

Instabilités transverses et auto-organisation dans un nuage d'atomes froids. Gap labelling dans les quasi-cristaux bidimensionnels.

Abdoulaye Camara

▶ **To cite this version:**

Abdoulaye Camara. Instabilités transverses et auto-organisation dans un nuage d'atomes froids. Gap labelling dans les quasi-cristaux bidimensionnels.. Physique Quantique [quant-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2015. Français. NNT : . tel-01239911v2

HAL Id: tel-01239911

https://theses.hal.science/tel-01239911v2

Submitted on 9 Dec 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Nice Sophia Antipolis-UFR Sciences
École Doctorale de Sciences Fondamentales et Appliquées

Thèse

pour obtenir le titre de

Docteur en Sciences

de l'Université Nice Sophia Antipolis

Spécialité Physique Quantique

présentée et soutenue par

Abdoulaye CAMARA

Instabilités transverses et auto-organisation dans un nuage d'atomes froids. Gap labelling dans les quasi-cristaux bidimensionnels.

Thèse dirigée par Guillaume LABEYRIE et Patrizia VIGNOLO
soutenue le 17 Novembre 2015 devant le jury composé de :

M.	Ulrich KUHL	Président du jury
M^{me}	Agnes MAITRE	Rapporteur
M.	Luca GUIDONI	Rapporteur
M.	Vincent JOSSE	Examinateur
M.	Guillaume LABEYRIE	Directeur
M^{me}	Patrizia VIGNOLO	Co-Directrice

Instabilités transverses et auto-organisation dans un nuage d'atomes froids. Gap labelling dans les quasi-cristaux bidimensionnels.

Transverse instabilities and self-organization in a cloud of cold atoms. Gap labeling in the two-dimensional quasicrystals.

Abdoulaye CAMARA
abdoulaye.camara@inln.cnrs.fr
layeaimar@yahoo.fr

Institut Non Linéaire de Nice UMR 7335
CNRS / Université de Nice Sophia-Antipolis / Université de la Côte d'Azur
1361, route des Lucioles
F-06560 Valbonne, France

Remerciements

"Certaines vérités ne nous paraissent invraisemblables que, tout simplement, parce que notre connaissance ne les atteint pas."

Amadou Hampâté Bâ

À mes chers parents

Cette thèse a été effectuée grâce, d'une part au financement de l'Université Nice Sophia Antipolis (UNSA) et d'autre part à la supervision de Guillaume Labeyrie et Patrizia Vignolo que je tiens à remercier en premier temps ainsi que l'école doctorale science fondamentale et appliquée (ED SFA).

Je me rends compte en écrivant ces lignes, que le plus dur depuis ces trois dernières années est de trouver les bons mots pour remercier Patrizia et Guillaume. Ils ont été présents du début avec les présentations, les procédures administratives ... à la fin de cette thèse. Leurs compétences, pédagogie et surtout disponibilité et patience m'ont beaucoup apporté scientifiquement et humainement. Grâce à eux j'ai pu toucher à beaucoup de sujets de recherche (prévu ou pas) durant ma thèse. Un grand MERCI et "Grazie" à eux.

Je remercie également Robin Kaiser, William Guerin et l'ensemble de l'équipe "Atomes Froids" pour les discussions et les réunions d'équipe

qui ont contribué au développement de ma curiosité et à ma culture scientifiques.

L'aboutissement de cette thèse est dû aussi grâce à ceux avec qui j'ai collaboré. Je pense à Jean-Marc Gambaudo, actuel président de l'Université de Côte d'Azur (UCA), qui fut le directeur de l'INLN à mon arrivée et l'équipe MOSAIQ du LPMC et plus particulièrement à Julian qui m'a fait découvrir l'expérience "micro-onde" de l'équipe, et Mathieu pour m'avoir aider aux traitements des données. Mais aussi à l'équipe de Thorsten Ackemann de "University of Strathclyde" (Glasgow, UK) en particuliers Pédro et Ivor qui m'ont bien accueilli durant mon séjours à Glasgow.

Je remercie Luca Guidoni et Agnes Maitre d'avoir accepter de rapporter ma thèse ainsi que les autres membres du jury de ma thèse notamment Vincent Josse et Ulrich Kuhl.

Je tiens aussi à remercier l'ensemble des équipes administrative, informatique, mécanique, électronique, logistique ... de l'INLN. Merci de nous (les autres et moi) faciliter notre quotidien au sein du labo. Vous avez tous ma reconnaissance.

Certes Nice est une ville agréable, mais Mamadou Cissé et mes chers camarades doctorants ont fait que ces trois dernières années aient été (en un seul mot) "TOP". J'ai apprécié tous les moments passés ensemble, au labo ou en dehors. Je tiens à les remercier tous. Merci particulièrement à Thibault, François, Bruno et Cristina avec qui j'ai partagé le même bureau. Merci aussi aux autres : Ali, Mathias M., Tao, Taha, Patrice, Aurélien, Simona, Samir, Michelle, Jean mais aussi aux anciens (Ardavan, Margaritta, Louis, Quentin..). J'en profite pour dire merci à

Mathias A., Antoine mais aussi à tous les stagiaires que j'ai côtoyé au sein du labo. J'ai apprécié toutes les discussions (et les plaisanteries lors des pauses) au labo mais aussi les soirées passés ensembles en compagnie d'autre doctorants de Nice comme Edouard, Dieylan, Sihem...

Merci également à Mario, Stéphane, Giovana .. qui ont pris souvent des nouvelles de mon fils Youssouph, et à Frèd pour les renseignements (côté université) et son soutient apporté au développement d'une association (ADD) dont je suis membre. Merci à tous les membres de l'INLN et toute personne ayant donné un séminaire au labo durant mon séjours. J'aimerais aussi remercier le personnel enseignant de "POLYTECH" (Anne, Pavel....) d'avoir contribué à la réussite du déroulement des enseignements dont j'ai été en charge durant ma thèse.

Si je suis là entrain de rédiger des "remerciements" de thèse, c'est par ce que j'ai eu la chance de rencontrer Hélène Perrin, qui à été mon maître de stage de Master 2 et qui m'a fait découvrir les "atomes froids". Je lui remercie pour ça et surtout de m'avoir invité à suivre les cours (d'Atomes froids) qu'elle donnait à l'ENS de Paris. Merci aussi à son équipe au LPL à Villetaneuse. J'en profite pour remercier l'ensemble des enseignants que j'ai eu durant mon cursus au Sénégal (Diourbel et Dakar) et en France (Nancy 1, Paris 13 et UNSA).

Cette thèse est dédiée à mes parents qui m'ont toujours soutenu et encouragé dans mes études. Je ne pourrai jamais les remercier assez pour TOUT ce qu'ils m'ont apporté. Je remercie mes frères et sœurs (et leurs familles respectives pour certains) d'avoir été toujours présents pour m'apporter leurs soutiens et encouragement. Merci particulièrement à Papa Lamine Camara et sa femme Ngoné qui ont été mes tuteurs durant de nombreuses années à Dakar puis à Taverny (95). Ils, comme mes

autres frères ont participé à l'aboutissement et à la réussite de mes études, je leurs dis à tous : "Jeureu-ngène jeuf" et leur souhaite une réussite ainsi qu'à leurs familles.

J'en profite pour remercier Assane Kane, même s'il n'a pas voulu me donner des cours de Salsa. Il a été et restera un "plus-que-frère". Il m'a accueilli à bras ouvert en France (à Nancy). Il s'est occupé de moi et a facilité mon intégration. Il a toujours trouvé les bonnes expressions pour me motiver. Merci à lui ainsi que "wa nancy" : Cheikh, Tam, Aziz, Tapha, Djiby, M. et M^{me} Dial ...

Un grand merci à ma femme chérie, amie, confidente ... Marie Christine. Elle a été présente à mes côtés et a supporté mes déplacements durant ma thèse. Je la remercie ainsi que ma belle famille. Je lui souhaite une réussite dans ses projets et le meilleur pour nous ainsi qu'à notre adorable fils.

Pour finir, je remercie tous mes amis, camarades de classe, voisins qui m'ont une fois dit : "félicitation" ou "du courage".

Nice, le 29 Octobre 2015

Abstract

In this thesis, I report the results of studies performed during these last three years at Institut Non Linéaire de Nice.

First, I present our feedback experiment leading to the spontaneous formation of patterns in the cross section of a laser beam passing through a cloud of cold ^{87}Rb atoms and retro-reflected by a mirror. In these experiments we were able to identify three mechanisms of nonlinearity : the spin nonlinearity associated with the Zeeman degrees of freedom, the electronic nonlinearity due to the saturation of a two-level atom and the optomechanical nonlinearity due to the spatial bunching of atoms by the dipole force. The instabilities corresponding to each nonlinear mechanism occurs in different range of the experimental parameters and can be selected and studied independently. The experimental observations are compared with various theoretical models.

In the second part of the thesis, I present our study of the integrated density of states (IDOS) and the local density of states (LDOS) of the bands of a two-dimensional quasicrystal. In an experiment conducted at Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (LPMC), we realized quasicrystals by disposing dielectric resonators operating in the microwave regime on 2D Penrose tiling. A numerical model including experimental parameters is used to compare to the experimental findings.

Key-words :

Atom-photon interaction, Laser cooling, Cold atoms, Optical instabilities, Microwave, Quasicrystal, Gap labelling.

Table des matières

Remercienments v

Introduction 1

1 Préparation et étude d'un très gros piège magnéto-optique 3
1.1 Introduction . . . 3
1.2 Préparation d'un piège magnéto-optique de grande taille à haute densité optique . . . 6
1.2.1 Rappels sur le refroidissement et piégeage d'atomes neutres . . . 6
1.2.1.1 Interaction atome-lumière . . . 6
1.2.1.2 Refroidissement Doppler . . . 8
1.2.1.3 Piège magnéto-optique . . . 10
1.2.2 Dispositif expérimental . . . 12
1.2.2.1 Le système laser . . . 12
1.2.2.2 Enceinte à vide et contrôle des champs magnétiques . . . 19
1.2.2.3 Caractérisation du MOT . . . 21
1.3 Etude du comportement d'un très grand piège magnéto-optique (VLMOT) . . . 26
1.3.1 Modèles du MOT . . . 26
1.3.1.1 Modèle Doppler . . . 26
1.3.1.2 Au-delà du modèle Doppler . . . 30
1.3.2 Comportement du VLMOT . . . 31
1.3.2.1 Variation de D . . . 31
1.3.2.2 Nombre d'atomes piégés $N=f(D)$ . . . 32
1.3.2.3 Taille du VLMOT . . . 35
1.3.2.4 Forme du VLMOT . . . 38

1.4 Conclusion 45

2 Instabilités optiques et auto-organisation dans un nuage d'atomes froids de ^{87}Rb 47

2.1 Introduction 47
2.2 Instabilités transverses avec des atomes froids : principe 50
2.2.1 Montage de rétro-action à un seul miroir 50
2.2.2 Mécanismes de nonlinéarité dans les vapeurs froides 51
2.2.2.1 Nonlinéarité électronique 52
2.2.2.2 Nonlinéarité de spin 53
2.2.2.3 Nonlinéarité opto-mécanique 54
2.3 Montages expérimentaux pour l'étude des instabilités transverses . . . 56
2.3.1 Pompe rétro-réfléchie 56
2.3.2 Pompes "indépendantes" 58
2.4 Etude des instabilités transverses 58
2.4.1 Instabilité électronique 59
2.4.1.1 Observation de l'instabilité électronique 59
2.4.1.2 Espace des phases de l'instabilité 60
2.4.1.3 Saturation de l'instabilité 62
2.4.1.4 Accordabilité de la taille des patterns 64
2.4.1.5 Comparaison avec la théorie 66
2.4.2 Instabilité opto-mécanique 67
2.4.2.1 Auto-organisation spatiale des atomes 67
2.4.2.2 Domaine d'observation des instabilités 71
2.4.2.3 Rôle de la distance de rétro-réflexion 74
2.4.2.4 Modèle théorique 76
2.4.3 Instabilités de spin 78
2.4.3.1 Différent types d'instabilités et conditions d'observation 79
2.4.3.2 Pompe polarisée linéairement : instabilité de polarisation 80
2.4.3.3 Pompe polarisée circulairement : instabilité "quasi-scalaire" 93
2.4.3.4 Instabilités de spin : discussion 95

2.5 Conclusion 97

3 Mesure du Gap Labelling dans un quasi-cristal à 2D **99**
3.1 Introduction 99
3.2 Qu'est ce qu'un quasi-cristal ? 100
3.2.1 Découverte 100
3.2.2 Propriétés 100
3.2.3 Modélisation 101
3.2.3.1 Pavages de Fibonacci 101
3.2.3.2 Pavages de Penrose 102
3.3 Gap Labelling 104
3.4 Mesure expérimentale 104
3.4.1 Dispositif expérimental 106
3.4.2 Caractéristiques des résonateurs 108
3.4.2.1 Résonateur isolé 108
3.4.2.2 Couplage entre 2 résonateurs 108
3.4.3 Densité d'états d'un réseau de résonateurs 110
3.4.4 Configurations utilisées 112
3.5 Modèle numérique 113
3.6 Résultats 113
3.6.1 Densité d'états intégrée (IDOS) 113
3.6.2 Densité d'états locale (LDOS) 114
3.6.2.1 Configuration *losange-vertex* 116
3.6.2.2 Configuration *triangle-vertex* 119
3.6.2.3 Configuration *losange-centre* 121
3.7 Etude numérique du bruit de la configuration *losange-vertex* 123
3.8 Interprétation des résultats 126
3.8.1 Explication de la présence des 5 bandes et du gap labelling pour la configuration *losange-vertex* 126
3.8.2 Explication de la présence des 3 bandes et du gap labelling pour la configuration *losange-centre* 131
3.9 Conclusion 133

Conclusion **135**

Publications **137**

Table des figures **139**

Bibliographie **143**

Introduction

J'ai effectué cette thèse d'une durée de trois ans (Novembre 2012-Novembre 2015) au sein du groupe atomes froids de l'INLN [1] sous la direction de Guillaume Labeyrie et Patrizia Vignolo. La plupart des expériences décrites dans ce manuscrit ont été réalisées sur le gros piège magnéto-optique de ^{87}Rb qui constitue la première étape du montage de condensation de Bose-Einstein à l'INLN.

Le début de ma thèse a coïncidé avec la modification de l'expérience qui fonctionnait depuis 2009. Ces travaux initiés et dirigés pas Guillaume Labeyrie, m'ont permis de comprendre le fonctionnement de l'expérience et de participer aux modifications apportées et notamment au dispositif expérimental du MOT. Le MOT fonctionnant, j'ai commencé à le caractériser et étudier son comportement en fonction du nombre d'atomes piégés. Cette préparation et étude d'un grand piège magnéto-optique [1] constitue une des trois parties des travaux effectués et présentées dans cette thèse.

La deuxième partie de ma thèse est consacrée à l'étude des instabilités optiques et de l'auto-organisation dans un nuage d'atomes froids. Pour réaliser cette étude, j'ai tiré parti du gros piège magnéto-optique développé dans le chapitre 1. Cette étude (toujours en cours) se fait en collaboration avec l'équipe du professeur Thorsten Ackemann [2].

Contrairement aux deux premières parties qui ont été effectuées avec une expérience d'atomes froids, la dernière s'est faite avec une expérience micro-onde [2]. Cette étude, menée en collaboration avec l'équipe MOSAIQ du LPMC [3] a pour but de mesurer la propriété de *gap labelling* dans un quasicristal 2D [3]. Dans ce projet, j'ai réalisé, d'une part, une étude numérique avec Patrizia Vignolo, et d'autre

1. Institut non linéaire de Nice, UMR 7335, CNRS, Université de Nice-Sophia Antipolis.
2. SUPA and Department of Physics, University of Strathclyde, Glasgow G4 0NG, Scotland, UK
3. Laboratoire de Physique de la Matière Condensée (LPMC) CNRS UMR 7336 Université de Nice-Sophia Antipolis

part une étude expérimentale avec Julian Böem [4] en utilisant des quasicristaux 2D réalisés avec des résonateurs diélectriques agissant dans le domaine des micro-ondes.

4. Etudiant en thèse dirigée par Ulrich Kuhl (2013-2016)

Chapitre 1

Préparation et étude d'un très gros piège magnéto-optique

1.1 Introduction

Avec une maîtrise croissante des interactions entre lumière et atomes, des chercheurs du monde entier mènent des expériences où des atomes sont immobilisés et refroidis à des températures de quelques centaines de microkelvin : ce sont les pièges magnéto-optiques (MOT : *Magneto-Optical Trap*) dont le premier a été réalisé en 1987 [4]. Ce sujet de recherche a fait l'objet du prix Nobel de physique de 1997, qui a récompensé Claude Cohen-Tannoudji (laboratoire Kastler-Brossel de l'Ecole normale supérieure, à Paris) ainsi que les Américains Steven Chu et William Phillips.

Ainsi, il existe de nos jours de nombreuses expériences à base de MOT telles que les condensats de Bose-Einstein (BEC) ou les gaz de Fermi dégénérés, des dispositifs d'information quantique, des horloges et des capteurs quantiques. A l'institut non-linéaire de Nice nous disposons d'une expérience de BEC de rubidium 87 (^{87}Rb) fonctionnant depuis 2009. Cette expérience est constituée de deux MOT 3D disposés verticalement : MOT1 et MOT2 reliés par un tube de vide différentiel de longueur 10 cm et de diamètre 5 mm (figure 1.1). La pression des cellules des MOT est respectivement $P_1 \sim 10^{-9}$ Torr et $P_2 \sim 10^{-11}$ Torr. Le MOT du haut (MOT1) sert à refroidir des atomes avant, à l'aide d'un faisceau "pousseur", de les transférer à travers le tube dans le MOT du bas (MOT2) où ils seront condensés (pour plus de détails, voir la référence [5]). Le choix de cette configuration a été fait pour pouvoir

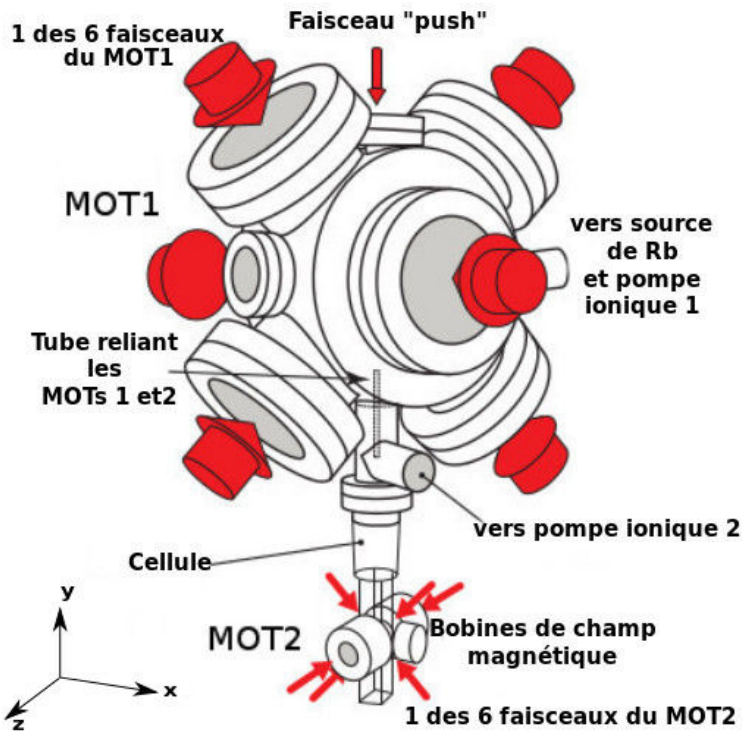


FIGURE 1.1 – Dispositif de l'expérience de BEC de ^{87}Rb à l'INLN. Source [5].

utiliser le MOT1 (grand MOT pouvant contenir jusqu'à quelques 10^{11} atomes) pour réaliser des expériences utilisant un gros nuage thermique, comme celles décrites dans ce mémoire.

Bien que le piège magnéto-optique soit utilisé dans de très nombreuse expériences d'atomes froids, sa physique dans la limite des grands nombres d'atomes est encore mal comprise. L'étude présentée dans la deuxième partie de ce chapitre s'intéresse à ce régime, et répond à deux motivations principales. La première, d'ordre pratique, est de mieux comprendre comment obtenir des MOTs plus gros et quelles sont leurs caractéristiques. Il existe en effet une demande croissante pour ce type de dispositifs, soit par exemple comme source intense pour produire de façon rapide des condensats de Bose-Einstein, ou bien pour étudier d'autres phénomènes comme la localisation forte des photons ou les instabilités optiques présentées dans le chapitre 2 de cette thèse. L'autre motivation, plus fondamentale, est d'utiliser les gros MOTs comme des systèmes modèles pour étudier les systèmes à N corps avec interactions à longue portée. En effet, l'échange de photons diffusés créé une force répulsive entre les atomes, qui dans certaines conditions s'apparente à une force Coulombienne comme dans les plasmas ou les ions piégés. A l'inverse de ces systèmes, il est par exemple possible en agissant sur les paramètres du MOT de faire varier la charge Coulombienne effective, voire la portée des interactions. Cette voie de recherche a été explorée à L'INLN depuis quelques années, et a conduit notamment à l'observation d'une instabilité dynamique dans un gros MOT à faible désaccord [6]. D'autres instabilités similaires ont également été étudiées au PHLAM à Lille [7, 8]. L'un des objectifs de la présente étude est de valider (ou non) les modèles numériques développés par T. Pohl en collaboration avec notre groupe [9, 10].
Ce chapitre est constitué de deux parties. Dans la première partie, je rappelle le principe d'un MOT puis je décris notre montage expérimental. Dans la deuxième partie, je commence par rappeler les différents modèles existants pour le MOT, en m'intéressant tout particulièrement aux prédictions sur la façon dont la taille évolue avec le nombre d'atomes. Ensuite je décris brièvement la méthode employée pour faire varier le nombre d'atomes N. Puis je décris les résultats obtenus. Je discute notamment du comportement observé pour la taille et la forme du nuage en fonction de N.

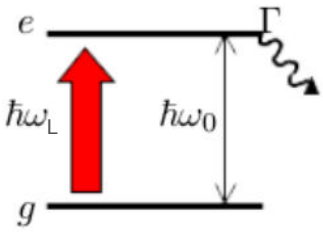
1.2 Préparation d'un piège magnéto-optique de grande taille à haute densité optique

1.2.1 Rappels sur le refroidissement et piégeage d'atomes neutres

La première déviation de particules neutres par la lumière a été observé en 1933 par Otto Frisch, sur un jet d'atomes de sodium irradié par une lampe à émission [11]. Cependant, la manipulation d'atomes par la lumière a été grandement facilitée par l'apparition des lasers.

1.2.1.1 Interaction atome-lumière

Pour simplifier, considérons un atome à 2 niveaux en interaction avec un faisceau laser (figure ci-contre). Celui-ci est désaccordé de la transition atomique d'une quantité $\delta = \omega_L - \omega_0$.



Le niveau excité est instable et a une durée de vie $\tau = \Gamma^{-1}$ où Γ est la largeur de la raie de la transition atomique. Le taux de photons diffusés par l'atome est donné par :

$$\Gamma_{dif} = \frac{\Gamma}{2}\frac{s}{s+1}, \tag{1.1}$$

où

$$s = \frac{I/I_{sat}}{1+4(\delta/\Gamma)^2} \quad \text{et} \quad I_{sat} = \frac{2\pi^2}{3\lambda^3}\hbar\Gamma \tag{1.2}$$

sont respectivement le paramètre et l'intensité de saturation, λ est la longueur d'onde de la transition atomique.

Le couplage entre l'atome et le laser est assuré par l'interaction dipolaire. Certes un atome n'a pas de dipôle permanent qui pourrait interagir avec le champ lumineux, mais le champ laser lui-même induit un dipôle atomique $\overrightarrow{D}$ qui à son tour interagit avec le champ lumineux. Cette énergie d'interaction dipolaire s'écrit $-\overrightarrow{D}.\overrightarrow{E}$, avec $\overrightarrow{E}$ le champ électrique du laser.

La force moyenne exercée par le laser sur les atomes, s'écrit sous la forme [12] :

$$\overrightarrow{F}(\overrightarrow{r}) = -\frac{s(\overrightarrow{r})}{1+s(\overrightarrow{r})}\left(\hbar\delta\frac{\overrightarrow{\nabla}\Omega}{\Omega(\overrightarrow{r})} + \frac{\hbar\Gamma}{2}\overrightarrow{\nabla}\phi\right) \tag{1.3}$$

où Ω et ϕ sont respectivement la fréquence de Rabi et la phase du laser.

Cette force est la somme de deux contributions correspondant aux parties dispersive et absorptive.

Pression de radiation

Le second terme de l'équation.(1.3) est la pression de radiation définie par :

$$\overrightarrow{F}_{pr} = -\frac{\hbar\Gamma}{2}\frac{s(\overrightarrow{r})}{1+s(\overrightarrow{r})}\nabla\phi \tag{1.4}$$

Pour une onde plane de vecteur d'onde $\overrightarrow{k_L}$, la phase $\phi(\overrightarrow{r})$ est égale à $-\overrightarrow{k_L}.\overrightarrow{r}$ ce qui donne $\overrightarrow{\nabla}\phi = -\overrightarrow{k_L}$. Ainsi la pression de radiation s'écrit :

$$\overrightarrow{F}_{pr} = \frac{\Gamma}{2}\frac{s(\overrightarrow{r})}{1+s(\overrightarrow{r})}\hbar\overrightarrow{k_L} = \Gamma_{dif}\hbar\overrightarrow{k_L} \tag{1.5}$$

Cette force est due au transfert de quantité de mouvement $\hbar\overrightarrow{k_L}$ à l'atome à chaque fois qu'un photon du laser est absorbé, ce qui se produit à un taux Γ_{dif}. Les photons émis spontanément par l'atome sont répartis aléatoirement dans toutes les directions et ne contribuent pas à la force moyenne. Cette force pousse les atomes dans le sens du vecteur d'onde du faisceau, et c'est pour cette raison qu'elle est appelée pression de radiation.

Force dipolaire

Le premier terme de l'équation.(1.3) appelé force dipolaire, s'écrit sous la forme :

$$F_{dip} = -\hbar\delta\frac{s(\overrightarrow{r})}{1+s(\overrightarrow{r})}\frac{\overrightarrow{\nabla}\Omega}{\Omega(\overrightarrow{r})} = -\frac{\hbar\delta}{2}\frac{\overrightarrow{\nabla}s(\overrightarrow{r})}{1+s(\overrightarrow{r})} \tag{1.6}$$

Cette force s'annulant à la résonance ($\delta = 0$) dérive du potentiel dipolaire qui suit :

$$U_{dip}(\overrightarrow{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} ln[1 + s(\overrightarrow{r})] \tag{1.7}$$

Dans le cas où le paramètre de saturation s devient très faible, on peut remplacer le logarithme par s. En conséquence, le potentiel dipolaire devient proportionnel à l'intensité locale $I(\overrightarrow{r})$:

$$U_{dip}(\overrightarrow{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} s(\overrightarrow{r}) = \frac{\hbar\delta}{2} \frac{I(\overrightarrow{r})/I_{sat}}{1 + (2\delta/\Gamma)^2} \tag{1.8}$$

Cette force dépendant du désaccord δ a pour effet d'attirer l'atome dans les zones à hautes intensités lumineuses pour $\delta < 0$ ($\omega_L < \omega_0$) et inversement pour $\delta > 0$ ($\omega_L > \omega_0$).

1.2.1.2 Refroidissement Doppler

Le mécanisme le plus simple de refroidissement laser est appelé refroidissement Doppler. Considérons des atomes de fréquence de résonance ω_0 soumis à un faisceau laser de fréquence ω_L et de vecteur d'onde $\overrightarrow{k_L}$. Les atomes se déplaçant dans le sens opposé de la propagation du faisceau ($\overrightarrow{v} \propto -\overrightarrow{k_L}$) percevrons une fréquence supérieure à ω_L par effet Doppler. De même, les atomes se déplaçant dans le même sens que que la propagation du faisceau ($\overrightarrow{v} \propto \overrightarrow{k_L}$), verrons une fréquence inférieure à ω_L.

En appliquant maintenant deux faisceaux lasers de désaccord $\delta < 0$ contra-propageants à des atomes en mouvement (figure 1.2) , ces derniers absorbent de préférence des photons du laser dont le vecteur d'onde est opposé à leur vecteur vitesse. La force exercée par les deux faisceaux dépend fortement de la vitesse (figure 1.3) et s'écrit sous la forme :

$$\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_+} - \overrightarrow{F_-} \tag{1.9}$$

avec

$$\overrightarrow{F_\pm} = \hbar\overrightarrow{k_L}\frac{\Gamma}{2}\left(\frac{I/I_{sat}}{1 + 4(\delta \mp k_L.v)^2/\Gamma^2}\right) \tag{1.10}$$

où F_+ et F_- sont les forces exercées par les faisceaux se propageants selon et en sens opposé à la vitesse d'un atome respectivement. En supposant que le déplacement

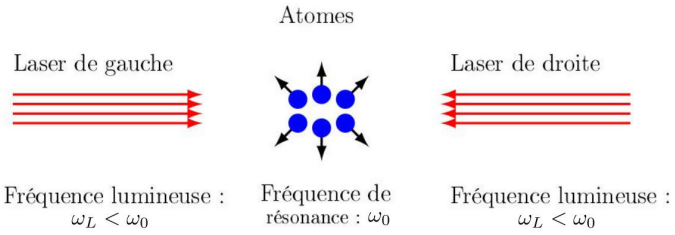


FIGURE 1.2 – Principe du refroidissement Doppler : deux faisceaux contra-propageants sont envoyés sur un nuage d'atomes pour les ralentir.

Doppler $k_L.v$ est petit devant Γ, nous obtenons après un développement limité en v de l'équation.(1.9) :

$$\overrightarrow{F} = -\alpha \overrightarrow{v} \tag{1.11}$$

avec

$$\alpha = -4\hbar k_L^2 \frac{I}{I_{sat}} \frac{2\delta/\Gamma}{[(2\delta/\Gamma)^2 + 1]^2} \tag{1.12}$$

Cette force analogue à une force de friction, tend à ralentir les atomes, donc à refroidir le nuage. Le schéma de la figure 1.2 peut être étendu aux trois dimensions de l'espace. Cette idée a été proposée par Hänsch et al. [13] pour les atomes neutres, et Wineland et Dehmelt [14] pour les ions.

Puisque les atomes sont soumis à une friction, on pourrait s'attendre à ce que la température atteigne le zéro absolu. Cependant, les atomes absorbent et ré-émettent des photons dans des directions aléatoires, ils effectuent un mouvement aléatoire dans l'espace des impulsions, correspondant à un phénomène de diffusion. Une analyse précise montre que les mécanismes de friction et de diffusion s'équilibrent pour donner une température finie, qui est minimale si l'on choisit [16–18] un désaccord $\delta = -\Gamma/2$. Cette température appelée température Doppler vaut :

$$T_D = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B} \tag{1.13}$$

Pour la raie D2 de ^{87}Rb que nous utilisons, cette dernière est T_D=146 μK.

Notons qu'il existe d'autres mécanismes de refroidissement par laser comme le refroidissement Sisyphe [19–21] qui permet d'atteindre des températures jusqu'à 100

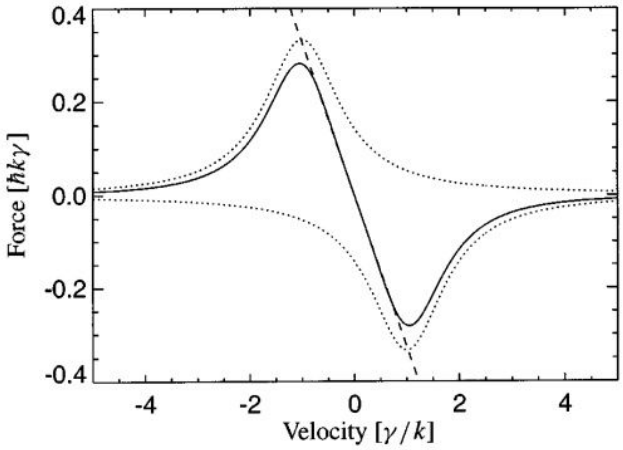


FIGURE 1.3 – Figure de Metcalf et van der Straten [15] montrant la dépendance de la force avec la vitesse. Les lignes pointillées sont les forces de chacun des faisceaux, la ligne solide est leur somme. La ligne droite montre la correspondance à une force d'amortissement pur sur une plage de vitesse limitée.

fois plus basses que le refroidissement Doppler. Le refroidissement Sisyphe joue un rôle important dans le piège magnéto-optique.

1.2.1.3 Piège magnéto-optique

L'application des trois paires de faisceaux contra-propageants permet de refroidir les atomes, mais ne permet pas de les piéger spatialement. Ceci est dû au fait que la force Doppler ne dépend que de la vitesse et pas de la position.

Pour remédier à ce problème, une idée qui consiste à ajouter un champ magnétique inhomogène à l'arrangement de faisceaux laser décrit précédemment a été proposée par Jean Dalibard (*Laboratoire Kastler Brossel, LKB*) en 1986. Un tel champ a pour effet de lever la dégénérescence des niveaux d'énergie atomiques et permet de modifier l'absorption de photons laser par les atomes en fonction de leur position. Pour ce faire, on utilise deux bobines en configuration anti-Helmholtz disposées selon le même axe (selon x dans notre cas) et de part et d'autre de la mélasse optique de telle sorte que B=0 correspond au centre de la mélasse.

Considérons la configuration à une dimension représenté sur la figure 1.4. Les deux faisceaux de même intensité et désaccord, assurent le refroidissement Doppler. De plus le faisceau venant de gauche (droite) est polarisé σ^+ (σ^-) et induit la

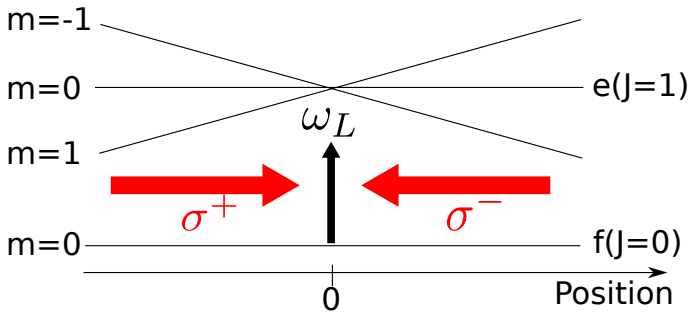


FIGURE 1.4 – Principe du piège magnéto-optique : la résultante des deux forces de pression de radiation exercées par les deux faisceaux dans un gradient de champ magnétique permet de créer une force de rappel vers le centre.

transition $|f\rangle \rightarrow| e, m = 1\rangle$ ($|f\rangle \rightarrow| e, m = -1\rangle$). Par symétrie, un atome se trouvant au centre (en O) ressent une force moyenne nulle. Par contre, un atome situé à gauche (droite) de l'origine est essentiellement résonant avec le faisceau venant de gauche (droite) et subit donc une force de radiation résultante dirigée vers l'origine. Tout comme la composante de la force dépendant de la vitesse, celle dépendant de la position peut être linéarisée au voisinage du zéro de champ magnétique (centre du piège) [22] :

$$F_{rap} = k_L \mu b' s \frac{2\Gamma\delta}{\delta^2 + \Gamma^2/4} x = -Kx \tag{1.14}$$

avec $K = -k_L \mu b' s \dfrac{2\Gamma\delta}{\delta^2 + \Gamma^2/4}$ et où b' est le gradient de champ magnétique et μ représente le moment magnétique de l'atome.

Dans ce modèle, le mouvement des atomes dans le MOT est celui d'un oscillateur harmonique amorti :

$$\ddot{x} + \frac{\alpha}{M}\dot{x} + \frac{K}{M}x = 0 \tag{1.15}$$

où M la désigne la masse d'un atome.

Ce principe de piégeage à une dimension, se généralise parfaitement à trois dimensions, en utilisant trois paires de faisceaux dont la polarisation des faisceaux de chaque paire est σ^+ pour l'un et σ^- pour l'autre (figure 1.5).

Ce type de piège est robuste et une (faible) différence d'intensité entre faisceaux contra-propageants ne se traduit que par un léger décalage du centre du piège. Ainsi, des atomes qui pénètrent dans le volume défini par les six faisceaux avec une vitesse

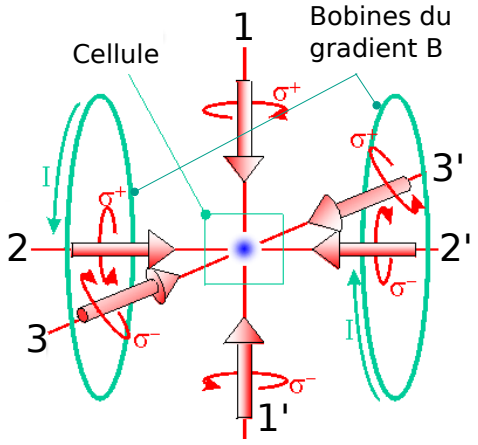


FIGURE 1.5 – Schéma expérimental d'un piège magnéto-optique à trois dimensions. Trois paires de faisceaux contra-propageants (de polarisation σ^+ pour l'un et σ^- pour l'autre) et croisés en un même point et une paire de bobines anti-Helmholtz disposées sur un des axes sont utilisés pour piéger les atomes dans la cellule.

relativement faible (de 20-30 m/s pour les pièges typiques) sont freinés par effet Doppler puis attirés vers le centre en subissant la force de rappel [équation.(1.14)].

1.2.2 Dispositif expérimental

Dans cette section, je décris les détails permettant d'obtenir un MOT contenant un très grand nombre d'atomes (jusqu'à 10^{11}).

1.2.2.1 Le système laser

Les faisceaux lasers utilisés dans notre expérience sont tous issus de deux diodes laser DFB (*Distributed FeedBack, LD-0780-0080-DFB de Toptica*). Ces lasers ont une fréquence de sortie réglable en jouant sur la température et le courant d'alimentation, et ces variations de fréquence sont typiquement de 30 Ghz/°C et 1,5 MHz/μA. Comparées aux ECDL (*External Cavity Diode Lasers*) utilisées dans la plupart des groupes d'atomes froids, les DFB ont l'avantage d'une grande simplicité d'utilisation. L'absence de cavité externe élimine les problèmes liés aux vibrations mécaniques. En revanche, les DFB ont typiquement une largeur de raie de 2-3 MHz ce qui n'est pas négligeable devant la largeur de la raie D2 de l'atome ^{87}Rb, $\Gamma = 2\pi \times 6,067$

MHz. Un autre inconvénient est leur grande sensibilité à la rétro-action optique.

Les fréquences

Dans notre expérience on utilise quatre types de faisceaux (voir figure 1.6) :

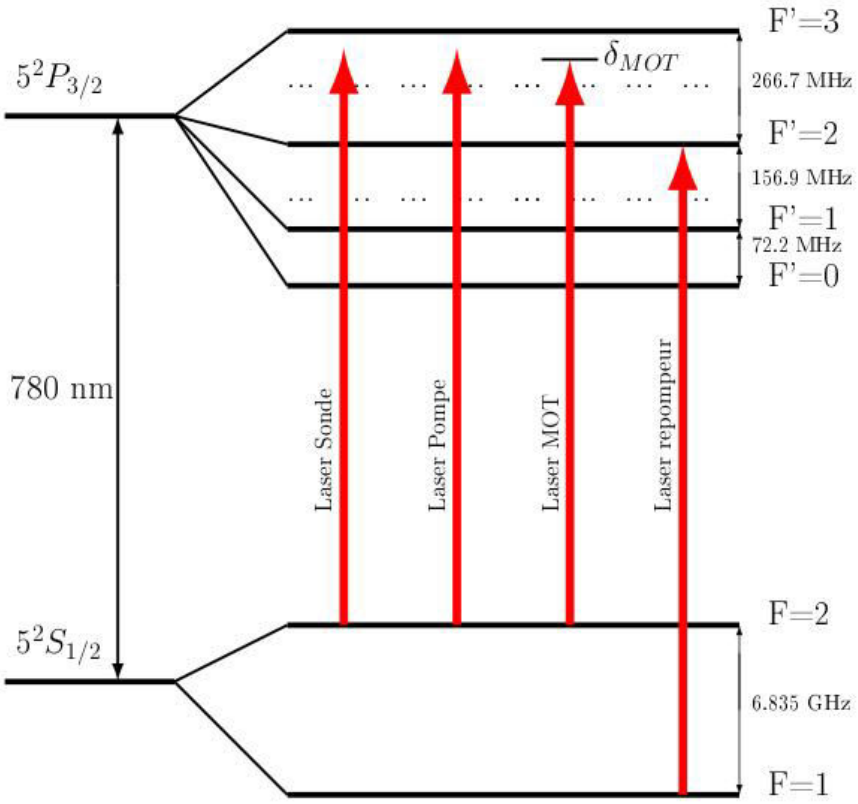


FIGURE 1.6 – Niveaux d'énergie correspondants à la raie D2 de l'atome ^{87}Rb. Deux lasers sont nécessaires pour le MOT : Un laser "MOT" désaccordé de δ_{MOT} de la transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 3\rangle$ et un laser "repompeur" accordé près de la fréquence de transition $|S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 2\rangle$. Des lasers pompe et sonde, accordables autour de $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 3\rangle$, sont également utilisés dans les expériences décrites dans cette thèse.

- des faisceaux "MOT" désaccordés de δ_{MOT} de la transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow | P_{3/2}, F' = 3\rangle$, qui permettent de ralentir les atomes,

- des faisceaux repompeur accordés près de la fréquence de transition $|S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 2\rangle$, qui permettent de récupérer les atomes transférés dans l'état $|S_{1/2}, F = 1\rangle$,
- et deux faisceaux pompe et sonde désaccordés autour de la transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 3\rangle$. Ces faisceaux sont utilisés pour l'étude des instabilités optiques présentée dans le chapitre 3.

Ces faisceaux sont tous issus de deux lasers différents DFB_1 et DFB_2 accordés respectivement aux transitions $F = 2 \rightarrow (F' = 2, F' = 3)$ et $F = 1 \rightarrow (F' = 1, F' = 2)$ (figure 1.7). La figure 1.7 montre les signaux d'absorption utilisés pour accorder les deux lasers.

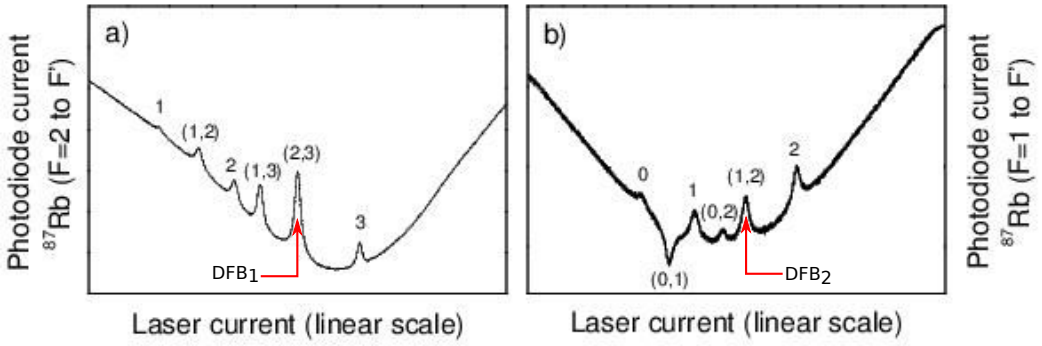


FIGURE 1.7 – Signaux d'absorption saturée utilisés pour accorder les deux lasers. Dans les deux cas, les six raies correspondent aux trois transitions $F \rightarrow F' = F$, $F \rightarrow F' = F \pm 1$ et leur battement entre elles. DFB_1 et DFB_2 sont respectivement accordés aux transitions $F = 2 \rightarrow (F' = 2, F' = 3)$ et $F = 1 \rightarrow (F' = 1, F' = 2)$ de l'atome de ^{87}Rb.

Faisceaux "MOT"

Pour la réalisation d'un MOT 3D, six faisceaux sont nécessaires : une paire dans chaque dimension de l'espace. Dans notre expérience nous utilisons une configuration à six faisceaux indépendants (contra-propageant deux à deux), au lieu de trois faisceaux rétro-réfléchis. Ce choix est fondamental pour éviter "l'effet d'ombre" dû à la forte densité optique du MOT. Cet effet d'absorption peut causer un déplacement et une déformation du MOT, voire une instabilité dynamique dans certains régimes

[7].

Le schéma de principe de génération des faisceaux "MOT" est illustré sur la figure 1.8. Un faisceau d'environ 80 mW est émis par le laser DFB_1. Ce faisceau est décalé en fréquence par un modulateur acousto-optique (AOM1) monté en double passage. Cet AOM permet de contrôler le désaccord du MOT, ainsi que celui de la pompe (cf. chapitre 3). Ayant pour objectif de piéger beaucoup d'atomes, pour réaliser de gros MOT (cf. chapitre 1.3), j'ai besoin de faisceaux de grand diamètre, d'où la nécessité d'avoir une puissance élevée. Ainsi le faisceau de la DFB_1 est amplifié après simple passage par un amplificateur de type TA (*Tapered Amplifier, TEC-400-0780-2500 de Sacher Lasertechnik*) puis injecté, après simple passage dans un autre AOM (AOM_3 ou *Switch*). L'AOM_3 sert d'interrupteur pour couper les faisceaux "MOT". Enfin, le faisceau issu de l'AOM_3 est injecté dans un séparateur de faisceau 1×6 (*OZ Optics*) afin d'obtenir 6 faisceaux à la sortie avec la même polarisation.

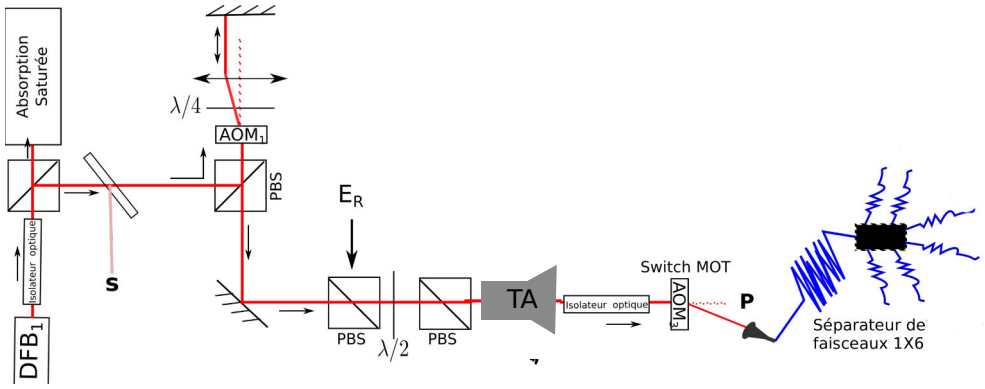


FIGURE 1.8 – Schéma descriptif du système de génération des faisceaux "MOT". Un AOM est utilisé pour contrôler la fréquence et l'amplitude du faisceau émis par le DFB_1. Un amplificateur TA de 2,5 W est utilisé pour fournir assez de puissance pour le MOT, avant l'injection du faisceau dans un fibre séparateur 1x6. Les faisceaux S et P servent respectivement à générer les faisceaux sonde et pompe, alors que l'entrée E_R est utilisée pour mélanger du repompeur aux faisceaux "MOT" (voir la suite).

Faisceaux repompeur

Afin de récupérer les atomes transférés dans l'état $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$ lors du pié-

geage, des faisceaux repompeur sont utilisés. Dans notre configuration, les faisceaux repompeur sont produits à partir d'un faible faisceau émis par un autre laser (DFB_2) accordé près de la fréquence de transition $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow| 5P_{3/2}, F' = 2\rangle$. Ce faisceau, après double passage dans l'AOM_2 (voir figure 1.9) est superposé au faisceau piège avec la même polarisation à l'aide de deux cubes polariseurs (PBS) et d'une lame demi-onde $\lambda/2$ (en E_R sur la figure 1.8) avant l'injection dans l'amplificateur TA. Notons que la puissance des faisceaux repompeur ne représente que quelques pour cent du total.

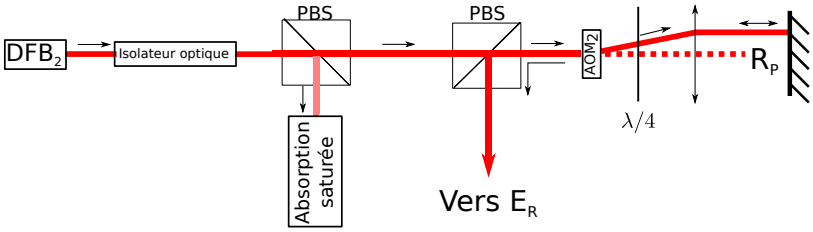


FIGURE 1.9 – Schéma descriptif du système de génération du faisceau repompeur. Un AOM est utilisé pour contrôler la fréquence et l'amplitude du faisceau émis par le DFB_2. Le faisceau ainsi obtenu est mélangé avec le faisceau piège (en E_R) avant l'injection dans le TA (cf. figure 1.8). Le faisceau R_p sert à fabriquer du repompeur qui sera mélangé avec le faisceau pompe (voir la suite)

Ainsi, avec cette configuration, le repompeur est présent dans chacun des six faisceaux du piège magnéto-optique avec la même polarisation circulaire que les faisceaux "MOT". Ce système entraîne une configuration très symétrique. La principale source d'asymétrie restante dans notre configuration est le léger déséquilibre entre l'intensité de chacun des six faisceaux, en raison des caractéristiques du séparateur de fibres. Ce déséquilibre est d'au plus 20% pour une même paire de faisceaux.

Enfin, chaque sortie de fibre est placée dans plan objet d'une lentille de diamètre 10 cm et de distance focale 30 cm afin d'obtenir des faisceaux "MOT" (avec du repompeur) collimatés et de grande taille, de waist w =2,6 cm (voir figure 1.10).

Pour chaque dimension de l'espace, la paire de faisceaux est alignée en mode contra-propageant avec des polarisation opposées (σ^+ pour l'un et σ^- pour l'autre). La puissance totale des faisceaux de piégeage envoyée aux atomes est de 329 mW, ce qui correspond à un pic d'intensité de $I = 5$ mW$/cm^2$ par faisceau. Les faisceaux "MOT" sont désaccordés d'une quantité δ_{MOT} (typiquement -4 Γ) par rapport à la

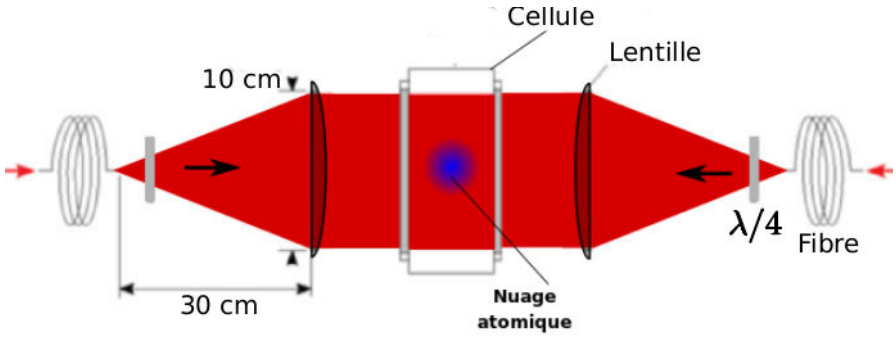


FIGURE 1.10 – Schéma du MOT. On montre la configuration utilisée selon une des trois dimensions de l'espace. La disposition est identique pour les deux autres dimensions.

fréquence de transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 3\rangle$ (voir figure 1.6).

Faisceau sonde

Pour caractériser le MOT (cf. chapitre 1.3) ou sonder la distribution atomique (cf. chapitre 3), l'utilisation d'un faisceau sonde de faible puissance accordable autour de la fréquence de transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 3\rangle$ est nécessaire. La figure 1.11 illustre la génération de ce faisceau. Ce dernier est obtenu à partir du faisceau S du montage décrit sur la figure 1.8. Ce faisceau prélevé de celui émis par le DFB_1 est envoyé en double passage à un AOM qui assure la variation de son désaccord (δ_s). Le faisceau ainsi obtenu est envoyé à travers d'un autre AOM ("*Switch* sonde") qui assure l'injection dans une fibre.

Faisceaux pompe

Pour l'étude des instabilités optiques présentée dans le chapitre 3, l'utilisation d'un faisceau relativement intense (nommé faisceau pompe dans la suite) est nécessaire. Ce faisceau est accordable autour de la fréquence de transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |P_{3/2}, F' = 3\rangle$. En outre, pour éviter le pompage hyperfin, la pompe doit comporter une proportion (faible mais réglable indépendamment de la puissance pompe) de repompeur.

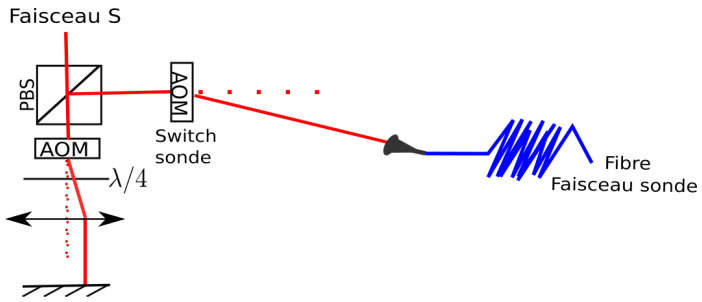


FIGURE 1.11 – Génération du faisceau sonde. Il est obtenu à partir du faisceau S de la figure 1.8. Un AOM est utilisé en double passage pour contrôler la fréquence et l'amplitude. Un autre AOM ("switch sonde") assure l'injection dans une fibre.

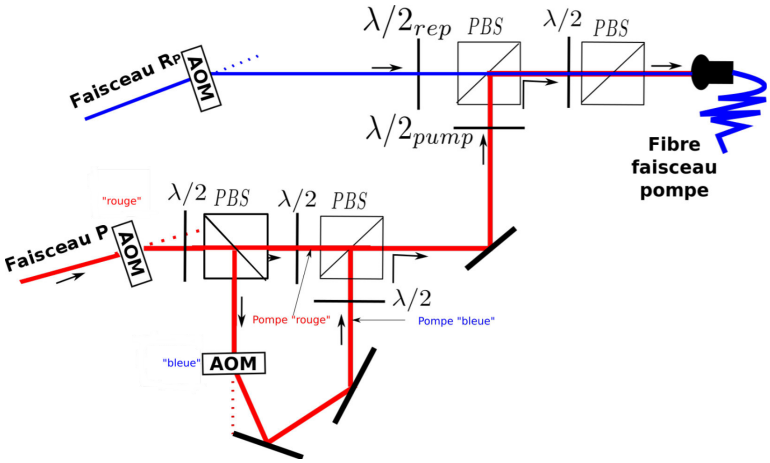


FIGURE 1.12 – Montage utilisé pour générer le faisceau pompe mélangé avec du repompeur (voir texte).

Dans la figure 1.12, on montre le montage de la préparation du faisceau pompe mélangé avec du repompeur (quelques pour cent). L'AOM$_3$ du montage de la figure 1.8 étant "off", on récupère l'ordre 0 (faisceau P) pour fabriquer la pompe. Ce faisceau est envoyé (simple passage) à travers deux autres AOMs *rouge* et *bleu*. En utilisant alternativement les faisceaux "rouge" et "bleu", on peut ainsi facilement faire varier le désaccord de la pompe sur une plage de $\pm 20\ \Gamma$ autour de la transition $|S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow| P_{3/2}, F' = 3\rangle$. De même, l'AOM$_2$ du montage de la figure 1.9 étant "off", on récupère l'ordre 0 (faisceau R_P) pour fabriquer du repompeur. Ce faisceau est envoyé à travers un AOM pour contrôler sa fréquence avant d'être mélangé avec la pompe. Le mélange des deux faisceaux avant l'injection dans un fibre, est assuré par deux PBS et une $\lambda/2$.

1.2.2.2 Enceinte à vide et contrôle des champs magnétiques

Dans notre expérience, les atomes sont capturés dans une chambre (figure1.13) où la pression de Rubidium est relativement faible $P \sim 10^{-9}$ Torr (mais trop élevée pour produire un condensat).

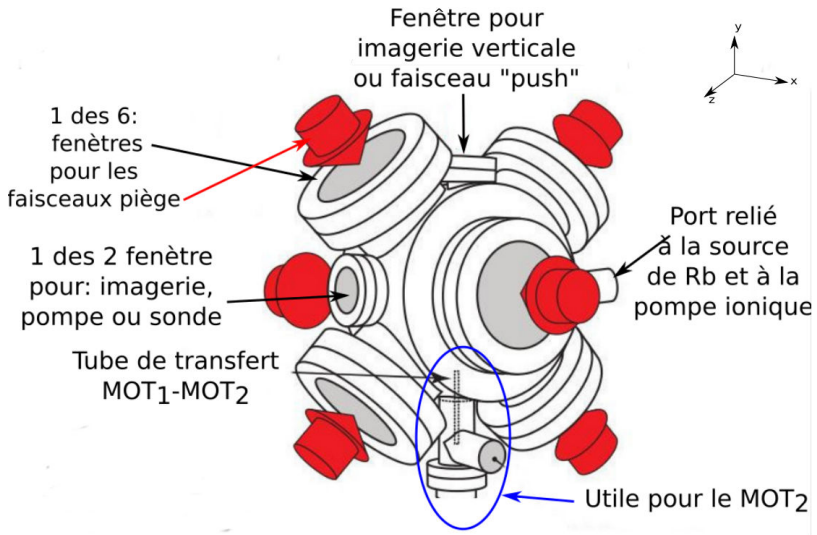


FIGURE 1.13 – Architecture de l'enceinte à vide avec ses différents ports (voir texte).

La chambre faite en acier inoxydable comporte plusieurs ports dont un est relié à une pompe ionique et à une source de Rubidium. Les autres ports sont constitués de

fenêtres circulaires en verre avec un revêtement antireflet sur les deux cotés, ce qui permet de réduire la réflexion des faisceaux de longueur d'onde λ=780 nm à moins de 1%. Parmi ces fenêtres, six de grand diamètre sont utilisées pour faire passer les faisceaux "MOT". Deux autres fenêtres sont aussi disponibles pour l'imagerie et pour faire passer d'autres types de faisceaux comme la sonde et la pompe. En outre, il existe une autre fenêtre au dessus de la chambre. Cette fenêtre qui peut être utile pour une imagerie verticale du MOT, est utilisée dans le montage BEC pour faire passer un faisceau pousseur qui assure le transfert des atomes du MOT_1 vers le MOT_2 (cf. 1.1 Introduction).

Pour piéger les atomes, en plus des faisceaux "MOT", on utilise une paire de bobines disposées de part et d'autre du centre de la cellule avec leur axe selon x. Ces bobines en configuration anti-Helmholtz et parcourues par un courant d'intensité 6,2 A créent un gradient de champ magnétique $b' = 7,4$ Gauss/cm. La figure 1.14 montre montre l'évolution temporelle du champ magnétique selon x, mesuré en dehors de la cellule, après coupure à $t = 0$. On note que le champ ne s'annule qu'après quelques millisecondes de la coupure. Ceci est dû aux courants de Foucault à cause desquels on ne peut compenser efficacement le champ résiduel que 4-5 ms après la coupure (voir section 2.4.3).

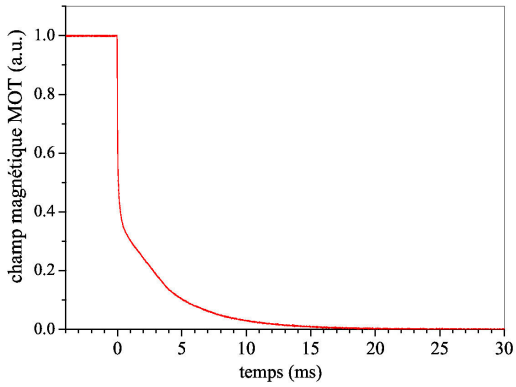


FIGURE 1.14 – Courbe du champ magnétique résiduel après coupure du gradient de champ magnétique correspondant à $t = 0$.

Outre les bobines de gradient, on utilise aussi trois autres paires de bobines en configuration Helmholtz disposées selon les axes x, y et z. Ces bobines servent à la compensation du champ magnétique résiduel lorsque le MOT est coupé, et

également à ajuster finement la position du MOT lorsqu'il est allumé. Elles génèrent un champ magnétique $B_x = 2,04$ Gauss/A selon l'axe des bobines de gradient (x) et $B_y = B_z = 0,57$ Gauss/A selon les deux autres (y et z) au centre du piège.

1.2.2.3 Caractérisation du MOT

Avec le dispositif expérimental décrit ci-dessus, j'obtiens quotidiennement un très gros MOT dont une image est illustrée sur la figure 1.15.

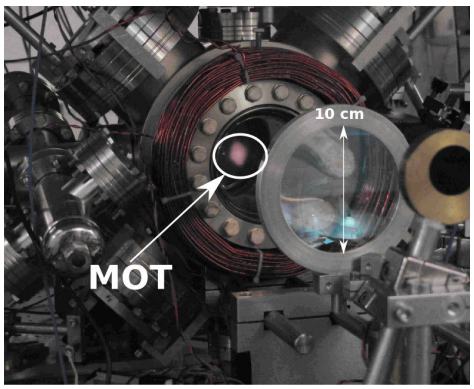


FIGURE 1.15 – Photo de l'expérience avec un MOT de taille ∼1 cm contenant $\sim 10^{11}$ atomes de ^{87}Rb.

Détermination de la densité optique

La densité optique b est un paramètre important pour les expériences décrites dans cette thèse. Elle est liée par la loi de Beer-Lambert à la transmission T du nuage : $b = -ln(T)$. Pour un échantillon de densité spatiale homogène n et d'épaisseur L, la densité optique s'écrit :

$$b = \sigma n L \tag{1.16}$$

où σ est la section efficace de diffusion d'un photon par un atome :

$$\sigma = g\frac{3\lambda^2}{2\pi}\frac{1}{1+4(\delta/\Gamma)^2} \tag{1.17}$$

Le terme g, ou facteur de dégénérescence, prend en compte la structure Zeeman de la transition. Il vaut 1, pour une polarisation σ^+ de la lumière, si toute la population atomique est dans $m_F = +2$. En supposant une distribution uniforme des atomes dans les divers sous-niveaux Zeeman, on obtient $g = 7/15$.

Pour mesurer la densité optique qui constitue un paramètre important du nuage, on envoie un faible faisceau sonde de waist 1,5 mm à travers le centre du nuage. On obtient la transmission en mesurant le rapport entre l'intensité du faisceau sonde en présence et en l'absence des atomes froids. Après avoir effectué cette procédure à différents désaccords δ de la sonde, on trace la courbe de la transmission T en fonction de δ. La courbe obtenue est ajustée avec la fonction $T(\delta)$ donnée par :

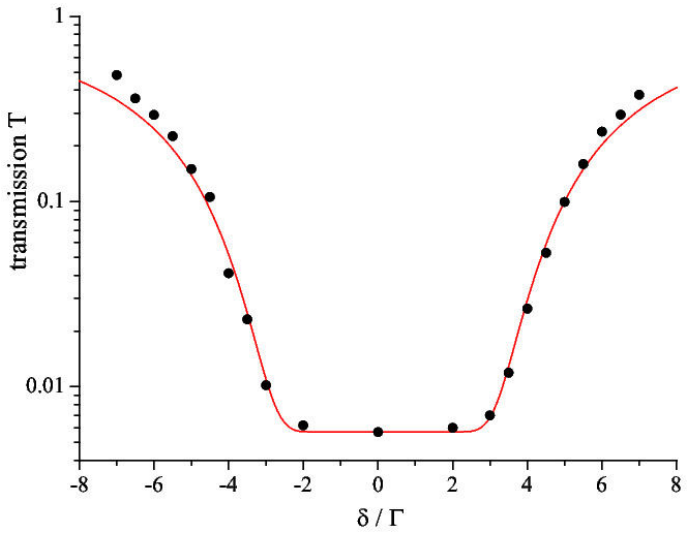


FIGURE 1.16 – Mesure de la transmission $T(\delta)$ du nuage d'atomes froids. L'ajustement par la fonction 1.18 donne $b_0 = 220$.

$$T(\delta) = e^{-b(\delta)} \quad \text{avec} \quad b(\delta) = \frac{b_0}{1 + 4(\delta/\Gamma)^2} \tag{1.18}$$

où $b_0 = b(\delta = 0)$ est la densité optique à résonance.

Dans la figure 1.16, on a représenté une mesure expérimentale de transmission $T(\delta)$ (points, noter l'échelle verticale logarithmique). On remarque que bien que b_0 soit »1, la transmission à résonance ne descend pas en-dessous de 7×10^{-3}. Ceci est dû à la largeur spectrale non négligeable du laser (les ailes du spectre sont transmises

par le nuage). La ligne est un ajustement par la fonction 1.18 à laquelle a été ajouté un offset, correspondant à une densité optique à résonance de 220.

Dans le cas où $b_0 > 1$, on peut relier analytiquement b_0 et la largeur à mi-hauteur de la courbe de transmission ΔT [23] :

$$b_0 \approx ln2 \left[\left(\frac{\Delta T}{\Gamma} \right)^2 + 1 \right] \tag{1.19}$$

Taille et N

On a vu dans la paragraphe précédent comment mesurer la densité optique du nuage. Cette mesure, conjuguée à celle des dimensions du nuage, permet de remonter au nombre d'atomes N qu'il contient. Les dimensions du nuages sont obtenues grâce à des images de fluorescence en utilisant la séquence décrite sur la figure 1.17.

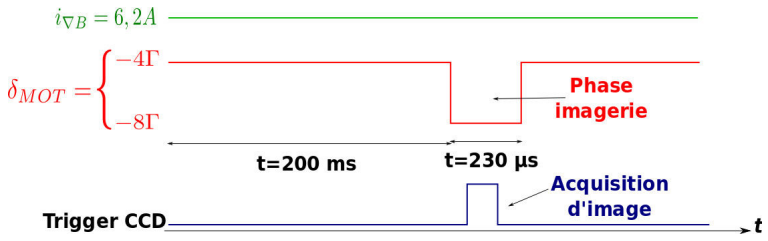


FIGURE 1.17 – Séquence de chargement et d'acquisition d'image du MOT.

Pour prendre des images de fluorescence, je fais passer le désaccord des faisceaux "MOT" de $\delta_{MOT} = -4\Gamma$ à δ_{im}=-8Γ pendant une durée assez courte (230 μs) pour pouvoir négliger le déplacement des atomes lors de l'acquisition des images. Ce grand désaccord δ_{im} utilisé lors de l'acquisition des images de fluorescence a deux conséquences importantes :

- Premièrement, la densité optique du nuage pour ce désaccord est $\ll 1$ (régime de diffusion simple). En conséquence, la fluorescence de la distribution d'intensité correspond étroitement à la distribution de la densité atomique [1]. Ceci est illustré par la figure 1.18, où je compare les profils de fluorescence obtenus avec un même nuage en variant le désaccord δ_{im}.

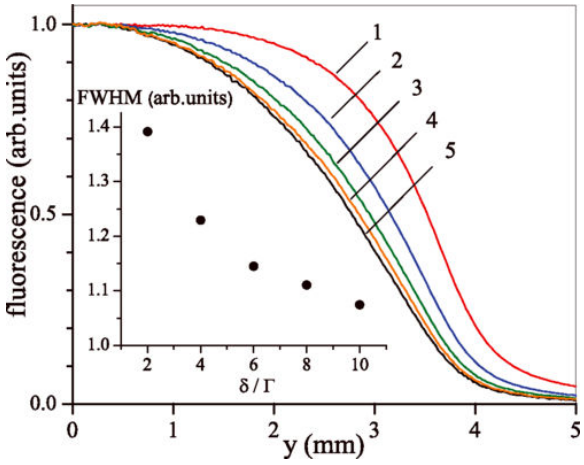


FIGURE 1.18 – Impact de la diffusion multiple lors de l'imagerie. On compare les profils de fluorescence obtenus pour le même nuage ($N = 2 \times 10^{10}$) mais avec des valeurs de désaccords utilisés pour l'imagerie différentes : $\delta_{im} = -2\Gamma$ (1), $\delta_{im} = -4\Gamma$ (2), $\delta_{im} = -6\Gamma$ (3), $\delta_{im} = -8\Gamma$ (4), et $\delta_{im} = -10\Gamma$ (5). Le cadre à l'intérieur montre l'évolution de la FWHM mesurée en fonction de δ_{im}.

Comme on peut le voir, la diffusion multiple a pour effet d'élargir le profil de fluorescence, mais elle modifie également sa forme en le rendant plus raide dans les ailes.

- Deuxièmement, nous pouvons en toute sécurité négliger le décalage des niveaux Zeeman dû au gradient de champ magnétique qui est toujours allumé pendant la mesure.

Pour améliorer le rapport signal sur bruit, je prends en moyenne plus de 20 images successives dans le plan xy (voir axes de la figure 1.13) avec et sans MOT. Avant de traiter les images de fluorescence du MOT, on y soustrait les images obtenues en absence de MOT.

Pour mesurer la taille du MOT, on trace les profils de fluorescence selon x et y en passant par le centre de l'image comme illustré sur la figure 1.19. Avec ces profils obtenus, on peut ainsi tirer les largeurs à mi-hauteur (FWHM) selon x et y.

Avec ce calcul de FWHM, on peut déduire le nombre d'atomes piégés N. Pour un nuage dont la distribution atomique est Gaussienne d'écarts types σ_x (selon x) et σ_y (selon y) définis par,

$$\sigma_{x,y} = \frac{FWHM_{x,y}}{2\sqrt{2ln2}} \tag{1.20}$$

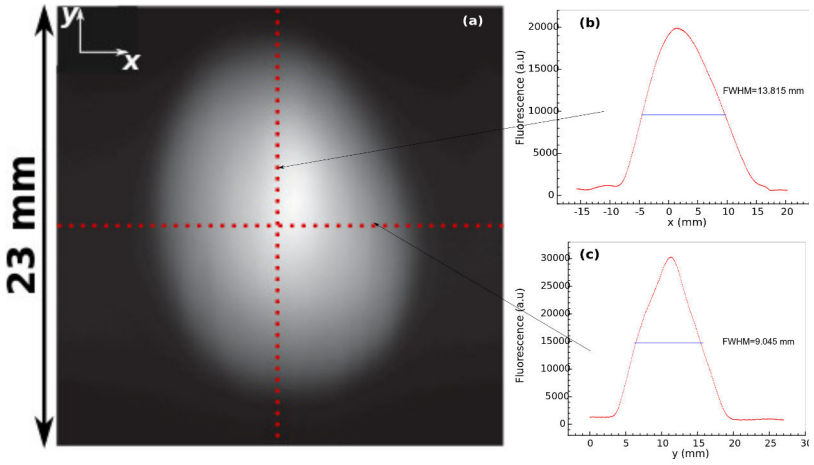


FIGURE 1.19 – (a) image de fluorescence du MOT. (b) et (c) montrent des profils de fluorescence en fonction de y et x respectivement et selon les lignes pointillées sur l'image (a).

on a :

$$N = 2\pi b_0 \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_0} \tag{1.21}$$

où σ_0 est définie par :

$$\sigma_0 = g\frac{3\lambda^2}{2\pi} \tag{1.22}$$

Les principales sources d'incertitude sur N sont liées au terme g et à la forme du nuage. En effet on prend $g = 7/15$ mais la distribution des populations Zeeman n'est pas connue, et de plus le nuage n'est pas vraiment Gaussien.

Dans notre cas, pour un $b' = 7,4$ Gauss/cm, et pour des faisceaux "MOT" de désaccord δ_{MOT} =-5 Γ, d'intensité $I = 5$ mW/cm^2 par faisceau piège (plus quelques pour cent de repompeur), de waist w=2,6 cm et de diamètre 94 mm, on obtient un MOT de taille (FWHM) moyenne ∼11,43 mm (figure 1.19) contenant $\sim 10^{11}$ atomes de ^{87}Rb.

Température

On mesure la température du nuage en analysant l'expansion du nuage après temps de vol (TOF). Pour cela, on éclaire le nuage après TOF pendant un temps très bref en rallumant les faisceaux MOT, puis on prend une image du nuage dans

le plan xy avec un CCD.

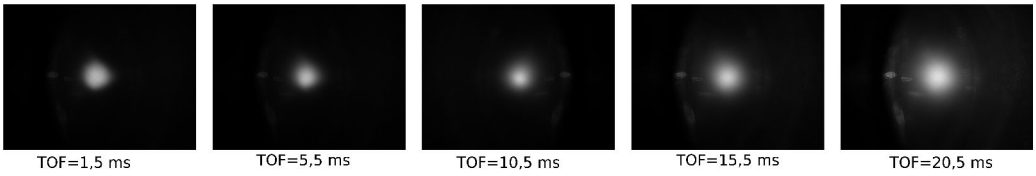


FIGURE 1.20 – Images du nuage après différents temps de vol.

Avec les images de la figure 1.20, on mesure la distribution spatiale σ (σ_x et σ_y) du nuage après différents TOF (t). Cette distribution spatiale donne accès à la dispersion de vitesse σ_v grâce à la relation :

$$\sigma^2(t) = \sigma^2(t=0) + \sigma_v^2 t^2. \tag{1.23}$$

La température est liée à la dispersion de vitesse par l'expression : $k_B.T = m\sigma_v^2$. Dans cette expérience, je trouve une dispersion de vitesse $\sigma_v \simeq 0,17$ m/s, ce qui correspond à une température du nuage $T \simeq 300$ μK.

1.3 Etude du comportement d'un très grand piège magnéto-optique (VLMOT)

1.3.1 Modèles du MOT

1.3.1.1 Modèle Doppler

Les résultats décrits ici ont été développés dans le cadre du modèle le plus simple, le modèle Doppler. On s'intéressera dans le paragraphe suivant à l'impact des phénomènes sub-Doppler, notamment en ce qui concerne l'apparition du "régime à deux composantes" pour le MOT.

Plage de capture et chargement Pour un MOT chargé à partir d'une vapeur à la température ambiante, seuls les atomes ayant une vitesse inférieure à une valeur appelée vitesse de capture v_c vont être ralentis une fois dans le volume formé par les six faisceaux piège, puis capturés. Cette vitesse de capture peut être estimée,

en supposant que les faisceaux piège de diamètre D décélèrent les atomes avec une force de pression de radiation constante F [24]

$$v_c = \sqrt{\frac{2FD}{M}} \tag{1.24}$$

L'évolution du nombre d'atomes piégés N est donné par [24, 25] :

$$\frac{dN}{dt} = \tau_{MOT} - N\Gamma_C \tag{1.25}$$

avec

$$\tau_{MOT} \approx \frac{nD^2v_c^4}{u^3} \quad \text{et} \quad \Gamma_C \approx n\sigma u \tag{1.26}$$

qui définissent respectivement le taux de chargement (dépendant des paramètres du MOT) et le taux de perte supposées dues aux collisions avec les atomes chauds de la vapeur. Dans l'équation.(1.26)

$$u = \sqrt{2\frac{k_BT}{M}} \tag{1.27}$$

est la vitesse la plus probable dans la distribution de Maxwell-Boltzmann (u=240 m/s pour le Rb) et n la densité de Rb.

En régime permanent, en résolvant l'équation.(1.25) et en remplaçant τ_{MOT} et Γ_C par leurs valeurs [équation.(1.26)] on obtient :

$$N = \frac{\tau_{MOT}}{\Gamma_C} = \frac{D^2}{\sigma}\left(\frac{v_c}{u}\right)^4 \tag{1.28}$$

Dans ce model Doppler, en remplaçant $v_c \propto \sqrt{D}$ [équation.(1.24)], on obtient de l'équation.(1.28), la relation $N \propto D^4$.

Taille du nuage

Dans le cas d'un faible nombre d'atomes, la diffusion multiple des photons du MOT est négligeable, et les atomes se comportent comme dans le cas d'un atome unique. A l'équilibre pour une température Doppler T_D, une vitesse quadratique

moyenne v_{rms} et un rayon du nuage R_T, on peut écrire :

$$\frac{3}{2}k_B T_D = \frac{1}{2}Mv_{rms}^2 = \frac{1}{2}\kappa R_T^2 \tag{1.29}$$

ce qui donne une taille du nuage indépendante de N :

$$R_T = \sqrt{\frac{3k_B T_D}{\kappa}} = \sqrt{\frac{3\hbar\Gamma}{2\kappa}}, \tag{1.30}$$

avec κ est la constante de rappel pour un atome unique, définie dans la section 1.2. Dans ce régime la taille du nuage est déterminée par la température du nuage, d'où le nom de régime "limité par la température".

Il est connu depuis les années 90 que cette description ne s'applique pas au-delà d'environ 10^6 atomes [26]. Pour N plus grand, la diffusion multiple des photons et la force qui lui est associée doivent être prises en compte dans le modèle du MOT. Un tel modèle a été proposé par les auteurs de [26]. Un photon du laser peut être absorbé par un atome (atome 1) avec une section efficace σ_L. Le photon ré-émis (photon diffusé) peut être ré-absorbé par un autre atome avec une probabilité en $1/r^2$ (on peut considérer l'atome 1 comme une source ponctuelle qui émet une onde sphérique). La section efficace de ré-absorption σ_R est différente de σ_L, car la fréquence et la polarisation du photon diffusé diffèrent de celles du photon laser. Ce

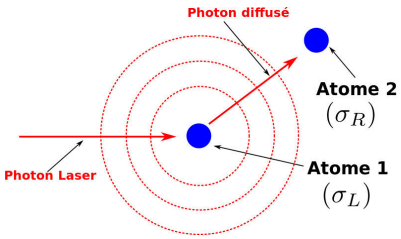


FIGURE 1.21 – Processus de répulsion inter-atomique.

processus, illustré sur la figure 1.21, donne lieu a une force répulsive inter-atomique, de type Coulombienne. La divergence de cette force s'écrit :

$$\mathrm{div}(F_R) = 6\sigma_L\sigma_R I n/c \tag{1.31}$$

où I est l'intensité incidente d'un faisceau, n est la densité atomique et c la vitesse

de la lumière.

Par ailleurs, dès que le nuage est un peu optiquement épais les faisceaux MOT sont atténués, ce qui donne une force de compression (les faisceaux poussent plus fort aux bords qu'au centre) décrite par Jean Dalibard [27]. Dans le régime linéaire ($b << 1$), sa divergence s'écrit :

$$\mathrm{div}(F_L) = -6\sigma_L^2 In/c. \tag{1.32}$$

Enfin, il y a la force de rappel du MOT (supposée isotrope), dont la divergence vaut :

$$\mathrm{div}(F_{MOT}) = -3\kappa \tag{1.33}$$

A l'équilibre, on doit avoir

$$\mathrm{div}(F_R) + \mathrm{div}(F_L) + \mathrm{div}(F_{MOT}) = 0, \tag{1.34}$$

ce qui implique une valeur maximale pour la densité :

$$n_{max} = \frac{\kappa c}{2I\sigma_L(\sigma_R - \sigma_L)} \tag{1.35}$$

Le modèle Wieman [26] conduit donc à une densité maximale atteignable dans un MOT. Si N augmente, la taille R_{ms} du MOT augmente donc comme $N^{1/3}$:

$$R_{ms} = \left(\frac{3N}{4\pi n_{max}}\right)^{1/3} \tag{1.36}$$

Le profil de densité prévu par ce modèle est uniforme.

Par ailleurs le modèle Wieman n'est pas à priori valide pour N très grand. Dans [26], une déviation par rapport à ce modèle est observée pour $N > 3\times10^7$ atomes. On peut donc chercher à développer un modèle plus adapté au régime N très grands. Un tel modèle a été développé par Thomas Pohl en collaboration avec le groupe atomes froids de l'INLN. Il est similaire au modèle Wieman (en particulier on considère uniquement le mécanisme Doppler pour décrire le MOT), mais prend en compte la dépendance spatiale nonlinéaire des diverses forces. Tout comme dans [26], la description de la diffusion multiple des photons est tronquée à la diffusion double. Ce modèle permet d'obtenir numériquement les profils stationnaires de densité du

nuage, mais donnent aussi accès à sa dynamique en régime instable [9].

Les résultats numériques obtenus pour cette études sont reportés sur la figure 1.22. En (a) on obtient une évolution de la taille du nuage en fonction de N qui est

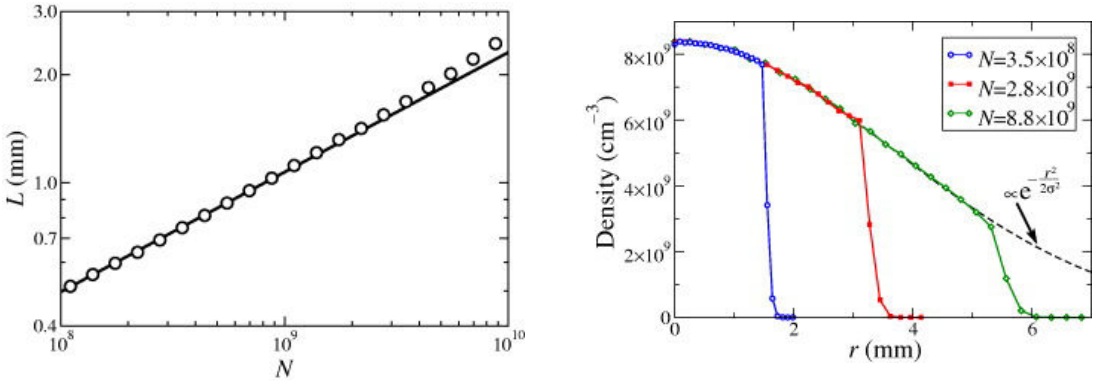


FIGURE 1.22 – (a) Evolution de la taille du MOT en fonction de N (cercles) ajustée par la fonction $N \propto L^{1/3}$ (ligne). (b) Profils de densité pour trois différents N. La ligne discontinue montre que les profils suivent un profil Gaussien tronqué avec $\sigma = 3,5$ mm. Source [10].

compatible avec le modèle Wieman ($N \propto L^{1/3}$). Par contre, contrairement au modèle de Wieman qui prédit des profils de densité uniformes, les résultats obtenus avec cette étude et représentés sur figure 1.22(b) montrent des profils Gaussiens tronqués. Sur ces profils, on note que la largeur de la densité Gaussienne est constante et déterminée par les paramètres du piège, alors que le rayon de troncature augmente en fonction du nombre d'atomes N.

1.3.1.2 Au-delà du modèle Doppler

Il est connu de longue date que des mécanismes sub-Doppler (connus sous le nom de "polarization gradient cooling", ou refroidissement Sisyphe) sont à l'œuvre dans le refroidissement d'atomes par laser [19]. Ces mécanismes affectent la température du MOT mais également son profil spatial et sa taille. En effet, la dépendance spatiale de la force ressentie par les atomes est fortement nonlinéaire, avec une zone centrale peu étendue où la force de rappel est élevée du fait des mécanismes sub-Doppler, entourée par une zone où la force est plus faible et essentiellement déterminée par le mécanisme Doppler [28]. Tant que la taille du MOT, déterminée par la diffusion multiple, est plus petite que le rayon R_2 de cette zone centrale, la

description du paragraphe précédent reste valide [équation.(1.35)] en utilisant une valeur modifiée par les mécanismes sub-Doppler pour la constante de rappel. Si on augmente N et que la taille R du MOT excède R_2, le MOT entre dans le "régime à deux composantes", avec un cœur petit et dense entouré d'un halo moins dense. Si $R >> R_2$, le comportement du MOT est essentiellement déterminé par le mécanisme Doppler. Le rayon critique R_2 est déterminé par l'égalité entre décalage Zeeman et déplacement lumineux de l'état fondamental [28] :

$$R_2 \approx \frac{\hbar\Omega^2}{\mu_B \delta b'} \tag{1.37}$$

Cette séparation spatiale en deux composantes a été notamment mise en évidence de façon élégante dans une expérience d'excitation paramétrique [29].

Dans la section 1.3.2.4, nous étudierons l'évolution des profils de densité du MOT en fonction de N qui sera comparée avec ces prédictions.

1.3.2 Comportement du VLMOT

Pour les travaux présentés dans ce chapitre, j'ai besoin d'une procédure simple et efficace qui me permette de varier le nombre d'atomes dans le MOT. Pour cela, il existe différents choix comme par exemple de varier l'intensité ou le diamètre des faisceaux repompeur [10]. Dans notre expérience, on a opté pour la variation du diamètre D des six faisceaux piège. Ceci est un moyen très efficace pour contrôler la variation de N sur une large plage sans modifier les paramètres du MOT.

Dans cette partie, je m'intéresse à l'évolution du MOT en fonction de D. Pour cela, je commence par décrire la procédure utilisée pour varier D, puis étudier N en fonction de D et le comparer avec le modèle Doppler décrit dans la section 1.3.1. J'étudie ensuite l'évolution de la taille et de la forme du nuage avec N.

1.3.2.1 Variation de D

Dans le chapitre 1.2, j'ai fait une description détaillée de notre expérience de MOT dont les faisceaux piège ont un diamètre $D = 94$ mm. Il existe de nombreuses façon de faire varier le nombre d'atomes piégés dans le MOT. Cependant, la méthode utilisée peut avoir un impact sur la physique que l'on souhaite étudier, ici les lois d'échelle en fonction du nombre d'atomes [10]. La méthode que j'utilise dans ce

chapitre consiste à varier le volume de capture du MOT en ajustant la taille des faisceaux piège.

Pour varier ce diamètre, j'utilise six diaphragmes d'ouverture ajustable. Ces diaphragmes sont disposés transversalement sur chacun des axes de propagation des six faisceaux piège collimatés comme illustré sur la figure 1.23. Ces diaphragmes me permettent ainsi de varier D entre 5 mm et 94 mm.

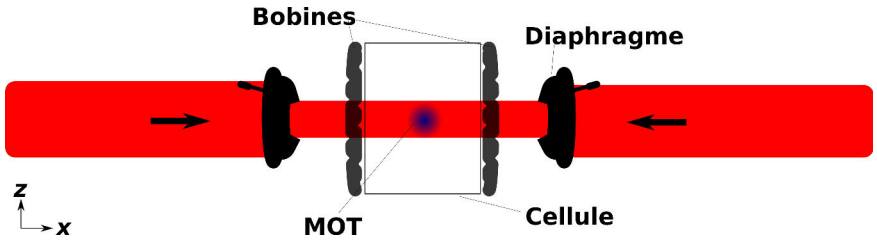


FIGURE 1.23 – Schéma de variation du diamètre D des faisceaux piège. On montre ici une des trois paires de faisceaux contra-propageants dont leur diamètre D est défini par l'ouverture des diaphragmes utilisés. La disposition est identique pour les deux autres dimensions.

1.3.2.2 Nombre d'atomes piégés *N=f(D)*

Dans cette expérience, on fait varier N en changeant D, pour trois valeurs différentes de δ_{MOT}. On mesure N en intégrant la fluorescence des images capturées par la CCD. On obtient une calibration pour la valeur absolue de N en mesurant également la densité optique du nuage (pour une seule valeur des paramètres, correspondant à N maximum), selon la procédure décrite dans 1.2.2.3.

Sur la figure 1.24, j'ai rapporté le nombre d'atomes mesuré pour chaque couple de paramètres (D, δ_{MOT}) des faisceaux piège. On notera la double échelle logarithmique. Les étoiles, les points et les carrés correspondent respectivement à δ_{MOT}= -3 Γ, -4 Γ et -5 Γ. En faisant varier D d'un facteur 19, nous obtenons une variation de N sur pratiquement 5 ordres de grandeur, avec un nombre maximal de $1,4 \times 10^{11}$ atomes dans le MOT. La droite d'équation $N \propto D^{5,82\pm0,05}$ représente un ajustement des données pour δ_{MOT}= -4 Γ. Cet exposant (α=5,82) est significativement plus grand que prévu par le modèle Doppler ($N \propto D^4$) [24, 25] discuté dans la section 1.3.1.1. Toutefois, ce modèle s'appuie sur l'hypothèse que la force ressentie par les atomes reste constante lors de la capture, ce qui n'est pas le cas (cf. chapitre 1.2).

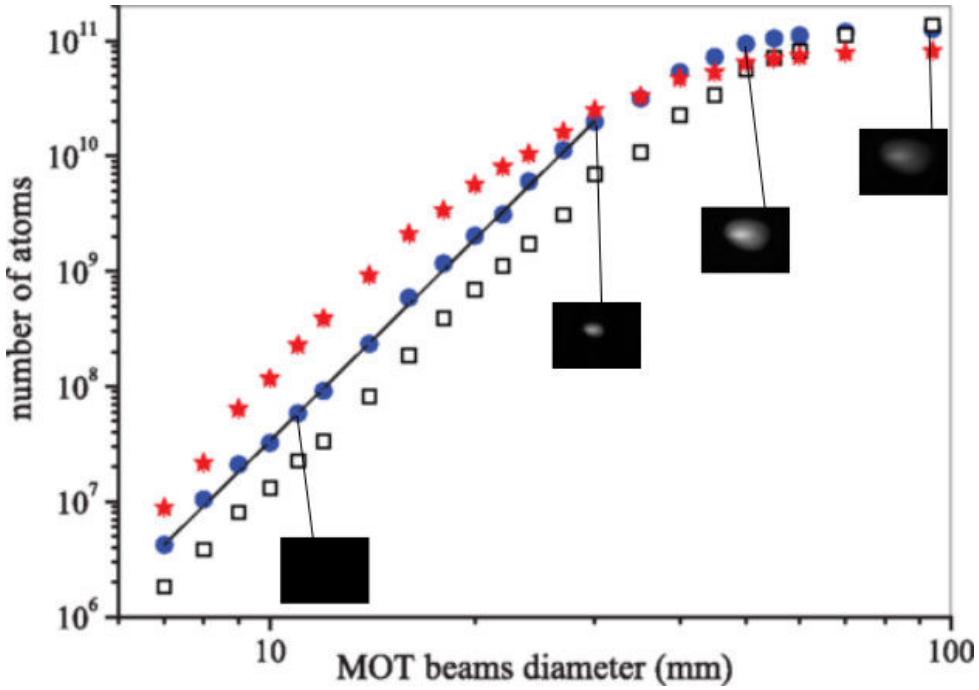


FIGURE 1.24 – Variation du nombre d'atomes dans le VLMOT. Je trace ici (données expérimentales) le nombre d'atomes piégés N en fonction du diamètre D des faisceaux de piégeage (voir texte), pour trois désaccords δ_{MOT} différents : δ_{MOT}= -3 (étoiles) ; δ_{MOT}= -4 (points) ; δ_{MOT}= -5 (carrés). J'observe une augmentation rapide suivie d'une saturation progressive. Les données pour δ_{MOT}=-4 sont ajustées par $N \approx D^{5,82}$. Les barres d'erreur sont plus petites que la taille des symboles.

Pour mieux comprendre le comportement de la vitesse de capture v_c dont dépend N [équation.(1.28)], nous avons réalisé une simulation numérique de la trajectoire des atomes entrant dans le volume de capture. Cette simulation est basée sur le modèle Doppler avec les valeurs des paramètres utilisées dans l'expérience. Les résultats obtenus pour $v_c = f(D)$ sont représentés dans la figure 1.25. Sur cette figure, on note deux régimes de dépendance de v_c en fonction de D.

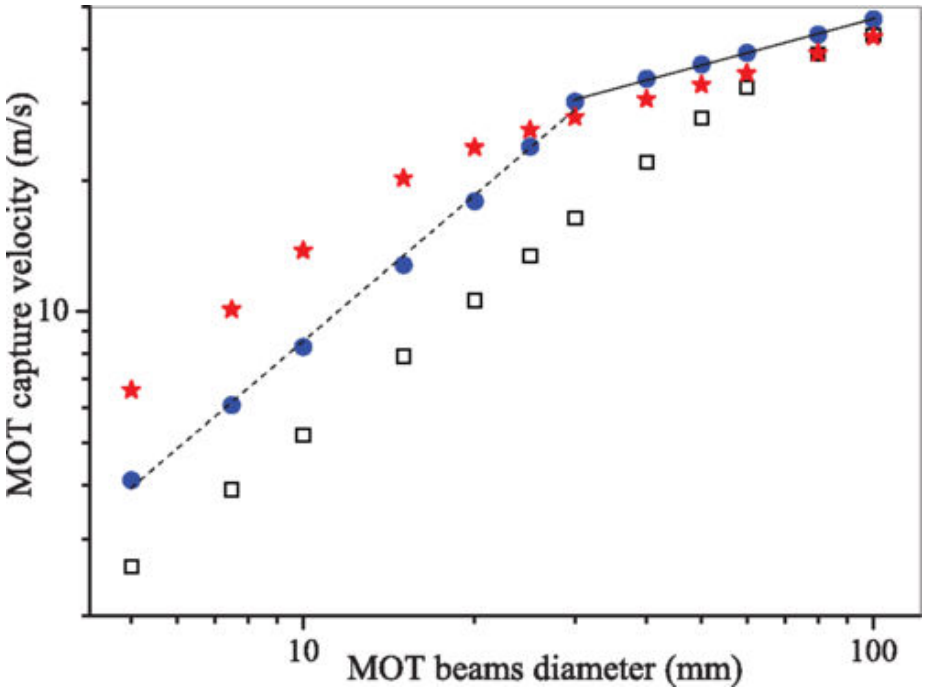


FIGURE 1.25 – Vitesse de capture en fonction du diamètre des faisceaux MOT (numérique). En utilisant un modèle Doppler, je calcule la vitesse de capture du MOT en fonction de D, pour les désaccords de la figure 1.24 (les mêmes symboles sont utilisés). Deux régimes sont observés : $v_c \propto D^{1,11}$ (ligne pointillée) et $v_c \propto D^{0,356}$ (trait plein).

Jusqu'à une certaine valeur critique du diamètre des faisceaux, qui dépend à la fois de δ_{MOT} et du gradient de champ magnétique b' ($D \sim 30$ mm pour δ_{MOT}=-4 Γ), v_c est plus ou moins proportionnelle à D : $v_c \propto D^{1,11\pm0,02}$ (ligne pointillée sur la figure 1.25). Au dessus de cette valeur critique de D, l'augmentation de v_c est plus lente (ligne continue sur la figure 1.25), correspondant à la situation où $v_c \propto D^{0,356\pm0,008}$. Notons que la transition entre ces deux régimes n'est pas due à

la taille finie des faisceaux, mais plutôt à la dépendance nonlinéaire de la force en fonction de la vitesse. Pour de faibles diamètre D des faisceaux piège, la vitesse de capture est faible $k \times v_c < |\delta_{MOT}|$: dans cette plage, la force croît linéairement avec v_c. Une augmentation de D entraîne donc une augmentation proportionnelle de v_c. En revanche, pour D grand v_c est en-dehors de la plage linéaire de la force ($k \times v_c > |\delta_{MOT}|$: une augmentation de D se traduit par une augmentation moindre de v_c, car la force maximale est finie.

En insérant $v_c \propto D$ dans l'équation.(1.28), on obtient $N \propto D^6$, qui est en bon accord avec nos mesures rapportées dans la figure 1.24. Enfin, je note qu'on pourrait à priori piéger un nombre d'atomes plus élevé en utilisant des faisceaux piège de diamètre plus grands avec des désaccords δ_{MOT} plus grands, ce qui nécessiterait une puissance laser plus importante.

1.3.2.3 Taille du VLMOT

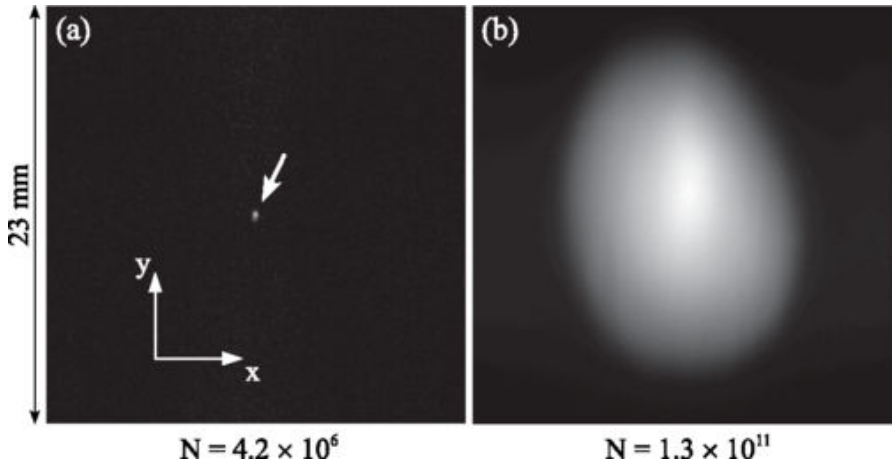


FIGURE 1.26 – Variation de la taille du VLMOT en fonction du nombre d'atomes piégés N. Je montre deux exemples d'images de fluorescence du MOT contenant, respectivement $N = 4,2 \times 10^6$ (a) et $N = 1,3 \times 10^{11}$ (b) atomes. Le désaccord du MOT est δ_{MOT} =-4Γ. Le champ de vision est 23 mm. L'axe des bobines du gradient de champ magnétique est le long de l'axe x.

Sur la figure 1.26 je montre deux exemples d'image de fluorescence de MOT avec des nombres d'atomes piégés N très différents. On peut remarquer la variation très importante de la taille du MOT observé dans cette situation en fonction du nombre

d'atomes : elle varie d'un facteur ~ 35 quand N varie d'un facteur $\sim 31\ 000$. On remarque que l'image de droite présente une distribution très "lisse" : ceci est dû au désaccord relativement important utilisé pour le MOT.

Je reporte sur la figure 1.27 l'évolution de la taille du MOT, mesurée selon x, en fonction de N. Cette taille correspond à la largeur totale à mi-hauteur du profil obtenu en faisant une coupe des images (cf. figure 1.26) suivant l'axe x. Comme les profils observés ne sont généralement pas Gaussiens, on n'intègre pas les images suivant y afin de ne pas déformer les profils (l'intégration suivant z ne peut pas être évitée avec cette technique).

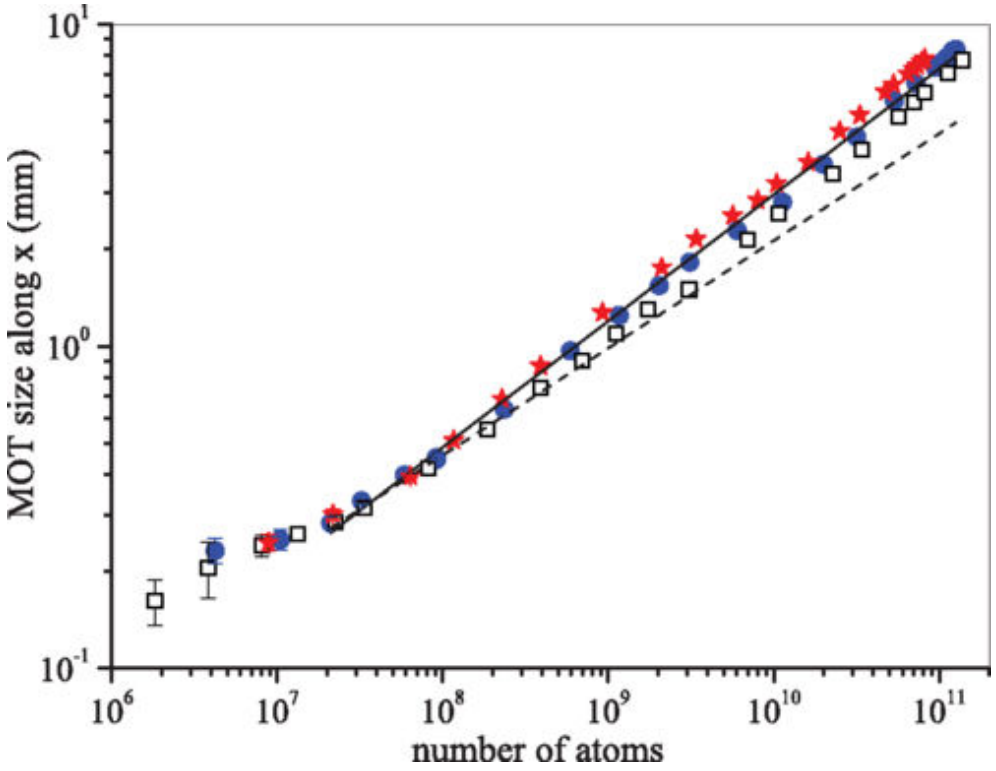


FIGURE 1.27 – Taille du VLMOT en fonction de N. Je représente la FWHM L_x du nuage selon x en fonction du nombre d'atomes pour trois désaccords des faisceaux piège différents : $\delta_{MOT} = -3\Gamma$ (étoiles), $\delta_{MOT} = -4\Gamma$ (points) et $\delta_{MOT} = -5\Gamma$ (carrés). La ligne continue d'équation $L_x \propto N^{0,394\pm0,004}$ est un ajustement des données pour $\delta_{MOT} = -4\Gamma$ et pour $N > 2 \times 10^7$. La ligne pointillée, $L \propto N^{1/3}$ correspond à la prédiction du modèle standard [26] .

MOT à petit N

Pour $N < 10^7$, on constate que la taille du MOT varie peu quand N augmente et est limitée à ~ 200 μm. Cet effet est bien attendu dans ce régime de petits N où la taille est limitée par la température [équation.(1.30)]. Cependant, ce régime limité par température devrait se produire pour un nombre d'atomes N beaucoup plus petits ($N < 8 \times 10^4$ [26]). Il semble peu probable que cette saturation de la taille du MOT pour les petits N soit dûe à une mauvaise résolution de notre système d'imagerie, qui, est limitée, d'une part, par la taille des pixels qui est de 23 μm. Un autre facteur est le mouvement des atomes au cours de l'acquisition de l'image qui de l'ordre de 30 μm. En outre, l'effet résiduel de la diffusion multiple est minimisé par le choix d'un grand désaccord δ_{im} pour l'imagerie, mais son ampleur exacte reste difficile à estimer. Cependant, son impact devrait être très faible pour les petites valeurs de N, où la densité optique du nuage est petite. La taille observée à petit N est probablement limitée par l'ensemble de ces facteurs.

MOT à grand N

Sur la figure 1.27 on observe de manière remarquable que la taille du MOT suit une même loi de puissance $L_x \propto N^\beta$ sur pratiquement quatre ordres de grandeur de variation de N (pour $N > 2 \times 10^7$). Les exposants obtenus pour les différentes valeurs de δ_{MOT} sont :

$$\begin{aligned} \beta &= 0,411 \pm 0,002 \quad \text{pour} \quad \delta_{MOT} = -3\Gamma \\ \beta &= 0,394 \pm 0,004 \quad \text{pour} \quad \delta_{MOT} = -4\Gamma \\ \beta &= 0,388 \pm 0,005 \quad \text{pour} \quad \delta_{MOT} = -5\Gamma. \end{aligned} \tag{1.38}$$

La taille L_y mesurée selon y où le confinement est plus faible que selon x, suit des lois en N similaires. Dans cette dimension et pour $N > 2 \times 10^7$, la taille L_y non représentée sur la figure 1.27 suit la loi de puissance $L_\propto N^\beta$:

$$\begin{aligned} \beta &= 0,417 \pm 0,005 \quad \text{pour} \quad \delta_{MOT} = -3\Gamma \\ \beta &= 0,381 \pm 0,004 \quad \text{pour} \quad \delta_{MOT} = -4\Gamma \\ \beta &= 0,350 \pm 0,004 \quad \text{pour} \quad \delta_{MOT} = -5\Gamma. \end{aligned} \tag{1.39}$$

Avec cette expérience, j'obtiens des exposants un peu au-dessus de la prédiction (1/3) du modèle Wieman [26]. On remarque également que cet exposant dépend de manière systématique de δ_{MOT}, et augmente lorsque l'on se rapproche de résonance. La surprise provient du fait que l'on observe un exposant proche de 1/3 sur une telle gamme de N, alors qu'il est clair que notre MOT à grand N ne satisfait pas aux hypothèses du modèle Wieman. Cependant, le modèle plus raffiné de T. Pohl [9], qui inclut la dépendance spatiale des forces, prédit également un exposant 1/3. Les observations du groupe de Wieman d'un exposant 1/3 pour $N > 5 \times 10^7$ sont peut-être à rapprocher des nôtres, bien que leur méthode de mesure (directement dans le MOT, en régime de diffusion multiple) soit moins fiable. Tous les modèles existants tronquent la diffusion multiple à la diffusion double : il est possible que les exposants que nous mesurons reflètent l'impact des ordres supérieurs de diffusion.

Densité spatiale et densité optique en fonction de *N*

En utilisant les mesures de N, L_x et L_y (et en faisant l'hypothèse que $L_z = L_y$), on peut déduire l'évolution de la densité spatiale n et de la densité optique à résonance b_0 avec N, tracées sur la figure 1.28.

Considérons tout d'abord l'évolution de n avec N [figure 1.28(a)]. On constate que n_0 ne varie que d'un facteur ~ 3 alors que N varie de plus de 4 ordres de grandeur. Ce comportement à peu près constant est, sans surprise, compatible avec les exposants proches de 1/3 observés sur la figure 1.27. Notons que la valeur moyenne de n_0, aux alentours de 2×10^{11} cm^{-3}, est relativement élevée.

Pour la densité optique du nuage, on observe sur la figure 1.28(b) une évolution proche de $b_0 \propto N^{1/3}$ (droite). b_0 étant proportionnelle au produit $n \times L_z$, ceci est compatible avec $n \approx$ constante et $L_z \propto N^1/3$. On constate que l'on obtient pour ce MOT non comprimé une grande densité optique > 100. Ces valeurs permettent en outre d'estimer la densité optique "vue" par les faisceaux du piège, en négligeant la saturation. Pour δ_{MOT} = -4Γ, $b(\delta_{MOT}) << 1$ n'est vérifié que pour $N < 10^8$ atomes environ.

1.3.2.4 Forme du VLMOT

Dans cette section, je vais discuter du comportement de la forme du MOT quand N varie. En effet, le profil de la densité atomique du MOT pourrait constituer

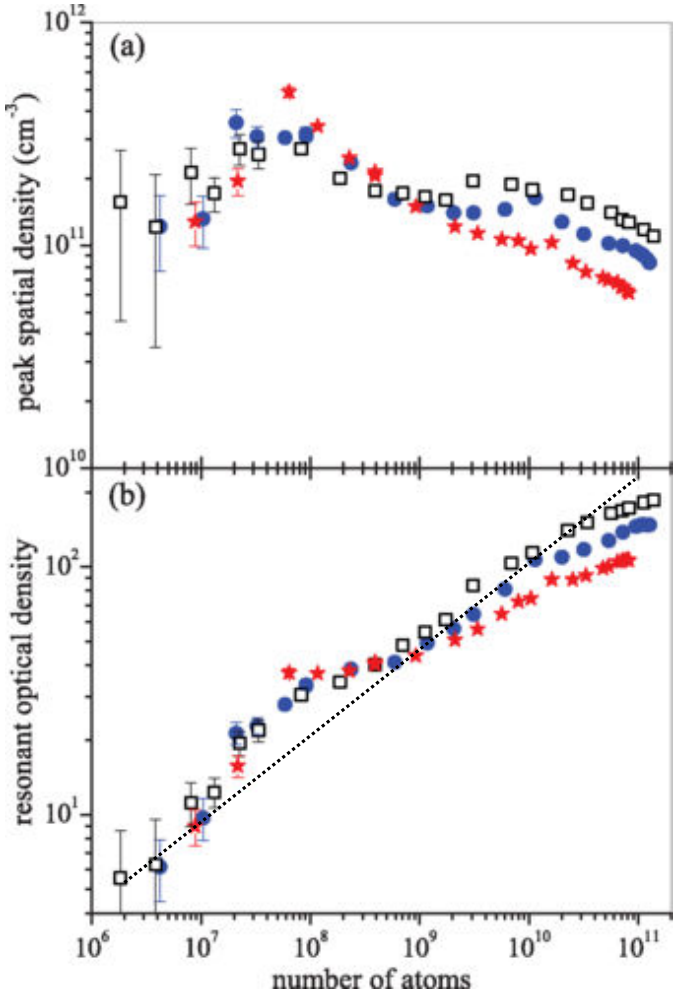


FIGURE 1.28 – Avec les données de la figure 1.27, je trace en fonction N : (a) la densité spatiale au centre du MOT et (b) la densité optique à résonance b_0.

une signature pour distinguer les différents modèles. Ainsi, le modèle numérique développé par Thomas Pohl [10] prédit des profils en Gaussienne tronquée tandis que le modèle Wieman donne des profils de type "flat top".

Distribution de la densité atomique

Pour mesurer la forme de notre nuage atomique, nous utilisons les images de fluorescence prises avec un axe de visée suivant z. Le profil de densité 3D est donc intégré suivant z pour donner une distribution 2D suivant (x,y). Dans le cas d'une une symétrie axiale du MOT, on peut en principe, en utilisant une transformée d'Abel inverse [30], reconstruire la distribution de la densité atomique en 3D. Pour être efficace ce processus nécessite un faible bruit et une forme de MOT très symétrique, ce qui n'est pas le cas en général dans les expériences.

Je discute maintenant de nos observations. La figure 1.29 montre l'évolution des profils observés suivant x et y, pour diverses valeurs de N et δ_{MOT}= -4 Γ. Pour une bonne comparaison, les profils de fluorescence selon x (en points) et y (en cercles) et un profil Gaussien sont représentés sur un même graphe avec des échelles normalisées. Sur les figures 1.29(a) -1.29(d), l'échelle horizontale est renormalisée de telle sorte que la FWHM des profils soit égale à 1. En outre, l'échelle verticale (logarithmique) est renormalisée de façon à ce que la fluorescence maximale soit de 1.

Pour $N < 10^8$, j'observe des distributions proches d'une Gaussienne aussi bien selon x que selon y [figure 1.29(a)]. Par contre, lorsque N atteint des valeurs $\sim 10^9$ [figure 1.29(b)], les profils de fluorescence s'écartent du profil Gaussien et tendent vers des profils de type "flat top". Pour des MOT avec des nombres d'atomes de plus en plus grands, le profil selon y s'arrondit, alors qu'on note l'apparition d'un pic au sommet du profil selon x pour $N > 10^{10}$ [figures 1.29 (c) et 1.29 (d)]. Pour mieux voir ce comportement, on représente sur la figure 1.29(e) les données de la figure 1.29(d) en échelle linéaire, où les flèches indiquent les points d'inflexion. Ce comportement est robuste vis-à-vis de l'alignement des faisceaux MOT.

Les profils Gaussiens observés pour N petit pourraient faire penser au régime limité par la température. On s'attend cependant à observer ce régime pour des valeurs de N beaucoup plus faibles que dans notre expérience. Si la densité homogène est censée être une signature du régime de diffusion multiple dans le cadre du modèle

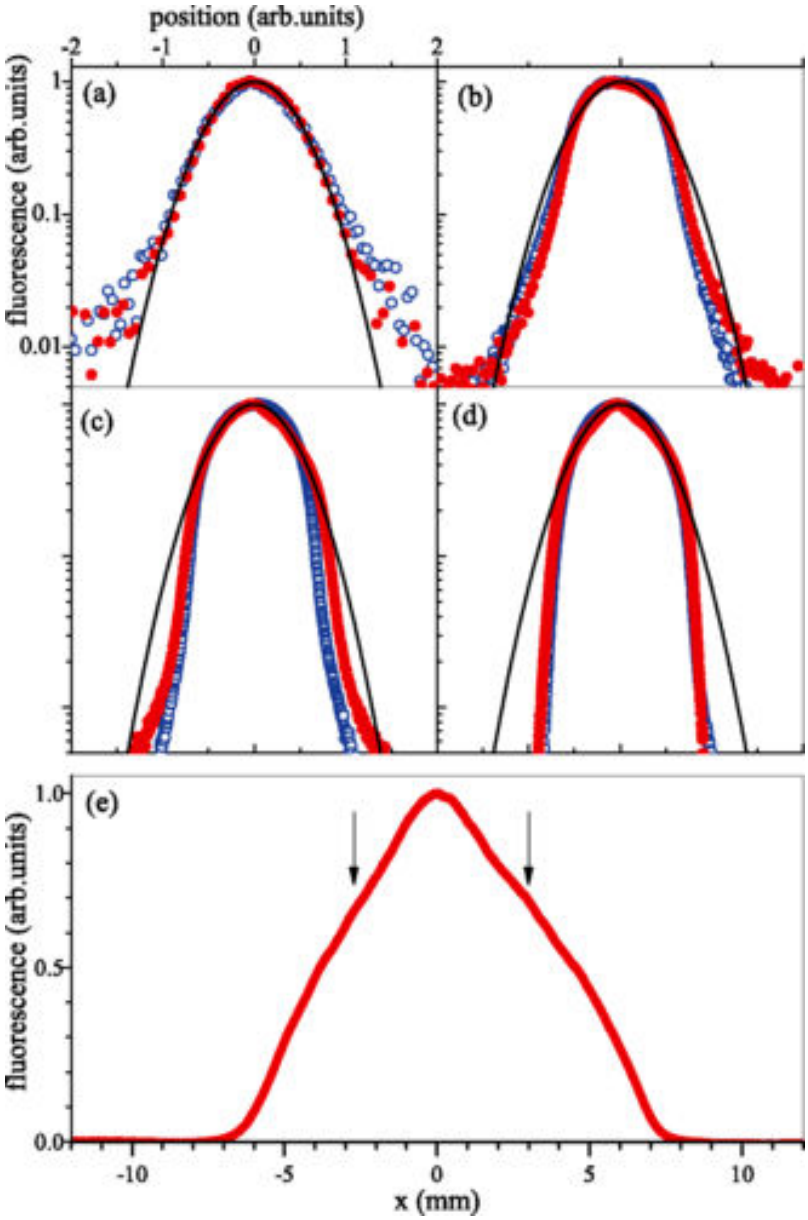


FIGURE 1.29 – Profils de fluorescence du nuage. Je trace les profils de fluorescence selon x (points) et y (cercles) pour quatre nombres d'atomes N différents. Les courbes en noir correspondent à une distribution Gaussienne. (a) $N = 3,2 \times 10^7$; (b) $N = 1,2 \times 10^9$; (c) $N = 2 \times 10^{10}$; (d) $N = 1,3 \times 10^{11}$. (e) montre les données de (d) selon x, sur une échelle linéaire.

Wieman, les auteurs de [28] rapportent toutefois qu'ils observent également des profils Gaussiens dans ce régime, la densité au centre du nuage restant constante quand N augmente. Le modèle amélioré de T. Pohl prédit lui des Gaussiennes tronquées. On a donc une situation assez confuse dans la littérature en ce qui concerne le ou les types de profils attendus. Nos observations montrent clairement l'apparition d'ailes plus raides qu'une Gaussienne dès que $N > 10^9$. Cette raideur des ailes s'accentue quand N augmente. Du fait de l'intégration suivant z, nous ne sommes pas en mesure de confirmer la prédiction d'une Gaussienne tronquée de [10]. Pour $N > 10^{10}$, les profils suivant x évoquent un MOT dans le régime à deux composantes. Utilisant l'équation.1.37 avec nos paramètres expérimentaux (b'=7,4 G/cm, δ_{MOT}=-4 Γ et $\Omega^2/\Gamma^2 = 0,7$), on obtient environ 2 mm pour le diamètre de la composante sub-Doppler. Cette taille correspond à $N \approx 4 \times 10^9$ (cf. figure 1.27), qui est grosso modo la valeur à partir de laquelle nous voyons apparaître le pic central. La double composante ne s'observe pas bien suivant y, car les tailles Doppler et sub-Doppler sont trop proches suivant cette dimension.

L'existence du régime à deux composantes pourrait éventuellement être confirmée en mesurant la distribution de vitesse des atomes. Une autre possibilité consisterait à essayer de séparer spatialement les deux composantes par excitation paramétrique [29].

Ellipticité du MOT

L'ellipticité ϵ du MOT est également une quantité susceptible de fournir des informations sur le régime dans lequel le MOT opère. Ainsi, l'ellipticité d'un MOT limité par la température est $\epsilon = \sqrt{2} \approx 1,4$. Dans le régime à deux composantes, on s'attend à ce que le lobe central sub-Doppler ait une taille inversement proportionnelle au gradient de champ magnétique, et donc une ellipticité de 2. Dans le cadre du régime de diffusion multiple, la mesure de l'ellipticité du MOT a été récemment proposée par les auteurs de [31] comme un moyen d'accéder au rapport σ_R/σ_L, une quantité importante mais difficile à mesurer directement. La figure 1.30 montre l'évolution de l'ellipticité avec ce rapport.

Sur la figure 1.31, on montre l'évolution de l'ellipticité du nuage mesurée en fonction de N pour différentes hauteurs des profils de fluorescence. Ces résultats sont comparés aux possibles valeurs théoriques de ϵ [31] ($1 < \epsilon < 1,81$) et à la valeur

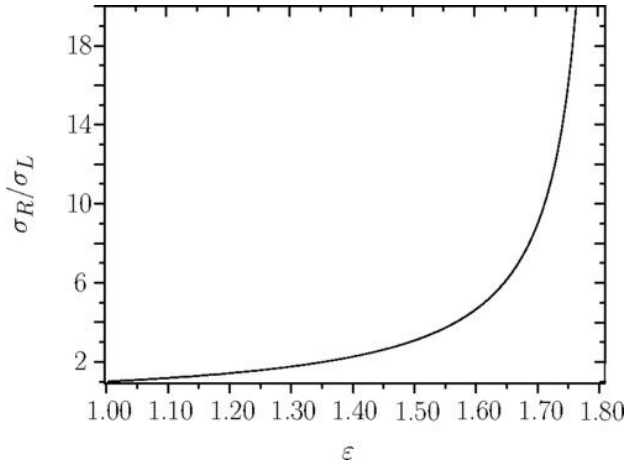


FIGURE 1.30 – Evolution du rapport σ_R/σ_L en fonction de l'ellipticité ϵ. Source [31].

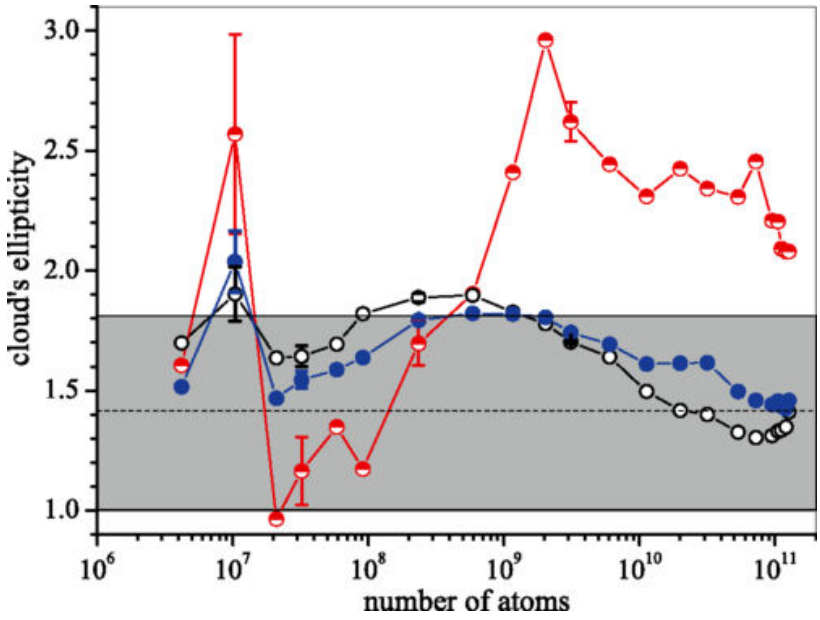


FIGURE 1.31 – Ellipticité du nuage. Je trace l'ellipticité du MOT mesurée en fonction du nombre d'atomes N. ϵ est mesurée à 90% (demi-cercles remplis), 50% (points), et 10% (cercles) de la valeur du pic de fluorescence des images. La zone grise correspond aux possibles valeurs théoriques de ϵ [31], tandis que la ligne discontinue $\epsilon = \sqrt{2}$ est l'ellipticité attendu pour un MOT dans le régime "limité par la température".

de ϵ attendue pour un MOT dans le régime limité par la température ($\epsilon = \sqrt{2}$), correspondants respectivement à la zone grise et à la ligne discontinue de cette même figure. On note que les ellipticités mesurés à 10% et 50% du maximum du profil de fluorescence évoluent plus ou moins parallèlement en fonction de N, et convergent vers $\epsilon \sim 1,5$ pour $N > 10^{10}$. Par contre, pour l'ellipticité mesurée à 90% du maximum, c'est à dire à proximité du centre du nuage, on note une forte augmentation de ϵ pour $N > 10^9$ et qui atteint en moyenne $\sim 2,2$ pour $N > 10^{10}$. Ce comportement semble compatible avec celui que l'on attend de la partie sub-Doppler dans le régime à deux composantes, dont la taille est inversement proportionnelle au gradient de champ magnétique [équation.(1.37)].

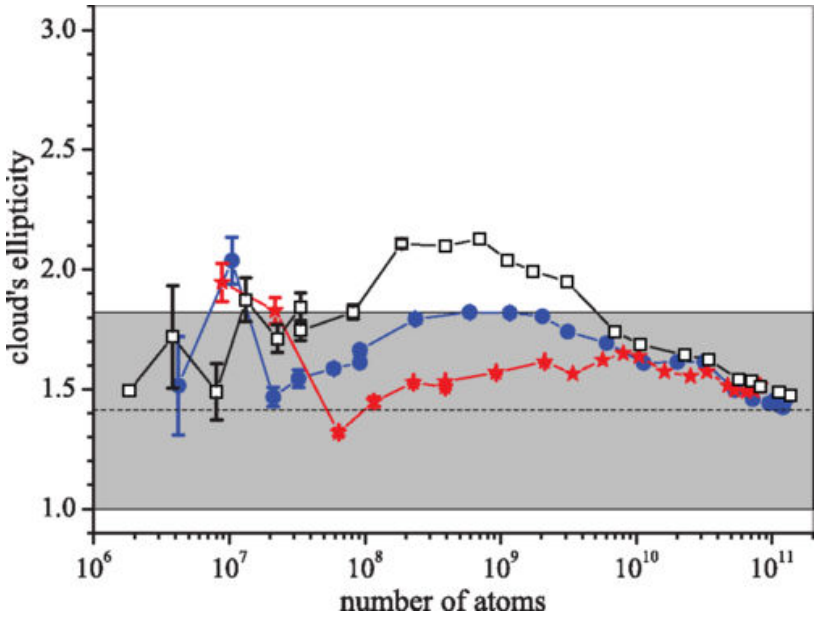


FIGURE 1.32 – Ellipticité du nuage en fonction du désaccord du MOT. Je trace l'ellipticité mesurée à 50% de la valeur du pic de fluorescence des images pour différentes valeurs du désaccord des faisceaux piège : δ_{MOT} = -3 Γ (étoiles), δ_{MOT} = -4 Γ (points) et δ_{MOT} = -5 Γ (carrés). La zone grise correspond aux limites obtenues à partir du modèle de la référence [31], tandis que la ligne discontinue $\epsilon = \sqrt{2}$ est l'ellipticité attendue pour un MOT dans le régime "limité par la température".

En outre, je mesure l'ellipticité des MOT à 50% du pic de fluorescence des images, en fonction du désaccord des faisceaux piège δ_{MOT}. La figure 1.32 montre la dépendance de ϵ obtenue avec δ_{MOT}. J'observe globalement une augmentation de ϵ en

fonction de $|\delta_{MOT}|$ pour un nombre d'atomes $10^8 < N < 7 \times 10^9$, et qui dépasse même considérablement la limite théorique ($\epsilon = 1,81$) pour δ_{MOT} = -5 Γ. Dans le cadre du modèle de diffusion multiple développé dans [31], ceci devrait correspondre à une forte augmentation du rapport σ_R/σ_L. Toutefois, pour $N > 7 \times 10^9$, toutes les courbes décroissent ensemble et semblent converger vers le régime "limité par la température", c'est-à-dire $\epsilon = \sqrt{2}$ (ligne pointillée). Cette situation correspond à peu près au cas où la densité optique du nuage au désaccord δ_{MOT} devient supérieur à 1. Dans ce régime éloigné du modèle standard [26], les faisceaux piège sont fortement atténués à l'intérieur du nuage. Un modèle plus raffiné doit être développée pour comprendre comment l'effet d'ombre et la diffusion multiple concourent à donner le comportement observé.

1.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, j'ai décrit un dispositif permettant d'obtenir de façon très reproductible un MOT contenant jusqu'à 10^{11} atomes, ce qui le place parmi les plus gros MOTs du monde. Dans le chapitre 2, j'utiliserai ce MOT de grande taille et grande épaisseur optique pour réaliser des expériences d'auto-organisation.

Dans la deuxième partie, j'ai décrit l'étude du comportement de ce VLMOT [1]. Cette étude porte sur l'évolution de la taille et de la forme du nuage en fonction du nombre d'atomes N qui est varié de cinq ordres de grandeur en ajustant le diamètre D des faisceaux piège. J'observe une augmentation de N en fonction de D beaucoup plus rapide que prévue par le modèle standard [26] qui est confirmée par les simulations numériques de la vitesse de capture du MOT basées sur le modèle Doppler. J'observe une évolution de la taille du nuage en fonction de N relativement compatible avec le modèle standard dans le régime de diffusion multiple, même avec très grand nombre d'atomes pour lesquels ce modèle ne devrait plus s'appliquer. L'analyse de la forme du nuage révèle des profils Gaussiens pour $N < 10^8$, puis de fortes déviations au-delà. A très grand $N > 10^{10}$, nos observations sont compatibles avec un MOT dans le régime à deux composants [28, 32]. Cette étude montre bien la complexité du fonctionnement du MOT à grand N. Bien qu'elle ne nous ait pas permis de discriminer entre différents modèles de diffusion multiple, elle a livré quelques résultats forts comme l'existence d'une loi d'échelle unique pour la taille du

nuage sur une grande gamme de N. Des études complémentaires (expérimentales et numériques) sont sans doute nécessaires pour espérer mieux comprendre ce système complexe.

Chapitre 2

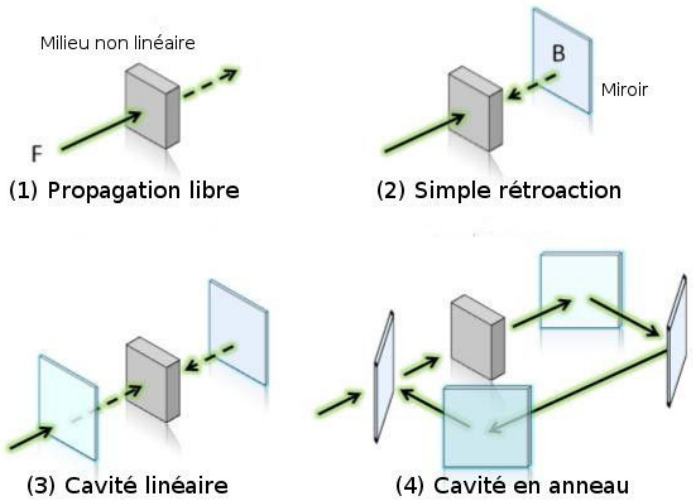
Instabilités optiques et auto-organisation dans un nuage d'atomes froids de ^{87}Rb

2.1 Introduction

D'une manière générale, les systèmes auto-organisés ou formés de patterns s'observent en chimie [33, 34], en hydrodynamique [35–37] ou en biologie [38]. Mais à partir des années 80, avec l'arrivée de sources lasers et de matériaux aux propriétés nonlinéaires adaptées comme les cristaux liquides, des expériences d'auto-organisation en optique furent développées [39–45]. Ces systèmes optiques sont plus contrôlées et permettent d'observer une grande variété de structures auto-organisées. Ainsi, il y a de nombreuses configurations [figure 2.1(a)] pour observer une structuration transverse d'un faisceau se propageant dans un milieu nonlinéaire, dont des exemples sont représentés sur la figure 2.1(b). La configuration la plus simple correspond à un seul faisceau se propageant dans le milieu nonlinéaire, et a donné lieu à l'observation de la filamentation [46]. Une autre possibilité est l'utilisation de deux faisceaux indépendants contra-propageants [47] ou d'un faisceau rétro-réfléchi [48]. On peut aussi observer une structuration transverse en utilisant une cavité [49].

Dans les années 90, des expériences utilisant des vapeurs atomiques chaudes ont été développées [48, 50]. En effet, les vapeurs atomiques constituent un maté-

(a)



(b)

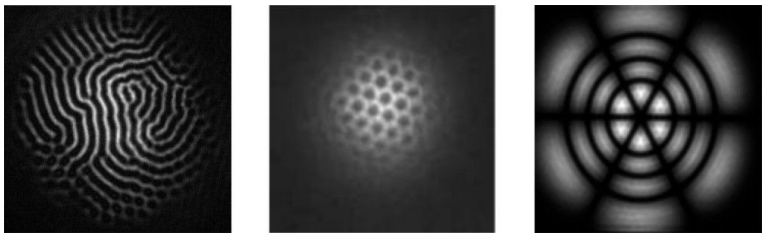


FIGURE 2.1 – Exemples de : (a) configurations optiques permettant l'observation de structures optiques auto-organisées, (b) structures auto-organisées observées dans différents milieux.

riau nonlinéaire homogène et sans défauts. Il est de plus possible de développer un modèle théorique à partir d'une description microscopique de l'interaction lumière-atome. Dans le cas des vapeurs chaudes, cet avantage est partiel car l'effet Doppler ou la diffusion atomique introduite par l'utilisation d'un gaz tampon compliquent la description. Les instabilités observées dans ces expériences sont dues à la non-linéarité de spin décrite dans la section 2.2.2.2. Enfin, très récemment, des nuages d'atomes froids ont commencé à être utilisés pour la formation de patterns optiques [51–55]. Dans ces milieux, on s'affranchit de l'effet Doppler et des collisions. Il est donc possible d'effectuer une description complète à partir d'ingrédients microscopiques, qui peut cependant être très complexe. Un nuage d'atomes froids est un milieu très bien contrôlé, dont les propriétés optiques sont fortement accordables en particulier via le désaccord δ du laser pompe. Enfin, comme nous allons le voir dans ce chapitre, il existe plusieurs mécanismes distincts pour la nonlinéarité, qui peuvent être sélectionnés indépendamment et comparés, dans un même montage expérimental.

Le groupe atomes froids de l'INLN s'intéresse de longue date à l'étude des interactions nonlinéaires entre un faisceau laser et un nuage d'atomes froids. Des études de la propagation nonlinéaire d'un faisceau lumineux dans un nuage d'atomes froids ont tout d'abord été réalisées [56–58] ce qui constitue un premier pas vers l'étude des structures optiques avec des atomes froids. D'autres études expérimentales dans des configurations plus complexes ont également été menées : mélange à quatre ondes [59, 60], rétro-diffusion cohérente [61, 62], laser à base d'atomes froids [63] et laser aléatoire [64].

Ce chapitre porte sur l'étude de la formation spontanée de patterns dans le profil transversal d'un faisceau laser traversant le centre du gros nuage de grande densité optique décrit dans le chapitre 1 de cette thèse [1]. Cette étude se fait en collaboration avec l'équipe du professeur Thorsten Ackemann (University of Strathclyde, UK), dans laquelle sont élaborés les modèles théoriques et simulations numériques. Dans le cadre de cette collaboration, j'ai effectué un séjour de 2 mois dans cette équipe. Depuis 2014, l'équipe de Strathclyde dispose également d'une expérience de patterns dans les atomes froids. La comparaison des résultats entre les deux expériences est précieuse car elle permet notamment de vérifier les résultats obtenus et d'éliminer les artéfacts expérimentaux.

Je commence dans la section 2.2 par décrire les mécanismes de nonlinéarité dans

un nuage d'atomes froids. Puis, dans 2.3, je détaille les montages expérimentaux des deux configurations utilisées en mettant en avant les paramètres qui nous permettent de basculer d'une étude à une autre. Enfin, dans 2.4, je présente l'étude proprement dite et les résultats obtenus. Cette étude est toujours en cours, en particulier en ce qui concerne les instabilités de spin. Je discute à la fin de ce chapitre les questions ouvertes et les pistes suivies.

2.2 Instabilités transverses avec des atomes froids : principe

2.2.1 Montage de rétro-action à un seul miroir

Un système conceptuellement simple et facile à réaliser pour la formation optique de patterns est l'utilisation d'un miroir de rétro-réflexion [65, 66] illustré sur la figure 2.2. Le principe est basé sur un faisceau laser (faisceau pompe) passant à travers un

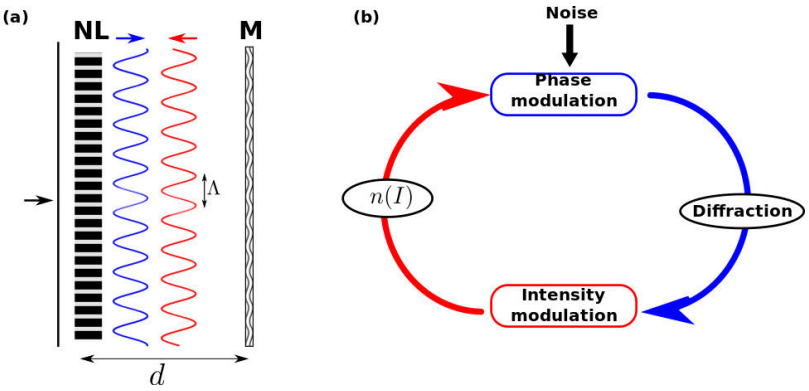


FIGURE 2.2 – (a) Mécanisme d'auto-organisation (formation de patterns) dans un système de rétro-réflexion avec un miroir, (b) diagramme illustrant le mécanisme de rétro-réflexion.

milieu optique non linéaire (NL sur la figure 2.2) qui est dans notre cas un nuage d'atomes froids de ^{87}Rb à haute densité optique ($OD \sim 150$), puis réfléchi par un miroir M situé à une distance d du milieu non linéaire. Les fluctuations de l'indice n de notre nuage (bruit) dans le plan transverse à la propagation de la pompe induisent des perturbations spatiales du front d'onde transmis. Ces perturbations

peuvent se transformer en perturbations d'intensité à cause de la diffraction lors du trajet aller-retour dans l'espace libre entre le nuage et le miroir. Etant donné que l'indice de réfraction du nuage n dépend de l'intensité lumineuse I (milieu non linéaire), ces perturbations d'intensité peuvent à leur tour modifier la distribution transversale de l'indice de réfraction du nuage : on a ainsi formation d'une boucle de rétro-action. Comme dans un circuit électronique bouclé avec rétro-action positive, une oscillation spontanée se produit au-dessus d'un certain seuil pour les paramètres pertinents. Dans notre cas, il s'agit d'une oscillation spatiale de l'intensité lumineuse et de la susceptibilité du milieu dans le plan transverse. Une longueur d'onde Λ émerge spontanément, qui est sélectionnée par l'effet Talbot [65–67]. Cet effet, dû à la diffraction de Fresnel par un masque périodique (de période Λ), produit des images du masque à des distances de celui-ci multiples de la longueur Talbot : $l_T = \Lambda^2/\lambda$. La conversion phase-intensité évoquée plus haut s'effectue pour une distance parcourue égale à un quart de la longueur Talbot : $2d = l_T/4$ d'où on déduit :

$$\Lambda = \sqrt{4d\lambda} \tag{2.1}$$

Plus précisément, pour un milieu Kerr mince (c'est à dire dans lequel les effets de propagation sont négligés), on a respectivement dans les cas "auto-focalisant" (l'indice croît avec l'intensité laser) et "auto-défocalisant" (l'indice décroît quand l'intensité laser augmente) [65, 67] :

$$\Lambda = \sqrt{\frac{d\lambda}{N+1/4}} \quad \text{et} \quad \Lambda = \sqrt{\frac{d\lambda}{N+3/4}} \tag{2.2}$$

Dans ces expressions, N est un entier du même signe que d qui identifie le mode de l'instabilité.

L'intérêt de ce montage est donc notamment que l'on puisse ajuster la taille caractéristique des patterns en faisant varier d.

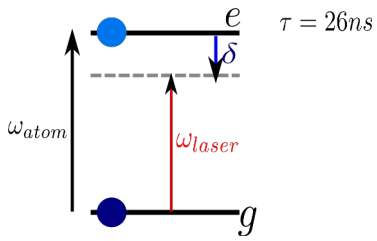
2.2.2 Mécanismes de nonlinéarité dans les vapeurs froides

Le montage de la figure 2.2(a), introduit d'un point de vue théorique en utilisant un milieu Kerr [65], a été réalisé expérimentalement avec des cristaux liquides [42–45] et des vapeurs atomiques chaudes [48, 50]. Dans ces dernières, la nonlinéarité trouve

son origine dans le pompage Zeeman (nonlinéarité de spin). Nous verrons par la suite que nous observons également ce type d'effet avec notre échantillon d'atomes froids. De plus, nous avons identifié deux autres mécanismes de nonlinéarité : la nonlinéarité "électronique", existant pour un atome à 2 niveaux, et la nonlinéarité opto-mécanique, qui fait intervenir la force dipolaire. Dans ce qui suit, je commence par introduire brièvement ces trois mécanismes.

2.2.2.1 Nonlinéarité électronique

Considérons le modèle atomique le plus simple, celui d'un atome à deux niveaux. Sous l'effet du champ laser, une partie de la population est transférée dans l'état excité (figure ci-contre).



Le paramètre qui fixe ce transfert est le paramètre de saturation s :

$$s = \frac{I/I_{sat}}{1 + 4(\delta/\Gamma)^2} \tag{2.3}$$

où I est l'intensité laser, I_{sat} l'intensité de saturation et δ le désaccord du laser par rapport à la transition atomique. Un nuage d'atomes froids à 2 niveaux de densité spatiale ρ possède un indice de réfraction :

$$n(I) = 1 - \frac{3\lambda^3}{4\pi^2} \frac{\delta/\Gamma}{1 + (2\delta/\Gamma)^2} \frac{\rho}{1 + s(I)} \tag{2.4}$$

Le terme en s au dénominateur de l'équation.(2.4) est à l'origine de la nonlinéarité. Si $s << 1$, l'indice ne dépend pas de I : c'est le régime linéaire. Pour $s < 1$, on peut développer l'équation.(2.4) pour obtenir $n \simeq n_0 + n_2 I$: c'est le régime Kerr, très proche de la situation théorique étudiée dans [65]. Pour $s > 1$, l'effet Kerr sature et l'indice de réfraction tend vers 1 : la nonlinéarité disparaît. Nous verrons par la suite (section 2.4.1.2) que nous avons pu observer pour la première fois l'effet de cette saturation dans l'instabilité.

En observant les courbes de la figure 2.3, on constate que l'indice augmente avec I pour $\delta > 0$, tandis qu'il diminue quand I augmente pour $\delta < 0$. On parle d'une

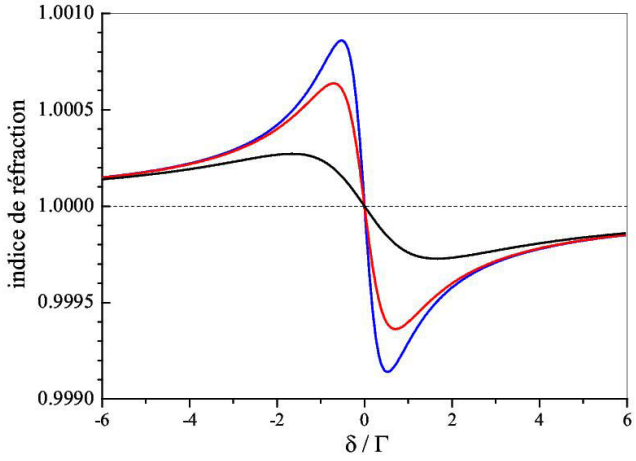


FIGURE 2.3 – Variation de l'indice de réfraction du nuage en fonction de δ pour : I/I_{sat}= 0,1 (bleu) ; I/I_{sat}= 1 (rouge) et I/I_{sat}= 10 (noir). La densité spatiale vaut $\rho = 10^{11}\text{cm}^{-3}$.

nonlinéarité "auto-focalisante" dans le premier cas et "auto-défocalisante" dans le second [56].

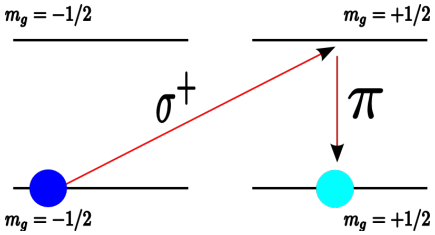
Une caractéristique de cette nonlinéarité est sa rapidité, du fait de la courte durée de vie de l'état excité (26 ns). Elle possède un seuil relativement élevé ($s \approx 1$). Les expériences étant typiquement réalisées avec des désaccords laser de l'ordre de quelques Γ, il est nécessaire d'utiliser des intensités pompe de plusieurs centaines de mW/cm^2 pour observer l'instabilité.

2.2.2.2 Nonlinéarité de spin

Les alcalins typiquement utilisés dans les expériences ne sont pas des atomes à deux niveaux et possèdent notamment une structure Zeeman. En présence d'un champ laser avec une certaine polarisation, les populations et cohérences Zeeman dans l'état fondamental dépendent de l'intensité laser, ce qui introduit une dépendance nonlinéaire de l'indice de réfraction. Une caractéristique de ces phénomènes est leur forte dépendance avec la polarisation et le champ magnétique.

Cette situation correspond aux expériences réalisées sur la raie D1 du Sodium [50]. En l'absence de champ magnétique, une intensité laser arbitrairement faible conduit à un état stationnaire où toute la population est transférée dans $m_F = +1/2$, qui est un état noir. En revanche, l'application d'un champ magnétique transverse

L'illustration la plus simple est celle d'une transition $1/2 \rightarrow 1/2$ illuminée par une onde polarisée circulairement (figure ci-contre).



B_x conduit à un mélange des états $m_F = +1/2$ et $m_F = -1/2$ (l'axe de quantification étant choisi longitudinal, selon l'axe de propagation du laser), qui s'oppose au pompage optique. La situation est compliquée par le déplacement lumineux induit par le laser, qui lève la dégénérescence entre les niveaux $m_F = +1/2$ et -1/2 et rend l'action de B_x moins efficace. Ce déplacement lumineux peut être compensé par le déplacement Zeeman dû à un champ magnétique longitudinal B_z : pour une intensité laser donnée, il existe un champ magnétique (B_x, B_z) optimal qui minimise l'orientation w :

$$w = \frac{N_+ - N_-}{N_+ + N_-} \tag{2.5}$$

où N_+ et N_- désignent les de populations dans les sous états $m = +1/2$ et $m = -1/2$ respectivement. En effet, les propriétés optiques sont dans cette situation entièrement déterminées par l'orientation [68] :

$$X_{NL_+} = X_{L_+} \times (1 - w) \tag{2.6}$$

où X_{L_+} est la susceptibilité linéaire du milieu. La figure 2.4 illustre la dépendance de l'orientation avec l'intensité laser et le champ magnétique comme discuté plus haut. Les différentes courbes correspondent à différentes valeurs du champ transverse (a) et longitudinal (b). $\Omega_{x,z}$ sont les fréquences de Larmor transverse et longitudinale. On constate que l'orientation varie de façon non-monotone avec l'intensité, et que la nonlinéarité peut être "auto-focalisante" ou "auto-défocalisante" suivant la valeur de I. Le seuil en intensité de ce type de nonlinéarité est potentiellement très faible, car il suffit de quelques photons échangés pour pomper optiquement les atomes.

2.2.2.3 Nonlinéarité opto-mécanique

Ceci affecte la densité atomique et donc l'indice de réfraction. Cette nonlinéarité "opto-mécanique" [51, 69, 70] dépend fortement de l'énergie cinétique des atomes,

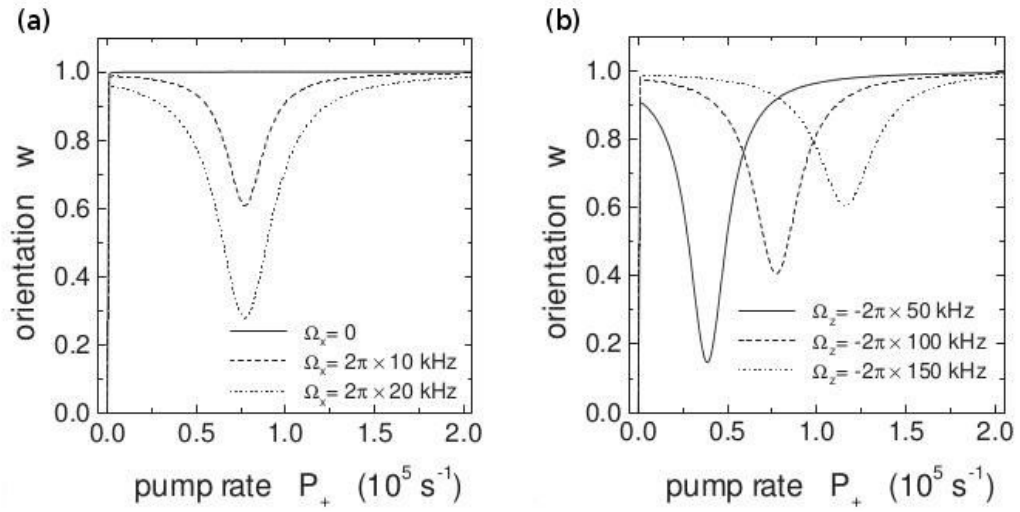
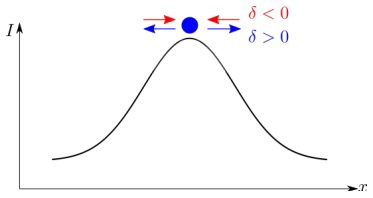


FIGURE 2.4 – Evolution de l'orientation en fonction de l'intensité et du champ magnétique. En (a) Ω_z=$2\pi \times 100$ kHz et en (b) $\Omega_x = 2\pi \times 15$ kHz. Source [68].

En présence d'une modulation spatiale (ici, dans le plan transverse) de l'intensité laser, les atomes froids sont susceptibles de se regrouper spatialement sous l'effet de la force dipolaire (schéma ci-contre).



qui doit être typiquement plus faible que le potentiel dipolaire. Elle est donc spécifique des atomes froids. L'impact du regroupement spatial sur la nonlinéarité a été observé par exemple dans une expérience de mélange à quatre ondes [71].

Le signe de la force dipolaire dépend de celui de δ comme indiqué sur la figure ci-dessus. Cependant, l'analyse de la formule 2.4 montre que la nonlinéarité reste "auto-focalisante" quel que soit le signe de δ. La constante de temps associée à la nonlinéarité opto-mécanique est assez grande, car les atomes doivent se déplacer sur des distances de l'ordre de la distance caractéristique des patterns (quelques dizaines de microns). Il est intéressant de noter que si les atomes sont très froids, une force dipolaire faible est suffisante pour déclancher le regroupement spatial : on peut donc avoir une nonlinearité pour $s << 1$.

2.3 Montages expérimentaux pour l'étude des instabilités transverses

Pour étudier expérimentalement les instabilités transverses, j'utilise deux types de montage : un montage avec un faisceau pompe rétro-réfléchi et un autre avec deux faisceaux pompes indépendants et contra-propageants. Le faisceau utilisé pour générer la pompe est celui décrit dans le montage de la figure 1.12. Dans ce montage, on a utilisé une $\lambda/2$ et un PBS (placés à l'entrée de la fibre) pour varier l'intensité de la pompe rétro-réfléchie ou des pompes indépendantes.

Dans les expériences décrites dans ce chapitre, le faisceau pompe (ou les pompes) est envoyé à travers le nuage atomique qui a une taille (FWHM) typique de 9-10 mm selon l'axe de propagation de la pompe et contient environ 10^{11} atomes. La densité optique (OD), pour un faible faisceau accordé sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$, est au maximum de 210.

2.3.1 Pompe rétro-réfléchie

La figure 2.5 illustre le montage expérimental réalisé pour l'étude des instabilités avec une pompe rétro-réfléchie. A l'entrée de l'enceinte à vide, on place un ensemble $\lambda/2$ + PBS + $\lambda/4$ permettant de contrôler la polarisation du faisceau pompe (linéaire ou circulaire). Le faisceau pompe en sortie de fibre possède un *waist* de 1,5 mm,

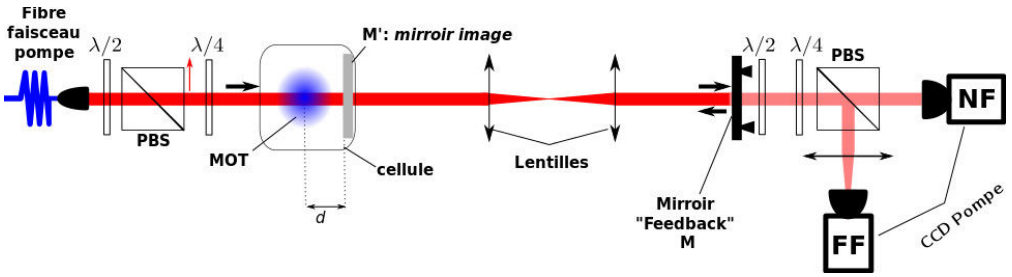


FIGURE 2.5 – Montage expérimental pour l'étude des instabilités avec une pompe rétro-réfléchie.

bien plus petit que la taille transverse du nuage (de l'ordre du cm). Ce faisceau dont l'intensité I et le désaccord δ sont réglables avant l'injection dans la fibre (section 1.2.2.1), est envoyé à travers le centre du nuage puis rétro-réfléchi par un miroir placé à une distance d du centre du nuage. Pour éviter de placer le miroir sous vide, on utilise un télescope d'imagerie situé entre le MOT et le miroir afin de créer un "miroir virtuel", qui nous fournit un accès à des valeurs petites ou négatives de d [67]. Derrière le miroir (dont le coefficient de réflexion est $> 99\%$) je place un système d'analyse de polarisation comprenant une $\lambda/2$, une $\lambda/4$ et un PBS. Les instabilités optiques sont observées en champ proche ou lointain grâce aux CCD "NF" (*near field*) et "FF" (*far field*).

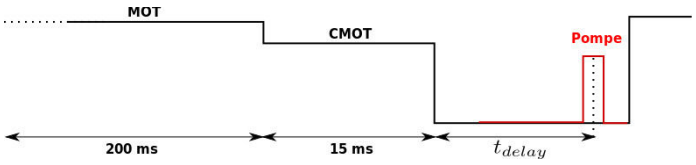


FIGURE 2.6 – Séquence pour l'application de la pompe.

La figure 2.6 représente la séquence utilisée pour une expérience typique de patterns. Une phase de chargement du MOT (δ_{MOT}= -4 Γ) est suivie par une phase de MOT comprimé (δ_{MOT}= -6 Γ), puis on libère le nuage avant l'envoi de la pompe après un temps d'attente t_{delay}. La durée de la pompe peut être variée entre 1 μs et quelques ms, δ entre -20 et +20 Γ et I jusqu'à 4 W/cm^2.

2.3.2 Pompes "indépendantes"

Nous verrons dans la section 2.4.3.2 que certaines instabilités s'observent avec deux faisceaux contra-propageants indépendants (au lieu d'un faisceau rétro-réfléchi). On utilise dans ce cas le montage de la figure 2.7. Devant la sortie du fibre du faisceau pompe, on place une $\lambda/2$ ($\lambda/2_{sep}$) et un PBS afin de séparer le faisceau en deux faisceaux de même puissance : F ($forward$) et B ($backward$). La lame $\lambda/2_{sel}$

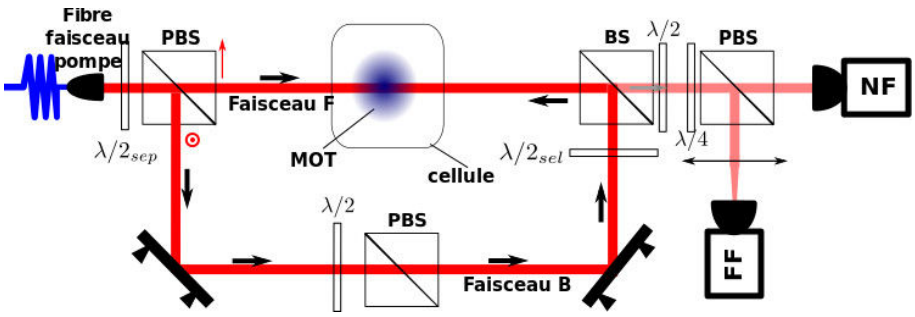


FIGURE 2.7 – Montage expérimental pour l'étude des instabilités avec deux faisceaux (pompes) indépendants contra-propageants. $\lambda/2_{sep}$ permet de séparer le faisceau en deux et $\lambda/2_{sel}$ permet de sélectionner la polarisation du faisceau B.

permet de sélectionner la polarisation du faisceau B afin qu'elle soit parallèle (//) ou perpendiculaire ($\perp$) à la polarisation du faisceau F. Le groupe lambda/2 + PBS dans le trajet du faisceau B permet d'équilibrer sa puissance avec celle du faisceau F. Les deux faisceaux sont recombinés grâce à un *beam splitter* (BS). Deux CCD sont utilisés pour observer le faisceau F en champ proche et lointain.

2.4 Etude des instabilités transverses

Avec le dispositif expérimental décrit dans la figure 2.5, j'observe des patterns dans une grande gamme de paramètres expérimentaux. En jouant sur ces paramètres, nous avons été capables d'identifier et de séparer les différents mécanismes mis en œuvre, qui ont été discutés dans la section 2.2.2. Ainsi, les instabilités électronique et opto-mécanique sont observées uniquement pour $\delta>0$. On discrimine entre les deux en jouant sur la durée pompe (< 1 μs pour l'électronique). L'instabilité de spin s'observe uniquement pour $\delta<0$ et dans des conditions de champ magnétique

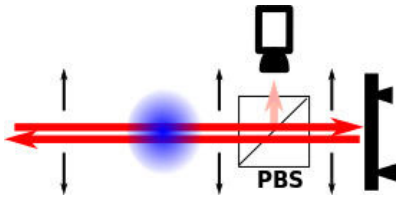
bien particulières. Dans ce qui suit, je décrit tour à tour chacune de ces instabilités.

2.4.1 Instabilité électronique

Dans cette partie, je m'intéresse à l'instabilité électronique, observée pour une durée pompe très courte ($t_{pump} < 1\mu$s) et pour $\delta > 0$ [52].

2.4.1.1 Observation de l'instabilité électronique

Le dispositif expérimental pour l'étude des instabilités électroniques est le même que celui décrit dans la figure 2.5 à cela près qu'un PBS est inséré entre le télescope et le miroir de rétro-action (voir schéma ci-contre).



Tout comme l'instabilité opto-mécanique décrite dans la section suivante, l'instabilité électronique est "quasi-scalaire" et conserve la polarisation de la pompe. En alignant le PBS avec la polarisation incidente de façon à ce que la quasi-totalité de la lumière soit transmise vers le miroir, on ne modifie pas l'instabilité. En revanche, on peut utiliser la faible partie du faisceau réfléchie par le PBS pour la détection. Cette méthode nous permet d'obtenir un signal correct à faible intensité pompe, alors que la transmission du miroir est trop faible pour permettre une bonne détection. Par ailleurs le faisceau pompe est dépourvu de repompeur car le nombre de photons échangés pendant l'interaction reste très faible (quelques dizaines), ce qui permet de négliger le pompage hyperfin.

Sur la figure 2.8, je montre un exemple de patterns en champs proche (a) et lointain (b) obtenus pour I=0.47 W/cm^2 et δ= +6.5 Γ. Sur l'image en champ proche, on observe plusieurs domaines avec des patterns de symétrie hexagonale, mais d'orientations différentes. Cette instabilité s'observe pour une pompe intense et un nuage de grande densité optique ($b_0 > 100$), [Supplementary material de [51]]. Elle est très largement indépendante de la polarisation de la pompe et du champ magnétique, à l'inverse des instabilités de spin décrites dans la section 2.2.2.2. Je présente dans le paragraphe suivant une étude détaillée de cette instabilité.

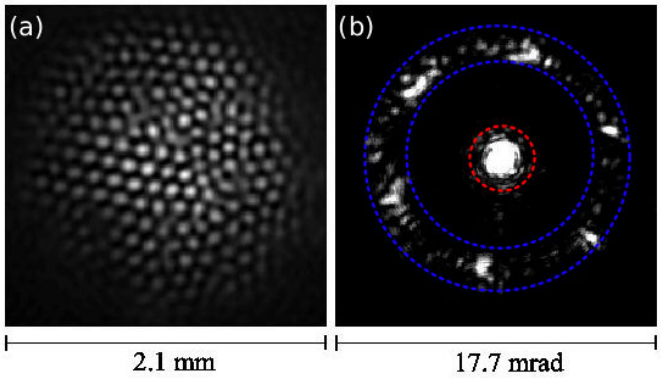


FIGURE 2.8 – Exemples d'images de la distribution d'intensité transversale du faisceau pompe aux champs proche (a) et lointain (b) pour I=0,47 W/cm^2 et δ= +6.5 Γ.

2.4.1.2 Espace des phases de l'instabilité

J'étudie dans cette partie le domaine d'existence des patterns en fonction de l'intensité I et du désaccord δ. Pour ce faire, je détermine la puissance diffractée P_d en intégrant l'image en champ lointain dans le domaine de vecteurs d'onde transverses correspondant au(x) mode(s) des patterns (anneau délimité par les cercles pointillés bleus sur la figure 2.8(b)). La puissance diffractée est normalisée par la puissance non diffractée (ordre 0 à l'intérieur du cercle rouge sur la figure 2.8(b)), puis moyennée sur 30 images successives pour s'affranchir des fluctuations. La valeur finale de P_d est tracée sur la figure 2.9(a) sous forme d'isocontours, en fonction de I et δ. Les points correspondent au seuil obtenu avec le modèle théorique dont je vais discuter plus loin. Les trois courbes noires matérialisent les valeurs 0,1, 1 et 6 pour le paramètre de saturation total (calculé avec les deux faisceaux pompe en négligeant l'absorption). Sur les figures 2.9 (b) et (c) j'ai représenté l'évolution de P_d en fonction de δ et I respectivement, correspondant aux lignes en pointillés sur (a).

J'observe une instabilité pour 3,5 $\Gamma < \delta <$17 Γ et 0.2 W/cm^2< I < 2 W/cm^2 environ. Le domaine d'observation est approximativement centré autour de $s = 1$, le seuil se situant aux alentours de $s = 0,3$. Pour δ <3,5 Γ, on note une disparition brusque des patterns. Dans ce régime de petits désaccords la densité optique est grande ce qui cause une forte absorption de la pompe incidente, réduisant ainsi considérablement l'importance de la rétro-réflexion. De l'autre côté de l'intervalle

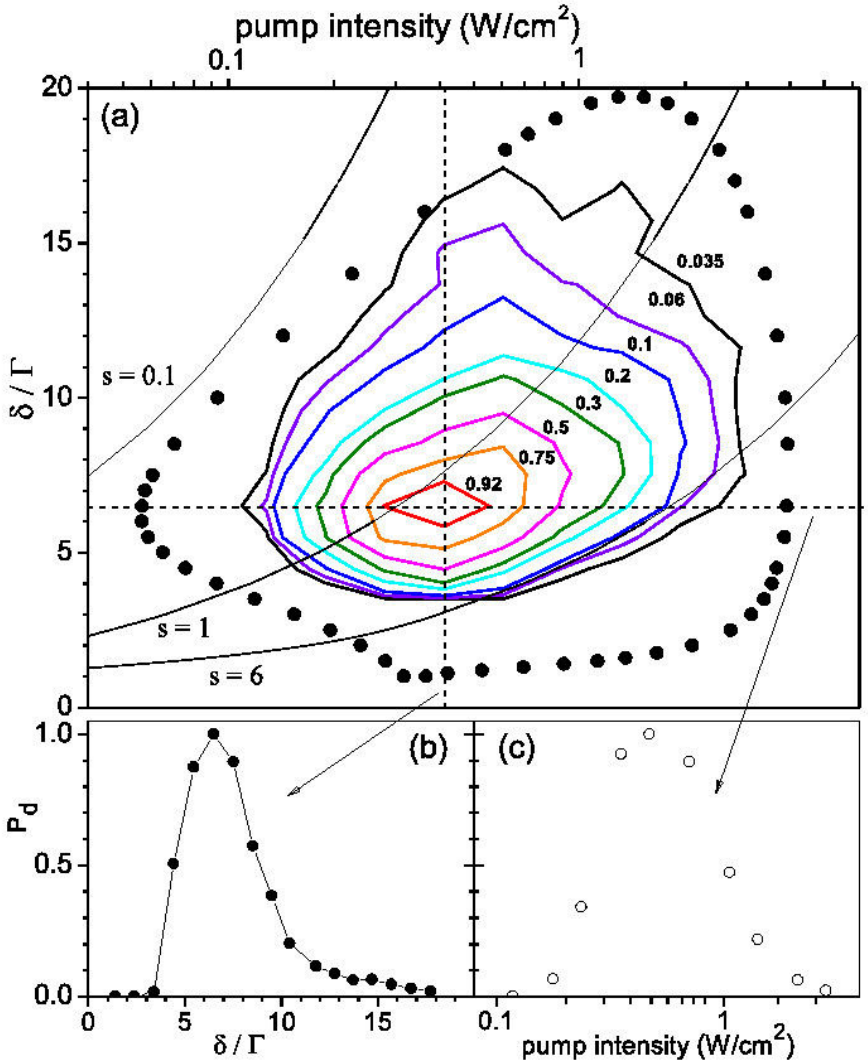


FIGURE 2.9 – (a) Domaine d'existence ($\delta > 0$) des patterns avec le mécanisme électronique. Je trace sous forme d'isocontours P_d mesurée expérimentalement en fonction des paramètres de la pompe (δ et I). I est en échelle logarithmique. Les points représentent le seuil théorique. (b) et (c) montrent des profils de P_d en fonction de δ et I respectivement, selon les lignes en pontillés dans (a).

($\delta > 17\ \Gamma$), les patterns disparaissent aussi, mais beaucoup plus progressivement, en raison de la diminution de l'indice de réfraction $n \propto 1/\delta$ [voir équation.(2.4)]. Pour des valeurs de δ intermédiaires, on observe une disparition des patterns lorsque l'intensité est augmentée au-delà d'un certain point. Ceci est dûe à la saturation de la transition atomique (voir ci-dessous). Cette disparition est progressive, mais on observe une chute de P_d de 90 % par rapport à l'optimum pour un paramètre de saturation de l'ordre de 6.

Dans le rouge ($\delta < 0$) on observe des structures très peu contrastées et sans symétrie claire (figure 2.10) mais existant approximativement dans le même domaine (I, $|\delta|$) que pour le bleu. La taille caractéristique de ces structures est environ deux

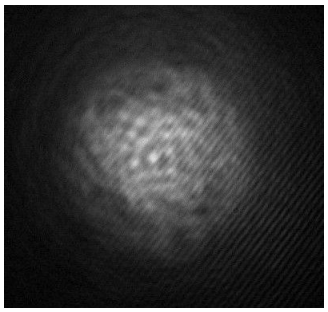


FIGURE 2.10 – Exemple d'image de la distribution d'intensité transversale du faisceau pompe en champs proche pour δ<0.

fois plus grande que celle des patterns observés dans le bleu. Ce comportement asymétrique, également observé pour l'instabilité opto-mécanique, sera discuté dans la section 2.4.2.

2.4.1.3 Saturation de l'instabilité

A forte intensité ($I > 2$ W/cm^2) on note une saturation qui induit une disparition des patterns [figure 2.9.(c)], ce qui constitue une caractéristique clé de l'instabilité observée dans notre expérience. Ce comportement est qualitativement différent de ce qui a été observé avec l'étude des instabilités de spin dans des vapeurs chaudes [48, 50]. Il est illustré sur la figure 2.11.

Sur la figure 2.11, je montre des images du profil d'intensité transversal de la pompe pour un désaccord de la pompe δ=+6,5 Γ et pour des intensités I différentes. Pour une intensité I=0,24 W/cm^2, légèrement au-dessus du seuil, on note

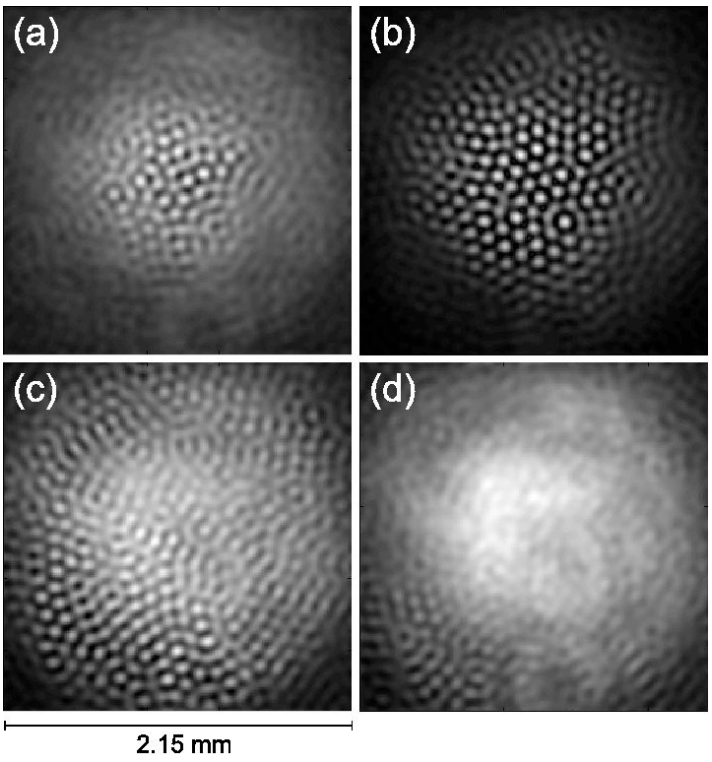


FIGURE 2.11 – Evolution du contraste des patterns en fonction de l'intensité de la pompe. (a) $I = 0,24$ W/cm^2, (b) $I = 0,47$ W/cm^2, (c) $I = 1,41$ W/cm^2 et (d) $I = 4,24$ W/cm^2. Le désaccord du faisceau est δ=+6,5 Γ.

l'apparition de patterns dans un domaine restreint autour du centre du faisceau [figure 2.11.(a)]. L'étendue et le contraste de ces patterns augmentent de plus en plus en fonction de I [figure 2.11.(b)] jusqu'à une certaine valeur de I où on note une chute progressive du contraste des patterns débutant dans une zone autour du centre du faisceau [figure 2.11.(c)-(d)]. Il est à noter que la disparition des patterns n'est pas due à un pompage hyperfin : l'ajout de repompeur dans la pompe ne change rien au comportement observé. Je comparerai dans la section 2.4.1.5 ces résultats avec un modèle théorique basé sur la saturation d'un système à deux niveaux, avec un résultat satisfaisant.

2.4.1.4 Accordabilité de la taille des patterns

Dans cette section on s'intéresse à l'étude de la taille des patterns en fonction de la distance d de rétro-réflexion. En effet, nous avons vu dans la section 2.2 que l'effet Talbot joue un rôle déterminant dans la sélection de la taille caractéristique des patterns. La distance d est variée grâce à une platine de translation micrométrique sur laquelle est monté le miroir de rétro-action. On utilise ici des images en champ lointain, moyennées sur plusieurs réalisations successives (figure 2.12). On obtient une distribution lumineuse répartie sur un ou plusieurs cercles, de rayon $\theta \propto \Lambda^{-1}$. On extrait de ces images la taille caractéristiques des patterns : $\Lambda = \lambda/\theta$.

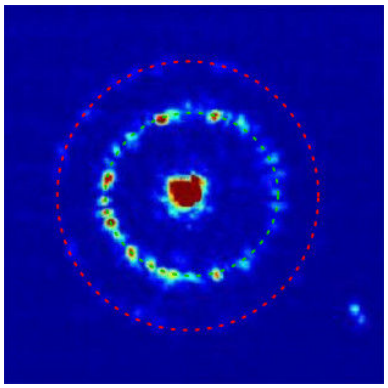


FIGURE 2.12 – Exemple d'image au champ lointain de la section transversale de la pompe après passage à travers le centre du nuage. Le petit cercle (en pontillés vert) représente le *mode fondamental*, et le plus grand (en pontillés rouges) le 1^{er} *mode supérieur*.

Je représente sur la figure 2.13 la variation de Λ en fonction de d (points et cercles). On observe que la taille des patterns augmente avec $|d|$. Lorsque le miroir

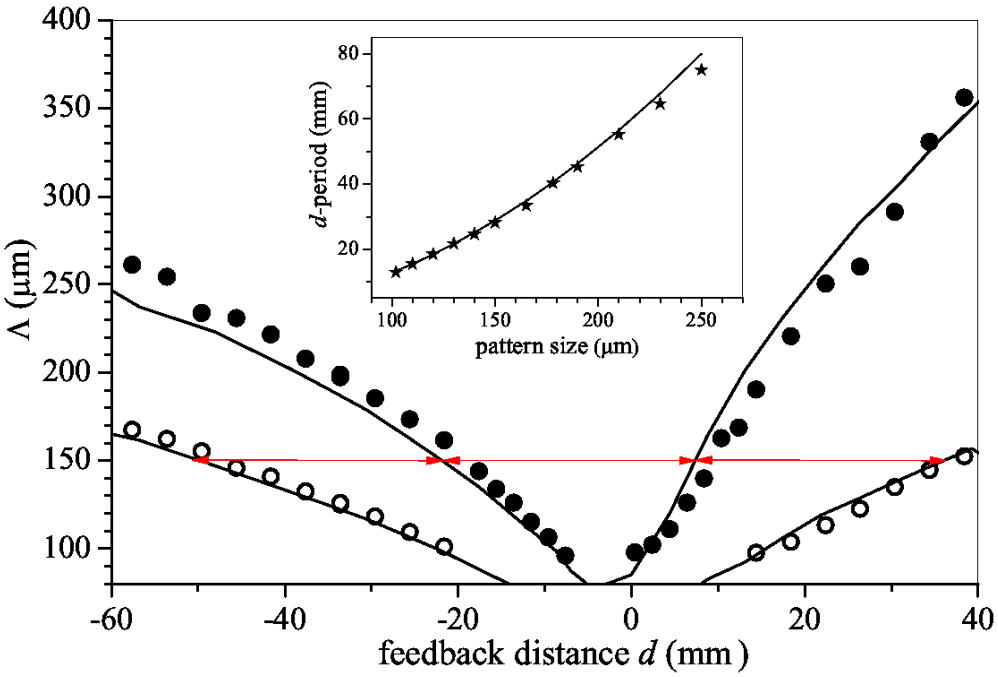


FIGURE 2.13 – Evolution de la taille des patterns (pour $\delta > 0$) en fonction de d. Points : mode $fondamental$, cercles : 1^{er} mode $suprieur$.

(virtuel) est à l'intérieur du nuage, le rayon de cercle correspondant au mode en champ lointain diverge et la taille n'est plus mesurable. Les cercles correspondent à un mode d'ordre supérieur, qui est observé pour les valeurs élevées de $|d|$. En effet, plusieurs modes correspondant à différents q peuvent co-exister s'ils se trouvent au-dessus du seuil d'instabilité pour les mêmes paramètres. Les courbes de la figure sont obtenues avec un modèle théorique détaillé dans 2.4.1.5. Dans ce modèle où le nuage est une tranche de densité homogène, $d = 0$ correspond à une position du miroir sur la face de sortie de l'échantillon. Dans l'expérience, le nuage possède un profil de densité inhomogène, la position de la face de sortie est donc mal définie. On s'autorise donc une (petite) translation des courbes expérimentales pour la comparaison avec la théorie.

Dans le montage en rétro-réflexion que j'utilise, l'effet Talbot joue un rôle essentiel qui se traduit par une périodicité de Λ en fonction de d. Cette propriété est

illustrée sur la figure 2.13 par les flèches rouges. L'insert illustre comment la période mesurée expérimentalement (étoiles) évolue avec Λ, en excellent accord avec la théorie (ligne) ce qui confirme le rôle déterminant de l'effet Talbot dans notre expérience.

2.4.1.5 Comparaison avec la théorie

Le modèle théorique pour l'étude des instabilités électroniques a été développé à Strathclyde par W.J Firth. Ce modèle est basé sur la référence [72], généralisé à une configuration rétro-réfléchie. Il prend en compte (sans approximation) la modulation longitudinale d'intensité dûe aux interférences, ainsi que l'absorption. Dans ce modèle, le couplage entre deux champs (Fe^{ikz} et Be^{-ikz}) contra-propageants est assuré par la susceptibilité du milieu non linéaire (avec une densité constante) qu'ils traversent. Cette susceptibilité non linéaire (χ_{NL}) est donné par

$$\chi_{NL} = \chi_l \frac{1}{1 + I/I_{s\delta}} \tag{2.7}$$

où $\chi_l =$ est la susceptibilité linéaire (en absence d'absorption) et $I/Is\delta = \left|Fe^{ikz} + Be^{-ikz}\right|^2$.

Ce modèle est décliné en deux versions. Pour le calcul du seuil de l'instabilité (figure 2.9), on néglige la propagation dans le milieu (hypothèse de milieu mince). Dans ce cas, le seuil est donné par :

$$\frac{I}{\left[1 + 2(1+R)I + (1-R)^2 I^2\right]^{3/2}} = \frac{1}{2R(\delta/\Gamma)b(\delta)sin(\phi)} \tag{2.8}$$

où $b(\delta) = b_0/\left(1 + 4(\delta/\Gamma)^2\right)$ est la densité optique. Dans l'équation.(2.8), ϕ qui définit le déphasage du faisceau réfléchi par le miroir, est relié à d par la relation :

$$\phi = \frac{d\Lambda^2}{2\lambda} \tag{2.9}$$

Pour la comparaison avec les mesures de Λ (figure 2.13), on ne peut pas se contenter d'un modèle de milieu mince, et une résolution numérique est nécessaire. On néglige également l'absorption.

2.4.2 Instabilité opto-mécanique

La section précédente discute des expériences menées avec une durée pompe très courte (≤ 1 μs). Cependant, nous avons réalisé dès la première observation des patterns que la nonlinéarité augmente rapidement avec la durée de la pompe, comme illustré sur la figure 2.14. Cette observation indique qu'un autre mécanisme que la

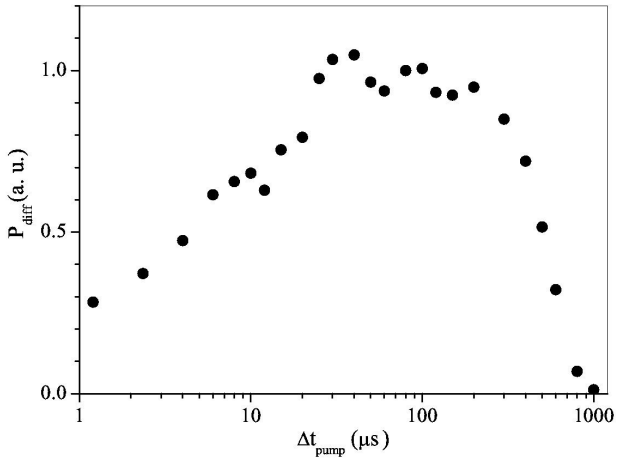


FIGURE 2.14 – Evolution de P_d en fonction de la durée t_{pump} de pompe.

nonlinéarité électronique est à l'œuvre, de constante de temps beaucoup plus longue. Ce comportement étant indépendant du champ magnétique et de la polarisation de la pompe, on peut penser à la nonlinéarité opto-mécanique décrite dans la section 2.2. Celle-ci doit conduire à une accumulation des atomes dans les zones de faible intensité lumineuse (pour $\delta > 0$). Dans ce qui suit, on va chercher à observer cet effet de regroupement spatial.

2.4.2.1 Auto-organisation spatiale des atomes

Afin de voir si le comportement observé sur la figure 2.14 s'accompagne d'une structuration spatiale de la densité atomique, j'utilise le montage de la figure 2.15(a), dont le fonctionnement est le suivant. On envoie un faisceau pompe de polarisation linéaire à travers le nuage atomique pendant une durée t_{pump} (1-200 μs). Ce faisceau est rétro-réfléchi par le miroir après passage à travers le nuage et le PBS. Comme la polarisation du faisceau est préservée, la présence du PBS n'affecte pas la rétro-réflexion de la pompe. Avec un délai variable (10-200 μs) après extinction de la

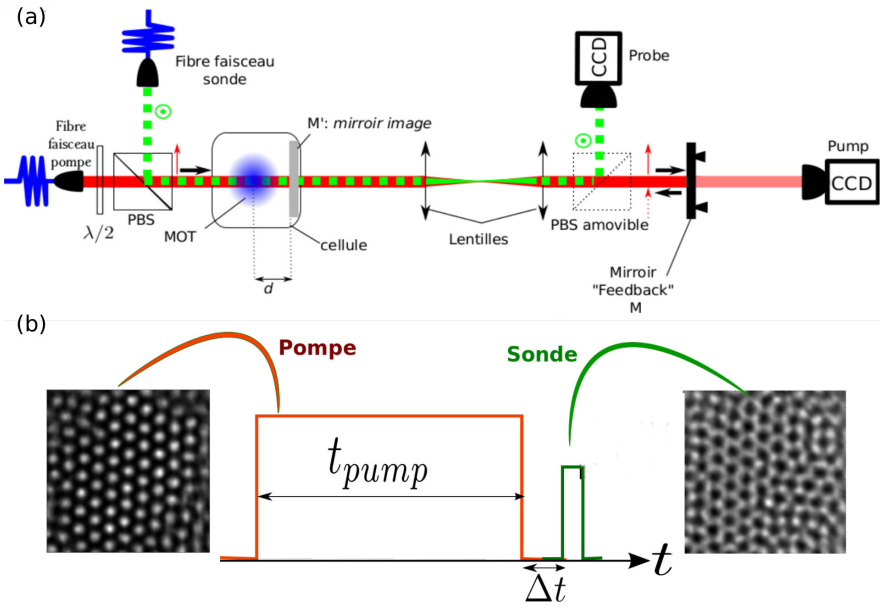


FIGURE 2.15 – (a) Schéma du dispositif expérimental.(b) Comparaison des images en champ proche enregistrées avec la pompe et la sonde. Les paramètres sont : t_{pump}=200 μs, Δt=10 μs, I = 129 mW / cm^2 et $\delta = +7\Gamma$ Le désaccord de la sonde vaut - 7 Γ.

pompe, on envoie un faisceau sonde de polarisation orthogonale à celle de la pompe à travers le nuage pour sonder la distribution des atomes. Après traversée du nuage, ce faisceau est réfléchi par le PBS et détecté ("CCD probe"). La figure 2.15(b) illustre les images obtenues en champ proche avec la pompe et la sonde. Il est important de mentionner que l'image sonde ne constitue pas une image directe de la distribution de densité transverse. Il s'agit (comme pour l'image pompe), d'une image dans un plan donné du faisceau diffracté par cette distribution de densité. Le fait d'observer des images complémentaires avec la pompe et la sonde est dû au fait que les désaccords utilisés pour la pompe et la sonde sont de signes opposés.

La sonde (de faible intensité) détecte donc bien une structuration transverse de la susceptibilité linéaire du nuage. Il s'agit maintenant de déterminer quels sont les degrés de liberté atomiques (internes ou externes) qui portent cette structuration. On mesure donc le contraste des patterns obtenus avec la sonde en fonction du délai Δt et pour une même durée t_{pump} de la pompe (figure 2.16). On observe

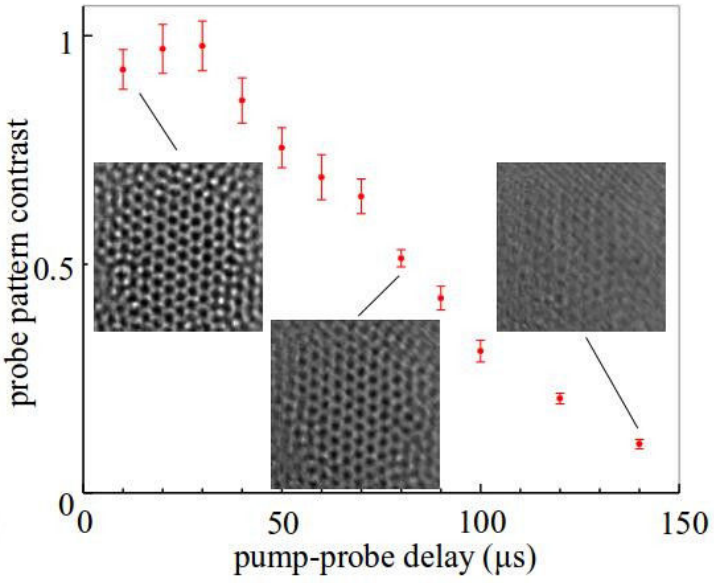


FIGURE 2.16 – Evolution du contraste des patterns observés sur la sonde en fonction de Δt.

une décroissante lente du contraste avec une constante de temps de l'ordre de 100 μs. La structuration n'est donc pas liée à la population de l'état excité (durée de vie 26 ns). Elle n'est pas liée non plus aux populations/cohérences Zeeman, car

l'effet est indépendant du champ magnétique. Aucune structuration n'est observée dans l'état $F = 1$, il ne s'agit donc pas d'une structuration de l'état hyperfin. Reste donc la densité atomique. La décroissance observée est due au mouvement balistique des atomes. Des tests récents ont montré la corrélation entre la constante de temps de décroissance et la température du nuage. Nous avons donc dans ce régime d'instabilité une structuration simultanée du champ lumineux des pompes et de la densité atomique dans le plan transverse.

On compare sur la figure 2.17 le comportement de P_d mesuré avec la pompe (points) et la sonde (cercles), en fonction de la durée pompe t_{pump}, pour différentes valeurs de I. On constate qu'à forte intensité [figure 2.17(a)] et à temps court, on

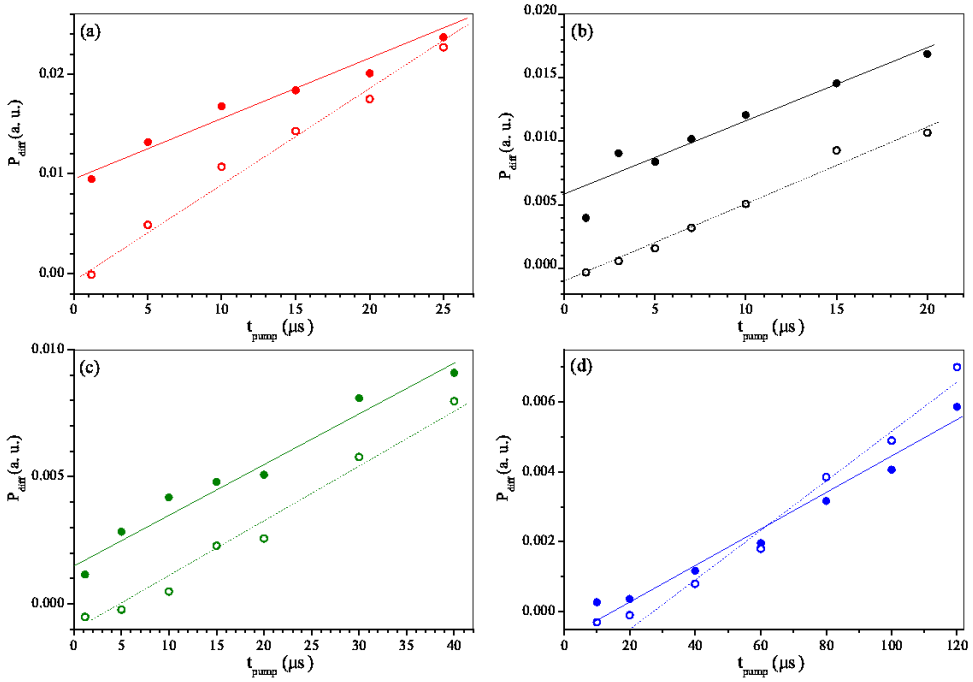


FIGURE 2.17 – Mesure expérimentale de la puissance diffractée mesurée avec la pompe (points) et la sonde(cercles) en fonction de la durée de la pompe et pour des valeurs de l'intensité I de la pompe différentes : $I = 636$ mW/cm^2 (a), $I = 404$ mW/cm^2 (b), $I = 217$ mW/cm^2 (c) et $I = 91$ mw/cm^2 (d).

observe des structures sur la pompe mais pas sur la sonde. En revanche, à faible intensité [figure 2.17(d)], on observe une évolution parallèle des patterns sur la pompe et la sonde au cours du temps. L'interprétation de ces observations est simple : à

forte intensité, la nonlinéarité électronique, très rapide, permet la formation de patterns à temps court sur la pompe, sans modulation de la densité atomique (rien sur la sonde). A l'inverse, à faible intensité la nonlinéarité électronique joue un rôle négligeable et seule l'instabilité opto-mécanique se déclenche (à temps long). Le choix de l'intensité et de la durée de la pompe nous permettent donc de sélectionner l'un ou l'autre de ces mécanismes.

2.4.2.2 Domaine d'observation des instabilités

Tout comme dans le cas de l'instabilité électronique, on peut chercher à cartographier le domaine d'apparition des patterns opto-mécaniques dans l'espace (I, δ).

La figure 2.18 montre les isocontours de $P_d(I, \delta)$ obtenu par la même procédure que dans la section 2.4.1.2 pour $t_{pump} = 100\mu$s. En comparant avec le cas purement électronique (figure 2.9), on constate que la nonlinéarité opto-mécanique a pour effet d'augmenter fortement la plage d'existence des patterns. Les patterns sont observés pour $\delta > 3\ \Gamma$. Ils décroissent à grand δ, mais la valeur de disparition n'est pas accessible ($\delta > 22\ \Gamma$). Le seuil en intensité se situé vers 50 mW/cm^2 (s = 0,07 au lieu de 0,3 pour l'instabilité électronique). Tout comme pour l'instabilité électronique, on observe généralement dans le rouge une structuration peu contrastée et de symétrie mal définie, sauf à faible $|\delta|$ où des hexagones sont observés dans une plage restreinte de paramètres (figure 2.19). Dans cette situation, ces patterns sont plus gros que ceux observés dans le bleu d'un facteur 1,74, en bon accord avec les équations(2.2). Enfin, on note sur la figure 2.18 l'apparition d'une instabilité autour de δ = -10 Γ et pour des intensités très faibles. Il s'agit d'une instabilité de spin qui sera discutée dans la section 2.4.3.

Pour une nonlinéarité purement opto-mécanique on ne s'attend pas à une saturation à grande intensité, car la force dipolaire ne sature pas (émission stimulée). Par contre, si s devient grand, il y a aussi une nonlinéarité électronique qui sature (l'indice n tend vers 1). Pour δ<10 Γ, on voit qu'on sature vers $s = 6$ comme dans le cas électronique. Pour δ plus grand, on ne dispose pas d'assez de puissance pour saturer. On observe également une modification de la forme des patterns à forte intensité (figure 2.20), qui n'est pas comprise pour l'instant.

La nonlinéarité opto-mécanique permet également d'abaisser le seuil en densité

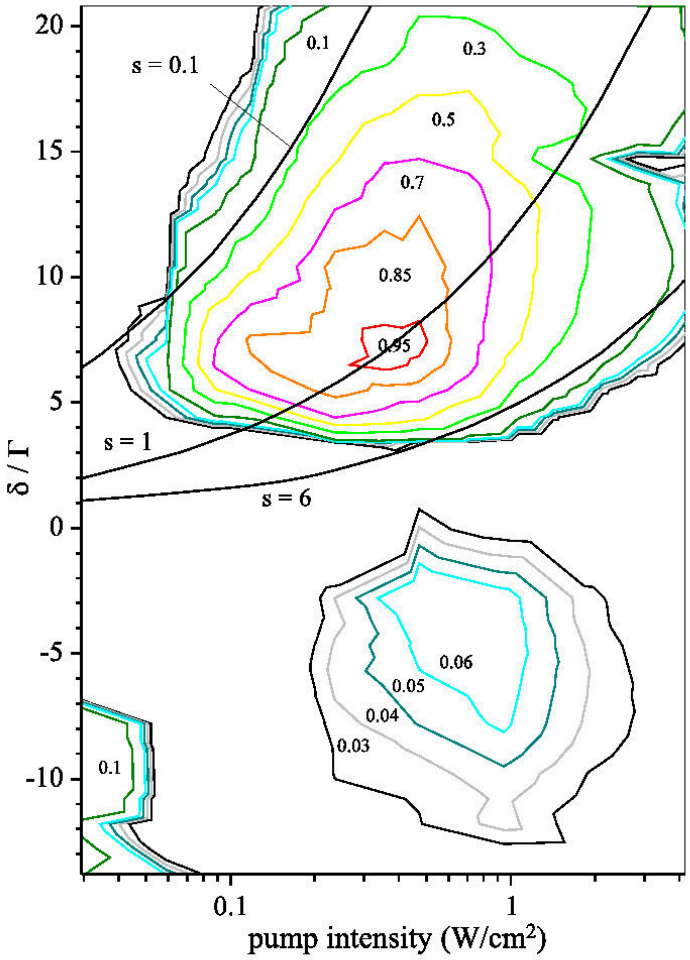


FIGURE 2.18 – Domaine d'existence des patterns avec le mécanisme opto-mécanique. Je trace sous forme d'isocontours P_d mesurée expérimentalement en fonction des paramètres de la pompe (δ et I). I est en échelle logarithmique.

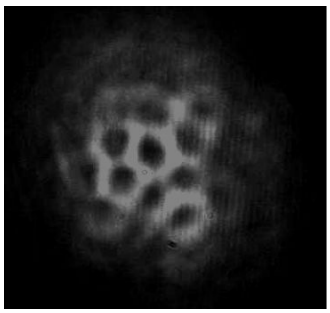


FIGURE 2.19 – Exemple de patterns pour $\delta<0$.

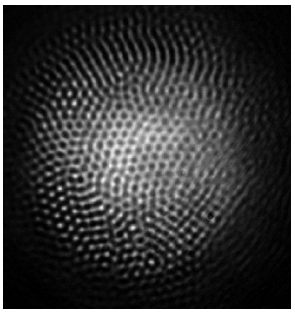


FIGURE 2.20 – Exemple d'image avec une forme de patterns modifiée obtenu à : I=1,4W/cm^2 et δ=5,5 Γ.

optique du nuage, comme illustré sur la figure 2.21. On compare les seuils en OD des instabilités électronique (t_{pump}= 1 μs, carrés bleus) et opto-mécanique (t_{pump}= 200 μs, points rouges), pour un même couple (I, δ). La densité optique est variée en ajustant le délai entre la coupure du MOT et l'application de la pompe. On passe d'un seuil de 89 pour l'instabilité purement électronique à 19 pour l'opto-mécanique [51].

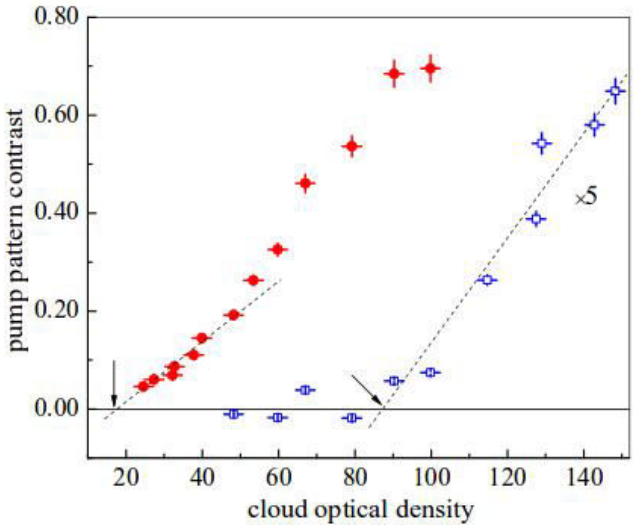


FIGURE 2.21 – Seuils en densité optique des instabilités électronique (t_{pump}= 1 μs, carrés bleus) et opto-mécanique (t_{pump} = 200 μs, points rouges). I= 487 mW/cm^2 et δ= 6 Γ. Source : Supplément [51]

2.4.2.3 Rôle de la distance de rétro-réflexion

Sur la figure 2.22 j'ai représenté l'évolution de la taille Λ des patterns en fonction de la distance d. Les points et les courbes correspondent respectivement aux mesures expérimentales et à la prédiction d'un modèle théorique de milieu épais détaillé en 2.4.2.4. Tout comme dans le cas purement électronique, on observe un nombre croissant de modes lorsque $|d|$ augmente, mais les modes sont ici plus nombreux à cause de l'abaissement des seuils d'instabilité.

La figure 2.23 montre le comportement de la puissance diffractée dans les mêmes conditions. Pour chaque mode, on observe un d optimum (à peu près symétrique

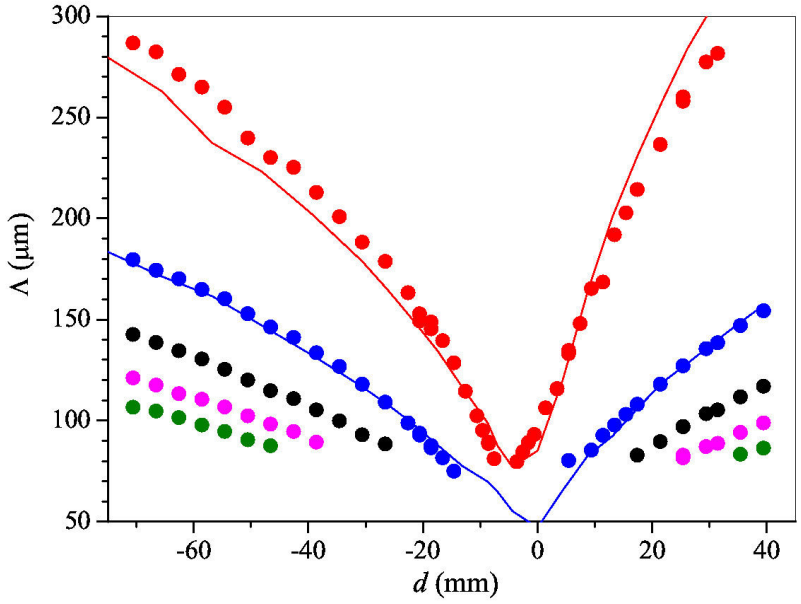


FIGURE 2.22 – Taille caractéristique des patterns en fonction de la distance de feedback. I= 256 mW/cm^2, δ= 8.5 Γ, t_{pump}= 200 μs.

pour d positif et négatif). La comparaison de ces observations avec la théorie n'a pas encore été effectuée.

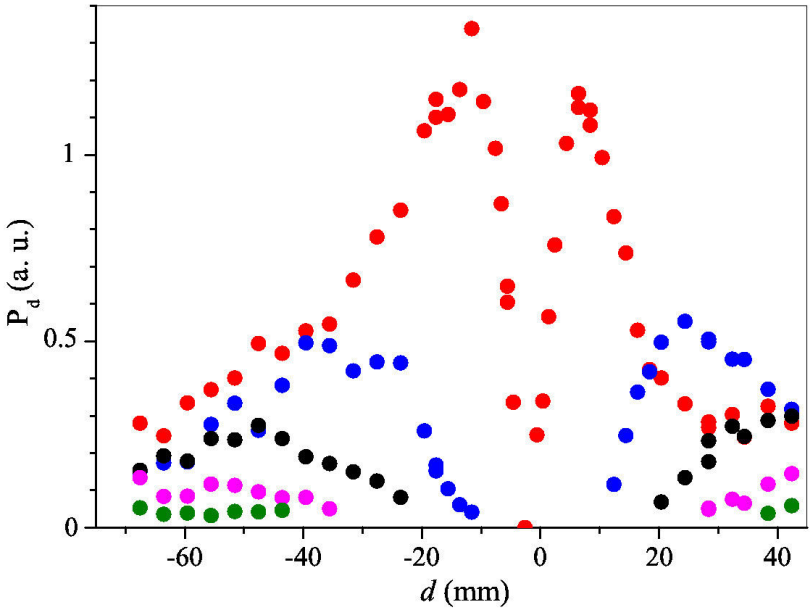


FIGURE 2.23 – Evolution de P_d en fonction d. Les paramètres sont identiques à ceux de la figure 2.22.

2.4.2.4 Modèle théorique

Les modèles théoriques d'auto-organisation spatiale considèrent souvent une situation avec amortissement (présence d'une mélasse optique) [72, 73]. Ici, on considère une situation sans amortissement où le mouvement des atomes est conservatif. Le gaz thermique d'atomes est décrit par la fonction de distribution $f(X, V, t)$ avec $X = (x, y)$ le plan transversal à l'axe z de propagation de la pompe et $V = (v_x, v_y)$ les coordonnées de la vitesse sur ce plan. Pour un nuage de densité spatiale faible, les collisions atomiques sont négligeables et les dynamiques dans ce milieu sont gouvernées par l'équation de Boltzmann sans collisions :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + V\frac{\partial f}{\partial X} + \frac{F_{dip}}{M}\frac{\partial f}{\partial V} = 0 \tag{2.10}$$

où M et $F_{dip} = -\partial_X\left[(\hbar\delta/2)\log\left(1 + s(X,t)\right)\right]$ définissent la masse atomique et la force dipolaire.

Le couplage entre les champs contra-propageants (g_F et g_B) donne un paramètre de saturation $s = |g_F|^2 + |g_B|^2$ si les effets d'interférence des deux champs selon z

sont négligés.

En outre, dans l'approximation d'un milieu fin où les effets de diffraction à l'intérieur du nuage sont négligés, l'interaction entre la pompe incidente de désaccord δ et le nuage d'atomes froids d'épaisseur L, de densité spatiale ρ et de densité optique $b(\delta)$ est donnée par :

$$\frac{\partial g_F}{\partial z} = -\frac{b(z)(1-2i\delta/\Gamma)}{2L[1+4(\delta/\Gamma)^2]}\frac{\rho}{1+s}g_F \tag{2.11}$$

Cette équation décrit l'absorption et la dispersion par le nuage atomique et son intégration (en supposant ρ et s homogènes selon l'axe de propagation de la pompe) donne la pompe transmise g_T à la sortie du nuage. Ainsi la pompe g_B (faisceau rétro-réfléchi par le miroir de réflectivité R placé à une distance d du nuage) s'obtient par transformée de Fourier de g_T et est définie par [51] :

$$g_B(q) = \sqrt{R}e^{idq^2/k_0}g_T(q) \tag{2.12}$$

Avec ce modèle, le seuil du paramètre de saturation s_{th} pour les instabilités est donné par [69] :

$$s_{th} = \left[\frac{\hbar\delta}{k_B T}R\chi_0 - (1+R)\right]^{-1} \tag{2.13}$$

où T est la température du nuage, k_B la constante de Boltzmann et χ_0 définie par :

$$\chi_0 = \frac{b_0\delta}{\Gamma(1+4(\delta/\Gamma)^2)} \tag{2.14}$$

représente le décalage de phase de la lumière à la sorti du nuage. b_0 la densité optique du nuage à résonance.

Ainsi on peut, en incluant dans le modèle les paramètres expérimentaux, obtenir le diagramme de phase des instabilités représenté sur la figure 2.24. Les données de la figure sont obtenues en introduisant une perturbation de la solution homogène et en faisant une analyse de stabilité linéaire [69].

Sur la figure 2.24(a), on a tracé le taux de croissance d'une perturbation en fonction du désaccord δ/Γ et du paramètre de saturation. Un taux de croissance négatif correspond au régime stable, à l'inverse le régime est instable pour un taux de croissance positif. Les paramètres fixes sont : R =1, OD = 150, T = 290μK,

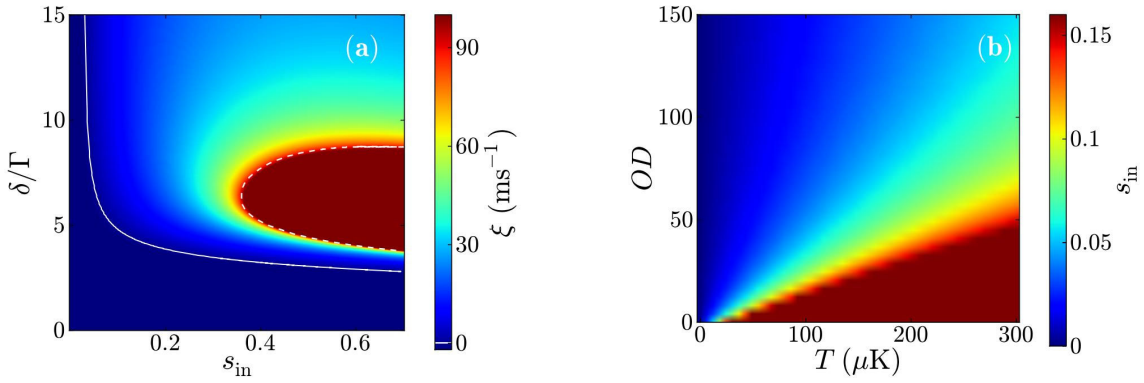


FIGURE 2.24 – Espace des phases des instabilités. (a) Taux de croissance d'une perturbation en fonction du désaccord δ/Γ et le paramètre de saturation et (b) Seuil du paramètre de saturation en fonction de la densité optique et de la température. Source : Supplément de [51]

$d = 5$mm. Le seuil d'instabilité opto-mécanique est représenté par la ligne continue blanche. La zone bleue foncée sous la ligne blanche correspond au régime stable. La zone rouge foncée délimitée par la ligne en pointillés correspond à une instabilité purement électronique. Sur la figure 2.24(b), avec les mêmes paramètres que dans (a) et pour $\delta/\Gamma = 6$ on a représenté le paramètre de saturation s correspondant au seuil d'instabilité en fonction de la densité optique OD et de la température T. La dépendance en température du seuil est caractéristique de l'instabilité opto-mécanique : plus la température est basse et plus la modulation spatiale de la densité atomique sous l'effet de la force dipolaire est importante. A basse température, on peut donc obtenir une instabilité pour s « 1, correspondant au régime linéaire de l'interaction atome-lumière. Des expériences sont en cours pour tenter de mesurer la dépendance en température du seuil.

2.4.3 Instabilités de spin

Lors de la cartographie de l'instabilité opto-mécanique, nous avons observé une nouvelle instabilité se manifestant pour des désaccords négatifs et de faibles intensités (figure 2.18). Cette section s'intéresse à cette instabilité, dont nous verrons qu'elle est liée à la nonlinéarité de spin décrite en 2.2.2.2.

2.4.3.1 Différent types d'instabilités et conditions d'observation

Pour l'étude des instabilités de spin, je réalise le montage de la figure 2.25. Sur

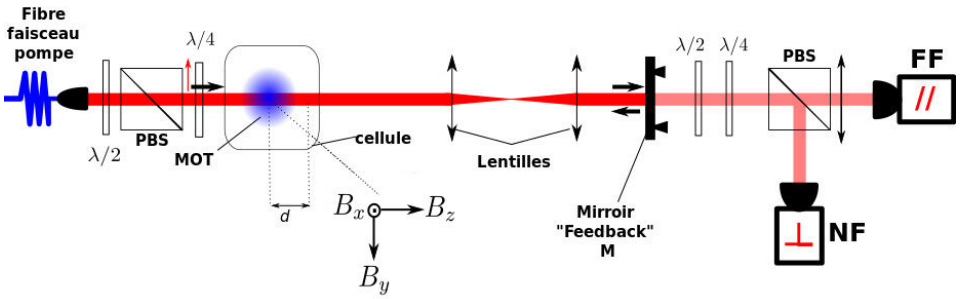


FIGURE 2.25 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour l'étude des instabilités de spin.

ce montage, on n'utilise pas de polariseur dans la boucle de rétro-réflexion afin de laisser la polarisation du faisceau rétro-réfléchi libre. De plus, un dispositif d'analyse de polarisation ($\lambda/2$ + $\lambda/4$ + PBS) est placé après le miroir de rétro-action. Notez sur cette figure la présence des axes des champs magnétiques de compensation (B_x, B_y et B_z) qui ont une influence très importante sur ce type d'instabilité.

Avec ce montage, j'observe deux grands types d'instabilités déterminés par la polarisation de la pompe. Le premier type est observé avec une pompe de polarisation linéaire. Dans ce cas, l'instabilité spatiale s'accompagne de l'apparition de lumière de polarisation orthogonale à celle de la pompe : il s'agit d'une instabilité de polarisation (figure 2.26(a)). En revanche, si l'on utilise une pompe polarisée circulairement, la polarisation de la lumière est préservée (instabilité "quasi-scalaire") mais il y a tout de même formation de patterns (figure 2.26(b)). Ces deux instabilités s'observent uniquement dans le rouge ($\delta < 0$), dans des conditions de champ magnétique bien contrôlées (B proche de zéro). Cette dernière condition nous impose d'utiliser des valeurs importantes du délai entre la coupure du MOT et l'application de la pompe ($\Delta t > 5$ ms), à cause des courants de Foucault (cf figure 1.14 du chapitre 1.2). Dans ce qui suit nous allons nous intéresser de manière détaillée à ces différentes instabilités.

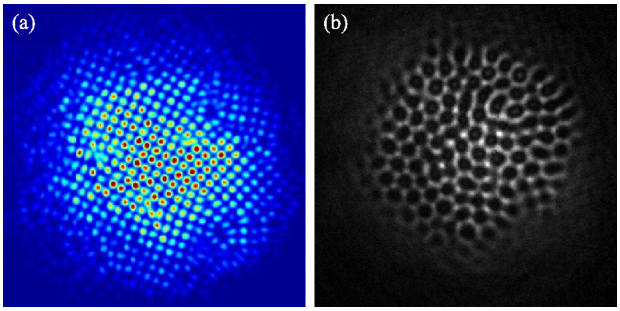


FIGURE 2.26 – Différentes instabilités. (a) Instabilité de polarisation : polarisation de la pompe linéaire, détection dans le canal ⊥. (b) Instabilité "quasi scalaire" : polarisation de la pompe circulaire, détection dans le même canal.

2.4.3.2 Pompe polarisée linéairement : instabilité de polarisation

Configuration rétro-réfléchie sans PBS

La figure 2.27 illustre le fait que lorsque l'on utilise une pompe polarisée linéairement, l'instabilité spatiale observée s'accompagne d'une instabilité de polarisation. Sur cette figure, je compare deux images (même niveaux de gris) en champ lointain



FIGURE 2.27 – Images en champ lointain d'instabilités de polarisation observées dans les canaux // (a) et ⊥ (b).

dans les canaux // et ⊥ à la polarisation de la pompe incidente. Dans le canal // on voit beaucoup de lumière dans l'ordre 0 et presque rien ailleurs. Par contre, dans le canal ⊥, on voit beaucoup de lumière dans l'ordre 1 et presque rien dans 0. Les faisceaux diffractés sont donc polarisés perpendiculairement à la pompe.

- **Domaine d'observation**

Tout comme précédemment, on s'intéresse au domaine d'existence dans l'espace (I, δ) de l'instabilité de polarisation. Je trace sur la figure 2.28 P_d, déterminée à partir d'images en champ lointain, sous forme d'isocontours. Dans cette expérience, la détection s'effectue à travers le miroir dans un canal linéaire incliné de 60° par rapport à la polarisation incidente. Ainsi, on peut détecter à la fois l'instabilité de polarisation ($\delta < 0$) et l'instabilité opto-mécanique ($\delta > 0$). Notons que la normalisation utilisée est différente pour le bleu et pour le rouge, les puissances ne peuvent donc pas être comparées directement. On constate que l'instabilité de po-

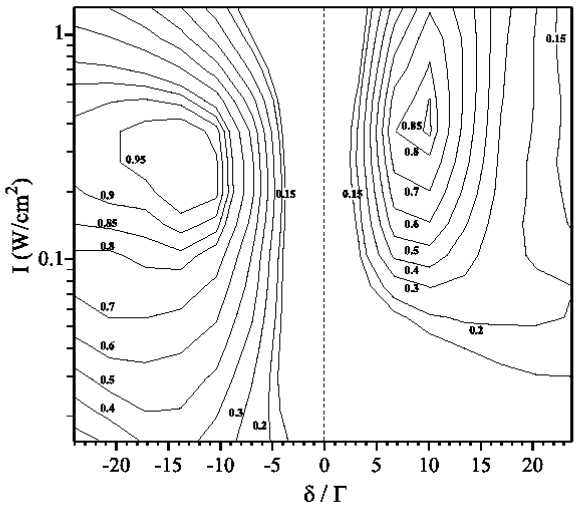


FIGURE 2.28 – Comparaison des domaine d'existence des instabilités de polarisation ($\delta < 0$) et opto-mécanique ($\delta > 0$).

larisation est présente sur un domaine de paramètres beaucoup plus étendu. En particulier, le seuil d'intensité est environ cinq fois plus faible que pour l'instabilité opto-mécanique.

- **Comportement en champ magnétique**

Afin d'obtenir une bonne compensation du champ magnétique résiduel, j'utilise un délai Δt= 10 ms entre coupure du MOT et branchement de la pompe. La valeur de chacune des trois composantes du champ magnétique est variée autour de zéro grâce aux bobines de compensation. La valeur du zéro est trouvée en optimisant l'explosion du nuage soumis à une mélasse optique. La figure 2.29 illustre le comportement de P_d en fonction des trois composantes du champ magnétique.

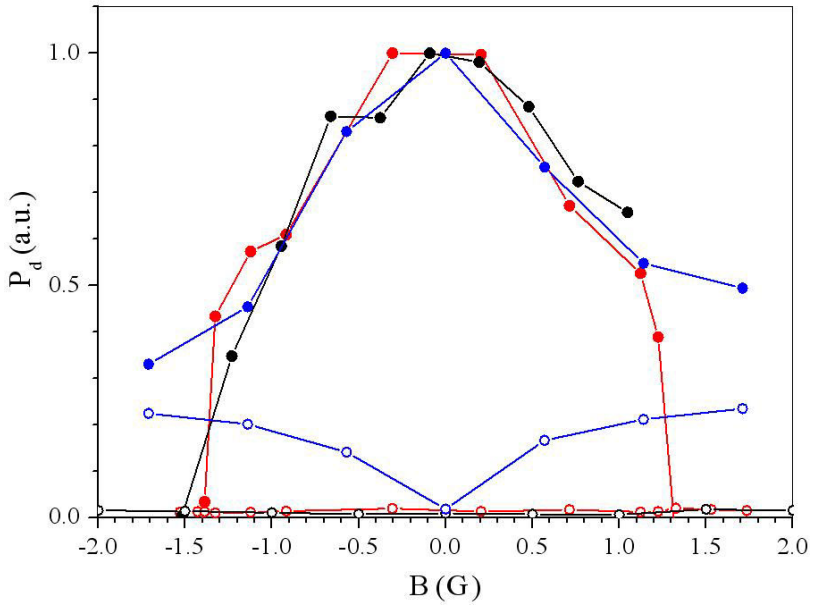


FIGURE 2.29 – Influence du champ magnétique en polarisation linéaire. Evolution des puissances diffractée (points) et non diffractée (cercles) en fonction de : B_x (noir), B_y (rouge) et B_z (bleu). Paramètres : δ = -9,8 Γ, I =90,5 mW/cm^2 et t_{pump} = 225 μs.

On constate que pour cette instabilité, la puissance diffractée est maximale pour un champ magnétique nul. La largeur de la courbe $P_d(B)$ est approximativement la même pour les trois composantes. On constate en revanche un comportement différent pour la puissance dans l'ordre zéro, qui dépend essentiellement de B_z. L'augmentation avec B_z de la puissance non diffractée détectée dans le canal $\perp$ est attribuée à la rotation Faraday [74].

- **Comportement avec I**

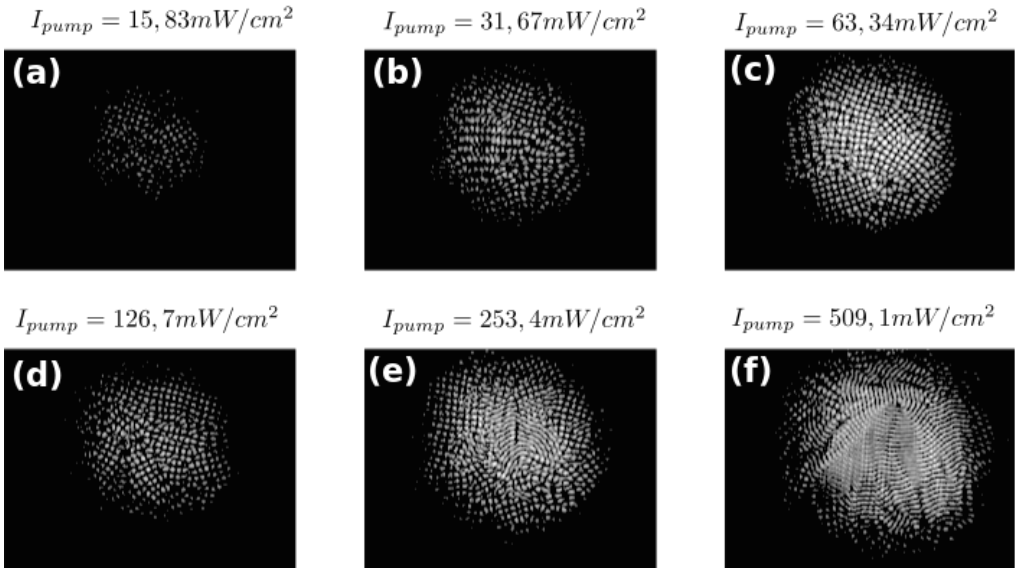


FIGURE 2.30 – Evolution des instabilités (dans le canal $\perp$) en fonction de l'intensité de la pompe. Le désaccord du faisceau est δ=-7,76 Γ et t_{pump}= 200 μs.

La figure 2.30 illustre l'évolution des patterns lorsque l'intensité pompe est augmentée, pour un champ magnétique nul. On observe une transition entre des carrés à faible intensité et des "rayures" (stripes) à forte intensité. On n'observe pas de phénomène de saturation dans la gamme d'intensité étudiée.

L'impact le plus remarquable de l'intensité pompe est celui sur la largeur du domaine de B où l'instabilité est observée. Ceci est illustré sur la figure 2.31. En (a) est tracée la dépendance de la puissance diffractée P_d (échelle logarithmique) avec B_y (I= 39 mW/cm^2, δ= -7.8 Γ). On observe sur cette courbe un lobe central de largeur ΔB_y, puis une ré-augmentation progressive de P_d aux B_y grands. La largeur ΔB_y du lobe central est reporté en (b) en fonction de I. On observe une augmentation régulière de cette largeur avec I. Cette dépendance traduit probablement l'impact du déplacement lumineux, et doit être utilisée pour guider les études théoriques en cours.

- **Champ magnétique et symétries observées**

Comme on l'a vu, à champ nul la symétrie des patterns est carrée (avec une

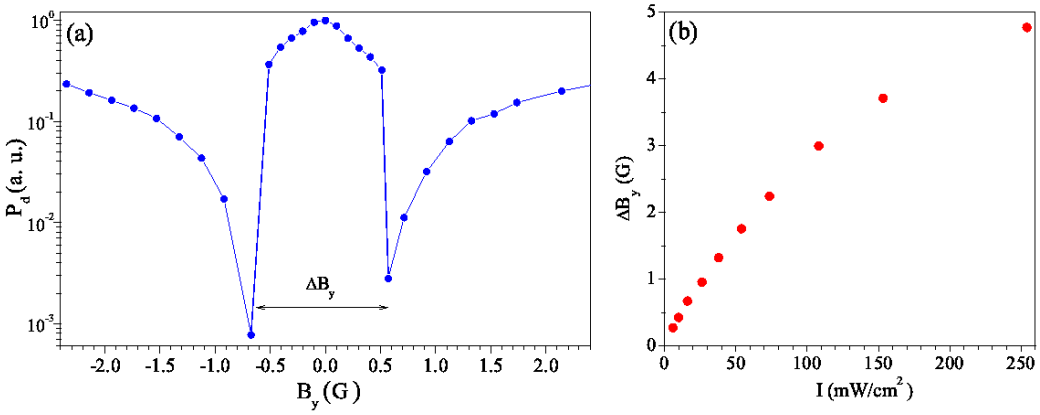


FIGURE 2.31 – (a) Dépendance de P_d avec B_y, (b) variation de ΔB_y en fonction de I.

transition vers des rayures à forte intensité). Pour $B_x = B_y = 0$ mais $B_z \neq 0$, on observe une transition vers des hexagones comme illustré sur la figure 2.32.

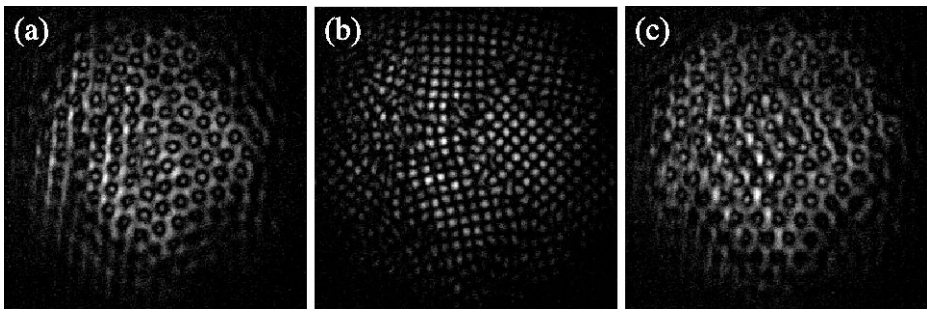


FIGURE 2.32 – Impact de B_z : transition carrés-hexagones. $B_x = B_y = 0$. (a) $B_z = -0,2$ G ; (b) $B_z = 0$; (c) $B_z = +0,2$ G. Paramètres : I= 12,4 mW/cm^2, δ= -7,8 Γ, t_{pump} =200 μs.

Enfin, pour $B_z = 0$ mais B_x (ou B_y) $\neq 0$ (tout en restant dans le lobe central de la figure 2.31(a)), on observe des structures non périodiques, qui évoquent des "quasi-patterns" [68] (figure 2.33(b)). Lorsqu'on analyse ces structures dans les canaux circulaires (σ^+ ou σ^-), on observe des hexagones ((a) et (c)). En dehors du lobe central ($B_y > \Delta B_y/2$), on observe des structures fluctuantes sans symétrie bien définie (les images en champ lointain donnant des anneaux plus ou moins uniformes).

On observe donc un comportement compliqué des symétries des patterns avec

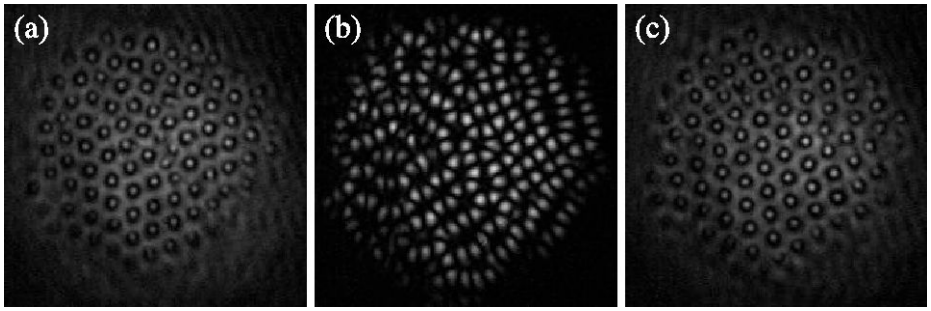


FIGURE 2.33 – Structures observées pour $B_y \neq 0$ ($B_x = B_z = 0$). Les images sont détectées dans les canaux : (a) σ^+, (b) $\perp$ et (c) σ^-.

le champ magnétique, tout comme cela a été observé dans les expériences sur les vapeurs chaudes [48, 50]. Je reviendrai sur ces aspects dans la discussion (section 2.4.3.4).

- **Comportement avec** d

L'évolution de la taille des patterns avec d fournit des informations précieuses sur la nature de la nonlinéarité (auto-focalisante ou auto-défocalisante, confère équation.(2.2)). La figure 2.34 compare les tailles mesurées dans deux situations :

- Dans le rouge (δ=-7,8 Γ et I =208 mW/cm^2) où on a des instabilités de polarisation. Dans ce cas la détection est faite dans le canal $\perp$.
- Dans le bleu (δ=+7,5 Γ et I =277 mW/cm^2) où on a des instabilités opto-mécanique. Dans ce cas la détection est faite dans le canal //.

La courbe noire correspond à la prédiction opto-mécanique [51].

On constante sur cette figure que les tailles des patterns suivent une évolution très similaire dans les deux cas, à l'exception de la zone où le miroir virtuel se trouve à l'intérieur du nuage (cette différence, à l'évidence un effet de milieu épais, n'est pas comprise à l'heure actuelle). Ceci nous indique que la nonlinéarité observée dans le rouge est de type "auto-focalisante" [équation.(2.2)] pour ces valeurs des paramètres.

Configuration rétro-réfléchie avec PBS

Cette section étudie ce qu'il advient de l'instabilité de spin que je viens de décrire

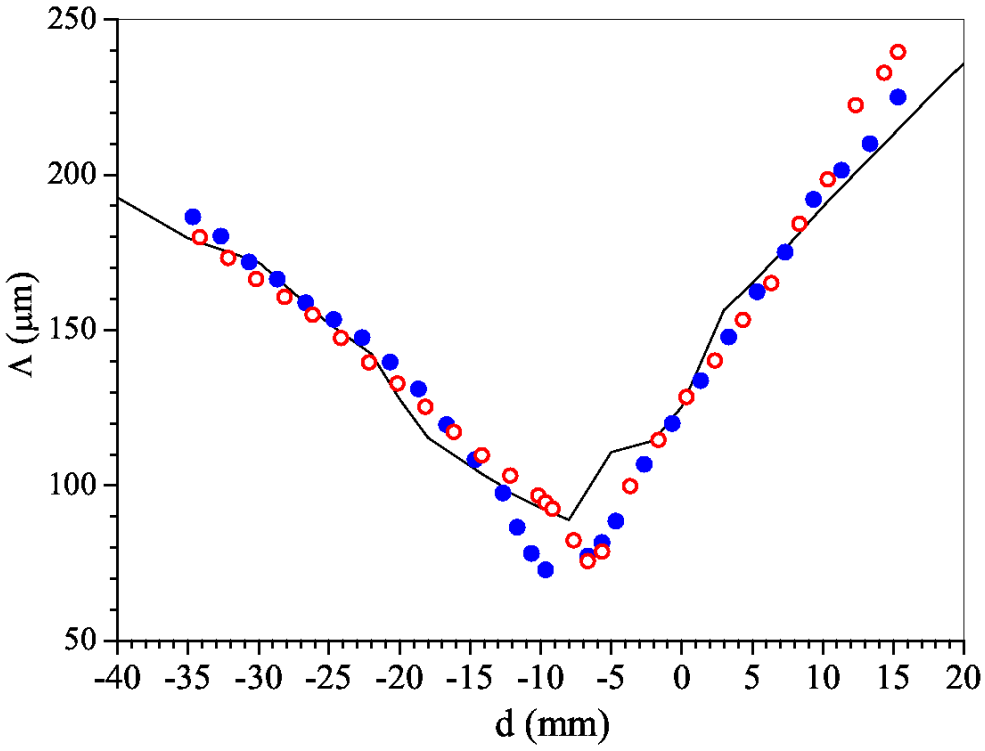


FIGURE 2.34 – Taille Λ des patterns en fonction de d pour les instabilités de polarisation (cercles) et opto-mécanique (points).

lorsque j'insère un PBS dans la boucle de rétro-action. Cette configuration a été utilisée dans les section 2.4.1 et 2.4.2, et permet l'observation pour $\delta > 0$ des instabilités (quasi-scalaires) électronique et opto-mécanique. On a vu notamment dans ces études que l'effet Talbot détermine alors la taille caractéristique des patterns via la distance de rétro-action d. Si l'on utilise cette configuration pour $\delta < 0$, le comportement change radicalement : la taille des patterns observés devient *indépendante* de d (cf. figure 2.39). Comme on va le voir, il s'agit en fait d'une transition vers la configuration avec "pompes indépendantes" étudiée dans la section suivante. J'utilise donc la configuration discutée dans 2.4.1, où le PBS orienté pour transmettre la polarisation incidente est placé avant le miroir. La détection s'effectue dans le canal $\perp$, en réflexion du PBS. Comme précédemment, j'observe une instabilité de polarisation pour $\delta < 0$ (figure 2.35).

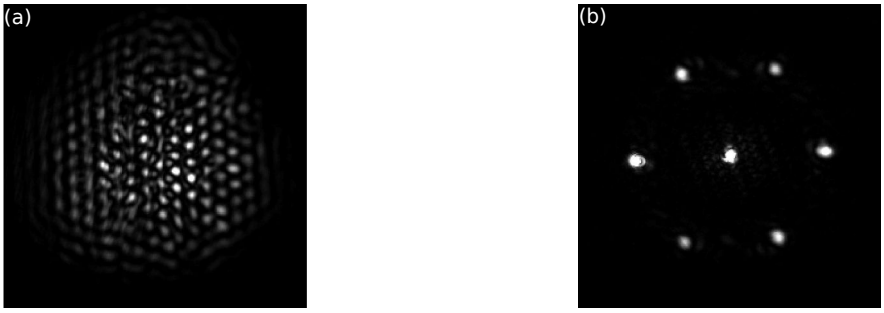


FIGURE 2.35 – Exemples d'images d'instabilités dans le rouge en présence d'un PBS dans la boucle, observés dans le canal $\perp$ du PBS. (a) en champ proche et (b) en champ lointain.

La figure 2.36(a) illustre l'évolution temporelle de la puissance détectée dans le canal $\perp$. On observe typiquement deux constantes de temps, l'une rapide et l'autre beaucoup plus longue. La première est liée à l'évolution des degrés de liberté de spin (pompage Zeeman), tandis que la seconde est probablement associée à un effet mécanique (piégeage transverse par la faisceau pompe, par exemple). Une augmentation de la densité optique du nuage b_0 ne modifie pas la constante de temps observée, mais conduit à une forte augmentation de la puissance détectée (figure 2.36(b)).

La dépendance en champ magnétique et intensité pompe dans cette configuration est très similaire à celle observée précédemment (i.e. en l'absence de PBS dans la boucle). Ceci est illustré sur la figure 2.37, où l'on compare la dépendance de P_d avec B_y pour des intensités pompe faible (15 mW/cm^2, en rouge) et forte (183

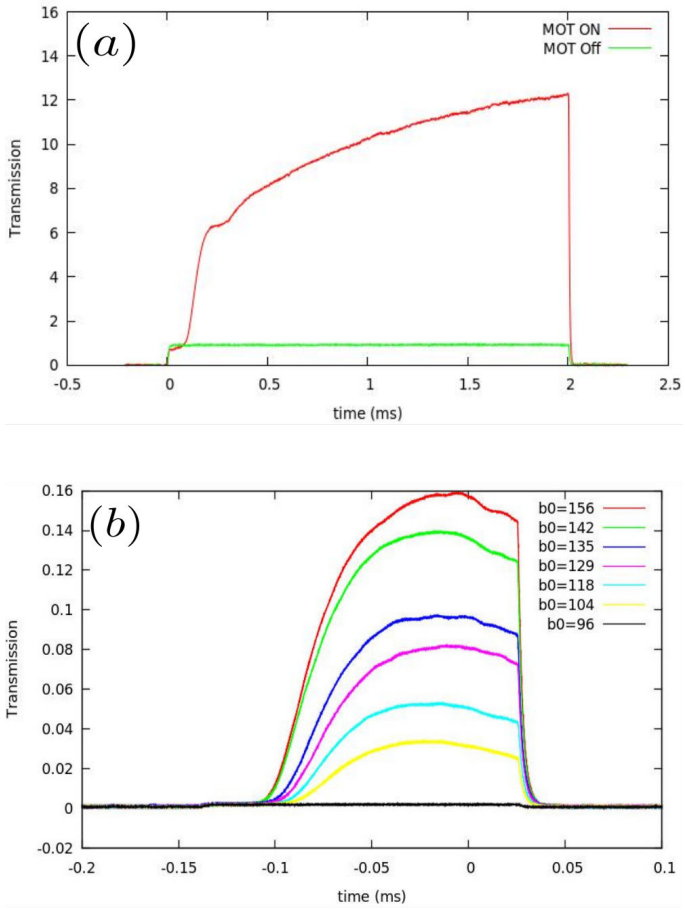


FIGURE 2.36 – (a) Puissance détectée dans le canal $\perp$ à la polarisation de la pompe F en présence (MOT on) et en absence (MOT off) de nuage, (b) évolution de la puissance détectée en fonction de b_0. Paramètres : I =4,5 mW/cm^2, δ=-10 Γ.

mW/cm^2, en noir). Ces résultats sont à rapprocher de ceux de la figure 2.31. La figure 2.38 compare les domaines d'instabilité dans les deux configurations, qui sont très similaires. Tout semble donc indiquer que les mêmes mécanismes physiques sont à l'œuvre dans les deux situations.

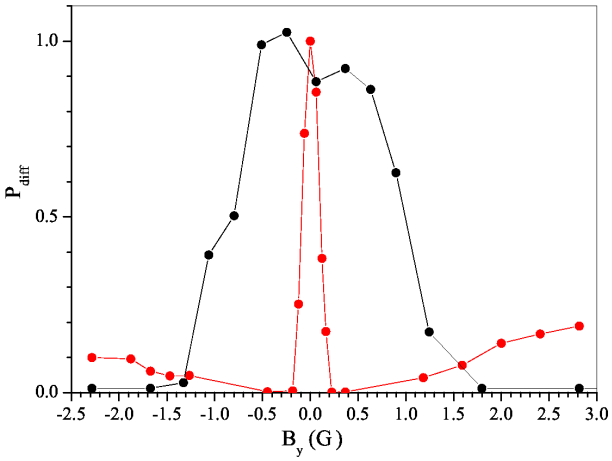


FIGURE 2.37 – Puissance détectée dans le canal $\perp$ en fonction de B_y pour I= 15 mW/cm^2 (rouge) et I = 183 mW/cm^2 (noir). Paramètres : $B_x = B_z$= 0 ; δ= -9,8 Γ ; t_{pump}= 200 μs.

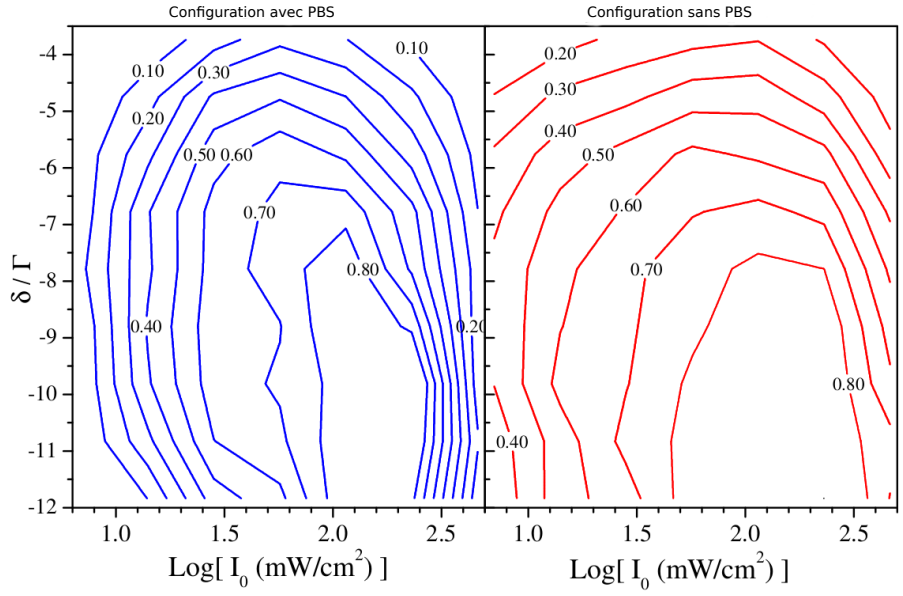


FIGURE 2.38 – Comparaison des domaines d'existence de l'instabilité de polarisation en présence (bleu) et en l'absence (rouge) du PBS dans la boucle. Paramètres : b_0 = 83, t_{pump}= 200 μs.

- **Taille des patterns**

La principale différence entre cette configuration et la précédente est l'indépendance de la taille Λ des patterns vis-à-vis de la distance de rétro-réflexion d, (figure 2.39).

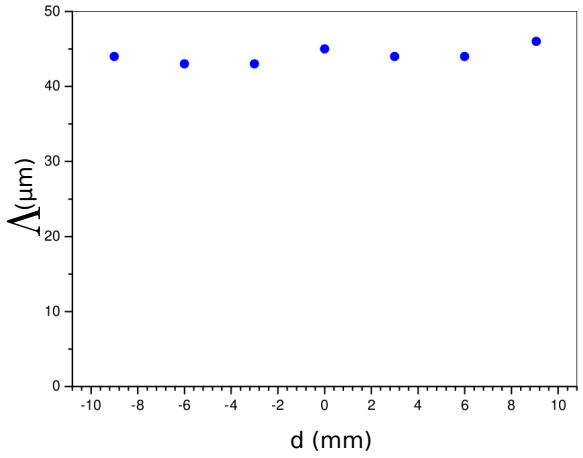


FIGURE 2.39 – Indépendance de Λ vis-à-vis de d pour $\delta < 0$ et en présence d'un PBS dans la boucle de rétro-action.

La taille Λ des patterns étant maintenant indépendante de d, on peut se demander ce qui la détermine (des test ont également montré son indépendance vis-à-vis de I et δ). Il s'agit en fait de l'épaisseur L_z de nuage, comme démontré sur la figure 2.40. Dans cette expérience, on fait varier la taille du nuage en agissant sur le diamètre des faisceaux piège (cf. chapitre 1). On mesure une dépendance linéaire de l'angle de diffraction θ_d observé en champ lointain ($\propto 1/\Lambda$) avec la taille du nuage. Comme montré dans le chapitre 1, changer la taille du MOT modifie également sa densité optique. J'ai vérifié que θ_d est indépendant de b_0 (à taille constante). Pour ce faire, on utilise une faible intensité pompe de manière à pouvoir observer une instabilité sans présence de repompeur dans la pompe. On fait varier b_0 en transférant une partie des atomes dans $F = 1$ en coupant le repompeur pendant une durée variable à la fin de la phase MOT. La variation de b_0 n'a aucun impact sur θ_d, et la variation observée sur la figure 2.40 est donc entièrement due à la variation de L_z. On voit donc que l'introduction du PBS dans la boucle "débranche" le mécanisme Talbot et rend en quelque sorte les deux faisceaux pompes indépendants. Il est donc

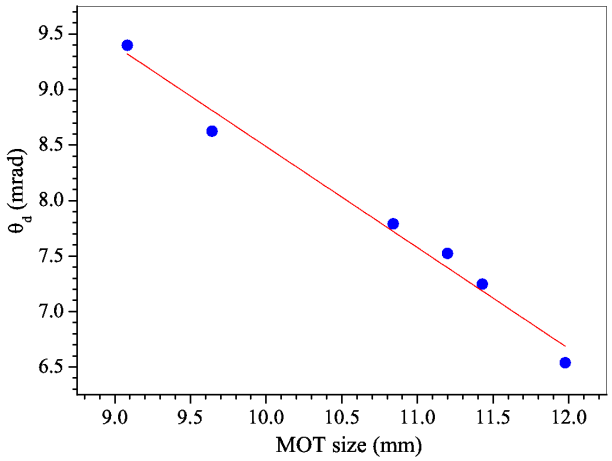


FIGURE 2.40 – Evolution de l'angle de diffraction θ_d en fonction de la taille L_z du nuage.

naturel de passer à une configuration à deux pompes totalement indépendantes, une configuration étudiée dans la section qui suit.

Configuration "pompes indépendantes"

On a vu dans le paragraphe 2.4.3.2 qu'en introduisant un PBS dans la boucle de rétro-action, on observe dans le canal $\perp$ une instabilité dont le vecteur d'onde transverse est indépendant de la distance d. Ceci laisse à penser qu'il est possible d'observer une telle instabilité avec deux pompes contra-propageantes indépendantes, situation que j'étudie dans cette section. Pour l'étude des instabilités optiques avec deux faisceaux indépendants et contra-propageants, j'utilise le montage expérimental présenté sur la figure 2.7. Les instabilités sont étudiées dans deux configurations de polarisation : polarisations parallèles (lin // lin) ou croisées (lin $\perp$ lin).

La figure 2.41 montre quelques exemples de patterns observés, qui présentent globalement le même comportement que dans les deux configurations précédentes. On observe toutefois que les patterns sont plus ordonnés, ce qui est probablement dû au fait que dans la configuration "indépendantes" les intensités des deux pompes sont identiques, alors qu'en configuration rétro-réfléchie l'absorption par le nuage introduit un déséquilibre assez important. J'effectue sur la figure 2.42 une comparaison des configurations lin // lin et lin $\perp$ lin. Dans les deux cas on détecte la

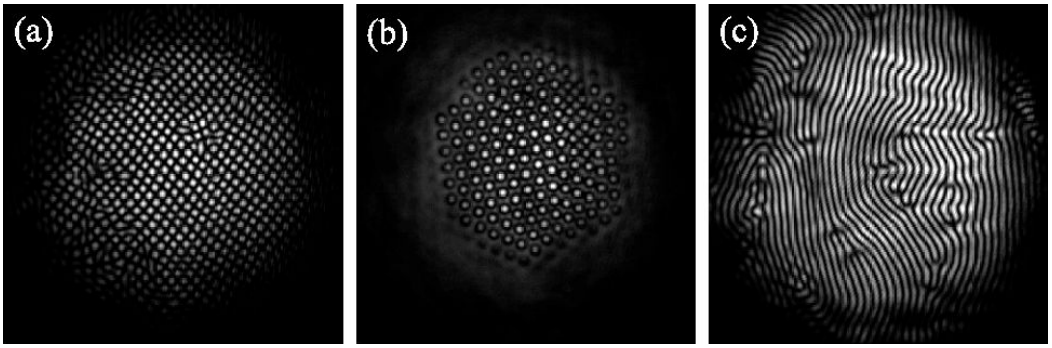


FIGURE 2.41 – Patterns observés avec des pompes indépendantes. (a) lin ⊥ lin, $B_x = B_y = B_z = 0$, I= 32 mW/cm^2. (b) lin // lin, B_x=B_y=0, $B_z \neq 0$, I= 13 mW/cm^2. (c) lin // lin, B_x=B_y=$B_z = 0$, I= 171 mW/cm^2.

puissance émise dans le canal de polarisation ⊥ à la polarisation de la pompe F. On constate que les puissances émises ont un comportement pratiquement identique en fonction de la puissance pompe. Ce point a son importance pour la discussion des mécanismes de cette instabilité (section 2.4.3.4).

2.4.3.3 Pompe polarisée circulairement : instabilité "quasi-scalaire"

La section 2.4.3.2 était consacrée à l'étude détaillée de l'instabilité de polarisation observée lorsque la polarisation des pompes est linéaire. Quand la polarisation de la pompe est circulaire, la situation change radicalement : on observe également une instabilité spatiale, mais ici la polarisation de la lumière reste circulaire (il n'y a donc pas ici d'instabilité de polarisation). Je présente ici des résultats préliminaires obtenus sur cette instabilité, qui n'a pour l'instant été étudiée que dans la configuration "Talbot" (pompe rétro-réfléchie, pas d'élément de polarisation dans la boucle de rétro-action).

La figure 2.43 montre l'évolution de P_d mesurée dans le canal de polarisation de la pompe, en fonction du champ magnétique transverse (a) et longitudinal (b). En comparant avec le comportement observé pour l'instabilité de polarisation (figures et 2.29 2.31(a)), on constate que le comportement est qualitativement très différent. D'une part, P_d possède un minimum très marqué pour $B_{x,y}$= 0 (au lieu d'un maximum pour une polarisation linéaire). D'autre part, l'évolution en fonction de B_z dépend de son signe (alors que la dépendance en B_z est paire pour l'instabilité

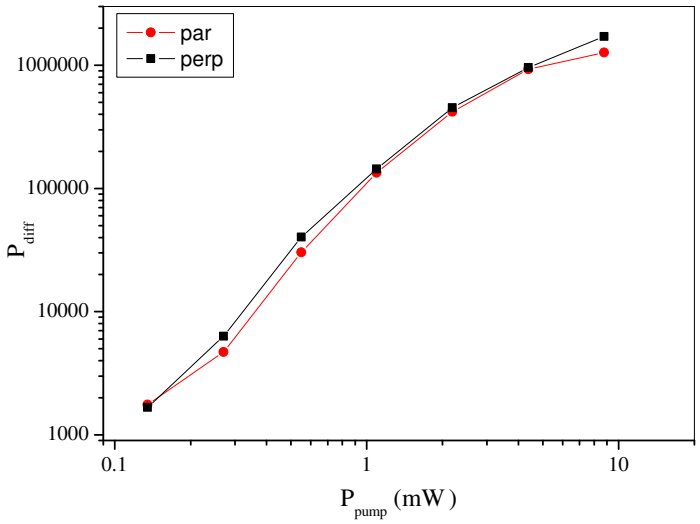


FIGURE 2.42 – Puissance diffracté dans le canal $\perp$ en fonction de la puissance des pompes. Paramètres : δ =-5,71 Γ ; t_{pump} =200 μs.

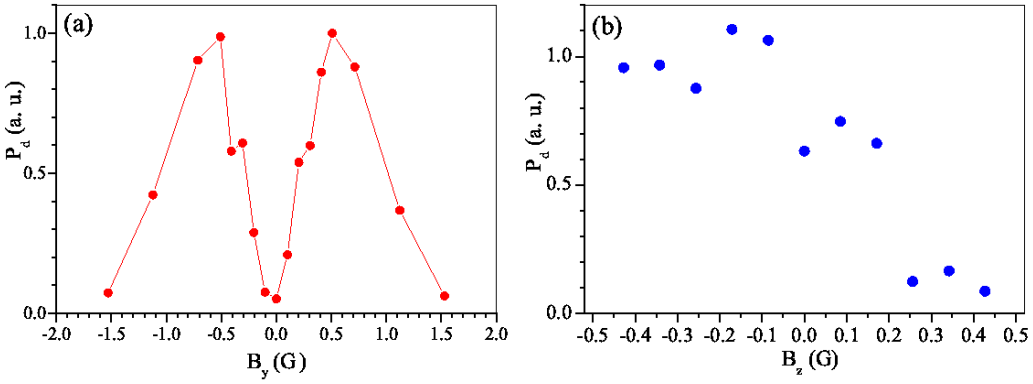


FIGURE 2.43 – Puissance diffractée en fonction du champ magnétique : (a) P_d vs B_y ($B_x = B_z$= 0) (b) P_d vs B_z ($B_x = B_y$ =0). Paramètres : I = 24 mW/cm^2 , δ = - 7.8 Γ.

de polarisation). De plus la symétrie observée pour les patterns reste hexagonale pour toutes les valeurs de champ magnétique. Je reviendrai sur ces éléments dans la discussion.

La figure 2.44 illustre le comportement observé en fonction de l'intensité des pompes. Le point le plus remarquable est la saturation observée au centre du faisceau à forte intensité, qui n'est pas observée pour une polarisation linéaire. Des tests ont montré que cette saturation n'est qu'apparente, et qu'elle disparaît si le champ B_z est ajusté.

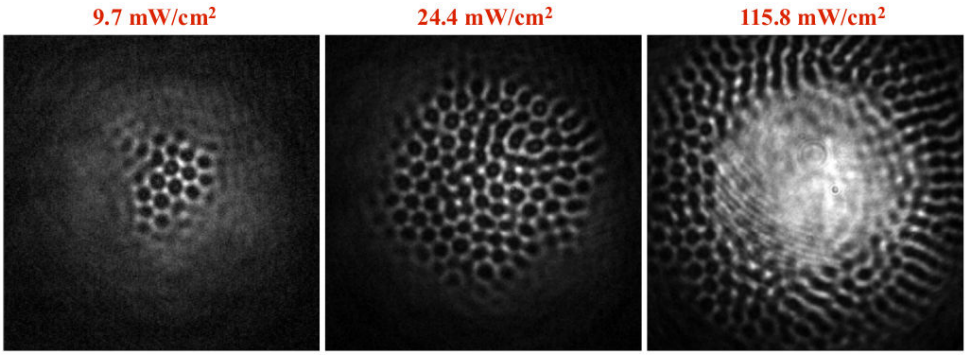


FIGURE 2.44 – Dépendance en intensité des patterns observés avec une pompe de polarisation circulaire. Paramètres : $B_x = 0$, $B_y = 0,4$ G, $B_z = 0$.

2.4.3.4 Instabilités de spin : discussion

Comme mentionné plus haut, des instabilités de spin ont été observées et étudiées notamment dans une vapeur chaude de Sodium [50, 68, 75, 76]. Dans les conditions de ces expériences sur la raie D1, la transition atomique s'apparente à une transition $J = 1/2 \rightarrow 1/2$, pour laquelle un modèle théorique a été développé (cf. figure 2.4).

Il n'existe pas pour l'instant de modèle pour une transition plus compliquée comme notre $J = 2 \rightarrow 3$ de la raie D2 du Rubidium 87. On s'attend à des différences qualitatives, dues par exemple au fait qu'une polarisation linéaire peut induire dans notre cas un alignement, ce qui n'est pas le cas pour une transition $1/2 \rightarrow 1/2$. Des efforts sont donc en cours à Strathclyde avec Ivor Kresic et Gordon Robb pour développer un modèle pour une transition $2 \rightarrow 3$.

Je me contente donc de discuter ici des similitudes et différences entre ce que j'observe et les résultats connus sur Sodium chaud.

Pour une polarisation circulaire, nos observations sont globalement assez similaires à celles obtenues sur Sodium chaud : [50, 68] : des patterns pour $\delta < 0$, de symétrie hexagonale, optimum pour $B_x \neq 0$ indépendamment du signe et optimum en B_z mais dépendant du signe. La saturation rapide que nous observons quand I augmente (pas observée sur Sodium) est compatible avec l'image que le déplacement lumineux doir être compensé par le déplacement Zeeman pour obtenir une nonlinéarité optimale. Nous observons en effet que cette saturation disparaît lorsque l'on augmente B_z.

Le cas d'une polarisation linéaire est en principe assez différent pour une transition $1/2 \rightarrow 1/2$ et une transition $2 \rightarrow 3$. Dans le cas $1/2 \rightarrow 1/2$, la situation est totalement symétrique et il n'y a pas de pompage Zeeman net. Les auteurs de [68] en déduisent qu'une brisure spontanée de symétrie spatiale doit forcément s'accompagner d'une instabilité de polarisation. Dans notre cas, cet argument tombe puisqu'il peut y avoir un pompage net avec une polarisation linéaire, ce qui créé un alignement. Il devrait donc être possible d'observer des patterns sans instabilité de polarisation. Nous ne les avons pas observées pour l'instant. Tout comme pour les vapeurs chaudes [48, 76–78], nous observons une instabilité de polarisation accompagnant l'apparition de patterns. Dans les cas rétro-réfléchi et pompes indépendantes, nous observons des carrés à champ magnétique nul comme pour le sodium [76, 78] et en accord avec les prédictions théoriques [79, 80]. Nous observons également, comme pour le Sodium [76], une transition carrés $\rightarrow$ hexagones quand B_z devient non nul, due à la brisure de la symétrie entre les composantes σ_- et σ_+ introduite par l'effet Zeeman. En revanche, les comportements observés en fonction du champ magnétique transverse (figure 2.31(a)) ne sont pas compris. Les simulations en cours cherchent notamment à faire le tri entre les effets observables sur une $1/2 \rightarrow 1/2$ et ceux spécifiques à une $J \rightarrow J+1$.

Cette discussion ne serait pas complète sans une comparaison avec les résultats obtenus dans le groupe de Dan Gauthier [54, 55, 81]. Ces expériences sont menées avec un gros MOT de ^{87}Rb, très anisotrope (3 cm x 300 μm x 300 μm). Leur configuration est identique à notre configuration "pompes indépendantes", et conduit à l'observation de lumière émise dans le canal $\perp$ tout comme pour notre expérience. La petite taille transverse (300 μm) de leur échantillon et sa grande taille longitudinale (3 cm)

ne permettent cependant pas l'établissement de patterns bien développés. Les mécanismes mis en oeuvre dans ces deux instabilités semblent toutefois assez différents, puisque leur interprétation fait appel au regroupement spatial des atomes dans le réseau optique créé par l'interférence entre les pompes et la lumière "diffractée". De plus, le refroidissement Sysiphe dû aux pompes est un ingrédient important de leur modèle qui favorise le regroupement spatial et donc la nonlinéarité. De notre côté, bien qu'un modèle théorique ne soit pas encore disponible, nous pensons comme discuté plus haut que la nonlinéarité est essentiellement déterminée par les degrés de liberté de spin, un point de vue qui semble conforté par la grande sensibilité de ce que nous observons au champ magnétique et à la polarisation. Nous espérons qu'une fois le modèle théorique opérationnel, une meilleure compréhension des divers mécanismes à l'œuvre dans ces expériences pourra être obtenue.

2.5 Conclusion

Dans le travail présenté dans ce chapitre, j'ai étudié la formation spontanée de patterns dans la section d'un faisceau laser traversant un nuage d'atomes froids. Avec le système utilisé, j'ai identifié et caractérisé trois mécanismes distincts de nonlinéarité conduisant à une instabilité. Ces mécanismes peuvent être sélectionnés indépendamment en choisissant les paramètres expérimentaux. En particulier, le mécanisme opto-mécanique conduit à une auto-organisation de la matière, et fait appel uniquement à des phénomènes conservatifs (dispersion, forces dipolaires). On pourrait donc en principe mener ce type d'expérience avec un condensat de Bose-Einstein au lieu d'un nuage thermique. Dans ce régime, l'interaction complexe entre ondes lumineuses et ondes de matière auto-organisées donne naissance à une physique potentiellement très riche. On peut par exemple penser à une expérience du type de celle réalisée dans le groupe de T. Esslinger [82], mais où les modes d'auto-organisation spatiale ne sont pas imposés de l'extérieur par une cavité, mais par l'interaction nonlinéaire entre lumière et atomes ultra-froids. Dans notre situation très symétrique, où un grand nombre de modes sont possibles, de nombreux phénomènes intéressants sont prévus [83].

Chapitre 3

Mesure du Gap Labelling dans un quasi-cristal à 2D

3.1 Introduction

Depuis la découverte des quasi-cristaux [84] au début des années 80, des scientifiques s'intéressent aux propriétés de ces derniers qui peuvent être différentes à celles des cristaux. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'une des propriétés d'un quasi-cristal particulier à savoir le "gap labelling". L'intégrale de la densité d'états d'un quasi-cristal de type Fibonacci ou Penrose (voir section 3.2.3) a une structure de marche dont la hauteur de chaque marche est différente et donnée par la relation :

$$N(E) = p + q\lambda \tag{3.1}$$

où $\lambda = (\sqrt{5}+1)/2$, est le nombre d'or, et p et q des entiers relatifs.

Dans ce chapitre, je vais commencer par décrire un quasi-crisal en parlant de sa découverte, de ses propriétés mais aussi de la modélisation des types de quasi-cristaux qui nous intéressent. Dans la suite, je discuterai dans la section 3.4 l'expérience micro-onde [2] utilisée pour réaliser un quasi-crisal 2D ainsi que la procédure pour mesurer la densité d'états et les fonctions d'onde. Dans la section 3.5 je détaillerai le modèle numérique utilisé pour comparer les résultats expérimentaux obtenus. Ces résultats seront interprétés dans la section 3.8 à l'aide d'un calcul perturbatif [3].

3.2 Qu'est ce qu'un quasi-cristal ?

3.2.1 Découverte

Depuis le début du siècle dernier, on définit un cristal comme étant un solide dont les atomes se répartissent de façon périodique dans l'espace. A cette définition, l'Union Internationale de la cristallographie (IUCr) a ajouté en 1991, celle de cristal apériodique, solide sans périodicité mais présentant, comme un cristal, un spectre de diffraction essentiellement discret. Ce sont les quasi-cristaux découverts en 1982 par Dany Shechtman [84].

Alors qu'il travaillait avec un alliage de Al_6Mn, D. Shechtman, enseignant-chercheur israélien du Technion (Haifa, Israël), observe au microscope électronique à transmission la première figure de diffraction de symétrie 5, donc différent de ce qu'on attend d'un cristal c'est à dire une figure de diffraction d'ordre 2, 3, 4 et 6.

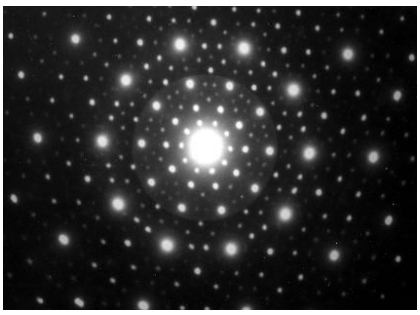


FIGURE 3.1 – Figure de diffraction d'un alliage Al_6Mn.

Par la suite, cette expérience fut reproduite par d'autres laboratoires dans le monde et de nombreux autres symétries différentes de 2, 3, 4 et 6, donc incompatible avec une structure périodique, furent également observées.

C'est ainsi que le terme quasi-cristal s'imposa progressivement pour désigner ces matériaux qui, bien que non périodiques diffractent comme des cristaux c'est à dire en formant des pics de Bragg.

3.2.2 Propriétés

La découverte des quasi-cristaux a ouvert de nouveaux domaines de recherche, et notamment en physique de la matière condensée. Ainsi, avec la fabrication de

mono-cristaux de grandes tailles, des chercheurs se sont intéressés aux propriétés électroniques et notent dans certains cas un mécanisme capable de limiter très fortement le processus de conductivité dans un quasi-crisal [85]. Contrairement aux alliages métalliques à base d'aluminium, les quasi-cristaux présentent une haute résistivité électrique qui peut atteindre celle d'un isolant. D'un autre côté les auteurs de la référence [86] s'intéressent aux propriétés de conductivité magnétique isotherme de certains quasi-cristaux, tandis-que d'autres étudient la propagation de la lumière dans des quasi-cristaux de type Fibonacci [87]. Du côté mécanique, différentes études ont été développées. Ainsi à température ambiante, les quasi-cristaux présentent une dureté élevée (environ 5 fois celle des meilleurs aciers spéciaux) alors qu'ils deviennent très fragiles à basse température [88, 89].

Bien qu'il en existe beaucoup d'autres (physique, chimique, électronique, mécanique ..), l'une des propriétés d'un quasi-cristal qui nous intéresse ici est le gap labelling qui est une propriété mathématique des quasi-cristaux.

3.2.3 Modélisation

Pour modéliser un quasi-cristal, on peut considérer deux exemples typiques : les pavages de Fibonacci (1 dimension) et les pavages de Penrose (2 dimensions).

3.2.3.1 Pavages de Fibonacci

On considère deux segments [90], un long et un court représentés respectivement par les lettres L et S. Partant d'une séquence initiale L par exemple, on construit une suite en remplaçant à chaque fois S par L et L par LS.

L
LS
LSL
LSLLS
LSLLSLSL
.....

A partir de cette suite, on peut construire un pavage unidimensionnel avec les segments L et S.

Pour avoir un quasi-cristal 1D, on peut imaginer de placer des diffuseurs classiques (du matériel réfractif par exemple) ou quantiques (des atomes par exemple)

aux extrémités des segments L et S (voir figure 3.2). Sur la figure 3.2, j'ai représenté

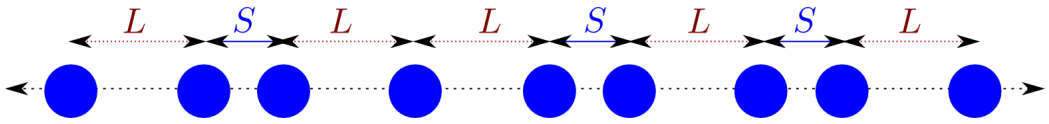


FIGURE 3.2 – Exemple d'une partie d'un quasi-crisal 1D. Ici les diffuseurs (en bleus) sont disposés selon un pavage obtenu avec la suite de Fibonacci.

une partie d'un quasi-crisal 1D de type Fibonacci. On note ici que les diffuseurs sont ordonnés et séparés par des distances L ou S, mais la disposition de ces derniers n'est pas périodique.

3.2.3.2 Pavages de Penrose

Parmi les pavages quasi-périodiques à 2D, on peut noter les pavages de Penrose [91] (*du nom de Robert Penrose*), ceux avec lesquels on a travaillé durant ce projet avec des configurations triangle et losange. Le mathématicien R. Penrose a montré

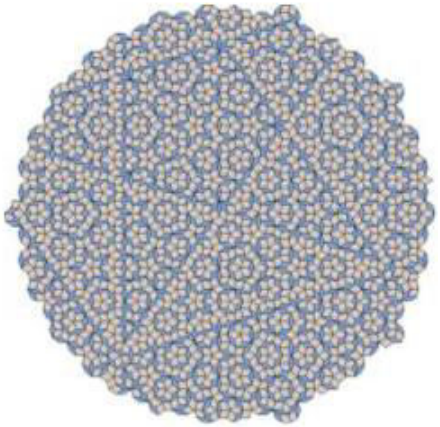


FIGURE 3.3 – Une partie d'un pavage de Penrose (symétrie 5).

que l'on peut construire des pavages du plan non périodiques et de symétrie pentagonale, dont un exemple est représenté sur figure 3.3, en utilisant seulement deux pavés en forme de losange. Chacun des deux types de losange porte une certaine décoration qui permet de spécifier les règles d'assemblage entre pavés voisins. Ces

contraintes interdisent de réaliser un pavage périodique mais autorisent néanmoins une infinité de pavages non périodiques. Les pavages de Penrose ont de remarquables propriétés de régularité. La première, appelée isomorphisme local, stipule que tout morceau d'un pavage s'y trouve répété une infinité de fois en d'autres endroits ainsi que dans tout autre pavage permis. Une autre propriété des pavages de Penrose est leur auto-similarité : on peut toujours superposer à un pavage donné un pavage du même type dont les losanges sont à une échelle plus grande d'un facteur égal au nombre d'or $(1 + \sqrt{5})/2$. Enfin, la symétrie non cristalline d'ordre 5 est manifestement présente dans tous ces pavages.

Remarque

Les pavages de Penrose du plan ont été généralisés en pavages de l'espace à trois dimensions en utilisant seulement deux volumes élémentaires en forme de rhomboèdres. Là aussi, une décoration adéquate des rhomboèdres conduit à des règles d'assemblages qui permettent de remplir tout l'espace mais qui interdisent la périodicité et garantissent une symétrie de type icosaédrique.

Pour avoir un quasi-cristal 2D, on peut placer des diffuseurs au centre ou aux sommets des losanges (ou triangles) du pavage de Penrose. Dans la figure 3.4 on

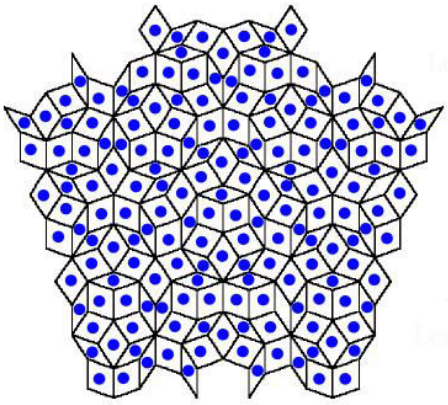


FIGURE 3.4 – Exemple d'une partie d'un quasi-crisal 2D. Ici les diffuseurs (en bleus) sont disposés aux centres des losanges d'un pavage de Penrose losange.

montre un exemple d'une partie d'un quasi-crisal 2D. Ici les diffuseurs sont disposés

au centres des losanges d'un pavage de Penrose à losanges.

Ainsi, en mesurant la densité d'états de ce type de systèmes en fonction de l'énergie, on peut avoir accès au gap labelling.

3.3 Gap Labelling

Le spectre d'énergie d'un cristal est organisé en bandes séparées par des gaps. Le nombre d'états dans chaque bande est le même et la densité d'états intégrée (IDOS), notée $\mathcal{N}(E)$

$$\mathcal{N}(E) = \int_{E_{min}}^{E} \rho(E')dE' \tag{3.2}$$

se présente sous forme d'escalier avec des marches de hauteurs identiques. Dans l'équation.(3.2), $\rho(E)$ est la densité d'états.

Pour un quasi-cristal la situation est un peu différente. L'IDOS a la forme d'un escalier mais avec des hauteurs de marches toutes différentes qui ne dépendent que de la géométrie du quasi-cristal. Ainsi il a été montré que pour des pavages de Penrose ou de Fibonacci que l'IDOS se présente sous la forme de la figure 3.5 [92, 93].

Dans la figure 3.5 $p_1, ...p_n$, $q_1, ...q_n$ sont des entiers relatifs, et $\lambda = (\sqrt{5}+1)/2$, est le nombre d'or.

Par ailleurs le nombre de marches dépend de la résolution en énergie. On peut remarquer que chaque marche est constituée de plusieurs petites marches comme le montre la figure 3.6, où je montre dans le cadre à l'intérieur de la figure un zoom de la première marche.

3.4 Mesure expérimentale

Afin de mesurer le gap labelling expérimentalement, j'ai réalisé à partir de pavages de Penrose (losange et triangle), des quasi-cristaux avec des résonateurs diélectriques agissant dans le domaine micro-onde. Cette étude est faite en collaboration avec l'équipe Physique Mésoscopique du laboratoire de physique de la matière condensée (LPMC) à Nice.

Les études de ce groupe portent sur le domaine de la propagation des ondes en milieux complexes via une approche qui combine des expériences micro-onde (mais

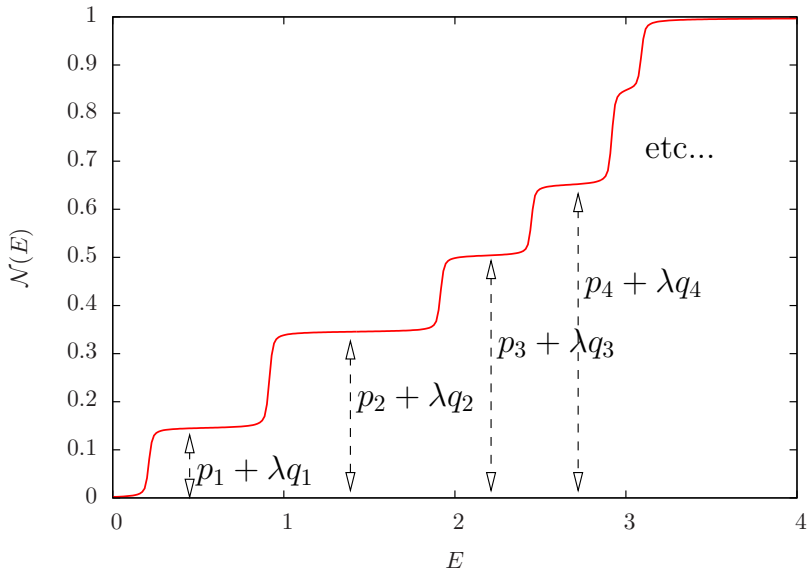


FIGURE 3.5 – IDOS d'un quasi-crisal obtenu à partir d'un pavage de type Fibonacci.

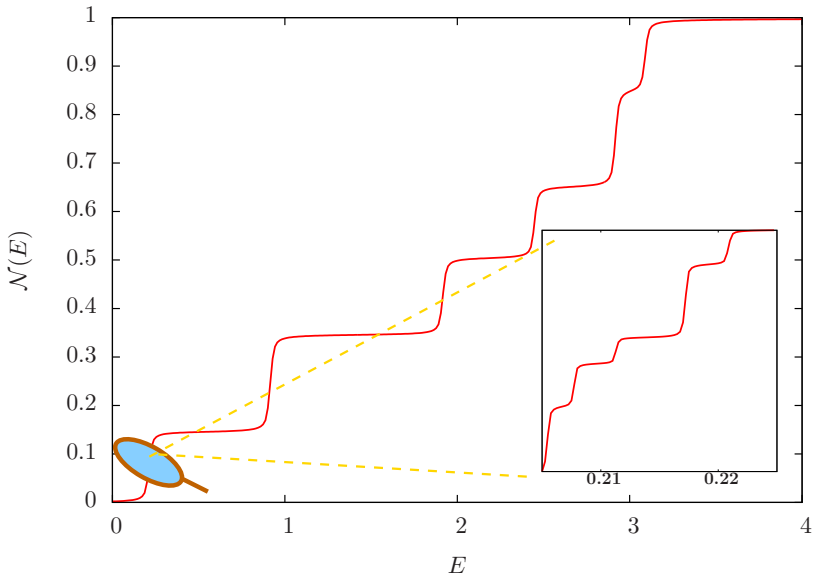


FIGURE 3.6 – Même courbe que celle de la figure 3.5, avec dans le cadre en bas à droite une zoom de la première "marche" de l'IDOS.

aussi en optique ou acoustique), à des modélisations numériques complémentaires. Récemment, les membres de cette équipe se sont particulièrement intéressés à l'effet des pertes sur la nature des résonances des cavités réelles (milieux chaotiques) ou effectives (milieux diffusifs) en étudiant par exemple la localisation forte [94], la diffusion chaotique en milieu ouvert [95] mais aussi le graphène et les système relativistes en cavités micro-onde [96].

Le principal avantage du support associé à la propagation des micro-ondes réside dans sa facilité d'implémentation dûe à ses dimensions macroscopiques (de l'ordre de quelques centimètres). Malgré cette différence d'échelle, les systèmes micro-onde et de physique quantique obéissent à des lois analogues. Formellement, dans le cas stationnaire, l'équation de Schrödinger [équation.(3.3)] qui régit le comportement d'une particule dans un potentiel variable $V(r)$ est équivalente à l'équation de Helmholtz [équation.(3.4)] décrivant le champ électromagnétique dans une cavité avec une permittivité variable $\epsilon(r)$:

$$[-\nabla^2 + \frac{2m}{\hbar^2}V(\mathbf{r})]\psi(\mathbf{r}) = \frac{2\pi}{\hbar^2}E\psi(\mathbf{r}) \tag{3.3}$$

$$[\nabla^2 + (1-\epsilon(\mathbf{r}))k^2]\Phi(\mathbf{r}) = k^2\Phi(\mathbf{r}). \tag{3.4}$$

Les similarités entre les équation (3.3) et (3.4) sont regroupées dans le tableau (3.1).

Mécanique quantique		micro-onde	
Energie E	$\leftrightarrow$	$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$	Fréquence ω
Fonction d'ondes $\psi(\mathbf{r})$	$\leftrightarrow$	$\phi(\mathbf{r}) \equiv B_z(\mathbf{r})$ ou $E_z(\mathbf{r})$	Champ EM
Potentiel $V(\mathbf{r})$	$\leftrightarrow$	$(1-n^2)k^2$	Indice n

TABLE 3.1 – Analogie entre mécanique quantique et micro-onde en cavité.

3.4.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental [2] est constitué de : une cavité micro-onde, un analyseur de réseau vectoriel et un système d e platines de translationXY(axes horizon-

tales) tous deux pilotés par ordinateur.

La cavité est constituée (voir figure 3.7) de deux plaques métalliques horizontales séparées par 17 mm entre lesquelles est placé un réseau de résonateurs diélectriques. Deux antennes notées 1 et 2 (boucle et dipôle) permettant de générer un champ électrique transverse (TE) sont introduites dans la cavité et reliées à l'analyseur de réseau. Le signal micro-onde est généré et collecté via l'analyseur de réseau et permet d'obtenir avec l'antenne 1, l'élément S_{11} de la matrice de diffusion :

$$S_{11}(\nu) = \alpha + \beta \tag{3.5}$$

avec ν fréquences des résonateurs (ici on travaille dans l'intervalle $6,4$ GHz-$6,9$ GHz), α et β respectivement parties réelle et imaginaire de S_{11}.

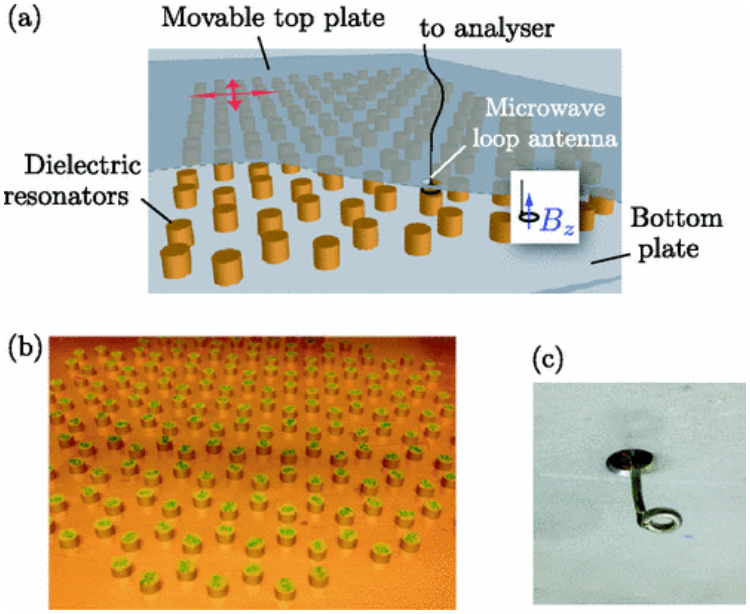


FIGURE 3.7 – Dispositif expérimental utilisé. (a) réseau de résonateurs posés sur une plaque en aluminium fixe, le tout couvert par une autre plaque mobile sur laquelle est fixée une antenne qui permet de générer et de collecter le signal micro-onde. (b) image d'un réseau hexagonal de résonateurs diélectriques. (c) Image de l'antenne *boucle* fixée sur la plaque mobile. Source : [2].

Du fait de la mobilité de la plaque supérieure sur laquelle est fixée l'antenne *boucle*, on peut sonder le champ dans toute la cavité. L'analyseur de réseau vectoriel

permet de balayer une gamme de fréquences allant de 10 MHz à 24 GHz.

Enfin, un ordinateur relié à l'analyseur permet d'effectuer les mesures. Par ailleurs, l'ordinateur permet aussi de piloter, avec une précision de 10^{-4} m, le bras mécanique indispensable pour placer les résonateurs qui composent le réseau à leurs positions.

3.4.2 Caractéristiques des résonateurs

Les résonateurs, en céramique, ont une forme cylindrique de diamètre 8 mm et de hauteur 5 mm et un indice de réfraction de $n = 6$ (donc une permittivité $\epsilon = 36$).

3.4.2.1 Résonateur isolé

En raison de la résonance de Mie [97], le signal réfléchi par un résonateur isolé présente un pic centré à $\nu_0 = 6,65$ GHz.

Ici nous nous intéressons au mode TE où la fonction d'onde ψ_0 correspond à la composante orthogonale (z) du champ magnétique à la fréquence ν_0, et à une distance r du centre du résonateur [2] : $B_z(r,z) = B_0 sin(z\pi/h)\psi_0(r)$, avec

$$\psi_0(r) = \begin{cases} J_0(\gamma_j r) & si \quad r < r_D \\ \alpha K_0(\gamma_k r) & si \quad r > r_D \end{cases} \tag{3.6}$$

où $\psi_0(0) = 1$, J_0 et K_0 fonctions de Bessel, $r_D = 4$ mm est le rayon des résonateurs.

$$\gamma_j = \sqrt{\left(\frac{2\pi\nu_0 n}{c}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{h}\right)^2} \text{ et } \gamma_k = \sqrt{\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 - \left(\frac{2\pi\nu_0}{c}\right)^2},$$

sont des constantes avec $n = 6$ indice de réfraction et $h = 17$ mm la distance entre les deux plaques.

3.4.2.2 Couplage entre 2 résonateurs

Le champ évanescent à l'extérieur des résonateurs permet un couplage entre deux résonateurs suffisamment proches. La différence de fréquence entre les deux résonances dans le cadre de la figure 3.9 est directement reliée au terme de couplage t_{ij} donné par l'expression :

$$t_{ij} = \kappa_0 \left|K_0(\gamma(r_D + d_{ij}/2))\right|^2 \tag{3.7}$$

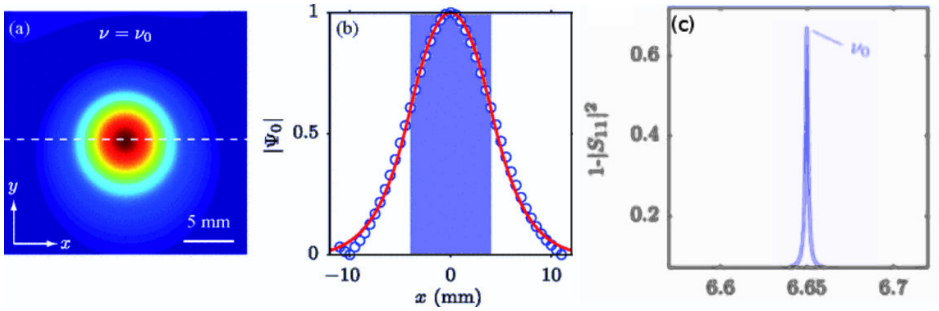


FIGURE 3.8 – Réponse d'un résonateur isolé. **(a)** Intensité de la fonction d'onde $|\psi_0|^2$ normalisé à la fréquence $\nu_0 = 6,65$ GHz. **(b)** Profile de $|\psi_0|$ suivant le trait discontinu en (a). La zone grise correspond à la position du résonateur. **(c)** signal réfléchi par un résonateur isolé. Source : [2].

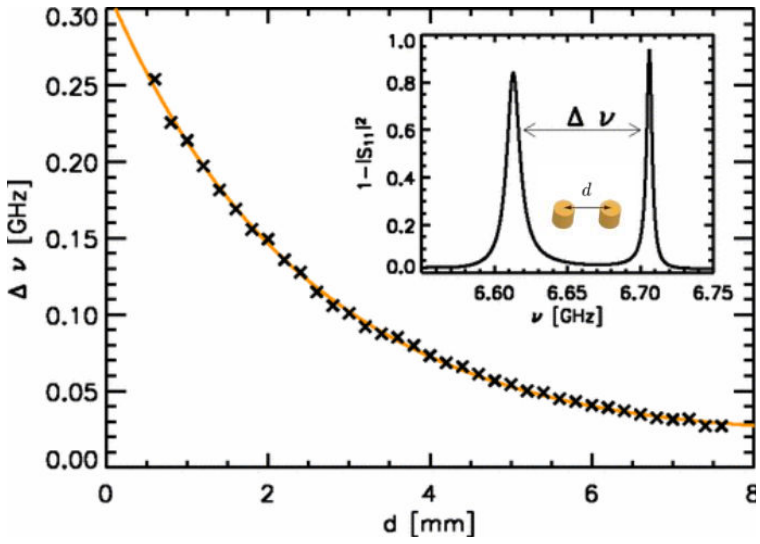


FIGURE 3.9 – Valeur du couplage entre deux résonateurs selon la distance qui les sépare (croix noires) et la fonction t_{ij} (en orange) de l'équation (3.7). Le cadre montre l'exemple du spectre pour deux résonateurs séparés d'une distance $d = 3,3$ mm [96].

avec $d_{ij} > 0$ la distance entre les bords des résonateurs i et j, $2r_D$+d_{ij} la distance entre les centres des résonateurs i et j, K_0 la fonction de Bessel modifiée, κ_0=1,82 GHz et γ=0,288 mm^{-1}.

3.4.3 Densité d'états d'un réseau de résonateurs

Pour un résonateur isolé la LDOS est proportionnelle à $1 - |S_{11}|^2$. Par contre pour un réseau de résonateurs, le calcul n'est plus le même du fait de la présence de couplage entre résonateurs. La LDOS mesurée à une position $\mathbf{r}$ est proportionnelle à la fonction g(ν) [98] :

$$\rho(\nu, \mathbf{r}) \propto g(\nu) = \phi^{'}(\nu) \frac{|S_{11}(\nu)|^2}{\left\langle |S_{11}|^2 \right\rangle_\nu} \tag{3.8}$$

avec $\phi(\nu) = arg(S_{11}(\nu))$ et $\phi'(\nu) = \dfrac{d\phi(\nu)}{d\nu}$. $|S_{11}|$ module de S_{11} à la fréquence ν et $\left\langle |S_{11}|^2 \right\rangle_\nu$ la moyenne du module carré de S_{11} sur toutes les fréquences.

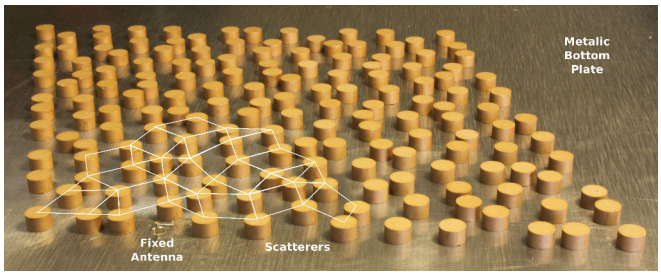


FIGURE 3.10 – Exemple d'un réseau de résonateurs.

Donc pour calculer la DOS d'un réseau de résonateurs comme celui de la figure 3.10 dont les coordonnées de chaque résonateur (site) sur le plan XY sont représentées dans la figure 3.11, on exploite la matrice S_{11}. Sur la figure 3.12 j'ai représenté l'ensemble des LDOS pour chaque site en respectant le code de couleurs de la figure 3.11. Ainsi, la densité d'états est obtenue en sommant toutes les LDOS comme la montre la figure 3.13.

Dans la section 3.6, je présenterai avec plus de détails les résultats obtenus et notamment en les comparant avec l'étude numérique détaillée dans la section 3.5.

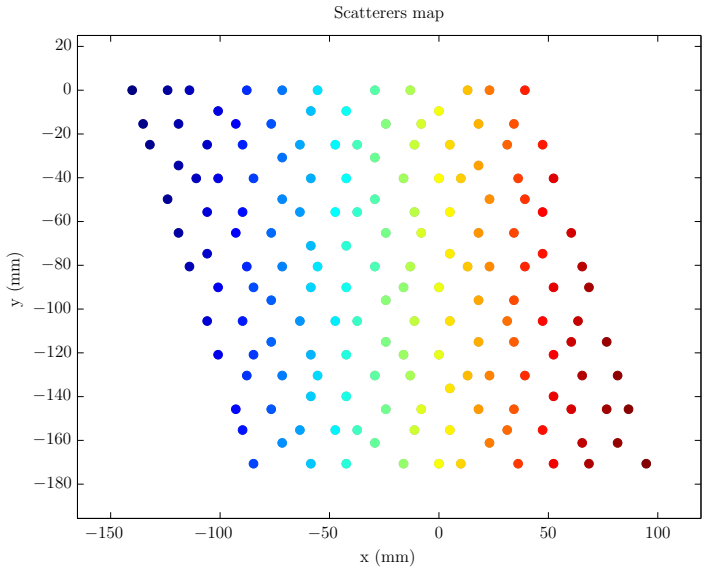


FIGURE 3.11 – Cordonnées des résonateurs sur le plan horizontal (XY).

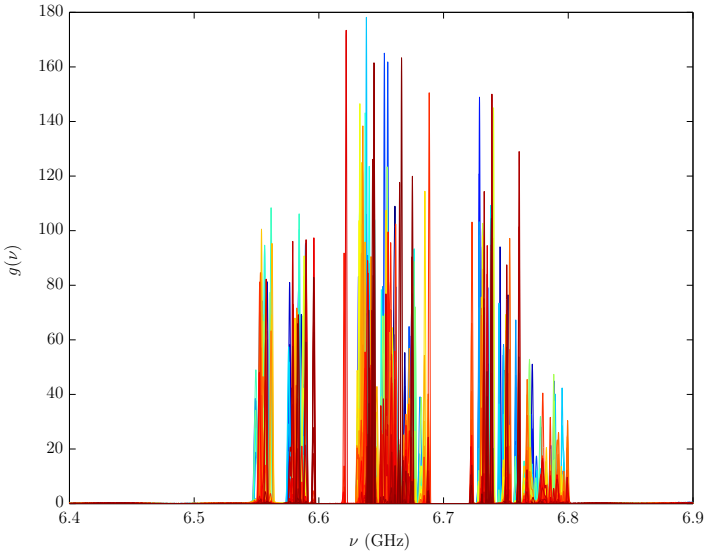


FIGURE 3.12 – LDOS au niveau de chaque site (au dessus des résonateurs) sur toute la gamme de fréquence.

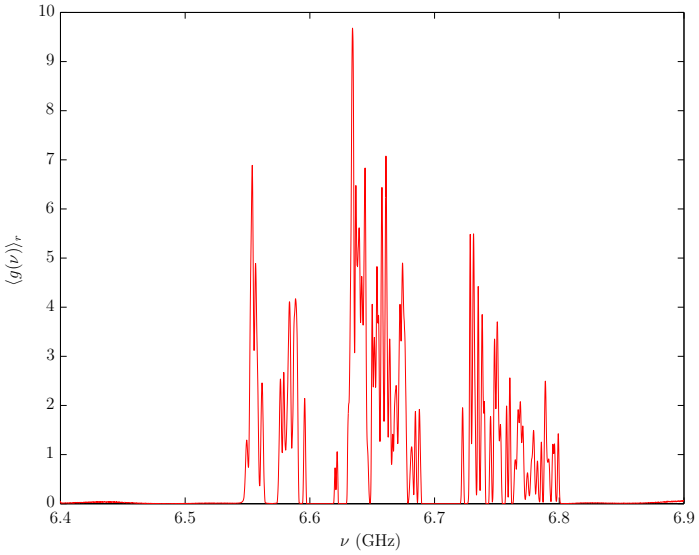


FIGURE 3.13 – Densité d'états : somme des LDOS de la figure 3.12.

3.4.4 Configurations utilisées

Avec le dispositif expérimental décrit dans la section 3.4.1, nous avons placé les résonateurs en différentes configurations de type pavages de Penrose (voir figure 3.14).

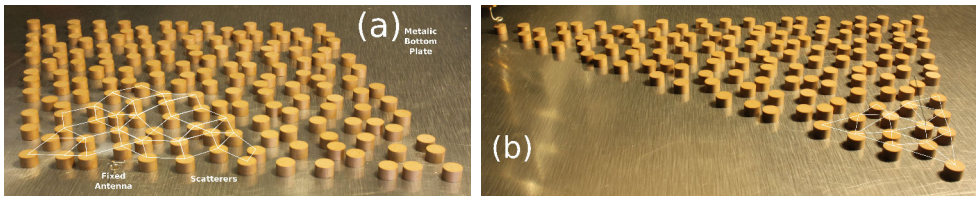


FIGURE 3.14 – Configurations *losange-vertex* **(a)** et *triangle-vertex* **(b)**.

- une configuration *losange-vertex* dont les résonateurs sont placés aux sommets des losanges [figure 3.14(a)].
- une configuration *losange-centre* dont les résonateurs sont placés aux centres des losanges.
- une configuration *triangle-vertex* dont les résonateurs sont placés aux som-

mets des triangles [figure 3.14(b)].

3.5 Modèle numérique

On considère une distribution de résonateurs de type pavage de Penrose avec les mêmes configurations décrites à la section 3.4.4. L'Hamiltonien effectif de type $tight-binding$ qui décrit ce système peut s'écrire :

$$H = E_0 \sum_i |i\rangle\langle i| + \sum_{i,j,i\neq j} t_{i,j}|i\rangle\langle j| \tag{3.9}$$

où $E_0 = 6,65$ GHz et $|i\rangle$ sont respectivement l'énergie propre et la fonction d'onde du site i et t_{ij} [voir équation.(3.7)] est l'énergie de couplage entre deux site i et j. La densité d'états est donnée par l'expression :

$$\rho(E) = \sum_l \delta(E - E_l) = \lim_{\epsilon\to 0^+} -\frac{1}{\pi} ImTr[(E + i\epsilon - H)^{-1}] \tag{3.10}$$

E_l étant les valeurs propres de H.

3.6 Résultats

Dans cette partie, je présente de manière comparative et explicative les résultats obtenus avec les calculs expérimental et numérique.

3.6.1 Densité d'états intégrée (IDOS)

Avec l'expérience micro-onde on déduit la densité d'états à partir l'équation.(3.8). Par contre, avec le modèle numérique on exploite la relation suivante :

$$Tr[G(E)] = \lim_{\epsilon\to 0^+} \frac{\partial}{\partial E} \ln\det(E + i\epsilon - H) \tag{3.11}$$

où $G(E) = \lim_{\epsilon\to 0^+} (E + i\epsilon - H)^{-1}$. Cette relation permet de calculer la densité d'états sans calculer directement la fonction de Green et donc inverser la matrice $(E+i\epsilon-H)$.

Les résultats obtenus pour l'IDOS avec l'expression (3.2) :

$$\mathcal{N}(E) = \int_{E_{min}}^{E} \rho(E')dE'$$

pour les trois configurations illustrées en 3.4.4 sont représentés dans les figures 3.15, 3.16 et 3.17. Sur ces graphes on peut noter une similitude entre les configurations

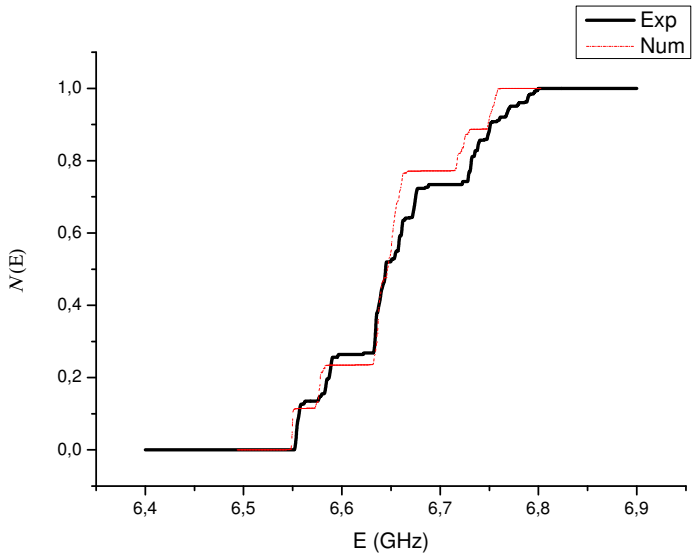


FIGURE 3.15 – IDOS expérimentale (ligne noire) et numérique (ligne discontinue rouge) de la configuration *losange-vertex* avec 164 sites.

losange-vertex et *triangle-vertex*. En effet, les types de réseaux qu'on obtient ont la même structure pour ces deux configurations étant donné qu'un triangle est une moitié d'un losange.

3.6.2 Densité d'états locale (LDOS)

L'IDOS de chaque configuration présente un nombre donné de bandes. Dans cette partie je vais regarder la LDOS pour chaque bande en intégrant tous les états dont les énergies propres sont entre les énergies minimale et maximale de chaque bande.

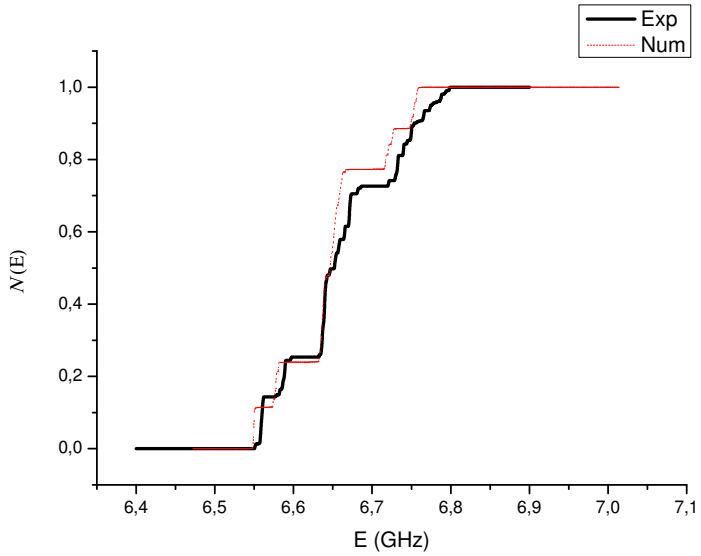


FIGURE 3.16 – IDOS expérimentale (ligne noire) et numérique (ligne discontinue rouge) de la configuration *triangle-vertex* avec 137 sites.

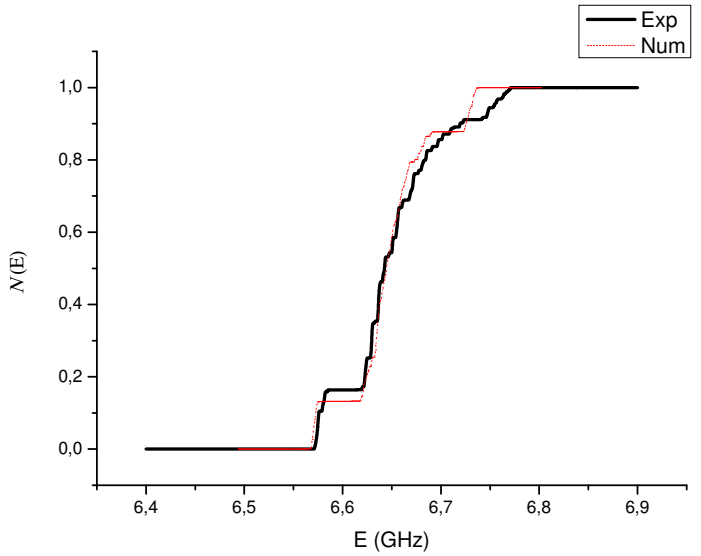


FIGURE 3.17 – IDOS expérimentale (ligne noire) et numérique (ligne discontinue rouge) de la configuration *losange-centre* avec 154 sites.

3.6.2.1 Configuration *losange-vertex*

L'IDOS de la configuration *losange-vertex* présente 5 bandes comme la montre la figure 3.18 qui représente la DOS en fonction de l'énergie.

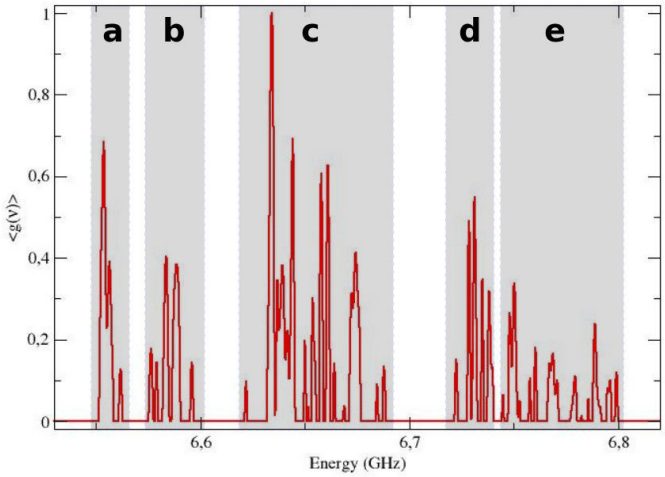


FIGURE 3.18 – Schéma des bandes à partir de la densité d'états de la configuration *losange-vertex* (données expérimentales). Pour la configuration *triangle-vertex*, on obtient la même DOS.

La LDOS (expérimentale et numérique) intégrée sur chaque bande (respectivement bande **a**, **b**, **c**, **d** et **e** de la figure 3.18) est représentée dans les figures 3.19 à 3.23.



FIGURE 3.19 – LDOS de la 1^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.20 – LDOS de la 2^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.21 – LDOS de la 3^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.22 – LDOS de la 4^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.23 – LDOS de la 5^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).

3.6.2.2 Configuration *triangle-vertex*

Comme celle de la configuration *losange-vertex*, l'IDOS de la configuration *triangle-vertex* présente aussi 5 bandes. La LDOS (expérimentale et numérique) de chaque bande est représentée dans les figures 3.24 à 3.28.



FIGURE 3.24 – LDOS de la 1^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.25 – LDOS de la 2^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.26 – LDOS de la 3^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.27 – LDOS de la 4^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.28 – LDOS de la 5^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).

3.6.2.3 Configuration *losange-centre*

L'IDOS de la configuration *losange-centre* présente 3 bandes comme on peut la constater sur la figure 3.29 qui représente la DOS en fonction de l'énergie.

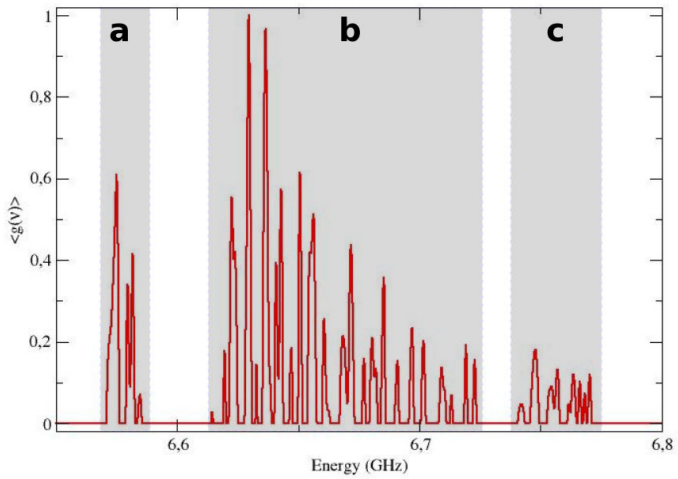


FIGURE 3.29 – Bandes de la densité d'états de la configuration *losange-centre* (données expérimentales).

La LDOS (expérimentale et numérique) de chaque bande (respectivement bande **a**, **b** et **c** de la figure 3.29) est représentée dans les figures 3.30 à 3.32.



FIGURE 3.30 – LDOS de la 1^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.31 – LDOS de la 2^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).



FIGURE 3.32 – LDOS de la 3^e bande : données expérimentales (à gauche) et numériques (à droite).

Les résultats obtenus montrent une très bonne concordance pour les LDOS obtenues avec l'expérience micro-onde et le modèle numérique. Par contre, on note un décalage au niveau des IDOS qui pourrait s'expliquer par la présence de bruits dûs :

- à l'incertitude sur la position des résonateurs dans l'expérience qui peut modifier les distances d_{ij} et donc le terme de couplage t_{ij}.
- mais aussi à une probable différence d'énergie de résonance des résonateurs dûe aux petites différences de taille des résonateurs.

Ainsi on se propose d'étudier numériquement ces possibles sources de bruits avec la configuration *losange-vertex*.

3.7 Etude numérique du bruit de la configuration *losange-vertex*

Dans cette partie, j'étudie les possibles sources de bruit sur la densité d'états du système, donc sur l'IDOS. Pour cela, on étudie l'effet dû à :

- la présence de bruit sur les positions des résonateurs. Le bras mécanique permettant de positionner les résonateurs induit une incertitude de 0.1 mm, ce qui peut affecter la valeur réelle des distances d_{ij} et donc la valeur des couplages t_{ij} [voir équation (3.7)].

Ainsi on ajoute dans l'étude numérique décrite dans la section 1.5 une incertitude (donc du bruit) sur la position des résonateurs.

La figure 3.33 montre les IDOS obtenues expérimentalement (en ligne continue noire), numériquement et sans bruit (en points rouges) et numériquement et en présence du bruit sur les positions des résonateurs (traits discontinus verts).

- la présence de bruit sur la valeur de l'énergie de résonance des résonateurs. En effet, les petites différences de taille des résonateurs peuvent causer une énergie de résonance différente au niveau de chaque site, donc une incertitude de l'ordre de $5 - 10$ MHz.

Ainsi, comme pour l'étude du bruit sur les positions, on ajoute ici une incertitude (donc du bruit) sur l'énergie de résonance des sites. La figure 3.34 montre les IDOS obtenues expérimentalement (en ligne continue noire), numériquement et sans bruit (en points rouges) et numériquement et en présence du bruit sur l'énergie de résonance des résonateurs (traits discontinus verts).

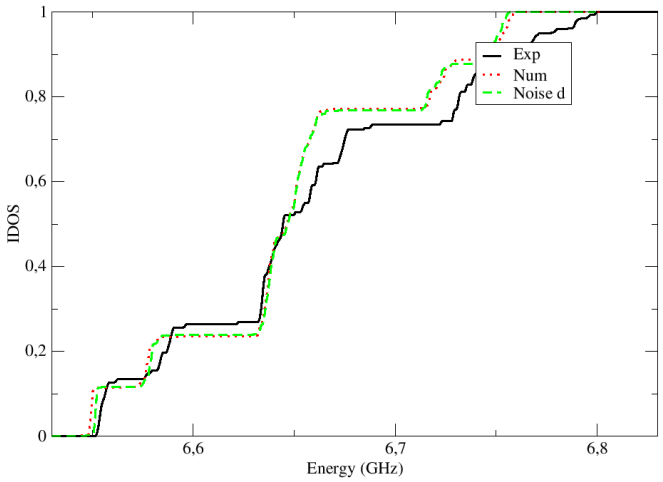


FIGURE 3.33 – Effet du bruit sur les positions des résonateurs.

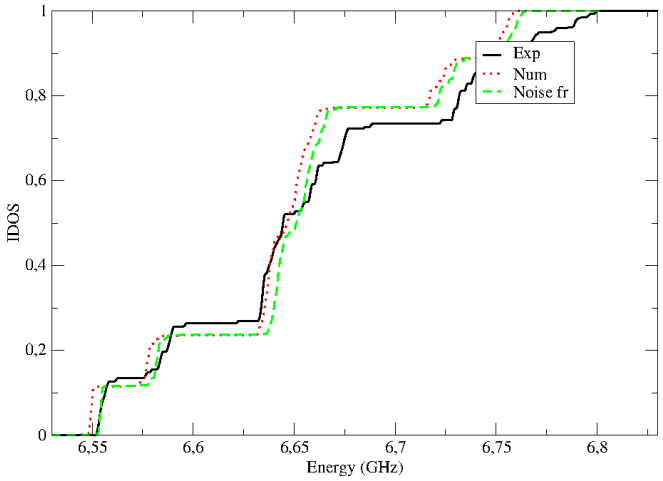


FIGURE 3.34 – Effet du bruit sur l'énergie de résonance des résonateurs.

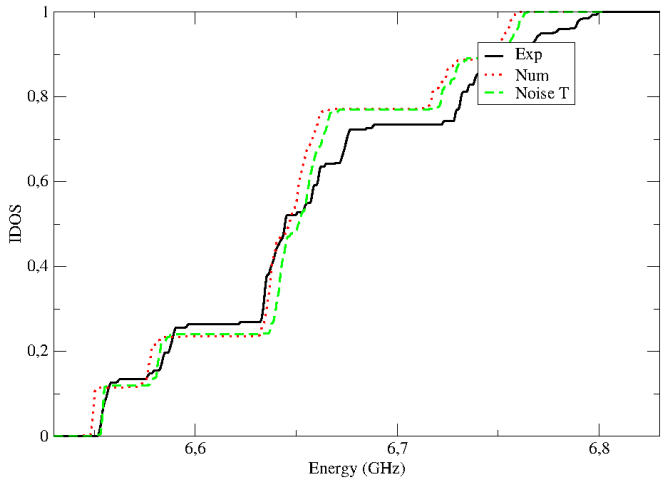


FIGURE 3.35 – Effet du bruit sur les positions des résonateurs et leur énergie de résonance.

- la présence des deux types de bruits. Pour cela on combine les deux études décrites juste avant.

La figure 3.35 montre les IDOS obtenues expérimentalement (en ligne continue noire), numériquement et sans bruit (en points rouges) et numériquement et en présence du bruit sur les positions et les énergies de résonance des résonateurs (traits discontinus verts).

Cette étude numérique nous permet de comprendre partiellement le décalage des IDOS numérique et expérimentale présentées sur les figures 3.15, 3.16 et 3.17. Ainsi on peut noter sur les figures 3.33, 3.34 et 3.35 que la courbe de l'IDOS numérique en présence de bruit(s) est plus proche de celle de l'IDOS obtenue expérimentalement que celle de l'IDOS numérique et sans bruit.

Même si la prise en compte du bruit dans l'étude numérique nous rapproche de plus des conditions de l'expérience, on note toujours un décalage important des IDOS numérique et expérimentale surtout à hautes énergies. Ceci pourrait être dû à d'autres sources de bruit comme l'écrantage entre résonateurs pour lequel on n'a pas de modèle simple qui pourrait faire l'objet d'une étude numérique ultérieure.

3.8 Interprétation des résultats

Sur les figures 3.15, 3.16 et 3.17 on peut noter :

- que comme énoncée dans la section 3.3, les hauteurs des marches des IDOS sont différentes.
- la présence de 5 bandes pour les configurations *losange-vertex* et *triangle-vertex* et de 3 bandes pour la configuration *losange-centre*.

Pour l'explication du nombre de bandes et pour comprendre le nombre d'états dans chaque bande (hauteur de chaque marche de l'IDOS et donc le gap labelling) on se focalise sur les configurations *losange-vertex* et *losange-centre* (l'explication de la configuration *triangle-vertex* étant la même que celle de la configuration *losange-vertex* comme illustrée sur la figure 3.36).

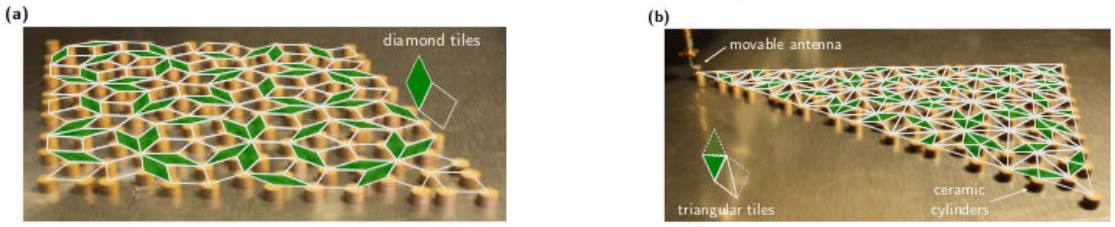


FIGURE 3.36 – Similitude entre les configurations (a) *losange-vertex* et (b) *triangle-vertex*.

3.8.1 Explication de la présence des 5 bandes et du gap labelling pour la configuration *losange-vertex*

Sur le pavage de Penrose utilisé dans ce travail de thèse (figure 3.14 **(a)**), on peut noter la présence de losanges étroits (en bleus) et ces derniers apparaissent isolés ou en doublés (voir figure 3.37) et contiennent respectivement 2 et 3 sites plus proches entre eux que tout autre site. Ces structures seront notés dans la suite respectivement *dimer* et *trimer*.

Ainsi, vue la décroissance rapide de l'énergie de couplage t_{ij} entre les sites i et j en fonction de la distance d_{ij} (voir figure 3.9) , on peut faire un résonnement perturbatif au premier ordre et donc négliger tous les autres couplages des *dimers* ou *trimers* avec tous les autres sites.

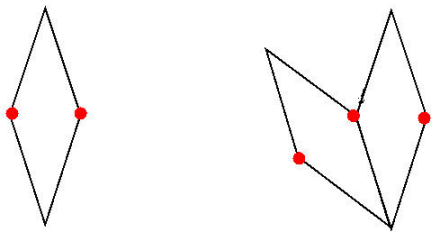


FIGURE 3.37 – Losanges étroits : isolée (à gauche) et doublés (à droite).

En nommant les sites appartenant à ces losanges $|1_t\rangle$, $|2_t\rangle$ et $|3_t\rangle$ pour les *trimers* et $|1_d\rangle$ et $|2_d\rangle$ pour les *dimers* (figure 3.38) et $|1_s\rangle$ pour tous les autres sites dont on néglige le couplage dans ce résonnement perturbatif, on peut poser l'Hamiltonien

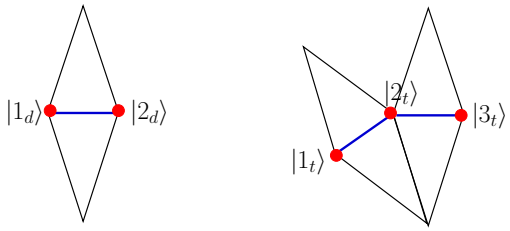


FIGURE 3.38 – *Dimer* (à gauche) et *trimer* à (droite).

perturbatif du système comme :

$$H = H_{isol} + H_{dimer} + H_{trimer}$$

avec :

$$H_{isol} = \sum_{i_s} E_0 |1_{i_s}\rangle\langle 1_{i_s}| = N_s[E_0|1_s\rangle\langle 1_s|],$$

Hamiltonien associé aux N_s états isolés $|1_s\rangle$;

$$H_{dimer} = \sum_{i_d} [E_0(|1_{i_d}\rangle\langle 1_{i_d}| + |2_{i_d}\rangle\langle 2_{i_d}|) + t_{max}(|1_{i_d}\rangle\langle 2_{i_d}| + |2_{i_d}\rangle\langle 1_{i_d}|)]$$

$$= N_d[E_0(|1_d\rangle\langle 1_d| + |2_d\rangle\langle 2_d|) + t_{max}(|1_d\rangle\langle 2_d| + |2_d\rangle\langle 1_d|)],$$

Hamiltonien associé aux N_d *dimers* $|1_d\rangle$ et $|2_d\rangle$;

$$H_{trimer} = \sum_{i_t}[E_0(|1_{i_t}\rangle\langle 1_{i_t}| + |2_{i_t}\rangle\langle 2_{i_t}| + |3_{i_t}\rangle\langle 3_{i_t}|)$$

$$+t_{max}(|1_{i_t}\rangle\langle 2_{i_t}| + |2_{i_t}\rangle\langle 1_{i_t}| + |3_{i_t}\rangle\langle 2_{i_t}| + |2_{i_t}\rangle\langle 3_{i_t}|)]$$

$$= N_t[E_0(|1_t\rangle\langle 1_t| + |2_t\rangle\langle 2_t| + |3_t\rangle\langle 3_t|) + t_{max}(|1_t\rangle\langle 2_t| + |2_t\rangle\langle 1_t| + |3_t\rangle\langle 2_t| + |2_t\rangle\langle 3_t|)],$$

Hamiltonien associé aux N_t *trimers* $|1_t\rangle$, $|2_t\rangle$ et $|3_t\rangle$.

En diagonalisant H donc (H_{isol}, H_{dimer} et H_{trimer}) :

$$E_0 - E_i = 0 \tag{3.12}$$

$$\begin{vmatrix} E_0 - E_i & t_{max} \\ t_{max} & E_0 - E_i \end{vmatrix} = 0 \tag{3.13}$$

$$\begin{vmatrix} E_0 - E_i & t_{max} & 0 \\ t_{max} & E_0 - E_i & t_{max} \\ 0 & t_{max} & E_0 - E_i \end{vmatrix} = 0 \tag{3.14}$$

on trouve les énergies propres E_i [3] :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 - \sqrt{2}t_{max} \\ E_2 &= E_0 - t_{max} \\ E_3 &= E_0 \\ E_4 &= E_0 + t_{max} \\ E_5 &= E_0 + \sqrt{2}t_{max} \end{aligned} \tag{3.15}$$

qui sont associées respectivement aux états propres $|\phi_i\rangle$:

$$\begin{aligned} |\phi_1\rangle &= |1_t\rangle - \sqrt{2}|2_t\rangle + |3_t\rangle \\ |\phi_2\rangle &= |1_d\rangle - |2_d\rangle \\ |\phi_{3,a}\rangle = |1_t\rangle - |3_t\rangle \quad et \quad |\phi_{3,b}\rangle &= |1_s\rangle \\ |\phi_4\rangle &= |1_d\rangle + |2_d\rangle \\ |\phi_5\rangle &= |1_t\rangle + \sqrt{2}|2_t\rangle + |3_t\rangle \end{aligned} \tag{3.16}$$

Ainsi, en se limitant au résonnement perturbatif au 1^{er} ordre, on aurait comme DOS 5 pics aux énergies E_i. Mais du fait de la présence d'autres termes de couplages t (t étant faible devant t_{max}) on a 5 bandes. Le profil de l'IDOS (figure 3.15) montre que :

- la 1^{re} et la 5^{me} marches ont la même hauteur ainsi que la 2^{me} et la 4^{me}. Ces hauteurs sont respectivement proportionnelles aux nombres N_t et N_d, tandis que celle de la 3^{me} marche est proportionnelle à la somme de N_s et N_t,
- les énergies propres E_i [équation(3.15)] correspondent aux barycentres des hauteurs des marches de l'IDOS de la figure 3.15.

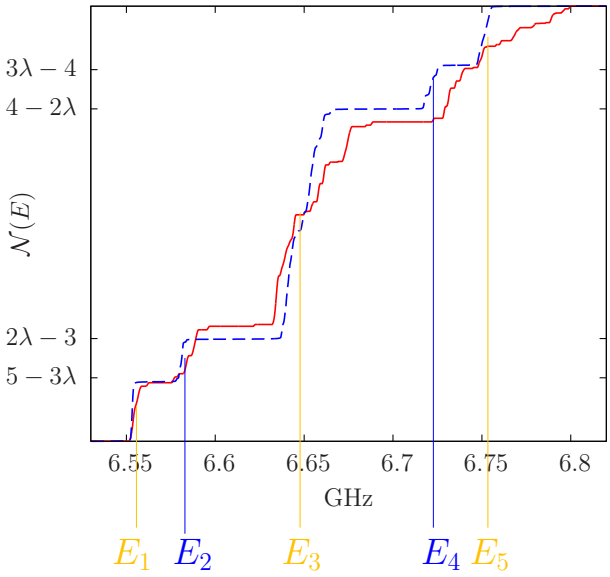


FIGURE 3.39 – Barycentres de l'IDOS de la configuration *losange-vertex*.

Sur la figure 3.39, j'ai représenté l'IDOS expérimentale (en rouge) obtenue avec 164 résonateurs et celle obtenue numériquement (bleue) avec 2665 sites (pour s'approcher de la théorie, c'est à dire pour un système avec un nombre infini de sites). Les valeurs $p+\lambda q$ en ordonnée représentent la hauteur qu'auraient les marches de la courbe dans le cas où le système est infini. Ces hauteurs dépendent de la fréquence de *dimers* (N_d/N_{total}) et de *trimers* (N_t/N_{total}) dans le système infini [3].

Les énergies E_1 et E_5 obtenues avec les *trimers*, donnent respectivement les barycentres des hauteurs de la première et de la dernière bandes de l'IDOS, tandis que

les énergies E_2 et E_4 dérivant des *dimers* correspondent respectivement aux barycentres des hauteurs de la deuxième et de la quatrième bandes de l'IDOS. L'énergie E_3 dérive des *trimers* mais aussi de tous les autre sites $|1_s\rangle$ et donne le barycentre de la hauteur de la troisième bande de l'IDOS.

D'un autre côté, on peut regarder les états propres au niveau de chaque bande de la densité d'états.

- Au niveau de la première et de la dernière bande (bandes **a** et **e** de la figure 3.18), on note dans les figures 3.19 et 3.23 l'apparition de triplets résonants. Ceci est en accords avec les états propres

  $$|\phi_1\rangle = |1_t\rangle - \sqrt{2}|2_t\rangle + |3_t\rangle$$

  et

  $$|\phi_5\rangle = |1_t\rangle + \sqrt{2}|2_t\rangle + |3_t\rangle$$

  relatifs aux valeurs propres E_1 et E_5.
- De meme, au niveau de la deuxième et de la quatrième bande (bandes **b** et **d** de la figure 3.18), on note dans les figures 3.20 et 3.22 l'apparition de doublés résonants. Ceci est en accords avec les états propres

  $$|\phi_2\rangle = |1_d\rangle - |2_d\rangle$$

  et

  $$|\phi_4\rangle = |1_d\rangle + |2_d\rangle$$

  associés aux valeurs propres E_2 et E_4.
- Pour la troisième bande (bande **c** de la figure 3.18), on note dans la figure 3.21 une résonance des sites $|1_s\rangle$ mas aussi de $|1_t\rangle$ et de $|3_t\rangle$. Ceci est en accords avec l'état propre

  $$|\phi_{3,a}\rangle = |1_t\rangle - |3_t\rangle \quad et \quad |\phi_{3,b}\rangle = |1_s\rangle$$

  associé à la valeur propre E_3.

3.8.2 Explication de la présence des 3 bandes et du gap labelling pour la configuration *losange-centre*

Pour la configuration *losange-centre*, les résonateurs situés au centre des losanges étroits apparaissant par doublés sont plus proches entre eux que tout autre résonateur du système.

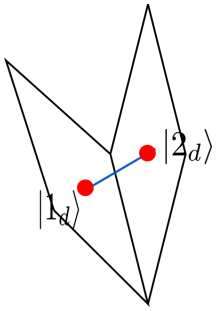


FIGURE 3.40 – Sites centraux (*dimers*) des losanges étroits doublés.

Ainsi en nommant ces sites $|1_d\rangle$ et $|2_d\rangle$ (voir figure 3.40) et $|1_s\rangle$ tous les autres sites dont on néglige le couplage dans ce résonnement perturbatif on peut poser (comme dans le cas de la configuration *losange-vertex*)

$$H = H_{isol} + H_{dimer}$$

avec

$$H_{isol} = N_{s'} E_0 |1_s\rangle\langle 1_s|,$$

Hamiltonien associé aux $N_{s'}$ états isolés $|1_s\rangle$ et

$$H_{dimer} = N_{d'}[E_0(|1_d\rangle\langle 1_d| + |2_d\rangle\langle 2_d|) + t_{max}(|1_d\rangle\langle 2_d| + |2_d\rangle\langle 1_d|)],$$

Hamiltonien associé aux $N_{d'}$ *dimers* $|1_d\rangle$ et $|2_d\rangle$.

La diagonalisation de cet Hamiltonien

$$E_0 - E_i = 0 \tag{3.17}$$

$$\begin{vmatrix} E_0 - E_i & t_{max} \\ t_{max} & E_0 - E_i \end{vmatrix} = 0 \tag{3.18}$$

donne les valeurs propres E_i :

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 - t_{max} \\ E_2 &= E_0 \\ E_3 &= E_0 + t_{max} \end{aligned} \tag{3.19}$$

et leurs états propres respectifs sont :

$$\begin{aligned} |\phi_1\rangle &= |1_d\rangle - |2_d\rangle \\ |\phi_2\rangle &= |1_s\rangle \\ |\phi_3\rangle &= |1_d\rangle + |2_d\rangle \end{aligned} \tag{3.20}$$

Ainsi, en se limitant au résonnement perturbatif au 1^{er} ordre, on aurait comme DOS 3 pics aux énergies E_i. Mais du fait de la présence d'autres termes de couplages t (t étant faible devant t_{max}) on a 3 bandes. Le profil de l'IDOS (figure 3.17) montre que :

- la 1^{re} et la 3^{me} marche ont la même hauteur qui est proportionnelle au nombre $N_{d'}$, tandis-que celle de la 2^{me} marche est proportionnelle à $N_{s'}$,
- les énergies propres E_i [équation(3.19)] correspondent aux barycentres des hauteurs des marches de l'IDOS de la figure 3.15.

Remarque

Les nombres des *trimers* N_t et des *dimers* $N_{d'}$ dans les configurations respectives *losange-vertex* (ou *triangle-vertex*) et *losange-centre* étant les mêmes car donnés par le nombre de doublés de losanges étroits, donc on a une même hauteur pour les 1^{res} et les dernières marches de l'IDOS de ces configurations.

D'un autre côté, on peut regarder les états propres au niveau de chaque bande de la densité d'états illustrée dans la figure 3.29

- Au niveau de la première et de la troisième bandes (bandes **a** et **c** de la figure 3.29), on note dans les figures 3.30 et 3.32 l'apparition de doublés résonants.

Ceci est en accords avec les états propres

$$|\phi_1\rangle = |1_d\rangle - |2_d\rangle$$

et

$$|\phi_3\rangle = |1_d\rangle + |2_d\rangle$$

relatifs aux valeurs propres E_1 et E_3.

- Pour la deuxième bande (bande **b** de la figure 3.29), on note dans la figure 3.31 une résonance des sites isolés. Ceci est en accords avec l'état propre

$$|\phi_2\rangle = |1_s\rangle$$

associé à la valeur propre E_2.

3.9 Conclusion

Dans le travail présenté dans ce présent chapitre, nous avons mesuré à l'aide d'une expérience micro-onde le *gap labelling* dans un quasi-cristal à 2D de type Penrose [3], ce qui est une première à notre connaissance. L'étude perturbatif de l' Hamiltonien du système utilisé, nous a permis de comprendre et de déterminer le nombre et la hauteur des marches du gap labelling mais aussi la distribution des états dans chaque bande de la DOS.

En outre, l'étude numérique nous a permis de comparer l'étude expérimentale avec la théorie du gap labelling qui n'est valide que pour un système infini. Pour des systèmes avec plusieurs états (sites) et une meilleure résolution de l'énergie, on pourrait mieux observer la fragmentation de chaque bande. Ainsi nous proposons d'effectuer cette étude avec un gaz d'atomes ultra-froids [99] piégé dans un réseau optique quasi-cristallin à 2D [100, 101]. Contrairement à l'expérience micro-onde où on a directement accès à la DOS donc à l'IDOS, on envisage avec les atomes ultra-froids de mesurer les zones de Brillouin [102, 103]. Ainsi, avec cette procédure on peut en déduire le nombre d'états dans chaque bande $\mathcal{N}_i$ par la relation :

$$\mathcal{N}_i = \int_{i^{me} bande} \rho(E)\, dE \propto \int_{i^{me} Zone de Brillouin} dp^2 = \mathcal{S}_i.$$

avec $\mathcal{S}_i$ la i^{me} zone de Brillouin [99].

Nous avons menées de études préliminaires à l'INLN sur le montage de condensation de Bose-Einstein. Le principe général de l'expérience est similaire à celui utilisé pour observer la rétro-diffusion cohérence du BEC [104]. Le condensat de ^{87}Rb est piégé dans une onde stationnaire verticale qui confine les atomes dans un plan horizontal. Les atomes sont ensuite illuminés par un faisceau vertical qui possède une distribution transverse d'intensité correspondant au potentiel dipolaire désiré. Cette distribution d'intensité est créé grâce à un modulateur spatial de lumière (SLM), qui est un masque de phase digital programmable. Le faisceau laser Gaussien réfléchi par le SLM est focalisé au niveau des atomes, ce qui transforme la modulation de phase en modulation d'intensité, les deux modulations étant reliées par une transformée de Fourier. La figure 3.41 montre un exemple de la distribution d'intensité quasi-périodique que l'on peut générer au niveau des atomes. Le projet visant à étudier le comportement du condensat dans ce type de potentiel est en cours actuellement.

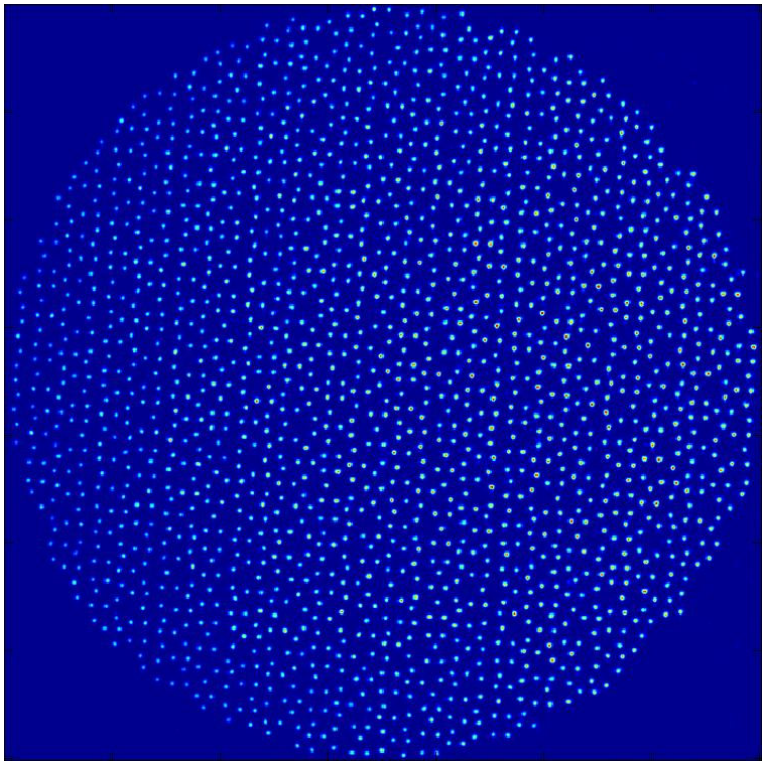


FIGURE 3.41 – Exemple de distribution d'intensité quasi-périodique généré par SLM.

Conclusion

Ce manuscript présente les travaux effectués pendant ma thèse, qui s'appuient sur deux expériences : une expérience d'atomes froids (basée sur un gros piège magnéto-optique) et une expérience de micro-ondes.

Le premier chapitre décrit la préparation et l'étude d'un très gros MOT de ^{87}Rb. Cet outil est indispensable pour la réalisation des expériences d'auto-organisation présentées dans le chapitre 2. L'étude que j'ai menée a donné des résultats intéressants comme l'existence d'une loi d'échelle unique pour la taille du MOT en fonction du nombre d'atomes sur presque quatre ordres de grandeur. Elle confirme aussi la complexité de la la physique du MOT en régime de diffusion multiple.

Le second chapitre porte sur l'étude des instabilités transverses observées lorsque deux faisceaux laser contra-propageants sont appliqués dans le gros nuage d'atomes froids décrit dans le chapitre 1. Cette étude détaillée a permis d'identifier trois mécanismes distincts de nonlinéarité donnant lieu à des instabilités : la nonlinéarité électronique, la nonlinéarité opto-mécanique et la nonlinéarité de spin. Ces résultats originaux ouvrent la voie à de possibles extensions à un échantillon à la dégénérescence quantique.

Le chapitre 3 s'intéresse à la propriété de gap labelling dans les quasicristaux bidimensionnels. J'ai commencé par effectuer une étude numérique de ce système. J'ai ensuite participé à une mise en oeuvre expérimentale dans le domaine des micro-ondes, grâce à une collaboration avec l'équipe MOSAIQ du LPMC. Le modèle numérique utilisé m'a permis de comparer l'étude expérimentale et la théorie du gap labelling qui n'est valide que pour un système infini. Le nombre de sites fini de notre système, limite la résolution de l'énergie et donc empêche de mieux observer la fragmentation de chaque bande.

Les travaux décrits dans les chapitres 2 et 3 ouvrent la voie à de possibles extensions dans le domaines des atomes ultra-froids, qui font partie de projets à l'étude

sur le montage de condensation de Bose-Einstein à L'INLN.

Publications

Liste des articles publiés durant ma thèse :

[52] **Optical pattern formation with a two-level nonlinearity.**
A. Camara, R. Kaiser, G. Labeyrie, W. J. Firth, G.-L. Oppo, G. R. M. Robb, A. S. Arnold, and T. Ackemann.
Phys. Rev. A **92**, 013820, (2015).

[1] **Scaling behavior of a very large magneto-optical trap.**
A. Camara, R. Kaiser, and G. Labeyrie.
Phys. Rev. A **90**, 063404, (2014).

Liste des articles soumis durant ma thèse, ou en préparation :

[3] **Energy landscape in two-dimensional Penrose-tiled quasicrystal.**
P. Vignolo, M. Bellec, J. Boehm, A. Camara, J.-M. Gambaudo, U. Kuhl, and F. Mortessagne.
ArXiv e-prints **1411.1234**, November 2014.

[53] **In preparation.**
G. Labeyrie and A. Camara et al.
(2015).

Table des figures

1.1 Dispositif de l'expérience de BEC de ^{87}Rb à l'INLN 4
1.2 Principe du refroidissement Doppler. 9
1.3 Dépendance de la force avec la vitesse [15]. 10
1.4 Principe du piège magnéto-optique. 11
1.5 Schéma expérimental MOT 3D. 12
1.6 Raie D2 de l'atome ^{87}Rb. 13
1.7 Signaux d'absorption saturée. 14
1.8 Génération des faisceaux "MOT" 15
1.9 Génération des faisceaux repompeur. 16
1.10 Schéma du MOT. 17
1.11 Génération du faisceau sonde. 18
1.12 Génération du faisceau spompe. 18
1.13 Enceinte à vide. 19
1.14 Courbe du champ magnétique résiduel. 20
1.15 Photo de l'expérience avec un MOT. 21
1.16 Transmission en fonction de δ. 22
1.17 Séquence de chargement et d'acquisition d'image du MOT. 23
1.18 Profils de fluorescence. 24
1.19 Image de fluorescence et profils du MOT. 25
1.20 Images du nuage après différents temps de vol. 26
1.21 Processus de répulsion inter-atomique. 28
1.22 Taille et profils de densité en fonction de N de [10]. 30
1.23 Variation du diamètre D des faisceaux piège. 32
1.24 Variation du nombre d'atomes dans le VLMOT. 33
1.25 Vitesse de capture en fonction de D. 34

1.26 Images de fluorescence du VLMOT. 35
1.27 Variation de la taille du VLMOT. 36
1.28 Densité spatiale et b_0. 39
1.29 Profils de fluorescence du nuage. 41
1.30 Evolution de σ_R/σ_L en fonction de ϵ [31]. 43
1.31 Ellipticité du nuage. 43
1.32 Ellipticité du nuage en fonction de δ_{MOT}. 44

2.1 Configurations et structures optiques auto-organisées. 48
2.2 Mécanisme d'auto-organisation avec *feedback*. 50
2.3 Variation de l'indice du nuage. 53
2.4 Orientation =f(I,B). 55
2.5 Setup *feedback*. 57
2.6 Séquence pour l'application de la pompe. 57
2.7 Setup pompes indépendantes. 58
2.8 Patterns électroniques (NF et FF). 60
2.9 Etendue patterns électronique. 61
2.10 Patterns électronique dans le rouge. 62
2.11 Saturation patterns électroniques. 63
2.12 Patterns électronique en FF. 64
2.13 $\Lambda(d)$ patterns électronique. 65
2.14 P_d =f(t_{pump}). 67
2.15 Setup opto-mécanique. 68
2.16 Contraste patterns "sonde" =f(Δt). 69
2.17 Contrastes patterns "pompe" et "sonde". 70
2.18 Etendue patterns opto-mécanique. 72
2.19 Patterns opto-mécanique dans le rouge. 73
2.20 Patterns opto-mécanique modifié. 73
2.21 Seuils en OD des instabilités électronique et opto-mécanique. 74
2.22 $\Lambda(d)$ patterns opto-mécanique. 75
2.23 Evolution de $P_d(d)$. 76
2.24 Résultats théoriques d'instabilité opto-mécanique. 78
2.25 Setup instabilités de spin. 79
2.26 Différentes instabilités de spin. 80

2.27 Images en FF d'instabilités de polarisation. 80
2.28 vs étendue polarisation et opto-mécanique. 81
2.29 Instabilité de polarisation en FF et $P(B)$. 82
2.30 Instabilité de polarisation =f(I). 83
2.31 $P_d(B_y)$ et $\Delta B_y(I)$. 84
2.32 Symétrie patterns de polarisation. 84
2.33 Symétrie observées dans différents canaux. 85
2.34 $\Lambda(d)$ des patterns de polarisation. 86
2.35 Patterns dans le rouge avec PBS dans la boucle. 87
2.36 Puissance détectée (pompes indépendantes). 88
2.37 Puissance détectée =f(B,I), PI. 89
2.38 vs étendue patterns de polarisation avec et sans PBS. 90
2.39 Indépendance de Λ vis-à-vis de d pour $\delta < 0$ et en présence d'un PBS dans la boucle de rétro-action. 91
2.40 θ_d=f(L_z du nuage). 92
2.41 Patterns observés avec des pompes indépendantes. 93
2.42 P_d PI en // et $\perp$. 94
2.43 $P_d = f(B_{x,y,z})$, PI. 94
2.44 Patterns polarisation circulaire =f(I). 95

3.1 Figure de diffraction d'un alliage Al_6Mn. 100
3.2 Quasicristal 1D. 102
3.3 Une partie d'un pavage de Penrose (symétrie 5). 102
3.4 Quasicristal 3D. 103
3.5 IDOS d'un quasi-crisal. 105
3.6 Zoom d'un IDOS d'un quasi-crisal 105
3.7 Setup μ-onde. 107
3.8 Résonateur isolé. 109
3.9 Valeur du couplage entre deux résonateurs. 109
3.10 Exemple d'un réseau de résonateurs. 110
3.11 Cordonnées des résonateurs sur le plan horizontal (XY). 111
3.12 LDOS au niveau de chaque site. 111
3.13 Densité d'états. 112
3.14 Configurations. 112

3.15 IDOS *losange-vertex*. 114
3.16 IDOS *triangle-vertex*. 115
3.17 IDOS *losange-centre*. 115
3.18 DOS *losange-vertex*. 116
3.19 LDOS de la 1^e bande (LV). 117
3.20 LDOS de la 2^e bande (LV). 117
3.21 LDOS de la 3^e bande (LV). 117
3.22 LDOS de la 4^e bande (LV). 118
3.23 LDOS de la 5^e bande (LV). 118
3.24 LDOS de la 1^e bande (TV). 119
3.25 LDOS de la 2^e bande (TV). 119
3.26 LDOS de la 3^e bande (TV). 120
3.27 LDOS de la 4^e bande (TV). 120
3.28 LDOS de la 5^e bande (TV). 120
3.29 DOS *losange-centre*. 121
3.30 LDOS de la 1^e bande (LC). 122
3.31 LDOS de la 2^e bande (LC). 122
3.32 LDOS de la 3^e bande (LC). 122
3.33 Effet du bruit sur les positions des résonateurs. 124
3.34 Effet du bruit sur l'énergie de résonance des résonateurs. 124
3.35 Effet du bruit sur les positions des résonateurs et leur énergie de résonance. 125
3.36 Similitude entre les configurations (a) *losange-vertex* et (b) *triangle-vertex*. 126
3.37 Losanges étroits. 127
3.38 *Dimer* et *trimer*. 127
3.39 Barycentres de l'IDOS *losange-vertex* 129
3.40 Sites centraux (*dimers*) des losanges étroits doublés. 131
3.41 Exemple de distribution d'intensité quasi-périodique généré par SLM. 134

Bibliographie

[1] A. Camara, R. Kaiser, and G. Labeyrie. Scaling behavior of a very large magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 90 :063404, 2014.

[2] Matthieu Bellec, Ulrich Kuhl, Gilles Montambaux, and Fabrice Mortessagne. Topological transition of dirac points in a microwave experiment. *Phys. Rev. Lett.*, 110 :033902, 2013.

[3] P. Vignolo, M. Bellec, J. Boehm, A. Camara, J.-M. Gambaudo, U. Kuhl, and F. Mortessagne. Energy landscape in two-dimensional Penrose-tiled quasicrystal. *ArXiv e-prints*, November 2014.

[4] E. L. Raab, M. Prentiss, Alex Cable, Steven Chu, and D. E. Pritchard. Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :2631–2634, Dec 1987.

[5] Jean-François Schaff. *Shortcuts to adiabaticity for ultracold gases*. Theses, Atomic Physics [physics.atom-ph]. Université Nice Sophia Antipolis. English. <tel-00689017>, September 2011.

[6] G. Labeyrie, F. Michaud, and R. Kaiser. Self-sustained oscillations in a large magneto-optical trap. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :023003, Jan 2006.

[7] David Wilkowski, Jean Ringot, Daniel Hennequin, and Jean Claude Garreau. Instabilities in a magneto-optical trap : Noise-induced dynamics in an atomic system. *Phys. Rev. Lett.*, 85 :1839–1842, Aug 2000.

[8] Andrea di Stefano, Marie Fauquembergue, Philippe Verkerk, and Daniel Hennequin. Giant oscillations in a magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 67 :033404, Mar 2003.

[9] T. Pohl, G. Labeyrie, and R. Kaiser. Self-driven nonlinear dynamics in magneto-optical traps. *Phys. Rev. A*, 74 :023409, Aug 2006.

[10] G L Gattobigio, T Pohl, G Labeyrie, and R Kaiser. Scaling laws for large magneto-optical traps. *Physica Scripta*, 81(2) :025301, 2010.

[11] R. O. Frisch. *Z. Phys.*, 86 :42–48, 1933.

[12] Philippe Verkerk. Light-matter interaction / laser cooling and trapping. *Formation doctorale : Manipulation de gaz quantiques dégénérés (école de Physique LES HOUCHES)*, Sept 2013.

[13] T. W. Hänsch, S. A. Lee, R. Wallenstein, and C. Wieman. Doppler-free two-photon spectroscopy of hydrogen $1s - 2s$. *Phys. Rev. Lett.*, 34 :307–309, Feb 1975.

[14] D. Wineland and H. Dehmelt. *Bulletin of the American Physical Society*, 20 :637, 1975.

[15] H. J. Metcalf and P. van der Straten. Laser cooling and trapping of atoms. *Journal of the Optical Society of America B*, 20.

[16] C. J. Pethick and H. Smith. Bose-einstein condensation in dilute gases. *First edition (Cambridge University Press*, 2002.

[17] V. S. Letokhov, V. G. Minogin, and B. D. Pavlik. Cooling and capture of atoms and molecules by a resonant light field. *JETP*, 45 :698, 1977.

[18] D. J. Wineland and W. M. Itano. Laser cooling of atoms. *Physical Review A*, 20 :1521, 1979.

[19] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11) :2023–2045, Nov 1989.

[20] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, and Steven Chu. Optical molasses and multilevel atoms : theory. *J. Opt. Soc. Am. B*, 6(11) :2058–2071, Nov 1989.

[21] C. Cohen-Tadalinnoudji. “atomic motion in laser light”, in “fundamental systems in quantum optics”. *Les Houches, Session LIII, 1990, ed. by J. Dalibard, J.M. Raimond and J. Zinn Justin, pp. 1-164 (Elsevier Science Publisher B.V., 1992).*

[22] Jean Dalibard. Notes de cours : Atomes ultra-froids. www.phys.ens.fr/ dalibard/notes_de_cours/dea_atomes_froids_actuel.pdf.

[23] G. Labeyrie, D. Delande, C.A. Müller, C. Miniatura, and R. Kaiser. Multiple scattering of light in a resonant medium. *Optics Communications*, 243(1–6) :157 – 164, 2004.

[24] Kurt E. Gibble, Steven Kasapi, and Steven Chu. Improved magneto-optic trapping in a vapor cell. *Opt. Lett.*, 17(7) :526–528, Apr 1992.

[25] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, and C. Wieman. Very cold trapped atoms in a vapor cell. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :1571–1574, Sep 1990.

[26] Thad Walker, David Sesko, and Carl Wieman. Collective behavior of optically trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 64 :408–411, Jan 1990.

[27] J. Dalibard. Laser cooling of an optically thick gas : The simplest radiation pressure trap ? *Optics Communications*, 68(3) :203 – 208, 1988.

[28] C. G. Townsend, N. H. Edwards, C. J. Cooper, K. P. Zetie, C. J. Foot, A. M. Steane, P. Szriftgiser, H. Perrin, and J. Dalibard. Phase-space density in the magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 52 :1423–1440, Aug 1995.

[29] Kihwan Kim, Heung-Ryoul Noh, Hyun-Ji Ha, and Wonho Jhe. Direct observation of the sub-doppler trap in a parametrically driven magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 69 :033406, Mar 2004.

[30] K. Overstreet, P. Zabawa, J. Tallant, A. Schwettmann, and J. Shaffer. Multiple scattering and the density distribution of a cs mot. *Opt. Express*, 13(24) :9672–9682, Nov 2005.

[31] Rudy Romain, Hélène Louis, Philippe Verkerk, and Daniel Hennequin. Measuring the reabsorption cross section of a magneto-optical trap. *Phys. Rev. A*, 89 :053425, May 2014.

[32] A. M. Steane, M. Chowdhury, and C. J. Foot. Radiation force in the magneto-optical trap. *J. Opt. Soc. Am. B*, 9(12) :2142–2158, Dec 1992.

[33] A. M. Turing. The chemical basis of morphogenesis. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B, Biological Sciences*, 237(641) :pp. 37–72, 1952.

[34] Q. Ouyang and H. L. Swinney. Transition from a uniform state to hexagonal and striped Turing patterns. *Nature*, 352 :610–612, 1991.

[35] M. C. Cross and P. C. Hohenberg. Pattern formation outside of equilibrium. *Rev. Mod. Phys.*, 65 :851–1112, 1993.

[36] H. Benard. *Ann. Chim. Phys.*, 7 :62, 1900.

[37] Lord Rayleigh. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 93 :148, 1916.

[38] Eric Karsenti. Self-organization in cell biology : a brief history. *Nat Rev Mol Cell Biol*, 9 :255–262, 2008.

[39] F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza, and S. Residori. Experimental evidence of chaotic itinerancy and spatiotemporal chaos in optics. *Phys. Rev. Lett.*, 65 :2531–2534, 1990.

[40] F. T. Arecchi, S. Boccaletti, and P. L. Ramazza. Pattern formation and competition in nonlinear optics. *Phys. Rep.*, 318 :1–83, 1999.

[41] Chr. Tamm. Frequency locking of two transverse optical modes in a laser. *Phys. Rev. A*, 38 :5960–5963, 1988.

[42] R. Macdonald and H. J. Eichler. Spontaneous optical pattern formation in a nematic liquid crystal with feedback mirror. *Opt. Commun.*, 89 :289–295, 1992.

[43] M. Tamburrini, M. Bonavita, S. Wabnitz, and E. Santamato. Hexagonally patterned beam filamentation in a thin liquid-crystal film with a single-feedback mirror. *Opt. Lett.*, 18 :855–857, 1993.

[44] E. Pampaloni, S. Residori, and F. T. Arecchi. Roll-hexagon transition in a Kerr-like experiment. *Europhys. Lett.*, 24 :647–652, 1993.

[45] R. Neubecker, G.-L. Oppo, B. Thuering, and T. Tschudi. Pattern formation in a liquid crystal light valve with feedback, including polarization, saturation, and internal threshold effects. *Phys. Rev. A*, 52 :791–808, 1995.

[46] R. R. Alfano and S. L. Shapiro. Observation of self-phase modulation and small-scale filaments in crystals and glasses. *Phys. Rev. Lett.*, 24 :592–594, Mar 1970.

[47] A. Ytariv and D.M. Pepper. *Opt. Lett.*, 1 :16, 1977.

[48] G. Grynberg, A. Maître, and A. Petrossian. Flowerlike patterns generated by a laser beam transmitted through a rubidium cell with a single feedback mirror. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :2379–2382, 1994.

[49] C. Michel, M. Haelterman, P. Suret, S. Randoux, R. Kaiser, and A. Picozzi. Thermalization and condensation in an incoherently pumped passive optical cavity. *Phys. Rev. A*, 84 :033848, Sep 2011.

[50] T. Ackemann and W. Lange. Non- and nearly hexagonal patterns in sodium vapor generated by single-mirror feedback. *Phys. Rev. A*, 50 :R4468–R4471, 1994.

[51] G. Labeyrie, E. Tesio, P.M. Gomes, G.L. Oppo, W.J. Firth, R.M. Robb, A.S. Arnold, R. Kaiser, and T. Ackemann. Optomechanical self-structuring in a cold atomic gas. *Nat Photon*, 8 :321–325, 2014.

[52] A. Camara, R. Kaiser, G. Labeyrie, W. J. Firth, G.-L. Oppo, G. R. M. Robb, A. S. Arnold, and T. Ackemann. Optical pattern formation with a two-level nonlinearity. *Phys. Rev. A*, 92 :013820, Jul 2015.

[53] G. Labeyrie and A. Camara et *al*. *In preparation.*, 2015.

[54] Joel A. Greenberg, Bonnie L. Schmittberger, and Daniel J. Gauthier. Bunching-induced optical nonlinearity and instability in cold atoms. *Opt. Express*, 19(23) :22535–22549, Nov 2011.

[55] J. A. Greenberg and D. J. Gauthier. Steady-state, cavityless, multimode superradiance in a cold vapor. *Phys. Rev. A*, 86 :013823, 2012.

[56] Guillaume Labeyrie and Umberto Bortolozzo. Light self-trapping in a large cloud of cold atoms. *Opt. Lett.*, 36(11) :2158–2160, Jun 2011.

[57] G. Labeyrie, G. L. Gattobigio, T. Chanelière, G. L. Lippi, T. Ackemann, and R. Kaiser. Nonlinear lensing mechanisms in a cloud of cold atoms. *The European Physical Journal D*, 41(2) :337–348, 2007.

[58] G. Labeyrie, T. Ackemann, B. Klappauf, M. Pesch, G.L. Lippi, and R. Kaiser. Nonlinear beam shaping by a cloud of cold rb atoms. *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular, Optical and Plasma Physics*, 22(3) :473–483, 2003.

[59] Franck Michaud, Giovanni-Luca Gattobigio, Jose W. R. Tabosa, and Robin Kaiser. Interference between raman gain and four-wave mixing in cold atoms. *J. Opt. Soc. Am. B*, 24(10) :A40–A47, Oct 2007.

[60] G. L. Gattobigio, F. Michaud, J. Javaloyes, J. W. R. Tabosa, and R. Kaiser. Bunching-induced asymmetry in degenerate four-wave mixing with cold atoms. *Phys. Rev. A*, 74 :043407, Oct 2006.

[61] T. Chanelière, D. Wilkowski, Y. Bidel, R. Kaiser, and C. Miniatura. Saturation-induced coherence loss in coherent backscattering of light. *Phys. Rev. E*, 70 :036602, Sep 2004.

[62] G. Labeyrie. Coherent transport of light in cold atoms. *Modern Physics Letters B*, 22(02) :73–99, 2008.

[63] William Guerin, Franck Michaud, and Robin Kaiser. Mechanisms for lasing with cold atoms as the gain medium. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :093002, Aug 2008.

[64] Q. Baudouin, N. Mercadier, V. Guarrera, W. Guerin, and R. Kaiser. A cold-atom random laser. *Nat Phys*, 9, 2013.

[65] W. J. Firth. Spatial instabilities in a Kerr medium with single feedback mirror. *J. Mod. Opt.*, 37 :151–153, 1990.

[66] G. D'Alessandro and W. J. Firth. Spontaneous hexagon formation in a nonlinear optical medium with feedback mirror. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :2597–2600, 1991.

[67] E. Ciaramella, M. Tamburrini, and E. Santamato. Talbot assisted hexagonal beam patterning in a thin liquid crystal film with a single feedback mirror at negative distance. *Appl. Phys. Lett.*, 63 :1604–1606, 1993.

[68] T. Ackemann and W. Lange. Optical pattern formation in alkali metal vapors : Mechanisms, phenomena and use. *Appl. Phys. B*, 72 :21–34, 2001.

[69] E. Tesio, R.M̃. Robb, G. T. Ackemann, J. Firth, W. and G.-L. Oppo. Kinetic theory for transverse optomechanical instabilities. *Phys. Rev. Lett.*, 112 :043901, Jan 2014.

[70] Bonnie L. Schmittberger and Daniel J. Gauthier. Enhancing light-atom interactions via atomic bunching. *Phys. Rev. A*, 90 :013813, Jul 2014.

[71] G. L. Gattobigio, F. Michaud, J. Javaloyes, J. W. R. Tabosa, and R. Kaiser. Bunching-induced asymmetry in degenerate four-wave mixing with cold atoms. *Phys. Rev. A*, 74 :043407, Oct 2006.

[72] G. A. Muradyan, Y. Wang, W. Williams, and M. Saffman. Absolute instability and pattern formation in cold atomic vapors, September 6-9, 2005 2005. *Nonlinear Guided Waves*, OSA topical meeting technical digest, paper ThB29.

[73] E. Tesio, G. R. M. Robb, T. Ackemann, W. J. Firth, and G.-L. Oppo. Spontaneous optomechanical pattern formation in cold atoms. *Phys. Rev. A*, 86 :031801, Sep 2012.

[74] G. Labeyrie, C. Miniatura, and R. Kaiser. Large faraday rotation of resonant light in a cold atomic cloud. *Phys. Rev. A*, 64 :033402, Aug 2001.

[75] T. Ackemann, Yu. A. Logvin, A. Heuer, and W. Lange. Transition between positive and negative hexagons in optical pattern formation. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3450–3453, Nov 1995.

[76] A. Aumann, E. Große Westhoff, T. Ackemann, and W. Lange. Magnetic field control over microscopic symmetry properties of an optical pattern-forming system : experiment. *J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt.*, 2 :421–425, 2000.

[77] A. Petrossian, M. Pinard, A. Maître, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg. Transverse-pattern formation for counterpropagating laser beams in rubidium vapour. *EPL (Europhysics Letters)*, 18(8) :689, 1992.

[78] A. Aumann, E. Büthe, Yu. A. Logvin, T. Ackemann, and W. Lange. Polarized patterns in sodium vapor with single mirror feedback. *Phys. Rev. A*, 56 :R1709–R1712, 1997.

[79] A. J. Scroggie and W. J. Firth. Pattern formation in an alkali-metal vapor with a feedback mirror. *Phys. Rev. A*, 53 :2752–2764, Apr 1996.

[80] Yu A Logvin, A Aumann, M Tegeler, T Ackemann, and W Lange. Magnetic field control over microscopic symmetry properties of an optical pattern-forming system : theory. *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics*, 2(3) :426, 2000.

[81] Joel A. Greenberg and Daniel J. Gauthier. High-order optical nonlinearity at low light levels. *EPL (Europhysics Letters)*, 98(2) :24001, 2012.

[82] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke, and T. Esslinger. Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity. *Nature*, 464 :1301–1307, 2010.

[83] Sarang Gopalakrishnan, Benjamin L. Lev, and Paul M. Goldbart. Emergent crystallinity and frustration with bose-einstein condensates in multimode cavities. *Nat Phys*, 5 :845–850, 2009.

[84] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, and J. W. Cahn. Metallic phase with long-range orientational order and no translational symmetry. *Phys. Rev. Lett.*, 53 :1951–1953, Nov 1984.

[85] E. S. Zijlstra. Limited conductivity in an octagonal quasicrystal. *Phys. Rev. B*, 66 :214202, Dec 2002.

[86] S. J. Poon, F. S. Pierce, and Q. Guo. Magnetoconductivity of quasicrystals in the insulating regime. *Phys. Rev. B*, 51 :2777–2779, Feb 1995.

[87] Mher Ghulinyan, Claudio J. Oton, Luca Dal Negro, Lorenzo Pavesi, Riccardo Sapienza, Marcello Colocci, and Diederik S. Wiersma. Light-pulse propagation in fibonacci quasicrystals. *Phys. Rev. B*, 71 :094204, Mar 2005.

[88] J-M Dubois. The applied physics of quasicrystals. *Physica Scripta*, 1993(T49A) :17, 1993.

[89] N.K Mukhopadhyay, G.C Weatherly, and J.D Embury. An analysis on microhardness of single-quasicrystals in al-cu-co-si system. *Mater. Sci. Engg.A*, 315(202), 2001.

[90] Michel Duneau and André Katz. Quasiperiodic patterns. *Phys. Rev. Lett.*, 54 :2688–2691, Jun 1985.

[91] Penrose Robert. *Bull. Inst. Maths. Appl.*, 266, 1974.

[92] Jean Bellissard. Gap labelling theorems for schrödinger operators. In Michel Waldschmidt, Pierre Moussa, Jean-Marc Luck, and Claude Itzykson, editors, *From Number Theory to Physics*, pages 538–630. Springer Berlin Heidelberg, 1992.

[93] Jean Bellissard, Riccardo Benedetti, and Jean-Marc Gambaudo. Spaces of tilings, finite telescopic approximations and gap-labeling. *Communications in Mathematical Physics*, 261(1) :1–41, 2006.

[94] David Laurent, Olivier Legrand, Patrick Sebbah, Christian Vanneste, and Fabrice Mortessagne. Localized modes in a finite-size open disordered microwave cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :253902, Dec 2007.

[95] U. Kuhl, O. Legrand, and F. Mortessagne. Microwave experiments using open chaotic cavities in the realm of the effective hamiltonian formalism. *Fortschritte der Physik*, 61(2-3) :404–419, 2013.

[96] S. Barkhofen, M. Bellec, U. Kuhl, and F. Mortessagne. Disordered graphene and boron nitride in a microwave tight-binding analog. *Phys. Rev. B*, 87 :035101, Jan 2013.

[97] E. Lidorikis, M. M. Sigalas, E. N. Economou, and C. M. Soukoulis. Tight-binding parametrization for photonic band gap materials. *Phys. Rev. Lett.*, 81 :1405–1408, Aug 1998.

[98] Barthélemy Jérôme. Chaos ondulatoire en présence de pertes : Modélisation et expérience de billards micro-ondes. Thèse :p107–126, 2000.

[99] Jean-Marc Gambaudo and Patrizia Vignolo. Brillouin zone labelling for quasicrystals. *New Journal of Physics*, 16(4) :043013, 2014.

[100] L. Guidoni, C. Triché, P. Verkerk, and G. Grynberg. Quasiperiodic optical lattices. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :3363–3366, Nov 1997.

[101] L. Guidoni, B. Dépret, A. di Stefano, and P. Verkerk. Atomic diffusion in an optical quasicrystal with five-fold symmetry. *Phys. Rev. A*, 60 :R4233–R4236, Dec 1999.

[102] Markus Greiner, Immanuel Bloch, Olaf Mandel, Theodor W. Hänsch, and Tilman Esslinger. Exploring phase coherence in a 2d lattice of bose-einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :160405, Oct 2001.

[103] Markus Greiner. Ultracold quantum gases in three-dimensional lattice potentials. *PhD thesis, Ludwig Maximilians Universitaet Muenchen, Germany*, 2003.

[104] Guillaume Labeyrie, Tomasz Karpiuk, Jean-François Schaff, Benoît Grémaud, Christian Miniatura, and Dominique Delande. Enhanced backscattering of a dilute bose-einstein condensate. *EPL (Europhysics Letters)*, 100(6) :66001, 2012.