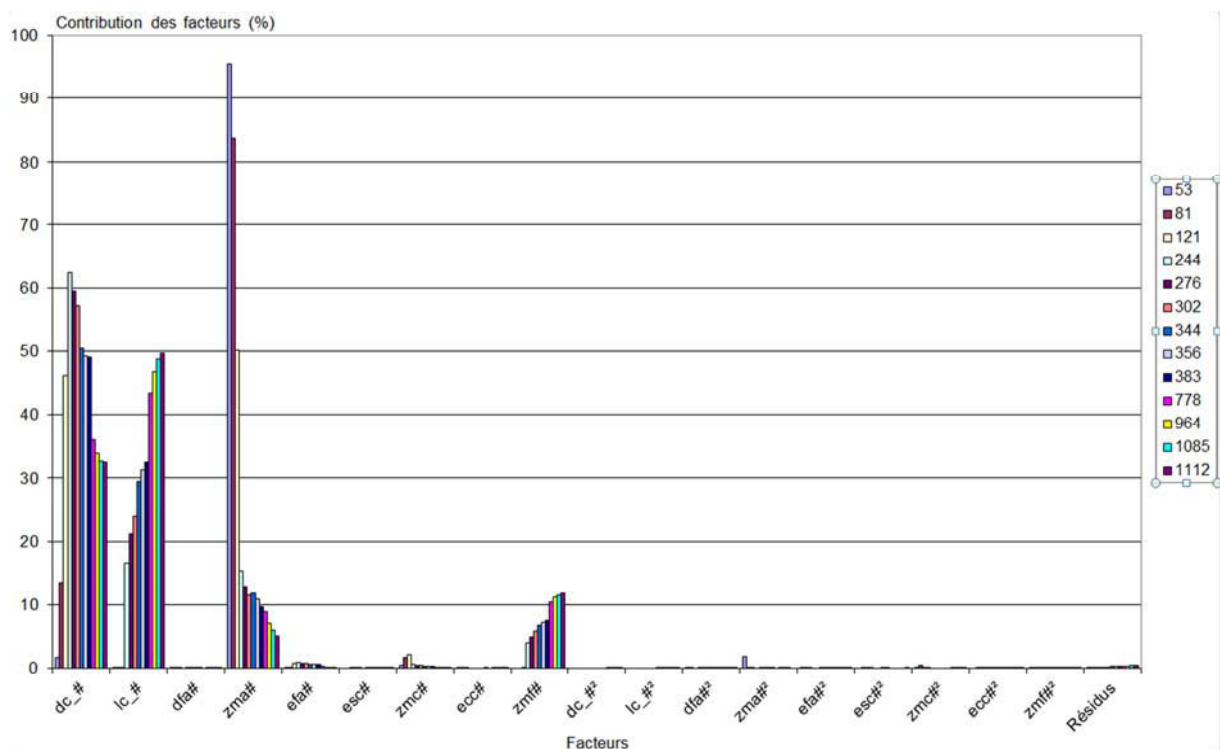


Figure 21 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{53}) à $\Delta\epsilon_{\text{écart}}$ normalisé relatif (E_{1112}) (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 30 cm à 45°.

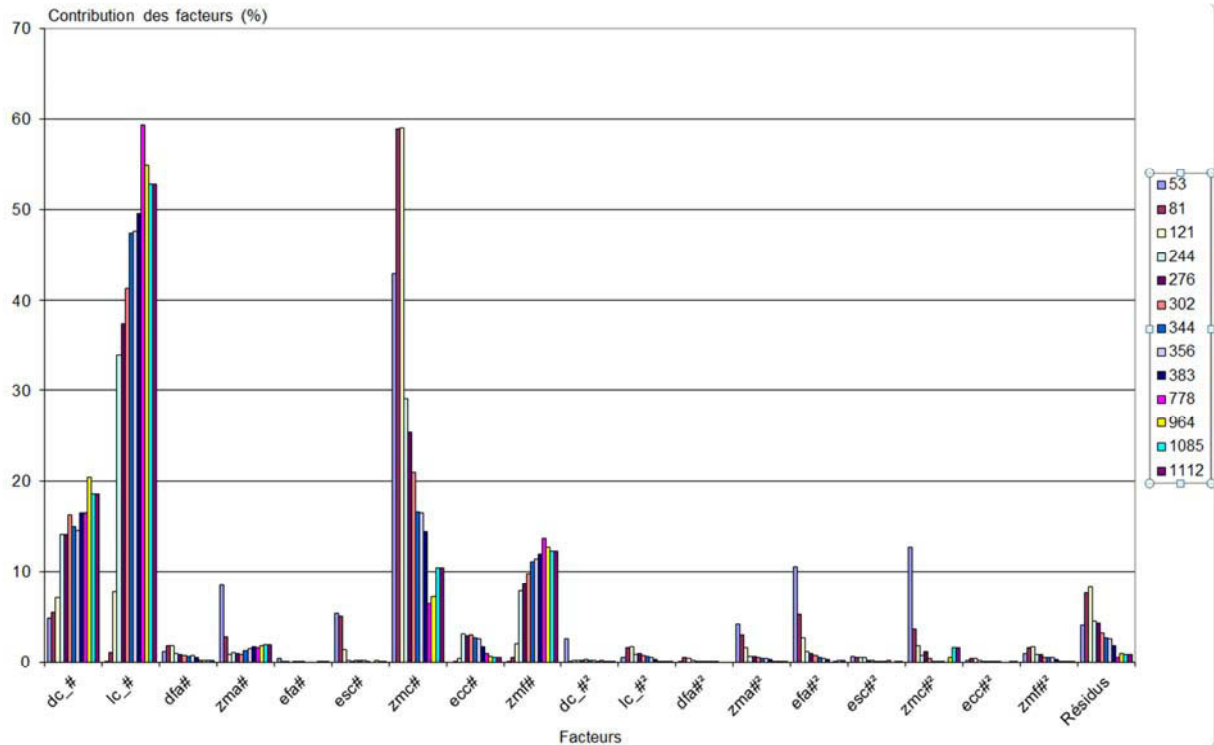


Figure 22 : Histogramme de la contribution (en ordonnée) en fonction de chaque facteur (en abscisse) pour l'ensemble des 13 réponses de $\Delta\epsilon_{\text{écart}} \text{ normalisé relatif}(E_{53})$ à $\Delta\epsilon_{\text{écart}} \text{ normalisé relatif}(E_{1112})$ (qui correspondent aux 13 énergies) pour le point de 30 cm à 90°.

2.2.e) Réduction de la dimension du problème

Les résultats issus de ces neuf diagrammes montrent que les facteurs impactant le plus la réponse spatiale du détecteur sont les facteurs propres au cristal (diamètre, longueur du cristal et les zones équivalentes mortes avant, arrière et contour). Ces cinq facteurs expliquent à eux seuls près de 95% des modèles de comportement quel que soit la configuration de mesure. Les facteurs associés aux éléments de structure (épaisseur du support cristal, épaisseur du contour du capot, épaisseur de la fenêtre avant et le diamètre de la fenêtre avant) ont un impact beaucoup plus faible. Ils représentent une contribution qui se situe autour de 5%. Ainsi les facteurs retenus impactant la réponse du détecteur sont au nombre de cinq. Ces facteurs sont : le diamètre du cristal, la hauteur du cristal, les zones équivalentes mortes avant, arrière et du contour du cristal. Ils concernent donc uniquement les zones équivalentes mortes (pertes électroniques, collection de charges incomplètes,...) et les dimensions du cristal de germanium.

La seconde analyse concerne les paramètres des différentes configurations de mesure afin de réduire si possible le nombre de points expérimentaux et/ou le nombre d'énergie à traiter.

Le premier paramètre étudié est la distance. Pour cela on regarde l'ensemble des écarts type relatifs à la contribution de chaque facteur, pour chaque énergie, pour chaque angle, pour une distance donnée. Pour les trois distances cumulées, la moyenne de l'ensemble des écarts type se

située à 2,1%. Le quantile associé à 95% de l'ensemble des écart-types est de 4,84%, la valeur maximale est de 16,82%. Par exemple, pour l'énergie 53 keV, pour les trois mesures situées en face du détecteur (à savoir 10, 20 et 30 cm), la contribution de la zone équivalente morte avant (ξma), possède des contributions respectives de 96,66%, 96,48% et 96,26% (cf figure 14, 17 et 20) sur la réponse spatiale du détecteur. Ainsi la distance de mesure est un paramètre possédant une influence mineure sur les facteurs propres du détecteur quelle que soit l'énergie et quel que soit l'angle. Par la suite, une seule distance sera retenue parmi les trois valeurs. Elle est fixée à 30 cm car à cette distance l'influence du positionnement de la source par rapport au détecteur est plus faible. A cette distance, l'angle solide entre la source et le détecteur est également plus faible par rapport aux distances de 10 et 20 cm.

Le second paramètre étudié est l'angle. Pour cela, on regarde l'ensemble des écarts type relatifs à la contribution pour chaque facteur, pour chaque énergie à la distance de 30 cm. Pour les trois angles, la moyenne des écarts type se situe à 9,44%. Le quantile associé à 95% de l'ensemble des écarts type est de 31,77%, la valeur maximale est de 50,46%. Par conséquent, l'impact de l'angle sur la réponse spatiale du détecteur est supérieur à 5%. Aucune des trois contributions angulaires ne peut être enlevée sous peine d'une perte élevée d'information de notre système. Cela s'explique également de manière qualitative. Contrairement à un angle de 0°, pour un angle de 90°, les facteurs les plus impactants aux basses énergies (53, 81 et 121 keV) ne sont plus le diamètre du cristal et la zone équivalente morte avant mais la hauteur du cristal et la zone équivalente morte du contour du cristal. Cela s'explique parfaitement car lorsque la source est en face du détecteur, la première interaction des photons de basses énergies dans le cristal se situe au niveau de la zone morte avant qui couvre l'ensemble du diamètre du cristal. Lorsque la source se situe à 90°, la première interaction des photons de basses énergies dans le cristal se situe au niveau de la zone équivalente morte du contour qui couvre toute la hauteur du cristal. En conclusion, tous les points expérimentaux d'angle sont conservés. Pour rappel, ces angles sont 0°, 45° et 90°.

Le troisième et dernier paramètre à traiter concerne les contributions énergétiques qui sont initialement au nombre de 13. D'après les figures 14 à 22, il est possible d'identifier 3 régions. La première se situe aux basses énergies comprenant les valeurs de 53, 81 et 121 keV. La seconde se situe aux énergies intermédiaires comprenant les valeurs de 244, 276, 302, 344, 356 et 383 keV. La troisième se situe aux hautes énergies comprenant les valeurs de 778, 964, 1085 et 1112 keV. Les résultats pour les trois gammes d'énergies sont les suivants :

- Pour les basses énergies (53, 81 et 121 keV), on étudie l'ensemble des écarts type de chaque facteur, pour les trois angles à la distance de 30 cm. Pour les trois énergies cumulées, la moyenne des écarts type se situe à 8,87. Le quantile associé à 95% de l'ensemble des écarts type est de 29,19%, la valeur maximale est de 29,82%. Ainsi les trois valeurs des basses énergies ne peuvent être regroupées sous une seule valeur d'énergie référente car la contribution des facteurs varie fortement d'une énergie à l'autre.
- Pour les énergies intermédiaires (244, 276, 302, 344, 356 et 383 keV), on étudie l'ensemble des écarts type de chaque facteur pour les trois angles à la distance de 30 cm. Pour les six énergies cumulées la moyenne de l'ensemble des écarts type se situe à 2,39%. Le quantile associé à 95% de l'ensemble des écarts type est de 5,95%, la valeur maximale est de 6,34%. Elle correspond à la variation maximale du facteur lc de 33,85% à 49,55%

pour un point situé à 30 cm à 90°. Ainsi les six valeurs des énergies intermédiaires peuvent être regroupées sous une seule valeur d'énergie référente. La valeur retenue est de 244 keV, soit la valeur la plus sensible à l'interaction rayonnement matière pour ce groupe.

- Pour les hautes énergies (778, 964, 1085 et 1112 keV), on étudie l'ensemble des écarts type de chaque facteur pour les trois angles à la distance de 30 cm. Pour les quatre énergies cumulées la moyenne des écarts type se situe à 1,96%. Le quantile associé à 95% est de 4,37%, la valeur maximale est de 5,18%. Elle correspond à la variation maximale du facteur dc de 25,05% à 35,48% pour un point situé à 30 cm en face du détecteur. Il n'y a pas de variation majeure des contributions des facteurs pour ces quatre énergies. Les hautes énergies peuvent être regroupées sous une seule valeur d'énergie. La valeur retenue est de 1112 keV.

2.3 Conclusions sur le plan fractionnaire

Avant le plan fractionnaire	Après la réalisation et l'analyse du plan fractionnaire
9 facteurs propres au détecteur : • Diamètre du cristal. • Hauteur du cristal. • Zone équivalente morte à l'avant du cristal. • Zone équivalente morte autour du cristal. • Zone équivalente morte à l'arrière du cristal. • Diamètre de la fenêtre avant. • Épaisseur de la fenêtre avant. • Épaisseur du capot sur le côté. • Épaisseur du support cristal.	5 facteurs propres au détecteur : • Diamètre du cristal. • Hauteur du cristal. • Zone équivalente morte à l'avant du cristal. • Zone équivalente morte autour du cristal. • Zone équivalente morte à l'arrière du cristal.
Les plages de variations des 9 facteurs sont fixées suivant : • Les tolérances mécaniques figurant sur le schéma de principe pour les éléments de structure. • Les variations extrêmes dans une même gamme de détecteur pour les dimensions du cristal. • La bibliographie existante pour les zones équivalentes mortes.	Le plan fractionnaire ne permet pas de valider les plages de variation. Cette validation intervient lors de la réalisation du plan factoriel complet (cf III.4.4.c).
3 facteurs propres à la configuration de mesure avec leurs modalités : • Distance source détecteur : 10, 20 et 30 cm. • Angle formé entre l'axe de révolution du détecteur et la source : 0, 45 et 90°. • Gamme d'énergie : 53, 81, 121, 244, 276, 302, 344, 356, 383, 778, 964, 1085 et 1112 keV.	3 facteurs propres aux configurations de mesures avec les modalités optimisées : • Distance source détecteur : 30 cm (optimisation permettant de passer de 3 mesures à 1 seule pour ce facteur). • Angle formé entre l'axe de révolution du détecteur et la source : 0, 45 et 90° (pas de réduction possible pour ce facteur). • Gamme d'énergie : 53, 81, 121, 244 et 1112 keV (optimisation permettant de passer de 13 valeurs à 5 pour ce facteur).

Tableau 7 : Conclusions du plan fractionnaire.

Le plan fractionnaire a permis de réduire fortement la dimension du problème en passant d'un problème à neuf dimensions à un problème à cinq dimensions. Cela a pour conséquence directe de passer, pour la réalisation d'un plan factoriel complet, de 3^9 (=19683) essais à 3^5 (=243). De même, ce plan fractionnaire a permis de réduire le nombre de données expérimentales nécessaires à la quantification de la réponse spatiale. En effet, en incluant les données relatives à l'énergie, ce plan a permis de passer de 13 énergies x 3 angles x 3 distances = 117 données expérimentales à 5 énergies x 3 angles x 1 distances = 15 données. Ces gains sont très importants pour cette étude, car comme il faut établir un plan d'expériences factoriel complet pour chaque donnée expérimentale, il n'est plus nécessaire de réaliser, au total, $3^9 \times 117 = 2302911$ essais mais seulement $3^5 \times 15 = 3645$.

3. Dimensionnement géométrique optimisé du schéma détecteur par plan d'expériences

Le nombre de facteurs propres au détecteur et le nombre de configurations de mesures, élevés au départ, ont pu être réduits grâce à l'analyse du plan fractionnaire et à l'analyse des différentes contributions sur la sortie recherchée, à savoir l'écart normalisé relatif. Il s'agit de déterminer les valeurs optimales des facteurs impactants quelles qu'en soient la distribution angulaire et énergétique afin d'avoir une réponse numérique équivalente à la réponse réelle sur la gamme spatiale et énergétique souhaitée. Pour cela un plan d'expériences factoriel complet est utilisé pour avoir des modèles de comportement de bonne qualité. Puis à l'aide de ces modèles nous déterminerons les valeurs optimales des facteurs impactants (problématique du problème inverse [KERN01]).

3.1 Modélisation mathématique de la réponse du détecteur

3.1.a) Plan d'expériences factoriel complet

Le nombre de facteurs impactants passant de 9 à 5, le nombre d'expériences à réaliser pour un plan factoriel complet passe de 3^9 (=19683) essais à 3^5 (=243) essais. Nous pouvons effectuer un plan d'expériences factoriel complet comprenant l'ensemble des combinaisons possibles entre les niveaux et les facteurs d'entrée. Il permet d'avoir une vision complète et détaillée du comportement des facteurs. Il est donc par nature plus précis mais le nombre d'essais à réaliser est plus important.

Les facteurs impactants avec les niveaux inférieurs, médians et supérieurs sont donnés ci-dessous :

- Le diamètre du cristal d_c prend les valeurs suivantes : 67, 69 et 71 mm.
- La hauteur du cristal h_c prend les valeurs suivantes : 27, 29 et 31 mm.
- L'épaisseur de la zone équivalente morte à l'avant du cristal z_{ma} prend les valeurs suivantes : 0, 0,005 et 0,01 mm.
- L'épaisseur de la zone équivalente morte du contour du cristal z_{mc} prend les valeurs suivantes : 0, 1 et 2 mm.
- L'épaisseur de la zone équivalente morte à l'arrière du cristal z_{mf} prend les valeurs suivantes : 0, 1 et 2 mm.

Les facteurs propres aux configurations de mesures sont les suivants:

- La distance source détecteur : 30 cm.
- L'angle formé entre l'axe de révolution du détecteur et la source : 0, 45 et 90°.
- La gamme d'énergie : 53, 81, 121, 244 et 1112 keV.

Le nombre de configurations de mesure sera le produit du nombre d'énergies par le nombre d'angles sachant que la distance sera fixe entre la source et le détecteur. Le nombre de configurations est donc maintenant de trois angles par cinq énergies soit un total de quinze configurations. Les valeurs des mesures effectuées dans la partie précédente sont reprises telles quelles car il n'y a pas eu de correction à apporter ni de nouvelle configuration de mesure à réaliser.

Le plan d'expériences est un plan factoriel complet comportant 5 facteurs à 3 niveaux. Le nombre d'essais pour chaque configuration est donc de 3^5 soit 243 essais. Un essai correspond à une réalisation du plan d'expériences factoriel complet. Autrement dit, un essai correspondant à une simulation MCNP avec tous les facteurs fixés à une modalité de leur niveau (minimum, médian ou maximum). La configuration représente une combinaison du doublet des valeurs d'angle et d'énergie. La distance étant fixe à 30 cm. Le nombre total de simulations est le produit du nombre de configurations par le nombre d'essais du plan d'expériences. Cela correspond à 243 essais par 15 configurations, soit 3645 simulations MCNP. Les simulations sont réalisées avec une routine qui édite les fichiers de géométrie du code du calcul en fonction des valeurs du plan d'expériences factoriel complet, lance la simulation et compile les résultats. Les simulations Monte Carlo sont réalisées avec une valeur de convergence inférieure à 0,05 (soit 5%).

Le nombre de modèle correspond aux nombres de configurations de mesure. Les modèles de comportement sont au nombre de 15 :

$$\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,j^\circ}(E_i)$$

$$\forall i \in \{53; 81; 121; 244; 1112\} \text{ et } j \in \{0; 45; 90\}.$$

La valeur 30 correspond à la distance de 30 cm qui est fixe.

Étant donné que la méthode d'analyse de chaque réponse est la même pour toutes les réponses, nous présentons uniquement l'étude de la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{121})$. La réalisation des 243 essais du plan d'expériences factoriel complet donnent accès aux 243 valeurs de la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{121})$.

3.1.b) Modèle de régression de $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{121})$

Le modèle de régression linéaire (cf équation 4) obtenu avec la méthode des moindres carrés sur les 243 valeurs de $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{121})$ est le suivant (cf équation 8) :

$$\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{121}) = C + \alpha_{dc} \cdot dc + \alpha_{lc} \cdot lc + \alpha_{zmf} \cdot zmf + \beta_{lc} \cdot lc^2 + \beta_{zma} \cdot zma^2 + \epsilon$$

Équation 8

Avec: $C = -4,236$, $\alpha_{dc} = -2,9551$, $\alpha_{lc} = 0,1468$, $\alpha_{zma} = 0,154$, $\beta_{lc} = -0,0197$, $\beta_{zma} = 3656,1852$ et $\epsilon = 0,1144$.

Les résultats complets sur les paramètres sont fournis dans le tableau 8.

Variable	Coefficient	Ecart-Type	t Student	Confiance %	Risque %
Constante	3,8808	0,0069	558,7185	100,00	0,00
dc_#	-2,7137	0,0016	-1688,0174	100,00	0,00
zma#	54,7573	0,6431	85,1514	100,00	0,00
zmc#	0,0398	0,0032	12,3667	100,00	0,00
dc_#²	-0,0237	0,0014	-17,0111	100,00	0,00
zma#²	1121,0154	222,7617	5,0324	100,00	0,00
zmc#²	-0,0225	0,0056	-4,0431	99,99	0,01

Tableau 8 : Synthèse des valeurs sur les coefficients du modèle de régression avec la confiance associée aux valeurs de la régression.

Les modèles de régression sont établis pour l'ensemble des 15 modèles. Ils sont récapitulés dans l'annexe II tableau 1.

Pertinence du modèle

La pertinence globale est testée par le test de Fisher-Snedecor. Les deux grandeurs comparées sont la variance du résidu et la somme de la variance des autres termes de la régression. Le résultat du test permettra de déterminer si le résidu du modèle, ϵ , est significativement faible par rapport à la contribution de tous les autres facteurs. Si le test est positif, le modèle est pertinent.

Les résultats de ce test sont récapitulés dans le tableau 9 et permettent de conclure que le modèle est pertinent. Nous pouvons donc utiliser le modèle pour quantifier la contribution de chaque facteur sur la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{121})$.

Les résultats du test de Fisher-Snedecor sont dans le tableau 9.

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	5677,34	86705,74	100,00	0,00
Résidu	3,1			
Total	5680,44			

Tableau 9 : Résultat du test de Fisher-Snedecor sur la pertinence de la régression. « t Fisher » est la variable du test. La confiance obtenue en comparant la valeur de « t Fisher » à la table de Fisher. Le terme « total » englobe la régression et le terme du résidu.

Les résultats de ce test sont positifs pour l'ensemble des 15 modèles. Ils sont récapitulés dans l'annexe II, dans les tableaux 2 à 15.

3.1.c) Utilisation des modèles de comportement

Les quinze modèles de comportement sont maintenant établis. Ils modélisent l'écart normalisé relatif en fonction des facteurs impactants.

L'objectif est maintenant de déterminer, pour chacun de ces modèles, la valeur des facteurs afin que la condition suivante soit satisfaite :

$$\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,j^\circ}(E_i) = f(dc, lc, zma, zmc, zmf) = 0$$

$$\forall i \in \{53; 81; 121; 244; 1112\} \text{ et } j \in \{0; 45; 90\}$$

Équation 9

Cette condition représente une réponse spatiale et énergétique modélisée de façon identique à la réponse spatiale et énergétique réelle. Il s'agit de trouver le quintuplet des valeurs (dc, lc, zma, zmc, zmf) qui satisfasse la condition

$$\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,j^\circ}(E_i) = f(dc, lc, zma, zmc, zmf) = 0$$

$$\forall i \in \{53; 81; 121; 24; 1112\} \text{ et } j \in \{0; 45; 90\}.$$

Les valeurs du quintuplet (dc, lc, zma, zmc, zmf) qui satisfont $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{53}) = f(dc, lc, zma, zmc, zmf) = 0$ ne sont pas forcément les mêmes qui satisfont, par exemple, $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{1112}) = f(dc, lc, zma, zmc, zmf) = 0$. Pour cela, il est nécessaire de traiter les 15 modèles simultanément afin d'avoir un quintuplet optimum qui soit valable quels

que soient l'énergie et l'angle. Le système est un système linéaire comportant quinze équations et onze inconnues. Le système est donc surdéterminé. De manière générale, il ne possède pas de solution exacte.

Pour résoudre ce type de système, nous utilisons un algorithme empirique, la méthode du gradient réduit généralisé [ABADIE01]. La sortie de cet algorithme fournit les valeurs du quintuplet optimum satisfaisant au mieux les conditions de l'équation 9, ci-dessus.

3.2 Optimisation des valeurs des facteurs

3.2.a) Algorithme du gradient réduit généralisé

L'algorithme GRG est une extension de l'algorithme du gradient réduit de Wolfe [WOLFE01] pour prendre en compte des contraintes non linéaires. L'algorithme GRG résout le problème suivant (cf équation 10) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x) \\ g_i(x) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ a_j \leq x_j \leq b_j \quad (j = (1, 2, \dots, n)) \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x) \\ g(x) = 0 \\ a \leq x \leq b \end{array} \right.$$

Équation 10

Avec :

- m le nombre de modèles de comportement.
- n le nombre de facteurs.

Sous certaines hypothèses le système des m équations $g_i(x) = 0$ permet d'exprimer m variables dites basiques regroupées en un vecteur x_B en fonction de $(n-m)$ variables libres regroupées en un vecteur x_N (cf équation 11) :

$$g(x) = g(x_B, x_N) = 0 \quad \rightarrow \quad x_B = h(x_N)$$

Équation 11

L'ensemble des variables a donc été ainsi décomposé : $x = (x_B, x_N)$

Si le point $x = (x_B, x_N)$ satisfait certaines conditions (voir ANNEXE I) c'est l'optimum. Sinon on choisira une direction de déplacement, à partir de ce point courant que l'on notera x^k , direction d^k dont les composantes sont évaluées différemment selon qu'elles sont associées aux variables libres x_N ou aux variables basiques x_B . On posera, à l'itération $(k+1)$ (cf équation 12) :

$$x^{k+1} = x^k + t^k d^k$$

Équation 12

ce qui fait passer du point x^k au point x^{k+1} en se déplaçant dans la direction d^k d'un pas t^k .

3.2.b) Détermination des dimensions géométriques optimales du détecteur

L'algorithme du gradient réduit généralisé, codé et intégré dans le logiciel LUMIERE permet de déterminer le quintuplet optimum (dc, lc, zma, zmc, zmf) pour l'ensemble des 15 modèles avec la condition :

$\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,j^\circ}(E_i) = f(dc, lc, zma, zmc, zmf) = 0$
 $\forall i \in \{53; 81; 121; 244; 344; 1112\}$ et $j \in \{0; 45; 90\}$ qui correspond à une réponse spatiale et énergétique équivalente entre le détecteur réel et modélisé.

Le quintuplet optimum obtenu avec l'algorithme du gradient réduit généralisé pour le détecteur testé est donné dans le tableau 10, ci-dessous.

Facteurs	Valeurs
diamètre cristal dc	69,67
hauteur du cristal lc	28,93
zone morte avant zma	0,005
zone morte du contour zmc	0,33
zone morte fond zmf	0,41

Tableau 10 : Résultat de l'algorithme du gradient réduit généralisé pour déterminer le quintuplet optimum caractérisant la réponse numérique et réelle équivalente.

Les valeurs données par le fabricant sont données dans le tableau 11 à titre de comparaison. Les valeurs du fabricant sont différentes car elles sont déterminées différemment par rapport à cette méthode et avec une modélisation différente qui n'est pas donnée. Cela indique qu'il existe au moins deux modèles géométriques de détecteur. L'un est une modélisation du détecteur (fabricant) avec une connaissance maximale des paramètres géométriques et physico-chimiques du détecteur. L'autre est un modèle équivalent au détecteur réel (méthode ci-dessus) qui détermine la réponse spatiale et énergétique équivalente au détecteur réel. La qualité de ces modèles est testée dans le paragraphe 5.

Facteurs	Valeurs
diamètre cristal d_c	70,6
hauteur du cristal l_c	29,5
zone morte avant z_{ma}	0,001
zone morte du contour z_{mc}	0,87
zone morte fond z_{mf}	1,301

Tableau 11 : Données du fabricant concernant la réponse spatiale et énergétique du détecteur utilisé pour nos tests.

Afin de vérifier si les valeurs optimisées peuvent être considérées comme acceptables, il existe deux indicateurs potentiels pour déterminer la qualité du travail précédent.

Le premier concerne la plage de variation du facteur. La valeur optimisée du facteur doit être à l'intérieur de la plage de variation. Dans le cas contraire, si les valeurs optimisées se situent aux bornes des plages de variation des facteurs impactants, celles-ci sont mal définies et nécessitent une réévaluation. Suivant les valeurs des bornes affichées (inférieure ou supérieure), le sens de la modification est indiqué. En effet, une valeur de borne minimale (respectivement maximale) affichée indique que le facteur est surévalué (respectivement sous-évalué) et qu'il faut donc revoir la valeur du facteur à la baisse (respectivement à la hausse). Ce type de comportement est aussi une indication forte sur une éventuelle erreur de dimensionnement ou de conception du détecteur.

Le second concerne la prévision de la valeur optimisée. Une solution exacte au système ne pouvant être trouvée, le quintuplet optimum calculé avec l'algorithme du GRG constitue la solution la plus proche de la solution exacte. Cet écart est estimé par calcul (dans notre cas par le logiciel LUMIERE) afin de déterminer l'écart entre le quintuplet optimum pour l'ensemble des 15 modèles de comportement et la solution pour chacun des modèles de comportement définissant la réponse numérique du détecteur. Si cet écart dépasse le critère initial fixé (pour notre étude 5%), alors cela indique la présence d'une erreur dans les données d'entrée du modèle.

Le potentiel de ces indicateurs sur le processus d'élaboration de la réponse numérique du détecteur est détaillé dans le paragraphe ci-dessous.

4. Étude des erreurs potentielles sur le dimensionnement optimisé de la réponse numérique du détecteur

L'utilisation faite des plans d'expériences et l'association des réponses à la méthode du gradient réduit généralisé constituent une nouveauté pour le dimensionnement optimisé des éléments géométriques impactant la réponse numérique spatiale et énergétique du détecteur. Il s'agit maintenant de détecter et d'identifier en ligne une erreur s'étant produite au cours du processus

de détermination de la réponse numérique équivalente à la réponse réelle du détecteur. Ce paragraphe montre comment la méthodologie décrite dans les paragraphes précédents permet d'effectuer un suivi en ligne des éventuelles erreurs qui peuvent avoir lieu.

4.1 Définition des erreurs

Les erreurs pouvant apparaître dans le processus de détermination de la réponse numérique spatiale et énergétique du détecteur sont d'origines diverses. Les sources potentielles d'erreur sont :

- Erreur sur l'activité de la source étalon utilisée.
- Erreur sur la position de la source lors des mesures de recalage.
- Erreur de dimensionnement sur le schéma de principe du détecteur.

L'erreur concernant une mauvaise valeur de l'activité de la source est une erreur systématique qui affecte l'ensemble des mesures expérimentales et par conséquent l'ensemble des modèles est affecté. Différentes valeurs associées à cette erreur sont testées : écart normalisé à la valeur vraie de l'activité de la source de 10, 20 et 50%.

L'erreur sur la position de la source lors de la mesure est une erreur ponctuelle qui affecte seulement une mesure expérimentale et par conséquent un tiers des modèles est affecté (il n'y a que 3 points de recalage utilisés pour caractériser spatialement le détecteur). La valeur testée pour cette erreur est un écart normalisé à la position vraie de 50%.

L'erreur de dimension sur le schéma de principe concerne la valeur nominale des facteurs impactants issus du schéma de principe du détecteur (diamètre et hauteur du cristal principalement). La valeur affectée à cette erreur est un écart normalisé aux dimensions réelles du cristal de 5% (diamètre et hauteur). Cela correspond à une erreur de 4 mm sur le diamètre du cristal (70 mm) et de 1,5 mm sur la hauteur du cristal (30 mm).

4.2 Indicateurs des erreurs

L'utilisation d'indicateurs est nécessaire pour détecter et identifier une erreur potentielle au cours du processus de la détermination de la réponse numérique spatiale et énergétique. Les erreurs peuvent être tracées par trois indicateurs différents:

- La valeur des écart-types résiduels associée à chaque modèle de comportement. Les modèles de comportement sont utilisés pour déterminer les valeurs optimales des facteurs. Plus les valeurs des écarts type résiduels sont élevées, moins le modèle de comportement est expliqué avec les facteurs. Par exemple, si la valeur est égale à 5%, le modèle de comportement est décrit à 95%, donc la détermination du quintuplet (d_c , l_c ,

z_{ma}, z_{mc}, z_{mf}) optimum ne peut pas avoir une précision supérieure à 95%. Une forte erreur indique donc une mauvaise précision et donc un mauvais modèle de comportement.

- La valeur de la prévision. Cela correspond à l'écart entre la valeur de l'écart normalisé relatif obtenu avec les modèles de comportement associés aux valeurs des facteurs optimisés et la valeur cible. La valeur cible est de 0, elle correspond à une convergence parfaite entre la réponse numérique et la réponse réelle. Cet écart doit être inférieur à 5%.
- Les valeurs optimisées des facteurs : si plusieurs de ces valeurs sont égales soit à la borne supérieure ou soit à la borne inférieure fixées pour le facteur, cela indique que la/les valeurs optimums se situent au-delà des bornes des niveaux des facteurs.

Ces indicateurs permettent donc de s'assurer que le processus de dimensionnement des facteurs impactants et d'optimisation garantit un écart entre la réponse numérique et réelle inférieur à un critère de convergence près. Le critère de convergence pour notre étude est fixé à 5%.

4.3 Application des indicateurs aux erreurs

Les erreurs sont créées artificiellement en modifiant les valeurs de la réponse réelle du détecteur afin de ne pas effectuer de nouvelles mesures correspondant à ces erreurs. Cela concerne les erreurs sur l'activité et la position de la source. Les erreurs concernant le dimensionnement nécessite de refaire une série de simulations nécessaires à l'obtention de la réponse numérique erronée.

L'objectif est d'observer la manifestation des erreurs à l'aide des indicateurs définis ci-dessus. Les erreurs sont établies avec différentes intensités retranscrivant une erreur potentielle. Suivant le type d'erreur et l'intensité associée celle-ci doit être détectée via les indicateurs. Les indicateurs associés à la valeur des écart-types résiduels et à la prévision doivent être inférieurs à un seuil fixé à 5%. Dans le cas contraire, cela indiquera une source d'erreur dans la réponse numérique. L'indicateur associé à la valeur de l'optimisation du facteur dépend des bornes correspondant au niveau des facteurs.

L'ensemble des tests effectués avec les indicateurs et les types d'erreurs sont synthétisés dans le tableau 12. Un effet significatif signifie que l'indicateur a réagi en présence de l'erreur. Un effet non significatif signifie l'inverse. Une erreur systématique de l'ordre de 10% sur la valeur de l'activité de la source a peu de chance d'être détecté. En effet seul l'indicateur sur les prévisions observe un léger dépassement de son seuil pour deux modèles de comportement sur quinze. Ceci indique que, pour un écart normalisé final attendu à 5%, une erreur de 10% sur l'activité de la source a peu d'impact sur la définition de la réponse numérique du détecteur. Pour tous les autres types d'erreurs, avec un seuil au-delà de 20%, au moins un indicateur réagit de manière significative.

Pour rappel, un point de recalage a cinq modèles de comportement associés. Ces modèles de comportement correspondent aux cinq énergies de référence (cf III.3.1.a). Les indicateurs de prévision et de l'écart-type résiduel (résidu) permettent de déterminer quels modèles de

comportement sont impactés pour un point de recalage défaillant (5 modèles de comportement sur 15) ou sur l'ensemble des points de recalage soit (15 modèles de comportement sur 15). L'indicateur des plages de variation permet de déterminer le sens de la variation des nouvelles bornes à définir lorsque celles-ci sont mal définies initialement ou issues d'une erreur sur le schéma de principe.

Ces indicateurs permettent donc d'avoir un contrôle efficace du processus de détermination de la réponse numérique équivalente à la réponse réelle. En effet, ils sont capables de détecter les erreurs ayant un impact significatif sur la réponse numérique en fonction du critère de précision retenu (dans notre cas 5%). Ils assurent un contrôle aux différentes étapes du déroulement de ce processus.

Indicateurs	Erreur sur l'activité de la source			Erreur sur le positionnement de la source étalon	Côtes réelles détecteur hors des valeurs des niveaux définis d'après le schéma constructeur
	Erreur systématique de 10%	Erreur systématique de 20%	Erreur systématique de 50%		
Ecart-type résiduel	Effet significatif (Cf ANNEXE III tableau 4)	Effet non significatif (Cf ANNEXE III tableau 7)	Effet non significatif (Cf ANNEXE III tableau 10)	Effet non significatif (Cf ANNEXE III tableau 13)	Erreur de 5% (4mm) sur le diamètre donné par le schéma constructeur et de 5% (1.5mm) sur la hauteur du cristal (donnée constructeur aussi) Effet significatif : Valeurs su dessus de 5% pour 5/15 modèles associés aux 15 modèles de comportement. (Cf ANNEXE III tableau 16)
Prévision	Effet significatif 2 valeurs de prévision sont au-dessus de la cible. (Cf ANNEXE III tableau 5)	Effet significatif 12/15 valeurs de prévision sont au-dessus de la cible. (Cf ANNEXE III tableau 8)	Effet significatif Toutes les valeurs de prévision sont au-dessus de la cible avec un ordre de grandeur de 80%. (Cf ANNEXE III tableau 11)	Effet significatif 5/15 des valeurs de prévision correspondant au point où se situe l'erreur sont au-dessus de la cible avec un ordre de grandeur de 80%. (Cf ANNEXE III tableau 14)	Effet significatif 12/15 valeurs de prévision au-dessus de la cible avec un ordre de grandeur de 15%. (Cf ANNEXE III tableau 17)
Plages de variations	Effet significatif (Cf ANNEXE III tableau 6)	Effet significatif Toutes les valeurs optimisées sont aux bornes inférieures ou supérieures. (Cf ANNEXE III tableau 9)	Effet significatif Toutes les valeurs optimisées sont aux bornes inférieures ou supérieures. (Cf ANNEXE III tableau 12)	Effet non significatif (Cf ANNEXE III tableau 15)	Effet significatif 4 valeurs sur 5 optimisées correspondent aux bornes inférieures ou supérieures.. 3 sur 3 correspondent à la définition de la hauteur équivalente du cristal (lc, zma, zmf) (Cf ANNEXE III tableau 18).

Tableau 12 : Synthèse des détections des erreurs par les indicateurs pour la détermination de la réponse numérique du détecteur.

4.4 Erreur par ajout/suppression d'élément structurel associé au dimensionnement optimisé

4.4.a) Identification du problème

Dans ce cas il s'agit d'une erreur dont la source provient soit d'un ajout ou d'une omission d'un élément de structure non reporté sur le schéma de principe du détecteur par le fabricant. L'objectif est d'observer si les indicateurs établis précédemment détectent ce type d'erreur. Un autre objectif concerne la correction à apporter à la réponse numérique afin que celle-ci converge mieux vers la réponse réelle.

4.4.b) Étude du problème

Pour cette étude, nous utilisons un détecteur coaxial. Le cristal possède un petit puits creusé en son centre. Les côtes du cristal sont similaires à celles utilisées pour le premier détecteur. La hauteur du cristal est de 31,6 mm et le diamètre de 71,2 mm. Le schéma de principe du détecteur, avec les matériaux le composant, est donné dans la figure 23. La démarche d'obtention de la réponse numérique équivalente à la réponse réelle est identique à celle du détecteur précédent :

- Les mesures effectuées à 30 cm pour des angles de 0° , 45° et 90° avec les mêmes sources d'Europium 152 et Baryum 133 qu'utilisées précédemment.
- Modélisation du détecteur sous code de calcul à partir du schéma de principe.
- Les facteurs impactant et les bornes ne sont pas réévaluées car les côtes du cristal sont similaires. De plus, l'utilisation pour cette étude d'une géométrie de cristal différente (puits) permet de tester si notre méthodologie est extrapolable à d'autres géométries.
- Création du plan d'expériences factoriel complet à cinq facteurs et trois niveaux.
- Simulations réalisées sous code de calcul MCNP pour obtenir la réponse numérique de chaque essai du plan d'expériences.
- Détermination des modèles de comportement entre les cinq facteurs d'entrée et la sortie (écart normalisé relatif).
- Vérification des résidus (indicateur de l'écart-type résiduel) des modèles de comportements.
- Détermination du quintuplet optimum à l'aide de l'algorithme du GRG.
- Vérification des indicateurs associés aux prévisions et aux bornes des facteurs.

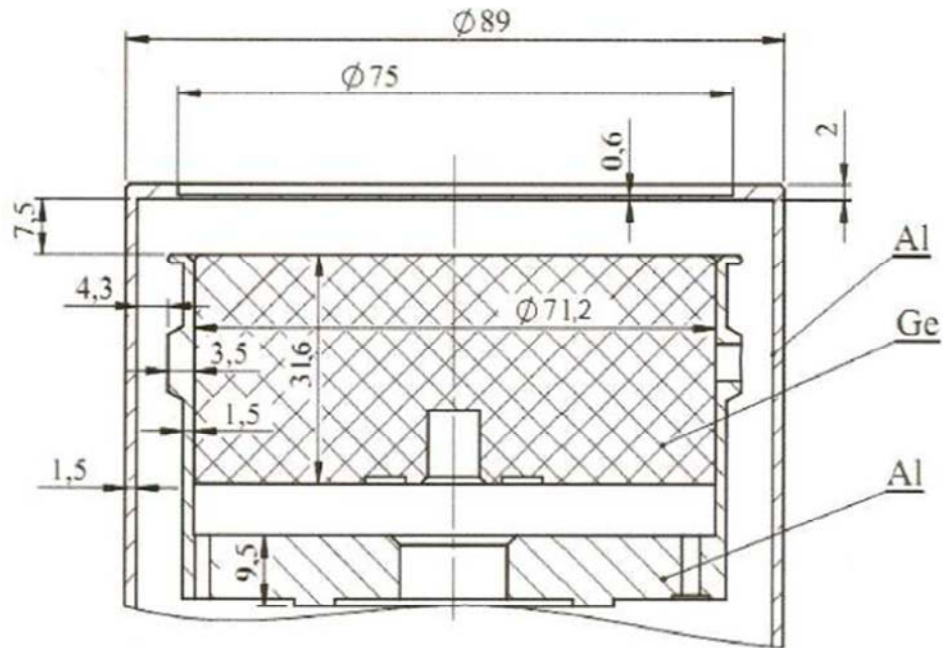


Figure 23 : Schéma mécanique du détecteur de géométrie de type coaxial.

La synthèse des modèles de comportement est donnée dans le tableau 13. Les prévisions des modèles de comportement avec les valeurs des facteurs optimisés (quintuplet optimum) sont données dans le tableau 14. Les valeurs des facteurs optimisés sont données dans le tableau 15.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-234,8569	-47,2634	-26,2354	-19,5404	-17,2851	-375,6223	-53,7775	-23,2294	5,2551	8,2663	-15,3097	2,1778	-1,3159	-5,2126	-9,0421
dc_#	-9,4126	-4,1353	-3,5528	-3,5199	-3,8779	-14,3218	-4,5381	-3,4405	-2,7910	-3,2234	-8,3004	-2,8029	-2,1440	-2,1739	-3,3545
lc_#	-0,0121	0,0039	-0,1267	-2,0275	-5,2619	-1,9932	-0,8290	-0,9433	-1,8190	-3,4022	-8,5181	-3,9285	-3,6576	-4,1389	-5,5981
zma#	605,5627	90,2918	6,7115	-71,5036	295,5313	584,2335	-11,6846	-38,2051	-52,3774	40,3648	-110,7988	-32,2537	-31,7015	143,3100	-36,3820
zmc#	0,3917	0,0955	-0,0581	0,2718	0,1802	57,5814	15,9431	6,8953	1,8173	0,6882	214,5180	52,6787	21,9290	9,7327	7,2851
zmf#	0,0242	0,0022	0,1432	2,0563	4,9267	1,5206	0,6626	0,7946	1,7521	3,5925	7,5649	3,4382	3,4734	4,1226	5,5286
dc_#²	-0,0274	-0,0458	-0,0162	-0,0175	-0,2829	0,0894	0,1110	0,0767	-0,0036	0,0591	0,3104	0,2726	0,1269	0,0266	0,0032
lc_#²	0,0539	-0,0150	0,0398	0,0666	0,1117	0,1188	0,0030	0,0724	0,0400	-0,0014	-0,3372	-0,1858	-0,1274	-0,0505	-0,0552
zma#²	-14954,0562	1799,1734	4507,7285	26264,7373	-21912,5665	216749,1723	64179,8316	36363,8795	32756,6726	23296,2273	838250,4852	192961,2143	86601,8482	12103,8839	39500,4831
zmc#²	-0,6341	-0,0600	-0,0811	-0,2921	-0,0721	-52,2970	-8,1486	-2,1565	-0,4136	-0,2826	-150,7208	-16,2380	-3,9288	-0,8775	-4,7297
zmf#²	-0,0217	0,0000	0,0240	0,0935	-0,1478	-0,1787	0,0100	-0,0040	0,0229	-0,0923	-0,5578	0,1297	0,0376	0,0775	0,0520
Écart-Type Résiduel Sr :	0,0104	0,0039	0,0591	0,3033	0,5642	1,7803	0,5121	0,2755	0,2177	0,5913	7,3687	1,6362	0,7716	0,4018	0,5342
Ddl	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16

Tableau 13 : Synthèse des modèles de comportement. Seule la réponse e11 (correspond à $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90}(E_{53})$) possède un écart-type résiduel supérieur à 5%. Tous les autres modèles ont un écart-type résiduel inférieur à 5%.

Réponses	Poids	Cible	Prévision
e1_	1,0000	0,0000	-213,4530
e2_	1,0000	0,0000	-38,6472
e3_	1,0000	0,0000	-19,1214
e4_	1,0000	0,0000	-12,5768
e5_	1,0000	0,0000	-10,5655
e6_	1,0000	0,0000	-322,9007
e7_	1,0000	0,0000	-36,9437
e8_	1,0000	0,0000	-12,5893
e9_	1,0000	0,0000	11,8590
e10	1,0000	0,0000	15,3617
e11	1,0000	0,0000	90,7640
e12	1,0000	0,0000	34,9890
e13	1,0000	0,0000	14,7414
e14	1,0000	0,0000	4,1185
e15	1,0000	0,0000	-0,0675

Tableau 14 : Valeur de la prévision pour chaque modèle de comportement avec les valeurs du quintuplet optimum déterminé avec l'algorithme du GRG. On remarque que treize prévisions sur quinze sont supérieures à 5%.

Facteurs	Niveaux
dc_	68,0000
lc_	30,0415
zma	0,0100
zmc	1,4948
zmf	0,8610

Tableau 15 : Résultat de l'algorithme du gradient réduit généralisé pour déterminer le quintuplet optimum caractérisant la réponse numérique et réelle équivalente. La valeur optimisée du facteur zma correspond à la borne supérieure.

On observe que les résidus des modèles de comportement sont conformes au critère que nous avons fixé (<5%) à l'exception d'un seul modèle qui se situe à 7,36%. Cependant on remarque que les prévisions associées sont au-delà de 90% pour l'énergie de 53 keV (réponses e1, e6 et e11 qui correspondent à $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{53})$, $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{53})$ et $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{53})$) et de l'ordre de 35% pour l'énergie de 81keV (réponses (e2, e7 et e12 qui correspondent à $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{81})$, $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{81})$ et $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{81})$).

Le phénomène est très marqué, la prévision est de -213% et -322% pour les angles de 0° et 45° à l'énergie de 53 keV (réponses e1 et e6). Le facteur impactant est la zone équivalente morte avant. Cela se vérifie en analysant les figures 19 et 20 (cf III.2.2b)). En effet, d'après la première étude sur un détecteur de type planaire, la contribution majeure sur la réponse (l'écart normalisé relatif) est donnée par le facteur zma pour les énergies de 53 keV et de 81 keV. Les bornes du facteur zma sont soit mal définies, soit il existe un écran entre le cristal et le capot du détecteur non mentionné sur le schéma de principe. Une autre donnée permet de confirmer cette dernière hypothèse. La valeur optimisée du facteur zma est donnée à la borne supérieure du facteur soit

0,01 (cf tableau 15). De plus, les valeurs de l'écart normalisé relatif (la sortie ou la réponse) à l'énergie de 53 keV, quel que soit l'angle, est systématiquement négative. Ceci signifie que la réponse numérique est sur-atténuée.

Les valeurs des écarts normalisés relatifs doivent être identiquement distribuées et centrées sur zéro à l'intérieur du domaine de définition des facteurs. Si cette condition n'est pas vérifiée, les modèles de comportement définis ne pourront pas déterminer correctement la valeur optimisée du facteur car la valeur de l'écart normalisé nominal (valeur nulle) devra être extrapolée. Ce point est illustré sur la figure 24 dans un cas simple avec un seul facteur.

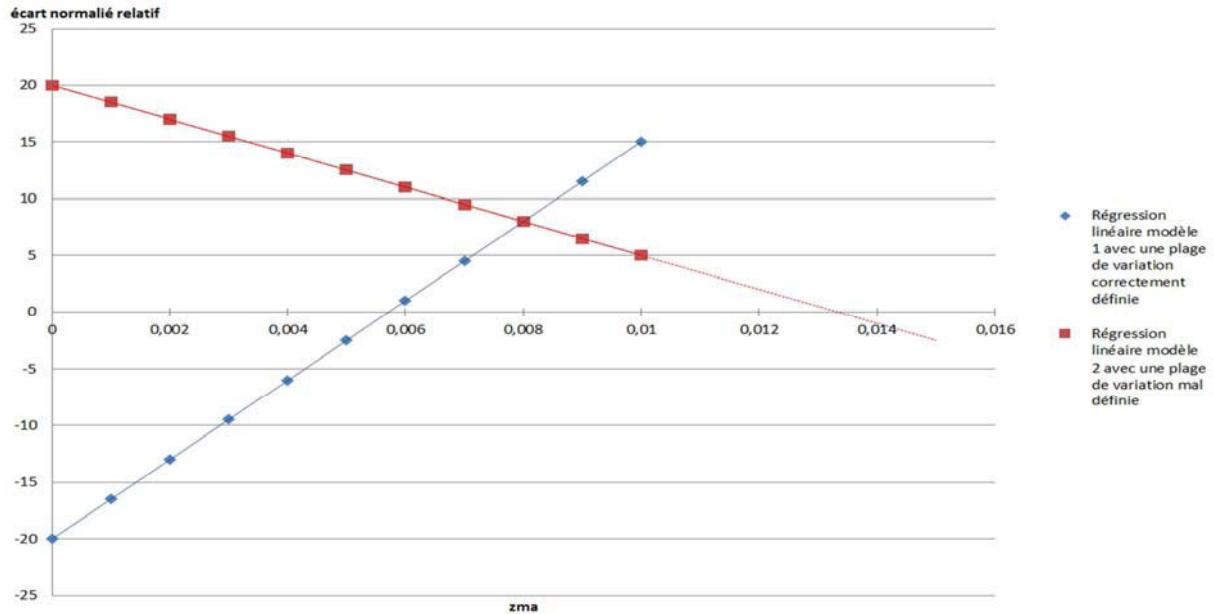


Figure 24 : Le modèle de régression bleu (1) dont la plage de variation est correctement définie coupe la droite $y=0$ en 0,058. Cette valeur se situe à l'intérieur du domaine de définition du facteur zma $[0 ; 0,01]$. Le modèle de régression rouge (2) dont la plage de variation est mal définie coupe la droite $y=0$ en 0,0132. Cette valeur se situe à l'extérieur du domaine de définition du facteur zma $[0 ; 0,01]$, donc elle est extrapolée.

4.4.c) Solution proposée

Sans aucune indication sur la présence ou non d'un élément atténuant les basses énergies, la correction de ce problème peut s'effectuer en ajustant les bornes des facteurs qui ne sont pas correctement définies. Dans ce cas le facteur identifié est zma . Pour cela, on teste différentes bornes du facteur zma en effectuant plusieurs plans d'expériences de type Taguchi à 27 essais. Ces essais sont réalisés uniquement sur les six réponses suivantes, à savoir :

$\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{53})$, $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{53})$, $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{53})$,
 $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{81})$, $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{81})$ et $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{81})$.

Cela représente $(27 \times 6 = 162)$ 162 simulations pour chaque nouvelle borne testée. Avec les moyens informatiques actuels (PC 8 cœurs cadencés à 2,4GHz) cela représente une heure de

temps de calcul. Les bornes du facteur ξ_{ma} testées sont [0 ; 1], [0,5 ; 1] et [0,75 ; 1]. Les bornes du facteur ξ_{ma} retenues sont [0,75 ; 1]. Avec les nouvelles bornes du facteur ξ_{ma} , tous nos indicateurs d'erreur sont conformes aux critères de convergence que nous avons fixé, à savoir 5%.

La démarche d'obtention de la réponse numérique équivalente à la réponse réelle avec les nouvelles bornes du facteur ξ_{ma} est identique à celle présentée en IV.4.4b). Les résultats sont donnés dans les trois tableaux 16, 17 et 18. Ils correspondent respectivement à la synthèse des modèles de comportement, des prévisions et de la valeur du quintuplet optimum. Les indicateurs ne détectent pas d'erreurs potentielles. Ainsi le changement des bornes du facteur ξ_{ma} a permis de corriger la réponse numérique du détecteur sans connaissance au préalable d'une erreur qu'elle soit due à un ajout ou une suppression d'une pièce dans le schéma de principe du détecteur.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	9,4182	5,3527	-3,6089	-4,6728	-2,9315	18,7764	10,6103	2,4322	-2,7641	2,5107	26,9381	20,4261	13,1318	7,4042	8,6475
dc_#	-2,5840	-2,7076	-2,9981	-3,1913	-3,3930	-2,1045	-2,3179	-2,6367	-3,0011	-3,3821	-1,4054	-1,2803	-1,4324	-1,8083	-2,6494
lc_#			-0,1984	-2,1529	-4,2430	-0,3983	-0,5151	-0,8302	-2,1949	-3,8712	-3,3507	-3,0602	-3,2781	-3,9566	-4,9430
zma#	130,1845	46,5786	18,4399	9,2508	6,2686	157,0687	49,0812	19,7614	11,9512	7,8981		4,2070	3,9856	4,2485	6,6327
zmc#	0,2178	0,0507				23,2245	12,5204	6,0962	2,3048	0,7995	132,4925	44,3223	19,0382	8,3129	3,4514
zmf#			0,2064	2,0901	4,1154	0,6007	0,5261	0,8215	2,1356	3,9278	4,5338	3,0516	3,2777	3,9467	5,0780
dc_#²	0,0388	0,0379	-0,0170	-0,0413			-0,0718		0,0541				0,0719		-0,1290
lc_#²			0,0332	0,0208	0,0486				0,0294	0,1375					-0,0478
zma#²	-116,7488	-27,9871	-17,1461			-96,7142	21,8681								
zmc#²						-27,9451	-5,7018	-1,8582	-0,7921		-96,7337	-11,1143	-3,5256		-1,5431
zmf#²			0,0290	0,0800					0,0676		-1,2404				-0,1985
Ecart-Type Résiduel Sr :	0,4884	0,1636	0,1239	0,2514	0,5249	0,8552	0,4418	0,2817	0,2606	0,7003	4,2980	1,3196	0,6287	0,5314	0,6876
Ddl	237	237	234	235	237	235	234	236	233	236	236	236	235	237	233

Tableau 16 : Synthèse des modèles de comportement. Tous les modèles de comportement possèdent un écart type résiduel inférieur 5%.

Réponses	Poids	Cible	Prévision
e1_	1,0000	0,0000	1,5715
e2_	1,0000	0,0000	4,4361
e3_	1,0000	0,0000	-2,2836
e4_	1,0000	0,0000	-4,9382
e5_	1,0000	0,0000	-4,3635
e6_	1,0000	0,0000	1,4527
e7_	1,0000	0,0000	4,5360
e8_	1,0000	0,0000	1,0559
e9_	1,0000	0,0000	-3,9197
e10	1,0000	0,0000	0,4824
e11	1,0000	0,0000	-5,4472
e12	1,0000	0,0000	4,9460
e13	1,0000	0,0000	4,6760
e14	1,0000	0,0000	1,9525
e15	1,0000	0,0000	3,3953

Tableau 17 : Valeur de la prévision pour chaque modèle de comportement avec les valeurs du quintuplet optimum déterminées avec l'algorithme du GRG.

Facteurs	Niveaux
dc_	68,0000
lc_	30,5000
zma	0,8250
zmc	0,7751
zmf	1,2187

Tableau 18 : Résultat de l'algorithme du gradient réduit généralisé pour déterminer le quintuplet optimum caractérisant la réponse numérique. Toutes les valeurs optimisées des facteurs sont à l'intérieur des bornes.

Une radiographie X du détecteur fourni par le fabricant (cf figure 25) ne permet pas de détecter la présence ou l'absence d'une pièce ou d'un écran se situant entre la fenêtre du capot et le cristal. Par contre, dans le modèle numérique du fabricant, un écran de 0,03 mm d'aluminium est présent entre la fenêtre du capot et le cristal (cf figure 26). Cependant, rien ne permet d'affirmer que cette pièce est réellement présente. Il pourrait juste s'agir d'un moyen de corriger la réponse numérique du détecteur.



Figure 25 : Radiographie X du détecteur de type coaxial. Il est très difficile voire impossible de distinguer la présence ou non d'une plaque en aluminium d'épaisseur de 0,03 mm situé juste devant le cristal.

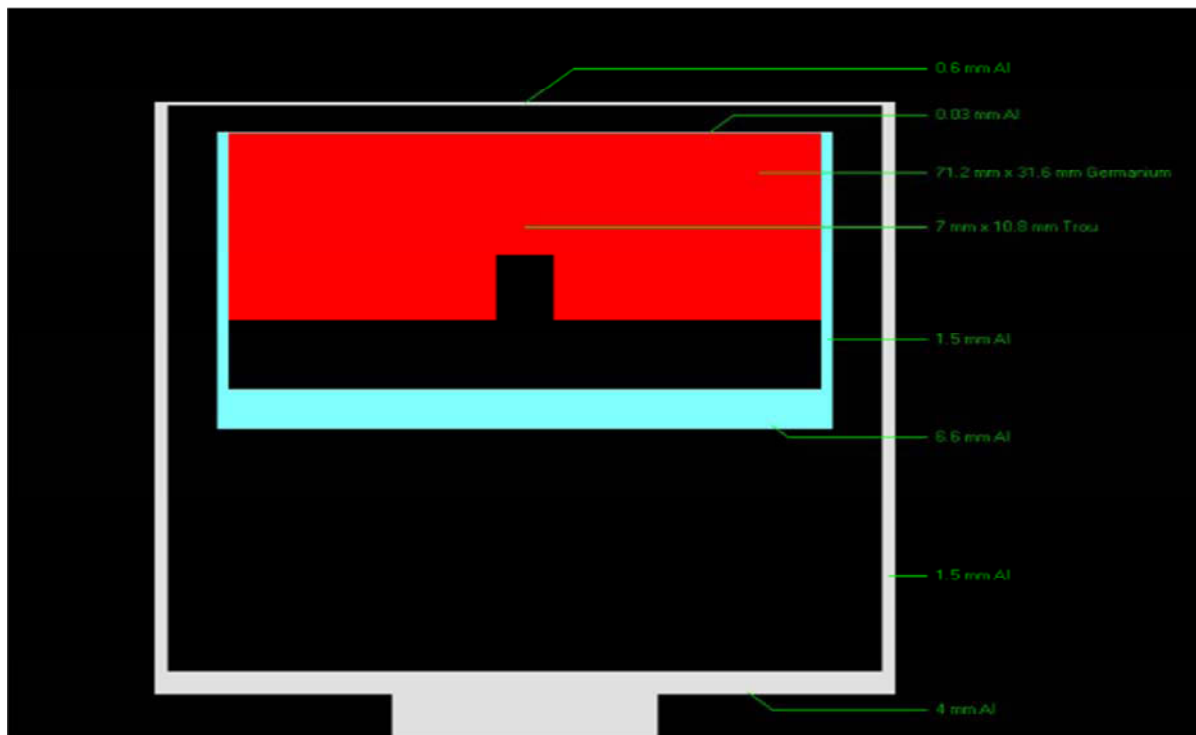


Figure 26 : Schéma de la modélisation numérique du fabricant.

5. Validation expérimentale de la réponse numérique

La méthode précédemment décrite a pour objectif d'obtenir une réponse numérique équivalente à la réponse réelle à un critère de convergence près fixé à 5%. Cette méthode utilise une modélisation mathématique de l'écart entre la réponse réelle et la réponse numérique en fonction des facteurs choisis et validés. La valeur des facteurs est optimisée afin que la réponse réelle et numérique soit équivalente à 95%. La vérification du bon déroulement de ce procédé est obtenue à l'aide de 3 indicateurs. Une fois les réponses numériques obtenues, il s'agit de tester les performances des réponses numériques sur différents points expérimentaux. Nous avons réalisé cette validation sur trois détecteurs différents : deux détecteurs issus du même fabricant de conception et de géométrie similaires et un autre, de fabricant différent, de conception et de géométrie différente des deux premiers.

5.1 Objectifs et domaine de validité

Pour vérifier que l'écart entre la réponse numérique et réelle est inférieur à 5%, nous définissons trois indicateurs :

- Le premier est la moyenne de l'écart normalisé sur l'ensemble des points testés. Le point testé correspond à une configuration du triplet (distance, angle, énergie). L'écart normalisé est calculé de la manière suivante (cf équation 13) :

$$\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé}}^{d,\theta} = 100 \times \frac{|\varepsilon_{\text{réponse réelle}}(E_i) - \varepsilon_{\text{réponse numérique}}(E_i)|}{\varepsilon_{\text{réponse réelle}}(E_i)}$$

$$\forall d \in [10 ; 150\text{cm}]; \theta \in [0 ; 90^\circ] \text{ et } E_i \in [53 ; 1112\text{keV}]$$

Équation 13

- Le second correspond à l'écart type à 2σ de l'écart normalisé sur l'ensemble des points testés.
- Le troisième correspond au centile à 2,5%, 50% et 97,5% des valeurs de l'ensemble des écarts normalisés. Entre le centile à 2,5% et celui à 97,5%, 95% des valeurs des écarts normalisés se situent à l'intérieur de cet intervalle.

Les deux indicateurs sont testés sur le domaine spatial et énergétique suivant :

- Distance de 10 cm à 150 cm.
- Angle de 0° à 90° .
- Energie de 53 keV à 1112 keV.

5.2 Mesures et détecteurs testés

5.2.a) Mesures

Les points expérimentaux utiles à cette validation sont répartis de façon à couvrir l'ensemble de la réponse spatiale et énergétique du détecteur. Ces points expérimentaux sont discrets alors que la réponse du détecteur doit couvrir de façon continue l'ensemble de cet espace. Les points de mesure sont choisis afin de couvrir le domaine spatial et énergétique voulu (cf III.5.1). Les configurations de mesure sont les suivantes :

- 6 distances de mesure : 10 cm, 20 cm, 30 cm, 50 cm, 100 cm et 150 cm.
- 6 angles de mesure : 0° , 15° , 30° , 45° , 60° et 90° .
- 2 sources d'Europium 152 et Baryum 133.

Les énergies traitées des sources d'Europium 152 et de Baryum 133 sont les suivantes: 53 keV, 81 keV, 121 keV, 244 keV, 276 keV, 302 keV, 344 keV, 356 keV, 383 keV, 776 keV, 964 keV, 1085 keV et 1112 keV.

Ces configurations représentent un ensemble de 468 valeurs expérimentales.

5.2.b) Détecteurs

Cette validation a été réalisée sur les trois détecteurs décrits dans les paragraphes (III.2.2 et III.4.4).

5.3 Comparaison des réponses numériques et des réponses réelles des détecteurs

La validation de la réponse numérique est réalisée en deux temps :

- Dans un premier temps, seules les mesures utilisées pour recalculer les réponses numériques sont utilisées, soit 15 valeurs (1 distance x 3 angles x 5 énergies).
- Dans un second temps l'ensemble des mesures défini en III.5.2.a) est concerné, soit 468 valeurs (6 distance x 6 angles x 13 énergies.). Ces valeurs incluent les 15 mesures utilisées pour la définition de la réponse numérique du détecteur.

5.3.a) Validation sur les mesures de recalage

Les résultats sont synthétisés dans le tableau 19. On remarque que la moyenne des écarts normalisés ($\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$) est inférieure à 5%, d'au moins un point, quel que soit le type de détecteur. L'écart type à 2σ , noté Ecart type (2σ), associé à $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$ est également inférieur à 5% quel que soit le type de détecteur. L'écart type à 2σ étant inférieur à 5%, il respecte donc le critère de convergence fixé entre la réponse numérique et la réponse réelle. Le centile à 97,5% est au-delà de la valeur de 5% mais toujours inférieur à 10%. Le quantile à 50% est inférieur à 5% pour les trois détecteurs. Ce quantile est proche de la moyenne.

	Détecteur 1 de type planaire Fabricant Canberra	Détecteur 2 de type planaire Fabricant Canberra	Détecteur 3 de type planaire Fabricant ITECH
Moyenne de $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$	3,81	3,05	3,25
Ecart type (2σ)	4,90	4,74	4,44
Centile (2,5%)	0,73	0,10	0,08
Quantile (50%)	3,65	3,02	2,95
Centile (97,5%)	8,25	6,67	7,54

Tableau 19 : Synthèse de la moyenne des écarts normalisés, des écarts type associés et des centiles (2,5%, 50 et 97,5%) pour les mesures de recalages entre la réponse numérique et la réponse réelle.

5.3.b) Validation sur l'ensemble des mesures

Les résultats sont synthétisés dans le tableau 20. On remarque que la moyenne des écarts normalisés ($\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$) est inférieure à 5%, d'au moins un point, quel que soit le type de détecteur. L'écart type à 2σ , noté Ecart type (2σ), associée à $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$ se situe entre 4 et 6% quel que soit le type de détecteur. L'écart type à 2σ étant autour de 5% celui-ci ne respecte pas rigoureusement le critère de convergence fixé entre la réponse numérique et réelle. Le centile à 97,5% est au-delà de la valeur de 5% mais toujours inférieur à 10%. Le quantile à 50% est inférieur à 5% pour les trois détecteurs. Ce quantile est proche de la moyenne.

	Détecteur 1 de type planaire Fabricant Canberra	Détecteur 2 de type planaire Fabricant Canberra	Détecteur 3 de type planaire Fabricant ITECH
Moyenne de $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$	3,5	2,97	3,54
Ecart type (2σ)	5,6	4,74	6
Centile (2,5%)	0,21	0,09	0,09
Quantile (50%)	3,13	2,46	2,9
Centile (97,5%)	8,43	7,18	9,06

Tableau 20 : Synthèse des erreurs relatives, des écarts type et des quantiles pour les mesures de recalages entre la réponse numérique et la réponse réelle.

Le critère maximal de 5% sur la moyenne de l'écart normalisé pour l'ensemble de mesure est respecté. De même que l'écart type à 2σ est proche de la valeur de 5% attendue, la valeur maximum étant de 6%. Cela a été vérifié sur trois détecteurs dont certains possèdent des conceptions et une fabrication différentes. Les centiles à 97,5% sont au-delà de la valeur de 5%. Le quantile à 50% est inférieur à 5% dans pour les trois détecteurs. La moyenne des écarts normalisés, l'écart type associé et les quantiles sont du même ordre de grandeur que ce soient pour les mesures de recalage (15 valeurs) ou pour les mesures de test (468 valeurs).

Cette méthode donne des résultats acceptables car le quantile à 50% et la moyenne des écarts normalisés est inférieure à 5%. Cependant cette méthode nécessite des améliorations car le centile à 97,5% est au-delà de la valeur des 5% voulus. Pour cela les pistes identifiées pour améliorer cette méthode sont les suivantes:

- Un banc de mesure automatisé de haute précision (incertitude spatiale inférieure à 1%).

- L'utilisation de modèle de comportement dont les capacités de prédiction sont supérieures à 95%.
- L'utilisation d'un algorithme de problème inverse autre que le Gradient Réduit Généralisé (GRG) appliqué à un nombre simultané de modèles de comportement supérieur à 15.

5.4 Comparaison avec les réponses numériques des fabricants

Dans cette partie il s'agit de comparer les performances de notre réponse numérique par rapport à celles vendues par les fabricants des détecteurs. Les réponses numériques des fabricants sont uniquement disponibles via leur propre code de calcul de transport de particules.

Pour cette étude, elles sont testées sur l'ensemble des points de mesure. Les configurations de mesure sont modélisées de manière identique sur chaque code. Les résultats de cette inter-comparaison des réponses numériques sont donnés dans le tableau 21. On remarque que le fabricant Canberra dispose d'une réponse numérique qui répond au critère de la moyenne de l'écart normalisé. Les réponses numériques de ce fabricant sont toutes inférieures à 5%. Ce n'est pas le cas pour le fabricant Itech. L'écart type à 2σ , noté Ecart type (2σ), associé à $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$ est de l'ordre d'un facteur deux entre les réponses numériques des fabricants et celles établies par la méthode développée dans cette thèse. Les centiles à 97,5% pour les fabricants sont au-delà de la valeur de 10%. Les quantiles à 50% sont inférieurs à 5%. On remarque que pour le détecteur 3, les valeurs d'écart sont très élevées car le centile à 97,5% est au-delà de 10%.

	Détecteur 1 de type planaire		Détecteur 2 de type planaire		Détecteur 3 de type planaire	
	Réponse numérique du Fabricant Canberra	Réponse numérique de la thèse	Réponse numérique du Fabricant Canberra	Réponse numérique de la thèse	Réponse numérique du Fabricant Itech	Réponse numérique de la thèse
Moyenne de $\Delta\epsilon_{\text{écart normalisé}}$	4,08	3,5	4,79	2,97	5,91	3,54
Ecart type (2σ)	9,2	5,6	9,84	4,74	16,25	6
Centile (2,5%)	0,10	0,21	0,26	0,09	0,11	0,09
Quantile (50%)	3,47	3,13	3,4	2,46	2,34	2,9
Centile (97,5%)	10,22	8,43	19,16	7,18	38,24	9,06

Tableau 21 : Synthèse des comparaisons entre les réponses numériques des fabricants et celles obtenues avec la méthode développée dans la thèse.

6. Conclusion

La définition de la réponse numérique du détecteur est indispensable pour toute quantification de l'activité de l'objet mesuré utilisant sa modélisation. Elle représente la référence métrologique, le point zéro. Elle permet de faire correspondre la mesure (détecteur + objet mesuré) et la modélisation de l'objet mesuré afin de quantifier l'activité, au plus proche de sa valeur vraie. Par conséquent, il est nécessaire d'avoir une réponse numérique du détecteur, quantifiée et maîtrisée, qui soit équivalente à la réponse réelle à un critère de convergence près fixé.

Certains équipementiers de la mesure nucléaire fournissent une réponse numérique. À notre connaissance, ils sont au nombre de deux en France. Pour établir une réponse numérique fiable, ces équipementiers doivent s'assurer qu'ils possèdent :

- Les paramètres physico-chimiques des éléments du détecteur.
- Le schéma tel que construit du détecteur.
- Une radiographie X permettant la vérification des dimensions, de l'assemblage et des matériaux constituant le détecteur.

Ils doivent de plus disposer des compétences pour réaliser :

- La modélisation du détecteur sous code de calcul.
- La correction de la modélisation afin que celle-ci corresponde à la réponse réelle. Cette étape est très délicate, elle fait appel à un expert qui maîtrise l'interaction rayonnement-matière, l'instrumentation nucléaire et les phénomènes de pertes associées. Cette partie est réalisée au cas par cas.
- La validation de la réponse numérique.

La démarche proposée dans cette thèse est la suivante :

- L'utilisation du schéma de principe du détecteur.
- La définition des facteurs les plus impactants sur la réponse numérique.
- La définition des plages de variations associées.
- La modélisation du comportement de l'écart entre la réponse numérique et réelle en fonctions de ces facteurs.
- L'ajustement automatique de la valeur de ces facteurs afin que la réponse numérique corresponde à la réponse numérique réelle à un critère de convergence près.

Les plus-values apportées par cette méthode sont :

- L'utilisation seule du schéma de principe et non du schéma tel que construit.
- La correction entre la réponse numérique et réelle qui est effectuée de manière automatisée suivant un critère de convergence fixé a priori (dans notre cas 5%).
- La correction est effectuée automatiquement sans utilisation d'un opérateur expert du domaine de l'instrumentation et des codes de transport de particules.
- L'absence de besoin d'une radiographie X pour valider le schéma tel que construit.
- L'association d'indicateurs, au nombre de trois, permettant de repérer une erreur potentielle sur l'activité de la source étalon, une erreur de modélisation ou une erreur due

à une mauvaise définition de la plage de variation des facteurs. Ces indicateurs sont présents à chaque étape clé (établissement des modèles de comportement, prévision et valeurs des facteurs optimisés à l'intérieur de leurs bornes de définition).

La méthode développée dans cette thèse a été vérifiée expérimentalement sur trois détecteurs au Germanium hyper pur. La fabrication, les matériaux et la géométrie du cristal étaient différentes pour un des trois détecteurs. La validation a été effectuée sur une gamme de mesures de répartition spatiale et énergétique couvrant le domaine de validité. Les réponses numériques de ces trois détecteurs ont toutes été obtenues avec un écart normalisé à la réponse mesurée inférieur à 5% (critère demandé initialement).

Cette méthode a fait l'objet d'un dépôt de brevet [BREVET01].

IV. ÉTALONNAGE NUMÉRIQUE PAR MODÉLISATION ÉQUIVALENTE DE LA SCÈNE DE MESURE

La quantification des radioéléments nécessite l'établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Ce coefficient d'étalonnage est établi par modélisation numérique lorsque la détermination du coefficient d'étalonnage de manière empirique n'est pas possible. Ce coefficient d'étalonnage se décompose en deux parties :

- Le coefficient d'étalonnage de l'objet mesuré, il s'agit du ratio entre le nombre de photons à l'entrée du détecteur et le nombre de photons émis par la source de l'objet.
- La réponse numérique du détecteur afin de corrélérer le coefficient d'étalonnage de l'objet à la mesure expérimentale.

La réponse numérique spatiale est établie dans la partie III de manière robuste et quasi automatisée. Elle est indispensable pour l'adéquation entre la mesure de l'objet et l'établissement du coefficient d'étalonnage de l'objet mesuré par modélisation.

L'objectif de notre étude est la quantification du coefficient d'étalonnage de l'objet de façon :

- Automatique.
- Sans a priori de l'opérateur¹, sans aucune hypothèse émise sur les paramètres géométriques, physico-chimiques et de contamination de l'objet.
- Robuste pour garantir la valeur recherchée (activité ou masse) et ainsi que les incertitudes associées à cette valeur.

L'objectif est de définir une quantification numérique du coefficient d'étalonnage de l'objet sans hypothèse difficile à formuler de la part de l'opérateur. Le principe est de définir une géométrie équivalente à l'objet mesuré. Cette géométrie est itérative en fonction des paramètres choisis. La meilleure configuration géométrique est validée en fonction de critères physiques, métrologiques et statistiques. Cette méthodologie sera directement adossée à la réponse numérique afin de remonter à l'activité de l'objet.

¹ L'expression « sans a priori de l'opérateur » indique que l'opérateur du traitement de la mesure n'émet aucune hypothèse sur les propriétés physico-chimiques et géométriques de l'objet mesuré.

1. Définition et État de l'art de la détermination du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure

1.1 Définition du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure

L'activité d'un radioélément est calculée par la formule suivante :

$$A(E_i) = \frac{S(E_i)}{I(E_i).T.\varepsilon(E_i)}$$

Équation 14

Avec :

- $A(E_i)$ représente l'activité du radioélément à l'énergie E_i (en Bq).
- E_i représente la ou les énergies des photons émis par la source considérée (en keV).
- $S(E_i)$ représente la surface nette du pic d'absorption totale à l'énergie E_i (en nombre de coups).
- $I(E_i)$ représente le rapport d'embranchement de la source de rayonnement à l'énergie E_i .
- $\varepsilon(E_i)$ représente le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure à l'énergie E_i .
- T représente la durée de la mesure (en seconde).

L'extraction des surfaces nettes du spectre s'effectue à l'aide d'un logiciel de déconvolution de spectre gamma, de type GENIE2000 [GENIE200001], INTERWINNER [ITECH01] ou SINBAD [BARAT01, BARAT02], etc. La robustesse et la validation de l'extraction des surfaces par un logiciel de déconvolution sont établies dans les travaux de T. Vigineix [VIGINEIX01]. La partie la plus délicate du rendu de l'activité est la détermination du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure également appelée rendement de détection ou efficacité de détection. Ce terme représente le nombre de photons extraits du spectre d'acquisition (surface nette) par rapport au nombre de photons total émis par la source de rayonnement.

Le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est un terme complexe qui dépend des facteurs suivants :

- La réponse du détecteur.
- Les dimensions et le type de matériaux des écrans placés entre le détecteur et la source de rayonnement.
- Les propriétés physico-chimiques et géométriques de la matrice de l'objet.
- Les propriétés physico-chimiques et géométriques de la source de rayonnement.
- Le nombre de sources de rayonnement.

Une illustration des termes du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est donnée figure 27.

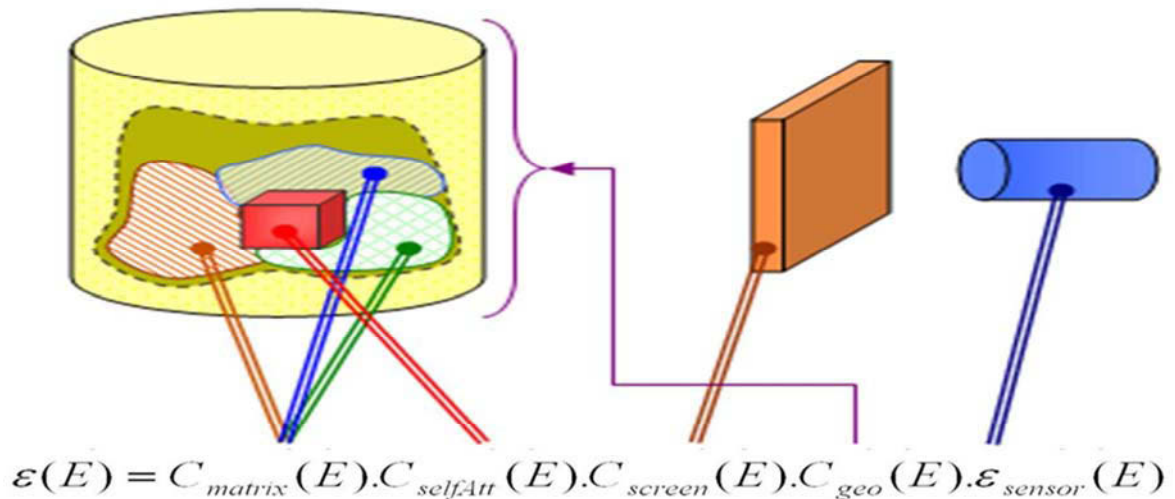


Figure 27 : Illustration de l'ensemble des termes d'atténuation du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.

La détermination du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure peut se faire soit grâce à des étalons représentatifs de l'objet, soit par modélisation de l'objet en connaissant ses propriétés physico-chimiques, géométriques et de contamination.

1.2 État de l'Art

La détermination empirique du coefficient est la manière la plus simple pour obtenir le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Cette méthode nécessite la confection d'un étalon représentatif de l'objet à mesurer. Ainsi en connaissant l'activité de l'étalon, on détermine le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Dans le cadre de la mesure sur des objets complexes tel que les déchets nucléaires sous forme de colis, fûts de déchets de type pétrolier 100L et 200L ou les boîtes à gants, la confection d'étalons s'avère quasi impossible.

Ces objets possèdent trois propriétés qui rendent l'étalonnage empirique très complexe :

- Complexe, le dénombrement de l'ensemble des possibilités d'agencement entre la géométrie et le type de matériaux qu'ils soient radioactifs ou non est quasi impossible et nécessiterait un coût humain, financier et temporel très élevé.
- Unique, les objets ne présentent pas les mêmes propriétés physico-chimiques, géométriques et de contamination.
- Non reproductible, d'un objet à l'autre les caractéristiques physico-chimiques, géométriques et de contamination peuvent présenter une très grande variabilité. Celle-ci n'est pas ou n'est que ponctuellement quantifiable.

Le coefficient d'étalonnage de la scène peut être obtenu avec les données du spectre grâce au calcul de composition isotopique de déchets plutonifères ou uranifères [SIMON01, GUNNINK01, SAMPSON01].

Pour déterminer ce coefficient d'étalonnage de la scène de mesure à n'importe quelle énergie du spectre, les logiciels actuels [GUNNINK01, SIMON01, KELLEY01] proposent un modèle mathématique qui prend en compte les trois processus physiques prédominants intervenant dans la modélisation mathématique du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure dans la gamme d'énergie du plutonium ou de l'uranium (entre 100 et 500 keV pour le plutonium et entre 100 et 1001 keV pour l'uranium), à savoir :

- Les interactions gamma/matière dans le détecteur.
- L'atténuation des photons dans les écrans.
- L'autoabsorption des photons dans l'échantillon.

Les caractéristiques physico-chimiques des écrans étant inconnues, un "matériau équivalent" est choisi, dont l'atténuation est équivalente à l'atténuation engendrée par tous les écrans. Le choix du matériau équivalent peut être discuté notamment en fonction des matériaux rencontrés dans les procédés nucléaires. Le cadmium est couramment utilisé comme écran lors des mesures par spectrométrie gamma. Il est ainsi choisi comme matériau équivalent pour les calculs d'isotopie. De la même façon, un matériau équivalent est fixé pour l'atténuation dans l'objet. Le choix du plutonium permet de faire intervenir la notion d'autoabsorption. La nature des matériaux est fixée, l'inconnue qui demeure est l'épaisseur de chaque matériau équivalent traversée par les photons.

Dans le logiciel MGA (Multi-Group Analysis) [GUNNINK01], le coefficient d'étalonnage relatif de la scène de mesure est composé de trois termes : la correction d'atténuation dans un écran de cadmium, la correction d'autoabsorption dans le plutonium et une fonction qui prend en compte la réponse numérique du détecteur en un seul point géométrique et tous les autres effets non modélisables (cf équation 15) :

$$\varepsilon(E_i) = e^{-\mu^{Cd}(E_i)x_{Cd}} \times \frac{1 - e^{-\mu^{Pu}(E_i)x_{Pu}}}{\mu^{Pu}(E_i)x_{Pu}} \times fonction(E_i)$$

Équation 15

Avec :

- $\varepsilon(E_i)$ représente le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure à l'énergie E_i .
- $\mu^{Cd}(E_i)$ représente le coefficient d'atténuation linéique du cadmium à l'énergie E_i (en cm^{-1}), qui est tabulé dans des bases de données nucléaires [HUBBELL01].
- x_{Cd} représente l'épaisseur équivalente de cadmium, inconnue (en cm).
- $\mu^{Pu}(E_i)$ représente le coefficient d'atténuation linéique du plutonium à l'énergie E_i (en cm^{-1}), qui est tabulé dans des bases de données nucléaires [HUBBELL01].
- x_{Pu} représente l'épaisseur équivalente de plutonium, inconnue (en cm).

- $fonction(E_i)$ représente une fonction qui prend en compte tous les autres effets inconnus : le coefficient d'étalonnage propre au détecteur et les effets de matrice.

Les formules de correction d'atténuation dans un écran et d'autoabsorption dans l'échantillon sont reprises dans la majorité des logiciels de calcul d'isotopie. La fonction $fonction(E_i)$ varie d'un logiciel à l'autre. Les logiciels ne fournissent pas son expression mais uniquement la valeur de ses constantes d'ajustement. La formule de $fonction(E_i)$ doit offrir suffisamment de degrés de liberté pour prendre en compte tous les effets autres que l'atténuation et l'auto absorption (qui sont déjà pris en compte). Par exemple, la fonction utilisée dans le logiciel IGA (pour Actinide Gamma Isotopic [SIMON01]) possède 5 degrés de liberté. En reprenant l'équation 15, les paramètres inconnus (l'épaisseur de l'écran de cadmium x_{Cd} , l'épaisseur de la matrice de plutonium x_{Pu} et les paramètres de la fonction $fonction(E_i)$) sont ajustés sur les pics de plusieurs radionucléides par une régression des moindres carrés.

Il existe une variante optimisée définie par T. Vigneix [VIGINEIX01] de cette méthode sans introduction de la notion d'isotopie. Elle utilise uniquement la propriété des multi-émetteurs gamma : l'activité de chaque pic d'émission appartenant au même radionucléide possède la même valeur d'activité. Ainsi on peut écrire (cf équation 14) :

$$A = \frac{S(E_i)}{I(E_i) \times T \times \varepsilon(E_i)}$$

On pose :

$$\varepsilon_{relatif}(E_i) = \frac{S(E_i)}{I(E_i) \times T}$$

Équation 16

Ainsi l'équation 16 peut s'écrire de la façon suivante :

$$A = \frac{\varepsilon_{relatif}(E_i)}{\varepsilon(E_i)} \leftrightarrow \varepsilon_{relatif}(E_i) = A \times \varepsilon(E_i)$$

Équation 17

On pose $\varepsilon(E_i)$ avec la forme suivante :

$$\varepsilon(E_i) = \exp(-\mu_{Cd}(E_i) \cdot x_{Cd}) \times \frac{(1 - \exp(\mu_{Pu}(E_i) \cdot x_{Pu}))}{\mu_{Pu}(E_i) \cdot x_{Pu}} \times \varepsilon_{détecteur}(E_i)$$

Équation 18

Avec :

- $\varepsilon_{\text{détecteur}}(E_i)$ représente le coefficient d'étalonnage propre au détecteur pour un point situé au centre de l'objet.

L'équation 18 est similaire à l'équation 15. Le terme $\text{fonction}(E_i)$ de l'équation 15 est remplacé par le coefficient d'étalonnage du détecteur $\varepsilon_{\text{détecteur}}(E_i)$ dans l'équation 19.

Au final on obtient en mélangeant les équations 17 et 18 :

$$\varepsilon_{\text{relatif}}(E_i) = A \times \exp(-\mu_{Cd}(E_i) \cdot x_{Cd}) \times \frac{(1 - \exp(\mu_{Pu}(E_i) \cdot x_{Pu}))}{\mu_{Pu}(E_i) \cdot x_{Pu}} \times \varepsilon_{\text{détecteur}}(E_i)$$

Équation 19

Le calcul de l'activité est effectué avec une méthode analytique. L'objectif est de déterminer le triplet solution (A, x_{Cd}, x_{Pu}) qui ajuste le mieux possible les valeurs de $\varepsilon_{\text{relatif}}$. L'ajustement est réalisé à l'aide de la méthode des moindres carrés [GAUSS01].

Les avantages de cette méthode sont les suivants :

- Automatisation de la méthode.
- Rapidité élevée (calcul numérique).

Les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- Approximation des termes de correction du coefficient d'étalonnage valable uniquement pour des géométries uniques (écran fini en cadmium par exemple).
- Nécessite de connaître la géométrie de l'objet et du terme source pour définir le terme $\varepsilon_{\text{détecteur}}(E_i)$.

La quantification de l'activité par la méthode de l'énergie infinie [MOREL01] s'effectue sans connaissance sur l'objet ni a priori de l'opérateur. Le principe de la méthode repose sur le fait qu'un rayonnement possédant une énergie infinie traverse la matière sans aucune interaction avec celle-ci. La quantification par la méthode de l'énergie infinie se construit de la manière suivante :

$$A(E_i) = \frac{S(E_i)}{I(E_i) \cdot T \cdot \varepsilon_{\text{détecteur}}(E_i)}$$

Passage en logarithme :

$$\ln(A(E_i)) = \ln\left(\frac{S(E_i)}{I(E_i) \times T \times \varepsilon_{\text{détecteur}}(E_i)}\right)$$

Équation 20

On construit la relation $\ln(A(E_i)) = f\left(\frac{1}{E_i}\right)$. L'ajustement des points donne une droite affine du type $\ln(A(E_i)) = a \times \left(\frac{1}{E_i}\right) + b$ où a et b sont déterminés par la méthode des moindres carrés

[GAUSS01]. Quand E_i tend vers l'infini, $\frac{1}{E_i}$ tend vers 0 donc $\ln(A) = b$. Ainsi, nous avons la valeur d'activité.

Une illustration de cette méthode est donnée figure 28.

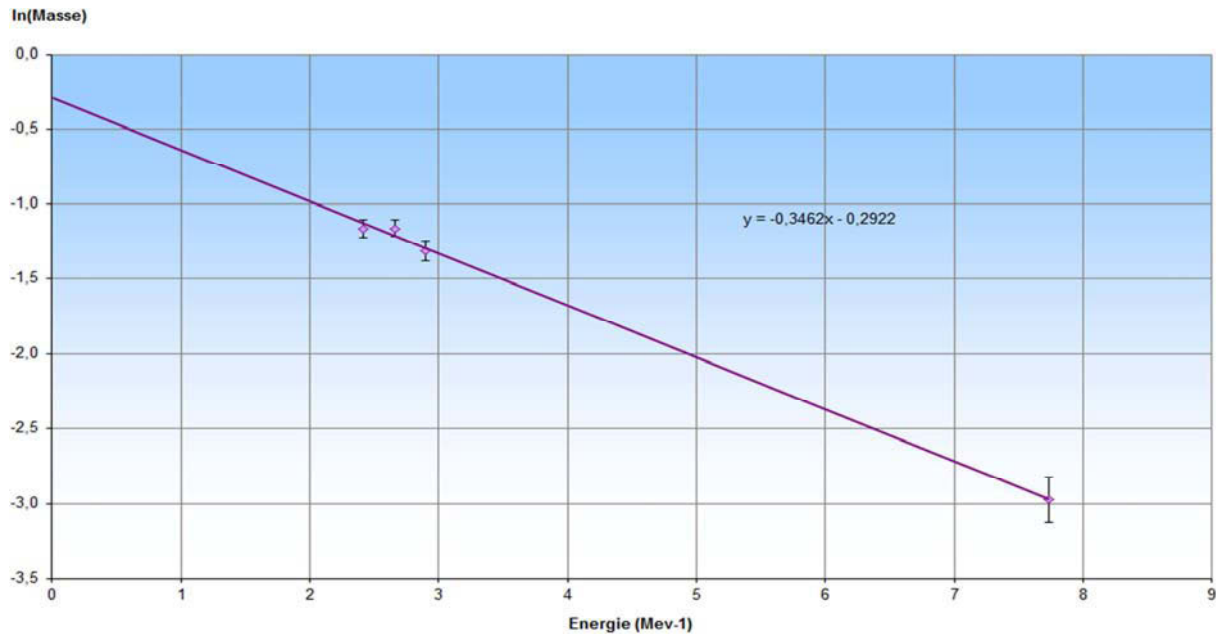


Figure 28 : Illustration de la technique de la quantification par la méthode de l'énergie infinie. L'activité de l'objet mesuré correspond à l'ordonnée à l'origine.

Les avantages de cette méthode sont les suivants :

- Rapide et automatique.
- Sans connaissance de l'objet.
- Aucune hypothèse de la part de l'opérateur.

Les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- Nécessite un multi-émetteur gamma.
- L'extrapolation ne corrige pas l'atténuation du signal dans le cas de matrice trop atténuante ou pour des masses surfaciques supérieures à 10 g.cm^{-2} [MOREL01].
- Nécessite une bonne qualité d'extraction des surfaces nettes du spectre.

La modélisation numérique de la géométrie de l'objet sous code de calcul de transport de particule MCNP a été notamment réalisée par F. Bronson [BRONSON02]. La modélisation de l'objet est couplée à la réponse numérique du détecteur afin de quantifier l'activité de la scène de mesure. Les objets testés vont de la source ponctuelle jusqu'aux fûts de 200 litres. Les matrices testées correspondent à une répartition homogène de l'air, d'époxy et de sable pour une gamme de densité allant de $0,02$ à $1,7 \text{ g.cm}^{-3}$. L'adéquation entre les résultats obtenus avec le code et la valeur de référence sont en dessous de 10%.

Cependant cette méthode nécessite un temps de calcul relativement long de 24h à quelques mois (avec les moyens de calcul en 1998). Elle nécessite une parfaite connaissance de la géométrie et de la constitution de la matrice à l'intérieur de l'objet mesuré, ce qui n'est généralement pas le cas pour les objets traités. De plus le code de calcul ne peut être manipulé que par une personne experte du domaine.

Afin de palier certaines contraintes des codes de transport de particules Monte Carlo (temps de calcul, description géométrique de la scène de mesure, accessibilités du code, etc.), les travaux de F. BRONSON et V. ATRASKEVITCH [BRONSON02] base du développement du logiciel ISOCS (In Situ Object Calibration Software) [BRONSON03, BRONSON04, BRONSON05] évaluent le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure à l'aide d'une méthode semi Monte Carlo. Dans ce cadre, des géométries prédéfinies sont utilisées et le terme source est découpé suivant un maillage. La position de l'émission du photon est tirée aléatoirement à l'intérieur de la maille. Le parcours du photon tiré est en ligne droite entre son émission dans la maille et un point fictif situé devant le détecteur. Le calcul de l'atténuation du photon est effectué avec un calcul d'atténuation linéique suivant les matériaux rencontrés entre l'émission et le point fictif. L'atténuation linéique est calculée à l'aide des coefficients d'atténuation issus des bases de données et des dimensions de l'objet. Ces données sont entrées manuellement par un opérateur dans un fichier d'édition de géométrie de la scène de mesure. Le coefficient d'atténuation de l'objet est obtenu en faisant la somme sur toutes les mailles. Le coefficient d'étalonnage de l'objet est calculé au point fictif situé devant le détecteur. Le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est obtenu en multipliant le coefficient d'étalonnage de l'objet au point fictif par le coefficient issu du modèle mathématique de la réponse numérique du détecteur.

Les avantages de cette technique sont les suivants :

- Temps de calcul de l'ordre de la minute.
- Ne nécessite pas la présence d'un expert en modélisation numérique.

Les inconvénients de cette technique sont les suivants :

- Nécessité de connaître le maximum d'informations sur l'objet mesuré.
- Absence de prise en compte des phénomènes de diffusion (calcul en ligne droite).
- Modèles géométriques limités car prédéfinis dans le logiciel.
- Calcul des incertitudes et la propagation des incertitudes difficile à évaluer pour le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure (atténuation en ligne droite uniquement, maillage du terme source, convolution du coefficient d'étalonnage de l'objet par le modèle mathématique de la réponse numérique du détecteur).

Un nouveau module associé au logiciel ISOCS est actuellement en cours de développement par Canberra [ILIE01] pour l'AIEA (Agence Internationale de l'Energie Atomique). Le principe est de laisser quelques paramètres géométriques de la scène de mesure (au maximum 4) variables suivant une plage établie par l'opérateur. Les paramètres optimaux sont déterminés à l'aide de la méthode Downhill Simplex [PRESS01]. Cette méthode a été testée dans le cadre de géométrie cylindrique spécifique avec de l'uranium comme actinide. Les résultats montrent qu'il n'y a pas nécessairement une convergence des résultats à chaque essai. Ainsi sur quatre essais, quatre

valeurs d'activités différentes sont calculées pouvant avoir une dispersion maximale de 70% pour le cas le plus pénalisant.

Les avantages de cette méthode sont les suivants :

- Méthode automatique du calcul de la valeur recherchée (masse/activité).
- Temps de traitement faible, d'environ deux heures.
- Ne nécessite pas un expert en modélisation.

Les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- Quatre paramètres maximum peuvent varier simultanément.
- Plage de variation restreinte (trois points en densité, trentaine de centimètre pour la hauteur).
- Testée uniquement avec de l'uranium.
- Testée uniquement en géométrie cylindrique.
- Pas de convergence des résultats à chaque essai pour une configuration géométrique de la scène de mesure donnée.

Bilan des techniques

Les techniques de quantification du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure par méthode empirique nécessitent la confection d'étalons devant représenter l'ensemble des matrices, des matériaux, des géométries associées et tous les paramètres de contamination possibles. Cela se révèle très difficile dans le cadre de la mesure sur déchet tant les configurations possibles d'objets sont différentes.

Les techniques de quantification du coefficient de la scène de mesure utilisant uniquement les données du spectre (énergie infinie, isotopie) ont l'avantage de n'utiliser aucune information sur l'objet mesuré ni d'émettre des hypothèses sur l'objet mesuré. Ces techniques sont rapides. Cependant les inconvénients de ces techniques sont l'absence d'incertitude associée à la grandeur recherchée, la détermination de leur domaine de validité et la robustesse de l'extraction des données [VIGINEIX01].

Les techniques de quantification du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure par modélisation nécessitent la réponse numérique du détecteur et le coefficient d'étalonnage de l'objet. Le coefficient d'étalonnage de l'objet nécessite de connaître les paramètres physico-chimiques, les géométries et la contamination de l'ensemble des éléments de l'objet mesuré. La connaissance de ces paramètres peut amener à utiliser des infrastructures en contrôle non destructif (Radiographie X, tomodensitométrie, gamma-scanning) lourdes en termes financiers, structurelles et humaines. En l'absence d'une partie de ces paramètres, l'opérateur est obligé d'émettre des hypothèses sur ces paramètres. Ce processus peut se révéler long et fastidieux

suivant le nombre d'hypothèses à émettre. La qualité du résultat étant donc dépendante des hypothèses émises par l'opérateur.

1.3 Nouveauté proposée

1.3.a) Pourquoi un besoin de nouveauté ?

Actuellement le coefficient d'étalonnage pour des objets complexes et non reproductibles est principalement établi par la méthode suivante :

- Étape 1 : Modélisation de l'objet sous code de calcul de transport de particules avec l'ensemble des facteurs connus (matériaux, physico-chimiques, géométrie et contamination) et l'émission d'hypothèses sur les paramètres physico-chimiques, géométriques et contamination de l'objet non connus par l'opérateur.
 - Sous étape 1 : Code de calcul de transport en ligne droite, déterministe et rapide (durée quelques minutes) avec des géométries prédéfinies.
Ou
 - Sous étape 2 : Code de calcul de transport Monte Carlo 3D prenant l'ensemble de phénomènes d'interactions rayonnements-matières, long (minutes à heures) sans modèle de géométries prédéfinies (géométrie 3D).
- Étape 2 : Résultat de la modélisation.
 - Sous étape 1 : Résultat de la modélisation cohérent avec la mesure gamma. Arrêt du processus.
 - Sous étape 2 : Résultat de la modélisation non cohérent avec la mesure gamma. Retour à l'étape 1 avec l'émission de nouvelles hypothèses.

Les inconvénients de cette méthode sont les suivants :

- Nécessite des opérateurs experts du domaine (modélisation) avec un fort retour d'expérience sur les objets.
- Émission d'hypothèses sur les paramètres de l'objet de la part de l'opérateur (avis d'expert).
- Impact des paramètres et de leurs effets croisés difficiles à évaluer et/ou à quantifier.
- Cohérence entre le coefficient d'étalonnage de l'objet et la mesure laissée à l'appréciation de l'opérateur.

1.3.b) Nouveauté proposée

Dans le cadre de la thèse, nous proposons de modifier la méthode d'obtention du coefficient d'étalonnage de l'objet sans utiliser les hypothèses émises par un opérateur sur les paramètres de l'objet mesuré. Les nouveautés proposées sont les suivantes :

- Métamodélisation du code de transport Monte-Carlo.
- Définition des facteurs impactants et quantification de leurs interactions sur le coefficient d'étalonnage.
- Cohérence automatisée entre le coefficient d'étalonnage de l'objet et la mesure à l'aide de critères (sans appel de l'opérateur).

2. Analyse de sensibilité des facteurs impactants le coefficient d'étalonnage de l'objet

Le problème général est très complexe (grande dimension, type de variable, nombre de modalités et plages de variation élevées). Cette étude est donc menée sur un cas réduit utilisant des géométries de base et des hypothèses issues du retour d'expérience des opérateurs mais représentatives des situations réelles. Ce chapitre a pour objectif de déterminer les paramètres impactants sur le coefficient d'étalonnage de l'objet et d'associer une quantification de leur contribution sur le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure par analyse de sensibilité. Cela nécessite un grand nombre de résultats expérimentaux ou de simulations afin d'analyser la variance des différents facteurs. Les codes de calcul de transport de particules Monte Carlo 3D sont longs et complexes. La première étape consiste à définir les facteurs et leurs plages de variation associées où le métamodèle sera construit. La seconde étape consiste à remplacer le code de calcul de transport de particule par une fonction mathématique nommée métamodèle. Le métamodèle a l'avantage d'être très rapide et de générer des dizaines de milliers de calculs à la minute. Il permettra ensuite d'effectuer une analyse de sensibilité.

2.1 Définition des facteurs

2.1.a) Cadre général

Une liste non exhaustive des facteurs associés aux paramètres physico-chimiques, géométriques et de contamination de l'objet pouvant impacter le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure comprend :

- L'énergie : les radionucléides émettent sur une large gamme énergétique. Ils peuvent émettre de quelques dizaines de keV jusqu'à quelques MeV.
- La densité de la matrice : la gamme peut varier de 0,01 (air) à 19,4 (plutonium métallique).
- Les matériaux associés à la matrice de l'objet. Les matériaux potentiels représentent une grande partie des éléments présents dans le tableau périodique des éléments. À cela s'ajoutent tous les alliages possibles entre ces matériaux.
- La forme géométrique des matériaux de la matrice de l'objet. Les géométries et les dimensions possibles sont très vastes et difficilement quantifiables.
- La forme géométrique de la source de rayonnement.
- La matrice des matériaux associés à la source de rayonnement.
- La densité associée à la source de rayonnement.
- La localisation de la ou des sources de rayonnement dans la matrice.
- Les différents types de source de rayonnement pouvant coexister.
- Etc.

Le nombre de facteurs potentiels est très élevé. Il reflète le nombre de configurations possibles. De plus les facteurs décrits sont de deux types : il y a les facteurs continus dont les valeurs peuvent être prises sur l'intégralité de leur plage de variation et les facteurs de type catégoriel qui prennent une valeur unique, appelé modalité. Une modalité représente une dimension.

Avant de traiter un problème avec plusieurs dimensions et plusieurs types de facteurs, il est nécessaire d'effectuer cette étude sur un nombre réduit de facteurs et de modalités. Pour cela des hypothèses provenant du retour d'expérience des opérateurs sont intégrées afin de travailler avec un nombre restreint de facteurs par rapport au problème général.

2.1.b) Cadre simplifié

Dans ce cas nous allons utiliser un cas simplifié du problème général. Ainsi le nombre de facteurs est volontairement restreint afin de vérifier si la construction d'un métamodèle acceptant les facteurs mixtes (continus et catégoriels) est possible. Pour cela nous effectuons les hypothèses suivantes :

- La distance du centre de la source au détecteur est fixe. Elle est fixée à 100 cm en face du capot de détecteur.
- La contamination est homogène dans le terme source.
- Une seule source de rayonnement est présente.
- La matrice de l'objet correspond à la matrice de la source.

Le facteur matériaux associé à la matrice de l'objet est un facteur catégoriel de très grande dimension car il doit couvrir dans l'absolu l'ensemble des éléments, des alliages et des composés possibles. La géométrie de la matrice est aussi un facteur catégoriel. Pour ce cadre simplifié, seuls trois matériaux sont utilisés : eau, fer et plomb. Ils correspondent respectivement à une

atténuation faible, moyenne et forte. Les géométries utilisées sont issues du retour d'expérience du laboratoire. Les géométries sont les suivantes : sphère, cylindre et cube. Les facteurs ainsi que leur plage de variation/leurs modalités sont les suivants :

- L'énergie d'émission des rayonnements qui couvre une gamme continue allant de 100 keV à 600 keV. Cette gamme couvre une grande partie des radionucléides rencontrés sur site.
- La densité de l'objet qui couvre une gamme continue allant de 0,01 à 6.
- La dimension caractéristique (rayon ou longueur suivant la géométrie) qui couvre une gamme continue allant de 0,01 à 10 cm.
- La forme géométrique qui prend les valeurs catégorielles suivantes : sphère, cylindre et cube.
- Les matériaux qui prennent les valeurs catégorielles suivantes : eau, fer et plomb.

Les facteurs continus possèdent une loi de distribution uniforme ainsi que les facteurs catégoriels.

Le métamodèle devra être construit avec trois facteurs continus et deux facteurs catégoriels. Maintenant il s'agit de construire un métamodèle qui accepte les facteurs mixtes.

2.2 Définition des métamodèles et validation associée

Le métamodèle est un outil populaire qui a pour but de construire une approximation mathématique de la relation d'entrée-sortie d'un code de calcul numérique, avec un nombre limité d'observations [SANTNER01, HASTIE01]. Plusieurs méthodes sont disponibles pour construire des métamodèles impliquant des facteurs d'entrée tant catégoriels que continus. Dans cette section nous présentons brièvement certains d'entre eux.

2.2.a) Présentation des différents métamodèles acceptant les facteurs mixtes

Il est nécessaire d'introduire quelques notations. Nous sommes intéressés par l'approximation de la production d'une sortie d'un code de calcul $y(w) \in R$ où $w = (x^t, z^t)$ est un vecteur de dimension d avec $x = (x_1, \dots, x_p)^t$ des variables aléatoires indépendantes, $z = (z_1, \dots, z_q)^t$ des variables catégorielles non ordonnées. $(z_i) \in \{i = 1, \dots, q\}$ est représenté par les niveaux m_i . Pour simplifier les notations futures, $z_i \in \{1, \dots, m_i\}$ pour $i = 1, \dots, q$ où l'ordre des entiers représentant les niveaux de z_i est complètement arbitraire. Pour rapprocher la relation entre la variable d'entrée w et la variable de sortie $y(x)$, les seules informations disponibles sont le plan d'expériences D , $D = \{w_1, \dots, w_n\}$, et les sorties connues $y^n = (y(w_1), \dots, y(w_n))$ ou $y(x)$ sont des points du plan d'expériences.

Le code de calcul numérique peut ainsi être représenté par l'équation suivante (cf équation 21).

$$\hat{y}(w) = y(w) + \varepsilon$$

Équation 21

Avec ε qui représente l'erreur entre le métamodèle et le code de calcul numérique.

Métamodèle de la famille des Régressions Linéaire

La régression linéaire est une méthode paramétrique, largement utilisée en métamodélisation. La réponse est modélisée comme une combinaison linéaire de fonctions de base.

La régression linéaire s'écrit de la façon suivante avec des facteurs d'entrée continus et catégoriels [TUNALI01] (cf équation 22) :

$$\hat{y}(x, z) = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_i x_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^q \sum_{k=1}^{m_i} \gamma_{ik} 1_{\{z_i=k\}} + \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^q \sum_{k=1}^{m_j-1} \gamma_{ijk} x_i 1_{\{z_j=k\}}$$

Équation 22

Avec :

- β_0 représente le terme constant.
- β_i représente le terme dû l'effet principal des facteurs continus.
- β_{ij} représente le terme dû l'interaction d'ordre 1 des facteurs continus.
- $\gamma_{ik} 1_{\{z_i=k\}}$ représente le terme dû à l'effet principal des facteurs catégoriels.
- $\gamma_{ijk} x_i 1_{\{z_j=k\}}$ représente le terme dû à l'interaction d'ordre 1 entre les facteurs continus et catégoriels.

Le métamodèle permet de représenter l'effet principal et l'interaction au premier ordre des facteurs continus. Il permet également de représenter l'effet principal et de l'interaction au premier ordre des facteurs continus et catégoriels. Il est possible de lui rajouter des termes d'interactions d'ordre plus élevé à la fois pour les facteurs continus et catégoriels.

La régression linéaire avec des facteurs continus et catégoriels mixtes (mêlés) est très facile à calculer. Cependant, il nécessite un échantillon de grande taille afin de déterminer tous les coefficients de la régression linéaire.

Métamodèle de la famille des Arbres de Régression CART

Les arbres de régression de Classification (CART) ont été présentés par Breiman [BREIMAN01]. Les arbres de régression ne sont pas des modèles paramétriques qui ont une représentation

intuitive. Le modèle est construit par une division récursive binaire. Ceci est une méthode itérative de séparation des données (Plan d'expériences) en partition : les données sont subdivisées dans deux régions plus petites, puis les deux subdivisions sont de nouveau subdivisées en deux parties. La procédure continue jusqu'à son arrêt. Elle s'arrête quand il n'y a plus assez de données (pour l'arbre maximal) ou jusqu'à ce que chaque nœud atteigne une taille de nœud minimale arbitraire pour devenir le terminal (pour un arbre élagué). L'élagage correspond au fait que les données sont suffisamment homogène pour qu'il ne soit plus nécessaire de séparer l'échantillon. Ce modèle de régression relativement simple s'adapte aux données de chaque partition (par exemple la moyenne des valeurs de la réponse dans les nœuds terminaux).

L'arbre de régression binaire est construit dans le but de trouver des nœuds. Ils sont définis par le choix d'un facteur. La plage de variation du facteur est séparée en deux à l'aide d'une valeur seuil (cf figure 29).

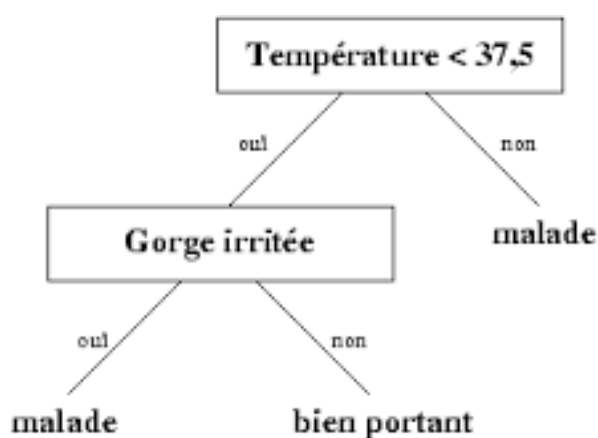


Figure 29 : Arbre de régression dont les facteurs sont la température et la gorge irritée. La division récursive s'effectue sur les deux valeurs (oui et non) pour le facteur gorge irritée et pour le facteur température il s'effectue suivant le seuil fixé de la valeur de la température.

La séparation d'un nœud est choisie parmi toutes les séparations possibles en minimisant la somme de l'écart-type de la moyenne des valeurs de la réponse dans les nœuds de la partie séparée. Pour un facteur continu x_i , la séparation est définie par un seuil choisi parmi les n valeurs possibles de l'ensemble de formation. Pour un facteur catégoriel z_j , la séparation est choisie parmi les niveaux de m_j . Néanmoins, l'arbre obtenu peut être trop flexible et mène au sur-apprentissage. Le sur-apprentissage est en général provoqué par un mauvais dimensionnement de la structure de l'arbre utilisé pour classer les facteurs d'entrée. De par sa trop grande capacité à stocker les données, une structure de sur-apprentissage aura peine à généraliser les caractéristiques des données. Elle se comporte comme une table contenant tous les échantillons utilisés lors de l'apprentissage et perd ses pouvoirs de prédiction sur de nouveaux échantillons. Une solution pour résoudre cette difficulté consiste dans le choix d'un sous-arbre de l'arbre maximal obtenu en élaguant par un critère de qualité donné (l'écart-type, moyenne, etc.). Pour plus de détail le lecteur est invité à lire ce document [BREIMAN01]. Le métamodèle de type arbre de régression peut être écrit avec la forme suivante (cf équation 23) :

$$\hat{y}(w) = \sum_{k=1}^K c_k 1_{\{w \in P_k\}}$$

Équation 23

Avec :

- k représente le nombre des nœuds terminaux de l'arbre élagué.
- $(P_k)_{k=1, \dots, K}$ représente les régions définies par la division récursive qui ne se chevauchent pas.
- $(c_k)_{k=1, \dots, K}$ représente le modèle simple attaché à la région P_k .

Cette méthode est efficace pour un échantillon initial de grande taille et un grand nombre de facteurs d'entrée. Cependant, en raison de la construction de l'arbre, une petite variation des données dans l'ensemble de données peut causer de grands changements dans l'arbre. La construction du plan d'expériences initial est ainsi essentielle. Le métamodèle est un morceau constant et ne peut pas être adapté au problème complexe. Une solution pour ce problème consiste dans l'utilisation d'une extension des modèles d'arbre appelée méthode des « Forêts Aléatoires » [BREIMAN02]. Une autre solution consiste dans l'apprentissage de modèles plus complexes que la division constante entre chaque région ou des modèles de processus gaussiens par exemple.

Métamodèle de la famille des Arbres de régression (Forêt Aléatoire)

La Forêt Aléatoire est une méthode populaire présentée par Breiman [BREIMAN02], basée sur des arbres binaires et une méthode d'élagage [BREIMAN01]. Le principe de la Forêt Aléatoire est de combiner un grand nombre d'arbres "aléatoires" binaires pour obtenir une forêt d'arbres. Chaque arbre de la forêt est obtenu en deux étapes. D'abord, il est construit sur un sous-ensemble aléatoire des observations. Puis sur chaque répartition, il est créé à partir d'un sous-ensemble aléatoire de facteurs d'entrées. Le métamodèle final est modélisé de la manière suivante (cf équation 24) :

$$\hat{y}(w) = \frac{1}{\tau} \sum_{\tau=1}^{\tau} \sum_{k=1}^{K_{\tau}} c_{k,\tau} 1_{\{w \in P_{k,\tau}\}}$$

Équation 24

Avec :

- τ représente le nombre d'arbres.
- $(K_{\tau})_{\tau=1, \dots, \tau}$ représente le nombre de noeuds terminaux.
- $(P_{k,\tau})_{k=1, \dots, K_{\tau}}$ représente les cellules de la division récursive.
- $(c_{k,\tau})_{k=1, \dots, K_{\tau}}$ représente le modèle simple attaché à la région $P_{k,\tau}$.

Parmi les méthodes non paramétriques, la méthode d'analyse de la variance par courbe de lissage (SS-ANOVA) [WAHBA01, GU01] est la plus utilisée. La méthode ACOSSEO (Adaptative Component Selection and Smoothing Operator) [STORLIE01] est une approche adaptative basée sur la méthode COSSO [LIN01] qui est de même catégorie que la méthode SS-ANOVA. Bien que l'on ait proposé cette méthode pour des facteurs continus, elle peut traiter des facteurs catégoriels dans une formulation unifiée. L'expansion ANOVA est définie comme la décomposition de la fonction $y(w)$ dans des termes de dimension croissante (cf équation 25) :

$$y(w) = y_0 + \sum_{i=1}^d y_i(w_i) + \sum_{i<j}^d y_{ij}(w_i, w_j) + \dots + y_{1\dots d}(w_1, \dots, w_d)$$

Équation 25

Avec :

- y_0 représente une constante.
- y_i représente des fonctions d'un seul facteur représentant les effets principaux.
- y_{ij} représente des fonctions de deux facteurs représentant les interactions de deux facteurs.

On peut assurer l'identification des termes dans l'expansion ANOVA par quelques conditions sur la pondération des opérateurs [WAHBA01]. Dans SS-ANOVA et ACOSSEO, l'estimation des composantes fonctionnelles de l'expansion ANOVA est effectuée en minimisant la somme au carré des erreurs par une pénalité sur chaque composante fonctionnelle. Les pénalités aident à lisser la fonction pour trouver les meilleures composantes fonctionnelles. Nous cherchons donc à résoudre (cf équation 26) :

$$\min_{\hat{y}(x) \in H} \left\{ \sum_{i=1}^n (y(x_i) - \hat{y}(x_i))^2 + \lambda J(\hat{y}) \right\}$$

Équation 26

Avec :

- $J(\hat{y})$ représente la pénalité sur les composantes fonctionnelles.
- H représente l'espace de Kernel Hilbert (RHKS).

Dans ACOSSO [STORLIE01], la pénalité est définie comme la somme des normes composantes pondérées (cf équation 27) :

$$J(\hat{y}) = \sum_{j=1}^K w_j \|P^j \hat{y}\|_H$$

Équation 27

Avec :

- w_j représente des poids positifs.
- $P^j \hat{y}$ représente la projection orthogonale de $\hat{y}$ sur H_j .

Les paramètres w_j sont évalués sur les données. La seule différence entre des variables continues et catégorielles est la spécification du RKHS de H_j . Ainsi la spécification d'une fonction, pour une variable catégorielle z avec m modalités, est l'espace commun de l'ensemble de toutes les fonctions sur le domaine de z . Pour plus de précision le lecteur est renvoyé vers [WAHBA01, GU01, BERLINET01].

Métamodèle de la famille des Processus Gaussiens (BTGP)

Le métamodèle par processus gaussien (BTGP) est présenté par [GRAMACY01, GRAMACY02]. Cette approche est basée sur la combinaison des arbres de régression et des modèles de processus gaussiens [RASMUSSEN01, SANTNER01]. Cette méthode permet d'adapter des processus gaussiens différents (GP) à chaque division de l'espace déterminé selon une procédure d'arbre de régression. Pour un mélange de facteurs catégoriels et continus, la division récursive est seulement faite entre les différents niveaux des facteurs catégoriels. Sur chaque nœud terminal de l'arbre de régression, un processus gaussien est construit avec les facteurs continus. Chaque nœud terminal doit avoir assez de données pour évaluer efficacement les paramètres du processus gaussien. En outre, les critères d'élagages des arbres sont choisis dans ce sens. Le processus gaussien sur les facteurs continus $y(x)$ est défini par une composante de régression à laquelle on ajoute un processus stochastique gaussien (cf équation 28).

$$y(x) = m(x) + Z(x)$$

Équation 28

Avec :

- $m(x)$ représente la partie déterministe fournissant une approximation de la réponse en moyenne. En pratique, on se limite à l'utilisation d'un polynôme de degré 0 ou 1 (cf équation 29) :

$$m(x) = \beta_0 \text{ degré 0 ou } m(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^d \beta_i x_i \text{ degré 1}$$

Équation 29

Avec :

- d représente la dimension des facteurs d'entrée.
- β représente les paramètres de régression.
- $Z(x)$ représente la partie stochastique permettant de modéliser les résidus et d'interpoler les sorties. C'est un processus gaussien que l'on choisit stationnaire et caractérisé par sa moyenne et sa covariance (cf équation 30) :

$$\begin{aligned} E[Z(x)] &= 0 \\ \text{Cov}\left(Z(x^{(i)}), Z(x^{(j)})\right) &= R(x^{(i)}, x^{(j)}) = \sigma^2 k_\varphi(x^{(i)} - x^{(j)}) \end{aligned}$$

Équation 30

Avec :

- σ^2 représente la variance de Z .
- k_φ représente sa fonction de covariance.
- φ représente les hyper-paramètres de k .

La fonction de covariance contient l'information sur les dépendances spatiales et dépend d'un certain nombre de paramètres. Le paramètre $\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_d)$ représente les longueurs de corrélation. Deux points sont peu corrélés lorsque leur distance sera plus grande que ce coefficient.

L'hypothèse principale sur laquelle repose le processus gaussien est que la sortie (ou pour le métamodèle BTGP l'ensemble des données d'un nœud terminal de l'arbre) est la réalisation d'un processus gaussien. Il y a une infinité de réalisations. L'approximation de la sortie est la moyenne de l'ensemble des réalisations afin de minimiser l'erreur quadratique moyenne sur l'approximation.

Le métamodèle BTGP final s'écrit de la façon suivante (cf équation 31):

$$\hat{y}(x) = \sum_{k=1}^K m_k(x) 1_{\{x \in P_k\}}$$

Équation 16

Avec :

- K représente le nombre de nœud terminaux de l'arbre.
- $(m_k(x))_{k=1,\dots,K}$ représentent les métamodèles de processus gaussien.
- $(P_k)_{k=1,\dots,K}$ représente les régions définies par la division récursive des facteurs catégoriels (sans recoupement).

L'estimation des paramètres du métamodèle final est effectuée par une approche bayésienne. Pour plus d'information le lecteur est invité à lire [CHIPMAN01, DENISON01].

2.2.b) Validation du meilleur métamodèle candidat

Avant l'utilisation d'un métamodèle, il est nécessaire de le valider. Le métamodèle doit avoir de bonnes qualités d'approximation et surtout de prédiction. Les qualités d'approximation sont déterminées à partir du plan d'expériences ayant servi à construire le métamodèle. On appelle l'ensemble de ces points la base d'apprentissage. Les qualités de prédiction sont estimées à partir des points du plan d'expériences n'appartenant pas à la base d'apprentissage. On appelle l'ensemble de ces points la base de test. Il existe différents critères qui s'appliquent sur les bases d'apprentissage et de test. Le critère utilisé, sur la base d'apprentissage, est appelé le coefficient de détermination noté R^2 défini par (cf équation 32) :

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y(w_i) - \hat{y}(w_i))^2}{\sum_{i=1}^n (y(w_i) - \bar{y})^2}$$

Équation 32

Lorsque le coefficient de détermination est calculé sur la base de test, il est nommé coefficient de prédictivité noté Q^2 .

Il existe d'autres critères de test [HASTIE01] comme :

- Le RMSE (Root Mean Square Error).
- Le MAE (Mean absolute error).
- Le Biais.
- Etc.

Maintenant, il s'agit de définir la base de test afin d'évaluer le coefficient Q^2 . Trois méthodes de validation sont couramment utilisées :

- La première méthode consiste à avoir deux échantillons indépendants l'un de l'autre. Le premier sert de base d'apprentissage du métamodèle, le second sert de base de test du métamodèle. Cependant, pour un code coûteux, il peut être difficile de fournir un nombre suffisant de points de test.

- La seconde méthode, la validation croisée, est utilisée lorsque l'on ne dispose pas d'une base de test indépendante de la base d'apprentissage. L'échantillon est divisé en D parties à peu près égales (en général $D=10$). On construit la base de test sur un échantillon de partie D et la base d'apprentissage est construite sur les $D-1$ parties restantes. Le métamodèle est construit sur la base d'apprentissage et testé avec le critère sur la base de test. L'opération est réitérée sur les D parties. Le calcul de la moyenne et de l'écart-type et d'autres critères statistiques peut être effectué sur le coefficient de prédictivité.
- La méthode du *leave-one-out* est une application de la validation croisée sur un échantillon de taille réduite. Dans ce cas, il ne s'agit pas d'une partie D de l'échantillon mais d'un seul point. Le principe est exactement le même que celui de la validation croisée pour déterminer les qualités de prédiction du métamodèle.

2.2.b) Définition du cas d'étude

Plan d'expériences

Le plan d'expériences est issu d'un plan d'expériences de type Monte Carlo (ou aléatoire). Le nombre de points est fixé à 500. Il s'agit d'un compromis entre l'obtention d'un nombre de données suffisant et du temps nécessaire à l'obtention de ces données. Le nombre de points a été défini arbitrairement. Les facteurs d'entrée sont les facteurs décrits en IV.2.b). Les facteurs ainsi que leurs plages de variation ou leurs modalités sont les suivants :

- L'énergie d'émission des rayonnements qui couvre une gamme continue allant de 100 keV à 600 keV.
- La densité de l'objet qui couvre une gamme continue allant de 0,01 à 6.
- La dimension caractéristique (rayon ou longueur suivant la géométrie) qui couvre une gamme continue allant de 0,01 à 20 cm.
- La forme géométrique prend les valeurs discrètes suivantes : sphère, cylindre et cube.
- Le facteur matériaux prend les valeurs discrètes suivantes : eau, fer et plomb.

Application avec le code de calcul de transport de particules MCNP

Le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est modélisé avec le code de calcul de transport de particules. Le code de calcul résout l'équation du transport de particules en 3 dimensions par la méthode Monte Carlo [MCNP01]. Dans ce cadre le coefficient d'étalonnage est obtenu en effectuant un calcul de dépôt d'énergie (Tally F8) dans le cristal du détecteur. Le détecteur utilisé est un détecteur dont la réponse numérique a été déterminée selon la méthode décrite dans le chapitre III. La distance source-détecteur est fixée à 100 cm. Ainsi seul le coefficient d'étalonnage

de l'objet mesuré est étudié. La distance et le détecteur étant identiques pour tous les points du plan d'expériences. Les points du plan d'expériences sont estimés avec une convergence du code de calcul inférieure à 5% afin que le calcul du coefficient d'étalonnage de l'objet soit considéré comme valide (condition pour valider un calcul avec le Tally F8).

Résultats

Les 500 points du plan d'expériences sont réalisés par modélisation MCNP. Il s'agit maintenant de construire les métamodèles et de tester leur capacité de prédiction. L'échantillon disponible est un échantillon contenant 500 points. La méthode de validation utilisée est donc la validation croisée car nous disposons d'un unique échantillon de grande taille. Le critère de prédiction utilisé est le Q^2 . Si la valeur du Q^2 est inférieure à 0,6, le métamodèle sera déclaré non conforme (c'est-à-dire ne permettant pas de restituer les résultats du code de calcul à partir des entrées). S'il est égal à 1, le métamodèle est alors déclaré comme parfait. Les résultats des capacités d'apprentissage R^2 et de prédiction Q^2 des métamodèles sont synthétisés dans le tableau 22.

Les régressions linéaires d'ordre 1 et 2 ainsi que les arbres (CART) donnent de mauvaises performances de prédiction ($<0,8$) car ils sont probablement trop simples pour expliquer les phénomènes complexes du transport de particules. Les régressions linéaires d'ordre 3 et 4, les Forêts Aléatoires et SS-ANOVA ont des performances similaires (Q^2 de l'ordre de 0,8). Les régressions linéaires d'ordre 3 et 4 confirment que les interactions entre les facteurs continus et catégoriels ne sont pas négligeables. Les Forêts Aléatoires et SS-ANOVA confirment ce point car ils permettent des interactions du second ordre également. Les métamodèles ACOSSO et BTGP ont les meilleures performances et celles-ci sont similaires.

Modèle physique	Code de calcul MCNP	
Coefficient	R^2	Q^2
Linéaire ordre 1	0,7	0,67
Linéaire ordre 2	0,76	0,72
Linéaire ordre 3	0,89	0,86
Linéaire ordre 4	0,95	0,88
Arbre (CART)	0,76	0,69
Forêt Aléatoire	0,98	0,86
SS-ANOVA	0,9	0,84
ACOSSO	0,95	0,92
BTGP	0,99	0,92

Tableau 22 : Résultats de la construction des métamodèles. R^2 représente les qualités d'apprentissage du métamodèle, Q^2 représente les qualités de prédiction du métamodèle dans le cadre du problème défini.

Le choix d'un métamodèle est propre à un problème donné (facteurs d'entrée, sorties, type de variables, etc.). Dans ce cadre, il est impossible de confirmer ou d'infirmer que le métamodèle ACOSSO est supérieur à BTGP et vice versa. Par conséquent, les deux métamodèles seront testés par validation croisée pour chaque définition d'une nouvelle configuration (géométrie, matériaux, etc.). Le métamodèle retenu sera celui qui possèdera les meilleures qualités de prédiction (Q^2). En effet un métamodèle qui possède de mauvaises capacités de prédiction ($Q^2 < 0,6$) ne sert à rien même si ces capacités d'apprentissages sont élevées (R^2 proche de 1). Le métamodèle retenu est ACOSSO pour effectuer l'analyse de sensibilité car il est plus rapide et plus facile à programmer.

2.3 Analyse de sensibilité

2.3.a) Indices de Sobol

Une analyse de sensibilité se base sur l'analyse de la variance. Cette méthode est couramment utilisée pour estimer l'incertitude du code en raison de l'incertitude due à chaque facteur d'entrée. Les indices de Sobol sont un outil populaire pour exécuter une telle analyse. Ils ont pour but de déterminer la part de la variance de chaque facteur d'entrée w_i résultant sur la variance totale de la sortie du code $y(w)$. La définition des indices Sobol vient de la décomposition ANOVA, dans laquelle les composantes peuvent être interprétées comme des espérances conditionnelles [SOBOL01]. Les indices de Sobol sont définis de la manière suivante (cf équation 33) :

$$S_i = \frac{\text{Var}(E[y(w)|w_i])}{\text{Var}(y(w))}, S_{ij} = \frac{\text{Var}(E[y(w)|w_i, w_j])}{\text{Var}(y(w))} - S_i - S_j, \dots$$

Équation 33

Avec :

- S_i représente l'indice de Sobol au premier ordre pour le facteur w_i .
- S_j représente l'indice de Sobol au premier ordre pour le facteur w_j .
- S_{ij} représente l'indice de Sobol au second ordre pour les facteurs w_i et w_j .
- $\text{Var}(E[y(w)|w_i])$ représente la variance de l'espérance conditionnelle pour le facteur w_i .
- $\text{Var}(E[y(w)|w_i, w_j])$ représente la variance de l'espérance conditionnelle pour les facteurs w_i et w_j .
- $\text{Var}(y(w))$ représente la variance de la sortie du code.

L'indice de Sobol au premier ordre représente l'effet principal de la variable w_i sur la sortie du code $y(w)$. L'indice de Sobol au second ordre représente la part de variance $y(w)$ de la sortie du code due aux variables w_i et w_j en enlevant l'effet principal de ces mêmes facteurs. Les termes de

plus haut degrés sont définis de manières similaires. De plus, quand le nombre d de facteurs est grand, l'évaluation et l'interprétation de tous les indices de Sobol sont difficiles. On calcule alors l'indice de Sobol total [SALTELLI01] noté S_{Ti} qui s'exprime de la manière suivante (cf équation 34) :

$$S_{Ti} = 1 - \frac{\text{Var}(E[y(w)|w_{-i}])}{\text{Var}(y(w))}$$

Équation 34

Avec :

- S_{Ti} représente l'indice de Sobol total pour la variable w_i .
- w_{-i} qui est égal à $(w_1, \dots, w_{i-1}, w_{i+1}, \dots, w_d)$.

Le calcul des indices de Sobol coûte très cher en temps de calcul. Donc en général, on calcule les indices de Sobol du premier ordre et les indices totaux. Le calcul des indices de Sobol justifie, à cause de son fort coût en calcul, de passer par un métamodèle de très faible coût.

2.3.b) Résultats

L'analyse de sensibilité avec les indices de Sobol est effectuée avec le métamodèle ACOSSO. La méthode ACOSSO et la méthode BTGP ont les mêmes capacités de prédiction. Cependant la méthode ACOSSO est plus simple à programmer et elle est moins coûteuse en temps. Les résultats du calcul des indices de Sobol sont donnés figure 30. L'analyse de sensibilité révèle qu'aucun facteur ne peut être négligé. Tous les facteurs dont l'effet principal est supérieur à 10% ont un impact. L'effet total représente l'effet principal et l'ensemble des interactions. Les facteurs sont classés par ordre décroissant d'importance : l'énergie, la dimension caractéristique, la densité, le matériau et le volume. Physiquement, cela est cohérent. La variation des sections efficaces entre les faibles énergies (100-200 keV) et les hautes énergies (400-600 keV) est élevée, il est donc normal que le facteur énergie soit prépondérant. Les facteurs densité et dimension caractéristique (rayon, etc.) ont un effet principal quasi équivalent de l'ordre de 20%. Les matériaux qui couvrent une large gamme d'atténuation ont un impact quasi équivalent à celui des géométries (effet principal et interactions), de l'ordre de 10%. Tous les facteurs à l'exception de la densité ont des interactions entre eux non négligeables.

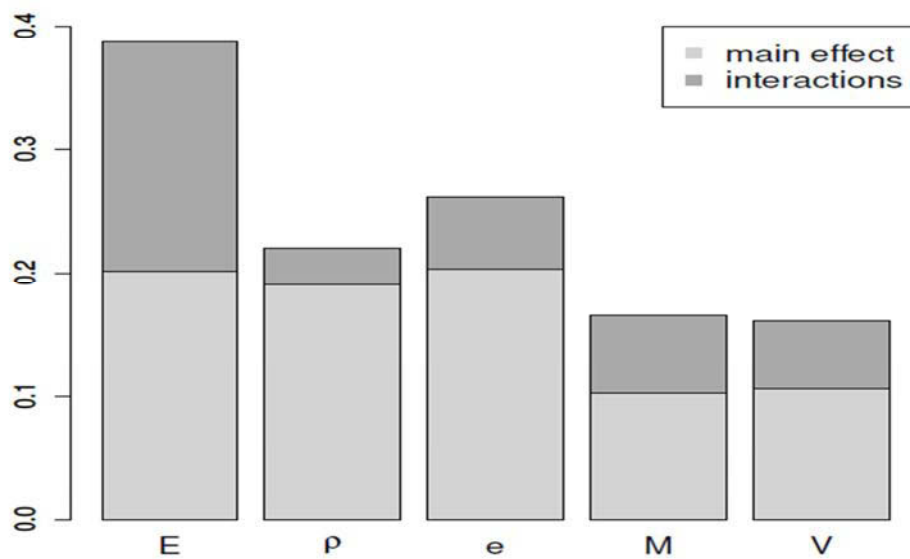


Figure 30 : Résultat de l'analyse de sensibilité. Les indices de Sobol du premier ordre sont en gris clair, les indices totaux sont en gris foncé. L'échelle de l'ordonnée est en pourcentage. E, ρ , e M, V représentent respectivement les facteurs énergie, densité, la dimension caractéristique, les matériaux et la forme géométrique.

2.4 Conclusion

L'analyse de sensibilité a révélé les points suivants :

- Il est possible d'approximer un code de calcul Monte Carlo en 3 Dimensions dans un domaine de validité grâce à l'utilisation de métamodèles. Le domaine de validité est défini par les facteurs d'entrée et leurs plages de variation associées. Les facteurs d'entrée sont de types continus et catégoriels, ce qui ajoute une difficulté supplémentaire à la métamodélisation du code de calcul. Les métamodèles utilisant des facteurs mixtes sont récents (années 2006-2014). Le meilleur métamodèle possède une qualité de prédiction à hauteur de 92%.
- Le calcul des indices de Sobol a permis de quantifier l'impact des facteurs d'entrée du coefficient d'étalonnage de l'objet sur un cas réduit du problème général de l'établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. L'ensemble des 5 facteurs (énergie, dimension, densité, matériaux et formes géométriques) ont un impact non négligeable ($>10\%$) sur le coefficient d'étalonnage de l'objet.

Cependant les facteurs mixtes ont des plages de variation trop restrictives, dans ce premier cas d'étude, pour être considéré comme valables sur le terrain. Par conséquent, il ne faut pas prendre ces résultats comme acquis pour le problème général.

3. Détermination des activités de la scène de mesure par métamodélisation

La quantification de l'impact des facteurs sur le coefficient d'étalonnage de l'objet est effectuée à l'aide d'une analyse de sensibilité. Le problème général comporte un grand nombre de facteurs (géométries et paramètres physico-chimiques associés à la matrice de l'objet, au terme source et aux écrans). Certains facteurs comme les matériaux possèdent des modalités quasi infinies (élément pur, alliage ou composés). L'analyse de sensibilité est effectuée sur un cadre réduit du problème général. L'analyse de sensibilité utilise une méthode de décomposition de la variance. La décomposition de la variance est effectuée à l'aide des indices de Sobol. Le calcul des indices de Sobol nécessite un appel au code de calcul très élevé. Le code de calcul MCNP associé au transport de particules est très coûteux en temps de calcul. Pour cela le code de calcul est remplacé par un métamodèle qui doit approximer au mieux le code de calcul. Le métamodèle est défini pour un ensemble de facteurs choisis avec leurs plages de variations associées. Les facteurs concernés sont de deux types : continus et catégoriels. Les meilleurs métamodèles acceptant les facteurs mixtes (continus et catégoriels) sont ACOSSO et BTGP. Ils ont une capacité de prédiction du code de calcul de l'ordre de 92%. L'analyse de sensibilité avec les indices de Sobol montre que tous les facteurs ont un impact et qu'ils possèdent des interactions entre eux non négligeables (cf IV.2.3).

Dans ce chapitre les métamodèles sont utilisés dans le but de prédire les coefficients d'étalonnage de l'objet/scène de mesure de manière rapide et automatisée. Les facteurs mixtes et les plages de variation/modalités associées devront être définis afin de répondre au traitement des colis de déchets rencontrés sur le site. Puis, il s'agit de calculer toutes les activités potentielles associées à chaque configuration avec les coefficients d'étalonnages de la scène de mesure.

3.1 Définition des caractéristiques des métamodèles

Pour rappel, les facteurs mixtes, avec leurs plages de variation/modalités associées, issus du paragraphe IV.2.2 et de l'analyse de sensibilité sont les suivants :

- L'énergie d'émission des rayonnements varie de 100 à 600 keV.
- La densité de l'objet varie de 0,01 à 6.
- La forme géométrique qui prend les modalités sphère, cylindre et cube.
- La dimension caractéristique (rayon pour une sphère et un cylindre, distance centre du cube à sa paroi pour le cube) de 0,01 à 10 cm.
- Les matériaux : {eau, fer, plomb}.

D'après l'analyse de sensibilité sur le coefficient d'étalonnage de l'objet tous les facteurs ont un impact. Par conséquent aucun facteur ne peut être retiré.

L'objectif est de traiter des objets de type colis de déchets. La scène de mesure comprend un détecteur dont la réponse numérique est connue et une distance détecteur-centre de l'objet fixe à 100 cm. Les facteurs et les plages de variations/modalités associés à l'objet sont définis à l'aide du retour d'expérience du laboratoire sur ces objets afin de traiter un maximum de ces objets. Les facteurs et les plages de variations/modalités sont les suivant :

- Pour le facteur énergie, la plage de variation est de 100 à 1000 keV afin de prendre en compte tous les énergies d'émissions des actinides rencontrés.
- Pour le facteur densité apparente de l'objet, la plage de variation est de 0,01 à 6 afin de couvrir tous les objets de type colis rencontrés.
- Pour les matériaux rencontrés, les modalités potentielles sont très nombreuses (éléments, alliages et composés). Pour cela on établit cinq familles de matériaux parmi les matériaux couramment rencontrés dans les déchets technologiques. Un matériau équivalent représente chaque famille. Le représentant est le matériau qui correspond au plus près au matériau d'atténuation moyenne pour l'ensemble des matériaux d'une même famille. L'erreur relative entre un matériau d'une même famille et son représentant ne doit pas excéder 5% en moyenne pour une gamme d'énergie allant de 100 keV à 1000 keV et pour une densité allant de 0,01 à 6. Les résultats sont donnés dans le tableau 23. Les représentants du facteur matériau sont donc les suivants : eau, magnésie, fer, tantale et plutonium.

Famille de matériaux	élément de la famille	Représentant	Erreur relative minimale (en%)	Erreur relative maximale (en %)	Quantile à 75%
Équivalent organique	Caoutchouc, Cellulose, eau, Néoprène, polyéthylène, polychlorure et PVC	Eau	0,34	5,91	4,85
Équivalent céramique	Aluminium, Verre, Graphite, Béton, Magnésie et Silice	Magnésie	0,54	7,81	3,88
Équivalent acier	Fer, Acier, Cuivre, Nickel et Chrome	Fer	0,38	16,91	4,96
Équivalent matériaux spéciaux	Tantale et Tungstène	Tantale	0,12	3,8	2,9
Équivalent actinide	Uranium, Neptunium, Plutonium et Américium	Plutonium	0,3	8,9	4,77

Tableau 23 : Synthèse des représentants des matériaux.

- Le facteur géométrie comprend trois formes géométriques : sphère, cylindre et parallélépipède. Le parallélépipède remplace le cube. La sphère est définie par son rayon, le cylindre est défini par son rayon et sa hauteur et le parallélépipède est défini par sa hauteur, sa largeur et sa longueur. Cependant le nombre de facteurs associés aux dimensions géométriques est différent d'une géométrie à l'autre. Pour cela, trois métamodèles vont être construits suivant les trois formes géométriques. Les plages de variations des différentes dimensions géométriques sont données ci-dessous pour les trois formes géométriques :
 - Pour la sphère :
 - Le rayon varie de 0,01 à 18 cm.
 - Le volume maximal est de 24 litres.
 - Pour le cylindre :
 - Le rayon varie de 0,01 à 15 cm.
 - La hauteur varie de 0,01 à 30 cm.
 - Le volume maximal est de 21 litres.
 - Pour le parallélépipède
 - La hauteur varie de 0,01 à 30 cm.
 - La largeur varie de 0,01 à 30 cm.
 - La longueur varie de 0,01 à 30 cm.
 - Le volume maximal est de 27 litres.

3.2 Validation du meilleur métamodèle pour chaque forme géométrique

Pour les trois formes géométriques, le protocole d'obtention du meilleur métamodèle est identique à celui développé en (IV.2) :

- Définition du plan d'expériences.
- Réalisation de l'ensemble des essais du plan d'expériences avec le code de calcul de transport MCNP.
- Construction des métamodèles.
- Validation du meilleur métamodèle par la méthode de la validation croisée.

Dans ce cadre le plan d'expériences est un plan d'expériences type Latin Hyper Square (LHS) [BENOIST01]. La propriété des plans d'expériences type LHS est d'avoir une distance géométrique identique entre chacun des points du plan d'expériences afin de remplir de manière homogène l'espace défini par les facteurs et leur plage de variations/modalités. Cependant le facteur matériau est de type catégoriel ainsi les distances ne sont pas identiques dans le sens géométrique du terme. En effet, il n'est pas possible de définir une « distance géométrique » entre deux modalités d'un facteur catégoriel.

La réalisation de l'ensemble des points des plans d'expériences est effectuée avec le code de calcul MCNP. Les résultats de chaque essai doivent posséder une convergence inférieure à 5% afin d'être validé.

Les métamodèles retenus (ACOSSO et BTGP) sont construits sur chacun des trois plans d'expériences correspondant aux trois géométries testées. La détermination du meilleur métamodèle prédictif s'effectue par la méthode de la validation croisée [CORNEC01]. Les résultats pour les trois formes géométriques sont donnés dans le tableau 24. Dans les trois cas les meilleures capacités de prédiction (Q^2) sont données par le métamodèle BTGP. Le métamodèle retenu est donc BTGP. Ce métamodèle utilise le krigeage donc il fournit également une incertitude sur les valeurs prédites par le métamodèle [RASMUSSEN01, SANTNER01].

Métamodèle	ACOSSO		BTGP	
Qualités d'apprentissages et de prédiction	R^2	Q^2	R^2	Q^2
Géométrie Sphérique	0,96	0,95	0,99	0,95
Géométrie Cylindrique	0,91	0,88	0,99	0,96
Géométrie Parallélépipédique	0,91	0,88	0,99	0,97

Tableau 24 : Synthèse des capacités d'apprentissage et de prédiction des métamodèles BTGP et ACOSSO pour les trois formes géométriques associées.

3.3 Détermination de toutes les valeurs d'activités de la scène de mesure globale

La démarche consiste, dans un premier temps, à discrétiser les plages de variations/modalités des facteurs et ce pour chaque forme géométrique. Puis il s'agit de calculer le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure avec le métamodèle BTGP pour chaque forme géométrique pour l'ensemble des combinaisons de chacune des trois formes géométriques. A l'aide des coefficients d'étalonnage de la scène de mesure pour chaque combinaison et des données extraites du spectre (énergies, surfaces nettes, temps de mesure et rapport d'embranchement), on remonte au calcul de l'activité pour chacune des combinaisons. Ces étapes sont définies plus en détail ci-dessous.

3.3.a) Discrétisation des plages de variations/modalités des facteurs

Les objets mesurés se présentent sous forme de colis de déchets de type déchets technologiques. Le radionucléide d'intérêt est le plutonium 239. Le plutonium 239 est un multi-émetteur gamma possédant au moins 40 pics gamma. Dans la pratique le nombre moyen de pics exploitables pour le traitement est de 5. Les énergies de ces pics sont les suivantes : 129, 203, 345, 375 et 413 keV. La discrétisation des autres facteurs est définie afin d'avoir un nombre de coefficients d'étalonnage suffisants pour la définition des métamodèles associés :

- Le facteur énergie comprend 5 valeurs : 129, 203, 345, 375 et 413 keV.
- Le facteur matériau comprend 5 modalités : eau, magnésie, fer, tantale et plutonium.
- Le facteur densité apparente est continu de 0,01 à 6. Un pas de 0,1 est pris à l'intérieur de cet intervalle.
- Le facteur associé aux dimensions géométriques dépend de la forme géométrique. La description des pas est donnée ci-dessous :
 - Pour la géométrie sphérique le rayon est continu de 0,01 à 18 cm. Un pas de 0,5 cm est retenu à l'intérieur de cet intervalle.
 - Pour la géométrie cylindrique le rayon est continu de 0,01 à 15 cm et la hauteur est continue de 0,01 à 30. Un pas de 0,5 cm est retenu pour le rayon et de 1 cm pour la hauteur.
 - Pour la géométrie parallélépipédique, la hauteur, la largeur et la longueur sont continues de 0,01 à 30 cm. Un pas de 1 cm pour chacune des 3 dimensions est pris.

Le nombre de coefficients d'étalonnage à prédire pour les métamodèles associés aux géométries sphérique, cylindrique et parallélépipédique est respectivement de 54000, 1350000 et 8100000. Ces nombres correspondent aux produits de chaque pas par chaque facteur. Le nombre élevé de coefficients d'étalonnage ne peut pas être évalué dans un délai de temps raisonnable (1 heure) à l'aide d'un code de calcul de transport dont les données sont entrées manuellement ou avec un code de calcul Monte Carlo, d'où l'utilisation d'un métamodèle.

3.3.b) Obtention de l'ensemble des coefficients d'étalonnages de la scène de mesure

Le métamodèle prédit la valeur du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure pour chaque combinaison pour chacune des trois formes géométriques. Le métamodèle étant une fonction mathématique, les prédictions du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure sont rapidement calculées (dizaines de minutes) et ce même pour un très grand nombre de configurations. Le métamodèle BTGP est du type krigeage, il permet également de déterminer l'incertitude de la valeur prédite. Un exemple de ce fichier est donnée tableau 25.

Matériaux	rayon	hauteur	densité	énergie	Coefficient étalonnage	Incertitude étalonnage coefficient
eau	1,2	1	0,1	129,3	0,00016126	4,03E-02
eau	1,2	1	0,1	203,55	0,00016047	3,26E-02
eau	1,2	1	0,1	345	9,05E-05	7,61E-02
eau	1,2	1	0,1	375,05	8,75E-05	7,59E-02
eau	1,2	1	0,1	413,71	8,36E-05	7,60E-02
eau	1,2	1	0,2	129,3	0,0001572	3,76E-02
eau	1,2	1	0,2	203,55	0,0001573	3,15E-02
eau	1,2	1	0,2	345	8,93E-05	7,50E-02
eau	1,2	1	0,2	375,05	8,63E-05	7,47E-02
eau	1,2	1	0,2	413,71	8,24E-05	7,48E-02

Tableau 25 : Exemple d'un fichier de prédiction dans le cadre de la géométrie cylindrique. Les différentes colonnes correspondent respectivement au facteur matériau, le rayon, la hauteur, la densité, l'énergie puis la valeur prédite du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure et l'incertitude à un écart-type de la valeur prédite. A chaque ligne correspond une configuration différente. Les valeurs en énergie correspondent aux 5 pics caractéristiques du plutonium 239.

3.3.c) Calcul de l'ensemble des valeurs d'activités et de son incertitude pour chaque coefficient d'étalonnage de la scène de mesure

Calcul des activités

L'activité associée à un pic du spectre dont on a identifié le radioélément est définie de la manière suivante :

$$A(E_i) = \frac{S(E_i)}{I(E_i).T.\varepsilon(E_i)}$$

Avec :

- $A(E_i)$ représente l'activité du radioélément à l'énergie E_i (en Bq).
- E_i représente la ou les énergies des photons émis par la source considérée (en keV).

- $S(E_i)$ représente la surface nette du pic d'absorption totale à l'énergie E_i (en nombre de coups).
- $I(E_i)$ représente le rapport d'embranchement de la source de rayonnement à l'énergie E_i .
- $\varepsilon(E_i)$ représente le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure à l'énergie E_i .
- T représente la durée de la mesure.

Le temps de mesure est connu. Les surfaces nettes $S(E_i)$ sont extraites du spectre à l'aide d'un logiciel de traitement, donc elles sont connues. Les valeurs $I(E_i)$ sont issues des bases de données, elles correspondent aux radionucléides identifiés dans le spectre. Dans notre cas d'étude, elles correspondent à celle du plutonium 239. Les coefficients d'étalonnage de la scène de mesure sont déterminés par le métamodèle. Ainsi toutes les données sont connues pour calculer l'activité pour chaque valeur du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure à l'aide de la formule ci-dessus.

Calcul des incertitudes des activités

Les termes intervenant dans le calcul de l'activité sont supposés être indépendants entre eux. L'incertitude sur l'activité est donnée par (cf équation 35) :

$$\frac{\sigma(A(E_i))}{A(E_i)} = \sqrt{\left(\frac{\sigma(S(E_i))}{S(E_i)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(I(E_i))}{I(E_i)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(T)}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\varepsilon(E_i))}{\varepsilon(E_i)}\right)^2}$$

Équation 35

Avec :

- $\frac{\sigma(A(E_i))}{A(E_i)}$ représente l'incertitude relative sur l'activité.
- $\frac{\sigma(S(E_i))}{S(E_i)}$ représente l'incertitude relative sur les surfaces nettes extraites. Elle est déterminée par les logiciels de traitement de spectre.
- $\frac{\sigma(I(E_i))}{I(E_i)}$ représente l'incertitude relative sur le rapport d'embranchement. Elle est calculée à partir des bases de données nucléaires.
- $\frac{\sigma(T)}{T}$ représente l'incertitude relative sur le temps de la mesure. Elle est donnée par le logiciel d'acquisition.
- $\frac{\sigma(\varepsilon(E_i))}{\varepsilon(E_i)}$ représente l'incertitude relative sur le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Dans ce cas elle est déterminée par le métamodèle BTGP car il permet de disposer d'une incertitude sur sa prédiction (propriétés des métamodèles à processus gaussien).

Ainsi l'incertitude sur chaque valeur de l'activité est calculée de la manière suivante (cf équation 36) :

$$\sigma(A(E_i)) = A(E_i) \times \sqrt{\left(\frac{\sigma(S(E_i))}{S(E_i)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(I(E_i))}{I(E_i)}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(T)}{T}\right)^2 + \left(\frac{\sigma(\varepsilon_{\text{metamodèle}}(E_i))}{\varepsilon_{\text{metamodèle}}(E_i)}\right)^2}$$

Équation 36

Un exemple de fichier contenant les calculs de l'activité et de l'incertitude associée est donné tableau 26. Les valeurs d'activités et leurs incertitudes associées sont déterminées automatiquement à l'aide d'une routine écrite en langage Python.

Matériaux	Rayon	Hauteur	Densité	Energie	Coefficient étalonnage	Incertitude coefficient étalonnage	Activité	Incertitude activité
eau	1,2	1	0,1	129,3	0,00016126	4,03E-02	5,89E+08	3,87E+07
eau	1,2	1	0,1	203,55	0,00016047	3,26E-02	6,28E+08	3,85E+07
eau	1,2	1	0,1	345	9,05E-05	7,61E-02	1,27E+09	1,17E+08
eau	1,2	1	0,1	375,05	8,75E-05	7,59E-02	8,04E+08	7,39E+07
eau	1,2	1	0,1	413,71	8,36E-05	7,60E-02	7,78E+08	7,17E+07
eau	1,2	1	0,2	129,3	0,0001572	3,76E-02	6,04E+08	3,87E+07
eau	1,2	1	0,2	203,55	0,0001573	3,15E-02	6,40E+08	3,89E+07
eau	1,2	1	0,2	345	8,93E-05	7,50E-02	1,28E+09	1,17E+08
eau	1,2	1	0,2	375,05	8,63E-05	7,47E-02	8,15E+08	7,42E+07
eau	1,2	1	0,2	413,71	8,24E-05	7,48E-02	7,90E+08	7,19E+07

Tableau 26 : Exemple d'un fichier de prédiction dans le cadre de la géométrie cylindrique. Les différentes colonnes correspondent respectivement au facteur matériau, le rayon, la hauteur, la densité, l'énergie puis la valeur prédite du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure et l'incertitude à un écart-type de la valeur prédite, l'activité de chaque configuration et son incertitude associée. À chaque ligne correspond une configuration différente. Les valeurs en énergie correspondent aux 5 pics caractéristiques du plutonium 239.

Le fait de disposer d'une valeur d'incertitude sur la valeur d'activité rajoute une information supplémentaire. Cette information sera réutilisée dans la sélection des configurations du coefficient d'étalonnage correspondant à la scène de mesure.

4. Sélection de la meilleure estimation de l'activité

L'utilisation des métamodèles permet de déterminer les coefficients d'étalonnage de la scène de mesure pour l'ensemble des configurations demandées. Les configurations sont des n-uplets comprenant les facteurs suivants : dimensions géométriques, énergies des pics du radionucléide, densité et les matériaux qui correspondent à chaque pas d'un facteur. Une valeur d'activité est associée à chaque pic du radionucléide et ce pour chaque configuration de chaque forme géométrique. Cette valeur est déterminée à l'aide des données expérimentales (surface nette, temps de mesure et rapport d'embranchement du rayonnement) et du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure pour chaque configuration. Le nombre de valeur d'activité correspond donc à l'ensemble des configurations pour les trois formes géométriques. Le métamodèle BTGP ainsi qu'une routine permettent respectivement de calculer rapidement le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure et la valeur de l'activité associée.

Maintenant il s'agit de déterminer la meilleure estimation de l'activité d'un objet. Pour cela les propriétés des multi-émetteurs gamma sont exploitées. Des critères propres à l'objet tel que sa masse et sa densité apparente ainsi que des critères statistiques sont utilisés. Le but est de déterminer l'activité/masse réelle plausible de l'objet parmi l'ensemble des valeurs d'activités établies sans utiliser aucune donnée interne de l'objet et sans hypothèse de la part de l'opérateur.

4.1 Critères métrologiques de quantification de l'activité

4.1.a) Mono émetteur gamma

La présence d'un mono émetteur gamma comme le césium 137 se caractérise par la présence d'un seul pic dans le spectre. L'activité du mono émetteur est calculée de la manière suivante :

$$A(E_i) = \frac{S(E_i)}{T \times I(E_i) \times \varepsilon_{\text{métamodèle}}(E_i, \rho_j, \text{Mat}_k, \text{Dim}_{l,m,n})}$$

Avec :

- E_i représente l'énergie d'émission du mono émetteur.
- T représente le temps de la mesure.
- $I(E_i)$ représente le rapport d'embranchement du mono émetteur.
- $S(E_i)$ représente la surface nette extraite.
- $\varepsilon_{\text{métamodèle}}(E_i, \rho_j, \text{Mat}_k, \text{Dim}_{l,m,n})$ représente le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure pour une configuration pour une forme géométrique.

- $(E_i, \rho_j, Mat_k, Dim_{l,m,n})$ représente une configuration des facteurs énergie E , densité p , matériau Mat et des dimensions caractéristiques Dim suivant la forme géométrique. Les indices $(i, j, k, l, m \text{ et } n)$ représentent les valeurs pour chaque pas d'un facteur.
- $A(E_i)$ représente l'activité du mono émetteur donnée pour une configuration.

Le nombre de valeurs d'activité possibles est égal à l'ensemble du nombre des configurations pour chacune des trois formes géométriques. Par définition, le mono émetteur possède un seul point de recalage. Ainsi l'utilisation de mono-émetteur gamma ne permet pas de discriminer une configuration du coefficient d'étalonnage par rapport à une autre. D'où la nécessité d'utiliser un multi-émetteur gamma pour effectuer la discrimination, car la propriété essentielle du multi-émetteur est la suivante : chaque pic, après traitement doit donner la même valeur d'activité. Cela réduit le nombre de configurations potentielles.

4.1.b) Multi-émetteur gamma

Un multi-émetteur gamma se caractérise par la présence de plusieurs pics d'émission dans le spectre. Chaque pic du multi-émetteur, une fois corrigé par le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure, doit posséder la même valeur d'activité. Pour un multi-émetteur contenant n pics on doit avoir l'égalité suivante :

$$A(E_1) = A(E_2) = \dots = A(E_i) = \dots = A(E_n)$$

Équation 37

Cela est équivalent à :

$$\frac{S(E_1)}{T \times I(E_1) \times \varepsilon_{\text{métamodèle}}(E_1, \rho_j, Mat_k, Dim_{l,m,n})} = \dots = \frac{S(E_i)}{T \times I(E_i) \times \varepsilon_{\text{métamodèle}}(E_i, \rho_j, Mat_k, Dim_{l,m,n})} = \dots = \frac{S(E_n)}{T \times I(E_n) \times \varepsilon_{\text{métamodèle}}(E_n, \rho_j, Mat_k, Dim_{l,m,n})}$$

Équation 38

Le calcul de l'activité pour un multi-émetteur impose que les indices $\{j, k, l, m, n\}$ des configurations soient identiques. Si une configuration ne résout pas l'égalité définie dans les équations 37 ou 38, cette configuration est alors rejetée car elle ne correspond pas à l'activité d'un multi-émetteur gamma.

Cependant l'égalité stricte définie par les équations 37 et 38 est impossible d'un point de vue physique et métrologique car il existe de nombreuses sources d'erreurs (expérimentales, traitement du signal, base de données, modélisation, etc.). Toutefois, l'activité d'un multi-émetteur est généralement définie de la manière suivante :

$$A_{moyenne} = \sum_{i=1}^n \frac{A(E_i)}{n}$$

Équation 39

Avec :

- $A_{moyenne}$ représente la moyenne arithmétique de l'activité des pics du multi émetteur.
- $A(E_i)$ représente l'activité du pic émis à l'énergie E_i .
- n représente le nombre de pics du multi-émetteur.

Cependant en utilisant seulement l'équation 39, nous nous exposons à des configurations qui possèdent une activité moyenne juste mais avec des valeurs individuelles non égales (voir figure 31). Pour cela on fixe le critère suivant :

$$0,95 \times A_{moyenne} \leq A(E_i) \leq 1,05 \times A_{moyenne} \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

Équation 40

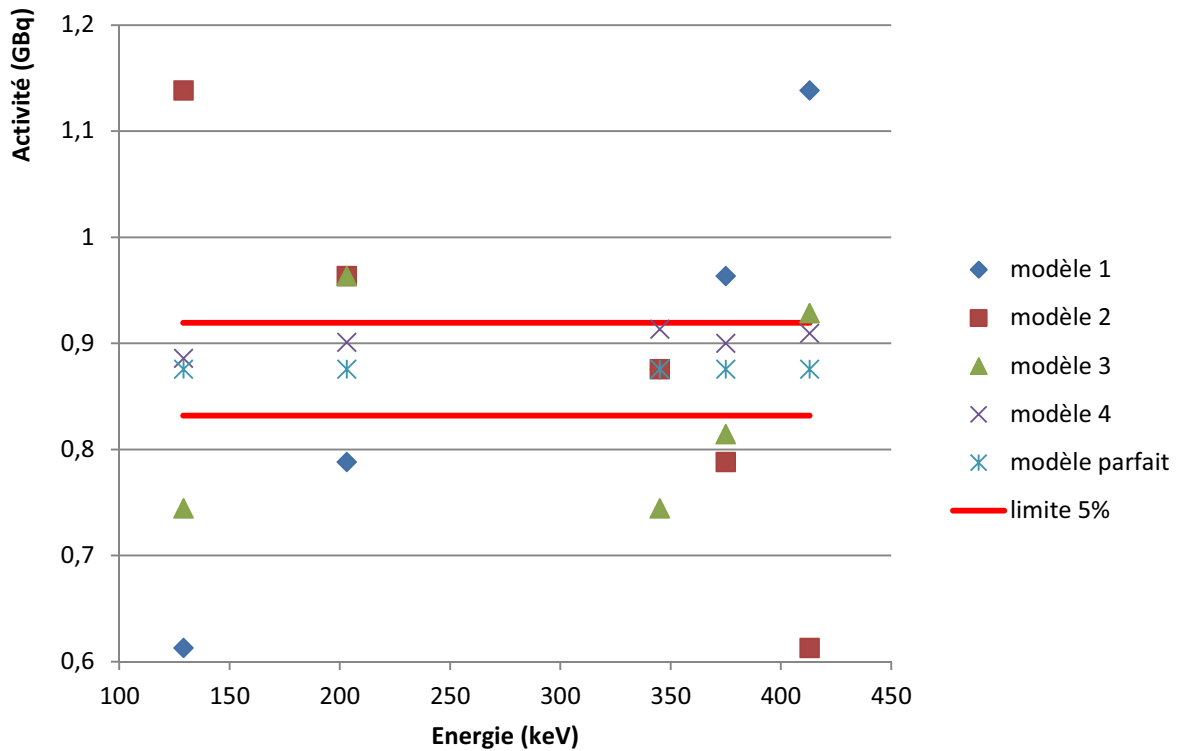


Figure 31 : Visualisation des différentes modèles d'activités dans le cadre d'une mesure d'un objet contenant 0,89 GBq de ^{239}Pu . Les pics utilisés du ^{239}Pu sont les suivants : 129, 203, 345, 375 et 413 keV. Tous les modèles possèdent une activité moyenne de 0,89 GBq. Cependant seul le modèle 4 est correct vis-à-vis du critère. Les autres modèles du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure ne corrigent pas correctement les données extraites de la mesure.

Ce critère permet d'apporter une souplesse entre les valeurs des différentes activités de chaque pic du multi émetteur. Il permet également de valider la configuration du coefficient d'étalonnage

qui corrige correctement les valeurs extraites de la mesure afin que la configuration respecte la condition de quantification de l'activité des multi émetteurs gamma (équation 40).

4.1.c) *Activité et incertitude associée*

Le métamodèle BTGP calcule une incertitude associée à la valeur du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Avec cette incertitude il est possible de calculer l'incertitude globale sur la valeur d'activité (cf équation 42) en intégrant les incertitudes issues de la mesure. Ainsi nous pouvons créer un nouveau critère. Ce critère est le suivant :

$$A(E_i) - \sigma(A(E_i)) \leq A_{moyenne} \leq A(E_i) + \sigma(A(E_i)) \forall i \in \{1, \dots, n\}$$

Équation 42

Avec :

- $A_{moyenne}$ représente la moyenne arithmétique de l'activité des pics du multi-émetteur.
- $A(E_i)$ représente l'activité du pic émis à l'énergie E_i .
- n représente le nombre de pics du multi-émetteur.
- $\sigma(A(E_i))$ représente l'incertitude sur l'activité du pic émis à l'énergie E_i .

Le critère vérifie que l'activité moyenne définie par l'équation 39 est à l'intérieur des bornes définie par l'équation 42. Cela s'applique à chaque pic du multi-émetteur gamma. Ce critère est établi pour supprimer certaines configurations (cf figure 32). Il s'agit d'une configuration où l'activité moyenne ne recoupe pas les bornes définies par l'équation 42.

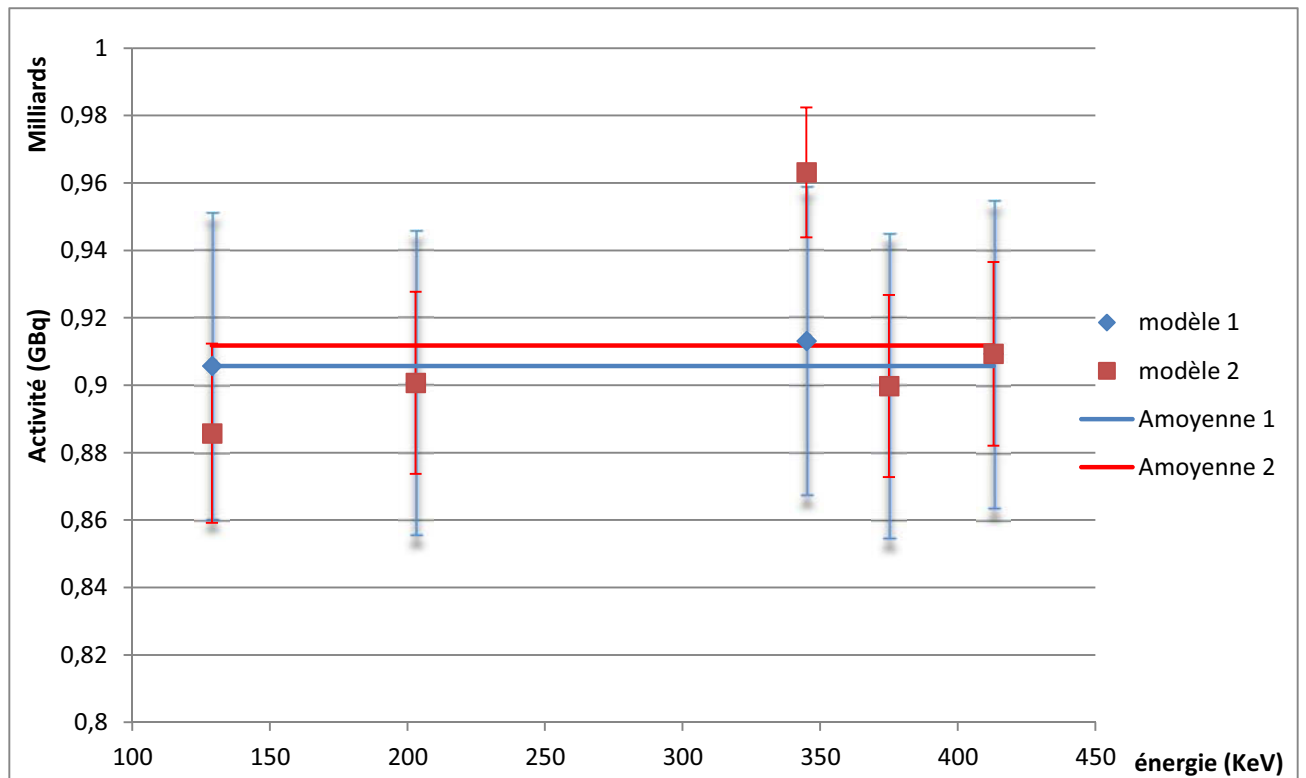


Figure 32 : La ligne bleue représente l'activité moyenne de la configuration 1. Elle respecte la condition formulée par l'équation 42. La ligne rouge représente l'activité moyenne de la configuration 2. Elle ne respecte pas la condition formulée par l'équation 42. Par conséquent cette configuration est rejetée.

4.2 Critères liés aux propriétés physiques de la scène de mesure

Dans un cas favorable une seule configuration parmi l'ensemble des coefficients d'étalonnage de la scène de mesure respecte les critères métrologiques définis par les équations 40 et 42. Par retour d'expérience, le nombre de configurations du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure qui respecte les critères définis par les équations 40 et 42 est supérieur à 2. Cependant un certain nombre de configurations peut être éliminé à l'aide de critères faciles d'accès tels la masse totale, le volume total et par déduction la densité apparente de l'objet. Ces critères peuvent également servir à choisir les meilleures valeurs d'activités/masses. Nous définissons les notations suivantes :

- M_{objet} représente la masse totale de l'objet mesuré.
- V_{objet} représente le volume total de l'objet mesuré.
- ρ_{objet} représente la densité apparente de l'objet mesuré, elle correspond au rapport $\frac{M_{\text{objet}}}{V_{\text{objet}}}$.
- $M_{\text{équivalent}}$ représente la masse physique équivalente de l'objet issue de la configuration du coefficient d'étalonnage obtenu par métamodèle.

- $V_{\text{équivalent}}$ représente le volume physique équivalent de l'objet issu de la configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.
- $\rho_{\text{équivalent}}$ représente la densité apparente équivalente de l'objet issue de la configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure, elle correspond au rapport $\frac{M_{\text{équivalent}}}{V_{\text{équivalent}}}$.
- $M_{\text{radionucléide}}$ représente la masse du radionucléide issue du calcul de l'activité.
- $\rho_{\text{Matériau réel}}$ représente la densité du matériau réel.

Nous allons définir des critères dans deux cas distincts :

- Le cas n°1 concerne un matériau équivalent qui est différent d'un multi-émetteur.
- Le cas n°2 concerne un matériau équivalent qui est un multi-émetteur.

4.2.a) Matériaux non nucléaires

La première condition concerne la masse équivalente de la configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Celle-ci doit être inférieure à la masse réelle de l'objet. En effet aucune matière n'est créée. Ainsi toute configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure qui possède une masse supérieure à la masse réelle de l'objet est éliminée.

La seconde condition s'applique au volume. Le principe appliqué au volume est le même que celui appliquée à la masse.

La troisième condition s'applique à la densité apparente. La densité apparente de la configuration doit être inférieure ou égale à la densité réelle du matériau. Par exemple une configuration équivalente avec le matériau « eau » qui possède une densité équivalente à 1,8 est rejetée.

Nous avons donc trois critères physiques éliminatoires :

- Critère éliminatoire 1 (Masse) : $M_{\text{équivalent}} \leq M_{\text{objet}}$
- Critère éliminatoire 2 (Volume) : $V_{\text{équivalent}} \leq V_{\text{objet}}$
- Critère éliminatoire 3 (Densité) : $\rho_{\text{équivalent}} \leq \rho_{\text{Matériau réel}}$

Cependant le nombre de configurations restantes est potentiellement très élevé si la masse et le volume de l'objet sont élevés. Dans ce cas, nous fixons des critères physiques d'appréciation de l'objet mais qui ne sont pas considérés comme éliminatoires. Ces critères sont utilisés pour observer si des configurations équivalentes sont proches de la réalité physique de l'objet. Nous fixons arbitrairement un encadrement à 20% à la valeur maximale associée aux paramètres masse, volume et densité apparente.

Nous disposons donc trois critères physiques d'appréciation :

- Critère d'appréciation 1 (Masse) : $0.8 \times M_{\text{objet}} \leq M_{\text{équivalent}} \leq M_{\text{objet}}$
- Critère d'appréciation 2 (Volume) : $0.8 \times V_{\text{objet}} \leq V_{\text{équivalent}} \leq V_{\text{objet}}$
- Critère d'appréciation 3 (Densité) : $0.8 \times \rho_{\text{objet}} \leq \rho_{\text{équivalent}} \leq \rho_{\text{objet}}$

4.2.b) Cas particulier où le matériau équivalent est un actinide

Dans le cadre où le matériau équivalent est un actinide, la masse physique équivalente issue du métamodèle ($M_{\text{équivalent}}$) doit correspondre à la masse du radionucléide ($M_{\text{radionucléide}}$). De plus elle est toujours très inférieure à la masse physique de l'objet (M_{objet}). Par exemple dans un colis de déchet pesant 4 kg, par retour d'expérience, il n'y a pas 4 kg de matière nucléaire.

Par retour d'expérience la masse du radionucléide est rarement égale à la masse physique équivalente. Ainsi nous fixons un critère d'appréciation sur la masse du radionucléide. Le critère est le suivant :

$$0,9 \times M_{\text{équivalent}} \leq M_{\text{radionucléide}} \leq 1 \times M_{\text{équivalent}}$$

Concernant le critère associé au volume, il doit toujours être inférieur à celui de l'objet.

Cependant dans ce cas aucun critère d'appréciation n'a été mis en place car la masse et/ou le volume équivalent de la source de l'actinide sont très inférieurs à celui de l'objet.

4.3 Critères statistiques

Les critères statistiques sont utilisés dans le cadre où il reste au minimum deux configurations. Les configurations restantes ont franchi les critères métrologiques et physiques. Les critères statistiques vont ainsi permettre de sélectionner la meilleure configuration.

4.3.a) Variance

Le premier critère concerne la variance. La variance est calculée sur l'ensemble des valeurs d'activité issue de chaque pic du multi-émetteur gamma. Plus la valeur de la variance est faible, plus les valeurs d'activités sont proches les unes des autres. Par conséquent la configuration du coefficient d'étalonnage qui possède la variance la plus faible correspond à la meilleure valeur d'activité moyenne prédite. Cependant si la valeur de l'activité moyenne est faible, les variances sont également plus faibles. Ainsi ce critère choisira systématiquement les configurations qui possèdent l'activité la plus faible. Pour palier cela, il est nécessaire d'introduire un critère sur la dispersion indépendant de la valeur d'activité moyenne.

4.3.b) Coefficient de variation

Le coefficient de variation est une mesure relative de la dispersion des valeurs des points d'activités autour de l'activité moyenne. Le coefficient de variation se calcule comme le ratio de l'écart-type rapporté à la moyenne, et s'exprime en pourcentage.

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} \times 100$$

Avec :

- σ représente l'écart-type des activités du multi-émetteur.
- $\bar{x}$ représente l'activité moyenne.

Il permet de comparer le degré de variation d'une configuration à une autre, même si les valeurs de l'activité moyenne sont différentes.

5. Application à des scènes de mesure réelles

L'objectif de cette partie est de tester que notre méthode de quantification sans hypothèse de l'opérateur fonctionne avec des objets réels dont l'activité est connue. Les conditions de mesures sont similaires aux domaines de définition du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure par le métamodèle (même détecteur et même distance détecteur-centre de l'objet). Les objets mesurés ont été mis en rotation afin de créer une quasi homogénéité radiale de l'objet. Dans un premier temps il s'agit de déterminer s'il existe des configurations du coefficient d'étalonnage qui donnent la valeur vraie de l'activité/masse. Dans un second temps il s'agit de déterminer si les critères de sélection permettent de trouver la valeur d'activité/masse réelle. Dans ce cas nous travaillerons en masse afin d'avoir une meilleure visibilité dans les tableaux. L'activité et la masse sont reliées par un coefficient de proportionnalité appelé activité massique.

La méthode est expérimentée sur les objets suivants :

- Une mesure de source contenant 0,372 grammes de plutonium 239 répartie de manière homogène dans une matrice organique et protégée dans un cylindre de PVC. Les dimensions de l'objet global sont de 13 cm de hauteur et 3,5 cm de diamètre.
- Une mesure d'un conteneur cylindrique contenant 13 grammes de plutonium 239 dont la répartition est supposée uniforme. La matière est supposée être sous forme de copeaux massiques à l'intérieur de cylindre en PVC. Les dimensions de l'objet global sont de 20 cm de hauteur et 16 cm de diamètre.
- Une mesure d'un conteneur cylindrique contenant 4,6 grammes de plutonium 239. La matière radioactive est disposée sur une plaque en acier d'un centimètre d'épaisseur. La plaque est placée en biais dans le conteneur. Les dimensions de l'objet global sont de 25 cm de hauteur et 16 cm de diamètre.

5.1 Source contenant 0,372 grammes de plutonium 239

Pour ce premier cas il s'agit de tester la méthode et les critères de sélection avec une mesure réalisée sur une source contenant 0,372 grammes de plutonium 239. La distance détecteur-objet est égale à 100 cm. Les dimensions globales de l'objet sont de 13 cm de hauteur et 3,5 cm de diamètre. Le volume est un cylindre de 130 cm³. La masse de l'objet est de 100 g. La densité apparente est de 0,76. La masse de plutonium 239 contenue dans la source est de 0,372 g. Le plutonium 239 est un multi-émetteur gamma dont les raies utilisées ici sont les suivantes : 129, 203, 345, 375 et 413 kev. Elles correspondent aux raies possédant les taux d'émission les plus élevés.

La première étape concerne la vérification de la présence d'une masse de plutonium 239 égale à 0,372 g à +/- 5% parmi l'ensemble des configurations du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 27.

Géométrie	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombre de configurations dont l' $A_{\text{moyenne}} = 0,372 \text{ g}$ à +/- 5%	2126	57810	249285
Nombre total de configurations	54000	1350000	8100000
Pourcentage	3,9	4,2	3

Tableau 27 : Évaluation du pourcentage du nombre de configurations donnant la bonne valeur à +/- 5% parmi le nombre de configurations totales.

On remarque que le pourcentage de configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure donnant une bonne valeur de l'activité est faible. Cependant le nombre de configurations est conséquent au vu du nombre de configurations testées. Parmi les configurations testées un certain nombre ne respectent pas les critères donnés dans la partie (IV. 4)

Le tableau 27 est utilisé comme indicateur de la présence d'au moins une configuration du coefficient de la scène de mesure qui indique une masse de plutonium 239 égale à celle contenue dans l'objet. Normalement, la masse de plutonium n'est pas connue dans un objet puisque, c'est la grandeur recherchée. Le but est de partir du nombre total de configuration puis de diminuer ce nombre avec les différents critères. Puis il s'agit d'observer si les configurations obtenues donnent la même valeur de masse de plutonium 239 que l'objet réel. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 28.

Critères\Géométries	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombre de configurations initiales	54000	1350000	8100000
Métrologiques éliminatoires	1431	51057	425236
Métrologiques & Physiques éliminatoires	433	5400	22796
Métrologiques & Physiques (éliminatoires et appréciation)	3	31	270

Tableau 28 : Évaluation du nombre de configurations en fonction des critères de sélection.

Les différents critères successifs ont permis de diminuer le nombre de configurations. Cependant leur nombre est encore conséquent et une analyse individuelle de chaque configuration serait trop longue à effectuer.

Pour cela nous allons recenser la masse minimale et la masse maximale de chaque configuration qui appartiennent à l'ensemble des configurations ayant réussi les critères métrologiques, physiques éliminatoires et physiques d'appréciation. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 29.

Géométries	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombre de configurations après sélections des critères métrologiques et physiques	3	31	270
Masse minimale (g)	0,384	0,334	0,336
Masse maximale (g)	0,394	0,413	0,70
Masse déterminée avec les critères statistiques (g)	0,384	0,386	0,415
Ecart normalisé avec la masse réelle du radionucléide (%)	+3,22	+3,76	+11,5

Tableau 29 : Évaluations de la masse minimale, maximale et celle obtenue avec les critères statistiques. La masse déterminée avec les critères statistiques est sensée être la masse de radionucléide la plus probable par rapport à la masse réelle du radionucléide de l'objet. L'écart normalisé est calculé entre la masse réelle de radionucléide et la masse obtenue avec les critères statistiques.

Les configurations sélectionnées pour les géométries sphère et cylindre déterminent une masse de plutonium 239 avec un écart normalisé inférieur à 5% par rapport à la masse réelle. La configuration obtenue avec la géométrie parallélépipédique détermine une masse de plutonium 239 avec un écart normalisé de 11,5% par rapport à la masse réelle. Cependant les valeurs respectivement minimale et maximale de masse de plutonium 239 encadrent la masse réelle de plutonium 239.

Les critères statistiques ne sont pas suffisants. Leur établissement nécessite une étude plus approfondie. Les critères doivent évaluer la distribution des points d'activités et la régression que l'on peut associer à ces points (linéaire, quadratique, etc.). L'objectif étant d'avoir une régression du type $y(E)=A$ avec A qui représente la masse/activité de l'objet.

5.2 Conteneur cylindrique contenant 13 grammes de plutonium 239

Pour ce second cas, il s'agit de tester la méthode et les critères de sélection avec une mesure réalisée sur un conteneur léger contenant des copeaux métalliques de plutonium. La distance détecteur-objet est égale à 100 cm. Les dimensions globales de l'objet sont de 20 cm de hauteur et 16 cm de diamètre. Le volume est un cylindre de 4020 cm³. La masse de l'objet est de 1800 g. La densité apparente est de 0,45. La masse de plutonium 239 est de 13 g. Elle est sous forme de copeaux métalliques, il y a donc présence de phénomène d'autoabsorption. Les copeaux sont à l'intérieur de conteneurs cylindriques en PVC qui eux même sont à l'intérieur d'un conteneur métallique.

La première étape concerne la vérification de la présence d'une masse de plutonium 239 égale à 13 g à +/- 5% parmi l'ensemble des configurations du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 30.

Géométrie	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombre de configurations dont l' $A_{\text{moyenne}} = 13 \text{ g à } \pm 5\%$	1353	51562	268294
Nombre total de configurations	54000	1350000	8100000
Pourcentage	2,5	3,8	3,3

Tableau 30 : Évaluation du pourcentage du nombre de configurations donnant la bonne valeur à +/- 5% parmi le nombre total de configurations.

On remarque que le pourcentage de configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure donnant une bonne valeur de l'activité est faible. Cependant le nombre de configurations est conséquent au vu du nombre de configurations testées. Parmi les configurations testées un certain nombre ne respectent pas les critères donnés dans la partie (IV. 4)

Le tableau 31 indique le nombre de configurations du coefficient d'étalonnage restant après les différents tris effectués par les critères de sélection successifs. Pour la géométrie sphérique, aucune configuration n'a franchi les critères métrologiques et physiques d'appréciation :

- Soit les critères physiques d'appréciation sont trop stricts et il existe des configurations type point chaud (masse de matière concentrée dans un petit volume donc très inférieure à une configuration avec un terme source homogène dans le colis) qui sont rejetées par les critères physiques d'appréciation.
- Soit la géométrie sphérique ne correspond pas aux objets de type colis.

Critères\Géométrie	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombre de configurations initiales	54000	1350000	8100000
Métrologiques éliminatoires	31	625	7106
Métrologiques & Physiques éliminatoires	7	107	2269
Métrologiques & Physiques (éliminatoires et appréciation)	0	1	29

Tableau 31 : Évaluation du nombre de configurations en fonction des critères de sélection.

Maintenant il s'agit de déterminer si les configurations qui ont franchi les critères métrologiques et physiques éliminatoires et d'appréciation donnent la bonne valeur de la masse de radionucléide. Pour cela nous allons recenser la masse minimale, maximale et la meilleure candidate parmi l'ensemble de ces configurations. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 32.

Géométries	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombres de configurations après sélections des critères métrologiques et physiques	0	1	29
Masse minimale (g)	0	13,8	9,2
Masse maximale (g)	0	13,8	10,7
Masse déterminée avec les critères statistiques (g)	0	13,8	9,8
Ecart normalisé avec la masse réelle du radionucléide (%)	/	+6,15	-24

Tableau 32 : Évaluations de la masse minimale, maximale et celle obtenue avec les critères statistiques. La masse déterminée avec les critères statistiques est sensée être la masse la plus probable par rapport à la masse réelle du radionucléide de l'objet. L'écart normalisé est calculé entre la masse réelle de radionucléide et la masse obtenue avec les critères statistiques.

Les configurations utilisées pour la géométrie sphérique n'ont pas franchi tous les critères de sélection. Cela implique soit que le type de géométrie n'est pas adapté à des colis de déchets, soit que les critères physiques d'appréciation sont trop rigoureux. Une étude plus approfondie des configurations serait nécessaire. Cette étude n'a pas été menée au cours de cette thèse.

La configuration sélectionnée pour la géométrie cylindre détermine une masse de plutonium 239 avec un écart normalisé à 6,15% par rapport à la masse réelle. Par contre une seule configuration a franchi l'ensemble des critères de sélection.

La configuration obtenue avec la géométrie parallélépipédique détermine une masse de plutonium 239 avec un écart normalisé de 24% par rapport à la masse réelle. Cependant la masse réelle n'est pas encadrée par les masses minimales et maximales associées à l'ensemble des configurations.

L'objet réel est un conteneur cylindrique qui est mesuré en rotation sur un plateau tournant. Le fait que la géométrie cylindrique donne une valeur de masse de radionucléide la plus proche de la

masse réelle est logique. Les critères de sélection fonctionnent car une seule valeur a franchi les critères. Seulement ils sont peut-être trop restrictifs car si nous disposons de plusieurs configurations possédant une valeur de masse similaire cela augmente la confiance accordée au résultat.

5.3 Conteneur cylindrique contenant 4,6 grammes de plutonium 239

Pour le dernier cas, il s'agit de tester la méthode et les critères de sélection avec une mesure réalisée sur un conteneur présentant une forte hétérogénéité et une forte atténuation. La distance détecteur-objet est égale à 100 cm. Les dimensions globales de l'objet sont de 25 cm de hauteur et 20 cm de diamètre. Le volume est un cylindre de 8000 cm³. La masse de l'objet est de 15600 g. La densité apparente est de 1,96. La masse de plutonium 239 contenue dans la source est de 4,6 g. Elle est sous forme d'un dépôt supposé homogène sur plaque en acier d'un centimètre d'épaisseur. La plaque est placée en biais dans le conteneur métallique.

La première étape concerne la vérification de la présence d'une masse de plutonium 239 égale à 4,6 g à +/- 5% parmi l'ensemble des configurations du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 33.

Géométries	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombre de configurations dont l' $A_{\text{moyenne}} = 4,6 \text{ g à } \pm 5\%$	1690	46354	277723
Nombre total de configurations	54000	1350000	8100000
Pourcentage	3,1	3,5	3,4

Tableau 33: Évaluation du pourcentage du nombre de configurations donnant la bonne valeur à +/- 5% parmi le nombre total de configurations.

Le nombre de configurations qui donne potentiellement la bonne valeur de l'activité est du même ordre de grandeur que pour les essais précédents, c'est-à-dire aux alentours de 3%. Le fait d'avoir créé un seul fichier d'entrée regroupant l'ensemble des configurations n'est pas optimal. Une étude approfondie sur la discrétisation des facteurs par paliers successifs afin de définir un maillage de plus en plus fin tout en éliminant rapidement les configurations inutiles est à étudier.

Le tableau 34 indique le nombre de configurations du coefficient d'étalonnage restants après les différents tris effectués par les critères de sélection successifs. Comme pour le cas précédent, pour la géométrie sphérique, aucune configuration n'a franchi les critères métrologiques et physiques d'appréciation. Les raisons invoquées sont les mêmes que pour le cas précédent.

Critères\Géométries	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombres de configurations initiales	54000	1350000	8100000
Métrologiques éliminatoires	1153	50496	213875
Métrologiques & Physiques éliminatoires	813	32496	182532
Métrologiques & Physiques (éliminatoires et appréciation)	0	123	871

Tableau 34 : Évaluation du nombre de configurations en fonction des critères de sélection.

Maintenant il s'agit de déterminer si les configurations qui ont franchi les critères métrologiques et physiques éliminatoires et d'appréciation donnent la bonne valeur de la masse de radionucléide. Pour cela nous allons recenser la masse minimale, maximale et la meilleure candidate parmi l'ensemble de ces configurations. Les résultats sont synthétisés dans le tableau 35.

Géométries	Sphère	Cylindre	Parallélépipède
Nombres de configurations après sélections des critères métrologiques et physiques	0	123	871
Masse minimale (g)	0	2,4	4,5
Masse maximale (g)	0	6,8	8,8
Masse déterminée avec les critères statistiques (g)	0	6,2	5,2
Ecart normalisé avec la masse réelle du radionucléide (%)	/	+35	+13

Tableau 35: Évaluations de la masse minimale, maximale et celle obtenue avec les critères statistiques. La masse déterminée avec les critères est sensée être la masse la plus probable par rapport à la masse réelle du radionucléide de l'objet. L'écart normalisé est calculé entre la masse réelle de radionucléide et la masse obtenue avec les critères statistiques.

Aucune configuration associée à la géométrie sphérique n'a franchi l'ensemble des critères. Par conséquent aucune masse n'a été déterminée.

La configuration sélectionnée pour la géométrie cylindre détermine une masse de plutonium 239 avec un écart normalisé à 35% par rapport à la masse réelle. La masse réelle est encadrée par les masses minimales et maximales de l'ensemble des 123 configurations.

La configuration obtenue avec la géométrie parallélépipédique détermine une masse de plutonium 239 avec un écart normalisé de 13% par rapport à la masse réelle. La masse réelle est encadrée par les masses minimales et maximales de l'ensemble des 871 configurations.

Ces résultats montrent que les géométries utilisées sont trop simples. Par conséquent le rajout d'un écran au terme source est une piste d'étude à explorer afin de traiter ce type d'objet.

6. Conclusion

La quantification de la matière nucléaire nécessite de déterminer le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Dans le cadre d'objets mesurés possédant une géométrie complexe, unique et non reproductible, le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est modélisé par un code de calcul de transport de particules. Ce coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est actuellement déterminé de la manière suivante :

- Modélisation de l'objet avec les propriétés physico-chimiques, géométriques et de contamination connues de l'objet.
- Émission d'hypothèses sur les propriétés non connues de l'objet.
- Établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.
- Vérification de l'adéquation entre le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure et la mesure.
- En cas de non adéquation, émission de nouvelles hypothèses jusqu'à l'obtention de l'adéquation mesure modélisation du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.

Le principal inconvénient de cette méthode est un processus long et difficile afin de déterminer les bonnes hypothèses et leur domaine de validité.

La démarche proposée dans la thèse est un établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure sans hypothèse de l'opérateur. Elle comprend les étapes suivantes :

- Déterminer et quantifier les facteurs impactants et les plages de variation associées du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.
- Remplacer le code de calcul de transport de particules qui détermine le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure coûteux en temps par un modèle mathématique très rapide. Le modèle mathématique est uniquement défini dans le domaine de définition de l'ensemble des facteurs.
- Choisir à l'aide de critères métrologiques, physiques et statistiques les coefficients d'étalonnages de la scène de mesure qui correspondent au résultat de la mesure.

Les résultats obtenus sont les suivants :

- Les facteurs impactants sont de deux types : continus et catégoriels. L'impact de ces facteurs a été quantifié sur un cas simple du problème général de la quantification de l'activité d'objets de grands volumes.
- Remplacement du code de calcul de transport de particules par un métamodèle qui accepte les facteurs mixtes (continus et catégoriels).
- Les critères de sélections permettent de diminuer le nombre de configurations candidates qui pourraient correspondre à l'activité/masse réelle. Cependant les seuils de ces critères restent à définir afin de ne pas avoir de critères trop stricts qui éliminent toutes les configurations.

Les plus-values apportées par cette méthode sont :

- Le métamodèle prédit les valeurs du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure très rapidement (un dizaine de milliers en une minute).
- Le métamodèle prédit des valeurs du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure uniquement dans le domaine de définition du métamodèle. Cela permet de définir le domaine de validité de la méthode.
- Une fois l'activité du multi-émetteur déterminée, il sera possible de quantifier tout autre radioélément se trouvant dans la gamme d'énergie du multi-émetteur utilisé pour la quantification initiale.

La méthode développée dans cette thèse a été testée expérimentalement sur 3 colis dont 2 sont représentatifs des propriétés physico-chimiques complexes rencontrées dans les colis et fûts de déchets (forte atténuation, autoabsorption, etc.). Les conclusions sur les tests réels sont les suivantes :

- La forme sphérique ne semble pas adaptée pour les deux mesures de conteneurs car il ne reste aucune configuration du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure qui franchisse l'ensemble des critères de sélection.
- La forme géométrique de type cylindrique est particulièrement adaptée aux objets de type colis en rotation. Sur l'ensemble des tests, il reste à chaque fois des configurations potentielles. Dans le cadre de la mesure sur la source contenant 0,372 g de plutonium 239 et le conteneur contenant des copeaux métalliques le biais entre la masse réelle et la masse prédite est respectivement inférieur à 5 et 7 %. Pour le conteneur à forte atténuation le biais est de 35%. Cependant les masses minimale et maximale encadrent la masse réelle. Ce biais pourrait être diminué par l'ajout d'un terme écran à cette géométrie.
- La forme géométrique de type parallélépipédique est adaptée dans le cas où la géométrie de l'objet réel est équivalente à un écran ce qui est le cas pour le conteneur contenant 4,6 g de plutonium 239. Cependant dans les autres cas, la géométrie parallélépipédique ne converge pas vers les masses réelles de radionucléide. Le biais étant systématiquement supérieur à 10%.
- Les critères de sélection notamment métrologiques et physiques semblent adaptés à ce problème. Cependant les critères statistiques sont beaucoup trop restrictifs et ne prédisent pas les masses/activités réelles de l'objet. Des critères supplémentaires concernant entre autre la distribution des points d'activités sont à étudier afin de prédire les masses/activités réelles de l'objet.

La validation complète de cette méthode nécessite l'élaboration de nouvelles géométries pour le métamodèle, une étude approfondie des critères de sélection du meilleur candidat qui doit correspondre systématiquement à la masse réelle de radionucléide de l'objet et la confrontation de ces résultats sur une gamme plus large de colis rencontrés sur le terrain.

Les métamodèles utilisés dans la seconde partie de la thèse résultent de la collaboration initiée au CEMRACS avec le laboratoire Bureau Statistique et Expertise (DIF/DCSA/BSE). Cette collaboration a fourni à mon étude les outils statistiques suivants :

- Les plans d'expériences,
- Les métamodèles aux entrées mixtes,
- Les indices de Sobol.

Ces outils m'ont donc permis de réaliser les travaux présentés dans cette partie. Par conséquent je remercie les personnes du BSE de leur appui sur ce sujet.

V. PERSPECTIVES

Le procédé d'obtention d'une réponse numérique équivalente à la réponse réelle à un critère de convergence de 95% est quasiment industrialisé. Les pistes d'amélioration des performances du procédé sont les suivantes :

- Banc de mesure de précision en 3 dimensions dont la précision spatiale est inférieure au pourcent.
- Utilisation d'une source unique contenant plusieurs radionucléides multi-émetteur.
- Etude de nouveaux modèles de comportement autre que la régression linéaire afin d'améliorer les capacités de prédiction des modèles de comportement.
- Etude de nouveaux algorithmes de problème inverse pouvant prendre simultanément un nombre de modèles de comportement plus important afin d'améliorer la convergence entre la réponse numérique et la réponse réelle.

Concernant l'étude de faisabilité de la quantification de la matière nucléaire sans connaissance de l'objet et sans émission d'hypothèse par l'opérateur, celle-ci a été réalisée et testée sur des colis réels. Elle passe par le calcul d'un très grand nombre de configurations du coefficient d'étalonnage de la scène de la mesure. Le calcul est effectué à l'aide d'un métamodèle qui représente une approximation du code de calcul de transport de particule. Le métamodèle génère très rapidement les coefficients d'étalonnage de la scène de mesure qui sont uniquement valables dans le domaine défini choisi. Cependant cette méthode nécessite des améliorations avant de pouvoir être déployée facilement sur le terrain. Les améliorations possibles sont les suivantes :

- La première amélioration concerne le métamodèle BTGP. Celui-ci est complexe à implémenter. Pour améliorer ce point, le métamodèle processus gaussien à facteurs mixtes est en développement afin de faciliter l'implémentation et de prédire au mieux le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. De plus il est nécessaire de traiter les plans d'expériences associés aux métamodèles à facteurs mixtes car ceux-ci sont calibrés simplement pour des facteurs continus. Ces plans d'expériences ont été extrapolés aux facteurs mixtes. Une autre alternative consisterait à définir un métamodèle pour chaque modalité du facteur catégoriel (matériaux) avec une géométrie fixée (cylindrique). Dans ce cadre, seul des facteurs continus sont utilisés. Si cette solution est retenue l'utilisation des processus gaussiens avec des facteurs continus est alors la solution la plus simple à mettre en œuvre.
- La seconde amélioration concerne le développement d'un nouveau type de géométrie. Il s'agirait d'une géométrie cylindrique à deux cylindres dont l'un serait défini comme un écran et l'autre comme étant le terme source. Cela permettrait de traiter des cas plus complexes de colis et fûts de déchets et notamment le cas d'un conteneur présentant une forte atténuation.
- La troisième amélioration consisterait à ne pas utiliser un seul fichier d'entrée contenant l'ensemble des configurations des coefficients d'étalonnage de la scène de mesure. L'étude se concentrerait sur un premier fichier constitué d'un maillage large des configurations afin d'écarter, à l'aide d'un critère, un maximum de configuration inutiles, puis de générer un nouveau fichier d'entrée de configurations avec les configurations retenues. Le

maillage de ce nouveau fichier d'entrée serait plus fin que le précédent. Le processus se répèterait jusqu'à l'arrêt par un critère fixé.

- La quatrième amélioration concerne le développement de nouveaux critères statistiques afin de sélectionner les meilleures configurations du coefficient d'étalonnage qui détermine les meilleurs candidats à l'activité/masse potentielle de l'objet. Il s'agirait notamment d'utiliser des critères sur la distribution des points d'activité et les régressions associées. Ceux-ci doivent bien évidemment être sans a priori sur l'objet.

L'objectif final est de disposer d'un outil facile d'accès. Cependant, dans cette thèse, le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure est propre à un détecteur donné et à une distance détecteur-centre de l'objet fixe. Il est donc nécessaire de découpler le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure en une partie objet et une partie détecteur. L'avantage serait de posséder une base fixe (coefficient d'étalonnage de l'objet) et d'établir le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure peu importe la distance détecteur-objet et le détecteur utilisé.

Un résultat de mesure s'accompagne nécessairement de l'incertitude associée. L'incertitude sur l'activité comprend un grand nombre de paramètres dont certains ne sont pas nécessairement connus. Pour cela un calcul de l'incertitude globale à l'aide de méthode type Monte Carlo Markov Chain (MCMC) qui ne nécessite pas une connaissance ou un a priori sur les facteurs utilisés serait à définir.

Enfin, l'ensemble de la méthodologie devra être testée sur des cas réels de grands volumes tels les fûts de déchets de type 100L et 200L.

VI. CONCLUSION GÉNÉRALE

Le travail de thèse a permis l'établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure par modélisation dans le cadre de la quantification de l'activité sur des colis et fûts de déchets sans hypothèse émise par l'opérateur. L'établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure nécessite la détermination de la réponse spatiale et énergétique du détecteur. Elle nécessite également la modélisation du coefficient d'étalonnage de l'objet sans émission d'hypothèse sur les propriétés physiques de l'objet. Ces deux étapes ont été étudiées au cours de cette thèse.

La première étape concerne l'obtention d'une réponse numérique équivalente à la réponse réelle. La réponse numérique est considérée équivalente à la réponse réelle à un critère de convergence près, fixé et maîtrisé. Cette étape a débuté par la définition des facteurs impactants la réponse numérique du détecteur. Cette définition a été réalisée par analyse de sensibilité. Une fois ces facteurs identifiés, les modèles de comportements de la réponse numérique en fonction de la position de la source de rayonnement dans l'espace ont été établis pour optimiser les valeurs des facteurs impactants. Cette optimisation permet d'obtenir l'équivalence entre la réponse numérique et la réponse réelle du détecteur. La réponse numérique a été obtenue uniquement à l'aide du schéma de principe du fabricant et de mesures réalisées avec une source étalon de rayonnement.

Cette méthode, quasi automatisée, a été testée sur trois détecteurs de fabrication et de géométries différentes. Ces tests ont démontré la conformité de la réponse numérique à la réponse réelle pour les trois détecteurs.

Les plus-values du procédé étudié dans cette thèse sont :

- l'obtention de la réponse numérique sans contrôle du schéma de principe par radiographie X.
- Sa réalisation possible par un opérateur non expert du domaine.
- L'extrapolation à d'autres types de détecteur de rayonnement en quelques minutes de calcul au lieu de plusieurs semaines actuellement.

La seconde étape de cette thèse a pour but de définir la quantification de l'activité d'un objet sans connaissance de ses caractéristiques physico-chimiques, géométriques et de contamination. Le calcul de l'activité nécessite l'établissement du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. La nouveauté proposée dans cette thèse consiste à remplacer le code de calcul de transport de particules utilisé pour établir le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure par un métamodèle. L'avantage du métamodèle est sa rapidité en temps de calcul. Le métamodèle est utilisable uniquement sur le domaine de définition sur lequel il a été construit. Cela établit un domaine de validité clair et aisément contrôlable. Toute extrapolation par rapport à ce domaine entraîne des valeurs aberrantes du coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Le travail effectué dans cette partie de la thèse a tout d'abord permis d'évaluer la faisabilité de remplacer le code de calcul de transport de particules par un métamodèle. La démonstration de cette faisabilité est une nouveauté ainsi que celle liée à la définition d'un métamodèle comportant à la fois des

entrées continues et catégorielles pour ce type de problématique. Une fois cette démonstration acquise, le travail suivant a été de sélectionner, tester, choisir et valider le meilleur métamodèle pour notre problématique qui est la quantification des activités d'actinides contaminant les colis de déchets nucléaires. Le métamodèle retenu est un métamodèle de type BTGP. Ce métamodèle permet de calculer très rapidement, en quelques minutes, un très grand nombre de coefficients d'étalonnage correspondants à des configurations de mesures prédéfinies, sensées couvrir tous les cas possibles du domaine de validité du métamodèle. Le nombre de coefficients d'étalonnage est ensuite réduit à l'aide de critères sur les propriétés des multi-émetteur gamma et sur les dimensions globales de l'objet (masse et volume uniquement). Un dernier critère permet de déterminer l'activité/masse, la plus proche d'une correction optimale de l'activité par le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure. Ainsi ce travail a démontré la faisabilité de quantifier, en quelques minutes, l'activité/masse de la contamination d'un objet avec comme seules données d'entrée la masse et le volume de l'objet (autrement dit, sans aucune connaissance des propriétés intrinsèques de l'objet telles que la géométrie, les propriétés physico-chimiques des matériaux le composant et de contamination de l'objet).

Pour rappel, actuellement la caractérisation des radionucléides est effectuée au cas par cas et nécessite un retour d'expérience sur les objets, leur provenance et les procédés de fabrication pour déterminer le coefficient d'étalonnage de la scène de mesure.

Toutefois des optimisations restent à réaliser pour que ce procédé automatisé puisse être déployé en routine sur le terrain. Parmi ces optimisations, les principales sont :

- L'ajout au métamodèle de nouvelles configurations de mesure, plus complexes que celles définies dans cette étude, afin de mieux prendre en compte les interactions rayonnements matière possibles dans les objets à caractériser.
- La définition et la combinaison des critères de tri des coefficients d'étalonnages candidats au calcul de l'activité/masse de la contamination en présence.
- La quantification et la validation des incertitudes associées à l'activité/masse de contamination.

VII. BIBLIOGRAPHIE

- [ABADIE01] J. Abadie and J. Carpentier. *Méthode du gradient réduit généralisé*. EDF, avril 1969.
- [AFNOR01] Norme AFNOR. NF X 06-063. *Comparaison du rapport de deux variances*.
- [ANSI01] American National Standard Institute. *American Standard for Calibration and use of Germanium Spectrometers for the measurement of Gamma-Ray Emission Rates of Radionuclides*. Institute of Electrical and Electronics Engineers. 1999.
- [BARAT01] E. Barat and T. Dautremer. *Nonparametric Bayesian estimation of X/ γ ray spectra using a hierarchical Dirichlet process- Polyà tree model*. MaxEnt, 2006.
- [BARAT02] E. Barat, T. Dautremer and T. Montagu. *Nonparametric Bayesian inference in nuclear Spectroscopy*. IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record, N15-411, pages880-887, 2007.
- [BAUCHET01] A. Bauchet. *Spectrométrie gamma des fragments de fission auprès d'EUROBALL : Mise en évidence du rôle des orbitales de proton dans les noyaux de la région de masse $A \sim 100$* . Thèse, 2001.
- [BENOIST01] D. Benoist, Y. Tournier and S. Germain-Tournier. *Plans d'expérience : constructions et analyse*. Éditions Lavoisier. ISBN : 2-85206-988-1. 1994.
- [BREVET01] N. Saurel and N. Guillot. *Dispositif et procédé de quantification des dimensions intrinsèques des capteurs de rayonnements ionisants*. Patent n° , 2014.
- [BRONSON01] F. Bronson and L. Wang. *Validation of the MCNP Monte Carlo code for germanium detector efficiency calibrations*. INMM vol37 p154-159. 1996.
- [BRONSON02] F. Bronson, V. Astrashkevitch and J. Crozier. *Calibration method for radiation spectrometry*. Patent,W098/39628. 1998.

- [BRONSON03] F. Bronson. *ISOCS, a Laboratory Quality Ge Gamma Spectroscopy System you can take to the Source for immediate High Quality Results*. Proceeding of the rapid Radioactivity Measurements in Emergency and Routine Situations Conference. 1997.
- [BRONSON04] F. Bronson, B.M. Young, V. Atrashkevitch. *ISOCS Mathematical Calibration Software for Germanium Gamma Spectroscopy of Small and Large Objects*. Transactions of the American Nuclear Society Annual Meeting. 1997.
- [BRONSON05] R Venkataraman, F. Bronson and B.M. Young, V. Atrashkevitch. *Improved Detector Response Characterization Method in ISOCS and LabSOCS*. Journal of Rad. Nucl. Chem. Vol264 p213-219. 2005
- [BREIMAN01] L. Breiman, J. Friedman, R. Olsen and C. Stone. *Classification and regressions trees*. Chapman and Hall, New York, USA, 1984.
- [BREIMAN02] L. Breiman. Bagging predictors. *Machine Learning*, 24:123-140, 1996.
- [CHIPMAN01] H. Chipman, E. George and R. McCulloch. Bayesian cart model search (with discussion). *Journal of American Statistical Association*, 93:935-960, 1998.
- [CANBERRA01] *Germanium Detectors User's manual*. Canberra Industries, Meriden, USA, 2003.
- [COCHRAN01] W.G. Cochran and G.M. Cox. *Experimental design*. Éditions Wiley & sons. 2ème édition. 1957.
- [CORNEC01] M. Cornec. *Validation croisée et modèles statistiques appliquées*. Thèse Université Paris X Nanterre, Juin 2009.
- [COURTINE01] F. Courtine. *Etalonnage d'un spectromètre gamma en vue de la mesure de la radioactivité naturelle : Mesures expérimentales et modélisation monte Carlo*. Thèse. Université Blaise Pascal – Clermont Ferrand II. 2007.
- [DANISON01] D. Danison, B. Mallick and A. Smith. A bayesian cart algorithm. *Biometrika*, 85:363-377, 1998.

- [DROPG01] Commission d'ÉTABlissement des Méthodes d'Analyse du commissariat à l'énergie atomique (CETAMA), groupe de travail 27. *Dossier de recommandation pour l'optimisation des mesures. Spectrométrie gamma appliquée aux fûts de déchets*. Éd n°1. 2001. ANIMMA
- [ENDFB6.8] Base de données nucléaires ENDFB6.8.
<http://www.nndc.bnl.gov/exfor7/endf00.htm>
- [ESTEP01] R. J. Estep. *Assay of heterogeneous radioactive wastes by low-resolution tomographic gamma scanning*. ANS Transaction, 1998.
- [ESTRE01] N. Estre, D. Eck, J. L. Pettier, E. Payan, C. Roure and E. Simon. *High-Energy X-Ray imaging applied non destructive characterization of large nuclear waste drums*. Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2013
- [GAUSS01] C. F. Gauss. *Méthode des moindres carrés*. 1855.
- [GEANT401] Geant4 Collaboration. 9.5p01.2012. <http://geant4.org/>
- [GENIE20001] CANBERRA. *Genie2000 v3.1. Customization tools manual*. 2006.
- [GILMORE01] G. Gilmore and J. Hemingway. *Practical gamma-ray spectrometry*. Éditions John Wiley & Sons. The Atrium, Southern gate, Chichester, West Sussex, England. 1995.
- [GODOT01] A. Godot and B. Perot. *Détermination par spectrométrie gamma de la teneur en plutonium et en américium de produits issus de séparation Pu/Am. Application aux bains de sel*. Rapport CEA-R-6086. ISSN 0429-3460. 2005.
- [GRAMACY01] R. B. Gramacy and H. K. H Lee. Bayesian treed Gaussian process models with an application to computer modelling. *Journal of the American Statistical Association*, 103:1119-11330, 2008.
- [GRAMACY02] R. B. Gramacy and M. Taddy. *Categorical inputs, sensitivity analysis, optimization and importance tempering with TGP version 2, an R package for treed Gaussian process models*. Technical report, R manual, 2009.

- [GU01] C. Gu. *Smoothing spline ANOVA Models*. Springer-Verlag, New York, USA, 2002.
- [GUNNINK01] R. Gunnink. *MGA: a gamma-ray spectrum analysis code for determining plutonium isotopic abundances. Vol 1. Methods and algorithms*. Ref UCRL-LR-103220. 1990.
- [HASTIE01] T. Hastie, R. J. Tibshirami and J. Friedman. *The elements of statistical learning*. Springer, 2002.
- [HARDIN01] R.H. Hardin and N.J.A. Sloane. *A new approach to the construction of optimal designs*. Journal of statistical planning and inference. Volume 37, pages 339-369. 1993.
- [ILIE01] G. Ilie, A. Bosko, R. Venkataram, W.R. Russ, F. Bronson and W.F. Mueller. *Gamma Spectroscopy with automated Efficiency Optimization for Nuclear Safeguards Applications*. Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2013.
- [ITECH01] ITECH Instruments. *INTERWINNER 7.0*.
- [ITECH02] ITECH Instruments. *Manuel utilisateur WinnerTrack*. 2009.
- [JEFF3.1] Base de données nucléaires JEFF3.1.
http://www.nea.fr/html/dbdata/projects/nds_jef.htm. Wyoming USA.
September 24-29. Ref LA-UR-95-3326. 1995.
- [KRINGS01] T. Krings. *SGSreco: a Computer Code for the Precise and Reliable Reconstruction on Activities in Radioactive Waste Drums by Segmented Gamma Scanning*. Institute of Electrical and Electronics Engineers. 2013
- [KNOLL01] G.F. Knoll. *Radiation detection and measurement. Second edition*. Éditions John Wiley & Sons. Ann Arbor, Michigan. 1989.
- [LIN01] Y. Lin and H. Zhang. Component selection and smoothing in smoothing spline analysis of variance models. *Annals of Statistics*, 34(5)2272-2297, 2006.
- [LUMIERE01] SOFT16. *L.U.M.I.E.R.E.* version 5.49 de 2010.

- [LYOUSSI01] A. Lyoussi. *Détection de rayonnements et instrumentation nucléaire*. EDP Sciences, 2010.
- [MCNP01] Los Alamos National Laboratory. *MCNPX User's manual*. LANL. v2.5. 2005.
- [MOREL01] J. Morel, B. Chauvenet and al. *A non-destructive method based on gamma spectrometry for the measurements of plutonium hold-up or plutonium waste*. American Nuclear Society, 1987.
- [MOREL02] J. Morel, M. Vallee and M. Etcheverry. *Programme de mesure des quantités de plutonium par spectrométrie gamma*. Logiciel PUMA. Rapport CEA-R-5482. 1989.
- [NEUILLY01] M. Neuilly & CETAMA. *Modélisation et estimation des erreurs de mesure*. Éditions Lavoisier. ISBN 2-7430-0272-7. 1998.
- [ORTEC01] ORTEC. *GammaVision v5.2 How To Guide*.
<http://www.ortec-online.com/download/GammaVision-V5.2-How-To.pdf>
- [PRESS01] W. Press, S. Teukolsky, W. Vetterling and B. Flannery. *Numerical Recipes: The Art of scientific computing*. 3rd ed, Cambridge University Press, 2007.
- [ROCCAZ01] J. Roccaz. *Characterization system for germanium detectors dedicated to gamma spectroscopy applied to nuclear wastes*. ANIMMA, 2009.
- [QIAN01] P. Z. Qian, H. Wu and C. F. Wu. Gaussian process models for computer experiments with qualitative and quantitative factors. *Technometrics*, 50(3):383-396, 2008.
- [RASMUSSEN01] C. E. Rasmussen and C. K. I. Williams. *Gaussian processes for Machine Learning*. MIT Press, Cambridge, USA, 2006.
- [REILLY11] D. Reilly, N. Ensslin, and H. Smith Jr. *Passive non-destructive assay of nuclear materials*. Los Alamos National Laboratory. NUREG/CR-5550/LA-UR-90-732. 1991.

- [RODENAS01] J. Rodenas, A. Pascual, I. Zarza, V. Serradell, J. Ortiz, L. Ballesteros. *Analysis of the influence of germanium dead layer on detector calibration simulation for environmental radioactive samples using the Monte Carlo method*. 2002
- [ROBERT01] C.P. Robert. *Le choix bayésien. Principes et pratique*. Éditions Springer. Collection statistiques et probabilités appliquées. 2006.
- [SALTELLI01] A. Saltelli, K.P. S. Chan and E. M. Scott. *Sensitivity Analysis*. Wiley Series in Probability and Statistics, Wiley, 2000.
- [SAMPSON01] T.E. Sampson, G.W. Nelson, T.A. Kelley. *FRAM: a versatile code for analyzing the isotopic composition of plutonium from gamma-ray pulse height spectra*. Los Alamos National Laboratory Document. LA-11720-MS. 1989.
- [SANTNER01] T. J. Santner, B. J. Williams and W. I. Notz. *The design and Analysis of Computer Experiments*. Springer Verlag, New York, 2003.
- [SOBOL01] I. M. Sobol. *Sensitivity estimates for non linear mathematical models*. *Modelling and Computation Experiments*, 1:407-414, 1993.
- [STORLIE01] C. B. Storlie, H. D. Bondell, B. J. Reich and H. H. Zhang. Surface estimation, variable selection and the non parametric oracle property. *Statistica Sinica*, 21(2):679-705, 2010.
- [SAUREL01] N. Saurel. *Tomographie des actinides par photofission dans des colis de déchets radioactifs de grand volume*. Thèse. Université Blaise Pascal – Clermont Ferrand II. 2002.
- [SIMON01] A.C. Simon, J.P. Both, I. Espagnon, J. Lefèvre, V. Picaud, A. Pluquet. *Mesure de la composition isotopique du plutonium, de l'uranium et autres actinides. Notice d'utilisation du logiciel IGA*. Rapport CEA. RAP/07-027. 2007.
- [SIMONATO01] J. Simonato. *Détermination de l'efficacité intrinsèque d'un détecteur GeHP appliqué aux mesures sur déchets nucléaires*. Mémoire de Diplôme de Recherche Technologique. Institut polytechnique de Grenoble. 2011.

- [STPIERRE01] N.R. St Pierre, W.P. Weiss. *Designing and analysing quantitative factorial experiments*. Journal of Dairy Science, 92 (9), p.4581. 2009.
- [TAVERNIER01] S. Tavernier. *Experimental Techniques in Nuclear and Particule Physics*. Springer. 2010.
- [TUNALI01] S. Tunali and I. Batmaz. A metamodeling methodology involving both qualitative and quantitative input factors. *European Journal of Operational Research*, 150:437-450, 2003.
- [WAHBA01] G. Wahba. *Spline Models for Observational Data*. Society for industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, Pennyslvania, USA, 1990.
- [WOLFE01] P. Wolfe. *Reduce Gradient Method*. RAND, juin 1962.

VIII. ANNEXES

Annexe 1. Algorithme du gradient réduit généralisé

L'algorithme GRG est une extension de l'algorithme du gradient réduit de Wolfe pour prendre en compte des contraintes non linéaires. L'algorithme GRG résout le problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x) \\ g_i(x) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ a_j \leq x_j \leq b_j \quad (j = (1, 2, \dots, n)) \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x) \\ g(x) = 0 \\ a \leq x \leq b \end{array} \right.$$

Si certaines contraintes sont des inégalités du type $g_i(x) \leq 0$ elles peuvent être ramenées à des contraintes égalités par introduction de variables d'écart x_i' :

$$g_i(x) \leq 0 \quad \Leftrightarrow \quad g_i(x) + x_i' = 0 \quad \text{et} \quad x_i' \geq 0$$

Sous une hypothèse de non-dégénérescence (que l'on précisera plus loin) le système des m équations $g_i(x) = 0$ permet d'exprimer m variables dites BASIQUES regroupées en un vecteur x_B en fonction de $(n-m)$ variables LIBRES regroupées en un vecteur x_N :

$$g(x) = g(x_B, x_N) = 0 \quad \rightarrow \quad x_B = h(x_N)$$

L'ensemble des variables a donc été ainsi décomposé : $x = (x_B, x_N)$.

Gradient réduit

En général on ne peut résoudre explicitement le système d'équations non-linéaires $g(x) = g(x_B, x_N) = 0$ sous la forme $x_B = h(x_N)$, ce qui permettrait de transformer le problème en remplaçant x_B par son expression en fonction de x_N et en ramenant à un problème d'extremum libre :

$$\text{Min } f(x_B, x_N) = \text{Min } f[h(x_N)] = \text{Min } F(x_N)$$

On peut cependant réduire les dimensions du problème en effectuant des "variations" dx sous les contraintes $g(x) = 0$, ce qui conduit à la notion de *gradient réduit*, vecteur qui s'annule en général à l'optimum x^* .

Considérons le problème suivant à 2 variables seulement et une seule contrainte

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min } f(x_1, x_2) \\ g(x_1, x_2) = 0 \end{array} \right.$$

Considérons des déplacements admissibles infiniment petits (dx_1, dx_2) effectués sur la contrainte $g(x_1, x_2) = 0$, c'est-à-dire tels que $dg(x_1, x_2) = 0$. On a donc :

$$dg = \frac{\partial g}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial g}{\partial x_2} dx_2 = 0 \quad (1)$$

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 \quad (2)$$

Ces équations sont linéaires en (dx_1, dx_2) et on peut "résoudre" l'équation $dg = 0$ en choisissant d'exprimer dx_2 (*basique*) en fonction de dx_1 (*libre*) :

$$dx_2 = -\frac{\partial g / \partial x_1}{\partial g / \partial x_2} dx_1 \quad (3)$$

que l'on peut reporter dans l'expression de df :

$$df = \left[\frac{\partial f}{\partial x_1} - \frac{\partial f}{\partial x_2} \left(\frac{\partial g}{\partial x_2} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_1} \right] dx_1 \quad (4)$$

On obtient ainsi le *gradient réduit* $\frac{df}{dx_1}$ dont la nullité est une condition nécessaire d'optimalité en $x^* = (x_1^*, x_2^*)$

$$\frac{df}{dx_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1} - \frac{\partial f}{\partial x_2} \left(\frac{\partial g}{\partial x_2} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_1} \quad (5)$$

On obtient, de la même façon, le gradient réduit (généralisé) dans le cas de n variables x_j soumises à m contraintes $g_i(x) = 0$. Pour des déplacements infinitésimaux (dx_B, dx_N) satisfaisant les contraintes $g(x_B, x_N) = 0$, on a :

$$dg(x_B, x_N) = \frac{\partial g}{\partial x_B} dx_B + \frac{\partial g}{\partial x_N} dx_N = 0 \quad (6)$$

$$df(x_B, x_N) = \frac{\partial f}{\partial x_B} dx_B + \frac{\partial f}{\partial x_N} dx_N \quad (7)$$

La résolution en x_B du système linéaire $dg(x_B, x_N) = 0$ donne :

$$dx_B = -\left(\frac{\partial g}{\partial x_B} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_N} dx_N \quad (8)$$

que l'on peut reporter dans l'expression de df :

$$df(x_B, x_N) = \left[\frac{\partial f}{\partial x_N} - \frac{\partial f}{\partial x_B} \left(\frac{\partial g}{\partial x_B} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_N} \right] dx_N \quad (9)$$

On obtient le *gradient réduit (généralisé)* $\frac{df}{dx_N}$ dont on verra que les conditions d'optimalité de Kuhn-Tucker se ramènent en général à sa nullité [voir ci-dessous les conditions d'optimalité (15)] :

$$\frac{df}{dx_N} = \frac{\partial f}{\partial x_N} - \frac{\partial f}{\partial x_B} \left(\frac{\partial g}{\partial x_B} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_N} \quad (10)$$

Dans la formule ci-dessus le *gradient réduit* $\frac{df}{dx_N}$ est un vecteur-ligne à $(n-m)$ composantes, $\frac{\partial f}{\partial x_N}$ est un vecteur-ligne à $(n-m)$ composantes, $\frac{\partial f}{\partial x_B}$ est un vecteur-ligne à m composantes, g est un vecteur-colonne à m composantes de sorte que $\frac{\partial g}{\partial x_N}$ est une matrice $(m, n-m)$. La matrice $\frac{\partial g}{\partial x_B}$ est la *matrice de base* et l'hypothèse de non-dégénérescence évoquée précédemment implique en particulier l'hypothèse de *non singularité* de cette matrice.

Exemple à deux variables :

$$\begin{cases} \text{Min } f(x) = x_1^2 + x_2^2 \\ g(x) = 2x_1 + x_2 - 1 = 0 \end{cases}$$

On tire de $g(x) = 0$ l'expression de la variable basique x_2 et

$$\frac{df}{dx_1} = 2x_1, \quad \frac{df}{dx_2} = 2x_2$$

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = 2, \quad \frac{\partial g}{\partial x_2} = 1$$

On déduit l'expression du gradient réduit :

$$\frac{df}{dx_1} = \frac{\partial f}{\partial x_1} - \frac{\partial f}{\partial x_2} \left(\frac{\partial g}{\partial x_2} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_1} = 2x_1 - 2x_2(1)(2) = 2x_1 - 4x_2$$

La recherche du minimum de $f(x)$ sur la contrainte $g(x) = 0$ fait se déplacer, à partir d'un point quelconque de la droite $2x_1 + x_2 - 1 = 0$, jusqu'à l'optimum $x^* = (x_1^*, x_2^*) = (2/5, 1/5)$ où le gradient réduit s'annule. On a donc sur cet exemple une *visualisation* du gradient réduit et de son annulation à l'optimum $x^* = (x_1^*, x_2^*)$.

Remarque : Dans ce cas où la contrainte est linéaire en (x_1, x_2) on peut résoudre explicitement l'expression de la variable basique x_2 : $x_2 = 1 - 2x_1$ dont le report dans $f(x)$ ramène à un problème d'extremum libre :

$$f(x_1, x_2) = f[x_1, 1 - 2x_1] = x_1^2 + (1 - 2x_1)^2 = 1 - 4x_1 + 5x_1^2 = F(x_1)$$

$$\frac{df}{dx_1} = \frac{dF}{dx_1} = -4 + 10x_1 = \text{gradient réduit}$$

et la solution de ce problème d'extremum libre de $F(x_1)$ est telle que :

$\frac{dF}{dx_1} = 0$, dont la solution est $x_1^* = 2/5$, d'où l'on tire $x_2^* = 1 - 2x_1^* = 1/5$

Evidemment, les deux expressions obtenues du gradient réduit, $2x_1 - 4x_2$ d'une part et $-4 + 10x_1$ d'autre part, sont équivalentes du fait que $g(x) = 2x_1 + x_2 - 1$

Une autre interprétation du gradient réduit peut être donnée en termes de *variables duales* ν . En effet si le vecteur λ est le vecteur des multiplicateurs des contraintes $g(x) = g(x_B, x_N) = 0$ et μ et ν ceux des contraintes $a \leq x \leq b$ de la façon suivante :

- $a_B \leq x_B$ multiplicateur μ^-
- $x_B \leq b_B$ multiplicateur μ^+
- $a_N \leq x_N$ multiplicateur ν^-
- $x_N \leq b_N$ multiplicateur ν^+

alors, en supposant que $a_B \prec x_B \prec b_B$ (deuxième partie de l'hypothèse de non-dégénérescence), les conditions d'optimalité de Kuhn-Tucker s'écrivent, en posant $\nu = \nu^- - \nu^+$:

$$\frac{\partial f}{\partial x_B} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_B} = 0 \quad (11) \quad \text{d'où} \quad \lambda = -\frac{\partial f}{\partial x_B} \left(\frac{\partial g}{\partial x_B} \right)^{-1} \quad (12)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_N} + \lambda \frac{\partial g}{\partial x_N} = \nu \quad (13)$$

Le report dans (13) de l'expression (12) de λ donne :

$$\nu = \frac{\partial f}{\partial x_N} - \frac{\partial f}{\partial x_B} \left(\frac{\partial g}{\partial x_B} \right)^{-1} \frac{\partial g}{\partial x_N} \quad (14)$$

De plus, les relations d'exclusion des conditions de Kuhn-Tucker

$$\nu_j^+ (x_{Nj} - b_{Nj}) = 0, \quad \nu_j^- (x_{Nj} - a_{Nj}) = 0$$

impliquent à l'optimum :

$$\begin{cases} \nu_j = 0 & \text{si } a_{Nj} \prec x_{Nj} \prec b_{Nj} \\ \nu_j \leq 0 & \text{si } x_{Nj} = b_{Nj} \\ \nu_j \geq 0 & \text{si } x_{Nj} = a_{Nj} \end{cases} \quad (15)$$

On reconnaît donc l'expression du *gradient réduit* dans l'expression (14) du vecteur ν de variables duales. Les valeurs des composantes de ν servent donc de guide pour la recherche de l'optimum x^* et l'on cherche dans l'algorithme à annuler ν .

Si le point $x = (x_B, x_N)$ satisfait les conditions (15), c'est l'optimum. Sinon on choisira une direction de déplacement, à partir de ce point courant que l'on notera x^k , direction d^k dont les composantes sont évaluées différemment selon qu'elles sont associées aux variables *libres* x_N ou aux variables *basiques* x_B . On posera, à l'itération $(k+1)$:

$$x^{k+1} = x^k + t^k d^k$$

ce qui fait passer du point x^k au point x^{k+1} en se déplaçant dans la direction d^k d'un pas t^k à déterminer.

2.1. Direction de déplacement d^k :

On commence par définir les composantes d_{Nj}^k de la direction d^k associées aux variables *libres* x_{Nj} :

$$\begin{cases} d_{Nj}^k = 0 & \text{si } x_{Nj}^k = b_{Nj} \text{ et } v_j^k < 0 \\ d_{Nj}^k = 0 & \text{si } x_{Nj}^k = a_{Nj} \text{ et } v_j^k > 0 \\ d_{Nj}^k = -v_j^k & \text{sinon} \end{cases}$$

Par exemple,

$$\text{au point } x^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad d_1^0 = -\frac{df}{dx_1}\bigg|_{x^0} = -6 \quad \text{et} \quad x_1^1 = 1 - 6t^0$$

$$\text{au point } x^0 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad d_1^0 = -\frac{df}{dx_1}\bigg|_{x^0} = 9 \quad \text{et} \quad x_1^1 = -1/2 + 9t^0$$

On définit ensuite les composantes d_{Bj}^k de la direction d^k associées aux variables *basiques* x_{Bj}^k : on choisit les composantes de d_B^k différemment du choix ci-dessus des composantes de d_N^k . Bien que, dans le cas des contraintes *linéaires* $g(x_B, x_N) = Bx_B + Nx_N = 0$, on puisse résoudre de façon explicite : $x_B = h(x_N) = -B^{-1}Nx_N$, ce ne sera vraisemblablement pas possible dans le cas de contraintes *non-linéaires*. La direction de déplacement d_B^k pour l'ensemble des variables basiques x_B est déterminée en linéarisant les contraintes sous la forme (6), ce qui donne l'expression (8) que l'on peut écrire en différences finies et non en différentielles sous la forme :

$$d_B^k = -\left(\frac{\partial g(x^k)}{\partial x_B}\right)^{-1} \left(\frac{\partial g(x^k)}{\partial x_N}\right) d_N^k$$

Par exemple :

$$\text{au point } x^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad \text{où } d_1^0 = -\frac{df}{dx_1}\bigg|_{x^0} = -6 \quad \text{on a } d_2^0 = -(1)(2)(-6) = 12 \quad \text{et le déplacement est :}$$

$$x^1 = x^0 + t^0 d^0 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + t^0 \begin{bmatrix} -6 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - 6t^0 \\ -1 + 12t^0 \end{bmatrix}$$

$$\text{au point } x^0 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad \text{où } d_1^0 = -\frac{df}{dx_1}\bigg|_{x^0} = 9 \quad \text{on a } d_2^0 = -(1)(2)(9) = -18 \quad \text{et le déplacement est :}$$

$$x^1 = x^0 + t^0 d^0 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 2 \end{bmatrix} + t^0 \begin{bmatrix} 9 \\ -18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/2 + 9t^0 \\ 2 - 18t^0 \end{bmatrix}$$

Dans les deux cas on se déplace sur la contrainte $g(x) = 2x_1 + x_2 - 1 = 0$, mais en sens inverse.

2.2. Choix du pas t^k du déplacement :

Le report de $x^{k+1} = x^k + t^k d^k$ dans l'expression de $f(x)$ donne une fonction $\varphi(t^k)$ du pas que l'on cherche à minimiser : il s'agit alors de rechercher l'extremum libre d'une fonction d'une seule variable. Par exemple,

$$f(x^1) = f(x^0 + t^0 d^0) = (x_1^1)^2 + (x_2^1)^2 = (1 - 6t^0)^2 + (-1 + 12t^0)^2 = \varphi(t^0)$$

$$\varphi(t^0) = 180(t^0)^2 - 36t^0 + 2, \quad \varphi'(t^0) = 0 \quad \text{pour } t^0 = 1/10 \quad \text{d'où : } x^1 = \begin{bmatrix} 1 - 6t^0 \\ -1 + 12t^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

Par exemple,

$$f(x^1) = f(x^0 + t^0 d^0) = (x_1^1)^2 + (x_2^1)^2 = (-1/2 + 9t^0)^2 + (2 - 18t^0)^2 = \varphi(t^0)$$

$$\varphi(t^0) = 405(t^0)^2 - 81t^0 + 4.25, \quad \varphi'(t^0) = 0 \quad \text{pour } t^0 = 1/10 \quad \text{d'où : } x^1 = \begin{bmatrix} -1/2 + 9t^0 \\ 2 - 18t^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2/5 \\ 1/5 \end{bmatrix}$$

A partir des deux points de départ proposés, on arrive à l'optimum en une itération seulement. Mais ce n'est pas toujours aussi simple....

3. Les problèmes pouvant se poser et les méthodes proposées pour les résoudre.

3.1. Une solution de départ *réalisable* n'est pas toujours disponible. On peut alors introduire des variables *artificielles* qui seront basiques au départ et que l'on éliminera de la base (au profit des variables x ou x') en les rendant nulles les unes après les autres par l'une ou l'autre des méthodes classiques suivantes :

- *Méthode des deux phases*, la première phase consistant à minimiser la somme des variables artificielles.
- *Méthode de pénalités*, en introduisant les variables artificielles dans la fonction objectif en les pénalisant fortement de façon à ce qu'elles sortent très vite de la base.

3.2. Lorsque les contraintes ne sont pas linéaires et que l'on est amené à les linéariser dans la recherche des directions d_B^k , on peut être amené à sortir du domaine réalisable, c'est à dire que la nouvelle solution obtenue x^{k+1} ne satisfait pas les contraintes $g(x^{k+1}) = 0$. On est alors amené à *résoudre* ces équations non-linéaires $g(x^{k+1}) = 0$ en appliquant la méthode de Newton-Raphson.

3.3. La recherche du *pas optimal* t^k nécessite la mise en oeuvre de n'importe laquelle des méthodes de recherche de l'extremum d'une fonction d'une seule variable (search method) : plusieurs méthodes sont disponibles et se trouvent dans n'importe quel ouvrage d'optimisation classique.

Annexe 2. Synthèse des modèles et de leur pertinence.

	30_0_e53	30_0_e81	30_0_e121	30_0_e244	30_0_e1112	30_45_e53	30_45_e81	30_45_e121	30_45_e244	30_45_e1112	30_90_e53	30_90_e81	30_90_e121	30_90_e244	30_90_e1112
Constante	6,7755	3,8808	-4,2360	-3,7234	1,1262	1,9850	2,0000	-3,3126	-3,7530	5,3434	55,2885	28,7611	10,8165	4,1974	7,3779
dc_#	-2,6121	-2,7137	-2,9551	-3,1115	-3,5507	-2,8672	-2,8243	-2,9433	-3,1509	-3,3664	-1,9864	-1,4414	-1,4829	-1,8801	-2,3446
lc_#			-0,1468	-1,9681	-3,8225		-0,0160	-0,2504	-1,8130	-3,4205		-1,6763	-2,7409	-3,7566	-4,7658
zma#	162,9063	54,7573		-91,7104	-48,3317	203,0886	41,9226	-14,1135	-95,5092	301,6399	2313,4960	340,7700	78,3496		-30,6743
zmc#	0,0349	0,0398				2,6307	2,3292	2,1295	0,9588	0,4057	54,5568	32,4497	17,8384	8,4471	3,8986
zmi#	0,0000		0,1540	1,9416	3,7958		0,0201	0,2534	1,7937	3,4662		2,1343	2,8905	3,7227	4,6744
dc_#²	-0,0318	-0,0237				-0,0765	-0,0239	-0,0258		-0,1337	-0,0953				
lc_#²			0,0197	0,0654					0,0444						
zma#²	-3432,5203	1121,0154	3656,3422	21208,2240	10389,1894	-4750,6101	2329,0342	7719,4203	20470,0706	-59814,8309	-75845,7499				
zmc#²	-0,0349	-0,0225				-2,3456	-1,2119	-0,7818			-41,3941	-8,0027	-2,5104	-0,9937	-0,2560
zmi#²										0,1868					
Ecart-Type Résiduel Sr :	0,0237	0,0409	0,1144	0,2809	0,5331	0,0447	0,0630	0,1501	0,2932	0,6948	1,3874	1,3247	0,9621	0,7504	0,8163
Ddl	235	236	237	236	237	236	234	234	235	234	236	236	236	237	236

Tableau 1 : Synthèse des coefficients des modèles de comportements sans erreur dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des écarts type résiduels est toujours inférieur à 5%.

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	4530,3866	1148177,1024	100,00	0,00
Résidu	0,1325			
Total	4530,5191			

Tableau 2 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart}}^{30,0^\circ}$ normalisé relatif (E_{53}).

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	4785,0453	476189,5662	100,00	0,00
Résidu	0,3952			
Total	4785,4406			

Tableau 3 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart}}^{30,0^\circ}$ normalisé relatif (E_{81})

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	9447,3244	19961,3535	100,00	0,00
Résidu	18,6157			
Total	9465,9401			

Tableau 4 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta\epsilon_{\text{écart}}^{30,0^\circ}$ normalisé relatif (E_{244})

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	19985,1827	14061,8675	100,00	0,00
Résidu	67,3664			
Total	20052,5490			

Tableau 5 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,0^\circ}(E_{112})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	6918,1178	575827,8947	100,00	0,00
Résidu	0,4726			
Total	6918,5904			

Tableau 6 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{53})$.

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	6135,0095	193504,5442	100,00	0,00
Résidu	0,9274			
Total	6135,9369			

Tableau 7 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{81})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	6435,8620	35696,3498	100,00	0,00
Résidu	5,2736			
Total	6441,1356			

Tableau 8 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{121})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	9286,6327	15429,1074	100,00	0,00
Résidu	20,2063			
Total	9306,8390			

Tableau 9 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{244})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	17404,6482	4506,8746	100,00	0,00
Résidu	112,9576			
Total	17517,6059			

Tableau 10 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,45^\circ}(E_{1112})$.

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	178416,8505	16945,5470	100,00	0,00
Résidu	414,1341			
Total	178830,9846			

Tableau 11 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{53})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	599146,6719	51879,9626	100,00	0,00
Résidu	454,2493			
Total	599600,9211			

Tableau 12 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{81})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	59561,1272	10725,2737	100,00	0,00
Résidu	218,4315			
Total	59779,5587			

Tableau 13 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{121})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	25292,9700	8984,3864	100,00	0,00
Résidu	133,4411			
Total	25426,4112			

Tableau 14 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{244})$

Sources	Variance	T Fisher	Confiance (%)	Risque (%)
Régression	24289,2534	6074,6856	100,00	0,00
Résidu	157,2719			
Total	24446,5253			

Tableau 15 : Résultat du test de Fisher-Snedecor pour la réponse $\Delta \varepsilon_{\text{écart normalisé relatif}}^{30,90^\circ}(E_{1112})$

Annexe 3. Indicateurs des erreurs

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-2,8085	-5,9989	-14,6475	-14,1043	-8,8911	-8,9055	-8,8841	-14,8073	-15,3409	-5,3415	50,3205	21,0503	0,8076	-6,4048	-3,0797
dc_#	-2,8806	-2,9927	-3,2495	-3,4217	-3,9044	-3,1858	-3,1381	-3,2704	-3,5011	-3,7404	-2,2072	-1,6016	-1,6477	-2,0890	-2,6051
lc_#	0,0000	-0,0001	-0,1614	-2,1643	-4,2032	0,0000	-0,0178	-0,2782	-2,0145	-3,8006	-0,0780	-1,8626	-3,0454	-4,1740	-5,2953
zma#	179,6504	60,3854	1,1505	-100,8529	-53,1459	225,6540	46,5807	-15,6817	-106,1213	335,1555	2570,5511	378,6333	87,0551	7,9988	-34,0826
zmc#	0,0385	0,0438	0,0123	-0,0120	-0,0050	2,9229	2,5880	2,3661	1,0654	0,4508	60,6186	36,0552	19,8204	9,3857	4,3317
zm#	0,0000	0,0001	0,1693	2,1352	4,1739	0,0000	0,0223	0,2816	1,9930	3,8513	0,0817	2,3714	3,2117	4,1363	5,1938
dc_# ²	-0,0351	-0,0261	0,0015	0,0024	0,0317	-0,0850	-0,0265	-0,0287	-0,0101	-0,1486	-0,1059	0,0169	0,0344	0,0097	0,0063
lc_# ²	0,0000	0,0000	0,0216	0,0719	0,0155	0,0000	-0,0001	0,0010	0,0494	0,0392	-0,0056	0,0259	0,0026	-0,0228	0,0401
zma# ²	-3785,3265	1236,2371	4020,6476	23322,4381	11423,8818	-5278,4557	2587,8158	8577,1337	22744,5229	-66460,9233	-84273,0559	-8768,3510	2508,3667	2861,5568	6816,5135
zmc# ²	-0,0385	-0,0248	0,0168	0,0075	0,0050	-2,6062	-1,3466	-0,8687	0,0724	0,0944	-45,9935	-8,8919	-2,7893	-1,1041	-0,2844
zm# ²	0,0000	0,0001	0,0159	0,0444	0,0596	0,0000	-0,0068	0,0191	0,0576	0,2076	0,0223	-0,2591	-0,0615	-0,0828	-0,1065
Ecart-Type Résiduel Sr :	0,0264	0,0455	0,1262	0,3106	0,5879	0,0501	0,0702	0,1673	0,3243	0,7703	1,5477	1,4742	1,0752	0,8390	0,9063
Ddl	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232

Tableau 1 : Synthèse des coefficients des modèles de comportement sans erreur dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des écarts type résiduels est toujours inférieur à 5%.

Réponses	Poids	Cible	Prévision
e1_	1,0000	0,0000	4,7077
e2_	1,0000	0,0000	3,8142
e3_	1,0000	0,0000	-4,2774
e4_	1,0000	0,0000	-3,8547
e5_	1,0000	0,0000	0,8488
e6_	1,0000	0,0000	-0,8342
e7_	1,0000	0,0000	-0,1202
e8_	1,0000	0,0000	-4,9126
e9_	1,0000	0,0000	-4,5223
e10	1,0000	0,0000	4,8477
e11	1,0000	0,0000	0,6678
e12	1,0000	0,0000	3,2388
e13	1,0000	0,0000	-2,4460
e14	1,0000	0,0000	-2,1106
e15	1,0000	0,0000	4,3833

Tableau 2 : Synthèse des prévisions des modèles de comportement sans erreur dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des prévisions est inférieur à 5% de la valeur cible.

Facteurs	Niveaux
dc_	69,1901
lc_	28,8761
zma	0,0000
zmc	0,4805
zmf	1,0985

Tableau 3 : Valeurs des facteurs optimisés sans erreur dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. Une valeur sur 5 est à la borne ce qui n'a pas d'incidence sur le processus d'obtention de la réponse numérique.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-2,8065	-5,9989	-14,6475	-14,1043	-8,8911	-8,9055	-8,8841	-14,8073	-15,3409	-5,3415	50,3205	21,0503	0,8076	-6,4048	-3,0797
dc_#	-2,8806	-2,9927	-3,2495	-3,4217	-3,9044	-3,1858	-3,1381	-3,2704	-3,5011	-3,7404	-2,2072	-1,6016	-1,6477	-2,0890	-2,6051
lc_#	0,0000	-0,0001	-0,1614	-2,1643	-4,2032	0,0000	-0,0178	-0,2782	-2,0145	-3,8006	-0,0780	-1,8626	-3,0454	-4,1740	-5,2953
zma#	179,6504	60,3854	1,1505	-100,8529	-53,1459	225,6540	46,5807	-15,6817	-106,1213	335,1555	2570,5511	378,6333	87,0551	7,9988	-34,0826
zmc#	0,0385	0,0438	0,0123	-0,0120	-0,0050	2,9229	2,5880	2,3661	1,0654	0,4508	60,6186	36,0552	19,8204	9,3857	4,3317
zmf#	0,0000	0,0001	0,1693	2,1352	4,1739	0,0000	0,0223	0,2816	1,9930	3,8513	0,0817	2,3714	3,2117	4,1363	5,1938
dc_#²	-0,0351	-0,0261	0,0015	0,0024	0,0317	-0,0850	-0,0265	-0,0287	-0,0101	-0,1486	-0,1059	0,0189	0,0344	0,0097	0,0063
lc_#²	0,0000	0,0000	0,0216	0,0719	0,0155	0,0000	-0,0001	0,0010	0,0494	0,0392	-0,0056	0,0259	0,0026	-0,0228	0,0401
zma#²	-3785,3265	1236,2371	4020,6476	23322,4381	11423,8816	5278,4557	2587,8158	8577,1337	22744,5229	66460,9233	-84273,0555	-8768,3510	2508,3667	2861,5568	6816,5135
zmc#²	-0,0385	-0,0248	0,0168	0,0075	0,0050	-2,6062	-1,3466	-0,8687	0,0724	0,0944	-45,9935	-8,8919	-2,7893	-1,1041	-0,2844
zmf#²	0,0000	0,0001	0,0159	0,0444	0,0596	0,0000	-0,0068	0,0191	0,0576	0,2076	0,0223	-0,2591	-0,0615	-0,0828	-0,1065
Ecart-Type Résiduel Sr :	0,0264	0,0455	0,1262	0,3106	0,5879	0,0501	0,0702	0,1673	0,3243	0,7703	1,5477	1,4742	1,0752	0,8390	0,9063
Ddl	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232

Tableau 4 : Synthèse des coefficients des modèles de comportement avec une erreur systématique de 10% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des écarts type résiduels est toujours inférieur à 5%.

Réponses	Poids	Cible	Prévision
e1_	1,0000	0,0000	1,7964
e2_	1,0000	0,0000	-0,4135
e3_	1,0000	0,0000	-7,8682
e4_	1,0000	0,0000	-4,0249
e5_	1,0000	0,0000	3,7405
e6_	1,0000	0,0000	-5,9694
e7_	1,0000	0,0000	-4,2988
e8_	1,0000	0,0000	-9,0299
e9_	1,0000	0,0000	-5,7367
e10	1,0000	0,0000	2,0005
e11	1,0000	0,0000	3,0122
e12	1,0000	0,0000	6,3199
e13	1,0000	0,0000	-2,4994
e14	1,0000	0,0000	-2,6260
e15	1,0000	0,0000	5,4677

Tableau 5 : Synthèse des prévisions des modèles de comportements avec une erreur systématique de 10% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 6 valeurs sur les 15 prévisions sont supérieures à 5% de la valeur cible.

Facteurs	Niveaux
dc_	67,0000
lc_	29,0219
zma	0,0000
zmc	0,5515
zmf	2,0000

Tableau 6 : Valeurs des facteurs optimisés dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 3 valeurs sur 5 sont aux bornes des plages de variations.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-15,6573	-19,2487	-28,9784	-28,3673	-22,5025	-22,5187	-22,4947	-29,1583	-29,7585	-18,5091	44,1106	11,1816	-11,5914	-19,7055	-15,9647
dc_#	-3,2407	-3,3667	-3,6557	-3,8494	-4,3925	-3,5840	-3,5303	-3,6792	-3,9387	-4,2080	-2,4830	-1,8017	-1,8536	-2,3501	-2,9307
lc_#	0,0000	-0,0001	-0,1816	-2,4348	-4,7286	0,0000	-0,0200	-0,3130	-2,2663	-4,2756	-0,0878	-2,0954	-3,4261	-4,6958	-5,9572
zma#	202,1067	67,9336	1,2943	-113,4595	-59,7891	253,8607	52,4033	-17,6419	-119,3865	377,0499	2891,8700	425,9625	97,9370	8,9987	-38,3429
zmc#	0,0434	0,0493	0,0138	-0,0135	-0,0056	3,2883	2,9115	2,6618	1,1985	0,5071	68,1960	40,5621	22,2980	10,5589	4,8732
zmf#	0,0000	0,0001	0,1905	2,4021	4,6956	0,0000	0,0251	0,3168	2,2421	4,3328	0,0920	2,6679	3,6132	4,6533	5,8431
dc_# ²	-0,0395	-0,0294	0,0017	0,0027	0,0356	-0,0956	-0,0298	-0,0323	-0,0114	-0,1671	-0,1191	0,0191	0,0387	0,0109	0,0070
lc_# ²	0,0000	0,0000	0,0243	0,0809	0,0175	0,0000	-0,0001	0,0012	0,0555	0,0441	-0,0063	0,0291	0,0029	-0,0257	0,0451
zma# ²	-4258,4923	1390,7668	4523,2285	26237,7429	12851,8668	5938,2626	2911,2928	9649,2754	25587,5883	-74768,5388	-94807,1874	-9864,3949	2821,9125	3219,2514	7668,5777
zmc# ²	-0,0434	-0,0279	0,0189	0,0084	0,0056	-2,9320	-1,5149	-0,9773	0,0815	0,1062	-51,7427	-10,0034	-3,1380	-1,2421	-0,3200
zmf# ²	0,0000	0,0001	0,0179	0,0499	0,0671	0,0000	-0,0077	0,0215	0,0648	0,2335	0,0251	-0,2914	-0,0692	-0,0932	-0,1198
Ecart-Type Résiduel Sr :	0,0296	0,0512	0,1419	0,3494	0,6614	0,0564	0,0789	0,1882	0,3648	0,8665	1,7412	1,6585	1,2096	0,9439	1,0196
Ddl	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232

Tableau 7 : Synthèse des coefficients des modèles de comportement avec une erreur systématique de 20% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des écarts type résiduels est toujours inférieur à 5%.

Réponses	Cible	Prévision
e1_	0,0000	-8,4571
e2_	0,0000	-12,2847
e3_	0,0000	-20,8745
e4_	0,0000	-12,9164
e5_	0,0000	0,7405
e6_	0,0000	-16,6120
e7_	0,0000	-16,7252
e8_	0,0000	-22,1586
e9_	0,0000	-15,3309
e10	0,0000	2,3468
e11	0,0000	21,2175
e12	0,0000	3,7679
e13	0,0000	-7,1171
e14	0,0000	-5,8442
e15	0,0000	5,5498

Tableau 8 : Synthèse des prévisions des modèles de comportement avec une erreur systématique de 10% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 12 valeurs sur 15 des prévisions sont supérieures à 5% de la valeur cible.

Facteurs	Niveaux
dc_	67,0000
lc_	27,0000
zma	0,0100
zmc	0,5625
zmf	2,0000

Tableau 9 : Valeurs des facteurs optimisés dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 4 valeurs sur 5 sont aux bornes des plages de variations.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-85,0516	-90,7980	-106,3655	-105,3877	-96,0040	-96,0300	-95,9915	-106,6532	-107,6135	-89,6146	10,5769	-42,1095	-78,5463	-91,5287	-85,5435
dc_#	-5,1851	-5,3868	-5,8492	-6,1591	-7,0279	-5,7344	-5,6486	-5,8867	-6,3019	-6,7328	-3,9729	-2,8828	-2,9658	-3,7602	-4,6891
lc_#	0,0000	-0,0001	-0,2905	-3,8957	-7,5658	0,0000	-0,0320	-0,5008	-3,6261	-6,8410	-0,1405	-3,3527	-5,4817	-7,5133	-9,5316
zma#	323,3707	108,6938	2,0709	-181,5352	-95,6626	406,1772	83,8452	-28,2270	-191,0184	603,2799	4626,9920	681,5400	156,6991	14,3979	-61,3486
zmc#	0,0694	0,0789	0,0221	-0,0217	-0,0089	5,2613	4,6584	4,2589	1,9177	0,8114	109,1135	64,8993	35,6767	16,8942	7,7971
zmf#	0,0000	0,0002	0,3047	3,8433	7,5129	0,0000	0,0401	0,5069	3,5873	6,9324	0,1471	4,2686	5,7810	7,4453	9,3489
dc_#²	-0,0632	-0,0470	0,0027	0,0043	0,0570	-0,1529	-0,0477	-0,0516	-0,0182	-0,2674	-0,1906	0,0305	0,0620	0,0175	0,0113
lc_#²	0,0000	0,0001	0,0389	0,1294	0,0279	0,0000	-0,0002	0,0019	0,0889	0,0706	-0,0100	0,0466	0,0047	-0,0411	0,0722
zma#²	-6813,5877	2225,2268	7237,1655	41980,3884	20562,9868	-9501,2205	4658,0685	15438,8407	40940,1413	-119629,6620	-151691,5000	-15783,0318	4515,0600	5150,8023	12269,7244
zmc#²	-0,0694	-0,0447	0,0302	0,0135	0,0089	-4,6912	-2,4238	-1,5636	0,1304	0,1700	-82,7882	-16,0054	-5,0208	-1,9873	-0,5120
zmf#²	0,0000	0,0002	0,0286	0,0799	0,1073	0,0000	-0,0123	0,0344	0,1037	0,3736	0,0401	-0,4663	-0,1107	-0,1490	-0,1917
Ecart-Type Résiduel Sr	0,0474	0,0819	0,2271	0,5590	1,0582	0,0903	0,1263	0,3011	0,5837	1,3865	2,7858	2,6536	1,9354	1,5102	1,6313
Ddl	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232

Tableau 10 : Synthèse des coefficients des modèles de comportement avec une erreur systématique de 50% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des écarts type résiduels est toujours inférieur à 5%.

Réponses	Cible	Prévision
e1_	0,0000	-73,4878
e2_	0,0000	-79,5782
e3_	0,0000	-93,3430
e4_	0,0000	-80,6866
e5_	0,0000	-58,8208
e6_	0,0000	-82,8094
e7_	0,0000	-82,0238
e8_	0,0000	-90,5959
e9_	0,0000	-81,6674
e10	0,0000	-54,9413
e11	0,0000	63,8562
e12	0,0000	26,3793
e13	0,0000	-24,1620
e14	0,0000	-46,6722
e15	0,0000	-40,3260

Tableau 11 : Synthèse des prévisions des modèles de comportement avec une erreur systématique de 10% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des prévisions est supérieur à 5% de la valeur cible certaines atteignent 90% d'écart.

Facteurs	Niveaux
dc_	67,0000
lc_	27,0000
zma	0,0100
zmc	2,0000
zmf	2,0000

Tableau 12 : Valeurs des facteurs optimisés dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 5 valeurs sur 5 sont aux bornes des plages de variations.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-89,8577	-91,8135	-105,0057	-106,2706	-96,8326	-0,4101	4,2083	-3,6018	-2,8484	4,5395	35,2894	22,6055	9,3732	3,0268	5,5046
dc_#	-5,3677	-5,4218	-5,8822	-6,3541	-6,7265	-2,8261	-2,7062	-2,8816	-2,9758	-3,3046	-2,0240	-1,6556	-1,5925	-1,9626	-2,4019
lc_#	0,0000	-0,0002	-0,2837	-3,7584	-7,3640	0,0000	-0,0096	-0,1935	-1,6605	-3,3724	-0,0358	-1,4291	-2,7416	-3,7236	-4,8495
zma#	300,4356	99,7622	23,5770	-48,8309	-42,1948	184,4839	42,7961	37,5995	-10,5609	174,6513	2309,8649	342,4637	78,3485	56,0908	23,2917
zmc#	0,0366	0,0434	-0,0194	-0,0206	-0,0085	2,6719	2,2131	1,9416	0,6816	0,3018	45,4187	30,1758	16,8381	7,2976	2,7940
zmf#	0,0000	0,0003	0,2978	3,7296	7,2747	0,0000	0,0142	0,1907	1,6554	3,3855	0,0669	1,7592	2,8544	3,7041	4,8578
dc_#²	-0,0490	-0,0642	-0,0039	-0,0488	-0,0261	-0,0511	-0,0579	-0,0192	-0,0528	-0,0471	-0,0346	-0,0111	0,0005	0,0029	-0,0749
lc_#²	0,0000	0,0000	0,0323	0,1162	0,0803	0,0000	0,0003	0,0079	0,0483	0,0418	0,0030	-0,0043	0,0192	-0,0199	-0,0586
zma#²	-5082,8989	-1277,6991	3282,7014	14244,2704	9455,0304	-5545,4995	1446,6278	-4346,2418	4196,6449	-33629,9769	-71645,9351	-7635,8205	-2915,9279	-8016,2975	-3833,1454
zmc#²	-0,0405	-0,0408	-0,0090	0,0105	0,0085	-2,4413	-1,1884	-0,5774	-0,0270	-0,2575	-31,9278	-8,7037	-2,1985	-0,4325	0,9233
zmf#²	0,0000	0,0001	0,0332	0,1329	0,2512	0,0000	0,0011	0,0051	0,0472	0,1917	-0,0167	-0,2110	0,0470	-0,0843	0,0005
Ecart-Type Résiduel Sr :	0,0656	0,0512	0,1204	0,5902	0,9183	0,0440	0,0514	0,1106	0,2404	0,4254	1,0584	1,3051	1,0285	0,6338	0,6404
Ddl	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232	232

Tableau 13 : Synthèse des coefficients des modèles de comportement avec une erreur ponctuelle de 50% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. L'ensemble des écarts type résiduels est toujours inférieur à 5%.

Réponses	Cible	Prévision
e1_	0,0000	-78,0013
e2_	0,0000	-80,8224
e3_	0,0000	-92,0194
e4_	0,0000	-81,7775
e5_	0,0000	-60,8710
e6_	0,0000	1,9475
e7_	0,0000	7,0354
e8_	0,0000	0,7803
e9_	0,0000	7,5793
e10	0,0000	21,0572
e11	0,0000	-10,2253
e12	0,0000	0,9117
e13	0,0000	5,9290
e14	0,0000	11,7069
e15	0,0000	22,6742

Tableau 14 : Synthèse des prévisions des modèles de comportement avec une erreur systématique de 10% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 12 prévisions sur 15 sont supérieures à 5% de la valeur cible certaines atteignent 90% d'écart.

Facteurs	Niveaux
dc_	67,0000
lc_	27,0000
zma	0,0100
zmc	0,1738
zmf	2,0000

Tableau 15 : Valeurs des facteurs optimisés dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 4 valeurs sur 5 sont aux bornes des plages de variations.

	e1_#	e2_#	e3_#	e4_#	e5_#	e6_#	e7_#	e8_#	e9_#	e10#	e11#	e12#	e13#	e14#	e15#
Constante	-7,2671	-23,8421	-27,6905	-22,4052	-39,4390	-12,3366	-23,4693	-42,3709	-43,1591	-53,3160	37,6914	-22,7454	-32,0288	-25,5272	-40,8698
dc_#	-2,8982	-4,6202	-4,8104	-4,8992	1,1493	-8,1658	-8,1084	-10,8121	-14,1927	-25,5068	-13,5088	-6,5170	-4,3201	-4,1121	-4,9636
lc_#	0,0012	1,4123	-2,6595	-1,6407	-9,5015	0,4614	0,8300	4,5606	5,6570	1,1745	6,5512	-0,0589	-2,3293	-2,4048	-4,3592
zma#	165,3146	77,7785	764,0059	546,1477	-396,0617	1945,5579	1763,0063	681,5571	1445,1004	5825,3319	2094,7874	232,7248	-229,0485	-270,9465	-691,9315
zmc#	0,1239	-3,2940	-2,1409	-3,3705	10,2904	-8,8782	-8,3830	-14,3761	-21,2315	-40,7385	46,4003	14,6059	7,5102	7,1572	6,9827
zmf#	0,0000	0,0434	1,4442	1,5030	3,0738	-0,0004	0,1705	1,0058	1,1483	6,3469	-2,0165	2,2542	2,5460	2,5502	3,8401
dc_#²	-0,0005	0,2020	-1,0877	-0,4712	0,9144	-2,6760	-1,5939	-0,2280	-1,1788	-8,0616	-4,8883	-0,2183	0,1776	0,1036	0,3755
lc_#²	-0,0616	0,0425	2,0531	1,3199	-0,7427	4,5740	4,1232	1,4794	3,4923	15,1474	1,6804	0,3357	-0,8125	-0,8776	-1,5594
zma#²	-946,7113	36139,1430	-154928,7408	-58904,9709	218781,9102	-431015,9279	-235749,7013	-8488,3985	-172246,7974	-1142756,3168	-788153,7191	45748,1818	83528,1664	68540,8043	82904,9695
zmc#²	0,1266	-0,9806	-3,3449	-3,1493	-0,8480	-10,0190	-11,2680	-4,9647	-8,9578	-29,8388	-32,5555	-3,9059	0,4319	0,1825	1,9656
zmf#²	0,0001	0,0097	0,2298	-0,7231	3,3178	-0,0024	0,0035	-0,0085	0,0547	6,5347	8,4975	2,9315	1,4175	1,2820	1,5971
Ecart-Type Résiduel Sr	0,0001	0,0384	0,7235	1,5818	6,1682	0,0051	0,1401	0,7595	0,8842	12,7856	26,4025	7,0073	5,3194	5,2649	7,5505
Ddl	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16

Tableau 16 : Synthèse des coefficients des modèles de comportement avec une erreur de modélisation de 5% provenant du schéma mécanique constructeur dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 6 modèles sur 15 possèdent des écarts type résiduels supérieurs à 5%.

Réponses	Cible	Prévision
e1_	0,0000	-0,8495
e2_	0,0000	-13,9783
e3_	0,0000	-10,9665
e4_	0,0000	-5,8812
e5_	0,0000	-16,9872
e6_	0,0000	4,2318
e7_	0,0000	-0,0388
e8_	0,0000	-18,2778
e9_	0,0000	-11,5444
e10	0,0000	23,4251
e11	0,0000	25,5425
e12	0,0000	-5,2389
e13	0,0000	-17,6229
e14	0,0000	-12,5336
e15	0,0000	-23,7378

Tableau 17 : Synthèse des prévisions des modèles de comportement avec une erreur systématique de 5% dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 12 prévisions sur 15 sont supérieures à 5% de la valeur cible. Certaines atteignent 90% d'écart.

Facteurs	Niveaux
dc_	72,0000
lc_	32,0000
zma	0,0100
zmc	1,5315
zmf	2,0000

Tableau 18 : Valeurs des facteurs optimisés dans le processus d'obtention de la réponse numérique spatiale du détecteur. 3 valeurs sur 5 sont aux bornes des plages de variations.

Annexe 4. Communications

4.1 Communications écrites

Brevet

N. Guillot and N. Saurel. *Dispositif et procédé de quantification des dimensions intrinsèques des capteurs de rayonnements ionisants*. Patent n° XXX, 2015.

Articles

N. Guillot, T. Vigineix and N. Saurel. *Method for Quantifying the Uncertainty Associated at the Gamma Ray Spectrum Raw Data Extraction by Deconvolutive Software*. IEEE, (Admission en cours).

N. Guillot, M. Monestier and N. Saurel. *Method Applied for HPGe Detector Characterization*. IEEE, (Non publié car à réviser).

N. Guillot and C. Cannaméla. *Metamodeling and sensitivity analysis for mixed categorical/continuous input variables of a spectrometry gamma application*. ESAIM 2014. (Non publié car à réviser).

Poster

N. Guillot, M. Monestier and N. Saurel. *Method Applied for HPGe Detector Characterization*. ANIMMA, Marseille, Juin 2013.

4.2 Communications orales

2012

Journée Des Doctorants de Valduc, Dijon, Octobre 2012.

2013

Journée des doctorants et des post doctorants pour l'instrumentation et la mesure nucléaire, Cadarache, Avril 2013.

Bilan mi thèse, Clermont-Ferrand, Avril 2013.

ANIMMA, *Method for Quantifying the Uncertainty Associated at the Gamma Ray Spectrum Raw Data Extraction by Deconvolutive Software*. Marseille, Juin 2013.

Centre d'Été Mathématique Recherche Appliquée au Calcul Scientifique (CEMRACS), *Metamodeling and sensitivity analysis for mixed categorical/continuous input variables of a spectrometry gamma application*. CIRM, Marseille, Juillet-Août 2013.

Journée Des Doctorants de Valduc, Dijon, Octobre 2013.

2014

INMM, Atlanta, Juillet 2014.

Forum Incertitude DAM, Bruyères le Chatel, Octobre 2014.

Journée Des Doctorants de Valduc, Dijon, Octobre 2014.

4.3 École d'été

CEMRACS (durée 6 semaines)

Participation au CEMRACS sur la partie code de calcul du sujet : *Metamodeling and sensitivity analysis for mixed categorical/continuous input variables of a spectrometry gamma application.*

Sujet effectué en collaboration avec DIF/DCSA/BSE (Bureau Statistique et Expertise).