Température effective d'un système hors équilibre : fluctuations thermiques d'un microlevier soumis à un flux de chaleur

Mickaël Geitner

▶ **To cite this version:**

Mickaël Geitner. Température effective d'un système hors équilibre : fluctuations thermiques d'un microlevier soumis à un flux de chaleur. Optique [physics.optics]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2015. Français. NNT : 2015ENSL1026 . tel-01235762

HAL Id: tel-01235762

https://theses.hal.science/tel-01235762

Submitted on 30 Nov 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

en vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lyon, délivré par l'École Normale Supérieure de Lyon

Discipline : Physique

Laboratoire de Physique - CNRS UMR 5672

École doctorale de Physique et Astrophysique de Lyon

Présentée par : Mickael GEITNER

Dirigée par : Ludovic BELLON

Température effective d'un système hors équilibre : fluctuations thermiques d'un microlevier soumis à un flux de chaleur

Soutenance publique le 23 octobre 2015
devant le jury constitué de :

Christian Fretigny	Rapporteur
Pascal Viot	Rapporteur
Séverine Gomes	Examinatrice
Sergio Ciliberto	Examinateur
Ludovic Bellon	Directeur de thèse

À Joanna

À ma famille

Remerciements

C'est avec beaucoup d'émotion que j'écris mes remerciements car cela signifie bien plus que la fin d'une aventure de trois ans.

Tout d'abord, je souhaiterai remercier l'Agence Nationale pour la Recherche pour son financement dans le cadre du projet HIResAFM (ANR-11-JS04-0012).

Beaucoup de personnes ont joué un rôle important dans la préparation de cette thèse et je tiens à les remercier, car sans elles, mon travail ne serait pas celui que je présente.

Je voudrais, dans un premier temps, exprimer mes plus grands remerciements à Ludovic BELLON, mon directeur de thèse, qui a su croire en moi. Il a su m'aider lorsque j'en avais besoin, et s'est toujours montré présent et à l'écoute. J'ai beaucoup appris à ses côtés que ce soit la démarche scientifique, les capacités de rédaction, d'analyse et tellement d'autres choses. Il a été d'une très grande patience et a tout fait pour que mon travail de thèse aboutisse. Pour tout ce que tu as fait, Ludovic, merci.

Naturellement, je souhaiterais remercier Thierry DAUXOIS, pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire, et, plus largement, je souhaiterais remercier l'ensemble du laboratoire de physique de l'École Normale Supérieure de Lyon pour son accueil. Tous les membres du laboratoire sont à notre écoute, toujours prêts à nous rendre service, toujours présents lors de discussions scientifiques. Ce laboratoire est exceptionnel et offre une dynamique hors du commun.

Je remercie les membres du LMA (Laboratoire des Matériaux Avancés de Lyon) pour leur implication dans notre projet de recherche, pour nos

échanges et pour leur patience lorsque nous leur demandions d'appliquer des revêtements à des leviers que nous cassions peu après.

Je remercie aussi Eric BERTIN pour son implication et ses capacités théoriques qui ont profité à mon travail. Ainsi que tout le personnel des ateliers d'électronique et de mécanique sans qui mon travail ne serait pas ce qu'il est aujourd'hui. Ils ont su, dans des temps records, réaliser nos idées extravagantes, ils font un travail extraordinaire et sans eux, le laboratoire de physique n'aurait pas une telle dynamique.

Je remercie infiniment Artyom PETROSYAN pour sa disponibilité, son aide, ses conseils et sa présence au quotidien. Pour son savoir faire expérimental et qui a toujours su m'aider dans mes expériences.

Je remercie mes prédécesseurs Felipe AGUILAR SANDOVAL et Tianjun LI, qui ont eux aussi contribué à ma formation de docteur, et ont su, sur leur temps de thèse, m'aider, me montrer, m'expliquer ce qu'on appelle "la manip".

Je remercie ensuite Audrey STEINBERGER pour nos échanges, sa présence au quotidien à la manip et sa volonté de m'aider. Je remercie Caroline CRAUSTE qui a toujours été à l'écoute, a su m'encourager quand ça n'allait pas, son optimisme, et qui sait faire des compliments quand il le faut.

Je remercie Basile POTTIER et Sébastien KOSGODAGAN avec qui j'ai passé une grande partie de mes journées à la manip à discuter travail et d'autres choses.

Je souhaiterais remercier ensuite mes collègues du quotidien, avec qui nous étions dans cette même aventure qu'est la thèse. Antoine BÉRUT, Clémence DEVAILLY, Jean-Yonnel CHASTAING, Zakia MOKHTARI, David LOPES-CARDOZO, Ernesto HORNE, et bien d'autres que j'oublie mais qui ne m'en veulent pas.

Et bien sur, ceux qui, en plus d'être des collègues, sont devenus des amis Julien BERNAUD, Thimotée VERDIER, Anne LECUNUDER, David WENDLAND, Claudia SANCHEZ, Franco URIBE, et bien sur Jonathan BERTOLACCINI, vous qui avez été présents au quotidien, avec qui j'ai partagé tellement de choses, vous êtes merveilleux. Merci à vous.

Enfin, je voudrais remercier le personnel enseignant avec qui j'ai été en

relation pendant ces trois années lors de mes enseignements, et je remercie plus particulièrement Cendrine MOSKALENKO et Antoine NAERT pour leurs conseils, leurs échanges et leur bonne humeur au quotidien.

En plus d'un climat professionnel extraordinaire, j'ai été soutenu par mes proches tout au long de ces trois années et c'est donc naturellement que je voudrais leur exprimer mes remerciements. À commencer par Joanna, ma compagne, qui a dû, au quotidien supporter mon travail, car nous le savons tous, le travail ne reste pas au bureau. Elle a su m'écouter et me supporter quand je passais plus de temps dans mes calculs et raisonnements qu'avec elle. Même si elle ne comprenait absolument rien de ce que je lui disais, elle a su prendre le temps de m'écouter sans s'endormir ! Enfin, elle a su m'épauler lorsque cela n'allait pas et s'est toujours montrée de bons conseils pour mon avenir.

Enfin, je voudrais remercier de façon plus générale ma famille qui a toujours été optimiste quant à mon parcours, malgré le nombre de points obscurs qui se cachent derrière un doctorat en physique.

C'est donc le coeur serré que je vous dis à tous merci, merci d'avoir été là, de m'avoir porté, d'avoir contribué à ma réussite et d'avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui.

Table des matières

1 Introduction **13**

2 L'interféromètre à quadrature de phase **17**
2.1 L'interféromètre à quadrature de phase 18
2.1.1 Focalisation du faisceau laser 18
2.1.2 Interférométrie différentielle 23
2.1.3 Analyse des interférences 25
2.1.4 Calibration de l'interféromètre 27
2.1.5 Fluctuations thermiques 28
2.2 Dynamique du levier et fluctuations thermiques 31
2.2.1 Modèles de la poutre d'Euler Bernoulli 31
2.2.2 Approximation de l'oscillateur harmonique 32
2.3 Réduction du bruit de fond 36
2.3.1 Shot-Noise 36
2.3.2 Modification des propriétés du levier 40
2.4 Conclusion 41

3 Modélisation du décalage en fréquence **43**
3.1 Modélisation pour une température uniforme 44
3.1.1 Description analytique de la poutre 44
3.1.2 Fréquence de résonance à température ambiante . . . 45
3.1.3 Décalage en fréquence pour un profil de température uniforme 46
3.2 Mesure expérimentale du décalage fréquentiel 48
3.3 Modélisation pour un profil de température 50
3.3.1 Profil arbitraire de température 50
3.3.2 Application à un profil linéaire de température 51
3.4 Température maximale d'un levier dans le vide 53

3.4.1 Approximation linéaire du profil de température . . . 53
3.4.2 Évaluation de la température des leviers 54
3.5 Levier avec revêtement 57
3.5.1 Dépendance en température du module d'Young . . . 57
3.5.2 Estimation de la température d'un levier avec revêtement à partir du décalage en fréquence 60
3.6 Conséquences d'un échauffement sur les leviers 63
3.6.1 Leviers en silicium 63
3.6.2 Levier en silicium avec revêtement 66
3.7 Profil non linéaire de température 69
3.7.1 Profil théorique non linéaire et loi de Fourier 69
3.7.2 Étude du coefficient d'absorption α 72
3.8 Conclusion 74

4 Mesure expérimentale du profil de température 77
4.1 Balayage du levier 78
4.1.1 Profil de température 78
4.1.2 Décalage en fréquence 80
4.1.3 Diminution des fluctuations thermiques 81
4.1.4 Mesure expérimentale du profil de température 84
4.2 Découplage mesure et chauffage 87
4.2.1 Dispositif expérimental 87
4.2.2 Balayage découplé de la mesure 88
4.3 Renormalisation du profil de température 91
4.4 Conclusion 94

5 Fluctuations d'un système hors équilibre 95
5.1 Température uniforme 98
5.2 Profil arbitraire de température 100
5.2.1 Dissipation visqueuse 100
5.2.2 Dissipation viscoélastique 103
5.3 Profil linéaire de température et dissipation uniforme 107
5.3.1 Dissipation visqueuse 107
5.3.2 Dissipation viscoélastique 107
5.4 Interprétation des données expérimentales 109
5.4.1 Levier avec revêtement 109
5.4.2 Levier sans revêtement 109
5.5 Conclusion 111

6 Conclusion 115

Annexes **121**

A Évolution du Shot-Noise en fonction de l'intensité lumineuse **123**

Chapitre 1

Introduction

Blaise Pascal a écrit : « l'homme est infiniment éloigné de comprendre les extrêmes, coincé entre l'infiniment petit et l'infiniment grand, incapable de voir » [36]. Et pourtant, depuis la création du premier microscope optique en 1590 par l'opticien hollandais Hans Janssen, l'homme ne cesse sa recherche de l'infiniment petit. Auparavant réservé à la biologie, la microscopie s'est peu à peu ouverte à des domaines tels que la médecine, la science des matériaux ou la physique. Cependant, l'homme s'est rapidement heurté à un problème de taille : la longueur d'onde, λ, de la lumière. En effet, pour les microscopes optiques, la limite de résolution, c'est-à-dire la plus petite distance en dessous de laquelle deux points voisins ne seront plus distingués, est donnée par la loi d'Abbe [1] :

$$d = \frac{\lambda}{2n \sin \alpha} \tag{1.1}$$

Où λ est la longueur d'onde de la lumière, n l'indice de réfraction en sortie d'objectif, et α, le demi angle du cône de lumière maximum accessible (on utilise souvent l'ouverture numérique $NA = n \sin \alpha$). La lumière, qui était jusque là outil, est devenue problème majeur. Pourtant, grâce à une meilleure compréhension des équations de Maxwell et des outils de la physique statistique, de nouvelles techniques, bien plus sophistiquées, ont vu le jour (SNOM [37, 44], microscopie confocale [31], microscopie STED [21], PALM [6]) et ont permis d'imager la matière à des échelles jusque là inaccessibles (la résolution de ce type d'instrument est de l'ordre de 10nm).
D'autres chercheurs, ont, de leur côté, cherché à faire de l'imagerie à grande résolution, et ce, en s'affranchissant directement des limites liées à la lumière. C'est le cas par exemple de Gerd Binnig et Heinrich Rohrer, qui, en

1981, utilisent un effet quantique (l'effet tunnel) pour imager des surfaces conductrices avec un résolution atomique [8]. Malgré une résolution exceptionnelle, l'inconvénient majeur de cette technique vient du fait que seules les surfaces conductrices peuvent être imagées, excluant ainsi l'imagerie de cellules biologiques.
C'est à nouveau Gerd Binnig, qui, en 1985, met en place le premier Microscope à Force Atomique (AFM) [7], permettant ainsi d'imager des objets à l'échelle du nanomètre, et ce, quelle que soit la nature de l'objet. L'AFM a su alors s'imposer comme un outil indispensable à la recherche actuelle. Sa capacité d'adaptabilité (imagerie de surfaces, manipulation, forces etc.) en a fait un outil largement utilisé et étudié de nos jours.

Le principe de base de l'AFM est simple [29, 30]. On approche une pointe positionnée à l'extrémité d'un levier de quelques centaines de micro-mètres de long à proximité d'un échantillon, puis, les atomes de l'apex nanométrique de la pointe interagissent avec les atomes surfaciques de l'échantillon, grâce aux forces de Van der Waals par exemple. Le levier se voit attiré/repoussé (mode contact), et la mesure de la déflexion du levier nous renseigne directement sur l'état de surface de l'échantillon. Un faisceau laser, réfléchi sur la face arrière du micro-levier et dirigé sur un capteur de position optique, permet ainsi de mesurer la déflexion du levier. Cette méthode n'est qu'une des voies explorées initialement, et son utilisation dans les AFM s'est basée sur un compromis de performances / simplicité. En revanche, si l'on est à la recherche de performances poussées, l'interférométrie est un choix naturel [41].

En effet, l'interférométrie est une méthode de mesure exploitant les interférences intervenant entre plusieurs ondes cohérentes [14, 32, 38, 39, 41]. Elle permet de mesurer de très petits déplacements [43], des changements d'indices de réfraction [16] ou encore des irrégularités de surface [5]. Elle permet aussi, à de plus grandes échelles, d'étudier la couronne solaire (radiohéliographe de Nançay) [22], les nuages moléculaires interstellaires (ALMA, Chili) [46], ou encore, dans un tout autre registre de chercher à détecter des ondes gravitationnelles (programme VIRGO) [10].

En 2004, Ludovic Bellon, dans le but d'améliorer l'instrumentation AFM en s'affranchissant des étapes de calibrations, a associé un système interférométrique monté en quadrature de phase à un AFM [34]. L'ensemble des travaux de thèse présentés ici, se placent dans la continuité des perspectives ouvertes par les travaux de Felipe Aguilar Sandoval [26, 34] et découlent d'une volonté de repousser les limites de mesure de cet AFM interféromé-

trique. Dans ce but, il est possible d'améliorer les mesures de notre système en augmentant l'intensité lumineuse du laser permettant la mesure de la déflexion. Cela a pour conséquence d'échauffer le levier.

L'échauffement de levier AFM est largement utilisé de nos jours. En effet, l'interaction entre une pointe chauffée et un substrat (ou inversement) offre de nouvelles perspectives. Ainsi, il est possible de mesurer localement la conductivité thermique de matériaux [17], mais aussi, sous vide, le transfert de chaleur entre une pointe et un échantillon, et cela, de façon locale [33], ou encore de mesurer la distribution de chaleur dans un nanotube de carbone [42]. Dès lors que l'on est en présence de gaz environnent, celui-ci va, en fonction de sa nature et de la température de la pointe, perturber l'imagerie AFM [19]. Par ailleurs, il est aussi possible d'étudier localement des variations de tempéture dans des substrats [24, 35]. L'augmentation locale de température d'un échantillon permet alors d'étudier des transitions locales de phase dans les matériaux. C'est le cas par exemple pour de fins films de polymères [18] ou encore dans des cellules végétales [2]. Enfin, cette transition de phase locale d'un échantillon, permet le stockage d'informations et cela à l'échelle nanométrique [47] et ouvre ainsi de nouvelles portes au stockage de données.

Dès lors qu'un levier est échauffé, celui-ci se trouve dans un état hors équilibre. Dans notre montage, les leviers utilisés sont dans un état hors équilibre soumis à un flux de chaleur pour lequel nous sommes en mesure de mesurer les fluctuations thermiques. Nous avons donc un système modèle pour lequel on va se poser des questions de physique statistique hors équilibre. Peut-on mesurer une température effective de notre système ? Peut-on appliquer le théorème d'équipartition de l'énergie ?

En effet, le théorème d'équipartition de l'énergie joue un rôle central dans la compréhension de la physique des systèmes à l'équilibre. Il relie les mouvements microscopiques à une observable macroscopique, dès lors que les effets quantiques sont négligeables [45]. Pour un système à l'équilibre thermodynamique le potentiel moyen et l'énergie cinétique de chaque degré de liberté s'équilibrent à $k_B T/2$, avec k_B la constante de Boltzmann et T la température absolue [28]. Cette égalité est reliée au théorème fluctuation-dissipation : les fluctuations d'une observable sont proportionnelles à la température et aux dissipations grâce à la fonction réponse associée à cette observable [9]. Dés lors qu'un système n'est plus à l'équilibre thermodynamique, une telle relation n'est plus valide et il n'est plus possible de relier chaque degré de liberté du système à une énergie moyenne. Malheureuse-

ment, les systèmes hors équilibre sont les plus répandus dans la nature et une simple variation de température dans le système suffit à le placer dans un état hors équilibre thermodynamiquement [15, 23]. Dans la littérature, un grand nombre d'expériences sur les fluides est dédié à l'étude de systèmes où les fluctuations sont soit transitoires, soit stationnaires [13]. Dans les systèmes désordonnés, la notion de température dépendante de l'échelle de temps est même parfois utilisée [12]. Ainsi, expérimentalement, l'état de non équilibre est décrit par une température effective, fictive, habituellement plus grande que la température thermodynamique [11].
Dans ces travaux, nous observerons le résultat inverse : un système fluctuant moins que ce qui serait attendu à son état d'équilibre. La mesure des fluctuations thermiques de la déflexion d'un micro-levier AFM soumis à un fort gradient de température montre que les fluctuations de ce système sont plus petites que celle attendues par la température moyenne du système.

Ainsi, dans un premier temps, je présenterai le montage de l'interféromètre en quadrature de phase pour ensuite présenter notre outil d'analyse : les fluctuations thermiques. Je montrerai ensuite qu'il est possible d'améliorer la précision de la mesure dans notre système en augmentant l'intensité lumineuse du laser permettant la mesure des fluctuations thermiques. Nous verrons ainsi que l'augmentation de l'intensité du laser a des conséquences sur le spectre des fluctuations thermiques du levier que nous assimilerons à une augmentation de température du levier. Ainsi, nous proposerons un modèle original permettant d'évaluer la température du levier grâce à l'évolution de son spectre de fluctuations thermiques en fonction de l'intensité du laser.
Pour appuyer notre modèle, nous montrerons qu'il est possible d'évaluer expérimentalement le profil de température dans un levier soumis à un flux de chaleur. Enfin, nous chercherons à savoir s'il est possible dans notre système hors équilibre d'estimer la température du levier à l'aide du théorème d'équipartition de l'énergie et nous proposerons alors un modèle généralisé à un système hors équilibre, similaire au théorème d'équipartition de l'énergie, permettant d'évaluer la température du levier, ainsi qu'une explication quant aux écarts de fluctuations observés.

Chapitre 2

L'interféromètre à quadrature de phase

Sommaire

2.1 L'interféromètre à quadrature de phase 18
2.2 Dynamique du levier et fluctuations thermiques 31
2.3 Réduction du bruit de fond 36
2.4 Conclusion 41

2.1 L'interféromètre à quadrature de phase

Notre interféromètre est différentiel : il se base sur la mesure d'interférences entre deux faisceaux lumineux (dans notre cas, un laser) réfléchis par un micro-levier d'AFM. La séparation du faisceau laser en deux se fait à l'aide d'un élément biréfringent. Le premier faisceau est focalisé sur le support du levier, proche de son encastrement, servant ainsi de référence (cf figure (2.1)). Le second faisceau quant, à lui, est focalisé sur la partie mobile du levier. La déflexion de celui-ci entraine donc une différence de trajet optique entre les deux faisceaux. La mesure de cette différence de marche permet alors de quantifier la déflexion du levier.

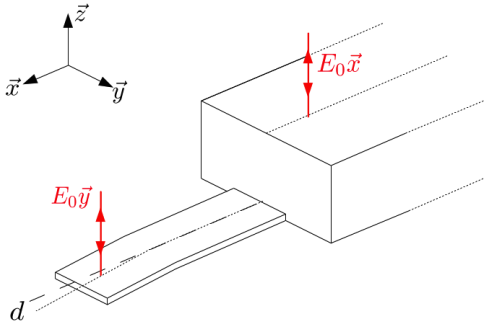

FIGURE 2.1 – *Schéma du positionnement des deux faisceaux laser sur le levier. Le premier $E_0\vec{x}$ se réfléchit sur le support du levier, tandis que le second, $E_0\vec{y}$ se réfléchit sur la partie mobile du levier. La différence de marche, $\delta L = 2d$, entre ces deux faisceaux permet de mesurer d, la déflexion du levier.*

2.1.1 Focalisation du faisceau laser

Les performances de l'interféromètre sont fortement dépendantes de la qualité du faisceau réfléchi par le levier. Il est donc important que celui-ci soit focalisé au mieux sur le levier.

Expérimentalement, le faisceau laser est focalisé à l'aide d'une lentille de focale $f = 30mm$ (figure (2.2)). Si nous nous plaçons dans l'hypothèse d'un faisceau Gaussien, le faisceau n'est pas ponctuel au point focal, mais a un certain diamètre w_0 (Waist). Le diamètre w du faisceau lorsqu'on s'écarte

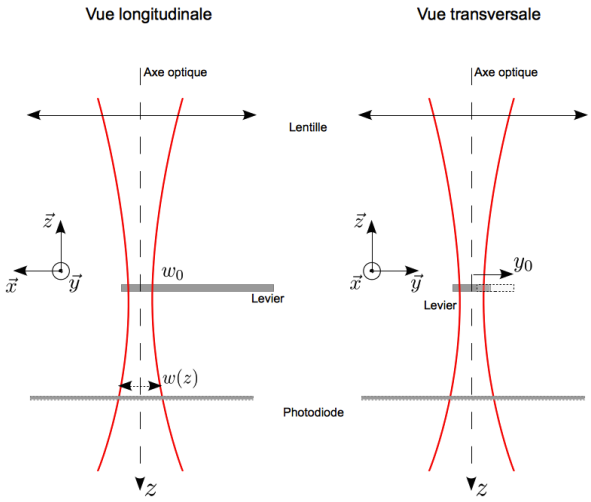

Figure 2.2 – *Descriptif du montage permettant de mesurer le diamètre du faisceau.*

d'une distance z du point focal est :

$$w(z) = w_0\sqrt{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2} \tag{2.1}$$

Où :

$$z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \tag{2.2}$$

est la portÃĺe de Rayleigh. À l'aide d'une photodiode sous le levier, il nous est possible d'estimer le diamètre du faisceau. Pour cela, nous balayons transversalement (selon $\vec{y}$) le levier avec le faisceau laser et mesurons l'intensité lumineuse détectée par la photodiode. La lentille étant mobile sur l'axe optique ($\vec{z}$), il nous est possible de faire varier la position du levier par rapport au point focal de la lentille. L'intensité lumineuse mesurée par la photodiode correspond à l'intensité transmise par le levier. Plus rigoureusement, l'intensité transmise par le levier, I_{tr}, est la convolution d'une fonction porte, représentant le levier, avec une fonction gaussienne (le fais-

ceau laser) :

$$I_{tr}(y_0) = I_0 - \int_{-\infty}^{+\infty} I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-\frac{2(y_0-y)^2}{w(z)^2}\right).c.U(y-a)U(b-y)dy \tag{2.3}$$

Avec I_0 l'intensité du faisceau , c un facteur d'absorption, y_0 la position latérale du point focal, U la fonction d'Heaviside et a et b deux réels tels que $a < b$ représentent la position des flans du levier. Après quelques manipulations on obtient :

$$I_{tr}(y_0) = I_0 \left[1 - c\left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \int_a^b exp\left(\frac{-2(y_0-y)^2}{w(z)^2}\right) dy\right] \tag{2.4}$$

En procédant à un changement de variable tel que :

$$T = \frac{\sqrt{2}(y-y_0)}{w(z)} \tag{2.5}$$

$$dT = \frac{\sqrt{2}}{w(z)} dy \tag{2.6}$$

On arrive facilement à :

$$I_{tr} = I_0 \left[1 - \frac{cw_0^2}{\sqrt{2}w(z)} \int_{\frac{\sqrt{2}(a-y_0)}{w(z)}}^{\frac{\sqrt{2}(b-y_0)}{w(z)}} e^{-T^2} dT\right] \tag{2.7}$$

$$= I_0 \left[1 - \frac{cw_0^2}{\sqrt{2}w(z)} \left(\int_0^{\frac{\sqrt{2}(b-y_0)}{w(z)}} e^{-T^2} dT - \int_0^{\frac{\sqrt{2}(a-y_0)}{w(z)}} e^{-T^2} dT\right)\right] \tag{2.8}$$

Et finalement :

$$I_{tr} = I_0 \left[1 - \frac{cw_0^2\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}w(z)} \left(erf\left(\frac{\sqrt{2}(y_0-a)}{w(z)}\right) - erf\left(\frac{\sqrt{2}(y_0-b)}{w(z)}\right)\right)\right] \tag{2.9}$$

Les mesures expérimentales de I_{tr} pour différentes positions de la lentille sont données en figure (2.3). On remarque une très bonne concordance des courbes expérimentales avec celles du modèle. Ainsi, à partir des ajustements des données expérimentales par la fonction donnée en équation (2.9) (qui est une bonne approximation de l'intensité lumineuse transmise par le levier), il est possible de mesurer $w(z)$, la largeur du faisceau. Ensuite, si

nous faisons un ajustement des données expérimentales de $w(z)$ présentées en figure (2.4) par l'équation (2.1), nous obtenons un diamètre de faisceau $w_0 = 5\mu m$ ainsi que la localisation de la position optimale de la lentille.

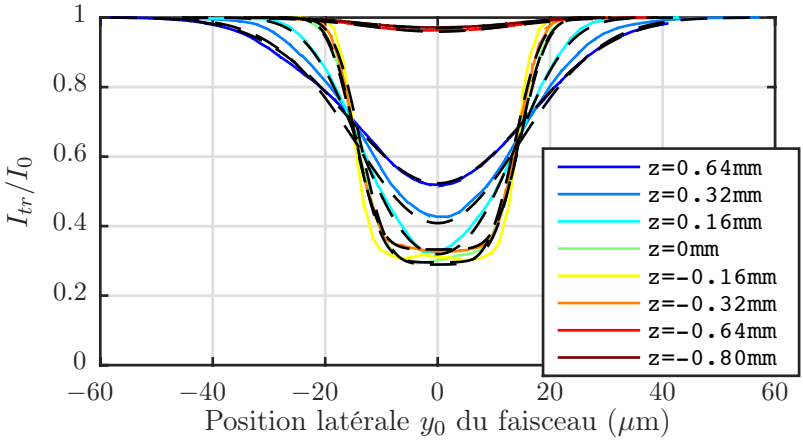

Figure 2.3 – *Évolution de l'intensité sous le levier, I_{tr}, mesurée pour différentes distances z de la lentille et positions latérales y_0 du faisceau. En lignes pointillées les ajustements des données expérimentales par la fonction donnée par l'équation (2.9).*

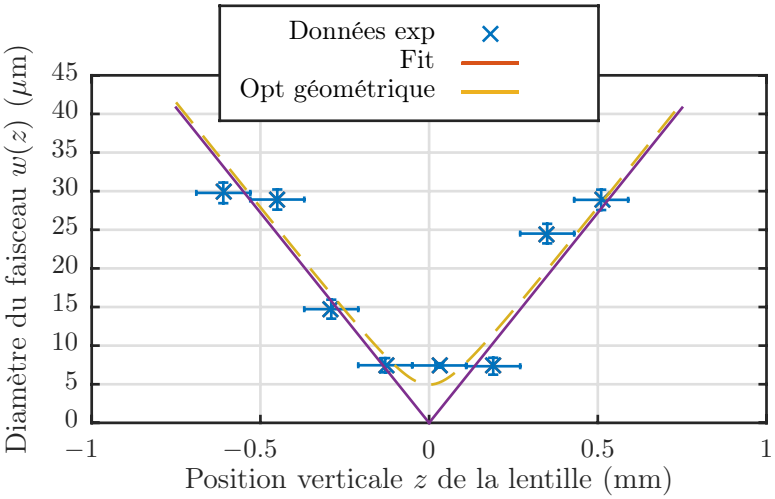

FIGURE 2.4 – *Évolution de w en fonction de la position verticale de la lentille z. On retrouve bien la forme attendue pour un faisceau gaussien. L'incertitude sur la position verticale de la lentille est estimée à* 0.125 mm*, soit une rotation d'un huitième de tour du support sur tige filetée de la lentille. L'incertitude sur le diamètre du faisceau est quant à elle estimée par la déviation standard de l'ensemble des valeurs estimées.*

2.1.2 Interféromètrie différentielle

Afin de produire deux faisceaux laser séparés d'une distance adéquate, nous utilisons un prisme de Wollaston constitué de deux prismes de calcites [41] accolés dont les axes optiques sont orthogonaux. En amont du prisme de Wollaston (figure (2.5)), le faisceau laser est polarisé linéairement à l'aide d'un prisme de Glan-Taylor (GT) associé à une lame demi-onde. La rotation, à l'aide de la lame demi-onde, de la polarisation linéaire du faisceau, permet d'ajuster l'intensité des deux polarisations en sortie du prisme de Wollaston. Pour obtenir les meilleures interférences possibles, il faut que l'angle de polarisation du laser soit de 45^o par rapport à celui du Wollaston. Le faisceau initial ($E_0(\vec{x}+\vec{y})$) passe ainsi à travers le prisme de Wollaston ce qui produit deux faisceaux de polarisations orthogonales ($E_0\vec{x}$ et $E_0\vec{y}$), séparés d'un angle $\alpha_w = 2^o$. Si le point de séparation des deux faisceaux est placé au point focal d'une lentille, au passage de celle-ci, les faisceaux se retrouvent parallèles. Il est alors possible de focaliser un faisceau sur la pointe du levier (partie mobile) et un autre sur le support du levier (référence). Avec une lentille de focale $f = 30mm$, la séparation entre les faisceaux est de $1mm$. Cette distance est plus grande que la longueur du levier $L = 500\,\mu m$. Après réflexion sur le levier, les deux faisceaux se recombinent en passant dans le Wollaston avec une différence de marche δL proportionnelle à la déflexion du levier d.

$$\delta L = 2d \tag{2.10}$$

Cette configuration de l'interféromètre reste néanmoins limitée. En effet, un grand nombre de leviers disposent d'un revêtement (or, aluminium ou encore tantale) qui génèrent un stress mécanique sur le levier, lui donnant ainsi une courbure intrinsèque. Par exemple, une courbure de 2^o du levier entraine un séparation de 1mm des faisceaux après leur passage dans une lentille de 30mm de focale. Ils ne sont plus superposés dans la région d'analyse rendant ainsi les interférences trop faibles pour pouvoir mesurer la déflexion du levier.

Pour pallier ce problème, la solution choisie est de déplacer, le long de l'axe optique, le prisme de Wollaston. En effet, une translation du prisme de Wollaston le long de l'axe optique change l'angle d'incidence des faisceaux sur le levier (figure (2.5)). Cette manipulation permet ainsi de compenser une légère courbure intrinsèque d'un levier.

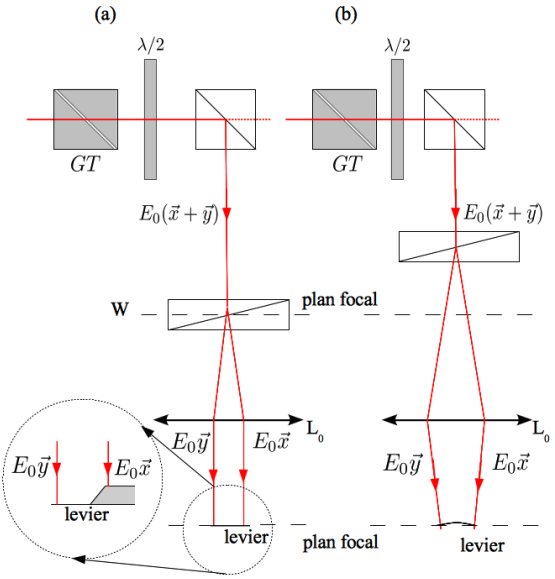

FIGURE 2.5 – *(a) Le prisme de Wollaston W sépare le rayon incident $\vec{E_0}$ en deux faisceaux ($E_0\vec{x}$ et $E_0\vec{y}$) de polarisations orthogonales. Le Wollaston se trouve dans le plan focal d'une lentille L_0 permettant ainsi aux faisceaux de sortir de la lentille parallèles, séparés d'une distance de 1mm.*
(b) Le déplacement selon l'axe optique du prisme de Wollaston permet de compenser une légère courbure intrinsèque du levier.

2.1.3 Analyse des interférences

Une fois les faisceaux réfléchis par le levier, ils sont recombinés à l'aide de l'élément biréfringent. La différence de chemin optique entre eux est proportionnelle à la déflexion du levier en suivant l'équation (2.10).
L'analyse de ce faisceau est basée sur la technique de détection en quadrature de phase [4, 34] : le faisceau réfléchi est séparé en deux par un cube séparateur non polarisant (nous noterons $n = 1, 2$ les deux zones d'analyse de l'interféromètre), ils sont ensuite focalisés à l'aide d'une lentille ($f_{L_n} = 25$mm). Afin de mettre en évidence les interférences entre les polarisations croisées, on place deux lames de calcite (épaisseur=5mm) dont les axes font un angle de 45^o avec ceux du Wollaston. Les deux faisceaux se voient ainsi séparés d'une distance de 0.5mm et sont focalisés sur les deux segments d'une photodiode deux quadrants (UDT Spot-2DMI). Si nous appelons $\vec{x}$ et $\vec{y}$ les axes du Wollaston, alors le champ électrique du faisceau laser à analyser est : $\vec{E_0} = E_0(\vec{x} + e^{i\varphi}\vec{y})$ où φ est la différence de phase entre les polarisations due à la déflexion du levier. Comme la différence de phase suit la loi : $\varphi = 2\pi\delta L/\lambda$ et en respectant l'équation (2.10) reliant la différence de marche à la déflexion du levier, il est possible de relier d et φ par :

$$\varphi = \frac{4\pi}{\lambda} d \tag{2.11}$$

où $\lambda = 633\,\text{nm}$ est la longueur d'onde du laser He-Ne utilisé. L'intensité du courant dans les quatre photodiodes s'écrit :

$$\begin{aligned} A_n &= I_0\,(1 + \cos(\varphi + \psi_n)) \\ B_n &= I_0\,(1 - \cos(\varphi + \psi_n)) \end{aligned} \tag{2.12}$$

Où $n = 1, 2$ représente le capteur 1 ou 2, I_0 est l'intensité des faisceaux incidents, $\psi_1 = 0$ (capteur sans lame quart d'onde), et, nous ajoutons, sur le second faisceau, une lame quart d'onde dans le but de soustraire $\pi/2$ à la phase. Ainsi $\psi_2 = -\pi/2$ (capteur avec lame quart d'onde). La fonction contraste équivalente est donc :

$$C_n = \frac{A_n - B_n}{A_n + B_n} = \cos\left(\varphi + \psi_n\right) \tag{2.13}$$

Ainsi, C_1 et C_2 peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} C_1 &= \cos(\varphi) \\ C_2 &= \sin(\varphi) \end{aligned} \tag{2.14}$$

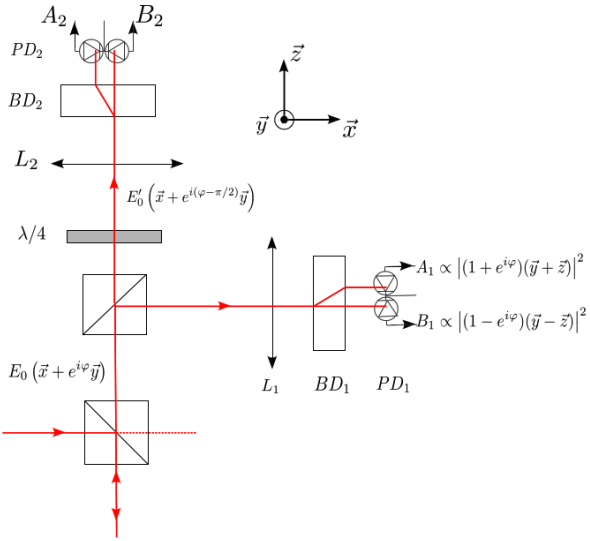

FIGURE 2.6 – *Le faisceau lumineux provenant de la région de mesure est séparé en deux par un cube séparateur non polarisant. Dans chaque zone d'analyse une lame de calcite de* 5mm *d'épaisseur (BD_1 et BD_2) projette les composantes de la polarisation à 45^o afin d'obtenir les interférences. Chaque composante est focalisée sur une photodiode à deux cadrants (PD_1 et PD_2) à l'aide d'une lentille (L_1 et L_2). Les intensités (A_1, A_2, B_1 et B_2) sont ensuite enregistrées. On ajoute à l'un des deux capteurs une lame quart d'onde afin d'ajouter une phase $\psi_2 = -\pi/2$ à la phase initiale φ.*

De cette façon, le contraste est indépendant des fluctuations d'intensité du laser. De plus, l'utilisation de deux capteurs en quadrature de phase garantit une bonne sensibilité à la phase, et ce, quelque soit sa valeur. Il est possible, à partir de l'équation (2.14) de définir le contraste complexe :

$$C = C_1 + iC_2 = \cos(\varphi) + i\sin(\varphi) = e^{i\varphi} \tag{2.15}$$

Cette formulation permet d'avoir une détermination complète de la phase φ (modulo 2π). Dans le plan (C_1, C_2), φ correspond à l'angle polaire du point de mesure sur le cercle unitaire. La sensibilité du contraste complexe aux petites variations de d est indépendante de d :

$$\left|\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}d}\right| = \left|\frac{\mathrm{d}C}{\mathrm{d}\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}d}\right| = \left|ie^{i\varphi}\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}d}\right| = \frac{4\pi}{\lambda} \tag{2.16}$$

Il suffit donc de mesurer les contrastes C_1 et C_2 pour en déduire d grâce à :

$$d = \frac{\varphi}{4\pi}\lambda = \frac{\lambda}{4\pi}\arctan\left(\frac{C_2}{C_1}\right) \tag{2.17}$$

2.1.4 Calibration de l'interféromètre

À cause d'intensités parasites, d'imperfections d'alignement ou de focalisation, le contraste complexe ne prend pas la forme d'un cercle mais plutôt d'une ellipse inscrite dans le cercle unitaire : la visibilié des franges d'interférence n'atteint jamais 100%. Si nous appelons C_1^m et C_2^m les contrastes mesurés il faut faire un ajustement du contraste complexe mesuré en utilisant :

$$C^m = C_1^m + iC_2^m = \zeta_1\cos(\varphi) + c_1 + i\zeta_2\sin(\varphi + \psi) + ic_2 \tag{2.18}$$

Où $\zeta_n < 1$ sont les amplitudes du contraste dans chaque bras d'analyse, c_n les offsets du contraste, et ψ un déphasage résiduel à la quadrature de phase parfaite [4].
Ces cinq paramètres peuvent être aisément estimés par un réglage de l'interféromètre : en excitant l'oscillation du levier à sa résonance à l'aide d'un piézoélectrique. On balaie une gamme de déflexion permettant de parcourir intégralement l'ellipse puis nous réalisons un fit elliptique du contraste mesuré (figure (2.7)). Une fois cette calibration effectuée, un traitement numérique à posteriori sur les données permet ensuite de projeter le contraste complexe mesuré sur un cercle unitaire, et donc d'obtenir la déflexion du levier :

$$C = C_1 + iC_2 = \frac{C_1^m - c_1}{\zeta_1} + i\left[\frac{C_2^m - c_2}{\zeta_2} - \frac{(C_1^m - c_1)\sin(\psi)}{\zeta_1}\right]\frac{1}{\cos(\psi)} \tag{2.19}$$

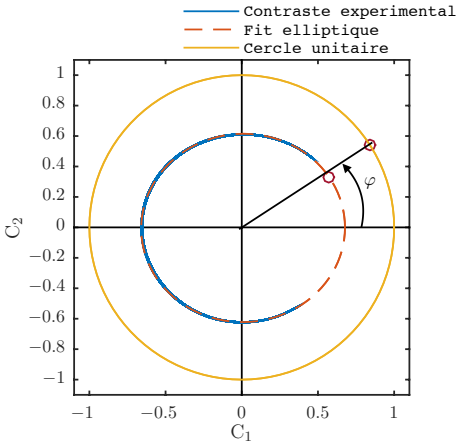

FIGURE 2.7 – *L'ellipse de contraste mesuré C^m est obtenue en mesurant la déflexion du levier excité à sa résonance par un piézo. Un fit elliptique est réalisé grâce à la fonction (2.18). Les paramètres ζ_n, c_n et ψ obtenus permettent de calculer la phase φ, et donc la déflexion d.*

2.1.5 Fluctuations thermiques

Après avoir réalisé les étapes de calibration décrites ci-dessus, nous pouvons mesurer les fluctuations d'un micro-levier induites par les fluctuations thermiques. Les fluctuations thermiques sont un bruit blanc, aléatoire, qui excite tous les modes d'un micro-levier lorsqu'il est à l'équilibre avec son environnement. En moyenne, les fluctuations du levier par rapport à sa position d'équilibre sont nulles, cependant, dans l'espace de Fourier il est possible de mesurer la Densité Spectrale de Puissance (DSP) de la déflexion S_d. En figure (2.8), nous traçons la DSP d'un levier en silicium *Budget Sensors* avec revêtement en aluminium dans le vide. Le spectre illustre la précision de notre montage. La limitation principale de la DSP est le bruit de fond, dans notre cas $2 \times 10^{-28}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{Hz}$. La principale source de bruit de notre montage provient du shot-noise lié aux photodiodes que nous utilisons. Pour mesurer le bruit intrinsèque de notre expérience nous utilisons, à la place d'un levier, un miroir. Celui-ci se comporte comme un levier de rigidité infinie et permet ainsi une mesure directe du bruit de fond de notre montage.
On remarque qu'à haute fréquence, hors modes propres, ce bruit de shot-

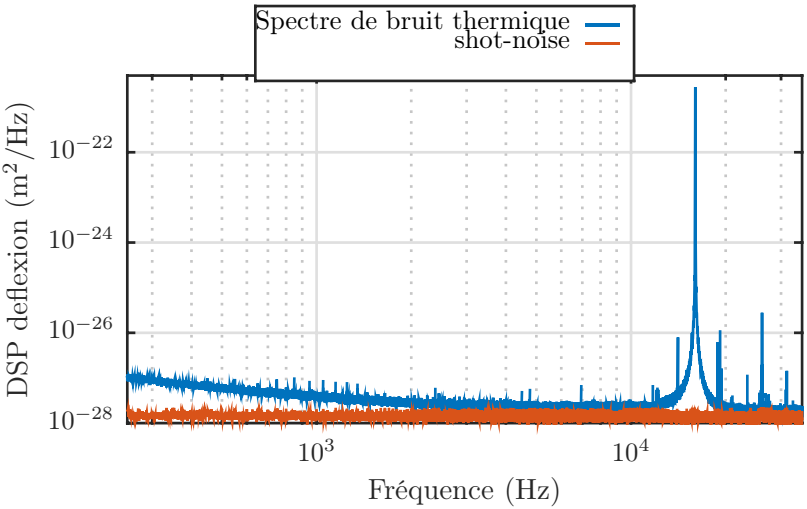

Figure 2.8 – *Densité Spectrale de Puissance de la déflexion d'un micro-levier AFM en silicium avec revêtement en aluminium ainsi que la DSP issue du shot noise des photodiodes lorsque le laser est positionné sur un miroir (données issues des travaux de thèse de Tianjun LI [25]).*

noise domine la mesure, et donne donc la limite de sensibilité de notre interféromètre.

2.2 Dynamique du levier et fluctuations thermiques

Nous introduisons, dans cette partie, la mécanique des micro-leviers et leurs fluctuations thermiques.

2.2.1 Modèles de la poutre d'Euler Bernoulli

Si nous considérons que notre levier oscille avec de faibles amplitudes de mouvement et que ces mouvements ont uniquement lieu dans la direction transverse au levier, alors les vibrations du levier peuvent être décrites par l'approche simplifiée d'Euler-Bernoulli, dans laquelle la poutre est réduite à un objet unidimentionnel et soumis à une flexion sans cisaillement. Cette approximation est valable car $L \gg W, H$ avec L la longueur du levier, W la largeur et H l'épaisseur. Dans cette situation, la cinématique de la poutre est complètement décrite par :

$$\mu(x)\frac{\partial^2 d}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial x^2}\left[E(x)I(x)\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] = F(x,t) \tag{2.20}$$

Où μ est la densité linéique de masse, F la force linéique externe appliquée à la poutre, x la coordonnée spatiale le long du levier, E le module d'Young et I le second moment d'inertie de la poutre. Nous pouvons, dans le cas de nos micro-leviers, faire l'approximation que le module d'Young, la densité ρ et les dimensions transversales (W, H) sont uniformes, à température constante (ces approximations sont garanties par les fabricants). Dans le cas d'une poutre à section rectangulaire, on a alors : $I = WH^3/12$ et $\mu = \rho WH$. Dans cette situation, l'équation (2.20) devient :

$$\mu\frac{\partial^2 d}{\partial t^2} + EI\frac{\partial^4 d}{\partial x^4} = F(x,t) \tag{2.21}$$

En l'absence de force extérieure, on suppose que l'on puisse écrire la déflexion d sous forme factorisée : $d(x,t) = \phi(x)\zeta(t)$, l'équation (2.21) devient équivalente au système suivant :

$$\frac{\mathrm{d}^2\zeta(t)}{\mathrm{d}t^2} - \alpha^4\varkappa^2\zeta(t) = 0 \tag{2.22}$$

$$\frac{\mathrm{d}^4\phi(x)}{\mathrm{d}x^4} - \frac{\alpha^4}{L^4}\phi(x) = 0 \tag{2.23}$$

Où $\varkappa^2 = EI/\mu L^4$ et α est une constante. Ce système d'équations différentielles répond aux conditions limites sur $d(x,t)$ facilement transposables à $\phi(x)$:

$$\phi(x{=}0) = 0 \qquad \left.\frac{\mathrm{d}\phi(x)}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0} = 0 \tag{2.24}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}^2\phi(x)}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=L} = 0 \qquad \left.\frac{\mathrm{d}^3\phi(x)}{\mathrm{d}x^3}\right|_{x=L} = 0 \tag{2.25}$$

Il est alors possible de montrer que les solutions spatiales ϕ_n prennent la forme :

$$\begin{aligned}\phi_n(x) = &\left[\cos\left(\alpha_n\frac{x}{L}\right) - \cosh\left(\alpha_n\frac{x}{L}\right)\right] \\ &- \frac{\cos(\alpha_n)+\cosh(\alpha_n)}{\sin(\alpha_n)+\sinh(\alpha_n)}\left[\sin\left(\alpha_n\frac{x}{L}\right) - \sinh\left(\alpha_n\frac{x}{L}\right)\right]\end{aligned} \tag{2.26}$$

Où les valeurs propres spatiales α_n sont fixées par la relation :

$$1 + \cos(\alpha_n)\cosh(\alpha_n) = 0 \tag{2.27}$$

Qui conduit à $\alpha_1 = 1.875$, $\alpha_2 = 4.694$,..., $\alpha_n = (n-1/2)\pi$ pour $n \gg 1$. En figure (2.9) nous traçons les quatre premiers modes de flexion du levier.
La partie temporelle donnée par l'équation (2.22) correspond à un oscillateur harmonique. On prédit donc une dépendance de type sinusoïdale dans le temps : $\zeta_n(t) = A_n\cos(\omega_n t + \theta_n)$. Les pulsations propres $\omega_n = 2\pi f_n$ sont fixées par la relation de dispersion :

$$\omega_n = \alpha_n^2\varkappa^2 = \frac{\alpha_n^2}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{\mu}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{2.28}$$

avec $m = \mu L$ la masse du levier et $k_n = EI\alpha_n^4/L^3$ la raideur effective du mode n.

2.2.2 Approximation de l'oscillateur harmonique

Dans la limite des petites oscillations proches d'une résonance, il est possible d'assimiler le micro-levier à un système masse+ressort. Le déplacement d de la masse correspond à la déflexion du levier, la constante de raideur k correspond à la réponse du système à une force extérieure, la masse m correspond à l'inertie du système, et enfin, γ correspond aux dissipations

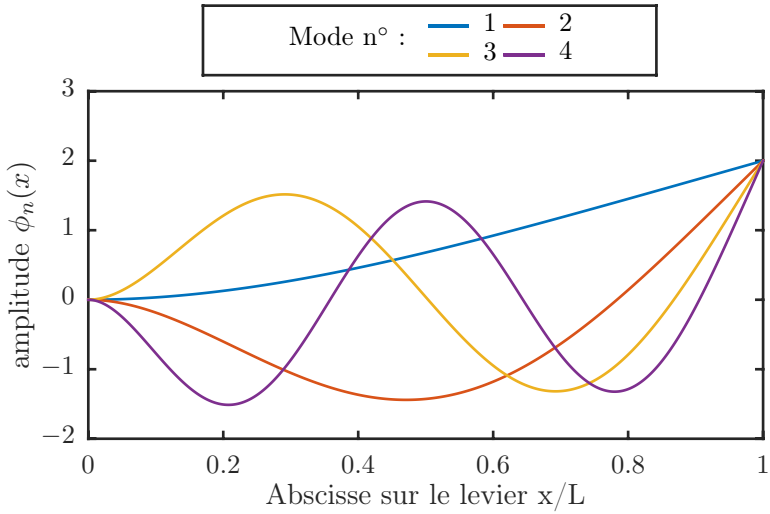

Figure 2.9 – *Quatre premiers modes propres de flexion d'une poutre semi-encastrée.*

(visqueuses dans l'air, viscoélastiques dans le vide) du levier. L'équation du mouvement de l'oscillateur harmonique s'écrit :

$$m\ddot{d} = -kd - \gamma\dot{d} + F \tag{2.29}$$

Où les points au dessus des variables correspondent aux dérivées temporelles. Comme nous nous intéressons au comportement fréquentiel de notre levier, nous réécrivons cette équation dans l'espace de Fourier :

$$-m\omega^2\hat{d}(\omega) = -k\hat{d}(\omega) - i\omega\gamma\hat{d}(\omega) + \hat{F}(\omega) \tag{2.30}$$

La fonction réponse correspondante s'écrit alors :

$$G^{SHO}(\omega) = \frac{\hat{F}(\omega)}{\hat{d}(\omega)} = k\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + i\frac{\omega}{\omega_0 Q}\right] \tag{2.31}$$

Avec $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ la pulsation propre, $Q = m\omega_0/\gamma$ le facteur de qualité et $\omega = 2\pi f$ la pulsation associée à la fréquence f.
Le travail infinitésimal d'une force F pour un déplacement δd est $\delta W = F\delta d$.

Pour une transformation réversible $d\hat{H} = \delta W = F\delta d$, ainsi nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial d} = F \tag{2.32}$$

La force F et le déplacement d sont couplés par le Hamiltonien $\hat{H}$ du système. On peut appliquer le théorème de Fluctuation Dissipation à la déflexion, la densité spectrale de puissance S_d^{SHO} des fluctuations de d s'écrit :

$$S_d^{\mathrm{SHO}}(f) = -\frac{4k_BT}{\omega}\mathrm{Im}\left[\frac{1}{G^{\mathrm{SHO}}(\omega)}\right] = \frac{4k_BT}{k\omega_0}\frac{1/Q}{(1-u^2)^2+(u/Q)^2} \tag{2.33}$$

avec k_B la constante de Boltzmann, T la température du système, $u = \omega/\omega_0$ la fréquence réduite, et Im(.) la partie imaginaire de l'argument.
Il est ainsi possible d'effectuer un fit du spectre de fluctuations thermiques de chaque mode propre du levier par ce modèle d'oscillateur harmonique et ainsi d'en déduire les différentes fréquences de résonance, facteurs de qualité ainsi que raideurs effectives. En figure (2.10) on superpose au spectre de fluctuations thermiques des trois premiers modes d'un levier les fit réalisés à partir de l'équation (2.33) à laquelle on ajoute un terme constant pour tenir compte du bruit de fond du shot noise. L'étude des fluctuations thermiques permet donc d'étudier la mécanique des microleviers. En effet, comme nous l'avons vu dans cette section, le fit des modes propres de microleviers par l'équation (2.33) permet d'estimer les fréquences de résonance, raideurs, facteurs de qualité, et par extension leur longueur, largeur, épaisseur ou masse.

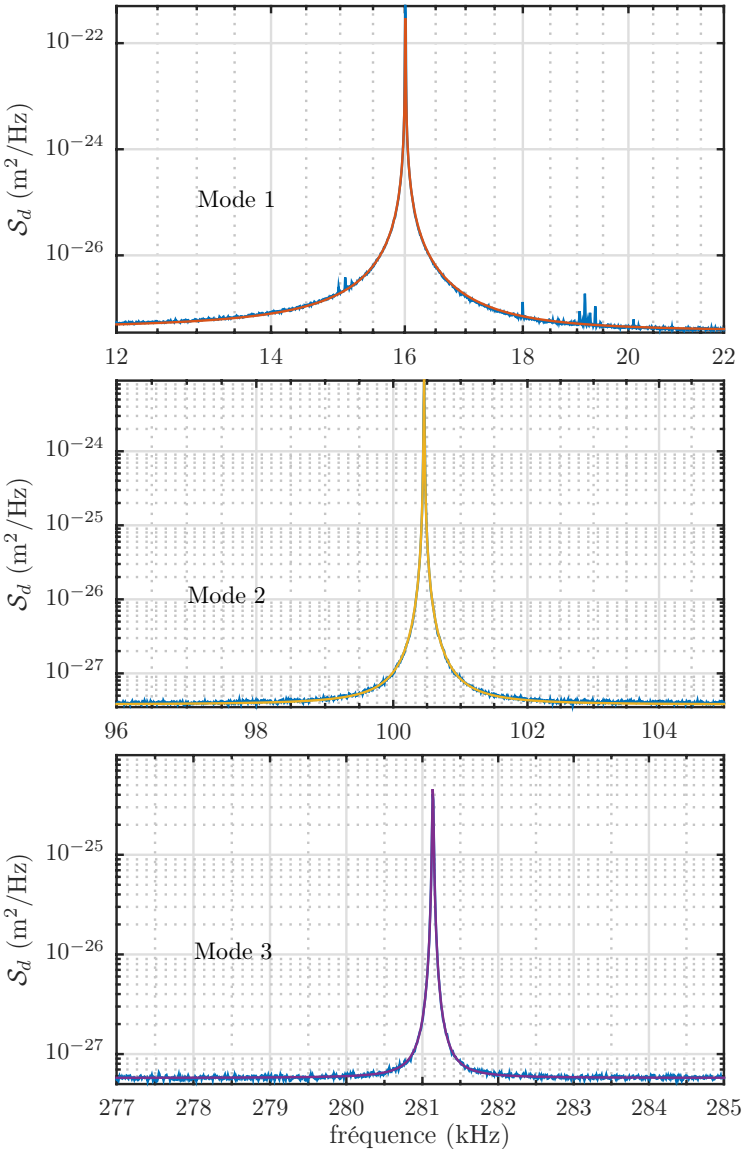

Figure 2.10 – *Superposition du spectre de fluctuations thermiques des modes 1 (en haut), 2 (au milieu) et 3 (en bas) d'un micro-levier AFM en silicium avec revêtement en aluminium sous vide, et des fits de ces modes par l'équation (2.33) correspondant à un oscillateur harmonique.*

2.3 Réduction du bruit de fond

2.3.1 Shot-Noise

Le principal facteur limitant dans notre expérience pour la mesure des fluctuations thermiques de microleviers est le bruit de fond de l'électronique et notamment le shot-noise. Le shot-noise est la manifestation de la nature quantique de la lumière. Les photodiodes utilisées « comptent » les photons révélant ainsi leur aspect corpusculaire. La photodiode ne va donc pas recevoir un flux continu de lumière mais des impacts aléatoires de photons. Cet aspect va se traduire par un bruit dans le photocourant. Le spectre de ce courant est donné par :

$$\mathcal{S}_I = 2eI \tag{2.34}$$

où e est la charge élémentaire de l'électron $e = 1.602 \times 10^{-19}$ C. Ce bruit va ensuite se traduire par un bruit dans le contraste mesuré et ainsi un bruit sur la déflexion estimée du levier. De cette façon, le shot-noise va être interprété comme une déflexion du levier.
Cherchons à présent à estimer l'impact du shot-noise sur les contrastes. On s'intéresse à φ proche de 0 pour simplifier, et on regarde les petites fluctuations de C_2^m. Par définition du contraste (équation (2.13)) nous avons :

$$C_2^m = \frac{A_2 - B_2}{A_2 + B_2} \tag{2.35}$$

(nous omettons ci-dessous les indices 1 et 2 pour alléger les notations)
Une petite variation du contraste peut alors s'écrire :

$$\delta C^m = \frac{\delta A - \delta B}{A + B} - \frac{A - B}{(A + B)^2}(\delta A + \delta B) \tag{2.36}$$

qui peut se réécrire comme :

$$\delta C^m = \frac{2B\delta A - 2A\delta B}{(A + B)^2} \tag{2.37}$$

Le spectre du contraste s'obtient grâce à l'équation (2.34) :

$$\mathcal{S}_C = \frac{4B^2 2eA + 4A^2 2eB}{(A + B)^4} \tag{2.38}$$

$$= \frac{8eAB}{(A + B)^3} \tag{2.39}$$

Nous nous plaçons dans le cas où $\varphi \simeq 0$, $c_2 = 0$ et $\psi = 0$ on a alors $A \simeq B \simeq \frac{I_0}{2}$ avec I_0 l'intensité totale reçue par la photodiode. Le spectre du contraste est donc :

$$\mathcal{S}_C = \frac{2e}{I_0} \tag{2.40}$$

Enfin, si nous utilisons l'expression du contraste mesuré (équation (2.18)) alors :

$$\delta C_2^m = \zeta_2 \cos(\varphi + \psi)\delta\varphi \tag{2.41}$$

$$= \zeta_2 \delta\varphi = \zeta_2 \frac{4\pi d}{\lambda} \tag{2.42}$$

D'où le spectre de la déflexion lié au shot-noise :

$$\mathcal{S}_d^{SN} = \left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \frac{\mathcal{S}_C}{\zeta_2^2} = \frac{1}{\zeta_2^2}\left(\frac{\lambda}{4\pi}\right)^2 \frac{2e}{I_0} \tag{2.43}$$

Pour des valeurs habituelles de ζ_2 et de I_0 nous estimons le bruit de fond à : $\mathcal{S}_d^{SN} = 4 \times 10^{-29}\,\mathrm{m}^2/\mathrm{Hz}$.
On remarque que ce bruit est inversement proportionnel à l'intensité lumineuse : plus l'intensité lumineuse est grande, plus les fluctuations liées à l'aspect corpusculaire de la matière sont négligeables. Pour améliorer la précision sur nos mesures il nous faut donc augmenter l'intensité lumineuse du laser.
Dans ce but, nous optons pour un laser vert d'une puissance de 150mW. Nous faisons varier, à l'aide de filtres, l'intensité du laser et traçons, en figure (2.11), différents spectres pour différentes intensités, et ce, pour un levier en silicium avec revêtement en aluminium. Nous remarquons clairement une baisse du niveau de bruit de fond avec l'augmentation de l'intensité lumineuse. Nous traçons donc, en figure (2.12), l'évolution du niveau de bruit de fond en fonction de l'intensité lumineuse. La variation du niveau de bruit de fond semble décroître en loi de puissance avec I. Cependant, un fit de ces données donne une loi proportionnelle à I^{-3}. Le cas de figure décrit par l'équation (2.43) est idéal, et, expérimentalement, il est rare de se trouver dans de telles conditions. En annexe, nous décrivons l'ensemble des calculs permettant d'arriver à l'expression du spectre réel de la déflexion lié au shotnoise :

$$\mathcal{S}_d^{SN} = \left(\frac{4\pi}{\lambda}\frac{\cos\varphi_0 \sin(\varphi_0+\psi)}{\cos\psi}\right)^2 2e\left[\frac{S_2^2 - D_2^2}{S_2^3\zeta_2^2\sin^2(\varphi_0+\psi)} + \frac{S_1^2 - D_1^2}{S_1^3\zeta_1^2\cos^2\varphi_0}\right] \tag{2.44}$$

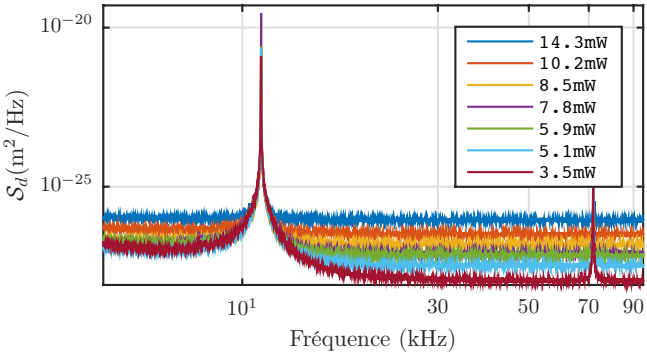

FIGURE 2.11 – *Superposition de plusieurs spectres de fluctuations thermiques d'un levier en silicium avec revêtement en aluminium pour différentes intensités lumineuses du laser de l'interféromètre. Le bruit de fond dû au shotnoise diminue lorsqu'on augmente l'intensité lumineuse.*

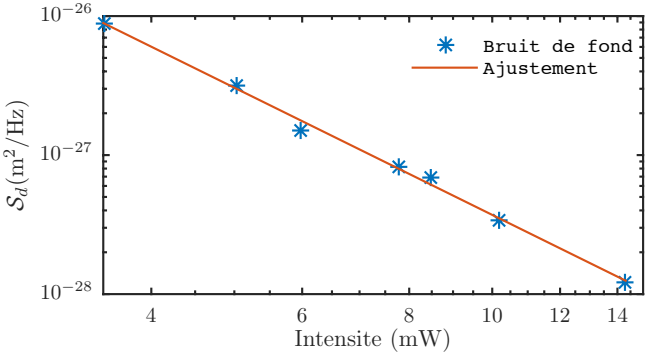

FIGURE 2.12 – *Niveau de bruit de fond moyen d'un spectre mesuré. Il décroît en loi de puissance avec I : il est proportionnel à I^{-3}. Ce niveau est défini comme la valeur moyenne de la DSP entre* 50 *et* 60 kHz *sur la figure (2.11).*

avec $S_1 = A_1 + B_1$ et $S_2 = A_2 + B_2$.
Ainsi, le spectre de la déflexion lié au shot noise n'est plus une fonction inversement proportionnelle de l'intensité lumineuse I (équation (2.43)) mais une fonction plus complexe dépendant des paramètres de l'ellipse.
Enfin, un dernier paramètre vient modifier le comportement de l'équation (2.44). En effet, les photodiodes peuvent mesurer une intensité parasite (lumière ambiante par exemple) qui vient s'ajouter à celui du signal mesuré par les photodiodes. Ainsi, l'expression du courant dans les photodiodes (2.12) peut se réécrire pour $n = 1$ et dans l'approximation $\psi = 0$:

$$\begin{aligned} A_1 &= I_{A1c} + I_{laser}\,(1 + \cos\varphi) \\ B_1 &= I_{B1c} + I_{laser}\,(1 - \cos\varphi) \end{aligned} \tag{2.45}$$

Où I_{A1c} et I_{B1c} sont les intensités parasites dans les photodiodes et I_{laser} l'intensité réelle du laser. La somme et la différence sont donc :

$$\begin{aligned} S_1 &= I_{A1c} + I_{B1c} + 2I_{laser} \\ D_1 &= I_{A1c} - I_{B1c} + 2I_{laser}\cos\varphi \end{aligned} \tag{2.46}$$

Si on considère que les intensités parasites sont les mêmes et que $c_1 = 0$ alors on peut déduire :

$$\zeta_1 = \frac{2I_{laser}}{I_{A1c} + I_{B1c} + 2I_{laser}} = \frac{I_{laser}}{I_{0c} + I_{laser}} \tag{2.47}$$

avec $I_{0c} = I_{A1c} + I_{B1c}$ qui donne :

$$\frac{1}{S_1\zeta_1^2} = \frac{I_{0c} + I_{laser}}{I_{laser}^2} \tag{2.48}$$

Le comportement du produit $S_1\zeta_1^2$ (resp $S_2\zeta_2^2$) dépend alors de l'intensité du laser. En effet, pour de fortes intensités de laser, l'intensité parasite I_{0c} devient négligeable devant I_{laser} et ainsi, le spectre de la déflexion lié au shotnoise devient proportionnel à $1/I_{laser}$ (tout en tenant compte des termes issus de l'ellispe). En revanche, dès lors que l'intensité du laser devient faible devant les intensités parasites, le spectre de la déflexion lié au shotnoise devient proportionnel au courant noir et inversement proportionnel à I_{laser}^2.

2.3.2 Modification des propriétés du levier

La diminution du bruit de fond n'est cependant pas la seule conséquence de l'augmentation de l'intensité lumineuse du laser. En effet, en figure (2.13) on remarque que les fréquences des modes propres de vibration du levier ont tendance à se décaler vers les basses fréquences à mesure que l'intensité lumineuse augmente. Si on se base sur l'équation (2.28), la masse du levier étant constante, la raideur k doit forcément diminuer à mesure que l'intensité lumineuse augmente.
C'est cet effet qui constitue le coeur de cette thèse : nous allons dans les chapitres suivants en proposer une explication, l'étayer avec de nouvelles observations, pour enfin l'exploiter dans un problème de physique statistique d'un système hors équilibre.

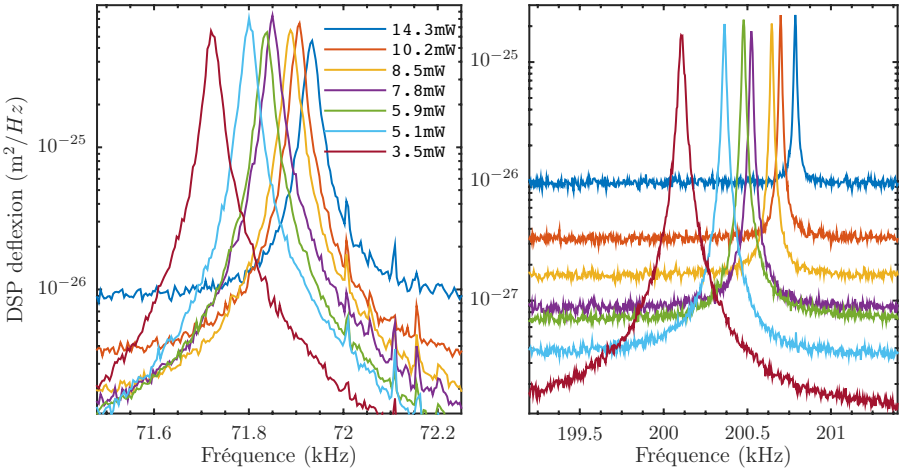

FIGURE 2.13 – *Mise en évidence d'un décalage en fréquence pour un levier en silicium sans revêtement. À gauche, le mode 2 et à droite le mode 3.*

2.4 Conclusion

Nous avons, dans cette partie, décrit l'interféromètre à quadrature de phase utilisé pour les mesures de fluctuations thermiques de micro-leviers AFM (figures (2.5) et (2.6)). En plus d'être une technique originale pour la mesure de la déflexion du levier, la quadrature de phase permet d'obtenir un bruit de fond extrêmement bas (jusqu'à cent fois meilleur qu'un AFM commercial). La limite principale de nos mesures vient du shot-noise. Ce bruit blanc est inversement proportionnel à l'intensité du laser (équation (2.44)). Ainsi, dans le but d'améliorer la précision sur la mesure des fluctuations thermiques de micro-leviers AFM, nous augmentons l'intensité du laser. Cette augmentation de l'intensité lumineuse du laser permet de gagner un facteur cent sur le niveau de bruit de fond de notre interféromètre (figure (2.11)). Cependant, un second effet apparait : un décalage des fréquences de résonance de chaque mode vers les basses fréquence est observé lorsque l'on augmente l'intensité du laser (figure (2.13)). En considérant que le levier peut être assimilé à une oscillateur harmonique, notre intuition nous laisse penser que, étant donné que la masse du levier est constante, sa raideur k doit diminuer lorsque l'intensité lumineuse du laser augmente. Nous allons ainsi, dans le chapitre suivant, proposer un modèle permettant de décrire ce décalage en fréquence en l'associant à un échauffement du levier.

Chapitre 3

Modélisation du décalage en fréquence

Sommaire

3.1	Modélisation pour une température uniforme	44
3.2	Mesure expérimentale du décalage fréquentiel	48
3.3	Modélisation pour un profil de température .	50
3.4	Température maximale d'un levier dans le vide	53
3.5	Levier avec revêtement	57
3.6	Conséquences d'un échauffement sur les leviers	63
3.7	Profil non linéaire de température	69
3.8	Conclusion	74

3.1 Modélisation pour une température uniforme

3.1.1 Description analytique de la poutre

Nous montrons dans le chapitre précédent que la déformation d'un micro levier est décrite par la deflexion $d(x,t)$, avec t le temps, et x la coordonnée spatiale le long du levier. L'équation du mouvement du micro-levier s'écrit :

$$\mu(x)\frac{\partial^2 d}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[E(x)I(x)\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] = f^{hydro}(x,t) + f^{ext}(x,t) \tag{3.1}$$

où μ est la masse linéique, EI la rigidité à la courbure du micro-levier (E est le module d'Young, I le second moment d'inertie), f^{hydro} la force d'amortissement par unité de longueur, et f^{ext} la force extérieure.
En présence de forces dissipatives nous faisons l'hypothèse que la dissipation est linéaire en fonction de la déflexion. Cela est le cas pour les dissipations visqueuses liées au fluide environnant. On peut ainsi écrire dans l'espace de Fourier [3, 40] :

$$f^{hydro}(x,\omega) = -i\omega\gamma(\omega)d(x,\omega) \tag{3.2}$$

Cette relation est équivalente à avoir une force dissipative proportionnelle à la vitesse avec un coefficient de proportionnalité γ. Notons que dans le vide, seules les dissipations mécaniques internes au levier peuvent apparaitre. Il est alors possible d'utiliser un module d'Young complexe, conduisant à :

$$f^{dis}(x,\omega) = -i\omega\tilde{\gamma}(\omega)\frac{\partial^4 d}{\partial x^4}(x,\omega) \tag{3.3}$$

Pour simplifier la suite de notre étude, nous nous placerons dans le cadre de l'équation (3.2). $\gamma(\omega)$ varie généralement lentement avec ω [40], et la dissipation est faible (facteur de qualité grand), ainsi, pour chaque résonance une simple dissipation visqueuse est une bonne approximation de f^{hydro}. On peut noter que la présence d'air autour du micro-levier induit des effets inertiels qui peuvent être pris en compte dans le modèle de Sader comme une masse ajoutée [40].
À cause de l'échauffement du levier par le laser à son extrémité, sa température n'est pas uniforme. Nous supposerons dans ce qui suit, que le profil de température est uniforme sur la section du levier et ce, indépendemment du temps. Ainsi, le profil de température peut s'écrire :

$$T(x) = T_0 + \theta(x) \tag{3.4}$$

Où T_0 est la température ambiante et $\theta(x)$ est la différence de température le long du levier. Ce profil de température va localement modifier les propriétés physiques du levier (et éventuellement celle de la masse d'air environnant le levier). Dans une première approche, nous ne considèrerons que les variations du module d'Young et des dissipations en fonction de la température, nous négligerons donc les dilatations spatiales du levier. En effet, le coefficient linéique d'expansion thermique du silicium $\alpha_l \approx 2.6 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ est un ordre de grandeur plus petit que celui de la dépendance en température du module d'Young [20] :

$$\alpha_E = \frac{1}{E}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right) \approx -64 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1} \tag{3.5}$$

De plus, nous considérons seulement une correction au premier ordre du module d'Young : $E(T) = E_0(1+\alpha_E\theta)$. Nous pouvons réécrire l'équation (3.1) dans l'espace de Fourier pour expliciter la dépendance en température de la déflexion du levier :

$$-m\omega^2 d + \frac{k_0}{3}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(1+\alpha_E\theta(x))\,\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] + i\omega\gamma(\omega)d = f^{ext}(x,\omega) \tag{3.6}$$

où m et k_0 sont la masse et la raideur statique du micro-levier (k_0 est définie à température ambiante T_0), et x est à présent normalisé à la longueur L ($x = 1$ à l'extrémité libre du micro-levier). En l'absence de force excitatrice externe, les conditions aux bords de l'équation (3.1) sont celles d'une poutre encastrée ($x = 0$) et d'extrémité libre ($x = 1$) :

$$d(x{=}0,\omega) = 0 \qquad \left.\frac{\partial d(x,\omega)}{\partial x}\right|_{x=0} = 0 \tag{3.7}$$

$$\left.\frac{\partial^2 d(x,\omega)}{\partial x^2}\right|_{x=1} = 0 \qquad \left.\frac{\partial^3 d(x,\omega)}{\partial x^3}\right|_{x=1} = 0 \tag{3.8}$$

3.1.2 Fréquence de résonance à température ambiante

Commençons par étudier les modes propres dans le cas où $\theta(x) = 0$. De cette façon, l'équation (3.6) devient :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\frac{\partial^4}{\partial x^4} + i\omega\gamma(\omega)\right) d = 0 \tag{3.9}$$

Qui peut se réécrire comme :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k}{3}\mathcal{L}_0 + i\omega\gamma(\omega)\right) d = 0 \tag{3.10}$$

Avec l'opérateur $\mathcal{L}_0 = \partial^4/\partial x^4$ dans l'espace $\mathcal{D}$ des fonctions qui remplissent les conditions aux bords (3.7) et (3.8). Cet opérateur est auto-adjoint sur cet espace pour le produit scalaire définit comme :

$$\phi \odot \psi = \int_0^1 \phi(x)\psi(x)\mathrm{d}x \rightarrow \mathcal{L}_0\phi \odot \psi = \phi \odot \mathcal{L}_0\psi \tag{3.11}$$

Ses valeurs propres λ_n^0 sont définies telles que :

$$\mathcal{L}_0\phi_n^0 = \lambda_n^0\phi_n^0 \tag{3.12}$$

Les vecteurs propres de l'opérateur $\mathcal{L}_0$ forment une base orthonormée de $\mathcal{D}$. Ils sont les modes normaux d'une poutre encastrée-libre dans le modèle de Euler-Bernouilli :

$$\phi_n^0(x) = (\cos\alpha_n x - \cosh\alpha_n x) - \frac{\cos\alpha_n + \cosh\alpha_n}{\sin\alpha_n + \sinh\alpha_n}(\sin\alpha_n x - \sinh\alpha_n x) \tag{3.13}$$

où α_n est la n^{ieme} solution de l'équation :

$$1 + \cos\alpha_n \cosh\alpha_n = 0 \tag{3.14}$$

qui conduit à $\alpha_1 = 1.875$, $\alpha_2 = 4.694$, ..., et $\alpha_n = (n-1/2)\pi$ pour n grand. Les valeurs propres λ_n^0 de l'opérateur $\mathcal{L}_0$ correspondantes aux modes propres sont alors $\lambda_n^0 = \alpha_n^4$: $\mathcal{L}_0\phi_n^0 = \lambda_n^0\phi_n^0 = \alpha_n^4\phi_n^0$. On projette ensuite l'équation (3.6) sur cette base pour obtenir l'évolution de l'amplitude de chaque mode :

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n^0 + i\omega\gamma(\omega)\right] d_n(\omega) = f_n^{ext}(\omega) \tag{3.15}$$

avec $d_n = d \odot \phi_n^0$, $f_n^{ext} = f^{ext} \odot \phi_n^0$. L'équation (3.15) est celle d'un oscillateur harmonique de masse m et de raideur $k_n = k_0\lambda_n^0/3$. Les pulsations propres ω_n des oscillations sont reliées aux valeurs propres spatiales par la relation de dispersion :

$$m\omega_n^2 = \frac{k_0}{3}\alpha_n^4 = \frac{k_0}{3}\lambda_n^0 = k_n \tag{3.16}$$

3.1.3 Décalage en fréquence pour un profil de température uniforme

Si on considère à présent une élévation uniforme de la température $\theta = \Delta T \neq 0$, avec $\alpha_E \Delta T \ll 1$, c'est à dire $\Delta T \ll 10^4$K. L'équation (3.6) s'écrit :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}(1 + \alpha_E\Delta T)\frac{\partial^4}{\partial x^4} + i\omega\gamma(\omega)\right) d = 0 \tag{3.17}$$

Qui peut se réécrire :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\mathcal{L} + i\omega\gamma(\omega)\right) d = 0 \tag{3.18}$$

Avec $\mathcal{L} = (1 + \alpha_E \Delta T)\mathcal{L}_0$. Les vecteurs propres de l'opérateur $\mathcal{L}$ sont les mêmes que ceux de l'opérateur $\mathcal{L}_0$ définis par l'équation (3.13).
Les valeurs propres λ_n de l'opérateur $\mathcal{L}$ correspondant aux modes propres sont alors $\lambda_n = (1 + \alpha_E \Delta T)\lambda_n^0 : \mathcal{L}\phi_n^0 = \lambda_n \phi_n^0 = (1 + \alpha_E \Delta T)\alpha_n^4 \phi_n^0$.
On projette ensuite l'équation (3.6) sur cette base pour obtenir l'évolution de l'amplitude de chaque mode :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}(1 + \alpha_E \Delta T)\lambda_n^0 + i\omega\gamma(\omega)\right) d_n(\omega) = f_n^{ext}(\omega) \tag{3.19}$$

avec $d_n = d \odot \phi_n^0, f_n^{ext} = f^{ext} \odot \phi_n^0$.
L'équation (3.19) est celle d'un oscillateur harmonique de masse m et de raideur $k_n(1 + \alpha_E \Delta T)$.
En utilisant le fait que $\lambda_n = (1 + \alpha_E \Delta T)\lambda_n^0$ on peut écrire :

$$\frac{\Delta\lambda_n}{\lambda_n^0} = \alpha_E \Delta T \tag{3.20}$$

Qui permet de réécrire la relation de dispersion (3.16) comme :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\lambda_n}{\lambda_n^0} = \frac{1}{2}\alpha_E \Delta T \tag{3.21}$$

Expérimentalement ΔT ne nous est pas accessible, par contre, nous pouvons, à l'aide de filtres modifier l'intensité lumineuse du laser, et donc, à un coefficient d'absorption près, faire varier la température. Nous avons donc la relation de proportionnalité suivante :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2}\alpha_E \Delta T \propto \alpha_E I \tag{3.22}$$

où I est l'intensité lumineuse incidente.

3.2 Mesure expérimentale du décalage fréquentiel

Nous effectuons des mesures sur deux types de leviers en silicium et sans revêtement de géométries différentes :

— des micro-leviers C100 de longueur $L = 500\,\mu m$, de largeur $W = 100\,\mu m$ et d'épaisseur $H = 1\,\mu m$ (NanoWorld Arrow TL8).

— des micro-leviers C30 de longueur $L = 500\,\mu m$, de largeur $W = 30\,\mu m$ et d'épaisseur $H = 2.67\,\mu m$ (BudgetSensors AIO-TL).

Nous mesurons la densité spectrale de puissance (DSP) des fluctuations thermiques des leviers en utilisant notre interféromètre. Afin d'évaluer le décalage en fréquence, nous effectuons, pour différentes intensités lumineuses I, un ajustement de chaque résonance sur les courbes de DSP par une fonction Lorentzienne pour en extraire les fréquences de résonance f_n de chaque mode n. Nous traçons en figure (3.1) et (3.2) les mesures du décalage en fréquence $\Delta f_n/f_n^0$ pour chaque mode n en fonction de l'intensité lumineuse I du faisceau laser sur l'extrémité libre du levier. f_n^0 est défini comme l'ordonnée à l'origine d'une régression linéaire de f_n en fonction de I, de sorte que $\Delta f_n = 0$ pour $I = 0$.

On remarque qu'il existe une dépendance entre le décalage en fréquence Δf et l'intensité lumineuse I (figures (3.1) et (3.2)). La dépendance de Δf en intensité I s'explique par le fait que lorsqu'on augmente l'intensité lumineuse, on augmente le flux de chaleur $\vec{J}$ et donc, grâce à la loi de Fourier : $\vec{J} = -\lambda_{Si}\vec{\nabla}T$, on peut en déduire qu'il existe un gradient de température plus grand dans le levier.

Cependant l'équation (3.22) suggère que le décalage en fréquence $\Delta f_n/f_n^0$ devrait être indépendant de n, or les figures (3.1) et (3.2) montrent l'inverse. Il nous faut donc revenir sur la notion de profil uniforme de température dans le levier. En effet, le laser ne chauffe qu'une extrémité du levier (l'extrémité libre du levier). Le levier va conduire la chaleur jusqu'à l'encastrement qui est à température ambiante, et qui va donc dissiper la chaleur. Ainsi la température n'est pas constante dans le levier, il existe, grâce à la conduction thermique, un profil de température non uniforme.

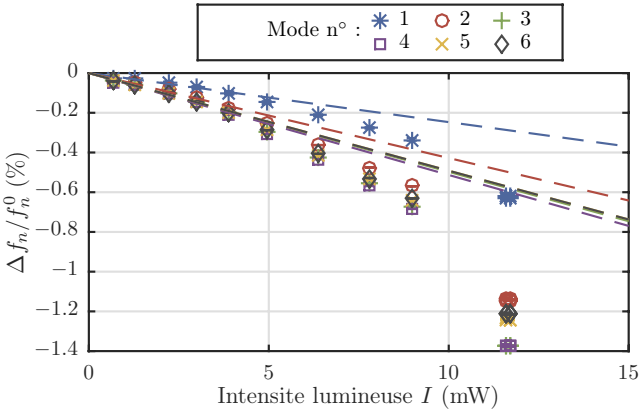

Figure 3.1 – *Micro-levier C100 : Décalage relatif en fréquence $\Delta f_n/f_n^0$ en fonction de l'intensité lumineuse I dans le vide ($P = 4\,\mathrm{Pa}$). Les courbes en pointillés représentent les régressions linéaires à faible intensité lumineuse ($I < 7\,\mathrm{mW}$). Il existe un aspect non linéaire pour des intensités lumineuses supérieures à $5\,\mathrm{mW}$.*

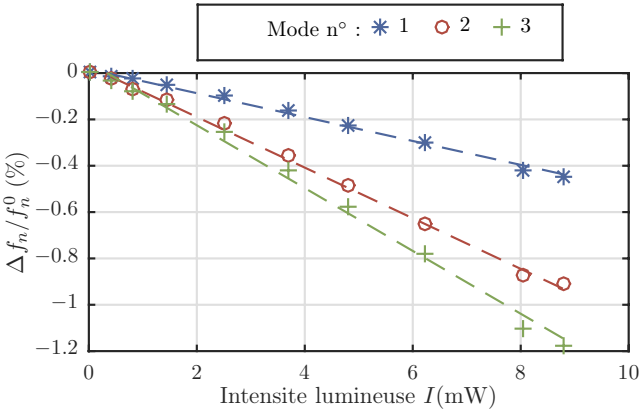

Figure 3.2 – *Micro-levier C30 : Décalage fréquentiel relatif $\Delta f_n/f_n$ en fonction de l'intensité lumineuse I dans le vide ($P = 10\,\mathrm{Pa}$). Les courbes en pointillés représentent les régressions linéaires.*

3.3 Modélisation pour un profil de température

3.3.1 Profil arbitraire de température

Nous nous intéressons à présent à des profils de températures quelconques, mais restons dans la limite des petites perturbations de la raideur du levier : $\alpha_E\theta(x) \ll 1$. L'équation du mouvement du levier est :

$$-m\omega^2 d + \frac{k_0}{3}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(1+\alpha_E\theta(x))\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] + i\omega\gamma(\omega)d = f^{ext}(x,\omega) \tag{3.23}$$

dans laquelle nous introduisons l'opérateur : $\mathcal{L} = \partial^2/\partial x^2[(1+\alpha_E\theta(x))\partial^2\partial x^2]$, qui est lui aussi auto-adjoint dans l'espace $\mathcal{D}$:

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\mathcal{L} + i\omega\gamma(\omega)\right)d = 0 \tag{3.24}$$

Les valeurs propres ϕ_n associées aux valeurs propres λ_n de l'opérateur $\mathcal{L}$ forment une base orthonormée de $\mathcal{D}$. Elles sont définies comme :

$$\mathcal{L}\phi_n = \lambda_n\phi_n \tag{3.25}$$

Faisons un développement au premier ordre en α_E avec $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \alpha_E\mathcal{L}_1$, $\phi_n = \phi_n^0 + \alpha_E\phi_n^1$ et $\lambda_n = \lambda_n^0 + \alpha_E\lambda_n^1$:

$$\mathcal{L}_0\phi_n^1 + \mathcal{L}_1\phi_n^0 = \lambda_n^0\phi_n^1 + \lambda_n^1\phi_n^0 \tag{3.26}$$

En projetant cette dernière équation sur ϕ_n^0 et en utilisant les propriétés de $\mathcal{L}_0$ qui est auto-adjoint, nous trouvons :

$$\lambda_n^1 = \phi_n^0 \odot \mathcal{L}_1\phi_n^0 \tag{3.27}$$

En utilisant l'expression explicite $\mathcal{L}_1 = \partial^2/\partial x^2[\theta(x)\partial^2/\partial x^2]$ on est amené à :

$$\lambda_n^1 = \int_0^1 dx\theta(x)\left(\frac{d^2\phi_n^0}{dx^2}\right)^2 \tag{3.28}$$

Pour n'importe quel profil de température $\theta(x)$, il est facile de calculer le décalage induit des valeurs propres spatiales :

$$\Delta\lambda_n = \alpha_E\lambda_n^1 \tag{3.29}$$

ce qui nous permet finalement d'écrire :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2}\frac{\Delta\lambda_n}{\lambda_n^0} \tag{3.30}$$

$$= \frac{1}{2}\frac{\alpha_E\lambda_n^1}{\lambda_n^0} \tag{3.31}$$

$$= \frac{\alpha_E}{2\alpha_n^4}\int_0^1 \mathrm{d}x\theta(x)\left(\frac{\mathrm{d}^2\phi_n^0}{\mathrm{d}x^2}\right)^2 \tag{3.32}$$

Ou encore :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{\alpha_E}{2}\int_0^1 \mathrm{d}x\theta(x)p_n^\omega(x) \tag{3.33}$$

et :

$$p_n^\omega(x) = \frac{1}{\int_0^1 \mathrm{d}x\left(\frac{\mathrm{d}^2\phi_n}{\mathrm{d}x^2}\right)^2}\left(\frac{\mathrm{d}^2\phi_n}{\mathrm{d}x^2}\right)^2 \tag{3.34}$$

Le décalage fréquentiel est ainsi dépendant du mode : l'assouplissement ($\alpha_E < 0$) du levier lié à l'augmentation de la température est pondéré par $p_n^\omega(x)$ le carré de la courbure locale normalisé. En effet, c'est aux parties fortement courbées du levier que les variations du modules d'Young, liées à l'échauffement du levier, auront la plus grande contribution. Remarquons que si nous choisissons un profil de température constant $\theta = \Delta T$, nous retrouvons un décalage fréquentiel indépendant du mode (équation (3.22)). Il est important de noter que l'expression formelle (3.32) du décalage fréquentiel est indépendante du détail du mécanisme de dissipation mécanique. La présence d'air autour du levier peut simplement modifier le décalage fréquentiel par des effets inertiels dans le modèle de Sader, ainsi qu'au travers de la conductivité thermique altérant ainsi le profil de température.

3.3.2 Application à un profil linéaire de température

Considérons à présent le cas d'un profil de température linéaire $\theta(x) = x\Delta T$, où ΔT est la variation de température à l'extrémité libre du levier. Si nous utilisons ce profil de température dans l'équation (3.32) nous obtenons :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{1}{2}\kappa_n\alpha_E\Delta T \tag{3.35}$$

où :

$$\kappa_n = \frac{1}{\alpha_n^4}\int_0^1 x\left(\frac{\mathrm{d}^2\phi_n^0}{\mathrm{d}x^2}\right)^2 \mathrm{d}x \tag{3.36}$$

κ_n représente la projection du profil de température sur la courbure du mode. Nous avons noté dans la table (3.1) ces coefficients κ_n. Par comparaison entre les équations (3.35) et (3.21) on voit que κ_n permet de relier le décalage fréquentiel relatif à un profil de température linéaire au décalage fréquentiel relatif à un profil de température uniforme ΔT.
Ces coefficients sont proches de $1/2$ pour des nombres de modes élevés qui ont une courbure uniformément distribuée le long du levier : on ressent la température moyenne $\Delta T/2$. Pour les premiers modes (plus spécialement pour le mode 1), ce coefficient est bien plus petit que $1/2$: la courbure du levier est grande uniquement proche de l'encastrement qui lui, est à une température plus faible que la température moyenne du levier, c'est pourquoi le décalage fréquentiel est plus faible.

Numéro du mode	1	2	3	4	5	6
κ_n	0.193	0.406	0.468	0.483	0.490	0.493

TABLE 3.1 – *Valeurs de κ_n pour les modes 1 à 6 calculés d'après l'équation (3.36). Ce coefficient permet d'estimer la température maximale d'un levier ayant un profil linéaire de température à partir du décalage en fréquence. Il représente également le décalage en fréquence pour un levier avec un profil de température linéaire normalisé au décalage fréquentiel d'un levier avec la même température maximale mais un profil de température plat*

3.4 Température maximale d'un levier dans le vide

3.4.1 Approximation linéaire du profil de température

Dans le vide, deux mécanismes principaux permettent l'évacuation de la chaleur : la conduction dans le levier et le rayonnement. La puissance dissipiée par rayonnement peut être estimé à l'aide des pertes radiatives du corps noir :

$$P_{CN} = \sigma(T^4 - T_0^4)A \tag{3.37}$$

où $\sigma = 5.7 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$ la constante de Stefan-Boltzmann, A l'aire totale du levier et T la température du levier. Dans le cas d'un profil linéaire de température $T = T_0 + \Delta T x$, avec ΔT la variarion de température à l'extrémité du levier et T_0 la température de l'encastrement. Si nous ne considérons le rayonnement qu'à travers les deux grandes surfaces du levier alors :

$$P_{CN} = 2\sigma W L \left(\frac{(T_0 + \Delta T)^5 - T_0^5}{5\Delta T} - T_0^4 \right) \tag{3.38}$$

La conduction, quant à elle, s'évalue grâce à :

$$P_{cond} = \lambda_{Si} \frac{WH}{L} \Delta T \tag{3.39}$$

avec $\lambda_{Si} = 80\,\mathrm{Wm^{-1}K^{-1}}$ la conductivité thermique du silicium (monocristallin). Pour une différence de température $\Delta T = 400\,\mathrm{K}$, une température de l'encastrement $T_0 = 300\,\mathrm{K}$, une longueur $L = 500\,\mu\mathrm{m}$ et une épaisseur $H = 2.7\,\mu\mathrm{m}$ de levier, nous avons :

$$\frac{P_{CN}}{P_{cond}} = 2.5 \times 10^{-2} \tag{3.40}$$

Les dissipations thermiques liées au rayonnement sont donc négligeables devant les dissipations par conduction. Dans la suite nous négligerons les pertes par rayonnement. Dans de telles conditions le profil stationnaire de température peut être estimé par la loi de Fourier :

$$J = \frac{\alpha I}{WH} = \lambda_{Si} \frac{1}{L} \frac{dT}{dx} = \lambda_{Si} \frac{1}{L} \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} \tag{3.41}$$

où J est le flux thermique (en $\mathrm{W/m^2}$), α est la fraction de lumière absorbée par le levier, et λ_{Si} la conductivité thermique du silicium. Nous faisons l'hypothèse que le flux thermique est homogène sur la section du levier WH. En

ajoutant l'hypothèse que l'extrémité encastrée du levier est à température ambiante T_0 (de part sa taille macroscopique) le profil de température peut être calculé par cette équation. Pour de faibles intensités lumineuses I, nous négligeons la dépendance en température de λ_{Si}, le profil de température devient trivialement :

$$\theta(x) = \frac{L}{WH\lambda_{Si}}\alpha I x \tag{3.42}$$

Dans de telles conditions, la dépendance en mode du décalage fréquentiel peut être modélisée à l'aide des coefficients κ_n du tableau (3.1), calculés pour un profil de température linéaire. D'après l'équation (3.35), en notant que $\Delta T = \theta(x = 1)$ on a donc :

$$\frac{\Delta f_n}{f_n} = K_n I \tag{3.43}$$

avec

$$K_n = \frac{\alpha_E L \alpha}{2WH\lambda_{Si}}\kappa_n \tag{3.44}$$

Pour tester cette dépendance, nous réalisons des régressions linéaires des figures (3.1) et (3.2) (en considérant uniquement les données à basse intensité lumineuse, c'est à dire inférieures à 5 mW, permettant ainsi d'éviter les non linéarités). Les pentes de ces régressions linéaires, K_n sont, d'après notre modèle, proportionnelles à κ_n. Nous les traçons en fonction de κ_n sur la figure (3.3).
On observe en effet la relation de proportionnalité entre les pentes K_n et les coefficients κ_n, pour tous les modes mesurés dans le vide.
En utilisant l'équation (3.35), il est donc possible d'estimer la température maximale atteinte à l'extrémité libre du levier à l'aide du décalage fréquentiel.

3.4.2 Évaluation de la température des leviers

Comme on le voit en figure (3.4), cette estimation est cohérente entre les différents modes. L'augmentation de température est significative : pour le levier C100, proche de 100 K pour une intensité lumineuse de 3 mW, et au delà de 600 K pour 12 mW. Pour le levier C30, l'augmentation de température est proche de 200 K pour une intensité lumineuse de 3 mW, et proche de 800 K pour une intensité lumineuse de 10 mW. Nous remarquons qu'à intensité égale, la température évaluée à l'extrémité libre d'un levier C30 est plus grande que celle d'un levier C100. Cela s'explique par la différence de section entre ces deux leviers. En effet, le coefficient K_n est dépendant

de la géométrie du levier. Ainsi, plus la section du levier est faible, plus la température estimée est élevée. Pour les intensités lumineuses plus élevées, la courbe est non linéaire : la dépendance de λ_{Si} en température ne peut être négligée.

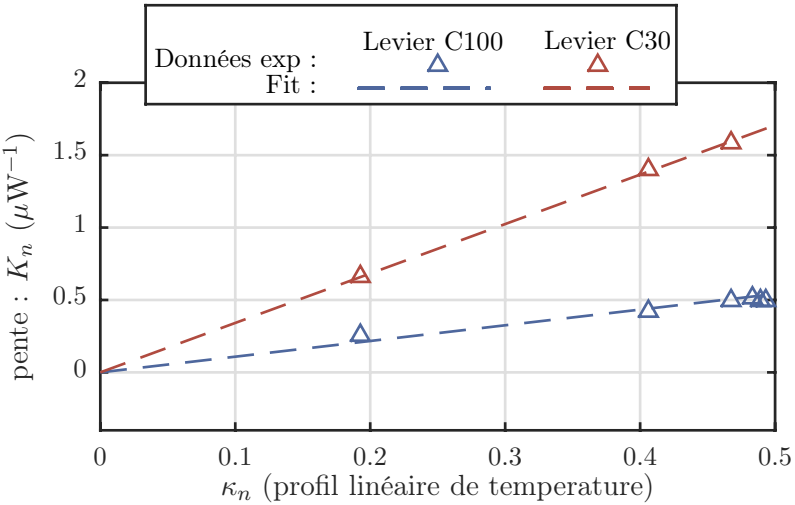

Figure 3.3 – *Pentes des décalages fréquentiels en fonction de l'intensité lumineuse tracées en fonction des κ_n (dépendance des modes attendue pour un profil de température linéaire). Dans le vide, cette proportionnalité est raisonnable pour les deux leviers (C100 et C30)*

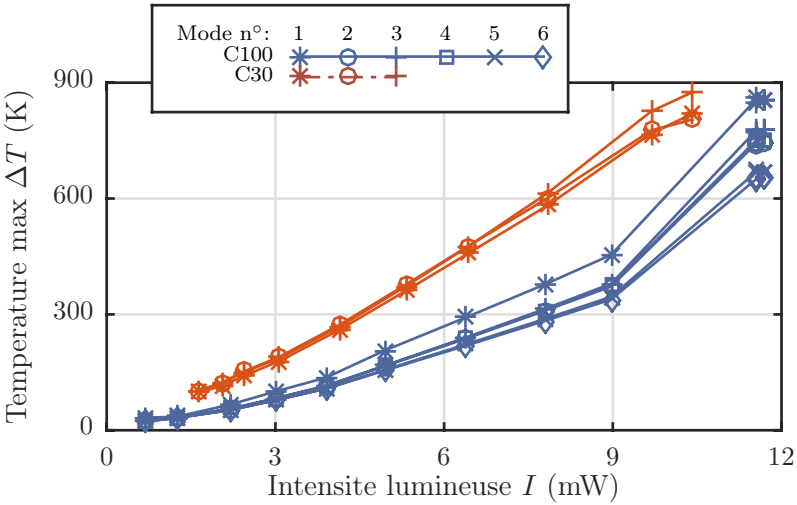

FIGURE 3.4 – *Température à l'extrémité libre du levier estimée grâce au décalage fréquentiel dans le vide, en supposant un profil de température linéaire. Cette approximation tend à devenir fausse pour de fortes intensités lumineuses, zone pour laquelle les non-linéarités sont importantes et l'estimation de ΔT des différents modes est plus disperse. Nous remarquons cependant qu'un fort gradient de température est déjà présent pour de faibles intensités lumineuses (quelques* mW*)*
.

3.5 Levier avec revêtement

3.5.1 Dépendance en température du module d'Young

Le coefficient α_E de dépendance en température du module d'Young est une donnée importante lors de l'estimation de la température à partir du décalage en fréquence. En effet, il permet, à l'aide de l'équation (3.43), de remonter à la température de l'extrémité du levier. De plus, malgré les mesures existantes, nos leviers sont souvent couverts d'un revêtement, modifiant ainsi le coefficient de dépendance en température du module d'Young α_E. Afin de l'évaluer, nous allons chauffer uniformément et de façon contrôlée, un levier et mesurer le décalage fréquentiel correspondant. Pour cela, nous avons créé une expérience dédiée (figure (4.7)) dans laquelle nous plaçons notre levier sur un support chauffé à l'aide d'un film résistif. À proximité du levier se trouve une sonde de température permettant de mesurer la température du support. Comme nous travaillons sous vide, cette température est équivalente à celle du levier (le rayonnement peut être négligé). De plus, le travail sous vide implique que nous avons peu de dissipation et donc le profil de température au sein du levier peut être assimilé à un profil uniforme de température. Nous pouvons alors relier le décalage en fréquence et la température grâce à l'équation (3.22) pour en déduire α_E :

$$\alpha_E = \frac{2}{\Delta T}\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} \tag{3.45}$$

Afin de valider notre montage, nous procédons, dans un premier temps, à un échauffement d'un levier de type C30 en silicium sans revêtement, et mesurons le décalage en fréquence en fonction de la température (figure (3.6)). La première remarque que nous pouvons faire est que le décalage fréquentiel est identique quelque soit le mode. Ceci confirme l'hypothèse que la température du levier est uniforme. De plus, une simple régression linéaire de ce décalage en fréquence nous permet d'obtenir α_E. Rappelons que, dans la littérature, $\alpha_{E,theo} = -64 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$. La régression linéaire de nos données expérimentales nous donne, quant à elle, $\alpha_E = -65 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ soit une erreur relative $\epsilon = 1.8\%$ (pour un profil uniforme de température, α_E est constant le long du levier). Nous pouvons ainsi, pour des leviers avec revêtement, utiliser cette technique de mesure de α_E afin d'obtenir une évaluation précise de la température dans nos leviers.
Nous procédons de la même manière pour des leviers en silicium de type C30 avec revêtement en tantale. La régression linéaire des données expérimentales présentées en figure (3.7) donne $\alpha_{E,Ta} = -113 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ soit deux fois plus que la valeur obtenue pour le silicium. Enfin, de façon similaire,

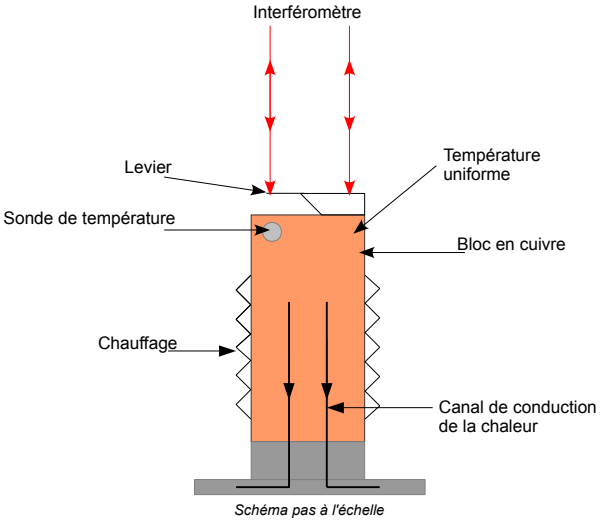

FIGURE 3.5 – *Description du montage permettant la mesure de α_E. Le levier est placé sur un porte échantillon en cuivre chauffé à l'aide d'une résistance chauffante. Une sonde de température permet de mesurer la température du porte échantillon. Comme l'ensemble est sous vide, la température mesurée par la sonde est celle du levier. De plus, le porte échantillon en cuivre est fixé sur un support en céramique permettant de limiter au maximum la conduction de chaleur. Ce montage nous permet d'explorer des variations de température comprises entre* $0\,^{\circ}\mathrm{C}$ *et* $100\,^{\circ}\mathrm{C}$

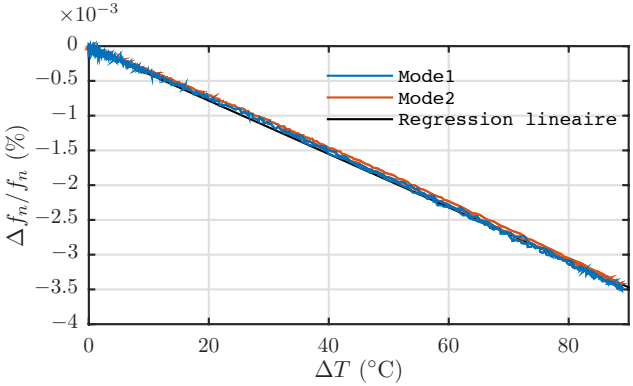

Figure 3.6 – *Décalage fréquentiel obtenu après échauffement contrôlé d'un levier de type C30 en silicium. La température est supposée uniforme le long du levier, et cette supposition est confirmée par la superposition des courbes entre les différents modes. Une simple régression linéaire de ces courbes permet d'obtenir une estimation de* α_E*. Ici, nous trouvons* $\alpha_E = -65 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$

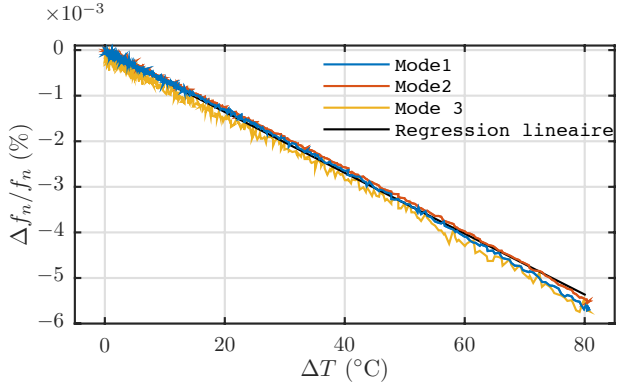

Figure 3.7 – *Décalage fréquentiel obtenu après échauffement contrôlé d'un levier de type C30 en silicium avec revêtement en tantale. La température est supposée uniforme le long du levier, et cette supposition est confirmée par la correspondance entre les différents modes. Une simple régression linéaire de ces courbes permet d'obtenir une estimation de* α_E*. Ici, nous trouvons* $\alpha_E = -113 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$

nous évaluons le coefficient de dépendance en température d'un levier avec revêtement en or et obtenons $\alpha_{E,Or} = -90 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$.
Après ajout de revêtement, les leviers deviennent composites, il est donc nécessaire de faire des mesures expérimentales de dépendance en température du module de Young (composite) pour évaluer leur température.

3.5.2 Estimation de la température d'un levier avec revêtement à partir du décalage en fréquence

Dans la partie précédente nous montrons qu'un revêtement modifie, de façon non négligeable, le coefficient de dépendance en température du module d'Young α_E. Ainsi, nous appliquons, sur un levier en silicium (identique à ceux utilisés précedemment), un revêtement en Tantale de conductivité thermique $\lambda_{Ta} = 57.5\,\mathrm{Wm}^{-1}\mathrm{K}^{-1}$, d'épaisseur totale d'environ 300 nm et échauffons ce levier de la même façon que précédemment. En figure (3.8) nous traçons le décalage en fréquence de ce levier en fonction de l'intensité lumineuse. En utilisant l'équation (3.35) et la valeur $\alpha_{E,Ta} = -113 \times 10^{-6}\,\mathrm{K}^{-1}$ mesurée précédemment, nous trouvons des températures deux fois plus faibles que pour le même levier sans revêtement (3.9) (450 K pour une intensité de 10 mW contre 800 K trouvé précédemment). Ceci s'explique par le fait qu'il y a, en plus du levier, de la conduction de chaleur dans le revêtement, ainsi, l'évacuation de chaleur est plus efficace lorsqu'on ajoute un revêtement au levier, donc, le gradient de température est plus faible.
Nous procédons enfin à l'échauffement d'un levier en silicium avec un revêtement en or sur une des deux faces du levier (levier de type *μMasch-NSC35-tipless-Cr-Au* avec un revêtement d'épaisseur $e = 50$ nm par face). Les variations du coefficient d'absorption vont modifier la quantité d'énergie absorbée par le levier et donc influencer sur la température de celui-ci. Nous échauffons donc le levier avec revêtement en or en présentant, dans un premier temps, la surface en silicium au laser, puis la surface revêtue d'or. La figure (3.10) présente une comparaison des températures atteintes en bout de levier. Nous remarquons que les températures atteintes pour le levier avec revêtement en or sont, quelque soit le sens du levier, plus basses que celles d'un levier en silicium sans revêtement. Cela s'explique par le fait que l'ajout d'un revêtement sur le levier permet une plus grande conduction de la chaleur. De plus, l'absorption dans le levier est plus faible lorsque l'or fait face au laser (la réflectivité de l'or est bien plus grande que celle du silicium) que lorsque le silicium fait face au laser. Cette différence se retrouve sur la figure (3.10) : le chauffage est plus efficace sur le levier en silicium.

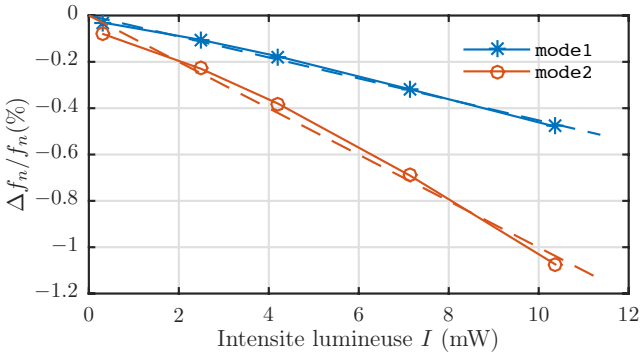

Figure 3.8 – *Décalage en fréquence d'un levier en silicium avec revêtement en tantale.*

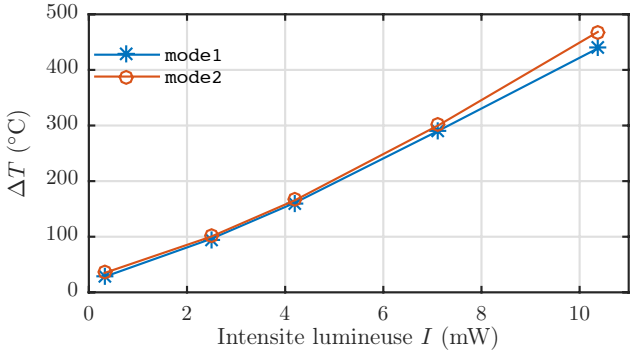

Figure 3.9 – *Évaluation de le température à l'extrémité d'un levier en silicium de type C30 avec revêtement en tantale grâce aux données de décalage en fréquence présentées en figure (3.8) et aux valeurs de κ_n données dans le tableau (3.1).*

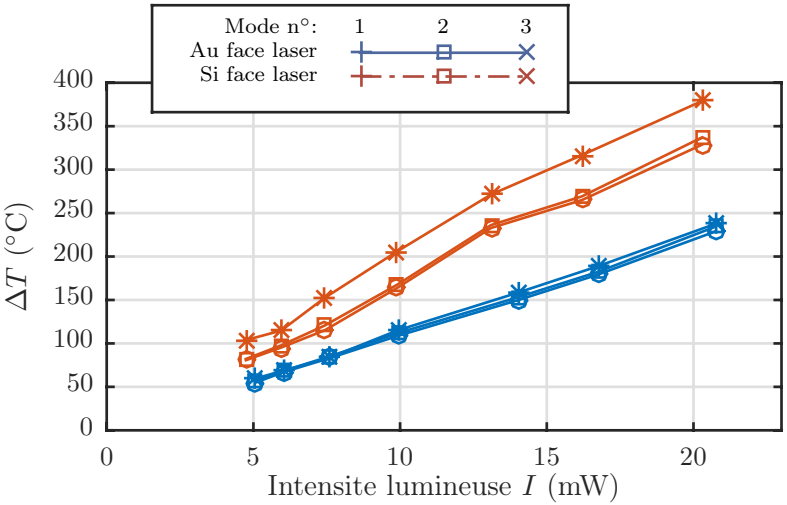

FIGURE 3.10 – *Comparaison des températures atteintes à l'extrémité du levier pour un levier en silicium avec revêtement d'un côté du levier. Le levier avec revêtement est chauffé par le laser dans deux configurations : le revêtement en or faisant face au laser ou la partie en silicium faisant face au laser. On remarque d'une part, que le levier en silicium atteint des températures plus élevées que celui avec revêtement, d'autre part, l'orientation du levier avec revêtement a une incidence sur la température atteinte. L'or étant plus réfléchissant que le silicium, il atteint une température plus basse.*

3.6 Conséquences d'un échauffement sur les leviers

3.6.1 Leviers en silicium

Il est naturel de se demander quels sont les effets de telles variations de température sur les leviers. En effet, les leviers, essentiellement constitués de silicium, ont une température de fusion de 1414 °C. Lors de nos échauffements, nous arrivons à atteindre des variations de températures de l'ordre de 900K et ceci de façon contrôlée. Pour se rendre compte des effets de l'échauffement des leviers, nous observons les leviers grâce à un microscope électronique à balayage (MEB) avant et après échauffement.

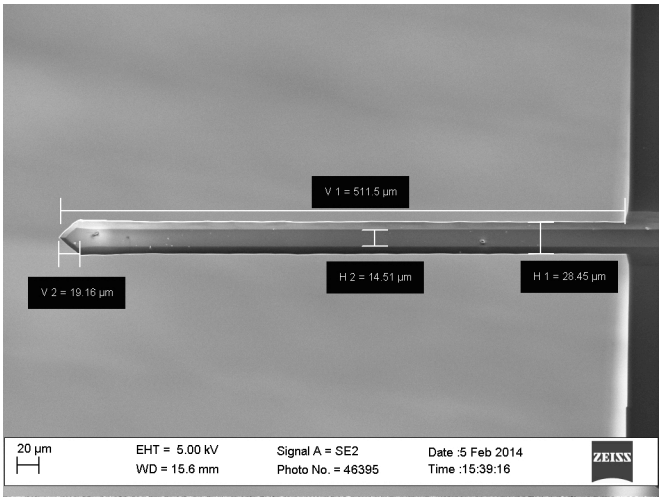

Figure 3.11 – *Levier en silicium de type C30 sans revêtement, visualisé grâce à un microscope électronique à balayage avant échauffement. Le levier mesure* 500 µm *de long.*

On observe en figure (3.11) un levier de type C30 en silicium sans revêtement. Il présente un aspect classique pour ce genre de levier. Cependant, après une série de mesures, on observe une fonte de celui-ci pour une intensité lumineuse de 25 mW (figure (3.12)). Ainsi, on peut affirmer que nous atteignons au minimum une température de 1400^oC sur le bout du levier. Cette première information confirme que les températures présentées précé-

demment ont un réel sens physique. Les variations de température prédites par l'équation (3.35) à partir des décalages en fréquence mesurés sont en adéquation avec la fonte des leviers.

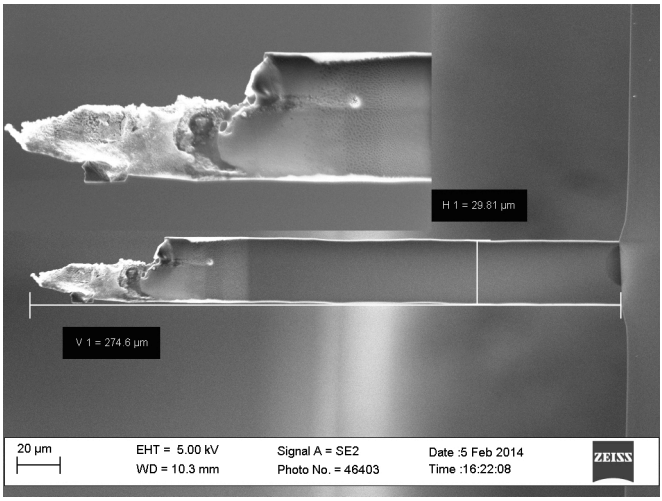

FIGURE 3.12 – *Même levier qu'en figure (3.11) visualisé après des mesures d'échauffement. On remarque nettement une fonte du levier et un raccourcissement de celui-ci (*274 µm *contre* 500 µm*). Il semblerait qu'on puisse voir des transitions cristallines du silicium à proximité de la zone de fonte du levier. En haut à gauche, un grossissement de la partie fondue.*

Après plusieurs séries de mesures avec fonte du levier, nous nous sommes rendus compte qu'il existe une taille limite pour le levier : une taille en dessous de laquelle le levier ne fond plus, et ce à intensité maximale constante. En effet, dans notre expérience nous imposons le flux $\vec{J}$ de chaleur dans le levier et non la température maximale. Ce flux de chaleur va, d'après la loi de Fourier, induire un gradient de température dans le levier (équation (3.41)). Dans un cas simplifié, le profil de température dans le levier peut être donné par l'équation (3.42). La température à l'extrémité du levier est donc :

$$T = T_0 + \frac{JL}{\lambda_{Si}} \tag{3.46}$$

Ainsi plus le levier est long, plus la température maximale atteinte en bout de levier est grande. À l'inverse, plus nous raccourcissons le levier, plus

la température maximale à l'extrémité de celui-ci baisse et donc plus nous nous éloignons de la température de fusion du levier (pour un flux de chaleur constant). Ainsi, cela explique pourquoi il existe une longueur à partir de laquelle il ne nous est plus possible de faire fondre le levier (à flux de chaleur égal).
Enfin, lors de la fonte d'un levier en silicium, il est possible d'observer des restructurations surprenantes (3.13) où il semblerait qu'après sa fonte, le levier se soit à nouveau cristallisé sous la forme d'un matériau poreux.

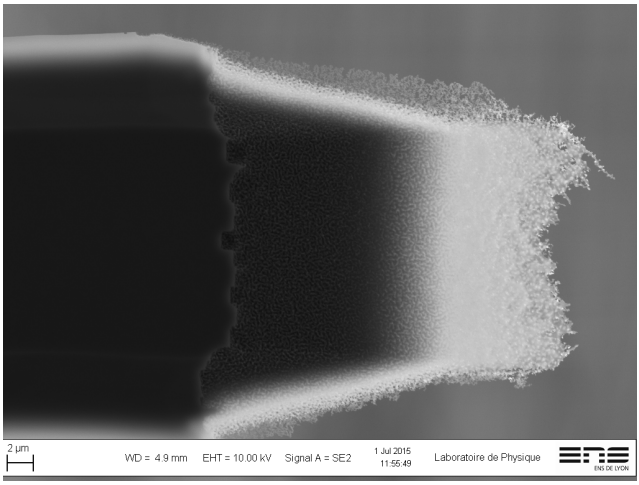

Figure 3.13 – *Image par microscopie électronique à balayage d'un levier en silicium sans revêtement. Il semblerait que le levier, après sa fonte, se soit recristallisé.*

3.6.2 Levier en silicium avec revêtement

Bien évidemment, la fonte du levier n'est qu'un exemple de conséquence d'une telle variation de température. En effet, dés lors que nous utilisons des leviers avec revétements, il est possible d'endommager le revêtement du levier sans pour autant endommager le levier lui même.

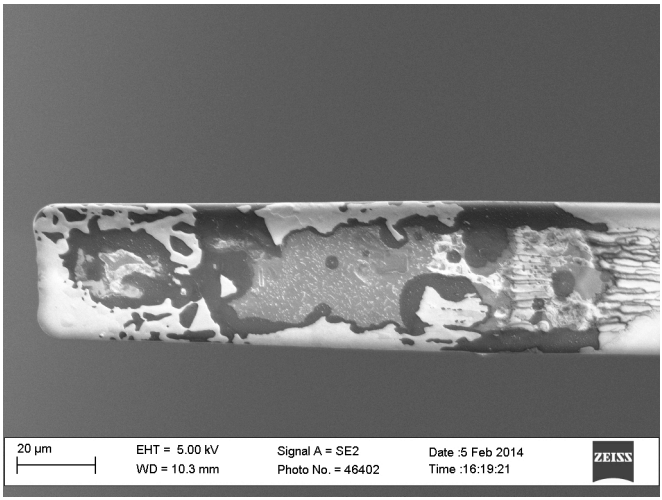

FIGURE 3.14 – *Image par microscopie électronique à balayage d'un levier avec revêtement en or après échauffement. On voit nettement ici le revêtement en or qui a fondu laissant apparaître le silicium et la couche d'accroche en chrome.*

C'est le cas des figures (3.14) et (3.15), où nous pouvons observer des leviers avec revêtement en or, dont la couche d'or a fondu. Nous voyons clairement sur la figure (3.14), la couche d'or fondue et en dessous, le silicium, qui lui semble intact. Nous voyons même, (figure (3.15)) le démouillage de l'or sur le silicium.
Il est même possible (figure (3.16)) d'observer une restructuration du revêtement après échauffement. Sur la figure (3.16) nous observons des bourgeons sur un levier avec revêtement en tantale. Nous voyons même, dans l'encart, un aspect cristallin du tantale.

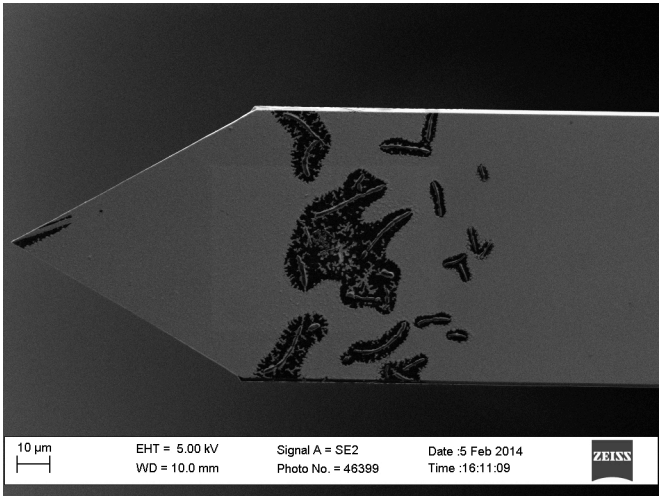

Figure 3.15 – *Image par microscopie électronique à balayage d'un levier de type C100 avec revêtement en or après échauffement. Nous nous sommes limités ici à un échauffement rapide et proche de la température de fusion. On peut voir le démouillage de l'or sur le silicium.*

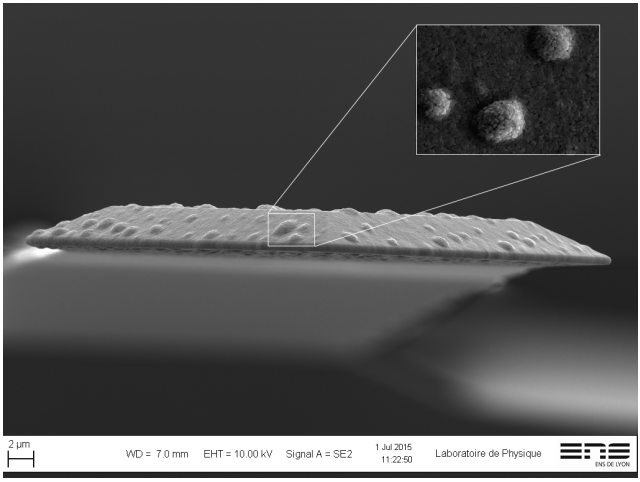

Figure 3.16 – *Image par microscopie électronique à balayage d'un levier en silicium avec revêtement en tantale. Nous remarquons une restructuration du revêtement, initialement uniforme, avec apparition de bourgeons. De plus, la partie exposée aux fortes variations de températures semble avoir pris un aspect cristallin.*

3.7 Profil non linéaire de température

Comme nous le montrons précédemment, les températures atteintes sur les leviers sont très importantes. De ce fait, des non linéarités apparaissent. Elles sont dues à des paramètres qui, jusque là étaient supposés constants mais qui, en vue des températures atteintes, sont dépendants de la température.

3.7.1 Profil théorique non linéaire et loi de Fourier

Nous traçons en figure (3.17) le comportement de $\lambda_{Si}(T)$ d'après la référence [27].

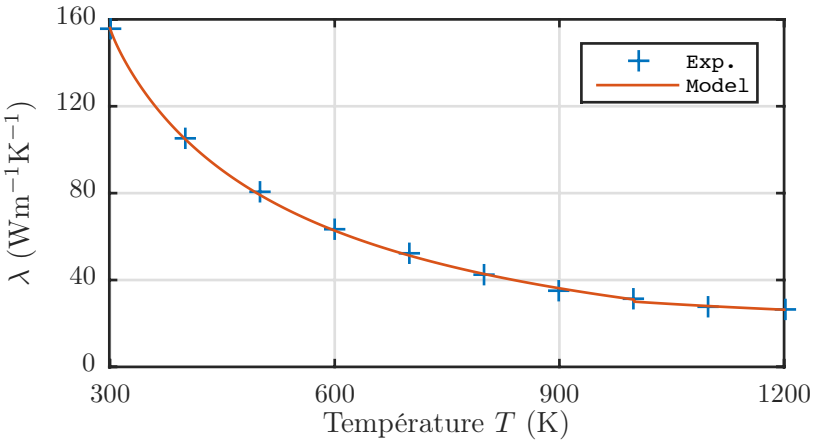

Figure 3.17 – *Dépendance de la conductivité thermique λ_{Si} en fonction de la température T. Pour de fortes températures, les variations de λ_{Si} sont significatives et doivent être prises en compte [27].*

Définissons :

$$\Lambda(T) = \int_{T_0}^{T} \lambda_{Si}(T')dT' \tag{3.47}$$

Par intégration de l'équation (3.41) par rapport à x nous avons :

$$JLx = \Lambda(\theta(x)) \tag{3.48}$$

qui donne le profil de température :

$$\theta(x) = \Lambda^{-1}(\frac{\alpha I}{WH} Lx) \tag{3.49}$$

À l'aide d'un ajustement des données présentées en figure (3.17), nous pouvons estimer $\Lambda(T)$ et donc sa fonction inverse Λ^{-1}. Nous pouvons finalement estimer la forme du profil de température pour différentes intensités lumineuses I. Nous traçons ces estimations en figure (3.18) pour des leviers C100, en considérant une absorption $\alpha = 0.5$. La forme non linéaire du profil de température est clairement visible pour des intensités lumineuses supérieures à 10 mW.

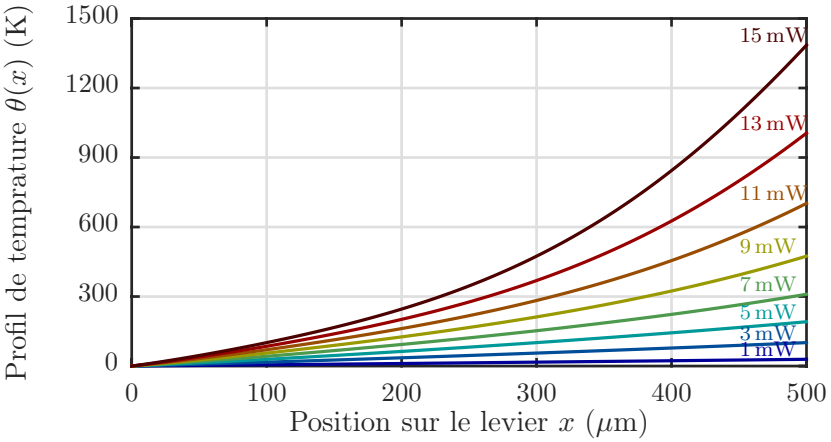

FIGURE 3.18 – *Profils de température théoriques calculés pour un micro-levier de section $WH = 100\,\mu m^2$ et un coefficient d'absorption $\alpha = 0.5$, en prenant en compte la dépendance en température de la conductivité thermique du silicium λ_{Si}. Le seul processus de transport de chaleur ici est la conduction le long du levier. Le profil de température est clairement non linéaire pour des intensités lumineuses au delà de 10 mW.*

En utilisant ces profils de température, il est possible d'estimer le décalage en fréquence à l'aide de l'équation (3.32). Le résultat est tracé en figure (3.19). Les courbes sont qualitativement très similaires aux mesures

expérimentales de la figure (3.1). Cependant nous n'avons pas de correspondance exacte et ceci peut s'expliquer par les différentes approximations :

1. La dépendance en température du module d'Young du silicium α_E n'est pas vraiment connue dans cette gamme de température. Le montage décrit dans la partie 3.5.1 ne permet pas d'explorer cette zone de températures très élevées.
2. Le coefficient d'aborption α dépend de la température.
3. Le profil de température n'est pas uniforme sur la section du levier proche de l'extrémité libre du levier.

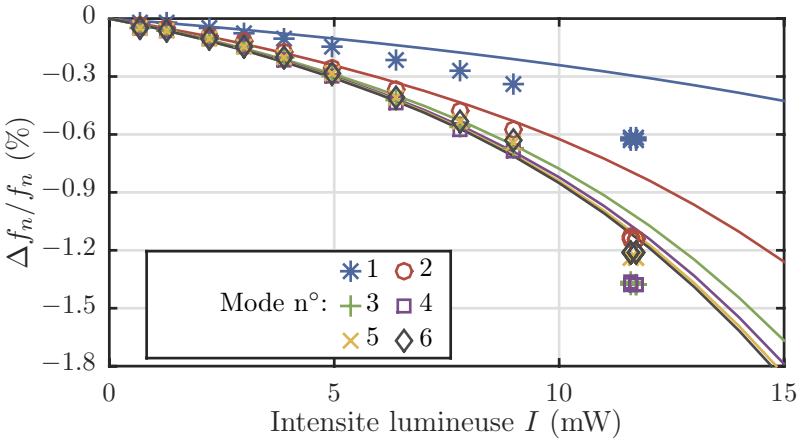

Figure 3.19 – *Décalage fréquentiel relatif $\Delta f_n/f_n$ en fonction de l'intensité lumineuse I, en traits continus, calculé pour un micro-levier de section $WH = 100\,\mu m^2$ et un coefficient d'absorption $\alpha = 0.5$ et en prenant en compte la dépendance en température de la conductivité thermique du silicium λ_{Si}. Les symboles correspondent aux mesures de la figure (3.1)*

3.7.2 Étude du coefficient d'absorption α

Un paramètre important dans l'étude du profil non linéaire de température dans le levier est le coefficient d'absorption α. En effet, il est courant d'utiliser un revêtement, souvent en or, pour améliorer le contraste de nos mesures. Cependant, l'ajout d'un revêtement sur un levier en silicium modifie son coefficient de réflexion et donc son coefficient d'absorption. Afin de mesurer le coefficient d'absorption α il nous faut mesurer les intensités transmises et réfléchies par le levier. La mesure de l'intensité lumineuse captée par les photodiodes de l'interféromètre correspond, à des coefficients de transmission près, à l'intensité lumineuse réflechie par le levier. L'intensité transmise par le levier est mesurée à l'aide d'un nouveau montage (figure (3.20)) dans lequel nous avons placé sous le levier une photodiode. Les leviers utilisés étant fins, quelques micro-mètre d'épaisseur, une partie non négligeable de lumière est transmise. Une simple combinaison de ces intensités nous permet de remonter à l'intensité lumineuse absorbée par le levier, et donc de connaitre le coefficient d'absorption α. Ainsi, si nous utilisons les conventions présentées en figure (3.20), et en supposant que l'intensité réfléchie I_{r2} soit constante, nous pouvons déduire le coefficient d'absorption α :

$$I_{abs} = I_o - I_R - I_{tr} \tag{3.50}$$

$$\alpha = \frac{I_0 - I_R - I_{tr}}{I_0} \tag{3.51}$$

Avec $I_R = I_{r1} + I_{r2}$.

La valeur obtenue expérimentalement du coefficient d'absorption α pour un levier en silicium de type C30 sans revêtement est $\alpha = 0.7$ elle est plus grande que celle obtenue pour un levier en silicium de type C100 est $\alpha = 0.55$. Cette différence s'explique par le fait que le coefficient de transmission est inversement proportionnel à l'épaisseur du levier. Ainsi un levier C100 a une épaisseur de 1 µm alors qu'un levier C30 a une épaisseur de 2.67 µm. Nous effectuons ensuite la même série de mesure sur un levier en silicium de type C30 avec un revêtement en or. Nous procédons en deux étapes : la première où le revêtement en or fait face au laser, et la seconde où le silicium fait face au laser. L'or étant plus réfléchissant que le silicium son coefficient de réflexion est plus grand que celui du silicium, nous trouvons un coefficient d'absorption α plus faible du levier dans la configuration où l'or fait face au laser. Ainsi nous trouvons $\alpha = 0.55$ lorsque l'or est face au laser, alors que $\alpha = 0.75$ lorsque le silicium est face au laser.
Le coefficient d'absorption α est donc un paramètre fortement dépendant

du levier (épaisseur, revêtement, orientation...) et il doit être mesuré expérimentalement pour chaque levier utilisé.
Il ne nous est malheureusement pas possible d'explorer la dépendance en température du coefficient d'absorption de α car il varie de quelques % ce qui est comparable à la stabilité en puissance du laser.

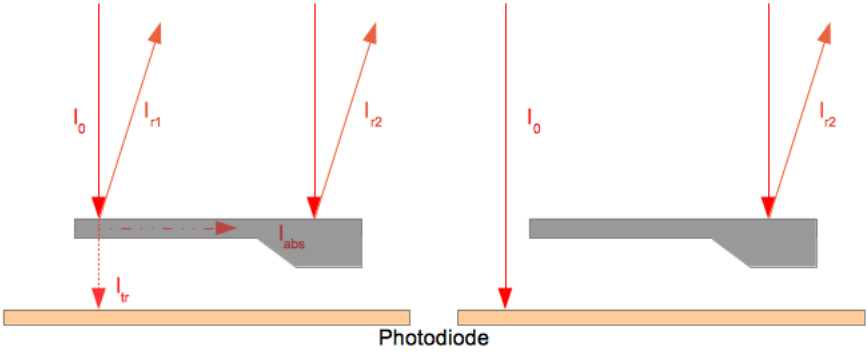

Figure 3.20 – *Position des faisceaux permettant d'estimer l'intensité absorbée par le levier. À gauche, la configuration classique de notre montage, permettant de mesurer l'intensité transmise I_{tr} par le levier ainsi que l'intensité réfléchie par le levier I_{r1} et son support I_{r2}. À droite, une position avec un faisceau hors du levier, permettant de mesurer l'intensité réfléchie uniquement par le support I_{r2} et l'intensité incidente I_0.*

3.8 Conclusion

Nous observons dans le chapitre précédent, qu'il existe, lors de la variation de l'intensité lumineuse du laser, un décalage des fréquences de résonance des modes propres de vibration du levier. Nous montrons que ce décalage est proportionnel à l'intensité lumineuse mais aussi qu'il est dépendant du mode. Nous associons ce décalage à un échauffement du levier, et nous présentons un cadre théorique permettant d'étudier la dynamique d'un levier soumis à un profil de température (uniforme, linéaire, et même arbitraire). L'échauffement du levier modifie localement son module d'Young et l'assouplit. Ainsi, nous pondérons, dans notre modèle, le profil de température par la courbure des modes propres du levier pour calculer le décalage en fréquence : les parties fortement courbées seront celles où les variations du module d'Young influencent la fréquence de résonance.
Étant donné que le levier est placé sous vide, il ne peut dissiper de la chaleur que par conduction jusqu'à son encastrement, et ainsi, le profil de température au sein du levier peut être assimilé, en première approximation, à un profil linéaire de température. Dans de telles conditions, il est possible de relier le décalage en fréquence à la température à l'extrémité du levier à l'aide de coefficients permettant de lever la dépendance en mode. De plus, la température et les variations de fréquences de résonance étant liées par le coefficient de dépendance en température du module d'Young du levier, nous avons mis en place une expérience dédiée permettant de le mesurer quelque soit le levier utilisé.
Nous montrons, dans ce chapitre, que les variations de températures à l'extrémité des leviers sont très importantes, et cela, même pour de faibles intensités lumineuses. Enfin, nous présentons quelques images issues de microscopie électronique à balayage, montrant que les températures estimées à l'aide du décalage en fréquence ont une réelle signification physique. En effet, nous observons des leviers fondus, ou encore des revêtements très endommagés, ce qui est en adéquation avec les températures estimées à l'aide de notre modèle.

Chapitre 4

Mesure expérimentale du profil de température

Sommaire

4.1 Balayage du levier 78
4.2 Découplage mesure et chauffage 87
4.3 Renormalisation du profil de température . . 91
4.4 Conclusion 94

Après avoir effectué des mesures de températures à l'extrémité de leviers AFM, nous cherchons à présent à faire des mesures de profils de températures dans des leviers. Pour cela nous proposons deux méthodes, que nous présentons dans ce chapitre.

4.1 Balayage du levier

Nous allons, dans cette partie, parcourir le levier sur sa longueur en translatant la lentille de focalisation du laser sur le levier (figure (4.1)). Nous effectuons un balayage longitudinal de celui-ci.

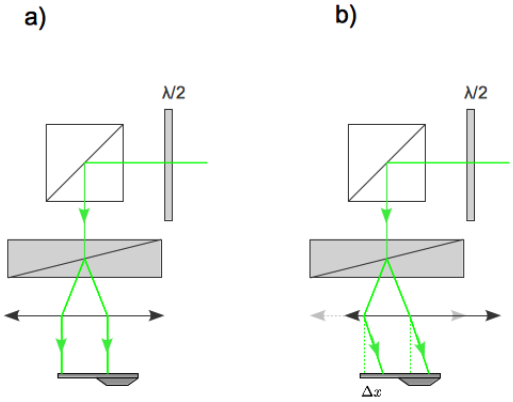

FIGURE 4.1 – *Descriptif du montage expérimental permettant de déplacer les deux lasers simultanément sur le levier. À gauche, la position de la lentille permettant d'avoir les deux faisceaux à l'extrémité libre du levier. À droite, la lentille est déplacée d'une valeur Δx permettant de déplacer les faisceaux sur le levier.*

4.1.1 Profil de température

Le déplacement du laser le long du levier va modifier le profil de température dans le levier (figure (4.2)).
En effet, le levier ne pouvant dissiper la chaleur qu'à l'encastrement, la température du levier entre le faisceau et son extrémité libre est constante.

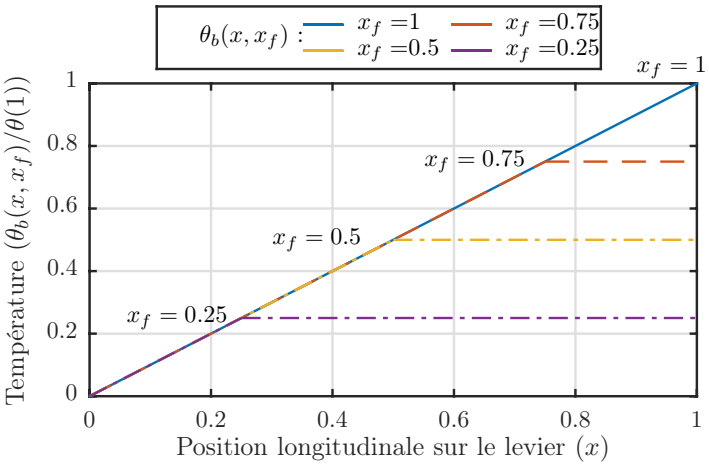

Figure 4.2 – *Profils de température attendus lors d'un balayage du levier avec le laser de chauffage pour différentes positions du laser. Le profil de température est supposé linéaire entre l'encastrement du levier et la position du laser, puis constant entre le laser et l'extrémité du levier.*

Reprenons la loi de Fourier :

$$J = \frac{\alpha I}{WH} = \lambda_{Si} \frac{1}{L} \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} \tag{4.1}$$

où J est le flux thermique, λ_{Si} la conductivité thermique du levier (supposée constante avec la température), le produit WH la section du levier et L la longueur du levier. Pour un chauffage au bout du levier, on obtient le profil de température :

$$\theta(x) = \frac{\alpha I}{WH} \frac{L}{\lambda_{Si}} x \tag{4.2}$$

Pour un chauffage sur une position intermédiare, si nous appelons x_f la position du laser sur le levier, alors la loi de Fourier s'intègre en :

$$\theta_b(x, x_f) = \frac{\alpha I}{WH} \frac{L}{\lambda} x \qquad \text{pour} \quad x \leq x_f \tag{4.3}$$

$$\theta_b(x, x_f) = \frac{\alpha I}{WH} \frac{L}{\lambda} x_f = \Delta T(x_f) \quad \text{pour} \quad x \geq x_f \tag{4.4}$$

De cette manière, la température évaluée en x_f pour un profil de température défini par les équations (4.3) et (4.4)) est la même que celle évaluée

en $x = x_f$ pour un profil de température défini par l'équation (4.2). La mesure de $\theta_b(x_f, x_f) = \Delta T(x_f)$ est donc équivalente à celle de $\theta(x_f)$, le profil de température en x_f pour un chauffage en bout du levier.

4.1.2 Décalage en fréquence

Afin d'évaluer la température en tout point x_f du levier, nous utilisons la méthode du décalage en fréquence. Cependant, nous devons modifier légèrement la théorie développée dans le chapitre 2. En effet, même si nous sommes toujours dans le cas d'un profil linéaire par morceau de température, les coefficients κ_n permettant de lever la dépendance en mode du décalage en fréquence sont calculés au chapitre précédent pour une profil linéaire de température sur l'intégralité du levier. Nous estimons ici un profil de température linéaire avec une saturation en $x = x_f$. Rappelons l'expression générale du décalage en fréquence lié à l'échauffement du levier :

$$\frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} = \frac{\alpha_E}{2\alpha_n^4} \int_0^1 \mathrm{d}x \theta(x) \left(\frac{\mathrm{d}^2\phi_n^0}{\mathrm{d}x^2} \right)^2 \tag{4.5}$$

qui donne l'expression des κ_n^b :

$$\kappa_n^b(x_f) = \frac{1}{\alpha_n^4 \Delta T(x_f)} \int_0^1 \mathrm{d}x \theta_b(x, x_f) \left(\frac{\mathrm{d}^2\phi_n^0}{\mathrm{d}x^2} \right)^2 \tag{4.6}$$

où $\Delta T(x_f)$ est la température à l'extrémité libre du levier et $\theta(x, x_f)$ est donné par les équations (4.3) et (4.4). On obtient alors $\Delta T(x_f)$ avec l'expression :

$$\Delta T(x_f) = \frac{\Delta\omega_n}{\omega_n} \frac{2}{\alpha_E \kappa_n^b(x_f)} \tag{4.7}$$

Les coefficients κ_n^b deviennent ainsi une fonction de la position x_f du faisceau laser. Nous reportons les valeurs de différents κ_n^b pour quelques valeurs de x_f dans le tableau (4.1). Nous remarquons que les valeurs des κ_n^b tendent vers 1 lorsqu'on se rapproche de l'encastrement. Cela est dû au fait que pour un chauffage proche de l'encastrement, le profil de température tend vers un profil uniforme. Tous les modes deviennent donc équivalents et la correction à apporter est donc de plus en plus faible.

Numéro du mode	1	2	3	4	5	6
$\kappa_n^b(x_f = 1)$	0.193	0.406	0.468	0.483	0.490	0.493
$\kappa_n^b(x_f = 3/4)$	0.258	0.538	0.611	0.619	0.619	0.621
$\kappa_n^b(x_f = 1/2)$	0.378	0.702	0.718	0.741	0.740	0.748
$\kappa_n^b(x_f = 1/4)$	0.605	0.779	0.842	0.855	0.8556	0.862

Table 4.1 – *Décalage en fréquence normalisé pour un levier avec un profil de température linéaire normalisé au décalage fréquentiel d'un levier avec la même température mais un profil de température plat en fonction de la position x_f des lasers. On remarque que plus on se rapproche de l'encastrement plus le facteur κ_n tend vers* 1*, ceci étant lié au fait que proche de l'encastrement, tout les modes ont une courbure équivalente, proche de* 0*.*

4.1.3 Diminution des fluctuations thermiques

Le dernier effet à prendre en compte est la diminution des fluctuations thermiques en fonction de la position du laser. En effet, afin de mesurer un décalage en fréquence et évaluer la température du levier, il faut que les fluctuations thermiques du mode considéré soient suffisamment démarquées du bruit de fond. En effet, la déflexion $d(x, \omega)$ se décompose sur la base des modes propres $\phi_n(x)$ en :

$$d(x, \omega) = \sum_n d_n(\omega)\phi_n(x) \tag{4.8}$$

Le spectre mesuré de l'amplitude du mode $\mathcal{S}_{d_n}$ semble modulé spatialement par la forme du mode :

$$\mathcal{S}_d(x, \omega) = \sum_{n=1}^{\infty} \mathcal{S}_{\mathrm{d_n}}(\omega)\phi_n^2(x) \tag{4.9}$$

Ainsi, l'amplitude mesurée en x_f des fluctuations thermiques du mode n est directement proportionnelle à $\phi_n^2(x)$.

Celle-ci pourra donc être nulle (figure (4.3)) pour des positions de faisceaux x_f correspondantes aux noeuds des modes et à l'encastrement du levier. Proche de ces positions, la mesure de $\Delta f_n/f_n$ ne sera pas possible.

Expérimentalement, on mesure $\mathcal{S}_d(x_f, \omega)$. On en déduit l'amplitude quadratique moyenne de chaque mode en intégrant sur un intervalle de fré-

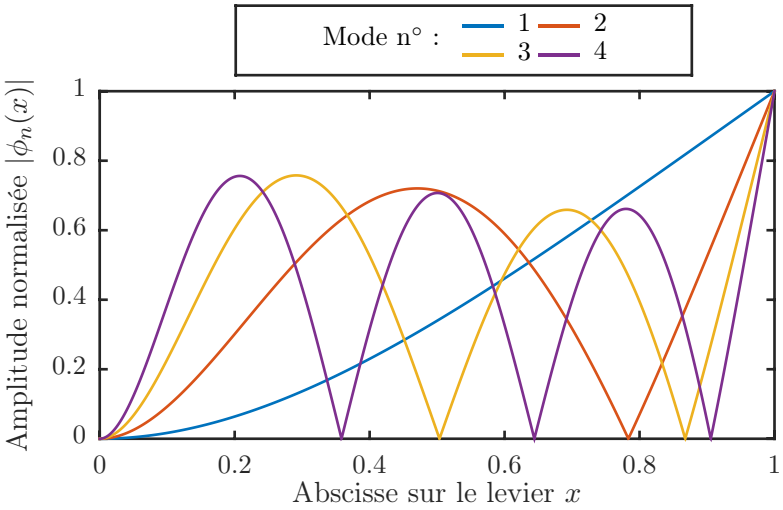

FIGURE 4.3 – *Déflexion des quatre premiers modes de flexion d'une poutre semi-encastrée.*

quence adapté autour de la fréquence de résonance :

$$\langle d_n^2(x_f)\rangle = \int_{\omega_n \pm \Delta\omega} \mathcal{S}_d(x_f,\omega) = \langle d_n^2\rangle \phi_n^2(x_f) \tag{4.10}$$

En effet, le facteur de qualité étant grand sous vide on peut considérer qu'il n'y a pas de recouvrement entre les modes, ainsi, la densité spectrale de puissance du mode n est concentrée sur un intervalle $\Delta\omega$ centré en $\omega = \omega_n$. Il n'est donc plus nécessaire d'intégrer sur l'ensemble des fréquences. De plus, le spectre des fluctuations thermiques d'un levier étant la somme des fluctuations thermiques réelles du levier et celui de bruit de fond de la déflexion liée au shot-noise, nous soustrayons aux fluctuations thermiques de la déflexion, la valeur du bruit de shot-noise évalué entre deux modes.

Nous mesurons les fluctuations thermiques d'un levier (de type C100) en silicium sans revêtement sous vide pour différentes positions x_f du laser, et traçons, en figure (4.4) l'évolution de l'amplitude $\langle d_n^2(x_f)$ des fluctuations thermiques de ses trois premiers modes de flexion. À ces données expérimentales, nous superposons un fit avec la fonction $\phi_n^2(x)$. Nous remarquons

qu'il y a une bonne concordance entre les données expérimentales et les fits, ce qui nous permet d'évaluer, à partir des fits, la longueur du levier $L = 460\,\mu\text{m}$. L'évaluation de la longueur du levier est importante car elle permet, par la suite, d'évaluer précisément les $\kappa_n^b(x_f)$ nécessaires lors de la mesure expérimentale du profil de température.

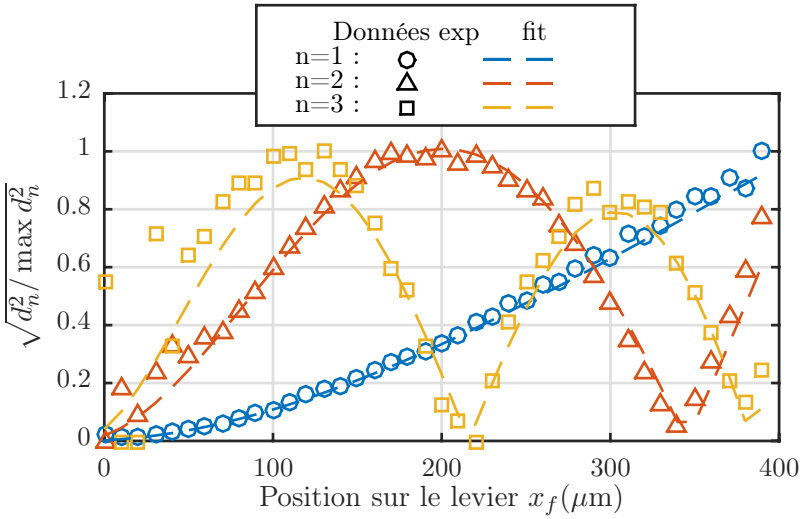

Figure 4.4 – *Racine de la déflexion quadratique moyenne des trois premiers modes de flexion d'un levier en silicium sans revêtement dans le vide normalisés à leur valeur maximale. Les données tracées en étoiles sont issues de la mesure expérimentale de l'amplitude des fluctuations thermiques du mode n en fonction de la position x_f du faisceau sur le levier. En courbes pointillées, un fit de ces données par l'expression de $\phi_n^2(x)$.*

4.1.4 Mesure expérimentale du profil de température

Nous nous intéressons à présent à la mesure, expérimentale, du profil de température dans un levier. Les données présentées ici, sont issues d'un levier en silicium de type C100, sans revêtement, sous vide. Comme décrit précédemment, nous balayons longitudinalement le levier avec le laser, et mesurons, en fonction de la position les fréquences de résonance des modes de flexion du levier. Puis, à l'aide des $\kappa_n^b(x_f)$ et de l'équation (4.7), nous évaluons $\Delta T(x_f)$, et donc le profil de température $\theta(x)$ dans le levier.
En figure (4.5) nous traçons le profil de température obtenu pour deux intensités différentes du laser vert ($P = 5\,\mathrm{mW}$, en bas, et $P = 9\,\mathrm{mW}$, en haut). Nous remarquons, dans un premier temps, que la température calculée en tout point x_f du levier est la même, quelque soit le mode considéré. Cela montre que l'évaluation des coefficients $\kappa_n^b(x)$ est bonne et que le profil de température est raisonnablement linéaire dans le levier. De plus, la température estimée à l'extrémité libre du levier ($x_f = 400\,\mu\mathrm{m}$) est en adéquation avec les températures estimées en figure (3.4) sur un levier équivalent.

Nous effectuons la même série de mesure pour un levier en silicium de type C30 à section plus faible, sans revêtement, dans le vide (figure (4.6)). Nous remarquons à nouveau une bonne concordance des différents modes pour de faibles intensités lumineuses, même s'il existe un léger décalage du mode 1 pour de fortes intensités lumineuses. Cela pourrait s'expliquer par le fait qu'à cette intensité, le profil de température ne peut plus être assimilé à un profil linéaire de température. De plus, ces courbes sont en bonne adéquation avec celles présentées en figure (3.4) (levier similaire) pour la température à l'extrémité du levier.

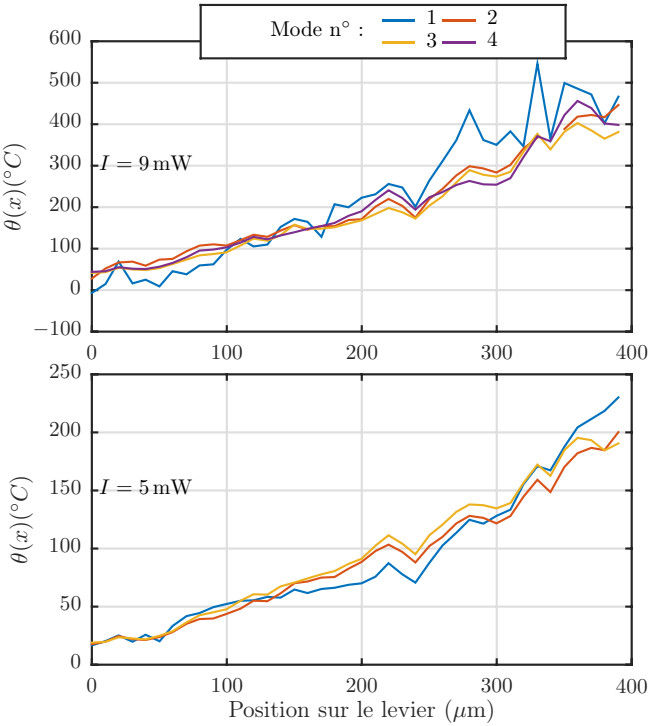

Figure 4.5 – *Profils de températures obtenus pour un levier de type C100 à section large* ($100\,\mu\mathrm{m}^2$)*, en silicium, sans revêtement et dans le vide. En haut, le profil obtenu pour une intensité du laser de* 9 mW*, en bas, une intensité de* 5 mW*. On remarque une bonne concordance des courbes quelque soit le mode. Les profils de température sont linéaires en première approximation.*

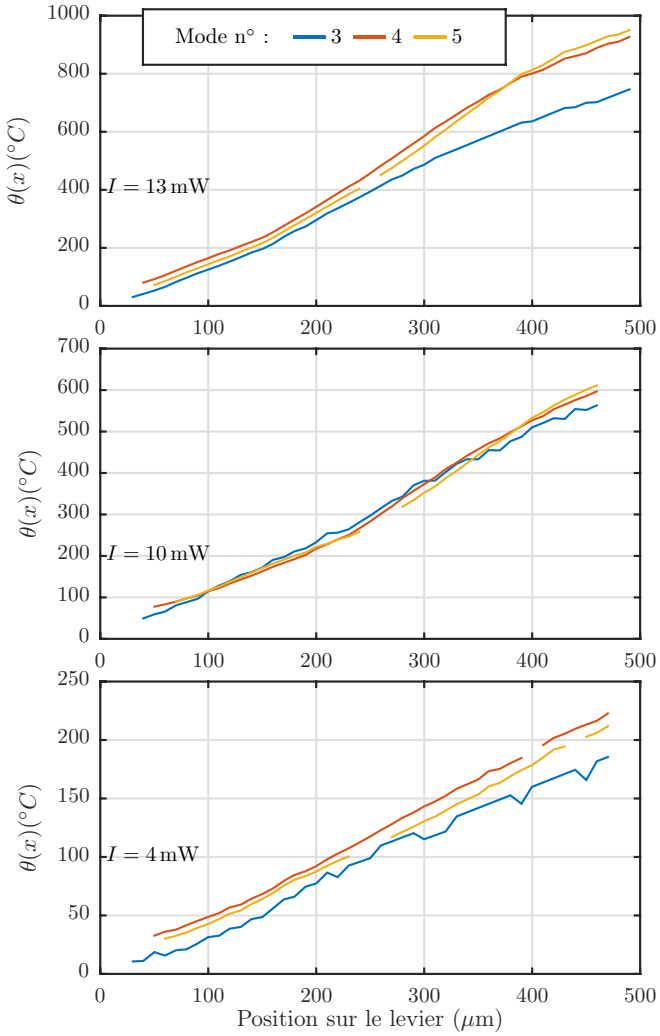

FIGURE 4.6 – *Profils de températures obtenus pour un levier de type C30 à section mince (*$60\,\mu\mathrm{m}^2$*), en silicium, sans revêtement et dans le vide. En haut, le profil obtenu pour une intensité du laser de* $13\,\mathrm{mW}$*, au milieu, une intensité de* $10\,\mathrm{mW}$*, et en bas, une intensité de* $4\,\mathrm{mW}$*. On remarque à nouveau une bonne concordance des modes pour de faibles intensités lumineuses (en bas et au milieu), tandis que pour une intensité élevée (en haut) le profil semble moins linéaire et le mode 1 semble ne plus suivre la tendance donnée par les deux modes suivants.*

4.2 Découplage mesure et chauffage

4.2.1 Dispositif expérimental

Initialement l'échauffement des leviers vient d'une volonté d'augmenter le rapport signal sur bruit de notre interféromètre. En effet, l'augmentation de l'intensité lumineuse a pour effet de diminuer le bruit de fond. Cette méthode est adaptée pour échauffer fortement nos leviers. En revanche, pour de faibles intensités lumineuses, zone dans laquelle il nous est possible d'assimiler le profil de température dans le levier à un profil linéaire, le rapport signal sur bruit devient faible, et il devient donc difficile de faire des mesures de décalage fréquentiel.

Le laser étant à la fois l'outil d'analyse et le moyen d'échauffer le levier, nous décidons de découpler analyse et chauffage (figure (4.7)).

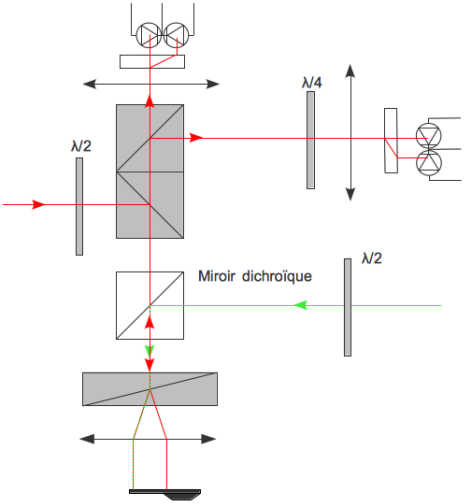

Figure 4.7 – *Montage expérimental permettant de découpler l'analyse du chauffage. Nous utilisons donc deux lasers. Un rouge limité à la partie interférométrie. Un vert, découplé de l'interféromètre à l'aide d'un miroir dichroique, permettant de chauffer le levier.*

Nous utilisons donc un laser rouge pour la partie interférométrie, découplé, grâce à un miroir dichroique, d'un laser vert consacré à la partie échauffement du levier. Ce montage présente de nombreux avantages, en effet, nous pouvons augmenter l'intensité lumineuse du laser vert sans craindre

d'endommager les photodiodes de l'interféromètre. De plus, notre système reste très précis pour de faibles intensités du laser vert (jusqu'à l'extinction du laser vert). En revanche, pour de fortes intensités lumineuses du laser vert, nous ne gagnons pas en précision. Un autre avantage de ce montage vient du fait qu'il permet de modifier le profil de température. En effet, les lasers étants découplés, il est possible de chauffer à différents endroits le levier, modifiant ainsi le profil de température du levier. La puissance du laser rouge étant approximativement de 150 µW cela correspond à une élévation de température de l'ordre de 10 K qui est négligeable devant l'augmentation de température liée au laser vert.

4.2.2 Balayage découplé de la mesure

L'inconvénient majeur de la technique décrite en 4.1, vient du fait qu'une grande partie des paramètres varient lors du balayage (amplitude des modes, contraste, réglages de l'interféromètre etc). Pour pallier ces variations, nous proposons une seconde méthode, dans laquelle seul le laser vert effectue un balayage du levier (figure (4.8)).

Dans la partie précédente, le déplacement de la lentille de focalisation des lasers permettait de déplacer les lasers sur le levier. Ici, nous ne pouvons plus utiliser cette technique car le laser rouge doit rester fixe. Ainsi, nous plaçons, sur la platine tilt permettant de positionner le laser vert sur l'axe optique de notre système, un moteur. Ce moteur va éloigner (rapprocher) le laser vert de l'axe optique d'un angle β proportionnel à la translation du moteur. Il nous est donc possible de déplacer uniquement le laser vert sans modifier la position du laser rouge. De cette façon, le laser rouge se situant constamment à l'extrémité du levier, nous affranchit des variations de l'amplitude des modes ainsi que de la calibration de l'interféromètre. De plus, comme nous estimons la température à l'aide d'une mesure de décalage en fréquence, la position du point de mesure est sans importance : un mode a une unique fréquence propre, quelque soit la position d'observation. On s'affranchit également de la présence de noeuds pour lesquels les fluctuations thermiques s'annulent et deviennent donc négligeables devant le bruit de fond. En revanche, l'inconvénient de cette méthode vient du fait qu'il ne nous est pas possible d'estimer la longueur du levier (précédemment cela se faisait à l'aide de la variation de l'amplitude des fluctuations thermiques des modes de flexion du levier).
Nous traçons, en figure (4.9), le profil de température d'un levier de type C30 à faible section (60 µm^2), en silicium sans revêtement et dans le vide

pour une intensité lumineuse de $I = 5\,\mathrm{mW}$. La valeur des $\kappa_n^b(x_f)$ est évaluée à l'aide de l'équation (4.6) pour une longueur de levier de $500\,\mu\mathrm{m}$ (donnée constructeur). Nous remarquons à nouveau une bonne concordance entre les modes ainsi qu'une élévation de température cohérente avec les observations faites pour un levier similaire (figures (3.4) et (4.6)).

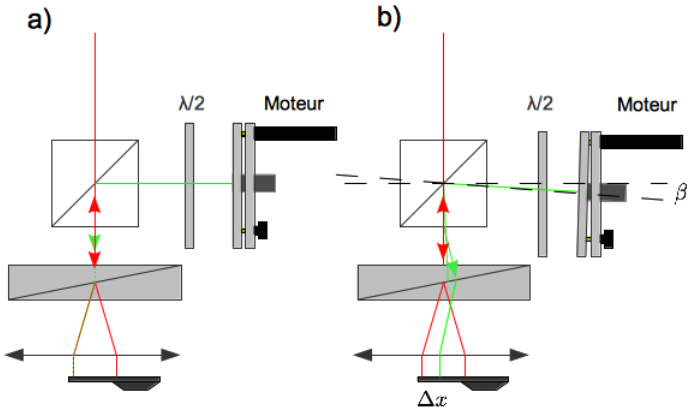

Figure 4.8 – *Schéma du montage expérimental permettant de déplacer le laser vert sur le levier sans modifier la position du laser rouge. À gauche, position pour laquelle les deux lasers sont superposés. À droite, action sur le moteur permettant d'éloigner de l'axe optique, d'un angle β, le laser vert, permettant ainsi de décaler le laser vert d'une distance Δx du laser rouge proportionnelle à la translation du moteur.*

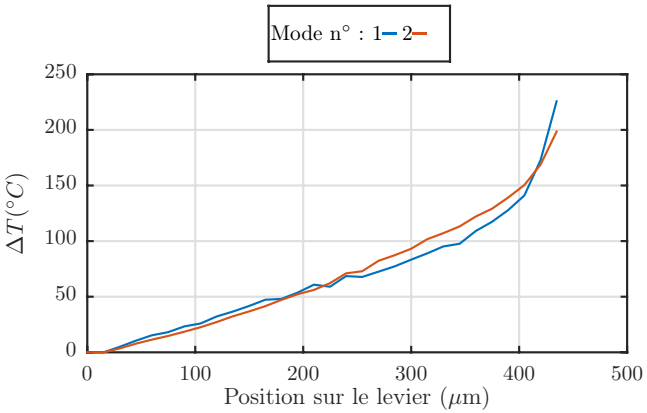

FIGURE 4.9 – *Profil de température estimé pour un levier de type C30 à petite section (*$75\,\mu m^2$*) en silicium, sans revêtement et dans le vide. Ce profil est estimé en ne déplacant que le laser vert et en faisant l'hypothèse d'un levier de* $500\,\mu m$ *de long. On remarque une bonne concordance des courbes quelque soit le mode.*

4.3 Renormalisation du profil de température

Le profil de température issue de la loi de Fourier s'écrit selon l'équation (3.49) :

$$\theta(x) = \Lambda^{-1}\left(\frac{L}{WH}\alpha I x\right) \tag{4.11}$$

Pour un tel profil de température, pour un levier identique, le préfacteur $L\alpha/WH$ est constant (α varie peu en fonction de T en première approximation). Ainsi, le profil de température est seulement dépendant du produit de l'intensité lumineuse I et de la position sur le levier x. Dans les paragraphes précédents, nous évaluons le profil de température pour différentes intensités lumineuses du laser en faisant varier la position x_f du laser sur le levier. Si nous nous appuyons sur l'équation (4.11), alors, pour un même levier, la forme de la température $\theta(x)$ en fonction du produit Ix doit être la même quelque soit l'intensité lumineuse du laser I et quelque soit la position du laser x_f. Ainsi, nous traçons, en figures (4.10) et (4.11) les profils de température obtenus respectivement pour un levier de type C100 à section large et celui d'un levier de type C30 à section mince en silicium et sans revêtement. Nous remarquons bien que la pente du profil de température est la même en fonction du produit Ix, ce qui est en adéquation avec l'équation (4.11).

Comme le suggère l'équation (4.11) la température d'un même levier doit être la même que l'on fasse varier la position x du faisceau à intensité constante, ou que l'on fasse varier l'intensité du faisceau I pour une même position. Ainsi, nous reprenons les données de températures estimées grâce au décalage en fréquence issues du chapitre 3.11 (figure (3.4)), et nous traçons en figure (4.11), la variation de température ΔT à l'extrémité du levier en fonction de IL avec $L = 500\,\mu\text{m}$ la position du faisceau (supposée être à l'extrémité libre du levier). Nous pouvons constater sur la figure (4.11) que les courbes issues des mesures de profils de température ainsi que celles issues des mesures de températures maximales à l'extrémité du levier (chapitre 3.11) se superposent et ont la même pente. Cela implique que, lors de la mesure d'un profil de température, il est équivalent de déplacer le faisceau laser le long du levier et d'estimer sa température en toute position x_f du faisceau, que de laisser le faisceau laser en un point et de faire varier l'intensité du laser.

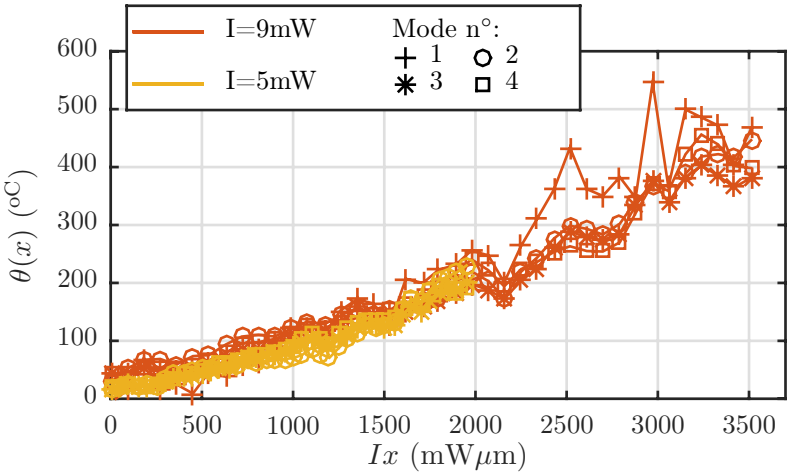

FIGURE 4.10 – *Profils de température $\theta(x)$ estimés pour un levier en silicium sans revêtement de type C100 à section large tracés en fonction du produit Ix pour différentes intensités lumineuses $I = 5\,\mathrm{mW}$ et $I = 9\,\mathrm{mW}$. Nous remarquons que les courbes de profils de température se superposent.*

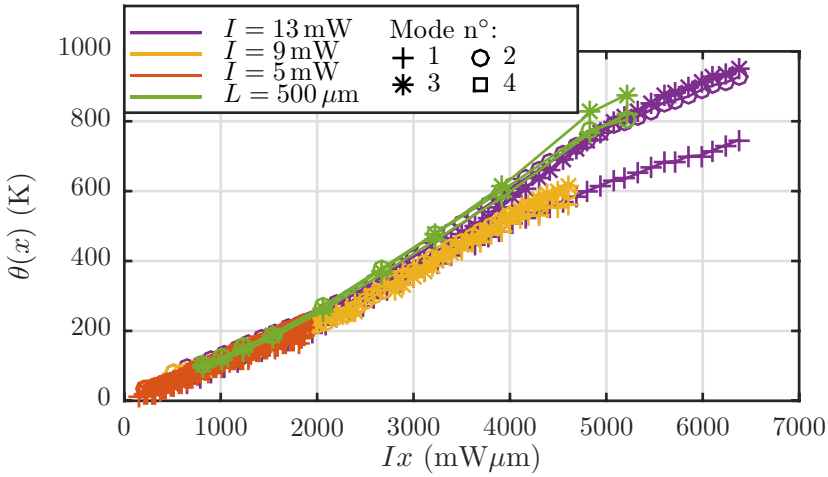

Figure 4.11 – *Profils de température $\theta(x)$ estimés pour un levier en silicium sans revêtement de type C30 à section mince tracés en fonction du produit Ix pour différentes positions x et intensités lumineuses $I = 5\,\mathrm{mW}$, $I = 9\,\mathrm{mW}$ et $I = 13\,\mathrm{mW}$ (données de la figure (4.6)), et températures à l'extrémité du levier ($x = 500\,\mu\mathrm{m}$) pour différentes intensités (données de la figure (3.4)). Nous remarquons que les courbes de profils de température se supperposent pour de faibles produits Ix. En effet, dès lors que le produit Ix est grand, autrement dit que la température est élevée, le coefficient d'absorption α et la conductivité thermique du silicium λ_{Si} ne sont plus indépendants de la température, ainsi des non linéarités apparaissent ce qui peut expliquer l'écart entre les courbes pour de hautes températures.*

4.4 Conclusion

Grâce aux données de décalage en fréquence, nous montrons, dans le chapitre précédent, qu'il est possible d'estimer la variation de température à l'extrémité libre d'un levier soumis à un flux de chaleur. Dans ce chapitre nous mesurons l'intrégralité du profil de température dans le levier. Cette estimation se fait grâce aux mesures de décalage en fréquence lorsqu'on déplace le laser sur le levier. Nous utilisons ici, deux méthodes permettant l'estimation du profil de température. Dans la première, nous déplaçons simultanément la détection et le chauffage sur le levier et mesurons le décalage en fréquence résultant. Cette méthode présente de nombreux inconvénients (absence de fluctuations thermiques aux noeuds des modes, perte des réglages de l'interféromètre, etc). C'est pourquoi nous présentons une seconde méthode où seul le laser chauffant le levier se déplace. Dans le deux cas, nous montrons qu'il est possible d'estimer le profil de température dans le levier, et que ces deux méthodes donnent des résultats similaires : des profils de températures essentiellement linéaires et indépendant des modes. Enfin, nous montrons qu'il est équivalent de faire varier l'intensité du laser (comme dans le chapitre 3) et de faire varier la position du laser. Il y a donc équivalence entre intensité lumineuse et position du laser. La variation d'un seul de ces deux paramètres permet d'estimer le profil de température au sein d'un levier.

Chapitre 5

Fluctuations d'un système hors équilibre

Sommaire

5.1 Température uniforme 98
5.2 Profil arbitraire de température 100
5.3 Profil linéaire de température et dissipation uniforme 107
5.4 Interprétation des données expérimentales . . 109
5.5 Conclusion 111

Dans le chapitre précédent, nous mettons en évidence, à l'aide de décalages en fréquence, l'échauffement de leviers et nous calculons leur profil de température à l'aide d'un modèle original. D'un autre côté, nous utilisons les spectres de fluctuations thermiques de micro-leviers pour nos observations. Ceux-ci permettent de calculer la déflexion quadratique moyenne des modes du levier :

$$\langle d_n^2 \rangle = \int_{\delta f_n} \mathcal{S}_d \mathrm{d}f \tag{5.1}$$

Où δf_n est un intervalle de fréquence autour de la fréquence de résonance considérée. Le facteur de qualité de chaque résonance étant grand, l'amplitude du spectre des fluctuations thermiques n'est grande qu'à proximité de la résonance. Il est alors possible d'intégrer le spectre autour de la résonance et non sur l'ensemble des fréquences pour estimer pour chaque mode l'amplitude quadratique moyenne $\langle d_n^2 \rangle = \int \mathcal{S} \mathrm{d}f$.
Comme nous chauffons beaucoup le levier, notre système est hors équilibre stationnaire avec un profil de température. La mesure des fluctuations thermiques de la déflexion permet-elle d'étendre le principe d'équipartition avec :

$$\frac{1}{2} k_B T_n = \frac{1}{2} k_n \langle d_n^2 \rangle ? \tag{5.2}$$

Quelle est alors la signification physique de la température effective T_n de chaque mode ?

Nous traçons, en figure (5.1) la température, estimée avec l'équation (5.2), de chaque mode T_n d'un levier en silicium avec revêtement en tantale pour différentes intensités lumineuses I et dans le vide. Nous remarquons que les températures estimées à l'aide de l'extension du théorème d'équipartition de l'énergie (5.2) sont dépendantes du mode. De plus, celles-ci sont différentes de la température estimée à l'aide du décalage en fréquence (figure (3.10)). Nous estimons, de la même façon, la température d'un levier en silicium sans revêtement, dans le vide, pour plusieurs intensités lumineuses (figure (5.2)).

Nous remarquons que pour de tels leviers, la température estimée par l'extension du principe d'équipartition de l'énergie est constante et proche de la température ambiante T_0, et ce, indépendamment du mode. Une nouvelle fois, ceci est en contradiction avec les températures estimées par le décalage en fréquence. En effet, le système se comporte, en terme de fluctuations thermiques, comme s'il était à température ambiante, alors que son extrémité est à plusieurs centaines de degrés Celcius !
Nous allons donc, dans ce chapitre, proposer un modèle afin d'expliquer ces phénomènes.

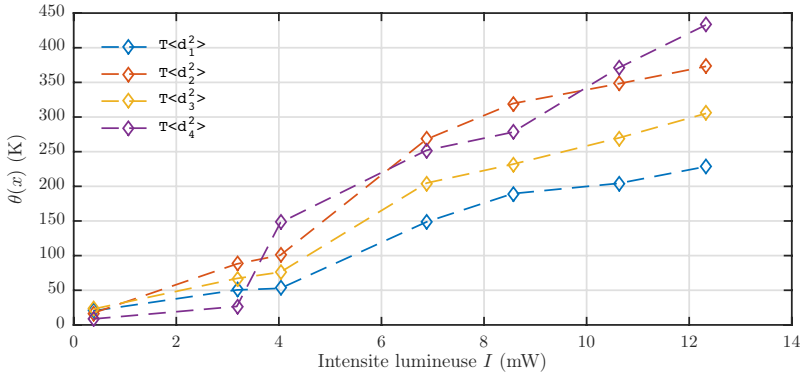

Figure 5.1 – *Température estimée pour différentes intensités lumineuses par l'extension du théorème d'équipartition de l'énergie (5.2) pour un levier en silicium avec revêtement en tantale dans le vide. Nous remarquons que les températures estimées par cette méthode sont dépendantes du mode et ne sont pas similaires à celle estimée par la méthode de décalage en fréquence.*

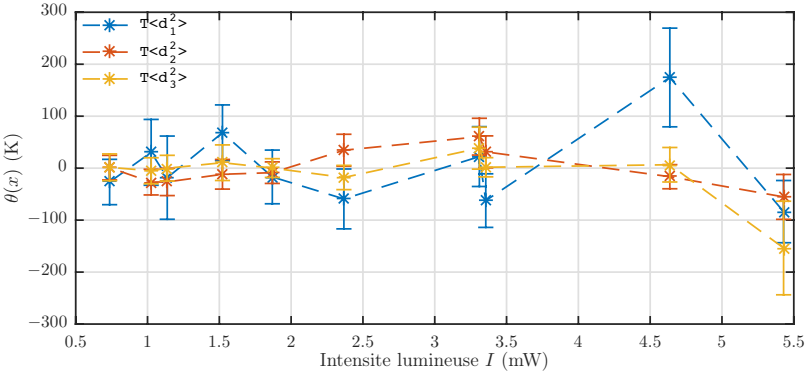

Figure 5.2 – *Température estimée pour différentes intensités lumineuses par le théorème d'équipartition de l'énergie (équation (5.2)) pour un levier en silicium sans revêtement dans le vide. Nous remarquons que la température estimée par cette méthode est indépendante du mode et est proche de* 0*, quelque soit l'intensité lumineuse* I*. Les fluctuations thermiques de ce système hors équilibre sont les mêmes qu'à température ambiante, alors même que la température à son extrémité est à plusieurs centaines de degrés Celcius !*

5.1 Température uniforme

Pour estimer T_n en fonction du profil de température, nous partons de l'équation du mouvement d'une poutre soumise à un profil de température :

$$-m\omega^2 d + \frac{k_0}{3}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(1+\alpha_E\theta(x))\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] + i\omega\gamma(x,\omega)d = \eta(x,\omega) \tag{5.3}$$

Où m est la masse du levier, $k_0(1+\alpha_E\theta(x))$ la raideur du levier, $i\omega\gamma(x,\omega)d$ les dissipations internes au levier (supposées linéaires en fonction de la déflexion), α_E la dépendance en température du module d'Young et $\eta(x,\omega)$ une force externe aléatoire modélisant les fluctuations thermiques que l'on suppose delta corrélé spatialement :

$$\langle\eta(x,\omega)\rangle = 0 \tag{5.4}$$

$$\langle\eta(x,\omega)\eta(x',\omega)\rangle = \Gamma(x,\omega)\delta(x-x') \tag{5.5}$$

Avec $\langle . \rangle$ la moyenne statistique, δ la distribution de Dirac, et Γ une fonction décrivant la distribution spatiale et le comportement fréquentiel des fluctuations thermiques.
La température étant supposée uniforme, $\theta(x) = 0, \Gamma(x,\omega) = \Gamma_0(\omega), \gamma(x,\omega) = \gamma_0(\omega)$, l'équation (5.3) se réécrit :

$$-m\omega^2 d + \frac{k_0}{3}\frac{\partial^4 d}{\partial x^4} + i\omega\gamma_0(\omega)d = \eta(\omega) \tag{5.6}$$

Comme nous l'avons fait dans le chapitre précédent, nous introduisons l'opérateur $\mathcal{L}_0 = \partial^4/\partial x^4$ dans l'espace $\mathcal{D}$ des fonctions correspondantes aux conditions aux bords (3.7) et (3.8). Les valeurs propres λ_n^0 de l'opérateur $\mathcal{L}_0$ correspondant aux modes propres sont $\lambda_n^0 = \alpha_n^4 : \mathcal{L}_0\phi_n^0 = \lambda_n^0\phi_n^0 = \alpha_n^4\phi_n^0$. Nous projetons l'équation (5.6) sur cette base pour obtenir l'évolution de l'amplitude de chaque mode :

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\alpha_n^4 + i\omega\gamma_0(\omega)\right] d_n(\omega) = \eta_n(\omega) \tag{5.7}$$

avec $d_n = d \odot \phi_n^0$, $\eta_n = \eta \odot \phi_n^0$. Le forçage stochastique de ces oscillateurs harmoniques n'est pas couplé :

$$\langle\eta_n(\omega)\rangle = \langle\int_0^1 \eta(x,\omega)\phi_n(x)\mathrm{d}x\rangle \tag{5.8}$$

$$= 0 \tag{5.9}$$

$$\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega)\rangle = \langle \int_0^1 \mathrm{d}x \int_0^1 \mathrm{d}x' \eta(x,\omega)\eta(x',\omega)\phi_n^0(x)\phi_{n'}^0(x')\rangle \tag{5.10}$$

$$= \int_0^1 \mathrm{d}x \int_0^1 \mathrm{d}x' \Gamma_0(\omega)\delta(x-x')\phi_n^0(x)\phi_{n'}^0(x') \tag{5.11}$$

$$= \Gamma_0(\omega)\delta_{n,n'} \tag{5.12}$$

En utilisant le théorème fluctuation-dissipation qui s'applique à ce système à l'équilibre ($\theta = 0$), il est possible de relier l'amplitude des fluctuations thermiques au coefficient d'amortissement visqueux pour chaque mode : la densité spectrale de puissance (DSP) $\mathcal{S}_n$ de la force stochastique est :

$$\mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) = \Gamma_0(\omega) = \frac{2k_BT_0}{\pi\omega}\mathrm{Im}\left(\frac{\eta_n(\omega)}{d_n(\omega)}\right) = \frac{2}{\pi}k_BT_0\gamma_0(\omega) \tag{5.13}$$

Nous pouvons alors calculer la densité spectrale de puissance de la déflexion :

$$\mathcal{S}_{d_n}(\omega) = \left|\frac{d_n(\omega)}{\eta_n(\omega)}\right|^2 \mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) \tag{5.14}$$

L'intégration de cette dernière équation sur l'ensemble des fréquences donne le theorème d'équipartition :

$$\langle d_n^2\rangle = \int_0^\infty \mathrm{d}\omega \mathcal{S}_{d_n}(\omega) = \frac{k_BT_0}{k_n} \tag{5.15}$$

5.2 Profil arbitraire de température

5.2.1 Dissipation visqueuse

Partons de l'équation (5.3) et définissons l'opérateur $\mathcal{L} = \partial^2/\partial x^2 \left[(1+\alpha_E\theta)\partial^2/\partial x^2\right]$ qui est auto-adjoint sur la base $\mathcal{D}$. L'équation (5.3) devient :

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\mathcal{L} + i\omega\gamma(x,\omega)\right] d(x,\omega) = \eta(x,\omega) \tag{5.16}$$

Les valeurs propres de l'opérateur $\mathcal{L}$ sont :

$$\mathcal{L}\phi_n = \lambda_n\phi_n \tag{5.17}$$

Projetons l'équation (5.16) sur la base des ϕ_n :

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n\right] d_n(\omega) + i\omega\int_0^1 \mathrm{d}x\gamma(x,\omega)d(x,\omega)\phi_n(x) = \eta_n(\omega) \tag{5.18}$$

avec $d_n = d \odot \phi_n$, $\eta_n = \eta \odot \phi_n$.
En utilisant le fait que $d(x,\omega)$ peut se réécrire comme :

$$d(x,\omega) = \sum_{n'=1}^{\infty} d_{n'}(\omega)\phi_{n'}(x) \tag{5.19}$$

alors :

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n\right] d_n(\omega) + i\omega\sum_{n'=1}^{\infty} d_{n'}(\omega)\int_0^1 \mathrm{d}x\gamma(x,\omega)\phi_{n'}(x)\phi_n(x) = \eta_n(\omega) \tag{5.20}$$

En général, il existe un couplage entre les différents modes. Cependant, expérimentalement, le facteur de qualité est très grand à la fréquence de résonance, ainsi, l'amplitude $d_n(\omega)$ de chaque mode est significative uniquement à la fréquence de résonance $\omega = \omega_n$. Nous pouvons alors négliger ce couplage et faire l'approximation que la dissipation est égale à sa valeur à la fréquence de résonance :

$$\left[-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n + i\omega\gamma_n\right] d_n(\omega) = \eta_n(\omega) \tag{5.21}$$

avec :

$$\gamma_n = \int_0^1 \mathrm{d}x\gamma(x,\omega_n)\phi_n(x)^2 \tag{5.22}$$

Pour une température uniforme T_0, les fluctuations thermiques sont décrites par une force stochastique η_n, la densité spectrale de puissance de ces fluctuations est proportionnelle à l'énergie thermique $k_B T_0$ et au coefficient de dissipation $\gamma_0(\omega)$ (équation (5.13)). Nous faisons l'hypothèse que nous pouvons étendre cette description au cas d'un profil non uniforme de température : la force stochastique $\eta(x,\omega)$ est décrite par une DSP proportionnelle à l'énergie thermique locale $k_B T(x)$ et au coefficient d'amortissement local $\gamma(x,\omega)$:

$$\Gamma(x,\omega) = \frac{2}{\pi} k_B T(x) \gamma(x,\omega) \tag{5.23}$$

La force stochastique agissant sur le mode n est : $\eta_n(\omega) = \eta(x,\omega) \odot \phi_n(x)$, statistiquement décrite par :

$$\langle \eta_n(\omega) \rangle = 0 \tag{5.24}$$

$$\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega) \rangle = \int_0^1 \mathrm{d}x \int_0^1 \mathrm{d}x' \langle \eta(x,\omega)\eta(x',\omega) \rangle \phi_n(x)\phi_{n'}(x) \tag{5.25}$$

$$= \int_0^1 \mathrm{d}x \int_0^1 \mathrm{d}x' \frac{2}{\pi} k_B T(x) \gamma(x,\omega) \delta(x-x') \phi_n(x)\phi_{n'}(x) \tag{5.26}$$

$$= \frac{2}{\pi} k_B \int_0^1 \mathrm{d}x T(x) \gamma(x,\omega) \phi_n(x)\phi_{n'}(x) \tag{5.27}$$

En général, un couplage existe entre les bruits stochastiques de chaque mode. Pour $n = n'$, la dernière équation donne la DSP du bruit pour un mode :

$$\mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) = \frac{2}{\pi} k_B \int_0^1 \mathrm{d}x T(x) \gamma(x,\omega) \phi_n(x)^2 \tag{5.28}$$

La densité spectrale de puissance de la déflexion est :

$$\mathcal{S}_{d_n}(\omega) = \left| \frac{d_n(\omega)}{\eta_n(\omega)} \right| \mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) = \frac{1}{(k_n - m\omega^2)^2 + (\gamma_n \omega)^2} \mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) \tag{5.29}$$

avec $k_n = k_0 \lambda_n / 3$. Pour obtenir une relation équivalente au théorème d'équipartition, nous intégrons cette dernière équation sur l'ensemble des fréquences. Cependant, comme seules les fréquences proches de la résonance contribuent significativement à l'intégrale, nous pouvons remplacer $\mathcal{S}_{\eta_n}(\omega)$

par sa valeur à la résonance $\mathcal{S}_{\eta_n}(\omega_n)$:

$$\langle d_n^2 \rangle = \int_0^\infty \mathrm{d}\omega \mathcal{S}_{d_n}(\omega) \tag{5.30}$$

$$= \int_0^\infty \mathrm{d}\omega \frac{1}{(k_n - m\omega^2)^2 + (\gamma_n \omega)^2} \mathcal{S}_{\eta_n}(\omega_n) \tag{5.31}$$

$$= \frac{\pi}{2\gamma_n k_n} \mathcal{S}_{\eta_n}(\omega_n) \tag{5.32}$$

$$= \frac{\pi}{2\gamma_n k_n} \frac{2}{\pi} k_B \int_0^\infty \mathrm{d}x T(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2 \tag{5.33}$$

$$= \frac{1}{\gamma_n k_n} k_B \int_0^1 \mathrm{d}x T(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2 \tag{5.34}$$

Nous pouvons alors écrire :

$$\frac{1}{2} k_n \langle d_n^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T_n \tag{5.35}$$

où T_n est la température effective du mode n :

$$T_n = \frac{\int_0^1 \mathrm{d}x T(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2}{\int_0^1 \mathrm{d}x \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2} = T_0 + \frac{\int_0^1 \mathrm{d}x \theta(x) \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2}{\int_0^1 \mathrm{d}x \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2} \tag{5.36}$$

On peut alors réécrire cette dernière équation comme :

$$T_n = T_0 + \int_0^1 \mathrm{d}x p_n(x, \omega_n) \theta(x) \tag{5.37}$$

Avec :

$$p_n(x, \omega_n) = \frac{1}{\int_0^1 \mathrm{d}x \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2} \gamma(x, \omega_n) \phi_n(x)^2 \tag{5.38}$$

Où $p_n(x, \omega_n)$ représente l'énergie élastique dissipée normalisée.

La température effective du levier est ainsi dépendante du mode. L'augmentation locale de température est pondérée par la dissipation locale : la puissance dissipée localement est donnée par $f^{dis}.(\partial d/\partial t)$, qui est proportionnelle à $\gamma \phi_n^2$ pour le mode n. Si la température du levier est uniforme, la température effective devient indépendante du mode et correspond à sa température à l'équilibre.

5.2.2 Dissipation viscoélastique

Intéressons nous à présent au cas où seules les dissipations internes sont importantes. Le calcul de la partie 5.2.1 suppose, en effet, une dissipation visqueuse qui n'est pas réaliste sous vide. La dissipation mécanique interne au levier peut être modélisée comme une partie imaginaire du module d'Young, tenant en compte des forces viscoélastiques :

$$-m\omega^2 d + \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[\frac{E(x,\omega)I}{L^3}\left(1+i\varphi(x,\omega)\right)\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] = \eta(x,\omega) \tag{5.39}$$

À l'équilibre, la température étant uniforme, E et φ ne dépendent pas de x. On peut donc écrire, en projetant l'équation précédente sur la bases des valeurs propres spatiales ϕ_n^0 dans l'espace de Fourier :

$$\left(-m\omega^2 + EI\lambda_n^0 + i\omega\tilde{\gamma}\lambda_n^0\right) d_n(\omega) = \eta_n(\omega) \tag{5.40}$$

où $\tilde{\gamma} = \frac{1}{\omega}\frac{EI\varphi}{L^3}$.
Le bruit $\eta_n(\omega)$ est supposé non corrélé pour différents n et ω :

$$\langle \eta_n(\omega)\rangle = 0 \tag{5.41}$$

$$\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle = \Gamma_n(\omega)\delta_{n,n'}\delta(\omega+\omega') \tag{5.42}$$

où l'amplitude $\Gamma_n(\omega)$ satisfait au théorème fluctuation-dissipation pour le mode n :

$$\Gamma_n(\omega) = \frac{1}{\pi}k_B T\tilde{\gamma}\lambda_n^0 \tag{5.43}$$

Avant d'étudier le cas d'un profil de température dépendant de la position x, il serait intéressant de reformuler la corrélation du bruit dans l'espace réel, tout en considérant que le levier est à l'équilibre. Cela implique que nous devons calculer $\langle \eta(x,\omega)\eta(x',\omega')\rangle$ en partant de la corrélation $\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle$. Sachant que : $\langle \eta(x,\omega) = \sum_n \eta_n(\omega)\phi_n^0(x)$ on a :

$$\langle \eta(x,\omega)\eta(x',\omega')\rangle = \sum_{n,n'}\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle \phi_n^0(x)\phi_{n'}^0(x') \tag{5.44}$$

En utilisant l'équation (5.42) nous avons :

$$\langle \eta(x,\omega)\eta(x',\omega')\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \Gamma_n(\omega)\delta(\omega+\omega')\phi_n^0(x)\phi_n^0(x') \tag{5.45}$$

$$= \frac{\tilde{\gamma}}{\pi} k_B T \delta(\omega+\omega') \sum_{n=0}^{\infty} \lambda_n \phi_n^0(x)\phi_n^0(x') \tag{5.46}$$

$$= \frac{\tilde{\gamma}}{\pi} k_B T \delta(\omega+\omega') \frac{\partial^4}{\partial x^4} \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^0(x)\phi_n^0(x') \tag{5.47}$$

Notons qu'il est possible de faire une expension (pour x' fixé) de la fonction de Dirac $\delta(x-x')$ sur la base des modes propres telle que :

$$\delta(x-x') = \sum_{n=0}^{\infty} \delta_n(x')\phi_n^0(x) \tag{5.48}$$

avec :

$$\delta_n(x') = \int_0^1 \mathrm{d}x \delta(x-x')\phi_n^0(x) = \phi_n^0(x') \tag{5.49}$$

ainsi $\delta(x-x') = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^0(x')\phi_n^0(x)$. Finalement :

$$\langle \eta(x,\omega)\eta(x',\omega')\rangle = \frac{\tilde{\gamma}}{\pi} k_B T \delta(\omega+\omega') \frac{\partial^4}{\partial x^4}\delta(x-x') \tag{5.50}$$

Grâce à cette formulation explicite de la dépendance en fréquence et espace du bruit, il est possible d'introduire un profil non uniforme de température $T(x) = T_0(1+\theta(x))$. L'équation du mouvement de la poutre s'écrit :

$$-m\omega^2 d(x,\omega) + \frac{k_0}{3}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(1+\alpha_E\theta(x))\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right] + i\omega\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}\right) = \eta(x,\omega) \tag{5.51}$$

avec $k_0/3 = EI$. En projetant sur la base des modes propres $\phi_n(x)$ nous obtenons :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n\right) d_n(\omega) + i\omega \int_0^1 \mathrm{d}x \phi_n(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2 d}{\partial x^2}(x,\omega)\right) \tag{5.52}$$

qui peut être réécrit comme :

$$\left(-m\omega^2 + \frac{k_0}{3}\lambda_n\right) d_n(\omega) + i\omega \sum_{n'} d_{n'}(\omega) \int_0^1 \mathrm{d}x \phi_n(x)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2 \phi_n^2}{\partial x^2}(x)\right) \tag{5.53}$$

Expérimentalement, le facteur de qualité étant grand, nous pouvons faire l'approximation que la valeur de $\gamma(x,\omega)$ est celle obtenue à la résonance $\gamma(x,\omega_n)$, et nous pouvons négliger $d_{n'}$ pour $n' \neq n$ conduisant à :

$$\left(-m\omega^2 + i\omega\tilde{\gamma}_n\right) d_n(\omega) = \eta_n(\omega) \tag{5.54}$$

avec :

$$\tilde{\gamma}_n = \int_0^1 \mathrm{d}x \phi_n(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2\phi_n}{\partial x^2}(x)\right) \tag{5.55}$$

Il nous faut à présent calculer la corrélation $\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle$:

$$\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle = \int_0^1 \mathrm{d}x \int_0^1 \mathrm{d}x' \phi_n(x)\phi_{n'}(x')\langle \eta(x,\omega)\eta(x',\omega')\rangle \tag{5.56}$$

Afin de prendre en compte un profil de température non uniforme $T(x)$, nous généralisons l'équation (5.50) :

$$\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle = \frac{I}{\pi} k_B T(x)\delta(\omega+\omega')\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\delta(x-x')\right) \tag{5.57}$$

il est possible d'arriver à :

$$\langle \eta_n(\omega)\eta_{n'}(\omega')\rangle = \frac{Ik_B}{\pi}\delta(\omega+\omega')\int_0^1 \mathrm{d}x T(x)\phi_n \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_{n'}(x)\right) \tag{5.58}$$

La densité spectrale de puissance du bruit est donnée par :

$$\mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) = \frac{2Ik_B}{\pi}\int_0^1 \mathrm{d}x T(x)\phi_n \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_n(x)\right) \tag{5.59}$$

La densité spectrale de puissance de la déflexion est donc :

$$\mathcal{S}_{d_n}(\omega) = \left|\frac{d_n(\omega)}{\eta_n(\omega)}\right|^2 \mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) = \frac{1}{(k_n - m\omega^2)^2 + (\tilde{\gamma}_n\omega)^2}\mathcal{S}_{\eta_n}(\omega) \tag{5.60}$$

Si on introduit une température effective dépendante du mode T_n alors :

$$\frac{1}{2}k_n\langle d_n^2\rangle = \frac{1}{2}k_B T_n \tag{5.61}$$

avec :

$$T_n = \frac{\int_0^1 \mathrm{d}x T(x)\phi_n \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_n(x)\right)}{\int_0^1 \mathrm{d}x \phi_n \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_n(x)\right)} \tag{5.62}$$

$$= T_0\left(1 + \frac{\int_0^1 \mathrm{d}x \theta(x)\phi_n \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_n(x)\right)}{\int_0^1 \mathrm{d}x \phi_n \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\tilde{\gamma}(x,\omega)\frac{\partial^2}{\partial x^2}\phi_n(x)\right)}\right) \tag{5.63}$$

La température effective T_n du mode n se calcule à nouveau comme une moyenne du profil de température $\theta(x)$ pondéré par la dissipation locale liée au profil du mode n :

$$T_n - T_0 = \int_0^1 \mathrm{d}x \theta(x) p^{\varphi}(x) \tag{5.64}$$

où :

$$p^{\varphi}(x) = \frac{1}{\int_0^1 \phi_n(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\tilde{\gamma}(x, \omega_n) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_n(x) \right)} \phi_n(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\tilde{\gamma}(x, \omega) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_n(x) \right) \tag{5.65}$$

5.3 Profil linéaire de température et dissipation uniforme

5.3.1 Dissipation visqueuse

Si nous faisons l'hypothèse d'un profil linéaire de température, alors nous avons : $\theta(x) = x\Delta T$. De plus, nous faisons l'hypothèse d'une dissipation indépendante de la position x sur le levier : $\gamma = cte$. Nous pouvons, de façon similaire aux κ_n calculés dans le chapitre précédent, définir un facteur ζ_n permettant d'estimer la température à l'extrémité du levier à partir de la température effective du mode n calculée par l'intégrale sous la courbe des spectres de fluctuations thermiques de levier :

$$T_n - T_0 = \zeta_n \Delta T \tag{5.66}$$

avec :

$$\zeta_n = \int_0^1 \mathrm{d}x \phi_n^2(x) x \tag{5.67}$$

Nous reportons les valeurs de ζ_n calculées pour les six premiers modes dans le tableau (5.1). Nous remarquons que, plus le mode est élevé, plus le coefficient ζ tend vers une valeur proche de 0.5. Ceci s'explique par le fait que plus le mode est élevé, plus sa déflexion quadratique est uniformément distribuée. Ainsi on ressent une température moyenne $\Delta T/2$ ce qui explique pourquoi ζ_n tend vers une valeur de 0.5

Numéro du mode	1	2	3	4	5	6
ζ_n	0.810	0.602	0.542	0.526	0.520	0.517

Table 5.1 – *Facteur ζ_n permettant de corriger la dépendance en mode de la température calculée à l'aide de l'équation (5.15) en considérant un profil linéaire de température. Nous remarquons que ζ_n tend vers* 0.5 *lorsque le mode est élevé. Cela est dû au fait que plus le mode est élevé, plus sa déflexion quadratique est uniformément distribuée. Ainsi on ressent une température moyenne $\Delta T/2$ ce qui explique pourquoi ζ_n tend vers une valeur de* 0.5

5.3.2 Dissipation viscoélastique

Pour un profil de température linéaire $\theta(x) = x\Delta T$, si $\tilde{\gamma}$ est uniforme et dans l'approximation $\frac{\partial^4}{\partial x^4}\phi_n = \lambda_n \phi_n$ (vrai à l'ordre 0 en $\alpha_E \Delta T$), on obtient

à nouveau, en partant de l'équation (5.64) :

$$T_n - T_0 = \zeta_n \Delta T \tag{5.68}$$

où ζ_n est donné, comme dans le cas d'une dissipation visqueuse par l'équation (5.67). Les détails du mécanisme de dissipation ont donc peu d'importance si celles-ci sont uniformément distribuées.

5.4 Interprétation des données expérimentales

5.4.1 Levier avec revêtement

Nous appliquons le facteur ζ_n aux données tracées en figure (5.1) pour estimer la température en bout de levier suite à l'estimation de la température effective de chaque mode via l'équation (5.15) dans l'approximation d'un profil linéaire de température et d'une dissipation uniforme.

En figure (5.3) nous traçons les températures estimées à l'extrémité d'un levier en silicium avec revêtement en tantale sous vide grâce aux décalages en fréquence (courbes pleines), et celles issues de l'extension du principe d'équipartition (courbes en pointillés). Nous remarquons que les deux jeux de mesures donnent les mêmes températures, et ce, indépendamment du mode, bien que nous pouvons noter que le mode 1 ne suive pas la tendance donnée par les autres modes. Ces observations valident donc l'hypothèse d'un profil linéaire de température mais aussi le fait que la dissipation de l'énergie élastique joue un rôle important dans l'estimation de la température. En effet, l'ajout d'un revêtement sur le levier va contribuer aux dissipations élastiques du levier, assurant ainsi leur uniformité spatiale.

5.4.2 Levier sans revêtement

En revanche, les observations faites précédemment sur un levier avec revêtement ne sont pas valables pour un levier en silicium sans revêtement. En effet, malgré l'utilisation des coefficients ζ_n, l'élévation de température estimée par l'extension du théorème d'équipartition de l'énergie est proche de 0, et ce, quelque soit le mode. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que le levier en silicium mono-cristallin (quasiment) est exempt de défauts et dissipe peu l'énergie élastique. L'ensemble des dissipations γ se trouve concentré à l'encastrement du levier qui est supposé thermalisé à T_0. La fonction de pondération $\theta(x)$ sera donc très piquée en $x = 0$ où $\theta \simeq 0$. Si nous nous basons sur l'extension du principe d'équipartition, les fluctuations sont celles de l'endroit où notre système dissipe l'énergie mécanique, donc son encastrement. C'est pourquoi, pour un levier sans revêtement, la variation maximale de température effective calculée à l'aide de notre modèle est nulle.

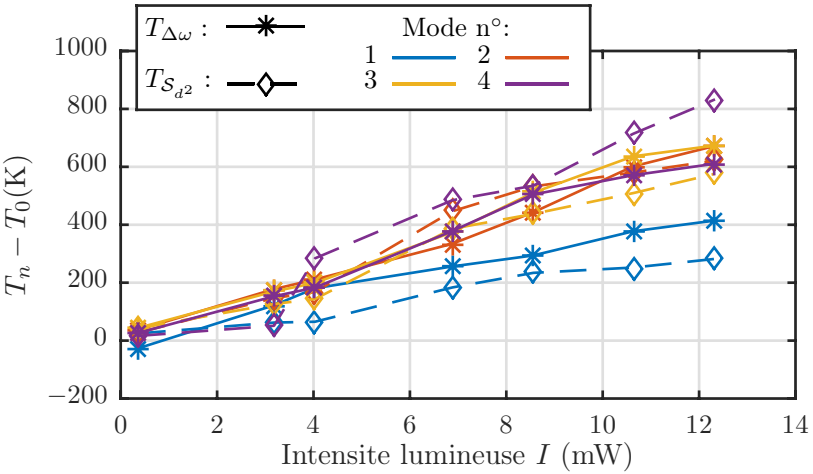

FIGURE 5.3 – *Température estimée par le décalage en fréquence (lignes pleines) et température estimée par le théorème fluctuation-dissipation dans le cas d'un profil linéaire de température (lignes discontinues) pour un levier en silicium avec revêtement en tantale sous vide. Les températures des deux méthodes se superposent validant ainsi les hypothèses faites. Nous remarquons néanmoins que le mode* 1 *ne suit pas la tendance des autres modes.*

5.5 Conclusion

Nous avons, dans ce chapitre, estimé la température d'un micro-levier AFM soumis à un flux de chaleur à l'aide d'une extension du théorème d'équipartition de l'énergie. Cependant, l'application brute de cette extension ne nous permet pas d'estimer convenablement la température des leviers. En effet, elle montre une dépendance en mode, mais aussi, n'a pas le même comportement en présence ou en l'absence de revêtement sur les leviers.

Nous montrons que la température effective s'obtient en pondérant le profil de température du levier par la dissipation du levier. Dans l'appoximation d'une dissipation uniforme, cette pondération est proportionnelle à la déflexion quadratique du levier (à l'inverse du chapitre 3 où nous pondérions le profil de température par la courbure du levier). Nous proposons ainsi, de façon similaire à ce que nous proposons dans le chapitre 3, un modèle permettant d'estimer le spectre de fluctuations thermiques d'un levier soumis à un profil de température. Dans le cas d'un profil linéaire de température, nous définissons un facteur ζ_n, similairement au facteur κ_n, permettant de relier la déflexion quadratique moyenne d'un mode du levier à sa température, tout en levant la dépendance en mode observée. Ce cadre théorique permet d'estimer de façon satisfaisante la température de leviers avec revêtement dont la dissipation d'énergie est uniforme.

Cependant, nous observons de larges différences pour des leviers sans revêtement. En effet, contrairement à ce qui a été observé dans la littérature [11], nous observons des fluctuations plus faibles que celles attendues à l'équilibre thermodynamique pour un système ayant la même température moyenne que notre système hors équilibre. Nous nous plaçons donc en contradiction directe avec les travaux réalisés par Conti et al [11] (figure (5.4)). Nous remarquons, sur la figure (5.4), que bien que le modèle proposé par Conti et al soit en adéquation avec leurs données expérimentales, celui-ci ne peut s'appliquer à nos données. Inversement, notre modèle (cône jaune sur la figure (5.4)), ne peut expliquer les données de Conti et al. L'explication d'une telle divergence de résultat est encore une question ouverte, bien que nous ayons quelques hypothèses.

En effet, une des différences majeures entre nos deux expériences vient de l'orientation relative du flux de chaleur et des déformations observées. Dans les expériences de Conti et al [11], le flux de chaleur est orienté parallèlement à la déformation, alors que dans la notre, les deux sont perpendiculaires

(figure (5.5)). Il se pourrait alors qu'il y ait une interaction entre le flux de chaleur et les modes de vibrations du système. Cela reste aujourd'hui une simple hypothèse et des travaux théoriques allant dans ce sens pourraient expliquer la divergence de nos résultats. De plus, il pourrait être intéressant d'effectuer les mêmes travaux que présentés ci-dessus, mais en se basant uniquement sur les modes de torsion du levier.

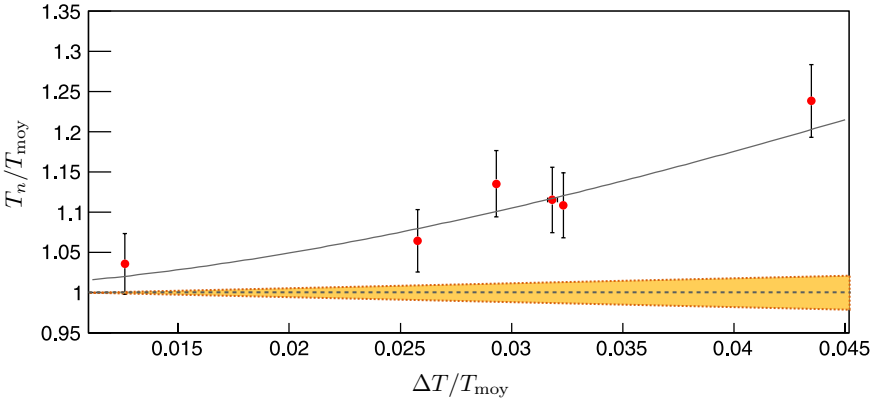

FIGURE 5.4 – *Données expérimentales de température effective mesurées dans l'article de Conti et al [11]. Supperposé à celles-ci un fit par leur modèle. Dans le cône jaune, les données de températures effectives calculées dans ce chapitre. On remarque bien que les températures effectives sont différentes, bien que les modèles décrivent bien les données expérimentales.*

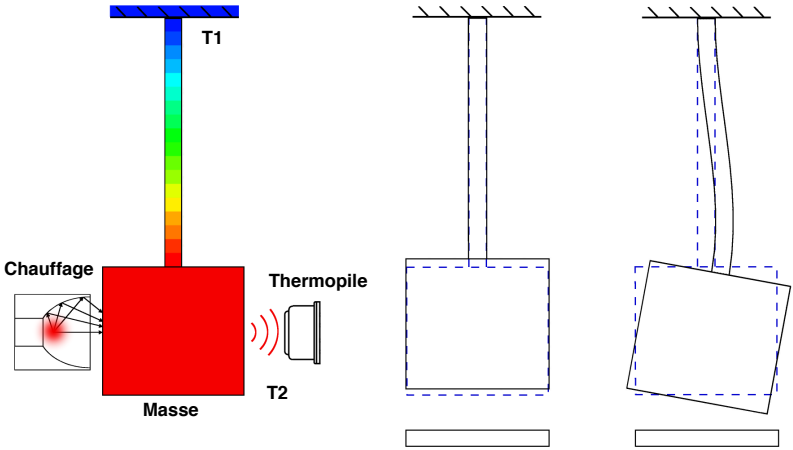

Figure 5.5 – *Schéma du dispositif expérimental utilisé dans l'article de Conti et al [11]. Une tige a une de ses extrémité fixé à un support à une température T_0 tandis qu'à l'extrémité libre est fixée une masse chauffée à une température T_2. Un profil de température s'installe dans le levier (à gauche). Au centre, un schéma modélisant un mode longitudinal du système. À droite, un mode plus complexe de vibration du système.*

Chapitre 6

Conclusion

L'homme a toujours voulu dépasser ses limites. Sa quête de l'infiniment petit a toujours suscité beaucoup d'intêret. Ainsi, bien que de nouvelles techniques, toujours plus performantes, nous permettent d'étudier la matière à des échelles de plus en plus petites, l'homme cherche à perfectionner les techniques déjà existantes pour repousser ses limites. Ainsi, Ludovic Bellon couple un AFM à un interféromètre en quadrature de phase permettant de gagner jusqu'à un facteur cent sur le bruit de fond, en comparaison des appareils commerciaux.
Après une courte introduction sur l'état de l'art des techniques d'imagerie sub-longueur d'onde, nous détaillons, dans le chapitre 2, les différentes parties du montage développé par Ludovic Bellon. Le principe de base de ce montage est la réflexion de deux faisceaux polarisés sur la base et l'extrémité libre d'un levier [41]. Les interférences entre ces deux faisceaux permettent alors d'estimer la déflexion du levier. L'originalité du montage présenté dans cette thèse réside dans l'utilisation de la quadrature de phase [4] pour l'analyse optique qui contient le déphasage due à la déflexion. Il est alors possible d'associer la déflexion du levier et l'angle polaire d'un point représentatif sur un cercle unitaire dans le plan complexe (modulo 2π). Dans le but d'améliorer les performances de cet AFM interférométrique, nous avons augmenté l'intensité du laser, et ainsi amélioré le rapport signal sur bruit. Cependant, cette technique a aussi eu pour effet de diminuer les fréquences de résonance du levier AFM et cela proportionnellement avec l'intensité du laser. De plus, nous montrons que ce décalage est dépendant du mode propre considéré.

Ainsi, dans le chapitre 3 nous proposons un modèle dans lequel nous

associons le décalage en fréquence à une élévation de température du levier. En effet, les variations du module d'Young liées à l'échauffement du levier conduisent à abaisser la raideur du levier et ainsi diminuent les fréquences de résonance du levier. Cet effet est pondéré via le profil de température du levier par la dérivée seconde de sa déflexion : sa courbure. En effet, les parties courbées du levier correspondent aux zones où les variations du module d'Young contribuent à l'effet sur les résonances. Nous montrons qu'au vu des conditions expérimentales (échauffement du levier à son extrémité libre, conduction de la chaleur à l'encastrement) le profil de température peut être associé à un profil linéaire de température. Dans de telles conditions, nous définissons un paramètre κ_n dépendant du mode propre n considéré, permettant d'estimer la température maximale du levier en fonction des décalages en fréquence observés lors des variations d'intensité lumineuse du laser. Nous montrons alors que ces variations de températures peuvent être très importantes. Enfin, nous nous appuyons sur des images réalisées au microscope électronique à balayage pour montrer que les températures estimées sont cohérentes avec les effets observés (destruction du revêtement, restructuration du revêtement, fonte du levier, etc)

Dans le chapitre 4, nous montrons qu'il est possible d'estimer le profil de température dans le levier en mesurant le décalage en fréquence pour différentes positions du laser sur la longueur du levier. En effet, ce déplacement du laser entraine une modification du profil de température dans le levier. Nous proposons deux méthodes d'estimations du profil de température. Dans la première, nous déplaçons simultanément deux lasers (un laser consacré aux mesures interféromètriques, un second, au chauffage). Nous montrons que cette méthode possède de nombreux inconvénients. Dans la seconde seul le laser chauffant le levier se déplace. Nous montrons qu'il est possible, après analyse, d'estimer le profil de température dans le levier. Nous estimons ce profil pour différentes intensités de laser, différentes géométries du levier, et montrons qu'il reste linéaire et que les valeurs observées sont en adéquation avec celles prédites dans le chapitre 3. Les données issues des deux protocoles sont identiques. Nous montrons qu'il est équivalent, lors de la mesure de profil de température dans un levier, de faire varier l'intensité lumineuse pour une position fixe du laser et de faire varier la position du laser pour une intensité fixe du laser.

Enfin, dans le chapitre 5, nous essayons, à partir du principe d'équipartition de l'énergie, d'estimer la température du levier. Nous montrons alors que les résultats obtenus sont très éloignés de ceux estimés par la méthode décrite dans le chapitre 3 et qu'à nouveau, dans le cas d'un levier avec

revêtement, la température est dépendante du mode. En effet, notre système étant fondamentalement hors équilibre, le théorème d'équipartition de l'énergie ne peut s'appliquer et nous proposons alors un "principe d'équipartition étendu" aux systèmes hors équilibre. De manière similaire à ce que nous proposons dans le chapitre 3, nous pondérons le profil de température du levier par la déflexion du levier pour obtenir une température effective de chacun des modes propres. En effet, les dissipations du levier étant proportionnelles à sa déflexion, nous relions l'amplitude de ses fluctuations thermiques, à l'aide du théorème fluctuation-dissipation, au coefficient d'amortissement visqueux. Dans la cas d'un profil linéaire de température, nous définissons, similairement au coefficient κ_n, un coefficient ζ_n permettant d'estimer la température maximale du levier, quelque soit le mode, à l'aide de notre principe étendu d'équipartition de l'énergie. La température alors estimée est en adéquation avec les températures prédites par la méthode du décalage en fréquence, et ainsi, cohérentes avec les observations faites en microscopie.
Cette méthode ne fonctionne que dans le cas d'un levier avec revêtement uniformément distribué à la surface du levier. En effet, dès lors que nous appliquons notre méthode à un levier sans revêtement, la température effective estimée devient constante et équivaut à la température ambiante. La température du levier étant estimée à l'aide de ses fluctuations, nous montrons donc que dans le cas d'un levier sans revêtement, ses fluctuations sont liées à la température de son encastrement à température ambiante. À l'inverse, un levier avec revêtement dissipera de l'énergie élastique tout le long du levier et sa température estimée sera une température "moyenne".

Cependant, cette observation est en contradiction directe avec les travaux réalisés par Conti et al [11]. En effet, ils montrent que la température effective de leur système hors équilibre est supérieure à sa température moyenne, et même à sa température maximale. L'expérience décrite par Conti et al étant similaire à la nôtre, la divergence des résultats soulève un grand nombre de questions encore ouvertes à ce jour. Une différence majeure entre nos deux expériences est l'orientation du flux de chaleur vis à vis du système. Dans l'expérience de Conti et al, le flux de chaleur est parallèle à la déformation, tandis que dans notre expérience, le flux de chaleur est perpendiculaire. Une des hypothèses à la divergence des résultats serait qu'il existerait un couplage entre flux de chaleur et modes propres du système. L'étude des modes de torsion dans notre expérience pourrait être intéressante pour donner des informations complémentaires aux résultats obtenus.

Les travaux réalisés dans cette thèse décrivent une augmentation importante de la température de micro-leviers AFM, et cela, pour de faibles intensités lumineuses. Ainsi, l'élévation de température d'un micro-levier AFM à l'aide d'un laser peut avoir des répercutions importantes sur des travaux de manipulation de polymères ou même d'imagerie. En effet, la pointe étant chaude, il est possible que celle-ci puisse dégrader un échantillon. Les élévations de températures effectuées au sein de cette thèse ouvrent de nouvelles portes à l'étude de transitions de phases locales d'échantillons. En effet, les températures atteintes ici (environ 1000 K) permettraient d'étudier des transitions de phases dans des matériaux cristallins par exemple, et pourraient apporter une contribution aux nouvelles méthodes de stockage de données [47]. De façon plus générale les températures atteintes ici ouvrent une plage plus importante d'étude du transfert de chaleur entre une pointe et un échantillon, de plus, le cadre théorique développé pour de faibles intensités lumineuses pourrait consolider les travaux existants de transferts de chaleur pour de faibles températures.

Dans la continuité de ces observations, les travaux réalisés au cours de cette thèse mettent en avant de nombreux effets non linéaires, et ainsi, peuvent servir d'appui pour de nouvelles expériences de la physique non linéaire. Enfin, la divergence des résultats observés quant aux fluctuations d'un système hors équilibre apportent une contribution intéressante en physique des systèmes hors équilibre, domaine en ébullition de nos jours.

Annexes

Annexe A

Évolution du Shot-Noise en fonction de l'intensité lumineuse

Afin de décrire au mieux l'évolution du niveau de bruit de fond en fonction de l'intensité lumineuse, reprenons la définition des contrastes C_1^m et C_2^m définis par les équations (2.18). C_2^m peut se réécrire comme :

$$C_2^m = c_2 + \zeta_2 \left(\sin\varphi \cos\psi + \frac{C_1^m - c_1}{X} \sin\psi \right) \tag{A.1}$$

Il est alors possible, à partir des équations (2.18) et (A.1) d'exprimer le $\cos\varphi$ et le $\sin\varphi$ tels que :

$$\sin\varphi = \left[\frac{C_2^m - c_2}{\zeta_2} - \frac{C_1^m - c_1}{\zeta_1} \sin\psi \right] \frac{1}{\cos\psi} \tag{A.2}$$

$$\cos\varphi = \frac{C_1^m - c_1}{\zeta_1} \tag{A.3}$$

qui conduisent à :

$$\tan\varphi = \frac{C_2^m - c_2}{C_1^m - c_1} \frac{\zeta_1}{\zeta_2 \cos\psi} - \tan\psi \tag{A.4}$$

Faisons un développement de $\tan\varphi$ autour de φ_0 :

$$\tan\varphi_0+\frac{1}{\cos^2\varphi_0}\delta\varphi=(\ldots)_0+\frac{\delta C_2^m}{C_{1_0}^m-c_{1_0}}\frac{\zeta_1}{\zeta_2\cos\psi}-\frac{C_{2_0}-c_{2_0}}{\left(C_{1_0}^m-c_{1_0}\right)^2}\frac{\zeta_1}{\zeta_2\cos\psi}\delta C_1^m \tag{A.5}$$

Cela nous permet de déduire que :

$$\delta\varphi=\frac{\zeta_1\cos^2\varphi_0}{\zeta_2\cos\psi}\left[\frac{\delta C_2^m}{C_{2_0}^m-c_{2_0}}-\frac{C_{2_0}^m-c_{2_0}}{\left(C_{2_0}^m-c_{1_0}\right)^2}\delta C_1^m\right] \tag{A.6}$$

Comme le contraste est défini à l'aide des intensités des courants dans les photodiodes (équation (2.13)), il est possible de réécrire $\delta\varphi$ comme :

$$\delta\varphi=\frac{\zeta_1}{\zeta_2\cos\psi}\frac{\cos^2\varphi_0}{(C_{1_0}^m-c_{1_0})}\left[\frac{2B_2\delta A_2-2A_2\delta B_2}{(A_2+B_2)^2}-\frac{C_{2_0}^m-c_{2_0}}{C_{1_0}^m-c_{1_0}}\frac{2B_1\delta A_1-2A_1\delta B_1}{(A_1+B_1)^2}\right] \tag{A.7}$$

D'où le spectre $\mathcal{S}_\varphi$ de φ :

$$\mathcal{S}_\varphi=\left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2\cos\psi}\frac{\cos^2\varphi_0}{(C_{1_0}^m-c_{1_0})}\right)^2\left[\frac{4B_2^2\mathcal{S}_{A_2}+4A_2^2\mathcal{S}_{B_2}}{(A_2+B_2)^4}+\left(\frac{C_{2_0}^m-c_{2_0}}{C_{1_0}^m-c_{1_0}}\right)^2\frac{4B_1^2\mathcal{S}_{A_1}+4A_1^2\mathcal{S}_{B_1}}{(A_1+B_1)^4}\right] \tag{A.8}$$

Et comme le spectre des intensités est définit par : $\mathcal{S}_{In}=2eI_n$, alors :

$$\mathcal{S}_\varphi=\left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2\cos\psi}\frac{\cos^2\varphi_0}{(C_{1_0}^m-c_{1_0})}\right)^2 8e\left[\frac{A_2B_2}{(A_2+B_2)^3}+\left(\frac{C_{2_0}^m-c_{2_0}}{C_{1_0}^m-c_{1_0}}\right)^2\frac{A_1B_1}{(A_1+B_1)^3}\right] \tag{A.9}$$

Si on pose $S_1=A_1+B_1$, $S_2=A_2+B_2$, $D_1=A_1-B_1$ et $D_2=A_2-B_2$ alors le spectre de la déflexion lié au shotnoise est :

$$\mathcal{S}_d^{SN}=\left(\frac{\lambda}{4\pi}\frac{\zeta_1\cos^2\varphi_0}{\zeta_2\cos\psi}\frac{C_{2_0}^m-c_{2_0}}{C_{1_0}^m-c_{1_0}}\right)^2 2e\left[\frac{S_2^2-D_2^2}{S_2^3(C_{2_0}^m-c_{2_0})^2}+\frac{S_1^2-D_1^2}{S_1^3(C_{1_0}^m-c_{1_0})^2}\right] \tag{A.10}$$

ou encore :

$$\mathcal{S}_d^{SN}=\left(\frac{\lambda}{4\pi}\frac{\cos\varphi_0\sin(\varphi_0+\psi)}{\cos\psi}\right)^2 2e\left[\frac{\S_2^2-D_2^2}{S_2^3\zeta_2^2\sin^2(\varphi_0+\psi)}+\frac{S_1^2-D_1^2}{S_1^3\zeta_1\cos\varphi_0}\right] \tag{A.11}$$

Bibliographie

[1] Ernst Abbe. *Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungs-und Zerstreuungs-vermögens fester und flüssiger körper.* Mauke's Verlag (Hermann Dufft), 1874.

[2] Jean Stéphane ANTONIOW, Jean-Eudes MAIGRET, Mihai CHIRTOC, Johnny BEAUGRAND, and Patrice DOLE. Mise en évidence par micro-analyse thermique à balayage (sthm) de gradients de température de transitions vitreuses dans les parois lignocellulo-siques.

[3] Ludovic Bellon. Thermal noise of microcantilevers in viscous fluids. *Journal of Applied Physics*, 104(10) :104906, 2008.

[4] Ludovic Bellon, Sergio Ciliberto, Hatem Boubaker, and Laurent Guyon. Differential interferometry with a complex contrast. *Optics communications*, 207(1) :49–56, 2002.

[5] Jean M Bennett. Measurement of the rms roughness, autocovariance function and other statistical properties of optical surfaces using a feco scanning interferometer. *Applied Optics*, 15(11) :2705–2721, 1976.

[6] Eric Betzig, George H Patterson, Rachid Sougrat, O Wolf Lindwasser, Scott Olenych, Juan S Bonifacino, Michael W Davidson, Jennifer Lippincott-Schwartz, and Harald F Hess. Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution. *Science*, 313(5793) :1642–1645, 2006.

[7] Gerd Binnig, Calvin F Quate, and Ch Gerber. Atomic force microscope. *Physical review letters*, 56(9) :930, 1986.

[8] Gerd Binnig and Heinrich Rohrer. Scanning tunneling microscope, August 10 1982. US Patent 4,343,993.

[9] Herbert B Callen and Theodore A Welton. Irreversibility and generalized noise. *Physical Review*, 83(1) :34, 1951.

[10] B Caron, A Dominjon, C Drezen, R Flaminio, X Grave, F Marion, L Massonnet, C Mehmel, R Morand, B Mours, et al. The virgo interferometer. *Classical and Quantum Gravity*, 14(6) :1461, 1997.

[11] Livia Conti, Claudia Lazzaro, Gagik Karapetyan, Michele Bonaldi, Matteo Pegoraro, Ram-Krishna Thakur, Paolo De Gregorio, and Lamberto Rondoni. Thermal noise of mechanical oscillators in steady states with a heat flux. *Physical Review E*, 90(3) :032119, 2014.

[12] Leticia F Cugliandolo, Jorge Kurchan, and Luca Peliti. Energy flow, partial equilibration, and effective temperatures in systems with slow dynamics. *Physical Review E*, 55(4) :3898, 1997.

[13] Jose M Ortiz De Zarate and Jan V Sengers. *Hydrodynamic fluctuations in fluids and fluid mixtures*. Elsevier, 2006.

[14] A _J den Boef. The influence of lateral forces in scanning force microscopy. *Review of scientific instruments*, 62(1) :88–92, 1991.

[15] Denis J Evans, EGD Cohen, and GP Morriss. Probability of second law violations in shearing steady states. *Physical Review Letters*, 71(15) :2401, 1993.

[16] JJ Fendley. Measurement of refractive index using a michelson interferometer. *Physics Education*, 17(5) :209, 1982.

[17] Diana I Florescu, LG Mourokh, Fred H Pollak, David C Look, G Cantwell, and X Li. High spatial resolution thermal conductivity of bulk zno (0001). *Journal of applied physics*, 91(2) :890–892, 2002.

[18] David S Fryer, Paul F Nealey, and Juan J de Pablo. Thermal probe measurements of the glass transition temperature for ultrathin polymer films as a function of thickness. *Macromolecules*, 33(17) :6439–6447, 2000.

[19] Séverine Gomès, Nathalie Trannoy, and Philippe Grossel. Dc thermal microscopy : study of the thermal exchange between a probe and a sample. *Measurement Science and Technology*, 10(9) :805, 1999.

[20] U Gysin, S Rast, P Ruff, E Meyer, DW Lee, P Vettiger, and C Gerber. Temperature dependence of the force sensitivity of silicon cantilevers. *Physical review B*, 69(4) :045403, 2004.

[21] Stefan W Hell and Jan Wichmann. Breaking the diffraction resolution limit by stimulated emission : stimulated-emission-depletion fluorescence microscopy. *Optics letters*, 19(11) :780–782, 1994.

[22] Alain Kerdraon and Jean-Marc Delouis. The nançay radioheliograph. In *Coronal physics from radio and space observations*, pages 192–201. Springer, 1997.

[23] Georgy Lebon, David Jou, and José Casas-Vázquez. *Understanding non-equilibrium thermodynamics*. Springer, 2008.

[24] Stéphane Lefèvre, Sebastian Volz, and Pierre-Olivier Chapuis. Nanoscale heat transfer at contact between a hot tip and a substrate. *International journal of heat and mass transfer*, 49(1) :251–258, 2006.

[25] Tianjun Li. *Adhesion and dissipation at nanoscale*. PhD thesis, ENS Lyon and East China Normal University, Shanghai, 2013. – http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00907812.

[26] Tianjun Li, Felipe A Aguilar Sandoval, Mickael Geitner, Ludovic Bellon, Gianpietro Cagnoli, Jérôme Degallaix, Vincent Dolique, Raffaele Flaminio, Danièle Forest, Massimo Granata, et al. Measurements of mechanical thermal noise and energy dissipation in optical dielectric coatings. *Physical Review D*, 89(9) :092004, 2014.

[27] Alex Masolin, Pierre-Olivier Bouchard, Roberto Martini, and Marc Bernacki. Thermo-mechanical and fracture properties in single-crystal silicon. *Journal of Materials Science*, 48(3) :979–988, 2013.

[28] James Clerk Maxwell. *The Scientific Papers of James Clerk Maxwell...*, volume 2. J. Hermann, 1890.

[29] ERNST Meyer. Atomic force microscopy. *Progress in surface science*, 41(1) :3–49, 1992.

[30] Gerhard Meyer and Nabil M Amer. Novel optical approach to atomic force microscopy. *Applied physics letters*, 53(12) :1045–1047, 1988.

[31] Marvin Minsky. Microscopy apparatus, December 19 1961. US Patent 3,013,467.

[32] PJ Mulhern, T Hubbard, CS Arnold, BL Blackford, and MH Jericho. A scanning force microscope with a fiber-optic-interferometer displacement sensor. *Review of scientific instruments*, 62(5) :1280–1284, 1991.

[33] W Müller-Hirsch, A Kraft, MT Hirsch, J Parisi, and A Kittel. Heat transfer in ultrahigh vacuum scanning thermal microscopy. *Journal of Vacuum Science & Technology A*, 17(4) :1205–1210, 1999.

[34] Pierdomenico Paolino, Felipe A Aguilar Sandoval, and Ludovic Bellon. Quadrature phase interferometer for high resolution force spectroscopy. *Review of Scientific Instruments*, 84(9) :095001, 2013.

[35] Keunhan Park, Graham L Cross, Zhuomin M Zhang, and William P King. Experimental investigation on the heat transfer between a heated microcantilever and a substrate. *Journal of Heat Transfer*, 130(10) :102401, 2008.

[36] Blaise Pascal and Ernest Havet. *Pensées*. Dezobry et E. Magdeleine, 1852.

[37] Dieter W Pohl, W Denk, and M Lanz. Optical stethoscopy : Image recording with resolution $\lambda/20$. *Applied physics letters*, 44(7) :651–653, 1984.

[38] D Rugar, HJ Mamin, R Erlandsson, JE Stern, and BD Terris. Force microscope using a fiber-optic displacement sensor. *Review of Scientific Instruments*, 59(11) :2337–2340, 1988.

[39] D Rugar, HJ Mamin, and Peter Guethner. Improved fiber-optic interferometer for atomic force microscopy. *Applied Physics Letters*, 55(25) :2588–2590, 1989.

[40] John Elie Sader. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope. *Journal of applied physics*, 84(1) :64–76, 1998.

[41] Ch Schönenberger and SF Alvarado. A differential interferometer for force microscopy. *Review of Scientific Instruments*, 60(10) :3131–3134, 1989.

[42] Li Shi, Sergei Plyasunov, Adrian Bachtold, Paul L McEuen, and Arunava Majumdar. Scanning thermal microscopy of carbon nanotubes using batch-fabricated probes. *Applied Physics Letters*, 77(26) :4295–4297, 2000.

[43] Jon E Sollid. Holographic interferometry applied to measurements of small static displacements of diffusely reflecting surfaces. *Applied Optics*, 8(8) :1587–1595, 1969.

[44] EdwardH Synge. Xxxviii. a suggested method for extending microscopic resolution into the ultra-microscopic region. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 6(35) :356–362, 1928.

[45] Richard Chace Tolman. *The principles of statistical mechanics*. Courier Corporation, 1938.

[46] JL Turner. Atacama large millimeter array. *IAU Special Session*, 1 :1, 2006.

[47] Peter Vettiger, Michel Despont, Ute Drechsler, Urs Dürig, Walter Häberle, Mark I Lutwyche, Hugo E Rothuizen, Richard Stutz, Roland Widmer, and Gerd Karl Binnig. The âĂIJmillipedeâĂİâĂŤmore than thousand tips for future afm storage. *IBM Journal of Research and Development*, 44(3) :323–340, 2000.