



HAL
open science

Modélisation mathématique et simulation du trafic routier : analyse statistique de modèles d'insertion et simulation probabiliste d'un modèle cinétique

Jyda Mint Moustapha

► **To cite this version:**

Jyda Mint Moustapha. Modélisation mathématique et simulation du trafic routier : analyse statistique de modèles d'insertion et simulation probabiliste d'un modèle cinétique. Modélisation et simulation. Université Paris-Est, 2014. Français. NNT : 2014PEST1113 . tel-01144601

HAL Id: tel-01144601

<https://theses.hal.science/tel-01144601>

Submitted on 22 Apr 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS EST

Spécialité : **Mathématiques Appliquées**

École Doctorale : Mathématiques et STIC

Présentée par

Jyda MINT MOUSTAPHA

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ DE PARIS EST

Sujet de la thèse :

**Modélisation Mathématique et Simulation du Trafic Routier :
Analyse Statistique de Modèles d'insertion et Simulation
Probabiliste d'un Modèle Cinétique**

Soutenue le

13 novembre 2014

devant le jury composé de :

M. Benjamin JOURDAIN
M. Dimitri DAUCHER
M. Arnaud de LA FORTELLE
M. Jean Michel MARIN
M. Ludovic LECLERCQ
M. Sylvain LASSARRE

CERMICS - ENPC
LEPSIS - IFSTTAR
CAOR - Mines ParisTech
Université de Montpellier II
LICIT - ENTPE
GRETTIA - IFSTTAR

Directeur de thèse
Conseiller d'étude
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur

Remerciement

Je souhaite remercier tout d'abord mon directeur de thèse Benjamin Jourdain et mon encadrant Dimitri Daucher pour la confiance qu'ils m'ont accordée et pour leur investissement dans la réalisation de ce travail.

J'adresse toute ma gratitude à Benjamin Jourdain pour toutes les idées sans lesquelles mes travaux n'auraient pu aboutir, pour les relectures méticuleuses de ce manuscrit et les corrections proposées. Il m'a fait profiter de sa grande culture mathématique et j'ai beaucoup appris à ses côtés. Pour tout cela, je lui exprime mes plus vifs remerciements.

Je témoigne ma profonde reconnaissance à Dimitri Daucher pour avoir guidé mes premiers pas dans le monde de la recherche et prodigué de précieux conseils qui m'ont fait progresser. Je le remercie sincèrement pour sa disponibilité, sa patience et pour m'avoir constamment rassuré et encouragé.

Je remercie les membres de mon jury de soutenance qui m'ont honorée par leur présence et pour le temps qu'ils ont passé à lire mon manuscrit.

Je tiens à remercier M. Arnaud de La Fortelle et M. Jean-Michel Marin pour avoir rapporté ma thèse et pour les remarques pertinentes qu'ils m'ont faites.

Je remercie également M. Sylvain Lassarre pour avoir examiné ce manuscrit et pour avoir assuré le rôle de président de jury. Je remercie M. Ludovic Leclercq d'avoir accepté de faire partie de mon jury en tant qu'examinateur.

Mes remerciements vont également à Didier Aubert et tous les membres du LEPSiS pour avoir facilité mes conditions de travail et pour leur convivialité. Merci à Elise pour avoir traité mes missions et pour sa gentillesse. Merci à Enoch pour sa bonne humeur et sa sympathie.

J'ai été très heureuse de partager un bureau à Paris avec Lancelot et Guillaume, puis à Champs-sur-Marne avec Abderraouf, Antoine et Samuel et je les remercie tous pour les bons moments que nous avons passés ensemble. Merci à Feirouz pour les nombreux conseils et encouragements. Merci à Sio pour l'intérêt qu'il a manifesté à l'égard de mon travail et pour les discussions instructives sur les modèles de trafic et les schémas numériques. Merci à Houssine pour ses conseils qui m'ont permis à maintes reprises de voir plus clair.

Je suis très reconnaissante à Abderrahmane pour l'aide qu'il m'a offerte en Latex et en Matlab au moment où j'en avais le plus besoin. Je le remercie pour avoir contribué à optimiser certains de mes codes, pour son écoute et le temps qu'il m'a généreusement consacré.

Je remercie également Abdourahmane sur qui j'ai toujours pu compter. Merci pour les conseils avisés qu'il m'a dispensés et toutes ses remarques scientifiques et culturelles souvent constructives.

Un grand merci à mon Zorro-kabyle, Ferhat, pour les nombreuses fois où tu m'as porté secours et pour ton amitié qui m'est précieuse. Je t'adresse mes meilleurs souhaits de réussite dans ta vie professionnelle et personnelle. Ça sera bientôt ton tour, tiens bon, la délivrance est proche!

Merci à Sylvie Cach pour son aide dans mes démarches administratives à l'école doctorale et pour sa gentillesse.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis pour leur soutien moral indéfectible. Je tiens à remercier spécialement ma mère dont le soutien constant et les encouragements (entre autres) ont été une source de motivation.

*À ma mère.
À la mémoire de mon père.*

Abstract

The first part of this thesis is dedicated to the optimization of the lengths of acceleration lanes using microscopic data collected from real traffic. The insertions on the highway junctions can indeed be especially dangerous considering the difference between the speeds on the on ramp merge lane and those on the highway lanes. We develop and analyse some microscopic merging models. We first propose a statistical model based on the logistic regression techniques. Statistical hypothesis tests allow to select the most significant descriptive variables in the merging decision process. A behavioural modelling taking those variables into account is next proposed to better capture the interactions by including some thresholds on the gaps between the merging vehicles and freeway vehicles. The models are validated using real traffic data collected at the SAROT site near Angers.

Secondly, traffic simulation at the mesoscopic scale is mostly based on deterministic numerical schemes. However, these methods have a high computational cost. The objective of the second part of this thesis is to present a new method to simulate the Pavari-Fontana kinetic model through a probabilistic approach. We interpret the evolution equation in this model as a Fokker-Planck equation and deduce an approximation based on a system of interacting particles. The algorithmic complexity of this method is optimized. We have performed a numerical comparison between the probabilistic method and a deterministic method on some cases study. The qualitative analysis highlights the benefits of the particle method such as its computation cost and its ability to reproduce some typical traffic effects.

Résumé

La première partie de cette thèse a consisté à proposer des modèles d'insertion de trafic sur une bretelle d'entrée d'autoroute. Deux types de modélisation ont été élaborés. Une approche statistique utilisant les techniques de régression logistique nous a permis de sélectionner les variables jouant un rôle dans le choix par les véhicules provenant de la voie d'accélération du lieu où ils s'insèrent. Dans un second temps, nous effectuons une modélisation comportementale basée sur le principe d'acceptation de créneaux. Les modèles proposés ont été validés à l'aide de données issues d'un site d'observations expérimentales situé près d'Angers, le site SAROT.

La seconde partie est consacrée au développement d'une méthode particulière probabiliste permettant de simuler un modèle mésoscopique de trafic : le modèle cinétique de Pavari-Fontana. La complexité algorithmique de cette méthode proposée comme alternative aux méthodes déterministes couramment utilisées est optimisée. La comparaison des résultats obtenus à ceux d'une méthode déterministe plus standard de différences finies sur des cas-tests bien choisis a permis de valider la méthode particulière. Ces expériences numériques ont mis en valeur ses qualités notamment sa rapidité (coût numérique) par rapport à la méthode déterministe ainsi que sa capacité à mieux reproduire certains phénomènes observés dans le trafic.

Table des matières

Introduction	1
I Analyse des données d’insertion	7
1 État de l’art sur les modèles d’insertion	9
1.1 Introduction	9
1.2 Illustration et Notations	10
1.3 Modèles d’insertion et de changement de voie	10
1.4 Détermination du créneau critique	27
1.4.1 Approche déterministe	27
1.4.2 Approche stochastique	27
2 Présentation du site SAROT	29
2.1 Introduction	29
2.2 Description du site	30
2.2.1 Les équipements de mesures	30
2.2.2 Nature des données collectées	31
2.3 L’insertion	32
2.4 L’interaction par “partenariat”	32
2.4.1 Le partenariat de l’insertion	32
2.4.2 Le partenariat du flux principal	33
2.4.3 Remarques	33
2.5 Définition des paramètres individuels étudiés	33
3 Analyse descriptive des données	35
3.1 Introduction	35
3.2 Traitement des données manquantes	35
3.2.1 Analyse des données manquantes	35
3.2.2 Interpolation polynomiale des vitesses et temps manquants	36
3.2.3 Traitement des données à faible indice de confiance	38
3.2.4 Règles de décision pour les voies	38
3.3 Quelques constats empiriques	39
3.3.1 Analyse des insertions	39
3.3.2 Changements de voie	40
3.3.3 Temps de parcours des partenaires	42
3.3.4 Caractérisation de la notion de gêne par les variations de vitesses	43
3.3.5 Étude d’un indicateur de sécurité	46
3.3.6 Variabilité du trafic	47
3.4 Analyse des créneaux d’insertion : vers une modélisation comportementale	47
3.5 Conclusion	51

4	Modélisation de l'insertion sur le site SAROT	53
4.1	Introduction	53
4.2	Définitions	53
4.3	Modélisation statistique	54
4.3.1	Régression logistique	54
4.3.2	Règle d'affectation :	55
4.4	Données utilisées	55
4.5	Application du modèle LOGIT	56
4.5.1	Discussion des résultats	56
4.6	Tests et choix de modèles LOGIT	58
4.6.1	Critères de sélection de modèles	58
4.6.2	Tests d'hypothèses	59
4.7	Conclusion du modèle LOGIT	61
4.8	Modélisation comportementale	61
4.9	Application du modèle comportemental	61
4.10	Conclusion	62
4.11	Modèle LOGIT en présence du leader	66
4.12	Application du modèle LOGIT	66
4.13	Modélisation comportementale en présence du leader uniquement	68
4.14	Conclusion	68
4.15	Conclusion de la partie I	72
4.15.1	Synthèse des résultats	72
4.15.2	Limites et perspectives	72
II	Simulation du modèle cinétique de Pavéri-Fontana	73
5	Introduction du modèle mésoscopique de Pavéri-Fontana	75
5.1	Modèle cinétique de Prigogine et Herman	75
5.2	Modèle de Pavéri-Fontana	76
6	Approximation du modèle de Pavéri-Fontana	79
6.1	Introduction	79
6.2	Interprétation probabiliste du modèle	80
6.3	Méthode de simulation par sauts fictifs	83
6.4	Estimation de la densité du processus (X_t, V_t)	92
6.5	Choix des paramètres du modèle	92
7	Validation de la méthode particulière	95
7.1	Schéma numérique upwind	95
7.2	Expérimentation : Simulation du modèle de Pavéri-Fontana	98
7.2.1	Description du cas-test	98
7.2.2	Influence de la probabilité de dépassement	99
7.2.3	Position et vitesse minimales	100
7.2.4	Calcul du temps de rencontre des deux groupes	100
7.2.5	Discussion des résultats	101
	Conclusion Générale	109
A	Annexe	113
A.1	Indicateur de confiance des mesures	113
A.2	Statistiques élémentaires	113
A.3	Intervalles de recherche de créneaux de modèles comportementaux	113
	Bibliographie	125

Introduction Générale

Contexte

La croissance de la population et l'augmentation du nombre d'usagers sur les routes constituent une source considérable de problèmes divers. Les impacts sont à la fois environnementaux et de santé publique. Ils sont causés par les rejets de gaz à effet de serre et les émissions de polluants par les véhicules, suite à l'apparition de congestions accrues et de phénomènes d'accordéon récurrents. Les conséquences économiques liées à la consommation de carburant et au temps perdu dans les embouteillages ne sont pas en reste. Rajouté à cela des incidents et accidents sont provoqués par la dégradation des conditions de circulation. Tout ceci constitue un enjeu sociétal important.

En France, si des progrès importants ont été accomplis ces dernières années en matière d'amélioration de la sécurité routière, de nouvelles stratégies restent néanmoins à mettre en oeuvre pour descendre sous la barre des 2000 morts par an et pour réduire significativement le nombre de blessés sur les routes à l'horizon 2020.

Même si les solutions les plus évidentes paraissent être la construction de nouvelles infrastructures et l'extension de réseaux existants, elles ne peuvent être retenues car le coût financier et le manque d'espace disponible constituent une limite. Sans compter qu'elles ne représentent pas une réponse à long terme puisque le problème n'est que repoussé à plus tard. Ceci incite à la réflexion en vue d'une meilleure exploitation des infrastructures existantes et donc une meilleure gestion des flux de véhicules.

Pour mieux répondre aux enjeux de la sécurité routière, il est nécessaire de mettre en place des systèmes de transports plus efficaces, économes et durables. Le développement de systèmes de transports intelligents permet de mieux appréhender la dynamique du trafic à travers les dispositifs de régulation du trafic. De plus, en matière d'avancés technologiques les systèmes coopératifs sont à citer aussi. Ils représentent un moyen de communication utile entre les conducteurs et leur environnement, ce qui contribue à améliorer leur sécurité et à offrir plus de confort dans le partage de la route.

Ces mesures passent par l'observation et l'analyse des comportements des véhicules d'une part, et par la modélisation de flux de véhicules d'autre part. Les modèles de trafic visent à expliquer et prédire l'écoulement du trafic afin de mieux reproduire la réalité et ainsi permettre une meilleure optimisation des infrastructures. C'est dans cette optique que la théorie du trafic a vu le jour dès le milieu des années 30 dans les premiers travaux de Greenschils [28] qui proposait une relation (linéaire) entre la vitesse des véhicules et la densité du trafic.

L'essor qu'a connu les outils de mesures et d'acquisition des données a certes rendu opérationnel cette théorie. Néanmoins, le manque de données réelles permettant la compréhension du phénomène physique et la validation de ces modèles n'en demeure pas moins un problème majeur. L'introduction des méthodes de simulation de trafic s'avère donc être non seulement un moyen efficace de tester et évaluer les modèles avant leur mise en oeuvre, mais représentent aussi dans certains cas, la seule alternative de validation de ces modèles en l'absence de données réelles.

Différentes échelles de modélisation

Les techniques de modélisation du trafic routier permettent aux gestionnaires des réseaux de transport de mieux exploiter leurs infrastructures et représentent ainsi des outils d'aide à la décision. En effet, les modèles permettent la prédiction de l'état du trafic. En prévenant les congestions et en détectant les incidents et accidents, ils offrent la possibilité de traiter et intervenir dans des délais de temps réduits.

Il existe plusieurs types de modèles à différentes échelles qu'il convient de choisir en fonction du phénomène physique que l'on cherche à comprendre. Selon qu'on s'intéresse à l'écoulement global du trafic sur un réseau routier ou à des interactions locales entre quelques véhicules lors d'un changement de direction ou à l'approche d'une intersection, la question de spécification du niveau de détail est primordiale. Il paraît naturel de considérer une échelle macroscopique dans la première situation tandis que la seconde requiert une représentation microscopique. Mais ce ne sont pas les seules possibilités, il existe également une autre échelle alternative de modélisation qui consiste à étudier le comportement des véhicules sans pour autant expliciter les interactions individuelles. Il s'agit de modèles mésoscopiques dans lesquels, les véhicules sont regroupés par paquets appelés pelotons et leur dynamique est régie par un modèle macroscopique.

Modèles macroscopiques

L'échelle macroscopique est adaptée à la description des véhicules sur des réseaux de grande taille. Le modèle historique de Lighthill et Whitham (1955, [58]) et de Richards (1956, [71]) est fondé sur une approche continue par analogie à la mécanique des fluides. La description d'un flot de véhicules se fait principalement à l'aide de trois variables : la vitesse v (km/h ou m/s), la densité (ou concentration) ρ (véhicules/km) et le débit Q (véhicules/h). Il est représenté par une équation hyperbolique reliant la vitesse à la densité spatiale des véhicules. La version classique la plus simple est issue d'un principe physique exprimé par l'équation de conservation de la masse suivante

$$\partial_t \rho + \partial_x (v\rho) = 0, \quad x \in \mathbb{R} \text{ et } t \in \mathbb{R}_+^*.$$

Lorsque la densité est faible, le débit va croître ; les interactions entre les véhicules deviennent minimes puisque ceux-ci ne sont pas contraints et peuvent donc rouler à leur vitesse de croisière. Au fur et à mesure que la densité augmente, les interactions vont devenir de plus en plus fortes et la vitesse des véhicules va diminuer au delà d'un certain point (appelé point critique) ; d'où l'apparition de la congestion. Ces caractéristiques sont exprimées dans la relation $Q(\rho) = v(\rho)\rho$ est appelée diagramme fondamental

Les méthodes de résolution de ce type de modèles sont nombreuses. Les plus utilisées sont la méthode des caractéristiques ou encore des schémas d'approximation numérique de type Godunov ([56]). Les modèles macroscopiques sont peu gourmands en temps de calcul et reproduisent entre autres les ondes de choc (correspondant aux freinages des véhicules) et de raréfaction (accélérations) observées dans le trafic. Ces modèles sont aussi capables de reproduire le phénomène de congestion. Cependant, de par leur nature, ils ne permettent pas d'étudier les comportements individuels des véhicules et négligent la diversité des conducteurs dans l'écoulement.

Modèles microscopiques

Les modèles microscopiques décrivent l'évolution individuelle des véhicules.

Les modèles microscopiques obéissent à des lois de poursuite car ils décrivent le comportement d'un véhicule en réaction au véhicule qui le précède sur la route. Ils sont composés de deux dynamiques exprimées par : une équation cinématique décrivant l'évolution temporelle du véhicule (correspond à un état libre) et une loi de poursuite (correspond à un état contraint) représentant les interactions entre le véhicule et son prédécesseur. Ces modèles sont appelés *car-following* ou modèles de voiture-suiveuse. Ces modèles sont simples et possèdent l'avantage d'être faciles à implémenter. Ils sont fondés sur des hypothèses portant sur les règles de décision des conducteurs.

L'analyse du comportement des conducteurs est basée sur le principe suivant : le conducteur perçoit un stimulus à l'instant t et réagit avec un certain décalage temporel T_r . La réaction est proportionnelle à l'intensité du stimulus et dépend de la sensibilité du conducteur par rapport à ce stimulus

$$\text{réponse}(t + T_r) = \text{sensibilité} \times \text{stimulus}.$$

Le modèle le plus répandu est le modèle de la vitesse optimale proposé par Newell [67]. Dans ce modèle, le conducteur est supposé adapter sa vitesse par rapport à une vitesse dite "optimale" qui dépend de la distance qui le sépare des autres véhicules. L'équation du modèle est la suivante :

$$\dot{x}_{i+1}(t + dt) = V^{opt}(x_i(t) - x_{i+1}(t))$$

Ce modèle ne décrit plus la réponse d'un véhicule après un temps de réaction mais suppose que le conducteur modifie instantanément sa vitesse au bout d'un certain temps dt .

Les hypothèses fondatrices de ces modèles sont simplificatrices étant donné que le comportement humain est impossible à prédire de manière parfaite.

Les modèles microscopiques assignent aux conducteurs différentes caractéristiques puisque ces conducteurs sont distincts et non confondus dans une masse. Les différentes variables utilisées sont essentiellement les vitesses individuelles, distances et temps-intervéhiculaires et peuvent être mesurées à l'aide d'instruments de mesure tels que les boucles électromagnétiques, de véhicules traceurs, etc...

Étant donné le nombre important de paramètres que ce type de modèles prend en compte, le coût de calcul et de simulation peut devenir considérable. En effet, plus la description d'un modèle est fine, plus il devient complexe et plus sa résolution est délicate.

Pour décrire les changements de voie ou de direction ou encore étudier des manoeuvres telles que les insertions lors d'une entrée ou d'une sortie sur une bretelle d'autoroute, des extensions de ces modèles existent ; ce sont les modèles d'acceptation de créneaux et les modèles d'accélération.

Modèles mésoscopiques

Ces modèles ont une résolution intermédiaire et s'appuient sur une approche inspirée de la théorie cinétique des gaz.

Le bilan de l'évolution du nombre de véhicules présents sur une section de route $[x, x + dx]$ entre les temps t et $t + dt$ avec une vitesse entre v et $v + dv$ se fait à travers l'équation cinétique suivante utilisant le concept de la densité de l'espace des phases :

$$\partial_t \bar{\rho}(t, x, v) + v \partial_x \bar{\rho}(t, x, v) = (\partial_t \bar{\rho})_{gain} + (\partial_t \bar{\rho})_{perte}. \quad (1)$$

Le terme $(\partial_t \bar{\rho})_{gain}$ est le taux de gain correspondant au nombre de véhicules en (t, x) qui adoptent la vitesse v , tandis que le terme $(\partial_t \bar{\rho})_{perte}$ correspond au nombre de véhicules en (t, x) qui perdent la vitesse lors du franchissement d'un certain seuil. Ces deux termes sont appelés terme source de l'équation cinétique(1).

L'échelle mésoscopique peut jouer aussi un rôle de pont entre les deux niveaux microscopique et macroscopique.

Il est possible de dériver un modèle cinétique à partir d'un modèle microscopique en se basant sur des règles microscopiques d'interactions entre les véhicules. D'autre part, le passage des modèles cinétiques au niveau macroscopique s'effectue via les moments en vitesse de la fonction de distribution des vitesses $\bar{\rho}$ i.e., $\rho(t, x) = \int \bar{\rho}(t, x, v) dv$.

Motivations et contributions de la thèse

Cette thèse s'inscrit dans le contexte général précédemment défini et traite de deux types de problèmes ayant pour but d'améliorer la qualité routière :

- la connaissance de l’impact d’aménagements d’infrastructures est essentielle pour élaborer et proposer des recommandations visant à poursuivre l’amélioration de la sécurité routière. Parallèlement des avancées récentes ont permis de se doter, ces dernières années, d’outils permettant d’observer plus ou moins finement des trajectoires de véhicules sur des sites cibles. C’est notamment le cas d’une bretelle d’insertion instrumentée de l’autoroute A87N située près d’Angers qui nous intéresse dans ce travail. Les phénomènes d’insertion au niveau des convergents sur des routes 2x2 voies peuvent être particulièrement dangereux, compte tenu des différences entre les vitesses pratiquées sur les voies principales et celles pratiquées sur les bretelles d’entrée. Certains comportements individuels peuvent également être dangereux. C’est pourquoi nous nous sommes intéressés à la question de la modélisation de l’insertion des véhicules sur des 2x2 voies à partir de la connaissance de données microscopiques de trafic observé sur le site angevin de référence et d’observation pour le trafic (SAROT). Le principal enjeu associé à ce travail est de contribuer à l’amélioration du dimensionnement des bretelles d’insertion et notamment d’optimiser leurs longueurs.
- par ailleurs, si les interactions entre un véhicule et son prédécesseur sont correctement reproduites par les modèles de poursuite, les études sur les interactions impliquant des groupes de véhicules sont peu nombreuses et les modèles mésoscopiques adaptés à cette problématique restent encore relativement peu opérationnels. L’amélioration des méthodes permettant de simuler ces modèles est un enjeu pour pouvoir confronter les résultats à des données réelles. C’est dans cette perspective que se situe la seconde partie de cette thèse. Historiquement, les premiers modèles cinétiques utilisés pour le trafic routier datent des années 60-70 avec l’élaboration des modèles de Prigogine et Herman et de Pavari-Fontana qui sont fondés sur une équation de type Boltzmann. Afin de les rendre plus réalistes, Hoogendoorn et Bovy ([38]), Helbing ([30]) ont développé des extensions multivoies et multiclassées pour tenir compte de l’hétérogénéité du trafic. Cet ajout bien qu’utile, rend ces modèles plus complexes. C’est pourquoi nous nous contentons dans ce travail de proposer des méthodes de simulation pour le modèle primitif de Pavari-Fontana. Il existe des approximations directes de type différences finies de ces modèles. Cependant, cette approximation déterministe est coûteuse en temps de simulation. Nous suggérons une approche probabiliste basée sur les méthodes particulières décrivant l’évolution de particules dans l’espace des phases (position, vitesse) pour simuler efficacement ce modèle.

Organisation de la thèse

Ce mémoire s’articule en deux parties :

La première partie de cette thèse a consisté à proposer des modèles de trafic sur une bretelle d’insertion et à les valider à l’aide de données issues du site SAROT.

La seconde partie est consacrée au développement d’une méthode particulière probabiliste de simulation d’un modèle mésoscopique de trafic, le modèle de Pavari-Fontana, ainsi qu’à l’optimisation de la complexité algorithmique de cette méthode. La dernière étape de cette thèse est la validation de cette méthode (proposée comme alternative aux méthodes déterministes couramment utilisées) en comparant les résultats obtenus à ceux d’une méthode déterministe plus standard de différences finies sur des cas-tests bien choisis.

Première partie :

Cette partie est consacrée à la modélisation microscopique du phénomène d’insertion sur le site SAROT. Elle est composée de quatre chapitres.

Le *chapitre 1* présente une étude bibliographique qui recense les modèles d’insertion les plus courants dans la littérature. Ce travail a permis de justifier le choix de l’utilisation des modèles d’acceptation de créneaux particulièrement adaptés pour reproduire le fonctionnement des voies d’insertion.

Le *chapitre 2* a pour objet de présenter la plate-forme SAROT. Les équipements de mesures ainsi que les données recueillies sur le site y seront décrits. Nous introduirons une terminologie permettant de décrire les interactions qui se produisent entre le flux principal et le flux secondaire. Nous définirons ensuite différentes variables recueillies directement par des capteurs ou recalculées à partir des données et qui serviront à la fois à expliquer les conditions d'insertion et à construire des modèles permettant de reproduire correctement les insertions.

Le *chapitre 3* porte sur une analyse empirique réalisée sur les données collectées à l'aide des boucles électromagnétiques implantées sur le site. Nous effectuons d'abord un post-traitement des données consistant à une interpolation des valeurs manquantes de temps de passage et des vitesses des véhicules ainsi qu'une reconstruction des numéros de voies correspondantes, basée sur des règles de décision logiques. Il s'agira ensuite d'analyser des observations de variables individuelles de trafic définies auparavant dans le *chapitre 2* afin de comprendre les différentes étapes de décision formant le processus d'insertion.

Le *chapitre 4* traite deux types de modélisation de l'insertion à échelle microscopique :

- une modélisation statistique fondée sur la prédiction des insertions à l'aide d'une régression logistique suivant une démarche d'apprentissage et de validation sur les données issues du site SAROT.
- une autre modélisation plus comportementale basée sur des règles d'acceptation de créneaux des différentes variables qui nous semblent pouvoir décrire au mieux les insertions. Les principales variables d'états de ces modèles comportementaux seront sélectionnées à partir des résultats de la régression logistique en utilisant des tests statistiques et les paramètres de ces modèles seront calibrés sur les mêmes données.

Deuxième partie :

Cette partie est dédiée à la simulation du modèle cinétique de Pavari-Fontana. Elle se structure en trois chapitres.

Le *chapitre 5* introduit les premiers modèles cinétiques utilisés pour reproduire l'écoulement du trafic. Il présente le modèle de Prigogine et Herman puis le modèle de Pavari-Fontana. Ce dernier étant l'objet d'étude de cette deuxième partie. Nous discuterons aussi dans ce chapitre, l'existence de solutions stationnaires aux deux modèles.

Dans le *chapitre 6*, nous proposons une interprétation probabiliste du modèle de Pavari-Fontana, suivi d'une approximation de sa solution sous forme de limite d'un système de particules. Dans un premier temps, l'équation portant sur la densité de l'espace des phases du modèle de Pavari-Fontana sera interprétée comme une équation de Fokker-Planck non-linéaire décrivant l'évolution temporelle des marginales d'un processus stochastique non-linéaire au sens de McKean. Dans un second temps, nous construirons un système de particules à l'aide d'un processus Markovien de sauts. La simulation de ce système repose sur une méthode de sauts fictifs. Finalement, la solution exacte de l'équation maîtresse du modèle de Pavari-Fontana est approchée par une estimation de la densité du système de particules établi.

Le *chapitre 7* sera consacré à la validation de la méthode particulière décrite dans le chapitre précédent. Cela consiste à simuler des scénarii de trafic et à comparer les résultats issus de cette méthode à ceux obtenus par un schéma numérique déterministe.

Première partie

Analyse des données d'insertion

Chapitre 1

État de l’art sur les modèles d’insertion

1.1 Introduction

Les modèles d’insertion sont partagés principalement en deux catégories selon l’échelle de représentation du trafic, de la même façon que les modèles classiques de trafic. D’une part, les modèles macroscopiques qui considèrent le trafic comme un flux continu caractérisé par des variables globales telles que le débit ou la concentration. D’autre part, les modèles dits microscopiques qui considèrent les véhicules comme des particules décrites par des variables individuelles telles que la vitesse et la position. Nous établissons ici, une étude bibliographique qui recense les modèles d’insertion les plus répandus. Cependant, compte tenu de la structure de nos données individuelles, nous étudierons exclusivement les modèles à une échelle microscopique. La plupart de ces modèles sont fondés sur la théorie d’acceptation de créneaux. Les principales différences entre ces modèles résident dans les méthodes de détermination des créneaux critiques et dans la manière d’inclure les changements de voie et des aspects de type accélérations/décélérations.

Modèles d’acceptation de créneaux

Ce type de modèle est basé sur un ensemble de règles de décision qui consistent pour un véhicule d’insertion à accepter un créneau¹ et donc s’insérer s’il est “suffisamment sûr” en terme de distance et de différence de vitesse “acceptable” avec certains seuils à déterminer. La fonction de décision est généralement binaire, en fonction de la distance de sécurité. Il existe plusieurs méthodes pour déterminer ces seuils couramment appelés seuils ou créneaux critiques.

Modèles de changement de voie

Ils comprennent généralement deux étapes : un processus de sélection de voie et un processus d’exécution du changement de voie où les formulations d’acceptation de créneaux sont utilisées. Ces modèles divisent les changements de voie en deux catégories : un changement de voie libre réalisé afin que les conducteurs évitent une quelconque gêne et un changement de voie obligatoire effectué quand le conducteur doit quitter sa voie courante pour changer de direction et suivre une route spécifique ou pour s’insérer dans un flux principal, ou bien encore, à cause de l’approche d’une zone de travaux.

1. Un créneau peut être temporel ou spatial. C’est l’écart nécessaire entre deux véhicules pour accomplir une insertion en toute sécurité

1.2 Illustration et Notations

Les modèles étudiés utilisent une configuration de la chaussée semblable à la figure (1.1) suivante :

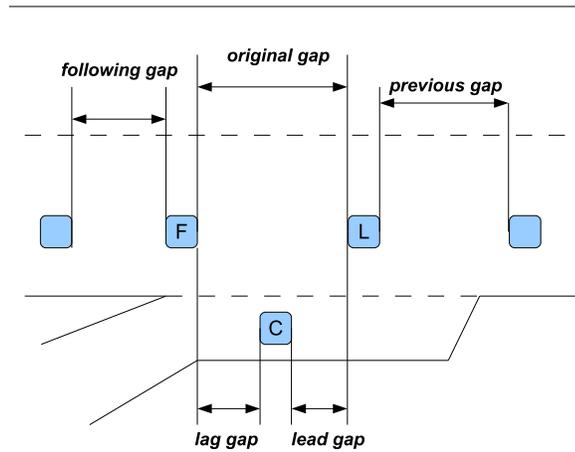


Figure 1.1 – Configuration d'une zone d'insertion typique

On note par C le véhicule en insertion, F son suiveur sur la voie principale, L son leader sur la voie principale et D son leader sur la voie d'insertion.

Le terme *véhicule sujet* peut désigner un véhicule d'insertion ou plus généralement un véhicule désirant entamer une manoeuvre de changement de voie.

Les termes suivants sont fréquemment employés :

- *original gap* est l'intervalle entre F et L , appelé aussi *créneau adjacent courant* ou encore, *créneau total*.
- *previous gap* est le créneau devant le véhicule L .
- *following gap* est l'intervalle derrière F , le séparant de son successeur sur la même voie.
- T_{lag} est le créneau temporel entre les véhicules F et C appelé aussi créneau arrière.
- T_{lead} est le créneau temporel entre les véhicules C et L appelé aussi créneau avant.
- g_{lag} est le créneau spatial entre les véhicules F et C .
- g_{lead} est le créneau spatial entre les véhicules C et L .

1.3 Modèles d'insertion et de changement de voie

Modèle d'acceptation de créneaux de Kita

Kita [46] présente un modèle de comportements d'insertion sur une section d'autoroute. Il développe un modèle d'acceptation de créneaux fondé sur la probabilité d'insertion pour décrire le comportement d'insertion et un modèle reliant le niveau de sécurité sur la section d'insertion à la route et aux caractéristiques du trafic.

- *Modèle d'acceptation de créneaux* : Kita utilise un modèle de régression logistique binaire (LOGIT) pour le choix "accepter" ou "rejeter" un créneau, en se basant sur les variables explicatives suivantes : le créneau temporel, la vitesse relative et la distance restante avant la fin de la voie d'accélération.

Le modèle obéit à un processus de choix de créneaux séquentiel dans lequel l'utilité est supposée être stochastique.

Les probabilités d'acceptation et de rejet ($k = "a"$: accepter, $k = "r"$: rejeter) d'un créneau s'expriment comme suit :

$$P_a = \frac{1}{1 + \exp(U_r - U_a)}$$

et

$$P_r = 1 - P_a$$

où P_k est la probabilité que le conducteur choisisse l'alternative k et U_k est une partie déterministe de l'utilité du conducteur sous l'alternative k .

Les choix sont formulés comme suit :

$$U_a - U_r = \theta_0 + \sum_{j=1}^J \theta_j x_j$$

où les x_j sont les variables explicatives et θ_j les paramètres associés. Pour la calibration de son modèle, Kita utilise des données d'une autoroute à trois voies et d'une bretelle d'insertion à une seule voie. Les variables explicatives étudiées sont : les vitesses, les temps inter-véhiculaire et les positions de chaque véhicule.

Le cas où les véhicules de l'autoroute changent de voie pour éviter un éventuel conflit avec le véhicule d'insertion n'est pas traité dans son analyse. De plus, si plusieurs insertions ont lieu, seules les données concernant la première insertion sont considérées.

- *Modèle de lieux d'insertion* : Kita développe aussi un modèle pour la distribution des lieux d'insertion et le temps à la collision TTC (après insertion) dépendant de la longueur de la voie d'accélération. Kita² teste l'effet de la longueur de la voie d'accélération sur la répartition du temps à la collision. Il obtient que la probabilité qu'un véhicule s'insère dans un créneau dangereux avec un TTC très court décroît quand la longueur de la voie d'accélération est grande.

Modèle de la théorie des jeux de Kita

En 1999, Kita [47] propose un modèle inspiré de la théorie des jeux pour décrire les interactions entre un véhicule d'insertion et un véhicule sur une voie principale d'une autoroute. Chaque véhicule tente de prendre la meilleure décision en prédisant l'action de l'autre. Ce comportement est modélisé comme un jeu à "somme non nulle"³ et "non coopératif"⁴ de deux personnes.

Le modèle propose de déterminer si le véhicule de la voie principale cède ou non le passage au véhicule d'insertion sous les hypothèses suivantes :

- Les interactions avec le reste du voisinage sont négligées. Le nombre de joueurs est donc fixé à 2 (véhicules) dont l'interaction est supposée dominante : le véhicule d'insertion et le véhicule suiveur sur la voie adjacente.
- Le modèle suppose que chaque véhicule sur la voie principale n'entre qu'une seule fois en interaction avec le véhicule d'insertion. Il n'y a donc qu'un seul jeu par véhicule le long de la section d'insertion.
- Les jeux sont supposés indépendants l'un de l'autre : chaque décision est indépendante et n'affecte ni la suivante, ni la précédente.
- Chacun des deux véhicules connaît la situation à laquelle est confronté l'autre ainsi que sa stratégie (exprimée par une matrice appelée matrice de pay-off⁵), mais les véhicules n'ont pas la possibilité de communiquer leur décision de s'insérer pour l'un ou de céder le passage pour l'autre. Par conséquent, le jeu est un jeu de deux personnes, il est non coopératif et à information parfaite⁶.

2. dans : Design of Driving Environment, Driving Behavior, and Traffic Safety

3. Un jeu à somme nulle de deux personnes est un jeu dans lequel l'intérêt de l'un des joueurs est strictement opposé à l'intérêt de l'autre.

4. les joueurs ne peuvent pas échanger des informations

5. profit de stratégies

6. Un jeu à information parfaite est un jeu sous forme extensive où chaque joueur connaît exactement tout le déroulement du jeu au moment de prendre une décision

Le modèle est composé de trois étapes :

1. *Une étape d'interaction* : si le véhicule d'insertion est représenté par le joueur numéro 1 (P1) et le véhicule de la voie principale est représenté par le numéro 2 (P2), la stratégie pure⁷ de P1 notée p est donnée par : $p = \{1 : \text{s'insère}, 2 : \text{passe}\}$ et celle de P2 notée q est : $q = \{I : \text{cède le passage}, II : \text{ne cède pas le passage}\}$.

Si P1 s'insère ou P2 cède le passage avec une certaine probabilité et dans une situation donnée, alors les deux véhicules ont pris des stratégies mixtes⁸. Les stratégies mixtes de P1, p' et de P2, q' sont obtenues par :

$$\begin{aligned} p' &= (p_1, p_2) \quad p_1 + p_2 = 1, \quad 0 \leq p_1, p_2 \leq 1 \\ q' &= (q_1, q_2) \quad q_1 + q_2 = 1, \quad 0 \leq q_1, q_2 \leq 1 \end{aligned}$$

Les pay-offs de P1 et P2 sont (respectivement) donnés par :

$$E_1(p', q') = \sum_i \sum_j a_{ij} p_i q_j \quad (1.1)$$

et,

$$E_2(p', q') = \sum_i \sum_j b_{ij} p_i q_j \quad (1.2)$$

Les coefficients des matrices de pay-offs a_{ij} et b_{ij} dépendent des combinaisons des situations de chaque véhicule. Ce jeu bi-matriciel admet au moins une solution d'équilibre (de Nash) dans l'ensemble des stratégies mixtes [4]. La meilleure stratégie mixte peut être définie par (p^*, q^*) vérifiant :

$$E_1(p^*, q^*) \geq E_1(p, q^*) \quad \text{et} \quad E_2(p^*, q^*) \geq E_2(p^*, q).$$

(p^*, q^*) est une solution d'équilibre de Nash. Ces formules expriment les probabilités d'insertion et de céder le passage pour chaque véhicule et pour un pay-off convenable.

2. *Le pay-off des joueurs* : ce modèle est fondé sur le fait que le conducteur d'un véhicule d'insertion compare les utilités de rester sur la voie d'accélération ou d'intégrer le flux principal, puis choisit l'action qui a la plus grande utilité. L'utilité du conducteur peut être assimilée à un pay-off, et sa valeur est fortement influencée par la taille des créneaux séparant le véhicule de son voisinage. Les coefficients de pay-offs (1.1) et (1.2) sont donnés par :

$$\begin{aligned} a_{1,1} &= \theta_1 X_3 + \theta_2 \\ a_{1,2} &= \theta_1 X_2 + \theta_2 \\ a_{2,1} &= a_{2,2} = \theta_3 X_1 \\ b_{1,1} &= b_{2,1} = \theta_4 X_5 + \theta_5 \\ b_{1,2} &= \theta_6 X_2 \\ b_{2,2} &= \theta_7 X_4. \end{aligned}$$

avec,

$$X_1 = \frac{\text{la distance séparant le véhicule d'insertion de la fin de la voie d'accélération}}{\text{la vitesse du véhicule d'insertion}}$$

X_2 : est le TTC entre le véhicule d'insertion et son véhicule suiveur sur la voie principale.

X_3 : est le TTC entre le véhicule d'insertion et le véhicule suiveur de son suiveur sur la voie principale.

X_4 : est le TIV entre les véhicules leader et suiveur sur la voie principale.

X_5 : est le TTC séparant le véhicule suiveur sur la voie principale de son suiveur sur la voie de dépassement (la deuxième voie principale).

Le TTC est donné par la DIV entre les deux véhicules divisée par leur vitesse relative.

Les θ_j sont des paramètres des variables explicatives. Les parties constantes θ_2 et θ_5 dans chaque alternative représentent le fait qu'il existe une certaine tendance à continuer l'action courante; c'est une sorte d'inertie dans le choix des actions.

3. *Estimation des paramètres du modèle* : se fait par la méthode de maximisation de la vraisemblance.

7. Une stratégie est dite pure lorsqu'elle est purement déterministe.

8. Ce sont des stratégies où le joueur choisit au hasard le coup qu'il joue parmi les coups possibles.

Conclusion

Cette approche de Kita, issue de la théorie des jeux a la particularité de traiter un modèle de jeu simple, en prenant en compte des influences directes (exprimées dans les variables liées au véhicule suiveur) et indirectes (variables liées aux véhicule suiveur du suiveur sur la voie de dépassement). Dans ce modèle, les conducteurs prennent des décisions optimales en résolvant un équilibre de Nash. Les pay-offs sont estimés à l'aide des positions et des vitesses des véhicules les plus proches.

Modèle amélioré de Kita

En 2002, Kita [48] présente une version améliorée de son modèle de comportements d'insertion issu de la théorie des jeux. Kita estime les fonctions de pay-off sans information sur la sélection d'équilibre (qui est plus difficile à estimer). Dans son analyse des comportements de céder le passage et d'insertion, Kita utilise toujours une modélisation par un jeu de deux personnes de "somme non nulle" et "non coopératif" mais cette fois-ci, sous condition d'information complète⁹.

Il étudie trois modèles pour les fonctions de pay-off : un modèle standard de TTC, un modèle log-TTC et un modèle qui considère l'influence des véhicules leader. L'auteur trouve que les résultats du modèle montrent que sa capacité à estimer des probabilités de sélection d'équilibre est assez bonne. Néanmoins, ce modèle ne considère pas un créneau de sécurité minimum entre les véhicules. Une autre limite est qu'il ne tient pas compte du fait que le véhicule d'insertion ralentira et s'arrêtera à la fin de la voie d'accélération s'il ne peut pas s'insérer en toute sécurité. Par ailleurs, le modèle suppose que tous les véhicules circulent avec une vitesse constante sans tenir compte des éventuels ralentissements pouvant se produire dans le trafic sur la voie principale et que le véhicule d'insertion ne prend pas de disposition pour modifier ses positions.

Modèle d'insertion de Wang

Wang et al. [83] développent un modèle de simulation du comportement d'insertion sur autoroute. Leur modèle combine un modèle d'acceptation de créneaux à des comportements d'interactions entre véhicules circulant sur l'autoroute et véhicules désirant s'insérer. Les auteurs intègrent un aspect coopératif dans ces comportements.

Avant d'effectuer sa manoeuvre d'insertion, le conducteur d'un véhicule d'insertion prendra en considération les facteurs environnants sur la voie la plus proche et la distance qui lui reste à parcourir avant la fin de la voie d'accélération. Son véhicule suiveur, de son côté effectuera soit un *céder le passage courtois* s'il ralentit pour augmenter le créneau et donc faciliter l'insertion ou encore, un *changement de voie coopératif* s'il se déplace vers la voie adjacente pour permettre l'insertion.

Les interactions dans le processus d'insertion sont décrits dans les sous modèles suivants.

1. *Modèle de coopération :*

Le processus coopératif de la part des véhicules de la voie principale se manifeste par des mouvements de céder le passage courtois ou de changement de voie coopératif.

La décision d'effectuer un changement de voie coopératif est tiré aléatoirement suivant une loi de Bernoulli de paramètre α_1 . Cette décision est prise par le véhicule suiveur F à chaque instant lorsqu'une insertion est envisagée devant lui. Une coopération par changement de voie est perçue par le véhicule C à travers un signal indiquant si celui-ci est en cours ou pas.

La décision de céder le passage est aussi prise selon une probabilité de Bernoulli avec paramètre α_2 et sous réserve que, T_F soit compris entre T_{min} et T_{max} . Le céder le passage n'est pas nécessaire en dehors de l'intervalle $[T_{min}, T_{max}]$ car soit le temps intervéhiculaire T_F est trop petit (inférieur à 0.25s) soit il est trop grand (supérieur à 4s) selon les observations de Zheng [87] sur l'autoroute

9. lors de la prise de décision, chaque joueur connaît : ses possibilités d'action, celles de l'autre joueur, les gains résultants de ces actions et les motivations de l'autre joueur

anglaise *M27*. L'indicateur θ du comportement de céder le passage peut être généré par :

$$\theta = \begin{cases} \text{Ber}(\alpha_2), & \text{si } T_{min} \leq T_F \leq T_{max} \\ 0, & \text{sinon} \end{cases}$$

Le comportement du céder le passage est perçu par le conducteur du véhicule d'insertion par l'observation d'un changement dans la vitesse relative entre les deux véhicules. Le véhicule C suppose une décélération constante de la vitesse de F . Le véhicule d'insertion évalue la vitesse de F par :

$$\tilde{V}_{F,C}(t) = \begin{cases} V_F(t), & \text{pour } \theta = 0 \\ V_F(t) + b_F(t)\tau_C, & \text{pour } \theta = 1 \end{cases}$$

où τ_C est le temps de réaction du conducteur du véhicule C ($\tau_C = 0.4s$ selon Toledo [76]), b_F est la décélération maximale du véhicule F et $V_F(t)$ est la vitesse du véhicule F à l'instant t .

2. Modèle d'accélération des véhicules en insertion :

Tout au long de la voie d'accélération, le véhicule d'insertion doit chercher d'éventuels créneaux sur l'autoroute, maintenir une distance de sécurité par rapport au véhicule devant situé sur la voie d'accélération et observer l'extrémité de la voie d'accélération. Le conducteur du véhicule C ajustera sa vitesse en fonction de celle pratiquée sur la voie principale. Si le véhicule n'a pas de leader ni de follower sur la voie principale, il s'insérera le plutôt possible. Si le véhicule admet un leader L et un suiveur F sur la voie principale, l'équation (1.3) décrit l'accélération nécessaire au véhicule C , pour atteindre la vitesse de son leader L .

$$a_C(t) = \min(a_C^+(t), a_{max}^+), \quad a_C^+ = K_X \frac{V_L(t) - V_C(t)}{\tau_C} \quad \text{pour } V_C(t) < V_L(t) \quad (1.3)$$

Tandis que l'équation (1.4) donne la décélération de C tout en respectant le créneau et la vitesse relative avec le véhicule L .

$$a_C(t) = \min(a_C^-(t), a_{max}^-), \quad a_C^- = K_X \frac{(V_L(t) - V_C(t))^2}{2|X_L(t) - X_C(t) - \ell_L|} \quad \text{pour } V_C(t) \geq V_L(t) \quad (1.4)$$

où a_{max}^+ ¹⁰ et a_{max}^- ¹¹ sont les accélérations et décélérations maximales d'un véhicule particulier. K_X représente le coefficient d'agressivité du conducteur. La valeur de K_X varie uniformément de 0 (conducteur très timide) à 1 (conducteur très agressif).

Si les vitesses et les positions du véhicule C deviennent très proches de celles du véhicule F ou du véhicule L , alors, les équations précédentes peuvent conduire à de très petites accélérations du véhicule en insertion. Ceci peut empêcher le véhicule d'insertion d'atteindre son créneau désiré. Les auteurs proposent une autre modélisation par l'équation (1.5) au lieu de (1.3) afin de créer un plus grand créneau avec F si C est trop proche de F et par l'équation (1.6) au lieu de (1.4) qui permet de créer un plus grand créneau avec L lorsque C et L sont trop proches.

Soient, $V_L(t)$, $V_F(t)$, $V_C(t)$, $X_L(t)$, $X_F(t)$ et $X_C(t)$ les vitesses et les positions des véhicules respectifs L , F et C à l'instant t . Les longueurs des véhicules C et L sont notées ℓ_C et ℓ_L .

$$a_C(t) = \min(a_C^+(t), a_{max}^+)$$

avec,

$$a_C^+(t) = K_X \frac{2[\Delta S - (X_C(t) - X_F(t) - \ell_C)]}{\tau_C^2} \quad \text{si } |V_F - V_C| < \Delta V \quad \text{et} \quad |X_F - X_C - \ell_C| < \Delta S \quad (1.5)$$

et,

$$a_C(t) = \min(a_C^-(t), a_{max}^-)$$

10. valeur entre $2.4m/s^2$ et $1.4m/s^2$ selon le manuel ITE, 1999

11. $4.9m/s^2$

avec,

$$a_C^-(t) = K_X \frac{2[\Delta S - (X_L(t) - X_C(t) - \ell_L)]}{\tau_C^2} \text{ si } |V_L - V_C| < \Delta V \text{ et } |X_L - X_C - \ell_L| < \Delta S \quad (1.6)$$

sont les nouvelles expressions des accélérations/décélérations dans lesquelles, les seuils $(\Delta S, \Delta V) = (4.5m, 2m/s)$ (Zheng[87], 2002; Brackstone & al.[12], 2002).

La vitesse du véhicule C suite à son interaction avec L et F notée V_C^a , s'écrit

$$V_C^a(t + \tau_C) = V_C(t) + a_C(t)\tau_C. \quad (1.7)$$

Une décélération maximale b_C peut être appliquée comme pression sur le véhicule C afin qu'il accepte un plus petit créneau, pour éviter qu'il n'arrive à la fin de la voie d'accélération sans s'être inséré ou qu'il entre en collision avec un éventuel véhicule leader D sur la voie d'accélération. Cette quantité est une fonction de la décélération maximale a_{max}^- , de l'agressivité du conducteur K_X et de la position X_C de C ainsi que de la fin de voie X_{max} :

$$b_C = \max\left(-K_X \frac{V_C^2}{2(X_{max} - X_C)}, -a_{max}^-\right) \quad (1.8)$$

Wang [82] incorpore b_C dans le modèle anti-collision de Gipps [25], pour fournir la vitesse du véhicule C en présence du véhicule D et il obtient :

$$V_C^b(t + \tau_C) = b_C \tau_C + \sqrt{b_C^2 \tau_C^2 - b_C \{2[X_D(t) - l_D - X_C(t)] - V_C(t)\tau_C - V_D^2(t)/b'_{D,C}\}} \quad (1.9)$$

où

– V_C^b est la vitesse du véhicule C lorsqu'il interagit avec D sur la voie d'accélération en considérant l'effet de la pression b_C ,

– $b'_{D,C}$ est la décélération maximale du véhicule D évaluée par le véhicule C .

Finalement, la vitesse du véhicule C contraint par le trafic principal et le trafic devant sur la voie d'accélération est donnée par :

$$V_C(t + \tau_C) = \min(V_C^a(t + \tau_C), V_C^b(t + \tau_C)) \quad (1.10)$$

3. Modèle de sélection et d'acceptation de créneaux :

Le créneau cible est par défaut le créneau courant sur la voie adjacente (cf. (fig.1.1)). Cependant, le véhicule d'insertion peut accélérer et sélectionner un créneau devant le véhicule L en le dépassant (c'est le "previous gap", fig.1.1) sur la voie d'accélération. Il peut aussi décélérer et cibler un créneau derrière le véhicule F (c'est le "follow gap", fig.1.1).

Dans le cas où aucun des deux créneaux n'est acceptable, le véhicule d'insertion continuera à chercher.

Wang & al. adoptent le modèle d'acceptation de créneaux proposé par Kita [48] basé sur la théorie des jeux, dans lequel, le véhicule d'insertion prend ses décisions en fonction des comportements des autres véhicules.

Le modèle calcule les créneaux (avant et arrière) acceptables de la façon suivante :

$$Dx_L(t) = \frac{1}{2}\beta \left[\frac{V_L^2(t)}{b'_{L,C}} - \frac{\tilde{V}_C(t)^2}{b_C} + 2\tau_C \tilde{V}_C(t) + V_C(t)\tau_C \right]$$

et,

$$Dx_F(t) = \frac{1}{2}\beta \left[\frac{V_C^2(t)}{b'_{C,F}} - \frac{\tilde{V}_{F,C}(t)^2}{b_F} + 2\tau_C \tilde{V}_{F,C}(t) + V_F(t)\tau_C \right].$$

Où β est un paramètre de sensibilité affectant les créneaux, $\tilde{V}_{i,j}(t)$ est la vitesse à l'instant t du véhicule i perçue par le véhicule j qui le précède. Finalement, le véhicule d'insertion n'acceptera que des créneaux supérieurs à Dx_L et Dx_F .

4. *Modèle d'insertion :*

Lorsque le véhicule C trouve un créneau acceptable, il s'insère sur la voie principale et se place derrière le véhicule F . Sinon, il ajustera sa vitesse et cherchera un autre créneau. Si le véhicule d'insertion arrive à la fin de la voie d'accélération sans avoir trouvé de créneau acceptable, le modèle de simulation le retire et un échec d'insertion est enregistré.

Conclusion

Les paramètres d'entrée du modèle de Wang et al. sont issus de la littérature (Zheng [87]; Gipps [26]; Toledo [76]; etc..) puis recalculés de manière empirique. Des tests de sensibilité ont été effectués sur les paramètres clés du modèle afin d'analyser leur influence. Les indicateurs utilisés sont les nombres d'échec et de réussite des insertions. Les tests montrent que les comportements coopératifs sur la voie principale ont un effet significatif sur les insertions qui se font plus facilement. La longueur de la voie d'accélération affecte aussi le modèle et les auteurs trouvent que la longueur optimale est d'environ 100 mètres et que plus la voie est longue et plus les véhicules ont tendance à prendre le créneau "follow gap" et donc un échec d'insertion est enregistré.

La suppression irréaliste d'un véhicule arrivé au bout de la voie d'accélération sans s'être inséré est une limitation du modèle de Wang et al., notamment si l'effectif de ce type de cas est élevé. D'autre part, le modèle manque de validation sur de plus amples données réelles.

Modèle de Weng et al.

Weng et al. [86] s'intéressent à la modélisation de la relation entre le comportement d'insertion dans une zone de travaux et les vitesses et débit du trafic. Les auteurs développent un modèle de lieu d'insertion désiré dans lequel, la probabilité d'insertion en ce lieu est calculée à partir de modèles de régression logistique (LOGIT) binaire. Ils proposent aussi un modèle de distance d'insertion.

Les auteurs modélisent le processus d'insertion sous forme de succession des tâches suivantes. Le conducteur du véhicule d'insertion commence par cibler un lieu d'insertion, ensuite le modèle estime la probabilité d'insertion en ce même lieu, et si la manoeuvre est autorisée, la décision de s'insérer est prise et le modèle fournit la distance d'insertion.

- *Modélisation du lieu d'insertion désiré.* Ce modèle représente la décision du conducteur du véhicule d'insertion lorsqu'il commence à chercher à s'insérer sur la voie principale adjacente. Cette décision est modélisée par une variable aléatoire suivant une loi log-normale :

$$\ln(L_i) = X_i\beta + \varepsilon_i$$

où L_i est le lieu d'insertion désiré du véhicule d'insertion i . X_i est le vecteur des variables aléatoires telles que les vitesses et les densités sur les voies d'insertion et principale. β est le vecteur des paramètres correspondants et ε_i est une erreur aléatoire associée au lieu d'insertion désiré $\varepsilon_i \leftrightarrow \mathcal{N}(0, \sigma^2)$.

Si le véhicule atteint ou dépasse le lieu d'insertion désiré, le conducteur du véhicule d'insertion i est considéré en phase d'insertion. La probabilité p_s d'être dans cet état peut être calculée par :

$$p_s = \mathbb{P}(L_i > l_i) = \mathbb{P}(\ln(L_i) > \ln(l_i)) = 1 - \Phi\left(\frac{\ln(L_i) - \ln(l_i)}{\sigma}\right)$$

où l_i^d est le lieu courant d'insertion du véhicule i et Φ est la fonction de répartition d'une loi normale standard.

- *Modélisation de la probabilité d'insertion.* Une fois que le véhicule a manifesté son souhait de s'insérer, il identifie s'il est capable de s'insérer dans le créneau adjacent courant. Si les conditions de trafic sont adéquates, il s'insère. Sinon, il y a échec d'insertion. Ce comportement peut être considéré comme un processus séquentiel de choix de créneaux avec deux choix : insertion ou non insertion dans le créneau courant.

Weng et al. utilisent une méthode de régression logistique pour prédire les décisions discrètes d'insertion :

$$p_m = \frac{\exp(U_a - U_r)}{1 + \exp(U_a - U_r)} = \frac{\exp(\theta_0 + \sum_{j=1}^J \theta_j X^j)}{1 + \exp(\theta_0 + \sum_{j=1}^J \theta_j X^j)}$$

et,

$$p_n = 1 - p_m$$

où p_m est la probabilité du choix "insertion" et p_n est la probabilité du choix "non-insertion" et U_a et U_r sont les parties déterministes des utilités respectives des choix insertion et non-insertion.

Les variables explicatives X^j , $j = 1, \dots, J$ sont :

- la taille du créneau temporel adjacent T_g .
- La vitesse relative entre le véhicule d'insertion et son leader sur la voie principale Dv_L .
- La vitesse relative entre le véhicule suiveur sur la voie principale et le véhicule d'insertion Dv_F .
- La vitesse du véhicule d'insertion V_C .
- L'impact de la distance D^{rem} , $f(D^{rem})$ avant la fin de la voie d'accélération. En effet, les choix d'insertion ne sont pas affectés quand cette distance est plus grande qu'un certain seuil, mais pour de petites valeurs, les conducteurs deviennent plus agressifs. Cette variable est donnée par la formule :

$$f(D^{rem}) = \frac{1}{1 + \exp(\lambda D^{rem})}$$

où le paramètre λ peut être estimé par maximum de vraisemblance.

- L'influence du leader sur la voie d'insertion (s'il existe) est donnée par :

$$f(g_D, V_m, Dv_L) = \frac{\delta}{1 + \exp(\alpha_1 g_D + \alpha_2 V_m Dv_L)}$$

où $\delta = 1$ si le leader sur la voie principale existe et $\delta = 0$ sinon, g_D est le créneau entre le véhicule d'insertion et son leader sur la voie d'insertion. Les paramètres α_1 et α_2 peuvent être estimés par maximum de vraisemblance.

- *Modélisation de la distance d'insertion.* La distance d'insertion d'un véhicule est la distance qu'il parcourt à partir du lieu d'insertion désiré jusqu'au lieu où le processus d'insertion se termine. Cette distance peut être influencée par les vitesses sur les deux voies et par l'état du trafic sur la voie principale. Si le trafic est chargé, les opportunités d'insertion peuvent être réduites et dans ce cas, les véhicules parcourront une plus longue distance pour trouver un créneau acceptable. La distance d'insertion est modélisée par une variable aléatoire compte tenu du caractère stochastique de la décision d'insertion et du lieu d'insertion désiré. Cette variable est supposée suivre une loi log-normale :

$$\ln(D_i^{merge}) = X_i^{merge} \beta^{merge} + \varepsilon_i^{merge}$$

où D_i^{merge} est la distance d'insertion parcourue par le véhicule d'insertion i , X_i^{merge} est le vecteur des variables aléatoires affectant celle-ci et ε_i^{merge} est l'erreur aléatoire associée à la distance d'insertion et normalement distribuée.

Conclusion

Weng et al. utilisent des données réelles collectées sur une zone de travaux à Singapour afin de calibrer et valider leurs modèles sous différents états du trafic. Leurs analyses ont montré que :

1. Le modèle du lieu d'insertion souhaité se déplace en amont lorsque la vitesse ou la densité sur la voie d'insertion croît. Il se déplace en aval quand la densité sur la voie principale croît. Ainsi, le véhicule d'insertion tardera à envisager l'insertion quand la voie principale est congestionnée.
2. Leur modèle LOGIT prédit à 92.4% les observations et toutes ses variables explicatives sont significatives au niveau 5%. De plus, les analyses statistiques montrent que plus la taille du créneau adjacent courant est grande et plus la probabilité d'insertion est grande. D'autre part, la probabilité

d'insertion est positivement influencée par la vitesse relative avec le véhicule leader mais négativement affectée par la vitesse relative avec le suiveur. La distance restante $f(D^{rem})$ a aussi un impact sur le modèle et exprime implicitement le phénomène d'insertion forcé où le véhicule d'insertion devient plus agressif et sera plus disposé à accepter des petits créneaux.

3. Dans le modèle de distance d'insertion, l'influence provient des densités sur les deux voies et de la vitesse sur la voie principale. En effet, les auteurs observent que la distance d'insertion moyenne augmente avec ces variables.

Modèle de Michaels et Fazio

Michaels et Fazio [62] développent un modèle d'insertion sur autoroute basé sur l'acceptation d'un créneau de vitesse angulaire. Le modèle comporte deux processus continus d'accélération et d'acceptation de créneaux et distinguent plusieurs processus discrets pendant la manoeuvre d'insertion : la localisation de la courbe de la bretelle, la transition à partir de la bretelle vers la voie d'accélération, l'accélération, la recherche de créneaux et, la transition à partir de la voie d'accélération vers la voie principale ou l'échec. Pendant la recherche de créneau, la vitesse angulaire est estimée par :

pour $P \in \{F, L\}$,

$$\omega_P = k \times \frac{(V_P - V_C)}{Dx^2}$$

où ω est la vitesse angulaire, V_P est la vitesse du véhicule de la voie principale. V_C est la vitesse du véhicule d'insertion, Dx est la distance intervéhiculaire et k est l'offset latéral.

Si la vitesse du véhicule d'insertion est plus grande que la vitesse du véhicule de la voie principale (condition d'ouverture) et le véhicule peut s'insérer dès lors que le créneau avec son leader est suffisant. En revanche, si la vitesse du véhicule d'insertion est la plus petite (condition de fermeture) et la décision d'insertion dépend de la vitesse angulaire et du véhicule suiveur dès lors que le véhicule d'insertion est toujours derrière le leader sur tout le segment de la voie où se produit le changement de vitesse. La troisième situation a lieu lorsque la vitesse relative et la distance génèrent une vitesse angulaire inférieure à 0.004 rad/sec (vitesse angulaire nulle). Dans leur modèle, Michaels et Fazio intègrent la courbure de la bretelle d'insertion et la fonction de répartition des créneaux sur la voie principale.

Le modèle suppose que la manoeuvre d'insertion peut être un processus itératif si le trafic est congestionné. Dans ce cas, le véhicule d'insertion accélère et cherche itérativement un créneau jusqu'à ce que sa vitesse atteigne celle pratiquée sur la voie principale.

Conclusion

Les auteurs observent que les conducteurs ont tendance à diminuer leur vitesse entre des accélérations successives quand ils sont dans un processus de recherche de créneaux et que la probabilité d'insertion croît avec des essais successifs.

A partir du modèle proposé, les auteurs présentent une procédure d'estimation de la longueur de la voie d'accélération pour fournir des créneaux adéquats. Ils obtiennent que la longueur de la voie d'accélération ne dépend pas du volume sur la voie principale au delà de 1200 à 2000 pcphpln¹² et que 650-800ft¹³ est une longueur suffisante pour assurer 85% ou plus d'opportunités d'insertion pour les véhicules d'insertion.

Le modèle proposé ne considère pas les interactions entre les véhicules d'insertion et ceux de la voie principale puisqu'il suppose que le trafic en insertion n'a pas d'influence sur le flux direct. Cela représente une grande limite. De plus, la variable d'offset latéral k est difficile à estimer en pratique compte tenu du manque de données sur ce type de variables.

12. passenger cars per hour per lane : véhicules par heure et par voie : unité de mesure de la capacité d'une chaussée

13. feet soit 0.3048m

Modèles de Choudhury et al.

Choudhury et al.[17] présentent un modèle de changement de voie dans lequel, le processus de décision est formé de quatre niveaux : une acceptation de créneau normale, une décision d'initier une insertion courtoise, une décision d'initier une insertion forcée, et une acceptation de créneaux pour des insertions courtoise et forcée.

Dans leur modèle d'acceptation de créneaux, un créneau est accepté s'il est plus grand qu'un seuil critique. Le conducteur doit accepter le créneau avant et le créneau arrière pour prendre la décision de changer de voie. Le modèle est représenté par une variable aléatoire qui suit une loi log-normale :

$$\ln(G_{i,t}^{m,g}) = \beta^{m,g^T} X_{i,t} + a^{m,g} u_i + \varepsilon_{i,t}^{m,g}$$

étant donné le créneau $g \in \{\text{avant}, \text{arrière}\}$, la manoeuvre $m \in \{\text{normale}, \text{courtoise}, \text{forcée}\}$, $G_{i,t}^{m,g}$ est le créneau critique du véhicule i à l'instant t pour une insertion de type m . $X_{i,t}$ est le vecteur des variables explicatives et β^{m,g^T} le vecteur des paramètres associés. $\varepsilon_{i,t}^{m,g}$ est l'erreur aléatoire dans l'acceptation de créneaux pour le type d'insertion m du véhicule i à l'instant t . u_i est un terme aléatoire spécifique au conducteur i et $a^{m,g}$ est le coefficient de ce terme pour un créneau g et une insertion de type m .

Les variables explicatives du modèle sont :

- les vitesses relatives entre le véhicule sujet et les véhicules leader et suiveur.
- La distance restante avant le point du changement de voie obligatoire.
- L'accélération du véhicule suiveur.

Si les créneaux disponibles ne sont pas acceptables, le conducteur du véhicule sujet évalue la position, la vitesse et l'accélération des véhicules sur l'autoroute, puis anticipe un autre créneau. Si les créneaux ne sont toujours pas acceptés, alors, le conducteur considérera l'initiation d'une insertion forcée. Les variables qui affectent la décision d'initier un changement de voie forcé dépendent du véhicule d'insertion (distance au point du changement de voie, vitesse), du véhicule suiveur (le type de véhicule, l'accélération et la vitesse), et des conditions du trafic (niveau de congestion).

Dans [16], Choudhury et al. étendent le modèle précédent en y intégrant des accélérations et décélérations supplémentaires pour faciliter les manoeuvres d'insertion. Ils incluent les trois sous modèles d'accélération suivants :

- une accélération pour changer de voie qui se produit lorsque les créneaux disponibles sont acceptables. Elle est fonction de la vitesse relative avec le véhicule leader.
- L'accélération vers un créneau cible (la même que dans Toledo[76]). Elle s'effectue quand le véhicule cherche à mieux se positionner par rapport aux véhicules leader et suiveur sur la voie adjacente. Le véhicule peut sélectionner des créneaux arrière, adjacent courant ou avant.
- Une accélération pour initier une insertion forcée ou courtoise. Elle vise à obtenir une position améliorée dans sa propre voie par rapport aux véhicules leader et suiveur.

Conclusion

Le modèle de simulation de Choudhury et al. a été testé sur des données issues du FHWA¹⁴ et du projet NGSIM¹⁵. Ces données contiennent des trajectoires de véhicules (positions, accélérations et vitesses) le long de l'autoroute I-80 à Emeryville, en Californie pour un trafic intermédiaire proche de la congestion. Des résultats sur les distributions des vitesses relatives et des créneaux montrent que lorsqu'un créneau est accepté, le véhicule sujet roule plus lentement que le véhicule leader et plus rapidement que le véhicule suiveur.

14. Federal Highway Administration

15. Next Generation SIMulation

Modèle de Ahmed et al.

Ahmed et al. [2] développent un modèle de simulation de changement de voie combiné à un modèle d'accélération pour décrire le comportement d'insertion.

Dans sa thèse de doctorat, Ahmed [1] distingue un changement de voie obligatoire (MLC¹⁶) d'un changement de voie discrétionnaire (DLC¹⁷). Le premier peut être requis à cause d'une réduction de voie par exemple, et le second si le conducteur veut améliorer ses conditions de conduite. Le processus de changement de voie est décrit en trois étapes : la décision de considérer un changement de voie, le choix d'une voie cible et l'acceptation des créneaux sur la voie ciblée.

1. *Modèle de sélection de voie.* Il est composé de quatre niveaux de décision hiérarchique lorsque le conducteur répond favorablement à un MLC ou pas (\overline{MLC}). L'auteur utilise un modèle de choix discret de LOGIT binaire. La probabilité qu'un conducteur i réponde à un MLC à l'instant t conditionnellement au terme aléatoire spécifique individuel ν_i est donnée par :

$$\mathbb{P}_t(MLC|\nu_i) = \frac{1}{1 + \exp(-X_i^{MLC}(t)\beta^{MLC} - \alpha^{MLC}\nu_i)}$$

où $X_i^{MLC}(t)$ est le vecteur des variables explicatives qui affectent la décision de répondre à des conditions MLC et β^{MLC} celui des paramètres associés, ν_i est un terme aléatoire spécifique au conducteur supposé suivre une distribution normale standard et ν_i son paramètre. Le terme ν_i est introduit pour tenir compte de la corrélation entre les différentes observations pour un conducteur donné. Plus le produit $\alpha^{MLC}\nu_i$ est grand, plus il est probable que le conducteur réponde plus tôt au MLC. Si le conducteur ne répond pas à un MLC ou que les conditions MLC ne sont pas réalisées, un DLC peut être considéré. La décision (binaire) de satisfaction ou non des conditions de conduite (DCNS¹⁸) est modélisée par un modèle LOGIT binaire.

$$\mathbb{P}_t(DCNS|\nu_i) = \frac{1}{1 + \exp(-X_i^{DCNS}(t)\beta^{DCNS} - \alpha^{DCNS}\nu_i)}$$

Généralement, α^{DCNS} et α^{MLC} devraient être de signe opposé, signifiant qu'un conducteur reportant une réponse à une condition MLC pourrait être un conducteur agressif et ainsi, peut avoir une plus grande propension à effectuer un DLC. Lorsque les conditions de conduite ne sont pas satisfaisantes, les conducteurs sont supposés comparer les conditions sur la voie courante à celles des autres voies adjacentes de gauche et de droite. D'abord, les utilités des deux voies (gauche versus droite) sont comparées et ensuite, l'utilité retenue est comparée à celle de la voie courante afin de décider si elle est la voie désirée ou pas.

2. *Modèle d'acceptation de créneaux.* Dans ce modèle les conducteurs évaluent si les créneaux disponibles sur la voie (adjacente uniquement) désirée sont acceptables ou non. Un créneau est acceptable seulement lorsque les deux créneaux avant et arrière dépassent des seuils minima. Ces seuils critiques varient en fonction des conducteurs et des conditions de trafic. Le créneau critique pour un conducteur i à l'instant t est supposé avoir la forme fonctionnelle suivante :

$$G_i^{cr,g}(t) = \exp(X_i^g(t)\beta^g + \alpha^g\nu_i + \varepsilon_i^g(t))$$

étant donné $g \in \{\text{avant, arrière}\}$, α^g est le paramètre de ν_i pour g et $\varepsilon_i^g(t)$ est un terme aléatoire générique qui varie en fonction des dimensions i , g et t . Le terme ν_i tient compte des corrélations entre les créneaux critiques avant et arrière pour un conducteur. Un conducteur réservé devrait avoir des créneaux critiques avant et arrière plus grands qu'un conducteur agressif. Un produit $\alpha^g\nu_i$ plus grand implique une taille des créneaux plus grande, et représente ainsi un conducteur plus réservé. L'auteur suppose que $\varepsilon_i^g(t) \hookrightarrow \mathcal{N}(0, \sigma_{\varepsilon^g}^2)$, ce qui signifie que les tailles des créneaux critiques sont log-normalement distribuées. La probabilité conditionnelle d'acceptation d'un créneau est donnée

16. Mandatory Lane Changing

17. Discretionary Lane Changing

18. Driving Conditions Not Satisfactory : signifie que les conditions de conduite ne sont pas satisfaisantes

par :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\text{gAcc}|\nu_i) &= \mathbb{P}(\text{gL acceptable}|\nu_i)\mathbb{P}(\text{gF acceptable}|\nu_i) \\ &= \mathbb{P}(G_i^{gL}(t) > G_i^{gL,cr}(t)|\nu_i)\mathbb{P}(G_i^{gF}(t) > G_i^{gF,cr}(t)|\nu_i) \\ &= \Phi\left(\frac{\ln(G_i^{gL}(t) - X_i^{gL}(t)\beta^{gL} - \alpha^{gL}\nu_i)}{\sigma_{\varepsilon^{gL}}}\right) \times \Phi\left(\frac{\ln(G_i^{gF}(t) - X_i^{gF}(t)\beta^{gF} - \alpha^{gF}\nu_i)}{\sigma_{\varepsilon^{gF}}}\right) \end{aligned}$$

où G^{gL} et G^{gF} désignent les créneaux respectifs avant et arrière, et Φ est la fonction de répartition d'une loi normale standard.

3. *Modèle d'insertion forcée.* Une fois que le véhicule sélectionne un créneau adjacent sur la voie cible et qu'un droit de passage est établi. Le processus d'insertion engage la décision du conducteur à propos de son intention de s'insérer dans un créneau adjacent et à sa perception de l'établissement d'un droit de passage et finalement, s'insérer dans le créneau cible.

Soit $S_i(t)$ l'état du conducteur i à l'instant t . Ahmed utilise un modèle LOGIT binaire et une utilité de choix aléatoire pour calculer la probabilité de passer de l'état M à partir de l'état \bar{M} (par ex. de MLC au DLC ou l'inverse) conditionnellement à ν_i suivante :

$$\mathbb{P}(S_i(t) = M | S_i(t-1) = \bar{M}, \nu_i) = \frac{1}{1 + \exp(-X_i^{FM}(t)\beta^{FM} - \alpha^{FM}\nu_i)}$$

où FM désigne l'insertion forcée. Les principales variables explicatives contiennent :

- la vitesse relative avec le leader uniquement si le leader est plus lent,
- la vitesse relative avec le suiveur,
- la distance restante avant le point où le changement de voie devrait être finalisé,
- le retard (le temps écoulé depuis que l'application des conditions du MLC),
- le créneau total net (la somme des créneaux avant et arrière),
- un indicateur de poids lourds.

Ahmed et al. [2] proposent un modèle de changement de voie dans un trafic fluide, ainsi qu'un modèle d'insertion forcée dans un trafic congestionné (Ahmed[2], 1996). Le modèle de changement de voie contient un modèle de sélection de voie et d'acceptation de créneaux.

Le véhicule d'insertion évalue régulièrement le trafic environnant sur la voie cible pour décider s'il s'insère devant son suiveur. Le modèle proposé est décrit par un comportement de "céder le passage courtois" du véhicule suiveur et une "insertion forcée" du véhicule sujet. Le véhicule d'insertion communique avec son suiveur pour vérifier si un droit de passage est établi. Si c'est le cas, le véhicule va initier une insertion forcée, sinon, le véhicule continue ce processus.

En utilisant un modèle LOGIT binaire, Ahmed et al. modélisent la probabilité de l'action : "initier une insertion forcée" ou "ne pas initier une insertion forcée". Les variables explicatives du modèle sont :

- la vitesse relative avec le leader lorsque le véhicule leader est plus lent.
- La vitesse relative avec le suiveur.
- La distance restante avant le point où l'insertion doit être accomplie.
- Le retard.
- La somme des créneaux devant et derrière.
- La présence de poids lourds.

Conclusion

Un apport important des auteurs aux modèles d'accélération a été d'inclure deux composantes : un modèle de poursuite et un modèle d'accélération dans un flux libre. Ahmed et al. ont défini un créneau critique entre véhicules pour distinguer ces deux régimes. Le modèle inclue donc les conditions de trafic mais ne tient pas compte explicitement de l'influence des décisions de changement de voie et la décision d'accélération.

Modèles de simulation de Hidas et al.

Hidas [34] introduit des algorithmes de simulation de changement de voie et d'insertion, implémenté dans le simulateur SITRAS¹⁹.

Le modèle développé explicite les interactions entre véhicules à travers des concepts de systèmes multi-agents considérant que l'objet véhicule-conducteur est un agent autonome. Le modèle de changement de voie contient des aspects de changement de voie forcé et coopératif adaptés aux conditions de trafic. Un changement de voie est faisable si :

- l'accélération/décélération nécessaire du véhicule sujet est acceptable,
- la décélération requise par le suiveur est acceptable.

Le modèle inclue un paramètre d'agressivité dans le calcul de la décélération.

Les caractéristiques suivantes sont implémentées dans le modèle d'insertion :

- l'acceptation de créneaux critiques plus courts que ceux issus des modèles de poursuite,
- une accélération pour ajuster la position du véhicule sujet pendant le changement de voie,
- un comportement de changement de voie coopératif de la part des véhicules de la voie (de l'autoroute) adjacente à la voie d'insertion, si les véhicules d'insertion sont proches afin d'éviter une collision,
- l'application de faibles accélérations quand les véhicules essaient de s'insérer dans de très courts créneaux au lieu d'utiliser une grande décélération qui peut potentiellement perturber le flux,
- l'application d'un paramètre représentant un "conducteur courtois" seulement quand le trafic est congestionné.

Dans [35], Hidas présente une version améliorée de SITRAS appelée ARTEMiS pour la simulation des modèles d'insertion et de changement de voie dans un trafic congestionné.

Son modèle de changement de voie propose une application des techniques basées sur les agents intelligents dans les modèles microscopiques de simulation de trafic afin d'améliorer l'efficacité et la fiabilité de la simulation dans des scénarios complexes de trafic.

L'auteur se base sur des analyses de vidéos de trafic (congestionné) sur une section de route à Sydney pour faire une classification des changements de voie en trois types :

- Changement de voie libre : il est détecté s'il n'y a pas de changement remarquable dans le créneau relatif entre les véhicules leader et suiveur durant tout le processus. Ainsi, il n'y a pas d'interaction entre le véhicule sujet et son suiveur.
- Changement de voie forcé : il s'exprime par une modification dans les créneaux avant et après le point d'entrée (point d'insertion). Le créneau entre leader et suiveur était constant ou limité avant le point d'entrée et il commence à s'élargir après l'entrée du véhicule sujet sur la voie cible, ce qui indique que le véhicule sujet a forcé son suiveur à ralentir.
- Changement de voie coopératif : il est caractérisé par un changement de comportement opposé des créneaux avant et après le point d'entrée. Le créneau entre le leader et le suiveur est croissant avant le point d'entrée et commence à décroître après. Cela indique que le suiveur ralentissait pour permettre l'insertion du véhicule sujet. La coopération dans ce modèle admet trois composantes :
 1. D'abord, le véhicule sujet manifeste sa volonté de s'insérer sur la voie cible.
 2. Ensuite, le véhicule suiveur prend connaissance de cette situation, décide de coopérer et ralentit en créant un créneau spatial plus large devant lui.
 3. Finalement, le véhicule sujet réalise que son suiveur cède le passage et lorsque le créneau est assez large pour exécuter un changement de voie en toute sécurité, il effectue sa manoeuvre.

La distinction se fait principalement selon la nature de l'interaction entre le véhicule sujet et son suiveur sur la voie cible. Le véhicule leader est considéré comme un joueur passif dans le processus de changement de voie mais représente une contrainte pour les deux véhicules.

¹⁹. Simulation of Intelligent TRANsport Systems

Conclusion

Des tests sur des données collectées ont montré qu'en congestion, les changements de voie se produisent dans de petits créneaux et que les créneaux acceptés sont étroitement liés aux vitesses relatives entre les véhicules leader et suiveur. Il a aussi été montré que, lorsque le leader est plus rapide que le suiveur, le créneau minimum accepté était constant, mais que si le leader est plus lent que le suiveur, le créneau minimum accepté augmente avec la différence de vitesses.

Plusieurs éléments tels que la présence de poids lourds devant n'ont pas été intégrés dans le modèle afin de le rendre plus réaliste.

Modèle de simulation de Toledo et al.

Toledo et al.[76] développent un modèle intégré de comportement de changement de voie et d'accélération.

Dans ce modèle, les conducteurs qui désirent changer de voie et ne peuvent le faire immédiatement, choisissent un plan à court terme, et adaptent leur comportement d'accélération pour faciliter le changement de voie. La structure du modèle cherche une interdépendance entre les différentes décisions de changement de voie et d'accélération. Le modèle considère quatre niveaux de décisions pour le conducteur : il cible la voie, cible un créneau, accepte le créneau et accélère.

- *Modèle de choix de la voie.* Trois alternatives s'offrent au conducteur du véhicule sujet : rester dans la voie courante, ou choisir de changer de voie en sélectionnant la voie de gauche ou celle de droite. La décision sera en fonction de l'utilité associée à chacune des voies. Les auteurs proposent les fonctions d'utilité suivantes :

$$U_i^{l_j}(t) = X_i^{l_j}(t)\beta^{l_j} + \alpha^{l_j}\nu_i + \varepsilon_i^{l_j}(t)$$

où l_j est soit la voie courante (cl), la voie de droite (rl) ou la voie de gauche (ll). $U_i^{l_j}(t)$ est l'utilité de la voie l_j pour le conducteur i à l'instant t . $X_i^{l_j}(t)$ est le vecteur des variables explicatives et β^{l_j} le vecteur des paramètres associés. $\varepsilon_i^{l_j}(t)$ est un terme aléatoire associé à l'utilité de la voie l_j . ν_i est un terme aléatoire spécifique au conducteur représentant des caractéristiques non observables du conducteur et du véhicule, tenant compte des corrélations entre les observations au fil du temps. Cette dernière variable est supposée être normalement distribuée. α^{l_j} sont les paramètres de ν_i . Les auteurs proposent de calculer les probabilités de choix des voies cibles conditionnellement au terme ν_i par la formule suivante sous l'hypothèse que les termes $\varepsilon_i^{l_j}(t)$ sont indépendants et identiquement distribués suivant une loi de Gumbel.

$$\mathbb{P}_i(l_j|\nu_i) = \frac{\exp(V_i^{l_j}(t)|\nu_i)}{\sum_{k \in K} \exp(V_i^{l_k}(t)|\nu_i)}$$

avec $V_i^{l_j}(t)|\nu_i = X_i^{l_j}(t)\beta^{l_j} + \alpha^{l_j}\nu_i$ les utilités conditionnelles des différentes alternatives de l'ensemble $K = \{cl, rl, ll\}$. Les variables explicatives doivent refléter les conditions du voisinage immédiat du véhicule sujet sur chacune des voies (par exemple : la vitesse relative avec le leader sur chaque voie, la présence de poids lourds,..) et la connaissance du trajet (par exemple : la distance séparant le conducteur du point où il doit être sur la voie ciblée ainsi que le nombre de changements de voie nécessaires pour atteindre cette voie).

- *Modèle d'acceptation de créneaux.* Ce modèle considère les décisions du conducteur afin d'exécuter la manoeuvre de changement de voie. Le conducteur évalue les créneaux adjacents avant et arrière sur la voie cible, puis les compare aux seuils critiques qui sont les distances minimum acceptables. Le modèle suppose que le conducteur doit accepter les deux créneaux avant et arrière pour pouvoir changer de voie. Les créneaux critiques sont modélisés par des variables aléatoires suivant une loi log-normale.

$$\ln(G_i^{gP,l,cr}(t)) = X_i^{gP,l}(t)\beta^{gP} + \alpha^{gP}\nu_i + \varepsilon_i^{gP}(t).$$

où $P \in \{F, L\}$, $G_i^{gP, l, cr}(t)$ est le créneau critique (avant ou arrière, exprimé en mètres) avec le véhicule P sur la voie cible $l \in \{rl, ll\}$. $X_i^{gP, l}(t)$ est le vecteur des variables explicatives affectant le créneau critique et β^{gP} est le vecteur des paramètres correspondant. $\varepsilon_i^{gP}(t)$ est un terme aléatoire distribué suivant une loi normale centrée, de variance σ_{gP}^2 . α^{gP} est le paramètre du terme aléatoire ν_i spécifique au conducteur.

Les auteurs expriment la probabilité d'exécuter un changement de voie conditionnellement au terme spécifique au conducteur et à la voie cible par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_i(\text{aller vers la voie cible}|l^t, \nu_i) &= \mathbb{P}_i(\delta_t^l = 1|l^t, \nu_i) \\ &= \mathbb{P}(\text{accepter un créneau avant}|l^t, \nu_i)\mathbb{P}(\text{accepter un créneau arrière}|l^t, \nu_i) \\ &= \mathbb{P}(G_i^{gL, l}(t) > G_i^{gL, l, cr}(t)|l^t, \nu_i) \cdot \mathbb{P}(G_i^{gF, l}(t) > G_i^{gF, l, cr}(t)|l^t, \nu_i). \end{aligned}$$

Avec l la voie cible, $G_i^{gL, l}(t)$ et $G_i^{gF, l}(t)$ sont respectivement les créneaux valables avant et arrière. δ_t^l est un indicateur de l'action "changer de voie" qui vaut 1 si un changement de voie est effectué vers la voie l à l'instant t et 0 sinon.

Sous l'hypothèse de la log-normalité des créneaux critiques, la probabilité conditionnelle que le créneau avant soit acceptable est donnée par :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}_i(G_i^{gL, l}(t) > G_i^{gL, l, cr}(t)|l, \nu_i) &= \mathbb{P}_n(\ln(G_i^{gL, l}(t)) > \ln(G_i^{gL, l, cr}(t))|l, \nu_i) \\ &= \Phi\left(\frac{\ln(G_i^{gL, l}(t)) - (X_i^{gL, l}(t)\beta^{gL} + \alpha^{gL}\nu_i)}{\sigma_g L}\right) \end{aligned}$$

où $\Phi(\cdot)$ désigne la fonction de répartition d'une loi normale standard.

De la même façon, la probabilité conditionnelle qu'un créneau arrière soit acceptable est obtenue par :

$$\mathbb{P}_i(G_i^{gF, l}(t) > G_i^{gF, l, cr}(t)|l, \nu_i) = \Phi\left(\frac{\ln(G_i^{gF, l}(t)) - (X_i^{gF, l}(t)\beta^{gF} + \alpha^{gF}\nu_i)}{\sigma_g F}\right)$$

La décision d'acceptation de créneaux est influencée par les variables telles que : les vitesses relatives par rapport aux véhicules leader et suiveur. Les créneaux critiques peuvent aussi être affectés par la densité du trafic ou encore des variables liées à la nécessité et l'urgence du changement de voie.

- *Modèle de choix de créneaux.* Lorsque le créneau adjacent est rejeté, le conducteur ne peut réaliser son changement de voie dans l'immédiat. Ainsi, Toledo et al.[77] proposent un modèle sélection de créneau correspondant à une stratégie que le conducteur adopte pour accomplir la manoeuvre souhaitée en ajustant la vitesse, la position pendant une courte durée de temps. Les alternatives dans l'ensemble de choix de créneaux cibles contiennent les créneaux disponibles dans le voisinage du véhicule sujet (le créneau adjacent, le créneau avant et le créneau arrière).

Les utilités des différents créneaux cibles pour le véhicule i à l'instant t sont données par :

$$U_i^{gP}(t) = X_i^{gP}(t)\beta^{gP} + \alpha^{gP}\nu_i + \varepsilon_i^{gP}(t)$$

où $X_i^{gP}(t)$ est le vecteur des variables explicatives affectant l'utilité du créneau gP et β^{gP} le vecteur des paramètres correspondant. Les variables $\varepsilon_i^{gP}(t)$ sont les termes aléatoires associés aux utilités des créneaux. ν_i est le terme d'erreur spécifique individuelle et α^{gP} sont les paramètres correspondant. Les variables explicatives comprennent la taille du créneau et les vitesses des véhicules sujet, leader et suiveur. Sous l'hypothèse que les erreurs suivent une distribution logit, les auteurs proposent de calculer les probabilités conditionnelles des différentes alternatives pour le choix de créneaux par l'expression suivante :

$$\mathbb{P}(TG_i(t) = g|l_j^t, \delta_t^l = 0, \nu_i) = \frac{\exp(V_i^{gP_j}(t)|\nu_i)}{\sum_{k \in TG_i(t)} \exp(V_i^{gP_k}(t)|\nu_i)}$$

avec $TG_i(t)$ le choix des créneaux cibles du conducteur i à l'instant t .

- *Modèles d'accélération.* Toledo et al. [77] intègrent une accélération pour chacune des décisions précédentes. Ils considèrent les trois cas suivants pour formuler leurs modèles d'accélération :
 - Si le conducteur souhaite rester dans sa voie, le véhicule i applique une accélération $a_i^s(t)$.
 - Si le conducteur accepte un créneau adjacent disponible et exécute le changement de voie, il applique une accélération $a_i^{lc}(t)$ pendant sa manoeuvre.
 - Quand le conducteur souhaite changer de voie mais rejette le créneau adjacent disponible et ne change pas de voie immédiatement, il applique une accélération $a_i^{tg}(t)$. Cette accélération dépend du choix du créneau cible.

Les auteurs distinguent le cas où le véhicule sujet est proche de son leader et considèrent alors que l'accélération suit un modèle de poursuite. Dans le cas contraire, l'accélération est sous un régime non contraint.

Conclusion

Le modèle proposé par Toledo et al. a été testé sur des données réelles et bien qu'il reproduise différentes caractéristiques et capacités de planification du conducteur, le modèle semble montrer certains comportements ne reflétant pas la réalité. De plus, il ne tient pas compte des manoeuvres du type "céder le passage" ou "passage forcé".

Modèle d'insertion de Kondyli et Elefteriadou

Kondyli & al.[52] développent un modèle d'insertion pour les rampes d'accès. Ensuite, elles s'intéressent à la relation entre les interactions des véhicules et les ralentissements que peuvent provoquer les insertions au niveau des jonctions d'autoroute et bretelles d'insertion.

- *Processus d'insertion basé sur l'acceptation de créneaux :*

Le processus d'insertion présente quatre niveaux de décisions : l'acceptation de créneau, l'insertion libre (s'il n'y a aucune interaction entre véhicule d'insertion et véhicule prioritaire), l'insertion coopérative initiée (lorsque le véhicule de la voie principale cède le passage en décélérant ou en changeant de voie) et l'insertion forcée initiée (quand il existe un conflit entre les deux véhicules et que le véhicule d'insertion entame sa manoeuvre et le véhicule de la voie principale ralentit ou change de voie en retour).

Le modèle d'insertion proposé par Kondyli et al. est basé sur l'acceptation de créneaux et dépend du comportement des conducteurs.

Chaque créneau est défini par le créneau avant et le créneau arrière sur la voie principale. Les créneaux disponibles sont comparés à des créneaux critiques et, sont acceptés s'ils sont plus grands que ces derniers.

Les créneaux critiques sont supposés suivre une loi log-normale.

$$\ln(G_C^{total,m}) = \beta^{total,m} X_C^{total,m}. \quad (1.11)$$

où $X_C^{total,m}$ est le vecteur de variables explicatives affectant le créneau critique total sous différents types d'insertion $m \in \{\text{libre, coopérative, forcée}\}$ et $\beta^{total,m}$ est le vecteur des paramètres correspondant. Le modèle suppose que sous différentes manoeuvres d'insertion, le créneau total doit être acceptable pour le véhicule qui s'insère.

La probabilité d'acceptation de créneau est égale à la probabilité d'accepter un créneau total pour chaque type de manoeuvre. S'il y a rejet du créneau (probabilité d'acceptation de créneau nulle), le véhicule d'insertion C réexamine la situation en observant la réaction du véhicule suiveur F . Si celui-ci coopère (décélère ou change de voie), le véhicule peut accepter le créneau et s'insérer. En revanche, si F n'est pas disposé à le laisser passer ou que sa décélération est insuffisante ; le véhicule C peut initier une insertion forcée.

– *Perturbation liée à l'insertion :*

Kondyli et al. supposent dans leurs travaux que tous les véhicules qui tentent de s'insérer sont susceptibles de créer des instabilités dans l'écoulement du trafic.

Pour décrire l'effet global de la manoeuvre d'insertion sur le flux principal, les auteurs introduisent un terme de perturbation appelé "merging turbulence" qui mesure l'ampleur de l'impact d'un type de manoeuvre donné sur les interactions entre les deux flux (principal et sur bretelle). Ce phénomène se produit lorsqu'une série de manoeuvres d'insertions coopératives ou forcées affecte les vitesses des véhicules du mouvement direct (le véhicule suiveur F ou son suiveur). De même, les auteurs définissent aussi la perturbation totale ("total turbulence") qui contient les décélérations des véhicules causées par les insertions et les changements de voie.

Si la probabilité que le conducteur du véhicule suiveur F décélère suite à une manoeuvre d'insertion coopérative ou forcée est $P_{i_F}(DEC)$, alors la probabilité qu'il y ait une perturbation due à l'insertion peut être exprimée par :

$$P(\text{merging turbulence}) = \frac{1}{\text{ramp flow rate}} \sum_{i_F=1}^n P_{i_F}(DEC) \quad (1.12)$$

Cette probabilité dépend des décisions que prennent les véhicules de la voie principale à l'approche de la zone d'insertion.

Les auteurs observent que les décélérations deviennent plus fréquentes lorsqu'un ralentissement commence et qu'il existe une corrélation entre la perturbation liée à l'insertion et la baisse de vitesses associée à cet événement.

– *Modèle de comportement des véhicules du flux principal :*

Pendant le processus d'insertion, le véhicule suiveur F a trois options : décélérer, changer de voie ou rester sur sa voie. L'option de décélération est réservée aux manoeuvres d'insertions forcées (décélérations contraintes) ou coopératives (décélérations par choix). En effet, F ne va décélérer que s'il cède le passage en ralentissant de façon coopérative ou s'il est contraint par l'initiation d'une insertion forcée du véhicule C .

La probabilité que le véhicule F décélère peut être décrite par :

$$P_F(DEC_t) = P_F \left[\frac{DEC, s_{t,F} = \text{coop}}{s_{t-1,F} = \text{normal}} \right] + P_F \left[\frac{DEC, s_{t,F} = \text{forcé}}{s_{t-1,F} = \text{normal}} \right] \quad (1.13)$$

où $s_{t,F}$ est l'état du véhicule suiveur F sur la voie principale à l'instant t , qui peut être normal (si aucune interaction), coopératif ou forcé.

Les fonctions d'utilités des choix du véhicule F sont données par :

$$U_{d,F}^s = V_{d,F}^s + \varepsilon_{d,F}^s$$

avec, pour $d \in \{\text{décélère, changedevoie, pas d'action}\}$ et $s \in \{\text{coopérative, forcée, normale}\}$,

$$V_{d,F}^s = X_{d,F}^s \times \beta_{d,F}^s$$

les composantes déterministes des utilités du conducteur F à décélérer, changer de voie ou ne pas agir. $\varepsilon_{d,F}^s$ sont les termes d'erreurs associées aux trois utilités qui sont supposées être indépendantes et identiquement distribuées suivant une loi de Gumbel. Les vecteurs $X_{d,F}^s$ des variables explicatives affectent les utilités des différents choix et $\beta_{d,F}^s$ les paramètres correspondant.

Finalement, une alternative est choisie si son utilité est supérieure aux utilités de toutes les autres alternatives.

Conclusion

Dans ce modèle, les manoeuvres d'insertion ont été classées en libre, coopérative et forcée relativement au degré d'interaction entre la route principale et la bretelle. Les données utilisées dans la validation du

modèle, proviennent de véhicules instrumentés afin de développer un modèle reproduisant les décisions de décélérer, de changer de voie, ou de ne pas agir des conducteurs.

1.4 Détermination du créneau critique

Le créneau critique est le seuil à partir duquel, un conducteur pourrait décider d'engager sa manoeuvre de changement de voie. Le seuil critique devrait être plus grand que le créneau maximal rejeté et plus petit que le créneau minimum accepté.

Plusieurs méthodes ont été explorées pour déterminer le seuil critique. Certaines sont déterministes et d'autres stochastiques mais les plus utilisées sont purement empiriques issues d'observations réelles. Les seuils sous-jacents sont souvent employés comme une donnée d'entrée dans un modèle de simulation et ensuite, comparés à des résultats du modèle.

1.4.1 Approche déterministe

Il existe plusieurs méthodes représentatives.

1. Une première méthode toute simple consiste à prendre la moyenne ou la médiane des créneaux acceptés.
2. Une deuxième méthode utilisée pour déterminer un créneau critique est de déterminer l'intersection de la courbe cumulée des créneaux acceptés avec la courbe cumulée des créneaux rejetés (méthode Raff, dans G. Louah, 1986).
3. La troisième, est une méthode de régression introduite par Drew (1968) qui utilise l'angle d'insertion et la longueur de la voie d'insertion. Une équation expérimentale est résolue pour déterminer le créneau critique.

Par ailleurs, le manuel HCM²⁰ fournit une estimation des équations de volume de la voie d'insertion et la voie adjacente, par des classifications utilisant une méthode d'analyse de la régression déterministe. Cette méthode a l'avantage d'être simple dans le calcul par l'analyse de la régression et a de bonnes applications pratiques. Cependant, elle a l'inconvénient d'être macroscopique et admet certaines limites dans le reflet des comportements des conducteurs, rendant la simulation moins précise.

1.4.2 Approche stochastique

Cette approche est fondée sur l'étude des distributions des créneaux pour en déduire le créneau critique.

Les distributions des créneaux utilisent en partie des modèles LOGIT ou PROBIT. L'avantage du modèle de distribution des créneaux est qu'il est très détaillé, mais nécessite beaucoup de variables pour être considéré. De plus, il est coûteux en temps de calcul.

Méthode de Daganzo [21] :

Il utilise un modèle PROBIT pour refléter l'hétérogénéité des comportements des conducteurs et estimer les paramètres de la distribution normale de l'intersection du créneau critique. L'auteur trouve plusieurs différences pas uniquement entre les conducteurs mais pour un même conducteur qui se comporte différemment pour une même taille de créneau.

Méthode de Mahmassani & Sheffi [61] :

Ils utilisent un modèle PROBIT pour estimer la moyenne et la variance du créneau critique à une intersection non contrôlée. Les auteurs expliquent que le modèle est affecté par le nombre de créneaux

20. High Capacity Manual

dont il juge que ce ne sont pas des créneaux critiques.

Méthode de Troutbeck [79] :

Il affirme que la distribution du créneau critique est supposée être une distribution log-normale. Selon son modèle, la meilleure méthode d'estimation de créneau critique est la méthode du maximum de vraisemblance. Des résultats montrent que la méthode du maximum de vraisemblance a la plus petite valeur dans la différence moyenne de la population et la moyenne de l'échantillon et de la mesure de l'écart à la moyenne. Ceci signifie que la méthode du maximum de vraisemblance a la plus grande confiance parmi les méthodes d'estimation des créneaux critiques.

Méthode de Cassidy [15] :

Il utilise un modèle LOGIT binaire pour calculer la moyenne de la fonction de créneau critique estimé seul afin d'évaluer expérimentalement la capacité et le retard. Ce modèle concluait que les composantes affectant l'acceptation de créneaux aux intersections sont décalées, ce qui est dû au type de créneau et au premier indicateur²¹ de créneau. Cependant, les séquences de rejet de créneaux ne sont pas considérées dans la formulation du modèle ou l'estimation des paramètres, jusqu'à ce que le changement de voie soit terminé.

Méthode de Choudhury & al. [17], [16] :

Ils modélisent le créneau critique par une variable log-normalement distribuée. Le créneau est déterminé pour chaque véhicule, à chaque instant. Le créneau critique est différent selon que le partenaire est un leader ou un suiveur. De plus, il dépend du type d'insertion engagée.

21. les conducteurs ont tendance à éviter le premier créneau par mesure de sécurité

Chapitre 2

Présentation du site SAROT

2.1 Introduction

Les phénomènes d'insertions au niveau des convergents hors agglomération peuvent être particulièrement dangereux, compte tenu des différences de vitesses pratiquées entre le flux des voies principales et celui sur les bretelles d'entrée. Ajouté à cela certains comportements individuels à risque des conducteurs. Dans cette partie, nous nous intéressons au fonctionnement d'une bretelle d'insertion, et aux conséquences des manoeuvres des véhicules l'empruntant peut avoir sur les trajectoires des véhicules provenant des voies intersectant celle-ci. Nous nous baserons sur des données microscopiques de trafic pour réaliser une analyse purement descriptive. Les données utilisées pour alimenter cette étude, proviennent d'une plate forme expérimentale pour l'observation du trafic implantée sur l'autoroute **A87N**, située à l'est de la ville d'Angers (cf. figure 2.1). Après cette analyse des données, notre objectif est de construire un ou plusieurs modèle(s) dynamique(s) de fonctionnement de voie d'insertion, tenant compte d'éventuels conflits pouvant se présenter à tout moment d'insertion.

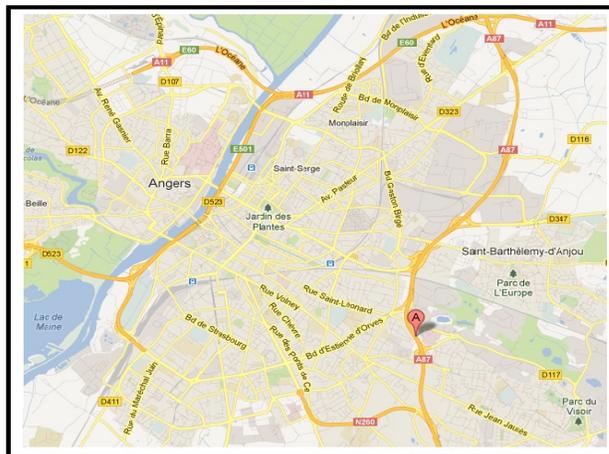


Figure 2.1 – Localisation du site SAROT, source : google map

2.2 Description du site

Le site **Site Angevin de Référence pour l'Observation du Trafic (SAROT)** est une plate-forme d'expérimentation composée de 3 voies d'écoulement de trafic : une voie d'insertion et deux voies principales. On note par

- la voie 0 : la voie d'insertion,
- la voie 1 : la voie principale de droite,
- la voie 2 : la voie principale de gauche.

La variation du débit enregistrée en fonction de l'horaire de la journée est légère et le régime peut être classé comme fluide sur ce tronçon d'autoroute.

2.2.1 Les équipements de mesures

Le site SAROT est équipé de 10 capteurs équidistants, espacés de 50 mètres l'un du suivant. Comme le montre la figure 2.2, les capteurs sont numérotés de 10 à 1 suivant le sens du trafic (de la gauche vers la droite).

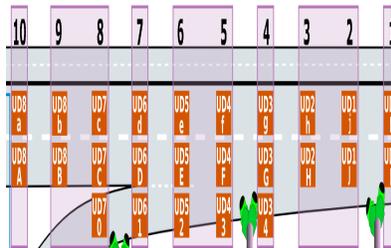


Figure 2.2 – Site d'expérimentation SAROT

La voie d'insertion s'étale sur 250 mètres (du point 8 au point 3) et, est dotée de 5 paires de boucles électromagnétiques entre lesquelles la manoeuvre d'insertion doit avoir lieu.

Le système de mesures par boucles électromagnétiques est formé :

- Des boucles proprement dites.
- Des unités de détection (UD) assurant le traitement du signal issu des boucles pour produire les signatures électroniques puis les trames correspondant aux passages.
- Du PC d'agrégation des informations boucles qui reconstitue les traces des véhicules et les stocke dans une base de données à disposition du serveur de centralisation.

En complément des capteurs, des caméras de prises d'images et des caméras de lecture de plaques sont implantées sur mâts en accotements de chaussée.

Ce site est géré conjointement par la DSCR¹, les ASF², et le CETE³ de l'ouest.

Le site est néanmoins accessible aux organismes de recherche et aux professionnels qui souhaitent effectuer des expérimentations particulières.

Son objectif est de mesurer en temps réel le comportement des usagers (inter-distances entre véhicules, changements de trajectoires, etc...) ainsi que l'écoulement de trafic routier dans le but d'analyser et détecter des situations pouvant être accidentogènes.

1. Direction de la Sécurité et de la Circulation Routière
 2. Autoroutes du Sud de la France
 3. Centre d'Études Techniques de l'Équipement

Le débit moyen sur ce site peut atteindre jusqu'à 22000 véhicules par jour. Parmi ces véhicules, près de 15% sont des poids lourds et les véhicules d'insertion représentent 18% du trafic.

La vitesse sur ce tronçon est limitée à 90km/h depuis 2009. Les vitesses sont globalement homogènes comme le montre l'histogramme des vitesses (figure 2.3) qui décrit les vitesses instantanées de tous les véhicules de la session 571 (voir session 571, tab3.1) en fonction des différents points de mesure de la zone d'insertion (capteurs 8 à 3).

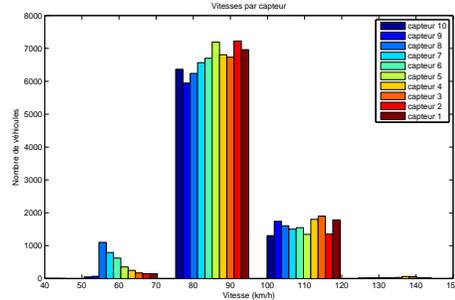


Figure 2.3 – Vitesses typiques en chaque point de mesure

Le trafic est considéré comme étant relativement fluide sur cette section d'autoroute comme en témoignent les figures 2.4 et 2.5 des vitesses pour une session du matin et une session de données collectées en après-midi. En périodes de pointe, le trafic n'atteint pas la congestion. Et il n'y a pas une grande variation des vitesses entre les sessions du matin et celles de l'après-midi.

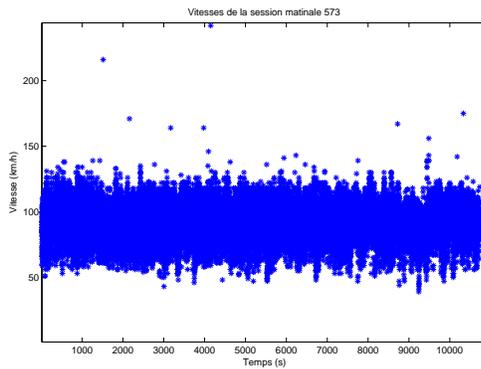


Figure 2.4 – Vitesses des véhicules collectées le matin

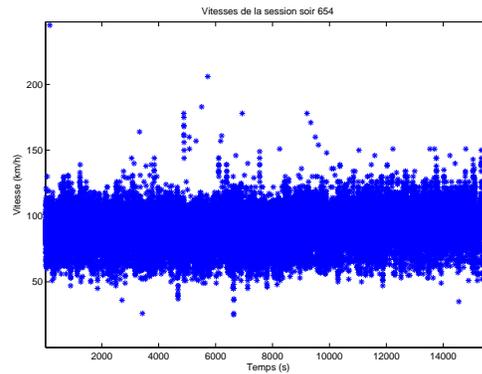


Figure 2.5 – Vitesses des véhicules collectées en après-midi

2.2.2 Nature des données collectées

Les données sont collectées à l'aide de boucles électromagnétiques qui détectent le passage des véhicules en chaque point de mesure.

Les données recueillies sont d'ordre microscopique et sont : l'horodatage, la vitesse instantanée, la catégorie (selon la norme standard SETRA⁴) des véhicules, la longueur du véhicule puis la voie sur laquelle il se situe. D'autres variables peuvent être recalculées à partir de ces données, tels le temps de parcours du véhicule entre deux points de mesure, le temps inter-véhiculaire séparant le passage de deux véhicules successifs en un point de mesure, etc.

Un indicateur de fiabilité $I_c \in \{1, \dots, 5\}$ (cf. Annexe A) est attribué à chaque mesure. Il permet de valider

4. Service d'Étude sur les Transports, les Routes et leurs Aménagements

ou invalider la ligne de mesures correspondante. En effet, ces mesures sont parfois entachées d’erreurs dues à une défaillance du dispositif ou à un problème d’identification des véhicules malgré le support qu’apportent les images vidéos.

Par exemple, l’erreur de mesure commise sur la vitesse est estimée à $\pm 5\%$ de la vitesse calculée par le système.

2.3 L’insertion

Dans toute l’analyse présentée ici, nous nous restreignons à la zone délimitée par le capteur 8 (début de la voie d’insertion) où est détecté un véhicule en insertion pour la première fois, jusqu’au dernier point 3 (fin de la voie d’insertion, en ce point, au plus tard, tous les véhicules se sont insérés) où l’insertion peut avoir lieu.

L’objectif de cette étude est d’observer l’effet du phénomène d’insertion sur les trajectoires des véhicules circulant sur les voies courantes, essentiellement, la voie de droite adjacente interagissant directement avec la bretelle d’accès.

Durant sa phase d’insertion allant du point 8 au point d’insertion (cf. Définition 2.3.1 ci-dessous), le conducteur du véhicule cherche en permanence le créneau le plus propice pour accomplir sa manoeuvre, tout en tenant compte de la vitesse du véhicule le plus proche sur les voies principales. Et ce dernier, à son tour aura le choix de le laisser s’insérer ou pas, ou d’effectuer un changement de voie pour anticiper une éventuelle gêne.

Nous qualifions ces interactions entre véhicules en phase d’insertion et véhicules sur voie principale par le terme “partenariat” qui sera précisé dans la prochaine section (Définitions 2.4.1 et 2.4.2).

Nous établirons ensuite, un constat sur des situations observées qui peuvent s’avérer gênantes voir dangereuses, puis nous tenterons de quantifier le degré de gêne occasionnée par l’insertion.

Une comparaison sera faite entre plusieurs jeux de données en fonction de la densité du trafic dans la journée, précisément, aux heures de pointe où le trafic est le plus chargé sur cette zone du site.

Définition 2.3.1 (*Point d’insertion*) *L’insertion a lieu entre deux points de mesure. Cependant, il nous est impossible de déterminer le lieu exact de cette manoeuvre. On parlera de point d’insertion pour désigner le premier point de mesure post-insertion i.e., le premier capteur où le véhicule d’insertion a été détecté pour la première fois sur l’une des voies principales.*

2.4 L’interaction par “partenariat”

2.4.1 Le partenariat de l’insertion

Définition 2.4.1 (*Partenaire d’un véhicule d’insertion*) *[[18],[60]] Un partenaire d’un véhicule d’insertion, en un point de mesure donné, est le véhicule situé sur la voie principale de droite qui passe tout de suite après par ce point. Si le temps intervéhiculaire entre les deux véhicules dépasse 5 secondes, on dit que le véhicule n’a pas de partenaire, puisqu’au delà de ce seuil, on considère qu’il n’y a plus d’interaction entre deux véhicules.*

D’une manière similaire, nous obtenons la définition suivante pour le problème symétrique.

2.4.2 Le partenariat du flux principal

Définition 2.4.2 (Partenaire du véhicule sur la voie principale) On appelle partenaire d'un véhicule sur la voie principale de droite en un point de mesure donné, le véhicule circulant sur la voie d'insertion et qui passe juste avant lui par le capteur 8 après un temps intervéhiculaire d'au plus 5 secondes.

2.4.3 Remarques

Plusieurs cas peuvent se présenter après le déclenchement d'un partenariat :

- Le véhicule sur la voie d'insertion s'insère complètement auquel cas, le partenariat prendra fin.
- Le véhicule sur la voie principale peut changer de voie afin d'éviter d'être ralenti ou gêné et ainsi, faciliter l'insertion.
- Un autre véhicule se déportant de la voie de gauche ou provenant de la voie d'insertion peut s'introduire entre les deux véhicules.

Les deux derniers cas peuvent conduire à la création d'un nouveau partenariat et mettront ainsi fin au premier partenariat.

Nous nous servons uniquement de la Définition 2.4.2 de partenariat dans ce premier chapitre, puisque notre objectif ici, est d'analyser l'impact du trafic de la voie d'insertion sur le flux de la voie principale.

2.5 Définition des paramètres individuels étudiés

On s'intéresse particulièrement aux variables microscopiques suivantes pour étudier les principales caractéristiques de l'évolution d'un (ou des deux) partenaire(s).

Le changement de voie est représenté par la variable $CL(j)$ qui compte le nombre de véhicules circulant sur la voie principale de droite ayant changés de voie entre deux points de mesure consécutifs j et $j-1$, après un début de partenariat au point de mesure 8. Ces véhicules effectuent cette manoeuvre de changement de voie, pour ne pas subir d'éventuel inconfort de la part des véhicules d'insertion :

$$CL(j) := \sum_{i=1}^N \mathbb{I}_{\{l_i(j-1) \neq l_i(j)\}} \quad (2.1)$$

Où, $l_i(j)$ est la voie (1 ou 2) sur laquelle passe le véhicule i au capteur j . N est le nombre total de véhicules considérés.

La variation de vitesses d'un véhicule i est la différence de ses vitesses entre deux points de mesure successifs j et $j-1$:

$$\delta v_i(j) := v_i(j-1) - v_i(j) \quad (2.2)$$

pour un véhicule $i \in \{1, \dots, N\}$ identifié au capteur $j \in \{8, \dots, P_i\}$, $P_i \in \{7, 6, 5, 4, 3\}$ étant le point d'insertion du véhicule i . Et, $v_i(j)$ est la vitesse du véhicule i au point j .

Le différentiel de vitesses ou la vitesse relative est la différence entre les vitesses entre deux véhicules i et i' (le plus souvent le véhicule d'insertion et son partenaire) au point de mesure j . Pour $i, i' \in \{1, \dots, N\}$,

$$Dv_{(i,i')}(j) := v_{i'}(j) - v_i(j) \quad (2.3)$$

Les créneaux temporels :

- Le temps de parcours $TP(i)$ est le temps passé par un véhicule i de la voie principale sur le site. Le véhicule de la section courante est détecté dès son entrée sur le site au point 10 et suivi tous les 50 mètres jusqu'à sa sortie du site au point 1.

$$t_i(j=10) - t_i(j=1) \quad (2.4)$$

- Le temps à l'insertion $TTI(i)$ est le temps mis par un véhicule d'insertion i à chercher à s'insérer. C'est le temps passé entre le point de mesure 8 et le point d'insertion complète P_i .

$$TTI(i) := t_i(j = P_i) - t_i(j = 8) \quad (2.5)$$

- Le temps inter-véhiculaire $TIV_j(i, i')$ séparant le passage du véhicule d'insertion i sur la voie 0 et du véhicule i' de la voie 1 ou 2 en un point de mesure donné j .

$$TIV_{(i, i')}(j) := t_{i'}(j) - t_i(j) - \frac{l_{i'}}{v_{i'}(j)} \quad (2.6)$$

avec $l_{i'}$ la longueur du véhicule i' et $v_{i'}$ sa vitesse.

Le $TIV_{(i, i')}(j)$ peut être négatif à cause du ratio $\frac{l_{i'}}{v_{i'}(j)}$. Pour cela, nous utiliserons la formule :

$$TIV_{(i, i')}(j) := t_{i'}(j) - t_i(j) \quad (2.7)$$

afin d'assurer la positivité de cette variable, lorsque i' passe après le véhicule i au point j .

- Le temps à la collision permet une estimation du risque qu'un accident se produit entre deux véhicules qui se suivent au bout d'un certain temps (TTC) et sous condition que les deux véhicules roulent à des vitesses constantes. Plus le TTC est faible, plus le risque sera élevé.

$$TTC_{(i, i')}(j) = \frac{V_C \times TIV_{(i, i')}(j)}{Dv_{(i, i')}(j)} \quad (2.8)$$

Chapitre 3

Analyse descriptive des données

3.1 Introduction

La manoeuvre d'insertion peut provoquer une gêne pour le véhicule suiveur sur la voie principale adjacente (voie 1), qui peut être contraint de ralentir et contraindre à son tour ses propres suiveurs en provoquant ainsi une onde de choc qui se propage en amont du point d'insertion ciblé. La gêne pour le véhicule de la section courante peut être mesurée par plusieurs indicateurs dont : le nombre de changements de voie des véhicules de la voie 1 vers la voie rapide 2, le temps de parcours des véhicules circulant sur la voie 1 s'il est allongé ou encore la variation des vitesses de ces véhicules.

L'analyse effectuée ici ne considère que l'interaction entre le véhicule d'insertion et son partenaire suiveur puisque s'il ne contraint pas ce dernier, l'état du trafic non plus ne sera pas impacté par l'insertion en question.

L'analyse descriptive présentée dans ce chapitre a été réalisée sur un parc automobile constitué de véhicules légers et de poids lourds (VL/PL). Le type de données et les moyens d'acquisition ont été présentés dans le chapitre précédent (chap. 2).

Le tableau 3.1 contient des informations sur les sessions de mesure étudiées.

Numéro de session	573	585	586	615	651	652	654	655
Date	Lu 15/02/2010	Ve 19/02/2010	Ma 23/02/2010	Je 18/03/2010	Ve 02/04/2010	Ma 06/04/2010	Me 07/04/2010	Ve 09/04/2010
Plage horaire	07h-10h	16h21-18h30	07h-10h	16h49-18h04	08h04-09h40	15h30-19h00	15h42-20h00	08h12-09h48
Nombre de véhicules	5895	4783	5513	1883	2124	8167	9007	3250
Véhicules d'insertion	1069 soit 18.1%	625 soit 13%	970 soit 17.6%	264 soit 14%	399 soit 18.7%	1058 soit 13%	1206 soit 13.4%	565 soit 17.3%

Tableau 3.1 – Sessions de mesures étudiées

Les fichiers dont nous disposons contiennent des valeurs manquantes de mesures correspondantes au passage d'un véhicule sur un (ou plusieurs) capteur(s) à cause d'un changement de voie ou pour d'autres raisons citées dans l'annexe A.1 qui peuvent générer une interruption de l'enregistrement ou une confusion dans le système.

La première section de ce chapitre expose une description des données manquantes et la méthodologie adoptée pour la reconstruction de celles-ci. Dans les autres sections, une analyse des conditions d'insertion et de situations fréquemment observées sur le site SAROT est effectuée.

3.2 Traitement des données manquantes

3.2.1 Analyse des données manquantes

Les données manquantes représentent en moyenne près de 1% des données totales (pour la majorité des sessions étudiées) et jusqu'à 5% pour les sessions de mesure les plus abîmées.

Dans le but de modéliser finement les interactions entre les véhicules, ces trous dans les données s'avèrent particulièrement gênants, car ils peuvent entraîner d'importantes erreurs dans l'estimation des paramètres des modèles. Ainsi, il est impératif de reconstruire ces données manquantes pour y remédier et assurer le suivi des véhicules le long de la zone considérée.

Selon les cas qui peuvent se présenter, nous attribuerons des valeurs estimées aux données manquantes.

Nous pouvons analyser ces absences pour chaque session de mesure de plusieurs manières. Soit en comptant ponctuellement le nombre de lignes de mesures absentes (successives ou non) associées à un véhicule donné comme dans le tableau 3.2. Soit en comptant les absences en chaque point de mesure pour voir s'il y a une défaillance du capteur qui pourrait influencer les mesures d'un autre capteur comme dans le second tableau 3.3.

Le tableau 3.2 donne les pourcentages des lignes manquantes pour chaque session de mesure. La dernière colonne du tableau contient les pourcentages des véhicules auxquels manquent des données en au moins deux capteurs.

Numéro de session	Véhicules	Total de lignes absentes	Véhicules concernés	Véhicules ayant plus de 2 trous
573	5895	699 soit 1.2%	521 soit 8.8%	73 soit 14%
585	4783	566 soit 1.2%	404 soit 8.5%	83 soit 20.5%
586	5513	1728 soit 3.1%	1431 soit 25.9%	153 soit 10.7%
615	1883	155 soit 0.8%	117 soit 6.2%	23 soit 19.7%
651	2124	790 soit 3.7%	540 soit 25.4%	113 soit 20.9%
652	8166	1608 soit 2%	1241 soit 15.2%	159 soit 12.8%
654	9007	940 soit 1%	690 soit 7.7%	119 soit 17.2%
655	3250	302 soit 0.9%	207 soit 6.4%	41 soit 19.8%

Tableau 3.2 – Lignes manquantes par session de mesure étudiée

Le tableau 3.3 présente les pourcentages de blocs de plus de 2 lignes manquantes :

Numéro de session \ capteurs	capteurs									
	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
573	29%	0	0	0	0	59%	0	0	20%	0
585	0	0	0	36%	0	0	12%	0	0	0
586	0	47%	0	0	0	52%	47%	50%	0	0
615	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
651	0	0	0	0	20%	33%	18%	49%	0	0
652	0	74%	0	0	17%	42%	60%	0	42%	0
654	0	0	0	0	14%	33%	0	20%	50%	0
655	0	0	0	25%	0	0	50%	0	0	0

Tableau 3.3 – Pourcentage de blocs de plus de 2 lignes manquantes par session

3.2.2 Interpolation polynomiale des vitesses et temps manquants

Nous proposons ici d'estimer le temps et la vitesse d'un véhicule entre les capteurs $j+1$ et $j-1$, en utilisant une interpolation polynomiale de degré 3 qui consiste à trouver la solution en t de l'équation suivante :

$$P(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (3.1)$$

sous les contraintes aux limites de l'intervalle $]t_{j+1}, t_{j-1}[$:

$$P(t_{j+1}) = \Delta_{j+1}$$

$$P(t_{j-1}) = \Delta_{j-1}$$

$$P'(t_{j+1}) = v_{j+1}$$

$$P'(t_{j-1}) = v_{j-1}$$

Cela revient à résoudre le système de quatre équations à quatre inconnues :

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & t_{j+1} & t_{j+1}^2 & t_{j+1}^3 \\ 1 & t_{j-1} & t_{j-1}^2 & t_{j-1}^3 \\ 0 & 1 & 2t_{j+1} & 3t_{j+1}^2 \\ 0 & 1 & 2t_{j-1} & 3t_{j-1}^2 \end{pmatrix}}_{=M} \underbrace{\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}}_{=A} = \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta_{j+1} \\ \Delta_{j-1} \\ v_{j+1} \\ v_{j-1} \end{pmatrix}}_{=B}$$

dans lequel, $\Delta_j = (10 - j) \times 50m$, $\forall j \in \{10, 9, \dots, 1\}$ est la distance entre le capteur courant j et le premier capteur (numéro 10) du site et, v_j est la vitesse du véhicule au capteur j .

Le déterminant de M s'écrit :

$$\det(M) = -(t_{j+1} - t_{j-1})^4$$

Sous réserve que $\det(M) \neq 0$, $A = M^{-1}B$ et dans le cas où la matrice est mal conditionnée, un reconditionnement de M est établi.

On trouve, alors les expressions des coefficients de A :

$$\begin{aligned} a_3 &= \frac{\Delta v \times t_{j-1}^2 + 2\Delta t \times (\Delta_{j-1} - v_{j-1})}{t_{j-1}^2 \times (4\Delta t \times t_{j-1} - 3\Delta(t^2))} \\ a_2 &= \frac{[\Delta v \times t_{j-1}^2 + 2\Delta t \times (\Delta_{j-1} - v_{j-1})][\Delta v - 3\Delta(t^2)]}{2\Delta t \times t_{j-1}^2 \times (4\Delta t \times t_{j-1} - 3\Delta(t^2))} \\ a_1 &= \frac{[\Delta t \times (v_{j-1} - 3t_{j-1}^2) - \Delta v + 3\Delta(t^2) \times t_{j-1}][2\Delta t \times (\Delta_{j-1} - v_{j-1}) + \Delta v \times t_{j-1}^2]}{\Delta t \times t_{j-1}^2 \times (4\Delta t \times t_{j-1} - 3\Delta(t^2))} \\ a_0 &= \Delta_{j-1} - a_1 t_{j-1} - a_2 t_{j-1}^2 - a_3 t_{j-1}^3 \end{aligned}$$

dans lesquelles, $\Delta v = v_{j-1} - v_{j+1}$, $\Delta t = t_{j-1} - t_{j+1}$ et $\Delta(t^2) = t_{j-1}^2 - t_{j+1}^2$.

Le polynôme $P - \Delta_j$ admet trois racines réelles ou deux racines complexes conjuguées et une racine réelle dans l'intervalle $]t_{j+1}, t_{j-1}[$ ou en dehors de cet intervalle si la fonction $P(t)$ n'est pas croissante.

Le temps t_j au capteur j est reconstruit en \tilde{t}_j à l'aide de la formule : $P(\tilde{t}_j) = \Delta_j$, d'où, $\tilde{t}_j = P^{-1}(\Delta_j)$.

S'il existe une unique solution r_0 dans l'intervalle $]t_{j+1}, t_{j-1}[$, alors : $\tilde{t}_j = r_0$. S'il existe plus d'une solution dans cet intervalle, on dira que la méthode n'est pas adaptée. Un autre cas peut se présenter aussi : si la racine \tilde{t}_j est dans un voisinage de t_{j+1} ou de t_{j-1} , la méthode n'est pas utilisée non plus. Comme il est peu probable qu'un véhicule parcoure 50m en moins d'une seconde, l'intervalle d'acceptation de racine est donc fixé à $]t_{j+1} + 1, t_{j-1} - 1[$ (pour pallier aux valeurs aberrantes).

Reconstruction du temps et de la vitesse au point de mesure j :

1. La méthode d'interpolation du temps :

On utilise une interpolation polynomiale de degré 3 (décrite plus haut) en résolvant l'équation (3.1) en $t = t_j$:

$$P(t_j) = \Delta_j$$

afin d'obtenir le temps t_j au point de mesure j et on recalcule la vitesse par l'équation de la dérivée de la fonction polynôme P en t_j :

$$P'(t_j) = v_j$$

2. Si toutefois la méthode d'interpolation s'avère inconvenante, alors nous avons recours à une estimation plus robuste par la moyenne :

$$t_j = \frac{1}{2}(t_{j-1} + t_{j+1})$$

et la vitesse moyenne sur l'intervalle $]t_{j+1}, t_{j-1}[$,

$$v_j = \frac{2 \times \Delta x}{t_{j-1} - t_{j+1}}$$

Où $\Delta x = 50m$ est la distance séparant deux capteurs successifs.

3.2.3 Traitement des données à faible indice de confiance

Environ 1% des données ont un indice de fiabilité $I_c \leq 3$, ce qui peut dans certains cas amener à reconstruire des temps et vitesses à partir de capteurs voisins non fiables. Une méthode similaire à celle utilisée pour la reconstruction des données manquantes est employée, afin de reconstruire le temps et la vitesse en un capteur j pour lequel $I_c \leq 3$. Plusieurs cas sont traités :

Cas 1 : Si la donnée mesurée au capteur $j+1$ et celle mesurée en $j-1$ sont fiables ($I_c > 3$), le temps est recalculé au capteur j à l'aide d'une interpolation polynomiale de degré 3 ou par la moyenne comme indiquée précédemment.

Cas 2 : Si la donnée mesurée au capteur $j+1$ et celle mesurée en $j-1$ sont défaillantes ($I_c \leq 3$), et la mesure au capteur $j+2$ et celle mesurée en $j-2$ est fiable ($I_c > 3$), le temps est recalculé au capteur j à l'aide d'une interpolation par polynôme de degré 3 ou par la moyenne comme citée précédemment. L'intervalle d'interpolation dans ce cas sera $]t_{j+2}, t_{j-2}[$.

L'interpolation reproduit parfaitement bien les temps au point de mesure j où la ligne de mesure a un indice de fiabilité $I_c \leq 3$ et assez bien les vitesses.

3.2.4 Règles de décision pour les voies

Les variables à considérer sont : le temps de passage, la vitesse et le numéro de la voie du véhicule en un capteur j donné.

Les temps de passage et les vitesses manquants sont reconstruits à l'aide des expressions mathématiques obtenues dans la sous-section précédente, il est maintenant nécessaire de pouvoir déterminer la voie sur laquelle se trouve le véhicule en chaque capteur et ce, à partir des informations disponibles.

Dans toute cette sous-section, on note par i_F le véhicule partenaire suiveur (follower sur la voie 1) le plus proche du véhicule d'insertion i_C et par i_L son prédécesseur le plus proche (leader situé sur la voie 0 ou 1).

Nous identifions ci-dessous, les cas possibles pouvant se présenter et formulons une règle de décision correspondante à chaque cas dans le but d'affecter une voie à chaque ligne de données manquantes en fonction de l'occupation des autres voies. Pour cette fin, définissons d'abord le sens de l'occupation d'une voie.

Condition d'occupation d'une voie :

Désignons par $l_{i_P}(j)$ la voie sur laquelle passe le véhicule i_P au point de mesure j .

On note $\mathbf{F}^l = \{i_F / : t_{i_F}^l(j) - t_{i_C}^l(j) < 5sec\}$ l'ensemble des véhicules suiveurs du véhicule i_C et $\mathbf{L}^l = \{i_L / : t_{i_C}^l(j) - t_{i_L}^l(j) < 5sec\}$ l'ensemble des véhicules leader du véhicule i_C .

Avec $t_i^l(j)$ le temps de passage du véhicule i au capteur j sur la voie l ($l = 0, 1, 2$) et on précise que : $t_{i_L}^l(j) < t_{i_C}^l(j) < t_{i_F}^l(j)$.

On dit que $l_{i_P}(j)$ est occupée par un véhicule leader ou un véhicule follower, si et seulement si pour un seuil s fixé, aucune des conditions suivantes n'est vérifiée.

- Si $\{\mathbf{L}^l \neq \emptyset\}$ ET $\{\forall i_L \in \mathbf{L}^l, t_{i_C}^l(j) - t_{i_L}^l(j) > s\}$ ET $\{\mathbf{F}^l = \emptyset\}$

- Ou $\{\mathbf{F}^l \neq \emptyset\}$ ET $\{\forall i_F \in \mathbf{F}^l, t_{i_F}(j) - t_{i_C}(j) > s\}$ ET $\{\mathbf{L}^l = \emptyset\}$
- Ou $\{\mathbf{L}^l \neq \emptyset\}$ ET $\{\forall i_L \in \mathbf{L}^l, t_{i_C}(j) - t_{i_L}(j) > s\}$ ET $\{\mathbf{F}^l \neq \emptyset\}$ ET $\{\forall i_F \in \mathbf{F}^l, t_{i_F}^l(j) - t_{i_C}(j) > s\}$
- Ou $\{\mathbf{L}^l = \emptyset\}$ ET $\{\mathbf{F}^l = \emptyset\}$

On choisit, $s = 0.5sec$.

1. Le cas où un des deux véhicules (partenaire ou d'insertion) n'admet pas de mesures en deux capteurs consécutifs n'est pas traité.
2. Le cas où les informations (temps et vitesse) manquent en deux (ou plusieurs) capteurs consécutifs n'est pas traité non plus.
3. Le cas où les informations sont présentes pour au moins l'un des deux véhicules.

Nous traitons ici la situation où les données manquantes concernent le véhicule d'insertion mais le cas du véhicule partenaire se traite de façon similaire.

Dans le cas où la donnée sur le véhicule d'insertion est absente entre les capteurs $j+1$ et $j-1$ ¹.

Trois sous-cas se présentent ainsi :

- (a) Pas de changement de voie entre les capteurs $j+1$ et $j-1$.
Si $l_{i_C}(j-1) = l_{i_C}(j+1)$, alors on pose : $l_{i_C}(j) = l_{i_C}(j-1)$.
- (b) Si $l_{i_C}(j-1) = 0$ et $l_{i_C}(j+1) = 1$, on reconstruit le temps et la vitesse au capteur j . Si la voie 1 est libre, on pose : $l_{i_C}(j) = 1$, sinon, $l_{i_C}(j) = 0$.
- (c) Si $l_{i_C}(j-1) = 0$ et $l_{i_C}(j+1) = 2$, on reconstruit le temps et la vitesse au capteur j . Si la voie 1 est libre, on pose : $l_{i_C}(j) = 1$. Si la voie 2 est libre, on pose : $l_{i_C}(j) = 2$. Si les voies 1 et 2 sont occupées, on pose : $l_{i_C}(j) = 0$.
- (d) Si $l_{i_C}(j-1) = 1$ et $l_{i_C}(j+1) = 0$, on reconstruit le temps et la vitesse au capteur j . Si la voie 1 est libre, on pose : $l_C(j) = 1$, sinon, $l_C(j) = 0$.
- (e) Si $l_{i_C}(j-1) = 1$ et $l_{i_C}(j+1) = 2$, on reconstruit le temps et la vitesse au capteur j . Si la voie 2 est libre, on pose : $l_C(j) = 2$, sinon, $l_C(j) = 1$.
- (f) Si $l_{i_C}(j-1) = 2$ et $l_{i_C}(j+1) = 0$, on reconstruit le temps et la vitesse au capteur j . Si la voie 1 est libre, on pose : $l_C(j) = 1$. Si la voie 2 est libre, on pose : $l_C(j) = 2$. Si les voies 1 et 2 sont occupées, on pose : $l_{i_C}(j) = 0$.
- (g) Si $l_{i_C}(j-1) = 2$ et $l_{i_C}(j+1) = 1$, on reconstruit le temps et la vitesse au capteur j . Si la voie 1 est libre, on pose : $l_C(j) = 1$, sinon, $l_C(j) = 2$.

Remarque :

La reconstruction des numéros de voies pour les lignes de données manquantes a été faite à partir de règles décisionnelles. Ce choix n'est ni exhaustif ni parfait à cause de notre incapacité à déterminer avec précision la voie sur laquelle circule un véhicule. Et comporte même quelques faiblesses, car dans les règles choisies nous ne vérifions pas si la dernière voie affectée à la donnée manquante est libre. De plus, on exclut le cas où les trois voies sont simultanément occupées.

3.3 Quelques constats empiriques

3.3.1 Analyse des insertions

Les véhicules d'insertion sont de l'ordre de 17 à 18 % du trafic global dans les sessions de matinée et de 13 à 14 % en après midi. La différence des occupations de la voie d'insertion entre matin et soir peut s'expliquer par le fait qu'un pic de trafic plus important est observé le matin sur une courte durée. Elle correspond à la prise de travail des usagers tandis que l'horaire du retour du travail est plus étalé en fin d'après midi et le soir.

La répartition des pourcentages des insertions aux différents points de mesure est décrite par l'histogramme en bâtons de la figure 3.1.

1. Il est à souligner que le véhicule passe par les points de mesure $j+1$ puis j et ensuite $j-1$ suivant la numérotation des capteurs.

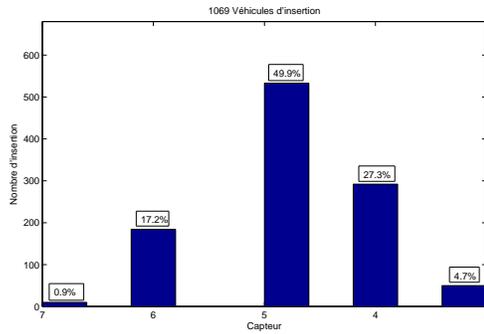


Figure 3.1 – Pourcentages des insertions en chaque point pour la session matinale 573

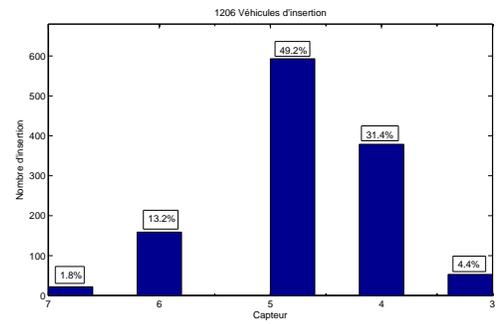


Figure 3.2 – Pourcentages des insertions en chaque point pour la session d'après midi 654

Nous observons que le point de mesure numéro 5 est le lieu le plus sollicité avec près de 50% des conducteurs qui terminent la manoeuvre d'insertion entre le point 6 et 5, suivi du point 4 avec un pic à 27% puis du point 6 avec 17% des insertions.

Par ailleurs un véhicule met 12.2 secondes (valeur médiane) à tenter de s'insérer s'il finit par le faire au point 3, s'il s'insère au point 4, il met 9.9s, aux points 5 et 6, il met respectivement 7.6s et 5.4s et pour les véhicules qui s'insèrent tôt au point 7 le temps moyen est de 2.5 secondes. Les figures 3.3 et 3.4 donnent les diagrammes en boîtes des temps d'insertion en chaque capteur où il y a insertion. Les figures 3.5 et 3.4 montrent la dernière vitesse prélevée avant l'insertion d'un véhicule en tout point d'insertion.

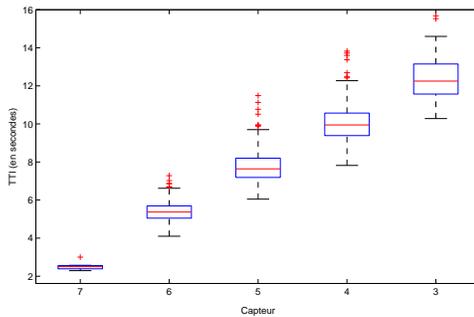


Figure 3.3 – TTI en chaque point pour la session matinale 573

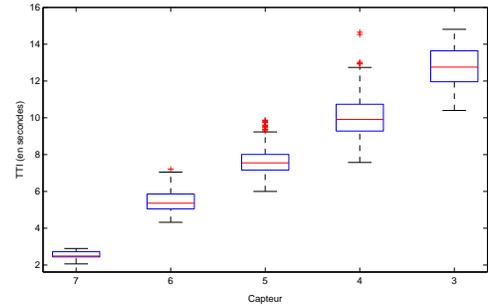


Figure 3.4 – TTI en chaque point pour la session d'après midi 654

Les figures montrent la croissance de la médiane des vitesses avant insertion le long de la voie d'insertion ; ce qui est prévisible puisque les véhicules d'insertion accélèrent en cherchant à adapter leur vitesse à celle pratiquée sur la section courante.

3.3.2 Changements de voie

Le tableau suivant 3.4 présente dans la deuxième colonne l'ensemble des couples de véhicules (un véhicule d'insertion et son partenaire) identifiés dès le point 8, vérifiant le partenariat et ce, pour chacune des sessions de mesure. Dans les cinq dernières colonnes : le nombre de changements de voie réalisés par les véhicules de la voie principale 1 entre le point de mesure indiqué et le point de mesure qui le précède, calculé à partir de la formule (2.1).

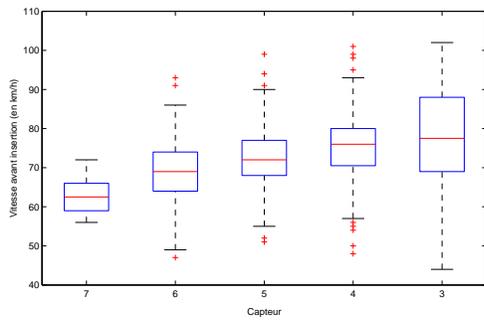


Figure 3.5 – VTI au point $j - 1$ si insertion au capteur j pour la session matinale 573

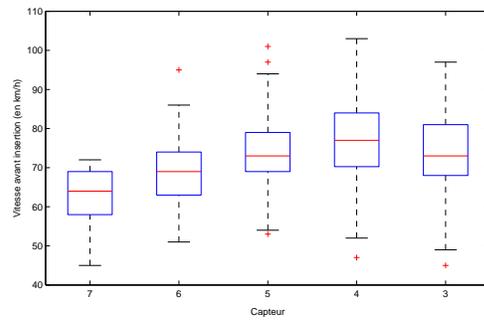


Figure 3.6 – VTI au point $j - 1$ si insertion au capteur j pour la session d'après midi 654

Sessions	Nombre de couples potentiels	$CL(j), j = 7$	$CL(j), j = 6$	$CL(j), j = 5$	$CL(j), j = 4$	$CL(j), j = 3$
573	557	103	39	5	2	6
585	376	56	13	3	2	1
586	528	80	23	8	7	1
615	152	20	7	2	2	2
651	222	29	6	1	1	1
652	626	73	22	9	7	3
654	749	92	27	4	1	1
655	332	45	18	6	2	1

Tableau 3.4 – Nombres de changements de voie par capteur en fonction des sessions étudiées

On remarque une nette décroissance du nombre de changements de voie en fonction des numéros des points de mesure. Ceci amène à penser que les véhicules de la voie principale sont de moins en moins impactés par les manoeuvres d'insertion. La figure 3.7 donne les pourcentages de changements de voie réalisés dans la zone d'insertion (capteurs 8 à 3) par les véhicules suiveurs de la voie principale qui ont eu un partenariat au point 8.

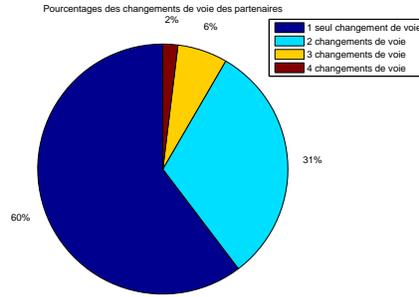


Figure 3.7 – Pourcentages des nombres de changements de voie des véhicules partenaires pour la session matinale 573

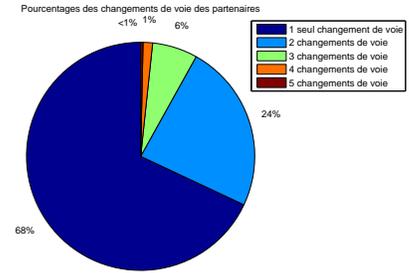


Figure 3.8 – Pourcentages des nombres de changements de voie des véhicules partenaires pour la session d'après midi 654

La figure 3.7 indique qu'en session matinale 60% des véhicules qui ont changé de voie ne l'ont fait qu'une seule fois dans la zone d'insertion, 31% ont changé de voie deux fois, 6% des changements de voie sont triples et seuls 2% des partenaires ayant changé de voie l'ont fait sur quatre capteurs. Pour une session après midi (voir la figure 3.8), ce sont 68% des véhicules partenaires qui ont changé de voie une seule fois et moins de 1% l'ont fait cinq fois, c'est à dire une fois entre deux capteurs sur toute la zone d'insertion.

Un autre cas particulier s'est produit dans quelques sessions de mesure, est un changement de voie observé, à partir de la voie 1 ou la voie 2 vers la voie 0. Aucune sortie proche n'est indiquée sur ce tronçon, donc aucune raison évidente ne justifie un tel phénomène qui a eu lieu 1 à 10 fois selon les sessions de mesure.

Le tableau suivant dresse les fréquences d'apparition de ce changement de voie.

Session	573	586	651	655	652	654	585	615
Occurrence	7	4	1	1	4	3	0	1

Tableau 3.5 – Tableau des fréquences de changements de voie vers la voie 0

3.3.3 Temps de parcours des partenaires

Le temps de parcours d'un véhicule de la voie principale est le temps passé sur le site, il peut donner une information sur l'impact que produit la voie d'insertion sur la voie principale adjacente. Plus le temps de parcours d'un véhicule est long (par rapport à la moyenne), plus il se pourrait que ce véhicule ait été gêné par des insertions et le temps perdu est appelé temps de gêne et se calcule par des modèles cinématiques. En théorie, un véhicule de la voie principale devrait mettre 18sec s'il est libre (roule exactement à la vitesse maximale autorisée = $90km/h$) pour parcourir le site. Pour la session matinale 573, 22.5% des véhicules de la section courante ont été au moins une fois partenaire suiveur d'un véhicule d'insertion sur l'ensemble du site. Le temps de parcours moyen d'un véhicule partenaire est de $18.17sec \pm 1.7$ (calculé à partir de (2.4)) contre un temps moyen de $18.14sec \pm 1.7$ pour des véhicules qui n'ont jamais été impliqué dans un partenariat arrière. La différence n'est pas significative et ne permet donc pas de conclure à une gêne sur les véhicules partenaires. Les résultats des sessions de l'après midi sont similaires.

3.3.4 Caractérisation de la notion de gêne par les variations de vitesses

Dans le but de mieux décrire la gêne, nous examinons ici spécifiquement, l'évolution de la vitesse instantanée de chaque véhicule par rapport à son partenaire en fonction du temps et de leurs positions sur le site et ce, jusqu'à l'insertion complète.

Afin de mieux évaluer cette notion à partir des variations de vitesses, il est nécessaire de déterminer des seuils *a priori* à partir desquels, il convient d'estimer qu'une situation est "fortement" ou "faiblement" gênante.

Seuils de gêne pour le véhicule principal

Cette tâche est délicate, en effet, si l'on se base sur les observations ; les variations des vitesses ne semblent pas très élevées (voir la figure 3.10). Par ailleurs, ces valeurs dépendent du point de mesure considéré puisqu'en début du tronçon les diminutions de vitesses sont plus petites qu'en fin de tronçon ; car plus un véhicule tarde à s'insérer, plus il le fera dans de mauvaises conditions. Ceci signifie que soit il sera amené à ralentir voir s'arrêter dans des cas extrêmes (en particulier si le trafic est chargé) en attendant de pouvoir s'insérer, soit il contraindra ses partenaires dans le flux principal à décélérer. Les figures 3.9 et 3.10 donnent un exemple des distributions des variations des vitesses des véhicules d'insertion ainsi que celles de leurs partenaires lorsque l'insertion se produit au point 4. En moyenne, plus de 90% des variations de vitesses se situent entre -10 et 10km/h (et la répartition semble assez symétrique) pour les véhicules partenaires dans la zone d'insertion ainsi que les véhicules d'insertion, indépendamment du lieu d'insertion.

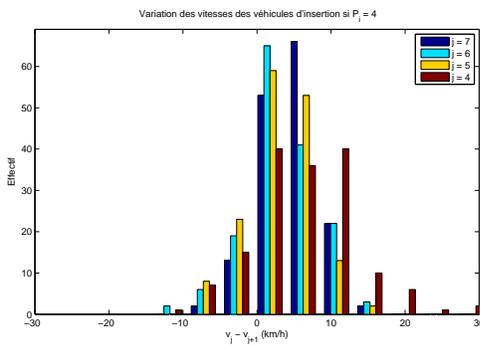


Figure 3.9 – Variation des vitesses des véhicules d'insertion en partenariat si l'insertion a lieu au point 4

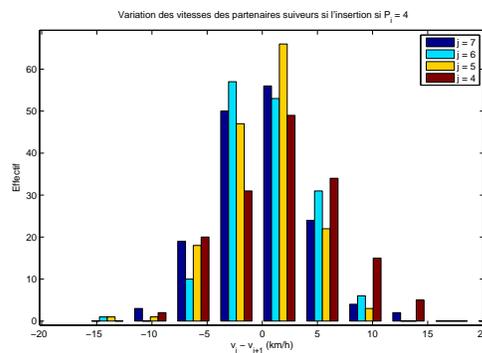


Figure 3.10 – Variation des vitesses du partenaire suiveur si le véhicule d'insertion s'insère au point 4

- **Seuil de forte gêne :**

Le seuil minimal choisi est de 10km/h pour caractériser une variation de vitesses entre deux points de mesure successifs consécutive d'une manoeuvre qualifiée de "fortement" gênante.

- **Seuil de faible gêne :**

La gêne est qualifiée de "faible" si la somme des variations sur tout le parcours jusqu'à l'insertion du véhicule d'insertion atteint ou dépasse une borne α que l'on se fixe :

$$v_i(j = 8) - v_i(j = P_i) \geq \alpha.$$

Et on choisit $\alpha = 10\text{km/h}$. $P_i \in \{7, 6, 5, 4, 3\}$ est le point d'insertion. L'insertion avant le point de mesure 8 étant physiquement impossible à cause du terre-plein.

Seuils de gêne pour le véhicule d'insertion

La caractérisation de gêne pour un véhicule d'insertion est relativement plus simple ; puisqu'il suffit d'observer une baisse de vitesse de plus de 1km/h (entre deux capteurs consécutifs) pour considérer qu'il s'agit d'une "faible" gêne. En effet, le partenaire cherche à s'insérer et adapte sa vitesse pour atteindre

celle pratiquée sur la voie principale. Il n'a donc pas de raison évidente de décélérer s'il n'est pas contraint et sa vitesse doit être croissante jusqu'à son insertion complète.

Le seuil minimal pour une de "forte" gêne pour un véhicule d'insertion est fixé à 5km/h entre les capteurs $j+1$ et j .

Situations d'interaction entre partenaires

Il ressort de cette analyse une classification manuelle de plusieurs situations les plus récurrentes que l'on regroupe en fonction des différents points d'insertion.

Notations :

On note par les signes '=', '-', '*' et '+', le degré d'inconfort causé par un véhicule à son partenaire; accompagnés des lettres :

B : pour une insertion du véhicule d'insertion devant son partenaire

et

F : pour une insertion du véhicule d'insertion après être dépassé par le véhicule de la voie principale.

Les situations sont les suivantes :

- **Le véhicule d'insertion s'insère avant son partenaire suiveur :**

"B=" : Le partenaire s'insère avant sans conflit.

"B-" : Le partenaire s'insère avant et le véhicule sur la voie principale est "faiblement gêné".

"B*" : Le partenaire s'insère avant et le véhicule sur la voie principale est "fortement gêné".

- **Le véhicule d'insertion s'insère après son partenaire suiveur**

"F=" : Le véhicule de la voie principale accélère et dépasse son partenaire sans le laisser s'insérer mais sans conflit.

"F-" : Le véhicule de la voie principale dépasse son partenaire et cause une "faible gêne".

"F*" : Le véhicule de la voie principale dépasse son partenaire en provoquant une "forte gêne".

"F+" : (**cas atypique**) le véhicule accélère, dépasse son partenaire (qui s'insère après lui) puis décélère subitement et provoque une gêne.

En guise d'illustration, les figures 3.11 à 3.16 montrent quelques unes des situations évoquées plus haut et observées à travers l'évolution de la vitesse du véhicule d'insertion et de son partenaire suiveur sur la voie principale, en fonction du temps et en chaque capteur jusqu'à l'insertion du véhicule d'insertion.

La courbe bleue continue (—) représente la vitesse du véhicule de la voie principale et les pointillés en bleu clair (- -) celle du véhicule d'insertion, les croix rouges (+) représentent les capteurs.

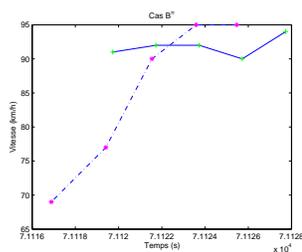


Figure 3.11 – Cas B= si insertion au point 4

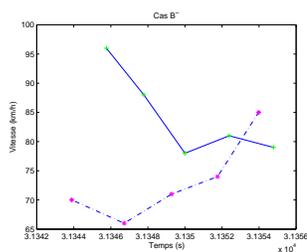


Figure 3.12 – Cas B- si insertion au point 4

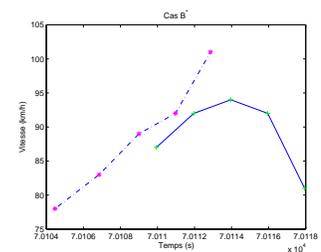


Figure 3.13 – Cas B* si insertion au point 4

La figure 3.16 est représentative des situations où les véhicules de la voie principale dépassent les véhicules d'insertion sans les laisser s'insérer tout en leur provoquant un ralentissement.

La figure 3.11 est le cas typique le plus fréquent. C'est une situation sans conflit où le véhicule partenaire (représenté à travers sa vitesse) s'insère avant le véhicule principal mais sans le contraindre à modifier de comportement (diminuer sa vitesse).

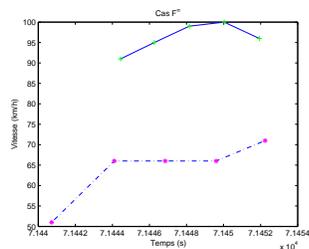


Figure 3.14 – Cas $F^=$ si insertion au point 4

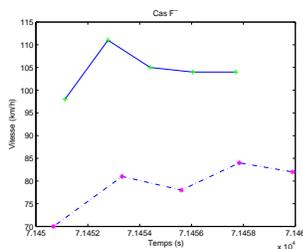


Figure 3.15 – Cas F^- si insertion au point 4

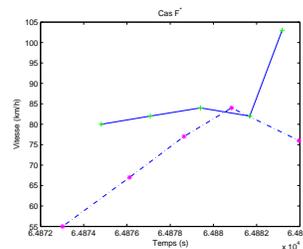


Figure 3.16 – Cas F^* si insertion au point 4

Les tableaux (3.6, 3.7, 3.8 et 3.9) comparatifs suivant présentent les fréquences d'occurrence des différentes situations citées précédemment en distinguant les points d'insertion.

Point 6	Session 573	Session 585	Session 586	Session 615	Session 651	Session 652	Session 654	Session 655
Nombre de Partenariat	34	22	67	13	15	52	47	27
Insertions avant	67,6%	72,7%	77,6%	84,6%	88,6%	67,3%	76,6%	81,5%
Cas $B =$	23	16	43	11	11	33	35	19
Cas B^-	0	0	2	0	0	5	1	2
Cas B^*	0	0	3	0	1	1	0	1
Cas $F =$	11	6	13	2	2	9	10	3
Cas F^-	0	0	2	0	0	5	1	2
Cas F^*	0	0	0	0	0	3	0	0

Tableau 3.6 – Événements observés au point de mesure 6

Point 5	Session 573	Session 585	Session 586	Session 615	Session 651	Session 652	Session 654	Session 655
Nombre de Partenariat	110	78	128	29	74	139	170	82
Insertions avant	60%	61,5%	57,8%	44,8%	71,6%	63,3%	64,7%	56,1%
Cas $B =$	54	44	58	10	43	74	103	35
Cas B^-	17	7	17	2	8	21	15	13
Cas B^*	4	2	6	1	4	3	2	5
Cas $F =$	22	22	34	14	13	23	43	20
Cas F^-	17	7	17	2	8	21	15	13
Cas F^*	5	1	3	0	0	7	2	3

Tableau 3.7 – Événements observés au point de mesure 5

La lettre 'N' signifie qu'aucune des situations n'a été observée dans la session correspondante (voir par ex : 3.9).

On observe que pour la plupart des sessions et en tous les points de mesure, plus de 50% des insertions se produisent avant que le partenaire suiveur ne rattrape le véhicule d'insertion; ce sont les sous-cas de la situation "B". Cela peut exprimer un comportement coopératif des conducteurs des véhicules de la voie principale en faveur des véhicules d'insertion.

Par ailleurs, à l'approche de la fin de la voie d'insertion, les cas "B" sont de moins en moins observés. Ceci laisse penser que la gêne sur le partenaire de la voie principale diminue progressivement à l'approche de la fin de la voie d'accélération. Ce constat est en adéquation avec le fait observé que les changements de voie diminuent en avançant sur le site en laissant penser que les véhicules de la voie principale sont de moins en moins gênés.

Point 4	Session 573	Session 585	Session 586	Session 615	Session 651	Session 652	Session 654	Session 655
Nombre de Partenariat	44	32	53	20	18	41	77	33
Insertions avant	65,9%	68,7%	58,5%	80%	66,6%	51,2%	62,3%	66,6%
Cas B =	18	21	19	14	8	18	40	16
Cas B-	4	5	14	2	3	10	10	5
Cas B*	4	0	4	0	1	1	3	2
Cas F =	11	5	4	2	3	7	15	4
Cas F-	4	5	14	2	3	10	10	5
Cas F*	0	0	4	0	0	3	4	2

Tableau 3.8 – Événements observés au point de mesure 4

Point 3	Session 573	Session 585	Session 586	Session 615	Session 651	Session 652	Session 654	Session 655
Nombre de Partenariat	7	0	4	1	1	4	3	1
Insertions avant	85,7%	N%	75%	100%	100%	50%	33,3%	0,0%
Cas B =	1	N	1	1	1	1	1	0
Cas B-	1	N	1	1	0	2	1	1
Cas B*	2	N	1	0	0	0	0	0
Cas F =	0	N	0	0	0	0	1	0
Cas F-	1	N	1	0	0	2	1	0
Cas F*	0	N	1	0	0	2	0	0

Tableau 3.9 – Événements observés au point de mesure 3

Événement rarement observé

Le cas atypique noté précédemment " F^+ ", a été constaté et classé comme situation particulièrement incohérente où un véhicule de la voie principale ne laisse pas s'insérer son partenaire en le dépassant puis commence à freiner subitement.

Cet événement peut s'expliquer par l'une des raisons suivantes :

- Un véhicule devant lui a eu une décélération importante.
- Un véhicule sur la voie de gauche tente de se rabattre sur la voie de droite sur laquelle le partenaire en question est situé.
- Le véhicule avait largement dépassé la vitesse limite réglementaire et essaie de diminuer sa vitesse bien qu'à notre connaissance, il n'y a pas de radar automatique de contrôle des vitesses.
- Ou encore un comportement agressif propre à certains conducteurs.

3.3.5 Étude d'un indicateur de sécurité

L'étude de situations particulières révèle l'existence de comportements dangereux de certains conducteurs. Afin de compléter cette analyse et mieux décrire ce comportement à risque, nous allons calculer les temps à la collision (en chaque capteur) entre les véhicules d'insertion et leurs partenaires suiveurs. Les figures suivantes 3.17 et 3.18 présentent les diagrammes en boîtes des TTC entre les véhicules d'insertion et leurs partenaires suiveurs calculés à partir de la formule (2.8). Pour la session du matin, le TTC médian au point 8 est de 3.5sec, il est de 7.5sec au point 7, 9.6sec au point 6, il est le plus élevé au point 5 avec 9.9sec, au point 4, le TTC médian est égal à 5.2sec et au point de mesure 3, la médiane des TTC est négative et égale à -6.6sec. Cette dernière valeur est influencée par les véhicules d'insertion qui roulent plus vite que leurs suiveurs, mais ce cas n'est *a priori* pas dangereux. Pour la session de l'après midi, le TTC médian au point 8 est de 3.2sec, la même tendance est observée et le TTC médian atteint une valeur maximale de 9.6sec au point 5 puis décroît jusqu'à 2.2sec au point 3. On note la présence de valeurs extrêmes qui peuvent nuire à l'interprétation exactes des résultats, et une dissymétrie des données plus prononcée au point 5.

Ces valeurs du TTC impliquent que les partenariats en milieu de voie sont les plus sûrs et que ceux

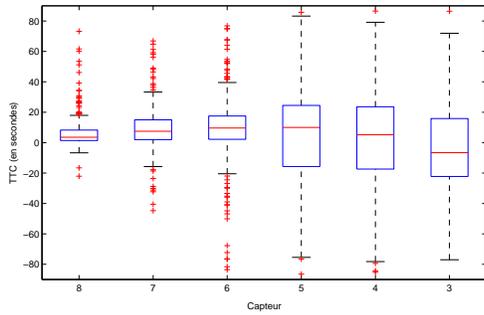


Figure 3.17 – TTC en chaque point pour la session matinale 573

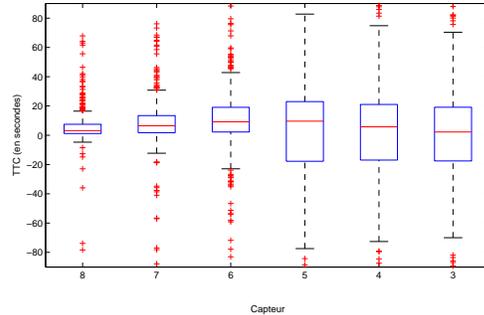


Figure 3.18 – TTC en chaque point pour la session d'après midi 654

qui se créent en tout début et fin de voie comportent un risque potentiel plus élevé.

3.3.6 Variabilité du trafic

Les sessions “très tôt” le matin 07h-10h (ex : sessions 573 et 586) semblent assez proches en terme de fréquence d’occurrence des événements. Le même constat semble apparent pour les sessions 585 et 615. Ceci nous amène à penser que les conditions du trafic sont comparables pour différentes sessions de mesure.

Pour accréditer notre intuition, nous réalisons un test de Kolmogorov-Smirnov d’adéquation des deux listes d’événements à la même loi continue. Le test est appliqué pour toutes les sessions deux à deux entre matin et soir.

Nous privilégions dans l’hypothèse nulle, soit l’adéquation des lois. Le test conclut au non rejet de l’hypothèse nulle, donc de l’adéquation des fréquences d’occurrence des événements pour toutes les sessions matinée et après midi. Ainsi, dans la suite, le traitement des données peut se faire sans distinction de sessions.

3.4 Analyse des créneaux d’insertion : vers une modélisation comportementale

À partir de maintenant le partenariat est élargi aux véhicules de devant aussi. Dans le reste de cette section on s’intéresse aux véhicules d’insertion qui admettent à la fois un partenaire leader et un partenaire follower en chaque point de la zone d’insertion (du point 8 au point 3).

Les tableaux A.1 à A.5 de l’annexe A.2 présentent les statistiques élémentaires effectuées sur les vitesses des véhicules d’insertion et les variables intervéhiculaires entre le véhicule C et ses partenaires leader et follower.

La figure 3.19 montre les diagrammes en boîtes des TTC entre les véhicules L et C . Les valeurs médianes TTC sont égales à -4.4sec s’il y a insertion au point 6, si l’insertion a lieu au point 5 le TTC vaut 8.4sec , pour les insertions au point 4 le TTC est de 7.1sec et au point 3 il est égal à 5.8sec .

La figure 3.20 montre les diagrammes en boîtes des TTC entre les véhicules C et F . Les valeurs médianes TTC sont égales à -12sec s’il y a insertion au point 6, si l’insertion a lieu au point 5 le TTC vaut -9.8sec , pour les insertions au point 4 le TTC est de -5.3sec et au point 3 il est égal à 8.8sec .

Cette variable est calculée au point $j + 1$ avant l’insertion, elle informe sur le risque pris par les conducteurs en s’insérant au point de mesure indiqué. Cependant, le résultat n’est pertinent que lorsque le véhicule suiveur a une vitesse plus grande que son leader ; ce qui n’est pas toujours le cas ici puisqu’aux points 6, 5 et 4 la médiane est négative entre le véhicule d’insertion et son partenaire suiveur. Entre le véhicule d’insertion et son leader, le TTC est positif aux points 5, 4 et 3, les valeurs sont décroissantes mais restent au dessus de 5se ; ce qui n’entraîne pas de danger immédiat.

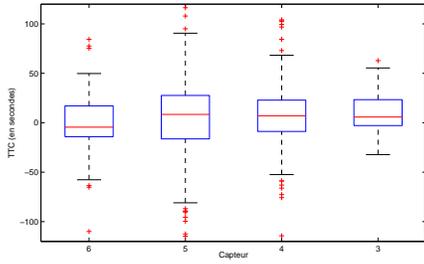


Figure 3.19 – TTC entre les véhicules L et C acceptées aux points 6,5,4 et 3

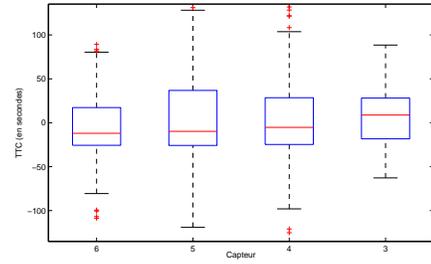


Figure 3.20 – TTC entre les véhicules C et F acceptées aux points 6,5,4 et 3

Les figures ci-dessous, renseignent sur les distributions des : vitesses des véhicules d’insertion (avant décision d’insertion ou non) dans les cas où il y a insertion ou échec d’insertion, TIV entre les véhicules C et L puis entre les véhicules C et F au point de mesure $j + 1$ dans les cas où il y aura insertion ou non-insertion au capteur j .

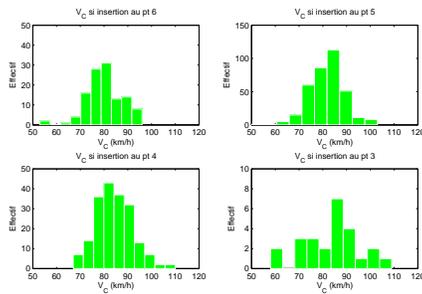


Figure 3.21 – Vitesses des véhicules d’insertion V_C acceptées aux points 6,5,4 et 3

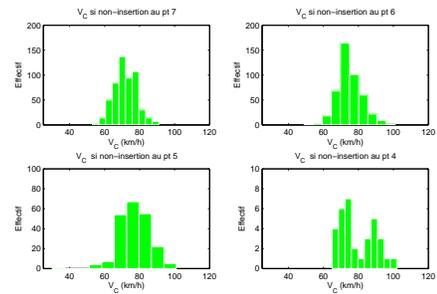


Figure 3.22 – Vitesses des véhicules d’insertion V_C refusées aux points 7,6,5 et 4

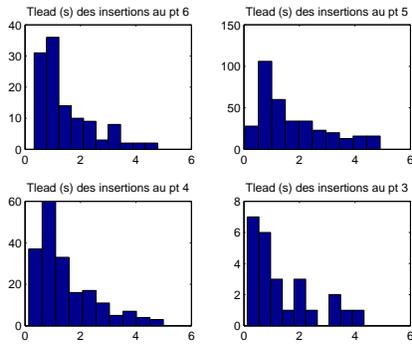


Figure 3.23 – Créneaux T_L acceptés aux points 6,5,4 et 3

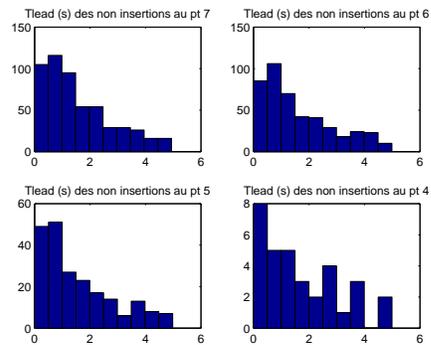


Figure 3.24 – Créneaux T_L refusés aux points 7,6,5 et 4

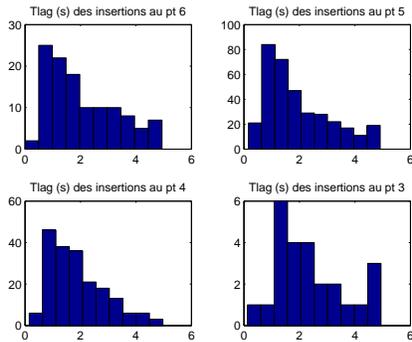


Figure 3.25 – Créneaux T_F acceptés aux points 6,5,4 et 3

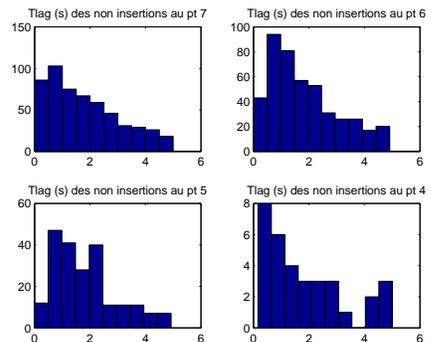


Figure 3.26 – Créneaux T_F refusés aux points 7,6,5 et 4

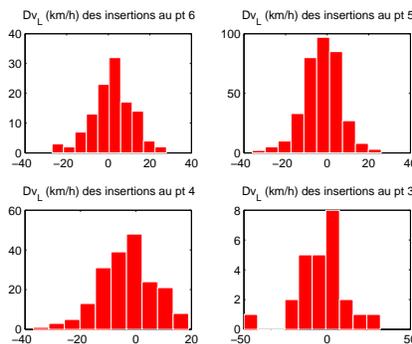


Figure 3.27 – Vitesses relatives entre C et L s'il y a insertion aux points 6,5,4 et 3

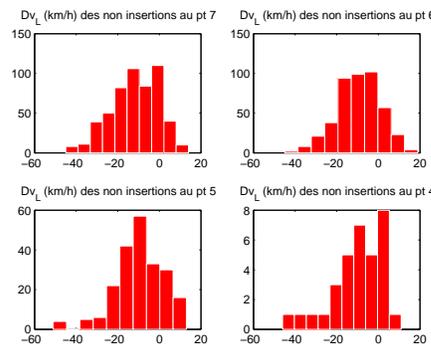


Figure 3.28 – Vitesses relatives entre C et L en cas d'échec d'insertion aux points 7,6,5 et 4

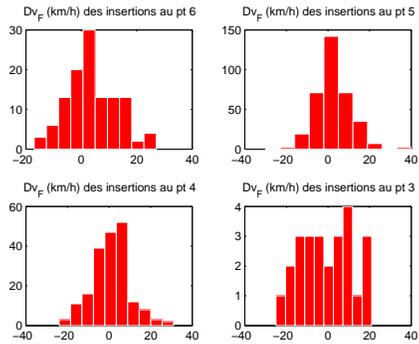


Figure 3.29 – Vitesses relatives entre C et F s'il y a insertion aux points 6,5,4 et 3

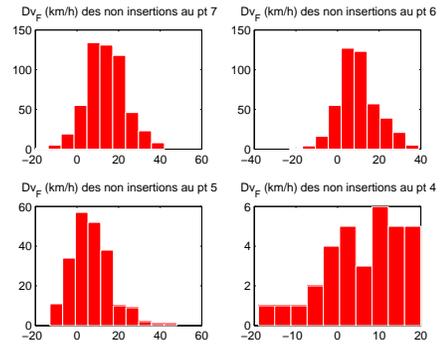


Figure 3.30 – Vitesses entre C et F en cas d'échec d'insertion aux points 7,6,5 et 4

Une analyse des valeurs médianes des créneaux temporels acceptés montrent qu'entre le véhicule C et son leader L , celles-ci varient de 0.9s au point 3 à 1.3s enregistré au point 5, tandis que, les créneaux temporels médians acceptés entre le véhicule C et son suiveur F sont légèrement plus élevés et varient entre 1.5s (au point 5) et 2.1s (au point de mesure 3).

Les créneaux temporels médians refusés entre le véhicule C et son leader L sont de l'ordre de 1.2s et ceux entre C et son suiveur F sont aux alentours de 1.5s pour les différents capteurs.

Les conducteurs acceptent souvent des créneaux très petits. En effet, il a été observé qu'au point de mesure 5, 65% des véhicules s'insèrent avec un créneau avant $\leq 2s$ et 61% avec un créneau arrière $\leq 2s$. Cette tendance s'amplifie aux capteurs 6 et 4, avec plus de 75% pour le créneau avant et pour le créneau arrière respectivement, 58% au capteur 6 et 75% au capteur 4. De plus, des créneaux de moins 0.2s ont aussi été enregistrés.

Une analyse des médianes des vitesses relatives montrent que les vitesses relatives acceptées avec le partenaire leader sont de l'ordre de -3km/h au point 6, de 2km/h au point 5, 3km/h au point 4 et 1km/h au point 3. De même, les vitesses relatives (médianes) acceptées avec le partenaire suiveur sont strictement croissantes du point 6 au point 3. Ce constat est cohérent avec la nécessité d'accélérer pour les véhicules tout au long de la bretelle d'insertion afin d'atteindre la vitesse pratiquée sur les voies principales, donc celle des partenaires leader et suiveur. D'autre part, nous avons pu observer que 58.9% des véhicules s'insèrent au point 6 avec une vitesse avant insertion plus grande que celle de leur partenaire leader, 37.7% au point 5, ils sont 31.1% au point 4 et enfin, au point de mesure 3 il y a 36% des insertions qui se font lorsque la vitesse du véhicule C avant insertion est supérieure à la vitesse du véhicule L .

3.5 Conclusion

L'analyse des données a montré que d'une part, on peut observer de très courts créneaux temporels (entre véhicules d'insertion et leurs partenaires leader ou suiveur) de l'ordre de 0.2 secondes. Ces observations sont courantes et confirmées par une analyse des données sur les autoroutes néerlandaises A12 (près de Bodegraven) et A2 (près de Vinkeveen) réalisée par Daamon et al.[20].

Les créneaux temporels (médians) avec le leader acceptés décroissent au fur et à mesure que les véhicules d'insertion s'approchent de la fin de la voie d'accélération. Cette tendance est inversé pour les créneaux acceptés avec le suiveur. Les véhicules d'insertion peuvent refuser des créneaux plus grands que les créneaux acceptés et ce, en tout point de la voie d'insertion.

Chapitre 4

Modélisation de l'insertion sur le site SAROT

4.1 Introduction

L'objet de ce chapitre est de construire des modèles reproduisant le mieux possible le comportement des conducteurs des véhicules qui désirent s'insérer. En se basant sur l'analyse des données réalisée dans le chapitre précédent, nous validerons une modélisation statistique que nous proposons dans un premier temps. Elle aidera à orienter la modélisation comportementale proposée dans un second temps. Celle-ci est inspirée par la théorie d'acceptation de créneaux évoquée dans le premier chapitre sur l'état de l'art (voir Wang[82], Kondyli et al.[53],...). Nous utilisons une régression logistique pour le phénomène d'insertion comme l'ont fait Weng et al.[86], Ahmed et al.[2] pour des problématiques semblables.

4.2 Définitions

Pour un véhicule C donné qui s'insérera au point de mesure j , on définit ses partenaires au point de mesure $j + 1$ avant et arrière (comme illustré par la figure 4.1) par les définitions suivantes.

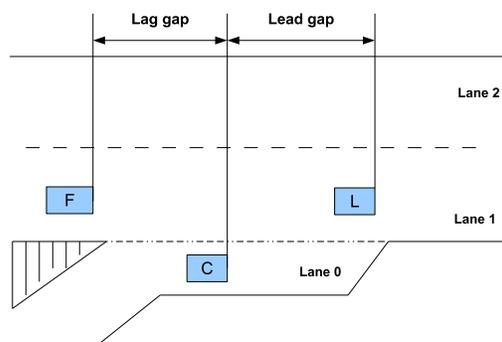


Figure 4.1 – Configuration de la zone insertion

Définition 4.2.1 (Leader du véhicule d'insertion) *Le véhicule leader L du véhicule d'insertion C en un point de mesure $j+1$ est le véhicule passant juste avant le véhicule C par ce même capteur sur la voie 0 ou 1.*

Définition 4.2.2 (Follower du véhicule d'insertion) *Le véhicule follower F du véhicule d'insertion C en un point de mesure $j+1$ est le véhicule passant juste après le véhicule C par ce même capteur sur la voie 1.*

On introduit les notations suivantes :

$T_F(j) := TIV_{(F,C)}(j)$ le temps inter-véhiculaire entre les véhicules C et F au capteur j .

$T_L(j) := TIV_{(C,L)}(j)$ le temps inter-véhiculaire entre les véhicules C et L au capteur j .

$Dv_F(j) := Dv_{(F,C)}(j) = v_F(j) - v_C(j)$ la vitesse relative entre les véhicules C et F au capteur j .

$Dv_L(j) := Dv_{(C,L)}(j) = v_C(j) - v_L(j)$ la vitesse relative entre les véhicules C et L au capteur j .

4.3 Modélisation statistique

On cherche à prédire la probabilité qu'un véhicule ω s'insère en un point de mesure donné j à partir des caractéristiques liant ce véhicule à ses partenaires (leader et suiveur). On propose d'expliquer les insertions à l'aide des vitesses relatives et des TIV.

Notons par Y la variable aléatoire (à prédire) à valeurs dans $\{0,1\}$ désignant l'insertion ($Y(\omega) = 1$) ou la non insertion ($Y(\omega) = 0$) au point j .

Notons par $X(\omega) = \{X_1(\omega), X_2(\omega), X_3(\omega), X_4(\omega), X_5(\omega)\}$, avec :

$X_1 := V_C$

$X_2 := T_L$

$X_3 := Dv_L$

$X_4 := T_F$

$X_5 := Dv_F$

le vecteur composé de variables descriptives à valeurs dans \mathbb{R}^5 .

Pour modéliser ce phénomène, il suffit de trouver un lien fonctionnel reliant Y à X . On cherche donc la prédiction de Y par X , c'est à dire, à calculer la quantité :

$$\eta(x) := \mathbb{P}(Y = 1|X = x) = \mathbb{E}[Y|X = x]$$

La probabilité conditionnelle de Y sachant X est donnée par formule de Bayes :

Pour $y \in \{0,1\}$,

$$\mathbb{P}(Y = y|X = x) = \frac{\mathbb{P}[\{X = x\} \cap \{Y = y\}]}{\mathbb{P}[X = x]} = \frac{\mathbb{P}(Y = y) \times \mathbb{P}(X = x|Y = y)}{\sum_{z=0}^1 \mathbb{P}(Y = z) \times \mathbb{P}(X = x|Y = z)} \quad (4.1)$$

Une régression logistique binaire (voir à ce sujet Tenenhaus[75] et Saporta[72]) permet de répondre convenablement à notre problématique. En plus de la simplicité de sa mise en oeuvre, elle fournit une fonction de transfert logistique reliant la variable explicative X à la variable à prédire Y .

4.3.1 Régression logistique

La régression logistique LOGIT binaire est une méthode semi-paramétrique dans le sens où, elle émet une hypothèse de modélisation uniquement sur le rapport $\frac{\mathbb{P}(X=x|Y=1)}{\mathbb{P}(X=x|Y=0)}$ et pas sur chacune de ces probabilités.

Le modèle LOGIT est fondé sur l'hypothèse suivante :

Pour $x = (x^1, \dots, x^p)$,

$$\ln\left(\frac{\mathbb{P}(Y = 1|X = x)}{\mathbb{P}(Y = 0|X = x)}\right) = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x^j$$

dans laquelle, p est la dimension de X , et Y est une variable aléatoire binaire à valeurs dans $\{0,1\}$ dont la probabilité conditionnelle est modélisée par une loi de Bernoulli $\mathcal{B}(\eta)$.

L'estimation des paramètres $\Theta = \{\beta_j\}_{j=0,1,\dots,p}$ du modèle s'effectue par la maximisation de sa fonction de vraisemblance exprimée par :

$$\mathcal{L}(\Theta; y) = \prod_{i=1}^n \eta(x_i)^{y_i} (1 - \eta(x_i))^{1-y_i}$$

avec,

$$\eta(x) = \frac{\exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x^j)}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j x^j)}$$

Le paramètre estimé $\hat{\Theta}$ est obtenu, en maximisant la log-vraisemblance :

$$\ell(\Theta; y) = \sum_{i=1}^n [y_i \times \ln(\eta(x_i)) + (1 - y_i) \times \ln(1 - \eta(x_i))]$$

Ce qui permet d'aboutir au système d'équations :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \ell(\Theta; y)}{\partial \beta_0} &= \sum_{i=1}^n (y_i - \eta(x_i)) \\ \frac{\partial \ell(\Theta; y)}{\partial \beta_j} &= \sum_{i=1}^n x_i^j (y_i - \eta(x_i)) \quad , j = 1, \dots, p \end{aligned}$$

qui n'admet pas de solution analytique mais se résout par des procédés de calculs numériques. Les estimateurs ainsi retenus sont consistants, de variance minimale et asymptotiquement normaux.

4.3.2 Règle d'affectation :

Nous utiliserons la règle de décision de Bayes, qui consiste dans notre cas à affecter une insertion ($Y(\omega) = 1$) pour un véhicule dont la probabilité d'insertion estimée $\hat{\eta}(x)$ est strictement supérieure à $\frac{1}{2}$ et décider de ne pas s'insérer sinon.

4.4 Données utilisées

Les données sont formées de plusieurs sessions de mesures prélevées en matinée entre 07h et 10h. Les sessions utilisées sont : la 573 (de 07h à 10h) composée de 1069 véhicules d'insertion, la session 586 (de 07h à 10h) de 970 véhicules d'insertion, la session 655 (de 08h12 à 08h42) de 565 véhicules et une partie de la 616 (de 8h17 à 10h), soit 445 véhicules d'insertion. Les données ont subi au préalable un pré-traitement de la manière suivante :

- **Traitement des données manquantes**
- **Traitement des données à faible indice de confiance**
- **Retrait des poids lourds**¹ afin d'homogénéiser les vitesses.

Après ces procédures de nettoyage de données, les effectifs restants des véhicules candidats à l'insertion aux capteurs 7, 6, 5, 4 et 3, sont présentés dans le tableau ci-dessous. Ces mêmes données ont été employées pour réaliser la régression logistique et valider les modèles qui seront énoncés dans la suite de cette partie.

Notre approche s'inscrit dans une démarche d'apprentissage supervisé par la variable de prédiction Y désignant l'insertion. Par conséquent, nous diviserons notre échantillon de données en deux sous ensembles. Un ensemble constituant une base d'apprentissage dans laquelle, les insertions ont été accomplies (ou pas) en notant les TIV et les vitesses relatives correspondant pour chaque véhicule, et qui interviendra dans la construction du modèle. Le modèle choisi, sera testé sur le reste de l'échantillon.

1. Véhicules ayant une longueur moyenne $> 6m$

capteur 7	540 véhicules candidats ayant un leader et un suiveur
capteur 6	565 véhicules candidats ayant un leader et un suiveur
capteur 5	565 véhicules candidats ayant un leader et un suiveur
capteur 4	226 véhicules candidats ayant un leader et un suiveur
capteur 3	25 véhicules candidats ayant un leader et un suiveur

Tableau 4.1 – Mesures disponibles en chaque capteur

4.5 Application du modèle LOGIT

Un tirage aléatoire a été réalisé dans cet échantillon pour constituer la base d'apprentissage, mais compte tenu de l'instabilité des résultats obtenus après chaque tirage, nous nous contentons de diviser les données en deux ensembles de même taille et sans permutation de l'ordre de passage des véhicules.

L'estimation des paramètres est faite sur la base d'apprentissage et les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 4.2.

La modélisation ne concerne que les points de mesure 6, 5 et 4, car nous ne disposons d'aucune insertion au point de mesure 7 et tous les véhicules s'insèrent avant le point 3 (au plus tard au capteur 4 pour les données utilisées ici) dans les sessions de mesures étudiées. En effet, l'analyse des lieux d'insertion a montré que les effectifs des insertions aux points de mesure 7 et 3 sont faibles (cf. par exemple la figure 3.1). De plus, dans ce cas de figure, le modèle LOGIT reproduira parfaitement les réponses de la variable Y en ces deux capteurs et le taux de reconnaissance serait de 100%.

Dans la suite, la modélisation sera restreinte à la zone limitée par les points de mesure 6, 5 et 4.

Point	$(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3, \hat{\beta}_4, \hat{\beta}_5)$	Erreur standard	t-stat	p-valeur
6	(-2.93, 0.02, -0.14, -0.10, 0.26, 0.04)	(1.99, 0.02, 0.15, 0.02, 0.14, 0.02)	(-1.47, 0.99, -0.89, -5.18, 1.81, 1.55)	(0.14, 0.32, 0.37, 0.00, 0.07, 0.12)
5	(-1.67, 0.03, 0.22, -0.08, 0.16, 0.001)	(1.68, 0.02, 0.12, 0.02, 0.12, 0.02)	(-0.99, 1.22, 1.79, -4.37, 1.25, 0.33)	(0.32, 0.22, 0.07, 0.00, 0.21, 0.74)
4	(-0.59, 0.03, -0.26, -0.04, 0.37, 0.06)	(3.76, 0.05, 0.29, 0.03, 0.31, 0.04)	(-0.16, 0.62, -0.92, -1.25, 1.19, 1.44)	(0.87, 0.53, 0.36, 0.21, 0.23, 0.15)

Tableau 4.2 – Estimation des paramètres de la régression logistique

Les $\hat{\beta}_i$, $i = 0, 1, \dots, 5$ sont les paramètres estimés du modèle de régression logistique, et le reste du tableau 4.2 présente les erreurs standards, les t-statistiques (rapports de chaque valeur estimée à son erreur standard) et les p-valeurs pour le test de Student d'utilité des régresseurs, associées à chaque estimateur.

L'influence des variables individuelles ou de groupe de variables explicatives sera discutée dans la suite.

4.5.1 Discussion des résultats

Les coefficients estimés $\hat{\beta}_1$ et $\hat{\beta}_5$ ont de petites valeurs, ce qui laisse penser que l'influence des variables associées : V_C et Dv_F est négligeable. $\hat{\beta}_2$ et $\hat{\beta}_3$ sont de signe négatif, ce qui peut signifier que l'apport des variables explicatives T_L et Dv_L est négatif sur le modèle.

La régression logistique binaire peut être considérée comme un cas particulier du modèle linéaire généralisé (Tenenhaus[75]). Ainsi, l'étape d'estimation de la probabilité a posteriori a été réalisée à l'aide de la commande `glmval()` de l'environnement **matlab**. La prédiction de la méthode LOGIT a été comparée aux actions réelles pour trouver les taux de reconnaissance en fonction des points de mesure (voir le tableau 4.3). L'échantillon test de taille n^{test} a servi à valider le modèle. La règle de décision employée est celle annoncée dans la section 4.3.2.

Le graphique 4.2 représente les probabilités prédites aux points de mesure 6, 5 et 4 en fonction du nombre de véhicules considérés dans la base d'apprentissage. Les figures 4.3 à 4.6 représentent respectivement les probabilités prédites aux points de mesure 6, 5 et 4, en fonction des caractéristiques V_C , T_L , Dv_L , T_F et Dv_F .

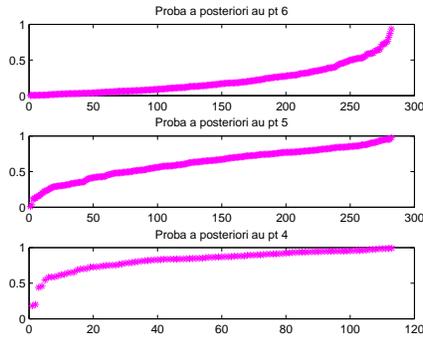


Figure 4.2 – Probabilités d’insertion prédites aux capteurs 6,5 et 4

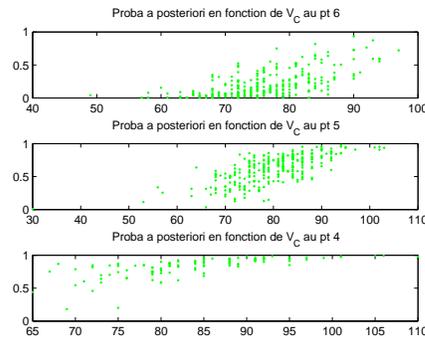


Figure 4.3 – Probabilités prédites en fonction de la vitesse du véhicule d’insertion

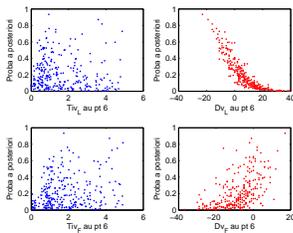


Figure 4.4 – Probabilité a posteriori prédite au point 6

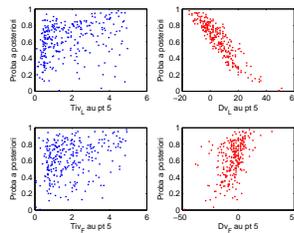


Figure 4.5 – Probabilité a posteriori prédite au point 5

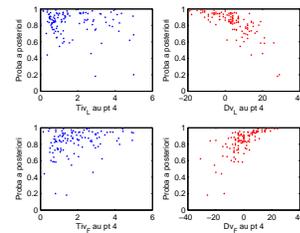


Figure 4.6 – Probabilité a posteriori prédite au point 4

Nous pouvons voir en particulier que la probabilité d’insertion est croissante en fonction de la vitesse du véhicule d’insertion aux différents points de de mesure. Par ailleurs, les figures montrent que les véhicules d’insertion qui roulent plus vite que leur leader ont une plus grande probabilité de d’insérer. Les tendances sont moins nettes pour les probabilités d’insertion en fonction des variables individuelles liant le véhicule d’insertion et son suiveur.

Le tableau 4.3 illustre les résultats obtenus par le modèle de régression logistique.

Point	n ^{test}	insertion(prédite réelle)	non insertion(prédite réelle)	succès	% de succès	indécision
6	282	(32 54)	(250 228)	230	81.6	30
5	282	(203 169)	(79 113)	202	71.6	73
4	113	(109 100)	(4 13)	102	90.3	6

Tableau 4.3 – Résultats du modèle LOGIT par capteur

Les colonnes 2 et 3 comparent les nombres des insertions estimés par le modèle avec les insertions réelles. La 5ème colonne, présente le nombre d’éléments correctement identifiés par le modèle LOGIT. La dernière colonne du tableau 4.3 contient les nombres de véhicules (bien et mal classés confondus) dont la probabilité d’insertion est comprise dans la région d’indécision ($[0.4; 0.5] \cup [0.5; 0.6]$). Parmi les mal-identifiés par le modèle LOGIT, seulement 30.8% ont une probabilité $\hat{\eta}(x) \in ([0.4; 0.5] \cup [0.5; 0.6])$ pour le point 6 et 35.2% pour le point de mesure 5. Quant au capteur 4 aucun véhicule mal classé n’a de probabilité d’insertion dans la zone d’incertitude.

Le modèle prédit au capteur 6 : 31.5% de bonnes insertions et 93.4% des échecs d’insertion. Au capteur 5 : 86.4% de bonnes insertions contre 49.6% d’échecs d’insertion, le modèle surestime globalement les insertions au capteur 5 et sous-estime les non-insertions. Enfin, au point de mesure 4 : 99% de bonnes insertions et seulement 23.1% sont reconnus parmi les échecs d’insertion. Le modèle prédit parfaitement

les insertions aux points de mesure 4 et 5. Mais, il peine à reproduire les insertions correctes au capteur 6, ce qui est dû en partie au faible effectif de réelles insertions apprises par le modèle en ce point.

Le taux de succès moyen de ce modèle est de : 85,1%. La méthode LOGIT est globalement satisfaisante. Néanmoins, elle donne de moins bons résultats pour le capteur 5 que pour les capteurs 6 et 4 ; alors que, les conditions d'insertion devraient être proches puisque 50 mètres séparent le capteur des deux autres points.

4.6 Tests et choix de modèles LOGIT

On souhaite étudier l'apport des variables explicatives X_j au modèle général. En effet, certaines variables peuvent s'avérer inutiles si elles n'apportent pas d'information dans la prédiction de la variable Y , et ne servent donc qu'à complexifier le modèle. D'autres variables aussi peuvent avoir un effet négatif sur le modèle. Les identifier revient à faire des tests de significativité des coefficients β_j de X_j .

Nous utiliserons, des tests statistiques classiques adaptés à ce type de modélisation : le test de Wald, le test du rapport de vraisemblance (de déviance) ainsi que des critères de sélection de modèles comme le critère d'Akaike AIC et le critère de Schwartz BIC afin de désigner le modèle le plus adéquat.

Définissons d'abord la fonction de log-vraisemblance qui servira dans la suite :

$$L = \sum_{i=1}^n y_i \ln(\hat{\eta}_i) + (1 - y_i) \ln(1 - \hat{\eta}_i). \quad (4.2)$$

Où, n est la taille de l'échantillon test et $\hat{\eta}_i = \hat{\eta}(x_i)$ est la probabilité d'insertion déjà calculée.

On désigne par M_g le modèle de référence étudié précédemment, constitué par toutes les variables descriptives

$$X_g = (V_C, T_L, Dv_L, T_F, Dv_F) \quad (4.3)$$

Ce modèle possède $\sum_{k=1}^5 C_5^k$, soit $2^5 - 1$ sous-modèles dérivés, formés par les combinaisons possibles des éléments du vecteur X_g . Il convient de sélectionner le modèle le plus performant parmi cette famille de sous-modèles.

Selon que les modèles à comparer soient emboîtés ou pas, des tests d'hypothèses ou des critères AIC et BIC seront appliqués.

4.6.1 Critères de sélection de modèles

Les critères AIC et BIC ont l'avantage de pouvoir comparer des modèles qui ne sont pas forcément emboîtés l'un dans l'autre.

Critère d'information d'Akaike AIC :

Le principe est de pénaliser la log-vraisemblance d'un modèle par une fonction du nombre de paramètres p ; pour tenir compte de ce nombre. En effet, la vraisemblance croît avec la complexité p du modèle et choisira ainsi le modèle le plus saturé qui parfois peut s'avérer surparamétré ; elle n'est donc pas un bon indicateur.

Pour le critère AIC, cette fonction de pénalité vaut $2 \times p$.

$$AIC = -2 \times L + 2 \times p$$

Procédé : on calcule la valeur AIC de tous les sous modèles dérivés du modèle de référence M_g . Le modèle choisi est celui pour lequel le AIC est minimum.

Critère d'information bayésien BIC :

L'idée est la même que pour le critère AIC, à la différence d'une fonction de pénalité plus forte valant $p \times \ln n$ pour ce critère, où p est le nombre de paramètres et n la taille de l'échantillon.

$$BIC = -2 \times L + p \times \ln(n)$$

Le modèle sélectionné est celui qui conduit au plus faible BIC.

4.6.2 Tests d'hypothèses

Pour voir l'effet d'une (ou plusieurs) variable (s) X_j sur la description de Y , il suffit de tester la significativité du coefficient β_j de la variable incriminée.

Procédé de sélection par le test de Wald :

On teste la nullité simultanée de q ($1 \leq q \leq p$) coefficients correspondant à l'un des sous modèles. Le test de Wald permet de réaliser cette procédure en proposant une généralisation de la statistique de Wald pour la nullité d'un seul paramètre.

Les hypothèses sont les suivantes :

Test marginal : $\mathcal{H}_0 : \beta_j = 0, j \in \{1, \dots, p\}$ contre $\mathcal{H}_1 : \beta_j \neq 0$

Test global : $\mathcal{H}_0 : \beta_1 = \dots = \beta_p = 0$ / $\mathcal{H}_1 : \text{Au moins un des coefficients est non nul}$

Tests de nullité simultanée de q paramètres :

$$\mathcal{H}_0 : \beta_{j_1} = \beta_{j_2} = \dots = \beta_{j_q}, 1 \leq j_1 \leq j_2 \leq \dots \leq j_q \leq p$$

contre l'alternative $\mathcal{H}_1 : \text{Au moins un des coefficients est non nul}$

La statistique de Wald est donnée par : $\Lambda_q = \hat{\Theta}'_q \hat{\Sigma}_q^{-1} \hat{\Theta}_q$, où $\hat{\Theta}_q$ est le vecteur des paramètres estimés à tester et $\hat{\Sigma}_q$ est leur matrice de variance-covariance empirique. Sous l'hypothèse \mathcal{H}_0 , Λ_q suit une loi du χ^2 à q degrés de liberté. L'hypothèse nulle est rejetée dès que la statistique de Wald est dans la zone de rejet :

$$\Lambda_q \geq \chi^2_{1-\alpha}(q)$$

ou si la p -valeur associée est inférieure à α : l'erreur de première espèce, choisie ici est égale à 5%.

Si \mathcal{H}_0 est acceptée, on dira que le modèle correspondant (formé à partir de M_g et avec l'absence des variables explicatives dont les coefficients appartiennent à \mathcal{H}_0) est adéquat et donc retenu par le test de Wald.

L'algorithme de sélection d'un modèle plus adéquat que les autres est fait de la manière suivante.

1. L'ensemble des sous modèles de M_g est réparti en 4 groupes de modèles de même nombre de paramètres.
2. Le test de Wald est appliqué à l'ensemble des modèles de chaque groupe. Ensuite, on identifie dans chaque groupe le modèle validé (dont l'hypothèse \mathcal{H}_0 correspondante est acceptée) par le test de Wald. Si plusieurs modèles sont acceptés, on choisit le modèle ayant la plus petite valeur AIC. Ce qui donne un modèle "optimal" pour chaque groupe.
3. Parmi les modèles optimaux obtenus sur les différents groupes, on sélectionne le modèle M_m à m paramètres dont la statistique de Wald Λ_m est la plus écartée de sa région de rejet i.e., $\chi^2_{1-\alpha}(d) - \Lambda_m$ (avec : $d = 5 - m$) est la plus grande.

Les sous-modèles n'ont pas été comparé au modèle général M_g , car il aurait fallu construire un test dont l'hypothèse alternative serait du type :

$\mathcal{H}_1 : \forall j \in \{1, \dots, J\}, \beta_j \neq 0 : \text{Toutes les variables explicatives sont simultanément non nulles.}$

Choix de modèle par le test du rapport de vraisemblance :

Pour déterminer la significativité d'un paramètre, on se base ici sur le test de déviance. Les différentes étapes de l'algorithme sont les suivantes.

1. On commence par définir le modèle de référence M_g comportant p paramètres que nous souhaitons comparer à tous ses sous-modèles à p' paramètres ($p > p' \geq 1$).
2. Pour chaque sous modèle identifié, on calcule sa déviance associée $D = -2 \times L$.
3. On applique le test du rapport de vraisemblance pour les modèles emboîtés, avec l'hypothèse nulle $\mathcal{H}_0 : \text{le sous modèle est plus adéquat que } M_g$ contre l'hypothèse alternative $\mathcal{H}_1 : \text{le sous modèle n'est pas plus adéquat que } M_g$.

La statistique du test est la différence des déviances $\Delta D = D - D_g$ entre le modèle considéré et le modèle de référence M_g . Or, sous \mathcal{H}_0 , la variable ΔD suit asymptotiquement une loi du χ^2 à $p - p'$ degré de liberté.

On lit le quantile $\chi^2_{1-\alpha}(p-p')$ à partir de la table de la loi du χ^2 avec, le seuil pour l'erreur de première espèce fixé à $\alpha = 5\%$.

\mathcal{H}_0 est repoussée au profit de \mathcal{H}_1 au risque α de se tromper, si :

$$\Delta D > \chi^2_{1-\alpha}(p-p')$$

Dans ce cas, on conclut que le modèle considéré n'est pas en adéquation avec les données, et le modèle de référence M_g est favorisé au risque α .

Si l'hypothèse \mathcal{H}_0 est retenue pour plusieurs modèles par rapport à M_g (les modèles à comparer ne sont plus emboîtés), on choisit celui qui admet la valeur du AIC la plus petite.

- l'étape 3 précédente permet soit d'obtenir un nouveau modèle plus adéquat qui devient à son tour un modèle de référence M_g , ou bien de garder le même modèle qui reste le modèle de référence.

Le retour à l'étape 1 est réalisé tant que $p > 1$ et qu'il existe encore un sous modèle ajustant mieux les données que le modèle de référence.

Le test du rapport de vraisemblance est un test puissant et détecte mieux l'hypothèse alternative que le test de Wald.

Le tableau 4.4 ci-contre, présente le modèle choisi par chaque critère décrit précédemment. La dernière colonne du tableau donne le modèle (ou les modèles s'il y a des ex aequo) ayant le taux de succès le plus élevé.

Capteur	AIC	BIC	Test LRT	Test de Wald	Taux de succès
6	Dv_L	Dv_L	$T_L + Dv_L + T_F$	$Dv_L + T_F + Dv_F$	$T_L + Dv_L + Dv_F$ 82.6%
5	$V_C + Dv_L$	Dv_L	$V_C + Dv_L$	$V_C + Dv_L$	$V_C + T_L + Dv_L + T_F + Dv_F$ $V_C + T_L + Dv_L + T_F$ $V_C + T_L + Dv_L + Dv_F$ $V_C + T_L + Dv_L$ 71.6%
4	V_C	V_C	V_C	$V_C + Dv_L$	$V_C + T_L + Dv_L + T_F + Dv_F$ $T_L + Dv_L + T_F + Dv_F$ 90.3%

Tableau 4.4 – Comparaison de modèles sélectionnés par différents critères

La variable explicative $X_3 = Dv_L$ est redondante dans la majorité des modèles sélectionnés et essentiellement aux points 6 et 5. Tandis qu'au point 4, la variable ayant le plus d'importance semble être la vitesse du véhicule d'insertion V_C et ce, pour la plupart des critères.

Le test de Wald rejette catégoriquement l'hypothèse de nullité simultanée de tous les paramètres du modèle LOGIT général, en tout point de mesure. Il préconise ainsi, qu'il existe au moins une variable X_j influente dans le modèle général.

Le test de Wald accepte l'hypothèse de nullité individuelle pour tout ² coefficient β_j du modèle M_g au point de mesure 4, ce qui peut être dû à une éventuelle multi-colinéarité entre les variables explicatives. Quant aux points 6 et 5, seule l'hypothèse $\beta_3 = 0$ (coefficient de Dv_L) est rejetée. Ce qui confirme l'importance de la variable correspondante Dv_L comme le suggère les autres critères. Néanmoins, les conclusions de ce test sont à prendre avec prudence, car ce test est peu puissant et de plus, c'est un test conservateur ayant tendance à favoriser l'hypothèse nulle donc la nullité des paramètres.

La vitesse du véhicule d'insertion C , V_C semble jouer un rôle important aux points de mesure 4 et 5 puisqu'elle revient dans presque tous les modèles sélectionnés. Cette variable reflète l'information de décision d'insertion du conducteur.

Le choix d'un seuil sur les variables les plus influentes sera primordial dans la construction du modèle comportemental.

Les résultats de la méthode de régression logistique peuvent guider la détermination des seuils dans le

2. excepté la constante β_0 qui n'est pas testée

modèle comportemental, par exemple, en choisissant comme seuils les valeurs des variables explicatives correspondant à une probabilité prédite égale à $\frac{1}{2}$; soit, les X_j appartenant à l'hyperplan séparateur :

$$H = \{x_j \in \mathbb{R}^p / : \hat{\eta}(x_j) = \frac{1}{2}\}.$$

4.7 Conclusion du modèle LOGIT

Le modèle statistique conclut à l'importance des variables inter-véhiculaires entre le véhicule d'insertion et son partenaire leader. Le modèle met en avant l'influence de la variable vitesse relative avec le leader sur la décision du conducteur dans l'insertion et ce, essentiellement en début de la voie d'insertion (points 6 et 5). Dans la seconde moitié de la voie d'insertion, le conducteur semble prendre en compte en plus sa propre vitesse dans sa décision. Ces conclusions laissent penser que nous pouvons concentrer l'étude comportementale sur les variables : V_C , T_L et Dv_L uniquement.

4.8 Modélisation comportementale

En chaque point de mesure j , le véhicule C évalue la vitesse de ses partenaires ainsi que le temps le séparant de ses derniers, puis prend la décision de s'insérer si les vitesses relatives et les temps inter-véhiculaires sont "raisonnables". On étudie ici le cas où le véhicule C admet un leader et un suiveur au point de mesure $j + 1$. Concrètement, le véhicule s'insérera en un point si la (ou les) condition (s) formulée (s) dans la première colonne du tableau associé (le tableau 4.7 pour le point 6, le tableau 4.6 pour le point 5 et le tableau 4.5 pour le point 4).

4.9 Application du modèle comportemental

Les modèles d'acceptation de créneaux cités sont validés sur les mêmes échantillons que ceux utilisés dans la modélisation statistique.

Chaque modèle est appliqué afin de reproduire les insertions aux capteurs $j = 6, 5$ et 4 . Les seuils empiriques sont pris au point $j + 1$ sur les véhicules qui s'inséreront au point de mesure j .

Les paramètres estimés des modèles comportementaux ont été obtenus en faisant varier les variables caractéristiques dans des intervalles de recherche de créneaux.

Les valeurs retenues réalisent un compromis entre le taux de succès (pas trop dégradé) du modèle et des créneaux qui soient réalistes.

Les modèles d'acceptation de créneaux décrits combinent les variables explicatives issues du modèle régit par l'équation (4.3). Ils ont été testés en chaque point de mesure et les résultats sont présentés dans les tableaux 4.5, 4.6 et 4.7.

Les variables concernées sont les suivantes et les intervalles de recherche de seuils critiques associés sont présentés dans l'annexe A.3.

- La vitesse du véhicule d'insertion V_C .
- Le différentiel de vitesse entre le véhicule d'insertion et son leader $V_C - V_L$.
- Le différentiel de vitesse entre le véhicule d'insertion et son suiveur $V_F - V_C$.
- Le temps intervéhiculaire avant T_L .
- Le temps intervéhiculaire arrière T_F .
- Le rapport entre la vitesse du véhicule d'insertion et son leader $\frac{V_L}{V_C}$.
- Le rapport entre la vitesse du véhicule d'insertion et son suiveur $\frac{V_F}{V_C}$.
- La distance intervéhiculaire entre le véhicule d'insertion et son leader $T_L \times V_C$.
- La distance intervéhiculaire entre le véhicule d'insertion et son suiveur $T_F \times V_C$.
- Des estimateurs du temps à la collision : $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L}$, $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C}$, $\frac{T_F \times V_C}{V_F - V_C}$, et $\frac{T_F \times V_C}{V_C - V_F}$.

4.10 Conclusion

Le modèle $M5$ est celui qui a le taux de succès le plus élevé au capteur 4. Les créneaux critiques obtenus pour les distances intervéhiculaires entre le véhicule C et ses partenaires leader et suiveur sont faibles (respectivement $\Delta x_L = 2.5m$ et $\Delta x_F = 9.5m$). Néanmoins, ils sont cohérents avec l'analyse empirique effectuée dans le chapitre 3, où des créneaux de temps intervéhiculaires acceptés inférieurs à 0.2sec ont été observés, notamment entre le véhicule d'insertion et son leader.

Les résultats sont compatibles avec ceux de la modélisation statistique. Ceci nous amène à privilégier les variables liant le véhicule d'insertion à son leader.

Modèle	Expression	Seuils	Succès
M1	$V_C \geq s$	$s = 73\text{km/h}$	86.3%
M2	$V_C - V_L \leq s \ \& \ V_F - V_C \leq s'$	$s = 19\text{km/h}, s' = 31\text{km/h}$	85.4%
M3	$T_L \geq s \ \& \ T_F \geq s$	$s = 0.12\text{s}, s' = 0.44\text{s}$	88.5%
M4	$\frac{V_L}{V_C} \geq s \ \& \ \frac{V_F}{V_C} \geq s'$	$s = 0.8, s' = 0.76$	85.4%
M5	$T_L \times V_C \geq s \ \& \ T_F \times V_C \geq s$	$s = 2.5\text{m}, s' = 9.5\text{m}$	88.0%
M6	Si $V_C > V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \geq s$ Ou Si $V_C < V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \leq s'$ ET Si $V_F > V_C$ et $\frac{T_F \times V_C}{V_F - V_C} \leq s''$ Ou $V_F < V_C$ et $\frac{T_F \times V_C}{V_C - V_F} \leq s'''$	$s = 90\text{s}, s' = 2\text{s}, s'' = 98\text{s}, s''' = 1\text{s}$	76.5%
M7	$V_C - V_L \leq s \ \& \ V_F - V_C \geq s' \ \& \ T_L \leq s'' \ \& \ T_F \leq s'''$	$s = 19\text{km/h}, s' = 15\text{km/h}, s'' = 0.3\text{s}, s''' = 0.5\text{s}$	86%
M8	$V_C \geq s \ \& \ T_L \geq s' \ \& \ T_F \geq s''$	$s = 69\text{km/h}, s' = 0.12\text{s}, s'' = 4\text{s}$	87.2%
M9	$V_C \geq s \ \& \ V_C - V_L \leq s' \ \& \ V_F - V_C \leq s''$	$s = 73\text{km/h}, s' = 19\text{km/h}, s'' = 4\text{km/h}$	86.3%

Tableau 4.5 – Comparaison de modèles comportementaux au point 4 en présence des véhicules L et F

Modèle	Expression	Seuils	Succès
M1	$VC \geq s$	$s = 75\text{km/h}$	70%
M2	$VC - VL \leq s \ \& \ VP - VC \leq s'$	$s = 21\text{km/h}, s' = 18\text{km/h}$	67%
M3	$TL \geq s \ \& \ TP \geq s$	$s = 0,5\text{s}, s' = 0,8\text{s}$	68%
M4	$\frac{VL}{VC} \geq s \ \& \ \frac{VP}{VC} \geq s'$	$s = 0,4, s' = 0,7$	67,5%
M5	$TL \times VC \geq s \ \& \ TP \times VC \geq s$	$s = 13\text{m}, s' = 10\text{m}$	70%
M6	SI $VC > VL$ et $\frac{TL \times VC}{VL - VC} \geq s$ OU SI $VC < VL$ et $\frac{TL \times VC}{VL - VC} \leq s'$ ET SI $VP > VC$ et $\frac{TP \times VC}{VP - VC} \leq s''$	$s = 43\text{s}, s' = 15\text{s}, s'' = 38\text{s}, s''' = 11\text{s}$	70,6%
M7	$VC - VL \leq s \ \& \ VP - VC \geq s' \ \& \ TL \leq s'' \ \& \ TP \leq s'''$	$s = 19\text{km/h}, s' = 15\text{km/h}, s'' = 2,1\text{s}, s''' = 0,9\text{s}$	71%
M8	$VC \geq s \ \& \ TL \geq s' \ \& \ TP \geq s''$	$s = 75\text{km/h}, s' = 0,7\text{s}, s'' = 0,8\text{s}$	72%
M9	$VC \geq s \ \& \ VC - VL \leq s' \ \& \ VP - VC \leq s''$	$s = 75\text{km/h}, s' = 20\text{km/h}, s'' = 17\text{km/h}$	71%

Tableau 4.6 – Comparaison de modèles comportementaux au point 5 en présence de L et F

Modèle	Expression	Seuils	Succès
M1	$V_C \geq s$	$s = 8\text{ km/h}$	80%
M2	$V_C - V_L \leq s \ \& \ V_F - V_C \leq s'$	$s = 23\text{ km/h}, s' = -14\text{ km/h}$	80%
M3	$T_L \geq s \ \& \ T_F \geq s$	$s = 0.84\text{ s}, s' = 4.7\text{ s}$	80%
M4	$\frac{V_L}{V_C} \geq s \ \& \ \frac{V_F}{V_C} \geq s'$	$s = 0.74, s' = 1.15$	80.5%
M5	$T_L \times V_C \geq s \ \& \ T_F \times V_C \geq s'$	$s = 365\text{ m}, s' = 21\text{ m}$	79%
M6	Si $V_C > V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \geq s$ Ou Si $V_C < V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_F - V_C} \leq s'$ ET Si $V_F > V_C$ et $\frac{T_F \times V_C}{V_C - V_F} \leq s''$ Ou $V_F < V_C$ et $\frac{T_F \times V_C}{V_C - V_F} \leq s'''$	$s = 45\text{ s}, s' = 18\text{ s}, s'' = 50\text{ s}, s''' = 31\text{ s}$	80%
M7	$V_C - V_L \leq s \ \& \ V_F - V_C \geq s' \ \& \ T_L \leq s'' \ \& \ T_F \leq s'''$	$s = -29\text{ km/h}, s' = 25\text{ km/h}, s'' = 2.8\text{ s}, s''' = 0.5\text{ s}$	79.2%
M8	$V_C \geq s \ \& \ T_L \geq s' \ \& \ T_F \geq s''$	$s = 88\text{ km/h}, s' = 0.1\text{ s}, s'' = 0.3\text{ s}$	80%
M9	$V_C \geq s \ \& \ V_C - V_L \leq s' \ \& \ V_F - V_C \leq s''$	$s = 72\text{ km/h}, s' = 10\text{ km/h}, s'' = -17\text{ km/h}$	82.6%

Tableau 4.7 – Comparaison de modèles comportementaux au point en présence de L et de F au capteur 6

4.11 Modélisation statistique de l'insertion en présence du leader uniquement

Dans cette section, nous modélisons le phénomène d'insertion lorsque le véhicule d'insertion ne possède pas de partenaire suiveur. La calibration du modèle s'est faite à l'aide de données liant le véhicule d'insertion à son leader uniquement. La tableau 4.8 présente le nombre de véhicules concernés par cette étude aux points de mesure 6, 5 et 4.

capteur 6	979 véhicules candidats ayant uniquement un Leader
capteur 5	605 véhicules candidats ayant uniquement un Leader
capteur 4	188 véhicules candidats ayant uniquement un Leader

Tableau 4.8 – Données disponibles pour la modélisation

Les variables explicatives sont les suivantes :

La vitesse du véhicule d'insertion $X_1 := V_C(j)$.

Le temps intervéhiculaire entre le véhicule d'insertion et son leader $X_2 := T_L(j)$.

La vitesse relative entre le véhicule d'insertion et son leader $X_3 := Dv_L = V_L(j) - V_C(j)$.

4.12 Application du modèle LOGIT

La procédure d'application du modèle LOGIT est identique à celle utilisée dans la section 4.5. Nous obtenons les estimations des paramètres de la régression logistique présentées dans le tableau 4.9 suivant :

Point	$(\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3)$	Erreur standard	t-stat	p-valeur
6	(-5.88, 0.06, 0.01, -0.08)	(1.43, 0.02, 0.13, 0.01)	(-4.11, 3.28, 0.11, -5.58)	(0.0000, 0.001, 0.91, 0.0000)
5	(-0.95, 0.02, 0.099, -0.0961)	(1.68, 0.02, 0.13, 0.02)	(-0.57, 1.19, 0.78, -5.48)	(0.57, 0.23, 0.44, 0.0000)
4	(1.9312, 0.005, 0.42, -0.13)	(4.13, 0.05, 0.32, 0.04)	(0.47, 0.09, 1.29, -2.76)	(0.64, 0.92, 0.19, 0.006)

Tableau 4.9 – Paramètres estimés du modèle LOGIT en présence du Leader seulement

Les paramètres estimés de β_1 et β_2 associés aux variables explicatives X_1 et X_2 ont de petites valeurs positives, ce qui indique que l'influence des variables associées serait minime, tandis que le paramètre β_3 a une petite valeur et peut avoir un apport négatif.

Le tableau 4.10 illustre les résultats obtenus en utilisant le modèle de régression logistique.

Point	n^{test}	insertion(prédite réelle)		non insertion(prédite réelle)		% de succès	indécision
6	489	19	100	38	389	80.8	34
5	302	178	201	45	101	73.8	68
4	94	83	86	3	8	91.5	7

Tableau 4.10 – Résultats du modèle LOGIT en présence du Leader seulement

Le taux de succès sur les insertions du modèle au point 6 est de 19%, au point 5 il est de 88.5% et au point 4, de 96.5%.

Le taux de succès sur les non insertions du modèle au point 6 est de 96.7%, au point 5 il est de 44.5% et au point 4, de 37.5%.

D'autre part, on peut remarquer que la probabilité moyenne d'insertion augmente avec la distance. En effet, elle est égale à 0.63 au point de mesure 6, 0.74 au point 5 et 0.87 au point de mesure 4.

La figure 4.7 donne les probabilités prédites aux points de mesure 6, 5 et 4 en fonction du nombre de véhicules. La figure 4.8 représentent les probabilités a posteriori en fonction de la vitesse du véhicule d'insertion. Les figures 4.9 à 4.11 représentent les probabilités a posteriori estimées aux points respectifs 4, 5 et 6 en fonction des TIV et vitesses relatives.

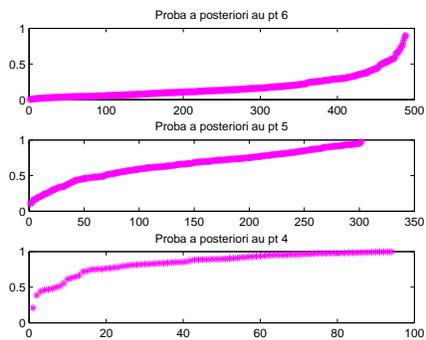


Figure 4.7 – Probabilité a posteriori prédite aux différents capteurs

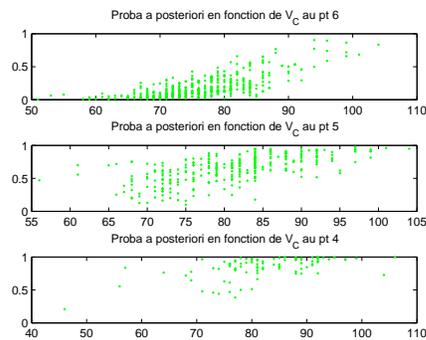


Figure 4.8 – Probabilité a posteriori prédite en fonction de V_C

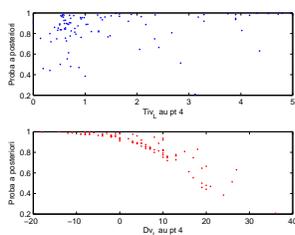


Figure 4.9 – Probabilité a posteriori prédite au pt 4

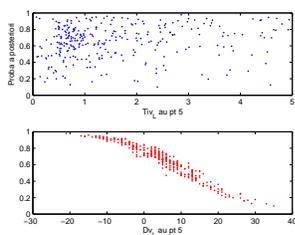


Figure 4.10 – Probabilité a posteriori prédite au pt 5

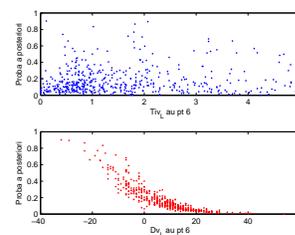


Figure 4.11 – Probabilité a posteriori prédite au pt 6

Le tableau 4.11 donne les taux de mal-classés par le modèle LOGIT aux points de mesure 6, 5 et 4.

Point	Effectif	% de mal-classés dont la proba est indécise	proba moyenne estimée
6	94 soit 19%	18.08%	(0.23 0.59)
5	79 soit 26%	36.71%	(0.38 0.67)
4	8 soit 8.5%	37.5%	(0.44 0.77)

Tableau 4.11 – Mal-identifiés par LOGIT en présence du leader

Le tableau 4.12 présente les modèles LOGIT basés sur les variables reliant le véhicule d’insertion à son leader, en absence du suiveur, sélectionnés par différents critères.

Capteur	AIC	BIC	Test LRT	Test de Wald	Taux de succès
6	Dv_L	Dv_L	$T_L + Dv_L$	$V_C + Dv_L$	$T_L + Dv_L$ et Dv_L 81.8%
5	$V_C + Dv_L$	$V_C + Dv_L$	$V_C + T_L + Dv_L$	Dv_L	$V_C + T_L + Dv_L$ 73.8%
4	V_C	V_C	$V_C + T_L$	Dv_L	$V_C + T_L$ et V_C 92.5%

Tableau 4.12 – Comparaison de modèles sélectionnés par différents critères

4.13 Modélisation comportementale en présence du leader uniquement

Les modèles ont été testés sur tout l'échantillon de données. Les tableaux 4.13 et 4.14 présentent le taux de succès obtenus pour les points de mesure 4 et 5 ainsi que, les effectifs d'insertions (resp. non-insertions) prédites et ceux des vraies insertions (vraies non-insertions).

Le choix des seuils se fait dans les intervalles suivants par un procédé itératif, et le pas d'échantillonnage (incrément) peut varier selon le nombre de variables dans le modèle, dans le but d'optimiser le temps de calcul. Les variables de base sont les suivantes.

- La vitesse du véhicule d'insertion V_C .
- La vitesse relative entre le véhicule d'insertion et son leader $V_C - V_L$.
- Le temps intervéhiculaire entre le véhicule d'insertion et son leader T_L .
- Le rapport des vitesses $\frac{V_L}{V_C}$.
- Une distance intervéhiculaire entre le véhicule d'insertion et son leader $T_L \times V_C$.
- Un estimateur du temps à la collision $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L}$.
- Un estimateur du temps à la collision $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C}$.

Les seuils retenus sont les valeurs pour lesquelles le taux de succès du modèle est maximal (parmi les taux obtenus) sur les intervalles de recherche de créneaux. Pour la plupart des modèles, il existe plusieurs seuils donnant le même taux de succès maximal et les seules distinctions peuvent concerner les effectifs de réelles prédictions d'insertions (resp. de non-insertions). Dans ce cas, le choix se fait pour les valeurs offrant le meilleur équilibre vraies insertions/non-insertions.

4.14 Conclusion

Plusieurs modèles ont été proposés et les seuils critiques ont été déterminés de manière empirique en chaque point de mesure.

L'intégration d'une condition sur la vitesse du véhicule d'insertion dans plusieurs modèles d'acceptation de créneaux a permis de prendre en compte le comportement du véhicule lui même notamment lorsque celui-ci arrive à la fin de la voie d'accélération.

Les taux de succès sont améliorés par rapport au cas où le véhicule d'insertion possède un leader et un suiveur.

- Le modèle $M6$ est celui ayant le pourcentage de succès le plus élevé au point de mesure 6.
- Au point de mesure 5, le modèle $M15$ obtient le taux de succès le plus élevé 75.7% dès lors que $V_C \geq 73km/h$ et à condition que $V_C > V_L$, l'estimateur du TTC $\frac{V_C \times T_L}{V_C - V_L} \geq 7s$, si $V_C < V_L$, $\frac{V_C \times T_L}{V_L - V_C} \geq 6s$.
- Au point de mesure 4, les modèles $M9$, $M12$, $M14$, $M16$, $M18$ et $M19$ obtiennent le même taux de succès égal à 91.5%. On observe aussi que certains modèles tels que $M8$ et $M9$ (tableau 4.13) ont un taux de succès nettement supérieur à leurs analogues ($M8$ et $M9$, tableau 4.5) étudiés en présence des deux partenaires du véhicule d'insertion .

Modèle	Expression	Seuils	Succès
M1	$V_C \geq s$	$s = 58 \text{ km/h}$	90,96%
M2	$V_C - V_L \leq s$	$s = 27 \text{ km/h}$	89,36%
M3	$T_L \geq s$	$s = 0,24 \text{ s}$	89,36%
M4	$\frac{V_L}{V_C} \geq s$	$s = 0,74$	89,36%
M5	$T_L \times V_C \geq s$	$s = 5 \text{ m}$	89,36%
M6	Si $V_C > V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \geq s$ Ou Si $V_C < V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \leq s'$	$s = 1, s' = 107$	84,04%
M7	$\frac{ V_L - V_C }{T_L} \leq s$	$s = 27 \text{ m/s}^2$	89,89%
M8	$V_C \geq s$ & $T_L \geq s'$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 0,1 \text{ s}$	91,49%
M9	$V_C \geq s$ & $V_C - V_L \leq s'$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 27 \text{ km/h}$	90,96%
M10	$V_C - V_L \leq s$ & $T_L \geq s'$	$s = 27 \text{ km/h}, s' = 0,1 \text{ s}$	89,89%
M11	$V_C \geq s$ & $T_L \times V_L - V_C \geq s'$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 0 \text{ m}$	90,96%
M12	$V_C \geq s$ & $T_L \times V_C \geq s'$	$s = 59 \text{ km/h}, s' = 7,7 \text{ m}$	91,49%
M13	$V_C \geq s$ & $\frac{V_L}{V_C} \geq s'$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 0,74$	90,96%
M14	$V_C \geq s$ & $\frac{ V_L - V_C }{T_L} \leq s'$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 27,1 \text{ m/s}^2$	91,49%
M15	$V_C \geq s$ & si $V_C \geq V_L$ & $\frac{V_C \times T_L}{V_C - V_L} \geq s'$ OU si $V_C < V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \leq s''$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 1 \text{ s}, s'' = 7 \text{ s}$	85,64%
M16	$V_C \geq s$ & $\frac{V_L}{V_C} \geq s'$ & $T_L \times V_C \geq s''$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 0,74 \text{ s}, s'' = 7,5 \text{ m}$	91,49%
M17	$V_C \geq s$ & $\frac{ V_L - V_C }{T_L} \leq s'$ & $T_L \times V_C \geq s''$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 24,4 \text{ m/s}^2, s'' = 7,5 \text{ m}$	89,89%
M18	$V_C \geq s$ & $V_C - V_L \leq s'$ & $T_L \times V_C \geq s''$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 27 \text{ km/h}, s'' = 7,5 \text{ m}$	91,49%
M19	$V_C \geq s$ & $V_C - V_L \leq s'$ & $T_L \geq s''$	$s = 58 \text{ km/h}, s' = 27 \text{ km/h}, s'' = 0,11 \text{ s}$	91,49%

Tableau 4.13 – Modèles comportementaux au point 4 en présence du leader uniquement

Modèle	Expression	Seuils	Succès
M1	$VC \geq s$	$s = 75\text{km}/h$	73.39%
M2	$VC - VL \leq s$	$s = 21\text{km}/h$	66.28%
M3	$TL \geq s$	$s = 0.49\text{s}$	70.25%
M4	$\frac{VL}{VC} \geq s$	$s = 0.47$	66.28%
M5	$TL \times VC \geq s$	$s = 10\text{m}$	71.4%
M6	si $VC > VL$ et $\frac{TL \times VC}{VC - VL} \geq s$ OU si $VC < VL$ et $\frac{TL \times VC}{VL - VC} \leq s'$	$s = 97, s' = 7$	75.21%
M7	$\frac{ VL - VC }{TL} \leq s$	$s = 3.17\text{m}/s^2$	73.72%
M8	$VC \geq s$ & $TL \geq s'$	$s = 75\text{km}/h, s' = 0.33\text{s}$	74.05%
M9	$VC \geq s$ & $VC - VL \leq s'$	$s = 75\text{km}/h, s' = 21\text{km}/h$	73.55%
M10	$VC - VL \leq s$ & $TL \geq s'$	$s = 21\text{km}/h, s' = 0.49\text{s}$	70.25%
M11	$VC \geq s$ & $TL \times VL - VC \geq s'$	$s = 75\text{km}/h, s' = 0\text{m}$	73.39%
M12	$VC \geq s$ & $TL \times VC \geq s'$	$s = 75\text{km}/h, s' = 9.57\text{m}$	74.38%
M13	$VC \geq s$ & $\frac{VL}{VC} \geq s'$	$s = 75\text{km}/h, s' = 0.47$	73.55%
M14	$VC \geq s$ & $\frac{ VL - VC }{TL} \leq s'$	$s = 75\text{km}/h, s' = 5.6\text{m}/s^2$	75.21%
M15	$VC \geq s$ & si $VC \geq VL$ & $\frac{VC \times TL}{VC - VL} \geq s'$ OU si $VC < VL$ et $\frac{TL \times VC}{VL - VC} \leq s''$	$s = 73\text{km}/h, s' = 7\text{s}, s'' = 6\text{s}$	75.70%
M16	$VC \geq s$ & $\frac{VL}{VC} \geq s'$ & $TL \times VC \geq s''$	$s = 76\text{km}/h, s' = 0.47, s'' = 9.6$	74.05%
M17	$VC \geq s$ & $\frac{ VL - VC }{TL} \leq s'$ & $TL \times VC \geq s''$	$s = 73\text{km}/h, s' = 5.6\text{m}/s^2, s'' = 6.5\text{m}$	75.54%
M18	$VC \geq s$ & $VC - VL \leq s'$ & $TL \times VC \geq s''$	$s = 75\text{km}/h, s' = 21\text{km}/h, s'' = 10\text{m}$	74.38%
M19	$VC \geq s$ & $VC - VL \leq s'$ & $TL \geq s''$	$s = 74\text{km}/h, s' = 21\text{km}/h, s'' = 0.33\text{s}$	74.22%

Tableau 4.14 – Modèles comportementaux au point 5 en présence du leader uniquement

Modèle	Expression	Seuils	Succès
M1	$V_C \geq s$	$s = 91 \text{ km/h}$	82.5%
M2	$V_C - V_L \leq s$	$s = -13 \text{ km/h}$	83.5%
M3	$T_L \geq s$	$s = 84.8 \text{ s}$	82.5%
M4	$\frac{V_L}{V_C} \geq s$	$s = 2.06$	81.1%
M5	$T_L \times V_C \geq s$	$s = 115.3 \text{ m}$	81.2%
M6	Si $V_C > V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \geq s$ Ou Si $V_C < V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \leq s'$	$s = 296, s' = 8$	84.2%
M7	$\frac{ V_L - V_C }{T_L} \geq s$	$s = 0.1 \text{ m/s}^2$	78.5%
M8	$V_C \geq s$ & $T_L \geq s'$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 0.08 \text{ s}$	82.5%
M9	$V_C \geq s$ & $V_C - V_L \leq s'$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 32 \text{ km/h}$	82.5%
M10	$V_C - V_L \leq s$ & $T_L \geq s'$	$s = 8 \text{ km/h}, s' = 2 \text{ s}$	83.9%
M11	$V_C \geq s$ & $T_L \times V_L - V_C \geq s'$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 3.3 \text{ m}$	82%
M12	$V_C \geq s$ & $T_L \times V_C \geq s'$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 13 \text{ m}$	82%
M13	$V_C \geq s$ & $\frac{V_L}{V_C} \geq s'$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 0.6$	82.5%
M14	$V_C \geq s$ & $\frac{ V_L - V_C }{T_L} \leq s'$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 78.6 \text{ m/s}^2$	82.5%
M15	$V_C \geq s$ & si $V_C \geq V_L$ & $\frac{V_C \times T_L}{V_C - V_L} \geq s'$ OU si $V_C < V_L$ et $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \leq s''$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = -3 \text{ s}, s'' = 10 \text{ s}$	82%
M16	$V_C \geq s$ & $\frac{V_L}{V_C} \geq s'$ & $T_L \times V_C \geq s''$	$s = 91 \text{ km/h}, s' = 0.6 \text{ s}'' = 2 \text{ m}$	81.9%
M17	$V_C \geq s$ & $\frac{ V_L - V_C }{T_L} \leq s'$ & $T_L \times V_C \geq s''$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 79.1 \text{ m/s}^2, s'' = 2 \text{ m}$	82.53%
M18	$V_C \geq s$ & $V_C - V_L \leq s'$ & $T_L \times V_C \geq s''$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 32 \text{ km/h}, s'' = 2 \text{ m}$	82.53%
M19	$V_C \geq s$ & $V_C - V_L \leq s'$ & $T_L \geq s''$	$s = 92 \text{ km/h}, s' = 32 \text{ km/h}, s'' = 0.08 \text{ s}$	82.53%

Tableau 4.15 – Modèles comportementaux au point 6 en présence du leader uniquement

4.15 Conclusion de la partie I

4.15.1 Synthèse des résultats

L'objectif de la première partie de cette thèse était d'analyser les données d'insertion issues du site SAROT et de modéliser le comportement d'insertion afin notamment de vérifier si l'infrastructure est adaptée.

Notre démarche a consisté d'abord à traiter les données observées. Nous avons proposé une méthode pour l'interpolation des données manquantes. La deuxième étape était une analyse empirique des conditions d'insertion par le biais de variables microscopiques du trafic telles que les vitesses individuelles ou les temps intervéhiculaires. Ce fût une étape importante particulièrement dans la construction des modèles qui a suivi. Cette analyse révèle que :

- Environ 50% des véhicules s'insèrent avant le milieu de la voie d'accélération et près de 95% se sont insérés avant les 50 derniers mètres de la voie. Cela laisse penser que cette voie d'insertion est correctement dimensionnée. Les insertions hâtives peuvent s'expliquer par le fait que le taux d'occupation des voies est faible et donc la plupart des véhicules s'insèrent sans réel conflit.
- Des TIV < 2 secondes et même très courts de l'ordre de 0.2s sont observés malgré la fluidité du trafic. Ces valeurs peuvent provenir en partie des véhicules qui s'insèrent dans de mauvaises conditions en arrivant en fin de voie et forcent le passage.
- Une analyse des changements de voie indique que le trafic sur la voie 1 est moins affecté par les insertions au niveau de la fin qu'en début de la voie d'accélération.
- Une analyse des variations des vitesses a mis en évidence des situations d'interaction observées entre le véhicule d'insertion et son partenaire suiveur. Des seuils empiriques ont été utilisés pour caractériser le degré de gêne dans un conflit entre les deux partenaires occasionné par la manoeuvre d'insertion.

Plusieurs modèles statistiques et comportementaux ont été proposés. Les deux types de modélisation s'accordent sur une meilleure description de la décision du conducteur par les vitesses relatives entre le véhicule d'insertion et son partenaire au début de la voie d'accélération et par la vitesse propre du conducteur du véhicule d'insertion en fin de voie. Le rôle prépondérant que jouent les variables liées aux véhicules leaders dans la modélisation peut sembler contre-intuitif. Il peut cependant s'expliquer par le fait que les véhicules dans leur dernière phase d'insertion atteignent la vitesse du flux principal et se préoccupent essentiellement des interactions avec les véhicules devant eux que ceux de derrière.

4.15.2 Limites et perspectives

Dans cette analyse, nous nous sommes restreints aux capteurs 6, 5 et 4 pour réaliser la modélisation en négligeant les insertions aux points 7 et 3 qui sont (très) rares.

La modélisation est faite point par point et les modèles retenus sont différents en chaque point de mesure. Une modélisation globale pourrait être envisagée dès lors que l'hétérogénéité des lieux d'insertion est prise en compte. Pour cela, une pondération par le nombre d'insertion en chaque capteur pourrait être une solution.

La modélisation a été validée à l'aide de données de vitesses homogènes de véhicules légers uniquement. La modélisation tenant compte du véhicule suiveur uniquement n'a pas été étudiée ici. En effet, les résultats de la modélisation statistique ont montré qu'en présence du leader et du suiveur, les variables liées à ce dernier ont un impact négatif sur le modèle. Ainsi, le taux de succès est légèrement détérioré.

Le choix des créneaux critiques associés à chaque modèle a été fait d'une manière empirique. Plusieurs seuils peuvent conduire au même taux de succès et dans un tel cas, le choix du seuil critique peut s'avérer délicat. Des méthodes comme celles cités dans la *section 1.4* du *chapitre 1* pourraient être envisagées et certaines pourraient garantir l'unicité du seuil recherché.

Compte tenu de la discrétisation sur le site SAROT, les interactions comme les changements de voie peuvent se produire sur les 50 mètres séparant deux capteurs consécutifs. Cela engendre des pertes d'informations telles les imprécisions des lieux d'insertion. Cette granularité présente des limites si on veut analyser finement le phénomène d'insertion. Néanmoins, l'ensemble de la méthodologie développée dans cette partie est suffisamment robuste pour être appliqué sur d'éventuels sites où l'on disposerait de données plus fines quelques soient les conditions de trafic observées.

Deuxième partie

Simulation du modèle cinétique de
Paveri-Fontana

Chapitre 5

Introduction du modèle mésoscopique de Paveri-Fontana

5.1 Modèle cinétique de Prigogine et Herman

Parmi les modèles mésoscopiques d'écoulement de trafic, les modèles cinétiques ont largement été étudiés. Le modèle pionnier est celui de Prigogine élaboré en 1960 dans lequel un terme de Boltzmann a été introduit pour tenir compte des interactions de freinage. S'ensuivirent des extensions de ce modèle proposées par plusieurs auteurs tels que Andrews, Herman, Paveri-Fontana, Piet, Helbing, Bovy, Hoogendoorn, etc...

L'approche de Prigogine & Herman [70] se situe dans le cadre de la théorie cinétique de Boltzmann. L'équation d'évolution spatio-temporelle de la distribution $\bar{\rho}$ d'une particule est obtenue à l'aide d'une loi d'équilibre dans un élément de volume de l'espace d'état position/vitesse appelé espace des phases. Elle correspond à une équation intégro-différentielle contenant une partie advection et une partie représentant les termes de perte et de gain, sous des hypothèses de chaos véhiculaire et de localisation des interactions.

Ce type de modèles ne se focalise pas sur la dynamique des positions de véhicules mais plutôt sur la dynamique de la fonction de distribution $\bar{\rho}(t, x, v)$ du couple position/vitesse. Le nombre de véhicules circulant à l'instant t dans une région infinitésimale $[x, x + dx]$ avec une vitesse dans l'intervalle infinitésimal $[v, v + dv]$ est $\bar{\rho}(t, x, v) dx dv$. Prigogine et Herman suggèrent que les changements dynamiques de la densité sont dus aux phénomènes suivants :

- *convection* : les véhicules se déplacent suivant leur vitesse ce qui fait évoluer leur position,
- *accélération* : les véhicules tentent d'atteindre leur vitesse désirée,
- *décélération* : les véhicules décélèrent pour éviter des collisions avec ceux qui vont moins vite qu'eux parmi les véhicules qui les précèdent.

L'ensemble de ces phénomènes s'exprime dans l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\partial_t \bar{\rho}(t, x, v) + v \partial_x \bar{\rho}(t, x, v) = (\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{rel} + (\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{int} \quad (5.1)$$

où, le second terme du premier membre correspond à la *convection* et les termes du second membre représentent respectivement l'*accélération* et la *décélération* des véhicules. Pour l'*accélération*, Prigogine et Herman [70] proposent une loi de relaxation de la forme

$$(\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{rel} = \frac{\bar{\rho}_0(t, x, v) - \bar{\rho}(t, x, v)}{\tau}$$

avec la factorisation

$$\bar{\rho}_0(t, x, v) = F_0(v) \int \bar{\rho}(t, x, v) dv$$

qui exprime l'hypothèse que la vitesse désirée des conducteurs donnée par la densité de probabilité F_0 est indépendante de la densité locale $\int \bar{\rho}(t, x, v) dv$ des véhicules. D'où

$$(\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{rel} = \frac{F_0(v) \int \bar{\rho}(t, x, w) dw - \bar{\rho}(t, x, v)}{\tau}. \quad (5.2)$$

Mais ils laissent ouverte la possibilité de choisir d'autres formes de loi. Pour le terme d'interaction qui conduit à la *décélération* des véhicules, ils proposent

$$(\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{int} = (1 - P) \int (w - v) \rho(t, x, v, x, w) dw \quad (5.3)$$

où

- $1 - P$ la probabilité d'interaction de freinage et P est la probabilité de dépassement.
- $\rho(t, x, v, y, w) dx dv dy dw$ est le nombre de paires de véhicules telles que le couple position/vitesse de l'un est dans $[x, x + dx] \times [v, v + dv]$ et celui l'autre dans $[y, y + dy] \times [w, w + dw]$.

Pour fermer l'équation, ils font l'hypothèse de chaos véhiculaire : $\rho(t, x, v, x, w) \approx \bar{\rho}(t, x, v) \bar{\rho}(t, x, w)$ qui est bien sûr une approximation. Sous cette hypothèse,

$$(\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{int} \approx (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \left(\int_v^\infty (w - v) \bar{\rho}(t, x, w) dw - \int_0^v (v - w) \bar{\rho}(t, x, w) dw \right).$$

L'équation d'évolution de Prigogine et Herman s'écrit donc

$$\begin{aligned} \partial_t \bar{\rho}(t, x, v) + v \partial_x \bar{\rho}(t, x, v) &= \frac{F_0(v) \int \bar{\rho}(t, x, w) dw - \bar{\rho}(t, x, v)}{\tau} + (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \int_v^\infty (w - v) \bar{\rho}(t, x, w) dw \\ &\quad - (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \int_0^v (v - w) \bar{\rho}(t, x, w) dw. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Prigogine (1961) propose une forme alternative de l'intégrale du terme d'interaction :

$$(\partial_t \bar{\rho}(t, x, v))_{int} = (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \left(\int_v^\infty \bar{\rho}(t, x, w) dw - \int_0^v \bar{\rho}(t, x, w) dw \right) \quad (5.5)$$

Si on cherche une solution stationnaire homogène en espace $\bar{\rho}(v)$, le membre de gauche de l'équation (5.4) s'annule et on obtient

$$\bar{\rho}(v) = \frac{c F_0(v)}{1 - c \tau (1 - P) \times (\bar{v} - v)}, \quad (5.6)$$

où $c = \int_0^\infty \bar{\rho}(v) dv$ désigne la concentration et $\bar{v} = \frac{1}{c} \int_0^\infty v \bar{\rho}(v) dv$ est la vitesse moyenne.

Toute fonction $\bar{\rho}(v)$ telles que : $\int \bar{\rho}(v) dv < \infty$ et $\tau(1 - P) \int v \bar{\rho}(v) dv < 1$ est solution stationnaire pour le choix de la distribution des vitesses désirées

$$F_0 = \frac{1}{c} \left[\bar{\rho}(v) (1 + c \tau (1 - P) (v - \bar{v})) \right].$$

5.2 Modèle de Paveri-Fontana

Une des critiques faite au modèle de Prigogine et Herman est l'attribution *a priori* de la distribution $F_0(v) dv$ des vitesses désirées qui entraîne que celle-ci est indépendante de l'évolution du système. Pour pallier cette déficience, Paveri-Fontana propose que la vitesse désirée soit représentée par une variable indépendante et considère ainsi une densité généralisée $\rho(t, x, v, v^o)$. Dans la suite on considérera que la mesure de référence est le produit de la mesure de Lebesgue en position/vitesse par une mesure ν sur \mathbb{R}^+ portant sur la vitesse désirée. Ainsi $\rho(t, x, v, v^o) dx dv \nu(dv^o)$ représente le nombre de véhicules qui à l'instant t ont une position dans $[x, x + dx]$, une vitesse actuelle dans $[v, v + dv]$ et une vitesse désirée dans $[v^o, v^o + dv^o]$. Nous avons en tête les deux choix particuliers suivants pour la mesure ν :

- $\nu(dv^o) = dv^o$: la vitesse désirée peut prendre n'importe quelle valeur de \mathbb{R}^+

– $\nu(dv^o) = \sum_{k=1}^d \delta_{v_k^o}(dv^o)$: il y a alors d classes de véhicules et pour $k \in \{1, \dots, d\}$, la k -ème classe est caractérisée par la vitesse désirée v_k^o commune aux véhicules qui la composent.

La PSD (densité dans l'espace des phases) réduite $\bar{\rho}(t, x, v)$ est obtenue par intégration de la PSD généralisée par rapport à v^o :

$$\bar{\rho}(t, x, v) = \int_0^{+\infty} \rho(t, x, v, v^o) \nu(dv^o). \quad (5.7)$$

Le modèle "amélioré" de Pavéri-Fontana [68] diffère du modèle de Prigogine et Herman essentiellement dans le terme de relaxation qui implique que la vitesse se rapproche exponentiellement vite de la vitesse désirée. L'équation d'évolution du modèle de Pavéri-Fontana est donnée par :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho(t, x, v, v^o) + v \cdot \partial_x \rho(t, x, v, v^o) &= -\partial_v \left(\rho(t, x, v, v^o) \cdot \frac{v^o - v}{\tau} \right) \\ &+ (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \int_v^\infty (w - v) \rho(t, x, w, v^o) dw \\ &- (1 - P) \rho(t, x, v, v^o) \int_0^v (v - w) \bar{\rho}(t, x, w) dw \end{aligned} \quad (5.8)$$

où $\bar{\rho}$ est donné par (5.7).

D'autre part, la fonction de distribution des vitesses désirées est déterminée par :

$$\bar{\rho}^o(t, x, v^o) = \int_0^{+\infty} \rho(t, x, v, v^o) dv \quad (5.9)$$

L'intégration de l'équation (5.8) par rapport à v en même temps que (5.9) amènent à l'équation d'évolution suivante pour la fonction de distribution des vitesses désirées :

$$\partial_t \bar{\rho}^o(t, x, v^o) + \partial_x (\langle v \rangle_o(t, x, v^o) \bar{\rho}^o(t, x, v^o)) = 0 \quad (5.10)$$

avec $\langle v \rangle_o(t, x, v^o) = \frac{1}{\bar{\rho}^o(t, x, v^o)} \int_0^{+\infty} v \rho(t, x, v, v^o) dv$ qui définit la vitesse moyenne au temps t des véhicules de position x et de vitesse désirée v^o . On reconnaît l'équation de transport qui donne l'évolution temporelle de la densité lorsqu'à l'instant t un véhicule de position x et de vitesse désirée v^o se déplace à la vitesse $\langle v \rangle_o(t, x, v^o)$.

Par ailleurs, en intégrant l'équation (5.8) par rapport à v^o contre la mesure ν et en utilisant la relation (5.7), Pavéri-Fontana obtient

$$\begin{aligned} \partial_t \bar{\rho}(t, x, v) + v \partial_x \bar{\rho}(t, x, v) + \partial_v \left[\bar{\rho}(t, x, v) \frac{\langle v^o \rangle(t, x, v) - v}{\tau} \right] \\ = (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \int_0^\infty (w - v) \bar{\rho}(t, x, w) dw \end{aligned} \quad (5.11)$$

avec, $\langle v^o \rangle(t, x, v) = \frac{1}{\bar{\rho}(t, x, v)} \int_0^\infty v^o \rho(t, x, v, v^o) \nu(dv^o)$ qui définit la vitesse moyenne désirée au temps t des véhicules de position x et de vitesse v .

Dans tout le chapitre qui suit, nous considérerons uniquement la première formulation et parlerons de modèle de Pavéri-Fontana pour désigner l'équation (5.8).

Chapitre 6

Approximation du modèle de Pavari-Fontana

6.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la simulation par une approche stochastique du modèle de Pavari-Fontana. Cette équation n'admet pas de solution analytique explicite hormis les solutions d'équilibre à l'instar de celle présentée dans le chapitre précédent.

Il est donc naturel de chercher à approximer cette équation. Plusieurs auteurs se ramènent à des équations macroscopiques à partir des équations cinétiques de type Prigogine et Herman pour évaluer les variables pertinentes du trafic. Hoogendoorn et Bovy ([39], [38]) utilisent des méthodes de particules et Hoogendoorn ([36]) utilise des méthodes numériques déterministes tels que les schémas de Lax-Friedrichs, Godunov ou des schémas upwind pour simuler leur modèle qui est une version plus élaborée de celui de Prigogine et Herman.

Nous procédons d'abord à une interprétation probabiliste de l'équation cinétique (5.8) et adaptons une méthode particulière, technique largement utilisée pour l'approximation probabiliste des solutions d'équations cinétiques non linéaires de type Boltzmann ainsi que d'autres types d'EDP non linéaires (voir à ce sujet [45], [55], [63]).

Nous proposons ensuite, trois algorithmes décrivant cette méthode de simulation et discuterons brièvement la complexité de chacun.

La méthode consiste à construire à l'aide d'un processus markovien de sauts un système aléatoire de particules en interaction que l'on simulera par la suite et dont la loi converge (en un certain sens) vers une solution de l'équation (5.8).

L'équation d'évolution de Pavari-Fontana conserve la masse totale $\int \rho(t, x, v, v^o) dx dv v^o$ au cours du temps si bien qu'en la divisant par

$$\|\rho\|_{L^1} = \int \rho(0, x, v, v^o) dx dv v^o$$

on obtient une équation d'évolution pour la densité de probabilité

$$p(t, x, v, v^o) = \frac{\rho(t, x, v, v^o)}{\|\rho\|_{L^1}} \tag{6.1}$$

par rapport à la mesure $dx dv v^o$. Cette équation que nous interpréterons comme une équation de Fokker-Planck non linéaire qui donne l'évolution temporelle des marginales d'un processus non linéaire

au sens de McKean s'obtient en divisant (5.8) par $\|\rho\|_{L^1}$:

$$\begin{aligned} \partial_t p(t, x, v, v^o) + v \partial_x p(t, x, v, v^o) &= -\partial_v \left(p(t, x, v, v^o) \cdot \frac{v^o - v}{\tau} \right) \\ &+ (1 - P) \|\rho\|_{L^1} \bar{p}(t, x, v) \int_v^\infty (w - v) p(t, x, w, v^o) dw \\ &- (1 - P) \|\rho\|_{L^1} p(t, x, v, v^o) \int_0^v (v - w) \bar{p}(t, x, w) dw, \end{aligned} \quad (6.2)$$

avec \bar{p} défini par $\bar{p}(t, x, v) = \int p(t, x, v, v^o) \nu(dv^o)$.

En posant

$$\gamma = (1 - P) \times \|\rho\|_{L^1}, \quad (6.3)$$

$$\lambda(t, x, v) = \gamma \int_0^v (v - w) \bar{p}(t, x, w) dw \quad (6.4)$$

et

$$\mu(t, x, w, v) = \frac{\gamma(w - v) \bar{p}(t, x, v)}{\lambda(t, x, w)} \times \mathbb{I}_{[0, w]}(v) \quad (6.5)$$

l'équation (6.2) se récrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \partial_t p(t, x, v, v^o) &= -v \partial_x p(t, x, v, v^o) \\ &- \partial_v \left(p(t, x, v, v^o) \cdot \frac{v^o - v}{\tau} \right) \\ &+ \int \lambda(t, x, w) \mu(t, x, w, v) p(t, x, w, v^o) dw \\ &- \lambda(t, x, v) p(t, x, v, v^o). \end{aligned} \quad (6.6)$$

6.2 Interprétation probabiliste du modèle

On se place sur l'espace probabilisé $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ dans la suite.

Description du processus de sauts :

Soit le processus position-vitesse-vitesse désirée $\{(X_t, V_t, V_{des}), t \in [0, T]\}$ d'un véhicule considéré comme une particule, avec $(X_0, V_0, V_{des}) \hookrightarrow p(0, x, v, v^o) dx dv \nu(dv^o)$ et évoluant en dehors des sauts de la vitesse V_t suivant l'équation différentielle ordinaire :

$$(S) : \begin{cases} \frac{dX_t}{dt} &= V_t \\ \frac{dV_t}{dt} &= a(t, X_t, V_t, V_{des}(t)) \\ \frac{dV_{des}(t)}{dt} &= 0, V_{des}(t) = V_{des} = v^o : \text{constante le long de l'intervalle } [0, T]. \end{cases}$$

L'application $(x, v) \mapsto a(t, x, v, v^o)$ est supposée Lipschitzienne localement uniformément en t de façon à ce que le théorème de Cauchy-Lipschitz assure l'existence d'une unique solution à cette E.D.O.. En plus de la dynamique (S), la vitesse V_t de la particule saute avec un taux $\lambda(t, X_t, V_t)$ c'est-à-dire avec probabilité $\lambda(t, X_t, V_t) dt + o(dt)$ entre les instants t et $t + dt$ et se redistribue alors suivant une loi de probabilité $m(t, X_t, V_t, dw)$.

Soit Q_t la matrice de transition (dans le temps t) associée au processus de Markov (X_t, V_t, V_{des}) . L'opérateur linéaire Q_t qui à toute fonction mesurable $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ associe $Q_t \varphi$ est donné par $Q_t \varphi(x, v, v^o) = \mathbb{E}_{(x, v, v^o)} \varphi(X_t, V_t, V_{des})$, où $\mathbb{E}_{(x, v, v^o)}$ désigne l'espérance conditionnelle sachant que $(X_0, V_0, V_{des}) = (x, v, v^o)$.

Le générateur infinitésimal L_t associé au semigroupe d'opérateurs Q_t s'exprime comme suit, pour toute fonction φ suffisamment régulière et $\varepsilon > 0$:

$$L_t\varphi(x, v, v^o) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left\{ \mathbb{E} \left[\varphi(X_{t+\varepsilon}, V_{t+\varepsilon}, V_{des}) - \varphi(X_t, V_t, V_{des}) \middle| (X_t, V_t, V_{des}) = (x, v, v^o) \right] \right\}$$

Dans le cas où il n'y a aucun saut du processus (X, V, V_{des}) entre t et $t + \varepsilon$, alors l'évolution se fait suivant (S) . Si un unique saut se produit sur $[t, t + \varepsilon]$, alors, la vitesse se redistribue suivant la loi m .

$$\begin{aligned} \varphi(X_{t+\varepsilon}, V_{t+\varepsilon}, V_{des}) = & \left(\varphi(X_t, V_t, V_{des}) + \varepsilon V_t \partial_x \varphi(X_t, V_t, V_{des}) + \varepsilon a(t, X_t, V_t, V_{des}) \partial_v \varphi(X_t, V_t, V_{des}) + o(\varepsilon) \right) \times \mathbb{I}_{\{\text{pas de saut sur } [t, t+\varepsilon]\}} \\ & + \left(\int \varphi(X_t, w, V_{des}) m(t, X_t, V_t, dw) + o(1) \right) \times \mathbb{I}_{\{\text{un seul saut sur } [t, t+\varepsilon]\}} \\ & + \varphi(X_{t+\varepsilon}, V_{t+\varepsilon}, V_{des}) \times \mathbb{I}_{\{\text{au moins deux sauts sur } [t, t+\varepsilon]\}} \end{aligned}$$

L'observation de plus d'un saut de (X, V, V_{des}) dans l'intervalle $[t, t + \varepsilon]$ est un événement de probabilité d'ordre ε^2 et peut donc être négligé, d'où :

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbb{E}[\varphi(X_{t+\varepsilon}, V_{t+\varepsilon}, V_{des}) - \varphi(X_t, V_t, V_{des}) | (X_t, V_t, V_{des}) = (x, v, v^o)]}{\varepsilon} = & v \partial_x \varphi(x, v, v^o) + a(t, x, v, v^o) \partial_v \varphi(x, v, v^o) + \lambda(t, x, v) \left(\int \varphi(x, w, v^o) m(t, x, v, dw) - \varphi(x, v, v^o) \right). \end{aligned}$$

Ainsi, on obtient

$$\begin{aligned} L_t \varphi(x, v, v^o) = & v \partial_x \varphi(x, v, v^o) + a(t, x, v, v^o) \partial_v \varphi(x, v, v^o) \\ & + \lambda(t, x, v) \left(\int \varphi(x, w, v^o) m(t, x, v, dw) - \varphi(x, v, v^o) \right). \end{aligned}$$

Équation de Fokker-Planck :

Supposons que :

$$- m(t, x, v, dw) = \mu(t, x, v, w) dw$$

$$- (X_0, V_0, V_{des}) \text{ admet la densité } p(0, x, v, v^o) \text{ par rapport à la mesure } dx dv \nu(dv^o).$$

Alors, il est possible de montrer que (X_t, V_t, V_{des}) admet une densité $p(t, x, v, v^o)$ par rapport à cette mesure.

$$\begin{aligned} \partial_t \mathbb{E}[\varphi(X_t, V_t, V_{des})] = \mathbb{E}[L_t \varphi(X_t, V_t, V_{des})] = & \int L_t \varphi(x, v, v^o) p(t, x, v, v^o) dx dv \nu(dv^o) \\ = & \int \left[v \partial_x \varphi(x, v, v^o) + a(t, x, v, v^o) \partial_v \varphi(x, v, v^o) \right. \end{aligned} \tag{6.7}$$

$$\left. + \lambda(t, x, v) \left(\int \varphi(x, w, v^o) m(t, x, v, dw) - \varphi(x, v, v^o) \right) \right] p(t, x, v, v^o) dx dv \nu(dv^o) \tag{6.8}$$

On suppose que φ est à support compact, à l'aide d'une intégration par parties, on a que :

$$\begin{aligned} \int v \partial_x \varphi(x, v, v^o) p(t, x, v, v^o) dx dv = & - \int \varphi(x, v, v^o) \partial_x (v p(t, x, v, v^o)) dx dv \\ \int a(t, x, v, v^o) \partial_v \varphi(x, v, v^o) p(t, x, v, v^o) dx dv = & - \int \varphi(x, v, v^o) \partial_v (a(t, x, v, v^o) p(t, x, v, v^o)) dx dv \end{aligned}$$

Et échangeant les variables muettes v et w dans l'intégrale :

$$\int \lambda(t, x, v) p(t, x, v, v^o) \left(\int \varphi(x, w, v^o) \mu(t, x, v, w) dw \right) dx dv,$$

on obtient que :

$$(6.8) = \int \varphi(x, v, v^o) \left[-(\partial_x(vp(t, x, v, v^o)) + \partial_v(a(t, x, v, v^o)p(t, x, v, v^o))) \right. \\ \left. - \lambda(t, x, v)p(t, x, v, v^o) \right. \\ \left. + \int \lambda(t, x, w)\mu(t, x, w, v)p(t, x, w, v^o)dw \right] dx dv \nu(dv^o) \quad (6.9)$$

Par ailleurs,

$$(6.9) = \partial_t \mathbb{E}[\varphi(X_t, V_t, V_{des})] = \int \varphi(x, v, v^o) \partial_t p(t, x, v, v^o) dx dv \nu(dv^o)$$

D'où, par identification :

$$\partial_t p(t, x, v, v^o) = -v \partial_x p(t, x, v, v^o) - \partial_v(a(t, x, v, v^o)p(t, x, v, v^o)) \\ + \int \lambda(t, x, w)\mu(t, x, w, v)p(t, x, w, v^o)dw \\ - \lambda(t, x, v)p(t, x, v, v^o) \quad (6.10)$$

L'équation (6.10) portant sur la densité de probabilité inconnue p est analogue à l'équation maîtresse (6.2) du modèle de Pavéri-Fontana pour $a(t, x, v, v^o) = \frac{v^o - v}{\tau}$ et pour λ et μ données par (6.4) et (6.5) :

$$\lambda(t, x, v) = \gamma \int_{v^o} \int_{w=0}^v (v-w)p(t, x, w, v^o) dw \nu(dv^o) \\ \mu(t, x, w, v) = \frac{\gamma(w-v) \int p(t, x, v, v^o) \nu(dv^o)}{\lambda(t, x, w)} \times \mathbb{I}_{[0, w]}(v)$$

Les interactions dans ce modèle sont non linéaires car λ et μ dépendent de la densité inconnue p .

Afin d'approximer ces fonctions et contourner la difficulté sous-jacente, nous avons recours à une méthode particulière.

Approximation particulière :

À chaque instant t , nous allons approcher la mesure $p(t, x, v, v^o) dx dv \nu(dv^o)$ par la mesure empirique $\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{(X_t^j, V_t^j, V_{des}^j)}$ à cet instant d'un système de N particules en interaction $((X_t^j, V_t^j, V_{des}^j)_{1 \leq j \leq N})_{t \geq 0}$. La méthode de Monte Carlo permet d'approcher l'expression de λ par la moyenne empirique correspondante.

$$\lambda^N(t, x, v) = \gamma \int_{v^o} \int_{w=0}^v (v-w) \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{(X_t^j, V_t^j, V_{des}^j)} \right) (dx, dw, dv^o) = \gamma \int_{w=0}^v (v-w) \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{(X_t^j, V_t^j)} \right) (dx, dw) \\ = \frac{\gamma}{N} \sum_{j=1}^N (v - V_t^j)^+ \delta_{X_t^j}(dx).$$

Cette expression n'est pas adaptée puisque $\lambda^N(t, x, v)$ s'annulera pour $(x, v) = (X_t^i, V_t^i)$, dès lors que les positions X_t^i sont distinctes, ce qui est le cas en général. Une délocalisation de la position peut y remédier. Soit $\varepsilon > 0$ et φ_ε définie par $\varphi_\varepsilon(y) = \frac{1}{\varepsilon} \varphi(\frac{y}{\varepsilon})$, où φ est un noyau à support dans \mathbb{R}_- (pour modéliser que seuls les particules/véhicules leader peuvent ralentir une particule donnée par interaction) et t.q. $\int_{\mathbb{R}_-} \varphi(x) dx = 1$. On pose

$$\lambda_\varepsilon^N(t, x, v) = \gamma \int_{v^o} \int_y \int_{w=0}^v (v-w) \varphi_\varepsilon(x-y) \left(\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \delta_{(X_t^j, V_t^j, V_{des}^j)} \right) (dy dw dv^o) \\ = \frac{\gamma}{N} \sum_{j=1}^N (v - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(x - X_t^j).$$

De manière analogue, la loi μ de renouvellement de la vitesse est approchée par :

$$\mu_\varepsilon^N(t, x, v, dw) = \frac{\sum_{j=1}^N (v - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(x - X_t^j) \delta_{V_t^j}(dw)}{\sum_{j=1}^N (v - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(x - X_t^j)}.$$

6.3 Méthode de simulation par sauts fictifs

Notre objectif est de simuler le système de particules construit dans la section précédente et pour ce faire, nous utilisons une méthode de simulation par sauts fictifs.

La technique des "sauts fictifs" ([27], [55]) consiste à simuler étant donné un majorant $\alpha > 0$ de la somme des taux de sauts hors de chaque état du système de particules, un processus de Poisson d'intensité α . À chaque instant de saut de ce processus de Poisson, on effectue un tirage aléatoire indépendant du processus de Poisson, des sauts et des tirages précédents pour décider si le système de particules saute et, le cas échéant, quelle vitesse est ralentie. Les instants de sauts du processus de Poisson où le système de particules ne saute pas sont appelés instants de sauts fictifs. En dehors des instants de sauts du processus de Poisson, les vitesses et positions des particules évoluent suivant l'E.D.O. (S) décrite plus haut.

La méthode est appliquée ici, de la manière suivante :

1. On initialise le système de particules en tirant les triplets $((X_0^i, V_0^i, V_{des}^i))_{1 \leq i \leq N}$ indépendants et identiquement distribués suivant la probabilité $p(0, x, v, v^o) dx dv v^o$ sur $\mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$. On calcule le majorant

$$M_V = \max_{1 \leq i \leq N} \max(V_0^i, V_{des}^i)$$

des vitesses désirées des N particules.

2. On calcule le majorant α de la somme des taux de sauts du système de particules en dehors de chaque état possible. Le taux de saut à l'instant t de la particule i de caractéristiques $(X_t^i, V_t^i, V_{des}^i)$ est donné par :

$$\lambda_\varepsilon^N(t, X_t^i, V_t^i) = \frac{\gamma}{N} \sum_{j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j).$$

Ainsi la somme des taux de sauts à l'instant t est

$$\sum_{i=1}^N \lambda_\varepsilon^N(t, X_t^i, V_t^i) = \frac{\gamma}{N} \sum_{i,j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j). \quad (6.11)$$

Entre les sauts, la vitesse de chaque particule évolue par la dynamique (S) entre sa vitesse au dernier saut et sa vitesse désirée. En outre, les sauts des vitesses correspondent toujours à une diminution de celles-ci (ralentissement par un véhicule leader qui va moins vite). Par conséquent, la vitesse de chaque particule i reste à tout instant inférieure au maximum entre sa vitesse initiale et sa vitesse désirée : $\sup_t V_t^i \leq \max(V_0^i, V_{des}^i)$.

Soit maintenant (i, j) un couple d'indices distincts de $\{1, \dots, N\}$. Soit $V_t^i \geq V_t^j$, $0 \leq (V_t^i - V_t^j)^+ \leq M_V$ et $(V_t^j - V_t^i)^+ = 0$ si bien que

$$(V_t^i - V_t^j)^+ + (V_t^j - V_t^i)^+ \leq M_V, \quad (6.12)$$

soit $V_t^i \leq V_t^j$ et, par symétrie, l'inégalité (6.12) reste vraie.

En outre, $\varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) \leq \|\varphi_\varepsilon\|_\infty$, où, $\varphi_\varepsilon(\cdot) = \frac{1}{\varepsilon} \varphi(\frac{\cdot}{\varepsilon})$. Dans toute la suite, φ est choisie comme la densité de la loi $\mathcal{N}(0, \varepsilon^2)$ tronquée sur $] -\infty, 0]$ et on a :

$$\forall i, j \in \{1, \dots, N\}, \forall t \geq 0, |\varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j)| \leq \frac{2}{\varepsilon \sqrt{2\pi}}.$$

En reportant successivement cette majoration puis (6.12) dans (6.11), on obtient

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N \lambda_\varepsilon^N(t, X_t^i, V_t^i) &= \frac{\gamma}{N} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} \left((V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) + (V_t^j - V_t^i)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^j - X_t^i) \right) \\ &\leq \frac{2\gamma}{N\varepsilon\sqrt{2\pi}} \sum_{i=2}^N \sum_{j=1}^{i-1} \left((V_t^i - V_t^j)^+ + (V_t^j - V_t^i)^+ \right) \\ &\leq \frac{2\gamma}{N\varepsilon\sqrt{2\pi}} \times \frac{N(N-1)M_V}{2} = \frac{\gamma(N-1)M_V}{\varepsilon\sqrt{2\pi}}. \end{aligned}$$

On choisit donc

$$\alpha = \frac{\gamma \times (N-1) \times M_V}{\varepsilon\sqrt{2\pi}}.$$

3. Pour $(\xi_k)_{k \geq 1}$ une suite de variables aléatoires *i.i.d.* suivant la loi $\mathbb{U}([0, 1])$, on pose

$$T_k = -\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^k \ln \xi_l, \quad k \geq 1$$

La variable aléatoire $-\frac{1}{\alpha} \ln \xi_l \hookrightarrow \mathcal{E}(\alpha)$ et la suite $(T_k)_{k \geq 1}$ représente les instants de sauts du processus de Poisson

$$\left(N_t = \sum_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{I}_{\{T_k \leq t\}} \right)_{t \geq 0} \quad (6.13)$$

d'intensité α , tel que : $N_t \hookrightarrow \mathcal{P}(\alpha t)$.

Les durées entre les instants de sauts forment ainsi une suite de *v.a. i.i.d.* de loi exponentielle de paramètre α . On se donne également une suite $(U_k)_{k \geq 1}$ de variables aléatoires *i.i.d.* suivant la loi $\mathbb{U}([0, 1])$ et indépendante de $(\xi_k)_{k \geq 1}$ pour choisir les particules qui sont ralenties aux instants T_k .

4. On pose $T_0 = 0$ et on construit l'évolution du système de particules par récurrence sur $k \in \mathbb{N}$.

– Sur l'intervalle $[T_k, T_{k+1}[$, on résout l'E.D.O. (S) à l'aide de la méthode de la variation de la constante :

$$\forall t \in [T_k, T_{k+1}[, \begin{cases} V_t &= (V_{T_k} - V_{des}) \times \exp(-\frac{t-T_k}{\tau}) + V_{des} \\ X_t &= X_{T_k} + \tau \times (V_{T_k} - V_{des}) \times (1 - \exp(-\frac{t-T_k}{\tau})) + V_{des} \times (t - T_k) \end{cases}$$

où les notations V_t, X_t désignent respectivement les vecteurs de vitesse et position des particules $1, \dots, N$ à l'instant t . V_{des} est le vecteur, constant au cours du temps, des vitesses désirées de toutes les particules. On pose $X_{T_{k+1}} = \lim_{t \rightarrow T_{k+1}-} X_t$ car les positions évoluent continûment en temps. En revanche, les vitesses sont susceptibles de sauter et on note $V_{T_{k+1}-} = \lim_{t \rightarrow T_{k+1}-} V_t$.

– On utilise la variable aléatoire U_{k+1} pour décider si une particule est ralentie en T_{k+1} et, le cas échéant, quelle particule est ralentie par quelle autre particule :

– si

$$\alpha U_{k+1} > \sum_{i=1}^N \lambda_\varepsilon^N(T_{k+1}-, X_{T_{k+1}}^i, V_{T_{k+1}-}^i) = \frac{\gamma}{N} \sum_{i,j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j), \quad (6.14)$$

alors aucun changement de vitesse ne se produit : $V_{T_{k+1}} = V_{T_{k+1}-}$.

– sinon, l'indice I_{k+1} de la particule ralentie en T_{k+1} est choisi comme :

$$I_{k+1} = \min \left\{ i \in \{1, \dots, N\} : \alpha U_{k+1} \leq \sum_{l=1}^i \lambda_\varepsilon^N(T_{k+1}-, X_{T_{k+1}}^l, V_{T_{k+1}-}^l) \right\}.$$

Si on pose $S_{k+1} = \sum_{l=1}^{I_{k+1}-1} \lambda_\varepsilon^N(T_{k+1}-, X_{T_{k+1}}^l, V_{T_{k+1}-}^l)$, l'indice J_{k+1} de la particule qui la ralentit est choisi comme

$$J_{k+1} = \min \left\{ j \in \{1, \dots, N\} : \alpha U_{k+1} \leq S_{k+1} + \frac{\gamma}{N} \sum_{m=1}^j (V_{T_{k+1}-}^{I_{k+1}} - V_{T_{k+1}-}^m)^+ \varphi_\varepsilon(X_{T_{k+1}}^{I_{k+1}} - X_{T_{k+1}}^m) \right\}.$$

On prend en compte le ralentissement de la particule I_{k+1} par la particule J_{k+1} et on préserve les vitesses des particules autres que I_{k+1} :

$$V_{T_{k+1}}^{I_{k+1}} = V_{T_{k+1}-}^{J_{k+1}} \quad \text{et} \quad \forall i \neq I_{k+1}, \quad V_{T_{k+1}}^i = V_{T_{k+1}-}^i.$$

Posons $\mathcal{F}_t = \sigma\left((N_s)_{s \leq t}, (\xi_{N_s})_{s \leq t}\right)_{0 \leq s \leq t}$ où le processus de Poisson $(N_t)_{t \geq 0}$ est défini par (6.13), la filtration naturelle du système de particules et vérifions que pour $i \neq j$, la probabilité conditionnelle $P_{i \leftarrow j}(t, dt)$ que la particule j ralentisse la particule i sur $[t, t+dt]$ sachant l'information \mathcal{F}_t a la bonne expression. On a

$$\begin{aligned} P_{i \leftarrow j}(t, dt) = & \mathbb{P}\left[N_{t+dt} - N_t = 1, (I_{N_{t+dt}}, J_{N_{t+dt}}) = (i, j) \mid \mathcal{F}_t\right] \\ & + \mathbb{P}\left[N_{t+dt} - N_t > 1, \exists k \in \{N_t + 1, \dots, N_{t+dt}\} : (I_k, J_k) = (i, j) \mid \mathcal{F}_t\right]. \end{aligned}$$

Or, la probabilité $\mathbb{P}[N_{t+dt} - N_t > 1 \mid \mathcal{F}_t]$ est, par indépendance et stationnarité des accroissements du processus de Poisson, égale à la probabilité

$$\mathbb{P}[N_{dt} > 1] = 1 - \mathbb{P}(N_{dt} = 0) - \mathbb{P}(N_{dt} = 1) = 1 - (1 + \alpha dt)e^{-\alpha dt} = o(dt).$$

Donc, en décomposant sur les valeurs prises par N_t pour la deuxième égalité puis en utilisant la définition de (I_{k+1}, J_{k+1}) pour la troisième,

$$\begin{aligned} P_{i \leftarrow j}(t, dt) &= \mathbb{P}\left[N_{t+dt} - N_t = 1, (I_{N_{t+dt}}, J_{N_{t+dt}}) = (i, j) \mid \mathcal{F}_t\right] + o(dt) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{P}\left[N_t = k, N_{t+dt} = k+1, (I_{k+1}, J_{k+1}) = (i, j) \mid \mathcal{F}_t\right] + o(dt) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{P}\left[N_t = k, N_{t+dt} = k+1, \sum_{l=1}^{i-1} \lambda_\varepsilon^l(t) + \frac{\gamma}{N} \sum_{m=1}^{j-1} (V_{T_{k+1}}^i - V_{T_{k+1}}^m)^+ \varphi_\varepsilon(X_{T_{k+1}}^i - X_{T_{k+1}}^m)\right. \\ &\quad \left. < \alpha U_{k+1} \leq \sum_{l=1}^i \lambda_\varepsilon^l(t) + \frac{\gamma}{N} \sum_{m=1}^j (V_{T_{k+1}}^i - V_{T_{k+1}}^m)^+ \varphi_\varepsilon(X_{T_{k+1}}^i - X_{T_{k+1}}^m) \mid (U_l, \xi_l)_{1 \leq l \leq k}\right] + o(dt). \end{aligned}$$

Or,

$$\{N_t = k, N_{t+dt} = k+1\} = \left\{ -\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^k \ln(\xi_l) \leq t < -\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^{k+1} \ln(\xi_l) < t+dt \right\}$$

et comme, U_{k+1} est indépendante de $\left((U_l, \xi_l)_{1 \leq l < k}, \xi_{k+1}\right)$, on a l'égalité

$$\begin{aligned} P_{i \leftarrow j}(t, dt) &= \sum_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{E}\left[\mathbb{P}\left[-\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^k \ln(\xi_l) \leq t < -\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^{k+1} \ln(\xi_l) < t+dt, \sum_{l=1}^{i-1} \lambda_\varepsilon^l(t) < \alpha U_{k+1} \leq \sum_{l=1}^i \lambda_\varepsilon^l(t)\right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\gamma}{N} \sum_{m=1}^j (V_{T_{N_{t+dt}}}^i - V_{T_{N_{t+dt}}}^m)^+ \varphi_\varepsilon(X_{T_{N_{t+dt}}}^i - X_{T_{N_{t+dt}}}^m)\right) \mid (U_l, \xi_l)_{1 \leq l < k}, \xi_{k+1}\right] \mid (U_l, \xi_l)_{1 \leq l \leq k} + o(dt) \\ &= \sum_{k \in \mathbb{N}} \mathbb{E}\left[\mathbb{I}\left\{-\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^k \ln(\xi_l) \leq t < -\frac{1}{\alpha} \sum_{l=1}^{k+1} \ln(\xi_l) < t+dt\right\} \times \left(\frac{\gamma}{\alpha N} (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j)\right) \mid (U_l, \xi_l)_{1 \leq l < k}\right] + o(dt) \\ &= \mathbb{E}\left[\mathbb{I}_{\{N_{t+dt} - N_t = 1\}} \times \left(\frac{\gamma}{\alpha N} (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j)\right) \mid \mathcal{F}_t\right] + o(dt). \end{aligned}$$

Comme (X_t, V_t) est \mathcal{F}_t -mesurable, on en déduit que

$$P_{i \leftarrow j}(t, dt) = \left(\frac{\gamma}{\alpha N} (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) \right) \times \mathbb{P} \left[N_{t+dt} - N_t = 1 \mid \mathcal{F}_t \right] + o(dt)$$

Par indépendance et stationnarité des accroissements du processus de Poisson $(N_t)_{t \geq 0}$,

$$\mathbb{P} \left[N_{t+dt} - N_t = 1 \mid \mathcal{F}_t \right] = \mathbb{P}(N_{dt} = 1) = \alpha dt e^{-\alpha dt} = \alpha dt + o(dt).$$

Ainsi, la probabilité conditionnelle que j ralentisse i sur $[t, t + dt]$ sachant \mathcal{F}_t est égale à :

$$P_{i \leftarrow j}(t, dt) = \frac{\gamma}{N} (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) dt + o(dt). \quad (6.15)$$

On en déduit que la probabilité conditionnelle que la particule i soit ralentie sur $[t, t + dt]$ est égale à

$$\sum_{j=1}^N P_{i \leftarrow j}(t, dt) = \frac{\gamma}{N} \sum_{j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) dt + o(dt) = \lambda_\varepsilon^N(t, X_t^i, V_t^i) dt + o(dt)$$

et qu'alors, sa vitesse se redistribue suivant la probabilité

$$\begin{aligned} \frac{\gamma}{N \lambda_\varepsilon^N(t, X_t^i, V_t^i)} \sum_{j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) \delta_{V_t^j}(dw) &= \frac{\sum_{j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) \delta_{V_t^j}(dw)}{\sum_{j=1}^N (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j)} \\ &= \mu_\varepsilon^N(t, X_t^i, V_t^i, dw). \end{aligned}$$

On simule donc bien l'approximation particulière introduite à la fin du paragraphe 6.2.

L'algorithme s'arrêtera lorsque l'horizon temporel T fixé au préalable est atteint. Cette procédure est décrite dans l'algorithme qui suit.

Algorithme 1 Simulation du modèle de Paveri-Fontana à coût cubique en N

Input :

- Le nombre de particules N .
- L'horizon temporel T .
- Le temps de relaxation τ .
- La probabilité de dépassement P .
- la densité initiale $\rho(0, x, v, v^o)$ de véhicules par rapport à $dx dv \nu(dv^o)$.
- le paramètre de régularisation $\varepsilon > 0$.

Initialisation :

- Calcul de $\|\rho\|_{L^1}$, $\gamma = (1 - P)\|\rho\|_{L^1}$ et $p(0, x, v, v^o) = \frac{1}{\|\rho\|_{L^1}}\rho(0, x, v, v^o)$.
- Initialisation des particules : tirage des vecteurs $((X_0^i, V_0^i, V_{des}^i))_{1 \leq i \leq N}$ indépendants et identiquement distribués suivant $p(0, x, v, v^o)dx dv \nu(dv^o)$.
- Calcul de $M_V = \max_{1 \leq i \leq N} \max(V_0^i, V_{des}^i)$ et de l'intensité $\alpha = \frac{\gamma \times (N-1) \times M_V}{\varepsilon \sqrt{2\pi}}$.

Itération :**while** $t < T$ **do**Générer deux variables aléatoires uniformes indépendantes $U^1 \hookrightarrow \mathbb{U}([0, 1])$ et $U^2 \hookrightarrow \mathbb{U}([0, 1])$.Générer une variable exponentielle de paramètre α : $s = -\frac{\log(U^1)}{\alpha}$ Incrémenter le temps courant : $t = t + s$.**for** $i = 1 \rightarrow N$ **do**

Les positions et vitesses de chaque particule sont mises à jour suivant :

$$X^i = X^i + \tau \times (V^i - V_{des}^i) \times (1 - \exp(-\frac{s}{\tau})) + V_{des}^i \times s$$

$$V^i = (V^i - V_{des}^i) \times \exp(-\frac{s}{\tau}) + V_{des}^i$$

end for

Choix de la paire de particules qui interagit :

$$w = U^2 \times \alpha$$

$$w_{part} = 0$$

$$i = 0$$

while $(w > w_{part}) \ \& \ (i < N)$ **do**

$$i = i + 1$$

$$j = 0$$

while $(w > w_{part}) \ \& \ (j < N)$ **do**

$$j = j + 1$$

$$w_{part} = w_{part} + \frac{2\gamma}{N\varepsilon\sqrt{2\pi}} \times (V^i - V^j)^+ \times \mathbb{I}_{\{X^j > X^i\}} \times \exp(-\frac{(X^i - X^j)^2}{2\varepsilon^2})$$

end while**end while**

$$V^i = V^j$$

end while**Output :** $(X_t^i, V_t^i, V_{des}^i)_{1 \leq i \leq N}$.

- L'algorithme 1 est coûteux pour un nombre de particules N élevé. Sa complexité est en $O(N^3)$ puisque
- il effectue N^2 opérations à chaque temps de saut du processus de Poisson de paramètre α pour choisir la paire (i, j) de particules qui interagissent à cet instant (si l'on sort du double "while" portant sur i et j avec $i = j = N$, l'égalité $V^i = V^j$ ne correspond pas à un ralentissement effectif). Notons que commencer par décider si une particule est effectivement ralentie en calculant la double somme au membre de droite de (6.14) aurait la même complexité en N .
 - la majoration α de la somme des taux de sauts est proportionnelle à N et les durées entre deux sauts du processus de Poisson sont proportionnelles à $1/\alpha$.

Une alternative à l'algorithme 1 est l'algorithme 2 dont l'idée est de choisir *a priori* uniformément les paires de particules qui interagissent aux temps de saut du processus de Poisson et de tester si l'une d'elle ralentit effectivement l'autre. L'algorithme 2 a un coût proportionnel à N^2 , il y a un gain de coût par rapport à l'algorithme 1.

- On se donne $(\{I_k, J_k\})_{k \geq 1}$ une suite de variables aléatoires *i.i.d.* suivant la loi uniforme

$$\mathbb{U}(\{i, j\}, 1 \leq i, j \leq N, i \neq j)$$

et indépendantes du processus de Poisson de paramètre $\alpha = \frac{\gamma \times (N-1) \times M_V}{\varepsilon \sqrt{2\pi}}$ et de la suite $(U_k)_{k \geq 1}$ de variables aléatoires *i.i.d.* suivant la loi $\mathbb{U}([0, 1])$.

- Entre les instants de sauts T_k du processus de Poisson les positions et vitesses évoluent suivant l'E.D.O. (S).
- Pour $k \geq 1$, à l'instant T_k , si

$$U_k \leq \frac{1}{M_V} \left((V_{T_k-}^{I_k} - V_{T_k-}^{J_k})^+ \mathbb{I}_{\{X_{T_k}^{J_k} > X_{T_k}^{I_k}\}} + (V_{T_k-}^{J_k} - V_{T_k-}^{I_k})^+ \mathbb{I}_{\{X_{T_k}^{I_k} > X_{T_k}^{J_k}\}} \right) \exp \left(-\frac{(X_{T_k}^{I_k} - X_{T_k}^{J_k})^2}{2\varepsilon^2} \right),$$

la plus lente des deux particules, qui est nécessairement devant (sans quoi le membre de droite de l'inégalité précédente serait nul), ralentit l'autre et les autres vitesses sont préservées :

$$V_{T_k}^{I_k} = V_{T_k}^{J_k} = \min(V_{T_k-}^{I_k}, V_{T_k-}^{J_k}) \quad \text{et} \quad \forall i \notin \{I_k, J_k\}, V_{T_k}^i = V_{T_k-}^i.$$

Vérifions que pour $i \neq j$, cela conduit bien à la même probabilité que la particule j ralentisse la particule i sur $[t, t+dt]$ sachant l'information \mathcal{F}_t disponible jusqu'en t que dans l'algorithme 1. En raisonnant comme dans le calcul qui a mené à (6.15) pour faire apparaître l'indépendance des différents termes, on vérifie que cette probabilité est maintenant égale à

$$\begin{aligned} & \mathbb{P} \left(N_{t+dt} - N_t = 1, \{I_{N_{t+dt}}, J_{N_{t+dt}}\} = \{i, j\}, U_{N_{t+dt}} \leq \frac{1}{M_V} (V_t^i - V_t^j)^+ \mathbb{I}_{\{X_t^j > X_t^i\}} \exp \left(-\frac{(X_t^i - X_t^j)^2}{2\varepsilon^2} \right) \middle| \mathcal{F}_t \right) + o(dt) \\ &= \mathbb{P}(N_{t+dt} - N_t = 1) \mathbb{P}(\{I_{N_{t+dt}}, J_{N_{t+dt}}\} = \{i, j\}) \mathbb{P} \left(U_{N_{t+dt}} \leq \frac{1}{M_V} (V_t^i - V_t^j)^+ \mathbb{I}_{\{X_t^j > X_t^i\}} \exp \left(-\frac{(X_t^i - X_t^j)^2}{2\varepsilon^2} \right) \middle| \mathcal{F}_t \right) + o(dt) \\ &= \alpha dt \times \frac{1}{\binom{N}{2}} \times \frac{1}{M_V} (V_t^i - V_t^j)^+ \mathbb{I}_{\{X_t^j > X_t^i\}} \exp \left(-\frac{(X_t^i - X_t^j)^2}{2\varepsilon^2} \right) + o(dt) \\ &= \frac{2\gamma}{N\varepsilon\sqrt{2\pi}} (V_t^i - V_t^j)^+ \mathbb{I}_{\{X_t^j > X_t^i\}} \exp \left(-\frac{(X_t^i - X_t^j)^2}{2\varepsilon^2} \right) + o(dt) \\ &= \frac{\gamma}{N} (V_t^i - V_t^j)^+ \varphi_\varepsilon(X_t^i - X_t^j) + o(dt). \end{aligned}$$

On retrouve bien l'expression voulue et déjà obtenue dans (6.15) pour l'algorithme 1.

Algorithme 2 Simulation du modèle de Pavani-Fontana à coût quadratique en N

Input : $N, T, \tau, P, \rho(0, x, v, v^o), \varepsilon$.

Initialisation :

- Calcul de $\|\rho\|_{L^1}$, $\gamma = (1 - P)\|\rho\|_{L^1}$ et $p(0, x, v, v^o) = \frac{1}{\|\rho\|_{L^1}}\rho(0, x, v, v^o)$.
- Initialisation des particules : tirage des vecteurs $((X_0^i, V_0^i, V_{des}^i))_{1 \leq i \leq N}$ indépendants et identiquement distribués suivant $p(0, x, v, v^o)dx dv v^o$.
- Calcul de $M_V = \max_{1 \leq i \leq N} \max(V_0^i, V_{des}^i)$ et de l'intensité $\alpha = \frac{\gamma \times (N-1) \times M_V}{\varepsilon \sqrt{2\pi}}$.

Itération :
while $t < T$ **do**

 Générer une variable aléatoire uniforme $U \hookrightarrow \mathbb{U}([0, 1])$

 Générer une variable aléatoire exponentielle : $s = -\frac{\log(U)}{\alpha}$.

 Incrémenter le temps courant : $t = t + s$.

Les positions et vitesses de chaque particule sont mises à jour suivant :

for $i = 1 \rightarrow N$ **do**

$$X^i = X^i + \tau \times (V^i - V_{des}^i) \times (1 - \exp(-\frac{s}{\tau})) + V_{des}^i \times s$$

$$V^i = (V^i - V_{des}^i) \times \exp(-\frac{s}{\tau}) + V_{des}^i$$

end for

 Choix uniforme d'une paire d'indices $\{i, j\}$

$$i = \lceil N \times \mathbb{U}[0, 1] \rceil$$

$$j = \lceil (N - 1) \times \mathbb{U}[0, 1] \rceil$$

if $(j > i - 1)$ **then**

$$j = j + 1$$

end if

Interaction avec la bonne probabilité

$$w = \mathbb{U}([0, 1]) \times M_V$$

if $w < \left\{ (V^i - V^j)^+ \mathbb{I}_{\{X^j > X^i\}} + (V^j - V^i)^+ \mathbb{I}_{\{X^i > X^j\}} \right\} \times \exp\left(-\frac{(X^i - X^j)^2}{2\varepsilon^2}\right)$ **then**

$$V^i = \min(V^i, V^j)$$

$$V^j = V^i$$

end if
end while
Output : $(X_t^i, V_t^i, V_{des}^i)_{1 \leq i \leq N}$.

L'implémentation 3 ci-dessous sélectionne aussi uniformément les paires d'indices de particules interagissant aux temps de sauts du processus de Poisson. En revanche, seules les positions et vitesses de cette paire de particules sont mis à jour au temps de saut, ce qui permet de gagner en temps de calcul. Pour cela, il faut associer à chaque particule i une nouvelle variable S^i qui représente le dernier instant où son couple position vitesse (X^i, V^i) a été mis à jour afin de pouvoir déterminer, lorsqu'elle est sélectionnée à un instant de saut, son couple position vitesse

juste avant le saut par résolution de l'E.D.O. (S) depuis cet instant S^i . La variable S^i prend alors comme valeur l'instant de saut considéré. Le coût de l'algorithme est linéaire de l'ordre de $O(N)$ puisque seules deux particules sont mises à jour à chaque temps de saut du processus de Poisson.

Algorithme 3 Simulation du modèle de Pavéri-Fontana à coût linéaire en N

Input : $N, T, \tau, P, \rho(0, x, v, v^o), \varepsilon$.

Initialisation :

- Calcul de $\|\rho\|_{L^1}$, $\gamma = (1-P)\|\rho\|_{L^1}$ et $p(0, x, v, v^o) = \frac{1}{\|\rho\|_{L^1}}\rho(0, x, v, v^o)$.
- Initialisation des particules : tirage des vecteurs $((X_0^i, V_0^i, V_{des}^i))_{1 \leq i \leq N}$ indépendants et identiquement distribués suivant $p(0, x, v, v^o)dx dv v^o$. **Les variables S^i désignant l'instant de dernière mise à jour du couple position/vitesse de la particule i sont initialisées à 0.**
- Calcul de $M_V = \max_{1 \leq i \leq N} \max(V_0^i, V_{des}^i)$ et de l'intensité $\alpha = \frac{\gamma \times (N-1) \times M_V}{\varepsilon \sqrt{2\pi}}$.

Itération :
while $t < T$ **do**

 Générer une variable aléatoire uniforme $U \hookrightarrow \mathbb{U}([0, 1])$.

 Générer une variable exponentielle : $s = -\frac{\log(U)}{\alpha}$.

 Incrémenter le temps courant : $t = t + s$.

 Choix uniforme d'une paire d'indices $\{i, j\}$

$$i = \lceil N \times \mathbb{U}[0, 1] \rceil$$

$$j = \lceil (N-1) \times \mathbb{U}[0, 1] \rceil$$

if $(j > i-1)$ **then**
 $j = j+1$
end if

 Les positions, vitesses et dernier instant de mise à jour des particules i et j sont mis à jour suivant :

$$X^i = X^i + \tau \times (V^i - V_{des}^i) \times (1 - \exp(-\frac{t - S^i}{\tau})) + V_{des}^i \times (t - S^i)$$

$$V^i = (V^i - V_{des}^i) \times \exp(-\frac{t - S^i}{\tau}) + V_{des}^i$$

$$S^i = t$$

$$V^j = (V^j - V_{des}^j) \times \exp(-\frac{t - S^j}{\tau}) + V_{des}^j$$

$$X^j = X^j + \tau \times (V^j - V_{des}^j) \times (1 - \exp(-\frac{t - S^j}{\tau})) + V_{des}^j \times (t - S^j)$$

$$S^j = t$$

Interaction avec la bonne probabilité

$$w = \mathbb{U}([0, 1]) \times M_V$$

if $w < \left\{ (V^i - V^j)(V^i > V^j)\mathbb{I}_{\{X^j > X^i\}} + (V^j - V^i)(V^j > V^i)\mathbb{I}_{\{X^i > X^j\}} \right\} \times \exp\left(-\frac{(X^i - X^j)^2}{2\varepsilon^2}\right)$ **then**

$$V^i = \min(V^i, V^j); \quad V^j = V^i$$

end if
end while
for $i = 1 \rightarrow N$ **do**

$$X^i = X^i + \tau \times (V^i - V_{des}^i) \times (1 - \exp(-\frac{T - S^i}{\tau})) + V_{des}^i \times (T - S^i)$$

$$V^i = (V^i - V_{des}^i) \times \exp(-\frac{T - S^i}{\tau}) + V_{des}^i$$

end for
Output : $(X_T^i, V_T^i, V_{des}^i)_{1 \leq i \leq N}$.

6.4 Estimation de la densité du processus (X_t, V_t)

On utilisera des estimateurs à noyaux de la densité du processus positions-vitesses obtenu à partir de la méthode particulière. À t fixé, si $(X_t^1, V_t^1), \dots, (X_t^N, V_t^N)$ est un N-échantillon du couple aléatoire (X_t, V_t) sur \mathbb{R}^2 de densité conjointe p , l'estimateur de Parzen-Rosenblatt de p est donné par

$$\widehat{p}_N(x, v) = \frac{1}{NH} \sum_{i=1}^N K_H(x - X_t^i, v - V_t^i)$$

K_H étant un noyau sur \mathbb{R}^2 de largeur \sqrt{H} . Le produit de deux fonctions noyaux dans \mathbb{R} est en pratique plus simple à utiliser.

$$K_H(x, v) = \frac{1}{h_x h_v} K\left(\frac{x}{h_x}\right) K\left(\frac{v}{h_v}\right)$$

où, $h_x = h_x(N)$, $h_v = h_v(N) \in \mathbb{R}_*^+$ sont les paramètres de lissage dans les directions respectives de X et V . Ainsi, l'estimateur à noyau bivarié de la densité du processus (X_t, V_t) est exprimé par :

$$\widehat{p}_N(x, v) = \frac{1}{Nh_x h_v} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x - X_t^i}{h_x}\right) K\left(\frac{v - V_t^i}{h_v}\right)$$

Le noyau appliqué ici est le noyau rectangulaire $K(z) = \frac{1}{2} \times \mathbb{I}_{[-1;1]}(z)$ et le critère de calcul du paramètre de lissage retenu est celui de Silverman en dimension 2 :

$$h_z = \frac{0.9 \times \min(\hat{\sigma}_Z; (Q_3 - Q_1)/1.34)}{N^{1/6}}$$

Q_1 est le quantile premier quart, Q_3 troisième quart et $\hat{\sigma}_Z$ est l'écart type empirique associé à la composante Z . Ainsi une estimation de la densité de trafic est obtenue à partir de la formule (6.1) en multipliant la norme L^1 de celle-ci par \widehat{p}_N .

6.5 Choix des paramètres du modèle

Vitesses désirées V_{des}

Prigogine et Herman [70] proposent plusieurs fonctions telles que des distributions exponentielle, exponentielle modifiée ou encore des fonctions constantes par morceaux pour modéliser la distribution des vitesses désirées. De sa part, Hoogendoorn [37] propose un estimateur de Kaplan-Meier pour la distribution des vitesses désirées basé sur les données censurées (données contraintes). Son estimateur semble relativement robuste pour le critère de séparation des observations contraintes et non contraintes.

Nous choisissons ici une loi uniforme pour le tirage des vitesses désirées.

Temps de relaxation τ

Pour des raisons de simplicité, nous supposons que le temps de relaxation τ est le même pour tous les véhicules indépendamment de leur classe. Sa valeur est fixée pour chaque cas-test, bien qu'il semblerait plus raisonnable de le choisir en fonction des vitesses des différents groupes.

Paramètre d'échelle ε

Ce facteur permet une délocalisation des positions, ainsi, l'interaction entre deux particules données ne pourra se produire que si la distance entre elles est inférieure à ε . Cette technique de délocalisation spatiale est souvent utilisée dans l'étude de l'équation de Boltzmann non homogène. Nous l'estimons ici à l'aide d'une règle de Silverman en dimension 1 à partir des positions initiales.

$$\varepsilon = \frac{0.9 \times \min(\hat{\sigma}_X; (Q_3 - Q_1)/1.34)}{N^{1/5}}$$

où $(Q_3 - Q_1)$ est l'interquartile, $\hat{\sigma}_X$ est l'écart type empirique.

Autres paramètres

Le coefficient d'interaction γ est calculé à partir de la norme $\|\rho_0\|_{L^1}$. Les autres paramètres d'entrée du modèle sont énoncés dans les tableaux spécifiques aux différents scénarios mentionnés.

L'implémentation utilisée pour les cas-tests est celle de l'algorithme 3.

Chapitre 7

Comparaison à une méthode déterministe

7.1 Schéma numérique upwind

Nous utilisons ici une méthode de différences finies [3] pour l'approximation de la solution de l'équation maîtresse du modèle de Pavari-Fontana avec condition initiale adéquate. Afin de réduire la dimension dans laquelle l'équation de Pavari-Fontana est posée, on se place dans la situation où il y a d classes de véhicules et pour $k \in \{1, \dots, d\}$, la k -ème classe est caractérisée par la vitesse désirée v_k^o commune aux véhicules qui la composent. On pose : $\rho^k(t, x, v) = \rho(t, x, v, v_k^o)$, avec $(x, v) \in \Omega = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$. Pour la classe k , l'équation de Pavari-Fontana (5.8) généralisée prend la forme :

$$\begin{aligned} \partial_t \rho^k(t, x, v) + v \cdot \partial_x \rho^k(t, x, v) &= -\partial_v \left(\rho^k(t, x, v) \cdot \frac{(v_k^o - v)}{\tau} \right) \\ &+ (1 - P) \sum_{l=1}^d \rho^l(t, x, v) \int_v^\infty (w - v) \rho^k(t, x, w) dw \\ &- (1 - P) \rho^k(t, x, v) \int_0^v (v - w) \sum_{l=1}^d \rho^l(t, x, w) dw \end{aligned} \quad (7.1)$$

On munit cette équation de la condition initiale suivante :

$$\rho^k(t = 0, x, v) = \rho^{0,k}(x, v) \text{ donnée pour } (x, v) \in \Omega.$$

Les différentes classes interagissent au travers des deux derniers termes à droite de l'équation (7.1) qui modélisent le ralentissement des véhicules par d'autres véhicules situés à la même position mais dont la vitesse est inférieure. L'idée des différences finies consiste à approximer les dérivées partielles d'une EDP à l'aide des développements de Taylor.

Il convient d'abord de construire un maillage du domaine considéré pour les variables (temps, espace, vitesse), sur lequel sera approchée la solution de l'équation sans second membre (équation de transport), puis l'équation de Pavari-Fontana multiclassés complète.

Discrétisation des domaines d'étude :

On tronque le domaine $\Omega = \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ du couple position vitesse en un sous-domaine rectangulaire borné $[x_{min}, x_{max}] \times [v_{min}, v_{max}]$ et on résout le système sur l'intervalle de temps $[0, T_{max}]$. Il convient de choisir l'intervalle $[v_{min}, v_{max}]$ de façon à ce qu'il contienne la vitesse désirée v_k^o des véhicules de la classe k pour tout $k \in \{1, \dots, d\}$.

- Discrétisation temporelle : le processus de résolution en temps se fait sur l'intervalle $[0, T_{max}]$ avec un nombre d'étapes n_T si bien que le pas de discrétisation temporelle est donné par $\Delta t = \frac{T_{max}}{n_T}$. La solution approchée

est initialisée à l'instant $t^0 = 0$ par discrétisation de la condition initiale $(\rho^{0,1}, \dots, \rho^{0,d})$. À chaque étape de temps $n \in \{1, \dots, n_T\}$, la solution approchée est obtenue en $t^n = t^0 + n\Delta t$ à partir de la solution approchée en t^{n-1} .

- Discrétisation spatiale : l'EDP doit être résolue dans l'espace compris entre x_{min} et x_{max} avec un pas $\Delta x = \frac{x_{max} - x_{min}}{I+1}$. Pour $i \in \{0, \dots, I+1\}$ on note $x_i = x_{min} + i\Delta x$.
- Discrétisation de l'espace des vitesses : les noeuds de discrétisation de l'ensemble de définition $[v_{min}, v_{max}]$ de v sont donnés par $v_j = v_{min} + j\Delta v$, pour $0 \leq j \leq J+1$ où $\Delta v = \frac{v_{max} - v_{min}}{J+1}$ et les interfaces par $v_{j+\frac{1}{2}} = (j + \frac{1}{2}) \times \Delta v$ pour $j \in \{0, \dots, J\}$.

Pour $(n, i, j) \in \{0, \dots, n_T\} \times \{0, \dots, I+1\} \times \{0, \dots, J+1\}$, la densité approchée du groupe $k \in \{1, \dots, d\}$ au temps t^n , à la position x_i et à la vitesse v_j est notée $\rho_{i,j}^{n,k} \simeq \rho^k(t^n, x_i, v_j)$.

Initialisation :

On pose $\rho_{i,j}^{0,k} = \rho^{0,k}(x_i, x_j)$ pour $k \in \{1, \dots, d\}$, $i \in \{1, \dots, I\}$ et $j \in \{1, \dots, J\}$.

Conditions aux bords en espace et en vitesse :

On utilise des conditions de Dirichlet homogènes :

$$\rho_{i,j}^{n,k} = 0 \text{ pour } n \in \{0, \dots, n_T\} \text{ et } (i, j) \text{ t.q. } i = 0 \text{ ou } j \in \{0, J+1\}$$

sauf sur le bord $x = x_{max}$ où il n'y a pas besoin d'imposer de condition puisque les véhicules ont une vitesse positive et se déplacent donc de x_{min} vers x_{max} . La valeur de $(\rho_{I+1,j}^{n,k})_{1 \leq j \leq J}$ est initialisée à $(0, 0, \dots, 0)$ à l'instant $n = 0$ et évoluera avec n de manière à assurer la conservation du nombre total de véhicules : les véhicules sortant de l'intervalle spatial $[x_{min}, x_{max}]$ sont stockés artificiellement en x_{max} .

La technique utilisée est celle du splitting. On récrit l'équation (7.1) sous la forme

$$\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_1 + T_2 + T_3 + T_4$$

avec

- $T_1 = -v \cdot \partial_x \rho^k(t, x, v)$,
- $T_2 = -\partial_v \left(\rho^k(t, x, v) \cdot \frac{(v_k^0 - v)}{\tau} \right)$
- $T_3 = (1 - P) \rho^k(t, x, v) \int_0^\infty (w - v) \rho^k(t, x, w) dw$
- $T_4 = (1 - P) \sum_{l \neq k} \rho^l(t, x, v) \int_v^\infty (w - v) \rho^k(t, x, w) dw + (1 - P) \rho^k(t, x, v) \int_0^v (w - v) \sum_{l \neq k} \rho^l(t, x, w) dw$

où le terme d'interactions est séparé entre auto-interactions entre véhicules de la classe k (terme T_3) et interactions entre véhicules de la classe k et véhicules d'une classe différente $l \neq k$ (terme T_4). Pour passer de la solution approchée $(\rho_{i,j}^{n,k})_{k,i,j}$ au temps t^n à la solution approchée $(\rho_{i,j}^{n+1,k})_{k,i,j}$ au temps t^{n+1} , on approche successivement les équations d'évolution $\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_l$ pour $l \in \{1, 2, 3, 4\}$ et on note $(\rho_{i,j}^{n+m/4,k})_{k,i,j}$ la solution approchée après m de ces étapes. Notons que lorsque l'on a effectué les 4 étapes, on a construit la solution approchée au temps t^{n+1} . La discrétisation de chacune des équations d'évolution est faite de manière à préserver la quantité totale $\sum_{i=1}^{I+1} \sum_{j=1}^J \rho_{i,j}^{n,k} \Delta x \Delta v$ de véhicules de chaque classe $k \in \{1, \dots, d\}$ au cours du temps.

Les conditions aux bords de Dirichlet homogènes sont étendues aux instants intermédiaires

$$\rho_{i,j}^{n+m/4,k} = 0 \text{ pour } (n, m) \in \{0, \dots, n_T - 1\} \times \{1, 2, 3\} \text{ et } (i, j) \text{ t.q. } i = 0 \text{ ou } j \in \{0, J+1\}.$$

Discrétisation de $\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_1$:

Pour une condition initiale connue, la solution à l'instant t de cette équation est la translatée $\rho^k(t, x, v) = \rho^{0,k}(x - vt, v)$.

La discrétisation numérique est effectuée par un schéma décentré vers l'amont en espace :

$$\partial_t \rho^k(t^n, x_i, v_j) + v_j \partial_{x_i} \rho^k(t^n, x_i, v_j) \approx \frac{\rho_{i,j}^{n+1/4,k} - \rho_{i,j}^{n,k}}{\Delta t} + v_j \times \frac{\rho_{i,j}^{n,k} - \rho_{i-1,j}^{n,k}}{\Delta x} = 0$$

\Rightarrow

$$\rho_{i,j}^{n+1/4,k} = \rho_{i,j}^{n,k} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \times v_j \times (\rho_{i,j}^{n,k} - \rho_{i-1,j}^{n,k}) \text{ pour } (k, i, j) \in \{1, \dots, d\} \times \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, J\}.$$

Pour une vitesse $v > 0$ constante, l'erreur du schéma est $O(\Delta t, \Delta x)$. L'analyse de stabilité de Von Neumann [3] montre que ce schéma est stable si $0 \leq v \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$ (condition de CFL). Comme

$$\frac{\rho_{i,j}^{n,k} - \rho_{i-1,j}^{n,k}}{\Delta x} = \frac{\rho_{i+1,j}^{n,k} - \rho_{i-1,j}^{n,k}}{2\Delta x} - \frac{\rho_{i+1,j}^{n,k} + \rho_{i-1,j}^{n,k} - 2\rho_{i,j}^{n,k}}{2\Delta x},$$

est multiplié par $-\Delta t \times v_j < 0$, le choix d'un schéma décentré vers l'amont assure que le terme de dérivée seconde en espace ajouté par rapport à un schéma centré a bien un coefficient positif au second membre. Cela stabilise les calculs au prix bien sûr de l'introduction de viscosité numérique.

Par ailleurs, pour $(k, j) \in \{1, \dots, d\} \times \{1, \dots, J\}$, en utilisant la condition au bord $\rho_{0,j}^{n,k} = 0$, la somme télescopique $\sum_{i=1}^I (\rho_{i,j}^{n,k} - \rho_{i-1,j}^{n,k})$ est égale à $\rho_{I,j}^{n,k}$. Pour assurer la conservation de la quantité totale de véhicules de la classe k , on pose donc

$$\rho_{I+1,j}^{n+1/4,k} = \rho_{I+1,j}^{n,k} + \frac{\Delta t}{\Delta x} \times v_j \times \rho_{I,j}^{n,k}.$$

En fait la discrétisation des autres équations d'évolution $\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_l$ pour $l \in \{2, 3, 4\}$ sera conservative à l'intérieur du domaine et ne nécessitera pas de faire évoluer les valeurs de la solution approchée en $x = x_{\max}$ si bien que l'on pose directement

$$\rho_{I+1,j}^{n+1,k} = \rho_{I+1,j}^{n,k} + \frac{\Delta t}{\Delta x} \times v_j \times \rho_{I,j}^{n,k}.$$

Discrétisation de $\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_2$:

On applique un schéma basé sur une discrétisation décentrée vers l'amont en vitesse à l'opérateur $\partial_v \left(\rho^k(t, x, v) \cdot \frac{v_k^o - v}{\tau} \right)$. Comme précédemment, cela assure que le terme de dérivée seconde en vitesse ajouté par rapport à un schéma centré a bien un coefficient positif au second membre.

On commence par décomposer le sens d'évolution de la discrétisation en fonction du signe de $v_k^o - v$. Soit $j_k^o \in \{1, \dots, J\}$ l'indice de la vitesse désirée v_k^o de la classe k dans le domaine des vitesses. Dans ce cas, l'approximation se fait sur chaque interface $v_{j+\frac{1}{2}}$.

Soit $i \in \{1, \dots, I\}$. Lorsque $j \in \{1, \dots, j_k^o - 1\}$,

$$\rho_{i,j}^{n+1/2,k} = \rho_{i,j}^{n+1/4,k} - \frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \left[(v_k^o - v_{j+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j}^{n+1/4,k} - (v_k^o - v_{j-\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j-1}^{n+1/4,k} \right]$$

Lorsque $j = j_k^o$,

$$\rho_{i,j_k^o}^{n+1/2,k} = \rho_{i,j_k^o}^{n+1/4,k} - \frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \left[(v_k^o - v_{j+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j_k^o+1}^{n+1/4,k} - (v_k^o - v_{j-\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j_k^o-1}^{n+1/4,k} \right]$$

Lorsque $j \in \{j_k^o + 1, \dots, J\}$,

$$\rho_{i,j}^{n+1/2,k} = \rho_{i,j}^{n+1/4,k} - \frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \left[(v_k^o - v_{j+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j+1}^{n+1/4,k} - (v_k^o - v_{j-\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j}^{n+1/4,k} \right]$$

Pour montrer la conservativité de ce schéma, on fixe i et on calcule la somme sur j :

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^J (\rho_{i,j}^{n+1/2,k} - \rho_{i,j}^{n+1/4,k}) &= -\frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \times \sum_{j=1}^{j_k^o-1} \left[(v_k^o - v_{j+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j}^{n+1/4,k} - (v_k^o - v_{j-\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j-1}^{n+1/4,k} \right] \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \times \left((v_k^o - v_{j+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j_k^o+1}^{n+1/4,k} - (v_k^o - v_{j-\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j_k^o-1}^{n+1/4,k} \right) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \times \sum_{j=j_k^o+1}^J \left[(v_k^o - v_{j+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j+1}^{n+1/4,k} - (v_k^o - v_{j-\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,j}^{n+1/4,k} \right]. \end{aligned}$$

En utilisant le caractère télescopique des deux sommes, on obtient

$$\sum_{j=1}^J (\rho_{i,j}^{n+1/2,k} - \rho_{i,j}^{n+1/4,k}) = -\frac{\Delta t}{\tau \Delta v} \times \left(-(v_k^o - v_{\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,0}^{n+1/4,k} + (v_k^o - v_{J+\frac{1}{2}}) \times \rho_{i,J+1}^{n+1/4,k} \right).$$

Comme $\rho_{i,0}^{n+1/4,k} = \rho_{i,J+1}^{n+1/4,k} = 0, \forall i \in \{1, \dots, I\}$ (conditions aux limites de Dirichlet), on conclut que

$$\sum_{j=1}^J (\rho_{i,j}^{n+1/2,k} - \rho_{i,j}^{n+1/4,k}) = 0.$$

Donc, on a bien $\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \rho_{i,j}^{n+1/2,k} = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \rho_{i,j}^{n+1/4,k}$.

Discrétisation de $\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_3$:

Pour $k \in \{1, \dots, d\}$ et $(i, j) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, J\}$, on pose

$$\rho_{i,j}^{n+3/4,k} = \rho_{i,j}^{n+1/2,k} + (1-P) \times \Delta t \times \rho_{i,j}^{n+1/2,k} \times \left[\sum_{m=1}^J (v_m - v_j) \rho_{i,m}^{n+1/2,k} \right] \times \Delta v.$$

La conservativité est bien vérifiée, car en échangeant les indices muets j et m , on a

$$\sum_{j=1}^J \rho_{i,j}^{n+1/2,k} \sum_{m=1}^J v_m \rho_{i,m}^{n+1/2,k} = \sum_{j=1}^J \rho_{i,j}^{n+1/2,k} \sum_{m=1}^J v_j \rho_{i,m}^{n+1/2,k}.$$

Discrétisation de $\partial_t \rho^k(t, x, v) = T_4$:

Pour $k \in \{1, \dots, d\}$ et $(i, j) \in \{1, \dots, I\} \times \{1, \dots, J\}$, on pose

$$\begin{aligned} \rho_{i,j}^{n+1,k} = \rho_{i,j}^{n+3/4,k} + (1-P) \Delta v \times & \left(\rho_{i,j}^{n+3/4,k} \times \sum_{m=1}^{j-1} (v_m - v_j) \times \sum_{l \neq k} \rho_{i,m}^{n+3/4,l} \right. \\ & \left. + \sum_{l \neq k} \rho_{i,j}^{n+3/4,l} \times \sum_{m=j+1}^J (v_m - v_j) \times \rho_{i,m}^{n+3/4,k} \right) \end{aligned} \quad (7.2)$$

En sommant par parties, on obtient l'égalité

$$\sum_{j=1}^J \rho_{i,j}^{n+3/4,k} \sum_{m=1}^{j-1} (v_m - v_j) \times \sum_{l \neq k} \rho_{i,m}^{n+3/4,l} = \sum_{m=1}^J \sum_{l \neq k} \rho_{i,m}^{n+3/4,l} \times \sum_{j=m+1}^J (v_m - v_j) \rho_{i,j}^{n+3/4,k}$$

qui assure la conservativité (on peut échanger les indices muets j et m au membre de droite).

7.2 Expérimentation : Simulation du modèle de Pavari-Fontana

7.2.1 Description du cas-test

Nous simulons le modèle de Pavari-Fontana par les deux méthodes présentées précédemment : déterministe et stochastique. Ce cas-test concerne une autoroute sans entrée ni sortie sur laquelle sont étudiés deux flux de véhicules. Nous étudions un scénario où le trafic est divisé en deux groupes : une classe I composée de véhicules lents et une classe II de véhicules rapides lancés à l'initialisation. Le groupe I est placé devant le groupe II sur le tronçon initial, il possède une vitesse moins élevée et sa densité est supposée supérieure.

L'intérêt est de voir l'évolution spatio-temporelle des différents flux et l'impact éventuel du groupe leader sur les suiveurs en terme d'interaction de ralentissement et de changement de vitesses.

Nous présentons d'abord les valeurs numériques des paramètres utilisés dans les deux méthodes d'approximation de la densité de l'espace des phases du modèle de Pavari-Fontana. Nous examinons ensuite des propriétés de convergence de chacune de ces méthodes, puis nous confrontons les résultats numériques issus des deux méthodes.

Afin d'initialiser la densité de l'espace des phases, nous utilisons une densité en créneau dont l'expression analytique est la suivante :

$$\rho_0(x, v) = \begin{cases} \rho^I & \text{si } x \in [x_{min}^I, x_{max}^I] \text{ et } v \in [v_{min}^I, v_{max}^I] \\ \rho^{II} & \text{si } x \in [x_{min}^{II}, x_{max}^{II}] \text{ et } v \in [v_{min}^{II}, v_{max}^{II}] \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On calcule la norme L^1 de la densité initiale par $\|\rho_0\|_{L^1} = \rho_0^I \times (X_{max}^I - X_{min}^I) \times (V_{max}^I - V_{min}^I) + \rho_0^{II} \times (X_{max}^{II} - X_{min}^{II}) \times (V_{max}^{II} - V_{min}^{II})$.

Les paramètres du modèle de Paveri-Fontana sont présentés dans le tableau 7.1. Le tableau 7.2 contient les grilles de discrétisation espace-vitesse utilisées dans les deux méthodes.

Paramètres	Valeurs attribuées
v_I^o	25m/s
v_{II}^o	30m/s
V_{des}^I	25m/s
V_{des}^{II}	30m/s
ρ^I, ρ^{II}	0.02, 0.01 veh.s/m ²
τ	15s et 30s
P	0, $\frac{1}{2}$ et 1

Tableau 7.1 – Paramètres du modèle de P-F

Paramètres	Valeurs attribuées
X_{min}^I, X_{max}^I	500m , 1000m
$X_{min}^{II}, X_{max}^{II}$	0m , 300m
V_{min}^I, V_{max}^I	17m/s, 25m/s
$V_{min}^{II}, V_{max}^{II}$	25m/s, 30m/s
$[x_{min}, x_{max}]$	$[-20, 5980]$ m
$[v_{min}, v_{max}]$	$[15.5, 30.5]$ m/s
$[x_{min}^I, x_{max}^I]$	$[500, 1000]$ m
$[x_{min}^{II}, x_{max}^{II}]$	$[0, 300]$ m
$[v_{min}^I, v_{max}^I]$	$[17, 25]$ m/s soit $[61, 90]$ km/h
$[v_{min}^{II}, v_{max}^{II}]$	$[25, 30]$ m/s soit $[90, 108]$ km/h

Tableau 7.2 – Domaines de discrétisation

Initialisation de la méthode particulière

Le nombre de particules N_I dans le groupe I et celui dans le groupe II, N_{II} sont sélectionnés de façon déterministe :

$$N^I = \lceil N \times (X_{max}^I - X_{min}^I) \times (V_{max}^I - V_{min}^I) \times \frac{\rho^I}{\|\rho_0\|_{L^1}} \rceil$$

$$N^{II} = N - N^I.$$

Les positions et vitesses sont générées suivant une loi uniforme à l'initialisation pour chacune des classes comme suit :

Pour le groupe I, les positions et vitesses sont choisies indépendantes et identiquement distribuées : on a $\forall 1 \leq i \leq N_I, X_0^i \hookrightarrow \mathcal{U}[X_{min}^I; X_{max}^I]$ et $V_0^i \hookrightarrow \mathcal{U}[V_{min}^I; V_{max}^I]$. La vitesse désirée de chaque particule de ce groupe est fixée à $V_{des}^i = V_{des}^I$.

De même pour le groupe II, $\forall N_I + 1 \leq j \leq N, X_0^j \hookrightarrow \mathcal{U}[X_{min}^{II}; X_{max}^{II}]$ $V_0^j \hookrightarrow \mathcal{U}[V_{min}^{II}; V_{max}^{II}]$. La vitesse désirée associée est $V_{des}^j = V_{des}^{II}$.

Dans les simulations présentées ici, le nombre de particules est fixé à $N = 10^4$ puis 10^5 particules.

7.2.2 Influence de la probabilité de dépassement

La figure 7.1 montre les positions et vitesses en fonction du temps pour plusieurs choix de la probabilité de dépassement. La figure de gauche représente les vitesses et positions des deux groupes lorsque la probabilité de dépassement vaut 1, le terme d'interaction de l'équation de Paveri-Fontana s'annule, aucun saut des vitesses n'est ainsi observé et tous les véhicules du groupe II dépassent ceux du groupe I sans interagir avec eux.

La figure au centre montre les positions et vitesses pour une probabilité de dépassement $P = \frac{1}{2}$. La durée d'interaction entre les deux groupes est plus longue et on observe bien les sauts des vitesses des particules du groupe II qui sont ralenties.

La figure la plus à droite représente le cas où le dépassement n'est pas autorisé correspondant à une probabilité $P = 0$. Les véhicules dans l'incapacité de dépasser restent derrière et adaptent leurs vitesses à la vitesse désirée des véhicules du groupe qui les précède jusqu'à la fin du temps de simulation considéré. Toutefois, pour un temps de simulation plus long, les véhicules du groupe II finissent par dépasser après un temps d'interaction supérieur à celui du cas où $P = \frac{1}{2}$ par exemple. Ceci amène à constater que la terminologie "probabilité de dépassement" introduite par Prigogine et Hermann [70] n'est peut être pas appropriée pour qualifier ce coefficient, qui n'est autre qu'un paramètre d'ajustement de l'intensité des interactions dans le terme (5.5) du modèle.

Dans la suite, nous fixerons la probabilité de dépassement à $P = \frac{1}{2}$ dans l'ensemble des simulations.

Les vitesses et positions du groupe I sont représentées en rouge, et en bleu, celles du groupe II.

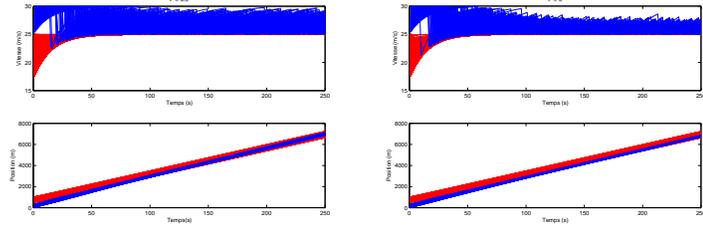


Figure 7.1 – Positions et vitesses lorsque $\tau = 15s$ pour les probabilités de dépassement $P = 1, \frac{1}{2}$ et 0.

7.2.3 Position et vitesse minimales

Lorsqu'il y a une seule classe de véhicules qui ont tous une même vitesse désirée v^o , en posant $v(t) = v^o + (v - v^o)e^{-\frac{t}{\tau}}$ et $x(t) = x + v^o t + \tau(v - v^o)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ qui vérifient $v'(t) = \frac{v^o - v(t)}{\tau}$ et $x'(t) = v(t)$, et en utilisant l'équation de Pavari-Fontana décrivant l'évolution de la densité $\rho(t, x, v)$ de ces véhicules, on obtient que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(e^{-\frac{t}{\tau}} \rho(t, x(t), v(t)) \right) &= e^{-t/\tau} \left(\partial_t \rho(t, x(t), v(t)) + v(t) \cdot \partial_x \rho(t, x(t), v(t)) + \frac{v^o - v(t)}{\tau} \partial_v \rho(t, x(t), v(t)) - \frac{1}{\tau} \rho(t, x(t), v(t)) \right) \\ &= e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\partial_t \rho(t, x(t), v(t)) + v(t) \cdot \partial_x \rho(t, x(t), v(t)) + \frac{v^o - v(t)}{\tau} \partial_v \left(\rho(t, x(t), v) \cdot \frac{v^o - v}{\tau} \right) \Big|_{v=v(t)} \right) \\ &= e^{-\frac{t}{\tau}} (1 - P) \rho(t, x(t), v(t)) \int_0^{+\infty} (w - v(t)) \rho(t, x(t), w) dw. \end{aligned}$$

Ainsi

$$e^{-\frac{t}{\tau}} \rho(t, x(t), v(t)) = \rho_0(x, v) \exp \left((1 - P) \int_0^t e^{-\frac{s}{\tau}} \int_0^{+\infty} (w - v(s)) \rho(t, x(s), w) dw ds \right).$$

Si $\rho_0(x, v)$ s'annule lorsque $v \leq v_{min}$ pour toute position x , on en déduit que $\rho(t, x, v)$ s'annule lorsque $v \leq v^o + (v_{min} - v^o)e^{-\frac{t}{\tau}}$ pour toute position x .

De même lorsque la densité initiale $\rho_0(x, v)$ s'annule pour $x < x_{min}$ ou $v < v_{min}$, on en déduit que $\rho(t, x, v)$ s'annule pour $x < x_{min} + v^o \times t + \tau \times (v_{min} - v^o)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ou $v < v^o + (v_{min} - v^o) \times e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Dans notre cas-test, comme les véhicules du groupe I ne sont pas ralentis par ceux du groupe II qui ont une vitesse supérieure, on peut généraliser le raisonnement pour affirmer que :

$$\begin{aligned} \rho^I(t, x, v) = 0 \quad &\text{si } x < X_{min}^I(t) = X_{min}^I + V_{des}^I \times t + \tau \times (V_{min}^I - V_{des}^I)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \\ &\text{ou } v < V_{min}^I(t) = V_{des}^I + (V_{min}^I - V_{des}^I)e^{-\frac{t}{\tau}}. \end{aligned}$$

Les mêmes arguments peuvent s'appliquer pour affirmer que la densité du groupe II est nulle en-dessous de positions et vitesses minimales données tant que l'interaction avec le groupe I n'a pas eu lieu. Nous nous contenterons ici de le vérifier pour le cas du groupe I seulement.

7.2.4 Calcul du temps de rencontre des deux groupes

Le temps à l'interaction t_{rec} est le temps passé avant que les deux groupes de véhicules ne se rejoignent autrement dit, c'est le premier temps d'interaction.

On définit le temps à l'interaction t_{rec} comme étant le temps qu'il faudra à la particule leader du groupe II pour atteindre la position de la dernière particule du groupe I.

À l'aide des arguments utilisés dans la section précédente, il peut être montré que la position minimale où la densité spatiale du groupe I est non nulle est :

$$X_{min}^I(t) = X_{min}^I + V_{des}^I \times t + \tau \times (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \times (V_{min}^I - V_{des}^I).$$

Tant que les véhicules du groupe II n'ont pas rattrapé ceux du groupe I, un raisonnement analogue permet d'affirmer que la position minimale où la densité spatiale du groupe II est non nulle est :

$$X_{max}^{II}(t) = X_{max}^{II} + V_{des}^{II} \times t.$$

Donc le temps t_{rec} de rencontre des deux groupes vérifie la relation :

$$X_{min}^I - X_{max}^{II} = (V_{des}^{II} - V_{des}^I) \times t_{rec} + \tau \times (1 - e^{-\frac{t_{rec}}{\tau}})(V_{des}^I - V_{min}^I). \quad (7.3)$$

Résolution de l'équation par méthode de Newton

On aboutit à un temps d'interaction t_{rec} solution de l'équation non linéaire en t suivante :

$$f(t) = X_{min}^I - X_{max}^{II} + (V_{des}^{II} - V_{des}^I)t + \tau(v^i - V_{des}^I)(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = 0$$

et qu'on résout à l'aide d'une méthode numérique de Newton dont l'algorithme est basé sur le procédé itératif donné par :

$$t_{k+1} = t_k - \frac{f(t_k)}{f'(t_k)}, \text{ au } k^{\text{ème}} \text{ pas de temps.} \quad (7.4)$$

L'algorithme s'arrêtera lorsque la précision et le nombre d'itérations choisis seront atteints.

Nous pouvons alors vérifier si les résultats numériques observés sur les solutions issues des deux méthodes sont conformes aux valeurs attendues. Le temps de rencontre théorique calculé à partir de la méthode de Newton pour le présent cas-test est de $t_{rec}^{theo} \approx 21.7s$ lorsque le temps de relaxation est fixé à $\tau = 15s$, et $t_{rec}^{theo} \approx 18.2s$ si $\tau = 30s$.

7.2.5 Discussion des résultats

Convergence de la méthode probabiliste

Afin d'étudier la convergence de la méthode probabiliste, nous augmentons le nombre de particules. Celui-ci est multiplié par un facteur 10. La convergence de cette méthode est illustrée par les figures 7.3 à 7.4 suivantes représentant les densités spatiales des deux groupes correspondantes à une simulation avec un nombre de particules $N = 10^4$ (courbes en bleues) et $N = 10^5$ particules (courbes en rouges).

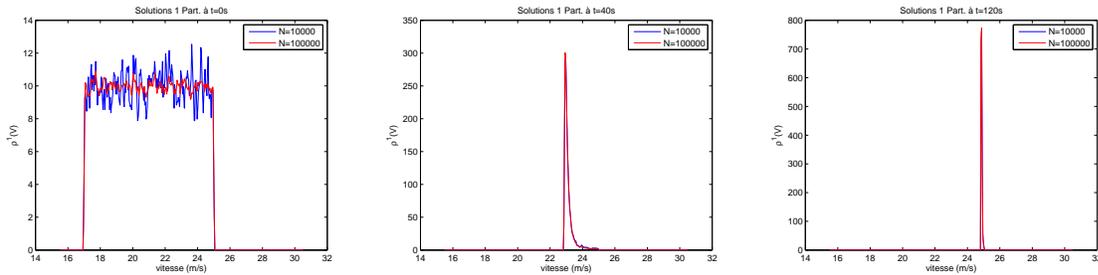


Figure 7.2 – Densités du groupe I suivant la composante v . En bleu, $N = 10^4$ et en rouge $N = 10^5$ particules

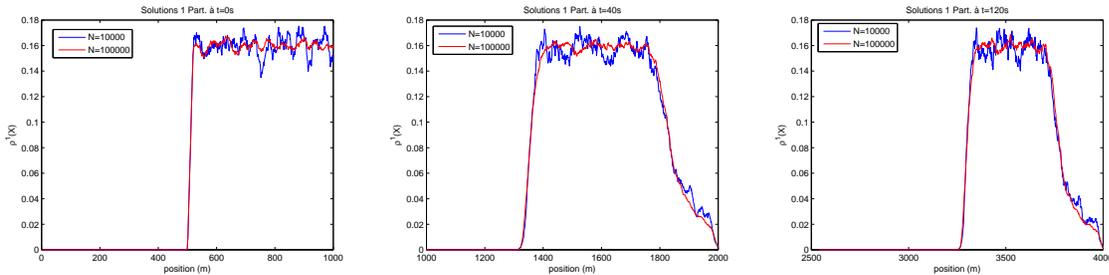


Figure 7.3 – Densités du groupe I suivant la composante x . En bleu, $N = 10^4$ et en rouge $N = 10^5$ particules

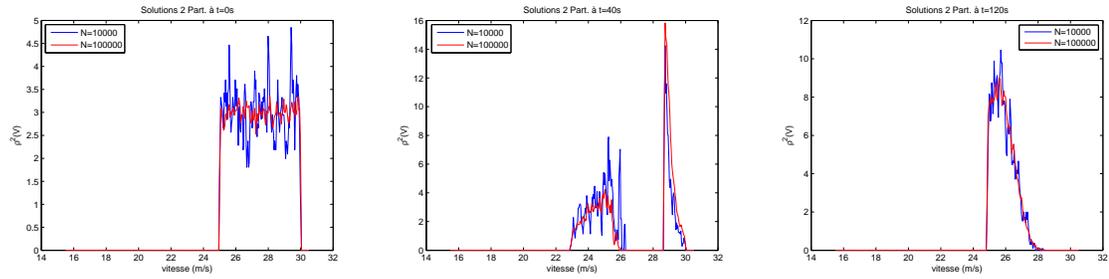


Figure 7.4 – Densités du groupe II suivant la composante v . Pour $N = 10^4$ en bleu et en rouge $N = 10^5$ particules

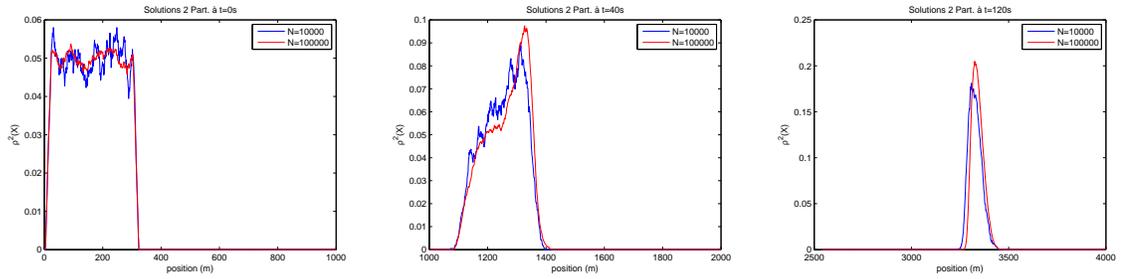


Figure 7.5 – Densités du groupe II suivant la composante x . Pour $N = 10^4$ en bleu et en rouge $N = 10^5$ particules

On retrouve bien la même solution à des fluctuations aléatoires près dont l'amplitude est de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{10}}$ typiquement attendue en respectant le théorème central limite.

Convergence de la méthode déterministe

Nous comparons les résultats du schéma déterministe upwind sur deux maillages de finesse distincte. Les pas de discrétisation Δt , Δx et Δv sont choisis de telle sorte que la condition CFL soit respectée. Les figures 7.6 à 7.9 montrent les densités des deux groupes de véhicules suivant les composantes position et vitesse pour les deux discrétisations.

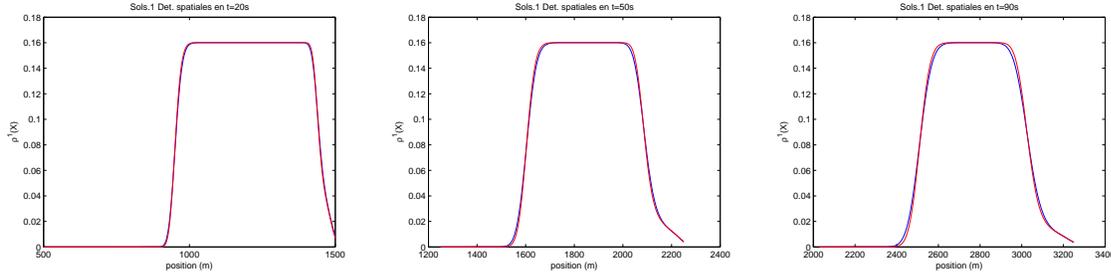


Figure 7.6 – Densités du groupe I suivant la composante x . En bleu : $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-2} s$, $\Delta x = 1.25 m$ et $\Delta v = 2.10^{-2} m/s$. En rouge : $\Delta t = 8.3 \cdot 10^{-3} s$, $\Delta x = 0.83 m$ et $\Delta v = 1.3 \cdot 10^{-2} m/s$

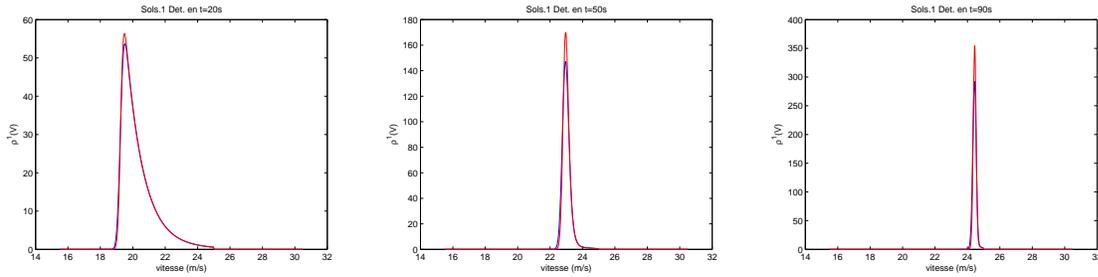


Figure 7.7 – Densités du groupe I suivant la composante v . En bleu : $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-2} s$, $\Delta x = 1.25 m$ et $\Delta v = 2.10^{-2} m/s$. En rouge : $\Delta t = 8.3 \cdot 10^{-3} s$, $\Delta x = 0.83 m$ et $\Delta v = 1.3 \cdot 10^{-2} m/s$

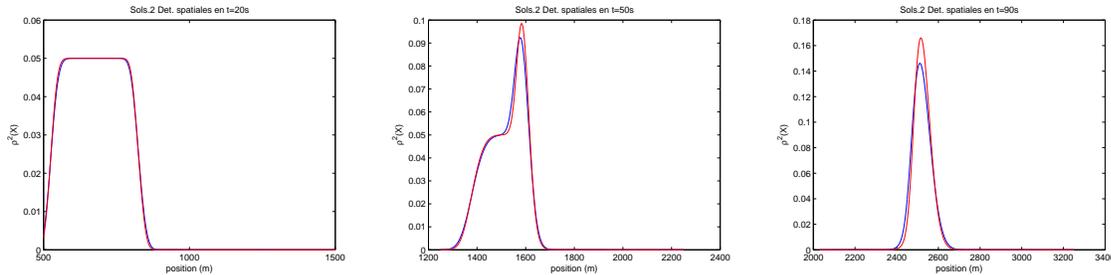


Figure 7.8 – Densités du groupe II suivant la composante x . En bleu : $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-2} s$, $\Delta x = 1.25 m$ et $\Delta v = 2.10^{-2} m/s$. En rouge : $\Delta t = 8.3 \cdot 10^{-3} s$, $\Delta x = 0.83 m$ et $\Delta v = 1.3 \cdot 10^{-2} m/s$

Nous observons que le schéma de différences finies reste stable au cours des itérations numériques.

On observe la convergence de la densité spatiale du groupe I. En temps long, la densité en vitesse de ce groupe tend vers la quantité $\rho^I \times (X_{max}^I - X_{min}^I) \times (V_{max}^I - V_{min}^I)$ multipliée par la masse de Dirac en $V_{des}^I = 25 m/s$. L'approximation de cette mesure sur une grille discrète pose problème, ce qui explique l'écart observé entre les deux solutions approchées sur la figure 7.2 en $t = 90s$. La densité spatiale approchée du groupe II au temps $t = 90s$ est légèrement plus concentrée pour la discrétisation fine que pour la discrétisation grossière (voir la figure 7.8). Cela est dû à la diffusion numérique et il faudrait encore raffiner les pas pour pouvoir observer la convergence.

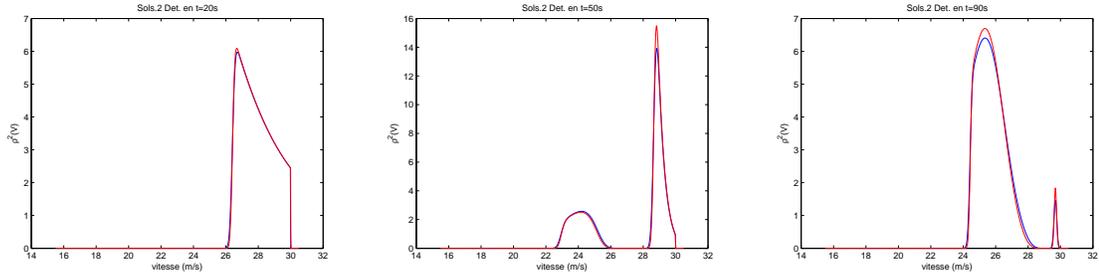


Figure 7.9 – Densités du groupe II suivant la composante v . En bleu : $\Delta t = 1.25 \cdot 10^{-2} s$, $\Delta x = 1.25 m$ et $\Delta v = 2 \cdot 10^{-2} m/s$. En rouge : $\Delta t = 8.3 \cdot 10^{-3} s$, $\Delta x = 0.83 m$ et $\Delta v = 1.3 \cdot 10^{-2} m/s$

Comparaison des deux méthodes

Les figures 7.10 à 7.13 montrent l'évolution temporelle des densités en espace et en vitesse issues des deux méthodes. Celles-ci illustrent l'adéquation des deux méthodes. Les figures 7.14 à 7.15 donnent respectivement les densités bidimensionnelles solutions approchées du modèle de Pavri-Fontana par la méthode déterministe puis par la méthode stochastique.

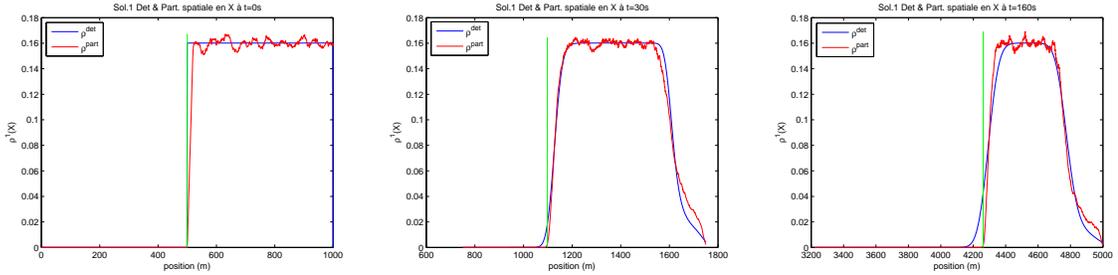


Figure 7.10 – Densités du groupe I suivant la composante x . En bleu – celle calculée par la méthode déterministe et en rouge – par la méthode probabiliste. Le trait vert | délimite la position minimale X_{min}

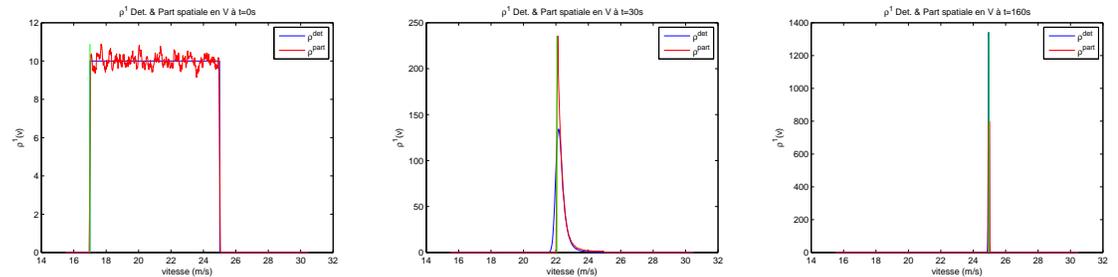


Figure 7.11 – Densités du groupe I suivant la composante v . En bleu – celle calculée par la méthode déterministe et en rouge – par la méthode probabiliste. Le trait vert | délimite la vitesse minimale V_{min}

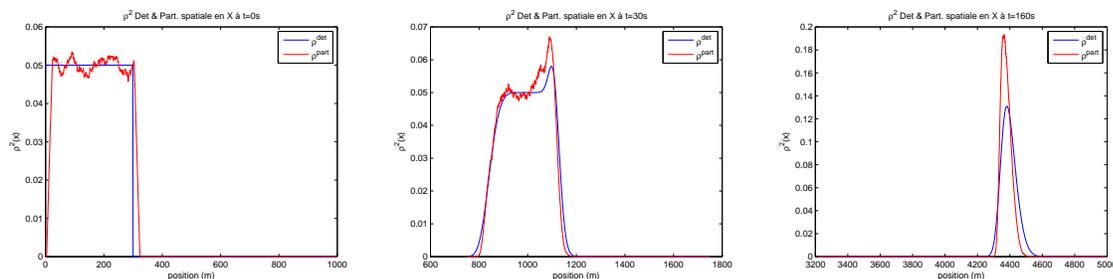


Figure 7.12 – Densités du groupe II suivant la composante x. En bleu – celle calculée par la méthode déterministe et en rouge – par la méthode probabiliste

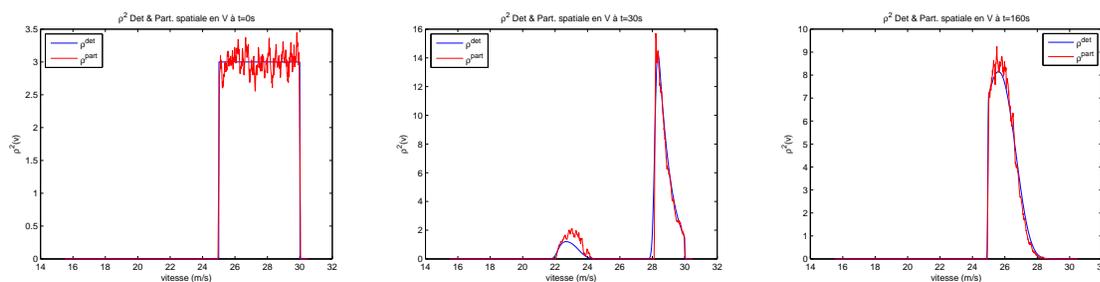


Figure 7.13 – Densités du groupe II suivant la composante v. En bleu – calculée par la méthode déterministe et en rouge – par la méthode probabiliste

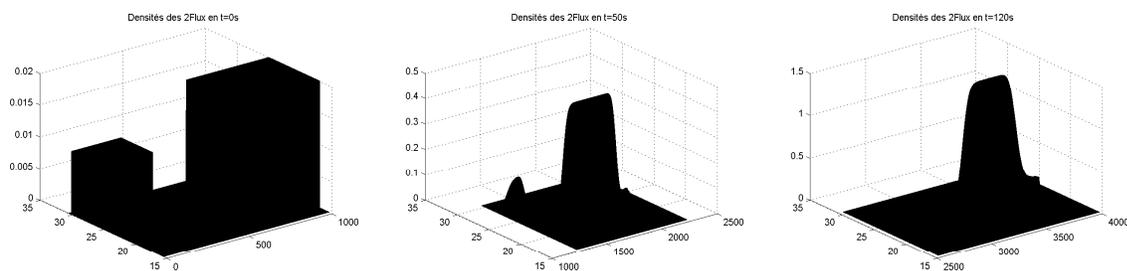


Figure 7.14 – Densités des deux groupes calculées par la méthode déterministe

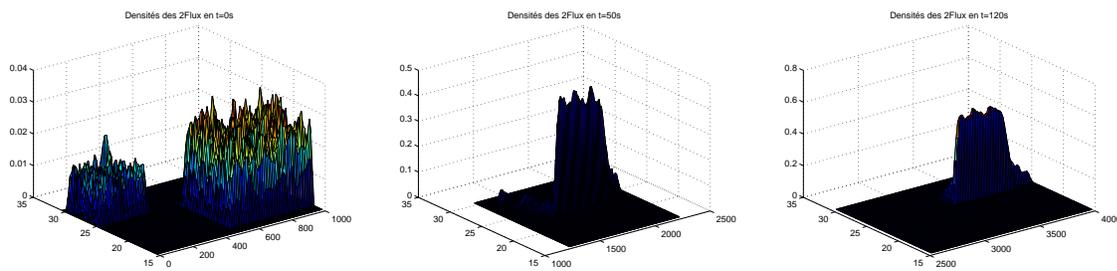


Figure 7.15 – Densités des deux groupes calculées par la méthode stochastique

La figure 7.16 donne les erreurs calculées entre les densités unidimensionnelles issues des deux méthodes. Les erreurs s'amplifient au cours des simulations, mais les erreurs entre les densités spatiales du groupe I restent raisonnables.

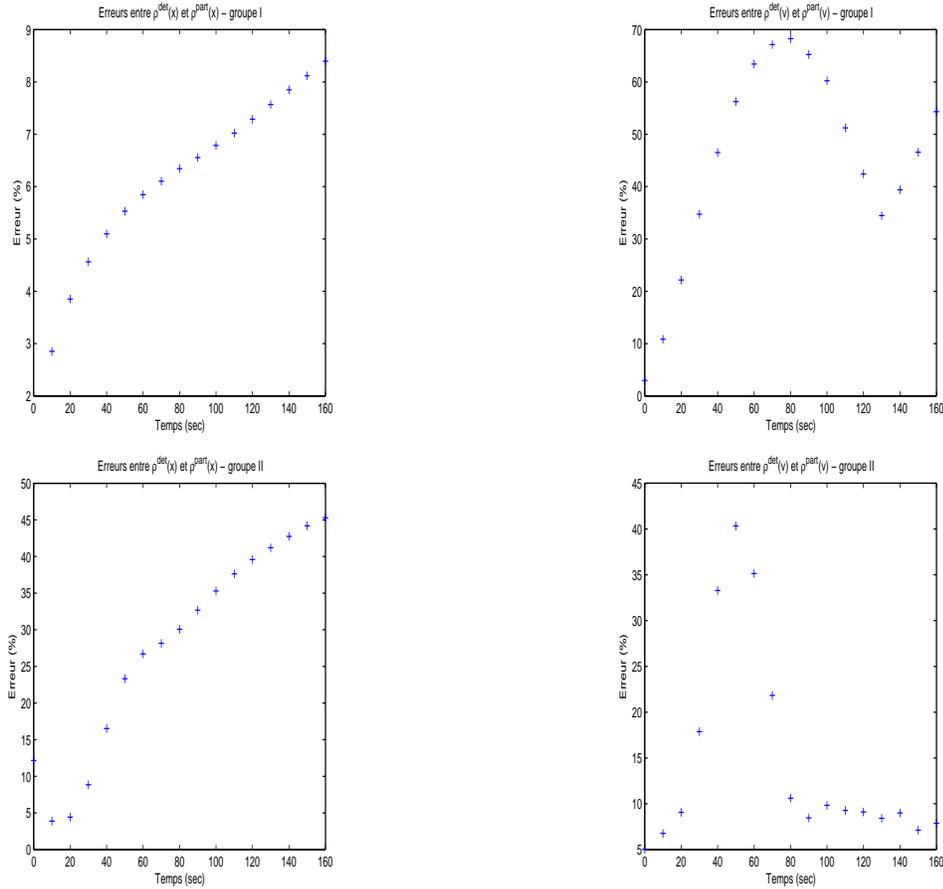


Figure 7.16 – Erreurs entre densités calculées par les deux méthodes

La méthode déterministe détecte l'interaction à $t_{rec}^{det} \in [18s, 19s]$ lorsque $\tau = 30s$ et si $\tau = 15s$, on obtient $t_{rec}^{det} \in [20s, 21s]$. La méthode stochastique localise quant à elle l'interaction entre les groupes à l'instant $t_{rec}^{part} \approx 18s$, tandis que l'algorithme de Newton le prédit à 18.2 secondes lorsque le temps de relaxation $\tau = 30s$ et à 21.7 secondes pour $\tau = 15s$. Le fait que la méthode déterministe anticipe légèrement ce temps d'interaction est dû à la diffusion numérique introduite par le terme du second ordre contenu dans le schéma upwind.

Les figures 7.10 et 7.11 des densités unidimensionnelles respectivement en espace et en vitesse du groupe I obtenues par la méthode particulière confirment qu'en dehors des positions et vitesses minimales, les densités sont nulles. Tandis que la densité déterministe ne s'annule qu'en dessous de la vitesse et position minimales.

Les observations numériques montrent que les deux méthodes sont concordantes entre elles et sont globalement en accord avec les propriétés du modèle.

La figure 7.16 donne l'évolution des erreurs L^1 relatives entre les deux méthodes au cours du temps. Par exemple, le graphique en haut à gauche indique l'évolution de la quantité $\frac{\int_x \left| \int_v \rho_I^{det}(t,x,v) - \rho_I^{part}(t,x,v) dv \right| dx}{\rho^I \times (X_{max}^I - X_{min}^I) \times (V_{max}^I - V_{min}^I)}$.

L'erreur sur la densité spatiale du groupe I reste faible (moins de 10%) jusqu'au temps 160s. La dégradation de l'erreur sur la densité en vitesse de ce groupe est sans doute liée à la difficulté pour la méthode déterministe de rendre compte de la convergence de cette densité vers $\rho^I \times (X_{max}^I - X_{min}^I) \times (V_{max}^I - V_{min}^I) \times$ la masse de Dirac en V_{des}^I . De plus, l'erreur L^1 n'est plus un critère pertinent pour mesurer un tel écart entre deux distributions de Dirac. Il serait intéressant d'évaluer ces erreurs en utilisant d'autres critères plus fins adaptés aux distributions sur \mathbb{R} (ou intervalle).

La dégradation des erreurs sur les densités du groupe II est visible dès le temps de rencontre des deux groupes. L'interaction entre les deux groupes a dû contribuer à l'altération de l'approximation de la solution pour ce groupe

par les deux méthodes. Pour améliorer ces résultats et diminuer l'erreur sur les densités en vitesse et en espace, il faudrait certainement raffiner les pas de discrétisation de la méthode déterministe.

La méthode stochastique se distingue néanmoins par son coût numérique. Elle a l'avantage d'être beaucoup moins coûteuse en temps de calcul que la méthode déterministe. À titre de comparaison, pour un horizon temporel $T = 180s$ l'approximation des densités par la méthode déterministe a pris une dizaine de jours contre 27 heures pour générer les positions et vitesses des particules par la méthode stochastique.

Conclusion Générale

Nos travaux avaient deux principaux objectifs : la modélisation du processus d'insertion à un niveau microscopique d'une part, et la simulation d'un modèle d'écoulement de trafic à une échelle mésoscopique de l'autre.

Synthèse des travaux et perspectives de la partie I

Notre démarche dans la première partie de cette thèse a consisté d'abord à observer des données empiriques afin d'identifier les principales caractéristiques de l'écoulement du trafic sur le site SAROT.

Les modèles d'insertion existants ne sont pas adaptés aux données issues du site SAROT dont nous disposons compte tenu de la discrétisation de ce dernier. Par conséquent, nous avons proposé deux choix de modélisations capables de reproduire avec des taux de reconnaissance satisfaisants les manoeuvres d'insertion. La première modélisation est basée sur la régression logistique. Celle-ci a permis de diriger le choix des variables de créneaux utilisées dans la seconde modélisation qui est comportementale, en s'appuyant sur des résultats de tests statistiques effectués pour sélectionner les variables les plus pertinentes dans le processus d'insertion.

Les résultats de l'analyse des observations ont révélé que :

- les vitesses d'insertion sont croissantes avec les lieux d'insertion ;
- près d'une insertion sur deux se produisait avant le milieu de la voie d'accélération et que près de 95% des véhicules s'inséraient avant les 50 derniers mètres de cette voie ;
- les véhicules d'insertion acceptaient parfois des temps intervéhiculaires très courts ($< 2s$) avec leurs leaders ou suiveurs, malgré la fluidité du trafic sur ce tronçon d'autoroute ;
- les créneaux temporels avec le leader acceptés décroissent au fur et à mesure que les véhicules d'insertion s'approchent de la fin de la voie d'accélération. Cette tendance est inversé pour les créneaux acceptés avec le suiveur ;
- 50% des insertions se produisaient avant que le véhicule suiveur du véhicule d'insertion sur la voie principale ne dépasse ce dernier. C'est une conséquence du faible débit sur l'ensemble des voies du site SAROT ;
- l'impact des insertions sur les véhicules (exprimé en nombre de changements de voie) circulant sur la voie adjacente est plus important lorsque les manoeuvres ont lieu au début de la voie d'accélération plutôt qu'à la fin ;
- les insertions en milieu de voie se font avec une marge de sécurité plus importante que celles en début ou en fin de voie en terme du temps à la collision avec le véhicules leader et suiveur sur la voie principale.

Le fait que l'ensemble des insertions ont lieu sans conflit peut aussi indiquer un comportement coopératif des conducteurs.

Par ailleurs, les deux modélisations concluent à l'importance de la vitesse relative avec le leader Dv_L (et plus généralement les variables liant le véhicule d'insertion à son leader) dans la description des insertions en début de voie d'accélération et de celle de la vitesse du véhicule d'insertion dans la décision du conducteur arrivant en fin de voie sans s'être inséré. En effet, les véhicules arrivant aux abords de la fin de la voie d'accélération s'inséreront en forçant le passage et se préoccuperont moins des véhicules suiveurs et plus de leurs leaders.

Les modèles proposés sont propres à chaque point de mesure, en conséquence, les modèles retenus pour avoir le pourcentage de succès le plus élevé peuvent être distincts d'un point à l'autre. Ces différents modèles peuvent être synthétisés en un modèle unique d'insertion en introduisant une nouvelle variable représentant la position longitudinale.

La discrétisation du site SAROT a pu engendrer des pertes d'informations comme l'imprécision des lieux d'insertion. Ceci empêche malheureusement d'analyser plus finement le phénomène d'insertion. Néanmoins, l'ensemble de la méthodologie développée dans la partie I est suffisamment robuste et pourrait être appliqué sur d'autres

sites. Une question naturelle est de savoir à partir de quelle finesse du dispositif de recueil de données, les modèles donneraient des résultats plus satisfaisants.

Dans le cadre d'un partenariat de recherche, l'IFSTTAR dispose de données sous forme de trajectoires continues de véhicules sur la rocade sud de Grenoble, issues du projet MOCOpo¹ qui pourraient permettre de déterminer ce seuil optimal.

Synthèse des résultats et perspectives de recherche de la partie II

Après une brève étude bibliographique sur les modèles mésoscopiques, notre choix s'est arrêté sur le modèle de Pavari-Fontana [68], en raison de sa simplicité notamment. Ce modèle est un des précurseurs de modèles plus récents tels les modèles de Hoogendoorn et Bovy [38], Klar [49], Illner [41], Helbing [29], etc. La simulation de ces modèles se fait habituellement par approche déterministe. Dans la seconde partie de cette thèse, nous avons établi une méthode stochastique d'approximation de la solution du modèle de Pavari-Fontana. La méthode a été comparée sur la base d'un scénario de trafic simulé, à une méthode déterministe plus classique coûteuse en temps de calcul mais qu'il doit être possible d'améliorer. Le dernier chapitre de cette thèse a mis en évidence l'intérêt d'une approche particulière stochastique dans la résolution de l'équation cinétique de ce modèle.

Nous avons retenu certaines propriétés du modèle de Pavari-Fontana, dans le but de vérifier que les méthodes de simulation arrivent à les reproduire correctement. Ces propriétés sont : la détection du temps d'interaction et la nullité de la densité solution au delà d'une vitesse et d'une position minimales.

Les résultats des simulations ont montré :

- la conformité des deux méthodes par rapport aux propriétés du modèle qu'elles simulent ;
- que la méthode déterministe anticipe légèrement le premier temps d'interaction t_{rec} à cause de la diffusion numérique générée dans le schéma upwind ;
- que la densité solution du schéma stochastique est bien nulle en dehors du support comme attendu, mais que cet intervalle est plus grand pour la solution déterministe, phénomène sans doute aussi dû à la diffusion numérique.

Dans l'exemple traité, un premier groupe de véhicules avec une vitesse désirée plus faible était rattrapé par un second groupe avec une vitesse désirée plus élevée, ce qui a permis de tester l'aptitude du modèle à rendre compte de la perturbation ainsi occasionnée pour le second groupe de véhicules.

D'autres scénarios de trafic peuvent être envisagés comme le cas de trois flux de trafic, de flux circulant sur un anneau ou une bretelle d'autoroute.

La validation de la performance de notre méthode sur des jeux de données réelles est souhaitable. La réalisation de cette étape n'a pas pu se faire pendant la thèse vu que de telles données ne sont pas en notre possession.

Le modèle de Pavari-Fontana [68] ne prend pas en compte le caractère multivoies de la route, mais celui-ci peut être introduit en considérant par exemple que la variable position x est bidimensionnelle $x = (x_1, x_2)$ représentant à la fois la position longitudinale x_1 et la position latérale x_2 . La généralisation de la méthode probabiliste présentée ici aux modèles étendus comme le modèle multiclassés et multivoies de Hoogendoorn et Bovy [38] mériterait aussi d'être étudiée.

Au vu de la première partie de cette thèse, une question naturelle est de savoir si on peut étendre le modèle de Pavari-Fontana afin de prendre en compte une bretelle d'insertion.

Prise en compte de l'insertion dans l'EDP

Nous proposons ici quelques pistes pour modifier le modèle de Pavari-Fontana et prendre en compte l'insertion d'un flux provenant d'une bretelle d'entrée dans un flux principal.

En considérant que les véhicules d'insertion s'insèrent tous avec la vitesse déterministe v_{ins} , avec une position uniforme sur la voie d'accélération et avec une vitesse désirée distribuée suivant la loi de probabilité ν , l'équation de Pavari-Fontana est modifiée de la façon suivante :

1. Measuring and mOdelling traffic COngestion and POllution

$$\begin{aligned}
\partial_t \rho(t, x, v, v^o) + v \cdot \partial_x \rho(t, x, v, v^o) &= -\partial_v \left[\rho(t, x, v, v^o) \cdot \frac{v^o - v}{\tau} \right] \\
+ (1 - P) \bar{\rho}(t, x, v) \int_v^\infty (w - v) \rho(t, x, w, v^o) dw &- (1 - P) \rho(t, x, v, v^o) \int_0^v (v - w) \bar{\rho}(t, x, w) dw \\
+ \lambda_{ins} \times \frac{\mathbb{I}_{\{x_i \leq x \leq x_f\}}}{x_f - x_i} \delta_{v_{ins}}(dv) \nu(dv^o) &
\end{aligned} \tag{7.5}$$

- $\frac{\mathbb{I}_{\{x_i \leq x \leq x_f\}}}{x_f - x_i}$ indique que l'insertion se fait uniformément sur la longueur de la voie d'accélération. x_i étant le début de la voie d'insertion et x_f la fin de la voie.
 - ν est la loi de probabilité des vitesses désirées des véhicules d'insertion.
 - $\lambda_{ins} = \frac{d}{dt} \int \rho(t, x, v, v^o) dx dv dv^o$ est le nombre moyen de véhicules qui s'insèrent en une unité de temps.
- Notons que les véhicules s'insèrent indépendamment du flux principal.

Généralisation :

On pourrait choisir plus généralement le terme d'insertion comme : $\lambda_{ins} \mu(X_{ins}, V_{ins}, V_{des})(dx, dv, dv^o)$, où μ serait une probabilité sur $[x_i, x_f] \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}_+$ permettant de prendre en compte des aspects empiriques des positions/vitesses d'insertion/vitesses désirées induits par les comportements des conducteurs. Il est par exemple naturel que la vitesse d'insertion V_{ins} et la vitesse désirée V_{des} soient positivement corrélées sous la loi $\mu(X_{ins}, V_{ins}, V_{des})$. En effet, on rappelle que V_{ins} et X_{ins} sont positivement corrélées au vu de la partie I.

Éléments pour la simulation du modèle proposé

L'interprétation probabiliste de l'équation (7.5) sous forme d'équation de Fokker-Planck non linéaire se fait de façon similaire à celle présentée dans la thèse, le terme d'insertion apparaissant comme un terme source.

Afin de simuler l'équation (7.5), nous fixons le nombre de particules initial à N correspondant à $\|\rho_0\|_{L^1}$ véhicules, chaque particule représentera $\frac{\|\rho_0\|_{L^1}}{N}$ véhicules. En moyenne, nous devons insérer une particule dans le flux principal toutes les ς unités de temps, avec ς donné par l'équation $\lambda_{ins} \times \varsigma = \frac{\|\rho_0\|_{L^1}}{N}$.

L'insertion de particules se fera aux instants de sauts d'un second processus de Poisson d'intensité $\frac{\lambda_{ins} \times N}{\|\rho_0\|_{L^1}}$ indépendant du processus utilisé pour générer les interactions.

Les triplets positions, vitesses, vitesses désirées des particules qui s'insèrent sont indépendants et identiquement distribués suivant la loi $\mu(X_{ins}, V_{ins}, V_{des})$.

Dès leur insertion, il faut prendre en compte les nouvelles particules dans l'interaction.

Annexe A

Annexe

A.1 Indicateur de confiance des mesures

Calcul du coefficient de fiabilité des données issue de SAROT se calcule de la manière suivante :

$$I_c \in [1, 5]$$

C_1 . Si toutes les mesures sont présentes \rightarrow on affecte 2 points : $c_1 = 2$

C_2 . S'il n'y a pas de chevauchement du véhicule (sur 2 boucles latérales sur deux voies) \rightarrow on affecte 1 point : $c_2 = 1$

C_3 . S'il n'y a pas de coïncidence (2 véhicules au même instant sur voies différentes) \rightarrow on affecte 1 point : $c_3 = 1$

C_4 . Si la mesure estimée par le système est non dégradée \rightarrow on affecte 1 point : $c_4 = 1$

Et finalement, l'indice est donné par la somme des points attribués à chaque condition.

Soit,

$$I_c = \sum_j c_j, \quad j \in \{1, 2, 3, 4\}$$

A.2 Statistiques élémentaires

Les vitesses relatives sont calculées comme suit :

$$Dv_L = V_L - V_C$$

$$Dv_F = V_C - V_F$$

Les statistiques sur les créneaux de vitesses et de temps intervéhiculaires avant et arrière acceptés ainsi que celles sur les créneaux refusés sont présentés dans les tableaux A.1 à A.5.

A.3 Intervalles de recherche de créneaux de modèles comportementaux

Les intervalles de recherche des seuils critiques au point 4 (en présence du leader uniquement) :

- $V_C \in [46; 116]$ (avec un pas de discrétisation de 1km/h)
- $V_C - V_L \in [-35; 26]$ (avec un pas de discrétisation de 1km/h)
- $T_L \in [0; 5]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01sec)
- $\frac{V_L}{V_C} \in [0; 2]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01)
- $T_L \times V_C \in [0; 131]$ (avec un pas de discrétisation de 0.1m)
- $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \in [0; 304]$ (avec un pas de discrétisation de $0.5s^{-1}$)
- $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \in [0; 304]$ (avec un pas de discrétisation de $0.5s^{-1}$)
- $\frac{|V_L - V_C|}{T_L} \in [0; 32]$ (avec un pas de discrétisation de $0.1m/s^2$)

Les intervalles de recherche des seuils critiques au point 5 :

- $V_C \in [56; 169]$ (avec un pas de discrétisation de 1km/h)
- $V_C - V_L \in [-35; 91]$ (avec un pas de discrétisation de 1km/h)
- $T_L \in [0; 5]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01sec)
- $\frac{V_L}{V_C} \in [0; 2]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01)
- $T_L \times V_C \in [0; 127]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01m)
- $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \in [0; 100]$ (avec un pas de discrétisation de $1s^{-1}$)
- $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \in [0; 300]$ (avec un pas de discrétisation de $1s^{-1}$)
- $\frac{|V_L - V_C|}{T_L} \in [0; 67]$ (avec un pas de discrétisation de $0.01m/s^2$)

Les intervalles de recherche des seuils critiques au point 6 :

- $V_C \in [50; 110]$ (avec un pas de discrétisation de 1km/h)
- $V_C - V_L \in [52; 130]$ (avec un pas de discrétisation de 1km/h)
- $T_L \in [0; 5]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01sec)
- $\frac{V_L}{V_C} \in [0.5; 2.5]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01)
- $T_L \times V_C \in [2; 470]$ (avec un pas de discrétisation de 0.01m)
- $\frac{T_L \times V_C}{V_C - V_L} \in [-500; 415]$ (avec un pas de discrétisation de $2s^{-1}$)
- $\frac{T_L \times V_C}{V_L - V_C} \in [-415; 500]$ (avec un pas de discrétisation de $2s^{-1}$)
- $\frac{|V_L - V_C|}{T_L} \in [0; 1.5]$ (avec un pas de discrétisation de $0.01m/s^2$)

Effectif(ins=0,noins=540)	V_C acceptée	V_C rejetée	T_L accepté	T_L rejeté	D_{vL} acceptée	D_{vL} rejetée	T_F accepté	T_F rejeté	D_{vF} acceptée	D_{vF} rejetée
Moyenne	"N"	72.2km/	"N"	1.6s	"N"	11.54km/h	"N"	1.8s	"N"	-14.1km/h
STD	"N"	6.2	"N"	1.22	"N"	11.66	"N"	1.28	"N"	9.43
Médiane	"N"	72km/h	"N"	1.2s	"N"	11km/h	"N"	1.56s	"N"	-14km/h
Min	"N"	53km/h	"N"	0s	"N"	-14km/h	"N"	0s	"N"	-42km/h
Max	"N"	91km/h	"N"	4.94s	"N"	45km/h	"N"	5s	"N"	20km/h

Tableau A.1 – Statistiques de base sur les principales variables avec Leader au point 7

Effectif(n=117,moins=448)	V_C acceptée	V_C rejetée	T_L accepté	T_L rejeté	D_{oL} acceptée	D_{oL} rejetée	T_F accepté	T_F rejeté	D_{oF} acceptée	D_{oF} rejetée
Moyenne	79,8km/h	75,14km/h	1,47s	1,6s	-2,35 km/h	9,24km/h	2,08s	1,8s	-4,3km/h	-10km/h
STD	7,5	7,1	0,9	1,2	10,1	10,4	1,26	1,23	8,8	9,5
Médiane	79km/h	75km/h	1,06s	1,2s	-3km/h	9km/h	1,79s	1,51s	-4km/h	-9km/h
Min	53km/h	49km/h	0,3s	0s	-28km/h	-19km/h	0s	0s	-27km/h	-39km/h
Max	96km/h	101km/h	4,78s	4,9s	27km/h	45km/h	4,91s	4,94s	17km/h	23km/h

Tableau A.2 – Statistiques de base sur les principales variables avec Leader au point 6

Effectif(Ins=350, noins=215)	V_C acceptée	V_C rejetée	Tiv_L accepté	Tiv_L rejeté	Dv_L acceptée	Dv_L rejetée	Tiv_F accepté	Tiv_F rejeté	Dv_F acceptée	Dv_F rejetée
Moyenne	81.9km/h	77.4km/h	1.7s	1.5s	2.39km/h	9.59km/h	1.93s	1.8s	-2.9km/h	-6.8km/h
STD	7.2	8.9	1.22	1.27	8.8	11.35	1.18	1.12	8.27	9.45
Médiane	82km/h	77km/h	1.3s	1.12s	2km/h	10km/h	1.56s	1.56s	-2km/h	-6km/h
Min	50km/h	30km/h	0.03s	0s	-26km/h	-13km/h	0.16s	0s	-40km/h	-48km/h
Max	103km/h	101km/h	4.98s	4.9s	36km/h	51km/h	4.91s	4.92s	30km/h	13km/h

Tableau A.3 – Statistiques de base sur les principales variables au point 5

Effectif(n=193 ;moins=33)		V_C acceptée	V_C rejetée	T_L accepté	T_L rejeté	D_{vL} acceptée	D_{vL} rejetée	T_P accepté	T_P rejeté	D_{vP} acceptée	D_{vP} rejetée
Moyenne		84.3km/h	79.4km/h	1.46s	1.7s	3.34km/h	9.39km/h	1.87s	1.85s	-0.94km/h	-6.12km/h
STD		7.8	9.6	1.07	1.4	9.8	12	1.01	1.47	8.8	9.8
Médiane		84km/h	75km/h	1.1s	1.43s	3km/h	7km/h	1.65s	1.5s	-1km/h	-7km/h
Min		67km/h	65km/h	0.13s	0s	-19km/h	-11km/h	0.15s	0.16s	-31km/h	-20km/h
Max		110km/h	102km/h	4.99s	4.99s	37km/h	46km/h	5s	4.97s	24km/h	19km/h

Tableau A.4 – Statistiques de base sur les principales variables au point 4

Effectif (ins=25, noins=0)	V_C acceptée	V_C rejetée	T_L accepté	T_L rejeté	Dv_L acceptée	Dv_L rejetée	T_F accepté	T_F rejeté	Dv_F acceptée	Dv_F rejetée
Moyenne	84km/h	"N"	1.37s	"N"	3.08km/h	"N"	2.37s	"N"	0.6km/h	"N"
STD	12.28	"N"	1.21	"N"	15.15	"N"	1.28	"N"	12.6	"N"
Médiane	86km/h	"N"	0.89s	"N"	1km/h	"N"	2.11s	"N"	0km/h	"N"
Min	58km/h	"N"	0.12s	"N"	-32km/h	"N"	0.13s	"N"	-21km/h	"N"
Max	109km/h	"N"	4.33s	"N"	50km/h	"N"	4.94s	"N"	25km/h	"N"

Tableau A.5 – Statistiques de base sur les principales variables avec Leader au point 3

Table des figures

1.1	Configuration d'une zone d'insertion typique	10
2.1	Localisation du site SAROT, source : google map	29
2.2	Site d'expérimentation SAROT	30
2.3	Vitesses typiques en chaque point de mesure	31
2.4	Vitesses des véhicules collectées le matin	31
2.5	Vitesses des véhicules collectées en après-midi	31
3.1	Pourcentages des insertions en chaque point pour la session matinale 573	40
3.2	Pourcentages des insertions en chaque point pour la session d'après midi 654	40
3.3	TTI en chaque point pour la session matinale 573	40
3.4	TTI en chaque point pour la session d'après midi 654	40
3.5	VTI au point $j - 1$ si insertion au capteur j pour la session matinale 573	41
3.6	VTI au point $j - 1$ si insertion au capteur j pour la session d'après midi 654	41
3.7	Pourcentages des nombres de changements de voie des véhicules partenaires en matinée	42
3.8	Pourcentages des nombres de changements de voie des véhicules partenaires en A-M	42
3.9	Variation des vitesses des véhicules d'insertion en partenariat au point 4	43
3.10	Variation des vitesses du partenaire suiveur si le véhicule d'insertion s'insère au point 4	43
3.11	CasB=	44
3.12	CasB-	44
3.13	CasB*	44
3.14	CasF=	45
3.15	CasF-	45
3.16	CasF*	45
3.17	TTC en chaque point pour la session matinale 573	47
3.18	TTC en chaque point pour la session d'après midi 654	47
3.19	TTC entre les véhicules L et C acceptées aux points 6,5,4 et 3	48
3.20	TTC entre les véhicules C et F acceptées aux points 6,5,4 et 3	48
3.21	Vitesses des véhicules d'insertion V_C acceptées aux points 6,5,4 et 3	48
3.22	Vitesses des véhicules d'insertion V_C refusées aux points 7,6,5 et 4	48
3.23	Créneaux T_L acceptés aux points 6,5,4 et 3	49
3.24	Créneaux T_L refusés aux points 7,6,5 et 4	49
3.25	Créneaux T_F acceptés aux points 6,5,4 et 3	49
3.26	Créneaux T_F refusés aux points 7,6,5 et 4	49
3.27	Vitesses relatives entre C et L s'il y a insertion aux points 6,5,4 et 3	49
3.28	Vitesses relatives entre C et L en cas d'échec d'insertion aux points 7,6,5 et 4	49
3.29	Vitesses relatives entre C et F s'il y a insertion aux points 6,5,4 et 3	50
3.30	Vitesses entre C et F en cas d'échec d'insertion aux points 7,6,5 et 4	50
4.1	Configuration de la zone insertion	53
4.2	Probabilités d'insertion prédites aux capteurs 6,5 et 4	57
4.3	Probabilités prédites en fonction de la vitesse du véhicule d'insertion	57
4.4	Probabilité a posteriori prédite au point 6	57
4.5	Probabilité a posteriori prédite au point 5	57
4.6	Probabilité a posteriori prédite au point 4	57
4.7	Probabilité a posteriori prédite aux différents capteurs	67

4.8	Probabilité a posteriori prédite en fonction de V_C	67
4.9	Probabilité a posteriori prédite au pt 4	67
4.10	Probabilité a posteriori prédite au pt 5	67
4.11	Probabilité a posteriori prédite au pt 6	67
7.1	Positions et vitesses lorsque $\tau = 15s$ pour les probabilités de dépassement $P = 1, \frac{1}{2}$ et 0.	100
7.2	Densités part-part. du groupe I suivant la composante v.	101
7.3	Densités part-part. du groupe I suivant la composante x.	101
7.4	Densités part-part. du groupe II suivant la composante v.	102
7.5	Densités part-part. du groupe II suivant la composante x.	102
7.6	Densités det-det. du groupe I suivant la composante x.	103
7.7	Densités det-det. du groupe I suivant la composante v.	103
7.8	Densités det-det. du groupe II suivant la composante x.	103
7.9	Densités det-det. du groupe II suivant la composante v.	104
7.10	Densités du groupe I suivant la composante x.	104
7.11	Densités du groupe I suivant la composante v.	104
7.12	Densités du groupe II suivant la composante x.	105
7.13	Densités du groupe II suivant la composante v.	105
7.14	Densités des deux groupes calculées par la méthode déterministe	105
7.15	Densités des deux groupes calculées par la méthode stochastique	105
7.16	Erreurs entre densités calculées par les deux méthodes	106

Liste des tableaux

3.1	Sessions de mesures étudiées	35
3.2	Lignes manquantes par session de mesure étudiée	36
3.3	Pourcentage de blocs de plus de 2 lignes manquantes par session	36
3.4	Nombres de changements de voie par capteur en fonction des sessions étudiées	41
3.5	Tableau des fréquences de changements de voie vers la voie 0	42
3.6	Événements observés au point de mesure 6	45
3.7	Événements observés au point de mesure 5	45
3.8	Événements observés au point de mesure 4	46
3.9	Événements observés au point de mesure 3	46
4.1	Mesures disponibles en chaque capteur	56
4.2	Estimation des paramètres de la régression logistique	56
4.3	Résultats du modèle LOGIT par capteur	57
4.4	Comparaison de modèles sélectionnés par différents critères	60
4.5	Comparaison de modèles comportementaux au point 4 en présence des véhicules L et F	63
4.6	Comparaison de modèles comportementaux au point 5 en présence de L et F	64
4.7	Comparaison de modèles comportementaux au point en présence de L et de F au capteur 6	65
4.8	Données disponibles pour la modélisation	66
4.9	Paramètres estimés du modèle LOGIT en présence du Leader seulement	66
4.10	Résultats du modèle LOGIT en présence du Leader seulement	66
4.11	Mal-identifiés par LOGIT en présence du leader	67
4.12	Comparaison de modèles sélectionnés par différents critères	67
4.13	Modèles comportementaux au point 4 en présence du leader uniquement	69
4.14	Modèles comportementaux au point 5 en présence du leader uniquement	70
4.15	Modèles comportementaux au point 6 en présence du leader uniquement	71
7.1	Paramètres du modèle de P-F	99
7.2	Domaines de discrétisation	99
A.1	Statistiques de base sur les principales variables avec Leader au point 7	115
A.2	Statistiques de base sur les principales variables avec Leader au point 6	116
A.3	Statistiques de base sur les principales variables au point 5	117
A.4	Statistiques de base sur les principales variables au point 4	118
A.5	Statistiques de base sur les principales variables avec Leader au point 3	119

Bibliographie

- [1] K.I. Ahmed. Modeling drivers acceleration and lane changing behaviors. *PhD Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, MIT*, pages 501–515, 1999.
- [2] K.I. Ahmed, M.E. Ben-Akiva, H.N. Koutsopoulos, and R.G. Mishalani. Models of freeway lane changing and gap acceptance behavior. *In Proceedings of the 13th International Symposium on the Theory of Traffic Flow and Transportation*, Elsevier France Lyon :501–515, 1996.
- [3] G. Allaire. *Analyse numérique et optimisation*. Les éditions de l'école polytechnique, 2006.
- [4] R. J. Aumann. *Lectures on Game Theory*. Westview Press, 1989.
- [5] N. Bellomo and M. L. Schiavo. *On the mathematical theory of generalized Boltzmann models*. World scientific, 2000.
- [6] A. Bellouquid and M. Delitala. Asymptotic limits of a discrete kinetic theory model of vehicular traffic. *Applied Mathematics Letters*, 24 :672678, 2011.
- [7] E. Ben-Naim and P.L. Krapivsky. Kinetic theory of traffic flows. *Traffic and Granular Flow*, 2003.
- [8] R.F. Benekohal and J. Tresiterer. Carsim : Car-following model for simulation of traffic in normal and stop-and-go conditions. *Transportation Research Board 1194*, pages 99–111, 1999.
- [9] F. Berthelin, Degond P. Delitala M., and Rascle M. A model for the formation and evolution of traffic jams. *Arch. Rational Mech. Anal.*, 187 :185–220, 2007.
- [10] I. Bonzan and L.M. Gramani Cumin. Modelling and simulations of multilane traffic flow by kinetic theory methods. *Computers and Mathematics with Applications*, 56 :24182428, 2008.
- [11] N. Bouleau and D. Talay. *Probabilités Numériques*. Collection Didactique, INRIA, 1992.
- [12] M. Brackstone, B. Sultan, and M. McDonald. Motorway driver behaviour : studies on car following. *Transportation Research F*, 5 :31–46, 2002.
- [13] W. Brilon, R. Koenig, and R.J. Troutbeck. Useful estimation procedures for critical gaps. *Transportation Research-A*, 33 :161–186, 1999.
- [14] M. Cassidy, P. Chan, B. Robinson, and A.D. May. A proposed analytical technique for the design and analysis of major freeway weaving sections. *UCB-ITS-RR*, University of California, Berkeley, 1990.
- [15] M. Cassidy, S.M. Madanat, M.-H Wang, F. Yang, and R. Troutbeck. Unsignalized intersection capacity and level of service : revisiting critical gap. *Transportation research record*, 1484 :16–23, 1995.
- [16] C.F. Choudhury, M.E. Ben-Akiva, T. Toledo, G. Lee, and A. Rao. Modeling cooperative lane changing and forced merging behavior. *In Transportation Research Board 86th Annual Meeting CD-ROM*, 2007.
- [17] C.F. Choudhury, M.E. Ben-Akiva, T. Toledo, A. Rao, and G. Lee. Cooperative lane changing and forced merging model. *FHWA Draft Report*, 2006.
- [18] P. Conde Cespedes. Etude et caractérisation de pelotons sur des routes à forte circulation-applications. Master's thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2010.
- [19] M. Coscia, V. and Delitala and P. Frasca. On the mathematical theory of vehicular traffic flow ii. discrete velocity kinetic models. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 42 :411421, 2007.
- [20] W. Daamen, M. Loot, and S. P. Hoogendoorn. Empirical analysis of merging behavior at freeway on-ramp. *Proc. 89th Transportation Research Board (TRB) annual meeting, Washington, USA*, 2011.
- [21] C. Daganzo. Estimation of gap acceptance parameters within ans across the population from roadside observation. *Transportation Research Part B, Pergamon Press*, 15B :1–15, 1981.
- [22] I. Danaila, P. Joly, S. M. Kaber, and M. Postel. *Introduction au calcul scientifique par la pratique*. Dunod, Sciences Sup, 2005.

- [23] A. Delitala, M. and Tosin. Mathematical modeling of vehicular traffic : A discrete kinetic theory approach. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 17 :901–932, 2007.
- [24] D.R. Drew. Traffic flow theory and control. 1968.
- [25] P. G. Gipps. A behavioral car-following model for computer simulation. *Transportation Research B*, 15 :105–111, 1981.
- [26] P. G. Gipps. A model for the structure of lane-changing decisions. *Transportation Research B*, 20 :403–414, 1986.
- [27] C. Graham and D. Talay. *Simulation stochastique et méthodes de Monte-Carlo*. Les éditions de l'école polytechnique, 2011.
- [28] B. D. Greenshields. A study of traffic capacity. *Highway Research Board Proceedings*, 14, 1935.
- [29] D. Helbing. Modeling multi-lane traffic flow with queuing effects. *Stat. Mech*, 1998.
- [30] D. Helbing. Derivation of non-local macroscopic traffic equations and consistent traffic pressures from microscopic car-following models. *The European Physical Journal B*, 69 :539548, 2009.
- [31] M. Herty, R. Illner, A. Klar, and V. Panferov. Qualitative properties of solutions of systems of fokker-planck equations in multilane traffic. *Transport Theory and Statistical Physics*, 35 :31–54, 2004.
- [32] M. Herty, R. Illner, and L. Pareschi. Fokker-planck asymptotics for traffic flow. *Kinetic and Related Models*, 3 :165–179, 2010.
- [33] M. R. Herty, A. Klar, and L. Pareschi. General kinetic models for vehicular traffic flow and monte-carlo methods. *Computational Methods in Applied Mathematics*, 5 :155–169, 2005.
- [34] P. Hidas. Modeling lane changing and merging in microscopic traffic simulation. *Transportation Research C* 10, volume :351–371, 2002.
- [35] P. Hidas. Modelling vehicle interactions in microscopic simulation of merging and weaving. *Transportation Research C*, 13 :37–62, 2005.
- [36] S.P. Hoogendoorn. *Multiclass Continuum Modelling of Multilane Traffic Flow*. PhD thesis, Delft University, 1999.
- [37] S.P. Hoogendoorn. Vehicle-type and lane-specific free speed distributions on motorways. *TRB Annual Meeting*, 2005.
- [38] S.P. Hoogendoorn and P.H.L. Bovy. Platoon-based multiclass modeling of multilane traffic flow. *Networks and Spatial Economics*, pages 137–166, 2001.
- [39] S.P. Hoogendoorn and P.H.L. Bovy. State-of-the-art of vehicular traffic flow modelling. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2001.
- [40] S. Y. HWang and C. H. Park. Modeling of the gap acceptance behavior at a merging section of urban freeway. *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 5 :1641–1656, 2005.
- [41] R. Illner. Vlasov-fokker-planck models for multilane traffic flow. *Communications in Mathematical Sciences*, 1 :1–12, 2002.
- [42] R. Illner, A. Klar, and T. Materne. On vlasov-fokker-planck type kinetic models for multilane traffic flow. *AIP Conference Proceedings*, 663 :283, 2003.
- [43] R. Illner, H. Klar, A. Lange, A. Unterreiter, and Wegener R. A kinetic model for vehicular traffic : Existence of stationary solutions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 273 :622–643, 1999.
- [44] F. Jędrzejewski. *Introduction aux méthodes numériques*. Springer, Deuxième édition, 2005.
- [45] B. Jourdain. *Sur l'interprétation probabiliste de quelques équations aux dérivées partielles non linéaires*. PhD thesis, Thèse de doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1998.
- [46] H. Kita. Effects of merging lane length on the merging behavior at expressway on-ramps. In *Proceedings of the 12th International Symposium on the Theory of Traffic Flow and Transportation*, ed. C.F. Daganzo :37–51, 1993.
- [47] H. Kita. A merging-giveway interaction model of cars in a merging section : a game theoretic analysis. *Transportation Research A* 33, ed. C.F. Daganzo :305–312, 1999.
- [48] H. Kita, K. Tanimoto, and K. Fukuyama. A game theoretic analysis of merging-giveway interaction : a joint estimation model. In *Proceedings of the 15th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, pages 503–518, 2002.
- [49] A. Klar and R. Wegener. Enskog-like kinetic models for vehicular traffic. *Journal of Statistical Physics*, 87 :91–114, 1997.

- [50] A. Klar and R. Wegener. A hierarchy of models for multilane vehicular traffic i : Modeling. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 59 :9831001, 1998.
- [51] A. Klar and R. Wegener. A hierarchy of models for multilane vehicular traffic ii : Numerical investigations. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 59 :10021011, 1998.
- [52] A. Kondyli. *Breakdown Probability Model at Freeway-Ramp Merges Based on Driver Behavior*. PhD thesis, 2009.
- [53] A. Kondyli and L. Elefteriadou. Modeling driver behavior at freewayramp merges ou : Breakdown probability model at freeway-ramp merges based on driver behavior. *Transportation Research Record : Journal of the Transportation Research Board, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, D.C.*, 2249, 2011.
- [54] M. Lampis. On the kinetic theory of traffic flow in the case of a nonnegligible number of queueing vehicles. *Transportation Science*, 12, 1978.
- [55] B. Lapeyre, E. Pardoux, and R. Sentis. *Méthodes de Monte-Carlo pour les équations de transport et de diffusion*. Mathématiques et Applications, Springer, 1998.
- [56] J. P. Lebacque. The godunov scheme and what it means for first order traffic flow models. *Transportation and trafic flow theory, Proceedings of the 13th ISTTT*, 1996.
- [57] W. Leutzbach. *An introduction to the theory of traffic flow*. Springer-Verlag, Berlin, 1988.
- [58] M. H. Lighthill and G.B. Whitham. On kinematic waves. ii. a theory of traffic flow on long crowded roads. *Proceedings of The Royal Society of London*, 229 :317–345, 1955.
- [59] G. Louah. Rapport sur la capacité des carrefours sans feux : Méthodes et modèles. Technical report, SETRA, France, 1986.
- [60] G. Louah, P. Conde-Céspedes, D. Daucher, B. Jourdain, and F. Bosc. Traffic operations at an entrance ramp of a suburban freeway first results. *6th International Symposium on Highway Capacity and Quality of Service*, 2011.
- [61] H. Mahmassani and Y. Sheffi. Using gap sequences to estimate gap acceptance functions. *Transportation Research B*, 15 :143–148, 1981.
- [62] R.M. Michaels and J. Fazio. Driver behavior model of merging. *Transportation Research Record*, 1213 :4–10, 1989.
- [63] S. Méléard. Approche probabiliste d'équations de boltzmann spatialement homogènes sans cutoff. In *CIMPA*. 2000.
- [64] P. Munjal and J. Pahl. An analysis of the boltzmann-type statistical models for multi-lane traffic flow. *Transportation Research*, 3 :151–163, 1969.
- [65] P. Nelson. A kinetic model of vehicular traffic and its associated bimodal equilibrium solutions. *Transp. Theory and Stat.*, 25 :24–383, 1995.
- [66] P. Nelson and A. Sopasakis. The prigogine-herman kinetic model predicts widely scattered traffic flow data at high concentrations. *Transportation Research B*, 32 :589–604, 1998.
- [67] G. F. Newell. Nonlinear effects in the dynamics of car-following. *Operations Research*, 9 :209–229, 1961.
- [68] S.L. Paveri-Fontana. On boltzmann-like treatments for traffic flow : A critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis. *Transportation Research*, 9 :225–235, 1975.
- [69] I. Prigogine and F. C. Andrews. A boltzmann-like approach for traffic flow. *Operations Research*, 8 :789–797, 1960.
- [70] I. Prigogine and R. Hermann. *Kinetic Theory of Vehicular Traffic*. American Elsevier, 1971.
- [71] P.I. Richards. Shock waves on the highway. *Operations Research*, 4 :42–51, 1956.
- [72] G. Saporta. *Probabilités, Analyse des données et Statistiques*. Technip edition, 2006.
- [73] V. Shvetsov and D. Helbing. Macroscopic dynamics of multilane traffic. *Physical review E*, 59 :6328–6339, 1999.
- [74] A. Sopasakis. Formal asymptotic models of vehicular traffic. models closures. *SIAM J. APPL. MATH.*, 63 :1561–1584, 2003.
- [75] M. Tenenhaus. *Statistiques ; méthodes pour décrire, expliquer et prévoir*. Dunod, 2e edition, 2007.
- [76] T. Toledo. *Integrated driving behavior modeling*. PhD thesis, 2003.
- [77] T. Toledo, H. N. Koutsopoulos, and M. Ben-Akiva. Integrated driving behavior modeling. *Transportation Research C*, 15 :96–112, 2007.

- [78] A. Tosin. *Discrete kinetic and stochastic game theory for vehicular traffic : Modeling and mathematical problems*. PhD thesis, Politecnico di Torin, 2008.
- [79] R.J. Troutbeck. Estimating the critical acceptance gap from traffic movements. *Physical Infrastructure Center Report*, 1992.
- [80] R.J. Troutbeck. Capacity of limited-priority merge. *Transportation Research Record*, 1678 :269–276, 1999.
- [81] K.T. Waldeer. The direct simulation monte-carlo method applied to a boltzmann-like vehicular traffic flow model. *Computer Physics Communications*, 156 :1–12, 2003.
- [82] J. Wang. *A Merging Model for Motorway Traffic*. PhD thesis, 2006.
- [83] J. Wang, R. Liu, and F. Montgomery. A simulation model for motorway merging behavior. *In Proceedings of the 16th International Symposium on Transportation and Traffic Theory : Flow, Dynamics and Human Interaction*, Elsevier, USA :281–301, 2005.
- [84] R. Wegener and A. Klar. A kinetic model for vehicular traffic derived from a stochastic microscopic model. *Transportation Theory Stat. Phys.*, 25, 1996.
- [85] H. Wei, E. Meyer, J.J. Lee, and C. Feng. Characterizing and modeling observed lane-changing behavior : Lane-vehicle-based microscopic simulation on urban street network. *Transportation Research Board*, pages 104–113, 2000.
- [86] J. Weng and Q. Meng. Modeling speed-flow relationship and merging behavior in work zone merging area. *Transportation Research Part C*, Elsevier :985–996, 2011.
- [87] P. Zheng. *A Microscopic Simulation Model of Merging Operation at Motorway On-Ramps*. PhD thesis, 2002.