



HAL
open science

Étude de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles et conception de solutions optimisées en basses fréquences

Rémy Binois

► **To cite this version:**

Rémy Binois. Étude de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles et conception de solutions optimisées en basses fréquences. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie, 2014. Français. NNT: . tel-01164832

HAL Id: tel-01164832

<https://theses.hal.science/tel-01164832>

Submitted on 17 Jun 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

ÉCOLE DOCTORALE : SMAER (ED391)

Sciences Mécaniques, Acoustique, Électronique et Robotique de Paris

PAR

Rémy BINOIS

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

SPÉCIALITÉ : Acoustique

**Étude de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles et
conception de solutions optimisées en basses fréquences**

Soutenue le 2 juin 2014

devant le jury composé de :

N. DAUCHEZ
E. PERREY-DEBAIN
B. NENNIG
Y. AURÉGAN
P. LECLAIRE
B. FABRE
R. KIRBY
G. BEILLARD

Professeur des Universités, UTC
Maître de Conférence, UTC
Maître de Conférence, SUPMECA
Directeur de Recherche, LAUM
Professeur des Universités, ISAT
Professeur des Universités, LAM-UPMC
Professeur, Brunel University (UK)
Ingénieur, Alhyange Acoustique

Directeur de thèse
Co-directeur de thèse
Co-directeur de thèse
Rapporteur
Rapporteur
Examinateur
Examinateur
Invité

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier M. Marc BERTHEREAU, Président Directeur Général d'Alhyange Acoustique de m'avoir accepté au sein de son bureau d'études acoustiques et permis de démarrer cette thèse en collaboration avec le Laboratoire Roberval de l'Université de Technologie de Compiègne (UTC), le Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des MATériaux (LISMMA), l'Université de Pierre et Marie Curie (UPMC) et l'Association Nationale de la Recherche et de la Technologie (ANRT).

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance et ma gratitude à mes directeurs de thèse Nicolas DAUCHEZ, Emmanuel PERREY-DEBAIN et Benoit NENNIG qui m'ont accompagné et fait confiance durant ces trois années pour mener à bien ce travail. J'ai pu bénéficier de leur expérience complémentaire et de leurs précieux conseils.

Je tiens à remercier Yves AURÉGAN et Philippe LECLAIRE pour avoir accepté d'évaluer mon mémoire de thèse. Merci également à Ray KIRBY pour sa participation au jury de soutenance et à Benoît FABRE pour l'avoir présidé.

Je tiens aussi à remercier Ghislain BEILLARD, responsable de l'agence Paris chez Alhyange Acoustique pour sa disponibilité et la confiance qu'il m'a accordé ainsi que ses éclaircissements sur le métier d'ingénieur acousticien.

Je remercie François FOHR du Centre de Transfert de Technologie du Mans (CTTM) et Jean-Michel VILLE de l'UTC pour les riches discussions autour du banc d'essais. Merci aussi à Baudoin GAULIN du CTTM ainsi que Félix FOUCART et Jean-Marc GHERBEZZA de l'UTC pour leur précieuse aide durant les campagnes de mesures.

Je souhaite aussi remercier tous mes collègues que j'ai pu côtoyer durant ces trois années de thèse chez Alhyange Acoustique : Claire, Philippe, Alicia, Stéphanie, Véronique, Nicolas et Thibault pour leur camaraderie et leur ouverture d'esprit, à Supméca : Hugo pour son amitié et Fatma pour sa bonne humeur et à l'UTC : Charles, Romain, Saâd, Boureima,... et tous les autres pour leur sympathie.

Enfin, j'ai une pensée toute particulière pour ma famille qui m'a toujours soutenu et mes ami(e)s pour l'indispensable épanouissement extra-professionnel auxquels ils ont largement contribué. Ma dernière et plus belle pensée est pour Inga pour sa patience et son soutien de tous les jours.

Résumé

Titre : Étude de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles et conception de solutions optimisées en basses fréquences

Résumé : Les silencieux à baffles parallèles sont largement utilisés dans les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation (CVC) pour réduire le bruit généré par les sources aérauliques. Ces silencieux sont composés d'un certain nombre de baffles insérés dans un conduit de section rectangulaire. Chaque baffle est constitué d'un cadre métallique garni d'un matériau absorbant. Ce travail de thèse vise à analyser l'efficacité acoustique de ces silencieux afin d'en améliorer les performances en basses fréquences. Dans un premier temps, un modèle de propagation bidimensionnel à "couches" est développé afin de prédire les pertes par transmission pour une large variété de ce type de silencieux. Ce modèle multimodal repose principalement sur le calcul des modes acoustiques pour la pression moyenne dans chaque couche et a pour avantage de simplifier grandement la procédure de raccordement modal à l'interface entre deux domaines successifs. C'est un modèle facilement implémentable et approprié à des procédures d'optimisation de par sa rapidité et sa facilité de mise en données. Il a été validé expérimentalement lors de deux campagnes de mesure à des échelles réduite et réelle. Dans un second temps, le modèle développé est utilisé pour appréhender différentes pistes d'amélioration en basses fréquences et concevoir des solutions optimisées. Des premières pistes sont examinées dans le cas de silencieux standards concernant l'influence du nombre de baffles, de la symétrie et de la périodicité du silencieux sur le couplage modal et les performances acoustiques. Les autres pistes d'amélioration ainsi que les solutions optimisées ne figurent pas dans cette version pour des raisons de confidentialité.

Mots clés : *silencieux, baffle, conduit, raccordement modal, perte par transmission, matériau poreux, mesure*

Title : Analysis of the efficiency of parallel baffle silencers and design of optimized solutions at low frequencies

Abstract : Baffle-type silencers are widely used in the heating, ventilation and air conditioning (HVAC) systems of buildings to reduce noise being emitted from air-moving devices such as fans and air conditioners. These silencers generally consist of several baffles inserted in a duct with a rectangular cross section. Each baffle is made of sound absorbing material such as rockwool or glasswool. Usually, a metallic fairing is also placed at each end of the baffle. This thesis aims to analyze the effectiveness of these acoustic silencers to improve performance at low frequencies. First, a two-dimensional multimodal model is developed to predict the transmission loss for a wide variety of this type of silencer. The numerical model relies mainly on the computation of approximate acoustic modes for the mean pressure in each layer corresponding either to the airway or the baffle. The method offers the advantage that it greatly simplifies the mode matching procedure at the junction between successive domains and it can be used to tackle relatively complex geometrical configurations with the possibility of taking into account the presence of resistive screens between the porous baffle and the air domain. It is also an easy-to-implement and relatively inexpensive model suitable for optimization purposes. It has been experimentally validated in two measurement campaigns at reduced and actual scales. In a second step, the developed model is used to investigate different ways of improving performance at low frequencies. Suggested improvements are discussed in the case of standard silencers regarding the influence of the number of baffles, symmetry and periodicity of the silencer on the modal coupling and acoustic performance. For confidentiality reasons, other suggested improvements and optimized solutions are not included in this version.

Keywords : *silencer, muffler, baffle, splitter, mode matching, transmission loss, duct, measurement, porous material*

Table des matières

Résumé	v
Introduction	1
1 État de l'art des silencieux	5
1.1 Présentation générale des réseaux	5
1.1.1 Réseaux aérauliques	5
1.1.2 Pertes de charge	6
1.1.3 Sources de bruit	7
1.1.4 Différents types de silencieux	9
1.1.5 Indices de performance des silencieux	10
1.2 Les silencieux réactifs	11
1.2.1 Changements de section	11
1.2.2 Résonateurs acoustiques	14
1.2.3 Chambres d'expansion	20
1.2.4 Silencieux à membrane	24
1.3 Les silencieux dissipatifs	25
1.3.1 Conduits dissipatifs	26
1.3.2 Silencieux à baffles parallèles	27
1.3.3 Chambres d'expansion dissipatives	31
1.4 Application au domaine du bâtiment et conclusions	36
2 Généralités sur la propagation acoustique	39
2.1 Propagation multimodale dans les guides d'onde	39
2.1.1 Formulation	39
2.1.2 Géométrie à deux dimensions	40
2.1.3 Géométrie circulaire	41
2.2 Propagation acoustique dans les matériaux poreux	42
2.2.1 Présentation générale	42
2.2.2 Paramètres effectifs	43
2.2.3 Modèles de propagation	45
2.3 Représentations matricielles des guides d'onde	48
2.3.1 Matrice de transfert	48
2.3.2 Matrice de diffusion	49
2.3.3 Application aux réseaux aérauliques	49

3	Étude du comportement de deux silencieux dissipatifs	51
3.1	Modélisation d'un silencieux cylindrique dissipatif	51
3.1.1	Introduction	53
3.1.2	Model	53
3.1.3	Validation	54
3.1.4	Conclusion	55
3.2	Prédiction et analyse de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles . . .	57
3.2.1	Introduction	59
3.2.2	Silencer model	60
3.2.3	Results and validation for symmetrical silencers with periodic ar- rangements	68
3.2.4	Analysis and discussion	73
3.2.5	Conclusion	79
4	Conception de solutions optimisées en basses fréquences	85
	Conclusion générale	87
	Références	96
	Annexes	97
A	Mise en œuvre de la norme ISO 7235	97
B	Comparaison entre le TL et le IL	101
C	Résonateur quart d'onde amorti	107

Introduction

La conception d'un bâtiment sûr et sain nécessite de réguler la température et l'humidité à l'intérieur pour assurer aux usagers des conditions d'hygiène et de sécurité respectant les réglementations en vigueur ainsi qu'un certain niveau de confort thermique et la qualité de l'air. Les technologies employées pour garantir cette régulation sont les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation (CVC¹). La conception et le dimensionnement de ces systèmes sont effectués par des bureaux d'études techniques (BET) dans le but de maîtriser :

- (i) le niveaux d'hygiène : CO₂, polluants, particules, odeurs,
- (ii) le niveau de sécurité : désenfumage, clapets coupe feu dans les gaines de ventilation,
- (iii) la température ambiante hivernale et estivale,
- (iv) l'hygrométrie.

Ces systèmes ont pour rôle d'extraire l'air vicié et/ou d'apporter de l'air neuf qui peut être chauffé ou refroidi. Pour cela des centrales de traitement d'air, comprenant des ventilateurs d'extraction ou de soufflage, sont installées à l'intérieur de ces systèmes. Les flux d'air empruntent des réseaux aérauliques qui connectent les sources aux locaux et à l'extérieur. Le bruit généré par ces équipements pollue l'environnement urbain ainsi que les locaux de réception.

Une solution classique pour réduire leur bruit est l'usage de silencieux acoustiques passifs. L'étude et la conception de ces silencieux dans ce domaine d'application ont commencé au 20ème siècle et se sont accélérées avec la hausse des prix de l'énergie, et la prise de conscience de l'environnement de vie et de travail. Les autorités de différents pays ont répondu à ces nouvelles attentes en légiférant sur l'émergence sonore des bruits d'équipements CVC dans les milieux urbains (bruit de voisinage) [1] et sur le niveau de pression acoustique équivalent normalisé à ne pas dépasser dans les locaux de réception (logements, bureaux, salles de concert,...) [2, 3].

Les silencieux les plus couramment mis en œuvre dans les conduits aérauliques du bâtiment sont les silencieux dits à baffles parallèles. Leur structure consiste en un certain nombre de baffles insérés dans un conduit de section rectangulaire. Chaque baffle est constitué d'un cadre métallique garni d'un matériau absorbant tel que la laine de roche ou la laine de verre. Ceux-ci peuvent être recouverts d'un voile, tissu de verre ou bien d'une plaque perforée pour éviter le défilage dû à l'écoulement d'air à l'intérieur du réseau CVC.

Deux problématiques se posent dans la conception et le dimensionnement de ces silencieux. Tout d'abord, il n'existe pas d'outils de prédiction sur le marché pour ce

1. L'acronyme anglais est HVAC : *Heating, Ventilation and Air-Conditioning*.

type de silencieux. Leur performance est déterminée soit par des abaques [4], soit par des essais effectués selon la norme ISO 7235 [5]. Elle est alors intégrée dans un outil de calcul qui estime l'atténuation acoustique dans un réseau aéraulique. De plus, ces outils de calcul ne donnent pas entière satisfaction à cause des incertitudes de calcul. La méthode utilisée est une méthode énergétique, recommandée par l'ASHRAE² [6, 7], qui calcule le niveau de puissance sonore global du réseau. Ainsi le niveau de puissance à un endroit du réseau est déterminé en soustrayant l'atténuation et en additionnant le niveau de puissance régénéré des éléments en amont, au niveau de puissance de la source. La contribution des ondes réfléchies n'est donc pas prise en compte conduisant à des sous-estimations des niveaux de puissance pouvant atteindre 10 décibels (dB) [8]. Il en résulte une méthode peu fiable pour prédire l'atténuation globale d'un système CVC.

Le second problème concerne l'efficacité des silencieux en basses fréquences qui peut s'avérer être insuffisante au regard des contraintes d'encombrement et des pertes de charge tolérées dans les réseaux CVC. En effet, les sources de bruit des réseaux aérauliques de type centrales de traitement d'air et extracteurs présentent des niveaux élevés en basses fréquences [4, 9, 6]. Le niveau de pression sur l'intervalle [63 - 125] Hz est environ supérieur de 15 dB par rapport au reste du spectre et aucun élément du réseau n'a une atténuation significative dans ces bandes de fréquences.

Dans le but de mieux comprendre le comportement acoustique des silencieux à baffles parallèles dans les réseaux aérauliques, la société Alhyange Acoustique³ (BET acoustiques du bâtiment) a réalisé deux études entre 2003 et 2007 dans le cadre de stages de niveau Master [10, 11, 12]. Les résultats obtenus montrent la difficulté de mettre en place un outil de simulation efficace et simple d'utilisation.

Le présent travail de thèse, en convention CIFRE⁴ avec le BET Alhyange Acoustique, s'inscrit dans ce contexte. Il vise dans un premier temps à développer un outil de prédiction des performances des silencieux à baffles parallèles pour une utilisation par les ingénieurs des BET acoustiques. L'outil de calcul doit donc être facilement exploitable tout en procurant des résultats suffisamment précis. Il doit aussi fournir des renseignements sur les caractéristiques intrinsèques des silencieux considérés, en vue d'une meilleure compréhension de leur comportement acoustique dans les conduits. Il vise dans un second temps à développer des solutions basses fréquences, à l'aide de cet outil de prédiction, pour répondre au manque d'efficacité de ces silencieux dans la bande de fréquence [63 Hz - 500 Hz]. Enfin, le modèle de silencieux doit pouvoir s'intégrer dans un modèle plus large de réseau acoustique, incluant la source et le local de réception.

Ce mémoire s'articule en quatre chapitres.

Le chapitre 1 présente un état de l'art non exhaustif des silencieux passifs utilisés dans les domaines des transports, de l'industrie et du bâtiment. Après une présentation générale des réseaux aérauliques, une définition des différents types de silencieux et de leurs indices de performance, le comportement acoustique des silencieux réactifs et dissipatifs est examiné et différentes méthodes de modélisation sont présentées. Une application au domaine du bâtiment précise le contexte du mémoire et donne des grandeurs caractéristiques sur les silencieux et les conduits qui seront utilisés par la suite.

2. American Society of Heating, Refrigerating and Air-Conditioning Engineers.

3. Alhyange Acoustique, 60 rue du Faubourg Poissonnière, 75010 Paris, France.

Tél : (+33) 01 43 14 29 01, email : gbeillard@alhyange.com.

4. Convention Industrielle de Formation par la REcherche.

Le chapitre 2 donne le cadre théorique nécessaire à la construction du modèle développé dans le chapitre suivant. La propagation multimodale dans les guides d'ondes et dans les matériaux poreux isotropes y sont détaillées ainsi que deux types de représentations matricielles des propriétés d'un champ acoustique.

Le chapitre 3 est structuré sous forme de deux articles. Le premier article [13], publié dans les actes du congrès *Acoustics 2012*, présente une méthode basée sur une approche analytique basse fréquence [14] pour prédire la perte par transmission d'un silencieux cylindrique analogue à un conduit traité avec un matériau poreux et délimité par deux diaphragmes en série. L'effet des ondes évanescentes, à proximité des deux discontinuités, est pris en compte par l'intermédiaire d'un mode transverse dans le but de mieux satisfaire les conditions de raccordement modal. Les résultats sont alors comparés avec des résultats de mesure obtenus durant la thèse. Le second article [15], soumis au *Journal of Sound and Vibration*, propose un modèle de propagation bidimensionnel à "couches" afin de prédire la perte par transmission des silencieux à baffles parallèles dans les conduits rectangulaires. Ce modèle multimodal peut être vu comme la généralisation du modèle basse fréquence précédent [14]. On montre que ce modèle est facilement implémentable, relativement peu coûteux en temps de calcul, flexible dans la définition des paramètres géométriques et du matériau absorbant, et permet de modéliser une large variété de configurations. Une analyse de l'efficacité de ces silencieux est aussi réalisée pour des configurations géométriques atypiques. Deux campagnes de mesures, à échelle réduite et réelle, ont été réalisées durant la thèse pour valider le modèle.

Le chapitre 4, propose des pistes d'amélioration de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles en basses fréquences et dans de nombreux cas des solutions optimisées. Pour des raisons de confidentialité, il ne figure pas dans cette version du mémoire de thèse.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale et des perspectives de développements possibles.

Chapitre 1

État de l'art des silencieux

Ce premier chapitre présente un état de l'art des silencieux rencontrés dans différents domaines : automobile, industriel et bâtiment.

1.1 Présentation générale des réseaux

Un réseau désigne ici un ensemble d'éléments interconnectés autorisant la circulation continue ou discontinue de flux (eau, air, gaz, huile,...) d'un endroit vers un autre. On peut citer par exemple le réseau d'un système d'échappement de voiture ou encore les réseaux d'assainissement d'une ville.

1.1.1 Réseaux aérauliques

Un réseau aéraulique est un réseau de distribution d'air (voir Fig. 1.1). Il est composé de différents circuits constitués d'éléments tels que des coudes, des raccordements, des embranchements, des registres, des bouches ou encore des clapets connectés entre eux par des conduits. Ces circuits transportent un flux d'air d'un équipement de traitement d'air à une bouche de soufflage (air soufflé) ou bien d'une bouche d'aspiration vers l'extérieur d'un bâtiment (air rejeté). Les équipements utilisés pour traiter l'air peuvent être des extracteurs de toiture ou des centrales de traitement d'air (CTA). Les CTA peuvent chauffer, refroidir, humidifier, filtrer l'air qui les traversent avant de le diffuser dans les zones à climatiser. Elles assurent aussi l'introduction d'air neuf à l'intérieur du bâtiment et l'extraction de l'air vicié. Il peut arriver qu'un même équipement se charge de souffler et d'aspirer l'air dans le réseau. Ces équipements sont appelés des CTA double flux. Pour mettre en mouvement l'air et le faire circuler dans les différents circuits, ces équipements sont équipés de ventilateurs qui génèrent du bruit à l'intérieur du réseau. Pour atténuer ce bruit, des silencieux acoustiques sont insérés dans le réseau.

Le silencieux, aussi appelé "piège à son", est un dispositif utilisé dans les réseaux d'extraction et de soufflage de l'industrie et du bâtiment, afin d'éviter que le bruit généré par les sources acoustiques atteigne la sortie du conduit. La réglementation en vigueur dans les différents locaux de réception ne saurait être respectée sans silencieux insérés dans ces conduits aérauliques. Les silencieux sont donc directement liés à la conception et au dimensionnement des réseaux aérauliques. Ils sont aussi largement utilisés dans le domaine des transports (automobile, aéronautique) pour permettre aux véhicules et aux avions de respecter les normes anti-bruit. Il existe trois critères de base qu'un silencieux

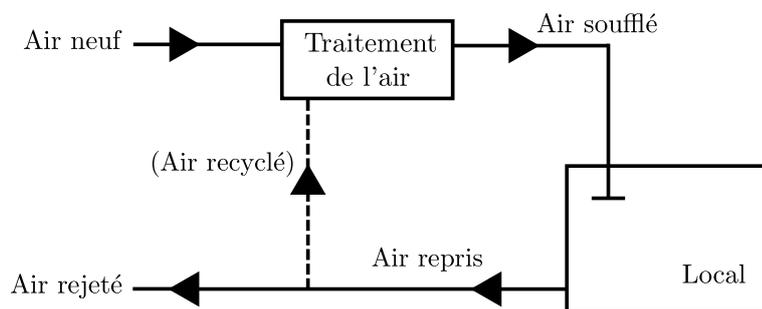


FIGURE 1.1 – Schéma simplifié d'un réseau aéraulique de soufflage et d'extraction d'un bâtiment.

doit remplir :

- un encombrement minimum,
- une atténuation suffisante,
- des pertes de charge peu élevées.

Bien entendu, ces trois critères sont liés et un optimum doit donc être trouvé pour le bon dimensionnement du silencieux. Les silencieux ne sont cependant pas les seuls éléments d'un réseau aéraulique à atténuer le bruit se propageant dans les conduits. Les autres éléments y contribuent aussi et doivent donc être pris en compte dans l'analyse acoustique du réseau.

L'analyse et le dimensionnement acoustique d'un réseau aéraulique a pour but d'assurer un niveau de pression sonore respectant les objectifs définis dans le local de réception. Avant de présenter les éléments acoustiques du réseau, nous précisons les notions relatives aux pertes de charge.

1.1.2 Pertes de charge

Les pertes de charge dans les conduits et réseaux aérauliques (ou hydrauliques) désignent les pertes irréversibles d'énergie, que subit le fluide lors de son passage dans un conduit ou un autre élément du réseau. Cette perte d'énergie correspond à la dissipation de l'énergie mécanique du fluide en mouvement sous forme de chaleur. La perte de charge s'exprime sous la forme d'une différence de pression, notée ΔP , correspondant à la variation de pression nécessaire pour imposer une vitesse donnée au fluide.

On distingue deux types de pertes de charge : (i) les pertes de charge régulières qui représentent les pertes par frottements dans les conduits de section constante. Elles sont provoquées par la viscosité du fluide et la rugosité des parois, et dépendent du degré de turbulence de l'écoulement décrit par le nombre de Reynolds ; (ii) le second type de perte de charge sont les pertes de charge singulières dues aux accidents dans le réseau : coudes, silencieux, grilles, jonctions, raccords... Elles sont le résultat d'une perte d'énergie utile par frottements ou par création d'un mouvement dans le fluide ne contribuant pas à l'avancée du fluide dans le réseau.

La perte de charge singulière ou régulière s'exprime en fonction de la pression dynamique $\rho V^2/2$, où ρ est la densité du fluide et V la vitesse moyenne de l'écoulement, et

d'un coefficient de perte de charge K sans dimension :

$$\Delta P = K \frac{\rho V^2}{2}. \quad (1.1)$$

Dans le cas des pertes de charge régulières, ce coefficient K dépend du rapport de la longueur sur le diamètre de l'écoulement et d'un coefficient de frottement, aussi appelé coefficient de Darcy-Weisbach. Ce dernier dépend de l'influence du type d'écoulement (laminaire ou turbulent) et de l'aspect de la conduite (lisse ou rugueux) sur la perte de charge.

Dans le cas des pertes de charge singulières, ce coefficient de perte de charge est un coefficient qui intègre l'ensemble des pertes de quantité de mouvement au niveau des accidents géométriques. Il est calculé à l'aide de formules empiriques ou par des simulations numériques. Deux exemples de coefficient de frottement pour des nombres de Reynolds supérieurs à 10^4 sont donnés ci-dessous pour [16] :

- une réduction brutale de la section de passage (de S_1 à S_2) : $K=(1 - S_2/S_c)^2$, avec S_c la section hydraulique utile,
- une expansion brutale de la section de passage (de S_1 à S_2) : $K=(1 - S_1/S_2)^2$.

Dans les réseaux aérauliques le nombre de Reynolds est de l'ordre de $5 \cdot 10^5$. Pour déterminer la perte de charge singulière, la vitesse à prendre en compte est celle dans la section réduite.

Les pertes de charge sont déterminées par rapport à une vitesse moyenne prédéfinie dans le conduit principal du réseau aéraulique. En pratique, le type de ventilateur qui va souffler ou aspirer l'air dans ce réseau est choisi en fonction de la perte totale de charge.

1.1.3 Sources de bruit

Les deux principales sources de bruit dans les réseaux aérauliques proviennent du bruit émis par les ventilateurs présents dans les équipements et du bruit régénéré par l'interaction entre l'écoulement moyen d'air et les éléments du réseau.

Les ventilateurs sont généralement divisés en deux catégories selon leur façon de propulser l'air (voir Fig. 1.2) : (i) la première catégorie correspond aux ventilateurs centrifuges qui aspirent l'air parallèlement à l'axe d'une roue à aubes tournant dans une volute et la rejettent à la périphérie par la force centrifuge suivant un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Ils permettent d'obtenir des débits d'air importants à des pressions élevées (jusqu'à 25 kPa et plus) et sont utilisés pour transporter l'air dans des réseaux longs ou ramifiés ; (ii) la seconde catégorie correspond aux ventilateurs hélicoïdes (ou axiaux) qui aspirent et rejettent l'air parallèlement à l'axe de rotation de la roue. Ils permettent d'obtenir des débits très importants mais sont limités à des pressions relativement faibles (généralement inférieures à 250 Pa). Pour remédier à cela, il existe des versions améliorées comportant des pales plus épaisses et profilées, un moyeu large et caréné et des aubes directrices (redresseurs).

Le bruit généré par les ventilateurs provient de trois différents types de source. Le premier type de source est d'origine aérodynamique et prédomine sur les deux autres. Il est dû à l'interaction de l'écoulement avec les pales et les parties fixes du ventilateur. Son spectre de bruit est constitué de raies à la fréquence de passage des pales (FPP) et à ses harmoniques, et d'un spectre à large bande (voir Fig. 1.3). Ce dernier, appelé "bruit large bande", est causé par les instationnarités de l'écoulement au travers de

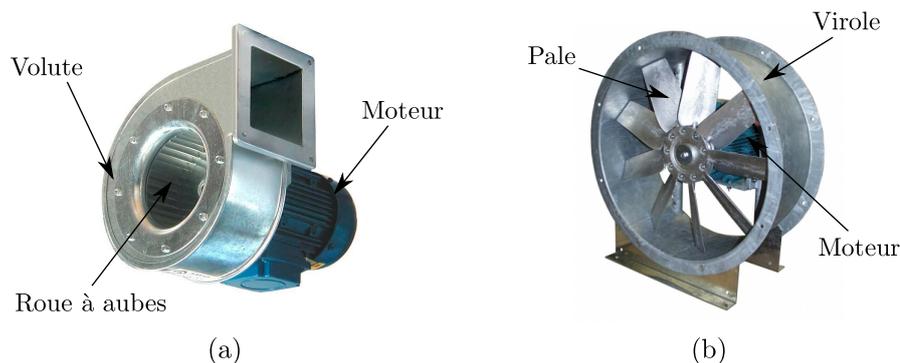


FIGURE 1.2 – Les deux principales catégories de ventilateur : (a) les ventilateurs centrifuges (source : www.directindustry.fr) et (c) les ventilateurs hélicoïdes (source : www.airap.fr).

plusieurs mécanismes d’interaction de la turbulence avec les parties fixes et tournantes. La seconde composante, appelée “bruit de raies”, est due aux phénomènes périodiques associés, à l’interaction entre l’écoulement moyen d’air et les pales du ventilateur, ou encore à l’interaction du sillage tournant des pales avec les parties fixes en aval.

Le deuxième type de source est d’origine mécanique et peut-être gênant à basse vitesse de rotation. Il est principalement causé par les vibrations induites par un balourd, la transmission mécanique (accouplement entre le moteur et la roue), les roulements ou les paliers. Le dernier type de source est d’origine électrique et est principalement dû au champ magnétique induit par le moteur électrique.

Afin de dimensionner au mieux les silencieux installés dans le réseau pour atténuer le bruit des ventilateurs, il est nécessaire de connaître les propriétés des sources de bruit et leur impédance acoustique qui modifient les conditions de réflexion et de transmission des ondes qui lui sont incidentes. La caractérisation acoustique d’une source de bruit, en présence d’un écoulement moyen, nécessite de connaître : (i) sa “propriété passive” identifiée par sa matrice de diffusion (réflexion, transmission, conversion modale); et (ii) sa “propriété active” identifiée par la puissance acoustique générée. Cette dernière représente le niveau de pression acoustique généré par l’interaction entre l’écoulement et le ventilateur au moyen d’un vecteur source. Il existe pour cela des méthodes expérimentales et numériques qui permettent de déterminer ces deux types de propriété.

À partir de modèles de source à N -ports [17] ou $2N$ -ports [18], avec N le nombre de mode se propageant dans le conduit, les propriétés passives et actives peuvent être obtenues expérimentalement soit par les méthodes à deux charges [19, 20, 21], soit par la méthode multi-source [18]. Cependant, ces méthodes expérimentales sont longues à réaliser et coûtent chères. Des simulations numériques utilisant des codes de mécanique des fluides [22] peuvent être aussi employées pour déterminer ces propriétés.

D’autres éléments du réseau aéraulique (silencieux, coudes, embranchements...) interagissent aussi avec l’écoulement moyen et engendrent des zones de turbulence. Ces turbulences sont à l’origine de sources de bruit secondaires qui doivent être pris en compte dans le dimensionnement des réseaux. Le niveau sonore de bruit régénéré par un élément est lié à ses pertes de charge singulières. Il existe des formules empiriques pour prédire ce niveau pour les différents éléments d’un réseau. Il peut être aussi déterminé

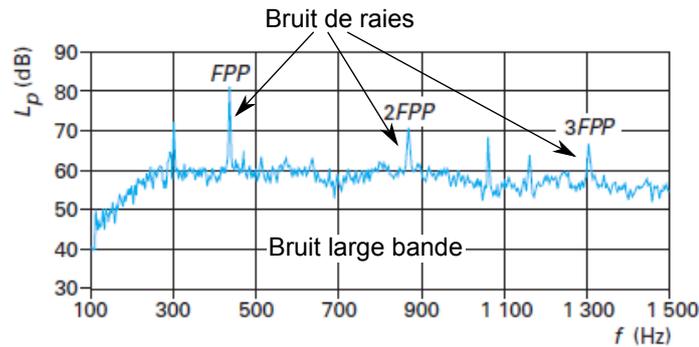


FIGURE 1.3 – Spectre de pression acoustique en bandes fines d’un ventilateur hélicoïde sans redresseur à neuf pales tournant à 2 893 tr/min (extrait de la réf [9]).

expérimentalement par la mesure de la propriété active.

1.1.4 Différents types de silencieux

On se focalise maintenant sur un élément précis des réseaux : le silencieux. Ce dernier est un filtre acoustique qui est généralement classé en deux catégories : les silencieux dits “passifs” et ceux dits “actifs”.

La réduction du bruit dans les silencieux passifs provient de trois mécanismes différents : la réflexion, l’interférence et l’absorption. La réflexion du son et les interférences peuvent être causées par des discontinuités acoustiques telles que des changements de section ou des résonateurs acoustiques. Ces types de silencieux sont dits “réactifs”. Le troisième mécanisme est l’atténuation du son par un matériau absorbant dans lequel l’énergie acoustique est convertie en chaleur. Les matériaux typiquement utilisés dans ces silencieux sont des laines minérales (laine de roche et laine de verre). Ces types de silencieux où ce mécanisme prédomine sont dits “dissipatifs”. Pour éviter de créer des pertes de charges trop élevées, le matériau absorbant n’occupe qu’une fraction de la section du conduit. Il est placé de manière concentrique autour ou au centre (bulbe) pour les conduits cylindriques. Il est disposé en baffles parallèles pour les conduits rectangulaires. Des écrans acoustiques tels que des tôles perforées, de la maille d’acier, des voiles ou tissus de verre peuvent être rajoutés pour éviter le défibrage du matériau absorbant dû à l’écoulement d’air. Certains silencieux utilisent les deux principes réactifs et dissipatifs.

Les silencieux actifs s’appuient sur un système électroacoustique comportant un haut-parleur, un microphone et un contrôleur pour générer une onde acoustique secondaire qui interfère de manière destructive avec le bruit incident. Généralement utilisés pour atténuer les basses fréquences, ils peuvent être combinés à des matériaux absorbants pour maximiser l’atténuation sur une large bande de fréquence [23, 24, 25]. Un avantage de ces silencieux est qu’ils ne créent que peu de perte de charge et régénèrent peu de bruit, contrairement aux silencieux passifs vus ci-dessus. Cependant cette technique ayant un coût élevé et nécessitant une maintenance, elle n’est pas mise en œuvre dans le domaine du bâtiment. L’étude de ce silencieux ne rentre pas dans le cadre de la thèse.

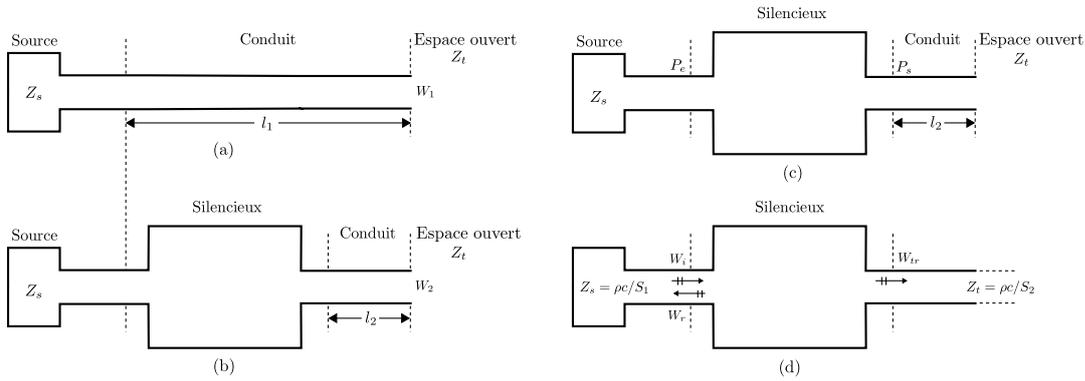


FIGURE 1.4 – Principe de mesure des grandeurs qualifiant un silencieux. Perte par insertion : mesure sans et avec silencieux (a et b). Réduction du bruit : mesure de pression en aval et en amont du silencieux (c). Perte par transmission : mesure des amplitudes des ondes incidentes et transmises (d).

1.1.5 Indices de performance des silencieux

Pour évaluer l’efficacité d’un silencieux, plusieurs indices sont couramment utilisés : la perte par transmission, la perte par insertion, l’indice de réduction du bruit et l’atténuation.

La perte par transmission, en anglais *Transmission Loss* (TL), décrit la performance du silencieux pour des conditions de rayonnement sans réflexion. Elle est indépendante du chargement amont et aval (voir Fig. 1.4). Elle est définie comme le rapport de la puissance incidente W_i sur la puissance transmise W_{tr} , exprimé en décibel (dB) :

$$TL = 10 \log_{10} \left(\frac{W_i}{W_{tr}} \right). \quad (1.2)$$

Pour déterminer le TL, le champ de pression dans le conduit doit être décomposé en ondes entrantes et sortantes dans le but d’extraire l’onde incidente en amont du silencieux et l’onde transmise en aval de celui-ci. Cette décomposition nécessite l’utilisation de plusieurs microphones en amont et en aval du silencieux à tester. Le TL peut également s’exprimer à partir des coefficients de la matrice de diffusion qui contient les coefficients de réflexion et de transmission modaux pour une onde incidente d’un côté ou de l’autre du silencieux. La détermination de la matrice de diffusion est donc une façon d’accéder au TL. Enfin, le TL a l’avantage de ne dépendre que des propriétés du silencieux mais il ne donne pas la valeur de la réduction du bruit dans le réseau.

La perte par insertion, en anglais *Insertion Loss* (IL), décrit la performance du silencieux dans son environnement car elle prend en compte les caractéristiques de la source (impédance de la source Z_s) en amont et de la charge terminale (impédance terminale ou de rayonnement Z_t) en aval. La perte par insertion indique la réduction du niveau de puissance acoustique rayonné causée par l’insertion d’un silencieux dans le conduit, c’est-à-dire, le remplacement d’un conduit de longueur l_1 (Fig. 1.4(a)) en aval de la source par un silencieux et un nouveau conduit de longueur l_2 (Fig. 1.4(b)). Elle est donc définie

comme le rapport des puissances transmises sans élément W_1 et avec élément W_2 :

$$IL = 10 \log_{10} \left(\frac{W_1}{W_2} \right). \quad (1.3)$$

Le IL nécessite seulement la mesure du niveau de pression en sortie du système pour chacune des deux configurations. On peut noter que la sortie du système correspond à une salle réverbérante dans le cas de la norme ISO 7235 [5]. Cependant, la difficulté pour obtenir les propriétés de la source rend sa prédiction plus incertaine.

L'indice de réduction du bruit, en anglais *Noise Reduction* (NR), est la différence de niveau de pression entre l'entrée P_e et la sortie P_s du silencieux :

$$NR = 20 \log_{10} \left| \frac{P_e}{P_s} \right|. \quad (1.4)$$

De la même manière que la perte par insertion, l'indice de réduction du bruit est simple à mesurer mais difficile à calculer car il dépend des propriétés de la source et de la charge. Il est parfois utilisé pour vérifier la performance *in situ* d'un silencieux. Toutefois, des écarts considérables peuvent apparaître avec le IL et le TL si l'entrée ou la sortie du silencieux se trouve sur un nœud ou un ventre de pression du champ d'ondes stationnaires présent dans le conduit. Son usage reste donc limité.

L'atténuation L_a d'un système acoustique, dans lequel le mode fondamental est supposé prédominant, est la décroissance du niveau de pression en décibel entre deux points de ce système. Cet indice est le plus souvent utilisé pour décrire la propagation des ondes dans des conduits dissipatifs supposés invariants et infinis suivant l'axe de propagation. Dans ce cas, l'atténuation est calculée en déterminant la décroissance du niveau de pression par unité de longueur.

Finalement, parmi ces quatre indices présentés ci-dessus, le IL est celui qui est le plus utilisé par les BET. En tenant compte de la source en amont et de la charge en aval, le IL décrit très bien le silencieux dans son environnement et permet aux ingénieurs de dimensionner correctement les réseaux aérauliques. Pour étudier le silencieux comme un élément isolé de son environnement, il est préférable d'utiliser le TL. Toutefois il est possible, dans des conditions particulières détaillées dans l'Annexe B, que le IL et le TL soient similaires. Dans la suite de ce mémoire, les résultats de simulation pour quantifier l'efficacité d'un silencieux donneront son TL tandis que les résultats de mesure à échelle réelle donneront son IL, mesuré selon la norme ISO 7235.

1.2 Les silencieux réactifs

L'efficacité d'un silencieux réactif est déterminé principalement par sa géométrie. Celle-ci peut être constituée de changements de section, tels que les chambres d'expansion, et de résonateurs acoustiques. Ces différents éléments engendrent des ruptures d'impédance et réfléchissent l'énergie acoustique incidente vers la source.

1.2.1 Changements de section

Les changements de section (Fig. 1.5) sont des filtres acoustiques basses fréquences. Ils peuvent se décliner sous plusieurs formes : expansion ou contraction brusque, conique ou hyperbolique. L'analyse de ces éléments est restreinte aux basses fréquences où seul le

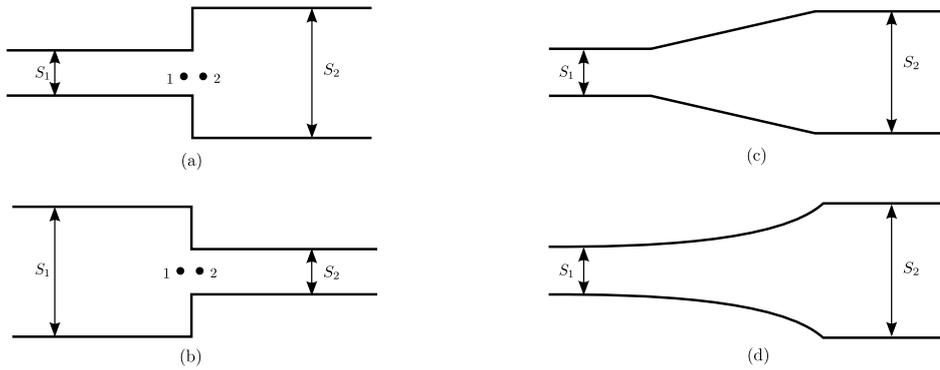


FIGURE 1.5 – Différents changements de section : (a) expansion brusque, (b) contraction brusque, (c) conduit conique et (d) conduit hyperbolique.

mode plan peut se propager dans les conduits. Les dimensions transversales des conduits sont donc supposées petites devant la longueur d'onde.

Discontinuités brusques

Un changement de section brusque (Fig. 1.5(a)-(b)) apparaît lorsque deux conduits de sections différentes sont joints pour former une ligne de transmission acoustique. Dans le cas où le conduit se termine en amont et en aval par une terminaison anéchoïque, le coefficient de réflexion R s'écrit [26]

$$R = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2}, \quad (1.5)$$

avec S_1 la section du conduit en amont et S_2 la section du conduit en aval. Ainsi pour une expansion ($S_1 < S_2$), le coefficient de réflexion est compris entre -1 et 0 et pour une contraction ($S_1 > S_2$) celui-ci est compris entre 0 et 1. Le TL engendré par cette réflexion se détermine en utilisant l'Eq. (1.5) et s'écrit [26]

$$\begin{aligned} \text{TL} &= 10 \log_{10} \left(\frac{W_t}{W_i - W_r} \right) \\ &= 10 \log_{10} \left(\frac{(S_2 + S_1)^2}{4S_2S_1} \right). \end{aligned} \quad (1.6)$$

Les TL d'une contraction et d'une expansion brusques sont donc identiques.

Cependant, des modes évanescents sont générés au niveau des discontinuités et même s'ils sont rapidement atténués avec la distance, leurs effets causent des différences notables entre les résultats analytiques et expérimentaux [27, 26, 28]. Pour prendre en compte l'effet de ces ondes évanescentes, Karal [29] propose en 1953 d'utiliser une impédance acoustique équivalente Z_α , purement réactive, en se basant sur l'approximation du rayonnement d'un piston plan dans un conduit cylindrique [30]. La pression totale en aval du changement de section s'écrit donc comme la somme de la pression correspondant au mode plan P_2 et de la pression correspondant aux modes supérieurs, $P_s = Z_\alpha U_2$, avec U le débit acoustique. D'autre part, la contribution des modes supérieurs sur le débit

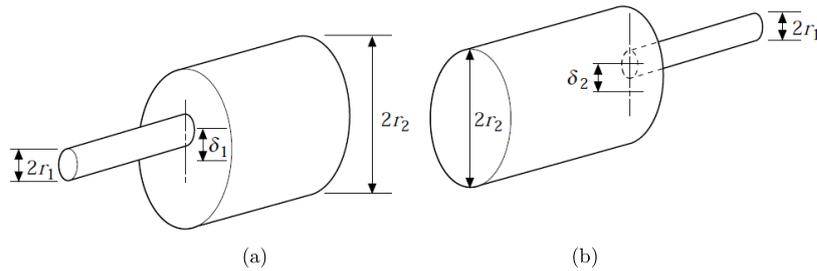


FIGURE 1.6 – Changements de section cylindriques avec conduits d’entrée et sortie excentrés : (a) expansion brusque, (b) contraction brusque (extrait de la réf. [32]).

acoustique est nulle. En supposant une dépendance temporelle de la forme $e^{-i\omega t}$, les conditions aux limites au voisinage du changement de section peuvent s’écrire

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & Z_\alpha \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}, \quad (1.7)$$

avec

$$Z_\alpha = -i\omega L(\alpha), \quad (1.8)$$

où $i = \sqrt{-1}$ et $\omega = 2\pi f$ est la pulsation avec f la fréquence. Il introduit ainsi une inductance L en série dans la ligne de transmission acoustique. Celle-ci est réelle et s’exprime en fonction du rapport des rayons $\alpha = r_1/r_2$ des conduits :

$$L(\alpha) = \frac{8\rho_0}{3\pi^2 r_1} H(\alpha), \quad (1.9)$$

avec ρ_0 la densité de l’air et r_1 le rayon du conduit de plus petite dimension. Le terme $8\rho_0/3\pi^2 r_1$ est la réactance de l’impédance de rayonnement d’un piston dans un conduit cylindrique bafflé infini [31] et $H(\alpha)$ est le facteur de correction de Karal. En basses fréquences, cette inductance équivaut à une correction de longueur. Une approximation simple de ce facteur basée sur des résultats de mesures est donné par Lung et Doige [27] :

$$H(\alpha) = 1 - \alpha. \quad (1.10)$$

Plus tard, Kergomard et Garcia [33] obtiennent une nouvelle expression de ce facteur en utilisant une méthode de raccordement modal pour un changement de section brusque et pour un diaphragme placé à l’intérieur d’un conduit. La géométrie d’un diaphragme consiste en la succession d’une expansion et d’une contraction brusques séparées par une certaine distance. Dans le cas de l’approximation du piston plan de Karal, vu ci-dessus, pour un diaphragme d’épaisseur négligeable, son inductance analogue correspond à la somme de l’inductance d’une contraction et d’une expansion brusques. La différence entre un diaphragme d’épaisseur négligeable et d’épaisseur finie se situe au niveau du couplage entre les modes évanescents induits par les deux discontinuités brusques. L’approximation du facteur de correction de Karal est toutefois limitée aux basses fréquences et aux conduits sans écoulement. En 1988, Peat [28] étend ce domaine de validité à la fréquence de coupure du premier mode supérieur en proposant une nouvelle expression du facteur de correction de Karal. Cette expression prend aussi en compte l’effet de convection sur l’onde de pression acoustique causé par un écoulement. Le facteur de correction devient

alors un nombre complexe. Il en conclut que cet effet est négligeable sur les parties réelles et imaginaires pour un nombre de Mach inférieur ou égal à 0.3 . Ce résultat est valable pour une expansion et une contraction car la seule différence entre leur facteur de correction est le signe de la partie imaginaire. Finalement, en 1995, Sahasrabudhe *et al.* [32] introduisent une nouvelle expression permettant de prendre en compte des changements de section avec des conduits d’entrée et de sortie excentrés (Fig. 1.6) souvent retrouvés dans les systèmes d’échappement de voiture.

En présence d’un écoulement, des turbulences se développent en aval du changement de section et dissipent de l’énergie acoustique [34, 35]. L’impédance acoustique équivalente n’est donc plus purement réactive.

Discontinuités graduelles

Les changements de section graduels (Fig. 1.5(c)-(d)) permettent de réduire l’apparition de ces structures tourbillonnaires et ainsi de diminuer les pertes de charge engendrées. Ils sont souvent utilisés dans les réseaux aérauliques et les systèmes d’échappement pour remplacer les discontinuités acoustiques brusques. Ces connecteurs sont des filtres basses fréquences qui fonctionnent de la même manière que les expansions ou contractions.

Des approches analytiques, développées par Easwaran et Munjal, permettent de déterminer les matrices de transfert de sections cylindriques de forme parabolique, hyperbolique [36], conique et exponentielle [37] pour la propagation du mode plan dans le conduit. Un écoulement à faible nombre de Mach ($M \leq 0.2$) est pris en compte. L’effet de convection induit par cet écoulement est négligeable sur le TL de ce type de changement de section.

Plusieurs approches numériques, tenant compte des modes supérieures, ont été développées pour déterminer la propagation acoustique dans des conduits circulaires dont la section transversale varie continuellement selon la direction de propagation. Alfredson [38] discrétise ce type de géométrie en l’approximant par une succession de discontinuités brusques permettant le calcul de l’impédance d’entrée, du champ de pression à l’intérieur du pavillon et du champ de pression rayonné en champ libre. Pagneux *et al.* [39] ont développé une méthode multimodale permettant de déterminer plus directement l’impédance d’entrée et de formuler plus facilement les conditions de rayonnement. Ils montrent que les modes transverses supérieurs ont une forte influence sur la propagation acoustique même en basses fréquences. Enfin, il existe des modèles utilisant la méthode des éléments finis (FEM) pour résoudre l’équation de propagation des ondes en prenant en compte un écoulement à nombre de Mach élevé [40].

1.2.2 Résonateurs acoustiques

La demande croissante des industriels pour des silencieux engendrant peu de perte de charge avec une atténuation suffisante en basses fréquences, a fait de ces résonateurs des éléments de plus en plus utilisés dans les silencieux des systèmes d’échappement automobiles et des moteurs d’avion. Ils sont souvent mis en œuvre avec des silencieux dissipatifs. Ces éléments résonants permettent d’atteindre des atténuations très importantes pour des pertes de charge faibles. Cependant les maximums d’atténuations n’apparaissent que sur des bandes de fréquence restreintes, centrées sur les fréquences de résonance de ces

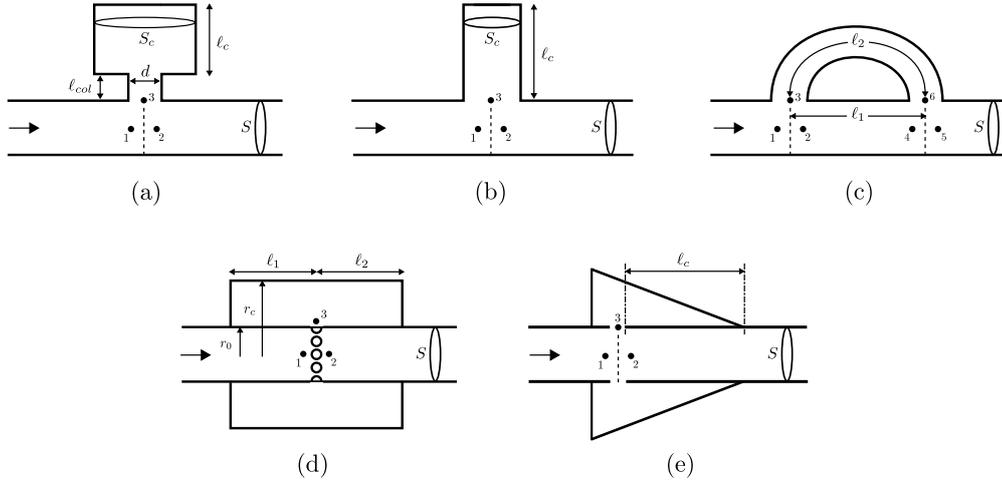


FIGURE 1.7 – Différents types de résonateurs acoustiques présents à l'intérieur de silencieux : (a) résonateur de Helmholtz, (b) résonateur quart d'onde, (c) tube Herschel-Quincke, (d) résonateur à cavité concentrique et (e) résonateur conique.

systèmes acoustiques. Ce phénomène est observable dans le conduit lorsque l'impédance d'entrée du résonateur s'annule.

Il existe plusieurs types de résonateurs acoustiques (Fig. 1.7) tels que le résonateur de Helmholtz, le résonateur quart d'onde, le résonateur à cavité concentrique, le résonateur conique ou le tube de Herschel-Quincke (HQ). Ils sont présentés par la suite en considérant que les dimensions de l'orifice et du conduit sont petites devant la longueur d'onde.

Le mode plan étant le seul mode se propageant dans le conduit, la pression est uniforme au niveau de l'orifice et la continuité de la pression P et du débit acoustique U s'écrivent respectivement

$$P_1 = P_2 = P_3, \quad (1.11)$$

et

$$U_1 = U_2 + U_3. \quad (1.12)$$

Le résonateur peut-être représenté par une impédance équivalente Z_r vue par l'onde de pression acoustique qui se propage dans le conduit principal :

$$Z_r = P_3/U_3. \quad (1.13)$$

Le système matriciel pour un résonateur acoustique branché à un conduit peut donc s'écrire

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_r & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

En supposant que le conduit principal est un conduit infini, le TL engendré par un résonateur acoustique branché au conduit peut s'écrire :

$$\text{TL} = 20 \log_{10} \left(\left| 1 + \frac{Z}{2Z_r} \right| \right), \quad (1.15)$$

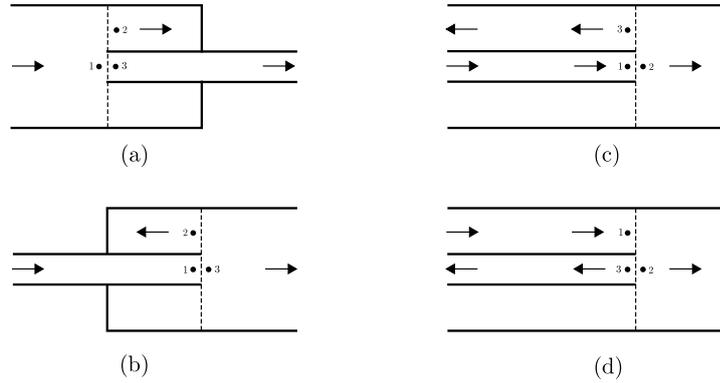


FIGURE 1.8 – Éléments d'un silencieux réactif comportant un résonateur acoustique quart d'onde : conduit étendu (a) en sortie, (b) en entrée et (c) expansion, (d) contraction inversée (extrait de la réf. [26]).

où $Z = \rho c/S$ est l'impédance caractéristique du conduit principal avec S sa section, ρ la densité du fluide et c la célérité du son. Les cinq résonateurs sont maintenant décrits en supposant que les parois du conduit sont rigides et qu'il n'y pas d'écoulement à l'intérieur de la cavité.

Résonateur quart d'onde

La géométrie d'un résonateur quart d'onde, c'est-à-dire d'un conduit ouvert-fermé, est présentée sur la Fig. 1.7(b). Il est fréquemment utilisé dans le domaine automobile en combinaison avec d'autres éléments réactifs tels que les expansions et contractions brusques (voir Fig. 1.8). Le résonateur est ici branché en parallèle avec le conduit principal de section S . En effet, en considérant un système électrique analogue où la pression correspond à la tension et le débit à l'intensité, deux éléments d'un circuit sont dits en parallèle lorsque la tension est la même à leur borne. En revanche, deux éléments sont dits en série lorsqu'ils sont traversés par la même intensité.

Le résonateur quart d'onde consiste en une cavité de profondeur ℓ_c et de section S_c . Son comportement résonant provient de la réflexion de l'onde incidente sur la paroi rigide fermant le résonateur. Avec une dépendance temporelle de la forme $e^{-i\omega t}$, l'impédance équivalente du résonateur quart d'onde s'écrit donc

$$Z_{rq} = iZ_c \cot(k\ell), \quad (1.16)$$

où $Z_c = \rho c/S_c$ est l'impédance caractéristique de la cavité du résonateur, k est le nombre d'onde et c la célérité du son. La longueur ℓ correspond à la somme de la longueur de la cavité ℓ_c et de la correction de longueur Δ_ℓ qui prend en compte la discontinuité brusque. Cette correction de longueur est donnée, par exemple pour un piston bafflé, par [33]

$$\Delta_\ell = 8a/3\pi \simeq 0.85a, \quad (1.17)$$

avec a le rayon de la cavité résonante dans le cas d'une géométrie cylindrique ou bien la largeur de la cavité dans le cas d'une géométrie rectangulaire bidimensionnelle telle que $a \ll \ell_c$.

À certaines fréquences, l'impédance du résonateur quart d'onde s'annule ($\cot(k\ell) = 0$) et l'énergie acoustique incidente du mode plan est totalement réfléchi vers la source, c'est-à-dire qu'aucune onde n'est transmise en aval du résonateur. Un pic est alors visible sur la courbe du TL à la fréquence $f_0 = c/4\ell$ et à tous les harmoniques $(2n + 1)f_0$, où n est un entier positif, tant qu'aucun mode supérieur ne se propage dans le conduit. Ces fréquences étant pilotées par la profondeur du résonateur, cela nécessite des dimensions importantes pour obtenir un effet en basses fréquences (par exemple, 85 cm à 100 Hz).

Résonateur de Helmholtz

Le résonateur de Helmholtz, présenté sur la Fig. 1.7(a), est le type de résonateur le plus couramment utilisé dans les silencieux à cause de sa géométrie compacte. Il est constitué d'une cavité de section S_c et de profondeur ℓ_c séparée du conduit principal de section S par un plus petit conduit, appelé col, de longueur ℓ_{col} , de diamètre d et de section S_{col} . Il est possible de dimensionner un résonateur de Helmholtz de petites dimensions avec une fréquence de résonance basse. Par construction, l'impédance équivalente Z_{rh} d'un résonateur de Helmholtz branché en parallèle avec un conduit peut s'écrire comme l'impédance en série d'un conduit ouvert-fermé (quart d'onde) et d'un col connectant le conduit à la cavité :

$$Z_{rh} = iZ_c \cot(k\ell_c) + Z_{col}, \quad (1.18)$$

avec Z_{col} l'impédance du col. Les dimensions de la cavité et du col étant supposées petites devant la longueur d'onde, $k\ell_c \ll 1$ et $k\ell'_{col} \ll 1$, avec ℓ'_{col} la somme de la longueur du col ℓ_{col} et des deux corrections de longueur de part et d'autre du col. En effectuant un développement limité au premier ordre de la propagation dans un conduit, on obtient :

$$Z_{col} \sim -i \frac{\rho c}{S_{col}} k \ell'_{col}. \quad (1.19)$$

On en déduit alors une expression de l'impédance du résonateur de Helmholtz au premier ordre :

$$Z_{rh} \sim -i\omega\rho \frac{\ell'_{col}}{S_{col}} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2}\right), \quad (1.20)$$

où $\omega_0^2 = \frac{S_{col}c^2}{V_c \ell'_{col}}$ avec ℓ'_{col} la somme de la longueur du col et des deux corrections de longueur de part et d'autre du col. On note $V_c = \ell_c S_c$ le volume de la cavité. Cette approximation basses fréquences, sans écoulement, de l'impédance équivalente du résonateur de Helmholtz est déterminée en négligeant la résistance de l'impédance supposée faible par rapport à la réactance.

L'atténuation du mode plan se propageant dans le conduit principal est maximum lorsque l'impédance équivalente s'annule, c'est-à-dire pour $\omega = \omega_0$, la pulsation propre. La fréquence de résonance du résonateur de Helmholtz s'écrit donc $f_0 = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{S_{col}}{V_c \ell'_{col}}}$. Cette fréquence se retrouve en considérant le résonateur comme un système à 1 degré de liberté. Le fluide contenu dans le col se comporte comme un piston de masse $m = \rho \ell_{col} S_{col}$ compressant le fluide contenu dans la cavité. Ce dernier se comporte comme un ressort et en supposant une transformation adiabatique, sa raideur s'écrit $K_a = \gamma S_{col}^2 P_0 / V_c$, avec γ le rapport des chaleurs spécifiques et P_0 la pression atmosphérique. La pulsation propre du système s'écrit donc $\omega_0 = \sqrt{K_a/m}$.

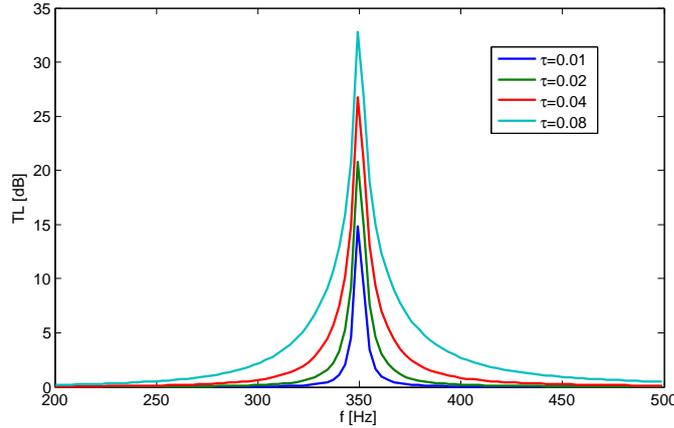


FIGURE 1.9 – TL d’un résonateur de Helmholtz branché à un conduit rectangulaire semi-infini pour différentes valeurs du rapport des surfaces $\tau = S_{col}/S$. ($f_0 = 350$ Hz, $\ell_{col}=25$ mm, $S_c = \pi(20)^2$ mm², $\ell_c=60.5$ mm et $S = 50 \times 50$ mm²).

L’absorption de ce système provient essentiellement des pertes par frottement visqueux de l’air au niveau du col. Elle est maximale à la fréquence de résonance, là où la vitesse de l’air est la plus grande. De façon à augmenter la dissipation ou les pertes dans le col, c’est-à-dire la résistance de Z_{col} , on peut y ajouter une plaque perforée ayant des trous de petit diamètre ou bien un tissu résistif. Toutefois si la résistivité de ce dernier est trop grande, la cavité est masquée et l’effet résonant s’atténue. Il est aussi possible de remplir la cavité de matériau poreux. La raideur de l’air doit alors être remplacée par la raideur effective du matériau poreux qui est plus faible.

Une cavité close par une plaque perforée peut être considérée comme un résonateur de Helmholtz dont la surface du col correspond à la surface équivalente des trous de la plaque. L’impédance du col peut donc être modéliser par celle d’une plaque perforée. Il existe différents modèles pour ce type d’impédance. Rao et Munjal [41] ont réalisé des mesures afin de déterminer l’impédance d’une plaque perforée en présence d’un écoulement. Une expression empirique, pour des cols de petit diamètre ($d \leq 7$ mm), a été trouvée et s’écrit :

$$Z_{col}^{[M \neq 0]} = \frac{\rho c}{\sigma S_{col}} [7.337 \times 10^{-3}(1 + 72.23M) - i2.2245 \times 10^{-5}(1 + 51\ell_{col})(1 + 204d)f], \quad (1.21)$$

où σ est la porosité et M le nombre de Mach. Dans le cas où il n’y pas d’écoulement moyen, l’impédance du col est suggérée par Sullivan [42, 43] et s’écrit

$$Z_{col}^{[M=0]} = \frac{\rho c}{S_{col}} [7.2 \times 10^{-3} - ik(\ell_{col} + 0.75d)]. \quad (1.22)$$

Cependant, l’efficacité d’un résonateur de Helmholtz dépend de la surface de couplage entre le col et le conduit principal. Sa conception nécessite donc de l’attention dans le choix des différentes dimensions pour maximiser son efficacité à la fréquence de résonance.

Afin d’étudier l’effet de ce couplage sur le TL engendré par un résonateur de Helmholtz branché à un conduit infini, celui-ci est exprimé ci-dessous en fonction du rapport

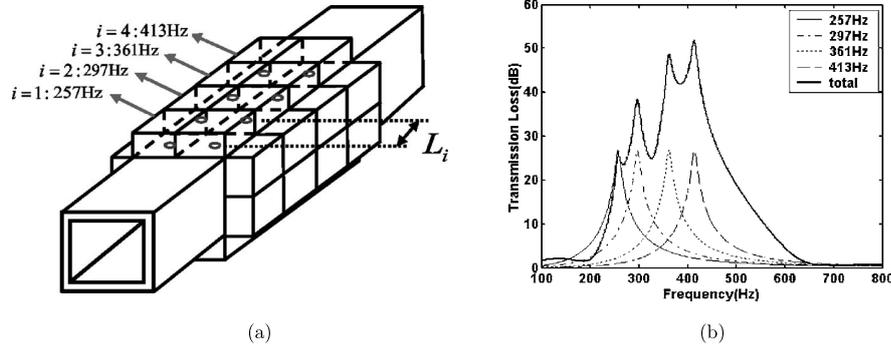


FIGURE 1.10 – Silencieux réactif avec un réseau de huit résonateurs de Helmholtz accordé à 257 Hz, 297 Hz, 361 Hz et 413 Hz avec $\ell_{col}=25$ mm, $d=10$ mm, $L_i=100$ mm et $S = 50 \times 50$ mm². (a) Schéma de la géométrie et (b) TL (extrait de la réf. [44]).

de la section du col sur celle conduit, $\tau = S_{col}/S$, en utilisant l'approximation basse fréquence de l'impédance équivalente (voir Eq. (1.20)). On trouve :

$$TL(\tau) = 20 \log_{10} \left(\left| 1 - \frac{\tau}{2ik\ell'_{col} \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)} \right| \right), \quad (1.23)$$

La dissipation dans le col étant négligée, aucune conclusion ne peut être faite sur l'amplitude du pic. Le TL exprimé ci-dessus dans l'Eq. (1.23) croît avec le rapport des surfaces τ . Ainsi pour obtenir un pic plus large, ce rapport doit être le plus élevé possible induisant une surface importante de couplage entre le col et le conduit principal. Pour illustrer l'effet de ce couplage, la Fig. 1.9 représente le TL d'un résonateur de Helmholtz de cavité et de col cylindrique branché à un conduit rectangulaire infini pour différentes valeur du coefficient τ . On remarque bien que plus le rapport des surfaces augmente plus le pic à 350 Hz est large. Par conséquent, dans le cas de conduits de grande section, la surface du col doit être importante. Le résonateur adaptée à ce type de conduit ne peut donc pas être compact excepté s'il est divisé en plusieurs résonateurs placés en série.

Pour obtenir un TL plus performant sur une bande de fréquences plus large, des résonateurs de Helmholtz, accordés différemment, peuvent être placés en série et/ou en parallèle [44, 45]. Le silencieux de la Fig. 1.10(a) possède ainsi un réseau de huit résonateurs accordé à 257 Hz, 297 Hz, 361 Hz et 413 Hz dont les cols des résonateurs en parallèle sont séparés par une longueur L_i , avec $i = \{1, \dots, 4\}$. Le TL de ce silencieux est présenté sur la Fig. 1.10(b) ainsi que celui de chaque réseau de résonateur pris séparément. La modélisation d'un tel réseau de résonateur peut se faire à l'aide de la méthode des matrices de transfert [44] ou par une approche analytique [46].

Cependant, en considérant les dimensions usuelles des conduits retrouvés dans le bâtiment, ce type de silencieux purement réactif reste très souvent trop encombrant.

Résonateur à cavité concentrique

Un tel résonateur, dont la géométrie est présentée sur la Fig. 1.7(d), est constitué d'un tube cylindrique central communiquant avec une cavité concentrique par l'intermédiaire d'un certain nombre n_h de trous ou cols sur sa périphérie. La cavité est en

réalité composée de deux résonateurs quart d'onde en parallèle de longueurs ℓ_1 et ℓ_2 . L'impédance équivalente du résonateur à cavité concentrique peut se construire de la même manière que celle du résonateur de Helmholtz en sommant l'impédance de cavité et celle des n_h cols [47]. On trouve donc pour des parois supposées rigides :

$$Z_{rcc} = iZ_c \frac{1}{\tan(k\ell_1) + \tan(k\ell_2)} + \frac{Z_{col}}{n_h}, \quad (1.24)$$

où $Z_c = \rho c/S_c$ est l'impédance caractéristique de la cavité avec $S_c = \pi(r_c^2 - r_0^2)$.

Résonateur conique

La géométrie d'un résonateur conique est présentée sur la Fig. 1.7(e). Son comportement acoustique est similaire à celui d'un résonateur quart d'onde avec l'avantage d'atténuer aussi les harmoniques impairs. L'impédance d'un résonateur conique est donnée par [48]

$$Z_{rc} = \frac{i\rho c}{1/k\ell - \cot(k\ell)}, \quad (1.25)$$

où ℓ est la somme de la longueur ℓ_c et de la correction de longueur pour un cône. Plus le cône est long et fin, plus la correction de longueur est proche de celle d'un résonateur quart d'onde.

Tube Herschel-Quincke

Le tube de Herschel-Quincke (HQ) a été introduit au 19^{ième} siècle et sa théorie [49], restreinte aux ondes planes, a été réexaminée récemment [50]. Il consiste en un tube placé en dérivation d'un conduit principal comme montré sur la Fig. 1.7(c). La différence de marche entre l'onde se propageant dans le tube HQ et celle se propageant dans le conduit principal engendre un déphasage entre ces deux ondes. Elles interfèrent alors de manière destructive après réflexion d'une partie de l'énergie acoustique. Soient ℓ_1 et ℓ_2 (avec $\ell_1 < \ell_2$) les longueurs des deux branches parcourues par l'onde acoustique. L'atténuation du mode plan se produit pour les deux types de fréquences suivantes :

$$\ell_2 - \ell_1 = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad \text{et} \quad \ell_2 + \ell_1 = n\lambda, \quad (1.26)$$

où n est un entier naturel et λ est la longueur d'onde. Ces tubes HQ ont des applications industrielles dans le domaine de l'aéronautique pour réduire, par exemple, le bruit de soufflante d'un moteur d'avion [51] ou bien dans le domaine de l'automobile.

1.2.3 Chambres d'expansion

Trois types de chambres d'expansion sont abordés ici.

La chambre d'expansion simple

La Fig. 1.11 présente une chambre d'expansion simple, succession de deux changements de section brusque.

Pour déterminer son comportement acoustique en régime d'onde plane, la méthode des matrices de transfert [26] (section 2.3.1) peut être utilisée. La chambre d'expansion

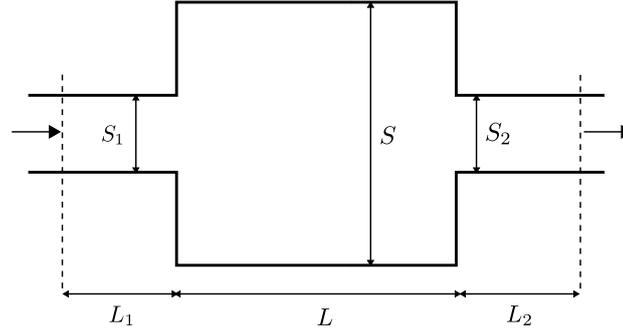


FIGURE 1.11 – Chambre d’expansion simple de longueur L et de section S avec un conduit d’entrée et de sortie.

peut se décomposer en cinq éléments caractérisés par leur matrice de transfert : conduit uniforme de section S_1 , expansion brusque, conduit uniforme de section S , contraction brusque et finalement conduit uniforme de section $S_2 = S_1$. La matrice de transfert d’une discontinuité acoustique brusque, T_d , tenant compte des modes supérieurs a été donnée à l’Eq. (1.7). Dans le but de simplifier l’étude, l’effet des modes supérieurs n’est pas pris en compte ici. La matrice T_d est donc égale à la matrice identité. La matrice de transfert d’un conduit uniforme, T_c , de longueur L et d’impédance caractéristique $Z = \rho c/S$, est quant à elle donnée par

$$T_c = \begin{pmatrix} \cos(kL) & -iZ\sin(kL) \\ -iZ^{-1}\sin(kL) & \cos(kL) \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

La matrice de transfert globale de la chambre d’expansion est obtenue en multipliant les matrices de transfert de tous les éléments. Le TL est alors déterminé et donne :

$$TL = 10 \log_{10} \left[1 + \frac{1}{4} \left(m - \frac{1}{m} \right)^2 \sin^2 kL \right]. \quad (1.28)$$

Le comportement acoustique d’une chambre d’expansion peut ainsi être décrit à l’aide du rapport des sections $m = S/S_1$ et du paramètre $kL = 2\pi L/\lambda$, avec λ la longueur d’onde. Ce résultat montre que le TL est une fonction périodique en kL de période π radians.

Le TL de chambre d’expansion avec différents rapports de section m sont présentées sur la Fig. 1.12. À très basses fréquences ($kL \rightarrow 0$) ou lorsque la longueur de la chambre $L = n\lambda/2$, avec n entier positif non nul, le TL est nul. Aux fréquences intermédiaires, les ondes incidentes et réfléchies interfèrent et l’énergie acoustique est largement réfléchi vers l’amont. Le TL est maximal lorsque la longueur de la chambre $L = n\lambda/4$. La valeur du maximum de TL dépend du rapport de section S/S_1 . À noter que le TL d’une chambre d’expansion simple n’est pas influencé par la présence d’un écoulement pour un nombre de Mach inférieur à 0.1 [52].

Une chambre d’expansion peut être partitionnée en plaçant des diaphragmes à l’intérieur de la chambre. On note alors que l’amplitude du TL croît avec le nombre de partition [26]. Une atténuation plus large bande est obtenue en espaçant les diaphragmes de manière inégale sur la longueur de la chambre. Une chambre d’expansion peut être aussi divisée en plusieurs chambres d’expansion en série comme illustré sur la Fig. 1.13(a).

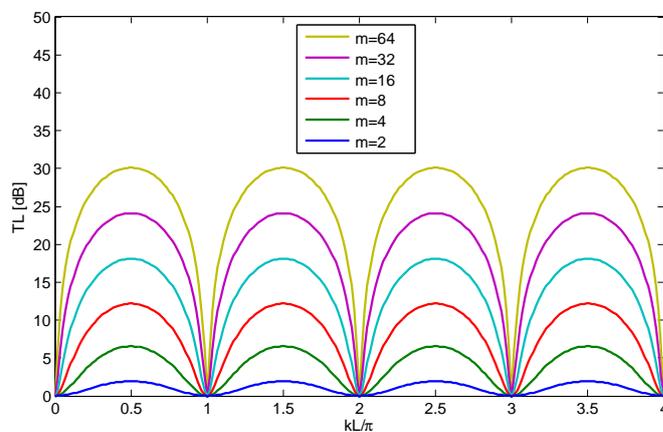


FIGURE 1.12 – TL d’une chambre d’expansion simple pour différents rapports de section m .

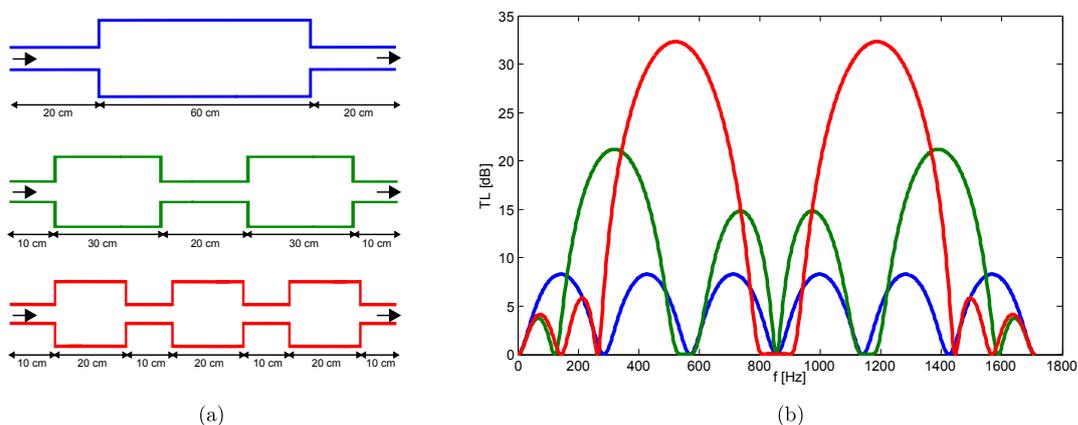


FIGURE 1.13 – Comparaison du TL pour des chambres d’expansion simples en série pour $m=5$, sans écoulement. (a) géométrie des trois silencieux réactifs et (b) TL pour (bleue) une chambre d’expansion simple, (verte) deux chambres d’expansion et (rouge) trois chambres d’expansion en série.

L'influence du nombre de chambre d'expansion est montré sur la Fig. 1.13(b) jusqu'à trois chambres d'expansion en série. De plus, lorsque la longueur des conduits les connectant augmente, l'amplitude du TL augmente aussi. Toutefois, toutes ces configurations augmentent les pertes de charge dans le réseau.

Il existe d'autres méthodes pour modéliser une chambre d'expansion simple prenant en compte aussi les modes supérieures dans le conduit. Ces méthodes sont détaillées à la section 1.3.3 pour les chambres d'expansion dissipatives.

Conduits d'entrée et de sortie excentrés

Cette configuration de chambre d'expansion, circulaire sur la Fig. 1.14, possède des conduits d'entrée et de sortie excentrés par rapport au centre de la section de la chambre. Ce type de chambre d'expansion a été étudié par Ih et Lee [53] en 1985. Ils proposent un modèle analytique pour des positions arbitraires des conduits d'entrée et de sortie qui prend en compte l'effet de convection d'un écoulement sur l'onde de pression acoustique. Les résultats pour des excentricités différentes des conduits d'entrée (δ_1, ϕ_1) et de sortie (δ_2, ϕ_2) sont comparés aux résultats de mesure obtenus auparavant par Eriksson [54]. Il en résulte que la performance d'une chambre d'expansion classique est fortement influencée par les modes d'ordre supérieurs. Lorsque ces modes deviennent propagatifs, ils dégradent l'atténuation de la chambre. En choisissant l'emplacement des conduits d'entrée et de sortie, il est possible de sélectionner ces modes. Les meilleures configurations sont obtenues pour un conduit d'entrée centré et un conduit de sortie excentré où des performances similaires à celles observées pour le mode plan sont visibles pour des fréquences plus élevées. Ils montrent aussi que l'effet de l'écoulement sur la performance de ce type de chambre d'expansion peut être négligé pour un nombre de Mach inférieur à 0.2.

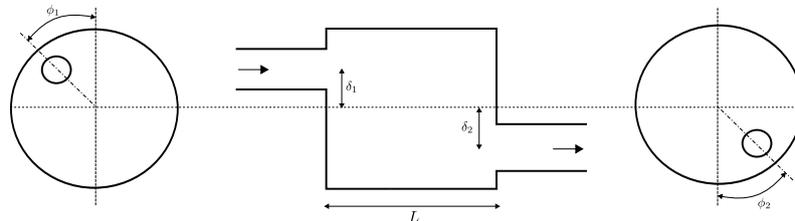


FIGURE 1.14 – Chambre d'expansion circulaire avec des conduits d'entrée et de sortie excentrés.

Conduits d'entrée et de sortie étendus

Un autre type commun de chambre d'expansion est composé d'un conduit d'entrée et/ou d'un conduit de sortie étendu formant un résonateur annulaire quart d'onde avec les parois latérales de la chambre (voir Fig. 1.15). Deux nouvelles longueurs : L_1 et L_2 , associées aux conduits d'entrée et de sortie étendus augmentent ainsi le nombre de paramètres qui peuvent être utilisés pour optimiser le TL de la chambre d'expansion. En effet, ces deux longueurs permettent d'accorder les résonateurs pour obtenir un filtre coupe-bande aux fréquences désirées. A la fréquence fondamentale du résonateur et à ses harmoniques, l'onde incidente est totalement réfléchie et donc aucune énergie acoustique

n’est transmise en aval du silencieux. Pour des parois latérales rigides, cela se produit lorsque $\cot(kL_1) = 0$ et $\cot(kL_2) = 0$, c’est-à-dire pour $kL_1 = (2n + 1)\pi/2$ et $kL_2 = (2n + 1)\pi/2$ avec n entier positif. Des pics apparaissent donc à ces fréquences sur la courbe de TL et peuvent ainsi l’améliorer sur une large bande de fréquence.

Cette chambre d’expansion particulière peut être modélisée à l’aide de la méthode des matrices de transfert. La chambre peut être alors décomposée en trois éléments : une entrée étendue, un conduit et une sortie étendue. La matrice de transfert d’une entrée/sortie étendue en présence d’un écoulement est donnée par Munjal [26]. Sans écoulement cette matrice correspond à celle donnée à l’Eq. (1.14) pour un résonateur acoustique quart d’onde. Une autre méthode proposée par Ábom [55] utilise la technique de raccordement modal en négligeant les effets de l’écoulement et en supposant que les conduits d’entrée et de sortie ne sont pas excentrés. Toutefois, cette analyse prend en compte les modes supérieurs dans la chambre, le résonateur quart d’onde et les conduits d’entrée et de sortie.

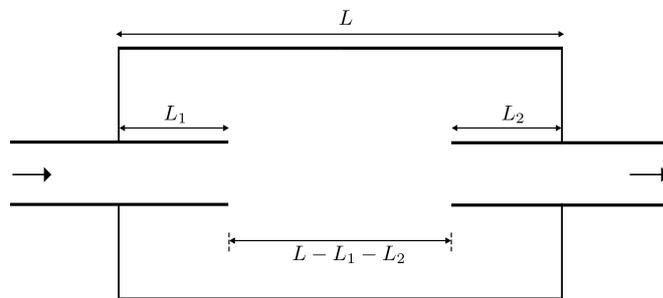


FIGURE 1.15 – Chambre d’expansion avec des conduits d’entrée et de sortie étendus.

1.2.4 Silencieux à membrane

Le silencieux à membrane (Fig. 1.16(a)), ou résonateur à membrane, consiste en une chambre d’expansion dans laquelle une membrane a été tendue entre les parois intérieures latérales, parallèlement à l’axe des conduits d’entrée et de sortie, d’où son nom : “silencieux à tambour” [56, 57]. L’ajout de cette membrane a pour but de créer des résonances basses fréquences afin d’augmenter les performances de la chambre d’expansion classique dans ce domaine. La membrane peut être aussi remplacée par une plaque [58, 59], pour des performances similaires et dans certains cas meilleures.

En se propageant dans la chambre d’expansion, l’onde incidente rasante, entraîne la vibration de la membrane (ou de la plaque). Sa réponse vibratoire en basses fréquences peut être examinée grâce à ses deux premiers modes propres. Le premier mode de la membrane est le plus efficace pour réfléchir l’onde incidente mais est peu excité dû à la raideur de la cavité d’air en basses fréquences. Sa capacité à mieux réfléchir l’énergie acoustique est donc contrôlée par le volume de la cavité. Lawrie et Guled [60] ont étudié l’effet de la hauteur h_c de la cavité sur le TL du silencieux. En revanche, le second mode est plus facilement excité mais réfléchi moins d’énergie acoustique à cause de son profil. La meilleure performance du silencieux est obtenue pour une tension optimale de la membrane [57]. Si celle-ci est trop ample, l’énergie acoustique réfléchi est faible ainsi que les interférences destructrices avec l’onde incidente. Au contraire, si celle-ci est trop tendue, la membrane se comporte comme une paroi rigide.

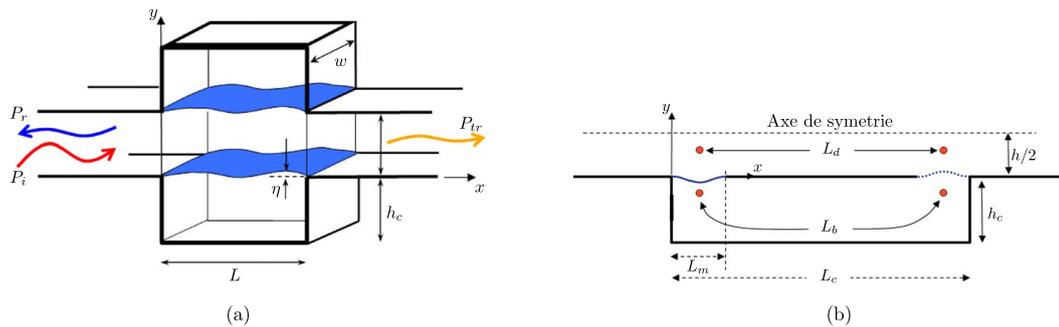


FIGURE 1.16 – Schéma (a) d’un silencieux à tambour (extrait de la réf. [58]) et (b) d’un silencieux flûte (extrait de la réf. [61]).

Pour remédier au problème de tension de la membrane, Huang [61] propose de séparer la longue membrane en deux plus petites séparées par une paroi rigide. Cette nouvelle configuration, appelée “silencieux flûte” (car elle ressemble à l’instrument de musique), est présentée sur la Fig. 1.16(b). Sans la présence des membranes, ce silencieux permet d’obtenir sur la courbe de TL deux types de résonance similaires à celles obtenues pour un tube HQ aux fréquences données à l’Eq. (1.26). La première résonance correspond à une différence de marche (des gaz légers tels que l’hélium peuvent être utilisés pour remplir la cavité de la dérivation permettant une propagation acoustique plus rapide que dans le conduit principal) et la seconde correspond à la vibration de la membrane avec le fluide se trouvant de part et d’autre de celle-ci.

1.3 Les silencieux dissipatifs

La réduction du bruit à l’intérieur des silencieux dissipatifs, ne provient pas seulement des effets de réflexion et d’interférence mais principalement de la dissipation de l’énergie acoustique à l’aide de traitements acoustiques recouvrant les parois du conduit : réseaux de petites résonateurs ou matériaux poreux.

Ces deux types de traitements acoustiques, appelés *liner* en anglais, ont un comportement physique différent : le premier est dit “à réaction localisée” car il n’admet pas de propagation sonore dans la direction parallèle à la surface du traitement. Ainsi, chaque résonateur se comporte indépendamment des autres. Lorsqu’ils sont suffisamment proches, ils se comportent comme une surface continue caractérisée par une impédance normale. Parmi ces traitements, on compte les structures en nids d’abeilles et les chambres d’expansion partitionnées. Le second type de traitement est dit “à réaction étendue” ou “à réaction non localisée”, car la propagation d’onde acoustique est possible dans la direction parallèle à la surface du matériau poreux. Toutefois, si sa résistivité au passage de l’air est suffisamment élevée, il peut être aussi modélisé en tant que matériau à réaction localisée bien qu’il s’agisse d’une approximation. Parmi les matériaux poreux les plus utilisés, on compte les laines minérales (laine de roche ou de verre) et les mousses polymères.

Les silencieux dissipatifs ont l’avantage de fournir une atténuation sur une plus large bande de fréquences. Cependant, leur performance est réduite en basses fréquences à cause des mécanismes de dissipation visco-thermiques diminuant le facteur de qualité

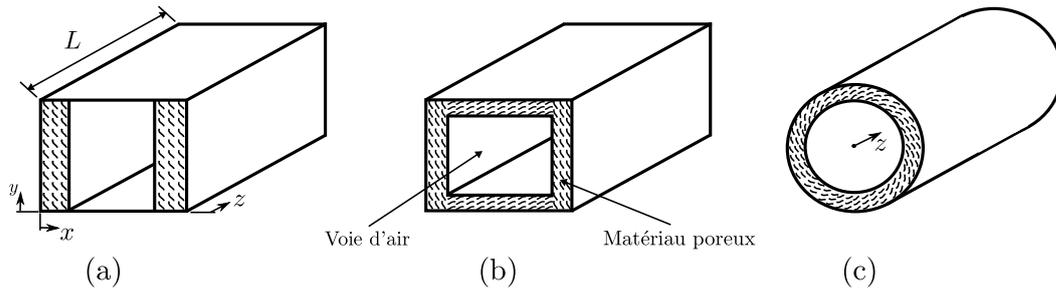


FIGURE 1.17 – Section de conduits dissipatifs. Conduit rectangulaire avec un matériau poreux appliqué (a) sur deux parois opposées (b) sur toutes les parois, et (c) conduit cylindrique.

des systèmes réactifs. Ils sont utilisés dans de nombreuses applications offrant des environnements très divers : réseaux CVC, systèmes d’échappement des moteurs de voiture, systèmes industriels de ventilation et d’extraction d’air, conduits d’entrée et de sortie des centrales électriques, systèmes de tour de refroidissement, turbines à gaz, moteurs à réaction d’avion... Les vitesses d’écoulement (exprimées avec le nombre de Mach M) et les températures (exprimées en degrés celsius) rencontrées sont typiquement :

- aéronautique (moteurs d’avion) : $M > 0.5$ et $-40^{\circ}\text{C} < T < 1200^{\circ}\text{C}$,
- automobile (systèmes d’échappement) : $0.2 < M < 0.3$ et $500^{\circ}\text{C} < T < 900^{\circ}\text{C}$, et
- bâtiment (réseaux de ventilation) : $M < 0.05$ et $-10^{\circ}\text{C} < T < 40^{\circ}\text{C}$.

Les traitements acoustiques doivent donc être adaptés aux conditions d’utilisation et aux gammes de fréquences ciblées.

Dans la suite, les conduits dissipatifs dont les parois sont recouvertes d’un matériau poreux sont présentés. Le cas du silencieux rectangulaire traité seulement sur les parois opposées est décrit puis généralisé aux silencieux à baffles parallèles. Enfin les silencieux intégrant une plaque perforée sont présentés.

1.3.1 Conduits dissipatifs

Ce type de conduit est représenté sur la Fig. 1.17 pour des géométries rectangulaires et cylindriques invariantes selon l’axe de propagation. Ce type de conduit traité se retrouve le plus souvent dans les réseaux CVC. L’efficacité du conduit dissipatif dépend de sa longueur L et de sa surface de traitement. Elle se quantifie en déterminant l’atténuation L_a du système :

$$L_a = 8.686 \operatorname{Im}(k)L \quad (\text{dB}), \quad (1.29)$$

avec k le nombre d’onde axial du mode le moins atténué. Différentes approches permettant de déterminer les nombres d’onde axiaux sont décrites ci-dessous pour des conduits dissipatifs de longueur infinie. L’effet des discontinuités créées par les jonctions est traité à la section suivante.

Parmi les premières approches développées, on peut citer celle de Morse [62], en 1939, pour des conduits traités avec des matériaux absorbants considérés comme étant à réaction localisée. Cependant cette hypothèse sur la propagation dans le matériau absorbant rend cette approche peu précise. En 1946, Scott [63] élargit l’analyse aux matériaux poreux à réaction étendue pour des conduits rectangulaires à deux dimensions traités sur deux parois opposées (voir Fig. 1.17(a)) et pour des conduits circulaires (voir

Fig. 1.17(c)). Pour cela, les champs acoustiques sont exprimés dans la partie traitée et dans la partie centrale, appelée aussi voie d'air, et sont ensuite raccordés à l'interface en appliquant les conditions de continuité appropriées. Pour résoudre ce problème couplé, il est nécessaire de connaître la célérité du son dans le matériau poreux. Celle-ci est une quantité complexe qui varie avec la fréquence. Elle peut s'exprimer en fonction d'un coefficient de compressibilité équivalent et d'une masse volumique équivalente qui sont décrits au chapitre 2. Le nombre d'onde axial et l'atténuation du conduit peuvent être alors déterminés. Plus tard, Cummings [64] prend en compte l'effet de la propagation dans un conduit rectangulaire à trois dimensions ainsi que l'effet de plaques perforées accolées au matériau poreux en présence d'un écoulement uniforme. En revanche, seule l'atténuation par unité de longueur est prédite sans prendre en compte les deux discontinuités acoustiques créées par la jonction entre le conduit traité et celui sans traitement. Il montre que le mode fondamental n'est pas toujours le plus atténué et que la présence d'un écoulement ($M < 0.2$) dans le sens de propagation acoustique diminue l'atténuation du conduit traité en basses fréquences (convection de l'onde acoustique) et augmente l'atténuation pour des fréquences plus élevées (réfraction du mode plan dans les couches limites du matériaux poreux [65]). Pour un écoulement dans le sens opposé, le phénomène inverse est observé. En considérant le même type de conduit dissipatif mais sans plaque perforée, Frommhold et Mechel [66] propose des méthodes simplifiées pour calculer l'atténuation. En 1987, Astley et Cummings [67] étendent cette méthode à des conduits uniformes de section quelconque en utilisant la méthode des éléments finis. Des résultats de simulations sont comparés à des résultats de mesures avec et sans écoulement pour des conduits rectangulaires traités avec un matériau poreux appliqué sur les quatre parois du conduit (Fig. 1.17(b)). Cette méthode est ensuite utilisée par Astley [68] pour des matériaux à réaction localisée. Il confirme que pour ce type de conduit traité, les modèles à réaction localisée donnent des résultats satisfaisants si l'épaisseur du traitement et sa résistivité au passage de l'air sont suffisamment élevées. Finalement, Kakoty et Roy [69] examinent l'influence de la résistivité au passage de l'air du matériau poreux, d'un écoulement moyen et des modes supérieurs pour ce même type de conduit dissipatif traité sur les quatre parois.

Le conduit dissipatif traité seulement sur les deux parois verticales opposées (voir Fig. 1.17(a)) est un cas particulier de silencieux à baffles parallèles, où un "baffle" correspond à une épaisseur de matériau poreux. On s'intéresse dans la section suivante à ce type de silencieux en généralisant à un nombre arbitraire de baffles dans la direction x .

1.3.2 Silencieux à baffles parallèles

Les silencieux à baffles parallèles sont largement utilisés dans les réseaux de distribution d'air pour réduire le bruit émanant des dispositifs mécaniques de ventilation tels que les ventilateurs ou les extracteurs. Ces silencieux sont constitués de plusieurs baffles insérés parallèlement à la propagation acoustique dans un conduit rectangulaire comme présenté sur la Fig. 1.18. Chaque baffle est composé d'un cadre métallique garni de matériaux poreux. Ces silencieux ne présentent pas de chambre d'expansion mais deux discontinuités de type diaphragme matérialisées par le cadre métallique.

L'analyse de la propagation acoustique à travers les silencieux à baffles parallèles est généralement réalisée avec une de ces deux méthodes : la première utilise la méthode des éléments finis [67, 70, 71, 72, 73] pour résoudre le problème dans sa globalité tandis que

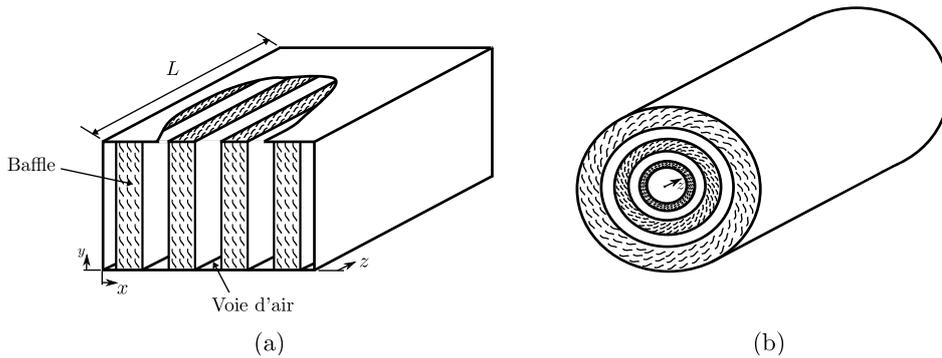


FIGURE 1.18 – Silencieux à baffles parallèles. (a) Conduit rectangulaire et (b) conduit cylindrique.

la seconde est une méthode modale exploitant l’invariance axiale des propriétés de ce type de silencieux. Trois différentes approches se détachent : (i) Ko [74], et Cummings et Sormaz [75], proposent une approche analytique multi-couche en satisfaisant les conditions aux limites dans la section transversale de la partie traitée. Ils déterminent ainsi le problème aux valeurs propres et, par conséquent, les composantes modales du champ acoustique pour un silencieux à baffles de longueur infinie garni de matériau poreux à réaction étendue. L’hypothèse faite sur la longueur des baffles restreint l’analyse à la prédiction de l’atténuation. Un écoulement moyen dans les voies d’air est par contre pris en compte dans leur modèle et son effet est étudié sur l’atténuation du silencieux. Les mêmes conclusions sont obtenues que pour les conduits dissipatifs décrits dans la section ci-dessus ; (ii) en supposant un arrangement périodique des baffles de longueur finie dans la direction x , Mechel [76, 77], et Tam et Fahy [78] déterminent analytiquement les composantes modales du champ acoustique. Un raccordement modal est alors réalisé aux deux extrémités du conduit traité pour quantifier les effets de diffusion sur le TL et l’intensité acoustique. Ces deux approches se limitent cependant à des baffles garnis de matériaux poreux à réaction localisée et aucun écoulement n’est pris en compte dans les voies d’air ; (iii) sans aucune hypothèse géométrique et en négligeant l’effet de l’écoulement, Kirby [79, 80] détermine le TL d’un silencieux rectangulaire à baffles parallèles incorporant des cadres métalliques. Il résout le problème aux valeurs propres par la méthode des éléments finis et réalise le raccordement modal à l’entrée et à la sortie du silencieux par collocation. Il montre que les cadres métalliques ont un effet notable en moyennes fréquences (voir Fig. 1.19) que ce soit pour une excitation plane ou multi-modale du silencieux. Il note par la même occasion, en comparant ses résultats de simulation avec les résultats de mesures de Mechel [77], que des divergences apparaissent en moyennes et hautes fréquences (à partir de 1 kHz). Elles pourraient être dues à des transmissions acoustiques structurales [81, 82], court-circuitant le silencieux. Il souligne aussi que les performances des silencieux, en basses et hautes fréquences, dépendent de leur géométrie plutôt que du type de matériau choisi pour garnir les baffles et qu’une approche à deux dimensions est suffisante pour les évaluer.

On peut remarquer que pour ce type de silencieux dissipatif, l’effet de l’écoulement est souvent négligé dans la littérature. Cela peut se justifier par le fait que ce type de silencieux est majoritairement retrouvé dans les réseaux CVC des bâtiments où la vitesse d’écoulement excède très rarement 17 m.s^{-1} , soit $M < 0.05$. Malgré tout, son

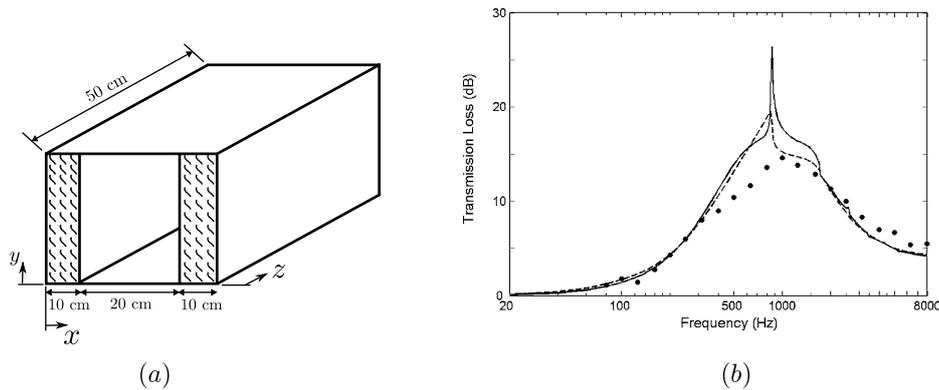


FIGURE 1.19 – Géométrie à deux dimensions d'un silencieux rectangulaire à baffles parallèles (a) et son TL (extrait de la réf. [80]) excité par une onde plane (b) : — prédiction avec cadres métalliques et - - - prédiction sans cadres métalliques ; • mesures.

dimensionnement doit tenir compte des pertes de charge induites par l'interaction entre les baffles et l'écoulement moyen. De meilleures performances sont bien entendu obtenues pour des voies d'air de plus petites épaisseurs mais cela a pour effet d'augmenter les pertes de charge du silencieux. Un équilibre doit donc être trouvé entre performances acoustiques et pertes de charge.

Les performances et les pertes de charge des silencieux à baffles parallèles sont mesurées selon les exigences de la norme internationale ISO 7235 [5]. Sa mise en œuvre est décrite dans l'Annexe A. Cette norme indique que les silencieux testés doivent être excités principalement par un champ d'onde plane pour permettre une bonne reproductibilité des résultats de mesures. En effet, la présence de modes supérieurs incidents a des effets notoires sur les performances des silencieux [77, 80]. Il a été montré que pour des modes supérieurs incidents, les résultats de mesures ne sont pas stables : des petites modifications de la disposition des baffles ou encore du nombre de baffles affectent sensiblement les résultats. D'autre part, cette condition de mode plan incident simplifie grandement les mesures de silencieux constitués d'un grand nombre de baffles : en considérant une onde plane incidente et une disposition périodique des baffles dans le conduit, des géométries équivalentes mais simplifiées sont obtenues en prenant en compte les symétries du conduit [77]. Ces géométries équivalentes, représentées sur la Fig. 1.20, ont toutes les mêmes performances acoustiques.

Le baffle entièrement garni de matériaux poreux est la configuration la plus fréquemment retrouvée dans les applications industrielles et du bâtiment. Mais il existe d'autres configurations de baffles utilisées pour obtenir des performances plus élevées sur une certaine bande de fréquences ou bien pour être mis en place dans des environnements plus hostiles (écoulement sale pouvant obstruer les pores du matériau poreux ou des températures plus élevées). Plusieurs exemples de sections de silencieux à baffles parallèles sont illustrés sur la Fig. 1.21. Seules des études expérimentales [83, 84, 85] ont été réalisées pour les baffles composés de cavités partitionnées et/ou de résonateurs acoustiques, représentés sur la Fig. 1.21(e)-(i). Leur comportement acoustique est similaire à celui des chambres d'expansion partitionnées ou remplies de matériaux poreux.

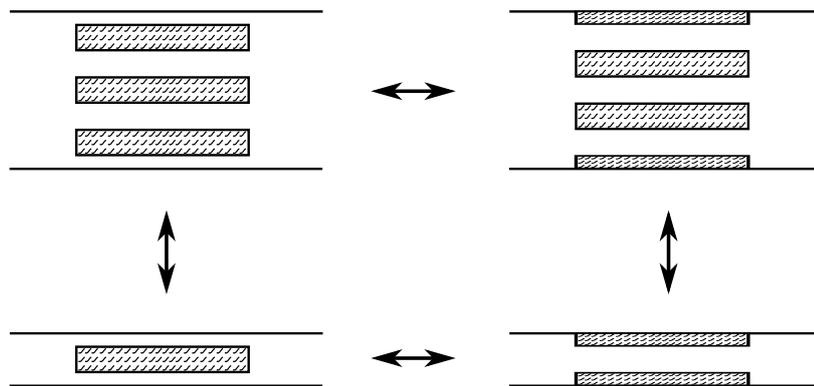


FIGURE 1.20 – Équivalences géométriques pour une onde plane incidente (extrait de la réf. [77]).

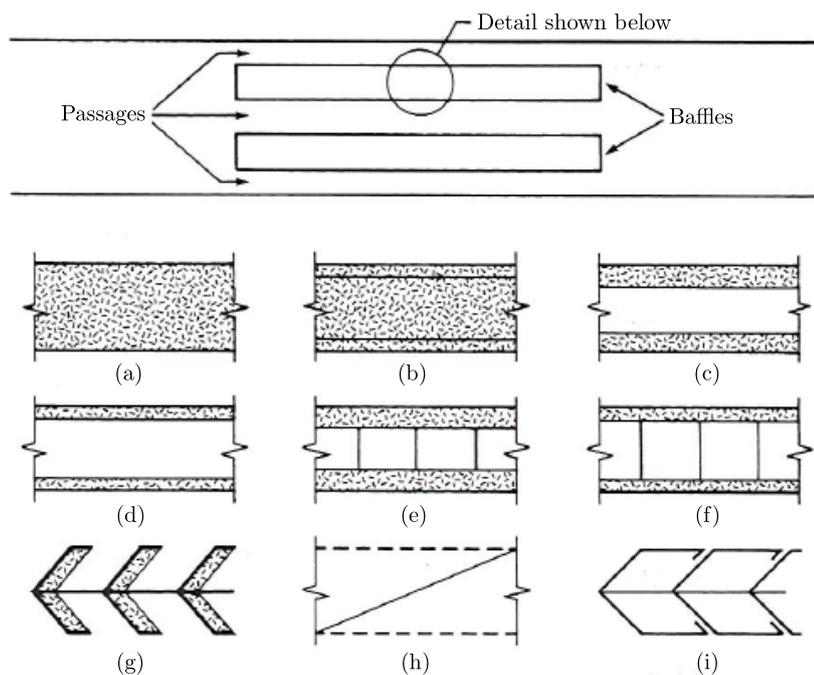


FIGURE 1.21 – Sections de silencieux à baffles parallèles fréquemment utilisées : (a) épaisseur entière de matériau poreux, (b) couche centrale de matériau poreux surfacée des deux côtés par un film résistif, (c) épaisse couche de matériau avec cavité d'air centrale non partitionnée, (d) fine couche de matériau avec cavité d'air centrale non partitionnée, (e) épaisse couche de matériau avec cavité d'air centrale partitionnée, (f) fine couche de matériau avec cavité d'air centrale non partitionnée, (g) Résonateurs quart d'onde amortis en série, (h) plaques perforées avec un petit taux de perforation, (i) résonateurs de Helmholtz en série (extrait de la réf. [86]).

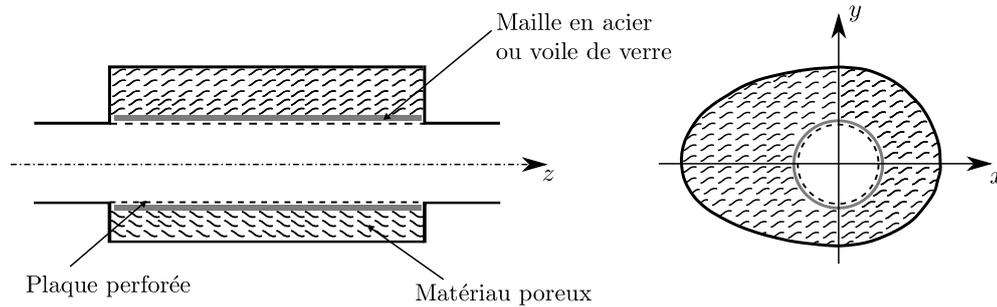


FIGURE 1.22 – Silencieux dissipatif d'un système d'échappement de voiture.

1.3.3 Chambres d'expansion dissipatives

La chambre d'expansion est garnie d'un traitement acoustique passif à réaction étendue ou localisée.

Traitements à réaction étendue

Les chambres d'expansion des systèmes d'échappement des véhicules ou des réseaux CVC sont caractérisées par un conduit central perforé, entouré par une cavité remplie d'un matériau absorbant (Fig. 1.22). Le conduit central est généralement le prolongement direct du conduit d'échappement ou de ventilation. Il a donc une section transversale uniforme, contrairement à la partie traitée qui peut avoir une forme plus complexe. Le conduit central contient un écoulement moyen dont le nombre de Mach est compris entre 0.2 et 0.3 pour les systèmes d'échappement et est inférieur à 0.05 pour la plupart des systèmes CVC. Ses perforations permettent de contrôler le comportement acoustique du silencieux mais aussi de protéger et maintenir le matériau absorbant. D'autres protections telles qu'une maille en acier (systèmes d'échappement) ou un tissu/voile de verre (systèmes CVC) peuvent être aussi installées entre le matériau poreux et le conduit central perforé. La maille en acier permet d'éviter les résidus de carbones imbrûlés d'obstruer les pores du matériau poreux, le défibrage et le craquage thermique de ce dernier.

Ces silencieux sont caractérisés par des performances larges bandes, plus particulièrement en moyennes et hautes fréquences, pour de faibles pertes de charge. Il existe de nombreuses méthodes analytiques et numériques, comparées par Kirby [87] en terme de temps de calcul et de précision, pour prédire leur performance acoustique quelles que soient leurs formes ou dimensions. Les méthodes les plus simples et les plus rapides sont les méthodes analytiques. Cependant, elles sont restreintes à des géométries simplifiées et ne sont valables qu'en basses fréquences car elles ne prennent en compte que la propagation du mode fondamental à l'intérieur du silencieux (environ jusqu'à 500 Hz pour des silencieux classiques de systèmes d'échappement de voiture). En 1991, Peat [88] développe une approximation basse fréquence pour déterminer la matrice de transfert d'une chambre d'expansion dissipative de section circulaire en présence d'un écoulement. Celle-ci est étendue, en 2001, par Kirby [89] pour déterminer le TL avec l'effet d'une plaque perforée.

Pour améliorer la précision des résultats, les modes supérieurs doivent être pris en compte dans le silencieux. En approximant le profil de pression radial dans la section du silencieux, Aurégan *et al.* [14] déterminent la matrice de transfert d'un silencieux

dissipatif cylindrique en prenant en compte l’effet des modes supérieurs au niveau de l’expansion et l’effet d’une plaque perforée. Selamet *et al.* [90] proposent une approche analytique pour un silencieux dissipatif avec une plaque perforée sans écoulement. Ils examinent par la suite l’effet de la plaque perforée sur le TL pour un silencieux dissipatif et réactif [91].

Les méthodes numériques permettent, quant à elles, de déterminer les performances de silencieux avec des géométries plus complexes en prenant en compte les modes supérieurs. Elles peuvent généralement se séparer en deux catégories : celles qui utilisent l’invariance axiale de la géométrie et celles qui modélisent l’ensemble de la chambre d’expansion. La première approche utilise la technique du raccordement modal, en anglais *mode matching*. Cette méthode est assez peu coûteuse en temps de calcul tant que le nombre d’interfaces (telles que l’entrée et la sortie du silencieux) reste faible. Elle est donc adaptée pour des silencieux axialement uniforme. Cummings et Chang [92] déterminent ainsi le TL d’une chambre d’expansion simple avec écoulement en utilisant une technique de raccordement modal analytique. Ils montrent que l’écoulement présent dans la voie d’air centrale induit un écoulement régulier dans le matériau poreux modifiant ainsi ses propriétés [93, 94] et le TL du silencieux. Plus tard, Glav [95, 96] détermine la matrice de transfert de chambres d’expansion de sections irrégulières sans écoulement par collocation. En utilisant la même technique de raccordement, Kirby [97] détermine le TL d’un même silencieux en ajoutant un écoulement et une plaque perforée. D’autres techniques de raccordement modal en présence d’un écoulement ont été développées par la suite et sont détaillées dans les références [98, 99, 100].

La deuxième approche est une approche plus globale du problème car elle modélise l’ensemble de la chambre d’expansion. Elle est plus efficace pour des silencieux comportant de nombreuses interfaces et est donc mieux adaptée à des géométries complexes et non axialement uniforme. Cependant, elle nécessite des temps de calcul plus longs. Bylawchuk et Fyfe [101] examinent les différentes méthodes existantes pour modéliser les chambres d’expansion dissipatives telles que la méthode des éléments finis (FEM) ou la méthode des éléments de frontière (BEM). Sans la présence d’un écoulement dans le conduit, la BEM est appliquée avec succès à des géométries complexes [102, 103, 101, 104] de même que la FEM sans [105, 101] et avec écoulement [67, 70].

On s’intéresse maintenant au TL d’une chambre d’expansion dissipative, présenté sur la Fig. 1.23, pour quatre différentes épaisseurs e_p de matériau poreux. L’approche utilisée est celle de Aurégan *et al.* [14] avec comme matériau poreux, une laine de roche standard dont les propriétés sont détaillées à la section 3.2.3. On peut ainsi observer l’effet du compromis entre partie réactive et partie dissipative. Malgré l’augmentation de l’épaisseur de laine de roche, le TL en basses fréquences reste du même ordre de grandeur que pour une chambre d’expansion vide.

Pour améliorer le TL d’une chambre d’expansion dissipative dans les réseaux CVC, un bulbe peut être ajouté au centre de la voie d’air. Ce type de silencieux est appelé en anglais *pod silencer* pour les conduits cylindriques et *bar-silencer* pour les conduits rectangulaires. Une ou plusieurs couches additionnelles de matériau poreux peuvent donc être insérées dans le conduit central. Munjal [106] analyse la propagation du mode plan dans une chambre d’expansion sans écoulement avec un bulbe cylindrique. Il détermine sa matrice de transfert ainsi que son TL pour un matériau poreux protégé par un écran résistif. Il souligne que son modèle est facilement adaptable pour des silencieux circulaires à baffles parallèles (Fig. 1.18). A l’aide d’une formulation par la méthode des éléments

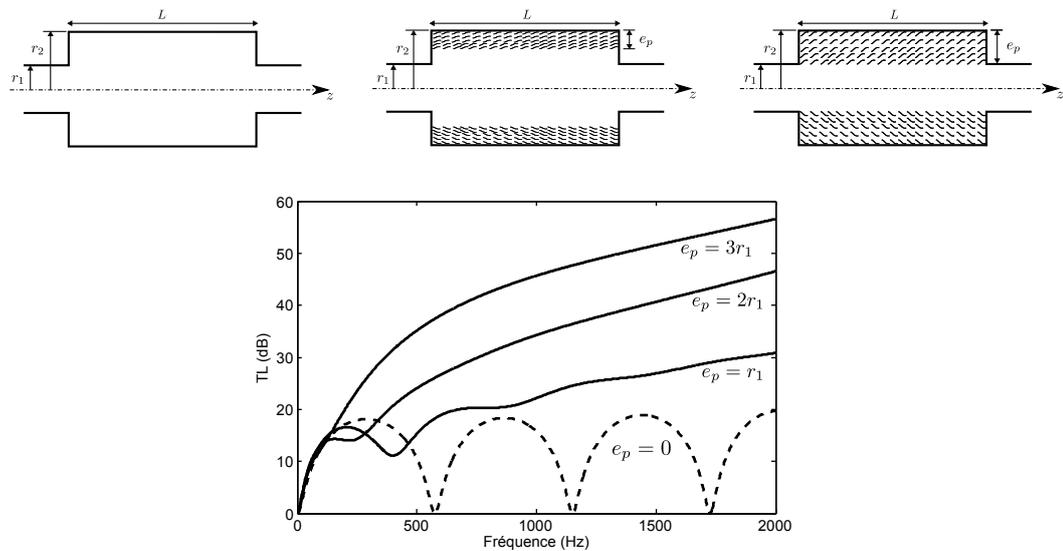


FIGURE 1.23 – TL d’une chambre d’expansion cylindrique pour différentes épaisseurs de matériau poreux ($r_1 = 2$ cm, $r_2 = 8$ cm et $L = 30$ cm).

finis, Cummings et Astley [107] étudient le comportement acoustique d’un ou plusieurs bulbes rectangulaires placés à l’intérieur d’un conduit rectangulaire. Les performances sont comparées à celles d’un silencieux à baffles parallèles et semblent être meilleures dans les basses fréquences.

Traitements à réaction localisée

Des traitements acoustiques à réaction localisée sont maintenant placés à l’intérieur de la chambre d’expansion afin de diminuer les bruits occasionnés dans des guides d’onde soumis à un écoulement. Ces *liners* sont généralement composés d’une plaque perforée affleurante, dans la continuité de la section du conduit d’entrée, derrière laquelle sont positionnées des cavités résonantes hexagonales en forme de nids d’abeilles (Fig. 1.24). Une seconde plaque perforée, appelée *septum* en anglais, peut être ajoutée à l’intérieur des cavités résonantes pour améliorer les performances.

Ces traitements appliqués en paroi sont associés à une grandeur caractéristique : leur impédance, Z_{liner} , qui permet d’accéder à l’atténuation et à la propagation sonore dans le conduit traité. Elle est définie comme le rapport de la pression acoustique sur

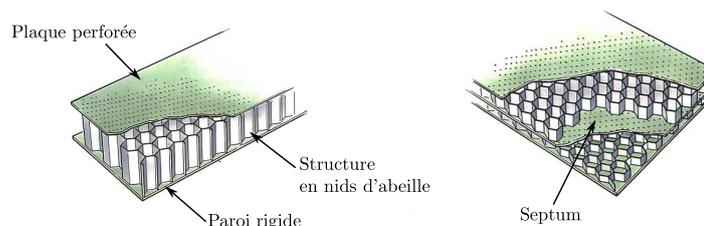


FIGURE 1.24 – Structure en nids d’abeilles avec et sans septum (extrait de la réf. [108]).

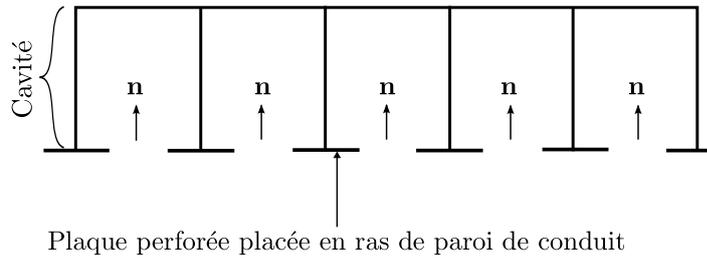


FIGURE 1.25 – Schéma pour la définition de l’impédance Z_{liner} d’un matériau à réaction localisée composé d’une plaque perforée et d’une cavité résonante (extrait de la réf. [51]).

la vitesse acoustique normale (Fig. 1.25). De la même manière que pour un résonateur de Helmholtz, cette impédance se décompose sous la forme d’une impédance de plaque perforée [109, 110] et d’une impédance de cavité de profondeur h :

$$\begin{aligned} Z_{\text{liner}}(\omega) &= \frac{p}{\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}} \\ &= Z_{\text{plaque}} + iZ_0 \cot(kh), \end{aligned} \quad (1.30)$$

avec $Z_0 = \rho c$.

Lorsque l’air de la cavité entre en résonance, l’énergie acoustique est dissipée par effets visqueux au niveau des perforations permettant une atténuation autour d’une fréquence spécifique, appelée fréquence d’accord. Cette fréquence d’accord correspond la fréquence où l’atténuation du traitement est maximum pour une onde plane en incidence normale, c’est-à-dire lorsque la partie imaginaire de l’impédance du *liner* s’annule. Elle est donc directement liée aux propriétés géométriques de la plaque perforée et de la cavité, et notamment de la hauteur de cette dernière. Ainsi, pour obtenir la meilleure atténuation sur la gamme de fréquence ciblée, on peut ajuster la fréquence d’accord à l’aide de la hauteur de la cavité : plus celle-ci est petite plus la fréquence d’accord se décale vers les hautes fréquences. Ces types de *liner* sont par exemple installés en ras de paroi des nacelles de moteur d’avion pour réduire le bruit de soufflante émis en aval et en amont du turboréacteur (Fig. 1.26). Ils sont soumis à des écoulements à nombre de mach élevé ($M > 0.5$) et à des températures extrêmes. Leur efficacité est maximale en hautes fréquences du fait des contraintes d’encombrement imposant des hauteurs de cavité faible. Afin d’obtenir une atténuation plus large bande, une fine couche de matériau poreux peut être disposée au contact immédiat de la plaque perforée pour ajouter de l’amortissement au système résonant.

Une démarche des motoristes pour réduire la masse des turboréacteurs a été de restreindre leur longueur, imposant ainsi des solutions alternatives. Celles-ci ont été développées toujours en se basant sur le concept plaques perforées et cavités. McAlpine *et al.* [111] et Law *et al.* [112] proposent une segmentation axiale de la partie traitée en plusieurs tronçons, comme illustré sur la Fig. 1.27(a). Les longueurs de chaque *liner* ainsi que les paramètres matériaux (taux de perforation des plaques perforées et hauteurs des cavités) sont optimisés pour obtenir l’atténuation la plus large possible. Bi [113] propose une méthode pour déterminer les modes d’un conduit cylindrique avec plusieurs impédances selon l’azimut (voir Fig. 1.27(b)). Malgré l’efficacité avérée de ces nouvelles solutions, elles restent difficiles à mettre en place dans le domaine de l’aéronautique.

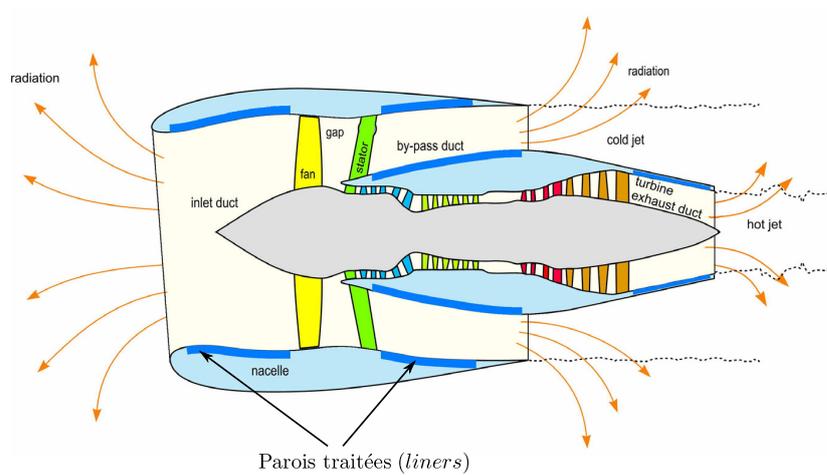


FIGURE 1.26 – Emplacement des *liners* dans un moteur d'avion (extrait de la réf. [108]).

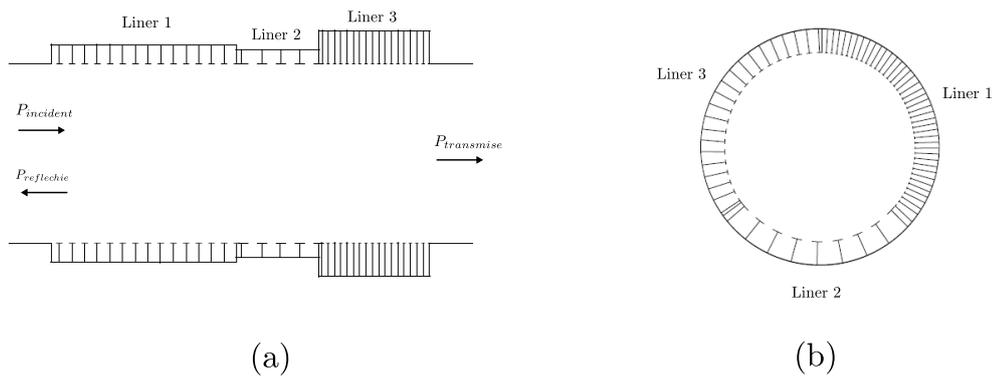


FIGURE 1.27 – Solutions alternatives basées sur le concept plaque perforée - cavités : (a) segmentation axiale et (b) répartition azimutale de la partie traitée (extrait de la réf. [51]).

1.4 Application au domaine du bâtiment et conclusions

Les sections précédentes donnent une vue d’ensemble sur le comportement et la modélisation acoustique des silencieux existants dans le domaine des transports (automobile et aéronautique), industriel et du bâtiment. Le mémoire de thèse se focalise par la suite sur les silencieux dans le domaine du bâtiment et tout particulièrement sur les silencieux rectangulaires à baffles parallèles.

Contrairement aux autres domaines, les silencieux du bâtiment sont généralement confrontés à des environnements peu hostiles. Les écoulements sont réguliers, propres et leurs vitesses excèdent très rarement 17 m.s^{-1} , soit un nombre de Mach $M < 0.05$, pour éviter des pertes de charge et des régénérations de bruit trop élevées. Lorsque la vitesse de l’écoulement est trop grande, les sections des conduits sont alors augmentées. Les températures sont, quant à elles, généralement comprises entre -10°C et 40°C . Ainsi pour les silencieux installés au niveau des prises d’air neuf, la température est égale à la température extérieure. Pour un silencieux mis en place dans un réseau de rejet d’air de climatisation, la température avoisine 40°C .

Les deux types de silencieux largement utilisés dans les réseaux CVC sont les silencieux rectangulaires à baffles parallèles (Fig. 1.28(a)) et les silencieux cylindriques à chambre d’expansion avec ou sans bulbe (Fig. 1.28(b)-(c)) dont le comportement et la modélisation acoustique sont décrits, respectivement, à la section 1.3.2 et à la section 1.3.3. Toutefois il existe d’autres silencieux moins répandus qui peuvent être utilisés par exemple dans les conduits d’échappement de groupes électrogènes (silencieux circulaires hybrides de même type que les silencieux d’échappement automobile combinant des effets réactifs et dissipatifs) ou encore dans les entrées d’air de ventilation naturelle [114] installées dans les menuiseries, maçonneries et coffres de volet roulant.

Les matériaux absorbants qui composent les baffles ou garnissent les chambres d’expansion sont très souvent des laines minérales telles que la laine de verre et la laine de roche. Les documentations techniques fournies par les fabricants sont très limitées concernant les propriétés acoustiques de ces laines. Le plus souvent l’absorption de la laine est donnée. La densité peut être aussi précisée et varie alors généralement de 50 à 150 kg.m^{-3} pour les laines les plus denses. D’autres matériaux absorbants peuvent être rencontrés tels que le chanvre et les laines composites (mélange de fibres de bois et de verre).

Les silencieux sont installés dans des conduits rectangulaires ou cylindriques en acier galvanisé dont les dimensions minimums et maximums sont reportées dans la Table 1.1. Ils peuvent être aussi mis en place dans des carnaux qui sont des conduits rectangulaires, le plus souvent horizontaux de grandes dimensions, inclus dans la structure du bâtiment. Les conduits cylindriques, dont le diamètre moyen est de l’ordre de 0.4 m , sont utilisés pour des débits d’air faibles ou moyens. Les conduits rectangulaires sont plutôt utilisés pour des forts débits d’air. Leur section moyenne est de l’ordre de $1 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$ (largeur \times hauteur).

Si on situe le domaine des basses fréquences en dessous de la fréquence de coupure du premier mode, ce domaine se situe alors en dessous de 500 Hz pour un conduit cylindrique et 171 Hz pour un conduit rectangulaire de dimensions moyennes. Comme l’état de l’art des silencieux a pu le souligner, ces silencieux ont de faibles performances acoustiques dans ce domaine de fréquences.

Les paramètres clés pour le dimensionnement d’un silencieux sont : la perte par

TABLE 1.1 – Sections minimums et maximums pour des conduits circulaires et rectangulaires en acier galvanisé.

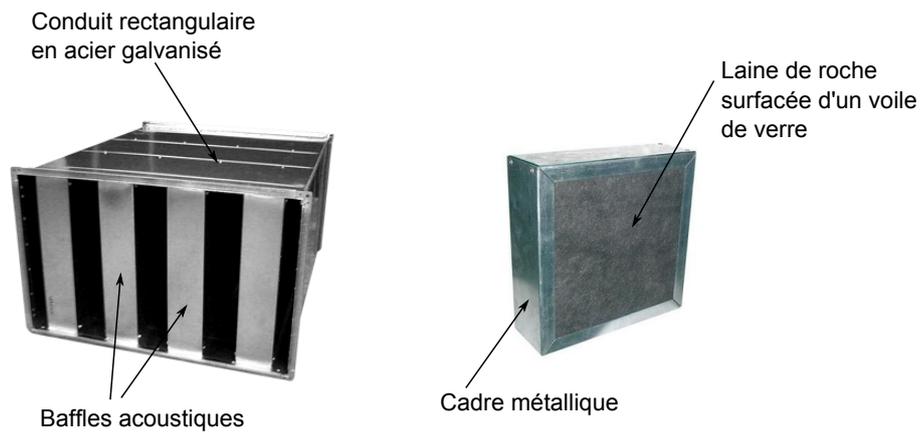
Section	Minimum (m)	Maximum (m)
Circulaire (diamètre)	0.1	1
Rectangulaire (largeur \times hauteur)	0.2×0.2	2×2

insertion (IL), définie au début du chapitre, la perte de charge, le bruit régénéré et son coût. Le but est d'obtenir le IL requis pour une perte de charge et une taille autorisées. Le dimensionnement optimal est souvent un compromis entre les différents paramètres clés cités ci-dessus. En pratique, les BET acoustiques ne calculent pas le IL d'un silencieux mais ils l'obtiennent par des essais réalisés en laboratoire selon la norme ISO 7235 [5] sous la forme de procès-verbaux d'essais. La détermination expérimentale du IL se fait sans écoulement dans le conduit d'essais car la norme suppose négligeable son effet sur les performances d'un silencieux. En effet, il a été vu dans les sections précédentes que pour un nombre de Mach faible ($M < 0.2$), les effets de convection et de réfraction sur l'atténuation et sur les autres indices de performance peuvent être négligés. L'effet d'un écoulement moyen n'est donc pas pris en compte dans le reste du mémoire de thèse.

En revanche, la perte de charge totale due à l'interaction entre l'écoulement et le silencieux n'est pas négligeable. Une première solution pour réduire la perte de charge consiste à agrandir la ou les voies d'air au détriment des performances du silencieux. Une autre solution, permettant de conserver le même écartement ou diamètre de voie d'air, consiste à fixer au cadre métallique des baffles ou du bulbe un bec d'attaque. Il peut être mis en place en amont et/ou en aval et a une forme triangulaire ou arrondie. Les différentes pertes de charge pour des baffles, avec ou sans bec d'attaque, sont données dans les références [86, 115].

Finalement, on retrouve bien les deux problématiques énoncées dans l'introduction concernant ces silencieux : leur performance en basses fréquences peut s'avérer insuffisante au regard des contraintes d'encombrement et de perte de charge, et d'autre part, les BET ne disposent pas d'outils de calcul pour la prédire. Une méthode permettant de modéliser ces silencieux et de prédire leur performance, en vue de mettre en place des solutions plus efficaces dans la bande de fréquence [63 - 500] Hz, est développée au chapitre 3. Ce modèle devra être facilement implémentable, relativement peu coûteux en temps de calcul, flexible dans la définition des paramètres géométriques et du matériau absorbant, et devra permettre de modéliser une large variété de configurations. L'effet de l'écoulement ne sera pas pris en compte et la géométrie sera considérée à deux dimensions. Le modèle sera alors validé expérimentalement à deux échelles différentes : une échelle à section réduite ($0.2 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}$) en laboratoire et une échelle à section réelle ($0.7 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$), où les fréquences de coupure du premier mode transverse sont respectivement 857 Hz et 245 Hz.

Le chapitre suivant expose les bases théoriques qui serviront à la construction du modèle. La propagation acoustique multimodale dans un guide d'onde ainsi que les différents modèles décrivant la propagation dans un matériau poreux y sont détaillés.



(a)

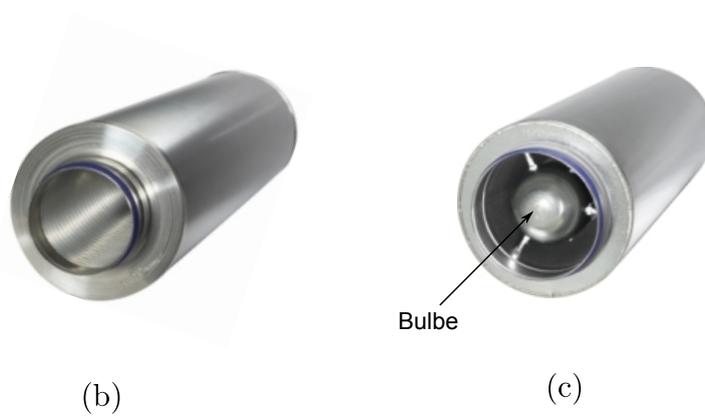


FIGURE 1.28 – Silencieux couramment retrouvés dans les réseaux CVC du bâtiment. (a) Silencieux rectangulaire à baffles parallèles (source : www.acouphon.fr) et silencieux cylindriques (b) sans et (c) avec bulbe (source : www.trox.fr).

Chapitre 2

Généralités sur la propagation acoustique

L'objectif de ce chapitre est de définir le cadre théorique de la propagation d'ondes en conduit et dans les matériaux poreux isotropes.

2.1 Propagation multimodale dans les guides d'onde

Cette section présente la propagation multimodale dans les guides d'onde à deux dimensions et à géométrie circulaire. La présentation est volontairement succincte compte tenu des nombreuses thèses [116, 117] ou ouvrages [118, 119] traitant de ce sujet.

2.1.1 Formulation

Soit le domaine Ω (voir Fig. 2.1), définissant un guide d'onde infini. Le milieu de propagation considéré est un fluide au repos, homogène, non visqueux et non conducteur de la chaleur. Les transformations acoustiques sont supposées adiabatiques. L'équation

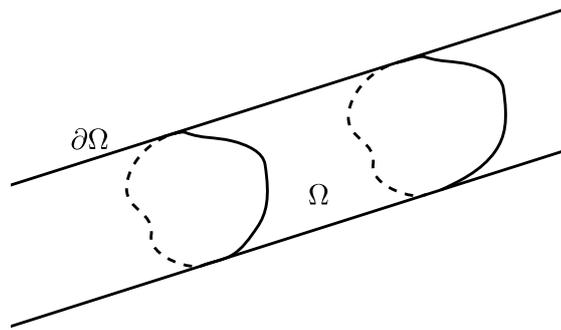


FIGURE 2.1 – Guide d'onde infini.

de conservation de la masse combinée à l'équation d'état et l'équation de conservation de la quantité de mouvement, en description eulérienne et en l'absence de sources de masse et de forces extérieures, s'écrivent

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{v} = 0, \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla p = 0, \quad (2.2)$$

où ρ est la densité, c est la célérité du son, p est la pression et \mathbf{v} est le vecteur vitesse. Le terme $1/\rho c^2$ correspond au coefficient de compressibilité adiabatique du fluide. Les conditions de fluide parfait sur les parois supposées rigides et parfaitement réfléchissantes imposent une vitesse normale nulle.

Dans le domaine fréquentiel, les équations satisfaites par les amplitudes complexes associées à p et \mathbf{v} (on les note de la même manière en omettant la dépendance temporelle $e^{-i\omega t}$), déduites des équations (2.1) et (2.2) et de la condition aux parois, peuvent être réduites au problème suivant pour p :

$$(\Delta + k^2)p = 0 \quad \text{dans } \Omega, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega, \quad (2.4)$$

où $k = \omega/c$ est le nombre d'onde, $\omega = 2\pi f$ est la pulsation et f est la fréquence et $\partial/\partial n$ est la dérivée normale par rapport à la paroi. Dans le guide, la propagation des ondes harmoniques est donc décrite par l'équation (2.3), ou équation de Helmholtz.

L'équation de Helmholtz est séparable dans différents systèmes de coordonnées. Le champ de pression obtenu est composé d'ondes propagatives et évanescentes se propageant dans l'axe du guide et d'ondes stationnaires dans la section. Il peut s'écrire sous la forme $p_\alpha = \Phi_\alpha e^{\pm ik_\alpha z}$, avec k_α le nombre d'onde axial et Φ_α les modes transverses vérifiant le problème aux valeurs propres suivant :

$$(\Delta_\perp + \beta_\alpha^2) \Phi_\alpha = 0, \quad (2.5)$$

ainsi que les conditions aux limites définies par l'Eq. (2.4). β_α sont les nombres d'onde transverses, Δ_\perp désigne le Laplacien orthogonal dans la section du guide et α est un indice dépendant du système de coordonnées considéré. Le nombre d'onde axial est donné par la relation de dispersion :

$$k_\alpha = \sqrt{k^2 - \beta_\alpha^2}. \quad (2.6)$$

Les modes transverses sont des fonctions orthogonales qui satisfont la relation d'orthogonalité

$$\int_S \Phi_\alpha \Phi_{\alpha'}^* dS = \delta_{\alpha, \alpha'}, \quad (2.7)$$

où S est la section du guide d'onde, δ le symbole de Kronecker et $*$ le conjugué.

2.1.2 Géométrie à deux dimensions

On considère maintenant un guide infini à deux dimensions de hauteur h dont les parois sont rigides et imperméables (Fig. 2.2). Dans le système de coordonnées cartésiennes, les modes transverses, solutions de l'équation (2.5), sont les fonctions orthogonales

$$\Phi_n(x) = \cos\left(\frac{n\pi x}{h}\right), \quad \forall n \in \mathbb{N}^+, \quad (2.8)$$

associées aux valeurs propres

$$\beta_n = \frac{n\pi}{h}. \quad (2.9)$$

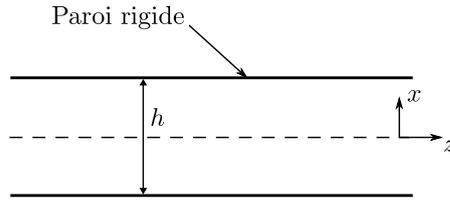


FIGURE 2.2 – Géométrie d'un conduit à deux dimensions.

Le champ de pression dans le guide d'onde à deux dimensions est alors obtenu en sommant tous les modes :

$$p(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(x) \left(A_n^+ e^{ik_n z} + A_n^- e^{-ik_n z} \right) e^{-i\omega t}, \quad (2.10)$$

où les constantes A_n^\pm sont les amplitudes modales. Des conditions de non réflexion, de rayonnement ou de continuité, permettront de déterminer ces amplitudes. Le nombre d'onde axial k_n s'écrit :

$$k_n = \sqrt{k^2 - \left(\frac{n\pi}{h} \right)^2}. \quad (2.11)$$

Il peut être soit réel soit imaginaire. Lorsque k_n est réel, le mode associé se propage dans le guide sans être atténué. En revanche, lorsque k_n est imaginaire, le mode associé est évanescent et celui-ci est très rapidement atténué. La nature des modes dépend de la fréquence. Ainsi, pour chaque mode, il existe une fréquence de coupure $f_{(n,0)} = nc/2h$ tel que quand $f < f_{(n,0)}$ le mode est évanescent et quand $f > f_{(n,0)}$ le mode est propagatif.

2.1.3 Géométrie circulaire

On considère un guide de section circulaire de rayon R dont les parois sont rigides et imperméables (Fig. 2.3). Dans le système de coordonnées cylindriques, les modes transverses s'écrivent

$$\Phi_{mn}(r, \theta) = J_m \left(\frac{\gamma_{mn} r}{R} \right) e^{im\theta}, \quad (2.12)$$

et sont associés aux valeurs propres

$$\beta_{mn} = \frac{\gamma_{mn}}{R}, \quad (2.13)$$

où J_m est la fonction de Bessel d'ordre m , γ_{mn} est le $(n+1)$ ème zéro de J'_m , la dérivée de J_m . m est l'indice circonférentiel ($m \in \mathbb{Z}$) et n est l'indice radial ($n \in \mathbb{Z}$).

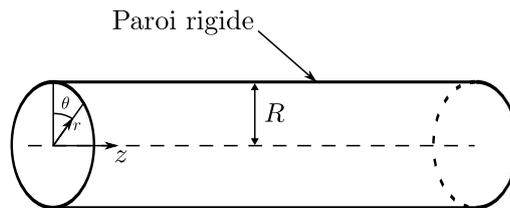


FIGURE 2.3 – Géométrie d'un guide de section circulaire.

Le champ de pression dans le guide d'onde à section circulaire est alors obtenu en sommant tous les modes :

$$p(r, \theta, z, t) = \sum_{mn} \Phi_{mn}(r, \theta) \left(A_{mn}^+ e^{ik_{mn}z} + A_{mn}^- e^{-ik_{mn}z} \right) e^{-i\omega t}. \quad (2.14)$$

Le nombre d'onde axial k_{mn} s'écrit :

$$k_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\gamma_{mn}}{R} \right)^2}. \quad (2.15)$$

Comme pour la géométrie à deux dimensions, les modes sont évanescents quand k_{mn} est imaginaire et propagatif quand k_{mn} est réel. La fréquence de coupure est $f_{(m,n)} = \gamma_{mn}/R$.

2.2 Propagation acoustique dans les matériaux poreux

Cette section décrit les phénomènes de propagation et de dissipation d'une onde acoustique dans les matériaux poreux. La présentation est volontairement succincte compte tenu des nombreuses thèses [120, 121, 122] ou ouvrages [123] traitant de ce sujet.

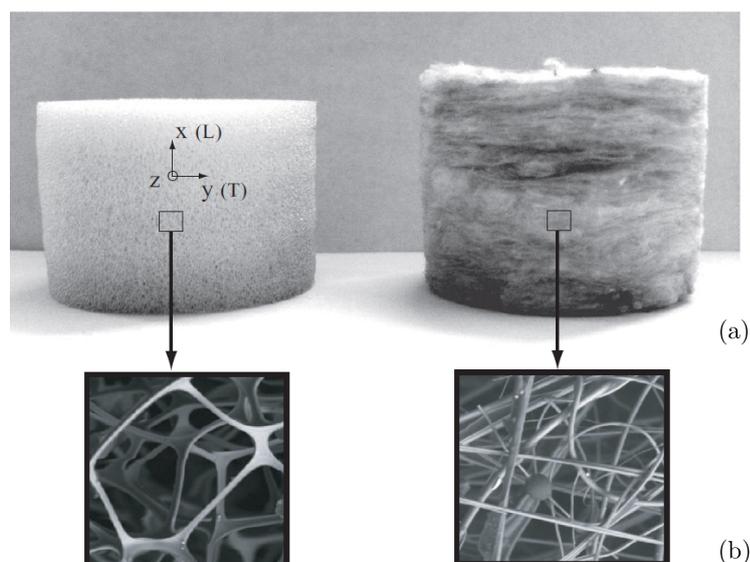


FIGURE 2.4 – Photographies d'un échantillon de mousse de polyuréthane (à gauche) et d'une laine de verre (à droite) : (a) échelle macroscopique, (b) échelle microscopique (extrait de la réf. [121]).

2.2.1 Présentation générale

Les matériaux poreux sont des milieux constitués d'une phase solide appelée squelette et occupant un volume de 1 à 10% du volume total du matériau. Le reste du volume est saturé d'air et constitue la phase fluide appelée fluide saturant. Le fluide saturant peut

librement circuler autour du squelette dit à porosité ouverte. Le squelette est constitué typiquement d'un assemblage continu de poutres pour les mousses polymères (voir Fig. 2.4 à gauche) ou d'un assemblage discontinu de fibres pour les laines minérales ou les feutres textiles (voir Fig. 2.4 à droite).

Les matériaux poreux rencontrés dans des applications liées au bâtiment sont généralement constitués de laines minérales qui permettent de satisfaire les conditions de tenue au feu. Les trois principales variétés sont :

- les laines de verre, fabriquées à partir de sable et/ou de verre recyclé (calcin),
- les laines de roche, fabriquées à partir d'une roche volcanique, le basalte,
- les laines de laitier, élaborées à partir de sous-produits de la sidérurgie de hauts-fourneaux (elles sont notamment utilisées en flochage ou introduites par soufflage).

Ces laines sont couramment utilisées dans divers secteurs industriels pour l'isolation acoustique et thermique.

La faible proportion de squelette permet à une onde acoustique incidente de pénétrer facilement dans le milieu poreux, siège de dissipation d'énergie mécanique et acoustique. Le premier mécanisme de dissipation est lié au comportement viscoélastique du squelette. Le deuxième est dû à la viscosité de l'air : le mouvement relatif entre les deux phases engendre des frottements visqueux entre les parois du squelette et le fluide dissipant ainsi de l'énergie acoustique. Le dernier mécanisme correspond aux échanges thermiques entre l'air et le squelette lors du passage d'une onde acoustique.

Les paramètres permettant de décrire la propagation dans un milieu poreux sont présentés dans la section suivante.

2.2.2 Paramètres effectifs

L'étude de la propagation acoustique dans les milieux poreux nécessite la prise en compte de plusieurs hypothèses :

- l'échelle d'observation est macroscopique : la structure microscopique de ces matériaux étant très complexe, leur modélisation se base sur des grandeurs moyennées sur un volume élémentaire de matériau, telle que la vitesse ou la pression acoustique moyenne sur un ensemble de pores ;
- les longueurs d'onde élastiques et acoustiques se propageant dans le matériau sont supposées grandes devant la taille des pores et devant la taille du volume élémentaire ;
- dans l'hypothèse de petits déplacements et de petites déformations, les relations contraintes déformations sont linéaires ;
- le matériau est considéré homogène et isotrope.

La description complète d'un matériau poroélastique requiert la connaissance de trois ensembles de paramètres concernant : (i) le fluide saturant, l'air, décrit par les paramètres donnés dans la Table 2.1 ; (ii) le comportement mécanique du squelette, décrit par sa densité ρ_1 , son module d'Young E , son facteur de perte η et son coefficient de Poisson ν et (iii) la prise en compte des interactions entre les deux phases, décrite par les paramètres détaillés ci-dessous.

Les couplages d'ordre élastique, inertiel, visqueux et thermique, entre la phase fluide et le squelette sont pris en compte à l'aide de cinq paramètres caractéristiques de la micro-géométrie :

La porosité, ϕ , permet la répartition des contraintes et des inerties entre les deux

TABLE 2.1 – Valeurs numériques des caractéristiques de l’air dans les conditions normales de pression et de température.

Température au repos	$T_0 = 18 \text{ °C}$
Pression au repos	$P_0 = 1.0132 \cdot 10^5 \text{ Pa}$
Masse volumique au repos	$\rho_0 = 1.213 \text{ kg.m}^{-3}$
Célérité du son	$c_0 = 342.2 \text{ m.s}^{-1}$
Coefficient de compressibilité adiabatique	$\kappa_0 = 1/\rho_0 c_0^2 = 7.05 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$
Viscosité	$\mu = 1.84 \cdot 10^{-5} \text{ kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$
Nombre de Prandlt	$\text{Pr} = 0.71$
Rapport des chaleurs spécifiques	$\gamma = 1.4$

phases. Elle est définie comme la part du volume de fluide V_f dans le volume total de matériau V_t :

$$\phi = \frac{V_f}{V_t}. \quad (2.16)$$

Comprise entre 0 et 1, elle restera très proche de l’unité : le squelette n’occupant que quelques pourcents du volume de nos laines minérales utilisées dans cette thèse.

La tortuosité, α_∞ , traduit aussi le couplage inertiel entre les deux phases. Elle décrit le caractère tortueux du matériau par un effet de masse ajouté (Fig. 2.5). Les laines minérales utilisées ici ont une tortuosité égale à 1.

La résistivité, σ , quantifie la résistance du milieu poreux au passage du fluide. Elle décrit ainsi les interactions en basses fréquences entre le fluide visqueux et le squelette. La résistivité des laines étudiées dans ce mémoire varie entre 5000 N.s.m^{-4} et $100\,000 \text{ N.s.m}^{-4}$. Elle est un paramètre important pour décrire le comportement d’un matériau poreux en basses fréquences. Son influence sur le TL d’un silencieux sera étudiée au chapitre 4.

La longueur caractéristique visqueuse, Λ , décrit la variation des effets visqueux en hautes fréquences. Elle ne dépend que de la géométrie du squelette et est de l’ordre du rayon des pores les plus petits. Dans le cas des laines étudiées ici, la longueur caractéristique visqueuse est comprise entre $34 \text{ }\mu\text{m}$ et $153 \text{ }\mu\text{m}$.

La longueur caractéristique thermique, Λ' , décrit les échanges thermiques entre les deux phases en hautes fréquences. Au passage d’une onde acoustique, une partie de l’énergie mécanique créée par les phénomènes de compression-détente du fluide

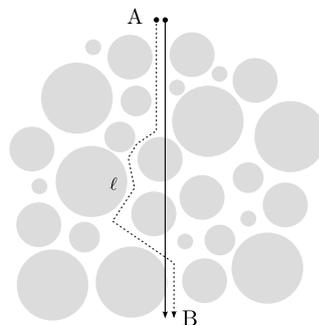


FIGURE 2.5 – Illustration de la tortuosité $\alpha_\infty = \left(\frac{\ell}{AB}\right)^2$ (extrait de la réf. [122]).

saturant est transformée en chaleur et transmise au squelette par conduction. La longueur caractéristique thermique est de l'ordre des pores les plus grands, là où les surfaces d'échange sont les plus importantes. Par conséquent, on a toujours $\Lambda' \geq \Lambda$ et pour nos laines minérales, on supposera que $\Lambda' = 2\Lambda$.

À partir de ces cinq paramètres, les effets de dissipation visco-thermique sont alors introduits en modifiant la densité et le coefficient de compressibilité de la phase fluide. Ainsi, pour tenir compte des effets visqueux entre les deux phases et de leur dépendance en fréquence, Johnson *et al.* [124] proposent une nouvelle expression de la densité du fluide saturant. Cette densité équivalente est définie comme :

$$\rho_f(\omega) = \alpha_\infty \rho_0 \left[1 - \frac{1}{i\hat{\omega}} G(\omega) \right], \quad (2.17)$$

où $\hat{\omega} = \frac{\omega \alpha_\infty \rho_0}{\phi \sigma}$ est une fréquence adimensionnée et $G(\omega)$ est la fonction reliant les régimes visqueux à basse et haute fréquences. Elle est donnée par

$$G(\omega) = \sqrt{1 - i \frac{\hat{M}}{2} \hat{\omega}}, \quad (2.18)$$

avec $\hat{M} = \frac{8\alpha_\infty \mu}{\phi \Lambda^2 \sigma}$ un facteur de forme visqueux donnant le rapport entre les effets en basses et hautes fréquences. Ce facteur \hat{M} est compris entre 0.1 et 10 pour la plupart des matériaux poreux. Toutefois, dans le cas de nos matériaux, celui-ci restera légèrement supérieur à 1.

D'une manière analogue, Champoux et Allard [125] proposent de modifier le coefficient de compressibilité du fluide saturant, κ_0 , pour prendre en compte la dépendance en fréquence des échanges thermiques entre les deux phases. Le coefficient de compressibilité équivalent du fluide saturant, intégrant les effets thermiques, est défini comme :

$$\kappa_f(\omega) = \kappa_0 \left(\gamma - (\gamma - 1) \left[1 - \frac{8\mu}{i\omega \rho_0 \text{Pr} \Lambda'^2} G'(\omega) \right]^{-1} \right), \quad (2.19)$$

avec

$$G'(\omega) = \sqrt{1 - i \frac{\omega \rho_0 \text{Pr} \Lambda'^2}{16\mu}}, \quad (2.20)$$

la fonction reliant les régimes thermiques à basse et haute fréquences.

Les deux paramètres équivalents de la phase fluide sont donc complexes et dépendent de la fréquence. Les cinq paramètres de couplage caractérisant la micro-structure du matériau poreux sont accessibles à la mesure [126, 127, 128, 129, 130, 131].

On notera que la prise en compte des effets de dissipation visco-thermiques présentés ci-dessus a été effectuée en considérant le squelette immobile. Il est admis que ces paramètres peuvent être aussi utilisés dans le cas d'un squelette élastique.

2.2.3 Modèles de propagation

Différents modèles existent pour déterminer la propagation d'ondes dans les matériaux poreux isotropes. En considérant les hypothèses faites précédemment, les équations du mouvement sont présentées pour deux degrés de modélisation.

Modèle de Biot-Allard généralisé

Le modèle de Biot [132] décrit la propagation d'ondes dans les milieux poroélastiques, c'est-à-dire dans les milieux poreux à squelette déformable. Il a été développé initialement pour la recherche pétrolière. Son adaptation au contexte de l'acoustique a été réalisée pour une meilleure compréhension et description des matériaux absorbants. Ce modèle est le modèle de Biot-Allard généralisé [132, 123]. Il prend en compte les couplages élastiques, inertiels, visqueux et thermiques.

Soit \mathbf{u}^f et \mathbf{u}^s les déplacements au niveau macroscopique de la phase fluide et de la phase solide respectivement. L'écriture des équations du mouvement, en représentation harmonique ($e^{-i\omega t}$), forme un système de deux équations couplées

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^s + \omega^2(\rho_{11}\mathbf{u}^s + \rho_{12}\mathbf{u}^f) = 0, \quad (2.21)$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^f + \omega^2(\rho_{12}\mathbf{u}^s + \rho_{22}\mathbf{u}^f) = 0, \quad (2.22)$$

où les tenseurs des contraintes sont donnés pour les deux phases par les lois de comportement suivantes

$$\boldsymbol{\sigma}^s = \left(A \nabla \cdot \mathbf{u}^s + Q \nabla \cdot \mathbf{u}^f \right) \mathbf{I} + 2N \boldsymbol{\varepsilon}^s, \quad (2.23)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^f = \left(Q \nabla \cdot \mathbf{u}^s + R \nabla \cdot \mathbf{u}^f \right) \mathbf{I}, \quad (2.24)$$

avec $\boldsymbol{\varepsilon}^s = 1/2(\nabla \mathbf{u}^s + {}^t \nabla \mathbf{u}^s)$ le tenseur des déformations, N le module de cisaillement du squelette et \mathbf{I} la matrice identité. Les coefficients A , Q , R sont des constantes dépendant des paramètres du milieu poroélastique et plus particulièrement du coefficient de compressibilité équivalent du fluide κ_f . Ces trois coefficients prennent en compte les effets thermiques. Ils sont détaillés dans la référence [123]. Les masses volumiques ρ_{11} et $\rho_{22} = \rho_f$ sont respectivement celles du squelette et du fluide saturant. Elles incluent les effets visqueux.

De plus, le couplage élastique entre les déformations fluides et solides est décrit par le coefficient Q tandis que le couplage inertiel entre les deux phases est pris en compte par ρ_{12} .

Le couplage entre un milieu fluide et un milieu solide déformable donne donc lieu à un matériau dans lequel peuvent se propager trois types d'ondes : deux ondes de compression dans chaque phase et une onde de cisaillement dans le squelette.

Modèles de fluides équivalents

Une hypothèse courante dans l'étude des matériaux poreux est de négliger la propagation des ondes dans le squelette. Le matériau est alors considéré comme un fluide équivalent et vérifie l'équation de Helmholtz. Il reste donc à déterminer sa célérité et sa masse volumique équivalente.

- *Modèle à squelette rigide*

La façon la plus simple, et la plus connue, est de considérer le squelette comme parfaitement rigide, soit immobile et indéformable. Ce modèle, appelé modèle à squelette rigide [133, 123], peut être obtenu en substituant $\mathbf{u}^s = 0$ dans l'équation (2.22). En prenant la divergence pour faire apparaître la pression, on obtient l'équation de propagation

de l'onde de compression dans la phase fluide :

$$(\Delta + \omega^2 \kappa_{eq} \rho_{eq}) p = 0, \quad (2.25)$$

où la masse volumique équivalente est définie par $\rho_{eq} = \rho_f / \phi$ et le coefficient de compressibilité équivalent par $\kappa_{eq} = \phi \kappa_f$. La célérité s'écrit alors $c_{eq} = \sqrt{1 / \kappa_{eq} \rho_{eq}}$. Les effets visqueux et thermiques sont toujours pris en compte en utilisant les définitions modifiées de κ_f et de ρ_f (cf. Eq. (2.19) et (2.17) respectivement).

- *Modèle limp*

Une deuxième possibilité est de considérer le squelette comme infiniment souple, c'est-à-dire que sa raideur est supposée nulle. Cependant l'inertie de la phase solide est toujours prise en compte. Les propriétés du fluide saturant sont alors modifiées par l'effet d'inertie du squelette en mouvement. Le modèle faisant cette hypothèse est appelé modèle limp (de l'anglais "mou"). Il est particulièrement adapté aux matériaux souples tels que les laines de roche ou les laines de verre.

Sa dérivation du modèle poroélastique de Biot-Allard est décrite par Doutres *et al.* [134]. Ils introduisent dans leur démarche le coefficient de compressibilité du squelette dans le vide et le fixent à zéro. Ils obtiennent alors une relation entre les déplacements des deux phases qu'ils injectent dans l'équation (2.22). En prenant la divergence de cette dernière, on obtient l'équation de propagation de l'onde de compression dans la phase fluide :

$$(\Delta + \omega^2 \kappa_{eq} \rho_\ell) p = 0, \quad (2.26)$$

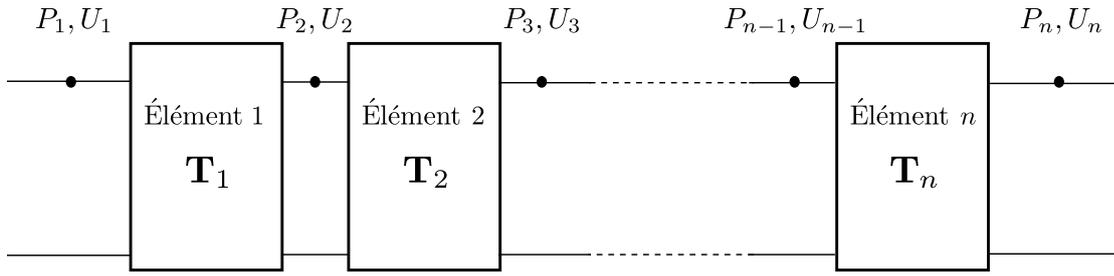
où la masse volumique équivalente est définie par

$$\rho_\ell = \frac{\rho_{eq} \rho_t - \rho_0^2}{\rho_t + \rho_{eq} - 2\rho_0}, \quad (2.27)$$

avec $\rho_t = \rho_{11} + \phi \rho_0$ la masse volumique totale apparente du milieu limp et ρ_{eq} la masse volumique équivalente pour un modèle à squelette rigide. La célérité équivalente s'écrit alors $c_\ell = \sqrt{1 / \kappa_{eq} \rho_\ell}$.

Comme pour le modèle à squelette rigide, le coefficient de compressibilité du modèle limp est le coefficient de compressibilité modifié du fluide saturant κ_{eq} . Cependant, le modèle limp est plus riche que le modèle à squelette rigide car il prend en compte l'inertie du squelette. Cela se traduit dans l'expression de la masse volumique équivalente ρ_ℓ .

Dans le but de savoir si le matériau poreux peut être modélisé ou non à l'aide du modèle limp, Doutres *et al.* [134] ont développé un critère d'utilisation appelé en anglais "*Frame Stiffness Influence*" (FSI). Ce critère quantifie l'influence de la raideur du matériau en fonction de la fréquence, à partir de ses propriétés acoustiques et mécaniques. Pour un matériau et une configuration donnés, la comparaison du paramètre FSI avec des valeurs critiques permet de prédire dans quelles bandes de fréquences l'influence de la raideur peut être négligée. Dans nos applications, ce critère sera toujours respecté : nous utiliserons donc ce modèle.

FIGURE 2.6 – Représentation générale de n quadripôles (éléments) acoustiques.

2.3 Représentations matricielles des guides d'onde

Cette section présente deux formalismes permettant de décrire la propagation dans un élément de conduit. Elle pourra être utilisée pour prendre en compte l'effet acoustique d'un silencieux dans un réseau aéraulique.

2.3.1 Matrice de transfert

La matrice de transfert relie les grandeurs d'entrée et les grandeurs de sortie d'un quadripôle, c'est-à-dire d'un système acoustique décrit par deux variables d'état. On parle également de système à 2-ports. Suivant le choix des deux grandeurs d'entrée, on peut définir différentes matrices de transfert. On choisit ici de décrire le quadripôle par les variables de pression et débit acoustique (P, U) , comme illustré sur la Fig. 2.6. Ces variables étant continues à chaque interface, ce formalisme est bien adapté pour les systèmes segmentés comme les réseaux aérauliques. Cette approche est valide pour une onde plane se propageant dans le conduit, soit typiquement pour des dimensions transversales de l'élément acoustique étudié plus petites que la longueur d'onde.

Dans cette hypothèse, la matrice de transfert \mathbf{T}_1 (caractérisant l'élément 1) permet d'exprimer la relation linéaire entre les variables de pression et débit acoustique en amont (P_1, U_1) d'un élément et celles en aval (P_2, U_2) :

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = \mathbf{T}_1 \begin{pmatrix} P_2 \\ U_2 \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

On considère maintenant l'ensemble du système acoustique représenté sur la Fig. 2.6. Il est composé de n éléments distincts, caractérisés chacun par leur matrice de transfert \mathbf{T}_j avec $j = \{1, 2, \dots, n\}$. La matrice de transfert globale \mathbf{T}_g du système est donnée par le produit des matrices de chaque élément :

$$\mathbf{T}_g = \mathbf{T}_1 \mathbf{T}_2 \cdots \mathbf{T}_n = \begin{pmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

En supposant que ce système acoustique est inséré dans un conduit infini, son TL peut être trouvé à l'aide des termes de la matrice de transfert globale :

$$\text{TL} = 20 \log_{10} \left[\left(\frac{Z_1}{Z_n} \right)^{1/2} \left| \frac{\mathbf{T}_{11} + \mathbf{T}_{12}/Z_1 + Z_n \mathbf{T}_{21} + (Z_n/Z_1) \mathbf{T}_{22}}{2} \right| \right], \quad (2.30)$$

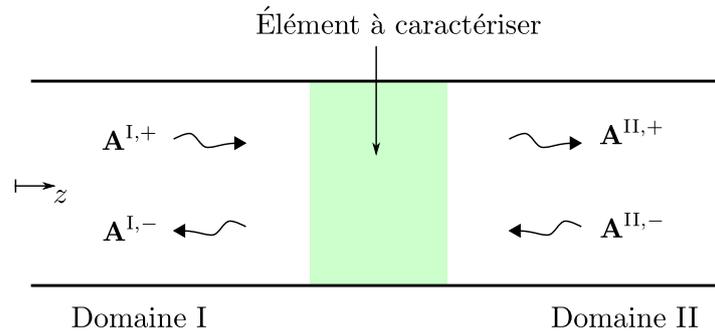


FIGURE 2.7 – Diffusion par un élément du guide d'onde.

avec respectivement Z_1 et Z_n , les impédances caractéristiques des éléments 1 et n . Elles permettent de prendre en compte les conditions de rayonnement.

2.3.2 Matrice de diffusion

La matrice de diffusion relie l'amplitude des ondes incidentes et réfléchies sur un élément du guide d'onde. L'élément considéré, représenté sur la Fig. 2.7, est un quadripôle où M modes peuvent se propager. Ce type de système est dit à $2M$ -ports.

La matrice de diffusion \mathbf{D} traduit alors une relation linéaire entre le vecteur des amplitudes modales sortantes et le vecteur des amplitudes modales incidentes :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^{I,-} \\ \mathbf{A}^{II,+} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{I,+} \\ \mathbf{A}^{II,-} \end{pmatrix}, \quad (2.31)$$

où, pour chaque domaine $d = I$ et II , le vecteur colonne $\mathbf{A}^{d,\pm} = (A_1^{d,\pm}, A_2^{d,\pm}, \dots, A_M^{d,\pm})^T$ contient les amplitudes modales. Les blocs matriciels \mathbf{D}_{11} et \mathbf{D}_{22} contiennent les coefficients de réflexion modaux et les blocs matriciels \mathbf{D}_{21} et \mathbf{D}_{12} contiennent les coefficients de transmission modaux. La dimension de ces quatre matrices étant $M \times M$, la matrice de diffusion \mathbf{D} du système est de dimension $2M \times 2M$.

La matrice de diffusion a l'avantage de fournir une description détaillée mode à mode permettant une interprétation physique plus aisée que pour la matrice de transfert. Elle est une caractéristique intrinsèque de l'élément.

2.3.3 Application aux réseaux aérauliques

Un réseau aéraulique étant une succession de tronçons entrecoupés d'accidents et d'obstacles, la méthode la mieux adaptée pour le modéliser est la méthode des matrices de transfert. La matrice de transfert globale du système est obtenue en effectuant le produit des matrices de transfert de chaque élément du réseau. Celles-ci peuvent être déterminées à l'aide de méthodes numériques [135, 96] ou analytiques [26].

Cependant, l'utilisation des matrices de transfert restreint l'analyse à la propagation d'une onde plane et ne fournit pas d'information sur les caractéristiques intrinsèques des éléments étudiés. La matrice de diffusion, en revanche, donne les coefficients de transmission et de réflexion modaux de systèmes où peuvent se propager des modes d'ordre élevé. Elle est donc plus appropriée à l'analyse du comportement et de l'efficacité des silencieux qui sera effectuée au chapitre suivant.

Toutefois, dans l'objectif de modéliser l'ensemble du réseau aéraulique, la matrice de transfert du silencieux est requise et peut être déduite de sa matrice de diffusion par une relation de passage. Cela suppose tout d'abord de se placer dans des conditions où seule une onde plane se propage dans le silencieux. Dans ce cas, la matrice de diffusion est de dimension 2×2 . La matrice de transfert \mathbf{T} associée au même système peut être alors déterminée à partir des coefficients de la matrice de diffusion et des impédances caractéristiques des deux domaines ($d = \text{I et II}$) de la Fig. 2.7. On obtient [19] :

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}_I (\mathbf{B}\mathbf{C}^{-1}) \mathbf{A}_{II}^{-1}, \quad (2.32)$$

avec

$$\mathbf{A}_d = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ Z_d^{-1} & -Z_d^{-1} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ D_{11} & D_{12} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} D_{21} & D_{22} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Chapitre 3

Étude du comportement de deux silencieux dissipatifs

Ce chapitre traite de la propagation à travers deux types de silencieux dissipatifs. Il se présente sous la forme de deux articles : le premier s’attache à déterminer la matrice de transfert d’un silencieux cylindrique et le second propose une approche multimodale afin de prédire la perte par transmission des silencieux à baffles parallèles dans les conduits rectangulaires.

3.1 Modélisation d’un silencieux cylindrique dissipatif

Afin de remédier aux incertitudes de la méthode énergétique proposée par l’ASH-RAE [6], on propose la détermination de la matrice de transfert globale d’un silencieux cylindrique afin de pouvoir gérer facilement son intégration dans ligne de transmission aéraulique.

Cependant, cette méthode est restreinte à des géométries simplifiées et n’est valable qu’en basses fréquences car seule la propagation du mode fondamental est prise en compte à l’intérieur du silencieux. Pour améliorer la précision des résultats les modes d’ordre supérieurs doivent donc être pris en compte. L’approche analytique basse fréquence proposée par Aurégan *et al.* [14] permet de déterminer la matrice de transfert d’une chambre d’expansion dissipative en tenant compte de l’effet des ondes évanescences au niveau des discontinuités. Cet effet est pris en considération à l’aide du premier mode transverse et permet de mieux satisfaire les conditions de raccordement modal aux interfaces. Une onde “quasi-plane” est par contre utilisée pour modéliser la propagation acoustique dans la partie traitée.

Cette approche a été appliquée à un silencieux cylindrique, analogue à un conduit traité avec un matériau poreux et délimité par deux diaphragmes en série, afin de déterminer sa matrice de transfert global. La modélisation du matériau poreux est limitée à un modèle de fluide équivalent à squelette rigide. Le TL en est alors déduit et est calculé pour différentes configurations. Les effets de l’épaisseur de la couche de matériau poreux, de la longueur du traitement ainsi que de la géométrie ont été examinés. Les résultats sont alors comparés avec des résultats de mesure et sont trouvés en bon accord. Toutefois une divergence est observée sur une bande de fréquences dépendant de l’épaisseur du matériau poreux. Cette divergence est due à une résonance du squelette du matériau qui ne peut être décrite par le modèle analytique développé. Elle apparaît à la première

fréquence de résonance en quart de longueur d'onde de l'onde de cisaillement. En effet, des résultats numériques obtenus avec un code éléments finis poroélastique montrent les mêmes tendances que les résultats de mesures sur cette même bande de fréquences.

Ce travail a fait l'objet d'un article [13] intitulé “ *Modeling of cylindrical baffle mufflers for low frequency sound propagation*”, publié dans les actes du congrès *Acoustics 2012*. Il est présenté ci-après. La partie qui suit est rédigée en anglais et est autonome. Certaines notations ont été changées pour une meilleure cohérence avec celles prises dans le mémoire.

Auteurs et affiliations :

R. Binois : Alhyange Acoustique, 60 rue du Faubourg Poissonnière, 75010 Paris, France.

N. Dauchez : Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des Matériaux EA 2336 (LISMMA), Institut Supérieur de Mécanique de Paris, 3 rue Fernand Hainaut, 93400 Saint-Ouen, France.

J.-M. Ville : Laboratoire Roberval UMR 7337, Centre de Recherches de Royallieu, Université de Technologie de Compiègne (UTC), CS 60319, 60203 Compiègne cedex, France.

E. Perrey-Debain : Laboratoire Roberval UMR 7337, Centre de Recherches de Royallieu, Université de Technologie de Compiègne (UTC), CS 60319, 60203 Compiègne cedex, France.

G. Beillard : Alhyange Acoustique, 60 rue du Faubourg Poissonnière, 75010 Paris, France.

Baffle mufflers are widely used in building airflow systems. These mufflers are made up of diaphragms and porous materials inserted in constant section ducts. The object of this study is to predict the acoustic transmission loss of such a silencer with the aim to improve its efficiency. We are mainly interested in the low frequency range (between 63 Hz and 500 Hz) and we shall restrict the analysis to cylindrical geometries. The first part of this paper deals with the muffler insertion into an air conditioning networks using the transfer matrix method. Indeed an analytical low frequency approach computes the global transfer matrix of one cylindrical muffler, analogous to two diaphragms in series with porous material in-between. The first transverse mode is taken into account for the matching conditions at the two discontinuities whereas a single quasi-planar wave like mode is used to model the propagation in the lined duct. Results are compared with experiments and numerical simulations computed with the finite element method. Effects of the porous material thickness, the baffle length and its geometry are discussed.

1 Introduction

Airflow networks used in the building domain are subjected to high sound pressure level in the low frequency range (typically [63 - 500] Hz) due to air conditioning installations. Mufflers are widely used to decrease the level of noise: they consist of inserting parallel porous layer in an air section of those networks. However, these mufflers show a lack of efficiency in the low frequency range.

The modeling of silencers in ducts below the first cut-off frequency may be performed by the Transfer Matrix Method (TMM) (see [1] for instance in the case of purely reactive silencers). Using a Finite Element Method (FEM), Peat [2] takes into account the dissipation effects due to the presence of a porous liner in the duct. In the low frequency regime the corresponding plane-wave transfer matrix for a dissipative silencer element can be then determined. However this method requires a considerable numerical effort, especially for general three-dimensional configurations. Aurégan *et al.* [3] proposed an analytical approach to determine the acoustic performance of a dissipative expansion chamber at low frequency range. This approximate model allows to find out the transfer matrix of an expansion chamber partially filled with an absorbing material. In their work, an equivalent fluid model [4] is considered for the porous material.

In this paper we shall apply the same analytical approach for the prediction of a two diaphragms lined silencer. Results are also compared to experimental and numerical results.

2 Model

Let us consider a cylindrical baffle muffler (Fig. 1) made of two diaphragms placed in a constant section duct and distant from each other by a length L . An acoustic foam lining is inserted in-between. The sum of its thickness δ and the aperture radii r_a is equal to the radii r_p of the waveguide. The study takes place under the first cut-off frequency of the section. Hence, only the first propagating mode is considered in the acoustic system (planar or quasi-planar waves). In order to develop the transfer matrix formalism, it is necessary to consider mean values for the acoustic pressure over a given duct cross-section [2, 3]. The transfer matrix \mathbf{T} which links the mean pressures and the flow rates on both sides of a sudden contraction or expansion can be

written

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & Z_{add} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

where Z_{add} is the additional impedance which takes into account the interaction between the planar mode and the other higher transverse modes at the discontinuity. This impedance is defined in reference [3].

The analytical transmission loss of the silencer is then determined by TMM using rigid-framed model for the porous material [4]. The studied muffler is split into a certain number of sub-systems characterized by their own transfer matrix. The overall transfer matrix of the acoustic system is the product of the sub-systems transfer matrices. In this case, the cylindrical baffle muffler is split into three sub-systems (Fig. 1):

- the first acoustic discontinuity: diaphragm with porous material downstream,
- the lined duct,
- the second acoustic discontinuity: diaphragm with porous material upstream.

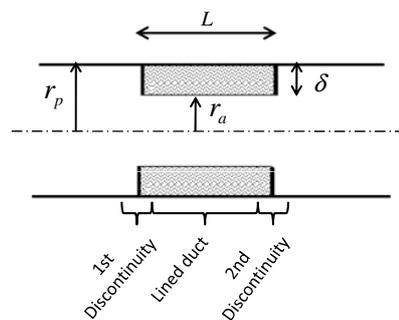


Figure 1: Schematic representation of the studied silencer split in three subsystems.

2.1 Transfer matrix of a diaphragm

Let us consider first a single diaphragm of thickness ε without any porous material. It can be also split into three subsystems, as shown in Fig. 2, where planar waves propagate with the mean pressures P_0^I , P_0^{II} and the volume velocities U_0^I , U_0^{II} respectively upstream

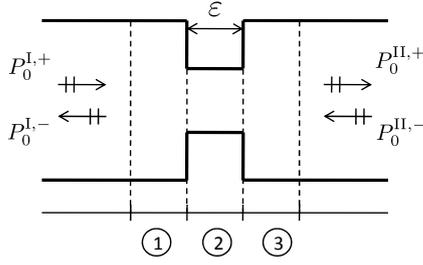


Figure 2: Single diaphragm split in three sub-systems.

and downstream of the discontinuity. The element 2 is a simple duct with a length ε . Its transfer matrix writes

$$\mathbf{T}_2 = \begin{pmatrix} \cos(k_0\varepsilon) & -iZ_c \sin(k_0\varepsilon) \\ -iZ_c^{-1} \sin(k_0\varepsilon) & \cos(k_0\varepsilon) \end{pmatrix} \quad (2)$$

where k_0 is the wave number of the fundamental mode and Z_c is the characteristic impedance of the section. Assuming that $Z_c \gg k_0\varepsilon$ and $k_0\varepsilon \rightarrow 0$, a first order expansion with respect to $k_0\varepsilon$ gives:

$$\mathbf{T}_2 = \begin{pmatrix} 1 & -ik_0\varepsilon Z_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

In the case where the contraction and extension are not associated with a lining in one of the large section then

$$Z_{add} = Z_{add}^0, \quad (4)$$

stands for a reactance linked to the added length of the duct radiating on both sides [5]. The transfer matrix of the contraction and the expansion (elements 1 and 3) can be then written as

$$\mathbf{T}_{1 \rightarrow 2} = \mathbf{T}_{2 \rightarrow 3} = \begin{pmatrix} 1 & Z_{add}^0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (5)$$

The overall transfer matrix \mathbf{T}_d is finally the product of the three subsystems transfer matrices. Thus, the diaphragm is represented by this matrix system

$$\begin{pmatrix} P_0^I \\ U_0^I \end{pmatrix} = \mathbf{T}_d \begin{pmatrix} P_0^{II} \\ U_0^{II} \end{pmatrix} \quad (6)$$

with

$$\mathbf{T}_d = \mathbf{T}_{1 \rightarrow 2} \mathbf{T}_2 \mathbf{T}_{2 \rightarrow 3} = \begin{pmatrix} 1 & 2Z_{add}^0 - ik_0\varepsilon Z_c \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

2.2 Transmission loss for cylindrical baffle mufflers

To get the transmission loss of the baffle muffler shown on Fig. 1, the overall transfer matrix has to be evaluated. In this way, a lining is added in one of the large section of the diaphragm to be compatible with both discontinuities of the studied muffler. Hence, for the first discontinuity, the element 3 of the diaphragm is now a lined duct characterized by the additional impedance Z_{add} . The global transfer matrix for both discontinuities writes then

$$\mathbf{T}_d = \begin{pmatrix} 1 & Z_{add}^0 - ik_0\varepsilon Z_c + Z_{add} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

and the one from the lined section writes

$$\mathbf{T}_\ell = \begin{pmatrix} \cos(k_1 L) & -iZ_{c_1} \sin(k_1 L) \\ -iZ_{c_1}^{-1} \sin(k_1 L) & \cos(k_1 L) \end{pmatrix} \quad (9)$$

where k_1 is the wave number of the quasi-planar mode and Z_{c_1} is the characteristic impedance of the lined duct. Finally, the model takes into account quasi-planar waves in the lined duct and evanescent waves at the discontinuities with a second wave number included in Z_{add} . The overall acoustic system can be written as

$$\mathbf{T}_g = \mathbf{T}_d \mathbf{T}_\ell \mathbf{T}_d. \quad (10)$$

Some examples of transmission loss of a purely reactive system with no absorbing material (bare configuration) and a dissipative system with porous material (lined configurations) are presented in Fig. 3. The porous material is a melamine foam which parameters are taken from reference [6]. The radii of the waveguide is 42 mm and the thickness of both diaphragms 5 mm. The two reference curves (thick lines) for both configurations refer to a length of 300 mm and an aperture radii of 22 mm. Note that dimensions are smaller than for an industrial muffler. The first cut-off frequency is 2400 Hz. The other curves (thin and dashed lines) represent respectively the system with half length and thickness. It can be observed that the reactive properties of the silencer disappear and the attenuation is largely increased when melamine foam is inserted. Between 0 Hz and 700 Hz the length of the silencer and the thickness of the porous material affect the transmission loss curve in a very similar way. This suggests that it may be worth designing the muffler with maximal thickness in order to make it as compact as possible.

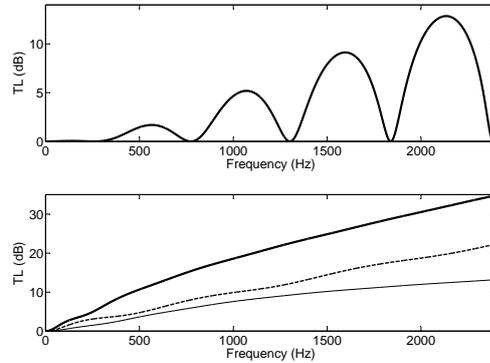


Figure 3: Analytical transmission loss of a baffle muffler for two cases: (top) bare configuration and (bottom) lined configurations. (thick line) $L = 300$ mm and $\delta = 20$ mm, (thin line) $L = 300$ mm and $\delta = 10$ mm, (dashed line) $L = 150$ mm and $\delta = 20$ mm.

3 Validation

The studied configuration is the same than the analytical configuration: the waveguide radii is 42 mm, the

thickness of both diaphragms is 5 mm and the length of the silencer is 300 mm. Two different thicknesses of 10 mm and 20 mm (Fig. 5) of melamine foam have been chosen for the validation.

3.1 Experimental validation

The measurements were performed at the Roberval laboratory in the Technological University of Compiègne. The experimental test bench (Fig. 4) measures the scattering matrix of the studied acoustic system (test section) using a double sources method [7]. From measurement of the scattering matrix, the transmission loss is determined for a bare and lined configurations. Fig. 6 shows a good agreement between the analytical model and experimental results for the bare muffler. When adding the lining, a good tendency is also observed for the both thicknesses (Fig. 7). However, discrepancies appear above 800 Hz and 1600 Hz for 20 mm and 10 mm thick, respectively. This is due to a resonance of the melamine foam skeleton that is not accounted for in the analytical model. Indeed, the determination for both thicknesses of the first $\lambda/4$ resonance frequency of the shear wave

$$f_r \approx \frac{1}{4\delta} \sqrt{\frac{E}{2(1+\nu)\rho_1}}, \quad (11)$$

obtained from the same resonance frequency of the frameborne wave [8], gives:

- $f_r(20 \text{ mm}) = 1220.6 \text{ Hz}$,
- $f_r(10 \text{ mm}) = 2441.2 \text{ Hz}$.

The melamine foam is characterized by its Young's modulus E , Poisson's ratio ν and frame density ρ_1 . This skeleton resonance has been also observed by laser vibrometry.

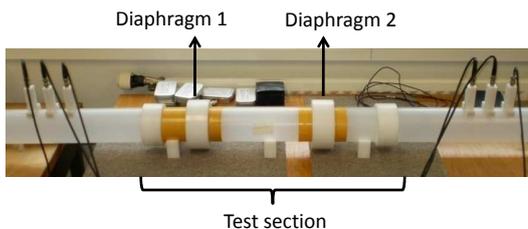


Figure 4: Test bench.



Figure 5: Test duct with melamine foam: (left) $\delta = 10$ mm and (right) $\delta = 20$ mm.

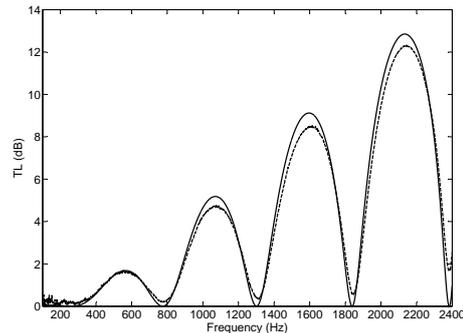


Figure 6: Experimental and analytical transmission loss for a bare cylindrical baffle muffler with $\delta = 20$ mm. (dashed lines) Experimental, (continuous lines) Analytical.

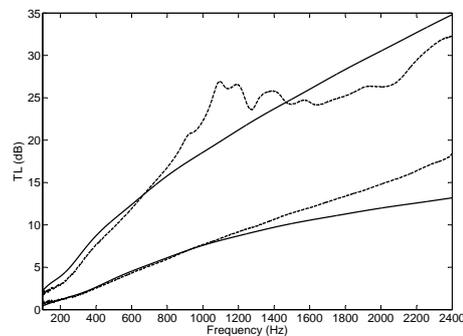


Figure 7: Experimental and analytical transmission loss for a cylindrical baffle muffler for two cases: (top curves) $\delta = 20$ mm and (bottom curves) $\delta = 10$ mm. (dashed lines) Experimental, (continuous lines) Analytical.

3.2 Effect of skeleton resonance

In order to corroborate the tendencies from the experimental results, a comparison with FEM has been performed with a FEM code [9, 10], where the melamine foam is considered as a poroelastic material. Fig. 8 compares the different approaches for a 20 mm thick lining. A resonance appears in the same frequency band, around 1360 Hz, followed by a decrease. The analytical model based on a rigid-framed model is a good average of the poroelastic model. When reducing the thickness (Fig. 9) the same tendency is observed at higher frequencies.

4 Conclusion

This paper examined the acoustic transmission loss of a cylindrical baffle muffler at low frequency. An analytical model based on the transfer matrix method is derived. The porous material is described with a rigid framed model. The analytical model has been compared successfully to experimental results, though the latter

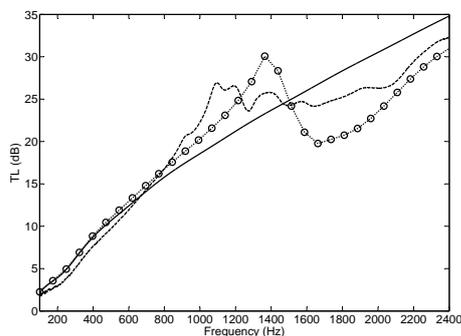


Figure 8: Comparison of transmission loss for the cylindrical baffle muffler of 20 mm thick: (continuous line) analytical, (dashed line) experimental and (circle marker) numerical.

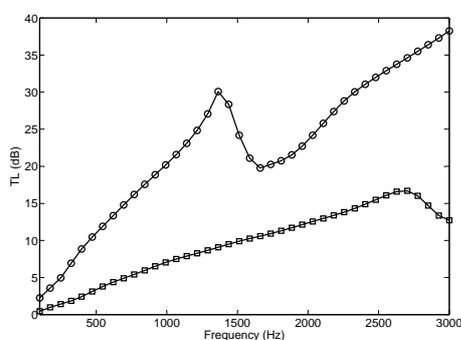


Figure 9: Simulated transmission loss by poroelastic FEM for two thicknesses: (circle marker) $\delta = 20$ mm and (square marker) $\delta = 10$ mm.

can not describe the skeleton resonance, that was clearly shown on the experimental results. Finally, comparison with a poroelastic FEM code shows good trends. Further work will deal with rectangular section and multiple baffles mufflers.

Acknowledgments

The authors are grateful to the "Association Nationale de la Recherche et de la Technologie" (ANRT) for financial support and Benoit Nennig for fruitful conversations and FEM calculations.

References

- [1] M. L. Munjal, "Acoustics of ducts and Mufflers: with application to Exhaust and Ventilation System Design", John Wiley (1987)
- [2] K. S. Peat, "A transfer matrix for an absorption silencer element", *Journal of Sound and Vibration* **146**, 353-360 (1991)

- [3] Y. Aurégan, A. Debray, R. Starobinski, "Low frequency sound propagation in a coaxial cylindrical duct: application to sudden area expansions and to dissipative silencers", *Journal of Sound and Vibration* **243**, 461-473 (2001)
- [4] J. F. Allard, N. Atalla, "Propagation of sound in porous media: modelling sound absorbing materials", John Wiley (2009)
- [5] J. Kergomard, A. Garcia, "Simple discontinuities in acoustic waveguides at low frequencies: critical analysis and formulae", *Journal of Sound and Vibration* **114**, 465-479 (1987)
- [6] N. Geebelen, L. Boeckx, J. F. Allard, O. Dazel, "Measurement of the Rigidity Coefficients of a Melamine Foam ", *Acta Acustica United with Acustica* **93**, 783-788 (2007)
- [7] A. Sittel, J. M. Ville, F. Foucart, "Multiloop procedure to measure the acoustic scattering matrix of a duct discontinuity for higher order mode propagations conditions", *J. Acoust. Soc. Am.* **120**, 2478-2490 (2006)
- [8] O. Doutres, N. Dauchez, J. M. Genevaux, O. Dazel, "Validity of the limp model for porous materials: A criterion based on the Biot theory", *J. Acoust. Soc. Am.* **122**, 2038-2048 (2007)
- [9] B. Nennig, E. Perrey-Debain, M. Ben Tahar, "A mode matching method for modeling dissipative silencers lined with poroelastic materials and containing mean flow", *J. Acoust. Soc. Am.* **128**, 3308-3320 (2010)
- [10] B. Nennig, M. Ben Tahar, E. Perrey-Debain, "A displacement-pressure finite element formulation for analyzing the sound transmission in ducted shear flows with finite poroelastic lining", *J. Acoust. Soc. Am.* **130**, 42-51 (2011)

3.2 Prédiction et analyse de l'efficacité des silencieux à baffles parallèles

Dans cette section, on s'intéresse aux silencieux à baffles parallèles dans les conduits rectangulaires. L'analyse de la propagation acoustique à travers ces silencieux est généralement réalisée en utilisant les techniques classiques de discrétisation telles que la méthode des éléments finis (FEM) [70, 71, 73] ou la méthode des éléments finis de frontière (BEM) [136]. Bien que ces méthodes permettent de modéliser une large variété de configurations géométriques, elles sont connues pour être coûteuses en temps de calcul et de mise en données. Une autre approche [76, 75, 80], exploitant l'invariance de la géométrie de ces silencieux dans la direction de propagation, consiste à décomposer le champ acoustique sur une base tronquée des modes propres du silencieux. Cette approche modale est plus rapide car elle nécessite seulement le calcul des modes transverses du silencieux. Elle est donc mieux adaptée pour des procédures d'optimisation.

En se basant sur cette approche, un modèle de propagation bidimensionnel à "couches" a été développé afin d'estimer et analyser leur efficacité. Cette étude a fait l'objet d'un article [15] intitulé "*On the efficiency of parallel baffle-type silencers in rectangular ducts : prediction and measurement*", resoumis à *Journal of Sound and Vibration* le 16 avril 2014.

Ce modèle peut être vu comme une généralisation du modèle basse fréquence de Aurégan *et al.* [14]. Il prend en compte un nombre arbitraire de baffles de longueur finie, délimités de chaque côté par un cadre métallique. Chaque couche est décrite par une pression moyenne qui permet la détermination d'une base modale constante par morceaux pour la pression moyenne dans la section transverse. La continuité entre les ondes entrantes et sortantes est réalisée à l'aide d'un raccordement modal axial au niveau des sections d'entrée et de sortie du silencieux.

On montre que ce modèle est facilement implémentable et qu'il est approprié à des procédures d'optimisation basées sur les paramètres de conception du silencieux tels que la hauteur de chaque baffle, leur disposition relative dans le conduit et les propriétés des matériaux absorbants. Des configurations relativement complexes peuvent être simulées pour des temps de calcul modestes.

Une campagne de mesure a été réalisée sur un banc d'essai à échelle réduite pour des configurations standards. Un bon accord est trouvé entre les résultats numériques et expérimentaux. L'efficacité de ces silencieux à réduire le bruit est alors analysée en termes de pertes par transmission et de puissances sonores réfléchies et transmises.

Finalement, des configurations géométriques plus complexes ont été simulées dans le but d'examiner l'influence de la hauteur et de la disposition transverse et axiale de chaque baffle ainsi que l'effet d'un écran résistif positionné entre les baffles et les voies d'air. Lorsque les baffles sont identiques et disposés en pile, on montre que les meilleures performances sur l'ensemble du spectre d'étude (ici jusqu'à 5000 Hz) sont obtenues lorsque l'empilement est périodique et symétrique. Ceci s'explique par un phénomène de modes "interdits" qui ne permet pas à certains modes propagatifs de rayonner en aval du silencieux. Toutefois, on montre aussi qu'une asymétrie dans la disposition des baffles dans le conduit induit une légère amélioration des performances en-dessous de la fréquence de coupure du premier mode symétrique du conduit. Les performances au-delà de cette fréquence sont par contre dégradées.

L'article en question est présenté ci-après. La partie qui suit est donc rédigée en anglais et est autonome.

On the efficiency of parallel baffle-type silencers in rectangular ducts: prediction and measurement

R. Binois^{a,b,*}, E. Perrey-Debain^{c,*}, B. Nennig^b, N. Dauchez^c, J.-M. Ville^c,
G. Beillard^a

^a*Alhyange Acoustique, 60 rue du Faubourg Poissonnière, 75010 Paris, France*

^b*Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Mécaniques et des Matériaux EA 2336 (LISMMA), Institut Supérieur de Mécanique de Paris, 3 rue Fernand Hainaut, 93400 Saint-Ouen, France*

^c*Laboratoire Roberval UMR 7337, Centre de Recherches de Royallieu, Université de Technologie de Compiègne (UTC), CS 60319, 60203 Compiègne cedex, France*

Abstract

To estimate the efficiency of parallel baffle-type silencers in rectangular ducts, a two-dimensional multi-layer model is presented for predicting their transmission loss. The approach takes into account an arbitrary number of bulk reacting baffles of finite length bounded at both ends by a metallic fairing. Each layer is described by a mean pressure, which allows computing a piecewise constant modal basis for the mean pressure over the cross section. The continuity between the incoming and outgoing waves is performed by axial mode matching at the inlet and outlet cross-sections of the baffle silencer. It is shown that the model is easy to implement and suitable for optimization purposes based on design parameters such as the height of each baffle, their relative positions in the duct, and material properties. Relatively complex configurations can be simulated with relatively modest computational effort. An experimental campaign was carried out on a reduced scale test bench for standard configurations. The numerical results are in good agreement with the measurements. Noise reduction performances are analyzed in terms of reflected and dissipated sound powers. Finally, more complex geometric configurations are simulated in order to examine the influence of the relative transverse and axial positions of each baffle as well as the effect of a resistive

*Corresponding authors. Tel: +333 44 23 46 41

Email addresses: rbinois@alhyange.com (R. Binois),
emmanuel.perrey-debain@utc.fr (E. Perrey-Debain)

screen between the baffles and the airways.

Keywords: Silencer, Muffler, Baffle, Splitter, Mode matching, Transmission loss, Measurement, Duct, Porous material

1. Introduction

Baffle-type silencers are widely used in the heating, ventilation and air conditioning (HVAC) systems of buildings to reduce noise being emitted from air-moving devices such as fans and air conditioners. These silencers generally consist of several baffles inserted in a duct with a rectangular cross section (see for instance Fig. 1). Each baffle is made of sound absorbing material such as rockwool or glasswool. The presence of air flow inside the HVAC duct leads to the use of thin veils or perforated metal sheets between the baffles and the airways for protection. Usually, a metallic fairing is also placed at each end of the baffle.

The analysis of sound propagation through dissipative silencers is generally performed using classical discretization techniques such as the very popular Finite Element Method (FEM) [1, 2, 3, 4, 5] and the Boundary Element Method (BEM) [6]. Although these methods can be used to model a large variety of geometrical configurations, they are known to be demanding, both in terms of data preparation and computation, rendering optimization procedures somewhat cumbersome. Another approach that takes advantage of the axially invariant properties of these types of silencer consists in expanding the acoustic field as a truncated sum over the silencer eigenmodes. This modal approach is attractive because it immediately reduces the dimension of the problem, i.e. only the acoustic eigenmodes over the cross-section of the silencer must be calculated, which can be much quicker than using a full FEM model. Regarding the specific case of parallel baffle-type silencers, three variants of the modal approach stand out in the scientific literature: (i) Ko [7], and Cummings & Sormaz [8] obtained eigenmodes analytically by using appropriate root-finding algorithms. However, the geometrical assumption that the silencer is of infinite length restricted their analysis to the prediction of modal attenuations only. (ii) In the specific case where baffles are arranged periodically, Mechel [9, 10], and Tam and Fahy [11], determined the modal sound field in the silencer section analytically. A mode matching method was then applied to quantify the scattering effects over the inlet and outlet planes of the silencer, for transmission loss and sound intensity, respectively.

(iii) In order to address more general configurations, Kirby [12] performed a finite element eigenvalue analysis and axial mode matching to calculate the transmission loss of baffle-type silencers with metallic fairings. He underlined the fact that at low frequencies, the effect of the silencer geometry predominates and that a two-dimensional model is sufficient for evaluating silencer performance.

The present paper proposes an easy-to-implement and relatively inexpensive numerical multi-layer model tailored specifically for analyzing the performances of parallel baffle-type silencers. It can simulate a wide variety of configurations and is suitable for optimization purposes based on design parameters such as the height of each baffle, their relative positions in the duct, and material properties. The model can be considered as an extension of the low-frequency model developed by Aurégan *et al.* [13] for a coaxial cylindrical dissipative silencer. It is similar to classical FEM eigenmode analysis except that the mean pressure across each layer, i.e. the baffle or the airway, is used as a degree of freedom instead of the nodal pressure value. This renders the axial mode matching procedure considerably easier. The consideration of a resistive screen between an airway and a porous material layer is also facilitated.

The present paper is organized as follows. First the geometry and the assumptions for the problem are defined. The main ingredients of the method, namely the modal basis for the mean pressure and the mode matching procedure are then presented with all the necessary details. Thereafter, the experimental setup is explained and the numerical results are compared against new experimental data for two standard geometric configurations. Finally, the method is applied to the simulation of two other configurations with more complex geometries and several results are presented and discussed. The performance of both standard silencers are analyzed in terms of reflected and dissipated sound powers.

2. Silencer model

Without loss of generality, we present our numerical model for the analysis of typical baffle silencers inserted in an infinite rectangular duct with rigid walls, as shown in Fig. 1. This is done for the sake of increasing clarity, as the extension of the model to tackle more complex situations is demonstrated in Section 4. In the present configuration, three separate domains are defined. In domain I (inlet duct), an incident multi-mode sound wave propagates in

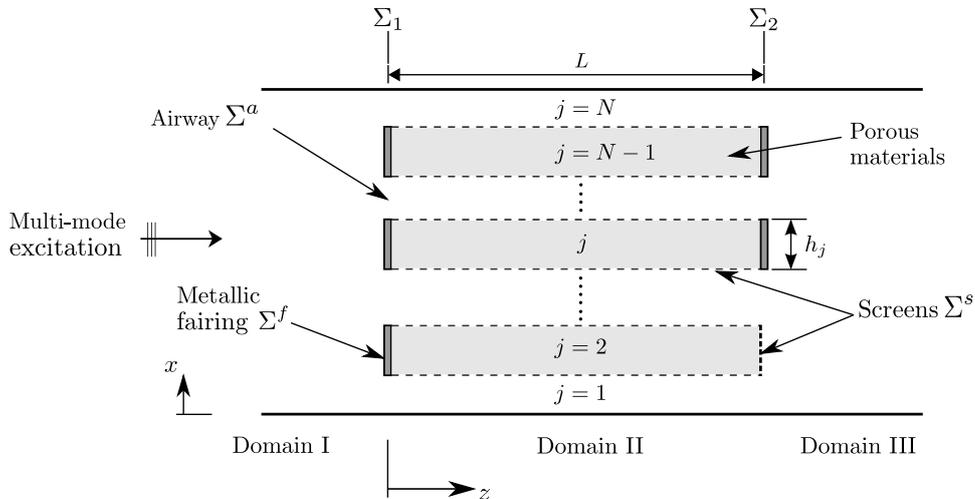


Figure 1: Plan view of typical parallel-baffle silencer geometry.

the positive z -direction and excites the silencer. Domain II is the silencer section made up of an arbitrary number N of layers. Airways and baffles can be represented by several layers of length L and height h_j , and can also be separated by a screen (e.g. thin veil or perforated plate). Each baffle contains a bulk reacting porous material, assumed to be both homogeneous and isotropic. Finally, the effect of a metallic fairing or a perforated screen at either end of a baffle is considered. The domain III (outlet duct) represents an anechoic termination. It should be noted that the geometry is invariant along the y -direction.

2.1. Governing equations

Assuming a time dependence of the form $e^{-i\omega t}$, the propagation equations for the inlet duct, the outlet duct and the silencer section, can be found in each layer j ($j = 1, \dots, N$) using continuity and momentum equations:

$$i\omega\kappa_j p_j = \nabla \cdot \mathbf{v}_j, \quad (1)$$

$$i\omega\rho_j \mathbf{v}_j = \nabla p_j, \quad (2)$$

where p_j and \mathbf{v}_j are the acoustic pressure and velocity vector. Quantities κ_j and ρ_j are the compressibility and the density of the medium in layer j respectively. In the airways, the fluid is characterized by air compressibility κ_0 and density ρ_0 . In the baffles, the fibrous material is described as an equivalent fluid using the limp frame model. This model gives better results than

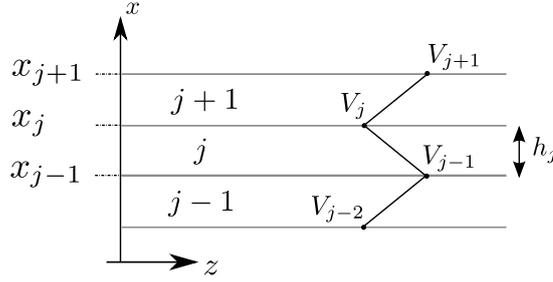


Figure 2: Transverse velocity profile.

rigid frame equivalent models, without the additional computational effort that Biot's model would require [14, 15, 16]. It is based on the assumption that the frame has no bulk stiffness, which is relevant for the mineral wool used in HVAC silencers. Note that other equivalent fluid models can be used, especially if only the air resistivity of the fibrous material is known [17]. The porous medium is characterized by an effective compressibility κ_{eq} and density ρ_ℓ which are frequency-dependent. These effective quantities are recalled in Appendix A.

At this point, the problem is assumed to be two-dimensional which signifies that there is no variation of pressure or velocity along the y -axis. We can therefore express \mathbf{v}_j in terms of the transverse and axial velocity as $\mathbf{v}_j = (v_j, 0, u_j)$. The averaged propagation equations are obtained following a similar process described by Aurégan *et al.* [13]. By defining the mean pressure \bar{P}_j and the acoustic volume velocity U_j over the height h_j , we obtain the following after integration:

$$Y_j \bar{P}_j = (V_j - V_{j-1}) + \frac{dU_j}{dz}, \quad (3)$$

$$Z_j U_j = \frac{d\bar{P}_j}{dz}, \quad (4)$$

where $Y_j = i\omega\kappa_j h_j$ is homogeneous for an admittance per unit area and $Z_j = i\omega\rho_j/h_j$ is homogeneous for an impedance per unit area. Here, the term V_j is the transverse velocity at the interface x_j as shown in Fig. 2. This quantity is continuous across the interface so we have $V_j = v_j(x_j) = v_{j+1}(x_j)$ (note the z -dependence is omitted here for clarity). Combining Eq. (3) and Eq. (4) yields

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} + \Gamma_j \right) \bar{P}_j = Z_j (V_j - V_{j-1}) \quad (5)$$

and therefore

$$V_j - V_{j-1} = \sum_{l=1}^{N-1} b_{j,l} \bar{P}_l, \quad (12)$$

where

$$b_{j,l} = (\mathbf{B})_{jl} = c_{j,l} + c_{j-1,l-1} - c_{j,l-1} - c_{j-1,l}, \quad (13)$$

with the convention that $c_{j,0} = c_{j,N} = 0$. Now, by introducing the mean pressure vector $\bar{\mathbf{P}} = (\bar{P}_1, \dots, \bar{P}_j, \dots, \bar{P}_N)^T$, Eq. (5) can be recast into the matrix form

$$\left(-\frac{d^2}{dz^2} + \mathbf{\Gamma} + \mathbf{ZB} \right) \bar{\mathbf{P}} = 0, \quad (14)$$

where $\mathbf{Z} = \text{diag}(Z_1, \dots, Z_j, \dots, Z_N)$ is the diagonal matrix containing the impedance per area of each layer and $\mathbf{\Gamma} = \text{diag}(\Gamma_1, \dots, \Gamma_j, \dots, \Gamma_N)$. Eq. (14) can be interpreted as a ‘multi-layered’ propagator for the mean pressure field in the duct and is a key result of this paper. Although this layered model seems somewhat superfluous in the empty part of the duct (domains I and III), it is advantageous to artificially extend the same layered decomposition in these regions as it considerably facilitates the matching conditions, as shown in the next sections.

2.2. Modal decomposition

In each domain $d = \text{I, II and III}$, the mean pressure field $\bar{\mathbf{P}}^d$ may be expanded via the modal decomposition

$$\bar{\mathbf{P}}^d(z) = \mathbf{\Phi}^d \left(\mathbf{E}^d(z) \mathbf{A}^{d,+} + \hat{\mathbf{E}}^d(z) \mathbf{A}^{d,-} \right), \quad (15)$$

where the column vector $\mathbf{A}^{d,\pm} = (A_1^{d,\pm}, A_2^{d,\pm}, \dots, A_M^{d,\pm})^T$ contains the modal amplitudes, the matrix $\mathbf{\Phi}^d = (\mathbf{\Phi}_1^d, \mathbf{\Phi}_2^d, \dots, \mathbf{\Phi}_M^d)$ contains the transverse eigenvectors satisfying the symmetric eigenvalue problem (see $(\mathbf{Z}^d)^{-1} \times$ Eq. (14))

$$((\mathbf{Z}^d)^{-1} \mathbf{\Gamma}^d + \mathbf{B}^d) \mathbf{\Phi}^d = -(\mathbf{Z}^d)^{-1} \mathbf{\Phi}^d (\mathbf{k}^d)^2, \quad (16)$$

with $\mathbf{k}^d = \text{diag}(k_1^d, k_2^d, \dots, k_M^d)$ the diagonal matrix containing the axial wavenumbers and M is the number of modes taken into account in the numerical model. It should be noted that generally, the number of modes is equal to the number of layers, although this condition can be relaxed, while

in all cases we must have $M \leq N$. The diagonal matrix $\mathbf{E}^d(z)$, and its inverse $\hat{\mathbf{E}}^d(z)$, contains the propagation factors:

$$\mathbf{E}^d(z) = \text{diag}(e^{ik_1^d z}, e^{ik_2^d z}, \dots, e^{ik_M^d z}), \quad (17)$$

$$\hat{\mathbf{E}}^d(z) = \text{diag}(e^{-ik_1^d z}, e^{-ik_2^d z}, \dots, e^{-ik_M^d z}). \quad (18)$$

Similarly, using Eq. (4), the axial volume velocity is given by the modal expansion

$$\mathbf{U}^d(z) = i(\mathbf{Z}^d)^{-1} \Phi^d \mathbf{k}^d \left(\mathbf{E}^d(z) \mathbf{A}^{d,+} - \hat{\mathbf{E}}^d(z) \mathbf{A}^{d,-} \right). \quad (19)$$

The modal amplitudes remain to be determined in order to fully describe the mean pressure field. This last step is performed by applying the axial matching conditions.

2.3. Mode matching

The matching conditions must be satisfied at the interfaces between each domain. Both interfaces Σ_1 and Σ_2 , shown in Fig. 1, comprise three kinds of surface: an impervious surface Σ^f accounting for metallic fairings, a porous surface Σ^s accounting for the presence of an acoustic screen and an open surface Σ^a . For instance, on the interface Σ_1 , we have

- on Σ_1^a , the continuity of mean pressure and the volume velocity yields

$$\mathbf{D}_a \bar{\mathbf{P}}^I = \mathbf{D}_a \bar{\mathbf{P}}^{II}, \quad (20a)$$

$$\mathbf{D}_a \mathbf{U}^I = \mathbf{D}_a \mathbf{U}^{II}. \quad (20b)$$

- on Σ_1^f , the kinematic conditions give

$$\mathbf{D}_f \mathbf{U}^I = 0, \quad (21a)$$

$$\mathbf{D}_f \mathbf{U}^{II} = 0. \quad (21b)$$

- on Σ_1^s , the mean pressure jump with impedance surface Z_s and the continuity of the volume velocity yield

$$Z_s \mathbf{D}_s \mathbf{U}^I = \mathbf{D}_s \left(\bar{\mathbf{P}}^I - \bar{\mathbf{P}}^{II} \right), \quad (22a)$$

$$\mathbf{D}_s \mathbf{U}^I = \mathbf{D}_s \mathbf{U}^{II}. \quad (22b)$$

In these equations, we introduced the diagonal matrices \mathbf{D}_a , \mathbf{D}_f and \mathbf{D}_s whose role is to simply select the layer or, equivalently, the lines of the mean pressure vector (and the volume velocity vector) corresponding to the type of surface. For instance, $(\mathbf{D}_a)_{jj} = 1$ if layer j corresponds to an open surface and $(\mathbf{D}_a)_{jj} = 0$ otherwise. In fact, the third scenario on Σ_1^s generalizes the first two cases (Eq. (20a) to Eq. (21b)). This generalized boundary condition is not considered in this paper though its numerical implementation does not present any particular difficulty.

The modal decomposition of the mean pressure and volume velocity (respectively Eq. (15) and Eq. (19)) are substituted into Eq. (20a) to Eq. (21b). Using the same formalism as in [18, 19, 20], this yields the following scattering matrices for both interfaces Σ_1 and Σ_2 :

$$\mathbf{X}_1 \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{I,-} \\ \mathbf{A}^{II,+} \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_1 \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{I,+} \\ \mathbf{A}^{II,-} \end{pmatrix} \quad \text{on } \Sigma_1, \quad (23a)$$

$$\mathbf{X}_2 \mathbf{E}_X \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{II,-} \\ \mathbf{A}^{III,+} \end{pmatrix} = \mathbf{Y}_2 \mathbf{E}_Y \begin{pmatrix} \mathbf{A}^{II,+} \\ \mathbf{A}^{III,-} \end{pmatrix} \quad \text{on } \Sigma_2, \quad (23b)$$

where \mathbf{E}_X and \mathbf{E}_Y are diagonal matrices containing the propagation factors at $z = L$:

$$\mathbf{E}_X = \text{diag} \left(\hat{\mathbf{E}}^{II}(L), \mathbf{E}^{III}(L) \right), \quad (24)$$

$$\mathbf{E}_Y = \text{diag} \left(\mathbf{E}^{II}(L), \hat{\mathbf{E}}^{III}(L) \right). \quad (25)$$

The scattering matrices have the following form:

$$\mathbf{X}_1 = \begin{pmatrix} \mathbf{R}^I & -\mathbf{R}^{II} \\ \mathbf{S}^I & \mathbf{S}^{II} \\ \mathbf{T}^I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^{II} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}_1 = \begin{pmatrix} -\mathbf{R}^I & \mathbf{R}^{II} \\ \mathbf{S}^I & \mathbf{S}^{II} \\ \mathbf{T}^I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^{II} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

$$\mathbf{X}_2 = \begin{pmatrix} \mathbf{R}^{II} & -\mathbf{R}^{III} \\ \mathbf{S}^{II} & \mathbf{S}^{III} \\ \mathbf{T}^{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^{III} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Y}_2 = \begin{pmatrix} -\mathbf{R}^{II} & \mathbf{R}^{III} \\ \mathbf{S}^{II} & \mathbf{S}^{III} \\ \mathbf{T}^{II} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^{III} \end{pmatrix}, \quad (27)$$

where block matrices \mathbf{R}^d and \mathbf{S}^d are of the same size, i.e. $N_a \times M$ whereas the block matrix \mathbf{T}^d which corresponds to the hard wall condition on the

metallic fairing is of size $N_f \times M$:

$$\mathbf{R}^d = \mathbf{D}_a \Phi^d, \quad (28)$$

$$\mathbf{S}^d = \mathbf{D}_a (\mathbf{Z}^d)^{-1} \Phi^d \mathbf{k}^d, \quad (29)$$

$$\mathbf{T}^d = \mathbf{D}_f \Phi^d \mathbf{k}^d. \quad (30)$$

The number of lines, N_a and N_f , corresponds to the total number of layers for the airways and for the metallic fairings, respectively, thus $N_a + N_f = N$. At this point, it is worth mentioning that scattering matrices are formed simply, algebraically, at almost no cost once the duct acoustic modes contained in Φ^d have been found. This is a considerable simplification when compared to more classical mode matching techniques (usually using collocation or weighted residual formulations) encountered in the literature [21, 12, 20, 22]. From then on, and in order to simplify the analysis, the number of modes M is chosen equal to the number of layers N in our calculations.

The overall system is then solved iteratively [18] for the modal amplitudes. The incident modal amplitude, $\mathbf{A}^{I,+}$, is set according to the source characteristics. Initially $\mathbf{A}^{II,-}$ is fixed at zero. The system (23a) is then inverted and generates an initial value for the modal amplitudes oriented rightwards $\mathbf{A}^{II,+}$. This value is then used to solve the system (23b) at the outlet plane for an initial value of $\mathbf{A}^{III,+}$. The process is then reiterated until the modal amplitudes show a sufficiently small change (less than 10^{-6}) in the successive iteration cycles. More complex situations involving more than three domains (this happens if baffles are misaligned for instance) can be dealt with following the same principle.

The performances of the baffle-type silencer are usually measured via the Transmission Loss (TL) which is defined as the ratio of the incident to transmitted sound powers. The incident sound power may be taken equal to unity without any loss of generality. In the domain III the eigenvalue problem (see Eq. (16)) involves Hermitian and positive-definite matrices. The corresponding transverse eigenvectors are pairwise orthogonal according to $(\Phi^{III})^T (\mathbf{Z}^{III})^{-1} \Phi^{III} = \mathbf{I}$, with \mathbf{I} the identity matrix. After integration over the cross-section, the transmitted sound power can write:

$$\begin{aligned} W_{\text{tr}} &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\bar{\mathbf{P}}^{III} (\mathbf{U}^{III})^\dagger \right) \\ &= \frac{1}{2} (\mathbf{A}^{III,+})^T (\mathbf{k}^{III})^T \mathbf{A}^{III,+}, \end{aligned} \quad (31)$$

where \dagger is the Hermitian transpose. Hence, per unit length in the y -direction and in decibels (dB)

$$\text{TL} = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{M_p} k_n^{\text{III}} |A_n^{\text{III},+}|^2 \right), \quad (32)$$

where M_p is the number of propagating modes in the outlet duct, i.e. k_n^{III} is a real number.

3. Results and validation for symmetrical silencers with periodic arrangements

In order to assess the robustness of the method proposed, simulated results for two silencers presenting symmetry and with periodic baffle arrangements (see Figs. 4(a)) and 4(b)) are compared with measurements carried out by the authors in our laboratory. It should be noted that for such silencers, very few narrow band experimental data giving access to higher mode contributions are available in the literature [6]. Indeed, most of them are octave-band [5] or one-third octave-band [10] data. The test bench and the geometry of the silencers are described first.

3.1. Test bench and experimental procedure

The measurements were performed on a test bench (Fig. 3) designed for the multimodal characterization of the acoustic properties of obstacles (the dissipative silencer is considered as an obstacle in this context) in the presence (or not) of a low Mach number flow [23]. The duct facility is a rigid rectangular duct of $0.2 \text{ m} \times 0.1 \text{ m}$ section with an anechoic termination at either end. The results are given within the frequency band [200 Hz - 3.5 kHz] which limits the number of propagative modes in the duct to a maximum of $M_s = 10$. The $2M_s$ -port scattering matrix, which contains the modal reflection and transmission coefficients, is measured using a multi-source method described in [23].

The experimental procedure is carried out for silencer A (Fig. 4(a)) and silencer B (Fig. 4(b)). These two silencers have the same length and are inserted in a duct with the same cross-sectional area. Silencer A consists of one baffle 100 mm thick whereas silencer B consists of two baffles both of which are 50 mm thick. RW mineral wool was chosen to fill the baffles. Its properties were determined by measurements carried out by the authors

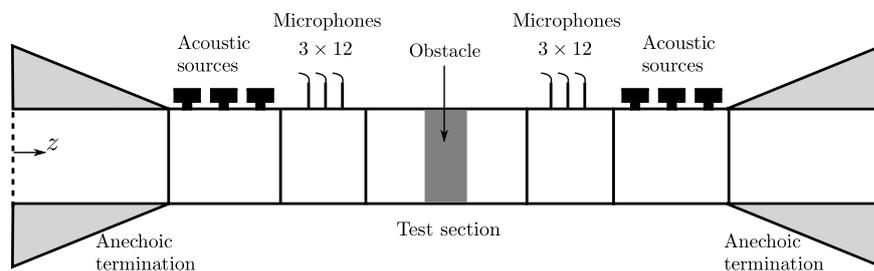


Figure 3: Multimodal UTC test bench [23] - 72 microphones for 10 modes resolution.

and given in Table 1. Both silencers have the same open area ratio equal to 50%. They were chosen in this way to investigate the effect of the number of baffles on the silencer's performances while keeping the same area ratio for the airway. In the airway, the density and the celerity of sound are respectively $\rho_0 = 1.2 \text{ kg.m}^{-3}$ and $c_0 = 342.8 \text{ m.s}^{-1}$. The values for the duct cut-off frequencies are recalled below:

$$f_{(n,m)} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{n}{0.2}\right)^2 + \left(\frac{m}{0.1}\right)^2}. \quad (33)$$

For an incident plane wave, it is clear for reasons of invariance in the y -direction that only transverse modes in the x -direction are generated. The cut-off frequencies of interest are thus: $f_{(1,0)} = 857 \text{ Hz}$, $f_{(2,0)} = 1714 \text{ Hz}$, $f_{(3,0)} = 2571 \text{ Hz}$, $f_{(4,0)} = 3428 \text{ Hz}$ and $f_{(6,0)} = 5130 \text{ Hz}$.

3.2. Results

The results are given here for a plane wave excitation. Silencer A comprised three layers (two airways and one baffle) so it was natural to apply

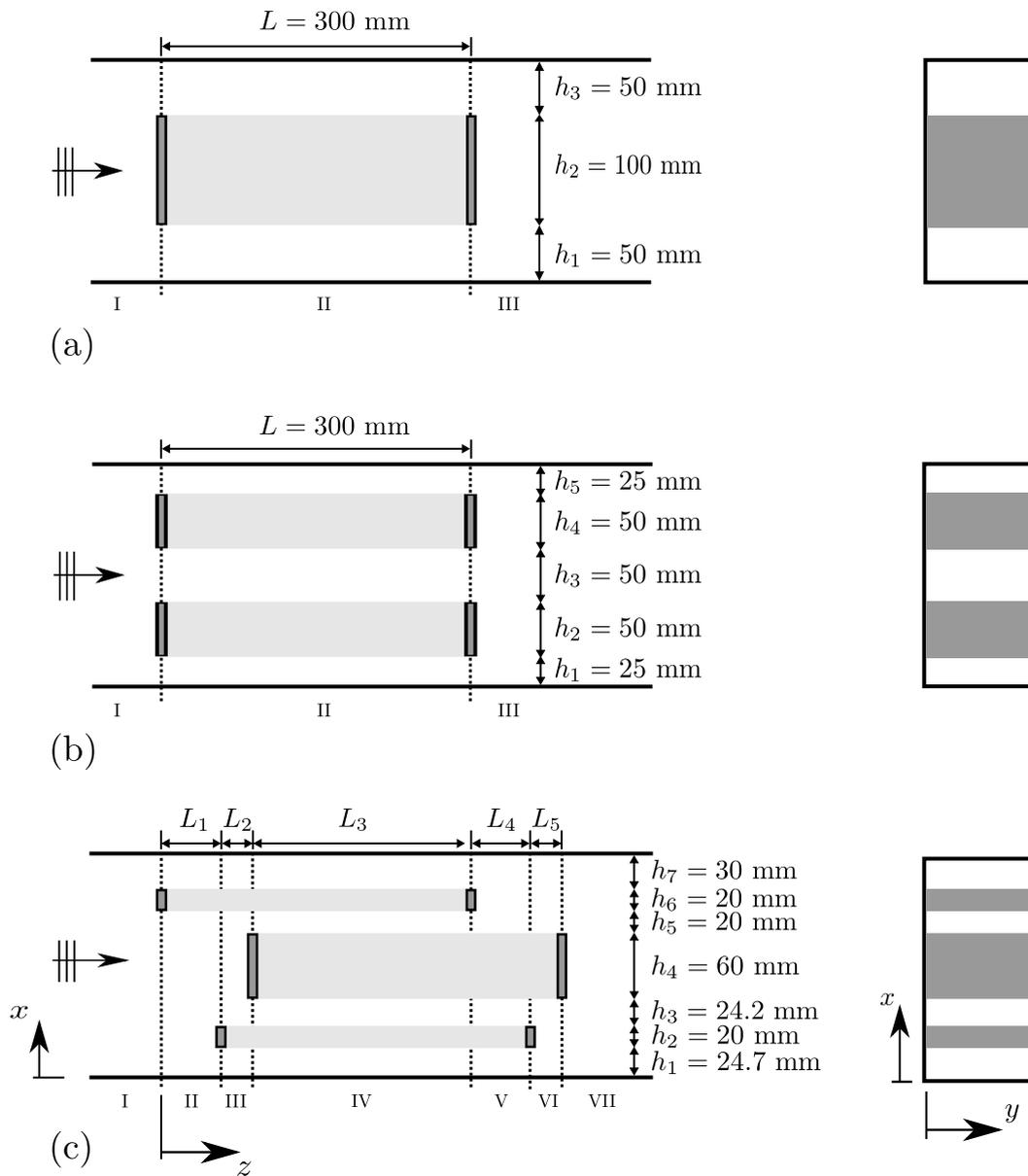


Figure 4: Plan view (left) of the geometry for (a) one-baffle silencer: silencer A, (b) a two-baffle silencer: silencer B and (c) a three-baffle silencer: silencer C. Cross-section view (right).

Table 1: Material properties for the RW mineral wool.

	ϕ	σ	α_∞	Λ	Λ'	ρ_1
	–	(N.s.m ⁻⁴)	–	(μm)	(μm)	(kg.m ⁻³)
RW	0.954	14066	1	91.2	182.4	53

our model with $N = 3$. The corresponding Transmission Loss is shown in Fig. 5 as is the measured TL. Good agreement can be seen in the low part of the spectrum (below the first cut-off frequency, i.e. 857 Hz). Above this frequency, the 3-layer model was too coarse and could not correctly simulate higher-order modes or capture the scattering mechanisms occurring at the junctions Σ_1 and Σ_2 especially around certain cut-off frequencies.

To remedy this, each layer was subdivided into sublayers in order to refine the model. A convergence analysis is shown in Fig. 5 by taking successively 3, 9 (3 subdivisions), 15 (5 subdivisions) and 45 (15 subdivisions) for the total number of layers N . The results obtained with $N = 45$ layers converged though $N = 15$ is sufficient to ensure reasonable values for engineering purposes. It should be noted that these results were computed with modest computational effort: it took only about 4 seconds using Matlab to compute 340 frequencies with the refined model, $N = 15$ layers, on a laptop computer.

The same analysis was conducted for silencer B and the results are shown in Fig. 6. Good agreement with the measurements are found in both cases and the results indicate that the noise reduction performances are quite different. Indeed, for silencer A, the peak at 1714 Hz corresponding to the cut-off frequency of the first transverse symmetric mode (2,0) is clearly identified both experimentally and numerically. For silencer B, only a continuous increase of the TL is observed and discrepancies do not exceed 3 dB even when using only $N = 5$ layers. The presence of three small peaks at 325 Hz, 486 Hz and 583 Hz are caused by the vibration of the duct wall [23].

The magnitudes of the reflection and transmission coefficients for silencer A are compared with measurements in Fig. 7. It can be seen that only the fundamental and the first transverse symmetric modes are shown as the contribution from the other modes is negligible. In fact silencer A behaves as an acoustic filter for the odd modes; the reasons for this are explained briefly in the next section.

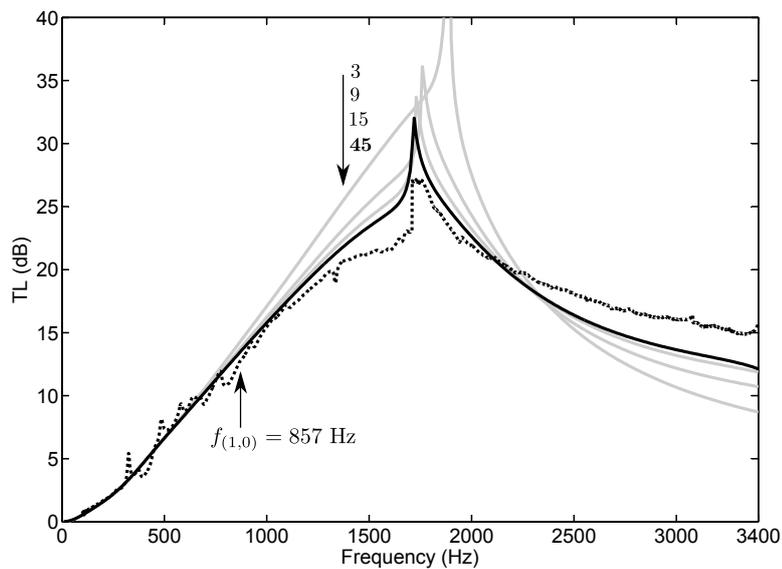


Figure 5: Convergence of predicted TL for plane wave excitation with respect to the total number of layer N for the silencer A, — $N = 3, 9$ and 15 , — $N = 45$, ··· measurements.

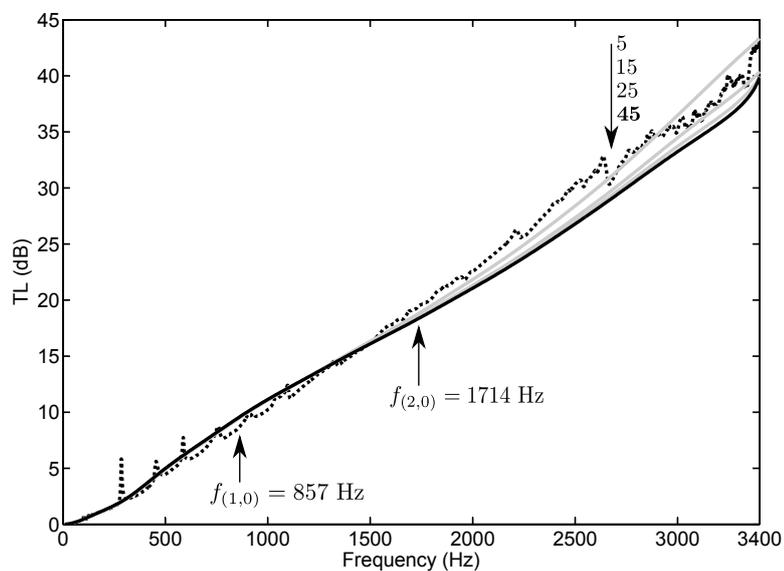


Figure 6: Convergence of predicted TL for plane wave excitation with respect to the total number of layers N for silencer B, — $N = 5, 15$ and 25 , — $N = 45$, ··· measurements.

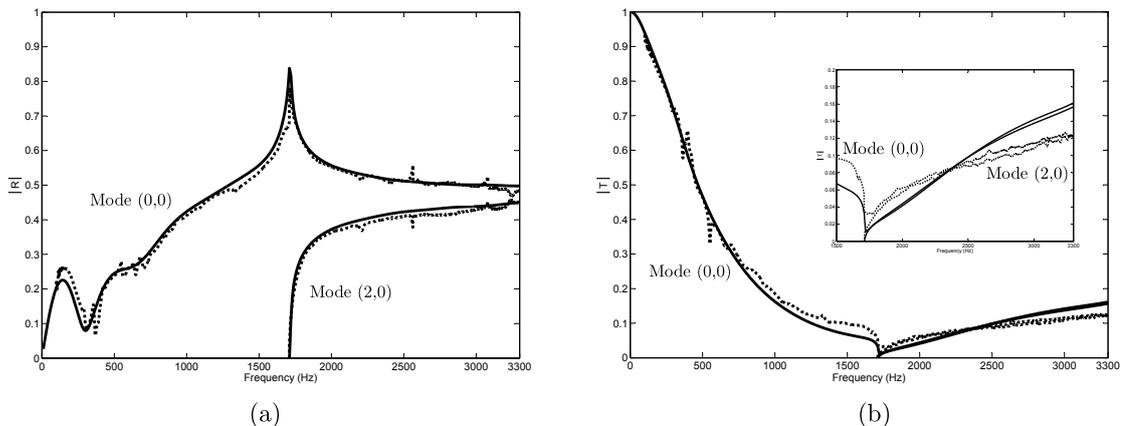


Figure 7: Magnitude of the modal reflection coefficients (a) and transmission coefficients (b) for an incident plane wave for the silencer A. — Numerical results, ··· measurements.

4. Analysis and discussion

4.1. Analysis of Transmission Loss

In this subsection, the performances of silencers A and B are discussed first. More complex configurations involving non-periodic and misaligned silencers are then considered and analyzed.

Predicted performances for an incident plane wave mode are reported (in black lines) in Fig. 8 up to 5 kHz for silencers A and B. The difference in performance depends on the position of a maximum peak corresponding to the cut-off frequency of the first transverse symmetrical mode (2,0) for silencer A and to the mode (4,0) for silencer B. Above this frequency, the TL decreases steadily. This behavior is typical of a periodic and symmetrical silencer. Indeed, it can be shown in this very particular case that the modes transmitted satisfy the selection rule [9]

$$n = n^{inc} + 2qK. \quad (34)$$

Here, n^{inc} is the order of the incident mode (which is zero here as only the plane wave mode is considered), K is the number of baffles and q is an integer. In the case of silencer A, for instance, $K = 1$ and only even modes are allowed to propagate. It can be noted that this could have been anticipated using symmetry arguments. For silencer B, however, the selection rule indicates that only modes of order $n = 4q$ are allowed, the other modes being forbidden. When the frequency exceeds the cut-off frequency of the selected

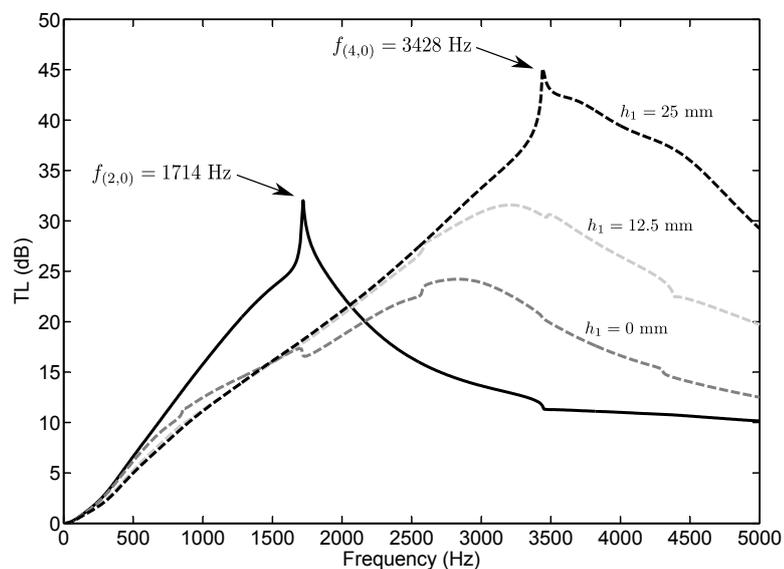


Figure 8: Predicted transmission loss for plane wave excitation with $N = 45$; — silencer A, - - - silencer B ($(h_1, h_5) = (25 \text{ mm}, 25 \text{ mm})$), - · - silencer B for $(h_1, h_5) = (12.5 \text{ mm}, 37.5 \text{ mm})$ and · · · $(h_1, h_5) = (0 \text{ mm}, 50 \text{ mm})$.

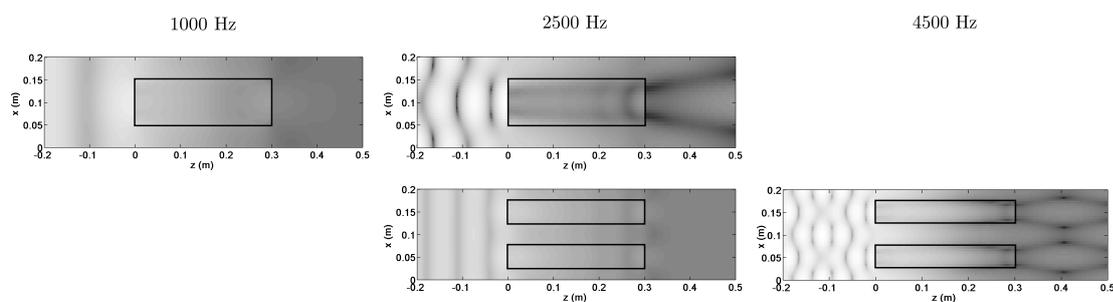


Figure 9: Sound pressure reconstruction, using the scheme presented, at 1000 Hz and 2500 Hz for silencer A (top), and at 2500 Hz and 4500 Hz for silencer B (bottom); here the minimum of the normed pressure field is in black.

mode, the latter is strongly coupled with higher modes in the silencer section and is likely to carry a substantial amount of acoustic energy (this energy could not be radiated below cut-off). This new contribution necessarily implies a reduction in TL and poorer performances. Fig. 9 typically illustrates the acoustic pressure field in both silencers. It shows the absence of mode coupling with the mode (2,0) for silencer B.

In order to examine the effects of asymmetry in the spatial arrangement of the baffles: the two baffles of silencer B were shifted to the bottom (in the x -direction). In the first scenario, we took $h_1 = 12.5$ mm and $h_2 = 0$ mm for the second configuration (see Fig. 4). The TL are shown in Fig. 8. These configurations are no longer symmetrical and in both cases, all modes are allowed to radiate. This yields poorer performances beyond the cut-off frequency of the first symmetric mode (2,0) as well as a smoothing of the TL curves around the peak. Note also that the second configuration shows a slight improvement of the performances below this frequency.

To push the analysis one step further, the three-baffle silencer C, shown in Fig. 4(c), is now investigated. Two scenarios are considered: the first corresponds to a conventional arrangement $L_1 = L_2 = 0$ and in the second scenario, two baffles have been shifted along the axial direction with $L_1 = 53.5$ mm and $L_2 = 19$ mm. In the latter case, there are seven domains and therefore six junctions for each of which a scattering matrix must be calculated. In order to give a fair comparison, the open area ratio and the length of the baffles are identical to those of silencers A and B. The results are shown in Fig. 10. The dark dashed curve corresponds to a standard three-baffle silencer, i.e. symmetrical and periodic. In the low frequency regime, before the first cut-off frequency, all three-baffle silencers give the same performances whereas in the medium frequency regime, silencer C produces the best results. Above the third cut-off frequency, the standard three-baffle silencer performs better. The effect of shifting the baffles axially is only visible in the high frequency range. This is partly due to the fact that the mode (6,0) is less excited and the acoustic power transmitted is reduced, showing a difference of nearly 8 dB in noise reduction. This illustrative example shows that the performance of parallel baffle-type silencers also depends on their geometrical configurations (namely the height of each baffle as well as their positions) and can be tailored to meet specific noise reduction targets. Silencer C, for instance, appears to be a good trade-off between the one-baffle and the three-baffle silencers.

Finally, the effect of a resistive screen is investigated. The presence of a

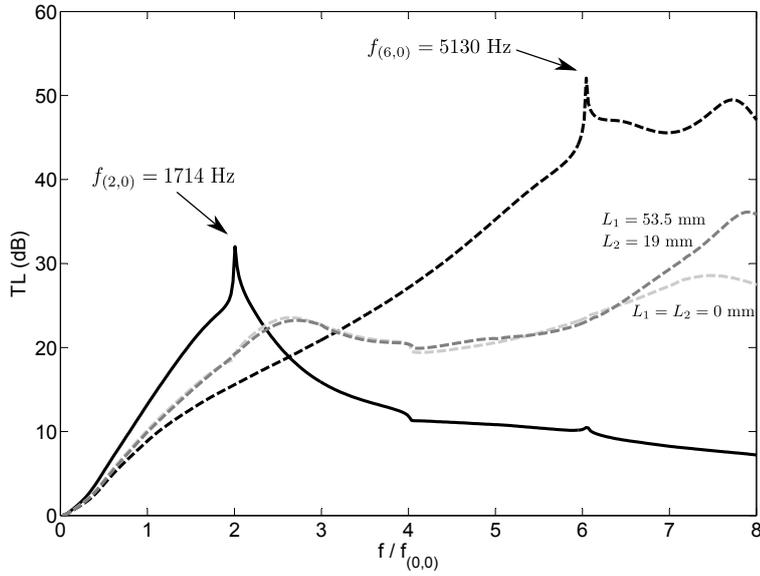


Figure 10: Predicted transmission loss for plane wave excitation. — Silencer A; --- standard three-baffles silencer; -.- silencer C with $(L_1, L_2) = (0 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$; .-. silencer C with $(L_1, L_2) = (53.5 \text{ mm}, 19 \text{ mm})$.

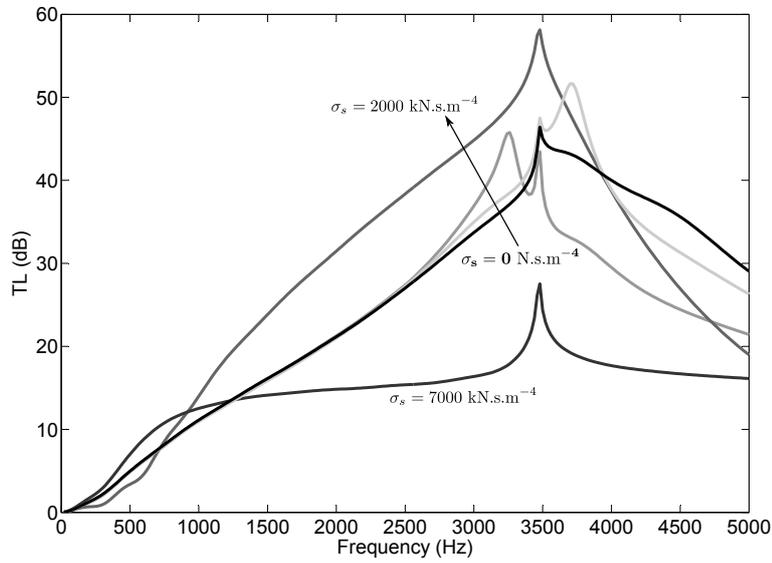


Figure 11: Predicted transmission loss for silencer B with a 0.3 mm thick resistive screen of resistivity σ_s between each layer of air and fibrous material, for plane wave excitation, with $N = 25$; the black line for silencer B for $\sigma_s = 0 \text{ N.s.m}^{-4}$, in grey lines from light to dark, for silencer B for $\sigma_s = 200, 500, 2000$ and 7000 kN.s.m^{-4} .

resistive screen between each layer of air and fibrous material can be easily taken into account in the numerical model. It is sufficient to modify the parameter $G_j = Z_s + 2(H_{j+1} + H_j)$ in Eq. (9) accordingly. To make things simpler, we consider the same screen for all the interfaces and, neglecting the reactance part, the impedance is given by the classical formula $Z_s = \sigma_s d$ where σ_s is the resistivity and d the screen thickness. Fig. 11 shows the influence of the resistivity on the performances of silencer B. As long as σ_s remains below that of the absorbing material, there is no visible effect on the TL curve. However, for higher values, i.e. $\sigma_s = 200 \text{ kN.s.m}^{-4}$ and 500 kN.s.m^{-4} , a secondary peak appears. This is the result of a resonant effect within the baffle induced by the resistive screen. Finally, as resistivity increases the screen acts as a rigid wall and the shape of the TL curve resembles that of a purely reactive expansion chamber.

4.2. Analysis in terms of acoustic power

The performance of symmetrical and periodic parallel-baffle silencers is now discussed using power balance. The energy conservation condition implies that the incident sound field is equal to the sum of the reflected, dissipated and transmitted sound powers. The evolution of the reflected, transmitted and dissipated sound powers is then examined as a function of the frequency in Fig. 12 for both silencers A and B. It can be seen that three regimes stand out: (i) dissipation increases sharply until reflection becomes higher than transmission; (ii) reflection increases to the detriment of dissipation, while transmission keeps decreasing until it reaches nearly zero at the cut-on of the mode (2,0) for silencer A and (4,0) for silencer B; (iii) finally, the transmitted sound power starts increasing slowly once the selected mode (2,0) (or (4,0)) becomes propagative. This occurs at the cost of the reflected sound powers. These three regimes allow interpreting the different slopes of the TL.

4.3. Low frequency approximation

The evolution of sound powers for silencers A and B, show that dissipation prevails until reflection becomes higher than transmission (first regime). Therefore silencer performance is almost entirely due to dissipative effects. We show here that at low frequencies the TL of symmetrical silencers, with periodic arrangement of the baffles, can be approximated by determining only the attenuation in the silencer section.

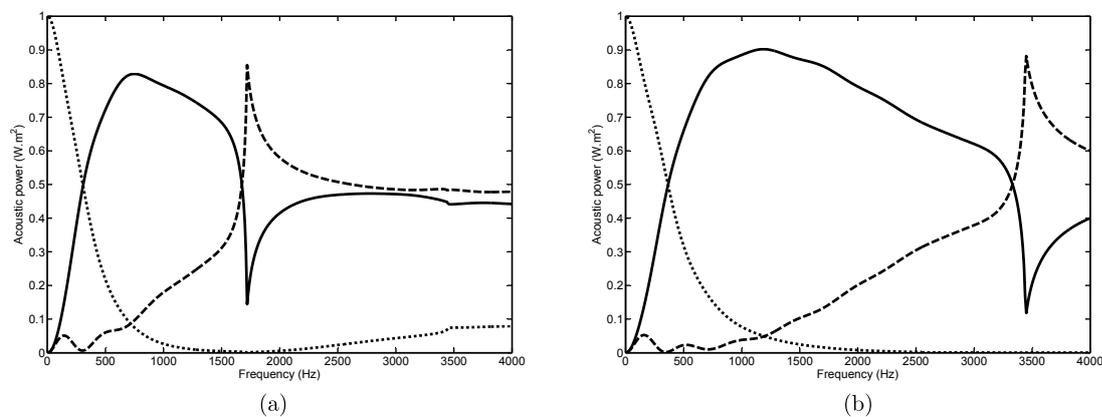


Figure 12: Evolution of the sound powers: (a) silencer A, (b) silencer B; — dissipated sound power, - - - reflected sound power, ··· transmitted sound power.

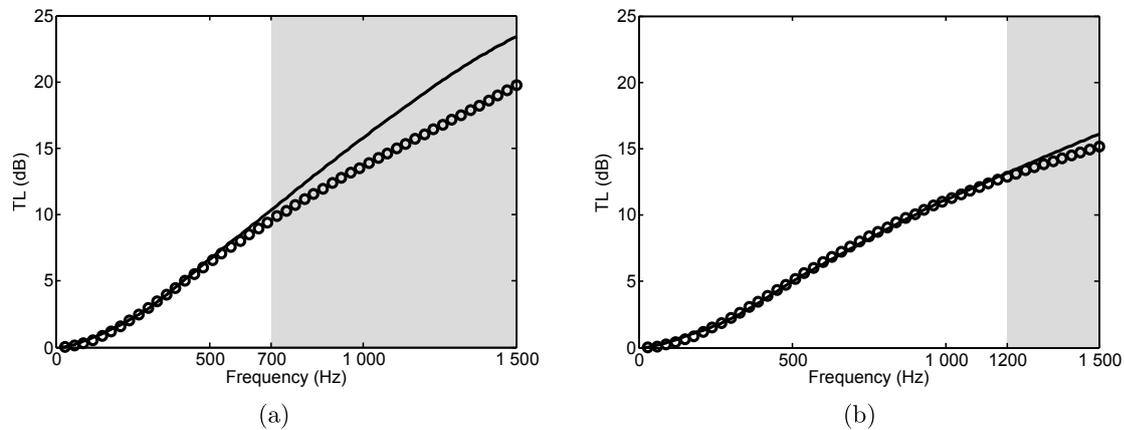


Figure 13: Numerical transmission loss and analytical attenuation for plane wave excitation with symmetrical geometries; — numerical TL and \circ analytical attenuation. (a) silencer A, (b) silencer B.

This periodic arrangement of the baffles allows obtaining a simplified equivalent geometry of the silencer by taking into account the different symmetries [10]. Thus for silencers A and B, the equivalent geometry is made up of two layers: one airway and one baffle of height h_1 . The two axial wavenumbers k_1 and k_2 in the silencer section are then determined using the model presented above. The final eigenvalue problem can be solved analytically as described in Appendix B. The attenuation of the silencer is finally given by the least attenuated mode:

$$\text{Att} = 8.686 \text{Im}(k_1)L. \quad (35)$$

Comparison between numerical TL and analytical attenuation is shown in Fig. 13 for silencers A and B. Good agreement is found in both cases up to a limit frequency above which reflection becomes higher than transmission (grey zones). For silencers A and B the limit frequency is respectively 700 Hz and 1200 Hz.

5. Conclusion

In this paper, we presented a two-dimensional multimodal model for the simulation of acoustic propagation through parallel-baffle silencers. The numerical model relies mainly on the computation of approximate acoustic modes for the mean pressure in each layer corresponding either to the airway or the baffle. In this respect, it bears some resemblance with classical FEM as each layer or sublayer can be viewed as a constant element approximation with the subtle difference that the degrees of freedom are not the nodal values of the pressure but its average value across the layer. The method offers the advantage that it greatly simplifies the mode matching procedure at the junction between successive domains and it can be used to tackle relatively complex geometrical configurations with the possibility of taking into account the presence of resistive screens between the porous baffle and the air domain. It is also an easy-to-implement and relatively inexpensive model suitable for optimization purposes.

For a plane wave excitation, comparisons with experimental data were carried out by the authors for two standard configurations: a one parallel-baffle silencer and a two parallel-baffle silencer with the same open area ratio. Good agreement was found in both cases even in the vicinity of the peaks in the TL curves.

More complex configurations were simulated in order to examine the influence of silencer symmetry and periodicity on the modal coupling and acoustic performances. Investigations were conducted by varying the number of baffles, the height of each baffle and their relative positions along both the axial and transverse directions. The impact due to the presence of resistive screens on noise reduction was also examined. Although symmetrical and periodic configurations provide very good performances it was shown that more complex configurations can be useful in order to meet specific noise reduction targets. A low-frequency analytical model was developed to determine the axial wavenumbers of silencers with periodic baffle arrangements. It was shown that, up to a limit frequency, it is possible to approximate transmission loss accurately. This analytical model can be used as a preliminary design tool for parallel baffle silencers.

Work is ongoing by the authors to develop optimization procedures for larger size systems, based on a selected number of design parameters (height, position and material properties) and more complex configurations which accentuate the reactive behaviour of the silencer with resonant cavities.

Acknowledgement

The authors would like to thank the ANRT (Association Nationale de la Recherche et de la Technologie) for their financial support.

Appendix A: the limp frame model

The limp frame model [14, 15, 16] assumes that the bulk stiffness of the porous skeleton is neglected. Sound propagation can be characterized by an effective compressibility κ_{eq} and density ρ_ℓ , which are complex-valued and frequency dependent. As in the rigid frame model [17], the compressibility of the limp model is the modified compressibility of the saturating fluid and is given by

$$\kappa_{eq}(\omega) = \phi \kappa_0 \left(\gamma - (\gamma - 1) \left[1 - \frac{8\mu}{i\omega\rho_0\text{Pr}\Lambda^2} G'(\omega) \right]^{-1} \right), \quad (\text{A .1})$$

with

$$G'(\omega) = \sqrt{1 - i \frac{\omega\rho_0\text{Pr}\Lambda^2}{16\mu}}, \quad (\text{A .2})$$

where ϕ is the porosity, γ the ratio of the specific heats of the air, μ the air viscosity, Pr the Prandlt number and Λ' the thermal characteristic length. The inertia of the solid phase is accounted for in the effective density of the fluid:

$$\rho_\ell(\omega) = \frac{\rho_{eq}(\omega)\rho_t - \rho_0^2}{\rho_t + \rho_{eq}(\omega) - 2\rho_0}, \quad (\text{A .3})$$

where $\rho_t = \rho_1 + \phi\rho_0$ is the total apparent mass of the equivalent fluid limp medium, ρ_1 is the density of the skeleton and $\rho_{eq}(\omega)$ is the effective density accounting for the rigid frame model given by

$$\rho_{eq}(\omega) = \frac{\alpha_\infty\rho_0}{\phi} \left[1 - \frac{1}{i\hat{\omega}} G(\omega) \right], \quad (\text{A .4})$$

with

$$G(\omega) = \sqrt{1 - i\frac{\hat{M}}{2}\hat{\omega}}. \quad (\text{A .5})$$

Here, $\hat{\omega} = \frac{\omega\alpha_\infty\rho_0}{\phi\sigma}$ is the dimensionless frequency and $\hat{M} = \frac{8\alpha_\infty\mu}{\phi\Lambda^2\sigma}$ the form factor, where σ is the air flow resistivity, α_∞ the tortuosity and Λ the viscous characteristic length.

Appendix B: analytical axial wavenumbers of silencers with two layers

The method presented in the present paper is applied here for a silencer with two layers which allows the eigenvalue problem to be solved analytically. The results bear resemblances to those of [13] for a coaxial cylindrical dissipative silencer. The equality (9) for the transverse celerity at the air-porous interface $x = x_1 = h_1$ (recall that $x_0 = 0$ and $x_2 = h_x = h_1 + h_2$) is simply

$$G_1 V_1 = \bar{P}_2 - \bar{P}_1, \quad (\text{B .1})$$

which yields the eigenvalue problem (see Eq. (16)):

$$\begin{pmatrix} \Gamma_1 + \frac{Z_1}{G_1} & \frac{-Z_1}{G_1} \\ \frac{-Z_2}{G_1} & \Gamma_2 + \frac{Z_2}{G_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \end{pmatrix} = -k^2 \begin{pmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{B .2})$$

The eigenequation for the wavenumber becomes:

$$k^4 + \left(\Gamma_1 + \Gamma_2 + \frac{(Z_1 + Z_2)}{G_1} \right) k^2 + \Gamma_1\Gamma_2 + \frac{(\Gamma_1 Z_2 + \Gamma_2 Z_1)}{G_1} = 0. \quad (\text{B .3})$$

The two wavenumbers are

$$k_1^2 = -\frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{2} - \frac{(Z_1 + Z_2)}{2G_1}(1 - A), \quad (\text{B .4})$$

$$k_2^2 = -\frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2)}{2} - \frac{(Z_1 + Z_2)}{2G_1}(1 + A), \quad (\text{B .5})$$

where

$$A = \left(1 + \frac{(\Gamma_1 - \Gamma_2)G_1}{(Z_1 + Z_2)^2} [(\Gamma_1 - \Gamma_2)G_1 + 2(Z_1 - Z_2)] \right)^{1/2}. \quad (\text{B .6})$$

References

- [1] R. J. Astley, A. Cummings, A finite element scheme for attenuation in ducts lined with porous material: comparison with experiment, *J. Sound Vib.* 116 (2) (1987) 239–263.
- [2] K. S. Peat, K. L. Rathi, A finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers, *J. Sound Vib.* 184 (3) (1995) 529–545.
- [3] O. Z. Mehdizadeh, M. Paraschivoiu, A three-dimensional finite element approach for predicting the transmission loss in mufflers and silencers with no mean flow, *Appl. Acoust.* 66 (2005) 902–918.
- [4] B. Nennig, M. Ben Tahar, E. Perrey-Debain, A displacement-pressure finite element formulation for analyzing the sound transmission in ducted shear flows with finite poroelastic lining, *J. Acoust. Soc. Am.* 130 (1) (2011) 42–51.
- [5] D. Borelli, C. Schenone, A finite element model to predict sound attenuation in lined and parallel-baffle rectangular ducts, *HVAC&R Research* 18 (3) (2012) 390–405.
- [6] T. W. Wu, C. Y. R. Cheng, P. Zhang, A direct mixed-body boundary element method for packed silencers, *J. Acoust. Soc. Am.* 111 (6) (2002) 2566–2572.
- [7] S.-H. Ko, Theoretical analysis of sound attenuation in acoustically lined flow ducts separated by porous splitters (rectangular, annular and circular ducts), *J. Sound Vib.* 39 (4) (1975) 471–487.

- [8] A. Cummings, N. Sormaz, Acoustic attenuation in dissipative splitter silencers containing mean fluid flow, *J. Sound Vib.* 168 (2) (1993) 209–227.
- [9] F. P. Mechel, Theory of baffle-type silencers, *Acustica* 70 (1990) 93–111.
- [10] F. P. Mechel, Numerical results to the theory of baffle-type silencers, *Acustica* 72 (1990) 7–20.
- [11] K. L. Tam, F. J. Fahy, A theoretical and experimental investigation of sound intensity distribution within a splitter silencer, *J. Sound Vib.* 151 (2) (1991) 213–246.
- [12] R. Kirby, The influence of baffle fairings on the acoustic performance of rectangular splitter silencers, *J. Acoust. Soc. Am.* 118 (4) (2005) 2302–2312.
- [13] Y. Aurégan, A. Debray, R. Starobinski, Low frequency sound propagation in a coaxial cylindrical duct: application to sudden area expansions and to dissipative silencers, *J. Sound Vib.* 243 (3) (2001) 461–473.
- [14] O. Doutres, N. Dauchez, J.-M. Génevaux, O. Dazel, Validity of the limp model for porous materials: a criterion based on the Biot theory, *J. Acoust. Soc. Am.* 122 (4) (2007) 2038–2048.
- [15] R. Panneton, Comments on the limp frame equivalent fluid model for porous media, *J. Acoust. Soc. Am.* 122 (6) (2007) 217–222.
- [16] O. Doutres, N. Dauchez, J.-M. Génevaux, O. Dazel, A frequency independent criterion for describing sound absorbing materials by a limp frame model, *Acta Acust. United Ac.* 95 (2009) 178–181.
- [17] J.-F. Allard, N. Atalla, *Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials*, 2nd Edition, John Wiley, 2009.
- [18] A. Cummings, I.-J. Chang, Sound attenuation of a finite length dissipative flow duct silencer with internal mean flow in the absorbent, *J. Sound Vib.* 127 (1) (1988) 1–17.
- [19] B. Nennig, E. Perrey-Debain, M. Ben Tahar, A mode matching method for modeling dissipative silencers lined with poroelastic materials and containing mean flow, *J. Acoust. Soc. Am.* 128 (6) (2010) 3308–3320.

- [20] G. Gabard, R. J. Astley, A computational mode matching approach for sound propagation in three-dimensional ducts with flow, *J. Sound Vib.* 315 (2008) 1103–1124.
- [21] R. Kirby, J. B. Lawrie, A point collocation approach to modelling large dissipative silencers, *J. Sound Vib.* 286 (4) (2005) 313–339.
- [22] B. Nennig, Y. Renou, J.-P. Groby, Y. Aurégan, A mode matching approach for modeling two dimensional porous grating with infinitely rigid or soft inclusions, *J. Acoust. Soc. Am.* 131 (5) (2012) 3841–3852.
- [23] H. Trabelsi, N. Zerbib, J.-M. Ville, F. Foucart, Passive and active acoustic properties of a diaphragm at low mach number, *Eur. J. Comp. Mech.* 20 (1-4) (2011) 49–71.

Chapitre 4

Conception de solutions optimisées en basses fréquences pour les silencieux à baffles parallèles

Rappel : pour des raisons de confidentialité, ce chapitre ne figure pas dans cette version.

Conclusion générale

Ce travail de thèse a porté sur l'efficacité acoustique des silencieux à baffles parallèles dans les réseaux aérauliques du bâtiment. Il répond à deux problématiques initiales suivantes : (i) il n'existe pas d'outils de prédiction des performances pour ce type de silencieux pouvant s'intégrer dans un modèle plus large de réseau acoustique et, (ii) l'efficacité en basses fréquences de ces silencieux peut s'avérer être insuffisante au regard des contraintes d'encombrement et des pertes de charge tolérées dans les réseaux CVC. Les résultats de ce travail ont été présentés suivant quatre parties. Un état de l'art général des silencieux passifs a été présenté au chapitre 1 pour examiner leur comportement et introduire les différentes méthodes de modélisation. Le chapitre 2 a donné le cadre théorique nécessaire à la construction du modèle développé pour la prédiction des performances (TL). Le modèle limp choisi pour modéliser la propagation acoustique dans le matériau poreux y est présenté. Les contributions originales de ce travail, présentées dans les chapitres 3 et 4, résident dans le modèle développé et utilisé pour appréhender les différentes pistes d'amélioration basses fréquences. Nous rappelons brièvement leurs conclusions.

Un modèle bidimensionnel multimodal à "couches" a été développé pour simuler la propagation acoustique à travers une large variété de silencieux à baffles parallèles afin d'estimer et analyser leur efficacité. Ce modèle numérique repose principalement sur le calcul des modes acoustiques pour la pression moyenne dans chaque couche. À cet égard, il a une certaine ressemblance avec la FEM classique à l'exception de la définition des degrés de liberté qui ont été choisis ici comme la valeur moyenne de la pression dans la couche. Cette méthode a pour avantage de simplifier grandement la procédure de raccordement modal à l'interface entre deux domaines successifs. C'est un modèle facilement implémentable et approprié à des procédures d'optimisation de par sa rapidité et sa facilité de mise en données. Il a été validé expérimentalement lors de deux campagnes de mesure à des échelles réduite et réelle.

Ces deux campagnes d'essais ainsi que celles effectuées par la suite ont contribué à élaborer un catalogue de données expérimentales sur ces silencieux. Par ailleurs, on a pu noter que très peu de données en bandes fines étaient disponibles dans la littérature, donnant accès à la contribution de modes élevés. Les résultats de mesure à échelle réelle correspondent au IL du silencieux, indice utilisé par les BET acoustiques car il est plus proche de la réalité en prenant en compte l'environnement du silencieux. Toutefois, on a montré que dans le cas d'un silencieux plus réactif, le IL n'est pas forcément le même lorsque les dimensions du conduit le reliant au local de réception sont différentes. Dans les mêmes conditions, il a été montré que la comparaison entre les deux indices de performance des silencieux, à savoir le TL et le IL, peut être délicate.

Des premières pistes d'amélioration basses fréquences ont été examinées dans le cas de silencieux standards concernant l'influence du nombre de baffle, de la symétrie et de la périodicité du silencieux sur le couplage modal et les performances acoustiques. Nous avons montré que lorsque les baffles sont identiques et disposés en pile (c'est à dire qu'ils ne forment qu'un seul domaine), les meilleures performances sur l'ensemble du spectre fréquentiel sont obtenues lorsque l'empilement est périodique et symétrique. Toutefois, il est possible d'améliorer leur efficacité en basses fréquences en réduisant le nombre de baffles dans le conduit tout en conservant le même pourcentage de voie d'air. Cela revient donc à augmenter la hauteur des baffles restants. Toutefois, les performances de ce silencieux sont dégradées pour des fréquences supérieures à la fréquence de coupure du second mode, sélectionné suivant la règle de Mechel. Nous avons montré aussi qu'une asymétrie dans la hauteur des baffles ou bien dans leurs dispositions axiales ou transverses dans le conduit induit de meilleures performances en-dessous de la fréquence de coupure du premier mode symétrique du conduit mais les dégrade au-delà de cette fréquence.

L'enjeu a donc été ensuite de concevoir de nouvelles configurations permettant d'obtenir de meilleures performances en basses fréquences sans trop détériorer l'efficacité aux fréquences supérieures.

Les perspectives de ce travail peuvent s'orienter suivant deux axes. D'une part, la prise en compte des vibrations de structure (conduit, cadre métallique, tôle) permettrait de prendre en compte les transmissions acoustiques structurales qui court-circuitent le silencieux et augmentent l'écart entre le TL simulé et le IL mesuré au environ de la fréquence de coupure du second mode, sélectionné selon la règle de Mechel.

Références

- [1] Décret n° 2006-1099 du 31 août 2006 relatif à la lutte contre les bruits de voisinage et modifiant le code de la santé publique.
- [2] Arrêté du 30 juin 1999 relatif aux caractéristiques acoustiques des bâtiments d'habitation.
- [3] NF S 31-080 :2006, Acoustique - Bureaux et espaces associés - Niveaux et critères de performances acoustiques par type d'espace.
- [4] R. Cyssau, D. Palenzuela, and E. Francois. Bruit des équipements. *Collection des guides de l'AICVF, CoSTIC, Edition PYC*, 1997.
- [5] NF EN ISO 7235 :2009, Acoustique - Modes opératoires de mesure en laboratoire pour silencieux en conduit et unités terminales - Perte d'insertion, bruit d'écoulement et perte de pression totale.
- [6] ASHRAE Handbook. *Sound and vibration control*. ASHRAE Inc., USA Applications, Chapter 43, 1995.
- [7] M. Terao, Hi. Sekine, and M. Itoh. Comparison between wave theory and energy method in acoustic prediction of hvac duct networks. *Proceedings of Building Simulation'99*, 3,1389–1396, 1999.
- [8] H. Chaouchi. Étude acoustique des réseaux aérauliques. Master's thesis, École Supérieure de Mécanique de Marseille, 2003.
- [9] A. Guédel. Bruit des ventilateurs. Partie 2. *Techniques de l'ingénieur, Génie mécanique*, 2002.
- [10] F. Hurstel. Caractérisation des effets membranes dans les silencieux. Master's thesis, École Supérieure de Mécanique de Marseille, 2004.
- [11] M. De Rochambeau. Modélisation de silencieux à baffles parallèles à membrane. Master's thesis, École Centrale de Lyon, 2006.
- [12] J. Le Nabat. Étude du comportement acoustique d'un silencieux rectangulaire à baffles parallèles. Master's thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2007.
- [13] R. Binois, N. Dauchez, J.-M. Ville, E. Perrey-Debain, and G. Beillard. Modeling of cylindrical baffle mufflers for low frequency sound propagation. In *Acoustics 2012, Nantes, France*, 2012.
- [14] Y. Aurégan, A. Debray, and R. Starobinski. Low frequency sound propagation in a coaxial cylindrical duct : application to sudden area expansions and to dissipative silencers. *J. Sound Vib.*, 243(3),461–473, 2001.
- [15] R. Binois, E. Perrey-Debain, B. Nennig, N. Dauchez, J.-M. Ville, and G. Beillard. On the efficiency of parallel baffle silencers in rectangular ducts : prediction and measurement. Soumis à *J. Sound Vib.*

- [16] R. Comolet. *Mécanique expérimentale des fluides : Statique et dynamique des fluides non visqueux*, volume 1. Dunod, 1961.
- [17] J. Lavrentjev and M. Åbom. Characterization of fluid machines as acoustic multi-port sources. *J. Sound Vib.*, 197(1),1 – 16, 1996.
- [18] H. Trabelsi, N. Zerbib, J.-M. Ville, and F. Foucart. Passive and active acoustic properties of a diaphragm at low mach number. *Eur. J. Comp. Mech.*, 20(1-4),49–71, 2011.
- [19] M. Åbom. Measurement of the scattering-matrix of acoustical two-ports. *Mech. Syst. Signal Pr.*, 5(2),89 – 104, 1991.
- [20] H. Bodén. On multi-load methods for determination of the source data of acoustic one-port sources. *J. Sound Vib.*, 180(5),725 – 743, 1995.
- [21] A. Sittel, J.-M. Ville, and F. Foucart. Multiload procedure to measure the acoustic scattering matrix of a duct discontinuity for higher order mode propagation conditions. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(5),2478–2490, 2006.
- [22] M. Knutsson, H. Bodén, and J. Lennblad. On extraction of ic-engine intake acoustic source data from non-linear simulations. In *12th International Congress on Sound and Vibration (ICSV12)*, Lisbon, Portugal, 2005.
- [23] M. L. Munjal and L. J. Eriksson. An analytical, one-dimensional, standing wave model of a linear active noise control system in a duct. *J. Acoust. Soc. Am.*, 84(3),1086–1093, 1988.
- [24] M. L. Munjal and L. J. Eriksson. Analysis of a hybrid noise control system for a duct. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86(2),832–834, 1989.
- [25] N. Sellen, M. Cuesta, and M. A. Galland. Noise reduction in a flow duct : implementation of a hybrid passive/active solution. *J. Sound Vib.*, 297,492–511, 2006.
- [26] M. L. Munjal. *Acoustics of ducts and Mufflers : with application to Exhaust and Ventilation System Design*. John Wiley, 1987.
- [27] T. Y. Lung and A. G. Doige. A time-averaging transient testing method for acoustic properties of piping systems and mufflers with flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, 73(3),867–876, 1983.
- [28] K. S. Peat. The acoustical impedance at discontinuities of ducts in the presence of a mean flow. *J. Sound Vib.*, 127(1),123 – 132, 1988.
- [29] F. C. Karal. The analogous acoustical impedance for discontinuities and constrictions of circular cross section. *J. Acoust. Soc. Am.*, 25(2),327–334, 1953.
- [30] U. Ingard. On the radiation of sound into a circular tube, with an application to resonators. *J. Acoust. Soc. Am.*, 20(5),665–682, 1948.
- [31] J. W. Miles. The analysis of plane discontinuities in cylindrical tubes. part I. *J. Acoust. Soc. Am.*, 17(3),259–271, 1946.
- [32] A. D. Sahasrabudhe, M. L. Munjal, and S. Anantha Ramu. Analysis of inertance due to the higher order mode effects in a sudden area discontinuity. *J. Sound Vib.*, 185(3),515 – 529, 1995.
- [33] J. Kergomard and A. Garcia. Simple discontinuities in acoustic waveguides at low frequencies : critical analysis and formulae. *J. Sound Vib.*, 114(3),465–479, 1987.

- [34] Y. Aurégan. Comportement aéro-acoustique basses fréquences d'une expansion brusque. In *Congrès Français de Mécanique*, Toulouse, 1999.
- [35] S. Boij and B. Nilsson. Reflection of sound at area expansions in a flow duct. *J. Sound Vib.*, 260(3),477 – 498, 2003.
- [36] V. Easwaran and M. L. Munjal. Transfer matrix modeling of hyperbolic and parabolic ducts with incompressible mean flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, 90(4),2163–2172, 1991.
- [37] V. Easwaran and M. L. Munjal. Plane wave analysis of conical and exponential pipes with incompressible mean flow. *J. Sound Vib.*, 152(1),73 – 93, 1992.
- [38] R. J. Alfredson. The propagation of sound in a circular duct of continuously varying cross-sectional area. *J. Sound Vib.*, 23(4),433 – 442, 1972.
- [39] V. Pagneux, N. Amir, and J. Kergomard. A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. part I. theory and validation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100(4),2034–2048, 1996.
- [40] R. J. Astley and W. Eversman. Acoustic transmission in non-uniform ducts with mean flow, part II : The finite element method. *J. Sound Vib.*, 74(1),103 – 121, 1981.
- [41] K. N. Rao and M. L. Munjal. Experimental evaluation of impedance of perforates with grazing flow. *J. Sound Vib.*, 108(2),283–295, 1986.
- [42] J. W. Sullivan and M. J. Crocker. Analysis of concentric-tube resonators having unpartitioned cavities. *J. Acoust. Soc. Am.*, 64(1),207–215, 1978.
- [43] J. W. Sullivan. A method for modeling perforated tube muffler components. II : Applications. *J. Acoust. Soc. Am.*, 66,779–788, 1979.
- [44] S.-H. Seo and Y.-H. Kim. Silencer design by using array resonators for low-frequency band noise reduction. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(4),2332–2338, 2005.
- [45] M.-C. Chiu. Numerical assessment for a broadband and tuned noise using hybrid mufflers and a simulated annealing method. *J. Sound Vib.*, 332(12),2923 – 2940, 2013.
- [46] O. Richoux, E. Morand, and L. Simon. Analytical study of the propagation of acoustic waves in a 1D weakly disordered lattice. *Annals of Physics*, 324,1983–1995, 2009.
- [47] J. W. Sullivan. A method for modeling perforated tube muffler components. I : Theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 66(3),772–778, 1979.
- [48] H. Bodén and R. Glav. *Exhaust and Intake Noise and Acoustical Design of Mufflers and Silencers*, chapter 85, pages 1034–1053. John Wiley & Sons, 2008.
- [49] G. W. Stewart. The theory of the herschel-quincke tube. *Phys. Rev.*, 31,696 – 698, 1928.
- [50] A. Selamet and N. S. Dickey. The herschel-quincke tube : a theoretical computational and experimental investigation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 96,3177 – 3185, 1994.
- [51] R. Maréchal. *Modélisation par méthode mixte analytique-numérique de la matrice de diffusion d'un conduit traité de longueur finie avec tubes Herschel-Quincke intégrés. Application à la réduction du bruit de soufflante*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2011.

- [52] T. F. W. Embleton. *Noise and vibration control*, chapter 12, Mufflers, pages 362 – 405. 1971.
- [53] J.-G. Ih and B.-H. Lee. Analysis of higher-order mode effects in the circular expansion chamber with mean flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, 77(4),1377–1388, 1985.
- [54] L. J. Eriksson. Effect of inlet/outlet locations on higher order modes in silencers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 72(4),1208–1211, 1982.
- [55] M. Åbom. Derivation of four-pole parameters including higher order mode effects for expansion chamber mufflers with extended inlet and outlet. *J. Sound Vib.*, 137(3),403 – 418, 1990.
- [56] L. Huang. Modal analysis of a drum-like silencer. *J. Acoust. Soc. Am.*, 112,2014 – 2025, 2002.
- [57] L. Huang. Parametric study of a drum-like silencer. *J. Sound Vib.*, 269,467 – 488, 2004.
- [58] L. Huang. Broadband sound reflection by plates covering side-branch cavities in a duct. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119,2628 – 2638, 2006.
- [59] C. Wang, L. cheng, and L. Huang. Realization of a broadband low-frequency plate silencer using sandwich plates. *J. Sound Vib.*, 318,792 – 808, 2008.
- [60] J. B. Lawrie and I. M. M. Guled. On tuning a reactive silencer by varying the position of an internal membrane. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(2),780 – 790, 2006.
- [61] L. Huang. Attenuation of low frequency duct noise by a flute-like silencer. *J. Sound Vib.*, 326,161 – 176, 2009.
- [62] P. M. Morse. The transmission of sound inside pipes. *J. Acoust. Soc. Am.*, 11(2),205–210, 1939.
- [63] R. A. Scott. The propagation of sound between walls of porous material. *P. Phys. Soc.*, 58(4),358–368, 1946.
- [64] A. Cummings. Sound attenuation in ducts lined on two opposite walls with porous material, with some applications to splitters. *J. Sound Vib.*, 49(1),9–35, 1976.
- [65] D. C. Pridmore-Brown. Sound propagation in a fluid flowing through an attenuating duct. *J. Acoust. Soc. Am.*, 30(7),670 – 670, 1958.
- [66] W. Frommhold and F. P. Mechel. Simplified methods to calculate the attenuation of silencers. *J. Sound Vib.*, 141(1),103 – 125, 1990.
- [67] R. J. Astley and A. Cummings. A finite element scheme for attenuation in ducts lined with porous material : comparison with experiment. *J. Sound Vib.*, 116(2),239–263, 1987.
- [68] R. J. Astley. A comparative note on the effects of local versus bulk reaction models for air moving ducts lined on all sides. *J. Sound Vib.*, 117(1),191 – 197, 1987.
- [69] S. K. Kakoty and V. K. Roy. Bulk reaction modeling of ducts with and without mean flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, 112(1),75–83, 2002.
- [70] K. S. Peat and K. L. Rathi. A finite element analysis of the convected acoustic wave motion in dissipative silencers. *J. Sound Vib.*, 184(3),529–545, 1995.
- [71] O. Z. Mehdizadeh and M. Paraschivoiu. A three-dimensional finite element approach for predicting the transmission loss in mufflers and silencers with no mean flow. *Appl. Acoust.*, 66,902–918, 2005.

- [72] B. Nennig, M. Ben Tahar, and E. Perrey-Debain. A displacement-pressure finite element formulation for analyzing the sound transmission in ducted shear flows with finite poroelastic lining. *J. Acoust. Soc. Am.*, 130(1),42–51, 2011.
- [73] D. Borelli and C. Schenone. A finite element model to predict sound attenuation in lined and parallel-baffle rectangular ducts. *HVAC&R Research*, 18(3),390–405, 2012.
- [74] S.-H. Ko. Theoretical analysis of sound attenuation in acoustically lined flow ducts separated by porous splitters (rectangular, annular and circular ducts). *J. Sound Vib.*, 39(4),471–487, 1975.
- [75] A. Cummings and N. Sormaz. Acoustic attenuation in dissipative splitter silencers containing mean fluid flow. *J. Sound Vib.*, 168(2),209–227, 1993.
- [76] F. P. Mechel. Theory of baffle-type silencers. *Acustica*, 70,93–111, 1990.
- [77] F. P. Mechel. Numerical results to the theory of baffle-type silencers. *Acustica*, 72,7–20, 1990.
- [78] K. L. Tam and F. J. Fahy. A theoretical and experimental investigation of sound intensity distribution within a splitter silencer. *J. Sound Vib.*, 151(2),213–246, 1991.
- [79] R. Kirby and J. B. Lawrie. A point collocation approach to modelling large dissipative silencers. *J. Sound Vib.*, 286(4),313–339, 2005.
- [80] R. Kirby. The influence of baffle fairings on the acoustic performance of rectangular splitter silencers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118(4),2302–2312, 2005.
- [81] P. Brandstätter, W. Frommhold, and M. J. Fisher. Program for the computation of absorptive silencers in straight ducts. *Appl. Acoust.*, 43(1),19 – 38, 1994.
- [82] A. Cummings and R. J. Astley. The effects of flanking transmission on sound attenuation in lined ducts. *J. Sound Vib.*, 179(4),617 – 646, 1995.
- [83] P. T. Soderman. Design and performance of resonant-cavity parallel baffles for duct silencing. *Noise Control Eng. J.*, 17,12–21, 1981.
- [84] P. T. Soderman. A study of resonant-cavity and fiberglass-filled parallel baffles as duct silencers. Technical report, National Aeronautics and Space Administration. Ames Research Center, Moffett Field, CA, 1982.
- [85] H. V. Fuchs. *Applied Acoustics : Concepts, Absorber, and Silencers for Acoustical Comfort and Noise Control*. Springer Berlin Heidelberg, 2013.
- [86] M. L. Munjal, A. G. Galaitsis, and I. L. Vèr. *Passive Silencers*, chapter 9, pages 279–343. John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [87] R. Kirby. A comparison between analytic and numerical methods for modelling automotive dissipative silencers with mean flow. *J. Sound Vib.*, 325(3),565 – 582, 2009.
- [88] K. S. Peat. A transfer matrix for an absorption silencer element. *J. Sound Vib.*, 146(2),353–360, 1991.
- [89] R. Kirby. Simplified techniques for predicting the transmission loss of a circular dissipative silencer. *J. Sound Vib.*, 243(3),403 – 426, 2001.
- [90] A. Selamet, M. B. Xu, I.-J. Lee, and N. T. Huff. Analytical approach for sound attenuation in perforated dissipative silencers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(5),2091–2099, 2004.

- [91] I. Lee, A. Selamet, and N. T. Huff. Impact of perforation impedance on the transmission loss of reactive and dissipative silencers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 120(6),3706–3713, 2006.
- [92] A. Cummings and I.-J. Chang. Sound attenuation of a finite length dissipative flow duct silencer with internal mean flow in the absorbent. *J. Sound Vib.*, 127(1),1–17, 1988.
- [93] A. Cummings and I.-J. Chang. Acoustic propagation in porous media with internal mean flow. *J. Sound Vib.*, 114(3),565 – 581, 1987.
- [94] A. Cummings and I.-J. Chang. Internal mean flow effects on the characteristics of bulk-reacting liners in circular ducts. *Acta Acust. united Ac.*, 64(4), 1987.
- [95] R. Glav. The point-matching method on dissipative silencers of arbitrary cross-section. *J. Sound Vib.*, 189(1),123 – 135, 1996.
- [96] R. Glav. The transfer matrix for a dissipative silencer of arbitrary cross-section. *J. Sound Vib.*, 236(4),575 – 594, 2000.
- [97] R. Kirby. Transmission loss predictions for dissipative silencers of arbitrary cross section in the presence of mean flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114,200, 2003.
- [98] R. Kirby and F. D. Denia. Analytic mode matching for a circular dissipative silencer containing mean flow and a perforated pipe. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(6),3471–3482, 2007.
- [99] G. Gabard and R. J. Astley. A computational mode matching approach for sound propagation in three-dimensional ducts with flow. *J. Sound Vib.*, 315,1103–1124, 2008.
- [100] B. Nennig, E. Perrey-Debain, and M. Ben Tahar. A mode matching method for modeling dissipative silencers lined with poroelastic materials and containing mean flow. *J. Acoust. Soc. Am.*, 128(6),3308–3320, 2010.
- [101] S. Bilawchuk and K. R. Fyfe. Comparison and implementation of the various numerical methods used for calculating transmission loss in silencer systems. *Appl. Acoust.*, 64(9),903 – 916, 2003.
- [102] A. F. Seybert, R. A. Seman, and M. D. Lattuca. Boundary element prediction of sound propagation in ducts containing bulk absorbing materials. *J. Vib. Acoust.*, 120(4),976–981, 1998.
- [103] T. W. Wu, P. Zhang, and C. Y. R. Cheng. Boundary element analysis of mufflers with an improved method for deriving the four-pole parameters. *J. Sound Vib.*, 217(4),767 – 779, 1998.
- [104] A. Selamet, I. J. Lee, and N. T. Huff. Acoustic attenuation of hybrid silencers. *J. Sound Vib.*, 262(3),509 – 527, 2003.
- [105] A. Craggs. A finite element method for modelling dissipative mufflers with a locally reactive lining. *J. Sound Vib.*, 54(2),285 – 296, 1977.
- [106] M. L. Munjal. Analysis and design of pod silencers. *J. Sound Vib.*, 262(3),497 – 507, 2003.
- [107] A. Cummings and R. J. Astley. Finite element computation of attenuation in bar-silencers and comparison with measured data. *J. Sound Vib.*, 196(3),351 – 369, 1996.

- [108] T. Elnady. *Modelling and Characterization of Perforates in Lined Ducts and Mufflers*. PhD thesis, 2004.
- [109] C. Malmary, S. Carbonne, Y. Aurégan, and V. Pagneux. Acoustic impedance measurement with grazing flow. In *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2001.
- [110] T. Elnady and H. Bodén. On semi-empirical liner impedance modeling with grazing flow. In *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference*, 2003.
- [111] A. McAlpine, R. J. Astley, V. J. T. Hii, N. J. Baker, and A. J. Kempton. Acoustic scattering by an axially-segmented turbofan inlet duct liner at supersonic fan speeds. *J. Sound Vib.*, 294(4-5),780 – 806, 2006.
- [112] T. R. Law, A. P. Dowling, and R. Corral. Optimisation of axially segmented liners for aeroengine broadband noise. *J. Sound Vib.*, 329(21),4367 – 4379, 2010.
- [113] W. Bi. Calculations of modes in circumferentially nonuniform lined ducts. *J. Acoust. Soc. Am.*, 123(5),2603 – 2612, 2008.
- [114] Z. H. Wang, C. K. Hui, and C. F. Ng. The acoustic performance of ventilated window with quarter-wave resonators and membrane absorber. *Appl. Acoust.*, 78,1–6, 2014.
- [115] U. Ingard. *Lined Ducts*, chapter 8. Jones & Bartlett, 2010.
- [116] A. Debray. *Contribution to the study of dissipative silencers : effect of structural vibrations, effect of flow*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2000.
- [117] S. Félix. *Propagation acoustique dans les guides d’ondes courbes et Problème avec source dans un écoulement cisailé*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2002.
- [118] M. J. Crocker. *Handbook of acoustics*. John Wiley & Sons, 1998.
- [119] M. Bruneau and T. Scelo. *Fundamentals of Acoustics*. ISTE, London, United Kingdom, 2006.
- [120] N. Dauchez. *Étude vibroacoustique des matériaux poreux par éléments finis*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 1999.
- [121] O. Doutres. *Caractérisation mécanique de matériaux fibreux en vibro-acoustique*. PhD thesis, Université du Maine, Le Mans, France, 2007.
- [122] B. Nennig. *Contribution à l’étude de matériaux absorbants acoustiques en présence d’écoulement*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2010.
- [123] J.-F. Allard and N. Atalla. *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials*. John Wiley, second edition, 2009.
- [124] D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *J. Fluid Mechanics*, 176,379 – 402, 1987.
- [125] Y. Champoux and J.-F. Allard. Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *J. Appl. Phys.*, 70(4),1975–1979, 1991.
- [126] P. Leclaire, O. Umnova, K. V. Horoshenkov, and L. Maillet. Porosity measurement by comparison of air volumes. *Rev. Sci. Instrum.*, 74(3),1366 – 1370, 2003.
- [127] ISO 9053 :1991, Acoustique - Matériaux pour applications acoustiques - Détermination de la résistance à l’écoulement de l’air.

- [128] J. F. Allard, B. Castagnède, M. Henry, and W. Lauriks. Evaluation of tortuosity in acoustic porous materials saturated by air. *Rev. Sci. Instrum.*, 65(3),754–755, 1994.
- [129] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Brown, and B. Castagnède. Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air. *J. Appl. Phys.*, 80(4),2009–2012, 1996.
- [130] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux, and J. Thoen. Determination of the viscous characteristic length in air-filled porous materials by ultrasonic attenuation measurements. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99(4),1944 – 1948, 1996.
- [131] J.-P. Groby, E. Ogam, L. De Ryck, N. Sebaa, and W. Lauriks. Analytical method for the ultrasonic characterization of homogeneous rigid porous materials from transmitted and reflected coefficients. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127(2),764 – 772, 2010.
- [132] M. A. Biot. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. II. Higher frequency range. *J. Acoust. Soc. Am.*, 28(2),168–191, 1956.
- [133] C. Zwikker and C. W. Kosten. *Sound Absorbing Materials*. Elsevier, New York, 1949.
- [134] O. Doutres, N. Dauchez, J.-M. Génevaux, and O. Dazel. Validity of the limp model for porous materials : a criterion based on the Biot theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122(4),2038–2048, 2007.
- [135] J.-T. Kim and J.-G. Ih. Transfer matrix of curved duct bends and sound attenuation in curved expansion chambers. *Appl. Acoust.*, 56(4),297 – 309, 1999.
- [136] T. W. Wu, C. Y. R. Cheng, and P. Zhang. A direct mixed-body boundary element method for packed silencers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111(6),2566–2572, 2002.
- [137] NF EN ISO 3741 :2012, Acoustique - Détermination des niveaux de puissance acoustique et des niveaux d'énergie acoustique émis par les sources de bruit à partir de la pression acoustique - Méthodes de laboratoire en salles d'essais réverbérantes.
- [138] A. Chaigne. *Ondes acoustiques*. Éditions École Polytechnique, 2001.
- [139] F. Hecht. New development in freefem++. *J. Numer. Math.*, 20(3-4),251 – 265, 2012.

Annexe A

Mise en œuvre de la norme ISO 7235

Cette annexe décrit succinctement les conditions de mesures du IL des silencieux à baffles parallèles suivant la norme ISO 7235 [5]. Les mesures ont été réalisées sur le banc d'essai du Centre de Transfert de Technologie du Mans (CTTM).

Selon la norme ISO 7235, la mesure du IL peut être réalisée sans écoulement si la vitesse de passage dans les voies d'air est inférieure à 20 m.s^{-1} ($M < 0.06$). Par conséquent, la caractérisation de ces silencieux s'organise selon la méthodologie suivante :

- (i) mesure du IL sans écoulement avec la source large bande placée à l'entrée du conduit d'essai,
- (ii) mesure de la perte de charge et du bruit régénéré en écoulement en remplaçant la source large bande par un ensemble de génération et de mesure du débit.

Toutefois, seul le dispositif de la mesure du IL est présenté ci-dessous.

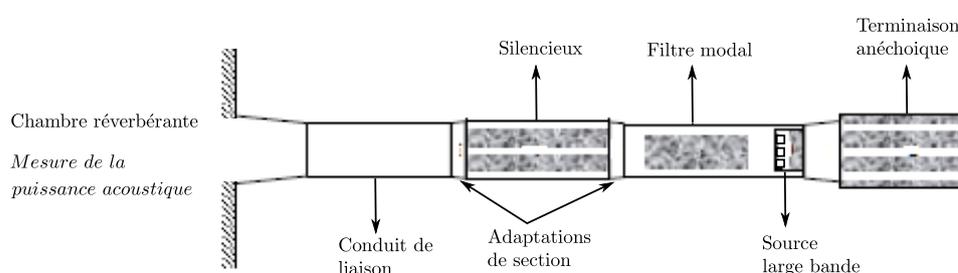
Ce dispositif (Fig. A.1) est composé d'un conduit d'essai situé dans une chambre semi-anéchoïque et débouchant dans une salle réverbérante de 343 m^3 . Le conduit d'essai se termine de l'autre côté par une terminaison anéchoïque. L'excitation acoustique est assurée par une source de bruit large bande constituée de quatre haut-parleurs. Un filtre modal est ensuite inséré et permet de restreindre la propagation des modes supérieurs dans le conduit afin d'améliorer la reproductibilité des résultats de mesures. Ce filtre consiste à traiter les parois d'un tronçon du conduit d'essai avec un matériau absorbant et à insérer un baffle au centre du tronçon (Fig. A.2). Le silencieux à tester est ensuite placé dans un tronçon pouvant être désolidarisé du conduit d'essai afin de pouvoir le remplacer par un conduit de substitution vide. Enfin, le conduit d'essai, constitué de tôle galvanisée d'épaisseur 0.8 à 1.2 mm, est couplé à la salle réverbérante par un tronçon de liaison.

De plus, la norme impose un coefficient de réflexion inférieur à 0.3 en dessous de la fréquence de coupure du mode plan ($f_{(1,0)} = 244 \text{ Hz}$ pour la section $700 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$) pour la source de bruit. Les résultats montrent que celle-ci est qualifiée à partir de 63 Hz pour les voies d'air de 50 mm et 100 mm et à partir de 100 Hz pour les autres configurations. D'autre part, l'atténuation du filtre modal doit être de 3 dB minimum en dessous de la fréquence de coupure du mode plan et de 5 dB au dessus. Les résultats de la mesure d'atténuation montrent que cette condition est globalement bien respectée sauf au dessus de 5 kHz pour les voies d'air de 50 mm et 100 mm.

Le IL est défini comme la différence entre les niveaux de puissance acoustique me-



(a)



(b)

FIGURE A.1 – Photo (a) et schéma fonctionnel (b) du banc d'essai pour la mesure du IL du CTTM (source : www.cttm-lemans.com).

surés en présence du silencieux et lorsque ce dernier est remplacé par un conduit de substitution lisse de même longueur et de mêmes sections d'entrée et de sortie. Les niveaux de puissance acoustique en salle réverbérante sont obtenus selon la norme ISO 3741 [137], à partir de la pression acoustique mesurée à l'aide de quatre microphones. Les mesures sont validées dans les bandes de fréquence pour lesquelles le niveau de pression est supérieur d'au moins 6 dB au bruit de fond. De plus, la norme ISO 7235 donne une estimation de l'écart-type de reproductibilité sur le IL en fonction de la fréquence. Ces écart-types sont donnés sur la Fig. A.3 ainsi que ceux pour le TL.

Les caractéristiques de la salle réverbérante et les préconisations de la norme ISO 7235 autorisent les mesures dans une gamme fréquentielle étendue de 50 Hz à 10 kHz. Cependant, après qualification du banc, il apparaît que la gamme de validité des mesures se situe entre 100 Hz et 5 kHz.

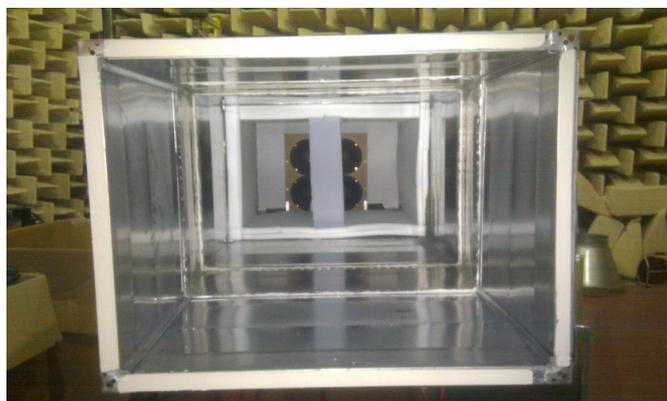


FIGURE A.2 – Photo de la source et du filtre modal dans le conduit d'essai.

Fréquences médianes de la bande d'un tiers d'octave Hz	Ecart-type de reproductibilité σ_{Ri} de la perte d'insertion dB	Ecart-type de reproductibilité σ_{Ri} de la perte de transmission dB	Ecart-type de reproductibilité du niveau d'intensité mesuré selon l'ISO 9614-3 dB
50 à 100	1,5	3	3
125 à 500	1	3	1,5
630 à 1 250	2	3	1
1 600 à 10 000	3	3	1 ^a

^a Limite de fréquence supérieure de 5 000 Hz.

FIGURE A.3 – Estimation de l'écart-type de reproductibilité pour différentes bandes de fréquences (extrait de la réf. [5]).

Annexe B

Comparaison entre le TL et le IL

L'objet de cette annexe est de comparer un calcul de performance d'un silencieux basé sur une condition de conduit infini (TL) avec un calcul de performance prenant en compte les effets de la salle de réception (IL) dans le cas où celle-ci est une salle réverbérante. Le dispositif utilisé pour le calcul du IL est similaire à celui mis en place pour sa mesure, décrit à l'annexe précédente (Annexe A).

Le calcul du TL est réalisé avec le modèle bidimensionnel multimodal développé dans la seconde partie du chapitre 3. Deux approches bidimensionnelles, prenant en compte les effets de la longueur du conduit de liaison et de la salle réverbérante, sont utilisées ici pour déterminer le IL d'un silencieux. Tout d'abord une approche analytique est présentée afin d'obtenir une majoration de l'écart entre le TL et le IL pour un dispositif de mesure simplifié (Fig. B.1). Puis un calcul élément fini est réalisé pour le dispositif de mesure complet (Fig. B.2).

Majoration de l'écart entre le TL et le IL

Dans un premier temps, on suppose que la salle réverbérante ne dissipe pas d'énergie acoustique. Le coefficient de réflexion $R = |R|e^{i\phi}$ en sortie du conduit d'essai (interface $z = L$, noté Γ) est donc supposé unitaire $|R| = 1$. Afin d'estimer la pression p_o à l'interface Γ en fonction du coefficient de transmission T du silencieux, une seconde hypothèse est faite en supposant que le coefficient de réflexion du silencieux (côté sortie) $r = |r|e^{i\varphi}$ est petit, i.e. $|r| \ll 1$. La pression p_o est alors déterminée à l'aide d'une méthode itérative.

La première itération consiste à exprimer la pression en $z = 0$ en supposant que l'onde plane incidente a déjà traversé le silencieux. La pression en sortie p_i est égale au coefficient de transmission :

$$p_i = T. \quad (\text{B.1})$$

On exprime maintenant la pression en $z = L$ en tenant compte de la réflexion de la salle réverbérante :

$$p_o = T e^{ikL} (1 + e^{i\phi}). \quad (\text{B.2})$$

La deuxième itération correspond à un aller-retour en plus à l'intérieur du conduit de liaison après réflexion sur le silencieux. La pression sur Γ s'écrit maintenant :

$$p_o = T e^{ikL} (1 + r e^{2ikL} e^{i\phi}) (1 + e^{i\phi}). \quad (\text{B.3})$$

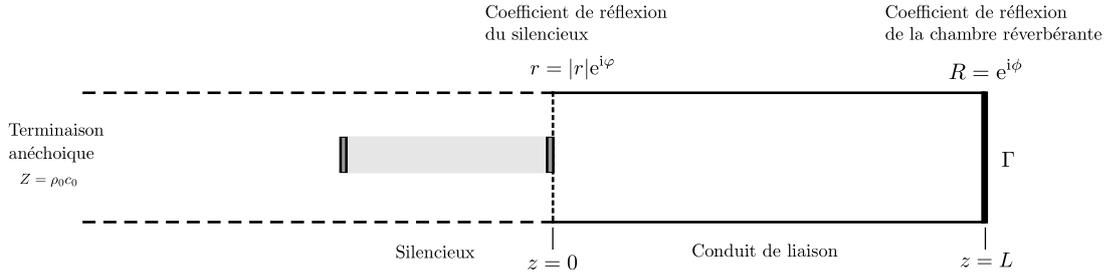


FIGURE B.1 – Schéma du dispositif simplifié de mesure pour la détermination de la majoration de l'écart entre le TL et le IL.

Les itérations supérieures font apparaître des termes en $|r|^n$, avec $n \geq 2$. Le module du coefficient de réflexion du silencieux étant supposé petit devant 1, on choisit d'approximer la pression sur l'interface Γ avec le résultat de la deuxième itération.

Par définition du IL, on écrit le rapport des modules des pressions suivant :

$$\frac{|p_o|^2}{|\hat{p}_o|^2} = |T|^2 (1 + |r|^2 + 2|r| \cos(2kL + \phi + \varphi)), \quad (\text{B.4})$$

où $\hat{p}_o = e^{ikL} (1 + e^{i\phi})$ correspond à la pression sur Γ en l'absence de silencieux. Le IL est alors obtenu en prenant le logarithme de l'Eq. (B.4) :

$$\text{IL} = -10 \log_{10} [|T|^2 (1 + |r|^2 + 2|r| \cos(2kL + \phi + \varphi))]. \quad (\text{B.5})$$

Le terme $\cos(2kL + \phi + \varphi)$ est à l'origine des oscillations du IL. Celles-ci dépendent donc de la longueur de conduit de liaison L et des phases des coefficients de réflexion du silencieux et de la chambre réverbérante, respectivement φ et ϕ . Cette dernière est pilotée par les résonances de la salle qui dépendent elles-mêmes de ses paramètres géométriques. Au-dessus de la fréquence de Schroeder [138], la densité modale étant élevée, celle-ci peut être considérée comme une variable aléatoire.

En négligeant $|r|^2$ devant le terme $2|r| \cos(2kL + \phi + \varphi)$ et en réalisant un développement limité au premier ordre de l'Eq. (B.5), on trouve :

$$|\text{TL} - \text{IL}| < \frac{20}{\ln 10} |r| < 8.6|r|. \quad (\text{B.6})$$

Cette approche permet à partir d'un calcul de TL, d'estimer l'écart maximum avec le IL et de construire les courbes enveloppes correspondantes (Fig. B.3). Ainsi pour des silencieux dont $|r| < 0.35$, l'écart entre le TL et le IL est inférieur à ± 3 dB. Ces 3 dB sont mentionnés par la norme ISO 7235 [5] en tant qu'écart-type de reproductibilité pour le TL.

En revanche pour des silencieux plus réactifs, cette approche est mise en défaut car $|r|$ n'est plus petit. On peut donc s'attendre à des écarts plus grands et à de forts effets modaux entre la salle réverbérante et le silencieux.

Calcul élément fini du IL

Dans un second temps, on calcul par élément fini le IL de deux silencieux. Le premier est un silencieux purement réactif, constitué d'un quart d'onde inséré dans le conduit d'essai. Le second est un silencieux standard composé d'un baffle sans cadre métallique.

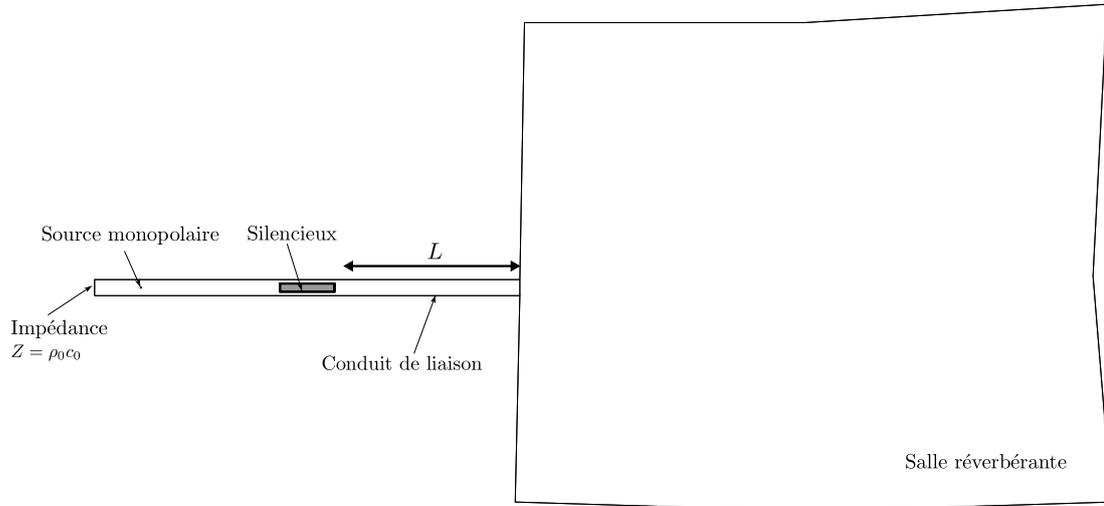
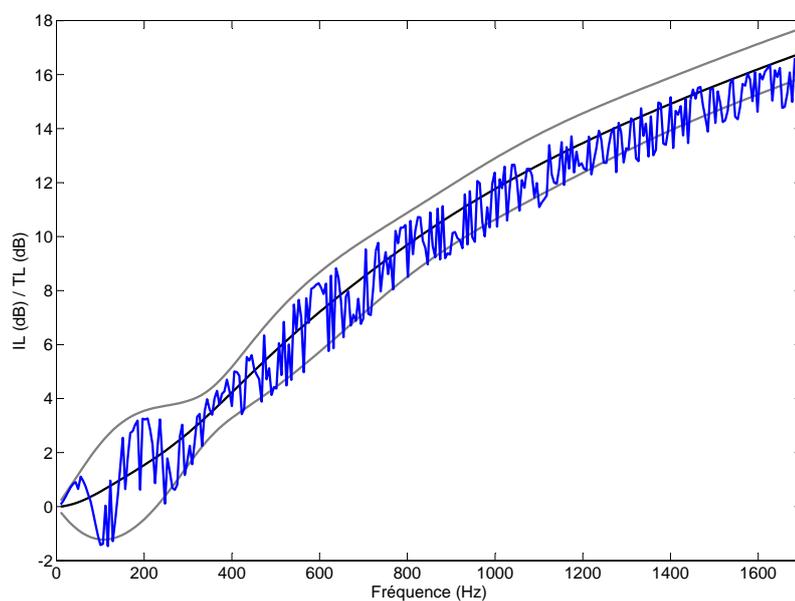


FIGURE B.2 – Dispositif pour le calcul élément fini du IL comprenant une terminaison anéchoïque, une source monopolaire, un conduit d’essai de hauteur $H = 10$ cm couplé à une salle réverbérante de surface $S=10$ m² par l’intermédiaire d’un conduit de liaison de longueur $L = 80$ cm.

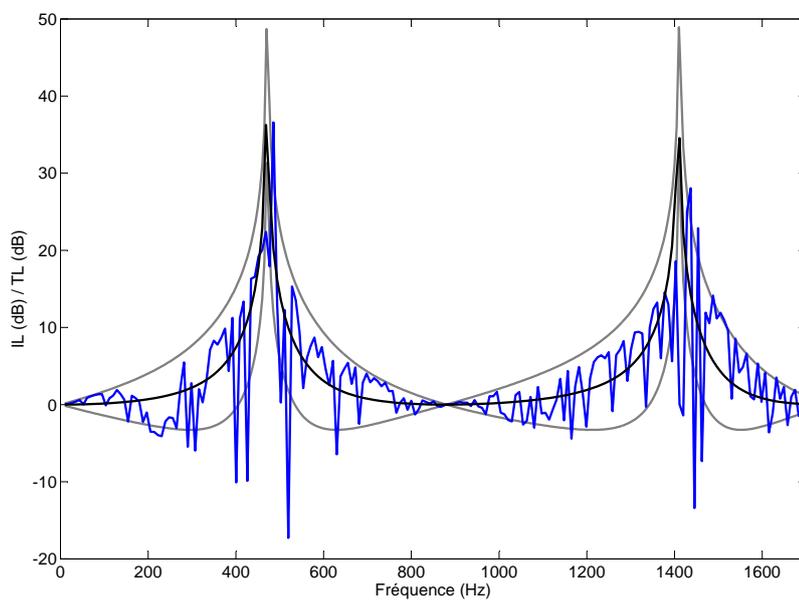
L’ensemble du dispositif (Fig. B.2), ici à échelle réduite, est maillé et deux calculs éléments finis, prenant en compte le couplage entre le conduit d’essai et la salle réverbérante, sont réalisés avec FreeFEM++ [139]. Le premier calcul détermine la valeur moyenne de la pression quadratique dans la salle réverbérante sans silencieux dans le conduit d’essai (\hat{p}_o), tandis que le second détermine cette même valeur moyenne dans le cas avec silencieux (p_o).

L’approche analytique décrite précédemment est valide pour le silencieux standard (Fig. B.4). Les oscillations de son IL sont donc bornées par les courbes enveloppes calculées à partir de son TL et de la majoration donnée par l’Eq. (B.6) (Fig. B.3(a)). En très basses fréquences, quand la densité modale est faible dans la salle réverbérante et dans le conduit de liaison, des écarts significatifs entre le TL et le IL sont visibles. Par ailleurs comme la densité modale est faible, le moyennage en bande d’octave ne permet pas de les filtrer. La densité modale de la salle et du conduit de liaison augmentant avec la fréquence, des oscillations plus rapides sont observées aux fréquences plus élevées.

Dans le cas du silencieux réactif, les oscillations du IL sont parfois non bornées (Fig. B.3(b)). On peut remarquer qu’aux fréquences correspondantes, le coefficient de réflexion du silencieux a un module proche de l’unité (Fig. B.4). À ces fréquences, le conduit de liaison devient très résonant et l’écart entre le TL et le IL est non borné. Toutefois, aux fréquences où le module du coefficient de réflexion est plus faible, les oscillations du IL sont bien bornées par les courbes enveloppes.



(a) Standard



(b) Quart d'onde

FIGURE B.3 – Prédiction du IL par calcul élément fini avec FreeFEM++ pour deux silencieux symétriques insérés dans le conduit d'essai : (a) un silencieux standard avec un baffle de longueur 30 cm et d'épaisseur 5 cm, et (b) un quart d'onde de longueur de cavité $\ell_c = 17$ cm et de hauteur $h_c = 5$ cm ; — IL, — TL, — enveloppes du IL calculées avec le modèle simplifié ($|r| \ll 1$).

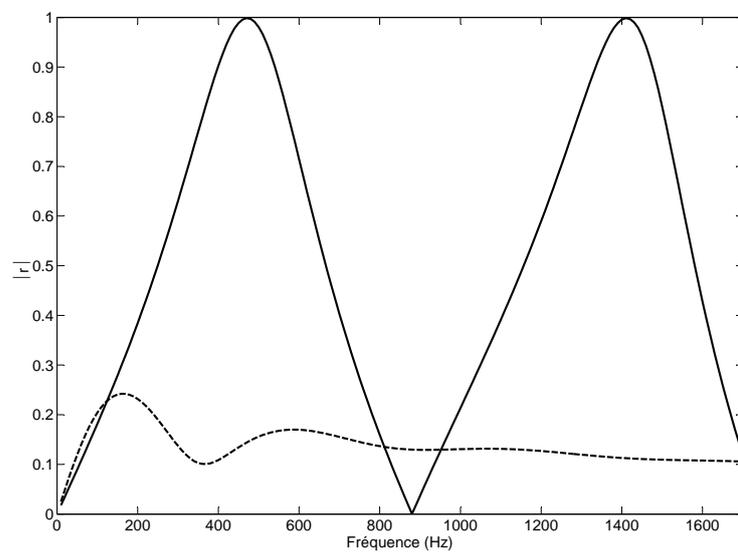


FIGURE B.4 – Module du coefficient de réflexion en pression; — quart d'onde, - - - silencieux standard à un baffle parallèle.

Annexe C

Résonateur quart d'onde amorti

La Fig. C.1 présente un résonateur quart d'onde auquel on a ajouté de l'amortissement en le remplissant partiellement de matériau poreux. Le matériau absorbant utilisé ici est la laine de roche RW.

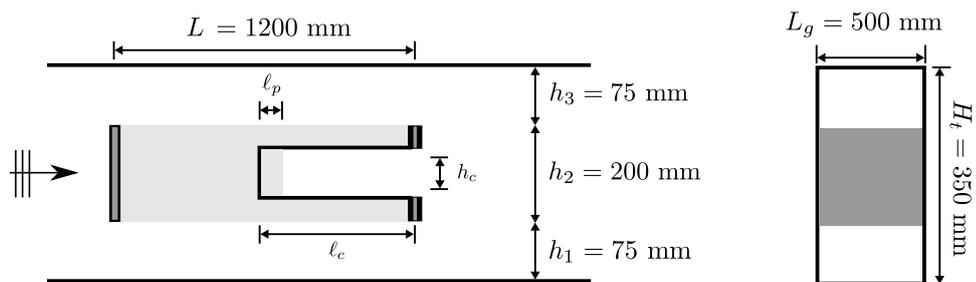


FIGURE C.1 – Géométrie du silencieux de référence avec un résonateur quart d'onde amorti intégré dans le baffle.

Le TL de ce silencieux est comparé à celui du silencieux de référence avec le même quart d'onde intégré mais sans laine RW (Fig. C.2). Le fait que la cavité soit remplie à 20% de laine permet d'augmenter la largeur des pics mais en revanche, cela réduit leur amplitude. On obtient ainsi un meilleur gain sur la bande d'octave 125 Hz. De plus, l'efficacité du silencieux est moins dégradée sur les bandes d'octave supérieures. On peut noter aussi que la fréquence de résonance est plus basse pour le premier pic, car le matériau absorbant augmente le volume apparent de la cavité.

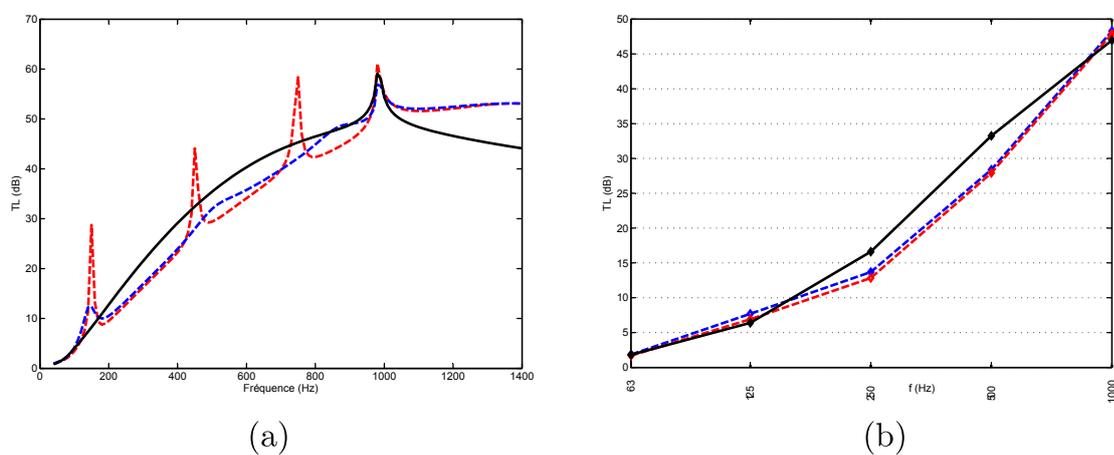


FIGURE C.2 – Prédiction du TL pour le silencieux de référence avec un résonateur quart d'onde intégré amorti dans le baffle ; (a) bande fine, (b) bande d'octave ; — silencieux de référence, - - - silencieux avec un quart d'onde intégré non amorti de dimensions $(\ell_c, h_c, \ell_p)=(520 \text{ mm}, 100 \text{ mm}, 0 \text{ mm})$ et - - - amorti de dimensions $(\ell_c, h_c, \ell_p)=(520 \text{ mm}, 100 \text{ mm}, 104 \text{ mm})$.